

CLEITON GUOLLO TAUFEMBACK

TRÊS ENSAIOS EM ECONOFÍSICA

FLORIANÓPOLIS

2011

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ECONOMIA**

TRÊS ENSAIOS EM ECONOFÍSICA

Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Mestre em Economia

CLEITON GUOLLO TAUFEMBACK

Florianópolis, Março de 2011

TRÊS ENSAIOS EM ECONOFÍSICA

CLEITON GUOLLO TAUFEMBACK

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Economia, Área de concentração Economia, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós Graduação em Economia da Universidade Federal de Santa Catarina.

Prof. Hoyêdo Nunes Lins, Dr.
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Economia

Banca Examinadora:

Prof. Eraldo Sérgio Barbosa da Silva, Dr.
UFSC, Presidente

Prof. Madras Viswanathan Gandhi Mohan, Dr.,
UFRN, membro externo.

Guilherme Valle Moura, Dr.,
UFSC, membro

Newton Carneiro Affonso da Costa Júnior, Dr.,
UFSC, membro

AGRADECIMENTOS

A todas as pessoas que estiveram ao meu lado nesta jornada e a CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo fomento despendido na minha formação.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Economia.

TRÊS ENSAIOS EM ECONOFÍSICA

Cleiton Guollo Taufemback

Março / 2011

Orientador: Prof. Eraldo Sérgio Barbosa da Silva, Dr..

Área de Concentração: Economia.

Palavras-chave: Econofísica, eficiência parcial, amostragem, excesso de reservas.

Número de Páginas: 48

Esta dissertação apresenta três ensaios distintos em Econofísica. O primeiro trata da eficiência relativa dos mercados financeiros sob a perspectiva da complexidade algorítmica. Foi demonstrado que houve uma diminuição na eficiência, para vários ativos que compõem o índice Bovespa, depois da crise financeira mundial de 2008. O segundo ensaio aborda a questão da frequência correta para ser utilizada durante a amostragem de séries temporais financeiras, e foi discutido os problemas relacionados com a sub-amostragem. Finalmente, o último ensaio propõe o uso de Teoria das Filas para resolver a questão do nível ótimo de reservas a serem mantidas pelos bancos comerciais.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Economy.

THREE ESSAYS ON ECONOPHYSICS

Cleiton Guollo Taufemback

March / 2011

Advisor: Prof. Eraldo Sérgio Barbosa da Silva, Dr..

Area of Concentration: Economy.

Keywords: Econophysics, partial efficiency, sampling, excess reserves.

Number of pages: 48

This dissertation presented three distinct essays on Econophysics. The first one deals with the relative efficiency of financial markets under the perspective of algorithmic complexity. It was shown that there was a decrease in efficiency, in several assets that compose the Bovespa index, after the 2008 world financial crisis. The second essay addresses the issue of the correct frequency to be used while sampling financial time series, and was discussed the problems related with undersampling. Finally, the last essay proposes the use of Queueing Theory to tackle the issue of the optimum level of reserves to be kept by the commercial banks.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	1
1 EFICIÊNCIA RELATIVA PÓS-CRISE DE 2008.	3
1.1 Introdução	3
1.2 A mensuração da eficiência relativa via complexidade al- gorítmica	4
1.3 Dados e métodos	5
1.4 Resultados	6
1.5 Conclusão	8
2 ANÁLISE ESPECTRAL E A CORRETA AMOSTRAGEM.	9
2.1 Introdução	9
2.2 Dados e métodos	11
2.3 Resultados	13
2.4 Conclusão	14
3 EXCESSO DE RESERVAS E A TEORIA DAS FILAS.	15
3.1 Introdução	15
3.2 Teoria das Filas	17
3.2.1 Erlang B	17
3.2.2 Erlang C	20
3.3 Usando a fórmula de Erlang B e C para gerir o excesso de reservas.	22
3.3.1 Exemplo 01	23
3.3.2 Exemplo 02	24
3.4 Conclusão	25
CONCLUSÃO	27
APÊNDICE A - Figuras e tabelas complementares ao Capítulo 1	33
APÊNDICE B - Figuras complementares ao Capítulo 2	45

LISTA DE FIGURAS

1-1	Eficiência relativa ilustrada ao longo do tempo para quatro ações selecionadas.	7
1-2	Histograma para o período antes e depois da crise mundial de 2008 para quatro ações selecionadas.	7
2-1	Senóide de $10Hz$ sub-amostrada a $8Hz$ e o fenômeno de <i>aliasing</i>	10
2-2	Ajuste dos dados para que diferissem em segundos da primeira amostra da série.	13
3-1	Valores históricos de excesso de reservas das instituições de depósito nos Estados Unidos.	16
3-2	Diagrama de estados para Erlang B.	18
3-3	Diagrama de estados para Erlang C.	20
A-1	Histogramas para todas as ações avaliadas no Capítulo 1.	35
B-1	Séries e resultados relativos à Ambev PN	45
B-2	Séries e resultados relativos à Sid Nacional ON	46
B-3	Séries e resultados relativos à Petrobras PN	47
B-4	Séries e resultados relativos à Vale PNA N1	48

LISTA DE TABELAS

3-1	Notação de Kendall para as definições de Erlang B e C. . . .	17
3-2	Novas definições para as variáveis descritas na seção 3.2. . .	22
3-3	Conta-T antes da otimização do excesso de reservas, em milhões de dólares.	23
3-4	Características estatísticas dos usuários.	23
3-5	Conta-T após o manejo do excesso de reservas via Erlang B, em milhões de dólares.	24
A-1	Lista de todas as ações avaliadas no Capítulo 1.	36
A-2	Média da eficiência relativa e desvio padrão para todas as ações utilizadas no Capítulo 1.	38
A-3	Lista das ações avaliadas no Capítulo 1 em ordem de maior redução de eficiência relativa para o período.	42

INTRODUÇÃO

Surgida da década de 90, a Econofísica é um ramo de estudo multidisciplinar dedicada geralmente a finanças e fortemente fundamentada em metodologias e teorias oriundas da Física. Apesar de não ser difícil encontrar ao longo de toda a história físicos trabalhando em Economia, esses novos estudiosos buscam revitalizá-la sob uma nova óptica em vez de se adequarem a modelos econômicos existentes. Talvez o trabalho mais conhecido dessa área seja o de Mantegna e Stanley (1999), onde é apresentado um *overview* dos principais assuntos até então relacionados à Econofísica.

Nesta dissertação serão apresentados três ensaios distintos e não correlacionados entre si, situados em diferentes áreas da Econofísica.

O primeiro estudo se baseia no fato de que a eficiência relativa de um mercado financeiro pode ser avaliada segundo a teoria de complexidade algorítmica (SILVA; MATSUSHITA; GIGLIO, 2008; GIGLIO; SILVA, 2009; GIGLIO et al., 2008). Dado isso, será demonstrado no Capítulo 1 que esta abordagem pode ser utilizada para verificar se há, ou não, uma diferença no nível médio de eficiência relativa em quarenta e três ações listadas na Bovespa, no período pré e após a crise financeira de 2008.

Em seguida no Capítulo 2, será apresentada uma metodologia com o intuito de se obter a correta taxa de amostragem em séries temporais e mostrar os possíveis problemas relacionados a sub-amostragem. Para tal, será feito o uso da análise espectral de frequência em quatro ações listadas na Bovespa. Esse tipo de análise é fortemente utilizada em aplicações onde as propriedades oscilatórias ou padrões repetitivos são presentes em um sinal ou uma série. E em áreas como Biologia, Astrofísica, Engenharia e Telecomunicações.

Por fim o Capítulo 3 apresentará uma nova abordagem para tentar melhor elucidar o recorrente *trade-off* existente no que tange aos bancos comerciais definirem os seus níveis de reservas. Apesar de estudos econométricos tentarem elucidar este problema, é comum os bancos ajustarem suas reservas via experiência ou regras de bolso. Assim para trazer uma nova luz à essa questão, será sugerida uma nova abordagem baseada na Teoria das Filas, e para melhor demonstrá-la, exemplos teóricos serão apresentados.

1 EFICIÊNCIA RELATIVA PÓS-CRISE DE 2008.

1.1 Introdução

Um mercado é considerado eficiente se na suas séries de preço não contém informação redundante. É comum a utilização de destes econométricos para verificar se os mercados são ou não eficientes. Porém, considerar a eficiência dos mercados em termos absolutos seria uma simplificação, (CAMPBELL et al., 1996). Ao contrário dos economistas, físicos e engenheiros, naturalmente se interessam pela eficiência relativa do sistema. Por exemplo, o nível de eficiência de um motor a combustão pode ser medido pela quantidade de energia convertida em trabalho.

Segundo Mantegna e Stanley (2000), a Teoria de Complexidade Algorítmica pode ser empregada para prover uma interpretação da eficiência relativa dos mercados. Devido a idealização dos níveis de preços, um mercado absolutamente eficiente resultaria em séries contendo nenhuma informação redundante, o que segundo a teoria citada, seriam indistinguíveis estatisticamente de séries puramente aleatórias, (MANTEGNA; STANLEY, 2000). Como resultado, a mensuração do desvio da eficiência de uma série de retornos para uma randômica revelaria a eficiência relativa de um mercado real.

Neste estudo, utilizaremos a mesma abordagem descrita em Silva, Matsushita e Giglio (2008), Giglio e Silva (2009), Giglio et al. (2008), porém utilizando dados financeiros de ultra-alta-frequência, dados esses que representam todos os movimentos de compra e venda, também conhecidos como *tick-by-tick*. E ao utilizar séries de dados entre os períodos de janeiro de 2007 a dezembro de 2008, foi possível fazer uso dessa técnica num momento único que foi a crise mundial de 2008.

Após a análise dos resultados, foi observado que um alto nível de eficiência antes do colapso do banco Lehman Brothers, ato que deu início à crise, e que a eficiência, em geral, foi reduzida após isto. O que culminou por levantar uma pergunta: por que o estouro da crise aconteceu na presença de alta eficiência de mercado? Talvez a resposta possa ser dada pela argumentação de que a eficiência de informação é uma condição necessária para que surja o fenômeno de bolha, induzida pelo comportamento de *traders* não bem informados, (CACCIOLI; MARSILI, 2010).

O restante do capítulo é organizado como segue: seção 1.2 descreve o método de mensuração da eficiência relativa utilizado, baseado em complexidade algorítmica; seção 1.3 apresenta os dados e discute a metodologia; seção 1.4 mostra as análises e a seção 1.5 conclui o capítulo.

1.2 A mensuração da eficiência relativa via complexidade algorítmica

A complexidade algorítmica de uma sequência é medida pelo menor comprimento com que esta sequência pode ser reproduzida. Ziv e Lempel (1978) sugerem um simples modelo para mensurar essa complexidade, e Kaspar e Schuster (1987) demonstram a implementação computacional deste.

