

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA**

Murilo Reolon Scuzziato

**PROPOSTA DE UM MODELO PARA ALOCAÇÃO ÓTIMA DE
UNIDADES HIDRELÉTRICAS PARA USINAS EM CASCATA**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Mestre em Sistemas de Energia
Orientador: Prof. Dr. Erlon Cristian Finardi.

Florianópolis

2011

Catálogo na fonte pela Biblioteca Universitária
da
Universidade Federal de Santa Catarina

S437p Scuzziato, Murilo Reolon
Proposta de um modelo para alocação ótima de unidades hidrelétricas para usinas em cascata [dissertação] / Murilo Reolon Scuzziato ; orientador, Erlon Cristian Finardi. - Florianópolis, SC, 2011.

113 p.: il., grafs., tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Inclui referências

1. Engenharia elétrica. 2. Usinas hidrelétricas. 3. Energia hidrelétrica - Produção. 4. Desenvolvimento energético. 5. Relaxação Lagrangeana. 6. Lagrange, Funções de. I. Finardi, Erlon Cristian. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

CDU 621.3

Murilo Reolon Scuzziato

**PROPOSTA DE UM MODELO PARA ALOCAÇÃO ÓTIMA DE
UNIDADES HIDRELÉTRICAS PARA USINAS EM CASCATA**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração Sistemas de Energia Elétrica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 06 de maio de 2011.



Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph. D.

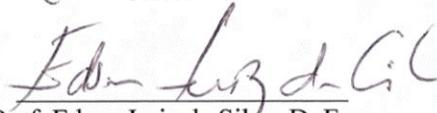
Coordenador do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

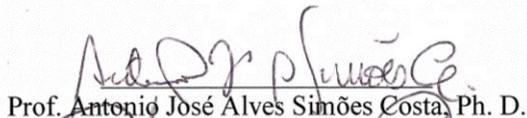


Prof. Erlon Cristian Finardi, D. Eng.

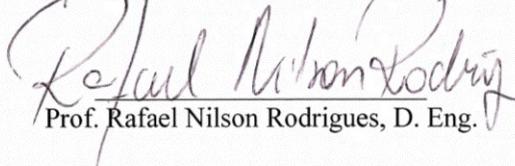
Orientador



Prof. Edson Luiz da Silva, D. Eng.



Prof. Antônio José Alves Simões Costa, Ph. D.



Prof. Rafael Nilson Rodrigues, D. Eng.

AGRADECIMENTOS

O estudo apresentado nesta dissertação foi realizado no Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica (LabPlan), vinculado ao curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Durante os anos dedicados à este trabalho recebi auxílio relacionado à questões técnicas, e também pessoais. Portanto gostaria de aproveitar a oportunidade e agradecer a todas as pessoas que contribuíram de alguma forma. Para algumas delas destaco meus agradecimentos.

Ao *Prof. Erlon Cristian Finardi*, exemplar professor, pesquisador e orientador, pela oportunidade oferecida, ensinamentos, amizade, paciência e constante apoio durante todo o trabalho.

Ao *Prof. Edson Luiz da Silva*, pela colaboração para execução deste trabalho e em especial pelo incentivo, ensinamentos e discussões durante todo o período de mestrado.

Ao *Prof. Antonio José Alves Simões Costa* pelas importantes sugestões e também pela dedicação à docência e conhecimentos transmitidos.

Ao *Prof. Rafael Nilson Rodrigues* pelas valorosas contribuições e sugestões fornecidas para elaboração do documento final deste trabalho.

Aos demais professores do LabPlan e do Laboratório de Sistemas de Potência (Labspot) pelas importantes contribuições para a minha formação.

Aos colegas que tenho conhecido e trabalhado nesses anos pelas discussões, ensinamentos e momentos de descontração. Desses colegas, registro um agradecimento especial aos amigos do LabPlan, *Chádia Sebba, Daniel Dotta, Daniel Tenfen, Diego Bittencourt, Edgar Fellipe da Silva, Edison Antônio Cardoso Aranha Neto, Fabricio Yutaka Kuwabata Takigawa, Gelson Antonio Brigatto, Juan David Caicedo Aristizábal, Juliane Silva de Almeida, Marcelo Benetti, Marcelo Luís Loureiro dos Santos, Marcelo Marcel Cordova, Marcelo Neujahr Agostini, Matheus Palma Cruz, Paulo Vítor Larroyd, Raphael Eduardo Chagas Gonçalves, Rodolfo Bialecki Leandro e Vítor Luiz de Matos*. Agradeço em especial também alguns dos colegas do Labspot, *André Nascimento Cavalcanti de Albuquerque, Caroline Rheinheimer, Eduardo Massashi Yamao, Guilherme Gracino Mazarin e Leonardo Rese*. Obrigado a todos.

À minha família, cuja orientação e educação criaram condições para eu chegar até aqui. Ao meu pai, *Moacir Jovino Scuzziato*, minha mãe, *Miriam Salete Reolon Scuzziato*, e meus irmãos *Robson Reolon Scuzziato* e *Vinicius Reolon Scuzziato*, pelo incentivo, apoio e carinho.

Finalmente, agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte financeiro concedido para realização deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho propõe um modelo para o problema de alocação de unidades hidrelétricas, cujo objetivo consiste em determinar quais unidades devem operar, e os respectivos níveis de geração de usinas hidrelétricas em cascata, a cada hora, em um horizonte de um dia. Como uma contribuição apresenta-se uma nova modelagem para a função de produção das unidades geradoras, com destaque para as perdas mecânicas e elétricas presentes nos conjuntos turbina gerador. Para levar em consideração as complexidades inerentes deste problema de maneira condizente com as necessidades do caso brasileiro, o modelo da alocação é representado matematicamente como um problema de programação não linear binário-misto. Com o objetivo de resolver este problema eficientemente este trabalho faz uso de uma estratégia de decomposição baseada nos métodos da Relaxação Lagrangeana e do Lagrangeano Aumentado. Diferentes análises em torno da modelagem e da estratégia de solução propostas neste trabalho são realizadas mediante o uso de um sistema composto por quatro usinas hidrelétricas em cascata, cuja capacidade de potência instalada é de 4.170 MW.

Palavras-chave: Problema da Alocação de Unidades Hidrelétricas, Função de Produção Hidrelétrica, Relaxação Lagrangeana, Lagrangeano Aumentado.

ABSTRACT

This dissertation describes a new model for the Hydro Unit Commitment and Loading (HUCL), whose objective is to determine the optimal unit commitment and generation schedules for cascaded plants, hourly, in a day-ahead operation. The main contribution is a new model for the hydropower function included mechanical and electrical losses in the turbine-generator. Furthermore it takes into account a set of operational constraints and the generation target defined in the short-term optimization model. This way, the HUCL problem is as a nonlinear mixed 0-1 programming problem and solved with a strategy that includes a two-phase approach. It uses the methodologies based on Lagrangian Relaxation and Augmented Lagrangian. Application of the approach is analyzed concerning the representation and the solution strategy by solving a HUCL schedule for four cascaded plants with 4,170 MW of installed capacity.

Keywords: Hydro Unit Commitment and Loading Problem, Hydro Production Function, Lagrangian Relaxation, Augmented Lagrangian.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Componentes básicos de uma usina hidrelétrica.	25
Figura 2.2: Diagrama esquemático de uma unidade geradora típica, sem representação das perdas.....	26
Figura 2.3: Potência em função da vazão turbinada.....	30
Figura 2.4: Ampliação da Potência em função da vazão turbinada.	31
Figura 2.5: Curva colina de uma turbina hidráulica. Fonte: Finardi (2003).....	32
Figura 3.1: Níveis de Resolução.	44
Figura 3.2: Fluxograma da estratégia de solução.....	50
Figura 4.1: Diagrama esquemático do sistema hidrelétrico.	53
Figura 4.2: Cota montante de H_4 em função do volume armazenado.	55
Figura 4.3: Cota jusante de H_4 em função da vazão defluente.....	55
Figura 4.4: Curvas de nível da colina do grupo H_{4_1}	56
Figura 4.5: Curvas de nível da colina do grupo H_{4_2}	57
Figura 4.6: Limites de vazão turbinada das unidade de H_4	58
Figura 4.7: Perdas p_{mt} e p_{pg} das unidades de H_4	59
Figura 4.8: Perdas hidráulicas das unidades de H_4	59
Figura 4.9: Metas de geração - Caso Base.	60
Figura 4.10: Desempenho do algoritmo na RL - Caso Base.	61
Figura 4.11: Diferença entre as variáveis de vazão turbinada na RL.	61
Figura 4.12: Diferença entre as variáveis de volume na RL.	62
Figura 4.13: Norma do subgradiente das restrições artificiais - Caso Base.	62
Figura 4.14: Desempenho do algoritmo na RP - Caso Base.	63
Figura 4.15: Diferença entre as variáveis de vazão turbinada RP.....	64
Figura 4.16: Diferença entre as variáveis de volume RP.	64
Figura 4.17: Norma do Gradiente das restrições artificiais - Caso Base.....	64
Figura 4.18: Número total de transições de estado - Caso Base.	66
Figura 4.19: Espaço de estados da usina H_4	66
Figura 4.20: Evolução dos volumes úteis - Caso Base.	67

Figura 4.21: Evolução das perdas durante os estágios.....	68
Figura 4.22: Evolução das perdas por usina durante os estágios.	68
Figura 4.23: Diagrama de potências para uma unidade equivalente de H_4	69
Figura 4.24: Distribuição das perdas para o estágio 10 da usina H_4	70
Figura 4.25: Evolução do rendimento hidráulico de H_4	70
Figura 4.26: Diferença entre as vazões turbinadas durante os estágios.	71
Figura 4.27: Número de unidades ligadas por faixas de potência.....	73
Figura 4.28: Espaço de estados da usina H_1	74
Figura 4.29: Espaço de estados da usina H_2	75
Figura 4.30: Espaço de estados da usina H_3	75
Figura 4.31: Espaço de estados da usina H_4	75
Figura 4.32: Evolução dos volumes úteis desconsiderando-se a cascata.	77
Figura 4.33: Função dual para diferentes volumes iniciais.....	79
Figura 4.34: Norma do gradiente para diferentes volumes iniciais.....	79
Figura 4.35: Diagrama de casos analisados.	81

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1: Limites de volume e queda de projeto das usinas.	54
Tabela 4.2: Coeficientes das funções de cota montante.	54
Tabela 4.3: Coeficientes das funções de cota jusante.	54
Tabela 4.4: Limites operativos das unidades geradoras.	55
Tabela 4.5: Coeficientes das funções de rendimento hidráulico.	56
Tabela 4.6: Coeficientes das funções de vazão turbinada máxima.	57
Tabela 4.7: Coeficientes das funções de vazão turbinada mínima.	57
Tabela 4.8: Coeficientes das funções de perdas no gerador.	58
Tabela 4.9: Coeficientes das funções de perdas mecânicas na turbina.	58
Tabela 4.10: Coeficientes das funções de perdas hidráulicas.	59
Tabela 4.11: Vazões afluentes e volumes iniciais úteis - Caso Base.	60
Tabela 4.12: Vazões turbinadas (m ³ /s) das unidades de H ₄ - Caso Base.	65
Tabela 4.13: Volumes finais e vazão total turbinada - Caso Base.	67
Tabela 4.14: Diferentes volumes úteis iniciais.	72
Tabela 4.15: Comparativo entre casos com e sem perdas.	72
Tabela 4.16: Diferentes custos de partida/parada.	74
Tabela 4.17: Análise considerando custos de partida/parada.	76
Tabela 4.18: Resultados considerando custo de partida/parada.	76
Tabela 4.19: Resultados considerando as usinas isoladas hidraulicamente.	77
Tabela 4.20: Comparativo entre casos com e sem acoplamento.	77
Tabela 4.21: Diferentes volumes iniciais.	78
Tabela 4.22: Análise para diferentes volumes iniciais.	80
Tabela 4.23: Resultados comparativos da modelagem simplificada.	80
Tabela 4.24: Resultados comparativos com partida "quente" - Caso Base.	82
Tabela 4.25: Resultados comparativos com partida "quente".	82
Tabela 4.26: Comparativo de resultados na etapa RP.	83
Tabela 4.27: Análise da aplicação da restrição auxiliar.	84
Tabela 4.28: Comparativo do uso da restrição auxiliar - Caso Base.	85

Tabela A.1: Vazões turbinadas (m^3/s) das unidades de H_1 , H_2 e H_3	95
Tabela A.2: Potências geradas (m^3/s) das unidades de H_1 e H_2	96
Tabela A.3: Potências geradas (m^3/s) das unidades de H_3 e H_4	97
Tabela A.4: Vazões turbinadas nas usinas e volumes armazenados.	98
Tabela A.5: Multiplicadores de Lagrange.	99

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANEEL	-	Agência Nacional de Energia Elétrica
SIN	-	Sistema Interligado Nacional
ONS	-	Operador Nacional do Sistema Elétrico
CEPEL	-	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
RL	-	Relaxação Lagrangeana
LA	-	Lagrangeano Aumentado
DL	-	Decomposição Lagrangeana
RP	-	Recuperação Primal
PL	-	Programação Linear
PNL	-	Programação Não Linear
PPA	-	Princípio do Problema Auxiliar
PQ	-	Programação Quadrática
SH	-	Subproblema Hídrico
SP	-	Subproblema de Programação

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
1.2	CONTRIBUIÇÕES	20
1.3	OBJETIVOS E ESTRUTURA DO TRABALHO.....	22
2	MODELAGEM E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.....	25
2.1	INTRODUÇÃO.....	25
2.2	MODELAGEM DE UNIDADES HIDRELÉTRICAS.....	25
2.2.1	Altura de Queda	27
2.2.2	Rendimento Hidráulico da Turbina	28
2.2.3	Perdas Mecânicas na Turbina.....	29
2.2.4	Perdas Globais no Gerador	29
2.2.5	Função de Produção das Unidades	29
2.2.6	Restrições Operativas Adicionais.....	31
2.3	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	33
2.4	CONCLUSÕES	37
3	ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO.....	39
3.1	INTRODUÇÃO.....	39
3.2	METODOLOGIAS DE SOLUÇÃO	39
3.2.1	Etapa I: Relaxação Lagrangeana.....	39
3.2.2	Etapa II: Recuperação Primal	46
3.3	ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO	50
3.4	CONCLUSÕES.....	51
4	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL.....	53
4.1	INTRODUÇÃO.....	53
4.2	DESCRIÇÃO DOS DADOS	53
4.3	RESULTADOS	60
4.3.1	Caso Base	60

4.3.2	Análise das Perdas Mecânicas e Elétricas.....	71
4.3.3	Análise nos Custos de Partida/Parada	73
4.3.4	Análise da Operação em Cascata com Metas de Geração	76
4.4	ANÁLISE DO ALGORITMO	78
4.4.1	Análise para Diferentes Volumes Iniciais	78
4.4.2	Simplificações na modelagem.....	80
4.4.3	Análise do Lagrangeano Aumentado Inexato.....	83
4.4.4	Análise das restrições auxiliares	84
4.5	CONCLUSÕES.....	85
5	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA	
	TRABALHOS FUTUROS	87
	APÊNDICE A - Decomposições Alternativas.....	91
	ANEXO A - Resultados do Caso Base.....	95
	REFERÊNCIAS.....	101

1 INTRODUÇÃO

O Brasil possui um moderno sistema de eletricidade com tamanho e características que permitem considerá-lo único em âmbito mundial. Seu sistema de produção é composto principalmente por usinas térmicas e hidráulicas, cuja participação das hidrelétricas em 2011 é predominante, com aproximadamente 67% da capacidade instalada (ANEEL, 2011).

A operação de sistemas hidrotérmicos, tais como o Sistema Interligado Nacional (SIN), possui muitas complexidades, dentre as quais destacam-se a incorporação de incertezas das aflúências à modelagem, o grande porte do sistema e as não linearidades implícitas do problema (SILVA, 2001). A fim de contornar essas complexidades o planejamento da operação é dividido em etapas, no caso brasileiro o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) realiza estudos que se estendem do médio e curto prazos à Programação Diária da Operação Eletroenergética. Essa cadeia é dividida em três níveis coordenados entre si:

- (i) Planejamento de médio prazo: (PEREIRA e PINTO, 1985; KLIGERMAN, 1992; SILVA e FINARDI, 2003; MATOS *et al.*, 2008). Nesta etapa, cujo horizonte é de cinco anos com detalhamento em base mensal, determinam-se as gerações térmica e hidráulica, os valores esperados dos custos marginais de operação e o custo esperado de operação do sistema durante o horizonte de estudo. A principal ferramenta utilizada é o modelo computacional NEWAVE (CEPEL, 2001), em que calcula-se a função de custo futuro que será utilizada como dado de entrada para os estudos de curto prazo;
- (ii) Planejamento de curto prazo: (PEREIRA e PINTO, 1983; ARARIPE NETO *et al.*, 1985; SHERKAT *et al.*, 1988; GONÇALVES, 2007; DOS SANTOS *et al.*, 2009). Neste caso, em que o horizonte é de dois meses e intervalos de tempos semanais, a principal ferramenta utilizada é o modelo computacional DECOMP (CEPEL, 2003), o qual representa individualmente cada usina hidrelétrica do sistema e algumas restrições elétricas e hidráulicas especiais. Os níveis de geração por usina e os intercâmbios entre subsistemas são alguns dos resultados obtidos nesse estudo;

- (iii) Programação Diária da Operação Eletroenergética (PEREIRA e PINTO, 1982; PEREIRA e PINTO, 1987; YANG e CHEN, 1989; RUZIC *et al.*, 1996a; RUZIC *et al.*, 1996b; FINARDI e SILVA, 2006; RODRIGUES, 2009). Tem como objetivo estabelecer os programas diários de geração hidráulica, térmica e intercâmbios entre subsistemas para atendimento da carga demandada para o dia seguinte, com horizonte de uma semana em intervalos de trinta minutos, visando garantir a otimização energética dos recursos de geração e a segurança operacional do sistema.

A etapa (iii) é composta por um problema complexo e desafiante que ainda não está consolidado como nas demais etapas, ou seja, ainda não tem-se um modelo computacional como no médio e curto prazos. Nesse sentido, alguns trabalhos tem concentrado esforços para definir este modelo (BELLONI *et al.*, 2003; FINARDI, 2003; RODRIGUES, 2009; TAKIGAWA, 2010), porém estes estudos ainda encontram-se em processo de validação técnica-computacional. Portanto, atualmente, no Brasil o ONS não faz uso de um modelo de otimização que forneça a política ótima de geração para todas as unidades do sistema para o dia seguinte.

Para determinar quais unidades devem estar operando nas próximas vinte e quatro horas o ONS elabora alguns estudos baseados em diretrizes energéticas fornecidas pelo modelo DECOMP, tais como volumes meta ao final de uma semana, geração termelétrica e intercâmbios entre subsistemas. Desses estudos então são concebidos os programas diários de produção, de intervenções e de defluências (ONS, 2009). O primeiro, o qual é de interesse deste trabalho, caracteriza-se por uma meta de geração¹ para cada usina do SIN para cada meia hora do dia seguinte à operação de tempo real.

Como resultado, a distribuição da geração entre as máquinas de uma usina hidrelétrica com características específicas é um problema de decisão local, ou seja, cada agente da geração deve definir como programar a operação de cada máquina de sua usina. Essa abordagem é definida neste trabalho como problema da Alocação de Unidades Hidrelétricas. O objetivo neste problema é determinar quais unidades estarão operando e seus respectivos níveis de geração, levando em conta um conjunto de restrições operativas e as metas de geração determinadas na etapa (iii). Neste cenário aperfeiçoamentos na modelagem são

¹ Meta de potência gerada, dada em MW.

importantes, visto que estudos mostram ganhos significativos obtidos através de uma alocação eficiente das unidades geradoras (ROBITAILLE e WELT, 1996; NILSSON e SJELVGREN, 1997; ARCE *et al.*, 2002). Visto que as unidades possuem características diferentes (diversos tipos de condutos, turbinas, geradores, etc.), um desafio interessante neste problema é representá-lo precisamente, considerando essas peculiaridades; e, neste caso, a característica mais importante está relacionada com a função de produção das unidades.

Conforme será visto, o objetivo principal desta dissertação consiste em apresentar um avanço de modelagem para a função de produção das unidades hidrelétricas, bem como seu impacto na solução do problema. Essa representação mais detalhada do processo de transformação de energia não altera a decisão do número de unidades que estarão operando na usina, mas fornece resultados mais precisos, como os níveis de geração e os volumes armazenados ao final do horizonte. Esses valores são úteis para realimentar modelos com horizontes de tempo mais longos. Além disso, tem-se disponível informações detalhadas da eficiência de cada etapa do processo de geração. Assim, na próxima seção será feita uma revisão bibliográfica com relação à modelagem do problema, com foco na representação das unidades hidrelétricas, enquanto que as metodologias de solução serão apenas referenciadas mais adiante.

1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Com o objetivo representar com precisão o processo de geração de energia elétrica vários trabalhos têm sido propostos com diferentes modelagens e estratégias de solução para o problema de alocação de unidades hidrelétricas. Nesse sentido, nesta seção apresentam-se algumas das diferentes modelagens empregadas neste problema.

Devido à grande quantidade de trabalhos disponíveis na literatura essa revisão é concentrada em alguns artigos publicados nos últimos dez anos, aproximadamente.

Inicialmente tem-se o trabalho de Bastos (2004) em que busca-se maximizar o rendimento de uma usina hidrelétrica através da distribuição de carga entre os grupos geradores, sujeito ao atendimento da demanda e limites operativos. Para tanto, o rendimento global é dado pela razão entre a potência de saída do gerador e a potência de entrada da turbina, e é aproximado para uma função quadrática dependente da potência gerada. Neste trabalho não se considera a queda líquida variável, e utilizam-se medidas diretas de rendimento e potência ativa em cada máquina como entradas para o problema.

Pérez-Díaz *et al* (2010) resolvem o problema de alocação em uma usina hidrelétrica inserida em um mercado desregulamentado, com o objetivo de maximizar os lucros com a venda de energia. Assim como nos trabalhos de Qiaozhu *et al* (2007) e Conejo *et al* (2002), a produção das unidades é dada por um conjunto de funções lineares dependentes da vazão turbinada. Porém neste último o problema é resolvido para uma cascata de usinas; portanto, a equação de balanço hídrico é incluída na modelagem.

Por sua vez, Yi *et al* (2003) buscam maximizar o rendimento global de um conjunto de usinas hidrelétricas em cascata, sujeito a restrições de meta de geração e de vazão turbinada, além das demais restrições de segurança, confiabilidade e operação. Em sua modelagem considera-se uma função de produção linear por partes, as regiões proibidas de operação e os requisitos de tempos mínimos de parada e de operação das unidades.

Ainda neste contexto, Siu *et al* (2001) descrevem um modelo prático de alocação de unidades hidrelétricas em tempo real, com o objetivo de determinar a programação ótima de uma usina com múltiplas máquinas e configurações hidráulicas complexas. Neste caso, busca-se minimizar uma função composta pelo valor da água turbinada, pela reserva hidráulica e por custos de partida das unidades. A vazão turbinada em uma unidade é função de sua potência gerada e da queda bruta da usina. O resultado do problema é a vazão a ser turbinada para uma dada geração da usina e condições de operação hidráulica.

No trabalho apresentado por Breton *et al* (2004) utiliza-se como função objetivo o somatório das vazões turbinadas em cada unidade, onde a usina é modelada como um reservatório com vários canais e redes, e as unidades são divididas em conjuntos. Neste caso, os autores incluem a influência das perdas hidráulicas e variações da queda em sua formulação, assim a função de produção depende da vazão turbinada e da queda líquida. Considera-se ainda as regiões proibidas de operação.

Catalão *et al* (2010) apresentam um trabalho aplicado ao planejamento de curto-prazo de sistemas hidrelétricos. Em sua modelagem a função de produção é não linear dependente da vazão turbinada e da queda líquida. Além disso, considera-se a variação da queda da usina, as partidas e paradas das unidades, regiões proibidas e restrições de rampa de vazão. Em sua função objetivo considera-se o lucro obtido pela venda de energia e os custos de partida e parada durante o horizonte de estudo, assim como o custo futuro da água. Adicionalmente representa-se o limite máximo de vazão turbinada como uma função da altura de queda.

Por sua vez, Encina *et al.* (2008) descrevem um modelo de despacho horário de unidades hidrelétricas com horizonte de um dia. Em sua modelagem busca-se minimizar as perdas totais do sistema, resultantes da elevação do nível de canal de fuga, da variação do rendimento do conjunto turbina-gerador e do atrito do fluxo da água nas tubulações do sistema hidráulico. Para tanto, determinam-se curvas de perdas de desempenho para cada usina, em função de sua potência gerada e do número de unidades em operação. Por sua vez essas curvas são utilizadas como função objetivo do problema, sujeitas à restrições operativas e metas de energia diárias e de atendimento da demanda do sistema. Nessa mesma linha Kadowaki *et al.* (2009) adicionam custos de partida e parada das unidades à modelagem. Neste trabalho resolve-se uma versão relaxada do problema original em que as restrições hidráulicas são ignoradas no modelo de otimização e validadas através de simulações.

Apesar desses dois trabalhos citados acima representarem a função de produção com certo grau de detalhamento (não linear dependente da vazão turbinada, da queda líquida e do rendimento do grupo turbina-gerador) pressupõe-se que todas as unidades de uma hidrelétrica são idênticas e a carga da usina é igualmente dividida entre elas, desta maneira não tem-se como considerar características específicas de cada unidade em uma usina.

No trabalho de Finardi e Silva (2005) considera-se uma função de produção não linear dependente da queda líquida, do rendimento do grupo turbina-gerador e da vazão turbinada. Como resultando tem-se um polinômio de sétima ordem dependente da vazão turbinada. O objetivo do problema é maximizar a potência gerada nas unidades de uma usina hidrelétrica, considerando-se a meta de vazão turbinada na usina, as regiões proibidas, o requisitos de reserva girante, as perdas hidráulicas e as restrições associadas aos limites operativos.

