

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso

**ETNOMATEMÁTICA: UMA PERSPECTIVA PARA A
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

SANDRA MATIAS

Florianópolis/SC – 2003

SANDRA MATIAS

**ETNOMATEMÁTICA: UMA PERSPECTIVA PARA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

Florianópolis/SC – 2003

Esta Monografia foi julgada adequada como **TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO** no curso de Matemática – Habilitação Licenciatura, e aprovada em sua forma final pela Banca Examinadora designada pela Portaria nº 18/SCG/03.

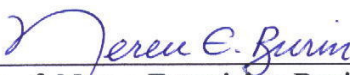


Prof. Nereu Estanislau Burin
Professor da Disciplina

Banca Examinadora:



Prof. Jane Bittencourt
Orientadora



Prof. Nereu Estanislau Burin



Prof. Mericles Thadeu Moretti

Agradeço:

A Deus pelo Dom da vida.

Aos meus pais Valentin Matias e Francelina D. Matias pela minha vida.

Ao meu sogro José Constante e a minha sogra Maria Aparecida Constante pelo apoio e pelo carinho.

Aos meus colegas de curso:

Especialmente a Katiane Morfin e Patrícia Campos pelo apoio nestes últimos dois semestres e também ao Juliano Soares Farias por sugerir Etnomatemática como tema deste trabalho.

A secretária do curso de Matemática, Sílvia, pela dedicação e pelo carinho com que sempre me tratou.

Aos professores que tive curso, por tudo que aprendi.

Aos professores Nereu Estanislau Burin e Mericles Thadeu Moretti, que aceitaram participar da banca, pelas correções e pelo carinho que tiveram na leitura deste trabalho.

A minha orientadora, Jane Bittencourt, pelas correções que enriqueceram este trabalho, pelo seu carinho e sua paciência nestes dois semestres que trabalhamos juntas na realização desta monografia.

Em especial, agradeço ao meu marido Marcos Vinício Constante, pelo carinho, pela paciência e pelo apoio.

Muito obrigada.

SUMÁRIO

1. Introdução.....	3
2. Etnomatemática e Educação.....	5
2.1. O Programa Etnomatemática.....	5
2.2. A Etnomatemática como Ação Pedagógica.....	9
2.3. Perspectivas atuais sobre Etnomatemática.....	10
3. A Etnomatemática e a Educação Indígena.....	15
3.1. A educação indígena em questão.....	15
3.2. Algumas perspectivas na educação indígena.....	19
4. Estudo de caso na perspectiva Etnomatemática.....	22
5. A Simetria nas apás indígenas.....	26
5.1. A Simetria.....	26
5.1.1. Simetria de reflexão nas apás.....	26
5.1.2. Simetria de rotação nas apás.....	31
5.1.3. Simetria de translação nas apás.....	34
6. Considerações finais.....	40
7. Bibliografia.....	42
8. Anexo.....	44

1. INTRODUÇÃO

" (...) Aí o homem viu muitas urupemas (apás) desenhadas, bonitas, pintadas, aí ele roubou uma peneira das cobras e foi embora. Aí ele chegou em casa e começou a desenhar o desenho que as cobras faziam na apá e assim começou a história."

Relato do povo indígena Kayabi.

Este trabalho está baseado na necessidade que senti de adquirir novos conhecimentos, e com isto buscar novas habilidades e técnicas, visando uma futura atuação profissional voltada ao ensino de Matemática. Neste trabalho propomos como objetivo principal investigar e discutir o papel da Etnomatemática como uma proposta pedagógica que busca renovar o ensino de matemática levando em consideração a organização social e cultural do ambiente em que está inserido o aluno.

O Programa Etnomatemática, enquanto proposta pedagógica, se apóia no estudo dos saberes e fazeres matemáticos de grupos culturais específicos, valorizando as suas diferenças e evidenciando as relações entre as práticas sociais cotidianas e os conhecimentos matemáticos. Podemos afirmar que a Etnomatemática é um programa de pesquisa numa perspectiva histórica e filosófica, onde se busca debater, de maneira crítica e abrangente, os processos de geração, transmissão e institucionalização do conhecimento, particularmente do conhecimento matemático. Esta proposta conquista respeito e grandiosa atenção por parte dos educadores atuais, pois ela propõe uma tendência inovadora no ensino de matemática.

O presente trabalho constitui-se de uma apresentação do Programa Etnomatemática, a partir de um levantamento bibliográfico, onde abordaremos, numa perspectiva histórica, suas idéias principais. A seguir, buscamos o aprofundamento da sua teorização discutindo o que era o Programa Etnomatemática quando foi apresentado como uma proposta de ação pedagógica; as diretrizes que este programa adotou ao longo dos anos, e como vem sendo abordado hoje, sob a ótica de uma educação multicultural que sofre as consequências da globalização. Analisaremos também a Etnomatemática com

enfoque na transdisciplinaridade, chamando a atenção para uma educação que promova a paz entre os povos.

A seguir, como estudo de caso, abordaremos a pesquisa realizada pelo professor Pedro Paulo Scandiuzzi com povo Kayabi do Parque Nacional do Xingu. Esta investigação teve como foco o estudo de produções artesanais indígenas conhecidas como apás, uma espécie de peneira sem furos, utilizadas como tampas ou enfeites. Desenvolveremos uma análise histórica a respeito das apás ressaltando a sequência de aprendizagem envolvida nesta confecção, e também um estudo da simetria presente nos desenhos das apás.

Com a intenção de explorar o potencial pedagógico da Etnomatemática, desenvolveremos uma proposta didática com base no estudo de caso que fizemos. Nesta proposta, apresentamos exercícios utilizando elementos de simetria a partir das apás.

Finalmente, teceremos algumas conclusões sobre este trabalho, em torno da questão dos saberes e fazeres matemáticos em diferentes contextos.

Esperamos que estas reflexões sejam importantes para o desenvolvimento da Etnomatemática e para a educação em geral.

2. ETNOMATEMÁTICA E EDUCAÇÃO

2.1. O Programa Etnomatemática

Ao iniciarmos este estudo que trata de tão abrangente assunto, a Etnomatemática, lancemos um olhar curioso, questionador e também crítico no que se refere à natureza do conhecimento matemático, que tem relação com a educação matemática em geral.

A matemática está presente em todos os momentos da evolução das espécies e em todas as formas de culturas, como defende Ubiratan D'Ambrosio (1991; 1993; 1997, 1999b, 2001). Para este autor, atitudes como falar, comparar, classificar, ordenar, medir, contar, etc, são próprios da natureza humana. Os indivíduos percebem a realidade e fazem representações desta através das artes, de suas crenças ou dos mitos, que são compartilhados por cada grupo social, à sua maneira. Essas expressões recebem influências externas devido ao ambiente natural e cultural em que cada grupo está inserido. Daí a diversidade no que se refere à alimentação, à habitação ou às vestimentas, por exemplo. Diante do fato de que existe uma distinção nas práticas descritas acima, é possível que haja também distintas práticas de comparação, medição, classificação, ordenação, contagem e mesmo nas abstrações em geral.

Segundo educadores e historiadores das ciências, como menciona D'Ambrosio (1996b), a matemática acadêmica originou-se na Europa, com influências das civilizações do Egito, da Babilônia e da antiga Judéia. Neste sentido, uma das primeiras manifestações matemáticas deu-se na civilização egípcia. Esta teve seu surgimento datado em cerca de 5000 anos a.C., numa sociedade cujo sustento estava baseado na agricultura, desenvolvida nas margens do rio Nilo. Neste contexto, identificamos um procedimento aritmético desenvolvendo principalmente frações, que era utilizado visando a divisão de bens e de terras férteis. Um outro recurso utilizado para este fim, bem como para a alocação de terras, era a geometria. O desenvolvimento desta geometria hoje se observa como um ramo da engenharia, conhecido como agrimensura.

D'Ambrosio (2001) lembra que os primeiros avanços da matemática grega são atribuídos a Tales de Mileto (ca 625-547 a.C.) e a Pitágoras de Samos (ca 560-480 a.C.) e ressalta que muito do que conhecemos da matemática hoje se deve a três grandes filósofos da Antiguidade Grega, são eles Sócrates, Platão e Aristóteles. Porém, a obra mais importante deste período foi publicada por Euclides e que ele mesmo chamou de "Os

Elementos". Inúmeras outras manifestações e publicações matemáticas foram identificadas no ocidente até o período da Idade Média. Nos períodos que sucederam a Idade Média até os dias de hoje, a matemática se tornou um instrumento cada vez mais indispensável na vida das pessoas.

Essa matemática foi introduzida nos países de Terceiro Mundo no período colonial. D'Ambrosio (2000) caracteriza este período como o início da globalização, que é marcado pelo descobrimento e conquista do Novo Mundo, em função das grandes navegações da época. Segundo o autor, falar em colonização implica admitir que há um conquistador e um conquistado: "A estratégia fundamental no processo de conquista, de um indivíduo, grupo ou cultura (dominador) é manter o outro indivíduo, grupo ou cultura (dominado) inferiorizado. Uma forma muito eficaz de manter um indivíduo, grupo ou cultura inferiorizado é enfraquecer as raízes que dão força à cultura (D'Ambrosio, 2000)". Isso se dá obviamente extraindo do dominado sua historicidade.

Neste processo de colonização, a matemática introduzida não considerou a cultura local, o que se evidencia no fato de que as publicações em história da matemática ignoram as produções matemáticas desenvolvidas fora da Europa, contribuindo assim para a estagnação e eliminação de tradições culturais nas Américas, África, Ásia e Austrália. Neste contexto e numa perspectiva crítica, surge a Etnomatemática, procurando evidenciar e recuperar estas diferentes tradições.

A Etnomatemática partiu de uma visão historiográfica e crítica da produção cultural de conhecimentos, desenvolvida em diversos países a partir da década de setenta. Emerge entre educadores e pesquisadores de diferentes áreas, com reflexões significativas sobre o fazer matemático, do ponto de vista cognitivo, histórico, social e educacional.

Inicialmente, a proposta surgiu a partir de uma crítica política e sociológica a respeito das relações de poder entre diferentes povos e suas respectivas culturas. Os pesquisadores questionaram a dominação cultural do colonizador em relação ao colonizado, processo através do qual se impõe uma língua, uma cultura, uma religião, e inclusive uma matemática. A partir da década de 70, emergiram questionamentos como: Por que ensinamos matemática? A quem ensinamos matemática? Que matemática deveríamos ensinar de modo que os educandos possam se apropriar do saber matemático acadêmico e utilizá-lo na sua vida cotidiana?

O termo Etnomatemática foi proposto em meados dos anos 70 por Ubiratan D'Ambrosio, seu maior idealizador no Brasil, com o objetivo de descrever as práticas

matemáticas presentes em diferentes grupos culturais, sejam eles uma sociedade, uma comunidade, um grupo religioso ou uma classe profissional.

A definição mais aceita para este termo é a que o seu próprio idealizador propõe. Ele conceitua etimologicamente a palavra como: “(...) Etnomatemática é a arte ou técnica (techné = tica) de explicar, de entender, de se desempenhar na realidade (matema), dentro de um contexto cultural próprio (etno) (D’Ambrosio, 1991, p.9)”. Logo, a Etnomatemática compreende o estudo comparativo de técnicas, modos, artes e modelos de explicação e compreensão, assim como o modo de aprendizagem decorrente da realidade, que é expressa em diferentes contextos culturais e naturais.

Com forte influência das pesquisas históricas e histórico-culturais, como observa Rios (2000), a Etnomatemática e a História da matemática constituem dois campos que se sobrepõem. A Etnomatemática procura analisar como as idéias matemáticas foram percebidas ao longo do tempo e como as atividades culturais da matemática atual se dão desde o passado, enquanto que a História da Matemática procura descobrir como estas idéias se originaram e como vêm evoluindo na Matemática.

De modo geral, podemos dizer que todos os povos em diferentes culturas, sejam eles tribos indígenas, comunidades rurais sem terra, moradores de grandes periferias, possuem formas de lidar com o conhecimento matemático que lhes são próprios. De alguma forma, todos produzem conhecimentos matemáticos, sendo que estes se referem às práticas e vivências de cada grupo em questão. Assim, a “Etnomatemática inclui um diálogo entre as idéias de outra cultura e os conceitos convencionais da Matemática. Este diálogo provavelmente conduz ambos a novas áreas de aplicação para a Matemática e a uma nova Matemática, mediante a adaptação às novas idéias (Rios, 2000, p.22)”¹.

No entanto, enquanto a matemática tradicional não reconhece estas especificidades, ignorando os conhecimentos anteriores dos sujeitos, a Etnomatemática valoriza estas diferenças e reconhece que todas as formas de produção de conhecimento são válidas e estão fortemente ligadas à cultura de cada povo. Nesta perspectiva, segundo Gerdes (1991), os estudos etnomatemáticos procuram focalizar os seguintes pontos:

- estudo de tradições matemáticas que sobrevivem à colonização e atividades matemáticas na vida diária das populações, procurando possibilidades de incorporação destes saberes e práticas aos currículos;

¹ Tradução livre da autora a partir do texto original, em espanhol.

- análise de elementos culturais que podem servir como ponto de partida para o fazer matemático dentro e fora da escola.