Na prática, podemos dizer que o algoritmo de codificação Lempel-Ziv divide uma sequência, da esquerda para a direita, em segmentos de menor tamanho possível que ainda não foram encontrados previamente, (HAYKIN, 2001). Como exemplo, abaixo será utilizada uma sequência de codificação binária, 0 e 1, porém qualquer tipo de codificação é válida. Seja então a sequência a seguir:

00010001110001010010001001100101

Caminhando da esquerda para a direita, a cada novo dígito é avaliado se a palavra, conjunto de dígitos, já está presente. Assim, o primeiro dígito sempre será considerado uma nova palavra, nesse caso “0”. Utilizando a metodologia explicada em Kaspar e Schuster (1987), que:

$$(1) \quad S = 0, \quad Q = 0, \quad SQ = 00, \quad SQ\pi = 0, \quad Q \in (SQ\pi) \rightarrow 0.0$$

onde S é o vocabulário, Q representa uma palavra nova, SQ é a união entre S e Q e o termo π retira o último dígito da palavra. Logo, a cada novo dígito adicionado, é verificado se esta nova palavra já estava contida no conjunto $SQ\pi$. Abaixo é seguida esta metodologia para mais algumas etapas.

$$\begin{aligned} (2) \quad & S = 0, \quad Q = 00, \quad SQ = 000, \quad SQ\pi = 00, \quad Q \in (SQ\pi) \rightarrow 0.00 \\ (3) \quad & S = 0, \quad Q = 001, \quad SQ = 0001, \quad SQ\pi = 000, \quad Q \notin (SQ\pi) \rightarrow 0.001. \\ (3) \quad & S = 0001, \quad Q = 0, \quad SQ = 00010, \quad SQ\pi = 0001, \quad Q \in (SQ\pi) \rightarrow 0.001.0 \end{aligned}$$

Realizando esse procedimento para o restante da sequência, a seguinte divisão em vocábulos é encontrada.

$$S = 0.001.00011.100010.1001.0001001.100101.$$

A complexidade de uma sequência é indicada pelo número de vocábulos contidos nela, sete no caso acima. Então, ao passar o vocabulário S a um receptor, seria possível enviar esta sequência utilizando apenas sete símbolos distintos. Também não é difícil verificar que à medida que o comprimento da sequência cresce, cresce também a sua complexidade.

Uma sequência genuinamente randômica de tamanho n , assintoticamente alcança a complexidade máxima b seguindo a regra: $\lim_{n \rightarrow \infty} c = b = n / \log_{\beta} n$, (KASPAR; SCHUSTER, 1987). Uma maneira de computar a complexidade relativa de uma série é analisá-la contra a complexidade de uma série puramente randômica, $EP = c/b$. Segundo Ziv e Lempel (1978), praticamente todas as sequências suficientemente longas são passíveis de ser analisadas e segundo o mesmo autor, a sequência de De Bruijn pode ser considerada, para uma sequência finita, como uma boa aproximação de uma série randômica. Assim, escolhendo a sequência de De Bruijn, como *benchmark*, contra outras sequências de mesmo comprimento, o valor máximo de EP deverá ser 1, onde 1 representa uma sequência totalmente aleatória e 0 uma inteiramente previsível. Porém, se em uma sequência a probabilidade de encontrar determinado caractere for diferente de 50%, o limite superior assintótico é desviado de 1 para $\lim_{n \rightarrow \infty} (c \times h) / b$, onde h é a entropia de fonte dada pela equação 1.1.

$$H(X) = h = - \sum_{i=1}^n p(x_i) \log_{\beta} p(x_i) \quad (1.1)$$

e onde β é a base do logaritmo utilizada.

Como neste trabalho foi utilizado uma codificação ternária ($\beta = 3$), uma nova normalização será necessária para que o valor da eficiência parcial, EP , situe-se entre 0 e 1, ou seja,

$$EP = \frac{c}{bh} \in [0, 1] \quad (1.2)$$

Devido ao fato que o algoritmo de Lempel-Ziv não representa uma medida absoluta de complexidade, pode ocorrer valores superiores a 1, porém, tais acontecimentos reduzem a medida que se usam sequências de maior comprimento (SILVA; MATSUSHITA; GIGLIO, 2008; GIGLIO; SILVA, 2009; GIGLIO et al., 2008). Neste estudo, as avaliações de complexidade foram realizadas sobre sequências de comprimento de cinco mil caracteres, fazendo com que de todos os pontos de complexidade computados apenas 0,1% ficaram com valores superiores a 1.

1.3 Dados e métodos

Ao contrário dos trabalho de Silva, Matsushita e Giglio (2008), Giglio e Silva (2009), Giglio et al. (2008), onde foram analisados dados diários e contendo aproximadamente duas mil observações para cada ação, neste foram

utilizados dados *intraday* de ultra-alta-frequência. A modo de comparação, a série *tick-by-tick* utilizada para o papel Petrobras PN, possui mais de cinco milhões de observações.

Foram consideradas quarenta e três ações listadas na Bovespa do início de 2007 ao fim de 2008, incluindo a quebra do banco Lehman Brothers, ocorrida em 15 de setembro de 2008. Como os efeitos da crise são globais, a utilização de dados de um mercado emergente como o brasileiro não invalida a análise. Primeiramente, iniciou-se com as cinquenta ações listadas no índice IBrX-50 de 2008, porém sete dessas tiveram suas ofertas públicas iniciais após janeiro de 2007, sendo assim excluídas do estudo. Na tabela A-1 encontram-se todos os papéis analisados.

Como dito anteriormente, foi utilizado neste estudo uma codificação ternária, onde os retornos foram codificados da seguinte forma: “0” quando o retorno era zero, “1” quando o retorno era positivo e “2” quando o retorno era negativo.

1.4 Resultados

A figura 1-1 mostra a eficiência relativa de quatro ações selecionadas (Aracruz PNB N1, Petrobras PN, Sadia PN N1, e Vale PNA N1) para o período 2007-2008. Como é possível observar, a eficiência relativa média é reduzida após a falência do banco Lehman Brothers. A figura 1-2 apresenta os histogramas, de antes e depois da crise, para as ações relatadas na figura 1-1.

Na tabela A-2 encontram-se as médias e os desvios padrão da eficiência relativa de todas as ações analisadas. Tais dados confirmam o padrão encontrado na figura 1-1.

Para avaliar se a média da eficiência relativa é significativamente menor após o colapso do banco Lehman Brothers, é preciso realizar um teste não-paramétrico sobre as médias. Sem levantar nenhuma suposição sobre a distribuição dos dados, foi estimado um intervalo de confiança de 95 por cento via bootstrap, com noventa e nove reamostragens da média e vinte e cinco para a variância, (EFRON; TIBSHIRANI, 1994). O seguinte teste de hipótese foi efetuado:

$$\begin{cases} H_0 & : \text{média (após o colapso do Lehman Brothers)} \geq \text{média (antes)} \\ H_1 & : \text{média (após)} < \text{média (antes)}, \alpha = 5\% \end{cases}$$

Para trinta e sete das quarenta e três ações, a hipótese nula, H_0 , foi

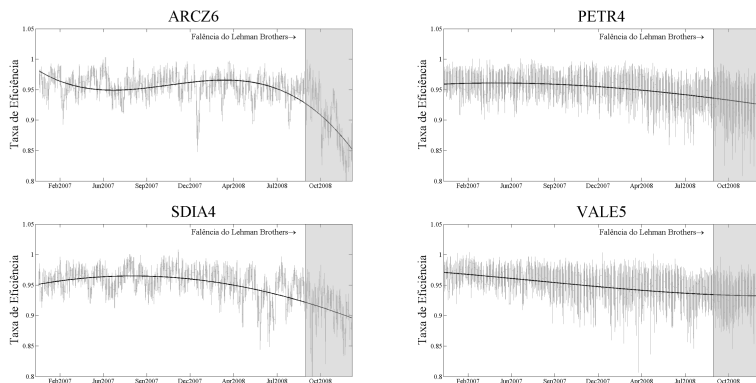


Figura 1-1: Eficiência relativa ilustrada ao longo do tempo para quatro ações selecionadas. Após o colapso do banco Lehman Brothers, há uma redução na média de eficiência relativa para as séries. A linha escura mostra uma regressão polinomial de terceira ordem sobre os dados.

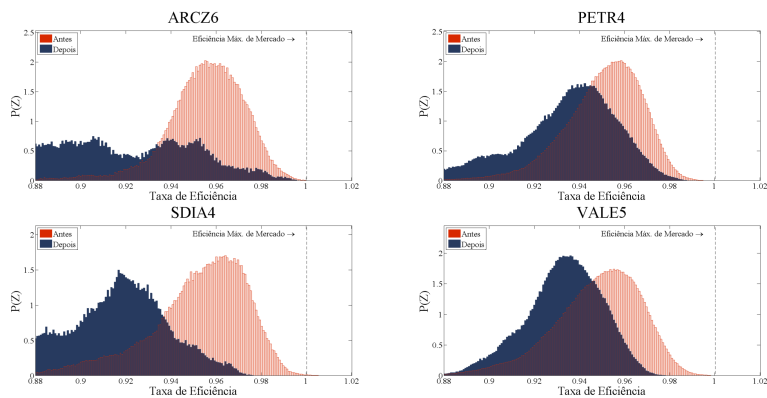


Figura 1-2: Histograma para o período antes, em vermelho, e depois, em azul, da crise mundial de 2008 para as quatro ações apresentadas na figura 1-1.

rejeitada. Mostrando que não é possível descartar a influência da crise financeira de 2008 para a redução da eficiência dos mercados. As exceções são: Ultrapar PN N1, BRF Foods ON NM, Petrobras ON, Gafisa ON NM, Ambev PN, e Usiminas ON N1, estando no fim da tabela 3.4, tabela onde é listado todas as ações em ordem de redução de eficiência. E a figura A-1 apresenta os histogramas para todas as ações consideradas neste estudo.

1.5 Conclusão

Utilizando dados de ultra-alta-frequência no período correspondente a janeiro de 2007 até dezembro de 2008 para quarenta e três ações listadas na Bovespa, foi detectada uma redução na eficiência relativa para a maioria das ações após a crise de 2008. Ilustrando o efeito da crise mundial sobre a eficiência dos mercados.

2 ANÁLISE ESPECTRAL E A CORRETA AMOSTRAGEM.

2.1 Introdução

Não é de uso comum, por parte dos econométristas, analisar as séries temporais sobre a perspectiva do domínio da frequência. Em outras palavras, em geral, eles não fazem uso da análise espectral de frequência. Um dos primeiros conceitos que surgem deste tipo de análise é o Teorema da Amostragem de Nyquist-Shannon, demonstrado no trabalho pioneiro de Shannon (1949), dando origem à Teoria da Informação.

De acordo com este teorema, para que um sinal amostrado contenha toda a sua informação original, é necessário que tenha sido amostrado a uma taxa duas vezes maior do que a maior frequência contida em seu espectro, (SHANNON, 1949; HAYKIN, 2001; RAPPAPORT, 2001). Abaixo, encontra-se a transcrição desse teorema, tal como em Shannon (1949), onde se encontra também a prova.