Nesta mesma linha, porém aplicado a sistemas hidrotérmicos, Rodrigues *et al.* (2008) apresentam a formulação e a estratégia de solução para o problema de alocação de unidades em sistemas com predominância de geração hidráulica. Além das características das unidades hidrelétricas considera-se também restrições para as termelétricas e para o sistema de transmissão, como tempos mínimos de permanência em e fora de operação, limites de rampa de geração e intercâmbio entre subsistemas.

Por fim, Wang e Zhang (2011) incorporam em sua modelagem rampas de vazão devido aos requisitos de navegação, limites de vazão turbinada, regiões operativas, tempos mínimos de parada e de operação,

assim como limite no número de partidas. A produção das unidades é dada por uma função não linear da vazão turbinada e da altura de queda.

1.2 CONTRIBUIÇÕES

Apesar das diferentes modelagens mencionadas anteriormente, na maioria dos trabalhos de alocação das unidades hidrelétricas e problemas similares, negligenciam-se (ou representam-se de maneira simplificada) variações na altura de queda, perdas hidráulicas e, especialmente, rendimento hidráulico e perdas mecânicas na turbina, bem como as perdas elétricas e mecânicas no gerador. Uma modelagem mais precisa desses parâmetros tem grande importância no problema de alocação, principalmente em sistemas com predominância de hidrelétricas, como o brasileiro, em que cada incremento na eficiência do processo de conversão de energia é bem vindo.

Neste trabalho, inicialmente, propõe-se um aperfeiçoamento no modelo matemático para a função de produção das unidades hidrelétricas, o qual leva em consideração as perdas hidráulicas nos condutos forçados e no tubo de sucção, funções não lineares para os níveis de montante e de jusante, rendimento hidráulico e perdas mecânicas na turbina, e perdas elétricas e mecânicas no gerador. Conseqüentemente, cada máquina da usina é representada separadamente e, diferente de dividir a meta da usina igualmente entre as unidades, deve-se resolver um problema de otimização para determinar qual é a melhor combinação de máquinas e seus respectivos níveis de geração. Pois, como será visto nos capítulos seguintes, pode-se ter um número de unidades diferentes para atender uma mesma demanda e também máquinas podem ter características diferentes, aumentando a quantidade de combinações. Adicionalmente pode-se considerar custos para a partida e/ou parada das unidades, o que pode alterar a decisão operativa da usina.

No entanto, não é de nosso conhecimento nenhuma modelagem detalhada conforme essa proposta, de acordo com o que apresenta-se nas revisões nenhum dos trabalhos considera as perdas mecânicas na turbina e elétricas e mecânicas no gerador de maneira variável com o ponto de operação. Assim, neste trabalho, mostra-se que algumas simplificações nesses problemas afetam a vazão turbinada das usinas e, conseqüentemente, o volume armazenado. Visto que, nos modelos de otimização de longo e médio prazos utilizados no Brasil, os volumes dos reservatórios são modelados como variáveis de estado torna-se importante representar a função de produção hidrelétrica de forma

detalhada, a fim de utilizar eficientemente os recursos de geração ao longo do tempo.

Matematicamente o problema da alocação de unidades hidrelétricas é formulado para minimizar, para cada usina e estágio de tempo, a vazão turbinada necessária para atender as metas de geração definidas pelo ONS. Além disso, consideram-se, neste trabalho, as zonas proibidas de operação, custos de partida e parada das unidades e limites de vazão turbinada como função da altura de queda. Conforme será visto, o problema é não linear binário misto e, com o objetivo de resolvê-lo eficientemente, propõe-se uma estratégia de solução composta de duas etapas baseadas nas metodologias de decomposição da Relaxação Lagrangeana (RL) e do Lagrangeano Aumentado (LA). Essas metodologias foram escolhidas pois têm gerado bons resultados em trabalhos semelhantes (FINARDI, 2003; RODRIGUES *et al.*, 2008; TAKIGAWA, 2010) em que utiliza-se a estrutura especial do problema para separá-lo em subproblemas menores e com características diferentes.

Inicialmente, na primeira etapa da estratégia utiliza-se a técnica de Relaxação Lagrangeana, (cujos conceitos podem ser vistos em Bazaraa e Shetty (1979), Bertsekas (1999) e Guignard (2003)) aplicada em estudos de planejamento de sistemas hidrotérmicos para decompor o problema (NGUNDAM *et al.*, 2000; QIAOZHU *et al.*, 2002; FINARDI *et al.*, 2005; FENG e LIAO, 2010). Nesta etapa os subproblemas são resolvidos e coordenados por um problema mestre. No caso do problema da alocação, a função dual não possui derivadas em todos os pontos e necessita-se de um algoritmo de otimização não diferenciável para resolvê-la; em particular, usou-se o método dos feixes (LEMARÉCHAL *et al.*, 1995; FELTENMARK e KIWIEL, 1998; DAOYUAN *et al.*, 1999; BACAUD *et al.*, 2001; BELLONI e SAGASTIZÁBAL, 2008). Como o problema de alocação de unidades hidrelétricas não é convexo, este método permite obter um valor primal de sua forma convexificada, e então usa-se essa solução como ponto de partida para a etapa seguinte.

Por sua vez, na segunda etapa é necessário encontrar uma solução viável e propõe-se aqui o uso do Lagrangeano Aumentado (YAN *et al.*, 1994; PELLEGRINO *et al.*, 1996; AL-AGTASH e RENJENG, 1998; BELTRAN e HEREDIA, 2002; BELLONI *et al.*, 2003; DINIZ *et al.*, 2007; MARTÍNEZ, 2007; RODRIGUES *et al.*, 2008), o qual adiciona um parâmetro de penalidade quadrática à função dual da RL. Adicionalmente, o termo quadrático torna a função dual diferenciável, permitindo o uso de métodos clássicos de otimização. Em contrapartida

essa nova função dual não pode ser separada como na etapa anterior. Assim, nesta etapa, aplicam-se heurísticas baseadas na metodologia do LA para tornar o problema separável. Neste trabalho utiliza-se o método do Princípio do Problema Auxiliar (COHEN, 1980; MINGZE *et al.*, 2009) e o método não linear de Gauss Seidel (BERTSEKAS, 1999; BELTRAN e HEREDIA, 2002), o que possibilita encontrar a solução primal viável.

Embora essa estratégia de solução utilizada não seja nova, apresenta-se, na seção de resultados, como algumas simplificações na modelagem podem ser usadas para melhorar o desempenho da estratégia de solução global. Essa é outra contribuição do trabalho e pode motivar a prática em problemas similares em que usa-se a técnica de decomposição dual baseada na Relaxação Lagrangeana e/ou no Lagrangeano Aumentado.

Portanto os resultados encontrados a partir desse modelo podem ser usados para auxiliar um agente de geração a determinar a programação ótima e níveis de geração para as usinas hidrelétricas em cascata, principalmente para sistemas em que são considerados diferentes grupos de unidades e a função de produção depende da queda líquida.

1.3 OBJETIVOS E ESTRUTURA DO TRABALHO

O objetivo geral deste trabalho consiste em contribuir para o desenvolvimento da modelagem, bem como para resolução do problema de alocação das unidades hidrelétricas. Nesse sentido, os objetivos específicos a serem cumpridos são:

1. Aperfeiçoar a modelagem da função de produção das unidades. Nesta etapa propõe-se incluir a representação das perdas mecânicas da turbina assim como as perdas elétricas e mecânicas do gerador no processo de transformação de energia.
2. Implementar uma estratégia de solução eficiente para resolver o problema. Visto que este trabalho resulta em um modelo de otimização não linear, binário e de grande porte, necessitam-se de técnicas que tornem viável a resolução do problema.
3. Testar estratégias que podem tornar o desempenho do algoritmo ainda mais eficiente. Conforme será detalhado no Capítulo de resultados, analisa-se algumas maneiras de facilitar a convergência do algoritmo.

Este trabalho está organizado conforme descrito na sequência. A seguir, o Capítulo 2 mostra a modelagem e formulação do problema, destacando-se inicialmente a representação matemática das unidades geradoras, e apresentando-se, de forma estruturada, as equações matemáticas que regem o comportamento físico de sistemas hidrelétricos.

O Capítulo 3 é dedicado aos procedimentos de solução do problema formulado no capítulo anterior. A estratégia de solução é composta de duas etapas, baseadas na decomposição do problema original em subproblemas mais simples de serem resolvidos. A idéia consiste em utilizar a estrutura do problema no sentido de criar subproblemas que, resolvidos de forma coordenada, solucionam o problema original ou fornecem uma solução aproximada para o mesmo.

Por fim, a modelagem e a estratégia de solução são testadas no Capítulo 4, onde são apresentados os resultados e análises aplicados a um sistema composto de quatro usinas hidrelétricas em cascata. Finalizando o trabalho, no Capítulo 5 são descritas as principais conclusões e sugestões para desenvolvimentos futuros.

2 MODELAGEM E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

2.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo tem como objetivo descrever as principais características consideradas na modelagem proposta para o problema. Nesse sentido, inicialmente é feita uma representação matemática detalhada da função de produção das unidades geradoras. Para tanto, são consideradas as perdas hidráulicas, mecânicas e elétricas presentes no processo de produção de energia. Adicionalmente, constrói-se o problema de otimização de interesse deste trabalho.

2.2 MODELAGEM DE UNIDADES HIDRELÉTRICAS

A modelagem das unidades geradoras exige que se conheça o funcionamento de seus principais componentes de forma detalhada, bem como as relações matemáticas que regem o seu comportamento. Assim, para se obter uma representação matemática adequada descrevem-se, nesta seção, as principais contribuições com relação à modelagem proposta.

Inicialmente considere a Figura 2.1, onde pode ser visto uma ilustração de uma usina hidrelétrica, assim como a ampliação de uma unidade geradora.

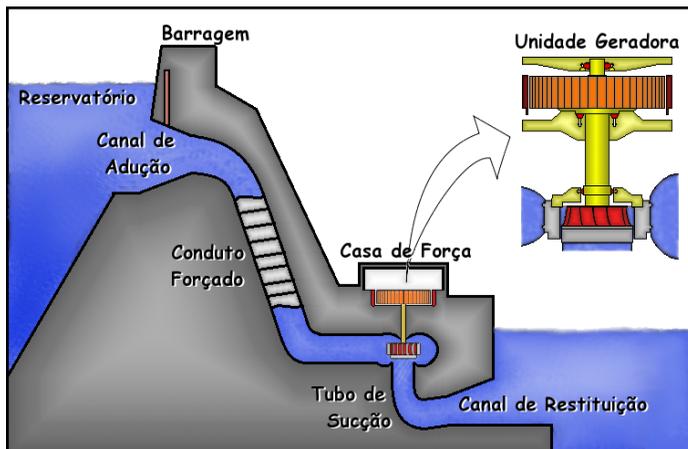


Figura 2.1: Componentes básicos de uma usina hidrelétrica.

Situadas na casa de força, as unidades geradoras são responsáveis por converter a energia potencial da água em energia elétrica, sendo

cada uma composta por uma turbina, um gerador e componentes auxiliares.

Na Figura 2.2 apresenta-se uma diagrama esquemático, em que observa-se as variáveis de potência utilizadas para representar cada etapa do processo de produção de energia em uma unidade de geração hidrelétrica.

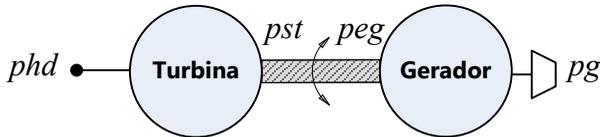


Figura 2.2: Diagrama esquemático de uma unidade geradora típica, sem representação das perdas.

Acima, todos os valores são dados em MW e suas respectivas modelagens são descritas abaixo.

phd potência hidráulica disponível, está associada a energia potencial da água armazenada no reservatório, com G^2 sendo uma constante, q a vazão turbinada na unidade (m^3/s), e hb a queda bruta da usina (m):

$$phd = G \cdot hb \cdot q. \quad (2.1)$$

pst potência mecânica de saída da turbina:

$$pst = G \cdot \rho \cdot h \cdot q, \quad (2.2)$$

em que ρ é o rendimento hidráulico da turbina e h é a queda líquida, isto é, parte da queda bruta disponível para a turbina.

peg potência mecânica de entrada do gerador, entregue pelo eixo da turbina:

$$peg = pst - pmt, \quad (2.3)$$

em que pmt representa as perdas mecânicas no eixo da turbina.

pg potência de saída nos terminais do gerador:

$$pg = peg - pgg, \quad (2.4)$$

² Essa constante depende do valor da aceleração da gravidade do local (g), da densidade da água à temperatura ambiente (ρ_a) e do sistema de unidades considerado. Neste trabalho, considera-se $g = 9,8361 \text{ m/s}^2$, $\rho_a = 997 \text{ kg/m}^3$ e MW como unidade de potência. Como consequência $G = 9,8066 \cdot 10^{-3} \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s}^2)$.

em que pgg representa as perdas elétricas e mecânicas no gerador.

No problema de interesse tem-se como variáveis de controle a vazão turbinada na unidade q , e a vazão vertida no reservatório s . Por sua vez, o volume armazenado v é uma variável de estado, assim como a potência de saída do gerador, pg . Além disso, a vazão turbinada em uma usina é dada pela variável Q . Na sequência, as diversas equações apresentadas em (2.1) - (2.4) são explicitadas como função das variáveis de controle e estado do problema.

2.2.1 Altura de Queda

A altura de queda bruta de uma usina, hb , é dada pela diferença entre seu nível a montante, fc_m , e seu nível a jusante, fc_j . O primeiro é obtido com base no volume de água armazenada no reservatório. Em geral, nas usinas do sistema brasileiro, a fc_m é representada por um polinômio de quarta ordem (FINARDI, 2003). Para um volume v , em hm^3 , o valor da cota de montante, em metros, é dada pelo seguinte polinômio:

$$fc_m = a_0 + a_1 \cdot v + a_2 \cdot v^2 + a_3 \cdot v^3 + a_4 \cdot v^4. \quad (2.5)$$

Por sua vez, o nível a jusante da usina é a cota do rio após o canal de descarga ou restituição. Neste trabalho considera-se que as turbinas são do tipo de reação, que usa a energia cinética e pressão da água para a geração. Este tipo de turbina opera afogada e a alteração do nível de jusante afeta diretamente a altura de queda líquida da unidade. Assim, para uma vazão defluente total, em m^3/s , isto é, a soma da vazão turbinada, Q , e vertida, s , da usina, a cota de jusante é dada em metros por:

$$fc_j = b_0 + b_1 \cdot (Q + s) + b_2 \cdot (Q + s)^2 + b_3 \cdot (Q + s)^3 + b_4 \cdot (Q + s)^4. \quad (2.6)$$

Em algumas usinas do sistema brasileiro o vertedouro é localizado distante do canal de fuga e não influencia no nível a jusante. Nestes casos, o nível a jusante é dado por (2.6), desconsiderando-se a variável de vertimento da equação.

Portanto, a altura de queda bruta da usina, hb , em metros, é dada por:

$$hb = fc_m - fc_j. \quad (2.7)$$

Porém nem toda essa altura de queda está disponível para a turbina, devido às perdas hidráulicas. Uma parcela dessas perdas ocorre

por atrito da água nos condutos forçados e pode ser modelada por uma função quadrática dependente da vazão, tal como:

$$hlp = k_p \cdot q^2. \quad (2.8)$$

Acima, k_p é uma constante que depende das características do conduto forçado (s^2/m^5). Existem situações em que tem-se um conduto forçado em comum para todas unidades; assim, adiciona-se uma parcela proporcional ao quadrado da vazão turbinada na usina à Equação (2.8), tendo a seguinte expressão:

$$hlp = k_p \cdot q^2 + k_{p_usina} \cdot Q^2. \quad (2.9)$$

A letra k_{p_usina} é uma constante que depende das características do conduto forçado comum para todas as unidades (s^2/m^5).

Adicionalmente existem as perdas associadas com a energia hidráulica não aproveitada pela turbina (RIBAS, 2003) a qual é dissipada na etapa em que a água é conduzida através do tubo de sucção até chegar ao canal de restituição. Essas perdas também podem ser representadas por uma função quadrática da vazão turbinada na unidade.

$$hls = k_s \cdot q^2. \quad (2.10)$$

Acima k_s (s^2/m^5) depende da área da seção de baixa pressão da turbina e da aceleração da gravidade.

Com a queda bruta e as perdas hidráulicas pode-se escrever a queda líquida para cada unidade geradora, isto é, a altura de queda disponível para geração, em metros. Essa equação é detalhada abaixo.

$$h = fcm - fcj - hlp - hls. \quad (2.11)$$

2.2.2 Rendimento Hidráulico da Turbina

Nem toda a energia hidráulica disponível é aproveitada pela turbina, pois após se transformar em energia cinética parte dela é dissipada nos condutos forçados e tubos de sucção. Como apresentado anteriormente, essa energia perdida é computada como perdas hidráulicas.

Além disso existe uma outra parcela importante de energia perdida que depende do rendimento hidráulico da turbina, ρ , a qual representa a eficácia com que é transferida a potência disponível na água que flui através da turbina para o eixo do rotor (GULLIVER e ARNDT, 1991). Esse rendimento é dado em função de h e pst , sendo fornecido pelo fabricante da turbina como um conjunto de valores (ρ , pst , h) que, quando $\rho=f(pst,h)$ é graficamente esboçado possui um formato semelhante à uma colina. Desta forma, em geral, a representação

adequada para este conjunto de dados é uma função quadrática côncava, que sugere o seguinte modelo para representar matematicamente a eficiência hidráulica da turbina:

$$\rho = c_0 + c_1 \cdot q + c_2 \cdot h + c_3 \cdot h \cdot q + c_4 \cdot q^2 + c_5 \cdot h^2, \quad (2.12)$$

em que c_0, \dots, c_5 são constantes. Com o objetivo de estimar esses valores, usa-se o conjunto de dados do fabricante da turbina (ρ , pst , h) e a Equação (2.2) para calcular os valores de q e, em sequência, com o novo conjunto (ρ , q , h) as constantes em (2.12) são determinadas por meio da aplicação de técnicas de regressão.

2.2.3 Perdas Mecânicas na Turbina

Adicionalmente modelam-se ainda algumas perdas que ocorrem nos componentes que acoplam a turbina e o gerador. Essas são representadas pelas perdas mecânicas na turbina, pmt , e estão associadas à potência consumida pelo atrito com os mancais guias e mancais de escora, assim como as perdas na vedação do eixo da turbina (RIBAS, 2003). Devido a sua natureza, essas perdas apresentam um comportamento crescente com a potência gerada na unidade. Para sua modelagem são feitos testes de campo nas unidades, em que se obtêm um conjunto de pontos (pmt , pg) que podem ser aproximados pela seguinte função:

$$pmt = g_0 + g_1 \cdot pg + g_2 \cdot pg^2, \quad (2.13)$$

em que g_0 , g_1 , g_2 são constantes e pmt é dado em MW.

2.2.4 Perdas Globais no Gerador

Existem também as perdas globais no gerador, em MW, que são constituídas pelas perdas elétricas da máquina mais uma parcela das perdas mecânicas nos mancais e selo de vedação. Da mesma forma que pmt , seus valores crescem a medida em que se aumenta a produção da unidade. Os dados para sua representação são extraídos do ensaio de eficiência do gerador. Neste caso, aproxima-se o conjunto de pontos medidos, (pgg , pg), com uma função exponencial.

$$pgg(pg) = f_0 \cdot e^{f_1 \cdot pg}, \quad (2.14)$$

em que f_0 e f_1 são constantes.

2.2.5 Função de Produção das Unidades

A função de produção das unidades é determinada com base no diagrama da Figura 2.2, em que pode-se facilmente notar que:

$$pg - pst + pmt + pgg = 0. \quad (2.15)$$

Acima, pg é a variável de estado que representa a potência de saída do gerador. Por sua vez, pst é uma função que depende do rendimento hidráulico da turbina, da queda líquida h e da vazão turbinada na unidade q . Por fim, pmt e pgg são funções que dependem de pg .

Consequentemente, é impossível escrever a potência gerada, pg , como uma única função, desta maneira o modelo para a função de produção das unidades é formulado como uma restrição de igualdade não linear. Por isso, além das variáveis v , Q , s e q , nesta abordagem é necessário incluir também a variável pg ao modelo de otimização, conforme:

$$pg - G \cdot \rho(v, Q, s, q) \cdot h(v, Q, s, q) \cdot q + pgg(pg) + pmt(pg) = 0. \quad (2.16)$$

Portanto, a principal diferença com relação à modelagem de Finardi (2003) é a inclusão das perdas elétricas do gerador, assim como as perdas mecânicas da turbina e do gerador na função de produção das unidades. A Figura 2.3 apresenta a influência dessa consideração com relação a função de produção das unidades, em que considera-se o volume do reservatório constante e sem vertimento.

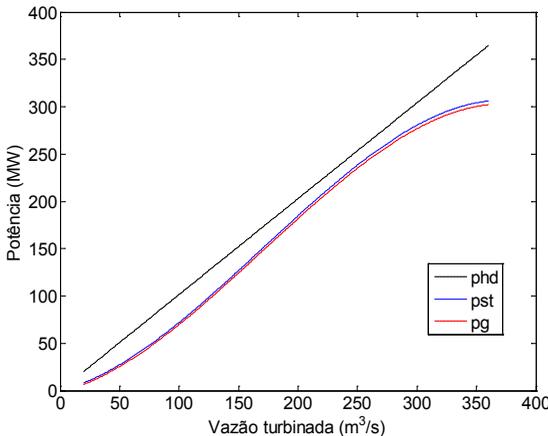


Figura 2.3: Potência em função da vazão turbinada.

Note que a potência hidráulica disponível, phd , não apresenta o mesmo comportamento que as demais potências representadas, pois nela não são consideradas as perdas hidráulicas, o rendimento hidráulico da turbina, bem como as perdas no eixo da turbina e demais perdas do gerador.

Adicionalmente, a diferença entre a potência de saída da turbina e do gerador aumenta conforme a vazão turbinada aumenta, pois para uma vazão maior, maiores são as perdas pmt e pgg . Esses comportamentos podem ser melhor evidenciados na Figura 2.4, em que tem-se uma ampliação para as mesmas curvas.

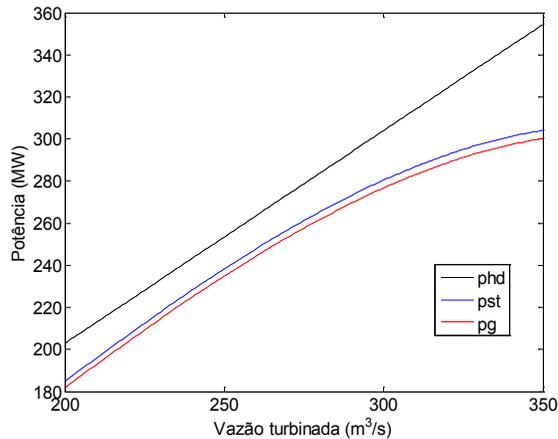


Figura 2.4: Ampliação da Potência em função da vazão turbinada.

2.2.6 Restrições Operativas Adicionais

Além da Equação (2.16), é necessário ainda considerar as características operativas das unidades como as zonas proibidas de geração, limites de saída do gerador e capacidade de turbinamento da unidade, entre outras. Uma ilustração dessas características é dada na Figura 2.5, em que pode-se observar o relacionamento entre as variáveis ρ , pst , q e h para uma turbina do tipo Francis.

Os eixos horizontal e vertical estão relacionados à queda líquida disponível para a turbina e à vazão turbinada, respectivamente. As curvas de nível representam o rendimento hidráulico da turbina e as linhas tracejadas fornecem a potência de saída do gerador.

Toda turbina é projetada para operar com uma vazão e uma altura de queda nominal, ou de projeto, em que seu rendimento hidráulico será máximo. Portanto, qualquer outro ponto de operação diferente ao ponto de projeto resulta em um rendimento inferior ao valor máximo. Note que dependendo do ponto de operação da unidade, um aumento na vazão turbinada pode significar uma redução ou um incremento no rendimento hidráulico da turbina.

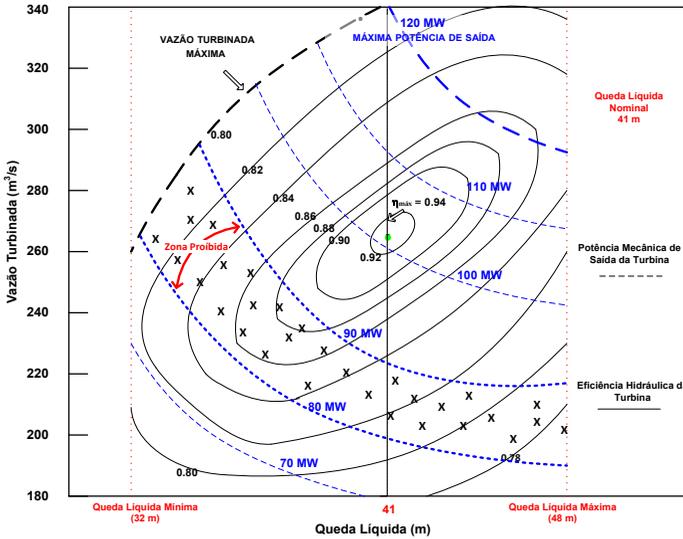


Figura 2.5: Curva colina de uma turbina hidráulica. Fonte: Finardi (2003).

Na Figura 2.5 para valores de queda líquida inferiores à sua queda nominal (41 m), a turbina é incapaz de fornecer energia para o gerador operar em sua potência nominal (120 MW). Esse efeito deve ser incluído no modelo através de limites na vazão turbinada em função da queda líquida. Por outro lado, para valores maiores que 41 m, existe uma potência limite imposta pela capacidade do gerador, pois a turbina poderia alcançar níveis de potência além de 120 MW. Como consequência, é necessário incluir limites na potência de saída do gerador.

Por fim, as zonas proibidas são um conceito útil para descrever a transição dinâmica e características operacionais de unidades hidráulicas precisamente. Nessas regiões ocorrem fenômenos indesejáveis como cavitação, fortes vibrações mecânicas, oscilações de pressão no tubo de sucção e oscilações no eixo. Deve-se evitar a operação nestas zonas, visto que esses comportamentos podem comprometer o funcionamento das turbinas. Ainda na Figura 2.5 ilustra-se a zona proibida de operação, composta pela faixa de 80 a 90 MW.

