



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO  
CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA**

**APRENDIZAGEM EM GEOMETRIA NAS SÉRIES INICIAIS:  
UMA POSSIBILIDADE PELA INTEGRAÇÃO ENTRE AS  
APREENSÕES EM GEOMETRIA E AS CAPACIDADES DE  
PERCEPÇÃO VISUAL**

**DAIANI LODETE PIROLA**

**FLORIANÓPOLIS-SC**

**2012**



**Universidade Federal de Santa Catarina  
Centro de Ciências da Educação  
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas  
Centro de Ciências Biológicas  
Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica**

**Daiani Lodete Pirola**

**APRENDIZAGEM EM GEOMETRIA NAS SÉRIES INICIAIS:  
UMA POSSIBILIDADE PELA INTEGRAÇÃO ENTRE AS  
APREENSÕES EM GEOMETRIA E AS CAPACIDADES DE  
PERCEPÇÃO VISUAL**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do grau de Mestre em Educação Científica e Tecnológica.

Orientador: Prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup>. Méricles Thadeu Moretti

**Florianópolis-SC**

**2012**

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Pirola, Daiani Lodete

Aprendizagem em geometria nas séries iniciais [dissertação] : uma possibilidade pela integração entre as apreensões em geometria e as capacidades de percepção visual / Daiani Lodete Pirola ; orientador, Mércles Thadeu Moretti - Florianópolis, SC, 2012.

158 p. ; 21cm

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências da Educação. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica.

Inclui referências

1. Educação Científica e Tecnológica. 2. Geometria. 3. Apreensões. 4. Capacidades de Percepção Visual. I. Moretti, Mércles Thadeu. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. III. Título.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO  
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E  
TECNOLÓGICA

**Aprendizagem em geometria nas séries iniciais: uma  
possibilidade pela integração entre as apreensões em  
geometria e as capacidades de percepção visual**

Dissertação submetida ao Colegiado  
do Curso de Mestrado em Educação  
Científica e Tecnológica em  
cumprimento parcial para a obtenção  
do título de Mestre em Educação  
Científica e Tecnológica

**APROVADA PELA COMISSÃO EXAMINADORA em 30/03/2012**

Dr. Mércies Thadeu Moretti (MTM/CFM/UFSC – Orientador)

Dr<sup>a</sup>. Veleida Anahi da Silva (Dep. Educação/UFSC - Examinadora)

Dr<sup>a</sup>. Jane Bittencourt (MEN/CED/UFSC- Examinadora)

Dr. David Antonio da Costa (MEN/CED/UFSC - Examinador)

Dr<sup>a</sup>. Sonia Maria Silva Correa de Souza Cruz (CFM/UFSC – Suplente)

  
Dr. José de Pinho Alves Filho  
Coordenador do PPGECT

**Daiani Lodete Pirola**  
Florianópolis, Santa Catarina, março de 2012



## **DEDICATÓRIA**

Aos meus pais, Joelço e Ivanir,  
por terem me ensinado o valor dos estudos  
e, principalmente, a não desistir  
dos meus sonhos.



## AGRADECIMENTOS

A Deus, por ser presença constante em minha vida.

A minha família, pelo amor, carinho, apoio e incentivo durante esta jornada. Sem vocês, tudo seria mais difícil!

Ao meu orientador, Prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup>. Mércles Thadeu Moretti, pela disponibilidade, compreensão, sugestões e apoio constantes.

Aos professores do PPGECT (Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica – UFSC), pelas valiosas colaborações para minha formação como professora e pesquisadora.

Aos professores, Veleida Anahi da Silva, Jane Bittencourt e David Antonio da Costa, pela disponibilidade e contribuições na banca de defesa.

À professora Josemeri Peruchi Mezari, por imprimir seu olhar atento e valioso neste trabalho. Agradeço a você, Meri, pela dedicação, competência, e, sobretudo, pelas palavras de confiança quando eu pensava que não podia mais.

Aos colegas da turma de mestrado (2010.1), com os quais pude vivenciar momentos inesquecíveis. Em especial, à amiga Marilisa Bialvo Hoffmann, pela amizade, estímulo e auxílio na realização deste trabalho.

À professora e aos alunos do 5<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal de Educação Infantil e Ensino Fundamental de Meleiro – SC. Obrigada pela participação e dedicação na construção e efetivação deste trabalho.

À CAPES REUNI, pela bolsa de estudos que me permitiu maior dedicação ao mestrado.



*A educação é a arma  
mais poderosa que você  
pode usar para mudar o mundo.*

(Nelson Mandela)



## RESUMO

Este estudo ressalta a importância da visualização para a aprendizagem em geometria nos primeiros anos de escolaridade. Fundamenta-se na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (1998, 1994, 1995, 1997) relativa às apreensões – perceptiva, operatória, discursiva e sequencial – de uma figura na resolução de problemas geométricos. Também se baseia na categorização proposta por Hoffer (apud TEIXEIRA, 2008) para as capacidades de percepção visual: coordenação visual motora, percepção figura/fundo, constância perceptual, percepção da posição no espaço, percepção das relações espaciais, discriminação visual e memória visual. Esta pesquisa tem como objetivo explorar as relações entre as apreensões em geometria e as capacidades de percepção visual em um conjunto de atividades aplicado a crianças das séries iniciais do Ensino Fundamental. A hipótese inicial deste trabalho é de que no conjunto de atividades proposto as apreensões em geometria aparecem de forma integrada às capacidades de percepção visual. Caracteriza-se como um estudo de caso (LÜDKE; ANDRÉ, 2005), e os sujeitos da pesquisa são alunos do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal do município de Meleiro – SC. Desenvolveu-se em duas fases (Fase 1 e Fase 2). A coleta de dados deu-se através de observação, registro de áudio e documentos. O conjunto de atividades geométricas da Fase 2 foi elaborado a partir do estudo-piloto (Fase 1), e a aplicação dessas atividades deu-se com apenas um aluno. A análise permitiu que se observasse que, no conjunto de atividades proposto, as apreensões em geometria podem aparecer de forma integrada às capacidades de percepção visual.

**Palavras-chave:** Geometria. Apreensões. Capacidades de Percepção Visual.



## ABSTRACT

This study emphasizes the importance of visualization for learning geometry in elementary school. It is based on the Theory of Registers of Semiotic Representation by Raymond Duval (1998, 1994, 1995, 1997) concerning the perceptive, operatory, discursive and sequential apprehensions of a figure in the resolution of geometric problems. It is also based on the categorization proposed by Hoffer (apud TEIXEIRA, 2008) for visual perception capacities: visual motor coordination, figure-background perception, perceptual constance, perception of position in space, perception of spatial relations, visual discrimination and visual memory. The purpose of this study is to explore the relationships between apprehensions in geometry and visual perception capacities in a set of activities conducted with elementary school students. The initial hypothesis of this study is that in the set of activities proposed, the apprehensions in geometry are integrated to visual perception capacities. It is a case study (LÜDKE; ANDRÉ, 2005), and the research subjects are 5th grade students in a municipal school in Meleiro, SC. It was conducted in two phases (Phase 1 and Phase 2). The data collection took place through observation, audio registration and document research. The set of geometric activities in Phase 2 was based on a pilot study (Phase 1) and the application of these activities took place with only one student. The analysis allowed observing that, in the set of activities proposed, apprehension in geometry can be integrated to visual perception capacities.

**Keywords:** Geometry. Apprehensions. Visual Perception Capacities.



## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático. ....	31
Quadro 2 - Exemplos de variação de congruência e não congruência. .	40
Quadro 3 - Segmentação das representações em unidades significantes.....	40
Quadro 4 - Conexão entre as apreensões de uma figura.....	53



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Conversão entre registros de representação semiótica.....	35
Figura 2 - Quadrado na posição horizontal/vertical. ....	44
Figura 3 - Quadrado na posição oblíqua. ....	44
Figura 4 - Apreensão discursiva de uma figura.....	45
Figura 5 - Apreensão sequencial da figura. ....	47
Figura 6 - Modificação do paralelogramo ABCD.....	48
Figura 7 - Quadrado ABCD fracionado em seis retângulos iguais. ....	49
Figura 8 - Quadrado ABCD e M o ponto médio do lado AB.....	50
Figura 9 - Figura composta por 20 quadradinhos.....	50
Figura 10 - Reagrupamento das partes elementares - subfigura não convexa. ....	51
Figura 11 - Reconfiguração dos ângulos internos do triângulo em um ângulo plano.....	51
Figura 12 - Ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ e suas respectivas bissetrizes IO e OJ.....	52
Figura 13 - Localização da cidade de Meleiro – Santa Catarina. ....	68
Figura 14 - Localização da Escola Municipal de Educação Infantil e Ensino Fundamental de Meleiro – Santa Catarina. ....	68
Figura 15 - Quebra-cabeça (Anexo 2).....	74
Figura 16 - Peças do quebra-cabeça (Anexo 2).....	75
Figura 17 - Figura construída com peças do quebra-cabeça (Anexo 2). ....	76
Figura 18 - Quebra-cabeça (Anexo 2).....	78
Figura 19 - Quebra-cabeça incompleto (Anexo 2). ....	79
Figura 20 - Quebra-cabeça de três peças (Anexo 2).....	80
Figura 21 - Quebra-cabeça virado de diferentes maneiras (Anexo 2)...	80
Figura 22 - Figura vermelha e figura azul (Anexo 3).....	82
Figura 23 - Figuras construídas por justaposição (Anexo 3).....	82
Figura 24 - Metade do campo de futebol (Anexo 3). ....	83
Figura 25 - Desenho da pista (Anexo 3).....	84
Figura 26 - Figuras geométricas (Anexo 4).....	85

Figura 27 - Grupo A.....	86
Figura 28 - Grupo B.....	86
Figura 29 - Quadrado na posição oblíqua. ....	86
Figura 30 - Retângulo. ....	86
Figura 31 - Trapézio na vertical. ....	87
Figura 32 - Pentágono e linha poligonal aberta. ....	87
Figura 33 - Retângulo e quadrado.....	88
Figura 34 - Quadrado.....	89
Figura 35 - Paralelogramos.....	89
Figura 36 - Paralelogramo.....	90
Figura 37 - Retângulos.....	90
Figura 38 - Quadrados. ....	90
Figura 39 - Trapézios.....	91
Figura 40 - Paralelogramos.....	91
Figura 41 - Tarefas do item A (Anexo 5).....	93
Figura 42 - Retângulo desenhado no papel quadriculado (Anexo 5)...	95
Figura 43 - Quebra-cabeça (Anexo 5).....	97
Figura 44 - Quebra-cabeça (Anexo 5).....	98
Figura 45 - Quebra-cabeça colorido pelo aluno.....	98
Figura 46 - Retângulo (Anexo 5). ....	101
Figura 47 - Retângulo preenchido pelo aluno.....	101
Figura 48 - Figura amarela (paralelogramo) e figura verde (triângulo) (Anexo 5). ....	103
Figura 49 - Figuras construídas por justaposição (Anexo 5). ....	104
Figura 50 - Figuras construídas por justaposição e coloridas pelo aluno.....	105
Figura 51 - Quebra-cabeça de três peças (Anexo 5). ....	108
Figura 52 - Quebra-cabeça virado de diferentes maneiras (Anexo 5). ....	108
Figura 53 - Quebra-cabeças (item D) de três peças coloridos pelos alunos.....	108
Figura 54 - Quebra-cabeça desenhado na cartolina (Anexo 5). ....	110
Figura 55 - Quebra-cabeça incompleto (Anexo 5).....	111
Figura 56 - Quebra-cabeça completado pelo aluno.....	111

Figura 57 - Parte parecida com a bandeira do Brasil.....	112
Figura 58 - Parte parecida com a bandeira do Uruguai.....	112
Figura 59 - Figuras geométricas (Anexo 5).....	115
Figura 60 - Figuras geométricas pintadas pelo aluno.....	116



## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>25</b>
<b>CAPÍTULO 1 - TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA .....</b>	<b>29</b>
1.1 ASPECTOS GERAIS DA TEORIA.....	29
1.1.1 Operações cognitivas de conversão e tratamento .....	33
1.1.1.1 O fenômeno de congruência semântica .....	39
1.1.2 As apreensões em geometria no âmbito dos registros de representação semiótica .....	43
1.1.2.1 Articulações entre as apreensões de uma figura .....	53
<b>CAPÍTULO 2 - AS CAPACIDADES ESPACIAIS .....</b>	<b>55</b>
2.1 CATEGORIZAÇÕES DE CAPACIDADES ESPACIAIS .....	55
2.2 AS CAPACIDADES ESPACIAIS E A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA.....	60
2.3 CATEGORIZAÇÃO UTILIZADA NA INVESTIGAÇÃO....	63
<b>CAPÍTULO 3 - CAMINHOS METODOLÓGICOS .....</b>	<b>65</b>
3.1 A OPÇÃO PELO ESTUDO DE CASO .....	65
3.2 AS FASES .....	66
3.3 OS SUJEITOS DA PESQUISA.....	67
3.3.1 Os alunos .....	67
3.3.2 A escola .....	67
3.4 A COLETA DE DADOS.....	69
3.4.1 Observação .....	69
3.4.2 Registros de áudio.....	70
3.4.3 Documentos .....	70
3.4.4 Procedimento de Análise .....	70
<b>CAPÍTULO 4 - APREENSÕES EM GEOMETRIA E CAPACIDADES ESPACIAIS: UMA INTEGRAÇÃO POSSÍVEL? .....</b>	<b>73</b>
4.1 FASE 1: O ESTUDO-PILOTO .....	73
4.1.1 Sessões de Trabalho.....	73

4.1.1.1	Primeira Sessão .....	74
4.1.1.2	Segunda Sessão .....	81
4.1.1.3	Terceira Sessão .....	85
4.2	FASE 2: DESCRIÇÃO E ANÁLISE .....	92
4.2.1	Apreensões em geometria x capacidades de percepção visual: ênfase nas apreensões. ....	92
4.2.2	Capacidades de percepção visual x apreensões em geometria: ênfase nas capacidades de percepção visual. ....	97
4.2.3	Capacidades de percepção visual e apreensões em geometria – integração.....	97
	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>121</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>125</b>
	<b>ANEXOS.....</b>	<b>131</b>

## INTRODUÇÃO

---

As formas estão presentes em praticamente todas as situações da vida das pessoas: na natureza, nos objetos que se usa, nas brincadeiras infantis, nas construções e nas artes. Observa-se uma diversidade de formas geométricas. Elas podem fazer parte da natureza ou serem resultado das ações do homem. Assim, a geometria, com suas relações e conceitos, também está incorporada à linguagem, à organização que se dá a objetos, às ideias e a valores estéticos.

A geometria é uma área específica da matemática que estuda o espaço e as formas dos objetos, exigindo a “[...] construção e manipulação mental desses objetos, relações e transformações” (CLEMENTS, 1988, p.3).

Desde que nascem, as crianças procuram conhecer e explorar o espaço que as rodeia e dirigem suas ações e sua atenção nesse sentido. Elas vão, assim, inconscientemente, explorando o mundo geométrico a partir de suas necessidades, ou de sua curiosidade. Constroem, mesmo sem saber, uma certa competência geométrica.

As crianças, ao chegarem à escola, trazem consigo “certos olhares” que são privilegiados pela sociedade, como por exemplo, as direções verticais e horizontais. Dessa forma, para que se desenvolva um pensamento geométrico nas crianças, torna-se necessário educar o olhar. De acordo com Pavanello (2004), o ensino da geometria não se dá destruindo na criança o seu olhar ingênuo, mas o reconstruindo na direção do saber sistematizado que a sociedade deseja.

O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização, como está exposto nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para a Matemática: “as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades” (BRASIL, 1997, p.127).

Nesse processo, a visualização é essencial. A percepção do espaço à volta da criança acontece principalmente pela visão, desde os primeiros meses de vida. O que muda com o desenvolvimento biológico do ser humano é a interpretação de tudo o que ele percebe a sua volta, pois, para Frostig (1980, p.11), “a interpretação dos estímulos visuais ocorre no cérebro e não nos olhos”. Neste sentido, a percepção visual está ligada ao desenvolvimento biológico.

Para Piaget (1987), a origem do desenvolvimento cognitivo depende da maturidade do sujeito. O estudioso considera que o ambiente poderá influenciar no desenvolvimento cognitivo, porém, o papel do ambiente é reforçar o desenvolvimento biológico.

De acordo com Kaleff (1998, p. 16), “visualizar é formar e conceber uma imagem visual, mental de algo que não se tem ante os olhos no momento”. Ainda para essa autora, ao “visualizar objetos geométricos, o indivíduo passa a ter controle sobre o conjunto das operações mentais básicas exigidas no trato da geometria”.

Para Piaget (apud PIATELLI - PALMARINI, 1983), a criança, ao iniciar sua escolarização, está no estágio de preparação e organização de representações concretas, que se inicia por volta dos seis/sete anos e termina aproximadamente aos onze/doze anos de idade. Nessa fase, ela já é capaz de classificar objetos dispostos em série e fazer correspondências um a um entre objetos. A criança consolida a aquisição da linguagem e suas verbalizações são ancoradas na concretude dos fatos.

No que se refere à geometria, o filósofo e psicólogo francês Raymond Duval (1995) destaca três processos cognitivos indispensáveis para a sua aprendizagem, dentre eles a visualização, entendida como a exploração heurística de uma situação complexa. Em relação a esse processo, Duval (1988, 1994, 1995, 1997) ressalta quatro tipos possíveis de apreensão<sup>1</sup> de uma figura na resolução de problemas. A primeira dessas apreensões é a perceptiva e, em relação a ela, o estudioso afirma que todos os problemas geométricos envolvem inicialmente o olhar, pois, sem a visão, não é possível a interpretação das formas de uma figura. A segunda apreensão é a discursiva, que permite que se veja o que não foi possível à primeira vista, mas a partir do que é dito. Seria uma teorização da representação figural. A terceira apreensão, que é a operatória, diz respeito às possíveis modificações de uma figura inicial e às reorganizações que essas mudanças possibilitam. A quarta apreensão é a sequencial, solicitada em atividades que exigem certa ordem de ações na construção ou na reprodução de figura geométrica. Na resolução de problemas geométricos, as quatro apreensões aparecem. Porém, dependendo do tipo de problema, umas podem ser mais requisitadas do que outras.

---

<sup>1</sup> Apreensão é o conhecimento imediato de um objeto relativamente simples, em oposição a processos mais elaborados, como a compreensão, o julgamento e o raciocínio (FERREIRA, 1986).

Para Hoffer (1977 apud DEL GRANDE, 1994, p. 156-157), os conceitos de geometria podem ser aprendidos ao mesmo tempo em que o treino da habilidade de percepção visual acontece, pois essa área da matemática exige que o aprendiz reconheça a forma da figura, suas relações e suas propriedades.

Há na literatura diversas categorizações para o termo “capacidades espaciais”. Uma dessas categorias é apresentada por Hoffer (apud TEIXEIRA, 2008, p.35), que sugere como capacidades de percepção visual: coordenação visual motora; percepção figura fundo; constância perceptual; percepção da posição no espaço; percepção das relações espaciais; discriminação visual e memória visual.

É importante ressaltar que, tanto na teoria de Raymond Duval, relativa às apreensões de uma figura, como nas categorias de capacidades de percepção visual, apontadas Hoffer (apud TEIXEIRA, 2008, p.35), a visualização ocupa um papel de destaque para a aprendizagem em geometria. Entretanto, Duval analisa como se aprende geometria e traz algumas orientações para seu ensino, mas não diz como essas serão feitas, ou seja, não especifica que atividades poderão ser desenvolvidas e aplicadas aos alunos. No entanto, a partir das categorias de capacidades de percepção visual, podem ser elaboradas várias atividades geométricas que, dependendo da natureza, podem desenvolver certas habilidades nas crianças que são fundamentais para o desenvolvimento da percepção visual.

A partir das observações feitas a respeito das apreensões de uma figura na resolução de problemas em geometria e das categorias de capacidades de percepção visual, levanta-se o seguinte problema de pesquisa: de que forma as apreensões em geometria aparecem em um conjunto de atividades que explora as capacidades de percepção visual nas crianças das séries iniciais do Ensino Fundamental?

Essa pesquisa tem como objetivo geral explorar as relações entre as apreensões em geometria e as capacidades de percepção visual em um conjunto de atividades aplicado a crianças das séries iniciais do Ensino Fundamental.

Como hipótese de trabalho, acredita-se que as apreensões em geometria aparecem de forma integrada às capacidades de percepção visual.

O texto da pesquisa estrutura-se em quatro capítulos. No primeiro deles, considerou-se o pensamento Raymond Duval (1993, 1997, 2003, 2009), que aborda o papel dos registros de representação semiótica na atividade matemática e na superação dos problemas de aprendizagem dessa disciplina. Os trabalhos desse autor (1988, 1994, 1995, 1997)

destacam quatro tipos de apreensões de uma figura – perceptiva, discursiva, operatória e sequencial – na resolução problemas geométricos.

No segundo capítulo, buscou-se em Hoffer (1977 apud TEIXEIRA, 2008), Del Grande (1994) e Frostig, Horne e Miller (1980), entre outros, o embasamento teórico para o termo “capacidades espaciais”, suas diferentes categorizações e sua relação com áreas específicas da matemática, em especial a geometria.

O terceiro capítulo apresenta a descrição da metodologia utilizada para a execução da pesquisa, que se caracteriza como um estudo de caso (LÜDKE; ANDRÉ, 2005). Também descreve as fases do estudo empírico, os sujeitos da pesquisa, os procedimentos de coleta de dados e o instrumento de análise utilizado, no caso, a Análise de Conteúdo (BARDIN, 2002).

O quarto capítulo trata da elaboração e descrição da aplicação das atividades da fase 1 (estudo-piloto) e fase 2. Posteriormente, discute-se os resultados obtidos através da análise com auxílio de categorias.

Por fim, apresentam-se as considerações finais, seguida das referências e anexos.

## CAPÍTULO 1

### TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

---

Este capítulo apresenta alguns aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval<sup>2</sup>. Nele, aborda-se o papel dos registros de representação semiótica na atividade matemática e na superação dos problemas de aprendizagem. No caso específico da aprendizagem da geometria, apresentam-se quatro tipos de apreensão – perceptiva, discursiva, operatória e sequencial – de uma figura na resolução de exercícios.

#### 1.1 ASPECTOS GERAIS DA TEORIA

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval estuda o funcionamento cognitivo implicado, principalmente, na atividade matemática e na complexidade dessa aprendizagem. Segundo Duval (2003), muitos alunos apresentam dificuldades na compreensão da matemática e, a partir desse fato, surge a necessidade de se recorrer a uma abordagem cognitiva para analisá-las. O objetivo dessa abordagem consiste em “[...] descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situação de ensino” (p.12).

Duval (1993) salienta em sua teoria que um ponto estratégico para a compreensão da matemática é a distinção entre o objeto matemático e a representação que o torna acessível. “Uma escritura, uma notação, um símbolo representam um objeto matemático: um número, uma função, um vetor,...” (p.37). Quando o aluno confunde o objeto matemático com a representação que se faz dele, essa confusão acarreta, ao longo do tempo, uma perda de compreensão. “Os conhecimentos adquiridos tornam-se inutilizáveis no contexto da aprendizagem, seja por o aluno não lembrar ou porque permanecem

---

<sup>2</sup> Raymond Duval é filósofo e psicólogo de formação. Autor de muitos trabalhos envolvendo a psicologia cognitiva e o papel dos registros de representação semiótica para a apreensão do conhecimento matemático. Sua principal obra é *Sémiosis et pensée humaine* (1995).

como representações ‘inertes’ que não sugerem nenhum tipo de tratamento” (p.37).

Duval (2009) destaca que o acesso aos objetos matemáticos só é possível por meio de suas representações. “Não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem recorrer à noção de representação. [...] não há conhecimento que não possa ser mobilizado por um sujeito sem uma atividade de representação” (p. 29).

Em conformidade com essa afirmação, Damm (2008, p.169) acrescenta ainda que “não existe conhecimento matemático que possa ser mobilizado por uma pessoa, sem o auxílio de uma representação”.

Duval (2009) considera que as representações podem ser mentais, internas ou computacionais e semióticas. As mentais consistem num conjunto de imagens e concepções que uma pessoa pode ter sobre um objeto ou sobre uma situação. As computacionais são caracterizadas pela execução automática de uma tarefa, a fim de produzir uma resposta adaptada à situação. As representações semióticas, por sua vez, são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e funcionamento.

Em relação às representações mentais e semióticas, Duval (1993) chama a atenção para a ideia enganosa de que as representações semióticas teriam meramente a função de comunicar as representações mentais. Para ele, além da função de comunicação – tornar as representações mentais visíveis ou acessíveis a outras pessoas – as representações semióticas são essenciais para a atividade cognitiva do pensamento humano.

As representações semióticas desempenham um papel fundamental na construção do pensamento matemático. Para Duval (2003), “é suficiente observar a história do desenvolvimento da Matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático” (p.13). A importância primordial das representações semióticas para a matemática se justifica por duas razões:

- a) qualquer tratamento sobre os objetos matemáticos depende de um sistema de representação. Por exemplo, para realizar cálculos com as operações básicas, é necessário utilizar um sistema de numeração;
- b) os objetos matemáticos não são diretamente perceptíveis aos nossos olhos, dependem de sistemas de representações para designá-los. Segundo Duval (2003, p.21),

[...] diferentemente dos outros domínios do conhecimento científico, os objetos matemáticos não são jamais acessíveis perceptivelmente ou microscopicamente (microscópio, telescópio, aparelhos de medida, etc.). O acesso aos objetos passa necessariamente por representação semiótica. Além do que, isso explica por que a evolução dos conhecimentos matemáticos conduziu ao desenvolvimento e à diversidade de registros de representação.

Na matemática, há uma grande variedade de representações semióticas que Duval (2003) agrupa em quatro grandes registros: a língua natural, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e as figuras geométricas. O quadro a seguir tem o objetivo de ilustrar esses diferentes tipos de registros:

**Quadro 1 - Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático.**

	<b>REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA</b>	<b>REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA</b>
<p><b>REGISTROS MULTIFUNCIONAIS</b></p> <p>Os tratamentos não são algoritmizáveis.</p>	<p>➤ <i>Língua natural</i> Associações verbais (conceituais). Formas de raciocinar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• argumentação a partir de observações, de crenças...;</li> <li>• dedução válida a partir de definição ou de teoremas.</li> </ul>	<p>➤ <i>Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3).</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• apreensão operatória e não somente perceptiva;</li> <li>• construção com instrumentos.</li> </ul>
<p><b>REGISTROS MONOFUNCIONAIS</b></p> <p>Os tratamentos são principalmente algoritmos.</p>	<p>➤ <i>Sistemas de escritas:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• numéricas (binária, decimal, fracionária ...);</li> <li>• algébricas;</li> <li>• simbólicas (línguas formais). Cálculo</li> </ul>	<p>➤ <i>Gráficos cartesianos</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• mudanças de sistema de coordenadas;</li> <li>• interpolação, extrapolação.</li> </ul>

Fonte: Duval (2003, p.14).

O termo “registro” foi empregado pela primeira vez por Descartes no livro I de sua Geometria, em 1637, com a finalidade de distinguir a escrita algébrica das curvas e suas representações figurativas (DUVAL, 1997). Por registro de representação, o autor define “um sistema semiótico que tem as funções cognitivas fundamentais para o funcionamento cognitivo consciente”<sup>3</sup> (p.1). São funções cognitivas dos registros de representação: a comunicação, o tratamento e a objetivação<sup>4</sup>.

Nas atividades matemáticas, pode-se representar um mesmo objeto matemático utilizando-se vários registros de representação. No caso do objeto matemático “função”, por exemplo, esse pode ter um registro de representação linguística (função linear), um registro de representação simbólica ( $f(x)=x$ ), ou ainda, um registro de representação gráfica (o desenho do gráfico da função real  $f(x)=x$ ). A mobilização e a articulação desses diferentes registros contribuem para a aprendizagem matemática, para a compreensão matemática e para o processo de criação de conhecimentos matemáticos (FLORES; MORETTI, 2008).

Segundo Duval (2003, p. 14), “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação”.

A partir dessa diversidade de possibilidades para representar os objetos matemáticos, Duval (2003) traz as noções de tratamento e conversão – noções que serão detalhadas a seguir – como operações cognitivas envolvidas no processo de apreensão do conhecimento matemático.

---

<sup>3</sup> Entende-se por nível de funcionamento consciente toda a ação que resulta dos registros de representação e que determinam a relação com um objeto (COSTA, 2009, p. 23).

<sup>4</sup> Funções cognitivas dos registros de representação:

- a) Comunicação: é a função de transmissão de uma mensagem ou de uma informação entre indivíduos, ela requer a utilização de um código comum aos indivíduos;
- b) Tratamento: é a função que transforma uma representação em uma outra, utilizando unicamente as possibilidades de funcionamento do sistema de representação mobilizado;
- c) Objetivação: é a função que permite a um sujeito tomar consciência daquilo que até então ainda não o tinha feito. É o trabalho de exteriorização (FLORES; MORETTI, 2005a).

### 1.1.1 Operações cognitivas de conversão e tratamento

A teoria dos Registros de Representação Semiótica destaca, durante o processo de estudo dos objetos matemáticos, dois tipos de transformações de representações semióticas: o tratamento, que é uma transformação que acontece no interior de um mesmo registro, e a conversão, que é uma transformação da representação de um objeto matemático em outra representação desse mesmo objeto. Por meio dessas transformações, que são completamente distintas, é possível “[...] analisar a atividade matemática numa perspectiva de aprendizagem (e de ensino) [...]” (DUVAL, 2003, p.15).

Ao discutir as transformações de tratamento e conversão, Duval (2003) descreve que

os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria. As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica (p. 16).

Para elucidar melhor essas transformações, inicialmente, toma-se como exemplo a resolução de uma equação na linguagem algébrica.

$$5x - 2 = 2x + 7 \Rightarrow 5x - 2x = 7 + 2 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$$

Ao se resolver a equação do primeiro grau para encontrar o valor numérico da incógnita  $x$ , realiza-se um tratamento. Esse tratamento refere-se às operações dentro de um mesmo registro de representação, no caso, o registro algébrico.

A operação cognitiva de tratamento é uma transformação da representação no próprio registro no qual ela foi formada. Por exemplo: o cálculo é uma forma de tratamento próprio das escritas simbólicas (cálculo numérico, cálculo algébrico, cálculo proposicional...); a

reconfiguração é um tipo de tratamento particular para as figuras geométricas – sendo esta uma das numerosas operações que dá ao registro das figuras um papel heurístico; a paráfrase e a inferência são formas de tratamento em língua natural; a anamorfose é uma forma de tratamento que se aplica a toda representação figurativa.