Já D'Ambrosio (1999b) acrescenta que a Etnomatemática focaliza os saberes e fazeres matemáticos de várias culturas e por isso se aproxima da etnografia. Recorre a análises comparativas desses saberes e fazeres, e de suas dinâmicas culturais visando apontar aspectos cognitivos, filosóficos, históricos, sociológicos, políticos e também educacionais a respeito do ciclo de geração, organização e difusão do conhecimento. Em síntese,

“(...) a Etnomatemática é o estudo que, baseado na antropologia, psicologia, sociologia e nos conhecimentos matemáticos do pesquisador, busca desvelar/analisar/compreender os conceitos e práticas matemáticas geradas por um grupo cultural e a matemática gerada por outros grupos mas, apreendidas e/ou utilizadas por este grupo segundo a sua visão de mundo, seus valores, linguagem, sentimentos, ações e desejos, com a recomendação de que um tal estudo seja seguido, sempre que possível, de uma aplicação pedagógica junto ao próprio grupo (Borba e Costa, 1996, p.92)”.

Ainda na perspectiva Etnomatemática, cabe destacar a questão das relações entre ciência e tecnologia, que tem recebido grande atenção por parte do educador Ubiratan D'Ambrosio (1986). Segundo ele, o avanço da ciência e da tecnologia exige cada vez mais dos indivíduos o mínimo de conhecimentos matemático para a integração na sociedade, para a vida diária e para a inserção no mundo do trabalho. Neste sentido, é importante que haja uma reformulação nos currículos no sentido de reconhecer os saberes e as práticas populares, possibilitando assim aos menos favorecidos da sociedade as mesmas oportunidades em relação ao trabalho, à ciência e à tecnologia.

Outra questão relevante em Etnomatemática, apontada por Eduardo S. Ferreira (1993), é a relação entre educação e cidadania. Segundo ele, a educação é o quesito mais importante na conquista da cidadania e defende que o direito à educação é um direito social de cidadania, porque o objetivo da educação é moldar o adulto em perspectiva. Sendo a matemática a disciplina que mais reprova, é ela então a responsável pela exclusão da maioria da população de participar da cidadania.

Neste sentido, é possível compreender a importância da Etnomatemática, pois ela nos possibilita lidar com as matemáticas universais sob várias óticas, além de respeitar o aprendizado não acadêmico do cidadão. Mas, se de fato buscamos o direito à cidadania, esta deve ser construída interiormente na ação social e política. Contudo, a educação matemática contribui para a formação e constituição do cidadão, especialmente quando fundamentada no Programa Etnomatemática.

2.2. A Etnomatemática como uma ação pedagógica

A matemática é tradicionalmente vista como responsável por bloqueios no que se refere à aprendizagem escolar e traz consigo idéias pré-concebidas como, por exemplo: a matemática é difícil, a matemática está sempre distante da realidade, e também que a matemática é abstrata, é exata, entre outros conceitos. De fato, a matemática tradicional ensinada nas escolas distancia-se da realidade dos alunos, o que se reflete no fracasso no sistema de ensino e nos elevados índices de reprovação. Uma pesquisa recente do INAF (Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional), publicado no jornal Folha de São Paulo em 25 de fevereiro de 2003, aponta que apenas um pouco mais de um quinto dos brasileiros (cerca de 21% da população) tem pleno domínio das habilidades matemáticas básicas.

Os conhecimentos matemáticos ensinados na escola são muitas vezes considerados desinteressantes e inúteis, pois, apesar de sua utilização prática em diversos setores da sociedade, a abordagem acadêmica dada a estes saberes parece, ao aluno, muito distante de sua realidade.

Diante destes fatos, o ensino de matemática tem merecido grande atenção há várias décadas, principalmente por parte de educadores que criticam a mera transmissão de conhecimentos e defendem uma proposta no sentido de “(...) ensinar uma matemática viva, uma matemática que vai nascendo com o aluno enquanto ele mesmo vai desenvolvendo seus meios de trabalhar a realidade no qual ele está agindo (D’Ambrosio, 1991, p.2)”.

A Etnomatemática surge então como uma elaboração teórico-metodológica a estas críticas e necessidades. Considera que uma das causas do fracasso no ensino de matemática se deve ao fato de que conteúdos, métodos e objetivos curriculares foram transplantados do Primeiro Mundo e desconhecem a bagagem cultural dos alunos. Segundo Gerdes (1992), os currículos importados sugerem que não existe nem existiu matemática na vida e na

história dos povos terceiro-mundistas. A escola reprime e perturba a matemática-da-vida, aprendida e descoberta fora da escola, provocando em muitas crianças um sentimento de fracasso e de dependência.

Diante desta crítica, a perspectiva Etnomatemática indica uma reforma necessária nos currículos, fazendo com que o mesmo reconheça, integre e valorize as matemáticas já existentes. Considerando que a educação deve preparar o jovem para se incorporar à vida social e exercer sua cidadania, esta preparação deveria estar sempre vinculada às suas raízes socioculturais.

As bases fundamentais da Etnomatemática são, portanto, totalmente diferentes das bases da matemática tradicional, isto é, enquanto o ensino da matemática tradicional procura universalizar os conceitos e conteúdos generalizando-os, a Etnomatemática procura regionalizá-los fazendo com que estes se tornem específicos a cada contexto cultural. Em outras palavras, a Etnomatemática reconhece que todas as formas de produção do conhecimento são válidas e estão fortemente ligados à tradição, sociedade e cultura de cada povo.

Neste sentido, a Etnomatemática como anteriormente conceituada, se mostra muito importante, pois busca neutralizar a superioridade da matemática tradicionalmente acadêmica e faz vir à tona as outras matemáticas, fruto de uma produção cultural, que na maioria das vezes é silenciada no meio escolar. No entanto, a Etnomatemática tem assumido atualmente amplas vertentes em sua fundamentação teórica, as quais discutiremos a seguir.

2.3. Perspectivas atuais em Etnomatemática

A Proposta Etnomatemática passou por transformações consideráveis ao longo desses quase 30 anos de existência. Como já foi discutido anteriormente, o Programa Etnomatemática idealizado por Ubiratan D'Ambrosio e por diversos outros pesquisadores, objetivava recompor a Educação Matemática no sentido de uma educação que pudesse valorizar as raízes das mais variadas culturas, que resgatasse a dignidade humana e buscasse dar a cada indivíduo um legado da cidadania.

A Etnomatemática hoje, além de continuar trabalhando com estes objetivos, tem trilhado novas perspectivas diante de questões como: a relação entre Educação Matemática e transdisciplinaridade; a educação multicultural; a globalização; a educação e a busca da

transcendência, e principalmente, uma educação que esteja voltada para o desenvolvimento da paz entre os seres.

Ao tratar desses assuntos, D'Ambrosio faz uma reflexão sobre a dinâmica de geração, organização intelectual e social, e difusão do conhecimento. Para D'Ambrosio (1997), a origem das ciências, das matemáticas, dos modos de comunicação, das línguas deu-se porque ao longo da história os indivíduos e as sociedades esforçam-se para lidar e conviver com a realidade natural e sociocultural. Segundo o autor, o conhecimento é resultado de um processo cumulativo, dinâmico e contínuo, que recebe influências do ambiente natural, cultural e social onde está inserido o indivíduo. Ocorre assim o que D'Ambrosio chama de ciclo de aquisição individual e social do conhecimento.

Estas reflexões levaram-no a constatar que o ato de criação é o elemento mais importante nesse processo de aquisição do conhecimento, pois esta aquisição se dá no momento presente, resultado de um passado individual e cultural. Este presente, por sua vez, projeta ações que se manifestarão no presente e/ou no futuro, fazendo modificar a realidade. Isso constitui a "resposta do nosso esforço para transcender o momento da nossa existência. (...) As reflexões sobre o presente, como a realização da nossa vontade de sobreviver e de transcender devem ser necessariamente de natureza transdisciplinar e holística" (D'Ambrosio, 1997, p26). O sentido da transcendência a que D'Ambrosio se refere, são as estratégias de ação do indivíduo, motivadas pela sua projeção no futuro, onde o presente se associa à ação e a prática.

Como sabemos, o indivíduo está inserido numa realidade natural e social e interage com ela no momento presente. Esta interação D'Ambrosio chama de comportamento, que também é denominado fazer (ação, prática). O comportamento, por sua vez, quando identificado com o momento presente, vai determinar o que o autor define como explicações organizadas resultantes da reflexão sobre o fazer, chamado "conhecimento": "O conhecimento é o substrato da ação comportamental, permitindo a qualquer ser vivo interagir com seu meio ambiente. Portanto, é a essência de estar vivo. Visualizado o fluxograma a seguir, temos o ciclo vital":

O processo de gerar conhecimento, compreendido como ação, é enriquecido quando o indivíduo estabelece contato com outros indivíduos. O mesmo se dá quando se trata de um grupo de indivíduos, de uma comunidade ou até mesmo de um povo. D'Ambrosio reconhece que o conhecimento gerado pela interação comum será um complexo de códigos e símbolos organizados intelectual e socialmente no que ele denomina de cultura. Assim, “cultura é o substrato de conhecimento, de saberes/fazeres e do comportamento resultante, compartilhado por um grupo, comunidade ou povo (D'Ambrosio, 1997, p32)”. Desse modo, temos então sociedades, ou sistemas culturais, sujeitos à dinâmica de interação, o que resulta num comportamento intercultural.

Essa interculturalidade vem se intensificando em todo o mundo graças aos meios de comunicação e à facilidade de intercâmbio e de relações entre as diferentes culturas. As conseqüências disso são a universalização de alguns códigos e símbolos, a perda de outros e algumas vezes a extinção de algumas formas culturais. Igualmente, outras formas de culturas são geradas.

Segundo D'Ambrosio, as relações entre indivíduos de culturas distintas (interculturais) e mesmo entre indivíduos de uma mesma cultura (intraculturais), representam o potencial criativo da espécie. O autor defende a seguinte teoria: “assim como a biodiversidade representa o caminho para o surgimento de novas espécies, a diversidade cultural representa o potencial criativo da humanidade (D'Ambrosio, 1997, p33, 34)”.

Assim, não se pretende que haja uma homogeneização cultural da espécie, mas que se testemunhe cada vez mais a convivência harmoniosa entre as diferentes culturas, respeitando suas diferenças. Esta perspectiva se relaciona com as tendências multi e interculturalistas, que se evidenciam na atualidade em diferentes propostas curriculares, influenciando os sistemas de ensino.

No Brasil, o interesse por uma educação multicultural vem crescendo, caracterizando-se como uma tentativa de resgatar a qualidade de ensino em geral, principalmente em resposta ao ritmo imposto pelos processos de globalização.

D'Ambrosio (1997, 1996b) critica a organização curricular do ensino, em especial quando se trata da educação indígena e da educação para negros, quando esta não preserva as suas identidades. A proposta do educador não é que se deva ter uma matemática diferente para índios, negros, ou para a população economicamente desfavorecida. O autor afirma que é o necessário reconhecimento de que a educação matemática deve proteger a

dignidade e a criatividade daqueles que são considerados subordinados, afim de que se minimize possíveis danos que um processo educacional irresponsável pode causar.

De um modo geral, D'Ambrosio (1997) argumenta que a educação formal não pode ser baseada na mera transmissão do conhecimento fundamentado em aulas expositivas e na prática de exercícios repetitivos.

Considerando as modernas teorias da cognição, o autor sugere que ambas as maneiras de desenvolver o trabalho pedagógico são equivocadas, uma vez que não há como avaliar as habilidades cognitivas fora do seu contexto cultural. Ignorar as estruturas individuais e intraculturais é desconsiderar a capacidade cognitiva do indivíduo, ou seja, significa interpretá-las como sendo estáveis, lineares e contínuas, obedecendo a princípios inerentes à espécie. A percepção desses equívocos e a descoberta de novas teorias relacionadas às formas de geração do conhecimento tem alavancado propostas alternativas, como é o caso da própria Etnomatemática, que analisam o conhecimento culturalmente contextualizado.

Contudo, os temas abordados acima não podem estar desvinculados da transdisciplinaridade, uma vez que “a transdisciplinaridade é transcultural na sua essência (D'Ambrosio, 1997, p.80)”, pois os modos de produção, organização e difusão do conhecimento, compreendidos como um ciclo criativo, está subordinado a uma dinâmica que resulta da intra e da interculturalidade.

A transdisciplinaridade reconhece, respeita e valoriza todas as formas de culturas com todas as suas características. Reconhece ainda que não há espaço nem tempo culturais privilegiados, pois “a transdisciplinaridade repousa sobre uma atitude aberta, de respeito mútuo e mesmo de humildade com relação a mitos, religiões e sistemas de explicações e de conhecimentos, rejeitando qualquer tipo de arrogância ou prepotência (idem)”.

A transdisciplinaridade critica o que D'Ambrosio chama de proliferação das disciplinas e especialidades acadêmicas e não acadêmicas. Segundo ele, esta proliferação faz crescer o poder associado a detentores de conhecimentos fragmentados, contribuindo para a desigualdade entre indivíduos e até mesmo entre comunidades e nações, além de não preparar estes sujeitos para driblar situações novas e diversas, que fazem parte de um mundo cada vez mais globalizado e inegavelmente multicultural.

