

RAFAEL NILSON RODRIGUES

**UM MODELO PARA A PROGRAMAÇÃO DA
OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS
BASEADO EM RELAXAÇÃO LAGRANGEANA**

**Florianópolis – SC
2009**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**UM MODELO PARA A PROGRAMAÇÃO DA OPERAÇÃO
DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS BASEADO EM
RELAXAÇÃO LAGRANGEANA**

**Tese submetida à Universidade Federal de
Santa Catarina como parte dos requisitos
para a obtenção do grau de Doutor em
Engenharia Elétrica**

RAFAEL NILSON RODRIGUES

Florianópolis, Junho de 2009

UM MODELO PARA A PROGRAMAÇÃO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS BASEADO EM RELAXAÇÃO LAGRANGEANA

RAFAEL NILSON RODRIGUES

‘Esta Tese foi julgada adequada para a obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica, Área de Concentração *Sistemas de Energia Elétrica*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina’

Prof. Edson Luiz da Silva, D.Eng.

Orientador

Prof^a Kátia Campos de Almeida, Ph.D.

Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Prof. Edson Luiz da Silva, D.Eng.

Presidente

Prof. Secundino Soares Filho, D.Eng.

Prof^a. Claudia Alejandra Sagastizábal, D.Habil.

Prof. Antonio Simões Costa, Ph.D.

Prof. Erlon Cristian Finardi, D.Eng.

Prof. Rubiara Cavalcante Fernandes, D.Eng.

“A mente que se abre a uma nova idéia jamais volta ao seu tamanho original”
Albert Einstein

Aos meus pais, pelo amor incondicional, pela paciência com a minha inquietude, pelo apoio nos momentos difíceis e por tanto contribuírem para a realização deste sonho.

*À Aline, que com amor e carinho, foi minha fortaleza, meu
amparo, minha vida.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por todas as coisas.

À Universidade Federal de Santa Catarina pelo ensino público e de qualidade.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, por meio de seus professores coordenadores e dos colaboradores Wilson Silva Costa e Marcelo Siqueira, pela competente gerência e pela oportunidade de estudo.

Ao CNPq agradeço pelo fomento e o apoio à pesquisa científica

De modo especial ao Prof. Edson Luiz da Silva, exemplar professor e pesquisador, que me abriu as portas para a pesquisa. Agradeço pela confiança, paciência e exigência com que conduziu este trabalho. Obrigado pela amizade e todo o apoio durante esta jornada.

Ao Prof. Erlon Cristian Finardi, pelas incansáveis conversas e discussões, preponderantes na elaboração deste trabalho. Agradeço pelo companheirismo, dedicação e amizade.

À Prof^a. Claudia Alejandra Sagastizábal, pelas valorosas contribuições no desenvolvimento dos algoritmos. Agradeço a presteza nas inúmeras discussões e interpretações de resultados, fundamentais para o sucesso deste trabalho.

Ao Prof. Antonio José Alves Simões Costa, pelas diversas contribuições e inspiradoras aulas desde os tempos da graduação.

Ao Prof. Secundino Soares Filho que em muito enalteceu participando da banca examinadora, sobretudo nas discussões sobre aspectos de modelagem e de interpretação dos resultados.

Ao companheiro Prof. Rubiara Cavalcanti Fernandes, pela amizade e pelas contribuições ao trabalho.

Ao Prof. Ildemar Cassana Decker pelo incondicional apoio e trabalho para a crescimento do LabPlan. Agradeço também as enriquecedoras e inspiradoras conversas sobre pesquisa e docência

Em especial ao Prof. Hans Helmut Zürn, admirável professor e pesquisador, pelas conversas culturalmente inspiradoras e pela amizade.

Aos professores C. Celso Brasil Camargo, Jorge Coelho, Raimundo C. Ghizone Teive, Aguinaldo Silveira e Silva, Jacqueline Gisèle Rolim, Hari Bruno Mohr, pela dedicação à docência e pelos conhecimentos transmitidos.

Agradeço também aos colegas de LabPlan Fabrício Yutaka Kuwabata Takigawa, Everthon Taghori Sica, Daniel Dotta, Raphael Eduardo Chagas Gonçalves, Marcelo Luís Loureiro dos Santos, Fabiano Andrade, Marcelo Neujahr Agostini, Gustavo Antônio Baur Arfux, Vitor Luiz de Matos, Alexandre Nunes Zucarato, Éderson Silveira, Maurício Sperandio, Marina Ubeda Souto, Alexandre Fürstenberger e Vanessa Virginio de Araújo pelo primoroso ambiente de trabalho e divertidíssimas conversas ao longo desses anos. Obrigado pela alegria do convívio com todos vocês.

Aos caríssimos amigos Vanessa Cardoso Coelho, Lucas Menezes Pires, Julia Hoff Pacheco, Ana Paula Cardoso Coelho, Ana Maria de Carvalho Cardoso, Patricia Pagani Zomer, Gabriela Pagani Zomer, Patrício Borba Neto, Caroline Wrasse Borba, Francisco José Américo de Barros, Renata Trilha Barros, Fernanda Susin, Carolina Alessandra da Silva Machado, Flávio Roberto Fabre, pelo constante incentivo e pela amizade.

Resumo de Tese apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica

UM MODELO PARA A PROGRAMAÇÃO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS BASEADO EM RELAXAÇÃO LAGRANGEANA

RAFAEL NILSON RODRIGUES

Junho/2009

Orientador: Edson Luiz da Silva, D. Eng.
Área de Concentração: Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica.
Palavras-chave: Sistemas Hidrotérmicos, Planejamento da Operação do Sistema, Programação da Operação Eletroenergética, Relaxação Lagrangeana, Lagrangeano Aumentado.
Número de Páginas: 152

A Programação da Operação do Sistema Elétrico pode ser formulada por um problema de otimização cujo objetivo é a minimização do custo de operação e atendendo a um conjunto de restrições associadas ao sistema e às unidades de produção. Em sistemas hidrotérmicos, a fim de se assegurar o uso eficiente dos recursos disponíveis e a obtenção de soluções viáveis, torna-se necessária usar uma modelagem detalhada tanto das fontes hidrelétricas como das termelétricas. Conseqüentemente, tem-se um problema de grande porte e não convexo, cuja solução não é trivial. Particularmente, neste projeto consideram-se as não linearidades das funções de produção das fontes termelétricas e hidrelétricas, bem como todas as restrições relevantes para cada tipo de fonte, tais como restrições de rampa e zonas proibidas de operação, entre outras. Adicionalmente, modelam-se as restrições dos intercâmbios de transmissão e a função de custo futuro para as hidrelétricas. Como solução desse problema tem-se um programa de geração horário para um horizonte de dois dias. Dada a dificuldade de se resolver o problema em referência, propõe-se o uso da técnica de Relaxação Lagrangeana a qual tem sido usada com êxito em problemas semelhantes. Nesse contexto, decompõe-se o problema original nos subproblemas de atendimento à demanda, hidráulico, de alocação de unidades hidrelétricas e de alocação de unidades termelétricas. Uma vez que a solução dual é infactível, este trabalho utiliza a técnica do Lagrangeano Aumentado Inexato para realizar a Recuperação Primal, utilizando o mesmo esquema de decomposição proposto. Assim é possível obter uma solução viável para o problema da programação da operação eletroenergética. Os algoritmos implementados são testados com uma configuração do sistema baseado no caso brasileiro. Nos resultados obtidos, são analisados os esforços computacionais, inviabilidade da solução dual, perfis de geração hidrelétrica e termelétrica, recuperação primal e o uso da função de custo futuro.

Abstract of Thesis presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for
the degree of Doctor in Electrical Engineering

**A MODEL FOR THE HYDROTHERMAL SYSTEM PROGRAMMING OPERATION
BASED ON LAGRANGIAN RELAXATION**

RAFAEL NILSON RODRIGUES

June/2009

Advisor: Edson Luiz da Silva, D. Eng.
Area of Concentration: Electrical Systems Planning.
Keywords: Short-Term Hydrothermal Coordination, Lagrangian
Relaxation, Augmented Lagrangian.
Number of pages: 152

The short-term hydrothermal scheduling of a power system can be formulated as an optimization problem that aims to minimize the operating cost and meet a set of constraints associated with the system and the generating units. Particularly, in hydrothermal systems, in order to ensure the efficient use of the available resources, it is necessary to use a detailed modeling for hydro and thermal plants and, as a consequence, it is obtained a huge and nonconvex problem, whose solution is not trivial. In this work, we consider the nonlinearities associated with the production functions of hydro and thermal plants, as well as all the relevant constraints associated with each type of technology, such as ramping constraints for thermal plants and forbidden operating zones for hydro plants. Additionally, the transmission capacity between subsystems and the value of the water in the future for hydro plants are modeled. The solution for this problem is calculated for a two day horizon with hourly steps . Given the difficulty to solve the problem aforementioned the Lagrangian Relaxation technique is proposed, which has been successfully applied in similar problems. By this technique, the original problem is decomposed into smaller subproblems easier to solve. Given that the dual solution is unfeasible, this work makes use of the Inexact Aumented Lagrangian to perform the primal recovery in order to ensure a feasible solution. Based on these principles, a set of algorithms were developed and implemented resulting in a computational model that was tested for the Brazilian system. By means of this application, a detailed analysis with respect to the computational burden and solution quality is presented. The results allow us to conclude that the proposed model is useful to be applied in real life problems.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO	01
1.1 A Energia Elétrica no Brasil	01
1.2 O Planejamento da Operação do Sistema Elétrico	03
CAPÍTULO 2 O PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO ELETROENERGÉTICA	05
2.1 Introdução	05
2.2 O Planejamento da Operação Energética	05
2.3 O Problema da Programação da Operação Eletroenergética	10
2.4 Objetivos Gerais	19
2.5 Contribuições do Trabalho	19
2.6 Conclusões	21
CAPÍTULO 3 CENTRAIS HIDRELÉTRICAS E TERMELÉTRICAS	23
3.1 Introdução	23
3.2 Unidades Geradoras Hidrelétricas	23
3.2.1 Vazão Turbinada	25
3.2.2 Altura de Queda Líquida	26
3.2.3 Rendimento do Conjunto Turbina-Gerador	30
3.2.4 Análise da Função de Produção	33
3.3 Unidades Termelétricas	36
3.4 Conclusões	39
CAPÍTULO 4 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DA OPERAÇÃO ELETROENERGÉTICA	41
4.1 Introdução	41
4.2 Restrições do Sistema Hidrelétrico	41
4.2.1 Conservação da Massa de Água nos Reservatórios	41
4.2.2 Limites de Volume Armazenado e Vazão Vertida nos Reservatórios	43
4.2.3 Função de Custo Futuro	43
4.2.4 Limites de Potência	44
4.2.5 Reserva da Usina Hidrelétrica	45
4.3 Restrições do Sistema Termelétrico	45
4.3.1 Limites de Potência	46
4.3.2 Tempos Mínimos de Partida e Desligamento	46
4.3.3 Limites de Rampa	47
4.3.4 Condições Iniciais das Unidades Termelétricas	48
4.3.5 Reserva das Termelétricas	48
4.3.6 Custos de Operação das Unidades Termelétricas	49
4.4 Restrições do Sistema de Transmissão	49
4.5 Formulação do Problema da Programação da Operação Eletroenergética	50
4.6 Conclusões	52

CAPÍTULO 5 RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DA OPERAÇÃO ELETROENERGÉTICA **55**

5.1 Introdução	55
5.2 A Relaxação Lagrangeana	56
5.3 Esquema de Decomposição do Problema da Programação da Operação Eletroenergética	58
5.4 Solução do Problema Dual	65
5.4.1 Solução dos Subproblemas Primais	65
5.4.1.1 Subproblema de Alocação de Unidades Hidrelétricas	65
5.4.1.2 Subproblema de Alocação de Unidades Termelétricas	67
5.4.1.2.1 Programação Dinâmica	68
5.4.1.2.2 Aplicação da Programação Dinâmica ao Subproblema de Alocação de Unidades Termelétricas	70
5.4.1.3 Subproblemas Hidráulico e de Atendimento à Demanda	72
5.4.2 Otimização da Função Dual	73
5.5 Recuperação Primal	75
5.5.1 Lagrangeano Aumentado	76
5.5.2 Aplicação do Lagrangeano Aumentado ao Problema da Programação Diária da Operação Eletroenergética	78
5.5.3 Solução dos Subproblemas Primais	80
5.5.3.1 Subproblema de Alocação de Unidades Hidrelétricas	80
5.5.3.2 Subproblema de Alocação de Unidades Termelétricas	80
5.5.3.3 Subproblemas de Atendimento à Demanda e Hidráulico	81
5.5.4 Atualização dos Multiplicadores de Lagrange e Parâmetro de Penalidade Quadrática	81
5.6 Conclusões	83

CAPÍTULO 6 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL **85**

6.1 Introdução	85
6.2 Configuração do Sistema Hidrotérmico	85
6.2.1 Sistema Hidrelétrico	86
6.2.2 Sistema Termelétrico	89
6.2.3 Sistema de Transmissão	90
6.2.4 Demanda do Sistema	91
6.2.5 Função de Custo Futuro	91
6.3 Algoritmo de Solução	92
6.4 Resultados Computacionais	95
6.4.1 Esforço Computacional	96
6.4.2 Solução Dual	97
6.4.3 Recuperação Primal	104
6.4.4 Análises de Sensibilidade	111
6.4.4.1 Critérios de Convergência	112
6.4.4.2 Função de Custo Futuro	113
6.4.4.3 Zonas Permitidas de Geração	115
6.4.4.4 Solução Convexificada	117
6.5 Conclusões	122

CAPÍTULO 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES **125**

7.1 A Programação da Operação Eletroenergética	125
7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros	128

APÊNDICE A **131****REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS** **143**

LISTA DE ABREVIATURAS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
CCEE	Câmara de Comercialização de Energia Elétrica
CEPEL	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
CHESF	Companhia Hidro Elétrica do São Francisco
CMSE	Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico
CNAEE	Conselho Nacional de Águas e Energia Elétrica
DECOMP	Ferramenta Computacional de Planejamento e Operação a Médio Prazo
DESSEM	Ferramenta Computacional de Coordenação Hidrotérmica a Médio Prazo
EPE	Empresa de Pesquisa Energética
GCOI	Grupos Coordenadores para Operação Interligada
GCON	Comitê Coordenador de Operações Norte/Nordeste
LABPLAN	Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica
N	Subsistema Norte
N1CV2	Ferramenta Computacional de Otimização via Método de Feixes
NE	Subsistema Nordeste
MAE	Mercado Atacadista de Energia
NEWAVE	Modelo Estratégico de Geração Hidrotérmica a Subsistemas Equivalentes
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
S	Subsistema Sul
SE	Subsistema Sudeste
SINSC	Sistema Nacional de Supervisão e Coordenação de Operação
UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Sistema Hidrotérmico	06
Figura 2.2 Processo de Decisão Encontrado em Sistemas Hidrotérmicos	06
Figura 2.3 Curva Típica de Custo Futuro	09
Figura 2.4 Cadeia de Modelos para o Planejamento e Programação Diária da Operação Eletroenergética	10
Figura 3.1 Usina Hidrelétrica	24
Figura 3.2 Altura de queda líquida em função da vazão turbinada em uma unidade e da vazão defluente na usina de Ilha Solteira	30
Figura 3.3 Exemplo Ilustrativo de uma Curva-Colina	31
Figura 3.4 Exemplo Ilustrativo de Zonas de Cavitação em Turbinas Hidráulicas	32
Figura 3.5 Potência em função do volume médio armazenado no reservatório e da defluência na usina com vazão turbinada na unidade constante	33
Figura 3.6 Potência em função do volume médio armazenado e da vazão turbinada na unidade, tendo a vazão defluente constante	35
Figura 3.7 Potência em função da vazão turbinada na unidade e da vazão defluente para um valor fixo do volume médio armazenado	35
Figura 3.8 Esquema Típico de Geração Termelétrica	36
Figura 3.9 Curva Típica de Entrada e Saída de uma Termelétrica	37
Figura 4.1 Exemplo Ilustrativo das Restrições de Rampa	47
Figura 4.2 Linhas de Transmissão de Energia entre os Subsistemas Brasileiros	50
Figura 5.1 Esquema Ilustrativo do Processo de Decomposição	65
Figura 5.2 Caso genérico de um estágio t	68
Figura 5.3 caso genérico de T estados discretos em série	68
Figura 5.4 Possibilidades de decisão relacionadas ao Ponto A em trajetórias coincidentes	69
Figura 5.5 Espaço de estados desconsiderando restrições	70
Figura 5.6 Espaço de estados considerando a restrição de tempos mínimos para partida e para desligamento	71
Figura 5.7 Espaço de estados considerando a restrição de rampa	71
Figura 5.8 Espaço de estados do subproblema com tempos mínimos de partida e desligamento iguais a 4 e 3 estágios, respectivamente, e discretização de potência representada em dois níveis	72
Figura 6.1 Configuração do Parque Gerador Utilizado	86
Figura 6.2 Limites de Intercâmbio de Energia entre Subsistemas	90
Figura 6.3 Demanda dos Subsistemas	91
Figura 6.4 1ª Etapa – Relaxação Lagrangeana	93
Figura 6.5 2ª Etapa – Lagrangeano Aumentado	94
Figura 6.6 Média do Esforço Computacional em 100 Iterações das Etapas Relaxação Lagrangeana e de Recuperação Primal	97
Figura 6.7 Convergência	97
Figura 6.8 Multiplicadores de Lagrange de vazão turbinada, λq_{rt} , e de potência hidrelétrica, λgh_{rt} , e vazões turbinadas nos subproblemas hidráulico, Q_{art} , e de alocação de unidades hidrelétricas, Q_{rt}	98
Figura 6.9 Vazão Defluente e Volume Útil dos Reservatórios	99
Figura 6.10 Multiplicadores de Lagrange de potência termelétrica, λpt_{it} , e valores de potência termelétrica, pta_{it} , do subproblema de atendimento à demanda (D)	100

Figura 6.11 Multiplicadores de Lagrange de potência termelétrica, $\lambda_{pt_{it}}$, e valores de potência termelétrica, pt_{it}	100
Figura 6.12 Geração e Demanda do Sistema – Etapa Relaxação Lagrangeana	101
Figura 6.13 Demanda e Geração dos Subsistemas – Etapa Relaxação Lagrangeana	101
Figura 6.14 Desvios das Restrições de Duplicação de variáveis de Potência Hidrelétrica e Vazão Turbinada – Etapa Relaxação Lagrangeana	102
Figura 6.15 Desvios das Restrições de Duplicação de Variáveis de Potência Termelétrica	102
Figura 6.16 Valores dos Multiplicadores de Lagrange Associados às Restrições de Atendimento à Demanda dos Subsistemas Sudeste e Nordeste e Intercâmbios da Linha de Transmissão entre os Subsistemas	103
Figura 6.17 Diferença entre os Valores de Custos Marginais Aproximados dos Subsistemas Sul e Sudeste, e os Intercâmbios entre esses Subsistemas	104
Figura 6.18 Geração e Demanda do Sistema – Etapa Recuperação Primal	105
Figura 6.19 Demanda e Geração dos Subsistemas – Etapa Recuperação Primal	105
Figura 6.20 Desvios das Restrições de Duplicação de Variáveis de Potência Hidrelétrica e Vazão Turbinada – Etapa Recuperação Primal	106
Figura 6.21 Desvios das Restrições de Duplicação de Variáveis de Potência Termelétrica – Etapa Recuperação Primal	106
Figura 6.22 Valores de Potência, Σph_{rt} , e Multiplicadores de Lagrange de vazão turbinada, $\lambda_{q_{rt}}$, e de potência hidrelétrica, $\lambda_{gh_{rt}}$	107
Figura 6.23 Vazão Defluente e Volume Útil Armazenado	108
Figura 6.24 Valores de Volume Útil Armazenado, Vazão Defluente, Vazão Turbinada e Vazão Vertida	109
Figura 6.25 Valores de Potência de Saída e dos Multiplicadores de Lagrange para Potência Termelétrica – Etapa Recuperação Primal	109
Figura 6.26 Custos Marginais de Operação para o Subsistema Sudeste	110
Figura 6.27 Diferenças dos Valores de Custo Marginal entre os Subsistemas Sul e Sudeste e Intercâmbios	110
Figura 6.28 Diferença entre os Valores de Multiplicadores de Lagrange de Potência Hidrelétrica da Etapa Recuperação Primal para a Etapa Relaxação Lagrangeana	111
Figura 6.29 Valores de Volumes Armazenados no Último Estágio de Tempo para uma Variação de 10% em $C^{(p)}$	115
Figura 6.30 Potência de Saída de Unidades de Furnas e Ilha Solteira	117
Figura 6.31 Geração e Demanda do Sistema: (a) Solução Simples, (b) Solução Convexificada	118
Figura 6.32 Vazões Turbinadas dos Subproblemas Hidráulico, Qa_{rt} , e de Alocação de Unidades Hidrelétricas, Q_{rt} : (a) Solução Simples, (b) Solução Convexificada	119
Figura 6.33 Desvios das Restrições de Duplicação de Variáveis de Potência Hidrelétrica e Vazão Turbinada: (a) Solução Simples, (b) Solução Convexificada	120
Figura 6.34 Desvios das Restrições de Duplicação de Variáveis de Potência Termelétrica: (a) Solução Simples, (b) Solução Convexificada	120
Figura 6.35 Potência Termelétrica pt_{it} do subproblema de alocação de unidades termelétricas	121

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 Modelagens consideradas nos principais trabalhos citados nesta revisão bibliográfica	18
Tabela 2.2 Características Matemáticas do Esquema de Decomposição	21
Tabela 6.1 limites de Volumes e Vazões dos reservatórios	87
Tabela 6.2 Características das Unidades Geradoras Hidrelétricas	87
Tabela 6.3 Coeficientes de Rendimentos das Unidades Hidrelétricas	88
Tabela 6.4 Volumes Iniciais, Cotas de Montante e Reservas Energéticas das Usinas	88
Tabela 6.5 Coeficientes de Custos de Produção e Partidas das Unidades Termelétricas	89
Tabela 6.6 Parâmetros de Restrições das Unidades Geradoras	90
Tabela 6.7 Valores dos Coeficientes das Funções de Custo Futuro $\pi^{(p)}$ (R\$/hm ³) e $C^{(p)}$ (R\$)	92
Tabela 6.8 Esforços Computacionais	96
Tabela 6.9 Tempos Computacionais da Etapa de Recuperação Primal com Critérios de Convergência de 1%, 2%, 5% e 10%	112
Tabela 6.10 Valores da Função Dual, Função Primal e Custo Futuro de Operação para os Quatro Critérios de Convergência	112
Tabela 6.11 Valores dos Maiores Desvios das Restrições Relaxadas e de Norma Euclidiana do Subgradiente	113
Tabela 6.12 Valores da Função Dual, Função Primal, Custo Futuro e Custo Imediato de Operação para $C^{(p)}$ em +10% e -10%	114
Tabela 6.13 Esforços Computacionais	116
Tabela 6.14 Esforços Computacionais e Custo de Operação na Etapa Lagrangeano Aumentado	121

1

Introdução

1.1 A Energia Elétrica no Brasil

Desde sua descoberta, a energia elétrica não era muito utilizada até que Thomas Edison inventou a lâmpada elétrica em 1880. Posteriormente, em 1888, é fundada a Edison General Electric, iniciando um dos maiores conglomerados industriais do planeta.

No Brasil, a eletricidade teve seu marco quando D. Pedro II concedeu a Thomas Edison a permissão de introduzir suas invenções no país. Assim, em 1879 foi inaugurada na Estação Central da Estrada de Ferro D. Pedro II a primeira instalação brasileira de iluminação elétrica permanente.

No final dos anos vinte, as principais cidades brasileiras possuíam energia elétrica. Os sistemas de distribuição eram regionais, o que acarretava em limitações às empresas de energia, caracterizadas pela precariedade dos serviços oferecidos. Assim, eram frequentes cortes de energia, gerando insatisfação da sociedade.

Em 1940 o setor de energia caminhava para a centralização e padronização dos serviços com a instalação do Conselho Nacional de Águas e Energia Elétrica (CNAEE).

A Companhia Hidro Elétrica do São Francisco (Chesf) é criada em 1945 no governo do presidente Getúlio Vargas. Em 1948 inicia-se a construção da usina de Paulo Afonso I, a primeira grande usina da Chesf no Rio São Francisco.

Para sanar as necessidades dos três maiores centros econômicos brasileiros na época (São Paulo, Rio de Janeiro e Belo Horizonte), em 1957 é criada a Central Elétrica de Furnas, tendo como objetivo construir e operar na primeira grande usina do Rio Grande. Em 1971 a empresa muda de nome: Furnas Centrais Elétricas S.A..

As Centrais Elétricas Brasileiras, Eletrobrás, é criada em 1962. Suas atribuições eram de promover estudos, projetos de construção e operação de usinas geradoras, linhas de transmissão e subestações destinados ao suprimento de energia elétrica no país.

No início dos anos 70, aumentaram-se as interligações e a interdependência elétrica e energética entre empresas concessionárias. O governo brasileiro cria os Grupos Coordenadores para Operação Interligada, GCOI, das regiões Sul e Sudeste. No final da mesma década, surge o Comitê Coordenador de Operações Norte/Nordeste, CCON.

A coordenação integrada do sistema elétrico mostrou resultados satisfatórios, principalmente por reduzir o custo de operação e melhorar a confiabilidade do sistema. Porém, era crescente a complexidade operacional do sistema interligado. A entrada em operação de Itaipu, a ampliação de troncos de transmissão, o aumento das interligações regionais, os aproveitamentos hidrelétricos em grande porte e a existência de reservatórios de acumulação plurianual contribuíram para o aumento da dificuldade na operação do sistema elétrico brasileiro.

Ainda no final dos anos 70, o governo federal assume o controle da Light Serviços de Eletricidade S.A. e instala o Sistema Nacional de Supervisão e Coordenação de Operação, SINSC. Esse sistema permaneceu existente até meados da década de 90. Nessa época, as empresas do setor pertencentes ao governo federal passaram por absoluta insuficiência de recursos financeiros para implementar novas obras. Assim, uma reforma do setor elétrico teve início em 1993, com a aprovação da Lei 8.631 de 1993. Tal lei estabelecia o equilíbrio tarifário e o saneamento financeiro das empresas de energia. No ano de 1995, foram regulamentados o processo de licitação de novas concessões e a figura do Produtor Independente de Energia. Posteriormente, em 1997, é criada a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), órgão regulador dos serviços de energia elétrica no Brasil. No ano seguinte surgiram o Mercado Atacadista de Energia (MAE), responsável pela contabilização das transações de compra e venda de energia elétrica, e o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS). Em particular, o ONS tem as seguintes atribuições:

1. planejamento, programação da operação e o despacho centralizado, visando a otimização dos sistemas eletroenergéticos interligados;

2. supervisão e coordenação dos centros de operação de sistemas elétricos;
3. supervisão e controle da operação dos sistemas eletroenergéticos nacionais e das interligações internacionais;
4. contratação e a administração dos serviços de transmissão de energia elétrica e respectivas condições de acesso, bem como dos serviços ancilares;
5. propor à ANEEL as ampliações da Rede Básica¹ e reforços já existentes.

Em 2001, o setor elétrico sofreu uma crise de abastecimento, acarretando em racionamento de energia elétrica. Tal acontecimento gerou uma série de dúvidas sobre o modelo do setor elétrico. Com o intuito de buscar soluções e melhorias para o setor, foi formado o Comitê de Revitalização do Modelo do Setor Elétrico.

Um novo modelo para o setor elétrico brasileiro foi implantado em 2004. Nele foram criados a Empresa de Pesquisa Energética (EPE), responsável pelo planejamento do setor a longo prazo, o Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico (CMSE) para avaliar permanentemente as garantias de suprimento de energia elétrica, e a Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) com o intuito de dar continuidade às atividades de comercialização de energia elétrica no setor. Nesse modelo definiu-se a oferta de menor preço de energia elétrica como critério de participação das licitações de novos empreendimentos.

Não obstante as mudanças introduzidas no setor, o mesmo segue orientado pelo paradigma de mercado e com despacho centralizado. Assim, particularmente no tocante à operação do sistema, modelos computacionais que possibilitem o operador utilizar os recursos disponíveis de forma eficiente e que assegurem transparência em suas decisões são requeridos. Nesse contexto, este trabalho apresenta uma contribuição aos modelos computacionais por meio do desenvolvimento de um modelo detalhado de programação da operação hidrotérmica.

1.2 O Planejamento da Operação do Sistema Elétrico

À medida que a indústria de energia elétrica tornou-se de grande porte, com longas linhas de transmissão e com o crescimento do consumo de energia, a implantação de controles de qualidade da energia elétrica e os estudos sobre os custos de operação do sistema são fundamentais.

¹ Sistema elétrico interligado constituído pelas linhas de transmissão, barramentos, transformadores de potência e equipamentos com tensão igual ou superior a 230kV ou instalações em tensão inferior, quando especificamente definidas pela ANEEL

O objetivo do planejamento da operação do sistema é determinar uma estratégia de geração que minimize o valor esperado dos custos operativos, respeitando um conjunto de restrições relacionadas ao sistema elétrico, às instalações das usinas geradoras e também de natureza ambiental.

Particularmente ao caso brasileiro, o parque gerador é predominantemente hidrelétrico. A existência de várias bacias hidrográficas, cada qual como uma série de usinas, e a necessidade de avaliação das conseqüências futuras do uso imediato dos reservatórios, trazem grandes dificuldades à realização dos estudos de planejamento da operação.

Como conseqüência, o planejamento da operação tornou-se associado a complexas técnicas de programação matemática, ajustadas às peculiaridades do sistema brasileiro. Desse modo, o planejamento da operação torna-se cada vez mais dependente de modelos matemáticos, principalmente daqueles que utilizam técnicas de otimização.

No Brasil, o planejamento da operação do sistema é realizado em etapas. Um conjunto delas realiza os estudos de mais longo prazo, avaliando as conseqüências futuras do uso dos reservatórios. Por outro lado, com as informações dos estudos de longo prazo, outras etapas avaliam a operação do sistema elétrico em curto prazo.

Apesar de todos os avanços existentes nos estudos e aplicações de métodos matemáticos em atividades do setor elétrico, existem ainda algumas lacunas a serem preenchidas. Especificamente, este trabalho de doutorado tem por objetivo contribuir para a etapa do planejamento da operação chamada de Programação Diária da Operação Eletroenergética. Para tanto, deve ser utilizada uma modelagem realista das componentes do sistema e, paralelamente, associar o uso dos avanços de técnicas de otimização.

Nesse sentido, o próximo capítulo aborda com mais detalhes o planejamento da operação do sistema, em particular a programação da operação eletroenergético, e as dificuldades da otimização do uso dos diversos reservatórios do parque gerador brasileiro. Por sua vez, o Capítulo 3 mostra a modelagem dos componentes do sistema. Já Capítulo 4 apresenta a formulação do problema da programação da operação eletroenergética. O processo de solução desse problema é tratado pelo Capítulo 5. Alguns resultados práticos são apresentados no Capítulo 6, e as conclusões finais e sugestões para trabalhos futuros são abordadas no Capítulo 7.

2

A Programação da Operação Eletroenergética

2.1 Introdução

Este capítulo tem o objetivo de abordar a programação da operação eletroenergética, como uma das etapas realizadas no planejamento da operação do sistema. Adicionalmente, é realizada uma revisão bibliográfica sobre o tema, abordando as contribuições de diversos trabalhos presentes na literatura. Por fim, são apresentados os objetivos deste trabalho e suas contribuições.

2.2 O Planejamento da Operação Energética

Um sistema hidrotérmico é composto por um parque gerador de usinas termelétricas (convencionais ou nucleares) e hidrelétricas, um sistema de transmissão e os centros de carga, conforme mostra a Figura 2.1. A operação de sistemas desse gênero requer que se estabeleça qual deve ser a geração necessária para atender a demanda, o mais econômica possível, e que se respeitem tanto as restrições das unidades geradoras e reservatórios quanto às restrições do sistema como um todo (SILVA, 2001; FORTUNATO *et al*, 1990).

Para tanto, o planejamento da operação deve abranger dois aspectos. O primeiro diz respeito ao uso dos recursos de geração de maneira otimizada, respeitando as restrições dos geradores e reservatórios. O outro consiste em verificar se as soluções

encontradas atendem às restrições de natureza elétrica. Essas restrições são relacionadas, por exemplo, aos limites de transmissão e estabilidade do sistema elétrico (LARSON e KECKLER, 1969).



Figura 2.1 Sistema Hidrotérmico.

A gestão dos recursos hidráulicos é uma tarefa complexa, visto que há uma relação entre decisões tomadas em um estágio e suas conseqüências futuras, como pode ser observado na Figura 2.2.

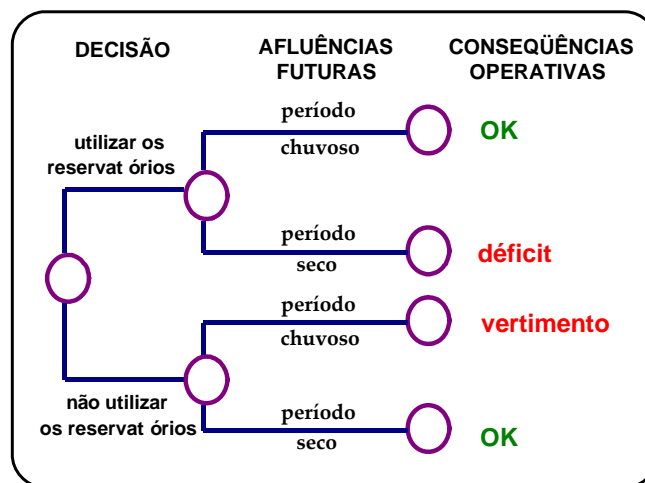


Figura 2.2 Processo de Decisão Encontrado em Sistemas Hidrotérmicos (SILVA, 2001).

Em outras palavras, se os reservatórios forem deplecionados no presente, e um período com baixas afluições ocorrer no futuro, será necessário utilizar geração termelétrica para atender a demanda (SILVA, 2001; FORTUNATO *et al*, 1990). Se a

capacidade de geração termelétrica não for suficiente para o atendimento da carga, poderá ocorrer déficit de energia. Por outro lado, se os reservatórios forem pouco utilizados, com um complemento de geração termelétrica no presente, e um elevado volume de aflúências vier no futuro, poderá ocorrer vertimento turbinável, o que representa desperdício de recursos, conseqüentemente, um incremento no custo total de operação no sistema.

Sendo assim, percebe-se que na operação energética existe uma relação temporal entre decisão presente e sua conseqüência futura. A solução ótima está no equilíbrio entre a quantidade de água utilizada no presente e aquela disponível no futuro.

Essas relações têm como conseqüência, complexidades matemáticas que não permitem um único modelo para o tratamento do problema do planejamento da operação. Dessa forma, uma alternativa é dividir o problema em etapas. Estudos de mais longo prazo verificam as conseqüências futuras de decisões imediatas do uso dos reservatórios. De posse dessas informações de conseqüências futuras, os estudos de curto prazo têm por objetivo encontrar um conjunto de decisões imediatas que minimizem os custos e atendam as restrições.

Nesse aspecto, o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) realiza uma série de atividades para a operação centralizada do Sistema Interligado Nacional (SIN). Resumidamente, suas atribuições relacionadas à operação centralizada podem ser agrupadas em cinco áreas principais (AZEVEDO FILHO, 2000; FINARDI, 2003; ONS, 2006):

- **Planejamento da Operação:** engloba os estudos e análises operacionais com um horizonte variando de cinco anos até uma semana;
- **Programação Diária da Operação Eletroenergética:** atividades operacionais desenvolvidas dentro de um horizonte de uma semana até o dia que antecede a operação propriamente dita;
- **Supervisão e Coordenação em Tempo Real (Despacho):** engloba as atividades desde a operação em tempo real até algumas horas à frente;
- **Análise Estatística Pós-Operativa:** análises dos resultados da operação, com armazenamento de dados estatísticos que realimentam as áreas citadas anteriormente;

- **Contabilização e Faturamento Energético:** medições de geração e consumo para as transações financeiras entre os agentes do sistema elétrico.

No tocante às atividades de planejamento da operação e programação diária da operação eletroenergética, o ONS utiliza uma cadeia de modelos (SILVA, 2001; MACEIRA *et al.*, 2002; ONS, 2006), desenvolvidos pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), que procuram representar o problema de planejamento da operação eletroenergética em três horizontes de tempo e diferentes graus de detalhamento na modelagem dos componentes do sistema:

1. Modelo de Médio Prazo;
2. Modelo de Curto Prazo;
3. Programação Diária da Operação Eletroenergética.

No planejamento de médio prazo, o horizonte adotado é de cinco anos com intervalos mensais. Nele levam-se em consideração as incertezas das afluências futuras, analisando o impacto de secas de longa duração, regularização plurianual dos reservatórios, indisponibilidades prolongadas de alguns componentes do sistema e do cronograma de novas obras de geração.

O objetivo do modelo de médio prazo é avaliar os valores esperados dos custos de operação e os totais de geração termelétrica e hidrelétrica. Para tanto, utiliza-se uma modelagem mais simplificada do sistema, com um reservatório equivalente das usinas hidrelétricas, em cada subsistema, e custos lineares de geração termelétrica.

Assim, encontra-se uma relação entre as possíveis decisões imediatas e suas respectivas conseqüências futuras. Como tais decisões são associadas ao uso da água nos reservatórios, o modelo fornece uma curva que relaciona o custo futuro de geração em função do uso dos volumes de água nos reservatórios. Nesse contexto, o ONS utiliza a ferramenta computacional NEWAVE – modelo de otimização hidrotérmica para subsistemas equivalentes interligados (MACEIRA *et al.*, 1998; ONS, 2006).

A Figura 2.3 mostra uma típica curva de custo futuro. Nota-se nessa figura que quanto menor for o volume final do reservatório, resultante do uso imediato da água, maior será o custo futuro de operação. Por outro lado, caso utilize-se pouca água no presente menor será o custo futuro.

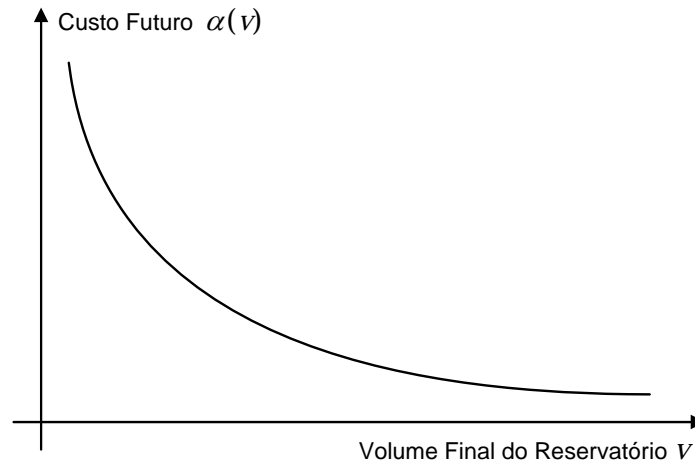


Figura 2.3 Curva Típica de Custo Futuro

No planejamento de curto prazo, o horizonte de tempo é de dois meses e as usinas hidrelétricas são representadas individualmente. A base de tempo tem intervalos semanais para o primeiro mês e mensal para o restante do período. As funções de produção das unidades geradoras são lineares por partes. Adicionalmente, são representados os vínculos hidráulicos entre usinas. Utilizando-se da função de custo futuro, o modelo de curto prazo tem como resultados principais o despacho otimizado do sistema, a evolução dos níveis dos reservatórios de cada usina hidrelétrica e os respectivos valores da água ao longo do horizonte de planejamento.

Dessa forma, para o seu primeiro estágio, o modelo de curto prazo calcula uma nova função de custo futuro, que serve de informação para o problema de programação diária da operação eletroenergética. O planejamento de curto prazo é realizado pelo ONS por meio da ferramenta computacional DECOMP – modelo para otimização da operação de curto prazo com base em usinas individualizadas (XAVIER *et al*, 2005; ONS, 2006).

A programação diária da operação é a última etapa da cadeia de modelos de planejamento. Consiste em calcular os despachos das usinas, realizando uma modelagem detalhada das unidades geradoras e das restrições associadas à geração. O horizonte de tempo consiste de 7 a 13 dias com intervalos de 30 minutos nos dois primeiros dias e de uma hora para os demais. Assim como nas demais fases da cadeia de modelos de planejamento, a programação da operação acopla em seu último estágio de estudo a função de custo futuro, fornecida pelo modelo de curto prazo. Para esta etapa de planejamento, está em desenvolvimento pelo CEPEL o modelo computacional DESSEM. Atualmente há uma variante desse modelo, chamada de DESSEM-PAT (DINIZ *et al*, 2006a, 2006b; DINIZ, 2007), que se encontra em validação pelo ONS.

A Figura 2.4 mostra uma forma esquemática da cadeia de modelos computacionais desenvolvidos pelo CEPEL e utilizados pelo ONS para o planejamento e programação diária da operação eletroenergética.

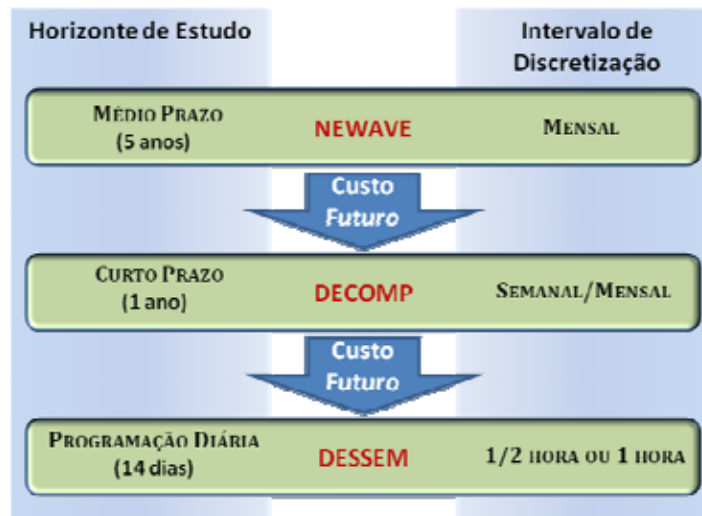


Figura 2.4 Cadeia de Modelos para o Planejamento e Programação Diária da Operação Eletroenergética.

O problema da programação diária da operação eletroenergética é o foco deste trabalho. A próxima seção tem por objetivo mostrar como problemas semelhantes a este têm sido tratados pela literatura e o que este trabalho traz de contribuições.

2.3 O Problema da Programação da Operação Eletroenergética

No Brasil, os modelos de curto e médio prazos do planejamento da operação energética do sistema encontram-se em um estágio de desenvolvimento mais avançado. Porém, o mesmo não ocorre com os modelos de programação diária da operação eletroenergética.

Este capítulo tem o intuito de realizar uma revisão bibliográfica sucinta. O principal objetivo é situar o projeto com os trabalhos mais relevantes presentes na literatura, sobre o problema da programação diária da operação eletroenergética.

Uma aplicação clássica de um problema semelhante encontrado pela literatura é chamado de Alocação de Unidades Geradoras Termelétricas (em inglês: *thermal unit commitment problem*) (ZHUANG e GALIANA, 1988; BARD, 1988; GUAN *et al.*, 1992; SHEBLE e FAHD, 1994; TAKRITI *et al.*, 1996; PADHY, 2004; PAPAGEORGIOU *et al.*, 2007; LI *et al.*, 2007a, 2007b; HOSEINI *et al.*, 2007). Esse problema consiste em definir o despacho de unidades termelétricas de forma que o custo de operação seja minimizado. Porém, nesse caso, o parque gerador hidrelétrico não é considerado.

Com respeito a sistemas hidrotérmicos, não há efetivamente um grande número de publicações direcionadas ao problema de alocação de unidades geradoras hidrelétricas, embora haja uma parcela significativa no tocante aos geradores termelétricos. A literatura apresenta uma coleção de trabalhos que tratam o problema da programação da operação com distintas abordagens, dependendo do interesse específico de cada autor. Apesar de ser objeto de análises de diferentes trabalhos, nenhum deles aborda conjuntamente uma modelagem realista das unidades geradoras hidrelétricas e termelétricas, com o nível de detalhamento utilizado neste trabalho, como será visto nos capítulos seguintes. Sucintamente, são descritos a seguir alguns desses trabalhos.

Os estudos de Pereira (1987), Ohishi (1990) e Amado (1987) representam as unidades de maneira individualizada, porém não há a modelagem de características importantes das unidades hidrelétricas, tais como perdas hidráulicas e rendimentos funções de altura de queda e vazão turbinada total da usina.

Por sua vez, Salmazo (1997) apresenta um trabalho que considera as características individuais das unidades geradoras hidrelétricas, levando-se em conta os efeitos do nível de jusante, perdas hidráulicas e rendimento. Entretanto, as zonas proibidas de geração e os respectivos limites de potência são tratados com base em heurísticas. A justificativa é de facilitar o processo de solução do problema, cujo objetivo consiste em otimizar as perdas de um sistema de transmissão e geração específico. Além disso, a produção do sistema termelétrico é abatida diretamente da carga por representar somente 0,6% do parque gerador estudado.

No problema resolvido por Li *et al.* (1997), a função objetivo é composta dos custos associados à geração termelétrica, seus custos de partida e o custo futuro da água armazenada nos reservatórios. As unidades geradoras hidrelétricas são representadas de maneira individualizada, entretanto, não são consideradas as zonas proibidas de geração. A função de produção é modelada de maneira linear por partes em função da vazão turbinada da unidade, sem considerar efeitos de variações de altura de queda ou perdas hidráulicas nos rendimentos das unidades geradoras. São considerados tempos mínimos para partida e desligamento (em inglês, *minimum downtime and uptime constraints*) para evitar um comportamento cíclico das unidades hidrelétricas, que acarreta em desgastes mecânicos da turbina. Porém, o sistema de transmissão não é modelado, nem as restrições de tempos mínimos para partida e desligamento e de rampa associadas às unidades termelétricas.

Quanto ao processo de solução, Li (1997) utiliza a metodologia da Relaxação Lagrangeana que decompõe o problema original em dois grupos de subproblemas: hidrelétrico e termelétrico. O subproblema hidrelétrico não possui acoplamentos de usinas em cascatas, podendo ser otimizados de maneira independente. O subproblema termelétrico é resolvido pela técnica de Programação Dinâmica.

Destacam-se ainda outros trabalhos. Guan *et al.* (1999) e Ni *et al.* (1999) apresentam um algoritmo que tem por objetivo resolver um subproblema hidrelétrico resultante da aplicação da metodologia de Relaxação Lagrangeana a um sistema hidrotérmico. A altura de queda líquida é considerada por Ni *et al.* (1999), porém modelada como função linear do volume de água armazenado no reservatório em um estágio de tempo em questão, desconsiderando os efeitos do nível de jusante na potência de saída. Por sua vez, Guan *et al.* (1999) considera altura de queda constante. As zonas proibidas de geração são modeladas nesses trabalhos, contudo as unidades geradoras de uma usina são representadas por uma unidade geradora equivalente.

A modelagem utilizada por Guan *et al.* (1999) e Ni *et al.* (1999) considera a presença de zonas proibidas de geração, limites constantes de vazão turbinada na usina e restrições de defluência associadas a requerimentos ambientais e de navegação. As unidades geradoras de uma mesma usina são agregadas em uma unidade equivalente, cuja potência de saída é modelada como função quadrática da vazão turbinada. Os rendimentos são constantes e as perdas hidráulicas são desconsideradas.

