

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
DE ALIMENTOS**

Maria Fernanda Lozier Gotschlich

**ESCOAMENTO DE FLUIDOS NÃO NEWTONIANOS:
REVISÃO DA LITERATURA E ANÁLISE DE
CORRELAÇÕES PARA O FATOR DE ATRITO E
COEFICIENTES DE PERDA LOCALIZADA**

Florianópolis

2011

Maria Fernanda Lozier Gotschlich

**ESCOAMENTO DE FLUIDOS NÃO NEWTONIANOS:
REVISÃO DA LITERATURA E ANÁLISE DE
CORRELAÇÕES PARA O FATOR DE ATRITO E
COEFICIENTES DE PERDA LOCALIZADA**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Alimentos da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Alimentos. Área de concentração: Desenvolvimento de Processos da Indústria de Alimentos.

Orientador: Prof. Dr. José Antonio Ribeiro de Souza

Florianópolis

2011

*À quem me motivou a começar este trabalho
meu esposo, José Miguel*

Agradecimentos

Agradeço ao Professor José Antonio Ribeiro de Souza pela orientação, dedicação e confiança no meu trabalho.

Agradeço aos membros das banca de qualificação e defesa de mestrado: Professor Ayres Ferreira Morgado, Professor João Borges Laurindo, Professora Tirzhá Lins Porto Dantas, Professor Antônio Augusto Ulson de Souza e Professor Marcelo Lanza pelo tempo, correções e sugestões.

Agradeço ao Programa de Estudante-Convênio de Pós-Graduação e ao CNPq pelo apoio financeiro.

Agradeço a meus amigos e familiares pelo carinho e alegria nas horas de saudade.

Agradeço a meus pais, Erna e Jaime, que me inspiram com seu exemplo de vida. Obrigada pelo apoio incondicional.

Agradeço especialmente por todo o apoio, amor e paciência a meu esposo, José Miguel.

Conteúdo

Lista de Figuras	p. ix
Lista de Tabelas	p. xi
Resumo	p. xiii
Abstract	p. xv
Nomenclatura	p. xvii
1 Introdução	p. 1
2 Revisão Bibliográfica	p. 3
2.1 Comportamento reológico do fluido	p. 3
2.1.1 Fluidos newtonianos	p. 3
2.1.2 Tipo de fluidos não newtonianos	p. 5
2.1.3 Fluidos independentes do tempo	p. 5
2.2 Balanço de energia mecânica	p. 8
2.2.1 Fator de correção da energia cinética	p. 9
2.3 Perda de carga distribuída	p. 9
2.3.1 Fator de atrito para fluidos newtonianos	p. 10
2.4 Fator de atrito para fluidos não newtonianos: lei da potência	p. 11
2.4.1 Número de Reynolds generalizado	p. 12
2.4.2 Escoamento laminar	p. 14
2.4.3 Escoamento turbulento: tubo liso	p. 14
2.4.4 Escoamento turbulento: tubo rugoso	p. 26
2.5 Perda de carga localizada	p. 28
2.5.1 Coeficiente de perda localizada para fluidos new- tonianos	p. 28
2.6 Coeficiente de perda localizada para fluidos não new- tonianos	p. 31
2.6.1 Fluidos pseudoplásticos	p. 32
3 Metodologia	p. 49
3.1 Fator de atrito	p. 49

3.2	Coefficientes de perda localizada	p. 51
4	Resultados e Discussões	p. 52
4.1	Considerações sobre o número de Reynolds generalizado crítico	p. 52
4.2	Análise estatística do fator de atrito de fluidos lei da potência	p. 53
4.2.1	Análise estatística do fator de atrito: caso pseudoplástico	p. 59
4.3	Influência da rugosidade relativa no fator de atrito	p. 61
4.4	Coefficientes de perda localizada	p. 63
4.4.1	Comparação de coeficientes de perda localizada	p. 63
4.4.2	Estudo de caso	p. 66
5	Conclusões e Sugestões	p. 71
5.1	Conclusões	p. 71
5.2	Sugestões para trabalhos futuros	p. 72
	Referências Bibliográficas	p. 73
	Apêndice A – Correlações do fator de atrito: lei da potência	p. 81

Lista de Figuras

2.1	Classificação dos tipos de fluidos segundo comportamento reológico. Adaptado de Steffe (1996).	p. 4
2.2	Curvas dos fluidos independentes do tempo.	p. 7
4.1	Variação do número de Reynolds generalizado crítico com o índice de comportamento do escoamento.	p. 53
4.2	Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 0,7$	p. 56
4.3	Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 1,3$	p. 57
4.4	Correlações do fator de atrito para $Re_{MR} = 5000$	p. 58
4.5	Correlações do fator de atrito para $Re_{MR} = 50000$	p. 58
4.6	Correlações do fator de atrito de fluidos pseudoplásticos para $n = 0,7$	p. 60
4.7	Fator de atrito para tubulações rugosas com $\frac{\epsilon}{D} = 1,5 \cdot 10^{-6}$	p. 62
4.8	Fator de atrito para tubulações rugosas com $\frac{\epsilon}{D} = 5 \cdot 10^{-4}$	p. 63
4.9	Comparação entre coeficientes de perda localizada para cotovelo de 1 in.	p. 64
4.10	Comparação entre coeficientes de perda localizada para cotovelo de 2 in.	p. 65
4.11	Comparação entre coeficientes de perda localizada para válvula gaveta.	p. 65
4.12	Diferença relativa entre perdas por atrito para uma tubulação com três cotovelos.	p. 68
4.13	Diferença relativa entre perdas por atrito para uma tubulação com três, seis e nove cotovelos.	p. 69
A.1	Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 0,3$	p. 82
A.2	Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 0,4$	p. 83
A.3	Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 0,5$	p. 84
A.4	Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 0,6$	p. 85

A.5	Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 0,8$	p. 86
A.6	Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 0,9$	p. 87
A.7	Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 1,0$	p. 88
A.8	Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 1,1$	p. 89
A.9	Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 1,2$	p. 90
A.10	Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 1,4$	p. 91

Lista de Tabelas

2.1	Casos especiais e exemplos, do modelo Herschel-Bulkley.	p. 7
2.2	Valores de α_S e β_S da Equação 2.78.	p. 33
2.3	Valores de β_E da Equação 2.79.	p. 34
2.4	Valores de ϕ da Equação 2.83 em escoamento laminar.	p. 37
2.5	Valores de κ da Equação 2.84 em escoamento turbulento.	p. 38
2.6	Valores do comprimento equivalente segundo Martínez e García (2001).	p. 41
2.7	Valores de k_1 e k_∞ da Equação 2.93 em escoamento laminar.	p. 42
2.8	Valores de k_1 e k_∞ da Equação 2.93 em escoamento turbulento.	p. 42
2.9	Valores de E_1 , E_2 e E_3 da Equação 2.96.	p. 44
2.10	Escoamento dominante dos dados experimentais apresentados por Bandala-Rocha <i>et al.</i> (2005).	p. 44
2.11	Valores de Ω_1 e Ω_2 da Equação 2.97.	p. 45
2.12	Valores de M_1 e M_2 da Equação 2.100.	p. 46
2.13	Valores de M_F da Equação 2.101 e λ da Equação 2.102.	p. 47
4.1	Desvio relativo médio (MRD_i) entre f_{ij} e \bar{f}_j para as 20 correlações do fator de atrito para fluidos lei da potência (%).	p. 54
4.2	Desvio relativo médio (MRD_i) entre f_{ij} e \bar{f}_j para as 10 correlações do fator de atrito para o caso pseudoplástico (%).	p. 60
4.3	Valores de n e K do estudo de casos.	p. 67
4.4	Coefficientes de perda localizada específicos segundo condições de escoamento.	p. 67
4.5	Coefficientes k_1 e k_∞ do método de Hooper (1981).	p. 68

Resumo

Em processos que envolvem o escoamento de fluidos muitas vezes é exigido o uso de bombas. Para o projeto dessas bombas é necessário conhecer a perda de carga gerada pelo atrito do fluido ao longo do sistema de tubulação. Um sistema de tubulação geralmente é formado por seções retas, acessórios e válvulas, os quais também apresentam resistência ao escoamento. Essa perda de carga ocasionada é determinada através do fator de atrito e dos coeficientes de perda localizada, respectivamente. A queda de pressão em dutos é função das propriedades reológicas do fluido. Portanto, o comportamento reológico do fluido influencia no cálculo da potência e na escolha do tipo da bomba a se utilizar. Os dados experimentais de queda de pressão em escoamentos de fluidos não newtonianos são exíguos em relação aos fluidos newtonianos. Por conseguinte, existe divergência nos critérios para o uso das correlações de fator de atrito e coeficientes de perda localizada. O objetivo deste trabalho é apresentar uma revisão das correlações de fator de atrito e coeficientes de perda localizada para fluidos que seguem o modelo da lei da potência, além de determinar as faixas de operação segundo número de Reynolds generalizado e o índice de comportamento do escoamento. Para avaliar a variabilidade das correlações do fator de atrito, realizou-se uma análise estatística para escoamento turbulento segundo a metodologia proposta por Gao e Zhang. A equação implícita proposta por Dodge e Metzner, é baseada em uma análise teórica e resulta nos menores desvios relativos totais, em todas as análises desenvolvidas. Realizou-se também, um estudo de caso com o intuito de calcular o trabalho de eixo de uma bomba sob diferentes configurações de um sistema de bombeamento. Nesse contexto, foram considerados diferentes comprimentos de tubulação e quantidade de acessórios. Dessa forma, visa-se comparar o uso do método de Hooper frente aos coeficientes de perda localizada específicos. Concluiu-se que o método de Hooper é adequado para o cálculo das perdas localizadas no escoamento de fluidos que seguem o modelo lei da potência. A maior vantagem desse método é a sua forma generalizada e sua aplicação para diferentes diâmetros e número de Reynolds generalizado.

Palavras-chave: Fluido não newtoniano, fluido lei da potência, fator de atrito, coeficiente de perda localizada.

Abstract

In designing pumping systems it is necessary to calculate the pressure drop caused by the friction between the fluid and the pipes. Commonly piping systems consist on straight sections, fittings and valves, which all offer resistance to flow. This pressure drop along the pipe and fittings is determined by the friction factor and the loss coefficient, respectively. The pressure drop is function of rheological properties of fluids. Therefore, the rheological information is important in designing pipe networks and critical in pump selecting. Unlike Newtonian fluids, experimental data of pressure drop of non-Newtonian fluids flow are limited. Hence, there are differences between the criterions of using the correlations for friction factor and loss coefficient. The aims of this study are carry out a review of the correlations of friction factor and loss coefficient for power law fluids, and determine its range of operation, in terms of the generalized Reynolds number and the flow behavior index. In order to evaluate the variability of the friction factor correlations, a statistical analysis was carried out regarding turbulent flow, as suggested in the analysis presented by Gao e Zhang. The implicit equation proposed by Dodge e Metzner, based on a theoretical analysis, obtains the minimum overall relative deviation in whole analysis. A case of study was also carried out, in order to calculate the pumping power required under different configurations of the pipe network. Different pipe lengths and number of fittings were also considered. This study is compared using the specific loss coefficients and the method of Hooper. It was concluded that the method of Hooper is recommended for the calculation of loss pressure drop in power law fluids flow. The principal advantage of this method is its generalized form and the widespread applicability, in terms of pipe diameter and generalized Reynolds number.

Keywords: Non-Newtonian fluid, power law fluid, friction factor, loss coefficient.

Nomenclatura

Letras Latinas

A	Parâmetro da Eq. 2.28	[-]
A_n	Parâmetro da Eq. tipo Prandtl (Eq. 2.30)	[-]
a	Parâmetro da Eq. tipo Blasius (Eq.2.47)	[-]
a_1	Parâmetro da Eq. 2.26	[-]
a_2	Parâmetro da Eq. 2.26	[-]
B_n	Parâmetro da Eq. tipo Prandtl (Eq. 2.30)	[-]
b	Parâmetro da Eq. tipo Blasius (Eq. 2.47)	[-]
C	Parâmetro da Eq. 2.28	[-]
C_n	Parâmetro da Eq. tipo Prandtl (Eq. 2.30)	[-]
C_V	Coefficiente de perda válvula em escoamento laminar	[-]
c	Número de cotovelos	[-]
D	Diâmetro da tubulação	[m]
D_{in}	Diâmetro interno da tubulação	[m]
D_n	Diâmetro nominal da tubulação	[m]
D_1	Diâmetro de entrada	[m]
D_2	Diâmetro de saída	[m]
E_1	Parâmetro da Eq. 2.96	[-]
E_2	Parâmetro da Eq. 2.96	[-]
E_3	Parâmetro da Eq. 2.96	[-]
F_D	Perdas por atrito distribuídas	[J/kg]
F_L	Perdas por atrito localizadas	[J/kg]
f	Fator de atrito de Fanning	[-]
f_L	Fator de atrito de Fanning em escoamento laminar definido por Darby (1986)	[-]
f_T	Fator de atrito de Fanning em escoamento turbulento definido por Darby (1986)	[-]
f_{T_o}	Fator de atrito de Fanning definido por Tomita (1959)	[-]

f_{TR}	Fator de atrito de Fanning em escoamento de transição definido por Darby (1986)	[-]
g	Aceleração da gravidade	[m/s ²]
K	Índice de consistência	[Pa·s ⁿ]
K_H	Índice de consistência do fluido Herschel-Bulkley	[Pa·s ⁿ]
k_f	Coefficiente de perda localizada	[-]
$(k_f)_{turbulento}$	Coefficiente de perda localizada escoamento turbulento	[-]
k_1	Constante método de Hooper	[-]
k_2	Constante método de Darby	[-]
k_3	Constante método de Darby	[-]
k_∞	Constante método de Hooper	[-]
L	Comprimento da tubulação	[m]
$(\frac{L}{D})_{eq}$	Comprimento equivalente	[-]
M_F	Parâmetro da Eq. 2.101	[-]
M_1	Parâmetro da Eq. 2.100	[-]
M_2	Parâmetro da Eq. 2.100	[-]
m_i	Coefficientes da Eq. 2.94	[-]
n	Índice de comportamento do escoamento	[-]
n_H	Índice de comportamento do escoamento do fluido Herschel-Bulkley	[-]
p	Pressão	[Pa]
\bar{u}	Velocidade média	[m/s]
Re	Número de Reynolds	[-]
Re_{CL}	Número de Reynolds definido por Clapp (1961)	[-]
Re_{MR}	Número de Reynolds generalizado	[-]
$(Re_{MR})_{crítico}$	Número de Reynolds generalizado crítico	[-]
Re_{To}	Número de Reynolds definido por Tomita (1959)	[-]
Re_{MR}^*	Número de Reynolds crítico definido por Turian <i>et al.</i> (1998b)	[-]
W	Trabalho de eixo	[J/kg]
Y_1	Termo de fator de atrito em escoamento turbulento da Eq. 2.15	[-]
Y_2	Termo de fator de atrito em escoamento	[-]

	de transição da Eq. 2.15	
z	Altura	[m]
ΣF	Somatório das perdas por atrito	[J/kg]

Letras gregas

α	Fator de correção da energia cinética	[-]
α_S	Parâmetro da Eq. 2.78	[-]
β_E	Parâmetro da Eq. 2.79	[-]
β_S	Parâmetro da Eq. 2.78	[-]
Δ	Coefficiente da Eq. 2.62	[-]
Δp	Queda de pressão	[Pa]
δ	Coefficiente da Eq. 2.61	[-]
ε	Rugosidade da tubulação	[m]
Φ	Função	[-]
ϕ	Parâmetro da Eq. 2.83	[-]
γ	Coefficiente de viscosidade generalizado	[Pa·s ⁿ]
$\dot{\gamma}$	Taxa de cisalhamento	[1/s]
η	Viscosidade aparente	[Pa·s]
κ	Parâmetro da Eq. 2.84	[-]
λ	Parâmetro da Eq. 2.102	[-]
μ	Viscosidade	[Pa·s]
μ_{pl}	Viscosidade plástica	[Pa·s]
Θ	Razão de contração	[-]
θ	Porcentagem de abertura da válvula	[-]
ρ	Massa específica	[kg/m ³]
σ	Tensão de cisalhamento	[Pa]
σ_o	Tensão limite de escoamento (crítica)	[Pa]
Ω_1	Parâmetro da Eq. 2.97	[-]
Ω_2	Parâmetro da Eq. 2.97	[-]

Subscritos

i	Número de correlações do fator de atrito de Fanning
j	Valores de Re_{MR}

Siglas*MRD*

Desvio relativo médio

OMRD

Desvio relativo médio total

1 Introdução

Em processos que envolvem o escoamento de fluidos muitas vezes é exigido o uso de bombas. Para o projeto dessas bombas é necessário conhecer a perda de carga provocada pelo atrito do fluido ao longo do sistema de tubulação. Um sistema de tubulação geralmente é formado por seções retas, acessórios e válvulas, os quais apresentam resistência ao escoamento. Essa perda de carga ocasionada pelo atrito do fluido ao longo da tubulação e nos acidentes é determinada através do fator de atrito e dos coeficientes de perda localizada, respectivamente. O cálculo da potência de bombeamento requerida para movimentar um fluido através de um duto, realiza-se empregando a equação de balanço de energia mecânica (BIRD *et al.*, 2002).

Em fluidos newtonianos, o escoamento em dutos é um assunto estabelecido, tanto nas correlações para estimação do fator de atrito de Fanning, quanto na determinação dos coeficientes de perda localizada de muitos acessórios e válvulas. A equação proposta por Colebrook (1939) é a mais utilizada para cálculos do fator de atrito em escoamento turbulento. Para os coeficientes de perda localizada, esses valores encontram-se tabelados em manuais como Perry e Green (2004).

Os fluidos não newtonianos apresentam uma relação não linear entre a tensão de cisalhamento e a taxa de cisalhamento. Algumas das aplicações dos fluidos não newtonianos na indústria são o processamento de polímeros, a recuperação de minerais e o processamento de alimentos. Esses fluidos podem ser descritos através de vários modelos. O modelo da lei da potência é o modelo mais utilizado na indústria de alimentos (STEFFE; DAUBERT, 2006). O comportamento pseudoplástico é comum para descrever o escoamento em frutas e verduras como molho de maçã e purê de banana, enquanto que a pasta de milho concentrada é o exemplo clássico de um fluido dilatante (STEFFE, 1996).

A queda de pressão em dutos é função das propriedades reológicas do fluido. Portanto, o comportamento reológico do fluido influencia no

cálculo da potência e na escolha do tipo da bomba a se utilizar por afetar fortemente nas perdas por atrito.

Os dados experimentais de queda de pressão em escoamentos de fluidos não newtonianos são exíguos em relação aos fluidos newtonianos. Por conseguinte, existe divergência nos critérios para o uso das correlações de fator de atrito e coeficientes de perda localizada. Isto acontece devido a que não existe uma referência bibliográfica única e o material disponível na literatura, para cálculos de perda de carga para fluidos que seguem o modelo da lei da potência, é altamente fragmentado. Além do que, a informação sob a influência da rugosidade relativa da tubulação no fator de atrito é escassa e não se conhece a sensibilidade entre os cálculos de queda da pressão utilizando diferentes coeficientes de perda de carga.

Nesse contexto, o presente trabalho possui os seguintes objetivos:

- Realizar uma revisão da literatura das correlações de fator de atrito e coeficientes de perda localizada para fluidos que seguem o modelo da lei da potência;
- Determinar as faixas de operação das correlações disponíveis na literatura segundo o número de Reynolds generalizado e o índice de comportamento do escoamento;
- Estudar a influência dos diferentes coeficientes de perda de carga localizada no cálculo do trabalho de eixo da bomba.

Desta maneira, a presente dissertação estrutura-se conforme segue:

No Capítulo 2, apresenta-se uma revisão bibliográfica, onde são analisados os aspectos referentes ao escoamento de fluidos não newtonianos em tubulações. Realiza-se especificamente, uma revisão dos fatores de atrito de Fanning e dos coeficientes de perda localizada de fluidos que seguem o comportamento pseudoplástico.

No Capítulo 3 é descrita a metodologia utilizada para avaliar os fatores de atrito e os coeficientes de perda localizada de fluidos pseudoplásticos apresentados no Capítulo 2.

O Capítulo 4 apresenta uma análise estatística dos fatores de atrito, em tubulações lisas, dos fluidos que seguem o modelo da lei da potência. Apresenta também uma análise da influência da rugosidade relativa da tubulação no valor do fator de atrito. Por fim, a última parte apresenta uma comparação entre alguns valores de coeficientes de perda localizada e um estudo de caso para determinar a influência da seleção dos coeficientes de perda localizada no cálculo do trabalho de eixo de uma bomba.

2 Revisão Bibliográfica

Este capítulo apresenta uma revisão da literatura quanto a aspectos referentes ao escoamento de fluidos não newtonianos em tubulações. É feita especificamente, uma revisão dos fatores de atrito de Fanning e dos coeficientes de perda localizada dos fluidos que seguem o modelo da lei da potência.

2.1 Comportamento reológico do fluido

O conhecimento do comportamento reológico de um fluido é indispensável nas operações unitárias da indústria do processamento de alimentos. Esses processos geralmente envolvem o transporte de fluidos, que é realizado mediante bombas. O comportamento reológico, o qual influencia fortemente nas perdas por atrito, define a potência e o tipo de bomba requerida pelo sistema.

Os fluidos são classificados segundo a relação entre a tensão de cisalhamento a que está sujeito o fluido e a taxa de cisalhamento, ou taxa de deformação gerada. A Figura 2.1 mostra a classificação dos fluidos de acordo com o comportamento reológico.

2.1.1 Fluidos newtonianos

O comportamento de um fluido newtoniano é independente do tempo. Nesses fluidos, a tensão de cisalhamento é diretamente proporcional à taxa de cisalhamento, apresentando uma relação linear. Essa relação é expressa como

$$\sigma = \mu \dot{\gamma} \quad (2.1)$$

onde σ é a tensão de cisalhamento, $\dot{\gamma}$ é a taxa de cisalhamento e μ é a viscosidade do fluido. A viscosidade é influenciada pela temperatura e composição, mas é independente da tensão de cisalhamento e do histórico de cisalhamento.

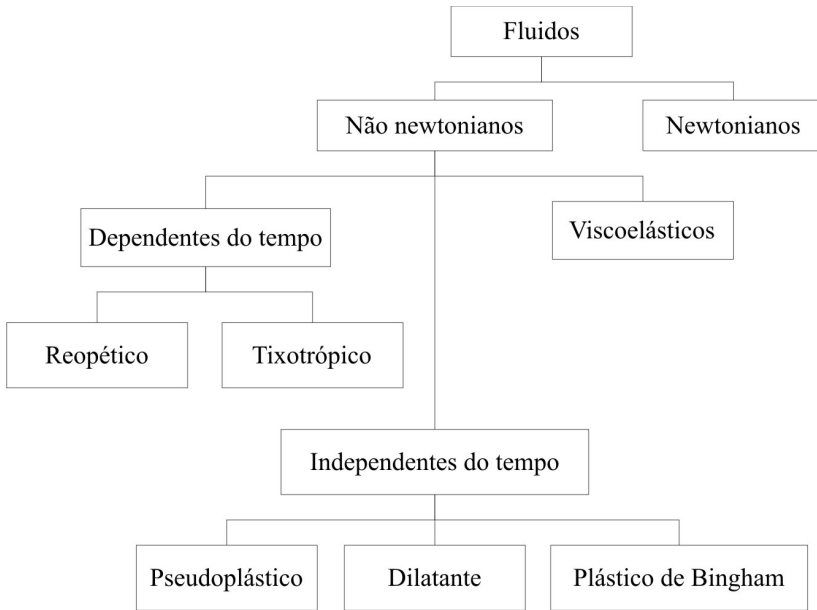


Figura 2.1: Classificação dos tipos de fluidos segundo comportamento reológico. Adaptado de Steffe (1996).

Exemplos de fluidos newtonianos na indústria de alimentos são água, leite e mel (RAO *et al.*, 2005).

A viscosidade aparente, η , é usada para classificar o comportamento do escoamento de muitos fluidos em alimentos, a qual é definida como

$$\eta = \Phi(\dot{\gamma}) = \frac{\sigma}{\dot{\gamma}} \quad (2.2)$$

Para fluidos newtonianos a viscosidade e a viscosidade aparente são idênticas. A viscosidade é independente da tensão de cisalhamento, a determinação de um ponto na curva tensão ν/s taxa de cisalhamento é suficiente para estabelecer o comportamento reológico do fluido. Já para fluidos não newtonianos devem-se determinar vários pontos dessa curva, a diferentes taxas de cisalhamento para caracterizar o fluido segundo os parâmetros reológicos correspondentes.

2.1.2 Tipo de fluidos não newtonianos

Estes fluidos são divididos em três categorias: fluidos viscoelásticos, fluidos dependentes do tempo e fluidos independentes do tempo.

Os fluidos viscoelásticos são aqueles que apresentam as propriedades elásticas dos sólidos e as propriedades viscosas dos fluidos. Exemplos de fluidos viscoelásticos são a saliva e em geral todos os fluidos biológicos, a sopa concentrada de tomate, a massa de pão e algumas soluções poliméricas (LEVENSPIEL, 1984).

Fluidos não newtonianos com propriedades de escoamento dependentes do tempo, que não possuem propriedades elásticas, são subdivididos em tixotrópicos e reopéticos. Em fluidos tixotrópicos submetidos a uma taxa de cisalhamento fixa, a viscosidade aparente diminui com o tempo, enquanto que em fluidos reopéticos a viscosidade aparente aumenta. Por exemplo, o molho de tomate que tem permanecido em repouso não escoará, contudo uma garrafa desse molho agitado há pouco, escoará facilmente (LEVENSPIEL, 1984). O comportamento tixotrópico também tem sido observado em leite condensado (HIGGS; NORRINGTON, 1971 apud RAO *et al.*, 2005), maionese (TIU; BOGER, 1974 apud RAO *et al.*, 2005) e clara de ovo (TUNG *et al.*, 1970 apud RAO *et al.*, 2005).

Os fluidos não newtonianos com propriedades de escoamento independentes do tempo são explicados detalhadamente na seguinte seção.

2.1.3 Fluidos independentes do tempo

Os fluidos independentes do tempo apresentam taxas de cisalhamento dependentes exclusivamente da tensão de cisalhamento aplicada.

