

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA MATEMÁTICA**

POTENCIAÇÃO – UM ESTUDO DIDÁTICO

MARIZE RICHARTZ

Florianópolis, julho de 2005

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA MATEMÁTICA**

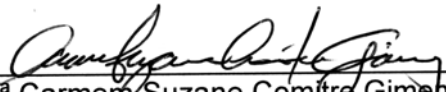
POTENCIAÇÃO – UM ESTUDO DIDÁTICO

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Matemática,
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas,
como requisito à obtenção do título de
Licenciado em Matemática

Orientanda: MARIZE RICHARTZ
Orientadora: NERI TEREZINHA BOTH CARVALHO

Florianópolis, julho de 2005

Esta monografia foi julgada adequada como **TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO** no Curso de Matemática – Habilitação Licenciatura, e aprovada em sua forma final pela Banca Examinadora designada pela Portaria nº 23/CCM/05.


Profª Carmen Suzane Comitre Gimenez
Professora da disciplina

Banca examinadora


Profª Neri Terezinha Both Carvalho
Orientadora


Profª Carmen Suzane Comitre Gimenez


Profº Nereu Estanislau Burin

“Ninguém ignora tudo. Ninguém sabe tudo. Todos nós sabemos alguma coisa. Todos nós ignoramos alguma coisa. Por isso aprendemos sempre”.

Paulo Freire

Dedico este trabalho de conclusão de curso aos meus pais, Egídio e Valéria, pela compreensão e apoio durante minha jornada acadêmica.

AGRADECIMENTOS

À Deus em primeiro lugar pelo dom da vida.

À professora Neri Terezinha Both Carvalho, por ter aceitado me orientar na realização deste trabalho.

Aos professores Carmem e Nereu, por terem aceitado o convite para participarem da Banca Examinadora.

Aos meus pais Egídio Abelino Richartz e Valéria Kremer Richartz, que sempre estiveram presentes nestes anos de luta acadêmica.

Aos amigos que nos momentos mais difíceis estiveram sempre prontos a me ajudar no que fosse necessário.

A todos os colegas que encontrei ao longo do curso, pelo companheirismo, dividindo momentos inesquecíveis.

À escola e ao professor que cederam espaço para a realização da Experimentação.

Enfim, a todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	9
2 O SABER POTENCIAÇÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL SEGUNDO OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS, A PROPOSTA CURRICULAR DE SANTA CATARINA E OS PLANEJAMENTOS ANUAIS DAS ESCOLAS	11
2.1 PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS	11
2.2 PROPOSTA CURRICULAR DE SANTA CATARINA	12
2.3 PLANEJAMENTOS ANUAIS DE 5ª E 6ª SÉRIES	13
3 HISTÓRIA DA POTENCIAÇÃO	16
3.1 INTRODUÇÃO	16
3.2 MARCOS HISTÓRICOS NO DESENVOLVIMENTO DA POTENCIAÇÃO	17
3.3 CONCLUSÃO	23
4 POTENCIAÇÃO COMO SABER A ENSINAR – ESTUDO DOS LIVROS DIDÁTICOS	24
4.1 INTRODUÇÃO	24
4.2 ESTUDO DO LIVRO DIDÁTICO “A CONQUISTA DA MATEMÁTICA: A + NOVA”	25
4.2.1 LIVRO REFERENTE À 5ª SÉRIE	25
4.2.1.1 ABORDAGEM	25
4.2.1.2 ESTUDO DOS EXERCÍCIOS	28
4.2.2 LIVRO REFERENTE À 6ª SÉRIE	36
4.2.2.1 ABORDAGEM	37
4.2.2.2 ESTUDO DOS EXERCÍCIOS	41
4.3 ESTUDO DO LIVRO DIDÁTICO “TUDO É MATEMÁTICA”	48
4.3.1 LIVRO REFERENTE À 5ª SÉRIE	48
4.3.1.1 ABORDAGEM	48
4.3.1.2 ESTUDO DOS EXERCÍCIOS	49

4.3.2 LIVRO REFERENTE À 6ª SÉRIE.....	58
4.3.2.1 ABORDAGEM.....	58
4.3.2.2 ESTUDO DOS EXERCÍCIOS	59
4.4 CONCLUSÃO	61
5 EXPERIMENTAÇÃO	64
5.1 INTRODUÇÃO	64
5.2 ANÁLISE A PRIORI.....	65
5.3 ANÁLISE A POSTERIORI	69
5.4 CONCLUSÃO DA EXPERIMENTAÇÃO	78
6 CONCLUSÃO	80
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	82
8 ANEXOS	84
8.1 ANEXO 1	84
8.2 ANEXO 2	85
8.3 ANEXO 3	86
8.4 ANEXO 4	87
8.5 ANEXO 5	88
8.6 ANEXO 6	89
8.7 ANEXO 7	90
8.8 ANEXO 8	91

1 INTRODUÇÃO

Ao final deste curso em que receberei o grau de licenciatura em matemática, parei pra pensar na minha vida após sair da Universidade e me deparei com uma nova realidade: a da sala de aula. Mas agora não mais como expectadora e sim como professora. E foi pensando nisso, é que decidi fazer como trabalho de conclusão de curso, um estudo numa área em que eu tivesse uma maior aproximação com a escola: a área da educação matemática.

Para este estudo, por sugestão de um colega, escolhi o tema *Potenciação* e fiz a escolha de restringir meu estudo às classes de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental, em função da exigüidade do tempo.

O objetivo deste trabalho é de conhecer o que se espera que seja desenvolvido nas classes de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental sobre “Potências”, bem como de conhecer elementos da história da Potenciação para entender um pouco como evoluiu o conceito e a notação que usamos atualmente. Também uma inquietação, uma preocupação referente à aprendizagem, nos levou à formulação de uma experimentação, onde buscamos fazer um estudo que nos permitisse identificar alguns elementos das dificuldades dos alunos frente à manipulação de resultados básicos relativos às potências.

Para dar conta de nosso objetivo, o estudo a que nos propomos foi realizado e o apresentamos organizado em capítulos conforme segue:

Capítulo I – Neste capítulo apresentamos uma síntese do que propõe os Parâmetros Curriculares Nacionais, a Proposta Curricular de Santa Catarina e também dois Planejamentos Anuais de escolas.

Capítulo II – Relatamos elementos da História da Potenciação e seu desenvolvimento ao longo dos tempos.

Capítulo III – Apresentamos o estudo dos livros didáticos de duas coleções de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental.

Capítulo IV – É onde apresentamos a experimentação feita e os resultados obtidos. Esta atividade foi interessante, foi um momento que tivemos um contato mais direto com os alunos. Realizamos a experimentação em uma classe de 7ª série do Ensino Fundamental, pois estávamos interessados em identificar algumas

competências dos alunos, após pelo menos dois momentos de estudo de Potenciação (5ª e 6ª séries) e a experimentação deveria ser realizada no início do ano letivo.

2 O SABER POTENCIAÇÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL SEGUNDO OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS, A PROPOSTA CURRICULAR DE SANTA CATARINA E OS PLANEJAMENTOS ANUAIS DAS ESCOLAS

Neste primeiro capítulo, procuramos identificar elementos sobre o saber “Potenciação”, que deve ser ensinado no Ensino Fundamental segundo o que preconizam os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), a Proposta Curricular de Santa Catarina (1998) e os Planejamentos anuais das escolas.

2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais

O ensino e aprendizagem de Matemática nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), referente ao Ensino Fundamental, está dividido em quatro ciclos. O primeiro ciclo refere-se a 1ª e 2ª séries; o segundo, a 3ª e 4ª séries; o terceiro, a 5ª e 6ª séries; e o quarto, a 7ª e 8ª séries.

Dos objetivos do ensino de matemática listados pelos PCN para o 3º ciclo, destacamos:

Neste ciclo, o ensino de Matemática deve visar ao desenvolvimento:

- Do pensamento numérico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:
[...]
- resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e a partir delas ampliar e construir novos significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação;
[...]
- selecionar e utilizar procedimentos de cálculo (exato ou aproximado, mental ou escrito) em função da situação-problema proposta (PCN, p. 64).

Já na rubrica “Conteúdos propostos para o ensino de Matemática no terceiro ciclo”, destacamos:

Para o estudo dos conteúdos apresentados no bloco Números e Operações é fundamental a proposição de situações-problema que possibilitem o desenvolvimento do sentido numérico e os significados das operações [...] (PCN, p. 66).

É na rubrica “Conceitos e Procedimentos” que encontramos algo mais explícito sobre Potenciação:

- [...] Compreensão da potência com expoente inteiro positivo como produto reiterado de fatores iguais, identificando e fazendo uso das propriedades da potenciação em situações-problema.
- Atribuição de significado à potência de expoente nulo e negativo pela observação de regularidades e pela extensão das propriedades das potências com expoente positivo [...] (PCN, p. 72).

E por fim, na rubrica “Critérios de Avaliação para o terceiro ciclo”, a potenciação pode ser contemplada como uma forma de representação de um número ou de um produto de números:

- [...] Utilizar os diferentes significados e representações dos números naturais, inteiros, racionais e das operações envolvendo esses números, para resolver os problemas, em contextos sociais, matemáticos ou de outras áreas do conhecimento [...] (PCN, p. 76).

Assim, segundo os PCN temos um lugar no terceiro ciclo (5^a e 6^a séries) para abordar Potenciação em N , Z e Q . A potenciação também aparece enquanto ferramenta na resolução de problemas e como objeto para que o aluno elabore um significado deste ente matemático. Os PCN sugerem ainda trabalhar a potência como produto de fatores iguais e via observação de regularidades dos significados da potência de expoente nulo e negativo, sugerem trabalhar as propriedades das potências em situações-problema e também trabalhar as potências na resolução de problemas em contextos sociais, matemáticos e de outras áreas do conhecimento.

2.2 Proposta Curricular de Santa Catarina

A proposta Curricular de Santa Catarina (PCSC) organiza o ensino de Matemática em quatro campos de conhecimentos: Campo Numérico, Campo Algébrico, Campo Geométrico e Estatística e Probabilidades.

Relativo ao estudo do Campo Numérico, a PCSC cita o seguinte:

[...] Outro aspecto importante diz respeito à prática social envolvendo os Números Naturais. Socialmente, as operações fundamentais são realizadas de diversos modos: cálculo oral, escrito, utilizando máquinas calculadoras e outros instrumentos. Estas práticas devem ser exploradas pelo professor em sala de aula. No cálculo oral pode-se explorar o cálculo estimativo, aproximado e outras estratégias diferentes do algoritmo escolar. Por sua vez, o algoritmo escrito pode ser sistematizado a partir do cálculo oral ou de outras formas que permitam ao aluno compreender o processo de sua própria elaboração e também aquele produzido ao longo da história pelos diferentes grupos sociais[...].

Este trabalho deve se dar estreitamente articulado ao estudo lógico-histórico dos sistemas de numeração, focalizando sobretudo o sistema decimal, bem como à exploração dos conceitos, e seus respectivos significados sócio-culturais e científicos, de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação, radiciação e da logaritmação [...] (PCSC, p. 109-110).

No quadro de conteúdos explicitado pela PCSC, em nenhum momento a potenciação tem lugar explícito, mesmo o campo numérico sendo trabalhado desde o pré até a 3ª série do ensino médio.

Podemos supor que a PCSC entende na potenciação, um nível de detalhamento que é deixado para o professor realizar quando do estudo dos sistemas de numeração e operações.

Embora a PCSC apresente um quadro de conteúdos e seus cronogramas, no campo do conhecimento ela também apresenta um caráter “dinâmico e processual”, ou seja, ela deixa a cargo do professor o detalhamento, entendendo como importante estar aberta à novas contribuições e reformulações.

Considerando o que diz os PCN, restringiremos nosso estudo às classes de 5ª e 6ª séries.

2.3 Planejamentos anuais de 5ª e 6ª séries

Para este estudo, após freqüentes buscas em escolas da grande Florianópolis, conseguimos dois planejamentos anuais de 5ª e 6ª séries, os quais denominamos de Planejamento A e Planejamento B.

Verificamos, primeiramente, como ele está dividido, se o estudo sobre “Potenciação” consta nos planejamentos anuais e, em seguida, destacamos o que é proposto sobre “Potenciação” em cada um deles.

Planejamento A (5ª série): Está dividido em bimestres. No primeiro bimestre identificamos no objetivo relativo ao conteúdo do primeiro bimestre conforme segue:

Primeiro bimestre

- **Conteúdo:** Problemas que envolvam as operações com N ; Propriedades das operações com N .
- **Objetivo específico:** Relacionar a teoria com a prática nas operações com números naturais, como: adição, subtração, multiplicação, divisão, “potenciação” e radiciação, através de problemas; reconhecer as propriedades das operações com N .

Planejamento A (6ª série): Está dividido em bimestres. No primeiro bimestre identificamos no objetivo relativo ao conteúdo do primeiro bimestre e no segundo bimestre identificamos no objetivo relativo ao conteúdo do segundo bimestre, conforme segue:

Primeiro bimestre

- **Conteúdo:** Operações em Z ; expressões numéricas em Z .
- **Objetivo específico:** Efetuar as operações como: adição, subtração, multiplicação, divisão, “potenciação” e radiciação em Z ; resolver as expressões numéricas em Z .

Segundo bimestre

- **Conteúdo:** Operações em Q .
- **Objetivo específico:** Efetuar as operações fundamentais, “potenciação” e radiciação no conjunto Q .

Planejamento B (5ª série): Está dividido em semestres. No primeiro semestre identificamos no conteúdo do primeiro semestre conforme segue:

Primeiro semestre

- **Conteúdo:** Operações com números naturais e propriedades (adição, subtração, multiplicação, divisão, “potenciação”, radiciação e expressões numéricas).
- **Objetivo específico:** Efetuar todas as operações no conjunto N , identificando suas propriedades; aplicar corretamente as operações com os números naturais na resolução de problemas.

Planejamento B (6ª série): Está dividido em semestres. No primeiro semestre identificamos no conteúdo do primeiro semestre conforme segue:

Primeiro semestre

- **Conteúdo:** Operações com números inteiros (adição, subtração, multiplicação, divisão, “potenciação”, radiciação e expressões numéricas); operações em Q (adição, subtração, multiplicação, divisão, “potenciação”, radiciação e expressões numéricas).
- **Objetivo específico:** Efetuar as operações algébricas e resolver problemas no conjunto Z ; resolver expressões numéricas no conjunto Z ; efetuar operações em Q ; resolver problemas em Q .