Teorema 1 (Nyquist Shannon Sampling Theorem) *If a function $f(t)$ contains no frequencies higher than W hertz, it is completely determined by giving its ordinates at a series of points spaced $1/2$ seconds W apart.*

Uma outra forma de entendê-lo é que se um sinal for sub-amostrado, haverá incongruências na sua interpretação. Abaixo é transcrito um exemplo, descrito em Bloomfield (2000), onde devido a uma sub-amostragem, duas frequências distintas podem ser interpretadas como idênticas.

Seja

$$x_t = \cos(2\pi ft\Delta t)$$

onde Δt é o período de amostragem. Se para $f^* = \frac{1}{\Delta t} - f$, onde $f \in (0, \frac{1}{2\Delta t})$, então

$$\begin{aligned} x_t &= \cos(2\pi f^* t\Delta t) \\ &= \cos(2\pi(\frac{1}{\Delta t} - f)t\Delta t) \\ &= \cos(2\pi t) + \cos(-2\pi ft\Delta t) \\ &= 1 + \cos(2\pi ft\Delta t) \end{aligned} \tag{2.1}$$

Como resultado desta sub-amostragem, $\sin(2\pi f\Delta t) = \sin(2\pi f^*\Delta t)$, fazendo com que frequências f e f^* sejam agora indistinguíveis, caracterizando o fenômeno conhecido como *aliasing*, ou recobrimento, em Português. A figura 2-1 demonstra esse efeito com uma senóide de 10 Hertz, Hz , sendo interpretada como uma de $2Hz$ após uma sub-amostragem de $8Hz$.

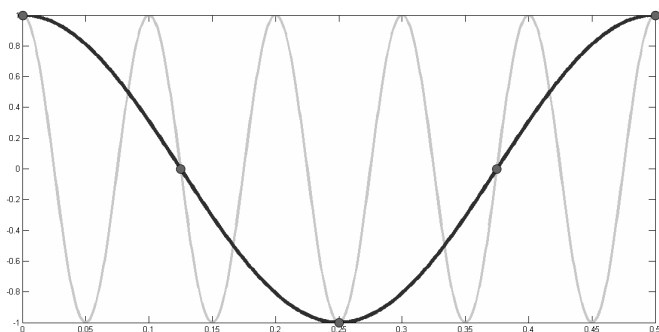


Figura 2-1: Senóide de 10Hz sub-amostrada a 8Hz e o fenômeno de *aliasing*.

O fenômeno de *aliasing* vem sendo sistematicamente negligenciado por econométricos aplicados e recebendo atenção de poucos econométricos teóricos. Granger e Newbold (1977) apresentam um exemplo teórico onde uma série contendo ciclos semanais e amostrada mensalmente, apresentou picos espúrios de frequência em seu espectro. Ashley e Dwyer (1998) dão outro exemplo de *aliasing*, onde uma série temporal AR(6) foi gerada e amostrada a diferentes taxas para demonstrar quão distantes ficaram as estimações dos coeficientes frente ao valor real.

Em contraste aos econométricos, a análise espectral de frequência é largamente aplicada em diversas áreas como biologia, astrofísica, engenharia e telecomunicações. Ela é rotineiramente utilizada em aplicações onde é importante verificar as propriedades oscilatórias ou repetições de um padrão em uma série ou sinal.

Dentro da análise espectral de frequência, a transformada de Fourier é a principal ferramenta empregada para obter as características de uma série no domínio da frequência. Esta transformada pode ser interpretada como uma regressão da série a um somatório de senoídes de diferentes frequências, sendo os coeficientes representações das amplitudes de cada frequência. Na equação 2.2 vemos a transformada contínua de Fourier.

$$\mathcal{F}(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-iwt} dt \quad (2.2)$$

onde $w = 2\pi f$.

Outra importante ferramenta da análise espectral é a função de den-

sidade espectral de energia que representa a quantidade de energia presente em cada frequência analisada para um processo estocástico. Também é a representação no domínio da frequência, via transformada de Fourier, da função de autocorrelação. A equação 2.3 define esta função para o caso contínuo.

$$\Phi(w) = \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-iwt} dt \right]^2 = \frac{\mathcal{F}(w)\mathcal{F}^*(w)}{2\pi} \quad (2.3)$$

onde $\mathcal{F}^*(w)$ é o conjugado complexo da transformada de Fourier.

O presente estudo demonstra como o negligenciado do efeito de *aliasing* pode ser danoso no contexto da amostragem de séries financeiras. Dados de ultra-alta-frequência e de fechamentos diários de séries financeiras para quatro ações listadas na Bolsa de Valores de São Paulo, Bovespa, foram utilizados. Aqui, será demonstrado que a amostragem diária viola o Teorema da Amostragem de Nyquist-Shannon.

O restante do capítulo é organizado da seguinte forma: seção 2.2 apresenta os dados e os métodos utilizados, seção 2.3 apresenta os resultados e a seção 2.4 conclui o capítulo.

2.2 Dados e métodos

As séries temporais de ultra-alta-frequência foram selecionadas para os seguintes papéis listados na Bovespa: Ambev PN (AMBV4; 514.302 observações), Sid Nacional ON (CSNA3; 1.359.702 observações), Petrobras PN (PETR4; 5.381.081 observações) e Vale PNA N1 (VALE5; 5.220.472 observações). Essas ações foram selecionadas devido ao alto volume de transações e reconhecimento no mercado externo.

As séries de preços apenas foram ajustadas devido a splits, sem levar em conta proventos e dividendos. E foi assumido que os dados oriundos das séries *tick-by-tick* estão de acordo com o Teorema da Amostragem de Nyquist-Shannon, devido à alta taxa de amostragem.

Como os intervalos de amostragem não são constantes nesse tipo de série, métodos tradicionais para calcular o espectro de frequência não podem ser aplicados. O uso de interpolação para as observações faltantes, a interpretação destas como zero ou manter o último valor mensurado constante até a próxima observação, são consideradas alternativas de baixa performance, (PRESS et al., 1992).

Uma alternativa é a utilização do método conhecido como Lomb-

Scargle, ou apenas Lomb, desenvolvido por Lomb (1976) e independentemente por Scargle (1982), que faz uso de séries de senos e cossenos, somente nos pontos amostrados. Em (GIAMPAOLI; NG; CONSTANTINOU, 2009), os autores avaliam, via Lomb-Scargle, o resultado de metodologias como “Autoregressive Conditional Duration”, interpolação e reamostragem de sinal. Apesar de ser o método mais utilizado, por vezes, pode apresentar resultados espúrios em altas frequências. Correções a este método podem ser encontradas em Bretthorst (2001), Zechmeister e Kürster (2009).

Neste trabalho utilizou-se do método *Bayesian Spectrum Estimation*, (BSE), desenvolvido em Qi, Minka e Picard (2002), o qual permite a análise do espectro ao longo do tempo e não tem como pré-requisito a estacionariedade da série. E a abordagem *jointly estimate*, utilizando um filtro de Kalman não estacionário, resulta a cada novo dado em uma atualização dos valores dos coeficientes.

Entretanto, ao contrário do método Lomb-Scargle, esse método não fornece uma metodologia direta para o cálculo da significância dos coeficientes estimados. A proposta deste estudo para contornar este problema foi considerar uma grande quantidade de coeficientes e realizar um teste *t* para verificar se o valor do coeficiente se distingue da média, \bar{c} . O teste de hipótese a seguir foi aplicado para cada coeficiente,

$$\begin{cases} H_0 & : & c_i < 1.5\bar{c} \\ H_1 & : & c_i \geq 1.5\bar{c} \end{cases}$$

onde o valor 1.5 foi escolhido via tentativa e erro, visando obter um resultado mais parcimonioso para as altas frequências.

É preciso dizer também que a convergência deste método é bastante sensível aos parâmetros de entrada: frequência máxima e número de intervalos. Sendo então conveniente começar a partir de um valor alto de frequência e depois ir reduzindo até encontrar um ajuste ideal.

Devido a não uniformidade de amostragem da série, é necessário informar o momento em que cada observação foi coletada. Logo, cada observação foi ajustada para diferir, em segundos, da primeira amostra da série. Com isso, períodos sem atividade, como fim de semanas, feriados ou horários sem funcionamento, foram de certa forma computados, reforçando ainda mais a significância do coeficiente de estado contínuo, $0Hz$. Fazendo com que a estimação fosse ainda mais parcimoniosa para as altas frequências. A figura 2-2 demonstra este procedimento.

Data	Tempo	Preço		Tempo	Preço
2007-01-02	11:00:50.689403	105.40		0.000000	105.40
2007-05-28	16:49:22.143978	129.34	→	12638911.454575	129.34
2008-01-11	16:01:14.047829	131.75		32331623.358426	131.75
2008-12-30	18:06:34.011102	101.34		62924743.321699	101.34

Figura 2-2: Ajuste dos dados para que diferissem em segundos da primeira amostra da série.

2.3 Resultados

Com os dados de ultra-alta-frequência, foram obtidos resultados preliminares para os quatro papeis avaliados, onde a mais alta frequência nunca excedeu $277.8\mu\text{Hz}$, correspondente a um período de uma hora. Baseado nesses resultados, as séries originais foram re-amostradas a intervalos de dez minutos, ou a uma frequência de 1.6mHz , ficando bem acima do exigido pelo Teorema da Amostragem, $555.55\mu\text{Hz}$ ou uma amostra a cada 30 minutos.

Como as novas séries são regularmente espaçadas ao longo do tempo e refazendo o processo para essas, é possível agora comparar a evolução dos valores das mais altas frequências significativas ao longo do tempo com a série de fechamento diário, para cada ações. As figuras B-1, B-2, B-3 e B-4, apresentam esses resultados.

Note que as quatro ações apresentam geralmente frequências superiores $11.6\mu\text{Hz}$ (um período de vinte e quatro horas) e não ultrapassam a frequência máxima de $92.6\mu\text{Hz}$ (três horas), salvo no início do processo onde não havia ainda uma correta convergência dos coeficientes. Logo, para que houvesse uma amostragem correta, segundo o Teorema da Amostragem, estas séries deveriam ser amostrados no mínimo a $185.2\mu\text{Hz}$, correspondente a um período de uma hora e meia.

Como exercício, foi desenvolvido um processo GARCH(1,1) para previsão de um dia a frente. Nas figuras B-1, B-2, B-3 e B-4 é possível verificar isso na forma de erro quadrático. Os erros nas séries se apresentam maiores quando as frequências significativas são mais altas, fenômeno de *aliasing*, como quando há grandes variações nos níveis da última frequência significativa, devido a não adaptação do GARCH a volatilidade do mercado.

Uma solução comum em Telecomunicações, quando há altas frequências indesejadas, é o uso de filtros passa-baixas, onde esses, teoricamente, retiram as influências das altas frequências deixando apenas o sinal desejado para então re-amostrá-lo a uma taxa mais conveniente. Porém

em Broersen e Waele (2000), o autor discorre que filtros *anti-aliasing* não seriam indicados para séries temporais, pois as não idealidades dos filtros gerariam mais problemas do que o próprio efeito de *aliasing*.