Duval (1993) ressalta a existência de regras de tratamento próprias para cada registro, em que sua natureza e número variam consideravelmente de um registro a outro: regras de derivação, regras de coerência temática, regras de similaridade, entre outras.

Segundo Damm (2008, p.179),

[...] quando trabalhamos com as operações fundamentais com os números naturais no registro algorítmico, o tratamento exige a compreensão das regras do sistema posicional e da base dez. Sem a compreensão dessas regras, a representação algorítmica não tem sentido, ou seja, não existe tratamento significativo.

É importante observar que os tratamentos são relacionados à forma e não ao conteúdo do objeto matemático. Como exemplo, pode-se citar a adição dos números racionais no registro numérico, em que podem ser dados dois tratamentos diferentes (decimal e fracionário) para o mesmo objeto matemático.

- a)  $0,25 + 0,25 = 0,5$  (representação decimal, tratamento decimal)
- b)  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$  (representação fracionária, tratamento fracionário)

Nesse caso, apesar de serem destacadas duas representações diferentes envolvendo tratamentos diferentes, a adição dos números racionais permanece no registro numérico. Além disso, os dois registros de representação mostram um nível de complexidade distinto para quem os utiliza.

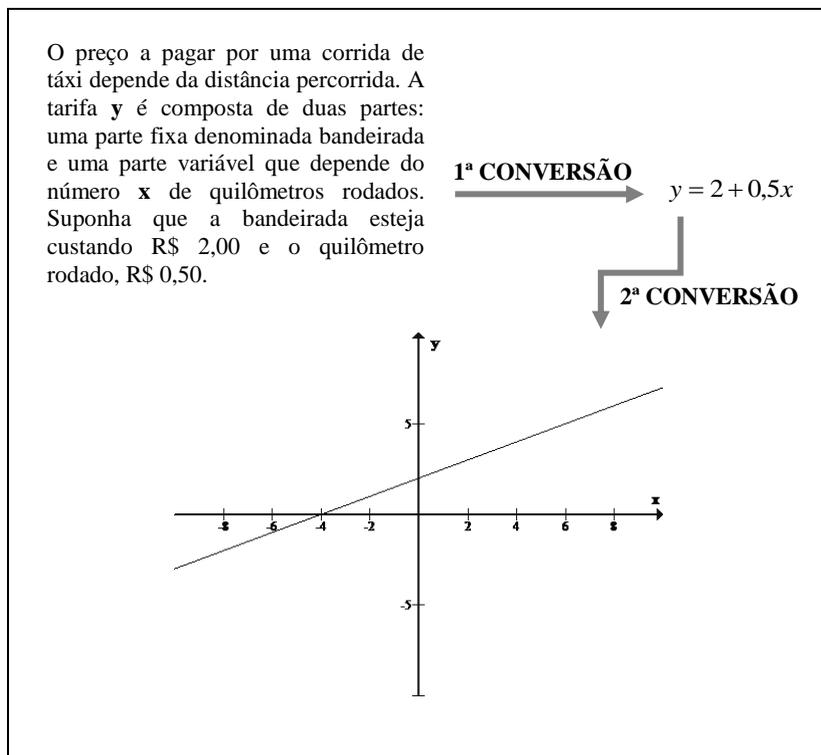
De acordo com Damm (2008, p.180),

[...] esses dois registros de representação possuem graus de dificuldades (custo cognitivo diferente) para quem aprende, e este é um dos problemas que o educador precisa enfrentar na hora de ensinar, tendo presente que trabalha sempre o mesmo objeto matemático (números

racionais/operações), porém, o registro de representação utilizado exige tratamento muito diferente, que precisa ser entendido, construído e estabelecidas relações para o seu uso.

Ao contrário do tratamento, em que as transformações são realizadas internamente a um registro, na operação cognitiva de conversão, as transformações ocorrem entre registros de representação diferentes. A seguir (Figura 1), podem ser evidenciadas duas conversões: a primeira acontece do registro em língua natural para o registro algébrico, e a segunda, do registro algébrico para o gráfico.

**Figura 1 - Conversão entre registros de representação semiótica.**



A operação cognitiva de conversão envolve diferentes representações semióticas para o mesmo objeto matemático. Ela requer do sujeito o estabelecimento da diferença entre representante e

representado, ou seja, entre forma e conteúdo de uma representação semiótica. De acordo com Duval (2009, p.59), “sem a percepção dessa diferença, a atividade de conversão torna-se impossível ou incompreensível”.

Para Duval (2003), a conversão é uma atividade de transformação representacional fundamental, pois é ela “[...] que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão” (p.16). O fato da atividade matemática mobilizar obrigatoriamente uma diversidade de registros de representação dá à conversão um papel imprescindível na compreensão dos objetos matemáticos, pois ajudará o sujeito a reconhecer a existência de várias representações para o mesmo objeto.

É importante ressaltar que a conversão não é uma operação simples. Duval (2003) destaca que, geralmente, ela é descrita como uma associação preestabelecida entre nomes e figuras (como, por exemplo, na geometria) ou reduzida a uma codificação<sup>5</sup>. A partir dessa ideia, converter “[...] uma equação à sua representação gráfica constituiria uma codificação em que seria suficiente aplicar a regra segundo a qual um ponto está associado a um par de números sobre um plano quadriculado por dois eixos” (p.17). No entanto, para o autor, tal visão é superficial e enganadora do ponto de vista teórico e da aprendizagem.

Segundo Duval (2003, p.17),

[...] a regra de codificação permite somente uma leitura pontual das representações gráficas. Essa regra não permite uma apreensão global e qualitativa. Ora, é essa apreensão global e qualitativa que é necessária para extrapolar, interpolar, ou para utilizar gráficos para fins de controle, ou de exploração, relacionados aos tratamentos algébricos.

Para a realização de conversões é preciso fazer articulações entre as variáveis cognitivas que são próprias de cada registro de representação. Assim, na conversão entre gráficos e equações, por exemplo, há que se levar em consideração as variáveis visuais próprias dos gráficos (inclinação, intersecção com os eixos etc.) e os valores escalares das equações (coeficientes positivos ou negativos, maior, menor ou igual a 1, etc.) para determinar o que implica cada variável

---

<sup>5</sup> A ação de **codificar** é a transcrição de uma representação em um outro sistema semiótico diferente daquele onde ela é dada (DAMM, 2008, p.181).

escalar da representação algébrica na representação gráfica e vice-versa (DUVAL, 2003).

Em relação à conversão entre a escrita algébrica de uma função e a sua representação gráfica, Dominoni (2005, p.23) corrobora com o autor acima ao afirmar que

para que ocorra essa conversão, é necessário, por exemplo, saber diferenciar abscissa de ordenada, identificar na expressão algébrica e no gráfico as variáveis da função, identificar que a função é a relação entre os valores das abscissas e das ordenadas, relacionar a curva com a expressão algébrica apresentada.

A operação de conversão tem como característica conservar a referência ao mesmo objeto matemático. Para que o sujeito não confunda o objeto a ser estudado com o conteúdo de sua representação, é necessário dispor de, ao menos, dois registros de representação, de modo que esses dois sejam percebidos como representando o mesmo objeto. Também é preciso que o sujeito seja capaz de converter, de transitar entre os registros.

De acordo com Souza; Cordeiro e Moretti, (2004, p.5),

[...] nos diferentes problemas, o aprendiz deve transitar sem dificuldade entre, pelo menos, dois registros da representação do conceito. Por meio do trânsito entre representações expressas em diferentes linguagens, o conhecimento dos alunos sobre os objetos e suas propriedades é ampliado, já que são as diferentes formas de representação de um objeto matemático que viabilizam a construção de ferramentas para o pensamento no desenvolvimento de problemas.

Além de transitar pelos diversos registros que representam os conceitos, é indispensável que o sujeito tenha a coordenação desses registros na resolução de um problema. Essa coordenação implica no reconhecimento do objeto matemático nos diferentes registros de representação e na compreensão de que todos esses registros podem se complementar no sentido de que um pode expressar características ou propriedades do objeto matemático que não se manifestam nitidamente em outro.

Para Duval (1993), a coordenação de pelo menos dois registros de representação constitui uma condição de acesso à compreensão em matemática.

“A compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de, ao menos, dois registros de representação, e esta coordenação se manifesta pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão” (p.57).

Damm (2008) concorda com o autor acima ao dizer que “[...] o que garante a apreensão do objeto matemático, a conceitualização, não é a determinação de representações ou as várias representações possíveis de um mesmo objeto, mas, sim, a coordenação entre esses vários registros de representação” (p.182). Isso significa que a apreensão conceitual de um objeto matemático acontece na medida em que o sujeito que aprende consegue coordenar os vários registros associados a esse objeto. Estabelecer coordenações entre os diversos registros significa potencializar a apreensão desse objeto matemático.

A coordenação entre registros não é algo que se realiza espontaneamente. Observa-se “[...] em diferentes níveis de aprendizagem, um ‘fechamento’ de registros de representação junto aos alunos: isso acontece em todas as etapas do currículo” (DAMM, 2008, p. 185). Para a maioria dos alunos, ao longo do seu currículo, mudar de registro, converter uma representação, apresenta-se como uma operação difícil e muitas vezes impossível. Em outras palavras, é como se a compreensão de um conteúdo matemático estivesse restrita à forma de representação utilizada.

Segundo Duval (2003, p.21), o “fechamento” de registros

[...] impede o aluno de reconhecer o mesmo objeto matemático em duas de suas representações bem diferentes. Isso limita consideravelmente a capacidade dos alunos de utilizar os conhecimentos já adquiridos e suas possibilidades de adquirir novos conhecimentos matemáticos, fato esse que rapidamente limita sua capacidade de compreensão e aprendizagem.

Dessa forma, torna-se necessário um envolvimento cada vez maior dos alunos com atividades que levem em consideração uma diversidade de registros e a coordenação entre eles. Essa coordenação garante a conceitualização do objeto matemático, pois, a partir do momento que os alunos conseguem relacionar diferentes registros, eles

percebem as particularidades de cada sistema semiótico associado ao mesmo objeto matemático.

Em relação à operação cognitiva de conversão, dois aspectos importantes precisam ser analisados: a congruência e não congruência entre uma representação a converter e a representação correspondente do registro escolhido.

#### 1.1.1.1 O fenômeno de congruência semântica

Uma conversão pode ser considerada mais ou menos complexa de acordo com as variações de congruência e de não congruência. A atividade de conversão é dita congruente quando o registro de chegada deixa transparecer o registro de partida, ou seja, quando a representação obtida após a conversão deixa transparecer a representação existente antes da conversão. Entretanto, diz-se que uma conversão é não congruente quando o registro de chegada não transparece absolutamente o registro de partida.

Duval (2009, p. 68-69) estabelece três critérios a serem satisfeitos para que duas representações semioticamente diferentes sejam consideradas congruentes:

- a) correspondência semântica das unidades significantes – para cada elemento simples no registro de saída, existe um elemento simples correspondente no registro de chegada.
- b) unicidade semântica terminal – cada unidade significativa elementar no registro de saída corresponde a uma só unidade significativa elementar no registro de chegada.
- c) conservação da ordem das unidades – mesma ordem possível de apreensão dessas unidades nas duas representações.

Quando um desses critérios não for satisfeito, as representações são ditas não congruentes.

Duval (2003) apresenta três exemplos de conversão da língua natural para a escrita algébrica (Quadro 2) em que se pode observar o fenômeno de congruência e não congruência, a partir dos critérios por ele estabelecidos.

**Quadro 2 - Exemplos de variação de congruência e não congruência.**

<b>Exemplos</b>	<b>Correspondência semântica das unidades de significado</b>	<b>A unicidade semântica terminal</b>	<b>Conservação da ordem das unidades</b>
<p><b>1.</b> O conjunto dos pontos cuja ordenada é superior à abscissa.</p> $y > x$	Sim	Sim	Sim
<p><b>2.</b> O conjunto dos pontos que tem uma abscissa positiva.</p> $x > 0$	Não “Maior que zero” é uma perífrase (um só significado para várias palavras)	Sim	Sim
<p><b>3.</b> O conjunto dos pontos cuja abscissa e cuja ordenada é positiva.</p> $x.y > 0$ <p>O produto da abscissa e da ordenada é maior que zero.</p>	Não	Não	Não Globalização descritiva (dois casos)

Fonte: Duval (2003, p. 19).

No primeiro exemplo, observa-se uma correspondência termo a termo entre as respectivas unidades significantes, conforme ilustrado a seguir (Quadro 3):

**Quadro 3 - Segmentação das representações em unidades significantes.**

<b>Unidades significantes</b>		
conjunto de pontos da ordenada	Superior	pontos da abscissa
y	>	x

Fonte: Silva (2008, p.61).

Nesse caso, a correspondência termo a termo entre as respectivas unidades significantes é suficiente para efetuar a conversão. Além disso, a conversão inversa permite reencontrar a expressão inicial do registro de partida. Logo, tem-se o fenômeno de congruência entre as representações.

No segundo exemplo, falta na escrita algébrica uma unidade significativa que corresponda a “positivo”. Para amenizar essa ausência, é preciso recorrer à perífrase “ $>0$ ”, que é a combinação de duas unidades significantes (maior do que, 0). Tem-se, nesse exemplo, o fenômeno de não congruência entre as representações, uma vez que o critério de correspondência semântica das unidades de significado não é satisfeito.

No terceiro exemplo, não há correspondência termo a termo entre as unidades significantes respectivas das duas expressões: uma reorganização da expressão dada no registro de partida é necessária para obter a expressão correspondente no registro de chegada. A perífrase “ $>0$ ” traduz tanto “de mesmo sinal” quanto “positivo”. Também não há unicidade semântica terminal, pois uma unidade significativa do registro de saída “o conjunto dos pontos cuja abscissa e cuja ordenada” apresenta três unidades significativas “ $x.y$ ” no registro de chegada. Além disso, a conversão inversa não permite reencontrar a expressão inicial: “ $x.y>0$ ” traduz-se naturalmente por “o produto da abscissa e da ordenada é superior a zero” (é positivo), e não por “o conjunto dos pontos cuja abscissa e cuja ordenada é positiva”. Tem-se, nesse caso, o fenômeno de não congruência entre as representações, pois nenhum dos critérios de congruência são satisfeitos.

Flores e Moretti (2008), fundamentados em Duval, enfatizam que “se há congruência entre duas representações, a passagem de uma a outra será mais evidente. Se for o contrário, o processo será extremamente difícil e delicado” (p. 27). Isso significa dizer que, quando a passagem de uma representação a outra ocorre de forma espontânea, as representações são consideradas congruentes. Caso contrário, são ditas não congruentes.

Para Duval (2003), as dificuldades encontradas pelos alunos na realização de atividades matemáticas que implicam na passagem de um registro de representação a outro estão relacionadas ao fenômeno de congruência e não congruência. O autor, a partir de numerosas observações, destaca que os fracassos e bloqueios dos alunos, nos diferentes níveis de ensino, aumentam cada vez que uma mudança de registro é necessária. Se as conversões solicitadas forem não congruentes, essas dificuldades e/ou bloqueios são ainda mais fortes.

Os obstáculos enfrentados pelos alunos na passagem de um

registro de representação a outro ficam mais evidentes nos casos em que a conversão requerida é não congruente. Segundo Duval (2009), esse argumento é evidenciado em algumas situações:

- a) quando a conversão entre os registros é congruente, os problemas são rapidamente resolvidos pelos alunos;
- b) quando a conversão entre os registros é não congruente, a taxa de êxito dos alunos é baixa e está relacionada com os balanços respectivos de cada um dos três critérios de congruência.

O sucesso ou insucesso dos alunos na resolução de problemas de matemática não está relacionado apenas ao fenômeno de congruência e não congruência, mas também ao sentido da conversão. Duval (1995, p. 53), em uma tabela extraída de uma experiência do próprio autor<sup>6</sup>, mostra o nível de acerto na conversão *texto*  $\leftrightarrow$  *expressão algébrica* nos sentidos: *texto*  $\rightarrow$  *expressão algébrica* e *expressão algébrica*  $\rightarrow$  *texto*.

A terceira linha dessa tabela traz o seguinte exemplo:

Texto: a soma dos produtos de um inteiro com outros dois inteiros<sup>7</sup>.

Expressão algébrica:  $a.b + a.c$

O nível de acerto da passagem *texto*  $\rightarrow$  *expressão algébrica* é de 48% enquanto para a passagem inversa, *expressão algébrica*  $\rightarrow$  *texto* o nível de acerto sobe para 87%. Esse exemplo indica que, dependendo do sentido tomado, a conversão pode ter níveis de congruência diferentes.

Realizar a operação de conversão no sentido (*expressão algébrica*  $\rightarrow$  *texto*) não apresenta a mesma dificuldade e o mesmo custo cognitivo que realizar a conversão no sentido inverso (*texto*  $\rightarrow$  *expressão algébrica*). É necessário, portanto, que no ensino sejam privilegiados ambos os sentidos da conversão, havendo congruência ou não. O professor deve elaborar atividades que permitam o trânsito nos dois sentidos.

Na aprendizagem matemática, o fenômeno de congruência semântica ocorre em diversas atividades, dentre elas, as geométricas. Em relação à geometria, Duval (1988) evidencia quatro formas diferentes de apreender uma figura – apreensão perceptiva, apreensão discursiva, apreensão operatória e apreensão sequencial – na resolução

---

<sup>6</sup> Duval, R. La compréhension du langage mathématique par un enfant de quatrième. Langage mathématique e formalisation. Bordeaux: Colloque inter-IREM, 1971.

<sup>7</sup> La somme des produits d'un entier avec deux autres entiers.

de problemas, as quais serão detalhadas a seguir.

### **1.1.2 As apreensões em geometria no âmbito dos registros de representação semiótica**

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida por Raymond Duval, concentra-se na aprendizagem matemática. No caso específico da geometria, Duval (1995) destaca três processos cognitivos indispensáveis para a sua aprendizagem:

- a) visualização – entendida como a exploração heurística de uma situação complexa;
- b) construção – é a construção de configurações que podem ser trabalhadas como um modelo, em que as ações representadas e os resultados observados são ligados aos objetos matemáticos representados;
- c) raciocínio – é o processo do discurso para a prova e a explicação.

Para o autor, esses processos são entrelaçados em sua sinergia e cognitivamente necessários para habilitar o aluno à proficiência da geometria.

Duval (1995) também aponta a importância do registro figural para o estudo da geometria. De fato, na resolução de um problema, o registro figural pode mostrar de maneira mais direta e simples a ideia de solução do que em outros registros. Segundo o autor, a diferença do que uma figura é capaz de “mostrar” para o aluno e para o professor sugere que há diferentes apreensões de uma mesma figura.

Duval (1988, 1994, 1995, 1997) ressalta quatro tipos possíveis de apreensão: a sequencial, solicitada nas tarefas de construção ou nas tarefas de descrição com o objetivo de reproduzir uma figura; a perceptiva, que é a interpretação das formas da figura em uma situação geométrica; a discursiva, que é a interpretação dos elementos da figura geométrica, privilegiando a articulação dos enunciados, levando em consideração a rede semântica de propriedades do objeto, e a operatória, que está centrada nas modificações possíveis de uma figura.

Em relação às apreensões de uma figura em um contexto geométrico, Duval (1988) afirma que “[...] a resolução de problemas em geometria e a entrada na forma de raciocínio que essa resolução exige dependem da conscientização da distinção das formas de apreensão das figuras” (p.58).

A apreensão perceptiva permite identificar ou reconhecer, imediatamente, uma forma ou um objeto no plano e no espaço. Ela tem a função epistemológica de identificação dos objetos em duas ou três dimensões, sendo essa identificação realizada por meio de tratamentos cognitivos efetuados automaticamente e, portanto, inconscientemente (DUVAL, 1994). Essa apreensão está relacionada com o primeiro olhar e com a interpretação das formas da figura em uma situação geométrica.

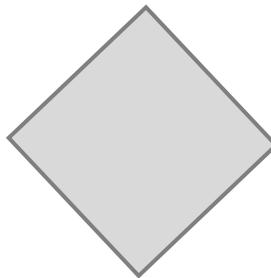
Observa-se o seguinte objeto matemático representado no plano (Figura 2). A apreensão perceptiva permite identificar ou reconhecer a figura como sendo um quadrado.

**Figura 2 - Quadrado na posição horizontal/vertical.**



É importante chamar a atenção para o fato de que a apreensão perceptiva pode favorecer ou mesmo impedir a resolução de um problema. No caso de atividades que envolvam a Figura 2, é bem possível que crianças em certa idade a reconheçam como sendo um quadrado. Entretanto, a mesma figura posicionada como mostra a Figura 3, pode não ser mais reconhecida como um quadrado pelas crianças.

**Figura 3 - Quadrado na posição oblíqua.**



A apreensão perceptiva está fortemente impregnada pelos saberes e objetos à volta. Dessa forma, não é de se estranhar que as crianças não reconheçam a forma de um quadrado na posição do desenho da Figura

3, já que nos objetos ao seu redor (construções, eletrodomésticos, mobílias,...) e mesmo no ensino escolar, as posições fortemente privilegiadas são as horizontais e as verticais (MORETTI, 2011).

Para Moretti (2011), as crianças que não reconhecem a Figura 3 como um quadrado possuem “[...] certo tipo de apreensão que precisa ser desconstruída pela escola para que seja reconstruído: o chamado pensamento geométrico” (p.196).

Nas atividades em geometria, a apreensão perceptiva pode ser determinante para a solução de um problema; portanto, é preciso educar o olhar das crianças desde os primeiros anos de escolaridade. O olhar é ponto central para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Assim, torna-se imprescindível o desenvolvimento da visualização, por meio de atividades, desde o pré-escolar (NCTM, 2008).

A apreensão discursiva está relacionada com uma denominação, uma legenda ou uma hipótese. Segundo Duval (1994, p.124), essa apreensão “[...] corresponde a uma explicação das propriedades matemáticas de uma figura, além daquelas indicadas por uma legenda ou pelas hipóteses. Essa explicação é de natureza dedutiva”.

Para elucidar a apreensão discursiva de uma figura, Vieira (2008) apresenta o seguinte exemplo (Figura 4):

**Figura 4 - Apreensão discursiva de uma figura.**

<p>A ————— B</p> <p>C ————— D</p> <p>Legenda: <math>AB = CD</math></p>	<p>Apreensão discursiva da figura</p> <p><math>AC = BD</math></p> <p><math>AC // BD</math></p> <p>ABCD é paralelogramo</p>
--	--

Fonte: Vieira (2008, p. 34).

Em relação à apreensão perceptiva e discursiva, Duval (1988, p. 58) descreve que

não importa qual a figura desenhada no contexto de uma atividade matemática, ela é objeto de duas atitudes geralmente contrárias: uma imediata e automática, a apreensão perceptiva de formas e outra controlada que torna possível a aprendizagem, a interpretação discursiva de elementos figurais. Essas duas atitudes

encontram-se geralmente em conflito porque a figura mostra objetos que se destacam independentemente do enunciado e que os objetos nomeados no enunciado das hipóteses não são necessariamente aqueles que aparecem espontaneamente.

O problema das figuras geométricas está ligado à diferença entre a apreensão perceptiva e uma interpretação necessariamente dirigida pelas hipóteses. Sobre as figuras geométricas, o autor ressalta que:

[...] as propriedades pertinentes e as únicas aceitáveis dependem, cada vez, do que é dito no enunciado como hipótese. Isso implica numa subordinação da apreensão perceptiva à apreensão discursiva e, como consequência uma restrição da apreensão perceptiva: uma figura geométrica não mostra, à primeira vista, a partir de seu traçado e de suas formas, mas a partir do que é dito. Essa subordinação da apreensão perceptiva à apreensão discursiva pode ser considerada como uma teorização da representação figural: a figura geométrica torna-se, de uma certa maneira, um fragmento do discurso teórico. Os elementos e as propriedades que aparecem sobre a figura tem, não mais do que o estatuto e a certeza das asserções correspondentes no discurso geométrico, o qual é comandado por definições, axiomas e teoremas já estabelecidos. A mesma figura, do ponto perceptivo, pode, desse modo, ser uma figura geométrica diferente se modificamos o enunciado das hipóteses (p.69).

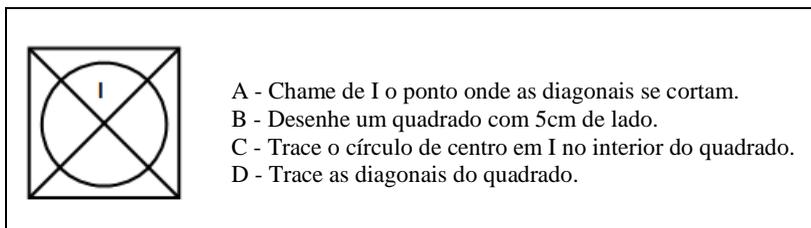
A teorização das figuras geométricas constitui um viés de acesso à demonstração. De fato, a apreensão perceptiva subordinada à apreensão discursiva – subordinação esta considerada como uma teorização da representação figural – permite escolher as propriedades da figura a partir das hipóteses determinadas no enunciado do problema, o que se constitui num dos principais acessos à demonstração (DUVAL, 1988).

A apreensão sequencial é solicitada sempre que se deseja construir uma figura ou descrever a sua construção. Ela trata da ordem de construção de uma figura. Essa ordem não depende apenas de

propriedades matemáticas da figura, mas também das necessidades técnicas das ferramentas utilizadas (régua, compasso e *software*, por exemplo). A função da apreensão sequencial de uma figura é de modelo (DUVAL, 1994).

A fim de ilustrar a apreensão sequencial de uma figura, apresenta-se o desenho e as frases a seguir (Figura 5):

**Figura 5 - Apreensão sequencial da figura.**



Fonte: (CAPES-COFECUB, 1996).

A apreensão sequencial refere-se à ordem de construção do desenho (Figura 5).

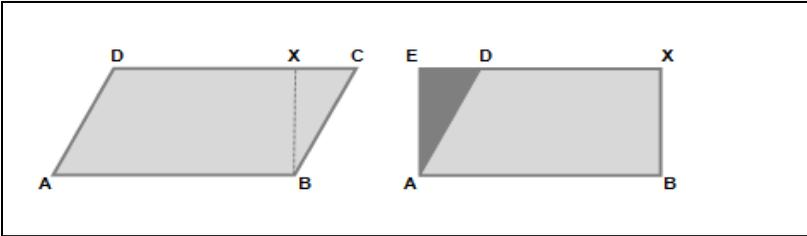
As frases A, B, C, D não estão na ordem. Para reproduzir exatamente o desenho, é preciso estabelecer a ordem das frases. Ao solicitar a 392 alunos do 1º ano do Ensino Médio – de escolas públicas estaduais, escolas públicas federais e escolas particulares do estado de Santa Catarina – que encontrassem a ordem correta das frases, apenas 22% (89 alunos) acertaram a solução (CAPES-COFECUB, 1996).

A apreensão operatória está relacionada com a capacidade de operar sobre as figuras: manipular, compor, transformar, reconfigurar, comparar objetos geométricos para resolver determinado problema de geometria. Para Duval (1988), ela “[...] é uma apreensão centrada nas modificações possíveis de uma figura inicial e nas reorganizações possíveis que estas modificações possibilitam” (p.62).

A apreensão operatória tem a função de exploração heurística, pois, frequentemente, a figura geométrica é transformada em outras figuras para levar à “ideia” da solução de um problema ou de uma prova matemática (DUVAL, 1994).

Como exemplo, observa-se a Figura 6 abaixo:

**Figura 6 – Modificação do paralelogramo ABCD.**



A apreensão operatória, nesse caso, corresponde à modificação do paralelogramo ABCD no retângulo ABXE. Essa modificação, encontrada em muitos livros didáticos de geometria, é realizada para obter a área do paralelogramo ABCD.

Toda figura pode ser modificada de muitas maneiras. Duval (1988, p.62) distingue três tipos de modificações:

- a) mereológica – a figura pode separar-se em partes que são subfiguras da figura dada, fracionando-se e reagrupando-se, isto é, uma relação da parte e do todo. Na Figura 6 acima foi realizada uma modificação mereológica;
- b) ótica – é a transformação de uma figura em outra chamada sua imagem, ou seja, consiste em aumentar, diminuir ou deformar a figura inicial;
- c) posicional – é o deslocamento da figura em relação a um referencial, ou seja, corresponde a deslocamentos por rotação, translação e simetria.

Cada uma dessas modificações é realizável graficamente ou mentalmente. Entretanto, dependendo do tipo de modificação escolhida, podem surgir possibilidades de tratamento sem relação uns com os outros. Por exemplo: repartir uma figura em subfiguras permite evidenciar a igualdade de áreas, à medida que considerar uma figura como o aumento de uma outra permite ver o centro de homotetia (DUVAL, 1988).

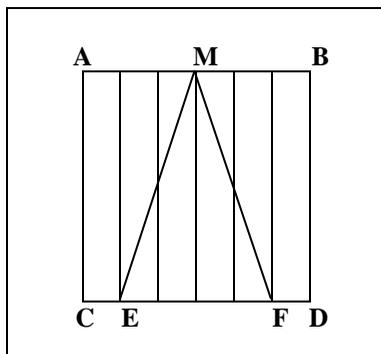
Para cada tipo de modificação são diversas as operações possíveis. No caso específico da modificação mereológica, destaca-se a operação de reconfiguração intermediária. Essa é uma operação de tratamento puramente figural que consiste em organizar uma ou várias subfiguras diferentes de uma figura dada em outra figura. Segundo Duval (1988), o interesse de fracionar uma figura está ligado à operação

de reconfiguração intermediária. “De fato, as partes elementares obtidas por fracionamento podem ser reagrupadas em várias subfiguras, todas pertencentes à figura inicial” (p. 64). Essa operação permite, portanto, engrenar imediatamente tratamentos – como a medida de áreas por soma das partes elementares – ou evidenciar a equivalência de dois reagrupamentos intermediários.

A operação de reconfiguração intermediária pode ser espontânea e evidente ou, pelo contrário, difícil de “ver” a partir da figura inicial. Isso ocorre devido à existência de alguns fatores de visibilidade que facilitam ou que inibem essa operação na percepção de uma figura. Duval (1988, p. 66-67) distingue quatro desses fatores:

- a) o fato de o fracionamento da figura em partes elementares ser dado no início ou necessitar ser encontrado por meio de traçados suplementares auxiliares. Por exemplo:
  - com o fracionamento dado no início – “Seja o quadrado ABCD dividido em seis retângulos iguais. Prove que as áreas AMEC, MEF e MBFD são iguais”.