Considerando as 5ª séries nos planejamentos A e B, percebemos que no A em relação ao conteúdo, em nenhum momento está explícita propriamente “potenciação”, mas subentende-se que ao falar de operações no conjunto N podemos incluí-la, pois no objetivo específico ela é citada. Ao contrário do B que em relação ao conteúdo deixa explícita a palavra potenciação e implícita no objetivo específico. Considerando as 6ª séries nos planejamentos A e B, percebemos também que no A em relação ao conteúdo, a palavra “potenciação” não está explícita, mas no objetivo a potenciação é explicitada o que nos leva a supor que será objeto de ensino. Já no planejamento B explicita a palavra potenciação no conteúdo e deixa implícita no objetivo específico.

Concluimos que os planejamentos A e B estudados, apesar de terem sido escritos e organizados de maneiras diferentes, têm os mesmos conteúdos e objetivos para as classes de 5ª séries, e também têm os mesmos conteúdos e objetivos para as classes de 6ª séries. Verificamos que a potenciação é objeto de estudo no Ensino Fundamental, quando começa a ser estudado o 1º conjunto (N). Seu estudo é gradativamente aprimorado à medida que um novo conjunto é apresentado à classe. Como nosso estudo é em classes de 5ª e 6ª séries restringimos o estudo de potenciação aos conjuntos N (5ª série), Z e Q (6ª série).

3 HISTÓRIA DA POTENCIAÇÃO

3.1 Introdução

Apresentamos neste capítulo, um breve resumo sobre a história da potenciação ao longo dos tempos, pois pensamos que a história da matemática tem um grande valor didático.

Hoje em dia ao olharmos a escrita simbólica de uma potência, achamos algo muito simples. Não paramos para nos perguntar como se chegou a tal notação.

Os alunos em sua maioria encaram os conteúdos como criações divinas, encaram a matemática como uma ciência pronta e acabada. Em geral se tem em mente que aprender matemática é decorar fórmulas e algoritmos, justamente por não ser abordado na maioria das escolas algo a mais, algo além de aulas em sua maioria mecânicas onde o professor apresenta um modelo matemático e o aluno repete. Não sabem que essas notações, algoritmos, fórmulas, entre outros modelos matemáticos, são frutos de muito trabalho. São frutos de longos períodos de construção e desenvolvimento para os quais contribuíram com muita inteligência e criatividade, dedicação e esforço, muitos matemáticos de diversas civilizações.

A matemática vem historicamente sendo construída pelos homens, atendendo a determinados interesses e necessidades sociais.

“Uma matemática viva, em progresso, em construção surge aos olhos dos alunos quando se recorre à História da Matemática”. (DAMBROS, 1997, p. 4)

Ao trabalhar sobre a história da matemática o aspecto mais importante é ressaltar o desenvolvimento das idéias ao longo dos séculos. *“É possível ao professor deixar claro para o aluno que a matemática não é uma Ciência morta, mas uma Ciência viva na qual um progresso contínuo é realizado”. (CAJORI, apud DAMBROS, 1997, p. 25)*

Será que se soubessem de tudo isto, os alunos não olhariam a matemática como uma ciência muito mais interessante? Será que não teriam maior entusiasmo e admiração para descobri-la?

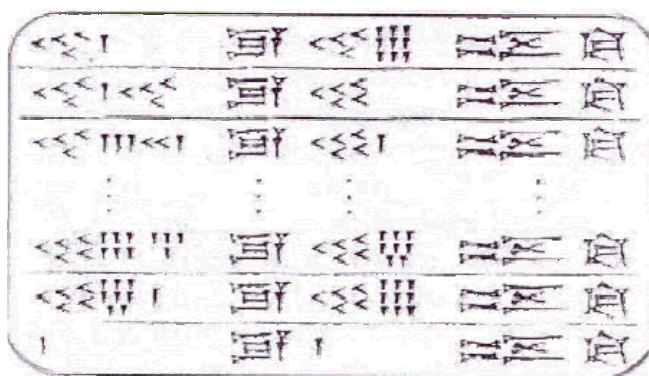
3.2 Marcos históricos no desenvolvimento da potenciação

Sob esta rubrica, vamos viajar um pouco no tempo e conhecer alguns marcos históricos no desenvolvimento da potenciação, através de importantes matemáticos que participaram da sua evolução histórica.

➤ Cerca de 2100-1580 a.C.

É num **papiro egípcio** que se encontra uma das primeiras referências à operação de potenciação, com o cálculo do volume de uma pirâmide quadrangular. É usado um par de pernas¹ para simbolizar o quadrado de um número.

Os **abilônios** já conheciam potência. Percebemos isto através dos conteúdos de suas tábulas. Para ilustrar, observemos o conteúdo de uma das tabulinhas babilônicas de argila, conhecida como a tabulinha de Larsa.



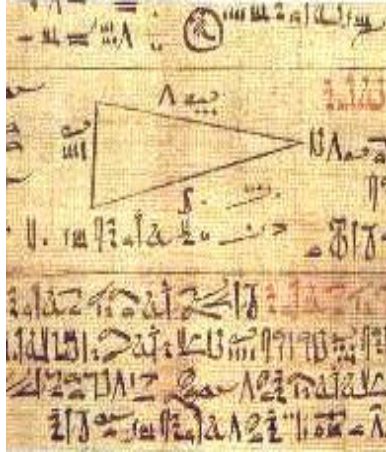
- 2401 é igual a 49 ao quadrado
- 2500 é igual a 50 ao quadrado
- 2601 é igual a 51 ao quadrado
- 3364 é igual a 58 ao quadrado
- 3481 é igual a 59 ao quadrado
- 3600 é igual a 60 ao quadrado

Encontrou-se outra tábua que, além de quadrados e de cubos dos inteiros de 1 a 30, também fornece a seqüência de valores $n^2 + n^3$ correspondente a esse intervalo.

O papiro de Rhind

Em 1858 d.C. o pesquisador escocês **Henri Rhind** comprou no Egito um papiro que estima-se ter sido escrito por volta de **1650 a.C.**, sendo a partir de então, conhecido como papiro de Rhind.

¹ Não encontramos a representação do “par de pernas”



Uma pequena parte do
papiro RHIND

Num de seus problemas o de número 79, figuram os seguintes dados:

<i>casas</i>	7
<i>gatos</i>	49
<i>ratos</i>	343
<i>espigas de trigo</i>	2 401
<i>hecatas de grãos</i>	16 807
	<hr/>
	19 607

Uma de suas interpretações é o reconhecimento dos números como as cinco primeiras potências de 7, juntamente com sua soma.

➤ **470 a.C.**

A **Hipócrates de Quio** é atribuída a utilização da palavra potência, no contexto da matemática. Ele designou o quadrado de um segmento pela palavra “dunamis”, que significa potência.

Crê-se que a generalização do uso da palavra potência resulte do fato dos Pitagóricos terem enunciado o resultado da proposição I 47 que é o Teorema de Pitágoras, do livro *Os Elementos*, de **Euclides**: “a potência total dos lados de um triângulo retângulo é a mesma que a da hipotenusa”. (PONTE, 1999)

➤ **300 a.C.**

Já numa tábua do Louvre , **Neugebauer** encontrou dois problemas interessantes sobre seqüências. Um deles afirma que $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^9 = 2^9 + 2^9 - 1$. Logo percebemos que já trabalhavam com potências de expoente 9.

➤ **250 a.C.**

Para mostrar que números muito grandes poderiam ser escritos, **Arquimedes** escreveu um livro *Psammites (Computador de Areia)*, onde pretendia determinar o número de grãos de areia necessários para encher o universo solar. Obteve como solução um número menor do que nós escreveríamos como 10^{51} . Como esse número era muito grande, e a forma dos antigos Gregos de escrever números baseava-se nas letras do alfabeto, uma forma pouco prática onde a representação de números muito grandes tornava-se desajeitada, e a numeração usada na época permitia escrever números até 10 000 (uma miríade), Arquimedes criou um novo sistema de numeração:

considerou os números de 1 à 10^8 , ou seja, até uma miríade de miríade, que se podiam escrever na numeração grega como sendo de primeira ordem; depois, os números de 10^8 até 10^{16} como sendo de segunda ordem, em que a unidade é 10^8 , e assim sucessivamente. (PONTE, 1999 apud BOYER, 1989)

Desta forma, Arquimedes utilizou uma regra equivalente à propriedade da multiplicação de potências de mesma base:

$$10^{51} = 10^3 \cdot 10^8 \cdot 10^8 \cdot 10^8 \cdot 10^8 \cdot 10^8 \cdot 10^8$$

➤ **250 d.C.**

Foi com o matemático grego **Diofante** em seu livro *Arithmetica*, que se começou a fazer uso de abreviações para potências de números e para relações e operações.

“Um número desconhecido é representado por um símbolo parecido com a letra grega ζ (talvez como última letra de arithmos)”. (BOYER, p. 133)

Arithmos significa “número” e o símbolo ζ era usado (Howard Eves pág. 209) para representar a incógnita.

Diofante usou as seguintes representações para as potências da incógnita de expoente 2 a 6:

Δ^Y incógnita ao quadrado (as duas primeiras letras maiúsculas da palavra grega dunamis)

K^Y incógnita ao cubo (as duas primeiras letras maiúsculas da palavra grega kubos)

$\Delta^Y\Delta$ quadrado-quadrado (4ª potência)

ΔK^Y quadrado-cubo (5ª potência)

$K^Y K$ cubo-cubo (6ª potência)

Ele só não continuou a escrever potências de maior grau pois os problemas que trabalhou não o exigiam. Em todas as potências, bases e expoentes eram números naturais. Diofante, contudo, “*tinha nomes especiais para os recíprocos das primeiras seis potências da incógnita, quantidades equivalentes às nossas potências de expoente negativo*”. (PONTE, 1999 apud BOYER, 1989 p. 204).

➤ 1360 d.C.

(EVES, p. 191-192) **Nicole Oresme** (Bispo da Normandia) em seu livro *De proportionibus proportionum* generalizou a teoria das proporções de Bradwardine, incluindo qualquer potência de expoente racional e deu regras para combinar proporções que são equivalentes às nossas propriedades das potências.

Já em seu livro *Algorismus proportionum*, Oresme sugeriu o uso de notações especiais para potências fracionárias.

Diversos historiadores referenciam este como sendo o primeiro uso de expoentes fracionários.

A teoria sobre os expoentes inteiros e fracionários continuou desenvolvendo-se por mais três séculos.

➤ **1484 d.C.**

Mais uma contribuição importante para a notação das potências foi dada por **Nicolas Chuquet** no livro *Triparty en la sciense des nombres*.

Ele indicava a potência da quantidade desconhecida por um expoente associado ao coeficiente do termo; em nossa notação moderna: $5x$, $6x^2$, $10x^3$ na notação de Chuquet apareceriam como $.5.^1$, $.6.^2$, $.10.^3$

Chuquet mostra também conhecer potências de expoentes zero e negativos, representando: $9x^0$ como $.9.^0$ e $9x^{-2}$, como $.9.^{2.m}$

➤ **1572 d.C.**

Rafael Bombelli (1526-1573) também elaborou uma notação simbólica para os expoentes. Em seu livro *Álgebra* utilizou um numeral arábico com um pequeno arco por baixo para representar o expoente da incógnita:

- $\underbrace{1}$ significava a incógnita elevada a 1;
 - $\underbrace{2}$ significava a incógnita elevada a 2;
 - $\underbrace{3}$ significava a incógnita elevada a 3;
- e assim sucessivamente.

➤ **1591 d.C.**

O francês **François Viète** (1540-1603), tinha uma álgebra fundamentalmente sincopada e não simbólica, ou seja, em sua maioria sua álgebra consistia de palavras e abreviações. Por exemplo: representava a 2ª potência como “A quadratus”, e a 3ª potência como “A cubus”.

➤ **1634 d.C.**

(PONTE, 1999) **Hérigone** escreveu uma notação semelhante a atual:

$5a^4$ era representado por $5a4$

➤ **1636 d.C.**

(PONTE, 1999) **Hume** também escreveu uma notação parecida com a atual:

$5a^4$ era representado por $5a^{iv}$

Notação pouco cômoda por utilizar-se da numeração romana.

➤ **1637 d.C.**

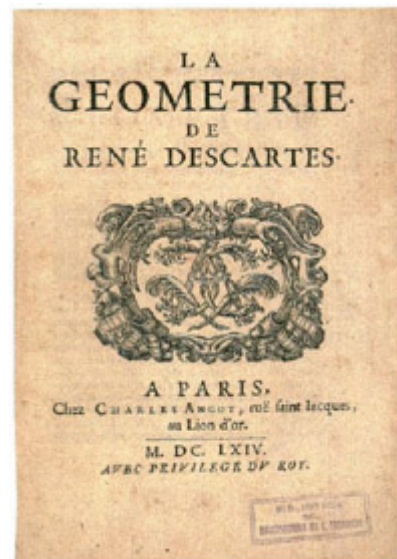
Finalmente com o livro *La Géométrie* do pensador e matemático francês **René Descartes** (1596-1650), surge a notação usada atualmente. Ele escreveu: “*aa ou a^2 para multiplicar a por si mesmo e a^3 para multiplicar ainda mais uma vez por a e deste modo até ao infinito*”. (PONTE, 1999)

Descartes trabalhou somente com expoentes inteiros positivos.

Aos poucos a notação de Descartes foi ganhando mais adeptos.



RENÉ DESCARTES



livro “LA GÉOMÉTRIE”

No final do século XIX, o conceito de potência recebeu seus retoques finais, ao ser feita uma construção rigorosa do conjunto dos números reais; finalmente colocou-se a questão de saber em quais casos faz sentido definir potência.

3.3 Conclusão

Para se chegar na formalização da notação de potência que utilizamos atualmente, foi necessário um longo período de construção e desenvolvimento (cerca de 2100-1580 a.C. à 1637 d.C.), para o qual contribuíram muitos matemáticos de diversas civilizações.