Diante destas reflexões, o educador de hoje deve assumir uma nova postura, completamente diferente daquela derivada do sistema educacional colonial, onde os objetivos se relacionavam à dominação e à subordinação, portanto um sistema perverso e desigual.

D'Ambrosio chama a atenção para a missão do educador de hoje. Segundo ele, a maior prioridade é direcionar a educação no intuito de obter paz nas gerações futuras. Educadores devem propiciar a seus educandos ‘uma visão crítica do presente e os instrumentos intelectuais que dispomos para essa crítica (D'Ambrosio, 2002, p45), ou seja, não caberia aqui aquela educação baseada na mera transmissão de conteúdos considerados obsoletos, desinteressantes e inúteis. É preciso propiciar à criança ‘os instrumentos comunicativos, analíticos e materiais para que elas possam viver, com capacidade crítica, numa sociedade multicultural e impregnada de tecnologia (D'Ambrosio, 2002, p. 46)’.

Por isso, a proposta pedagógica lançada por Ubiratan D'Ambrosio, é fazer da matemática algo vivo, que esteja preparada para lidar com situações reais no tempo (agora) e no espaço (aqui). É óbvio que isto deve estar associado às raízes culturais neste espaço/tempo bem como de sua dinâmica cultural.

Por todos estes fatores, o ideal da Educação e dos educadores deve estar voltado para a paz e para a felicidade da humanidade. Esta paz que buscamos não seria somente a paz social, mas todas as múltiplas dimensões da paz, isto é, a paz interior, paz social, paz ambiental e paz militar. Com isso, procura-se resgatar no íntimo de cada cidadão a sua dignidade e fazer com que o mesmo atinja seus ideais em sua plenitude.

3. A ETNOMATEMÁTICA E A EDUCAÇÃO INDÍGENA

3.1. A Educação Indígena em questão

No Brasil, desde o século XVI, o programa de educação escolar nas comunidades indígenas tratava apenas de sua catequização, civilização e sua integração forçada na sociedade nacional. No entanto, nos últimos anos esse quadro vem mudando. É notória a participação de grupos organizados da sociedade civil que trabalham junto às comunidades indígenas, buscando alternativas à submissão desses grupos, como a garantia de seus territórios e formas menos violentas de relacionamento e convivência entre as populações indígenas e outros segmentos da sociedade.

Dados de pesquisas² recentes indicam que há atualmente no Brasil entre 280.000 e 329.000 índios habitando terras indígenas, constituindo cerca de 210 grupos distintos. Em 1999, o Instituto de Estudos e Pesquisas Educacionais (Inep), em parceria com a Secretaria de Educação Fundamental, começou a realizar o Censo da Educação Indígena. Alguns dados deste Censo apontam que existiam naquele ano 1.392 escolas indígenas no país, onde trabalhavam 3.998 professores, dos quais 76,5% eram de origem indígena. Havia um total de 93.037 alunos matriculados na Educação Indígena, desses 74.931 eram índios.

A evidente redução da população indígena tem despertado algumas mobilizações no país, que se refletem na própria Constituição Federal, que assegura o direito das sociedades indígenas a uma educação escolar diferenciada, específica, intercultural e bilíngüe, o que vem sendo regulamentado em vários textos legais, como pode ser verificado no artigo 78 da lei nº 9.394 de dezembro de 1996.

Por estas razões, a problemática da Educação Indígena brasileira tem despertado interesse em vários pesquisadores. Esse interesse deve-se à preocupação de tais educadores como Borba e Costa (1996), quanto à exploração que esses indígenas vem sofrendo comercialmente, e à violência cultural que lhes é imposta. Há um consenso no sentido de que a educação indígena não contribua para perpetuar tais agressões, ao contrário, que respeite os interesses e as tradições culturais desses povos.

No que diz respeito à educação indígena, particularmente a educação matemática, consideramos, como salienta D'Ambrosio (1997), que a matemática é considerada uma

² Mais informações sobre estas pesquisas podem ser encontradas na página da internet: www.mec.gov.br

ciência dos números, formas, inferências, relações e medidas, com raízes e tradições fundamentadas na cultura européia. Quando apresentada à população indígena, parece-lhe distante de suas raízes culturais: ‘Para aqueles mais sensibilizados com a história de seu povo, falar de matemática é falar do conquistador. É falar de algo que foi construído pelo dominador, que se serve desse instrumento para exercer domínio (D’Ambrosio, 1997, p.127)’.

D’Ambrosio (1997), quando se refere a estas questões, faz uma analogia ao afirmar que estamos na verdade procurando misturar água e óleo, isto é, matemática e índios. Esta mistura, se feita, corre o risco de tornar-se uma matemática inútil, e pior que isso, privar o povo indígena de seu próprio potencial criativo.

Lamentavelmente, em se tratando de educação para os índios, atrocidades são cometidas, quando, por exemplo, a matemática do branco é apresentada como sendo superior, e, conseqüentemente, com o potencial de eliminar a matemática do índio. De fato, geralmente, quando tratamos da cultura indígena, como salienta (D’Ambrosio, 1997, p.130), ‘sua língua é rotulada de inútil. Sua religião se torna credice. Sua arte e seus rituais são folclore. Sua ciência e medicina são superstições. E sua matemática é considerada imprecisa, quando não inexistente’.

D’Ambrosio (1997) lembra ainda que o mesmo processo se dá com outras manifestações culturais como o comportamento, a medicina, a arte, a religião. O autor destaca as contradições que se dão especialmente na geometria e na aritmética: a geometria do índio é colorida enquanto que a geometria grega não tem cor, e em se tratando de aritmética, a indígena é qualitativa enquanto a do branco é pura codificação quantitativa.

Estudos feitos por Mariana K. Leal Ferreira (1994), mostram que para os índios Xavante, a concepção de tempo tem características cíclicas, e é marcado por atividades sazonais, seguindo as condições climáticas concretas. Assim, o tempo é calculado em conjuntos ou classes, diferentemente do que ocorre na cultura ocidental, onde a contagem de tempo é organizada em termos cronológicos em relação ao passado, presente e futuro, correspondendo à ordem de progressão da reta numérica.

Reflexões neste sentido tem provocado a seguinte indagação: será melhor então não ensinar matemática aos índios? A esse respeito, D’Ambrosio (1997), faz a seguinte indagação: seria conveniente impedir que os índios vistam jeans e tomem Coca-cola? Para o autor, estas são questões falsas, que estão além do ‘sim’ ou do ‘não’. Segundo ele, tais questões só podem ser formuladas e respondidas se inseridas num contexto histórico que procure compreender a evolução da história da humanidade. Contudo, o autor afirma que,

em qualquer programa de Educação de povos Indígenas, é imprescindível que haja contextualização: “contextualizar a matemática é essencial, seja para índios ou não (D’Ambrosio, 1997, p.128)”.

Obviamente, é indiscutível que, no modelo de sociedade em que vivemos, impõe-se ao índio a necessidade de conhecer a cultura do branco. Contudo, é imprescindível que nesse processo a dignidade e a criatividade desses povos sejam preservadas. Caso contrário, teremos danos irreversíveis ao indivíduo, a todo um povo ou a uma cultura. Por isso, quando se trata de Educação Indígena, é essencial que a mesma seja devidamente contextualizada, pois:

“A Etnomatemática do indígena serve, é eficiente e adequada para coisas muito importantes. Não há por quê substituí-la. A Etnomatemática do branco serve para outras coisas, igualmente muito importantes. Não há como ignorá-la. Pretender que uma seja melhor que a outra é uma questão falsa e falsificadora se removida do contexto. O domínio de duas Etnomatemáticas, e possivelmente de outras, oferece maiores possibilidades de explicações, de entendimentos, de manejo de situações novas, de resolução de problemas. É exatamente assim que se faz pesquisa matemática ou em qualquer outro campo de conhecimento. O acesso a um maior número de instrumentos e técnicas intelectuais dão, quando contextualizadas de forma correta, muito maior capacidade de enfrentar situações e de resolver problemas novos, de modelar adequadamente uma situação real para, com esses instrumentos, chegar a uma possível solução ou curso de ação (D’Ambrosio, 1997, p.131-132)”.

Diversas pesquisas realizadas em torno da temática da educação indígena, como o trabalho realizado por Mariana K. Leal Ferreira (1994), demonstram bem a importância que tem o ensino da matemática para o povo indígena. A pesquisadora desenvolveu um projeto de pesquisa em educação matemática na área indígena Kuluene, e no parque Indígena do Xingu, ambos no Brasil.

Sua proposta objetivava buscar alternativas que pudessem oferecer ao índio que ainda não havia frequentado a escola, o acesso a educação. Não somente para estes, mas também para aqueles que, mesmo estando na escola, não tinham suas necessidades intelectuais atendidas nem sua cultura valorizada.

Durante o desenvolvimento de seu trabalho, a pesquisadora constatou que os conhecimentos matemáticos usualmente ensinados nas escolas em outros contextos eram reinterpretados e reorganizados pelos índios à sua maneira. As estratégias matemáticas empregadas na resolução de problemas cotidianos variavam entre os povos, bem como entre os índios de uma mesma comunidade. Estas estratégias eram perfeitamente eficientes, mesmo quando aplicadas por aqueles que nunca haviam freqüentado a escola. Os problemas matemáticos, quando formulados oralmente, eram resolvidos por meio de cálculos mentais expressos oralmente de forma correta.

Observava-se também que, quando estes problemas eram executados com o auxílio da escrita, os resultados variavam significativamente. Geralmente, a interpretação de problemas da vida diária, quando trazidos para a matemática, era mal sucedida. A transposição para o papel de quantidades e operações matemáticas produzia confusão. Quando, por exemplo, a operação utilizava multiplicação sob a ótica da matemática escolar, era por eles empregado na forma de adições sucessivas. Segundo a autora, as atividades que envolviam cálculos por escrito tornavam-se de difícil solução, comparadas com aqueles resolvidos oralmente.

Para Ferreira (1994), estas dificuldades estão associadas ao fato de que a matemática escolar, ao transmitir estratégias de resolução de problemas, também comunica procedimentos e valores próprios ao que é considerado "matemática". A autora argumenta ainda que as quantidades utilizadas na resolução de problemas cotidianos não consistiam em meras abstrações desvinculadas do contexto, mas se relacionam à cultura daqueles povos.

A autora enfatiza ainda o fato de que estudar, para os índios, significa dominar a matemática dos brancos, de modo a atuar com eficiência durante as negociações econômicas com estes brancos. Ferreira (1994) defende ainda que a matemática trabalhada em contextos informais não visa encontrar soluções corretas, mas soluções aceitáveis de acordo com as referências culturais daquele povo e suas estratégias matemáticas próprias. Para a autora, tais estratégias, comumente usadas pelas diferentes culturas, não devem ser vistas como limitações ou carência de habilidades cognitivas, mas sim como modalidades particulares ou coletivas de compreender o mundo.

Como indicam estas reflexões, a questão da educação indígena ainda se mostra como um campo aberto para muitos estudos e pesquisas que possam contribuir para a melhoria dos processos educativos indígenas, especialmente em relação ao conhecimento matemático.

3.2. Algumas perspectivas na educação indígena

A educação matemática indígena, segundo López Bello (1996), tem como objetivo a transmissão e a conseqüente partilha de seus costumes, de suas tradições, de sua língua, bem como de tudo o que for próprio de uma comunidade indígena. O fato é que, através da educação própria do índio, do mesmo modo que se partilham costumes, saberes, fazeres, também pode haver partilha em relação ao abandono, à desvalorização cultural, fatos que podem levar à perda da sua língua, da sua cultura e inclusive da sua identidade:

“Não é possível definir critérios de superioridade entre manifestações culturais decorrentes de realidades específicas. No entanto, o índio precisa entender e saber tudo sobre a sociedade que o envolve (sociedade ocidental) como parte da sua integração na humanidade e do todo até hoje produzido. Essa apropriação de outras formas culturais antes inexistentes no cotidiano indígena justifica-se basicamente pelo contato inevitável. (López Bello, 1996, p.104)”.

Esse inevitável contato a que López se refere resulta, na grande maioria das vezes, tanto na exploração comercial como na violação cultural dos povos indígenas, como bem observa Costa & Borba (1996). Estes autores, ao abordarem o tema "Etnomatemática e Educação Indígena", destacam a importância do conhecimento matemático para o indígena. Consideram que o índio deve, sim, estudar matemática, não só por tratar-se de um direito, mas também por necessidade. Afirmam que o conhecimento matemático é inerente ao ser humano, uma vez que as atividades que dão origem ao conhecimento matemático, como contar, medir, classificar, estão presentes em todas as manifestações culturais.

O conhecimento matemático entre os índios, segundo os autores, é transmitido visual e oralmente. Porém, esta matemática hoje não lhes basta, pois a relação do índio com o não-índio impõe adaptações ao manejo destas matemáticas. Isso porque o indígena começa a perceber, por exemplo, que está sendo continuamente explorado, especialmente nas relações de trabalho e no comércio.

Além disso, o índio percebe também que sua condição de dominado é reforçada porque lhe falta o conhecimento de como o não-índio lê e faz contas. Dessa forma, a

aquisição de tais conhecimentos seria uma forma de defesa no seu relacionamento com o não índio. E é por essas razões que o índio quer e deve estudar matemática.