Fluidos lei da potência

Correspondem aos fluidos com comportamento reológico descrito pelo modelo da lei da potência, o qual é representada pela seguinte expressão, também conhecida como a equação de Ostwald-de Waele

$$\sigma = K\dot{\gamma}^n \quad (2.3)$$

onde K é o índice de consistência e n é o índice de comportamento do escoamento.

Os fluidos que seguem a lei da potência são subdivididos em pseudoplásticos ($n < 1$) e dilatantes ($n > 1$), onde a viscosidade aparente diminui ou aumenta, respectivamente com o aumento da taxa de ci-

salhamento. Exemplos de fluidos pseudoplásticos são: suco de fruta, creme, chocolate derretido, ketchup de tomate, mostarda, molho de maçã e purês de fruta e verdura (RAO, 1977 apud STEFFE *et al.*, 1984). Entretanto soluções de amido em água ou açúcar em solução são exemplos de fluidos dilatantes (GEANKOPLIS, 1998).

Fluidos plásticos de Bingham

Os fluidos que seguem o modelo de plásticos de Bingham apenas se distinguem dos fluidos newtonianos porque aqueles precisam vencer uma tensão limite para iniciar o escoamento. Em tensões menores que a tensão limite de escoamento, o material tem comportamento de sólido e para tensões maiores à tensão limite o comportamento é o de um líquido. O modelo é definido pela seguinte equação

$$\sigma = \mu_{pl}\dot{\gamma} + \sigma_o \quad (2.4)$$

onde μ_{pl} é a viscosidade plástica e σ_o é a tensão limite de escoamento (crítica). Exemplos de fluidos plásticos de Bingham são margarinas, sabonetes líquidos e misturas de chocolate (LEVENSPIEL, 1984).

Fluidos Herschel-Bulkley

Uma correlação geral para descrever o comportamento dos fluidos não newtonianos independentes do tempo é fornecida pelo modelo de Herschel-Bulkley. Este modelo é adequado para vários fluidos da indústria de alimentos e é definido por

$$\sigma = K_H\dot{\gamma}^{n_H} + \sigma_o \quad (2.5)$$

onde K_H é o índice de consistência e n_H é o índice de comportamento do escoamento. Na Tabela 2.1 são apresentados os casos especiais do modelo de Herschel-Bulkley. As curvas que exemplificam esses comportamentos são observadas na Figura 2.2.

Além do modelo de Herschel-Bulkley, muitos modelos reológicos têm sido usados para descrever o comportamento de escoamento de fluidos. O modelo apresentado por Casson (1959) é o adotado pela indústria de chocolate e cacau (CASSON, 1959 apud RAO *et al.*, 2005). Modelos adicionais foram reunidos em 1993 por Holdsworth (apud STEFFE, 1996).

Tabela 2.1: Casos especiais e exemplos, do modelo Herschel-Bulkley.

Comportamento	$K(K_H)$	$n(n_H)$	σ_o	exemplos
Herschel-Bulkley	> 0	$0 < n_H < \infty$	> 0	suco de laranja concentrado
Newtoniano	> 0	1	0	água
Lei da potência: pseudoplástico	> 0	$0 < n < 1$	0	purê de banana
Lei da potência: Dilatante	> 0	$1 < n < \infty$	0	soluções de amido
Plástico de Bingham	> 0	1	> 0	molho de tomate

Fonte: Steffe (1996).

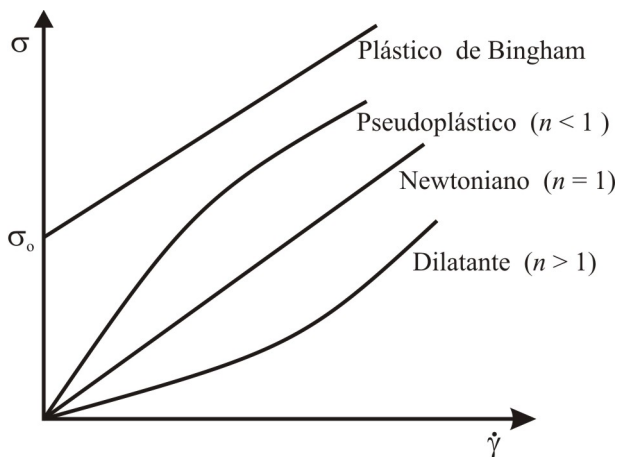


Figura 2.2: Curvas dos fluidos independentes do tempo.

2.2 Balanço de energia mecânica

Na seleção de um sistema de bombeamento é preciso determinar a potência requerida para vencer o atrito e movimentar um fluido ao longo de uma tubulação. Essa avaliação realiza-se empregando a equação de balanço de energia mecânica. O desenvolvimento detalhado das equações de continuidade, conservação de energia e balanço de quantidade de movimento é apresentado em Bird *et al.* (2002).

A equação do balanço de energia mecânica com as considerações de regime estacionário; fluido isotérmico, homogêneo, incompressível e de uma fase é dada por

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{\bar{u}_1^2}{\alpha_1} + g z_1 + W = \frac{p_2}{\rho} + \frac{\bar{u}_2^2}{\alpha_2} + g z_2 + \sum F \quad (2.6)$$

onde cada termo da Equação 2.6 representa a variação da energia por unidade de massa

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} = \text{Variação de energia de pressão por unidade de massa}$$

$$\frac{\bar{u}_2^2}{\alpha_2} - \frac{\bar{u}_1^2}{\alpha_1} = \text{Variação de energia cinética por unidade de massa}$$

$$g(z_2 - z_1) = \text{Variação de energia potencial por unidade de massa}$$

$$W = \text{Trabalho de eixo por unidade de massa}$$

$$\sum F = \text{Perdas por atrito por unidade de massa}$$

onde p é a pressão, ρ é a massa específica, \bar{u} é a velocidade média na tubulação, α é o fator de correção da energia cinética, g é a aceleração da gravidade, z é a altura, W é o trabalho de eixo requerido para o caso de uma bomba e $\sum F$ é a somatória das perdas geradas pelo atrito entre o fluido e a tubulação reta (F_D) e as ocasionadas pelo fluido ao escoar através de um acessório (F_L). Os subscritos um e dois referem-se aos pontos entre os quais é calculada a potência requerida do sistema.

Outras perdas de carga, que devem ser consideradas, são de equipamentos como medidores de vazão, filtros e trocadores de calor. O

valor específico da queda de pressão, em cada equipamento é geralmente fornecido pelo fabricante.

2.2.1 Fator de correção da energia cinética

Dado que a velocidade de um fluido não é constante no interior de um tubo, define-se o termo $\frac{\bar{u}^2}{\alpha}$, apresentado na Equação 2.6, como a energia cinética média por unidade de massa do fluido. Assim, esse termo é calculado através da integração da velocidade do fluido no raio da tubulação (CHHABRA; RICHARDSON, 1999).

No caso de escoamento laminar de fluidos newtonianos, $\alpha = 1$.

Osorio e Steffe (1984) desenvolveram uma solução analítica e gráfica do fator de correção, para fluidos Herschel-Bulkley. Essa solução ajustou-se ao caso do escoamento laminar de fluidos lei da potência, onde o fator de correção varia segundo n (OSORIO; STEFFE, 1984 apud RAO *et al.*, 2005). A expressão para α é a seguinte

$$\alpha = \frac{2(2n+1)(5n+3)}{3(3n+1)^2} \quad (2.7)$$

Outras expressões do fator de correção da energia cinética para fluidos plásticos de Bingham e Herschel-Bulkley em escoamento laminar foram publicadas por Steffe (1996). Por sua vez, para escoamento turbulento de qualquer fluido independente do tempo, newtoniano ou não newtoniano, considera-se $\alpha = 2$.

2.3 Perda de carga distribuída

Denomina-se perda de carga distribuída à perda de energia causada pelo atrito entre o fluido e a parede da tubulação, a qual varia segundo as características do fluido, do tubo e das condições de escoamento. A perda de carga distribuída é expressa em função do fator de atrito, f , da seguinte forma

$$F_D = \frac{\Delta p}{\rho} = \frac{2f\bar{u}^2 L}{D} \quad (2.8)$$

onde Δp é a queda de pressão na tubulação, L é o comprimento e D é o diâmetro da tubulação.

Duas definições de fatores de atrito têm sido apresentadas na literatura, o fator de Fanning e o fator de Darcy. O valor de Darcy é quatro vezes maior que o de Fanning. Neste trabalho será utilizado o fator de atrito de Fanning, f , para todos os cálculos.

2.3.1 Fator de atrito para fluidos newtonianos

O fator de atrito para escoamento laminar de fluidos newtonianos é independente da rugosidade da tubulação, e é definido como segue

$$f = \frac{16}{Re} \quad (2.9)$$

onde Re é o número de Reynolds.

O número de Reynolds é um número adimensional que pode ser usado como critério para diferenciar o escoamento laminar ($Re < 2100$) e turbulento ($Re > 4000$) de fluidos newtonianos. Este número é definido como

$$Re = \frac{D\bar{u}\rho}{\mu} \quad (2.10)$$

Em tubulações lisas, o fator de atrito é função somente do número de Reynolds. Neste caso as correlações são definidas da forma

$$f = \Phi(Re) \quad (2.11)$$

Para tubulações hidráulicamente lisas, o fator de atrito foi descrito por Blasius (1913) (BIRD *et al.*, 2002), através da seguinte correlação

$$f = \frac{0,079}{Re^{0,25}} \quad (2.12)$$

apropriada na faixa de $5000 < Re < 10^5$.

Posteriormente, outras expressões foram apresentadas, destacando as correlações explícitas de Generaux (1930), Mc Adamas (1950), Konakov (1950) e Filonenko (1954), e as equações implícitas de von Kármán (1931) - Nikuradse (1933) e Drew e Generaux (1936) (GOMIDE, 1980).

Para escoamento turbulento em tubulações rugosas, o fator de atrito é função do número de Reynolds e da rugosidade relativa do tubo, ε/D , dado por

$$f = \Phi(Re, \varepsilon/D) \quad (2.13)$$

A equação proposta por Colebrook (1939) adaptou os resultados de Nikuradse (1933) utilizando a rugosidade relativa de tubos comerciais

(COLEBROOK, 1939 apud FOX *et al.*, 2004). A equação é a seguinte

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -4 \log \left[\frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{1,255}{Re\sqrt{f}} \right] \quad (2.14)$$

válida na faixa de $3000 < Re < 10^8$.

Outras correlações explícitas têm sido apresentadas, entre elas destaca-se a correlação de Haaland (1983) que obteve bons resultados quando comparada com a aquação de Colebrook. (Ex: Moody (1947), Wood (1966), Altshul e Kieselev (1975), Swamee e Jain (1976), Chen (1979), Round(1980), Schacham (1980), Barr (1981), Pavlov *et al.* (1982), duas de Zigrang e Sylvester (1983), Manadilli (1997), Sousa *et al.* (1999), Romeo *et al.* (2002), e Schroeder (2002)) (GOMIDE, 1980; ROMEO *et al.*, 2002).

Por sua vez, Churchill (1977) desenvolveu uma correlação explícita aplicável a todos os regimes de escoamento. A correlação é dada por

$$f = 2 \left[\left(\frac{8}{Re} \right)^{12} + \frac{1}{(Y_1 + Y_2)^{3/2}} \right]^{1/12} \quad (2.15)$$

onde

$$Y_1 = \left[2,457 \ln \left(\frac{1}{\left(\frac{7}{Re} \right)^{0,9} + \frac{0,27\varepsilon}{D}} \right) \right]^{16}$$

$$Y_2 = \left(\frac{37530}{Re} \right)^{16}$$

A equação anterior inclui o termo de escoamento laminar (Equação 2.9), o termo Y_1 para escoamento turbulento e o termo Y_2 para escoamento de transição. A correlação de Churchill foi utilizada para a construção do diagrama de Moody (DARBY, 2001a).

2.4 Fator de atrito para fluidos não newtonianos: lei da potência

O fator de atrito para fluidos lei da potência é similar ao dos fluidos newtonianos. Corresponde a uma função do número de Reynolds generalizado, Re_{MR} , que igualmente ao Re , definido para fluidos newtonianos, indica as características do escoamento do fluido.

2.4.1 Número de Reynolds generalizado

O número de Reynolds definido para fluidos lei da potência, também conhecido como o número de Reynolds generalizado, foi introduzido por Metzner e Reed (1955). Os autores utilizaram a seguinte expressão da taxa de cisalhamento, desenvolvida por Rabinowitsch em 1929, para fluidos independentes do tempo

$$\dot{\gamma} = \frac{3n+1}{4n} \frac{8\bar{u}}{D} \quad (2.16)$$

desde que n cumpra a seguinte condição (equivalente à Equação 2.3)

$$\sigma = \frac{D\Delta p}{4L} = K \frac{3n+1}{4n} \left(\frac{8\bar{u}}{D} \right)^n \quad (2.17)$$

Metzner e Reed (1955) procuravam uma forma de relacionar a queda de pressão na tubulação e o fator de atrito de Fanning com um número de Reynolds generalizado. Utilizando a expressão para queda de pressão em uma tubulação reta, horizontal e sem acessórios, tem-se

$$f = \frac{\frac{D\Delta p}{4L}}{\frac{\rho \bar{u}^2}{2}} \quad (2.18)$$

Substituindo o termo $\frac{D\Delta p}{4L}$ da Equação 2.17 na Equação 2.18 obteve-se

$$f = \frac{16\gamma}{D^n \bar{u}^{2-n} \rho} \quad (2.19)$$

onde γ é o coeficiente de viscosidade generalizado, $\gamma = K \frac{3n+1}{4n} 8^{n-1}$. Assumindo $f = 16/Re_{MR}$ para escoamento laminar de fluidos não newtonianos. O número de Reynolds generalizado é definido como

$$Re_{MR} = \frac{D^n \bar{u}^{2-n} \rho}{\gamma} = \frac{D^n \bar{u}^{2-n} \rho}{K \left(\frac{3n+1}{4n} \right) 8^{n-1}} \quad (2.20)$$

Quando $n = 1$ (fluidos newtonianos), o número de Reynolds generalizado torna-se o número de Reynolds definido na Equação 2.10. A correlação foi avaliada para 16 diferentes fluidos não newtonianos na faixa de $6 \cdot 10^{-5} < Re_{MR} < 1,3 \cdot 10^5$.

No caso dos fluidos não newtonianos, o critério para delimitar se o fluido encontra-se sob escoamento laminar é função de n e depende do

comportamento reológico. O critério definido é o seguinte

$$Re_{MR} < (Re_{MR})_{crítico} \quad (2.21)$$

onde $(Re_{MR})_{crítico}$ é o número de Reynolds generalizado crítico.

Alguns dos critérios desenvolvidos para fluidos lei da potência são apresentados a seguir,

Ryan e Johnson (1959) apresentaram a seguinte definição do número de Reynolds generalizado crítico

$$(Re_{MR})_{crítico} = \frac{6464 n (2+n)^{\left(\frac{2+n}{1+n}\right)}}{(1+3n)^2} \quad (2.22)$$

O critério anterior foi desenvolvido para fluidos lei da potência (RYAN; JOHNSON, 1959 apud CHHABRA; RICHARDSON, 1999). A mesma expressão foi obtida quatro anos depois por Hanks (1963).

Nesse caso, o valor do $(Re_{MR})_{crítico}$ aumenta desde 1600 para $n = 0,1$ até alcançar o ponto máximo em $(Re_{MR})_{crítico} = 2400$ próximo a $n = 0,4$. Para o caso de $n = 1$, obtém-se $(Re_{MR})_{crítico} = 2100$ de acordo com a Equação 2.10 (HANKS, 1963 apud STEFFE, 1996).

Valores mais elevados de $(Re_{MR})_{crítico}$ são observados para $0 < n < 0,6$ conforme a equação apresentada por Mishra e Tripathi (1973),

$$(Re_{MR})_{crítico} = \frac{2100(2+4n)(5n+3)}{3(1+3n)^2} \quad (2.23)$$

A equação anterior prevê uma diminuição paulatina dos valores de Reynolds generalizado crítico entre $(Re_{MR})_{crítico} = 3480$ para $n = 0,1$ e $(Re_{MR})_{crítico} = 2357$ para $n = 0,6$ (MISHRA; TRIPATI, 1973 apud STEFFE, 1996).

Para valores de $0,65 < n < 1$, as equações introduzidas por Ryan e Johnson (1959), Hanks (1963) e Mishra e Tripathi (1973) apresentam valores de $(Re_{MR})_{crítico}$ similares.

Uma expressão mais simples foi desenvolvida por Darby (2001b), como segue

$$(Re_{MR})_{crítico} = 2100 + 875(1-n) \quad (2.24)$$

Os valores de $(Re_{MR})_{crítico}$ variam entre 2888 para $n = 0,1$ e 2100 para $n = 1$ (DARBY, 2001b apud STEFFE; DAUBERT, 2006).

Segundo Chhabra e Richardson (1999), têm sido observadas por Dodge e Metzner (1959) condições de escoamento laminar para $Re_{MR} \approx$

3100 em fluidos com $n = 0,38$. Dada a dependência entre o n e o número de Reynolds generalizado crítico, as vezes contraditória com a evidência experimental. Aceita-se uma aproximação para assumir condições de escoamento laminar, onde Re_{MR} deve ser menor a uma faixa entre 2000 e 2500. Assim, o critério $Re_{MR} < 2100$ é usado de maneira extensiva em fluidos independentes do tempo definidos em termos de n . Segundo esse critério as Equações 2.22, 2.23 e 2.24 são reduzidas no caso newtoniano.

2.4.2 Escoamento laminar

Conforme o critério definido na Equação 2.21. O fator de atrito para escoamento laminar é o seguinte

$$f = \frac{16}{Re_{MR}} \quad (2.25)$$

Vários pesquisadores obtiveram correlações para fator de atrito e o número de Reynolds generalizado para tubulações em escoamento laminar. Expressando o fator de atrito da forma

$$f = \frac{a_1}{Re_{MR}^{a_2}} \quad (2.26)$$

onde os valor dos coeficientes a_1 e a_2 da Equação 2.26 foram obtidos experimentalmente para diferentes alimentos por Rozema e Beverloo (apud STEFFE; DAUBERT, 2006), Steffe *et al.* (1984), e Telis-Romero *et al.* (2006). Esses dados experimentais indicaram que, o fator de atrito definido para escoamento laminar em fluidos newtonianos (Equação 2.9) poderia ser levemente maior em relação ao fator de atrito para fluidos não newtonianos em alimentos (TELIS-ROMERO *et al.*, 2006).

2.4.3 Escoamento turbulento: tubo liso

Segundo Darby (2001a), ao contrário dos fluidos newtonianos, nos fluidos não newtonianos a rugosidade da tubulação não têm influência no valor do fator de atrito. Isto se deve ao fato que, a maioria dos escoamentos de fluidos não newtonianos se encontra em uma faixa do número de Reynolds generalizado baixa, onde a camada-limite tende a engrossar-se mais para fluidos não newtonianos que para fluidos newtonianos. Assim, perturbações causadas pela rugosidade dentro da subcamada laminar são amortecidas. Desta maneira, assumem-se as tubulações de materiais comuns como tubulações lisas.

A primeira revisão de fator de atrito de fluidos não newtonianos foi realizada por Kembrowski e Kolodziejcki (1973). As correlações foram

classificadas em três grupos segundo as características da cada equação. Nas seções a seguir são classificadas 20 correlações, apresentadas entre 1959 e 2003, para escoamento turbulento em tubulações lisas definidas da forma

$$f = \Phi(Re_{MR}, n) \quad (2.27)$$

Equações do tipo Prandtl

Este tipo de equação é baseada na teoria do comprimento de mistura e no modelo de escoamento das três camadas: a subcamada laminar (junto à parede), a camada de transição e o núcleo turbulento. O perfil de velocidade utilizado corresponde ao do núcleo turbulento. Para fluidos newtonianos, este tipo de equações foi introduzida por von Kármán (1931) e posteriormente por Prandtl (1933) (BIRD *et al.*, 2002), ambas como conclusões de suas respectivas teorias de comprimento de mistura. Desta forma, foi proposta a seguinte equação generalizada

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = A \log [Re f^{0,5}] + C \quad (2.28)$$

onde A e C são parâmetros a serem determinados.

Os dados experimentais obtidos por Nikuradse (1933) foram ajustados à Equação 2.28 resultando na seguinte equação para o caso newtoniano

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4,0 \log [Re f^{0,5}] - 0,40 \quad (2.29)$$

Para fluidos lei da potência, as equações do tipo Prandtl têm a seguinte forma generalizada

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = A_n \log [Re_{MR} f^{B_n}] + C_n \quad (2.30)$$

onde A_n , B_n e C_n são parâmetros, comumente estimados de forma experimental. Assim, vários autores têm apresentado equações para o fator de atrito de Fanning baseados na Equação 2.30.

Dodge e Metzner (1959) desenvolveram uma análise teórica para escoamento turbulento e propuseram a seguinte equação para o fator

de atrito

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \left(\frac{4}{n^{0,75}} \right) \log \left[Re_{MR} f^{1-\frac{n}{2}} \right] - \left(\frac{0,4}{n^{1,2}} \right) \quad (2.31)$$

Foram analisados os casos especiais do fluido newtoniano ($n = 1$) e do fluido totalmente pseudoplástico ($n = 0$). Para o caso newtoniano os valores de A_n , B_n e C_n da Equação 2.30 correspondem aos valores numéricos da Equação 2.29.

Para fluidos newtonianos em escoamento laminar, o perfil de velocidade é parabólico. Para fluidos não newtonianos, à medida que o índice de comportamento do escoamento diminui, esse perfil começa a aplanar-se até chegar a ser totalmente plano para $n = 0$. Nesse caso, não existe distinção entre os perfis de velocidade do escoamento laminar e turbulento.

De acordo com as Equações 2.30 e 2.31, a inclinação da linha reta do gráfico $\sqrt{1/f} v/s \log [Re_{MR} f^{1-n/2}]$ fornece o valor de A_n para cada valor de n . Quando $n = 0$

$$A_n(0) = \infty \quad (2.32)$$

Considerando C_n a intercepção com o eixo $\sqrt{1/f}$, resulta

$$C_n(0) = -\infty \quad (2.33)$$

Dodge e Metzner observaram, através do perfil de velocidade de escoamento turbulento, que o termo A_n nunca é negativo e concluíram que para um fluido totalmente pseudoplástico

$$\lim_{n \rightarrow 0} (nA_n) = 0 \quad (2.34)$$

Apesar de $A_n(0) = \infty$. Provavelmente, A_n alcança o valor infinito mais devagar que n alcance o valor zero.

No outro extremo, quando n aumenta sem limite concluíram que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (A_n) = 0 \quad (2.35)$$

Como enunciando anteriormente, quando n diminui, o perfil de velocidade em escoamento turbulento começa a aplanar-se. Assim, o valor de nA_n diminui conforme n diminui. A partir dos dados experimentais

foram definidas as seguintes restrições

$$A_n < \frac{4,0}{n} \quad (n < 1) \quad (2.36)$$

$$A_n > \frac{4,0}{n} \quad (n > 1) \quad (2.37)$$

Os fluidos considerados na análise foram soluções poliméricas como soluções aquosas de Carbopol 934 e de sal de sódio de carboximetilcelulose, e suspensões sólido-líquido como Attasol. O desvio máximo entre os dados experimentais e os valores estimados pela Equação 2.31 foi 8,5% e o desvio médio absoluto foi 1,9% na faixa de $2900 \leq Re_{MR} \leq 36000$ e $0,36 \leq n \leq 1$. Algumas extrapolações gráficas de n têm sido realizadas para $0,2 \leq n \leq 2,0$, que é considerada uma faixa adequada de uso (VALENTAS *et al.*, 1997; ROHSENOW *et al.*, 1998).

Embora os termos $A_n = \frac{4}{n^{0,75}}$ e $C_n = \frac{0,4}{n^{1,2}}$ da Equação 2.31 fossem obtidos empiricamente ajustando os parâmetros aos dados experimentais, essas expressões satisfazem todas as restrições teóricas discutidas pelos autores (Equações 2.32, 2.33, 2.34, 2.35, 2.36 e 2.37).

Tomita (1959) desenvolveu uma equação para o fator de atrito de fluidos em escoamento turbulento que seguem o modelo pseudoplástico. O estudo está baseado na similaridade do escoamento dos fluidos newtonianos e não newtonianos em tubulações. Assim, a equação foi definida como segue, onde os valores de A_n , B_n e C_n da Equação 2.30 são considerados constantes

$$\frac{1}{\sqrt{4f_{To}}} = 2,03 \log \left[Re_{To} (4f_{To})^{0,5} \right] - 0,8 \quad (2.38)$$

onde f_{To} é o fator de atrito e Re_{To} o número de Reynolds, ambos definidos por Tomita (1959) para escoamento laminar, mas aplicáveis em escoamento turbulento.

$$f_{To} = \frac{4}{3} \left(\frac{1+2n}{1+3n} \right) f \quad (2.39)$$

$$Re_{To} = \frac{3}{4} \left(\frac{1+3n}{1+2n} \right) Re_{MR} \quad (2.40)$$

A Equação 2.38 foi comparada com dados experimentais de pastas de amido e lamelas de cal, limitando seu uso para fluidos pseudoplásticos na faixa de $0,178 < n < 0,95$ e $3000 < Re_{MR} < 30000$.

Thomas (1960) propôs uma equação para o fator de atrito, a qual apresentava uma pequena diferença em relação à correlação de Dodge e Metzner (1959) nos parâmetros A_n e C_n da Equação 2.30 (THOMAS, 1960 apud BROWN; HEYWOOD, 1991). A equação é definida como segue

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \left(\frac{4}{n}\right) \log \left[Re_{MR} f^{1-\frac{n}{2}} \right] - \left(\frac{0,4}{n}\right) \quad (2.41)$$

A Equação 2.41 é sugerida por Brown e Heywood (1991) para projetar tubulações que transportam suspensões.