**Figura 7 - Quadrado ABCD fracionado em seis retângulos iguais.**

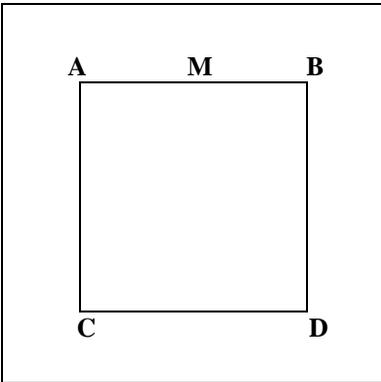


Fonte: Duval (1988, p. 65).

O fracionamento do quadrado em seis retângulos iguais (Figura 7) torna o caminho de resolução do problema mais evidente. A igualdade das reconfigurações intermediárias (AMEC, MEF e MBFD) pode ser explicada através das partes elementares iguais entre elas.

- com o fracionamento não dado no início – “Fazer a partição do quadrado ABCD em três partes iguais a partir do meio do lado AB”.

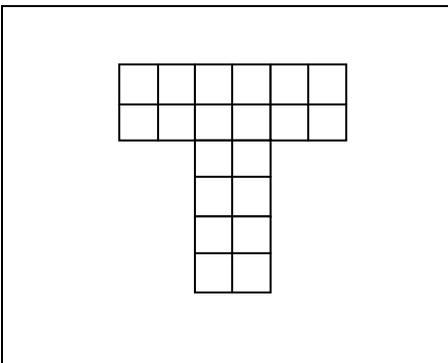
**Figura 8 - Quadrado ABCD e M o ponto médio do lado AB.**



Devido a não congruência entre o enunciado e a figura, o caminho para a resolução do problema fica menos evidente. Além disso, o fato de ser necessário descobrir o fracionamento da figura em partes elementares aumenta o grau de complexidade e diminui o grau de visibilidade para a aplicação da operação de reconfiguração intermediária.

- b) o fato de o reagrupamento das partes elementares formar uma reconfiguração convexa ou não convexa. Por exemplo: “a Figura 9 abaixo é formada por 20 quadradinhos. Pode-se decompô-la em quatro partes de mesma área e mesma forma?”

**Figura 9 - Figura composta por 20 quadradinhos.**

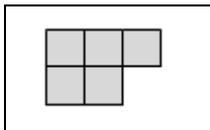


Fonte: Duval (1995, p.165).

O reagrupamento pertinente das partes elementares forma

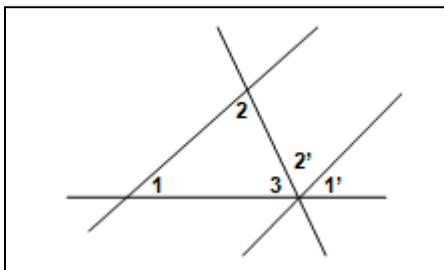
subfiguras que não são convexas (Figura 10), o que torna menos visível a decomposição.

**Figura 10 - Reagrupamento das partes elementares - subfigura não convexa.**



- c) o fato do reagrupamento pertinente exigir a substituição das partes elementares auxiliares. Por exemplo: “mostrar que a soma dos ângulos internos de um triângulo vale  $180^\circ$ ”.

**Figura 11 - Reconfiguração dos ângulos internos do triângulo em um ângulo plano.**



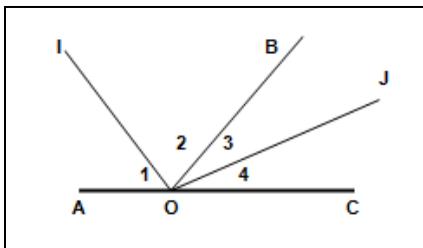
Fonte: Duval (1988, p.67).

Para mostrar que a soma dos ângulos internos de um triângulo é  $180^\circ$ , reconfigurou-se os ângulos do triângulo em um ângulo plano (Figura 11). Essa reconfiguração exige a substituição das partes elementares auxiliares  $1'$  e  $2'$  em  $1$  e  $2$ , respectivamente.

Nesse caso, Buratto (2006) destaca que foram realizados tratamentos auxiliares no triângulo (traços suplementares), a fim de identificar as subfiguras que são pertinentes à reconfiguração.

- d) o fato de que uma mesma parte elementar deve entrar simultaneamente em dois reagrupamentos intermediários a comparar. Por exemplo: “sendo  $IO$  e  $OJ$  respectivamente bissetrizes dos ângulos  $A\hat{O}B$  e  $B\hat{O}C$ , qual o valor do ângulo  $I\hat{O}J$ ? Por quê?”.

**Figura 12 - Ângulos  $A\hat{O}B$  e  $B\hat{O}C$  e suas respectivas bissetrizes IO e OJ.**



Fonte: Duval (1988, p.67).

Na Figura 12, as partes elementares 2 e 3 entram simultaneamente em dois dos reagrupamentos intermediários:  $I\hat{O}J$  e  $A\hat{O}B$  para a parte elementar 2 e  $I\hat{O}J$  e  $B\hat{O}C$  para a parte elementar 3. Certos alunos não conseguem ver e compreender que um mesmo objeto pode estar ao mesmo tempo em dois reagrupamentos colocados como distintos, o que inibe a visibilidade para a aplicação da *operação de reconfiguração intermediária* (DUVAL, 1988).

Como se observou, os fatores de visibilidade podem dificultar ao invés de auxiliar o uso da operação de reconfiguração intermediária. Logo, é necessário que o sujeito tenha certo domínio sobre as figuras na resolução de problemas.

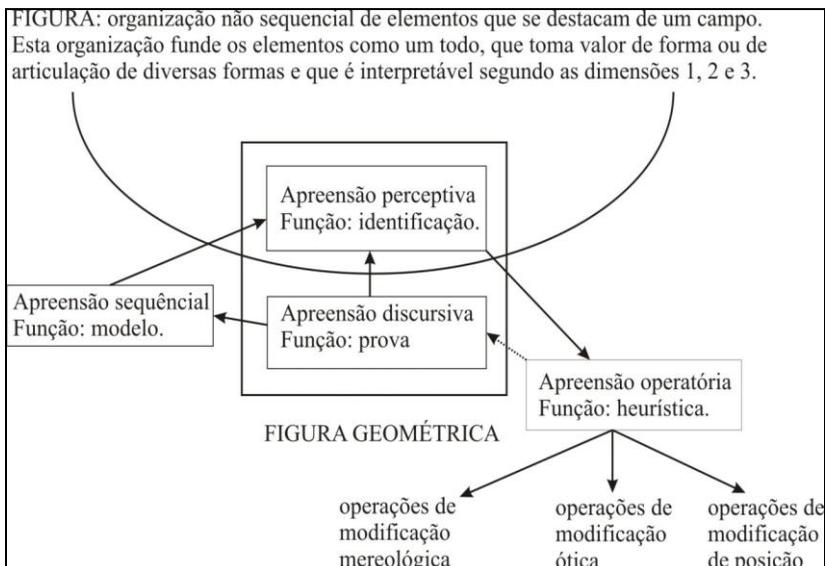
Isso significa dizer que ao usar a figura como ferramenta heurística é preciso, antes de tudo, ter a visão do todo, ou seja, vê-la de muitos modos, e em muitas partes que serão reconfiguradas, em combinação com o enunciado do problema. O que não será, de fato, nada muito natural, requer um trabalho do olhar e do pensamento (FLORES; MORETTI, 2005b, p.22).

Dessa forma, se de um lado a figura possibilita encontrar a solução do problema, por outro lado, ela requer certas habilidades – visualizar uma figura em várias posições, calcular as implicações de determinados movimentos sobre as figuras, etc. – do sujeito. Essas habilidades podem ser desenvolvidas por meio da aprendizagem da operação de reconfiguração intermediária.

### 1.1.2.1 Articulações entre as apreensões de uma figura

A complexidade dos problemas em geometria, mesmo aqueles com aparência simples, está no fato de existirem quatro tipos possíveis de apreensões de uma figura nas suas resoluções. Duval (1997) representa essa complexidade no diagrama (Quadro 4) a seguir:

#### Quadro 4 - Conexão entre as apreensões de uma figura.



Fonte: Duval (1997, p.28).

As apreensões de uma figura – perceptiva, operatória, discursiva e sequencial – aparecem simultaneamente na resolução de problemas em geometria. No entanto, dependendo do tipo de atividade, umas são mais requisitadas do que outras. Além disso, em determinados problemas, tem-se uma articulação de apreensões mais forte do que outras.

Duval (1997) destaca quatro delas:

- a) a articulação entre a apreensão perceptiva e a apreensão discursiva. Essa articulação é chamada de figura geométrica (Quadro 4). Para o autor, é preciso ver a figura geométrica a partir das hipóteses e não das formas que se destacam ou das propriedades evidentes. Isto implica numa subordinação da apreensão perceptiva à apreensão discursiva.

- b) a articulação entre a apreensão perceptiva e a apreensão operatória. Essa articulação é chamada de visualização. A visualização não exige nenhum conhecimento matemático, mas ela pode comandar a apreensão operatória.
- c) a articulação entre a apreensão operatória (que é subordinada pela apreensão perceptiva) e a apreensão discursiva. Essa articulação é chamada de demonstração.
- d) a articulação entre a apreensão discursiva e a sequencial. Essa articulação é chamada de construção geométrica. Na conexão entre essas duas apreensões, a apreensão perceptiva também é solicitada.

Nessas articulações, pode-se perceber o papel de destaque que tem a apreensão perceptiva na aprendizagem em geometria. De fato, a apreensão perceptiva – o olhar – pode ser determinante na resolução de problemas. Daí, a importância do desenvolvimento da visualização nas crianças desde os primeiros anos de escolaridade.

## CAPÍTULO 2

### AS CAPACIDADES ESPACIAIS

---

Este capítulo apresenta algumas definições e categorizações para o termo “capacidades espaciais”. Na sequência, faz referência a alguns estudos que mostram a relação entre capacidades espaciais e áreas específicas da matemática, em especial a geometria. Por fim, destaca a categorização de capacidades espaciais que dará suporte a esta investigação.

#### 2.1 CATEGORIZAÇÕES DE CAPACIDADES ESPACIAIS

O estudo das capacidades espaciais tem sido realizado tanto por psicólogos como por educadores matemáticos. Na matemática e na psicologia, são diversos os conceitos utilizados pelos pesquisadores para se referirem às capacidades espaciais.

Mitchelmore<sup>8</sup> (1976 apud COSTA, 2000, p.172) define capacidade espacial como a capacidade de prever transformações específicas de figuras geométricas dadas. Clements<sup>9</sup> (1981 apud COSTA, 2000, p. 171) considera o termo capacidade espacial como a capacidade de formular imagens mentais e de manipular essas imagens na mente.

Tartre (1990, p.216) aponta as capacidades espaciais como “[...] capacidades mentais relacionadas à compreensão, manipulação, reorganização ou interpretação de relações visualmente”. Já Hershkowitz (1990) afirma que as capacidades espaciais não são capacidades mentais simples, elas envolvem processos mentais complexos.

Para Gordo (1993), capacidade espacial é a habilidade “[...] de nos apercebermos e interpretarmos o mundo que nos rodeia” (p. 28). Segundo Del Grande (1994), capacidade espacial é “[...] a faculdade de

---

<sup>8</sup> Mitchelmore, M. Cross-cultural on concepts of space and geometry. In: J. Larry Martin (Ed.), *Space and Geometry*. Georgia: The Georgia Center for the study of learning and teaching mathematics and the Department of Mathematics Education, University of Georgia, 1976, p.143-184.

<sup>9</sup> Clements, K. Visual imagery and school mathematics. In: *Proceedings of the 5th Annual Conference of MERGA*. Adelaide, Austrália, 1981, p.21-24.

reconhecer e discriminar estímulos no espaço, e partir do espaço, e interpretar esses estímulos associando-os a experiências anteriores” (p.156).

Percebe-se que não há consenso sobre os conceitos para se referir às capacidades espaciais. Segundo Bishop (1983, p.181),

é claro (pelo menos para o educador matemático) que não pode haver uma 'verdadeira' definição de capacidade espacial; nós devemos procurar definições e descrições de capacidades e processos que nos ajudem a resolver os nossos próprios problemas particulares.

A diversidade de definições para o termo “Capacidades Espaciais” resulta na tentativa de agrupá-las conforme características específicas. Uma das primeiras categorizações foi a de Frostig e Horne<sup>10</sup> (1964 apud DEL GRANDE, 1994, p. 157-167) que, depois de diversos estudos e produções de materiais, identificaram cinco capacidades espaciais diferentes: coordenação visual motora, percepção figura fundo, constância perceptual, percepção da posição no espaço e percepção das relações espaciais.

Coordenação visual motora é a habilidade de coordenar a visão com os movimentos do corpo. Por exemplo, quando a criança “[...] corre, brinca, chuta a bola, ou salta um obstáculo, seus olhos dirigem os movimentos dos pés” (FROSTIG; HORNE; MILLER, 1980, p.12).

Sobre a coordenação visual motora, Moretti (2011, p.202-203) assinala que

crianças com dificuldades motoras de coordenação, possivelmente possuem também dificuldades de se concentrar quando estudam assuntos que, muitas vezes, exigem uma boa dosagem de concentração. Somente quando a ação se torna habitual é que as crianças podem prestar atenção ao ato de aprender ou de perceber objetos exteriores.

---

<sup>10</sup> Frostig, Marianne; Horne, David. *The Frostig Program for the Development of Visual Perception*. Chicago: Follet Publishing Co., 1964.

A coordenação visual motora pode envolver atividades tais como: resolver e fazer labirintos, seguir com o lápis um desenho pontilhado, brincar de amarelinha, pintar desenhos, entre outras.

Percepção figura fundo “[...] é o ato visual de identificar uma figura específica (o foco) num quadro (o campo)” (DEL GRANDE, 1994, p. 158). Ao focalizar a atenção numa figura específica, é preciso que a criança desconsidere todas as demais figuras que estão a sua volta e não se distraia com estímulos visuais irrelevantes.

Segundo Frostig, Horne & Miller (1980), uma criança com discriminação escassa de figura fundo parecerá desatenta e desorganizada. “Isso ocorre porque sua atenção salta de um estímulo a outro que lhe é apresentado – algo que se move, brilha ou tem uma cor viva – ainda que sem relação com o que está fazendo” (p.12).

A criança com dificuldade para controlar o desvio de atenção de um estímulo a outro parece descuidada com suas tarefas escolares. Ela não consegue “[...] encontrar o lugar correspondente num texto, omite secções e não pode resolver problemas conhecidos se aparecem numa página de forma muito compacta, já que não é capaz de selecionar os detalhes importantes” (p.12).

A percepção figura fundo pode envolver atividades tais como: selecionar um objeto no meio de vários outros, completar figuras de forma a se assemelhem a outras dadas, preencher o contorno de uma figura utilizando várias peças do Tangram, procurar num quadro com letras nomes de objetos conhecidos (cruzadinha), entre outras.

Constância perceptual “[...] é a habilidade de reconhecer que um objeto tem propriedades invariáveis, como tamanho e forma, apesar das várias impressões que pode causar conforme o ponto do qual é observado” (DEL GRANDE, 1994, p. 158). Por exemplo, uma criança com constância de percepção reconhecerá um cubo mesmo sendo visto de um ângulo oblíquo.

A constância perceptual pode envolver atividades tais como: procurar quadrados num geoplano 5x5, procurar (na sala de aula ou noutro contexto) uma determinada figura geométrica; colocar sobre a mesa um objeto e pedir aos alunos que o desenhem em uma folha de papel (em seguida comparar os desenhos de cada um deles e verificar que, dependendo da posição, o mesmo objeto apresenta desenhos diferentes), entre outras.

Os exercícios de constância perceptual ajudam a criança “[...] a aprender a identificar formas geométricas, seja qual for seu tamanho, cor ou posição e, mais tarde, a reconhecer palavras aprendidas, embora

apareçam em contextos desconhecidos [...]” (FROSTIG; HORNE; MILLER, 1980, p.13).

Percepção da posição no espaço “[...] é a habilidade de determinar a relação de um objeto com outro e com o observador” (DEL GRANDE, 1994, p. 159). Por exemplo, a criança que possui percepção da posição no espaço consegue perceber que uma figura é igual (congruente) a outra mediante um deslizamento, uma rotação ou translação.

Quando uma criança não tem a percepção da posição no espaço encontra dificuldades em muitos sentidos.

Sua visão de mundo está deformada. Não vê os objetos ou os símbolos escritos na relação correta para consigo própria. Seus movimentos são trôpegos e vacilantes e encontra dificuldade para compreender o significado dos termos que indicam posição espacial, como, por exemplo, *em, fora, em cima, embaixo, na frente, atrás, esquerda e direita*. Seus problemas se tornam mais evidentes quando diante de suas primeiras tarefas escolares, uma vez que as letras, palavras, frases, números e figuras se apresentam distorcidos e por isto os confundem. Para dar o exemplo mais simples e que se observa com maior frequência, a criança que tem dificuldade para perceber a posição correta de um objeto em relação com seu corpo costuma ver o *b* como *d*, o *p* como *q*, o *6* como *9*, o *24* como *42*, etc. Isto torna difícil a aprendizagem da leitura, da escrita, da ortografia e da aritmética (FROSTIG; HORNE; MILLER, 1980, p.13).

A percepção da posição no espaço pode envolver atividades tais como: desenhar uma figura simétrica à outra, encontrar figuras iguais a uma dada (com orientações diferentes), descobrir eixos de simetria em diversas figuras utilizando um espelho, entre outras.

Percepção das relações espaciais é a capacidade de ver dois ou mais objetos em relação consigo próprio ou com cada um deles. Em algumas tarefas, está fortemente relacionada com a percepção da posição no espaço. “Por exemplo, essa capacidade é evidenciada quando uma criança reconhece que dois quadrados são geometricamente iguais

se um deles é a imagem do outro através de uma translação” (GORDO, 1993, p.31).

A percepção das relações espaciais pode envolver atividades tais como: construir uma aldeia (casa) com pequenos cubos, descobrir qual o cubo que corresponde a uma planificação, fazer uma construção com cubos a partir do desenho da mesma, entre outras.

Aos cinco tipos de capacidade espaciais descritas acima, Hoffer<sup>11</sup> (1977 apud DEL GRANDE, 1994, p. 157-167) acrescentou outras duas: discriminação visual e memória visual.

Discriminação visual é capacidade para identificar semelhanças e diferenças entre objetos. “Quando uma criança classifica um conjunto de objetos segundo um certo atributo, cor, tamanho, forma, por exemplo, está a utilizar a sua discriminação visual” (GORDO, 1993, p. 31).

A discriminação visual pode envolver atividades tais como: identificar características de figuras geométricas, descobrir as diferenças entre dois desenhos, descobrir critérios que conduzem a determinadas classificações ou ordenações, entre outras.

Memória visual é a “[...] capacidade de evocar, de maneira precisa, um objeto que deixa de estar visível e relatar semelhanças e diferenças com outros objetos de acordo com certas características, tais como cor, forma, tamanho” (MORETTI, 2011, p. 207).

A maioria das pessoas retém poucas informações visuais sobre um objeto (entre cinco a sete itens) durante curto período de tempo. Hoffer (1977 apud DEL GRANDE, 1994, p.159) destaca que, para conseguirmos reter uma maior quantidade de itens, devemos armazená-los na memória de longo prazo, através de abstrações e de pensamento simbólico.

A memória visual pode envolver atividades tais como: reproduzir figuras ausentes, selecionar figuras iguais a uma dada que não permanece à vista; completar uma figura mostrada durante breves instantes, entre outras.

Ao conjunto dessas sete capacidades espaciais Hoffer (1977 apud TEIXEIRA, 2008, p.35) deu o nome de capacidades de percepção visual.

McGee<sup>12</sup> (1979 apud TARTRE, 1990) propõe outra categorização para as capacidades espaciais: a visualização espacial e a orientação

---

<sup>11</sup> Hoffer, A. *Mathematics Resource Project: Geometry and visualization*. Palo Alto, Calif.: Creative Publications, 1977.

espacial. Visualização espacial é definida como “[...] a capacidade de mentalmente manipular, girar, torcer ou inverter um objeto apresentado como estímulo visual” (p.217). A orientação espacial, por outro lado, “envolve a compreensão da organização dos elementos dentro de um padrão visual e a aptidão para não permanecer confuso face às mudanças de orientações na qual uma configuração espacial pode ser apresentada” (p.217).

A diferença entre a visualização espacial e a orientação espacial está no fato das tarefas de visualização espacial exigirem o movimento ou alteração mental de um objeto, enquanto que, nas de orientação espacial, o que muda ou se move é a perspectiva perceptual da pessoa que vê o objeto (TARTRE, 1990).

Bishop (1983) classifica as capacidades espaciais em dois tipos: a capacidade de interpretar informação figurativa e a capacidade de processamento visual.

A capacidade de interpretar informação figurativa “[...] envolve compreender as representações visuais e o vocabulário espacial usados no trabalho geométrico, gráficos, cartas e diagramas de todos os tipos” (p.184). É uma capacidade que se relaciona com a forma do material apresentado como estímulo.

A capacidade de processamento visual “[...] envolve a visualização e a tradução de relações abstratas e de informação não figural para termos visuais” (p.184). É uma capacidade que se relaciona não com a forma do material apresentado como estímulo, mas com o processo.

As categorizações apresentadas acima não são as únicas; há outras categorizações diferentes para as capacidades espaciais que não foram referidas nessa seção.

## 2.2 AS CAPACIDADES ESPACIAIS E A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Numerosas pesquisas foram realizadas com o intuito de investigar a relação existente entre as capacidades espaciais e a aprendizagem da matemática. Muitas delas, em particular, destacam a forte presença da visualização espacial em áreas específicas da matemática.

---

<sup>12</sup>McGee, M.G. Humans spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. *Psychological Bulletin*, v.86, n.5, p. 889-918, 1979.

Antes de passar às referências dos diversos estudos sobre o assunto, é necessário explicitar algumas definições acerca do termo “Visualização Espacial”.

McGee (1979 apud TARTRE, 1990), na seção anterior, define visualização espacial como “[...] a capacidade de mentalmente manipular, girar, torcer ou inverter um objeto apresentado como estímulo visual” (p.217).

Salthouse, Babcock, Skovronek, Mitchell & Palmon (1990) afirmam que a visualização espacial “[...] refere-se à manipulação mental da informação espacial para determinar como uma dada configuração espacial apareceria se partes dessa configuração fossem rotacionadas, dobradas, reposicionadas ou transformadas de alguma maneira” (p.128).

Segundo Clements (1999), a visualização espacial engloba a compreensão e a realização de movimentos imaginários com objetos bi e de tridimensionais. Para fazer isso, é necessário criar uma imagem mental e ser capaz de manipulá-la.

Fernández, Cajaraville & Godino (2007) consideram a visualização espacial como a habilidade “[...] para realizar certas tarefas que exigem ‘ver’ ou ‘imaginar’ mentalmente os objetos geométricos espaciais, assim como relacionar os objetos e realizar determinadas operações ou transformações geométricas com os mesmos” (p.190).

Visualização espacial é “a construção e a manipulação de representações mentais de objetos bi e tridimensionais e a percepção de um objeto a partir de diferentes perspectivas [...]” (NCTM, 2008, p.44).

Como se observa, a habilidade de visualização espacial é definida de forma distinta por diferentes autores. Todavia, as definições apresentadas acordam que a visualização espacial centra-se na manipulação mental de imagens visuais.

Os estudos a seguir exploram a relação entre a capacidade de visualização espacial e algumas áreas da matemática, em especial a geometria.

Fennema e Tartre (1985), por exemplo, investigaram de que maneira 33 meninos e 36 meninas do Ensino Fundamental – com divergências entre os resultados de testes espaciais e verbais – empregavam as suas capacidades de visualização espacial na resolução de problemas matemáticos. Cada aluno foi convidado a ler um problema, fazer um desenho para ajudar a resolvê-lo e explicar como a imagem foi usada na solução. Verificou-se que, apesar das diferenças na habilidade de visualização espacial, os alunos não diferiram na capacidade de encontrar a solução correta do problema. No entanto, os

alunos com a visualização espacial mais desenvolvida utilizaram mais vezes suas habilidades espaciais na resolução dos problemas.

Hershkowitz (1989) mostra que o papel da visualização espacial, dentro do processo de formação dos conceitos geométricos, é extremamente complexo. Por um lado, não se pode formar a imagem de um conceito e de seus exemplos sem visualizar seus elementos<sup>13</sup>. Mas, por outro lado, os elementos visuais podem limitar o desenvolvimento do conceito desejado.

Battista (1990), para investigar o papel do pensamento espacial na aprendizagem, na solução de problemas e nas diferenças de gênero no ensino da geometria, examinou o pensamento espacial e o pensamento lógico verbal de 145 alunos do Ensino Médio. Foram aplicados testes de visualização espacial, raciocínio lógico, conhecimento de geometria e estratégias de solução de problemas geométricos. Os resultados indicaram que os garotos e as garotas diferem na habilidade de visualização espacial e no desempenho da geometria; essa diferença, porém, não se verificou na capacidade de raciocinar logicamente e nem no uso de estratégias de solução de problemas geométricos. Apesar dos resultados retratarem diferenças entre os gêneros (garotos e garotas) na habilidade de visualização espacial, o autor a considera um fator muito importante na aprendizagem da geometria.

Gordo (1993) pretendeu estudar a relação entre o desenvolvimento da visualização espacial e a construção de conceitos matemáticos. Aplicou com crianças do 3º ano de escolaridade um conjunto de atividades que pudessem desenvolver a visualização espacial. Os resultados obtidos mostraram que: é possível desenvolver as capacidades de visualização espacial nas crianças por meio de um conjunto de atividades que favoreçam o seu desenvolvimento; o conjunto de atividades teve efeitos de transferência nos conhecimentos de matemática; a aquisição de alguns conceitos, nomeadamente os relacionados com a geometria, foi facilitada pelo tipo de atividades que as crianças tiveram oportunidade de executar.

Os trabalhos considerados até agora referem-se à capacidade de visualização espacial. É importante, contudo, também referir alguns estudos que abordam a relação entre outras capacidades espaciais e a matemática.

---

<sup>13</sup> O termo imagem do conceito é o mesmo que imagem conceitual, ou seja, o conceito como está construído na mente do indivíduo.

Tartre (1990), por exemplo, explorou a relação entre a habilidade de orientação espacial e a resolução de problemas matemáticos. Conduziu um teste de orientação espacial (Gestalt Completion Test) a 57 estudantes com idades entre 14 e 15 anos (27 com alta orientação espacial e 30 com baixa). O teste consistia em resolver 10 problemas matemáticos com conteúdo geométrico (7) e com conteúdo não geométrico (3). Todos os problemas admitiam mais de uma forma para encontrar a solução. O teste indicou um comportamento específico na resolução dos problemas geométricos que parecia ser consequência da habilidade de orientação espacial. Essa também parecia estar envolvida nos problemas não geométricos, tanto na compreensão do novo problema como na possibilidade de relacioná-lo com problemas feitos anteriormente.

Gaulin<sup>14</sup> (1985 apud GORDO, 1993, p.36) realizou um estudo com professores do Ensino Fundamental. O objetivo desse estudo, sob a forma de um curso, era desenvolver algumas habilidades espaciais relacionadas com a capacidade de interpretar informação figurativa. Para isso, deu ênfase a materiais que facilitassem tanto o desenvolvimento da visualização espacial como da intuição geométrica, explorando vários tipos de representações gráficas (bidimensionais) de sólidos policúbicos. O autor também sugere que o conhecimento e a experiência com diferentes tipos de representações de formas tridimensionais favorecem o desenvolvimento da capacidade de interpretar informação figurativa e, eventualmente, alguns aspectos da capacidade de processamento visual.

### 2.3 CATEGORIZAÇÃO UTILIZADA NA INVESTIGAÇÃO

Dentre as diferentes categorizações para as capacidades espaciais, esta pesquisa utilizará a categorização intitulada por Hoffer (1977 apud TEIXEIRA, 2008, p.35) de capacidades de percepção visual.

Por percepção visual adota-se a definição de Frostig; Horne e Miller (1980), que a define como “[...] a faculdade de reconhecer e discriminar os estímulos visuais e interpretá-los, associando-os às experiências anteriores” (p.11). A interpretação desses estímulos visuais acontece no cérebro e não nos olhos.

---

<sup>14</sup> GAULIN, C. The need for emphasizing various graphical representations of 3-dimensional shapes and relations. In: L. Larry Martin (Ed.), *Proceedings of the Ninth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Utrecht: The Netherlands, State University of Utrecht, 1985, p.53-71.

Percepção visual é uma habilidade que intervém em quase todas as ações que se executa. Sua eficiência ajuda a criança a aprender a ler, a escrever, a reconhecer os objetos e suas relações entre si e no espaço, a realizar operações aritméticas, a copiar do quadro e a desenvolver as demais capacidades para obter êxito escolar.

Muitas crianças apresentam problemas de percepção visual, o que dificulta muito sua aprendizagem escolar (ou até mesmo a impossibilita). No entanto, os problemas das crianças com dificuldades na percepção visual não se limitam à escola. Por exemplo: “[...] assim que entra na escola, pela manhã, já pode ter sido repreendida em casa por ter derramado o leite ou por ter tropeçado num vaso caro [...]” (FROSTIG; HORNE; MILLER, 1980, p.14).

Desse modo, é fundamental a realização de atividades que promovam o treinamento da percepção visual. Del Grande (1994), a partir da categorização referida acima, sugere diversas atividades geométricas que podem desenvolver e realçar as capacidades de percepção visual nas crianças das séries iniciais.

Tomando como base essas atividades geométricas desenvolvidas por Del Grande (1994), os trabalhos de Frostig; Horne e Miller (1980), Gordo (1993) e Teixeira (2008), elaborou-se o conjunto de atividades que serviu de suporte para esta investigação.

## CAPÍTULO 3

### CAMINHOS METODOLÓGICOS

---

Este capítulo descreve a metodologia utilizada na investigação em estudo, referindo nomeadamente os seus participantes, as diferentes fases e a duração, as técnicas usadas na recolha dos dados e a análise dos mesmos.