A estratégia de solução de Guan *et al.* (1999) e Ni *et al.* (1999) consiste em relaxar as restrições de limites de vazão turbinada na usina. Adicionalmente, Guan *et al.* (1999) propõe também relaxar as restrições de limites de defluência. Os autores mostram que o problema inteiro-misto inicial pode ser decomposto em um subproblema contínuo e uma série de subproblemas inteiros. O subproblema contínuo tem o objetivo de determinar os níveis de geração das usinas e é solucionado por meio de um algoritmo de Fluxo em Redes. Os subproblemas inteiros determinam o estado de cada unidade geradora, considerando os custos de partida das unidades agregadas e os tempos mínimos para partida e desligamento, e são solucionados por Programação Dinâmica.

Problema semelhante é formulado por Shawwash *et al.* (2000). Na modelagem, foram considerados os efeitos dos reservatórios em cascata. Porém as unidades hidrelétricas são modeladas com um valor constante de rendimento, sem considerar as variações dos níveis de montante e jusante (altura de queda) e perdas hidráulicas. No

tocante às unidades termelétricas, são formuladas as restrições de limites de potência, tempos mínimos para partida e desligamento e limites de rampa.

Chang *et al.* (2001) implementa um problema de alocação de unidades geradoras em que as funções de produção das unidades hidrelétricas são lineares por partes. A altura de queda é mantida constante e as perdas hidráulicas são consideradas proporcionais à vazão turbinada na unidade. Adicionalmente, são considerados custos de partida, tempos mínimos para partida e desligamento e restrições de balanço d'água.

Especificamente com relação à técnica de solução, como se sabe, o uso da Relaxação Lagrangeana em problemas não-convexos pode acarretar soluções não-factíveis. Esse é o foco do trabalho apresentado por Agtash (2001), que utiliza uma modelagem simplificada das unidades geradoras. Na resolução, o problema de alocação de unidades geradoras é resolvido com o uso da técnica de Lagrangeano Aumentado, o qual insere uma penalidade quadrática ao não atendimento de restrições dualizadas.

Soares *et al.* (2003) utiliza uma modelagem que considera metas diária de geração hidrelétrica. Em função do horizonte de tempo de estudo, 24 horas, os autores consideram constante o nível à montante do reservatório. O nível jusante e as perdas hidráulicas são funções da vazão turbinada de cada unidade e de toda a usina. A solução do problema é obtida por meio da Relaxação Lagrangeana, decompondo o problema em uma série de subproblemas de Despacho de Geração, de natureza contínua, e em outra série de subproblemas de Alocação de Unidades, que define os estados das unidades geradoras baseado em heurísticas.

Arce *et al.* (2002) mostra uma aplicação para o despacho ótimo de unidades geradoras da usina de Itaipú. Nesse trabalho, são considerados os efeitos de perdas hidráulicas e do nível de jusante. O rendimento de cada unidade geradora é baseada em uma curva-colina e na potência de saída.

Um modelo para alocação de unidades termelétricas no problema de despacho de geração horária para o sistema brasileiro é apresentado por Belloni *et al.* (2003). Nele, as funções de produção das unidades hidrelétricas dependem da vazão turbinada na usina, volume do reservatório e de vazão vertida. Para a otimização dos reservatórios, é utilizada uma função de custo futuro linear por partes. Por sua vez, zonas proibidas de geração são desconsideradas. Como estratégia de solução é utilizada a Relaxação Lagrangeana com o auxílio da técnica de Duplicação de Variáveis. O problema é decomposto em três grupos de subproblemas: Termelétrico, Hidrelétrico e Hidrotérmico.

Na resolução desses subproblemas são utilizados a Programação Dinâmica e Programação Linear. A maximização da função dual é realizada por Método de Feixes.

O uso de heurísticas para se obter soluções de problemas de alocação de unidades é mostrado em alguns trabalhos. Swarup e Yamashiro (2002) utilizam a técnica de Algoritmos Genéticos, enquanto Lin *et al.* (2002) e Rajan e Mohain (2004) mostram o uso de Busca-Tabu. Em outro trabalho, Senjyu *et al.* (2003) mostra o emprego da técnica de Lista de Prioridade em um problema com unidades termelétricas.

Em Leite *et al.* (2002), são considerados os vínculos hidráulicos entre usinas e os efeitos do nível de jusante na altura de queda da unidade geradora. Entretanto, os rendimentos das unidades são considerados constantes. Ainda, a geração termelétrica é modelada como uma variável contínua que complementa o atendimento a demanda, não considerando as restrições associadas a este tipo de geração.

Gil *et al.* (2003) apresenta o uso da curva de custo futuro para os estudos de planejamento e programação da operação. Esse trabalho também representa os vínculos hidráulicos existentes entre usinas, porém considera que a altura de queda e o rendimento das unidades são constantes. Além disso, são desprezadas as perdas hidráulicas.

Zoumas *et al.* (2004) aborda um problema de alocação de unidades geradoras. Nele, são considerados os reservatórios em cascata e os tempos de deslocamento da vazão d'água. O rendimento das unidades hidrelétricas é função linear do volume armazenado no reservatório e da variação de altura de queda. Na resolução desse problema, é utilizada a técnica de Algoritmos Genéticos.

Uma revisão bibliográfica sobre as técnicas matemáticas utilizadas em problemas semelhantes à programação da operação eletroenergética é apresentada por Padhy (2004). São abordadas técnicas como Enumeração Exaustiva, Lista de Prioridades, Programação Dinâmica, Programação Inteira, Relaxação Lagrangeana, Pontos Interiores, Busca-Tabu, Algoritmos Genéticos e modelos híbridos. O autor sugere que há uma tendência da literatura em utilizar modelos que combinem técnicas clássicas de programação e heurísticas.

Na literatura são apresentados alguns trabalhos que incorporam restrições de segurança elétrica em problemas de planejamento de curto prazo ou de programação da operação, Fu *et al.* (2005) e (2006), Lu e Shahidehpour (2005), Li e Shahidehpour (2005), Guan *et al.* (2005), Sifuentes e Vargas (2007), Diniz *et al.* (2002) e Restrepo e Galiana (2005).

A representação mais detalhada da função de produção das unidades hidrelétricas tem recebido significativa preocupação por parte dos pesquisadores. Por outro lado, esse tipo de modelagem acarreta em maiores dificuldades matemáticas. Borghetti *et al.* (2003) representam a função de produção hidrelétrica de maneira linear, função da vazão turbinada, altura de queda e do rendimento da unidade. Por sua vez, o rendimento é função da vazão turbinada e da altura de queda. Mais recentemente, Borghetti *et al.* (2008) apresentam uma função de produção hidrelétrica linear por partes.

Em seu trabalho, Diniz (2007) utiliza uma modelagem detalhada das unidades hidrelétricas, considerando uma função de produção linear por partes. Essa função é dependente da vazão turbinada, altura de queda, perdas hidráulicas e da vazão vertida. Para linearizar a função de produção, todos os pontos das regiões não côncavas da função são eliminados por meio de um ajuste corretivo, considerando o desvio médio entre o valor real e a aproximação (DINIZ *et al.*, 2008). Para obter a solução do problema, é utilizada uma decomposição baseada em Relaxação Lagrangeana e para otimizar a função dual é utilizado o método de Feixes (em inglês: *Bundle Method*) (LEMARÉCHAL, *et al.*, 1996; FELTENMARK *et al.*, 2000; LEMARÉCHAL, 2001; BORGHETTI *et al.*, 2003; BELLONI *et al.*, 2003).

Como a solução dual não é viável, uma etapa de recuperação primal é realizada por meio de técnicas de Lagrangeano Aumentado (MARTÍNEZ e SANTOS, 1995; BERTSEKAS, 1999; BELLONI *et al.*, 2003; DINIZ, 2007). A forma padrão do Lagrangeano Aumentado não permite que o problema mantenha o esquema de decomposição. Batut e Renaud (1992) apresentam o uso do Princípio do Problema Auxiliar (COHEN, 1980), uma forma inexata do Lagrangeano Aumentado que permite a decomposição do problema.

Finardi (2003) e Finardi e Silva (2006) propõem uma formulação que considera um sistema hidrotérmico de predominância hidrelétrica com efeitos do nível de jusante, da altura de queda líquida, perdas hidráulicas, bem como as zonas proibidas de geração. Ainda, no que diz respeito à geração termelétrica, são considerados os custos de produção nominal e de partida, restrições de tempos mínimos de partida e desligamento e de rampa. As restrições do sistema de transmissão são modeladas como limites de intercâmbios entre subsistemas.

Nos trabalhos de Finardi (2003) e Firnardi e Silva (2006) foram utilizadas as técnicas de Relaxação Lagrangeana e de Duplicação de Variáveis (DOUGLAS e RACHFORD, 1956; BATUT e RENAUD, 1992), decompondo o problema original em

quatro grupos de subproblemas: alocação de unidades hidrelétricas, hidráulico, alocação de unidades termelétricas e de intercâmbio entre subsistemas. Finardi (2003) e Firnadi e Silva (2006) trataram com profundidade somente os subproblemas de natureza hidrelétrica, não implementando os demais subproblemas. Adicionalmente, em função do emprego da Relaxação Lagrangeana em um problema não-convexo, as soluções encontradas não são necessariamente factíveis, porém a recuperação primal, que tornaria viáveis as soluções, também não foi abordada.

Os trabalhos de Finardi (2003) e Finardi e Silva (2006) utilizam uma modelagem detalhada da função de produção, de natureza não-linear. Diniz (2007) apresenta uma função de produção linear por partes, porém mostra que aperfeiçoamentos nessa modelagem trazem resultados vantajosos. Conclusões semelhantes, favorecendo o uso de uma modelagem detalhada da função de produção de unidades hidrelétricas, são apresentadas por Esteves *et al.* (2006).

O esquema de solução do subproblema hidrelétrico proposto por Finardi (2003) e Finardi e Silva (2006) também é estudado por Rodrigues (2005) e (2006). Nesse caso, o subproblema hidrelétrico é decomposto em duas séries de subproblemas. O primeiro, de natureza inteira, é resolvido por uma enumeração exaustiva do espaço de estados das unidades geradoras. O segundo, contínuo e não-linear, tem o objetivo de calcular o despacho das unidades geradoras e é resolvido por meio de Lagrangeano Aumentado.

Firnadi (2003), Finardi e Silva (2006) e Rodrigues (2005) e (2006) abordam a solução do subproblema hidrelétrico. Por sua vez, Rodrigues (2008) apresenta a resolução de todo o problema da programação diária da operação eletroenergética. O problema é decomposto em quatro séries de subproblemas: alocação de unidades termelétricas, alocação de unidades hidrelétricas, hidráulico e de atendimento à demanda. Na alocação de unidades termelétricas são consideradas as restrições de tempos mínimos para partida e desligamento e de rampa, e sua solução é obtida por meio da Programação Dinâmica. Por sua vez, o subproblema de alocação de unidades hidrelétricas é resolvido por meio de Programação Quadrática Sequencial e são consideradas as restrições de operação das unidades geradoras. O subproblema hidráulico, de natureza linear, possui as restrições de operação e acoplamentos dos reservatórios. Porém, são utilizadas metas de volumes armazenados no lugar de funções de custo futuro de operação. Também de natureza linear, o subproblema de atendimento à demanda possui as restrições de balanço entre geração e demanda, considerando intercâmbios de energia entre subsistemas.

A Tabela 2.1 mostra um resumo das características de modelagem adotadas nos trabalhos citados.

Tabela 2.1 Modelagens consideradas nos principais trabalhos citados nesta revisão bibliográfica.

	Unidades Termelétricas			Unidades Hidrelétricas							
	Função Quadrática de Custo de produção	Tempos mínimos para partidas e desligamentos	Restrições de rampa	Função de Produção Não-Linear	Unidades individualizadas	Perdas hidráulicas em função da vazão turbinada	Altura de queda função dos níveis de jusante e das perdas hidráulicas	Zonas proibidas de geração	Curvas-colina	Tempos de viagem d'água	Função de custo futuro
Amado (1987)											
Arce <i>et al.</i> (2002)											
Belloni <i>et al.</i> (2003)											
Borghetti <i>et al.</i> (2003)											
Borghetti <i>et al.</i> (2008)											
Chang <i>et al.</i> (2001)											
Diniz (2007)											
Diniz <i>et al.</i> (2008)											
Esteves <i>et al.</i> (2006)											
Finardi (2003)											
Finardi e Silva (2006)											
Gil <i>et al.</i> (2003)											
Guan <i>et al.</i> (1992)											
Guan <i>et al.</i> (1999)											
Hoseini <i>et al.</i> (2007)											
Leite <i>et al.</i> (2002)											
Li <i>et al.</i> (1997)											
Li <i>et al.</i> (2007a)											
Li <i>et al.</i> (2007b)											
Ni <i>et al.</i> (1999)											
Ohishi (1990)											
Papageorgiou <i>et al.</i> (2007)											
Pereira (1987)											
Rajan e Mohain (2004)											
Rodrigues <i>et al.</i> (2005)											
Rodrigues <i>et al.</i> (2006)											
Rodrigues <i>et al.</i> (2008)											
Salmazo (1997)											
Senjyu <i>et al.</i> (2003)											
Soares <i>et al.</i> (1980)											
Soares <i>et al.</i> (1984)											
Soares <i>et al.</i> (2003)											
Swarup e Yamashiro (2002)											
Zoumas <i>et al.</i> (2004)											
Zhuang e Galiana (1988)											

2.4 Objetivos Gerais

Este trabalho tem por objetivo elaborar um modelo matemático para a programação da operação eletroenergética de um sistema hidrotérmico de predominância hidrelétrica. Para tanto, é realizada uma modelagem realista das unidades hidrelétricas, considerando os efeitos do nível de jusante, a altura de queda líquida, as perdas hidráulicas, as zonas proibidas de geração, a função de rendimento, as restrições operativas dos reservatórios e a função de custo futuro. A modelagem das unidades termelétricas considera os custos de produção nominal e de partida, levando-se em conta as restrições de tempos mínimos de partida e desligamento e de rampa. O sistema de transmissão é modelado por limites de intercâmbios entre subsistemas.

Na solução desse problema, propõe-se o uso das técnicas de Relaxação Lagrangeana e Duplicação de Variáveis (em inglês, *splitting methods*), decompondo o problema original em quatro conjuntos de subproblemas. O primeiro deles, Subproblema de Alocação de Unidades Hidrelétricas, é solucionado utilizando a metodologia de Programação Quadrática Seqüencial. Para o Subproblema Hidráulico utiliza-se um pacote de Programação Linear. O Subproblema de Alocação de Unidades Termelétricas é solucionado por meio da metodologia de Programação Dinâmica. O Subproblema de Atendimento à Demanda é resolvido utilizando um pacote de Programação Linear. Para a maximização da função dual é utilizado o método de Feixes.

Uma vez que a solução dual não é viável, este trabalho utiliza a técnica de Lagrangeano Aumentado para realizar uma recuperação primal. A forma mais simples dessa técnica acopla o problema e impede o uso de um esquema de decomposição. Nesse caso, o Princípio do Problema Auxiliar permite conjuntamente utilizar a penalidade quadrática do Lagrangeano Aumentado e decompor o problema.

Sendo assim, por meio do modelo computacional desenvolvido, este trabalho tem por propósito apresentar uma solução factível para o problema da programação diária da operação eletroenergética.

2.5 Contribuições do Trabalho

Este trabalho faz parte de uma linha de pesquisa do Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica (LabPlan). Diferentemente dos estudos citados na Seção 2.4, este trabalho visa resolver o problema da programação da operação energética considerando conjuntamente uma abordagem detalhada das unidades hidrelétricas e

termelétricas, para aplicação em sistemas hidrotérmicos com predominância em recursos hidráulicos. Na modelagem das unidades hidrelétricas são consideradas as curvas-colinas, que representam o rendimento da unidade geradora em função de queda líquida e da vazão turbinada, conforme descritos nos capítulos seguintes. Adicionalmente, também são considerados os tempos de viagem d'água entre reservatórios em cascatas. No tocante às termelétricas, são modeladas as restrições de limites de potência, tempos mínimos para partidas e desligamentos e restrições de rampa.

Dessa forma, o objetivo específico deste trabalho é de implementar um modelo mais completo que realize a programação da operação eletroenergética de sistemas hidrotérmicos; aproveitando-se dos desenvolvimentos já realizados até então no LabPlan. A proposta visa modelar de forma precisa as funções de produção das unidades geradoras. Além disso, o sistema de transmissão é modelado por meio de restrições de intercâmbios entre os subsistemas.

A justificativa em se utilizar uma modelagem mais detalhada do parque gerador está no grande porte do sistema brasileiro e em seu custo total de operação. A título de ilustração, o Operador Nacional do Sistema Elétrico mostra em seu Programa Mensal da Operação – Arquivos DECOMP - (ONS, 2009) que para a primeira semana do mês de março de 2009 o custo imediato de operação é de R\$ 29,780 milhões e, por sua vez, o custo futuro esperado é de R\$ 52,153 bilhões. Dessa forma, dentro de um problema de otimização que minimize o custo total de operação do sistema elétrico, avanços na modelagem do problema podem ocasionar ganhos, ainda que percentualmente pequenos, e trazer significativas reduções nos valores de custo de operação.

No tocante ao processo de solução, é utilizado um esquema de decomposição do problema semelhante ao desenvolvido por Finardi (2003) e Finardi e Silva (2006). Assim, o problema original é decomposto em quatro grupos de subproblemas menores: alocação de unidades hidrelétricas, hidráulico, alocação de unidades termelétricas e de atendimento à demanda. Os subproblemas de alocação de unidades hidrelétricas e hidráulico tiveram uma investigação bastante ampla no trabalho de Finardi (2003), sendo solucionados pelo uso da técnica de Programação Quadrática Seqüencial.

Contudo, o subproblema termelétrico possui um espaço de estados cujas decisões são inter-relacionadas no tempo. Dessa forma, torna-se atrativa a técnica de Programação Dinâmica para a sua solução. Por sua vez, considerando uma modelagem simplificada do

sistema de transmissão, o subproblema de atendimento à demanda é de natureza linear. Sendo assim, para a sua solução, é utilizado um pacote de programação linear.

Tendo em mãos a solução de cada um dos subproblemas mencionados, é realizada a otimização da Função Dual. Para essa tarefa, é utilizado o método de Feixes.

Este trabalho propõe ainda um algoritmo de recuperação primal baseado em métodos de Lagrangeano Aumentado Inexato. Esse método permite aplicar o mesmo esquema de decomposição da etapa dual. Com a penalidade quadrática, a Função Dual Aumentada passa a ser diferenciável. Assim, a atualização dos multiplicadores de Lagrange na recuperação primal é feita por meio do método de Gradiente.

A Tabela 2.2 mostra um resumo das características dos subproblemas resultantes do esquema de decomposição adotado neste trabalho.

Tabela 2.2 Características Matemáticas do Esquema de Decomposição

	Otimização da Função Dual	Subproblemas			
		Alocação de Unidades Hidrelétricas	Alocação de Unidades Termelétricas	Atendimento à Demanda	Hidráulico
Natureza matemática	Não-Diferenciável	Não-Linear e Inteiro-Misto	Não-Linear e Inteiro-Misto	Linear e Contínuo	Linear e Contínuo
Técnicas de Solução	Método de Feixes – N1CV2	Programação Quadrática Sequencial e Enumeração Exaustiva	Programação Dinâmica	Pacote de Programação Linear - CPLEX	Pacote de Programação Linear - CPLEX

2.6 Conclusões

O problema da programação diária da operação eletroenergética faz parte de uma cadeia de modelos utilizada para o planejamento da operação do sistema. Tem por finalidade estabelecer quais unidades geradoras estarão em funcionamento e seus respectivos níveis de geração, atendendo uma série de restrições do sistema.

Neste capítulo, foram examinados diversos trabalhos presentes na literatura que tratam problemas semelhantes. Em alguns, são modeladas somente as unidades termelétricas. Em outros, é considerada a existência de reservatórios em cascata e os tempos de deslocamento d'água. Na maioria dos casos, os rendimentos das unidades hidrelétricas são constantes ou funções lineares em dependem da vazão turbinada. Alguns utilizam restrições de segurança do sistema. Em grande parte dos trabalhos, a

Relaxação Lagrangeana é aplicada para se encontrar a solução do problema. Outros abordam o uso de heurísticas como Algoritmo Genético e Busca-Tabu.

Não obstante aos avanços realizados, tem-se a necessidade de desenvolver um modelo de operação de sistemas hidrotérmicos, com uma modelagem mais detalhada e integrada dos geradores hidrelétricos e termelétricos, tal como proposto por Finardi (2003). Nesse sentido, este trabalho visa preencher essa lacuna por meio do desenvolvimento de um modelo matemático que assegure soluções viáveis para o problema e que permita o uso eficiente dos recursos energéticos envolvidos.

3

Centrais Hidrelétricas e Termelétricas

3.1 Introdução

A programação da operação eletroenergética tem por objetivo estabelecer os níveis de geração das usinas tais que as restrições do sistema sejam atendidas e o mínimo custo de operação seja alcançado. Para tanto, é fundamental que as unidades geradoras sejam modeladas de forma realista, representando detalhadamente suas funções de produção e suas restrições operativas. Neste capítulo é apresentada a modelagem das unidades geradoras do sistema.

3.2 Unidades Geradoras Hidrelétricas

O processo de aproveitamento hidráulico é mostrado pela Figura 3.1. A água é captada em uma cota montante, conduzida pelo interior da turbina e descarregada em uma cota jusante, inferior à primeira. A função de produção de uma unidade de geração hidrelétrica depende do comportamento físico da turbina, a qual transforma a energia potencial, associada ao volume de água no reservatório, em energia cinética, e do gerador, responsável pela transformação da energia mecânica (cinética) em energia elétrica.

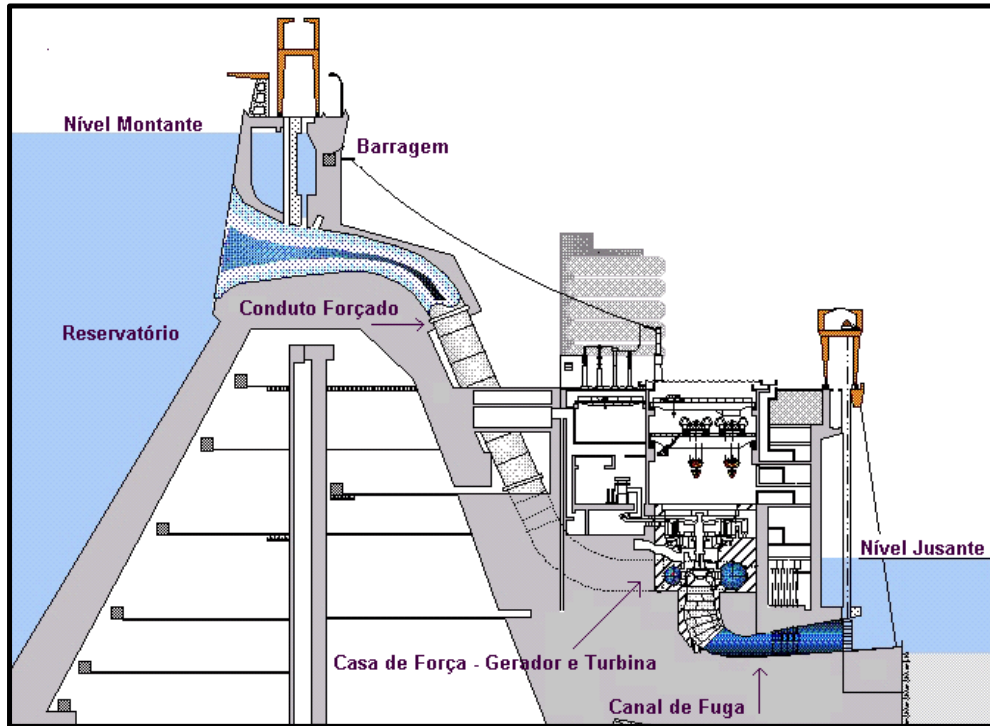


Figura 3.1 Usina Hidrelétrica. Fonte: Itaipu (2009).

O processo de geração de uma unidade hidrelétrica é descrito matematicamente por:

$$E_j = Ep_j \eta_t \eta_g \quad (3.1)$$

sendo:

- E_j é a energia elétrica produzida pelo j -ésimo gerador da usina ao longo de um período Δt (Joule);
- Ep_j é a energia potencial da massa d'água que é utilizada para acionar a turbina acoplada ao j -ésimo gerador durante o período Δt (Joule);
- η_t é o rendimento médio da j -ésima turbina acoplada ao j -ésimo gerador ao longo do período Δt ;
- η_g é o rendimento médio do j -ésimo gerador ao longo do período Δt .

Considerando que a energia potencial gravitacional é expressa pelo produto da massa da água¹, pela aceleração da gravidade e pela altura de queda líquida média em Δt na qual a turbina está submetida, hl_j , a Equação (3.1) pode ser reescrita da seguinte forma:

¹ A massa da água (kg), a qual passa na j -ésima turbina, é obtida através da multiplicação da massa específica da água (kg/m^3), pelo volume associado (m^3), sendo este último determinado pelo produto da vazão turbinada na j -ésima unidade e o período de tempo considerado.

$$E_j = \left[(\sigma_{esp} \cdot q_j \cdot \Delta t) \cdot g \cdot hl_j \right] \cdot \eta t_j \cdot \eta g_j \quad (3.2)$$

sendo:

- σ_{esp} é a massa específica da água (kg/m³);
- q_j é a vazão turbinada média pela j -ésima turbina durante o período Δt (m³/s);
- g é a aceleração da gravidade (m/s²);
- Δt é o período de tempo considerado (s);
- hl_j é a altura de queda líquida média que a j -ésima turbina esta submetida durante o intervalo de tempo considerado Δ (m).

A Equação (3.2) representa o processo de transformação da potencial gravitacional em energia elétrica. Porém, o objetivo é obter uma expressão que represente a potência elétrica de saída para um conjunto turbina-gerador. Assim, sendo potência definida como a derivada da energia em relação ao tempo ($ph = dE / dt$), tem-se:

$$ph_j = G \eta t_j \eta g_j hl_j q_j \quad (3.3)$$

sendo:

- ph_j é a potência ativa produzida pelo j -ésimo conjunto turbina-gerador (MW);
- G é uma constante² com valor de $9,81 \times 10^{-3}$ (kg/m²s²).

De acordo com (3.3), pode-se notar que a função de produção de uma unidade geradora hidrelétrica é definida pelo inter-relacionamento das seguintes variáveis:

1. vazão turbinada pela j -ésima turbina, q_j ;
2. altura de queda líquida, hl_j ;
3. rendimento da turbina, ηt_j , e do gerador, ηg_j .

A seguir, é descrito o relacionamento de cada uma dessas variáveis na função de produção de uma unidade hidrelétrica.

3.2.1 Vazão Turbinada

Conforme mostra a Equação (3.3), a vazão turbinada q_j é uma das variáveis que definem a potência de saída de uma unidade hidrelétrica. Além de relacionar a potência

² A constante 10^{-3} , em G , resulta do produto entre a massa específica da água e uma outra constante com valor de 10^{-6} , com a finalidade de converter a potência de saída de W para MW.

de saída de maneira diretamente proporcional, a vazão turbinada também está relacionada e impõe restrições à altura de queda líquida e ao rendimento do conjunto turbina-gerador, como será visto a seguir.

3.2.2 Altura de Queda Líquida

Primeiramente é necessário mostrar como se representa um reservatório nos modelos de planejamento. Em estudos de operação energética, as variáveis que regem o aproveitamento hidráulico relacionam-se pela equação de conservação da água³:

$$v_f = v_0 + (y - Q - s) \Delta t \cdot 3,6 \cdot 10^{-3} \quad (3.4)$$

sendo:

v_f	representa o volume final (hm ³);
v_0	representa o volume inicial (hm ³)
y	é a vazão afluente média ao reservatório no período Δt (m ³ /s);
Q	é a vazão turbinada média na usina durante o período Δt (m ³ /s);
s	é a vazão vertida na usina durante o período Δt (m ³ /s).
Δt	é o intervalo de tempo de uma hora;
$3,6 \cdot 10^{-3}$	é uma constante que visa converter um volume dado em m ³ para hm ³ , unidade esta em que usualmente são fornecidos os volumes dos reservatórios.

Pode-se notar que a Equação (3.4) relaciona os volumes de um reservatório em dois períodos consecutivos.

A cota de montante é função dos volumes inicial e final do reservatório em Δt . Por sua vez, a cota de jusante é função da vazão total turbina na usina, Q , e também da vazão vertida⁴, s . Desta forma, a altura de queda líquida é descrita matematicamente pela Equação (3.5).

$$hl_j = fcm(v_0, v_f) - fcj(Q, s) - pl_j(Q, q_j) \quad (3.5)$$

sendo:

³ Por simplificação, não são considerados os efeitos da evaporação e da infiltração da água.

⁴ Existem casos onde a cota de jusante independe de s .

hl_j	representa a altura de queda líquida média do j -ésimo conjunto turbina-gerador durante o intervalo de tempo Δt , em metros;
$fcm(\cdot)$	é a cota de montante da usina. Expressa a relação entre a cota de montante e o volume de água do reservatório, no período Δt ;
$fcj(\cdot)$	é a cota de jusante. Relaciona o valor da cota de jusante com a vazão turbinada mais a vazão de vertimento da usina no período Δt ;
pl_j	representa as perdas hidráulicas existentes no percurso da água durante o processo de geração de energia elétrica. Estas perdas, além de serem função da vazão turbinada de cada unidade também podem ser função da vazão total da usina ⁵ .

As funções de cota são geralmente representadas por polinômios de quarta ordem. Para o caso de cota a montante, esta função relaciona o volume armazenado, como mostra a Equação (3.6).

$$fcm(v) = a_0 + a_1 v + a_2 v^2 + a_3 v^3 + a_4 v^4 \quad (3.6)$$

sendo que a_0, \dots, a_4 são os coeficientes do polinômio que representa a cota de montante do reservatório.

Da mesma forma, a função de cota de jusante relaciona a vazão turbinada total da usina mais a vazão vertida, Equação (3.7). A soma dessas vazões é chamada vazão defluente d .

$$fcj(d) = b_0 + b_1 d + b_2 d^2 + b_3 d^3 + b_4 d^4 \quad (3.7)$$

sendo que b_0, \dots, b_4 são os coeficientes do polinômio que representa a cota de jusante do reservatório

O volume v , de cada reservatório, utilizado na função de cota de montante é dado pela Equação (3.8).

$$v = \frac{V_0 + V_f}{2} \quad (3.8)$$

Com relação à função de cota de jusante é importante salientar que a dependência da potência de saída de uma unidade em relação à mesma ocorre em unidades equipadas

⁵ Isto ocorre quando existe conduto forçado comum entre as unidades geradoras da usina.

com turbinas de reação. Uma turbina de reação é aquela que usa energia cinética e pressão d'água para a geração de energia elétrica. Este tipo de turbina tem como característica operativa o funcionamento com o canal de fuga afogado e a alteração do nível de jusante afeta diretamente a altura de queda líquida da unidade (SOUZA, 1983). As turbinas de reação são do tipo Francis e Kaplan.

Além das turbinas de reação, existem também as denominadas turbinas de ação. Estas utilizam somente a energia cinética para a geração de energia elétrica e, portanto, não dependem das alterações do nível de jusante. Estas turbinas são do tipo Pelton⁶.

Outro aspecto importante é a existência de usinas cuja cota de jusante não depende da vazão vertida. Isto acontece em usinas em que o vertedouro deságua o volume vertido suficientemente longe do canal de fuga, ou mesmo em outro vale, não influenciando assim na cota de jusante.

Por último, a Equação (3.5) também relaciona a altura de queda líquida com as perdas hidráulicas, pl_j , existentes no processo de geração de energia elétrica. Estas perdas são oriundas do atrito da água durante o escoamento entre as cotas montante e jusante. Em geral, pode-se considerar que tais perdas hidráulicas restringem-se àquelas que ocorrem nos condutos forçados.

Existem várias maneiras de se calcular as perdas hidráulicas relacionadas aos condutos forçados (SCHREIBER, 1980; SOUZA, 1983; CREDER, 1997), destacando-se o modelo de Hazen-Williams. Esta formulação é baseada em métodos experimentais e empíricos e seu uso é bastante antigo (1903) (SOUZA, 1983):

$$pl_j = 10,643 q_j^{1,85} \lambda_{wl}^{-1,85} D^{-4,87} L \quad (3.9)$$

sendo:

- pl_j a perda hidráulica na j -ésima unidade geradoras, em metros;
- λ_{wl} o coeficiente de Hazen-Williams;
- D o diâmetro do tubo (conduto), em metros;
- L o comprimento do tubo, em metros.

⁶ As turbinas do tipo Pelton são utilizadas em aproveitamentos cuja queda é superior a 600 m.

Em estudos de operação energética, utiliza-se uma aproximação da expressão acima assumindo que as perdas hidráulicas são proporcionais ao quadrado da vazão turbinada na unidade geradora e/ou na usina, como mostra a Equação (3.10).

$$pl_j = k_{usina} Q^2 + k_j q_j^2 \quad (3.10)$$

sendo:

- k_{usina} uma constante do conduto comum entre as unidades (s^2/m^5);
 k_j a constante característica do conduto forçado da j -ésima unidade geradora (s^2/m^5).

Note-se que a Equação (3.10) considera que as usinas podem ter adutores comuns entre unidades para tomada d'água na cota montante, além dos adutores individualizados para cada conjunto turbina-gerador. Na ausência de um adutor comum a todas as unidades considera-se k_{usina} igual à zero.

Definida a perda hidráulica, pode-se encontrar uma expressão resultante da altura de queda líquida de uma unidade geradora:

$$hl_j = a_0 + a_1 \left(\frac{V_0 + V_f}{2} \right) + a_2 \left(\frac{V_0 + V_f}{2} \right)^2 + a_3 \left(\frac{V_0 + V_f}{2} \right)^3 + a_4 \left(\frac{V_0 + V_f}{2} \right)^4 - b_0 - b_1(Q+s) - b_2(Q+s)^2 - b_3(Q+s)^3 - b_4(Q+s)^4 - k_{usina} Q^2 - k_j q_j^2 \quad (3.11)$$

A partir da Equação (3.11) percebe-se que a variável altura de queda líquida é função não-linear dos volumes armazenados no reservatório, ao início e final de um período de tempo Δt e das vazões defluente $(Q + s)$ e turbinada q_j médias ao longo desse período.

Torna-se relevante mostrar a relação da altura de queda líquida com a vazão turbinada em uma unidade, q_j , e a vazão total turbinada em uma usina, Q . A Equação (3.7) mostra que o nível de jusante é função da vazão total defluente em uma determinada usina. Portanto, quanto maior for a vazão total turbinada da usina, Q , e a vazão de vertida⁷, s , mais elevado será o nível de jusante. Por consequência, a altura de queda líquida será menor, diminuindo o potencial de geração da unidade. A Figura 3.2 mostra

⁷ Vale lembrar que somente faz sentido falar aqui em vazão vertida para aquelas usinas cujo níveis de jusante são influenciados pelo vertimento.

essa relação não-linear entre a altura de queda líquida e as vazões da usina de Ilha Solteira. Para tanto, considera-se k_j igual a $4,232 \cdot 10^{-6}$ e k_{usina} igual à zero.

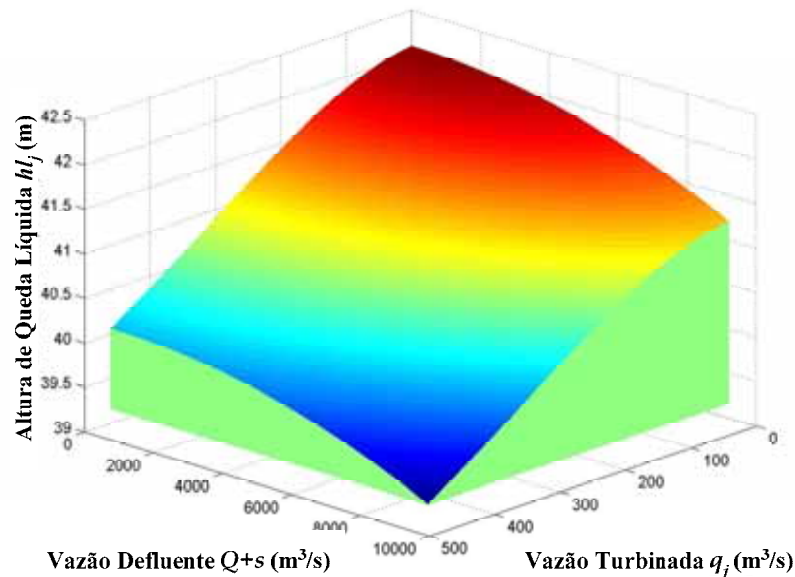


Figura 3.2 Altura de queda líquida em função da vazão turbinada em uma unidade e da vazão defluente na usina de Ilha Solteira.

Mais detalhes sobre essa relação entre potência de saída de uma unidade, vazão turbinada e altura de queda líquida são tratados a seguir.

3.2.3 Rendimento do Conjunto Turbina-Gerador

A função de produção de uma unidade hidrelétrica está relacionada com a altura de queda líquida e a vazão turbinada, e também com o rendimento do grupo turbina-gerador $\eta_j \cdot \eta_{g_j}$.

Realizar uma modelagem detalhada do rendimento do conjunto turbina-gerador é uma tarefa difícil. Uma representação como esta precisa considerar o inter-relacionamento existente entre a altura de queda líquida e a vazão turbinada em uma unidade.

O rendimento de uma turbina depende da altura de queda líquida e da vazão turbinada. Essa relação é expressa por meio de curvas de desempenho chamadas curvas-colina (em inglês, *Hill Diagrams*). A Figura 3.3 mostra um exemplo ilustrativo das curvas de desempenho de uma turbina.

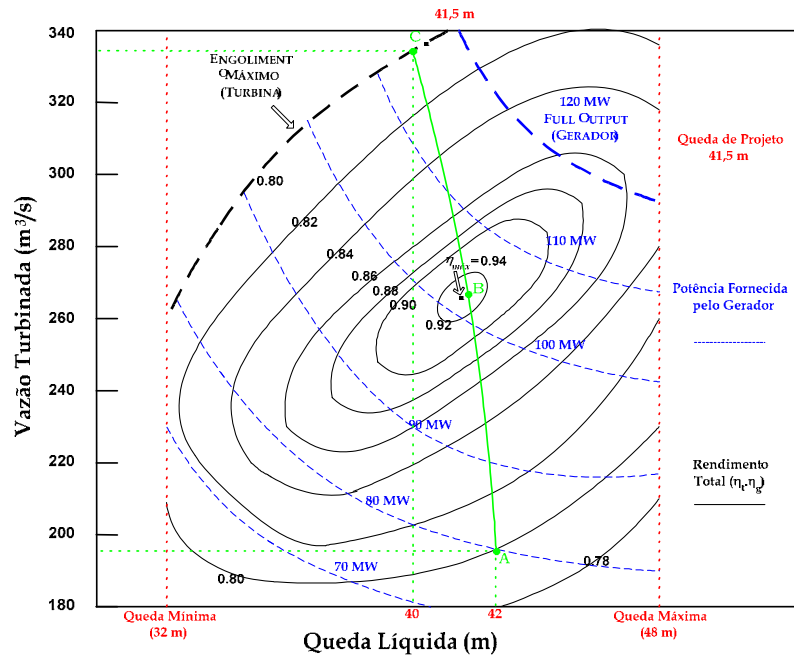


Figura 3.3 Exemplo Ilustrativo de uma Curva-Colina. Fonte: Finardi (2003).

Nos eixos horizontal e vertical estão relacionadas a altura de queda líquida e a vazão turbinada, respectivamente. Em forma de curvas de nível estão apresentados os rendimentos do grupo gerador e, em linhas tracejadas, a potência fornecida pelo gerador em relação a um ponto de operação.

Toda unidade geradora é projetada para operar com um engolimento efetivo, q_j^{efet} , e uma altura de queda efetiva, ou queda de projeto, hl_j^{efet} . Nesta combinação, o rendimento será máximo, ponto B na Figura 3.3. Qualquer outro tipo de combinação (vazão turbinada e altura de queda líquida) diferente ao ponto de projeto resulta em um rendimento inferior ao valor máximo.

É relevante salientar, na Figura 3.3, alguns aspectos restritivos de uma unidade geradora. Toda turbina possui limites superior e inferior de engolimento, por limitações mecânicas. Além disso, o gerador possui limites de potência fixados, pela capacidade nominal dos enrolamentos de armadura. Em suma, existem pontos de operação que não podem ser ultrapassados por razões construtivas do grupo, bem como condições de regime de funcionamento do gerador.

Caso se deseje aumentar a potência de saída da unidade geradora, torna-se necessário elevar a vazão turbinada. A curvatura ABC apresentada na Figura 3.3 mostra a interdependência da altura de queda líquida e a potência de saída gerada, uma vez que um aumento da vazão turbinada causa uma redução da altura de queda líquida, conseqüência da elevação do nível de jusante e das perdas hidráulicas.

Para os estudos da programação da operação eletroenergética é necessário descrever a curva-colina de cada grupo gerador por uma função matemática que modele o comportamento do rendimento, relacionando a altura de queda líquida e a vazão turbinada na unidade. Usualmente, de forma cuidadosa, boas aproximações podem ser obtidas utilizando modelos quadráticos para a representação do rendimento (ESTEVES *et al.*, 2006), como mostra a Equação (3.12).

$$\eta_j(q_j, hl_j) = \rho_{0j} + \rho_{1j}q_j + \rho_{2j}hl_j + \rho_{3j}hl_jq_j + \rho_{4j}q_j^2 + \rho_{5j}hl_j^2 \quad (3.12)$$

sendo:

$\rho_{0j}, \dots, \rho_{5j}$

são coeficientes de eficiência de cada unidade que devem ser estimados de antemão. Isso pode ser feito por meio da técnica de Regressão Não-Linear Multivariável (WONNACOTT, 1972), a partir de pontos retirados da curva-colina da j -ésima unidade geradora;

Ainda com relação à curva-colina, deve-se atentar que uma diminuição ou elevação na vazão turbinada além de certos limites pode acarretar no fenômeno da cavitação (CALAINHO *et al.*, 1997) e, em alguns casos, em vibrações mecânicas de graves conseqüências na turbina.

Sendo assim, em virtude do fenômeno da cavitação, o fabricante de uma turbina especifica algumas zonas proibidas de geração. Usualmente, essas zonas são expressas sobre a curva-colina de uma unidade, como mostra a Figura 3.4.

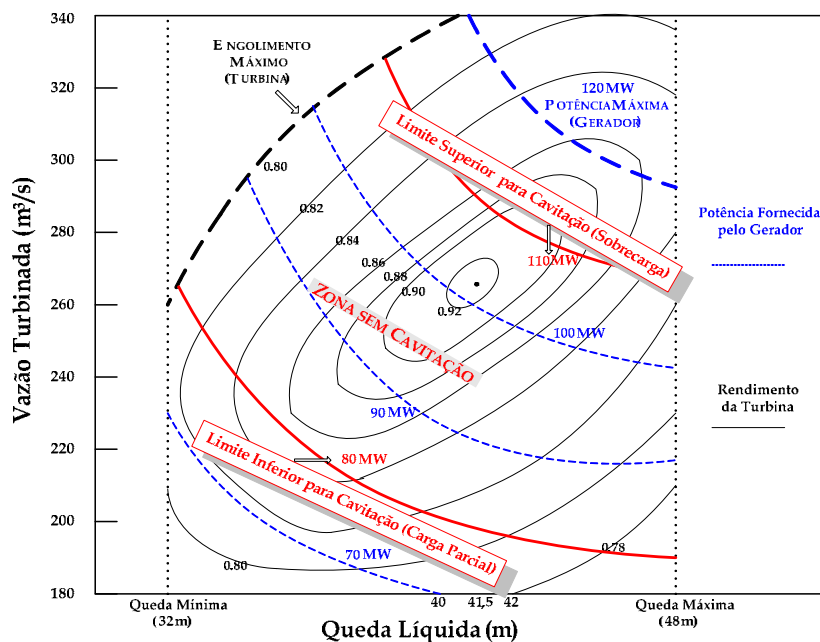


Figura 3.4 Exemplo Ilustrativo de Zonas de Cavitação em Turbinas Hidráulicas. Fonte: Finardi (2003).

3.2.4 Análise da Função de Produção

Conforme visto anteriormente, a função de produção de uma unidade hidrelétrica é composta pelo produto do rendimento do conjunto turbina-gerador, altura de queda líquida e vazão turbinada. Matematicamente, isso significa que a função de produção depende de variáveis de controle (vazão turbinada na unidade, na usina e vazão vertida) e de variáveis de estado (volumes dos reservatórios), como mostra a Equação (3.13).

$$ph_j(v_0, v_f, q_j, Q, s) = G \cdot (\rho_{0j} + \rho_{1j}q_j + \rho_{2j}hl_j + \rho_{3j}q_jhl_j + \rho_{4j}q_j^2 + \rho_{5j}hl_j^2)hl_jq_j \quad (3.13)$$

Com o intuito de complementar as análises da função de produção, bem como apresentar o modelo final da função a ser adotada neste trabalho, são apresentados a seguir alguns gráficos, tomando-se como exemplo a usina de Ilha Solteira.

A Figura 3.5 ilustra o comportamento da potência de saída de uma unidade desta usina como função do volume médio armazenado, v , e da defluência total⁸, d , no reservatório. Para tanto, é considerado a vazão turbinada⁹ q_j , constante em 450 m³/s.

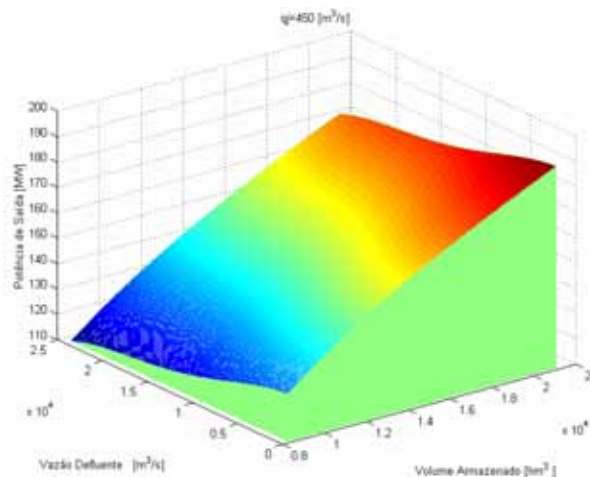


Figura 3.5 Potência em função do volume médio armazenado no reservatório e da defluência na usina com vazão turbinada na unidade constante. Fonte: Finardi (2003).

Pode-se notar que a potência é uma função crescente com relação a v e decrescente em relação à d . Quanto maior o volume armazenado maior a cota de montante e conseqüentemente maior a queda líquida que a unidade dispõe para a produção de energia elétrica. Analogamente, quanto maior a vazão defluente, maior é a elevação da

⁸ Idealmente, as análises deveriam ser apresentadas considerando as variáveis v_0 , v_f , Q e s . Entretanto, essas variáveis podem ser agrupadas para facilitar a representação gráfica. v_0 e v_f possuem comportamentos idênticos na função de produção, bem como, do mesmo modo, Q e s . Assim, v_0 e v_f são agrupadas em uma única variável v . Da mesma forma Q e s são representadas por d apenas.