Os babilônios já conheciam potência, o que constatamos ao observarmos o conteúdo de uma de suas tabulinhas de argila. No papiro de Rhind, escrito por volta de 1650 a.C., já figuravam problemas envolvendo potências. Arquimedes utilizou as potências para representar números muito grandes.

Tivemos várias representações para se escrever potências, entre as quais destacamos: a de Diofante, que representava as potências por letras de palavras gregas; a de Chuquet, por exemplo, representava respectivamente $9x^{-2}$, $9x^0$, $5x$, $6x^2$ como $.9^{.2.m}$, $.9^0$, $.5^1$, $.6^2$; a de Bombelli, que representava os expoentes das incógnitas como $\underbrace{1}$, $\underbrace{2}$, $\underbrace{3}$ e assim sucessivamente; a de Viete que utilizava-

-se de palavras e abreviações, ou seja, representava por exemplo a 2ª potência como A quadratus; a de Hérigone, que representava $5a^4$ por $5a4$; a de Hume, que utilizava-se de numeração romana, representava $5a^4$ por $5a^{iv}$; para enfim com René Descartes surgir a notação a , a^2 , a^3 ... utilizada atualmente.

Logo, a matemática não é uma ciência morta e sim uma ciência viva, que vem sendo construída ao longo dos séculos através do desenvolvimento de idéias, atendendo às necessidades humanas.

4 POTENCIAÇÃO COMO SABER A ENSINAR – ESTUDO DOS LIVROS DIDÁTICOS

4.1 Introdução

Neste capítulo apresentamos o estudo que realizamos dos livros didáticos. Consideramos serem eles o habitat² do objeto “Potenciação”. Nosso objetivo é verificar como esse objeto “Potenciação” vive como saber para ser ensinado nas 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental. Para isto estamos considerando que os professores em sua maioria se apóiam em livros didáticos para prepararem suas aulas.

Logo, conhecendo como o saber é abordado nos livros didáticos já nos dá uma boa idéia de como pode ser desenvolvido em sala de aula.

Para isto verificaremos a abordagem, ou seja, como o autor introduz o objeto “Potenciação”.

Também estudaremos os exercícios para os quais verificaremos os tipos de tarefas propostas.

Para realizar este estudo escolhemos alguns livros didáticos, pois com a exigüidade do tempo, estudaremos somente os livros de 5ª e 6ª séries de duas coleções. Sabemos que os dados levantados com este estudo são uma amostragem do que se propõe na 5ª e 6ª série do Ensino Fundamental sobre Potenciação. A escolha dos livros didáticos foi feita em função de serem aprovados pelo MEC e também o livro “A conquista da matemática: a + nova” por ser utilizado nas escolas onde estudamos os planejamentos anuais e o do Luiz Roberto DANTE por ser ele um pesquisador em Educação Matemática.

² Local onde vive, onde podemos encontrar

A seguir, apresentamos os livros didáticos que estudamos:

Autores	Nome do livro	Séries
GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI JR, José Ruy	A conquista da matemática: a + nova	5ª série 6ª série
DANTE, Luiz Roberto	Tudo é matemática	5ª série 6ª série

4.2 Estudo do livro didático “A Conquista da Matemática: a + nova”

Estudamos desta coleção, como já ditos, os livros de 5ª e 6ª séries. Vejamos a seguir o estudo de cada um deles.

4.2.1 Livro referente à 5ª série

Organização do livro

Este livro está organizado em tópicos e estes em diferentes sub-tópicos. Como nosso objeto de estudo é “Potenciação” restringiremos nosso estudo aos tópicos que apresentamos a seguir, como os respectivos sub-tópicos:

A) Operações

- Potenciação de números naturais

B) A forma decimal dos números racionais

- Potenciação de números decimais

4.2.1.1 Abordagem

Faremos uma breve descrição da abordagem feita em cada sub-tópico:

- Potenciação de números naturais

A noção de potenciação é dada por meio de duas figuras que têm com função ilustrar as situações-problema:

Na 1ª situação o aluno deve representar o número de carteiras de uma sala de aula, trabalhando com potência de 2. Já na 2ª situação o aluno deve representar, através de uma potência de 3 o número de vagas na garagem de um prédio.

Em seguida, dá a nomenclatura para cada termo da potenciação, usando como exemplos numéricos as respostas obtidas para as situações 1 e 2.

Exemplo:

$$\begin{array}{ccccccc} & & & \rightharpoonup & \text{expoente} & & \\ \text{base} & \longleftarrow & 5^2 & = & \underbrace{5 \cdot 5}_{2 \text{ fatores}} & = & 25 \longrightarrow \text{resultado} \end{array}$$

Culminando com a institucionalização da definição de potência que é apresentada formalmente:

“Dados dois números naturais a e n (com $n > 1$), a expressão a^n representa um produto de n fatores iguais ao número a , ou seja:

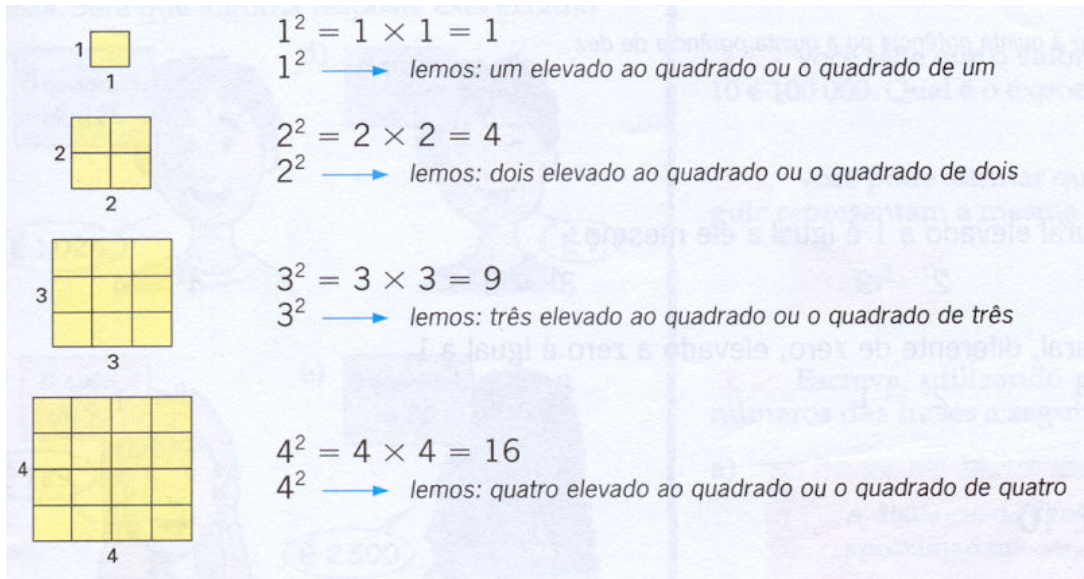
$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ fatores}} \text{ (p. 78)}$$

Casos particulares de potenciação:

Uma atenção especial é dada para as potências: x^2 , x^3 e potências de 10

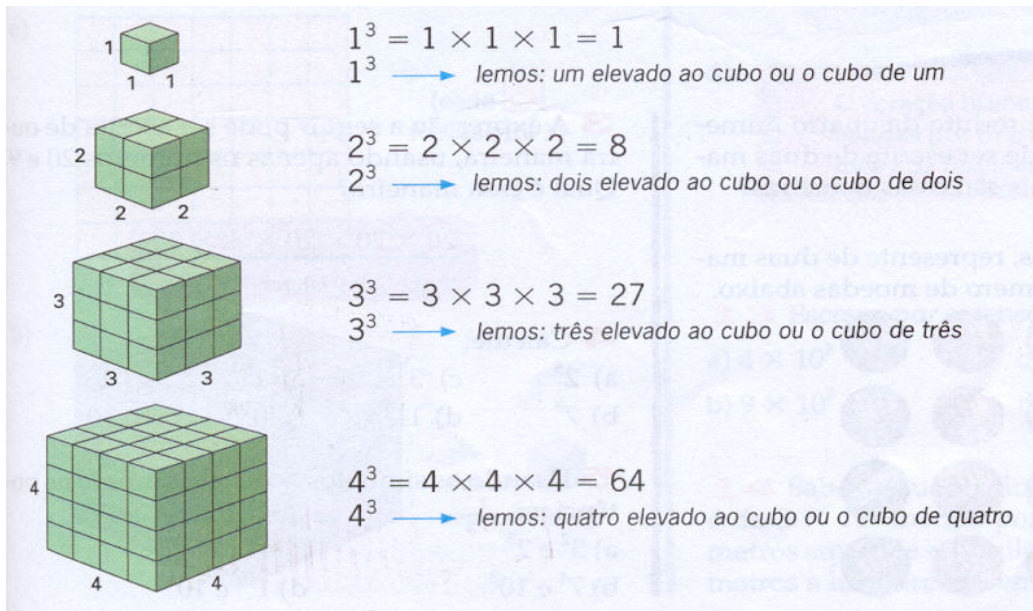
→ O quadrado de um número: x^2

Para designar o quadrado de um número, o autor utiliza-se de figuras geométricas representando áreas. Em seguida escreve sua representação em linguagem numérica e por extenso (como se lê):



→ O cubo de um número: x^3

Também representa o cubo de um número geometricamente utilizando-se de figuras geométricas representando volumes, para em seguida representar em linguagem numérica e por extenso (como se lê):



Com estas duas atividades o autor faz um esforço de trabalhar com o registro geométrico, algébrico, numérico e na linguagem natural. Introduz a notação a^n com $n > 3$ como representação algébrica de uma potência, justifica e exemplifica numericamente.

Exemplo:

$2^4 \rightarrow$ dois elevado à quarta potência ou a quarta potência de dois

$10^5 \rightarrow$ dez elevado à quinta potência ou a quinta potência de dez

e assim por diante”.

As definições para $a^1 = a$ com $a \in \mathbb{N}$ e para $a^0 = 1$ com $a \in \mathbb{N}^*$ são apresentadas seguidas de exemplos.

\rightarrow Potências de 10:

Introduz com exemplos, em seguida define como escrever uma potência de 10: “Toda potência de 10 é igual ao número formado pelo algarismo 1 seguido de tantos zeros quantas forem as unidades do expoente”. (p. 80)

Lembra também da sua utilidade para se escrever ou efetuar cálculos com números muito grandes.

- Potenciação de números decimais

O autor considera que a definição de potência já é conhecida e apresenta 3 exemplos de potências com bases decimais de expoentes 2, 3 e 5 respectivamente, $((3,2)^2)$.

Observa através de exemplos a validade também das definições $a^1 = a$ e $a^0 = 1$ com $a \neq 0$ para os números decimais.

Temos então neste capítulo uma abordagem de Potenciação por meio de exemplos geométricos (estudo de figuras) seguido da formalização das definições.

4.2.1.2 Estudo dos exercícios

Em relação ao nosso objeto de estudo “Potenciação” estudaremos neste livro um total de 69 exercícios, entre os quais 64 exercícios sob a designação “Exercícios” e 5 sob a designação “Retomando o que aprendeu”.

A seguir, faremos o estudo dos exercícios, estudando os tipos de tarefa, a quantidade de exercícios por tarefa e exemplificando cada tipo com a respectiva resolução realizada por nós.

Tipo 1: Determinar as diferentes maneiras de representar uma informação:

A informação pode ser:

- Em linguagem natural “um produto de quatro números iguais a cinco”.
- Uma figura
- Uma expressão numérica $\underbrace{20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot \dots \cdot 20}_{9 \text{ fatores}}$

Quantidade de exercícios: 3

Tipo 2: Calcular as potências:

Para esse tipo de tarefa encontramos:

- Potências de números naturais
- Potências de números decimais

Exemplo:

Calcule:

- a) 2^5 (Exercício 4, item a), p. 80)
- b) $(3,7)^2$ (Exercício 1, item a), p. 220)

Resolução:

- a) $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$
- b) $(3,7)^2 = (3,7) \cdot (3,7) = 13,69$

Quantidade de exercícios: 18

Tipo 3: Comparar expressões:

Para esse tipo de tarefa encontramos as seguintes expressões:

- a^n e b^m utilizando símbolos $>$ ou $<$

- a^n e $b^n + c^n$ verificando se representam a mesma quantidade
- $b \div a^n$ e $a \cdot b^n$ utilizando símbolos $>$ ou $<$

Exemplo:

Você pode afirmar que as expressões a seguir representam a mesma quantidade?

13^2 e $12^2 + 5^2$ (Exercício 11, p. 81)

Resolução:

Como $13^2 = 13 \cdot 13 = 169$ e $12^2 + 5^2 = 12 \cdot 12 + 5 \cdot 5 = 144 + 25 = 169$, concluímos que 13^2 e $12^2 + 5^2$ representam a mesma quantidade.

Quantidade de exercícios: 7

Tipo 4: Verificar se há alguma resposta errada para b dada no exercício para $a^n = b$:

Exemplo: (Exercício 6, p. 81)

6 Uma das provas da gincana da escola foi descobrir o valor dos números naturais escritos nas fichas. Será que alguma resposta está errada?

a) O quadrado de 32^2 .
É 1 024.

b) O cubo de 9.
É 729.

c) A sétima potência de 2.
É 128.

d) A quinta potência de 1.
É 1.

e) O quadrado de 50.
É 2 500.