Os limites mínimo e máximo de vazão turbinada são extraídos do conjunto de pontos da curva colina (q, h) . Em seguida, o conjunto de pontos obtidos (q^{max}, q^{min}, h) é aproximado para polinômios que limitam os valores de vazão para cada unidade.

$$\begin{aligned} q^{\max} &= d_0 + d_1 \cdot h + d_2 \cdot h^2 + d_3 \cdot h^3, \\ q^{\min} &= e_0 + e_1 \cdot h + e_2 \cdot h^2 + e_3 \cdot h^3. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Por sua vez, os valores limites de potência do gerador são valores constantes, e as regiões proibidas são modeladas com o uso de variáveis binárias, indicando em qual zona a unidade está operando.

Na seção seguinte apresenta-se matematicamente como essas zonas operativas são consideradas no problema de alocação de unidades hidrelétricas, bem como as demais restrições necessárias para a construção do problema de otimização.

2.3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Nesta seção formula-se o problema de programação das unidades geradoras como um problema de otimização de vários estágios, em que considera-se a operação de usinas hidrelétricas em cascata. Para tanto, utiliza-se a modelagem da função de produção, assim como as demais representações abordadas na seção anterior.

No sistema elétrico brasileiro cada agente da geração deve atender as metas definidas para sua usina, porém tem-se diversas maneiras de gerar a mesma potência distribuindo de forma diferente a água entre as unidades. A melhor maneira de operar a usina seria utilizando a menor quantidade de água possível, pois a água pode ser vista como o combustível para as hidrelétricas, portanto busca-se reduzir o seu consumo. Para isso considera-se como função objetivo o somatório das vazões turbinadas em todos os reservatórios durante todo o horizonte de estudo.

Assim, o modelo de otimização proposto neste trabalho é dado por:

$$\min \Theta = \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left\{ Q_{rt} + \sum_{j=1}^{n_{rt}} \sigma_{jr} \cdot [u_{jrt}(1 - u_{jr,t-1}) + u_{jr,t-1}(1 - u_{jrt})] \right\}, \quad (2.18)$$

sujeito a:

$$v_{rt} - v_{r,t-1} + c_1 \left[Q_{rt} + s_{rt} - \sum_{m \in \mathfrak{R}_r^{up}} (Q_{m,t-\tau_{mr}} + s_{m,t-\tau_{mr}}) \right] = c_1 y_{rt}, \quad (2.19)$$

$$v_r^{\min} \leq v_{rt} \leq v_r^{\max}, s_{rt} \geq 0, \quad (2.20)$$

$$\sum_{j=1}^{n_{rt}} p g_{jrt} = L_{rt}, \quad (2.21)$$

$$pg_{jrt} - pst_{jrt}(v_{rt}, Q_{rt}, q_{jrt}, s_{rt}) + pmt_{jrt}(pg_{jrt}) + pgg_{jrt}(pg_{jrt}) = 0, \quad (2.22)$$

$$\sum_{j=1}^{n_{rt}} q_{jrt} - Q_{rt} = 0, \quad (2.23)$$

$$q_{jrt}^{\min}(v_{rt}, Q_{rt}, s_{rt}, q_{jrt}) \leq q_{jrt} \leq q_{jrt}^{\max}(v_{rt}, Q_{rt}, s_{rt}, q_{jrt}), \quad (2.24)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} pg_{jkrt}^{\min} \cdot z_{jkrt} \leq pg_{jrt} \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} pg_{jkrt}^{\max} \cdot z_{jkrt}, \quad (2.25)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} = u_{jrt}, \quad \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} \leq 1, \quad z_{jkrt} \in \{0,1\}, \quad u_{jrt} \in \{0,1\}. \quad (2.26)$$

Em que:

- T é o número total de estágios da programação, em horas;
- t é o índice associado aos estágios da programação, tal que $t = 1, T$;
- R é o número total de reservatórios do sistema;
- r é o índice dos reservatórios do sistema, tal que $r = 1, R$;
- Q_{rt} é a vazão turbinada na r -ésima usina ao longo do estágio t (m^3/s);
- n_{rt} é o número disponível de unidades para operação na usina r e estágio t ;
- j é o índice de unidades geradoras, tal que $j = 1, n_{rt}$;
- σ_{jr} é o peso associado à cada partida e parada da unidade j do reservatório r (m^3/s);
- u_{jrt} é a variável binária que indica se a unidade j do reservatório r está ligada (igual a 1) ou desligada (igual a 0) durante o estágio t ;
- pg_{jrt} é a potência gerada na unidade j no reservatório r durante o estágio t (MW);
- L_{rt} é a meta de geração para a usina de reservatório r e no estágio t (MW);
- $pst_{jrt}(\cdot)$ é a função que representa a potência de saída da turbina da unidade j no reservatório r durante o estágio t (MW);
- v_{rt} é o volume armazenado no r -ésimo reservatório no final do

	estágio t (hm^3);
q_{jrt}	é a vazão turbinada na unidade j , que pertence à usina r , durante o estágio t ;
s_{rt}	é a vazão vertida no r -ésimo reservatório ao longo do estágio t (m^3/s);
$pmt_{jrt}(\cdot)$	é função da perda mecânica na turbina da unidade j no reservatório r durante o estágio t em MW;
$pgg_{jrt}(\cdot)$	é função da perda global no gerador da unidade j no reservatório r durante o estágio t em MW.
c_1	é a constante que transforma a vazão (m^3/s) em volume (hm^3), em um período de tempo igual à uma hora;
\mathfrak{R}_r^{up}	é o conjunto de reservatórios imediatamente a montante ao r -ésimo reservatório;
τ_{mr}	é o tempo de viagem da água entre os reservatórios m e r (h);
y_{rt}	é a vazão incremental afluyente ao r -ésimo reservatório ao longo do estágio t (m^3/s);
v_r^{min}	é o volume mínimo do r -ésimo reservatório (hm^3);
v_r^{max}	é o volume máximo do r -ésimo reservatório (hm^3);
$q_{jrt}^{min}(\cdot)$	é a função de vazão turbinada mínima da unidade j , do r -ésimo reservatório e estágio t
$q_{jrt}^{max}(\cdot)$	é a função de vazão turbinada máxima da unidade j , do r -ésimo reservatório e estágio t ;
Φ_{jr}	é o número total de zonas permitidas de operação da unidade j do reservatório r ;
k	é o índice das zonas das unidades hidrelétricas, onde $k = 1, \Phi_{jr}$;
pg_{jrtk}^{min}	é a potência mínima da unidade j , reservatório r e estágio t , com a mesma operando na zona permitida k (MW);
pg_{jrtk}^{max}	é a potência máxima da unidade j , reservatório r e estágio t , com a mesma operando na zona permitida k (MW);
z_{jkrt}	é a variável binária que indica se a unidade j do reservatório r está ligada (igual a 1) ou desligada (igual a 0), na zona k , durante o estágio t .

Em (2.18) a primeira parcela da função objetivo visa minimizar a vazão turbinada total necessária para atender as metas de geração

definidas pelo ONS. Adicionalmente, quando necessário, pode-se minimizar o número de partidas e paradas das unidades. Esse é um aspecto importante a fim de prevenir um maior desgaste mecânico das unidades.

As restrições em (2.19) representam as equações de conservação da massa da água, em que desprezam-se os efeitos da evaporação e da infiltração. Esta equação faz com que a operação dos reservatórios seja acoplada no tempo e no espaço, isto é, tem-se variáveis de distintos estágios de tempo e reservatórios em uma mesma restrição.

Os limites de volume armazenado e vazão vertida são descritos por (2.20). Note que não é definido nenhum limite máximo para a vazão vertida, pois os vertedouros são projetados para suportar a vazão afluente decamilenar, isto é, a maior vazão que ocorreria, estatisticamente, a cada 10 mil anos.

O conjunto de restrições em (2.21) representam o requisito de geração do sistema. Essa equação serve para coordenar o modelo com as decisões resultantes da Programação Diária da Operação Eletroenergética. Considera-se ainda que estas metas sejam estabelecidas considerando a reserva operativa de cada usina e as restrições do sistema de transmissão; portanto, neste trabalho não é necessário modelar matematicamente os efeitos da reserva e das linhas de transmissão.

Cada restrição em (2.22) refere-se ao modelo da função de produção das unidades, apresentado e deduzido na seção anterior.

Por sua vez, (2.23) representa o balanço de vazão turbinada em cada reservatório e (2.24) expressa os limites de turbinamento das unidades, em que os limites de vazão são dados pela Equação (2.17).

As restrições (2.25) estão relacionadas com os limites de potência gerada para cada zona permitida de geração. Em algumas usinas existe mais de uma região permitida, sendo assim torna-se necessário o uso de variáveis binárias para indicar em qual região a unidade estará operando.

Finalmente, (2.26) representam as restrições de integralidade do problema.

Tendo em vista que o problema apresentado é não linear, binário misto e de grande porte, necessita-se de métodos eficientes e robustos para sua resolução. Nesse sentido propõe-se uso de técnicas de programação matemática que decompõem o problema original em uma série de subproblemas mais simples de serem solucionados, como será visto no próximo capítulo.

2.4 CONCLUSÕES

Neste capítulo apresenta-se a modelagem matemática proposta para a programação das unidades hidrelétricas.

Conforme visto, a função de produção das unidades é detalhada considerando-se as perdas hidráulicas, elétricas e mecânicas presentes durante o processo de produção de energia. Uma parcela importante da função de produção é a função de rendimento da turbina. Esta é representada pela curva-colina, em que ilustra-se a interdependência entre a queda líquida, a vazão turbinada e o rendimento hidráulico da turbina. Adicionalmente, consideram-se as zonas proibidas de operação e os limites operativos das unidades, tendo-se portanto uma representação detalhada e de forma condizente com a realidade. Com relação ao número de partidas e paradas, incorpora-se, na função objetivo, uma parcela que penaliza a transição de cada unidade, desta forma pode-se reduzir o desgaste mecânico das unidades.

Além disso, consideram-se as restrições geralmente presentes na modelagem de sistemas hidrelétricos, como a equação de conservação da massa da água e demais restrições operativas.

Como consequência das considerações apresentadas, a modelagem resulta em um problema de programação matemática de natureza combinatória, não linear e de grande porte. Isso torna o problema mais difícil de ser resolvido, pois as variáveis binárias e a restrição de igualdade não linear por si só implicam que o problema seja não convexo. Por sua vez, as não linearidades são intrínsecas do problema, visto que o comportamento do sistema em estudo, em geral, não é linear e deve ser adequadamente detalhado. Por fim, o número de estágios e unidades geradoras do sistema torna o problema de grande porte.

Assim, para resolver tal problema necessitam-se técnicas eficientes e robustas de programação matemática, a fim de separar o problema em subproblema menores e com características diferentes, tornando sua resolução menos onerosa computacionalmente.

3 ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO

3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo descreve-se a estratégia de solução adotada para resolver o problema de alocação das unidades hidrelétricas. Esta foi escolhida com o objetivo de fornecer resultados práticos e precisos, conseqüentemente, a solução pode ser usada por um operador como auxílio para a alocação da geração³.

Devido às complexidades envolvidas no problema, a estratégia de solução é composta de técnicas matemáticas sofisticadas. Nesse sentido, serão apresentadas as metodologias utilizadas na resolução do problema, assim como os algoritmos aplicados em cada fase.

3.2 METODOLOGIAS DE SOLUÇÃO

Para obter-se uma solução viável para o problema são executadas duas etapas, a Relaxação Lagrangeana e a Recuperação Primal. Na primeira utiliza-se a técnica da duplicação de variáveis para dividir o problema em subproblemas menores e mais fáceis de serem resolvidos. Por sua vez, na segunda etapa usa-se a metodologia do Lagrangeano Aumentado, que se baseia em algumas heurísticas para tornar o problema separável.

Nesta seção descreve-se inicialmente a etapa da RL e apresentam-se os subproblemas resultantes da decomposição. Posteriormente apresenta-se a RP, que tem como ponto de partida a solução encontrada na primeira etapa.

3.2.1 Etapa I: Relaxação Lagrangeana

A Relaxação Lagrangeana é aplicada à problemas que possuem estrutura especial e que sejam aptos à decomposição. Sua utilização provê um limite para o valor ótimo do problema, e suas soluções, geralmente inviáveis para o problema original, podem fornecer bons pontos de partida para heurísticas especializadas (GUIGNARD, 2003).

Na metodologia da RL utilizam-se conceitos ligados à teoria de dualidade para tratar um conjunto de restrições do problema de maneira

³ Isto pode ser visto como uma realocação das unidades hidrelétricas, pois pode ser executada a cada hora do dia. Em vez de operar com base no estado da unidade e no nível de geração determinados através da Programação Diária da Operação, tem-se uma nova alocação a cada alteração das condições de operação do sistema. Por exemplo, uma nova programação seria necessária quando alguma unidade que estava operando na hora anterior ficasse indisponível na hora atual.

especial. Nesse contexto, as restrições, geralmente as que acoplam o problema, são transferidas para a função objetivo e ponderadas por variáveis, denominadas multiplicadores de Lagrange.

Neste trabalho utiliza-se a técnica de duplicação das variáveis, em que um novo conjunto de restrições "cópias" é introduzido no problema original. Essa estratégia consiste em duplicar variáveis específicas do problema, conhecida na literatura (DINIZ *et al.*, 2007) como Relaxação Lagrangeana com Duplicação de Variáveis (RLDV). Esta possui muitas vantagens sobre a Relaxação Lagrangeana clássica, como por exemplo, permite que um conjunto de restrições do problema original faça parte de cada subproblema, evitando ter que escolher um conjunto, ou mais, de restrições para relaxar. Adicionalmente, resultados teóricos (VISWESWARAN, 2009) indicam que os limites da RLDV são mais próximos do ponto ótimo do que os da RL clássica.

A ideia básica da decomposição proposta é separar as restrições de acoplamento espacial e temporal (2.21) das restrições não lineares com variáveis binárias. Assim, o problema primal pode ser reduzido a subproblemas relativamente simples, que podem ser resolvidos por métodos de solução específicos. Abaixo é apresentada a aplicação da RL ao problema, iniciando-se pela criação de variáveis artificiais com base nas particularidades do sistema.⁴

$$\min \Theta = \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left\{ Q_{rt} + \sum_{j_r=1}^{n_r} \sigma_{j_r} \cdot [u_{j_r t} (1 - u_{j_r, t-1}) + u_{j_r, t-1} (1 - u_{j_r t})] \right\}, \quad (3.1)$$

sujeito a: (2.19) - (2.26) e

$$\begin{aligned} Qa_{rt} &= Q_{rt}, \\ sa_{rt} &= s_{rt}, \\ va_{rt} &= v_{rt}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Substituindo as variáveis artificiais na função objetivo, nas restrições de balanço hídrico e nos limites hidráulicos têm-se o seguinte problema:

⁴ Além da decomposição aplicada neste trabalho, existem ainda outras maneiras para decompor o problema original com base na RL. Algumas dessas formas alternativas são descritas no Apêndice.

$$\min \Theta = \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left\{ Qa_{rt} + \sum_{j=1}^{n_{rt}} \sigma_{jr} \cdot [u_{jrt} (1 - u_{jr,t-1}) + u_{jr,t-1} (1 - u_{jrt})] \right\}, \quad (3.3)$$

sujeito a:

$$va_{rt} - va_{r,t-1} + c_1 \left[Qa_{rt} + sa_{rt} - \sum_{m \in \mathcal{W}_r^{up}} (Qa_{m,t-\tau_{mr}} + sa_{m,t-\tau_{mr}}) \right] = c_1 y_{rt}, \quad (3.4)$$

$$v_r^{\min} \leq va_{rt} \leq v_r^{\max}, sa_{rt} \geq 0, \quad (3.5)$$

$$\sum_{j=1}^{n_{rt}} pg_{jrt} = L_{rt}, \quad (3.6)$$

$$pg_{jrt} - pst_{jrt}(v_{rt}, Q_{rt}, q_{jrt}, s_{rt}) + pmt_{jrt}(pg_{jrt}) + pgg_{jrt}(pg_{jrt}) = 0, \quad (3.7)$$

$$\sum_{j=1}^{n_{rt}} q_{jrt} - Q_{rt} = 0, \quad (3.8)$$

$$q_{jrt}^{\min}(v_{rt}, Q_{rt}, s_{rt}, q_{jrt}) \leq q_{jrt} \leq q_{jrt}^{\max}(v_{rt}, Q_{rt}, s_{rt}, q_{jrt}), \quad (3.9)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} pg_{jkrt}^{\min} \cdot z_{jkrt} \leq pg_{jrt} \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} pg_{jkrt}^{\max} \cdot z_{jkrt}, \quad (3.10)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} = u_{jrt}, \quad \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} \leq 1, \quad z_{jkrt} \in \{0,1\}, \quad u_{jrt} \in \{0,1\}. \quad (3.11)$$

$$Qa_{rt} = Q_{rt}, \quad (3.12)$$

$$sa_{rt} = s_{rt}, \quad (3.13)$$

$$va_{rt} = v_{rt}. \quad (3.14)$$

Note que a duplicação das variáveis faz com que o problema original possa ser desacoplado em dois conjuntos, e somente as restrições (3.12) a (3.14) acoplam o novo problema. Assim, desconsiderando essas restrições, o primeiro subproblema depende somente das variáveis va_{rt} , Qa_{rt} e sa_{rt} incluindo assim as restrições (3.4) e (3.5), além da primeira parcela da função objetivo (3.3). Por sua vez, o segundo grupo depende das variáveis v_{rt} , Q_{rt} , s_{rt} , q_{jrt} , pg_{jrt} , u_{jrt} e z_{jkrt}

sendo constituído pelas restrições (3.6) a (3.11) e pela parcela do custo de partidas e paradas da função objetivo.

Portanto, como visto, se não existissem os conjuntos de restrições (3.12) a (3.14), o problema de otimização poderia ser resolvido através da resolução de outros subproblemas menores. Assim, relaxam-se essas restrições, tendo-se a seguinte função dual:

$$\Phi^{\text{RL}} = \min \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left\{ \begin{aligned} & Qa_{rt} + \sum_{j=1}^{n_{rt}} \sigma_{jr} \cdot [u_{jrt}(1 - u_{jr,t-1}) + u_{jr,t-1}(1 - u_{jrt})] \\ & - \lambda q_{rt} \cdot (Qa_{rt} - Q_{rt}) - \lambda s_{rt} \cdot (sa_{rt} - s_{rt}) \\ & - \lambda v_{rt} \cdot (va_{rt} - v_{rt}) \end{aligned} \right\}, \quad (3.15)$$

sujeito a: (3.4) - (3.11),

em que λq_{rt} , λs_{rt} e λv_{rt} são os multiplicadores de Lagrange associados as restrições (3.12) a (3.14). Com isso resolvendo-se o problema dual pode-se obter uma solução cujo valor é sempre um limite inferior à solução ótima do problema primal. Para tanto a função (3.15) é avaliada por meio de dois conjuntos de subproblemas.

$$\Phi^{\text{RL-SH}} = \min \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R [(1 - \lambda q_{rt}) \cdot Qa_{rt} - \lambda s_{rt} \cdot sa_{rt} - \lambda v_{rt} \cdot va_{rt}], \quad (3.16)$$

sujeito a:

$$va_{rt} - va_{r,t-1} + c_1 \left[Qa_{rt} + sa_{rt} - \sum_{m \in \mathcal{M}_r^{\text{up}}} (Qa_{m,t-\tau_{mr}} + sa_{m,t-\tau_{mr}}) \right] = c_1 y_{rt}, \quad (3.17)$$

$$v_r^{\min} \leq va_{rt} \leq v_r^{\max}, sa_{rt} \geq 0. \quad (3.18)$$

$$\Phi^{\text{RL-SP}} = \min \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left\{ \begin{aligned} & \sum_{j=1}^{n_{rt}} \sigma_{jr} \cdot [u_{jrt}(1 - u_{jr,t-1}) + u_{jr,t-1}(1 - u_{jrt})] \\ & + [\lambda q_{rt} \cdot Q_{rt} + \lambda s_{rt} \cdot s_{rt} + \lambda v_{rt} \cdot v_{rt}] \end{aligned} \right\}, \quad (3.19)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^{n_{rt}} pg_{jrt} = L_{rt}, \quad (3.20)$$

$$pg_{jrt} - pst_{jrt}(v_{rt}, Q_{rt}, q_{jrt}, s_{rt}) + pmt_{jrt}(pg_{jrt}) + pgg_{jrt}(pg_{jrt}) = 0, \quad (3.21)$$

$$\sum_{j=1}^{n_{rt}} q_{jrt} - Q_{rt} = 0, \quad (3.22)$$

$$q_{jrt}^{\min}(v_{rt}, Q_{rt}, s_{rt}, q_{jrt}) \leq q_{jrt} \leq q_{jrt}^{\max}(v_{rt}, Q_{rt}, s_{rt}, q_{jrt}), \quad (3.23)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} pg_{jkrt}^{\min} \cdot z_{jkrt} \leq pg_{jrt} \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} pg_{jkrt}^{\max} \cdot z_{jkrt}, \quad (3.24)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} = u_{jrt}, \quad \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} \leq 1, \quad z_{jkrt} \in \{0, 1\}, \quad (3.25)$$

$$u_{jrt} \in \{0, 1\}.$$

O Subproblema (3.16) a (3.18) representa um conjunto de problemas de Programação Linear (PL), em que cada PL representa uma cascata individualmente. Por outro lado, os Subproblemas (3.19) a (3.25) podem ser resolvidos através de R problemas não lineares binário-misto, cada um com variáveis e restrições relacionadas com a usina r . Para resolvê-lo implementou-se um algoritmo específico de Programação Dinâmica, que explora as características do conjunto viável para diminuir o espaço de estado associado com as variáveis binárias, ou seja, a meta de geração da usina reduz significativamente o número de combinações possíveis à cada estágio de tempo. Desta forma, pode-se utilizar uma recursão *backward* para resolver o problema resultante.

O problema de otimização é então dividido em dois níveis de resolução. O primeiro nível é constituído pela solução dos subproblemas locais, $\Phi^{\text{RL-SH}}$ e $\Phi^{\text{RL-SP}}$. Por sua vez, o segundo nível consiste na resolução do problema mestre, responsável pela coordenação dos subproblemas locais, em que atualizam-se os multiplicadores de Lagrange. Neste caso o objetivo é encontrar o valor máximo da função (3.15) e, como somente foram dualizadas restrições de igualdade, o segundo nível corresponde à solução de um problema de otimização irrestrito com relação aos multiplicadores de Lagrange. A Figura 3.1 ilustra a relação entre os níveis de resolução, onde X representa as variáveis primais e λ são os multiplicadores de Lagrange.

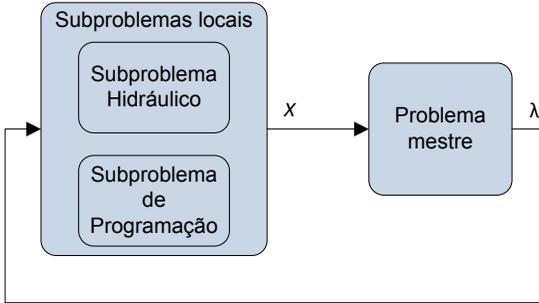


Figura 3.1: Níveis de Resolução.

Os subproblemas locais são resolvidos por pacotes de PL e de Programação Não Linear (PNL). Por sua vez, para o problema mestre, que em geral é não diferenciável, implementou-se o método dos Feixes (LEMARÉCHAL *et al.*, 1995) com o objetivo de encontrar o valor ótimo da função dual de maneira eficiente.

A principal vantagem do método dos feixes em relação aos outros métodos de otimização não diferenciável é a existência de um critério de parada não associado diretamente ao subgradiente⁵ da função dual e à estabilidade do processo iterativo (BONNANS *et al.*, 2003).

A resolução do problema na RL é composta de várias etapas. Inicialmente resolvem-se os subproblemas locais, cujos resultados são utilizados para montar o problema mestre. Este, no caso dos feixes, é um problema de otimização quadrática, utilizado para encontrar uma aproximação para o modelo da função dual, Φ^{RL} , e atualizar os multiplicadores de Lagrange. Com esse resultado deve-se verificar se a iteração é de subida ou um passo nulo. Para cada condição determinam-se os ajustes necessários e inicia-se novamente o processo iterativo. Abaixo apresenta-se os passos do algoritmo utilizado na etapa da RL.

- 1) Inicializar os seguintes parâmetros: ε^{RL} , m , t^{max} , λ_c^0 , c^0 , c^{min} e c^{max} ; ($i = 0$)
- 2) Resolver subproblemas locais com $\lambda = \lambda_c^0$. Como resultado tem-se: $\Phi^{RL}(\lambda_c^0) = \Phi^{RL-SH} + \Phi^{RL-SP}$ e sg^0 ;
- 3) Resolver problema mestre⁶:

⁵ O subgradiente é uma generalização do conceito de gradiente, que fornece informação de melhoria da função dual. Neste caso, seu vetor é obtido diretamente pela diferença entre as variáveis dualizadas, $(x_a - x)$.

⁶ Na primeira iteração tem-se $\hat{\lambda}^0 = \lambda_c^0$ e $\Phi(\hat{\lambda}^0) = \Phi(\lambda_c^0)$.

$$\max_{\lambda} \left[\Theta - \frac{c^i}{2} \left| \lambda - \hat{\lambda}^{i-1} \right|^2 \right] \quad (3.26)$$

sujeito a:

$$\Theta - \Phi^{RL}(\lambda_c^{n-1}) \leq sg^{n-1} \cdot (\lambda - \lambda_c^{n-1}), n = 1, \dots, i. \quad (3.27)$$

Como resultado tem-se $\Theta^i = \Theta$, $\lambda_c^i = \lambda$.