Clapp (1961) apresentou uma equação para o fator de atrito usando o modelo de comprimento de mistura de Prandtl e o perfil de velocidade de von Kármán no núcleo turbulento, definido para fluidos newtonianos. A equação é a seguinte

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{f}} = & \left(\frac{4,53}{n}\right) \log \left[Re_{CL} f^{1-\frac{n}{2}} \right] + \left(\frac{2,69}{n}\right) - 2,95 \dots \\ & + 0,69 \left(5 - \frac{8}{n}\right) \end{aligned} \quad (2.42)$$

onde Re_{CL} é o número de Reynolds definido por Clapp (1961) como

$$Re_{CL} = \frac{D^n \bar{u}^{2-n} \rho}{K 8^{n-1}} \quad (2.43)$$

O autor avaliou a aderência da Equação 2.42 aos dados experimentais de soluções aquosas de carboximetilcelulose em tubulações de pequenos diâmetros. A correlação foi delimitada para a faixa de $0,698 < n < 0,813$ e $5480 \leq Re_{MR} \leq 42800$ com um desvio máximo de $\pm 4\%$. Segundo Szilas *et al.* (1981), esses resultados estão altamente influenciados pela rugosidade da parede da tubulação. Para valores de $Re_{MR} < 15000$, os valores estimados pelas Equações 2.42 e 2.31 são similares.

Trinh (1969) desenvolveu uma equação semelhante à equação de Dodge e Metzner (1959), mas este trabalho nunca foi publicado. Anos depois o autor apresentou outros estudos abordando sua teoria (TRINH, 2009). A equação é dada por

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \left(\frac{4,06}{n}\right) \log \left[Re_{MR} f^{1-\frac{n}{2}} \right] + 2,16 - \left(\frac{2,78}{n}\right) \quad (2.44)$$

neste caso os parâmetros da Equação 2.30, A_n , B_n e C_n são funções do índice do comportamento do escoamento.

Stein *et al.* (1980) apresentaram a seguinte equação para o fator de atrito como consequência de um modelo empírico de perfil de velocidade para escoamento turbulento,

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,7373 \ln \left[Re_{MR} f^{0,5} \right] - 0,398 \quad (2.45)$$

O modelo de Stein *et al.* admite o gradiente da velocidade igual a zero no núcleo turbulento. Esse modelo apresentou semelhança com o introduzido por Metzner e Bogue (1963).

Destaca-se que a Equação 2.45 corresponde à Equação 2.29 substituindo Re_{MR} por Re , onde os parâmetros A_n , B_n e C_n são independentes do n . Neste estudo, a correlação do fator de atrito estimada não foi validada com dados experimentais.

Szilas *et al.* (1981) propuseram, através de um análise teórica, uma correlação para o fator de atrito em escoamento turbulento de fluidos pseudoplásticos. Esta correlação é definida em função da rugosidade da tubulação, sendo que pode ser aplicada para tubulações lisas na forma

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{f}} = & \left(\frac{4}{n} \right) \log \left[Re_{MR} (4f)^{1-\frac{n}{2}} \right] + 1,511 \frac{1}{n} \left(4,242 + \frac{1,414}{n} \right) \dots \\ & - \left(\frac{8,03}{n} \right) - 2,114 \end{aligned} \quad (2.46)$$

Para avaliar a exatidão da equação proposta, dados experimentais de petróleo bruto foram considerados para uma faixa de Re_{MR} entre 10^4 e 10^5 (dados reológicos do petróleo não foram apresentados no artigo). A Equação 2.46 obteve ajustes similares ao ser comparada com equações anteriormente publicadas por Dodge e Metzner (1959), Shaver e Merrill (1959), Tomita (1959) e Clapp (1961). Neste caso, os parâmetros da Equação 2.30 são funções do índice do comportamento do escoamento.

Para fluidos newtonianos ($n = 1$), as Equações 2.31, 2.38, 2.41 e 2.45 são reduzidas à Equação 2.29. Enquanto que valores estimados pelas Equações 2.42, 2.44 e 2.46 também admitem valores próximas aos obtidos pela Equação 2.29.

Correlações do tipo Blasius

Estas correlações foram desenvolvidas com o intuito de obter expressões explícitas entre o fator de atrito e o número de Reynolds generalizado. A correlação generalizada do tipo Blasius é dada por

$$f = \frac{a}{Re_{MR}^b} \quad (2.47)$$

onde a e b são parâmetros determinados através de dados experimentais.

Quando o fluido é newtoniano ($n = 1$), a Equação 2.47 é reduzida à equação de Blasius (Equação 2.12).

Shaver e Merrill (1959) propuseram uma correlação empírica para o fator de atrito de fluidos pseudoplásticos em escoamento turbulento. A correlação é a seguinte

$$f = \frac{0,079}{n^5 Re_{MR}^b} \quad (2.48)$$

onde b é função do índice do comportamento do escoamento definido como

$$b = \frac{2,63}{10,5^n}$$

Os autores avaliaram a aderência da Equação 2.48 aos dados experimentais de soluções de carboximetilcelulose e poliisobutileno. O desvio máximo foi entre +33% e -15% para um índice de comportamento do escoamento na faixa entre 0,53 e 1,0. O uso da Equação 2.48 não é sugerido para fluidos com n menor que 0,4.

Dodge e Metzner (1959) apresentaram a seguinte expressão explícita obtida através de uma aproximação da Equação 2.31 dentro de uma faixa do número de Reynolds generalizado desde 3000 até 10^5

$$f = \frac{a}{Re_{MR}^b} \quad (2.49)$$

onde a e b são polinômios, funções do índice do comportamento do escoamento. Os valores numéricos de a e b foram apresentados graficamente por Dodge e Metzner (1959) e posteriormente representados por Gao e Zhang (2007) e Trinh (2009) como segue

$$\begin{aligned} a &= 0,0665 + 0,01175n \\ b &= 0,365 - 0,1775n + 0,0625n^2 \end{aligned}$$

Kemblowski e Kolodziejski (1973) desenvolveram uma expressão empírica para condições de escoamento turbulento e de transição. Em escoamento totalmente turbulento, Re_{MR} é limitado pela seguinte condição

$$Re_{MR} > \frac{31600}{n^{0,435}} \quad (2.50)$$

Desta forma, o fator de atrito de Fanning é definido como segue

$$f = \frac{0,00225 \exp [3,57n^2] \exp \left[\frac{572(1-n^{4,2})}{n^{0,435} Re_{MR}} \right]}{Re_{MR}^{(0,314n^{2,3} - 0,064)}} \quad (2.51)$$

Em regime de transição, deve-se aplicar a Equação 2.12 substituindo Re por Re_{MR} .

Com o intuito de avaliar a aderência da correlação proposta aos dados experimentais, dados experimentais de suspensões aquosas de caulim foram comparados com a equação de Kembrowski e Kolodziejski. A maioria dos dados apresentaram um desvio menor que $\pm 10\%$. A Equação 2.51 foi limitada na faixa de $0,14 < n < 0,83$.

Os mesmos dados experimentais foram comparados com a equação de Dodge e Metzner, mas os resultados não foram satisfatórios, especialmente aquelas suspensões com os menores valores de n . Posteriormente, Heywood e Richardson (1978) corroboraram esses resultados.

Yoo (1974) propôs a seguinte correlação para o fator de atrito baseada em dados experimentais de soluções aquosas de Carbopol e suspensões de Attagel

$$f = \frac{0,0791 n^{0,675}}{Re_{MR}^{0,25}} \quad (2.52)$$

Os dados experimentais apresentaram um desvio médio de $\pm 7,5\%$ em relação aos valores estimados pela correlação de Dodge e Metzner (KAKAC *et al.*, 1987). O uso da Equação 2.52 foi limitado na faixa de $0,4 \leq n \leq 1$ e $5000 \leq Re_{MR} \leq 50000$ (ROHSENOW *et al.*, 1998; HARNETT; IRVINE, 1989).

Hanks e Ricks (1975) desenvolveram uma análise teórica para fluidos pseudoplásticos em escoamento turbulento. Os resultados foram apresentados graficamente através da relação entre o fator de atrito e Re_{MR} . Usando as curvas expostas por Hanks e Ricks, a seguinte correlação foi proposta por Darby (1986)

$$f = \frac{0,0682 n^{-0,5}}{Re_{MR}^b} \quad (2.53)$$

onde b é função n , expressa como

$$b = \frac{1}{1,87 + 2,39n}$$

Para avaliar a exatidão do modelo teórico, os resultados gráficos foram comparados com dados experimentais e equações do fator de atrito publicadas na literatura. Bons ajustes foram encontrados entre a correlação proposta, os dados experimentais de soluções de Carbolpol apresentados por Dodge e Metzner (1959) ($n = 0,617$ e $0,726$) e as correlações do fator de atrito propostas por Shaver e Merrill (1959) ($n = 0,7, 0,75$ e $0,8$) e Clapp (1961) ($n = 0,71$ e $0,82$).

Irvine (1988) desenvolveu uma expressão do fator de atrito utilizando um perfil de velocidade generalizado para escoamento turbulento para fluidos lei da potência, proposto por Metzner e Bogue (1963). A expressão é a seguinte

$$f = \left(\frac{a}{Re_{MR}} \right)^{\frac{1}{(3n+1)}} \quad (2.54)$$

onde a é função do índice do comportamento do escoamento, definido por

$$a = \frac{2^{n+4}}{7^{7n}} \left(\frac{4n}{3n+1} \right)^{3n^2}$$

A Equação 2.54 foi comparada com dados experimentais publicados por Dodge e Metzner (1959) e Yoo (1974). Os resultados apresentaram desvios de $\pm 8\%$ para uma faixa de $2000 \leq Re_{MR} \leq 50000$ e $0,54 \leq n \leq 0,73$ (DODGE; METZNER, 1959) e $0,35 \leq n \leq 0,89$ (YOO, 1974).

A Equação 2.54 é citada como equação de referência em diversos livros-texto e manuais para fluidos que seguem o modelo lei da potência (CHHABRA; RICHARDSON, 1999; KAKAC *et al.*, 1987).

Tam e Tiu (1988) propuseram uma correlação generalizada do fator de atrito para estimar a queda de pressão em escoamento turbulento em dutos de seção arbitrária. Para uma tubulação a correlação é dada por

$$f = \frac{0,0792 \left(\frac{4n}{3n+1}\right)^{2,5}}{Re_{MR}^{0,25}} \quad (2.55)$$

A incerteza da Equação 2.55 foi estudada através da comparação com a correlação de Dodge e Metzner (Equação 2.31). A máxima diferença entre as correlações foi menor que 4% na faixa de $0,4 \leq n \leq 1$ e $4000 \leq Re_{MR} \leq 20000$.

Outra aproximação à correlação de Dodge e Metzner (Equação 2.31) foi introduzida por Schuh (1964), a qual foi apresentada por Saleh (1989), para escoamento turbulento de fluidos não newtonianos em tubulações e em tubos concêntricos (SCHUH, 1964 apud AKGUN; JAWAD, 2007). A correlação é a seguinte

$$f = \frac{a}{Re_{MR}^b} \quad (2.56)$$

onde a e b são funções do índice do comportamento do escoamento, definidas como

$$\begin{aligned} a &= \frac{\log n + 3,93}{50} \\ b &= \frac{1,75 - \log n}{7} \end{aligned}$$

Akgun e Jawad (2007) usaram a Equação 2.56 para estimar o fator de atrito para fluidos não newtonianos escoando através de um anulo excêntrico.

Para $n = 1$, as Equações 2.48, 2.49, 2.51, 2.54, 2.55 e 2.56 são reduzidas à equação de Blasius (Equação 2.12), definida para fluidos newtonianos.

Equações Generalizadas

Outro tipo de expressões tanto implícitas como explícitas do fator de atrito que não foram incluídas nas classificações anteriores são reunidas nesta seção.

Shenoy (1986) apresentou a seguinte expressão explícita para o fator de atrito

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 3,57 \log \left[\frac{Re_{MR}^{\left(\frac{1}{n^{0,615}}\right)}}{6,5 n^{\frac{1}{1+0,75n}}} \right] \quad (2.57)$$

Os valores de f estimados pela Equação 2.57 foram comparados à correlação de Dodge e Metzner na faixa de $0,3 < n < 1$ e $4000 < Re_{MR} < 10^6$. O limite do erro foi estabelecido em $\pm 2,4\%$ (SHENOY, 1986 apud KAWASE *et al.*, 1994).

A Equação 2.57 foi revista por Kawase *et al.* (1994) para desenvolver uma expressão que inclui a rugosidade relativa da tubulação.

A seguinte correlação explícita para fluidos pseudoplásticos foi desenvolvida por Desouky e El-Emam (1990)

$$f = 0,125n^{\sqrt{n}} \left(0,112 + Re_{MR}^{-0,3185} \right) \quad (2.58)$$

Os autores indicaram bons ajustes entre os valores experimentais e os estimados pela equação para Re_{MR} desde 5000 até 60000 (DESOUKY; EL-EMAM, 1990 apud GAO; ZHANG, 2007). A Equação 2.58 tem sido utilizada como uma equação de comparação nas pesquisas conduzidas por Hemeida (1993) e Gao e Zhang (2007).

Hemeida (1993) propôs uma equação generalizada para o fator de atrito para fluidos lei da potência em escoamento turbulento em tubulações. A equação implícita relaciona f a Re_{MR} e n conforme segue

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 3,536 - 392,081 \left(\frac{f}{n} \right)^{0,9013} - 305,624 \left(\frac{f}{n} \right)^{0,9013} \dots$$

$$\left(\ln \left(1 - \sqrt{1 - \frac{14,142}{Re_{MR}\sqrt{f}}} \right) + \sqrt{1 - \frac{14,142}{Re_{MR}\sqrt{f}}} \right) \quad (2.59)$$

Com o intuito de determinar a exatidão do fator de atrito esti-

mado, realizou-se uma comparação com a Equação 2.59, a equação de Dodge e Metzner, a correlação de Desouky e El-Emam e os dados experimentais obtidos por Yoo. O erro médio relativo entre os dados experimentais publicados (YOO, 1974) e as Equações 2.59, Dodge e Metzner (1959) and Desouky e El-Emam (1990) foram de 4%, 5,5%, e 7,5%, respectivamente.

El-Emam *et al.* (2003) avaliaram dez correlações de fator de atrito utilizando dados experimentais publicados na literatura. Os autores desenvolveram uma nova correlação, totalmente empírica, utilizando o análise de regressão para o ajuste desses dados, relacionando f com Re_{MR} e n (EL-EMAM *et al.*, 2003 apud GAO; ZHANG, 2007). A equação é dada por

$$f = \frac{1}{4} \left(\left(\frac{n}{3,072 - 0,1433n} \right) Re_{MR}^{\left(\frac{0,282 - n}{4,211n} \right)} - 0,00065 \right) \quad (2.60)$$

Darby (1986) apresentou os resultados de Dodge e Metzner (1959) e Hanks e Ricks (1975) através de um grupo de equações empíricas ajustadas a curvas, as quais podem ser usadas em toda a faixa do escoamento laminar, turbulento e de transição. A equação apresentada foi a seguinte

$$f = (1 - \delta) f_L + \frac{\delta}{(f_T^{-8} + f_{TR}^{-8})^{\frac{1}{8}}} \quad (2.61)$$

onde δ corresponde a

$$\delta = \frac{1}{1 + 4^{-\Delta}} \quad (2.62)$$

e Δ é definido por

$$\Delta = Re_{MR} - (Re_{MR})_{crítico} \quad (2.63)$$

onde o número de Reynolds generalizado crítico utilizado é o definido por Darby (2001b) (Equação 2.24).

O fator de atrito de Fanning em escoamento laminar, turbulento e de transição é f_L , f_T and f_{TR} , respectivamente. Definidos como

$$f_L = \frac{16}{Re_{MR}} \quad (2.64)$$

$$f_T = \frac{0,0682n^{-0,5}}{Re_{MR}^{\left(\frac{1}{1,87+2,39n}\right)}} \quad (2.65)$$

$$f_{TR} = 1,79 \cdot 10^{-4} \exp[-5,24n] Re_{MR}^{(0,414+0,757n)} \quad (2.66)$$

A Equação 2.64 foi limitada para $Re_{MR} < (Re_{MR})_{crítico}$, a Equação 2.65 para $4000 < Re_{MR} < 10^5$ e a Equação 2.66 para valores de $Re_{MR} < 4000$ (DARBY *et al.*, 1992).

2.4.4 Escoamento turbulento: tubo rugoso

Segundo Chhabra e Richardson (1999) existe incerteza sobre o efeito da rugosidade da tubulação no valor do fator de atrito na região de escoamento turbulento, mas o efeito é similar ao dos fluidos newtonianos.

Alguns autores já incluíram na equação, um termo que considera uma pequena correção da rugosidade relativa em condições de escoamento turbulento. Para escoamento turbulento em tubulações rugosas são apresentadas três correlações definidas da seguinte forma

$$f = \Phi(Re_{MR}, n, \varepsilon/D) \quad (2.67)$$

Torrance (1963) analisou o escoamento de fluidos pseudoplásticos em tubulações rugosas. O autor propôs uma correlação para o fator de atrito sob condições de escoamento totalmente turbulento, onde f é independente de Re_{MR} . A equação é a seguinte

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 3,57 \log \left[10^{\left(\frac{8,5n-3,75}{5,756}\right)} \left(\frac{D}{2\varepsilon}\right)^{\frac{1,14}{n}} \right] \quad (2.68)$$

onde o fator de atrito é somente função da rugosidade relativa (TORRANCE, 1963 apud KAWASE *et al.*, 1994).

Szilas *et al.* (1981) desenvolveram, através de uma análise teórica, uma correlação do fator de atrito para fluidos pseudoplásticos em escoamento turbulento. Esta correlação está definida em função da rugosidade da tubulação portanto é aplicável tanto em tubulações rugosas como lisas (Equação 2.46). Foram utilizadas medições de petróleo bruto (cujos dados reológicos não foram mostrados no artigo) em uma faixa de $10^4 \leq Re_{MR} \leq 10^5$. A equação a seguir foi a primeira equação

em incluir Re_{MR} , $\frac{\varepsilon}{D}$ e n

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{f}} &= -4 \log \left[\frac{10^{-\frac{\zeta}{2}}}{Re_{MR}(4f)^{\frac{2-n}{2n}}} + \frac{\varepsilon}{3,71 D} \right] \\ \zeta &= 1,511^{\frac{1}{n}} \left(\frac{0,707}{n} + 2,12 \right) - \frac{4,015}{n} - 1,057 \end{aligned} \quad (2.69)$$

A Equação 2.69 é uma generalização da equação de Colebrook e postula que o fator de atrito depende de três variáveis. Para condições de escoamento totalmente turbulento, assume-se que o valor do fator de atrito é determinado unicamente pela rugosidade relativa e as propriedades reológicas do fluido, portanto é independente do número de Reynolds generalizado.

Para avaliar a precisão da Equação 2.69, o fator de atrito medido foi comparado com as correlações de Shaver e Merrill (1959), Dodge e Metzner (1959), Tomita (1959), Clapp (1961) e Szilas *et al.* (1981). Foi esta última que obteve os melhores resultados, desvio médio de 4,13% e desvio padrão de 0,81%.

Por sua vez, Kawase *et al.* (1994) apresentaram uma correlação similar à Colebrook (1939) baseada na equação de Shenoy (Equação 2.57). A seguinte equação foi desenvolvida para escoamento turbulento, em toda a faixa de rugosidade relativa, como segue

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 3,57 \log \left[\frac{Re_{MR}^{\left(\frac{1}{n^{0,615}}\right)}}{Re_{MR}^{\left(\frac{1}{n^{0,615}}\right)} \left(10^{\frac{8,5n-3,75}{5,756}} \left(\frac{D}{2\varepsilon} \right)^{\frac{-1,14}{n}} + 6,5 \left(\frac{1}{n^{1+0,75n}} \right) \right)} \right] \quad (2.70)$$

A Equação 2.70 apresenta uma diminuição do f ao diminuir o n e a rugosidade relativa. Para o caso newtoniano, a Equação 2.70 foi comparada com as equações de Nikuradse (1933), Churchill (1977), Chen (1979) e Szilas *et al.* (1981). Os valores da Equação 2.69 foram levemente menores à Equação 2.70 para $Re < 2 \cdot 10^4$, onde o fator de atrito diminui e o Re_{MR} aumenta. Para o caso de $n = 0,4$ os valores da equação de Szilas *et al.* são bastante superiores.

Os autores concluíram que a pseudoplasticidade produz uma diminuição do valor do fator de atrito.

2.5 Perda de carga localizada

Um fluido que se movimenta através de uma tubulação reta adota um perfil de velocidade característico, qualquer obstáculo que altere a direção do escoamento em forma parcial ou total muda sua configuração e ocasiona turbulência, causando uma perda de energia maior que na tubulação reta.

As perdas originadas devem ser consideradas dentro do acessório ou válvula, na entrada e na saída, as últimas geralmente são muito maiores que as anteriores e representam o total da perda de carga. A perda de carga que ocorre nos acessórios da tubulação é chamada de perda de carga localizada e apesar do nome, ela acontece ao longo de um trecho da tubulação. Desta forma, existem dois mecanismos que devem ser superpostos: o atrito com as paredes e as perdas provocadas pela mudança na direção do fluido. Geralmente, o segundo mecanismo supera o primeiro e para fins de projeto consideram-se somente as perdas geradas pela mudança de direção do fluido.

As perdas localizadas são definidas como segue

$$F_L = \frac{k_f \bar{u}^2}{2} \quad (2.71)$$

onde \bar{u} é geralmente a velocidade média do fluido na seção reta da tubulação e k_f é o coeficiente de perda localizada.

Outra forma de expressar a perda localizada é através do comprimento equivalente, definido como um trecho reto da tubulação que causa uma perda de carga igual à do acessório considerado com a mesma vazão do escoamento. A maioria das vezes este comprimento é dado em múltiplos do diâmetro e geralmente expresso através da relação adimensional $(\frac{L}{D})_{eq}$ dada por

$$F_L = 2f\bar{u}^2 \left(\frac{L}{D}\right)_{eq} \quad (2.72)$$

Assim, existem diferentes expressões de k_f , as quais serão descritas nas seguintes seções.

2.5.1 Coeficiente de perda localizada para fluidos newtonianos

Valores constantes de coeficientes de perda localizada de muitos acessórios e válvulas estão tabelados em livros e manuais tais como Perry e Green (2004). Porém, a suposição de que esse valor seja cons-

tante não é totalmente preciso. O k_f muda com o tamanho da tubulação (diâmetro do acessório ou válvula) e o nível de turbulência (Re) (DARBY, 2001a).

Kittredge e Rowley (1957) apresentaram dados experimentais de fluidos em escoamento laminar para números de Reynolds menores que 1000. Observou-se que os valores de k_f aumentam segundo o Re , especialmente para $Re < 500$. Esses valores encontram-se tabelados (KIT-TREDGE; ROWLEY, 1957 apud GOMIDE, 1980).

Várias expressões de k_f para fluidos newtonianos têm sido desenvolvidas. A seguir são expostos alguns métodos para calcular o coeficiente de perda localizada, ordenados segundo o nível de precisão.

Método de Crane

No método de Crane (1982) o valor de k_f corresponde a uma função de f e $\left(\frac{L}{D}\right)_{eq}$, conforme a seguinte equação

$$k_f = 4f \left(\frac{L}{D}\right)_{eq} \quad (2.73)$$

onde o valor de f é calculado através da equação de Colebrook (Equação 2.14), considerando a rugosidade correspondente às tubulações de aço comercial, igual a 0,0018 in. Este método é aplicável para escoamento totalmente turbulento, mas não apresenta boa aderência aos dados experimentais de escoamento para número de Reynolds pequenos (CRANE, 1982 apud DARBY, 2001a).

Os valores de f e $\left(\frac{L}{D}\right)_{eq}$ da Equação 2.73 para diferentes acessórios e válvulas se encontram em diversos livros-texto como Geankoplis (1998) e manuais como Perry e Green (2004). O método admite que o tamanho do acessório ou válvula é dimensionado pelo diâmetro, enquanto o nível de turbulência (Re) pelo fator de atrito.

Método de Hooper

Este método também é conhecido como o método 2-K, foi apresentado por Hooper (1981) e considera o efeito do número de Reynolds e o diâmetro da tubulação no valor do coeficiente de perda localizada, o qual é expresso como

$$k_f = \frac{k_1}{Re} + k_\infty \left(1 + \frac{1}{D_{in,in}}\right) \quad (2.74)$$

onde $D_{in,in}$ é o diâmetro interno da tubulação em polegadas e k_1 e k_∞

são constantes obtidas através de ajustes de diversos dados experimentais de acessórios e gráficos k_f *v/s Re*, para diferentes diâmetros de tubulação. Dessa forma, os valores numéricos das constantes k_1 e k_∞ se encontram tabelados para cada caso.

A Equação 2.74 não é aplicável para orifícios e entrada e saída de tanques, nesses casos deve-se utilizar a seguinte equação

$$k_f = \frac{k_1}{Re} + k_\infty \quad (2.75)$$

onde os novos valores de k_1 e k_∞ foram apresentados por Hooper (1988). (DARBY, 2001a).

Método de Darby

Segundo Darby (2001a), embora o método de Hooper tenha aplicação em uma ampla faixa de *Re*, o termo $\frac{1}{D}$ não é o suficientemente preciso comparado aos dados experimentais obtidos em válvulas e acessórios (Crane (1982), Darby (2001b)). Especificamente, todos os métodos anteriores subestimam os valores dos coeficientes de perda para tubulações de diâmetros maiores. Darby (2001a) avaliou dados experimentais de várias válvulas, tês e cotovelos e determinou que podem ser representadas com maior precisão pela seguinte expressão, denominado método 3-K

$$k_f = \frac{k_1}{Re} + k_2 \left(1 + \frac{k_3}{D_{n,in}^{0,3}} \right) \quad (2.76)$$

onde $D_{n,in}$ é o diâmetro nominal da tubulação em polegadas e k_1 , k_2 e k_3 encontram-se tabelados junto com os valores de $\left(\frac{L}{D}\right)_{eq}$. Os valores de k_1 correspondem em geral aos valores numéricos do método de Hooper, os valores de k_2 foram determinados a partir de dados de Crane enquanto que k_3 possui o valor constante e igual a 4.

Segundo Darby (2001a), o método 3-K é recomendado devido a que considera o efeito do número de Reynolds e o tamanho da tubulação no cálculo do coeficiente de perda localizada, portanto é mais preciso que o método 2-K. Para escoamento altamente turbulento, os coeficientes de Crane (1982) coincidem com o método de 3-K, mas não são recomendados para números de Reynolds baixos nem para escoamento laminar. Por sua vez, o método do comprimento equivalente é uma aproximação aceitável para números de Reynolds elevados e apropriado para estimativas preliminares.