2.4 Conclusão

Este estudo demonstrou para as ações selecionadas, que dados de fechamento diário violam o Teorema da Amostragem de Nyquist-Shannon. Em geral, as quatro ações estudadas apresentaram frequências superiores a $11.6\mu Hz$ (correspondente a um período de vinte e quatro horas). Entretanto, as frequências nunca foram significativas acima de $92.6\mu Hz$ (período de três horas). Dessa forma, para que houvesse uma amostragem correta, os dados deveriam ser obtidos no mínimo a $185.2\mu Hz$, ou seja, uma nova amostra a cada uma hora e meia.

3 EXCESSO DE RESERVAS E A TEORIA DAS FILAS.

3.1 Introdução

Indo direto ao assunto, excesso de reservas se refere à quantidade de reservas que está além da requerida pelo banco central, conhecidas como compulsório e, de acordo com Frost (1971), a problemática que envolve esse assunto vem sendo discutida desde a crise bancária do início dos anos 30. Isso se torna particularmente interessante devido ao fato que bancos comerciais são de grande importância para o setor de transações financeiras e o nível de reservas desempenha um papel importante para a fluidez do mercado.

A dificuldade de se definir um nível ótimo para as reservas excedentes, é que existe uma relação de perde-ganha, ou *trade-off*, em relação a esse nível. Quanto maior forem as reservas, menor será o risco de falência, no caso de uma corrida aos bancos pelos correntistas para sacar suas economias. Mas isso acaba resultando em lucros menores, pois a quantidade destinada a empréstimos também é reduzida.

Os bancos criam moeda quando emprestam a terceiros economias pertencentes a seus correntistas. Essa nova moeda é de natureza eletrônica com base em uma referência legal. Assim, um banco que possui \$100 em depósitos e empresta 90% desse valor, faz com que o dinheiro total circulante seja de \$190. Mesmo que esse excedente seja depositado, o máximo valor passível de saque continua a ser de \$100. Sabendo da improbabilidade de que todos os clientes venham a sacar suas economias de uma só vez, os bancos ajustam os seus estoques de moeda de acordo a sua aversão a risco.

A figura 3-1 mostra o excesso de reservas das instituições depositárias americanas. Os dados são mensais e estão em bilhões de dólares, indo desde janeiro de 1959 a dezembro de 2010. Como pode ser visto, a quantidade de reservas no sistema bancário dos EUA aumentou dramaticamente desde setembro de 2008. Entretanto, devido as reservas bancárias também serem determinadas pelas iniciativas do *Federal Reserve*, o banco central Americano, é improvável que o recente aumento seja relacionado a política de retração de empréstimos dos bancos comerciais. Além disso, grande aumento nas reservas bancárias não necessariamente causam pressão inflacionária, pois a atual política de pagamento de juros sobre reservas permite que o *Federal Reserve* ajuste as taxas de juro de curto prazo, independentemente do nível de reservas, (GREENSPAN, 2008). E segundo Keister e McAndrews (2009), durante décadas, os titulares de passivos bancários nos Estados Unidos se sentiram seguros com a proteção do seu capital, por modestos 10 por cento

de reservas, permitindo que os bancos emprestassem prodigamente. Porém, de setembro de 2008 em diante, os investidores começaram a exigir 14 por cento do capital.

Excesso de Reservas para Instituições de Depósito Americanas

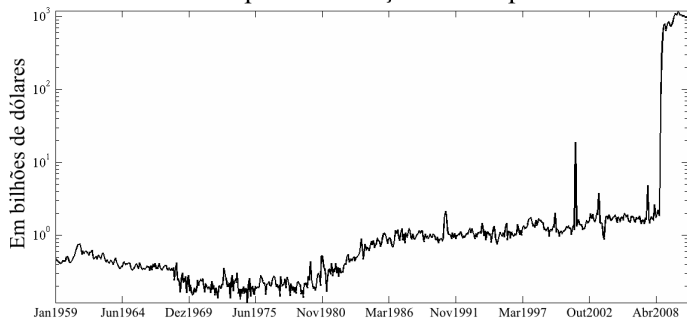


Figura 3-1: Valores históricos de excesso de reservas das instituições de depósito nos Estados Unidos. Os dados mensais de janeiro de 1959 a dezembro de 2010. Valores são mostrados em logaritmos. Fonte: Board of Governors of the Federal Reserve System: H.3 Aggregate Reserves of Depository Institutions and the Monetary Base.

A literatura econômica, sobre a ótima gestão do excesso de reservas, é vasta e antiga, e muito debatida desde a crise bancária dos anos 30 (FROST, 1971), sendo a econometria, a ferramenta mais empregada, como demonstrado em Selvaretnam (2007), Jallath-Coria, Mukhopadhyay e Yaron (2002), Skeie (2008). Aqui, sugerimos uma nova abordagem, baseada na Teoria das Filas, onde probabilidades são derivadas de dados estatísticos. Apesar de a Teoria das Filas ter larga aplicação e ser tradicional em áreas como telecomunicações e engenharia de tráfego, não há relatos conhecidos de aplicações a problemas de desenvolvimento econômico e financeiro.

Na seção 3.2 será apresentada uma breve introdução à Teoria das Filas, assim como a dedução das fórmulas de Erlang B e C; na seção 3.3 será mostrado como estas fórmulas e a Teoria de Filas podem ser aplicadas para o problema de excesso de reservas; por fim, na seção 3.4 é apresentada a conclusão do capítulo.

3.2 Teoria das Filas

Trabalhando com linhas telefônicas, Erlang (1917) mostrou que os pedidos de tráfego seguem um processo de Poisson, ou seja, as chamadas são independentes e a atividade de um canal é exponencialmente distribuído (quanto maior o tempo de uma chamada, o mais provável que o usuário conclua a conexão). E a probabilidade de um usuário encontrar uma situação em que não haja mais canais disponíveis, pode ser determinada por algumas características do sistema, tais como o número de canais e a duração média de uma chamada. Segundo Rappaport (2001), o trabalho de Erlang levou ao desenvolvimento da Teoria das Filas.

Dentre todas as ferramentas disponíveis na Teoria das Filas, as mais utilizadas são as fórmulas de Erlang B e Erlang C. Tais fórmulas são utilizadas para definir a probabilidade de que um usuário não poder fazer uso de um recurso em um determinado momento. No caso das linhas telefônicas, significa a probabilidade de que nenhuma linha esteja livre, ou seja,

$$Pr[\text{Bloqueio}] = Pr[\text{Todos os canais em uso}] \quad (3.1)$$

Usando a notação de Kendall, (TIJMS, 2003), Erlang B é descrito como um sistema $M/M/C/C$ e Erlang C como $M/M/C/\infty$ (ver tabela 3-1). A principal diferença entre as fórmulas de Erlang B e C, é que nessa última o usuário tem permissão de esperar algum tempo antes de acessar o recurso, portanto, não há limite teórico de usuários.

Tabela 3-1: Notação de Kendall para as definições de Erlang B e C.

M	Tempo entre chamadas exponencialmente distribuídos (processo de Poisson)
M	Tempo de serviço segue uma distribuição exponencial
C	Número de canais disponíveis
C/∞	O número máximo de clientes que podem ser atendidos simultaneamente

3.2.1 Erlang B

Usando cadeias de Markov, é possível descrever a fórmula de Erlang B como um sistema contínuo discretamente observado em determinada

condições, (RAPPAPORT, 2001). Para isso os intervalos são amostrados em δ unidades de tempo, onde δ é um número pequeno e positivo. Logo, se N_k , ou $N(k\delta)$, é o número de canais ocupados no período $k\delta$, então N_k pode ser descrito como uma cadeia de Markov discreta, onde $N_k \in [0, C]$. Assim, a probabilidade de transição de estados, P_{ij} , é dada por,

$$P_{i,j} = Pr\{N_{k+1} = j | N_k = i\} \quad (3.2)$$

A figura 3-2 mostra o diagrama de estados deste sistema, onde $\lambda = A/H$ e A é a intensidade do tráfego total, e H a duração média de uma chamada, e $\mu = 1/H$.

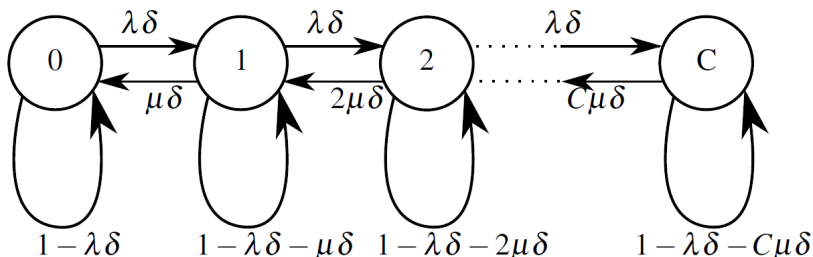


Figura 3-2: Diagrama de estados para Erlang B.

As transições de estados do diagrama da figura 3-2 podem ser interpretados da seguinte forma: primeiro assumo que nenhum canal está em uso, assim após um período de tempo a probabilidade de o sistema se manter no estado “0” é de $1 - \lambda\delta$ e de mudar para o estado “1” de $\lambda\delta$. Estando no estado “1”, a probabilidade de retornar ao estado “0” é de $\mu\delta$ e de $1 - \lambda\delta - \mu\delta$ para continuar nesse estado. Lembrando que o somatório de todas as probabilidades de saída devem somar um, é fácil verificar que a probabilidade de avançar do estado “1” para o estado “2” é de $\lambda\delta$.

Assim, após o sistema atingir o estado “k”, a probabilidade de que k canais estejam em uso é igual a de que (k-1) canais vezes $\lambda\delta$, ou seja,

$$\lambda\delta P_{k-1} = k\mu\delta P_k, \quad k \leq C \quad (3.3)$$

A equação 3.3 é conhecida como a equação de balanço global, devido,

$$\sum_{k=0}^C P_k = 1 \quad (3.4)$$

Assim para $k = 1$ na equação 3.3 tens que,

$$\lambda P_{k-1} = k\mu P_k P_1 = \frac{\lambda P_0}{\mu} \quad (3.5)$$

seguindo para vários valores de k,

$$P_k = P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k \frac{1}{k!} \quad (3.6)$$

e isolando P_0 ,

$$P_0 = \left(\frac{\mu}{\lambda} \right)^k P_k k! = 1 - \sum_{i=1}^C P_i \quad (3.7)$$

Substituindo o resultado da equação 3.6 na equação 3.7,

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^c \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k \frac{1}{k!}} \quad (3.8)$$

De acordo com a equação 3.6, a probabilidade de bloqueio para C canais é de

$$P_C = P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k \frac{1}{k!} \quad (3.9)$$

Inserindo P_0 , da equação 3.8 na equação 3.9

$$P_C = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k \frac{1}{k!}}{\sum_{k=0}^c \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k \frac{1}{k!}} \quad (3.10)$$

Como o tráfico total é dado por $A = \lambda H = \lambda/\mu$, a equação 3.10 pode ser reescrita como

$$P_C^{\text{Erlang B}} = \frac{A^C \frac{1}{C!}}{\sum_{k=0}^C A^k \frac{1}{k!}} \quad (3.11)$$

Por fim, a equação 3.11 é a formula de Erlang B para C canais.