Resolução:

Somente a letra a) está errada pois o quadrado de 32^2 é $(32^2)^2 = (32)^4 = 1\,048\,576$

- Remarcamos o erro dado pelo livro (*11 Potenciação de números naturais* p. 282) resposta 6) “Não, todas estão corretas”

Quantidade de exercícios: 5

Tipo 5: Representar geometricamente:

Exemplo:

Represente geometricamente: (Exercício 7, p. 81)

a) 5^2

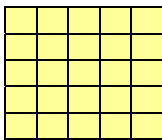
b) 8^2

c) 10^2

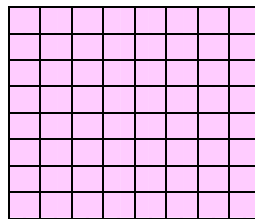
d) 11^2

Resolução:

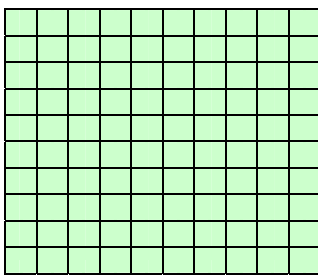
a)



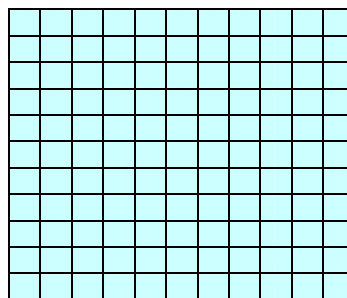
b)



c)



d)

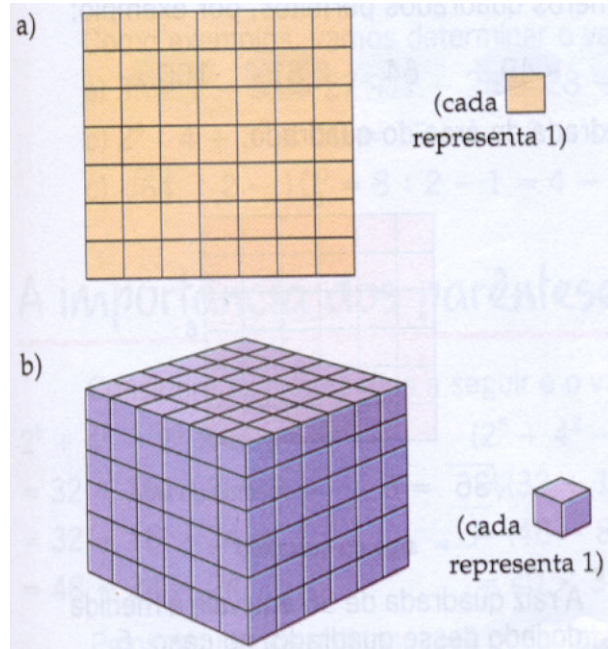


Quantidade de exercícios: 4

Tipo 6: Escrever a potência que indica área ou volume de figuras:

Exemplo:

Escreva em forma de potência: (Exercício 8, p. 81)



Resolução:

a) 7^2

b) 6^3

Quantidade de exercícios: 4

Tipo 7: Calcular expressões numéricas dadas em linguagem natural:

Para esse tipo de tarefa temos em cada um dos exercícios os seguintes objetivos:

- Calcular o cubo de um número decimal e subtrair uma unidade
- Somar os quadrados de números decimais
- Determinar o quadrado da soma de números decimais

Exemplo:

Calcule o cubo do número 0,4. Quanto falta para atingir 1 unidade? (Exercício 2, p. 220)

Resolução:

$(0,4)^3 = 0,064$ e $1 - 0,064 = 0,936$. Logo para atingir 1 unidade falta 0,936.

Quantidade de exercícios: 5

Tipo 8: Calcular expressões algébricas dadas em linguagem natural:

Exemplo:

Se você elevar o número 6 a um expoente n , encontrará 216. Qual é o valor do expoente n ? (Exercício 9, p. 81)

Resolução:

$6^n = 216 \Rightarrow 6^3 = 216$, logo $n = 3$.

Quantidade de exercícios: 4

Tipo 9: Escrever os números na forma de potências de dez:

Exemplo:

Escreva, utilizando potências de dez, os números das frases a seguir: (Exercício 12, p. 81)

- a) A distância da Terra à Lua é de, aproximadamente, 400 000 Km.
- b) Uma pessoa tem de 120 mil a 150 mil fios de cabelo.
- c) Na Floresta Amazônica já foram registradas 2 500 espécies de árvores.
- d) O coração humano dá 100 mil batidas por dia, 3 milhões por mês e 37 milhões por ano.

Resolução:

- a) 4×10^5
- b) 12×10^4 a 15×10^4
- c) 25×10^2
- d) 1×10^5 ; 3×10^6 ; 37×10^6

Quantidade de exercícios: 4

Tipo 10: Escrever os números por extenso:

Exemplo:

Escreva por extenso os seguintes números: (Exercício 13, p. 81)

- a) 4×10^7
- b) 9×10^5
- c) 10^6
- d) 2×10^3

Resolução:

- a) Quarenta milhões
- b) Novecentos mil
- c) Um milhão
- d) Dois mil

Quantidade de exercícios: 4

Tipo 11: Resolver problemas utilizando notação científica:

Exemplo:

Sabe-se que a velocidade da luz no vácuo é de 3×10^8 metros por segundo e que 1 000 metros equivale a 1 quilômetro. Quantos quilômetros a luz percorre em um segundo? (Exercício 14, p. 81)

Resolução:

Temos que 1 000 metros equivale a 1 quilômetro, ou seja, $1\,000\text{ m} = 1\text{ km}$.

Utilizando regra de três:

$$\begin{array}{l} 10^3 \text{ ————— } 1 \\ 3 \times 10^8 \text{ ————— } x \\ 10^3 x = 3 \times 10^8 \\ x = \frac{3 \times 10^8}{10^3} = 3 \times 10^5 \text{ km/s} \end{array}$$

Quantidade de exercícios: 1

Tipo 12: Escrever uma porcentagem dada na notação $n\%$ na forma decimal, em seguida determinar seu quadrado:

Exemplo:

Escreva 5% na forma decimal. A seguir, determine o quadrado desse número.
(Exercício 4, p. 220)

Resolução:

$$5\% \text{ na forma decimal} \Rightarrow \frac{5}{100} = 0,05$$

$$\text{O quadrado de } 0,05 \Rightarrow (0,05)^2 = 0,0025$$

Quantidade de exercícios: 1

Tipo 13: Calcular expressões numéricas:

Para esse tipo de tarefa encontramos os seguintes tipos de expressões:

- Envolvendo potências de base decimal e expoente 2;
- Envolvendo potências de base decimal e expoentes 2 e 3;
- Envolvendo potências de números naturais e expoentes 2 e 3.

Exemplo:

Calcule o número decimal expresso por $(0,8 - 0,15 \div 0,3)^3 \div 5,4 + (0,5)^2$. (Exercício 7, p. 220)

Resolução:

$$(0,8 - 0,5)^3 \div 5,4 + 0,25 = (0,3)^3 \div 5,4 + 0,25 = 0,027 \div 5,4 + 0,25 = 0,005 + 0,25 = 0,255$$

Quantidade de exercícios: 9

Para a 5ª série, este livro didático trabalha com potenciação de números naturais e decimais. Dados $a, n \in \mathbb{N}$ (com $n > 1$), define a^n como o produto de n fatores iguais ao número a . As tarefas são bem diversificadas, 13 tipos. Dentre os quais, o que se destaca por apresentar maior quantidade de exercícios é o Tipo 2 : Calcular as potências, com 18 de um total de 69 exercícios. Com isso, para esse conteúdo, concluímos que o autor dá uma ênfase maior aos cálculos.

4.2.2 Livro referente à 6ª série

Organização do livro

Este livro está organizado em tópicos e estes em diferentes sub-tópicos. Como nosso objeto de estudo é “Potenciação” restringiremos nosso estudo aos tópicos que apresentamos a seguir, como os respectivos sub-tópicos:

A) Potências e raízes

- Potência de um número racional
- Propriedades da potenciação

B) O conjunto dos números inteiros

- Potenciação de números inteiros

C) O conjunto dos números racionais

- Potenciação de números racionais

4.2.2.1 Abordagem

Faremos uma breve descrição da abordagem feita em cada sub-tópico.

Conceito de Potenciação: A noção de potenciação é feita por meio de uma atividade com material instrucional e nela uma situação problema.

Em síntese a atividade consiste da montagem de um cubo a partir de cubos menores de mesmo tamanho e da determinação da quantidade de cubos menores que existem no cubo grande montado.

Da resposta à questão colocada, surge o produto de termos iguais e notação: 3^3 é apresentada como forma abreviada de $3 \cdot 3 \cdot 3$.

- Potência de um número racional

Chamou-nos a atenção o fato do autor começar trabalhando potência de racionais, introduzindo depois o conjunto dos inteiros e potenciação em \mathbb{Z} e em seguida retomando a potenciação em \mathbb{Q} .

Isto nos leva a supor um esforço do autor para desenvolver o conteúdo em espiral.

A abordagem é feita da seguinte maneira:

- Uma atividade preparatória com material instrucional: dobradura;
- Definição de potência;
- Exemplos seguidos de exercícios.

Vejamos a definição dada:

“Dado um número racional a e um número natural n , com $n > 1$, a expressão a^n chama-se potência e representa uma multiplicação de n fatores iguais ao número a .

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ fatores}}. \text{ (p. 11)}$$

Remarcamos que os exemplos dados contemplam os números naturais e racionais positivos. Nestes últimos identificamos o uso da representação fracionária e da representação decimal.

Exemplos:

$$2^6 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{6 \text{ fatores}} = 64$$

$$(0,5)^4 = \underbrace{0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5}_{4 \text{ fatores}} = 0,0625$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \underbrace{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}}_{2 \text{ fatores}} = \frac{1}{9}$$

Após os exemplos:

a) A nomenclatura dos elementos da potenciação é dada por um exemplo numérico:

$$2^5 = 32$$

\leftarrow expoente
 base \leftarrow \rightarrow resultado da potência

b) São apresentadas as definições de: $a^1 = a$ e $a^0 = 1$, $a \neq 0$, seguidas de exemplos.

- Propriedades da potenciação

Cada uma das propriedades é apresentada em linguagem natural e em seguida em linguagem algébrica, seguidas de exemplos para os quais o autor trabalha com potências de bases: natural, decimal e fracionária.

1ª propriedade (p. 12)

“Um produto de potências de mesma base pode ser escrito na forma de uma única potência: conservamos a base e **adicionamos os expoentes**.”

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \text{ sendo } a \neq 0$$

Exemplo:

$$\left(\frac{4}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{7}\right) \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^3 = \left(\frac{4}{7}\right)^{2+1+3} = \left(\frac{4}{7}\right)^6$$

2ª propriedade (p. 13)

“Um quociente de potências de mesma base, onde o expoente do dividendo é maior ou igual ao expoente do divisor, pode ser escrito na forma de uma única potência: conservamos a base e **subtraímos os expoentes**.”

$$a^m \div a^n = a^{m-n}, \text{ sendo } a \neq 0 \text{ e } m \geq n$$

Exemplo:

$$(2,3)^6 \div (2,3)^5 = (2,3)^{6-5} = (2,3)^1$$

3ª propriedade (p. 13)

*“Uma potência de uma potência pode ser escrita na forma de uma única potência: conservamos a base inicial e **multiplicamos os expoentes**.*

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}, \text{ com } a \neq 0$$

Exemplo:

$$(6^2)^5 = 6^{2 \cdot 5} = 6^{10}$$

4ª propriedade (p. 13)

*“Para elevar um produto de dois ou mais números racionais a um expoente, **elevamos cada fator a esse expoente**.*

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

Exemplo:

$$(5^2 \cdot 7^3)^2 = (5^2)^2 \cdot (7^3)^2 = 5^4 \cdot 7^6$$

As potências de base dez são estudadas em um parágrafo especial onde o autor recorda a maneira de escrevê-las:

$$10^n = 1 \underbrace{000 \dots 0}_{n \text{ zeros}}$$

O autor também resgata a importância das potências de dez na notação científica.

- Potenciação de números inteiros

É resgatada a mesma definição de potência para os números naturais.

O autor considera quando a base é um número inteiro positivo ou negativo, dois casos:

1º caso: O expoente é um número par:

“Quando o expoente é um **número par**, a potência é sempre um número inteiro positivo”. (p. 68)

Exemplo:

$$(+12)^2 = +144$$

$$(-10)^4 = +10\,000$$

2º caso: O expoente é um número ímpar:

“Quando o expoente é um **número ímpar**, a potência tem sempre o mesmo sinal da base”. (p. 68)

Exemplo:

$$(+7)^3 = +343$$

$$(-2)^7 = -128$$

O autor observa novamente a definição dada no sub-tópico “Potência de um número racional” para $a^1 = a$ e $a^0 = 1$ com $a \neq 0$.

Também dedica dois parágrafos especiais, um para “Propriedades da potenciação em Z ” através de exemplos, observando que as expressões $(-2)^2$ e -2^2 são diferentes e o outro para “Expressões numéricas simples”.

- Potenciação de números racionais

Segue a mesma apresentação feita para potência de números inteiros, acrescentando “Expoente inteiro negativo”:

“Para todo número racional a com $a \neq 0$, temos que $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$ ”. (p. 93)

Exemplo:

$$(-4)^{-3} = \frac{1}{(-4)^3} = \left(-\frac{1}{4}\right)^3 = -\frac{1}{64}$$

$$\left(+\frac{2}{5}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(+\frac{2}{5}\right)^2} = \left(+\frac{5}{2}\right)^2 = +\frac{25}{4}$$

4.2.2.2 Estudo dos exercícios

No livro referente a 6ª série, estudaremos um total de 217 exercícios, sendo 177 deles apresentados sob a designação “Exercícios” e 40 sob a designação “Retomando o que aprendeu”.

A seguir, faremos o estudo dos exercícios, segundo o tipo de tarefa, para os quais resolveremos um exemplo de cada tipo ainda não proposto na 5ª série. Caso seja uma tarefa já proposta na 5ª série, registraremos somente a quantidade delas.

Tipo 2: Calcular as potências:

Difere-se das potências dadas no livro da 5ª série, pois na 6ª série apresenta também potências de números racionais na representação fracionária e decimal, potências de números inteiros negativos e expoentes inteiros negativos.

Quantidade de exercícios: 48

Tipo 3: Comparar expressões:

Quantidade de exercícios: 14

Tipo 6: Escrever a potência que indica área ou volume de figuras:

Quantidade de exercícios: 2

Tipo 7: Calcular expressões numéricas dadas em linguagem natural:

Para esse tipo de tarefa temos em cada um dos exercícios os seguintes objetivos:

- Calcular a diferença entre o dobro e o quadrado de um número decimal
- Determinar o quociente entre potências de números naturais
- Calcular a diferença entre o valor de duas expressões

Quantidade de exercícios: 3

Tipo 8: Calcular expressões algébricas dadas em linguagem natural:

Quantidade de exercícios: 8

Tipo 9: Escrever os números na forma de potências de dez:

Difere da 5ª série, pois na 6ª série escreve potências de dez também com expoente inteiro negativo

Quantidade de exercícios: 15

Tipo 11: Resolver problemas utilizando notação científica:

Quantidade de exercícios: 1

Tipo 12: Escrever uma porcentagem dada na notação $n\%$ na forma decimal, em seguida determinar seu quadrado:

Quantidade de exercícios: 1

Tipo 13: Calcular expressões numéricas:

Difere-se das expressões dadas no livro da 5ª série, pois na 6ª série apresenta expressões envolvendo potências de números inteiros negativos, de números racionais na representação fracionária e decimal, e também trabalha com expoentes inteiros negativos.