2.6 Coeficiente de perda localizada para fluidos não newtonianos

Ao projetar tubulações para o transporte de fluidos não newtonianos na indústria de alimentos devem-se realizar cálculos sobre a queda de pressão do sistema. Os dados experimentais de queda de pressão de escoamento de fluidos não newtonianos são exíguos em relação aos fluidos newtonianos. Por conseguinte, realiza-se o cálculo dos coeficientes de perda localizada para fluidos não newtonianos, utilizando as correlações disponíveis em livros de referência, baseados em experiências com fluidos newtonianos.

Valentas *et al.* (1997) expõem a utilização das equações desenvolvidas para fluidos newtonianos em escoamento turbulento, para contração repentina e expansão repentina, usando o fator de correção da energia cinética, α . Esse fator deve ser calculado conforme o comportamento reológico do fluido. Por sua vez, Geankoplis (1998) explica que as perdas por atrito causadas por acessórios, válvulas e contrações de fluidos pseudoplásticos e plásticos de Bingham são similares aos de fluidos newtonianos com os mesmos número de Reynolds generalizados, tanto para escoamento laminar como turbulento. Enquanto que nas perdas por reduções repentinas deve utilizar-se o fator de correção da energia cinética.

Segundo Chhabra e Richardson (1999), a limitada informação existente para acessórios sugere que o comportamento pseudoplástico tem uma baixa influência nas perdas localizadas, portanto é plausível usar os valores para fluidos newtonianos. Entretanto, a estimação das quedas de pressão deve ser cuidadosa por causa do nível de incerteza.

Por sua vez, Darby (2001a) propõe usar o método 2-K ou 3-K, substituindo Re por Re_{MR} para fluidos lei da potência. Os dos métodos obteriam resultados equivalentes. Segundo Steffe e Daubert (2006) o coeficiente de perda localizada para válvulas e acessórios também pode ser calculado pelo método 2-K substituindo Re por Re_{MR} . Esse método é adequado para diâmetros de tubulação utilizados em processos da indústria de alimentos e farmacêutica. Para diâmetros maiores que 6 in, deve considerar-se o método de 3-K.

Coefficientes de perda de carga localizada para fluidos lei da potência serão tratados neste trabalho, especificamente os pseudoplásticos, os quais serão apresentados na seguinte seção. Para fluidos dilatantes, os únicos dados experimentais disponíveis para queda de pressão foram introduzidos por Griskey e Green (1971) para $1,15 < n < 2,5$ (GRISKEY; GREEN, 1971 apud RAO *et al.*, 2005).

2.6.1 Fluidos pseudoplásticos

Skelland (1967) apresentou a seguinte expressão para as perdas por atrito causadas por uma expansão repentina de um diâmetro D_1 a D_2 em escoamento laminar de fluidos não newtonianos (GEANKOPLIS, 1998)

$$k_f = 2 \frac{(3n+1)}{(2n+1)} \left[\frac{n+3}{2(5n+3)} \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^4 - \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 + \frac{3(3n+1)}{2(5n+3)} \right] \quad (2.77)$$

Para o caso newtoniano ($n = 1$), a Equação 2.77 apresenta valores coerentes aos obtidos por Crane (1982).

Considerando a falta de dados experimentais de fluidos pseudoplásticos em escoamento laminar, Steffe *et al.* (1984) expuseram três correlações para coeficientes de perda de carga localizada utilizando molho de maçã em diferentes diluições. O fluido foi testado puro e em diluições de 10 e 20% (m/m). O propósito dessas diluições foi a modificação das propriedades reológicas do fluido além do número de Reynolds generalizado.

Os testes consideraram o escoamento de fluidos pseudoplásticos em escoamento laminar ($20 < Re_{MR} < 700$), conforme as seguintes faixas dos índices de comportamento do escoamento e consistência: $0,44 \leq n \leq 0,45$ e $4,18 \leq K \leq 7,32 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$. Nesse contexto a taxa de cisalhamento variou na faixa de $1 \leq \dot{\gamma} \leq 1200 \text{ 1/s}$, enquanto a temperatura manteve-se em $25 \text{ }^\circ\text{C}$, aproximadamente. As equações apresentadas indicam que o valor dos coeficientes de perda localizada aumenta quando o valor do número de Reynolds generalizado diminui, conforme mostra a seguinte equação

$$k_f = \frac{\beta_S}{Re_{MR}^{\alpha_S}} \quad (2.78)$$

onde α_S e β_S são parâmetros a ser estimados experimentalmente.

Os experimentos foram realizados em tubulações sanitárias de aço inoxidável 316 de 1,5 in de diâmetro. A queda de pressão foi medida através de um cotovelo de 90° (raio de curvatura de 2,87 in), um tê (usado como cotovelo) e uma válvula macho de três vias, todos do mesmo material da tubulação. Os parâmetros das equações foram estimadas usando técnicas de regressão linear, onde os r^2 foram 0,8, 0,4 e 0,5, respetivamente. Na Tabela 2.2 apresentam-se os resultados.

Segundo Steffe e Daubert (2006), ao comparar os valores obtidos pela Equação 2.78 com os do método sugerido por Hooper (1981) (Equação 2.74), obtêm-se coeficientes de perda localizada de dois a três vezes maiores. Mais tarde, Martínez e García (2001) afirmaram que

Tabela 2.2: Valores de α_S e β_S da Equação 2.78.

Tipo de acessórios ou válvula	α_S	β_S	Faixa Re_{MR}
Válvula macho de três vias	0,492	30,3	20-700
Tê (como cotovelo)	0,504	29,4	20-700
Cotovelo de 90°	0,896	191,0	20-700

Adaptado de: Steffe *et al.* (1984).

valores sobrestimados (quase o dobro) foram obtidos da Equação 2.78, para valores de α_S longe de unidade, na faixa de Re_{MR} desde 10 até 500.

Um ano mais tarde, Edwards *et al.* (1985) introduziram uma correlação geral para o escoamento de fluidos newtonianos e não newtonianos, (onde $\alpha_S = 1$), através de diferentes acessórios, considerando baixos números de Reynolds generalizado.

Os fluidos utilizados nesse estudo correspondem a soluções aquosas de carboximetilcelulose, os quais consideram-se pseudoplásticos conforme a faixa de $0,48 \leq n \leq 0,72$ e $0,45 \leq K \leq 11,8$ Pa·sⁿ. Suspensões aquosas de argila também foram analisadas apresentando uma faixa de $0,18 \leq n \leq 0,27$ e $3,25 \leq K \leq 29,8$ Pa·sⁿ. As faixas dos índices de comportamento do escoamento e consistência foram medidas para uma taxa de cisalhamento na faixa de $7 \leq \dot{\gamma} \leq 1100$ 1/s.

A equação introduzida é a seguinte

$$k_f = \frac{\beta_E}{Re_{MR}} \quad (2.79)$$

Na Tabela 2.3 são apresentados os valores de β_E para escoamento laminar, a faixa de operação desse em função do Re_{MR} e os valores de k_f para escoamento turbulento.

No caso de cotovelo 90°, os autores indicaram que em $Re_{MR} \approx 900$, o valor do k_f alcança um valor numérico constante próximo a 0,9, para ambos diâmetros testados (1 e 2 in). Esse valor de Re_{MR} indica o término do escoamento laminar e o começo do escoamento turbulento, que varia segundo a geometria do acessório.

No caso das válvulas globo, o fato da transição ocorrer em valores de Re_{MR} menores, corrobora a estreita faixa de operação para o escoamento nessas válvulas, devido a que os detalhes geométricos têm alta incidência na queda de pressão. Na válvula de 1 in, a transição ocorre em $Re_{MR} \approx 12$, enquanto o k_f apresenta um valor numérico constante e igual a 122, para Re_{MR} até 800. Já para a válvula de 2 in essa transição ocorre a $Re_{MR} \approx 15$, alcançando um valor constante, $k_f = 25,4$ até

Tabela 2.3: Valores de β_E da Equação 2.79.

Tipo de acessórios ou válvula	β_E	Faixa	
		Re_{MR}	k_f
Cotovelo 90°, curvatura curta, 1 e 2 in	842	1-800	0,9
Vál. globo, macho quadrado(aberta), 1 in	1460	0,1-12	122
Vál. globo, macho circular(aberta), 2 in	384	0,1-15	25,4
Vál. gaveta (aberta), 1 e 2 in	273	0,1-130	-
Contração 1 in/0,5 in ($\Theta=0,445$)	110	1-100	0,45
Contração 1,5 in/1 in ($\Theta=0,660$)	59	1-100	0,33
Expansão 1 in/1,5 in ($\Theta=1,52$)	87,7	1-250	0,32
Expansão 1 in/2 in ($\Theta=1,97$)	139	1-250	0,55

Vál.: Válvula

Adaptado de: Edwards *et al.* (1985).

$Re_{MR} = 800$.

Para contrações, o valor numérico de k_f é igual a 0,45, considerando uma razão de contração (Θ) igual a 0,445. Para $\Theta=0,660$, tem-se $k_f = 0,33$, enquanto que ambas contrações consideram $Re_{MR} \approx 200$ o valor de transição do escoamento. Contudo, expansões de $\Theta=1,52$ e $\Theta=1,97$ apresentam $k_f = 0,32$ e $k_f = 0,55$, respectivamente. Nesses casos, até $Re_{MR} \approx 250$, o escoamento é considerado laminar.

Devido à falta de dados experimentais na literatura, as perdas de pressão causadas por válvulas durante muito tempo foram consideradas iguais àquelas causadas por uma tubulação reta, do mesmo comprimento que o acessório. Mas, esse método é considerado pouco preciso. Mudando essa visão, Banerjee *et al.* (1994) apresentaram correlações baseadas nos dados experimentais de queda de pressão em válvulas comerciais do tipo globo e gaveta de 1/2 in de diâmetro.

Esses dados experimentais foram obtidos em escoamentos de soluções aquosas de sal de sódio de carboximetilcelulose, numa tubulação de aço ao carbono de diâmetro interno de 0,0127 m. Foram testadas vazões entre $4,05 \cdot 10^{-5}$ e $31,17 \cdot 10^{-5}$ m³/s, as quais correspondem à condição de escoamento laminar de fluidos pseudoplásticos, conforme a faixa de $0,601 \leq n \leq 0,901$ e $0,014 \leq K \leq 0,711$ Pa·sⁿ. A medição realizou-se em uma taxa de cisalhamento na faixa de $32 \leq \dot{\gamma} \leq 950$ 1/s e a uma temperatura de $31,1 \pm 1,5$ °C.

Dessa forma, os autores desenvolveram correlações para o coeficiente de perda localizada de válvulas globo e gaveta em termos das variáveis dinâmicas e físicas do sistema. A primeira dessas variáveis corresponde ao número de Reynolds generalizado, enquanto como a variável

física a abertura da válvula, θ , a qual varia na faixa de $0,25 \leq \theta \leq 1$. Essas correlações são apresentadas a seguir

Válvula globo

$$k_f = 16,532 Re_{MR}^{-0,061 \pm 0,013} \theta^{-0,797 \pm 0,030} \quad (2.80)$$

onde o coeficiente de correlação e variância da estimativa da Equação 2.80 são $0,9496$ e $1,326 \cdot 10^{-2}$, respectivamente.

Válvula gaveta

$$k_f = 3,81 Re_{MR}^{-0,197 \pm 0,046} \theta^{-1,987 \pm 0,091} \quad (2.81)$$

onde o coeficiente de correlação e variância da estimativa são $0,9344$ e $1,106 \cdot 10^{-2}$, respectivamente.

Steffe (1996) apresentou a seguinte metodologia para estimar, de modo conservador, os coeficientes de perda localizada em escoamentos laminar e turbulento de fluidos pseudoplásticos

- Para fluidos newtonianos em escoamentos laminar ou turbulento, utilizam-se os dados de Kittredge e Rowley (1957) ou Sakiadis (1984), respectivamente.
- Para fluidos não newtonianos, onde $Re_{MR} > 500$ utilizam-se os dados fornecidos para escoamento turbulento de fluidos newtonianos fornecidos por Sakiadis (1984).
- Para fluidos não newtonianos, onde $20 \leq Re_{MR} \leq 500$ utiliza-se a seguinte equação

$$k_f = \frac{500 (k_f)_{turbulento}}{Re_{MR}} \quad (2.82)$$

onde $(k_f)_{turbulento}$ correspondem aos coeficientes de perda localizada apresentados por Sakiadis (1984).

O valor limite de $Re_{MR} = 20$ foi arbitrário devido a que a equação 2.82 gera valores de k_f incoerentes (muito altos) para valores muito pequenos de Re_{MR} . Todavia a maioria das aplicações em alimentos, encontra-se na faixa de $Re_{MR} \geq 20$ (STEFFE, 1996).

Segundo o autor, as regras anteriores deviam ser aplicadas com cautela e só em ausência de dados experimentais. Dessa forma, Steffe e Daubert (2006) já não fazem menção desse método de estimação do k_f , porém citam os métodos para fluidos newtonianos de Hooper (1981) e Darby (2001b), para estimação de coeficientes de perda de localizada

de fluidos não newtonianos.

Turian *et al.* (1998b) determinaram experimentalmente as perdas por atrito causadas por diferentes cotovelos e válvulas, em tubulações de aço preto de 2,5 e 5,0 cm de diâmetro. Os autores estabeleceram que esses coeficientes de perda localizada não podem ser tratados de maneira isolada, devido a que incluem também as perdas à jusante e à montante na tubulação.

Para avaliar seus resultados, Turian *et al.* (1998a) estudaram o escoamento de fluidos que se comportavam segundo o modelo da lei da potência e outros modelos. Para fluidos pseudoplásticos, consideraram dados experimentais de suspensões concentradas de laterita, na faixa de $0,252 \leq n \leq 0,415$ e $0,245 \leq K \leq 105,2$ Pa·sⁿ e suspensões concentradas gesso na faixa de $0,584 \leq n \leq 0,654$ e $0,7976 \leq K \leq 2,453$ Pa·sⁿ. As medições foram realizadas em uma taxa de cisalhamento na faixa $1 \leq \dot{\gamma} \leq 25200$ 1/s e em temperatura de 25 ± 1 °C.

Desta forma, para escoamento laminar, o coeficiente de perda localizada para desses acessórios e válvulas foi determinada através da seguinte expressão generalizada

$$k_f = \frac{\phi}{Re_{MR}} \quad (2.83)$$

onde o parâmetro ϕ é obtido experimentalmente, e apresentado na Tabela 2.4. A Equação 2.83 é aplicável no escoamento laminar, quando $Re_{MR} \leq Re_{MR}^*$. Esse último definido como um Reynolds generalizado crítico, cujo valor muda para cada diâmetro da tubulação.

Para escoamento turbulento ($Re_{MR} > Re_{MR}^*$), o valor do coeficiente de perda localizada alcança um valor fixo, conforme segue

$$k_f = \kappa \quad (2.84)$$

onde os valores de κ obtidos através de dados experimentais são apresentados na Tabela 2.5.

Para as mesmas condições anteriores, os autores desenvolveram as seguintes expressões para uma expansão de diâmetro de 2,5 cm a 5,0 cm Em escoamento laminar ($Re_{MR} \leq 4180$)

$$k_f = \frac{115,1}{Re_{MR}} + \left(1 - \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right)^2 \quad (2.85)$$

Tabela 2.4: Valores de ϕ da Equação 2.83 em escoamento laminar.

Tipo de acessórios ou válvula	ϕ	Faixa		DMA %	Re_{MR}^*	
		$Re_{MR} \cdot 10^{-2}$			2,5 cm	5,0 cm
Cotovelo de 45°, padrão	700	0,86-13,5		43,2	867	1383
Cotovelo de 90° ($r_c = 0$)	-	-		-	-	-
Cotovelo de 90° padrão	900	0,82-12,6		60,0	807	1353
Cotovelo de 90° ($r_c/D = 4,5$)	660	0,86-12,5		32,5	862	1333
Cotovelo de 90° ($r_c/D = 8,5$)	1400	2,40-24,5		24,4	1472	2622
Cotovelo de 90° ($r_c/D = 12,5$)	1800	1,14-24,5		21,1	1486	2575
Curvatura de 180°	800	0,86-14,7		41,2	747	1473
Válvula globo	-	-		-	-	-
Válvula gaveta	320	1,12-18,5		47,1	402	1905

DMA: média do desvio absoluto entre o valor estimado e o medido

 r_c : raio de curvaturaFonte: Turian *et al.* (1998b).

Tabela 2.5: Valores de κ da Equação 2.84 em escoamento turbulento.

Tipo de acessórios ou válvula	κ	2,5 cm		5,0 cm		
		Faixa $Re_{MR} \cdot 10^{-3}$	DMA %	Faixa $Re_{MR} \cdot 10^{-3}$	DMA %	
Cotovelo de 45°, padrão	0,81	0,89-126	22,1	0,51	1,47-328	20,9
Cotovelo de 90° ($r_c = 0$)	1,66	4,11-126	7,0	1,39	4,22-328	8,6
Cotovelo de 90° padrão	1,11	0,82-126	19,2	0,66	1,47-328	23,4
Cotovelo de 90° ($r_c/D = 4,5$)	0,77	0,89-119	28,1	0,50	1,47-328	20,5
Cotovelo de 90° ($r_c/D = 8,5$)	0,95	1,56-132	20,5	0,53	2,65-328	17,0
Cotovelo de 90° ($r_c/D = 12,5$)	1,21	1,56-126	12,4	0,70	2,65-328	11,4
Curvatura de 180°	1,07	0,79-126	13,6	0,54	1,55-328	19,9
Válvula globo	10,0	0,09-132	6,9	6,72	0,11-328	5,5
Válvula gaveta	0,80	0,42-119	18,3	0,17	2,02-328	26,5

DMA: média do desvio absoluta entre o valor estimado e o medido

r_c : raio de curvatura

Fonte: Turian *et al.* (1998b).

Em escoamento turbulento para $Re_{MR} > 4180$

$$k_f = 0,5512 \quad (2.86)$$

No caso de uma contração repentina de diâmetro de 5,0 cm para 2,5 cm, as equações são as seguintes

Em escoamento laminar ($Re_{MR} \leq 3900$)

$$k_f = \frac{900}{Re_{MR}} \quad (2.87)$$

Em escoamento turbulento ($Re_{MR} > 3900$)

$$k_f = 0,23 \quad (2.88)$$

Turian *et al.* concluíram que os valores dos coeficientes de perda de carga localizada em escoamento laminar, que incluíam as perdas por atrito atribuídas ao comprimento do acessório, representavam com maior exatidão os dados experimentais. No caso do escoamento turbulento, totalmente desenvolvido, os coeficientes de perda determinados apresentavam valores próximos aos estabelecidos para a água (fluido newtoniano).

Telis-Romero *et al.* (2000) estudaram o escoamento laminar de soluções de goma xantana e apresentaram a seguinte correlação empírica para o coeficiente de perda localizada de um cotovelo de 90°

$$k_f = \frac{228,01}{Re_{MR}^{0,93}} \quad (2.89)$$

A Equação 2.89 foi obtida para uma tubulação de 2,54 cm de diâmetro interno e aplicável na faixa de $1 \leq Re_{MR} \leq 1000$ (TELIS-ROMERO *et al.*, 2000 apud BANBYOPADHYAY; DAS, 2007).

Martínez e García (2001) estudaram a perda de carga em acessórios de aço inoxidável 316 de 1 in de diâmetro. Os fluidos utilizados foram diluições aquosas de carboximetilcelulose (0,5, 0,7 e 1,2% (m/m)), definidos como fluidos pseudoplásticos na faixa de $0,365 \leq n \leq 0,555$ e $0,699 \leq K \leq 10,94$ Pa·sⁿ. As medições foram realizadas em uma taxa de cisalhamento na faixa de $1 \leq \dot{\gamma} \leq 1000$ 1/s e em uma temperatura de 20 ± 1 °C. As condições de escoamento foram estabelecidas para $Re_{MR} < 650$. Os resultados obtidos para coeficientes de perda localizada são os seguintes

Válvula borboleta (aberta)

$$k_f = \frac{761}{Re_{MR}} \quad (2.90)$$

A Equação 2.90 é aplicável na faixa $6 \leq Re_{MR} \leq 382$ apresentando um $r^2 = 0,985$.

Válvula globo(aberta)

$$k_f = \frac{510}{Re_{MR}^{0.73}} \quad (2.91)$$

A Equação 2.91 é aplicável na faixa $6 \leq Re_{MR} \leq 112$ apresentando um $r^2 = 0,975$.

Valores semelhantes foram obtidos por Edwards *et al.* (1985). Enquanto os valores estimados pela Equação 2.91 e a equação proposta por Banerjee *et al.* (1994) também admitem valores próximos (para valores de $Re_{MR} > 100$, onde o k_f alcança o valor numérico constante igual a 15).

Para uma curvatura de 90° , tem-se

$$k_f = \frac{1193}{Re_{MR}} \quad (2.92)$$

A Equação 2.92 é aplicável na faixa $6 \leq Re_{MR} \leq 646$ apresentando um $r^2 = 0,987$.

As perdas localizadas, considerando o acessório como uma peça reta com a mesma queda de pressão que esse acessório, são definidas pelo método do comprimento equivalente. Embora esse método só tenha sido aplicado em escoamento turbulento, no estudo de Martínez e García (2001) se apresentou para o caso laminar, onde os valores do comprimento equivalente são baseados em uma regressão linear inversa de $k_f v/s Re_{MR}$.

Os valores do comprimento equivalente para o caso das válvulas e uniões são apresentados na Tabela 2.6.

No caso da válvula borboleta, o valor de $(\frac{L}{D})_{eq}$ é quatro vezes menor que o valor apresentado por Crane (1982) para válvulas similares, de diâmetro entre 0,05 m e 0,2 m, em escoamento turbulento. Entretanto o valor de $(\frac{L}{D})_{eq}$ para válvula globo é 24 vezes menor que o valor apresentado por Crane (1982). No caso da união de 90° , o valor de Crane (1982) é aproximadamente o dobro.

Os autores recomendam a utilização dos valores $(\frac{L}{D})_{eq}$ para cálculos rápidos dos acessórios estudados. Também recomendaram o uso do

Tabela 2.6: Valores do comprimento equivalente segundo Martínez e García (2001).

Tipo de acessórios ou válvula	$\left(\frac{L}{D}\right)_{eq}$	
	Martínez e García (2001)	Crane (1982)
Válvula borboleta	12	45
Válvula globo	14	340
União de 90°	19	30

Adaptado de: Martínez e García (2001).

método introduzido por Steffe (1996), o qual apresenta valores sobre-estimados para válvulas e próximos para curvaturas. Destacando, que esse método não tem sido mais utilizado pelos próprios autores.

Com exceção dos trabalhos de Steffe *et al.* (1984) e Martínez e García (2001), os dados experimentais de coeficientes de perda localizada foram obtidos em tubulações e acessórios de aço carbono. Todavia na indústria de alimentos, na farmacêutica e na indústria química são utilizadas tubulações e acessórios aço inoxidável.

Polizelli *et al.* (2003) obtiveram dados experimentais de perda de carga em tubulações de aço inoxidável (25,4 mm, 38,1 mm e 50,8 mm de diâmetro externo e 2,87 mm de espessura) com acessórios sanitários, em escoamentos laminar e turbulento. Os autores consideraram soluções aquosas em diferentes concentrações de goma xantana (0,05, 0,15 e 0,25% (m/m)) e sacarose (10, 20 e 30% (m/m)). Esses fluidos foram modelados conforme a lei de potência como pseudoplásticos na faixa de $0,253 \leq n \leq 0,469$ e $0,137 \leq K \leq 0,823 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$. As medições foram realizadas em uma taxa de cisalhamento na faixa de $22 \leq \dot{\gamma} \leq 774 \text{ 1/s}$ e em uma temperatura de 32 °C.

Os coeficientes de perda localizada foram calculados de acordo com o método de Hooper. Substituindo Re por Re_{RM} na Equação 2.74 . A seguinte equação foi empregada

$$k_f = \frac{k_1}{Re_{MR}} + k_\infty \left(1 + \frac{1}{D_{in,in}} \right) \quad (2.93)$$

Deste modo, os valores de k_1 e k_∞ são apresentados nas Tabelas 2.7 e 2.8. O modelo 2-K teve um ajuste satisfatório para escoamento laminar ($0,976 \leq r^2 \leq 0,999$) e escoamento turbulento ($0,774 \leq r^2 \leq 0,989$) apresentando só alguns pontos com desvio máximo de $\pm 20\%$.

Pinho *et al.* (2003) apresentaram um estudo numérico de escoamento laminar de um fluido em uma expansão súbita, onde a razão

Tabela 2.7: Valores de k_1 e k_∞ da Equação 2.93 em escoamento laminar.

Tipo de acessórios ou válvula	k_1	k_∞
Válvula borboleta (aberta)	9,084	0,0240
Válvula borboleta (10° aberta)	14,83	0,0399
Válvula borboleta (20° aberta)	298,0	0,8018
Válvula borboleta (40° aberta)	1184,6	3,244
Válvula borboleta (60° aberta)	22579	59,63
Válvula macho (aberta)	1022,9	0,2400
Válvula macho (semiaberta)	1768,0	0,3964
Curvatura de 45°	503,7	0,2486
Curvatura de 90°	812,2	0,3955
Curvatura de 180°	1001,5	0,7066
Unões	24,86	0,0127

Fonte: Polizelli *et al.* (2003).

Tabela 2.8: Valores de k_1 e k_∞ da Equação 2.93 em escoamento turbulento.