3.2.2 Erlang C

A dedução da fórmula de Erlang C é similar à dedução anterior, mas como nesse caso não há limites para o número de usuários, é necessário examinar o comportamento das probabilidades após o sistema exceder a sua capacidade. Figura 3-3 demonstra este cenário.

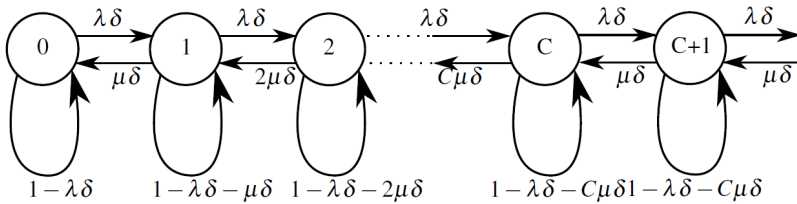


Figura 3-3: Diagrama de estados para Erlang C.

Similar à equação 3.3, tens para $k \leq C$,

$$\begin{aligned} \lambda \delta P_{k-1} &= k \mu \delta P_k \\ P_k &= \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) \frac{1}{k} P_{k-1} \end{aligned} \quad (3.12)$$

e para $k > C$,

$$\begin{aligned} \lambda \delta P_{k-1} &= C \mu \delta P_k \\ P_k &= \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) \frac{1}{C} P_{k-1} \end{aligned} \quad (3.13)$$

logo,

$$P_k = \begin{cases} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k \frac{1}{k!} P_0 & k \leq C \\ \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k \frac{1}{C!} \frac{1}{C^{k-C}} P_0 & k > C \end{cases} \quad (3.14)$$

Como $\sum_{k=0}^{\infty} P_k = 1$, então,

$$\begin{aligned}
P_0 \left[1 + \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) + \dots + \frac{1}{C!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^{C+1} \frac{1}{C^{(C+1)-C}} + \dots \right] &= 1 \\
P_0 \left[1 + \sum_{k=1}^{C-1} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k \frac{1}{k!} + \sum_{k=C}^{\infty} \frac{1}{C!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k \frac{1}{C^{k-C}} \right] &= 1 \\
P_0 &= \frac{1}{\sum_{k=1}^{C-1} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k \frac{1}{k!} + \frac{1}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^C \frac{1}{\left(1 - \frac{\lambda}{\mu C} \right)}} \quad (3.15)
\end{aligned}$$

Usando a equação 3.14, a probabilidade de que todos os canais estejam em uso quando uma nova chamada ocorre, pode ser dada por:

$$\begin{aligned}
Pr[\text{Todos } C \text{ em uso}] &= \sum_{k=C}^{\infty} P_k = \sum_{k=C}^{\infty} \frac{1}{C!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k \frac{1}{C^{k-C}} P_0 \\
&= P_0 \frac{1}{C!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^C \sum_{k=C}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^{k-C} \frac{1}{C^{k-C}} \\
&= P_0 \frac{1}{C!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^C \frac{1}{\left(1 - \frac{\lambda}{\mu C} \right)} \quad (3.16)
\end{aligned}$$

Note que a equação 3.16 somente é válida se $\frac{\lambda}{\mu C} < 1$. Usando o resultado da equação 3.15 na equação 3.16 tens que,

$$\begin{aligned}
Pr[\text{Todos } C \text{ em uso}] &= \frac{\frac{1}{C!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^C}{\left(1 - \frac{\lambda}{\mu C} \right) \left[\sum_{k=0}^{C-1} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k \frac{1}{k!} + \frac{1}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^C \frac{1}{\left(1 - \frac{\lambda}{\mu C} \right)} \right]} \\
&= \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^C}{\left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^C + C! \left(1 - \frac{\lambda}{\mu C} \right) \sum_{k=0}^{C-1} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k \frac{1}{k!}} \quad (3.17)
\end{aligned}$$

Retomando que $A = \lambda/\mu = \lambda H$ e usando na equação 3.17, a fórmula de Erlang C pode ser escrita como segue.

$$P_C^{\text{Erlang C}} = \frac{A^C}{A^C + C! \left(1 - \frac{A}{C}\right) \sum_{k=0}^{C-1} \frac{A^k}{k!}} \quad (3.18)$$

e a probabilidade que a espera exceda um dado tempo t é de

$$Pr[\text{delay} > t] = Pr[\text{delay} > 0]Pr[\text{delay} > t | \text{delay} > 0] \quad (3.19)$$

$$= Pr[\text{delay} > 0]e^{-(C-A)t/H} \quad (3.20)$$

3.3 Usando a fórmula de Erlang B e C para gerir o excesso de reservas.

Para que essas fórmulas tenham sentido econômico, é preciso adaptar as variáveis apresentadas na seção 3.2. A tabela 3-2 apresenta estas variáveis adaptadas aos problemas bancários de gestão de reservas.

Tabela 3-2: Novas definições para as variáveis descritas na seção 3.2, baseadas em características estatísticas dos clientes bancários.

λ_U	Média de retirada por tempo e os usuários
H	Tempo médio entre saques e depósitos, ou tempo médio de retorno da moeda para o banco
μ	$1/H$
C	Fração dos passivos bancários
U	Usuários.

Assumindo γL como uma notação mais amigável para a variável C , onde $\gamma \in [0, 1]$ e L representa o valor total de passivos bancários. E sendo H e λ_U estáveis ao longo do tempo, então $A_U = \lambda_U H$ e $A = A_U U$. As equações 3.11 e 3.17 podem ser reescritas da seguinte forma:

$$P_{\gamma BL}^{\text{Erlang B}} = \frac{\frac{A^{\gamma BL}}{\gamma BL!}}{\sum_{k=0}^{\gamma BL} \frac{A^k (P)^k}{k!}} \quad (3.21)$$

$$P_{\gamma BL}^{\text{Erlang C}} = \frac{A^{\gamma BL}}{A^{\gamma BL} + \gamma BL! \left(1 - \frac{A}{\gamma BL}\right) \sum_{k=0}^{\gamma BL-1} \frac{A^k}{k!}} \quad (3.22)$$

Essas novas definições se tornam válidas se, e somente se, a demanda por saques dos clientes forem sem memória, e a probabilidade de que os clientes manterem em mãos suas economias se torne menor à medida que o tempo avance. Resumindo, os saques devem ser aleatórios e o tempo de retorno da moeda ao banco deve seguir uma distribuição exponencial.

Então, dado U e A_U , o banco pode definir a quantidade adequada de dinheiro em caixa para atender às demandas de saques de seus clientes. Como resultado, também é definida a quantidade adequada destinada a empréstimos.

O modo como as fórmulas de Erlang B e Erlang C podem ser utilizadas é ilustrado com a ajuda de dois exemplos que seguem.

3.3.1 Exemplo 01

Suponha um banco possuidor de uma conta-T como demonstrada na tabela 3-3, em uma comunidade com as características descritas na tabela 3-4. Quanto esse banco pode oferecer para empréstimo com garantias de que a probabilidade com que um cliente seja impedido de sacar, por falta de recursos, seja inferior a um por cento?

Tabela 3-3: Conta-T antes da otimização do excesso de reservas, em milhões de dólares.

Ativos		Passivos	
Reservas compulsórias	\$10	Depósitos a vista	\$100
Excesso de reservas	\$90		

Tabela 3-4: Características estatísticas dos usuários.

λ_U	\$ 250 por dia e por usuário
H	3 dias
U	10 mil usuários

Nesse exemplo é procurado o valor do parâmetro C (ou γL), que

satisfaça a equação 3.21 a um por cento de probabilidade de bloqueio. Assim, usando as características dos clientes na tabela 3-4, foi encontrado $C = 7,425,099$ e $\gamma = 0.0743$ ¹. Isso significa que o banco deve manter 7,5 milhões para transações diárias e pode disponibilizar 82,5 milhões dólares para empréstimos. A nova conta-T para o banco após a gestão otimizada de excesso de reservas é mostrada na tabela 3-5.

Tabela 3-5: Conta-T após o manejo do excesso de reservas via Erlang B, em milhões de dólares.

Ativos		Passivos	
Reservas compulsórias	\$10	Depósitos a vista	\$100
Excesso de reservas	\$7,5		
Empréstimos	\$82,5		

3.3.2 Exemplo 02

No exemplo 01, se um consumidor chegar ao caixa e o banco não tiver recursos para realizar o saque, esse seria convidado a retornar um outro momento, o que não caracteriza um bom atendimento. Suponha então que o mesmo banco do exemplo anterior decida que não mais do que 0.1% dos seus consumidores, que eventualmente encontrem o banco com falta de recursos, não tenham que esperar mais do que quinze minutos para efetuar seus saques.

Para isso, usando a equação 3.20 para o caso que já houve um bloqueio, é tido que,

$$Pr[espera > t | espera] = e^{-(C-A)t/H} \quad (3.23)$$

$$Pr[espera > 15 \text{ minutos} | espera] = e^{-(C-A)t/H} \quad (3.24)$$

Isolando o parâmetro C ,

$$C = A - \frac{H \ln Pr[espera > 15 \text{ minutos} | espera]}{t} \quad (3.25)$$

Resolvendo a equação 3.25 para os valores da tabela 3-4, é encontrado $C = 7.501.328$. Ao inserir esse resultado na equação 3.22, obtém-se

¹A variável C foi encontrada utilizando uma rotina do software Matlab disponível em <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/824>.

$Pr[espera > 0] = 0.5160$. Finalmente, a probabilidade de um consumidor ter que esperar mais do que 15 minutos é dada pela probabilidade condicional, como segue:

$$Pr[esp. > 15 \text{ min.}] = Pr[esp.]Pr[esp. > 15 \text{ min.}|es.] \quad (3.26)$$

$$= 0.5160 \times 0.001 \quad (3.27)$$

$$= 5.16 \times 10^{-4} \quad (3.28)$$

ou 0.0516%.

3.4 Conclusão

Embora a literatura sobre o manejo ideal do excesso de reservas dos bancos comerciais seja vasta e antiga, foi apresentada uma nova abordagem baseada na Teoria das Filas. Foram demonstradas, com exemplos, que as fórmulas de Erlang B e C, comumente aplicadas a problemas telefônicos, podem ser devidamente adaptadas para o problema das reservas excedentes.

CONCLUSÃO

Foi visto no Capítulo 1 a aplicação da abordagem desenvolvida em (SILVA; MATSUSHITA; GIGLIO, 2008; GIGLIO; SILVA, 2009; GIGLIO et al., 2008), com intuito de demonstrar os efeitos da crise financeira mundial de 2008 sobre a eficiência dos mercados. Tendo como marco de início da crise a falência do banco Lehman Brothers, foi possível demonstrar uma redução significativa em trinta e sete ações das quarenta e três avaliadas. Vale lembrar, que apesar de boa parte dos valores de diferença pré e pós-crise da tabela 3.4 apresentarem diferenças na ordem de 1% ou menos, os testes de hipóteses realizados via *bootstrap*, se mostraram robustos devidos aos baixos valores de desvio padrão (ver tabela A-2) e pela grande quantidade de dados.