4) Resolver subproblemas locais com $\lambda = \lambda_c^i$. Como resultado tem-se: $\Phi^{RL}(\lambda_c^i)$ e sg^i ;

5) Calcular medida de progresso e uma interpolação quadrática para o parâmetro de penalidade, c (KIWIEL, 1990):

$$\delta^i = \Theta^i - \Phi^{RL}(\hat{\lambda}^{i-1}), \quad (3.28)$$

$$c_{\text{int}}^i = 2 \cdot c^{i-1} \cdot \left[1 - \frac{\Phi^{RL}(\lambda_c^i) - \Phi^{RL}(\hat{\lambda}^{i-1})}{\Theta^{i-1} - \Phi^{RL}(\hat{\lambda}^{i-1})} \right]. \quad (3.29)$$

6) Verificar passo:

se $\Phi^{RL}(\lambda_c^i) \geq \Phi^{RL}(\hat{\lambda}^{i-1}) + \Delta \cdot \delta^i$ fazer:

$$\hat{\lambda}^i = \lambda_c^i,$$

$$\Phi^{RL}(\hat{\lambda}^i) = \Phi^{RL}(\lambda_c^i), \quad (3.30)$$

$$c^i = \max \left(c_{\text{int}}^i, \frac{c^{i-1}}{10}, c^{\min} \right),$$

se não:

$$\hat{\lambda}^i = \hat{\lambda}^{i-1},$$

$$\Phi^{RL}(\hat{\lambda}^i) = \Phi^{RL}(\hat{\lambda}^{i-1}), \quad (3.31)$$

$$c^i = \min (c_{\text{int}}^i, 10 \cdot c^{i-1}, c^{\max}).$$

7) Verificar convergência: se $\delta^i \leq \varepsilon^{RL}$ ou $i = i^{\text{max}}$ parar. Caso contrário, fazer $i=i+1$ e ir para o passo 3.

Em que:

ε^{RL} é a tolerância para convergência do problema da etapa RL;

Δ é uma constante positiva que pertence ao intervalo]0,1[;

i^{max} é o número máximo de iterações na etapa da RL;

- i é o índice associado ao número de iterações do problema, onde $t = 1, i^{max}$;
- λ_c^i é o multiplicador de Lagrange associado à solução candidata a subida, da i -ésima iteração;
- $\hat{\lambda}^i$ é o multiplicador de Lagrange associado à última solução de subida, ou centro de estabilidade do problema mestre, da i -ésima iteração;
- c^i é o parâmetro de penalidade quadrática do problema mestre, da i -ésima iteração;
- c^{min} é o limite mínimo para parâmetro de penalidade quadrática do problema mestre;
- c^{max} é o limite máximo para parâmetro de penalidade quadrática do problema mestre;
- c_{int}^i é o valor do parâmetro c^i obtido por interpolação quadrática, da i -ésima iteração;
- Φ^{RL} é o valor da função dual da RL;
- sg^i é o vetor de subgradientes na iteração i ;
- Θ é o valor da aproximação da função dual;
- n é o índice associado aos feixes, onde $n = 1, i$;
- δ^i é a medida de avanço ou progresso do algoritmo para i -ésima iteração.

Após a aplicação deste algoritmo tem-se uma solução primal, geralmente inviável para o problema, sendo que desta forma precisa-se executar a próxima etapa para encontrar uma solução primal viável, conforme descrito a seguir.

3.2.2 Etapa II: Recuperação Primal

Devido à não convexidade do problema de alocação das unidades hidrelétricas, resolver seu problema dual através da RL pode ser visto somente como uma primeira etapa da estratégia. Conseqüentemente essa é seguida por uma segunda etapa, cujo objetivo é determinar uma solução de compromisso entre a minimização da função objetivo e o atendimento das restrições artificiais relaxadas.

O método proposto é baseado no Lagrangeano Aumentado, em que adiciona-se um parâmetro quadrático de estabilidade na função dual da RL. A principal vantagem do uso desta técnica é evitar os efeitos oscilatórios das variáveis dos subproblemas primais entre iterações. Adicionalmente, o termo quadrático torna a função dual diferenciável,

permitindo o uso de métodos clássicos de otimização. Portanto, aplicando o LA, tem-se a seguinte função dual para ser maximizada:

$$\begin{aligned} \Phi^{\text{RP}} = \min \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left\{ Qa_{rt} + \sum_{j=1}^{n_{rt}} \sigma_{jr} \cdot [u_{jr,t}(1-u_{jr,t-1}) + u_{jr,t-1}(1-u_{jr,t})] \right. \\ - \lambda q_{rt} \cdot (Qa_{rt} - Q_{rt}) - \lambda s_{rt} \cdot (sa_{rt} - s_{rt}) \\ - \lambda v_{rt} \cdot (va_{rt} - v_{rt}) + \frac{1}{2\mu} \cdot (Qa_{rt} - Q_{rt})^2 \\ \left. + \frac{1}{2\mu} \cdot (sa_{rt} - s_{rt})^2 + \frac{1}{2\mu} \cdot (va_{rt} - v_{rt})^2 \right\}, \end{aligned} \quad (3.32)$$

sujeito a: (3.4) - (3.11).

Em (3.32) a variável $\mu > 0$ representa um parâmetro de penalidade quadrática.

No entanto, com essa nova função dual, (3.32), torna-se impossível utilizar-se da estrutura do problema para decompô-lo em subproblemas. Para contornar essa complicação utiliza-se um método de linearização parcial, conhecido como Princípio do Problema Auxiliar - PPA (COHEN, 1980). Assim para ter-se os mesmos subproblemas obtidos na RL, aproxima-se cada termo quadrático de (3.32) da seguinte forma:

$$\begin{aligned} (va - v)^2 &\approx (va - kv^i)^2 + (v - kv^i)^2, \\ (Qa - Q)^2 &\approx (Qa - kQ^i)^2 + (Q - kQ^i)^2, \\ (sa - s)^2 &\approx (sa - ks^i)^2 + (s - ks^i)^2, \end{aligned} \quad (3.33)$$

em que i é o contador de iterações e as variáveis kv^i , kQ^i e ks^i são chamadas de centro de gravidade, sendo obtidas à partir dos valores das variáveis primais da iteração anterior conforme:

$$\begin{aligned} kv^i &= \frac{v^{i-1} + va^{i-1}}{2}, \\ kQ^i &= \frac{Q^{i-1} + Qa^{i-1}}{2}, \\ ks^i &= \frac{s^{i-1} + sa^{i-1}}{2}. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Usando essa aproximação os subproblemas locais na etapa da RP são dados por:

$$\Phi^{\text{RP-SH}} = \min \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left\{ (1 - \lambda q_{rt}) \cdot Qa_{rt} - \lambda s_{rt} \cdot sa_{rt} - \lambda v_{rt} \cdot va_{rt} \right. \\ \left. + \frac{1}{2\mu} \cdot [(Qa_{rt} - kQ_{rt})^2 + (sa_{rt} - ks_{rt})^2 + (va_{rt} - kv_{rt})^2] \right\}, \quad (3.35)$$

sujeito a: (3.17) - (3.18).

$$\Phi^{\text{RP-SP}} = \min \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left\{ \sum_{j=1}^{n_{rt}} \sigma_{jr} \cdot [u_{jrt}(1 - u_{jr,t-1}) + u_{jr,t-1}(1 - u_{jrt})] \right. \\ \left. + \lambda q_{rt} \cdot Q_{rt} + \lambda s_{rt} \cdot s_{rt} + \lambda v_{rt} \cdot v_{rt} + \frac{1}{2\mu} \cdot [(Q_{rt} - kQ_{rt})^2 \right. \\ \left. + (s_{rt} - ks_{rt})^2 + (v_{rt} - kv_{rt})^2] \right\}, \quad (3.36)$$

sujeito a: (3.20) - (3.25).

Da mesma maneira que na etapa da RL tem-se dois níveis de solução para o problema, Figura 3.1. Porém agora os subproblemas possuem funções objetivos quadráticas e são resolvido por pacotes de Programação Quadrática (PQ) e de PNL. Por sua vez, para resolver o problema mestre utilizou-se o método do gradiente.

O processo iterativo do LA inexato pode ser resumido da seguinte maneira. Com o objetivo de resolver o problema dual deve-se decrementar μ a cada iteração para forçar a viabilidade primal. Ao mesmo tempo, maximiza-se a função dual e usa-se o método do gradiente para atualizar os multiplicadores de Lagrange, para mais detalhes ver Bertsekas (1999) e suas referências. Abaixo é apresentado o algoritmo utilizado na etapa da RP.

- 1) Inicializar variáveis: ε^{RP} , i^{max} , λ^1 , μ^1 e x^1 , em que λ^1 e x^1 são as variáveis primais e duais resultados da última iteração da etapa RL. ($i = 1$)
- 2) Atualizar centro de gravidade com as variáveis primais da iteração anterior.

$$kx^i = \frac{x^{i-1} + \alpha x^{i-1}}{2}. \quad (3.37)$$

3) Resolver subproblemas locais. Como resultado tem-se: $\Phi^{RP}(\lambda^i) = \Phi^{RP-SH} + \Phi^{RP-SP}$ e g^i ;

4) Atualizar Multiplicadores de Lagrange e atualizar parâmetro de penalidade:

$$\lambda^{i+1} = \lambda^i + \alpha \cdot \frac{g^i}{\|g^i\|_\infty} . \quad (3.38)$$

$$\mu^{i+1} = \begin{cases} \beta_1 \cdot \mu^i & \text{se } \mu > \mu^{\text{lim}} \\ \beta_2 \cdot \mu^i & \text{se } \mu \leq \mu^{\text{lim}} \end{cases} \quad (3.39)$$

Como resultado tem-se $\Theta^i = \Theta$, $\lambda_c^i = \lambda$.

5) Verificar convergência, se $\|g^i\|_2 \leq \varepsilon^{RP}$ ou $i = i^{max}$ parar. Caso contrário, fazer $i = i+1$ e ir para o passo 2.

Em que:

ε^{RP} é a tolerância para convergência do problema da etapa RP;

i^{max} é o número máximo de iterações na etapa da RL;

i é o índice associado ao número de iterações do problema, onde $t = 1, i^{max}$;

λ^i é o multiplicador de Lagrange da i -ésima iteração;

μ^i é o parâmetro de penalidade quadrática do problema da i -ésima iteração;

x^i é o vetor de variáveis primais do problema da i -ésima iteração;

xa^i é o vetor de variáveis artificiais do problema da i -ésima iteração;

kx^i é o vetor com os valores do centro de gravidade da variáveis primais do problema, da i -ésima iteração;

Φ^{RP} é o valor da função dual da RP;

g^i é o vetor de gradientes na iteração i ;

α é o tamanho do passo do método do gradiente;

$\beta_{1,2}$ são as constantes de atualização do parâmetro de penalidade;

μ^{lim} é uma constante que define o limite para se mudar a atualização do parâmetro de penalidade.

Por fim, aplicando essa segunda etapa da estratégia obtêm-se uma solução para o problema de alocação das unidades hidrelétricas.

3.3 ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO

Na seção anterior descreveu-se cada uma das metodologias que compõem a estratégia de solução. Por sua vez nesta seção serão apresentadas alguns comentários gerais e um diagrama do relacionamento entre as etapas da RL e da RP.

Inicialmente tem-se a etapa da RL, em que a cada iteração resolve-se um problema de PL, R problemas de PNL inteiro misto e um problema de PQ. Essa etapa é executada até a convergência ser alcançada. Assim parte-se para a próxima etapa, em que tanto as variáveis primais quanto duais da RL são usadas como ponto de partida. Nesta etapa, a cada iteração, resolve-se um problema de PQ e R problemas de PNL inteiro misto. Abaixo apresenta-se de forma resumida o fluxograma da estratégia de solução.

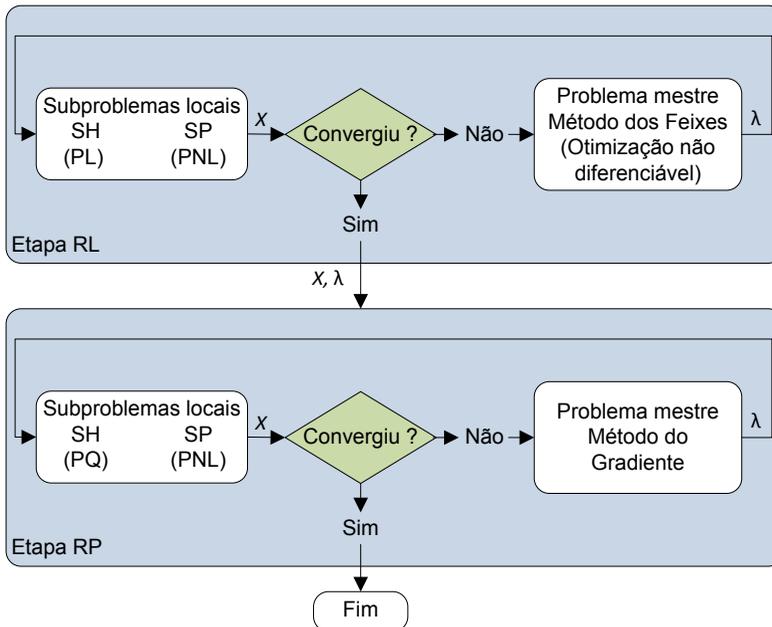


Figura 3.2: Fluxograma da estratégia de solução.

Esse algoritmo será aplicado em um sistema teste, conforme será visto no próximo capítulo, em que serão analisados os resultados obtidos aplicando-se a estratégia de solução descrita.

3.4 CONCLUSÕES

Conforme apresentado no capítulo anterior, o problema de alocação das unidades hidrelétricas possui características desafiadoras para sua solução. Nesse sentido necessita-se de técnicas eficientes e robustas de programação matemática para resolvê-lo. Esse métodos de resolução foram o foco principal deste capítulo, em que apresentam-se os detalhes de cada etapa da estratégia de solução.

Inicialmente descreve-se a aplicação da Decomposição Lagrangeana ao problema. Esta permite que o problema original seja dividido em subproblemas menores e com características distintas. Adicionalmente, para resolver o problema dual aplica-se o método dos feixes, muito utilizado em problemas de otimização não diferenciável. Porém somente com essa etapa não tem-se garantia da viabilidade da solução, sendo necessária outra etapa para o processo.

Na segunda etapa, ou recuperação primal, utiliza-se a metodologia do Lagrangeano Aumentado Inexato, em que os subproblemas permanecem com as mesmas estruturas da etapa anterior. Neste caso, usa-se o método do gradiente para atualizar os multiplicadores de Lagrange, visto que este problema possui derivada em todos os pontos.

Por fim, apresenta-se um fluxograma resumido da estratégia de solução. A eficiência dessa estratégia é avaliada no próximo capítulo, aplicando-se os algoritmos em um sistema hidrelétrico teste.

4 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

4.1 INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo consiste em descrever os principais resultados computacionais obtidos com o modelo proposto. Serão analisados, em particular, a qualidade da solução e o desempenho computacional da estratégia de solução.

Inicialmente apresenta-se a descrição do sistema utilizado como base para os testes e dos dados essenciais para sua representação. Posteriormente são apresentados os principais resultados e o desempenho do algoritmo nas etapas da RL e da RP, assim como diversas análises de sensibilidade. O capítulo é finalizado com algumas considerações para acelerar o processo de convergência do algoritmo.

4.2 DESCRIÇÃO DOS DADOS

O sistema hidráulico utilizado como base neste trabalho possui quatro usinas hidrelétricas, dispostas na mesma cascata, com uma capacidade instalada de 4.170 MW, conforme apresentado.

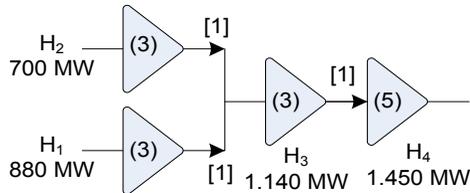


Figura 4.1: Diagrama esquemático do sistema hidrelétrico.

Na figura acima os números entre colchetes representam, em horas, o tempo de viagem da água entre os reservatórios. Por sua vez, os valores entre parênteses simbolizam o número de unidades geradoras pertencentes a cada usina. Como visto no capítulo anterior, a característica e o comportamento de sistemas hidrelétricos são representados por equações. Nesse sentido, a seguir serão apresentados os coeficientes das funções e limites operativos para o sistema em estudo.

Inicialmente, os limites de volume armazenado e a queda de projeto⁷ de cada usina são apresentados na tabela abaixo.

⁷ Queda líquida na qual ocorre o maior rendimento hidráulico das unidades.

Tabela 4.1: Limites de volume e queda de projeto das usinas.

Usina	v^{min} (hm^3)	v^{max} (hm^3)	h_{proj} (m)
H₁	1.320	1.477	182
H₂	2.711	4.904	152
H₃	2.283	3.348	108
H₄	4.300	5.100	100 / 105 ⁸

Note que a usina H₁ é a que possui maior queda de projeto; porém, a mesma tem a menor capacidade de armazenamento e potência instalada do sistema.

Para representar os níveis de montante e jusante dos reservatórios foram utilizados polinômios de até quarta ordem. Na Tabela 4.2 são apresentados os coeficientes para a cota de montante de cada usina.

Tabela 4.2: Coeficientes das funções de cota montante.

Usina	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
H₁	$2,43 \cdot 10^2$	1,07	$-1,10 \cdot 10^{-3}$	$5,21 \cdot 10^{-7}$	$-9,24 \cdot 10^{-11}$
H₂	$5,40 \cdot 10^2$	$4,46 \cdot 10^{-2}$	$-8,15 \cdot 10^{-6}$	$9,32 \cdot 10^{-10}$	$-4,39 \cdot 10^{-14}$
H₃	$4,01 \cdot 10^2$	$5,01 \cdot 10^{-2}$	$-1,57 \cdot 10^{-5}$	$3,30 \cdot 10^{-9}$	$-2,88 \cdot 10^{-13}$
H₄	$3,35 \cdot 10^2$	$6,78 \cdot 10^{-3}$	0,00	0,00	0,00

Por sua vez, os coeficientes das funções de cota jusante utilizados estão na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Coeficientes das funções de cota jusante.

Usina	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4
H₁	$4,70 \cdot 10^2$	$1,01 \cdot 10^{-2}$	$-5,59 \cdot 10^{-6}$	$1,73 \cdot 10^{-9}$	$-2,01 \cdot 10^{-13}$
H₂	$4,80 \cdot 10^2$	$1,62 \cdot 10^{-3}$	$-4,52 \cdot 10^{-8}$	0,00	0,00
H₃	$3,72 \cdot 10^2$	$1,93 \cdot 10^{-3}$	$-8,53 \cdot 10^{-8}$	$2,38 \cdot 10^{-12}$	$-2,62 \cdot 10^{-17}$
H₄	$2,64 \cdot 10^2$	$9,15 \cdot 10^{-4}$	$-6,71 \cdot 10^{-9}$	0,00	0,00

Abaixo é apresentado ilustrativamente o valor de cota de montante para a usina H₄ como função do seu volume armazenado.

⁸ Cada valor corresponde a um grupo de unidades, pois, conforme será visto, essa usina possui dois grupos diferentes.

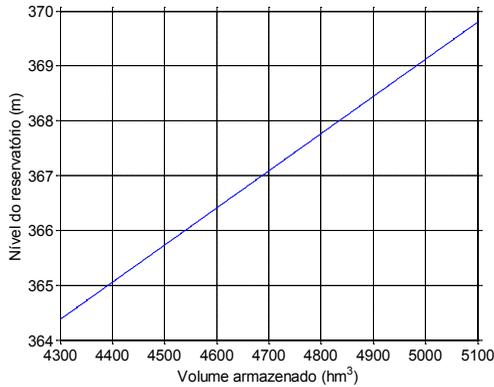


Figura 4.2: Cota montante de H₄ em função do volume armazenado.

Por sua vez no gráfico seguinte, representa-se o nível a jusante em função da vazão defluente total da usina H₄.

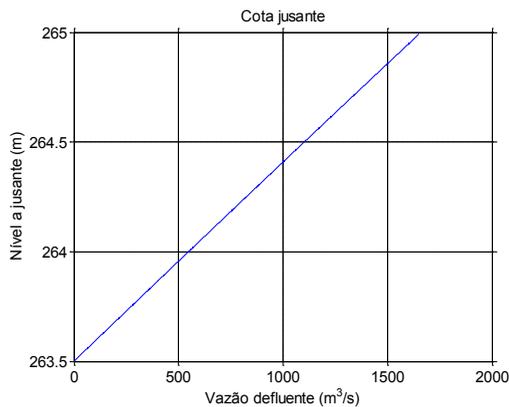


Figura 4.3: Cota jusante de H₄ em função da vazão defluente.

Além disso, tem-se também os limites de potência relativos as unidades geradoras de cada usina. Inicialmente mostra-se na Tabela 4.4 os limites de potência para as unidades.

Tabela 4.4: Limites operativos das unidades geradoras.

Usina	p^{min} (MW)	p^{max} (MW)
H ₁	172	293,3
H ₂	136	232,8
H ₃	223	380
H ₄	200	290

Como observado na Tabela 4.4 todas unidades têm somente uma faixa operativa, as quais estão associadas com a potência nominal dos geradores e por restrições de operação da turbina.

Com relação ao polinômio de rendimento hidráulico das turbinas, a usina H_4 é a única que possui dois grupos de unidades diferentes. O primeiro grupo, $H_{4,1}$, é composto pelas unidades 1, 2 e 3 e as restantes pertencem ao segundo grupo, $H_{4,2}$. As demais usinas possuem três unidades idênticas. Na Tabela 4.5 são apresentados os coeficientes utilizados na função de rendimento hidráulico por grupo de unidades.

Tabela 4.5: Coeficientes das funções de rendimento hidráulico.

Usina	c_0	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
H_1	$3,59 \cdot 10^{-1}$	$5,54 \cdot 10^{-3}$	$1,99 \cdot 10^{-3}$	$1,05 \cdot 10^{-5}$	$-2,73 \cdot 10^{-5}$	$-9,43 \cdot 10^{-6}$
H_2	$3,59 \cdot 10^{-1}$	$5,85 \cdot 10^{-3}$	$2,37 \cdot 10^{-3}$	$1,33 \cdot 10^{-5}$	$-3,04 \cdot 10^{-5}$	$-1,34 \cdot 10^{-5}$
H_3	$6,90 \cdot 10^{-2}$	$3,01 \cdot 10^{-3}$	$5,56 \cdot 10^{-3}$	$5,84 \cdot 10^{-6}$	$-4,64 \cdot 10^{-6}$	$-3,64 \cdot 10^{-5}$
$H_{4,1}$	$2,45 \cdot 10^{-1}$	$2,89 \cdot 10^{-3}$	$6,66 \cdot 10^{-3}$	$1,87 \cdot 10^{-5}$	$-9,18 \cdot 10^{-6}$	$-5,74 \cdot 10^{-5}$
$H_{4,2}$	$3,59 \cdot 10^{-1}$	$3,23 \cdot 10^{-3}$	$3,44 \cdot 10^{-3}$	$1,07 \cdot 10^{-5}$	$-9,26 \cdot 10^{-6}$	$-2,84 \cdot 10^{-5}$

Abaixo tem-se os gráficos das curvas de rendimento hidráulico das unidades de H_4 . Nestas figuras, é possível observar os limites mínimo (tracejado com ponto) e máximo (tracejado) de vazão turbinada, bem como em pontilhado as curvas de potência na saída da turbina.

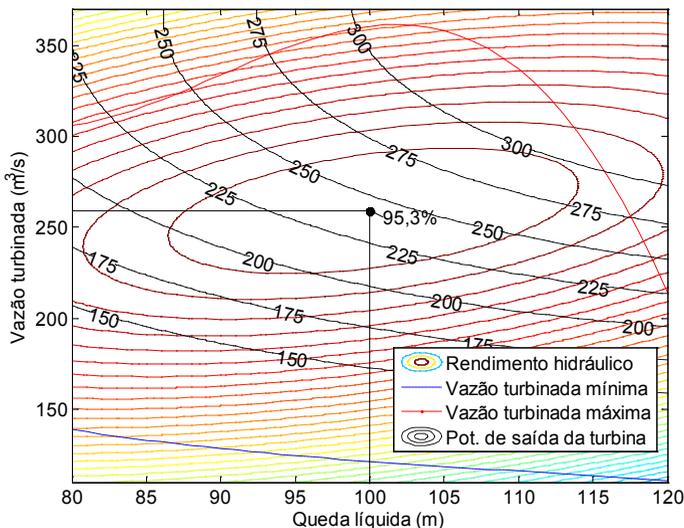


Figura 4.4: Curvas de nível da colina do grupo $H_{4,1}$.

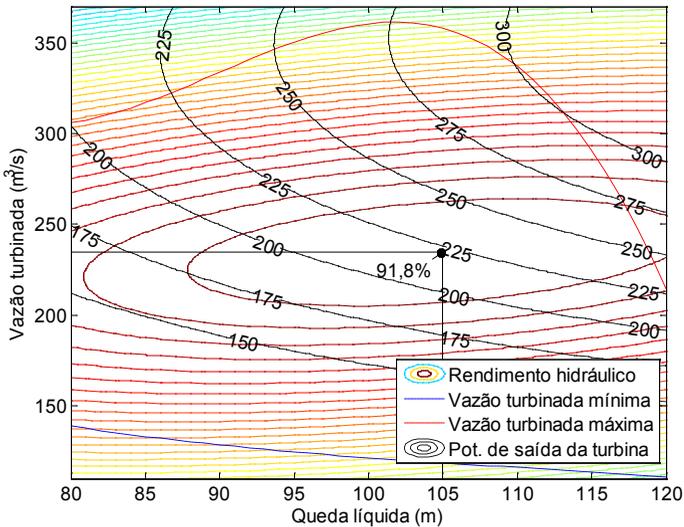


Figura 4.5: Curvas de nível da colina do grupo H_{4_2} .

No caso de uma unidade isolada do grupo H_{4_1} a máxima eficiência é de 95,3%, dada por uma vazão de 259 m^3/s e uma queda líquida de 100 m. Por outro lado, para uma máquina do segundo grupo a eficiência máxima é de 91,8%, dada para 235 m^3/s de vazão turbinada e 105 m de queda líquida.

Os limites de vazão turbinada máxima e mínima em cada unidade foram representados por polinômios de terceira ordem, cujos coeficientes são apresentados nas tabelas abaixo:

Tabela 4.6: Coeficientes das funções de vazão turbinada máxima.

