

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA MECÂNICA**

Lucas Weihmann

**MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE FORÇAS E TORQUES  
APLICADOS POR ROBÔS COM REDUNDÂNCIA  
CINEMÁTICA E DE ATUAÇÃO EM CONTATO COM O  
MEIO**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Daniel Martins, Dr. Eng.

Coorientador: Prof. Henrique Simas, Dr. Eng.

Florianópolis

2011

Catologação na fonte elaborada pela biblioteca da  
Universidade Federal de Santa Catarina

Lucas Weihmann

**MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE FORÇAS E TORQUES  
APLICADOS POR ROBÔS COM REDUNDÂNCIA  
CINEMÁTICA E DE ATUAÇÃO EM CONTATO COM O  
MEIO**

Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de “Doutor em Engenharia Mecânica”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Florianópolis, 12 de agosto de 2011.

---

Prof. Dr. Júlio César Passos  
Coordenador do Curso

---

Prof. Dr. Júlio Henrique Simas  
Coorientador

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Dr. Daniel Martins  
Presidente

---

Prof. Dr. Altamir Dias



---

Prof. Dr. Edson Roberto de Pieri

---

Prof. Dr. Aníbal Alexandre Campos Bonilla

---

Prof. Dr. Tarcisio Antônio Hess Coelho



Desculpem-me se fui longo, não  
tive tempo de ser breve  
(Padre Antônio Vieira)





## AGRADECIMENTOS

À minha esposa Leticia Klas pelo carinho, amor, apoio e compreensão durante todo o período de desenvolvimento deste trabalho. Toda minha gratidão.

Aos meus orientadores Daniel Martins e Henrique Simas pelo conhecimento transmitido, pelo respeito, pela amizade e, principalmente, pela confiança depositada em meu trabalho.

Aos meus pais Manfredo e Grete Weihmann, aos meus irmãos Marcos e Tatiana, ao meu sobrinho Dudu e a minha tante Gerda pela torcida, pela alegria compartilhada nos bons momentos e pela união nos momentos difíceis.

Ao Prof. Raul Guenther (in Memoriam) por ter me incentivado nos primeiros passos da Robótica, pelo exemplo de caráter e integridade. Um exemplo para todos que tiveram o prazer de conhecê-lo.

Ao amigo Leandro dos Santos Coelho, pelo incentivo e pela contribuição técnica valiosa no desenvolvimento da tese.

Aos pais adotivos em Florianópolis, Juan e Susana, e aos grandes amigos do punhobol. Só o fato de poder desfrutar da amizade e da companhia de vocês tornou as desgastantes e incontáveis viagens para a ilha em um grande prazer.

À direção do grupo Produtrônica da PUCPR, pelo apoio e pela flexibilização dos horários permitida. Foram fundamentais em um momento crítico do trabalho.

Ao meu amigo Marcelo Gitirana, pela amizade de longos anos e pelas poucas e sábias palavras.

Ao Julio Gollin, pela companhia desde o mestrado, pelas dificuldades compartilhadas e pela certeza eu no fim tudo dá certo.

Ao Silvio e Regina Klas, que nos acolheram em Curitiba, pela alegria, carinho e pelos vários almoços de domingo.



## RESUMO

O aumento da complexidade das tarefas de robôs industriais e a expansão da utilização de robôs de serviço requerem o aprofundamento de estudos sobre a interação de robôs com o meio. Esta interação pode ser estática, quando não existe movimento relativo do robô com o meio, ou dinâmica, quando existe movimento relativo do robô em relação ao meio, mas o contato é mantido durante esta movimentação. Quando a movimentação é lenta, é possível considerar a interação como quase-estática, pois os efeitos dinâmicos podem ser desprezados. Na execução de determinadas tarefas, os robôs industriais e os robôs de serviço podem ser levados ao limite de sua capacidade de força-momento. Se a capacidade de força-momento do robô é excedida, danos materiais e ferimentos em pessoas podem ocorrer durante a execução de uma tarefa. A capacidade de força-momento de um robô depende dos torques em seus atuadores, de sua configuração, da posição e orientação de seu efetuador e das ações presentes no contato com o meio. O objetivo principal deste trabalho é o desenvolvimento de uma metodologia para determinação da capacidade de força-momento de robôs em condições estáticas ou quase-estáticas. Esta metodologia é estendida para a otimização da capacidade de força-momento ao longo de uma trajetória. Em comparação com as abordagens existentes na literatura, a metodologia proposta diferencia-se por abranger robôs com redundância cinemática e de atuação. Além disso, o ponto de contato com o meio, a orientação do efetuador e o modo de trabalho (*working mode*) do robô não necessitam ser constantes ao longo do processo de otimização. Devido à redundância cinemática e às variáveis geométricas presentes, a função objetivo do problema de otimização de capacidade de força-momento é descrita por equações não-lineares e não-convexas, apresentando mínimos locais. Para resolver este problema de otimização global, é utilizado um algoritmo evolutivo chamado Evolução Diferencial. A modelagem das equações

estáticas é realizada através da utilização da teoria dos helicoides e do método de Davies. A metodologia proposta é validada na determinação da capacidade de força-momento de um robô paralelo e de um robô serial de sete graus de liberdade chamado Roboturb. A otimização da força ao longo de uma trajetória é realizada para um manipulador serial planar. Os principais fatores que influenciam a capacidade de força-momento dos robôs manipuladores são discutidos.

Palavras-chave: Robôs manipuladores. Contato com o meio. Capacidade de força-momento. Otimização de força ao longo de uma trajetória. Redundância cinemática. Redundância de atuação. Helicoides. Método de Davies. Otimização Global. Evolução Diferencial. Roboturb. Robôs paralelos.

## ABSTRACT

The increasing complexity of task performed by industrial robots and the widespread use of service robots demands deeper knowledge of robot interaction with the environment. This interaction can be static, when there is no relative movement between robot and environment or dynamic when exist relative movement but the contact is maintained during this movement. When this relative movement is performed in slow velocity, the interaction is considered quasi-static and the dynamics effects can be neglected. In certain tasks, industrial and service robots can be demanded to their wrench capabilities limits. If robots wrench capabilities are exceeded when executing a task, material damages and personal injuries can occur. Wrench capabilities depends on robot configuration, position, orientation, actuators limits and on wrenches at interaction. The development of new methodology to evaluate the wrench capabilities of robots in static or quasi-static conditions is the main purpose of this thesis. This methodology is also extended to the optimization of wrench capability along a path. Different from previous approach, the proposed methodology deals with kinematic and actuation redundant robots. Add to that, the contact point with the environment, the robots working mode and orientation must not remain constant during optimization process. Due to kinematic redundancy and geometric variable parameters, the wrench capability optimization objective function is described by non-linear and non-convex equations with local minima. To solve this global optimization problem, an evolutionary algorithm called Differential Evolution is used. Static modeling uses as background Screw Theory and Kirchhoff-Davies cutset method. The efficiency and feasibility of the proposed methodology is demonstrated on an optimization problem, where the wrench capabilities of a planar parallel manipulator and a seven degree of freedom serial robot called Roboturb are evaluated. Wrench capabilities along a path for a planar serial

manipulator are also evaluated. The main factors that affect wrench capabilities are discussed.

Key-words: Robot manipulator. Environment contact. Wrench capabilities. Wrench capabilities optimization along a path. Kinematic redundancy. Actuation redundancy. Screw theory. Davies method. Global optimization. Differential Evolution. Roboturb. Parallel Robots.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Estrutura cinemática e grafo correspondente de um robô serial plano .....	44
Figura 2.2: Estrutura cinemática e grafo correspondente de um robô paralelo plano .....	46
Figura 2.3: Representação por grafos da junta rotativa na cinemática e na estática.....	48
Figura 2.4: Representação por grafos da junta esférica na cinemática e na estática.....	48
Figura 2.5: Cadeia cinemática aberta e fechada .....	49
Figura 2.6: Espaço nulo de robôs cinematicamente redundantes	55
Figura 2.7: Mecanismo plano de mobilidade $M=5$ .....	58
Figura 2.8: Robôs seriais em tarefa de compartilhamento de carga .....	61
Figura 3.1: Componentes do heligiro .....	65
Figura 3.2: Componentes da heliforça.....	69
Figura 3.3: Manipulador serial com três juntas rotativas e uma prismática .....	84
Figura 3.4: Grafo do manipulador serial $PRRR$ .....	85
Figura 3.5: Representação esquemática do manipulador paralelo 3- $RRR$ .....	90
Figura 3.6: Grafo das ações do manipulador paralelo 3- $RRR$ .....	91
Figura 4.1: Modos de trabalho do manipulador planar $RR$ .....	97
Figura 4.2: Modos de trabalho do manipulador planar $PRRR$ ..	97
Figura 4.3: Representação esquemática do manipulador planar $RR$ .....	99
Figura 4.4: Configuração do manipulador planar $RR$ com $\theta_A$ e $\theta_B$ igual a 0 rad.....	101
Figura 4.5: Configuração do manipulador planar $RR$ com $\theta_A=0$ rad e $\theta_B=\pi/4$ rad .....	102
Figura 4.6: Manipulador planar $RR$ na posição $\theta_A=0$ rad com $F_x \neq 0$ N .....	103

Figura 4.7: Representação esquemática do <i>manipulador</i> planar <i>RRRR</i> .....	105
Figura 4.8: Manipulador planar <i>RRRR</i> , reduzido a um <i>RRR</i> equivalente.....	106
Figura 4.9: Posições do manipulador <i>RRR</i> , com $\theta_A$ no intervalo $0^\circ$ e $90^\circ$ e cotovelo para cima.....	109
Figura 4.10: Força $F_x$ máxima possível de ser aplicada pelo manipulador <i>RRR</i> , na configuração cotovelo para cima e com $\theta_A$ no intervalo $0^\circ$ a $90^\circ$ .....	110
Figura 4.11: Torques em cada uma das juntas do manipulador <i>RRR</i> na configuração cotovelo para cima ao atingir a força máxima.....	111
Figura 4.12: Torques em cada uma das juntas do manipulador <i>RRR</i> na configuração cotovelo para cima ao atingir a força máxima, com torques máximos iguais.....	112
Figura 4.13: Força $F_x$ máxima possível de ser aplicada pelo manipulador <i>RRR</i> , com torques máximos reduzidos.....	113
Figura 4.14: Torques em cada uma das juntas do manipulador <i>RRR</i> na configuração cotovelo para cima, com torques máximos reduzidos.....	114
Figura 4.15: Posições do manipulador <i>RRR</i> , com $\theta_A$ no intervalo $0^\circ$ e $90^\circ$ e cotovelo para baixo.....	116
Figura 4.16: Força $F_x$ máxima possível de ser aplicada pelo manipulador <i>RRR</i> , na configuração cotovelo para baixo e com $\theta_A$ no intervalo $0^\circ$ e $90^\circ$ .....	117
Figura 4.17: Espaço de trabalho de força do manipulador <i>RR</i> (PAPADOPOPULOS; GONTHIER, 1995).....	123
Figura 4.18: Comparação do espaço de trabalho de força dos manipuladores <i>RR</i> e <i>RRR</i> (PAPADOPOPULOS; GONTHIER, 1995).....	124
Figura 4.19: Capacidade de força do manipulador 3- <i>RRR</i> em todas as direções com $M_z=0$ utilizando a metodologia explícita(NOKLEBY et al., 2005).....	128
Figura 5.1: Representação esquemática do manipulador planar <i>RRRR</i> , reduzido a um <i>RRR</i> equivalente.....	135



Figura 5.2: Mecanismo de busca diferencial da ED.....	141
Figura 5.3: Mecanismo de geração do vetor teste na ED .....	142
Figura 6.1: Erro de posição para manipuladores seriais planos	156
Figura 6.2: Erro geométrico para manipuladores seriais planos .....	157
Figura 6.3: Diagrama da metodologia de otimização proposta	167
Figura 7.1: Geometria do manipulador 3-RRR.....	173
Figura 7.2: Modos de trabalho do manipulador 3-RRR.....	175
Figura 7.3: Evolução do <i>fitness</i> na otimização do modo de trabalho do manipulador 3-RRR.....	182
Figura 7.4: Ângulo $\theta_F$ de aplicação de força do manipulador 3-RRR.....	184
Figura 7.5: Capacidade de força em diferentes direções do manipulador 3-RRR .....	186
Figura 7.6: Evolução do <i>fitness</i> na otimização de força do manipulador 3-RRR .....	191
Figura 7.7: Geometria do manipulador 3-RPRR .....	192
Figura 7.8: Grafo das ações do manipulador paralelo 3-RPRR.	193
Figura 7.9: Manipulador Roboturb .....	207
Figura 7.10: Geometria do manipulador Roboturb .....	210
Figura 7.11: Geometria do manipulador PRRR (Roboturb plano) .....	211
Figura 7.12: Orientação $\theta_P$ do manipulador PRRR (Roboturb plano).....	212
Figura 7.13: Composição da força $F_{dir}$ a partir de $F_x$ e $F_y$ no manipulador PRRR .....	220
Figura 7.14: Duas posições do manipulador PRRR, em modos de trabalho distintos, onde a maior capacidade de força com $Y_{pdes}$ livre foi obtida.....	228
Figura 7.15: Evolução do valor médio do <i>fitness</i> em 10 testes com $G=1500$ na otimização de força do manipulador PRRR.....	232
Figura 7.16: Evolução do valor médio do <i>fitness</i> em 10 testes com $G=300$ na otimização de força do manipulador PRRR.....	233
Figura 7.17: Grafo do Roboturb espacial.....	235

Figura 7.18: Melhor configuração do Roboturb espacial na determinação da capacidade de força.....	242
Figura 7.19: Visão tridimensional do Roboturb espacial na melhor configuração obtida para determinação da capacidade de força.....	242
Figura 7.20: Capacidade de força do manipulador <i>PRRR</i> (Roboturb plano) ao longo de uma trajetória nos dois modos de trabalho.....	245
Figura 7.21: Coordenadas das juntas do manipulador <i>PRRR</i> (Roboturb plano) ao longo de uma trajetória na configuração cotovelo para cima .....	246
Figura 7.22: Coordenadas das juntas do manipulador <i>PRRR</i> (Roboturb plano) ao longo de uma trajetória na configuração cotovelo para baixo .....	246
Figura 7.23: Torques e forças nos atuadores do manipulador <i>PRRR</i> (Roboturb plano) ao longo de uma trajetória na configuração cotovelo para cima .....	248
Figura 7.24: Torques e forças nos atuadores do manipulador <i>PRRR</i> (Roboturb plano) ao longo de uma trajetória na configuração cotovelo para baixo .....	249
Figura A.1: Cadeia virtual <i>PPR</i> .....	280
Figura A.2: Manipulador paralelo com cadeia virtual <i>PPR</i> .....	281
Figura A.3: Manipulador serial com cadeia virtual <i>PPR</i> .....	282
Figura B.1: Sistema de coordenadas e vetores $p$ do manipulador serial <i>RRR</i> .....	289
Figura B.2: Vetores $S_0$ do manipulador <i>RRR</i> e da cadeia virtual <i>PPR</i> .....	290
Figura B.3: Grafo do manipulador serial <i>RRR</i> com cadeia virtual <i>PPR</i> .....	291
Figura B.4: Manipulador paralelo 3- <i>RRR</i> com cadeia virtual <i>PPR</i> .....	295
Figura B.5: Grafo do manipulador paralelo 3- <i>RRR</i> com cadeia virtual <i>PPR</i> .....	296

Figura C.1: Diagrama do corpo livre: forças e momento atuantes no elo $i$ .....	302
Figura C.2: Forças e momento no efetuador do manipulador paralelo 3-RRR.....	303
Figura C.3: Elipsoide de força.....	307
Figura D.1: Representação esquemática do manipulador serial com três juntas rotativas.....	309
Figura D.2: Ações atuantes no manipulador RRR.....	310
Figura D.3: Ações atuantes no elo 3 do manipulador RRR.....	311
Figura D.4: Grafo das ações do manipulador RRR.....	315
Figura D.5: Inclusão da força gravitacional no grafo das ações.	322
Figura E.1: Elipsoide de rigidez .....	330



## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1: Torques nas juntas do manipulador <i>RRR</i> em cada posição $\theta_A$ quando $F_x$ é máxima.....	111
Tabela 4.2: Índices de desempenho de capacidade de força propostos.....	122
Tabela 4.3: Combinações de forças e momentos testadas para o manipulador 3- <i>RRR</i> , utilizando a metodologia explícita .....	127
Tabela 5.1: Variantes clássicas da ED .....	144
Tabela 6.1: Comparativo entre as abordagens existentes para otimização da capacidade de força-momento de manipuladores .....	149
Tabela 7.1: Estudos de caso do manipulador 3- <i>RRR</i> e de suas variantes .....	172
Tabela 7.2: Características do manipulador 3- <i>RRR</i> .....	174
Tabela 7.3: Valores das variáveis de decisão do manipulador 3- <i>RRR</i> no melhor <i>fitness</i> .....	180
Tabela 7.4: Valores da força $F_x$ do manipulador 3- <i>RRR</i> para os diferentes modos de trabalho .....	181
Tabela 7.5: Valores das variáveis de decisão do manipulador 3- <i>RRR</i> no melhor <i>fitness</i> .....	190
Tabela 7.6: Valores das variáveis de decisão do manipulador 3- <i>RPRR</i> com redundância cinemática no melhor <i>fitness</i> .....	197
Tabela 7.7: Valores das variáveis de decisão do manipulador 3- <i>RPRR</i> com redundância cinemática e de atuação no melhor <i>fitness</i> .....	200
Tabela 7.8: Valores das variáveis de decisão do manipulador 3- <i>RRR</i> com orientação variável no melhor <i>fitness</i> .....	202
Tabela 7.9: Valores das variáveis de decisão do manipulador 3- <i>RRR</i> com ponto de contato variável no melhor <i>fitness</i> .....	204
Tabela 7.10: Valores de $F_{dir}$ obtidos para o manipulador 3- <i>RRR</i> e suas variantes em diferentes condições de teste .....	205
Tabela 7.11: Estudos de caso do Roboturb.....	209

Tabela 7.12: Valores das variáveis de decisão do manipulador <i>PRRR</i> (Roboturb plano) no melhor <i>fitness</i> .....	218
Tabela 7.13: Valores de $F_x$ do Roboturb plano para diferentes posições da junta prismática.....	219
Tabela 7.14: Valores das variáveis de decisão do manipulador <i>PRRR</i> (Roboturb plano) no melhor <i>fitness</i> com $\theta_{pdes}=\pi/4$ rad ....	222
Tabela 7.15: Valores de $F_{dir}$ do manipulador <i>PRRR</i> (Roboturb plano) obtidos em diferentes condições de contato com $\theta_{pdes}=0$ rad .....	225
Tabela 7.16: Valores de $F_{dir}$ obtidos do manipulador <i>PRRR</i> (Roboturb plano) em diferentes condições de contato com $\theta_{pdes}=\pi/4$ rad.....	225
Tabela 7.17: Valores das variáveis de decisão do manipulador <i>PRRR</i> (Roboturb plano) no melhor <i>fitness</i> com $Y_{pdes}$ livre .....	229
Tabela 7.18: Valores das variáveis de decisão do Roboturb espacial no melhor <i>fitness</i> .....	241
Tabela 7.19: Velocidade das juntas do manipulador <i>PRRR</i> (Roboturb plano).....	244
Tabela 7.20: Valores testados de $F_s$ .....	251
Tabela 7.21: Valores testados de $CR$ .....	251
Tabela 7.22: Estratégias testadas .....	251
Tabela 7.23: Resultados obtidos com diferentes combinações de parâmetros na determinação da capacidade de força do manipulador 3- <i>RRR</i> .....	252
Tabela 7.24: Resultados das quatro melhores combinações de parâmetros na determinação da capacidade de força do manipulador 3- <i>RRR</i> .....	255

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

IFR	Federação Internacional de Robótica
EF	Efetuator final
ED	Evolução Diferencial
MAV	<i>Maximum Available Value</i>
MIV	<i>Maximum Isotropic Value</i>





## LISTA DE SÍMBOLOS

$M_i$	circuito de um grafo
$f_i$	grau de liberdade de uma junta
$M$	mobilidade de uma cadeia cinemática
$j$	número total de juntas de uma cadeia cinemática
$p$	número de eq. independentes na análise estática
$\lambda$	ordem mínima do sistema
$F_g$	grau bruto de liberdade de uma cadeia cinemática
$c_i$	grau de restrição de uma junta
$C$	grau bruto de restrição de uma cadeia cinemática
$n$	número total de elos
$v$	número de circuitos de um mecanismo
$R_c$	redundância cinemática da cadeia
$d$	dimensão do espaço da tarefa
$R$	redundância cinemática
$\dot{\theta}$	velocidade das juntas de um manipulador
$\dot{x}$	velocidade cartesiana de um manipulador
$K_{i,j}$	grau de controle entre dois elos
$C_{i,j}$	conectividade entre dois elos
$R_{i,j}$	redundância entre dois elos
$j_a$	número de juntas atuadas
$R_a$	redundância de atuação
$\tau_d$	translação no sentido do eixo de rotação
$\omega$	vetor velocidade angular do heligiro
$\$^M$	heligiro
$h$	passo do heligiro ou da heliforça
$V_p$	vetor velocidade linear do heligiro
$S_o$	vetor posição do heligiro
$S^M$	vetor normalizado na direção do eixo do heligiro
$O\text{-}xyz$	origem do sistema de coordenadas
$\hat{\$}^M$	heligiro normalizado
$\varphi$	magnitude do heligiro
$\$^A$	heliforça

$R$	vetor de força da heliforça
$T_p$	vetor de momento da heliforça
$\vec{T}$	binário atuante na heliforça
$S_o$	vetor posição da heliforça
$S^A$	eixo de atuação da heliforça
$\hat{\$}^A$	heliforça normalizada
$\psi$	magnitude da heliforça
$F_x$	força na direção $x$ do sistema de coordenadas
$F_y$	força na direção $y$ do sistema de coordenadas
$F_z$	força na direção $z$ do sistema de coordenadas
$M_x$	momento em torno do eixo $x$
$M_y$	momento em torno do eixo $y$
$M_z$	momento em torno do eixo $z$
$J$	Jacobiano ou matriz jacobiana de um manipulador
$\theta$	posição das juntas de um manipulador
$x$	posição cartesiana de um manipulador
$J_x$	Jacobiano parcial de um manipulador paralelo
$J_\theta$	Jacobiano parcial de um manipulador paralelo
$j_a$	juntas ativas de um manipulador
$j_p$	juntas passivas de um manipulador
$\tau$	vetor de forças e momentos nos atuadores
$F$	vetor de forças e momentos de contato com o meio
$A_D$	matriz das ações do corte
$\hat{A}_D$	matriz das ações unitárias do corte
$k$	número de cortes fundamentais em um grafo
$C_n$	grau líquido de restrição de um mecanismo
$A_N$	matriz de ações de rede
$\hat{A}_N$	matriz de ações unitárias de rede
$\hat{A}_{Np}$	matriz de ações de rede primária
$\hat{A}_{Ns}$	matriz de ações de rede secundária
$\psi_p$	magnitude das ações primárias
$\psi_s$	magnitude das ações secundárias
$\delta_p$	deslocamentos diferenciais
$\delta_s$	rotações diferenciais
$\delta W$	trabalho virtual

$\delta_\theta$	deslocamentos e rotações virtuais das juntas de um manipulador
$\delta_x$	deslocamentos e rotações virtuais do efetuador de um manipulador
$P$	ponto de contato entre o manipulador e o meio
$\tau_{m\acute{a}x}$	limite de torque das juntas rotativas
$F_{app}$	força máxima considerando todas direções possíveis
$F_{iso}$	força máxima possível em todas direções possíveis
$F_{dir}$	força máxima em uma direção definida
$F_{para}$	força perpendicular à $F_{dir}$
$F_{Traj}$	capacidade de força ao longo de uma trajetória
$\theta_{m\acute{a}x}$	limite máximo de deslocamento das juntas rotativas de um manipulador
$\theta_{min}$	limite mínimo de deslocamento das juntas rotativas de um manipulador
$\eta$	número de variáveis de decisão na ED
$N$	tamanho da população da ED
$F_s$	fator de escala da ED
$CR$	fator de recombinação da ED
$x_{t,i}$	indivíduo da geração $t$ na ED
$t$	índice da geração na ED
$X_t$	população da geração $t$ na ED
$u_{t,i}$	vetor mutante na ED
$x_{t,r1}$	vetor base na ED
$v_{t,i}$	vetor teste na ED
$G$	número de gerações da ED
$\alpha$	método de escolha do vetor base na ED
$\beta$	número de diferenças do vetor base na ED
$\delta$	mecanismo de recombinação na ED
$x_{t,best}$	melhor indivíduo da geração $t$ na ED
$P$	pesos das parcelas na função objetivo
$T$	matriz de transformação homogênea genérica
$T_{des}$	matriz de transformação homogênea desejada
$T_e$	matriz de transformação homogênea do erro

$R_e$	matriz de rotação do erro de orientação
$\theta_e$	ângulos do erro de orientação
$e_{or}$	escalar que define o erro de orientação
$P_e$	coordenadas do erro de orientação
$e_{pos}$	escalar que define o erro de posição
$e_g$	erro geométrico
$f_p$	parcela principal da função objetivo
$f_{geo}$	parcela geométrica da função objetivo
$f_{for}$	parcela de força da função objetivo
$f_{atua}$	parcela de atuação da função objetivo
$f_{obj}$	função objetivo
$\theta_p$	Orientação da plataforma móvel
$l_i$	Comprimento do elo de um manipulador
$X_i$	Coordenada $x$ de um ponto do manipulador
$Y_i$	Coordenada $y$ de um ponto do manipulador
$L$	deslocamentos das juntas prismáticas do manipulador
$\theta_f$	Ângulos de aplicação de força
$C_{conf}$	Variável que define a configuração do manipulador

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>33</b>
1.1	LOCALIZAÇÃO E DEFINIÇÃO DO PROBLEMA.....	33
1.2	MOTIVAÇÃO.....	36
1.3	OBJETIVOS.....	37
1.4	JUSTIFICATIVA.....	38
1.5	ORGANIZAÇÃO DA TESE.....	40
<b>2</b>	<b>REDUNDÂNCIA EM ROBÓTICA.....</b>	<b>43</b>
2.1	TEORIA DE GRAFOS APLICADA A MECANISMOS.....	43
2.2	MOBILIDADE.....	49
2.3	REDUNDÂNCIA CINEMÁTICA.....	53
2.3.1	Redundância Cinemática de Robôs Seriais.....	56
2.3.2	Redundância Cinemática de Robôs Paralelos.....	56
2.4	REDUNDÂNCIA DE ATUAÇÃO.....	59
<b>3</b>	<b>ANÁLISE CINEMÁTICA E ESTÁTICA DE ROBÔS.....</b>	<b>63</b>
3.1	REVISÃO SOBRE TEORIA DE HELICOIDES.....	64
3.1.1	Helicoides na Cinemática: o Heligiro.....	64
3.1.2	Helicoides na Estática: a Heliforça.....	68
3.2	MÉTODO DE DAVIES: TERMINOLOGIA E PRINCÍPIOS FUNDAMENTAIS.....	71
3.3	CINEMÁTICA DIFERENCIAL DE ROBÔS SERIAIS E PARALELOS.....	73
3.4	ANÁLISE ESTÁTICA DE ROBÔS.....	75
3.4.1	Estática de Robôs: Método de Davies.....	76
3.5	PRINCÍPIO DO TRABALHO VIRTUAL E DA ORTOGONALIDADE.....	79
3.6	ANÁLISE COMPARATIVA DO MÉTODO DE DAVIES.....	82
3.7	EXEMPLOS DE CÁLCULO DA ESTÁTICA DE MANIPULADORES.....	83
3.7.1	Robô serial <i>PRRR</i> : análise estática pelo método de Davies.....	84
3.7.2	Robô Paralelo <i>3-RRR</i> : análise estática pelo método de Davies...	89
<b>4</b>	<b>CAPACIDADE DE FORÇA-MOMENTO DE MANIPULADORES.....</b>	<b>95</b>
4.1	MODOS DE TRABALHO DE UM MANIPULADOR.....	96
4.2	FATORES DE INFLUÊNCIA.....	98

4.2.1	Manipulador planar $RR$ .....	99
4.2.2	Manipulador planar $RRRR$ .....	105
4.3	ÍNDICES DE DESEMPENHO .....	118
4.4	ABORDAGENS EXISTENTES .....	122
4.5	OUTROS FATORES DE INFLUÊNCIA .....	129
<b>5</b>	<b>OTIMIZAÇÃO GLOBAL: ALGORITMO DA EVOLUÇÃO DIFERENCIAL .....</b>	<b>133</b>
5.1	NECESSIDADE DE UM ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO GLOBAL .....	134
5.2	JUSTIFICATIVA PARA A ESCOLHA DA TÉCNICA DE EVOLUÇÃO DIFERENCIAL .....	138
5.3	EVOLUÇÃO DIFERENCIAL: FUNDAMENTOS .....	140
5.4	VARIANTES CLÁSSICAS DA EVOLUÇÃO DIFERENCIAL .....	143
5.5	INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS DE CONTROLE .....	144
5.6	TRATAMENTO DE RESTRIÇÕES .....	146
5.7	CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE A ED .....	147
<b>6</b>	<b>METODOLOGIA PARA DETERMINAÇÃO DA CAPACIDADE DE FORÇA-MOMENTO DE MANIPULADORES .....</b>	<b>149</b>
6.1	METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO PROPOSTA .....	150
6.2	EXTENSÃO DA METODOLOGIA PARA OTIMIZAÇÃO DE FORÇA AO LONGO DE UMA TRAJETÓRIA .....	168
<b>7</b>	<b>ESTUDOS DE CASOS .....</b>	<b>171</b>
7.1	ROBÔ PARALELO 3-RRR .....	171
7.1.1	Geometria do manipulador 3-RRR em estudo .....	173
7.1.2	Determinação da capacidade de força do manipulador 3-RRR considerando diferentes modos de trabalho .....	174
7.1.3	Determinação da capacidade de força do manipulador 3-RRR em distintas direções .....	183
7.1.4	Determinação da capacidade de força do manipulador 3-RRR com redundância de atuação em uma direção qualquer .....	187
7.1.5	Determinação da capacidade de força do manipulador do 3-RPRR com redundância cinemática .....	191
7.1.6	Determinação da capacidade de força do manipulador 3-RPRR com redundância cinemática e de atuação .....	197
7.1.7	Determinação da capacidade de força do manipulador 3-RRR com uma orientação qualquer .....	200

7.1.8	Determinação da capacidade de força do manipulador 3-RRR em uma posição cartesiana qualquer.....	203
7.1.9	Análise dos Resultados do manipulador 3-RRR.....	204
7.2	ROBOTURB PLANO (PRRR) E ROBOTURB ESPACIAL .....	207
7.2.1	Características geométricas do Roboturb .....	210
7.2.2	Determinação da capacidade de força do manipulador PRRR (Roboturb plano) na direção $x$ .....	212
7.2.3	Determinação da capacidade de força do manipulador PRRR (Roboturb plano) em uma direção determinada .....	219
7.2.4	Determinação da capacidade de força do manipulador PRRR (Roboturb plano) em uma direção determinada com as demais ações livres.....	223
7.2.5	Determinação da capacidade de força do manipulador PRRR (Roboturb plano) na direção $x$ com $Y_P$ livre.....	226
7.2.6	Determinação da capacidade de força do manipulador PRRR (Roboturb plano) na direção $x$ , a partir da cinemática inversa de posição.....	229
7.2.7	Determinação da capacidade de força do Roboturb espacial ....	233
7.2.8	Análise dos resultados do Roboturb .....	243
7.3	CAPACIDADE DE FORÇA AO LONGO DE UMA TRAJETÓRIA PARA O MANIPULADOR PRRR (ROBOTURB PLANO).....	243
7.4	TESTES DE SIMULAÇÃO .....	250
<b>8</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>257</b>
8.1	CONCLUSÕES SOBRE O MANIPULADOR 3-RRR.....	259
8.2	CONCLUSÕES SOBRE O ROBOTURB .....	261
8.3	CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO DE TESE.....	262
8.4	ARTIGOS RELACIONADOS.....	263
8.5	TRABALHOS FUTUROS.....	264
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>265</b>
	<b>APÊNDICE A – CINEMÁTICA DIFERENCIAL: ROBÔS SERIAIS E PARALELOS.....</b>	<b>277</b>
A.1	CINEMÁTICA DIFERENCIAL DE ROBÔS SERIAIS E PARALELOS : MÉTODO DE DAVIES.....	277
A.2	CINEMÁTICA DIFERENCIAL : EMPREGO DE CADEIAS VIRTUAIS .....	279
A.3	CINEMÁTICA DIFERENCIAL DE ROBÔS CINEMATICAMENTE REDUNDANTES .....	283

A.4 CINEMÁTICA INVERSA ATRAVÉS DA PSEUDOINVERSA .....	285
<b>APÊNDICE B –ANÁLISE CINEMÁTICA: RRR E 3-RRR .....</b>	<b>287</b>
B.1 CINEMÁTICA DIFERENCIAL DO ROBÔ RRR: MÉTODO CONVENCIONAL .....	287
B.2 CINEMÁTICA DIFERENCIAL DO ROBÔ RRR: MÉTODO DE DAVIES .....	289
B.3 CINEMÁTICA DIFERENCIAL DO ROBÔ RRR: REDUNDÂNCIA CINEMÁTICA.....	293
B.4 CINEMÁTICA DIFERENCIAL DO ROBÔ 3-RRR .....	294
B.5 CINEMÁTICA DIFERENCIAL DO MANIPULADOR 3-RRR: MÉTODO DE DAVIES.....	295
<b>APÊNDICE C – FUNDAMENTOS DA ANÁLISE ESTÁTICA DE ROBÔS .....</b>	<b>301</b>
C.1 ANÁLISE ESTÁTICA: DIAGRAMA DO CORPO LIVRE.....	301
C.2 ANÁLISE ESTÁTICA DE ROBÔS COM REDUNDÂNCIA DE ATUAÇÃO .....	304
C.3 ELIPSOIDE DE FORÇA .....	306
<b>APÊNDICE D - ANÁLISE ESTÁTICA DO ROBÔ RRR .....</b>	<b>309</b>
D.1 DIAGRAMA DO CORPO LIVRE.....	310
D.2 MÉTODO DE DAVIES.....	314
<b>APÊNDICE E – RIGIDEZ E INFLUÊNCIA DA FORÇA GRAVITACIONAL NA ESTÁTICA .....</b>	<b>325</b>
E.1 RIGIDEZ .....	325
E.2 RIGIDEZ DE MALHA ABERTA DE MECANISMOS.....	325
E.3 ELIPSOIDE DE RIGIDEZ.....	329
E.4 INFLUÊNCIA DA GRAVIDADE .....	331



# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 LOCALIZAÇÃO E DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Os robôs podem ser classificados, de forma geral, em robôs industriais e robôs de serviço (IFR, 2009). Os robôs industriais são aqueles utilizados no interior de indústrias realizando tarefas como soldagem, montagem, inspeção, pintura, movimentação e outras. Os robôs de serviço operam fora do ambiente industrial e são divididos em duas categorias: robôs de uso privado, quando utilizados por pessoas físicas, e robôs de uso profissional, quando utilizados por empresas. Os robôs de serviço de uso profissional são utilizados em aplicações médicas, limpeza, atividades subaquáticas, em fazendas para ordenha, resgate de pessoas ou equipamentos, construção e demolição, segurança e vigilância e em aplicações militares. Já os principais robôs de uso privado são os aspiradores de pó e máquinas de cortar grama, kits educacionais, próteses robóticas e robôs utilizados para auxílio de portadores de deficiência.

O número de robôs industriais e de robôs de serviço em operação no mundo ao final do ano de 2008 é respectivamente 1,036 milhões e 7,2 milhões. Projeções feitas pela Federação Internacional de Robótica (*IFR – International Federation of Robotics*) mostram que em 2012 serão 1,056 milhões de robôs industriais e 11,6 milhões de robôs de serviço em operação (IFR, 2009). Isto indica um aumento acelerado na utilização de robôs de serviço em comparação com os robôs industriais.

Na execução de tarefas, são recorrentes as situações em que os robôs necessitam interagir com o meio, aplicando ou suportando forças e momentos de contato. Nas indústrias, este contato ocorre quando o robô é empregado em tarefas como montagem de componentes, movimentação de cargas e peças, limpeza de superfícies, remoção de rebarbas, estampagem, conformação e

outras. Nos robôs de serviço, como em geral estão inseridos em ambientes não estruturados e como compartilham o espaço com objetos, equipamentos e até seres humanos, o contato com o meio é dado de maneira frequente e muitas vezes imprevista.

O estudo da interação entre robôs e o meio pode ser dividido em quatro linhas de pesquisa (LEFEBVRE et al., 2005):

- Modelagem da geometria do contato;
- Estimativa dos parâmetros de contato;
- Geração de referência;
- Estratégias de controle.

A modelagem da geometria do contato está relacionada com a caracterização do contato, representando cada elemento através de suas propriedades topológicas. Investiga se ocorre um contato através de vértices, faces ou superfícies dos objetos, ou uma combinação destes. Analisa também as restrições que existem quanto à movimentação relativa dos elementos.

A estimativa dos parâmetros de contato está relacionada com as propriedades físicas dos elementos em contato e com as variações dos estados de contato que podem ocorrer durante a execução da tarefa. Tanto os parâmetros físicos quanto os geométricos apresentam incertezas que devem ser mantidas dentro de certa tolerância. Do contrário, podem ser comandados movimentos onde o contato é perdido ou onde forças excessivas são aplicadas. As informações provenientes de sensores auxiliam na tarefa de melhor estimar os parâmetros, sendo então utilizadas para correção da referência e para melhoria do controle.

A geração de referências fornece informações sobre posição, velocidades, torques e forças desejados do manipulador de forma que o contato seja mantido durante determinada movimentação e que as forças e momentos desejados na execução da tarefa sejam aplicados.

As estratégias de controle têm a função de determinar os torques e forças necessários nos atuadores, assegurando que a posição e orientação do efetuador final, os movimentos e as forças de contato desejados, especificados pelo gerador de referência,

sejam efetivamente realizados pelo robô (MASON, 1981). As principais estratégias de controle de força existentes, testadas e consolidadas em estudos disponíveis na literatura, são o controle por impedância, o controle híbrido e o controle paralelo (DE SCHUTTER et al., 1998) (ZENG; HEMANI, 1997).

O estudo desenvolvido nesta tese está relacionado com a etapa de geração de referência, levando em conta as limitações físicas do robô.

Estas limitações físicas estão relacionadas com as restrições de deslocamentos das juntas e com as forças e torques máximos dos atuadores. Em situações onde grandes acelerações ou forças elevadas de contato são exigidas do robô, os atuadores podem chegar ao limite de saturação, comprometendo a execução da tarefa.

Em tarefas estáticas ou quase-estáticas, realizadas com o robô parado ou em velocidade reduzida, os efeitos dinâmicos podem ser desprezados e toda a força/torque dos atuadores pode ser empregada na geração de forças e momentos de contato com o meio. A capacidade de força-momento do robô é definida como a força (ou momento) máxima que o robô consegue aplicar no meio em situações estáticas ou quase-estáticas (NOKLEBY et al., 2005). A capacidade de força-momento não depende apenas dos limites dos atuadores, mas também da configuração do robô e da natureza da ação aplicada no meio.

Na existência de redundância cinemática, o robô pode ter infinitas configurações, mantendo a posição e a orientação do efetuador inalteradas. Em cada uma destas configurações, a força máxima possível de ser aplicada no meio é distinta e a capacidade de força-momento pode ser obtida com o auxílio de alguma técnica de otimização. Se o robô apresentar redundância de atuação, para cada uma das configurações é possível otimizar a distribuição dos torques e forças nos atuadores de forma a determinar sua capacidade de força-momento.

Conhecer a capacidade de força-momento de um robô é necessário para o planejamento de tarefas onde forças e momen-

tos de contato com o meio são esperados. Na existência de redundância cinemática e de atuação, as equações que definem a capacidade de força-momento são em geral descritas através de funções não convexas e não lineares. Nestas condições, determinar a capacidade de força-momento de um robô consiste em resolver um problema de otimização global e técnicas convencionais baseadas na derivada da função objetivo não podem ser empregadas.

## 1.2 MOTIVAÇÃO

Restrições na utilização de robôs industriais em tarefas onde elevadas ações de contato com o meio são exigidas estão relacionadas com limitações na capacidade de força-momento e baixa rigidez, verificadas principalmente nos robôs seriais.

Com o desenvolvimento dos robôs paralelos e sua inserção em ambientes industriais, estas restrições estão sendo superadas. Por apresentarem maior rigidez e maior capacidade de força-momento em comparação com os robôs seriais (MERLET, 2002), os robôs paralelos vêm sendo também utilizados em tarefas como usinagem, fresamento e limpeza de superfícies com remoção de material (MERLET, 2000).

Nestas tarefas, as ações de contato necessárias são em geral elevadas e variam de acordo com o material envolvido, o tipo de ferramenta de corte utilizado e a taxa de remoção de material desejada. Neste contexto, a capacidade de força-momento do robô deve ser conhecida para verificar *a priori* se as tarefas planejadas podem efetivamente ser executadas.

Considerando os robôs de serviço, a principal motivação para realização deste estudo está relacionada com o desenvolvimento do robô chamado Roboturb, utilizado na recuperação através de soldagem de turbinas erodidas por cavitação. Trata-se de uma parceria entre UFSC, LACTEC e FURNAS e, em uma

primeira etapa já finalizada, o Roboturb é capaz de planejar a melhor trajetória para realizar a tarefa e depositar o material de solda nos locais definidos.

Em uma etapa futura de desenvolvimento, é desejado que o Roboturb execute também a limpeza do local onde a solda é depositada, preparando a superfície e removendo o material aplicado em excesso. Na realização da primeira etapa do projeto, não estava prevista a utilização do Roboturb na tarefa de remoção de material, motivo pelo qual não houve uma preocupação em determinar a sua capacidade de força-momento e as forças de contato atuantes. Com o desenvolvimento da segunda etapa, torna-se necessário conhecer a capacidade de força-momento do Roboturb. Em havendo a necessidade de desenvolver um novo Roboturb com configuração diferente da atual, a determinação da capacidade de força-momento pode ser obtida ainda na fase de projeto através de simulações, reduzindo os custos de projeto com a construção de protótipos.

Além dos motivos citados para os robôs paralelos e para o Roboturb, a determinação da capacidade de força-momento de robôs pode vir a ser útil em diversas outras aplicações. Nos robôs domésticos, por exemplo, o robô pode ser utilizado no auxílio de pessoas idosas em atividades como ajudar a levantar da cama ou de uma cadeira. Em construções, os robôs de uso profissional podem ser utilizados para carregar materiais e equipamentos pesados, como sacos de cimento, tijolos, etc. Nestas situações, conhecer a capacidade de força-momento é fundamental para evitar acidentes que podem colocar em risco a integridade das pessoas ou danificar equipamentos.

### 1.3 OBJETIVOS

O objetivo principal deste trabalho é o desenvolvimento de uma metodologia para a otimização da capacidade de força-

momento de robôs manipuladores em contato com o meio, em situações estáticas ou quase-estáticas, aproveitando de forma eficiente a redundância cinemática e a redundância de atuação. São objetivos específicos:

- a) Analisar os fatores que influenciam a capacidade de força-momento de manipuladores;
- b) Adaptar o método de Davies, utilizado na resolução da estática de manipuladores, ao problema de otimização da capacidade de força-momento, sistematizando o procedimento de inclusão de forças externas;
- c) Determinar uma função objetivo geral para o problema;
- d) Realizar testes de simulação para determinar os parâmetros de controle da técnica de otimização empregada;
- e) Desenvolver uma metodologia para otimizar a capacidade de força-momento ao longo de uma trajetória.
- f) Formular o problema de otimização para obter a capacidade de força-momento do robô serial com redundância cinemática chamado Roboturb.

## 1.4 JUSTIFICATIVA

Existem diversas linhas de pesquisa em robótica que tratam da distribuição de forças e torques nos atuadores de forma a cumprir determinada função. O compartilhamento de carga por dois ou mais robôs é um exemplo clássico, estudado por vários autores (CHENG; ORIN, 1990) (KIM; CHOI, 2001) (MELCHIORRI, 1994) (SUH; HOLLERBACH, 1987) onde, em geral, o objetivo é manter as ações nos atuadores o mais afastado possível da saturação. Ao compartilhar a carga, a distribuição ótima de torques e forças nos atuadores pode ocorrer ao longo de uma trajetória específica (ZHENG; LUH, 1989) ou o a definição da melhor trajetória para manter os atuadores afastados da satu-

ração pode ser o objetivo do problema de otimização (SZABAD et al., 2000).

O problema de distribuir forças e torques entre os dedos de uma garra ou mão robótica para segurar um objeto é bastante similar ao compartilhamento de carga em robôs manipuladores. A diferença fundamental é que na mão robótica a geometria do contato e o atrito são normalmente considerados e o objetivo em geral é determinar a mínima força necessária em cada dedo para segurar o objeto (BUSS et al., 1996) (BOYD; WEGBREIT, 2007). Na movimentação dinâmica de cargas, a otimização da trajetória do robô com o objetivo de não saturar os atuadores é apresentada em (WANG et al., 1999). Estudos sobre o balanceamento estático de robôs compensando os efeitos das forças gravitacionais são apresentados em (SARAVANAN et al., 2008).

Embora estas linhas de pesquisa citadas estejam relacionadas com a otimização de forças e torques nos atuadores de um robô, o objetivo em geral é a distribuição eficiente de torques e forças para evitar a saturação e não a determinação da força ou momento máximo que um robô consegue aplicar ou suportar em determinada condição.

Estudos específicos sobre a capacidade de força-momento são apresentados em (NOKLEBY et al., 2005) e em (PAPADOPOULOS; GONTHIER, 1995). No entanto, ambas as abordagens são restritas a determinados tipos de robôs, a condições de carregamento específicas e não contemplam simultaneamente a presença de redundância cinemática e de atuação.

A metodologia para determinação da capacidade de força-momento proposta nesta tese justifica-se pois não foram encontradas na literatura abordagens genéricas para o problema, abrangendo robôs paralelos e seriais, planos e espaciais, com redundância cinemática e/ou de atuação. Também não foram encontradas na literatura abordagens que tratem da determinação da capacidade de força-momento ao longo de uma trajetória.

## 1.5 ORGANIZAÇÃO DA TESE

A tese está dividida em oito capítulos e cinco apêndices. No Capítulo 1, o problema em estudo é definido. A motivação, as justificativas e os objetivos referentes ao trabalho desenvolvido são apresentados.

No Capítulo 2, é feita uma revisão sobre a teoria de grafos e são apresentadas fórmulas para o cálculo da mobilidade de cadeias cinemáticas abertas, fechadas e híbridas. Os conceitos de redundância cinemática e redundância de atuação são apresentados e o grau de redundância é calculado para alguns exemplos de cadeias cinemáticas.

O Capítulo 3 aborda a análise estática e cinemática de robôs seriais e paralelos. Na análise cinemática, são apresentados apenas os conceitos gerais. Na análise estática, são empregadas as técnicas desenvolvidas por Davies. Como o método de Davies é baseado na teoria dos helicoides, uma breve revisão sobre o assunto é apresentada. Tendo como base o princípio do trabalho virtual, é mostrado que, sob certas condições, existe uma relação clara entre a estática e a cinemática diferencial de mecanismos. Para exemplificar o funcionamento do método de Davies e apresentar as diferenças em relação ao método do diagrama do corpo livre, a estática de alguns manipuladores planos é resolvida.

O conceito de capacidade de força-momento de manipuladores é apresentado no Capítulo 4. A partir dos resultados obtidos através de simulações com os manipuladores planares  $RR$  e  $RRRR$ , é verificada a influência da configuração, da singularidade, do carregamento e dos modos de trabalho na determinação da capacidade de força-momento. Índices de desempenho são apresentados e as aplicações e limitações dos elipsoides de força são mostradas. Abordagens existentes na literatura são discutidas. Considerações sobre a rigidez e sobre a influência das forças gravitacionais são analisadas.



No Capítulo 5, a necessidade de utilizar um algoritmo de otimização global para determinação da capacidade de força-momento de robôs manipuladores é justificada. Os motivos para utilização do algoritmo da Evolução Diferencial (ED) na resolução deste problema são apresentados. Os fundamentos da ED, suas variantes, a influência dos parâmetros de controle e o tratamento de restrições são discutidos.

No Capítulo 6, a metodologia proposta, objetivo principal desta tese, é apresentada em detalhes. A extensão da metodologia para a otimização da capacidade de força-momento ao longo de uma trajetória é mostrada.

No Capítulo 7, a metodologia proposta é validada em estudos de casos utilizando o Roboturb (modelo espacial e modelo simplificado) e o manipulador 3-RRR e suas variantes. Resultados dos testes de simulação para determinação dos parâmetros de controle da ED são discutidos. Estudo de caso focando a obtenção da capacidade de força-momento ao longo de uma trajetória para o modelo simplificado do Roboturb é apresentado.

As conclusões sobre o trabalho e as perspectivas de trabalhos futuros são discutidas no Capítulo 8.

No Apêndice A, são mostrados os fundamentos da cinemática diferencial de robôs manipuladores seriais e paralelos, utilizando o método de Davies e o emprego de cadeias virtuais. No Apêndice B, a cinemática diferencial dos manipuladores 3-RRR e RRR é apresentada. No Apêndice C, são apresentados os fundamentos da estática de robôs manipuladores utilizando o diagrama do corpo livre e o conceito de elipsoide de força é analisado. No Apêndice D, a estática do manipulador RRR é resolvida. No Apêndice E, a influência da rigidez e das forças gravitacionais na capacidade de força-momento dos manipuladores é discutida.



## 2 REDUNDÂNCIA EM ROBÓTICA

Em robótica, o termo redundância é frequentemente associado apenas à redundância cinemática, que tem como origem a geometria do robô e/ou a escolha da tarefa a ser executada. Com a crescente utilização de robôs de estruturas cinemáticas mais complexas, como os paralelos, o conceito de redundância de atuação passa também a ser utilizado. A redundância de atuação pode ser verificada tanto em robôs seriais, quando utilizados em tarefas cooperativas, como em robôs paralelos.

Neste capítulo é feita uma revisão sobre a teoria dos grafos, ferramenta útil no cálculo da mobilidade de mecanismos de cadeia fechada e no cálculo da cinemática e estática de robôs. O conceito de mobilidade, necessário para o cálculo do grau de redundância de robôs, e as definições de redundância cinemática e redundância de atuação são discutidos.

### 2.1 TEORIA DE GRAFOS APLICADA A MECANISMOS

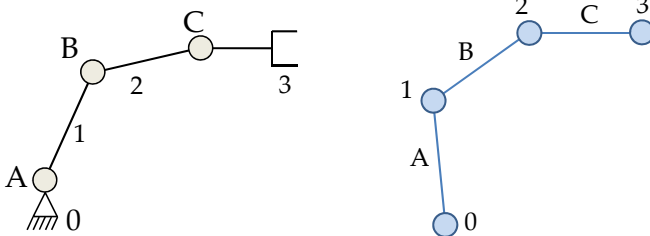
A teoria de grafos encontra aplicações em diversas áreas do conhecimento como informática, computação, engenharia elétrica, química e ciências sociais. Na análise e síntese de mecanismos, a representação de cadeias cinemáticas através da teoria de grafos é utilizada (TSAI, 1999):

- a) Como ferramenta de auxílio no cálculo da mobilidade de mecanismos;
- b) Para representar de forma unívoca a estrutura topológica de um mecanismo;
- c) Como ferramenta para a resolução computacional da cinemática e da dinâmica de mecanismos;
- d) Na enumeração e classificação sistemática de mecanismos;

Martins (2002) emprega a teoria de grafos em seu trabalho sobre análise hierárquica de manipuladores como ferramenta para obter as equações de restrição. Campos et al. (2005) utiliza a teoria dos grafos para análise cinemática de robôs manipuladores com o emprego de cadeias virtuais. As equações cinemáticas de robôs redundantes podem ser obtidas com o auxílio da teoria de grafos (SIMAS, 2008). O cálculo da mobilidade de mecanismos utilizando definições da teoria dos grafos é mostrado em (CARBONI, 2008).

O grafo é um sistema de linhas (arestas) conectado através de nós (vértices) (SESHU; REED, 1961). Mecanismos podem ser representados de forma unívoca através de grafos onde as arestas são as juntas do mecanismo e os vértices são os elos.

A Figura 2.1(a) mostra a estrutura cinemática de um robô serial com 3 juntas rotativas e a Figura 2.1(b) mostra sua representação através de grafos. Nestas representações, os elos são enumerados como 0, 1, 2 e 3, da base até o efetuador. As juntas são identificadas da base até a extremidade através das letras *A*, *B* e *C* respectivamente. No grafo, todos os tipos de juntas são representados por arestas, sendo necessário algum tipo de identificação adicional para definir qual o tipo de junta representado.



(a) Estrutura cinemática

(b) Grafo equivalente

Figura 2.1: Estrutura cinemática e grafo correspondente de um robô serial plano

O digrafo é um grafo direcionado onde as arestas apresentam um sentido de orientação (CAZANGI, 2008). É interessante

esta notação quando se quer representar o estado cinemático ou estático de um corpo em relação aos seus adjacentes.

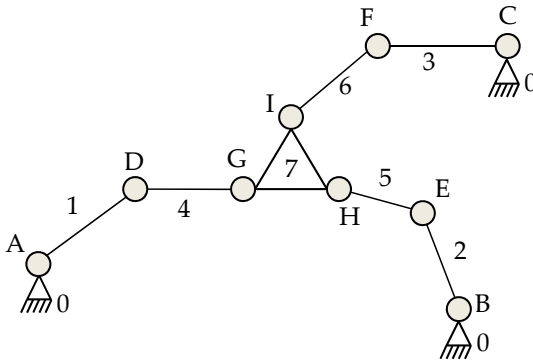
Na análise estática, o direcionamento das arestas define se um corpo está aplicando ação sobre outro corpo adjacente ou recebendo a ação. Funciona como uma convenção de sinais que deve ser respeitada para a obtenção de resultados corretos. Na análise cinemática, o digrafo indica o sentido do movimento relativo entre elos adjacentes.

Cadeia, circuito, árvore e corte são alguns conceitos adicionais sobre grafos, necessários na análise cinemática e estática de mecanismos. Cadeia é uma sequência qualquer de arestas adjacentes que unem dois vértices. Um circuito é uma cadeia que inicia e termina no mesmo vértice. Uma árvore é um grafo em que há pelo menos uma cadeia ligando cada par de vértices, mas que não possui circuitos. A árvore é dita geradora se é um subgrafo de um grafo qualquer, tal que contenha todos os vértices do grafo, mas apenas um subconjunto de suas arestas. As arestas que pertencem à árvore geradora são denominadas ramos e as que não pertencem são chamadas de cordas. Um corte é um conjunto de arestas que, se removidas, separam o grafo em dois subgrafos independentes. Na análise estática de mecanismos, cada corte é uma linha que cruza as cordas e apenas um dos ramos da árvore. E cada ramo da árvore geradora pode ser cruzado por apenas um corte.

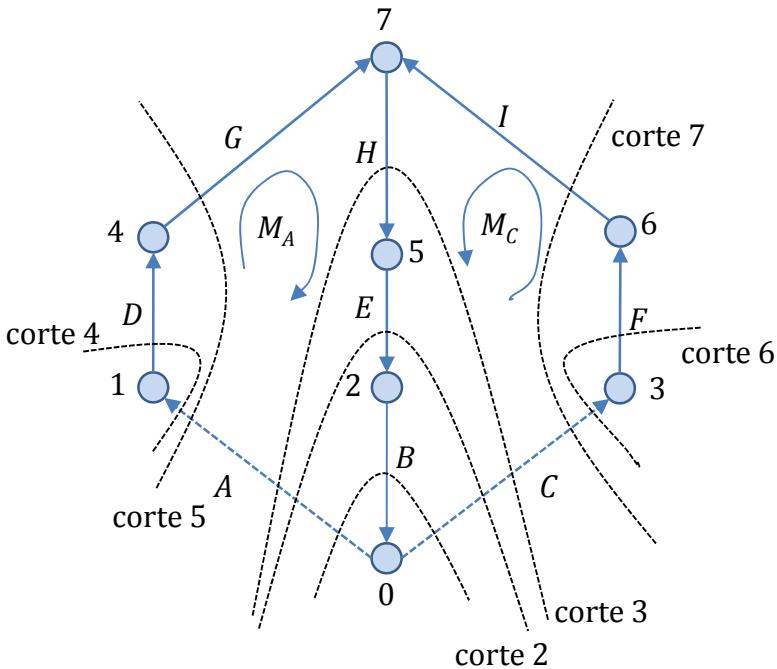
Para ilustrar estes conceitos é utilizado um robô paralelo plano de três pernas, cada uma delas com três juntas rotativas. A Figura 2.2(a) mostra sua estrutura cinemática e a Figura 2.2(b) mostra sua representação através de digrafos. Os elos são identificados através de números e as juntas através de letras.

Para obter a árvore geradora é possível remover as arestas  $A$  e  $C$ , que ficam então definidas como as cordas do grafo. As demais arestas são os ramos e, nesta situação, não existe nenhum circuito. Recolocando a corda  $A$  no grafo, define-se o circuito formado pelas arestas  $A-D-G-H-E-B$ , identificado no grafo como  $M_A$ .

Retirando-se novamente a corda  $A$  e colocando-se a corda  $C$ , define-se o circuito  $C-F-I-H-E-B$ , identificado no grafo como  $M_C$



(a) Estrutura cinemática



(b) Grafo equivalente

Figura 2.2: Estrutura cinemática e grafo correspondente de um robô paralelo plano

A escolha das arestas que serão as cordas do grafo não é única e, para cada escolha feita, podem surgir circuitos formados por arestas diferentes destas. Na análise cinemática, uma escolha conveniente das cordas pode tornar o modelo menos complexo.

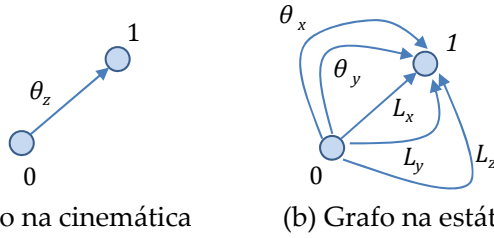
Tendo definido  $A$  e  $C$  como cordas, os sete cortes possíveis são mostrados na Figura 2.2(b). São eles as arestas  $A-B-C$ ,  $A-E-C$ ,  $A-H-C$ ,  $A-D$ ,  $A-G$ ,  $C-F$  e  $C-I$ . Na análise estática de mecanismos, uma escolha conveniente de cordas também pode conduzir a um modelo menos complexo.

Na análise cinemática e estática de mecanismos, uma correta representação através de grafos das restrições impostas e das liberdades permitidas pelas juntas é necessária. As juntas são os elementos responsáveis por transmitir forças e torques de um elo para o adjacente em um mecanismo. São também responsáveis por permitir o movimento relativo entre dois elos adjacentes, podendo ser atuadas ou passivas. Cada aresta do grafo representa uma junta de tipo qualquer, sendo as mais comuns em robótica a prismática, a rotativa e a esférica.

Considerando o espaço tridimensional, uma junta rotativa  $R$  permite uma rotação e restringe duas rotações e três translações. Supondo que a rotação permitida  $\theta_z$  ocorre em torno do eixo  $z$ , as rotações  $\theta_x$  e  $\theta_y$  em torno dos eixos  $x$  e  $y$  e as translações  $L_x$ ,  $L_y$  e  $L_z$  nas três direções cartesianas são restringidas. Na análise cinemática, esta junta é representada por uma única aresta equivalente ao grau de liberdade permitido. Na análise estática através do método de Davies, é interessante representar cada uma das restrições impostas pela junta como uma aresta. O grafo da junta rotativa utilizado na análise estática possui cinco arestas em paralelo unindo dois vértices adjacentes, onde cada aresta representa uma das restrições impostas.

Na Figura 2.3(a) é mostrada a representação por grafo da junta rotativa, utilizada na análise cinemática, e na Figura 2.3(b) é mostrada a representação utilizada na análise estática. O fato de a junta ser atuada não modifica a representação utilizada na análise

cinemática. Na análise estática, esta atuação deve ser representada como uma aresta adicional unindo os dois elos adjacentes.

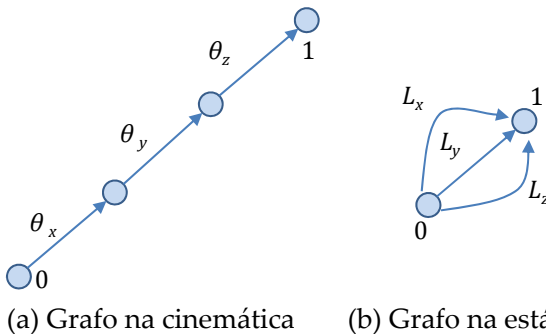


(a) Grafo na cinemática

(b) Grafo na estática

Figura 2.3: Representação por grafos da junta rotativa na cinemática e na estática

Para a análise cinemática, cada grau de liberdade permitido por determinada junta deve ser representado como uma única aresta no grafo. A junta esférica  $S$ , que permite três rotações ( $\theta_x$ ,  $\theta_y$  e  $\theta_z$ ) e restringe três translações ( $L_x$ ,  $L_y$  e  $L_z$ ), é representada por grafos através de três juntas rotativas posicionadas em série, cada uma representando um dos três graus de liberdade permitidos (Figura 2.4(a)). Quando apresentado desta forma, o grafo é chamado de grafo expandido. Na análise estática, cada grau de liberdade restringido deve ser representado como uma aresta em paralelo (Figura 2.4(b)), onde cada uma das arestas representa uma das três restrições impostas.



(a) Grafo na cinemática

(b) Grafo na estática

Figura 2.4: Representação por grafos da junta esférica na cinemática e na estática



Definições adicionais sobre grafos, aplicados na análise estática e cinemática de mecanismos, como matriz de adjacência, matriz de incidência, matriz de cortes e matriz de circuitos são apresentadas em Tsai (2001).

## 2.2 MOBILIDADE

Cadeia cinemática é um conjunto de elos conectados através de juntas. É dita aberta se cada um dos elos é conectado a todos os demais elos por apenas um caminho. Se todos os elos conectam-se aos demais elos por pelo menos dois caminhos, a cadeia cinemática é dita fechada. A cadeia cinemática é híbrida quando contém pelo menos uma cadeia aberta e uma fechada (TSAI, 1999).

A Figura 2.5 mostra exemplos de grafos de cadeias cinemáticas aberta e fechada, constituídas apenas por elos, identificados por números, e juntas rotativas, identificadas por letras.

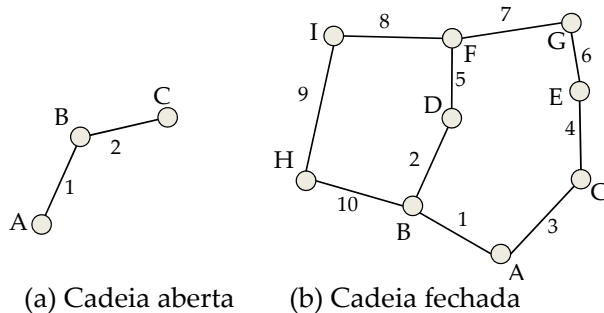


Figura 2.5: Cadeia cinemática aberta e fechada

A mobilidade de uma cadeia cinemática ou mecanismo é definida como o número de parâmetros independentes necessários para determinar completamente a configuração deste mecanismo. A redundância cinemática de mecanismos está diretamente associada a sua mobilidade ou, do mesmo modo, ao número de

graus de liberdade que possui (CONKUR; BUCKINGHAM, 1997). Robôs seriais, robôs paralelos, robôs locomovidos através de patas, robôs bípedes, mãos robóticas são formados por mecanismos ou por um conjunto de mecanismos e o cálculo da mobilidade destes sistemas é feita a partir da determinação da mobilidade das cadeias cinemáticas que os constituem. Para o cálculo da mobilidade e da redundância cinemática de robôs pode-se utilizar sem restrições fórmulas desenvolvidas para tal pela teoria dos mecanismos (GOGU, 2005).

Os principais tipos de juntas utilizadas na construção de robôs seriais são a prismática ou de translação, representada pelo símbolo  $P$ , e a rotativa, representada pelo símbolo  $R$ . Em robôs paralelos espaciais utiliza-se, além da rotativa e da prismática, as juntas cilíndrica ( $C$ ), esférica ( $S$ ), plana ( $E$ ) e universal ( $U$ ), esta última formada por duas juntas rotativas conectadas em série. Uma descrição detalhada sobre a funcionalidade de cada uma destas juntas, as restrições impostas quando conectam dois elos e as liberdades permitidas podem ser encontradas em (CARBONI, 2008).

Os robôs seriais apresentam cadeia cinemática aberta. Para esta classe de mecanismos, o cálculo da mobilidade está diretamente associado ao número de juntas. Nos robôs seriais, todas as juntas devem ser atuadas, o que dificulta a utilização de juntas com mais de um grau de liberdade. Se o robô é constituído apenas por juntas rotativas ou prismáticas, que possuem um grau de liberdade, a mobilidade é igual ao número de juntas.

A mobilidade pode ser associada também ao número de atuadores existentes no robô. De forma geral, considerando  $f_i$  o grau de liberdade permitido por cada junta  $i$ , a mobilidade  $M$  de um robô serial, ou seja, de um mecanismo de cadeia aberta onde  $j$  é o número total de juntas, é dada por:

$$M = \sum_{i=1}^j f_i \quad (2.1)$$

A análise da mobilidade de robôs paralelos (mecanismos de cadeia fechada) em geral não é feita de forma tão direta como a de robôs seriais. Uma forma de realizar de forma inequívoca o cálculo da mobilidade de mecanismos paralelos é determinar as equações de restrição que descrevem o comportamento cinemático do mecanismo e analisar a existência de dependência linear entre as equações (GOGU, 2005).

Conhecendo o número  $p$  de equações independentes, a mobilidade é calculada por:

$$M = \sum_{i=1}^j f_i - p \quad (2.2)$$

Este procedimento fornece apenas a mobilidade instantânea de um mecanismo, ou seja, a mobilidade para uma determinada configuração (GOGU, 2005).

A mobilidade instantânea de robôs seriais e paralelos pode ser alterada em configurações singulares. O conceito de singularidade utilizado em robótica é amplamente difundido na literatura e informações detalhadas podem ser obtidas em (SCIAVICCO; SICILIANO, 1996)(MERLET, 2000). As singularidades não podem ser representadas através de grafos e sua determinação depende da análise das equações de restrição que representam as movimentações possíveis do robô.

Por exigir que seja realizada a modelagem cinemática do mecanismo, a determinação da mobilidade a partir das equações de restrição é trabalhosa. O que se busca na prática são equações para o cálculo rápido da mobilidade geral ou global de um mecanismo, que não dependa de sua configuração atual. Na literatura, diversos autores apresentaram equações para o cálculo rápido da mobilidade de mecanismos e uma revisão histórica sobre o desenvolvimento destas fórmulas é apresentada em Gogu (2005).

Exceto em casos especiais, a fórmula desenvolvida por Kutzbach (1929) para o cálculo da mobilidade é em geral aceita para mecanismos onde todos os circuitos que o compõem possuem mesma ordem mínima.

A ordem mínima do sistema é a dimensão  $\lambda$  do espaço onde o mecanismo está representado. O espaço tridimensional possui  $\lambda=6$ , o espaço plano possui  $\lambda=3$  e outros subespaços convenientes podem ser utilizados para a representação de mecanismos. O grau bruto de liberdade  $F_g$  de um mecanismo com  $j$  juntas é determinado através da equação:

$$F_g = \sum_{i=1}^j f_i \quad (2.3)$$

Considerando  $c_i$  grau de restrição de cada junta, o grau bruto de restrição  $C$  de um mecanismo é dado por:

$$C = \sum_{i=1}^j c_i \quad (2.4)$$

O grau de liberdade e o grau de restrição de cada junta são complementares e de dimensão menor que a ordem mínima do sistema, de forma que é sempre válida a relação:

$$\lambda = c_i + f_i \quad (2.5)$$

A fórmula de Kutzbach (1929) define a mobilidade como:

$$M = \lambda(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i \quad (2.6)$$

onde  $n$  representa o número de elos que compõem o mecanismo, incluindo o elo fixo de referência.

Uma variante desta equação pode ser escrita em função das restrições impostas pelas juntas na forma:

$$M = \lambda(n - 1) - \sum_{i=1}^j c_i \quad (2.7)$$

Para mecanismos que possuem apenas juntas com um grau de liberdade, a fórmula (2.7) para o cálculo da mobilidade pode ser reescrita de forma simplificada como:

$$M = \lambda(n - j - 1) + j \quad (2.8)$$

Como alternativa à utilização da equação (2.8), a mobilidade também pode ser obtida através da equação (2.9):

$$M = j - v \cdot \lambda \quad (2.9)$$

onde o número  $v$  de circuitos existentes no mecanismo é obtido por inspeção de sua representação por grafos.

Apesar das equações (2.7), (2.8) e (2.9) terem sido desenvolvidas para cadeias cinemáticas fechadas, também fornecem resultados corretos para cadeias cinemáticas abertas. Nas cadeias cinemáticas abertas, o número  $v$  de circuitos na equação (2.9) é igual a zero.

## 2.3 REDUNDÂNCIA CINEMÁTICA

Tarefas complexas como trabalhos em ambientes confinados ou na presença de obstáculos podem exigir uma destreza de movimentos que um robô normalmente não apresenta.

Robôs cinematicamente redundantes possuem maiores possibilidades de movimento e, conseqüentemente, maior possibilidade de êxito na execução deste tipo de tarefas. Além disso, a redundância cinemática pode ser utilizada para evitar que o robô atinja posições singulares, sem com isso reduzir seu espaço de trabalho. Em manipuladores paralelos, a redundância cinemática pode ser convenientemente aproveitada para otimizar a capacidade de aplicar ou suportar forças (MOHAMED; GOSSELIN, 2005).

A redundância cinemática de manipuladores é apresentada por vários autores sob diferentes perspectivas, não existindo uma definição única na literatura. O conceito utilizado nesta tese é baseado no estudo de (CONKUR; BUCKINGHAM, 1997), que define o grau de redundância cinemática de um robô a partir de sua topologia e da dimensão do espaço da tarefa. Este conceito foi adotado em outros trabalhos realizados pelo grupo de Robótica da UFSC nos últimos anos (SIMAS, 2008), (CRUZ, 2007), não ten-

do sido verificada nenhuma falha ou inconsistência que o invalide.

Quando a mobilidade do manipulador é maior que a dimensão do espaço em que está inserido, existe uma redundância que depende apenas da topologia da cadeia cinemática que o compõe. Este grau de redundância é uma propriedade intrínseca do mecanismo e não varia com a dimensão do espaço da tarefa e nem com a posição em que o mecanismo instantaneamente se encontra. Ao longo do texto, este tipo de redundância é identificado como redundância cinemática de cadeia  $R_c$  e pode ser calculado a partir da mobilidade  $M$  do mecanismo e da dimensão  $\lambda$  do espaço em que está inserido através da equação:

$$R_c = M - \lambda \quad (2.10)$$

Para mecanismos que não apresentam redundância cinemática de cadeia o valor de  $R_c$  é igual a zero.

Ao inserir o manipulador no meio, a tarefa a ser executada impõe condições à sua livre movimentação. O número de graus de liberdade necessário para executar a tarefa define a dimensão  $d$  do espaço da tarefa. O valor de  $d$  deverá ser sempre menor ou igual ao valor de  $M$  para que a tarefa possa ser executada. De forma geral, o grau de redundância cinemático da tarefa  $R$  de um robô é calculado por:

$$R = M - d \quad (2.11)$$

Se a dimensão de  $d$  é igual à dimensão de  $\lambda$ , o grau de redundância cinemático da tarefa é igual ao grau de redundância da cadeia.

Como em geral a tarefa a ser executada é uma premissa para seleção do manipulador a ser utilizado, o termo redundância cinemática é empregado ao longo do texto para definir a redundância cinemática da tarefa. Portanto, um robô é cinematicamente redundante se  $R > 0$ .

A redundância cinemática também pode ser associada à existência de movimentações nas juntas que não provocam movimentos no espaço da tarefa. A Figura 2.6 mostra o mapeamento,

através de um operador  $J$ , de um conjunto  $N(J)$  de velocidades  $\dot{\theta}$  das juntas num espaço nulo de velocidades  $\dot{x}$  do efetuador, considerando a tarefa a ser executada. O subespaço  $R(J)$  representa o conjunto de todas as velocidades possíveis do efetuador, geradas pela movimentação das juntas em uma posição específica do manipulador. A existência do espaço nulo indica a existência de redundância cinemática do manipulador. O conjunto  $\mathbb{R}^j$  representa todas as movimentações possíveis das  $j$  juntas do manipulador e o espaço  $\mathbb{R}^d$  representa todas as movimentações possíveis do efetuador, considerando um espaço da tarefa de dimensão  $d$ .