#### 3.1 A OPÇÃO PELO ESTUDO DE CASO

A fim de investigar “de que forma as apreensões em geometria aparecem em um conjunto de atividades que explora as capacidades de percepção visual nas crianças das séries iniciais do Ensino Fundamental?”, este trabalho fez uso de uma metodologia de investigação qualitativa. O estudo qualitativo, conforme abordado por Lüdke e André (2005, p. 18), busca compreender fenômenos que se desenvolvem numa situação natural, é rico em dados descritivos, tem um plano aberto e flexível e focaliza a realidade de forma complexa e contextualizada.

Das possíveis formas que uma pesquisa qualitativa pode assumir, optou-se pelo “Estudo de Caso” por se tratar de um estudo relacionado a um contexto específico. Essa abordagem metodológica de investigação tem como objetivo fundamental proporcionar uma melhor compreensão de um caso particular e ajudar a formular hipóteses de trabalho sobre o grupo ou situação em causa (PONTE, 2006).

Segundo Merriam<sup>15</sup> (1988 apud BOGDAN e BIKLEN, 1994, p.89), “o estudo de caso consiste na observação detalhada de um contexto, ou indivíduo, de uma única fonte de documentos ou de um acontecimento específico”. Dessa forma, o estudo a que este trabalho de dissertação se propõe consiste na observação detalhada de uma identidade bem delimitada e complexa: alunos do 5º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal de Educação Infantil e Ensino Fundamental de Meleiro – SC.

Como afirma Ponte (2006), “[...] na Educação Matemática têm-se tornado cada vez mais comuns os estudos de caso de natureza

---

<sup>15</sup> MERRIAM, S.B. *The case study research in education*. San Francisco: Jossey-Bass, 1988.

qualitativa”. Eles estão sendo aplicados para pesquisar questões tais como: aprendizagem dos alunos, conhecimento e práticas profissionais dos professores, projetos de inovação curricular, novos currículos, programas de formação, entre outros. Neste trabalho, o método do estudo de caso foi utilizado para observar de que forma as apreensões em geometria aparecem em um conjunto de atividades que explora as capacidades de percepção visual nas crianças do 5º ano do Ensino Fundamental.

### 3.2 AS FASES

Os alunos participantes da investigação – 5º ano do Ensino Fundamental – foram envolvidos em um conjunto atividades geométricas que trabalham com o desenvolvimento das capacidades de percepção visual – coordenação visual motora, percepção figura fundo, constância perceptual, percepção da posição no espaço, percepção das relações espaciais, discriminação visual e memória visual. Nessas atividades, procurou-se destacar as apreensões – perceptiva, operatória, discursiva e sequencial – contempladas em cada exercício.

A investigação compreendeu duas fases – Fase 1 e Fase 2. Na Fase 1, foi elaborado pela investigadora o conjunto de atividades (Anexo 2, 3 e 4) baseado na categorização intitulada por Hoffer (1977 apud TEIXEIRA, 2008, p.35) de capacidades de percepção visual. A escolha desse conjunto de atividades deu-se a partir de um levantamento do tipo de tarefas que poderiam ser incluídas em cada uma das capacidades de percepção visual. Para isso, foram importantes as contribuições de Frostig; Horne e Miller (1980), Gordo (1993), Del Grande (1994) e Teixeira (2008).

Nessa fase, a fim de testar as atividades mencionadas acima, foi realizado um estudo-piloto com todos os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental – período vespertino. Assim, a investigadora pôde constatar se a linguagem utilizada era adequada à faixa etária das crianças e, além disso, perceber alguns aspectos significativos em relação às capacidades de percepção visual e às apreensões de uma figura na resolução das tarefas.

Na segunda fase, a investigadora selecionou algumas atividades da Fase 1 (Anexo 2, 3 e 4), através dos seguintes critérios:

- a) aquelas que mais destacaram as apreensões de uma figura;
- b) aquelas que envolveram o maior número de capacidades de percepção visual.

A partir desses critérios, foi elaborado um novo conjunto de atividades (Anexo 5). Esse novo conjunto, utilizado na aplicação da fase 2, sofreu alguns reajustes a partir da aplicação na fase 1:

- a) a ordem de algumas questões foi alterada, facilitando o entendimento por parte dos alunos;
- b) alguns enunciados foram reelaborados de forma mais clara;
- c) algumas figuras foram aprimoradas e/ou substituídas, com o objetivo de facilitar a compreensão do que estava sendo solicitado no enunciado.

A fase 2 foi aplicada a uma amostra restrita: um aluno do 5º ano do Ensino Fundamental (período matutino) escolhido de forma aleatória (sorteio). Fez-se a opção por apenas um aluno por se acreditar que a análise dos resultados dessa observação seria suficiente para o alcance do objetivo proposto no estudo. A descrição dos resultados da aplicação das atividades com mais sujeitos tornaria o estudo extenso demais, além do fato de que não faz parte do propósito da pesquisa a observação de diferenças de raciocínio nas atividades propostas.

### 3.3 OS SUJEITOS DA PESQUISA

#### 3.3.1 Os alunos

Conforme citado anteriormente, nesta investigação trabalhou-se com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. A escolha desse nível de ensino teve a ver com a idade das crianças e o seu estágio de desenvolvimento. Por serem mais velhas, supõe-se que as crianças desse ano de escolaridade têm as capacidades de percepção visual mais desenvolvidas do que aquelas recém-chegadas à escola. Além disso, supõe-se também que possuam as apreensões de uma figura mais aguçadas na resolução de problemas geométricos.

#### 3.3.2 A escola

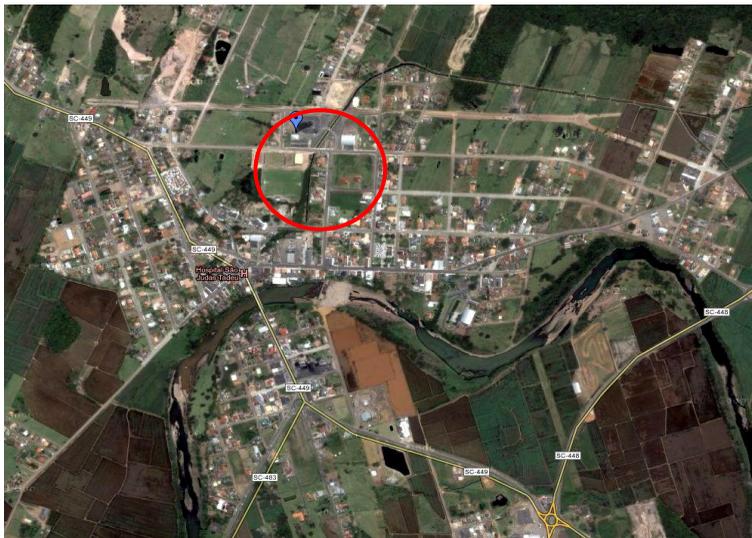
A Escola Municipal de Educação Infantil e Ensino Fundamental de Meleiro, onde se desenvolveu esta investigação, foi criada em 1º de março de 1999. Situa-se na Rua Luiza Napolli Canella, próxima ao centro da cidade Meleiro – SC. Atualmente atende, nos períodos matutino e vespertino, um total de 395 alunos do Pré-Escolar ao 9º ano

do Ensino Fundamental. Grande parte dos alunos é oriunda do meio rural, embora haja alunos do perímetro urbano.

**Figura 13 - Localização da cidade de Meleiro – Santa Catarina.**



**Figura 14 - Localização da Escola Municipal de Educação Infantil e Ensino Fundamental de Meleiro – Santa Catarina.**



A escola proporciona aos seus alunos aula de Inglês desde o Pré-Escolar e curso de Espanhol do 6º ao 9º ano, além de viagens de estudo, material escolar, uniforme, merenda de boa qualidade, atendimento e acompanhamento com a psicóloga e fonoaudióloga.

### 3.4 A COLETA DE DADOS

De acordo com Yin<sup>16</sup> (1989 apud TEIXEIRA, 2008, p. 76), é importante que num estudo de caso a recolha de informações não se limite a apenas uma fonte de evidência; é desejável que se recorra a um leque alargado de fontes de informação. No presente trabalho, a recolha de informações envolveu a utilização de diversas técnicas tais como: observação, gravação de áudio e documentos, descritas na sequência.

#### 3.4.1 Observação

Durante a técnica de observação, a investigadora não se colocou como mera expectadora do fato que foi estudado, mas integrou-se à situação com uma participação direta e pessoal.

É importante ressaltar que, antes de iniciar as Fases 1 e 2, a investigadora solicitou à professora da turma autorização para poder observar algumas de suas aulas. Esse procedimento serviu para que os alunos se habituassem à presença de outro adulto na sala. Além disso, foi uma excelente oportunidade para as relações de confiança se estabelecerem.

A técnica da observação foi utilizada, nas Fases 1 e 2, para a obtenção de impressões e episódios significativos em relação aos sujeitos da pesquisa. Na fase 1, pretendeu-se observar o nível de desenvolvimento das capacidades de percepção visual, as apreensões em geometria exigidas em cada exercício e a compreensão dos alunos em relação aos enunciados das atividades. Tudo isso para se certificar de que as atividades elaboradas para a Fase 1 estavam adequadas ao nível etário das crianças e ao suposto desenvolvimento de suas capacidades de percepção visual.

Na fase 2, a observação teve os mesmos objetivos da fase 1. Ressalta-se que, por envolver apenas um sujeito, foi mais enriquecedora em impressões que auxiliaram na resolução do problema de pesquisa.

---

<sup>16</sup>YIN, R.K. *Case study research: design and methods*. Newbury Park: Sage Publications, 1989.

As sessões observadas foram registradas durante o próprio período de observação, principalmente quando se tratava de registros descritivos. Outros registros, como por exemplo, observações de natureza mais reflexivas, foram feitos logo após o término da aula.

### **3.4.2 Registros de áudio**

A observação, na Fase 1 e 2, apoiou-se em gravações de áudio. O instrumento – gravador de áudio – foi utilizado para captar aspectos que poderiam passar despercebidos. As notas tiradas durante as sessões de observação e a transcrição dos áudios formaram o caderno de registros.

### **3.4.3 Documentos**

Utilizaram-se os seguintes documentos neste trabalho: o caderno de registros contendo as notas tiradas durante as sessões de observação e a transcrição dos áudios; e os registros produzidos pelos alunos – atividades realizadas. Esses documentos foram analisados e constituíram a base de toda a investigação.

### **3.4.4 Procedimento de Análise**

As informações foram organizadas e categorizadas com auxílio da Análise de Conteúdo (BARDIN, 2002). Basicamente, esse processo pode ser dividido em três fases: *pré-análise*, *exploração dos resultados* e *interpretação* das informações.

Segundo Moraes (1999), a análise de conteúdo constitui uma metodologia de pesquisa usada para descrever e interpretar o conteúdo de toda classe de documentos e textos. Essa análise, conduzindo a descrições sistemáticas, qualitativas ou quantitativas, ajuda a reinterpretar as mensagens e a atingir uma compreensão de seus significados num nível que vai além de uma leitura comum. O mesmo autor considera que a matéria-prima da análise de conteúdo pode constituir-se de qualquer material oriundo de comunicação verbal ou não-verbal, como cartas, cartazes, jornais, revistas, informes, livros, relatos autobiográficos, discos, gravações, entrevistas, diários pessoais, filmes, fotografias, vídeos, etc. Contudo, as informações advindas dessas diversificadas fontes chegam ao investigador em estado bruto, necessitando, então ser processados para, dessa maneira, facilitar o trabalho de compreensão, interpretação e inferência a que aspira a análise de conteúdo.

Na presente investigação, os procedimentos da Análise de Conteúdo auxiliaram para o processo de organização (Fase 1), seleção das atividades e categorização (Fase 2), a partir do registro escrito e falado dos sujeitos da pesquisa.



## **CAPÍTULO 4**

### **APREENSÕES EM GEOMETRIA E CAPACIDADES ESPACIAIS: UMA INTEGRAÇÃO POSSÍVEL?**

---

O objetivo deste capítulo é descrever e analisar os dados obtidos através das fases 1 e 2 desta investigação. Na fase 1, são relatadas as atividades do estudo-piloto, como forma de situar o leitor sobre a trajetória percorrida por esta investigação, até o momento de escolha das atividades e implementação da fase 2. Na fase 2, através de três categorias, são descritas e analisadas as atividades aplicadas.

#### **4.1 FASE 1: O ESTUDO-PILOTO**

Na Fase 1, as sessões de trabalho foram realizadas à tarde, sempre no início do período, e continuaram geralmente até o intervalo para o recreio. No total, foram realizadas três sessões de trabalho com os alunos, com a duração aproximada de duas horas cada.

Pretendeu-se que, em cada sessão, as crianças trabalhassem com atividades bastante diversificadas, não correspondendo cada uma delas ao desenvolvimento de uma única capacidade de percepção visual. Foram apresentadas três atividades de resolução individual – quebra-cabeça, visualização de uma cidade imaginária e classificação de figuras geométricas (Anexo 2, 3 e 4) – sendo aplicada uma única atividade por sessão.

Cada atividade reúne vários itens de resolução, sendo que, em alguns deles, estão subjacentes várias capacidades de percepção visual, apesar de haver algumas que predominem. Dessa forma, adotou-se o critério de se referir apenas às capacidades predominantes.

Apresenta-se, a seguir, a descrição das atividades realizadas em cada sessão de trabalho. Essa descrição baseia-se no caderno de registros da investigadora, nos comentários feitos pelos alunos durante a resolução das atividades e nos registros produzidos por eles (atividades realizadas).

##### **4.1.1 Sessões de Trabalho**

No início de cada sessão, ao distribuir as atividades aos alunos, a investigadora sempre fazia uma breve explicação sobre as mesmas. Os

alunos, durante a resolução das atividades, ou quando as concluía, mostravam-nas à investigadora. Essa, sempre que possível, atribuía o seu parecer. Se a atividade estivesse incorreta, pedia ao aluno para verificar com mais atenção o que tinha feito, pretendendo, assim, que fosse o próprio aluno a descobrir o seu erro.

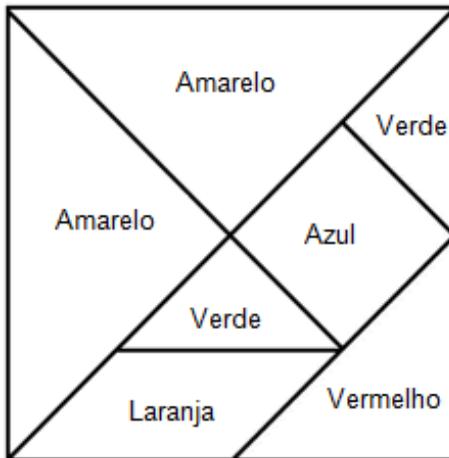
As sessões de trabalho foram divididas da seguinte forma: Primeira Sessão, Segunda Sessão e Terceira Sessão.

#### 4.1.1.1 Primeira Sessão

Participaram da primeira sessão os alunos (14) que trouxeram o termo de consentimento assinado pelos pais ou responsável (Anexo 1). A atividade aplicada nessa sessão envolveu quebra-cabeças (Anexo 2).

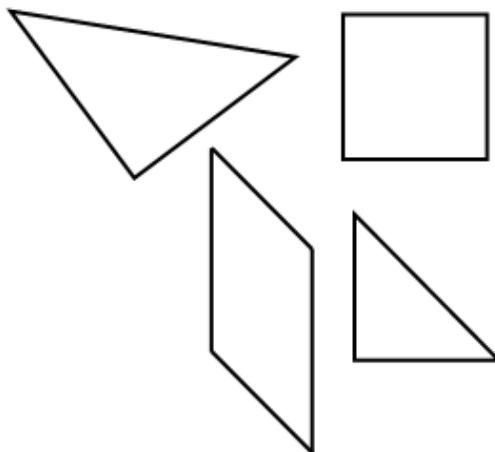
O trabalho foi iniciado com o seguinte quebra-cabeça (Figura 15):

**Figura 15 - Quebra-cabeça (Anexo 2).**



No **item A** foi solicitado às crianças que pintassem as peças abaixo (Figura 16), conforme as cores indicadas no quebra-cabeça (Figura 15):

**Figura 16 - Peças do quebra-cabeça (Anexo 2).**



Alguns alunos, antes de iniciarem a tarefa, apresentaram a seguinte dúvida: “Professora, é para pintar as peças do quebra-cabeça ou as debaixo?”. Foi necessário ler mais de uma vez o enunciado e chamar atenção para o que estava sendo pedido.

Nesse item, duas capacidades de percepção visual foram exercitadas: a coordenação visual motora – as crianças coordenaram a visão com os movimentos do corpo para pintar as peças (Figura 16); e a percepção da posição no espaço – as crianças distinguiram as peças do quebra-cabeça (Figura 16) colocadas com orientações diferentes. Além disso, duas apreensões destacaram-se: a perceptiva, no momento em que os alunos identificaram as formas das peças no plano (Figura 16); e a operatória, quando compararam as peças (Figura 16) com o quebra-cabeça (Figura 15) – viraram a folha, utilizaram a régua ou os dedos para ver a medida dos lados, entre outros.

Um pouco mais da metade dos alunos acertou a tarefa e pintou as peças com bastante perfeição. Entretanto, o restante do grupo pintou de amarelo o triângulo que deveria ter sido pintado de vermelho na Figura 16. Isso ocorreu, provavelmente, pelo fato do triângulo vermelho na Figura 15 encontrar-se numa posição privilegiada pelo ensino escolar, o que não acontece na Figura 16.

No **item B**, a apreensão discursiva foi bastante solicitada. Para responder às questões – B.1, B.2, B.3 e B.4 –, os alunos precisaram interpretar e extrair algumas informações do quebra-cabeça (Figura 15),

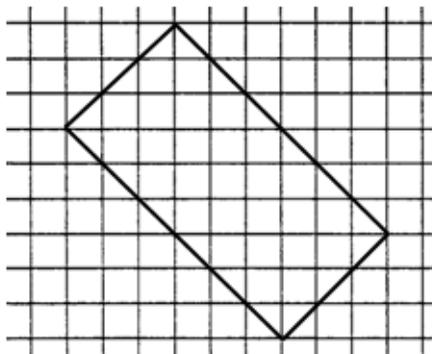
a partir dos elementos que o compõe (peças). Também utilizaram a apreensão perceptiva para identificar, por exemplo, as peças de quatro lados, as peças com lados opostos paralelos, o total de peças, etc.

Na questão B.1 – “O quebra-cabeça é formado por quantas peças?” – dois alunos apresentaram a seguinte dúvida: “O quebra-cabeça de cima ou as peças de baixo?”. Perante essa dúvida, foi preciso indagar: “Pessoal, qual é o quebra-cabeça?”. Na questão B.2 – “Como se chamam as peças que formam o quebra-cabeça?” –, uma aluna percebeu que havia peças iguais e disse: “Vou escrever só uma vez, né?”. Os alunos reconheceram facilmente o triângulo e o quadrado como peças do quebra-cabeça, porém, não reconheceram o paralelogramo. Muitos deles disseram: “Eu esqueci professora”, “Lembro do desenho, mas não sei o nome” e “Esta é muito difícil”.

A questão B.3 – “Quantas peças de quatro lados o quebra-cabeça possui?” – foi respondida corretamente por quase todos os alunos. Na questão B.4 – “Quais as peças do quebra-cabeça que possuem lados opostos paralelos” – algumas crianças sugeriram que se trocasse a palavra opostos por contrários. Já em relação ao conceito “paralelos”, foi necessária uma intervenção oral da investigadora, para toda a turma, no sentido de esclarecer, por meio de exemplos próximos dos alunos, o que se entendia por paralelos. Quando questionados sobre o que seriam ruas paralelas, a maioria não respondeu. Outros disseram: “São iguais”, “Ela pega e desce” e “Ela quebra pra cá”.

No **item C**, a figura a seguir (Figura 17) foi construída com peças do quebra-cabeça:

**Figura 17 - Figura construída com peças do quebra-cabeça (Anexo 2).**



Nesse item, as quatro apreensões destacaram-se:

- a) ao reconhecer a forma da figura desenhada no papel quadriculado (Figura 17) e interpretar/extrair algumas informações dessa figura – nome, número de ângulos, área, etc. – as crianças fizeram uso da apreensão perceptiva e da discursiva, respectivamente.
- b) a apreensão operatória foi requerida em dois momentos: na questão C.4, quando as crianças utilizaram a operação de reconfiguração intermediária para calcular a área da Figura 17; e na questão C.5.1, quando manipularam as peças do quebra-cabeça (Figura 15) para preencher o contorno da Figura 17.
- c) a apreensão sequencial foi solicitada, na questão C.5.1, quando as crianças estabeleceram certa ordem para preencher o contorno da Figura 17.

No **item C**, duas capacidades de percepção visual foram praticadas:

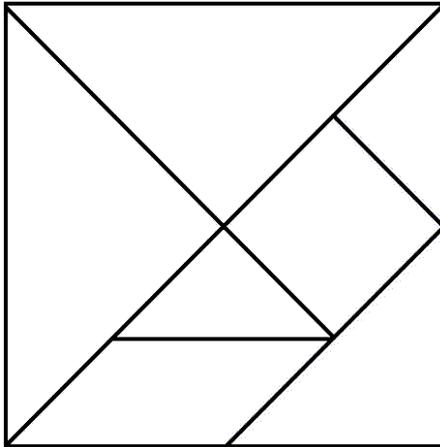
- a) a coordenação visual motora (questão C.5) – as crianças coordenaram os movimentos da mão com a visão para recortar as peças do quebra-cabeça (Figura 15).
- b) a percepção figura fundo (questão C.5.1) – os alunos encontraram a figura, cujo contorno foi dado (Figura 17), reunindo peças do quebra-cabeça (Figura 15).

Notou-se que os alunos reconheceram a figura desenhada (Figura 17) como sendo um retângulo; entretanto, não conseguiram discernir sobre os seus ângulos. A maioria perguntou: “O que são ângulos, professora?” Foi necessário associar os ângulos do retângulo aos “cantos” da sala de aula, da carteira escolar, etc. Outro aspecto negativo evidenciado foi a grande dificuldade apresentada pelos alunos no cálculo da área. Foi preciso uma intervenção constante da investigadora para fazê-los perceber que, para encontrar a área da figura, bastava somar os quadradinhos inteiros e as suas metades. Os alunos apresentaram dúvidas como: “Tem que fazer conta?”, “É só os quadradinhos de dentro?”, “Professora, eu acho que são só alguns de dentro”, “Tem que contar os quadradinhos inteiros e não as metades que parecem triângulos, né?”, “O que a gente faz com as metades?”, “Posso colocar fora as metades?”.

Para resolver a questão C.5.1 – “Utilize quantas peças forem necessárias para preencher a figura cujo contorno aparece abaixo” – as crianças manipularam as peças do quebra-cabeça (Figura 15); entretanto, devido ao grande número de alunos, não foi possível perceber de que forma essa manipulação ocorreu. A tarefa causou bastante interesse e motivação nos alunos, apesar de ter se revelado difícil para alguns deles. É importante ressaltar que a maioria conseguiu formar a Figura 17 com três peças do quebra-cabeça.

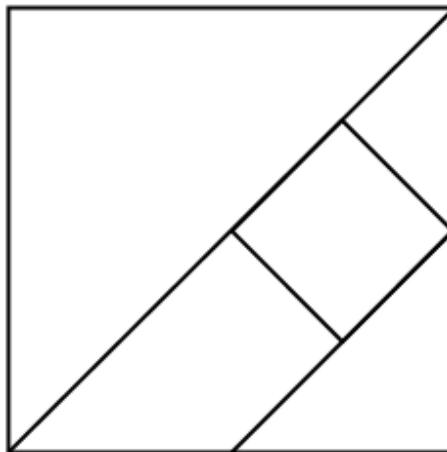
No **item D**, os alunos observaram o seguinte quebra-cabeça (Figura 18) desenhado no quadro pela investigadora:

**Figura 18 - Quebra-cabeça (Anexo 2).**



Sem voltar a observá-lo, eles tiveram que completar o quebra-cabeça abaixo (Figura 19) com as peças que estão faltando:

**Figura 19 - Quebra-cabeça incompleto (Anexo 2).**



Nesse item, trabalhou-se com o desenvolvimento de duas capacidades de percepção visual: a memória visual e a discriminação visual. A memória visual foi exercitada quando os alunos observaram, durante alguns segundos, (aproximadamente 10) o quebra-cabeça desenhado no quadro (Figura 18), e depois, sem tornar a vê-lo, tentaram completá-lo (Figura 19). Na questão D.2, ao comparar os dois quebra-cabeças – Figura 18 e Figura 19 –, os alunos treinaram a sua capacidade de discriminação visual.

Percebeu-se que os alunos não apresentaram muito cuidado ao completar o quebra-cabeça (Figura 19), ficando o trabalho um pouco imperfeito. Não houve muito entusiasmo por parte deles, talvez pelo fato do quebra-cabeça em questão já ter sido utilizado por diversas vezes nessa sessão. Notou-se também que os alunos que não completaram corretamente o quebra-cabeça (Figura 19) conseguiram facilmente detectar as diferenças entre os desenhos.

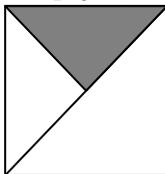
Na resolução do **item D**, três apreensões foram exigidas:

- a) a discursiva, no momento em que os alunos interpretaram e extraíram informações – semelhanças e diferenças – dos dois quebra-cabeças;
- b) a operatória, quando os alunos operaram sobre o quebra-cabeça (Figura 19) – completaram com traços as peças que estavam faltando e as compararam àquelas desenhadas no quadro pela investigadora (Figura 18);

c) e a perceptiva, quando utilizaram o olhar para reconhecer as peças do quebra-cabeça (Figura 19) que estavam faltando.

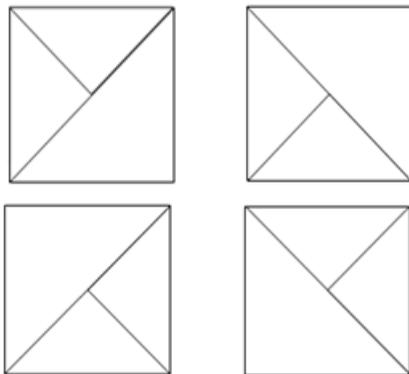
No **item E** foi apresentado às crianças um quebra-cabeça de três peças, conforme mostra a Figura 20 a seguir:

**Figura 20 - Quebra-cabeça de três peças (Anexo 2).**



Na figura abaixo (Figura 21), ele aparece virado de diferentes maneiras:

**Figura 21 - Quebra-cabeça virado de diferentes maneiras (Anexo 2).**



Ao encontrar a posição do triângulo e pintá-lo (Figura 21), os alunos praticaram as habilidades de percepção da posição no espaço e de coordenação visual motora, respectivamente. Oralmente, a investigadora sugeriu às crianças que escrevessem a estratégia utilizada para encontrar o triângulo. A maioria escreveu: “Virei a folha”. Outros dois escreveram: “Coloquei a mão direita no lado pintado e fui girando” e “Imaginei que tinha cortado e fui colocando em cima com o pensamento”.

Nesse item, duas apreensões destacaram-se:

- a) a operatória, quando os alunos operaram sobre o quebra-cabeça (Figura 21) – rotacionaram-no para encontrar a posição do triângulo e pintá-lo;
- b) e a perceptiva, no momento em que fizeram uso do olhar para identificar a posição do triângulo.

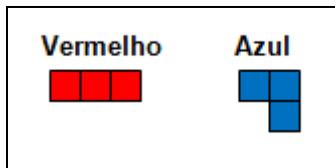
A tarefa entusiasmou bastante as crianças. Elas julgaram que precisavam encontrar o triângulo a ser pintado no menor tempo possível, ou seja, o espírito competitivo foi muito forte. Dessa forma, foi preciso fazê-los compreender a importância de controlar a ansiedade e de manter a concentração para conseguir ver o triângulo nas diversas posições. Um pouco mais da metade dos alunos acertou a posição correta do triângulo.

#### 4.1.1.2 Segunda Sessão

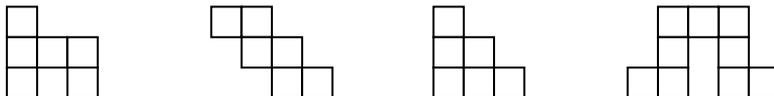
Participaram da segunda sessão os alunos (17) que trouxeram o termo de consentimento assinado pelos pais ou responsável (Anexo 1). A atividade aplicada nessa sessão envolveu a visualização de uma cidade imaginária (Anexo 3). O trabalho iniciou com a leitura oral do enunciado, feita pela investigadora, o qual se seguiu com a leitura silenciosa por cada um dos alunos. Após a leitura individual, foi proposto às crianças que explicassem no grande grupo o enunciado da atividade, o que a maioria fez sem dificuldades. Indagadas sobre o que elas estavam vendo a bordo do balão, algumas responderam: “Um campo de futebol”, “Uma estrada”, “Bueiros”, “Carros”, “Um trevo”, “Tô vendo uma pista”, “Tartarugas” e “É uma construção”. A professora perguntou: “O que será que está sendo construído?”. Um aluno respondeu: “Pode ser a laje de um prédio ou de uma casa”. Ao ouvir essas respostas, a investigadora sugeriu aos alunos que iniciassem a resolução do **item A**.

No **item A** trabalhou-se com o desenvolvimento de duas capacidades de percepção visual: a coordenação visual motora e a percepção das relações espaciais. A coordenação visual motora foi exercitada no momento em que os alunos tiveram que terminar o revestimento na piscina e no campo de futebol, ou seja, pintá-los. Já a percepção das relações espaciais foi treinada quando tiveram que perceber, na questão A.4, a figura vermelha e a figura azul (Figura 22) dentro de outras figuras (Figura 23).

**Figura 22 - Figura vermelha e figura azul (Anexo 3).**



**Figura 23 - Figuras construídas por justaposição (Anexo 3).**



Para resolver essa questão, foi necessária uma interferência constante da investigadora, uma vez que as crianças apresentaram muitas dúvidas: “Vermelhas e azuis podem estar no mesmo conjunto?”, “Elas podem estar ao contrário?”, “Como assim, professora?”, “Pode ter uma figura com tudo azul?”, “Pode ficar quadrado sem pintar?”, etc. É importante ressaltar que, ao colorir as figuras, os alunos também coordenaram os movimentos da mão com a visão.