Usina	d_0	d_1	d_2	d_3
H_1	$2,582 \cdot 10^3$	$-4,871 \cdot 10^1$	$3,187 \cdot 10^{-1}$	$-6,759 \cdot 10^{-4}$
H_2	$1,870 \cdot 10^3$	$-4,125 \cdot 10^1$	$3,250 \cdot 10^{-1}$	$-8,295 \cdot 10^{-4}$
H_3	$1,502 \cdot 10^4$	$-4,867 \cdot 10^2$	5,388	$-1,973 \cdot 10^{-2}$
H_4	$5,952 \cdot 10^3$	$-1,949 \cdot 10^2$	2,211	$-8,209 \cdot 10^{-3}$

Tabela 4.7: Coeficientes das funções de vazão turbinada mínima.

Usina	e_0	e_1	e_2	e_3
H_1	$2,257 \cdot 10^2$	-2,694	$2,340 \cdot 10^{-2}$	$-7,038 \cdot 10^{-5}$
H_2	$1,719 \cdot 10^2$	-2,279	$1,997 \cdot 10^{-2}$	$-6,062 \cdot 10^{-5}$
H_3	$-1,162 \cdot 10^2$	$1,109 \cdot 10^1$	$-1,315 \cdot 10^{-1}$	$4,751 \cdot 10^{-4}$
H_4	$5,488 \cdot 10^2$	$-1,080 \cdot 10^1$	$9,369 \cdot 10^{-2}$	$-2,844 \cdot 10^{-4}$

Esses limites são funções da queda líquida para cada unidade. Assim, para todas unidades da usina H_4 os limites de vazão são dados

pelas duas curvas já apresentadas, juntamente com a curva colina, nas figuras anteriores e apresentadas separadamente na Figura 4.6.

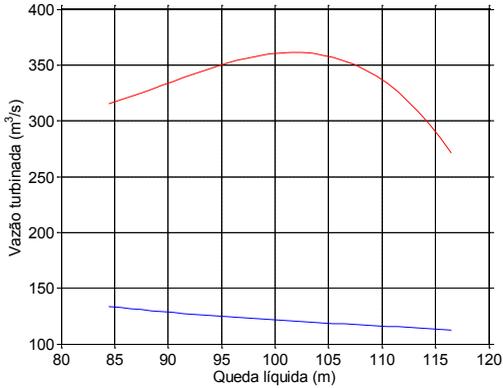


Figura 4.6: Limites de vazão turbinada das unidade de H₄.

Nota-se que o limite de vazão máxima decresce a partir de determinado ponto (101,9 m), pois com o aumento da queda tem-se também um aumento na velocidade da água, que pode causar instabilidade e vibrações na turbina.

As perdas globais no gerador e as perdas mecânicas na turbina são representados por funções exponenciais e por polinômios de segunda ordem, respectivamente. Nas tabelas abaixo tem-se os coeficientes utilizados para cada uma dessas funções.

Tabela 4.8: Coeficientes das funções de perdas no gerador.

Usina	f_0	f_1
H ₁	1,998	$1,735 \cdot 10^{-3}$
H ₂	1,586	$1,377 \cdot 10^{-3}$
H ₃	2,588	$2,248 \cdot 10^{-3}$
H ₄	1,975	$1,716 \cdot 10^{-3}$

Tabela 4.9: Coeficientes das funções de perdas mecânicas na turbina.

Usina	g_0	g_1	g_2
H ₁	$-3,317 \cdot 10^{-1}$	$3,741 \cdot 10^{-3}$	$-2,591 \cdot 10^{-6}$
H ₂	$-4,347 \cdot 10^{-1}$	$4,902 \cdot 10^{-3}$	$-3,395 \cdot 10^{-6}$
H ₃	$-2,663 \cdot 10^{-1}$	$3,003 \cdot 10^{-3}$	$-2,080 \cdot 10^{-6}$
H ₄	$-3,355 \cdot 10^{-1}$	$3,783 \cdot 10^{-3}$	$-2,620 \cdot 10^{-6}$

A Figura 4.7 ilustra as perdas mecânicas na turbina e as perdas no gerador em função da potência de saída para cada unidade da usina H₄.

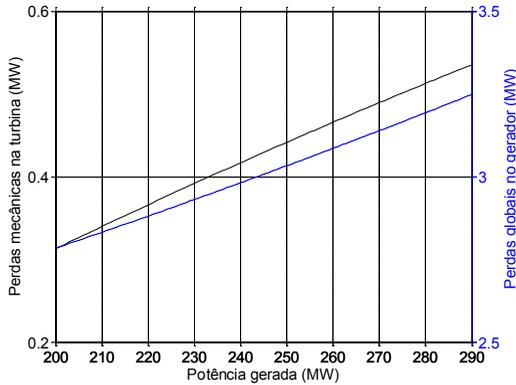


Figura 4.7: Perdas *pmt* e *pgg* das unidades de H_4 .

Por fim, tem-se os dados referentes as perdas hidráulicas, compostas pelas perdas no conduto forçado e no tubo de sucção, cujos coeficientes são apresentados na Tabela 4.10.

Tabela 4.10: Coeficientes das funções de perdas hidráulicas.

Usina	k_p	k_s
H_1	$8,889 \cdot 10^{-5}$	$4,183 \cdot 10^{-5}$
H_2	$9,528 \cdot 10^{-5}$	$4,484 \cdot 10^{-5}$
H_3	$4,786 \cdot 10^{-6}$	$2,252 \cdot 10^{-6}$
H_4	$1,314 \cdot 10^{-5}$	$6,245 \cdot 10^{-6}$

A Figura 4.8 ilustra as funções de perdas hidráulicas, em metros, para as unidades de H_4 .

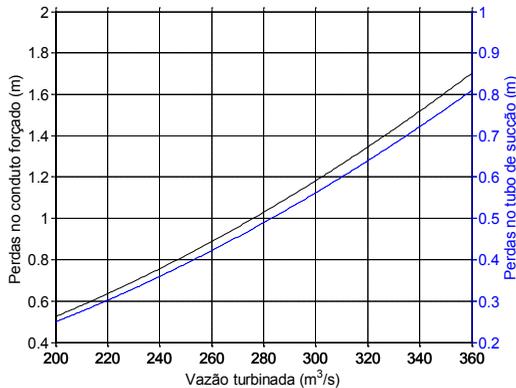


Figura 4.8: Perdas hidráulicas das unidades de H_4 .

4.3 RESULTADOS

4.3.1 Caso Base

O objetivo deste caso é otimizar a operação do sistema descrito anteriormente com horizonte de um dia, discretizado hora a hora. Para tanto considerou-se os pesos de partida e parada nulos, bem como, utilizou-se vazões afluentes incrementais constantes durante os estágios e volumes iniciais úteis de acordo com a Tabela 4.11.

Tabela 4.11: Vazões afluentes e volumes iniciais úteis - Caso Base.

Usina	y (m ³ /s)	v_0 (%)	v_0 (hm ³)
H ₁	559	50	78,5
H ₂	463	50	1.096,33
H ₃	475	50	532,5
H ₄	669	50	400

As metas de potência para cada usina durante as 24 horas são mostradas nas curvas apresentadas na Figura 4.9.

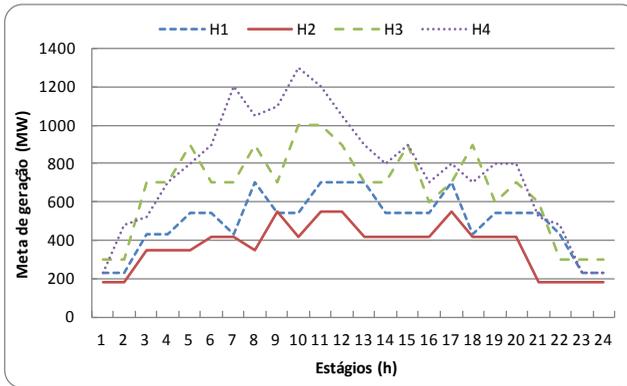


Figura 4.9: Metas de geração - Caso Base.

Para implementar o modelo foi utilizado o software LabVIEW 9.0, e os testes foram executados em um computador Intel Quadcore i7⁹ 2.80 GHz. Todos os problemas não lineares foram resolvidos através de subrotinas de otimização do LabVIEW que utilizam algoritmo de programação quadrática seqüencial.

Na fase da RL o algoritmo foi inicializado com os valores dos multiplicadores de Lagrange iguais a 0,1. Com isso, o valor ótimo obtido para a função dual foi de 51.780 m³/s, com uma tolerância, ϵ^{RL} , de 0,5% usada no método dos feixes. O algoritmo realizou um total de

⁹ Embora o computador tenha múltiplos núcleos, o programa foi executado de modo serial.

75 iterações, sendo que 23 delas foram iterações de subida; isto é, em torno de 30% das iterações estão associadas a passos "sérios". Na Figura 4.10 apresenta-se a evolução da função dual considerando apenas as iterações de subida. Nesta figura pode-se ver ainda o comportamento da norma do vetor do subgradiente, sendo que na última iteração o valor dessa norma foi de 3.668,1.

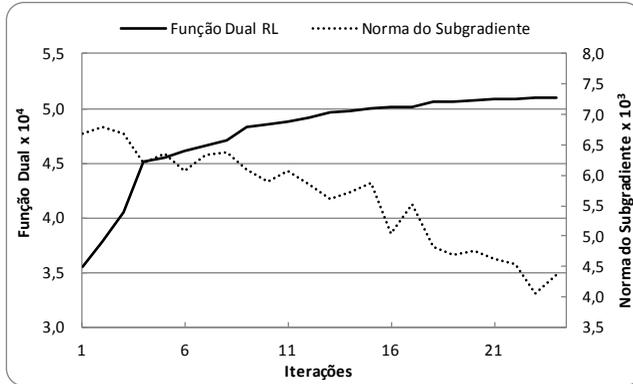


Figura 4.10: Desempenho do algoritmo na RL - Caso Base.

A inviabilidade da solução também pode ser vista através dos gráficos abaixo, em que tem-se a diferença relativa entre as variáveis duplicadas durante os 24 estágios.

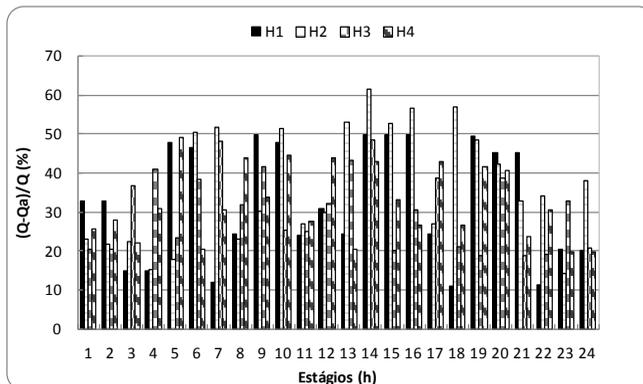


Figura 4.11: Diferença entre as variáveis de vazão turbinada na RL.

Nota-se na Figura 4.12 que a usina H_2 é a que apresenta maiores diferenças entre as variáveis de volume. Essa é a usina que possui maior reservatório, permitindo que as variáveis de volume entre os dois subproblemas assumam valores mais distintos.

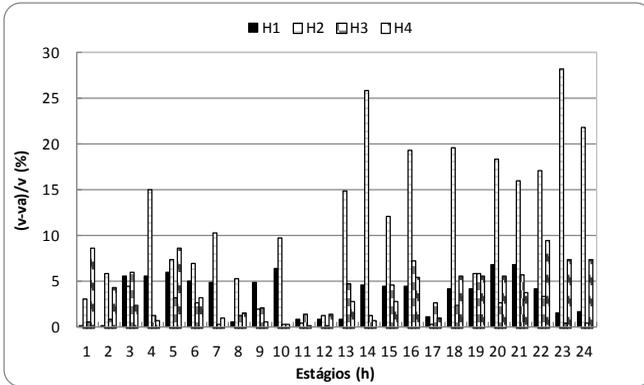


Figura 4.12: Diferença entre as variáveis de volume na RL.

Nos resultados não são apresentadas as variáveis de vertimento, visto que neste caso as vazões vertidas nas usinas foram nulas.

Tem-se ainda a norma do vetor de subgradientes por estágio apresentada na Figura 4.13, a seguir.

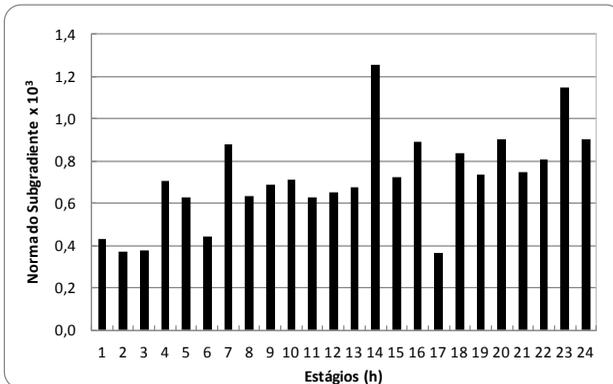


Figura 4.13: Norma do subgradiente das restrições artificiais - Caso Base.

Após a etapa da RL aplicou-se o LA inexato para encontrar uma solução viável. Para tanto utilizou-se um parâmetro de penalidade inicial de 500, sendo atualizado a cada iteração da seguinte maneira.

$$\mu^{i+1} = \begin{cases} 0,5 \cdot \mu^i & \text{se } \mu > 0,05 \\ 0,95 \cdot \mu^i & \text{se } \mu \leq 0,05 \end{cases} \quad (4.1)$$

Por sua vez, os multiplicadores de Lagrange foram atualizados de acordo com a Equação (4.2).

$$\lambda^{i+1} = \lambda^{i+1} + 0.9 \cdot \frac{g(x^i)}{\|g(x^i)\|_\infty}, \quad (4.2)$$

em que $g(x)$ é o vetor de gradientes e $\|\cdot\|_\infty$ representa a norma infinita do vetor.

A etapa de recuperação primal é mostrada na Figura 4.14, em que o critério de convergência adotado foi $\|g(x)\|_2 \leq 0,05$, em que $\|\cdot\|_2$ representa a norma Euclidiana das restrições artificiais. Foram executadas 20 iterações e o valor ótimo encontrado foi de 51.869,6 m³/s.

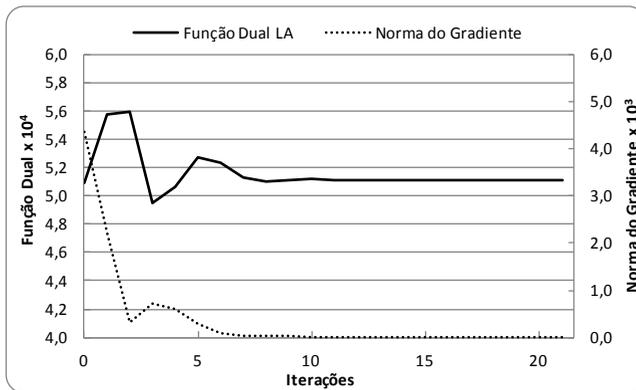


Figura 4.14: Desempenho do algoritmo na RP - Caso Base.

Nota-se que a função dual na RP teve um acréscimo de 0,17% em relação à RL. Considerando que é a única medida de qualidade do valor ótimo da função objetivo é dado pela RL, pois a mesma representa um valor inferior para a solução ótima, pode-se dizer que um ponto viável de boa qualidade foi fornecido pela estratégia de solução.

Após a etapa de RP as diferenças entre as variáveis duplicadas reduziu-se consideravelmente, tornando assim o problema viável conforme a tolerância determinada, conforme pode ser observado nas próximas figuras. Adicionalmente apresenta-se na Figura 4.17 a norma do gradiente das restrições artificiais para cada estágio na última iteração da RP. Como pode ser visto, consegue-se uma solução viável com grande precisão utilizando-se o LA inexato.

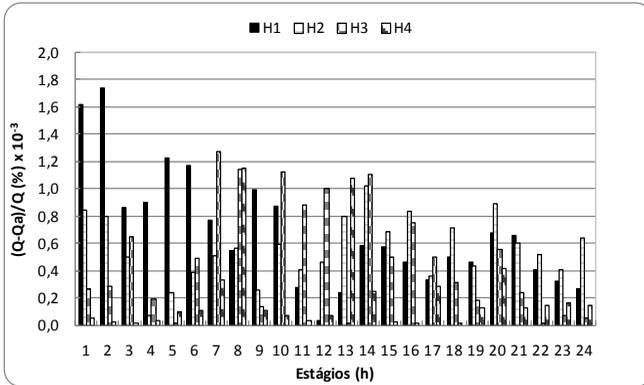


Figura 4.15: Diferença entre as variáveis de vazão turbinada RP.

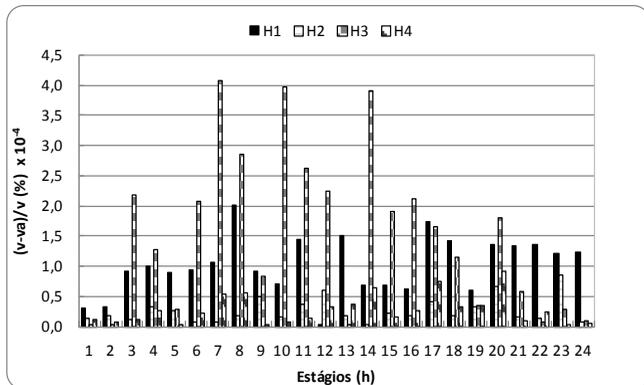


Figura 4.16: Diferença entre as variáveis de volume RP.

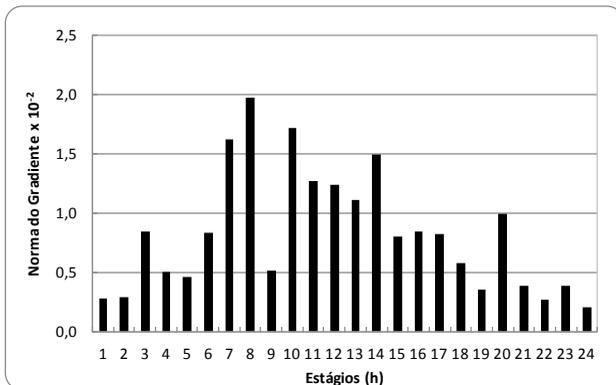


Figura 4.17: Norma do Gradiente das restrições artificiais - Caso Base.

Visto que o desempenho do algoritmo está de acordo com as tolerâncias desejadas, é importante destacar aqui alguns valores com relação à solução primal. Desta forma, apresentam-se os principais resultados obtidos para a distribuição de carga entre as unidades. No ponto ótimo de operação a vazão turbinada total é igualmente distribuída entre as unidades de um mesmo grupo. Isso pode ser observado na Tabela 4.12 que apresenta as vazões das unidades da usina H₄ em cada estágio de tempo¹⁰.

Tabela 4.12: Vazões turbinadas (m³/s) das unidades de H₄ - Caso Base.

Estágio	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
1	245,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	255,9	255,9	0,0	0,0	0,0
3	278,6	278,6	0,0	0,0	0,0
4	249,3	249,3	249,3	0,0	0,0
5	287,8	287,8	287,8	0,0	0,0
6	249,2	249,2	249,2	223,7	0,0
7	273,4	273,4	273,4	243,8	243,8
8	233,3	233,3	233,3	222,4	222,4
9	250,1	250,2	250,2	222,3	222,3
10	297,2	297,2	297,2	275,3	275,3
11	270,0	270,0	270,0	249,0	249,0
12	232,9	232,9	232,9	222,9	222,9
13	249,0	249,0	249,0	223,7	0,0
14	287,5	287,5	287,5	0,0	0,0
15	249,5	249,5	249,5	221,7	0,0
16	249,0	249,0	249,0	0,0	0,0
17	287,3	287,3	287,3	0,0	0,0
18	248,9	248,9	248,9	0,0	0,0
19	287,2	287,2	287,2	0,0	0,0
20	287,1	287,1	287,1	0,0	0,0
21	277,8	277,8	0,0	0,0	0,0
22	255,2	255,2	0,0	0,0	0,0
23	244,4	0,0	0,0	0,0	0,0
24	244,3	0,0	0,0	0,0	0,0

¹⁰ Os demais resultados são apresentados em ANEXO.

Nota-se também que as unidades do primeiro grupo são mais eficientes, visto que são as primeiras as serem acionadas para operar durante os 24 estágios.

Ainda com relação a solução primal, tem-se a quantidade de transições de estados¹¹ das unidades. Para tanto, considerou-se que inicialmente, em $t = 0$, somente uma unidade de cada usina estava operando. A Figura 4.18 apresenta o número de transições das unidades contabilizado para todas usinas da cascata. Conforme pode-se notar, neste caso teve-se um total de 36 transições ao longo do horizonte de estudo.

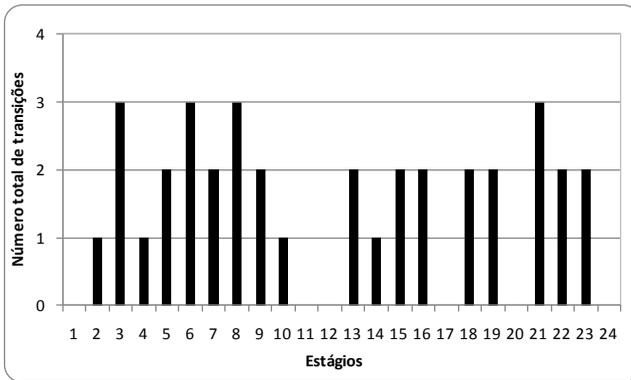


Figura 4.18: Número total de transições de estado - Caso Base.

Adicionalmente, a figura abaixo ilustra o espaço de estados para cada estágio da usina H_4 . Os pontos em preto representam as combinações possíveis considerando as metas de geração do Caso Base, e o caminho traçado é a solução encontrada pela estratégia proposta.

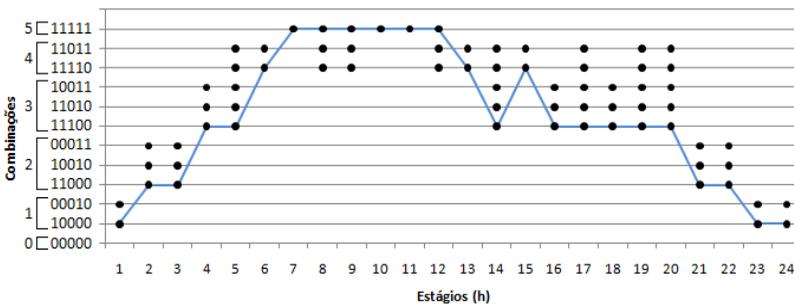


Figura 4.19: Espaço de estados da usina H_4 .

¹¹ Quando uma unidade é ligada ou desligada.

Apresenta-se, na Figura 4.20, a evolução dos volume úteis durante os 24 estágios.

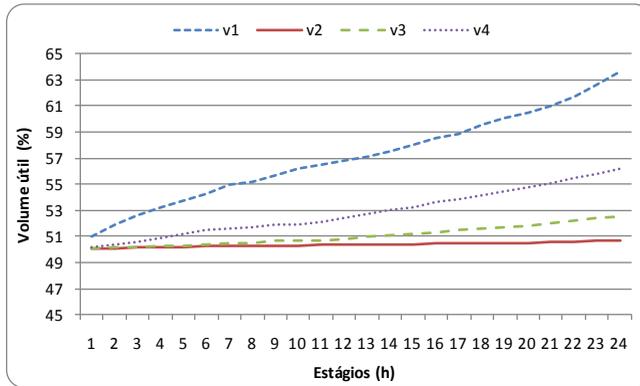


Figura 4.20: Evolução dos volumes úteis - Caso Base.

Os volumes úteis finais em porcentagem e em hectômetros cúbicos são apresentados na tabela abaixo.

Tabela 4.13: Volumes finais e vazão total turbinada - Caso Base.

Usina	Volume final	
	%	hm ³
H ₁	63,61	99,87
H ₂	50,73	1.112,31
H ₃	52,52	559,29
H ₄	56,16	449,8

Nota-se que devido às elevadas afluições todas as usinas aumentaram os níveis de seus reservatórios.

Outro resultado importante com relação à solução primal é o comportamento das perdas durante as 24 horas. A potência perdida na usina a cada estágio é composta pela soma de todas as perdas no processo de geração. Assim, as perdas totais podem ser obtidas facilmente pela diferença entre a potência hidráulica disponível, phd , e a meta de geração da usina, L . Na Figura 4.21 tem-se a evolução das perdas, bem como a geração da usina ao longo dos estágios.

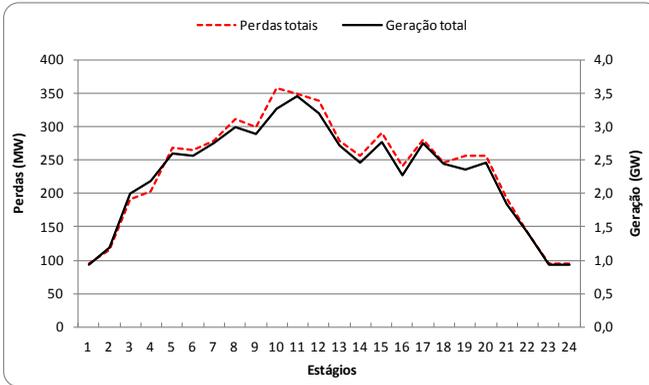


Figura 4.21: Evolução das perdas durante os estágios.

Verifica-se que as curvas têm comportamento semelhante durante todo o horizonte, e que as perdas representam em torno de 10% da potência gerada. Essa relação pode ainda ser observada com o auxílio da Figura 4.22, que ilustra os valores, em porcentagem, das perdas para cada estágio. Além disso, cada barra do histograma é dividida conforme a contribuição das perdas de cada usina do sistema.

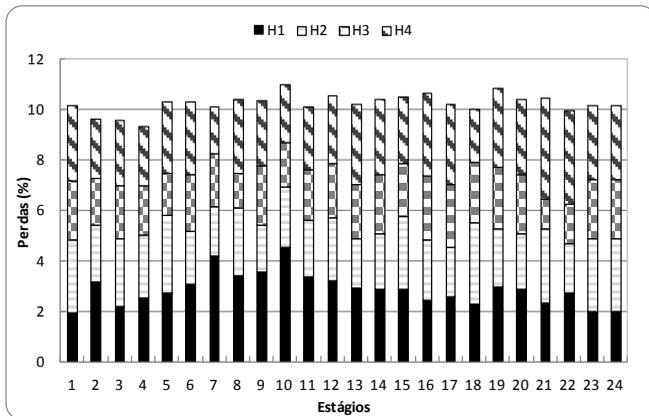


Figura 4.22: Evolução das perdas por usina durante os estágios.