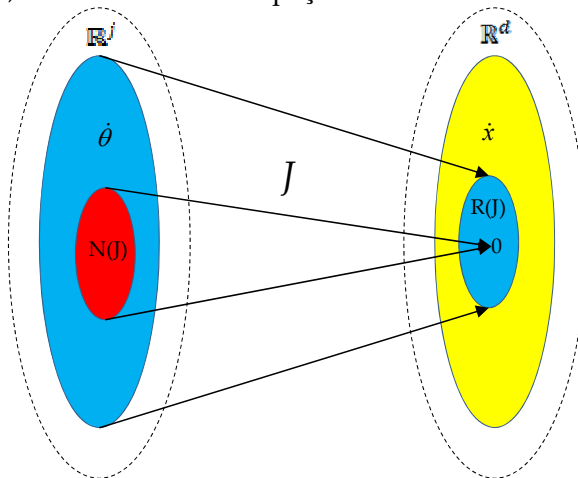


Figura 2.6: Espaço nulo de robôs cinematicamente redundantes

Em posições singulares, a mobilidade  $M$  de um robô é reduzida e seu grau de redundância é alterado. Assim como no cálculo da mobilidade, ao longo do texto estas posições singulares são consideradas degenerações e a variação do grau de redundância nestas situações é tratada como um caso especial.

### 2.3.1 Redundância Cinemática de Robôs Seriais

A redundância cinemática de robôs seriais pode ser obtida a partir da equação (2.11), substituindo-se a mobilidade  $M$  pelo número de juntas  $j$ . Se  $j > d$  o robô é dito cinematicamente redundante (SCIAVICCO; SICILIANO, 1996) e o grau de redundância pode ser definido como:

$$R = j - d \quad (2.12)$$

O robô planar serial com três juntas rotativas mostrado na Figura 2.1(a) possui três graus de liberdade ( $M=3$ ). Trabalhando no espaço plano, se a tarefa exigir a utilização dos três graus de liberdade, este não irá apresentar redundância. No entanto, ao realizar uma atividade em que a orientação do efetuador não é relevante, o espaço da tarefa passa a ter dimensão dois e o robô tem grau de redundância um. Se a tarefa exigir apenas um grau de liberdade, o grau de redundância cinemática passa a ser dois. A mobilidade do mecanismo não é alterada pela tarefa que executa.

Ao considerar um robô serial com sete juntas ( $M=7$ ) trabalhando em um espaço de dimensão seis, sua cadeia cinemática terá um grau de redundância da cadeia  $R_c = 1$ . Mas o grau de redundância cinemático  $R$  dependerá da tarefa a ser executada.

### 2.3.2 Redundância Cinemática de Robôs Paralelos

A mobilidade de mecanismos de cadeia fechada é determinada pela equação (2.6). Determinada a ordem mínima  $\lambda$  do sistema, o grau de redundância da cadeia do mecanismo é dado pela equação (2.10).

Martins e Carboni (2008) desenvolveram expressões para determinar o grau de redundância da cadeia de mecanismos a



partir de informações extraídas diretamente do grafo correspondente, utilizando os conceitos de grau de controle e conectividade (TISCHLER et al., 1995).

O grau de controle  $K_{ij}$  entre dois elos de uma cadeia cinemática é definido como o número mínimo de juntas atuadas necessárias para determinar a posição relativa entre os elos  $i$  e  $j$ . Utilizando a representação de um mecanismo através de um grafo  $G$ , o grau de controle entre dois elos  $i$  e  $j$  é definido como:

$$K_{ij} = \min: \{D_{\min}[i, j], M'_{\min}\} \quad (2.13)$$

onde  $D_{\min}[i, j]$  é a distância mínima entre os vértices  $i$  e  $j$  e  $M'_{\min}$  é a mobilidade mínima das subcadeias de  $G$  que contém os vértices  $i$  e  $j$ .

A conectividade  $C_{ij}$  entre dois elos  $i$  e  $j$  de uma cadeia cinemática é a mobilidade relativa entre os elos  $i$  e  $j$ . Utilizando também a representação de um mecanismo através de grafos, a conectividade entre dois elos  $i$  e  $j$  é definida como:

$$C_{ij} = \min: \{D_{\min}[i, j], M'_{\min}, \lambda\} \quad (2.14)$$

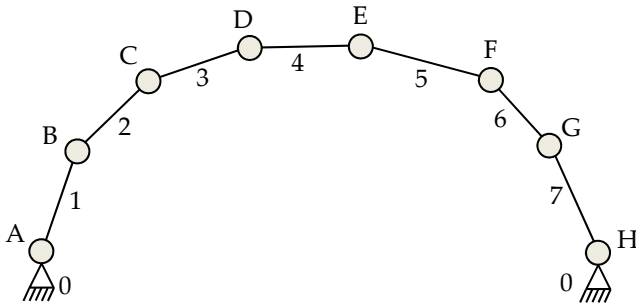
A redundância entre os elos  $i$  e  $j$  de uma cadeia cinemática é a diferença entre o número de graus de controle  $K_{ij}$  e a conectividade  $C_{ij}$  entre os dois elos.

$$R_{ij} = K_{ij} - C_{ij} \quad (2.15)$$

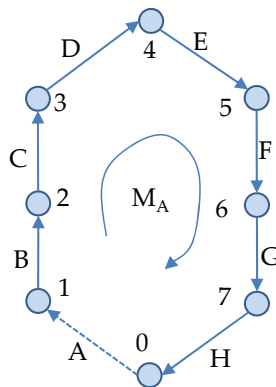
Considerando o mecanismo plano de cadeia fechada da Figura 2.7(a), constituído apenas por juntas rotativas, e seu grafo correspondente mostrado na Figura 2.7(b), verifica-se que o número de juntas e o número de elos é igual a 8. O efetuidor é definido como sendo o elo 4. Utilizando a relação de Kutzbach, a mobilidade do mecanismo pode ser calculada através da equação(2.6):

$$M = 3(8 - 8 - 1) + 8 = 5 \quad (2.16)$$

Como a ordem mínima do sistema é três, o grau de redundância da cadeia é dois.



(a) Estrutura cinemática



(b) Grafo correspondente

Figura 2.7: Mecanismo plano de mobilidade  $M=5$ 

Utilizando a abordagem de grafos, o mecanismo possui graus de controle  $K_{0,4}$  igual a 4 e a conectividade  $C_{0,4}$  é igual a dimensão mínima do sistema, ou seja, igual a 3. O grau de redundância  $R_{0,4}$  é portanto igual a 1.

Embora os resultados sejam distintos, não existe inconsistência nos dois métodos. O que ocorre é uma diferença no conceito de redundância utilizado em cada uma das abordagens. A redundância definida a partir da fórmula de Kutzbach está relacionada com o número de variáveis necessárias para definir completamente a configuração do mecanismo, ou seja, a posição e orien-

tação de cada um de seus elos. Utilizando a fórmula de (MARTINS; PIGA-CARBONI, 2008), a redundância é definida entre dois elos específicos, a base e o efetuator, não existindo a exigência de que toda a configuração do mecanismo seja determinada.

Considerando o manipulador como um mecanismo atuado onde a posição e orientação de todos os elos que o compõem devem ser conhecidas, é utilizado ao longo do texto o conceito de redundância definido a partir da fórmula de Kutzbach.

Mas independente da fórmula utilizada para o cálculo da mobilidade, ao considerar o robô paralelo (mecanismo de cadeia fechada) inserido no meio executando uma tarefa específica, as mesmas considerações feitas para os robôs seriais se aplicam. Deve ser sempre analisado e definido o número de coordenadas  $d$  necessário para descrever o espaço da tarefa. A redundância cinemática do robô paralelo é então calculada pela equação (2.11).

## 2.4 REDUNDÂNCIA DE ATUAÇÃO

A redundância de atuação ocorre quando o número de juntas atuadas (juntas ativas) de um robô ou mecanismo é maior do que sua mobilidade.

Na análise cinemática, a velocidade da junta atuada redundante é uma consequência direta da velocidade das demais juntas e não pode ser alterada livremente. Na movimentação de um manipulador, esta atuação redundante pode ser utilizada para permitir a passagem por posições singulares.

Na análise estática, a principal consequência da redundância de atuação é que, conhecidas as ações presentes no efetuator, não existe uma única solução para os torques ou forças aplicados em cada uma das juntas atuadas.

Em situações em que os atuadores de um robô ou mecanismo são exigidos ao limite, uma distribuição adequada dos

esforços pode ser realizada devido à existência de redundância de atuação, reduzindo os efeitos de uma possível sobrecarga.

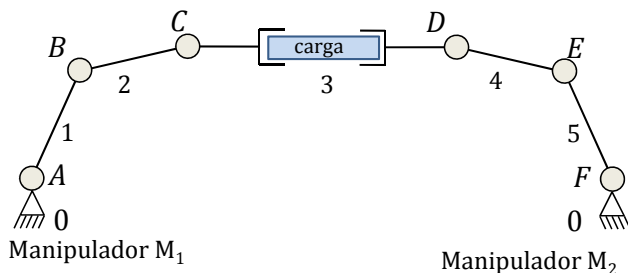
A redundância de atuação também é importante para aumentar a confiabilidade de um mecanismo. Na falha de um atuador, o mecanismo pode continuar a funcionar normalmente utilizando a atuação redundante. A rigidez de um mecanismo pode ser melhorada com a redundância de atuação. Outras motivações para utilização de robôs com redundância de atuação podem ser encontradas em Merlet (2002).

Em manipuladores seriais, todas as juntas têm de ser atuadas para garantir sua movimentação e sustentação. Como a mobilidade é igual ao número de juntas, não existe redundância de atuação neste tipo de manipulador. Mas quando empregados em tarefas cooperativas, pode-se considerar que ocorre o fechamento da cadeia e podem surgir redundâncias de atuação.

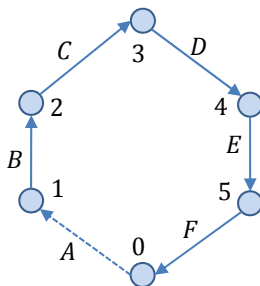
Um exemplo de tarefa cooperativa é o compartilhamento de carga mostrado na Figura 2.8(a). A utilização de dois robôs seriais planares na execução desta tarefa pode ser representada através de grafos como um mecanismo de cadeia fechada (Figura 2.8(b)). Nesta configuração, o último elo dos dois manipuladores e a carga são considerados como um único elo rígido. A mobilidade do sistema completo é  $M=3$  e, como cada um dos robôs possui três juntas atuadas, o número total de juntas atuadas  $j_a$  do sistema é igual a 6. Quando não existem restrições de movimentação impostas pelo meio, o grau de redundância de atuação  $R_a$  pode ser calculado a partir da mobilidade do sistema e do número de juntas atuadas pela equação:

$$R_a = j_a - M \quad (2.17)$$

Devido à redundância de atuação, a carga pode ser distribuída de forma distinta entre os dois robôs. Se o manipulador  $M_1$  tiver maior capacidade de carga, é desejável que suporte mais do que a metade da carga, evitando a sobrecarga do manipulador  $M_2$  com menor capacidade de carga.



(a) Estrutura cinemática



(b) Grafo correspondente

Figura 2.8: Robôs seriais em tarefa de compartilhamento de carga

Nos manipuladores paralelos (mecanismos de cadeia fechada) existem juntas atuadas (ativas) e juntas não atuadas (passivas). E escolha das juntas a serem atuadas é um critério de projeto que não afeta as configurações possíveis de serem alcançadas nem o volume de trabalho do manipulador. Existem duas abordagens diferentes na literatura para conceituar redundância de atuação de manipuladores paralelos.

Na abordagem apresentada por Hunt (1978) e estendida por Dasgupta e Mruthyunjaya (1998), um manipulador somente será paralelo se em cada uma das suas pernas existir apenas um atuador. Se houver mais de um atuador em cada perna, o manipulador é considerado híbrido. Utilizando este conceito, o manipulador paralelo terá redundância de atuação se existir um número maior de pernas do que o necessário para posicionar e orientar o efetuador do robô.

Na abordagem utilizada por Merlet (2000), o manipulador paralelo pode ter mais de um atuador em cada perna e a redundância de atuação ocorre quando o número de juntas ativas é maior que a mobilidade do mecanismo. A redundância de atuação pode ocorrer pelo acréscimo de atuador em uma perna já existente ou pela adição de uma nova perna com no mínimo uma junta ativa. Ao longo do texto é utilizada a abordagem de Merlet para definir a redundância de atuação de manipuladores paralelos.

Para exemplificar o conceito de redundância de atuação em manipuladores paralelos, o mecanismo da Figura 2.2(a) de mobilidade  $M=3$  é utilizado. Para movimentar este robô ao longo de todas as trajetórias possíveis, considerando seu espaço de trabalho, o número mínimo necessário de juntas ativas é três, podendo permanecer as demais passivas. Se no projeto inicial as juntas ativas são as indicadas pelas letras  $A$ ,  $B$  e  $C$  e, se por algum motivo, é posteriormente adicionado um atuador à junta  $D$ , este mecanismo passará a ter quatro juntas atuadas e existirá uma redundância de atuação cujo grau pode ser determinado pela equação (2.17). A redundância de atuação também poderia ser obtida neste mecanismo pela adição de uma perna com no mínimo uma junta atuada.

A redundância de atuação não é uma característica da cadeia cinemática. Nos robôs seriais, a redundância de atuação ocorre somente quando, na execução de uma tarefa específica, ocorre o fechamento da cadeia cinemática. Nos robôs paralelos, a existência de redundância de atuação depende exclusivamente de uma escolha feita pelo projetista em relação ao número de juntas atuadas. Para existir redundância de atuação, o número de juntas atuadas  $j_a$  deve ser sempre maior que a mobilidade  $M$  do mecanismo.

### 3 ANÁLISE CINEMÁTICA E ESTÁTICA DE ROBÔS

A análise cinemática compreende tanto o estudo da posição (cinemática de posição) como o da velocidade (cinemática diferencial) de mecanismos. Na cinemática direta de posição, a posição linear ou angular das juntas ativas é conhecida e o objetivo é obter a posição de um elo ou de um ponto específico do mecanismo. Em robôs seriais, este ponto em geral corresponde ao efetuador. Em robôs paralelos, este ponto também é chamado de efetuador e corresponde em geral ao centro da plataforma livre do robô.

Na cinemática direta diferencial, a velocidade linear ou angular das juntas ativas é conhecida e o objetivo é obter a velocidade de um elo ou de um ponto específico do mecanismo. Na cinemática inversa, a posição (ou velocidade) de um ponto específico do mecanismo é conhecida e o objetivo é encontrar a posição (ou velocidade) das juntas atuadas (ASADA; SLOTINE, 1986).

Na análise estática de mecanismos, o objetivo é determinar as solicitações existentes nas juntas e, quando houver contato com o meio, os esforços existentes na interface. Em primeira análise não abrange o estudo dos esforços internos de tração, compressão, torção ou cisalhamento existentes nos elos, mas, conhecidos os esforços nas juntas, os esforços internos existentes nos elos podem ser determinados e utilizados no projeto dimensional do sistema.

Neste capítulo é apresentada a estática de robôs seriais e paralelos, redundantes ou não, através da abordagem tradicional (diagrama de equilíbrio do corpo livre) e através do método de Davies (1981). O conceito geral de cinemática diferencial para estes tipos de mecanismos também é apresentado. Para compreensão do método de Davies, conhecimentos básicos sobre teoria dos helicoides e a utilização de uma terminologia específica são discutidos. A resolução de estática de alguns mecanismos é mostrada no final do capítulo. Detalhes sobre a formulação da cine-

mática diferencial através do método convencional e através do método de Davies, com auxílio das cadeias virtuais, juntamente com a resolução de alguns exemplos, são apresentados no Apêndice A e no Apêndice B.

### 3.1 REVISÃO SOBRE TEORIA DE HELICOIDES

Formulada inicialmente por Mozzi (1763) e sistematizada por Ball (1900 - reedição 1998), a teoria dos helicoides encontrou na robótica e no estudo de mecanismos um campo fértil para sua aplicação (DAVIDSON; HUNT, 2004). É uma ferramenta capaz de representar o estado instantâneo de movimentos e de ações de corpos rígidos no espaço, sendo por isso empregada na análise cinemática e estática de mecanismos.

#### 3.1.1 Helicoides na Cinemática: o Heligiro

O teorema de Mozzi afirma que as velocidades de um corpo rígido em relação a um referencial fixo podem ser descritas através de uma rotação diferencial  $\omega$  em relação a um eixo fixo e uma translação diferencial  $\tau_d$  na direção do mesmo eixo, ocorrendo simultaneamente. O movimento completo combinando rotação e translação é um movimento helicoidal que pode ser representado através de um heligiro  ${}^M$  (*twist* do inglês). A relação entre a velocidade linear e a velocidade angular de um heligiro é denominada de passo  $h$  do heligiro.

$$h = \frac{\|\tau_d\|}{\|\omega\|} \quad (3.1)$$

O heligiro  ${}^M$  pode ser representado através de dois vetores  $\{\omega; V_p\}$ . O vetor  $\omega$  é a velocidade angular do corpo em relação a



um referencial fixo dado por  $\omega=\{L, M, N\}$  onde  $L$ ,  $M$  e  $N$  são respectivamente as velocidades angulares em torno de cada um dos eixos principais  $x$ ,  $y$  e  $z$  do sistema de coordenadas referencial. O vetor  $V_p$  é a velocidade linear de um ponto do corpo instantaneamente na origem do sistema de referência dado por  $V_p = \{P^*, Q^*, R^*\}$ , onde  $P^*$ ,  $Q^*$  e  $R^*$  são respectivamente as velocidades lineares nas direções de cada um dos eixos cartesianos  $x$ ,  $y$  e  $z$  do sistema de coordenadas referencial. O vetor de velocidade  $V_p$  possui duas componentes, uma relativa à velocidade na direção do eixo do heligiro, dada por  $\tau = h\omega$ , e outra relativa à velocidade perpendicular ao eixo do heligiro. Esta velocidade perpendicular ao eixo do heligiro é calculada pelo produto vetorial entre  $S_o$  e a velocidade angular  $\omega$ , onde o vetor  $S_o$  é o vetor posição de algum ponto sobre o eixo do heligiro.

Quando a parcela relativa à velocidade na direção do eixo do heligiro é nula, representa-se a velocidade linear na forma  $V_p = \{P, Q, R\}$ , suprimindo-se o asterisco sobrescrito. A Figura 3.1 apresenta o heligiro e seus componentes principais, onde  $p$  é um ponto pertencente ao corpo, instantaneamente na origem  $O$ - $xyz$ , e  $S^M$  é o vetor normalizado na direção do eixo do heligiro

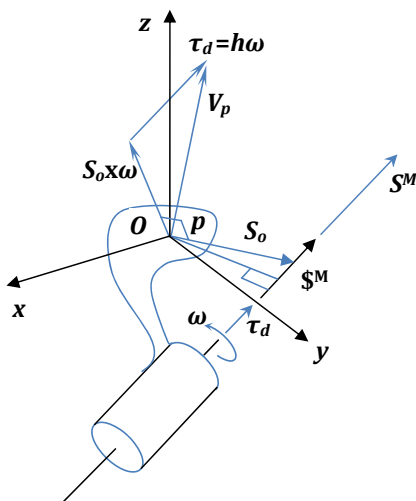


Figura 3.1: Componentes do heligiro

É possível normalizar o heligiro, separando-o em um componente geométrico  $\hat{\$}^M$  sem dimensão associada e um componente escalar  $\varphi$  com unidade de velocidade angular de forma que  $\$^M$  é dado por:

$$\begin{aligned} \$^M = \begin{Bmatrix} \vec{\omega} \\ \text{---} \\ \vec{V}_p \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} L \\ M \\ N \\ P^* \\ Q^* \\ R^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{S}^M \varphi \\ \text{---} \\ (\vec{S}_0 \times \vec{S}^M + h \vec{S}^M) \varphi \end{Bmatrix} = \quad (3.2) \\ &= \begin{Bmatrix} \vec{S}^M \\ \text{---} \\ (\vec{S}_0 \times \vec{S}^M + h \vec{S}^M) \end{Bmatrix} \varphi = \hat{\$}^M \varphi \end{aligned}$$

A linha que aparece no vetor do heligiro tem como finalidade separar as componentes dos vetores  $(\omega; V_p)$ . Esta separação não tem utilidade prática e é utilizada apenas nesta e na próxima seção para facilitar a compreensão dos conceitos de heligiro e heliforça. Nas demais seções e capítulos deste trabalho esta separação é suprimida.

Na cinemática diferencial, o heligiro pode ser utilizado tanto para representar o movimento de um elo em relação a um referencial fixo como para representar o movimento relativo de um elo em relação aos elos adjacentes. Em ambas as situações, este movimento pode ser associado aos movimentos permitidos pelas juntas ou pares cinemáticos que constituem o mecanismo. Portanto, na análise cinemática de robôs deve-se associar a cada junta um heligiro que representa os movimentos relativos permitidos pela junta.

Nas juntas prismáticas, o único movimento relativo permitido é a translação na direção do eixo da junta. Não existe veloci-

dade angular e considera-se que o heligiro possui passo  $h$  infinito. Sua representação para este tipo de junta fica reduzida a:

$$\$_M^M = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ P^* \\ Q^* \\ R^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \tau \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ - \\ - \\ \vec{S}^M \end{Bmatrix} \varphi = \hat{\$_M^M} \varphi \quad (3.3)$$

onde a magnitude  $\varphi$  possui dimensão de velocidade linear.

Nas juntas rotativas, o único movimento permitido é a rotação em relação ao eixo da junta. Não existe a componente de velocidade linear na direção do eixo da junta e o passo do heligiro é zero. Sua representação para este tipo de junta fica reduzida a:

$$\$_M^M = \begin{Bmatrix} \vec{\omega} \\ - \\ - \\ \vec{V}_p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} L \\ M \\ N \\ P \\ Q \\ R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{S}^M \varphi \\ - \\ - \\ \vec{S}_0 \times \omega \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{S}^M \\ - \\ - \\ \vec{S}_0 \times \vec{S}^M \end{Bmatrix} \varphi = \hat{\$_M^M} \varphi \quad (3.4)$$

onde a magnitude  $\varphi$  possui dimensão de velocidade angular.

A maioria dos manipuladores seriais apresenta apenas juntas prismáticas e rotativas. Nos robôs paralelos, podem ser empregadas também juntas esféricas, cilíndricas e outras. O movimento permitido por cada uma destas juntas com mais de um grau de liberdade pode ser representado pelo movimento de juntas rotativas e/ou prismáticas associadas em série. Assim, independente do tipo de junta utilizada, sempre é possível representar seu movimento permitido através de uma das formas reduzidas de heligiro apresentadas, ou através de uma associação em série delas.

### 3.1.2 Helicoides na Estática: a Heliforça

O conjunto de todas as ações (forças e momentos) atuantes em um corpo rígido pode ser reduzido a sistema composto por uma força atuando ao longo de uma linha de ação e por um binário paralelo à mesma linha (POINSOT, 1806). Na análise estática, dependendo do ponto escolhido para explicitar as equações de equilíbrio, esta força gera também um momento em relação a este ponto.

Este sistema pode ser representado de forma unívoca através de uma heliforça  $S^A$  (do inglês *wrench*). A heliforça é composta por um vetor  $R$  que representa a força atuando ao longo da linha de ação normalizada  $\vec{S}^A$  e um vetor  $T_p$  que representa o momento calculado em um ponto específico do corpo. As componentes  $\{L, M, P\}$  da força  $\vec{R}$ , representam respectivamente as forças nas direções de cada um dos eixos cartesianos  $x, y$  e  $z$  do sistema de coordenadas referencial. O momento  $\vec{T}_p$  é composto pelo binário  $\vec{T}$  de eixo paralelo a  $\vec{S}^A$  e pelo momento devido à atuação da força  $\vec{R}$ , calculado pelo produto vetorial entre os vetores  $S_o$  e  $R$  (Figura 3.2). As componentes  $\{P^*, Q^*, R^*\}$  do momento  $\vec{T}_p$  representam respectivamente os momentos em torno de cada um dos eixos cartesianos  $x, y$  e  $z$  do sistema de coordenadas referencial. O vetor  $\vec{S}^A$  é unitário e corresponde ao eixo de atuação da heliforça e o vetor  $S_o$  é o vetor posição de algum ponto sobre o eixo  $S^A$  da heliforça, em relação ao ponto  $p$  escolhido para explicitar as equações de equilíbrio.

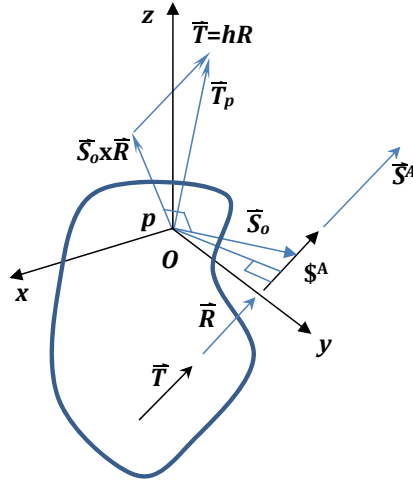


Figura 3.2: Componentes da heli-força

O binário  $\vec{T}$  tem unidade de [força] x [comprimento] e pode ser relacionado à força  $\vec{R}$  através do passo  $h$  da heli-força por:

$$\vec{T} = h\vec{R} \tag{3.5}$$

É possível normalizar a heli-força, separando-a em um componente geométrico  $\hat{\$}^A$  sem dimensão associada e um componente escalar  $\psi$  com unidade de força de forma que:

$$\begin{aligned} \$^A &= \begin{pmatrix} \vec{T}_p \\ \vec{R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^* \\ Q^* \\ R^* \\ L \\ M \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\vec{S}_0 \times \vec{R} + h\vec{R}) \\ \vec{R} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} (\vec{S}_0 \times \vec{S}^A + h\vec{S}^A)\psi \\ \vec{S}^A \psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\vec{S}_0 \times \vec{S}^A + h\vec{S}^A) \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} \psi = \hat{\$}^A \psi \end{aligned} \tag{3.6}$$

Quando a heliforça é apresentada neste formato, com o momento na parcela superior, a formação é dita radial. Se o momento encontra-se na parcela inferior, a formação é dita axial. Ao longo do texto são utilizadas as duas formações, sendo enfatizada em cada situação qual a formação adotada.

Na análise estática de robôs, as ações transmitidas ou restringidas por uma junta que acopla dois elos consecutivos podem ser representadas através de uma heliforça. Como o escalar  $\psi$  que define o eixo de ação em geral não aponta em uma das direções cartesianas do sistema de coordenadas escolhido como referência do sistema, é usual representar cada restrição através de uma heliforça denominada heliforça unitária. A heliforça resultante é o somatório das heliforças unitárias existentes.

Respeitando as convenções de um sistema de coordenadas  $O-xyz$  dextrogiro, as restrições podem ser decompostas em três forças  $F_x$ ,  $F_y$  e  $F_z$  e em três momentos  $M_x$ ,  $M_y$  e  $M_z$  em relação aos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  do espaço cartesiano.

Se a heliforça representar um binário (momento puro), o passo  $h$  da heliforça é considerado infinito e a força  $\vec{R}$  vale zero. Só existirá, portanto, a componente  $\vec{T}$  da heliforça que pode ser decomposta nas direções cartesianas do sistema de referência de forma que:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}^A = \begin{pmatrix} \vec{T} \\ - \\ 0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_x \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ M_y \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ - \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} M_x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ - \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} M_y + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ - \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} M_z \end{aligned} \quad (3.7)$$

Nesta forma reduzida, a dimensão das magnitudes de cada uma das heliforças unitárias é [força] x [distância].

Se a heliforça representar forças puras, o passo  $h$  é zero e a componente  $\vec{T}_p$  que representa o momento fica reduzida a  $\vec{S}_0 \times \vec{R}$ . Conhecidas as coordenadas  $p_x$ ,  $p_y$  e  $p_z$  que determinam o vetor  $S_o$ , cada uma das restrições pode ser escrita na forma de uma heliforça unitária e a magnitude de cada uma delas apresenta dimensão de força.

$$\begin{aligned} \mathcal{S}^A = \begin{Bmatrix} \vec{T}_p \\ \vec{R} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \vec{S}_0 \times \vec{R} \\ F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -p_z F_y + p_y F_z \\ p_z F_x - p_x F_z \\ -p_y F_x + p_x F_y \\ F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} = \\ &= \begin{Bmatrix} 0 \\ p_z \\ -p_y \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} F_x + \begin{Bmatrix} -p_z \\ 0 \\ p_x \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} F_y + \begin{Bmatrix} p_y \\ -p_x \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} F_z \end{aligned} \quad (3.8)$$

Na análise estática de mecanismos pelo método de Davies, é conveniente que todas as heliforças existentes sejam representadas em relação ao mesmo ponto (em geral a origem do sistema), evitando a necessidade de transformações de coordenadas na determinação das equações de equilíbrio.

### 3.2 MÉTODO DE DAVIES: TERMINOLOGIA E PRINCÍPIOS FUNDAMENTAIS

A metodologia de Davies para análise cinemática e estática está baseada na Lei dos circuitos e na Lei dos nós de Kirchhoff

(DAVIES, 1995). As definições utilizadas por Davies, a seguir descritas, são necessárias para a compreensão do método.

A velocidade rotacional e a velocidade translacional que definem o estado cinemático de um corpo são os movimentos. As forças e momentos que surgem na interação entre dois corpos são as ações. Na análise cinemática utiliza-se de forma genérica o termo movimento para representar as velocidades lineares e angulares e na análise estática utiliza-se de forma genérica o termo ação para representar forças e momentos.

Um acoplamento é o meio pelo qual as ações são transmitidas entre os corpos, podendo permitir movimento relativo entre eles. As juntas são acoplamentos que permitem no mínimo um grau de liberdade.

Uma rede de acoplamentos é formada por corpos (elos) e seus acoplamentos. Entre cada par de corpos há sempre um acoplamento que pode ser ativo ou passivo. Nos acoplamentos ativos, a ação ocorre com a conversão de potência mecânica em outra forma de potência e vice-versa. O acoplamento ativo será uma entrada ou fonte quando fornece potência à rede de acoplamentos. Saída ou receptor é o acoplamento ativo que retira potência da rede de acoplamentos. Quando não ocorre geração nem consumo de potência o acoplamento é dito passivo. Os conceitos de mobilidade, grau bruto de liberdade e de restrição definidos para mecanismos na Seção 2.2 aplicam-se ao formalismo de Davies para redes de acoplamento.

Redes de acoplamento com mobilidade  $M=0$ , onde não existe a possibilidade de movimento relativo entre os corpos, são chamadas de estruturas. Se uma estrutura possui grau líquido de restrição maior do que zero é dita super-restringida (do inglês *overconstrained*) ou hiperestática.

As cadeias cinemáticas são redes de acoplamento que apresentam movimento relativo entre seus corpos ou elos, ou seja, mobilidade  $M>0$ . Este movimento relativo é definido como uma sub-restrição (do inglês *underconstrained*) da rede.



As ações externas atuam sobre as redes de acoplamento através de um par de terminais denominados porta da rede. Se a ação externa fornece energia ao sistema, atua sobre uma porta de entrada. Se a ação externa consome energia ao sistema, atua sobre uma porta de saída.

Um mecanismo é uma cadeia cinemática onde existe ao menos uma porta de entrada. É considerado atuado quando existem atuadores acoplados às suas portas de entrada. Quando um dos elos ou um ponto de um elo do mecanismo é definido como sendo o efetuator final (EF), ou simplesmente efetuator, o mecanismo atuado passa a ser chamado de manipulador.

Na análise estática de redes de acoplamento, a existência de equações linearmente dependentes (redundantes) implica na existência de sub-restrições. As sub-restrições não impossibilitam a análise estática, mas as ações possíveis não são livres. Ações externas aplicadas ao mecanismo em determinadas direções não podem ser compensadas, gerando movimentos, e o equilíbrio estático não pode ser alcançado, a não ser pela adição de outra ação externa.

### 3.3 CINEMÁTICA DIFERENCIAL DE ROBÔS SERIAIS E PARALELOS

A cinemática diferencial estabelece uma relação entre os movimentos das juntas do robô e o movimento de um ponto importante do robô. Este ponto em geral é onde ocorre a interação do robô com meio, seja através de contato físico ou através da manutenção de uma distância controlada. Como descrito anteriormente, nos manipuladores este ponto é o efetuator, que pode ser uma garra, uma ferramenta para solda ponto, uma pistola para aplicação de tinta e outros. Os movimentos são sempre calculados em relação a um referencial que em geral é o elo fixo da base do robô.

Na cinemática diferencial, a relação entre as velocidades das juntas e a velocidade do efetuador pode ser determinada na forma matricial pela matriz jacobiana  $J$  do manipulador, também referenciada na literatura como Jacobiano. Em Tsai (1999) e suas referências são apresentados os principais métodos para determinação do Jacobiano de robôs seriais e paralelos. Considerando  $\dot{\theta}$  um vetor contendo as velocidades das juntas (rotação ou translação) e  $\dot{x}$  a velocidade do efetuador (rotação e translação), a cinemática direta nos manipuladores seriais é dada por:

$$\dot{x} = J\dot{\theta} \quad (3.9)$$

Nos robôs paralelos, é usual apresentar o Jacobiano em duas parcelas. Conhecida a função  $f(x, \theta)$  que estabelece a cinemática de posição do robô,  $J_x$  é a derivada parcial da função  $f$  em relação a  $x$  e  $J_\theta$  é a derivada parcial de  $f$  em função de  $\theta$ . A cinemática dos manipuladores paralelos pode ser escrita na forma:

$$J_x \dot{x} = J_\theta \dot{\theta} \quad (3.10)$$

Independente do tipo de robô e do procedimento utilizado para encontrá-la, o Jacobiano sempre irá depender da posição atual do robô, ou seja, das coordenadas atuais das juntas do robô. Para o cálculo da cinemática diferencial é necessário o cálculo da cinemática de posição, podendo ser empregados métodos geométricos ou numéricos para obtê-la.

Na ausência de redundâncias cinemáticas, o Jacobiano dos manipuladores seriais é uma matriz quadrada e possui dimensão  $j * j$ , onde  $j$  é igual ao número de juntas, ou, da mesma forma, à mobilidade da cadeia cinemática. Não existindo dependência linear (singularidades), a matriz jacobiana admite inversa e a cinemática inversa pode ser escrita na forma:

$$\dot{\theta} = J^{-1} \dot{x} \quad (3.11)$$

Nos robôs paralelos, na ausência de singularidades e de redundâncias cinemáticas e de atuação, tanto a matriz  $J_x$  como a matriz  $J_\theta$  admitem inversa e as relações podem ser escritas na forma:

$$\dot{\theta} = J_{\theta}^{-1} J_x \dot{x} = J \dot{x} \quad (3.12)$$

$$\dot{x} = J^{-1} \dot{\theta} \quad (3.13)$$

A matriz  $J$  resultante possui dimensão  $j_a \times j_a$ , onde  $j_a$  corresponde ao número de juntas ativas. Observe que no caso de robôs paralelos o Jacobiano possui definição inversa ao de robôs seriais. Considerando a existência das juntas passivas  $j_p$ , o número total de juntas  $j$  desta classe de mecanismos é igual a  $j_a + j_p$ . As velocidades das juntas passivas em geral não são importantes na análise cinemática e não aparecem no vetor de velocidade das juntas. O processo de cálculo do Jacobiano exige sempre alguma manipulação algébrica para eliminação das equações relativas às juntas passivas.

A cinemática diferencial não é utilizada diretamente na metodologia de otimização proposta neste trabalho. Mas o princípio do trabalho virtual e o princípio da ortogonalidade apresentados na Seção 3.5 permitem, sob certas condições, obter as equações da estática a partir das equações da cinemática diferencial. Por este motivo, o procedimento para o cálculo da cinemática diferencial de robôs seriais e paralelos através do método de Davies, com o emprego da cadeia virtual, é apresentado no Apêndice A. Exemplos de cálculo e abordagens existentes na literatura para resolver a cinemática diferencial de robôs cinematicamente redundantes são apresentados no Apêndice C.

### 3.4 ANÁLISE ESTÁTICA DE ROBÔS

A análise estática de um mecanismo é em geral baseada na solução das equações de equilíbrio que caracterizam o sistema. Os robôs são mecanismos atuados que possuem no mínimo um grau de liberdade. Para que exista um equilíbrio estático deve haver a presença ações externas através de suas portas de entrada e de saída. Consideram-se ações externas os torques e forças dos

atuadores, as forças gravitacionais e as forças e momentos existentes na interação do robô com o meio (DAVIES, 1983).

Na análise estática de mecanismos podem-se aplicar ações nos atuadores e calcular os esforços que o robô impõe ao meio ou podem-se aplicar ações de contato e calcular ações nos atuadores necessários para equilibrá-las.

Definindo como  $\tau$  as forças e momentos aplicados pelos atuadores e como  $F$  as forças e momentos aplicados pelo meio, em geral o objetivo é estabelecer uma relação entre  $\tau$  e  $F$  na forma:

$$\tau = f(\theta)F \quad (3.14)$$

onde a função  $f$  depende apenas da posição atual das juntas do manipulador.

Existem vários métodos empregados no cálculo da estática de mecanismos espaciais como o método vetorial, vetores duais e quaternions duais, método de Davies utilizando helicoides e o princípio do trabalho virtual (CAZANGI, 2008). Nas próximas seções é apresentado, tanto para robôs seriais como para robôs paralelos, o método de Davies. O método baseado no diagrama do corpo livre é apresentado no Apêndice A. Estes métodos aplicam-se a robôs que não possuem redundância de atuação. Considerações sobre a estática de robôs com redundância de atuação são apresentadas também no Apêndice A.

### 3.4.1 Estática de Robôs: Método de Davies

Para a análise estática de cadeias cinemáticas através do método de Davies, as forças externas aplicadas devem ser inter-nalizadas de forma que a cadeia fique super-restringida (DAVIES, 1983). Originalmente desenvolvida para cadeias fechadas, o conceito pode ser estendido para cadeias cinemáticas abertas através do fechamento da cadeia no ponto de contato com o meio (ERTHAL, 2010).

As equações de equilíbrio são obtidas dos grafos que representam os mecanismos aplicando-se a lei dos cortes, que estabelece que a soma algébrica das heliforças que pertencem ao mesmo corte é zero. Cada corte segmenta o mecanismo em subconjuntos onde, para cada um deles, o equilíbrio estático deve ser preservado. Considerando o grau bruto de restrição  $C$  e utilizando-se o conceito de heliforças, pode-se escrever para cada corte a equação de equilíbrio na forma matricial:

$$\sum \$^A = [A_D]_{\lambda,C} = [\hat{A}_D]_{\lambda,C} \{\psi\}_{C,1} = \{0\}_{\lambda,1} \quad (3.15)$$

onde  $A_D$  é a matriz das ações do corte e  $\hat{A}_D$  é a matriz de ações unitárias do corte.

O procedimento para definir o número mínimo de cortes necessários (cortes fundamentais) consiste em escolher as cordas e os ramos da árvore definida a partir do grafo. Respeitando a definição de corte, o número de cortes fundamentais  $k$  é igual ao número de arestas do grafo menos o número de circuitos independentes. Considerando um espaço de dimensão  $\lambda$ , de cada corte podem ser definidas  $\lambda$  equações de equilíbrio e o número total de equações é  $\lambda k$ .

O grau bruto de restrição  $C$  considera tanto as restrições internas como as restrições impostas pelas ações externas. O número de variáveis necessárias para definir estaticamente o mecanismo é definido como o grau líquido de restrição  $C_n$  e é determinado por:

$$C_n = C - \lambda k \quad (3.16)$$

Se o número de variáveis conhecidas é menor que  $C_n$ , o mecanismo será estaticamente indeterminado.

As equações de equilíbrio do mecanismo são obtidas concatenando-se convenientemente as matrizes de ação de cada corte em uma única matriz  $A_N$  denominada de matriz de ações de rede. Como para cada corte existem  $\lambda$  linhas, o número total de linhas da matriz  $A_N$  é  $\lambda k$ . Cada coluna deverá conter as dimensões de uma única heliforça. Se a heliforça faz parte do corte, os elemen-

tos da matriz correspondentes ao corte em questão são preenchidos com as dimensões da heliforça, respeitando a convenção de sinais estabelecida pelo digrafo. Se a heliforça não faz parte do corte, os elementos da matriz correspondentes assumem o valor zero. Aplicando o conceito de heliforça unitária, a matriz de ações de rede pode ser escrita como o produto entre a matriz de ações unitárias de rede  $\hat{A}_N$  e o vetor das magnitudes da heliforça. Como para cada corte o somatório das heliforças é zero, as equações de equilíbrio utilizando o método de Davies podem ser escritas na forma:

$$[A_N]_{\lambda k, C} = [\hat{A}_N]_{\lambda k, C} \{\psi\}_{C, 1} = \{0\}_{\lambda k, 1} \quad (3.17)$$

Para resolver a estática, há a necessidade de identificar as  $C_n$  variáveis conhecidas (variáveis primárias) e as  $\lambda k$  incógnitas (variáveis secundárias). A equação (3.17) deve ser manipulada separando-se a matriz de ações de rede em matriz de ações de rede primária  $\hat{A}_{Np}$  e secundária  $\hat{A}_{Ns}$  e o vetor de magnitudes das heliforças em vetor de magnitudes primárias  $\psi_p$  e secundárias  $\psi_s$ , obtendo-se:

$$\{\psi_s\}_{\lambda k, 1} = \left[ -\hat{A}_{Ns}^{-1} \right]_{\lambda k, \lambda k} [\hat{A}_{Np}]_{\lambda k, C_n} \{\psi_p\}_{C_n, 1} \quad (3.18)$$

Todas as heliforças devem obrigatoriamente estar representadas no mesmo sistema de referência.

Esta equação fornece as magnitudes das heliforças das  $\lambda k$  incógnitas em função das  $C_n$  variáveis conhecidas, determinando as ações necessárias para que exista equilíbrio estático. As variáveis conhecidas são em geral ações externas, podendo tanto ser as ações de interação do efetuador com o meio como as ações dos atuadores.

Da forma apresentada, o método de Davies aparentemente funciona apenas para mecanismos de cadeia fechada. Para mecanismos de cadeia aberta, há a necessidade de promover o fechamento da cadeia. Isto pode ser feito considerando-se que o fechamento da cadeia ocorre no ponto de contato do efetuador com o meio.

Independente da técnica utilizada haverá sempre a necessidade de conhecer o posicionamento atual das juntas e elos do manipulador. Na Seção 3.7 são apresentados exemplos de cálculo da estática de robôs paralelos e seriais utilizando o método de Davies.

### 3.5 PRINCÍPIO DO TRABALHO VIRTUAL E DA ORTOGONALIDADE

Na cinemática diferencial é estabelecida através do Jacobiano uma relação entre as velocidades das juntas do manipulador e a velocidade do efetuador. Na estática, o objetivo em geral é estabelecer uma relação entre os torques e as forças aplicados nos atuadores e as ações transmitidas no contato do efetuador com o meio. O princípio do trabalho virtual permite estabelecer uma relação entre a matriz jacobiana e a matriz de transformação das ações (ASADA; SLOTINE, 1986).

Movimentos imaginários ou virtuais, que indiquem deslocamentos e rotações assumidos e não necessariamente realistas, são quantidades diferenciais de primeira ordem, representados respectivamente por  $\delta s$  e  $\delta q$ . O trabalho virtual  $\delta W$  correspondente a um deslocamento virtual causado por uma força  $f$  é dado por:

$$\delta W = f^T \delta s \quad (3.19)$$

O trabalho virtual  $\delta W$  correspondente a uma rotação virtual causado por um momento  $M$  é dado por:

$$\delta W = M^T \delta q \quad (3.20)$$

Em robôs manipuladores, o trabalho virtual realizado pelos torques e forças dos atuadores é definido por:

$$\delta W = \tau^T \delta \theta \quad (3.21)$$

onde  $\tau$  é vetor que composto pelas forças e torques dos atuadores e  $\delta \theta$  é o vetor composto pelos deslocamentos e rotações virtuais

das juntas. O trabalho virtual realizado pelas forças e momentos externos aplicados no efetuador é calculado por:

$$\delta W = F^T \delta x \quad (3.22)$$

onde  $F$  é vetor que composto pelas forças e torques aplicados pelo meio e  $\delta x$  é o vetor composto pelos deslocamentos e rotações virtuais do efetuador. O trabalho virtual total de um manipulador é calculado por:

$$\delta W = \tau^T \delta \theta - F^T \delta x \quad (3.23)$$

O princípio do trabalho virtual estabelece que um sistema de corpos rígidos está em equilíbrio se o trabalho virtual realizado por todas ações externas atuantes no sistema for nulo para cada deslocamento virtual independente do sistema. Para que exista equilíbrio em um mecanismo robótico, pelo princípio do trabalho virtual:

$$\delta W = \tau^T \delta \theta - F^T \delta x = 0 \quad \text{ou} \quad \tau^T \delta \theta = F^T \delta x \quad (3.24)$$

Nos robôs seriais, os deslocamentos virtuais  $\delta x$  e  $\delta \theta$  são relacionados através da matriz jacobiana na forma:

$$\delta x = J \delta \theta \quad (3.25)$$

Substituindo-se a equação (3.25) em (3.24) obtém-se:

$$\tau^T \delta \theta - F^T J \delta \theta = (\tau^T - F^T J) \delta \theta = 0 \quad (3.26)$$

Como a equação (3.26) é verdadeira para qualquer deslocamento arbitrário  $\delta \theta$ , tem-se:

$$\tau^T - F^T J = 0 \quad (3.27)$$

Tomando-se a transposta de (3.27) fica estabelecida a relação:

$$\tau = J^T F \quad (3.28)$$

que mapeia as ações externas aplicadas no efetuador nas ações das juntas necessárias para manter o equilíbrio estático do manipulador.

Nos robôs paralelos, como o jacobiano foi definido de maneira inversa ao jacobiano dos robôs seriais, a relação (3.28) pode ser obtida de maneira similar, mas apresentará formato inverso:



$$F = J^T \tau \quad (3.29)$$

As equações (3.28) e (3.29) evidenciam a existência de uma correspondência entre cinemática diferencial e estática em robôs seriais e paralelos. No entanto, estas equações somente são válidas se não existir nenhuma ação externa além das forças e momentos nas juntas e das forças e momentos aplicados no efetuator pelo meio. Na existência de forças gravitacionais e de atrito, não se obtém, utilizando o princípio do trabalho virtual, uma matriz que estabeleça uma relação direta entre a cinemática diferencial e a estática.

A correspondência entre cinemática diferencial e estática também pode ser estabelecida através do princípio da Ortogonalidade, apresentado por (ANDREWS, 1971). Considerando o método de Davies para análise cinemática e estática, pelo princípio da ortogonalidade é possível determinar a matriz dos cortes conhecendo a matriz dos circuitos e vice-versa. Quando se deseja fazer a análise cinemática e estática de uma rede de acoplamentos, pode-se construir as matrizes que determinam as relações cinemáticas e obter, pelo princípio da ortogonalidade, as matrizes que determinam as relações de equilíbrio estático.

O procedimento detalhado para utilização do princípio da ortogonalidade aplicado ao método de Davies é apresentado em (CAZANGI, 2008). Segundo este autor, sempre que for realizada a análise cinemática e estática de um mecanismo, o princípio da ortogonalidade pode ser empregado para minimizar erros, reduzir esforços computacionais, poupar tempo e tornar o procedimento mais automatizado. As mesmas restrições apresentadas no emprego do princípio do trabalho virtual quanto à existência de forças de atrito e gravitacionais, aplicam-se à utilização do princípio da ortogonalidade.

### 3.6 ANÁLISE COMPARATIVA DO MÉTODO DE DAVIES

O método de Davies apresenta em relação à técnica do diagrama do corpo livre e ao princípio do trabalho virtual as seguintes vantagens:

- formalismo claro para resolução da análise estática de mecanismos;
- facilidade de inclusão de ações externas adicionais;
- formulação matricial;
- facilidade de estender a análise estática de um mecanismo específico para mecanismos similares.

O formalismo do método de Davies é evidenciado pelo procedimento sistematizado na geração dos grafos, escolha dos cortes, obtenção das matrizes de rede, definição das variáveis primárias e manipulação das equações para obtenção das equações de equilíbrio.

O método de Davies permite com maior facilidade a inclusão de ações externas, uma vez que a única alteração necessária é adicionar uma aresta ao grafo representando a heliforça da ação externa e fazer a alteração necessária na matriz de ações unitárias de rede. Na técnica do diagrama do corpo livre, a inclusão de uma ação externa gera a necessidade de um novo processo de substituição para obtenção das equações de equilíbrio.

O sistema de equações de equilíbrio é gerado através do método de Davies diretamente em uma forma matricial, propício para ser resolvido através de técnicas computacionais.

O método de Davies permite estender, apenas com alterações no grafo, nas heliforças e na matriz de ações unitárias, a estática de um mecanismo para mecanismos similares, onde arestas e juntas são adicionadas.

Como desvantagem, o método de Davies é mais complexo, pois exige uma familiaridade com a teoria dos helicoides e inclui no seu equacionamento as forças e momentos internos. Através de manipulação posterior, é possível eliminar as ações internas e

estabelecer uma relação apenas entre as ações dos atuadores e as ações externas aplicadas pelo meio. Mas este procedimento é trabalhoso, principalmente considerando que o princípio do trabalho virtual já fornece esta relação de forma direta.

Para utilização da metodologia de otimização da capacidade de força-momento proposta nesta tese, o método de Davies é empregado devido às vantagens apresentadas. Mas o método não é restritivo, permitindo que qualquer abordagem existente na literatura possa ser empregada na obtenção das equações de equilíbrio de mecanismos, desde que estabeleça uma relação entre as ações de contato com o meio e as forças e momentos nos atuadores.

### 3.7 EXEMPLOS DE CÁLCULO DA ESTÁTICA DE MANIPULADORES

Para exemplificar o método de Davies, é mostrado a seguir o cálculo da estática do manipulador serial  $PRRR$  e do manipulador paralelo  $3-RRR$ . No Apêndice A é feita uma análise comparativa da resolução da estática do manipulador  $RRR$  pelo método convencional e pelo método de Davies. O objetivo não é avaliar a superioridade de um método em relação ao outro e sim identificar as potencialidades de cada um na solução de problemas.

Independente do método empregado, a análise cinemática diferencial e a análise estática exigem que a configuração ou postura do robô seja conhecida. Portanto, em todos os exemplos, considera-se resolvida a cinemática de posição, ou seja, a posição cartesiana de qualquer ponto do manipulador é conhecida.

### 3.7.1 Robô serial *PRRR* : análise estática pelo método de Davies

O robô serial mostrado na Figura 3.3 é planar, com uma junta prismática e três juntas rotativas, apresentando grau de mobilidade  $M=4$ . Trabalhando em um espaço de dimensão três, independente da tarefa que executa, apresenta redundância cinemática.

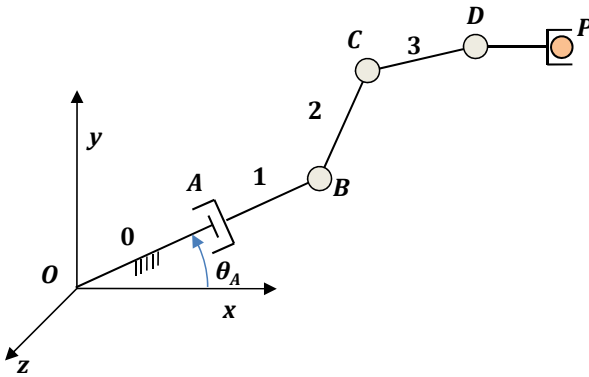


Figura 3.3: Manipulador serial com três juntas rotativas e uma prismática

A distância entre a origem e a junta  $A$  é fixa e igual a  $L_F$ . A direção de atuação da junta prismática é definida pelo ângulo  $\theta_A$ . As coordenadas de posição de cada uma das juntas e as coordenadas do efetuador, referenciadas em relação ao sistema de coordenadas  $O$  fixo da base, são conhecidas e definidas por:

$$A = \begin{Bmatrix} X_A \\ Y_A \\ 0 \end{Bmatrix}; B = \begin{Bmatrix} X_B \\ Y_B \\ 0 \end{Bmatrix}; C = \begin{Bmatrix} X_C \\ Y_C \\ 0 \end{Bmatrix}; D = \begin{Bmatrix} X_D \\ Y_D \\ 0 \end{Bmatrix}; P = \begin{Bmatrix} X_P \\ Y_P \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad (3.30)$$

Para resolver a estática do robô *PRRR* pode-se utilizar sem restrições o método do diagrama do corpo livre e o método de Davies, procedendo de maneira similar ao apresentado no Apêndice A para o robô *RRR*. Mas o método de Davies mostra de forma mais direta e sistemática as variáveis primárias e secundárias

rias e o grau de restrição da cadeia, facilitando a compreensão da influência da redundância cinemática na análise estática.

O grafo de ações do robô *PRRR* é mostrado na Figura 3.4. O fechamento da cadeia ocorre no ponto *P* de contato entre o manipulador e o meio. Como cada uma das quatro juntas impõe duas restrições ao movimento, o grau bruto de restrição das forças internas é oito. As ações externas atuantes são os torques nas juntas rotativas *B*, *C* e *D*, a força na junta prismática *A* e as ações  $F_x$ ,  $F_y$  e  $M_z$  que o meio aplica no efetuador. Desconsiderando forças de atrito e o efeito da gravidade, o grau bruto de restrição do robô é  $C=15$ .

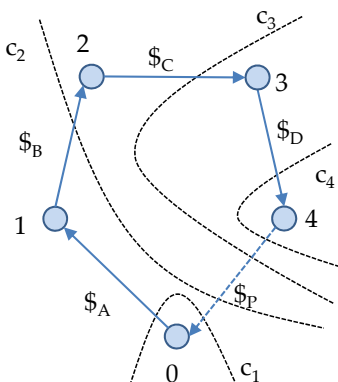


Figura 3.4: Grafo do manipulador serial *PRRR*

O número de cortes  $k$  é quatro e o grau líquido de restrição é determinado por:

$$C_n = C - \lambda k = 15 - 3 \times 4 = 3 \quad (3.31)$$

Portanto, são necessárias três variáveis primárias para determinar estaticamente o mecanismo.

Os torques  $M_{z_B}$ ,  $M_{z_C}$  e  $M_{z_D}$  em torno do eixo  $z$  aplicados nas juntas atuadas *B*, *C* e *D* são representados de forma simplificada por  $\tau_B$ ,  $\tau_C$  e  $\tau_D$  respectivamente. Em cada um destas juntas ocorrem também forças nas direções cartesianas  $x$  e  $y$ , suportadas pela estrutura do manipulador. No contato com meio considera-se a

presença de forças  $F_x$  e  $F_y$  nas direções  $x$  e  $y$  respectivamente e de um momento  $M_z$  em torno do eixo  $z$ . O atuador prismático aplica uma força  $F_A$  na direção dada pelo ângulo  $\theta_A$  e a estrutura do manipulador suporta na junta  $A$  um momento  $M_{z_A}$  e uma força  $F_{PA}$  perpendicular à força  $F_A$ . Para obter de forma direta das equações de equilíbrio da força aplicada na junta prismática, é conveniente escrever as forças  $F_{x_A}$  e  $F_{y_A}$  em função de  $F_A$  e  $F_{PA}$  na forma:

$$F_{x_A} = F_A \cos(\theta_F) - F_{PA} \sin(\theta_F) \quad (3.32)$$

$$F_{y_A} = F_A \sin(\theta_F) + F_{PA} \cos(\theta_F) \quad (3.33)$$

Considerando o espaço plano, as componentes  $P^*$ ,  $Q^*$  e  $N$  das heliforças que representam as ações presentes em cada uma das juntas são nulas e não serão representadas. As heliforças podem ser decompostas em um somatório de três heliforças, cada uma representando a ação em uma das direções cartesianas. Para as juntas rotativas e para o ponto de contato, as heliforças possuem mesmo formato e podem ser escritas na forma:

$$\$B = \$_{BMz} + \$_{BFx} + \$_{BFy} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tau_B + \begin{Bmatrix} -Y_B \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} F_{xB} + \begin{Bmatrix} X_B \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} F_{yB} \quad (3.34)$$

$$\$C = \$_{CMz} + \$_{CFx} + \$_{CFy} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tau_C + \begin{Bmatrix} -Y_C \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} F_{xB} + \begin{Bmatrix} X_C \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} F_{yC} \quad (3.35)$$

$$\$D = \$_{DMz} + \$_{DFx} + \$_{DFy} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tau_D + \begin{Bmatrix} -Y_D \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} F_{xD} + \begin{Bmatrix} X_D \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} F_{yD} \quad (3.36)$$

$$\$P = \$_{PMz} + \$_{PFx} + \$_{PFy} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} M_z + \begin{Bmatrix} -Y_P \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} F_x + \begin{Bmatrix} X_P \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} F_y \quad (3.37)$$

Na junta prismática, o momento gerado pela força  $F_A$  em relação à origem é nulo e a heliforça pode ser escrita na forma:

$$\$A = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} M_{z_A} + \begin{Bmatrix} 0 \\ \cos(\theta_F) \\ \sin(\theta_F) \end{Bmatrix} F_A + \begin{Bmatrix} \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} \\ -\sin(\theta_F) \\ \cos(\theta_F) \end{Bmatrix} F_{PA} \quad (3.38)$$



A equação (3.40) fornece de forma geral as equações de equilíbrio, independente de quais são as variáveis conhecidas. O próximo passo da análise estática é definir quem são as variáveis primárias conhecidas, necessárias para determinação de todas as ações existentes no sistema.

Escolhendo como variáveis primárias as forças de contato com o meio e escrevendo de forma compacta com a utilização das matrizes de ação unitárias de rede chega-se a:

$$\{\psi_s\}_{12,1} = -[\hat{A}_{Ns}^{-1}]_{12,12} [\hat{A}_{Np}]_{12,3} \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ M_z \end{Bmatrix} \quad (3.41)$$

onde o vetor de magnitudes secundárias  $\psi_s$  é dado por:

$$\psi_s = \{F_A \quad F_{PA} \quad M_{zA} \quad F_{xB} \quad F_{yB} \quad \tau_B \quad \dots \\ \dots \quad F_{xC} \quad F_{yC} \quad \tau_C \quad F_{xD} \quad F_{yD} \quad \tau_D\} \quad (3.42)$$

As matrizes de ações de rede dependem da geometria e da posição atual do mecanismo. Na ausência de singularidades, a matriz de ações de rede secundária pode ser invertida e as ações secundárias calculadas. Desta forma, dadas as ações de contato com o meio, calculam-se as forças e momentos nos atuadores e as forças e momentos de reação em todas as juntas do manipulador.

Escolhendo como variáveis primárias as ações nos atuadores obtém-se:

$$[\hat{A}_{Ns}]_{12,11} \{\psi_s\}_{11,1} = -[\hat{A}_{Np}]_{12,4} \begin{Bmatrix} F_A \\ \tau_B \\ \tau_C \\ \tau_D \end{Bmatrix} \quad (3.43)$$

A matriz de ação de rede secundária não admite inversa é não é possível calcular as variáveis secundárias. Isto ocorre porque o grau de restrição líquido do sistema é três. Portanto, uma das ações nos atuadores sempre será dependente das outras três de forma a garantir o equilíbrio estático. Escolhendo a força na junta prismática  $A$  como variável secundária, o sistema pode ser escrito na forma:



$$\{\psi_s\}_{12,1} = -[\hat{A}_{Ns}^{-1}]_{12,12} [\hat{A}_{Np}]_{12,3} \begin{Bmatrix} \tau_B \\ \tau_C \\ \tau_D \end{Bmatrix} \quad (3.44)$$

onde o vetor de magnitudes secundárias  $\psi_s$  é dado por:

$$\psi_s = \{F_A \quad F_{PA} \quad M_{z_A} \quad F_{x_B} \quad F_{y_B} \quad F_{x_C} \quad F_{y_C} \dots \quad (3.45)$$

$$\dots F_{x_D} \quad F_{y_D} \quad F_x \quad F_y \quad M_z\}^T$$

E, desde que a matriz  $A_N$  não seja singular, obtém-se os valores das variáveis secundárias.

A redundância cinemática em robôs seriais implica que as ações nas juntas não são independentes. Se objetivo é aplicar uma ação controlada no meio ou suportar uma ação aplicada pelo meio, os torques necessários nas juntas para manter o equilíbrio estático podem ser determinados pela equação (3.41). Mas não existe a liberdade de aplicar ações desejadas nas quatro juntas.

No robô *PRRR*, definidos os torques nas juntas rotativas, a força na junta prismática será aquela necessária para manter o equilíbrio estático do sistema. Se for aplicada uma força diferente da necessária, o equilíbrio estático é quebrado e não pode ser reestabelecido através de uma alteração nas ações de contato. O equilíbrio estático somente será alcançado novamente se houver uma nova composição de torques nas juntas rotativas.

### 3.7.2 Robô Paralelo 3-RRR : análise estática pelo método de Davies

O robô paralelo 3-RRR mostrado na Figura 3.5 possui três pernas, sendo que em cada perna existem três juntas rotativas. O grau de mobilidade é três e, considerando o espaço plano e que o espaço da tarefa também possui dimensão três, não há redundância cinemática. O sublinhado no primeiro *R* da sigla que caracteriza o mecanismo indica que as juntas atuadas são as três que estão mais próximas da base fixa, não havendo desta forma re-

dundância de atuação. O efetuator pode ser escolhido em qualquer ponto do mecanismo, mas, para efeito de cálculo, o ponto  $P$  localizado no centro da plataforma móvel é considerado.

Os elos são numerados de 0 a 7, sendo 0 elo fixo da base e 7 o elo da plataforma móvel. As juntas são identificadas por  $A_i$ ,  $B_i$  e  $C_i$ , onde o subíndice  $i$  indica a qual perna a junta pertence. As juntas atuadas são  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$ .

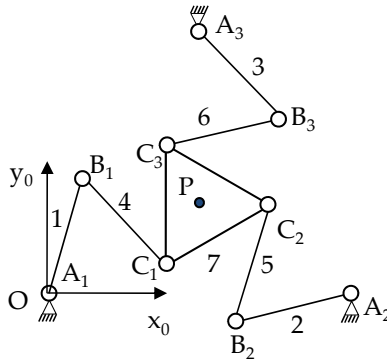


Figura 3.5: Representação esquemática do manipulador paralelo 3-RRR

O grafo de ações do robô 3-RRR e os cortes para obtenção das equações de equilíbrio são mostrados na Figura 3.6. As forças internas são as reações  $F_x$  e  $F_y$  em cada uma das nove juntas rotativas. As forças externas são os torques das juntas ativas e as ações que o efetuator impõe ou recebe do meio. No grafo, estas ações de contato são identificadas pela heliforça  $\$p$ , que aparece como uma aresta entre a plataforma móvel e o elo fixo da base. Forças de atrito e gravitacionais foram desprezadas, mas podem ser inseridas quando desejado no equacionamento.

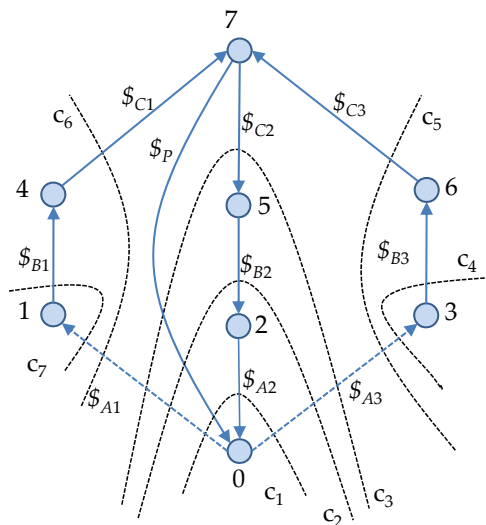


Figura 3.6: Grafo das ações do manipulador paralelo 3-RRR

Com 18 ações internas, 3 ações de contato e 3 torques dos atuadores, o grau bruto de restrição do mecanismo é 24. Sendo as arestas das juntas  $A_1$  e  $A_3$  as cordas dos grafos, o número de cortes é sete. Considerando um mecanismo plano, o grau líquido de restrição é:

$$C_n = C - \lambda k = 24 - 3 * 7 = 3 \quad (3.46)$$

Portanto, o número de variáveis primárias necessárias para determinar estaticamente o mecanismo é três. As variáveis primárias podem ser os torques nos atuadores ou as ações de interação do robô com o meio.

Nas juntas ativas, utilizando a formação radial, as heliforças podem ser decompostas em um somatório de três heliforças, representando as forças nas direções  $x$  e  $y$  e o momento em torno do eixo  $z$  na forma:

$$\$_{Ai} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \tau_{Ai} + \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ -Y_{Ai} \end{Bmatrix} F_{x_{Ai}} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ X_{Ai} \end{Bmatrix} F_{y_{Ai}} \quad (3.47)$$

Nas juntas passivas, o momento é sempre nulo e as heliforças podem ser escritas como:

$$\$_{Bi} = \$_{BiFx} + \$_{BiFy} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ -Y_{Bi} \end{Bmatrix} F_{x_{Bi}} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ X_{Bi} \end{Bmatrix} F_{y_{Bi}} \quad (3.48)$$

$$\$_{Ci} = \$_{CiFx} + \$_{CiFy} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ -Y_{Ci} \end{Bmatrix} F_{x_{Ci}} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ X_{Ci} \end{Bmatrix} F_{y_{Ci}} \quad (3.49)$$

E a heliforça que representa as ações de contato com o meio é:

$$\begin{aligned} \$_P &= \$_{PMz} + \$_{PFx} + \$_{PFy} = \\ &= \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} M_{z_{EF}} + \begin{Bmatrix} -Y_P \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} F_{x_{EF}} + \begin{Bmatrix} X_P \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} F_{y_{EF}} \end{aligned} \quad (3.50)$$

A matriz de ações de rede  $A_N$  pode ser escrita a partir do grafo, respeitando o sentido das arestas e a escolha de cortes feitas:

$$A_N = \begin{bmatrix} -\$_{A1} & \$_{A2} & -\$_{A3} & 0 & 0 & 0 & \\ -\$_{A1} & 0 & -\$_{A3} & 0 & \$_{B2} & 0 & \\ -\$_{A1} & 0 & -\$_{A3} & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & \$_{A3} & 0 & 0 & 0 & -\$_{B3} \dots \\ 0 & 0 & \$_{A3} & 0 & 0 & 0 & \\ \$_{A1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ \$_{A1} & 0 & 0 & -\$_{B1} & 0 & 0 & \\ & 0 & 0 & 0 & \$_P & & \\ & 0 & 0 & 0 & \$_P & & \\ & 0 & \$_{C2} & 0 & \$_P & & \\ \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\ & 0 & 0 & -\$_{C3} & 0 & & \\ -\$_{C1} & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

onde cada linha representa um corte. As equações de equilíbrio do manipulador podem ser obtidas seguindo o mesmo procedimento adotado no cálculo da estática do robô serial RRR, obtendo-se:

$$[\hat{A}_N]_{21,24} \{\psi\}_{24,1} = \{0\}_{21,1} \quad (3.52)$$

onde o vetor de magnitudes  $\psi$  é dado por:

$$\begin{aligned} \psi = \{ & F_{xA1} \quad F_{yA1} \quad \tau_{A1} \quad F_{xA2} \quad F_{yA2} \quad \tau_{A2} \quad F_{xA3} \quad F_{yA3} \dots \\ & \dots \tau_{A3} \quad F_{xB1} \quad F_{yB1} \quad F_{xB2} \quad F_{yB2} \quad F_{xB3} \quad F_{yB3} \quad F_{xC1} \quad F_{yC1} \dots \\ & \dots F_{xC2} \quad F_{yC2} \quad F_{xC3} \quad F_{yC3} \quad F_{xEF} \quad F_{yEF} \quad M_{zEF} \}^T \end{aligned} \quad (3.53)$$

Se o objetivo é determinar os torques nas juntas necessários para equilibrar as ações de contato com o meio, as variáveis primárias são as ações de contato e a estática é resolvida por:

$$\{\psi_s\}_{21,1} = -[\hat{A}_{Ns}^{-1}]_{21,21} [\hat{A}_{Np}]_{21,3} \begin{Bmatrix} F_{xEF} \\ F_{yEF} \\ M_{zEF} \end{Bmatrix} \quad (3.54)$$

onde o vetor de magnitudes secundárias  $\psi_s$  é dado por:

$$\begin{aligned} \psi_s = \{ & F_{xA1} \quad F_{yA1} \quad \tau_{A1} \quad F_{xA2} \quad F_{yA2} \quad \tau_{A2} \quad F_{xA3} \quad F_{yA3} \dots \\ & \dots \tau_{A3} \quad F_{xB1} \quad F_{yB1} \quad F_{xB2} \quad F_{yB2} \quad F_{xB3} \quad F_{yB3} \quad F_{xC1} \quad F_{yC1} \dots \\ & \dots F_{xC2} \quad F_{yC2} \quad F_{xC3} \quad F_{yC3} \}^T \end{aligned} \quad (3.55)$$

Na ausência de singularidades, a matriz de ações de rede unitárias secundárias admite inversa. Novamente aparecem nas relações as forças de reação das juntas. Se desejado, deve ser utilizada a matriz aniquiladora, apresentada no Apêndice A, para eliminar as variáveis secundárias que não se necessita conhecer. Se o objetivo é encontrar as forças de contato dados os torques nas juntas, a equação (3.54) pode ser manipulada, definindo os torques das juntas como variáveis primárias.



## 4 CAPACIDADE DE FORÇA-MOMENTO DE MANIPULADORES

A capacidade de força-momento de um manipulador é definida como a ação (força e momento) máxima que este pode aplicar (ou suportar) em uma determinada pose (posição e orientação do efetuador), sem ultrapassar os limites dos atuadores (NOKLEBY et al., 2005). A capacidade de força-momento de um manipulador depende dos limites de seus atuadores, de suas características geométricas e de sua configuração. Diferentes configurações para o mesmo ponto de contato entre o manipulador e o meio podem ser obtidas aproveitando-se a redundância cinemática ou considerando-se os diferentes modos de trabalho. Índices de desempenho podem ser utilizados para avaliar a capacidade de força-momento de manipuladores.

Ao longo do texto, o termo capacidade de força-momento é utilizado para expressar de forma genérica forças ou momentos máximos. Quando o contexto deixa claro que se tratam exclusivamente de forças máximas, o termo capacidade de força é empregado.

Neste capítulo são discutidos os principais fatores que influenciam a capacidade de força-momento de manipuladores. O conceito de modo de trabalho para manipuladores com redundância cinemática é definido. Os índices de desempenho existentes na literatura são apresentados. As abordagens existentes na literatura para determinação da capacidade de força-momento de manipuladores são apresentadas. A influência da rigidez do manipulador e das forças gravitacionais na capacidade de força-momento é abordada. Ao longo do texto, os ângulos são fornecidos preferencialmente em radianos. Mas, em algumas situações, valores angulares em graus são utilizados por fornecem uma melhor percepção do tema em estudo.

#### 4.1 MODOS DE TRABALHO DE UM MANIPULADOR

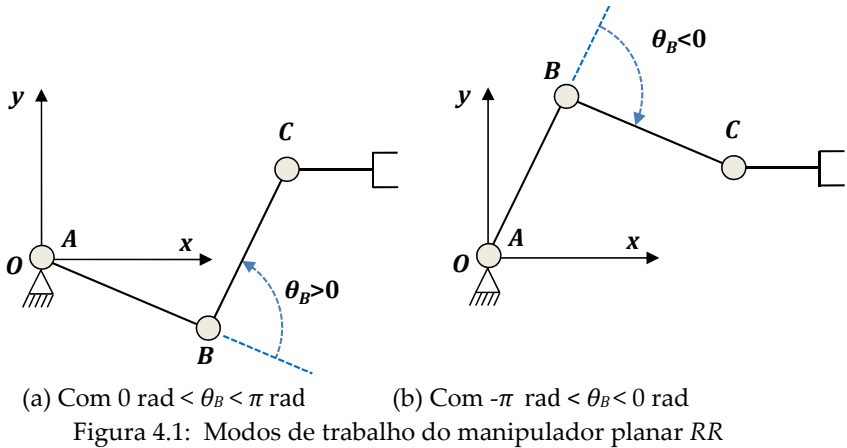
O modo de trabalho (*working mode*) está relacionado com a cinemática inversa de posição do manipulador (WENGER; CHABLAT, 1998). Conhecida a posição e orientação do efetuador, cada uma das soluções possíveis da cinemática inversa define um dos modos de trabalho do manipulador. Tanto manipuladores seriais como paralelos podem apresentar diferentes modos de trabalho.

Já os modos de montagem (*assembly modes*) estão relacionados com a cinemática direta de posição do manipulador. Conhecidas as posições das juntas ativas, cada uma das soluções possíveis da cinemática direta define um dos modos de montagem do manipulador (WENGER; CHABLAT, 1998). Apenas manipuladores paralelos e híbridos podem apresentar diferentes modos de montagem.