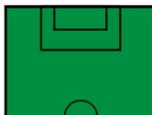
Nesse item, as quatro apreensões destacaram-se:

- a) os alunos utilizaram a apreensão perceptiva quando identificaram o espaço retangular para resolver as questões (A.1, A.2, A.3, A.4, A.5 e A.6) e no momento em que precisaram reconhecer a figura vermelha e a figura azul (Figura 22) noutras figuras (Figura 23). Em relação ao espaço retangular, duas crianças perguntaram: “É tipo uma porta?” e “É um retângulo, né?”.
- b) a apreensão operatória foi solicitada quando as crianças utilizaram a operação de reconfiguração intermediária, na questão A.3, para calcular a área da piscina. Além disso, quando operaram sobre a figura vermelha e a figura azul (Figura 22) – rotacionaram-nas para pintar as figuras construídas por justaposição (Figura 23).
- c) a apreensão discursiva foi exigida no momento que os alunos tiveram que interpretar e extrair algumas informações da piscina e do campo de futebol. Por exemplo: a quantidade de cerâmica utilizada para cobrir a piscina (questão A.2) e a medida do contorno do campo (questão A.6). Em relação a essa

última, grande parte do grupo apresentou dificuldades para encontrá-la. A maioria somou, inicialmente, apenas os lados que estavam identificados com as medidas de 40m e 35m. Foi preciso fazê-los perceber que alguns lados estavam sendo esquecidos. Como sugestão, a investigadora propôs às crianças que escrevessem a medida em cada lado do campo de futebol.

- d) a apreensão sequencial foi requerida nas questões A.4 e A.5. Na questão A.4, quando os alunos precisaram estabelecer certa ordem para perceber a figura vermelha e a figura azul (Figura 22) dentro de outras figuras (Figura 23). Já na questão A.5, quando os alunos precisaram terminar a marcação do campo de futebol (Figura 24).

**Figura 24 - Metade do campo de futebol (Anexo 3).**



A apreensão sequencial, nesse caso, refere-se à ordem de construção do campo (retângulo). Os alunos utilizaram a régua para fazer as faixas de marcação.

No **item B**, duas capacidades de percepção visual foram treinadas: a coordenação visual motora e a percepção das relações espaciais. A primeira foi praticada quando os alunos pintaram, na questão B.1, a vista superior de cada prédio. Já a segunda quando os alunos descobriram, na questão B.3, qual dos moldes era o do prédio (cubo).

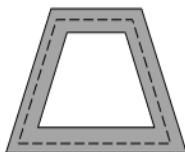
A questão B.3 – “O prédio tem a forma de um cubo. Qual dos moldes abaixo é o do prédio?” – gerou muita discussão entre os alunos. Quando questionados pela investigadora as razões de sua escolha, muitos disseram: “Eu girei a folha”, “Eu dobrei os quadrados na cabeça e assinaléi”, “Eu dobrei a folha”, “Eu virei a folha e imaginei que tava virando o quadrado”, “Eu virei para o lado”, etc. As crianças apresentaram dificuldades e demoraram bastante tempo para resolver a tarefa; no entanto, todas mostraram-se muito entusiasmadas. Uma delas, por exemplo, teve a iniciativa de recortar e montar o molde do prédio (cubo) para ver se tinha assinalado a resposta correta.

Ao utilizarem as estratégias acima – dobrar e virar a folha – para encontrar o molde do prédio, os alunos operaram sobre a figura. Além

da apreensão operatória, fizeram uso do olhar para reconhecer, no plano, a vista superior do prédio e o seu molde. Em relação à vista superior dos prédios (questão B.1), algumas crianças apresentaram a seguinte dúvida: “Professora, é o mesmo que a vista de cima?”. Já a apreensão discursiva foi exigida quando os alunos interpretaram e extraíram algumas informações dos prédios como, por exemplo, a figura que representa a sua vista superior (questão B.2) e o seu molde (questão B.3).

No **item C**, trabalhou-se com o desenvolvimento da coordenação visual motora. Para seguir o traçado da pista (Figura 25) e colorir os bancos e as árvores da pracinha (questão C.2 e C.3, respectivamente), as crianças coordenaram os movimentos da sua mão com a sua visão.

**Figura 25 - Desenho da pista (Anexo 3).**



Percebeu-se que algumas crianças não conseguiram desenhar o traçado da pista (Figura 25) de forma contínua; entretanto, quase todas coloriram os bancos e as árvores da pracinha com bastante perfeição.

Na resolução do **item C**, duas apreensões destacaram-se:

- a) a perceptiva, quando as crianças identificaram a forma do traçado da pista (Figura 25) e as formas retangulares e redondas dos bancos (questão C.2);
- b) a discursiva, quando interpretaram e extraíram algumas informações da pista (Figura 25) para assinalar a alternativa verdadeira na questão C.1.2.

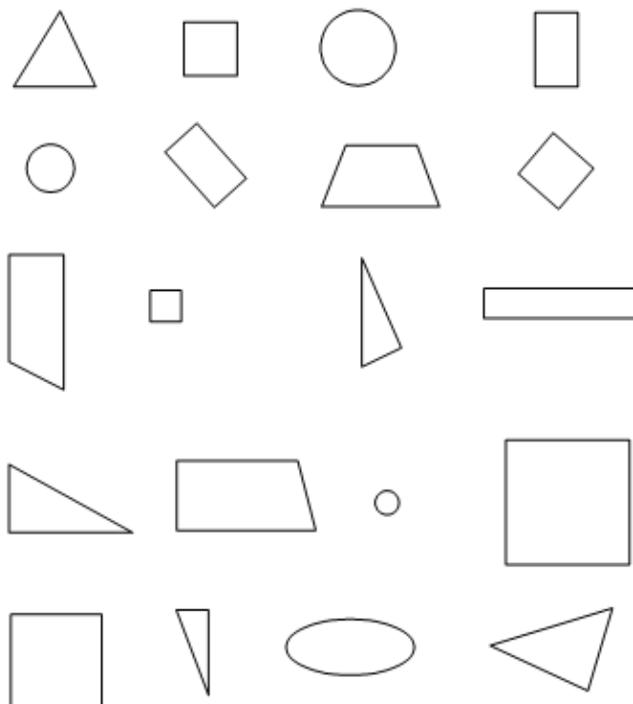
Observou-se que apenas três alunos identificaram a figura que representa o traçado da pista como sendo um trapézio (questão C.1.1). Porém, pelo fato do conceito “paralelo” já ter sido esclarecido na sessão anterior, quase todos responderam corretamente a questão C.1.2.

No **item D**, ao pintarem alguns objetos da pracinha, os alunos também coordenaram os movimentos da mão com a visão. Percebeu-se que, talvez por não lerem o enunciado – “Asfalto (pinte de preto) uma rua paralela a rua lajotada” – com atenção, quase metade dos alunos coloriu de preto a rua lajotada e a paralela.

### 4.1.1.3 Terceira Sessão

Participaram da terceira sessão os alunos (17) que trouxeram o termo de consentimento assinado pelos pais ou responsável (Anexo 1). A atividade aplicada nessa sessão envolveu a classificação de figuras geométricas (Anexo 4). Inicialmente, no **item A**, os alunos observaram as semelhanças e diferenças entre as figuras abaixo (Figura 26):

**Figura 26 - Figuras geométricas (Anexo 4).**



Em seguida, pintaram com uma mesma cor as figuras que apresentavam características comuns. Ao terem que explicar, por escrito, o porquê de tais figuras terem sido pintadas com uma mesma cor, os alunos apresentaram algumas reações de rejeição. A maioria deles reclamou da grande quantidade de figuras envolvida na atividade.

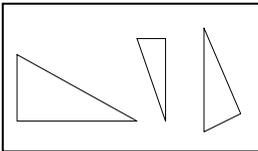
Na resolução do item A, três capacidades de percepção visual foram exercitadas:

- a) a coordenação visual motora – ao pintar as figuras que apresentam características comuns, as crianças coordenaram os movimentos da mão com a visão;
- b) a discriminação visual – as crianças descobriram, num conjunto de figuras, quais as que apresentam características comuns;
- c) a constância perceptual – as crianças reconheceram as figuras apresentadas numa variedade de tamanhos e posições.

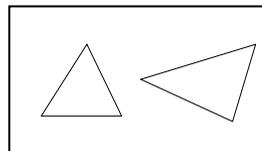
Nesse item, destacaram-se as apreensões perceptiva, operatória e discursiva. No caso da perceptiva, alguns aspectos significativos foram percebidos:

- a) nove alunos olharam para os triângulos como se estivessem divididos em dois grupos: grupo A (Figura 27) e grupo B (Figura 28). Segundo os alunos, as figuras do grupo A são: pontudas, parecidas com pirâmides, etc. Já as figuras do grupo B são: triangulares, têm o mesmo formato, etc.

**Figura 27 - Grupo A**



**Figura 28 - Grupo B**



- b) dois alunos não conseguiram identificar o quadrado (Figura 29) posicionado de maneira não habitual.

**Figura 29 - Quadrado na posição oblíqua.**



- c) dois alunos não conseguiram identificar o retângulo (Figura 30) cujo tamanho era diferente dos demais.

**Figura 30 - Retângulo.**



- d) dois alunos não conseguiram identificar o trapézio (Figura 31) posicionado verticalmente.

**Figura 31 - Trapézio na vertical.**



- e) um aluno dividiu as figuras em três grupos: as redondas, as pontudas e as com formato quadrado.

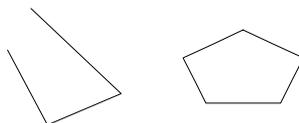
Notou-se que os alunos compararam as figuras para poder pintá-las. Essa comparação se deu através dos lados (tamanho, número, paralelos ou não, etc.), dos ângulos (pontudos, iguais, finos, etc.) e do formato (arredondadas, triangulares, pirâmides, caixas, igual ou diferente, retangular, quadrado, oval, etc.). Algumas crianças relataram que viraram as figuras – para cima ou para baixo – para observar se eram parecidas ou iguais. Dessa forma, ao operar sobre as figuras (compará-las ou girá-las), os alunos exploraram a apreensão operatória.

Já a apreensão discursiva foi requerida no momento que os alunos tiveram que interpretar e extrair algumas informações das figuras para explicar o porquê de terem sido pintadas com uma mesma cor.

No **item B**, para numerar as figuras conforme uma classificação dada, os alunos tiveram que identificar semelhanças e diferenças entre elas, ou seja, praticaram a capacidade de discriminação visual. Percebeu-se que, talvez pelo fato da maioria das figuras não apresentar diferenças de formato, tamanho e posição – com a classificação dada –, os alunos não se mostraram muito entusiasmados com a resolução da tarefa.

Notou-se que todas as crianças apresentaram dificuldades para numerar o pentágono e a linha poligonal aberta (Figura 32), já que ambos não eram iguais às figuras da classificação dada.

**Figura 32 - Pentágono e linha poligonal aberta.**



Em relação à Figura 32, algumas perguntaram: “O que eu faço com essas figuras diferentes?”, “Posso deixar em branco?”, “Vejo com qual elas se parecem mais?”, etc. A investigadora precisou intervir: “Olhem com bastante atenção: será que elas podem ser classificadas como 1, 2, 3 ou como nenhuma delas?”.

A intenção da tarefa era que os alunos fizessem uma classificação conforme os lados. Entretanto, foi curioso observar que a maioria deles classificou o pentágono como uma figura 2 (quadrados, trapézios e retângulos) e a linha poligonal aberta como uma figura 1 (triângulos). Pelo fato da tarefa envolver muitos alunos, não foi possível perceber o porquê de tal classificação.

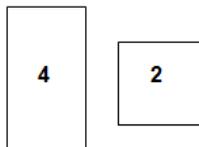
Na resolução do **item B**, a apreensão que se destacou foi a perceptiva (os alunos fizeram uso do olhar para reconhecer as formas das figuras).

No **item C**, ao identificar o que as figuras têm em comum e de diferente, duas capacidades de percepção visual foram exercitadas: a discriminação visual, quando as crianças identificaram as semelhanças e diferenças entre as figuras; e a constância perceptual, quando reconheceram as figuras apresentadas numa variedade de tamanhos e posições.

Não foi fácil para as crianças resolverem o **item C**. Começaram com entusiasmo; no entanto, apresentaram muitas dificuldades para detectar as semelhanças e diferenças entre as figuras. Por exemplo:

- a) na questão C.1, alguns alunos apontaram as semelhanças entre as figuras 2 e 4 (Figura 33) de forma confusa: “são iguais como quadrados”, “têm tamanhos diferentes”, etc. Poucos escreveram que as figuras têm em comum o número de lados, os ângulos, os lados paralelos, etc.

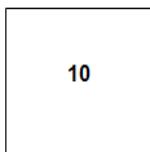
**Figura 33 - Retângulo e quadrado.**



Apenas um aluno escreveu que as figuras 2 e 4 (Figura 33) são diferentes porque uma é um quadrado e a outra é um retângulo. Grande parte do grupo respondeu que elas diferem apenas no tamanho.

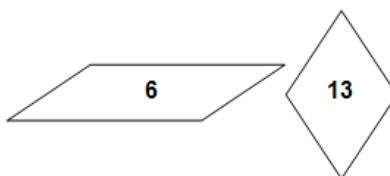
Na questão C.1.1 – “A figura 10, você classificaria com a 2 ou com a 4”? –, todos os alunos classificaram a figura 10 (Figura 34) com a 2 (Figura 33). Quando perguntado o porquê de tal classificação, a maioria respondeu: “porque são diferentes apenas no tamanho” e “têm a mesma forma”.

**Figura 34 - Quadrado.**

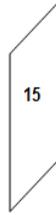


- a) na questão C.2, algumas crianças também apontaram as semelhanças entre as figuras 6 e 13 (Figura 35) de forma confusa: “são grandes”, “os lados não são paralelos”, “são quase iguais”, “se virar a folha vai ficar um triângulo”, etc. Outras escreveram que as figuras têm em comum o número de lados, os ângulos e outros. Três alunos não opinaram. Notou-se que a maioria das crianças respondeu que as figuras diferem apenas no tamanho.

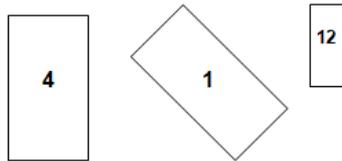
**Figura 35 - Paralelogramos.**



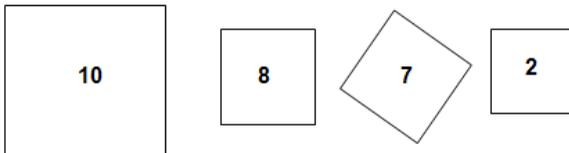
Na questão C.2.1 – “A figura 15, você classificaria com a 6 ou com a 13”? –, apenas um aluno classificou a figura 15 (Figura 36) com a 13 (Figura 35). Quando perguntado o porquê de tal classificação, ele respondeu: “porque é um triângulo”. O restante do grupo classificou a figura 15 com a 6. As respostas apresentadas foram as seguintes: “têm o mesmo formato”, “têm o mesmo tamanho”, “são iguais”, “quase parecidas”, etc.

**Figura 36 - Paralelogramo.**

Na questão C.3 – “Classifique as figuras mais parecidas com a figura 1” – observou-se que apenas três alunos classificaram as figuras 4 e 12 com a figura 1 (Figura 37). Doze alunos a classificaram somente com a figura 4. A maioria reconheceu as figuras desse grupo como sendo retângulos.

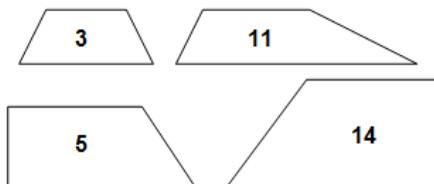
**Figura 37 - Retângulos**

Na questão C.4 – “Classifique as figuras mais parecidas com a figura 2” – somente dois alunos classificaram as figuras 7, 8 e 10 com a figura 2 (Figura 38). Seis crianças classificaram apenas as figuras 8 e 10 com a figura 2. Quatro crianças classificaram apenas a figura 10 com a figura 2. Praticamente todos reconheceram as figuras desse grupo como sendo quadrados.

**Figura 38 - Quadrados.**

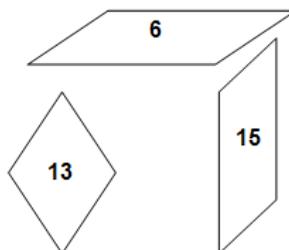
Na questão C.5 – “Classifique as figuras mais parecidas com a figura 3” – apenas um aluno classificou as figuras 5, 11 e 14 com a figura 3 (Figura 39). Praticamente metade das crianças (sete) classificou somente a figura 5 com a figura 3. Ninguém reconheceu essas figuras como sendo trapézios.

**Figura 39 - Trapézios.**



Na questão C.6 – “Classifique as figuras mais parecidas com a figura 6” – a maioria dos alunos (quinze) classificou apenas a figura 15 com a figura 6 (Figura 40). Nenhuma criança classificou a figura 13 com a figura 6. Quase todos reconheceram as figuras desse grupo como sendo paralelogramos, provavelmente, pelo fato da figura paralelogramo já ter sido discutida na primeira sessão.

**Figura 40 - Paralelogramos.**



No item c, três apreensões foram requeridas:

- a perceptiva, quando as crianças reconheceram as formas das figuras no plano;
- a discursiva, quando identificaram e extraíram algumas informações das figuras – semelhanças e diferenças –;

- c) e a operatória, quando compararam as figuras. Em relação a essa última, devido ao grande número de alunos, não foi possível perceber claramente como ocorreu essa comparação.

## 4.2 FASE 2: DESCRIÇÃO E ANÁLISE

A fase 2 foi realizada no período matutino com um único aluno, selecionado conforme os critérios já expostos na metodologia. No total foi realizada uma única sessão de trabalho, com a duração aproximada de duas horas. A atividade proposta reúne vários itens de resolução (A, B, C, D, E, F), conforme o anexo 5. Com auxílio da análise de conteúdo (BARDIN, 2002), foram construídas as seguintes categorias de análise:

### **4.2.1 Apreensões em geometria x capacidades de percepção visual: ênfase nas apreensões.**

Fazem parte dessa categoria as atividades em que as apreensões em geometria se destacaram. A descrição e a análise das referidas tarefas não segue a nenhuma ordem.

O aluno não revelou grandes dificuldades na execução do **item A** (Figura 41). Nas tarefas “Quantas peças tem o quebra-cabeça?”, “Quais as peças do quebra-cabeça que possuem a mesma forma? Indique as cores.” e “Quantas peças de quatro alunos o quebra-cabeça possui?”, o aluno demonstrou um excelente desempenho.

**Figura 41 - Tarefas do item A (Anexo 5).**

**Item A**

Observe o seguinte quebra-cabeça:



**a.1)** Quantas peças tem o quebra-cabeça?

---

**a.2)** Quais são as peças do quebra-cabeça que possuem a mesma forma? **Indique as cores.**

---

**a.3)** Quantas peças de quatro lados o quebra-cabeça possui?

---

**a.4)** Quais são as peças do quebra-cabeça que possuem lados paralelos? **Indique as cores.**

---

Na tarefa a.4 – “Quais são as peças do quebra-cabeça que possuem lados paralelos? Indique as cores.” –, o aluno apresentou uma dúvida: “o que são lados paralelos?”. Perante essa dúvida, a investigadora respondeu-lhe que “lados paralelos são como as linhas do caderno, elas nunca se cruzam”. Esclarecido, o aluno indicou corretamente as cores das peças que possuem lados paralelos.

No **item A**, mais precisamente nas tarefas a.1, a.2, a.3 e a.4, nenhuma capacidade de percepção visual predominou. Entretanto, duas apreensões foram bastante requisitadas:

- a) a perceptiva;
- b) a discursiva.

A apreensão perceptiva destacou-se quando o aluno identificou o número de peças do quebra-cabeça, as peças com a mesma forma, as peças com quatro lados e as peças com lados paralelos (DUVAL, 1994). O aluno reconheceu que o quebra-cabeça (Figura 41) tinha duas peças com lados paralelos e conseguiu reconhecê-las pela forma. Mostrou desconhecimento do nome de apenas uma delas, a laranja. A investigadora afirmou que ela se chamava paralelogramo e ele deduziu que ela tinha esse nome por causa da definição dada anteriormente sobre o que seriam lados paralelos. Para Duval (1988), há a subordinação da apreensão perceptiva à apreensão discursiva. Nesse caso, houve a necessidade de uma teorização da representação figural.

A apreensão discursiva destacou-se na análise da resolução da tarefa a.4. Ela foi essencial, pois, à primeira vista, o aluno não teve a apreensão perceptiva necessária para a resolução da atividade. Foi somente a partir do que foi dito pela investigadora que a resolução foi possível (DUVAL, 1988, p.69). Também na resolução das tarefas – a.1, a.2 e a.3 –, ela foi solicitada quando o aluno interpretou e extraiu algumas informações do quebra-cabeça (Figura 41) – o total de peças, as peças com a mesma forma e o número de peças de quatro lados.

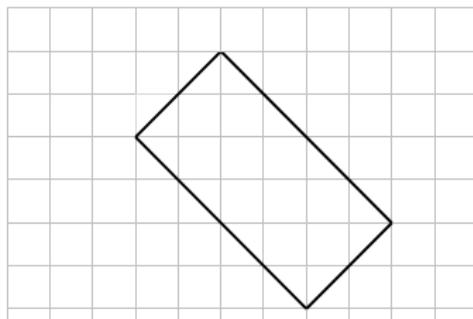
As perguntas levantadas pela investigadora nas tarefas – a.1, a.2, a.3 e a.4 – levaram o aluno a interpretar as peças do quebra-cabeça não de forma imediata e automática, mas dirigiu o olhar para aspectos dos elementos que as compõem (DUVAL, 1988, p.58).

Nessas tarefas, observou-se, com relação às articulações propostas por Duval (1997), uma forte junção da apreensão perceptiva com a apreensão discursiva, a qual o autor chama de figura geométrica.

No **item B** (Anexo 5), mais precisamente na tarefa b.3 (Figura 42), o aluno apresentou uma dúvida: “o que é vértice?”. Perante essa dúvida, a investigadora respondeu-lhe que “vértice é o ponto de encontro dos lados da figura” [a investigadora apontou para um triângulo e indicou os seus vértices]. Esclarecido, o aluno encontrou corretamente o número de vértices da figura desenhada no papel quadriculado (Figura 42).

**Figura 42 - Retângulo desenhado no papel quadriculado (Anexo 5).**

**b.3)** Observe a mesma figura desenhada no papel quadriculado. Em seguida responda:



- Como se chama essa figura?

---

- Quantos vértices ela tem?

---

- Qual a sua área total?

---

O aluno não apresentou dificuldade para calcular a área da Figura 42. Utilizou a estratégia de contar primeiro os quadradinhos inteiros e, posteriormente, as suas metades (triângulos). O fato de ter percebido, na tarefa b.2, que dois triângulos formam um quadrado, facilitou o cálculo da área pelo aluno.

Quando perguntado pela investigadora o que entendia por  $1\text{cm}^2$ , ele respondeu: “A professora disse que vai esse dois para fazer que é quadrado”.

Na realização da tarefa b.3, três apreensões foram requisitadas:

- a) a perceptiva;
- b) a discursiva;
- c) a operatória.

A apreensão perceptiva destacou-se quando o aluno identificou a forma da figura no papel quadriculado; e quando reconheceu o quadrado como a soma de dois triângulos pequenos para o cálculo da área dessa figura. Observou-se que, nessa tarefa, houve a identificação da forma da figura já no primeiro olhar, além da percepção do fracionamento dela em quadrados e triângulos (DUVAL, 1994).

A apreensão operatória destacou-se quando o aluno utilizou a operação de reconfiguração intermediária (Modificação Mereológica) para calcular a área da figura – encontrou a área por meio da soma de suas partes elementares (quadrados inteiros e as suas metades – triângulos) (DUVAL, 1988). O aluno apresentou sucesso na resolução do cálculo da área.

A apreensão discursiva, quando o aluno interpretou e extraiu algumas informações – nome e área total – da figura. Em relação ao número de vértices, ele precisou de uma intervenção da investigadora para a explicação do conceito “vértice”. Depois dessa explanação, obteve sucesso na execução da tarefa. Precisou de uma teorização da representação figural (DUVAL, 1988).

Com relação às articulações, na tarefa b.3, foi possível observar:

- a) a articulação entre a apreensão perceptiva e a apreensão discursiva;
- b) a articulação entre a apreensão perceptiva e a apreensão operatória;

Percebeu-se que houve uma articulação entre a apreensão perceptiva e a apreensão discursiva. Especificamente, quando o aluno, ao observar a figura, precisou da teorização da investigadora para explicar uma propriedade inerente a ela. Ele desconhecia o conceito de “vértice”. Isso caracteriza a afirmação de Duval (1997): há uma subordinação da apreensão perceptiva à apreensão discursiva. A apreensão perceptiva esteve subordinada a discursiva, pois ele, por meio das perguntas, teve a sua percepção “orientada”. Essa articulação é chamada figura geométrica.

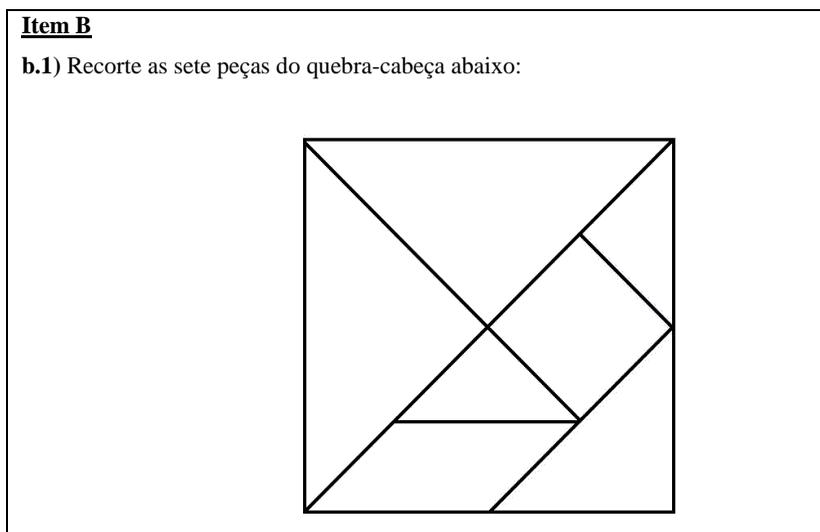
Observou-se que houve também, nessa tarefa, uma forte junção da apreensão perceptiva com a apreensão operatória, resultando na chamada visualização. Uma complementou a outra no processo.

#### 4.2.2 Capacidades de percepção visual x apreensões em geometria: ênfase nas capacidades de percepção visual.

Fazem parte dessa categoria as atividades em que as capacidades de percepção visual se destacaram. A descrição e a análise das referidas tarefas não segue a nenhuma ordem.

Na tarefa b.1, ao recortar as peças do quebra-cabeça (Figura 43), o aluno exercitou a sua capacidade de coordenação visual motora. Diante da perfeição das peças recortadas, ele demonstrou ter desenvolvida essa capacidade. A tarefa b.1 exige boa dosagem de concentração; visão e boa movimentação das mãos devem estar coordenadas (MORETTI, 2011).

**Figura 43 - Quebra-cabeça (Anexo 5).**



#### 4.2.3 Capacidades de percepção visual e apreensões em geometria – integração

Fazem parte dessa categoria as atividades em que as capacidades de percepção visual e as apreensões em geometria se destacaram de forma integrada. A descrição e a análise das referidas tarefas não segue a nenhuma ordem.

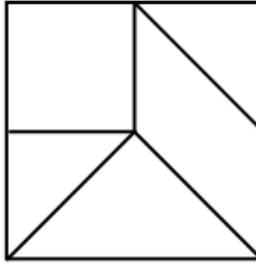
Na tarefa a.5 (Figura 44), observou-se que duas capacidades de percepção visual foram praticadas pelo aluno:

- a) a coordenação visual motora;
- b) a percepção da oposição no espaço.

A coordenação visual motora foi praticada quando ele coordenou a visão com os movimentos do corpo para pintar as peças do quebra-cabeça (Figura 45); e a percepção da oposição no espaço, quando distinguiu as peças do quebra-cabeça (Figura 43) colocadas com orientações diferentes (Figura 44).

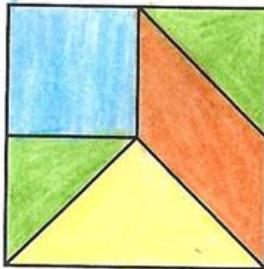
**Figura 44 - Quebra-cabeça (Anexo 5).**

a.5) Utilizando as cores indicadas no quebra-cabeça, pinte as peças do quebra-cabeça a seguir:



A Figura 45 apresenta a tarefa resolvida pelo aluno:

**Figura 45 - Quebra-cabeça colorido pelo aluno.**



A fim de compreender o porquê do aluno ter pintado as peças do quebra-cabeça (Figura 44) conforme mostra a Figura 45, a investigadora interrogou-o:

Investigadora. – “Por que você pintou essa peça de laranja?”.

Aluno – “Porque ela tem a mesma forma da peça do quebra-cabeça, só que no quebra-cabeça ela aparece deitada”.

Investigadora – “E as peças verdes?”.

Aluno – “Elas também são iguais as do quebra-cabeça, só que estão viradas diferentes”.

Investigadora – “E a peça azul?”.

Aluno – “Ela também só está virada, mas é igual”.

Investigadora – “E a peça amarela?”.

Aluno – “Ai, [coloca as mãos na cabeça] ela não é amarelo não. É vermelha, só vi agora”.

Investigadora – “Mas por que você pintou de amarelo então?”.

Aluno – “Porque ela é a maior, e lá no quebra-cabeça a maior é a amarela. E também quando girei, ela ficou na mesma posição”.

Investigadora – “Você conhece ou sabe o nome de alguma peça?”.

Aluno. – “Conheço o triângulo e o quadrado, a laranja não”.

Investigadora – “A laranja se chama paralelogramo”.

Aluno. – “Por isso que a laranja tem lados paralelos, por causa desse nome?”.

Investigadora – “Sim. Os lados paralelos estão associados à palavra paralelogramo”.

Perante os resultados obtidos nessa tarefa, percebeu-se que o aluno tem desenvolvidas as capacidades de coordenação visual motora – pintou as peças com perfeição; e de percepção da posição no espaço – distinguiu corretamente todas as peças colocadas com orientações diferentes (considerou-se o triângulo pintado de amarelo (Figura 45), já que foi o próprio aluno a perceber o seu erro).