Uma análise importante consiste em identificar quais elementos do processo de geração são mais relevantes em relação à distribuição das perdas. Para se obter as componentes das perdas para a usina deve-se somar as contribuições de cada unidade. Assim, a partir da potência gerada, pg , e dos valores das perdas elétricas, pgg , e mecânicas, pmt ,

pode-se obter a potência de entrada do gerador e de saída da turbina da seguinte forma.

$$\begin{aligned} peg &= pg + pgg , \\ pst &= peg + pmt . \end{aligned} \tag{4.3}$$

Por sua vez, a potência de entrada da turbina, pet , é calculada utilizando-se o valor da eficiência hidráulica da turbina, ρ , ou utilizando-se a queda líquida disponível.

$$pet = \frac{pst}{\rho}, \text{ ou } pet = G \cdot h \cdot q. \tag{4.4}$$

E por fim, a potência hidráulica disponível, phd , é calculada a partir da queda bruta e da vazão turbinada.

$$phd = G \cdot hb \cdot q . \tag{4.5}$$

A fim de exemplificar o processo de geração foca-se na usina H_4 , em particular, no estágio 10 em que a meta de geração é de 1300 MW. A vazão ótima calculada para a usina pelo modelo foi de $1.442,2 \text{ m}^3/\text{s}$ para uma queda bruta de 102,38 m. Para tanto, considere a Figura 4.23, em que tem-se uma representação das potências (MW) equivalentes no processo de geração.

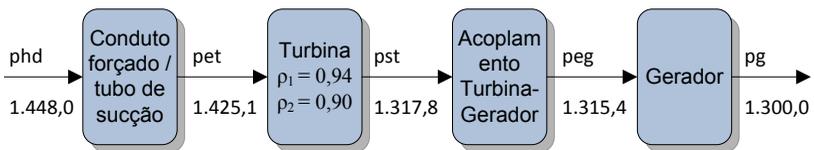


Figura 4.23: Diagrama de potências para uma unidade equivalente de H_4 .

Neste caso, as perdas totalizaram 148 MW, o que corresponde a 10,2% da potência hidráulica disponível para a usina no respectivo estágio. A contribuição de cada componente das perdas, para este estágio, pode ser observada na Figura 4.24. Neste diagrama, aproximadamente 12% das perdas totais são devidos as perdas pgg e pmt . As perdas hidráulicas nos condutos forçados e no tubo de sucção representam em torno de 15% do total de perdas, e são dadas, em MW, por $hlp=G \cdot (k_p \cdot q^2) \cdot q$ e $hls=G \cdot (k_s \cdot q^2) \cdot q$, respectivamente. Por sua vez, a perda hidráulica da turbina, pht , representa a maior parte das perdas totais e é obtida pela diferença entre a pst e a pet .

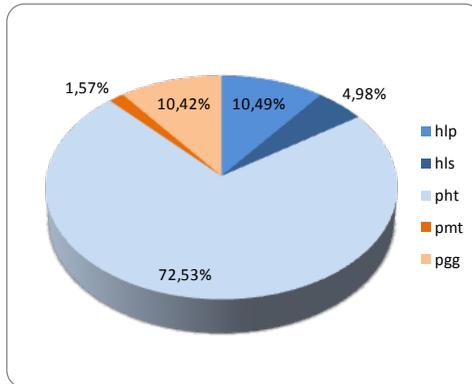


Figura 4.24: Distribuição das perdas para o estágio 10 da usina H₄.

Portanto, fica evidente que a principal componente das perdas de potência durante o processo de geração corresponde ao rendimento hidráulico da turbina. Nesse sentido, na Figura 4.25 apresenta-se a evolução do rendimento hidráulico e a meta de geração de H₄ ao longo do dia. O rendimento hidráulico de cada estágio é obtido pela razão entre a soma das potências de saída das turbinas, *pst*, e a soma das potências de entrada da turbina, *pet*.

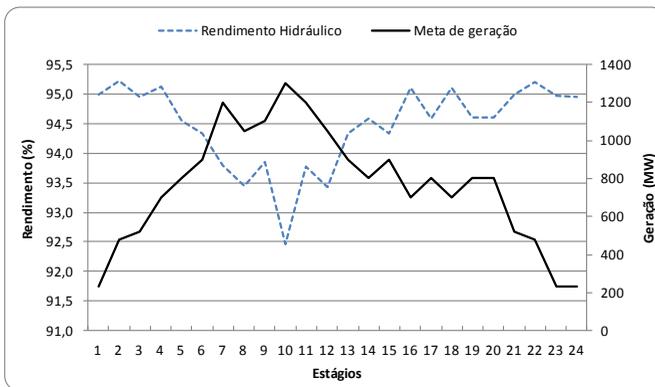


Figura 4.25: Evolução do rendimento hidráulico de H₄.

Entre os estágios 6 e 13, ocorre uma redução significativa no rendimento hidráulico da usina, visto que a meta faz com q as unidades operem em pontos de menor eficiência (longe do máximo rendimento hidráulico), além disso nesses estágios operam-se com as unidades do segundo grupo, que são menos eficientes.

4.3.2 Análise das Perdas Mecânicas e Elétricas

Nesta seção será avaliada a importância em se considerar as perdas elétricas e mecânicas das unidades na modelagem. Para tanto, aplicou-se o algoritmo proposto desconsiderando-se as funções $p_{gg}(\cdot)$ e $p_{mt}(\cdot)$.

O desempenho do algoritmo foi semelhante ao Caso Base em ambas as etapas, levando 43 iterações totais, considerando somente iterações sérias na RL. Com isso, o valor ótimo obtido foi de 51077,1 m³/s. Portanto, tem-se uma vazão turbinada total 1,55% maior ao se considerar as perdas elétricas e mecânicas das unidades, isto é, quando essas funções são negligenciadas pode-se ter diferenças significativas entre a operação real e os valores teóricos obtidos.

Em termos de solução primal, o principal resultado é a diferença entre as vazões turbinadas nas usinas apresentado na Figura 4.26, em que:

$$Q_{dif}_t = Q_{1t} - Q_{0t}. \quad (4.6)$$

Acima, Q_{0t} (Q_{1t}) é a soma das vazões turbinadas nas usinas obtidas desconsiderando (considerando) as perdas no estágio t .

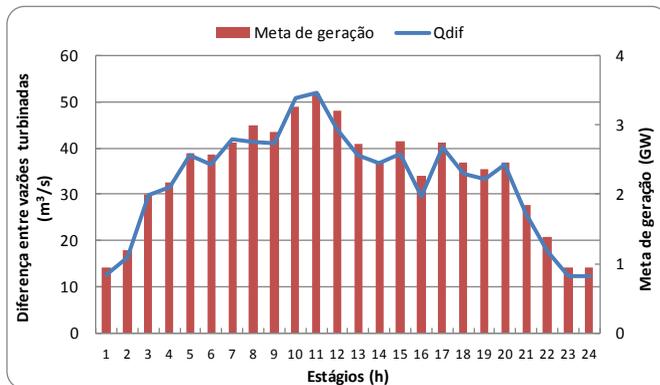


Figura 4.26: Diferença entre as vazões turbinadas durante os estágios.

Alguns resultados comparativos com relação aos efeitos das perdas no volume útil dos reservatórios podem ser visto na Tabela 4.14.

Tabela 4.14: Diferentes volumes úteis iniciais.

Usina	Volume inicial (%)	Volume final (%)		vf_{dif_r} (hm ³)
		Sem perdas	Com perdas	
H ₁	50	63,86	63,61	0.40
H ₂	50	50,74	50,73	0.31
H ₃	50	52,55	52,52	0.42
H ₄	50	56,15	56,16	-0.06

A quantidade de água armazenada a mais no caso sem perdas foi de 1,07 hm³, que é dada pela soma dos vf_{dif_r} de cada usina, em que:

$$vf_{dif_r} = vf_{0r} - vf_{1r}. \quad (4.7)$$

Acima vf_{0r} (vf_{1r}) é o volume armazenado ao final do dia desconsiderando (considerando) as perdas na usina r .

A análise da consideração das perdas mecânicas e elétricas também foi realizada considerando diferentes condições iniciais para o sistema. Nesse sentido, mantiveram-se as metas de geração e foram alterados os volumes iniciais dos reservatórios. Além disso, no casos com volumes iniciais de 30 e 40% as afluências incrementais durante todos estágios foram consideradas nulas. Os principais resultados podem ser observados na Tabela 4.15.

Tabela 4.15: Comparativo entre casos com e sem perdas.

Volume útil inicial (%)	Q_{dif} (m ³ /s)	Q_{dif} (%)	vf_{dif} (hm ³)	vf_{dif} (%)
30	852,9	1,63	1,13	0,09
40	823,3	1,59	1,10	0,07
50	792,3	1,55	1,07	0,05
60	775,4	1,53	1,06	0,04
70	766,4	1,53	1,07	0,03

Acima, o volume útil inicial tem o mesmo valor em porcentagem para todas usinas do sistema e os valores de Q_{dif} e vf_{dif} são dados por:

$$vf_{dif} = \sum_{r=1}^R vf_{dif_r}, \quad (4.8)$$

$$Q_{dif} = Q_1 - Q_0. \quad (4.9)$$

Em que Q_0 (Q_1) é a vazão total turbinada desconsiderando (considerando) as perdas.

Nota-se que a diferença de volumes ao final do horizonte é mais acentuada em condições de pouca água no sistema, pois essa condição

resulta em menores quedas para as usinas, sendo necessário turbinar maiores vazões para gerar a mesma potência. A inclusão das perdas *pgg* e *pmt* na modelagem resultou em uma diferença média de $1,09 \text{ hm}^3$ para os diferentes cenários testados.

Adicionalmente considerar as perdas no processo pode acarretar diferenças nos volumes finais das usinas que ao longo de um dia podem parecer pequenas, frente ao volume útil máximo do sistema ($4.214,66 \text{ hm}^3$); no entanto, se esse montante for contabilizado durante um período de tempo maior essa quantidade pode se tornar significativa.

4.3.3 Análise nos Custos de Partida/Parada

Nesta seção serão comparados os resultados obtidos quando considera-se um custo (peso) para cada partida e parada das unidades. O objetivo desta consideração é reduzir o número de transições de estado, visto que quando ocorrem consecutivamente causam maiores desgastes nas máquinas.

Inicialmente descrevem-se algumas características do problema combinatório que deve ser resolvido durante os estágios e em seguida apresentam-se os resultados.

Note que pode-se ter diferentes quantidades de máquinas para gerar um determinado valor de potência em uma usina. No caso de H_3 , em que todas as unidades são idênticas, temos as possibilidades mostradas na Figura 4.27, em que para metas de geração entre 669 e 760 MW pode-se operar com 2 ou 3 unidades ligadas, por exemplo.

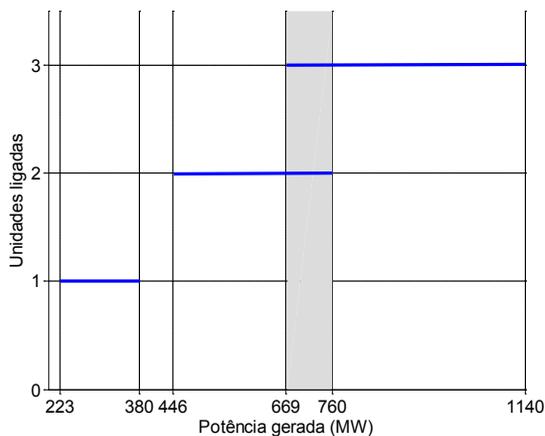


Figura 4.27: Número de unidades ligadas por faixas de potência.

Além disso, ter unidades diferentes em uma mesma usina faz com que o número de combinações aumente consideravelmente, ou seja,

além da opção da quantidade de unidades ligadas tem-se também a distinção entre a unidade de qual grupo irá operar, como é o caso da usina H_4 , que possui dois grupos de unidades.

Com relação aos resultados, inicialmente foram realizados alguns testes para determinar um valor adequado ao peso dado para cada transição de estado. Os valores testados são mostrados na Tabela 4.16, assim como o número de transições e a vazão total turbinada do sistema.

Tabela 4.16: Diferentes custos de partida/parada.

Custo da transição (m^3/s)	Número de transições	Q (m^3/s)
0	36	51.869,4
10	34	51.884,6
20	28	52.001,8
50	26	52.048,6
75	22	52.245,2
100	22	52.245,7
120	22	52.245,1
150	22	52.244,9

Nos quatro últimos casos o número de unidades ligadas em cada estágio foi o mesmo, ou seja, ocorreram as mesmas transições de estado.

Visto que após um peso de $75 m^3/s$ a quantidade de chaveamentos não se alterou optou-se por utilizar o peso de $100 m^3/s$. Em termos matemáticos, este custo representa a soma de $100 m^3/s$ na função objetivo do problema para cada transição em uma unidade. Os principais resultados ao se utilizar este custo para as partidas e paradas das unidades são apresentados a seguir.

Em todas usinas houve a redução no número de partidas e desligamentos das unidades; no total foram 14 chaveamentos a menos que o Caso Base. As figuras abaixo mostram o espaço de estados e as soluções encontradas em comparação com o Caso Base.

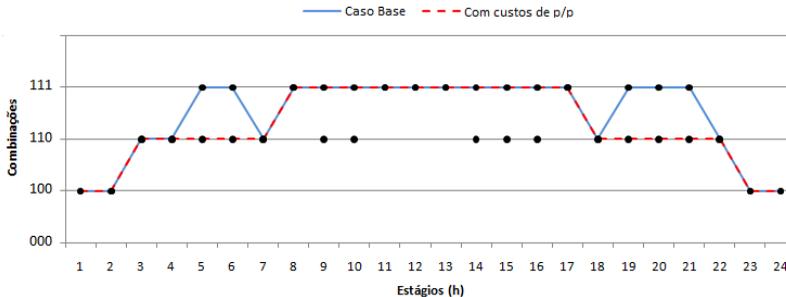


Figura 4.28: Espaço de estados da usina H_1 .

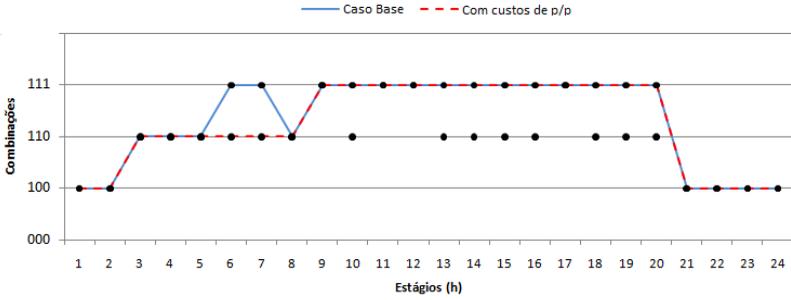


Figura 4.29: Espaço de estados da usina H₂.

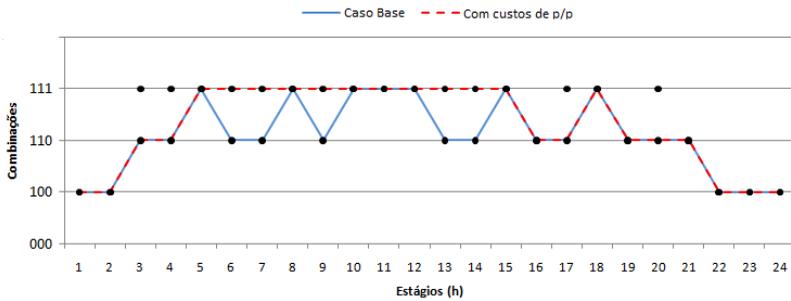


Figura 4.30: Espaço de estados da usina H₃.

A usina H₃ foi a que teve mais transições de estado durante o dia. No Caso Base ocorreram 12 enquanto que considerando custos de partida e parada a quantidade de transições foi reduzida pela metade.

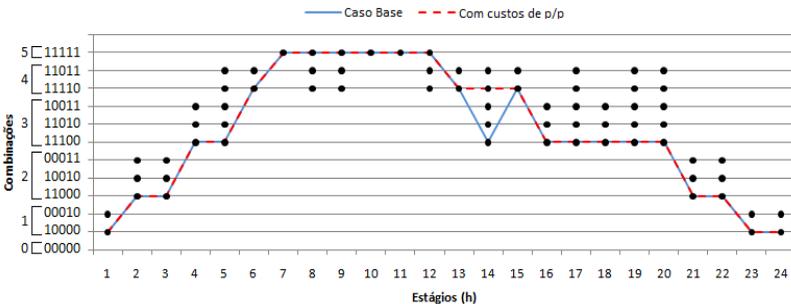


Figura 4.31: Espaço de estados da usina H₄.

Os valores da função dual na etapa da RP podem ser observados na Tabela 4.17.

Tabela 4.17: Análise considerando custos de partida/parada.

Caso	Função Dual - LA (m ³ /s)
Base	51.869,6
Com custos de p/p	54.445,7

A Tabela 4.18 apresenta os volumes finais e as vazões turbinadas totais de cada usina.

Tabela 4.18: Resultados considerando custo de partida/parada.

Usina	QT_r (m ³ /s)		Volume final (%)	
	Caso Base	Com custos	Caso Base	Com custos
H ₁	7.480,9	7.575,1	63,61	63,39
H ₂	6.674,2	6.699,2	50,73	50,72
H ₃	17.838,5	18.085,4	52,52	52,47
H ₄	19.875,8	19.885,8	56,16	56,27

Portanto, os custos são uma forma de reduzir o número de transições de estado das unidades. Neste caso, aceita-se operar em um ponto não ótimo, com relação ao uso da água, em prol de uma operação mecânica mais suave das unidades.

Nota-se que há uma compensação dos volumes finais devido à operação em cascata. Quando uma usina a montante usa mais água devido à restrição de partida/parada, a hidrelétrica a jusante tem um aumento em seu volume armazenado. Por exemplo, as usinas H₄ e H₃ turbinaram mais água comparado com o Caso Base, 10 e 246,9 m³/s, respectivamente. Porém o volume final de H₄ foi maior comparado com o Caso Base pois o decrémente de seu volume, devido ao custo, é menor que o aumento de volume turbinado por H₃. No entanto, isso não ocorreria se o acoplamento espacial fosse desconsiderado.

4.3.4 Análise da Operação em Cascata com Metas de Geração

Em um sistema hidráulico comumente os aproveitamentos estão localizados em uma mesma bacia hidrográfica, tendo-se como vantagem a maximização do uso dos recursos disponíveis. Visto que as metas de geração foram determinadas considerando-se o acoplamento espacial entre as usinas, é interessante analisar o impacto desse aspecto de modelagem no problema da alocação. Para mostrar os efeitos dessa consideração, nesta seção serão apresentados alguns resultados comparando a operação das usinas individualizadas (isto é, desconsiderando o acoplamento hidráulico) e em cascata, de acordo com o modelo proposto.

Inicialmente mostra-se, na Tabela 4.19, os volumes finais e as vazões turbinadas totais de cada usina para o Caso Base sem acoplamento hidráulico.

Tabela 4.19: Resultados considerando as usinas isoladas hidraulicamente.

Usina	QT_r (m ³ /s)	Volume final (%)
H ₁	7.480,9	63,61
H ₂	6.674,2	50,73
H ₃	17.897,7	47,80
H ₄	19.921,6	48,26

Adicionalmente tem-se na Figura 4.32 os volumes úteis finais desconsiderando-se o acoplamento espacial entre as hidrelétricas.

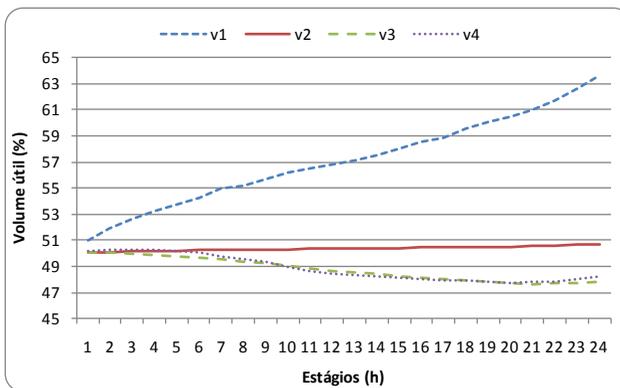


Figura 4.32: Evolução dos volumes úteis desconsiderando-se a cascata.

Em comparação com os resultados do Caso Base, Figura 4.20, nota-se que as usinas H₃ e H₄ tem seu volume final reduzido ao longo dos estágios, conseqüentemente a vazão necessária para gerar a mesma quantidade de energia foi superior.

Semelhante à seção 4.3.2, executou-se diferentes casos, com as usinas isoladas hidraulicamente para condições iniciais de volume distintas. Os principais resultados podem ser observados na Tabela 4.20.

Tabela 4.20: Comparativo entre casos com e sem acoplamento.

Volume útil inicial (%)	Q_{dif} (m ³ /s)	Q_{dif} (%)	v_{dif} (hm ³)	v_{dif} (%)
30	126,82	0,24	117,15	9,85
40	114,34	0,22	115,32	7,16
50	105,03	0,20	113,37	5,11
60	97,50	0,19	111,94	4,24
70	56,59	0,17	110,61	3,61

Acima os valores de $Qdif$ e $vf dif$ são dados por:

$$vf dif = \sum_{r=1}^R vf_{ar} - vf_{dr} , \quad (4.10)$$

$$Qdif = Q_d - Q_a . \quad (4.11)$$

Em que vf_{dr} (vf_{ar}) é o volume armazenado na usina r ao final do dia desconsiderando (considerando) o acoplamento entre as usinas. Assim, $vf dif$ é a soma dos volumes finais úteis de cada usina do sistema, em que, neste caso, $100\% = 4214.66 \text{ hm}^3$. A variável Q_d (Q_a) é a vazão total turbinada desconsiderando (considerando) a cascata.

Portanto, ao se desconsiderar a cascata tem-se em torno de 0,2% a mais de vazão turbinada no sistema e diferenças significativas com relação ao volume final armazenado. A maior diferença está nas usinas cuja altura de queda possui maior sensibilidade com relação ao volume armazenado, assim para pequenas variações da vazão afluyente tem-se significativas alterações no ponto de operação. Tem-se então que, ao se considerar usinas com reservatórios pequenos, é importante considerar a operação em cascata na formulação proposta.

4.4 ANÁLISE DO ALGORITMO

Nesta seção é feita uma análise da convergência do algoritmo e propostas algumas maneiras de diminuir o esforço computacional da estratégia de solução. Inicialmente avalia-se a sensibilidade do algoritmo para diferentes condições iniciais de volume armazenado. Posteriormente serão apresentadas algumas maneiras de melhorar a convergência do algoritmo, através de simplificações e heurísticas alternativas.

4.4.1 Análise para Diferentes Volumes Iniciais

Para avaliar a sensibilidade do algoritmo foram testados diferentes cenários com relação ao volume inicial dos reservatórios. Para tanto, as perdas elétricas e mecânicas das unidades foram consideradas na modelagem e os custos de partida e parada usados foram nulos. Na Tabela 4.21 são apresentadas as condições de volume útil inicial consideradas.

Tabela 4.21: Diferentes volumes iniciais.

Usina	Volume útil inicial (%)				
	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3 (Caso Base)	Cenário 4	Cenário 5
$H_{1,2,3,4}$	30	40	50	60	70

Nos cenários 1 e 2 as vazões afluentes incrementais foram consideradas nulas, e nos demais cenários utilizou-se os valores iguais ao Caso Base. Os outros dados são idênticos ao Caso Base em todos os cenários.

O desempenho do algoritmo na fase de RP, para os cinco cenários, é mostrado nas figuras abaixo.

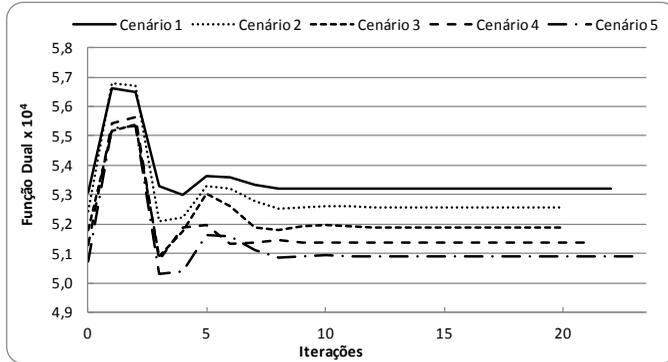


Figura 4.33: Função dual para diferentes volumes iniciais.

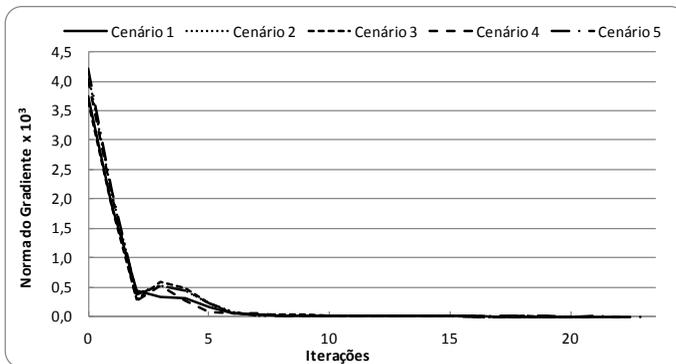


Figura 4.34: Norma do gradiente para diferentes volumes iniciais.

Como pode ser observado, o algoritmo do LA inexato fornece soluções viáveis com alto grau de precisão usando o mesmo critério de atualização do parâmetro de penalidade. Os resultados indicam que o algoritmo proposto é robusto em relação às variações dos dados de entrada do problema.

A Tabela 4.22 resume os resultados obtidos para os cinco cenários testados, nesta são apresentados os valores ótimos das funções duais nas etapas da RL e da RP, assim como o número de iterações e o tempo computacional.

Tabela 4.22: Análise para diferentes volumes iniciais.