Como, em geral, na execução de uma tarefa o ponto de contato entre o manipulador e o meio é definido, somente a influência dos diferentes modos de trabalho é analisado na determinação da capacidade de força-momento de manipuladores ao longo deste trabalho.

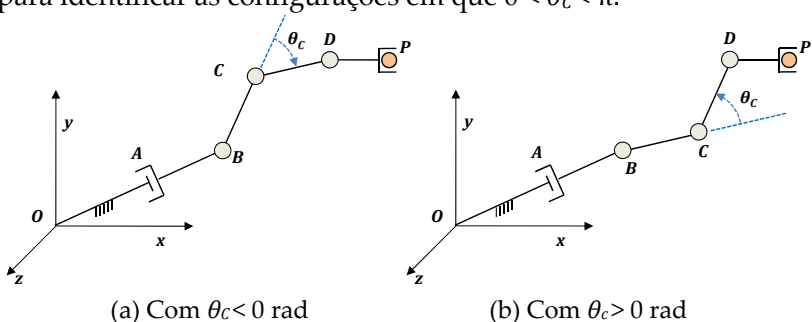
Para o manipulador *RRR*, os dois modos de trabalho possíveis são mostrados na Figura 4.1, definidos pelo ângulo  $\theta_B$  da junta *B*. As expressões ‘cotovelo para cima’ e ‘cotovelo para baixo’ ou ‘ombro para cima’ e ‘ombro para baixo’ são também utilizadas para diferenciar os modos de trabalho de um manipulador (SCIAVICCO; SICILIANO, 1996).





Na presença de redundância cinemática, o termo modo de trabalho não é estritamente correto pois, para a mesma posição e orientação do efetuador, o manipulador pode assumir infinitas configurações. Assume-se neste estudo que, a partir de uma posição inicial, todas as configurações que o manipulador consegue atingir sem passar por uma singularidade, mantendo a posição e a orientação do efetuador constantes, pertencem ao mesmo modo de trabalho.

Para o manipulador *PRRR*, os dois modos de trabalho possíveis são mostrados na Figura 4.2. Ao longo do texto, a expressão ‘cotovelo para cima’ é utilizada para identificar as configurações em que  $-\pi < \theta_c < 0$  e a expressão ‘cotovelo para baixo’ é utilizada para identificar as configurações em que  $0 < \theta_c < \pi$ .



Para passar de uma configuração cotovelo para cima para uma configuração cotovelo para baixo, o manipulador obrigatoriamente passará por uma posição em que as juntas  $B$ ,  $C$  e  $D$  estarão alinhadas, caracterizando uma singularidade.

O conceito de modos de trabalho é aplicado tanto para os manipuladores seriais como para os paralelos.

## 4.2 FATORES DE INFLUÊNCIA

Na determinação da capacidade de força-momento de um manipulador, uma ou mais de suas juntas são levadas aos seus limites máximos de atuação. Esta condição de limite de atuação é chamada de **saturação de atuação** e a junta que primeiramente sofre saturação é definida como sendo a **junta crítica** do manipulador. A capacidade de força-momento de um manipulador é determinada pela saturação de sua junta crítica. Para que não haja sobrecarga nos atuadores, é sempre possível estabelecer que a saturação de atuação ocorra em um valor inferior ao limite máximo de atuação, garantindo uma margem de segurança de operação ao manipulador.

Diversos fatores como o tipo de carga aplicada, as reações possíveis do meio, o modo de trabalho do manipulador, a singularidade, a redundância cinemática e a capacidade dos atuadores devem ser considerados na determinação da junta crítica e da capacidade de força-momento de manipuladores.

Ao analisar a influência destes fatores na determinação da capacidade de força-momento, é importante diferenciar os conceitos de **aplicar** uma ação no meio e de **suportar** uma ação imposta pelo meio. Na análise estática, ao aplicar uma ação no meio, as ações nos atuadores são as variáveis primárias e as ações de contato com o meio são as variáveis secundárias. Ou seja, o meio deve ser capaz de equilibrar as ações impostas pelo manipulador no ponto de contato. Ao suportar uma ação aplicada pelo meio,

as ações nos atuadores do manipulador passam a ser as variáveis secundárias. Para manter o equilíbrio estático, as ações aplicadas pelo meio devem ser suportadas pelas ações nos atuadores.

Conforme Nakamura (1987), para aplicar uma ação no meio em determinada direção, o manipulador deve ter mobilidade, ou seja, capacidade de se movimentar nesta direção. Para suportar uma ação imposta pelo meio, não há necessidade do manipulador apresentar mobilidade na direção da força aplicada.

Nas seções 4.2.1 e 4.2.2, é feita a análise estática dos manipuladores planares  $RR$  e  $RRRR$ . Os principais fatores que influenciam na capacidade de força-momento são estudados. Os resultados obtidos a partir deste estudo fornecem informações importantes para elaboração da metodologia que é objetivo principal desta tese.

#### 4.2.1 Manipulador planar $RR$

A influência da configuração, da singularidade e do tipo de ação aplicada na determinação da capacidade de carga pode ser entendida com a análise do manipulador planar  $RR$  mostrado na Figura 4.3.

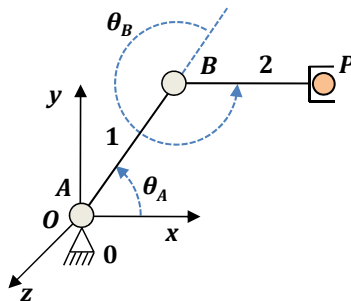


Figura 4.3: Representação esquemática do manipulador planar  $RR$

O elo 0 é o elo fixo da base, o elo 1 tem comprimento  $a_1$  e o elo 2 tem comprimento  $a_2$ . Os ângulos das juntas  $A$  e  $B$  são respectivamente  $\theta_A$  e  $\theta_B$ , definidos conforme indicado na Figura 4.3. O ponto  $P$  denota a posição do efetuador onde ocorre o contato com o meio.

Para este manipulador, o Jacobiano é definido por (TSAI, 1999):

$$J = \begin{bmatrix} -(a_1 S_A + a_2 S_{AB}) & -a_2 S_{AB} \\ a_1 C_A + a_2 C_{AB} & a_2 C_{AB} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

onde  $S_A$  e  $C_A$  representam, respectivamente, o seno e o cosseno do ângulo  $\theta_A$  e  $S_{AB}$  e  $C_{AB}$  representam, respectivamente, o seno e o cosseno da soma dos ângulos  $\theta_A$  e  $\theta_B$ .

Desprezando a gravidade e definindo os torques das juntas  $A$  e  $B$  como  $\tau_A$  e  $\tau_B$  respectivamente, obtém-se do princípio do trabalho virtual a relação:

$$\begin{Bmatrix} \tau_A \\ \tau_B \end{Bmatrix} = J^T \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

onde  $F_x$  e  $F_y$  são as forças nas direções cartesianas do sistema de coordenadas, aplicadas pelo manipulador no meio.

Na análise estática, por ser um robô serial, as forças  $F_x$  e  $F_y$  existentes no contato entre o manipulador e o meio são transmitidas da extremidade até a base, sendo suportadas pelas reações na estrutura do manipulador. Os torques nas juntas  $A$  e  $B$ , necessários para gerar as forças  $F_x$  e  $F_y$ , dependem da distância entre o eixo que define a linha de ação da força resultante e o eixo de rotação das juntas.

Conhecidas as forças  $F_x$  e  $F_y$  aplicadas no contato com o meio e a posição cartesiana das juntas no plano, o torque necessário em cada junta para manter o equilíbrio estático pode ser calculado de forma independente.

Na análise estática do manipulador  $RR$ , considerando a posição mostrada na Figura 4.3, assume-se uma condição arbitrária onde a junta  $A$  suporta um torque máximo equivalente ao dobro do torque máximo suportado pela junta  $B$ . Se for aplicada somen-

te uma força externa  $F_x$ , com  $F_y$  e  $M_z$  iguais a zero, o torque necessário na junta  $B$  é nulo pois a linha de ação da força passa sobre o eixo da junta. Portanto, apesar da junta  $B$  suportar um torque máximo inferior, a junta  $A$  é a junta crítica do sistema. Ao atingir a força máxima, a saturação de atuação ocorre na junta  $A$  devido à configuração do manipulador e devido ao tipo de carregamento. Alterando o tipo de carregamento ou a configuração do manipulador, nova análise estática faz-se necessária para determinar a junta crítica do sistema.

Na ausência de momentos externos, sempre que o eixo do vetor de força resultante interceptar o eixo de uma junta rotativa, o torque necessário nesta junta para suportar a força é nulo. Em posições singulares, como a mostrada na Figura 4.4 onde os ângulos das juntas  $A$  e  $B$  são nulos, pode-se aproveitar esta premissa para obter uma capacidade de força-momento elevada em uma determinada direção.

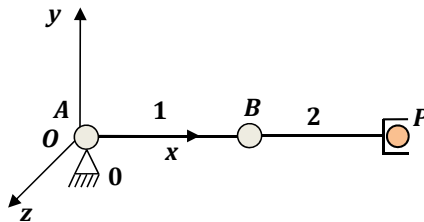


Figura 4.4: Configuração do manipulador planar  $RR$  com  $\theta_A$  e  $\theta_B$  igual a 0 rad

Se o objetivo é suportar uma força aplicada somente na direção  $x$ , o torque nas juntas necessário para suportar esta força é nulo e toda a carga será suportada pela estrutura do manipulador.

Aparentemente é uma boa alternativa utilizar a singularidade para reduzir os esforços nas juntas e aumentar a capacidade de força-momento de manipuladores, mas existem algumas restrições e cuidados que devem ser observados. Para deslocar-se até uma posição singular, a movimentação do manipulador deve ser

executada no espaço das juntas e não no espaço cartesiano, o que não é usual no planejamento de tarefas de robôs industriais. Mesmo que o manipulador consiga atingir a posição singular, é provável que somente possa suportar forças e não aplicar forças na direção  $x$ . Isto ocorre porque em posições singulares a mobilidade do manipulador fica reduzida. Neste caso particular, o manipulador não pode deslocar-se na direção  $x$  e, portanto, não pode aplicar forças nesta direção.

Na determinação da capacidade de força-momento de manipuladores, outro ponto a ser considerado é se a força desejada de contato deve obrigatoriamente ser aplicada apenas em uma direção específica (força pura) ou se uma composição de forças e momentos pode ser aceita. Suponha que o manipulador mostrado na Figura 4.5 é empregado em uma tarefa onde deve ser aplicada a maior força possível na direção  $y$ .

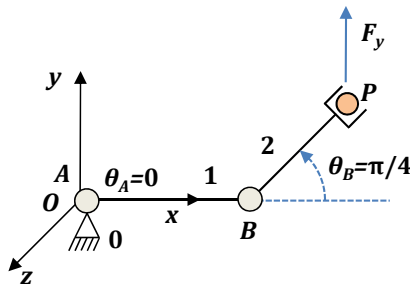


Figura 4.5: Configuração do manipulador planar RR com  $\theta_A=0$  rad e  $\theta_B=\pi/4$  rad

Assumindo que elos possuem o mesmo comprimento ( $a_1=a_2$ ) e que o torque máximo  $\tau_{Amáx}$  suportado pela junta A é três vezes maior que o torque máximo  $\tau_{Bmáx}$  suportado pela B, a junta crítica do manipulador é aquela que saturar com a menor força  $F_y$ . Com  $F_x=0$ , a força máxima possível de ser aplicada na direção  $y$ , definida por  $F_{ymáx}$ , considerando apenas a saturação da junta A é:

$$F_{ymáx} = \frac{3\tau_{Bmáx}}{a_2 + a_2 \cos(\pi/4)} = \frac{3\tau_{Bmáx}}{a_2(1 + \sqrt{2}/2)} = 1,757 \frac{\tau_{Bmáx}}{a_2} \quad (4.3)$$

Considerando apenas a saturação da junta  $B$ , a força máxima possível de ser aplicada na direção  $y$ , definida por  $F_{ymáx}$ , é:

$$F_{ymáx} = \frac{\tau_{Bmáx}}{a_2 \cos(\pi/4)} = 1,41 \frac{\tau_{Bmáx}}{a_2} \quad (4.4)$$

Portanto, a junta crítica do manipulador é a junta  $B$  pois satura com um força  $F_{ymáx}$  menor que a obtida considerando a saturação da junta  $A$ .

Para exemplificar o efeito da composição de forças de contato na determinação da capacidade de força-momento, são atribuídos arbitrariamente valores numéricos para definir as características físicas do manipulador. Assume-se que os elos 1 e 2 possuem comprimento de  $\sqrt{2}/2$  m, que o torque máximo  $\tau_{Amáx}$  suportado pela junta  $A$  é igual a 30 Nm e que o torque máximo  $\tau_{Bmáx}$  é igual a 10 Nm. A  $F_{ymáx}$  calculada pela equação (4.4) é de 20 N, limitada pela saturação de atuação da junta  $B$ . Considerando-se apenas a capacidade de torque da junta  $A$ , o manipulador poderia aplicar uma força de aproximadamente 24,8 N, determinada pela equação (4.3). No entanto, se o objetivo é aplicar uma força na direção  $y$  sendo a força aplicada na direção  $x$  livre, obtém-se resultado bastante diferente. Nesta situação, qualquer força aplicada na direção  $y$  pode vir acompanhada de uma força na direção  $x$  de mesma magnitude, de forma que o vetor da força resultante  $F_R$  passe exatamente pelo eixo da junta  $B$ , conforme mostrado na Figura 4.6.

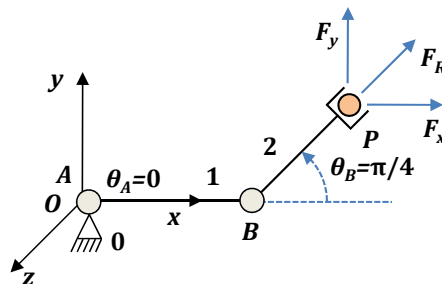


Figura 4.6: Manipulador planar RR na posição  $\theta_A=0$  rad com  $F_x \neq 0$  N

Nesta configuração, o torque na junta  $B$  é nulo e a junta  $A$  passa a ser a junta crítica do sistema, estando sujeita à saturação de atuação. A força máxima possível de ser aplicada na direção  $y$ , obtida através de cálculos trigonométricos, vale aproximadamente 42,4 N, representando um aumento de mais de 100% na capacidade de força do manipulador.

Portanto, identificar na execução de uma tarefa se a força deve ser aplicada apenas em uma direção específica ou se pode ser composta torna-se um fator importante na determinação da força máxima possível de ser aplicada por um manipulador. Como estas ações de contato são equilibradas pela reação do meio, a geometria no ponto de contato e o atrito são parâmetros que podem influenciar diretamente na determinação das ações possíveis de serem aplicadas.

Considerações adicionais sobre a estática deste mecanismo podem ser feitas a partir da relação entre torques e forças, obtida pela substituição da equação (4.1) em (4.2) e calculando a inversa da matriz jacobiana transposta, de forma que:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{a_2 C_{AB}}{a_1 a_2 S_B} & \frac{-(a_1 C_A + a_2 C_{AB})}{a_1 a_2 S_B} \\ \frac{a_2 S_{AB}}{a_1 a_2 S_B} & \frac{-(a_1 S_A + a_2 S_{AB})}{a_1 a_2 S_B} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tau_A \\ \tau_B \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

Na posição mostrada na Figura 4.3, considera-se para efeito de análise que os ângulos das juntas  $A$  e  $B$  são respectivamente  $\pi/4$  e  $-\pi/4$  e que os comprimentos dos elos são unitários. Substituindo estes valores na equação (4.5) obtém-se:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 1 + \sqrt{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tau_A \\ \tau_B \end{Bmatrix} \quad (4.6)$$

Nesta configuração, pode ser aplicado como exemplo um torque  $\tau_A = 10$  Nm e um torque  $\tau_B = 0$  Nm, resultando em uma força  $F_x = 10\sqrt{2}$  N e uma força  $F_y = 0$  N. Para manter o equilíbrio estático, o meio deve ser capaz de suportar estas forças. Se, por algum motivo o meio não conseguir absorver estas forças, o manipulador passará a apresentar movimentos. Mas sempre que os



torques escolhidos ficarem dentro das especificações máximas, não ocorrerá uma sobrecarga nos atuadores, pois as forças externas é que devem se adequar aos torques escolhidos.

Raciocínio inverso acontece quando se aplicam forças externas no manipulador e os torques das juntas devem ser os necessários para equilibrar estas forças. Se as forças externas exigirem das juntas torques superiores aos torques máximos suportados, a junta crítica do manipulador pode ser danificada ou até sofrer uma ruptura.

#### 4.2.2 Manipulador planar RRRR

O manipulador plano RRRR mostrado na Figura 4.7 apresenta quatro graus de liberdade. Quando empregado em uma tarefa cujo espaço é de dimensão três, apresenta redundância cinemática, desde que não se encontre em uma posição singular.

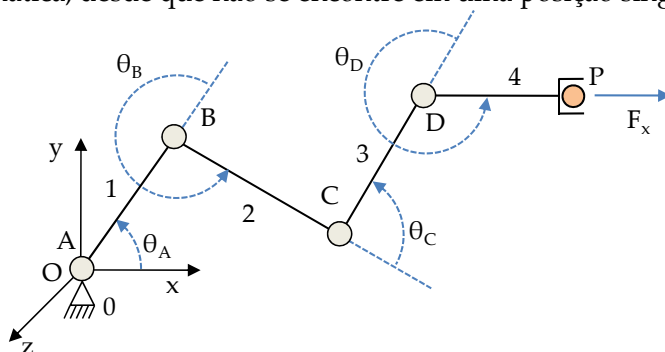


Figura 4.7: Representação esquemática do *manipulador* planar RRRR

Devido à redundância cinemática, existem movimentos possíveis nas juntas *A*, *B*, *C* e *D* do manipulador que não alteram a posição e orientação do efetuador. Na análise estática, esta movimentação interna pode ser utilizada na busca de posições em que o manipulador apresente maior capacidade de aplicar uma

força ou momento em determinada direção. Dois modos de trabalho são considerados na análise: cotovelo para cima quando  $-\pi \text{ rad} < \theta_c < 0 \text{ rad}$  e cotovelo para baixo quando  $0 \text{ rad} < \theta_c < \pi \text{ rad}$ .

Considera-se nesse estudo que o manipulador é utilizado para aplicar uma força apenas na direção  $x$  ( $F_y$  e  $M_z$  nulos), mantendo a posição e a orientação do efetuador constantes. Na orientação escolhida, mostrada na Figura 4.7, o elo 4 fica sempre paralelo ao eixo  $x$  e, para a composição de forças especificada, o torque na junta  $D$  é nulo pois o eixo da força  $F_x$  intercepta o eixo da junta  $D$ .

Com estas condições, a posição cartesiana da junta  $D$  é constante e as forças na junta  $D$  são idênticas às forças de contato no ponto  $P$ . Como consequência, o comprimento do elo 4 não entra no equacionamento estático do mecanismo e, do ponto de vista estático, o manipulador pode ser representado de forma equivalente pelo manipulador  $RRR$  mostrado na Figura 4.8. A posição do manipulador  $RRR$  equivalente é fixa e igual à posição da junta  $D$  do manipulador  $RRRR$ . A orientação do manipulador  $RRR$  equivalente é livre e confere ao manipulador o mesmo grau de redundância cinemática que o manipulador  $RRRR$  possui. Alterar a orientação do manipulador  $RRR$  é equivalente a modificar as coordenadas das juntas  $A$ ,  $B$  e  $C$  do manipulador  $RRRR$ , mantendo constantes a posição e a orientação de seu efetuador.

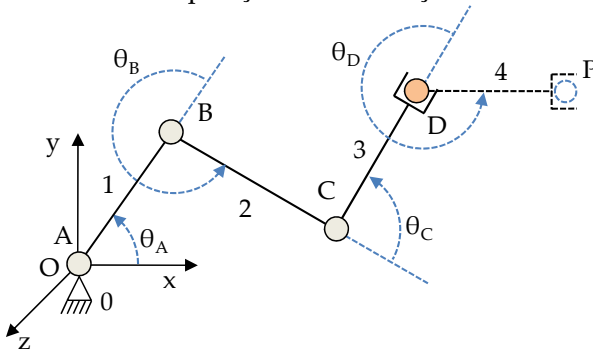


Figura 4.8: Manipulador planar RRRR, reduzido a um RRR equivalente

A vantagem de substituir o manipulador *RRRR* por um manipulador *RRR* equivalente é que os cálculos necessários para análise de força tornam-se mais simples com a redução da dimensão da matriz jacobiana.

Para o manipulador *RRR*, a matriz jacobiana é dada por (TSAI, 2001):

$$J = \begin{bmatrix} -(a_1 S_A + a_2 S_{AB} + a_3 S_{ABC}) & -(a_2 S_{AB} + a_3 S_{ABC}) & -a_3 S_{ABC} \\ (a_1 C_A + a_2 C_{AB} + a_3 C_{ABC}) & (a_2 C_{AB} + a_3 C_{ABC}) & a_3 C_{ABC} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

onde  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  são respectivamente os comprimentos dos elos 1, 2 e 3. Os ângulos das juntas *A*, *B* e *C* são respectivamente  $\theta_A$ ,  $\theta_B$  e  $\theta_C$ , medidos conforme indicado na Figura 4.8, e o ponto *D* denota agora a posição do efetuador.

Uma representação mais compacta é obtida representando o seno da soma dos ângulos  $\theta_A$ ,  $\theta_B$  e  $\theta_C$  por  $S_{ABC}$ . De forma similar, representações simplificadas de seno e cosseno são adotadas para as demais composições de ângulos.

Pelo princípio do trabalho virtual, desprezando-se a força gravitacional atuante nos elos, obtém-se a relação:

$$\begin{Bmatrix} \tau_A \\ \tau_B \\ \tau_C \end{Bmatrix} = J^T \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ M_z \end{Bmatrix} \quad (4.8)$$

onde  $\tau_A$ ,  $\tau_B$  e  $\tau_C$  são os torques nas juntas e  $F_x$ ,  $F_y$  e  $M_z$  as ações aplicadas pelo manipulador no meio.

As equações de equilíbrio apresentadas na equação (4.8) são necessárias para o estudo da capacidade de força-momento do manipulador. Ao longo desta seção são apresentados para este manipulador resultados de simulações feitas com o programa *MatLab*®, observadas as seguintes considerações:

- O estudo leva em consideração várias configurações do manipulador, mas a localização  $X_D$  e  $Y_D$  do efetuador (ponto *D*) é fixa. Para todos os testes são utilizados os valores  $X_D = 1,2$  m e  $Y_D = 1,2$  m. Se desejado, a análise pode facilmente ser estendida para outras posições;

- Definindo o valor angular da junta  $A$ , fica definida a configuração de todo o manipulador. Para obter diferentes configurações do manipulador no decorrer das simulações, varia-se o valor de  $\theta_A$  de  $0^\circ$  até  $90^\circ$ . Todos os resultados são obtidos considerando uma distância de  $10^\circ$  entre duas posições consecutivas;
- O comprimento dos elos é fixo, sendo, para todas as simulações  $a_1=1,2$  m,  $a_2=0,8$  m e  $a_3=0,4$  m;
- Em todas as simulações é aplicada uma força apenas na direção  $x$ .  $F_y$  e  $M_z$  ser iguais à zero;
- Para a determinação da força máxima possível de ser aplicada pelo manipulador, a força  $F_x$  é aumentada até atingir o limite de saturação da junta crítica do sistema. Não se está buscando a direção em que o manipulador consegue aplicar a maior força e sim a força máxima que pode ser aplicada em uma dada direção;
- A força  $F_x$  máxima é calculada para cada uma das configurações;

A Figura 4.9 mostra a configuração do manipulador  $RRR$  para quatro valores distintos de  $\theta_A$  no intervalo  $[0^\circ, 90^\circ]$ , mantendo a posição cartesiana do ponto  $D$  em  $x=1,2$  m e  $y=1,2$  m.

Nas posições extremas  $\theta_A = 0^\circ$  e  $\theta_A = 90^\circ$ , os elos 2 e 3 encontram-se alinhados. Em todas as posições manteve-se o manipulador no modo de trabalho cotovelo para cima ( $-\pi \text{ rad} < \theta_c < 0 \text{ rad}$ ). No final da seção são feitos comentários sobre os resultados obtidos com o mecanismo na configuração cotovelo para baixo ( $0 \text{ rad} < \theta_c < \pi \text{ rad}$ ).

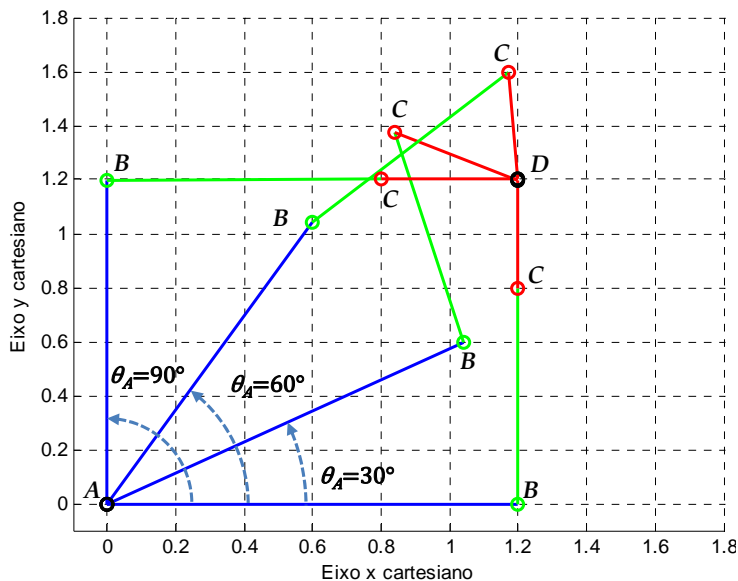


Figura 4.9: Posições do manipulador RRR, com  $\theta_A$  no intervalo  $0^\circ$  e  $90^\circ$  e cotovelo para cima

Definidas as condições gerais, para cada uma das simulações são testadas diferentes capacidades de torques dos atuadores que conduzem aos resultados analisados e comparados posteriormente.

### Simulação 01

Capacidade de torque dos atuadores:

- Torques máximos:  $\tau_{A\text{máx}} = \pm 10$  Nm;  $\tau_{B\text{máx}} = \pm 3$  Nm;  $\tau_{C\text{máx}} = \pm 1$  Nm;

Ao realizar os cálculos com  $\theta_A$  variando entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$ , a força máxima  $F_x$  possível de ser aplicada em cada uma das configurações é mostrada na Figura 4.10.

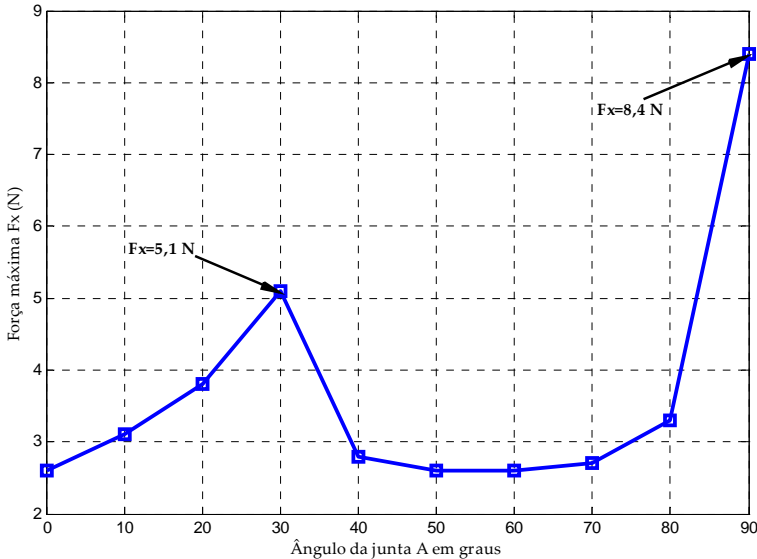


Figura 4.10: Força  $F_x$  máxima possível de ser aplicada pelo manipulador RRR, na configuração cotovelo para cima e com  $\theta_A$  no intervalo  $0^\circ$  a  $90^\circ$

Analisando a Figura 4.10, observa-se que a força máxima varia para cada configuração do manipulador. Isto evidencia que a redundância cinemática pode ser utilizada para otimizar a capacidade de força-momento de um manipulador, aproveitando as movimentações internas na busca da configuração mais adequada.

A Tabela 4.1 mostra os valores dos torques em cada uma das juntas ao atingir a força máxima. Os valores em **negrito** identificam as juntas críticas sujeitas à saturação de atuação em cada configuração. A capacidade de força apresenta dois pontos de máximo, um máximo local em  $\theta_A=30^\circ$  e um máximo global em  $\theta_A=90^\circ$ . Na posição  $\theta_A=0^\circ$ , tanto a junta B como a C estão saturadas. Com  $\theta_A$  entre  $10^\circ$  e  $30^\circ$ , a junta que atinge o torque máximo permitido é a B. Com  $\theta_A$  variando entre  $40^\circ$  e  $80^\circ$ , a junta mais solicitada relativamente é a C. E com  $\theta_A=90^\circ$ , a junta A é que limita a força máxima a ser aplicada, enquanto que as juntas B e C não são solicitadas.

Tabela 4.1: Torques nas juntas do manipulador RRR em cada posição  $\theta_A$  quando  $F_x$  é máxima

Ângulo $\theta_A$	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
Torques										
$\tau_A$	-3,12	-3,72	-4,56	-6,120	-3,36	-3,12	-3,12	-3,24	-3,96	<b>-10,0</b>
$\tau_B$	<b>-3,00</b>	<b>-3,00</b>	<b>-3,00</b>	<b>-3,00</b>	-1,20	-0,72	-0,41	-0,19	-0,06	-0,0
$\tau_C$	<b>-1,00</b>	-0,76	-0,21	0,89	<b>1,00</b>	<b>1,00</b>	<b>1,00</b>	<b>1,00</b>	<b>1,00</b>	0,0

A condição de saturação de cada uma das juntas também pode ser visualizada na Figura 4.11.

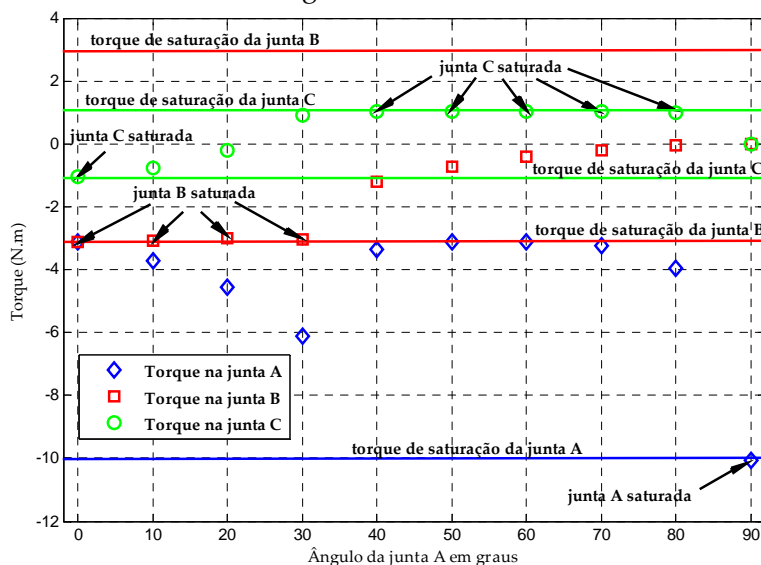


Figura 4.11: Torques em cada uma das juntas do manipulador RRR na configuração cotovelo para cima ao atingir a força máxima

### Simulação 02

Capacidade de torque dos atuadores:

- Torques máximos:  $\tau_{A\text{máx}} = \pm 10$  Nm;  $\tau_{B\text{máx}} = \pm 10$  Nm;  $\tau_{C\text{máx}} = \pm 10$  Nm;

Diferente da simulação 01, na simulação 02 todas as juntas suportam os mesmos torques máximos.

A força máxima possível de ser aplicada pelo efetuador na direção  $x$  quando o ângulo  $\theta_A$  varia de  $0^\circ$  até  $90^\circ$  é constante e igual a 8,4 Nm. Este resultado pode ser explicado da seguinte forma. Ao atingir a força máxima, o torque na junta  $A$  necessário para equilibrar o momento gerado pela força  $F_x$  é sempre o mesmo, independente do valor de  $\theta_A$ . Isto ocorre porque a posição da junta  $A$  e a posição do ponto de aplicação da força não são alteradas com os movimentos internos do manipulador. Como a junta  $A$  é mais solicitada (maior momento) em relação às outras, a saturação de atuação na junta  $A$  limita em todas as posições a força máxima possível de ser aplicada.

Na Figura 4.12 são mostrados os torques nas juntas em cada uma das posições, corroborando estas afirmações.

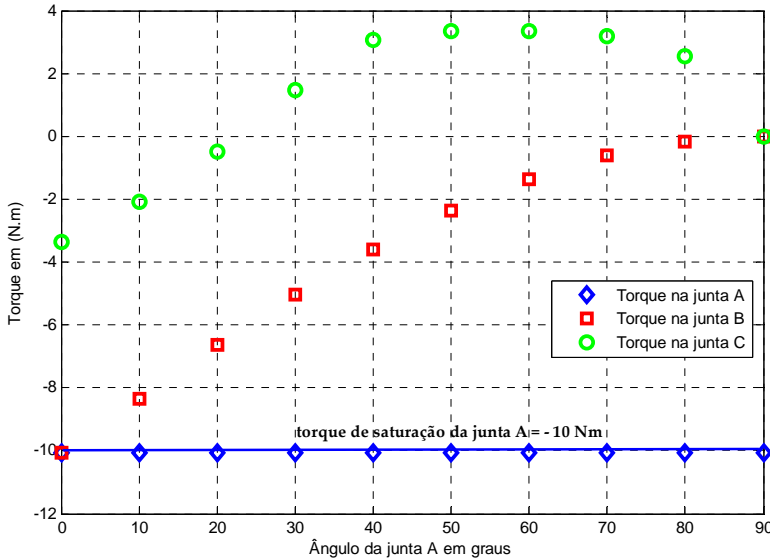


Figura 4.12: Torques em cada uma das juntas do manipulador RRR na configuração cotovelo para cima ao atingir a força máxima, com torques máximos iguais

Apenas na posição onde  $\theta_A = 0^\circ$ , tanto a junta  $A$  como a junta  $B$  estão saturadas. Em todas as demais posições, a junta  $A$  está



solicitada ao máximo enquanto as demais juntas ainda não atingiram seus torques limites.

Portanto, em manipuladores seriais com redundância cinemática, quando a força máxima é limitada pela saturação da junta da base, não é possível aproveitar a movimentação interna para aumentar sua capacidade de força.

### Simulação 03

Capacidade de torque dos atuadores:

- Torques máximos:  $\tau_{Amáx} = \pm 5$  Nm;  $\tau_{Bmáx} = \pm 1,5$  Nm;  $\tau_{Cmáx} = \pm 0,5$  Nm;

Os torques máximos adotados na simulação 03 são a metade dos utilizados na simulação 01. A Figura 4.13 mostra a força máxima possível de ser aplicada pelo efetuador na direção  $x$  quando o ângulo  $\theta_A$  varia de  $0^\circ$  até  $90^\circ$ . Na Figura 4.14 são mostrados os torques nas juntas para cada uma das posições.

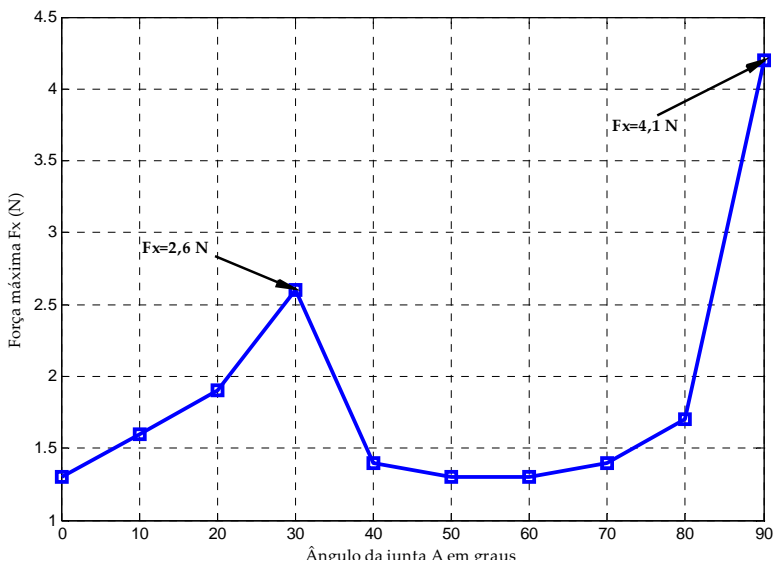


Figura 4.13: Força  $F_x$  máxima possível de ser aplicada pelo manipulador RRR, com torques máximos reduzidos

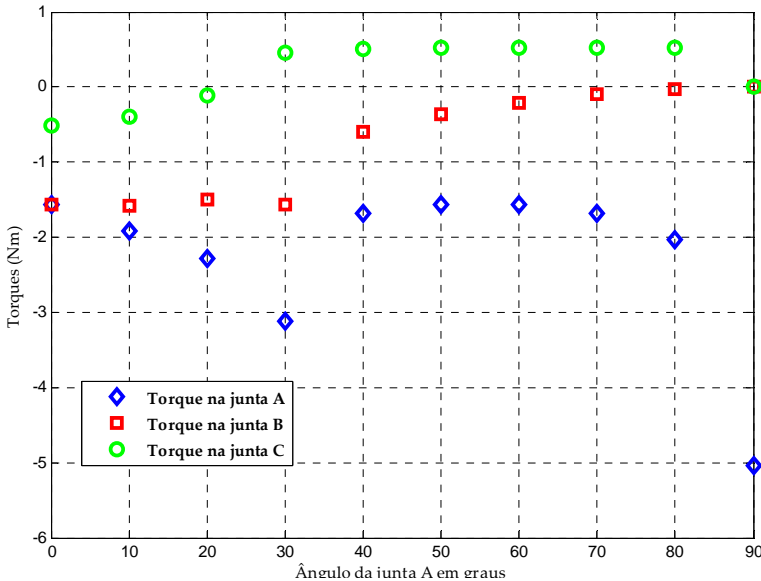


Figura 4.14: Torques em cada uma das juntas do manipulador RRR na configuração cotovelo para cima, com torques máximos reduzidos

Comparando com as curvas obtidas na simulação 01, os resultados da simulação 03 mostram que para manipuladores seriais existe uma proporcionalidade entre a capacidade de força e os limites de torques dos atuadores.

Com exceção da simulação 02, a força máxima  $F_x$  foi obtida na posição  $\theta_A = 90^\circ$ . Em  $\theta_A = 30^\circ$  também existe uma condição favorável, embora inferior. O que se pode afirmar com certeza sobre estas duas posições é que são as mais favoráveis para suportar uma força aplicada pelo meio. Para que o manipulador possa aplicar uma força no meio, é necessário verificar a existência de singularidades que limitam a mobilidade do manipulador na direção de aplicação da força.

Considerando o robô real RRRR, na posição  $\theta_A = 30^\circ$  não existem singularidades e a força  $F_x$  máxima calculada pode ser aplicada. Na posição  $\theta_A = 90^\circ$ , as juntas B, C e D estão alinhadas e o manipulador encontra-se em uma posição singular, perdendo

um grau de liberdade. Como é cinematicamente redundante, mesmo com a perda de um grau de liberdade, a mobilidade do manipulador apresenta mesma dimensão do espaço em que está inserida e é possível aplicar a força máxima calculada.

O fato da maior capacidade de força ter sido obtida em uma posição singular não significa que sempre as forças máximas serão alcançadas em posições singulares para todos os manipuladores. Mas no manipulador em estudo isto ocorreu. O motivo pode ser entendido através de um exemplo extraído do comportamento de seres humanos.

Uma pessoa, empurrando um carro ou um armário, busca instintivamente uma posição em que consiga aplicar a maior força possível, procurando também não forçar demais seus músculos e articulações. Em geral, esta posição é atingida naturalmente com o braço esticado, apenas suportando a força, sendo as pernas utilizadas para aplicar a força. Analisando apenas o braço, as articulações do punho, cotovelo e ombro estão alinhadas, o que caracteriza uma singularidade, e as forças são suportadas pelas estruturas ósseas e articulações.

Instintivamente o ser humano preserva os músculos mais fracos, mantendo as juntas do braço em posições singulares e utiliza os músculos mais fortes das pernas para aplicar a força. Mesmo quando o objeto a ser empurrado começa a apresentar deslocamentos, as juntas mais fracas dos braços podem permanecer em posições singulares devido à existência de redundância cinemática. Isto ocorre exatamente na posição  $\theta_A = 90^\circ$  do manipulador. A junta  $A$ , com maior capacidade de torque, é carregada até seu limite enquanto que as juntas  $B$  e  $C$  são preservadas.

Esta análise sobre utilização de singularidade na aplicação de forças pode ser estendida para qualquer manipulador serial. A vantagem dos manipuladores com redundância cinemática é que, em determinadas situações, pode-se aproveitar de forma útil as singularidades sem comprometer a mobilidade necessária para execução da tarefa. .

As simulações 01, 02 e 03 foram realizadas com o manipulador na configuração cotovelo para cima ( $-\pi \text{ rad} < \theta_c < 0 \text{ rad}$ ). Na configuração cotovelo para baixo ( $0 \text{ rad} < \theta_c < \pi \text{ rad}$ ), a posição do manipulador para cinco diferentes valores de  $\theta_A$  é mostrada na Figura 4.15 e a força  $F_x$  máxima possível de ser aplicada é mostrada na Figura 4.16 para todas as configurações testadas. Para obtenção de  $F_x$  foram utilizados os mesmos valores de torques máximos da simulação 01.

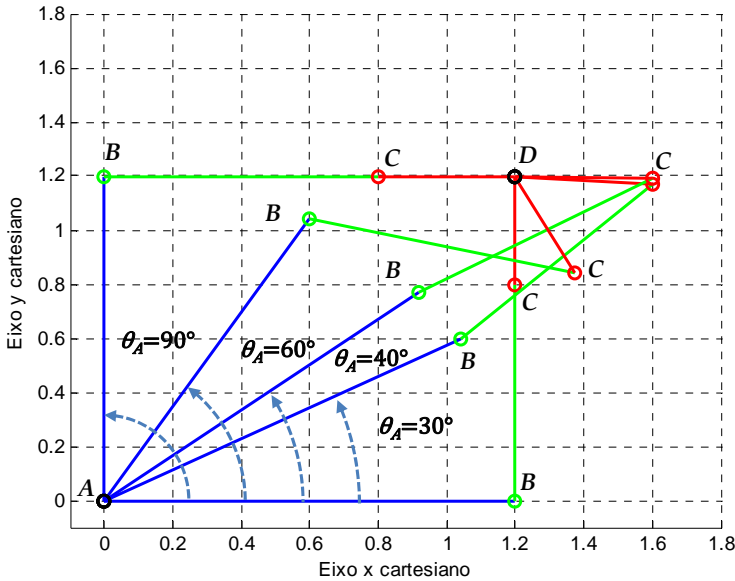


Figura 4.15: Posições do manipulador RRR, com  $\theta_A$  no intervalo  $0^\circ$  e  $90^\circ$  e cotovelo para baixo

Comparando com a simulação 01, no modo de trabalho cotovelo para baixo ( $0 \text{ rad} < \theta_c < \pi \text{ rad}$ ) a primeira condição mais favorável ocorre para o mesmo valor  $\theta_A$ . Isto ocorre porque o manipulador encontra-se exatamente na mesma configuração obtida no modo de trabalho cotovelo para cima. Mas a segunda condição mais favorável ocorre em  $\theta_A = 40^\circ$  e não mais em  $\theta_A = 30^\circ$ . A força máxima  $F_x = 7 \text{ N}$  obtida nesta segunda condição mais favorável é superior à da simulação com cotovelo para cima

( $-\pi \text{ rad} < \theta_c < 0 \text{ rad}$ ) em aproximadamente 40%. Portanto, ao procurar as forças máximas suportadas por um manipulador, devem ser considerados todos os modos de trabalho possíveis.

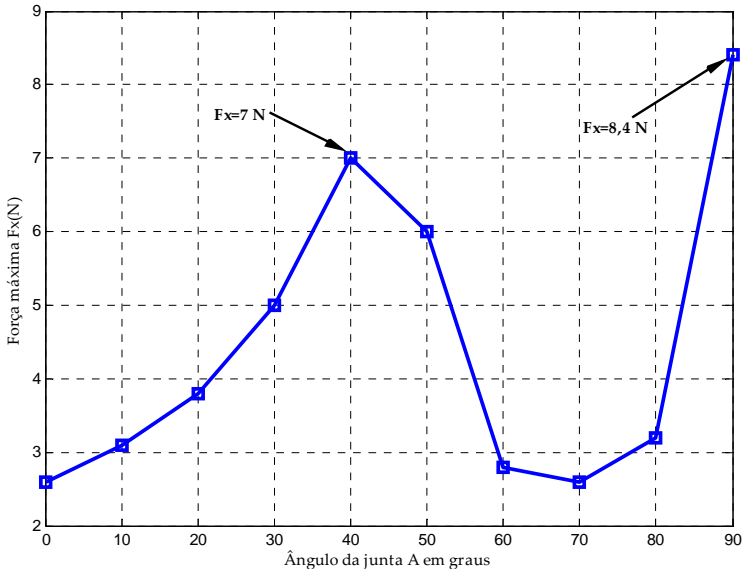


Figura 4.16: Força  $F_x$  máxima possível de ser aplicada pelo manipulador RRR, na configuração cotovelo para baixo e com  $\theta_A$  no intervalo  $0^\circ$  e  $90^\circ$

A capacidade de força-momento de um manipulador depende sempre de sua junta crítica, sujeita à saturação de atuação. Definida a junta crítica do sistema, aplica-se o torque máximo nesta junta e, através das equações de equilíbrio, determinam-se as ações de interação entre o manipulador e o meio. Algumas abordagens existentes na literatura, descritas na Seção 4.4, utilizam este conceito para determinar a capacidade de força-momento de manipuladores.

O procedimento utilizado nesta seção para determinar a capacidade de força do manipulador RRRR também foi baseado na identificação da junta crítica, por meio do aumento progressivo da força de contato até ocorrer sua saturação. A configuração em que o manipulador apresenta maior capacidade de força foi

obtida calculando-se a capacidade de força para diversas configurações possíveis. Este procedimento não representa uma tentativa de estabelecer uma abordagem geral do problema e foi apresentado apenas com o intuito de fornecer informações sobre os fatores que influenciam na determinação da capacidade de força-momento de manipuladores. A metodologia geral para a determinação da capacidade de força-momento de manipuladores seriais e paralelos é apresentada no Capítulo 7.

### 4.3 ÍNDICES DE DESEMPENHO

Os índices de desempenho procuram fornecer de forma direta e compacta informações sobre determinadas características de um manipulador. Na fase de projeto, estabelecem parâmetros utilizados como auxílio na escolha da topologia, geometria e características construtivas de um manipulador. Na fase operacional, os índices de desempenho podem ser utilizados na busca de uma configuração adequada e na distribuição de torques e forças nos atuadores de forma a executar de forma eficiente determinada tarefa.

Apesar do grande número de índice de desempenho descritos na literatura, a maioria tem como foco a cinemática de manipuladores (GOSELIN; ANGELES, 1991). Índices específicos sobre a capacidade de força-momento de manipuladores são apresentados em (FINOTELLO et al., 1998)(FIRMANI et al., 2008).

A manipulabilidade, introduzida em 1985 (YOSHIKAWA, 1985), foi o primeiro índice de desempenho utilizado em robótica. A manipulabilidade é uma medida da capacidade do manipulador de executar determinada tarefa em uma configuração conhecida e tem como objetivo principal caracterizar a condição cinemática de um manipulador. O conceito de manipulabilidade foi estendido para a estática, dando origem ao conceito de elipsoide de força. Apesar de suas limitações e restrições, o elipsoide de

força é o índice de desempenho estático mais difundido na literatura. Detalhes sobre o elipsoide de força são apresentados no Apêndice A.

A ideia básica introduzida pelos elipsoides de força foi utilizada para definir medidas quantitativas da capacidade de força-momento de manipuladores (FINOTELLO et al., 1998). Considerando o manipulador em uma determinada configuração, o máximo valor disponível (MAV- *maximum available value*) é definido como o valor (força ou momento) máximo que o manipulador consegue aplicar considerando todas as direções. O máximo valor isotrópico (MIV- *maximum isotropic value*) é definido como o valor (força ou momento) máximo que o manipulador consegue aplicar em todas as direções possíveis. Forças e momentos são tratados separadamente, existindo valores distintos de MAV e MIV para cada um deles.

Para caracterizar a natureza das ações presentes no contato entre o manipulador e o meio, os termos sentido forte e sentido fraco são utilizados para complementar a definição destes índices. Para as forças, são obtidos com os momentos nulos. No sentido fraco, os momentos podem assumir um valor qualquer. Para os momentos, os índices MAV e MIV no sentido forte e no sentido fraco são obtidos de forma similar onde as forças ou são nulas ou podem assumir um valor qualquer. Os índices definidos no sentido forte são mais apropriados para verificar a capacidade do manipulador em executar uma tarefa, uma vez que em geral tanto forças quanto momentos desejados são especificados (FINOTELLO et al., 1998).

Os conceitos de MAV e MIV foram utilizados na definição dos índices de desempenho, específicos para manipuladores paralelos planares, listados a seguir (FIRMANI et al., 2008):

- ${}^{pm}F_{app}$  (força máxima com um momento definido) – é a força máxima que o manipulador consegue aplicar considerando todas as direções e o valor do momento conhecido. O subscrito *app* é uma abreviatura para o

termo inglês *applied*. O sobrescrito *pm* representa o termo *prescribed moment* da língua inglesa. Se o valor do momento é nulo, o conceito de  $^{pm}F_{app}$  é igual ao MAV no sentido forte. Ao longo do texto este índice é representado de forma simplificada por  $F_{app}$ ;

- $^{pm}F_{iso}$  (força máxima isotrópica com um momento definido) – é a força máxima que o manipulador consegue aplicar em todas as direções, considerando o valor do momento conhecido. O subescrito *iso* é uma abreviatura para o termo inglês *isotropic*. Se o valor do momento é nulo, o conceito de  $^{pm}F_{iso}$  é igual ao MIV no sentido forte;
- $^{mr}F_{app}$  (força máxima atingível) – é a força máxima que o manipulador consegue aplicar considerando todas as direções. Sempre possui um momento associado e é similar ao conceito de MAV no sentido fraco;
- $^{mr}F_{iso}$  (força máxima isotrópica atingível) – é a força máxima que o manipulador consegue aplicar em todas as direções. Sempre possui um momento associado e é similar ao conceito de MIV no sentido fraco;
- $^{pf}M_z$  (momento máximo com uma força definida) – é o momento máximo que o manipulador consegue aplicar, considerando o valor da força conhecido;
- $^{if}M_z$  (momento máximo com uma força isotrópica máxima definida) – é o momento máximo que o manipulador consegue aplicar, considerando uma força isotrópica máxima definida;
- $^{rf}M_z$  (momento máximo com uma força máxima definida) – é o momento máximo que o manipulador consegue aplicar, considerando uma força máxima definida;
- $^{mr}M_z$  (momento máximo com força livre) – é o momento máximo que o manipulador consegue aplicar, considerando uma força livre;

Todos os índices apresentados, bem como toda literatura, consideram que o manipulador está em uma configuração fixa e



que existe a possibilidade de aplicar as ações em todas as direções. Na presença de redundância cinemática e de atuação, é interessante particularizar estes índices para uma direção específica, definida pela tarefa. Além disso, na execução de algumas tarefas, a orientação e a posição do efetuador não necessitam ser constantes e os índices de desempenho devem considerar esta possibilidade. É importante também estabelecer um índice que defina a capacidade de força do manipulador ao longo de uma trajetória.

Para atender a estas necessidades, são propostos neste trabalho os índices de desempenho  $F_{dir}$ ,  $^M F_{dir}$ ,  $^F F_{dir}$ ,  $^{FM} F_{dir}$  e  $F_{Traj}$  descritos a seguir:

- $F_{dir}$  (capacidade de força direcional) - é a força máxima que o manipulador consegue aplicar em uma direção específica, considerando que o valor do momento e da força  $F_{para}$ , perpendicular a  $F_{dir}$ , são definidos. Quando o momento e a força perpendicular são nulos,  $F_{dir}$  é uma força pura na direção especificada.
- $^M F_{dir}$  (capacidade de força direcional com momento livre) - é a força máxima que o manipulador consegue aplicar em uma direção específica, considerando o valor da força perpendicular igual a zero e o valor do momento livre.
- $^F F_{dir}$  (capacidade de força direcional com força livre) - é a força máxima que o manipulador consegue aplicar em uma direção específica, considerando o valor da força perpendicular livre e o valor do momento igual a zero.
- $^{FM} F_{dir}$  (capacidade de força direcional com força e momentos livres) - é a força máxima que o manipulador consegue aplicar em uma direção específica, considerando os valores da força perpendicular e do momento livres.
- $F_{Traj}$  (capacidade de força ao longo de uma trajetória) - é a força máxima que o manipulador pode aplicar em todos os pontos ao longo da trajetória desejada, executando um deslocamento contínuo. Entende-se por deslocamento

contínuo uma sequência de pontos que manipulador atinge sem passar por singularidades e sem paradas para alterar a configuração. A posição e orientação do efetuador são definidas em cada ponto da trajetória.

A tabela 4.2 mostra um resumo das condições presentes em cada um dos índices propostos.

Tabela 4.2: Índices de desempenho de capacidade de força propostos.

Símbolo	$F_{dir}$	Momento	$F_{para}$	Configuração
$F_{dir}$	máxima	definido	definida	livre
$^M F_{dir}$	máxima	livre	0	livre
$^F F_{dir}$	máxima	0	livre	livre
$^{FM} F_{dir}$	máxima	livre	livre	livre
$F_{Traj}$	máxima	definido	definida	livre

Ao longo do texto, os termos capacidade de força e força máxima serão utilizados de forma geral para representar a  $F_{dir}$ . Em situações particulares, o contexto deixará claro qual o índice de desempenho utilizado.

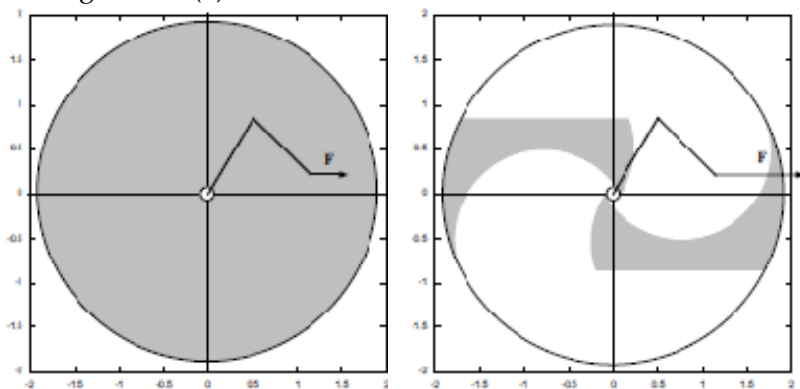
#### 4.4 ABORDAGENS EXISTENTES

Em geral, os problemas de otimização de força aplicados a robôs manipuladores existentes na literatura tratam da distribuição eficiente de torques e forças nos atuadores na presença de redundância de atuação (KUMAR; WALDRON, 1988) (ZHENG; LUH, 1989). Considera-se uma distribuição eficiente quando os torques e forças dos atuadores estão o mais afastado possível de seus limites de saturação. Isto é obtido através da minimização do custo médio quadrático dos torques e forças nos atuadores. Mas distribuir de forma eficiente os torques e determinar a capacidade de força-momento de manipuladores são problemas distintos. Dois estudos que abordam o problema da capacidade de força-

momento de manipuladores (PAPADOPOPULOS; GONTHIER, 1995) (NOKLEBY et al., 2005) são discutidos nesta seção.

No estudo da capacidade de força dos manipuladores seri-ais planares  $RR$  e  $RRR$ , Papadopoulos e Gonthier (1995) propõem uma estratégia para determinar regiões do espaço de trabalho em que uma força desejada pode ser aplicada. Estas regiões caracterizam o *force workspace* do manipulador, termo traduzido livremente por espaço de trabalho de força. A magnitude e direção da força são conhecidas e a orientação do manipulador é livre.

O manipulador  $RR$  não apresenta redundância cinemática e o espaço de trabalho de força pode ser obtido analiticamente. A Figura 4.17, extraída do estudo de Papadopoulos e Gonthier (1995), mostra o espaço de trabalho de força do manipulador  $RR$  quando o objetivo é aplicar uma força  $F$  na direção indicada. A Figura 4.17(a) mostra a situação em que o manipulador consegue aplicar uma força desejada em todo seu espaço de trabalho e a Figura 4.17 (b) mostra a redução do espaço de trabalho de força quando o objetivo é aplicar uma força  $F$  comparativamente maior a da Figura 4.17(a).



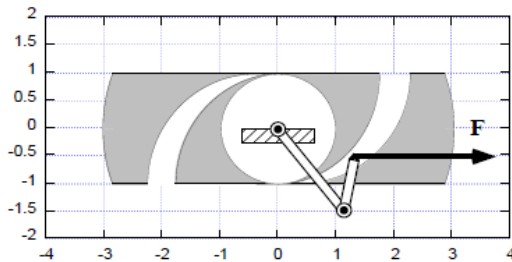
(a) Espaço de trabalho: força menor (b) Espaço de trabalho: força maior  
Figura 4.17: Espaço de trabalho de força do manipulador  $RR$  (PAPADOPOPULOS; GONTHIER, 1995)

Observa-se que para uma força menor, o espaço de trabalho de força coincide com o espaço de trabalho do manipulador.

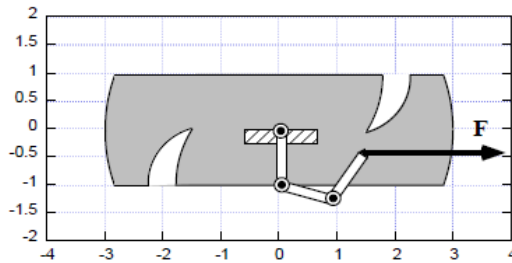
Com o aumento da força desejada, o espaço de trabalho de força é reduzido e, nos pontos de fronteira desta região, a força desejada representa a capacidade de força do manipulador.

Para o manipulador  $RRR$ , considerando a orientação livre, o grau de redundância cinemática é um e não é possível obter uma solução analítica para determinar o espaço de trabalho de força. Para verificar em cada ponto do espaço de trabalho se a força desejada pode ser aplicada, é utilizada uma estratégia de otimização com o objetivo de encontrar uma configuração adequada do manipulador. Todo o espaço de trabalho é testado e os pontos onde a força desejada pode ser alcançada constituem o espaço de trabalho de força do manipulador.

A Figura 4.18, extraída do trabalho de Papadopoulos e Gonthier (1995), compara os espaços de trabalho de força dos manipuladores  $RR$  e  $RRR$ , considerando que ambos possuem o mesmo espaço de trabalho total.



(a) Espaço de trabalho de força:  $RR$



(b) Espaço de trabalho de força:  $RRR$

Figura 4.18: Comparação do espaço de trabalho de força dos manipuladores  $RR$  e  $RRR$ (PAPADOPOULOS; GONTHIER, 1995)

Apesar de comprovar que a redundância cinemática pode ser utilizada de forma efetiva para aumentar a capacidade de força dos manipuladores e de fornecer informações importantes sobre os manipuladores  $RRR$  e  $RR$ , a abordagem é restritiva pois não apresenta uma formulação genérica para outros tipos de manipuladores. Manipuladores seriais espaciais e manipuladores paralelos não são citados no artigo. Além disso, a capacidade de força é obtida apenas nos pontos de fronteira do espaço de trabalho de força e não de forma explícita em um ponto desejado qualquer. E a diferença entre aplicar e suportar forças não é considerada, pois em muitos pontos da fronteira o manipulador está em uma posição singular. A possibilidade de utilizar momentos associados para aumentar o espaço de trabalho de força não é considerada. Situações em que o manipulador apresenta redundância de atuação também não são previstas no método.

Nos estudos de Nokleby et al. (2005)(2007), duas abordagens são utilizadas para a determinação da capacidade de força-momento de manipuladores paralelos na presença de redundância de atuação. Como os manipuladores seriais não apresentam redundância de atuação, não são considerados nos artigos citados.

A estratégia denominada fator de escala (*scaling factor*) consiste em aplicar uma ação unitária na direção desejada e determinar a junta do manipulador relativamente mais carregada. O fator de escala  $sf$  de cada uma das juntas  $j$  é a razão entre o limite de atuação  $\tau_{jmax}$  da junta e o valor de torque  $\tau_j$  encontrado para esta junta quando a ação conhecida é aplicada.

$$sf_j = \left| \frac{\tau_{jmax}}{\tau_j} \right| \quad (4.9)$$

O fator de escala  $SF$  do manipulador é o menor dos fatores de escala das juntas e indica a proporção em que a força conhecida pode ser aumentada até ocorrer a saturação de um dos atuadores. A capacidade de força-momento é determinada pelo produto entre a ação unitária aplicada inicialmente e o fator de escala

obtido. Na presença de redundância de atuação, é utilizado um algoritmo de otimização que maximiza o fator de escala das juntas. Encontrado o fator de escala das juntas, o fator de escala do manipulador é determinado, seguindo o mesmo procedimento do caso onde não existe redundância de atuação.

A segunda abordagem, denominada metodologia explícita (*explicit methodology*), é considerada mais eficiente que o fator de escala (ZIBIL et al., 2007). A estratégia utilizada para determinar a capacidade de força-momento de manipuladores consiste em levar o maior número possível de atuadores aos seus limites de saturação. A quantidade de atuadores  $j_{sat}$  que pode ser levada à saturação é dada por:

$$j_{sat} = j_a - F_d \quad (4.10)$$

onde  $F_d$  define número de ações de contato especificadas para cada diferente condição de carregamento e  $j_a$  é igual ao número de juntas atuadas do mecanismo.

Definido o valor de  $j_{sat}$ , a força que se deseja maximizar é calculada para todas as combinações possíveis de juntas saturadas utilizando-se as equações de equilíbrio. A capacidade de força-momento do manipulador é o valor máximo de força ou momento calculado para todas as combinações. O número de combinações  $n_c$  possíveis a serem testadas é (GARG et al., 2007):

$$n_c = \frac{j_a!}{(j_a - j_{sat})! \times (j_{sat})!} \times 2^{j_{sat}} \quad (4.11)$$

Para exemplificar a utilização da metodologia explícita é considerado o manipulador paralelo 3-RRR mostrado na Figura 3.5. Na ausência de redundância de atuação, este manipulador apresenta  $j_a = 3$ . Se  $F_d = 2$ , como por exemplo quando  $F_y$  e  $M_z$  são nulos, o valor de  $j_{sat}$  é:

$$j_{sat} = 3 - 2 = 1 \quad (4.12)$$

Isto significa que apenas uma junta pode ser levada à saturação, sendo os torques das demais juntas dependentes do torque da junta saturada e das ações de contato especificadas. Como cada atuador deve ser testado em seu limite máximo e mínimo de atu-

ação, o número total de testes a ser realizado para determinar a capacidade de força-momento do manipulador é igual a 6. Sendo  $F_x$ ,  $F_y$  e  $M_z$  as ações de contato,  $\tau_{A1}$ ,  $\tau_{A2}$  e  $\tau_{A3}$  os torques das juntas atuadas e  $\tau_{A1\max}$ ,  $\tau_{A2\max}$  e  $\tau_{A3\max}$  os limites de atuação, a Tabela 4.3 mostra as seis combinações a serem testadas para este manipulador.

Tabela 4.3: Combinações de forças e momentos testadas para o manipulador 3-RRR, utilizando a metodologia explícita

combinação	variáveis conhecidas	variáveis calculadas pelas equações de equilíbrio
1	$F_y=0; M_z=0; \tau_{A1}=\tau_{A1\max}$	$F_x, \tau_{A2}$ e $\tau_{A3}$
2	$F_y=0; M_z=0; \tau_{A1}=-\tau_{A1\max}$	$F_x, \tau_{A2}$ e $\tau_{A3}$
3	$F_y=0; M_z=0; \tau_{A2}=\tau_{A2\max}$	$F_x, \tau_{A1}$ e $\tau_{A3}$
4	$F_y=0; M_z=0; \tau_{A2}=-\tau_{A2\max}$	$F_x, \tau_{A1}$ e $\tau_{A3}$
5	$F_y=0; M_z=0; \tau_{A3}=\tau_{A3\max}$	$F_x, \tau_{A1}$ e $\tau_{A2}$
6	$F_y=0; M_z=0; \tau_{A3}=-\tau_{A3\max}$	$F_x, \tau_{A1}$ e $\tau_{A2}$

A metodologia explícita determina a capacidade de força-momento do manipulador em apenas um ponto do espaço de trabalho. Na proximidade deste ponto, a capacidade de força-momento é calculada considerando-se os mesmo atuadores saturados. Se um dos atuadores não definidos como saturados extrapolar seu limite de atuação, novos testes com todas as combinações possíveis são necessários para determinar a capacidade de força-momento no ponto em análise. Definindo o ângulo de atuação de força e o momento  $M_z$  como as variáveis conhecidas, a metodologia explícita fornece como resultado a capacidade de força-momento do manipulador em todas as direções, conforme mostrado na Figura 4.19 extraída do trabalho de Nokleby et al. (2005).

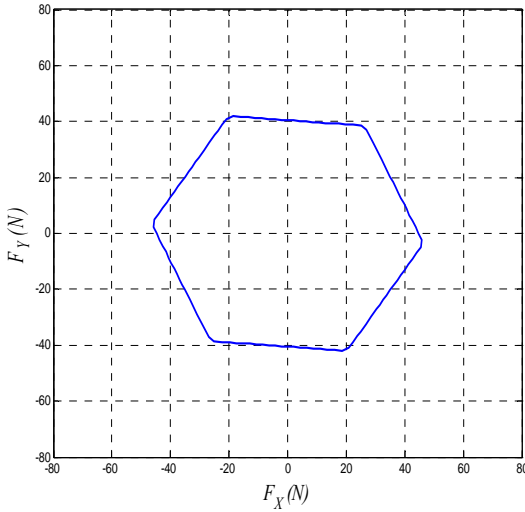


Figura 4.19: Capacidade de força do manipulador 3-RRR em todas as direções com  $M_z=0$  utilizando a metodologia explícita (NOKLEBY et al., 2005)

O número de combinações testadas cresce com o aumento de juntas atuadas do manipulador e com a diminuição das restrições impostas pela tarefa. Se para este manipulador a tarefa impõe apenas uma restrição, duas juntas podem ser levadas à saturação e o número de testes necessário é igual a 12. Adicionando 3 atuadores a este mesmo manipulador, se a tarefa impõe uma restrição, 192 possíveis combinações de torques devem ser verificadas.

Tanto na metodologia explícita como na abordagem utilizando o fator de escala, parâmetros como posição, orientação e modo de trabalho do manipulador e direção de aplicação de força devem ser constantes. Para determinar a  $F_{app}$  (força máxima com um momento definido em uma direção qualquer), todas as direções de aplicação de força devem ser testadas. Se o objetivo é determinar a capacidade de força-momento considerando os diferentes modos de trabalho, é necessário testar todas as configurações possíveis separadamente. Na presença de redundância ci-



nemática, onde o número de configurações do manipulador é infinito, ou quando a orientação e/ou a posição da plataforma móvel podem ser variáveis, estas abordagens não podem ser utilizadas pois seria necessário testar exaustivamente todas as (infinitas) configurações possíveis para determinar a capacidade de força-momento do manipulador. E também existe sempre a necessidade de testar as combinações possíveis de torques e forças nos atuadores de acordo com o número definido de juntas saturadas, o que pode demandar também testes exaustivos para manipuladores mais complexos.

Conclui-se, portanto, que a metodologia explícita e o fator de escala são também abordagens restritivas, não considerando a redundância cinemática e as variações dos parâmetros geométricos como posição e orientação do manipulador e direção de aplicação de força na determinação da capacidade de força-momento de manipuladores paralelos. A metodologia proposta nesta tese procurar preencher estas lacunas existentes e apresentar uma abordagem geral para o problema de otimização de capacidade de força-momento de manipuladores. O necessidade de testar exaustivamente a capacidade de força-momento em todas as configurações possíveis é contornada na metodologia proposta com a utilização de um algoritmo global de otimização apresentado no Capítulo 5.

## 4.5 OUTROS FATORES DE INFLUÊNCIA

A capacidade de força-momento de manipuladores pode ser alterada por outros fatores como a rigidez do manipulador e pela presença de forças gravitacionais.

Ao executar uma tarefa, um manipulador aplica forças e momentos no meio. Estas ações externas podem deslocar o efetuador de sua posição desejada. A rigidez de um manipulador é definida pela relação entre as ações de contato existentes e a de-

formação correspondente provocada em seu efetuador (SALISBURY, 1980). Quanto maior a rigidez, menor será a deformação, considerando que as mesmas forças e momentos são aplicados.

Conhecer a rigidez de um manipulador é importante para desempenhar com sucesso tarefas onde existe o contato do manipulador com o meio. A precisão de um manipulador em atender simultaneamente referências de posição e força desejadas está relacionada com sua rigidez (ALICI; SHIRINZADEH, 2005). Conhecendo as deformações existentes, valores desejados podem ser modificados de forma a compensar estas deformações, obtendo resultados reais mais precisos sem a necessidade de adicionar sensores ao sistema. Estratégias de controle de força baseadas na impedância necessitam conhecimento preciso da rigidez do manipulador (ZENG; HEMANI, 1997). Detalhes sobre a formulação matemática da rigidez de malha aberta de mecanismos e sobre a influência da rigidez na capacidade de força-momento de manipuladores são apresentados no Apêndice A.

Em determinados tipos de robô, a força peso tem influência significativa na análise estática e na determinação da força máxima possível de ser aplicada. Como exemplo, em robôs articulados, relações na ordem de 15:1 entre o peso total do robô e carga máxima suportada são bastante comuns. Ou seja, um robô projetado para trabalhar com uma carga útil de 150 N apresenta peso total em torno de 2250 N, variando de acordo com o fabricante.

Resultados obtidos a partir de experimentos práticos realizados com um robô industrial mostram que, em situações dinâmicas, as forças gravitacionais contribuem na mesma ordem de grandeza que todas as demais ações atuantes na composição dos torques necessários nas juntas para realizar determinada movimentação (MAHJOUR; FAHIM, 1994). Em situações quase-estáticas, as forças gravitacionais são dominantes sobre as demais forças na composição dos torques necessários nas juntas. Informações sobre a influência da gravidade na determinação da capa-

cidade de força-momento de manipuladores são apresentadas no Apêndice A.

Apesar destas observações, na abordagem apresentada neste trabalho a capacidade de força-momento de manipuladores é determinada sem considerar a influência da gravidade e da rigidez. Fica como sugestão para trabalhos futuros o estudo mais aprofundado sobre estes fatores e sobre formas de incluí-los na metodologia para determinação da capacidade de força-momento de manipuladores proposta nesta tese.



## 5 OTIMIZAÇÃO GLOBAL: ALGORITMO DA EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

O problema de otimização global não é trivial e continua representando um desafio para pesquisadores uma vez que a obtenção de uma solução analítica ótima é difícil mesmo para problemas relativamente simples. Informações sobre as principais técnicas de otimização global existentes podem ser encontradas em (PINTÉR, 2002).

As técnicas convencionais de otimização não podem ser utilizadas em problemas descritos através de equações não-diferenciáveis. Além disso, tendem a ficar presas em mínimos locais, em geral próximos ao valor inicial escolhido, quando as equações envolvidas não são convexas.

Uma função é definida como convexa se o valor no ponto médio de qualquer intervalo de seu domínio de definição não exceder a média aritmética dos valores nas extremidades do intervalo. Se uma função não atende a esta condição é dita não convexa. As funções não-convexas são funções não-lineares e, considerando o problema de otimização, não possuem um único mínimo (ou máximo) global.

Os principais elementos presentes em um problema de otimização são as variáveis de decisão, a função objetivo e as restrições. As variáveis de decisão são os parâmetros que definem uma solução para o problema. A função objetivo é uma função que depende das variáveis de decisão, sendo maximizada ou minimizada no processo de otimização. A função objetivo é também chamada de função custo ou função *fitness*. As restrições são funções que definem o espaço de soluções possíveis (ZHANG; SANDERSON, 2009).

Neste capítulo é mostrada a necessidade de utilização de um algoritmo de otimização global para o problema de otimização da capacidade de força-momento de manipuladores com redundância cinemática e de atuação. As variáveis de decisão, as

restrições e a função objetivo são apresentadas de forma genérica para o problema de otimização da capacidade de força-momento do manipulador serial *RRRR*. Os motivos para escolha do algoritmo da evolução diferencial (ED) são discutidos. Detalhes sobre o funcionamento, características, variantes, influência de parâmetros de controle e tratamento de restrições da ED são apresentados.