⁹ O valor máximo de vazão para a unidade é de 480 m³/s.

cota de jusante e como consequência tem-se uma redução na altura de queda líquida na unidade.

Ainda observando a Figura 3.5, quando estão fixados os valores de q_j e d , a potência é uma função côncava¹⁰ com relação à v . Isso tem uma explicação física: a taxa de variação¹¹ da cota de montante é sempre decrescente, entre o mínimo volume útil e o máximo. Contudo, esse comportamento não é verificado com relação a variável d . Em geral, fixados os valores de q_j e \underline{v} , a taxa de variação da cota de jusante não é sempre decrescente à medida que d diminui. No ponto de menor defluência, equivalente a 450 m³/s, o valor de altura de líquida é o maior possível e, conseqüentemente, melhor rendimento e maior nível de potência de saída.

A elevação do canal de fuga depende da velocidade de escoamento da água no nível de jusante. A velocidade é menor para casos de baixa defluência dado que o nível de jusante do rio consegue reter mais água. Quanto maior for a retenção de água maior será a elevação da cota de jusante. A velocidade de escoamento volta a aumentar à medida que a calha do rio é preenchida por um maior nível de vazão defluente, decrescendo novamente quando o remanso ou afogamento está presente. Esse complexo fenômeno físico gera então a não-convexidade em d , as quais podem ser visualizadas na Figura 3.5.

A próxima figura ilustra o comportamento da potência em função de q_j e \underline{v} considerando um valor fixo de defluência. Pode-se notar que nesse caso existe a presença de não-convexidades na função de produção. Considerando um valor fixo de v , nota-se na Figura 3.6 que a variação da potência apresenta dois comportamentos distintos para toda a excursão de q_j . Na primeira, a variação é sempre crescente (“trecho” convexo da potência, em que os valores de rendimento são excessivamente baixos), e na segunda é sempre decrescente (“trecho” côncavo, presença acentuada da perda hidráulica e região em que o rendimento atinge seu máximo valor e volta a decrescer).

¹⁰ Uma função $f(x)$ é côncava caso a condição de desigualdade acima seja verificada da seguinte maneira: $f(\lambda x + (1-\lambda)y) \geq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$. Em consequência, tem-se que o negativo de uma função convexa é uma função côncava e vice-versa.

¹¹ Nesta seção, refere-se a variação de primeira ordem.

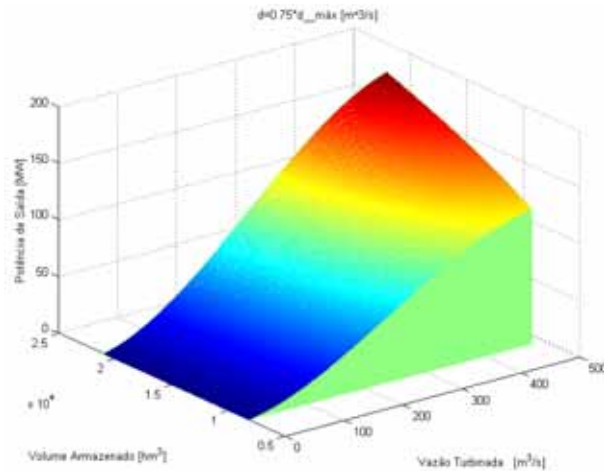


Figura 3.6 Potência em função do volume médio armazenado e da vazão turbinada na unidade, tendo a vazão defluente constante. Fonte: Finardi (2003).

Por fim, a Figura 3.7 ilustra o comportamento da função de produção como função da vazão turbinada na unidade e da vazão total defluente na usina, considerando um valor constante de volume médio armazenado no reservatório.

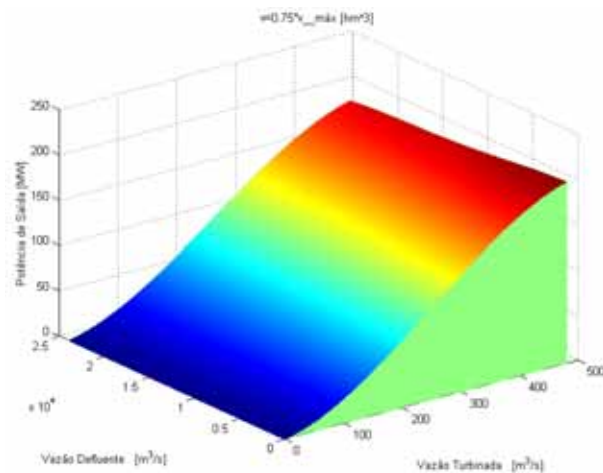


Figura 3.7 Potência em função da vazão turbinada na unidade e da vazão defluente para um valor fixo do volume médio armazenado. Fonte: Finardi (2003).

Neste trabalho a modelagem utilizada corresponde àquela mostrada na Figura 3.7. Desse modo, em função da capacidade de regularização dos reservatórios existentes no sistema brasileiro, é considerado que a cota de montante de um reservatório permanece constante ao longo do horizonte de tempo. Essa medida elimina o acoplamento temporal na função de produção de uma unidade hidrelétrica. Apesar dessa simplificação, as demais variáveis são modeladas de forma realista, em função da presença de não-linearidades e não-convexidades.

Por fim, de acordo com os aspectos discutidos até aqui, matematicamente, a função de produção adotada neste trabalho é um polinômio função das vazões turbinada da unidade, turbinada total da usina e de vertimento, como mostra a Equação (3.14).

$$ph_j(q_j, Q, s) = f([q_j]^7, [Q]^{12}, [s]^{12}) \quad (3.14)$$

3.3 Unidades Termelétricas

Nessa seção serão abordados aspectos importantes da geração termelétrica de energia. O objetivo é mostrar o princípio de funcionamento dessas unidades e constituir uma série de equações que possa representar seus custos de operação.

As unidades termelétricas podem ser classificadas em dois grandes grupos:

- (i) convencionais, as quais utilizam elementos fósseis como combustível, tais como carvão, óleo combustível e gás natural;
- (ii) nucleares, que usam materiais físséis, como o urânio e o plutônio, os quais liberam energia calorífica por meio da fissão nuclear.

Não obstante à diversidade dos combustíveis utilizados, as unidades termelétricas possuem um funcionamento baseado na geração de vapor d'água saturado como força primária para uma turbina. Dessa forma, é possível fazer uma representação esquemática de uma usina termelétrica que utiliza conforme mostra a Figura 3.8.

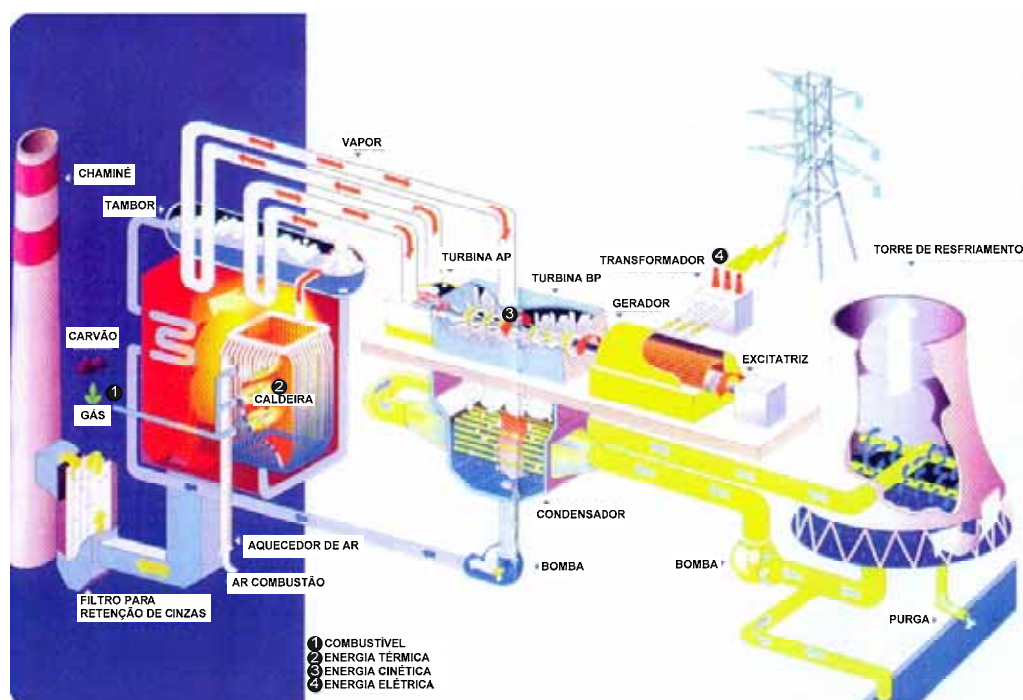


Figura 3.8 Esquema Típico de Geração Termelétrica. Fonte: Tractebel Energia

Uma unidade termelétrica consome combustível para manter sua operação nominal e durante os processos de partida e parada. Esses custos são relacionados com a quantidade de vapor na caldeira. Da mesma forma, a partida e o desligamento de uma unidade também são funções das condições da caldeira.

Na operação nominal de uma unidade termelétrica, é necessário representar o seu consumo incremental de combustível, ou o seu custo incremental de operação, em função de um incremento do nível de geração. Uma curva típica de custo de operação de uma unidade termelétrica é apresentada na Figura 3.9.

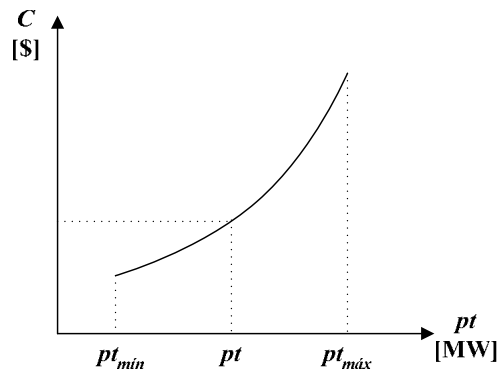


Figura 3.9 Curva Típica de Entrada e Saída de uma Termelétrica.

Em geral, a função de produção de uma unidade termelétrica i é modelada por meio de uma função quadrática convexa, crescente com o respectivo nível de geração, pt_i , como mostra a Equação (3.15).

$$C_i(pt_i) = a_{0i} + a_{1i}pt_i + a_{2i}pt_i^2 \quad (3.15)$$

sendo que a_{ei} , com $e=0, 1, \text{ e } 2$, são os coeficientes da função, os quais dependem das características operativas da i -ésima unidade termelétrica.

O nível mínimo de geração, mostrado na Figura 3.9 pode estar relacionado a uma série de fatores, tais como (WOOD e WOLLENBERG, 1984):

- (i) características físicas das unidades, tais como a manutenção da estabilidade do ciclo termodinâmico ou do consumo de combustível secundário nas usinas a carvão;
- (ii) restrições oriundas do problema de planejamento da operação elétrica;
- (iii) usinas a carvão e a gás natural geralmente tem um consumo mínimo de combustível contratado com seu fornecedor.

Além da função de produção de uma unidade termelétrica, existe também outra característica importante (principalmente as que utilizam combustíveis fósseis) relacionada aos seus custos de partida. Esses custos dependem da temperatura e

quantidade de vapor da caldeira. Na prática, assume-se que uma caldeira se resfria a uma taxa inversamente proporcional à respectiva constante de resfriamento.

Matematicamente, o custo de partida da i -ésima unidade geradora termelétrica, st_i , pode ser aproximado pela seguinte função exponencial (WOOD e WOLLENBERG, 1984; FINARDI, 2003) :

$$st_i = \left[\underline{b}_{i1} \left(1 - e^{\frac{-t}{\omega_i}} \right) + \underline{b}_{i2} \right] \quad (3.16)$$

sendo que:

- ω_i é a constante de resfriamento da termelétrica i ;
- \underline{b}_{i1} representa o custo de partida fria da termelétrica i ;
- \underline{b}_{i2} representa um custo fixo da termelétrica i ;
- t é o tempo total decorrido desde que a caldeira tem sido resfriada.

Portanto, o custo total de operação de uma termelétrica inclui o custo de combustível associado ao processo de partida e de operação nominal da unidade.

Como consequência dos fatores ligados à natureza termodinâmica, a operação de uma unidade termelétrica constitui uma tarefa difícil de ser realizada devido à uma série de restrições não-triviais. Exemplificando, uma termelétrica requer equipes para operá-la quando precisam ser ligadas ou desligadas. Adicionalmente, uma termelétrica deve ser submetida sempre a variações graduais de potência. Isso se traduz em restrições operativas à operação ao longo de um determinado espaço de tempo. Essas condições operativas são modeladas matematicamente pelas restrições de rampa e de mínimos tempos de partida e parada (em inglês: *uptime* e *downtime*).

As restrições de rampa, relacionadas às variações gradativas de potência, basicamente aparecem em três casos: restrições de rampa sob condição operativa normal, restrições de rampa na partida e, também, no desligamento (GEORGE *et al.*, 1995; NILSSON e SJELVGREN, 1996 e 1997; ARCE *et al.*, 2002). O primeiro tipo limita a capacidade de variação de geração entre dois períodos consecutivos entre seus limites operativos nominais. As demais forçam que a potência de saída siga uma trajetória pré-definida durante alguns períodos de tempo, depois de iniciado o processo de partida ou de parada da unidade. As restrições de rampa, bem como as de tempos mínimos de partida e desligamento serão detalhadas adiante.

3.4 Conclusões

Neste capítulo foi abordada a modelagem das unidades geradoras hidrelétricas e termelétricas para o problema da programação diária da operação eletroenergética.

As unidades hidrelétricas possuem características operativas importantes. Neste trabalho é utilizada uma modelagem detalhada da função de produção das unidades geradoras. A representação das unidades engloba os limites de vazões turbinadas, a existência de zonas proibidas de geração, perdas hidráulicas, altura de queda líquida, nível de jusante em função da vazão total da usina, limites de potência e uma representação matemática do rendimento das curvas-colina.

No tocante à geração termelétrica, seu custo de operação é formado pelo custo incremental de operação nominal e os custos de partida. Como restrições tem-se os limites operativos de potência de saída, tempos mínimos para partidas e desligamento e limites de rampa.

O próximo capítulo apresenta a modelagem das restrições associadas às gerações hidrelétrica e termelétrica, além do sistema de transmissão. Como resultado, é formulado o problema da programação diária da operação eletroenergética.

4

Formulação do Problema da Programação da Operação Eletroenergética

4.1 Introdução

Nos capítulos anteriores foi abordada a modelagem utilizada das unidades hidrelétricas e termelétricas. Este capítulo tem por objetivo modelar as restrições associadas aos sistemas de geração e de transmissão e, posteriormente, apresentar a formulação do problema da programação da operação eletroenergética.

4.2 Restrições do Sistema Hidrelétrico

Esta seção tem por objetivo descrever, matematicamente, as principais características operativas dos rios, reservatórios e unidades geradoras, comumente encontradas no parque gerador.

4.2.1 Conservação da Massa de Água nos Reservatórios

As usinas hidrelétricas são geralmente construídas em cascata para melhor utilizarem os recursos existentes em um rio ou bacia hidrográfica. Este acoplamento hidráulico faz com que restrições adicionais sejam incluídas no problema. Essas restrições estão ligadas a dois aspectos básicos:

- (i) acoplamento espacial criado pelos vínculos hidráulicos em uma cascata;

- (ii) acoplamento temporal criado pela relação entre os volumes de cada reservatório entre dois estágios consecutivos.

De forma mais específica, a operação de um conjunto de aproveitamentos hidráulicos deve obedecer ao princípio da conservação da massa. O volume de água que aflui a um reservatório, em um período qualquer, deve ser igual à soma dos volumes de água utilizados pela usina, seja turbinada ou vertida, mais a variação do nível deste reservatório. Esse princípio é representado pela Equação (4.1).

$$V_{r,t+1} - V_{rt} + 3,6 \cdot 10^{-3} \left[Q_{rt} + S_{rt} - \sum_{m \in \mathfrak{N}_+^{(r)}} (Q_{m,t-\tau_{mr}} + S_{m,t-\tau_{mr}}) - Y_{rt} \right] = 0 \quad (4.1)$$

sendo que:

- t é o índice associado aos estágios do problema;
- T é o número total de estágios do problema;
- r é o índice dos reservatórios do sistema;
- R é o número total de reservatórios do parque gerador;
- $V_{rt}, V_{r,t+1}$ representa o volume armazenado no r -ésimo reservatório no início do estágio t e $t+1$;
- $3,6 \cdot 10^{-3}$ constante de cálculo do volume em hm^3 para uma vazão em m^3/s no período de uma hora.
- Q_{rt} é a vazão total turbinada no r -ésimo reservatório ao longo do estágio t , em m^3/s . Seu valor é calculado pela soma das vazões turbinadas em cada unidade geradora do r -ésimo reservatório no decorrer do estágio t , ou seja:

$$Q_{rt} = \sum_{j=1}^{J(r,t)} q_{jrt} \quad (4.2)$$

sendo que:

- j é o índice de unidades hidrelétricas (turbina-gerador);
- $J(r,t)$ é o número total de unidades hidrelétricas do r -ésimo reservatório disponíveis para a operação no estágio t ;
- q_{jrt} é a vazão turbinada da unidade j , que pertence ao reservatório r , durante o estágio t , em m^3/s .
- S_{rt} é a vazão vertida do reservatório r ao longo do estágio t ;

- $\mathfrak{R}_+^{(r)}$ é o conjunto de reservatórios imediatamente a montante ao r -ésimo reservatório;
- m é o índice do reservatório a montante do reservatório r ;
- τ_{mr} é o tempo de viagem da água entre os reservatórios m e r , em horas;
- y_{rt} é a vazão incremental afluyente ao r -ésimo reservatório ao longo do estágio t , em m^3/s .

4.2.2 Limites de Volume Armazenado e Vazão Vertida nos Reservatórios

Cada reservatório possui restrições operacionais associadas aos limites de volume de água armazenado e também de vazão vertida:

$$V_r^{\min} \leq V_{r,t+1} \leq V_r^{\max} \quad (4.3)$$

$$s_{rt} \geq 0 \quad (4.4)$$

sendo:

V_r^{\min} o volume mínimo do r -ésimo reservatório;

V_r^{\max} o volume máximo do r -ésimo reservatório.

Pode-se notar na Equação (4.4) que a variável que representa a vazão vertida tem sua modelagem semelhante a uma variável de folga. Entretanto, no caso real, o valor máximo desta variável pode ser dependente do volume armazenado no reservatório.

4.2.3 Função de Custo Futuro

As Restrições (4.5) estão relacionadas com o uso futuro da água em um sistema hidrotérmico. Essas restrições modelam o efeito de uma função que permite comparar o custo da utilização da água armazenada nos reservatórios com o custo de manter essa água armazenada. Esta função de custo futuro é acoplada no final do período de estudo que, matematicamente, é representada pelo seguinte grupo de restrições linear por partes:

$$\alpha + \sum_{r=1}^R \pi_r^{(p)} v_{r,T+1} \geq C_{total}^{(p)} \quad (4.5)$$

sendo:

α é uma variável não-negativa que informa o custo total esperado de operação do final do estágio t até o final do horizonte avaliado pelos modelos de curto e médio prazos;

- $U_{r,T+1}$ é o volume armazenado no r -ésimo reservatório no final do horizonte de tempo considerado;
- p é o índice das aproximações lineares que compõem a função aproximada por partes, com $p = 1, \dots, P$;
- P é o número total de aproximações lineares da função de custo futuro;
- $\pi_r^{(p)}$ é uma constante associada ao r -ésimo reservatório e à p -ésima aproximação linear por partes da função de custo futuro. Esse valor representa a taxa de variação causada no custo futuro em virtude de uma perturbação unitária em $V_{r,T+1}$, com os demais volumes dos reservatórios no referido estágio fixados
- $C_{total}^{(p)}$ representa o custo futuro total que seria encontrado no sistema se todos os volumes fossem deplecionados até seu valor mínimo operativo.

O número de aproximações, P , necessário para a modelagem da função de custo futuro, é determinado pelo modelo de planejamento da operação de curto prazo.

4.2.4 Limites de Potência

Os limites de potência são associados à capacidade máxima da máquina e também ligados à presença de faixas proibidas de geração, modelado matematicamente pela Expressão (4.6).

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkr}^{\min} z_{jkr} \leq ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkr}^{\max} z_{jkr} \quad (4.6)$$

sendo que:

- k é o índice associado às zonas operativas permitidas das unidades hidrelétricas;
- Φ_{jr} é o número de zonas permitidas de geração da j -ésima unidade hidrelétrica pertencente ao r -ésimo reservatório;
- $ph_{jrt}(\cdot)$ é a potência de saída a j -ésima unidade hidrelétrica, pertencente ao r -ésimo reservatório durante o estágio t , em MW;
- ph_{jkr}^{\min} é a potência mínima de saída associada à j -ésima unidade hidrelétrica, pertencente ao r -ésimo reservatório durante o estágio t , quando a mesma estiver operando em sua k -ésima zona permitida, em MW;

ph_{jkr}^{\max} é a potência máxima de saída em MW associada à j -ésima unidade hidrelétrica, pertencente ao r -ésimo reservatório, durante o estágio t , quando a mesma estiver operando em sua k -ésima zona permitida;

Z_{jkr} é uma variável de decisão binária que indica se a j -ésima unidade hidrelétrica, pertencente ao r -ésimo reservatório, está ligada ($Z_{jkr} = 1$) ou desligada ($Z_{jkr} = 0$) durante o estágio t . Havendo múltiplos estados de geração, ou seja, várias zonas permitidas de operação, cada unidade pode operar somente em umas delas, a variável Z_{jkr} deve atender ainda à seguinte restrição:

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} Z_{jkr} \leq 1 \quad (4.7)$$

Esses limites de potência, ph_{jkr}^{\min} e ph_{jkr}^{\max} , podem ser constantes ou depender da altura de queda líquida da unidade. Tais informações podem ser obtidas da curva-colina.

4.2.5 Reserva da Usina Hidrelétrica

As unidades geradoras de uma usina precisam respeitar um limite de reserva para segurança predefinido, como mostra a Inequação (4.8). Esta reserva permite ao sistema suportar certas contingências, tais como perda de unidades geradoras ou circuitos de transmissão.

$$\sum_{j=1}^{J(r,t)} \left(\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkr}^{\max} - ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) \geq rh_{rt} \quad (4.8)$$

sendo:

rh_{rt} o valor da reserva da usina, em MW, no r -ésimo reservatório no estágio t .

A máxima potência que uma unidade geradora pode atingir depende do número de geradores em operação da usina. Ainda, esse valor máximo independe da zona permitida de geração, podendo atingir a potência máxima existente entre as zonas operativas, denominado na Equação (4.8) como ph_{j1r}^{\max} .

4.3 Restrições do Sistema Termelétrico

Nesta seção são apresentadas as restrições associadas ao sistema termelétrico. A maioria dessas restrições é oriunda do funcionamento das caldeiras, sendo dependente da quantidade de vapor (WOOD e WOLLENBERG, 1984).

4.3.1 Limites de Potência

Os limites operativos de potência de saída das unidades termelétricas são modelados de acordo com a Equação (4.9).

$$pt_{it}^{\min} u_{it} \leq pt_{it} \leq pt_{it}^{\max} u_{it} \quad (4.9)$$

sendo:

- i o índice associado às unidades termelétricas, $i = 1, \dots, I$;
- I o total de usinas termelétricas
- pt_{it} a variável de potência de saída da i -ésima unidade termelétrica em MW;
- pt_i^{\min} o limite mínimo de potência da i -ésima unidade termelétrica em MW;
- pt_i^{\max} o limite máximo de potência da i -ésima unidade termelétrica em MW;
- u_{it} a variável de decisão binária que indica se a unidade termelétrica i está ligada ($u_{it} = 1$) ou desligada ($u_{it} = 0$) durante o estágio t .

4.3.2 Tempos Mínimos de Partida e Desligamento

Como forma de representar o comportamento termodinâmico das unidades, faz-se necessário garantir que exista um número mínimo de estágios de tempo no qual, invariavelmente, as unidades permaneçam ligadas ou desligadas. Matematicamente, essa restrição é descrita pela Equação (4.10).

$$u_{it} = \begin{cases} 1 & \text{se } 1 \leq x_{it} < t_i^{up} \\ 0 & \text{se } -1 \geq x_{it} > -t_i^{down} \\ 0 \text{ ou } 1 & \text{fora isso} \end{cases} \quad (4.10)$$

sendo que:

- t_i^{up} é o número mínimo de estágios que a i -ésima unidade termelétrica deve permanecer ligada após ter entrado em operação;
- t_i^{down} é o número mínimo de estágios que a i -ésima unidade termelétrica deve permanecer desligada após ter sido retirada de operação;
- x_{it} é uma variável inteira que indica o estado da i -ésima unidade termelétrica durante o estágio t , representando o número de estágios que a unidade está ligada ($x_{it} > 0$) ou desligada ($x_{it} < 0$). O valor de x_{it} é calculado pela seguinte equação de transição de estados:

$$x_{it} = \begin{cases} \text{máximo}(x_{i,t-1}, 0) + 1 & \text{se } u_{it} = 1, \\ \text{mínimo}(x_{i,t-1}, 0) - 1 & \text{se } u_{it} = 0. \end{cases} \quad (4.11)$$

4.3.3 Limites de Rampa

Adicionalmente às restrições anteriores, a termodinâmica do processo de geração termelétrica também impõe limitações de acréscimo ou decréscimo de potência entre dois períodos consecutivos, chamadas de restrições de rampa, as quais podem ser classificadas em três tipos:

(i) *restrição de rampa na partida*: quando uma unidade termelétrica é ligada, a mesma necessita de τ_i estágios, à taxa crescente de geração de pt_i^{min} / τ_i em MW/h, até encontrar o seu respectivo limite mínimo operativo pt_i^{min} .

(ii) *restrição de rampa no desligamento*: quando uma unidade está sendo retirada de operação, seu nível de potência deve ser reduzido para pt_i^{min} e, a partir deste ponto, sua geração deve ser decrementada durante v_i estágios a uma taxa constante de decréscimo de geração de pt_i^{min} / v_i em MW/h, até reduzir a zero;

(iii) *restrição de rampa na operação nominal*: neste caso, a diferença do nível de geração da i -ésima unidade termelétrica entre dois estágios consecutivos é limitada por Δ_i , no caso de acréscimo, e δ_i para decréscimo, em MW/h.

Uma ilustração dessa restrição é mostrada na Figura 4.1.

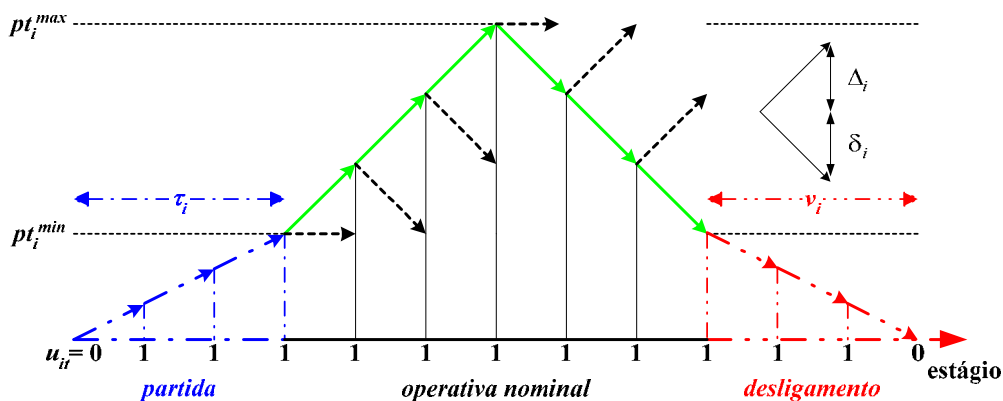


Figura 4.1 Exemplo Ilustrativo das Restrições de Rampa. Fonte: Finardi (2003).

Na figura acima as setas ilustram uma trajetória viável para uma unidade termelétrica desde sua partida até o processo de desligamento. Deve-se notar que, durante a partida e o desligamento, a unidade deve respeitar uma trajetória pré-definida. Já

durante a condição operativa nominal, os níveis de geração do estágio seguinte são limitados por Δ_i ou δ_i .

Matematicamente, as restrições de rampa são modeladas pela Restrição (4.12).

$$\delta_i(u_{i,t-1}, x_{it}) \leq pt_{it} - pt_{i,t-1} \leq \Delta_i(u_{i,t-1}, x_{it}) \quad (4.12)$$

sendo que $\delta_i(u_{i,t-1}, x_{it})$ e $\Delta_i(u_{i,t-1}, x_{it})$ são funções que representam a máxima variação de geração entre dois estágios consecutivos, em MW.

4.3.4 Condições Iniciais das Unidades Termelétricas

Para o primeiro estágio do estudo do problema da programação da operação é necessário saber quais são as condições iniciais das unidades termelétricas, matematicamente explicitadas da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} u_{i0} &= \tilde{u}_{i0} \\ x_{i0} &= \tilde{x}_{i0} \\ pt_{i0} &= \tilde{p}_{i0} \end{aligned} \quad (4.13)$$

sendo que:

- \tilde{u}_{i0} é uma variável binária que indica se a i -ésima unidade estava ligada ou desligada no estágio $t = 0$;
- \tilde{x}_{i0} é uma variável inteira não nula que indica o número de períodos que a i -ésima unidade estava ligada ou desligada antes do estágio $t = 0$;
- \tilde{p}_{i0} é a potência de saída da i -ésima unidade termelétrica no estágio $t = 0$.

4.3.5 Reserva Termelétrica

Da mesma forma que as usinas hidrelétricas, as termelétricas também possuem restrições de reserva. Assim, essas restrições são modeladas de forma que cada usina respeite um nível de reserva preestabelecido individualmente:

$$u_{it} pt_{it}^{m\acute{a}x} - pt_{it} \geq u_{it} rt_{it} \quad (4.14)$$

sendo:

- rt_{it} o valor da reserva da i -ésima usina termelétrica durante o estágio t .

4.3.6 Custos de Operação das Unidades Termelétricas

Conforme visto no capítulo anterior, o custo total de operação de uma unidade termelétrica inclui o custo associado ao uso do combustível tanto na operação nominal quanto na partida da unidade. Deste modo, o custo total, CT , é dado pela Equação (4.15).

$$CT = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I [C_{it}(pt_{it}) + st_{it}(x_{i,t-1})u_{it}(1 - u_{i,t-1})] \quad (4.15)$$

sendo:

$C_{it}(pt_{it})$ o custo associado ao uso de combustível da i -ésima termelétrica no estágio t , em R\$. Esse custo é comumente modelado por uma função quadrática¹ crescente em função do nível de geração:

$$C_{it}(pt_{it}) = \underline{a}_{i1}pt_{it} + \underline{a}_{i2}pt_{it}^2 \quad (4.16)$$

sendo que \underline{a}_{i1} e \underline{a}_{i2} são constantes;

$st_{it}(x_{i,t-1})$ o custo de partida associada a i -ésima termelétrica durante o estágio t , em R\$. Essa função é modelada como uma função exponencial dependente do número de estágios no qual a unidade permaneceu desligada:

$$st_{it}(x_{i,t-1}) = \left[\underline{b}_{i1} \left(1 - e^{-\frac{x_{i,t-1}}{\omega_i}} \right) + \underline{b}_{i2} \right] \quad (4.17)$$

sendo que \underline{b}_{i1} , \underline{b}_{i2} e ω_i são constantes.

4.4 Restrições do Sistema de Transmissão

O sistema de transmissão tem por objetivo realizar a conexão física entre a geração e os centros de cargas do sistema. Esse sistema tem uma capacidade limitada de transporte de energia. Muitas vezes, essa restrição impede que o uso dos reservatórios seja da forma mais econômica, não sendo possível transferir grandes quantidades de energia de uma região à outra. Essa limitação na transmissão acarreta na existência de subsistemas, entre os quais a capacidade de transporte da energia é restringida, que deve ser adequadamente modelada. A Figura 4.2 mostra a divisão dos subsistemas no caso brasileiro.

¹ Na literatura também é utilizada uma função linear.



Figura 4.2 Linhas de Transmissão de Energia entre os Subsistemas Brasileiros.

Em função dos limites de transmissão, o atendimento á demanda em cada subsistema pode ser modelado como mostra a Equação (4.18).

$$\sum_{i \in I_e} p_{it}^{it} + \sum_{r \in R_e} \left(\sum_{j=1}^{J(r,t)} p h_{jrt} (q_{jrt}, Q_r, s_{rt}) \right) + \sum_{l \in \Omega_e} (Int_{let} - Int_{elt}) = D_{et} \quad (4.18)$$

sendo que:

- e índice associado aos subsistemas, tal que $e=1, \dots, E$;
- E é o número total de subsistemas;
- I_e representa o conjunto de usinas termelétricas do subsistema e ;
- R_e representa o conjunto de usinas hidrelétricas do subsistema e ;
- Ω_e representa o conjunto de conexões de transmissão do subsistema e com os demais;
- Int_{let} é a potência transferida do subsistema l para o subsistema e no estágio t , em MW;
- Int_{elt} é a potência transferida do subsistema e para o subsistema l no estágio t , em MW;
- D_{et} é a demanda do subsistema e no estágio t , em MW.

4.5 Formulação do Problema da Programação da Operação Eletroenergética

O problema da programação diária da operação eletroenergética é formulado como um problema de programação inteira-mista, não-linear e de grande porte, (4.19)-

(4.38). O objetivo é a otimização dos custos associados à operação das unidades geradoras, atendendo as restrições do sistema.

$$\text{Min} = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I [C_{it}(pt_{it}) + st_{it}(x_{i,t-1})u_{it}(1 - u_{i,t-1})] + \alpha \quad (4.19)$$

sujeito a:

$$\sum_{i \in I_e} pt_{it} + \sum_{r \in R_e} \left(\sum_{j=1}^{J(r,t)} ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) + \sum_{l \in \Omega_e} (Int_{let} - Int_{elt}) = D_{et} \quad (4.20)$$

$$0 \leq Int_{let} \leq Int_{let}^{m\acute{a}x} \quad (4.21)$$

$$0 \leq Int_{elt} \leq Int_{elt}^{m\acute{a}x} \quad (4.22)$$

$$pt_{it}^{\min} u_{it} \leq pt_{it} \leq pt_{it}^{m\acute{a}x} u_{it} \quad (4.23)$$

$$u_{it} = \begin{cases} 1 & \text{se } 1 \leq x_{it} < t_i^{up} \\ 0 & \text{se } -1 \geq x_{it} > -t_i^{down} \\ 0 \text{ ou } 1 & \text{fora isso} \end{cases} \quad (4.24)$$

$$x_{it} = \begin{cases} \text{m\acute{a}ximo } (x_{i,t-1}, 0) + 1 & \text{se } u_{it} = 1 \\ \text{m\acute{í}nimo } (x_{i,t-1}, 0) - 1 & \text{se } u_{it} = 0 \end{cases} \quad (4.25)$$

$$\delta_i(u_{i,t-1}, x_{it}) \leq pt_{it} - pt_{i,t-1} \leq \Delta_i(u_{i,t-1}, x_{it}) \quad (4.26)$$

$$pt_{it}^{m\acute{a}x} - pt_{it} \geq rt_{it} \quad (4.27)$$

$$u_{i0} = \tilde{u}_{i0} \quad x_{i0} = \tilde{x}_{i0} \quad pt_{i0} = \tilde{p}_{i0} \quad (4.28)$$

$$V_{r,t+1} - V_{rt} + 3,6 \cdot 10^{-3} \left[Q_{rt} + s_{rt} - \sum_{m \in \mathcal{N}_+^{(r)}} (Q_{m,t-\tau_{mr}} + s_{m,t-\tau_{mr}}) - y_{rt} \right] = 0 \quad (4.29)$$

$$Q_{rt} = \sum_{j=1}^{J(r,t)} q_{jrt} \quad (4.30)$$

$$V_r^{\min} \leq V_{r,t+1} \leq V_r^{\max} \quad (4.31)$$

$$s_{rt} \geq 0 \quad (4.32)$$

$$Q_{rt} + s_{rt} = d_{rt} \quad (4.33)$$

$$d_{rt}^{\min} \leq d_{rt} \leq d_{rt}^{\max} \quad (4.34)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkr}^{\min} z_{jkr} \leq ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkr}^{\max} z_{jkr} \quad (4.35)$$

$$z_{jkr} \in \{0, 1\} \quad \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkr} \leq 1 \quad (4.36)$$

$$\sum_{j=1}^{J(r,t)} \left(\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkr}^{\max} - ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) \geq rh_{rt} \quad (4.37)$$

$$\sum_{p=1}^P \left(\alpha + \sum_{r=1}^R \pi_r^{(p)} v_{r,T+1} \geq C_{total}^{(p)} \right) \quad (4.38)$$

A Função Objetivo (4.19) representa a minimização dos custos de operação. O conjunto de restrições (4.20)-(4.22) refere-se ao atendimento à demanda e aos limites de intercâmbios existentes entre os subsistemas. Por sua vez, (4.23)-(4.28) são as restrições do sistema termelétrico. As restrições do sistema hidrelétrico são representadas por (4.29)-(4.38).

Conforme será detalhado adiante, existem três conjuntos distintos de variáveis: de natureza termelétrica, hidrelétrica e aquelas relacionadas com o sistema de transmissão. Adicionalmente, há variáveis inteiras, determinando o estado das unidades geradoras em ligado ou desligado. Para as unidades termelétricas, as variáveis inteiras também se relacionam com os custos de partida. Nas unidades hidrelétricas, as variáveis inteiras modelam as zonas operativas.

4.6 Conclusões

Este capítulo apresentou a modelagem das restrições dos sistemas de geração e transmissão e a formulação do problema da programação diária da operação eletroenergética.

As restrições apresentadas modelam os efeitos da operação dos reservatórios, considerando as cascatas das usinas e bacias hidrográficas, vazões e volumes máximos, e o custo futuro associado ao uso da água. As restrições operativas das unidades hidrelétricas foram representadas pelos limites de potência, existência de zonas operativas e restrições de reserva de geração.

Em relação à operação de unidades termelétricas, são considerados os limites de potência, restrições de rampa, tempos mínimos de partida e desligamento e reserva de geração. Em especial, a representação da restrição de rampa torna-se fundamental no

problema da programação da operação, uma vez que sua exclusão ou simplificação pode resultar em uma operação inviável das unidades termelétricas.

A principal consequência da modelagem detalhada está na dificuldade de resolver o problema formulado. A representação não-linear de princípios físicos relacionados aos reservatórios e às unidades hidrelétricas e a presença de variáveis inteiras fazem com que o problema seja de natureza não-convexa. Adicionalmente, a existência de vários reservatórios, cada qual com grupos de unidades geradoras e suas respectivas zonas de operação permitida, a presença das usinas termelétricas e os estágios de tempo da programação tornam o problema de grande porte.

Os próximos capítulos têm por objetivo mostrar o processo de solução do problema descrito. No Capítulo 5 é utilizada a metodologia da Relaxação Lagrangeana para decompor o problema, tornando-o possível sua solução por meio de uma série de subproblemas menores.

5

Resolução do Problema da Programação da Operação Eletroenergética

5.1 Introdução

O problema da programação da operação eletroenergética não possui uma técnica de solução trivial. O grau de detalhamento empregado aos componentes do sistema e as restrições operativas existentes fazem com que seja necessário o uso de metodologias matemáticas que facilitem a resolução do problema.

Nesse sentido, este capítulo tem por objetivo inicial mostrar o emprego da Relaxação Lagrangeana no problema em questão. Dessa forma, é realizada uma decomposição do problema original em uma série de subproblemas menores, de maneira que suas respectivas soluções sejam mais simples.

Os passos seguintes consistem em resolver o problema dual resultante da decomposição, bem como os grupos de subproblemas primais. Posteriormente, uma vez que a solução dual não é viável, é necessária também a realização de uma Recuperação Primal. Sendo assim, este capítulo visa também apresentar as técnicas matemáticas utilizadas na otimização da função dual, na resolução de seus subproblemas primais, e na recuperação primal.

5.2 A Relaxação Lagrangeana

Com a formulação adotada, o problema da programação diária da operação eletroenergética é de natureza inteira-mista e não-linear que, dadas as suas particularidades, torna-se necessário o uso de diversas técnicas matemáticas.

Inicialmente, o interesse é de oferecer uma solução de boa qualidade, utilizando a técnica da Relaxação Lagrangeana (GEOFFRION, 1974; BERTSEKAS, 1999; CHANG *et al.*, 2001; NOCEDAL e WRIGHT, 2006). Essa metodologia faz uso dos conceitos de teoria de dualidade para tratar um conjunto das restrições do problema de maneira estratégica. Essas restrições, que dificultam o processo de solução, são transferidas para a função objetivo e ponderadas por parâmetros de penalidades, denominados de Multiplicadores de Lagrange. Dessa forma, com essa transferência de restrições para a função objetivo, o problema original é substituído pelo Problema Dual.

Esta técnica tem sido bastante utilizada em problemas semelhantes (RUZIC e RAJAKOVIC, 1991; GUAN *et al.*, 1992; SHEBLE e FAHD, 1994; TAKRITI *et al.*, 1996; BORGHETTI *et al.*, 2003; SOARES *et al.*, 2003; DINIZ, 2007; DINIZ e MACEIRA, 2008; FINARDI e SILVA, 2006; RODRIGUES *et al.*, 2006 e 2008). Inclusive, Sheble *et al.* (1994) mostra um interessante comparativo realizado entre as diversas técnicas de solução, ressaltando a Relaxação Lagrangeana perante as demais; no tocante a problemas semelhantes ao resolvido neste trabalho.

Dado que a Relaxação Lagrangeana foi escolhida para a solução do problema, torna-se relevante salientar características positivas que favorecem a sua utilização:

- A função dual é côncava, independentemente do problema primal ser convexo ou não;
- dependendo da estrutura do problema dual, o número de variáveis pode ser inferior e apresentar restrições mais simples que o problema primal;
- se há ausência de *gap* de dualidade, as soluções primais ótimas podem ser obtidas minimizando a função lagrangeana correspondente, considerando o multiplicador ótimo encontrado no problema dual;

- mesmo existindo um *gap* de dualidade, o valor da função dual é sempre um limite inferior para a solução do problema primal. Este limite inferior pode ser útil no contexto da otimização de problemas não-convexos.

Em contraste, também há algumas desvantagens inerentes ao uso da Relaxação Lagrangeana. Dentre as mais importantes, destacam-se:

- a otimização da função lagrangeana pode violar algumas das restrições dualizadas, de modo que a solução encontrada não seja viável. Sendo assim, é necessário, adicionalmente, tornar factível tal solução por meio de uma Recuperação Primal (BELLONI *et al.*, 2003; BERTSEKAS, 1999; DINIZ, 2008; RODRIGUES *et al.*, 2008);
- a otimização da função dual pode não ser trivial desde que essa função é tipicamente não-diferenciável.

Outro aspecto importante relacionado à aplicação da Relaxação Lagrangeana é que restrições artificiais podem ser inseridas ao problema primal. Assim, existem diferentes maneiras de se construir um problema dual de um determinado problema primal, em função de como são manipuladas as restrições.

Existem ainda outras formas de relaxação em que algumas variáveis primais são inseridas preliminarmente, denominados de *splitting methods* (DOUGLAS e RACHFORD, 1956). Esses métodos são muito utilizados em programação estocástica (RUSZCZYNSKI, 1997) e também têm sido utilizado por Guignard e Kim (1987a e 1987b), Lemaréchal *et al.* (2001), Belloni *et al.* (2003), Takigawa *et al.* (2006), Firnardi e Silva (2006), Rodrigues *et al.* (2008).

A idéia fundamental do esquema adotado neste trabalho consiste em duplicar artificialmente algumas variáveis primais. Para tanto, são inseridas no problema novas restrições, criando essas variáveis duplicadas. Posteriormente, essas novas restrições são dualizadas e um esquema de decomposição é aplicado.

5.3 Esquema de Decomposição do Problema da Programação da Operação Eletroenergética

O esquema de decomposição que será mostrado a seguir tem por objetivo criar três grupos distintos de subproblemas, aproveitando as características de algumas restrições (FINARDI, 2003).

Observando o problema da programação da operação energética, nota-se que existem restrições que podem ser classificadas como de natureza hidrelétrica, termelétrica e de transmissão ou atendimento à demanda.

Nas restrições de atendimento à demanda, há variáveis de naturezas hidrelétrica, termelétrica e de intercâmbio, especificamente pt_{it} , ph_{jrt} , Int_{let} e Int_{elt} , criando um acoplamento entre tais variáveis, conforme a Equação (5.1).

$$\sum_{i \in I_e} pt_{it} + \sum_{r \in R_e} \left(\sum_{j=1}^{J(r,t)} ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) + \sum_{l \in \Omega_e} (Int_{let} - Int_{elt}) = D_{et} \quad (5.1)$$

Para eliminar esse acoplamento são inseridas no problema algumas restrições que representam a duplicação da variável pt_{it} e do somatório $\sum ph_{jrt}$, criando as variáveis artificiais pta_{it} e GH_{rt} , como mostram as Equações (5.2) e (5.3).

$$pta_{it} = pt_{it} \quad i = 1, I \text{ e } t = 1, T \quad (5.2)$$

$$GH_{rt} = \sum_{j=1}^{J(r,t)} ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \quad r = 1, R \text{ e } t = 1, T \quad (5.3)$$

Na restrição de atendimento à demanda, as variáveis artificiais pta_{it} substituem pt_{it} e as variáveis GH_{rt} substituem $\sum ph_{jrt}$, como mostra a Equação (5.4). Dessa forma, não há mais o acoplamento entre as variáveis hidrelétricas, termelétricas e de intercâmbio.

$$\sum_{i \in I_e} pta_{it} + \sum_{r \in R_e} GH_{rt} + \sum_{l \in \Omega_e} (Int_{let} - Int_{elt}) = D_{et} \quad (5.4)$$

Nas restrições de natureza hidrelétrica é possível distinguir dois grupos de equações. O primeiro é relacionado às condições operativas dos reservatórios, (5.5). Esse grupo é formado por equações lineares e pelas variáveis q_{jrt} , Q_{rt} , s_{rt} , d_{rt} , v_{rt} e α .

$$3,6 \cdot 10^{-3} \left[Q_{rt} + s_{rt} - \sum_{m \in \mathcal{N}_+^{(r)}} (Q_{m,t-\tau_{mr}} + s_{m,t-\tau_{mr}}) - y_{rt} \right] = v_{rt} - v_{r,t+1} \quad (5.5)$$

$$v_r^{\min} \leq v_{r,t+1} \leq v_r^{\max}$$

$$s_{rt} \geq 0$$

$$Q_{rt} + s_{rt} = d_{rt}$$

$$d_{rt}^{\min} \leq d_{rt} \leq d_{rt}^{\max}$$

$$\alpha + \sum_{r=1}^R \pi_r^{(P)} v_{r,T+1} \geq C_{total}^{(P)}$$

O segundo grupo é formado por restrições relacionadas à operação das unidades geradoras hidrelétricas, (5.6). Nesse caso, além das variáveis contínuas, há a presença das variáveis inteiras z_{jkrt} e restrições de natureza não-linear.

$$Q_{rt} = \sum_{j=1}^{J(r,t)} q_{jrt}$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\min} z_{jkrt} \leq ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\max} z_{jkrt} \quad (5.6)$$

$$z_{jkrt} \in \{0, 1\} \quad \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} \leq 1$$

$$\sum_{j=1}^{J(r,t)} \left(\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\max} - ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) \geq rh_{rt}$$

Na solução do problema da programação da operação, é interessante separar esses dois grupos de restrições. Conforme pôde ser visto em (5.5)-(5.6), o acoplamento entre tais grupos é dado por meio das variáveis Q_{rt} e s_{rt} .