Acerca de que matemática o índio deve estudar, Borda & Costa (1996), fazem uma reflexão sobre as várias formas de valores e de concepções de mundo, resultado das diversas realidades que o homem enfrenta. Porém, mesmo quando o homem se depara com situações e/ou problemas oriundos de uma mesma realidade, estes são enfrentados de maneiras diferentes, resultando nas diferentes culturas. Para os autores, o mesmo ocorre com a matemática, pois esta, sendo um produto cultural, os vários grupos a interpretam de forma diferente, segundo suas concepções de mundo.

Um outro ponto de reflexão que mereceu a atenção dos autores, refere-se à distinção entre o trabalho intelectual e o trabalho manual. Segundo eles, para o índio não há distinção entre o saber e o fazer, contrariamente ao que ocorre em nosso meio, onde o trabalho manual e intelectual são pensados e vivenciados de maneiras distintas. Para os autores, essa distinção é falsa e não se pode deixar de considerar a eficácia e a adequação desses saberes, isto é:

“Numa escola indígena, não se deve ensinar somente a matemática acadêmica; também a matemática do saber-fazer deve ser contemplada. Não se trata, é claro, de estar na escola do índio ensinando o que ele já sabe. Trata-se de considerar a escola como um momento propício para a aproximação destes saberes. O saber matemático construído no cotidiano indígena e o saber matemático acadêmico poderiam, então ser pensados como complementares, um não sendo visto como mais importante que o outro, ou um estágio mais avançado que o outro (Borba & Costa, 1996, p.89)”.

A respeito da implementação de um programa pedagógico único para todo o país, os autores concordariam somente se a realidade sócio-econômica e cultural dos índios, assim como o de outros grupos sociais dentro da sociedade, como os trabalhadores rurais, favelados, entre outros, fosse igual àquela para o qual se idealizou o atual programa. Caso contrário, um currículo único seria certamente discriminatório.

Os autores destacam o fato de que o índio é tratado como intruso dentro de seu próprio país, e que as diferenças, tanto na oferta de escolas quanto na sua implementação, lhe são desfavoráveis. E mesmo que a oferta de escola fosse igual à dos grupos

dominantes, sempre haveria discriminação quando a matemática a ser ensinada não tivesse como referência a cultura indígena, não satisfazendo portanto suas necessidades cotidianas.

Por outro lado,

“...uma matemática cujo desenvolvimento é favorecido e estimulado pelas experiências de vida de cada tribo, uma matemática que conserva o vínculo com as situações a partir das quais foi gerada e é expressa na linguagem da tribo que a produz, que traduz um valor desejado pela tribo, que é legitimada pela sua utilização e, ainda, que reforça seus valores culturais, unida à matemática do não-índio, de forma que as necessidades de defesa de seus interesses frente a esse homem seja suprida, não pode ser considerada discriminatória (Borba & Costa, 1996, p.90)”.

Nesta perspectiva, a Etnomatemática vem ao encontro dos interesses indígenas, pois, enquanto um programa de pesquisa histórico e antropológico, constitui um mecanismo de valorização cultural de grupos minoritários. E enquanto ação pedagógica, a Etnomatemática é capaz de estimular no estudante o desejo de aprender, de pesquisar e de buscar sua cidadania.

Dessa maneira, a perspectiva etnomatemática seria uma boa alternativa para as populações indígenas, uma vez que a escola ajudaria a manter suas tradições culturais e ao mesmo tempo possibilitaria aos índios o conhecimento matemático necessário para a garantia de seus direitos. Além disso, este conhecimento lhe seria oportunizado de forma significativa, de modo a atender às suas necessidades tanto cognitivas quanto socioculturais.

4. ESTUDO DE CASO NA PERSPECTIVA ETNOMATEMÁTICA

Nossa atenção aqui será dada a um estudo desenvolvido pelo professor Pedro Paulo Scandiuzzi em 1995, no Parque Nacional do Xingu em Mato Grosso, com o povo indígena Kayabi. Essa nação indígena é a mais populosa do Parque e é uma nação de língua troco tupi.

Em abril de 1995, Scandiuzzi foi convidado a assessorar o curso de formação de professores indígenas da região do Parque do Xingu, na área de Matemática. Este curso foi promovido e realizado pela ONG denominada AVA – Associação Vida e Ambiente. A primeira iniciativa do pesquisador foi procurar saber que pinturas ou desenhos daquele povo poderiam revelar relações matemáticas. Foi assim que entrou em contato com a beleza das formas geométricas das urupemas, conhecidas pelos não índios como "apás". Estas apás são um objeto artesanal e artístico feito de taquara, com forma circular. Scandiuzzi (1996a) destaca que nem sempre os desenhos que as compõem são completos e que nem sempre elas são compreensíveis a nós, como são aos índios. Estas apás diferem das peneiras por não possuírem furos e são utilizadas como tampas ou enfeites.

Este interesse pelas apás levou-o à aldeia Tuiararé, com o objetivo de conhecê-las. Segundo narração do autor (1996a), já nas primeiras explicações que teve sobre estas apás, ficou claro que elas integram um sistema educacional de formação cultural, ou seja, uma educação feita pelos índios, para os índios e com os índios. As apás, que somam um total de quatorze diferentes tipos, foram apresentadas ao pesquisador pelo cacique Mya'tari Kayabi, que afirmou que as apás possuem uma ordem de aprendizagem, apresentando-se como uma seqüência tal qual, na matemática, as contas de somar, subtrair, multiplicar e dividir.

A confecção das apás, como conta Scandiuzzi (1996a), é ensinada aos homens da aldeia e os que aprendem essa arte são considerados indivíduos de grande sabedoria. O autor conta ainda que, enquanto os índios ensinam os tipos de traçados e figuras geométricas que compõem as apás, vão passando oralmente as histórias, a mitologia, a religião, e os costumes. É um ritual de ensino que transmite o saber acumulado e a realidade por eles visualizada no passado, no presente e no futuro.

Sobre as histórias das apás, Scandiuzzi (1996a), afirma ter tido acesso a duas versões diferentes. Uma delas contada por Aturi Kayabi, professor da aldeia Tuiaraé:

“Começou assim, teve uma pessoa que andou perdida, no mato, que chegou na aldeia das cobras. Ele entrou lá e as cobras estavam escondidas no telhado e começaram a aparecer quando ele estava dentro de casa. As cobras desceram do telhado e cercaram o homem da casa, as cobras queriam pegá-lo e o homem começou a inventar que tinha um animal querendo comer as cobras, disse que era mutum, gavião, urubu, etc... e as cobras disseram que era mentira, que esses pássaros não comiam elas, aí teve uma certa hora que o homem chamou o “makauan” (uma espécie de gavião) e o gavião estava cantando e as cobras se esconderam de medo. Aí o homem viu muitas urupemas (apás) desenhadas, bonitas, pintadas, aí ele roubou uma peneira das cobras e foi embora. Aí ele chegou em casa e começou a desenhar o desenho que as cobras faziam na apá e assim começou a história. As cobras eram bonitas, pintadas como as nossas (história contada no dia 27/11/95 e citada por Scandiuzzi, 1996a, p.109)”.

O autor cita ainda outra versão, contada por Kuatyra Kayabi, da aldeia Barraco Alto em 28/04/95. Sua história relata que o povo Kayabi, esquecido e afastado de todo o artesanato, lutava constantemente com outro povo indígena, os Apiakas. Depois de uma luta, os kayabi roubaram as apás e aprenderam a fazê-las. Para o autor, este roubar significava adquirir o saber que pertence a outro povo.

Sobre as apás, Scandiuzzi (1996a), comenta que são uma forma de artesanato especialmente belo, geralmente confeccionado e em seguida pintado. O autor não sabe afirmar se são confeccionadas em ordem crescente de dificuldade ou se vão tornando-se mais elaboradas em relação aos traçados que envolvem simetrias mais sofisticadas. No entanto, o autor afirma que as apás são construídas dentro da sequência histórica da vida daquele povo. Cada peneira representa uma etapa da história. O autor revela que o ponto culminante da história passa-se na apá número 7 (ver figura 1). Scandiuzzi (1996b) revela ser esta uma figura característica da etnia kayabi, pois é a representação simbólica de uma figura antropomorfa, presente nos rituais indígenas.

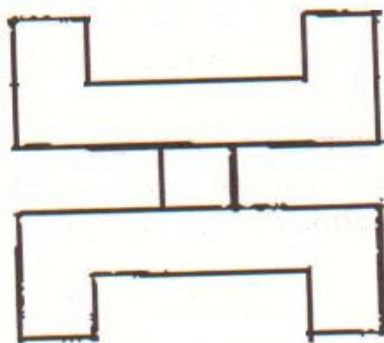
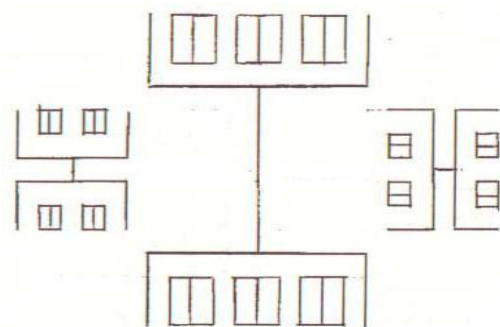


Figura 1

Na apá número 8, o indígena Kayabi representa o pai rodeando seus filhos, esta apá recebe o nome de “retrato dos olhos”. O resultado artesanal do motivo que compõe esta apá apresenta-se na figura 3 abaixo³, que pode ser considerada uma apá de beleza sem igual.



Para Scandiuzzi (1996b), a maioria das apás se apresentam como um mosaico. Entende-se por mosaico um padrão presente na natureza e representando nas artes com três características: a unidade, repetição e um sistema de organização que utiliza simetria. Observa-se isso na apá de número 3:

³ Foto cedida gentilmente pelo professor Pedro Paulo Scandiuzzi.

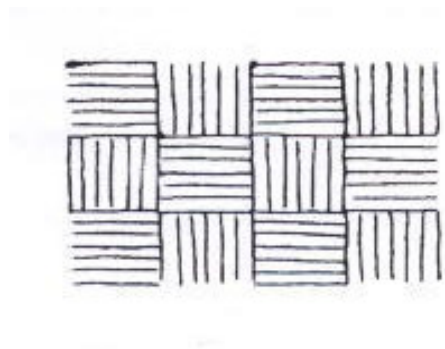


Figura 4

Outro aspecto interessante destacado pelo autor (1996a), é que a idéia de seqüência vem do fato das 14 apás serem diferentes e do reconhecimento de que elas possuem uma ordem de aprendizagem. Isto é, para aprender a fazer a apá número 2, é necessário saber fazer a apá número 1, e para fazer a apá número 3, é necessário saber fazer a número 1 e 2, e assim sucessivamente⁴.

Com relação às apás, Scanduzzi (1996a), destaca ainda que existem dois fatos que levam a concluir que os Kayabi tem um sistema educacional estabelecido: o primeiro é que as apás resultam de um processo de construção histórica e mitológica; e segundo, elas envolvem uma seqüência em relação à aprendizagem.

Ao concluir seu estudo sobre as apás, o autor observa que o processo da construção das apás como conteúdo a ser transmitido caracteriza-se como uma forma de aprendizagem natural, que não pode ser comparada com a formalidade do conhecimento matemático. Comenta também que este processo deveria ser melhor investigado enquanto meio de desenvolvimento intelectual, antes de ser substituído pelo ensino da escola caraíba.

Este estudo foi tomado como referência para o desenvolvimento deste trabalho porque apresenta aspectos interessantes em relação ao conceito matemático de simetria desenvolvido a partir de um trabalho artesanal. Outro fato que considero importante, é que este estudo leva-nos a conhecer a riqueza da arte, da cultura e da história de um povo indígena que integra a nação brasileira.

⁴ Um estudo mais detalhado sobre as apás feito por Scanduzzi pode ser acompanhado no anexo.

5. A SIMETRIA NAS APÁS INDÍGENAS

5.1. A Simetria

O que revela a importância do estudo da simetria é a constatação de que ela está visualmente presente em diversos momentos e acontecimentos do nosso dia-a-dia, seja em construções, decorações, logomarcas, etc. Na natureza também é muito comum encontrarmos elementos de simetria. De um modo geral, a noção de simetria também está presente nas atividades de marceneiros, artistas e engenheiros, além de ser importante nas Ciências e em particular na Matemática.

A simetria ocorre quando há preservação da forma e da configuração de elementos a partir de um ponto, uma reta ou um plano. Recorrendo à simetria, podemos obter uma forma de outra, preservando suas características tais como ângulo, comprimento dos lados, distância, tipos e tamanhos.

A noção de simetria é fundamental neste trabalho, pois notamos que foi minuciosamente utilizada entre os Kayabi na construção das apás. A seguir, analisando o trabalho feito pelos Kayabi nas apás e complementando com outros exemplos, iremos abordar alguns tipos de simetria e apresentar possíveis atividades a partir destes objetos. Visamos com estas atividades explorar conceitos matemáticos presentes nesta produção cultural, assim como incentivar o interesse pela cultura indígena.