## 5.1 NECESSIDADE DE UM ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO GLOBAL

Tendo como foco a otimização, pode-se fazer uma analogia entre o problema que consiste em determinar a capacidade de força-momento em manipuladores com redundância cinemática e de atuação e o problema que consiste em minimizar as forças necessárias em cada um dos dedos de uma mão robótica para segurar um objeto quando a localização dos pontos de contato não é conhecida. Em ambos os casos existem infinitas configurações possíveis e infinitas possibilidades de distribuição de forças ou torques nos atuadores. O problema consiste em encontrar uma configuração e uma distribuição de forças ou torques ótimas de acordo com o objetivo que se deseja alcançar.

O problema da distribuição de forças em mãos robóticas ou de segurar um objeto através de múltiplos contatos é tratado de forma ampla na literatura (BICCHI; KUMAR, 2000).

No entanto, em grande parte dos estudos, o ponto de contato é definido e otimizam-se apenas as ações de contato. Conforme Okamura et al. (2000), encontrar a localização ótima dos pontos de contato não é trivial pois as equações que definem o espaço de busca são não-lineares e não-convexas e, portanto, técnicas convencionais de otimização convexa não podem ser utilizadas. Boyd e Wegbreit (2007) sugere que sejam geradas configurações iniciais potenciais e, para cada configuração inicial, as ações

de contato são otimizadas utilizando uma técnica convencional, escolhendo-se aquela que apresentar melhor resultado. Mas o problema continua em aberto pois não existe uma forma analítica de definir quantas e quais são as configurações iniciais potenciais.

Na determinação da capacidade de força-momento de manipuladores com redundância cinemática, as equações que definem a função objetivo a ser otimizada são também não-lineares e não-convexas. A análise do manipulador serial *RRRR* mostrado na Figura 4.7 e estudado na Seção 4.2.2 pode ser utilizada para comprovar esta afirmação.

Na análise são consideradas as mesmas condições e simplificações assumidas na Seção 4.2.2. O manipulador *RRR* equivalente utilizado na análise e mostrado na Figura 4.8 é reproduzido na Figura 5.1.

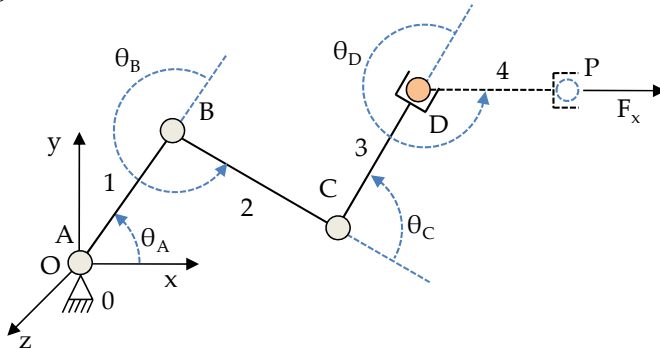


Figura 5.1: Representação esquemática do manipulador planar *RRRR*, reduzido a um *RRR* equivalente

Desconsiderando as forças gravitacionais e de atrito, a relação entre as ações de contato e os torques nos atuadores é dada por:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ M_z \end{Bmatrix} = J^{-T} \begin{Bmatrix} \tau_A \\ \tau_B \\ \tau_C \end{Bmatrix} \quad (5.1)$$

O Jacobiano depende dos ângulos das juntas *A*, *B* e *C* que definem a configuração do manipulador. Obtendo de forma literal a matriz  $J^{-T}$ , as ações  $F_x$ ,  $F_y$  e  $M_z$  são escritas na forma:

$$F_x = \frac{C_{AB}}{a_1 S_B} \tau_A - \left( \frac{a_1 C_A + a_2 C_{AB}}{a_1 a_2 S_B} \right) \tau_B + \frac{C_A}{a_2 S_B} \tau_C \quad (5.2)$$

$$F_y = \frac{S_{AB}}{a_1 S_B} \tau_A - \left( \frac{a_1 S_A + a_2 S_{AB}}{a_1 a_2 S_B} \right) \tau_B + \frac{S_A}{a_2 S_B} \tau_C \quad (5.3)$$

$$M_z = \frac{a_3 S_C}{a_1 S_B} \tau_A - \left( \frac{a_1 a_3 S_{BC} + a_2 a_3 S_C}{a_1 a_2 S_B} \right) \tau_B + \left( \frac{a_2 S_B + a_3 S_{BC}}{a_2 S_B} \right) \tau_C \quad (5.4)$$

Como o grau de redundância cinemática é igual a um, pode-se escrever estas ações em função do ângulo  $\theta_A$  apenas. Escolhendo arbitrariamente o modo de trabalho identificado como cotovelo para baixo ( $0 \text{ rad} < \theta_C < \pi \text{ rad}$ ), obtém-se de forma unívoca através de relações trigonométricas:

$$C_C = \left( \frac{(X_D - a_1 C_A)^2 + (Y_D - a_1 S_A)^2 - a_2^2 - a_3^2}{2a_2 a_3} \right) \quad (5.5)$$

$$S_C = \sqrt{1 - \left( \frac{(X_D - a_1 C_A)^2 + (Y_D - a_1 S_A)^2 - a_2^2 - a_3^2}{2a_2 a_3} \right)^2} \quad (5.6)$$

$$C_{AB} = \left( \frac{(X_D - a_1 C_A)(a_2 + a_3 C_C) + (Y_D - a_1 S_A)a_3 S_C}{(X_D - a_1 C_A)^2 + (Y_D - a_1 S_A)^2} \right) \quad (5.7)$$

$$S_{AB} = \left( \frac{-(X_D - a_1 C_A)a_3 S_C + (Y_D - a_1 S_A)(a_2 + a_3 C_C)}{(X_D - a_1 C_A)^2 + (Y_D - a_1 S_A)^2} \right) \quad (5.8)$$

Nas equações (5.7) e (5.8) o cosseno e o seno do ângulo  $\theta_C$  ainda não foram substituídos por seus valores dados pelas equações (5.5) e (5.6) respectivamente. As outras relações necessárias são:

$$S_B = S_{AB} C_A - C_{AB} S_A \quad (5.9)$$

$$C_B = C_{AB} C_A + S_{AB} S_A \quad (5.10)$$

$$S_{BC} = S_B C_C - C_B S_C \quad (5.11)$$

Substituindo-se as equações (5.5) a (5.11) nas equações (5.2) a (5.4) obtém-se as ações em função dos torques nos atuadores e do ângulo da junta  $A$ .

O problema em estudo consiste aplicar uma força máxima na direção  $x$ , sendo a força  $F_y$  e o momento  $M_z$  nulos. As variáveis



de decisão são os torques nos atuadores e o ângulo  $\theta_A$ . As posições angulares das demais juntas podem ser obtidas a partir de  $\theta_A$  e, portanto, não são variáveis de decisão. A formulação geral do problema pode ser apresentado na forma:

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } F_x(\tau_A, \tau_B, \tau_C, \theta_A) \\ & \text{Sujeito a: } \begin{cases} F_y(\tau_A, \tau_B, \tau_C, \theta_A) = 0 \\ M_z(\tau_A, \tau_B, \tau_C, \theta_A) = 0 \\ -\tau_{A\text{máx}} < \tau_A < \tau_{A\text{máx}} \\ -\tau_{B\text{máx}} < \tau_B < \tau_{B\text{máx}} \\ -\tau_{C\text{máx}} < \tau_C < \tau_{C\text{máx}} \\ \theta_{A\text{min}} < \theta_A < \theta_{A\text{máx}} \end{cases} \end{aligned}$$

A última restrição  $\theta_{A\text{min}} < \theta_A < \theta_{A\text{máx}}$  deve ser incluída pois existem valores de  $\theta_A$  que levam o manipulador a configurações impossíveis de serem alcançadas. Se a geometria do manipulador é simples, a restrição pode ser escrita na forma apresentada onde  $\theta_{A\text{máx}}$  é o máximo valor admissível de  $\theta_A$  e  $\theta_{A\text{min}}$  é o mínimo valor admissível. Com geometrias complexas, restrições adicionais podem ser necessárias.

A função objetivo a ser maximizada pode ser escrita na forma:

$$F_x = \frac{((X_D - a_1 C_A)(a_2 + a_3 C_C) + (Y_D - a_1 S_A)a_3 S_C)(\tau_A - \tau_B)}{a_1((-X_D C_A + Y_D S_A + a_1)a_3 S_C + (Y_D C_A - X_D S_A)(a_2 + a_3 C_C))} \quad (5.12)$$

$$- \frac{C_A(X_D^2 + Y_D^2 - 2a_1 C_A S_A + a_1^2)(\tau_B - \tau_C)}{a_2((-X_D C_A + Y_D S_A + a_1)a_3 S_C + (Y_D C_A - X_D S_A)(a_2 + a_3 C_C))}$$

Mesmo sem substituir os valores do seno e cosseno de  $\theta_C$ , a presença de termos em seno e cosseno e de termos quadráticos mostra que a equação (5.12) é não-linear em função das variáveis de decisão. Seguindo o mesmo procedimento obtém-se também para as restrições  $F_y=0$  e  $M_z=0$  equações não lineares.

A verificação de que a função objetivo é não-convexa não é tão simples e será feita através de um contraexemplo da convexidade. A presença das funções seno e cosseno fornece um indicativo desta condição, mas não é suficiente pois o espaço de busca é

restrito. Prova concreta da não convexidade da função no espaço de busca considerado pode ser obtida através da análise dos gráficos das Figuras 4.10 e 4.16, onde a força máxima aplicada na direção  $x$  apresenta um máximo global em  $\theta_A = 90^\circ$ , mas apresenta também um máximo local em outra posição de  $\theta_A$ . Observa-se também que nas configurações cotovelo para cima ( $-\pi \text{ rad} < \theta_C < 0 \text{ rad}$ ) e cotovelo para baixo ( $0 \text{ rad} < \theta_C < \pi \text{ rad}$ ) as forças máximas são diferentes. Em uma otimização global, estas duas configurações são possibilidades distintas de solução. Se na busca da solução ótima o algoritmo ficar preso na configuração que fornece a menor força máxima, pode-se entender que o resultado encontrado é um máximo local.

Na análise não foi considerada a redundância de atuação. Na presença desta, além das equações apresentadas, deve existir uma restrição adicional assegurando que o equilíbrio estático seja mantido.

Conclui-se, portanto, que as equações envolvidas na determinação da capacidade de força-momento de manipuladores com redundância cinemática e de atuação são não-lineares e não-convexas, exigindo a utilização de uma técnica global de otimização para a resolução do problema.

## 5.2 JUSTIFICATIVA PARA A ESCOLHA DA TÉCNICA DE EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

Existem técnicas exatas e técnicas heurísticas utilizadas para resolver o problema de otimização global. As técnicas exatas apresentam uma metodologia rigorosa e asseguram que o mínimo (ou máximo) global é alcançado (FLOUDAS; GOUNARIS, 2009). Mas, mesmo com o avanço rápido da capacidade computacional, alguns problemas de otimização global são intratáveis com a utilização das técnicas exatas.

As técnicas heurísticas não garantem a convergência para o mínimo (ou máximo) global, mas conseguem lidar com problemas complexos que não podem ser abordados através das técnicas exatas. São exemplos de técnicas heurísticas o algoritmo genético (GOLDBERG, 1989), *simulated annealing*, estratégias evolutivas (OSMAN; KELLY, 1996) e busca tabu (GLOVER; LAGUNA, 1998).

A ED é um algoritmo evolutivo, capaz de lidar com funções objetivo não-lineares, não convexas e não-diferenciáveis de variáveis contínuas, proposto por Storn e Price (1997). Trata-se de uma estratégia evolutiva e foi escolhida neste trabalho para determinação da capacidade de força-momento de manipuladores por apresentar as seguintes características, descritas em (DAS; SUGANTHAN, 2011):

- Comparada com a maioria das outras técnicas heurísticas, a ED é direta e simples de implementar. O código básico pode ser facilmente adaptado para problemas específicos;
- Estudos recentes mostram que a ED apresenta desempenho superior a outras técnicas, tendo obtido resultados expressivos em competições de otimização organizadas durante as últimas Conferências Internacionais em Computação Evolutiva (CEC). O desempenho geral da ED em termos de precisão, velocidade de convergência e robustez a torna atrativa para aplicação em problemas de engenharia;
- Possui apenas três parâmetros de controle e a influência destes parâmetros no desempenho do algoritmo é bem conhecida;

A ED busca sempre a minimização da função objetivo. Portanto, a melhor solução é a que apresenta função objetivo com menor valor. Isto não representa uma limitação para o método pois o processo de maximizar uma função  $f(x)$  é equivalente a minimizar uma função  $-f(x)$ . O funcionamento geral da ED é apresentado na Seção 5.3

### 5.3 EVOLUÇÃO DIFERENCIAL: FUNDAMENTOS

Considere um problema de otimização com  $\eta$  variáveis de decisão, definido através de uma função objetivo e através de funções de restrição. Na ED, os parâmetros de controle necessários são o tamanho da população  $N$ , o fator de escala  $F_s$  e o fator de recombinação  $CR$ . A influência no processo de otimização de cada um destes parâmetros e valores usuais indicados na literatura são apresentados na Seção 5.5.

O processo de otimização inicia com a geração aleatória de  $N$  indivíduos que formam a população inicial. Cada indivíduo da população é identificado por  $x_{t,i}$ , onde  $i$  é o índice do indivíduo na população e  $t$  é o índice da geração ao qual o indivíduo pertence. Na forma vetorial, cada indivíduo é representado por:

$$x_{t,i} = \begin{Bmatrix} x_{t,i,1} \\ x_{t,i,2} \\ x_{t,i,3} \\ \vdots \\ x_{t,i,\eta} \end{Bmatrix} \quad (5.13)$$

As variáveis de decisão de cada indivíduo são representadas por  $x_{t,i,n}$  onde o terceiro índice é utilizado para diferenciar cada uma entre as  $\eta$  variáveis de decisão existentes. A população  $X_t$  de uma geração  $t$  é representada por:

$$X_t = \{x_{t,i}; i = 1, \dots, N\} \quad (5.14)$$

A partir da população inicial é gerado para cada indivíduo  $x_{t,i}$  um vetor mutante definido por  $u_{t+1,i}$ . Em sua forma básica, a equação que define o vetor mutante é:

$$u_{t+1,i} = x_{t,r_1} + F_s(x_{t,r_2} - x_{t,r_3}) \quad (5.15)$$

Os índices  $r_1$ ,  $r_2$  e  $r_3$  representam indivíduos da geração  $t$  escolhidos aleatoriamente, mas diferentes entre si e diferentes também do indivíduo representado pelo índice  $i$ . Ao parâmetro  $F_s$  deve ser atribuído pelo usuário algum valor maior do que zero.

O vetor  $x_{t,r_1}$  é definido como vetor de base e o vetor mutante é gerado a partir deste vetor de base, somado à diferença entre dois vetores da população. A Figura 5.2 mostra o mecanismo de geração de vetores mutantes no caso em que  $\eta$  é igual a 2. As variáveis de decisão são  $x_1$  e  $x_2$ .

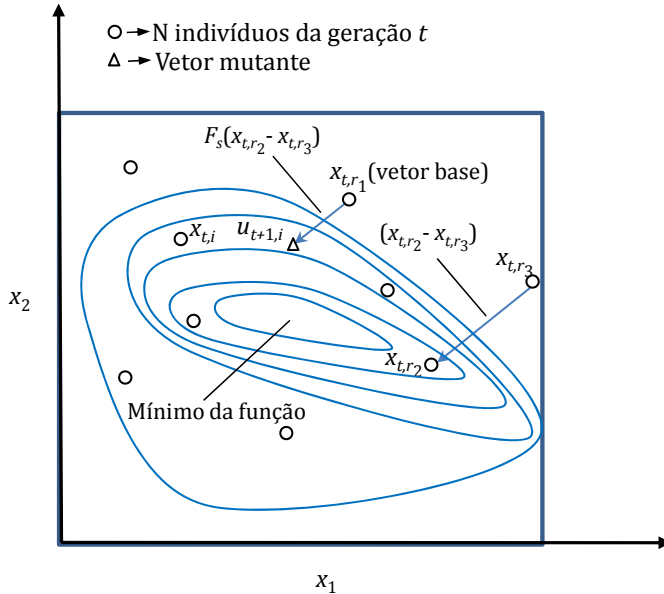


Figura 5.2: Mecanismo de busca diferencial da ED

Definidos os vetores mutantes, o próximo passo do algoritmo é a recombinação entre os indivíduos  $x_{t,i}$  e os indivíduos mutantes  $u_{t+1,i}$  gerando os vetores teste  $v_{t+1,i}$  através da equação:

$$v_{t+1,i,j} = \begin{cases} u_{t+1,i,j} & \text{se } randb(j) \leq CR \text{ ou } j = rnbr(i) \\ x_{t,i,j} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5.16)$$

onde  $j=1,2,\dots,\eta$ . O parâmetro  $CR$  é um valor constante no intervalo  $[0, 1]$  definido pelo usuário. O termo  $randb(j)$  define um número randômico com distribuição uniforme no intervalo  $[0, 1]$  gerado para cada  $j$ . O termo  $rnbr(i)$  é um índice que assume um valor inteiro no intervalo  $[1, \eta]$ . A recombinação pode ser ilustrada através na Figura 5.3 onde  $\eta = 7$ .

Neste exemplo, o vetor teste possui três variáveis do vetor mutante e quatro variáveis do vetor original. A condição  $rnbr(i) = j$  garante que pelo menos uma variável do vetor mutante esteja presente no vetor teste.

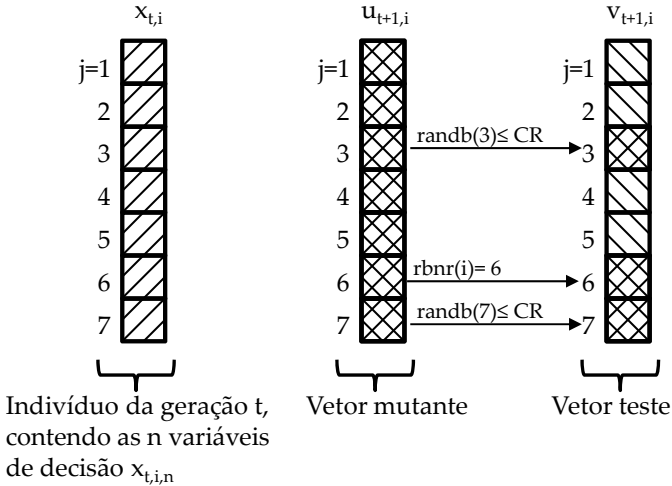


Figura 5.3: Mecanismo de geração do vetor teste na ED

O *fitness* de um indivíduo da população é definido como o valor da função objetivo calculado a partir de suas variáveis de decisão. No próximo passo do algoritmo é calculado o *fitness* dos vetores originais e dos vetores teste. O valor do *fitness* do vetor original é comparado com o valor do seu vetor teste correspondente e aquele que tiver melhor *fitness* sobrevive, formando a próxima geração. O processo de geração de novas populações continua até que um critério de parada estabelecido pelo usuário seja satisfeito. Normalmente utiliza-se como critério de parada um valor mínimo da função objetivo a ser alcançado ou um número máximo de gerações  $G$ . No final do processo, as variáveis de decisão otimizadas pertencem ao indivíduo com o melhor *fitness*, considerando todos os indivíduos de todas as gerações.

## 5.4 VARIANTES CLÁSSICAS DA EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

As variantes da ED são classificadas conforme a notação  $ED/\alpha/\beta/\delta$ , onde  $\alpha$  indica o método de escolha do vetor base que gera o vetor mutante,  $\beta$  indica o número de diferenças de vetores utilizados para alterar o vetor base e  $\delta$  indica o mecanismo de recombinação utilizado para gerar o vetor teste.

Os três principais métodos para escolha do vetor de base são identificados pelos acrônimos *rand*, *best* e *rand-to-best*. Na versão clássica mais difundida na literatura, utiliza-se  $\alpha=rand$  o que significa que o vetor base é escolhido de forma aleatória. Na variante  $\alpha=best$ , o vetor de base é o indivíduo com melhor *fitness* na geração  $t$  indicado por  $x_{t,best}$  e o vetor mutante é gerado por:

$$u_{t+1,i} = x_{t,best} + F_s(x_{t,r_2} - x_{t,r_3}) \quad (5.17)$$

Na variante  $\alpha=rand-to-best$ , o vetor de base é gerado através de uma recombinação aritmética entre o vetor  $x_{t,best}$  e o vetor  $x_{t,r_1}$ . O vetor mutante é obtido através da equação:

$$u_{t+1,i} = x_{t,r_1} + \gamma(x_{t,best} - x_{t,r_1}) + F_s(x_{t,r_2} - x_{t,r_3}) \quad (5.18)$$

onde  $\gamma$  é um valor no intervalo  $[0, 1]$ .

Em geral, a utilização da variante *best* apresenta uma maior velocidade de convergência e uma rápida redução de diversidade, o que pode levar o algoritmo a convergir prematuramente para algum mínimo local (GUIMARÃES, 2009).

O número de diferenças utilizadas no algoritmo está relacionado com a capacidade de busca do algoritmo. Em comparação com a versão onde  $\beta=1$ , um maior número de diferenças melhora a busca global mas prejudica a busca local pois os vetores base sofrem maior perturbação. Supondo  $\beta=3$ , o vetor mutante é representado por:

$$u_{t+1,i} = x_{t,i} + F_s(x_{t,r_2} - x_{t,r_3} + x_{t,r_4} - x_{t,r_5} + x_{t,r_6} - x_{t,r_7}) \quad (5.19)$$

Os valores clássicos do número de diferenças são  $\beta=1$  e  $\beta=2$ .

Os tipos de recombinações utilizados na ED são o binomial (*bin*) e o exponencial (*exp*). Detalhes sobre os procedimentos de recombinação *bin* e *rand* podem ser encontrados em (GUIMARÃES, 2009).

Existem no total dez variantes clássicas da ED, dadas pela combinação dos parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\delta$ , conforme mostrado na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Variantes clássicas da ED

notação	$\alpha$	$\beta$	$\delta$
ED/ <i>rand</i> /1/ <i>bin</i>	<i>rand</i>	1	<i>bin</i>
ED/ <i>rand</i> /2/ <i>bin</i>	<i>rand</i>	2	<i>bin</i>
ED/ <i>rand</i> /1/ <i>exp</i>	<i>rand</i>	1	<i>exp</i>
ED/ <i>rand</i> /2/ <i>exp</i>	<i>rand</i>	2	<i>exp</i>
ED/ <i>best</i> /1/ <i>bin</i>	<i>best</i>	1	<i>bin</i>
ED/ <i>best</i> /2/ <i>bin</i>	<i>best</i>	2	<i>bin</i>
ED/ <i>best</i> /1/ <i>exp</i>	<i>best</i>	1	<i>exp</i>
ED/ <i>best</i> /2/ <i>exp</i>	<i>best</i>	2	<i>exp</i>
ED/ <i>rand-to-best</i> /1/ <i>bin</i>	<i>rand-to-best</i>	1	<i>bin</i>
ED/ <i>rand-to-best</i> /1/ <i>exp</i>	<i>rand-to-best</i>	1	<i>exp</i>

## 5.5 INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS DE CONTROLE

Os parâmetros de controle a serem definidos pelo usuário para o funcionamento da ED são o tamanho da população  $N$ , o fator de escala  $F_s$  e o fator de recombinação  $CR$ . Vários estudos conduzem a valores recomendados para estes parâmetros.

Conforme Storn e Price (1997), uma escolha razoável para o tamanho  $N$  da população está entre  $5\eta$  e  $10\eta$ . Gamperle et al. (2002) sugere valores na faixa  $3\eta$  e  $8\eta$ . Na escolha de  $N$  deve-se observar que, quanto maior a população, maior a probabilidade do algoritmo de encontrar o mínimo global. Mas uma população maior implica em uma velocidade de convergência relativa me-



nor devido à realização de um maior número de operações para o cálculo da função custo dos indivíduos.

O fator de escala influencia diretamente na velocidade de convergência do algoritmo. Valores pequenos, na faixa entre 0,3 e 0,4, favorecem a uma rápida convergência, mas, como consequência, o algoritmo pode ficar preso em mínimos locais. Valores maiores favorecem o algoritmo a escapar de mínimos locais, mas podem prejudicar a convergência pois a perturbação no vetor base pode ser maior que a distância necessária para chegar ao valor mínimo da função objetivo.

Storn e Price (1997) sugerem utilizar como escolha inicial  $F_s = 0,5$ . Havendo convergência prematura este valor deve ser aumentado. Estudos mais recentes mostram que valores típicos estão entre  $0,4 < F_s < 0,95$ , sendo 0,9 uma boa escolha inicial (RONKKONEN et al., 2005). Um método alternativo propõe que o valor de  $F_s$  assuma valores distintos para cada geração, seguindo uma distribuição normal com média 0,5 e desvio padrão 0,3 (QIN et al., 2009). Outra possibilidade, proposta nesta tese, é utilizar em cada geração valores de  $F_s$  randômicos (distribuição uniforme) entre  $[0,4, 0,9]$ . O valor de  $F_s$  é sempre positivo e estudos empíricos mostram que valores abaixo de 0,4 e acima de 1,0 são efetivos apenas em situações ocasionais, não sendo empregados na prática (STORN; PRICE, 1997).

O fator de recombinação pode assumir valores no intervalo  $[0, 1]$ . Para valores próximos de zero, o número de variáveis que passam do vetor mutante para o vetor teste é pequeno. Com  $CR$  próximo de um, o vetor teste é composto praticamente pelas variáveis do vetor mutante. Uma boa escolha para  $CR$  é 0,1, mas como um valor maior acelera a convergência, utilizar como tentativa inicial um valor próximo de 0,9 é interessante para verificar se uma solução rápida é possível (STORN; PRICE, 1997). Quando a função apresenta vários mínimos locais e dependência entre as variáveis, valores no intervalo  $[0,9, 1]$  devem ser utilizados (PRICE et al., 2005).

## 5.6 TRATAMENTO DE RESTRIÇÕES

A maioria dos problemas de otimização envolve a presença de restrições. De forma geral, estas restrições podem ser classificadas em restrições de funções de igualdade, restrições de inequações e restrições de limites de variáveis (DAS; SUGANTHAN, 2011).

Um dos métodos utilizados para tratar restrições de igualdade e de inequações em algoritmos evolutivos é penalizar a função objetivo caso estas restrições sejam violadas (LAMPINEN, 2002)(YENIAY, 2005)(MICHALEWICZ, 1995). As restrições são incorporadas na função objetivo tornando o problema de otimização irrestrito.

Seja  $f(X)$  a função objetivo a ser minimizada e  $g(X)=0$  e  $h(X)=0$  duas funções de restrição de igualdade, a nova função objetivo  $f'(X)$  que leva em consideração as restrições pode ser definida pela equação:

$$f'(X) = f(X) + P_1|g(X)| + P_2|h(X)| \quad (5.20)$$

onde  $P_1$  e  $P_2$  são constantes que ponderam a influência de cada uma das restrições. A condição de módulo é utilizada para que valores negativos das equações de restrição também sejam penalizados. Nas restrições de inequações a abordagem é similar, mas a penalização ocorre apenas se a condição definida não é satisfeita.

As restrições de limite de variáveis podem ser tratadas através da eliminação das soluções que não satisfazem a estas restrições ou como penalidades na função objetivo (DAS; SUGANTHAN, 2011). Ao abordar o problema penalizando a função objetivo, o procedimento é similar ao utilizado para tratar inequações. Se a variável está fora dos limites aceitáveis, a função objetivo é penalizada. Esta penalização pode ser proporcional à magnitude com que a variável extrapola o limite ou assumir valores elevados para qualquer extrapolação, evitando que o indivíduo passe para as gerações futuras.

Se os limites são impostos às variáveis de decisão, a segunda alternativa é verificar se são extrapolados no momento da geração do vetor mutante de cada indivíduo. Os vetores mutantes que apresentarem variáveis fora dos limites são eliminados e substituídos por outros que atendam às condições de restrição definidas. Para a geração do novo vetor mutante, alteram-se somente as variáveis que estão fora dos limites. Estas variáveis podem ser substituídas pelo valor do limite extrapolado, por um valor randômico gerado no intervalo definido pelo espaço de busca ou por um valor médio entre o valor limite e o valor da variável no vetor de base.

## 5.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE A ED

O desempenho da ED, assim como outras estratégias evolutivas, é dependente da escolha dos parâmetros de controle. Embora os valores sugeridos na literatura sejam adequados para grande parte dos problemas, a forma como ocorre a interação entre os parâmetros e como isto afeta o desempenho do algoritmo em uma classe de problemas específicos não é ainda completamente entendida.

Não existe, portanto, uma escolha de parâmetros ideal que funcione de forma ótima para todos os problemas de otimização. Cada problema apresenta suas características e peculiaridades e, em algumas situações, a escolha dos parâmetros deve ser feita através de testes exaustivos.

Para o problema de otimização da capacidade de formamento, testes de simulação foram realizados com diferentes combinações de  $F_s$ ,  $CR$  e de estratégias. As restrições de equações e inequações foram tratadas através da penalização da função objetivo. As variáveis de decisão que extrapolaram seus limites foram substituídas pelos valores dos limites extrapolados. A análise dos resultados obtidos e a escolha de uma combinação ade-

quada para os problemas de otimização em estudo, apresentados no Capítulo 7, é uma das contribuições desta tese.

O algoritmo da ED não se restringe às variantes apresentadas neste capítulo. Como é um tópico de pesquisa bastante ativo, um referencial atualizado de novas variantes pode ser encontrado em (DAS; SUGANTHAN, 2011). Variantes adaptativas, onde os parâmetros da ED são definidos de forma automática, são apresentadas em (ZHANG; SANDERSON, 2009).

Como a combinação de parâmetros obtida a partir dos resultados das simulações mostrou-se eficiente para os problemas em estudo, não houve necessidade de utilizar outras variantes da ED ou de utilizar a ED adaptativa neste trabalho. Mas fica como recomendação para trabalhos futuros o estudo e aplicação de técnicas mais avançadas para a determinação dos parâmetros de controle no problema de otimização de capacidade de força-momento de manipuladores.

## 6 METODOLOGIA PARA DETERMINAÇÃO DA CAPACIDADE DE FORÇA-MOMENTO DE MANIPULADORES

A metodologia proposta para otimização de força compreende os manipuladores seriais e paralelos, tanto planos como espaciais. Comparativamente com os outros métodos existentes na literatura, apresentados na Seção 4.4, diferencia-se principalmente por lidar com manipuladores que apresentem simultaneamente redundância cinemática e de atuação e com a presença de parâmetros geométricos variáveis. A Tabela 6.1 mostra um comparativo entre as abordagens existentes na literatura e a metodologia proposta.

Tabela 6.1: Comparativo entre as abordagens existentes para otimização da capacidade de força-momento de manipuladores

Abrangência	Abordagem	Papadopoulos e Gonthier	Nokleby et al.	Metodologia proposta
Manipuladores	planos	<b>SIM</b>	<b>SIM</b>	<b>SIM</b>
	espaciais	<b>NÃO</b>	<b>SIM</b>	<b>SIM</b>
	seriais	<b>SIM</b>	<b>NÃO</b>	<b>SIM</b>
	paralelos	<b>NÃO</b>	<b>SIM</b>	<b>SIM</b>
Redundância	cinemática	<b>SIM</b>	<b>NÃO</b>	<b>SIM</b>
	atuação	<b>NÃO</b>	<b>SIM</b>	<b>SIM</b>
	Diferentes modos de trabalho	<b>SIM</b>	<b>NÃO</b>	<b>SIM</b>
	Posição do efetuador variável	<b>NÃO</b>	<b>NÃO</b>	<b>SIM</b>
	Orientação do efetuador variável	<b>NÃO</b>	<b>NÃO</b>	<b>SIM</b>
	Direção de aplicação de força variável	<b>SIM</b>	<b>NÃO</b>	<b>SIM</b>
	Diferentes ações de contato presentes	<b>NÃO</b>	<b>SIM</b>	<b>SIM</b>
	Otimização de forças em trajetórias	<b>SIM</b>	<b>NÃO</b>	<b>SIM</b>

Considerando a abrangência de cada uma delas na resolução de problemas de otimização de capacidade de força-momento de manipuladores, observa-se que as abordagens existentes na literatura podem ser utilizadas para resolver problemas específicos, mas são restritivas quando o objetivo é determinar de forma geral a capacidade de força-momento de manipuladores.

Neste capítulo a metodologia proposta para otimização de capacidade de força-momento de manipuladores, objetivo principal desta tese, é mostrada.

A adaptação da estática, calculada pelo método de Davies, ao problema em estudo é apresentada. A definição de uma função objetivo, adequada ao problema em estudo e a técnica da evolução diferencial utilizada, é discutida. A extensão da metodologia para problemas de otimização de capacidade de força-momento ao longo de uma trajetória é apresentada. A metodologia de otimização proposta, a utilização da estática pelo método de Davies, a definição de uma função objetivo adequada ao problema e a extensão da metodologia para otimização da força ao longo de uma trajetória são contribuições originais deste trabalho.

## 6.1 METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO PROPOSTA

Conhecidas as características físicas do manipulador em estudo como a topologia, geometria e limites dos atuadores, a metodologia proposta pode ser descrita através de etapas, sendo as principais a determinação da função objetivo e a definição da tarefa a ser executada. Como resultado final, fornece as ações nos atuadores e a posição das juntas que otimizam o problema em análise.

A determinação da função objetivo é uma etapa importante de qualquer processo de otimização e exige conhecimento do

problema em estudo. Uma função objetivo mal formulada pode levar o algoritmo a não apresentar convergência.

Considerando que na literatura não existem abordagens para o problema de otimização da capacidade de força-momento de manipuladores, a função objetivo apresentada é uma das contribuições originais desta tese. Por sua formulação genérica, adapta-se a diferentes condições e restrições impostas pela tarefa a ser executada e pode ser utilizada para diferentes tipos de manipuladores.

A definição da tarefa pode ser entendida como o objetivo a ser atingido no problema de otimização. Fornece as diretrizes para determinar as variáveis de decisão e as restrições e para a particularização da função objetivo. A metodologia proposta é flexível e pode ser empregada quando os objetivos a seguir listados são definidos pela tarefa a ser executada:

- Determinar a força (ou momento) máxima aplicada pelo manipulador em uma direção definida, sendo todas demais ações de contato com o meio conhecidas (em geral iguais a zero);
- Determinar a força (ou momento) máxima aplicada pelo manipulador em uma direção definida, sendo o valor de uma ou alguma das demais ações de contato livre (podem assumir um valor qualquer);
- Determinar a direção em que o manipulador consegue aplicar a força (ou momento) máxima, podendo as demais forças assumir valores definidos ou valores livres;
- Determinar a orientação do EF em que o manipulador consegue aplicar a força (ou momento) máxima em uma direção específica, considerando a posição cartesiana do EF constante e que as demais forças podem assumir valores definidos ou valores livres;
- Determinar a posição cartesiana em que o contato entre manipulador e meio deve ocorrer de forma que se obtenha a força (ou momento) máxima em uma direção definida

- Determinar a configuração em que o manipulador consegue aplicar a força (ou momento) máxima em uma direção definida;
- Determinar a maior força (ou momento) constante em que o manipulador consegue aplicar ao longo de uma trajetória, considerando todas as configurações iniciais possíveis.

A metodologia proposta utiliza os conceitos de mobilidade, redundância cinemática, redundância de atuação e grau líquido de restrição apresentados no Capítulo 2. A estática é resolvida através do método de Davies. O problema de otimização é resolvido utilizando a técnica de ED. Como a metodologia proposta exige uma série de procedimentos, foi segmentada em treze etapas para facilitar sua execução e reprodução. As considerações sobre cada uma das etapas e os detalhes de cada um dos passos dentro das etapas são apresentados a seguir.

#### ETAPA 1 - DEFINIR A TAREFA A SER EXECUTADA

O objetivo é definir o problema de otimização a ser resolvido. Na definição da tarefa a ser executada, as seguintes questões devem ser analisadas e respondidas:

- a) Definir ponto de contato entre o manipulador e o meio. Se o ponto de contato não é obrigatoriamente constante, definir o intervalo de variação possível;
- b) Definir a orientação do EF ou da plataforma móvel. Se a orientação não é obrigatoriamente constante, definir o intervalo de variação possível;
- c) Definir a direção de aplicação de força. Se direção não é obrigatoriamente constante, definir o intervalo de variação possível;
- d) Definir a configuração do manipulador. Se a configuração não é obrigatoriamente constante, definir as variantes possíveis;



- e) Definir as forças e momentos desejados. Se as força e momentos não são obrigatoriamente constantes, definir os intervalos de variação possíveis.

## ETAPA 2 - DETERMINAR AS CARACTERÍSTICAS ESTÁTICAS E CINEMÁTICAS DO MANIPULADOR

O objetivo é fornecer informações sobre o mecanismo, necessárias para a análise estática e para a definição das variáveis primárias e secundárias.

- a) Determinar a mobilidade  $M$ ;
- b) Determinar o grau líquido de restrição  $C_n$ ;
- c) Determinar o grau de redundância cinemática  $R$ ;
- d) Determinar o grau de redundância de atuação  $R_a$ .

## ETAPA 3 - DETERMINAR AS EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO ATRAVÉS DO MÉTODO DE DAVIES

O objetivo desta etapa é obter as equações da estática que descrevem as variáveis secundárias em função das variáveis primárias. Em geral, as variáveis primárias são os torques e forças dos atuadores e as variáveis secundárias são as ações de contato. No processo de otimização, as variáveis primárias são variáveis de decisão e as variáveis secundárias são parte da função objetivo, podendo ser maximizadas ou minimizadas de acordo com a tarefa a ser executada. Na presença de redundância cinemática, um dos torques (ou forças) dos atuadores é obrigatoriamente uma variável secundária e deve ser tratado como uma restrição no processo de otimização. Como a estática deve ser resolvida numericamente para cada indivíduo da população, pode ser conveniente obter expressões simbólicas como forma de reduzir o tempo de processamento do algoritmo. Para obter as equações de equilíbrio utilizando o método de Davies é necessário:

- a) Fazer o grafo de acoplamentos;
- b) Determinar os cortes;
- c) Determinar a matriz de ações unitárias;

- d) Determinar as heliforças em cada uma das juntas;
- e) Definir as variáveis primárias;
- f) Definir as variáveis secundárias de interesse, obtendo as equações de equilíbrio necessárias através da manipulação da matriz de ações.

#### ETAPA 4 - DETERMINAR A CINEMÁTICA DIRETA DE POSIÇÃO

Com a abordagem utilizada, não existe a necessidade de resolver a cinemática inversa de posição dos manipuladores. A posição e a orientação do manipulador são obtidas pela cinemática direta de posição, a partir da posição de cada uma das juntas. Como as posições das juntas são variáveis de decisão ou podem ser calculadas a partir das variáveis de decisão, a cinemática direta de posição é determinada através da utilização de métodos difundidos na literatura como Denavit-Hartenberg ou helicoides sucessivos, mesmo na presença de redundância cinemática. Para manipuladores planares, a cinemática direta pode ser obtida através de simples relações trigonométricas. Nos manipuladores paralelos, a cinemática direta é definida de forma independente para cada uma de suas pernas, como se fossem manipuladores seriais. Portanto, esta etapa consiste em:

- a) Nos manipuladores seriais, determinar a posição e orientação do EF a partir da posição de cada uma das juntas;
- b) Nos manipuladores paralelos, determinar a posição da extremidade de cada uma das pernas que se conecta à plataforma móvel.

#### ETAPA 5 - DETERMINAR AS EQUAÇÕES DO ERRO GEOMÉTRICO

A posição e orientação desejadas podem ser representadas por coordenadas cartesianas e por uma matriz de rotação,

respectivamente. Ao longo do processo de otimização, a posição e a orientação são constantes ou definidas pelas variáveis de decisão, conforme objetivo a ser alcançado. Uma solução para o problema de otimização somente será factível se a posição e orientação reais forem iguais à posição e orientação desejadas ou, da mesma forma, se o erro geométrico for nulo. O erro geométrico é um valor escalar que representa o erro de fechamento de uma cadeia cinemática fechada. Mesmo para manipuladores de cadeia aberta, esta definição é válida pois na determinação das equações de equilíbrio considera-se que ocorre o fechamento da cadeia no ponto de contato.

Nos manipuladores em geral, é conveniente representar a posição e orientação através de uma matriz de transformação homogênea  $T$ . Se o erro de posição e orientação é nulo, a matriz  $T$  que representa posição e orientação reais deve ser igual à matriz  $T_{des}$  que representa posição e orientação desejadas. Se existir um erro de fechamento, a matriz que  $T_e$  que define o erro geométrico é calculada através da equação (SIMAS, 2008):

$$[T_e] = [T]^{-1}[T_{des}] \quad (6.1)$$

O erro de orientação  $R_e$  é uma matriz de rotação obtida a partir das três primeiras linhas e três primeiras colunas da matriz  $T_e$ . A partir da matriz do erro de orientação é possível extrair os ângulos  $\theta_{ex}$ ,  $\theta_{ey}$  e  $\theta_{ez}$  que representam respectivamente o erro de orientação em relação aos eixos cartesianos  $x$ ,  $y$  e  $z$  do sistema de coordenadas. O erro escalar de orientação  $e_{or}$  é definido pela equação:

$$e_{or} = \{\theta_{ex} \quad \theta_{ey} \quad \theta_{ez}\} \begin{Bmatrix} \theta_{ex} \\ \theta_{ey} \\ \theta_{ez} \end{Bmatrix} \quad (6.2)$$

O erro de posição  $P_e$  é um vetor contendo as coordenadas  $P_{ex}$ ,  $P_{ey}$  e  $P_{ez}$  que representam respectivamente o erro de posição em relação aos eixos cartesianos  $x$ ,  $y$  e  $z$  do sistema de coor-

denadas, obtidas a partir das três primeiras linhas e da última coluna da matriz  $T_e$ . O erro escalar de posição  $e_{pos}$  é definido pela equação:

$$e_{pos} = \{P_{ex} \quad P_{ey} \quad P_{ez}\} \begin{Bmatrix} P_{ex} \\ P_{ey} \\ P_{ez} \end{Bmatrix} \quad (6.3)$$

Como posição e orientação possuem unidades distintas, o erro geométrico  $e_g$  é a soma ponderada do erro geométrico de posição com o erro geométrico de orientação, conforme equação (6.4):

$$e_g = k_1 e_{pos} + k_2 e_{or} \quad (6.4)$$

onde  $k_1$  e  $k_2$  são valores escalares definidos em cada processo de otimização.

Nos manipuladores planares, as equações gerais (6.1) à (6.4) podem ser utilizadas, mas existe a possibilidade de determinar o erro geométrico de forma simplificada. Para o manipulador serial, o erro geométrico de posição é dado pela distância entre o ponto de contato desejado, definido por  $P_{des}=[X_{Pdes} ; Y_{Pdes}]$  e o ponto de contato real, definido por  $P=[X_P ; Y_P]$ . A equação que define o erro geométrico de posição  $e_{pos}$  é:

$$e_{pos} = \sqrt{(X_P - X_{Pdes})^2 + (Y_P - Y_{Pdes})^2} \quad (6.5)$$

A Figura 6.1 mostra o erro geométrico de posição para um manipulador serial com  $n+1$  elos, onde  $H$  representa de forma genérica a última junta (mais afastada da base).

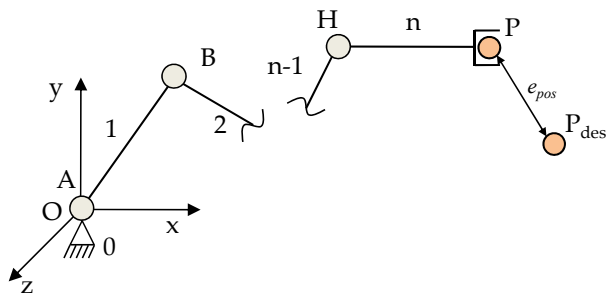


Figura 6.1: Erro de posição para manipuladores seriais planos

A posição cartesiana da última junta do manipulador pode ser determinada a partir do ponto de contato  $P_{des}$  e da orientação desejada, em geral fornecida através de um ângulo  $\theta_z$  em torno do eixo cartesiano  $z$ . Se as posições cartesianas desejadas do ponto de contato  $P$  e da junta  $H$  forem iguais às suas posições cartesianas reais, o erro geométrico de posição e orientação será nulo. Portanto, a equação que representa o erro geométrico de posição e de orientação de um manipulador serial plano genérico é definida por:

$$e_g = \sqrt{(X_P - X_{P_{des}})^2 + (Y_P - Y_{P_{des}})^2} + \sqrt{(X_H - X_{H_{des}})^2 + (Y_H - Y_{H_{des}})^2} \quad (6.6)$$

onde as coordenadas real e desejada da última junta  $H$  são respectivamente  $[X_H; Y_H]$  e  $[X_{H_{des}}; Y_{H_{des}}]$ .

Nos manipuladores paralelos planares, a obtenção da equação que representa o erro geométrico é feita utilizando-se abordagem similar. Definida a posição e a orientação desejadas da plataforma móvel, ficam conhecidas as coordenadas cartesianas desejadas das juntas que conectam a plataforma móvel a cada uma de suas pernas. O erro geométrico de posição cada perna é determinado pela distância entre a posição real, calculada pela cinemática direta de posição, e a posição desejada destas juntas. O erro geométrico de posição e orientação é o somatório do erro geométrico de posição de cada uma das pernas. Como exemplo, é mostrado na Figura 6.2 o erro geométrico de posição da perna 1 do manipulador 3-RRR, definido por  $e_{g1}$ .

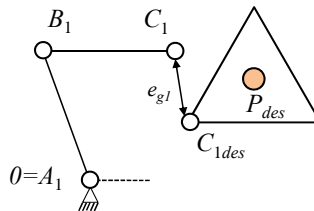


Figura 6.2: Erro geométrico para manipuladores seriais planos

As juntas  $C_i$  conectam a plataforma móvel a cada uma de suas  $i$  pernas. Para este manipulador, a equação do erro geométrico é definida por:

$$e_g = \sum_{i=1}^3 \sqrt{(X_{Ci} - X_{Cides})^2 + (Y_{Ci} - Y_{Cides})^2} \quad (6.7)$$

onde as coordenadas da junta  $C_i$  real e desejada são respectivamente  $[X_{Ci}; Y_{Ci}]$  e  $[X_{Cides}; Y_{Cides}]$ . Para um manipulador genérico, esta equação do erro pode ser estendida adequando-se o número  $i$  de pernas na equação (6.7).

As equações (6.6) e (6.7) são simplificações propostas em casos particulares para obtenção do erro geométrico, fornecido de forma genérica pela equação (6.4). A utilização de equações simplificadas reduz o tempo de processamento do algoritmo de otimização. Em resumo, o objetivo desta etapa é:

- a) Obter o erro geométrico, representado por um valor escalar;
- b) Verificar se expressões simplificadas do erro geométrico podem ser obtidas.

## ETAPA 6 - DEFINIR AS VARIÁVEIS DE DECISÃO E O ESPAÇO DE BUSCA

Na determinação da capacidade de força-momento, as variáveis de decisão são definidas de acordo com o objetivo a ser alcançado. Podem ser variáveis de decisão os torques e forças nos atuadores, a posição angular e linear das juntas, a configuração do manipulador, a orientação do EF, a posição do EF e a direção de aplicação da força. No processo de otimização, o espaço de busca de cada uma das variáveis de decisão necessita ser especificado. O espaço de busca de torques e forças nos atuadores é definido pela capacidade de cada atuador. O espaço de busca da posição e orientação do EF é definido tarefa a ser executada e pela geometria do manipulador. O espaço de busca da direção de aplicação da for-

ça é definido pela tarefa a ser executada. O espaço de busca da posição das juntas é definido pelo limite de movimentação de cada junta. Se desejado que o manipulador mantenha ao longo do processo de otimização uma configuração específica, o espaço de busca da posição das juntas pode ser limitado de forma que esta condição seja atendida.

Esta etapa consiste portanto em:

- a) Determinar as variáveis de decisão em função do objetivo a ser alcançado;
- b) Determinar o espaço de busca de cada uma das variáveis de decisão.

#### ETAPA 7 - DEFINIR AS EQUAÇÕES DE RESTRIÇÃO

No problema de otimização em estudo, as restrições podem ser separadas em quatro grupos:

- restrições das variáveis de decisão, em função do espaço de busca definido;
- restrições geométricas, necessárias para garantir o fechamento da cadeia cinemática e que a posição e a orientação desejadas sejam alcançadas;
- restrições de forças e momentos, em função das especificações da tarefa;
- restrições de atuação oriundas da redundância cinemática.

As restrições das variáveis de decisão foram definidas na etapa 6 e não são incorporadas na função objetivo pois o próprio algoritmo verifica se o espaço de busca é respeitado. Se alguma variável extrapolar o espaço de busca, é substituída pelo seu valor limite.

As restrições geométricas são exatamente as equações do erro geométrico apresentadas na etapa 5 e devem ser incorporadas na função objetivo. Como já foram detalhadas, não há necessidade de repeti-las nesta etapa.

As restrições de força e momento são aquelas impostas pelo objetivo a ser alcançado. Se o objetivo é maximizar  $F_x$  com  $F_y$  e  $M_z$  nulos, é necessário obter as equações que descrevem  $F_y$  e

$M_z$  e igualá-las a zero. Na metodologia desenvolvida, as forças de contato são variáveis secundárias e suas expressões podem ser extraídas das equações equilíbrio desenvolvidas na etapa 3. Em geral, estas equações são não lineares e não convexas e devem ser incorporadas na função objetivo.

A presença da redundância cinemática causa uma dependência entre torques e forças nos atuadores de forma que nem todas as ações podem ser definidas de forma independente. Portanto, a força ou o torque de no mínimo um atuador não será variável de decisão. No entanto, este atuador também possui limites de atuação que devem ser respeitados. As restrições de atuação oriundas da redundância cinemática são representadas pelos limites de torques e forças dos atuadores que não são variáveis de decisão e devem ser incorporadas na função objetivo.

Em resumo, esta etapa consiste em:

- a) Obter a partir das equações de equilíbrio desenvolvidas na etapa 3, as equações de restrição de forças e momentos;
- b) Determinar as restrições de atuação que limitam as ações dos atuadores que não são variáveis de decisão.

## ETAPA 8 - DETERMINAR A FUNÇÃO OBJETIVO

Na formulação do problema de otimização da capacidade de força-momento, é conveniente escrever a função objetivo como uma soma de quatro parcelas. A parcela principal  $f_p$  representa efetivamente o objetivo a ser alcançado. A parcela geométrica  $f_{geo}$  representa uma penalização em função da existência de erro geométrico. A parcela de força  $f_{for}$  representa uma penalização decorrente das condições de forças e momentos especificadas pela tarefa. A parcela de atuação  $f_{atua}$  representa uma penalização em função de limites de atuação excedidos.

Como a ED trabalha sempre com minimização, existem duas abordagens possíveis para determinação da parcela princi-



pal. Se o objetivo é maximizar uma força na direção  $x$ , a parcela principal da função objetivo pode ser escrita através da equação:

$$f_p = -F_x \quad (6.8)$$

A equação (6.8) representa a forma convencional difundida na literatura para a transformação de um problema de maximização em minimização. Mas, para o problema em estudo, esta forma convencional não apresentou resultados satisfatórios pois em posições singulares a força máxima pode tender a infinito. Nestas situações, a parcela principal tem dominância sobre todas as demais e o algoritmo tende a convergir para estas posições singulares, mesmo que geometricamente não sejam alcançáveis. Na metodologia proposta, a parcela principal é representada por:

$$f_p = \frac{1}{|F_x|} \quad (6.9)$$

Desta forma, mesmo que  $F_x$  assuma valores elevados, as demais parcelas têm peso significativo na composição da função objetivo. Para evitar que valores negativos sejam considerados, deve-se acrescentar à parcela principal uma penalização em caso de  $F_x$  negativo.

A parcela geométrica é o erro geométrico apresentado na etapa 5. Como o objetivo é minimizar o erro geométrico, seu valor entra diretamente na função objetivo:

$$f_{geo} = e_g \quad (6.10)$$

A parcela de força também entra diretamente na função objetivo. Se o objetivo é maximizar uma força  $F_x$  com  $F_y$  e  $M_z$  nulos, a parcela de força é escrita na forma:

$$f_{for} = |F_y| + |M_z| \quad (6.11)$$

Em uma situação em que se deseja manter o momento  $M_z$  restrito a um intervalo definido por  $[-1,0, 1,0]$  Nm, é possível criar uma restrição condicional na forma:

$$\text{Se } |M_z| > 1 \text{ Nm} \rightarrow f_{for} = |F_y| + |M_z| \quad (6.12)$$

Assim a penalização ocorre somente quando o momento ultrapassa os limites estipulados. Como força e momento possuem unidades distintas, é conveniente escrever a parcela de força na forma:

$$f_{for} = k_1|F_y| + k_2|M_z| \quad (6.13)$$

onde  $k_1$  e  $k_2$  são valores escalares definidos para cada processo de otimização. Os escalares  $k_1$  e  $k_2$  tem a função de fazer um ajuste de unidades, tornando a parcela de força adimensional.

A parcela de atuação penaliza a função objetivo quando um dos atuadores, cujo torque ou força não é variável de decisão, ultrapassa o seu limite de carga. Supondo que o torque  $\tau_i$  de um atuador genérico apresenta limites definidos por  $|\tau_i| < \tau_{imáx}$ , a parcela de atuação é condicional, escrita na forma:

$$\text{Se } |\tau_i| > \tau_{imáx} \rightarrow f_{atua} = |\tau_i| \quad (6.14)$$

A função objetivo final  $f_{obj}$  é a soma ponderada das quatro parcelas, representada pela equação:

$$f_{obj} = P_1f_p + P_2f_{geo} + P_3f_{for} + P_4f_{atua} \quad (6.15)$$

onde  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  e  $P_4$  são valores escalares positivos. Como as quatro parcelas da função objetivo possuem unidades distintas, os escalares  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  e  $P_4$  tem a função de ajustar as unidades, permitindo a soma das parcelas e tornando a função objetivo adimensional. Isto se faz necessário pois, na abordagem utilizada, é possível caracterizar o problema de obtenção da capacidade de força-momento como uma otimização multiobjetivo, onde cada parcela representa um dos objetivos a serem alcançados.

A definição dos valores de  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  e  $P_4$  é parte do processo de obtenção da função objetivo adequada ao problema em estudo. Uma escolha ruim pode levar o algoritmo a não apresentar convergência geométrica ou a convergir para um valor que não é um mínimo da função. Os pesos  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  e

$P_4$  podem ser distintos para cada problema a ser otimizado e é recomendável realizar testes de convergência para determinação de seus valores.

No problema de otimização da capacidade de força-momento foi verificado que, em situações específicas, valores elevados de  $P_1$  em relação a  $P_2$  levam o algoritmo a obter excelentes capacidades de força-momento mas sem apresentar convergência geométrica. Para contornar este problema, a solução adotada foi variar o peso de cada uma das parcelas da função objetivo ao longo do processo de otimização. Resultados positivos foram alcançados dando mais ênfase à parcela principal nas primeiras gerações e à parcela geométrica nas gerações finais, evitando que soluções geometricamente impossíveis sejam obtidas.

Na formulação proposta, o valor do *fitness* calculado pela função objetivo final é, em geral, positivo e diferente de zero. Mesmo que as parcelas geométrica, de força e de atuação da função objetivo sejam nulas, a parcela principal terá um valor residual proporcional ao inverso da capacidade de força-momento encontrada. Apenas quando a capacidade de força-momento tender a infinito o valor do *fitness* tenderá a zero.

Em resumo, os passos necessários nesta etapa são:

- a) Determinar a parcela principal da função objetivo na forma  
 $f_p = 1/|F|$ , onde  $F$  é a força a ser maximizada;
- b) Determinar a parcela geométrica da função objetivo;
- c) Determinar a parcela de força da função objetivo;
- d) Determinar a parcela de atuação da função objetivo;
- e) Determinar os pesos de cada uma das parcelas da função objetivo;
- f) Determinar a função objetivo completa.

#### ETAPA 9 - DEFINIR OS PARÂMETROS DE CONTROLE

As diretrizes apresentadas na Seção 5.5 servem como orientação para a escolha dos parâmetros de controle. Caso a utilização de valores convencionais não produza resultados satisfatórios, é necessária a realização de testes de simulação para determinação dos parâmetros de controle. Em determinadas situações, a variação dos parâmetros  $F_s$  e  $CR$  ao longo do processo de otimização, dando mais ênfase à busca local ou à busca global, pode ser um recurso eficiente. Esta etapa consiste em:

- a) Definir o tamanho da população  $N$ ;
- b) Definir o fator de escala  $F_s$ ;
- c) Definir o fator de recombinação  $CR$ ;

#### ETAPA 10 - DEFINIR A TÉCNICA DE ED EMPREGADA

Conforme apresentado na Seção 5.4, existem dez variantes clássicas da ED. Se necessário, testes de simulação podem ser realizados na busca da variante mais eficiente. Esta etapa consiste em:

- a) Definir a estratégia de ED a ser utilizada;

#### ETAPA 11 - DEFINIR O CRITÉRIO DE PARADA

O número total de gerações  $G$  e a obtenção de um valor mínimo especificado para a função objetivo são os dois critérios de parada utilizados no algoritmo da ED. Com uma função objetivo complexa como a do problema em estudo, definir previamente um valor mínimo de *fitness* a ser alcançado não é uma tarefa simples. Portanto, para a determinação da capacidade de força-momento de manipuladores, o critério de parada utilizado é o número total de gerações. Como a velocidade de convergência do algoritmo varia de acordo com a função a ser otimizada e com os parâmetros escolhidos, não existem na literatura valores indicados para o número total de gerações. A partir de um valor inicial arbitrário, testes de

convergência são conduzidos para adequar o número total de gerações à realidade do problema em estudo. Esta etapa consiste portanto em:

- a) Definir arbitrariamente o número de gerações  $G$  utilizado como critério de parada.

#### ETAPA 12 - RODAR O ALGORITMO DE ED

Apesar de sua simplicidade, é conveniente utilizar o algoritmo de ED disponível em (PRICE; STORN, 2007), que pode ser adaptado às condições de cada problema particular. Esta etapa consiste em:

- a) Adaptar o algoritmo existente às condições do problema em estudo;
- b) Rodar o algoritmo, obtendo como resultado os valores das variáveis de decisão e do *fitness* da função objetivo.

#### ETAPA 13 - TESTES DE SIMULAÇÃO

Se a convergência do algoritmo não for satisfatória, testes de simulação devem ser realizados com o objetivo de definir uma estratégia de ED e parâmetros de controle mais adequados ao problema em estudo. Para executar os testes de simulação é necessário:

- a) Definir os valores de teste dos pesos de cada uma das parcelas da função objetivo;
- b) Definir os valores de teste dos parâmetros de controle;
- c) Definir as variantes da ED a serem testadas;
- d) Definir o critério de parada a ser testado.

Os resultados dos testes obtidos com diferentes pesos, parâmetros de controle e estratégias fornecem dados para análise e escolha de uma combinação adequada. Para o problema de otimização em estudo, simulações numéricas foram conduzidos para diferentes combinações de estratégias, diferentes valores de  $F_3$  e diferentes valores de  $CR$ . Os resultados destes testes são apresentados na Seção 7.4.

Estas treze etapas do método de otimização empregado para determinação da capacidade de força-momento podem ser sumarizadas pelo diagrama mostrado na Figura 6.3. O ponto de partida para aplicação da metodologia proposta é sempre a definição da tarefa a ser executada. Mas o diagrama da Figura 6.3 não é um fluxograma formal, onde uma etapa depende obrigatoriamente da anterior. As etapas 9, 10 e 11, que definem respectivamente os parâmetros de controle, a estratégia de ED e o critério de parada, podem ser resolvidas simultaneamente, em qualquer momento ao longo do procedimento, desde que antes da etapa 12. As etapas 1, 2 e 3 são obrigatoriamente sequenciais, mas a etapa 6, que define as variáveis de decisão e o espaço de busca, não depende das etapas 4 e 5, que definem a cinemática direta e o erro geométrico, e pode ser realizada simultaneamente com estas. A etapa 8 que define a função objetivo depende de todas as anteriores. A etapa de testes 13 só é necessária se o desempenho do algoritmo não for satisfatório, definindo através de testes novos pesos, parâmetros de controle e estratégias para que a etapa 12 possa ser realizada com sucesso.

Apesar da possibilidade de realizar algumas etapas de forma simultânea, a utilização da sequência proposta facilita o entendimento do problema e fornece uma garantia de que todas as informações necessárias nas etapas subsequentes estão disponíveis. A metodologia de otimização proposta, seguindo cada uma destas treze etapas, é validada na análise da capacidade de força-momento do manipulador paralelo 3-RRR e do manipulador serial conhecido como Roboturb, através dos estudos de caso apresentados no Capítulo 7.

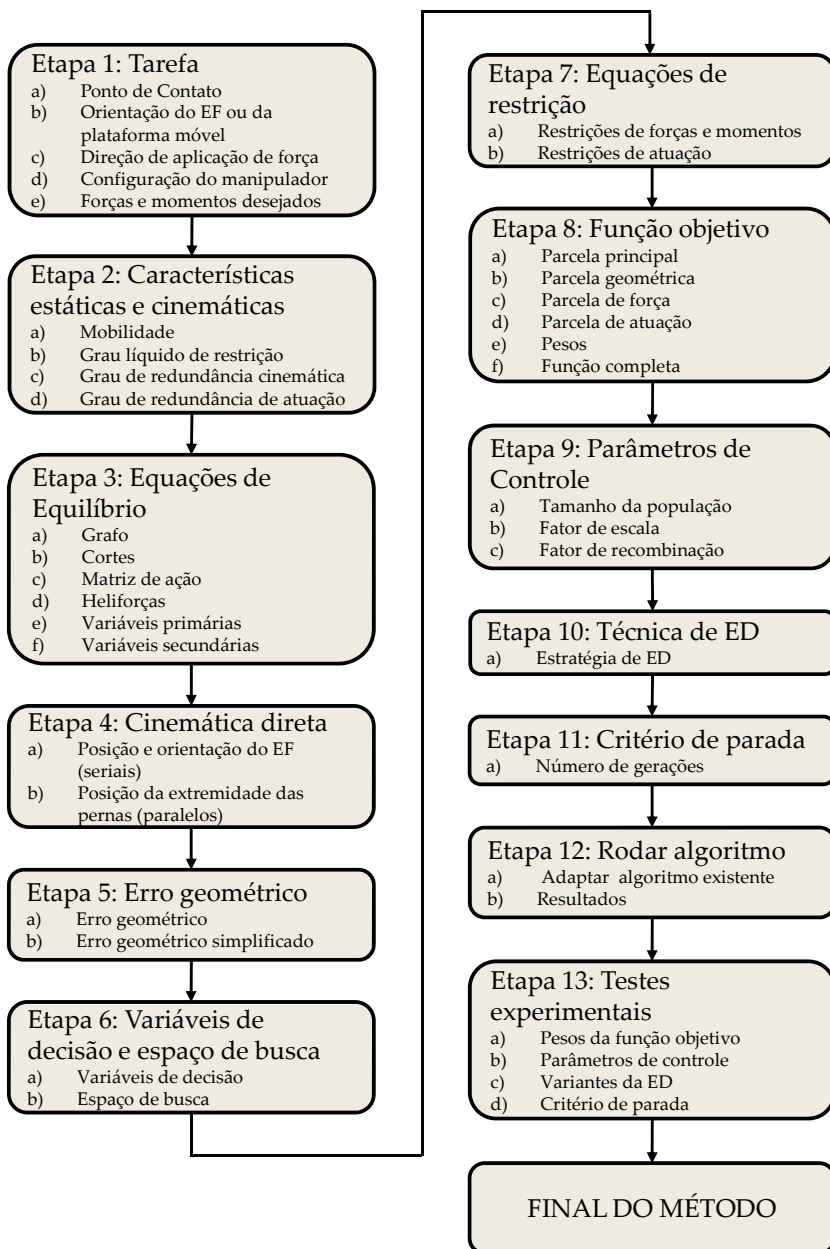


Figura 6.3: Diagrama da metodologia de otimização proposta

## 6.2 EXTENSÃO DA METODOLOGIA PARA OTIMIZAÇÃO DE FORÇA AO LONGO DE UMA TRAJETÓRIA

Na realização de tarefas, em geral existe a necessidade do manipulador aplicar uma ação de contato no meio ao longo de uma trajetória definida. Nestas situações, se a velocidade de deslocamento for reduzida, é possível estender a utilização da metodologia proposta na seção 6.1 para otimizar a força aplicada ao longo de uma trajetória.

A capacidade de força-momento ao longo de uma trajetória é definida como a força (ou momento) máxima constante que o manipulador consegue aplicar em todos os pontos da trajetória. Para obter a capacidade de força-momento ao longo de uma trajetória, considera-se na metodologia proposta que o manipulador deve manter o mesmo modo de trabalho ao longo de toda a trajetória, evitando singularidades. Com esta abordagem, a capacidade de força-momento é determinada de forma independente para cada um dos possíveis modos de trabalho e, ao final, verifica-se qual deles fornece os melhores resultados.

O procedimento inicia-se com a especificação das coordenadas cartesianas e das velocidades de deslocamento desejadas ao longo da trajetória a ser executada. Os pontos da trajetória são discretizados e, conhecidas as velocidades máximas de cada uma das juntas do manipulador em estudo, os deslocamentos máximos das juntas entre dois pontos consecutivos da trajetória são determinados.

O segundo passo consiste em determinar os modos de trabalho do manipulador em estudo. Um dos modos de trabalho é escolhido e calcula-se a capacidade de força-momento no ponto inicial da trajetória para este modo de trabalho utilizando-se a metodologia proposta na Seção 6.1. No ponto seguinte da trajetória, calcula-se a capacidade de força-momento mantendo-se o mesmo modo de trabalho e restringindo-se o espaço de busca das



variáveis de deslocamento das juntas aos deslocamentos máximos possíveis. Continua-se este procedimento até o último ponto da trajetória. Repete-se o cálculo para todos os demais modos de trabalho, obtendo como resultado final uma capacidade de força-momento para cada um dos possíveis modos de trabalho. A capacidade de força-momento do manipulador ao longo de uma trajetória é a maior dentre as capacidades de força-momento obtidas para os diferentes modos de trabalho.

Em resumo, os passos necessários para determinação da capacidade de força-momento ao longo de uma trajetória são:

- a) Especificar os deslocamentos e as velocidades desejadas da tarefa a ser executada;
- b) Discretizar a trajetória;
- c) Calcular os deslocamentos máximos de cada uma das juntas do manipulador entre dois pontos consecutivos;
- d) Determinar os modos de trabalho do manipulador;
- e) Escolher um dos modos de trabalho para o cálculo da capacidade de força-momento ao longo da trajetória;
- f) Determinar a capacidade de força-momento no ponto inicial da trajetória para o modo de trabalho escolhido utilizando a metodologia proposta na Seção 6.1;
- g) Determinar a capacidade de força-momento no segundo ponto da trajetória, restringindo o espaço de busca aos deslocamentos possíveis;
- h) Repetir a etapa g) para todos os pontos da trajetória;
- i) Repetir as etapas f), g) e h) para os demais modos de trabalho;
- j) Comparar as capacidades de força-momento obtidas para cada um dos modos de trabalho e determinar a capacidade de força-momento ao longo de uma trajetória.

A metodologia para cálculo da capacidade de força-momento ao longo de uma trajetória é uma das contribuições originais desta tese. É validada através de estudo de caso apresentado na Seção 7.3.



## 7 ESTUDOS DE CASOS

A metodologia de otimização proposta é validada através dos estudos de casos apresentados neste capítulo. Cada uma das etapas definidas na metodologia é detalhada no problema de otimização da capacidade de força-momento do manipulador 3-RRR e do Roboturb (plano e espacial), considerando também suas variantes com redundância cinemática e de atuação.

A metodologia para determinação da capacidade de força-momento ao longo de uma trajetória é validada através de um estudo de caso com o Roboturb (plano). E as simulações realizadas para determinação dos parâmetros de controle e da estratégia de ED que melhor se adaptam ao problema de otimização de força são apresentadas na seção 7.4.

### 7.1 ROBÔ PARALELO 3-RRR

A cinemática, a estática, as singularidades, os modos de trabalho e o espaço de trabalho do manipulador paralelo 3-RRR e de suas variantes com três graus de liberdade são temas de estudo recorrentes na literatura (GOSSELIN; ANGELES, 1988)(LAST et al., 2008)(WENGER; CHABLAT, 1998)(HUBERT; MERLET, 2009)(ALBA-GÓMEZ et al., 2008).

Os estudos sobre a capacidade de força-momento do manipulador 3-RRR conduzidos por Nokleby et al. (2005) e validados em um modelo físico real servem como referência para os resultados obtidos com a metodologia proposta.

Nas seções seguintes, a metodologia proposta é utilizada no estudo de capacidade de força-momento do manipulador 3-RRR. Variantes em que atuadores e juntas adicionais são incorporados ao modelo original, gerando redundância cinemática e de atuação, são também consideradas. A Tabela 7.1 resume os

estudos de casos apresentados e descreve os objetivos e as condições de cada um dos testes realizados.

Tabela 7.1: Estudos de caso do manipulador 3-RRR e de suas variantes

Seção	Variante	Objetivo e condições de teste
7.1.2	3- <u>RRR</u>	Determinação da capacidade de força na direção $x$ , considerando diferentes modos de trabalho. Força $F_y$ e momento $M_z$ nulos. Posição e orientação da plataforma móvel constantes.
7.1.3	3- <u>RRR</u>	Determinação da capacidade de força $F_{dir}$ em distintas direções. Força $F_{para}$ , perpendicular a $F_{dir}$ , e momento $M_z$ nulos. Posição e orientação da plataforma móvel constantes.
7.1.4	3- <u>RRR</u>	Determinação da capacidade de força do manipulador com redundância de atuação em uma direção qualquer, definida pelo ângulo $\theta_F$ da tarefa. Força $F_{para}$ e momento $M_z$ nulos. Posição e orientação da plataforma móvel constantes.
7.1.5	3- <u>RPRR</u>	Determinação da capacidade de força na direção $x$ do manipulador com redundância cinemática. Força $F_y$ e momento $M_z$ nulos. Posição e orientação da plataforma móvel constantes.
7.1.6	3- <u>RPRR</u>	Determinação da capacidade de força na direção $x$ do manipulador com redundância cinemática e de atuação. Força $F_y$ e momento $M_z$ nulos. Posição e orientação da plataforma móvel constantes.
7.1.7	3- <u>RRR</u>	Determinação da capacidade de força na direção $x$ com uma orientação qualquer, definida pelo ângulo $\theta_p$ da plataforma móvel. Força $F_y$ e momento $M_z$ nulos. Posição da plataforma móvel constante.
7.1.8	3- <u>RRR</u>	Determinação da capacidade de força na direção $x$ em uma posição cartesiana qualquer, definida pelas coordenada $X_p$ e $Y_p$ do centro da plataforma móvel. Força $F_y$ e momento $M_z$ nulos. Orientação da plataforma móvel constante.

### 7.1.1 Geometria do manipulador 3-RRR em estudo

O robô paralelo 3-RRR mostrado na Figura 3.5 e reproduzido com detalhes na Figura 7.1 possui uma plataforma fixa, uma plataforma móvel e três pernas, cada uma com três juntas rotativas.

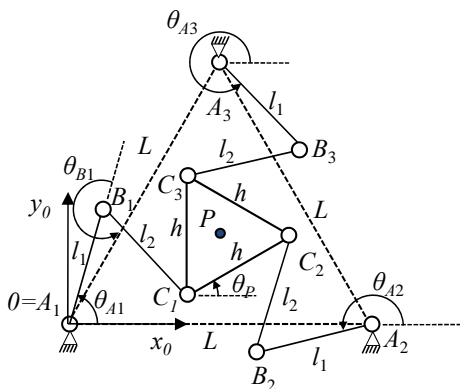


Figura 7.1: Geometria do manipulador 3-RRR

A plataforma móvel e a plataforma fixa são triângulos equiláteros de aresta  $h=0.2$  m e  $L=0.5$  m respectivamente. Os elos  $l_1$  e  $l_2$  possuem dimensão  $0.2$  m. A origem do sistema de coordenadas referencial está localizada na junta  $A_1$ . O centro da plataforma móvel é identificado pelo ponto  $P$  e a orientação da plataforma móvel é definida pelo ângulo  $\theta_p$ . Em sua construção convencional, as juntas atuadas do manipulador 3-RRR são  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$ , próximas da base fixa. Os atuadores possuem limite de carga  $\tau_{A_i}$  de  $\pm 4,2$  Nm.