Segundo Del Grande (1994, p.159), a percepção da posição no espaço permite que a criança determine a relação de um objeto com outro e com o observador. Nesse caso, o aluno percebeu que as peças da Figura 45 são iguais as peças da Figura 43 mediante um movimento de rotação. Frostig, Horne e Miller (1980, p. 12), reconhecem que a habilidade de coordenação visual motora é aquela em que o sujeito trabalha os movimentos do corpo orientado pela visão. Nesse caso, o aluno percebeu os limites das peças do quebra-cabeça (Figura 45) com os olhos, e os movimentos das mãos perfeitamente executados possibilitaram que o traço de cor não ultrapassasse as linhas de cada peça (figuras geométricas).

Quanto às apreensões, na resolução da tarefa a.5, três se destacaram:

- a) a perceptiva;

- b) a operatória;
- c) a discursiva.

A apreensão perceptiva destacou-se no momento em que o aluno identificou as formas das peças no plano (Figura 45). É importante ressaltar que o aluno, num primeiro momento, não reconheceu a peça vermelha (Figura 43) no outro quebra-cabeça (Figura 44) – pintou de amarelo o triângulo que deveria ter sido pintado de vermelho (Figura 45). Segundo ele, isso ocorreu porque na Figura 43 a maior peça é o triângulo amarelo e, executando-se um movimento de rotação na Figura 44, o triângulo ficaria na mesma posição do triângulo da Figura 43. Logo, deduziu que também deveria pintar de amarelo o maior triângulo da Figura 45. Para Duval (1994), a apreensão perceptiva permite a identificação dos objetos em duas ou três dimensões, sendo essa identificação realizada por meio de tratamentos cognitivos efetuados automaticamente e, portanto, inconscientemente. Está relacionada com o primeiro olhar e com a interpretação das formas da figura em uma situação geométrica. Foi, justamente, o primeiro olhar do aluno que o levou a ter a apreensão descrita acima. A percepção do seu equívoco ocorreu imediatamente após um questionamento da investigadora. Com isso, o olhar do aluno precisa ser educado, pois ele orientou-se apenas pelo tamanho da peça (triângulo) e pelo movimento de rotação executado, e não pelas propriedades dela e pela posição da peça com relação às outras dentro do quebra-cabeça.

A apreensão operatória destacou-se quando o aluno operou sobre as peças – realizou deslocamentos por rotação. Para Duval (1988), a modificação posicional é o deslocamento da figura em relação a um referencial, ou seja, corresponde a deslocamentos por rotação, translação e simetria. Nesse caso, o aluno executou um deslocamento por rotação – virou as peças da Figura 44 e as comparou com as peças da Figura 43 – percebeu, por exemplo, que o paralelogramo da Figura 44 tem a mesma forma do paralelogramo da Figura 43, só que um está “deitado” e o outro não.

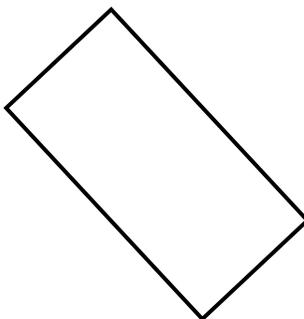
A apreensão discursiva destacou-se em todos os momentos da resolução da tarefa. Com os questionamentos da investigadora, foi possível que se percebessem quais as estratégias de raciocínio utilizadas pelo aluno. Por exemplo: justificar que havia pintado uma peça de laranja porque no quebra-cabeça (Figura 43) ela aparecia “deitada”; de verde porque as peças estavam viradas diferentes; de azul porque também estava virada.

O discurso foi determinante para que o aluno percebesse o seu equívoco quando pintou uma peça de amarelo (Figura 45), enquanto que, no quebra-cabeça (Figura 43), ela se apresentava na cor vermelha. Devido à interpelação da investigadora, imediatamente o aluno percebeu a troca. Essa observação está alicerçada no pensamento de Duval (1988, 1994), para quem a apreensão discursiva amplia o primeiro olhar do sujeito, que o leva ao desenvolvimento da apreensão perceptiva.

Com relação às articulações propostas por Duval (1997), observou-se que houve, nessa tarefa, uma forte junção da apreensão perceptiva com a apreensão operatória, resultando na chamada visualização.

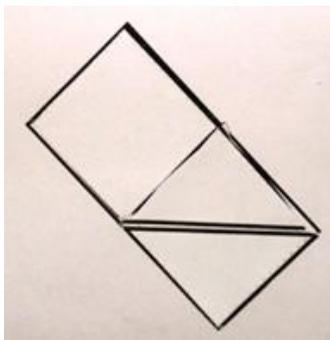
Na execução da tarefa b.2 “Utilize quantas peças forem necessárias para preencher a figura cujo contorno aparece abaixo:”, o aluno preencheu a Figura 46 sem nenhum problema.

**Figura 46 - Retângulo (Anexo 5).**



A Figura 47 a seguir apresenta a tarefa resolvida pelo aluno:

**Figura 47 - Retângulo preenchido pelo aluno.**



Para encontrar a solução conforme mostra a Figura 47, o aluno manipulou as peças recortadas do quebra-cabeça (Figura 43). A fim de compreender de que forma essa manipulação ocorreu, a investigadora o interrogou:

Investigadora – “Que estratégias você utilizou para preencher o quebra-cabeça?”.

Aluno – “Eu fui testando e vi que o quadrado cabia. Daí, peguei os dois triângulos para formar o outro quadrado”.

Investigadora – “Você sabe como se chama essa figura?”.

Aluno – “É um retângulo, mas está virado”.

Ao reunir as peças do quebra-cabeça (Figura 43) para preencher o contorno da Figura 47, o aluno praticou a sua capacidade de percepção figura fundo. De acordo com o resultado obtido, o aluno mostrou ter essa habilidade desenvolvida, pois, ao se deparar com as diversas peças recortadas do quebra-cabeça (Figura 43), concentrou-se em peças específicas: o quadrado e os dois triângulos pequenos. Desconsiderou as demais peças recortadas (DEL GRANDE, 1994).

Na realização da tarefa b.2, quatro apreensões se destacaram:

- a) a perceptiva;
- b) a operatória;
- c) a discursiva;
- d) a sequencial.

A apreensão perceptiva destacou-se quando o aluno reconheceu a forma da Figura 46 no plano; e quando identificou as peças do quebra-cabeça – quadrado e dois triângulos pequenos (Figura 47) – que formam a Figura 46. Com o primeiro olhar, o aluno reconheceu a forma das peças que preencheriam adequadamente a Figura 46 (DUVAL, 1994). A apreensão perceptiva favoreceu a resolução dessa tarefa, mesmo a Figura 46 no plano estando na posição inclinada e não naquelas que são mais privilegiadas pelo ensino escolar: horizontal e vertical (MORETTI, 2011).

A apreensão operatória destacou-se quando o aluno utilizou a operação de reconfiguração intermediária para organizar as peças recortadas do quebra-cabeça (Figura 43) em outra figura (Figura 46) – reuniu três peças do quebra-cabeça (o quadrado e os dois triângulos pequenos) para preencher o contorno da Figura 46. A operação de reconfiguração intermediária é uma Modificação Mereológica

(DUVAL, 1988). Essa operação pode estar evidente ou difícil para o aluno. Nesse caso, o fato do quebra-cabeça (Figura 43) já estar fracionado facilitou o bom desempenho do aluno na execução da tarefa.

A apreensão sequencial destacou-se quando o aluno precisou estabelecer certa ordem nas peças para preencher o contorno da Figura 46 (DUVAL, 1994).

A apreensão discursiva destacou-se na realização da tarefa quando o aluno explicou as estratégias utilizadas para o preenchimento da Figura 46; e quando ele reconheceu o nome dessa figura. Nesse caso, para Duval (1988), houve uma teorização da representação figural. O aluno trouxe nas suas respostas conhecimentos além das informações que estavam aparentes: sabia que a Figura 46 denominava-se retângulo; além de perceber a sua posição em relação ao plano (inclinação) e que duas peças (triângulos pequenos) formariam um quadrado para, juntamente com o outro quadrado, preencher o contorno da Figura 46.

Observou-se que, nessa tarefa, a articulação que se destacou foi a visualização. Duval (1997) caracteriza essa junção como o resultado da forte presença da apreensão perceptiva e da apreensão operatória.

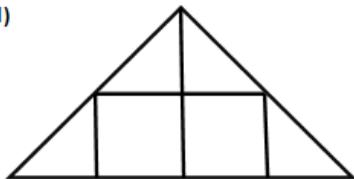
No **item C** (Anexo 5) “Com três peças do quebra-cabeça podemos formar a figura amarela e a figura verde”, o aluno apresentou bastante dificuldade para entender o enunciado da tarefa: “É para pintar uma de amarelo e outra de verde?”. Foi preciso uma interferência da investigadora: “A figura amarela e a figura verde (Figura 48) foram construídas com peças do quebra-cabeça (Figura 43). Nas figuras 1, 2, 3 e 4 (Figura 49), podemos encontrar figuras amarelas, verdes ou amarelas e verdes. Você deve pintá-las para mostrar de que maneira elas podem ser formadas de figuras amarelas, verdes ou amarelas e verdes”.

**Figura 48 - Figura amarela (paralelogramo) e figura verde (triângulo) (Anexo 5).**

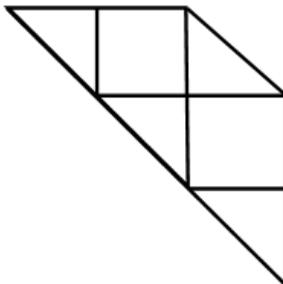


**Figura 49 - Figuras construídas por justaposição (Anexo 5).**

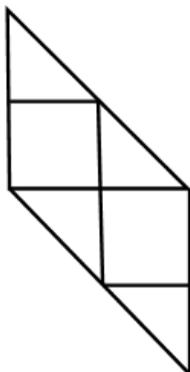
(1)



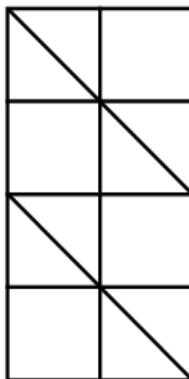
(2)



(3)



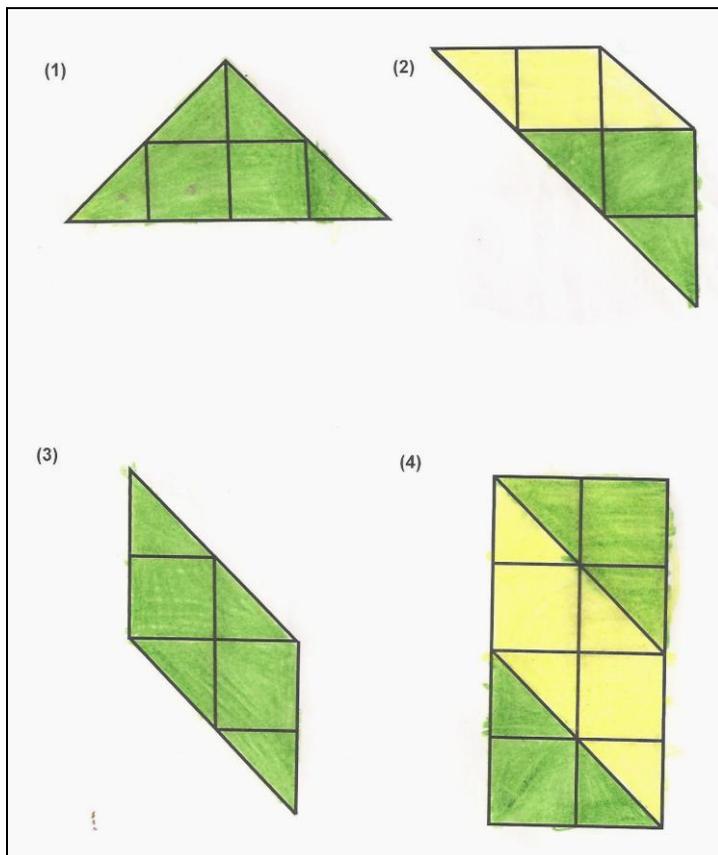
(4)



Depois da explicação da investigadora, o aluno apresentou outra dúvida: “Todos os quadrados que têm a forma do quadrado amarelo, eu tenho que pintar de amarelo?”. A investigadora entrevistou mais uma vez: “Você não pode ver o quadrado amarelo separado. Quem está junto com o quadrado amarelo?”. O aluno rapidamente respondeu: “Ah, tem um triângulo, um quadrado e outro triângulo?”. A investigadora respondeu: “Isso, essas figuras que você falou formam uma só figura. Você saberia me dizer o nome da figura amarela e da figura verde?”. O aluno respondeu: “A verde é um triângulo e a amarela é igual àquela laranja, o paralelogramo”. Esclarecidas as dúvidas, o aluno deu início à resolução da tarefa.

A Figura 50 apresenta a solução encontrada por ele:

**Figura 50 - Figuras construídas por justaposição e coloridas pelo aluno.**



Para colorir as figuras (Figura 50), o aluno utilizou a estratégia de rotacionar a figura amarela e a figura verde (Figura 48). À medida que as girava, fazia comparações com as figuras 1, 2, 3 e 4 (Figura 49), para ver se estavam contidas dentro delas.

Na execução do **item C** (Anexo 5), o aluno treinou duas capacidades de percepção visual:

- a) coordenação visual motora;
- b) percepção das relações espaciais.

A coordenação visual motora foi praticada quando o aluno coordenou a visão com os movimentos do corpo para pintar as figuras (Figura 50); Frostig, Horne e Miller (1980, p. 12), reconhecem que a habilidade de coordenação visual motora é aquela em que o sujeito trabalha os movimentos do corpo orientado pela visão. Nesse caso, o aluno percebeu os limites das figuras 1, 2, 3 e 4 (Figura 50) com os olhos, e os movimentos das mãos perfeitamente executados possibilitaram que o traço de cor não ultrapassasse as linhas de cada figura.

A percepção das relações espaciais, quando percebeu a figura amarela e a figura verde (Figura 48) dentro de outras figuras (Figura 49) (GORDO, 1993).

Por colorir as figuras corretamente e com perfeição, considerou-se que o aluno apresentou desenvolvidas as capacidades de percepção das relações espaciais e de coordenação visual motora, respectivamente.

Quanto às apreensões, no item C (Anexo 5), quatro se destacaram:

- a) a perceptiva;
- b) a operatória;
- c) a sequencial;
- d) a discursiva.

A apreensão perceptiva permitiu a identificação da forma da figura amarela e da figura verde no plano (Figura 48). Essa apreensão, no primeiro olhar, impediu a resolução de forma adequada do problema proposto (DUVAL, 1994). O aluno não via as formas da figura amarela e da figura verde como uma só figura, provavelmente pelo fato de que os traços das figuras que formavam o todo terem o mesmo destaque do traço que delineava o contorno do inteiro (paralelogramo e triângulo).

Quando utilizou o olhar para identificar a figura amarela e a figura verde (Figura 48) dentro de outras figuras (Figura 49), essa apreensão também se destacou. Ressalta-se que, no primeiro olhar, também houve o impedimento da resolução do problema.

A apreensão operatória, no momento em que o aluno operou sobre as figuras amarela e verde (Figura 48) – realizou deslocamentos por rotação. Girou as figuras amarela e verde e as comparou com as figuras construídas por justaposição (Figura 49). Aos deslocamentos por rotação, Duval (1988) categoriza como uma Modificação Posicional.

A sequencial, no momento em que o aluno precisou estabelecer certa ordem para perceber a figura amarela e a figura verde (Figura 48) dentro de outras figuras (Figura 49) (DUVAL, 1994).

A apreensão discursiva se destacou no momento em que o aluno precisou da explicação da investigadora para a compreensão do que estava disposto no enunciado em relação à figura amarela e verde (Figura 48). Ressalta-se que a apreensão perceptiva esteve subordinada a essa apreensão, pois, naquele momento, houve a necessidade da intervenção da investigadora para que o aluno conseguisse ver a figura amarela e a figura verde como uma só forma; ele as visualizava dando ênfase às peças do quebra-cabeça que as formavam (DUVAL, 1988).

Com relação às articulações, nessa tarefa, foi possível observar que houve:

- a) a articulação entre a apreensão perceptiva e a apreensão discursiva;
- b) a articulação entre a apreensão perceptiva e a apreensão operatória;
- c) a articulação entre a apreensão operatória e a apreensão discursiva;
- d) a articulação entre a apreensão discursiva e a apreensão sequencial.

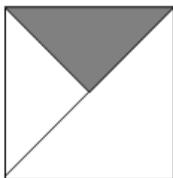
Para o sucesso da tarefa, a apreensão discursiva predominou. Ela foi solicitada para orientar o aluno em sua percepção, para operar sobre as figuras e na determinação da sequência dos passos a serem seguidos na execução da atividade<sup>17</sup>.

No item D (Anexo 5) foi apresentado ao aluno o seguinte quebra-cabeça de três peças (Figura 51):

---

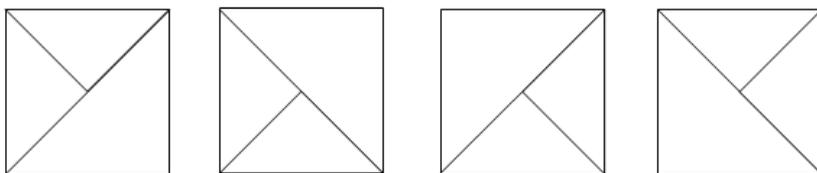
<sup>17</sup> Ressalta-se que a investigadora considera que o que está escrito para uma teorização da representação figural pode ser considerado para a apreensão discursiva. Mas a orientação oral dirigida ao aluno também pode ser considerada para essa apreensão.

**Figura 51 - Quebra-cabeça de três peças (Anexo 5).**



Na figura abaixo (52), ele aparece virado de diferentes maneiras:

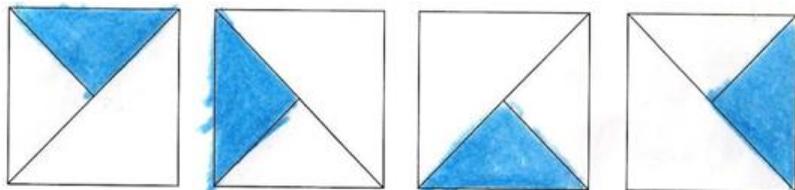
**Figura 52 - Quebra-cabeça virado de diferentes maneiras (Anexo 5).**



Foi solicitado ao aluno que encontrasse a posição do triângulo na Figura 52 e o pintasse. Antes de iniciar a tarefa, o aluno apresentou duas dúvidas: “Nos quatro desenhos é para pintar o triângulo?” e “Pode ser de qualquer cor?”. É interessante observar que, exceto para responder essas perguntas, a investigadora não foi requisitada pelo aluno em nenhum outro momento.

O aluno resolveu de forma rápida e correta a tarefa. Sua solução se apresenta a seguir (Figura 53):

**Figura 53 - Quebra-cabeças (item D) de três peças coloridos pelos alunos.**



A fim de compreender o porquê do aluno ter pintado os triângulos conforme mostra a Figura 53, a investigadora o interrogou:

Investigadora – “No primeiro quebra-cabeça, por que você pintou esse triângulo?”.

Aluno – “Porque o quebra-cabeça é igual ao de cima” [apontou para a Figura 49].

Investigadora – “E o segundo?”.

Aluno – “Eu girei o segundo quebra-cabeça e vi que o triângulo que eu pintei é igual ao de cima” [referindo-se ao triângulo pintado da Figura 51].

Investigadora – “E o terceiro?”.

Aluno – “Eu virei o terceiro quebra-cabeça de cabeça para baixo e ficou igual ao de cima” [apontou para a Figura 51].

Investigadora – “E o quarto?”.

Aluno – “Eu girei igual ao segundo”.

No item D, o aluno praticou duas capacidades de percepção visual:

- a) a percepção da posição no espaço;
- b) a coordenação visual motora

A percepção da posição no espaço foi exercitada quando o aluno soube identificar na Figura 52 a peça destacada na Figura 51 (DEL GRANDE, 1994). Já a coordenação visual motora foi praticada quando o aluno pintou a referida peça dentro dos quatro quebra-cabeças. Frostig, Horne e Miller (1980, p. 12) reconhecem que a habilidade de coordenação visual motora é aquela em que o sujeito trabalha os movimentos do corpo orientado pela visão. Nesse caso, o aluno percebeu os limites da figura do triângulo dentro dos quatro quebra-cabeças. Observou-se, no desenvolvimento dessa habilidade, que o aluno não executou com perfeição a ação de colorir as peças. A investigadora concluiu que isso deveu-se não a sua falta de habilidade, mas a sua ansiedade em terminar rapidamente a atividade.

Na execução desse item, duas apreensões se destacaram:

- a) a perceptiva;
- b) a operatória.

A apreensão perceptiva destacou-se no momento em que o aluno fez uso do olhar para identificar o triângulo a ser pintado (DUVAL, 1994).

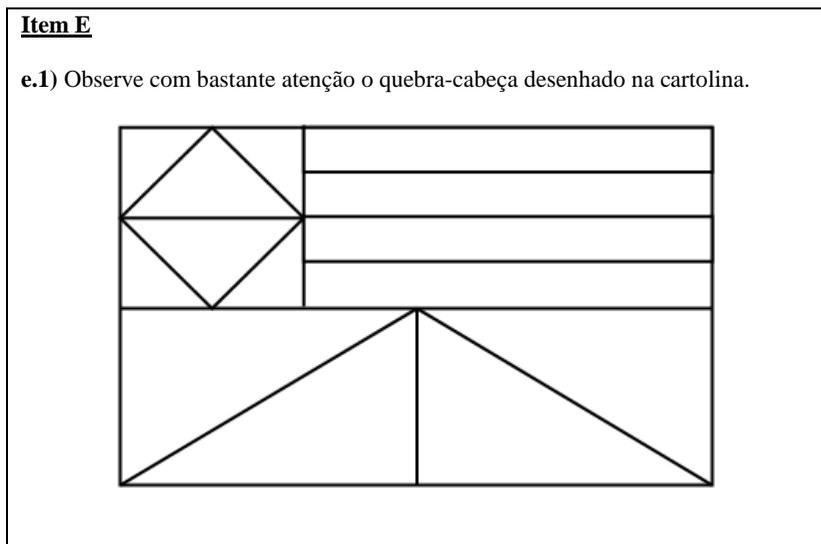
A apreensão operatória destacou-se no momento em que o aluno operou sobre os quebra-cabeças (Figura 52) – realizou deslocamentos por rotação. Essa modificação é chamada por Duval (1988) como um

deslocamento posicional. Girou e virou os quebra-cabeças (Figura 52), comparando-os com o quebra-cabeça da Figura 51.

Com relação às articulações propostas por Duval (1997), nessa tarefa, a visualização é a junção da apreensão perceptiva e a apreensão operatória. A primeira comandou a segunda.

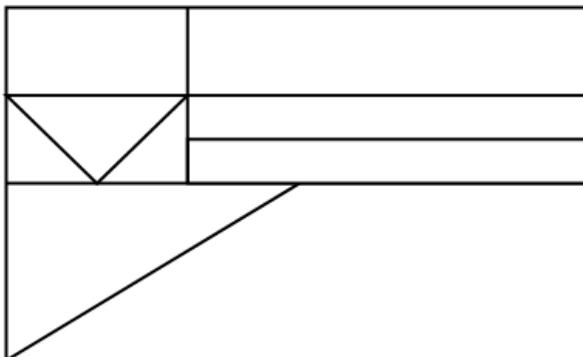
No **item E** (Anexo 5), na tarefa e.1, o aluno observou (por aproximadamente 10 segundos) o seguinte quebra-cabeça (Figura 54) desenhado na cartolina pela investigadora:

**Figura 54 - Quebra-cabeça desenhado na cartolina (Anexo 5).**



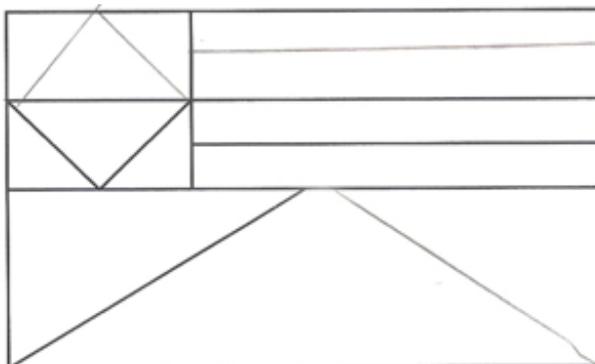
Sem voltar a observá-lo, teve que completar o quebra-cabeça abaixo (Figura 55) com as peças que faltavam:

**Figura 55 - Quebra-cabeça incompleto (Anexo 5).**



Antes de iniciar a tarefa, o aluno apresentou uma dúvida: “Eu tenho que desenhar tudo?”. A investigadora respondeu-lhe que era “apenas para completar o quebra-cabeça (Figura 55) com as peças que faltam”. Esclarecido, o aluno completou o quebra-cabeça da seguinte forma (Figura 56):

**Figura 56 - Quebra-cabeça completado pelo aluno.**



A fim de tentar compreender como o aluno recorreu à memória visual para completar o quebra-cabeça (Figura 55), a investigadora o questionou:

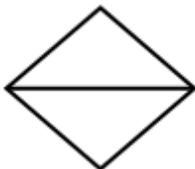
Investigadora – “Você utilizou alguma estratégia para memorizar o quebra-cabeça da cartolina?”.

Aluno – “Sim, eu vi que uma parte parece com a bandeira do Brasil e a outra parte com a do Uruguai”.

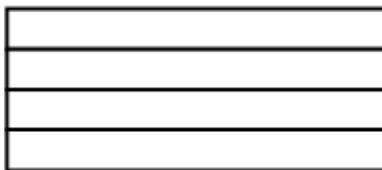
Investigadora – “Você poderia indicar no quebra-cabeça que partes são essas?”.

Aluno – “Sim, essa é parecida com a bandeira do Brasil [apontando para a Figura 57] e essa com a bandeira do Uruguai [apontando para a Figura 58]”.

**Figura 57 - Parte parecida com a bandeira do Brasil.**



**Figura 58 - Parte parecida com a bandeira do Uruguai.**



Investigadora – “E a outra parte do quebra-cabeça? Você também associou a alguma bandeira?”.

Aluno – “Não consegui lembrar de nenhuma bandeira”.

Na tarefa e.1, duas capacidades de percepção visual destacaram-se:

- a) a memória visual;
- b) a coordenação visual motora.

A coordenação visual motora foi exercitada quando o aluno completou com traços (segmentos de reta) as peças do quebra-cabeça (Figura 55). Observou-se, na execução da tarefa e.1, que não houve uma perfeita coordenação da visão com os movimentos do corpo. Ele não conseguiu unir com perfeição os vértices de algumas figuras (peças) e também não traçou paralelamente a linha solicitada para construir outra peça. Moretti (2011) afirma que atividades desse tipo exigem uma boa dosagem de concentração.

A memória visual foi treinada quando o aluno observou, durante alguns segundos, o quebra-cabeça desenhado na cartolina (Figura 54), e

depois, sem o tornar a vê-lo, tentou completá-lo (Figura 55). As estratégias relatadas pelo aluno para a execução da tarefa e.1 foram: associação de uma parte do quebra-cabeça com a bandeira do Brasil (Figura 57) e de outra parte com a do Uruguai (Figura 58). O aluno revelou que a outra parte do quebra-cabeça não foi associada a nenhuma outra bandeira, pois ele não conseguiu lembrar de uma que tivesse o mesmo traçado. Essa associação está de acordo com a definição de Moretti (2011), pois a memória visual está relacionada à “[...] capacidade de evocar, de maneira precisa, um objeto que deixa de estar visível e relatar semelhanças e diferenças com outros objetos de acordo com certas características, tais como cor, forma e tamanho” (p.207).

Na tarefa e.2 “compare os dois quebra-cabeças e responda:”, o aluno percebeu que os dois quebra-cabeças (Figura 54 e Figura 56) eram diferentes. Em relação a essa diferença, descreveu que “faltou o risco que forma o triângulo” no quebra-cabeça completado por ele (Figura 56).

Nessa tarefa, uma capacidade de percepção visual destacou-se: a discriminação visual.

A discriminação visual foi praticada no momento em que o aluno identificou as semelhanças e diferenças entre os quebra-cabeças (Figura 54 e Figura 56). No caso da atividade em questão, o aluno notou que faltava o traço que dividia o triângulo da figura 54 em dois. Gordo (1993), afirma que a criança utiliza a sua discriminação visual quando classifica um conjunto de objetos segundo certo atributo: cor, tamanho e forma.

Na execução do item E, três apreensões se destacaram:

- a) a perceptiva;
- b) a operatória;
- c) a discursiva.

A apreensão perceptiva destacou-se no momento em que o aluno utilizou o olhar para comparar os quebra-cabeças (Figura 54 e 56) e identificar suas semelhanças e diferenças. Esse primeiro olhar permitiu que o aluno resolvesse o problema apresentado (DUVAL, 1994). No entanto, ao perceber a falta do traço, ele não soube discriminar que com o traço, o quebra-cabeça apresentava um número  $x$  de peças (quatro triângulos grandes e dois retângulos). Já sem o traço, ele passaria a ter três triângulos grandes e um retângulo grande. Acredita-se que essa falha na apreensão perceptiva do aluno, nesse caso, seria evitada com a

pergunta no item e.2: “Quais as peças que são formadas com a presença do traço?”

A apreensão operatória destacou-se quando o aluno operou sobre o quebra-cabeça (Figura 55), isto é, completou com traços as peças que estavam faltando. Os traços no quebra-cabeça foram efetuados simetricamente. Duval (1988) caracteriza essa operação como sendo um deslocamento posicional por simetria.

A apreensão discursiva destacou-se quando o aluno interpretou e extraiu algumas informações – semelhanças e diferenças – entre os quebra-cabeças (Figura 54 e 56). Ao observar a diferença entre os dois quebra-cabeças, ele percebeu que os desenhos eram diferentes por causa do traço que faltou na Figura 56. Quando solicitado a descrever as diferenças percebidas, o aluno não conseguiu relatar que o traço que faltava formaria dois novos triângulos ou dois retângulos.