Para desacoplar os dois grupos de restrições, restrições artificiais são inseridas ao problema, duplicando as variáveis Q_{rt} e s_{rt} , e criando as variáveis Qa_{rt} e sa_{rt} , como mostram as Equações (5.7) e (5.8).

$$Qa_{rt} = Q_{rt} \quad r = 1, R \text{ e } t = 1, T \quad (5.7)$$

$$sa_{rt} = s_{rt} \quad r = 1, R \text{ e } t = 1, T \quad (5.8)$$

Assim, substituindo as variáveis Qa_{rt} e sa_{rt} no lugar de Q_{rt} e s_{rt} nas equações (5.5):

$$3,6 \times 10^{-3} \left[Qa_{rt} + sa_{rt} - \sum_{m \in \mathfrak{R}_+^{(r)}} (Qa_{m,t-\tau_{mr}} + sa_{m,t-\tau_{mr}}) - y_{rt} \right] = v_{rt} - v_{r,t+1}$$

$$sa_{rt} \geq 0 \quad (5.9)$$

$$Qa_{rt} + sa_{rt} = d_{rt}$$

Desacoplados os grupos de restrições, podem-se dualizar as Restrições Artificiais (5.2), (5.3), (5.7) e (5.8) e reconstruir o problema dual. Assim, sendo λpt_{it} , λgh_{rt} , os multiplicadores de Lagrange associados às duplicações das variáveis de potência termelétrica pt_{it} e ao somatório de potência hidrelétrica $\sum ph_{jrt}$, respectivamente e, λq_{rt} e λs_{rt} os respectivos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de duplicação das variáveis Q_{rt} e s_{rt} , tem-se:

$$(D_{HT}) = \max_{\{\lambda pt_{it}, \lambda gh_{rt}, \lambda q_{rt}, \lambda s_{rt}\}} \Theta(\lambda pt_{it}, \lambda gh_{rt}, \lambda q_{rt}, \lambda s_{rt}) \quad (5.10)$$

sendo:

$$\Theta(\cdot) = \min_{\{u_{it}, pt_{it}, z_{jrt}, q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}, Int_{let}, Int_{elt}, pta_{it}, GH_{rt}, Q_{rt}, s_{rt}\}} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I [C_{it}(pt_{it}) + st_{it}(x_{i,t-1})u_{it}(1-u_{i,t-1})] + \alpha$$

$$+ \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^I \lambda pt_{it} (pta_{it} - pt_{it}) + \sum_{r=1}^R \lambda gh_{rt} \left(GH_{rt} - \sum_{j=1}^{J(r,t)} ph_{jrt}(\cdot) \right) \right] \quad (5.11)$$

$$+ \sum_{t=1}^T \left[\sum_{r=1}^R \lambda q_{rt} (Q_{rt} - Qa_{rt}) + \sum_{r=1}^R \lambda s_{rt} (s_{rt} - sa_{rt}) \right]$$

sujeito a:

$$\sum_{i \in I_e} pta_{it} + \sum_{r \in R_e} GH_{rt} + \sum_{l \in \Omega_e} (Int_{let} - Int_{elt}) = D_{et} \quad (5.12)$$

$$0 \leq Int_{let} \leq Int_{let}^{m\acute{a}x} \quad (5.13)$$

$$0 \leq Int_{elt} \leq Int_{elt}^{m\acute{a}x} \quad (5.14)$$

$$pt_{it}^{\min} u_{it} \leq pt_{it} \leq pt_{it}^{m\acute{a}x} u_{it} \quad (5.15)$$

$$u_{it} = \begin{cases} 1 & \text{se } 1 \leq x_{it} < t_i^{up} \\ 0 & \text{se } -1 \geq x_{it} > -t_i^{down} \\ 0 \text{ ou } 1 & \text{fora isso} \end{cases} \quad (5.16)$$

$$x_{it} = \begin{cases} \text{máximo } (x_{i,t-1}, \mathbf{0}) + 1 & \text{se } u_{it} = 1, \\ \text{mínimo } (x_{i,t-1}, \mathbf{0}) - 1 & \text{se } u_{it} = 0. \end{cases} \quad (5.17)$$

$$\delta_i(u_{i,t-1}, x_{it}) \leq pt_{it} - pt_{i,t-1} \leq \Delta_i(u_{i,t-1}, x_{it}) \quad (5.18)$$

$$u_{it}pt_i^{\text{máx}} - pt_{it} \geq u_{it}rt_{rt} \quad (5.19)$$

$$u_{i0} = \tilde{u}_{i0} \quad x_{i0} = \tilde{x}_{i0} \quad pt_{i0} = \tilde{p}_{i0} \quad (5.20)$$

$$3,6 \cdot 10^{-3} \left[Qa_{rt} + sa_{rt} - \sum_{m \in \mathcal{R}_+^{(r)}} (Qa_{m,t-\tau_{mr}} + sa_{m,t-\tau_{mr}}) - y_{rt} \right] = v_{rt} - v_{r,t+1} \quad (5.21)$$

$$v_r^{\min} \leq v_{r,t+1} \leq v_r^{\max} \quad (5.22)$$

$$sa_{rt} \geq 0 \quad (5.23)$$

$$Qa_{rt} + sa_{rt} = d_{rt} \quad (5.24)$$

$$d_{rt}^{\min} \leq d_{rt} \leq d_{rt}^{\max} \quad (5.25)$$

$$\alpha + \sum_{r=1}^R \pi_r^{(P)} v_{r,T+1} \geq C_{total}^{(P)} \quad (5.26)$$

$$Q_{rt} = \sum_{j=1}^{J(r,t)} q_{jrt} \quad (5.27)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\min} z_{jkrt} \leq ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\max} z_{jkrt} \quad (5.28)$$

$$z_{jkrt} \in \{0, 1\} \quad \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} \leq 1 \quad (5.29)$$

$$\sum_{k=1}^{J(r,t)} \left(\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\max} - ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) \geq rh_{rt} \quad (5.30)$$

No problema dual (5.11)-(5.30) o conjunto de restrições é o mesmo do problema original formulado no capítulo anterior. Porém, com a adição das restrições artificiais foi possível eliminar alguns acoplamentos, sem a necessidade de dualizar restrições relacionadas aos comportamentos físicos dos reservatórios e unidades geradoras.

A partir do conhecimento dos multiplicadores de Lagrange λpt_{it} , λgh_{rt} , λq_{rt} e λs_{rt} , e com o desacoplamento de algumas variáveis, a função dual pode ser calculada resolvendo quatro grupos de subproblemas independentes, ou seja:

$$\Theta(\cdot) = \Theta_D(\lambda p t_{it}, \lambda g h_{rt}) + \Theta_{AUT}(\lambda p t_{it}) + \Theta_{SH}(\lambda q_{rt}, \lambda s_{rt}) + \Theta_{AUH}(\lambda g h_{rt}, \lambda q_{rt}, \lambda s_{rt}) \quad (5.31)$$

sendo:

$$\Theta_D(\lambda p t_{it}, \lambda g h_{rt}) = \min_{\{p t_{it}, G H_{rt}, I n t_{iet}, I n t_{eit}\}} \sum_{t=1}^T \left(\sum_{i=1}^I \lambda p t_{it} p t a_{it} + \sum_{r=1}^R \lambda g h_{rt} G H_{rt} \right) \quad (5.32)$$

sujeito a: (5.12)-(5.14)

$$\Theta_{AUT}(\lambda p t_{it}) = \min_{\{p t_{it}, u_{it}\}} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \left[C_{it}(p t_{it}) + s t_{it}(x_{i,t-1}) u_{it}(1 - u_{i,t-1}) - \lambda p t_{it} p t_{it} \right] \quad (5.33)$$

sujeito a: (5.15)-(5.20)

$$\Theta_{SH}(\lambda q_{rt}, \lambda s_{rt}) = \min_{\{Q a_{rt}, s a_{rt}\}} \alpha - \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (\lambda q_{rt} \cdot Q a_{rt} + \lambda s_{rt} \cdot s a_{rt}) \quad (5.34)$$

sujeito a: (5.21)-(5.26)

$$\Theta_{AUH}(\lambda g h_{rt}, \lambda q_{rt}, \lambda s_{rt}) = \min_{\{z_{jrt}, q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}\}} - \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \lambda g h_{rt} \left(\sum_{j=1}^{J(r,t)} p h_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (\lambda q_{rt} \cdot Q_{rt} + \lambda s_{rt} \cdot s_{rt}) \quad (5.35)$$

sujeito a: (5.27)-(5.30)

O Subproblema de Atendimento à Demanda (5.32), é composto somente por variáveis contínuas e é de natureza linear. Esse subproblema é desacoplado no tempo, podendo ser separado em outros subproblemas resolvidos para cada estágio de tempo t , (5.36), cujas soluções podem ser obtidas com o uso de um pacote de Programação Linear.

$$\Theta_D^t(\lambda p t_{it}, \lambda g h_{rt}) = \min_{\{p t_{it}, G H_{rt}, I n t_{iet}, I n t_{eit}\}} \left(\sum_{i=1}^I \lambda p t_{it} p t a_{it} + \sum_{r=1}^R \lambda g h_{rt} G H_{rt} \right) \quad (5.36)$$

sujeito a: (5.12)-(5.14) (t fixo)

O Subproblema de Alocação de Unidades Termelétricas (5.33), possui variáveis contínuas, $p t_{it}$, e inteiras, u_{it} . As restrições desse subproblema são acopladas no tempo, porém independentes para cada usina, podendo ser separado e resolvido por usina i , (5.37). A peculiaridade do inter-relacionamento entre as decisões dos estágios de tempo pelo acoplamento temporal torna interessante o uso da Programação Dinâmica como ferramenta de solução desses subproblemas.

$$\Theta_{AUT}^i(\lambda p t_{it}) = \min_{\{p_{it}, u_{it}\}} \sum_{t=1}^T [C_{it}(p_{it}) + s t_{it}(x_{i,t-1})u_{it}(1 - u_{i,t-1}) - \lambda p t_{it} p t_{it}] \quad (5.37)$$

sujeito a: (5.15)-(5.20) (*i* fixo)

O Subproblema Hidráulico (5.34) possui as variáveis contínuas Q_{rt} , sa_{rt} , v_{rt} e α , e é de natureza linear e acoplado no tempo e no espaço. Esse subproblema também pode ser resolvido como uso de um pacote de Programação Linear.

Por sua vez, o Subproblema de Alocação de Unidades Hidrelétricas (5.35) possui variáveis contínuas, q_{jrt} , Q_{rt} e s_{rt} , e variáveis inteiras $z_{jkr,t}$, e suas restrições são de naturezas inteira-mista e não-linear. Pode-se perceber que esse subproblema é desacoplado no tempo e no espaço, podendo ser separado para cada usina r e estágio de tempo t :

$$\Theta_{ALUH}^t(\lambda g h_{rt}, \lambda q_{rt}, \lambda s_{rt}) = \min_{\{z_{jkr,t}, q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}\}} -\lambda g h_{rt} \left(\sum_{j=1}^{J(r,t)} p h_{jrt}(q_{jrt}, s_{rt}) \right) + \lambda q_{rt} Q_{rt} + \lambda s_{rt} s_{rt} \quad (5.38)$$

sujeito a: (5.15)-(5.20) (com r e t fixos)

O Subproblema (5.38) tem por objetivo calcular a alocação das unidades hidrelétricas de um reservatório r e estágio t . A natureza inteira desse subproblema é relacionada às combinações possíveis de cada unidade geradora estar desligada ou ligada e em qual zona permitida de geração. O número de combinações existente em uma usina cresce exponencialmente com o número de unidades e de zonas operativas. Uma usina com $J(r)$ unidades diferentes, cada qual com k zonas operativas, tem um total de $(k+1)^{J(r)}$ combinações.

Porém, em geral, as usinas hidrelétricas possuem unidades idênticas, ou grupos idênticos. Ainda, na maioria das vezes com uma zona operativa. Nesse caso específico, o número total de combinações diminui significativamente para $J(r) + 1$. Assim, uma estratégia de solução de (5.38) consiste em investigar todo o espaço de estados do subproblema por meio de uma enumeração exaustiva das combinações. Essa estratégia é utilizada neste trabalho.

Contudo, para os casos em que o número de combinações é elevado, algumas técnicas matemáticas podem ser utilizadas para evitar o extenso esforço computacional conseqüente da enumeração exaustiva. Dentre elas destacam-se a Programação Dinâmica,

Branch and Bound (WOOD e WOLLENBERG, 1984; BERTSEKAS, 1999) e a Relaxação Lagrangeana.

Nos casos em que o número de combinações for elevado, uma alternativa para auxiliar a solução do Subproblema (5.38) consiste em utilizar, novamente, a Relaxação Lagrangeana. Finardi (2003) propõe desacoplar as variáveis de natureza contínua das inteiras. Esse acoplamento ocorre em dois grupos de restrições: limites de potência, associados às zonas operativas, reserva de energia da usina.

A solução do Problema (5.31) é obtida por meio de um processo iterativo em que cada iteração realiza duas tarefas: solucionar os subproblemas primais Θ_D , Θ_{AUT} , Θ_{AUH} e Θ_{SH} , e atualizar os valores dos multiplicadores de Lagrange $\lambda_{pt_{it}}$, $\lambda_{gh_{rt}}$, $\lambda_{q_{rt}}$ e $\lambda_{s_{rt}}$.

No tocante ao esquema utilizado neste trabalho, a Figura 5.1 mostra um resumo do processo de decomposição do problema da programação da operação eletroenergética.

Dentro do processo de otimização da função dual é necessário detalhar a expressão do vetor de subgradientes. Derivando-se a função do Problema Dual (5.31), obtém-se o Vetor (5.39). Nessa expressão, *iter* representa o índice de iterações associado ao processo de otimização da função dual.

$$sg^{(iter)} = \begin{bmatrix} pta_{it}^{(iter)} - pt_{it}^{(iter)} \\ GH_{rt}^{(iter)} - \sum_{j=1}^{J(r,t)} ph_{jrt}(q_{jrt}^{(iter)}, s_{rt}^{(iter)}) \\ Q_{rt}^{(iter)} - Qa_{rt}^{(iter)} \\ sa_{rt}^{(iter)} - sa_{rt}^{(iter)} \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

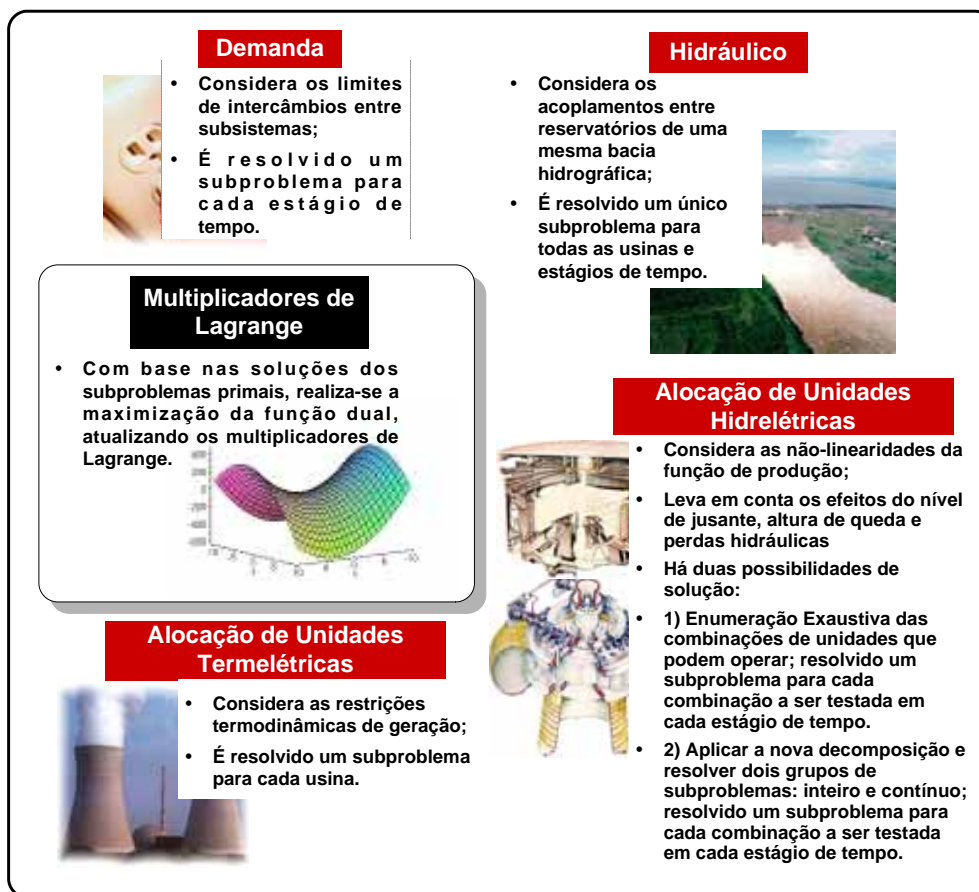


Figura 5.1 Esquema Ilustrativo do Processo de Decomposição.

5.4 Solução do Problema Dual

5.4.1 Resolução dos Subproblemas Primais

Como conseqüência do uso da Relaxação Lagrangeana, os subproblemas primais possuem peculiaridades e naturezas matemáticas distintas, o que acarreta no uso de diferentes técnicas de solução. Além disso, para o sucesso da aplicação da Relaxação Lagrangeana, tais subproblemas devem ser resolvidos de maneira eficiente. Assim, nesta seção, é discutido o processo de solução de cada subproblema primal.

5.4.1.1 Subproblema de Alocação de Unidades Hidrelétricas

Conforme visto anteriormente, o subproblema a ser resolvido, para cada reservatório r e estágio de tempo t , é dado por:

$$\Theta_{AUH}^t(\lambda g_{rt}, \lambda q_{rt}, \lambda s_{rt}) = \min_{\{z_{jrt}, q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}\}} -\lambda g_{rt} \left(\sum_{j=1}^{J(r,t)} p h_{jrt}(q_{jrt}, s_{rt}) \right) + \lambda q_{rt} Q_{rt} + \lambda s_{rt} s_{rt} \quad (5.40)$$

sujeito a:

$$Q_{rt} = \sum_{j=1}^{J(r,t)} q_{jrt}$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_r} ph_{jkrt}^{\min} z_{jkrt} \leq ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \leq \sum_{k=1}^{\Phi_r} ph_{jkrt}^{\max} z_{jkrt}$$

$$\sum_{j=1}^{J(r,t)} \left(\sum_{k=1}^{\Phi_r} ph_{j1rt}^{\max} - ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) \geq rh_{rt}$$

$$z_{jkrt} \in \{0, 1\} \quad \sum_{k=1}^{\Phi_r} z_{jkrt} \leq 1$$

Conforme visto no Capítulo 4, existe um conjunto de possíveis combinações de operação das unidades geradoras de uma usina. Assim, utilizando uma enumeração exaustiva, se a usina apresentar nc combinações diferentes de alocação de unidades (desligadas/ligadas e zonas operativas) então, devem ser resolvidos nc problemas contínuos cuja estrutura é dada por (5.41).

$$\min_{\{q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}\}} -\lambda g h_{rt} \left(\sum_{j=1}^{ng} ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) + \lambda q_{rt} Q_{rt} + \lambda s_{rt} s_{rt}$$

sujeito a:

$$Q_{rt} = \sum_{j=1}^{ng} q_{jrt} \quad (5.41)$$

$$ph_{jkrt}^{\min} \leq ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \leq ph_{jkrt}^{\max} \quad j = 1, ng$$

$$\sum_{j=1}^{ng} (ph_{j1rt}^{\max} - ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt})) \geq rh_{rt}$$

sendo ng o número de unidades que pertencem ao conjunto de combinações viáveis. A viabilidade referida diz respeito à restrição de reserva. No presente trabalho, o número mínimo de unidades a ser investigado é função do valor da reserva na usina. Por sua vez, o número máximo depende do número de unidades disponíveis à operação.

De acordo com (5.41) pode-se notar que o problema contínuo possui $ng+2$ variáveis e $2 \times ng+2$ restrições, sendo ng o número de unidades geradoras da usina r disponíveis em um estágio t . Assim, o esforço computacional para resolver cada Subproblema Contínuo (5.41) será função crescente do número de unidades geradoras em

cada usina. Neste trabalho, cada Subproblema (5.41) é resolvido por meio da técnica matemática da Programação Quadrática Sequencial (BATUT e RENAUD, 1992; BERTSEKAS, 1999; GOLDSMITH, 1999; BONNANS *et al.*, 2002; FINARDI, 2003).

5.4.1.2 Subproblema de Alocação de Unidades Termelétricas

Conforme mostrado anteriormente, o subproblema de alocação de unidades termelétricas resultante do esquema de decomposição utilizado é dado por:

$$\Theta_{AUT}^i(\lambda pt_{it}) = \min_{\{u_{it}, pt_{it}\}} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I [C_{it}(pt_{it}) + st_{it}(x_{i,t-1})u_{i,t}(1-u_{i,t-1}) - \lambda pt_{it}pt_{it}] \quad (5.42)$$

sujeito a:

$$pt_{it}^{\min} u_{it} \leq pt_{it} \leq pt_{it}^{\max} u_{it} \quad (5.43)$$

$$u_{it} = \begin{cases} 1 & \text{se } 1 \leq x_{it} < t_i^{up} \\ 0 & \text{se } -1 \geq x_{it} > -t_i^{down} \\ 0 \text{ ou } 1 & \text{fora isso} \end{cases} \quad (5.44)$$

$$x_{it} = \begin{cases} \text{máximo } (x_{i,t-1}, 0) + 1 & \text{se } u_{it} = 1, \\ \text{mínimo } (x_{i,t-1}, 0) - 1 & \text{se } u_{it} = 0. \end{cases} \quad (5.45)$$

$$\delta_i(u_{i,t-1}, x_{it}) \leq pt_{it} - pt_{i,t-1} \leq \Delta_i(u_{i,t-1}, x_{it}) \quad (5.46)$$

$$u_{it} pt_{it}^{\max} - pt_{it} \geq u_{it} rt_{it} \quad (5.47)$$

$$u_{i0} = \tilde{u}_{i0} \quad x_{i0} = \tilde{x}_{i0} \quad pt_{i0} = \tilde{p}_{i0} \quad (5.48)$$

Esse problema pode ser decomposto em I subproblemas, cada um referente a i -ésima unidade termelétrica em particular:

$$\Theta_{AUT}^i(\lambda pt_{it}) = \min_{\{u_{it}, pt_{it}\}} \sum_{t=1}^T [C_{it}(pt_{it}) + st_{it}(x_{i,t-1})u_{i,t}(1-u_{i,t-1}) - \lambda pt_{it}pt_{it}] \quad (5.49)$$

sujeito a: (5.43)-(5.48) (i fixo)

A estrutura do problema acima é adequada para o uso de um algoritmo baseado na técnica de Programação Dinâmica.

5.4.1.2.1 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

A Programação Dinâmica é uma técnica matemática utilizada para a tomada de uma seqüência de decisões inter-relacionadas, uma vez que oferece um procedimento sistemático para determinar a combinação ótima de decisões. Seu intuito é decompor problemas de otimização em uma série de subproblemas menores, resolvidos mais facilmente.

De uma maneira geral, para um determinado estágio de tempo t , consideram-se:

- Um estado de entrada s_{t-1} e um estado de saída s_t ;
- Uma variável de decisão x_t , relacionada à saída do estágio t ;
- O retorno ou custo $f_t(s_{t-1}, x_t)$ do estágio t , que mede a eficiência com que as entradas s_{t-1} e x_t são transformadas em saídas;
- A transformação do estágio t , denominada Φ_t , que expressa as saídas como uma função das entradas, ou seja, $s_t = \Phi_t(s_{t-1}, x_t)$

Assim, a Figura 5.2 mostra esquematicamente a relação entre s_{t-1} , s_t , x_t , $f_t(s_{t-1}, x_t)$ e $\Phi_t(s_{t-1}, x_t)$. Por sua vez, a Figura 5.3 apresenta a forma generalizada para o caso de T estágios de decisão em série.

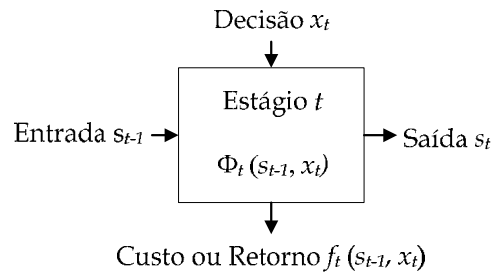


Figura 5.2 Caso genérico de um estágio t .

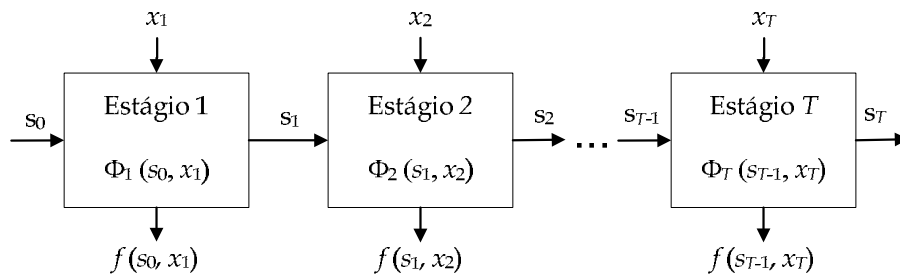


Figura 5.3 Caso genérico de T estados discretos em série

As variáveis s_0, s_1, \dots, s_T são denominadas *Estados*. Um estado qualquer s_t depende unicamente do estado inicial s_0 e das variáveis de decisão até o estágio t .

Em regra, a Programação Dinâmica pode ser aplicada se o problema possuir três características básicas:

1. o problema de decisão pode ser dividido em vários estágios distintos que requerem uma decisão associada a cada um deles, chamados de *Estágios de Decisão*;
2. em cada estágio de decisão é possível definir um *Estado* da solução, que representa o ponto conseqüente da decisão tomada em um estágio anterior;
3. em cada estágio e estado decide-se qual estado do estágio seguinte que oferece melhor retorno para a solução do problema.

No processo de tomada de decisão deve ser respeitado o Princípio de Otimalidade, de Richard Bellman (BELLMAN, 1957): “Para um dado estado do sistema, a política ótima para os restantes estados é independente da política de decisão adotada em estados anteriores”. O princípio de otimalidade diz que independentemente de como se atingiu um determinado estado de um estágio, deve-se encontrar a melhor seqüência de decisões desse ponto até ponto final do problema. Assim a solução ótima é obtida de forma recursiva, percorrendo os estados do ponto final ao inicial do problema.

Ao se analisar os estados do problema de forma recursiva de estágios, se dois ou mais caminhos partirem de um mesmo estado, escolhe-se aquela trajetória (decisão) que melhor atende a solução do problema, como mostra a Figura 5.4: Ponto B, C ou D.

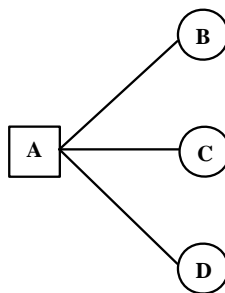


Figura 5.4 Possibilidades de decisão relacionadas ao Ponto A em trajetórias coincidentes.

A principal vantagem do uso da Programação Dinâmica está na não necessidade de investigar todo o espaço de estados de um problema. Porém, para problemas de grande porte, o espaço de estados pode sofrer da “maldição da dimensionalidade”

(WOOD e WOLLENBERG, 1984). Além disso, a solução ótima é obtida com uma análise somente dos estados, sem a necessidade de processos iterativos.

5.4.1.2.2 APLICAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO DINÂMICA AO SUBPROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE UNIDADES TERMELÉTRICAS

Conforme visto anteriormente, o subproblema de alocação de unidades termelétricas é desacoplado no espaço, podendo ser resolvido para cada usina i separadamente pelo Subproblema (5.49). Porém, as restrições desse subproblema acoplam as variáveis no tempo, criando um inter-relacionamento entre as possíveis decisões dos estágios. Essa característica permite a aplicação da Programação Dinâmica para a solução do Subproblema (5.49).

Se não houvesse restrições no problema, o espaço de estados teria, somente, dois estados possíveis, desligado ($u_{it}=0$) e ligado ($u_{it}=1$), mostrado pela Figura 5.5. Os custos de partida são representados por st_{it} .

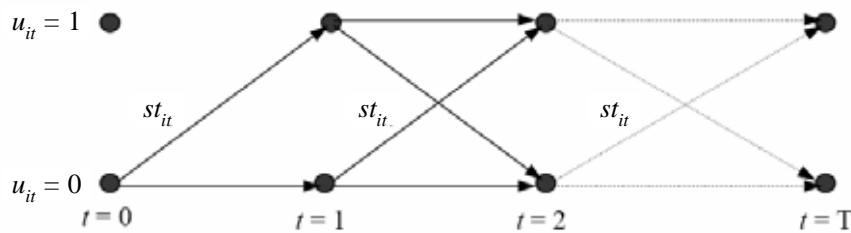


Figura 5.5 Espaço de Estados Desconsiderando Restrições.

Nesse caso, a solução por meio da Programação Dinâmica é trivial. Para cada estado do problema, calcula-se o ponto ótimo da função objetivo do problema, ou seja, o valor de pt_{it} .

Ao se considerar os tempos mínimos para desligamento e para partida, t_i^{up} e t_i^{down} , o espaço de estados do problema deve representar a restrição que impede que a unidade tenha sua partida ou desligamento antes do tempo mínimo determinado. Dessa forma, o número de estados, por estágio, aumenta como mostra a Figura 5.6.

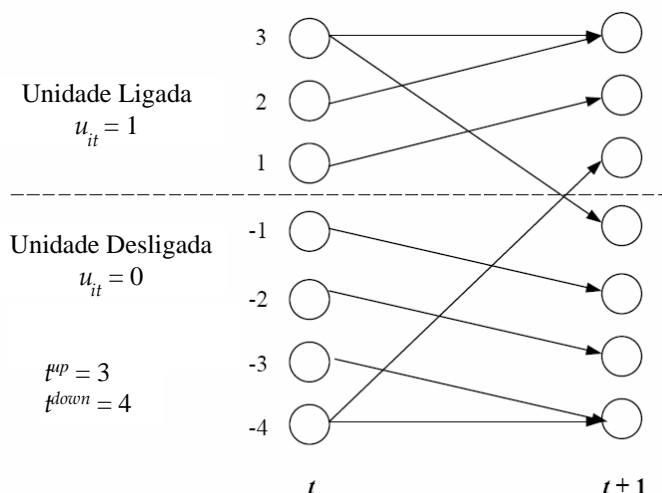


Figura 5.6 Espaço de estados considerando a restrição de tempos mínimos para partida e para desligamento.

Nessa situação, a unidade só pode ser desligada após atingir o Estado 3 e, analogamente, só pode ter sua partida após atingir o Estado -4 . Ainda, é possível notar que somente nos estados 3 e -4 ocorrem decisões. Nos demais estados, só há uma possibilidade de trajetória. A cada estado em que a unidade está ligada (1, 2 ou 3), deve-se calcular o nível de potência que minimize a função objetivo do Subproblema (5.49).

Para se modelar a restrição de rampa, utiliza-se uma discretização dos níveis de potência da unidade i entre dois estágios consecutivos, como mostra a Figura 5.7.

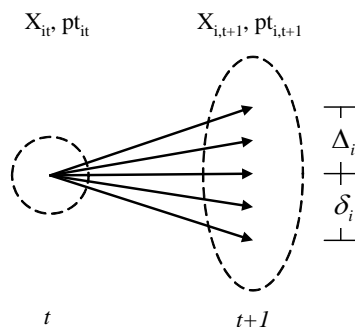


Figura 5.7 Espaço de estados considerando a restrição de rampa.

O espaço de estados do problema, nesse caso, pode ser dividido em dois grupos. O primeiro representa a unidade ligada que, em cada estágio, possui o número de estados igual ao tempo mínimo para desligamento multiplicado pelo número de discretizações de níveis de potência utilizado. O segundo conjunto diz respeito à unidade desligada. Nesse caso, não faz sentido representar os níveis de potência, sendo assim, o número de estados

em cada estágio é igual ao tempo mínimo para partida da unidade. A matriz que define o espaço de estados do problema é mostrada na Figura 5.8.

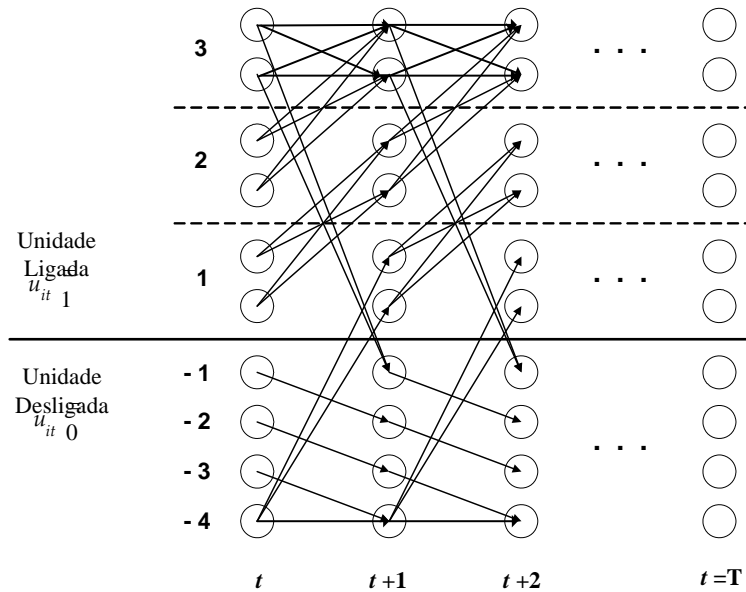


Figura 5.8 Espaço de estados do subproblema com tempos mínimos de partida e desligamento iguais a 4 e 3 estágios, respectivamente, e discretização de potência representada em dois níveis.

5.4.1.3 Subproblemas Hidráulico e de Atendimento à Demanda

Conforme mostrado no capítulo anterior o subproblema de atendimento à demanda tem a seguinte estrutura:

$$\Theta_D = \min \sum_{t=1}^T \left(\sum_{i=1}^I \lambda p t_{it} p t_{it} + \sum_{r=1}^R \lambda g h_{rt} G H_{rt} \right)$$

sujeito a:

$$\sum_{i \in I_e} p t_{it} + \sum_{r \in R_e} G H_{rt} + \sum_{l \in \Omega_e} (Int_{let} - Int_{elt}) = D_{et} \quad (5.50)$$

$$0 \leq Int_{let} \leq Int_{let}^{máx}$$

$$0 \leq Int_{elt} \leq Int_{elt}^{máx}$$

e o subproblema hidráulico:

$$\Theta_{SH}(\lambda q_{rt}, \lambda s_{rt}) = \min \alpha - \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (\lambda q_{rt} Q a_{rt} + \lambda s_{rt} s a_{rt}) \quad (5.51)$$

sujeito a:

$$3,6 \cdot 10^{-3} \left[Qa_{rt} + sa_{rt} - \sum_{m \in \mathcal{M}_+^{(r)}} (Qa_{m,t-\tau_{mr}} + sa_{m,t-\tau_{mr}}) - y_{rt} \right] = v_{rt} - v_{r,t+1}$$

$$Qa_{rt} + sa_{rt} = d_{rt}$$

$$v_r^{\min} \leq v_{r,t+1} \leq v_r^{\max}$$

$$sa_{rt} \geq 0$$

$$d_{rt}^{\min} \leq d_{rt} \leq d_{rt}^{\max}$$

$$\alpha + \sum_{r=1}^R \pi_r^{(P)} v_{r,T+1} \geq C_{total}^{(P)}$$

O Subproblema (5.50) é acoplado no espaço, porém pode ser resolvido para cada estágio de tempo t . No tocante ao Subproblema (5.51), em função dos acoplamentos temporal e espacial, sua solução é obtida resolvendo-se um único subproblema que envolve todos os reservatório e estágios de tempo.

Ambos os subproblemas são de natureza linear, podendo ser resolvidos por meio de um pacote de Programação Linear. Neste trabalho, é utilizado o pacote ILOG Cplex (ILOG, 2001).

5.4.2 Otimização da Função Dual

Para se apresentar algumas formas de otimização da função, é necessário discutir algumas características dessa função. Uma das propriedades importantes da função dual diz respeito a sua concavidade (BERTSEKAS, 1999): toda função dual $\Theta(\lambda)$ tem natureza côncava. Essa condição pode ser provada para qualquer problema primal (BALISNKI e BAUMOL, 1968; FISHER, 1981).

Em geral, a função $\Theta(\lambda)$ não possui derivada em todos os valores de λ . Entretanto, se a função objetivo primal é estritamente convexa e as restrições formam um conjunto convexo, então $\Theta(\lambda)$ tem derivadas de primeira ordem em todo seu domínio (FISHER, 1981). Nesse sentido, é relevante salientar que a presença das variáveis inteiras no problema dual da programação diária da operação eletroenergética pode acarretar na não-diferenciabilidade da função dual (FISHER, 1981).

Uma forma simples para a otimização da função dual é utilizar o método do Subgradiente (SHOR, 1997), que usa derivadas de primeira ordem para calcular direções

de subida. Entretanto, uma vez que a função dual é não-diferenciável, esse método tem dificuldades em definir direções garantidamente de subida. Isso significa que, para uma iteração $iter$ pode ocorrer $\Theta(\lambda^{iter+1}) < \Theta(\lambda^{iter})$. Essa característica torna o processo de convergência lento, ou até mesmo não convergir.

Por meio das informações obtidas durante o processo iterativo, isto é, memorizando os valores da função dual e do respectivo subgradiente, pode-se construir um modelo da função dual linear por partes. Essa é a idéia base da classe de métodos denominada de Planos Cortantes (CHENEY e GOLDSTEIN, 1957; KELLEY, 1975).

Embora mais robusto que o método do subgradiente, o método de planos cortantes possui instabilidades na convergência quando se está perto do valor máximo da função dual. Isso ocorre devido à presença de oscilações causadas pelas diferenças entre $\Theta(\lambda)$ e o modelo aproximado $\Theta^{iter}(\lambda)$.

Por sua vez, uma classe de algoritmos denominada de Métodos de Feixes (LEMARÉCHAL, 1975; KIWIEL, 1990; SCHRAMM e ZOWE, 1992; BONNANS *et al.*, 1995; LEMARÉCHAL e SAGASTIZÁBAL, 1994 e 1997; LEMARÉCHAL *et al.*, 1996), consegue gerar uma seqüência em λ de modo a garantir uma efetiva subida em relação ao ponto ótimo da função dual. Existem diversas variantes desse método (penalidade, região de confiança, entre outros), as quais estão relacionadas com o processo de estabilização da convergência, inexistentes nos métodos descritos anteriormente.

Fazendo uso da variante que usa o conceito de penalidade, basicamente, a idéia do método consiste em introduzir um termo quadrático nos problemas de programação linear usados para calcular um novo λ , penalizando os desvios em torno de λ , da seguinte maneira:

$$\lambda^{iter+1} = \arg \max_{\lambda} \left\{ \theta^{iter}(\lambda) - \frac{1}{2} \mu^{iter} \|\lambda - \lambda^{iter}\|^2 \right\} \quad (5.52)$$

sendo μ^{iter} um escalar positivo, o qual serve para medir até onde se pode procurar um novo λ^{iter+1} a partir de λ^{iter} . O objetivo é de aceitar passos maiores nas primeiras iterações (μ^{iter} pequeno). Perto da solução ótima, passos grandes provocam oscilações e devem ser evitados (μ^{iter} grande). Por ser superior aos anteriores, o método de feixes será utilizado para a otimização da função dual do problema da programação diária da operação eletroenergética.

5.5 Recuperação Primal

O uso da Relaxação Lagrangeana permitiu aplicar um esquema de decomposição ao problema da programação da operação eletroenergética. Porém, uma das principais características da solução dual do problema da programação da operação eletroenergética é a não-viabilidade das restrições relaxadas, ou seja, as restrições artificiais de duplicação de variáveis.

Diniz (2007) mostra que quando os custos dos subproblemas primais são lineares, pequenas mudanças nos multiplicadores de Lagrange podem causar grandes variações nos valores das variáveis primais. As soluções podem apresentar valores iguais somente aos mínimos ou máximos das variáveis, causando o chamado efeito *bang-bang*.

Essas são características dos subproblemas hidráulico e de atendimento à demanda, que são lineares. Como consequência, nas respostas desses subproblemas, os valores de potência e vazões assumem seus respectivos máximos ou mínimos ao longo dos estágios de tempo.

Algumas dessas variáveis podem ter valores diferentes de seu máximo e mínimo em função de algumas restrições dos subproblemas. Por exemplo, para atender a demanda do sistema em um estágio de tempo t (vide restrição de atendimento à demanda do Problema (5.50)), as potências de saída das unidades estarão em seu máximo ou mínimo, exceto uma unidade geradora que terá seu valor de potência de saída o suficiente para atender a demanda. Essa unidade, no caso de uma função objetivo com custos lineares, será a unidade marginal.

Por sua vez, os subproblemas de alocação de unidades termelétricas e de alocação de unidades hidrelétricas são não-lineares e não apresentam este efeito. O acoplamento entre esses grupos de subproblemas são as restrições artificiais relaxadas, não atendidas na solução dual.

Para contornar as dificuldades de não-viabilidade, a literatura tem mostrado o uso do Lagrangeano Aumentado (DINIZ, 2007; BELLONI *et al.*, 2003; RODRIGUES *et al.*, 2008), no qual termos quadráticos são adicionados à função dual, penalizando as violações das restrições relaxadas. Essa técnica matemática permite fazer uma recuperação primal da solução infactível encontrada.

5.5.1 Lagrangeano Aumentado

A técnica de Lagrangeano Aumentado (MARTÍNEZ e SANTOS, 1995; BERTSEKAS, 2003; BELLONI *et al.*, 2003; NOCEDAL e WRIGHT, 2006; DINIZ, 2007) visa utilizar a mesma estrutura utilizada no emprego da Relaxação Lagrangeana, com a diferença de um termo quadrático que penalize as violações das restrições relaxadas. De uma maneira geral, a Equação (6.20) mostra a forma da função Lagrangeana aumentada:

$$\Theta(\lambda, x) = f(x) + \lambda \cdot c(x) + \frac{1}{2\mu} c(x)^2 \quad (5.53)$$

sendo $c(x)$ o vetor de restrições relaxadas, μ o parâmetro de penalidade quadrática. O intuito é de aumentar o valor do termo $(1/2\mu)$ ao longo de um processo iterativo, de forma que o conjunto de restrições relaxadas $c(x)$ seja atendido.

A principal vantagem do uso desta técnica matemática é de evitar os efeitos oscilatórios, ou *bang-bang*, entre as variáveis dos subproblemas primais. Assim, é possível alcançar uma solução viável para o problema. Adicionalmente, o termo quadrático torna a função dual diferenciável, permitindo o uso de métodos clássicos de otimização irrestrita para maximizar a função dual aumentada.

Ao aplicar a técnica de Lagrangeano Aumentado, a função dual do problema da programação diária da operação eletroenergética passa a ter a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \ell_A = & \sum_{t=1}^T \Theta_D^t(\cdot) + \sum_{i=1}^I \Theta_{AUT}^i(\cdot) + \Theta_{SH}(\cdot) + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \Theta_{AUH}^t(\cdot) \\ & + \frac{1}{2\mu} \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left(GH_{rt} - \sum_{j=1}^{J(r,t)} ph_{jrt} \right)^2 \\ & + \frac{1}{2\mu} \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (Q_{rt} - Qa_{rt})^2 \\ & + \frac{1}{2\mu} \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (S_{rt} - sa_{rt})^2 \\ & + \frac{1}{2\mu} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I (pta_{it} - pt_{it})^2 \end{aligned} \quad (5.54)$$

A técnica do Lagrangeano aumentado possui algumas desvantagens. O termo de penalidade quadrática pode possuir valores bastante elevados, em comparação aos

valores de outras variáveis do problema. Esta diferença, se demasiadamente elevada, pode acarretar em instabilidade numérica em algoritmos computacionais. Além disso, a função dual aumentada é não separável naquelas variáveis presentes nas restrições em que se penalizam as violações. Ao se resolver cada termo elevado ao quadrado, haverá termos cruzados entre variáveis, não permitindo decompor o problema como anteriormente.

A dificuldade da instabilidade numérica é simples de resolver, adotando limites máximos para os valores de penalidade quadrática. Por sua vez, o acoplamento entre as variáveis na função Lagrangeano aumentado pode ser desfeito por meio de artifícios heurísticos como o Princípio do Problema Auxiliar (COHEN, 1980; BELLONI *et al.*, 2003; DINIZ, 2007).

Esses métodos heurísticos formam um grupo de técnicas matemáticas chamado Lagrangeano Aumentado Inexato (BELLONI *et al.*, 2003). Fundamentalmente, consistem em penalizar de forma quadrática os desvios das restrições relaxadas, mas sem o acoplamento das variáveis de interesse. Assim, é possível manter o esquema de decomposição adotado anteriormente na etapa de Relaxação Lagrangeana.

A forma inexata do Lagrangeano Aumentado consiste em fazer uma aproximação, de forma que uma das variáveis de dentro do termo elevado ao quadrado seja substituída por uma constante, desfazendo o acoplamento. No caso da Equação (5.54), são utilizadas as constantes $k_{GH_t}^{iter}$, $k_{Q_t}^{iter}$, $k_{s_t}^{iter}$ e $k_{pt_{it}}^{iter}$, como segue (BELLONI *et al.*, 2003):

$$\begin{aligned}
\sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left(GH_{rt}^{iter+1} - \sum_{j=1}^{I(r,t)} p_{jrt}^{iter+1} \right)^2 &\approx \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left(GH_{rt}^{iter+1} - k_{GH_t}^{iter} \right)^2 + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left(k_{GH_t}^{iter} - \sum_{j=1}^{I(r,t)} p_{jrt}^{iter+1} \right)^2 \\
\sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left(Q_{rt}^{iter+1} - Q_{rt}^{iter+1} \right)^2 &\approx \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left(Q_{rt}^{iter+1} - k_{Q_t}^{iter} \right)^2 + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left(k_{Q_t}^{iter} - Q_{rt}^{iter+1} \right)^2 \\
\sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left(S_{rt}^{iter+1} - sa_{rt}^{iter+1} \right)^2 &\approx \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left(S_{rt}^{iter+1} - k_{s_t}^{iter} \right)^2 + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left(k_{s_t}^{iter} - sa_{rt}^{iter+1} \right)^2 \\
\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \left(ptd_{it}^{iter+1} - pl_{it}^{iter+1} \right)^2 &\approx \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \left(ptd_{it}^{iter+1} - k_{pt_{it}}^{iter} \right)^2 + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \left(k_{pt_{it}}^{iter} - pl_{it}^{iter+1} \right)^2
\end{aligned} \tag{5.55}$$

Os valores das constantes $k_{GH_t}^{iter}$, $k_{Q_t}^{iter}$, $k_{s_t}^{iter}$ e $k_{pt_{it}}^{iter}$ devem refletir, de alguma maneira, as variáveis substituídas. O intuito é de, a cada iteração, atualizar os valores dessas constantes. A forma mais simples de fazê-lo é por meio de médias aritméticas (BELLONI *et al.*, 2003):

$$k_{GH_t}^{iter} = \frac{GH_t^{iter} + \sum_{j=1}^{l(r,t)} p_{jrt}^{iter}}{2} \quad (5.56)$$

$$k_{Q_t}^{iter} = \frac{Q_t^{iter} + Q_{rt}^{iter}}{2} \quad (5.57)$$

$$k_{s_t}^{iter} = \frac{s_{rt}^{iter} + s_{rt}^{iter}}{2} \quad (5.58)$$

$$k_{pt_{it}}^{iter} = \frac{pt_{it}^{iter} + pt_{it}^{iter}}{2} \quad (5.59)$$

Para cada iteração *iter* as constantes $k_{GH_t}^{iter}$, $k_{Q_t}^{iter}$, $k_{s_t}^{iter}$ e $k_{pt_{it}}^{iter}$ são atualizadas como a média aritmética das variáveis originais. Existem outras formas de se atualizar as variáveis substitutas (e.g média geométrica). Porém, não é intuito deste trabalho explorar qual melhor forma de atualização. Será utilizada a média aritmética por ser a mais simples.