As dimensões do manipulador e a capacidade dos atuadores são idênticas às do Manipulador Planar Paralelo Reconfigurável, utilizado nos estudos de capacidade de força-momento realizados por Nokleby et al. (2005) e reproduzidas neste trabalho de forma a possibilitar a comparação de resultados. A Tabela 7.2 a-

presenta um resumo das características do manipulador descritas.

Tabela 7.2: Características do manipulador 3-RRR

Descrição	Representação	Valores utilizados
Aresta da plataforma móvel	$h$	0,2 m
Aresta da plataforma fixa	$L$	0,5 m
Primeiro elo	$l_1$	0,2 m
Segundo elo	$l_2$	0,2 m
Torque na junta $A_1$	$\tau_{A1}$	$\pm 4,2$ Nm
Torque na junta $A_2$	$\tau_{A2}$	$\pm 4,2$ Nm
Torque na junta $A_3$	$\tau_{A2}$	$\pm 4,2$ Nm

Nos testes realizados, os deslocamentos angulares das juntas são limitados ao intervalo  $[-\pi, \pi]$  rad. Esta condição é definida pelas características geométricas do manipulador e pode ser adaptada modificando-se o espaço de busca das variáveis de decisão. Em situações em que o modo de trabalho deve ser constante, os limites de deslocamento das juntas são restringidos.

### 7.1.2 Determinação da capacidade de força do manipulador 3-RRR considerando diferentes modos de trabalho

Para manipuladores paralelos, define-se como modo de trabalho cada uma das possíveis configurações que o manipulador pode assumir, mantendo a posição e orientação de sua plataforma móvel constantes. O manipulador 3-RRR possui oito modos de trabalho, conforme mostrado na Figura 7.2.

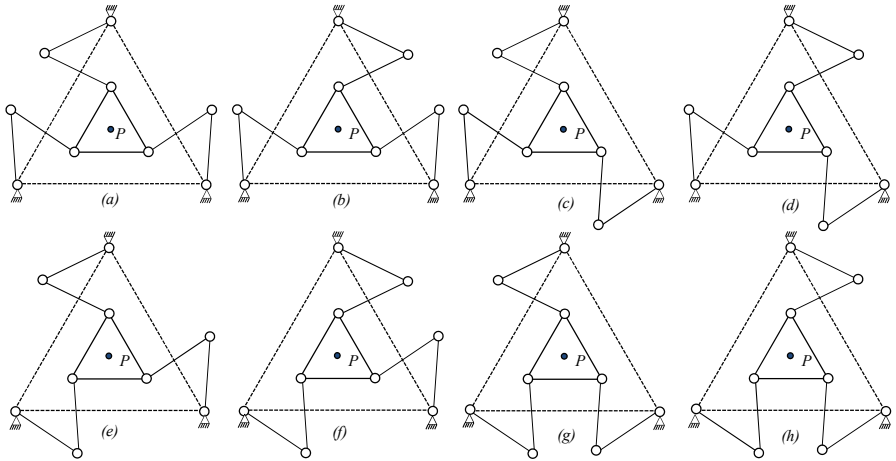


Figura 7.2: Modos de trabalho do manipulador 3-RRR

O problema consiste em determinar a capacidade de força  $F_{dir}$  na direção  $x$ , com a força  $F_y$  e o momento  $M_z$  nulos, considerando os diferentes modos de trabalho possíveis. A posição e a orientação da plataforma móvel devem ser constantes ao longo do procedimento de otimização e as juntas  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$  são atuadas. Cada uma das etapas da metodologia proposta é apresentada detalhadamente a seguir.

#### ETAPA 1

- a) Ponto de contato: o ponto de contato  $P$  é o centro da plataforma fixa, definido pelas coordenadas  $X_p=0,25$  m e  $Y_p=0,144$  m e permanece constante durante o processo;
- b) Orientação da plataforma móvel: a orientação é constante, com ângulo  $\theta_p=0$  rad;
- c) Direção de aplicação de força: A força é aplicada na direção  $x$  do sistema de coordenadas, no sentido positivo. Desta forma a capacidade de força  $F_{dir}$  é igual a  $F_x$ ;
- d) Configuração do manipulador: o manipulador pode assumir qualquer um dos modos de trabalho possíveis;

- e) Forças e momentos desejados: a força  $F_y$  e o momento  $M_z$  aplicados pelo manipulador no meio devem ser nulos.

### ETAPA 2

As características cinemáticas e estáticas deste manipulador foram obtidas na Seção 3.7.2.

- a) Mobilidade:  $M=3$ ;  
 b) Grau líquido de restrição:  $C_n=3$ ;  
 c) Grau de redundância cinemática:  $R=0$ ;  
 d) Grau de redundância de atuação:  $R_a=0$ ;

### ETAPA 3

Os tópicos a, b, c, e d da etapa 3 foram desenvolvidos na Seção 3.7.2.

- a) Grafo: ver Seção 3.7.2;  
 b) Cortes: ver Seção 3.7.2;  
 c) Matriz de ações: ver Seção 3.7.2;  
 d) Heliforças: ver Seção 3.7.2;  
 e) Variáveis primárias: as variáveis primárias são os torques nos atuadores  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$ ;  
 f) Variáveis secundárias: as variáveis secundárias de interesse são  $F_x$ ,  $F_y$  e  $M_z$ . Da equação de equilíbrio (7.1) obtém-se o valor de todas as variáveis secundárias a partir das variáveis primárias.

$$\{\psi_s\}_{21,1} = - \left[ \hat{A}_{Ns}^{-1} \right]_{21,21} \left[ \hat{A}_{Np} \right]_{21,3} \begin{Bmatrix} \tau_{A1} \\ \tau_{A2} \\ \tau_{A3} \end{Bmatrix} \quad (7.1)$$

onde o vetor de magnitudes secundárias  $\psi_s$  é dado por:

$$\psi_s = \{ F_{xA1} \quad F_{yA1} \quad F_{xA2} \quad F_{yA2} \quad F_{xA3} \quad F_{yA3} \quad \dots \quad (7.2)$$

$$\dots F_{xB1} \quad F_{yB1} \quad F_{xB2} \quad F_{yB2} \quad F_{xB3} \quad F_{yB3} \quad F_{xC1} \quad \dots$$

$$\dots F_{yC1} \quad F_{xC2} \quad F_{yC2} \quad F_{xC3} \quad F_{yC3} \quad F_x \quad F_y \quad M_z \}^T$$

### ETAPA 4

- a) Posição e orientação (robôs seriais): não se aplica;



- b) Posição extremidade das pernas (robôs paralelos): para cada uma das  $i$  pernas, a posição cartesiana  $X_{Ci}$  e  $Y_{Ci}$  do ponto de conexão  $C_i$  com a plataforma móvel é obtida através das equações:

$$X_{Ci} = X_{Ai} + l_1 \cos(\theta_{Ai}) + l_2 \cos(\theta_{Ai} + \theta_{Bi}) \quad \text{para } i = 1, 2, 3. \quad (7.3)$$

$$Y_{Ci} = Y_{Ai} + l_1 \sin(\theta_{Ai}) + l_2 \sin(\theta_{Ai} + \theta_{Bi}) \quad \text{para } i = 1, 2, 3. \quad (7.4)$$

#### ETAPA 5

- a) Erro geométrico: não se aplica, deve ser utilizado o erro geométrico simplificado pois o manipulador é plano;
- b) Erro geométrico simplificado: a partir da posição cartesiana e da orientação da plataforma móvel, determinam-se as coordenadas desejadas das juntas  $C_i$  através das equações:

$$X_{C1des} = X_P - \frac{h\sqrt{3}}{3} \cos\left(\theta_P + \frac{\pi}{6}\right) \quad (7.5)$$

$$Y_{C1des} = X_P - \frac{h\sqrt{3}}{3} \sin\left(\theta_P + \frac{\pi}{6}\right) \quad (7.6)$$

$$X_{C2des} = X_{C1} + h \cos(\theta_P) \quad (7.7)$$

$$Y_{C2des} = Y_{C1} + h \sin(\theta_P) \quad (7.8)$$

$$X_{C3des} = X_{C1} + h \cos\left(\theta_P + \frac{\pi}{3}\right) \quad (7.9)$$

$$Y_{C3des} = Y_{C1} + h \sin\left(\theta_P + \frac{\pi}{3}\right) \quad (7.10)$$

O erro geométrico é definido por:

$$e_g = \sum_{i=1}^3 \sqrt{(X_{Ci} - X_{Cides})^2 + (Y_{Ci} - Y_{Cides})^2} \quad (7.11)$$

## ETAPA 6

- a) Variáveis de decisão: as variáveis de decisão são os torques  $\tau_{Ai}$  dos atuadores e as posições angulares das juntas  $A_i$  e  $B_i$ ;
- b) Espaço de busca: o espaço de busca dos torques é limitado em  $\pm 4,2$  Nm, definido pelas características construtivas do manipulador em estudo. O espaço de busca das coordenadas das juntas depende da geometria do manipulador. Como o manipulador pode assumir qualquer um dos possíveis modos de trabalho, as juntas podem assumir qualquer posição angular no intervalo  $[-\pi, \pi]$  rad. O espaço de busca completo do problema é descrito por:

$$\begin{aligned} -\pi \text{ rad} < \theta_{Ai} < \pi \text{ rad} \\ -\pi \text{ rad} < \theta_{Bi} < \pi \text{ rad} \\ -4,2 \text{ Nm} < \tau_{Ai} < 4,2 \text{ Nm} \end{aligned} \quad (7.12)$$

## ETAPA 7

- a) Restrições de forças e momentos: as duas equações de restrição de força são obtidas da equação (7.1). São expressas por:

$$\begin{aligned} F_y &= 0 \\ M_z &= 0 \end{aligned} \quad (7.13)$$

- b) Restrições de atuação: como o manipulador não apresenta redundância cinemática, não existem restrições de atuação.

## ETAPA 8

- a) Parcela principal: a parcela principal da função objetivo é:

$$f_p = \frac{1}{|F_x|} \quad \text{se } F_x > 0 \quad (7.14)$$

Se a força é negativa, penaliza-se a função objetivo principal na forma:

$$f_p = \frac{1}{|F_x|} - 100F_x \quad \text{se } F_x < 0 \quad (7.15)$$

O peso atribuído para a penalização é arbitrário e tem o objetivo de eliminar valores negativos de  $F_x$  como possíveis soluções. Este valor de peso pode ser aumentado se, ao rodar o algoritmo, valores negativos de  $F_x$  forem verificados.

- b) Parcela geométrica: a parcela geométrica da função objetivo é o erro geométrico determinado na etapa 5:

$$f_{geo} = e_g \quad (7.16)$$

- c) Parcela de força: a parcela de força da função objetivo é:

$$f_{for} = k_1|F_y| + k_2|M_z| \quad (7.17)$$

Para as constantes  $k_1$  e  $k_2$  adotou-se o valor 1.

- d) Parcela de atuação: como não existe redundância cinemática, a parcela de atuação é nula.
- e) Pesos: com base em resultados positivos obtidos em testes de simulação, os valores utilizados para ponderar cada uma das parcelas são  $P_1=100$ ,  $P_2=90$  e  $P_3=1$ .
- f) Função completa: a função objetivo completa é:

$$f_{obj} = 100f_p + 90f_{geo} + f_{for} \quad (7.18)$$

## ETAPA 9

Os valores escolhidos, observando as recomendações existentes na literatura apresentadas na Seção 5.5, são:

- a) Tamanho da população:  $N=30$ ;
- b) Fator de escala:  $F_s=0,8$ ;
- c) Fator de recombinação:  $CR=0,9$ .

## ETAPA 10

Utilizada uma das estratégias convencionais.

- a) Estratégia de ED: ED/rand/1/bin.

## ETAPA 11

- a) Número de gerações:  $G=1000$ .

## ETAPA 12

O algoritmo é programado utilizando o programa Matlab® e executado em um processador Intel Core 2 Duo de 1.73 GHz com 2GB de memória RAM. O melhor *fitness* encontrado foi 2,1523, correspondente a uma capacidade de força  $F_x$  de 46,46 N. A Tabela 7.3 mostra os valores das variáveis de decisão obtidas no melhor *fitness*. Observa-se que o único atuador saturado é o da junta  $A_3$ .

Tabela 7.3: Valores das variáveis de decisão do manipulador 3-RRR no melhor *fitness*

variáveis de decisão	valores
$\theta_{A1}$ – ângulo da junta $A_1$	1,646562703315009 rad
$\theta_{B1}$ – ângulo da junta $B_1$	-2,245927855454739 rad
$\theta_{A2}$ – ângulo da junta $A_2$	1,495029948068421 rad
$\theta_{B2}$ – ângulo da junta $B_2$	2,245927862776900 rad
$\theta_{A3}$ – ângulo da junta $A_3$	-2,693760265245804 rad
$\theta_{B3}$ – ângulo da junta $B_3$	2,245927868024713 rad
$\tau_{A1}$ – torque da junta $A_1$	-0,488057119670404 Nm
$\tau_{A2}$ – torque da junta $A_2$	-3,711942994239819 Nm
$\tau_{A3}$ – torque da junta $A_3$	4,200000000000000 Nm

Em relação aos modos de trabalho mostrados na Figura 7.2, a melhor capacidade de força é obtida nas configurações (a) e (b), a segunda melhor condição de aplicação de força ocorre nas configurações (d) e (e) e a pior condição de aplicação de força ocorre nas configurações (g) e (h). A Tabela 7.4 mostra a capacidade de força para os diferentes modos de trabalho e sua variação percentual em relação à capacidade de força máxima obtida nos modos de trabalho (a) e (b).

Tabela 7.4: Valores da força  $F_x$  do manipulador 3-RRR para os diferentes modos de trabalho

modo de trabalho	$F_x$ obtida	variação % na $F_x$ em relação à capacidade de força máxima
(a) e (b)	46,46 N	0%
(c) e (f)	33,57 N	-27,7%
(d) e (e)	44,77N	-3,6%
(g) e (h)	26,28 N	-43,4%

Apesar do manipulador não apresentar redundância cinemática e de atuação, no processo de otimização as capacidades de forças obtidas nos diferentes modos de trabalho podem ser entendidas como mínimos locais. Utilizando uma estratégia de otimização convencional, uma escolha inicial inadequada do modo de trabalho pode representar neste caso em estudo em uma redução de até 43,4% na capacidade de força do manipulador.

Alguns trabalhos existentes na literatura (ALBA-GÓMEZ et al., 2008) sugerem a possibilidade do manipulador 3-RRR passar de um modo de trabalho para outro, mesmo na presença de singularidades. Desta forma, seria possível otimizar a capacidade força ao longo de uma trajetória considerando a possibilidade de utilizar mais de um modo de trabalho. Mas o objetivo do estudo apresentado nesta seção é a escolha do melhor modo de trabalho para obtenção da maior capacidade de força, sob determinadas condições. Se as condições são alteradas, nova otimização deve ser conduzida para obtenção do melhor modo de trabalho. Se o objetivo é otimizar a capacidade de força ao longo de uma trajetória, deve-se utilizar a metodologia proposta na seção 6.2, onde o modo de trabalho deve permanecer constante ao longo da trajetória.

Neste estudo de caso, foram realizados cem testes utilizando os mesmo parâmetros de controle e a mesma estratégia de ED. O tempo médio de processamento foi de 11,77 s e o percentual de testes que convergiu para o mínimo global foi de 58,58%. A evolução do valor médio do *fitness* ao longo das gerações, consi-

derando apenas os testes que convergiram para o mínimo global, é apresentada na Figura 7.3.

A partir de uma determinada geração o valor do *fitness* não sofreu mais uma redução substancial, indicando a possibilidade de alterar o critério de parada, reduzindo o número de gerações e consequentemente o tempo de processamento.

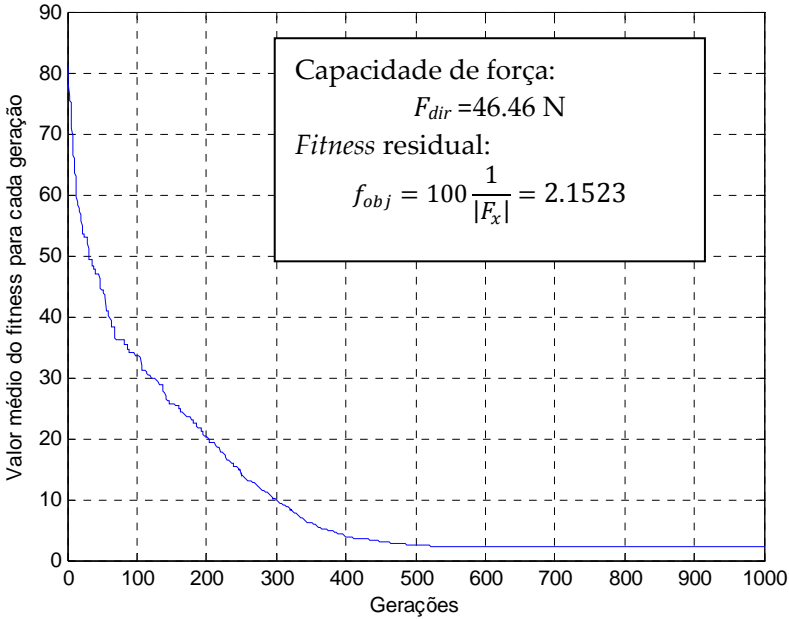


Figura 7.3: Evolução do *fitness* na otimização do modo de trabalho do manipulador 3-RRR

Testando a capacidade de força para todos os modos de trabalho utilizando a metodologia explícita, é possível provar matematicamente que o mínimo global ocorre nas configurações (a) e (b), com uma capacidade de força de 46,46 N, mesmo valor encontrado através da metodologia proposta nesta tese. Para o robô 3-RRR, a abordagem de enumerar e testar todos os modos de trabalho é possível mas, para manipuladores com um número maior de modos de trabalho, o tempo necessário para verificar

todas as possibilidades pode inviabilizar o procedimento e a metodologia proposta representa uma alternativa viável para o problema .

### ETAPA 13

Com os valores convencionais de  $F_s$ ,  $CR$  e da estratégia de ED utilizados, o algoritmo apresentou resultados satisfatórios. O objetivo da etapa 13 é verificar se o desempenho do algoritmo pode ser melhorado em relação ao percentual de testes que convergem para o mínimo global e em relação ao tempo médio de processamento. Os procedimentos de testes de simulação realizados com esta finalidade e os resultados obtidos são apresentados na Seção 7.4 e constituem uma das contribuições desta tese. Tendo como base os resultados obtidos nos testes de simulação, para os demais estudos de caso os seguintes valores são utilizados:

- $F_s$  com decaimento linear ao longo das gerações, iniciando em 0,6 e reduzindo até 0,4,
- $CR=0,9$ ;
- Estratégia de ED:  $\text{rand}/1/\text{exp}$ .

Como cada estudo de caso apresenta particularidades, se o desempenho do algoritmo com estes parâmetros não for satisfatório, outras combinações que apresentaram bons resultados nos testes de simulação podem ser testadas.

#### 7.1.3 Determinação da capacidade de força do manipulador 3-RRR em distintas direções

Nesse estudo de caso, a força pode ser aplicada em uma direção qualquer, definida pela tarefa a ser executada. A direção de aplicação de força é dada pelo ângulo da tarefa  $\theta_F$ , conforme mostrado na Figura 7.4.

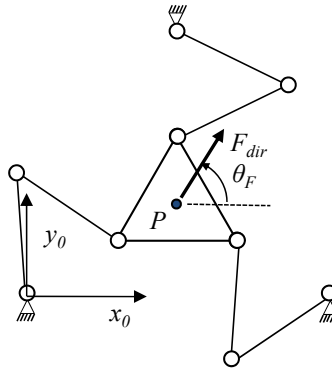


Figura 7.4: Ângulo  $\theta_F$  de aplicação de força do manipulador 3-RRR

O objetivo é determinar a capacidade de força  $F_{dir}$  em uma direção qualquer, com  $M_z$  e a força  $F_{para}$ , aplicada em uma direção perpendicular a  $F_{dir}$ , nulos. As forças  $F_{dir}$  e  $F_{para}$  são determinadas a partir de  $F_x$  e  $F_y$  através das equações:

$$F_{dir} = F_x \cos(\theta_F) + F_y \sin(\theta_F) \quad (7.19)$$

$$F_{para} = -F_x \sin(\theta_F) + F_y \cos(\theta_F) \quad (7.20)$$

O estudo é conduzindo considerando apenas o modo de trabalho (d) mostrado na Figura 7.2, limitando-se o espaço de busca dos ângulos das juntas  $B_i$  ao intervalo  $[-\pi, 0]$  rad. No detalhamento da metodologia proposta, são mostradas apenas as etapas diferentes daquelas apresentadas no estudo de caso da Seção 7.1.1.

#### ETAPA 1

- c) Direção de aplicação de força: a força  $F_{dir}$  é aplicada na direção definida pelo ângulo da tarefa  $\theta_F$ ;
- d) Configuração do manipulador: o modo de trabalho é mantido constante;
- e) Forças e momentos desejados: a força  $F_{para}$  e o momento  $M_z$  aplicados pelo manipulador no meio são nulos.



## ETAPA 6

- b) Espaço de busca: O espaço de busca das posições angulares das juntas  $B_i$  é limitado, mantendo durante todo o processo de otimização o modo de trabalho desejado. Para as demais variáveis de decisão o espaço de busca não é alterado:

$$\begin{aligned} -\pi \text{ rad} < \theta_{Ai} < \pi \text{ rad} \\ -\pi \text{ rad} < \theta_{Bi} < 0 \text{ rad} \\ -4.2 \text{ Nm} < \tau_{Ai} < 4.2 \text{ Nm} \end{aligned} \quad (7.21)$$

## ETAPA 7

- a) Restrições de forças e momentos: As duas equações de restrição de força são obtidas da equação (7.1) e da equação (7.20). São expressas por:

$$\begin{aligned} F_{para} &= 0 \\ M_z &= 0 \end{aligned} \quad (7.22)$$

## ETAPA 8

- a) Parcela principal: a parcela principal da função objetivo é:

$$f_p = \frac{1}{|F_{dir}|} \quad \text{se } F_{dir} > 0 \text{ N} \quad (7.23)$$

Se a força é negativa, penaliza-se a função objetivo principal na forma:

$$f_p = \frac{1}{|F_{dir}|} - 100F_{dir} \quad \text{se } F_{dir} < 0 \quad (7.24)$$

- c) Parcela de força: a parcela de força da função objetivo é:

$$f_{for} = k_1 |F_{para}| + k_2 |M_z| \quad (7.25)$$

Para as constantes  $k_1$  e  $k_2$  adotou-se o valor 1.

## ETAPA 9

Com base nos resultados dos testes de simulação apresentados na Seção 7.4, são utilizados:

- a) Tamanho da população:  $N=30$ ;

- b) Fator de escala:  $F_s$  com decaimento linear ao longo das gerações, iniciando em 0,6 e reduzindo até o valor 0,4;
- c) Fator de recombinação:  $CR=0,9$ .

#### ETAPA 10

Com base nos resultados dos testes apresentados na Seção 7.4, utilizou-se a estratégia:

- a) Estratégia de ED: ED/rand/1/exp.

#### ETAPA 12

Com os parâmetros de controle e a estratégia utilizados, o algoritmo apresentou desempenho adequado, convergindo para todas as direções  $\theta_F$  testadas. A Figura 7.5 mostra a capacidade de força  $F_{dir}$  do manipulador, obtida otimizando-se o problema para cada valor de  $\theta_F$  no intervalo  $[0, 2\pi]$  rad, com defasagem angular de  $\pi/90$  rad entre duas direções consecutivas.

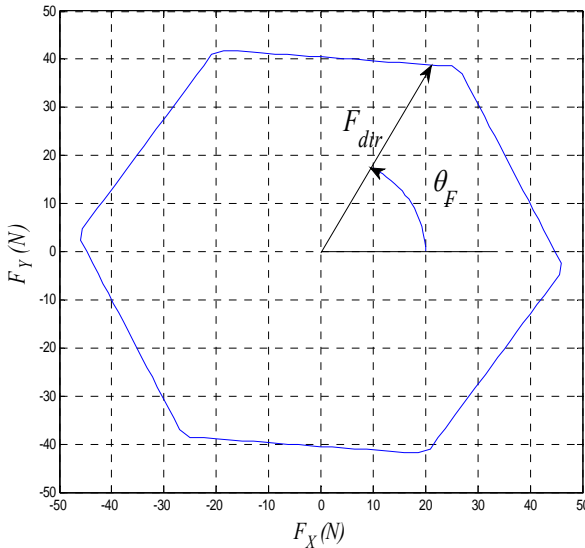


Figura 7.5: Capacidade de força em diferentes direções do manipulador 3-RRR

Através deste estudo é possível visualizar as direções em que o manipulador apresenta maior capacidade de força. Tem a mesma funcionalidade, mas sem as restrições e aproximações da abordagem através de elipsoides de força, apresentando valores efetivos de capacidade de força. A funcionalidade e convergência do método são comprovadas comparando-se os valores mostrados na Figura 7.5 com os obtidos no estudo de Nokleby et al. (2005), onde os mesmos resultados foram encontrados.

#### **7.1.4 Determinação da capacidade de força do manipulador 3-RRR com redundância de atuação em uma direção qualquer**

Nesse estudo de caso, são adicionados atuadores nas juntas  $B_i$ , resultando em um manipulador 3-RRR com redundância de atuação. Em comparação com a Seção 7.1.3, é considerado o mesmo modo de trabalho, a direção de aplicação de força  $\theta_F$  passa a ser uma variável de decisão no processo de otimização e o objetivo é determinar a  $F_{app}$ , ou seja, a força máxima em uma direção qualquer. No detalhamento da metodologia proposta, são mostradas apenas as etapas diferentes daquelas apresentadas no estudo de caso da Seção 7.1.3.

##### **ETAPA 1**

- c) Direção de aplicação de força: a força  $F_{dir}$  é aplicada na direção definida pelo ângulo  $\theta_F$ , que é uma variável de decisão;
- e) Forças e momentos desejados: o momento  $M_z$  aplicado pelo manipulador no meio é nulo. Como o objetivo é determinar a força máxima em uma direção qualquer, a força  $F_{para}$  obtida é obrigatoriamente nula, sem necessidade de restrições adicionais.

## ETAPA 2

- b) Grau líquido de restrição:  $C_n=6$ . São necessárias 6 variáveis independentes para definir estaticamente o mecanismo;
- d) Grau de redundância de atuação:  $R_{\bar{\alpha}}=3$ . Cada atuador adicional introduz uma redundância de atuação.

## ETAPA 3

- a) Grafo: a estrutura do grafo permanece a mesma. Mas devem ser acrescentados às heliforças  $\$Bi$  os torques dos atuadores;
- b) Cortes: sem alteração nos cortes;
- c) Matriz de ações: a matriz de ações é alterada, com três colunas adicionais, uma para cada novo atuador;
- d) Heliforças: alteradas as heliforças  $\$Bi$ , ficando na forma:

$$\$Bi = \$Bi_{Mz} + \$Bi_{Fx} + \$Ai_{Fy} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \tau_{Bi} + \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ -Y_{Bi} \end{Bmatrix} F_{xBi} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ X_{Bi} \end{Bmatrix} F_{yBi} \quad (7.26)$$

- e) Variáveis primárias: as variáveis primárias são os torques nos atuadores  $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2$  e  $B_3$ ;
- f) Variáveis secundárias: as variáveis secundárias de interesse são  $F_x, F_y$  e  $M_z$ . Da equação de equilíbrio (7.27) obtém-se o valor de todas as variáveis secundárias a partir das variáveis primárias.

$$\{\psi_s\}_{21,1} = -[\hat{A}_{Ns}^{-1}]_{21,21} [\hat{A}_{Np}]_{21,6} \begin{Bmatrix} \tau_{A1} \\ \tau_{A2} \\ \tau_{A3} \\ \tau_{B1} \\ \tau_{B2} \\ \tau_{B3} \end{Bmatrix} \quad (7.27)$$

onde o vetor de magnitudes secundárias  $\psi_s$  é dado por:

$$\psi_s = \{F_{xA1} \quad F_{yA1} \quad F_{xA2} \quad F_{yA2} \quad F_{xA3} \quad F_{yA3} \quad \dots \quad (7.28)$$

$$\dots F_{xB1} \quad F_{yB1} \quad F_{xB2} \quad F_{yB2} \quad F_{xB3} \quad F_{yB3} \quad F_{xC1} \quad \dots$$

$$\dots F_{yC1} \quad F_{xC2} \quad F_{yC2} \quad F_{xC3} \quad F_{yC3} \quad F_x \quad F_y \quad M_z\}^T$$

## ETAPA 6

- a) Variáveis de decisão: as variáveis de decisão são os torques  $\tau_{A_i}$  e  $\tau_{B_i}$  dos atuadores, as posições angulares das juntas  $A_i$  e  $B_i$  e o ângulo da tarefa  $\theta_F$ ;
- b) Espaço de busca: atribui-se aos atuadores  $B_i$  a mesma capacidade de torque dos atuadores  $A_i$ . Como mostrado na Figura 7.5, o problema de capacidade de força apresenta simetria e o espaço de busca da variável  $\theta_F$  pode ser limitado ao intervalo  $[-\pi/4, \pi/4]$  rad, sem prejuízo ao resultado final. O espaço de busca de todas as variáveis de decisão é definido por:

$$\begin{aligned} -\pi \text{ rad} < \theta_{A_i} < \pi \text{ rad} \\ -\pi \text{ rad} < \theta_{B_i} < 0 \text{ rad} \\ -\pi/4 \text{ rad} < \theta_F < \pi/4 \text{ rad} \\ -4,2 \text{ Nm} < \tau_{A_i} < 4,2 \text{ Nm} \\ -4,2 \text{ Nm} < \tau_{B_i} < 4,2 \text{ Nm} \end{aligned} \quad (7.29)$$

## ETAPA 7

- a) Restrições de forças e momentos: como  $F_{para}$  é nula no mínimo global, a equação de restrição de força, obtida a partir equação (7.27), é expressa por:

$$M_z = 0 \quad (7.30)$$

## ETAPA 8

- c) Parcela de força: a parcela de força da função objetivo é:

$$f_{for} = k_1 |M_z| \quad (7.31)$$

Para a constante  $k_1$  adotou-se o valor 1.

## ETAPA 12

O melhor *fitness* encontrado foi 1,1005, correspondente a uma capacidade de força  $F_{app}$  de 90,86 N na direção dada por  $\theta_F = -0,2995$  rad. A Tabela 7.5 mostra os valores das variáveis de decisão obtidas no melhor *fitness*. Os atuadores das juntas  $A_1$ ,  $A_3$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  e  $B_3$  atingiram a saturação.

Tabela 7.5: Valores das variáveis de decisão do manipulador 3-RRR no melhor *fitness*

variáveis de decisão	valores
$\theta_{A1}$ – ângulo da junta $A_1$	1,646562719017105 rad
$\theta_{B1}$ – ângulo da junta $B_1$	-2,245927853883688 rad
$\theta_{A2}$ – ângulo da junta $A_2$	-2,542227492048613 rad
$\theta_{B2}$ – ângulo da junta $B_2$	-2,245927865526405 rad
$\theta_{A3}$ – ângulo da junta $A_3$	-0,447832435006756 rad
$\theta_{B3}$ – ângulo da junta $B_3$	-2,245927852820287 rad
$\tau_{A1}$ – torque da junta $A_1$	-4,200000000000000 Nm
$\tau_{A2}$ – torque da junta $A_2$	0,000010209010667 Nm
$\tau_{A3}$ – torque da junta $A_3$	4,199989914909156 Nm
$\tau_{B1}$ – torque da junta $B_1$	4,199994917163965 Nm
$\tau_{B2}$ – torque da junta $B_2$	-4,199999696686091 Nm
$\tau_{B3}$ – torque da junta $B_3$	4,199983646598804 Nm
$\theta_F$ – ângulo de aplicação de força	-0,299561902387001 rad

Em comparação com o manipulador sem redundância de atuação, observa-se um aumento na capacidade de força. E, diferentemente das abordagens existentes na literatura, a  $F_{app}$  é obtida em um único processo de otimização, sem a necessidade de testar a capacidade de força para cada uma das direções dadas por  $\theta_F$ .

A evolução do *fitness* ao longo das gerações é mostrada Figura 7.6. A velocidade de convergência do *fitness* indica que o número total de gerações pode ser reduzido sem prejuízo ao resultado final neste problema, acelerando o procedimento de otimização.

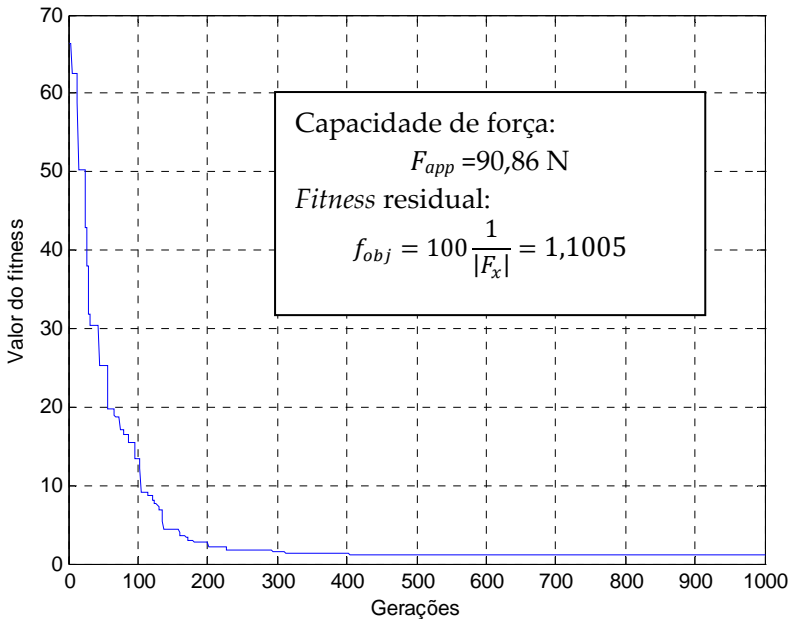


Figura 7.6: Evolução do *fitness* na otimização de força do manipulador 3-RRR

### 7.1.5 Determinação da capacidade de força do manipulador do 3-RPRR com redundância cinemática

Neste estudo de caso, o manipulador analisado é uma variante do 3-RRR na qual uma junta prismática ativa é adicionada a cada uma das pernas. Como resultado, tem-se o manipulador 3-RPRR cinematicamente redundante mostrado na Figura 7.7.

As dimensões da plataforma fixa, da plataforma móvel e dos elos  $l_2$  não são alteradas. A distância  $l_{1i}$  depende do deslocamento  $L_{Di}$  da junta prismática  $D_i$ , limitado a  $\pm 0,05$  m. Se as juntas prismáticas são mantidas travadas na posição  $L_{Di}$  igual a zero, a

distância entre as juntas  $A_i$  e  $B_i$  é 0.02 m e o manipulador 3-RPRR torna-se similar ao manipulador 3-RRR.

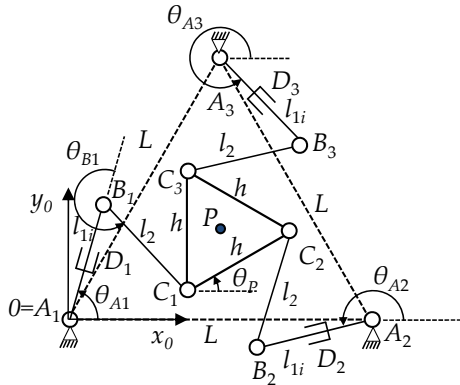


Figura 7.7: Geometria do manipulador 3-RPRR

O limite de atuação das juntas prismáticas é  $\pm 20$  N, valores semelhantes aos utilizados nos estudos de capacidade de força-momento realizados por Nokleby et al(2007).

O problema consiste em determinar a capacidade de força  $F_{dir}$  na direção  $x$ , sendo a força  $F_y$  e o momento  $M_z$  nulos. O modo de trabalho, a posição e a orientação da plataforma móvel devem ser constantes ao longo do procedimento de otimização. As juntas atuadas são  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $D_1$ ,  $D_2$  e  $D_3$ . No detalhamento da metodologia proposta, são mostradas apenas as etapas diferentes daquelas apresentadas no estudo de caso da Seção 7.1.1

#### ETAPA 1

- d) Configuração do manipulador: o modo de trabalho é o mesmo utilizado nos estudos de caso das seções 7.1.3 e 7.1.4. Como o manipulador possui redundância cinemática, o conceito de modo de trabalho apresentado na Seção 4.1 deve ser considerado.



## ETAPA 2

- a) Mobilidade:  $M=6$ ;
- b) Grau líquido de restrição:  $C_n=3$ ;
- c) Grau de redundância cinemática:  $R=3$ ;
- d) Grau de redundância de atuação:  $R_a=0$ ;

## ETAPA 3

- a) Grafo: o grafo é alterado, acrescentando-se as arestas relativas às juntas prismáticas  $D_i$ , conforme mostrado na Figura 7.8.

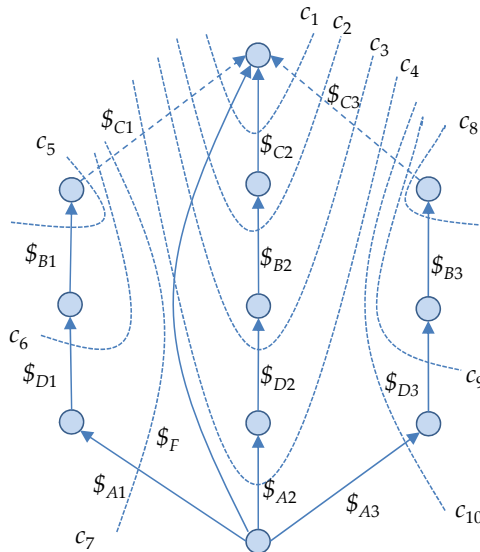


Figura 7.8: Grafo das ações do manipulador paralelo 3-RPRR

- b) Cortes: o número de cortes, mostrados na Figura 7.8, é igual a 10;
- c) Matriz de ações: a matriz de ações é alterada, com um total de nove colunas adicionais, três para cada uma das juntas prismática;
- d) Heliforças: adicionadas as heliforças das juntas prismáticas  $\$D_i$ , escritas na forma:

$$\$D_i = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} M_{zD_i} + \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ -Y_{D_i} \end{Bmatrix} F_{xD_i} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ X_{D_i} \end{Bmatrix} F_{yD_i} \quad (7.32)$$

onde  $X_{D_i}$  e  $Y_{D_i}$  representam as coordenadas cartesianas da junta  $D_i$ .

Como a direção de atuação das juntas prismáticas varia de acordo com o ângulo da junta  $A_i$ , a força  $F_{D_i}$  das juntas prismáticas é definida pela equação:

$$F_{D_i} = F_{xD_i} \cos(\theta_{A_i}) + F_{yD_i} \sin(\theta_{A_i}) \quad (7.33)$$

- e) Variáveis primárias: as variáveis primárias são os torques nos atuadores  $A_1$ ,  $A_2$ , e  $A_3$ . Devido à redundância cinemática, as forças nos atuadores prismáticos são dependentes dos torques nas juntas rotativas. O limite de capacidade de força das juntas prismáticas entra como penalização na função objetivo;
- f) Variáveis secundárias: as variáveis secundárias de interesse são  $F_{xD_i}$ ,  $F_{yD_i}$ ,  $F_x$ ,  $F_y$  e  $M_z$ . Da equação de equilíbrio (7.34) obtém-se o valor de todas as variáveis secundárias a partir das variáveis primárias.

$$\{\psi_s\}_{30,1} = - \left[ \hat{A}_{Ns}^{-1} \right]_{30,30} \left[ \hat{A}_{Np} \right]_{30,3} \begin{Bmatrix} \tau_{A1} \\ \tau_{A2} \\ \tau_{A3} \end{Bmatrix} \quad (7.34)$$

onde o vetor de magnitudes secundárias  $\psi_s$  é dado por:

$$\psi_s = \left\{ \begin{array}{cccccccc} F_{xA1} & F_{yA1} & F_{xA2} & F_{yA2} & F_{xA3} & F_{yA3} & \dots & \\ \dots & F_{xB1} & F_{yB1} & F_{xB2} & F_{yB2} & F_{xB3} & F_{yB3} & F_{xC1} \dots \\ \dots & F_{yC1} & F_{xC2} & F_{yC2} & F_{xC3} & F_{yC3} & F_{xD1} & F_{yD1} & M_{zD1} \dots \\ \dots & F_{xD2} & F_{yD2} & M_{zD2} & F_{xD3} & F_{yD3} & M_{zD3} & F_x & F_y & M_z \end{array} \right\}^T \quad (7.35)$$

#### ETAPA 4

- a) Posição e orientação do EF: não se aplica;

- b) Posição da extremidade das pernas: para cada uma das  $i$  pernas, a posição cartesiana  $X_{Ci}$  e  $Y_{Ci}$  do ponto de conexão  $C_i$  com a plataforma móvel é obtida através das equações:

$$X_{Ci} = X_{Ai} + (0,02 + L_{Di}) \cos(\theta_{Ai}) + l_2 \cos(\theta_{Ai} + \theta_{Bi}) \quad (7.36)$$

$$Y_{Ci} = Y_{Ai} + (0,02 + L_{Di}) \sin(\theta_{Ai}) + l_2 \sin(\theta_{Ai} + \theta_{Bi}) \quad (7.37)$$

#### ETAPA 6

- a) Variáveis de decisão: as variáveis de decisão são os torques  $\tau_{Ai}$  dos atuadores, as posições angulares das juntas  $A_i$  e  $B_i$  e os deslocamentos  $L_{Di}$  das juntas prismáticas;
- b) Espaço de busca: o ângulo  $\theta_{Bi}$  é limitado, mantendo o manipulador no modo de trabalho desejado. As forças e torques dos atuadores respeitam os limites de atuação especificados. O espaço de busca é definido por:

$$\begin{aligned} -\pi \text{ rad} < \theta_{Ai} < \pi \text{ rad} \\ -\pi \text{ rad} < \theta_{Bi} < 0 \text{ rad} \\ -0,05 \text{ m} < L_{Di} < 0,05 \text{ m} \\ -4,2 \text{ Nm} < \tau_{Ai} < 4,2 \text{ Nm} \end{aligned} \quad (7.38)$$

#### ETAPA 7

- a) Restrições de forças e momentos: as duas equações de restrição de força são:

$$\begin{aligned} F_y &= 0 \\ M_z &= 0 \end{aligned} \quad (7.39)$$

- b) Restrições de atuação: como as forças das juntas prismáticas não são variáveis de decisão, devem ser tratadas como restrições que penalizam a função objetivo. As restrições de atuação são:

$$|F_{Di}| < 20 \text{ N} \quad (7.40)$$

## ETAPA 8

- d) Parcela de atuação: a parcela de atuação da função objetivo só existe quando os atuadores das juntas prismáticas atingem seus limites. Penaliza a função objetivo principal na forma:

$$f_{atua} = P_4 |F_{Di}| \quad \text{se} \quad |F_{Di}| > 20 \text{ N} \quad (7.41)$$

- e) Pesos: deve ser adicionado o peso da parcela de atuação. Os valores escolhidos para ponderar cada uma das parcelas, obtidos a partir de testes de simulação, são  $P_1=100$ ,  $P_2=90$ ,  $P_3=1$  e  $P_4=100$ ;

- f) Função completa: a função objetivo completa é:

$$f_{obj} = 100f_p + 90f_{geo} + f_{for} + 100f_{atua} \quad (7.42)$$

## ETAPA 9

- a) Tamanho da população: com 12 variáveis de decisão, seguindo as recomendações existentes na literatura apresentadas na Seção 5.5, o tamanho da população utilizado é de 40 indivíduos.

## ETAPA 11

- a) Número de gerações: testes de simulação mostraram que 1000 gerações não são suficientes para convergência do algoritmo ao mínimo da função objetivo. Com  $G=3000$ , a convergência é satisfatória. A necessidade de aumentar o número de gerações pode ser explicada pela maior complexidade do problema em estudo em comparação com os estudos de caso anteriores.

## ETAPA 12

O melhor *fitness* encontrado foi 1,7811, correspondente a uma capacidade de força  $F_x$  de 56,15 N. A Tabela 7.6 mostra os valores das variáveis de decisão obtidas no melhor *fitness*. Os atuadores das juntas  $A_1$  e  $A_3$  atingiram a saturação.

Tabela 7.6: Valores das variáveis de decisão do manipulador 3-RPRR com redundância cinemática no melhor *fitness*

variáveis de decisão	valores
$\theta_{A1}$ – ângulo da junta $A_1$	1,851349051593977 rad
$\theta_{B1}$ – ângulo da junta $B_1$	-2,143257871317729 rad
$\theta_{A2}$ – ângulo da junta $A_2$	-2,541118135578392 rad
$\theta_{B2}$ – ângulo da junta $B_2$	-2,245259470392631 rad
$\theta_{A3}$ – ângulo da junta $A_3$	-0,491959701017541 rad
$\theta_{B3}$ – ângulo da junta $B_3$	-2,273149713995171 rad
$L_{D1}$ – deslocamento da junta $D_1$	-0,049976006352565 m
$L_{D2}$ – deslocamento da junta $D_2$	-0,000277496680509 m
$L_{D3}$ – deslocamento da junta $D_3$	0,011016339683636 m
$\tau_{A1}$ – torque da junta $A_1$	-4,199993128207743 Nm
$\tau_{A2}$ – torque da junta $A_2$	-0,000218715086566 Nm
$\tau_{A3}$ – torque da junta $A_3$	4,199755257923403 Nm

A junta prismática mais carregada é a  $D_1$ , que aplica uma força de -18,04 N, próxima do seu valor de saturação. Em comparação com o manipulador sem redundância cinemática estudado na Seção 7.1.1, a  $F_{dir}$  aumentou de 44,77 N para 56,15 N no modo de trabalho considerado, mostrando que a redundância cinemática pode ser utilizada para aumentar a capacidade de força de manipuladores.

### 7.1.6 Determinação da capacidade de força do manipulador 3-RPRR com redundância cinemática e de atuação

Nesta seção é analisado o manipulador 3-RPRR com redundância cinemática e de atuação. Em comparação com o manipulador estudado na Seção 7.1.5 são acrescentados atuadores nas

juntas rotativas  $B_i$ . O limite de torque das juntas  $B_i$  é  $\pm 4,2$  Nm, o mesmo das juntas  $A_i$ .

Com exceção da existência de redundância de atuação, o problema a ser resolvido é o mesmo apresentado na Seção 7.1.5. Portanto, no detalhamento da metodologia proposta, são mostradas apenas as etapas diferentes daquelas apresentadas no estudo de caso na Seção 7.1.5.

## ETAPA 2

- a) Mobilidade:  $M=6$ ;
- b) Grau líquido de restrição:  $C_n=6$ ;
- c) Grau de redundância cinemática:  $R=3$ ;
- d) Grau de redundância de atuação:  $R_a=3$ ;

## ETAPA 3

- a) Grafo: a estrutura do grafo permanece a mesma. Mas devem ser acrescentados às heliforças  $\$_{B_i}$  os torques dos atuadores;
- b) Cortes: sem alteração nos cortes;
- c) Matriz de ações: a matriz de ações é alterada, com três colunas adicionais, uma para cada novo atuador;
- d) Heliforças: as heliforças  $\$_{B_i}$  são modificadas, ficando na forma:

$$\$_{B_i} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \tau_{B_i} + \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ -Y_{B_i} \end{Bmatrix} F_{x_{B_i}} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ X_{B_i} \end{Bmatrix} F_{y_{B_i}} \quad (7.43)$$

- e) Variáveis primárias: as variáveis primárias são os torques nos atuadores  $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2$  e  $B_3$ ;
- f) Variáveis secundárias: as variáveis secundárias de interesse são  $F_{x_{D_i}}, F_{y_{D_i}}, F_x, F_y$  e  $M_z$ . Da equação de equilíbrio (7.44) obtém-se o valor de todas as variáveis secundárias a partir das variáveis primárias

$$\{\psi_s\}_{30,1} = -[\hat{A}_{Ns}^{-1}]_{30,30} [\hat{A}_{Np}]_{30,6} \begin{Bmatrix} \tau_{A1} \\ \tau_{A2} \\ \tau_{A3} \\ \tau_{B1} \\ \tau_{B2} \\ \tau_{B3} \end{Bmatrix} \quad (7.44)$$

onde o vetor de magnitudes secundárias  $\psi_s$  é dado por:

$$\psi_s = \begin{Bmatrix} F_{xA1} & F_{yA1} & F_{xA2} & F_{yA2} & F_{xA3} & F_{yA3} & \dots \\ \dots & F_{xB1} & F_{yB1} & F_{xB2} & F_{yB2} & F_{xB3} & F_{yB3} & F_{xC1} & \dots \\ \dots & F_{yC1} & F_{xC2} & F_{yC2} & F_{xC3} & F_{yC3} & F_{xD1} & F_{yD1} & M_{zD1} & \dots \\ \dots & F_{xD2} & F_{yD2} & M_{zD2} & F_{xD3} & F_{yD3} & M_{zD3} & F_x & F_y & M_z \end{Bmatrix}^T \quad (7.45)$$

## ETAPA 6

- Variáveis de decisão: as variáveis de decisão são os torques  $\tau_{Ai}$  e  $\tau_{Bi}$  dos atuadores, as posições angulares das juntas  $A_i$  e  $B_i$  e os deslocamentos  $L_{Di}$  das juntas prismáticas;
- Espaço de busca: o espaço de busca é definido por:

$$\begin{aligned} -\pi \text{ rad} < \theta_{Ai} < \pi \text{ rad} \\ -\pi \text{ rad} < \theta_{Bi} < 0 \text{ rad} \\ -0,05 \text{ m} < L_{Di} < 0,05 \text{ m} \\ -4,2 \text{ Nm} < \tau_{Ai} < 4,2 \text{ Nm} \\ -4,2 \text{ Nm} < \tau_{Bi} < 4,2 \text{ Nm} \end{aligned} \quad (7.46)$$

## ETAPA 12

O melhor *fitness* encontrado foi 0,9424, correspondente a uma capacidade de força  $F_x$  de 106,1 N. A Tabela 7.7 mostra os valores das variáveis de decisão obtidas no melhor *fitness*. Os atuadores das juntas  $A_1$ ,  $A_3$ ,  $B_1$  e  $B_2$  atingiram a saturação.

A junta prismática mais carregada é a  $D_3$ , que aplica uma força de 16,05 N. A utilização combinada de redundância cinemática e de atuação permite um aumento significativo na capacidade de força de manipuladores.

Tabela 7.7: Valores das variáveis de decisão do manipulador 3-RPRR com redundância cinemática e de atuação no melhor *fitness*

variáveis de decisão	valores
$\theta_{A1}$ – ângulo da junta $A_1$	1,851327455016608 rad
$\theta_{B1}$ – ângulo da junta $B_1$	-2,143261910317030 rad
$\theta_{A2}$ – ângulo da junta $A_2$	-2,337340600442170 rad
$\theta_{B2}$ – ângulo da junta $B_2$	-2,143214920314398 rad
$\theta_{A3}$ – ângulo da junta $A_3$	-0,514907525316278 rad
$\theta_{B3}$ – ângulo da junta $B_3$	-2,287865487597742 rad
$L_{D1}$ – deslocamento da junta $D_1$	-0,049971552151669 m
$L_{D2}$ – deslocamento da junta $D_2$	-0,049999987214071 m
$L_{D3}$ – deslocamento da junta $D_3$	0,016731282670597 m
$\tau_{A1}$ – torque da junta $A_1$	4,199928786350950 Nm
$\tau_{A2}$ – torque da junta $A_2$	0,000070376619605 Nm
$\tau_{A3}$ – torque da junta $A_3$	-4,199999114778899 Nm
$\tau_{B1}$ – torque da junta $B_1$	-4,199997240080897 Nm
$\tau_{B2}$ – torque da junta $B_2$	4,199575789830336 Nm
$\tau_{B3}$ – torque da junta $B_3$	0,196153087695557 Nm

### 7.1.7 Determinação da capacidade de força do manipulador 3-RRR com uma orientação qualquer

Em comparação com as condições de teste utilizadas no estudo de caso apresentado na Seção 7.1.1, a orientação  $\theta_p$  da plataforma móvel passa a ser uma variável de decisão e o objetivo é determinar a  $F_{dir}$  na direção  $x$ , considerando todas as orientações possíveis. O estudo é conduzindo considerando apenas o modo de trabalho utilizado na Seção 7.1.3 e as etapas diferentes daquelas apresentadas no estudo de caso da Seção 7.1.1 são:



## ETAPA 1

- b) Orientação da plataforma móvel: a orientação da plataforma móvel, definida pelo ângulo  $\theta_p$ , é uma variável de decisão;
- d) Configuração do manipulador: o modo de trabalho é constante, mesmo utilizado na Seção 7.1.3.

## ETAPA 6

- a) Variáveis de decisão: as variáveis de decisão são os torques  $\tau_{Ai}$  dos atuadores, as posições angulares das juntas  $A_i$  e  $B_i$  e a orientação  $\theta_p$  da plataforma móvel;
- b) Espaço de busca: pela condição de simetria do manipulador, a orientação da plataforma móvel pode ser limitada ao intervalo  $[-\pi/2, \pi/2]$  rad sem prejuízo na obtenção da capacidade de força. O espaço de busca é definido por:

$$\begin{aligned} -2\pi \text{ rad} < \theta_{Ai} < 2\pi \text{ rad} \\ -\pi \text{ rad} < \theta_{Bi} < 0 \text{ rad} \\ -4,2 \text{ Nm} < \tau_{Ai} < 4,2 \text{ Nm} \\ -\frac{\pi}{2} \text{ rad} < \theta_p < \frac{\pi}{2} \text{ rad} \end{aligned} \quad (7.47)$$

## ETAPA 8

- e) Pesos: para ponderar a contribuição de cada uma das parcelas, adotou-se procedimento diferente dos estudos de caso anteriores. Na primeira metade das gerações utilizou-se  $P_1=1000$ ,  $P_2=90$  e  $P_3=10$  e na segunda metade das gerações utilizou-se  $P_1=5$ ,  $P_2=90$  e  $P_3=0,05$ . Com estes valores, a otimização de força é priorizada no início do processo e a otimização geométrica é priorizada no final do processo, garantindo o fechamento da cadeia. Testes de simulação mostraram que a utilização desta abordagem melhora o desempenho do algoritmo, evitando que fique preso em mínimos locais.

## ETAPA 9

- a) Tamanho da população:  $N=40$ , mesmo tamanho de população utilizado no estudo de caso apresentado na Seção 7.1.5.

## ETAPA 11

- a) Número de gerações:  $G=3000$ , mesmo número de gerações utilizado no estudo de caso apresentado na Seção 7.1.5.

## ETAPA 12

O melhor *fitness* encontrado foi 0,1078, correspondente a uma capacidade de força  $F_x$  de 46,35 N. A Tabela 7.8 mostra os valores das variáveis de decisão obtidas no melhor *fitness*. Os atuadores das juntas  $A_1$  e  $A_3$  atingiram a saturação.

Tabela 7.8: Valores das variáveis de decisão do manipulador 3-RRR com orientação variável no melhor *fitness*

variáveis de decisão	valores
$\theta_{A1}$ – ângulo da junta $A_1$	-4,567256478409149 rad
$\theta_{B1}$ – ângulo da junta $B_1$	-2,239527604368763 rad
$\theta_{A2}$ – ângulo da junta $A_2$	-2,472861376015954 rad
$\theta_{B2}$ – ângulo da junta $B_2$	-2,239527604368763 rad
$\theta_{A3}$ – ângulo da junta $A_3$	5,904719033556829 rad
$\theta_{B3}$ – ângulo da junta $B_3$	-2,239527604368763 rad
$\tau_{A1}$ – torque da junta $A_1$	-4,199999999999871 Nm
$\tau_{A2}$ – torque da junta $A_2$	0,00000000000130 Nm
$\tau_{A3}$ – torque da junta $A_3$	4,200000000000000 Nm
$\theta_p$ – orientação da plataforma	-0,109697663930398 rad

Em comparação com os resultados obtidos na Seção 7.1.1, a variação da orientação da plataforma móvel permitiu um aumento na capacidade de força de 3,5%. O ângulo  $\theta_p$  em que o manipulador possui a maior capacidade de força é -0,109 rad.

### 7.1.8 Determinação da capacidade de força do manipulador 3-RRR em uma posição cartesiana qualquer

O objetivo é determinar a  $F_{dir}$  na direção  $x$ , considerando diferentes posições cartesianas da plataforma móvel. A orientação é constante e as demais condições são similares às apresentadas na Seção 7.1.7. No detalhamento da metodologia proposta, são mostradas apenas as etapas diferentes daquelas apresentadas no estudo de caso da Seção 7.1.7:

#### ETAPA 1

- a) Ponto de contato: as coordenadas  $X_p$  e  $Y_p$  do centro da plataforma móvel são variáveis de decisão;
- b) Orientação da plataforma móvel: a orientação da plataforma móvel é constante com  $\theta_p=0$  rad;

#### ETAPA 6

- a) Variáveis de decisão: as variáveis de decisão são os torques  $\tau_{Ai}$  dos atuadores, as posições angulares das juntas  $A_i$  e  $B_i$  e a posição cartesiana  $X_p$  e  $Y_p$  da plataforma móvel;
- b) Espaço de busca: as posições possíveis da plataforma móvel são definidas por um quadrado de aresta 0,1 m e centro localizado no ponto de contato utilizado nos estudos de caso anteriores, dado pelas coordenadas  $X_p=0,25$  m e  $Y_p=0,144$  m. O espaço de busca é definido por:

$$\begin{aligned}
 & -\pi \text{ rad} < \theta_{Ai} < \pi \text{ rad} \\
 & -\pi \text{ rad} < \theta_{Bi} < 0 \text{ rad} \\
 & -4,2 \text{ Nm} < \tau_{Ai} < 4,2 \text{ Nm} \\
 & 0,2 \text{ m} < X_p < 0,3 \text{ m} \\
 & 0,094 \text{ m} < Y_p < 0,194 \text{ m}
 \end{aligned} \tag{7.48}$$

## ETAPA 12

O melhor *fitness* encontrado foi 0,0879, correspondente a uma capacidade de força  $F_x$  de 56,87 N. A Tabela 7.9 mostra os valores das variáveis de decisão obtidas no melhor *fitness*. Os atuadores das juntas  $A_1$  e  $A_3$  atingiram a saturação.

Tabela 7.9: Valores das variáveis de decisão do manipulador 3-RRR com ponto de contato variável no melhor *fitness*

variáveis de decisão	valores
$\theta_{A1}$ – ângulo da junta $A_1$	-4,253099134227938 rad
$\theta_{B1}$ – ângulo da junta $B_1$	-2,368411997548358 rad
$\theta_{A2}$ – ângulo da junta $A_2$	3,586941149027275 rad
$\theta_{B2}$ – ângulo da junta $B_2$	-1,918450090360377 rad
$\theta_{A3}$ – ângulo da junta $A_3$	-0,726471394896736 rad
$\theta_{B3}$ – ângulo da junta $B_3$	-2,344720329656312 rad
$\tau_{A1}$ – torque da junta $A_1$	-4,199999999999974 Nm
$\tau_{A2}$ – torque da junta $A_2$	-1,495301171535064 Nm
$\tau_{A3}$ – torque da junta $A_3$	4,200000000000000 Nm
$X_p$ – posição $x$ da plataforma	0,200000000000016 m
$Y_p$ – posição $y$ da plataforma	0,170626877750758 m

Em comparação com os resultados obtidos na Seção 7.1.1, a variação da posição da plataforma móvel permitiu um aumento na capacidade de força de 44,77 para 56,87 N. A posição em que o manipulador possui a maior capacidade de força é dada pelas coordenadas  $X_p=0,20$  m e  $Y_p=0,170$  m.

### 7.1.9 Análise dos Resultados do manipulador 3-RRR

A metodologia apresentada resolveu de maneira satisfatória os problemas de otimização da capacidade de força  $F_{dir}$  do

manipulador 3-RRR e de suas variantes 3-RRR, 3-RPRR e 3-RPRR. Situações em que o modo de trabalho, a orientação da plataforma móvel, a posição da plataforma móvel e a direção da aplicação de força são variáveis também foram consideradas. Como em todas as técnicas heurísticas, não há garantias de que o mínimo global foi alcançado nos estudos realizados, o que só poderia ser comprovado se todas as infinitas combinações possíveis de variáveis de decisão são verificadas.

O número de gerações utilizado como critério de parada foi ajustado para cada caso estudado. Mas, analisando as figuras que mostram a evolução do *fitness* ao longo das gerações, é possível concluir que resultados satisfatórios poderiam igualmente ser obtidos com um menor número de gerações. Uma adequação mais criteriosa do número de gerações pode ser feita para cada um dos testes realizados com o objetivo de reduzir o tempo necessário nos processos de otimização.

A Tabela 7.10 mostra a  $F_{dir}$  na direção  $x$  obtida nas diferentes condições estudadas, considerando para efeitos comparativos, sempre o mesmo modo de trabalho ( $-\pi \text{ rad} < \theta_{Bi} < 0 \text{ rad}$ ). Na coluna que mostra o aumento percentual obtido na  $F_{dir}$ , o valor de referência é a capacidade de força do manipulador 3-RRR com posição e orientação constantes.

Tabela 7.10: Valores de  $F_{dir}$  obtidos para o manipulador 3-RRR e suas variantes em diferentes condições de teste

manipulador	condições de teste		$F_{dir}$ obtida	aumento % na $F_{dir}$	redundância	
	posição	orientação			cinem.	atua.
3- <u>RRR</u>	constante	constante	44,77 N	0%	não	não
3- <u>RRR</u>	constante	constante	86,81 N	93,9%	não	sim
3- <u>RPRR</u>	constante	constante	56,15 N	25,4%	sim	não
3- <u>RPRR</u>	constante	constante	106,1 N	136,9%	sim	sim
3- <u>RRR</u>	constante	variável	46,35 N	3,5%	não	não
3- <u>RRR</u>	variável	constante	56,87 N	27,22%	não	não

Os resultados mostram que a redundância cinemática, a redundância de atuação, a orientação da plataforma móvel e o ponto de aplicação de força influenciam na capacidade de força de manipuladores paralelos. As variações de posição e orientação não exigem nenhuma modificação no manipulador e podem ser aproveitadas sempre que a tarefa permitir. Com a utilização de redundância cinemática e de atuação, o aumento da capacidade de força é significativo, mas o manipulador original necessita ser modificado fisicamente. A opção por alterar o projeto de um manipulador para aumentar sua capacidade deve ser analisada em função dos custos decorrentes do acréscimo de atuadores e elos. Não foi realizado um estudo comparativo sobre

Os estudos de caso apresentados para o manipulador 3-RRR e suas variantes não contemplam todas as condições de teste possíveis. Não foram estudadas as capacidades de momento do manipulador. E também não foi estudada, por exemplo, a capacidade de força do manipulador 3-RRR com posição e orientação variáveis. Mas não é uma limitação do método e sim uma opção com o objetivo de não tornar ainda mais extenso o trabalho. Como demonstrado nos testes realizados, a metodologia proposta é flexível e um problema com novas condições de testes pode ser otimizado com adaptações na função objetivo e nas variáveis de decisão. Diferente das abordagens existentes na literatura, a presença simultânea de redundância cinemática e de atuação é considerada.

## 7.2 ROBOTURB PLANO (PRRR) E ROBOTURB ESPACIAL

O Roboturb, mostrado na Figura 7.9, é um manipulador serial espacial cinematicamente redundante. Possui sete graus de liberdade, com uma junta prismática (trilho) e seis juntas rotativas.

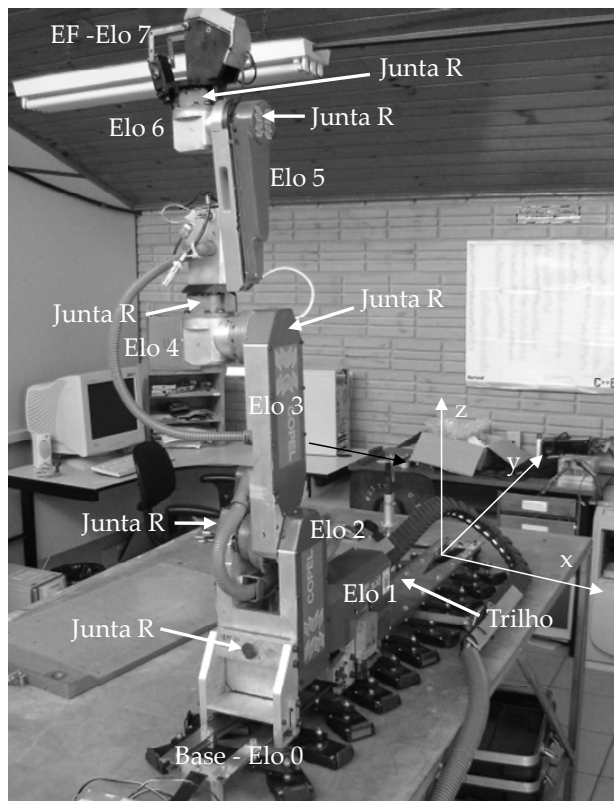


Figura 7.9: Manipulador Roboturb

O desenvolvimento do Roboturb foi realizado através de uma parceria entre UFSC, COPEL, FURNAS e LACTEC, tendo como aplicação a recuperação de turbinas de usinas hidrelétricas. Em uma primeira etapa, o Roboturb foi empregado na tarefa de

soldagem, depositando material nas regiões da turbina que sofreram cavitação (LEAL, 2005). Em uma etapa futura, o objetivo é empregar o Roboturb também na limpeza da região a ser recuperada e no tratamento por esmerilhamento da superfície recuperada, eliminando rebarbas, excessos e outras imperfeições que possam comprometer a durabilidade do reparo.

Nesta operação de esmerilhamento, a remoção de material é obtida através de uma força de contato exercida pela ferramenta no meio. Como as velocidades de deslocamento exigidas são em geral baixas, os efeitos estáticos predominam sobre os dinâmicos e a tarefa pode ser considerada como quase-estática. Devido a estas características, conhecer a capacidade de força do Roboturb é condição necessária para verificar se a operação de esmerilhamento pode ser executada com sucesso.

A cinemática inversa e o planejamento de trajetórias em ambientes confinados com evitamento de colisão foram objeto de estudo de trabalhos desenvolvidos no grupo de Robótica do Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC (SIMAS, 2008) (SIMAS et al., 2007)(CRUZ, 2007). Mas até o presente momento, não se possui informações sobre o comportamento estático e sobre a capacidade de força do Roboturb.

A análise da capacidade de força pode ser facilitada com a utilização de um modelo planar equivalente do Roboturb, concebido por (SIMAS, 2008) e utilizado por (SIMAS, 2008) e (CRUZ, 2007) no estudo da cinemática e de estratégias de evitamento de colisão. Nesta abordagem simplificada, o Roboturb é representado por um manipulador plano *PRRR*.

Nas seções seguintes, a metodologia proposta é utilizada no estudo de capacidade de força do Roboturb e de seu modelo planar equivalente. A Tabela 7.11 resume os estudos de caso apresentados e descreve os objetivos e as condições de cada um dos testes realizados.



Tabela 7.11: Estudos de caso do Roboturb

Seção	Roboturb	objetivo e condições de teste
7.2.1	Plano	Determinação da capacidade de força do manipulador <i>PRRR</i> (Roboturb plano) na direção $x$ . Força $F_y$ e momento $M_z$ nulos. Posição e orientação do EF constantes.
7.2.3	Plano	Determinação da capacidade de força $F_{dir}$ do manipulador <i>PRRR</i> (Roboturb plano) em uma direção determinada pela orientação $\theta_p$ do manipulador. Força $F_{para}$ e momento $M_z$ nulos. Posição e orientação do EF constantes.
7.2.4	Plano	Determinação da capacidade de força do manipulador <i>PRRR</i> (Roboturb plano) em uma direção determinada com as demais ações livres. Força $F_{para}$ e momento $M_z$ podem assumir valores quaisquer. Posição e orientação do EF constantes.
7.2.5	Plano	Determinação da capacidade de força do manipulador <i>PRRR</i> (Roboturb plano) na direção $x$ com a coordenada $Y_p$ do ponto de contato livre. Força $F_y$ e momento $M_z$ nulos. Orientação do EF constante.
7.2.6	Plano	Determinação da capacidade de força do manipulador <i>PRRR</i> (Roboturb plano) na direção $x$ , a partir da cinemática inversa de posição. Força $F_y$ e momento $M_z$ nulos. Posição e orientação do EF constantes.
7.2.7	Espacial	Determinação da capacidade de força do Roboturb espacial na direção $x$ . Força $F_y$ e momento $M_z$ nulos. Posição e orientação do EF constantes.

### 7.2.1 Características geométricas do Roboturb

A Figura 7.10 mostra o desenho esquemático do Roboturb com suas dimensões principais. As juntas são identificadas através de letras, de A até G, e os elos através de números, de 0 até 7. As coordenadas das juntas são o deslocamento  $L_A$  da junta prismática e os ângulos  $\theta_B$ ,  $\theta_C$ ,  $\theta_D$ ,  $\theta_E$ ,  $\theta_F$  e  $\theta_G$  das juntas rotativas. As três últimas juntas constituem um punho esférico. As ações nas juntas são definidas pela força  $F_A$  na junta prismáticas e pelos torques  $\tau_B$ ,  $\tau_C$ ,  $\tau_D$ ,  $\tau_E$ ,  $\tau_F$  e  $\tau_G$  das juntas rotativas.

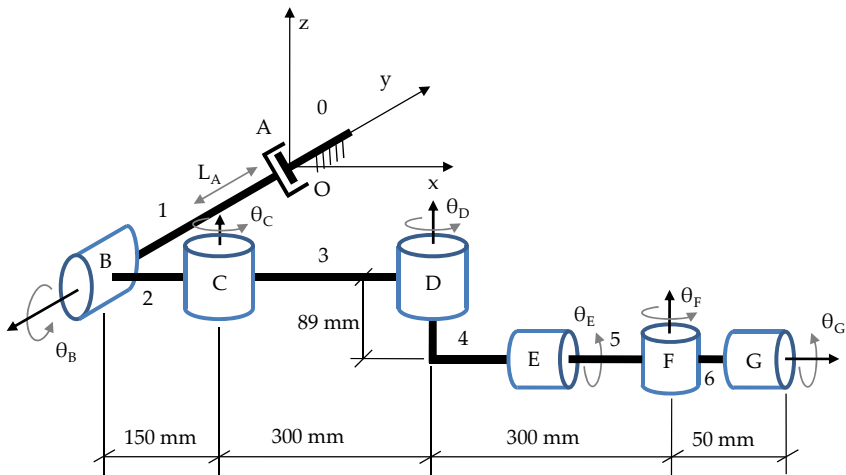


Figura 7.10: Geometria do manipulador Roboturb

O limite de deslocamento da junta prismática depende do comprimento do trilho utilizado e pode variar de acordo com a tarefa a ser executada. Os deslocamentos angulares das juntas e as forças e torques dos atuadores são definidos pelas características construtivas do manipulador (SIMAS; GUENTHER, 2000). Para o estudo da capacidade de força do manipulador são utilizados os seguintes limites de deslocamento:

$$\begin{aligned}
 0,05 \text{ m} < L_A < 0,3 \text{ m} \\
 -\pi \text{ rad} < \theta_B < \pi \text{ rad} \\
 -\pi \text{ rad} < \theta_C < \pi \text{ rad} \\
 -\pi \text{ rad} < \theta_D < \pi \text{ rad} \\
 -\pi \text{ rad} < \theta_E < \pi \text{ rad} \\
 -\pi \text{ rad} < \theta_F < \pi \text{ rad} \\
 -\pi \text{ rad} < \theta_G < \pi \text{ rad}
 \end{aligned}
 \tag{7.49}$$

e os seguintes limites de forças e torques:

$$\begin{aligned}
 -70 \text{ N} < F_A < 70 \text{ N} \\
 -10 \text{ Nm} < \tau_B < 10 \text{ Nm} \\
 -10 \text{ Nm} < \tau_C < 10 \text{ Nm} \\
 -8 \text{ Nm} < \tau_D < 8 \text{ Nm} \\
 -4 \text{ Nm} < \tau_E < 4 \text{ Nm} \\
 -4 \text{ Nm} < \tau_F < 4 \text{ Nm} \\
 -4 \text{ Nm} < \tau_G < 4 \text{ Nm}
 \end{aligned}
 \tag{7.50}$$

O modelo simplificado considera apenas a junta prismática  $A$  e as juntas rotativas  $C$ ,  $D$  e  $F$  do Roboturb, reduzindo-o ao manipulador  $PRRR$  mostrado na Figura 7.11. No modelo planar, os elos e juntas são identificados sequencialmente, não havendo uma correspondência entre os dois modelos. As juntas  $C$ ,  $D$  e  $F$  do Roboturb espacial são respectivamente as juntas  $B$ ,  $C$  e  $D$  do modelo equivalente.