5.1.1. Simetria de reflexão nas apás:

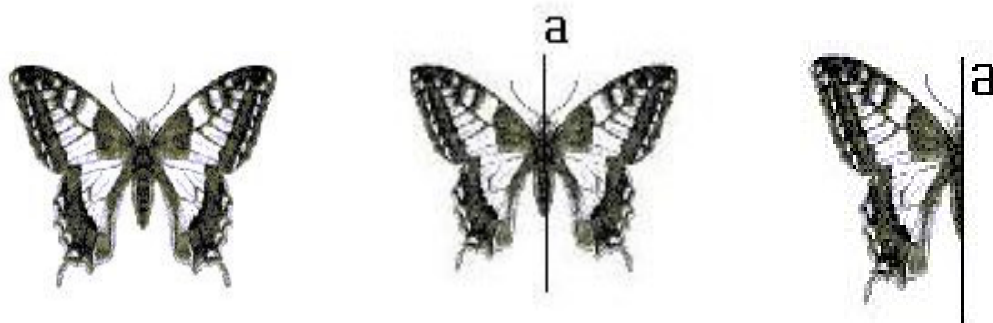
A **reflexão** ocorre através de uma reta chamada *eixo*. O ponto original e seu correspondente na reflexão têm a mesma distância em relação ao eixo. Como exemplo temos uma forma refletida no espelho.



Figura 5

Na geometria plana, denominamos **simetria por reflexão** quando identificamos na figura uma reta que divide a figura de forma tal que as duas partes obtidas se igualam por sobreposição. A reta que possibilita este tipo de reflexão é o eixo de simetria da figura.

Na natureza, podemos encontrar muitos exemplos de simetria de reflexão. Veja o exemplo da borboleta: a reta a é o eixo de reflexão. Observe que as imagens dos dois lados do eixo parecem se refletem. Se dobrarmos esta figura segundo o eixo de reflexão, as duas imagens se sobrepõem.



Também na arquitetura o homem introduziu a simetria como fonte de beleza. Um bom exemplo disso é a Catedral de Nôtre Dame de Paris. Veja que podemos traçar um eixo vertical imaginário de simetria bem no centro da Catedral.

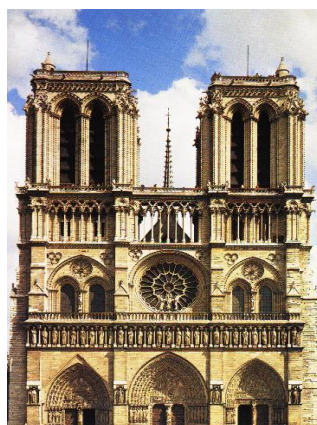


Figura 9

Consideremos a apá número 1, a mais simples de todas as apás. Os Kayabi enxergam nesta representação um losango, por isso a chamam de i'yp que significa o peixe pacu, cujo formato apresenta um losango.

Observe que esta apá possui um eixo a vertical de simetria.

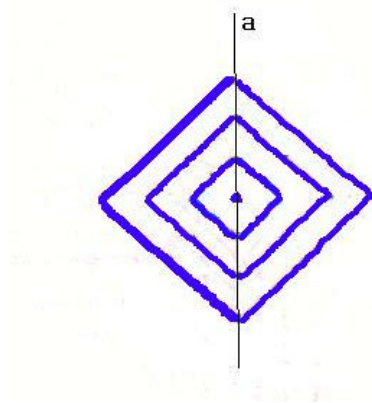


Figura 10

Podemos copiar numa folha de papel transparente o motivo da apá número 1 (desenho acima) e dobra-la pela linha a .

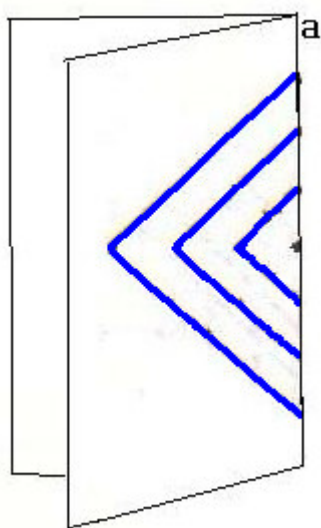
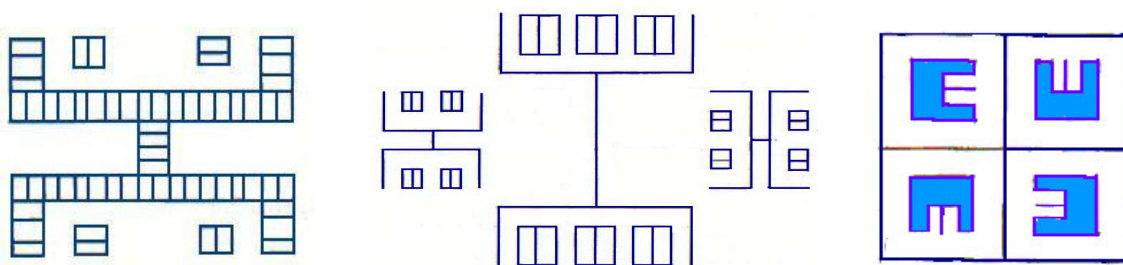


Figura 11

A reta a divide a figura em duas metades. Dobrando-se a folha exatamente na reta a , uma das partes da figura coincide com a outra. A reta a é chamada de eixo de simetria. E esta figura é simétrica em relação a esse eixo.

É importante ressaltar ainda que uma mesma figura pode ter mais que um eixo de simetria.

1) As figuras a seguir representam as apás números 7, 8 e 11, respectivamente. Apenas uma possui a propriedade de simetria de reflexão. Qual destas apás apresenta esta propriedade? Investigue o que ela significa para os Kayabi. Justifique por que as outras duas apás não apresentam a propriedade de simetria de reflexão.



2) A figura abaixo representa uma das 14 apás. Tome a reta a como sendo seu eixo de simetria de reflexão e construa a outra parte da apá. Investigue qual apá você obteve?

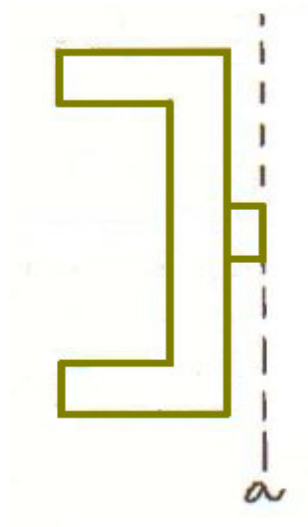
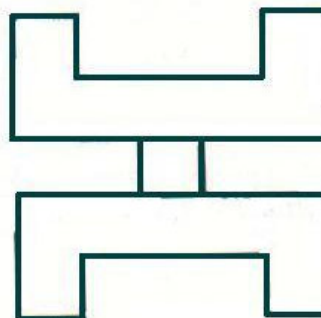
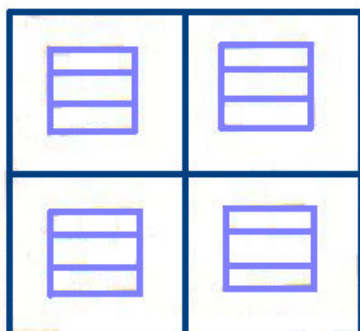
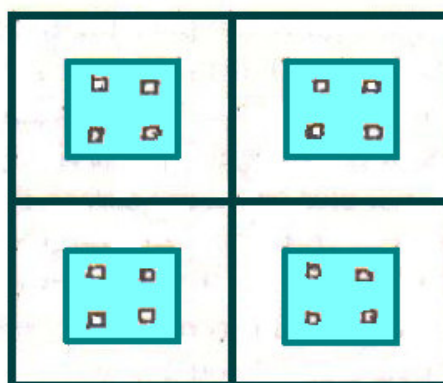


Figura 15

3) As figuras abaixo representam as apás número 6 e 7 respectivamente. A figura 17 possui dois eixos de simetria por reflexão. Identifique-os e destaque as partes simétricas com cores diferentes. Quantos eixos de simetria a figura 16 possui?



4) As figuras abaixo representam as apás número 1 e 5 respectivamente. Cada uma delas possui quatro eixos de reflexão de simetria. Indique-os. A seguir recorte as apás e dobre no eixos que você indicou. Verifique a simetria através da sobreposição.



5.1.2. Simetria de rotação nas apás:

A **rotação** é o “giro” de uma figura ao redor de um ponto chamado centro de rotação. A distância ao centro de rotação se mantém constante e a medida do giro é chamado ângulo de rotação.

Observe a figura seguinte. Se girarmos esta estrela 72° no sentido horário ela não muda de forma, ou seja, enxergamos a mesma figura. O mesmo acontece se o giro for feito no sentido anti-horário. Dizemos então, que esta figura possui uma simetria de rotação de 72° .



Figura 20

Veja este azulejo árabe. Se girarmos este azulejo num ângulo de 90° permanecemos com o mesmo desenho. Se girarmos novamente num ângulo de 90° , continuamos a ver o mesmo desenho. Portanto, se rotacionarmos 90° ou 180° o nosso desenho artístico não muda. Logo, a nossa figura tem simetria de rotação de 90° ou de 180° .

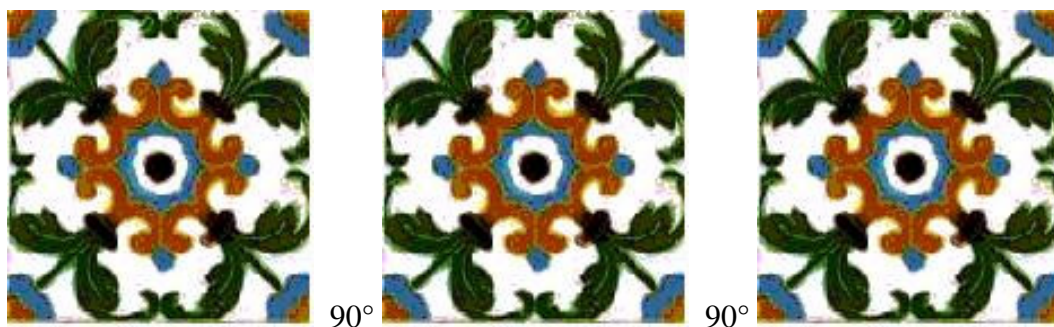
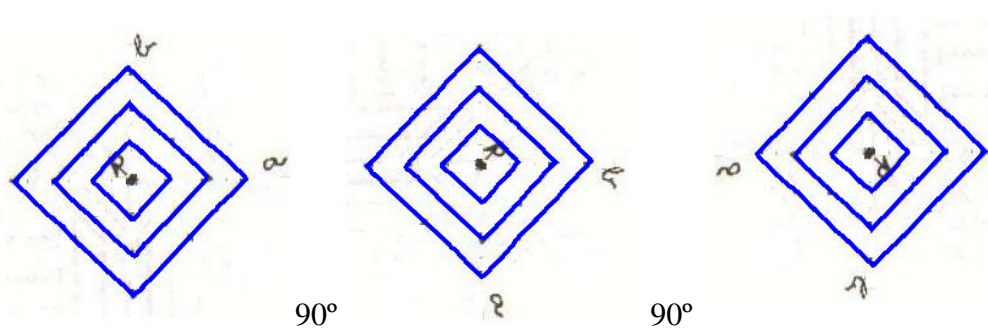
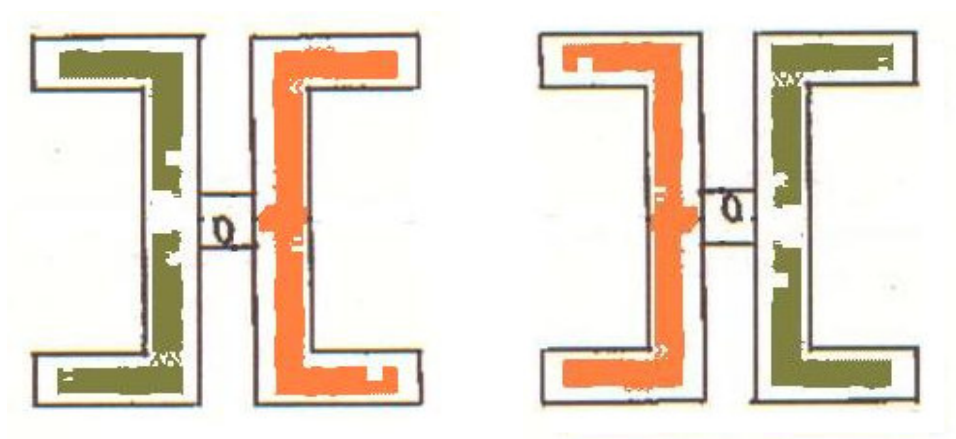


Figura 21

Retomemos a apă número 1. Na figura 23 o motivo da apă sofreu uma rotação de 90° em torno do ponto R em relação à figura 22. Já a figura 24 sofreu uma rotação de 180° em torno do ponto R em relação à figura 22. Dizemos então que a apă número 1 além de possuir simetria de reflexão como visto anteriormente, ela também possui simetria de rotação de 90° e de 180° no ponto R .



Veja a apá número 10, na figura 25, que representa o retrato do povo Kayabi e é denominada ta'ang ap. A figura 26 sofreu uma rotação de 180° pelo ponto O em relação à figura 25. O desenho foi colorido para efeito de comprovação de rotação. Esta apá possui uma simetria rotacional de 180° .