5.5.2 Aplicação do Lagrangeano Aumentado ao Problema da Programação Diária da Operação Eletroenergética

Ao aplicar a técnica de Lagrangeano Aumentado Inexato, a função dual aumentada θ possui a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \theta = & \min_{\{u_{it}, pt_{it}, z_{jrt}, q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}, Int_{it}, Int_{rt}, pta_{it}, GH_{rt}, Q_{rt}, sa_{rt}\}} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I [C_{it}(pt_{it}) + st_{it}(x_{i,t-1})u_{it}(1-u_{i,t-1})] + \alpha \\
 & + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \lambda pt_{it} (pta_{it} - pt_{it}) & + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \lambda gh_{rt} \left(GH_{rt} - \sum_{j=1}^{J(r,t)} ph_{jrt}(\cdot) \right) \\
 & + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \lambda q_{rt} (Q_{rt} - Q_{rt}) & + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \lambda s_{rt} (s_{rt} - sa_{rt}) \\
 & + \frac{1}{2\mu} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I (pta_{it} - k_{pt_{it}})^2 & + \frac{1}{2\mu} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I (k_{pt_{it}} - pt_{it})^2 \\
 & + \frac{1}{2\mu} \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (GH_{rt} - k_{GH_{rt}})^2 & + \frac{1}{2\mu} \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left(k_{GH_{rt}} - \sum_{j=1}^{J(r,t)} ph_{jrt} \right)^2 \\
 & + \frac{1}{2\mu} \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (Q_{rt} - k_{Q_{rt}})^2 & + \frac{1}{2\mu} \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (k_{Q_{rt}} - Q_{rt})^2 \\
 & + \frac{1}{2\mu} \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (s_{rt} - k_{s_{rt}})^2 & + \frac{1}{2\mu} \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (k_{s_{rt}} - sa_{rt})^2
 \end{aligned} \tag{5.60}$$

sujeito às restrições (5.11)-(5.30).

Esse problema é decomposto de forma semelhante ao caso dual anterior, ou seja, subproblema de atendimento à demanda, subproblema de alocação de unidades termelétricas, subproblema de alocação de unidades hidrelétricas e subproblema hidráulico:

$$\begin{aligned}
 \theta(\lambda pt_{it}, \lambda gh_{rt}, \lambda q_{rt}, \lambda s_{rt}) = & \sum_{t=1}^T \theta_D^t(\lambda pt_{it}, \lambda gh_{rt}) + \sum_{i=1}^I \theta_{AUI}^i(\lambda pt_{it}) \\
 & + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \theta_{AUH}^{rt}(\lambda gh_{rt}, \lambda q_{rt}, \lambda s_{rt}) + \theta_{SH}(\lambda q_{rt}, \lambda s_{rt})
 \end{aligned} \tag{5.61}$$

A seguir são abordados a estrutura de cada subproblema e a forma de resolvê-los. Posteriormente, serão mostradas as formas como os multiplicadores de Lagrange e o parâmetro de penalidade quadrática são atualizados.

5.5.3 Resolução dos Subproblemas Primais

Na recuperação primal, a inserção dos termos quadráticos modifica a estrutura das funções objetivo dos subproblemas. Porém, as restrições continuam as mesmas. Assim, são demonstradas a seguir as funções objetivo de cada subproblema.

5.5.3.1 Subproblema de Alocação de Unidades Hidrelétricas

Dentro da decomposição proposta, o subproblema de alocação de unidades hidrelétricas pode ser separado por reservatório r e estágio de tempo t . Assim, para r e t fixos, o problema a ser resolvido é mostrado em (6.29). A inserção dos termos quadráticos não exige novas técnicas matemáticas para a resolução deste subproblema. A solução é obtida também por meio da programação quadrática seqüencial e de uma enumeração exaustiva. A estrutura da função objetivo desse subproblema é a seguinte:

$$\begin{aligned} \theta_{AUH}^t(\lambda g h_{rt}, \lambda q_{rt}, \lambda s_{rt}) = & \min_{\{z_{jrt}, q_{jrt}, Q_t, s_{rt}\}} (-\lambda g h_{rt}) \left(\sum_{j=1}^{J(r,t)} p h_{jrt}(q_{jrt}, s_{rt}) \right) + \lambda q_{rt} Q_t + \lambda s_{rt} s_{rt} \\ & + \frac{1}{2\mu} \left(k_{GH_t} - \sum_{j=1}^{J(r,t)} p h_{jrt} \right)^2 + \frac{1}{2\mu} (Q_t - k_{Q_t})^2 + \frac{1}{2\mu} (s_{rt} - k_{s_{rt}})^2 \end{aligned} \quad (5.62)$$

5.5.3.2 Subproblema de Alocação de Unidades Termelétricas

Da mesma forma que o problema dual anterior, o subproblema termelétrico na recuperação primal pode ser resolvido separadamente para cada usina termelétrica i . Assim, para cada i -ésima usina termelétrica, tem-se a seguinte função objetivo do subproblema:

$$\begin{aligned} \theta_{AUT}^i(\lambda p t_{it}) = & \min_{\{u_{it}, p t_{it}\}} \sum_{t=1}^T [C_{it}(p t_{it}) + s t_{it}(x_{i,t-1}) u_{it}(1 - u_{i,t-1}) - \lambda p t_{it} p t_{it}] \\ & + \frac{1}{2\mu} \sum_{t=1}^T (k_{p t_{it}} - p t_{it})^2 \end{aligned} \quad (5.63)$$

Uma vez que os custos de produção das usinas termelétricas são modelados por funções quadráticas da potência de saída, a inserção dos termos de penalidade não requer outras técnicas matemáticas para a resolução desse subproblema. Assim, esse subproblema é resolvido por meio de programação dinâmica.

5.5.3.3 Subproblemas de Atendimento à Demanda e Hidráulico

Na etapa de recuperação primal, os subproblemas de atendimento à demanda e hidráulico possuem funções objetivo quadráticas. O subproblema de atendimento à demanda é desacoplado no tempo, podendo ser resolvido para cada estágio de tempo t . Por sua vez, o subproblema hidráulico é acoplado no tempo e também no espaço, e sua solução é obtida resolvendo um único problema. A seguir são mostradas as estruturas das funções objetivo dos subproblemas de atendimento à demanda, (5.64), e hidráulico, (5.65).

$$\begin{aligned} \theta_D^t(\lambda gh_{rt}, \lambda pt_{it}) = \min_{\{u_{it}, pt_{it}\}} & \sum_{i=1}^I \lambda pt_{it} pta_{it} + \sum_{r=1}^R \lambda gh_{rt} GH_{rt} \\ & + \frac{1}{2\mu} \sum_{i=1}^I (pta_{it} - k_{pt_{it}})^2 + \frac{1}{2\mu} \sum_{r=1}^R (GH_{rt} - k_{GH_{rt}})^2 \end{aligned} \quad (5.64)$$

$$\begin{aligned} \theta_H(\lambda q_{rt}, \lambda s_{rt}) = \min_{\{u_{it}, pt_{it}\}} & \alpha - \sum_{i=1}^T \sum_{r=1}^R (\lambda q_{rt} Qa_{rt} + \lambda s_{rt} sa_{rt}) \\ & \frac{1}{2\mu} (k_{Q_{rt}} - Qa_{rt})^2 + \frac{1}{2\mu} (k_{s_{rt}} - sa_{rt})^2 \end{aligned} \quad (5.65)$$

A resolução desses subproblemas também será obtida utilizando o pacote de programação matemática ILOG Cplex (ILOG, 2001), nesse caso por meio de rotinas de programação quadrática.

5.5.4 Atualização dos Multiplicadores de Lagrange e Parâmetro de Penalidade Quadrática

Na etapa de recuperação primal, a função dual aumentada passa a ser diferenciável com a inserção dos termos quadráticos. Isso permite o uso de técnicas simples de otimização irrestrita para maximizar a função dual aumentada, ou seja, atualizar os multiplicadores de Lagrange.

A atualização dos multiplicadores de Lagrange deve ser realizada de forma coordenada com o parâmetro de penalidade, mantendo o balanço entre viabilidade e otimalidade (DINIZ, 2007; BELLONI *et al.*, 2003; MARTÍNEZ e SANTOS, 1995). A viabilidade está relacionada com o valor do parâmetro de penalidade, se suficientemente elevado. Por outro lado, a otimalidade está diretamente ligada aos multiplicadores de Lagrange.

Assim, para cada iteração $iter$, a atualização dos multiplicadores de Lagrange também deve ser associada ao parâmetro de penalidade quadrática. Nocedal e Wright (2006) mostram que, ao verificar as condições de otimalidade, o gradiente da função dual aumentada de (5.53) é dado por:

$$0 \approx \nabla_x \theta(x^{iter}, \lambda^{iter}, \mu^{iter}) = \nabla_x f(x^{iter}) + \sum \left[\lambda^{iter} - \frac{c(x^{iter})}{\mu^{iter}} \right] \nabla_x c(x^{iter}) \quad (5.66)$$

Comparando-se (5.66) com o gradiente de uma função dual simples, pode-se sugerir a seguinte expressão:

$$\lambda^* \approx \lambda^{iter} - \frac{c(x^{iter})}{\mu^{iter}} \quad (5.67)$$

Dessa forma, a maneira mais simples de atualização dos multiplicadores de Lagrange é (NOCEDAL e WRIGHT, 2006; MARTÍNEZ e SANTOS, 1995):

$$\lambda^{iter+1} = \lambda^{iter} - \frac{c(x^{iter})}{\mu^{iter}} \quad (5.68)$$

Aplicando à função dual aumentada deste trabalho, tem-se:

$$\lambda p t_{it}^{iter+1} = \lambda p t_{it}^{iter} - k_p \frac{(p t a_{it}^{iter} - p t_{it}^{iter})}{\mu^{iter}} \quad (5.69)$$

$$\lambda g h_{rt}^{iter+1} = \lambda g h_{rt}^{iter} - k_p \frac{\left(G H_{rt}^{iter} - \sum_{j=1}^{J(r,t)} p h_{jrt}^{iter} \right)}{\mu^{iter}} \quad (5.70)$$

$$\lambda q_{rt}^{iter+1} = \lambda q_{rt}^{iter} - k_p \frac{(Q_{rt}^{iter} - Q a_{rt}^{iter})}{\mu^{iter}} \quad (5.71)$$

$$\lambda s_{rt}^{iter+1} = \lambda s_{rt}^{iter} - k_p \frac{(s_{rt}^{iter} - s a_{rt}^{iter})}{\mu^{iter}} \quad (5.72)$$

sendo k_p uma constante que define o tamanho de passo.

O parâmetro de penalidade μ^{iter} deve ser atualizado de forma que a penalidade quadrática na função dual seja maior a cada iteração $iter$. Ou seja:

$$\mu^{iter+1} = \tau\mu^{iter} \quad (5.73)$$

sendo τ uma constante de valor entre zero e 1. Assim, a cada iteração $iter$, o valor de μ^{iter} diminui e, conseqüentemente, $(1/2\mu^{iter})$ aumenta.

5.6 Conclusões

Neste capítulo foi apresentada uma estratégia de solução do problema da programação da operação eletroenergética, tendo como base a Relaxação Lagrangeana e o Lagrangeano Aumentado.

A solução do problema da programação diária da operação eletroenergética é obtida em duas etapas. Na primeira tem-se um problema dual tradicional, não-linear e não diferenciável. Nesse caso, são duplicadas algumas variáveis de interesse, por meio da inserção de restrições artificiais. Essas restrições são posteriormente dualizadas, sem a necessidade de dualizar as demais restrições do problema original.

Nessa primeira etapa, os subproblemas hidrelétricos são resolvidos por meio de enumeração exaustiva do espaço de estados e de programação quadrática seqüencial. Um pacote de programação linear ILOG Cplex é utilizado na resolução dos subproblemas de atendimento à demanda e, também, dos subproblemas hidráulicos. Por sua vez, os subproblemas termelétricos são solucionados via programação dinâmica. A otimização da função dual, ou atualização dos multiplicadores de Lagrange, é realizada com o uso do método de feixes.

A solução dual resultante não atende as restrições relaxadas no problema, ou seja, as restrições de duplicação de variáveis. A inviabilidade ocorre principalmente pelo fato de os subproblemas de atendimento à demanda e hidráulico terem funções objetivo com coeficientes lineares, o que propicia o chamado efeito *bang-bang*. Isso significa que as soluções desses subproblemas tendem aos máximos ou mínimos dos valores das variáveis.

Nesse caso, a segunda etapa da resolução do problema da programação diária da operação eletroenergética é uma recuperação primal da solução dual encontrada. Para tanto, é utilizada o método do Lagrangeano Aumentado. O intuito é inserir penalidades quadráticas dos desvios das restrições relaxadas na função dual. Dessa forma tem-se um problema dual aumentado.

O uso do método clássico do Lagrangeano Aumentado não permite decompor o problema em subproblemas menores, tal qual no problema dual na primeira etapa. Assim, este trabalho utiliza o Lagrangeano Aumentado Inexato, que permite empregar o mesmo esquema de decomposição utilizado anteriormente.

Nesta etapa de recuperação primal, os subproblemas de alocação de unidades hidrelétricas e de alocação de unidades termelétricas são resolvidos com as mesmas técnicas matemáticas utilizadas na etapa anterior. Por sua vez, os subproblemas de atendimento à demanda e hidráulico passam a ter funções objetivo quadráticas. Nesse caso também é utilizado o pacote de programação ILOG Cplex, porém via rotinas de programação quadrática.

6

Resultados Computacionais

6.1 Introdução

Para solucionar o problema da programação eletroenergética, o último capítulo apresentou uma estratégia de decomposição do problema, bem como as técnicas matemáticas utilizadas na resolução. Com base nessas técnicas e em uma configuração do parque gerador brasileiro, este capítulo consiste em mostrar a implementação de algoritmos computacionais e os principais resultados. O intuito é analisar os esforços computacionais nas resoluções do problema dual e na recuperação primal e algumas características das soluções encontradas.

6.2 Configuração do Sistema Hidrotérmico

O parque gerador de energia elétrica do Brasil consiste de um sistema hidrotérmico, com grande predominância hidrelétrica. Ao final de 2005, sua capacidade instalada de geração alcançou a marca de 84.995,9 MW (ONS, 2007). A proporção das diferentes fontes de geração é de, aproximadamente, 84,31% hidrelétrica, 12,92% termelétrica convencional e 2,28% termonuclear.

A configuração do parque gerador utilizada neste trabalho é baseada em uma versão reduzida do sistema brasileiro. Ao todo, a configuração possui 50% da capacidade de geração instalada do sistema real. Além disso, é considerada a proporção existente entre geração hidrelétrica e termelétrica em cada subsistema brasileiro. A Figura 6.1

mostra a configuração do parque gerador utilizada, ilustrando a localização de cada usina e o tempo de viagem d'água, em horas, para as usinas hidrelétricas à jusante.

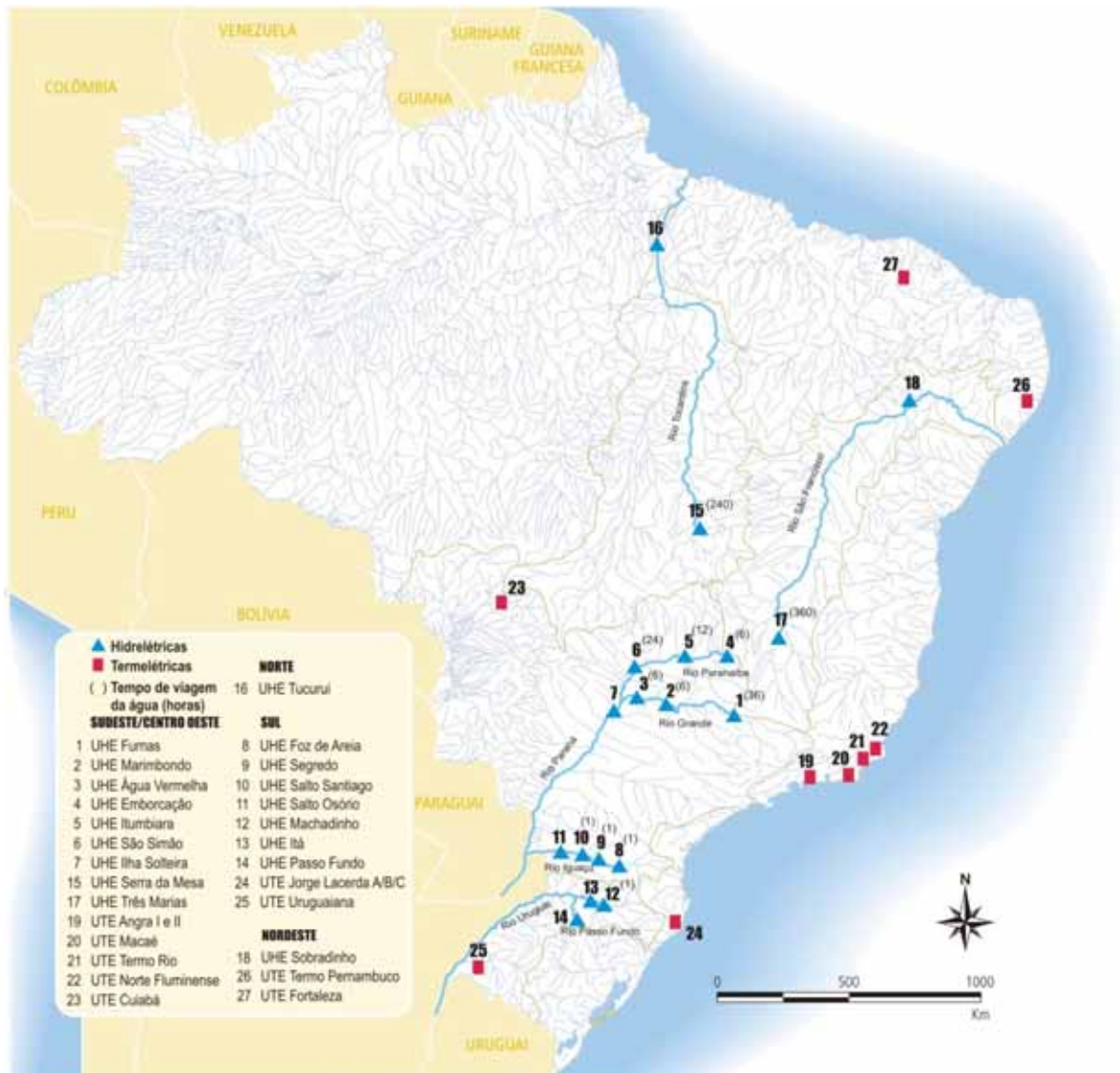


Figura 6.1 Configuração do Parque Gerador Utilizado.

Os principais dados dos geradores utilizados nessa configuração são oriundos do ONS, *Planejamento Anual da Operação Energética* (2009). Na continuidade da descrição da configuração, apresentam-se as características dos sistemas de geração e transmissão.

6.2.1 Sistema Hidrelétrico

Inicialmente, a Tabela 6.1 apresenta os limites de volumes e vazões dos reservatórios. O limite de engolimento máximo de cada usina foi calculado como o somatório dos valores máximos de cada unidade (ver Tabela 6.2). Por sua vez, os limites de vertimento são baseados nos aspectos construtivos do vertedouro de cada usina. Porém, neste trabalho, por hipótese, tais valores correspondem ao dobro dos respectivos

valores de vazão máxima turbinada. Limites mínimos de vazão turbinada ou de vertimento são considerados nulos.

Tabela 6.1 Limites de Volumes e Vazões dos Reservatórios.

Usina	Volume Mínimo (hm ³)	Volume Máximo (hm ³)	Engolimento Máximo (m ³ /s)	Vertimento Máximo (m ³ /s)
FURNAS	5.733	22.950	1.688	3.376
MARIMBONDO	890	5.887	2.944	5.888
ÁGUA VERMELHA	5.856	11.025	2.958	5.916
EMBORCAÇÃO	4.669	17.725	1.048	2.096
ITUMBIARA	4.573	17.027	3.222	6.444
SÃO SIMÃO	7.000	12.540	2.670	5.340
ILHA SOLTEIRA	8.232	21.060	9.280	18.560
FOZ DE AREIA	1.974	5.779	1.376	2.752
SEGREDO	2.562	2.950	1.268	2.536
SALTO SANTIAGO	2.662	6.775	1.576	3.152
SALTO OSÓRIO	1.014	1.124	1.784	3.568
MACHADINHO	2.283	3.340	1.311	2.622
ITÁ	4.302	5.110	1.590	3.180
PASSO FUNDO	185	1.589	104	208
SERRA DA MESA	11.150	54.400	1.215	2.430
TUCURUI	13.487	45.500	12.480	24.960
TRÊS MARIAS	4.250	19.528	924	1.848
SOBRADINHO	5.447	34.116	4.278	8.556

As principais informações relacionadas às unidades hidrelétricas são descritas na Tabela 6.2. Com base nessa tabela, pode-se notar que o número total de unidades da configuração utilizada é igual a 121. Com exceções de Salto Osório e Serra da Mesa, cada uma das demais usinas hidrelétricas possui unidades geradoras de um mesmo tipo. No parque gerador brasileiro, outras usinas possuem grupos diferentes de geradores, caso de Ilha Solteira e Tucuruí. Porém, na ausência de dados de curvas-colina com essa diferenciação, a configuração utilizada considera que tais usinas possuem unidades idênticas. Outro aspecto importante está relacionado às unidades de Serra da Mesa, sendo a única usina que apresenta unidades geradoras com mais de uma faixa operativa. Além disso, a Tabela 6.2 mostra também os valores dos coeficientes de perdas hidráulicas e da altura de queda nominal das unidades. No parque gerador utilizado, as usinas não possuem conduto-forçado comum para todas as unidades geradoras. Assim, o valor da constante de adução comum (k_{usina}), na equação de perdas hidráulicas, é igual a zero.

Tabela 6.2 Características das Unidades Geradoras Hidrelétricas.

Usina	Número de Unidades Geradoras	Zonas Operativas (MW)	Engolimento Máximo (m ³ /s)	Perdas Hidráulicas (s ² /m ⁵)	Queda Nominal (m)
FURNAS	8	110 – 164	211	2,203·10 ⁻⁵	90,0
MARIMBONDO	8	120 – 188	368	6,994·10 ⁻⁶	59,2
ÁGUA VERMELHA	6	125 – 232	493	2,443·10 ⁻⁶	53,5
EMBORCAÇÃO	4	170 – 298	262	2,441·10 ⁻⁵	130,3
ITUMBIARA	6	200 – 380	537	3,337·10 ⁻⁶	80,2
SÃO SIMÃO	6	185 – 285	445	2,220·10 ⁻⁶	70,9
ILHA SOLTEIRA	20	60 – 165	464	4,239·10 ⁻⁶	41,5
FOZ DE AREIA	4	290 – 419	344	2,229·10 ⁻⁵	135,0

SEGREDO	4	180 – 315	317	$1,830 \cdot 10^{-5}$	110,0
SALTO SANTIAGO	4	210 – 355	394	$1,077 \cdot 10^{-5}$	102,0
SALTO OSÓRIO	4 – grupo 1	120 – 182	301	$1,616 \cdot 10^{-5}$	68,4
	2 – grupo 2	120 – 175	290	$1,741 \cdot 10^{-5}$	
MACHADINHO	3	170 – 380	437	$5,452 \cdot 10^{-5}$	97,3
ITÁ	5	200 – 290	318	$2,017 \cdot 10^{-5}$	102,0
PASSO FUNDO	2	70 – 113	52	$2,700 \cdot 10^{-3}$	247,0
SERRA DA MESA	3	210 – 230	405	$2,500 \cdot 10^{-5}$	117,2
		290 – 425			
TUCURUI	20	160 – 375	624	$3,606 \cdot 10^{-4}$	65,5
TRÊS MARIAS	6	35 – 66	154	$1,270 \cdot 10^{-5}$	50,2
SOBRADINHO	6	60 – 175	713	$2,675 \cdot 10^{-7}$	27,2

Ainda no tocante às unidades hidrelétricas, a Tabela 6.3 mostra os valores dos coeficientes de rendimento. Tais valores são os mesmos utilizados por Finardi (2003).

Tabela 6.3 Coeficientes de Rendimentos das Unidades Hidrelétricas

Usina	ρ_0	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5
FURNAS	$3,5873 \times 10^{-01}$	$5,0395 \times 10^{-03}$	$3,9040 \times 10^{-03}$	$1,8834 \times 10^{-05}$	$-2,2542 \times 10^{-05}$	$-3,6474 \times 10^{-05}$
MARIMBONDO	$3,5873 \times 10^{-01}$	$2,9228 \times 10^{-03}$	$5,9352 \times 10^{-03}$	$1,6606 \times 10^{-05}$	$-7,5826 \times 10^{-06}$	$-8,4300 \times 10^{-05}$
ÁGUA VERMELHA	$3,5873 \times 10^{-01}$	$2,1113 \times 10^{-03}$	$6,5675 \times 10^{-03}$	$1,3274 \times 10^{-05}$	$-3,9565 \times 10^{-06}$	$-1,0322 \times 10^{-04}$
EMBORCAÇÃO	$3,5873 \times 10^{-01}$	$4,0153 \times 10^{-03}$	$2,6966 \times 10^{-03}$	$1,0365 \times 10^{-05}$	$-1,4311 \times 10^{-05}$	$-1,7401 \times 10^{-05}$
ITUMBIARA	$3,5873 \times 10^{-01}$	$1,9381 \times 10^{-03}$	$4,3811 \times 10^{-03}$	$8,1284 \times 10^{-06}$	$-3,3341 \times 10^{-06}$	$-4,5933 \times 10^{-05}$
SÃO SIMÃO	$3,5873 \times 10^{-01}$	$2,2877 \times 10^{-03}$	$4,9488 \times 10^{-03}$	$1,0838 \times 10^{-05}$	$-4,6454 \times 10^{-06}$	$-5,8608 \times 10^{-05}$
ILHA SOLTEIRA	$2,5008 \times 10^{-01}$	$3,2118 \times 10^{-03}$	$2,4941 \times 10^{-03}$	$7,7349 \times 10^{-06}$	$-4,7150 \times 10^{-06}$	$-4,8684 \times 10^{-05}$
FOZ DE AREIA	$-5,0142 \times 10^{-01}$	$4,7803 \times 10^{-03}$	$1,1505 \times 10^{-02}$	$-2,4030 \times 10^{-06}$	$-7,6154 \times 10^{-06}$	$-4,2333 \times 10^{-05}$
SEGREDO	$3,5873 \times 10^{-01}$	$3,2068 \times 10^{-03}$	$3,1942 \times 10^{-03}$	$9,8057 \times 10^{-06}$	$-9,1278 \times 10^{-06}$	$-2,4417 \times 10^{-05}$
SALTO SANTIAGO	$3,9235 \times 10^{-01}$	$2,9719 \times 10^{-03}$	$1,9804 \times 10^{-03}$	$4,0996 \times 10^{-06}$	$-5,7325 \times 10^{-06}$	$-1,3964 \times 10^{-05}$
SALTO OSÓRIO	$2,7070 \times 10^{-01}$	$1,2147 \times 10^{-03}$	$1,4311 \times 10^{-02}$	$4,1121 \times 10^{-05}$	$-8,3343 \times 10^{-06}$	$-1,7282 \times 10^{-04}$
		$3,3052 \times 10^{-03}$	$1,1804 \times 10^{-02}$	$5,7557 \times 10^{-06}$	$-6,9621 \times 10^{-06}$	$-9,3946 \times 10^{-05}$
MACHADINHO	$3,5873 \times 10^{-01}$	$2,3513 \times 10^{-03}$	$3,6111 \times 10^{-03}$	$8,1284 \times 10^{-06}$	$-4,9075 \times 10^{-06}$	$-3,1207 \times 10^{-05}$
ITÁ	$-7,3739 \times 10^{-01}$	$4,4640 \times 10^{-03}$	$2,2638 \times 10^{-02}$	$1,3842 \times 10^{-05}$	$-1,1385 \times 10^{-05}$	$-1,3027 \times 10^{-04}$
PASSO FUNDO	$4,3416 \times 10^{-01}$	$1,5409 \times 10^{-02}$	$1,0900 \times 10^{-03}$	$1,9954 \times 10^{-05}$	$-2,4414 \times 10^{-04}$	$-3,5730 \times 10^{-06}$
SERRA DA MESA	$3,5873 \times 10^{-01}$	$2,5324 \times 10^{-03}$	$2,9980 \times 10^{-03}$	$7,2677 \times 10^{-06}$	$-5,6922 \times 10^{-06}$	$-2,1509 \times 10^{-05}$
TUCURUI	$3,5873 \times 10^{-01}$	$1,6040 \times 10^{-03}$	$5,3643 \times 10^{-03}$	$8,2368 \times 10^{-06}$	$-2,2836 \times 10^{-06}$	$-6,8863 \times 10^{-05}$
TRÊS MARIAS	$3,5873 \times 10^{-01}$	$6,9847 \times 10^{-03}$	$6,9993 \times 10^{-03}$	$4,6800 \times 10^{-05}$	$-4,3303 \times 10^{-05}$	$-1,1724 \times 10^{-04}$
SOBRADINHO	$3,5873 \times 10^{-01}$	$1,4273 \times 10^{-03}$	$1,2918 \times 10^{-02}$	$1,7650 \times 10^{-05}$	$-1,8083 \times 10^{-06}$	$-3,9933 \times 10^{-04}$

Com relação à geração hidrelétrica, por simplificação, as vazões incrementais foram consideradas iguais a zero por todo o horizonte de estudo. Por sua vez, os volumes iniciais dos reservatórios foram estimados em valores que correspondem à, aproximadamente, 50% dos respectivos volumes úteis. Os valores de reserva de cada usina são calculados como 4% da respectiva capacidade total de geração. Esses valores levam em conta o efeito da cota de montante das usinas, bem como as perdas hidráulicas e o rendimento das unidades. Assim, as condições iniciais de volumes e cotas de montante, valores de reserva energética são mostrados na Tabela 6.4.

Tabela 6.4 Volumes Iniciais, Cotas de Montante e Reservas Energéticas das Usinas.

	Volume Inicial (% Útil)	Cota de Montante (m)	Reserva Energética (MW)
FURNAS	50,0	761,05	49,05
MARIMBONDO	50,0	438,78	51,82
ÁGUA VERMELHA	50,0	378,93	53,34
EMBORCAÇÃO	50,0	643,89	41,97
ITUMBIARA	50,0	510,49	77,75
SÃO SIMÃO	50,0	396,16	59,95

ILHA SOLTEIRA	50,0	322,07	121,15
FOZ DE AREIA	50,0	725,21	54,41
SEGREDO	50,0	604,62	47,46
SALTO SANTIAGO	50,0	494,78	50,22
SALTO OSÓRIO	50,0	397,00	42,13
MACHADINHO	50,0	472,97	42,67
ITÁ	49,4	370,00	54,61
PASSO FUNDO	50,0	592,63	08,65
SERRA DA MESA	49,9	445,68	43,38
TUCURUI	50,0	641,15	226,76
TRÊS MARIAS	50,0	563,55	14,58
SOBRADINHO	50,0	388,35	34,08

Demonstradas as informações sobre a geração hidrelétrica, parte-se agora para os dados das unidades termelétricas.

6.2.2 Sistema Termelétrico

O parque gerador termelétrico utilizado é composto de 12 usinas, que utilizam como combustíveis carvão, gás natural ou nuclear. Ao todo, a capacidade de geração é igual a 7.065,8 MW, representando 20% da configuração. Os dados apresentados a seguir foram estimados considerando as características particulares de porte e combustível e os resultados apresentados no *Programa Mensal de Operação Eletroenergética para o Mês de Março de 2009* (ONS, 2009).

Inicialmente, a Tabela 6.5 mostra o combustível utilizado, os coeficientes de custos de produção de energia e custos de partida das unidades geradoras. Por sua vez, a Tabela 6.6 apresenta os dados referentes às restrições das termelétricas.

Tabela 6.5 Coeficientes de Custos de Produção e Partidas das Unidades Termelétricas.

Usina	Combustível	Custo de Produção			Custo de Partida		
		a_0 (R\$)	a_1 (R\$/MW)	a_2 (R\$/MW ²)	b_1 (R\$)	b_2 (R\$)	ω (h)
ANGRA I	NUCLEAR	5.624,0	6,2	0,0002	45.000,0	12.500,0	4
ANGRA II	NUCLEAR	5.624,0	5,8	0,0002	56.000,0	21.000,0	6
MACAÉ	GÁS	4.000,0	12,1	0,0005	420,0	250,0	1
TERMORIO	GÁS	1.200,0	13,4	0,0009	285,0	150,0	1
NORTEFLU	GÁS	657,0	14,2	0,0052	85,0	42,0	1
CUIABÁ	GÁS	723,0	11,8	0,0043	98,0	56,0	1
JLACERDA A	CARVÃO	986,0	129,8	0,0089	3226,0	1613,0	7
JLACERDA B	CARVÃO	1.183,0	101,6	0,0077	3895,0	1945,0	8
JLACERDA C	CARVÃO	1.540,0	92,7	0,0062	4691,0	2345,5	9
URUGUAIANA	GÁS	755,3	13,5	0,0065	88,0	50,0	1
PERNAMBUCO	GÁS	529,0	11,0	0,0051	61,0	35,0	1
FORTALEZA	GÁS	866,0	15,0	0,0066	97,0	48,0	1

Tabela 6.6 Parâmetros de Restrições das Unidades Geradoras.

Usina	Limites de Potência		Tempos Mínimos de Partida e Desligamento		Limites de Rampa	
	pt^{min} (MW)	pt^{max} (MW)	t^{down} (horas)	t^{up} (horas)	δ (MW/h)	Δ (MW/h)
ANGRA I	70	657	9	9	150	180
ANGRA II	125	1.350	9	9	200	250
MACAÉ	200	923	2	2	70	35
TERMÓRIO	80	670	1	1	100	250
NORTEFLU	90	869	1	2	100	300
CUIABÁ	60	480	1	1	120	200
JLACERDA A	12	132	4	6	50	70
JLACERDA B	25	262	5	8	60	75
JLACERDA C	20	100	10	20	50	50
URUGUAIANA	65	638	2	2	150	250
PERNAMBUCO	71	638	2	2	150	250
FORTALEZA	23	347	1	1	100	200

Conforme visto no Capítulo 5, no tocante à restrição de rampa é necessário realizar uma discretização dos níveis de potência. Neste trabalho são utilizados níveis de 1% da faixa operativa de potência de saída.

Finalizada a apresentação dos dados do sistema de geração, a seguir são abordadas as informações sobre os limites de transmissão utilizados nesse trabalho.

6.2.3 Sistema de transmissão

No sistema brasileiro, os limites de transmissão entre subsistemas são calculados em função do planejamento da operação elétrica do sistema. Na configuração utilizada, são utilizados os valores arbitrados mostrados pela Figura 6.2.



Figura 6.2 Limites de Intercâmbio de Energia entre Subsistemas.

De acordo com a Figura 6.2, o limite de intercâmbio entre os subsistemas Sul e Sudeste é de 2.500,0 MW. A ligação entre o Sudeste com os subsistemas Norte e Nordeste se dá por meio de outras quatro linhas de transmissão. Uma liga diretamente os subsistemas Sudeste e Nordeste, com limite de transmissão de 2.500,0 MW. Além disso, há outra linha que transmissão que conecta os subsistemas Sudeste, Norte e Nordeste por meio da subestação Imperatriz. Os limites de transmissão entre os subsistemas Norte e Nordeste com o entroncamento em Imperatriz são de 2.500,0 MW. Por sua vez, o limite de transmissão entre o subsistema Sudeste e Imperatriz é de 3.500,0 MW.

6.2.4 Demanda dos Subsistemas

Nesse trabalho foram arbitrados perfis de demanda dos subsistemas, mostrados pela Figura 6.3. Ao todo, são 48 horas com intervalos horários. A carga equivalente é de 25.959,29 MW_{med}, o que corresponde à 67,90% da capacidade instalada da configuração do parque gerador.

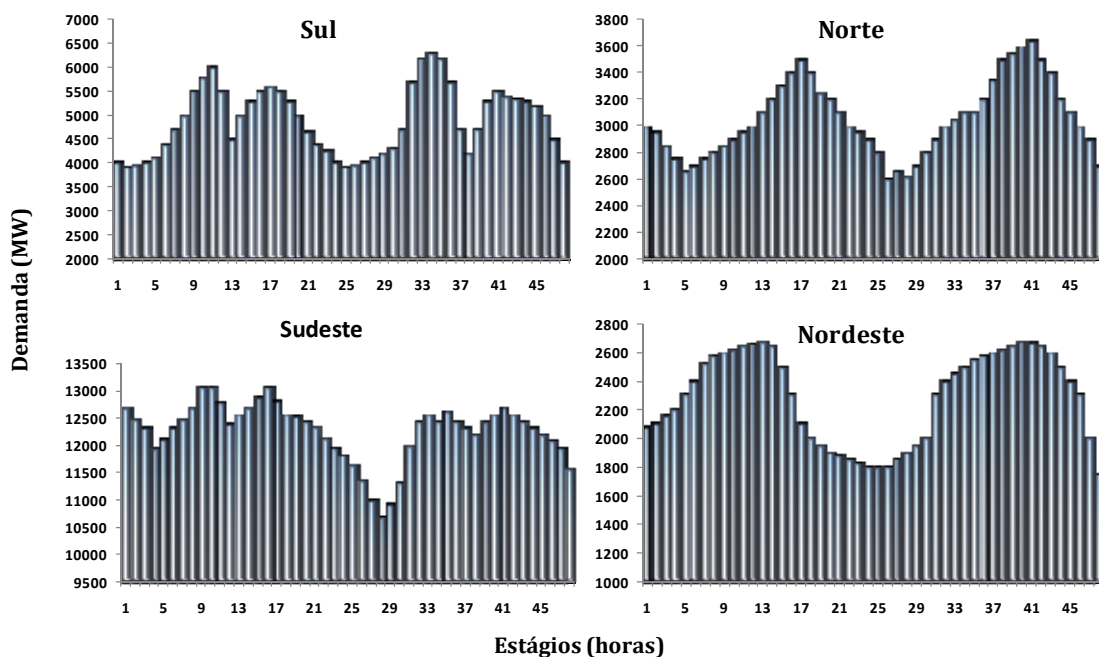


Figura 6.3 Demanda dos Subsistemas.

Definidos os valores de demanda, os próximos passos consistem em mostrar os coeficientes de custo futuro, algoritmos de solução e os resultados computacionais.

6.2.5 Função de Custo Futuro

Como informações das etapas de mais longo prazo do planejamento da operação do sistema elétrico, a programação da operação eletroenergética utiliza uma função linear

por partes dos volumes armazenados nos reservatórios no último estágio da programação. Nesse caso, é utilizado um conjunto de vinte aproximações lineares. A Tabela 6.7 mostra os valores dos coeficientes angulares $\pi_r^{(p)}$ e dos coeficientes lineares $C_{total}^{(p)}$ (vide Equação (4.5))¹.

Tabela 6.7 Valores dos coeficientes das funções de custo futuro $\pi^{(p)}$ (R\$/hm³) e $C^{(p)}$ (R\$)

Usina	$\pi^{(1)}$	$\pi^{(2)}$	$\pi^{(3)}$	$\pi^{(4)}$	$\pi^{(5)}$	$\pi^{(6)}$	$\pi^{(7)}$	$\pi^{(8)}$	$\pi^{(9)}$	$\pi^{(10)}$
FURNAS	45348,0	334,1	360,7	12104,1	4356,1	3779,9	4153,8	4049,1	4070,2	4050,0
MARIMBONDO	4125,5	422,2	431,8	7840,7	4422,2	4139,6	4215,4	4110,1	4124,9	4110,5
ÁGUA VERMELHA	3017,8	452,2	467,1	4861,0	4313,7	4302,3	4388,3	4281,3	4278,4	4280,3
EMBORCAÇÃO	2052,8	276,5	277,3	716,0	634,1	590,7	593,9	591,4	581,2	588,5
ITUMBIARA	3796,4	679,9	694,3	7389,9	6246,9	6170,4	6211,3	6147,1	6096,6	6091,9
SÃO SIMÃO	3048,5	454,9	463,5	4936,9	4291,6	4286,8	4364,8	4271,2	4273,6	4266,5
ILHA SOLTEIRA	30893,5	462,4	483,9	4955,8	4414,0	4314,4	4481,7	4291,5	4377,4	4381,3
FOZ DE AREIA	16580,3	6855,6	6897,6	30817,8	71966,0	21692,5	25222,5	23264,6	29432,0	24269,5
SEGREDO	12864,8	5307,8	5341,5	23865,3	55741,5	16568,9	19532,5	17811,0	22792,3	18794,4
SALTO SANTIAGO	8624,1	3559,0	3583,4	16010,1	37410,0	10779,8	13103,4	11720,3	15290,2	12608,2
SALTO OSÓRIO	5190,6	2186,3	2203,3	9844,3	22973,1	6918,4	8057,0	7279,0	9401,7	7752,6
MACHADINHO	7916,6	3242,7	3262,4	14546,5	33989,8	10428,2	12126,6	11157,4	14021,3	11616,3
ITÁ	4187,6	1768,2	1777,6	7942,0	18533,9	5676,5	6500,1	6158,0	7584,9	6254,5
PASSO FUNDO	68,6	65,0	65,0	68,5	68,3	68,4	68,3	68,3	68,2	68,3
SERRA DA MESA	5991,9	113,1	113,8	819,2	1240,0	1274,8	1234,4	1224,2	1009,0	1210,2
TUCURUI	11367,5	71,5	73,0	3259,2	2632,6	2528,7	2450,6	2426,5	1960,5	2407,0
TRÊS MARIAS	515,3	64,0	64,2	172,7	151,6	141,7	142,2	141,5	139,2	140,8
SOBRADINHO	689,0	6,0	61,3	224,6	183,3	173,8	171,0	169,6	144,0	168,3
C^(p)	3,1E+9	1,0E+8	1,0E+8	7,3E+8	8,4E+8	5,5E+8	5,8E+8	5,6E+8	5,8E+8	5,7E+8

Usina	$\pi^{(11)}$	$\pi^{(12)}$	$\pi^{(13)}$	$\pi^{(14)}$	$\pi^{(15)}$	$\pi^{(16)}$	$\pi^{(17)}$	$\pi^{(18)}$	$\pi^{(19)}$	$\pi^{(20)}$
FURNAS	3828,5	3998,6	4823,4	4114,0	3939,5	3936,8	4012,8	4037,2	3930,1	4001,3
MARIMBONDO	3879,7	4058,8	4205,4	4174,3	3993,9	3992,2	4073,1	4092,4	3986,9	4061,3
ÁGUA VERMELHA	4023,4	4227,9	4293,8	4228,5	4146,7	4147,7	4242,4	4184,4	4146,4	4229,6
EMBORCAÇÃO	571,6	587,9	577,2	589,6	580,7	582,1	591,0	580,1	573,9	588,3
ITUMBIARA	5804,8	6082,3	6076,9	6109,9	6003,9	6011,7	6137,4	6031,0	6000,7	6118,2
SÃO SIMÃO	3996,1	4219,8	4332,9	4243,1	4165,1	4165,6	4279,5	4187,5	4138,8	4262,6
ILHA SOLTEIRA	4013,7	4237,5	4431,7	4354,7	4167,6	4160,3	4271,7	4292,2	4244,2	4320,4
FOZ DE AREIA	33557,0	24129,9	31098,3	23611,4	32207,5	31144,5	23676,7	28760,3	24835,9	23489,3
SEGREDO	25913,8	18508,4	24082,6	18295,9	24941,5	24118,3	18277,4	22272,1	19256,0	18190,2
SALTO SANTIAGO	17234,6	12416,4	16155,8	12273,8	16732,0	16179,8	12253,0	14941,3	12917,9	12202,9
SALTO OSÓRIO	10597,2	7634,6	9933,9	7546,9	10288,2	9948,6	7524,2	9187,1	7942,9	7503,3
MACHADINHO	15917,3	11540,7	14678,9	11151,8	15202,4	14700,7	11143,8	13577,2	11737,0	11063,2
ITÁ	8549,5	6159,3	8014,3	6088,6	8300,2	8026,2	6091,0	7411,8	6408,1	6053,4
PASSO FUNDO	68,2	68,3	68,2	68,3	68,3	68,3	68,3	68,3	68,3	68,3
SERRA DA MESA	971,5	1204,4	965,7	1208,1	1092,9	1112,2	1209,4	1108,3	1139,0	1201,7
TUCURUI	1925,1	2395,9	1900,6	2399,1	2165,0	2204,3	2400,1	2194,9	2261,2	2385,2
TRÊS MARIAS	137,9	140,8	138,8	140,8	140,3	140,4	141,2	139,8	137,9	140,6
SOBRADINHO	141,3	167,7	139,2	167,6	154,2	156,4	167,6	155,8	159,5	166,7
C^(p)	5,8E+8	5,6E+8	6,0E+8	5,6E+8	6,0E+8	5,9E+8	5,6E+8	5,8E+8	5,6E+8	5,6E+8

6.3 Algoritmo de Solução

A solução do problema da programação da operação eletroenergética é obtida por meio de um algoritmo computacional de duas etapas: Relaxação Lagrangeana e Recuperação Primal.

¹ Os valores para as funções de custo futuro foram obtidos de outro trabalho de pesquisa em andamento no LabPlan/UFSC.

A primeira consiste de um processo iterativo para a solução dual do problema. Nesse caso, foi utilizado um pacote com o algoritmo do Método de Feixes, chamado N1CV2 (LEMARÉCHAL e SAGASTIZÁBAL, 1987), na otimização da função dual. Adicionalmente, foi utilizado um algoritmo desenvolvido por Finardi (2003) que resolve os subproblemas de alocação de unidades hidrelétricas. Além disso, foram implementados os algoritmos de solução dos subproblemas Termelétricos e de Atendimento à Demanda. A junção desses algoritmos e pacotes forma o algoritmo mostrado pela Figura 6.4.