Quantidade de exercícios: 32

Tipo 14: Escrever na forma de potência:

- Produtos de números naturais, fracionários, decimais e também de incógnitas;
- Produtos de números racionais: fracionários e decimais ambos positivos e negativos.

Exemplo:

Escreva na forma de potência os seguintes produtos:

- a) $7 \cdot 7 \cdot 7$ (Exercício 1, item a), p. 11)
- b) $\underbrace{y \cdot y \cdot y \cdot \dots \cdot y}_{25 \text{ fatores}}$ (Exercício 1, item c), p. 11)
- c) $\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7}$ (Exercício 1, item d), p. 11)
- d) $\left(-\frac{11}{8}\right) \cdot \left(-\frac{11}{8}\right)$ (Exercício 1, item c), p. 94)
- e) $(+0,05) \cdot (+0,05) \cdot (+0,05)$ (Exercício 1, item d), p. 94)
- f) $(-2,4) \cdot (-2,4) \cdot (-2,4) \cdot (-2,4) \cdot (-2,4)$ (Exercício 1, item b), p. 94)

Resolução:

- a) 7^3
- b) y^{25}
- c) $\left(\frac{3}{7}\right)^2$
- d) $\left(-\frac{11}{8}\right)^2$
- e) $(0,05)^3$
- f) $(2,4)^5$

Quantidade de exercícios: 13

Tipo 15: Escrever expressões a^n , com a decimal na forma de fração irredutível.

Para esse tipo de tarefa encontramos os seguintes tipos de expressões:

- Expressões envolvendo potências de base decimal e expoente 2

Exemplo:

Escreva a expressão $(0,4)^2$ na forma de fração irredutível. (Exercício 3, p. 12)

Resolução:

Primeiramente calculamos: $(0,4)^2 = 0,16$, em seguida transformamos o resultado obtido em fração: $0,16 = \frac{16}{100}$, simplificando a fração ao máximo $\frac{16}{100} = \frac{8}{50} = \frac{4}{25}$.

Logo, a forma irredutível da expressão $(0,4)^2$ é $\frac{4}{25}$.

Quantidade de exercícios: 1

Tipo 16: Calcular expressões algébricas:

Encontramos expressões do tipo:

- $a^x = b$ e $x^n = b$;
- $a \cdot b \cdot c$, $a \div b$, a^n , onde substituímos os valores das incógnitas que são potências de base 2
- $a^n \cdot b^n$
- $a \div b$, onde substituímos os valores das incógnitas que são $d^n \cdot e^n \cdot f^n$
- $a + b$ e $a - b$, onde substituímos os valores das incógnitas $a = (-1)^{2n}$ e $b = (-1)^{2n+1}$
- $a^n - b^n$, $a^n - ab + b^n$
- $a^{2n+1} - ca^{2n}x^{2n}$, com $c = \text{constante}$
- $a^{2n+1} - (b - c)^{2n+1}$
- x^{-n}

Exemplo:

Determine o número que se deve colocar no lugar de x para que se tenha:

(Exercício 8, p. 12)

a) $8^x = 1$ (item b)

b) $x^2 = 0$ (item c)

Resolução:

a) $8^0 = 1 \Rightarrow x = 0$

c) $0^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

Quantidade de exercícios: 23

Tipo 17: Aplicar as propriedades da potenciação:

- i) Transformar em uma só potência;
- ii) Transformar as expressões num produto ou num quociente de potências.

Para esse tipo de tarefa encontramos os seguintes tipos de expressões:

- Expressões envolvendo potências de números naturais, inteiros, racionais e também de incógnitas.

Exemplo:

i) Aplicando as propriedades da potenciação, transforme em uma única potência:

(Exercício 1, p. 15)

a) $7^5 \cdot 7^4$

f) $\left[\left(\frac{3}{4} \right)^3 \right]^3$

b) $(13^2)^6$

g) $\left(\frac{7}{9} \right)^{20} \div \left(\frac{7}{9} \right)^{15}$

c) $8^5 \div 8^4$

h) $(0,9)^8 \cdot (0,9) \cdot (0,9)^3$

d) $(x^{10})^3$

i) $[(1,7)^{10}]^4$

e) $(0,6)^{10} \div (0,6)^7$

ii) Transforme as expressões num produto ou num quociente de potências:

(Exercício 4, p. 15)

a) $(5 \cdot 11 \cdot 23)^3$

d) $[(0,6) \cdot (1,1)]^4$

b) $(2^3 \cdot 3)^4$

e) $\left[\left(\frac{1}{7}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)\right]^7$

c) $(3^5 \div 5^2)^2$

f) $[(2,3)^4 \div (2,1)^5]^3$

Resolução:

i)

a) $7^{5+4} = 7^9$

f) $\left(\frac{3}{4}\right)^{3 \cdot 3} = \left(\frac{3}{4}\right)^9$

b) $13^{2 \cdot 6} = 13^{12}$

g) $\left(\frac{7}{9}\right)^{20-15} = \left(\frac{7}{9}\right)^5$

c) $8^{5-4} = 8$

h) $(0,9)^{8+1+3} = (0,9)^{12}$

d) $x^{10 \cdot 3} = x^{30}$

i) $(1,7)^{10 \cdot 4} = (1,7)^{40}$

e) $(0,6)^{10-7} = (0,6)^3$

ii)

a) $5^3 \cdot 11^3 \cdot 23^3$

d) $(0,6)^4 \cdot (1,1)^4$

b) $(2^3)^4 \cdot 3^4 = 2^{12} \cdot 3^4$

e) $\left(\frac{1}{7}\right)^7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7$

c) $(3^5)^2 \div (5^2)^2 = 3^{10} \div 5^4$

f) $[(2,3)^4]^3 \div [(2,1)^5]^3 = (2,3)^{12} \div (2,1)^{15}$

Quantidade de exercícios: i) 32; ii) 6

Tipo 18: Verificar se a^n é positivo ou negativo:

Exemplo:

Se o número x é inteiro negativo, o número x^2 será inteiro positivo ou negativo?

(Exercício 1, p. 70)

Resolução:

Será positivo, pois o expoente é par.

Quantidade de exercícios: 7

Tipo 19 : Calcular as potências dadas em linguagem natural:

Exemplo:

Calcule: (Exercício 3, p. 70)

- | | |
|------------------------|------------------------------|
| a) o quadrado de -17 | e) a quarta potência de -5 |
| b) o cubo de $+15$ | f) a quinta potência de $+3$ |
| c) o quadrado de $+40$ | g) a quarta potência de $+5$ |
| d) o cubo de -30 | |

Resolução:

- | | |
|---|--|
| a) $(-17)^2 = -17 \cdot -17 = 289$ | e) $(-5)^4 = -5 \cdot -5 \cdot -5 \cdot -5 = 625$ |
| b) $15^3 = 15 \cdot 15 \cdot 15 = 3\,375$ | f) $3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$ |
| c) $40^2 = 40 \cdot 40 = 1\,600$ | g) $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$ |
| d) $(-30)^3 = -30 \cdot -30 \cdot -30 = -27\,000$ | |

Quantidade de exercícios: 11

Este livro referente a 6ª série trabalha com potências de números inteiros e racionais, sendo que para este último faz uso da representação decimal e fracionária, e também com potências de expoente inteiro negativo. Apresenta um número bastante significativo de exercícios, um total de 217. Novamente é o Tipo 2: Calcular as potências, que apresenta a maior quantidade, 48 exercícios que juntamente com os Tipos calcular expressões numéricas (32 exercícios) e algébricas (23 exercícios) somam um total de 103 exercícios. Isto nos leva a crer que o objetivo principal do autor para esse conteúdo é que o aluno saiba calcular uma potência.

Não podemos deixar de citar também a importância dada pelo autor às potências de dez: "Tipo 9: Escrever os números na forma de potências de dez: " (15 exercícios) e Tipo 11 (1 exercício), onde o problema deve ser respondido utilizando notação científica.

Remarcamos que para os tipos de tarefa 1, 4, 5 e 10, identificados na 5ª série, nenhum exercício foi proposto na 6ª série.

4.3 Estudo do livro didático “Tudo é matemática”

4.3.1 Livro referente à 5ª série

Organização do livro

O livro se divide em 13 capítulos, e em cada capítulo apresenta tópicos e subtópicos.

Limitaremos nosso estudo ao capítulo 11, pois é lá o lugar onde o autor desenvolve os saberes sobre potenciação que é o nosso objeto de estudo.

Apresentamos abaixo a organização do capítulo 11:

Potenciação e expressões numéricas

- Introdução
- Potenciação: uma nova operação
- Potências de base 10
- Expressões numéricas

4.3.1.1 Abordagem

A Potenciação é apresentada juntamente com expressões numéricas.

Ilustrada por uma situação real, o autor apresenta a velocidade da luz que é dada por: $3 \times 10^5 \text{ km/s}$. A idéia é provocar no leitor a necessidade de conhecer o significado deste número. Apresenta a potenciação como uma nova operação, associando-a ao experimento “lançamento de moedas” via árvore de possibilidades e colocando-a como uma maneira prática e simples para resolução deste tipo de problema.

Uma confusão: operação x representação

Nos exercícios a potenciação é apresentada como forma abreviada de produto de fatores iguais, retomando em seguida a designação “nova operação”, indicando por meio de exemplo numérico os elementos da notação:

$$\begin{array}{ccc}
 & \rightrightarrows & \text{expoente} \\
 & 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 & \\
 \text{base} & \longleftarrow & \longrightarrow \text{potência}
 \end{array}$$

O autor joga aqui com as representações 2^3 e 8 como potências sem falar em representação. Em seguida institucionaliza:

“Dizemos que 2^3 ou 8 é uma potência de base 2 e expoente 3. Lemos essa potência assim: dois elevado à terceira potência é igual a oito”. (p. 253)

Exploração de situações com material instrucional:

São propostas atividades com material instrucional utilizando: dobradura de papel; mesas, gavetas e pastas; material dourado; representação de números quadrados.

Relação com outros saberes:

O autor retoma e associa “decomposição em fatores primos”, números ímpares, decomposição de números, representação usando potências de 10, notação científica e resolução de potências no contexto de expressões numéricas. Geografia e ciências: velocidade da luz; Idade do Universo; Área do Brasil; Distância de planetas ao sol; entre outros.

4.3.1.2 Estudo dos exercícios

São apresentados um total de 126 exercícios. Apresenta também exercícios sob a designação “desafio”, “trocando idéias”, “revendo o que aprendemos”, “revisão cumulativa”.

É importante observarmos neste estudo que a maioria dos conteúdos são abordados em alguns exercícios antes da tarefa:

- No exercício 5 é introduzida “A nova operação” que é como o livro designa potenciação.
- No exercício 8 é feita “Leitura das potências de expoente 2 e de expoente 3”.

- No exercício 12 relaciona “Potências e decomposição de um número em fatores primos”.
- Já no exercício 18 relaciona “Potências de 10 na decomposição de números”.
- E no exercício 20 relaciona “Números grandes” e notação científica”.

Apresentamos os exercícios estudados em relação aos tipos de tarefa, a quantidade de exercícios por tarefa, e um exemplo de cada tipo com a respectiva resolução feita por nós caso seja uma tarefa ainda não proposta anteriormente.

Tipo 1: Determinar as diferentes maneiras de representar uma informação:

Quantidade de exercícios: 3

Tipo 2: Calcular as potências:

- O livro da 5ª série “A Conquista da Matemática” trabalha com potências de números naturais e decimais; já este livro trabalha nos exercícios com potências de números naturais, cinco potências de base decimal e em “revisão cumulativa” trabalha um exercício com potência de base fracionária.

Quantidade de exercícios: 25

Tipo 3: Comparar expressões:

Quantidade de exercícios: 2

Tipo 6: Escrever a potência que indica área ou volume de figuras:

Quantidade de exercícios: 2

Tipo 7: Calcular expressões numéricas dadas em linguagem natural:

Quantidade de exercícios: 5

Tipo 9: Escrever os números na forma de potências de dez:

- Utilizando notação científica;
- Relacionando números utilizados na informática com potências de 10.

Quantidade de exercícios: 5

Tipo 11: Resolver problemas utilizando notação científica:

Quantidade de exercícios: 2

Tipo 13: Calcular expressões numéricas:

Este livro de 5ª série diferencia-se do livro de 5ª série “A Conquista da Matemática” pois em suas expressões trabalha não só potências de expoentes 2 e 3 como no livro citado.

Quantidade de exercícios: 7

Tipo 14: Escrever na forma de potência:

Além dos produtos de números naturais já identificados no livro de 6ª série “A Conquista da Matemática”, identificamos também neste livro para escrever na forma de potência:

- Os dois números seguintes a um dado número n numa seqüência de números quadrados e números cúbicos;
- A adição dos n primeiros números naturais ímpares.

Quantidade de exercícios: 13

Tipo 16: Calcular expressões algébricas:

Quantidade de exercícios: 2

Tipo 17: Aplicar as propriedades da potenciação:

- i) Transformar em uma só potência;

Quantidade de exercícios: 1

Tipo 19: Calcular as potências dadas em linguagem natural:

Quantidade de exercícios: 3

Tipo 20: Escrever como se lê:

- Potências de números naturais.

Exemplo:

Escreva como se lê: (Exercício 2, p. 252)

- a) 3^5
- b) 9^2

Resolução:

- a) Três elevado à quinta potência
- b) Nove elevado ao quadrado

Quantidade de exercícios: 10

Tipo 21: Analisar a tabela:

- i) Completar a tabela;
- ii) Responder em relação à tabela.

Completamos as tabelas com:

- Potências de 2;
- Potências de expoente 5 a 9 e seus respectivos resultados;
- O quadrado de números e incógnitas indicados;
- A decomposição dos números dados utilizando potências de 10;
- Potências de 10 para notação simplificada, notação científica e o número correspondente a essa notações.