5) As figuras abaixo simbolizam a apá número 4, que representa o rastro de uma raposa, animal bastante presente na vida do povo Kayabi.

Estas figuras possuem simetria de rotação de dois ângulos diferentes. Quais são os ângulos de simetria destas figuras?

Marque com o ponto O o ponto de rotação de cada figura. Procure colorir os quadrados com cores diferentes e reproduzir a figura indicando cada rotação realizada.

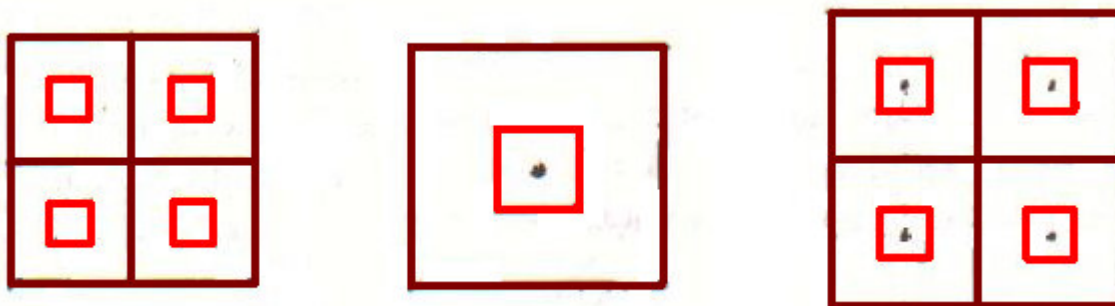


Figura 27

6) Observe a figura abaixo, que representa a apá número 6, composta por quatro figuras semelhantes. Ela possui uma simetria de rotação. Analise se as figuras que a compõem também apresentam essa propriedade.

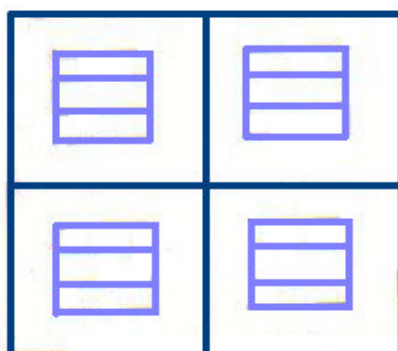


Figura 28

7) Complete a outra parte da figura abaixo de modo que se obtenha uma figura com simetria de rotação de 180° no ponto O, já indicado. Investigue em qual apá esta rotação resultará.

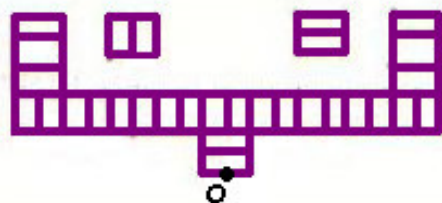


Figura 29

5.1.3 Simetria de translação nas apás:

A **translação** é o termo usado para “mover” figuras, sendo necessárias duas especificações: a *direção* (que pode ser medida em graus) e a *magnitude* (que pode ser medida em alguma unidade de comprimento).

Veja por exemplo, a figura a seguir. Esta figura é uma reprodução de azulejos. Observe que o desenho se repete a cada intervalo de medida u . Neste caso, dizemos que a figura possui simetria de translação de uma unidade u a direita ou a esquerda.



Figura 30

Uma maneira melhor de fazer esta visualização é praticando. Tome um pedaço de papel colorido, na forma retangular nas medidas que preferir.



Figura 31

Siga os passos mostrados nas figuras a seguir, dobrando ao meio e dobrando novamente. Faça um desenho sobre uma das faces da dobradura. Em seguida recorte com uma tesoura.



Figura 32

Veja que o resultado obtido é uma translação da figura desenhada.



Figura 33

Acompanhe, na figura a seguir, o desenho pintado de vermelho. Ele simboliza o motivo da apá número 10, que para a tribo Kayabi significa retrato do povo Kayabi. A figura que está na cor preta é uma repetição da figura em vermelho, porém transladada uma unidade padrão para a direita e meia unidade padrão para baixo. A figura seguinte foi

obtida da anterior usando-se dos mesmos procedimentos. Este desenho possui uma simetria de translação.

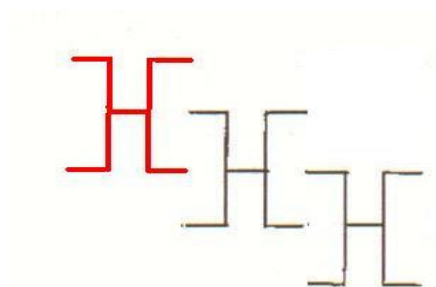


Figura 34

8) A figura a seguir traz o motivo da apá número 2. Este desenho recebe o nome de Yarukang que significa costela. Na direção indicada pela seta, desenhe esta figura de modo que se tenha uma simetria por translação de medida duas vezes a medida lateral da figura.

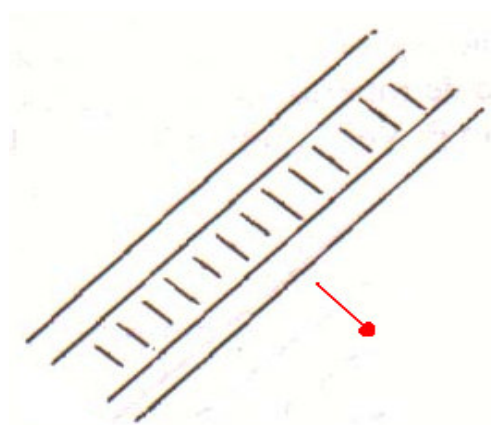


Figura 35

9) A figura a seguir é o motivo da apá número 10. Construa três figuras simétricas a esta de modo que se tenha simetria de translação de medida metade de m e medida n nas direções das respectivas setas:

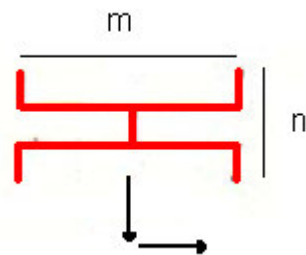


Figura 36

Observação: Algumas figuras podem apresentar mais de uma propriedade de simetria. A figura seguinte é composta por motivos que resultam na apá número 10. Observe que o desenho em azul resulta de uma simetria de translação de uma unidade padrão para baixo e meia unidade padrão para a esquerda em relação ao desenho em vermelho. Já o desenho em verde resulta de uma simetria de reflexão do desenho em azul. O desenho em rosa pode ser visto como uma simetria de reflexão do desenho em vermelho ou uma simetria de translação do desenho em verde.

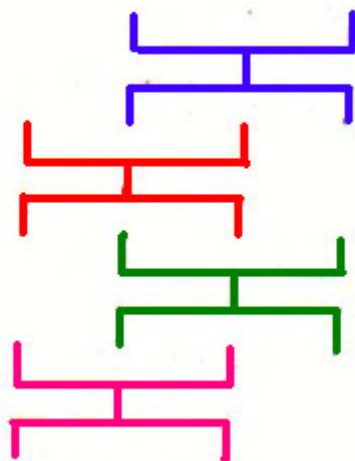


Figura 37

10) A figura a seguir apresenta os motivos que compõem a apă número 3 em cores diferentes. Estes motivos possuem mais de uma propriedade de simetria. Identifique-as justificando sua resposta.

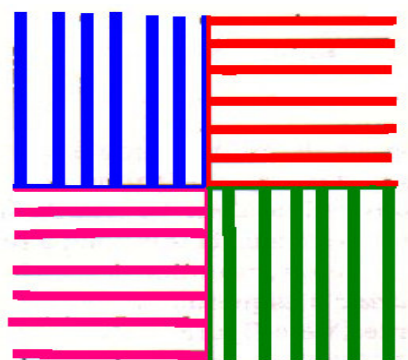
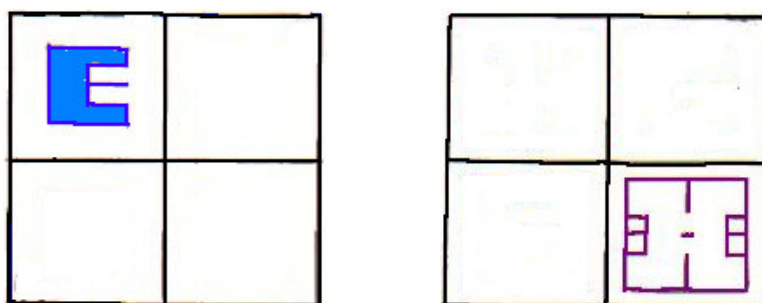


Figura 38

11) As figuras a seguir representam as apăs número 11 e 12 respectivamente. A primeira recebe o nome de yogajurut, também chamado yogyru, que em português significa lagarta. O desenho da segunda apă representa o sapo cururu, figura importante da cultura Kayabi. Na figura 39, construa por simetria de rotação e translação outras figuras dentro dos três quadrados em branco de modo a obter a apă número 11. Faça o mesmo na figura 40 de modo a obter a apă número 12.



12) Na figura seguinte podemos observar uma simetria de translação. Repita o desenho no sentido da seta segundo a propriedade de simetria de translação. Este desenho possui alguma outra propriedade de simetria? Justifique.

Investigue qual apá representa este motivo e o que ela significa para os Kayabi.

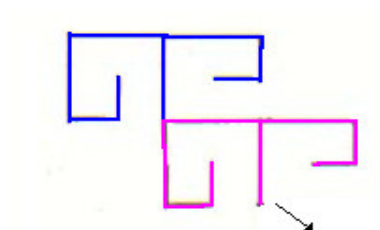


Figura 41

13) A figura abaixo representa os motivos da apá número 14 e recebe o nome de inimoetá. Veja que a partir da figura-padrão azul claro nota-se uma simetria de translação de uma unidade padrão para a esquerda e uma rotação de 90° . Seguindo este padrão de simetria construa um belo mosaico utilizando este desenho. Você poderá usar as cores que preferir e quantas cores quiser.

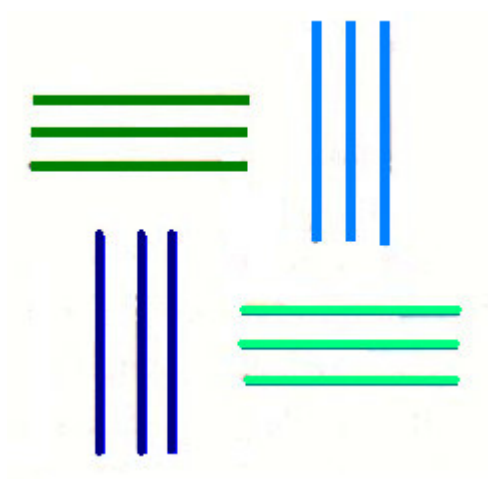


Figura 42

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho buscou investigar e refletir sobre a perspectiva Etnomatemática, considerando sua abrangência, como indicamos no início do nosso estudo. Apontamos ali que a Etnomatemática focaliza o conhecimento no seu contexto social e cultural, respeitando as diferenças que há entre os grupos ou sociedades. Visa também a conquista da cidadania e, o que é mais importante, sugere uma matemática viva.

Evidenciamos ainda sua abrangência quando, numa perspectiva histórica, abordamos as diferentes considerações teóricas que vêm constituindo o programa Etnomatemática. Como foi comentado, a Etnomatemática trata de questões como a transdisciplinaridade, que é uma necessidade na educação atual, tendo em vista os processos crescentes de globalização. Além disso, a Etnomatemática preocupa-se em projetar o processo educativo na direção da afirmação da paz entre os povos.

Enquanto proposta pedagógica, a Etnomatemática pode ser trabalhada em qualquer grupo étnico, numa escola de periferia ou numa comunidade sem-terra. Neste trabalho, direcionamos a perspectiva Etnomatemática para a Educação Indígena. Vimos que a educação indígena, além de necessitar de reformulação curricular, é um campo de grande riqueza cultural e potencial educativo. Procuramos mostrar que podemos de fato trabalhar a matemática acadêmica em uma população indígena, sem desconsiderar os valores culturais daquele povo.

A investigação feita com a Etnomatemática indígena contribuiu em vários aspectos para o enriquecimento deste trabalho. Conhecemos elementos culturais de outra cultura, e, além disso, foi possível verificar que a geometria indígena tem características próprias: é colorida e tem para o índio um valor funcional. O mais interessante foi mostrar que, a partir de elementos culturais próprios daquele povo, podemos elaborar vários exercícios de simetria. Tais possibilidades se revelam especialmente interessantes como enriquecimento às atividades escolares habituais, através da exploração de outras elaborações geométricas, ancoradas em um universo cultural próprio.

As limitações apresentadas por este trabalho se referem ao fato de que partimos de um estudo já realizado. A superação desta limitação poderia se efetivar através da continuidade da pesquisa, seja no contexto escolar, através da implementação destes exercícios numa sala de aula, seja junto às populações indígenas. Neste sentido, podemos

vislumbrar como aprimoramento futuro deste trabalho, a investigação de outras etnomatemáticas e suas relações com o conhecimento matemático acadêmico e escolar.