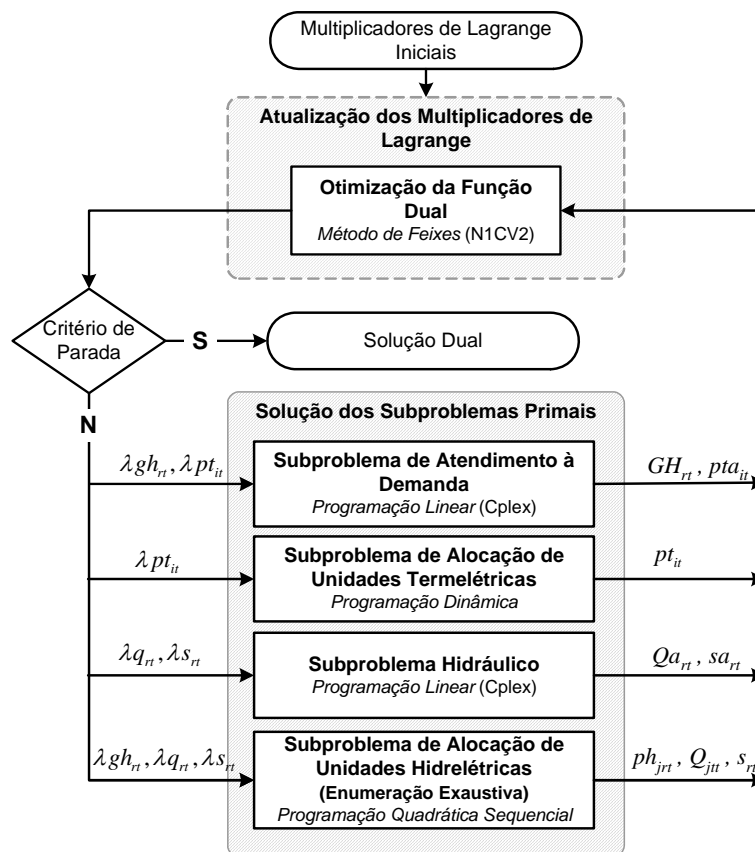


Figura 6.4 1ª Etapa – Relaxação Lagrangeana.

Na segunda etapa é realizada a recuperação primal. O algoritmo consiste em um processo iterativo semelhante ao da primeira etapa. Porém, com a inserção dos termos quadráticos, a função dual aumentada torna-se contínua. Nesse caso, a atualização dos multiplicadores de Lagrange é realizada por um algoritmo baseado no método do gradiente. Os subproblemas de atendimento à demanda e hidráulico passam a ser resolvidos por um pacote de programação quadrática. Os subproblemas de alocação de unidades termelétricas e de alocação de unidades hidrelétricas são resolvidos também por meio de Programação Dinâmica e Programação Quadrática Sequencial, respectivamente. O conjunto dos algoritmos da segunda etapa é mostrado pela Figura 6.5.

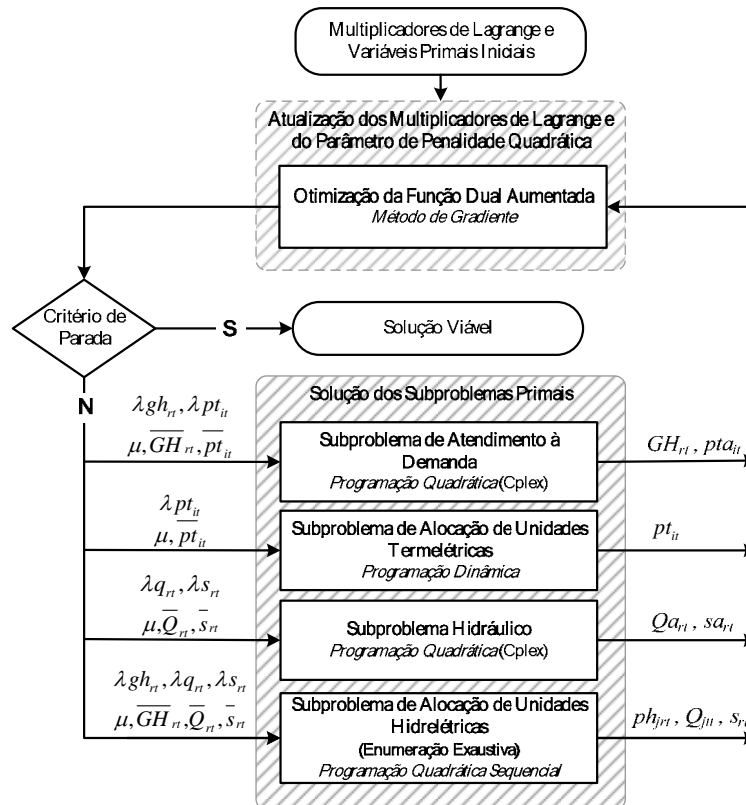


Figura 6.5 2ª Etapa – Lagrangeano Aumentado.

O Algoritmo foi desenvolvido em linguagem de programação Fortran 90/95. Para as simulações e resultados computacionais foi utilizado um microcomputador com processador AMD Athlon TM XP +1800 e 512 MB de memória RAM, com ambiente de trabalho em Windows 2000 Professional.

Todo o problema resolvido, em função da configuração utilizada, possui 3.168 variáveis duais (λpt_{it} , λgh_{rt} , λq_{rt} , λs_{rt}) e 11.376 variáveis primais (pt_{it} , pta_{it} , ph_{jrt} , GH_{rt} , Q_{rt} , Qa_{rt} , S_{rt} , sa_{rt} , v_{rt}).

Neste trabalho é utilizado como critério de convergência o limite máximo de 450 iterações do algoritmo N1CV2. Esse valor foi arbitrado em função dos inúmeros testes realizados, os quais mostraram que por volta desse número de iterações a solução dual não apresenta mudanças significativas nos valores das variáveis duais, primais, do subgradiente e da função dual.

Para a etapa dual foram considerados como valores iniciais dos multiplicadores de Lagrange 0,1 R\$/MW e 0,1 R\$/m³/s. A solução dual obtida nessa etapa é utilizada como ponto inicial da etapa de recuperação primal, inclusive os respectivos valores das variáveis primais.

No tocante à etapa de recuperação primal, o critério de convergência adotado é normatizado em 1% do valor do limite máximo que cada variável primal pode atingir. O parâmetro de penalidade μ tem como valores inicial e final $5 \cdot 10^4$ e $5 \cdot 10^{-4}$, respectivamente. As unidades de medida do parâmetro de penalidade é $(\text{MW})^2$, para os desvios das restrições de duplicação de variáveis de potência, e $(\text{m}^3/\text{s})^2$, para os desvios das restrições de duplicação de variáveis de vazões turbinada e vertida.

Para a atualização dos multiplicadores de Lagrange, foi adotado como valor inicial do tamanho de passo k_p o valor de 10^{-4} . Esse valor não se mantém constante ao longo do processo iterativo. Os experimentos nesse trabalho mostraram que valores superiores ao adotado propiciam oscilações nos valores dos multiplicadores de Lagrange e de algumas variáveis primais, de forma que a convergência do algoritmo é dificultada. Ou seja, pequenas variações nos multiplicadores de Lagrange podem acarretar em grandes variações nas variáveis primais. Por outro lado, com valores de tamanho de passo bem menores evitam-se essas oscilações, mas prolonga-se significativamente o número de iterações. Sendo assim, para que não haja tais oscilações, principalmente nas iterações mais próximas da convergência, e que o algoritmo não demande um número excessivo de iterações, arbitrou-se neste trabalho forma de atualização dos valores de tamanho de passo mostrada pela Equação (6.1).

$$\begin{aligned} v^{iter+1} &= 0.9v^{iter} & \text{if } v^{iter} \geq 10^{-8}v^0 \\ v^{iter+1} &= v^{iter} & \text{if } v^{iter} < 10^{-8}v^0 \end{aligned} \quad (6.1)$$

Com relação às usinas termelétricas, Jorge Lacerda A está desligada há tempo superior ao mínimo para novas partidas. Jorge Lacerda B está ligada com potência mínima de saída. As demais usinas são consideradas ligadas e em seus respectivos níveis máximos de potência.

6.4 Resultados Computacionais

Nesta secção, inicialmente são abordados os esforços computacionais dos algoritmos de solução, bem como os processos de convergência. Posteriormente, são apresentadas as soluções das etapas Relaxação Lagrangeana e Lagrangeano Aumentado². Por último, serão abordadas algumas análises de sensibilidade.

² As soluções de todas as usinas são apresentadas no Apêndice A.

6.4.1 Esforço Computacional

A Tabela 6.8 mostra o número de iterações e os tempos computacionais de cada grupo de subproblemas para cada etapa da solução do problema. A etapa dual foi computada em 370 iterações, em um tempo total de 01h59m04s. Por sua vez, a etapa de recuperação primal demandou 1.265 iterações, em 06h36m48s. Em ambas as etapas, os esforços computacionais se concentraram na resolução dos subproblemas de alocação de unidades hidrelétricas e de alocação de unidades termelétricas.

Tabela 6.8 Esforços Computacionais

	ITERAÇÕES	TEMPOS COMPUTACIONAIS					TOTAL
		Alocação de Unidades Hidrelétricas	Alocação de Unidades Termelétricas	Atendimento à Demanda	Hidráulico	Atualização dos Multiplicadores de Lagrange	
DUAL	370	01:25:26 (71,8%)	00:28:52 (24,2%)	00:04:01 (3,4%)	00:00:44 (0,6%)	00:00:01 (0,2%)	01:59:04
RECUPERAÇÃO PRIMAL	1265	04:50:59 (73,3%)	01:32:00 (23,2%)	00:10:12 (2,7%)	00:00:44 (0,8%)	00:00:01 (<0,01%)	06:36:48

No tocante aos subproblemas de alocação de unidades hidrelétricas, o amplo número de combinações de alocação de unidades implicou maior esforço computacional. Em função das restrições de rampa e das discretizações dos níveis de potência em cada estágio de tempo, os subproblemas de alocação de unidades termelétricas também possuem amplo espaço de estados, acarretando em esforço computacional mais elevado. Os demais subproblemas e as atualizações dos multiplicadores de Lagrange demandaram esforços computacionais bem menores.

Para comparar o esforço computacional de cada grupo de subproblemas nas etapas Relaxação Lagrangeana e Recuperação Primal, a Figura 6.6 mostra valores médios de tempos de processamento para 100 iterações. Os subproblemas de atendimento à demanda apresentam tempo de processamento 14 segundos menor na etapa Lagrangeano Aumentado. Com relação aos demais subproblemas, na etapa Lagrangeano Aumentado os tempos computacionais são semelhantes ao da etapa Relaxação Lagrangeana.

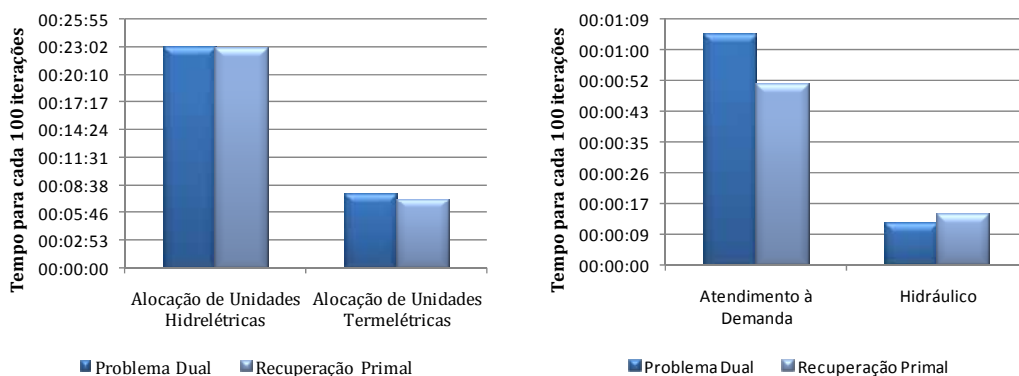


Figura 6.6 Média do Esforço Computacional em 100 Iterações das Etapas Relaxação Lagrangeana e de Recuperação Primal

A Figura 6.7 mostra alguns valores associados aos processos de convergência das etapas dual e de recuperação primal. Ao final do processo iterativo, a etapa dual obteve o valor da função dual igual à R\$ 1.027.784.300,00 e norma do subgradiente igual à 1.920.000,00. Na etapa de recuperação primal, há um aumento no valor ótimo da função primal, convergindo em R\$ 1.181.977.864,00. Valor este 15% superior ao da função dual na etapa Relaxação Lagrangeana. Por sua vez, a norma do subgradiente convergiu em 1,39.

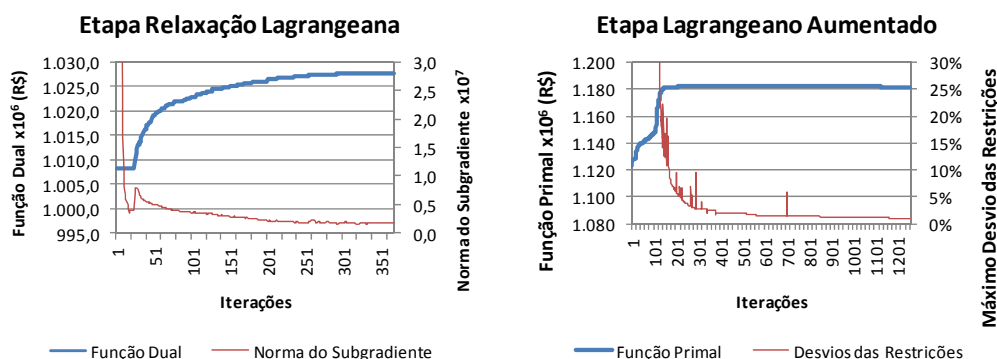


Figura 6.7 Convergência

6.4.2 Etapa Relaxação Lagrangeana

Para iniciar a apresentação da solução dual do problema, a Figura 6.8 mostra os valores dos multiplicadores de Lagrange associados às vazões turbinadas, λq_{rt} , e às potências hidrelétricas, λgh_{rt} , os valores de vazão turbinada do subproblema hidráulico, $Q_{a_{rt}}$, e de alocação de unidade hidrelétricas, Q_{rt} , para as usinas hidrelétricas de Água Vermelha e Ilha Solteira.

Os multiplicadores de Lagrange associados à vazão turbinada, λq_{rt} , possuem valores entre R\$ 10,90/m³/s e R\$ 284,79 m³/s para Água Vermelha e entre R\$ 11,37 m³/s e R\$ 118,62/m³/s para Ilha Solteira. Por sua vez, os multiplicadores λgh_{rt} têm valores

entre R\$ 22,11/MW e R\$ 579,92/MW para Água Vermelha e entre R\$ 32,43/MW e R\$ 531,82/MW para Ilha Solteira.

Pela Figura 6.8 observa-se que os valores de multiplicadores de Lagrange de potência hidrelétrica e vazão turbinada tendem a acompanhar as variações de demanda. Nos estágios de maior demanda, os multiplicadores têm valores mais elevados, sinalizando maior vazão turbinada e despacho das usinas.

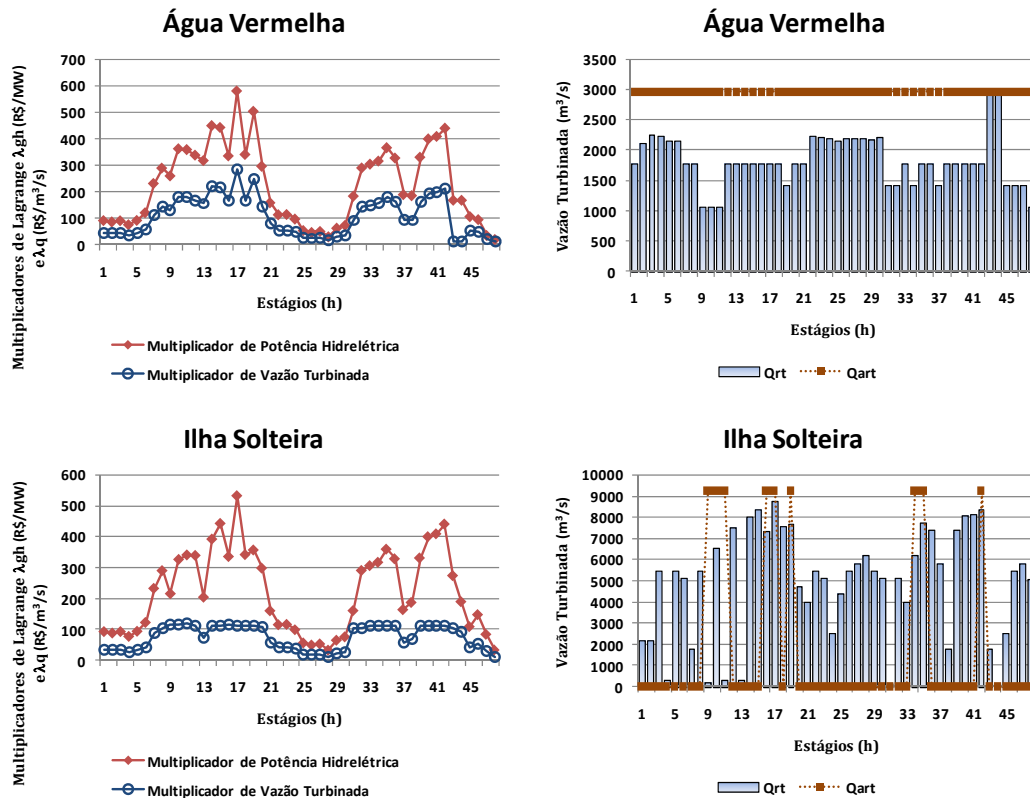


Figura 6.8 Multiplicadores de Lagrange de vazão turbinada, $\lambda_{q_{rt}}$, e de potência hidrelétrica, $\lambda_{gh_{rt}}$, e vazões turbinadas nos subproblemas hidráulico, $Q_{a_{rt}}$, e de alocação de unidades hidrelétricas, Q_{rt} .

No tocante aos valores de vazão turbinada, a Figura 6.8 mostra que para a usina de Água Vermelha, o subproblema hidráulico tem como resultado vazão turbinada $Q_{a_{rt}}$ em seu valor máximo em todos os estágios. Por sua vez, para Ilha Solteira a vazão turbinada $Q_{a_{rt}}$ tem valores iguais a zero na maioria dos estágios de tempo. Vale ressaltar que essas usinas estão acopladas na principal cascata da região Sudeste, como é mostrado pela Figura 6.1. Nesse caso, Água Vermelha está à montante de Ilha Solteira e o tempo de viagem da água é de seis horas entre os reservatórios. Assim, o volume de água defluente no reservatório de Água Vermelha é reutilizado em Ilha Solteira e, por isso, a solução mostra maiores níveis de vazão turbinada de Água Vermelha.

Os valores de vazão turbinada Q_{rt} dos subproblemas de alocação de unidades hidrelétricas, como mostra a Figura 6.8, têm valores entre $1.068,03 \text{ m}^3/\text{s}$ e $2.958,00 \text{ m}^3/\text{s}$ em Água Vermelha e, em Ilha Solteira, $189,40 \text{ m}^3/\text{s}$ e $8.767,34 \text{ m}^3/\text{s}$. Particularmente, o menor valor de vazão turbinada de Ilha Solteira corresponde ao despacho de uma unidade geradora em potência mínima, ou seja, 60,0 MW.

A Figura 6.9 mostra os valores de vazão defluente, $Q_{a_{rt}+s_{a_{rt}}}$, e de volume útil, v_{rt} , dos reservatórios de Água Vermelha e Ilha Solteira, oriundos do subproblema hidráulico. Os valores mostram que há maior uso da água no reservatório de Água Vermelha, à montante de Ilha Solteira.

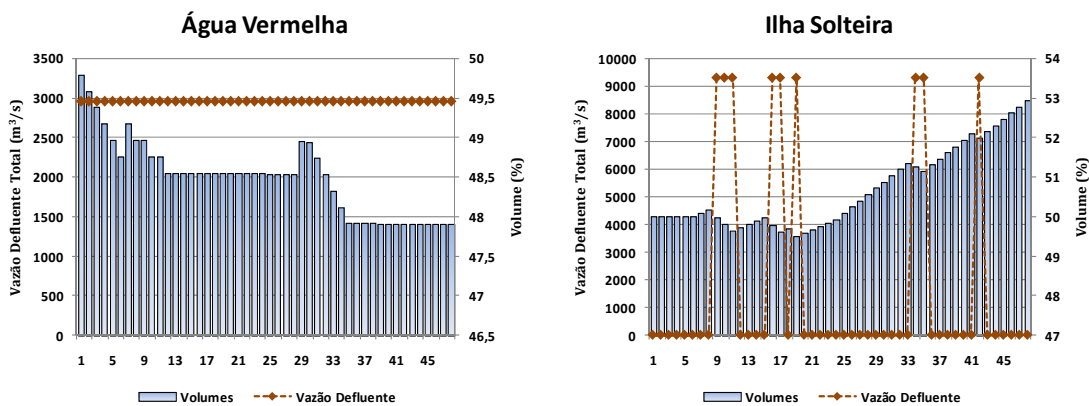


Figura 6.9 Vazão Defluente e Volume Útil dos Reservatórios.

Em função do acoplamento em cascata dos reservatórios, os volumes armazenados dependem da vazão defluente dos reservatórios imediatamente à montante. O tempo de viagem da água entre Água Vermelha e Ilha Solteira é de seis horas. Sendo assim, a partir do 7º estágio de tempo há um acréscimo do volume de Ilha Solteira.

Com relação às usinas termelétricas, vale ressaltar algumas diferenças entre os subproblemas de atendimento à demanda e os subproblemas de alocação de unidades termelétricas. Conforme visto no Capítulo 5, os subproblemas de atendimento à demanda não abrangem as restrições associadas às usinas termelétricas. Dentro do esquema de decomposição, tais restrições fazem parte dos subproblemas de alocação de unidades termelétricas. Desse modo, as soluções dos subproblemas de atendimento à demanda não atendem às restrições das usinas termelétricas. A Figura 6.10 mostra os valores dos multiplicadores de Lagrange de potência termelétricas, $\lambda_{pt_{it}}$, e das variáveis de potência termelétrica, pta_{it} , para as usinas de Angra I e Macaé, oriundos do subproblema de atendimento à demanda (D). Pela figura é possível observar que os valores de potência

são iguais a zero ou ao limite de potência máxima de cada usina e que, também, há várias partidas e desligamentos, principalmente na usina de Macaé.

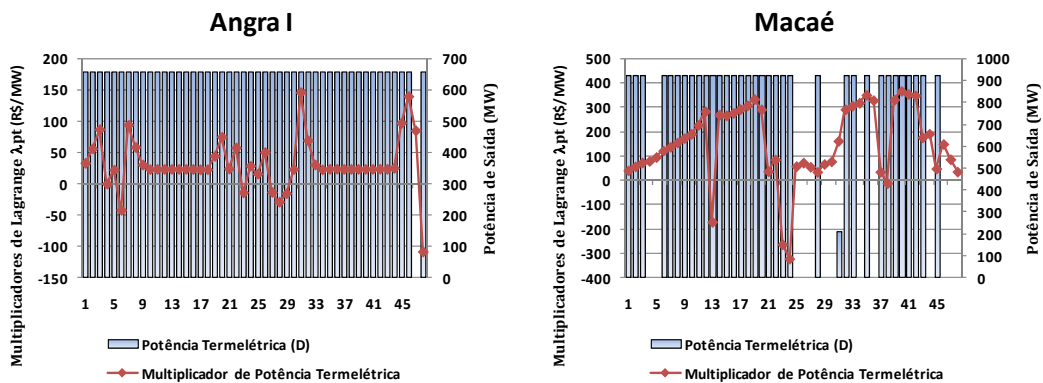


Figura 6.10 Multiplicadores de Lagrange de potência termelétrica, $\lambda_{pt_{it}}$, e valores de potência termelétrica, pt_{it} , do subproblema de atendimento à demanda (D)

Por outro lado, os resultados dos subproblemas de alocação de unidades termelétricas atendem às restrições desses geradores. A Figura 6.11 mostra os valores dos multiplicadores de Lagrange de potência termelétrica, $\lambda_{pt_{it}}$, e das variáveis de potência termelétrica pt_{it} , oriundos do subproblema de alocação de unidades termelétricas. Pela figura, é possível observar que os níveis de potência termelétrica dependem dos valores dos multiplicadores de Lagrange ao longo dos estágios de tempo. Entre os estágios 17 e 35 há um decréscimo significativo dos valores dos multiplicadores $\lambda_{pt_{it}}$, acarretando em diminuição das potências de saída de Angra I e Macaé. Nesse caso, as variações consecutivas dos níveis de potência atendem às restrições de rampa. Particularmente à Macaé, o tempo mínimo para nova partida é atendido.

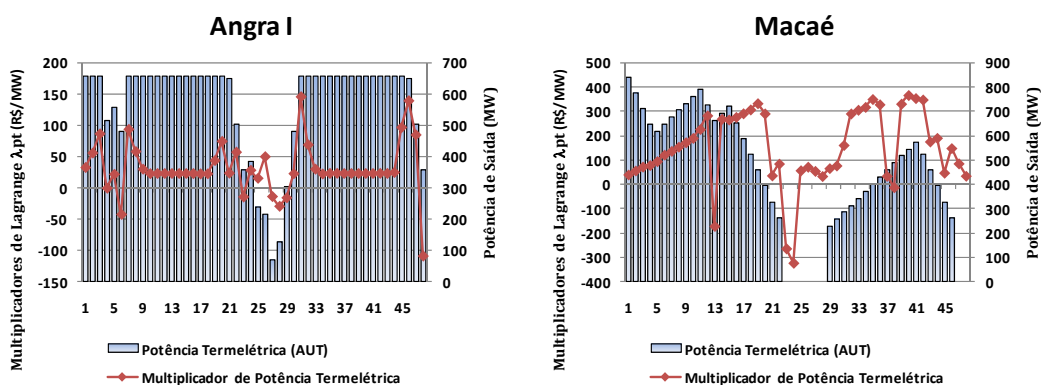


Figura 6.11 Multiplicadores de Lagrange de potência termelétrica, $\lambda_{pt_{it}}$, e valores de potência termelétrica, pt_{it} .

Os montantes totais de geração e demanda são mostrados na Figura 6.12. Nela, é possível observar que a demanda do sistema não é atendida. Há desvios expressivos nos balanços entre geração e demanda, alcançando o máximo de 5.395,33 MW no estágio 28.

Detalhadamente, a Figura 6.13 mostra os valores de demanda e de geração, pt_{it} e GH_{rt} , por subsistema. O subsistema Sul obteve uma geração média de 6.789,74 MWmed, Sudeste 13.013,78 MWmed, Norte 4.250,70 MWmed e Nordeste 1.498,49 MWmed. No subsistema Nordeste, a geração é inferior à demanda em todos os estágios de tempo.

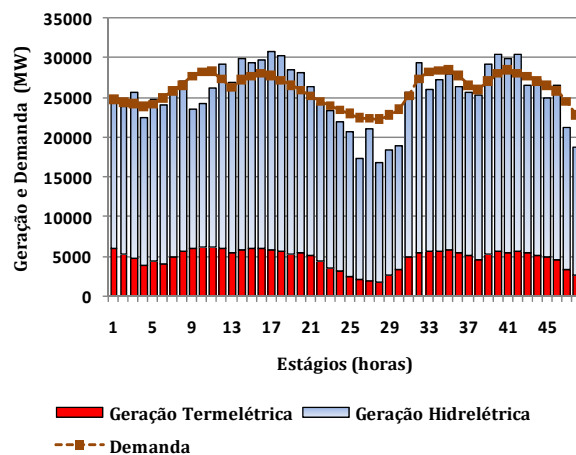


Figura 6.12 Geração e Demanda do Sistema – Etapa Relaxação Lagrangeana.

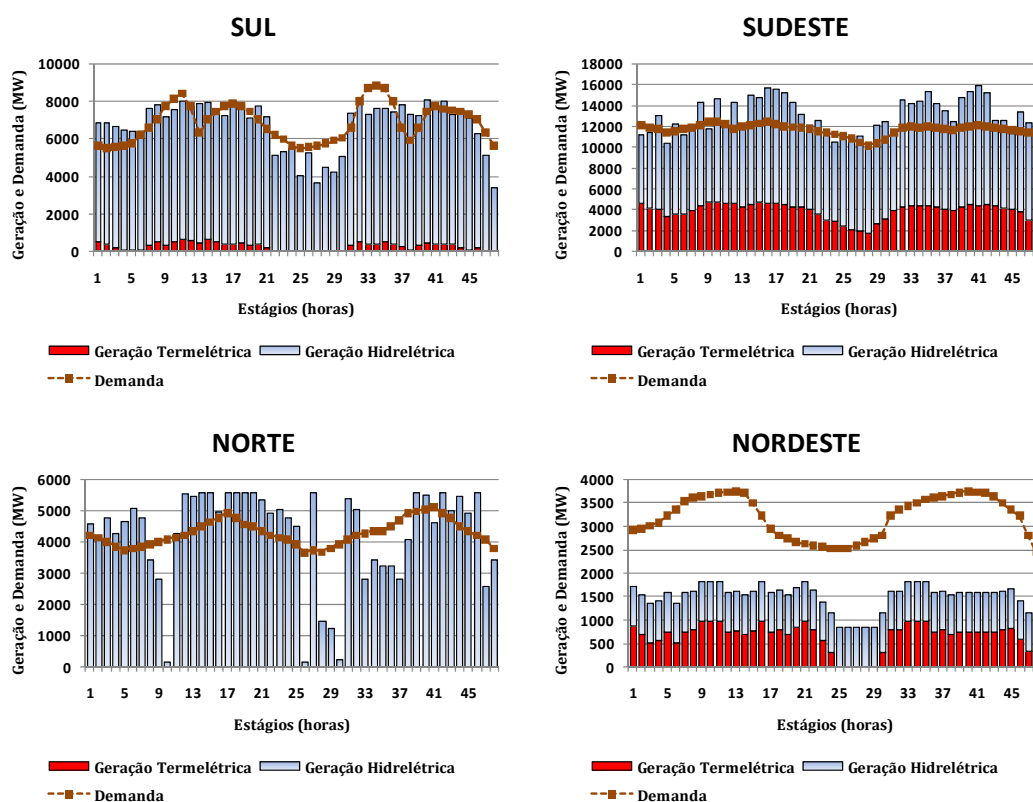


Figura 6.13 Demanda e Geração dos Subsistemas – Etapa Relaxação Lagrangeana.

Ainda no tocante à inviabilidade das restrições dualizadas no problema, os maiores desvios são relacionados às usinas de Tucuruí e Ilha Solteira, para as variáveis de natureza hidrelétrica, e Angra II e Macaé, para as variáveis de potência termelétrica. Nesse caso, a Figura 6.14 mostra que os maiores desvios das restrições de duplicação de

variáveis de potência hidrelétrica são 3.114,0 MW e 5.500,9 MW em Ilha Solteira e Tucuruí, respectivamente. Para as restrições de duplicação de variáveis de vazão turbinada, 9.078,9 m³/s e 12.480,0 m³/s respectivamente. Com relação à Angra II e Macaé, a Figura 6.14 mostra que os desvios das restrições que duplicam as variáveis de potência termelétrica são iguais a 1.350,0 MW e 923,0 MW, respectivamente.

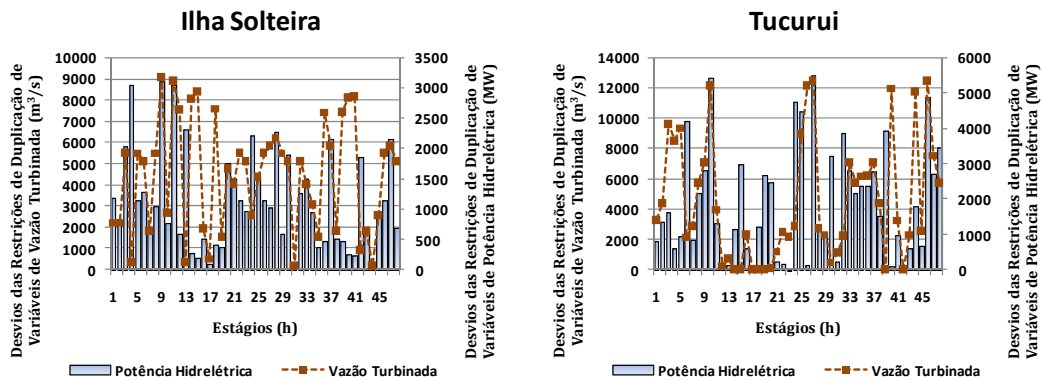


Figura 6.14 Desvios das Restrições de Duplicação de Variáveis de Potência Hidrelétrica e Vazão Turbinada – Etapa Relaxação Lagrangeana

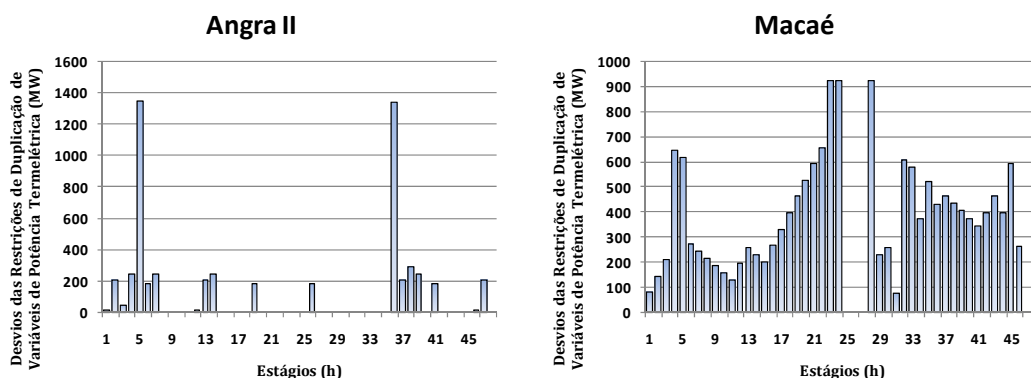


Figura 6.15 Desvios das Restrições de Duplicação de Variáveis de Potência Termelétrica.

De uma maneira geral, a norma Euclidiana dos desvios de todas as restrições de duplicação de variáveis é igual a 89.581,05. Particularmente, o valor da norma para os desvios das restrições de duplicação de variáveis de potência é igual a 24.168,24 MW, enquanto para as restrições de vazões a norma é igual a 86.259,24 m³/s.

A partir de agora é apresentada uma análise dos valores dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de atendimento à demanda de cada subsistema. Esses multiplicadores podem representar os custos marginais de operação por subsistema em cada estágio de tempo. Porém, cabe ressaltar, a solução dual é infactível. A solução obtida pelo problema de atendimento à demanda é inviável e não, necessariamente, representa o menor custo total de operação. De todo modo, torna-se interessante verificar esses multiplicadores como um valor preliminar do custo marginal de operação dos

subsistemas em cada estágio de tempo. Portanto, nesta secção refere-se a esses multiplicadores como custo marginal preliminar.

A Figura 6.16 mostra esses valores e, adicionalmente, os intercâmbios entre o Sudeste e Nordeste. O limite de intercâmbio entre os subsistemas é de 2.500,0 MW. Ao longo dos estágios, os valores dos intercâmbios não atingem esse máximo. Assim, os valores dos multiplicadores de Lagrange associados ao atendimento à demanda são os mesmos nos subsistemas Sudeste e Nordeste. Os custos marginais preliminares dos subsistemas Sudeste e Nordeste variam entre R\$ 32,27/MWh, 28º estágio, e R\$ 531,86/MWh, 17º estágio.

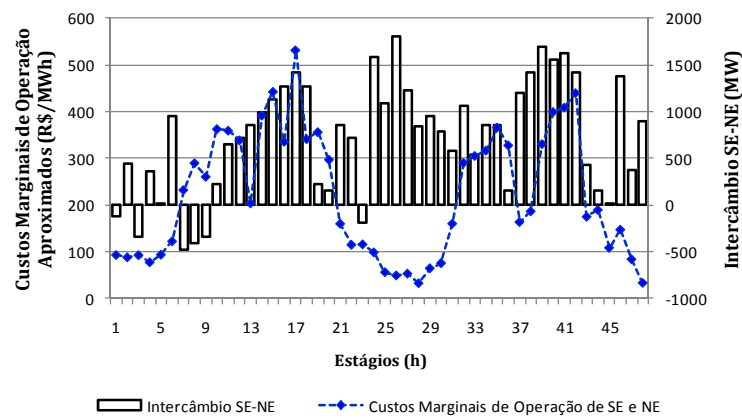


Figura 6.16 Valores dos Multiplicadores de Lagrange Associados às Restrições de Atendimento à Demanda dos Subsistemas Sudeste e Nordeste e Intercâmbios entre os Subsistemas.

No tocante ao subsistema Sul, os intercâmbios desse subsistema com o Sudeste atingem os limites de transmissão em alguns estágios de tempo. Nesses casos, os custos marginais do subsistema Sul diferem do Sudeste. A Figura 6.17 mostra a diferença entre os custos marginais dos subsistemas Sul e Sudeste e, adicionalmente, os valores de intercâmbios entre esses subsistemas.

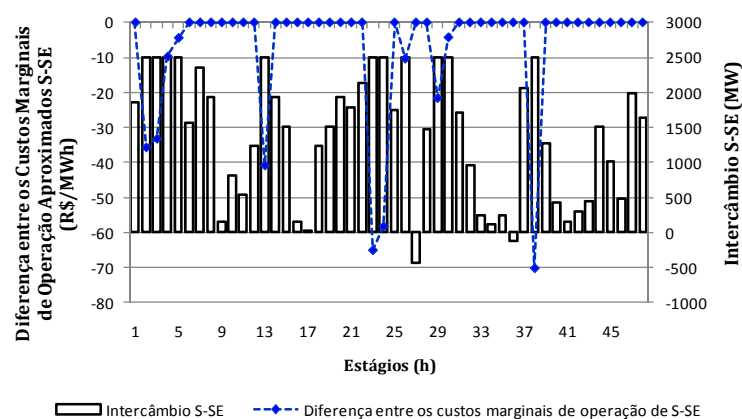


Figura 6.17 Diferença entre os Valores de Custos Marginais Aproximados dos Subsistemas Sul e Sudeste, e os Intercâmbios entre esses Subsistemas

Na maioria dos estágios, os intercâmbios são inferiores aos limites de transmissão de 2.500,0 MW. Nesses estágios, os custos marginais de operação do subsistema Sul são iguais aos do Sudeste. Por outro lado, naqueles estágios em que os intercâmbios são iguais ao limite de transmissão, os custos marginais aproximados do subsistema Sul são inferiores ao do Sudeste. Particularmente, no 38º estágio, o custo marginal do Sul é R\$ 70,15/MWh menor ao do Sudeste. Nesse estágio, o custo marginal de operação do subsistema Sul é igual a R\$ 116,39/MWh, o que corresponde ao multiplicador de potência $\lambda_{gh_{rt}}$ de Salto Osório enquanto, no Sudeste, o custo marginal de R\$ 186,54/MWh corresponde ao valor de $\lambda_{gh_{rt}}$ de Ilha Solteira.

6.4.3 Recuperação Primal

A recuperação primal tem por objetivo tornar viável a solução dual anterior. Dessa forma, esta seção iniciará mostrando a viabilidade da solução obtida e, posteriormente, a solução do problema da programação diária da operação eletroenergética.

Os montantes totais de geração e demanda são mostrados na Figura 6.18. Nela, é possível observar que a demanda do sistema é atendida. A Figura 6.19 mostra os valores de demanda e de geração, pta_{it} e GH_{rt} , por subsistema. O subsistema Sul tem uma geração média de 8.067,57 MWmed, Sudeste 13.141,30 MWmed, Norte 3.722,75 MWmed e Nordeste 1.641,69 MWmed. No subsistema Nordeste, a geração é inferior à demanda em todos os estágios de tempo.

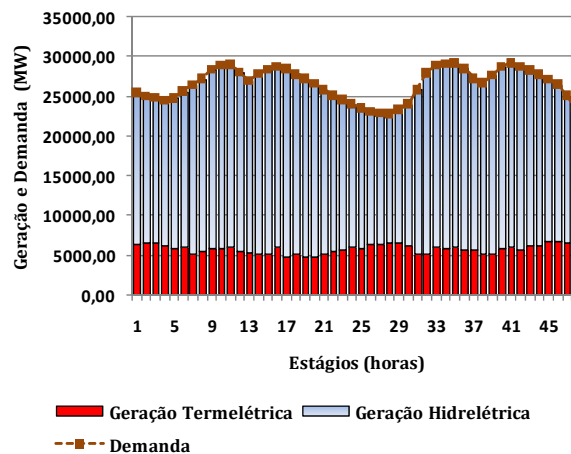


Figura 6.18 Geração e Demanda do Sistema – Etapa Lagrangeano Aumentado.

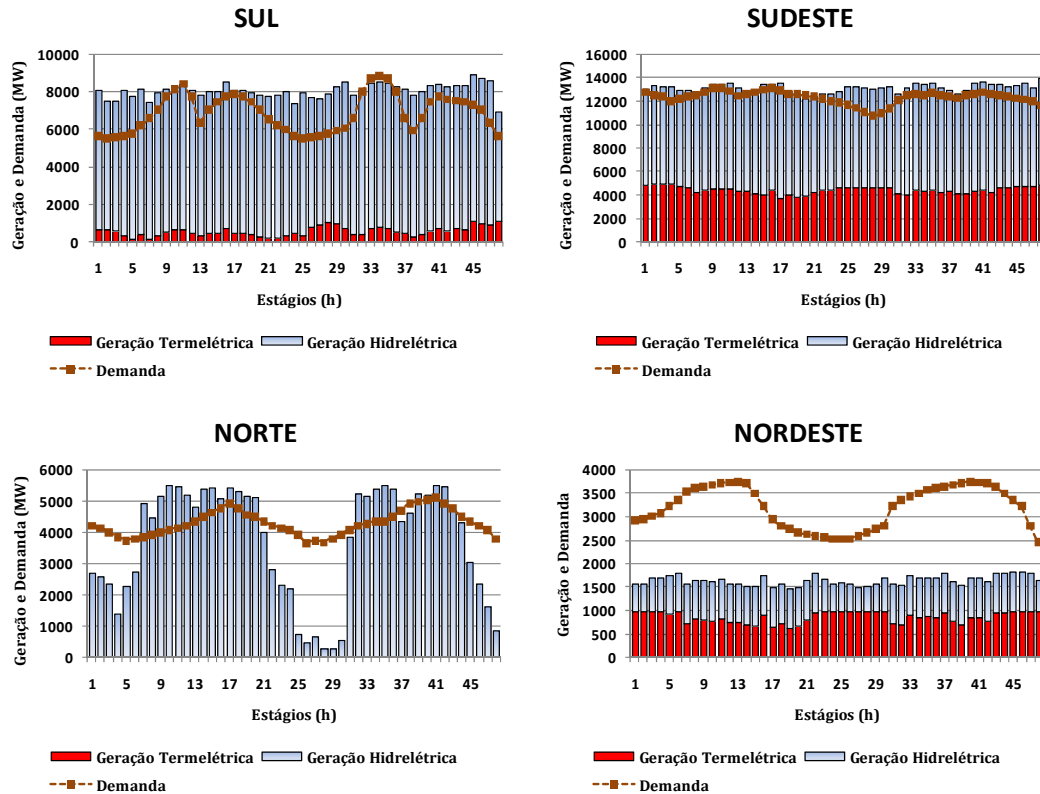


Figura 6.19 Demanda e Geração dos Subsistemas – Etapa Lagrangeano Aumentado.

Em comparação com os perfis de geração por subsistema da etapa Relaxação Lagrangeana, pela Figura 6.19 observa-se uma participação mais significativa da geração termelétrica, principalmente no subsistema Nordeste. Nesse caso, não há o desligamento das usinas termelétricas do Nordeste como houve na etapa Relaxação Lagrangeana. No tocante ao subsistema Norte, os níveis de geração de Tucuruí são significativamente maiores nos estágios de maiores valores da demanda do sistema.

Para analisar o atendimento às restrições dualizadas, a Figura 6.20 mostra os valores dos desvios das restrições de duplicação de variáveis de potência hidrelétrica e de vazão turbinada para as usinas de Água Vermelha e Ilha Solteira. Os maiores valores de desvios associados à Água Vermelha são 0,94 MW e 0,54 m³/s, nos 19^o e 17^o estágios respectivamente. Com relação à Ilha Solteira, os maiores desvios das restrições dualizadas são 0,93 MW e 0,20 m³/s, nos 30^o e 28^o estágios respectivamente.

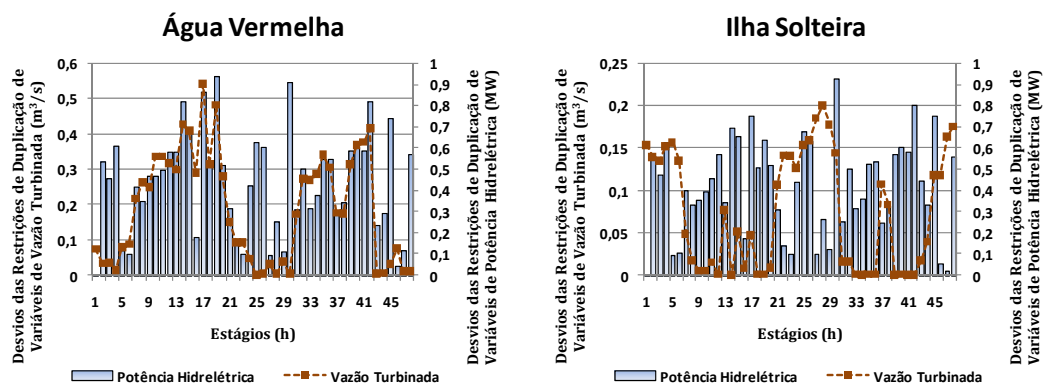


Figura 6.20 Desvios das Restrições de Duplicação de Variáveis de Potência Hidrelétrica e Vazão Turbinada – Etapa Lagrangeano Aumentado

A Figura 6.21 mostra os desvios das restrições dualizadas de potência termelétrica para as usinas de Angra I e Macaé. Os valores dos desvios têm máximos em 0,83 MW na usina de Angra I e 1,28 MW em Macaé.

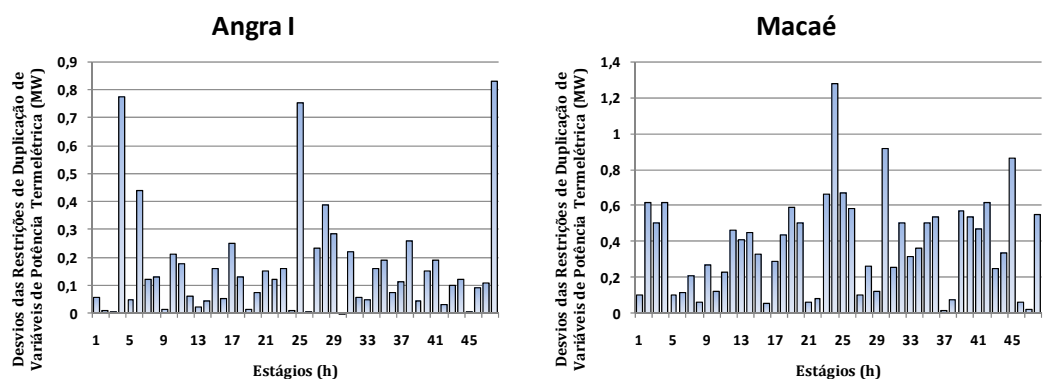


Figura 6.21 Desvios das Restrições de Duplicação de Variáveis de Potência Termelétrica – Etapa Lagrangeano Aumentado

O valor da norma Euclidiana dos desvios de todas as restrições de duplicação de variáveis é 16,03. Particularmente, para os desvios das restrições de potência a norma tem o valor de 14,34 MW, enquanto para as restrições de vazões a norma é igual a 7,16 m³/s.