Exemplo:

Em seu caderno, copie e complete a tabela abaixo levando em consideração as observações que você fez na atividade da “Oficina de Matemática”. (Exercício 6, p. 254)

Número de vezes em que a folha foi dobrada	Número de regiões retangulares obtidas
1	2
2	4 (2^2)
3	8 (2^3)
4	
5	
6	
7	

- a) O que os números da segunda coluna têm em comum?
- b) Sem fazer a dobradura, quantas regiões retangulares haveria após a oitava dobradura?
- c) Quantas dobraduras seriam necessárias para obter 512 regiões retangulares?

Resolução:

i)

Número de vezes em que a folha foi dobrada	Número de regiões retangulares obtidas
1	2
2	4 (2^2)
3	8 (2^3)
4	16 (2^4)
5	32 (2^5)
6	64 (2^6)
7	128 (2^7)

ii)

a) São potências de base 2

b) 256 regiões (2^8)


c) 9 dobraduras ($2^9 = 512$)

Quantidade de exercícios: i) 32; ii) 3

Tipo 22: Assinalar a operação correta para uma dada situação problema, em seguida calcular:

Exemplo: (Exercício 7, p. 254)

Em uma sala, há 3 mesas com 3 gavetas em cada uma. Cada gaveta contém 3 pastas e em cada pasta há 3 cadernos. Anote em seu caderno a operação que permite saber o número total de cadernos e depois calcule esse número. ($3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$ cadernos)



a) $4 \cdot 3$ b) 4^3 c) 3^4 d) $3 \cdot 3$ e) 3^3

Quantidade de exercícios: 1

Tipo 23: Decompor os números:

- i) Em fatores primos e em seguida escrever o resultado na forma de potências;
- ii) Seguindo o exemplo dado, utilizando potências de 10.

Exemplo:

i) Em seu caderno, decomponha os números em fatores primos e escreva o resultado usando potências. (Exercício 12, p. 256)

- a) 36
- b) 200
- c) 81

ii) Decomponha o número de pagantes do jogo Fla-Flu de 1976: 155 116. (Exercício 18, p. 258)

Resolução:

i)

a) $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$

b) $200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5^2$

c) $81 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$

ii)


$$155\,116 = 10^5 + 5 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 10^2 + 10 + 6$$

Quantidade de exercícios: i) 3; ii) 1

Tipo 24: Observar uma situação problema fictícia e responder:

Exemplo: (Exercício 15, p. 257)

Conta uma lenda que um rei muito entusiasmado com jogo de xadrez quis dar uma recompensa ao seu inventor. O inventor, grande conhecedor de Matemática, fez ao rei um pedido aparentemente simples: queria 1 grão de trigo pela 1ª casa, 2 grãos pela 2ª casa, 4 grãos pela 3ª casa, 8 grãos pela 4ª casa, 16 grãos pela 5ª casa, e assim sucessivamente, sempre dobrando o número de grãos colocado na casa anterior, até a 64ª casa.




O rei não conseguiu atender a esse pedido simples! Sabe por quê?
O número total de grãos pedidos foi:

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{63}$$

1ª
2ª
3ª
4ª
5ª
6ª
64ª

cujo resultado é: 18 446 744 073 709 551 615!

Dá para imaginar essa quantidade de grãos de trigo?
Quantos grãos de trigo o inventor deveria receber pela 9ª casa? E pela 15ª casa? Use calculadora.



Resolução:

Pela 9ª casa deveria receber: $2^8 = 256$ grãos e pela 15ª casa deveria receber: $2^{14} = 16\,384$ grãos.

Quantidade de exercícios: 1

Tipo 25: Descobrir o número dado através de sua decomposição:

- Utiliza potências de 10 em sua decomposição.

Exemplo:

Outro jogo do Fla-Flu com público significativo ocorreu em 15/6/1969. Descubra qual foi o número de pagantes pela sua decomposição: $10^5 + 7 \cdot 10^4 + 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 9$. (Exercício 18, p. 258)

Resolução:

O número de pagantes foi 171 599

Quantidade de exercícios: 1

Tipo 26: Descobrir potências que tem como resultado um número n :

- Potências de números naturais.

Exemplo:

Descubra as quatro potenciações com números naturais na base e no expoente e potência 64. (Exercício 32, p. 263)

Resolução:

64^1 , 8^2 , 4^3 , 2^6 , todas essas potências têm como resultado da potência 64 .

Quantidade de exercícios: 4

Este livro trabalha com potências de números naturais e nos exercícios também trabalha com potências de números decimais via regularidades e em “Revisão cumulativa” trabalha uma única potência de base fracionária. Introduce os conteúdos sobre potenciação nos exercícios antes de apresentar a tarefa. De um total de 126 exercícios concentra a maior quantidade, 32 exercícios no Tipo 21 i), onde a tarefa é analisar e completar a tabela. Remarcamos também a ênfase dada para o Tipo 2, para o qual são apresentados 25 exercícios.

Logo, este estudo nos leva a crer que o objetivo do autor “através da análise das tabelas”, é fazer com que os alunos pensem e descubram por si mesmos o que está acontecendo e assim tirem suas próprias conclusões.

4.3.2 Livro referente à 6ª série

Organização do livro

O livro se divide em 10 capítulos e cada capítulo subdivide-se em tópicos e sub-tópicos.

Nosso estudo se limitará aos tópicos:

A) Potenciação: número inteiro na base e número natural no expoente

B) Expressões numéricas com números inteiros

Estes tópicos fazem parte do capítulo 5, pois é lá o lugar onde o autor desenvolve os saberes sobre potenciação que é o nosso objeto de estudo.

4.3.2.1 Abordagem

A potenciação é apresentada por meio de números inteiros através de uma situação problema fictícia, provocando o aluno a fazer a revisão e relembrar como calcular uma potência por meio de exemplos dados e resolvidos.

Vejam a situação problema dada no livro:

“Depois de muito tempo, Marina resolveu convidar Carlos para irem ao Playcenter.

Veja só onde Marina marcou para se encontrarem:

*Rua da Hortênsia, número: -7 **elevado à quarta potência.***

E Carlos não se lembrava mais da aula de potenciação!

Vamos recordar?”. (p. 165)

Por meio de exercícios o autor trabalha expressões em linguagem natural que devem ser traduzidas para a linguagem numérica:

Exemplo: -7 elevado ao quadrado

As regras de sinais da potenciação de base negativa devem ser conclusão dos próprios alunos.

O trabalho com a potenciação é retomado no contexto das expressões numéricas.

4.3.2.2 Estudo dos exercícios

Neste livro são apresentados um total de 27 exercícios. Apresenta também exercícios sob a designação “trocando idéias”.

Apresentamos os exercícios estudados em relação aos tipos de tarefa, a quantidade de exercícios por tarefa, e um exemplo de cada tipo com a respectiva resolução feita por nós, caso seja uma tarefa ainda não proposta anteriormente.

Tipo 2: Calcular as potências:

Para este tipo de tarefa a diferença básica entre o livro de 6ª série “A Conquista da Matemática” e este livro de 6ª série é que o primeiro trabalha também potências de expoente inteiro negativo.

Quantidade de exercícios: 12

Tipo 7: Calcular expressões numéricas dadas em linguagem natural:

Quantidade de exercícios: 1

Tipo 13: Calcular expressões numéricas:

Quantidade de exercícios: 3

Tipo 19: Calcular as potências dadas em linguagem natural:

Quantidade de exercícios: 8

Tipo 27: Analisar e responder:

Exemplo:

Analise com um colega os resultados das potenciações efetuadas acima e respondam: (Trocando idéias, p. 165)

- Quando o resultado é positivo?
- Quando ele é negativo?
- Quando ele é zero?

Resolução:

- Quando a base for um número positivo ou, se a base for um número negativo e o expoente for um número par.
- Quando a base for um número negativo e o expoente for um número ímpar.
- Quando a base também for zero.

Quantidade de exercícios: 3

O estudo deste livro referente à 6ª série nos leva a concluir que o autor considera a potenciação como um conteúdo já visto na 5ª série. Então para a 6ª série seu maior objetivo é que o aluno perceba que quando a base é um número inteiro e o expoente um número natural, a potenciação é efetuada da mesma maneira já vista na 5ª série para base e expoente natural, deixando o aluno concluir as regras de sinais para potências de base negativa. Em relação aos exercícios, o autor trabalha potências não só de números inteiros, mas também de números racionais, sendo que para este último faz uso da representação decimal e fracionária.

Em comparação com o livro de 6ª série “A Conquista da matemática” este livro apresenta poucos exercícios. São propostos um total de 27 exercícios, dos quais 20 são para calcular as potências, sendo 8 dos 20, dados em linguagem natural.

Logo este autor também dá ênfase aos cálculos para esse conteúdo.

4.4 Conclusão

O livro didático “A conquista da matemática”, trabalha na 5ª série com potenciação de números naturais e decimais, enquanto o livro “Tudo é matemática” na 5ª série, trabalha somente com potências de números naturais na abordagem. O primeiro define potência como sendo a representação do produto de fatores iguais. Já o segundo apresenta a potência como uma nova operação. Em relação à nomenclatura, os autores definem cada um dos termos da potenciação, um pouco diferente:

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} \rightrightarrows \text{expoente} \\ 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \\ \leftarrow \text{base} \qquad \qquad \qquad \hookrightarrow \text{potência} \end{array} & & \begin{array}{c} \rightrightarrows \text{expoente} \\ 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \\ \leftarrow \text{base} \qquad \qquad \qquad \hookrightarrow \text{resultado} \end{array}
 \end{array}$$

Os dois livros dão uma importância especial às potências de expoentes 2 e 3, para as quais trabalham figuras geométricas. O primeiro livro também dá uma importância especial às potências de expoentes 0 e 1. Já as potências de base dez, são destaque no conteúdo dos dois livros, sendo resgatado seu uso em notação científica.

O livro “A conquista da matemática” e o livro “Tudo é matemática”, na 6ª série, trabalham potências de números inteiros e racionais, mas somente o primeiro trabalha com potências de expoente inteiro negativo. O primeiro novamente define potência e relembra o que já tinha sido apresentado no livro da 5ª série; em seguida define as propriedades da potenciação, o uso dos sinais para as potências de base inteira negativa e também define potência de expoente inteiro negativo. Já o segundo livro não apresenta nenhuma definição na 6ª série: traz uma situação-problema onde o aluno deve relacionar o que já aprendeu na série anterior em relação à esse assunto e tirar suas próprias conclusões. Nada apresenta sobre as propriedades da potenciação.

Em relação aos exercícios, faremos uma tabela para melhor analisarmos os resultados, em seguida tiramos as conclusões.

Denotaremos os livros por:

- livro A – A conquista da matemática, 5ª série
- livro B – A conquista da matemática, 6ª série
- livro C – Tudo é matemática, 5ª série
- livro D – Tudo é matemática, 6ª série

TABELA 1

Tipo	Tarefa	Quantidade			
		livro A	livro B	livro C	livro D
1	Determinar as diferentes maneiras de representar uma informação	3	-	3	-
2	Calcular as potências	18	48	25	12
3	Comparar expressões	7	14	2	-
4	Verificar se há alguma resposta errada para b dada no exercício para $a^n = b$	5	-	-	-
5	Representar geometricamente	4	-	-	-
6	Escrever a potência que indica área ou volume de figuras	4	2	2	-
7	Calcular expressões numéricas dadas em linguagem natural	5	3	5	1
8	Calcular expressões algébricas dadas em linguagem natural	4	8	-	-
9	Escrever os números na forma de potências de dez	4	15	5	-
10	Escrever os números por extenso	4	-	-	-
11	Resolver problemas utilizando notação científica	1	1	2	-
12	Escrever uma porcentagem dada na notação $n\%$ na forma decimal, em seguida determinar seu quadrado	1	1	-	-
13	Calcular expressões numéricas	9	32	7	3
14	Escrever na forma de potência	-	13	13	-
15	Escrever expressões a^n , com a decimal na forma de fração irredutível	-	1	-	-
16	Calcular expressões algébricas	-	23	2	-
17 i	Aplicar as propriedades da potenciação: Transformar em uma só potência;	-	32	1	-

17 ii	Aplicar as propriedades da potenciação: Transformar as expressões num produto ou num quociente de potências	-	6	-	-
18	Verificar se a^n é positivo ou negativo	-	7	-	-
19	Calcular as potências dadas em linguagem natural	-	11	3	8
20	Escrever como se lê	-	-	10	-
21 i	Analisar e Completar a tabela	-	-	32	-
21 ii	Analisar e Responder em relação à tabela	-	-	3	-
22	Assinalar a operação correta para uma dada situação problema, em seguida calcular	-	-	1	-
23 i	Decompor os números: Em fatores primos e em seguida escrever o resultado na forma de potências	-	-	3	-
23 ii	Decompor os números: Seguindo o exemplo dado, utilizando potências de 10.	-	-	1	-
24	Observar uma situação problema fictícia e responder	-	-	1	-
25	Descobrir o número dado através de sua decomposição	-	-	1	-
26	Descobrir potências que tem como resultado um número n	-	-	4	-
27	Analisar e responder	-	-	-	3
Total		69	217	126	27

Podemos concluir, através da tabela 1 que os livros da coleção “A conquista da matemática” apresentam uma quantidade significativa de exercícios a mais que os livros da coleção “Tudo é matemática”. Mas nas duas coleções a tarefa mais apresentada é a do tipo 2, calcular as potências. Remarcamos que o livro “Tudo é matemática” referente à 5ª série, também apresenta um número bastante considerável de tarefas do tipo 21 i), analisar e completar a tabela. Logo, em relação à potenciação, se dá uma grande importância aos cálculos. O livro “Tudo é matemática” também dá uma grande importância à observação e através dela pretende conduzir o aluno ao entendimento.

5 EXPERIMENTAÇÃO

5.1 Introdução

Esta experimentação tem por objetivo verificar se a potenciação é um saber disponível para o aluno de 6ª série do Ensino Fundamental e, sendo disponível, o quanto eles conhecem e já assimilaram sobre esse conteúdo. Buscamos identificar também possíveis dificuldades dos alunos de 6ª série na manipulação de potências.

Considerando que noções de potenciação são estudadas desde 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental, a experimentação foi feita em uma classe de 7ª série. Escolhemos cinco exercícios de livros didáticos, aos quais fizemos algumas alterações, para melhor envolver todo conteúdo básico explicitado sobre o assunto nos livros didáticos estudados.