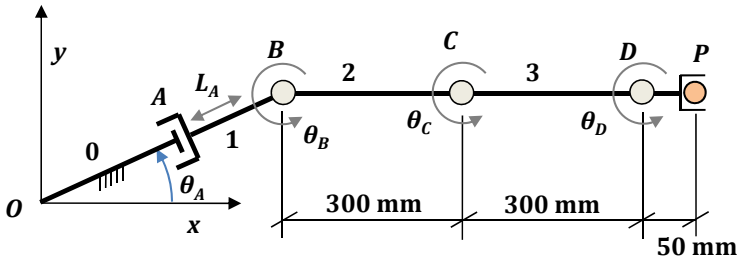


Figura 7.11: Geometria do manipulador  $PRRR$  (Roboturb plano)

Na posição mostrada na Figura 7.11, os ângulos das juntas  $B$ ,  $C$  e  $D$  são nulos. O ângulo  $\theta_A$  que define a direção de deslocamento da junta prismática é considerado constante e igual a  $\pi/6$  rad. A posição cartesiana da junta  $A$  é constante com coordenadas  $X_A=0,26$  m e  $Y_A=0,15$  m. Os dois modos de trabalho possíveis são

cotovelo para cima ( $-\pi \text{ rad} < \theta_C < 0 \text{ rad}$ ) e cotovelo para baixo ( $0 \text{ rad} < \theta_C < \pi \text{ rad}$ ). A orientação  $\theta_P$  do efetuador, definida conforme mostrado na Figura 7.12, é a soma dos ângulos das juntas  $B$ ,  $C$  e  $D$ .

$$\theta_P = \theta_B + \theta_C + \theta_D \quad (7.51)$$

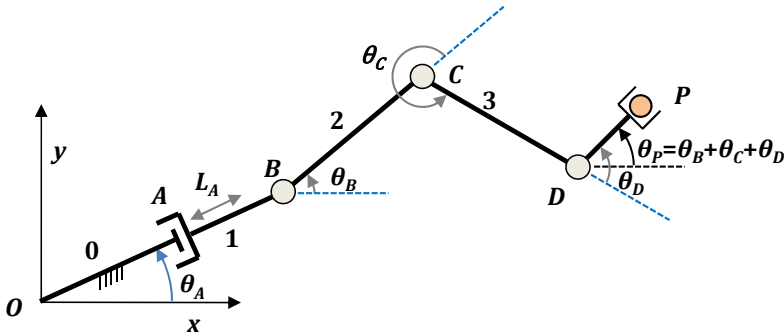


Figura 7.12: Orientação  $\theta_P$  do manipulador PRRR (Roboturb plano)

### 7.2.2 Determinação da capacidade de força do manipulador PRRR (Roboturb plano) na direção $x$

O problema consiste em determinar a capacidade de força  $F_{dir}$  do manipulador na direção  $x$ , sendo a força  $F_y$  e o momento  $M_z$  nulos. A posição e orientação do efetuador são constantes ao longo do procedimento de otimização. O ângulo  $\theta_{pdes}$  representa a orientação desejada na execução da tarefa. As coordenadas  $X_{Ddes}$  e  $Y_{Ddes}$  representam a posição desejada do EF na execução da tarefa. As informações obtidas na análise estática do manipulador PRRR (Roboturb plano) realizada na Seção 3.7.1 são aproveitadas no detalhamento de cada uma das etapas da metodologia proposta, apresentadas a seguir.

## ETAPA 1

- a) Ponto de contato: o ponto de contato  $P$  entre o manipulador e o meio é definido pelas coordenadas  $X_{pdes}=0,7$  m e  $Y_{pdes}=0,1$  m e permanece constante durante o processo de otimização;
- b) Orientação do EF: a orientação desejada  $\theta_{pdes}=0$  é constante, com o efetuador apontando na direção de aplicação da força. Devido a esta condição, a posição cartesiana da junta  $D$  é constante com coordenadas  $X_{Ddes}=0,65$  m e  $Y_{Ddes}=0,1$  m;
- c) Direção de aplicação de força: a força é aplicada na direção  $x$  do sistema de coordenadas, no sentido positivo. Logo a capacidade de força  $F_{dir}$  é igual a  $F_x$ ;
- d) Configurações do manipulador: o manipulador pode assumir qualquer um dos dois modos de trabalho possíveis;
- e) Forças e momentos desejados: a força  $F_y$  e o momento  $M_z$  aplicados pelo manipulador no meio devem ser nulos.

## ETAPA 2

As características cinemáticas e estáticas deste manipulador foram obtidas na Seção 3.7.1.

- a) Mobilidade:  $M=4$ ;
- b) Grau líquido de restrição:  $C_n=3$ ;
- c) Grau de redundância cinemática:  $R=1$ ;
- d) Grau de redundância de atuação:  $R_a=0$ ;

## ETAPA 3

Os tópicos a, b, c, e d da etapa 3 foram desenvolvidos na Seção 3.7.1.

- e) Variáveis primárias: as variáveis primárias são os torques nos atuadores  $B$ ,  $C$  e  $D$ . Como o manipulador apresenta redundância cinemática, o valor da força  $F_A$  da junta prismática é dependente dos torques nas demais juntas;

- f) Variáveis secundárias: as variáveis secundárias de interesse são  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $M_z$  e  $F_A$ . Da equação de equilíbrio (7.52) obtém-se o valor de todas as variáveis secundárias a partir das variáveis primárias.

$$\{\psi_s\}_{12,1} = -[\hat{A}_{Ns}^{-1}]_{12,12} [\hat{A}_{Np}]_{12,3} \begin{Bmatrix} \tau_B \\ \tau_C \\ \tau_D \end{Bmatrix} \quad (7.52)$$

onde o vetor de magnitudes secundárias  $\psi_s$  é dado por:

$$\psi_s = \{F_A \quad F_{PA} \quad M_{ZA} \quad F_{xB} \quad F_{yB} \quad F_{xC} \dots \\ \dots F_{yC} \quad F_{xD} \quad F_{yD} \quad F_x \quad F_y \quad M_z\}^T \quad (7.53)$$

#### ETAPA 4

- a) Posição e orientação do EF: as coordenadas do ponto de contato  $P$  são determinadas a partir das coordenadas das juntas através das equações:

$$X_p = X_A + L_A \cos(\theta_F) + 0,3 \cos(\theta_B) + 0,3 \cos(\theta_B + \theta_C) \\ + 0,05 \cos(\theta_B + \theta_C + \theta_D) \quad (7.54)$$

$$Y_p = Y_A + L_A \sin(\theta_F) + 0,3 \sin(\theta_B) + 0,3 \sin(\theta_B + \theta_C) \\ + 0,05 \sin(\theta_B + \theta_C + \theta_D) \quad (7.55)$$

- b) Posição da extremidade das pernas: não se aplica.

#### ETAPA 5

- a) Erro geométrico: a matriz de transformação homogênea  $T_{des}$  genérica que representa a posição e orientação desejadas é:

$$T_{des} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{Pdes}) & -\sin(\theta_{Pdes}) & 0 & X_{Pdes} \\ \sin(\theta_{Pdes}) & \cos(\theta_{Pdes}) & 0 & Y_{Pdes} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.56)$$

Como  $\theta_{Pdes}$  vale zero e as coordenadas  $X_{Pdes}$  e  $Y_{Pdes}$  são conhecidas, a matriz  $T_{des}$  é constante e igual a:

$$T_{des} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0,7 \\ 0 & 1 & 0 & 0,1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.57)$$

A matriz de transformação homogênea  $T$  que define a posição e orientação real é:

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_P) & -\text{sen}(\theta_P) & 0 & X_P \\ \text{sen}(\theta_P) & \cos(\theta_P) & 0 & Y_P \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.58)$$

Através das equações (6.1), (6.2) e (6.3) é possível obter o erro de posição  $e_{pos}$  e o erro de orientação  $e_{or}$ .

- b) Erro geométrico simplificado: como o manipulador em estudo é planar, as equações do erro geométrico podem ser expressas de forma simplificada através das equações:

$$e_{or} = (\theta_P - \theta_{Pdes})^2 \quad (7.59)$$

$$e_{pos} = (X_P - X_{Pdes})^2 + (Y_P - Y_{Pdes})^2 \quad (7.60)$$

São exatamente as mesmas equações que se obtém utilizando a abordagem pela matriz de transformação homogênea do erro. O erro geométrico completo é:

$$e_g = k_1 e_{pos} + k_2 e_{or} \quad (7.61)$$

Para as constantes  $k_1$  e  $k_2$  utilizaram-se os valores 5 e 1 respectivamente.

## ETAPA 6

- a) Variáveis de decisão: as variáveis de decisão são os torques  $\tau_B$ ,  $\tau_C$  e  $\tau_D$  dos atuadores e as posições  $L_A$ ,  $\theta_B$ ,  $\theta_C$  e  $\theta_D$  das juntas;
- b) Espaço de busca: o espaço de busca para o problema em estudo é definido pelas características construtivas do manipulador, definidas na Seção 7.2:

$$\begin{aligned} 0,05 \text{ m} &< L_A < 0,3 \text{ m} \\ -\pi \text{ rad} &< \theta_B < \pi \text{ rad} \\ -\pi \text{ rad} &< \theta_C < \pi \text{ rad} \\ -\pi \text{ rad} &< \theta_D < \pi \text{ rad} \\ -10 \text{ Nm} &< \tau_B < 10 \text{ Nm} \\ -8 \text{ Nm} &< \tau_C < 8 \text{ Nm} \\ -4 \text{ Nm} &< \tau_D < 4 \text{ Nm} \end{aligned} \quad (7.62)$$

## ETAPA 7

- a) Restrições de forças e momentos: as duas equações de restrição de força são obtidas da equação (7.52). São expressas por:

$$\begin{aligned} F_y &= 0 \\ M_z &= 0 \end{aligned} \quad (7.63)$$

- b) Restrições de atuação: como a força da junta prismática não é variável de decisão, deve ser tratada como uma restrição que penaliza a função objetivo. A restrição de atuação é:

$$|F_A| < 70 \text{ N} \quad (7.64)$$

## ETAPA 8

- a) Parcela principal: a parcela principal da função objetivo é:

$$f_p = \frac{1}{|F_x|} \quad \text{se } F_x > 0 \quad (7.65)$$

Se a força é negativa, penaliza-se a função objetivo principal na forma:

$$f_p = \frac{1}{|F_x|} - 100F_x \quad \text{se } F_x < 0 \quad (7.66)$$

- b) Parcela geométrica: a parcela geométrica da função objetivo é o erro geométrico definido na etapa 5:

$$f_{geo} = e_g \quad (7.67)$$

- c) Parcela de força: a parcela de força da função objetivo é:

$$f_{for} = k_3|F_y| + k_4|M_z| \quad (7.68)$$

Para as constantes  $k_3$  e  $k_4$  adotou-se o valor 1.

- d) Parcela de atuação: a parcela de atuação da função objetivo só existe quando o atuador da junta prismática atinge seu limite. Penaliza a função objetivo principal na forma:

$$f_{atua} = P_4|F_A| \quad \text{se } |F_A| > 70 \text{ N} \quad (7.69)$$

- e) Pesos: para ponderar a contribuição de cada uma das parcelas, utilizou-se na primeira metade das gerações



$P_1=500$ ,  $P_2=100$ ,  $P_3=5$  e  $P_4=10$ . Na segunda metade das gerações utilizou-se  $P_1=0,001$ ,  $P_2=100$ ,  $P_3=0,0001$  e  $P_4=0,005$ . Com esta abordagem, a otimização geométrica é priorizada no final do processo, garantindo o fechamento da cadeia.

- f) Função completa: a função objetivo completa na primeira metade das gerações é:

$$f_{obj} = 500f_p + 100f_{geo} + 5f_{for} + 10f_{atua} \quad (7.70)$$

Na segunda metade das gerações a função objetivo completa é:

$$f_{obj} = 0,001 + 100f_{geo} + 0,0001f_{for} + 0,005f_{atua} \quad (7.71)$$

#### ETAPA 9

Com base nos resultados dos testes de simulação apresentados na Seção 7.4, são utilizados:

- Tamanho da população:  $N=30$ ;
- Fator de escala:  $F_s$  com decaimento linear ao longo das gerações, iniciando em 0,6 e reduzindo até o valor 0,4;
- Fator de recombinação:  $CR=0,9$ .

#### ETAPA 10

Com base nos resultados dos testes de simulação apresentados na Seção 7.4, é utilizado:

- Estratégia de ED:  $ED/rand/1/exp$ .

#### ETAPA 11

- Número de gerações:  $G=1500$ . Testes de simulação mostram que 1500 gerações são suficientes para o algoritmo apresentar convergência.

#### ETAPA 12

O melhor *fitness* encontrado foi  $1,6155e-5$ , correspondente a uma capacidade de força  $F_x$  de 61,89 N. O tempo médio de processamento em 10 testes realizados foi de 23,51 segundos. A junta

prismática não atinge a saturação, aplicando uma força de 53,61 N. A Tabela 7.12 mostra os valores das variáveis de decisão obtidas no melhor *fitness*. Os atuadores das juntas *B* e *C* são levados à saturação.

Tabela 7.12: Valores das variáveis de decisão do manipulador *PRRR* (Roboturb plano) no melhor *fitness*

variáveis de decisão	valores
$L_A$ – deslocamento da junta <i>A</i>	0,223102947199773 m
$\theta_B$ – ângulo da junta <i>B</i>	-1,819189850276430 rad
$\theta_C$ – ângulo da junta <i>C</i>	2,264573132674993 rad
$\theta_D$ – ângulo da junta <i>D</i>	-0,445383492704798 rad
$\tau_B$ – torque da junta <i>B</i>	9,999992890772317 Nm
$\tau_C$ – torque da junta <i>C</i>	-7,999992254492535 Nm
$\tau_D$ – torque da junta <i>D</i>	0,000000638683132 Nm

O torque na junta *D* é nulo pois a linha de ação da força  $F_x$  aplicada intercepta seu eixo. A melhor condição é obtida com o manipulador na configuração cotovelo para baixo ( $0 \text{ rad} < \theta_C < \pi \text{ rad}$ ) com um deslocamento de 0,22 m na junta prismática.

Para efeitos comparativos, foi determinada a capacidade de força do manipulador no mesmo modo de trabalho, considerando a junta prismática travada nas posições limites  $L_A=0,3 \text{ m}$  e  $L_A=0,05$  e a capacidade de força do manipulador na configuração cotovelo para cima ( $-\pi \text{ rad} < \theta_C < 0 \text{ rad}$ ).

A Tabela 7.13 mostra a capacidade de força obtida nestas condições e sua variação percentual em relação à capacidade de força máxima obtida.

Tabela 7.13: Valores de  $F_x$  do Roboturb plano para diferentes posições da junta prismática

modo de trabalho	$F_x$ obtida	Posição $L_A$ da junta prismática	variação % na $F_x$ em relação à capacidade de força máxima
cotovelo para baixo	61,89 N	0,22 m	0%
cotovelo para baixo	50,0 N	0,3 m	-19,2%
cotovelo para baixo	40,21 N	0,05 m	-35%
cotovelo para cima	31,96 N	0,3 m	-48,3%

Estes resultados mostram que a redundância cinemática pode ser aproveitada no modelo planar equivalente do Roboturb para aumentar sua capacidade de força. E uma escolha correta da configuração a ser utilizada na execução de determinada tarefa representa um aumento significativo na capacidade de força do manipulador.

### 7.2.3 Determinação da capacidade de força do manipulador PRRR (Roboturb plano) em uma direção determinada

Na Seção 7.2.1 foi otimizada a capacidade de força na direção  $x$ , condição bastante restritiva considerando que o Roboturb é utilizado em ambientes com geometria complexa. O problema pode ser generalizado para aplicação de força em uma direção qualquer, definida pelo ângulo  $\theta_{pdes}$  que representa também a orientação desejada do EF na execução da tarefa.

O objetivo é determinar a capacidade de força  $F_{dir}$  em uma direção qualquer, com  $M_z$  e a força  $F_{para}$ , aplicada em uma direção

perpendicular a  $F_{dir}$ , nulos. As forças  $F_{dir}$  e  $F_{para}$  são determinadas a partir de  $F_x$ ,  $F_y$  e  $\theta_{pdes}$  através das equações:

$$F_{dir} = F_x \cos(\theta_{pdes}) + F_y \sin(\theta_{pdes}) \quad (7.72)$$

$$F_{para} = -F_x \sin(\theta_{pdes}) + F_y \cos(\theta_{pdes}) \quad (7.73)$$

A Figura 7.13 mostra a extremidade do manipulador PRRR (Roboturbo plano) e define os sentidos positivos de  $F_{dir}$  e  $F_{para}$ . A força  $F_{dir}$  aponta sempre na direção de  $\theta_{pdes}$  e é composta vetorialmente pela soma das projeções das  $F_x$  e  $F_y$  na direção definida por  $\theta_{pdes}$ .

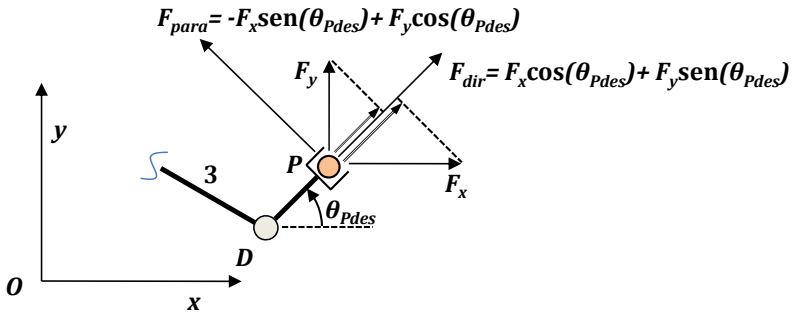


Figura 7.13: Composição da força  $F_{dir}$  a partir de  $F_x$  e  $F_y$  no manipulador PRRR

No detalhamento da metodologia proposta, são mostradas apenas as etapas diferentes daquelas apresentadas no estudo de caso da Seção 7.2.1.

#### ETAPA 1

- b) Orientação do EF: a orientação  $\theta_{pdes}$  é constante, com o efetuador apontando na direção de aplicação da força. A posição cartesiana da junta  $D$  depende do valor de  $\theta_{pdes}$  escolhido e é calculada pelas equações:

$$X_{Ddes} = X_{Pdes} - 0,05 \cos(\theta_{pdes}) \quad (7.74)$$

$$Y_{Ddes} = Y_{Pdes} - 0,05 \sin(\theta_{pdes}) \quad (7.75)$$

- c) Direção de aplicação de força: a força é aplicada na direção definida pelo ângulo  $\theta_{pdes}$ ;

- e) Forças e momentos desejados: a força  $F_{para}$  e o momento  $M_z$  de aplicados pelo manipulador no meio devem ser nulos.

#### ETAPA 5

- a) Erro geométrico: a matriz de transformação homogênea  $T_{des}$  que representa a posição e orientação desejadas é:

$$T_{des} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{Pdes}) & -\text{sen}(\theta_{Pdes}) & 0 & X_{Pdes} \\ \text{sen}(\theta_{Pdes}) & \cos(\theta_{Pdes}) & 0 & Y_{Pdes} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.76)$$

A matriz de transformação homogênea  $T$  que define a posição e orientação real é:

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_p) & -\text{sen}(\theta_p) & 0 & X_p \\ \text{sen}(\theta_p) & \cos(\theta_p) & 0 & Y_p \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.77)$$

Através das equações (6.1), (6.2) e (6.3) é possível obter o erro de posição  $e_{pos}$  e o erro de orientação  $e_{or}$ .

#### ETAPA 8

- a) Parcela principal: a parcela principal da função objetivo é:

$$f_p = \frac{1}{|F_{dir}|} \quad \text{se } F_{dir} > 0 \quad (7.78)$$

Se a força é negativa, penaliza-se a função objetivo principal na forma:

$$f_p = \frac{1}{|F_{dir}|} - 100F_{dir} \quad \text{se } F_{dir} < 0 \quad (7.79)$$

- c) Parcela de força: a parcela de força da função objetivo é:

$$f_{for} = k_3 |F_{para}| + k_4 |M_z| \quad (7.80)$$

Para as constantes  $k_3$  e  $k_4$  adotou-se o valor 1.

## ETAPA 12

Para verificar o funcionamento da metodologia, foi definido arbitrariamente  $\theta_{pdes}=\pi/4$  rad. O melhor *fitness* encontrado foi  $2,6897e-5$ , correspondente a uma capacidade de força  $F_{dir}$  de 37,18 N. A junta prismática não atinge a saturação, aplicando uma força de 35,91 N. A Tabela 7.14 mostra os valores das variáveis de decisão obtidas no melhor *fitness*. Apenas o atuador da junta  $B$  é levado à saturação.

Tabela 7.14: Valores das variáveis de decisão do manipulador  $PRRR$  (Roboturb plano) no melhor *fitness* com  $\theta_{pdes}=\pi/4$  rad

variáveis de decisão	valores
$L_A$ – deslocamento da junta $A$	0,3000000000000000 rad
$\theta_B$ – ângulo da junta $B$	0,073413260526988 rad
$\theta_C$ – ângulo da junta $C$	-2,183905671638252 rad
$\theta_D$ – ângulo da junta $D$	2,895890574515390 rad
$\tau_B$ – torque da junta $B$	10,00000000000000 Nm
$\tau_C$ – torque da junta $C$	2,712961441500319 Nm
$\tau_D$ – torque da junta $D$	-0,000000000016168 Nm

O torque na junta  $D$  é nulo. Comparativamente com a capacidade de força na direção  $x$ , ocorreu uma redução significativa. Variando o valor de  $\theta_{pdes}$ , é possível obter informações sobre a capacidade de força do manipulador em diferentes direções, em procedimento semelhante ao realizado com o manipulador  $3-RRR$  na Seção 7.1.3.

#### 7.2.4 Determinação da capacidade de força do manipulador PRRR (Roboturb plano) em uma direção determinada com as demais ações livres

Ao executar o esmerilhamento, é possível que o meio, além de absorver a força desejada em uma direção específica, suporte também sem prejuízos à tarefa forças e momentos em outras direções. Nestas condições, o objetivo é determinar a capacidade de força  $F_{dir}$  em uma direção qualquer, com  $M_z$  e a força  $F_{para}$  podendo assumir valores diferentes de zero. Os índices de desempenho apresentados na Seção 4.3 são utilizados para identificar as condições de carregamento presentes. No detalhamento da metodologia proposta, são mostradas apenas as etapas diferentes daquelas apresentadas no estudo de caso da Seção 7.2.3.

##### ETAPA 1

- b) Orientação do EF: a orientação é constante e o valor escolhido para os testes é  $\theta_{pdes} = 0$  rad;
- c) Direção de aplicação de força: a força é aplicada na direção  $x$  do sistema de coordenadas, no sentido positivo. Logo a capacidade de força  $F_{dir}$  é igual a  $F_x$
- e) Forças e momentos desejados: a força  $F_{para}$  e o momento  $M_z$  de aplicados pelo manipulador no meio podem assumir valores diferentes de zero.

##### ETAPA 7

- a) Restrições de forças e momentos: as restrições de força dependem da capacidade do meio em suportar ações. Se o meio não consegue suportar ações adicionais, tanto a força  $F_{para}$  como o momento  $M_z$  devem ser nulos. O índice de desempenho utilizado para identificar esta situação de carregamento é  $F_{dir}$ . A restrição de força utilizada é a mesma da Seção 7.2.1.

Se o meio consegue suportar apenas forças adicionais, mas não momentos, o índice de desempenho utilizado para identificar esta situação de carregamento é  $^F F_{dir}$ . A restrição de força é expressa por:

$$M_z = 0 \quad (7.81)$$

Se o meio consegue suportar apenas momentos adicionais, mas não forças, o índice de desempenho utilizado para identificar esta situação de carregamento é  $^M F_{dir}$ . A restrição de força é expressa por:

$$F_{para} = 0 \quad (7.82)$$

Se o meio consegue suportar momentos e forças adicionais, o índice de desempenho utilizado para identificar esta situação de carregamento é  $^{FM} F_{dir}$  e não existem restrições de força.

## ETAPA 8

- c) Parcela de força: a parcela de força da função objetivo varia de acordo com as condições do problema. Se o valor de  $M_z$  é obrigatoriamente zero:

$$f_{for} = |M_z| \quad (7.83)$$

Se o valor de  $F_{para}$  é obrigatoriamente zero:

$$f_{for} = |F_{para}| \quad (7.84)$$

## ETAPA 12

A Tabela 7.15 mostra os valores de  $F_{dir}$  obtidos em diferentes condições de contato, considerando  $\theta_{pdes} = 0$  rad. A primeira coluna mostra o índice de desempenho conforme condições de carregamento impostas. O aumento % na  $F_{dir}$  é calculado tendo como referência o valor obtido com  $F_{para}$  e  $M_z$  nulos.



Tabela 7.15: Valores de  $F_{dir}$  do manipulador PRRR (Roboturb plano) obtidos em diferentes condições de contato com  $\theta_{pdes}=0$  rad

índice	$F_{dir}$ obtida	aumento % na $F_{dir}$	$F_{para}$	$M_z$	$F_A$	atuadores saturados
$F_{dir}$	61,89 N	0%	0	0	53,61 N	B e C
$^F F_{dir}$	62,91 N	1,6%	-9,33 N	0	49,81 N	B e C
$^M F_{dir}$	71,91 N	16,2%	0	-4,38 Nm	62,27 N	B e C
$^{FM} F_{dir}$	75,98 N	22,7%	6,16 N	-6,31 Nm	68,88 N	B, C e D

A variação na capacidade de força em função do tipo de carregamento pode ser mais significativa em outras direções definidas por  $\theta_{pdes}$ . O problema de otimização em estudo é reproduzido na direção  $\theta_{pdes} = \pi/4$  rad e os valores obtidos são mostrados na Tabela 7.16.

Tabela 7.16: Valores de  $F_{dir}$  obtidos do manipulador PRRR (Roboturb plano) em diferentes condições de contato com  $\theta_{pdes}=\pi/4$  rad

índice	$F_{dir}$ obtida	aumento % na $F_{dir}$	$F_{para}$	$M_z$	$F_A$	atuadores saturados
$F_{dir}$	37,18 N	0%	0	0	35,91 N	B
$^F F_{dir}$	51,68 N	39%	-31,83 N	0	58,16 N	B e C
$^M F_{dir}$	59,48 N	60%	0	-6,00 Nm	57,45 N	B e D
$^{FM} F_{dir}$	64,98 N	74,8%	23,17 N	-7,15 Nm	56,77 N	B, C e D

Nas duas direções experimentadas é verificado que a presença de ações compostas no contato permite um aumento da capacidade de força na direção desejada. Para  $\theta_{pdes} = 0$  rad, o aumento da capacidade de força com  $M_z$  e  $F_{para}$  livres é em torno de 22,7%. Para  $\theta_{pdes} = \pi/4$  rad, o aumento da capacidade de força com  $M_z$  e  $F_{para}$  livres é mais significativo, em torno de 74,8%.

### 7.2.5 Determinação da capacidade de força do manipulador PRRR (Roboturb plano) na direção $x$ com $Y_P$ livre

Em comparação com o estudo de caso apresentado na Seção 7.2.1, a coordenada  $Y_P$  do ponto de contato passa a ser uma variável de decisão, podendo variar ao longo do processo de otimização em um intervalo definido. Na execução da tarefa, esta condição pode ser entendida como um grau de liberdade adicional, possibilitando que a interação entre o manipulador e o meio ocorra no ponto onde o manipulador apresenta maior capacidade de força. A força é aplicada na direção  $x$  ( $\theta_P = 0$  rad) e a coordenada  $X_P$  do ponto de contato é considerada constante. O problema consiste portanto em determinar a capacidade de força  $F_{dir}$  do manipulador na direção  $x$ , sendo a força  $F_y$  e o momento  $M_z$  nulos, a orientação do EF constante e a coordenada  $Y_P$  do ponto de contato variável. No detalhamento da metodologia proposta, são mostradas apenas as etapas diferentes daquelas apresentadas no estudo de caso da Seção 7.2.1

#### ETAPA 1

- a) Ponto de contato: o ponto de contato  $P$  entre o manipulador e o meio é definido pela coordenada  $X_{Pdes} = 0,7$  m e pela coordenada  $Y_{Pdes}$ , definida no intervalo  $[0,1, 0,5]$  m.

#### ETAPA 5

- a) Erro geométrico: a matriz de transformação homogênea  $T_{des}$  genérica que representa a posição e orientação desejadas é:

$$T_{des} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{Pdes}) & -\text{sen}(\theta_{Pdes}) & 0 & X_{Pdes} \\ \text{sen}(\theta_{Pdes}) & \cos(\theta_{Pdes}) & 0 & Y_{Pdes} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.85)$$

Como  $\theta_p$  vale zero e a coordenada  $X_{Pdes}$  é conhecida, a matriz  $T_{des}$  pode ser escrita apenas em função de  $Y_{Pdes}$ :

$$T_{des} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0,7 \\ 0 & 1 & 0 & Y_{Pdes} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.86)$$

A matriz de transformação homogênea  $T$  que define a posição e orientação real é:

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_p) & -\text{sen}(\theta_p) & 0 & X_p \\ \text{sen}(\theta_p) & \cos(\theta_p) & 0 & Y_p \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.87)$$

Através das equações (6.1), (6.2) e (6.3) é possível obter o erro de posição  $e_{pos}$  e o erro de orientação  $e_{or}$ .

## ETAPA 6

- a) Variáveis de decisão: as variáveis de decisão são os torques  $\tau_B$ ,  $\tau_C$  e  $\tau_D$  dos atuadores, as posições  $L_A$ ,  $\theta_B$ ,  $\theta_C$  e  $\theta_D$  das juntas e a posição cartesiana  $Y_{Pdes}$  do efetuador;
- b) Espaço de busca: o espaço de busca para o problema em estudo é definido por:

$$\begin{aligned} 0,05 \text{ m} &< L_A < 0,3 \text{ m} \\ -\pi \text{ rad} &< \theta_B < \pi \text{ rad} \\ -\pi \text{ rad} &< \theta_C < \pi \text{ rad} \\ -\pi \text{ rad} &< \theta_D < \pi \text{ rad} \\ -10 \text{ Nm} &< \tau_B < 10 \text{ Nm} \\ -8 \text{ Nm} &< \tau_C < 8 \text{ Nm} \\ -4 \text{ Nm} &< \tau_D < 4 \text{ Nm} \\ 0,1 \text{ m} &< Y_{Pdes} < 0,5 \text{ m} \end{aligned} \quad (7.88)$$

## ETAPA 12

O melhor *fitness* encontrado foi 1,4557e-4, correspondente a uma capacidade de força  $F_x$  de 68,69 N. Este valor foi obtido em duas posições,  $Y_{Pdes}=0,1544$  m e  $Y_{Pdes}=0,4456$  m, sendo que cada uma destas posições ocorre em um modo de trabalho distinto. Como ao longo do espaço de busca da variável  $Y_{Pdes}$  é possível

alcançar configurações simétricas, obteve-se exatamente a mesma capacidade de força nas configurações cotovelo para cima ( $-\pi \text{ rad} < \theta_c < 0 \text{ rad}$ ) e cotovelo para baixo ( $0 \text{ rad} < \theta_c < \pi \text{ rad}$ ). A Figura 7.14 mostra o manipulador *PRRR* (Roboturb plano) nas duas posições em que a maior capacidade de força foi encontrada.

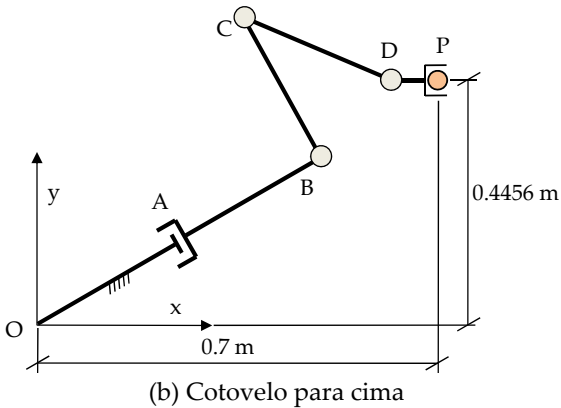
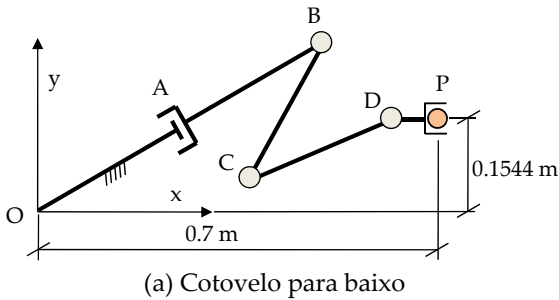


Figura 7.14: Duas posições do manipulador *PRRR*, em modos de trabalho distintos, onde a maior capacidade de força com  $Y_{pdes}$  livre foi obtida

Os valores das variáveis de decisão obtidas no melhor *fitness* para cada configuração são mostrados na Tabela 7.17. Nos dois modos de trabalho, os atuadores das juntas B e C são levados à saturação.

Tabela 7.17: Valores das variáveis de decisão do manipulador PRRR (Roboturb plano) no melhor *fitness* com  $Y_{Pdes}$  livre

variáveis de decisão	valores cotovelo para baixo	valores cotovelo para cima
$L_A$ – deslocamento da junta A	0,3000 rad	0,3000 m
$\theta_B$ – ângulo da junta B	-2,0794 rad	2,0794 rad
$\theta_C$ – ângulo da junta C	2,4781 rad	-2,4781 rad
$\theta_D$ – ângulo da junta D	-0,3987 rad	0,3987 rad
$\tau_B$ – torque da junta B	10,0000 Nm	-10,0000 Nm
$\tau_C$ – torque da junta C	-8,0000 Nm	8,0000 Nm
$\tau_D$ – torque da junta D	0,0000 Nm	0,0000 Nm
$Y_{Pdes}$ – coordenada Y do EF	0,1544 m	0,4456 m

O torque na junta D é nulo. Nas duas configurações, a posição da junta prismática é  $L_A=0,3$  m.

Em comparação com a capacidade de força  $F_{dir}=61,89$  N obtida no estudo de caso apresentado na Seção 7.2.1, a possibilidade de variar o ponto de contato no intervalo especificado permitiu um aumento de 11% na capacidade de força do manipulador.

### 7.2.6 Determinação da capacidade de força do manipulador PRRR (Roboturb plano) na direção $x$ , a partir da cinemática inversa de posição

O problema de otimização é idêntico ao estudado na Seção 7.2.1. Mas as equações da cinemática inversa de posição do manipulador PRRR são utilizadas para reduzir o tempo de processamento. Como o manipulador em estudo possui grau de redundância cinemática igual a 1, conhecida a posição e orientação do efetuador, basta definir o modo de trabalho e a posição de uma

das juntas para que a posição das demais juntas do manipulador seja conhecida.

O deslocamento  $L_A$  da junta prismática é escolhido como variável de decisão e as coordenadas das demais juntas são obtidas a partir de  $L_A$ . Para definir o modo de trabalho do manipulador, é utilizada uma variável binária que assume os valores 0 ou 1. Como a ED trabalha apenas com variáveis contínuas, para representar a variável binária é utilizada uma variável de decisão  $W_m$  com espaço de busca no intervalo  $[0, 1]$ , cujo valor é sempre arredondado para o inteiro mais próximo. Desta forma,  $W_m$  assume o valor 0 quando o manipulador está no modo de trabalho cotovelo para cima ( $-\pi \text{ rad} < \theta_C < 0 \text{ rad}$ ) e o valor 1 quando o manipulador está no modo de trabalho cotovelo para baixo ( $0 \text{ rad} < \theta_C < \pi \text{ rad}$ ).

No detalhamento da metodologia proposta, são mostradas apenas as etapas diferentes daquelas apresentadas no estudo de caso da Seção 7.2.1

#### ETAPA 4

- a) Posição e orientação do EF: como as coordenadas do ponto de contato  $P$  e da junta  $D$  são conhecidos, obtém-se a partir do deslocamento  $L_A$  e da configuração do manipulador as coordenadas cartesianas  $X_B, Y_B, X_C, Y_C$  da posição das juntas e as coordenadas  $\theta_B, \theta_C$  e  $\theta_D$  das juntas. A orientação  $\theta_P$  do efetuador é soma dos ângulos das juntas.

$$\theta_P = \theta_B + \theta_C + \theta_D \quad (7.89)$$

#### ETAPA 5

- b) Erro geométrico simplificado: aproveitando-se o conhecimento geométrico, o erro geométrico pode ser definido de forma simplificada pela diferença entre o comprimento calculado e o comprimento real dos elos 2 e 3, na forma:

$$e_g = (0,3^2 - ((X_B - X_C)^2 + (Y_B - Y_C)^2)) + (0,3^2 - ((X_C - X_{Ddes})^2 + (Y_C - Y_{Ddes})^2)) \quad (7.90)$$

### ETAPA 6

- a) Variáveis de decisão: as variáveis de decisão são os torques  $\tau_B$ ,  $\tau_C$  e  $\tau_D$  dos atuadores, a posição  $L_A$  da junta prismática e a variável  $W_m$  que define a configuração do manipulador;
- b) Espaço de busca: o espaço de busca para o problema em estudo é:

$$\begin{aligned} 0,05 \text{ m} < L_A < 0,3 \text{ m} \\ -10 \text{ Nm} < \tau_B < 10 \text{ Nm} \\ -8 \text{ Nm} < \tau_C < 8 \text{ Nm} \\ -4 \text{ Nm} < \tau_D < 4 \text{ Nm} \\ 0 < W_m < 1 \end{aligned} \quad (7.91)$$

### ETAPA 8

- e) Pesos: utilizando o conhecimento geométrico, não há necessidade de priorizar o fechamento da cadeia na segunda metade das gerações. Utilizou-se em todas as gerações  $P_1=500$ ,  $P_2=100$ ,  $P_3=5$  e  $P_4=10$ .

### ETAPA 12

Como esperado, a capacidade de força  $F_x=61,89$  N obtida é a mesma do estudo de caso da Seção 7.2.1. Mas o tempo médio de processamento em 10 testes realizados foi de 5,92 segundos, o que representa uma redução de aproximadamente 75% em comparação com o tempo obtido sem utilizar a cinemática inversa de posição. A Figura 7.15 mostra a evolução do *fitness* médio ao longo das gerações em 10 testes realizados.

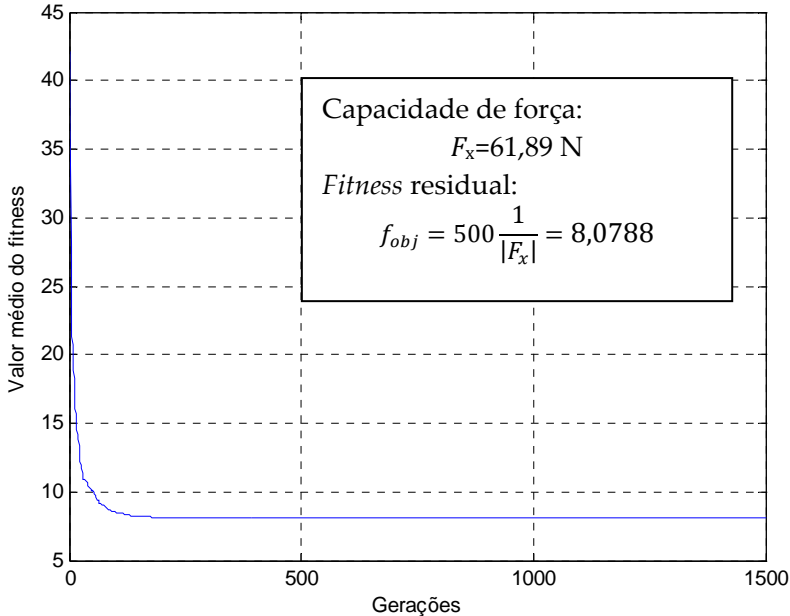


Figura 7.15: Evolução do valor médio do *fitness* em 10 testes com  $G=1500$  na otimização de força do manipulador *PRRR*

A convergência é rápida, possibilitando a redução do número de gerações sem prejuízo ao resultado final. A Figura 7.16 mostra a evolução do *fitness* médio ao longo das gerações em 10 testes realizados com  $G=300$ . O algoritmo apresentou boa convergência e o tempo médio de processamento foi reduzido para 1,29 segundos, o que representa uma redução de aproximadamente 94,5% em comparação com o tempo obtido no estudo de caso apresentado na Seção 7.2.1.



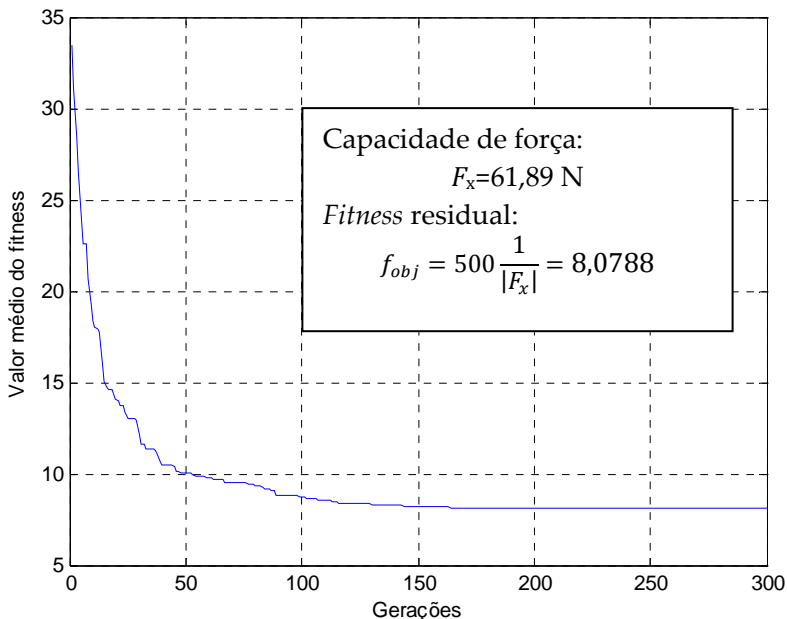


Figura 7.16: Evolução do valor médio do *fitness* em 10 testes com  $G=300$  na otimização de força do manipulador PRRR

Para o cálculo da capacidade de força em um único ponto esta redução pode não ser relevante. Mas se o objetivo é determinar a capacidade de força do manipulador em todo seu espaço de trabalho, a utilização de conhecimentos geométricos na formulação do problema reduz significativamente o tempo total de processamento sem comprometer a validade do resultado encontrado.

### 7.2.7 Determinação da capacidade de força do Roboturb espacial

O problema consiste em determinar a capacidade de força  $F_{dir}$  na direção  $x$  do Roboturb espacial mostrado na Figura 7.10,

sendo a força  $F_y$  e o momento  $M_z$  nulos. A posição e orientação do efetuador são constantes ao longo do procedimento de otimização. A abordagem do problema espacial exige algumas alterações em relação ao modelo plano, detalhadas nas etapas descritas a seguir.

### ETAPA 1

- a) Ponto de contato: o ponto de contato  $P$  entre o manipulador e o meio é constante durante o processo de otimização. Neste estudo de caso, o ponto de contato escolhido é definido pelas coordenadas  $X_{pdes}=0,4$  m,  $Y_{pdes}=0,3$  m e  $Z_{pdes}=-0,089$  m
- b) Orientação do EF: a orientação  $\theta_{pdes}$  é constante, com o efetuador apontando na direção de aplicação da força.
- c) Direção de aplicação de força: a força é aplicada na direção  $x$  do sistema de coordenadas, no sentido positivo. Logo a capacidade de força  $F_{dir}$  é igual a  $F_x$ .
- d) Configurações do manipulador: manipulador pode assumir qualquer um dos modos de trabalho possíveis;
- e) Forças e momentos desejados: a força  $F_y$  e o momento  $M_z$  de aplicados pelo manipulador no meio devem ser nulos.

### ETAPA 2

- a) Mobilidade:  $M=7$ ;
- b) Grau líquido de restrição:  $C_n=6$ ;
- c) Grau de redundância cinemática:  $R=1$ ;
- d) Grau de redundância de atuação:  $R_a=0$ ;

### ETAPA 3

- a) Grafo: o grafo do Roboturb é mostrado na Figura 7.17. Os vértices e arestas estão identificados de acordo com o modelo esquemático da Figura 7.10;

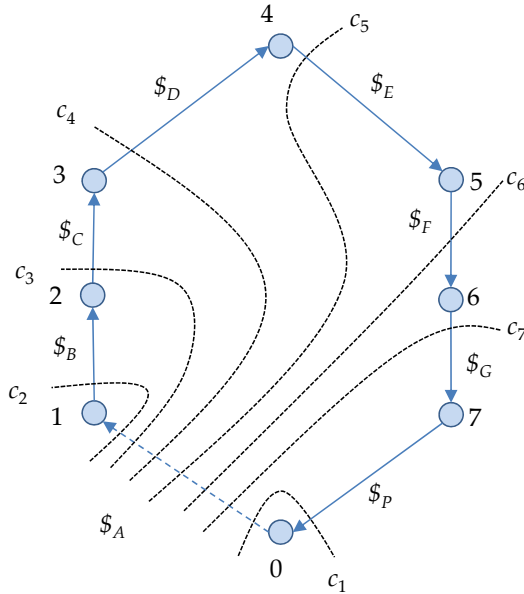


Figura 7.17: Grafo do Roboturb espacial

- b) Cortes: os sete cortes estão indicados na Figura 7.17;  
 c) Matriz de ações: a matriz de ações de rede é:

$$A_N = \begin{bmatrix} \$P & -\$A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\$A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\$A & \$C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\$A & 0 & \$D & \$D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\$A & 0 & 0 & 0 & \$E & 0 & 0 \\ 0 & -\$A & 0 & 0 & 0 & 0 & \$F & 0 \\ 0 & -\$A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \$G \end{bmatrix} \quad (7.92)$$

- d) Heliforças: cada heliforça deve ser escrita como uma soma de suas seis componentes básicas. Nas juntas rotativas, o eixo de atuação varia em função da posição das juntas do manipulador. As heliforças que representam os momentos devem ser decompostas nas direções cartesianas do sistema de coordenadas da base. Esta decomposição pode ser obtida com a utilização da matriz de rotação  $R$  que define a orientação do sistema de

coordenadas fixo ao elo  $i$  em relação à base, escrita de forma genérica por:

$$R = \begin{bmatrix} n_x & t_x & b_x \\ n_y & t_y & b_y \\ n_z & t_z & b_z \end{bmatrix} \quad (7.93)$$

onde  $n$ ,  $t$  e  $b$  são os vetores unitários que apontam nas direções cartesianas do sistema fixo ao elo  $i$  e aparecem na matriz de rotação decompostos nas direções cartesianas do sistema fixo da base. Como exemplo, a heliforça da junta  $B$  é escrita na forma:

$$\begin{aligned} \$_B = & \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} M_{B1} + \begin{Bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} M_{B2} + \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tau_B \\ & + \begin{Bmatrix} 0 \\ Z_B \\ -Y_B \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} F_{x_B} + \begin{Bmatrix} -Z_B \\ 0 \\ X_B \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} F_{y_B} + \begin{Bmatrix} Y_B \\ -X_B \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} F_{z_B} \end{aligned} \quad (7.94)$$

onde  $M_{B1}$  e  $M_{B2}$  são momentos perpendiculares ao momento do atuador  $\tau_B$ . As heliforças das demais juntas prismáticas são obtidas de forma similar. A força  $F_A$  aplicada pela junta prismática aponta sempre na direção  $y$  do sistema de coordenadas da base e sua posição foi definida na origem do sistema fixo. Logo a heliforça da junta  $A$  é escrita na forma:

$$\$_A = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} M_{x_A} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} M_{y_A} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} M_{z_A} \quad (7.95)$$

$$+ \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} F_{x_A} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} F_A + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} F_{z_A}$$

- e) Variáveis primárias: as variáveis primárias são os torques dos atuadores. Como o manipulador apresenta redundância cinemática, a força  $L_A$  é dependente dos torques nas juntas e entra como variável secundária no equacionamento estático;
- f) Variáveis secundárias: as variáveis secundárias de interesse são  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $M_z$  e  $F_A$ . Da equação de equilíbrio (7.96) obtém-se o valor de todas as variáveis secundárias a partir das variáveis primárias

$$[\psi_s]_{42,1} = - [\hat{A}_{Ns}^{-1}]_{42,42} [\hat{A}_{Np}]_{42,6} \begin{Bmatrix} \tau_B \\ \tau_C \\ \tau_D \\ \tau_E \\ \tau_F \\ \tau_G \end{Bmatrix} \quad (7.96)$$

#### ETAPA 4

- a) Posição e orientação do EF: a matriz de transformação homogênea  $T$  define a posição e orientação reais do manipulador em função das coordenadas das juntas. Pode ser obtida por qualquer um dos métodos existentes na literatura (TSAI, 1999).

#### ETAPA 5

- a) Erro geométrico: a matriz de transformação homogênea  $T_{des}$  que define a posição e orientação desejadas do efetuador é constante. A matriz de transformação homogênea  $T$  que define a posição e orientação reais foi definida na etapa 4. A partir destas duas matrizes obtém-se o erro de posição  $e_{pos}$  e o erro de orientação  $e_{or}$

utilizando-se as equações (6.1), (6.2) e (6.3). O erro geométrico é definido por:

$$e_g = k_1 e_{pos} + k_2 e_{or} \quad (7.97)$$

Para as constantes  $k_1$  e  $k_2$  adotou-se o valor 1.

b) Erro geométrico simplificado: não se aplica.

## ETAPA 6

- a) Variáveis de decisão: as variáveis de decisão são os torques  $\tau_B, \tau_C, \tau_D, \tau_E, \tau_F$  e  $\tau_G$  dos atuadores e as posições  $L_A, \theta_B, \theta_C, \theta_D, \theta_E, \theta_F$  e  $\theta_G$  das juntas;
- b) Espaço de busca: os torques dos atuadores são limitados pelas características construtivas do manipulador. O limite de deslocamento da junta prismática depende do comprimento do trilho utilizado, que pode variar de acordo com a tarefa a ser executada. Os deslocamentos angulares possíveis dependem da geometria do manipulador. O espaço de busca para o problema em estudo é:

$$\begin{aligned} 0,25 \text{ m} < L_A < 0,35 \text{ m} & \quad (7.98) \\ -\pi \text{ rad} < \theta_B < \pi \text{ rad} \\ -\pi \text{ rad} < \theta_C < \pi \text{ rad} \\ -\pi \text{ rad} < \theta_D < \pi \text{ rad} \\ -\pi \text{ rad} < \theta_E < \pi \text{ rad} \\ -\pi \text{ rad} < \theta_F < \pi \text{ rad} \\ -\pi \text{ rad} < \theta_G < \pi \text{ rad} \\ -10 \text{ Nm} < \tau_B < 10 \text{ Nm} \\ -10 \text{ Nm} < \tau_C < 10 \text{ Nm} \\ -8 \text{ Nm} < \tau_D < 8 \text{ Nm} \\ -4 \text{ Nm} < \tau_E < 4 \text{ Nm} \\ -4 \text{ Nm} < \tau_F < 4 \text{ Nm} \\ -4 \text{ Nm} < \tau_G < 4 \text{ Nm} \end{aligned}$$

## ETAPA 7

- a) Restrições de forças e momentos: as cinco equações de restrição de força são obtidas da equação (7.96). São expressas por:

$$\begin{aligned} F_y &= 0 \\ F_z &= 0 \\ M_x &= 0 \\ M_y &= 0 \\ M_z &= 0 \end{aligned} \quad (7.99)$$

- b) Restrições de atuação: como a força da junta prismática não é variável de decisão, deve ser tratada como uma restrição que penaliza a função objetivo. A restrição de atuação é:

$$|F_A| < 70 \text{ N} \quad (7.100)$$

## ETAPA 8

- a) Parcela principal: a parcela principal da função objetivo é:

$$f_p = \frac{1}{|F_x|} \quad \text{se } F_x > 0 \text{ N} \quad (7.101)$$

Se a força é negativa, penaliza-se a função objetivo por:

$$f_p = \frac{1}{|F_x|} - 100F_x \quad \text{se } F_x < 0 \text{ N} \quad (7.102)$$

- b) Parcela geométrica: a parcela geométrica da função objetivo é:

$$f_{geo} = e_g \quad (7.103)$$

- c) Parcela de força: a parcela de força da função objetivo é:

$$f_{for} = k_3(|F_y| + |F_z|) + k_4(|M_x| + |M_y| + |M_z|) \quad (7.104)$$

Para as constantes  $k_3$  e  $k_4$  adotou-se o valor 1.

- d) Parcela de atuação: a parcela de atuação da função objetivo só existe quando o atuador da junta prismática atinge seu limite. Penaliza a função objetivo principal na forma:

$$f_{atua} = |F_A| \quad \text{se } |F_A| > 70 \text{ N} \quad (7.105)$$

- e) Pesos: para ponderar a contribuição de cada uma das parcelas, utilizou-se na primeira metade das gerações  $P_1=50$ ,  $P_2=100$ ,  $P_3=5$  e  $P_4=10$ . Na segunda metade das gerações utilizou-se  $P_1=0,0001$ ,  $P_2=100$ ,  $P_3=0,0001$  e  $P_4=0,005$ . Com esta abordagem, a otimização geométrica é priorizada no final do processo, garantindo o fechamento da cadeia.
- f) Função completa: a função objetivo completa na primeira metade das gerações é:

$$f_{obj} = 50f_p + 100f_{geo} + 5f_{for} + 10f_{atua} \quad (7.106)$$

Na segunda metade das gerações, a função objetivo é:

$$f_{obj} = 0,0001f_p + 100f_{geo} + 0,0001f_{for} + 0,005f_{atua} \quad (7.107)$$

#### ETAPA 9

Com base nos resultados dos testes de simulação apresentados na Seção 7.4, são utilizados:

- Tamanho da população:  $N=40$ ;
- Fator de escala:  $F_s$  com decaimento linear ao longo das gerações, iniciando em 0,6 e reduzindo até o valor 0,4;
- Fator de recombinação:  $CR=0,9$ .

#### ETAPA 10

Com base nos resultados dos testes de simulação apresentados na Seção 7.4, é utilizado:

- Estratégia de ED: ED/rand/1/exp.

#### ETAPA 11

- Número de gerações:  $G=1500$ .

#### ETAPA 12

O melhor *fitness* encontrado foi  $5,5602e-6$ , correspondente a uma capacidade de força  $F_x$  de 17,98 N. A Tabela 7.18 mostra os valores das variáveis de decisão obtidas no melhor *fitness*.



Tabela 7.18: Valores das variáveis de decisão do Roboturb espacial no melhor *fitness*

variáveis de decisão	valores
$L_A$ – deslocamento da junta A	-0,255841436766456 m
$\theta_B$ – ângulo da junta B	-0,000000372977172 rad
$\theta_C$ – ângulo da junta C	1,049372617186499 rad
$\theta_D$ – ângulo da junta D	0,352063488418462 rad
$\theta_E$ – ângulo da junta E	3,141591606953095 rad
$\theta_F$ – ângulo da junta F	1,401436800409113 rad
$\theta_G$ – ângulo da junta G	3,141592477154664 rad
$\tau_B$ – torque da junta B	1,601023409288864 Nm
$\tau_C$ – torque da junta C	-9,998638541296238 Nm
$\tau_D$ – torque da junta D	-5,319283571354330 Nm
$\tau_E$ – torque da junta E	-0,000060273911129 Nm
$\tau_F$ – torque da junta F	0,000002343711516 Nm
$\tau_G$ – torque da junta G	0,000011544989554 Nm

A linha de ação da força de contato  $F_x$  intercepta o ponto que define o centro do punho esférico, logo os torques nas juntas E, F e G são nulos. Apenas o atuador da junta C é levado à saturação. Devido à direção definida para a força de contato, a força na junta prismática é nula.

A Figura 7.18 mostra a vista superior do modelo espacial do Roboturb na configuração em que o melhor *fitness* foi obtido, com as coordenadas fornecidas em milímetros. A Figura 7.19 mostra uma visão tridimensional do Roboturb na melhor configuração obtida.

O ponto de contato  $X_{pdes}=0,4$  m e  $Y_{pdes}=0,3$  m foi definido no flange do manipulador. As dimensões da ferramenta podem ser incluídas na formulação do problema através de uma matriz de transformação homogênea que define um novo ponto de contato.

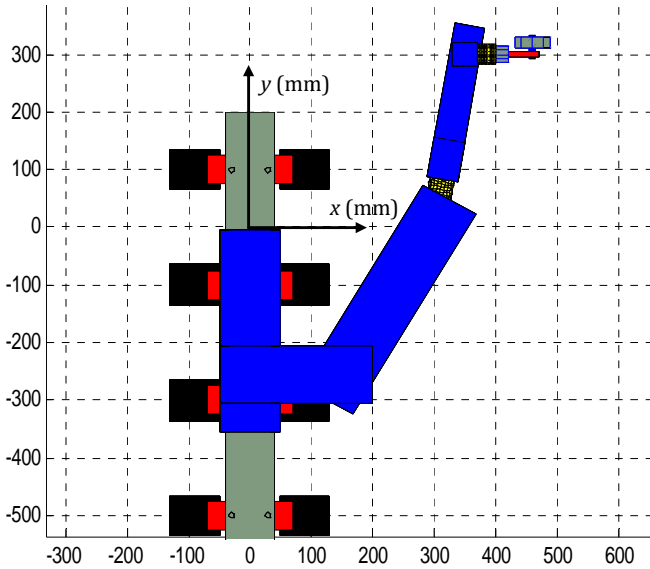


Figura 7.18: Melhor configuração do Roboturb espacial na determinação da capacidade de força

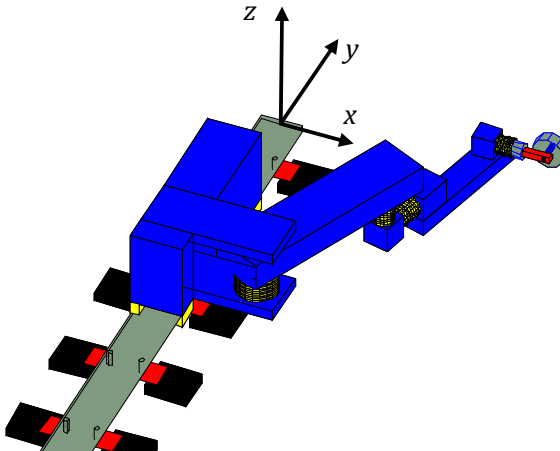


Figura 7.19: Visão tridimensional do Roboturb espacial na melhor configuração obtida para determinação da capacidade de força

### 7.2.8 Análise dos resultados do Roboturb

A metodologia apresentada resolveu de maneira satisfatória os problemas de otimização da capacidade de força do Roboturb plano e espacial. Foi comprovado que a inclusão de diferentes ações de contato e a redundância cinemática podem ser utilizadas de forma eficiente para aumentar em até 70% sua capacidade de força. Devido à complexidade dos problemas estudados, houve necessidade de utilizar duas funções objetivos, uma para a primeira metade das gerações, dando mais ênfase à capacidade de força, e a segunda na segunda metade das gerações, garantindo o fechamento da cadeia e a obtenção de uma solução geometricamente possível. Foi verificado também que a utilização de conhecimentos sobre a cinemática inversa de posição facilita a convergência e reduz o tempo de processamento do algoritmo significativamente. Conclusões específicas sobre a possibilidade de utilização do Roboturb na tarefa de esmerilhamento são apresentadas no Capítulo 8.

## 7.3 CAPACIDADE DE FORÇA AO LONGO DE UMA TRAJETÓRIA PARA O MANIPULADOR PRRR (ROBOTURB PLANO)

Neste estudo de caso, o objetivo é determinar a capacidade de força ao longo de uma trajetória do manipulador PRRR (Roboturb plano). A tarefa consiste em aplicar uma força na direção  $x$ , ao longo de uma trajetória definida pela coordenada  $X_{pdes}=0,7$  m e pela coordenada  $Y_{pdes}$  variando no intervalo  $[0,1, 0,5]$  m. A orientação  $\theta_{pdes}$  do efetuador é constante e igual a 0 rad em toda a trajetória. A velocidade desejada de deslocamento é de 0,01 m/s. A trajetória desejada é gerada considerando-se uma distância de

0,005 m entre dois pontos consecutivos. Logo, o tempo de deslocamento entre dois pontos consecutivos é de 0,5 s

A velocidade máxima de cada uma das juntas (SIMAS; GUENTHER, 2000) e o deslocamento máximo possível de cada junta entre dois pontos consecutivos são mostrados na Tabela 7.19.

Tabela 7.19: Velocidade das juntas do manipulador *PRRR* (Roboturb plano)

identificação da junta	velocidade máxima	deslocamento máximo em 0.5 s
junta prismática <i>A</i>	0,2 m/s	0,1 m
junta rotativa <i>B</i>	4 rad/s	2,0 rad
junta rotativa <i>C</i>	5 rad/s	2,5 rad
junta rotativa <i>D</i>	5 rad/s	2,5 rad

Escolhendo-se inicialmente a configuração cotovelo para cima ( $-\pi \text{ rad} < \theta_C < 0 \text{ rad}$ ), determina-se da capacidade de força no ponto inicial da trajetória definido pelas coordenadas  $X_{Pdes}=0,4 \text{ m}$  e  $Y_{Pdes}=0,1 \text{ m}$ . No ponto seguinte, a capacidade força é determinada com o manipulador na mesma configuração e com os deslocamentos de cada uma das juntas restritos ao seus deslocamentos máximos possíveis. Calcula-se a seguir a capacidade de força para todos os pontos da trajetória e repete-se o procedimento com o manipulador na configuração cotovelo para baixo ( $0 \text{ rad} < \theta_C < \pi \text{ rad}$ ).

A capacidade de força obtida para cada uma das configurações ao longo da trajetória desejada é mostrada na Figura 7.20. Na configuração cotovelo para cima ( $-\pi \text{ rad} < \theta_C < 0 \text{ rad}$ ), a mínima capacidade de força máxima ocorre na coordenada  $Y_{Pdes}=0,145 \text{ m}$ , atingindo o valor de 30,96 N. Na configuração cotovelo para baixo ( $0 \text{ rad} < \theta_C < \pi \text{ rad}$ ), a mínima capacidade de força máxima ocorre na coordenada  $Y_{Pdes}=0,365 \text{ m}$ , atingindo o valor de 27,32 N. A capacidade de força máxima é aproximadamente a mesma nos

dois casos, mas não é uma informação decisiva na determinação da capacidade de força ao longo da trajetória.

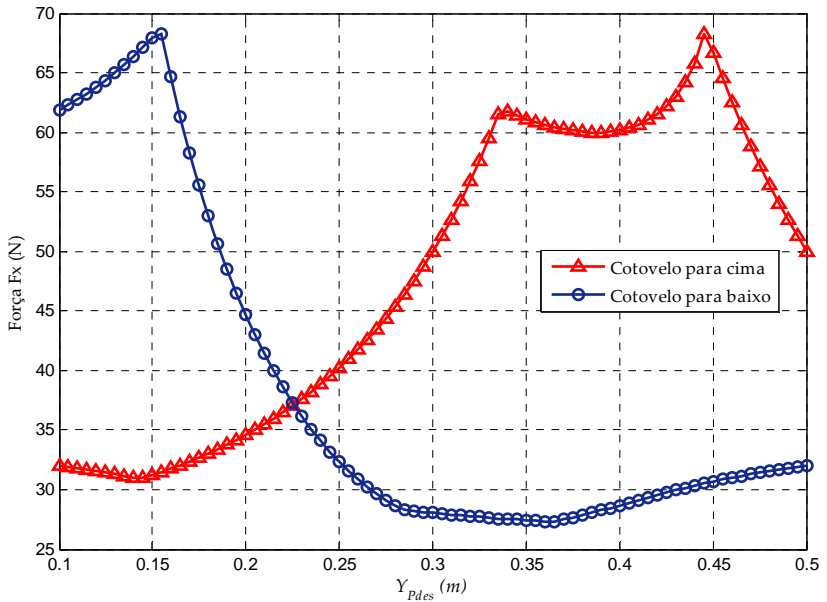


Figura 7.20: Capacidade de força do manipulador PRRR (Roboturb plano) ao longo de uma trajetória nos dois modos de trabalho

Em primeira análise, a configuração cotovelo para cima ( $-\pi \text{ rad} < \theta_c < 0 \text{ rad}$ ) possui uma maior  $F_{Traj}$ , pois permite aplicar uma força constante e igual a 30,96 N ao longo de todos os pontos da trajetória, valor superior aos 27,32 N obtidos na configuração cotovelo para baixo ( $0 \text{ rad} < \theta_c < \pi \text{ rad}$ ). Mas no planejamento da trajetória, os deslocamentos e as velocidades de cada uma das juntas em cada uma das posições consecutivas também precisam ser analisados. As Figuras 7.21 e 7.22 mostram as coordenadas de cada uma das juntas ao longo da trajetória nas duas configurações possíveis.

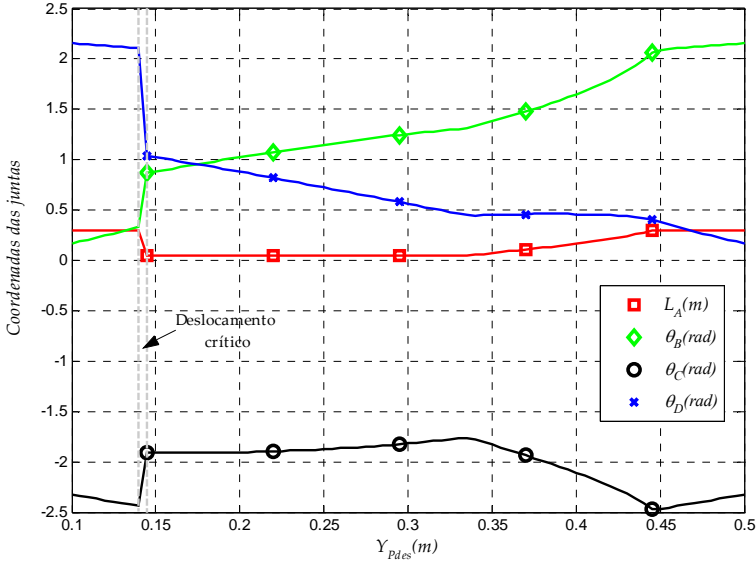


Figura 7.21: Coordenadas das juntas do manipulador PRRR (Roboturb plano) ao longo de uma trajetória na configuração cotovelo para cima

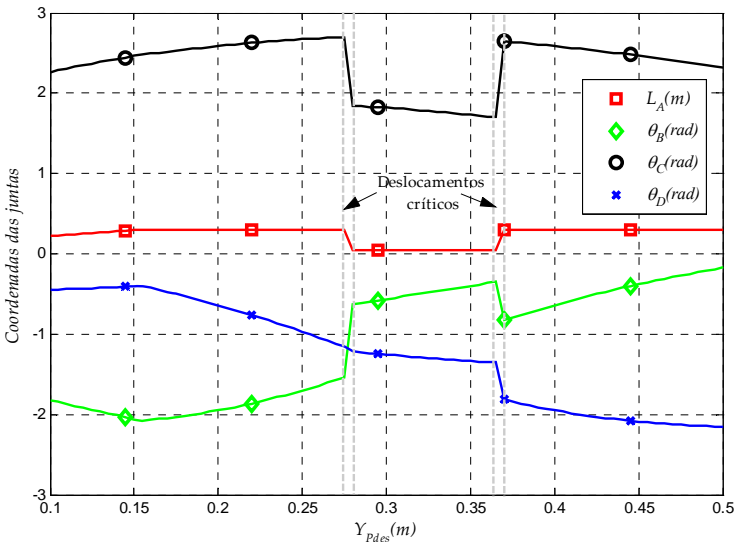


Figura 7.22: Coordenadas das juntas do manipulador PRRR (Roboturb plano) ao longo de uma trajetória na configuração cotovelo para baixo

Na configuração cotovelo para cima ( $-\pi \text{ rad} < \theta_c < 0 \text{ rad}$ ) é possível identificar uma significativa variação de deslocamento nas juntas quando o manipulador desloca-se da posição  $Y_{pdes}=0,14 \text{ m}$  para a posição  $Y_{pdes}=0,145 \text{ m}$ . É um ponto crítico no planejamento da trajetória e as velocidades médias das juntas *A*, *B*, *C* e *D* durante este deslocamento são respectivamente  $-0,5 \text{ m/s}$ ,  $1,7 \text{ rad/s}$ ,  $1,7 \text{ rad/s}$  e  $-2,1 \text{ rad/s}$ .

Na configuração cotovelo para baixo ( $0 \text{ rad} < \theta_c < \pi \text{ rad}$ ), os deslocamentos mais significativos nas juntas ocorrem quando o manipulador desloca-se da posição  $Y_{pdes}=0,275 \text{ m}$  para a posição  $Y_{pdes}=0,28 \text{ m}$  e da posição  $Y_{pdes}=0,37 \text{ m}$  para a posição  $Y_{pdes}=0,375 \text{ m}$ . As velocidades médias das juntas *A*, *B*, *C* e *D* durante o primeiro deslocamento são respectivamente  $-0,5 \text{ m/s}$ ,  $1,8 \text{ rad/s}$ ,  $-1,7 \text{ rad/s}$  e  $-0,12 \text{ rad/s}$ . As velocidades médias das juntas *A*, *B*, *C* e *D* durante o segundo deslocamento são respectivamente  $0,5 \text{ m/s}$ ,  $-0,9 \text{ rad/s}$ ,  $-1,9 \text{ rad/s}$  e  $-1,0 \text{ rad/s}$ .

Em nenhum destes deslocamentos críticos as velocidades máximas estabelecidas na Tabela 7.19 são extrapoladas. Portanto, as trajetórias determinadas para as duas configurações podem ser executadas. Este resultado é esperado, uma vez que o espaço de busca entre dois pontos consecutivos foi restringido justamente para atender a estes limites de velocidade das juntas.

Os torques e forças dos atuadores ao longo da trajetória nas configurações cotovelo para cima ( $-\pi \text{ rad} < \theta_c < 0 \text{ rad}$ ) e cotovelo para baixo ( $0 \text{ rad} < \theta_c < \pi \text{ rad}$ ) são mostrados nas Figuras 7.23 e 7.24 respectivamente.

Na configuração cotovelo para cima ( $-\pi \text{ rad} < \theta_c < 0 \text{ rad}$ ), três regiões de saturação podem ser identificadas, conforme mostrado na Figura 7.23.

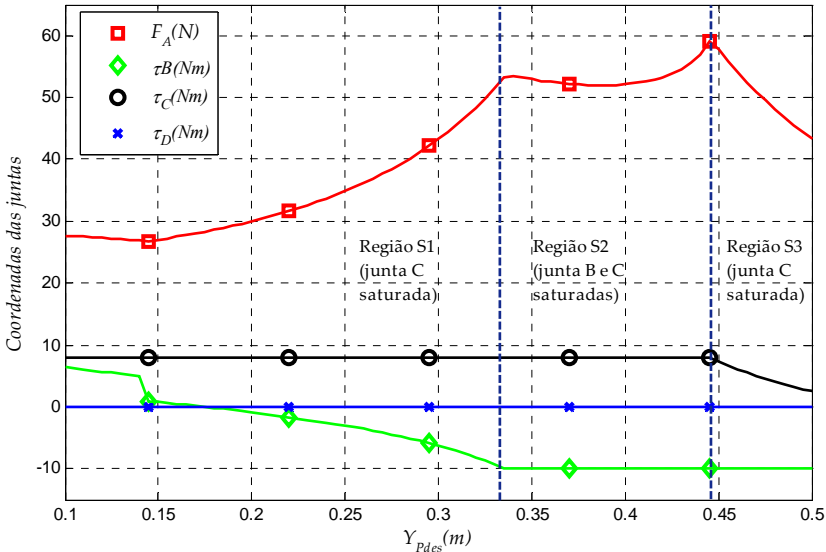


Figura 7.23: Torques e forças nos atuadores do manipulador PRRR (Roboturb plano) ao longo de uma trajetória na configuração cotovelo para cima

Na região S1, apenas o atuador da junta C está saturado. Na região S2, os atuadores das juntas B e C estão saturados. Na região S3, apenas o atuador da junta B está saturado. A junta A não é saturada em nenhuma posição e o torque na junta D é nulo em todas as posições.

Na configuração cotovelo para baixo ( $0 \text{ rad} < \theta_C < \pi \text{ rad}$ ), duas regiões de saturação podem ser identificadas, conforme mostrado na Figura 7.24. Na região S1, os atuadores das juntas B e C estão saturados. Na região S2, apenas o atuador da junta C está saturado. A junta A não é saturada em nenhuma posição e o torque na junta D é nulo em todas as posições.