A Figura 6.22 mostra os níveis de geração e os valores dos multiplicadores de Lagrange de potência e vazão turbinada das usinas de Água Vermelha, Ilha Solteira, Tucuruí e Sobradinho. Os níveis de potência de Água Vermelha têm um valor médio de 1.323,76 MW. No tocante à Ilha Solteira, na maioria dos estágios a potência de saída tem valor igual a 60,00 MW, o que equivale ao valor mínimo de potência de uma unidade geradora. Com relação aos multiplicadores de Lagrange, tanto para potência hidrelétrica quanto para vazão turbinada, os valores tendem a acompanhar as variações da demanda. Particularmente, entre os 20^o e 30^o estágios há um decréscimo significativo nos valores desses multiplicadores. Essa mesma análise se faz para as usinas de Tucuruí e

Sobradinho. Pode-se observar que os valores de potência dessas usinas são maiores nos estágios de maior demanda.

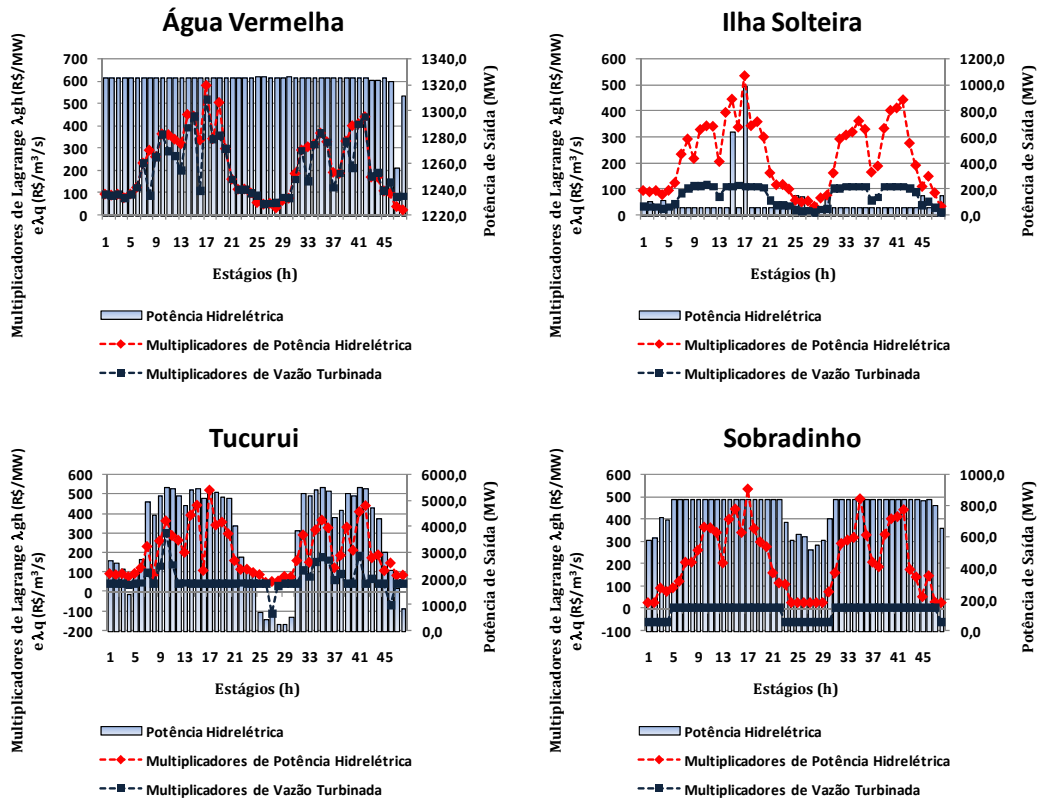


Figura 6.22 Valores de Potência, Σph_{rt} , e Multiplicadores de Lagrange de vazão turbinada, λq_{rt} , e de potência hidrelétrica, λgh_{rt} .

A partir de agora se faz uma análise da evolução dos níveis de volumes armazenados dos reservatórios de Água Vermelha, São Simão e Ilha Solteira. A Figura 6.23 mostra os valores de vazão defluente e de volume útil armazenado para esses reservatórios.

O reservatório de São Simão é localizado à jusante de Itumbiara. O tempo de viagem d'água entre eles é de 12 horas. Assim, o volume defluente de Itumbiara contribui para a elevação do volume armazenado de São Simão a partir do 13º estágio, como mostra a Figura 6.23. O mesmo raciocínio vale para Água Vermelha. Nesse caso, o reservatório imediatamente à montante é Marimbondo, com tempo de viagem d'água de 6 horas. Assim, a partir do 7º estágio, o volume defluente em Marimbondo contribui para uma diminuição menos acentuada do volume armazenado em Água Vermelha.

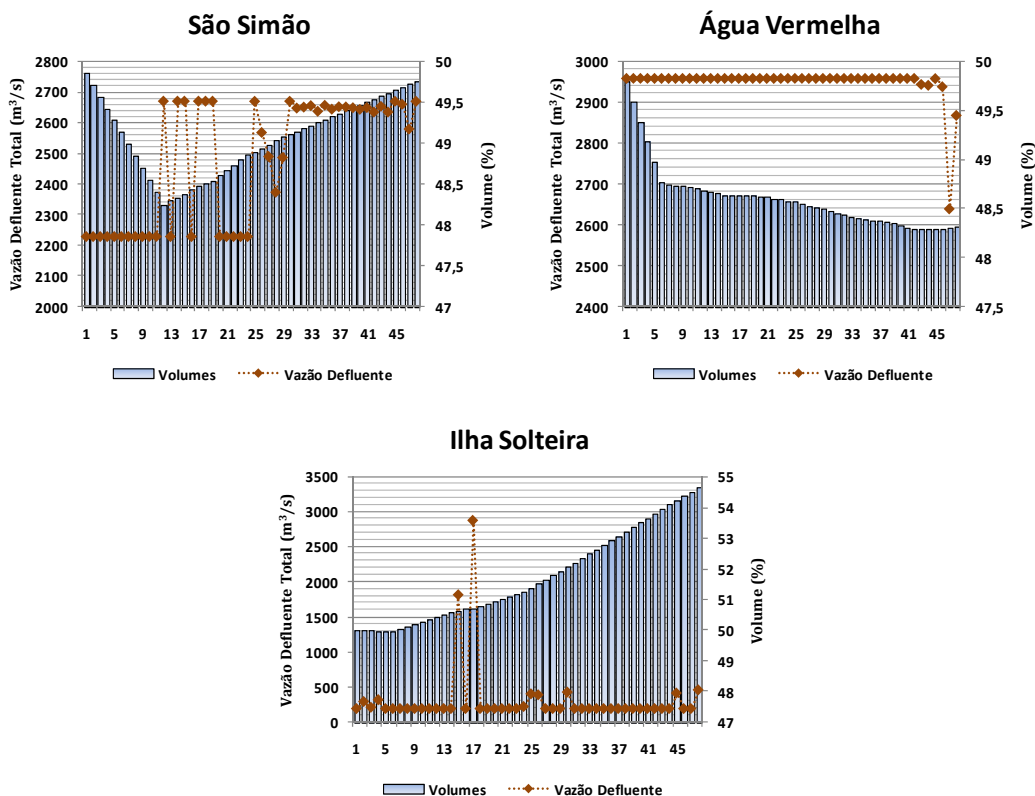


Figura 6.23 Vazão Defluente e Volume Útil Armazenado.

Os reservatórios de São Simão e Água Vermelha são imediatamente à montante de Ilha Solteira, com tempos de viagem d'água de 24 horas e 6 horas respectivamente. Assim, a partir do 7º estágio de tempo, o volume armazenado em Ilha Solteira é acrescido pelo volume defluente de Água Vermelha e, adicionalmente, a partir do 25º estágio pelo volume defluente em São Simão.

A Figura 6.24 mostra os valores de volume útil armazenado, vazão defluente, vazão turbinada e vazão vertida em Salto Osório. Esse reservatório é de pequena regularização, podendo haver grandes variações dos níveis de volume em poucos estágios de tempo. De acordo com a Figura 6.24, o volume útil armazenado de Salto Osório atinge o nível 100% nos 3º e 29º estágios. Isso ocorre em função do volume defluente de Salto Santiago, reservatório à montante de Salto Osório. Em função de o volume armazenado atingir o seu valor máximo operativo, há vazão vertida no reservatório de Salto Osório durante os primeiros 29 estágios de tempo.

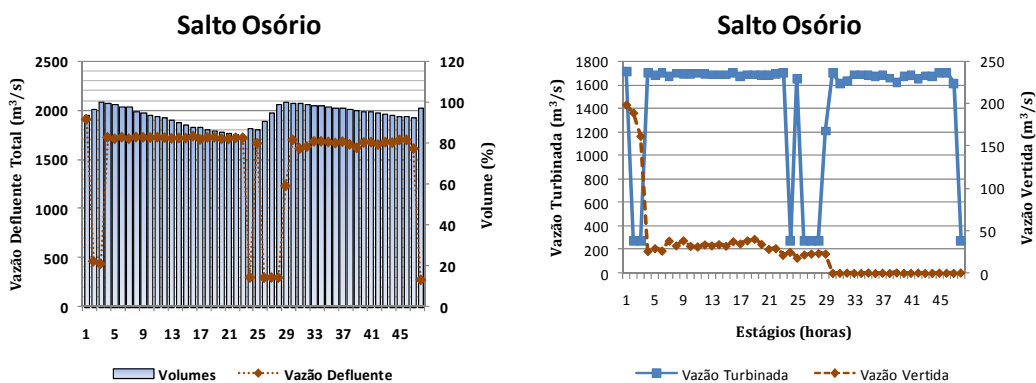


Figura 6.24 Valores de Volume Útil Armazenado, Vazão Defluente, Vazão Turbinada e Vazão Vertida.

No tocante à geração termelétrica, a Figura 6.25 mostra os níveis de potência, pt_{it} , e os multiplicadores de Lagrange de potência termelétrica, λpt_{it} , para as usinas de Angra I e Macaé. A usina nuclear de Angra I tem custos variáveis relativamente mais baixos que as demais usinas, como mostrou a Tabela 6.5. Nesse caso, Angra I tem níveis elevados de potência, variando entre 522,00 MW e 675,00 MW. Com relação à Macaé, vale ressaltar a diferença dos níveis de potência em relação à etapa Relaxação Lagrangeana. Na primeira etapa há um desligamento dessa usina entre os estágios 23 e 28, enquanto na Recuperação Primal a solução mostra a permanência da usina ligada em todos os estágios de tempo.

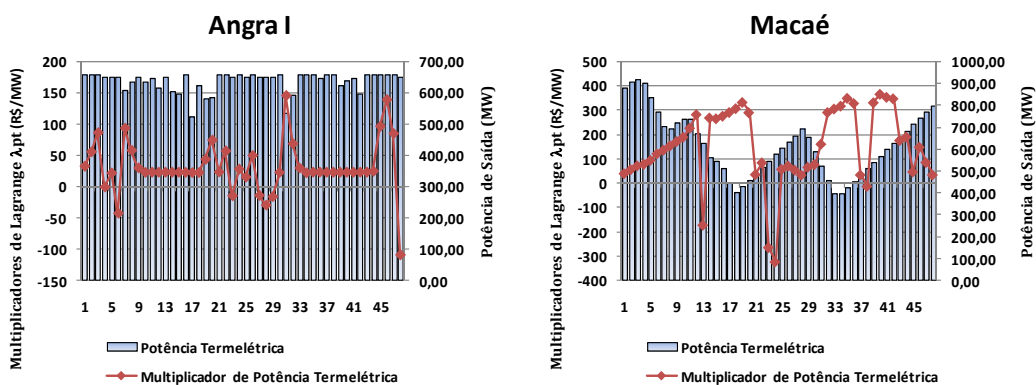


Figura 6.25 Valores de Potência de Saída e dos Multiplicadores de Lagrange para Potência Termelétrica – Etapa Lagrangeano Aumentado.

Na etapa de Recuperação Primal a solução obtida é viável. Assim, os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de atendimento à demanda são considerados como custos marginais de operação³.

³ Cabe ressaltar que sendo oriundos do Lagrangeano Aumentado, os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de atendimento à demanda representam o custo marginal pelo aumento do uso do recurso de geração mais a penalidade quadrática pelos desvios das restrições. Portanto, esses multiplicadores podem estar “poluídos” pelo parâmetro de penalidade quadrática μ .

A Figura 6.26 mostra os custos marginais de operação para o subsistema Sudeste em cada estágio de tempo. Esses valores variam entre R\$ 2,41/MWh, 21º estágio, e R\$ 534,35/MWh, 30º estágio. Esses valores são os mesmos para os subsistemas Norte e Nordeste, uma vez que os valores de intercâmbios são todos abaixo dos limites máximos.

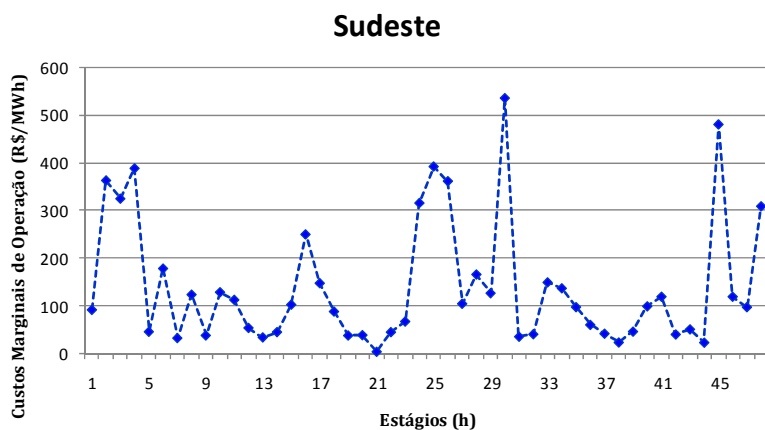


Figura 6.26 Custos Marginais de Operação para o Subsistema Sudeste.

Cabe ressaltar que na recuperação primal o subproblema de atendimento à demanda é quadrático, cuja função objetivo não mais é composta somente por custos lineares. Nesse caso, os custos marginais de operação não são iguais aos multiplicadores de Lagrange de potência, $\lambda_{gh_{rt}}$ ou $\lambda_{pt_{it}}$, da usina “mais cara” despachada.

No tocante ao subsistema Sul, os custos marginais de operação diferem daqueles dos demais subsistemas apenas em três estágios. A Figura 6.27 mostra os valores da diferença entre os custos marginais dos subsistemas Sul e Sudeste, além dos intercâmbios entre esses subsistemas. Nos estágios 1, 4 e 25 os intercâmbios são iguais ao limite máximo da linha de transmissão e os custos marginais de operação do Sul são menores que os do Sudeste, em R\$ 51,83/MWh, R\$ 268,07/MWh e R\$ 356,56/MWh, respectivamente.

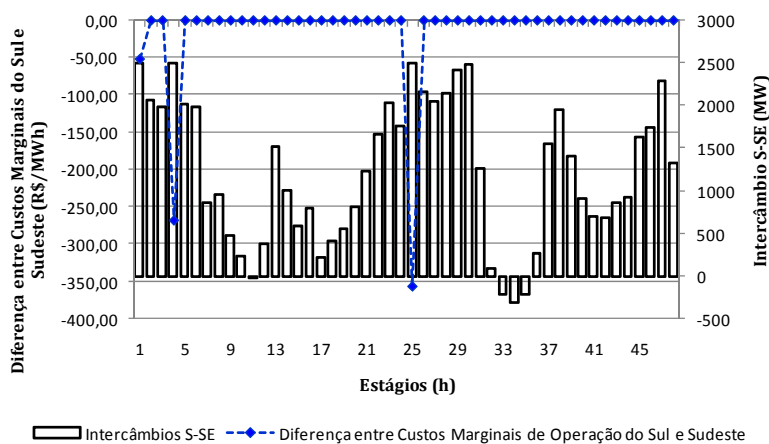


Figura 6.27 Diferenças dos Valores de Custo Marginal entre os Subsistemas Sul e Sudeste e Intercâmbios

Outro aspecto importante são as alterações nos valores dos multiplicadores de Lagrange, associados às restrições de duplicação de variáveis, da etapa Relaxação Lagrangeana para a etapa Lagrangeano Aumentado. A Figura 6.28 mostra essas diferenças para os multiplicadores de Lagrange de potência hidrelétrica das usinas de Água Vermelha, Ilha Solteira, Tucuruí e Sobradinho. O intuito é mostrar que as variações são relativamente pequenas. Para essas quatro usinas, a variação máxima é de R\$ -0,56/MW em Ilha Solteira, 17^o estágio.

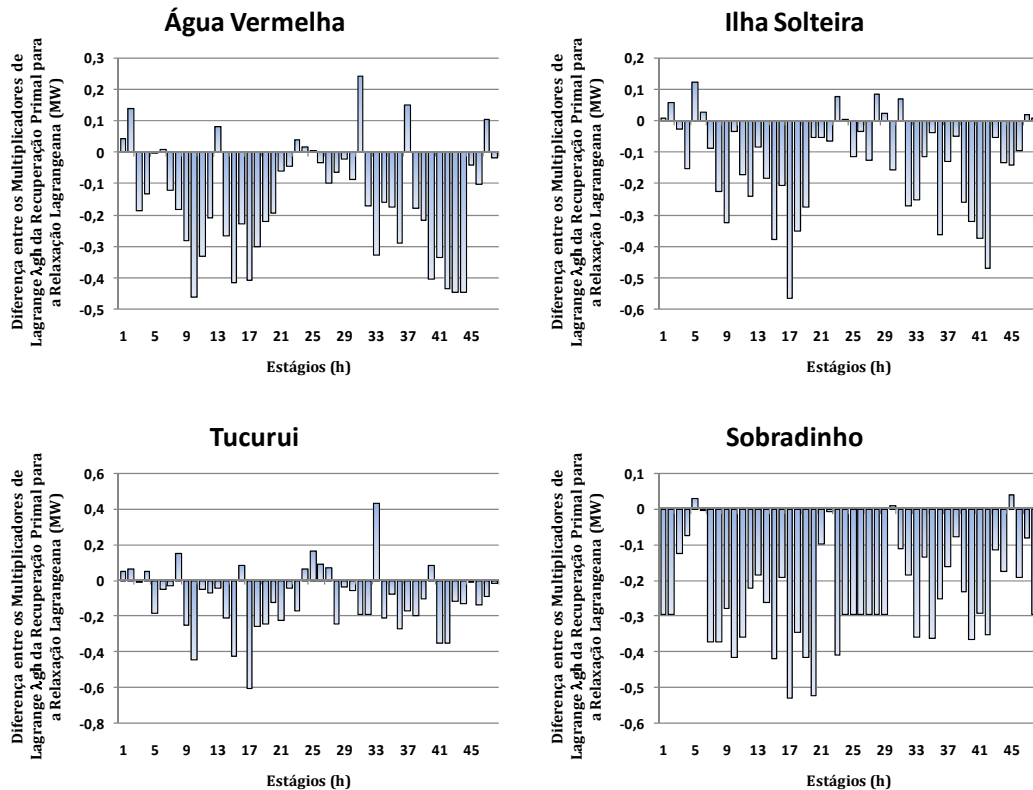


Figura 6.28 Diferença entre os Valores de Multiplicadores de Lagrange de Potência Hidrelétrica da etapa Lagrangeano Aumentado para a etapa Relaxação Lagrangeana.

6.4.4 Análises de Sensibilidade

Com o intuito de verificar algumas variações do problema resolvido neste trabalho, as próximas seções abordam uma avaliação do algoritmo proposto para alguns casos peculiares. Primeiramente, são apresentados alguns resultados alterando-se o critério de convergência. Posteriormente, algumas análises tocantes ao custo futuro de operação e zonas permitidas de geração das unidades geradoras.

6.4.4.1 Critérios de Convergência

Para a solução obtida na recuperação primal anterior foi utilizado como critério de convergência o limite máximo de desvios das restrições de duplicações de variáveis igual

a 1 % dos valores máximos de cada variável. No intuito de comparar os esforços computacionais, a Tabela 7.9 mostra os valores de tempos de processamento da etapa de recuperação primal também para outros critérios de convergência: 2%, 5% e 10 % dos valores máximos das variáveis.

Tabela 6.9 Tempos Computacionais da Etapa de Recuperação Primal com Critérios de Convergência de 1%, 2%, 5% e 10%

	ITERAÇÕES	TEMPOS COMPUTACIONAIS					TOTAL
		Alocação de Unidades Hidrelétricas	Alocação de Unidades Termelétricas	Atendimento à Demanda	Hidráulico	Atualização dos Multiplicadores de Lagrange	
1%	1265	04:50:59 (73,3%)	01:32:00 (23,2%)	00:10:12 (2,7%)	00:00:44 (0,8%)	00:00:01 (<0,01%)	06:36:48
2%	383	01:24:34 (71,9%)	00:28:37 (24,4%)	00:03:28 (2,9%)	00:00:56 (0,8%)	00:00:01 (<0,01%)	01:57:36
5%	219	00:43:52 (71,3%)	00:15:15 (24,8%)	00:02:00 (3,2%)	00:00:25 (0,7%)	00:00:01 (<0,01%)	01:01:33
10%	171	00:33:09 (70,6%)	00:11:52 (25,3%)	00:01:30 (3,2%)	00:00:26 (0,9%)	00:00:01 (<0,01%)	00:46:58

A Tabela 6.10 mostra os valores de função dual e de função primal para cada um dos critérios de convergência. Nesse caso, para a função dual, são subtraídos os termos de penalidade quadrática. Para ilustrar o comparativo, a Tabela 6.10 mostra também os valores de custo futuro e custo imediato de operação.

Tabela 6.10 Valores da Função Dual, Função Primal e Custo Futuro de Operação para os Três Critérios de Convergência

	CRITÉRIOS DE CONVERGÊNCIA			
	1%	2%	5%	10%
FUNÇÃO DUAL	R\$ 1.181.899.488,00	R\$ 1.182.134.879,00	R\$ 1.181.960.726,00	R\$ 1.181.700.412,00
FUNÇÃO PRIMAL	R\$ 1.181.977.864,00	R\$ 1.182.210.826,00	R\$ 1.182.187.342,00	R\$ 1.182.115.487,00
CUSTO FUTURO	R\$ 1.162.202.983,11	R\$ 1.162.435.945,23	R\$ 1.162.417.915,62	R\$ 1.162.337.937,15
CUSTO IMEDIATO	R\$ 19.774.880,89	R\$ 19.774.880,77	R\$ 19.769.426,38	R\$ 19.777.549,85

Na Tabela 6.10, os valores de custo imediato são obtidos subtraindo os valores de custo futuro dos valores da função primal. Em comparação com os resultados obtidos com critério de convergência de 1%, ao se utilizar os demais critérios de convergência os

custos imediato e futuro de operação não tiveram alterações significativas; menores que 0,05%. Em todos os casos, os valores de custo futuro de operação correspondem a, aproximadamente, 98,0% dos valores de função primal.

No tocante à viabilidade da solução para os diferentes critérios de convergência, a Tabela 6.11 mostra os valores dos maiores desvios das restrições relaxadas e os valores da norma Euclidiana do subgradiente da função dual para cada critério de convergência.

Tabela 6.11 Valores dos Maiores Desvios das Restrições Relaxadas e de Norma Euclidiana do Subgradiente

	CRITÉRIOS DE CONVERGÊNCIA			
	1%	2%	5%	10%
MAIOR DESVIO	1,39 MW (SÃO SIMÃO)	6,17 MW (TUCURUI)	34,05 MW (TUCURUI)	81,57 MW (FOZ DE AREIA)
NORMA EUCLIDIANA	16,03	40,84	155,61	332,11

De acordo com a Tabela 6.11, os maiores valores de desvios das restrições relaxadas são para usinas hidrelétricas. Por sua vez, a norma Euclidiana tem valores maiores quanto menos rígido for o critério de convergência.

6.4.4.2 Custo Futuro de Operação

Para as etapas Relaxação Lagrangeana e Recuperação Primal resolvidas anteriormente, foram utilizados os coeficientes para a função de custo futuro mostrados pela Tabela 6.7. Em função dos valores $C^{(p)}$ das aproximações lineares, o resultado do problema da programação diária da operação eletroenergética pode utilizar um maior ou menor volume armazenado nos reservatórios.

No intuito de verificar os níveis de geração hidrelétrica, nesta análise foram alterados os valores de $C^{(p)}$ da Tabela 6.7 em +10% e -10%. Assim, a Tabela 6.12 mostra os valores de função dual, função primal, custo futuro e custo imediato de operação para esses novos casos. Para os valores de função dual mostrados nessa tabela são subtraídos os termos quadráticos de penalidade. Em todos os casos, foi utilizado o critério de convergência de 2% dos valores máximos das variáveis.

Tabela 6.12 Valores de Função Dual, Função Primal, Custo Futuro e Custo Imediato de Operação para C^p em +10% e -10%.

	REDUÇÃO DOS VALORES DE C^p	
	+10%	-10%
FUNÇÃO DUAL	R\$ 1.495.567.939,00	R\$ 870.941.392,00
FUNÇÃO PRIMAL	R\$ 1.495.694.003,00	R\$ 871.041.008,00
CUSTO FUTURO	R\$ 1.475.745.830,04	R\$ 851.285.507,43
CUSTO IMEDIATO	R\$ 19.948.172,96	R\$ 19.755.500,57

Em comparação com a Tabela 6.10 (critério 2%), os valores apresentados pela Tabela 6.12 mostram que as reduções em C^p diminuem o custo futuro de operação. Ainda, ao reduzir em 10% os valores de C^p , o custo imediato de operação diminui em R\$ 19.380,20. Por sua vez, ao incrementar os valores de C^p em 10%, o custo imediato de operação aumentou em R\$ 173.292,19.

No tocante ao uso dos reservatórios do sistema, a Figura 6.29 mostra as diferenças dos níveis de volumes armazenados no último estágio de tempo quando são alterados os valores de C^p para os reservatórios em cascata de Furnas, Marimbondo, Água Vermelha e Ilha Solteira. Essa figura mostra que, ao elevar em 10% os valores de C^p , os volumes armazenados de Furnas e Água Vermelha aumentam, enquanto os volumes de Marimbondo e Ilha Solteira diminuem. O oposto ocorre quando se diminuem os valores de C^p em 10%. Isso significa que, alterando os valores de C^p , há uma realocação dos volumes armazenados. Esse mecanismo depende dos valores dos coeficientes da função de custo futuro, π^j . Quanto maior for o valor desse coeficiente, maior também será o benefício do volume armazenado de um determinado reservatório na função de custo futuro. Assim, particularmente, ao se elevar em 10% os valores de C^p , tem-se um menor custo futuro de operação armazenado mais volume d'água nos reservatórios de Furnas e Água Vermelha do que em Marimbondo e Ilha Solteira.

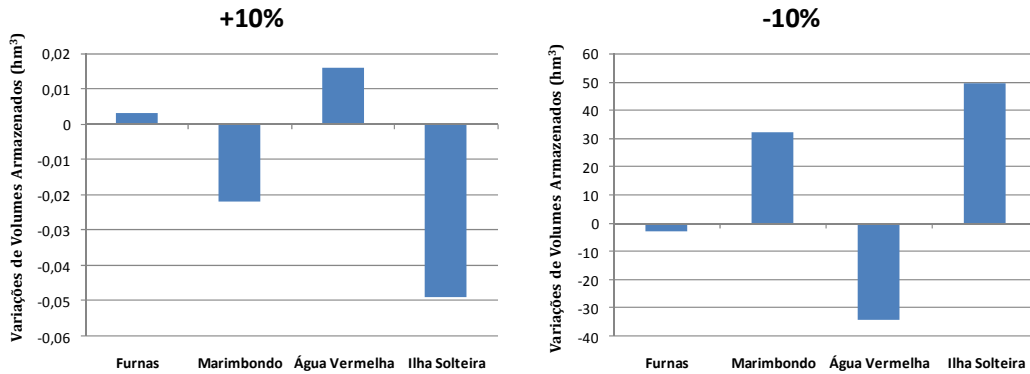


Figura 6.29 Valores de Volumes Armazenados no Último Estágio de Tempo para uma Variação de 10% em C^p .

6.4.4.3 Zonas Permitidas de Geração

A modelagem das unidades hidrelétricas utilizada neste trabalho considera a existência de zonas permitidas de geração. Isso significa que há faixas específicas de potência nas quais as unidades podem operar. Por conseqüência, também há faixas de potência proibidas de geração.

Matematicamente, a definição em que zona permitida uma unidade geradora irá operar é dada por meio de variáveis inteiras, Z_{jrt} . Para analisar o espaço de estados das unidades hidrelétricas em função dessas variáveis inteiras, é utilizada neste trabalho uma enumeração exaustiva das possíveis combinações de operação em cada usina hidrelétrica e estágio de tempo.

Nesta seção, as análises de sensibilidade têm dois objetivos. O primeiro visa avaliar o esforço computacional quando são eliminadas as variáveis inteiras Z_{jrt} na etapa Relaxação Lagrangeana. Assim, para cada unidade geradora há somente uma faixa de potência operação, entre zero e o respectivo limite máximo operativo. Essa simplificação é realizada na etapa Relaxação Lagrangeana, enquanto na etapa Lagrangeano Aumentado mantêm-se as zonas permitidas de geração.

O segundo objetivo consiste em avaliar a qualidade da solução quando as variáveis inteiras Z_{jrt} são eliminadas tanto na etapa Relaxação Lagrangeana quanto na etapa Lagrangeano Aumentado. O intuito é demonstrar a importância de se modelar essas variáveis inteiras, verificando se há como resultados valores de potência de saída em zonas proibidas de geração.

Para o primeiro objetivo, eliminando as variáveis Z_{jrt} somente na etapa Relaxação Lagrangeana, a Tabela 6.13 mostra os valores de esforço computacional. Nesse caso, para

e etapa Lagrangeano Aumentado foi utilizado o critério de convergência de 2% de tolerância dos desvios das restrições, relativos aos respectivos valores máximos de cada variável.

A Tabela 6.13 mostra uma significativa redução no esforço computacional aplicado aos subproblemas de alocação de unidades hidrelétricas. Em 210 iterações na etapa Relaxação Lagrangeana, esses subproblemas demandaram menos de 10 minutos de processamento. Contudo, no caso mostrado pela Tabela 6.8, em que são consideradas as zonas proibidas de geração, o esforço computacional nessa mesma etapa demandou 370 iterações e 01h25m26s de tempo de processamento. Na etapa Lagrangeano Aumentado, o tempo de processamento é de 02h20m27s e a função primal tem o valor de R\$ 1.183.231.820,00. Esse número é 0,09% maior que o valor da função primal apresentado pela Tabela 6.10, para o critério de convergência de 2%.

Tabela 6.13 Esforços Computacionais

	ITERAÇÕES	TEMPOS COMPUTACIONAIS					TOTAL
		Alocação de Unidades Hidrelétricas	Alocação de Unidades Termelétricas	Atendimento à Demanda	Hidráulico	Atualização dos Multiplicadores de Lagrange	
DUAL	210	00:09:38 (33,4%)	00:15:21 (53,1%)	00:02:57 (10,2%)	00:00:56 (3,3%)	00:00:1 (<0,01%)	00:28:53
RECUPERAÇÃO PRIMAL	470	01:39:20 (70,7%)	00:37:09 (26,5%)	00:02:52 (2,0%)	00:01:05 (0,8%)	00:00:01 (<0,01%)	02:20:27

Por sua vez, ao se eliminarem as variáveis Z_{jrt} em ambas as etapas do algoritmo, também há uma redução no esforço computacional na etapa Lagrangeano Aumentado, convergindo em 364 iterações e 01h11m46s de tempo de processamento. No entanto, em função da ausência das variáveis Z_{jrt} , a solução tem valores de potência de algumas unidades geradoras hidrelétricas em zonas proibidas de geração. A Figura 6.30 mostra os valores de potência de saída de uma unidade geradora das usinas de Furnas e Ilha Solteira, e os respectivos níveis mínimos de geração. Note-se que, na ausência das variáveis Z_{jrt} na etapa Lagrangeano Aumentado, as potências de saída são inferiores aos respectivos limites mínimos na maioria dos estágios de tempo, ou seja, operação em zonas proibidas de geração.

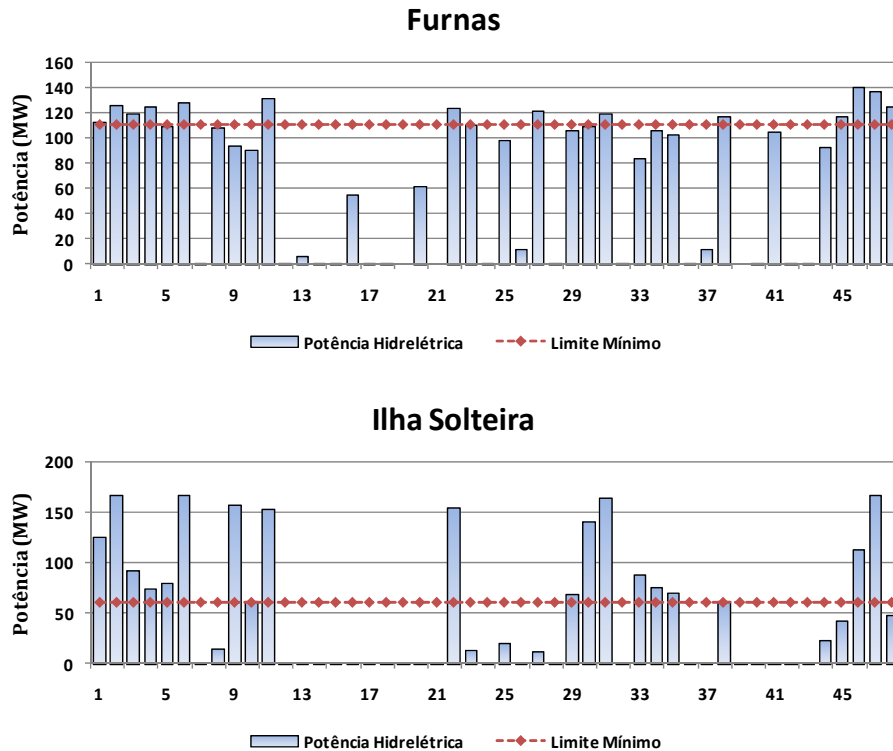


Figura 6.30 Potência de Saída de Unidades de Furnas e Ilha Solteira

Assim sendo, ao se eliminar as variáveis inteiras Z_{jrt} somente na etapa Relaxação Lagrangeana há uma significativa redução no esforço computacional e a solução encontrada pela etapa Lagrangeano Aumentado tem valores de potência somente em zonas permitidas de geração. Por outro lado, se as simplificações de Z_{jrt} também se estenderem à etapa Lagrangeano Aumentado, a solução encontrada não é factível, o que demonstra a importância da modelagem dessas variáveis.

6.4.4.4 Solução Convexificada

A solução encontrada na etapa Relaxação Lagrangeana é inviável, o que justifica uma recuperação primal. Por sua vez, a etapa Lagrangeano Aumentado apresentou esforços computacionais bastante superiores aos da etapa Relaxação Lagrangeana, como mostraram as Tabelas 6.8 e 6.9.

Uma alternativa para diminuir o esforço computacional na etapa Lagrangeano Aumentado é utilizar como ponto inicial desta etapa uma solução primal de melhor qualidade em relação àquela obtida na última iteração da etapa Relaxação Lagrangeana.

No método de Feixes, a cada iteração do algoritmo é inserida uma nova restrição ao problema, construindo uma função dual aproximada. Em cada iteração, há uma solução primal associada à nova restrição do modelo da função dual. Dubost *et al* (2003)

mostra que, utilizando a teoria da dualidade convexa, é possível obter uma solução primal de melhor qualidade, isto é, com um menor grau de inviabilidade, ao se realizar uma convexificação do problema primal (DINIZ, 2007).

Para tanto, é necessário acumular as soluções primais de cada iteração da etapa Relaxação Lagrangeana. Ao final do processo iterativo, verificam-se quais restrições construídas pelo método de Feixes no modelo da função dual estão ativas e as respectivas soluções primais. Assim, pode-se calcular um ponto convexificado na seguinte forma:

$$\hat{x}^{(k)} = \sum_{i \in A^{(k)}} k_i^{(k)} x(\lambda^{(i)}) \quad (6.2)$$

sendo $k_i^{(k)}$ o conjunto de multiplicadores associados às restrições ativas $A^{(k)}$, $x(\lambda^{(i)})$ as soluções primais associadas a cada restrição ativa, e $\hat{x}^{(k)}$ é o ponto convexificado.

Para comparar o ponto convexificado, ou Solução Convexificada, com a solução primal obtida na última iteração na etapa Relaxação Lagrangeana, ou Solução Simples, a Figura 6.31 mostra os somatórios de geração e os níveis de demanda para cada estágio de tempo. Note-se que as diferenças entre esses somatórios e os valores de demanda em cada estágio são menores na solução convexificada.

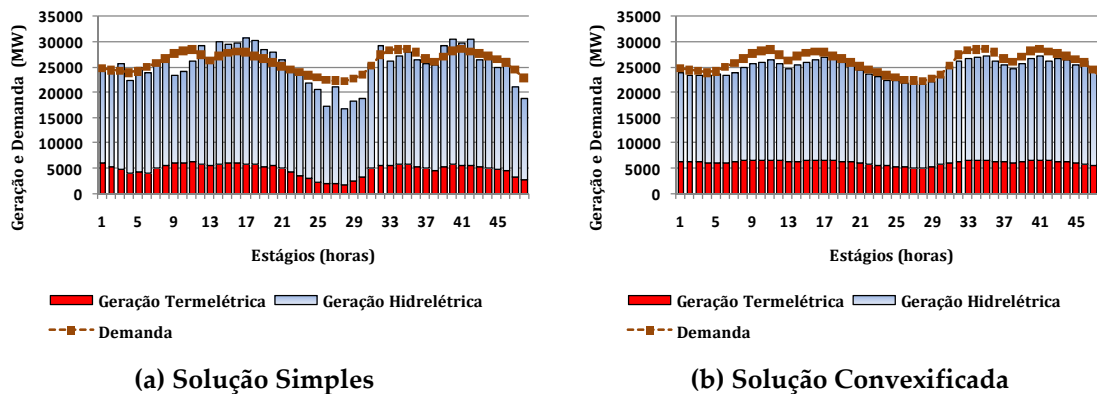
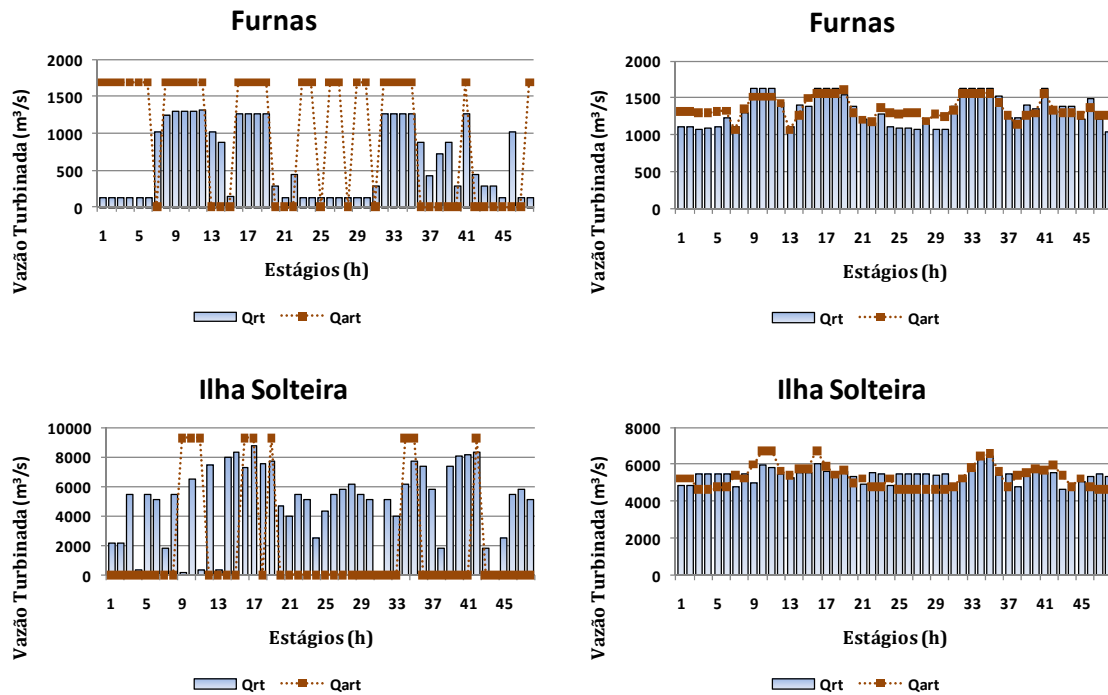


Figura 6.31 Geração e Demanda do Sistema: (a) Solução Simples, (b) Solução Convexificada.

No tocante às vazões turbinadas, a Figura 6.32 mostra os valores de Q_{rt} e $Q_{a_{rt}}$ das usinas de Furnas e Ilha Solteira para a solução simples e a solução convexificada. Pela figura, observa-se que na solução convexificada as diferenças entre os valores das variáveis Q_{rt} e $Q_{a_{rt}}$ são menores e também não há o efeito *bang-bang* nos valores de $Q_{a_{rt}}$.



(a) Solução Simples

(b) Solução Convexificada

Figura 6.32 Vazões Turbinadas dos Subproblemas Hidráulico, Q_{art} , e de Alocação de Unidades Hidrelétricas, Q_{rt} : (a) Solução Simples, (b) Solução Convexificada.

No intuito de ilustrar os desvios das restrições dualizadas entre a solução simples e a solução convexificada, a Figura 6.33 apresenta os valores dos desvios das restrições de duplicação de variáveis de vazão turbinada e potência de saída de Furnas e Ilha Solteira. Pela figura pode-se observar que, na solução simples, os maiores valores de desvios para vazão turbinada são $1.548,00 \text{ m}^3/\text{s}$ e $9.078,90 \text{ m}^3/\text{s}$, para Furnas e Ilha Solteira respectivamente. A solução convexificada apresenta valores máximos de desvios dessas restrições significativamente menores, $209,43 \text{ m}^3/\text{s}$ e $996,38 \text{ m}^3/\text{s}$, respectivamente. O mesmo ocorre para os desvios das restrições de potência hidrelétrica. Enquanto na solução simples os valores máximos dos desvios são $1.086,00 \text{ MW}$, para Furnas, e $3.114,00 \text{ MW}$, para Ilha Solteira, na solução convexificada os valores são $194,25 \text{ MW}$ e $1.368,91 \text{ MW}$ respectivamente.

Dois aspectos são importantes para se explicar os valores de desvios das restrições significativamente menores na solução convexificada, mostrados pela Figura 6.33. A ausência do efeito *bang-bang* nas variáveis oriundas dos subproblemas lineares, conforme observado na Figura 6.32, permite que Q_{art} e GH_{rt} tenham valores entre os seus máximos e mínimos. Adicionalmente, na solução convexificada as variáveis Q_{rt} e ph_{jrt} , oriundas de subproblemas não-lineares, têm valores superiores aos encontrados na solução simples.

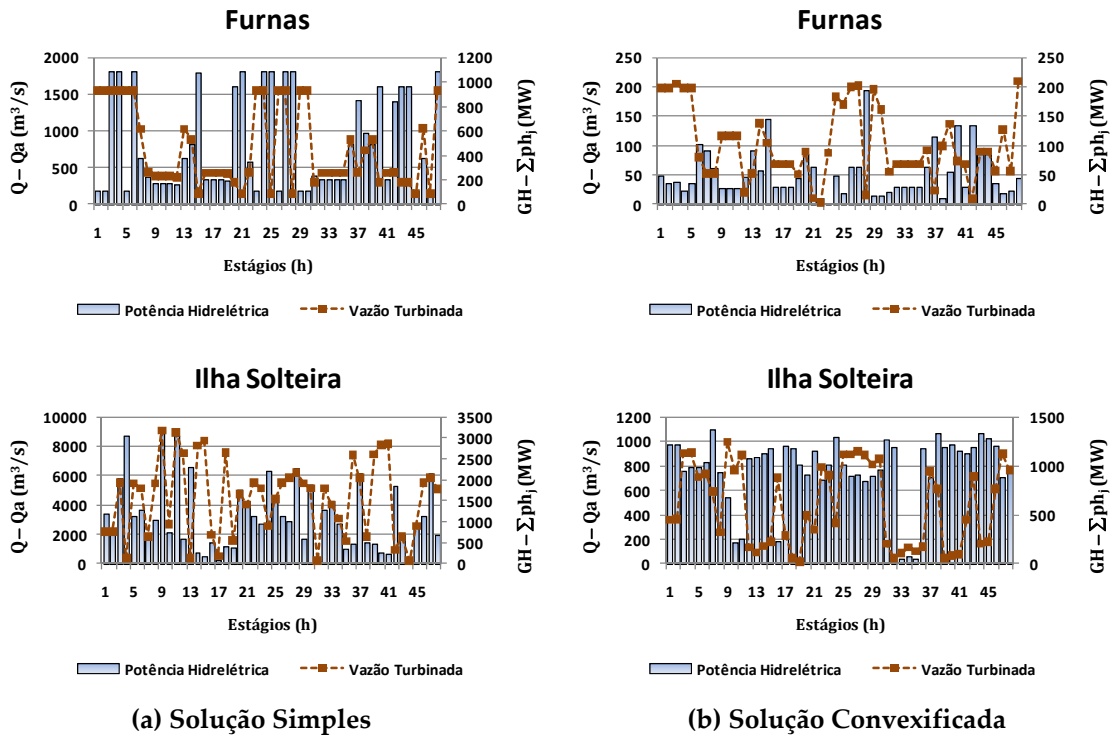


Figura 6.33 Desvios das Restrições de Duplicação de Variáveis de Potência Hidrelétrica e Vazão Turbinada: (a) Solução Simples, (b) Solução Convexificada

Com relação às usinas termelétricas, na solução convexificada também há a redução dos desvios das restrições dualizadas. A Figura 6.34 mostra que, para a usina Jorge Lacerda A, o maior desvio da restrição de duplicação de potência termelétrica na solução simples é de 132,00 MW. Por sua vez, na solução convexificada esses desvios diminuem substancialmente, tendo como máximo o valor de 68,57 MW.