Tipo de acessórios ou válvula	k_1	k_∞
Válvula borboleta (aberta)	118,7	0,1587
Válvula borboleta (10° aberta)	131,2	0,3862
Válvula borboleta (20° aberta)	250,5	1,136
Válvula borboleta (40° aberta)	1747,7	7,112
Válvula borboleta (60° aberta)	69778	88,37
Válvula macho (aberta)	995,5	0,2402
Válvula macho (semiaberta)	1937,7	0,4110
Curvatura de 45°	465,1	0,2495
Curvatura de 90°	798,9	0,3939
Curvatura de 180°	1089,6	0,6622
Unões	91,98	0,0805

Fonte: Polizelli *et al.* (2003).

entre os diâmetros é $1/2,6$. Esse fluido foi representado pelo modelo de lei de potência (pseudoplástico). No cálculo numérico utilizou-se um programa simulação de volumes finitos. A correlação proposta é a seguinte

$$k_f = \frac{m_1}{Re_{MR}^{m_2}} + m_3 + m_4 \log(Re_{MR}) + m_5 \log^2(Re_{MR}) \quad (2.94)$$

onde m_i são os coeficientes definidos por

$$\begin{aligned} m_1 &= 17,45 - 27,53 \log(n) \\ m_2 &= 1 - 0,009n + 0,0027n^2 - 0,010n^3 \\ m_3 &= 0,113 - 1,02n \\ m_4 &= -0,256 + 1,21n + 0,498n^2 \\ m_5 &= 0,124 - 0,0911n - 0,149n^2 - 0,110n^3 \end{aligned} \quad (2.95)$$

A Equação 2.94 é válida na faixa de $0,2 \leq n \leq 1$ e $0,09 \leq Re_{MR} \leq 200$.

Etemad (2004) mediu experimentalmente quedas de pressão através de válvulas de aço inoxidável e cotovelos, contrações e expansões de vidro liso. Os fluidos utilizados foram soluções aquosas de carboximetilcelulose em diferentes concentrações (200-4000 (ppm)). Esses fluidos foram representados segundo o modelo pseudoplástico, conforme a faixa de $0,616 \leq n \leq 0,927$ e $0,051 \leq K \leq 0,657 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$. As medições foram realizadas em tubulações lisas de vidro com diâmetro interno de 7,4mm, 17,3mm, 20,7mm e 24,3mm. Os resultados indicaram escoamento turbulento entre $10^4 \leq Re_{MR} \leq 5 \cdot 10^6$. Os autores definiram o coeficiente de perda de localizada em função do índice de comportamento do escoamento conforme segue

$$k_f = E_1 n^2 + E_2 n + E_3 \quad (2.96)$$

onde os valores das constantes E_1 , E_2 e E_3 , obtidas experimentalmente, são apresentadas na Tabela 2.9. Essas correlações sugerem ajustes adequados devido a que o r^2 mínimo foi 0,991.

Destaca-se que o fator de atrito de Fanning foi obtido através do gráfico de Moody, exclusivo para fluidos newtonianos, mas utilizando o valor de Re_{MR} . Este procedimento pode apresentar discordância com valores apresentados por outros autores, devido a que sua aplicação em fluidos não newtonianos é questionável.

Tabela 2.9: Valores de E_1 , E_2 e E_3 da Equação 2.96.

Tipo de acessórios ou válvula	E_1	E_2	E_3
Cotovelo padrão	-0,0674	0,7108	0,064
Válvula gaveta (aberta)	-0,0002	0,2117	0,0102
Válvula globo (aberta)	-2,6726	13,304	-1,5313
Válvula bola (aberta)	0,0068	0,0542	0,0250
Contração repentina 24,3 mm/17,3 mm	-0,6233	1,7617	-0,2115
Expansão repentina 17,3 mm/24,3 mm	-1,2158	2,8189	-0,7014

Fonte: Etemad (2004).

Bandala-Rocha *et al.* (2005) estudaram as quedas de pressão em soluções aquosas de sal de sódio em diferentes concentrações (1,5, 2 e 3% (m/v)). Esses fluidos foram representados pelo modelo de lei da potência e definidos como pseudoplásticos conforme a faixa de $0,836 \leq n \leq 0,895$ e $1,104 \leq K \leq 24,95 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$. As medições realizaram-se em uma tubulação de ferro galvanizado que inclui vários acessórios de diâmetro nominal de 1/2 e 1 in para vazões entre 0,0631 e 0,631 l/s, com $210 \leq Re_{MR} \leq 48000$.

As soluções estudadas apresentaram diferente escoamento dominante, o qual foi determinado através do número de Reynolds generalizado crítico, definido por Mishra e Tripathi (1973). Os detalhes são apresentados na Tabela 2.10.

Tabela 2.10: Escoamento dominante dos dados experimentais apresentados por Bandala-Rocha *et al.* (2005).

Solução aquosa NaCMC	$(Re_{MR})_{crítico}$	Escoamento dominante
Solução 1,5%	2150	Turbulento
Solução 2%	2155	Laminar-turbuelnto
Solução 3%	2183	Laminar

Adaptado de: Bandala-Rocha *et al.* (2005).

Diferente dos demais autores, o coeficiente de perda localizada foi definido como uma função potencial da concentração dos sólidos, e não como função número do Reynolds generalizado. A correlação apresentada foi a seguinte

$$k_f = \Omega_1 X^{\Omega_2} \quad (2.97)$$

onde X corresponde à concentração (m/v) em porcentagem. As cons-

tantes Ω_1 e Ω_2 foram obtidas experimentalmente através de ajustes e seus valores são apresentados na Tabela 2.11. Os coeficientes de perda localizada apresentaram algumas discrepâncias com os dados da literatura, porém os autores explicaram-nas como resultado da interação entre acessórios.

Tabela 2.11: Valores de Ω_1 e Ω_2 da Equação 2.97.

Tipo de acessórios ou válvula	Ω_1	Ω_2	r^2
Cotovelo de 90°	1,169	1,216	0,999
Contração repentina	13,74	0,399	0,982
Expansão repentina	0,309	0,919	0,904
Válvula gaveta (100% aberta)	0,893	1,026	0,999
Válvula gaveta (50% aberta)	0,893	0,966	0,996
Válvula globo (100% aberta)	11,57	0,346	0,986
Válvula globo (50% aberta)	23,93	0,436	0,980

Adaptado de: Bandala-Rocha *et al.* (2005).

Banbyopadhyay e Das (2007) completaram o trabalho apresentado por Banerjee *et al.* (1994) para válvulas globo e gaveta nas mesmas condições (Equações 2.80 e 2.81, respectivamente).

Dessa forma, o coeficiente de perda localizada para uma válvula globo em escoamento laminar em uma tubulação de 1/2 in de diâmetro é dado por

$$k_f = 16,532 Re_{MR}^{-0,061} \theta^{-0,797} \quad (2.98)$$

O coeficiente de perda localizada para uma válvula gaveta em escoamento laminar em uma tubulação de 1/2 in de diâmetro é o seguinte

$$k_f = 3,81 Re_{MR}^{-0,197} \theta^{-1,987} \quad (2.99)$$

As Equações 2.98 e 2.99 são aplicáveis nas faixas de $45 \leq Re_{MR} \leq 2200$ e $0,25 \leq \theta \leq 1$ e estimam valores próximos aos apresentados por Edwards *et al.* (1985) e Turian *et al.* (1998a).

Por sua vez, Fester *et al.* (2007) mediram a queda de pressão através de válvulas diafragma do tipo dam, de diâmetros entre 40 mm e 100 mm. O intuito deste estudo foi estimar os coeficientes de perda localizada para escoamento laminar e turbulento dessas válvulas. As medições foram realizadas a 25 ± 1 °C em condições de escoamento totalmente desenvolvido. Os fluidos estudados apresentavam diferen-

tes comportamentos reológicos caracterizados por diferentes modelos, a água e as soluções de glicerol (newtoniano), as soluções de carboximetilcelulose (lei da potência) e as soluções de caulim (Herschel-Bulkley). As soluções de glicerol ao 75 e 99% (v/v) são consideradas newtonianas conforme $0,02 \leq \mu \leq 0,85$ Pa·s. As soluções de carboximetilcelulose ao 5 e 8% (m/m) são definidas pseudoplásticas, na faixa de $0,54 \leq n \leq 0,79$ e $0,23 \leq K \leq 4,95$ Pa·sⁿ. Já as soluções de caulim ao 10 e 13% (v/v) são consideradas pseudoplásticas com tensão inicial conforme a faixa de $0,14 \leq n \leq 0,17$ e $9,34 \leq K \leq 15,04$ Pa·sⁿ.

O coeficiente de perda localizada para cada válvula em escoamentos laminar e turbulento pode ser estimada através da seguinte expressão

$$k_f = \frac{M_1}{Re_{MR}} + M_2 \quad (2.100)$$

onde as constante M_1 e M_2 são obtidas através desses dados experimentais. A Tabela 2.12 apresenta os valores dessas constantes para cada diâmetro.

Tabela 2.12: Valores de M_1 e M_2 da Equação 2.100.

Diâmetro	M_1	M_2	r^2
40 mm	1042	7,85	0,86
50 mm	946	2,53	0,97
65 mm	800	1,35	0,95
80 mm	575	2,66	0,92
100 mm	585	1,33	0,82

Adaptado de: Fester *et al.* (2007).

Os autores concluíram que tanto para escoamento laminar como turbulento não existe similaridade dinâmica. No caso de escoamento laminar, o coeficiente de perda localizada diminui ao diminuir o tamanho da válvula.

No ano seguinte, Fester *et al.* (2008) apresentaram um conjunto de dados experimentais para quedas de pressão através de contrações repentinas em uma tubulação de 42,3 mm de diâmetro interno. Os fluidos selecionados para o estudo apresentaram comportamento newtonianos (água, óleo newtoniano e soluções de açúcar), lei da potência (carboximetilcelulose) e Herschel-Bulkley (caulim). As medições foram realizadas em uma taxa de cisalhamento na faixa de $0,001 \leq \dot{\gamma} \leq 10000$ 1/s. As soluções de carboximetilcelulose ao 3 e 5% (m/m) são conside-

radas pseudoplásticas e as soluções de caulim ao 5, 8, 10 e 13% (v/v) definidas como pseudoplásticas com tensão inicial conforme a faixa de $0,267 \leq n \leq 514$ e $0,147 \leq K \leq 3,30$ Pa·sⁿ. As condições do escoamento foram definidas para $0,01 \leq Re_{MR} \leq 10^5$. Desta forma, utilizou-se o mesmo número de Reynolds com o propósito de demonstrar uma similaridade dinâmica.

Para escoamento laminar, $0,01 \leq Re_{MR} \leq 10$, o coeficiente de perda localizada foi definido como segue

$$k_f = \frac{M_F}{Re_{MR}} \quad (2.101)$$

onde M_F é determinado experimentalmente.

Para escoamento turbulento, $6000 \leq Re_{MR} \leq 70000$, o coeficiente de perda localizada alcança um valor constante, da forma

$$k_f = \lambda \quad (2.102)$$

onde λ é uma constante determinada através de dados experimentais. Os valores de M_F e λ são apresentados na Tabela 2.13. Os autores não conseguiram comprovar uma similaridade dinâmica nas contrações repentinas.

Tabela 2.13: Valores de M_F da Equação 2.101 e λ da Equação 2.102.

Razão de contração	Laminar		Turbulento
	M_F	r^2	λ
0,22	364	0,92	1,00
0,50	288	0,89	0,35
0,85	155	0,96	0,17

Adaptado de: Fester *et al.* (2008).

Fester e Slatter (2009) testaram três válvulas globo de bronze de diferentes diâmetro nominal (15 mm, 25 mm, 40 mm) em um tubo viscosímetro (BBTV) para as posições aberta e semiaberta. Os fluidos escolhidos para determinar o coeficiente de perda localizada foram soluções aquosas de carboximetilcelulose ao 5 e 8%(v/v), as quais representam fluidos pseudoplásticos conforme a faixa de $0,557 \leq n \leq 0,631$ e $1,947 \leq K \leq 7,190$ Pa·sⁿ, a lama de caulim a qual representa fluidos Herschel-Bulkley conforme $0,554 \leq n \leq 0,561$ e $0,198 \leq K \leq 355$ Pa·sⁿ e $6,300 \leq \sigma_o \leq 26,800$ Pa e água e soluções de glicerina representando o

comportamento newtoniano com $0,012 \leq \mu \leq 1,264$ Pa.s.

Desta forma, determinou-se a seguinte expressão para coeficientes de perda em válvulas globo

$$k_f = \frac{1700 - 1000\theta}{Re_{MR}} + 10(3 - 2\theta) \quad (2.103)$$

onde θ é a abertura da válvula, nas posições aberta ou semiaberta. O primeiro termo da expressão corresponde à influência do escoamento laminar, foi obtido minimizando o erro logarítmico ao quadrado entre a expressão Edwards *et al.* (1985) e o valor de k_f observado ($C_v = 700$). O segundo termo corresponde a influência do escoamento turbulento, o qual é próximo a 10, valor obtido para todos os fluidos em válvulas de 25 mm, sugerindo $(Re_{MR})_{crítico} = 12$.

Os autores concluíram que o tamanho da válvula não afeta no coeficiente de perda localizada desde que se use θ como similaridade geométrica, e uma similaridade dinâmica seja estabelecida, o seja Re_{MR} .

3 Metodologia

O principal objetivo deste trabalho é uma atualização das correlações do fator de atrito e coeficientes de perda localizada, para fluidos não newtonianos. Nesse contexto, o presente capítulo expõe a metodologia utilizada para avaliar e comparar as correlações apresentadas na revisão bibliográfica.

3.1 Fator de atrito

Nesta seção é descrita a metodologia utilizada para avaliar as correlações do fator de atrito de fluidos que seguem o modelo da lei da potência sob regime laminar, de transição e turbulento, em tubulações lisas e rugosas. As atividades são as seguintes:

1. Levantamento das correlações de fator de atrito para fluidos lei da potência e definição de faixas de operação segundo o número de Reynolds generalizado, Re_{MR} , e o índice de comportamento do escoamento, n , em tubulações lisas.
2. Levantamento das correlações de fator de atrito para fluidos lei da potência e definição de faixas de operação segundo o Re_{MR} , o n e a rugosidade relativa, $\frac{\epsilon}{D}$, em tubulações rugosas.
3. Análise estatística dos fatores de atrito para escoamento turbulento em conformidade com a metodologia apresentada por Gao e Zhang (2007). Com esse objetivo implementaram-se as correlações no o *software* computacional EES (2009). Software de resolução de equações implícitas mediante o método numérico de Newton-Raphson.

Devido à falta de dados experimentais para escoamento de fluidos não newtonianos, os pesquisadores Gao e Zhang consideraram 14 correlações para o fator de atrito, definidas para fluidos lei da potência, publicadas entre 1959 e 2003. Assim, foi definido o fator de atrito f_{ij} , onde i é o identificador da correlação e j é o valor do Re_{MR} , o qual varia entre 4000 e 10^5 .

Foi calculado \bar{f}_j , o valor médio em i de todos os f_{ij} , conforme a seguinte equação

$$\bar{f}_j = \sum_{i=1}^M \frac{f_{ij}}{M} \quad (3.1)$$

onde M é o número de correlações de fator de atrito analisadas. Calcula-se o desvio relativo médio para cada correlação do fator de atrito (MRD_i), conforme segue

$$MRD_i = \sum_{j=1}^{24} \frac{f_{ij} - \bar{f}_j}{\bar{f}_j} \frac{100}{24} \quad (3.2)$$

observa-se que neste caso são considerados 24 valores para o número de Reynolds generalizado. Esses valores foram selecionados, com o intuito de obter resultados representativos do valor de f_{ij} na faixa de Re_{MR} .

O desvio relativo médio total em n ($OMRD_i$) de cada correlação é calculado para N valores do índice do comportamento do escoamento

$$OMRD_i = \sum_{n=1}^N \frac{MRD_{in}}{N} \quad (3.3)$$

Na análise de Gao e Zhang, a correlação de Dodge e Metzner (Equação 2.31) obteve o menor desvio relativo médio total (1,5%), e a recomendaram para estimar o fator de atrito de fluidos lei da potência em tubulações lisas. De acordo com essa metodologia e visando avaliar as correlações acrescentadas na revisão bibliográfica, decidiu-se:

4. Complementar a análise estatística dos fatores de atrito, considerando as 20 correlações de fluidos não newtonianos, lei da potência, em escoamento turbulento em tubulações lisas (Seção 2.4.3). Desta maneira, incluíam-se seis novas correlações. A análise se realizou na faixa de $0,3 \leq n \leq 1,4$ e $4000 \leq Re_{MR} \leq 10^5$, incluindo valores menores de n em relação a faixa proposta por Gao e Zhang (2007). Esse critério utilizou-se devido a que a equação de Dodge e Metzner (1959) é aplicável naquela faixa.
5. Refinar a análise estatística dos fatores de atrito, apresentada anteriormente, para fluidos pseudoplásticos em escoamento turbulento em tubulações lisas. A análise realizou-se na faixa de $0,4 \leq n \leq 0,9$ e $4000 \leq Re_{MR} \leq 10^5$, já que, é nessa faixa de n onde

se encontram a maioria dos fluidos pseudoplásticos.

3.2 Coeficientes de perda localizada

Nesta seção são apresentadas as atividades para avaliar os coeficientes de perda localizada para fluidos que seguem o modelo da lei da potência sob regime laminar, de transição e turbulento em tubulações lisas:

1. Levantamento dos coeficientes de perda localizada para fluidos lei da potência e definição de faixas de operação segundo o Re_{MR} e o n .
2. Comparação numérica entre os valores dos coeficientes de perda localizada definidos pelo método de Hooper (1981), substituindo Re por Re_{MR} , e os coeficientes de perda localizada específicos para fluidos lei da potência resultantes da revisão bibliográfica.
3. Estudo de caso: cálculo do trabalho de eixo de uma bomba para diferentes configurações de um sistema de bombeamento, considerando diferentes comprimentos de tubulação e quantidade de acessórios. Nesse caso, as perdas localizadas por atrito foram comparadas, utilizando coeficientes de perda localizada específicos e os coeficientes definidos pelo método Hooper (1981).

4 Resultados e Discussões

No presente capítulo serão apresentados os resultados e suas respectivas discussões. A primeira parte apresenta considerações sobre o número de Reynolds generalizado crítico. A parte seguinte corresponde a uma análise estatística dos fatores de atrito que seguem o modelo da lei da potência em tubulações lisas. Na terceira parte é discutida a influência da rugosidade relativa da tubulação no valor do fator de atrito desses fluidos. Por fim, a última parte apresenta uma comparação entre alguns valores de coeficientes de perda localizada e um estudo de caso para determinar a influência da seleção desses coeficientes no cálculo do trabalho de eixo de uma bomba.

4.1 Considerações sobre o número de Reynolds generalizado crítico

No cálculo do fator de atrito e do coeficiente de perda localizada devem-se estabelecer, através do número de Reynolds generalizado crítico, os critérios a utilizar na determinação do regime do escoamento.

A variação das definições do $(Re_{MR})_{crítico}$ segundo o índice do comportamento do escoamento do fluido, comentadas na Seção 2.4.1, são ilustradas na Figura 4.1. Observa-se que o critério apresentado por Mishra e Tripathi (1973) (Equação 2.23) é equivalente ao critério de Ryan e Johnson (1959) ou Hanks (1963) (Equação 2.22) para fluidos lei da potência na faixa de $0,6 \leq n \leq 1,2$. Destacando que, a região limitada para $0,6 \leq n \leq 1$ abrange a maioria dos fluidos pseudoplásticos na indústria de alimentos.

Por sua vez, o número de Reynolds generalizado crítico médio, calculado entre os valores apresentados por Ryan e Johnson (1959) e Mishra e Tripathi (1973), descreve uma curva próxima ao critério de Darby (2001b) (Equação 2.24) na faixa de $0,3 \leq n \leq 1,2$. Nesse caso, o desvio relativo absoluto entre esse valor médio e o critério de Darby (2001b) corresponde a 5% e 4% para n igual a 0,3 e 1,2, respectivamente.

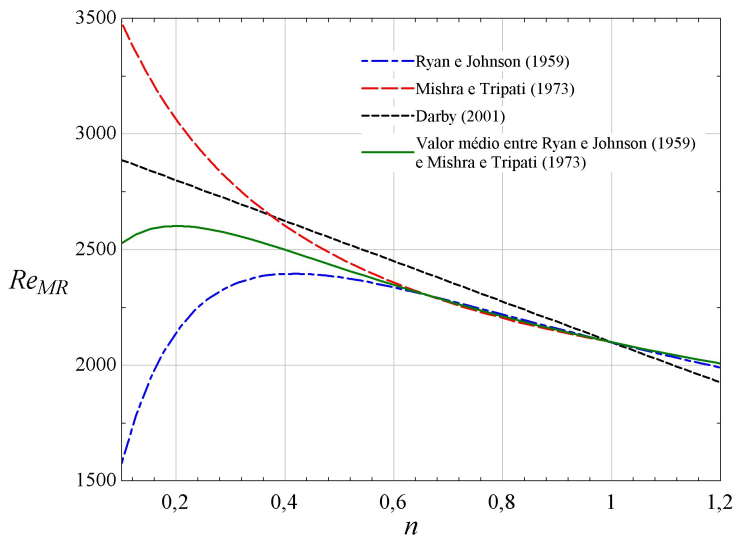


Figura 4.1: Variação do número de Reynolds generalizado crítico com o índice de comportamento do escoamento.

Por fim, para $n = 1$, os três critérios obtêm o mesmo valor de o número de Reynolds generalizado crítico, $(Re_{MR})_{crítico} = 2100$, equivalente ao critério para fluidos newtonianos.

No presente trabalho, recomenda-se a utilização da definição de Darby para estabelecer a região de escoamento laminar e de transição. Esse critério apresenta uma forma simples e desvios relativos absolutos baixos. Já na determinação da região de escoamento turbulento utiliza-se o critério $Re_{MR} > 4000$.

4.2 Análise estatística do fator de atrito de fluidos lei da potência

Nesta seção analisam-se as correlações do fator de atrito para fluidos que seguem o modelo da lei da potência para escoamento turbulento em tubulações lisas. A análise estatística utilizada corresponde à metodologia apresentada por Gao e Zhang (2007). Neste caso, o índice de comportamento do escoamento foi estabelecido na faixa de 0,3 até 1,4 (Seção 3.1). Os resultados da análise estatística são apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Desvio relativo médio (MRD_i) entre f_{ij} e \bar{f}_j para as 20 correlações do fator de atrito para fluidos lei da potência (%).

Correlação	n										$OMRD_i$		
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2		1,3	1,4
Dodge e Metzner (1959)	4,2	2,0	2,4	2,6	2,0	1,1	0,5	0,6	0,9	1,1	1,1	1,1	1,63
TB Dodge e Metzner (1959)	5,7	3,7	2,5	1,8	1,2	0,8	0,6	0,6	0,8	1,8	3,4	5,6	2,37
Shaver e Merrill (1959)	95,9	89,6	77,5	59,4	38,1	18,8	6,2	0,7	3,5	8,9	19,3	30,9	37,38
Tomita (1959)	105,1	76,7	55,0	37,8	23,9	12,7	3,7	3,5	9,2	13,9	17,9	21,3	31,74
Thomas (1960)	40,9	31,3	23,8	17,8	12,9	8,6	4,6	0,6	3,7	7,9	12,2	16,5	15,07
Clapp (1961)	29,2	21,2	15,2	10,6	7,0	4,4	2,8	2,8	5,6	9,1	12,6	16,1	11,37
Schuh (1964)	4,5	2,5	2,1	1,9	1,5	1,0	0,7	0,6	0,8	1,1	1,7	2,4	1,74
Thinh (1969)	17,5	10,9	6,9	4,4	2,9	1,9	1,2	0,5	0,9	2,1	3,3	4,5	4,73
Kemblowski e Kolodziejski (1973)	86,3	63,5	46,9	34,0	23,6	14,8	7,4	1,0	5,4	11,3	17,7	24,5	28,82
Yoo (1974)	4,7	6,3	6,5	5,6	4,2	2,8	1,6	0,9	1,2	1,7	2,2	2,7	3,35
Hanks e Ricks (1975)	8,7	6,5	4,5	2,7	1,4	0,6	0,8	1,7	2,6	3,6	4,6	5,5	3,60
Stein <i>et al.</i> (1980)	130,9	94,4	67,7	47,1	30,8	17,8	7,6	0,7	7,0	12,3	16,7	20,5	37,76
Szilas <i>et al.</i> (1981)	71,9	52,3	37,2	26,0	17,6	11,0	5,5	0,7	4,0	8,3	12,5	16,4	21,95
Shenoy (1986)	6,5	3,0	2,1	1,9	1,5	0,8	0,7	0,9	0,9	0,7	0,5	1,1	1,73
Irvine (1988)	20,4	15,3	11,2	7,8	5,2	3,2	1,7	0,9	1,2	2,1	3,1	4,2	6,36
Tam e Tiu (1988)	25,8	10,9	2,6	2,5	3,2	2,9	2,0	1,1	1,1	1,5	2,0	2,8	4,85
Darby (1986)	8,7	6,5	4,5	2,7	1,4	0,6	0,8	1,7	2,6	3,6	4,6	5,5	3,60
Desouty e El-Emam (1990)	23,4	12,7	6,3	2,7	1,4	0,9	0,7	2,9	6,3	10,8	16,3	22,6	8,92
Hemelda (1993)	15,7	13,5	10,0	7,5	6,5	6,3	6,6	7,4	8,5	9,7	10,7	11,5	9,49
El-Emam <i>et al.</i> (2003)	64,2	47,0	34,1	24,2	16,4	9,8	4,0	1,9	6,9	12,3	17,7	23,0	21,80

As correlações propostas por Stein *et al.* (1980), Shaver e Merrill (1959), Tomita (1959) e Kembłowski e Kolodziejski (1973) apresentaram os maiores valores do desvio relativo médio total (OMRD). Os valores correspondem a 37,76%, 37,38%, 31,74% e 28,82%, respectivamente. O resultado anterior coincide com os valores máximos de OMRD obtidos por Gao e Zhang. O elevado valor do desvio relativo médio total obtido por essas correlações, justifica-se devido aos elevados desvios em relação aos dados experimentais apresentados. No caso da equação de Shaver e Merrill, o desvio máximo foi de até 33%. Os dados experimentais que avaliaram a equação de Kembłowski e Kolodziejski não foram satisfatórios quando comparados com a equação de Dodge e Metzner. Enquanto que, a equação de Stein *et al.* não foi validada com dados experimentais. Por sua vez, os dados experimentais de pastas de amido e lamas de cal, limitaram o uso da equação de Tomita para números de Reynolds generalizados baixos em escoamento turbulento ($3000 < Re_{MR} < 30000$).