O Capítulo 2 introduziu o conceito da análise espectral de frequência e demonstrou para todas as ações trabalhadas que a amostragem diária, conhecidas como séries de fechamento diários, introduzem incoerências a série por não estarem corretamente amostradas. Esses resultados abrem portas, tanto para econométricos teóricos quanto práticos, para se iniciar uma busca às novas abordagens de tratamento de dados financeiros.

Já o Capítulo 3 fez uso de outra teoria oriunda da física e da engenharia, obtendo resultados probabilísticos para um problema que normalmente é definido via experiência ou regras de bolso. A Teoria das Filas apresenta um grande potencial para as Ciências Econômicas, podendo vir a ser aplicada em trabalhos futuros para problemas envolvendo desde pressão inflacionária, alocação de recursos, ou até para definições de quantidade de moeda ou taxa de juros.

REFERÊNCIAS

ASHLEY, R. A.; DWYER, J. G. P. *Time Domain Aliasing and NonLinear Modelling*. [S.l.], 1998.

BLOOMFIELD, P. *Fourier Analysis of Time Series: An Introduction*. 2nd. ed. [S.l.]: Wiley-Interscience, 2000. Pdf. ((Wiley Series in Probability and Statistics)). ISBN 0471889482.

BRETTTHORST, G. Generalizing the Lomb-Scargle periodogram. In: A. Mohammad-Djafari (Ed.). *Bayesian Inference and Maximum Entropy Methods in Science and Engineering*. [S.l.: s.n.], 2001. (American Institute of Physics Conference Series, v. 568), p. 241–245.

BROERSEN, P.; WAELE, S. de. *Some Benefits of Aliasing in Time Series Analysis*. [S.l.], 2000.

CACCIOLI, F.; MARSILI, M. Information efficiency and financial stability. *Economics: The Open-Access, Open-Assessment E-Journal*, v. 4, n. 2010-20, 2010.

CAMPBELL, J. Y. et al. *The Econometrics of Financial Markets*. [S.l.]: Princeton University Press, 1996. ISBN 0691043019.

EFRON, B.; TIBSHIRANI, R. *An Introduction to the Bootstrap (Chapman & Hall/CRC Monographs on Statistics & Applied Probability)*. [S.l.]: Chapman and Hall/CRC, 1994. ISBN 0412042312.

ERLANG, A. K. Solution of some problems in the theory of probabilities of significance in automatic telephone exchanges. *Elektroteknikereren*, v. 13, p. 5, 1917.

FROST, P. A. Banks' demand for excess reserves. *Journal of Political Economy*, v. 79, n. 4, p. 805–25, July-Aug. 1971.

GIAMPAOLI, I.; NG, W. L.; CONSTANTINOU, N. Analysis of ultra-high-frequency financial data using advanced fourier transforms. *Finance Research Letters*, v. 6, n. 1, p. 47–53, 2009.

GIGLIO, R. et al. Algorithmic complexity theory and the relative efficiency of financial markets. *EPL (Europhysics Letters)*, p. 48005+, November 2008.

- GIGLIO, R.; SILVA, S. da. Ranking the stocks listed on bovespa according to their relative efficiency. *Applied Mathematical Sciences*, v. 3, n. 41-44, p. 2133–2142, 2009.
- GRANGER, C.; NEWBOLD, P. *Forecasting economic time series*. [S.l.]: New York : Academic Press, 1977. ((Economic theory and mathematical economics)). ISBN 0122951506.
- GREENSPAN, A. Banks need more capital. *The Economist*, v. 18, Dezembro 2008.
- HAYKIN, S. *Adaptive Filter Theory (4th Edition)*. [S.l.]: Prentice Hall, 2001.
- JALLATH-CORIA, E.; MUKHOPADHYAY, T.; YARON, A. *How Well Do Banks Manage Their Reserves?* [S.l.], dez. 2002.
- KASPAR, F.; SCHUSTER, H. G. Easily calculable measure for the complexity of spatiotemporal patterns. *Phys. Rev. A*, American Physical Society, v. 36, n. 2, p. 842–848, Jul 1987.
- KEISTER, T.; MCANDREWS, J. J. Why are banks holding so many excess reserves? *Current Issues in Economics and Finance*, n. Dec, 2009.
- LOMB, N. Least-squares frequency analysis of unequally spaced data. *Astrophysics and Space Science*, v. 39, p. 447–462, fev. 1976.
- MANTEGNA, R.; STANLEY, E. *An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance*. [S.l.]: Cambridge : Cambridge University Press, 2000.
- MANTEGNA, R. N.; STANLEY, H. E. *An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance*. [S.l.]: Cambridge University Press, 1999. ISBN 0521620082.
- PRESS, W. H. et al. *Numerical Recipes in FORTRAN 77: The Art of Scientific Computing*. 2. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 1992.
- QI, Y.; MINKA, T.; PICARD, R. Bayesian spectrum estimation of unevenly sampled nonstationary data. In: *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2002. Proceedings. (ICASSP '02). IEEE International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2002. v. 2, p. 1473 –1476.

RAPPAPORT, T. *Wireless Communications: Principles and Practice*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall PTR, 2001. ISBN 0130422320.

SCARGLE, J. D. Studies in astronomical time series analysis. II - Statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data. *Astrophysics and Space Science*, v. 263, p. 835–853, dez. 1982.

SELVARETNAM, G. *Regulation of Reserves and Interest Rates in a Model of Bank Runs*. [S.l.], set. 2007.

SHANNON, C. E. Communication in the Presence of Noise. *Proceedings of the IRE*, v. 37, n. 1, p. 10–21, 1949.

SILVA, S. D.; MATSUSHITA, R.; GIGLIO, R. The relative efficiency of stockmarkets. *Economics Bulletin*, v. 7, n. 6, p. 1–12, 2008.

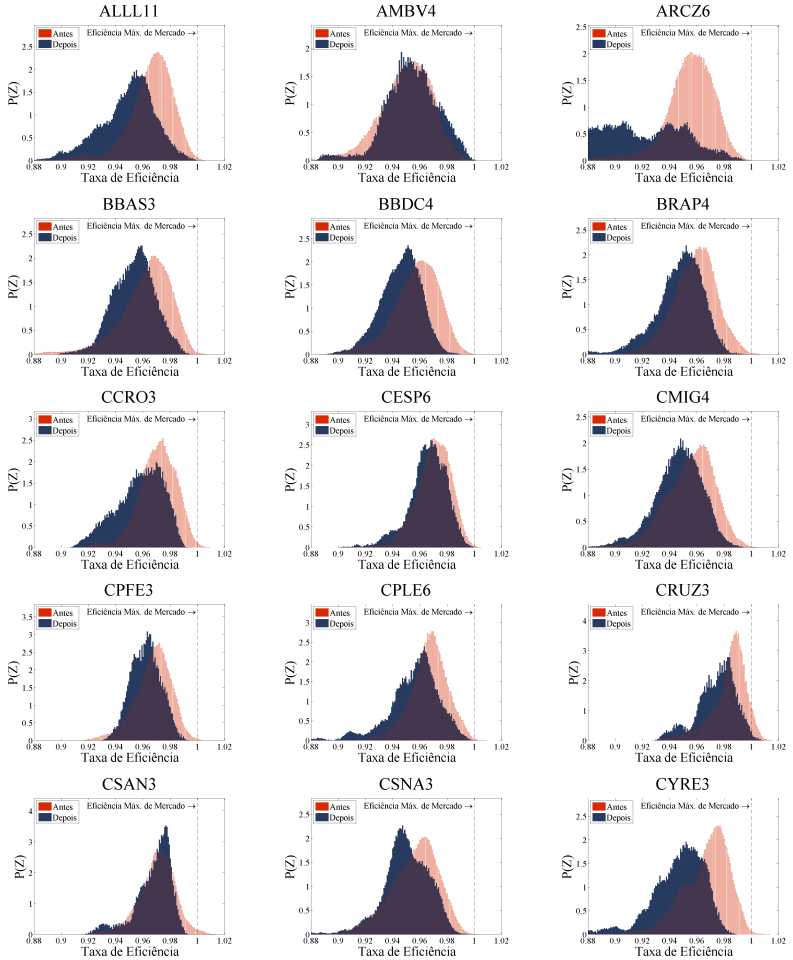
SKEIE, D. R. *Banking with nominal deposits and inside money*. [S.l.], 2008.

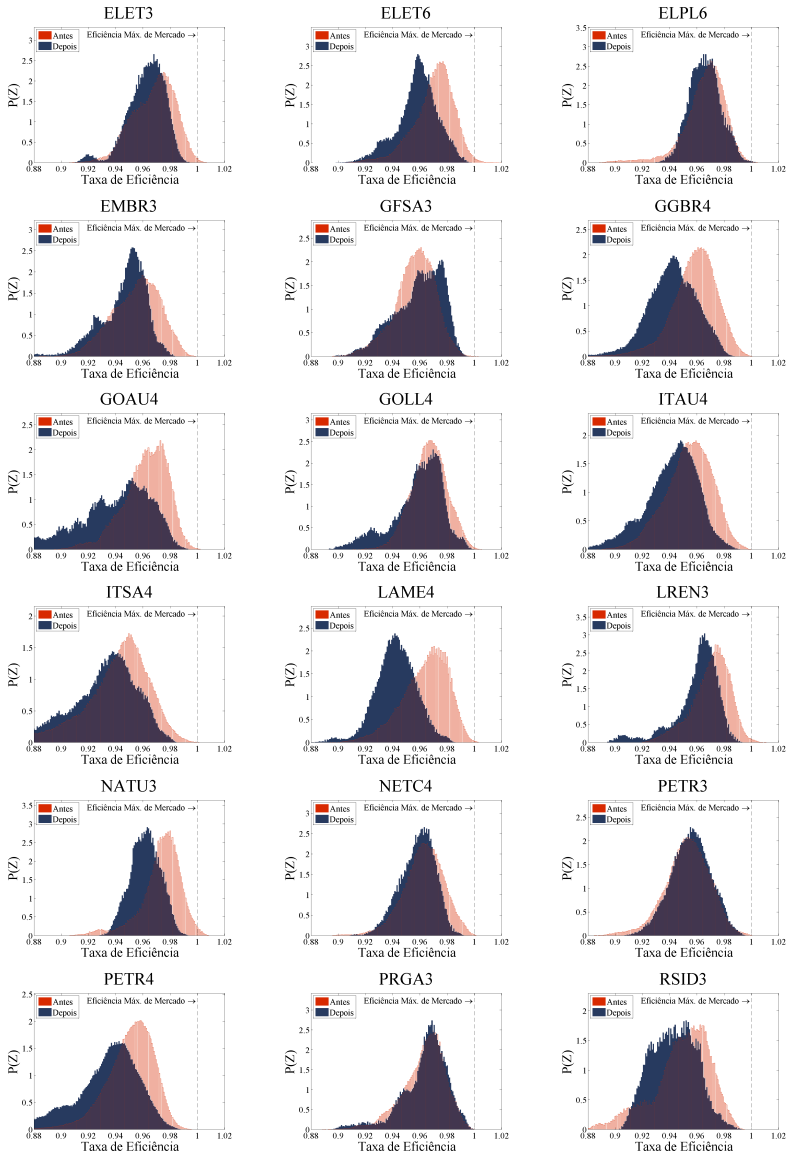
TIJMS, H. C. *A First Course in Stochastic Models*. [S.l.]: John Wiley and Sons Ltd, 2003. ISBN 0471498807.