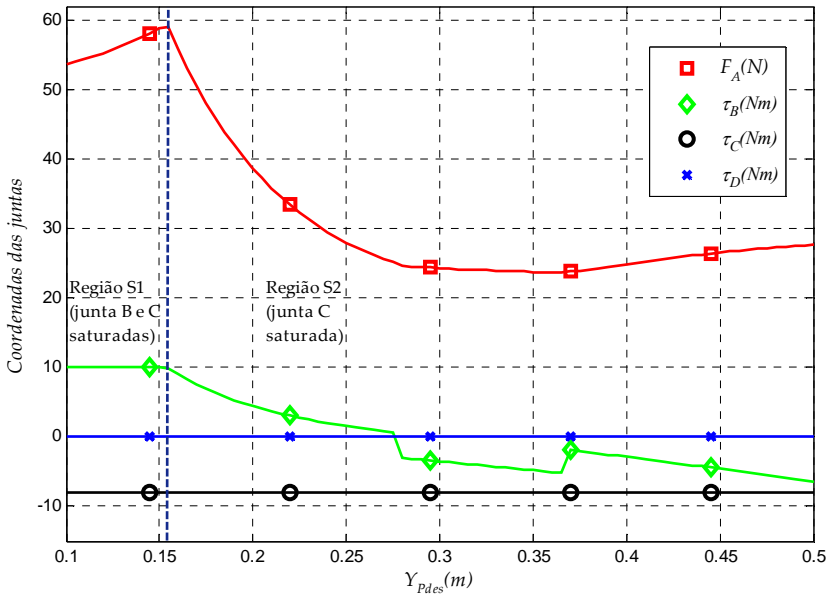


Figura 7.24: Torques e forças nos atuadores do manipulador PRRR (Roboturb plano) ao longo de uma trajetória na configuração cotovelo para baixo

Com base na análise da capacidade de força e das velocidades conclui-se que no caso em estudo, a configuração cotovelo para cima ( $-\pi \text{ rad} < \theta_c < 0 \text{ rad}$ ) apresenta maior capacidade de força ao longo da trajetória especificada, com uma  $F_{Traj}=30,96 \text{ N}$ . No planejamento da trajetória com aplicação de força no meio, as velocidades, torques e posições obtidos no processo de otimização são os valores desejados, enviados ao controlador na execução da tarefa. Os deslocamentos críticos que ocorrem ao longo da trajetória podem representar variações bruscas de velocidade e aceleração das juntas prejudiciais ao manipulador. Como sugestão de trabalhos futuros, a trajetória nestes deslocamentos críticos pode ser suavizada (CRUZ, 2007), mantendo os valores de aceleração e velocidades das juntas compatíveis com as características do manipulador real.

## 7.4 TESTES DE SIMULAÇÃO

Os testes de simulação previstos na etapa 13 da metodologia proposta são realizados apenas para o estudo de caso apresentado na Seção 7.1.1, onde o objetivo é determinar o modo de trabalho em que o manipulador 3-RRR apresenta maior capacidade de força. Este estudo de caso foi escolhido pois o mínimo global é conhecido, facilitando a análise dos resultados encontrados.

Justifica-se a necessidade destes testes porque não existem na literatura referências sobre a escolha da estratégia de ED e dos parâmetros de controle no problema de otimização da capacidade de força de manipuladores. A análise dos resultados obtidos e a determinação da estratégia e dos parâmetros de controle para o problema de otimização de força constituem uma das contribuições originais desta tese.

No procedimento de teste adotado, são rodadas trinta simulações para cada uma das combinações possíveis de parâmetros e de estratégias, utilizando a mesma semente para geração aleatória dos números, de forma que as populações iniciais são iguais para todas as combinações testadas. Seguindo os passos da etapa 13 da metodologia proposta, define-se:

- a) Pesos da função objetivo: os pesos adotados, obtidos a partir de testes de simulação, foram adequados para garantir a convergência do algoritmo. Portanto, não serão testados pesos diferentes para cada parcela da função objetivo;
- b) Parâmetros de controle: como uma população de 30 indivíduos mostrou-se suficiente para obter convergência do algoritmo, este número é mantido nos testes. São testados 5 valores diferentes de  $F_s$ , conforme mostrado na Tabela 7.20.

Tabela 7.20: Valores testados de  $F_s$ 

Número	Valor testado
1	0,4
2	0,6
3	0,8
4	igual a 0,8 na primeira metade das gerações e aleatório no intervalo $[0,4, 0,8]$ na segunda metade das gerações
5	decaimento linear ao longo das gerações, iniciando em 0,6 e reduzindo até 0,4

São testados 4 valores diferentes de  $CR$  (Tabela 7.21):

Tabela 7.21: Valores testados de  $CR$ 

Número	Valor testado
1	0,1
2	0,5
3	0,9
4	aleatório no intervalo $[0,4, 0,6]$

- c) Variantes da ED: são testadas as 10 estratégias clássicas da ED, conforme Tabela 7.22.

Tabela 7.22: Estratégias testadas

Número	Estratégia
1	<i>best/1/exp</i>
2	<i>rand/1/exp</i>
3	<i>rand-to-best/1/exp</i>
4	<i>best/2/exp</i>
5	<i>rand/2/exp</i>
6	<i>best/1/bin</i>
7	<i>rand/1/bin</i>
8	<i>rand-to-best/1/bin</i>
9	<i>best/2/bin</i>
10	<i>rand/2/bin</i>

- d) Critério de parada: é mantido em 1000 gerações em todos os testes.

O número total de combinações testadas é 200. Com trinta rodadas para cada combinação de parâmetros, o número total de testes é 6000. A Tabela 7.23 mostra os resultados de vinte combinações com bom desempenho. O fator de escala, a recombinação e a estratégia são identificados através das numerações apresentadas nas Tabelas 7.20, 7.21 e 7.22.

Tabela 7.23: Resultados obtidos com diferentes combinações de parâmetros na determinação da capacidade de força do manipulador 3-RRR

$F_s$	CR	Estratégia	A	B	C	C1	D	D1
1	1	10	<b>2,152336</b>	2,438562	<b>30</b>	<b>100%</b>	17	56,7%
1	3	7	<b>2,152336</b>	2,391626	<b>30</b>	<b>100%</b>	18	60%
1	4	2	<b>2,152336</b>	2,344701	<b>30</b>	<b>100%</b>	16	53,3%
5	3	2	<b>2,152336</b>	2,336561	<b>30</b>	<b>100%</b>	18	60%
1	3	2	<b>2,152336</b>	2,560109	29	96,7%	19	63,3%
1	4	7	<b>2,152336</b>	2,445394	29	96,7%	15	50%
4	1	2	<b>2,152336</b>	2,576659	29	96,7%	19	63,3%
4	1	7	2,152342	2,617446	29	96,7%	19	63,3%
5	3	4	<b>2,152336</b>	2,821293	29	96,7%	11	36,7%
5	4	2	<b>2,152336</b>	2,304091	29	96,7%	20	66,7%
2	3	2	2,152338	<b>2,270958</b>	28	93,3%	<b>22</b>	<b>73,3%</b>
3	3	2	2,152338	<b>2,270958</b>	28	93,3%	<b>22</b>	<b>73,3%</b>
5	1	2	<b>2,152336</b>	3,096318	28	93,3%	13	43,3%
1	1	2	<b>2,152336</b>	2,843049	27	90%	11	36,7%
1	1	7	<b>2,152336</b>	3,099665	27	90%	6	20%
2	4	2	<b>2,152336</b>	2,426268	27	90%	14	46,7%
3	4	2	<b>2,152336</b>	2,426268	27	90%	14	46,7%
4	3	3	<b>2,152336</b>	3,091782	27	90%	7	23,3%
5	3	7	<b>2,152336</b>	2,438842	27	90%	13	43,3%
5	4	3	<b>2,152336</b>	2,885852	27	90%	6	20%

Para cada combinação de parâmetros, a coluna A mostra o valor mínimo do *fitness* encontrado, a coluna B mostra o valor médio do *fitness* dos melhores indivíduos, a coluna C mostra o número de testes que apresentaram convergência geométrica, a coluna C1 mostra o percentual de testes que apresentaram convergência geométrica, a coluna D mostra o número de testes que convergiram para o mínimo global e a coluna D1 mostra o percentual de testes que convergiram para o mínimo global. Os melhores valores são destacados em negrito na Tabela 7.23.

O melhor *fitness* foi obtido com quase todas as combinações. Nas combinações em que o melhor *fitness* não foi alcançado, o valor obtido está muito próximo, apresentando diferença apenas na quinta casa decimal. Conclui-se que todas as combinações listadas na Tabela 7.23 atingiram o mínimo global em pelo menos um dos trinta testes.

Outro aspecto analisado é a convergência geométrica. A convergência geométrica é condição necessária e suficiente para que a solução obtida forneça posições das juntas possíveis de serem alcançadas pelo manipulador, com uma tolerância de  $\pm 0,001$  mm no erro geométrico. As soluções em que a convergência geométrica não foi alcançada podem ser descartadas pois não são fisicamente possíveis. As vinte combinações mostradas na Tabela 7.23 apresentaram convergência geométrica em pelo menos vinte sete dos trinta testes realizados, sendo que em quatro combinações a convergência ocorreu em 100% dos testes. A não convergência geométrica em alguns testes pode ser explicada por dois motivos: a parcela de força da função objetivo foi dominante em relação à parcela geométrica e o algoritmo ficou preso em um mínimo local ou a convergência do algoritmo foi lenta e seriam necessárias mais de 1000 gerações para que os critérios de convergência geométrica fossem atendidos.

O valor médio do *fitness* dos melhores indivíduos de cada teste fornece um indicativo da robustez do algoritmo em convergir para o mínimo global. Em um algoritmo robusto, o valor médio tende a ser próximo do melhor *fitness* encontrado. Como no

caso em estudo o mínimo global é conhecido, a verificação pode ser feita de forma direta pela análise dos dados da coluna D da Tabela 7.23. As duas combinações de parâmetros que apresentaram melhor média de *fitness* apresentaram também maior número de testes que convergiram para o mínimo global. Esta relação nem sempre é direta, pois a existência de múltiplos mínimos locais com valores de *fitness* distintos pode gerar discrepâncias entre o valor médio do *fitness* e o percentual de convergência para o mínimo global. Em geral, o mínimo global não é conhecido e o valor médio do *fitness* é uma informação importante para avaliar a robustez de determinado algoritmo.

Tanto a convergência geométrica como a robustez, no que tange a alcançar o mínimo global, são fatores importantes na determinação de uma combinação de parâmetros que apresente resultados satisfatórios para o problema de otimização em estudo. Como nenhuma combinação apresentou o melhor desempenho nestes dois critérios, não existe uma regra que defina qual a melhor. O objetivo é encontrar uma combinação que apresenta um bom compromisso entre estes dois critérios. Para tanto, uma análise da quantidade de vezes que cada parâmetro aparece nas vinte combinações com bom desempenho escolhidas pode fornecer informações complementares úteis.

Nas vinte combinações apresentadas, as estratégias que pareceram com mais frequência foram a 2 (*rand/1/exp*) e a 7 (*rand/1/bin*). Das seis combinações com maior número de convergências para o mínimo global, cinco utilizam a estratégia 2 e uma utiliza a estratégia 7. Das dez combinações que apresentaram convergência geométrica em pelos menos 29 dos 30 testes, cinco utilizam a estratégia 2 e três utilizam a estratégia 7.

O fator de escala não apresentou uma tendência tão clara. Nas vinte combinações,  $F_s=0,1$  e  $F_s$  com decaimento linear apareceram de forma mais frequente. Das dez combinações que apresentaram convergência geométrica em pelos menos 29 dos 30 testes, seis utilizam  $F_s=0,1$  e três utilizam  $F_s$  com decaimento linear. Nas seis combinações com maior número de convergências

para o mínimo global,  $F_s = 0,1$  apareceu duas vezes e os demais valores apareceram uma vez.

O fator de recombinação não apresentou nenhuma tendência. Valores de  $CR=0,1$ ,  $CR=0,9$  e  $CR$  randômico apareceram em número parecido nas combinações com bom desempenho. Os resultados deixam claro apenas que  $CR=0,5$  não é uma boa escolha pois não apareceu em nenhuma combinação bem avaliada.

O objetivo desta análise individual dos parâmetros é eliminar combinações cujos parâmetros aparecem de forma isolada nas melhores combinações e direcionar a escolha para as combinações cujos parâmetros aparecem com maior frequência nas melhores combinações. Como as populações iniciais são geradas de forma aleatória, é possível que o bom desempenho apresentado por uma combinação particular não seja repetido com outras populações iniciais. Os parâmetros que aparecem com maior frequência nas melhores combinações tendem a ser mais robustos quanto à influência da população inicial na convergência do algoritmo e quanto a variações na função objetivo e nas variáveis de decisão de cada problema particular em estudo.

Quatro combinações testadas que apresentaram bom desempenho tanto no critério de convergência geométrica como no critério de convergência para o mínimo global e cujos parâmetros apareceram de forma frequentes nas demais soluções com bom desempenho são mostradas na Tabela 7.24. Os desempenhos alcançados por estas quatro combinações são bastante parecidos e não se pode afirmar que existe uma superioridade de uma em relação às outras.

Tabela 7.24: Resultados das quatro melhores combinações de parâmetros na determinação da capacidade de força do manipulador 3-RRR

$F$	$CR$	Estratégia	A	B	C	C1	D	D1
5	3	2	<b>2,152336</b>	2,336561	<b>30</b>	<b>100%</b>	18	60%
1	3	2	<b>2,152336</b>	2,560109	29	96,7%	19	63,3%
5	4	2	<b>2,152336</b>	2,304091	29	96,7%	20	66,7%
3	3	2	2,152338	<b>2,270958</b>	28	93,3%	<b>22</b>	<b>73,3%</b>

Não é possível afirmar que as combinações com melhor desempenho para este estudo de caso são efetivas para todos os problemas de otimização de capacidade de força de manipuladores. Mas fornecem uma escolha inicial adequada e, apresentando desempenho satisfatório, evitam a necessidade de realizarem-se testes numéricos exaustivos para cada novo estudo de caso. Com exceção do estudo de caso apresentado na Seção 7.1.1, para todos os demais estudos de caso é utilizada a combinação mostrada na primeira linha da Tabela 7.24, onde  $F_s$  possui decaimento linear,  $CR$  é igual a 0,9 e a estratégia de ED utilizada é a 2. Se o desempenho do algoritmo com estes parâmetros não for satisfatório, outras combinações que apresentaram bom resultado neste estudo de caso específico podem ser testadas antes da realização de novos testes de simulação.



## 8 CONCLUSÕES

O objetivo principal da metodologia proposta nesta tese é a otimização da capacidade de força-momento de robôs manipuladores seriais e paralelos em contato com o meio, em situações estáticas ou quase-estáticas. O estudo da capacidade de força-momento ao longo de uma trajetória também é objetivo deste trabalho. É o primeiro trabalho do grupo de Robótica da UFSC sobre o assunto, sedimentando os conhecimentos sobre a modelagem estática de manipuladores através do método de Davies e abrindo possibilidades para novas linhas de pesquisa.

Diferentemente das abordagens existentes na literatura, a metodologia proposta é inovadora pois considera a presença simultânea de redundância cinemática e de redundância de atuação, otimizando a configuração dos manipuladores e a distribuição de ações nos atuadores na obtenção da capacidade de força-momento. E, no processo de otimização, a postura (posição e orientação) e o modo de trabalho do manipulador podem ser variáveis, condições não permitidas nas outras técnicas existentes. A otimização de força ao longo de uma trajetória também não é discutida nas abordagens existentes.

Além disso, não existem restrições quanto à natureza das ações de contato com o meio. Forças e momentos de contato podem assumir tanto valores especificados como podem ser livres, de acordo com as condições impostas pela tarefa a ser executada.

Na formulação do problema de otimização, a teoria dos helicoides e a análise estática pelo método de Davies são as principais ferramentas utilizadas. O método de Davies permite a inclusão de forças externas adicionais de forma sistemática e sem a necessidade de manipular, através de um processo de substituição, as equações de equilíbrio. A inclusão de elos e juntas adicionais também é realizada de forma sistemática com a utilização do método de Davies. No método de Davies, as variáveis secundárias de interesse podem ser escritas em função das primárias,

separando-se convenientemente as colunas da matriz de ações unitárias de rede. A validação dos modelos estáticos utilizados neste trabalho é realizada através de comparação com resultados existentes na literatura. No desenvolvimento de novos modelos, é conveniente utilizar algum software de simulação estática para validá-los.

Na solução do problema da capacidade de força-momento dos manipuladores, é utilizado um algoritmo evolutivo de otimização global. A Evolução Diferencial foi escolhida por sua simplicidade e efetividade na solução de problemas descritos por equações não-lineares e não-convexas. A ED possui 3 parâmetros de controle e, no processo de otimização, o indivíduo com melhor *fitness* é aquele que apresenta menor função objetivo. Como todas as técnicas heurísticas, a ED não garante a convergência para o mínimo global, mas permite que problemas complexos sejam resolvidos, o que nem sempre é possível com a utilização de técnicas exatas de otimização.

A função objetivo proposta nesta tese é composta de uma parcela de força, uma parcela geométrica e por parcelas de penalização. A contribuição de cada uma das parcelas no valor final obtido é ponderada através de valores escalares que tornam a função objetivo adimensional. Testes de simulação forma realizados para obter ponderações adequadas de cada parcela.

A parcela de força é a parcela principal, representando efetivamente o objetivo a ser alcançado. A parcela geométrica garante que as soluções encontradas são fisicamente realizáveis, levando o manipulador a configurações possíveis de serem alcançadas. Com a utilização do conceito de erro geométrico na função objetivo, a otimização da capacidade de força-momento é realizada sem a necessidade de determinar as equações da cinemática inversa de posição. Esta abordagem permite que o método seja aplicado a manipuladores em que a cinemática inversa de posição não apresenta equações fechadas, como, por exemplo, nos robôs com redundância cinemática.

E também não há a necessidade de resolver a redundância de atuação através da utilização da matriz pseudo-inversa ou de outro método qualquer existente na literatura. A distribuição otimizada de forças e torques nos atuadores ocorre ao longo do processo e os torques limites são definidos pelas variáveis de decisão.

A metodologia desenvolvida é aplicada no estudo da capacidade de força do manipulador 3-RRR e do Roboturb. Como os parâmetros de controle da ED dependem da aplicação em que o algoritmo é utilizado, não existem valores ideais disponíveis na literatura para o problema de otimização da capacidade de força de manipuladores. Parâmetros de controle da ED adequados aos estudos de caso apresentados foram obtidos a partir de testes de simulação.

## 8.1 CONCLUSÕES SOBRE O MANIPULADOR 3-RRR

Para o manipulador 3-RRR, foram apresentados estudos de casos em diferentes configurações, posições e orientações, diferentes condições de aplicação de força e em variantes deste manipulador com redundância cinemática e de atuação. Para efeitos comparativos, foram adotadas na análise do manipulador 3-RRR as mesmas dimensões do Manipulador Planar Paralelo Reconfigurável, utilizado nos estudos de capacidade de força-momento realizados por Nokleby et al. (2005).

A metodologia proposta apresentou resultados positivos, para este manipulador, convergindo para um mínimo em todas as diferentes condições propostas. Os resultados obtidos mostram a abrangência do método e a influência de parâmetros como a configuração, a redundância cinemática e a redundância de atuação na determinação da capacidade de força de manipuladores.

No entanto, alguns pontos permanecem em aberto na análise da capacidade de força-momento do manipulador 3-RRR.

Variações nos comprimentos dos elos e nas dimensões das plataformas móveis e fixas na determinação da capacidade de força-momento de manipuladores não foram consideradas. Na fase de projeto, estas informações são importantes pois podem servir como ferramenta de auxílio na definição da geometria do manipulador a ser adotada.

A influência da assimetria das pernas do manipulador paralelo na determinação da capacidade de força-momento também não foi abordada. Com exceção do manipulador 3-RPRR, onde a presença da junta prismática pode conferir uma assimetria ao manipulador, todos demais casos estudados consideram o manipulador simétrico. A opção por utilizar apenas manipuladores simétricos está em sintonia com os estudos existentes na literatura, onde, em geral, apenas os manipuladores simétricos são considerados. Mas não deve ser descartada hipótese de que, em algumas situações, a assimetria pode ser vantajosa no aumento da capacidade de força-momento.

Uma análise comparativa dos custos envolvidos ao utilizar as diferentes estratégias para aumentar a capacidade de força-momento também não foi realizada. No manipulador 3-RRR, apenas a otimização de força-momento para diferentes modos de trabalho, diferentes posições e diferentes orientações pode ser realizada sem custos adicionais. No projeto de manipuladores, é importante saber qual a maneira mais econômica de se obter a capacidade de força-momento desejada. Tendo como referência o manipulador 3-RRR, o aumento da capacidade de força-momento pode ser obtido:

- com a adição de um ou mais atuadores nas juntas existentes, conferindo ao mecanismo redundância de atuação;
- com a adição de uma perna (com uma junta atuada), transformando-o em um mecanismo 4-RRRR, também com redundância de atuação;

- com a adição de elos e juntas, que podem ser tanto prismáticas como rotativas, conferindo ao mecanismo redundância cinemática;
- aumentando o limite de torque ou força das juntas atuadas existentes.

O aumento dos torques limites dos atuadores, a adição de atuadores e a adição de elos representam custos. Se o objetivo é exclusivamente aumentar a capacidade de força-momento do manipulador, pode ser criado um índice, como por exemplo a potência, que relacione a capacidade de força-momento obtida no contato entre o efetuador e o meio com os torques e forças disponíveis em seus atuadores. Objetivamente, este índice pode fornecer indicativos sobre qual das alternativas é mais vantajosa em relação à otimização da capacidade de força-momento. Além disso, pode permitir a comparação entre soluções que utilizam diferentes tipos de atuadores, como os rotativos e prismáticos e servir como parâmetro para evitar que a adição de atuadores redundantes seja feita de forma exagerada. A adição de elos e juntas atuadas como forma de obter redundância cinemática e de atuação não tem como único objetivo aumentar a capacidade de força-momento e os demais benefícios obtidos devem ser ponderados na escolha final da solução a ser empregada.

## 8.2 CONCLUSÕES SOBRE O ROBOTURB

No estudo do Roboturb, a capacidade de força foi obtida na presença de diferentes ações de contato, considerando a redundância cinemática. A análise foi realizada tanto para o Roboturb espacial como para o Roboturb Plano (*PRRR*). A otimização da força ao longo de uma trajetória também foi realizada com sucesso para o manipulador *PRRR*.

Em relação ao Roboturb espacial, as informações obtidas sobre a capacidade de força para realização da tarefa de esmeri-

lhamento, prevista em etapa futura de desenvolvimento, servem como uma referência inicial. Alguns pontos sobre a realização desta tarefa de esmerilhamento, como a ferramenta a ser utilizada e os esforços presentes no contato, ainda estão em aberto. Quando definidos estes pontos, novo estudo pode ser conduzido utilizando a metodologia proposta, verificando se o projeto atual do Roboturb é apto a realizar esta tarefa ou se um novo desenvolvimento é necessário.

### 8.3 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO DE TESE

As contribuições originais desta tese, apresentadas ao longo do texto, podem ser resumidas nos tópicos listados a seguir:

- a) Desenvolvimento de metodologia para otimização de capacidade de força-momento de robôs manipuladores com redundância cinemática e de atuação;
- b) Desenvolvimento de metodologia para otimização da força-momento ao longo de uma trajetória;
- c) Obtenção de parâmetros de controle da ED aplicados ao problema de otimização de capacidade de força-momento de robôs manipuladores;
- d) Definição de função objetivo aplicada ao problema de otimização de capacidade de força-momento de robôs manipuladores;
- e) Definição de índices de desempenho para manipuladores com redundância cinemática;
- f) Adaptação do método da Davies para obtenção do modelo estático de robôs manipuladores, direcionado ao problema de otimização de capacidade de força-momento.

#### 8.4 ARTIGOS RELACIONADOS

As informações obtidas e o conhecimento adquirido no desenvolvimento desta tese geraram até o presente momento as seguintes publicações:

- a) Tipo de publicação: artigo em periódico;  
Nome do Periódico: Expert Systems with Applications;  
Título do artigo: Modified differential evolution approach for optimization of planar parallel manipulators force capabilities;  
Data de submissão: 15/12/2010  
Situação: aguardando parecer do editor.
- b) Tipo de publicação: artigo em congresso;  
Nome do Congresso: COBEM 2011 – Congresso Internacional de Engenharia Mecânica;  
Título do artigo: Optimization of kinematically redundant manipulators force capabilities using improved Harmonic Search;  
Situação: resumo aprovado, aguardando aprovação do artigo completo.
- c) Tipo de publicação: artigo em congresso;  
Nome do Congresso: IFToMM 2011 – World Congress in Mechanism and Machine Science;  
Título do artigo: Force Capabilities of Kinematically Redundant Planar Parallel Manipulators;  
Situação: aprovado para apresentação e para constar nos anais do congresso.

## 8.5 TRABALHOS FUTUROS

O trabalho realizado abre uma perspectiva para diversos trabalhos futuros no grupo de Robótica da UFSC, listados a seguir:

- a) Incluir a rigidez e forças gravitacionais no modelo estático dos manipuladores;
- b) Criar um índice que relacione a capacidade de força-momento obtida no efetuador do manipulador com os torques e forças disponíveis em seus atuadores;
- c) Analisar outras técnicas de otimização global e comparar os resultados com os obtidos utilizando a ED;
- d) Utilizar técnicas de otimização multiobjetivo, otimizando simultaneamente a parcela geométrica e a parcela de força da função objetivo;
- e) Incluir técnicas de evitamento de colisão e as restrições geométricas dos manipuladores na otimização de forças ao longo de uma trajetória;
- f) Utilizar técnicas para suavizar as trajetórias obtidas no processo de otimização de forças ao longo de uma trajetória;
- g) Incluir efeitos dinâmicos no estudo da capacidade de força-momento de robôs;
- h) Aplicar a metodologia na otimização da capacidade de força-momento de robôs complexos, como os humanoides;
- i) Otimizar a configuração de robôs humanoides para realização de tarefas específicas;
- j) Utilizar a metodologia proposta na síntese e análise do Roboturb, considerando as necessidades previstas na nova etapa de desenvolvimento;
- k) Utilizar a metodologia proposta no projeto de robôs, dimensionando elos e atuadores de acordo com as necessidades impostas pelas tarefas à que são destinados.



## REFERÊNCIAS

ALBA-GÓMEZ, O. G.; PAMANES, J. A.; WENGER, P. Trajectory Planning of Parallel Manipulators for Global Performance Optimization. **Advances in Robot Kinematics: Analysis and Design**, v. 4, p. 253-261, 2008.

ALICI, G.; SHIRINZADEH, B. Enhanced Stiffness Modeling, Identification and Characterization for Robot Manipulators. **IEEE Transactions on Robotics**, v. 21, p. 554-563, 2005.

ANDREWS, G. **The vector-network model: a topological approach to mechanics**. Tese (Doutorado) - University of Waterloo, Waterloo, 1971.

ASADA, H.; SLOTINE, J. J. E. **Robot Analysis and Control**. New York: John Wiley and Sons, 1986.

BALL, R. S. **A Treatise on the Theory of Screws**. Cambridge: Cambridge University Press, 1900 - reedição 1998.

BICCHI, A.; KUMAR, V. **Robotic grasping and contact: a review**. Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics & Automation. San Francisco, USA: IEEE. 2000. p. 348-353.

BOYD, S.; WEGBREIT, B. Fast computation of optimal contact forces. **IEEE Transactions on Robotics**, v. 23, p. 1117-1132, 2007.

BUSS, M.; HASHIMOTO, H.; MOORE, J. B. . Dextrous hand grasping force optimization. **IEEE Transactions on Robotics and Automation**, v. 12, p. 406-418, 1996.

CAMPOS, A. A. **Cinemática Diferencial de Manipuladores empregando Cadeias Virtuais**. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004.

CAMPOS, A.; GUENTHER, R.; MARTINS, D. Differential kinematics of serial manipulators using virtual chains. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 27, p. 345-356, 2005.

CARBONI, A. P. **Análise Conceitual de Estruturas Cinemáticas Planas e Espaciais**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

CAZANGI, H. R. **Aplicação do Método de Davies para Análise Cinemática e Estática de Mecanismos de Múltiplos Graus de Liberdade**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

CHENG, F.-T.; ORIN, D. E. Efficient algorithm for optimal force distribution-the compact-dual LP method. **IEEE Transactions on Robotics and Automation**, v. 6, p. 178-187, 1990.

CIBLAK, N.; LIPKIN, H. Assymetric Cartesian stiffness for the modelling of compliant robotic systems. **Robotics: Kinematics, Dynamisc and Control, ASME**, v. 72, p. 197-204, 1994.

CONKUR, E.; BUCKINGHAM, R. Clarifying the definition of redundancy as used in robotics. **Robotica**, v. 15, p. 583-586, 1997.

CRUZ, D. F. M. D. **Implementação da Cinemática Inversa de Robôs Redundantes Operando em Ambientes Confinados no Projeto Roboturb**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.

DAS, S.; SUGANTHAN, P. N. Differential Evolution: A Survey of the State-of-the-Art. **IEEE Trans. on Evolutionary Computation**, v. 1, p. 4-31, 2011.

DASGUPTA, B.; MRUTHYUNJAYA, T. S. Force redundancy in parallel manipulators: Theoretical and practical issues. **Mechanism and Machine Theory**, v. 33, p. 727-742, 1998.

DAVIDSON, J. K.; HUNT, K. H. **Robots and Screw Theory: Applications of Kinematics and Statics to Robotics**. New York: Oxford University Press Inc., 2004.

DAVIES, T. H. Kirchhoff's circulation law applied to multi-loop kinematic chains. **Mechanism and Machine Theory**, v. 16, p. 171-183, 1981.

DAVIES, T. H. Mechanical networks—III: Wrenches on circuit screws. **Mechanism and Machine Theory**, v. 18, p. 107-112, 1983.

DAVIES, T. H. Couplings, coupling network and their graphs. **Mechanism and Machine Theory**, v. 30, p. 991-1000, 1995.

DE SCHUTTER, J. et al. Force control: A bird's eye view. **Lecture Notes in Control and Information Sciences**, v. 230, p. 1-17, 1998.

DOURADO, A. O. **Cinémática de Robôs Cooperativos**. Dissertação(Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

ERTHAL, J. **Modelo Cinestático para Análise de Rolagem de Veículos**. Tese - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.

FINOTELLO, R. et al. **Computation of Kinetostatic Performances of Robot Manipulators with Polytopes**. In:

Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Leuven: IEEE. 1998. p. 3241-3246.

FIRMANI, F. et al. Wrench capabilities of planar parallel manipulators. Part I: Wrench polytopes and performance indices. *Robotica*, v. 26, p. 791-802, 2008.

FLOUDAS, C. A.; GOUNARIS, C. E. A review of recent advances in global optimization. *Journal of Global Optimization*, v. 45, p. 3-38, 2009.

GAMPERLE, R.; MÜLLER, S. D.; KOUMOUTSAKOS, P. **A Parameter Study for Differential Evolution**. Int. Conf. on Advances in Intelligent Systems, Fuzzy Systems, Evolutionary Computation. Interlaken, CH: WASEAS. 2002. p. 11-15.

GARG, V.; NOKLEBY, S. B.; CARRETERO, J. **Force-Moment Capabilities of Redundantly-Actuated Spatial Parallel Manipulators Using Two Methods**. In: Proceedings of the 2007 CCToMM Symposium on Mechanisms, Machines and Mechatronics. Saint Hubert, CA: CCToMM. 2007. p. 12pp.

GLOVER, F.; LAGUNA, M. **Tabu search**. Norwell: Kluwer, 1998.

GOGU, G. Mobility of mechanisms: a critical review. *Mechanism and Machine Theory*, v. 40, p. 1068–1097, 2005.

GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning**. Boston: Addison-Wesley Professional, 1989.

GOSSELIN, C. Stiffness Mapping for Parallel Manipulators. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, v. 6, p. 377-382, 1990.

GOSELIN, C.; ANGELES, J. The optimum kinematic design of a planar three-degree-of-freedom parallel manipulator. **Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design**, v. 110, p. 35-41, 1988.

GOSELIN, C.; ANGELES, J. A Global Performance Index for the Kinematic Optimization of Robotic Manipulators. **Journal of Mechanical Design**, v. 113, p. 220-226, 1991.

GUIMARÃES, F. G. **Algoritmos de Evolução Diferencial para Otimização e Aprendizado de Máquina**. Anais do IX Congresso Brasileiro de Redes Neurais e Inteligência Computacional. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Redes Neurais. 2009. p. 1-17.

HUBERT, J.; MERLET, J.-P. Static of Parallel Manipulators and Closeness to Singularity. **Journal of Mechanisms and Robotics**, v. 1, p. 011011.1-011011.6, 2009.

HUNT, K. H. **Kinematic Geometry of Mechanisms**. Oxford: Clarendon Press, 1978.

IFR. International Federation of Robotics - Statistical Department. **WorldRobotics**, 2009. Disponível em: <<http://www.worldrobotics.org/downloads>>. Acesso em: 22 fev. 2010.

KIM, H. S.; CHOI, Y. J. . Forward/inverse force transmission capability analyses of fully parallel manipulators. **IEEE Transactions on Robotics and Automation**, v. 17, p. 526-531, 2001.

KUMAR, V.; WALDRON, K. J. **Force distribution in closed kinematic chains**. In: Proceedings of the 1988 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Philadelphia: IEEE. 1988. p. 114.

KUTZBACH, K. Mechanische Leitungsverzweigung, ihre Gesetze und Anwendungen. **Maschinenbau**, v. 8, p. 710–716, 1929.

LAMPINEN, J. **A Constraint Handling Approach for the Differential Evolution Algorithm**. In: Proc. of the 2002 Congress on Evolutionary Computation. Hawaii, USA: IEEE. 2002. p. 1468-1473.

LAST, P. et al. Parallel Robot Calibration by Working Mode Change. **Advances in Robot Kinematics: Analysis and Design**, v. 6, p. 371-380, 2008.

LEAL, R. **Impactos sociais e econômicos da robotização: estudo de caso do projeto ROBOTURB**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

LEFEBVRE, T. et al. Active compliant motion: a survey. **Advanced Robotics**, v. 19, p. 479-499, 2005.

LI, Y.; KAO, I. **Stiffness control on redundant manipulators: a unique and kinematically consistent solution**. In: Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation ICRA '04. New Orleans, USA: IEEE. 2004. p. 3956-3961.

MAHJOUR, M.; FAHIM, A. E. Effect of gravity on the static behavior of manipulators. **Dynamics and Control**, v. 4, p. 209-225, 1994.

MARTINS, D. **Análise Cinemática Hierárquica de Robôs Manipuladores**. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

MARTINS, D.; PIGA-CARBONI, A. Variety and connectivity in kinematic chains. **Mechanism and Machine Theory**, v. 43, p. 1236-1252, 2008.

MASON, M. T. Compliance and force control for computer controlled manipulator. **IEEE Trans. Syst. Man. Cybern.**, v. 11, p. 418-432, 1981.

MELCHIORRI, C. **Static force analysis for general cooperating manipulators**. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. San Diego, USA: IEEE. 1994. p. 888 - 893.

MERLET, J.-P. **Parallel robots**. Dordrecht: Kluwer, 2000.

MERLET, J.-P. **Still a long way to go on the road for parallel mechanisms**. In: ASME 27th Biennial Mechanisms and Robotics Conf. Montreal, Canada: ASME. 2002.

MICHALEWICZ, Z. **A Survey of Constraint Handling Techniques in Evolutionary Computation Methods**. Proceedings of the Fourth Annual Conference on Evolutionary Programming. San Diego, CA: MIT Press. 1995. p. 21p.

MOHAMED, M. G.; GOSSELIN, C. Design and Analysis of Kinematically Redundant Parallel Manipulators with Configurable Platforms. **IEEE Transactions on Mechatronics**, v. 21, p. 277-287, 2005.

MOZZI, G. **Discorso matematico sopra il rotamieto momentaneo dei corpi**. Naples: Stamperia di Donato Campo, 1763.

NAKAMURA, Y. **Force applicability of robotic Mechanisms**. In: Proceedings of the 26th Conference on Decision and Control. Los Angeles, USA: IEEE. 1987.

NOKLEBY, S. B. et al. Force capabilities of redundantly-actuated parallel manipulators. **Mechanism and Machine Theory**, v. 40, p. 578-599, 2005.

NOKLEBY, S. B. et al. **Force-Moment Capabilities of Redundantly-Actuated Planar-Parallel Architectures**. In: Proceedings of the 12th IFToMM World Congress. Besançon: IFToMM. 2007. p. 6pp.

OKAMURA, A. M.; SMABY, N.; CUTKOSKY, M. R. **An overview of dexterous manipulation**. Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics & Automation. San Francisco, USA: IEEE. 2000. p. 255-262.

OSMAN, I. H.; KELLY, J. P. **Meta-Heuristics: Theory and Applications**. Dordrecht: Kluwer, 1996.

PAPADOPOULOS, E.; GONTHIER, Y. **On Manipulator Posture Planning for Large Force Tasks**. In: Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Nagoya: IEEE. 1995. p. 6 pp.

PINTÉR, J. D. Global optimization: software, test problems, and applications. In: PARDALOS, P. M.; ROMEIJN, H. E. **HANDBOOK OF GLOBAL OPTIMIZATION**. Berlin: Springer, v. 2, 2002. Cap. 15, p. 580.

POINSOT, L. Sur la composition des moments et la composition des aires. **J. Éc Polyt**, v. 6, p. 182–205, 1806.

PRICE, K.; STORN, R. Differential Evolution (DE) for Continuous Function Optimization. **International Computer Science Institut, Berkeley**, 2007. Disponível em: <<http://www.icsi.berkeley.edu/~storn/devvec3.m>>. Acesso em: 26 abr. 2011.



PRICE, K.; STORN, R.; LAMPINEN, J. **Differential Evolution: A Practical Approach to Global Optimization**. Berlin: Springer, 2005.

QIN, A. K.; HUANG, V. L.; SUGANTHAN, P. N. . Differential Evolution Algorithm With Strategy Adaptation for Global Numerical Optimization. **IEEE Trans. on Evolutionary Computation**, v. 2, p. 398-417, 2009.

RONKKONEN, J.; KUKKONEN, S.; PRICE, K. V. **Real-parameter optimization with differential evolution**. Proc. IEEE International Congress on Evolutionary Computation. Edinburgh: IEEE. 2005. p. 506-513.

SALISBURY, J. **Active stiffness control of a manipulator in cartesian coordinates**. Proceedings of the 19th IEEE Conference on Decision and Control. Albuquerque, USA: IEEE. 1980.

SARAVANAN, R.; RAMABALAN, S.; BABU, P. D. Optimum static balancing of an industrial robot mechanism. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v. 21, p. 824-834, 2008.

SCIAVICCO, L.; SICILIANO, B. **Modeling and control of robot manipulator**..: McGraw-Hill Companies, 1996.

SESHU, S.; REED, M. B. **Linear Graphs and Electrical Networks**. Reading: Addison-Wesley, 1961.

SIMAS, H. **Planejamento de Trajetórias e Evitamento de Colisão em Tarefas de Manipuladores Redundantes Operando em Ambientes Confinados**. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

SIMAS, H. et al. **A Collision Avoidance Method using Assur Virtual Chains**. In: 19th International Congress of Mechanical Engineering. Salvador: COBEM. 2007.

SIMAS, H.; GUENTHER, R. **Roboturb - Relatório interno da equipe de Robótica**. UFSC, Florianópolis, 2000.

STORN, R.; PRICE, K. Differential Evolution - A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces. **Journal of Global Optimization**, v. 11, p. 341-359, 1997.

SUH, K.; HOLLERBACH, J. **Local versus global torque optimization of redundant manipulators**. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Raleigh, USA: IEEE. 1987. p. 619-624.

SVININ, M. M. et al. **On the Stiffness and Stiffness Control of Redundant Manipulators**. In: Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics & Automation. Washington, DC, USA: IEEE. 2002.

SZABAD, Z.; SANGOLOLA, B.; MCAVOY, B. **Genetic optimisation of manipulation forces for co-operating robots**. Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics. Nashville, USA: IEEE. 2000. p. 3336-3341.

TISCHLER, C. R.; SAMUEL, A. E.; HUNT, K. H. Kinematic chains for robot hands: Part 2 kinematic constraints, classification, connectivity, and actuation. **Mechanism and Machine Theory**, v. 30, p. 1217-1239, 1995.

TSAI, L.-W. **Robot Analysis: the Mechanics of serial and parallel manipulators**. New York: John Wiley & Sons, 1999.

TSAI, L.-W. **Mechanism Design: Enumeration of Kinematic Structures According to Function**. Washington, D.C: CRC Press, 2001.

WANG, C.-Y. E.; TIMOSZYK, W. K.; BOBROW, J. E. **Weight lifting motion planning for a Puma 762 robot**. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Detroit, USA: IEEE. 1999. p. 480-485.

WENGER, P.; CHABLAT, D. Workspace and Assembly modes in Fully-Parallel Manipulators : A Descriptive Study. **Advances in Robot Kinematics and Computational Geometry**, v. 1, p. 117-126, 1998.

YENIAY, Ö. Penalty function Methods for Constrained Optimization with Genetic Algorithms. **Mathematical and Computational Applications**, v. 10, p. 45-56, 2005.

YOSHIKAWA, T. Manipulability of Robotic Mechanisms. **The International Journal of Robotics Research**, v. 4, p. 3-9, 1985.

ZENG, G.; HEMANI, A. An overview of robot force control. **Robotica**, v. 15, p. 473-482, 1997.

ZHANG, J.; SANDERSON, A. C. **Adaptive Differential Evolution**. Berlin: Springer, 2009.

ZHENG, Y. F.; LUH, J. S. Optimal Load Distribution for Two Industrial Robots Handling a Single Object. **Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, v. 111, p. 232-238, 1989.

ZIBIL, A. et al. An Explicit Method for Determining the Force-Moment Capabilities of Redundantly Actuated Planar Parallel Manipulators. **Journal of Mech. Design**, v. 129, p. 1046-1056, 2007.



## APÊNDICE A – CINEMÁTICA DIFERENCIAL: ROBÔS SERIAIS E PARALELOS

Neste apêndice é apresentada a cinemática diferencial de robôs seriais e paralelos através do método de Davies, com o emprego de cadeias virtuais. A cinemática diferencial de robôs com redundância cinemática e a utilização da pseudo-inversa para resolução da cinemática diferencial é discutida. A cinemática diferencial dos robôs *RRR* e *3-RRR* é resolvida utilizando o método de Davies.

### A.1 CINEMÁTICA DIFERENCIAL DE ROBÔS SERIAIS E PARALELOS : MÉTODO DE DAVIES

O método de Davies para o cálculo da cinemática diferencial de cadeias cinemáticas é baseado na teoria dos helicoides e na lei de Kirchhoff das malhas para circuitos elétricos, sendo por isso também conhecido como método de Kirchhoff-Davies(DOURADO, 2005). Sendo em sua concepção básica utilizado para cadeias cinemáticas fechadas, o método foi adaptado para o cálculo da cinemática diferencial de robôs seriais através do fechamento da cadeia com a adição de cadeias virtuais.

Em uma cadeia cinemática fechada, a lei da circulação de Davies estabelece que a soma algébrica das velocidades relativas dos pares cinemáticos em uma cadeia fechada é nula. O movimento de cada junta  $i$  pode ser representado por um heligiro  $\$i^M$  e a lei de Davies pode ser escrita como uma soma algébrica de heligiros:

$$\sum_{i=1}^j \$i^M = 0 \quad (\text{A.1})$$

onde  $0$  é um vetor nulo com a mesma dimensão dos heligiros. Utilizando o conceito de heligiro normalizado, as equações de restrição são:

$$\sum_{i=1}^j \hat{\$}_i^M \varphi_i = 0 \quad (\text{A.2})$$

De forma simples, a equação (A.2) estabelece que a velocidade de um elo de uma cadeia cinemática fechada em relação a ele mesmo é zero. No entanto isto só é válido se todos os heligiros forem determinados em relação ao mesmo sistema de referências. Em geral este sistema de referência está localizado na base fixa do mecanismo, mas não é uma condição obrigatória. Pode estar localizado em um elo qualquer ou em um ponto que não pertence ao mecanismo.

Na forma matricial, as equações de restrição (A.2) podem ser escritas por:

$$N_r \varphi = 0 \quad (\text{A.3})$$

onde  $N_r$  é a matriz de rede dos movimentos unitários que contém os heligiros normalizados e  $\varphi$  é o vetor com as magnitudes dos heligiros.

Em uma cadeia cinemática fechada sem redundância de atuação, o número de portas (juntas atuadas ou juntas ativas) é igual à mobilidade do mecanismo. Se o movimento das juntas ativas (juntas primárias) é conhecido, pode-se pelas equações de restrição determinar o movimento das juntas passivas (juntas secundárias). A equação de restrição (A.3) pode ser reescrita separando-se o vetor das magnitudes em um vetor das magnitudes das juntas primárias  $\varphi_p$  e um vetor das magnitudes secundárias  $\varphi_s$  na forma (CAMPOS, 2004):

$$N_p \varphi_p + N_s \varphi_s = 0 \quad (\text{A.4})$$

onde  $N_p$  e  $N_s$  são as matrizes de rede primária e secundária respectivamente.

Se a velocidade das juntas primárias é conhecida, a velocidade das juntas secundárias pode ser calculada rearranjando-se a equação (A.4) na forma:

$$\varphi_s = -N_s^{-1}N_p\varphi_p \quad (\text{A.5})$$

A matriz de rede secundária  $N_s$  admite inversa desde que a cadeia cinemática não esteja em uma posição singular.

Quando o objetivo é calcular a velocidade de um ponto específico, fixo a um dos elos da cadeia, o procedimento inicial é o mesmo calculando-se a velocidade das juntas passivas pela equação (A.5). A velocidade de um ponto do elo instantaneamente na origem é então calculada somando-se algebricamente os heligiros que representam os movimentos das juntas que unem o elo da base ao elo ao qual está fixo o ponto do qual se deseja conhecer a velocidade. Determinada a velocidade do ponto instantaneamente na origem, é possível determinar a velocidade de qualquer ponto fixo ao mesmo elo através de transformações de coordenadas ( TSAI, 1999). Alternativamente pode-se empregar de cadeias virtuais, úteis também no fechamento da cadeia para o cálculo da cinemática diferencial de robôs seriais.

## A.2 CINEMÁTICA DIFERENCIAL : EMPREGO DE CADEIAS VIRTUAIS

Em robôs cinematicamente redundantes, as cadeias virtuais são utilizadas para monitorar e impor movimentos desejados, permitindo o cálculo da cinemática inversa. Em cadeias cinemáticas não redundantes, são utilizadas como ferramentas auxiliares para determinar os movimentos de qualquer ponto da cadeia e apresentam as seguintes propriedades (CAMPOS, 2004):

- São seriais;
- Os heligiros que representam os movimentos de suas juntas são linearmente independentes;
- Não alteram a mobilidade da cadeia real quando colocadas em paralelo.

Em cadeias cinemáticas planas são utilizadas preferencialmente as cadeias virtuais *PPR*, composta por duas juntas prismá-

ticas e uma rotativa, e *RPR*, composta por duas juntas rotativas e uma junta prismática. A Figura A.1 mostra a cadeia virtual *PPR* com seus heligiros associados. O heligiro  $\$P_x$  representa a velocidade linear do elo  $C_1$  em relação ao elo fixo da base  $C_0$ , na direção  $x$  do sistema de coordenadas. O heligiro  $\$P_y$  representa a velocidade linear do elo  $C_2$  em relação ao elo  $C_1$ , na direção  $y$  do sistema de coordenadas. Como não existe movimento relativo na direção  $y$  entre  $C_0$  e  $C_1$ ,  $\$P_y$  representa também a velocidade do elo  $C_2$  em relação ao elo fixo da base  $C_0$ . O heligiro  $\$R_z$  representa a velocidade angular do elo  $C_3$  em relação ao elo  $C_2$ , em torno do eixo  $z$  do sistema de referência. Como não existe movimento angular relativo entre  $C_2$  e  $C_1$  e entre  $C_1$  e  $C_0$ ,  $\$R_z$  representa também a velocidade angular do elo  $C_3$  em relação ao elo fixo da base  $C_0$ .

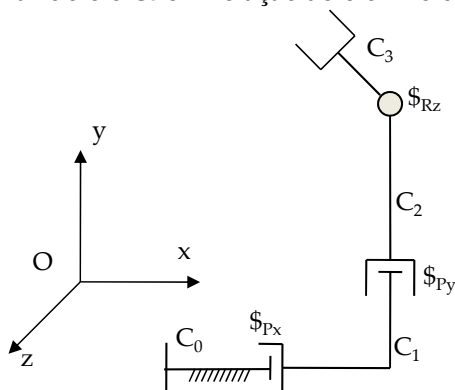


Figura A.1: Cadeia virtual *PPR*

Para monitorar movimentos, é conveniente fazer o comprimento do elo  $C_3$  tender a zero e posicionar o eixo do heligiro  $\$R_z$  exatamente no ponto onde se deseja conhecer a velocidade. Desta forma, as magnitudes dos heligiros da cadeia virtual representam exatamente as velocidades do ponto escolhido em relação ao sistema de referência, sem a necessidade de fazer transformações de coordenadas posteriores, respeitada a condição de que todos os heligiros são definidos em relação ao mesmo sistema de referência.



A Figura A.2 mostra um exemplo de cadeia cinemática fechada com mobilidade igual a 3, em paralelo com uma cadeia virtual *PPR*. Da forma como a cadeia virtual está posicionada, o objetivo é determinar a velocidade do ponto  $P$ . Escrevendo as equações de restrição, as variáveis conhecidas são as magnitudes dos heligiros  $\$A$ ,  $\$B$  e  $\$C$  que representam os movimentos das juntas atuadas e as incógnitas são as magnitudes dos heligiros  $\$D$ ,  $\$E$ ,  $\$F$  que representam os movimentos das juntas passivas e as magnitudes dos heligiros  $\$Px$ ,  $\$Py$  e  $\$Rz$  que representam os movimentos das juntas da cadeia virtual. O eixo do heligiro  $\$Rz$  está exatamente sobre o ponto  $P$ . Referenciando todos os heligiros ao mesmo sistema de coordenada fixo  $O-xyz$ , as magnitudes dos heligiros das juntas da cadeia virtual representam exatamente a velocidade do ponto  $P$  em relação ao referencial. No exemplo apresentado, o ponto  $P$  foi escolhido na extremidade superior da plataforma móvel, mas não existem restrições quanto à escolha deste ponto em qualquer outra posição da cadeia.

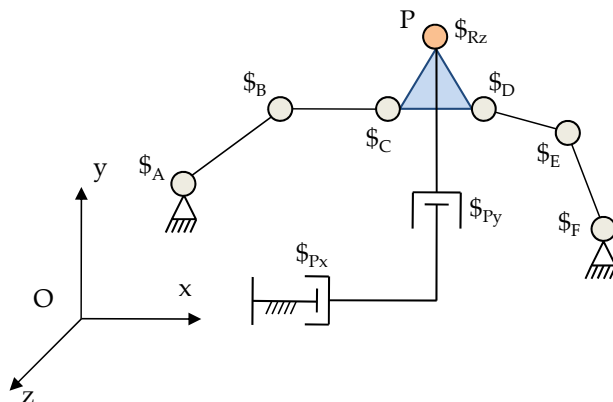


Figura A.2: Manipulador paralelo com cadeia virtual *PPR*

Em cadeias cinemáticas abertas é necessário utilizar a cadeia virtual para promover o fechamento da cadeia, permitindo a utilização do método de Davies (Figura A.3). Em robôs seriais, é conveniente posicionar o eixo do heligiro  $\$Rz$  perpendicularmente ao ponto que se deseja calcular a velocidade do efetuador. As

variáveis conhecidas são as magnitudes dos heligiros  $\$A$ ,  $\$B$  e  $\$C$  que representam as velocidades angulares das juntas e as incógnitas são as magnitudes dos heligiros da cadeia virtual, que representam a velocidade do ponto  $P$  em relação ao sistema de referência.

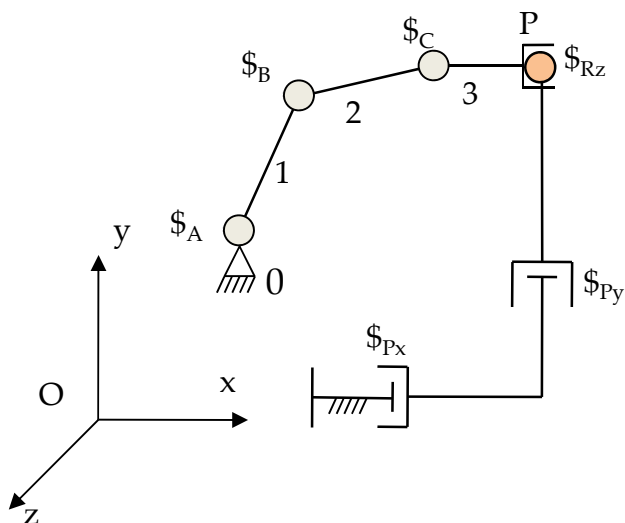


Figura A.3: Manipulador serial com cadeia virtual PPR

A representação de cadeias cinemáticas através da teoria dos grafos facilita e sistematiza a formulação das equações de restrição pelo método de Davies, principalmente em cadeias complexas que apresentam mais de um circuito.

Em cadeias de circuito único que não apresentam redundância cinemática, a matriz de rede de movimentos unitários  $N_r$  é composta pelos heligiros normalizados que representam o movimento de cada uma das juntas. Possui dimensão  $\lambda \times F_g$ , onde o grau bruto de liberdade  $F_g$  determina o número total de variáveis existentes. Na ausência de singularidades, o número de equações de restrição linearmente independentes é igual à dimensão do espaço  $\lambda$ . A mobilidade  $M$  da cadeia define o número de variáveis necessariamente conhecidas para determinar cinematicamente o

sistema. O número de incógnitas é igual à dimensão do espaço de forma que  $\lambda = F - M$ . As equações de restrição obtidas pelo método de Davies podem ser escritas na forma:

$$[N]_{\lambda, F} \{\varphi\}_{F, 1} = \{0\}_{\lambda, 1} \quad (A.6)$$

$$\{\varphi_s\}_{\lambda, 1} = [-N_s^{-1}]_{\lambda, \lambda} [N_p]_{\lambda, M} \{\varphi_p\}_{M, 1} \quad (A.7)$$

Nas cadeias de circuito único, a representação através de digrafo tem como objetivo garantir que a convenção de sinais adotada seja respeitada.

Em cadeias de mais de um circuito, a matriz de rede de movimentos unitários  $N_r$  possui dimensão  $\lambda.v \times F_g$  onde  $v$  é o número de circuitos existentes. Na ausência de singularidades, o número de equações de restrição é igual à  $\lambda.v$ . O grau bruto de liberdade  $F_g$  determina o número de variáveis existentes. A mobilidade da cadeia define o número de variáveis conhecidas e o número de equações linearmente independentes define o número de incógnitas de forma que  $\lambda.v = F_g - M$ .

### A.3 CINEMÁTICA DIFERENCIAL DE ROBÔS CINEMATICAMENTE REDUNDANTES

Nos manipuladores com redundância cinemática (e sem redundância de atuação), conforme definido na Seção 2.3, a mobilidade  $M$  do mecanismo com  $j_a$  juntas atuadas é maior que a dimensão  $d$  do espaço da tarefa. Conhecida a posição atual de um manipulador com redundância cinemática, sua cinemática direta diferencial pode ser obtida sem restrições pela equação (3.9), independente do método empregado para obtenção da matriz jacobiana.

Mas o Jacobiano possui dimensão  $j \times d$ , onde  $j > d$ , não admitindo inversa. Neste caso existem infinitas soluções para a cinemática inversa que não podem ser obtidas diretamente pela inversão da matriz jacobiana. Algum tipo de restrição ou alguma

especificação adicional devem ser determinados para permitir a resolução do problema.

Para os robôs cinematicamente redundantes, existem movimentações internas possíveis que não modificam a posição e orientação do efetuador. A maioria das técnicas empregadas na resolução da cinemática inversa de robôs redundantes utiliza-se desta propriedade, gerando movimentações internas projetadas no espaço nulo do efetuador que atendam a alguma especificação adicional (SCIAVICCO; SICILIANO, 1996).

A existência do espaço nulo permite reescrever a equação (3.9) na forma:

$$\dot{x} = J(\dot{\theta}^* + P\dot{\theta}_a) \quad (\text{A.8})$$

onde  $\dot{\theta}^*$  é uma solução para a equação (3.9),  $\dot{\theta}_a$  representa uma movimentação interna arbitrária do manipulador e  $P$  é uma matriz escolhida de forma que, para qualquer  $\dot{\theta}_a$ :

$$JP\dot{\theta}_a = 0 \quad (\text{A.9})$$

A matriz  $JP$  é o espaço projetor nulo que permite a escolha arbitrária de velocidades internas  $\dot{\theta}_a$ , sem interferir na velocidade do efetuador. Esta escolha é feita de forma a atender especificações adicionais como redução do custo quadrático da velocidade das juntas, minimização da norma do vetor  $(\dot{\theta} - \dot{\theta}_a)$  ou outra qualquer.

A maioria dos métodos clássicos utilizados para resolução da cinemática inversa emprega a pseudoinversa do Jacobiano (SCIAVICCO; SICILIANO, 1996). A formulação da pseudoinversa da matriz jacobiana é apresentada na Seção seguinte.

Outros métodos empregados são o da prioridade da tarefa, dos mínimos quadrados amortecidos, da decomposição e da extensão do espaço da tarefa. Em Simas (2008) é feita uma revisão sobre os métodos existentes e é apresentado um novo método que utiliza restrições cinemáticas impostas por cadeias virtuais adicionais para resolução da cinemática inversa.

## A.4 CINEMÁTICA INVERSA ATRAVÉS DA PSEUDOINVERSA

Na cinemática inversa de robôs cinematicamente redundantes, a matriz jacobiana não é quadrada e, portanto, não admite inversa. Há a necessidade de encontrar uma matriz  $J^\dagger$  de dimensão  $j \times d$ , de forma que:

$$\{\dot{\theta}\}_{j,1} = [J^\dagger]_{j,d} \{\dot{x}\}_{d,1} \quad (\text{A.10})$$

A matriz  $J^\dagger$  é a pseudoinversa da matriz jacobiana  $J$ , obtida através de alguma restrição ou condição adicional imposta. Uma condição adicional bastante utilizada na determinação da pseudoinversa tem por objetivo a minimização da função  $g(\theta)$  definida pelo custo quadrático das velocidades:

$$g(\theta) = \frac{1}{2} \{\dot{\theta}\}_{1,j}^T [W]_{j,j} \{\dot{\theta}\}_{j,1} \quad (\text{A.11})$$

A matriz  $W$  define a influência ou peso de cada junta na função. Se todas as juntas possuem a mesma influência,  $W$  pode ser definida como a matriz identidade e a função  $g(\theta)$  é reescrita na forma:

$$g(\theta) = \frac{1}{2} \{\dot{\theta}\}_{1,j}^T [I]_{j,j} \{\dot{\theta}\}_{j,1} = \frac{1}{2} [\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2 + \dots + \dot{\theta}_j^2] \quad (\text{A.12})$$

Para obter a matriz pseudoinversa, utiliza-se o método dos multiplicadores de Lagrange, e a função custo quadrático é modificada na forma:

$$g(\theta, \alpha) = \frac{1}{2} \{\dot{\theta}\}_{1,j}^T [W]_{j,j} \{\dot{\theta}\}_{j,1} + \{\alpha\}_{1,d}^T (\{\dot{x}\}_{d,1} - [J]_{d,j} \{\dot{\theta}\}_{j,1}) \quad (\text{A.13})$$

onde  $\alpha$  é um vetor de dimensão  $d \times 1$ . Para minimizar a função  $g(\theta, \alpha)$ , as derivadas parciais em relação a  $\alpha$  e  $\theta$  devem ser nulas.

De  $\left(\frac{\partial g}{\partial \theta}\right) = 0$  obtém-se:

$$\{\dot{\theta}\}_{j,1} = [W]_{j,j}^{-1} [J]_{j,d}^T \{\alpha\}_{1,d} \quad (\text{A.14})$$

De  $\left(\frac{\partial g}{\partial \alpha}\right) = 0$  obtém-se:

$$\{\dot{x}\}_{d,1} = [J]_{d,j} \{\dot{\theta}\}_{j,1} \quad (\text{A.15})$$

Substituindo a equação (A.14) em (A.15) e isolando  $\alpha$  obtém-se:

$$\{\alpha\}_{d,1} = ([J]_{d,j} [W]_{j,j}^{-1} [J]_{j,d}^T)^{-1} \{\dot{x}\}_{d,1} \quad (\text{A.16})$$

Substituindo a equação (A.16) em (A.14) resulta:

$$\{\dot{\theta}\}_{j,1} = [W]_{j,j}^{-1} [U]_{j,d}^T ([U]_{d,j} [W]_{j,j}^{-1} [U]_{j,d}^T)^{-1} \{\dot{x}\}_{d,1} \quad (\text{A.17})$$

E a matriz pseudoinversa da matriz jacobiana é:

$$[U^+]_{j,d} = [W]_{j,j}^{-1} [U]_{j,d}^T ([U]_{d,j} [W]_{j,j}^{-1} [U]_{j,d}^T)^{-1} \quad (\text{A.18})$$

Se  $W$  é a matriz identidade, a pseudoinversa fica reduzida a:

$$[U^+]_{j,d} = [U]_{j,d}^T ([U]_{d,j} [U]_{j,d}^T)^{-1} \quad (\text{A.19})$$

Na formulação apresentada, a cinemática inversa é calculada com a utilização da pseudoinversa, minimizando o custo médio quadrático da velocidade. A pseudoinversa também pode ser utilizada tendo em vista outros objetivos como minimizar os torques aplicados nas juntas ou minimizar o deslocamento total das juntas.

Apesar de funcional, o método para cálculo da cinemática inversa baseado na pseudoinversa apresenta algumas inconveniências:

- Não existe garantia que posições singulares sejam evitadas na execução de movimentações;
- O movimento conservativo não é garantido, ou seja, movimentos repetitivos no efetuador não resultam necessariamente em movimentos repetitivos das juntas;
- Inconsistência dimensional quando o manipulador possui juntas rotativas e prismáticas (SCIAVICCO; SICILIANO, 1996).

## APÊNDICE B –ANÁLISE CINEMÁTICA: RRR E 3-RRR

Neste apêndice é resolvida a cinemática diferencial do manipulador *RRR* através do método convencional e através do método de Davies. O equacionamento da cinemática diferencial na presença de redundância cinemática é abordado. A cinemática diferencial do manipulador *3-RRR* utilizando o método de Davies é apresentada.

### B.1 CINEMÁTICA DIFERENCIAL DO ROBÔ RRR: MÉTODO CONVENCIONAL

O cálculo da cinemática diferencial é assunto consolidado e pode ser encontrado em diversos livros utilizados como referência para o estudo da robótica. O método convencional é mostrado nesta seção apenas para efeito comparativo com o método de Davies apresentado a seguir. Nos demais exemplos, tanto para robôs seriais como para robôs paralelos, o cálculo da cinemática é feito apenas através do método de Davies.

A obtenção da matriz jacobiana pelo método convencional baseia-se nas equações gerais para velocidade linear  $V_n$  e angular  $\omega_n$  do efetuador:

$$V_n = \sum_{i=1}^j [\dot{\theta}_i (z_{i-1} \times {}^{i-1}p_n^*) + z_{i-1} \dot{d}_i] \quad (\text{B.1})$$

$$\omega_n = \sum_{i=1}^j \dot{\theta}_i z_{i-1} \quad (\text{B.2})$$

onde:

- $\dot{\theta}_i$  é a velocidade angular da junta  $i$ ;
- $\dot{d}_i$  é a velocidade linear da junta  $i$ ;
- $z_{i-1}$  é o vetor unitário na direção da junta  $i$ ;

- $j$  equivale ao número total de juntas;
- ${}^{i-1}p_n^*$  é o vetor definido a partir da origem do sistema de coordenadas fixo ao elo  $i-1$  até a origem do sistema de coordenadas fixo ao efetuador.

Todos os vetores devem ser expressos no sistema de coordenadas da base. No caso do manipulador em estudo, a velocidade linear das juntas  $\dot{d}_i$  é zero e a equação (B.1) não possui o último termo. Como as juntas foram definidas por letras, é necessário um ajuste na notação das equações apresentadas onde os vetores  $z_A$ ,  $z_B$  e  $z_C$  representam respectivamente os vetores unitários na direção dos eixos das juntas  $A$ ,  $B$  e  $C$ . Como o manipulador é planar, todos os vetores  $z$  apontam na direção do eixo  $z_0$  do sistema de coordenadas fixo da base e possuem coordenadas:

$$z_A = z_B = z_C = \{0 \ 0 \ 1\}^T \quad (\text{B.3})$$

A Figura B.1 mostra os sistemas de coordenadas posicionados em cada uma das juntas do manipulador e os vetores  $p$ . As coordenadas dos vetores  $p$  são dadas por:

$${}^0p_3^* = \begin{Bmatrix} X_P \\ Y_P \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad {}^1p_3^* = \begin{Bmatrix} X_P - X_B \\ Y_P - Y_B \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad {}^2p_3^* = \begin{Bmatrix} X_P - X_C \\ Y_P - Y_C \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad (\text{B.4})$$

Substituindo estes valores nas equações (B.1) e (B.2) e eliminando as linhas nulas referentes à velocidade angular do efetuador em relação aos eixos  $x$  e  $y$  e à velocidade linear na direção do eixo  $z$ , obtém-se a relação entre a velocidade angular das juntas e a velocidade do efetuador na forma:

$$\begin{Bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y_P & -Y_P + Y_B & -Y_P + Y_C \\ X_P & X_P - X_B & X_P - X_C \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_A \\ \dot{\theta}_B \\ \dot{\theta}_C \end{Bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

onde  $V_x$ ,  $V_y$  e  $\omega_z$  são respectivamente a velocidade linear na direção  $x$ , a velocidade linear na direção  $y$  e a velocidade angular em torno do eixo  $z$  do sistema de referência fixo à base.



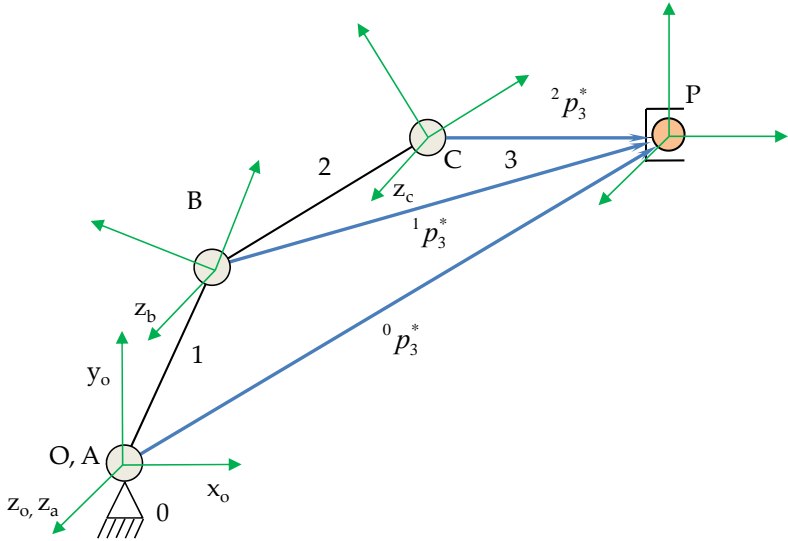


Figura B.1: Sistema de coordenadas e vetores  $p$  do manipulador serial RRR

O Jacobiano  $J$  é a matriz:

$$J = \begin{bmatrix} -Y_P & -Y_P + Y_B & -Y_P + Y_C \\ X_P & X_P - X_B & X_P - X_C \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (B.6)$$

que define a relação entre as velocidades das juntas e a velocidade do efetuador. Na ausência de singularidades, o Jacobiano admite inversa e, conhecida a velocidade  $\dot{x}$  do efetuador, as velocidades das juntas podem ser calculadas por:

$$\dot{\theta} = J^{-1}\dot{x} \quad (B.7)$$

## B.2 CINEMÁTICA DIFERENCIAL DO ROBÔ RRR: MÉTODO DE DAVIES

Para utilização do método de Davies, é conveniente promover o fechamento da cadeia através da cadeia virtual PPR.

Desta forma, as velocidades serão fornecidas diretamente no ponto de interesse, sem a necessidade de transformações posteriores. A Figura B.2 mostra o fechamento da cadeia e os vetores de posição  $S_o$  referenciados no sistema de coordenadas  $O$  fixo da base. Com a inserção da cadeia virtual, a mobilidade do mecanismo não é alterada. O eixo de rotação da junta virtual  $R_z$  intercepta o ponto  $P$  do efetuador.

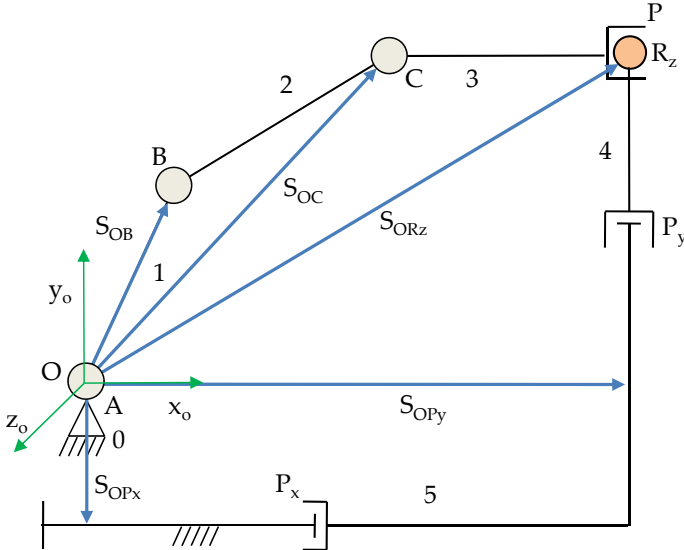


Figura B.2: Vetores  $S_o$  do manipulador RRR e da cadeia virtual PPR

Como o robô é plano e como há apenas juntas de rotação, os vetores dos eixos dos heligiros do manipulador apontam na direção  $z_0$  e o passo  $h$  dos heligiros é nulo. As juntas da cadeia virtual são identificadas por  $P_x$ ,  $P_y$  e  $R_z$  e possuem respectivamente velocidades  $V_{P_x}$ ,  $V_{P_y}$  e  $\dot{\theta}_{R_z}$ . Nas juntas prismáticas  $P_x$  e  $P_y$ , o passo do heligiro é infinito e as componentes  $L$ ,  $M$  e  $N$  são nulas. Utilizando a equação (3.2) obtêm-se os heligiros do manipulador e da cadeia virtual na forma:

$$\begin{matrix} \$A^M = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \dot{\theta}_A; & \$B^M = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -X_B \\ 0 \end{Bmatrix} \dot{\theta}_B; & \$C^M = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ Y_C \\ -X_C \end{Bmatrix} \dot{\theta}_C \end{matrix} \quad (B.8)$$

$$\begin{matrix} \$Px^M = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} V_{Px}; & \$Py^M = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} V_{Py}; & \$Rz^M = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ Y_P \\ -X_P \\ 0 \end{Bmatrix} \dot{\theta}_{Rz} \end{matrix} \quad (B.9)$$

A representação do manipulador e da cadeia virtual através de digrafo é mostrada na Figura B.3.

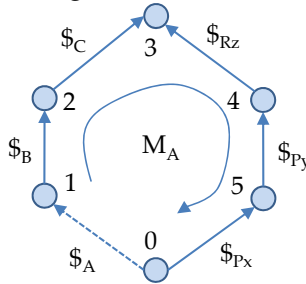


Figura B.3: Grafo do manipulador serial RRR com cadeia virtual PPR

Como se trata de um circuito único, a lei da circulação de Kirchhoff-Davies pode ser diretamente aplicada obtendo-se:

$$\$A^M + \$B^M + \$C^M - \$Px^M - \$Py^M - \$Rz^M = 0 \quad (B.10)$$

O sinal de cada heligiro na equação (B.10) respeita a convenção adotada pelo sentido das arestas do digrafo.