Apresentamos agora os exercícios propostos:

01) Qual é o valor numérico da expressão $a^3 - 3a^2x^3$, quando $a = 2$ e $x = -1$?
(baseado no livro de Giovanni, Castrucci e Giovanni Jr., A Conquista da matemática, 6ª série, p.74)

02) Entre as potências $(+2)^5, (-6)^2, -3^2, (-2)^3$ e $(-1)^{10}$, quais representam números inteiros positivos? Justifique.
(baseado no livro de Giovanni, Castrucci e Giovanni Jr., A Conquista da matemática, 6ª série, p.73)

03) Responda e justifique sua resposta:

a) Qual é maior: 200^0 ou 0^{200} ?

b) Qual é maior: 150^1 ou 1^{150} ?

c) Qual é menor: 600^0 ou 0^{600} ?

(baseado no livro de Álvaro Andrini e Maria Zampirolo, Novo Praticando Matemática, 5ª série, p.73)

04) Sendo dado que o valor de uma potência de 10 é 100 000, qual é o expoente dessa potência?

(baseado no livro de Giovanni, Castrucci e Giovanni Jr., A Conquista da matemática, 5ª série, p.81)

05) Se $x = 2^{-1}$ e $y = 2^{-2}$, quanto vale $x + y$?

(Giovanni, Castrucci e Giovanni Jr., A Conquista da matemática, 6ª série, p.103)

5.2 Análise a priori

Apresentamos agora, as possíveis resoluções dos cinco exercícios propostos aos alunos.

Análise do exercício 1:

01) Qual é o valor numérico da expressão $a^3 - 3a^2x^3$, quando $a = 2$ e $x = -1$?

Para resolver este exercício nos deparamos com a realização de duas tarefas:

1ª) Substituir os valores de a e x na expressão;

2ª) Calcular a expressão.

Resolução:

Realização da 1ª tarefa:

$$(2)^3 - 3 \cdot (2)^2 \cdot (-1)^3$$

Realização da 2ª tarefa:

i) Resolução por partes determinando: $(2)^3 = 8$, $(2)^2 = 4$ e $(-1)^3 = -1$.

Em seguida, efetuar a expressão resultante: $8 - 3 \cdot 4 \cdot (-1) = 20$

ii) Por substituição e cálculo direto: $(2)^3 - 3 \cdot (2)^2 \cdot (-1)^3 = 8 - 3 \cdot 4 \cdot (-1) = 20$

Análise do exercício 2:

02) Entre as potências $(+2)^5, (-6)^2, -3^2, (-2)^3$ e $(-1)^{10}$, quais representam números inteiros positivos? Justifique.

Este exercício se compõe de duas tarefas:

1ª) Identificar as potências que representam números inteiros positivos;

2ª) Justificar. Para esta tarefa o aluno pode usar a definição e/ou o próprio cálculo.

Situações apresentadas na tarefa: $\forall a \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$

i) $(a)^n$, a positivo e n ímpar;

ii) $(a)^n$, a negativo e n par;

iii) $(a)^n$, a negativo e n ímpar;

iv) $-a^n$, a positivo e n par.

Resoluções:

Realização da 1ª tarefa: $\forall b \in \mathbb{Z}$

i) Como a é positivo, $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ vezes}} = b$ positivo

ii) Como a é negativo e n é par, $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ vezes}} = b$ positivo

iii) Como a é negativo e n é ímpar, $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ vezes}} = b$ negativo

iv) Como a é positivo, $-a^n = -(\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ vezes}}) = b$ negativo

Neste item **iv)**, o “ a ” pode ser interpretado como um número negativo:

$$-a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ vezes}} = b. \text{ Desta maneira } b \text{ é positivo se } n \text{ é par, e negativo}$$

se n é ímpar. Um erro neste caso pode ocorrer e o exercício no caso de n ímpar, pode não levar o aluno a duvidar de sua resolução.

Logo, com estas informações, temos como resposta para esta 1ª tarefa: representam números inteiros positivos: $(+2)^5$, $(-6)^2$ e $(-1)^{10}$.

Realização da 2ª tarefa:

a) $(+2)^5$ é positivo, pois por definição, se a é positivo a potência de a é positiva.

b) $(-6)^2$ é positivo, pois por definição, $(a)^n$, com a negativo, é positivo se n é par.

c) $(-1)^{10}$ idem **b)**.

d) $(-2)^3$ é negativo, pois por definição, $(a)^n$, com a negativo, é negativo se n é ímpar.

e) $-3^2 = -(3 \cdot 3) = -9$ é negativo pois representa o oposto do quadrado do número 3.

Possível erro: $-3^2 = -3 \cdot -3 = 9$

Análise do exercício 3:

03) Responda e justifique sua resposta:

a) Qual é maior: 200^0 ou 0^{200} ?

b) Qual é maior: 150^1 ou 1^{150} ?

c) Qual é menor: 600^0 ou 0^{600} ?

Situações de estudo: a^0 e 0^n , $\forall a \in \mathbb{N}^*$ e $n \in \mathbb{N}$

a^1 e 1^n , $\forall a, n \in \mathbb{N}$

Resoluções:

a) $200^0 = 1$, pois $\forall a \in \mathbb{N}^*$, $a^0 = 1$

$$0^{200} = \underbrace{0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot \dots \cdot 0}_{200 \text{ vezes}} = 0, \text{ pois } \forall n \in \mathbb{N}, 0^n = 0$$

Logo, $200^0 > 0^{200}$.

b) $150^1 = 150$, pois $\forall a \in \mathbb{N}$, $a^1 = a$

$$1^{150} = \underbrace{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1}_{150 \text{ vezes}} = 1, \text{ pois } \forall n \in \mathbb{N}, 1^n = 1$$

Logo, $150^1 > 1^{150}$.

c) $600^0 = 1$, pois $\forall a \in \mathbb{N}^*$, $a^0 = 1$

$$0^{600} = \underbrace{0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot \dots \cdot 0}_{600 \text{ vezes}} = 0, \text{ pois } \forall n \in \mathbb{N}, 0^n = 0$$

Logo $0^{600} < 600^0$.

Análise do exercício 4:

04) Sendo dado que o valor de uma potência de 10 é 100 000, qual é o expoente dessa potência?

Resolução 1:

Aplicação direta do resultado: “Toda potência de dez é igual ao número formado pelo algarismo 1 seguido de tantos zeros quantas forem as unidades do expoente”.

Então o número de zeros de 100 000 é 5. Logo, $100\,000 = 10^5$.

Resolução 2:

Por tentativa e contagem:

$$10 \cdot 10 = 100$$

$$100 \cdot 10 = 1\ 000$$

$$1\ 000 \cdot 10 = 10\ 000$$

$$10\ 000 \cdot 10 = 100\ 000$$

Então $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100\ 000$, ou seja, $10^5 = 100\ 000$. Logo o expoente dessa potência é 5.

Análise do exercício 5:

05) Se $x = 2^{-1}$ e $y = 2^{-2}$, quanto vale $x + y$?

Resolução:

$$x + y = 2^{-1} + 2^{-2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} = \frac{3}{4}$$

A resolução de $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ pode ser:

i) $\frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$ (m.m.c)

ii) $\frac{4+2}{8} = \frac{6}{8}$ (algoritmo da soma de duas frações)

iii) $0,5 + 0,25 = 0,75$ (usando representação decimal)

5.3 Análise a posteriori

Realizamos a experimentação numa classe de 7ª série do Ensino Fundamental de uma escola da Grande Florianópolis. A escolha da série deve-se ao fato de que o conteúdo sobre potenciação no conjunto dos números naturais, inteiros e racionais foi estudado nesta escola nas 5ª e 6ª séries.

Aplicamos os exercícios no dia 07/04/2005 para uma classe de 16 alunos. A atividade teve início às 13:10 horas e término quando o último aluno entregou a 3ª ficha de atividade, às 14:09 horas. Sendo assim, o tempo total de aplicação para as 3 fichas foi de 59 minutos.

Tempo de resolução de cada uma das três fichas de atividades:

1º ficha: Teve início às 13:10 horas e término às 13:26 horas. Portanto o tempo total de aplicação foi de 16 minutos.

2º ficha: Teve início às 13:28 horas e término às 13:52 horas. Portanto o tempo total de aplicação foi de 24 minutos.

3º ficha: Teve início às 13:54 horas e término como já mencionamos acima, às 14:09 horas. Portanto o tempo total de aplicação foi de 15 minutos.

Os 16 alunos que participaram da experiência, tentaram resolver todos os exercícios, não deixando nenhum em branco.

Procedimento:

- Cada aluno recebeu três fichas de atividades (anexos 1, 2 e 3) contendo os cinco exercícios. A 2ª ficha foi distribuída após o último aluno entregar a 1ª. Analogamente para a ficha três.
- A resolução foi individual e sem consulta.
- Solicitamos que usassem caneta, não apagassem e que usassem como rascunho a própria folha.
- Solicitamos também ao professor da turma que não ajudasse os alunos na resolução, bem como na interpretação dos exercícios.

Análise do 1º exercício

01) Qual é o valor numérico da expressão $a^3 - 3a^2x^3$, quando $a = 2$ e $x = -1$?

Dos 16 alunos que participaram da experimentação, todos tentaram resolver este exercício.

Analisando as resoluções, obtivemos:

TABELA 2

Ocorrências	Quantidade
Resoluções corretas	2
Substituição dos valores e não resolução “ $a^3 - 3 a^2 x^3$ $2^3 - 3 2^2 - 1^3 =$ “	1
Erro em consequência da substituição “ $2^3 - 3 2^2 - 1^3$ $8 - 3 4 - 1$ “ $8 - 12 - 1$ $8 - 13 = -5$	6
Erro na substituição dos valores de a e x “ $a^3 - 3 a^2 x^3$ $2^3 - 3 \cdot (-1^2) - 1^3$ $8 - 3 \cdot -1 + 1$ ” $5 \cdot -2$ $+10$	4
Erro na substituição e no cálculo da potência “ $2^3 - 3 \cdot 2^2 1^3$ $6 - 6 4 \cdot 1 =$ ” $6 - 2 4 1 = -19$	1
Erro de interpretação da tarefa	2
Total	16

Análise do 2º exercício

02) Entre as potências $(+2)^5, (-6)^2, -3^2, (-2)^3$ e $(-1)^{10}$, quais representam números inteiros positivos? Justifique.

Dos 16 alunos que participaram da experimentação, todos tentaram resolver este exercício.

Analisando as resoluções obtivemos:

TABELA 3

Situações $\forall a \in Z, n \in N$	Considerando $\forall b \in Z$	Resoluções	Quantidade
a^n, a positivo	$a^n = b$	$a^n = b$ positivo	10
		$a^n = b' \neq b$, com a, b, b' positivos	1
		$a^{n+1} = b$, com a, b positivos	2
		$b = a \cdot n$, com a, b positivos	3
$(a)^n, a$ negativo	$(a)^n = b$, com n par	$(a)^n = b$ positivo	14
		$(a)^n = b$ negativo	5
		$b = (a) \cdot n$, com b positivo	5
		$b = (a) \cdot n$, com b negativo	3
		$b = (a) \div n$, com b negativo	2
		não resolveram	3
	$(a)^n = b$, com n ímpar	$(a)^n = b$ positivo	4
		$(a)^n = b$ negativo	6
		$(a)^n = b' \neq b$, com b' positivo	1
		$b = (a) \cdot n$, com b positivo	1
		$b = (a) \cdot n$, com b negativo	1
		$(a)^{n+1} = b$ negativo	1
		$b = \underbrace{a \div a \div a}_{n \text{ vezes}}$, com a, b positivos	1
		não resolveram	1

$-a^n, a$ positivo	$-a^n = b$	$-a^n = b$ positivo	9
		$-a^n = b$ negativo	1 acerto, mas conseqüência da aplicação errada da definição $(a)^n = b$, (com a negativo). O aluno considerou que toda potência de base negativa é negativa
		$b = a \cdot n$, com b positivo	2
		$b = a \cdot n$, com b negativo	1
		$b = \underbrace{a \div a}_n$, com a positivo e b negativo	1
		$b = a \div n$, com b positivo	1
		não resolveram	1

Quanto às justificativas:

- Cinco identificam as potências positivas em função do valor obtido para $a^n = b$, b positivo ou b negativo;
- Quatro mostram conhecer que a^n é positivo por n ser par.
Exemplos: “Por que todo número elevado ao quadrado é positivo”
“Porque o 2 é número par então é positivo”
- Sete não justificam ou não conseguem expressar uma formulação.

Análise do 3º exercício

03) Responda e justifique sua resposta:

a) Qual é maior: 200^0 ou 0^{200} ?

b) Qual é maior: 150^1 ou 1^{150} ?

c) Qual é menor: 600^0 ou 0^{600} ?

Dos 16 alunos que participaram da experimentação, todos responderam este exercício.

Sendo que:

- 5 de 16 responderam corretamente todos os itens a, b e c;
- 1 de 16 respondeu corretamente somente o item b;
- 6 de 16 responderam corretamente somente os itens a e b;
- 1 de 16 respondeu corretamente somente os itens a e c;
- 2 de 16 responderam corretamente somente os itens b e c;
- 1 de 16 não respondeu corretamente nenhum dos itens a, b e c (anexo 4, p. 87).

Somando os acertos para cada um dos itens a, b e c, concluímos que:

- 12 de 16 responderam corretamente o item a;
- 14 de 16 responderam corretamente o item b;
- 8 de 16 responderam corretamente o item c.

Estes dados indicam um certo domínio no tratamento de potências com expoente zero e também com potências de base zero.

Notemos também que como nos itens a e b a pergunta era “qual é maior”, por falta de atenção muitos não observaram que no item c a pergunta mudava para “qual é menor”, sendo assim também responderam “qual é maior”. (anexo 5, p. 88).

Quanto às justificativas

Vejamos na tabela 3, como foram as justificativas dos 12 alunos que responderam corretamente o item **a)**, dos 14 que responderam corretamente o item

b) e dos 8 que responderam corretamente o item c).