Cenário	F. Dual - RL (m ³ /s)	F. Dual - LA (m ³ /s)	Número total de iterações	Tempo total (min.)
1	53.077,7	53.200,8	94	16,7
2	52.430,1	52.576,5	96	16,9
3	51.780,0	51.869,6	95	18,8
4	51.303,7	51.356,2	98	16,6
5	50.736,5	50.885,6	95	16,1

Esses resultados mostram novamente que o acréscimo da função dual na RP em relação à RL é pequena. A maior diferença na função dual da RL para etapa da RP foi de 0,29% no cenário 5. Portanto, pode-se dizer que as soluções encontradas são de boa qualidade, visto que a única medida de qualidade é o valor ótimo dado pela RL.

4.4.2 Simplificações na modelagem

Nesta seção, o objetivo é usar a solução de um problema com modelagem simplificada para servir como uma partida "quente" do problema com modelagem completa. Nesse sentido, no modelo simplificado os polinômios de perdas elétricas e mecânicas das unidades, *pgg* e *pmt* foram desconsiderados. Além disso, os limites de vazão turbinada das unidades e o rendimento hidráulico das turbinas foram considerados constantes.

Por fim, a função de cota montante foi linearizada em torno do volume inicial, em vez de ser representada por um polinômio de até quarta ordem.

Os dados de entrada e os coeficientes dos demais polinômios foram os mesmos do Caso Base apresentado anteriormente.

Na Tabela 4.23 são apresentados os principais resultados com a modelagem simplificada em comparação com o Caso Base, em que tem-se os valores das funções duais, número de iterações e o tempo para convergência dos algoritmos.

Tabela 4.23: Resultados comparativos da modelagem simplificada.

Caso	Função Dual (m ³ /s)		Número total de iterações		Tempo (min.)		
	RL	RP	RL	RP	RL	RP	Total
Base	51.780,0	51.869,6	75	20	14,8	4,0	18,8
Simplificado	52.327,7	52.753,3	76	17	4,9	0,9	5,8

Portanto, utilizando a mesma estratégia de solução e fazendo essas simplificações tem-se uma redução de 66,5% do tempo total (etapa da RL e RP) de convergência do algoritmo, embora esteja disponível

uma solução primal que necessita quase mais de 1.000 m³/s ao longo do dia para atender a demanda.

Com base nos resultados primais e duais obtidos na resolução do problema simplificado propõe-se os seguintes testes:

- (a) Utilizar os multiplicadores de Lagrange obtidos na fase da RL do modelo simplificado como entrada para a RL do modelo completo;
- (b) Usar como entrada para a RL completa os multiplicadores obtidos da solução do modelo simplificado;
- (c) Considerar o item (a) e usar a solução primal encontrada na RP simplificada como ponto de partida para a RP completa;
- (d) Considerar o item (b) e usar a solução primal encontrada na RP simplificada como ponto de partida para a RP completa.

A Figura 4.35 resume a relação de entrada e saída de dados entre os modelos para as quatro estratégias. Nesta figura, λ representa os multiplicadores de Lagrange e X são as variáveis primais do problema.

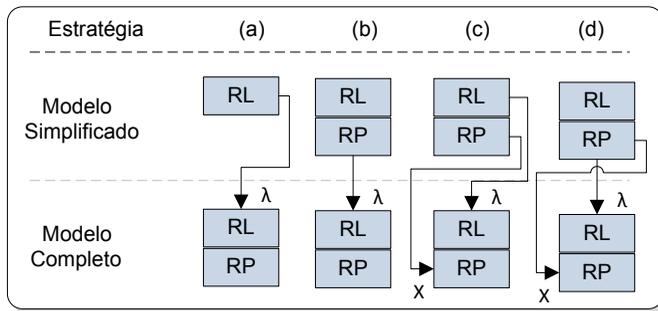


Figura 4.35: Diagrama de casos analisados.

Os valores da função dual e o esforço computacional para a modelagem simplificada são mostrados na Tabela 4.23. Esses dados foram utilizados como ponto de partida para o Caso Base utilizando a modelagem completa. Assim, para as estratégias da Figura 4.35 obtiveram-se os seguintes resultados.

Tabela 4.24: Resultados comparativos com partida "quente" - Caso Base.

Estratégia	Função Dual (m ³ /s)		Número total de iterações		Tempo (min.)			Redução no tempo
	RL	RP	RL	RP	RL	RP	Total	(%)
(a)	51.524,5	51.879,3	14	20	2,2	3,9	6,1	41,5
(b)	51.126,7	51.872,6	53	22	8,8	4,6	13,4	2,7
(c)	51.524,5	51.868,6	14	19	2,2	3,8	6,0	37,2
(d)	51.126,7	51.872,7	53	20	8,8	4,2	13,0	0,0

Em todas as estratégias o esforço computacional foi reduzido em relação ao Caso Base sem partida "quente", ou seja, sem utilizar dados do modelo simplificados como partida, Tabela 4.23. A principal vantagem é com relação a etapa da RL, bons multiplicadores iniciais fizeram o tempo computacional nesta etapa reduzir significativamente. Para a primeira estratégia a redução no tempo computacional foi de 41,5%, considerando que esta leva 11 minutos para convergir (6,1 minutos mais 4,9 minutos da RL simplificada), enquanto que no Caso Base esse tempo era de 18,8 minutos. Por sua vez, na terceira estratégia o ganho computacional foi de 37,2%, considerando que esta leva 11,8 minutos para convergir (6,0 minutos mais 5,8 minutos do problema simplificado).

Visto que a primeira e terceira estratégias apresentaram os melhores resultados, analisou-se também esses testes para os diferentes cenários de volume inicial. Os resultados são apresentados na tabela abaixo.

Tabela 4.25: Resultados comparativos com partida "quente".

Estratégia	Modelo Simplificado			Modelo Completo			Tempo total (min.)
	F. Dual (m ³ /s)	Iterações totais	Tempo (min.)	F. Dual (m ³ /s)	Iterações totais	Tempo (min.)	
1	-	-	-	53.200,8	94	16,7	16,7
(a)	53.905,1	66	4,4	53.201,5	36	7,0	11,4
(c)	54.072,8	82	5,3	53.201,8	34	6,3	11,6
2	-	-	-	52.576,5	96	16,9	16,9
(a)	53.287,3	77	5,2	52.575,2	33	6,3	11,5
(c)	53.471,2	94	6,1	52.575,3	34	6,3	12,4
4	-	-	-	51.356,2	98	16,6	16,6
(a)	52.031,4	71	4,7	51.358,8	36	6,8	11,5
(c)	52.224,6	88	5,6	51.358,5	38	7,3	12,9
5	-	-	-	50.885,6	95	16,1	16,1
(a)	51.269,0	49	3,1	50.888,7	35	5,9	9,0
(c)	51.706,6	78	4,1	50.883,1	34	5,8	9,9

Como pode ser visto para os demais cenários também houve reduções no tempo computacional, em média aproximadamente 32%. Os testes também mostram que a estratégia (a) é ligeiramente melhor que a (b) e pode-se concluir que a resolução do modelo simplificado fornece bons multiplicadores de Lagrange como ponto de partida para o método dos feixes.

4.4.3 Análise do Lagrangeano Aumentado Inexato

Nas seções anteriores apresentou-se os resultados com a utilização do PPA, cuja aplicação é tornar o problema separável na etapa da RP. No entanto, existem ainda diferentes heurísticas baseadas na metodologia do LA utilizados para a mesma função. Nesse sentido, um segundo método será apresentado nesta seção, o método não linear de Gauss Seidel (BELTRAN e HEREDIA, 2002). A principal diferença entre os dois métodos está na maneira que é feita a atualização da constante do termo quadrático. Como temos dois conjuntos de subproblemas, teremos as seguintes opções para este método:

- SH-SP: resolver primeiro o subproblema hídrico (SH) e depois o conjunto de subproblemas de programação (SP);
- SP-SH: resolver primeiro os subproblemas de programação e posteriormente o subproblema hídrico.

Para uma análise mais ampla foram considerando os mesmo cinco cenários já apresentados anteriormente com diferentes volumes iniciais, de acordo com a Tabela 4.21. Os resultados obtidos são apresentados na tabela abaixo.

Tabela 4.26: Comparativo de resultados na etapa RP.

Cenário	Ordem de atualização	Função Dual (m^3/s)	Número de iterações	Tempo (min.)
1	PPA	53.200,8	22	4,6
	SH-SP	53.201,3	17	3,5
	SP-SH	53.200,6	19	4,0
2	PPA	52.576,5	20	4,3
	SH-SP	52.575,1	20	4,0
	SP-SH	52.575,0	18	3,7
3	PPA	51.869,6	20	4,0
	SH-SP	51.868,8	17	3,4
	SP-SH	51.868,8	18	3,8
4	PPA	51.356,2	21	4,1
	SH-SP	51.356,8	17	3,6
	SP-SH	51.355,9	17	3,4
5	PPA	50.885,6	23	4,2
	SH-SP	50.883,3	16	2,7
	SP-SH	50.883,2	18	3,1

Acima, apresenta-se apenas os resultados obtidos na RP para cada cenário, visto que os dados da etapa da RL são os mesmos para qualquer heurística utilizada.

Em geral conseguiu-se um ganho marginal no tempo computacional utilizando-se o método não linear de Gauss Seidel, porém diferentemente do PPA com esse método não é possível resolver os dois subproblemas em paralelo.

4.4.4 Análise das restrições auxiliares

Todos os resultados anteriores foram obtidos considerando-se restrições auxiliares que facilitam a resolução dos subproblemas. Essas restrições são obtidas com base em informações do problema. Neste caso, adicionam-se limites de vazão turbinada na usina ao subproblema hídrico.

Sem qualquer informação auxiliar esses limites seriam os valores nominais das usinas. Porém utilizando-se informações das metas de geração, pode-se diminuir o domínio dessa variável. Com a potência máxima e mínima de cada unidade determina-se o número mínimo, n^{\min} , e máximo, n^{\max} , de unidades para atender a meta. Com esses valores e os limites mínimos, qn^{\min} , e máximos, qn^{\max} , nominais de vazão turbinada de cada unidade pode-se obter limites para a vazão turbinada na usina para cada estágio. Assim, no SH, adiciona-se a seguinte restrição:

$$qn_r^{\min} \cdot n_{rt}^{\min} \leq Qa_{rt} \leq qn_r^{\max} \cdot n_{rt}^{\max} \quad (4.12)$$

Abaixo, na Tabela 4.27, tem-se os resultados, para os cinco cenários, em que não se utilizou a restrição auxiliar. Como se pode perceber, o desempenho e o valor ótimo encontrados são piores do que nos resultados com a restrição auxiliar, Tabela 4.22.

Tabela 4.27: Análise da aplicação da restrição auxiliar.

Cenário	F. Dual - RL (m ³ /s)	F. Dual - LA (m ³ /s)	Número total de iterações	Tempo total (min.)
1	53.042,4	53.497,7	119	20,3
2	52.428,7	52.677,2	112	19,3
3	51.780,8	52.020,9	120	20,6
4	51.230,2	51.592,0	112	18,3
5	50.769,2	51.048,4	102	17,0

Com o objetivo de verificar se a RL fornece melhores pontos para a RP, diminuiu-se a tolerância de cada etapa da estratégia de solução. Assim para o cenário 3 (Caso Base) usou-se 0,05% de tolerância no método dos feixes e 0,02 na RP. Na Tabela 4.28 apresenta-se os

resultados com a tolerância reduzida para o Caso Base com e sem o conjunto de restrições auxiliares.

Tabela 4.28: Comparativo do uso da restrição auxiliar - Caso Base.

	F. Dual - RL (m ³ /s)	F. Dual - LA (m ³ /s)	Número total de iterações	Tempo total (min.)
Com restrição	51.933,2	51.869,0	213	37,2
Sem restrição	51.932,6	51.958,8	337	60,5

Nota-se com esses resultados que a restrição auxiliar tem efeitos positivos na resolução do problema, reduzindo o esforço computacional e encontrando soluções de melhor qualidade. Além disso, a tolerância utilizada anteriormente estava adequada, visto que o ganho na função dual ao se reduzi-la foi muito pequeno e o tempo computacional quase dobrou.

4.5 CONCLUSÕES

Este capítulo realiza uma descrição dos resultados obtidos aplicando-se a estratégia de solução proposta em um sistema básico. Inicialmente descreve-se os dados do sistema e detalhou-se sua representação matemática.

Como visto, mesmo para um sistema pequeno tem-se um problema combinatório, devido as regiões de operação das unidades. Além disso, turbinas hidráulicas com curvas de rendimento diferentes numa mesma usina aumentam ainda mais o espaço de estados do problema.

Com as soluções encontradas mostra-se que a demanda de cada usina é igualmente dividida entre as unidades de um mesmo grupo. Ainda, com base nos resultados, apresenta-se a importância em se considerar as perdas elétricas e mecânicas das unidades, que no caso representam uma parcela considerável no consumo de água da usina.

Os testes realizados com custos de partida/parada mostram que com um peso adequado pode-se limitar o número de partidas e paradas das unidades, reduzindo os desgastes das partes mecânicas.

Sob ponto de vista de qualidade da solução, observa-se que o acréscimo da função dual da RL para a RP foi, em geral, menor que 1%.

Adicionalmente, mostra-se que bons pontos de partida podem ser gerados a partir de uma modelagem simplificada do problema, reduzindo assim o esforço computacional para convergência. Além disso, o uso do método não linear de Gauss Seidel reduz em torno de 15% o tempo computacional da RP, isto é, aproximadamente 4% do

tempo total da estratégia de solução. Neste caso o ganho foi pequeno, porém para problemas em que a etapa da RP representa um maior esforço computacional esse método pode ser uma boa alternativa. Por outro lado, não permite utilizar técnicas de paralelização no algoritmo.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho apresenta-se o problema de alocação das unidades hidrelétricas para sistemas hidráulicos em cascata. O objetivo geral consiste em modelar e resolver o problema de tal forma que seus resultados possam ser utilizados para maximizar o aproveitamento dos recursos disponíveis ao longo do tempo.

As características básicas da alocação de unidades hidrelétricas, além de questões mais amplas relativas ao planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos estão evidenciadas no Capítulo 1. Neste mostra-se que o problema pode ser aplicado de acordo com as regras do setor elétrico brasileiro, isto é, coordena-se o problema de alocação das unidades com a cadeia de modelos de planejamento através das metas de geração. Ainda neste capítulo aborda-se as peculiaridades de alguns trabalhos presentes na literatura com relação a modelagem das unidades e referencia-se as metodologias de solução utilizadas.

A principal contribuição deste trabalho apresenta-se no Capítulo 2, em que modela-se as unidades geradoras de forma detalhada. Propôs-se um novo modelo matemático para a função de produção das unidades hidrelétricas em que são incluídas as variações de queda, perdas hidráulicas e, especialmente, o rendimento hidráulico e as perdas mecânicas da turbina, bem como as perdas mecânicas e elétricas no gerador. Adicionalmente, estrutura-se o problema de otimização para um sistema de hidrelétricas em cascata, em que considera-se as zonas proibidas de operação, a equação de conservação da massa da água e as demais restrições operativas. Incorpora-se ainda a limitação do número de partidas e paradas das unidades através de um parâmetro de penalização na função objetivo.

Como consequência das considerações apresentadas a modelagem resulta em um problema de programação matemática de natureza combinatória e não linear. Assim, para resolver tal problema utiliza-se uma metodologia integrada que combina várias técnicas de otimização.

Os métodos de resolução são o foco principal do Capítulo 3, em que apresenta-se os detalhes das duas etapas da estratégia de solução adotada. Na primeira etapa, RL, utiliza-se a técnica de Decomposição Lagrangeana para dividir o problema original em subproblemas menores, e usa-se o método dos feixes para resolver o problema dual

associado. Porém somente com essa etapa não tem-se garantia da viabilidade da solução, sendo necessário recuperar a solução primal.

Por sua vez, na segunda etapa, RP, utiliza-se a metodologia do LA inexato, em que os subproblemas permaneceram com as mesmas estruturas da etapa anterior. Neste caso busca-se uma solução de compromisso entre a minimização da função objetivo e o atendimento das restrições artificiais relaxadas.

A modelagem e a eficiência da estratégia de solução são avaliadas no Capítulo 4. Neste apresentam-se os resultados da aplicação do algoritmo para um sistema hidrelétrico básico, assim como diversas análises de sensibilidade e algumas considerações para acelerar o processo de convergência do algoritmo.

Com as soluções encontradas no Caso Base mostrou-se que a demanda de cada usina é igualmente dividida entre as unidades de um mesmo grupo e que as perdas representam aproximadamente 10% da potência hidráulica disponível para a usina, em que a perda hidráulica da turbina representa a maior parte das perdas totais.

Ainda, com base nos resultados, mostra-se a importância em se considerar as perdas elétricas e mecânicas das unidades, que no caso representaram uma parcela considerável no consumo de água da usina.

Os testes realizados com custos de partida/parada mostram que com um peso adequado pode-se limitar o número de partidas e paradas das unidades, reduzindo os desgastes das partes mecânicas.

Na análise da operação em cascata com metas de geração mostra-se que ao se desconsiderar o acoplamento das usinas pode-se ter diferenças significativas em relação ao volume final, principalmente no casos com reservatórios de pequena capacidade de armazenamento.

Adicionalmente, apresenta-se alguns resultados referentes às análises do algoritmo. Em especial como que bons pontos de partida podem ser gerados a partir de uma modelagem simplificada e como a restrição auxiliar tem efeitos positivos na resolução do problema, reduzindo assim o esforço computacional para convergência.

Portanto, os benefícios esperados com a alocação eficiente das unidades inclui o melhoramento na operação de bacias, facilidade na programação avançada de unidades (isto é, estudos de manutenção), e evitar zonas proibidas de geração com o objetivo de reduzir excessivo desgaste nas turbinas.

Assim, esses resultados podem ser usados por agentes de geração como ferramenta de suporte para determinar as regras de operação de sistemas hidráulicos em cascata de acordo com a estrutura regulatória do sistema elétrico brasileiro, principalmente para sistemas em que são

considerados diferentes grupos de unidades e a função de produção depende da queda líquida. Além disso, a modelagem está de acordo com as iniciativas de desenvolvimento sustentáveis, pois, como pode ser visto, nesta modelagem busca-se minimizar o desperdício de energias renováveis.

Como sugestões futuras, no sentido de melhorar a qualidade da solução fornecida, pode-se aperfeiçoar a representação da curva colina das turbinas, visto que grande parte das perdas são devido ao rendimento hidráulico da turbina. Nesse sentido, uma representação mais precisa seria utilizar funções de ordem mais elevadas em sua modelagem, ou utilizar funções não lineares por partes. Neste último, utiliza-se a colina segmentada em diversas regiões, em que cada parcela é dada por um polinômio obtido diretamente da curva original da turbina.

Outra sugestão para melhorar a precisão da solução seria representar o tempo de viagem da água distribuído ao longo dos estágios, pois o volume de água turbinada em determinado estágio por uma usina a montante não chega todo ao mesmo tempo nas suas usinas a jusante.

Com relação à estratégia de solução, recomenda-se o teste com uma decomposição alternativa para o problema, com o uso da Decomposição Agregada (REINOSO e MACULAN, 1990; VISWESWARAN, 2009). Além disso, implementar o método dos feixes inexato (KIWIEL e LEMARÉCHAL, 2009) ou o método dos feixes desagregado (BACAUD *et al.*, 2001) seriam outras sugestões que poderiam melhorar o desempenho do algoritmo de solução.

Outro aspecto importante que pode merecer atenção seria aplicar a modelagem considerando uma flexibilidade na meta de geração das usinas, ou até mesmo usinas sem meta de geração, como Pequenas Centrais Hidrelétricas, em que a potência gerada pode ser controlada pelo agente gerador. Nesse sentido deve-se analisar qual seria a modelagem mais adequada para maximizar a eficiência global da usina e produzir a maior quantidade de energia com o menor volume de água possível.

APÊNDICE A - Decomposições Alternativas

Para decompor o problema original em subproblemas menores tem-se ainda outras alternativas, apresentas a seguir como decomposições I e II. Os problemas resultantes dessas estratégias substituiriam os subproblemas (3.16) à (3.25) da etapa da RL.

Decomposição I

Nesta estratégia duplica-se algumas variáveis, como no caso apresentado durante o trabalho, porém não necessita-se de uma restrição por variável, isto é, algumas variáveis duplicadas podem ser combinadas em um conjunto de restrições. Neste exemplo, as variáveis que compõem a restrição agregada foram os volumes armazenados e vazões vertidas, porém nada impede que agregue-se outra combinação de variáveis. Desta forma tem-se o seguinte problema:

$$\min \Theta = \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left\{ Qa_{rt} + \sum_{j=1}^{n_{rt}} \sigma_{jr} \cdot [u_{jrt}(1 - u_{jr,t-1}) + u_{jr,t-1}(1 - u_{jrt})] \right\}, \quad (\text{A.1})$$

sujeito a:

$$va_{rt} - va_{r,t-1} + c_1 \left[Qa_{rt} + sa_{rt} - \sum_{m \in \mathcal{R}^{up}} (Qa_{m,t-\tau_{mr}} + sa_{m,t-\tau_{mr}}) \right] = c_1 y_{rt}, \quad (\text{A.2})$$

$$v_r^{\min} \leq va_{rt} \leq v_r^{\max}, 0 \leq sa_{rt}, \quad (\text{A.3})$$

$$\sum_{j=1}^{n_{rt}} pg_{jrt} = L_{rt}, \quad (\text{A.4})$$

$$pg_{jrt} - pst_{jrt}(v_{rt}, Q_{rt}, q_{jrt}, s_{rt}) + pmt_{jrt}(pg_{jrt}) + pgg_{jrt}(pg_{jrt}) = 0, \quad (\text{A.5})$$

$$\sum_{j=1}^{n_{rt}} q_{jrt} - Q_{rt} = 0, \quad (\text{A.6})$$

$$q_{jrt}^{\min}(v_{rt}, Q_{rt}, s_{rt}, q_{jrt}) \leq q_{jrt} \leq q_{jrt}^{\max}(v_{rt}, Q_{rt}, s_{rt}, q_{jrt}), \quad (\text{A.7})$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} pg_{jkr}^{\min} \cdot z_{jkr} \leq pg_{jrt} \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} pg_{jkr}^{\max} \cdot z_{jkr}, \quad (\text{A.8})$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkr} = u_{jrt}, \quad \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkr} \leq 1, \quad z_{jkr} \in \{0,1\}, \quad u_{jrt} \in \{0,1\}, \quad (\text{A.9})$$

$$Qa_{rt} = Q_{rt}, \quad (\text{A.10})$$

$$va_{rt} + c_1 \cdot sa_{rt} = v_{rt} + c_1 \cdot s_{rt}. \quad (\text{A.11})$$

Ao dualizar as restrições artificiais (A.10) e (A.11) tem-se o seguinte problema:

$$\Phi_I = \min \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left\{ Qa_{rt} + \sum_{j=1}^{n_{rt}} \sigma_{jr} \cdot [u_{jrt}(1-u_{jr,t-1}) + u_{jr,t-1}(1-u_{jrt})] + \right. \\ \left. - \lambda q_{rt} \cdot (Qa_{rt} - Q_{rt}) - \lambda v s_{rt} \cdot (va_{rt} + c_1 \cdot sa_{rt} - v_{rt} - c_1 \cdot s_{rt}) \right\}, \quad (\text{A.12})$$

sujeito a (A.2) - (A.9).

Por fim, pode-se separar o problema acima em dois conjuntos de subproblemas.

$$\Phi_I^{\text{SH}} = \min \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \{ Qa_{rt} - \lambda q_{rt} \cdot Qa_{rt} - \lambda v s_{rt} \cdot (va_{rt} + c_1 \cdot sa_{rt}) \}, \quad (\text{A.13})$$

sujeito a (A.2) - (A.3), e,

$$\Phi_I^{\text{SP}} = \min \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left\{ \sum_{j=1}^{n_{rt}} \sigma_{jr} \cdot [u_{jrt}(1-u_{jr,t-1}) + u_{jr,t-1}(1-u_{jrt})] \right. \\ \left. + [\lambda q_{rt} \cdot Q_{rt} + \lambda v s_{rt} \cdot (v_{rt} + c_1 \cdot s_{rt})] \right\}, \quad (\text{A.14})$$

sujeito a (A.4) - (A.9).

Com isso o número de variáveis do problema dual é reduzido para $2 \cdot R \cdot T$, enquanto que na decomposição apresentada no Capítulo 2, tinham-se $3 \cdot R \cdot T$ variáveis.

Decomposição II

Neste caso dualiza-se a restrição de balanço hídrico do problema, pois esta acopla as várias usinas de uma mesma cascata. Nesse sentido o problema a ser resolvido na etapa da RL seria o seguinte:

$$\Phi_{II} = \min \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left\{ Q_{rt} + \sum_{j=1}^{n_{rt}} \sigma_{jr} \cdot [u_{jrt}(1-u_{jr,t-1}) + u_{jr,t-1}(1-u_{jrt})] + \right. \\ \left. - \lambda_{rt} \cdot \{ v_{rt} - v_{r,t-1} + c_1 \cdot [Q_{rt} + s_{rt} - \sum_{m \in \mathfrak{R}_{rt}^{\text{up}}} (Q_{m,t-\tau_{mr}} + s_{m,t-\tau_{mr}}) - y_{rt}] \} \right\}, \quad (\text{A.15})$$

sujeito a:

$$v_r^{\min} \leq v_{rt} \leq v_r^{\max}, 0 \leq s_{rt}, \quad (\text{A.16})$$

$$\sum_{j=1}^{n_{rt}} pg_{jrt} = L_{rt}, \quad (\text{A.17})$$

$$pg_{jrt} - pst_{jrt}(v_{rt}, Q_{rt}, q_{jrt}, s_{rt}) + pmt_{jrt}(pg_{jrt}) + pgg_{jrt}(pg_{jrt}) = 0, \quad (\text{A.18})$$

$$\sum_{j=1}^{n_{rt}} q_{jrt} - Q_{rt} = 0, \quad (\text{A.19})$$

$$q_{jrt}^{\min}(v_{rt}, Q_{rt}, s_{rt}, q_{jrt}) \leq q_{jrt} \leq q_{jrt}^{\max}(v_{rt}, Q_{rt}, s_{rt}, q_{jrt}), \quad (\text{A.20})$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} pg_{jkrt}^{\min} \cdot z_{jkrt} \leq pg_{jrt} \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} pg_{jkrt}^{\max} \cdot z_{jkrt}, \quad (\text{A.21})$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} = u_{jrt}, \quad \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} \leq 1, \quad z_{jkrt} \in \{0,1\}, \quad u_{jrt} \in \{0,1\}. \quad (\text{A.22})$$

Desta forma separa-se o problema em R subproblemas de T estágio cada um, podendo ser resolvidos por programação dinâmica. Em comparação com as demais decomposições a vantagem desta é que o número de variáveis do problema dual é reduzido para $R \cdot T$.