Na forma apresentada, as velocidades  $V_{Px}$ ,  $V_{Py}$  e  $\dot{\theta}_{Rz}$  das juntas da cadeia virtual são idênticas às velocidades  $V_x$ ,  $V_y$  e  $\omega_z$  do efetuador em relação ao sistema de coordenadas da base. Reescrevendo na forma matricial, utilizando o conceito da matriz de rede de movimentos unitários, e eliminando as linhas nulas tem-se:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & Y_B & Y_C & -1 & 0 & -Y_P \\ 0 & -X_B & -X_C & 0 & -1 & X_P \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_A \\ \dot{\theta}_B \\ \dot{\theta}_C \\ V_{Px} \\ V_{Py} \\ \dot{\theta}_{Rz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{B.11})$$

O passo seguinte é definir as variáveis primárias e separar a matriz de rede em duas. Definindo as velocidades das juntas como variáveis primárias, a equação (B.11) pode ser manipulada na forma:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & Y_B & Y_C \\ 0 & -X_B & -X_C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_A \\ \dot{\theta}_B \\ \dot{\theta}_C \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -Y_P \\ 0 & -1 & X_P \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_{Px} \\ V_{Py} \\ \dot{\theta}_{Rz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{B.12})$$

Isolando as variáveis secundárias na equação (B.12) resulta:

$$\begin{Bmatrix} V_{Px} \\ V_{Py} \\ \dot{\theta}_{Rz} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -Y_P \\ 0 & -1 & X_P \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & Y_B & Y_C \\ 0 & -X_B & -X_C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_A \\ \dot{\theta}_B \\ \dot{\theta}_C \end{Bmatrix} \quad (\text{B.13})$$

Fazendo o cálculo da inversa da matriz de rede secundária  $N_s$ :

$$\begin{Bmatrix} V_{Px} \\ V_{Py} \\ \dot{\theta}_{Rz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y_P & 1 & 0 \\ X_P & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & Y_B & Y_C \\ 0 & -X_B & -X_C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_A \\ \dot{\theta}_B \\ \dot{\theta}_C \end{Bmatrix} \quad (\text{B.14})$$

e multiplicando-se as matrizes têm-se a relação:

$$\begin{Bmatrix} V_{Px} \\ V_{Py} \\ \dot{\theta}_{Rz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y_P & -Y_P + Y_B & -Y_P + Y_C \\ X_P & X_P - X_B & X_P - X_C \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_A \\ \dot{\theta}_B \\ \dot{\theta}_C \end{Bmatrix} \quad (\text{B.15})$$

O Jacobiano encontrado é idêntico ao obtido através do método convencional. Em ambos os métodos sempre haverá a necessidade de conhecer o vetor de posição das juntas e referenciá-los na mesma base. Para robôs com geometria simples é possível obter equações fechadas para o cálculo da posição de suas juntas. Para robôs com geometria complexa, o processo não é trivial e pode haver a necessidade de utilizar alguma técnica numérica para realizar este cálculo.

### B.3 CINEMÁTICA DIFERENCIAL DO ROBÔ RRR: REDUNDÂNCIA CINEMÁTICA

Considerando o espaço da tarefa com dimensão  $d=2$ , o robô serial *RRR* apresenta redundância cinemática. Se em uma determinada tarefa a orientação do efetuador não for relevante, independente do método empregado na obtenção das equações de restrição, a relação entre as velocidades das juntas e a velocidade do efetuador é dada por:

$$\begin{Bmatrix} V_x \\ V_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y_P & -Y_P + Y_B & -Y_P + Y_C \\ X_P & X_P - X_B & X_P - X_C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_A \\ \dot{\theta}_B \\ \dot{\theta}_C \end{Bmatrix} \quad (\text{B.16})$$

A matriz Jacobiana possui dimensão  $2 \times 3$  e não admite inversa. O cálculo da cinemática inversa admite infinitas soluções e o procedimento descrito na seção A.4 para o cálculo da cinemática através da pseudoinversa pode ser aplicado ao robô *RRR*.

Se a condição adicional escolhida para resolver a cinemática inversa é a otimização do custo médio quadrático das velocidades e se a matriz de pesos  $W$  é a matriz identidade, a matriz pseudoinversa do Jacobiano é dada pela equação (A.19). Substituindo os valores da equação (B.16) na equação (A.19) resulta:

$$[J^\dagger]_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} -Y_P & X_P \\ -Y_P + Y_B & X_P - X_B \\ -Y_P + Y_C & X_P - X_C \end{bmatrix} \quad (\text{B.17})$$

$$\left( \begin{bmatrix} -Y_P & -Y_P + Y_B & -Y_P + Y_C \\ X_P & X_P - X_B & X_P - X_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -Y_P & X_P \\ -Y_P + Y_B & X_P - X_B \\ -Y_P + Y_C & X_P - X_C \end{bmatrix} \right)^{-1}$$

E, numericamente, a pseudoinversa pode ser obtida sem grandes custos computacionais.

Determinada a matriz pseudoinversa, a cinemática inversa é calculada de forma única. No exemplo apresentado, foi utilizada uma condição adicional de custo médio quadrático e a matriz  $W$  foi definida como a matriz identidade, o que torna mais fácil a compreensão e simplifica os cálculos. Mas o método pode ser

utilizado sem restrições considerando outras condições adicionais e com a matriz  $W$  diferente da matriz identidade.

#### B.4 CINEMÁTICA DIFERENCIAL DO ROBÔ 3-RRR

A cinemática direta de velocidade do manipulador 3-RRR pode ser calculada sem restrições utilizando os mesmos procedimentos empregados no cálculo da cinemática do robô RRR. Considerando o espaço da tarefa de dimensão três, obtém-se uma relação entre as velocidades das juntas e a velocidade do efetuador na forma:

$$\begin{Bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} = [J]_{3,4} \begin{Bmatrix} \dot{L}_A \\ \dot{\theta}_B \\ \dot{\theta}_C \\ \dot{\theta}_D \end{Bmatrix} \quad (\text{B.18})$$

onde  $\dot{L}_A$  é a velocidade linear da junta prismática  $A$ .

Devido à redundância cinemática, a matriz jacobiana não é quadrada, não permitindo inversão. Utilizando algum dos métodos apresentados na seção A.3 é possível determinar a cinemática inversa.

O procedimento para obtenção da cinemática direta do robô PRRR é similar ao do robô RRR apresentado na seção B.2 e o procedimento para obtenção da cinemática inversa, considerando a redundância cinemática, é similar ao apresentado na seção B.3. Por esse motivo o equacionamento cinemático não é mostrado nesta seção.

B.5 CINEMÁTICA DIFERENCIAL DO MANIPULADOR 3-RRR: MÉTODO DE DAVIES

A cinemática diferencial de robôs paralelos de circuito único é calculada pelo método de Davies, exatamente da mesma maneira como feita para robôs seriais em que o fechamento da cadeia é obtido pela utilização da cadeia virtual.

Em robôs com mais de um circuito, o método de Davies pode também ser utilizado. Como a cadeia cinemática é fechada, aparentemente não existiria necessidade de empregar cadeias virtuais. Mas trata-se de um recurso interessante, pois as velocidades das juntas da cadeia virtual fornecem diretamente as velocidades no ponto desejado, sem a necessidade de transformações de coordenadas posteriores. Se o ponto que deseja conhecer a velocidade é o centro da plataforma móvel, a cadeia virtual PPR pode ser inserida conforme mostrado na Figura B.4. As juntas da cadeia virtual são identificadas por  $P_x$ ,  $P_y$  e  $R_z$  e os elos da cadeia virtual por  $V_1$  e  $V_2$ . A junta  $R_z$  está localizada exatamente no centro da plataforma móvel, coincidente com o ponto  $P$ , e permite o movimento relativo entre o elo 7 e o elo  $V_2$ .

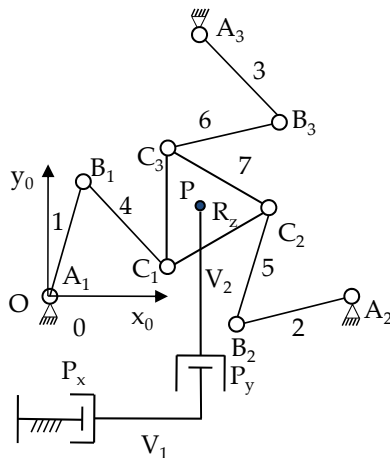


Figura B.4: Manipulador paralelo 3-RRR com cadeia virtual PPR

O grafo do robô 3-RRR é mostrado na Figura B.5, inserida a cadeia virtual e mostrando os heligios que representam o movimento das juntas. As cordas foram escolhidas como sendo as arestas  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$ . O número de circuitos ou malhas é igual a 3 e o número de equações obtidas da lei de circulação é igual a 3 também.

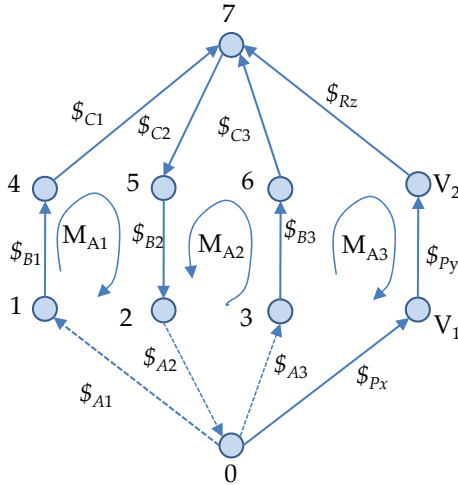


Figura B.5: Grafo do manipulador paralelo 3-RRR com cadeia virtual *PPR*

Das malhas  $M_{A1}$ ,  $M_{A2}$  e  $M_{A3}$  obtém-se, respeitando a convenção de sinais adotado no digrafo:

$$\$_{A_1}^M + \$_{B_1}^M + \$_{C_1}^M + \$_{C_2}^M + \$_{B_2}^M + \$_{A_2}^M = 0 \text{ (malha } M_{A1}) \quad (\text{B.19})$$

$$\$_{A_3}^M + \$_{B_3}^M + \$_{C_3}^M + \$_{C_2}^M + \$_{B_2}^M + \$_{A_2}^M = 0 \text{ (malha } M_{A2}) \quad (\text{B.20})$$

$$\$_{A_3}^M + \$_{B_3}^M + \$_{C_3}^M - \$_{R_z}^M - \$_{P_x}^M - \$_{P_y}^M = 0 \text{ (malha } M_{A3}) \quad (\text{B.21})$$

Conhecidas as coordenadas cartesianas e os heligios de cada uma das juntas, eliminando as linhas nulas e agrupando as equações de restrição em uma única matriz, a cinemática do robô paralelo pode ser apresentada na forma:



$$\begin{bmatrix}
 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
 Y_{A1} & Y_{A2} & 0 & Y_{B1} & Y_{B2} & 0 & Y_{C1} & Y_{C2} \\
 -X_{A1} & -X_{A2} & 0 & -X_{A1} & -X_{B2} & 0 & -X_{C1} & -X_{C2} \\
 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
 0 & Y_{A2} & Y_{A3} & 0 & Y_{B2} & Y_{B3} & 0 & Y_{C2} \dots \\
 0 & -X_{A2} & -X_{A3} & 0 & -X_{B2} & -X_{B3} & 0 & -X_{C2} \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & Y_{A3} & 0 & 0 & Y_{B3} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -X_{A3} & 0 & 0 & -X_{B3} & 0 & 0
 \end{bmatrix} \quad (B.22)$$

$$\begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & Y_{C3} & 0 & 0 \\
 -X_{C3} & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & -1 \\
 Y_{C3} & -1 & 0 & -Y_P \\
 -X_{C3} & 0 & -1 & X_P
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \dot{\theta}_{A1} \\
 \dot{\theta}_{A2} \\
 \dot{\theta}_{A3} \\
 \dot{\theta}_{B1} \\
 \dot{\theta}_{B2} \\
 \dot{\theta}_{B3} \\
 \dot{\theta}_{C1} \\
 \dot{\theta}_{C2} \\
 \dot{\theta}_{C3} \\
 V_x \\
 V_y \\
 \dot{\theta}_{Rz}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}$$

As juntas passivas serão sempre variáveis secundárias. As variáveis primárias podem ser a velocidade  $V_x$ ,  $V_y$  e  $\dot{\theta}_{Rz}$  do efetuador ou as velocidades  $\dot{\theta}_{A1}$ ,  $\dot{\theta}_{A2}$  e  $\dot{\theta}_{A3}$  das juntas atuadas. Na primeira formulação apresentada consideram-se as velocidades das juntas como variáveis primárias. A relação entre as velocidades das juntas atuadas e as velocidades das demais juntas é apresentada na equação (B.23). As matrizes primárias e secundárias dos movimentos unitários aparecem de forma compacta.

$$[N_s]_{9 \times 9} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_{B1} \\ \dot{\theta}_{B2} \\ \dot{\theta}_{B3} \\ \dot{\theta}_{C1} \\ \dot{\theta}_{C2} \\ \dot{\theta}_{C3} \\ V_x \\ V_y \\ \dot{\theta}_{Rz} \end{Bmatrix} = -[N_p]_{9 \times 3} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_{A1} \\ \dot{\theta}_{A2} \\ \dot{\theta}_{A3} \end{Bmatrix} \quad (\text{B.23})$$

Como as velocidades das juntas passivas aparecem no equacionamento, as matrizes  $N_s$  e  $N_p$  são diferentes dos Jacobianos  $J_x$  e  $J_\theta$  apresentados na equação (3.10). Para obter a matriz jacobiana em seu conceito tradicional, eliminando as juntas passivas, deve-se aplicar o conceito de matriz aniquiladora mostrado na seção D.2. Na análise cinemática através dos métodos tradicionais, esta eliminação também tem ser realizada, sendo normalmente feita por simples substituição.

Se a presença das juntas passivas no equacionamento não representar uma dificuldade adicional, na ausência de singularidade a matriz  $N_s$  admite inversa e as variáveis secundárias podem ser obtidas a partir da equação (B.23).

Escolhidas como variáveis primárias a velocidade do efetuador, a equação (B.22) pode ser manipulada de forma a obter:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\theta}_{A1} \\ \dot{\theta}_{A2} \\ \dot{\theta}_{A3} \\ \dot{\theta}_{B1} \\ \dot{\theta}_{B2} \\ \dot{\theta}_{B3} \\ \dot{\theta}_{C1} \\ \dot{\theta}_{C2} \\ \dot{\theta}_{C3} \end{Bmatrix} = -[N_s]_{9 \times 9} [N_p]_{9 \times 3} \begin{Bmatrix} V_x \\ V_y \\ \dot{\theta}_{Rz} \end{Bmatrix} \quad (\text{B.24})$$

onde as matrizes  $N_s$  e  $N_p$  são diferentes das matrizes  $N_s$  e  $N_p$  da equação (B.23). E as velocidades das juntas são obtidas em função da velocidade conhecida do efetuador.

O método de Davies pode ser aplicado em qualquer tipo de robô paralelo, desde que não exista redundância cinemática. A presença de redundâncias cinemáticas em robôs paralelos exige uma abordagem similar a dos robôs seriais, onde especificações ou restrições adicionais devem ser impostas de forma a permitir a resolução do sistema. Seja qual for o método utilizado no cálculo da cinemática diferencial, existe sempre a necessidade de conhecer a posição atual, o que nem sempre é algo trivial.



## APÊNDICE C – FUNDAMENTOS DA ANÁLISE ESTÁTICA DE ROBÔS

Neste apêndice é apresentada a formulação da análise estática de robôs manipuladores através do diagrama do corpo livre. A estática de robôs com redundância de atuação é abordada através da técnica da matriz pseudo-inversa. O conceito de elipsoide de força é discutido.

### C.1 ANÁLISE ESTÁTICA: DIAGRAMA DO CORPO LIVRE

Nesta abordagem, a análise estática está baseada no equilíbrio de forças e momentos em cada um dos elos que compõem o mecanismo. Os momentos puros (binários) são vetores livres pois não possuem ponto de aplicação específico. As forças são vetores linhas pois seu ponto de aplicação pode deslizar ao longo de sua reta de atuação.

A Figura C.1 mostra as forças e momentos atuantes em um elo  $i$ , conectado ao elo  $i-1$  através da junta  $i$  e ao elo  $i+1$  através da junta  $i+1$ . O referencial utilizado para o cálculo dos momentos é a origem  $O_i$ , fixa ao elo  $i$  e:

- $F_{i+1,i}$ : força exercida no elo  $i+1$  pelo elo  $i$  no ponto  $O_i$ ;
- $g$ : aceleração da gravidade;
- $m_i$ : massa do elo  $i$ ;
- $M_{i+1,i}$ : momento resultante exercido no elo  $i+1$  pelo elo  $i$ ;
- $r_{c_i}$ : vetor de posição do centro de massa  $C_i$  do elo  $i$  em relação à origem  $O_i$ ;
- $r_i$ : vetor posição da origem  $O_i$  com respeito à origem  $O_{i-1}$ .

Com exceção da massa  $m$ , todas as demais grandezas são vetores que devem estar representados na mesma base.

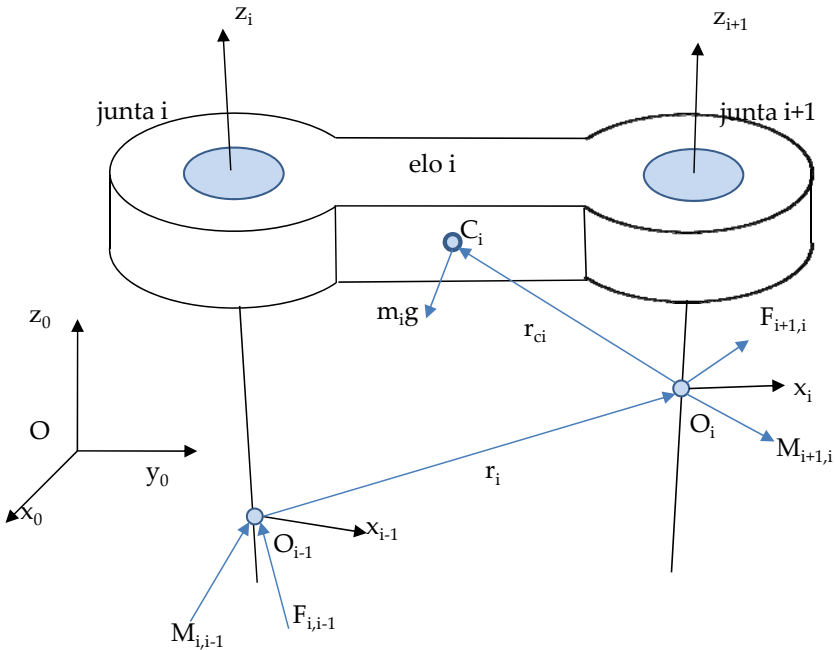


Figura C.1: Diagrama do corpo livre: forças e momento atuantes no elo  $i$

Para que exista o equilíbrio estático, o somatório das forças e dos momentos atuantes no elo deve ser igual a zero. A equação de equilíbrio das forças é escrita na forma:

$$F_{i,i-1} - F_{i+1,i} + m_i g = 0 \quad (\text{C.1})$$

A equação de equilíbrio dos momentos depende do ponto escolhido para o cálculo. Considerando o equilíbrio em relação à origem  $O_i$ , a equação fica:

$$M_{i,i-1} - M_{i+1,i} - r_i \times F_{i,i-1} + r_{ci} \times m_i g = 0 \quad (\text{C.2})$$

No efetuador, a força e o momento exercidos pelo manipulador serial no meio são definidos por  $F_{n+1,n}$  e  $M_{n+1,n}$ , onde  $n$  é o número total de elos. A força e o momento exercidos pelo elo fixo da base no primeiro elo móvel são referenciados respectivamente por  $F_{1,0}$  e  $M_{1,0}$ .

Esta notação é empregada tanto para robôs seriais como para cada uma das pernas de um robô paralelo. Para os robôs parale-

los, deve ser observado que tanto a base como a plataforma móvel não são elos binários e devem ser consideradas as ações transmitidas por todas as juntas conectadas. Outra diferença a ser considerada é que nos robôs seriais todas as juntas são atuadas e nos robôs paralelos existem juntas passivas.

A Figura C.2 mostra a plataforma móvel de um manipulador paralelo planar 3-RRR (Figura 2.2(a)), onde os elos 4, 5 e 6 são conectados à plataforma através das juntas passivas  $G$ ,  $H$  e  $I$ . A força aplicada pelo manipulador no meio é definida por  $F_{8,7}$  e o momento por  $M_{8,7}$ . O ponto de contato entre o manipulador e o meio ocorre no centro da plataforma e, no equacionamento, as forças gravitacionais não são consideradas.

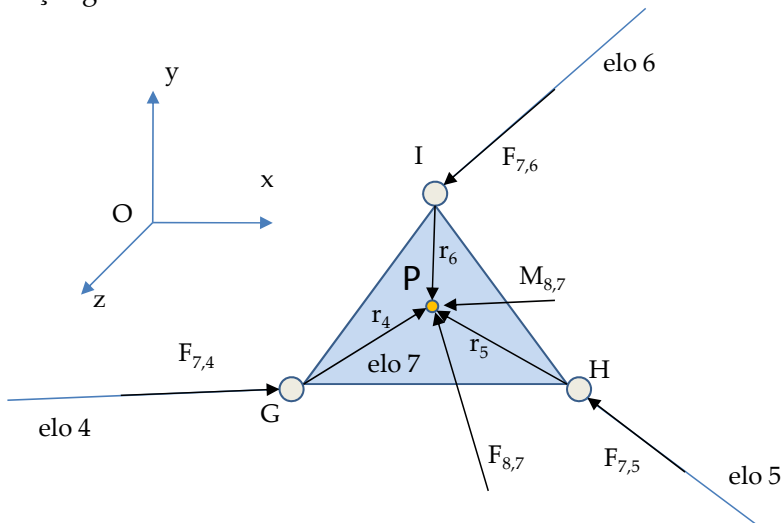


Figura C.2: Forças e momento no efetuador do manipulador paralelo 3-RRR

As forças  $F_{7,4}$ ,  $F_{7,5}$  e  $F_{7,6}$  representam respectivamente as forças aplicadas pelos elos 4, 5 e 6 na plataforma móvel 7. Considerando que as juntas que conectam estes elos à plataforma móvel não são atuadas, não existe momento transmitido e as forças obrigatoriamente serão aplicadas respeitando as direções definidas pelos elos na posição atual. Se o ponto de equilíbrio a ser considerado

no equacionamento for o centro  $P$  da plataforma móvel, as equações de equilíbrio para força e momento na plataforma são respectivamente:

$$F_{7,4} + F_{7,5} + F_{7,6} - F_{8,7} = 0 \quad (\text{C.3})$$

$$M_{8,7} - r_4 \times F_{7,4} - r_5 \times F_{7,5} - r_6 \times F_{7,6} = 0 \quad (\text{C.4})$$

onde os vetores  $r_i$  representam as distâncias das juntas até o centro da plataforma, todas referenciadas na mesma base.

Conhecidas as equações de equilíbrio, a estática pode ser resolvida de forma recursiva, estabelecendo uma relação entre as ações das juntas ativas e as ações exercidas pelo manipulador no meio. Exemplos de cálculo para robôs seriais e paralelos são apresentados na Seção 3.7. Cabe ressaltar que ao resolver as equações de equilíbrio, todos os vetores devem estar referenciados em relação à mesma origem.

## C.2 ANÁLISE ESTÁTICA DE ROBÔS COM REDUNDÂNCIA DE ATUAÇÃO

Nos mecanismos com redundância de atuação é possível alcançar o equilíbrio estático apenas com a aplicação de forças ou torques nas juntas atuadas, sem a necessidade de forças externas adicionais. Mas como em geral o objetivo é aplicar uma ação no meio ou suportar uma ação aplicada pelo meio, a análise é conduzida considerando sempre a presença de forças de contato do manipulador com o meio.

A determinação das equações de equilíbrio para robôs com redundância de atuação pode ser feita utilizando-se a abordagem do diagrama do corpo livre ou através do método de Davies, em procedimentos similares aos adotados nas seções 3.6.1 e 3.6.2. Independente do procedimento adotado, sempre é possível manipular as equações de equilíbrio obtendo-se uma relação entre as ações aplicadas pelos atuadores e as ações aplicadas pelo meio. As demais ações externas, como por exemplo as forças gravita-



cionais, devem obrigatoriamente ser conhecidas e substituídas por seus valores numéricos nas equações. As forças internas podem ser eliminadas do equacionamento por substituição ou por algum procedimento sistemático de cancelamento de variáveis.

A dimensão do vetor  $\tau$  que representa os torques e forças dos atuadores é igual ao grau líquido de restrição  $C_n$  do mecanismo, que define o número mínimo de variáveis independentes necessárias para determinar estaticamente o mecanismo. Na ausência de condições adicionais impostas pela tarefa, a dimensão do vetor  $F$ , que define as ações aplicadas pelo meio, é igual a  $\lambda$  e será sempre menor que a dimensão do vetor  $\tau$ . Utilizando o método de Davies e definindo os torques e forças dos atuadores como variáveis primárias, obtêm-se:

$$\{\psi_s\}_{\lambda,1} = - \left[ \hat{A}_{Ns}^{-1} \right]_{\lambda,\lambda} \left[ \hat{A}_{Np} \right]_{\lambda,c_n} \{\psi_p\}_{c_n,1} \quad (C.5)$$

Isto significa que conhecidos os torques e forças dos atuadores é possível determinar as ações aplicadas no meio. Mas para o problema inverso não existe uma única solução. Conhecida a ação aplicada pelo meio, existem infinitas combinações possíveis de torques e forças nas juntas que equilibrem estaticamente o mecanismo. Fica clara a analogia existente entre redundância de atuação na análise estática e redundância cinemática na análise cinemática. E os métodos empregados para resolver a redundância de atuação são similares aos métodos empregados na resolução da cinemática de mecanismos com redundância cinemática, apresentados no Apêndice A.

A equação (C.5) pode ser escrita de forma simplificada como:

$$\{F\}_{\lambda,1} = [f]_{\lambda,c_n} \{\tau\}_{c_n,1} \quad (C.6)$$

onde a matriz  $f$  depende da geometria do manipulador. Como  $f$  não possui inversa, condições ou restrições adicionais devem ser impostas para permitir o cálculo dos torques ou forças das juntas, dadas as ações aplicadas pelo meio.

Utilizando a abordagem da pseudoinversa, é possível obter uma relação na forma:

$$\{\tau\}_{c_n,1} = [f^\dagger]_{c_n,\lambda} \{F\}_{\lambda,1} \quad (C.7)$$

onde  $f^\dagger$  é a pseudo-inversa da matriz  $f$ . Uma condição adicional utilizada na determinação da pseudoinversa tem por objetivo a minimização da função  $g(\tau)$  definida pelo custo quadrático das ações nas juntas de forma que:

$$g(\tau) = \frac{1}{2} \{\tau\}_{1,c_n}^T [W]_{c_n,c_n} \{\tau\}_{c_n,1} \quad (C.8)$$

A matriz  $W$  define a influência ou peso de cada junta na função. Utilizando a mesma abordagem apresentada no Apêndice A, a matriz pseudoinversa da matriz  $f$  é calculada por:

$$[f^\dagger]_{c_n,\lambda} = [W]_{c_n,c_n}^{-1} [f]_{c_n,\lambda}^T ([f]_{\lambda,c_n} [W]_{c_n,c_n}^{-1} [f]_{c_n,\lambda}^T)^{-1} \quad (C.9)$$

Se todas as juntas possuem a mesma influência,  $W$  pode ser definida como a matriz identidade e a pseudoinversa fica reduzida a:

$$[f^\dagger]_{c_n,\lambda} = [f]_{c_n,\lambda}^T ([f]_{\lambda,c_n} [f]_{c_n,\lambda}^T)^{-1} \quad (C.10)$$

A abordagem pela pseudoinversa não é a única possível para solução da estática de manipuladores com redundância de atuação. Podem ser impostas outras restrições e condições, como, por exemplo, manter a relação entre torque aplicado em cada junta e o torque máximo suportado pela respectiva junta dentro de uma margem de segurança especificada. Considerando diferentes restrições ou condições, obtêm-se soluções distintas na resolução do problema. O método baseado na pseudoinversa para resolver a redundância de atuação apresenta como inconveniente a inconsistência dimensional quando o manipulador possui tipos distintos de juntas.

### C.3 ELIPSOIDE DE FORÇA

Ao aplicar forças e torques nas juntas ativas de um manipulador, ações de reação devem existir na interação entre efetuador e o meio para que o equilíbrio estático seja mantido. Estas reações dependem da magnitude das ações nos atuadores e da configuração do manipulador. O elipsoide de força fornece uma represen-

tação gráfica desta relação entre torques aplicados nos atuadores e ações resultantes no efetuador.

A formulação tradicional do elipsoide de força estabelece a relação entre as ações produzidas no efetuador, quando aplicado um torque de norma unitária nas juntas, de forma que:

$$\tau^T \tau = 1 \quad (\text{C.11})$$

Substituindo a equação (C.11) em (3.28) obtém-se:

$$F^T J J^T F = 1 \quad (\text{C.12})$$

Considerando o caso bidimensional, a equação (C.11) define um círculo de raio  $R=1$  com centro na origem. Como o produto  $J J^T$  resulta em uma matriz simétrica positivo-definida (TSAI, 1999), a equação (C.12) define uma elipse cujos eixos cartesianos coincidem com os autovetores de  $J J^T$  e cujos comprimentos destes eixos são obtidos através do inverso da raiz quadrada de seus autovalores (TSAI, 1999). O elipsoide de força representa um mapeamento entre os torques dos atuadores e as ações correspondentes no efetuador, conforme mostrado na Figura C.3 para o caso bidimensional.

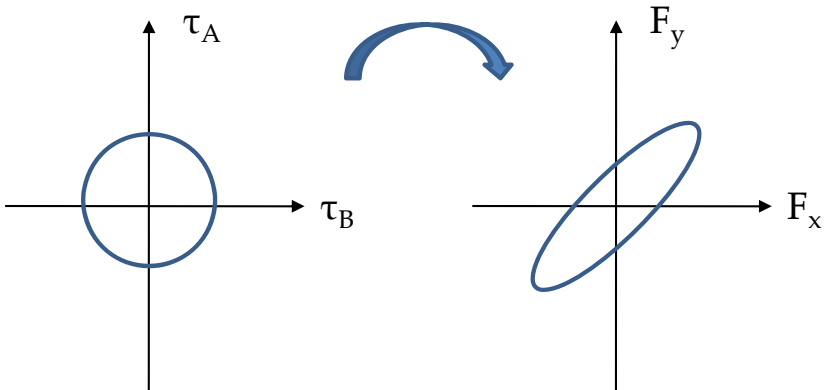


Figura C.3: Elipsoide de força

Como o elipsoide depende da matriz jacobiana, cada nova configuração do manipulador produz uma elipse diferente. O

mapeamento apresentado na Figura C.3 é representativo para o caso bidimensional, mas pode ser aplicado em três dimensões.

Devem ser feitas, no entanto, algumas considerações quanto à utilização do elipsoide de força:

- Só pode ser aplicado quando o manipulador apresentar um único tipo de junta. Na existência de dois tipos de juntas no manipulador, como por exemplo juntas prismáticas e rotativas, o mapeamento apresenta inconsistência dimensional e não pode ser aplicado;
- Os torques necessários para equilibrar as forças gravitacionais são negligenciados, podendo conduzir a resultados errôneos;
- Não são impostas restrições quanto ao torque máximo suportado por cada atuador. Mesmo normalizando o torque máximo da junta mais robusta para a unidade, alguns pontos do mapa de torques não podem ser alcançados e, conseqüentemente, a elipse de forças não representa fielmente a condição real;
- A utilização da norma unitária exclui combinações possíveis de torques do mapeamento. Se as juntas consideradas possuem a mesma capacidade de torque, no caso bidimensional os torques deveriam ser representados através de um quadrado e não de um círculo.

Apesar das restrições quanto a sua utilização, o elipsoide de forças fornece um indicativo das direções onde o manipulador apresenta maior vantagem mecânica. Estas informações podem ser úteis na busca por soluções otimizadas para aplicação de forças e momentos limites. Mas na presença de redundância cinemática e de atuação, sua aplicabilidade é limitada pois não fornece informações sobre como, a partir de uma configuração inicial, melhorar a capacidade de força em uma determinada direção através de uma mudança de configuração do manipulador ou sobre como distribuir os torques de forma eficiente nos atuadores.

## APÊNDICE D - ANÁLISE ESTÁTICA DO ROBÔ RRR

Neste apêndice é apresentada a análise estática do robô manipulador *RRR* através do diagrama do corpo livre e do método de Davies.

O robô serial *RRR* mostrado na Figura D.1 possui três juntas atuadas e grau de mobilidade  $M=3$ . Por se tratar de um manipulador planar, tanto a análise cinemática como a análise estática podem ser realizadas considerando um espaço de dimensão  $\lambda=3$ . Considerando que o espaço da tarefa possui dimensão  $d=3$ , este manipulador não apresenta redundância cinemática e, por se tratar de um robô serial, não existe redundância de atuação. Os elos são numerados de 0 até 3, iniciando pelo elo fixo da base. As juntas são identificadas de *A* até *C* e o ponto de interesse no efetuador é identificado pela letra *P*.

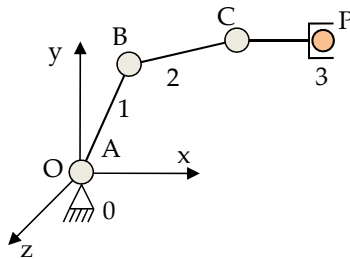


Figura D.1: Representação esquemática do manipulador serial com três juntas rotativas

A localização de cada uma das juntas e do efetuador, referenciada em relação ao sistema de coordenadas *O* fixo da base, é definida por:

$$A = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}; B = \begin{Bmatrix} X_B \\ Y_B \\ 0 \end{Bmatrix}; C = \begin{Bmatrix} X_C \\ Y_C \\ 0 \end{Bmatrix}; P = \begin{Bmatrix} X_P \\ Y_P \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad (D.1)$$

## D.1 DIAGRAMA DO CORPO LIVRE

A Figura D.2 mostra as forças e momentos atuantes no mecanismo RRR utilizando a notação apresentada na seção C.1. Como se trata de um mecanismo planar, são consideradas apenas as forças nas direções  $x$  e  $y$  e o momento em torno do eixo  $z$ .

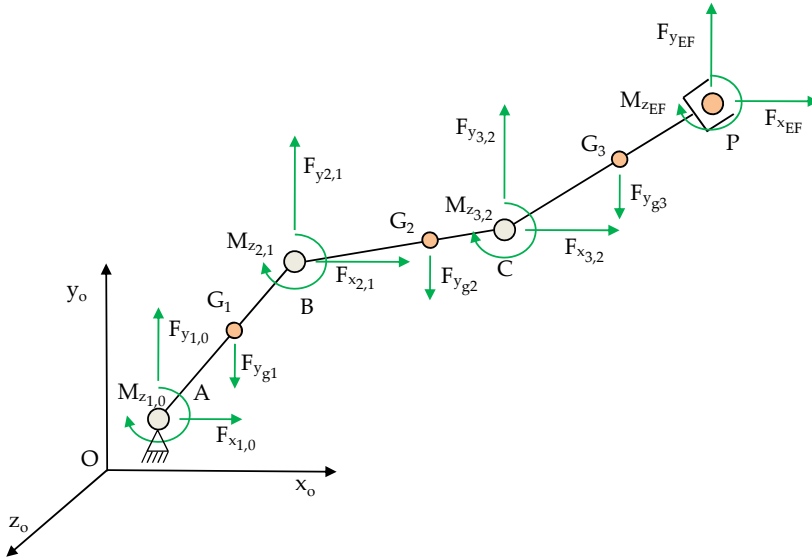


Figura D.2: Ações atuantes no manipulador RRR

Para efeito de cálculo, as massas dos elos 1, 2 e 3 estão concentradas nos pontos  $G_1$ ,  $G_2$  e  $G_3$  respectivamente. As forças externas atuantes são os torques  $M_{z_{1,0}}$ ,  $M_{z_{2,1}}$  e  $M_{z_{3,2}}$  dos atuadores, as forças gravitacionais  $F_{y_{G_1}}$ ,  $F_{y_{G_2}}$  e  $F_{y_{G_3}}$  e as ações  $F_{x_{EF}}$ ,  $F_{y_{EF}}$  e  $M_{z_{EF}}$  exercidas no efetuador através do contato com o meio. As forças gravitacionais são obtidas pelo produto entre as massas  $m$ , concentradas nos pontos  $G_i$ , e a aceleração da gravidade  $g$ .

Através do diagrama do corpo livre é possível estabelecer três equações de equilíbrio para cada um dos elos do manipulador. O ponto escolhido em cada elo para estabelecer o equilíbrio

dos momentos é arbitrário, mas a convenção de sinais adotada precisa ser respeitada. Sendo  $F_{x_{EF}}$  a força aplicada na direção  $x$  pelo efetuador no meio, a força aplicada pelo meio no efetuador é  $-F_{x_{EF}}$ . Para o elo 3, as forças atuantes e os vetores de posição  $r_3$  e  $r_{c3}$ , todos referenciados no sistemas de coordenadas da base, são mostradas na Figura D.3.

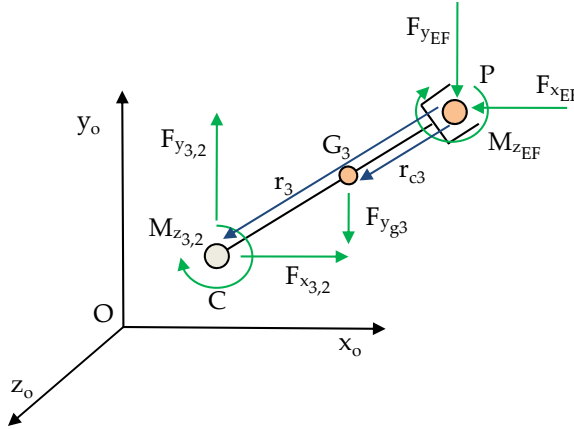


Figura D.3: Ações atuantes no elo 3 do manipulador RRR

O momento causado pela força  $F_{3,2} = \{F_{x_{3,2}} \quad F_{y_{3,2}} \quad 0\}^T$  em relação ao ponto  $P$  é:

$$\begin{aligned} r_3 \times F_{3,2} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -Y_P + Y_C \\ 0 & 0 & X_P - X_C \\ Y_P - Y_C & -X_P + X_C & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{x_{3,2}} \\ F_{y_{3,2}} \\ 0 \end{Bmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ (Y_P - Y_C)F_{x_{3,2}} + (-X_P + X_C)F_{y_{3,2}} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (D.2)$$

De forma similar, obtém-se o momento causado pela força gravitacional  $F_{y_{G3}}$ .

$$r_{c3} \times F_{y_{G3}} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ (-X_P + X_{G3})F_{y_{G3}} \end{Bmatrix} \quad (D.3)$$

Escrevendo as equações de equilíbrio do elo 3 em relação ao ponto  $P$  obtém-se:

$$\sum F_x = F_{x_{3,2}} + F_{x_{EF}} = 0 \quad (D.4)$$

$$\sum F_y = F_{y_{3,2}} + F_{y_{G3}} + F_{y_{EF}} = 0 \quad (D.5)$$

$$\begin{aligned} \sum M_z = M_{z_{3,2}} + M_{z_{EF}} + (Y_P - Y_C)F_{x_{3,2}} + (-X_P + X_C)F_{y_{3,2}} \\ + (-X_P + X_{G3})F_{y_{G3}} = 0 \end{aligned} \quad (D.6)$$

No diagrama de equilíbrio, os sentidos das ações foram atribuídos de forma arbitrária. Respeitando as convenções de sinais, se no resultado final qualquer uma das ações apresentar sinal negativo, o sentido real é o oposto ao arbitrado no diagrama.

Procedendo de forma similar para os elos 2 e 1, obtém-se as equações (D.7) à (D.12).

$$\sum F_x = F_{x_{2,3}} + F_{x_{2,1}} = 0 \quad (D.7)$$

$$\sum F_y = F_{y_{2,3}} + F_{y_{g2}} + F_{y_{2,1}} = 0 \quad (D.8)$$

$$\begin{aligned} \sum M_z = M_{z_{2,1}} + M_{z_{2,3}} + (Y_C - Y_B)F_{x_{2,1}} + (-X_C + X_B)F_{y_{2,1}} \\ + (-X_C + X_{G2})F_{y_{G2}} = 0 \end{aligned} \quad (D.9)$$

$$\sum F_x = F_{x_{1,2}} + F_{x_{1,0}} = 0 \quad (D.10)$$

$$\sum F_y = F_{y_{1,2}} + F_{y_{G1}} + F_{y_{1,0}} = 0 \quad (D.11)$$

$$\begin{aligned} \sum M_z = M_{z_{1,0}} + M_{z_{1,2}} + Y_b F_{x_{1,0}} + (-X_B)F_{y_{1,0}} \\ + (-X_B + X_{G1})F_{y_{G1}} = 0 \end{aligned} \quad (D.12)$$

Manipulando as equações de equilíbrio das forças aplicadas na direção  $x$  resulta:

$$F_{x_{EF}} = -F_{x_{3,2}} = F_{x_{2,3}} = -F_{x_{2,1}} = F_{x_{1,2}} = -F_{x_{1,0}} \quad (D.13)$$

Como só existe uma força externa na direção  $x$  na extremidade da cadeia, esta força é transmitida ao longo de toda cadeia, de elo para elo.



Na direção  $y$ , raciocínio semelhante pode ser feito, só que neste caso as forças gravitacionais atuam como forças externas adicionais. Sequencialmente, da extremidade para a base, cada junta deve suportar, além da força externa, o peso de todos os elos localizado mais à extremidade em relação à junta considerada. Uma forma possível de escrever a relação das forças na direção  $y$  é:

$$\begin{aligned} -F_{yEF} &= F_{y_{3,2}} + F_{y_{G3}} = F_{y_{2,1}} + F_{y_{G3}} + F_{y_{G2}} \\ &= F_{y_{1,0}} + F_{y_{G3}} + F_{y_{G2}} + F_{y_{G1}} \end{aligned} \quad (D.14)$$

Se o objetivo é determinar as ações necessárias nas juntas para equilibrar estaticamente o sistema, conhecidas as ações externas de contato com o meio e as forças gravitacionais, podem-se substituir as equações (D.13) e (D.14) em (D.6) resultando:

$$\begin{aligned} M_{z_{3,2}} + M_{zEF} - (Y_P - Y_C)F_{xEF} + (X_P - X_C)F_{yEF} \\ + (-X_P + X_{G3})F_{y_{G3}} = 0 \end{aligned} \quad (D.15)$$

Ordenando a equação (D.15), o torque  $M_{z_{3,2}}$  da junta C necessário para equilibrar as ações de contato e as forças gravitacionais é calculado por:

$$M_{z_{3,2}} = \{(Y_P - Y_C) \quad (-X_P + X_C) \quad -1 \quad (X_C - X_{G3})m_3\} \begin{Bmatrix} F_{xEF} \\ F_{yEF} \\ M_{zEF} \\ g \end{Bmatrix} \quad (D.16)$$

A força gravitacional  $F_{y_{G3}}$  é escrita como o produto entre a massa  $m_3$  do elo 3 e a aceleração da gravidade  $g$ . De forma recursiva, os torques necessários nas demais juntas são calculados e as equações de equilíbrio do manipulador RRR, separando os termos referentes às forças, são:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} M_{z_{1,0}} \\ M_{z_{2,1}} \\ M_{z_{3,2}} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} Y_P & -X_P & -1 \\ (Y_P - Y_B) & (-X_P + X_B) & -1 \\ (Y_P - Y_C) & (-X_P + X_C) & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{xEF} \\ F_{yEF} \\ M_{zEF} \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{Bmatrix} -(X_{G3}m_3 + X_{G2}m_2 + X_{G1}m_1) \\ (X_B - X_{G3})m_3 + (X_B - X_{G2})m_2 \\ (X_C - X_{G3})m_3 \end{Bmatrix} g \end{aligned} \quad (D.17)$$

As ações de contato foram definidas como sendo aplicadas pelo meio no manipulador. Se  $F_{xEF}$ ,  $F_{yEF}$  e  $M_{zEF}$  forem definidas como sendo aplicadas pelo manipulador no meio, inverte-se o

sinal de todos os termos da primeira matriz posicionada à direita do sinal de igualdade na equação (D.17). Comparando-se com a equação (B.6), verifica-se que esta matriz é o Jacobiano transposto. Definindo como  $\tau$  o vetor de torques das juntas,  $F$  como o vetor das forças que o manipulador impõe ao meio e  $G$  como a matriz das forças gravitacionais, a equação (D.17) pode ser escrita de forma compacta como:

$$\{\tau\}_{3,1} = [J^T]_{3,3}\{F\}_{3,1} + [G]_{3,1} g \quad (D.18)$$

Na ausência de singularidades, conhecidos os torques aplicados nas juntas, as ações aplicadas pelo efetuador no meio são calculadas por:

$$\{F\}_{3,1} = [J^{-T}]_{3,3}\{\tau\}_{3,1} - [G]_{3,1} g \quad (D.19)$$

Considerando as forças gravitacionais nulas ou desprezíveis, a relação entre os torques nos atuadores e as forças aplicadas no meio é definida apenas pela matriz jacobiana na forma:

$$\{F\}_{3,1} = [J^{-T}]_{3,3}\{\tau\}_{3,1} \quad (D.20)$$

Fica clara a correspondência entre a cinemática e a estática, confirmando a formulação obtida utilizando-se o princípio do trabalho virtual.

Pelo método do diagrama do corpo livre, se forem aplicadas novas forças externas, como por exemplo as forças de atrito, as equações devem ser reescritas e nova substituição recursiva de variáveis é necessária.

## D.2 MÉTODO DE DAVIES

Para utilizar o método de Davies, o fechamento da cadeia é realizado no ponto de contato entre o efetuador e o meio. Inicialmente, a análise é feita considerando-se que as massas são nulas ou desprezíveis. Posteriormente, as forças gravitacionais serão inseridas, evidenciando uma das facilidades do método de Davies que é a inclusão de forças externas no processo.

Desconsiderando as forças gravitacionais, no plano bidimensional o robô RRR possui seis restrições internas referentes às forças de reação nas juntas e seis restrições externas referentes aos torques nos atuadores e as ações de contato do manipulador com o meio. Portanto, o grau bruto de restrição  $C$  do mecanismo é doze. A Figura D.4(a) mostra o digrafo das ações do mecanismo e os cortes fundamentais. Cada restrição é representada como uma heliforça na Figura D.4(b). Ao longo dos exemplos apresentados nesta seção, o sobrescrito  $A$  da heliforça  $\$A$  é suprimido.

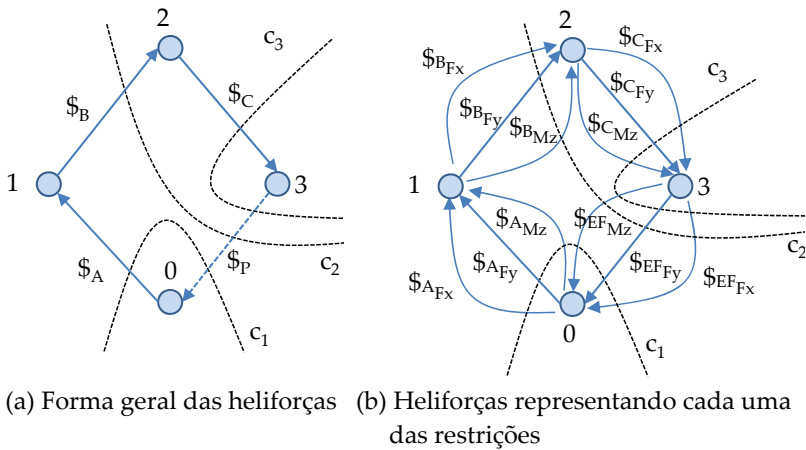


Figura D.4: Grafo das ações do manipulador RRR

Como é um mecanismo simples de circuito único, o número de cortes  $k$  é igual ao número de ramos da árvore geradora. Os cortes são identificados no grafo por  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$ . Considerando o espaço plano, o grau líquido de restrição  $C_n$  do mecanismo é:

$$C_n = C - \lambda k = 12 - 3 \cdot 3 = 3 \quad (\text{D.21})$$

São necessárias, portanto, três variáveis primárias para determinar estaticamente o mecanismo.

Conhecidas as coordenadas  $X_A$  e  $Y_A$  da junta  $A$  em relação ao sistema de coordenadas da base e definidos os vetores  $S$  e  $S_o$  da mesma forma como definidos na cinemática, a heliforça  $\$A$  pode

ser decomposta em uma soma das heliforças  $\$_{AMz}$ ,  $\$_{AFx}$  e  $\$_{AFy}$  nas direções cartesianas, utilizando a equação (D.22):

$$\$A = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -F_{xA}Y_A \\ F_{xA} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{yA}X_A \\ 0 \\ F_{yA} \\ 0 \end{Bmatrix} = \$_{AMz} + \$_{AFx} + \$_{AFy} \quad (D.22)$$

onde  $F_{xA}$ ,  $F_{yA}$  e  $M_{zA}$  são respectivamente a força na direção  $x$ , a força na direção  $y$  e o momento em torno do eixo  $z$  atuantes na junta  $A$ . As demais heliforças são obtidas de maneira similar.

O sentido atribuído às arestas no digrafo dá consistência à convenção de sinais adotada e deve ser respeitado na formulação das equações de equilíbrio. À aresta entrando no subconjunto segmentado pelo corte é atribuído sinal positivo e à aresta saindo é atribuído sinal negativo. A partir do grafo, a lei dos cortes é utilizada fornecendo as equações de equilíbrio:

$$\$_{AFx} + \$_{AFy} + \$_{AMz} - \$_{EFx} - \$_{EFy} - \$_{EFz} = 0 \text{ (corte 1)} \quad (D.23)$$

$$\$_{BFx} + \$_{BFy} + \$_{BMz} - \$_{EFx} - \$_{EFy} - \$_{EFz} = 0 \text{ (corte 2)} \quad (D.24)$$

$$\$_{CFx} + \$_{CFy} + \$_{CMz} - \$_{EFx} - \$_{EFy} - \$_{EFz} = 0 \text{ (corte 3)} \quad (D.25)$$

Utilizando o conceito de matriz de ações unitárias de rede, eliminando as linhas nulas e utilizando a formação radial, as equações (D.23), (D.24) e (D.25) podem ser escritas na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -Y_A & X_A & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_P & -X_P & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Y_B & X_B & 1 & 0 & 0 & 0 & Y_P & -X_P & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Y_C & X_C & 1 & Y_P & -X_P & -1 \end{bmatrix} \quad (D.26)$$

$$\begin{Bmatrix} F_{x_A} \\ F_{y_A} \\ M_{z_A} \\ F_{x_B} \\ F_{y_B} \\ M_{z_B} \\ F_{x_C} \\ F_{y_C} \\ M_{z_C} \\ F_{x_{EF}} \\ F_{y_{EF}} \\ M_{z_{EF}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Escolhendo as variáveis primárias como as ações de interação entre o robô e o meio, a equação (D.26) pode ser reescrita na forma:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Y_A & X_A & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Y_B & X_B & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Y_C & X_C & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{x_A} \\ F_{y_A} \\ M_{z_A} \\ F_{x_B} \\ F_{y_B} \\ M_{z_B} \\ F_{x_C} \\ F_{y_C} \\ M_{z_C} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ Y_P & -X_P & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Y_P & -X_P & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ Y_P & -X_P & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{x_{EF}} \\ F_{y_{EF}} \\ M_{z_{EF}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (D.27)$$

E isolando as variáveis secundárias obtém-se:

$$\begin{Bmatrix} F_{x_A} \\ F_{y_A} \\ M_{z_A} \\ F_{x_B} \\ F_{y_B} \\ M_{z_B} \\ F_{x_C} \\ F_{y_C} \\ M_{z_C} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Y_A & X_A & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Y_B & X_B & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Y_C & X_C & 1 \end{bmatrix}^{-1} \quad (D.28)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ Y_P & -X_P & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Y_P & -X_P & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ Y_P & -X_P & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{x_{EF}} \\ F_{y_{EF}} \\ M_{z_{EF}} \end{Bmatrix}$$

A matriz de ações de rede secundária é esparsa e em geral não apresenta dificuldades na inversão. A equação (D.28) fornece as forças e momentos necessários nas juntas para suportar as ações externas aplicadas pelo meio. Mas não se obtém de forma direta uma relação entre as ações aplicadas pelo meio e os torques nos atuadores.

Uma alternativa possível para eliminar do equacionamento as forças de reação nas juntas é utilizar a matriz aniquiladora (matriz *killer*) (CAMPOS, 2004). Manipulando a equação (D.27), é possível separar as variáveis secundárias que se deseja eliminar das variáveis secundárias que se deseja calcular, obtendo:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Y_A & X_A & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Y_B & X_B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -Y_C & X_C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{x_A} \\ F_{y_A} \\ F_{x_B} \\ F_{y_B} \\ F_{x_C} \\ F_{y_C} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_{z_A} \\ M_{z_B} \\ M_{z_C} \end{Bmatrix} \\
 & = - \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ Y_P & -X_P & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Y_P & -X_P & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ Y_P & -X_P & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{x_{EF}} \\ F_{y_{EF}} \\ M_{z_{EF}} \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \tag{D.29}$$

Para eliminar as forças de reação nas juntas é necessário encontrar a matriz aniquiladora  $K$  de forma que:

$$[K]_{3 \times 9} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Y_A & X_A & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Y_B & X_B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -Y_C & X_C \end{bmatrix} = [0]_{3,6} \tag{D.30}$$

Como neste caso a matriz das ações de rede unitárias das juntas secundárias é bloco diagonal, a matriz  $K$  pode ser obtida fazendo-se a análise de cada bloco isoladamente. Os três blocos  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$  da matriz das ações são:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -Y_A & X_A & 1 \end{bmatrix}; \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -Y_B & X_B & 1 \end{bmatrix}; \\
 A_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -Y_C & X_C & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{D.31}$$

E a matriz *killer* é composta pelos vetores  $K_1$ ,  $K_2$  e  $K_3$  de dimensão  $3 \times 1$  na forma:

$$K = \begin{bmatrix} K_1^T & 0 & 0 \\ 0 & K_2^T & 0 \\ 0 & 0 & K_3^T \end{bmatrix} \quad (\text{D.32})$$

Para eliminar as variáveis de reação nas juntas é necessário que:

$$K_i^T A_i = \{0 \ 0 \ 1\} \quad \text{ou} \quad A_i^T K_i = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (\text{D.33})$$

E cada uma das matrizes  $K_i$  pode ser obtida manipulando-se a equação (D.33). A matriz  $K_1$  é:

$$K_1 = A_1^{-T} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & Y_A \\ 0 & 1 & -X_A \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Y_A \\ -X_A \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (\text{D.34})$$

As matrizes  $K_2$  e  $K_3$  são obtidas de modo similar e a matriz  $K$  resultante é:

$$K = \begin{bmatrix} Y_A & -X_A & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_B & -X_B & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_C & -X_C & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{D.35})$$

Multiplicando a matriz *killer* pela matriz de ações de rede secundária das variáveis que se deseja eliminar resulta, como esperado:

$$\begin{bmatrix} Y_A & -X_A & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_B & -X_B & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_C & -X_C & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{D.36})$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Y_A & X_A & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Y_B & X_B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -Y_C & X_C \end{bmatrix} = [0]_{3,6}$$

E multiplicando-se a matriz *killer* pela matriz de ações das variáveis secundárias que se quer calcular tem-se:



$$\begin{bmatrix} Y_A & -X_A & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_B & -X_B & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_C & -X_C & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (D.37)$$

Através deste procedimento é possível obter a relação entre os torques dos atuadores e as ações de contato no meio, multiplicando-se a matriz  $K$  por cada termo da equação (D.29) e substituindo-se os resultados obtidos em (D.36) e (D.37), obtendo-se:

$$\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}_{3 \times 6} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_{z_A} \\ M_{z_B} \\ M_{z_C} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} Y_A & -X_A & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_B & -X_B & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_C & -X_C & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ Y_P & -X_P & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Y_P & -X_P & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ Y_P & -X_P & -1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{x_{EF}} \\ F_{y_{EF}} \\ M_{z_{EF}} \end{Bmatrix} \quad (D.38)$$

Desenvolvendo-se a equação (D.38) resulta:

$$\begin{Bmatrix} M_{z_A} \\ M_{z_B} \\ M_{z_C} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y_P + Y_A & X_P - X_A & 1 \\ -Y_P + Y_B & X_P - X_B & 1 \\ -Y_P + Y_C & X_P - X_C & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{x_{EF}} \\ F_{y_{EF}} \\ M_{z_{EF}} \end{Bmatrix} \quad (D.39)$$

Pelo sentido determinado no digrafo, as ações  $F_{x_{EF}}$ ,  $F_{y_{EF}}$  e  $M_{z_{EF}}$  são consideradas como sendo aplicadas pelo manipulador no meio. Considerando que as ações são aplicadas pelo meio no efetuator (invertem-se os sinais da matriz em (D.39)), e que a origem do sistema de coordenadas seja definida sobre a junta  $A$  ( $Y_A$  e  $X_A$  igual a zero) resulta:

$$\begin{Bmatrix} M_{z_A} \\ M_{z_B} \\ M_{z_C} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_P & -X_P & -1 \\ (Y_P - Y_B) & (-X_P + X_B) & -1 \\ (Y_P - Y_C) & (-X_P + X_C) & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{x_{EF}} \\ F_{y_{EF}} \\ M_{z_{EF}} \end{Bmatrix} \quad (D.40)$$

Chega-se ao mesmo resultado da equação (D.17), obtida através do diagrama do corpo livre, com exceção dos termos gravitacionais que não foram considerados.

O exemplo mostrado não leva em consideração a existência de demais forças externas como atrito e gravidade. Para exemplificar a inclusão de forças externas adicionais, considerar-se-á a força gravitacional atuando sobre o elo 2 em seu centro de gravidade dado pelas coordenadas  $X_{G2}$  e  $Y_{G2}$ . No grafo, esta força gravitacional aparece como uma aresta adicional unindo os vértices 0 e 2, conforme mostrado na Figura D.5.

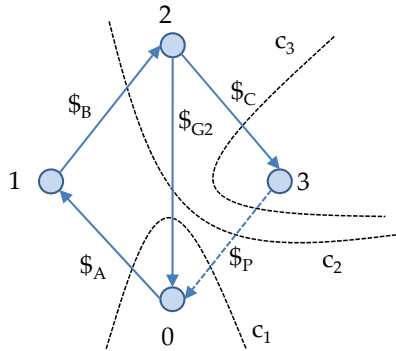


Figura D.5: Inclusão da força gravitacional no grafo das ações

A heliforça que representa a força gravitacional é cortada pelos cortes  $c_1$  e  $c_2$  e, utilizando a equação (3.6), é escrita na forma:

$$\$_{G2} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -F_{y_{G2}} X_{G2} \\ 0 \\ F_{y_{G2}} \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -X_{G2} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} F_{y_{G2}} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -X_{G2} m_2 \\ 0 \\ m_2 \\ 0 \end{Bmatrix} g \quad (D.41)$$

onde  $m_2$  é a massa do elo 2.

Modificando a equação (D.26) para incluir a ação da força gravitacional obtém-se:

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
 -Y_A & X_A & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{G2}m_2 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \dots \\
 0 & 0 & 0 & -Y_B & X_B & 1 & 0 & 0 & 0 & X_{G2}m_2 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Y_C & X_C & 1 & 0
 \end{bmatrix} \quad (D.42)$$

$$\begin{bmatrix}
 -1 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 \\
 Y_P & -X_P & -1 \\
 -1 & 0 & 0 \\
 \dots & 0 & 1 \\
 Y_P & -X_P & -1 \\
 -1 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 \\
 Y_P & -X_P & -1
 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix}
 F_{x_A} \\
 F_{y_A} \\
 M_{z_A} \\
 F_{x_B} \\
 F_{y_B} \\
 M_{z_B} \\
 F_{x_C} \\
 F_{y_C} \\
 M_{z_C} \\
 g \\
 F_{x_{EF}} \\
 F_{y_{EF}} \\
 M_{z_{EF}}
 \end{Bmatrix}
 =
 \begin{Bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{Bmatrix}$$

A equação (D.42) pode ser manipulada obtendo-se uma equação similar à equação (D.28), onde a força gravitacional entra como variável primária.

O método de Davies apresenta como vantagem um formalismo claro para resolução da análise estática de mecanismos e facilidade de inclusão de forças externas adicionais através de alterações na matriz de ações unitárias de rede. Sua formulação matricial é conveniente para resolver as equações de equilíbrio com o auxílio do computador. Fornece de forma direta todas as ações presentes na cadeia, mas exige uma manipulação posterior quando o objetivo é estabelecer uma relação apenas entre as ações dos atuadores e as ações externas aplicadas pelo meio.



## APÊNDICE E – RIGIDEZ E INFLUÊNCIA DA FORÇA GRAVITACIONAL NA ESTÁTICA

### E.1 RIGIDEZ

Ao estudar a rigidez de um manipulador, duas fontes principais de deformação devem ser levadas em consideração (SVININ et al., 2002). A primeira está relacionada à rigidez das juntas devido à estratégia de controle adotada. É conhecida como rigidez de malha fechada e pode ser modificada ajustando-se os parâmetros do controlador ou escolhendo-se uma estratégia de controle distinta. A segunda está relacionada com a aplicação de ações externas, sejam elas devido ao contato com o meio, peso dos próprios elos a ou uma carga suportada pelo efetuador. É chamada de rigidez de malha aberta e é uma característica intrínseca ao manipulador devido à sua geometria, materiais e componentes constitutivos.

Como as estratégias de controle não são o foco deste trabalho, na seção E.2 é analisada apenas a rigidez de malha aberta de mecanismos. Graficamente, a rigidez de um manipulador pode ser representada através do elipsoide de rigidez, detalhado na seção E.3.

### E.2 RIGIDEZ DE MALHA ABERTA DE MECANISMOS

A rigidez de malha aberta depende de vários fatores como o tamanho e o material dos elos, dos atuadores e das transmissões mecânicas utilizadas na construção do manipulador. À medida que os elos tornam-se longos e delgados, a rigidez dos elos torna-se o motivo principal para existência de deflexões na posição de-

sejada do efetuador. Esta característica é encontrada em robôs espaciais onde o peso dos componentes é fator essencial a ser considerado no projeto. Para a maioria dos robôs industriais e de serviço, os elos são relativamente rígidos e o principal fator responsável pela deflexão verificada no efetuador é a elasticidade presente nas transmissões mecânicas (TSAI, 1999).

As transmissões mecânicas constituem os elementos de ligação entre os motores elétricos, principal classe de atuadores utilizados para movimentação das juntas, e os elos, tanto nos manipuladores seriais como nos paralelos. Em algumas situações especiais ainda são empregados atuadores hidráulicos e pneumáticos, mas seu uso é cada vez mais raro. Em geral, o motor elétrico é empregado associado a um redutor que pode ter múltiplos estágios. Tanto o redutor como os eixos que compõem o sistema sofrem deformações quando torques são aplicados.

A rigidez de uma junta pode ser caracterizada por uma rigidez equivalente, composta pela rigidez do redutor e dos eixos. Analisando isoladamente uma junta do manipulador, se existir um torque ou força sendo transmitido por esta junta, haverá uma deformação correspondente nesta junta dada por (SALISBURY, 1980):

$$\tau_i = k_{\theta i} \Delta\theta_i \quad (E.1)$$

onde  $\tau_i$  é o torque ou força transmitido pela junta  $i$ ,  $k_{\theta i}$  é a constante de rigidez da junta  $i$  e  $\Delta\theta_i$  é a deformação sofrida pela junta  $i$ . A constante de rigidez é uma característica da junta e pode ser considerada constante, não sofrendo variação com a configuração do manipulador nem com a posição da junta. Portanto, uma vez que a constante de rigidez de cada uma das juntas é completamente independente do comportamento das demais juntas, é possível estabelecer a relação:

$$\{\tau\}_{j_a,1} = [K_\theta]_{j_a,j_a} \{\Delta\theta\}_{j_a,1} \quad (E.2)$$

onde  $j_a$  representa o número total de juntas atuadas. A matriz de rigidez das juntas  $K_\theta$  é uma matriz diagonal cujos elementos são

as constantes de rigidez de cada uma das juntas atuadas do manipulador.

O deslocamento  $\Delta\theta$  das juntas está relacionado com o deslocamento  $\Delta x$  do efetuador através da relação:

$$\Delta x \cong J\Delta\theta \quad (\text{E.3})$$

Deve ser observado que o Jacobiano de manipuladores paralelos foi definido de forma inversa ao Jacobiano de manipuladores seriais. A dedução mostrada a seguir utiliza o conceito de Jacobiano aplicado a manipuladores seriais, mas pode facilmente ser estendida para robôs paralelos. Utilizando o conceito de trabalho virtual, é possível estabelecer a relação entre os torques nas juntas e ações  $F$  no efetuador.

$$\tau = J^T F \quad (\text{E.4})$$

Substituindo as equações (E.2) e (E.4) em (E.3) obtém-se:

$$\Delta x = JK_\theta^{-1} J^T F = C_c F \quad (\text{E.5})$$

que estabelece a relação entre as ações aplicadas pelo meio e as deformações decorrentes no efetuador. A matriz  $C_c$  é chamada de matriz de deformação ou complacência do manipulador. Se a matriz de deformação admite inversa, a equação (E.5) pode ser manipulada na forma:

$$F = (JK_\theta^{-1} J^T)^{-1} \Delta x = J^{-T} K_\theta J^{-1} \Delta x = K \Delta x \quad (\text{E.6})$$

A matriz  $K$  é chamada de matriz de rigidez do manipulador e depende da configuração atual do manipulador e da rigidez de cada uma das juntas. A relação entre a matriz de rigidez do manipulador e a matriz de rigidez das juntas é dada por:

$$K = J^{-T} K_\theta J^{-1} \quad (\text{E.7})$$

Manipulando a expressão, obtém-se também a relação na forma:

$$K_\theta = J^T K J \quad (\text{E.8})$$

A complacência de um manipulador pode ser definida como inverso da rigidez. Na prática pode-se utilizar tanto a matriz de rigidez como a matriz de complacência, observando-se que a matriz de complacência é quadrada, independente do manipula-

dor apresentar ou não redundância cinemática. Portanto, tanto a matriz de complacência como a matriz de rigidez podem ser aplicadas em manipuladores com redundância cinemática, desde que não esteja em uma configuração singular.

A matriz de rigidez na configuração convencional mostrada na equação (E.7) é positivo-definida e simétrica. É uma ferramenta necessária para o controle de força por impedância e é utilizada em grande parte de trabalhos posteriores que abordam o tema rigidez de manipuladores (CIBLAK; LIPKIN, 1994)(GOSELIN, 1990). Mas esta formulação convencional para a rigidez apenas é válida quando o manipulador está em uma configuração quase-estática, sem aplicação de forças externas, ou quando a matriz jacobiana é constante ao longo do espaço de trabalho do manipulador, como nos robôs cartesianos.

Na presença de forças externas, a deformação verificada no efetuador devido a estas forças altera a configuração do manipulador, modificando a matriz jacobiana. Existe, portanto, uma deformação adicional devido à variação da matriz jacobiana (LI; KAO, 2004), de forma que:

$$K_{\theta} - K_g = J^T K J \quad (E.9)$$

onde  $K_g$  é a matriz de rigidez devido à mudança da geometria do manipulador na presença de forças externas. A inclusão da matriz  $K_g$  nos cálculos de rigidez pode conduzir a resultados bastante diversos dos obtidos com a formulação convencional (ALICI; SHIRINZADEH, 2005).

Na formulação convencional, a matriz de rigidez é obtida considerando o manipulador em equilíbrio estático não carregado. Isto significa que o peso dos elos é absorvido pelos torques e forças das juntas não entrando na formulação da matriz de rigidez. Mas o peso dos elos provoca também uma deflexão no efetuador, alterando a matriz jacobiana. É um ponto falho da formulação convencional, corrigido na formulação que inclui a presença de forças externas.



Não existem estudos que comprovem uma relação direta entre rigidez e capacidade de força em manipuladores. A capacidade de força é limitada pelos torques máximos das juntas, que não influenciam de forma direta na rigidez, e a rigidez é influenciada pelas constantes de elasticidade das juntas, que não influenciam diretamente na força máxima aplicada. Por este motivo o conceito de rigidez não será aproveitado na determinação da capacidade de força-momento de manipuladores.

### E.3 ELIPSOIDE DE RIGIDEZ

Ao impor ações externas em um manipulador, o equilíbrio estático é mantido pela aplicação de torques e forças nas juntas. Neste processo, o efetuador é deslocado de sua posição original devido principalmente à deformação que ocorre nas juntas do manipulador. O elipsoide de rigidez estabelece a relação entre a deformação  $\Delta x$  verificada na posição do efetuador e a força necessária para provocar esta deformação. Fornece uma visualização gráfica desta relação, o que facilita a identificação das direções onde o manipulador apresenta maior rigidez.

Para o traçado do elipsoide de rigidez, considera-se uma deformação unitária no efetuador e determinam-se as forças necessárias para causar esta deformação. A deformação unitária pode ser obtida a partir da norma do vetor deformação, de forma que:

$$\Delta x^T \Delta x = 1 \quad (\text{E.10})$$

Substituindo a equação (E.5) em (E.10) obtém-se:

$$F^T C_c^T C_c F = 1 \quad (\text{E.11})$$

Considerando o caso bidimensional, a equação (E.10) representa um círculo de raio  $R=1$  e centro na origem. Como o produto  $C_c^T C_c$  resulta em uma matriz simétrica positivo-definida, a equação (E.11) representa uma elipse cujos eixos cartesianos coincidem

com os autovetores de  $C_c^T C_c$  e cujos comprimentos destes eixos são obtidos através do inverso da raiz quadrada de seus autovalores (TSAI, 1999).

A Figura B.1 mostra para o caso bidimensional o mapeamento entre as deformações no efetuador e as forças necessárias para causar esta deformação. O eixo maior da elipse representa a direção onde é necessário aplicar a maior força para causar a mesma deformação unitária no efetuador, indicando que o manipulador apresenta maior rigidez nesta direção.

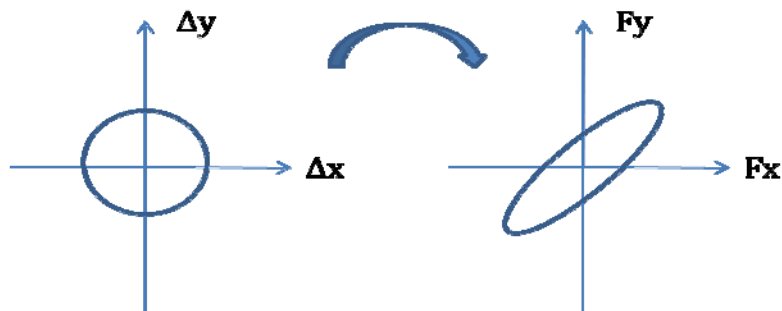


Figura E.1: Elipsoide de rigidez

O conceito do elipsoide de rigidez é similar a do elipsoide de força, ambos baseando-se na utilização da matriz jacobiana. Grande parte das considerações e restrições feitas para o elipsoide de força aplica-se ao elipsoide de rigidez. A inconsistência dimensional ocorre na presença de juntas de diferentes tipos. A equação (E.10) carece de significado físico se forem analisadas simultaneamente deformações lineares e deformações angulares. No entanto, como a rigidez é considerada linear para cada junta, não é afetada pela presença de forças externas. Portanto os efeitos gravitacionais não alteram o elipsoide de rigidez pois sempre é possível analisar a deformação a partir de um ponto de equilíbrio.

Assim como o elipsoide de força, o elipsoide de rigidez apresenta limitações quanto ao seu uso para a análise estática de manipuladores. Como a rigidez é dependente da matriz jacobiana

na, para cada posição distinta a rigidez do manipulador é modificada. O elipsoide de rigidez fornece apenas informações sobre o estado atual do manipulador, e não um indicativo de como movimentar ou posicionar o manipulador de forma a obter uma maior rigidez em uma direção desejada.

Em robôs cinematicamente redundantes, é possível especificar infinitas posições de suas juntas sem modificar a posição do efetuador. O elipsoide de rigidez também não fornece indicativos de como obter uma maior rigidez através destes movimentos internos das juntas.

#### E.4 INFLUÊNCIA DA GRAVIDADE

Na análise estática de manipuladores, a força gravitacional, também chamada de força peso ou simplesmente peso, atuante sobre cada um dos elos é uma força externa que aparece nas equações de equilíbrio. Para cada elo, esta força externa distribuída ao longo de seu comprimento é, em geral, substituída sem prejuízos por uma força equivalente concentrada em seu centro de gravidade.

No entanto, na análise matemática de manipuladores, é bastante comum a prática de desprezar os efeitos da gravidade devido à simplificação nos cálculos que isto proporciona. Apenas para citar alguns exemplos, o elipsoide de força, o elipsoide de rigidez e a relação entre torques e forças dada pelo Jacobiano transposto não levam em consideração a influência da gravidade. Os conceitos de dualidade e ortogonalidade apresentados também só têm consistência se a gravidade não for considerada. As equações da estática também são simplificadas se não forem considerados os pesos dos elos. As forças gravitacionais constituem-se em um fator complicador na busca de equações simples e elegantes.

O objetivo desta análise não é invalidar todas as equações que desprezam os efeitos gravitacionais utilizadas em robótica e sim mostrar que as simplificações podem conduzir a resultados bastante distintos dos reais. Na busca da força máxima possível de ser aplicada por um manipulador, as forças gravitacionais podem ser utilizadas de maneira inteligente, contribuindo inclusive para aumentar capacidade de força-momento de um manipulador.