Os valores do desvio relativo médio (MRD), na faixa de $0,3 \leq n \leq 0,7$, das correlações de Shaver e Merrill (Equação 2.48), Tomita (Equação 2.38), Thomas (Equação 2.41), Clapp (Equação 2.42), Kembłowski e Kolodziejski (Equação 2.51), Stein *et al.* (Equação 2.45), Szilas *et al.* (Equação 2.46) e El-Emam *et al.* (Equação 2.60) são superiores a $\pm 25\%$, portanto não são consideradas nas análises posteriores.

O menor valor do desvio relativo médio total foi 1,63%, obtido pela correlação de Dodge e Metzner (Equação 2.31), embora o desvio relativo médio não fosse o menor em toda a faixa n . Outro resultado interessante é o apresentado pela correlação de Shenoy (Equação 2.57), a qual estimou alguns valores de MRD menores à equação de Dodge e Metzner apresentando um OMRD de 1,73%.

O comportamento das 20 correlações mencionadas previamente (Seção 2.4.3) é apresentado, no modo de exemplo, para o caso pseudoplástico ($n = 0,7$) e o caso dilatante ($n = 1,3$) nas Figuras 4.2 e 4.3, respectivamente. Os casos restantes para o índice do comportamento do escoamento ($0,3 \leq n \leq 1,4$) encontram-se no Apêndice A.

Para $n = 0,7$ (Figura 4.2), observa-se que os valores estimados pelas equações de Tomita, Stein *et al.* e Kembłowski e Kolodziejski superestimam os valores de f em relação ao f médio, onde nas duas primeiras correlações os termos A_n e C_n não são função de n . Enquanto que, os valores obtidos pela correlação de Shaver e Merrill são subestimados. A correlação de Kembłowski e Kolodziejski apresenta uma descontinuidade em $Re_{MR} \approx 36000$, devido a que essa correlação está definida por faixas: região de transição e escoamento turbulento.

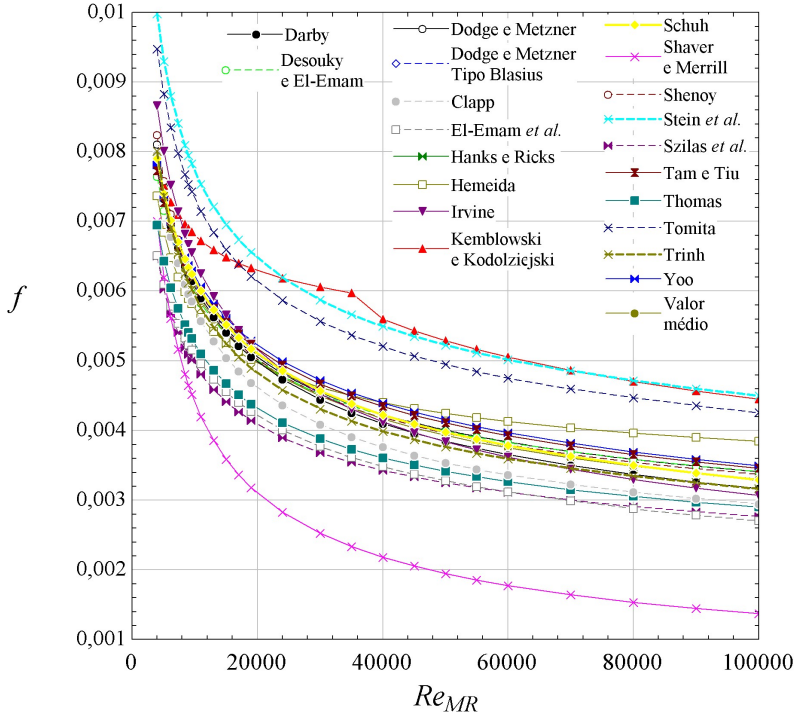


Figura 4.2: Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 0,7$.

No caso de $n = 1,3$ (Figura 4.3), observa-se que a dispersão dos valores estimados de f é maior para Re_{MR} baixos do que a evidenciada no caso anterior. A diferença máxima desses valores corresponde a 0,0063 em $Re_{MR} = 4000$ e 0,0015 em $Re_{MR} = 10^5$. Enquanto que, no caso $n = 0,7$ (Figura 4.2), correspondem a 0,0035 e 0,0031, respectivamente.

Por sua vez, a correlação de Shaver e Merrill também subestima os valores dos fatores de atrito em toda a faixa de Re_{MR} , lembrando que essa equação apresentou um importante desvio em relação ao dados experimentais e foi definida para uma faixa de n entre 0,53 e 1,0. De forma análoga à Figura 4.3, a correlação de Kemblowski e Kolodziejcki apresenta uma descontinuidade em $Re_{MR} \approx 24000$.

A variação do valor do fator de atrito segundo o índice do comportamento do escoamento é ilustrado nas Figuras 4.4 e 4.5, para diferentes número de Reynolds generalizado.

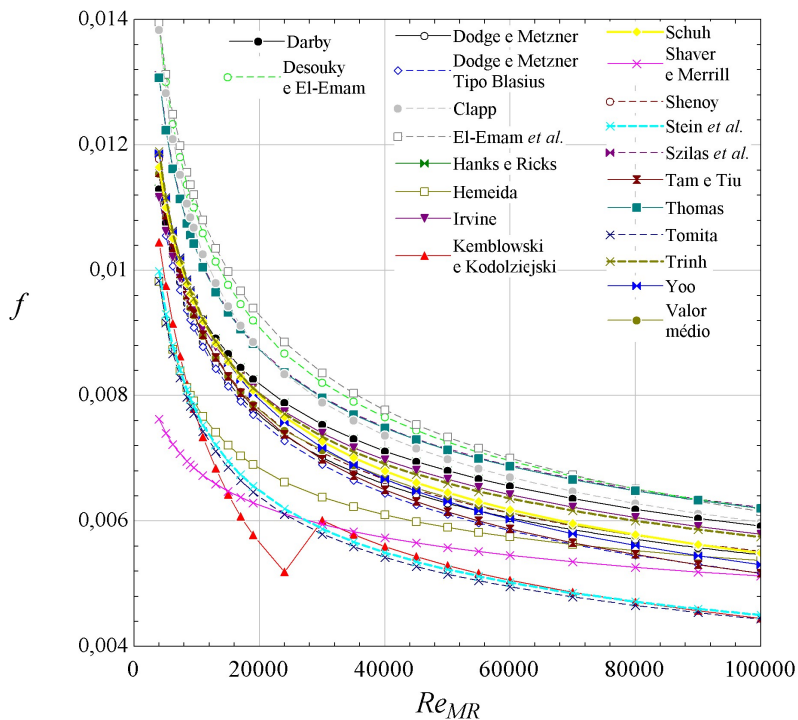


Figura 4.3: Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 1,3$.

De maneira similar às Figuras 4.2 e 4.2, nas Figuras 4.4 e 4.5 as correlações de Tomita, Stein *et al.* e Shaver e Merrill apresentam os maiores desvios em relação à equação de Dodge e Metzner. Por sua vez, a correlação de Kembrowski e Kolodziejski só apresentou os desvios para Re_{MR} altos. No caso de $Re_{MR} = 5000$ (Figura 4.4), a diferença máxima entre os valores do fator de atrito para fluidos pseudoplásticos ($n < 1$) corresponde a 0,009 e para dilatantes ($n > 1$) a 0,008. Enquanto que, no caso de $Re_{MR} = 50000$ (Figura 4.5) a diferença máxima corresponde a 0,005 e 0,003, respectivamente. O anterior acontece devido que para Re_{MR} altos, o valor de f apresenta menor variação para os valores de n . Desta forma, a medida que Re_{MR} aumenta a diferença entre os valores do fator de atrito apresentados pelos diversos autores diminui. Por fim, na vizinhança de $n = 1$ para todos os valores de Re_{MR} , esses valores são próximos.

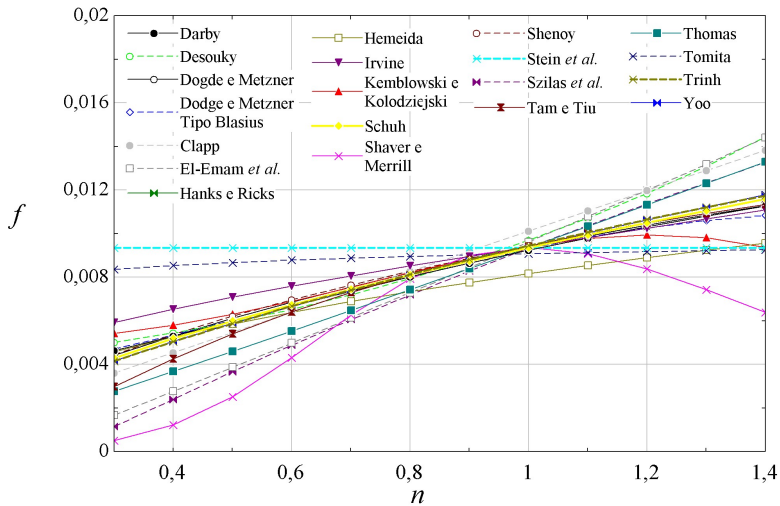


Figura 4.4: Correlações do fator de atrito para $Re_{MR} = 5000$.

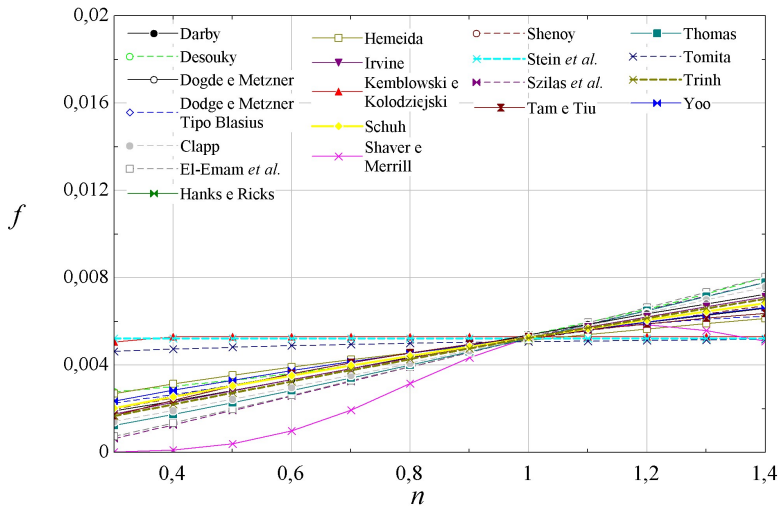


Figura 4.5: Correlações do fator de atrito para $Re_{MR} = 50000$.

4.2.1 Análise estatística do fator de atrito: caso pseudoplástico

Com o intuito de estabelecer correlações do fator de atrito apropriadas para fluidos da indústria de alimentos. A análise estatística anterior foi refinada para fluidos pseudoplásticos com um índice de comportamento de escoamento na faixa de $0,4 \leq n \leq 0,9$. O objetivo do refinamento foi diminuir a interferência daquelas correlações, não válidas para essa faixa de n , no valor do f médio. O critério de seleção, das correlações reunidas na Seção 2.4.3, incluiu a faixa de operação de n e Re_{MR} com um erro delimitado por cada autor de $\pm 10\%$. Desta maneira, foram selecionadas dez correlações.

As dez correlações do fator de atrito selecionadas são ilustradas para o caso $n = 0,7$ na Figura 4.6. A dispersão entre os valores estimados das correlações aumenta quando Re_{MR} aumenta, mas é significativamente pequena quando comparada com a dispersão presente na análise realizada com as vinte correlações (ver Figura 4.2). Neste caso, a diferença máxima dos valores em $Re_{MR} = 4000$ e $Re_{MR} = 10^5$ corresponde a 0,0013 e 0,0008 enquanto que, na Figura 4.2 correspondem a 0,0035 e 0,0031, respectivamente. Por sua vez, destaca-se que a equação de Hemeida (Equação 2.59) apresenta um pequeno desvio a partir de $Re_{MR} = 60000$, devido aos erros de aproximação do método numérico de resolução.

Os resultados da análise estatística para o caso pseudoplástico são mostrados na Tabela 4.2. A equação de Dodge e Metzner apresenta o menor desvio relativo médio para toda a faixa de n . Portanto, o desvio relativo médio total dessa correlação é o mínimo, 0,65%. Esse resultado corrobora as conclusões expostas por Gao e Zhang na Seção 4.2.

O maior valor de OMRD é 7,73% obtido pela equação de Hemeida, desenvolvida através de uma análise teórica.

A correlação empírica desenvolvida por Yoo (Equação 2.52) apresenta um OMRD de 3,37%. Devido a sua formulação simples é recomendada para cálculos preliminares de perda de carga. O desvio relativo médio total da correlação de Darby (Equação 2.61) é 3,31%, a vantagem dessa correlação, que corresponde a um conjunto de equações, é a sua aplicabilidade em toda a faixa de escoamento: laminar, de transição e turbulento.

Outras correlações explícitas como as de Shenoy e Dodge e Metzner do tipo Blasius obtiveram valores de OMRD na faixa de $\pm 1,5\%$.

O desvio máximo apresentado para as dez correlações do fator de atrito de Fanning corresponde a $\pm 8\%$ na faixa de $0,4 \leq n \leq 0,9$.

Finalmente, a equação implícita proposta por Dodge e Metzner

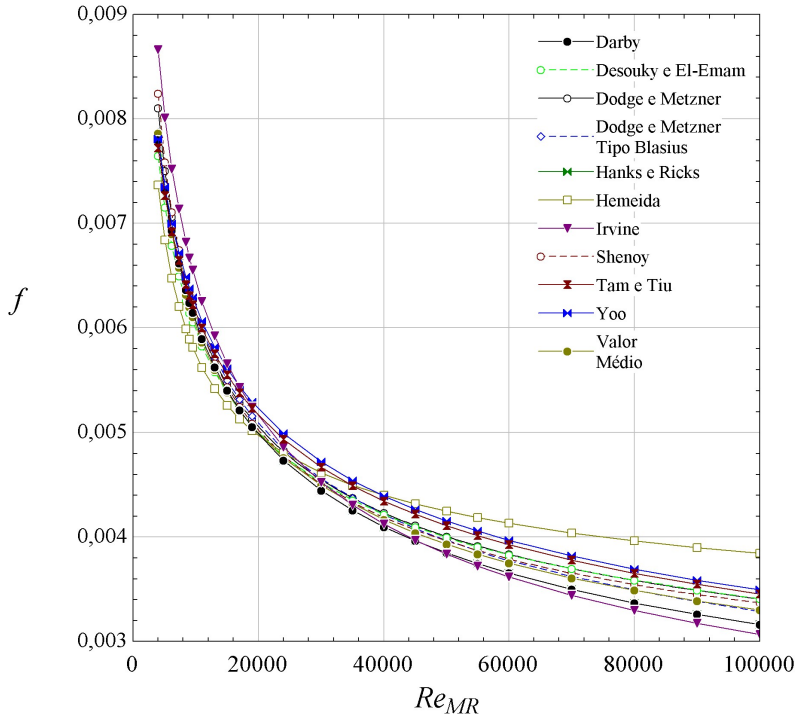


Figura 4.6: Correlações do fator de atrito de fluidos pseudoplásticos para $n = 0,7$.

Tabela 4.2: Desvio relativo médio (MRD_i) entre f_{ij} e \bar{f}_j para as 10 correlações do fator de atrito para o caso pseudoplástico (%).

Correlação	n						$OMRD_i$
	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	
Dodge e Metzner (1959)	1,2	0,5	0,6	0,6	0,5	0,5	0,65
TB Dodge e Metzner (1959)	1,6	0,7	0,7	0,7	0,8	0,9	0,91
Yoo (1974)	5,8	4,7	3,7	2,8	2,0	1,3	3,37
Hanks e Ricks (1975)	6,4	5,4	4,0	2,4	1,0	0,5	3,29
Shenoy (1986)	2,8	1,4	1,1	1,0	1,0	1,1	1,38
Irvine (1988)	13,0	9,7	7,2	5,1	3,5	2,1	6,78
Tam e Tiu (1988)	12,4	4,7	2,0	1,9	2,1	1,8	4,16
Darby (1986)	6,4	5,5	4,0	2,4	1,0	0,6	3,31
Desouky e El-Emam (1990)	10,8	4,4	2,1	1,4	0,9	0,6	3,35
Hemeida (1993)	11,9	8,9	7,1	6,2	5,9	6,3	7,73

(1959), resulta nos menores desvios relativos médios totais de todas as análises apresentadas. Não é por acaso que seja a única equação, cuja análise teórica baseada no comprimento de mistura de Prandtl e no perfil de velocidade no núcleo turbulento, inclui os casos limites de $n = 0$ e $n = \infty$. E cujos termos A_n e C_n foram obtidos empiricamente através de dados experimentais sustentados pela fundamentação teórica.

A análise para fluidos dilatantes não foi realizada por causa de falta de correlações que cumpriam o critério de seleção nessa faixa. Só as correlações de Dodge e Metzner e Hemeida são aplicáveis na faixa refinada, mas o valor médio dessas correlações na é representativo no cálculo do desvio relativo.

4.3 Influência da rugosidade relativa no fator de atrito

A informação disponível a respeito da influência da rugosidade no valor do fator de atrito, em escoamento turbulento de fluidos não newtonianos, ainda é confusa na literatura (Seção 2.4.4). Embora Torrance (1963), Szilas *et al.* (1981) e Kawase *et al.* (1994) tenham apresentado correlações com pequenas correções, que incorporam a rugosidade relativa da tubulação, o uso dessas correlações ainda não é generalizado. Dessa maneira, para escoamento turbulento em tubulações rugosas, as correlações de fator de atrito são função de três variáveis: o índice de comportamento do escoamento, o número de Reynolds generalizado e a rugosidade relativa.

Similar ao caso de fluidos dilatantes em tubulações lisas, a análise estatística proposta na metodologia não foi realizada, visto que o valor médio de dois correlações (Szilas *et al.* e Kawase *et al.*) aplicáveis em toda a faixa do número de Reynolds generalizado não é representativo.

O comportamento das equações propostas por Colebrook (Equação 2.14), Dodge e Metzner (Equação 2.31) e Kawase *et al.* (Equação 2.70), para uma rugosidade equivalente à rugosidade do aço sanitário ($\epsilon = 1,5 \cdot 10^{-6}$), é ilustrado na Figura 4.7. As correlações do fator de atrito foram calculadas para escoamento turbulento, variando n entre 0,2 e 1,4.

Para o caso newtoniano ($n = 1$), as três correlações prevêm valores do fator de atrito idênticos. Já na região de transição existem pequenas divergências entre as correlações de Dodge e Metzner e Kawase *et al.*, definidas para fluidos lei da potência em tubulações lisas e rugosas, respectivamente. Essas divergências aumentam ao diminuir o índice do comportamento do escoamento para $n < 1$ e ao aumentar n para $n > 1$.

O comportamento das equações para uma rugosidade de $5 \cdot 10^{-4}$,

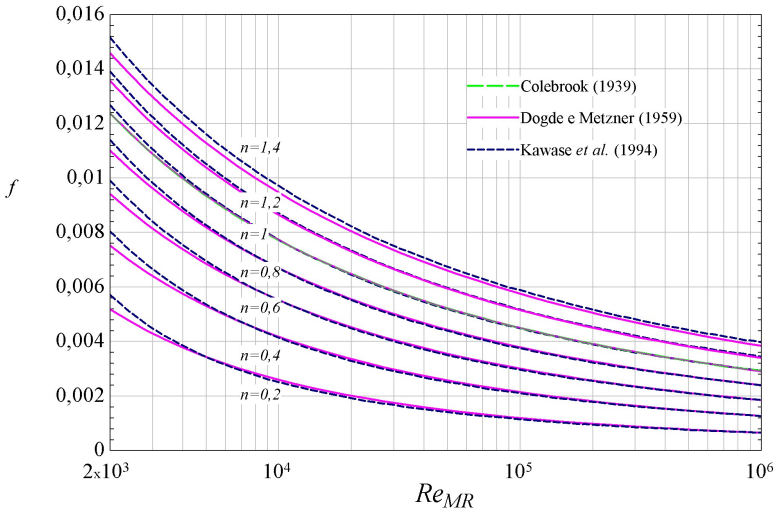


Figura 4.7: Fator de atrito para tubulações rugosas com $\frac{\varepsilon}{D} = 1,5 \cdot 10^{-6}$.

equivalente ao aço comercial, é ilustrada na Figura 4.8.

Para fluidos pseudoplásticos, mantêm-se as divergências na região de transição. Entretanto, na região turbulenta aparecem divergências claras entre a equação Kawase *et al.*, que assume a forma da curva da equação de Colebrook e a equação de Dodge e Metzner, a partir de $Re_{MR} = 9 \cdot 10^3$ (para $n = 0,8$), $Re_{MR} = 6 \cdot 10^4$ (para $n = 0,8$) e $Re_{MR} = 2 \cdot 10^5$ (para $n = 0,6$). Enquanto, para escoamento totalmente turbulento a correlação proposta por Torrance (Equação 2.68) subestima todos valores apresentados anteriormente.

Para fluidos dilatantes, apresentam-se divergências em toda a faixa do número de Reynolds, as quais aumentam com o aumento do nível de turbulência e aumento do índice de comportamento do escoamento. Por sua vez, a correlação de Torrance superestima os valores de fator de atrito na região totalmente turbulenta.

No caso da equação de Szilas *et al.* (Equação 2.69), para $n = 0,4$, os valores estimados foram muitos maiores, resultado que foi comentado por Kawase *et al.* (1994), ilustra-se também um aumento do f com a diminuição de n , assunto contraditório já que, a pseudoplasticidade produz uma diminuição do valor do fator de atrito.

Assim, o fator de atrito de fluidos lei da potência em escoamento turbulento, em tubulações rugosas, é diretamente proporcional à rugo-

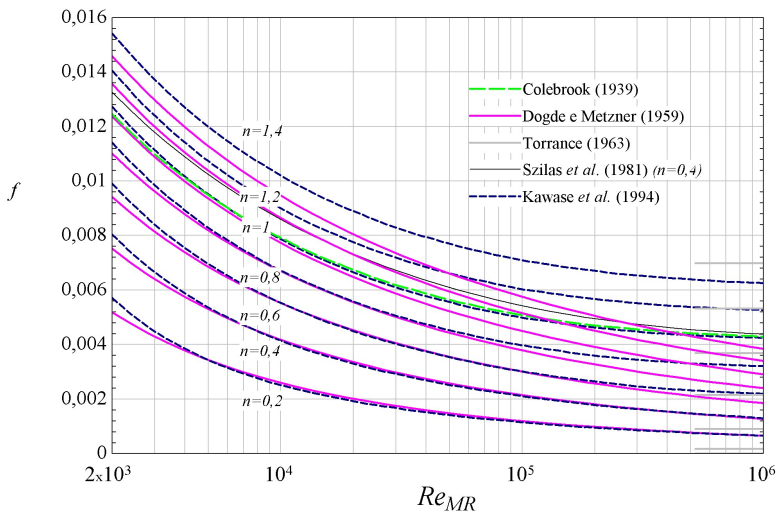


Figura 4.8: Fator de atrito para tubulações rugosas com $\frac{\varepsilon}{D} = 5 \cdot 10^{-4}$ sidade relativa. Diretamente proporcional ao índice de comportamento do escoamento como o caso de tubulações lisas é inversamente proporcional ao Re_{MR} , como em fluidos newtonianos.

4.4 Coeficientes de perda localizada

4.4.1 Comparação de coeficientes de perda localizada

Realizaram-se comparações entre alguns valores dos coeficientes de perda localizada específicos, apresentados na Seção 2.6, e os valores resultantes do método de Hooper, definido para fluidos newtonianos. Os resultados são expostos nos gráficos $k_f v/s Re_{MR}$, na faixa de Re_{MR} definida por cada autor.

No caso de um cotovelo de 90° , os coeficientes de Hooper considerados foram $k_1 = 1000$ e $k_\infty = 1,5$ (HOOPER, 1981). Os coeficientes de perda localizada de diferentes autores para cotovelo padrão de 1 in são ilustrados na Figura 4.9.

Os valores obtidos pelo método de Hooper são maiores em toda a faixa de Re_{MR} , com a exceção de uma pequena diferença apresentada nos valores de Martínez e García (Equação 2.92 para $0,365 < n < 0,555$) em escoamento laminar para $Re_{MR} \leq 100$. Os valores dos coeficientes de Turian *et al.* (Equações 2.83 e 2.84 para $0,252 < n < 0,654$) e Po-

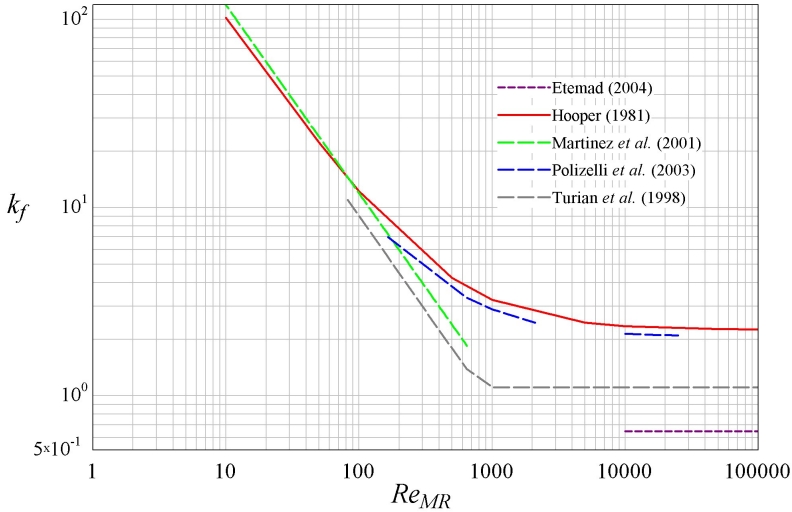


Figura 4.9: Comparação entre coeficientes de perda localizada para cotovelo de 1 in.

lizelli *et al.* (Equação 2.93 na faixa $0,253 < n < 0,469$), os quais estão estabelecidos para faixas de Re_{MR} em escoamento laminar e turbulento (descontinuidade), apresentaram uma curva similar à de Hooper. Por sua vez, os coeficientes definidos por Etamad (Equação 2.96 para $0,616 < n < 0,927$), calculados para $n = 0,8$, foram muito menores em toda a faixa de Re_{MR} considerada.