TABELA 4

Itens	Justificaram		
	Conforme a definição ³	Conclusão a partir dos resultados obtidos ⁴	De forma incorreta ⁵
a	6	3	3
b	7	6	1
c	-	7	1

Observações:

- Somente um aluno errou todos os itens a, b e c, tanto nas resoluções quanto nas justificativas, por ter em mente uma definição errada de a^1 . (anexo 4, p. 87)

Análise do 4º exercício

04) Sendo dado que o valor de uma potência de 10 é 100 000, qual é o expoente dessa potência?

Dos 16 alunos que participaram da experimentação, todos responderam este exercício.

Porém somente 5 dos 16 responderam corretamente, dos quais somente 1 apresentou a forma de determinação com erro de representação. Ele conta quantas vezes o número dez é multiplicado até obter 100 000, como podemos observar:

$10^5 = 100.000$
 $10 \cdot 10 = 100$
 $100 \cdot 10 = 1.000$
 $1.000 \cdot 10 = 10.000$
 $10.000 \cdot 10 = 100.000$

³ Ver anexo 6, p. 89

⁴ Ver anexo 7, p. 90

⁵ Ver anexo 8, p. 91

Não foi vista a priori que os resultados seriam aleatórios e diretos, sem que houvesse apresentação da forma de resolução, ou pelo menos, alguma justificativa para a mesma.

Análise do 5º exercício

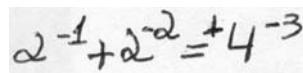
05) Se $x = 2^{-1}$ e $y = 2^{-2}$, quanto vale $x + y$?

Dos 16 alunos que participaram da experimentação, todos tentaram resolver este exercício. Mas nenhum resolveu corretamente. Vejamos as resoluções:

Dados,

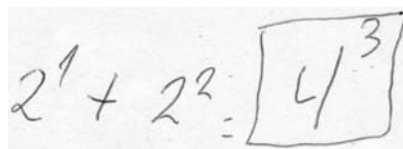
$$a^n + a^m, \forall a \in \mathbb{N} \text{ e } m, n \in \mathbb{Z}^- \text{ com } n \neq m$$

- 2 dos 16 resolveram $(a + a)^{n+m}$;



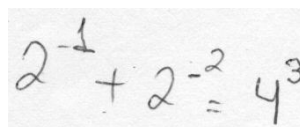
$$2^{-1} + 2^{-2} = 4^{-3}$$

- 1 dos 16 alunos resolveu $(a + a)^{n+m}$, considerando n e m positivos;



$$2^1 + 2^2 = 4^3$$

- 3 dos 16 resolveram $(a + a)^{n+m}$, acrescido de erro de sinal no expoente;



$$2^{-1} + 2^{-2} = 4^3$$

- 1 dos 16 resolveu como $(a \cdot a)^{n+m}$, acrescido de erro de sinal no expoente;

$$\frac{2^{-1} \cdot 2^{-2}}{4^3}$$

- 2 dos 16 resolveram $(a+n)+(a+m)$;

$$\begin{aligned} (2^{-1}) + (2^{-2}) &= \\ 1 + 0 &= 1 // \end{aligned}$$

- 2 dos 16 resolveram $a^n + a^m$, considerando n, m positivos;

$$\begin{aligned} 2 + 4 \\ 6 // \end{aligned}$$

O valor de $x+y$ e b .

- 1 dos 16 resolveu $(a \cdot n)+(a \cdot m)$;

$$\begin{aligned} 2^{-1} + 2^{-2} &= \\ -2 + (-4) &= \\ -2 - 4 &= \\ -6 & \end{aligned}$$

- 3 dos 16 resolveram $(a \cdot n) + (a \cdot m)$, consideramos um erro de sinal para $(a \cdot m)$;

$$x - y$$

$$2 + 2^{-2}$$

$$-2 + 4 = +2$$

- 1 dos 16 não concluiu a resolução.

$$x = 2^8$$

$$y = 2^2$$

$$x = 2$$

$$y = 4$$

Esta atividade, considerando os erros cometidos, nos leva a hipótese de que os alunos no início da 7ª série não sabem potências com expoente inteiro negativo. No entanto nosso estudo dos PCN e dos livros didáticos indicam a proposta de um trabalho com potências de expoente inteiro negativo. Isto nos sugere a questionar: em classe de 6ª série, os professores trabalham com potências de expoentes negativos? Se trabalham, por que os alunos de 7ª série não sabem usá-las?

5.4 Conclusão da experimentação

Com esta experimentação concluímos que alguns alunos não têm noção nenhuma de potenciação. Outros têm noção, mas efetuam erros de cálculo quando os números são negativos. Em relação a potências com expoente inteiro negativo (exercício 5), observando as resoluções, percebemos que todos têm dificuldade de tratamento.

Também percebemos que os alunos têm problemas na interpretação de exercícios. Por exemplo, no exercício 2, o objetivo era saber “quais das potências apresentadas representam números inteiros positivos”, e metade dos alunos

calcularam todas as potências e não deram uma resposta ao exercício. As resoluções do exercício 3 indicam uma razoável facilidade no tratamento de potências de expoente zero e também de base zero.

Um ponto positivo a se destacar é que todos os alunos tentaram resolver todos os exercícios apresentados na experimentação.

Os erros cometidos nos preocupam muito, pois os alunos já estão na 7ª série do ensino fundamental, série em que segundo os PCN, os alunos já devem conhecer Potenciação em N , Z e Q . Assim os alunos estão passando adiante, aprendendo cada vez mais coisas novas sem terem assimilado conteúdos anteriores.

6 CONCLUSÃO

Neste trabalho fizemos um estudo didático sobre “Potenciação”. Começamos estudando os Parâmetros Curriculares Nacionais, a Proposta Curricular de Santa Catarina e os Planejamentos anuais das escolas. Em seguida fizemos uma pesquisa sobre a história da potenciação. Estudamos também 4 livros didáticos de duas coleções, e por último fizemos uma Experimentação com os alunos.

Com este estudo buscamos conhecer como é apresentada a potenciação. Seguem abaixo os resultados:

Segundo os PCN, a potenciação em N , Z e Q deve ser abordada no terceiro ciclo (5ª e 6ª séries). Ela deve ser apresentada como produto de fatores iguais. Também devem ser trabalhadas potências de expoente nulo e negativo pela observação de regularidades e pelas propriedades das potências. Também devem ser utilizadas na resolução de problemas.

Já na PCSC não identificamos um lugar explícito onde ela deva ser estudada.

Os planejamentos anuais têm como objetivo específico efetuar potenciação e relacionar a teoria com a prática, através de problemas envolvendo potenciação.

O estudo sobre a história da potenciação nos fez refletir que nada nessa vida cai do céu. Tem sempre alguém por trás de uma descoberta. E não é diferente com a matemática. Para se chegar na formalização da notação de potência, algo que parece tão simples aos nossos olhos, foram necessários muitos séculos. Diversos matemáticos de civilizações diferentes deram suas contribuições, para enfim chegar à notação mais conveniente às nossas necessidades, que é a notação utilizada atualmente.

Em relação ao estudo dos livros didáticos, percebemos que cada autor aborda o conteúdo à sua maneira. O livro A conquista da matemática é bem detalhista em relação às definições, apresenta sempre exemplos do conteúdo abordado. No livro da 6ª série, por exemplo, quando apresenta potenciação de números inteiros, relembra a definição dada para potência de números naturais. Também na 5ª série apresenta potências de números naturais e decimais, para na 6ª série abordar potenciação de números inteiros e racionais, trabalhando também com expoente inteiro negativo.

O livro Tudo é matemática referente à 5ª série, aborda potenciação por meio de uma situação real, através da representação de um número, provocando no aluno a necessidade de conhecer esse número. O conteúdo é apresentado nos exercícios antes da tarefa. Trabalha regularidades, relaciona a potência a outros conteúdos como decomposição em fatores primos. Também trabalha com potências de números naturais e nos exercícios trabalha potências de números decimais via regularidades e um exercício de base fracionária. Já no livro da 6ª série, o autor trabalha potências de números inteiros e nos exercícios trabalha também potências de números racionais, mas não trabalha expoente inteiro negativo. Também não apresenta nenhuma definição, só exemplifica. Isto nos leva a concluir que seu objetivo é que o aluno relacione a potenciação já estudada na 5ª série para os naturais e tire suas conclusões.

Com a experimentação pudemos ter uma pequena idéia de como os saberes estão disponíveis aos alunos. O que nos preocupa muito, pois há mais erros do que acertos, principalmente em relação ao exercício envolvendo potências de expoente inteiro negativo, onde não houve acertos. Segundo os PCN, os alunos de 7ª série já devem conhecer potenciação em \mathbb{Q} . Entretanto este estudo mostra um alto grau de dificuldade de trabalhar com potenciação em \mathbb{Z} .

Isto nos leva a pensar: como pode ser trabalhada a potenciação nas 5ª e 6ª séries para se obter uma aprendizagem mais eficaz? Por que os alunos do início da 7ª série cometem erros tão elementares?

Para buscar elementos de respostas à estas questões estudos diversos poderão ser realizados.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Secretaria de educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclo do Ensino Fundamental: introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília. MEC/SEF, 1998.

Proposta Curricular de Santa Catarina. Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio (disciplinas curriculares) – 1998.

Planejamentos Escolares. Ensino Fundamental. 5ª e 6ª séries. 2004.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: UNICAMP, 2004.

BOYER, Car Benjamim (1906). **História da Matemática**. Tradução: Elza Gomide. São Paulo, Edgard Blucher, Ed Da Universidade de São Paulo, 1974.

BOYER, C. B., & MERZBACH, U. C. (1989). **A History of Mathematics**. 2ª edição, New York: John Wiley & Sons.

GUELLI, Oscar. **Coleção Contando a história da matemática: 4 História de potências e raízes**. Ática, 1992.

OLIVEIRA, H.; PONTE, João P. (1999). Marcos históricos no desenvolvimento do conceito de potência. **Educação & Matemática**, 52, 29-34.

GUNDLACH, Bernard H.. **Série Tópicos de História da matemática para uso em sala de aula: História dos números e numerais**. Tradução: Hygino H. Domingues. Volume 1. São Paulo: Atual, 1994.

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI JR, José Ruy. **A Conquista da Matemática: a + nova**. 1ª edição. São Paulo: FTD, 2002.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é matemática**. 1ª edição. São Paulo: Ática, 2002.

DAMBROS, Adriana A.. **O valor didático da história da matemática**. Trabalho de Conclusão de Curso. UFSC/ CFM, 1997.

8 ANEXOS

8.1 ANEXO 1

Ficha do aluno

Escola.....

Aluno (a).....

01) Qual é o valor numérico da expressão $a^3 - 3a^2x^3$, quando $a = 2$ e $x = -1$?

02) Entre as potências $(+2)^5, (-6)^2, -3^2, (-2)^3$ e $(-1)^{10}$, quais representam números inteiros positivos? Justifique.

8.2 ANEXO 2**Ficha do aluno**

Escola.....

Aluno (a).....

03) Responda e justifique sua resposta:

a) Qual é maior: 200^0 ou 0^{200} ?

b) Qual é maior: 150^1 ou 1^{150} ?

c) Qual é menor: 600^0 ou 0^{600} ?

8.3 ANEXO 3**Ficha do aluno**

Escola.....

Aluno (a).....

04) Sendo dado que o valor de uma potência de 10 é 100 000, qual é o expoente dessa potência?

05) Se $x = 2^{-1}$ e $y = 2^{-2}$, quanto vale $x + y$?

8.4 ANEXO 4

03) Responda e justifique sua resposta:

a) Qual é maior: 200^0 ou 0^{200} ?

$$200^0 = 1 \quad 0^{200} = 1$$

~~Os~~ OS DOIS FORAM IGUAIS
PORQUE TEM O MESMO
RESULTADO.

b) Qual é maior: 150^1 ou 1^{150} ?

$$150^1 = 1 \quad 1^{150} = 1$$

OS DOIS DERAM O MESMO
RESULTADO.

c) Qual é menor: 600^0 ou 0^{600} ?

$$600^0 = 1 \quad 0^{600} = 1$$

OS DOIS DERAM O MESMO
RESULTADO.

↳ TODO NÚMERO ELEVADO A UM OU ZERO É 1.

JUSTIFICATIVA = TODOS DERAM O MESMO RESULTADO PORQUE

8.5 ANEXO 5

c) Qual é menor: 600^0 ou 0^{600} ?

$$600^0 = 1$$

$$0^{600} = 0$$

0 menor $\hat{=}$ $600^0 = 1$

Porque todo n^0 elevados a 0 e 1

8.6 ANEXO 6

Justificativas dos alunos no exercício 3 “conforme a definição”:

a) Qual é maior: 200^0 ou 0^{200} ?

O maior é 200^0
por que todo numero elevado a zero é
1 e 0^{200} vai dar zero

b) Qual é maior: 150^1 ou 1^{150} ?

150^1
o maior é 150^1 por que todo numero a 1 é ele mesmo

8.7 ANEXO 7

Justificativas dos alunos no exercício 3: "Conclusão a partir dos resultados obtidos":

03) Responda e justifique sua resposta:

a) Qual é maior: 200^0 ou 0^{200} ?

$$200^0 = \text{1}$$

$$0^{200} = 0$$

O maior é ~~0~~ 1 porque 0 elevado a 200 vai dar zero. E 200 elevado a 0 da 1.

b) Qual é maior: 150^1 ou 1^{150} ?

$$150^1 = 150$$

$$1^{150} = 1$$

~~150~~ ~~1~~ ~~150~~
O 150^1 é maior que o 1^{150}
porque 150^1 é 150, 1^{150} é 1

c) Qual é menor: 600^0 ou 0^{600} ?

~~$$600^0 = 1$$~~
~~$$0^{600} = 0$$~~

0^{600} porque 0^{600} é 0 e 600^0 é um

8.8 ANEXO 8

Justificativas dos alunos no exercício 3: "De forma incorreta":

a) Qual é maior: 200^0 ou 0^{200} ?

0^{200} vale = 200^0
 é o maior ~~de~~ 200^0 por que 200^0 é maior ~~o~~ ele mesmo

b) Qual é maior: 150^1 ou 1^{150} ?

A maior é 150
 por que $150 \cdot 150$
 é 17.505. e
 1^{150} via dar 150.

150
<u>x 150</u>
000
+ 250
<u>150</u>
17505

c) Qual é menor: 600^0 ou 0^{600} ?

0^{600}
 porque todo numero elevado 0 é 0.