Na resolução dessa atividade, observaram-se as seguintes articulações:

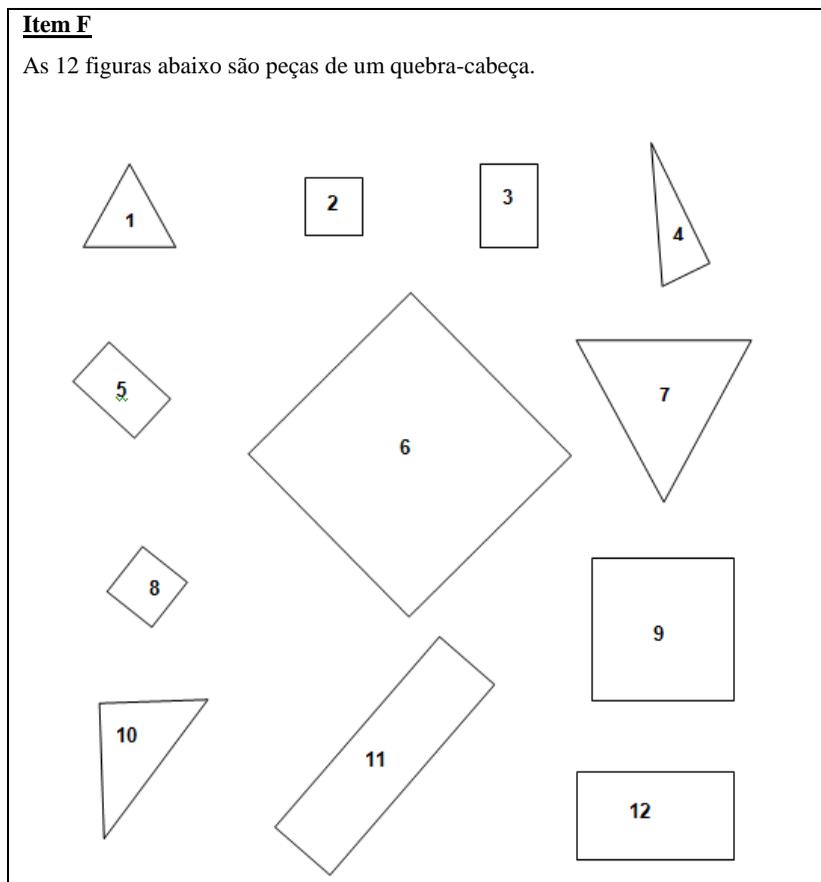
- a) a articulação entre a apreensão perceptiva e a apreensão operatória;
- b) a articulação entre a apreensão perceptiva e a apreensão discursiva;

A visualização é o resultado da articulação entre a apreensão perceptiva e a apreensão operatória. Por meio dela, o aluno pode perceber as formas das peças do quebra-cabeça (Figura 54). E também necessitou da percepção para se orientar quando teve que completar os traços que faltavam no quebra-cabeça (Figura 55).

A apreensão perceptiva e a apreensão discursiva também apareceram articuladas nessa tarefa, resultando na chamada figura geométrica. O aluno precisou interpretar as perguntas da investigadora para orientar o olhar sobre os dois quebra-cabeças (Figura 54 e 56).

No item F (Anexo 5), foi solicitado ao aluno que observasse atentamente as semelhanças e diferenças entre as figuras abaixo (Figura 59):

**Figura 59 - Figuras geométricas (Anexo 5).**



A tarefa f.1 “O que as figuras 2 e 12 têm em comum e no que elas diferem?” e f.2 “A figura 3, você classificaria com a 2 ou com a 12? Por quê?” foram respondidas sem dificuldades pelo aluno.

A partir das respostas do aluno, a investigadora resolveu intervir:

Investigadora – “Você escreveu que as figuras 2 e 12 têm quatro lados. Além dos quatro lados, o que mais elas têm em comum?”.

Aluno – “Ah, acho que só isso”.

Investigadora – “E o que elas têm de diferentes?”.

Aluno – “Uma é um quadrado e outra é um retângulo”.

Investigadora – “Você classificou a figura 3 com a 2 ou com a 12?”.

Aluno – “12”.

Investigadora – “Por quê?”.

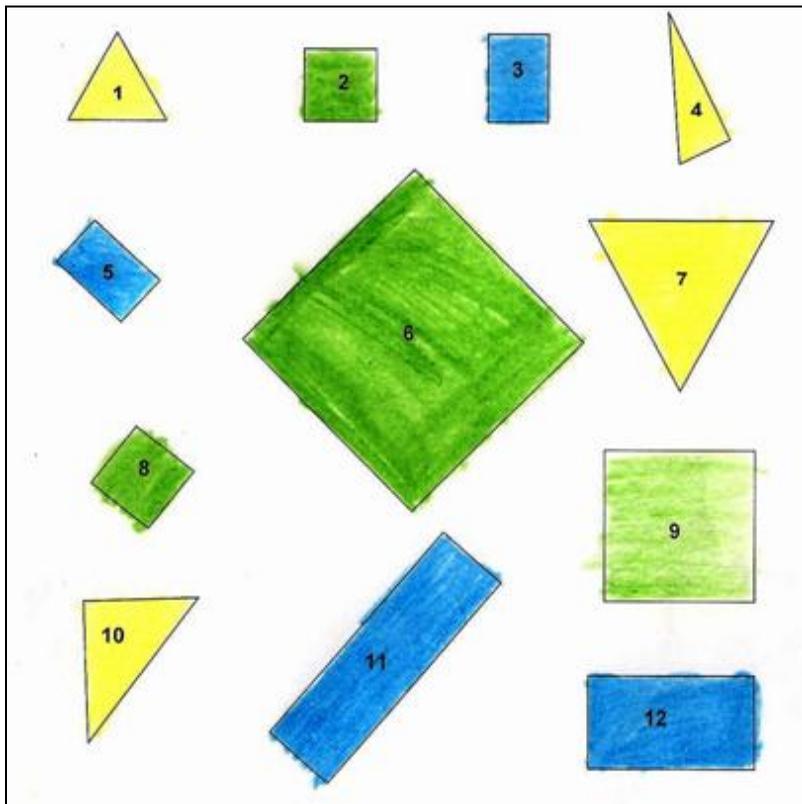
Aluno. – “Porque a 3 está em pé e a 12 deitada”.

Investigadora – “Mas se a 3 está “em pé” e a 12 “deitada”, então por que você classificou com a 12?”.

Aluno – “Mas se girar, elas ficam iguais”.

Na tarefa f.3 “Pinte com a mesma cor aquelas figuras que você acha que pertencem ao mesmo grupo”, o aluno apresentou, sem muitas dificuldades, a seguinte solução (Figura 60):

**Figura 60 - Figuras geométricas pintadas pelo aluno.**



Nessa tarefa, o aluno primeiro pintou a figura 5 de azul e depois a figura 3. Mostrou certa indecisão com a figura 11, mas também a pintou de azul. Reconheceu as figuras 3, 5 e 11 como sendo retângulos.

A partir das respostas do aluno, a investigadora o interrogou:

Investigadora – “Por que você pintou as figuras 3 e 5 de azul?”.

Aluno – “Porque elas são iguais”.

Investigadora – “Por que você acha que elas são iguais?”.

Aluno – “Se girar a 5 fica em pé igual a 3”.

Investigadora – “Você ficou confuso com a figura 11?”.

Aluno – “Sim”.

Investigadora – “Por quê?”.

Aluno. – “Porque a 11 é comprida. Mas daí eu percebi que era retângulo também, só que é mais comprido”.

Depois de pintar o grupo dos retângulos de azul, o aluno coloriu de amarelo as figuras 1, 4, 7 e 10. Notou-se que o aluno não demonstrou dificuldades no reconhecimento dessas figuras, pintando-as rapidamente.

A partir das respostas do aluno, a investigadora novamente o interrogou:

Investigadora – “Por que você pintou de amarelo todas essas figuras?”.

Aluno – “Porque são triângulos”.

Investigadora – “Qual a característica do triângulo?”.

Aluno – “Tem três lados. O triângulo é mais fácil de perceber professora”.

Antes mesmo de colorir o restante das figuras, o aluno disse que elas eram “tudo quadrado”. Perante a rapidez apresentada pelo aluno, a investigadora resolveu intervir:

Investigadora – “Por que você acha que elas são quadrados?”.

Aluno – “Porque tem quatro lados”.

Investigadora – “Até a figura 6 é quadrado?”.

Aluno – “Sim, né? Ela é grande mais tem quatro lados”.

Investigadora – “Você acha que a figura 6 é igual à figura 2?”.

Aluno – “Ela só está virada diferente, mas é quadrado”

Em seguida, o aluno pintou as figuras 2, 6, 8 e 9 de verde.

Na execução do item F (Anexo 5), três capacidades de percepção visual foram praticadas:

- a) a coordenação visual motora;
- b) a constância perceptual;
- c) a discriminação visual.

A discriminação visual foi praticada no momento em que o aluno descobriu, num conjunto de figuras (Figura 59), as semelhanças e diferenças entre elas. A discriminação visual é a capacidade para identificar semelhanças e diferenças entre os objetos. Ela pode envolver atividades como a identificação das características de figuras geométricas que podem levar a determinadas classificações ou ordenações (GORDO, 1993).

A constância perceptual foi praticada no momento em que o aluno reconheceu as figuras (Figura 60) apresentadas numa variedade de tamanhos e posições. Del Grande (1994, p.158), afirma que a criança com constância de percepção tem desenvolvida a habilidade de reconhecimento de propriedades invariáveis de um objeto, como tamanho e forma, “apesar das várias impressões que pode causar conforme o ponto do qual é observado”.

A coordenação visual motora foi praticada quando o aluno coloriu de uma mesma cor as figuras (Figura 60) que apresentavam características comuns. Frostig, Horne e Miller (1980, p. 12) reconhecem que a habilidade de coordenação visual motora é aquela em que o sujeito trabalha os movimentos do corpo orientado pela visão. Nesse caso, o aluno percebeu as características das figuras pelo olhar, além de coordenar pela visão os movimentos manuais que possibilitaram o preenchimento de todas as figuras. Observou-se que o aluno ultrapassou os traços de contorno em algumas figuras. Acredita-se que isso tenha acontecido devido ao cansaço.

Também nesse item, três apreensões destacaram-se:

- a) a perceptiva;
- b) a operatória;
- c) a discursiva.

A apreensão perceptiva apareceu no momento em que o aluno identificou as formas das figuras no plano (Figura 59 e Figura 60); e quando utilizou o olhar para detectar as semelhanças e diferenças entre elas (Figura 59 e Figura 60). É importante ressaltar que o aluno, num primeiro momento, mostrou-se confuso em relação à figura 11 (Figura 60) por ser “mais comprida”; inicialmente, teve dificuldade para reconhecê-la como retângulo. No entanto, sem a intervenção da investigadora, ele a colocou no grupo dos retângulos. Moretti (2011) afirma que as posições horizontais e as verticais são as mais privilegiadas no ensino escolar, dessa forma a dificuldade apresentada pelo aluno pode ser resultado desse tipo de apreensão. Embora a figura

número 5 (Figura 60) também estivesse na posição de inclinação com a 11 (Figura 60), o aluno não teve problemas em reconhecê-la como um retângulo, já que ela é parecida no tamanho com a figura número 3 (Figura 60).

A apreensão operatória foi treinada quando o aluno operou sobre as figuras (Figura 60) – realizou deslocamentos por rotação. Por exemplo, quando girou a figura 3 e a figura 6 e as comparou, respectivamente, com as figuras 5 e 2. Na execução dessa operação, o aluno executou um procedimento que Duval (1988) caracteriza por uma Modificação Posicional.

Quando o aluno interpretou e extraiu algumas informações – semelhanças, diferenças, grupos e nomes – das figuras (Figura 60), destacou-se a apreensão discursiva. Essas informações foram possíveis a partir do que foi dito nos questionamentos, pois as indagações foram controladas pela investigadora e, por meio delas, percebeu-se que o aluno conseguiu interpretar discursivamente os elementos próprios de cada figura (Duval, 1988).

Duval (1997) afirma que apreensões podem aparecer simultaneamente na resolução de problemas. Nesse caso específico, observaram-se as seguintes articulações entre elas:

- a) a articulação entre a apreensão perceptiva e a apreensão operatória;
- b) a articulação entre a apreensão perceptiva e a apreensão discursiva;

A articulação entre a apreensão perceptiva e a apreensão operatória resultou na chamada visualização. Por meio dela, o aluno pode identificar a forma das figuras no plano para poder localizar as outras com as mesmas características.

A apreensão perceptiva e a apreensão discursiva apareceram articuladas no item F, resultando na chamada figura geométrica. O aluno precisou interpretar as perguntas da investigadora para perceber propriedades das figuras que não estavam presentes para ele antes de seguir as orientações.



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

Há uma preocupação em se resgatar o ensino da geometria como uma das áreas fundamentais da matemática. Para isso, muitos estudiosos dedicam-se à reflexão, à elaboração, implementação e avaliação de alternativas que busquem superar as dificuldades que, muitas vezes, são encontradas na abordagem desse tema, principalmente pelos professores em sala de aula.

Nesse sentido, este trabalho propôs-se a elaborar e analisar a aplicação de atividades relacionadas ao estudo da geometria para alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental. Atividades essas que são essenciais para que o aluno tenha a percepção de espaço, interprete esse espaço e sua representação de posição e de movimentação nele. Nesse processo, os estudiosos atentam para a importância do desenvolvimento da capacidade de percepção visual para o êxito do aluno nas atividades escolares, não só aquelas ligadas à matemática, mas a todas as outras áreas de estudo.

O objetivo desse trabalho foi explorar as relações entre as apreensões em geometria e as capacidades de percepção visual em um conjunto de atividades aplicado a crianças das séries iniciais do Ensino Fundamental. A análise do desenvolvimento das atividades permitiu o alcance do objetivo proposto.

Pretendeu-se, assim, que as atividades apresentadas aqui contemplassem o maior número possível de categorias de capacidades de percepção visual. O resultado da análise da aplicação dessas atividades possibilitou que se tenha ideia de como as apreensões de uma figura geométrica se mostram quando um aluno executa uma tarefa que solicite as capacidades de percepção visual.

No conjunto de atividades elaborado pela pesquisadora, o resultado da análise mostrou que as capacidades de percepção visual podem estar integradas às apreensões de uma figura na resolução de problemas em geometria. O que se percebeu também foi que, dependendo do tipo de atividade, uma apreensão pode ser mais requisitada do que outras. No entanto, todas participam simultaneamente.

Um aspecto observado com o desenvolvimento da pesquisa foi com relação às articulações entre as quatro apreensões. Quando aparece a chamada visualização, que é a articulação entre as apreensões perceptiva e operatória, percebe-se que a apreensão

perceptiva é determinante para o sucesso ou fracasso da apreensão operatória. Ao montar um quebra-cabeça, por exemplo, quando a criança, num primeiro olhar, escolhe uma peça que não se encaixa no espaço pretendido, a sua apreensão perceptiva impede a perfeita execução da atividade. A mesma apreensão perceptiva será responsável pelo sucesso na execução da atividade quando o seu olhar for mais aprimorado.

Outro aspecto observado no desenvolvimento das atividades foi quanto à articulação entre a apreensão perceptiva e a discursiva. Embora a apreensão perceptiva tenha sido e seja considerada pelos estudiosos como determinante para a resolução dos problemas geométricos apresentados aqui, a apreensão discursiva foi também determinante para que o aluno aperfeiçoasse o olhar para conseguir ver propriedades de uma figura geométrica que não aparecem à primeira vista. Ao elaborar as atividades, a investigadora questionou o aluno de forma escrita (as questões apareciam logo abaixo da figura a ser analisada) e também de forma oral (intervenções transcritas na descrição da aplicação da fase 2). O professor deve elaborar as questões discursivas de forma que elas direcionem o olhar do aluno para aspectos que não estão presentes na figura como ela se apresenta, mas são propriedades inerentes a ela. Somente assim, ele terá visualizado o que é uma figura geométrica.

Ainda com relação à apreensão discursiva, torna-se necessário que o professor, nessas questões, introduza a linguagem correta pertinente – planos, paralelos, vértices, segmentos de reta, entre outros.

Nesse trabalho, a investigadora acredita que as atividades escritas que solicitaram a apreensão discursiva poderiam ter sido melhor exploradas. A intervenção oral da investigadora foi responsável para que o aluno entendesse os conceitos que ele não sabia, mas que eram essenciais para o correto desenvolvimento da atividade. Nesse caso, a apreensão perceptiva esteve subordinada à apreensão discursiva.

Outra questão referente à apreensão discursiva, observada na análise dos resultados, apareceu na resolução do item C do conjunto de atividades da fase 2. Acredita-se que o contorno da figura amarela e da figura verde deveria estar mais destacado do que o traço das figuras que as compunham. A apreensão perceptiva que o aluno teve não permitiu que ele identificasse as figuras como uma forma só, mas compostas por um quadrado e dois triângulos. O enunciado da questão não favoreceu a apreensão perceptiva. Nesse caso, a questão deveria ser mais esclarecedora para a faixa etária do aluno. As questões colocadas de forma oral pela investigadora permitiram que o aluno percebesse onde estava se equivocando e resolvesse com sucesso a atividade. Num

primeiro momento, a escrita do enunciado não favoreceu a resolução da tarefa; o que veio a acontecer com a intervenção discursiva oral.

Crê-se que a observação desses aspectos faz com que haja a necessidade de que, quando o professor elaborar ou selecionar atividades que envolvam o ensino da geometria, tenha o cuidado de trazer para a sala de aula atividades cuidadosamente preparadas. O aluno não consegue resolver um exercício, muitas vezes, não porque não tenha capacidade visual para isso, mas por falhas na apresentação das propostas de trabalho.

Finalmente, tendo-se em vista o questionamento do problema que se apresentou para orientar o trabalho, que foi saber “de que forma as apreensões em geometria aparecem em um conjunto de atividades que explora as capacidades de percepção visual nas crianças das séries iniciais do Ensino Fundamental?”, pode-se afirmar que elas podem aparecer de forma integrada às capacidades de percepção visual. Esse processo, porém, não ocorre em todas as atividades de maneira natural.

Cabe ao professor selecionar atividades que contemplem tanto apreensões quanto capacidades, de maneira que essa integração se dê de forma efetiva. Os resultados deste estudo são importantes tanto para os professores dos anos iniciais quanto para os professores dos anos finais do Ensino Fundamental. A análise das atividades mostra aos professores algumas possibilidades de estratégias de raciocínio na resolução de problemas em geometria. Há a necessidade de, nos anos iniciais, educar o olhar da criança para que ela consiga visualizar uma imagem, com todas as características inerentes a ela, mesmo que não a tenha diante dos olhos no momento (KALEFF, 1988). Já para os professores dos anos finais, este estudo é importante pois, tendo o conhecimento de quais estratégias de raciocínio um aluno pode adotar na resolução dos problemas, ele pode intervir em dificuldades que o aprendiz venha a apresentar. Isso porque se o aluno não teve o seu olhar devidamente educado nos primeiros anos de escolaridade, pode continuar a apresentar dificuldades em todas as disciplinas escolares que requeiram a capacidade de percepção visual.

A expectativa é de que, ao término desta investigação, tenham sido apresentadas aos professores algumas possibilidades de atividades integradas, no sentido de contribuir para o trabalho em sala de aula, para as pesquisas da área e sinalizar possibilidades de novos estudos.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Trad. Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 2002.

BATTISTA, M. Spatial visualization and gender differences in high school geometry. **Journal for Research in Mathematics Education**, 21, 47-60, 1990.

BISHOP, Alan J. Space and geometry. In: R. Lesh & M. Landau (Eds.). **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York: Academic Press, 1983, p. 175-203.

BISHOP, Alan J. Spatial abilities and mathematics education – A review. **Educational Studies in Mathematics**, 11, p. 257-269, 1980.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação Qualitativa em educação**. Tradução: Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto, 1994. 335p.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEE, 1997.

BURATTO, Ivone Catarina Freitas. **Representação semiótica no ensino da geometria: uma alternativa metodológica na formação de professores**. 2006. 143f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Pontifícia Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

CAPES/COFECUB n.174/95. **Relatório das atividades referentes ao período de junho de 1995 a agosto de 1996**. UFSC-ULP, 1996.

CLEMENTS, D. H. Geometric and spatial thinking in young children. In: Juanita V. Copley (Ed.), **Mathematics in the Early years** (pp. 66-79). Virginia: NCTM, 1999.

COSTA, Jeanine Ferreira dos Anjos. **Sequências didáticas para o ensino de matemática em nível fundamental**: análise da influência de um curso de capacitação fundamentado no conceito de registros de representação semiótica. 2009. 134f. Dissertação (Mestrado em Ciências da Linguagem) – Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2009.

COSTA, Conceição. “Visualização, veículo para a educação em geometria”. **Anais do Encontro da Seção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação**, pp. 157-184, Fundão, Portugal, 2000.

DAMM, Regina Flemmihg. **Registros de Representação**. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. Educação matemática: uma (nova) introdução. São Paulo: Educ, 2008, p.167-188.

DEL GRANDE, John J. Percepção espacial e geometria primária. In: LINDQUIST, M. L.; SHULTE, A. (org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994, p.156-167.

DOMINONI, Nilcéia Regina Ferreira. **Utilização de diferentes registros de representação: um estudo envolvendo funções exponenciais**. 2005. 124f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e Pensamento Humano**: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Maria Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009. 110 p.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Sílvia D. A. (org.) **Aprendizagem em Matemática**: Registros de representação semiótica. Campinas: Papyrus, 2003, p.11-33.

DUVAL, Raymond. **La notion de registre de représentation sémiotique et l'analyse du fonctionnement cognitif de la pensée**. Curso dado à PUC-SP, 1997.

DUVAL, Raymond. **Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Berne: Peter Lang, 1995.

DUVAL, Raymond. Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. **Repères**, n.17, p.121-138, 1994.

DUVAL, Raymond. Registres de représentation sémiotique e fonctionnement cognitif da la pensée. **Annales de didactique et de sciences cognitives**. IREM de Strasbourg, v.5, p.37-65, 1993.

DUVAL, Raymond. Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence. **Annales de didactique et de sciences cognitives**. IREM de Strasbourg, v.1, p.57-74, 1988.

FENNEMA, E., TARTRE, L. "The use of spatial visualization in mathematics by boys and girls." **Journal of Research in Mathematics Education**, 16(3), 184-206, 1985.

FERNÁNDEZ B., CAJARAVILLE M T. P, J.; GODINO, A. J. D. **Configuraciones epistémicas y cognitivas en tareas de visualización y razonamiento espacial**. Tenerife Fecha: XI Simposio de la SEIEM, Actas del Simposio, 2007.

FERREIRA, A.B. H. **Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1986

FLORES, Claudia Regina; MORETTI, Mércles Thadeu. A articulação de registros semióticos para a aprendizagem: analisando a noção de congruência semântica na matemática e na física. **Perspectivas da educação matemática**, Campo Grande – Mato Grosso do Sul, v.1, n. 1, p. 25-40, jan./jun. 2008.

FLORES, Claudia Regina; MORETTI, Mércles Thadeu. O funcionamento cognitivo e semiótico das representações gráficas: ponto de análise para a aprendizagem matemática. In: **Anais da 28ª Reunião da ANPED**. Caxambu: ANPED, 2005a.

FLORES, Claudia Regina; MORETTI, Mércles Thadeu. O movimento da figura na resolução de problemas matemáticos: o uso da reconfiguração em problemas históricos. **Revista Eletrônica de Republicação em Educação Matemática (REREMAT)**. UFSC, p. 14-23, 2005b.

FROSTIG, Marianne; HORNE, David; MILLER, Ann-Marie. **Figuras e formas: programa para o desenvolvimento da percepção visual:** Guia para o professor: níveis elementar, intermediário e adiantado (suplementado por cadernos dos três níveis). Tradução Leonor Scliar-Cabral. Buenos Aires; São Paulo: Panamericana, 1980.

GORDO, Maria de Fátima Pista Calado Mendes. **A visualização espacial e a aprendizagem da Matemática:** Um estudo no 1º ciclo do Ensino Básico. Quadrante, v.3, n.1, p.55-73, 1994.

GORDO, Maria de Fátima Pista Calado Mendes. **A visualização espacial e a aprendizagem da Matemática:** Um estudo no 1º ciclo do Ensino Básico. 1993. 189f. Dissertação (Mestrado em Ciências da Educação - Educação e Desenvolvimento) – Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 1993.

HERSHKOWITZ, R. Visualization in geometry – two sides of the coin. **Focus on Learning Problems in Mathematics**, 11, 61-76, 1989.

HERSHKOWITZ, Rina. Psychological aspects of learning geometry. In: P. Neshet, & J. Kilpatrick (Eds.), **Mathematics and cognition: A research Synthesis** by the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Cambridge: Cambridge University Press, 1990, p. 70-95.

KALEFF, A. M. **Vendo e entendendo poliedros.** Niterói: EdUFF, 1998.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 2005.

MORAES, Roque. Análise de conteúdo. **Revista Educação**, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999.

MORETTI, Mércles Thadeu. Aprendizagem da Matemática. In: SOUZA, Ana Cláudia de; OTTO, Clarícia; FARIAS, Andressa da Costa. (orgs.) **A escola contemporânea:** uma necessária reinvenção. Florianópolis: NUP/CED/UFSC, 2011, p.195-225.

NCTM. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Tradução: Madga Melo. 2. ed. Lisboa: Associação Portuguesa de Matemática (APM), 2008. 466p.

PAVANELLO, Maria Regina. A Geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental: contribuições da pesquisa para o trabalho escolar. In: PAVANELLO, Maria Regina (Org.). **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental**: A pesquisa e a sala de aula. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), v.2, p.129-143, 2004.

PIAGET, J. **Seis estudos de Psicologia**. Rio de Janeiro: Forense, 1987.

PIATTELLI-PALMARINI, Massimo (org). **Teorias da linguagem, teorias da aprendizagem**: o debate entre Jean Piaget e Noam Chomsky. São Paulo: Cultrix/EDUSP, 1983.

PONTE, João Pedro da. Estudos de caso em educação matemática. **Boletim de Educação Matemática (Bolema)**, Rio Claro – São Paulo, v. 19, n. 25, p. 105-132, 2006.

SALTHOUSE, T.; BABCOCK, R.; SKOVRONEK, E.; MITCHELL, D.; PALMON, R. Age and Experience Effects in Spatial Visualization. **Developmental Psychology**, 1990, v. 26, n. 1, 128-136.

SILVA, Karina Alessandra Pessôa da. **Modelagem Matemática e Semiótica: algumas relações**. 2008. 100f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SOUZA, R.N.S.; CORDEIRO, M.H.B.V; MORETTI, M.T. **Desenvolvendo o conceito de função linear**: análise de uma experiência didática utilizando diferentes registros de representações semióticas. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004, Recife. Anais do VIII ENEM. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, v. único, 2004.

TARTRE, Lindsay Anne. Spatial orientation skill and mathematical problem solving. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 21, n. 3, p. 216-229, 1990.

TEIXEIRA, Marta Susana Meireles. **O pensamento geométrico no 1º ano de escolaridade.** 2008. 248f. Dissertação (Mestrado em Educação Didática da Matemática) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2008.

VIEIRA, Márcia. **Análise exploratória de dados:** Uma abordagem com alunos do ensino Médio. 2008. 186f. Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

## ANEXOS

---



Meleiro, agosto de 2011

**Senhores pais ou responsáveis**

Sou aluna do Programa de Pós Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Por me encontrar a desenvolver uma pesquisa de mestrado que ressalta a importância da visualização para a aprendizagem em geometria nas séries iniciais do ensino fundamental, irei propor aos alunos do 5º ano um conjunto de atividades que trabalham com o desenvolvimento das capacidades de visualização espacial (Coordenação Visual-Motora, Percepção Figura/Fundo, Constância Perceptual, Percepção da Posição no Espaço, Percepção das Relações Espaciais, Discriminação Visual e Memória Visual).

Pretendo, com a aplicação das atividades, perceber aspectos significativos em relação às capacidades de visualização espacial e às apreensões – perceptiva, operatória, discursiva e sequencial – de uma figura nos exercícios resolvidos pelos alunos. Enfim, recolher dados que me permitam analisar os efeitos da integração das capacidades espaciais com as apreensões de uma figura para a aprendizagem em geometria dos alunos do 5º ano do ensino fundamental.

Neste contexto, com a colaboração da professora da turma e com o consentimento da direção da escola, irei deslocar-me na próxima semana à sala de aula para proceder a recolha de dados. Para esta recolha será necessário registrar em áudio as atividades realizadas. Informo, desde já, que será preservada a identidade de todos os alunos e todo material coletado será utilizado apenas com o propósito da pesquisa. No final do estudo, os registros produzidos serão destruídos. Como os alunos tem idade inferior a 18 anos, os pais ou responsáveis deverão consentir com a participação do estudante assinando o **CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO** abaixo.

Caso necessitem de maiores explicações, estarei ao seu dispor. Não hesite, também, em contatar a professora da turma, caso sinta necessidade.

Agradeço desde já a sua atenção e solicito a sua colaboração.

**CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO**  
**(assinado pelo(a) responsável)**

Eu, \_\_\_\_\_,  
responsável pelo aluno (a) \_\_\_\_\_,  
fui devidamente informado (a) e esclarecido (a) de que o mesmo (a)  
participará de um conjunto de atividades voltadas para a aprendizagem  
da geometria. Foi-me garantido que sua identidade será preservada e que  
todo material coletado será utilizado apenas com o propósito da  
pesquisa. Assim, autorizo o seu registro em áudio.

Meleiro, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2011.