As vantagens e desvantagens dessas diferentes aplicações baseadas na Relaxação Lagrangeana são apresentadas com maiores detalhes em (REINOSO e MACULAN, 1990). Em resumo, mostra-se que há uma relação inversa entre o tamanho da função dual e a qualidade do limite para o ponto ótimo. Extrapolando essas conclusões para este trabalho, teríamos que $V(\Phi) \geq V(\Phi_I) \geq V(\Phi_{II})$, em que $V(\cdot)$ representa o valor ótimo de um problema e que Φ seja o problema resultante da decomposição apresentada no capítulo 2. Portanto, Φ tem um limite inferior mais próximo do ponto ótimo do que as outras decomposições, porém possui o maior número de variáveis no problema dual.

ANEXO A - Resultados do Caso Base

Este anexo é composto pelos demais resultados do Caso Base descrito na Seção 4.3.1. Inicialmente na Tabela A.1 tem-se as vazões turbinadas por unidade nas usinas H₁, H₂ e H₃.

Tabela A.1: Vazões turbinadas (m³/s) das unidades de H₁, H₂ e H₃.

<i>t</i>	H ₁			H ₂			H ₃		
	<i>q</i> ₁	<i>q</i> ₂	<i>q</i> ₃	<i>q</i> ₁	<i>q</i> ₂	<i>q</i> ₃	<i>q</i> ₁	<i>q</i> ₂	<i>q</i> ₃
1	141,3	0,0	0,0	134,2	0,0	0,0	332,0	0,0	0,0
2	141,3	0,0	0,0	134,2	0,0	0,0	331,9	0,0	0,0
3	132,6	132,6	0,0	130,5	130,4	0,0	385,7	385,7	0,0
4	132,6	132,6	0,0	130,5	130,5	0,0	385,7	385,7	0,0
5	113,9	113,9	113,9	130,4	130,4	0,0	335,6	335,6	335,6
6	113,9	113,9	113,9	106,0	106,0	106,0	385,6	385,6	0,0
7	132,5	132,5	0,0	106,0	106,0	106,0	385,5	385,5	0,0
8	145,3	145,3	145,3	130,4	130,4	0,0	335,5	335,5	335,5
9	113,8	113,8	113,8	137,3	137,3	137,3	385,4	385,4	0,0
10	113,8	113,8	113,8	105,9	105,9	105,9	369,7	369,7	369,7
11	145,2	145,2	145,2	137,3	137,3	137,3	369,7	369,7	369,7
12	145,2	145,2	145,2	137,3	137,3	137,3	335,3	335,3	335,3
13	145,2	145,2	145,2	105,9	105,9	105,9	385,2	385,2	0,0
14	113,8	113,8	113,8	105,9	105,9	105,9	385,1	385,1	0,0
15	113,8	113,8	113,8	105,9	105,9	105,9	335,1	335,1	335,1
16	113,8	113,8	113,8	105,9	105,9	105,9	333,2	333,2	0,0
17	145,1	145,1	145,1	137,3	137,3	137,3	384,9	384,9	0,0
18	132,4	132,4	0,0	105,9	105,9	105,9	335,0	335,0	335,0
19	113,7	113,7	113,7	105,9	105,9	105,9	333,1	333,1	0,0
20	113,7	113,7	113,7	105,9	105,9	105,9	384,7	384,7	0,0
21	113,7	113,7	113,7	134,1	0,0	0,0	332,9	332,9	0,0
22	132,3	132,3	0,0	134,1	0,0	0,0	331,0	0,0	0,0
23	140,9	0,0	0,0	134,1	0,0	0,0	330,9	0,0	0,0
24	140,8	0,0	0,0	134,0	0,0	0,0	330,9	0,0	0,0

Na sequência, na Tabela A.2 e Tabela A.3 são apresentados os valores de potência gerada por unidade em cada estágio de tempo.

Tabela A.2: Potências geradas (m^3/s) das unidades de H_1 e H_2 .

t	H_1			H_2		
	pg_1	pg_2	pg_3	pg_1	pg_2	pg_3
1	230,0	0,0	0,0	180,0	0,0	0,0
2	230,0	0,0	0,0	180,0	0,0	0,0
3	215,0	215,0	0,0	175,0	175,0	0,0
4	215,0	215,0	0,0	175,0	175,0	0,0
5	181,7	181,7	181,7	175,0	175,0	0,0
6	181,7	181,7	181,7	140,0	140,0	140,0
7	215,0	215,0	0,0	140,0	140,0	140,0
8	233,3	233,3	233,3	175,0	175,0	0,0
9	181,7	181,7	181,7	183,3	183,3	183,3
10	181,7	181,7	181,7	140,0	140,0	140,0
11	233,3	233,3	233,3	183,3	183,3	183,3
12	233,3	233,3	233,3	183,3	183,3	183,3
13	233,3	233,3	233,3	140,0	140,0	140,0
14	181,7	181,7	181,7	140,0	140,0	140,0
15	181,7	181,7	181,7	140,0	140,0	140,0
16	181,7	181,7	181,7	140,0	140,0	140,0
17	233,3	233,3	233,3	183,3	183,3	183,3
18	215,0	215,0	0,0	140,0	140,0	140,0
19	181,7	181,7	181,7	140,0	140,0	140,0
20	181,7	181,7	181,7	140,0	140,0	140,0
21	181,7	181,7	181,7	180,0	0,0	0,0
22	215,0	215,0	0,0	180,0	0,0	0,0
23	230,0	0,0	0,0	180,0	0,0	0,0
24	230,0	0,0	0,0	180,0	0,0	0,0

Tabela A.3: Potências geradas (m^3/s) das unidades de H_3 e H_4 .

t	H_3			H_4				
	pg_1	pg_2	pg_3	pg_1	pg_2	pg_3	pg_4	pg_5
1	300,0	0,0	0,0	230,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	300,0	0,0	0,0	240,0	240,0	0,0	0,0	0,0
3	350,0	350,0	0,0	260,0	260,0	0,0	0,0	0,0
4	350,0	350,0	0,0	233,3	233,3	233,3	0,0	0,0
5	300,0	300,0	300,0	266,7	266,7	266,7	0,0	0,0
6	350,0	350,0	0,0	232,8	232,8	232,8	201,7	0,0
7	350,0	350,0	0,0	254,1	254,1	254,1	218,8	218,8
8	300,0	300,0	300,0	216,6	216,6	216,6	200,1	200,1
9	350,0	350,0	0,0	233,3	233,3	233,3	200,0	200,0
10	333,3	333,3	333,3	272,1	272,1	272,1	241,9	241,9
11	333,3	333,3	333,3	251,2	251,2	251,2	223,1	223,1
12	300,0	300,0	300,0	216,2	216,2	216,2	200,7	200,7
13	350,0	350,0	0,0	232,7	232,7	232,7	201,8	0,0
14	350,0	350,0	0,0	266,7	266,7	266,7	0,0	0,0
15	300,0	300,0	300,0	233,3	233,3	233,3	200,0	0,0
16	300,0	300,0	0,0	233,3	233,3	233,3	0,0	0,0
17	350,0	350,0	0,0	266,7	266,7	266,7	0,0	0,0
18	300,0	300,0	300,0	233,3	233,3	233,3	0,0	0,0
19	300,0	300,0	0,0	266,7	266,7	266,7	0,0	0,0
20	350,0	350,0	0,0	266,7	266,7	266,7	0,0	0,0
21	300,0	300,0	0,0	260,0	260,0	0,0	0,0	0,0
22	300,0	0,0	0,0	240,0	240,0	0,0	0,0	0,0
23	300,0	0,0	0,0	230,0	0,0	0,0	0,0	0,0
24	300,0	0,0	0,0	230,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Os valores de vazão turbinada e volume armazenado em cada usina por estágio de tempo podem ser observados na Tabela A.4.

Tabela A.4: Vazões turbinadas nas usinas e volumes armazenados.

t	Q (m ³ /s)				v (hm ³).			
	H ₁	H ₂	H ₃	H ₄	H ₁	H ₂	H ₃	H ₄
1	141,3	134,2	332,0	245,0	1400,0	3809,3	2816,0	4701,5
2	141,3	134,2	331,9	511,7	1401,5	3810,5	2817,5	4703,3
3	265,3	260,9	771,5	557,1	1402,6	3811,2	2817,4	4704,9
4	265,2	260,9	771,4	748,0	1403,6	3811,9	2818,3	4707,4
5	341,7	260,9	1006,7	863,5	1404,4	3812,7	2818,3	4709,5
6	341,6	317,9	771,2	971,2	1405,2	3813,2	2819,4	4712,0
7	265,1	317,9	771,1	1308,0	1406,2	3813,7	2820,7	4712,5
8	435,8	260,8	1006,4	1144,7	1406,7	3814,4	2820,8	4713,5
9	341,5	412,0	770,9	1195,0	1407,5	3814,6	2822,3	4715,3
10	341,5	317,8	1109,0	1442,2	1408,3	3815,1	2822,7	4715,3
11	435,6	412,0	1109,0	1308,0	1408,7	3815,3	2822,8	4716,9
12	435,6	412,0	1006,0	1144,4	1409,1	3815,5	2824,0	4719,2
13	435,5	317,8	770,4	970,6	1409,6	3816,0	2825,9	4721,8
14	341,4	317,8	770,2	862,5	1410,4	3816,6	2827,6	4723,8
15	341,3	317,8	1005,4	970,3	1411,2	3817,1	2828,1	4725,5
16	341,3	317,8	666,5	747,0	1411,9	3817,6	2829,7	4728,9
17	435,3	411,9	769,8	862,0	1412,4	3817,8	2831,1	4730,6
18	264,8	317,8	1004,9	746,8	1413,4	3818,3	2832,2	4733,1
19	341,2	317,8	666,1	861,6	1414,2	3818,8	2833,6	4736,0
20	341,2	317,7	769,3	861,4	1415,0	3819,4	2834,9	4737,7
21	341,1	134,1	665,9	555,5	1415,8	3820,5	2836,6	4740,9
22	264,6	134,1	331,0	510,4	1416,9	3821,7	2838,8	4743,8
23	140,9	134,1	330,9	244,4	1418,4	3822,9	2840,8	4746,6
24	140,8	134,0	330,9	244,3	1419,9	3824,1	2842,3	4749,3

Por fim, o valor dos multiplicadores de Lagrange encontrados são apresentados na Tabela A.5.

Tabela A.5: Multiplicadores de Lagrange.

t	λq				λv [$\text{m}^3/(\text{s}\cdot\text{hm}^3)$].			
	H_1	H_2	H_3	H_4	H_1	H_2	H_3	H_4
1	1,149	0,822	1,004	0,992	0,018	0,031	0,070	-0,056
2	1,181	0,831	1,001	0,868	0,061	0,059	0,079	-0,133
3	1,212	0,769	1,555	0,899	0,090	-0,085	0,783	-0,100
4	1,225	0,957	1,220	0,867	0,097	0,185	0,499	-0,138
5	1,508	0,879	1,072	0,941	0,395	0,077	0,279	-0,037
6	1,504	0,784	1,446	0,453	0,419	-0,111	0,750	0,128
7	1,215	0,738	0,174	0,924	0,117	-0,167	-0,780	0,296
8	1,217	0,758	0,623	0,730	0,256	-0,117	-0,284	0,208
9	1,469	0,738	1,180	0,728	0,424	-0,110	0,430	-0,132
10	1,404	0,741	0,346	0,564	0,366	-0,177	-0,568	0,193
11	1,094	0,819	0,635	0,487	0,187	-0,026	-0,394	-0,278
12	0,894	0,685	0,672	1,296	-0,036	-0,145	-0,290	0,181
13	1,098	0,663	1,060	-0,090	0,197	-0,278	0,227	0,186
14	1,359	0,606	0,260	1,288	0,407	-0,417	-0,747	0,372
15	1,350	0,747	1,503	0,814	0,404	-0,234	0,689	-0,025
16	1,310	0,673	0,397	1,002	0,401	-0,345	-0,597	0,027
17	1,137	0,899	1,421	1,319	0,297	-0,026	0,616	0,425
18	1,132	0,720	1,332	1,015	0,275	-0,346	0,491	0,062
19	1,300	0,877	1,202	0,775	0,396	-0,146	0,298	-0,159
20	1,119	0,619	1,454	1,488	0,312	-0,555	0,668	0,592
21	1,109	0,887	1,238	1,022	0,303	-0,298	0,356	0,072
22	1,115	0,917	1,042	0,910	0,265	-0,307	0,116	-0,118
23	1,048	1,159	0,904	1,096	0,195	0,261	-0,031	0,144
24	1,039	0,870	1,017	1,088	0,189	-0,371	0,056	0,164

Os valores das vazões vertidas e seus respectivos multiplicadores de Lagrange são todos nulos.

REFERÊNCIAS

AL-AGTASH, S.; RENJENG, S. Augmented Lagrangian approach to hydro-thermal scheduling. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v.13, n.4, p.1392-1400. 1998.

ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica. **Capacidade de Geração do Brasil**. Disponível em <http://www.aneel.gov.br>. Acessado em 2011.

ARARIPE NETO, T. D. A.; COTIA, C. B.; PEREIRA, M. V. F.; KELMAN, J. Comparison of Stochastic and Deterministic Approaches in Hydrothermal Generation Scheduling. **IFAC Electrical Energy System**, Rio de Janeiro, p.201-206. 1985.

ARCE, A.; OHISHI, T.; SOARES, S. Optimal dispatch of generating units of the Itaipu hydroelectric plant. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v.17, n.1, p.154-158. 2002.

BACAUD, L.; LEMARÉCHAL, C.; RENAUD, A.; SAGASTIZÁBAL, C. Bundle methods in stochastic optimal power management: a disaggregated approach using preconditioners. **Computational Optimization and Applications**, v.20, p.227-244. 2001.

BASTOS, G. S. **Otimização da Operação de Centrais Hidrelétricas pela Distribuição Inteligente de Carga Entre Máquinas**. Dissertação de Mestrado. Instituto de Engenharia de Sistemas e Tecnologias da Informação, Universidade Federal de Itajubá. 2004.

BAZARAA, M. S.; SHETTY, C. M. **Nonlinear Programming: Theory and Algorithms**. New York: John Wiley & Sons. v.1 1979.

BELLONI, A.; LIMA, A. L. D. S.; MACEIRA, M. E. P.; SAGASTIZÁBAL, C. Bundle Relaxation and Primal Recovery in Unit Commitment Problems. The Brazilian Case. **Operations Research**, v.120, p.21-44. 2003.

BELLONI, A.; SAGASTIZÁBAL, C. Dynamic bundle methods. **Mathematical Programming**, v.120, n.2, p.289-311. 2008.

BELTRAN, C.; HEREDIA, F. J. Unit Commitment by Augmented Lagrangian Relaxation: Testing Two Decomposition Approaches. **Journal of Optimization Theory and Applications**, v.112, n.2, p.295-314. 2002.

- BERTSEKAS, D. P. **Nonlinear programming**. Second. Athena Scientific. 1999.
- BONNANS, J. F.; GILBERT, J. C.; LEMARÉCHAL, C.; SAGASTIZABAL, C. **Numerical Optimization Theoretical and Practical Aspects**. 1. Springer. 419 p. 2003.
- BRETON, M.; HACHEM, S.; HAMMADIA, A. Accounting for losses in the optimization of production of hydroplants. **Energy Conversion, IEEE Transactions on**, v.19, n.2, p.346-351. 2004.
- CATALÃO, J. P. S.; POUSINHO, H. M. I.; MENDES, V. M. F. Scheduling of head-dependent cascaded reservoirs considering discharge ramping constraints and start/stop of units. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v.32, n.8, p.904-910. 2010.
- CEPEL. **Manual de Referência - Modelo NEWAVE**. Rio de Janeiro, RJ, 2001.
- CEPEL. **Manual de Referência - Modelo DECOMP**. Rio de Janeiro, RJ, 2003.
- COHEN, G. Auxiliary problem principle and decomposition of optimization problems. **Journal of Optimization Theory and Applications**, v.32, n.3, p.277-305. 1980.
- CONEJO, A. J.; ARROYO, J. M.; CONTRERAS, J.; VILLAMOR, F. A. Self-scheduling of a hydro producer in a pool-based electricity market. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v.17, n.4, p.1265-1272. 2002.
- DAOYUAN, Z.; LUH, P. B.; YUANHUI, Z. A bundle method for hydrothermal scheduling. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v.14, n.4, p.1355-1361. 1999.
- DINIZ, A. L.; SAGASTIZABAL, C.; MACEIRA, M. E. P. Assessment of Lagrangian Relaxation with Variable Splitting for Hydrothermal Scheduling. In: **Power Engineering Society General Meeting, 2007. IEEE**. 24-28 June 2007, p.1-8. 2007.
- DOS SANTOS, M. L. L.; FINARDI, E. C.; SILVA, E. L.; GONÇALVES, R. E. C. Practical aspects in solving the medium-term operation planning problem of hydrothermal power systems by using the progressive hedging

method. **Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v.31, n.9, p.546-552. 2009.

ENCINA, A. S. A.; FILHO, S. S.; OHISHI, T.; CICOGNA, M. A. Unit Commitment of Hydro Dominated Systems. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v.9, n.4. 2008.

FELTENMARK, S.; KIWIEL, K. C. Dual applications of proximal bundle methods, including Lagrangian relaxation of nonconvex problems. 1998.

FENG, X.; LIAO, Y. Unit Commitment by Structure Based Solution and Efficient Lagrangia Relaxation. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v.11, n.1. 2010.

FINARDI, E. C. **Alocação de Unidades Geradoras Hidrelétricas em Sistemas Hidrotérmicos Utilizando Relaxação Lagrangeana e Programação Quadrática Seqüencial** Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2003.

FINARDI, E. C.; SILVA, E. L. Unit commitment of single hydroelectric plant. **Electric Power Systems Research**, v.75, n.2-3, p.116-123. 2005.

FINARDI, E. C.; SILVA, E. L.; SAGASTIZÁBAL, C. Solving the Unit Commitment Problem of Hydropower Plants via Lagrangian Relaxation and Sequential Quadratic Programming. **Computational & Applied Mathematics**, v.24, n.3, p.317-341. 2005.

FINARDI, E. C.; SILVA, E. L. Solving the hydro unit commitment problem via dual decomposition and sequential quadratic programming. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v.21, n.2, p.835-844. 2006.

GONÇALVES, R. E. C. **Análise comparativa entre diferentes métodos de otimização estocástica na solução do problema de planejamento da operação de curto prazo**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina. 2007.

GUIGNARD, M. Lagrangean Relaxation. **Top - Journal of the Spanish Society of Statistics and Operations Research**, v.11, n.2, p.151-228. 2003.

GULLIVER, J. S.; ARNDT, R. E. **Hydropower Engineering Handbook**. McGraw-Hill. 1991.

KADOWAKI, M.; OHISHI, T.; MARTINS, L. S. A.; SOARES, S. Short-term hydropower scheduling via an optimization-simulation decomposition approach. In: **PowerTech, 2009 IEEE Bucharest**. June 28 2009-July 2 2009, p.1-7. 2009.

KIWIEL, K. C. Proximity control in bundle methods for convex nondifferentiable minimization. **Mathematical Programming**, v.46, p.105-122. 1990.

KIWIEL, K. C.; LEMARÉCHAL, C. An inexact bundle variant suited to column generation. **Mathematical Programming**, v.118, p.177-206. 2009.

KLIGERMAN, A. S. **Operação ótima de subsistemas hidrotérmicos interligados utilizando programação dinâmica estocástica dual**. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP, 1992.

LEMARÉCHAL, C.; PELLEGRINO, F.; RENAUD, A.; SAGASTIZÁBAL, C. Bundle Method Applied to the unit-commitment problem. 1995.

MARTÍNEZ, J. M. **Otimização Prática Usando o Lagrangeano Aumentado**. Departamento de Matemática Aplicada - UNICAMP. 2007.

MATOS, V. L.; FINARDI, E. C.; SILVA, E. L. Comparison Between the Use of Energy Equivalent Reservoirs per Subsystem and per Cascade in the Long Term Operational Planning in Brazil. **International Conference on Engineering Optimization**. 2008.

MINGZE, Z.; QUANYUAN, J.; XIAO, Z.; ZHAO, C. A parallel unit commitment algorithm including optimal power flow constraints. In: **Sustainable Power Generation and Supply, 2009. SUPERGEN '09. International Conference on**. 6-7 April 2009, p.1-6. 2009.

NGUNDAM, J. M.; KENFACK, F.; TATIETSE, T. T. Optimal scheduling of large-scale hydrothermal power systems using the Lagrangian relaxation technique. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v.22, n.4, p.237-245. 2000.

NILSSON, O.; SJELVGREN, D. Hydro unit start-up costs and their impact on the short term scheduling strategies of Swedish power producers. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v.12, n.1, p.38-44. 1997.

ONS. **Procedimentos de Rede - Submódulo 8.1: Programação diária da Operação Eletroenergética**. 2009.

PELLEGRINO, F.; RENAUD, A.; SOCROUN, T. Bundle and Augmented Lagrangian Methods for Short-Term Unit Commitment. **Power Systems Computation Conference**. 1996.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. A Decomposition Approach to the Economic Dispatch of Hydrothermal Systems. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, v.PAS-101, n.10, p.3851-3860. 1982.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Application of Decomposition Techniques to the Mid - and Short - Term Scheduling of Hydrothermal Systems. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, v.PAS-102, n.11, p.3611-3618. 1983.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Stochastic optimization of a multireservoir hydroelectric system: A decomposition approach. **Water Resources Research**, v.21, n.6, p.779-792. 1985.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Aplicação de Técnicas de Decomposição ao Pré-Despacho de Sistemas Hidrotérmicos. **SNPTEE**, Brasília, DF, Brasil, 1987.

PÉREZ-DÍAZ, J. I.; WILHELMI, J. R.; SÁNCHEZ-FERNÁNDEZ, J. Á. Short-term operation scheduling of a hydropower plant in the day-ahead electricity market. **Electric Power Systems Research**, v.80, n.12, p.1535-1542. 2010.

QIAOZHU, Z.; XIAOHONG, G.; JIAN, C. Unit commitment with identical units successive subproblem solving method based on Lagrangian relaxation. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v.17, n.4, p.1250-1257. 2002.

QIAOZHU, Z.; XIAOHONG, G.; FENG, G. A Necessary and Sufficient Condition for Obtaining Feasible Solution to Hydro Power Scheduling with Multiple Operating Zones. In: **Power Engineering Society General Meeting, 2007. IEEE**. 24-28 June 2007, p.1-7. 2007.

REINOSO, H.; MACULAN, N. Lagrangean Decomposition in Integer Linear Programming: A New Scheme. **Information Systems & Operational Research**. 1990.

RIBAS, F. A. C. Otimização da Geração de Energia em Centrais Hidrelétricas. **Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica**. 2003.

ROBITAILLE, A. R., S.; WELT, F. Making money by improving plan efficiency. **Hydro Review Magazine**, v.15, n.5, p.92-98. 1996.

RODRIGUES, R. N.; FINARDI, E. C.; SILVA, E. L. Solving The Hydrothermal Unit Commitment Problem Via Lagrangian Relaxation and Augmented Lagrangian. **16 th Power Systems Computation Conference**, Glasgow: Conference Proceedings, 2008.

RODRIGUES, R. N. **Um modelo para a programação da operação de sistemas hidrotérmicos baseado em relaxação lagrangeana**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2009.

RUZIC, S.; RAJAKOVIC, N.; VUCKOVIC, A. A flexible approach to short-term hydro-thermal coordination. I. Problem formulation and general solution procedure. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v.11, n.3, p.1564-1571. 1996a.

RUZIC, S.; VUCKOVIC, A.; RAJAKOVIC, N. A flexible approach to short-term hydro-thermal coordination. II. Dual problem solution procedure. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v.11, n.3, p.1572-1578. 1996b.

SHERKAT, V. R.; MOSLEHI, K.; LO, E. O.; SANCHEZ, G.; DIAZ, J. Modular and flexible software for medium and short-term hydrothermal scheduling. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v.3, n.3, p.1390-1396. 1988.

SILVA, E. L. **Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica**. Porto Alegre: Sagra Luzzato. 2001.

SILVA, E. L.; FINARDI, E. C. Parallel processing applied to the planning of hydrothermal systems. **Parallel and Distributed Systems, IEEE Transactions on**, v.14, n.8, p.721-729. 2003.

SIU, T. K.; NASH, G. A.; SHAWWASH, Z. K. A practical hydro, dynamic unit commitment and loading model. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v.16, n.2, p.301-306. 2001.

TAKIGAWA, F. Y. K. **Desenvolvimento de um modelo computacional para o problema da programação diária da operação de sistemas hidrotérmicos**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2010.

VISWESWARAN, V. Decomposition Techniques for MILP: Lagrangian Relaxation. In: Springer Science (Ed.). **Encyclopedia of Optimization**, 2009. Decomposition Techniques for MILP: Lagrangian Relaxation

WANG, J.; ZHANG, Y. Short-Term Optimal Operation of Hydropower Reservoirs with Unit Commitment and Navigation. **Journal of Water Resources Planning and Management**. 2011.

YAN, H.; LUH, P. B.; ZHANG, L. Scheduling of Hydrothermal Power Systems Using the Augmented Lagrangian Decomposition and Coordination Technique. **American Control Conference**. 1994.

YANG, J.-S.; CHEN, N. Short term hydrothermal coordination using multi-pass dynamic programming. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v.4, n.3, p.1050-1056. 1989.

YI, J.; LABADIE, M.; STITT, S. Dynamic Optimal Unit Commitment and Loading in Hydropower Systems. **Journal of Water Resources Planning and Management**. Setembro/Outubro. 2003.