Com relação à Etnomatemática, creio que esta deveria ser mais difundida entre os profissionais atuantes no magistério, que tenham formação em Matemática, assim como nos cursos de Licenciatura, por tratar-se de uma tendência bastante relevante, que ousa enfrentar alguns dos mais importantes problemas educacionais da atualidade: como a transdisciplinaridade, a globalização e o multiculturalismo. Particularmente, considero o conteúdo deste trabalho de uma riqueza inegável, visto que sua proposta para a Educação Matemática atende às necessidades atuais do sistema educacional vigente e pretende trazer um enriquecimento ao processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

7. BIBLIOGRAFIA

BAQUERO, Rute; CHASSOT, Attico; GONÇALVES; Maria A. S.; KEIL, Ivete; KNIJNIK, Gelsa; KREUTZ, Lúcio; OSOWSKI, Cecília; REDIN, Euclides; SCHMITZ, Egídio; STRECK, Danilo (org); WERLE, Flávia; **Educação básica e o básico na educação**.1.ed. Porto Alegre: Sulina/Usininos, 1996, 224p.

BIGODE, Antonio José Lopes. Matemática hoje é feita assim (7ª série). 1. ed. São Paulo: FTD, 2000. 335p.

BORDA, Marcelo C. Etnomatemática e a cultura da sala de aula. **Educação Matemática em Revista: SBEM**, São Paulo, ano 1, n.1, p.43-58, julho 1993.

BORBA, Marcelo de Carvalho; COSTA, Wanderleya Nara Golçalves. O porquê da etnomatemática na educação indígena. **Zetetiké**, Campinas, SP, v.4, n.6, p.87-95,jul/dez 1996.

D'AMBROSIO, Ubiratan; **Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade**. 2.ed. Belo Horizonte: autêntica , 2002. 112p.

D'AMBROSIO, Ubiratan; **Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar e conhecer**. 4.ed. São Paulo: Ática, 1998, 88p.

D'AMBROSIO, Ubiratan; **Da Realidade à Ação: Reflexões sobre educação e matemática**. 3.ed. São Paulo: summus editorial ltda, 1986. 115p.

D'AMBROSIO, Ubiratan; **Educação Matemática: Da teoria a prática**. 8.ed. Campinas, SP: papyrus, 1996. 120p.

D'AMBROSIO, Ubiratan; **Transdisciplinaridade**. 1.ed. São Paulo: Palas Athena, 1997. 174p.

D'AMBROSIO, Ubiratan; **Globalização e Multiculturalismo**. 1.ed. Blumenau, SC: FURB, 1996. 95p. (Fio do Mestrado 11).

D'AMBROSIO, Ubiratan. Matemática, ensino e educação: uma proposta global. **Temas & Debates: SBEM**, São Paulo, ano IV. n.3, p.1-15, 1991.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática: um programa. **Educação Matemática em Revista: SBEM**, São Paulo, ano 1, n.1, p.5-11, julho 1993.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Ubiratan D'Ambrosio**. Educação Matemática em Revista: SBEM, São Paulo, ano 6, n.7, p.5-10, julho 1999.Entrevista concedida a Célia Carolino Pires

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: uma proposta pedagógica para a civilização em mudança**. (Palestra de encerramento do Primeiro Congresso Brasileiro de Etnomatemática, Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 1-4 de novembro de 2000). Disponível em: <<http://sites.uol.com.br/velho/ubi.htm>>. Produção de 2000.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **O programa etnomatemática e questões historiográficas e metodológicas.** (IV Congresso Brasileiro de Filosofia, 6/09/99). Disponível em: <<http://sites.uol.com.br/velho/ubi.htm>>. Produção de 1999.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Las ideas fundamentales de soporte al programa de etnomatemática.** Disponível em: <<http://sites.uol.com.br/velho/ubi.htm>>. Produção de 1999.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Transdisciplinaridade e experiência humana.** Disponível em: <<http://sites.uol.com.br/velho/ubi.htm>>. Produção de 1999.

FERRERA, Eduardo Sebastiani. Cidadania e Educação Matemática. **Educação Matemática em Revista: SBEM**, São Paulo, ano 1, n.1, p.12-18, julho 1993.

FERREIRA, Mariana K. Leal; **Com quantos paus se faz uma canoa! A matemática na vida cotidiana e na experiência escolar indígena.** Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental, Departamento de Política Educacional, Assessoria de Educação Escolar Indígena. MEC-1994, 59p.

GERDES, Paulus; **Sobre o Despertar do Pensamento Geométrico.** 1.ed. Curitiba: UFPR, 1992, 105p.

GERDES, Paulus; **Vivendo a Matemática: Desenhos da África.** 1.ed. São Paulo: scipione ltda, 1990. 64p.

GERDES, Paulus; **Etnomatemática: Cultura, matemática, educação.** 1.ed. Moçambique: Instituto Superior Pedagógico, 1991. 116p.

LÓPEZ BELLO, Samuel Edmundo. A pesquisa em etnomatemática e a educação indígena. **Zetetiké**, Campinas, SP, v.4, n.6, p.97-106,jul/dez 1996.

RIOS, Oscar Pacheco. **Ethnogeometria para la Etnomatemática.** 2.ed. Santa Cruz de la Sierra, Bolívia: CEPDI, 2000. 94p.

SCANDIUZZI, Pedro Paulo. Apás kayabi e simetria. **Zetetiké**, Campinas, SP, v.4, n.6, p.107-122,jul/dez 1996a.

SCANDIUZZI, Pedro Paulo. Urupemas, simetria, mitologia e preservação cultural do povo Kayabi. **Anais do IV EPEM/SBEM.** São Paulo: Atual, 1996b, p301-305.

8. ANEXO

APÁ 1: A apă número 1, bastante conhecida dos artesãos brasileiros, é a mais simples de todas. Os desenhos são quadrados concêntricos que os Kayabi enxergam como losangos, e denominam i'yp que significa “o pacu do desenho”. Muitas vezes, também utilizam o termo i'yp para significar “o primeiro desenho das apăs”. O nome losango vem do formato do peixe pacu. Para designar a forma losango, eles usam o nome do peixe pacu que é diferente do nome que utilizam para designar a forma do quadrado. A figura 1 mostra a simetria geradora da apă número 1.

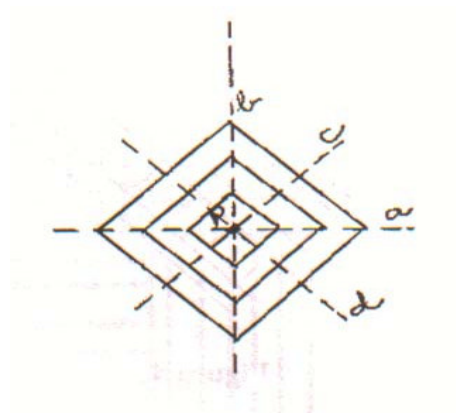


Figura 1

É fácil identificar os quatro eixos de reflexão (a, b, c e d), quando olhamos a apă como um todo. Os quadrados são concêntricos e mantem a mesma distância entre si. Podemos ver que a intersecção dos eixos a, b, c, e d ocorre no ponto P que pode ser visto também como um ponto de rotação – a forma padrão quadrada pode coincidir a cada rotação de 90° pelo ponto P. Veja figura 2.



Figura 2

APÁ 2: A apá número 2 tem o desenho *Yarukang* cuja tradução é “costela”. O desenho é formado por um conjunto de retas paralelas, uma sim outra não – onde não há traçado há segmentos perpendiculares paralelos entre si, como mostra a figura 3. O desenho padrão tem sempre a largura de medida **m** e uma simetria de translação de medida **2m**.

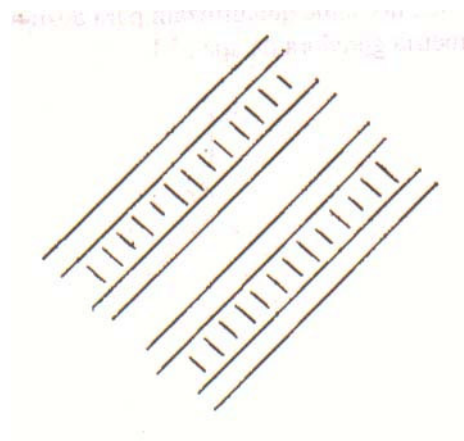


Figura 3

Olhando o padrão gerador da apá número 2, podemos ver uma fita (faixa) de segmentos de retas transladadas, como mostra a figura 4.

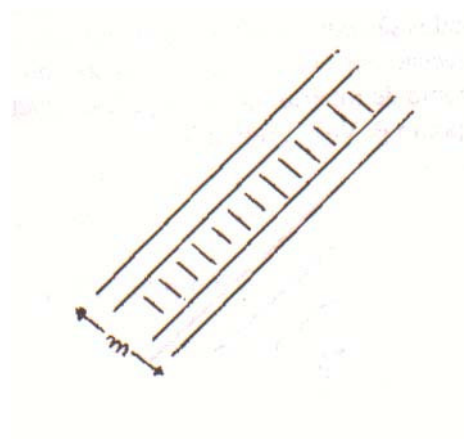


Figura 4

APÁ 3: A apă número 3 apresenta um mosaico de quadrados transladados à esquerda/direita/acima/abaixo. O quadrado padrão apresenta quatro quadrados *menores* formados por sete segmentos de retas paralelas que com a translação de *uma unidade* (tamanho do quadrado menor), seguida de uma rotação de 90° , esquerda/direita/acima/abaixo, resulta o desenho do mosaico. O ponto central pode ser visto também como ponto de rotação de 90° . A figura 5 mostra o padrão da apă número 3.

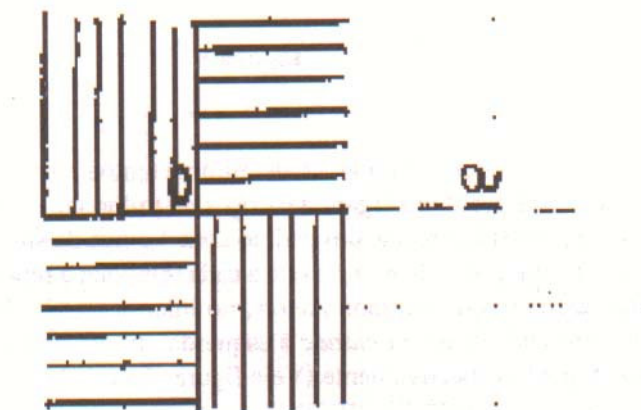
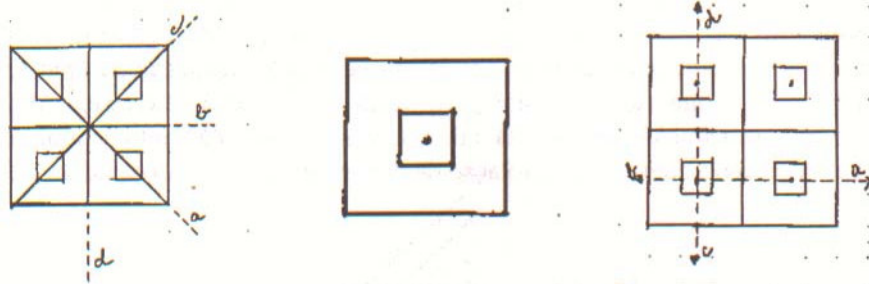
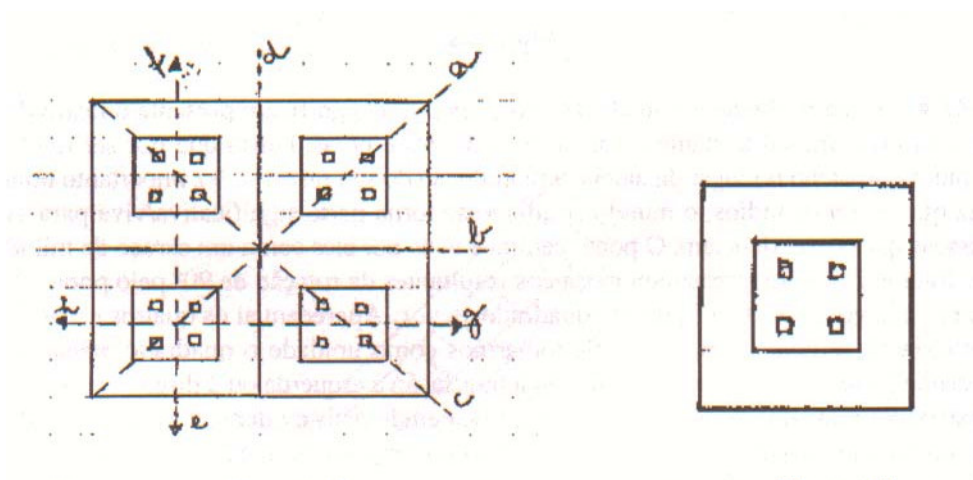


Figura 5

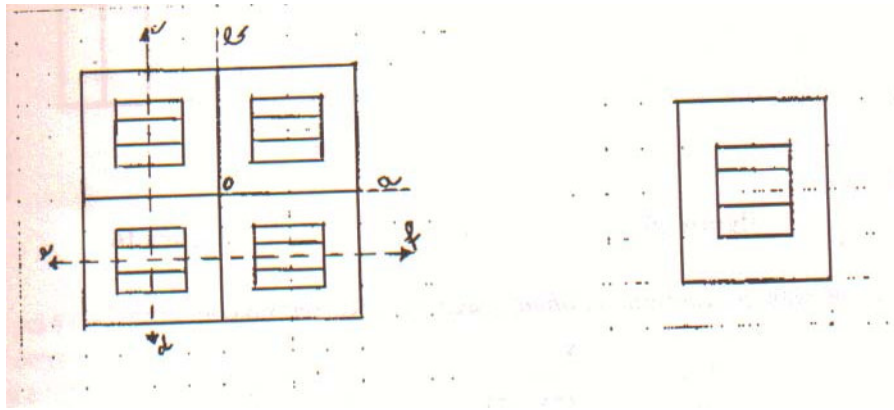
APÁ 4: A apă número 4 é denominada *Aioarayypop* que significa/representa o rastro de uma raposa, animal bastante presente na vida deste povo. Penso que por ser muito comum este bicho no lugar da aldeia, a reprodução do seu rastro se fez importante uma vez que, entre os índios, o mundo cotidiano se torna parte significativa/viva para as pessoas que o experimentam. O ponto central é visto por eles como um caroço de milho. As figuras 6, 7 e 8 representam mosaicos resultantes da rotação de 90° pelo ponto O, que a cada volta repete a figura do quadrado *menor*. Aparecem aí os quatros eixos de simetria de reflexão a, b, c e d. Se tomarmos como unidade o quadrado *menor*, o desenho pode ser visto também como uma translação à esquerda ou à direita, acima ou abaixo, por meio dos eixos a, b, c e d. Aqui fica ainda mais evidente a importância do milho na alimentação do povo indígena. Aliás, é importante lembrar que os Kayabi contam, entre eles, a história do surgimento desta semente como algo vital para a alimentação do povo e, em geral, conservam as sementes trazidas do próprio criador. Nesta aldeia há uma enorme variedade de sementes de milho, nas cores preta, branco, vermelho, amarelo e roxo.