---

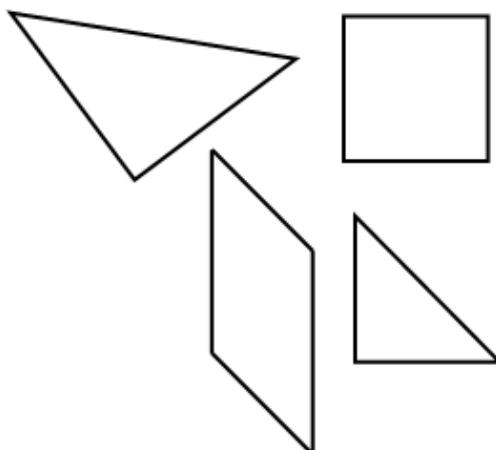
Assinatura do responsável

**Atividade 1: Trabalhando com QUEBRA-CABEÇAS**

Observe o seguinte quebra-cabeça:



A) Utilizando as cores indicadas no quebra-cabeça, pinte as peças abaixo:



**B)** Agora, responda:

**B.1)** O quebra-cabeça é formado por quantas peças?

---

**B.2)** Como se chamam as peças que formam o quebra-cabeça?

---

---

**B.3)** Quantas peças de quatro lados o quebra-cabeça possui?

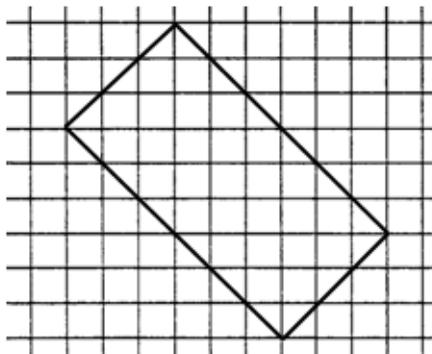
---

**B.4)** Quais as peças do quebra-cabeça que possuem lados opostos paralelos?

---

---

**C)** A figura abaixo foi construída com peças do quebra-cabeça.



**C.1)** Como se chama essa figura?

---

**C.2)** Quantos ângulos ela tem?

---

**C.3)** Você sabe como se chamam estes ângulos?

---

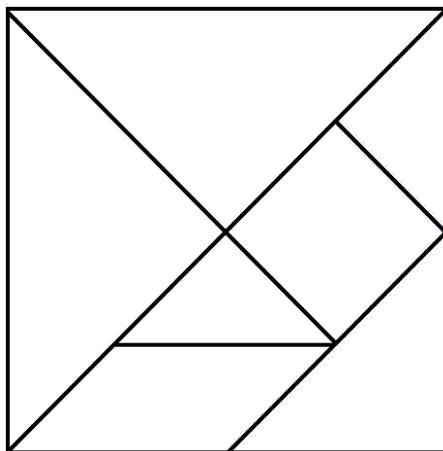
**C.4)** Qual a área dessa figura?

---

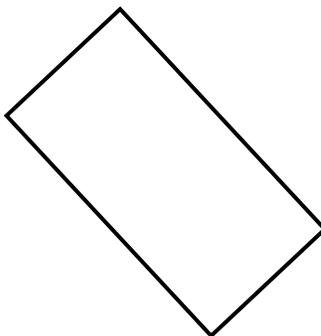
---

---

**C.5)** Recorte o quebra-cabeça a seguir:



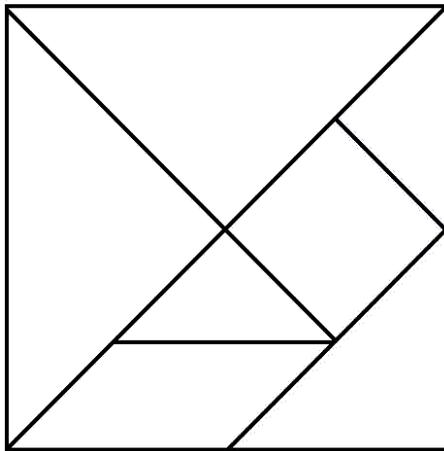
**C.5.1)** Utilize quantas peças forem necessárias para preencher a figura cujo contorno aparece abaixo.



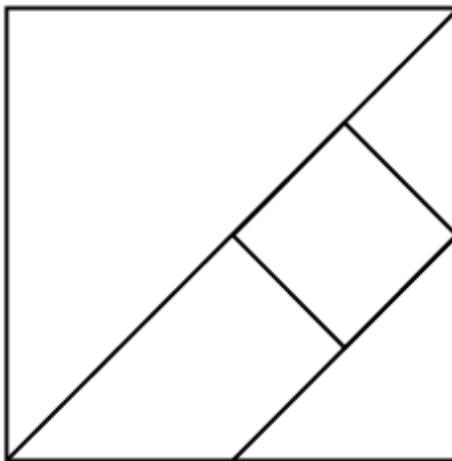
**C.5.2)** Quantas peças do quebra-cabeça você utilizou para preencher a figura?

---

**D)** Observe com atenção o quebra-cabeça desenhado pela professora no quadro:



**D.1)** Sem voltar a observá-lo complete o quebra-cabeça abaixo com as peças que estão faltando:



**D.2)** Compare os dois quebra-cabeças e responda:

**D.2.1)** Eles são iguais ou diferentes? \_\_\_\_\_

**D.2.2)** Se eles forem diferentes, descreva as diferenças que você percebeu.

---

---

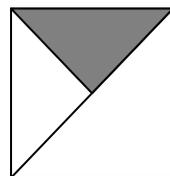
---

---

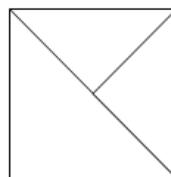
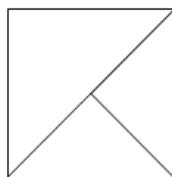
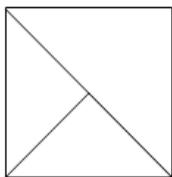
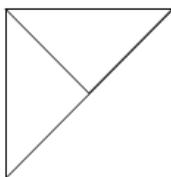
---

---

**E)** O quebra-cabeça ao lado é formado por três peças:



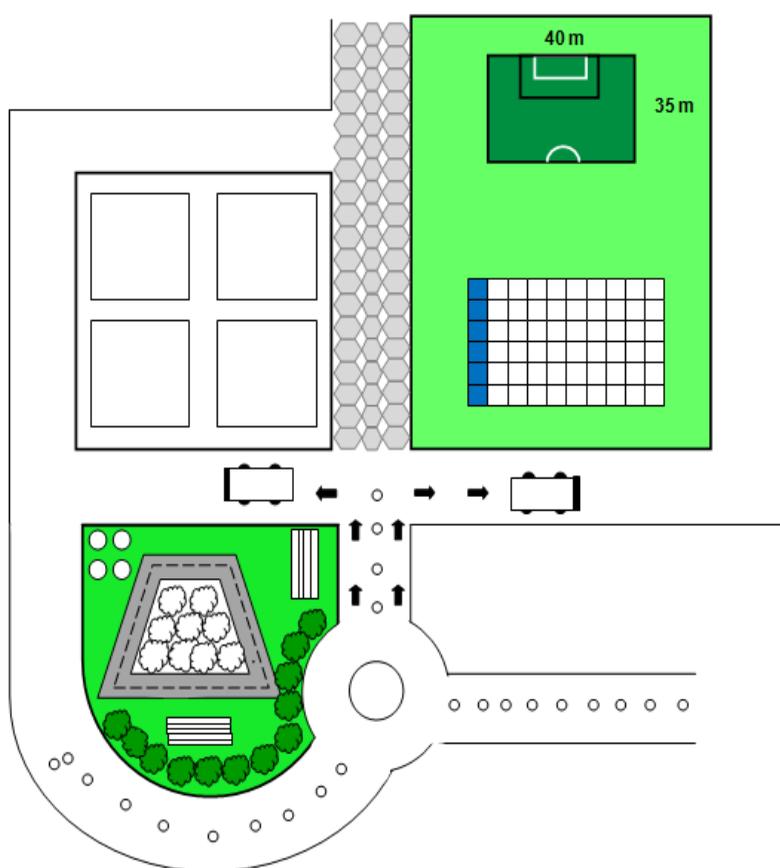
- Abaixo ele aparece virado de diferentes maneiras. Encontre a posição do triângulo e pinte-o.





### Atividade2: Visualizando Uma Cidade Imaginária

Imaginem que estamos neste instante a bordo de um balão sobrevoando uma cidade. Ao focalizarmos uma determinada área da cidade percebemos que ela se encontra em construção. A figura abaixo nos mostra a vista que temos desta área:



A) No espaço **retangular** está sendo construído um clube como opção de lazer para a população da cidade. A obra na piscina e no campo de futebol precisa ser finalizada. Para ajudar a solucionar este problema, você precisa seguir as etapas abaixo:

A.1) A **piscina** está sendo coberta por cerâmica quadrada. Já foram colocadas seis cerâmicas. Ajude a revestir a **piscina** com as cerâmicas que estão faltando.

A.2) Quantas cerâmicas você utilizou para terminar de cobrir a piscina?

---

A.3) Qual a área total desta piscina?

---

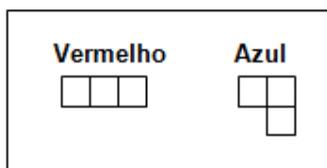


---

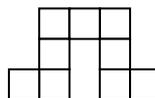
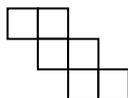


---

A.4) Com a cerâmica utilizada no revestimento da piscina foram construídas as figuras do quadro a seguir. Pinte-as de vermelho e azul.



- As figuras abaixo podem ser formadas de figuras vermelhas, azuis ou vermelhas e azuis. Pinte-as para mostrar como.



A.5) Termine o revestimento com grama e a marcação do **campo de futebol**.

**A.6)** Quanto você andará para dar uma volta completa no *campo de futebol*?

---



---



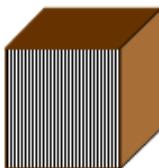
---

**B)** No espaço *quadrado* temos um conjunto residencial composto por quatro prédios de três andares, com dois apartamentos por andar. Os prédios são todos iguais e possuem o formato de cubo.

**B.1)** Pinte de marrom a vista superior de cada prédio.

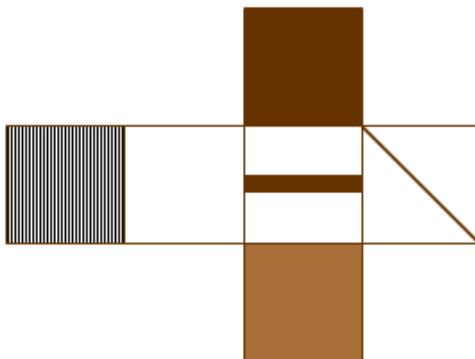
**B.2)** Que figura representa a vista superior dos prédios?

**B.3)** Observe o desenho de um dos prédios deste conjunto residencial:

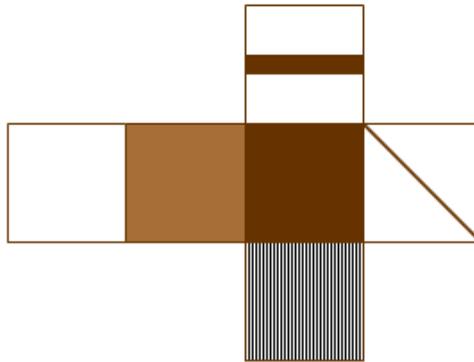


- O prédio tem a forma de um cubo. Qual dos moldes abaixo é o do prédio?

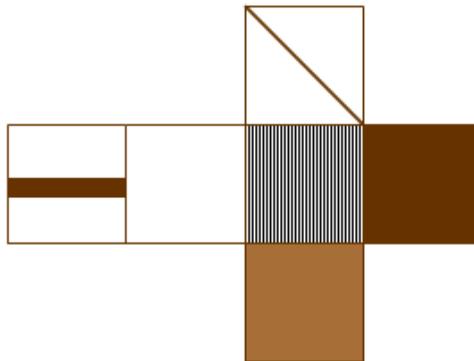
( )



( )



( )



**C)** Esta área da cidade também inclui a construção de uma pracinha. Nesta pracinha os moradores podem caminhar, correr, pedalar, etc., ou simplesmente sentar no gramado ou nos bancos para respirar o ar puro, relaxar, conversar com os amigos, etc.

**C.1)** Siga com o lápis o traçado da pista desta pracinha.

**C.1.1)** Como se chama a figura que representa o traçado da pista?

---

**C.1.2)** Com base nessa figura, assinale a alternativa verdadeira:

- ( ) Possui dois lados paralelos e dois lados não paralelos
- ( ) Possui todos os lados do mesmo tamanho
- ( ) Possui todos os ângulos iguais
- ( ) Possui dois pares de lados paralelos

**C.2)** Pinte os bancos **retangulares** da pracinha de laranja e os **redondos** de vermelho.

**C.3)** Termine de colorir as árvores da pracinha.

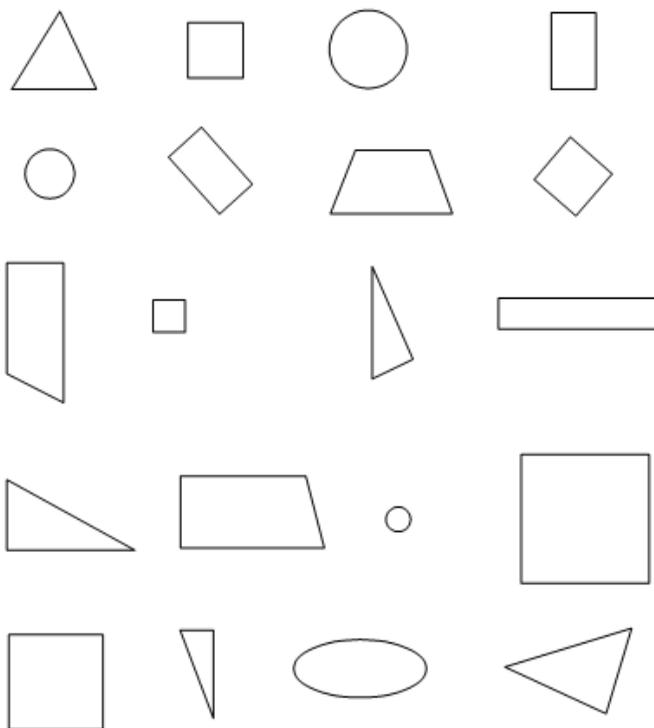
**D)** Ajude a embelezar um pouco mais a cidade:

- Descubra o caminho que faz uma **curva** e pinte de amarelo as tartarugas desta **curva**.
- Pinte de verde o **interior** da rótula.
- Dois carros deixaram a rótula obedecendo ao sinal de trânsito. Pinte de vermelho o carro que virou **à direita**.
- Asfalte (pinte de preto) uma rua **paralela** a rua lajotada.



**Atividade3: Classificação de Figuras Geométricas**

A) Observe atentamente as semelhanças e diferenças das figuras abaixo. Em seguida, pinte com a mesma cor aquelas figuras que você acha que apresentam características comuns.



- Explique o porquê que tais figuras foram pintadas com uma mesma cor.

---

---

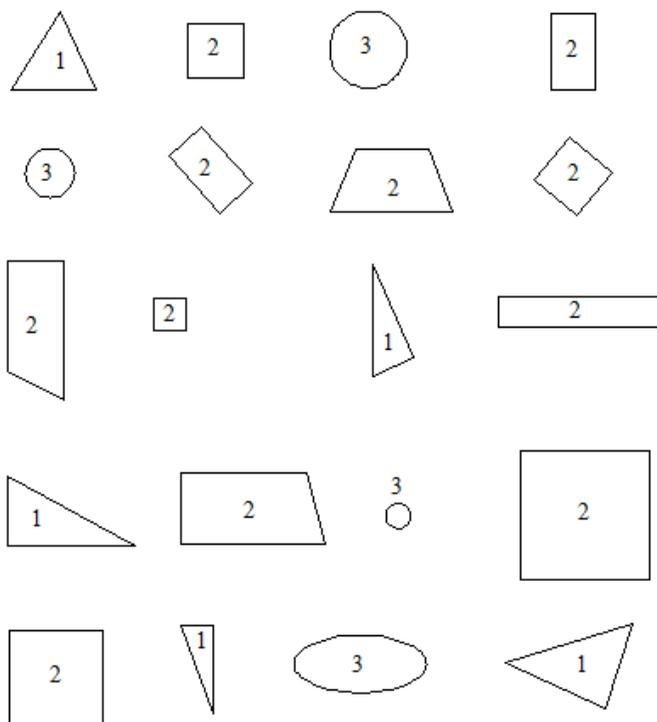
---

---

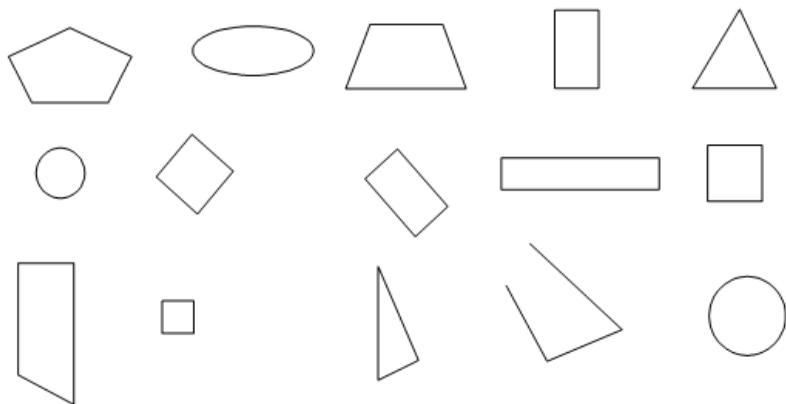
---

---

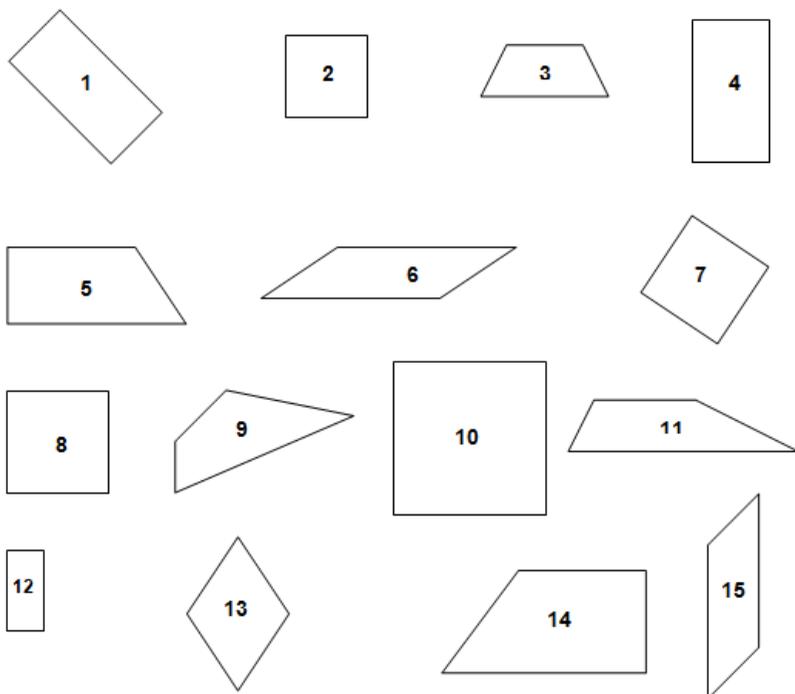
B) Observe, atentamente, a classificação feita abaixo:



- Numere as figuras abaixo, conforme a classificação dada acima.



C) Apresentamos abaixo 15 figuras numeradas:



Responda as seguintes questões:

**C.1)** Compare as figuras **2** e **4**. O que elas tem em comum e no que elas diferem?

**Em comum:** \_\_\_\_\_

**Diferem:** \_\_\_\_\_

**C.1.1)** A figura **10**, você classificaria com a **2** ou com a **4**?

Resposta: \_\_\_\_\_

Por quê? \_\_\_\_\_

**C.2)** Compare as figuras **6** e **13**. O que elas tem em comum e no que elas diferem?

**Em comum:** \_\_\_\_\_

**Diferem:** \_\_\_\_\_

**C.2.1)** A figura **15**, você classificaria com a **6** ou com a **13**?

Resposta: \_\_\_\_\_

Por quê? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**C.3)** Classifique as figuras mais parecidas com a figura **1**:

\_\_\_\_\_

**C.3.1)** Que nome recebe as figuras deste grupo? \_\_\_\_\_

**C.4)** Classifique as figuras mais parecidas com a figura **2**:

\_\_\_\_\_

**C.4.1)** Que nome recebe as figuras deste grupo? \_\_\_\_\_

**C.5)** Classifique as figuras mais parecidas com a figura **3**:

\_\_\_\_\_

**C.5.1)** Que nome recebe as figuras deste grupo? \_\_\_\_\_

**C.6)** Classifique as figuras mais parecidas com a figura **6**:

\_\_\_\_\_

**C.6.1)** Que nome recebe as figuras deste grupo? \_\_\_\_\_

---

## Trabalhando com QUEBRA-CABEÇAS

### Item A

Observe o seguinte quebra-cabeça:



a.1) Quantas peças tem o quebra-cabeça?

---

a.2) Quais são as peças do quebra-cabeça que possuem a mesma forma?  
**Indique as cores.**

---

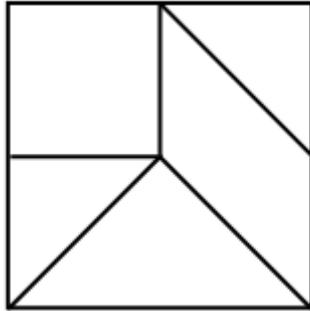
a.3) Quantas peças de quatro lados o quebra-cabeça possui?

---

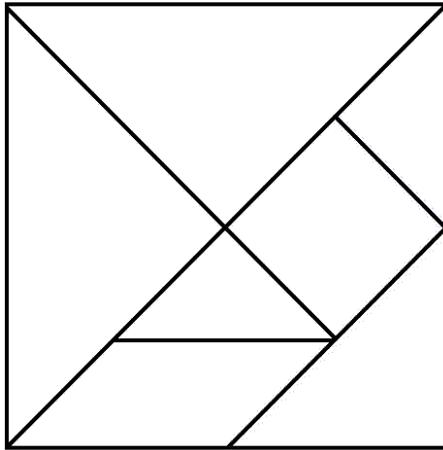
a.4) Quais são as peças do quebra-cabeça que possuem lados paralelos?  
**Indique as cores.**

---

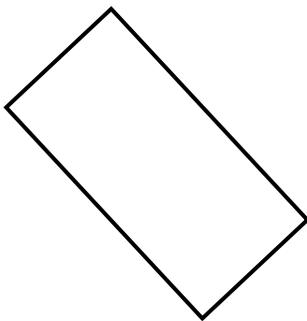
a.5) Utilizando as cores indicadas no quebra-cabeça, pinte as peças do quebra-cabeça a seguir:

**Item B**

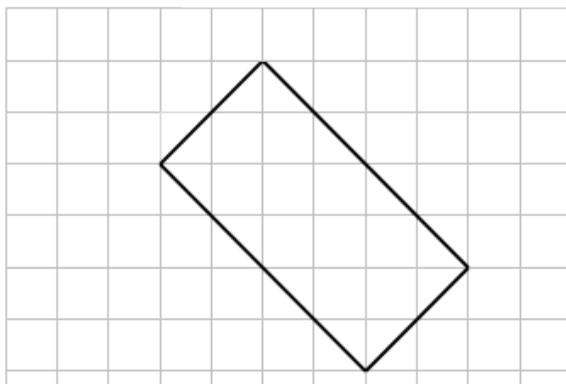
**b.1)** Recorte as sete peças do quebra-cabeça abaixo:



**b.2)** Utilize quantas peças forem necessárias para preencher a figura cujo contorno aparece abaixo.



**b.3)** Observe a mesma figura desenhada no papel quadriculado. Em seguida responda:



 =  $1\text{cm}^2$

- Como se chama essa figura?

---

- Quantos vértices ela tem?

---

- Qual a sua área total?

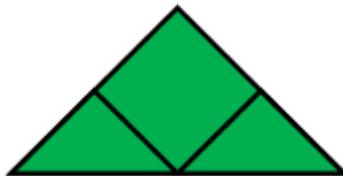
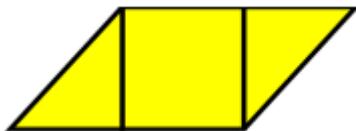
---

---

---

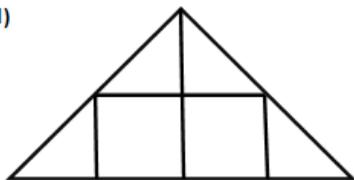
**Item C**

Com três peças do quebra-cabeça podemos formar a figura amarela e a figura verde.

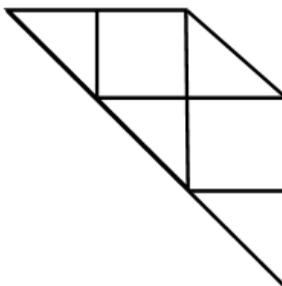


- As figuras (1, 2, 3 e 4) a seguir podem ser formadas de figuras *amarelas*, *verdes* ou *amarelas e verdes*. Pinte-as para mostrar como.

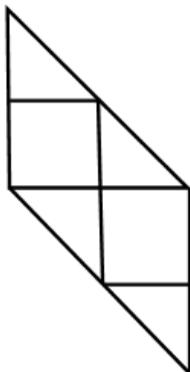
(1)



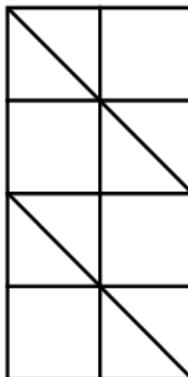
(2)



(3)

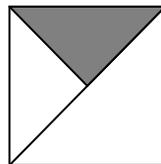


(4)

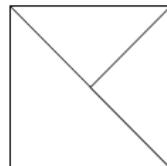
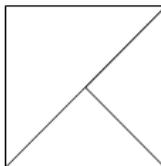
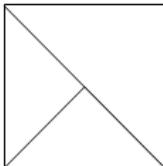
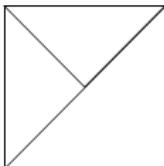


**Item D**

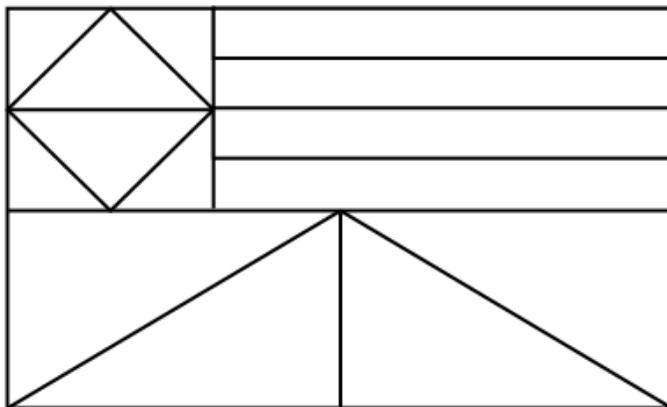
O quebra-cabeça ao lado é formado por três peças:



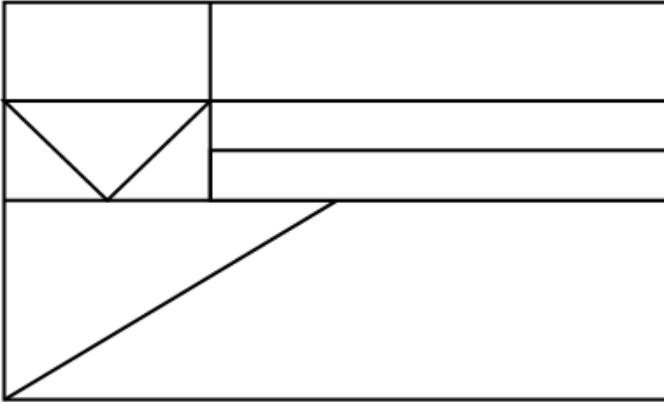
- Abaixo ele aparece virado de diferentes maneiras. Encontre a posição do triângulo e pinte-o.

**Item E**

e.1) Observe com bastante atenção o quebra-cabeça desenhado na cartolina.



Sem voltar a observá-lo, complete o quebra-cabeça abaixo com as peças que estão faltando:

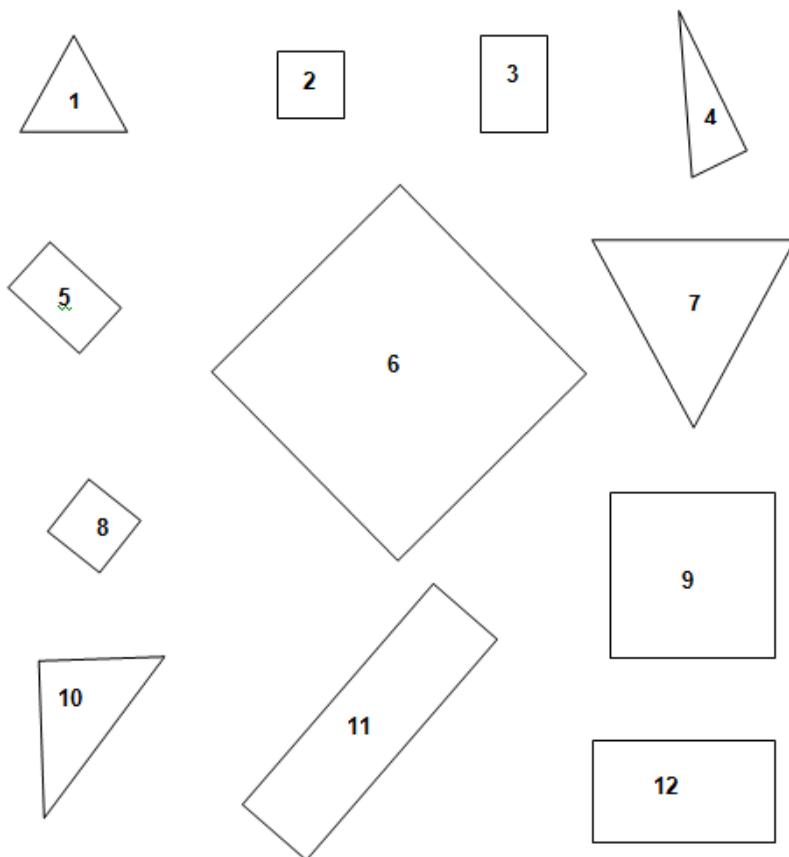


e.3) Compare os dois quebra-cabeças e responda:

- Eles são iguais ou diferentes?  
\_\_\_\_\_
- Se eles forem diferentes, descreva as diferenças que você percebeu.  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**Item F**

As 12 figuras abaixo são peças de um quebra-cabeça.



Observe atentamente as semelhanças e diferenças entre as figuras. Em seguida, responda as questões:

**f.1)** O que as figuras **2** e **12** tem em comum e no que elas diferem?

**Em comum:** \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Diferem:** \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**f.2)** A figura 3, você classificaria com a 2 ou com a 12?

**Resposta:** \_\_\_\_\_

Por quê? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**f.3)** Pinte com a mesma cor aquelas figuras que você acha que pertencem ao mesmo grupo.

- Quais as figuras que fazem parte do grupo da figura 1?

\_\_\_\_\_

**Que nome recebe as figuras deste grupo?** \_\_\_\_\_

- Quais as figuras que fazem parte do grupo da figura 2?

\_\_\_\_\_

**Que nome recebe as figuras deste grupo?** \_\_\_\_\_

- Quais as figuras que fazem parte do grupo da figura 3?

\_\_\_\_\_

**Que nome recebe as figuras deste grupo?** \_\_\_\_\_