ZECHMEISTER, M.; KÜRSTER, M. The generalised Lomb-Scargle periodogram. A new formalism for the floating-mean and Keplerian periodograms. *aap*, v. 496, p. 577–584, mar. 2009.

ZIV, J.; LEMPEL, A. Compression of individual sequences via variable-rate coding. *Information Theory, IEEE Transactions on*, v. 24, n. 5, p. 530 – 536, set. 1978. ISSN 0018-9448.

APÊNDICE A - FIGURAS E TABELAS COMPLEMENTARES AO CAPÍTULO 1





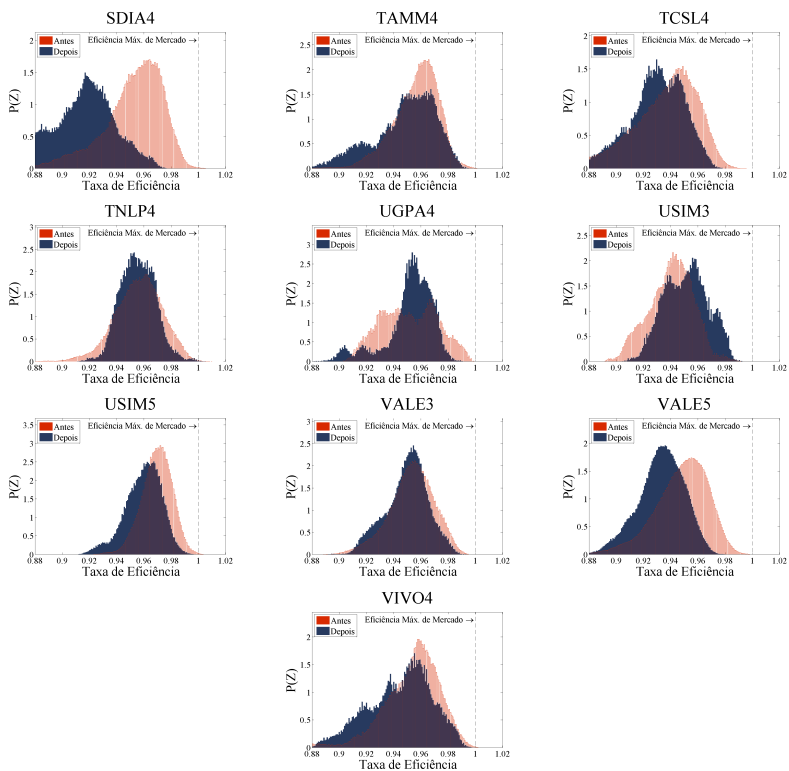


Figura A-1: Histogramas para todas as ações avaliadas no Capítulo 1, em vermelho o histograma para o período referente a antes da crise e em azul para o período depois da crise.

Tabela A-1: Lista de todas as ações avaliadas no Capítulo 1.

Ação	Código	Tipo
ALL AMER LAT	ALLL11	UNT N2
AMBEV	AMBV4	PN
ARACRUZ	ARCZ6	PNB N1
BRASIL	BBAS3	ON NM
BRADESCO	BBDC4	PN N1
BRAESPAR	BRAP4	PN N1
CCR RODOVIAS	CCRO3	ON NM
CESP	CESP6	PNB N1
CEMIG	CMIG4	PN N1
CPFL ENERGIA	CPFE3	ON NM
COPEL	CPL6	PNB N1
SOUZA CRUZ	CRUZ3	ON ED
COSAN	CSAN3	ON NM
SID NACIONAL	CSNA3	ON
CYRELA REALT	CYRE3	ON NM
ELETROBRAS	ELET3	ON N1
ELETROBRAS	ELET6	PNB N1
ELETROPAULO	ELPL6	PNB N2
EMBRAER	EMBR3	ON NM
GAFISA	GFSA3	ON NM
GERDAU	GGBR4	PN N1
GERDAU MET	GOAU4	PN N1
GOL	GOLL4	PN N2
ITAUSA	ITSA4	PN EDJ N1
ITAUUNIBANCO	ITUB4	PN EX N1
LOJAS AMERIC	LAME4	PN
LOJAS RENNER	LREN3	ON NM
NATURA	NATU3	ON NM
NET	NETC4	PN N2
PETROBRAS	PETR3	ON
PETROBRAS	PETR4	PN

continua na próxima página

continuação

BRF FOODS	PRGA3	ON NM
ROSSI RESID	RSID3	ON NM
SADIA S/A	SDIA4	PN N1
TAM S/A	TAMM4	PN N2
TIM PART S/A	TCSL4	PN
TELEMAR	TNLP4	PN
ULTRAPAR	UGPA4	PN N1
USIMINAS	USIM3	ON N1
USIMINAS	USIM5	PNA N1
VALE	VALE3	ON N1
VALE	VALE5	PNA N1
VIVO	VIVO4	PN

Tabela A-2: Média da eficiência relativa e desvio padrão para todas as ações utilizadas no Capítulo 1, valores medidos para os períodos de antes e após a falência do banco Lehman Brothers.

Ação	Período	μ	σ
ALLL11	2007-2008	0.9629	0.0183
	Antes	0.9668	0.0157
AMBV4	Após	0.9493	0.0200
	2007-2008	0.9509	0.0196
ARCZ6	Antes	0.9498	0.0197
	Após	0.9542	0.0192
BBAS3	2007-2008	0.9389	0.0386
	Antes	0.9554	0.0182
BBDC4	Após	0.8984	0.0450
	2007-2008	0.9608	0.0184
BRAP4	Antes	0.9627	0.0188
	Após	0.9538	0.0152
CCRO3	2007-2008	0.9551	0.0170
	Antes	0.9577	0.0167
CESP6	Após	0.9462	0.0148
	2007-2008	0.9561	0.0169
CMIG4	Antes	0.9590	0.0154
	Após	0.9472	0.0179
CPFE3	2007-2008	0.9684	0.0151
	Antes	0.9710	0.0133
CPLE6	Após	0.9578	0.0169
	2007-2008	0.9697	0.0127
CPFE3	Antes	0.9705	0.0122
	Após	0.9660	0.0140
CPFE3	2007-2008	0.9531	0.0187
	Antes	0.9554	0.0183
CPFE3	Após	0.9465	0.0180
	2007-2008	0.9667	0.0128
CPFE3	Antes	0.9677	0.0131
	Após	0.9624	0.0108
CPFE3	2007-2008	0.9644	0.0154
	Antes	0.9670	0.0132
CPFE3	Após	0.9562	0.0184

continua na próxima página

			<i>continuação</i>
CRUZ3	2007-2008	0.9819	0.0136
	Antes	0.9841	0.0126
	Após	0.9745	0.0142
CSAN3	2007-2008	0.9704	0.0133
	Antes	0.9707	0.0132
	Após	0.9679	0.0135
CSNA3	2007-2008	0.9549	0.0173
	Antes	0.9565	0.0172
	Após	0.9502	0.0169
CYRE3	2007-2008	0.9630	0.0189
	Antes	0.9672	0.0165
	Após	0.9471	0.0189
ELET3	2007-2008	0.9669	0.0150
	Antes	0.9682	0.0152
	Após	0.9629	0.0133
ELET6	2007-2008	0.9678	0.0156
	Antes	0.9705	0.0147
	Após	0.9584	0.0149
ELPL6	2007-2008	0.9662	0.0143
	Antes	0.9662	0.0150
	Após	0.9662	0.0113
EMBR3	2007-2008	0.9532	0.0179
	Antes	0.9551	0.0174
	Após	0.9457	0.0178
GFSA3	2007-2008	0.9571	0.0157
	Antes	0.9565	0.0150
	Após	0.9592	0.0176
GGBR4	2007-2008	0.9541	0.0184
	Antes	0.9586	0.0164
	Após	0.9422	0.0180
GOAU4	2007-2008	0.9547	0.0242
	Antes	0.9622	0.0162
	Após	0.9372	0.0301
GOLL4	2007-2008	0.9656	0.0143
	Antes	0.9670	0.0130
	Após	0.9587	0.0185

continua na próxima página

			<i>continuação</i>
ITAU4	2007-2008	0.9506	0.0188
	Antes	0.9542	0.0171
	Após	0.9415	0.0198
ITSA4	2007-2008	0.9370	0.0279
	Antes	0.9408	0.0245
	Após	0.9242	0.0341
LAME4	2007-2008	0.9588	0.0187
	Antes	0.9640	0.0168
	Após	0.9427	0.0149
LREN3	2007-2008	0.9684	0.0151
	Antes	0.9705	0.0140
	Após	0.9603	0.0165
NATU3	2007-2008	0.9715	0.0147
	Antes	0.9736	0.0147
	Após	0.9621	0.0108
NETC4	2007-2008	0.9622	0.0147
	Antes	0.9629	0.0149
	Após	0.9585	0.0127
PETR3	2007-2008	0.9540	0.0159
	Antes	0.9533	0.0164
	Após	0.9557	0.0145
PETR4	2007-2008	0.9465	0.0210
	Antes	0.9509	0.0174
	Após	0.9328	0.0250
PRGA3	2007-2008	0.9634	0.0159
	Antes	0.9633	0.0157
	Após	0.9640	0.0168
RSID3	2007-2008	0.948	0.0199
	Antes	0.9494	0.0207
	Após	0.9434	0.0164
SDIA4	2007-2008	0.9409	0.0310
	Antes	0.9519	0.0225
	Após	0.9090	0.0301
TAMM4	2007-2008	0.9545	0.0194
	Antes	0.9565	0.0169
	Após	0.9461	0.0261

continua na próxima página

			<i>continuação</i>
TCSL4	2007-2008	0.9308	0.0308
	Antes	0.9336	0.0277
	Após	0.9206	0.0383
TNLP4	2007-2008	0.9563	0.0164
	Antes	0.9564	0.0172
	Após	0.9558	0.0128
UGPA4	2007-2008	0.9519	0.0196
	Antes	0.9518	0.0204
	Após	0.9520	0.0177
USIM3	2007-2008	0.9444	0.0168
	Antes	0.9408	0.0161
	Após	0.9516	0.0158
USIM5	2007-2008	0.9675	0.0124
	Antes	0.9697	0.0111
	Após	0.9598	0.0133
VALE3	2007-2008	0.9524	0.0163
	Antes	0.9533	0.0165
	Após	0.9499	0.0155
VALE5	2007-2008	0.9442	0.0204
	Antes	0.9479	0.0199
	Após	0.9329	0.0174
VIVO4	2007-2008	0.9515	0.0221
	Antes	0.9532	0.0216
	Após	0.9451	0.0230

Tabela A-3: Lista das ações avaliadas no Capítulo 1 em ordem de maior redução de eficiência relativa para o período antes e depois da falência do banco Lehman Brothers. Diferenças em nível e em percentual.