APÁ 5: Aioisiäyj é o nome para os grãos de milho e também para a figura representada nesta apă, pois os Kayabi enxergam quatro caroços de milho em cada quadrado *menor* da apă 5. O desenho mosaico repete um padrão com 4 eixos de simetria de reflexão a, b, c e d. O ponto O é o ponto de rotação que a cada 90° volta a repetir o quadrado *menor*. Se olharmos a figura do quadrado *menor*, no interior da figura padrão, vemos uma simetria de translação de *uma unidade* à esquerda, direita, acima ou abaixo, por meio dos eixos e, f, g e h respectivamente (Veja figura 9 e 10).



APÁ 6: É um mosaico que tem uma simetria de rotação de 180° pelo ponto central O e as simetrias de translação, de *uma unidade*, de eixos c,d,e,ef vistos no quadrado *menor* (Veja figuras 11 e 12). Aturi não soube informar o nome desta apă.



APÁ 7: Aqui aparece a figura humana de braços levantados e pernas abertas (Veja figura 13).

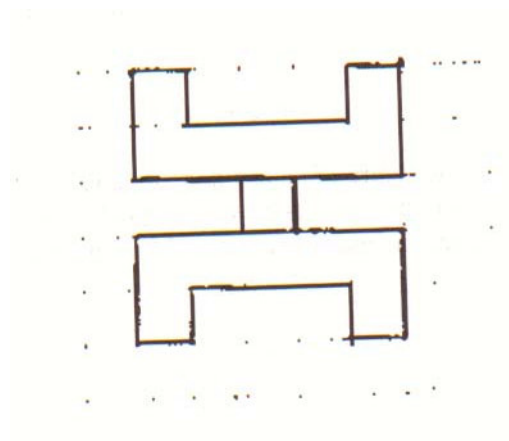


Figura 13

Segundo Aturi, ela apresenta olhos e as posições mostradas abaixo (figura 14 e 15).



O povo Kayabi a denomina *ta'angap*, significando ‘retrato com olhos’.

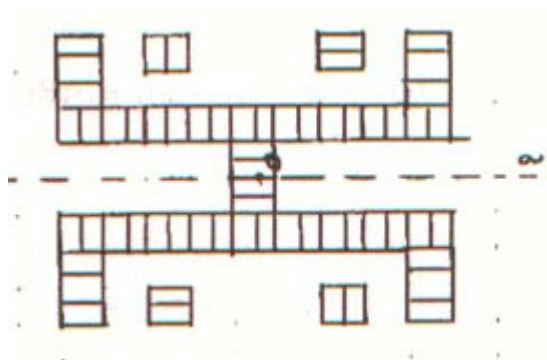


Figura 16

O padrão da APÁ 7 (veja figura 17) é resultado de uma simetria de rotação de 180° e as figuras do mosaico são translações de *uma unidade* padrão. Cada translação, tanto à direita como à esquerda, acima ou abaixo, sobre uma rotação de 90° .

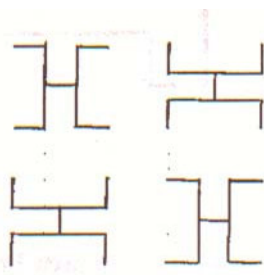


Figura 17

APÁ 8: Esta apá recebe o nome de *ta'angap*, que significa ‘retrato dos olhos’. A figura representa o pai rodeando os filhos (veja figura 18).



Figura 18

O pai representado por 3 figuras, duas representando dois olhos e a terceira o nariz. O corpo do pai é o desenho central. A mãe, segundo o cacique, não aparece, somente pai e filhos. A apá tem uma simetria de reflexão de eixo a ou uma rotação de 180° no ponto O .

Esta apă tem um único desenho e não caracteriza um mosaico. Trata-se, então, de um ornamento euclidiano que contém isometrias próprias do grupo poligonal.

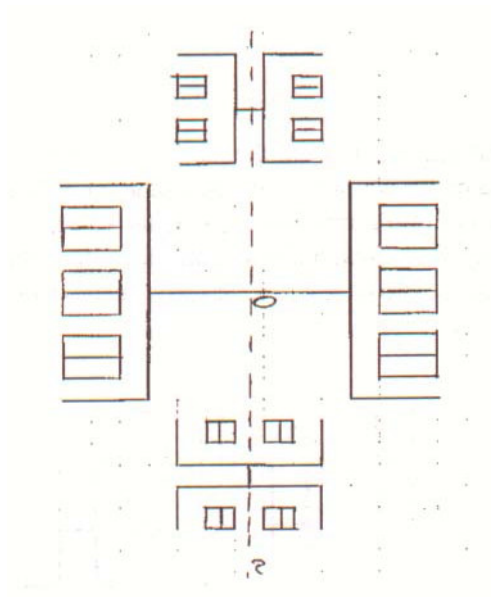


Figura 19

APÁ 9: Este mosaico tem o nome de *taanña*, também chamado *tá'anga ta'ut*. Trata-se de uma representação de figuras de pais rodeando filhos, pessoas do povo Kayabi (veja figura 19). Aqui vemos a mesma simetria da apă nº 10 e os desenhos apresentam decorações iguais às da nº 7, sem os olhos.

APÁ 10: A apă nº 10 (veja figura 20) é um mosaico denominado *ta'angap* que significa “retrato do povo Kayabi”.

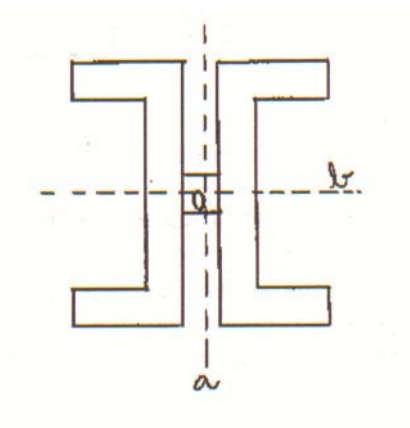


Figura 20

Aqui o desenho padrão, que para efeito de explicação tomo como unidade, passa de modo horizontal por uma translação de uma unidade. O mosaico como um todo tem duas fileiras paralelas bem próximas que podem ser vistas como uma translação de *meia unidade* e, então, uma reflexão e uma translação de *meia unidade*, seguidas de reflexão no sentido inverso, isto é, se é feito um movimento à esquerda, depois terá um à direita (veja figura 21).

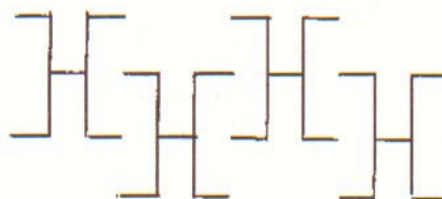


Figura 21

No sentido vertical o desenho-padrão sofre duas translações: de uma unidade para cima e de meia unidade à direita; em seguida, mais duas translações: de meia unidade para cima e de meia unidade para a esquerda. Este padrão/figura apresenta dois eixos de reflexão a e b ou também, como outra interpretação, uma rotação de 180° no ponto O (veja figura 22).

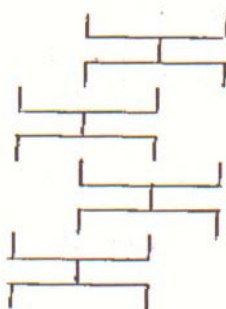


Figura 22

APÁ 11: A apá nº 11 é um mosaico (veja figura 23) que recebe o nome de *yogajurut*, também chamado *yigyru*, que em português significa “largada”. Na figura padrão podemos ver que de uma rotação no sentido horário de 90° a figura *menor* (figura 24) é movida como se fosse por uma rotação de 90° no sentido inverso. Após rotacionada, porém, percebemos que ela girou 180° , isto é, $90^\circ - (-90^\circ)$ (veja figura 25). Vemos que a figura do quadradinho menor C pode ser vista como uma reflexão pelo eixo a e uma translação à

direita de uma unidade, formando a figura D ou, também, como uma reflexão do quadrado menor C pelo eixo a e, então, uma reflexão pelo eixo b, obtendo D.

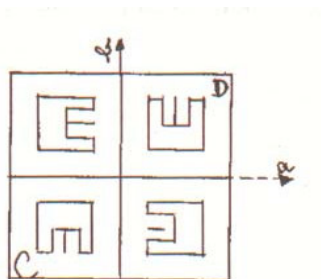


Figura 23

APÁ 12: O desenho desta apă representa o sapo cururu, uma figura muito importante para a cultura Kayabi. É uma apă que forma um mosaico com um padrão de simetria, uma rotação de 90° pelo ponto O, chamado kururuĩ (sapo kururu). O padrão é representado pela figura 24

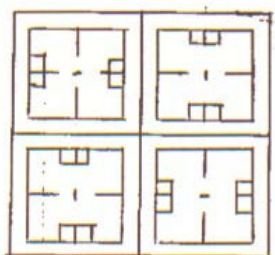


Figura 24

APÁ 13: Esta apă recebe o nome de *kuasypian'ĩ* cuja significação é 'igual rua de cidade'.

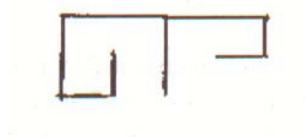
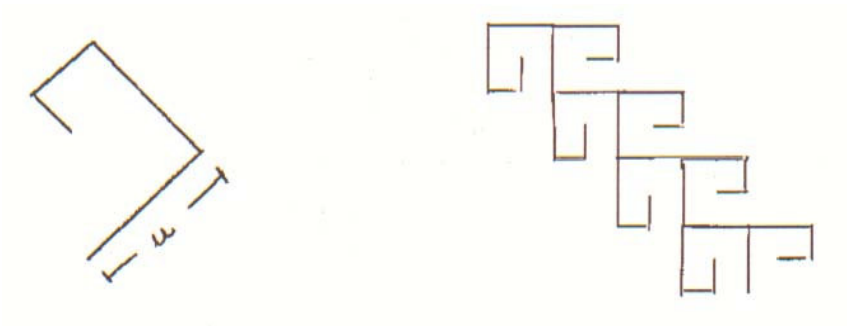


Figura 25

Se considerarmos o desenho padrão (veja figura 25) como unidade, então, a apă é o resultado de uma simetria de translação de uma unidade.

Se considerarmos como padrão as figuras 26 e 27, a apă é o resultado de uma simetria de reflexão e rotação de 90° no sentido anti-horário, seguida de uma simetria de reflexão e rotação de 90° sentido horário e assim sucessivamente.



APÁ 14: Esta apă recebe o nome de inimoetá. É um mosaico que repete o padrão da figura 28.

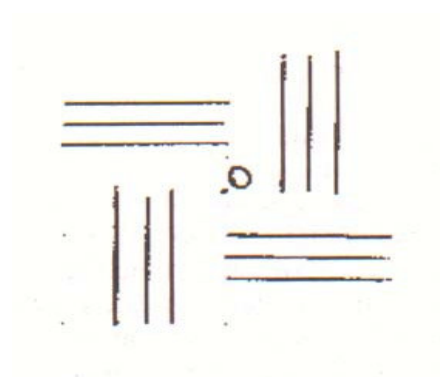


Figura 28

O padrão representa simetria de rotação pelo ponto O, giro de ângulo $2\pi/4$. podemos interpretá-lo também como os padrões das figuras 29 e 30, os quais seriam uma translação de u unidades seguida de uma rotação de 90° . Estudando/interpretando duas fileiras vizinhas teríamos, de uma para outra, o mesmo desenho desde que efetuada uma translação de u unidades.