Para cotovelo padrão de 2 in, os coeficientes de perda localizada de diferentes autores são apresentados na Figura 4.10. Neste caso, os valores do método de Hooper são maiores em toda a faixa do número de Reynolds generalizado. Da mesma forma que para o cotovelo padrão de 1 in, os valores dos coeficientes de Turian *et al.* e Polizelli *et al.* apresentam uma descontinuidade devido ao tipo de escoamento.

No caso de uma válvula gaveta, os coeficientes de Hooper considerados foram $k_1 = 300$ e $k_\infty = 0,1$ (HOOPER, 1981). Os coeficientes de perda localizada para uma válvula gaveta de diferentes diâmetros e autores são apresentados na Figura 4.11.

Para uma válvula de 1/2 in de diâmetro, os coeficientes apresentados por Banbyopadhyay e Das (Equação 2.99 para $0,601 < n < 0,901$) são maiores que os de Hooper a partir de $Re_{MR} = 300$. Enquanto que para 1 in de diâmetro, os coeficientes de Turian *et al.* são relativamente

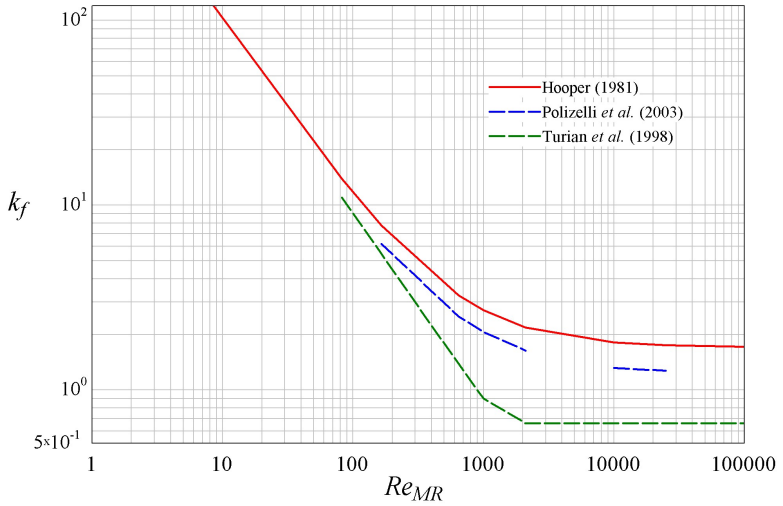


Figura 4.10: Comparação entre coeficientes de perda localizada para cotovelo de 2 in.

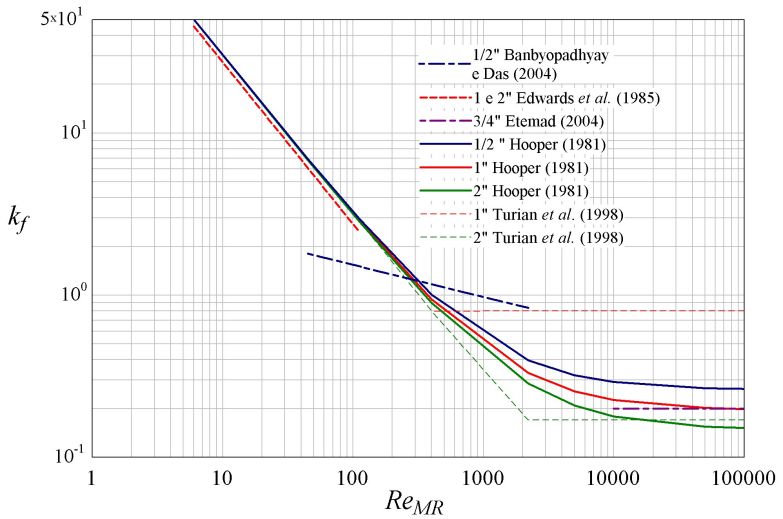


Figura 4.11: Comparação entre coeficientes de perda localizada para válvula gaveta.

muito maiores para $Re_{MR} > 550$. Lembrando que os resultados são expostos em escala logarítmica.

Para o caso dos fluidos pseudoplásticos, assim como para os newtonianos, existe uma diminuição do valor do k_f com o aumento do Re_{MR} na região laminar, até alcançar um patamar constante na região turbulenta. Observa-se também uma diminuição do valor do coeficiente de perda localizada com n devido à pseudoplasticidade.

Os resultados anteriores não apresentaram nenhum comportamento regular, mas, em alguns casos os valores dos coeficientes de perda localizada do método de Hooper foram maiores. Visualizando-se as menores discrepâncias na região laminar.

Devido a isso decidiu-se realizar um estudo de caso para compreender a influência da seleção do coeficiente de perda localizada, nas perdas totais por atrito e no cálculo do trabalho de eixo de uma bomba.

4.4.2 Estudo de caso

O estudo de caso visa comprovar a conveniência do uso dos coeficientes do método de Hooper frente aos coeficientes de perda localizada específicos. Dessa maneira, calcula-se o trabalho de eixo de uma bomba sob diferentes configurações de um sistema de bombeamento, assumindo diferentes comprimentos de tubulação e quantidade de acessórios. Variam-se também os coeficientes de perda localizada analisados anteriormente.

Analisou-se o seguinte sistema: um fluido que segue a lei da potência é transportado de um reservatório a outro, ambos à pressão atmosférica, com uma diferença de altura entre eles de 1 m. A tubulação onde é transportado o fluido tem comprimento L , uma entrada de borda viva (contração), uma válvula globo, c cotovelos padrão de 90° e uma descarga livre. A tubulação tem um diâmetro de 1,25 in e uma vazão volumétrica de $0,00157 \text{ m}^3/\text{s}$. A massa específica do fluido é 1250 kg/m^3 (fluido baseado em uma suspensão sólido-líquido).

Os cálculos realizaram-se sob a consideração da não existência de outros equipamentos que influenciem nas quedas de pressão, tais como filtros ou trocadores de calor. Nesse caso, a influência das perdas por atrito, em especial as perdas localizadas, diminuiria consideravelmente.

Através da equação do balanço da energia mecânica (Equação 2.6) realizou-se uma comparação das perdas totais por atrito, onde as perdas localizadas foram calculadas pelo método de Hooper e por coeficientes específicos.

As perdas por atrito, distribuídas e localizadas são calculadas pela

seguinte equação

$$\sum F = 2f\bar{u}^2 \frac{L}{D} + \left(\frac{k_{f,contração}}{\alpha} + k_{f,válvula} + c k_{f,cotovelo} \right) \frac{\bar{u}^2}{2} \quad (4.1)$$

onde $k_{f,contração}$ é o coeficiente de perda localizada da entrada de borda viva (contração), $k_{f,válvula}$ é o coeficiente de perda localizada da válvula globo e $k_{f,cotovelo}$ é o coeficiente de perda localizada do cotovelo.

Utilizou-se a equação de Dodge e Metzner (Equação 2.31) para o cálculo do fator de atrito de Fanning em escoamento turbulento, e o escoamento laminar foi estabelecido segundo o critério de Ryan e Johnson (Equação 2.22).

Foram definidos cinco casos de estudo, variando n e K , para obter diferentes Re_{MR} e tipos de escoamento. Esses casos, expostos na Tabela 4.3, foram selecionados para realizar os cálculos de modo a adequar o diâmetro e a faixa de Re_{MR} definidos para o uso dos coeficientes de perda localizada específicos.

Tabela 4.3: Valores de n e K do estudo de casos.

Casos	Re_{MR}	n	K	$(Re_{MR})_{crítico}$
Caso 1	324	0,45	5,2	2394
Caso 2	2447	0,6	0,25	2337
Caso 3	4010	0,45	0,42	2394
Caso 4	6737	0,45	0,25	2394
Caso 5	35485	0,6	0,02	2337

Os coeficientes de perda de carga localizada segundo condições de escoamento são expostos na Tabela 4.4. Entretanto, os coeficientes do método de Hooper utilizados para calcular as perdas localizadas são apresentados na Tabela 4.5.

Tabela 4.4: Coeficientes de perda localizada específicos segundo condições de escoamento.

Acessório ou válvula	Escoamento laminar	Escoamento turbulento
Contração	Valentas <i>et al.</i> (1997)	
Válvula globo	Fester e Slatter (2009)	Turian <i>et al.</i> (1998b)
Cotovelo	Martínez e García (2001)	Turian <i>et al.</i> (1998b)

Tabela 4.5: Coeficientes k_1 e k_∞ do método de Hooper (1981).

Acessório ou válvula	k_1	k_∞
Contração	160	0,5
Válvula globo	1500	4
Cotovelo	1000	1,15

Uma comparação dos valores das perdas por atrito dos diferentes casos, de uma tubulação com três cotovelos, variando o comprimento entre $5 \leq L \leq 45$ m é ilustrada na Figura 4.12. As menores diferenças relativas entre perdas por atrito calculadas pelo método de Hooper e os coeficientes de perda localizada específicos encontram-se no escoamento laminar (Caso 1). Isso acontece devido a que esses coeficientes de perda localizada apresentam menores divergências nessa região (Seção 4.4.1).

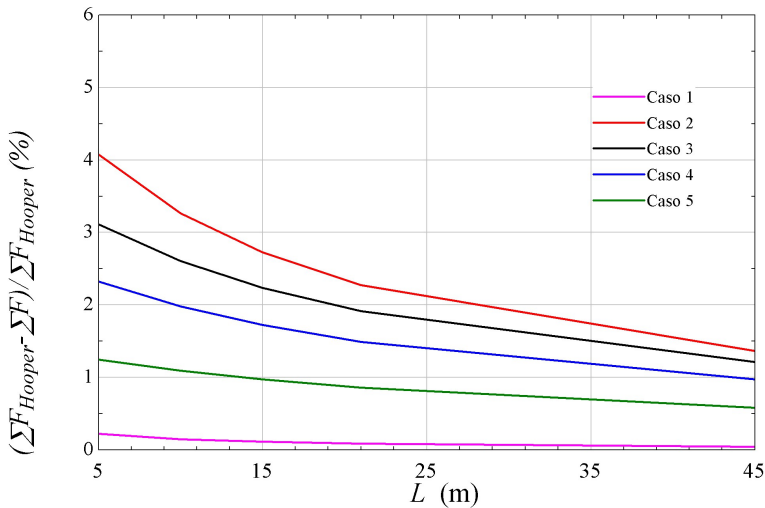


Figura 4.12: Diferença relativa entre perdas por atrito para uma tubulação com três cotovelos.

Para escoamento turbulento (Caso 2, 3, 4 e 5), à medida que o número de Reynolds generalizado aumenta, a diferença relativa diminui, isso acontece devido a que neste regime os coeficientes de perda localizada específico mantém-se constantes, enquanto que os coeficientes do Hooper diminuem. A diferença relativa também diminui conforme

aumenta o comprimento da tubulação. Nesse caso, a influência das perdas localizadas nas perdas totais por atrito é menor. Mas, tanto para o caso laminar (Caso 1), quanto para o totalmente turbulento (Caso 5), as diferenças relativas entre perdas por atrito permanecem praticamente constantes.

Uma comparação dos valores das perdas por atrito para escoamento turbulento nos casos de uma tubulação com três, seis e nove cotovelos variando o comprimento entre $5 \leq L \leq 45$ m é ilustrado na Figura 4.13.

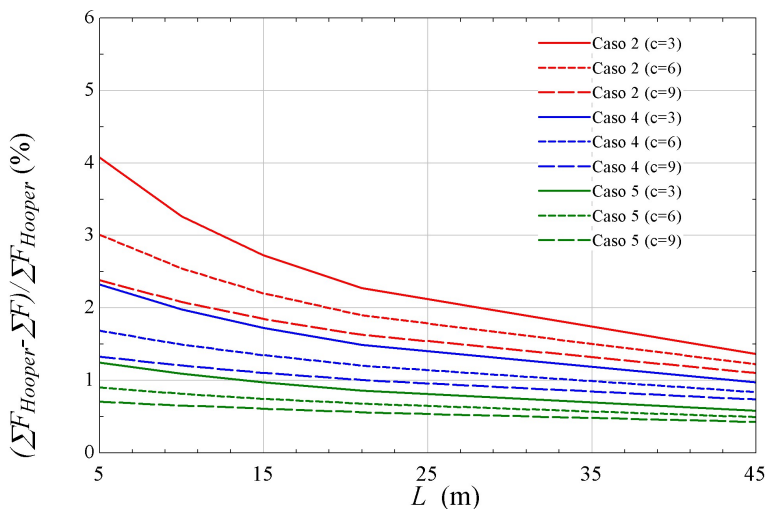


Figura 4.13: Diferença relativa entre perdas por atrito para uma tubulação com três, seis e nove cotovelos.

À medida que aumenta o número de cotovelos a diferença relativa diminui. Destaca-se que para o Caso 5, a diferença relativa é quase constante e independente do número de cotovelos. Menor que 1% a partir de $L = 15$ m. Contudo para, os Caso 2 e Caso 4 a diferença relativa diminui com o aumento da quantidade de cotovelos. Para o Caso 2 é menor que 2% a partir de $L = 28$ m para 3 cotovelos, a partir de $L = 19$ m para 6 cotovelos e a partir de $L = 13$ m para 9 cotovelos.

Os resultados anteriores ilustram que, a seleção dos coeficientes de perda localizada apresentados por Turian *et al.* (1998b), Martínez e García (2001) e Fester e Slatter (2009) e os do método Hooper (1981)

resultam em uma diferença relativa máxima de 4%. Além do que, neste estudo de caso, esses coeficientes possuem a mesma influência no cálculo do trabalho de eixo de uma bomba

Desta forma, pode-se recomendar o uso do método de Hooper para o cálculo das perdas localizadas e do trabalho de eixo de uma bomba, em fluidos que seguem o modelo lei da potência. A maior vantagem desse método é a sua forma generalizada e a sua aplicação para diferentes diâmetros de tubulação e número de Reynolds generalizado. Enquanto que os coeficientes específicos foram estabelecidos para determinados diâmetros e Re_{MR} .

5 Conclusões e Sugestões

5.1 Conclusões

A revisão e atualização das correlações de fator de atrito e dos coeficientes de perda localizada para fluidos lei da potência, realizada no presente trabalho, corresponde a uma referência bibliográfica única e confiável que reúne o material disponível na literatura. Essa referência única estabelece o uso das correlações, determinado pelas faixas de operação definidas segundo o número de Reynolds generalizado e o índice do comportamento do escoamento.

Na avaliação das correlações do fator de atrito, realizada mediante uma análise estatística, para escoamento turbulento, conforme a metodologia de Gao e Zhang (2007), apresentou os desvios relativos médios das diferentes correlações. A equação implícita, baseada em uma análise teórica, proposta por Dodge e Metzner (1959) resultou nos menores OMRD de todas as análises apresentadas. Esses valores correspondem a 1,63% e 1,73% para a análise de fluidos lei da potência e fluidos pseudoplásticos, respectivamente. Não é por acaso, que essa seja a equação mais conhecida e usada na estimação do fator de atrito, além da recomendada tanto para fluidos pseudoplásticos como dilatantes. No entanto, as correlações empíricas desenvolvidas por Yoo (1974) e Shenoy (1986), apresentaram um OMRD equivalente a 3,37% e 1,38%, respectivamente. Assim, devido a sua formulação simples são sugeridas para cálculos preliminares de perda de carga em escoamento de fluidos pseudoplásticos.

A respeito da influência da rugosidade no valor do fator de atrito de fluidos lei da potência em escoamento turbulento, o presente trabalho apresenta correlações que incluem o termo da rugosidade relativa. Para fluidos pseudoplásticos, visualiza-se que o fator de atrito é diretamente proporcional à rugosidade e ao índice de comportamento do escoamento. Mas, para tubulações com rugosidade equivalente ao aço sanitário a influência da rugosidade é desprezível. Consequentemente, a escolha do tipo de tubulação é decisiva no valor do fator de atrito.

No caso dos coeficientes de perda localizada, tanto para os fluidos newtonianos como pseudoplásticos existe uma diminuição do valor do k_f com aumento Re_{MR} na região laminar, até alcançar um patamar constante na região turbulenta. Observa-se também uma diminuição do valor do coeficiente de perda localizada com o índice do comportamento do escoamento devido à pseudoplasticidade. Quando realizada a comparação dos coeficientes específicos com os coeficientes do método de Hooper, os valores apresentaram pequenas discrepâncias na região laminar. Contudo, na região turbulenta observaram-se discrepâncias maiores, apesar das curvas, de ambos os métodos, apresentar a mesma forma.

No estudo de caso analisado, a diferença relativa das perdas totais por atrito, calculada entre os métodos, foi menor que 4%. Essa diferença não tem influência no valor da potência da bomba do sistema. Desse modo, o método de Hooper, utilizando o Re_{MR} , mostra-se adequado para o cálculo das perdas localizadas no escoamento de fluidos que seguem o modelo lei da potência. A sua forma generalizada e sua aplicação para diferentes diâmetros e Re_{MR} são uma vantagem em comparação com as correlações específicas.

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

Com o intuito de complementar este trabalho, para outros modelos de fluidos não newtonianos, que descrevem o escoamento em alimentos, sugerem-se as seguintes abordagens para estudos posteriores:

Uma atualização dos valores dos coeficientes de perda de carga localizada para fluidos dilatantes. Além de uma revisão das correlações de fator de atrito e coeficientes de perda localizada para fluidos que podem ser descritos pelos modelos de plásticos de Bingham e Herschel-Bulkley.

Sugere-se também o estudo de correlações de fator de atrito para fluidos não newtonianos em outras geometrias como tubos excêntricos e concêntricos.

Referências Bibliográficas

- AKGUN, F.; JAWAD, R. H. Determination of friction factor fluids flowing turbulently through an eccentric annulus. **International Journal of Petroleum Science and Technology**, v. 1, n. 1, p. 37–49, 2007.
- BANBYOPADHYAY, T. K.; DAS, S. K. Non-newtonian pseudoplastic liquid flow through small diameter piping components. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 55, p. 156–166, 2007.
- BANDALA-ROCHA, M. R.; MACEDO, R. C.; VÉLEZ-RUIZ, J. F. Evaluación de coeficientes de fricción en el transporte de fluidos no newtonianos. **Información Tecnológica**, v. 16, n. 2, p. 73–80, 2005.
- BANERJEE, T. K.; DAS, M.; DAS, S. K. Non-newtonian liquid flow through globe and gate valves. **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, v. 72, n. 4, p. 207–211, April 1994.
- BIRD, B.; STEWART, W.; LIGHTFOOT, E. **Transport Phenomena**. 2nd. ed. New Jersey: John Wiley and Sons, 2002.
- BROWN, N. P.; HEYWOOD, N. I. **Slurry handling: design of solid-liquid systems**. New York: Elsevier Science Publishers Ltd, 1991.
- CASSON, N. A flow equation for pigmented-oil suspensions of the printing ink type. In: MILL, C. C. (Ed.). **Rheology of Disperse Systems**. New York: Pergamon, 1959. p. 82–104.
- CHEN, N. H. An explicit equation for friction factor in pipe. **Industrial and Engineering Chemistry Fundamental**, v. 18, n. 3, p. 296–297, 1979.
- CHHABRA, R. P.; RICHARDSON, J. F. **Non-Newtonian flow in process industries: fundamentals and engineering applications**. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1999.
- CHURCHILL, S. W. Friction factor equations spans all fluid flow regimes. **Chemical Engineering**, v. 84, p. 91, 1977.

CLAPP, R. M. Turbulent heat transfer in pseudoplastic non-newtonian fluids. **International Developments in Heat Transfer, ASME**, Part III, Sec. A, p. 652–661, 1961.

COLEBROOK, C. F. Turbulent flow in pipes with particular reference to the transition region between the smooth and rough pipes laws. **Journal of Institution of Civil Engineers**, v. 11, p. 133–156, 1939.

CRANE, C. Technical Paper No. 410M. **Flow of fluids through valves, fittings and pipe**. Twenty-first printing. New York: Crane Valves Co, 1982.

DARBY, R. Hydrodynamics of slurries and suspensions. In: CHEREMISINOFF, N. P. (Ed.). **Encyclopedia of fluid mechanics**. Houston: Gulf Pub. Co., 1986. v. 5, cap. 2, p. 49–91.

DARBY, R. **Chemical engineering fluid mechanics**. 2nd. ed. New York: Marcel Dekker, 2001.

DARBY, R. Take the mystery out of non-newtonian fluid. **Chemical Engineering**, v. 108, p. 66–73, March 2001.

DARBY, R.; MUN, R.; BOGER, D. V. Predict friction loss in slurry pipes. **Chemical Engineering**, v. 99, n. 9, p. 116–119, September 1992. Part 2.

DESOUKY, S. M.; EL-EMAM, N. A. A generalized pipeline design correlation for pseudoplastic fluids. **Journal of Canadian Petroleum Technology**, v. 29, n. 5, p. 48–54, 1990.

DODGE, D. W.; METZNER, A. B. Turbulent flow of non-newtonian systems. **AIChE Journal**, v. 5, n. 6, p. 189–204, 1959.

EDWARDS, M. F.; JADALLAH, M. S. M.; SMITH, R. Head losses in pipe fittings at low reynolds numbers. **Chemical Engineering Research and Design**, v. 63, n. 1, p. 43–50, 1985.

EES. **Engineering Equation Solver, F-Chart Software**. 2009.

EL-EMAM, N.; KAMEL, A. H.; EL-SHAFEI, M.; EL-BATRAWY. New equation calculates friction factor for turbulent flow of non-newtonian fluids. **Oil and Gas Journal**, v. 101, n. 36, p. 74–83, 2003.

ETEMAD, S. G. Turbulent flow friction loss coefficient of fittings for purely viscous non-newtonian fluids. **Int. Comm. Heat Mass Transfer**, v. 31, n. 5, p. 763–771, 2004.

FESTER, V.; MBIYA, B.; SLATTER, P. Energy losses of non-newtonian fluids in sudden pipe contractions. **Chemical Engineering Journal**, v. 145, p. 57–63, 2008.

FESTER, V. G.; KAZADI, D. M.; MBIYA, B.; SLATTER, P. Loss coefficient for flow of newtonian and non-newtonian fluids through diaphragm valves. **Chemical Engineering Research and Design**, v. 85, p. 1314–1324, 2007.

FESTER, V. G.; SLATTER, P. Dynamic similarity for non-newtonian fluids in globe valves. **Chemical Engineering Research and Design**, v. 87, p. 291–297, 2009.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. **Introduction to Fluid Mechanics**. 6th. ed. New York: John Wiley and Sons Inc., 2004.

GAO, P.; ZHANG, J. J. New assessment of friction factor correlations for power law fluids in turbulent pipe flow: a statistical approach. **Journal of Central South University of Technology**, v. 14, p. 77–81, 2007.

GEANKOPLIS, C. J. **Procesos de transporte y operaciones unitarias**. 3^a. ed. Mexico: CECSA, 1998.

GOMIDE, R. **Operações Unitárias**. 3^a. ed. São Paulo: Edição Reynaldo Gomide, 1980.

GRISKEY, R. G.; GREEN, R. G. Flow of dilatant (shear-thickening) fluids. **AIChE Journal**, v. 17, p. 725–728, 1971.

HAALAND, S. E. Simple and explicit formulas for friction factor in turbulent pipes. **Journal of Fluids Engineering**, v. 105, p. 89–90, March 1983.

HANKS, R. W. The laminar-turbulent transition for flow in pipes, concentric annuli, and parallel plates. **AIChE Journal**, v. 9, p. 45–48, 1963.

HANKS, R. W.; RICKS, B. L. Transitional and turbulent pipe flow of pseudoplastic fluid. **Journal of Hydronautics**, v. 9, n. 1, p. 39–44, January 1975.

HARNETT, J. P.; IRVINE, T. **Advances in heat transfer**. New York: Academic Press, 1989.

HEMEIDA, A. M. Friction factors for yieldless fluids in turbulent pipe flow. **The Journal of Canadian Petroleum Technology**, v. 32, n. 1, p. 32–35, January 1993.

HEYWOOD, N. I.; RICHARDSON, J. F. Rheological behavior of flocculated and dispersed aqueous kaolin. **Journal of Rheology**, v. 22, n. 6, p. 599–613, 1978.

HIGGS, S. J.; NORRINGTON, R. J. Rheological properties of selected foodstuffs. **Process Biochemistry**, v. 6, n. 5, p. 52–54, 1971.

HOLDSWORTH, S. D. Rheological models used for the prediction of flow properties of food products: a literature review. **Trans. Institution of Chemical Engineers**, v. 71, p. 139–179, 1993. Part C.

HOOPER, W. B. The two-k method predict head losses in pipe fittings. **Chemical Engineering**, v. 17, p. 96–100, August 1981.

HOOPER, W. B. Calculate head loss caused by change in pipe size. **Chemical Engineering**, v. 95, p. 89–92, November 1988.

IRVINE, T. F. A generalized blasius equation for power law fluids. **Chemical Engineering Communications**, v. 65, n. 1, p. 39–47, March 1988.

KAKAC, S.; SHAH, R. K.; AUNG, W. **Handbook of single-phase convective heat transfer**. New York, 1987.

KAWASE, Y.; SHENOY, A. V.; WAKABAYASHI, K. Friction and heat and mass transfer for turbulent pseudoplastic non-newtonian fluid flows in rough pipes. **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, v. 72, n. 5, p. 798–804, October 1994.

KEMBLOWSKI, Z.; KOLODZIEJSKI, J. Flow resistances of non-newtonian fluids in transitional and turbulent flow. **International Chemical Engineering**, v. 13, n. 2, p. 265–279, 1973.

KITTREDGE, C. P.; ROWLEY, D. S. Resistance coefficients for laminar and turbulent flow through one-half-inch valves and fittings. **Transactions of the ASME**, v. 79, p. 1759–1766, November 1957.

LEVENSPIEL, O. **Engineering Flow and Heat Exchange**. 2nd. ed. New York: Plenum Press, 1984.