Posição	Ação	Dif.	Dif.(%)
1	ARCZ6	-0.0570	-5.9663
2	SDIA4	-0.0429	-4.5056
3	GOAU4	-0.0250	-2.5952
4	LAME4	-0.0214	-2.2147
5	CYRE3	-0.0201	-2.0802
6	PETR4	-0.0180	-1.8972
7	ALLL11	-0.0175	-1.8142
8	ITSA4	-0.0167	-1.7729
9	GGBR4	-0.0164	-1.7130
10	VALE5	-0.0149	-1.5762
11	CCRO3	-0.0133	-1.3645
12	TCSL4	-0.0130	-1.3935
13	ITAU4	-0.0128	-1.3362
14	ELET6	-0.0120	-1.2406
15	BRAP4	-0.0118	-1.2315
16	NATU3	-0.0116	-1.1873
17	BBDC4	-0.0115	-1.2050
18	CPLE6	-0.0108	-1.1189
19	TAMM4	-0.0104	-1.0904
20	LREN3	-0.0102	-1.0551
21	USIM5	-0.0099	-1.0230
22	CRUZ3	-0.0095	-0.9695
23	EMBR3	-0.0095	-0.9925
24	CMIG4	-0.0089	-0.9347
25	BBAS3	-0.0089	-0.9266
26	GOLL4	-0.0083	-0.8563
27	VIVO4	-0.0081	-0.8508
28	CSNA3	-0.0063	-0.6534
29	RSID3	-0.0061	-0.6393
30	ELET3	-0.0053	-0.5474
31	CPFE3	-0.0053	-0.5467
32	CESP6	-0.0045	-0.4658
33	NETC4	-0.0044	-0.4549

continua na próxima página

continuação

34	VALE3	-0.0035	-0.3619
35	CSAN3	-0.0028	-0.2915
36	TNLP4	-0.0007	-0.0711
37	ELPL6	0.0000	-0.0041
38	UGPA4	0.0002	0.0221
39	PRGA3	0.0007	0.0696
40	PETR3	0.0024	0.2518
41	GFS3	0.0027	0.2791
42	AMBV4	0.0044	0.4590
43	USIM3	0.0109	1.1565

APÊNDICE B - FIGURAS COMPLEMENTARES AO CAPÍTULO 2

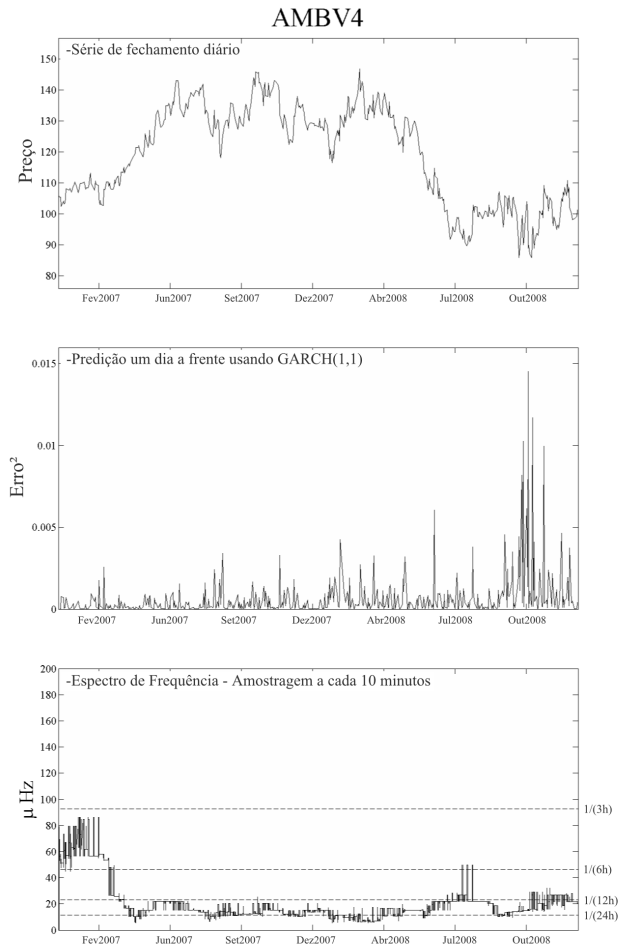


Figura B-1: Séries e resultados relativos à Ambev PN: preços de fechamento diário - topo; série de previsão GARCH(1,1) - meio; espectro de frequências, amostras a cada 10 minutos - embaixo.

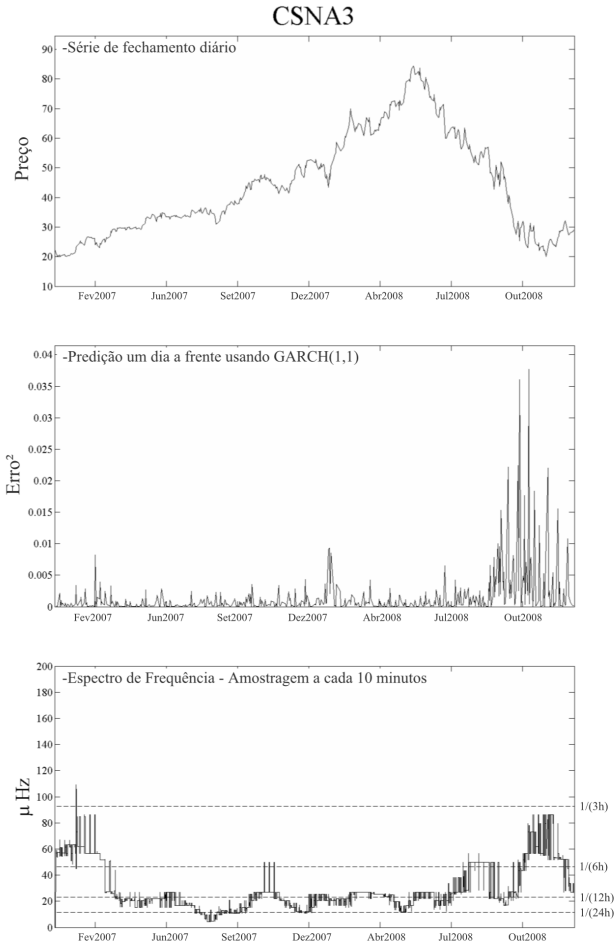


Figura B-2: Séries e resultados relativos à Sid Nacional ON: preços de fechamento diário - topo; série de previsão GARCH(1,1) - meio; espectro de frequências, amostras a cada 10 minutos - embaixo.

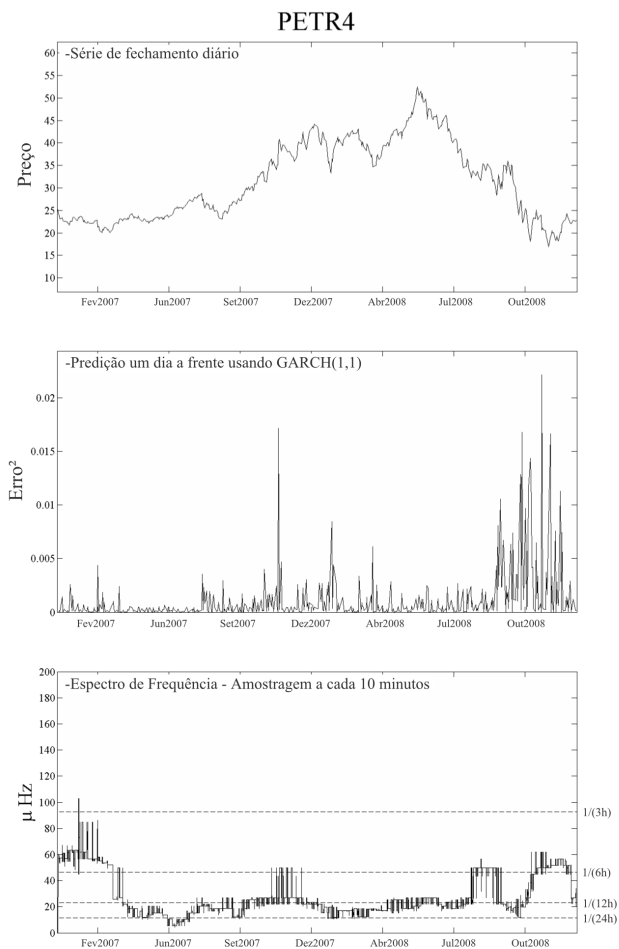


Figura B-3: Séries e resultados relativos à Petrobras PN: preços de fechamento diário - topo; série de previsão GARCH(1,1) - meio; espectro de frequências, amostras a cada 10 minutos - embaixo.

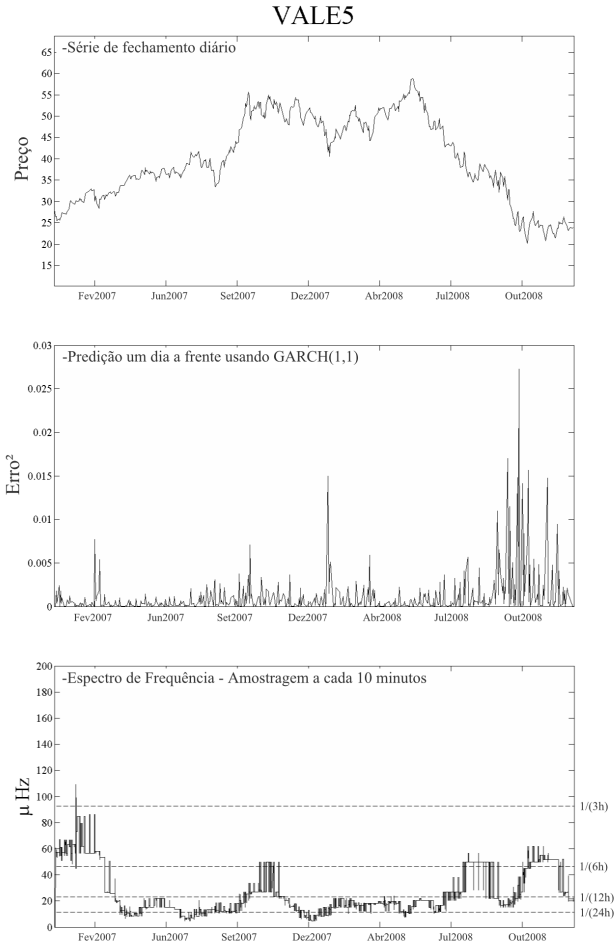


Figura B-4: Séries e resultados relativos à Vale PNA N1: preços de fechamento diário - topo; série de previsão GARCH(1,1) - meio; espectro de frequências, amostras a cada 10 minutos - embaixo.