- MARTÍNEZ, L. P.; GARCÍA, J. A. L. Resistance coefficients of fittings for power law fluids in laminar flow. **Journal of Food Process Engineering**, v. 24, p. 135–144, 2001.
- METZNER, A. B.; BOGUE, D. C. Velocity profiles in turbulent pipe flow. **Industrial and Engineering Chemistry Fundamental**, v. 2, n. 2, 1963.
- METZNER, A. B.; REED, J. C. Flow of non-newtonian fluids—correlation of laminar, transition and turbulent-flows regions. **AIChE Journal**, v. 1, p. 434–440, 1955.
- MISHRA, P.; TRIPATI, G. Heat and momentum transfer to purely viscous non-newtonian fluids flowing through tubes. **Transactions Institution of Chemical Engineering**, v. 51, p. 141–150, 1973.
- OSORIO, F. A.; STEFFE, J. F. Kinetic energy calculations for non-newtonian fluids in circular tubes. **Journal of Food Science**, v. 49, n. 5, p. 1295–1296, 1315, September 1984.
- PAVLOV, K. F.; ALTSHUL, P. G. R.; NOSKOV, A. A. **Problemas y ejemplos para el curso de operaciones básicas y aparatos en tecnología química**. Moscú: Editorial MIR, 1982.
- PERRY, R. H.; GREEN, D. W. **Perry's Chemical Engineer's Handbook**. 8th. ed. New York: Mc Graw Hill, 2004.
- PINHO, F. T.; OLIVEIRA, P. J.; MIRANDA, J. P. Pressure losses in laminar flow of shear-thinning power-law fluids across a sudden axisymmetric expansion. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, v. 24, p. 747–761, 2003.
- POLIZELLI, M. A.; MENEGALLI, F. C.; TELIS-ROMERO, J. Friction losses in valves and fittings for power law fluids. **Brazilian Journal of Chemical Engineering**, v. 20, n. 4, p. 455–463, 2003.
- RAO, M. A. Rheology of liquid foods. **Journal of Texture Studies**, v. 8, n. 2, p. 135–168, 1977.
- RAO, M. A.; RIZVI, S. S. H.; DATTA, A. K. **Engineering Properties of Food**. 3rd. ed. New York: CRC Press, 2005.
- ROHSENOW, W. M.; HARNETT, J. P.; CHO, Y. I. **Handbook of heat transfer**. 3rd. ed. New York, 1998.

ROMEO, E.; ROYO, C.; MONZÓN, A. Improved explicit equations for estimation of the friction factor in rough and smooth pipes. **Chemical Engineering Journal**, v. 86, p. 369–374, 2002.

ROZEMA, H.; BEVERLOO, W. A. Laminar, isothermal flow of non-newtonian fluids in circular pipe. **Lebensmittel-Wissenschaft und-Technologie**, v. 7, n. 4, p. 222–228, 1974.

RYAN, N. W.; JOHNSON, M. Transition from laminar to turbulent flow in pipes. **AIChE Journal**, v. 5, n. 3, p. 433–435, 1959.

SCHUH, F. J. Computer make surge pressure calculations useful. **Oil and Gas Journal**, v. 3, p. 96–104, August 1964.

SHAVER, R. G.; MERRILL, E. W. Turbulent flow of pseudoplastic polymer solutions in straight cylindrical tubes. **AIChE Journal**, v. 5, n. 2, p. 181–188, 1959.

SHENOY, A. V. Power-law fluid velocity profiles in turbulent pipes flows. In: CHEREMISINOFF, N. P. (Ed.). **Encyclopedia of fluid mechanics**. Houston: Gulf Pub. Co., 1986. v. 1, cap. 31, p. 1034–1059.

SKELLAND, A. H. P. **Non-Newtonian heat transfer**. New York: John Wiley and, 1967.

SOUSA, J.; CUNHA, M. C.; MARQUES, A. S. An explicit solution of the colebrook-white equation through simulated annealing. In: SAVIC, D.; WALTERS, G. (Ed.). **Water Industry Systems: Modeling and Optimization Applications**. [S.l.]: Research Studies Press Limited, 1999. (Water Engineering and Management Series, v. 2), p. 347–355.

STEFFE, J. F. **Rheological Methods in Food Process Engineering**. 2nd. ed. Michigan: Freeman Press, 1996.

STEFFE, J. F.; DAUBERT, C. R. **Bioprocessing pipelines: rheology and analysis**. Michigan: Freeman Press, 2006.

STEFFE, J. F.; MOHAMED, I. O.; FORD, E. W. Pressure drop across valves and fittings for pseudoplastic fluids in laminar flow. **Transactions of the ASAE**, v. 27, n. 2, p. 616–619, 1984.

STEIN, M. A.; KESSLER, D. P.; GREENKORN, R. A. An empirical model of velocity profile for turbulent flow in smooth pipes. **AIChE Journal**, v. 26, n. 2, p. 308–310, March 1980.

- SZILAS, A. P.; BOBOK, E.; NAVRATIL, L. Determination of turbulent pressure loss of non-newtonian oil flow in rough pipes. **Rheology Acta**, v. 20, n. 5, p. 487–496, 1981.
- TAM, K.; TIU, C. A general correlation for purely non-newtonian fluids flowing in ducts of arbitrary cross-section. **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, v. 66, p. 542–549, August 1988.
- TELIS-ROMERO, J.; GRATÃO, A. C.; GARCIA-CRUZ, C. H.; TELIS, V. R. N. Determinação de coeficientes de perda de carga através de válvulas e acessórios no escoamento laminar de fluidos não newtonianos. **Ciência & Engenharia**, v. 63, p. 78–82, 2000.
- TELIS-ROMERO, J.; THOMAZ, C. E. P.; BERNARDI, M.; TELIS, V. R. N.; GABAS, A. L. Rheological properties and fluid dynamics of egg yolk. **Journal of Food Engineering**, n. 3, p. 191–197, 2006.
- THOMAS, G. **The turbulent flow of non-Newtonian. Fluids in smooth pipes**. Tese (Doutorado) — University College of Swansea, 1960.
- TIU, C.; BOGER, D. V. Complete rheological characterization of time-dependent food products. **Journal of Texture Studies**, v. 5, n. 3, p. 329–338, 1974.
- TOMITA, Y. A study of non-newtonian flow in pipe lines. **Bulletin of The Japan Society of Mechanical Engineers**, v. 2, n. 5, p. 10–16, 1959.
- TORRANCE, B. M. Friction factors for turbulent non-newtonian fluid flow in circular pipes. **South African Mechanical Engineering**, v. 13, p. 89–91, 1963.
- TRINH, K. T. **A boundary layer theory for turbulent transport phenomena**. Dissertação (Mestrado) — University of Canterbury, 1969.
- TRINH, K. T. The instantaneous wall viscosity in pipe flow of power law fluids: Case study for a theory of turbulence in time-independent non-newtonian fluids. **arXiv.org:0912.5249v1 physics.flu-dyn**, Dec 2009.
- TUNG, M. A.; RICHARDS, J. F.; MORRISON, B. C.; WATSON, E. L. Rheology of fresh, aged and gamma-irradiated egg-white. **Journal of Food Science**, v. 35, n. 6, p. 872–874, 1970.

TURIAN, R. M.; MA, T. W.; HSU, F. L. G.; SUNG, M. D. J. Flow of concentrated non-newtonian slurries: 1. friction losses in laminar turbulent and transition flow through straight pipe. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 24, n. 2, p. 225–242, 1998.

TURIAN, R. M.; MA, T. W.; HSU, F. L. G.; SUNG, M. D. J.; PLACKMANN, G. W. Flow of concentrated non-newtonian slurries: 2. friction losses in bends, fittings, valves and venturi meters. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 24, n. 2, p. 243–269, 1998.

VALENTAS, K.; ROTSTEIN, E.; SINGH, R. **Handbook of Food Engineering Practice**. Florida: CRC Press LLC, 1997.

YOO, S. S. **Heat transfer and friction factors for non-Newtonian fluids in turbulent pipes flow**. Tese (Doutorado) — University of Illinois, 1974.

ZIGRANG, D. J.; SYLVESTER, N. D. Explicit approximations to the solution of colebrook's friction factor equation. **AIChE Journal**, v. 28, n. 3, p. 514–515, May 1983.

**APÊNDICE A – Correlações do
fator de atrito: lei
da potência**

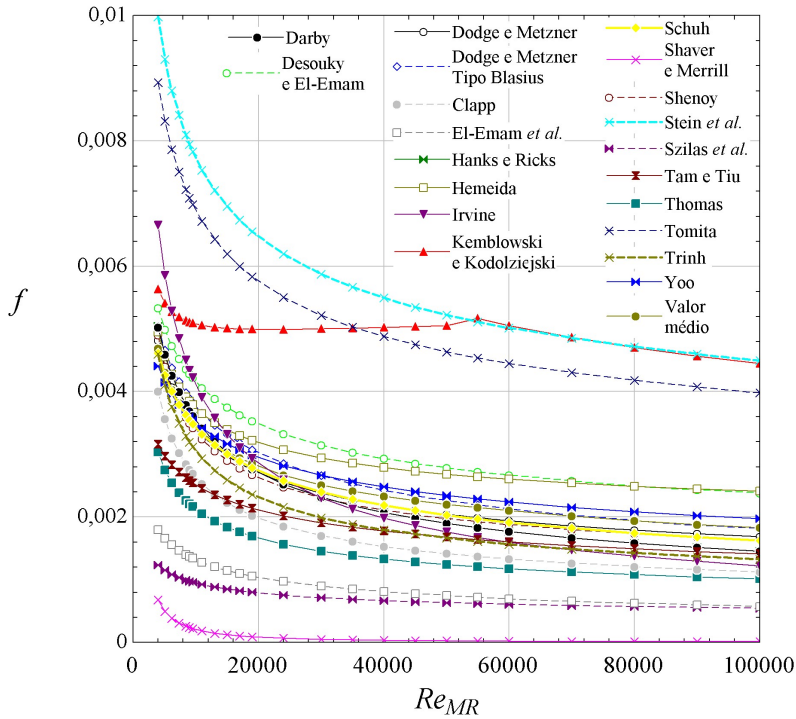


Figura A.1: Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 0,3$

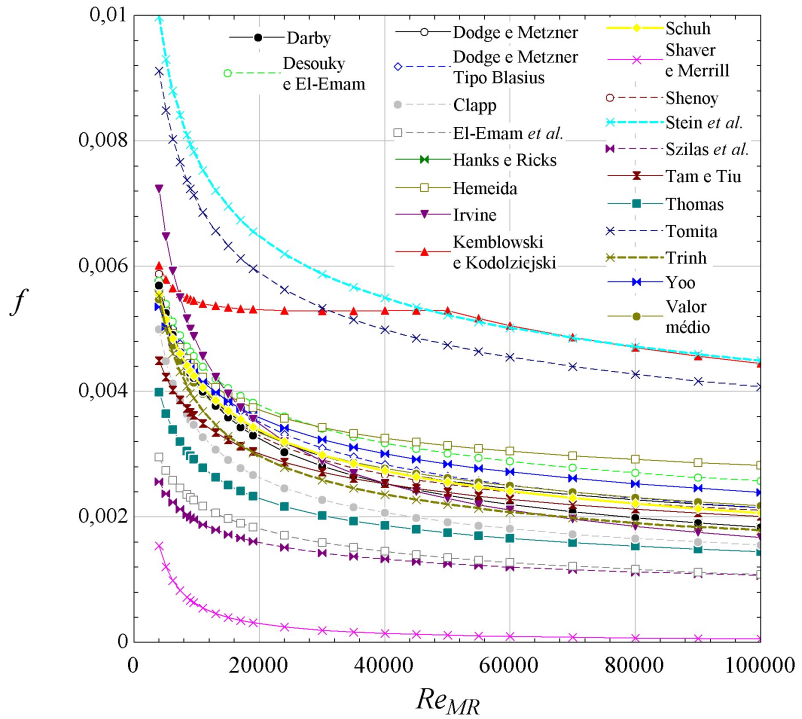


Figura A.2: Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 0,4$

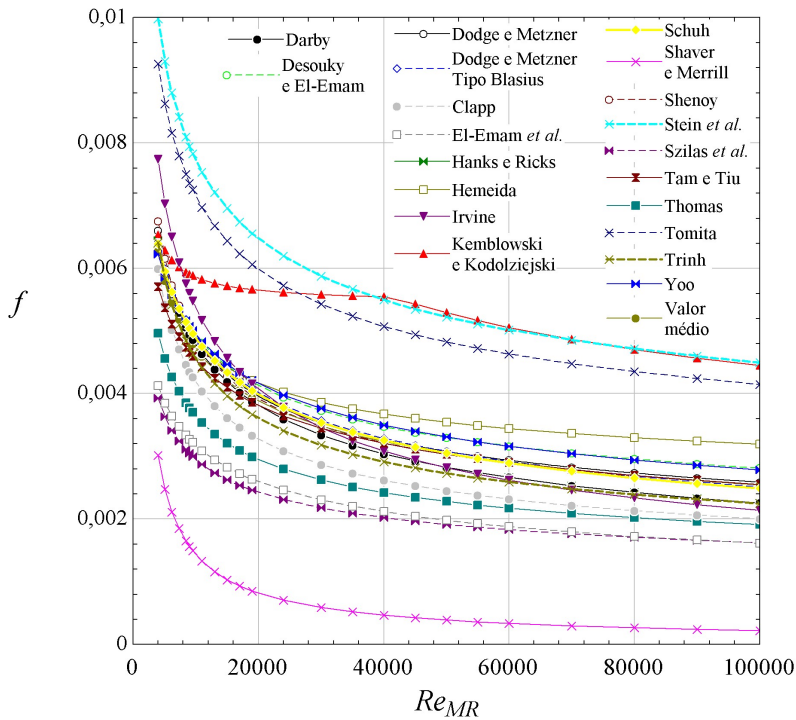


Figura A.3: Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 0,5$

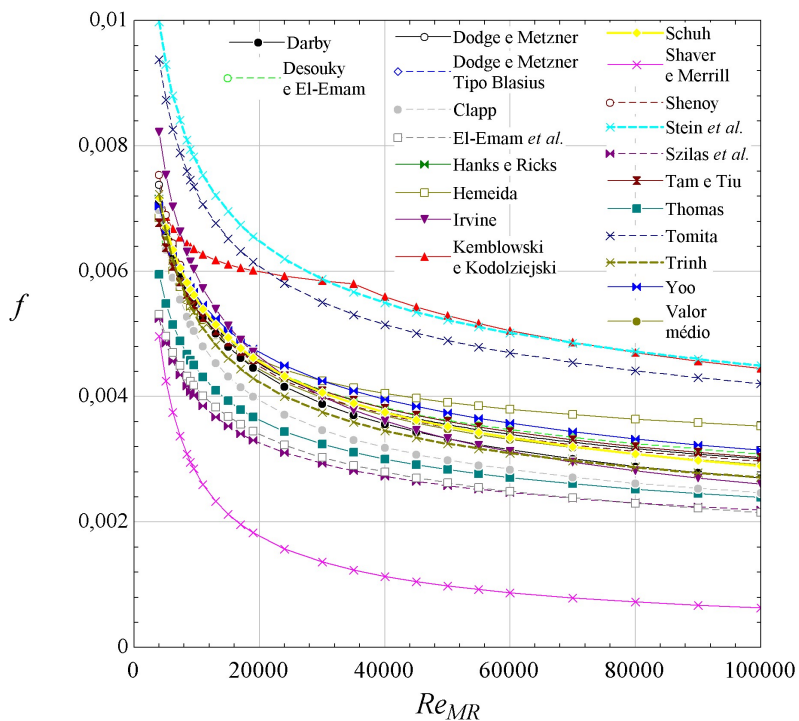


Figura A.4: Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 0,6$

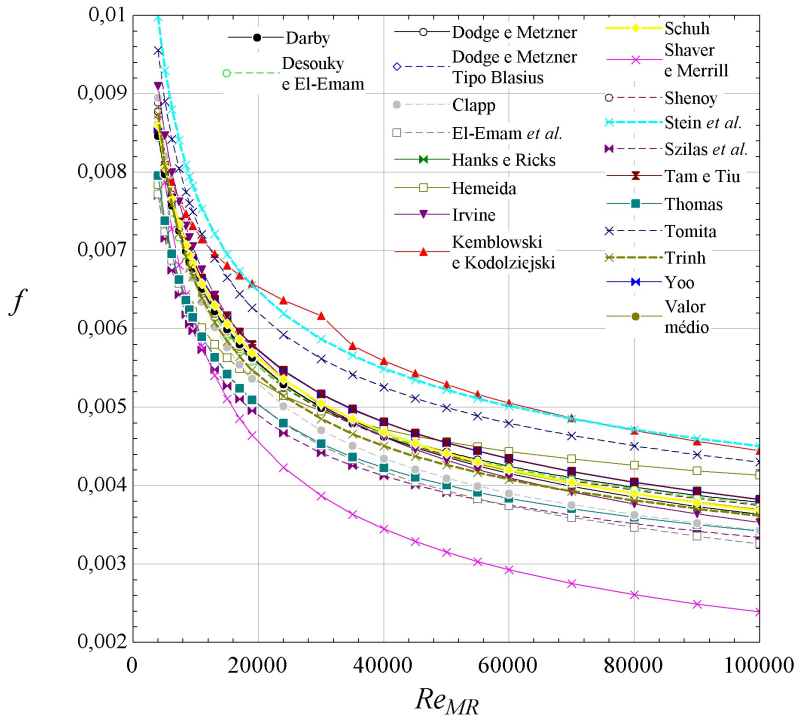


Figura A.5: Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 0,8$

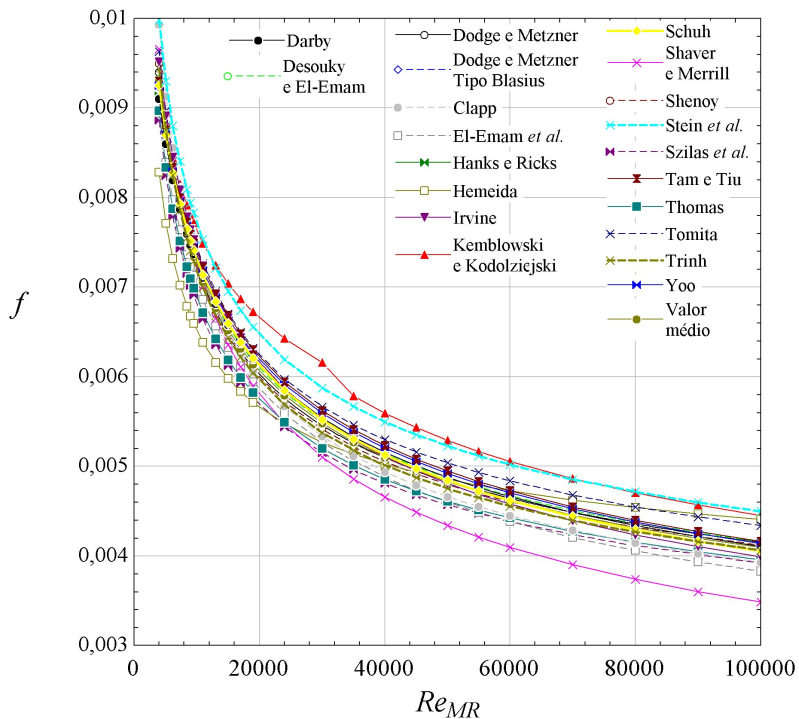


Figura A.6: Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 0,9$

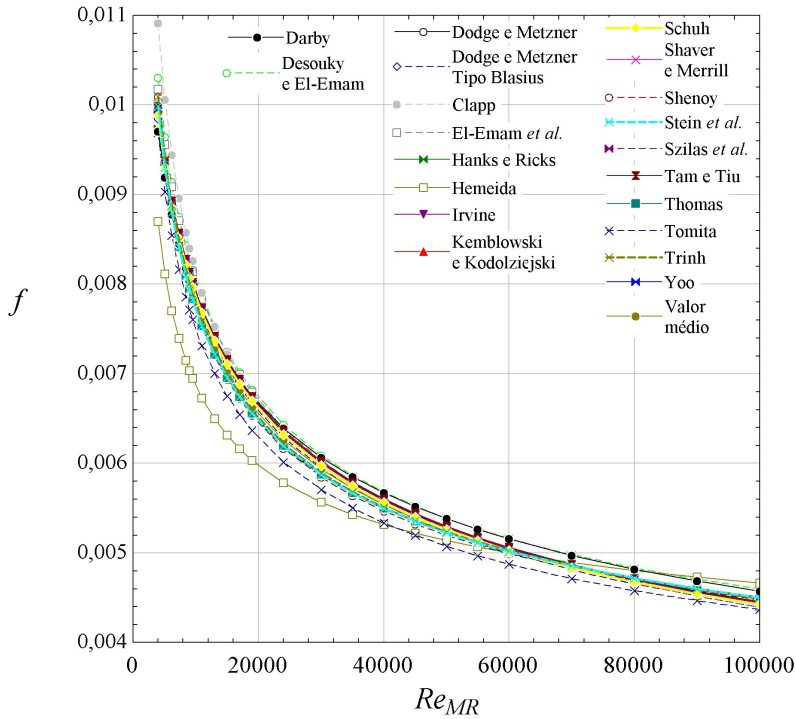


Figura A.7: Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 1,0$

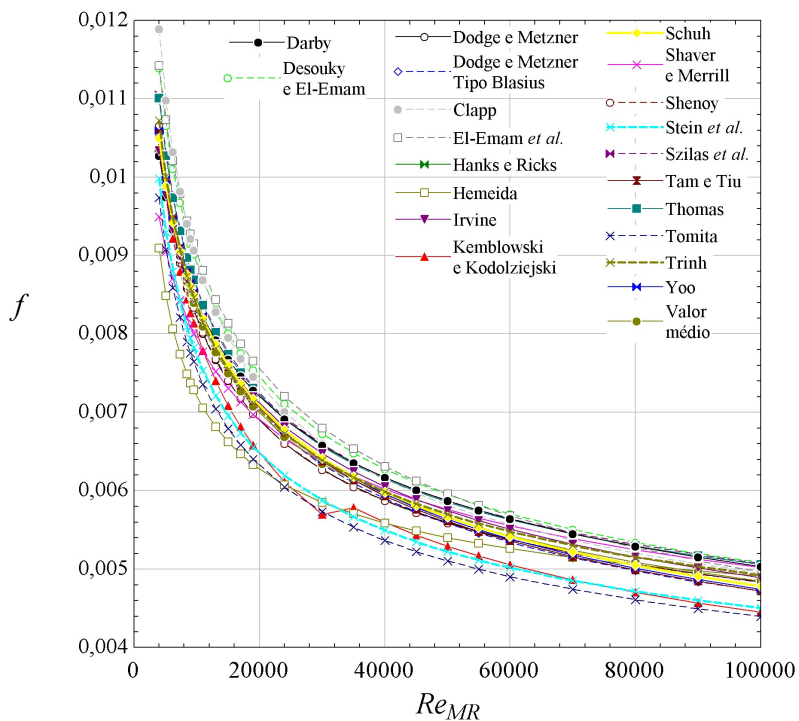


Figura A.8: Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 1,1$

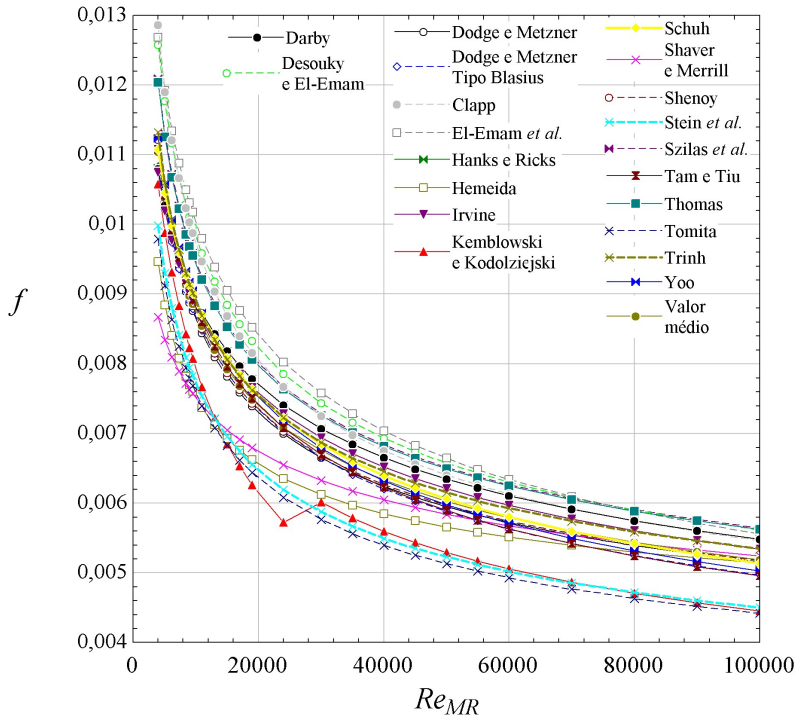


Figura A.9: Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 1,2$

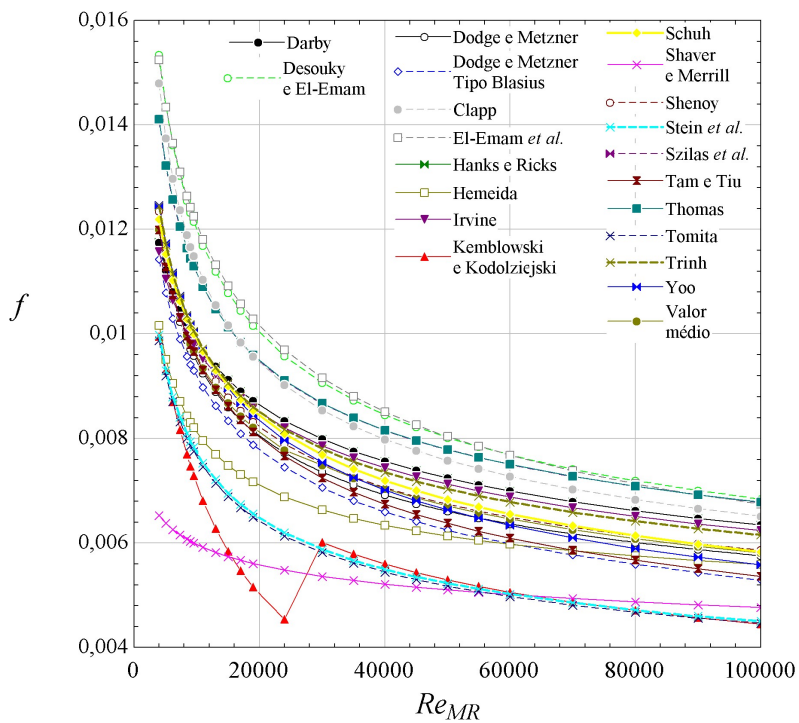


Figura A.10: Correlações do fator de atrito de fluidos lei da potência para $n = 1,4$