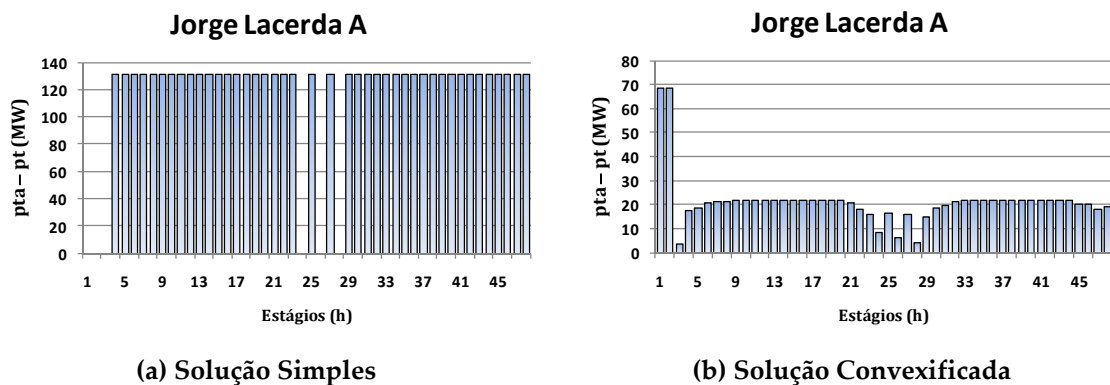


Figura 6.34 Desvios das Restrições de Duplicação de Variáveis de Potência Termelétrica: (a) Solução Simples, (b) Solução Convexificada.

Apesar de reduzir os valores dos desvios das restrições dualizadas, a solução convexificada não atende as restrições dos subproblemas de alocação de unidades termelétricas de algumas usinas. Particularmente, Jorge Lacerda A e Norte Fluminense têm restrições de rampa para acréscimo de potência em 50,00 MW e 100,00 MW

respectivamente (vide Tabela 6.6). A Figura 6.35 mostra os valores de potência de saída dessas usinas na solução convexificada. Para Jorge Lacerda A há um acréscimo de potência de saída em 74,45 MW entre os 3º e 4º estágios. Por sua vez, em Norte Fluminense a variação de potência entre os 5º e 6º estágios é de 104,39 MW. Ambos violam as respectivas restrições de rampa.

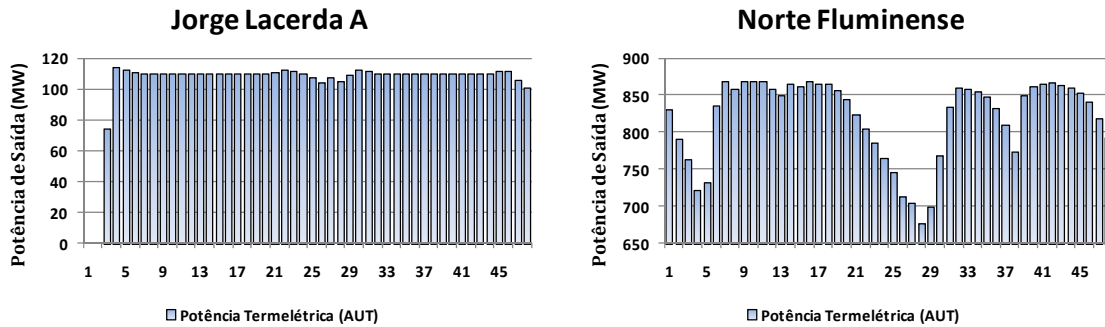


Figura 6.35 Potência termelétrica pt_{it} do subproblema de alocação de unidades termelétricas

Na etapa Lagrangeano Aumentado a solução convexificada é utilizada como ponto primal inicial do algoritmo. Nesse caso, partindo-se de uma solução de melhor qualidade (menos inviável) o algoritmo de recuperação primal converge em um número menor de iterações. Para comparar o uso da solução simples e da solução convexificada na etapa Lagrangeano Aumentado, a Tabela 6.14 mostra o número de iterações, tempos computacionais e os valores de custo de operação após a recuperação primal, utilizando o critério de convergência de 2%.

Tabela 6.14 Esforços Computacionais e Custo de Operação na Etapa Lagrangeano Aumentado

	ITERAÇÕES	TEMPOS DE PROCESSAMENTO	CUSTO DE OPERAÇÃO
SOLUÇÃO SIMPLES	383	01:57:36	R\$ 1.182.210.826,00
SOLUÇÃO CONVEXIFICADA	93	00:53:12	R\$ 1.236.177.663,00 (+4,56%)

A solução convexificada possui menores valores de desvios das restrições dualizadas. Em comparação com a solução simples, o uso da solução convexificada como ponto inicial na etapa Lagrangeano Aumentado propicia uma convergência em um número significativamente menor de iterações. Entretanto, na solução obtida após a recuperação primal, o custo de operação do sistema é 4,56% maior.

6.5 Conclusões

Com base nos algoritmos desenvolvidos, realizou-se uma aplicação no sistema elétrico brasileiro. Para tanto, foi utilizada uma configuração hidrotérmica com aproximadamente 50% da capacidade de geração do caso real, mantendo a mesma proporção entre hidrelétricas e termelétricas. Ainda, foi considerada a existência de usinas a carvão, gás e nuclear. Nessa configuração, existem quatro subsistemas elétricos, entre os quais há limites de intercâmbios de energia.

Com base em Relaxação Lagrangeana, Lagrangeano Aumentado, Programação Quadrática Sequencial, Programação Dinâmica, Enumeração Exaustiva, método de feixes e subgradiente, e pacotes de programação linear e quadrática foram implementados os algoritmos que realizam a resolução do problema dual da programação da operação eletroenergética e, posteriormente, a recuperação primal.

Os resultados computacionais deste trabalho mostram que os subproblemas de alocação de unidades hidrelétricas e de alocação de unidades termelétricas são responsáveis por, aproximadamente, 96% do esforço computacional dos algoritmos.

A solução dual apresentada não atende as restrições relaxadas. Os montantes de geração hidrelétrica e termelétrica são significativamente inferiores aos valores de demanda do sistema. O uso do volume armazenado nos reservatórios é restrito em função do custo futuro de operação. Adicionalmente, os perfis de geração termelétrica da solução dos subproblemas de atendimento à demanda não são viáveis, não atendendo as restrições de tempos mínimos para partida e desligamento, restrições de rampa e de limites de potência.

Na recuperação primal, a solução obtida atende as restrições do problema; dentro dos limites de tolerância adotados. Os níveis de geração hidrelétrica e termelétrica subiram substancialmente, em relação à solução dual inviável. O subsistema Sudeste tem valores de potência superiores aos de demanda em todos os estágios de tempo, fornecendo energia aos demais subsistemas.

A solução do problema de programação da operação eletroenergética também mostra o maior uso do volume armazenado de usinas à montante, dentro de uma cascata. Isso faz com que um volume defluente em uma usina à montante é reaproveitado em outras usinas à jusante, considerando os tempos de viagem d'água. No tocante à principal

cascata do subsistema Sudeste, o reservatório de Ilha Solteira tem os níveis de volume armazenado incrementados ao longo dos 48 estágios de tempo.

Algumas análises de sensibilidade foram apresentadas. Com critérios de convergência menos rígidos para o algoritmo de recuperação primal, os esforços computacionais são menores. Entretanto, quanto menos rígido for o critério de convergência, maiores são os valores dos desvios das restrições dualizadas.

As reduções efetuadas nos valores dos coeficientes lineares da função do custo futuro, C^p , tiveram como resultado um sensível aumento da geração hidrelétrica. Além disso, as alterações nos valores de C^p têm como consequência modificações nos níveis de volumes armazenados dos reservatórios no último estágio de tempo.

A modelagem utilizada neste trabalho considera a existência de zonas proibidas de geração das unidades hidrelétricas. Matematicamente, as faixas de potência dentro das quais as unidades podem operar são expressas por meio das variáveis inteiras Z_{jrt} . Ao se eliminar estas variáveis, considerando que cada unidade geradora possui somente uma faixa operativa, entre zero e o respectivo limite máximo de potência de saída, o espaço de estado das possibilidades de operação das unidades diminui, reduzindo o esforço computacional. Entretanto, se essa simplificação também for aplicada na etapa Lagrangeano Aumentado, a solução obtida tem valores de potência em zonas proibidas de geração, o que demonstra a importância da modelagem detalhada.

Neste trabalho foi evidenciada a necessidade de uma recuperação primal. A solução encontrada na etapa Relaxação Lagrangeana é inviável e utilizada como ponto de partida na etapa Lagrangeano Aumentado. De todo modo, os esforços computacionais na recuperação primal foram bastante superiores aos da etapa Relaxação Lagrangeana. Uma alternativa para reduzir o tempo de processamento é utilizar como ponto de partida uma solução primal de melhor qualidade, menos inviável.

Nesse caso, foi abordado o uso de uma solução convexificada, obtida de uma convexificação do problema primal. Os resultados apresentados mostram que esta solução convexificada possui valores significativamente menores de desvios das restrições dualizadas, quando comparada à solução simples anteriormente utilizada.

O uso da solução convexificada como ponto inicial da etapa Lagrangeano Aumentado diminuiu substancialmente o esforço computacional dessa etapa. Entretanto,

o custo de operação encontrado é superior ao caso encontrado com o uso da solução simples como ponto de partida.

7

Conclusões e Trabalhos Futuros

7.1 A Programação da Operação Eletroenergética

O planejamento da operação eletroenergética tem por objetivo minimizar o valor esperado dos custos operativos respeitando as restrições do parque gerador e do sistema como um todo. Para sistemas hidrotérmicos, com predominância hidrelétrica, os estudos de planejamento têm horizontes de longo prazo, em face da regularização plurianual dos reservatórios.

Sendo assim, o planejamento da operação é dividido em três etapas: planejamento de médio prazo, planejamento de curto prazo e programação da operação eletroenergética. Este último tem o objetivo de definir a alocação das unidades geradoras e seus respectivos níveis de potência.

Na programação da operação eletroenergética, a modelagem das unidades geradoras deve ser detalhada, principalmente as hidrelétricas, visto a sua predominância no sistema brasileiro, considerando de forma realista todas as particularidades da função de produção para assegurar o uso eficiente dos recursos.

Com essa modelagem, a resolução do problema da programação da operação eletroenergética torna-se uma difícil tarefa, necessitando de uso de técnicas matemáticas que facilitem esse processo.

No Capítulo 2 foi apresentada uma revisão da literatura, abordando como problemas semelhantes são modelados e resolvidos. Constatou-se a importância de uma modelagem realista das componentes do sistema e do uso da Relaxação Lagrangeana no processo de resolução dos problemas. Também foi verificado o uso de Lagrangeano Aumentado em algoritmos de recuperação primal em alguns trabalhos.

As principais contribuições neste trabalho consistem na proposição de uma modelagem que considera conjuntamente os recursos de geração hidrelétrica e termelétrica. Assim, para as usinas hidrelétricas, são considerados os acoplamentos hidráulicos entre reservatórios, tempos de viagem d'água, zonas proibidas de geração, e os efeitos de perdas hidráulicas, níveis de jusante e altura de queda líquida na função de produção hidrelétrica. Para as termelétricas, são incorporadas as restrições de rampa e de tempos mínimos para partidas e desligamentos.

Com base na modelagem proposta, foi desenvolvido e implementado um conjunto de algoritmos de otimização que fazem uso da Relaxação Lagrangeana e do Lagrangeano Aumentado.

No Capítulo 3 é descrita a modelagem das unidades geradoras. A formulação do problema da programação da operação eletroenergética foi apresentada no Capítulo 4. Por sua vez, o Capítulo 5 demonstra a aplicação da Relaxação Lagrangeana baseada em um esquema de decomposição do problema original em uma série de subproblemas menores e mais simples de serem resolvidos. O subproblema hidráulico tem natureza linear e compreende as equações relacionadas à operação dos reservatórios. Com naturezas não-linear e inteira-mista, o subproblema de alocação de unidades hidrelétricas contém as equações do comportamento físico desses geradores. O subproblema de atendimento à demanda também é de natureza linear e compreende os perfis de demanda e os limites de intercâmbios dos subsistemas. O último subproblema consiste na alocação de unidades termelétricas, atendendo as restrições desse tipo de geração.

As técnicas matemáticas para a resolução dos subproblemas e na otimização da função dual foram o foco do Capítulo 6. Um pacote de programação linear é utilizado na resolução dos subproblemas de atendimento à demanda e hidráulico. Os subproblemas de alocação de unidades hidrelétricas são resolvidos por meio dos usos de uma enumeração exaustiva do espaço de estados, associado às variáveis inteiras, e da técnica de programação quadrática seqüencial, solucionando os subproblemas não-lineares contínuos. Em função do inter-relacionamento das possíveis decisões e do pequeno porte,

tornou-se atrativo o uso da programação dinâmica para resolver os subproblemas de alocação unidades termelétricas. Para a otimização da função dual foram apresentados alguns métodos matemáticos, destacando-se o método de feixes.

A solução do problema dual não atende algumas restrições do problema. Nesse caso, o Capítulo 5 também aborda sobre o uso do Lagrangeano Aumentado em um algoritmo de recuperação primal. Para manter o mesmo esquema de decomposição adotado, foi necessário utilizar uma forma inexata do Lagrangeano Aumentado. A Programação Quadrática Seqüencial e a Programação Dinâmica continuam sendo a base da resolução dos subproblemas de alocação de unidades hidrelétricas e de alocação de unidades termelétricas. Porém, para os subproblemas hidráulico e de atendimento à demanda, as soluções são obtidas por meio de pacotes de programação quadrática.

A aplicação dos algoritmos matemáticos implementados neste trabalho e algumas análises das soluções foram demonstrados no Capítulo 6. Para tanto, foi utilizada uma configuração hidrotérmica baseada no sistema brasileiro, considerando-se 50% de sua capacidade instalada. Os algoritmos dividem-se em duas etapas. A primeira consiste na resolução do problema em que é aplicada a Relaxação Lagrangeana. A segunda consiste na recuperação primal, baseada na aplicação da técnica matemática Lagrangeano Aumentado.

Os resultados computacionais mostram que os subproblemas de alocação de unidades hidrelétricas e de alocação de unidades termelétricas demandam a maior parte do esforço computacional.

A solução primal da etapa Relaxação Lagrangeana é infactível e apresenta o efeito *bang-bang* dos subproblemas lineares. Os subproblemas de atendimento à demanda têm como solução níveis de geração termelétrica que não atendem as restrições dessas unidades geradoras. Por sua vez, os subproblemas de alocação de unidades hidrelétricas apresentam níveis de geração inferiores aos obtidos pelos subproblemas de atendimento à demanda. Em função do custo futuro, o subproblema hidráulico tem como solução valores de vazões defluentes menores aos apresentados pelos subproblemas de alocação de unidades hidrelétricas.

Na recuperação primal, etapa Lagrangeano Aumentado, a solução atende as restrições do problema. Os níveis de geração são substancialmente superiores aos obtidos na solução obtida na etapa Relaxação Lagrangeana. Adicionalmente, foi observado que há o uso mais intenso do volume armazenado nos reservatórios à montante no caso de

usinas em cascata. As usinas mais a jusante têm menores níveis de geração, incrementando o volume armazenado.

Em algumas análises de sensibilidade foi demonstrado que com o uso de critérios de convergência mais tolerantes os esforços computacionais são menores. Algumas reduções nos valores dos coeficientes lineares da função de custo futuro tiveram como consequência uma redução no custo imediato de operação.

Uma redução nos esforços computacionais também foi observada quando é aplicada na etapa Relaxação Lagrangeana uma simplificação na modelagem do problema, eliminando-se as variáveis inteiras que expressam as zonas proibidas de geração. Porém, ao se aplicar esta simplificação também na etapa Lagrangeano Aumentado, a solução apresenta valores de potência das unidades hidrelétricas em zonas proibidas de geração, o que demonstra a necessidade de se utilizar uma modelagem mais detalhada.

A etapa Lagrangeano Aumentado apresentou um tempo de processamento significativamente superior ao da etapa Relaxação Lagrangeana. Para a recuperação primal é necessário utilizar como ponto de partida os valores da solução primal obtida na etapa Relaxação Lagrangeana. Uma das análises apresentadas neste trabalho avaliou o uso de um ponto de partida para a recuperação primal de melhor qualidade, menos inviável. Nesse caso, é utilizada uma solução baseada na convexificação do problema original, chamada Solução Convexificada. O uso desta solução permitiu uma redução de aproximadamente 54,7% no esforço computacional da etapa Lagrangeano Aumentado, porém com elevação em 4,5% no custo de operação.

Por fim, pode-se concluir que o trabalho de pesquisa desenvolvido possibilitou um avanço no estado da arte do problema da programação da operação de sistemas hidrotérmicos, pois tornou viável a solução de um problema complexo e de grande porte com tempos de computação razoáveis.

7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Na implementação deste trabalho, foi utilizada uma configuração realista das unidades hidrelétricas ao mesmo tempo em que foram consideradas restrições importantes das unidades termelétricas. Como consequência, os esforços computacionais na resolução dos subproblemas de alocação de unidades hidrelétricas e de alocação de unidades termelétricas foram elevados, em comparação aos demais. Técnicas matemáticas alternativas podem auxiliar na redução nos tempos de processamento, principalmente no

lugar da enumeração exaustiva (subproblema de alocação de unidades hidrelétricas) e da programação dinâmica (subproblema de alocação de unidades termelétricas). Adicionalmente, os subproblemas primais podem ser resolvidos de maneira independente dentro de uma mesma iteração das etapas dual e de recuperação primal. Portanto, técnicas de processamento paralelo também são oportunas na diminuição do esforço computacional.

No tocante à modelagem do sistema, a configuração utilizada pode ser ampliada até a plena representação do sistema brasileiro. Além disso, os valores de aflúncias naturais foram consideradas nulas, o que não reflete a realidade.

O uso de duplicação de variáveis no esquema de decomposição permitiu separar o problema original sem relaxar restrições importantes. Ao manter a restrição de atendimento à demanda, é possível substituir as variáveis de intercâmbios entre subsistemas por uma modelagem mais detalhada do sistema de transmissão. Nesse caso, é interessante analisar a inserção de modelos de representação mais detalhada do sistema de transmissão.

Ainda no tocante a aplicação da relaxação Lagrangeana, novos esquemas de decomposição podem ser aplicados. O intuito compreende investigar o esforço computacional, principalmente relacionado aos subproblemas hidrelétricos, e benefícios no custo total de operação.

Neste trabalho foram realizadas análises simples no tocante à função de custo futuro. Torna-se interessante realizar estudos mais aprofundados sobre variações nas funções de custo futuro ou nas condições iniciais dos reservatórios. Adicionalmente, estudos do problema da programação da operação eletroenergética em períodos de tempo mais longo podem mostrar uma otimização mais eficiente da geração hidrelétrica.

No tocante à recuperação primal, ao se utilizar o Princípio do Problema Auxiliar, foi utilizada a média aritmética para calcular os valores das constantes auxiliares de potência e vazão. Outras formas matemáticas podem ser utilizadas, de forma a reduzir o número de iterações ou melhorar o valor da função primal.

APÊNDICE A

Resultados do Caso Base

Este apêndice apresenta os resultados do Caso Base abordado nas Seções 6.4.2 e 6.4.3, para todas as usinas da configuração utilizada. As figuras a seguir mostram os valores dos multiplicadores de Lagrange de potência hidrelétrica, $\lambda_{gh_{rt}}$, de potência termelétrica, $\lambda_{pt_{it}}$, e de vazão turbinada, $\lambda_{q_{rt}}$. Adicionalmente, são apresentados os valores de vazão turbinada Q_{rt} e Q_{art} e os valores de potência termelétrica pt_{it} e pta_{it} . A apresentação das figuras está organizada por etapa do algoritmo, Relaxação Lagrangeana e Lagrangeano Aumentado, e por natureza de geração, usinas hidrelétricas e usinas termelétricas.

A.1 Etapa Relaxação Lagrangeana

A.1.1 Usinas Hidrelétricas

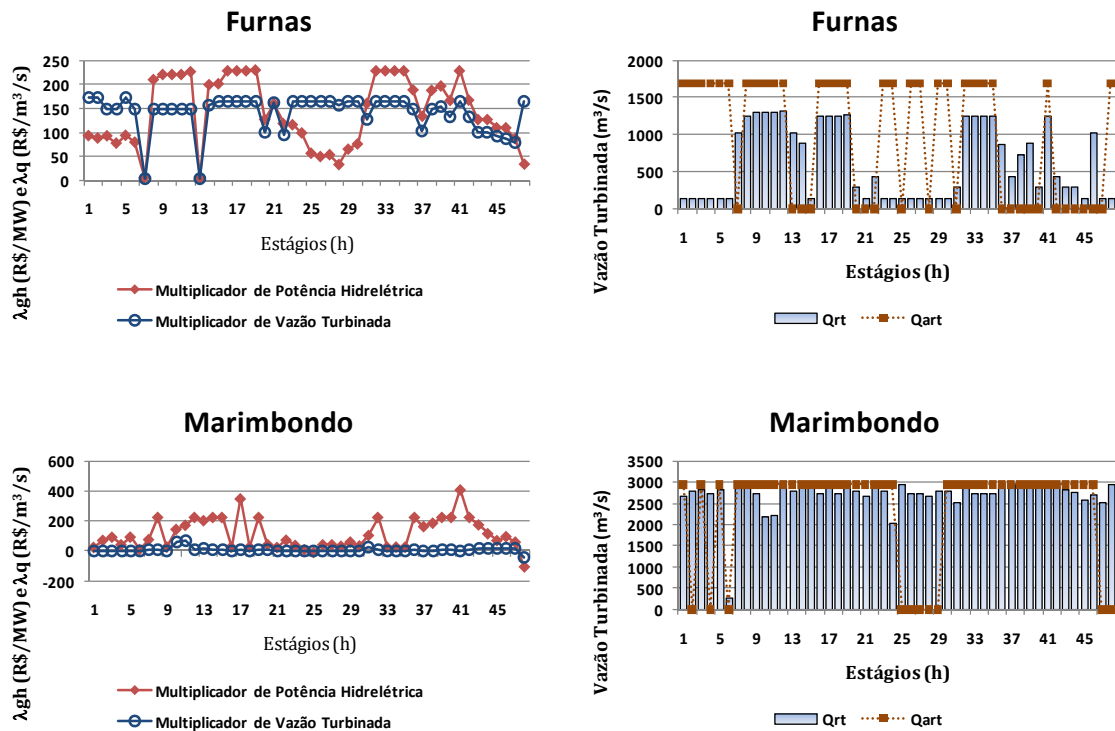


Figura A.1 Multiplicadores de Lagrange de Potência Hidrelétricas, $\lambda_{gh_{rt}}$, e de Vazão Turbinada, $\lambda_{q_{rt}}$, e Vazões Turbinadas nos subproblemas hidráulico, Q_{art} , e de alocação de unidades hidrelétricas, Q_{rt} , para a usina de Furnas e Marimbondo

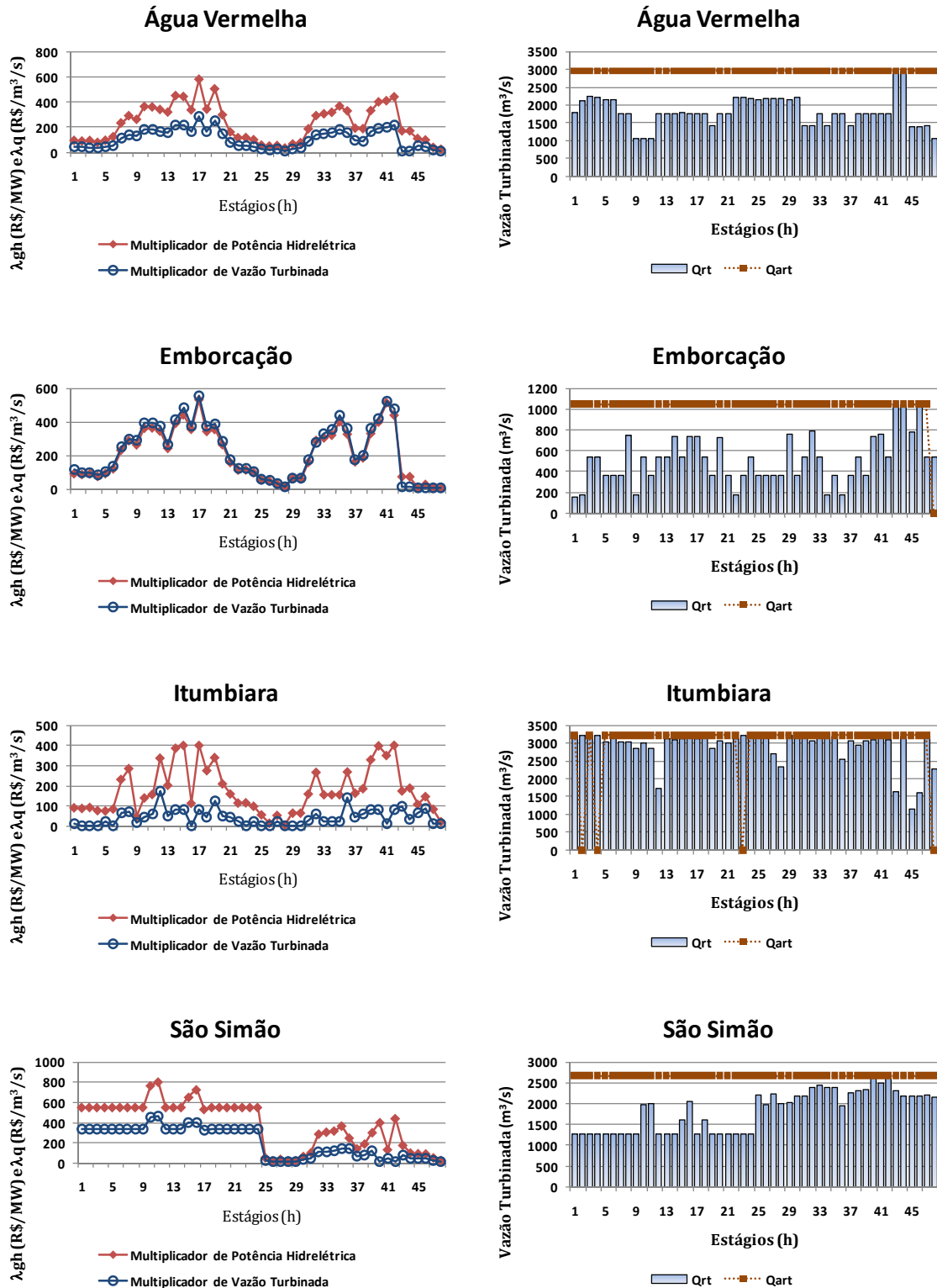


Figura A.2 Multiplicadores de Lagrange de Potência Hidrelétrica, $\lambda_{gh_{rt}}$, e de Vazão Turbinada, $\lambda_{qt_{rt}}$, e Vazões Turbinadas nos subproblemas hidráulico, $Q_{a_{rt}}$, e de alocação de unidades hidrelétricas, Q_{rt} , para a usina de Água Vermelha, Emborcação, Itumbiara e São Simão

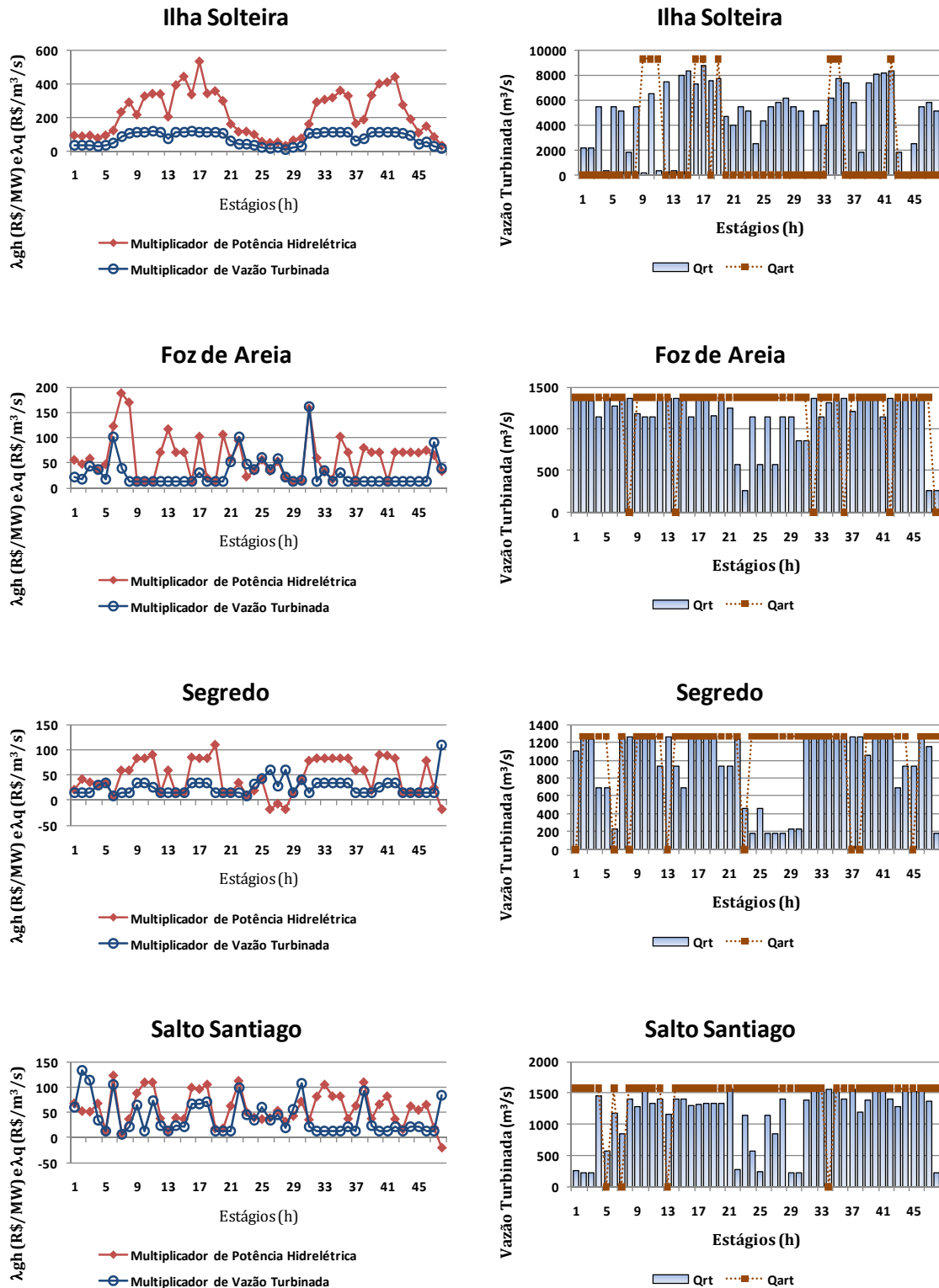


Figura A.3 Multiplicadores de Lagrange de Potência Hidrelétrica, $\lambda_{gh_{rt}}$, e de Vazão Turbinada, $\lambda_{q_{rt}}$, e Vazões Turbinadas nos subproblemas hidráulico, $Q_{a_{rt}}$, e de alocação de unidades hidrelétricas, Q_{rt} , para a usina de Ilha Solteira, Foz de Areia, Segredo e Salto Santiago

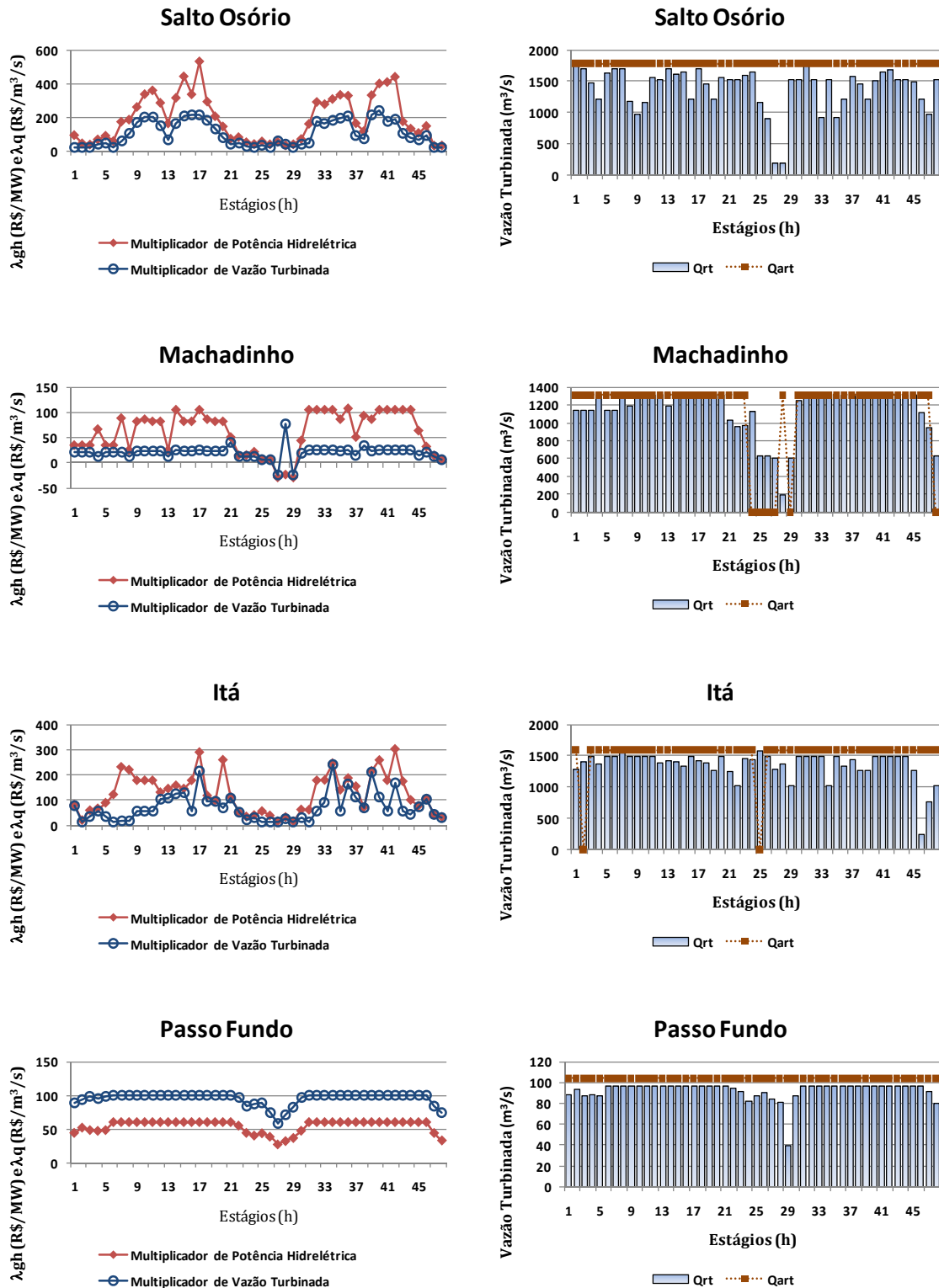


Figura A.4 Multiplicadores de Lagrange de Potência Hidrelétrica, $\lambda_{gh_{rt}}$, e de Vazão Turbinada, $\lambda_{qt_{rt}}$, e Vazões Turbinadas nos subproblemas hidráulico, $Q_{a_{rt}}$, e de alocação de unidades hidrelétricas, $Q_{r_{rt}}$, para a usina de Salto Osório, Machadinho, Itá e Passo Fundo

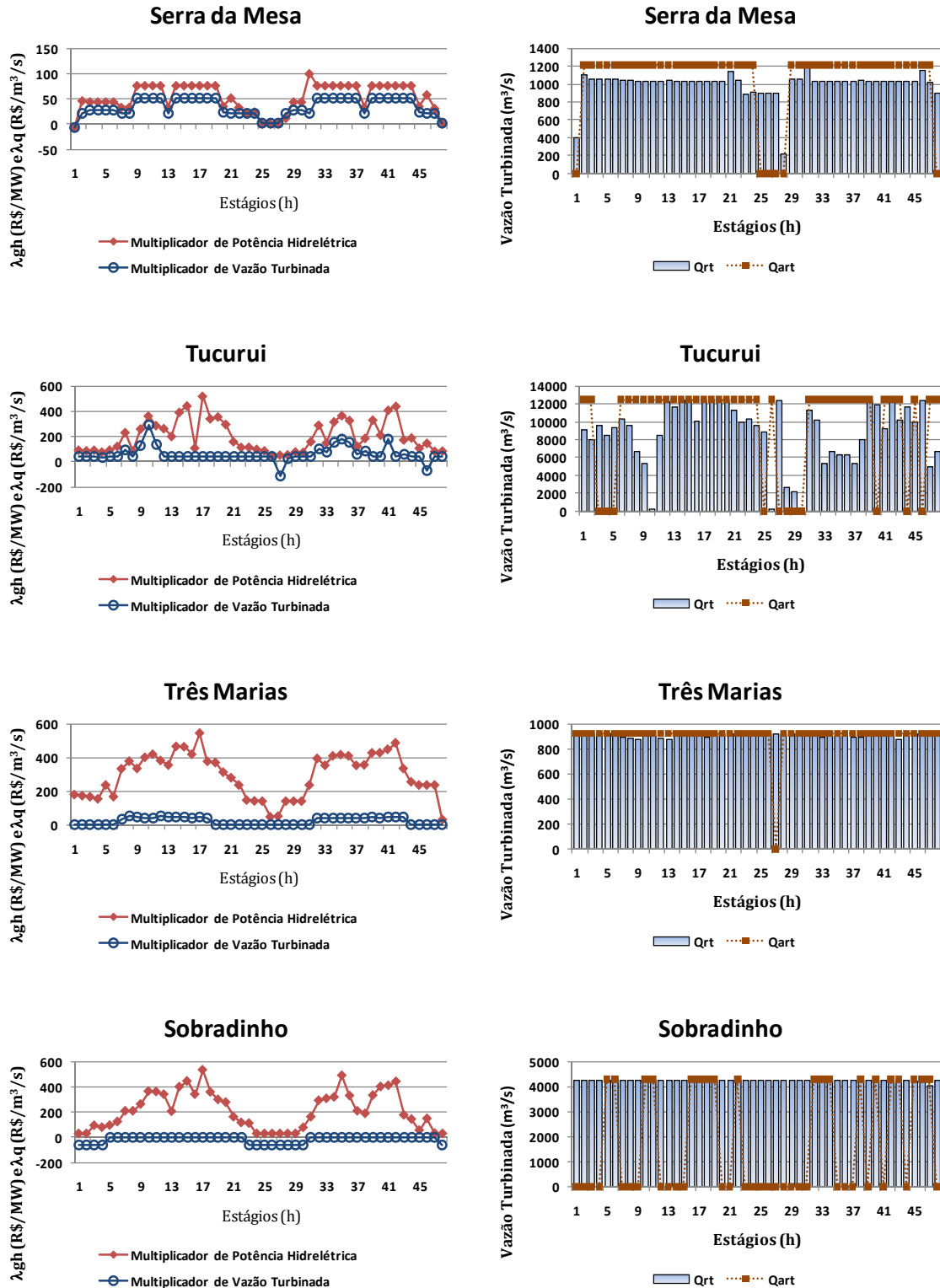


Figura A.5 Multiplicadores de Lagrange de Potência Hidrelétricas, $\lambda_{gh_{rt}}$, e de Vazão Turbinada, $\lambda_{q_{rt}}$, e Vazões Turbinadas nos subproblemas hidráulico, $Q_{a_{rt}}$, e de alocação de unidades hidrelétricas, Q_{rt} , para a usina de Serra da Mesa, Tucuruí, Três Marias e Sobradinho

A.1.2 Usinas Termelétricas

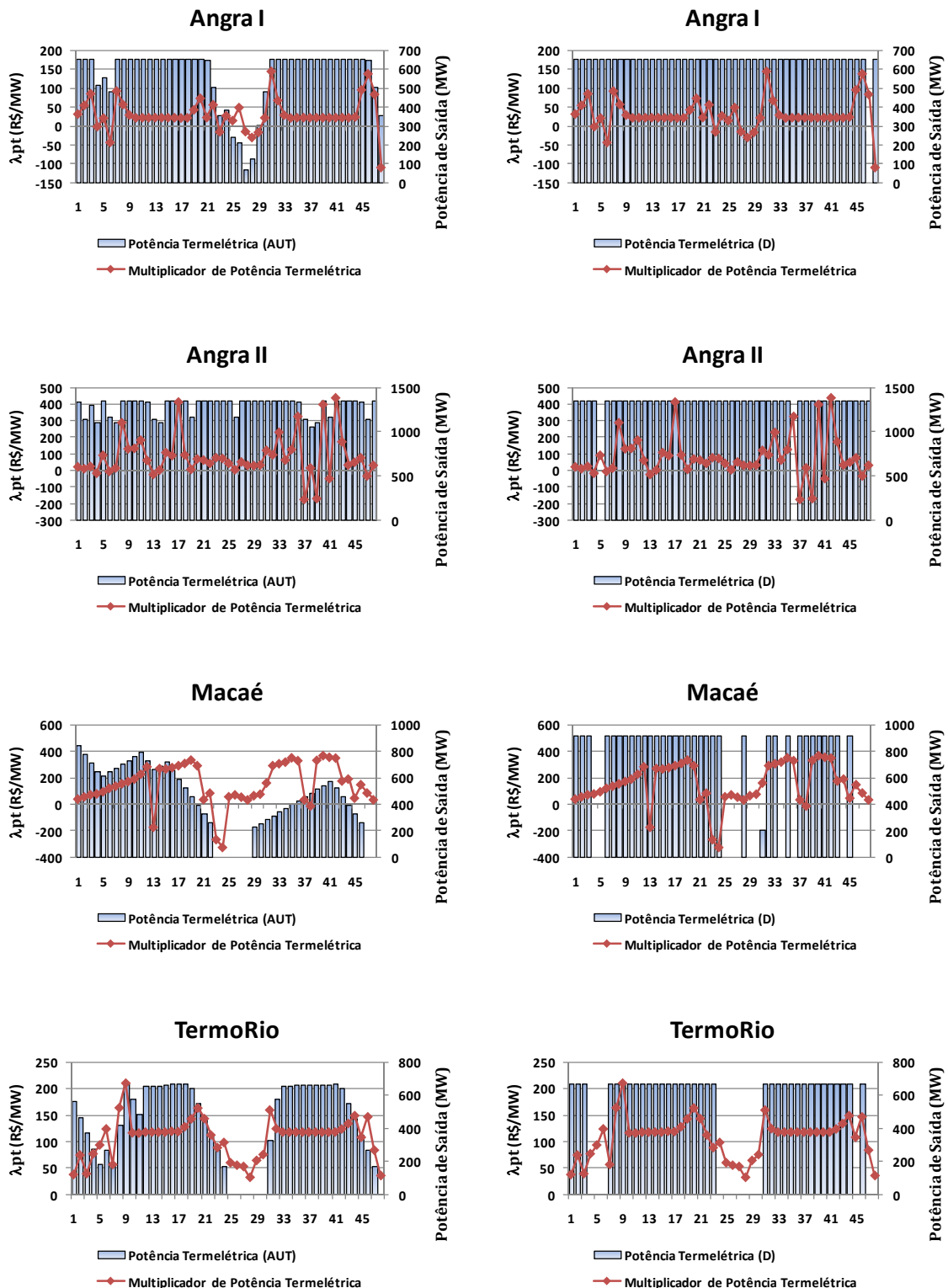


Figura A.6 Multiplicadores de Lagrange de potência termelétrica, $\lambda_{pt_{rt}}$, e valores de potência termelétrica dos subproblemas de atendimento à demanda (D), $pt_{a_{it}}$, e de alocação de unidades termelétricas (AUT), $pt_{i_{it}}$, para Angra I, Angra II, Macaé e TermoRio

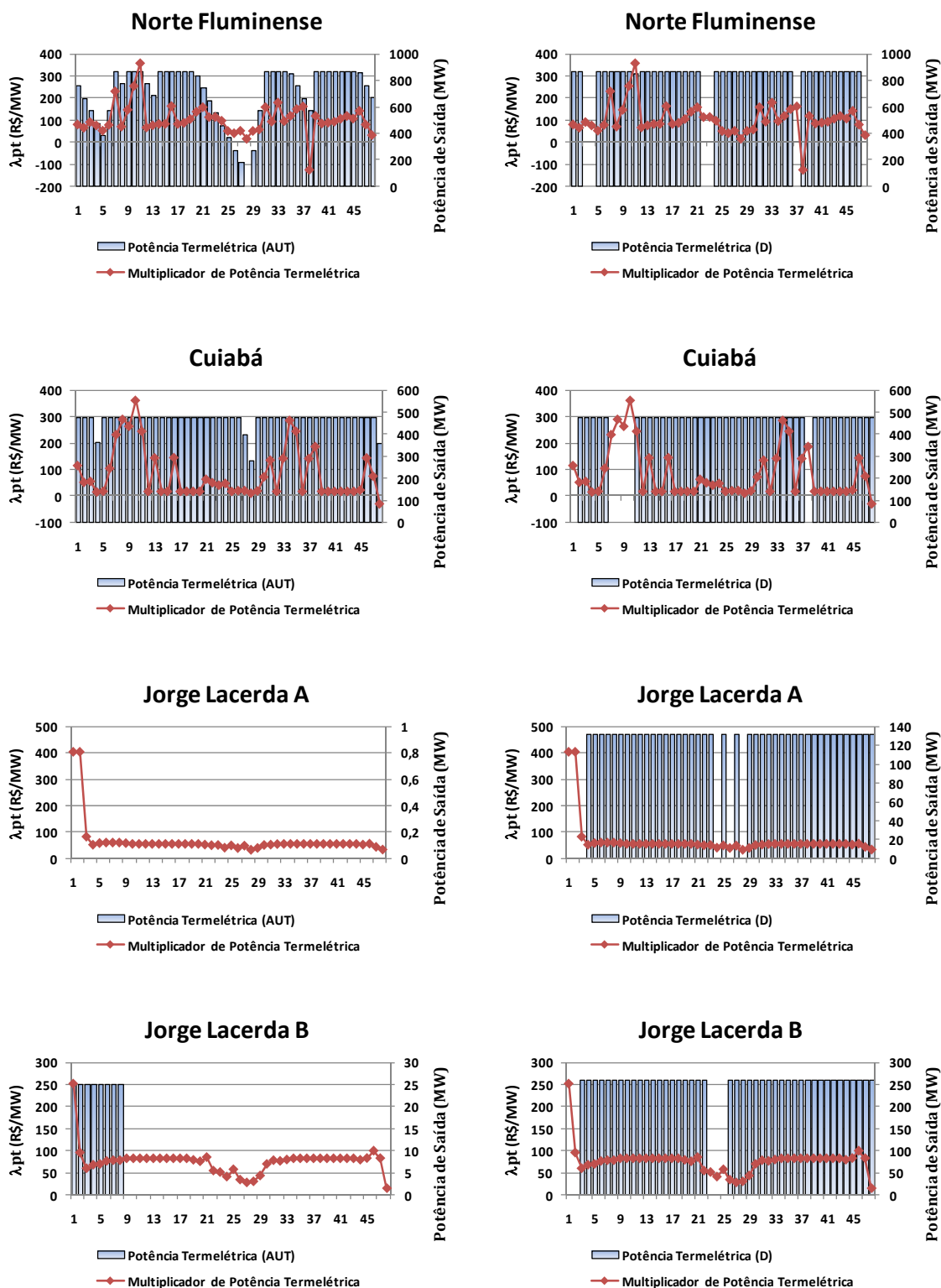


Figura A.7 Multiplicadores de Lagrange de potência termelétrica, $\lambda_{pt_{rt}}$, e valores de potência termelétrica dos subproblemas de atendimento à demanda (D), pt_{it} , e de alocação de unidades termelétricas (AUT), pt_{it} , para Norte Fluminense, Cuiabá, Jorge Lacerda A e Jorge Lacerda B

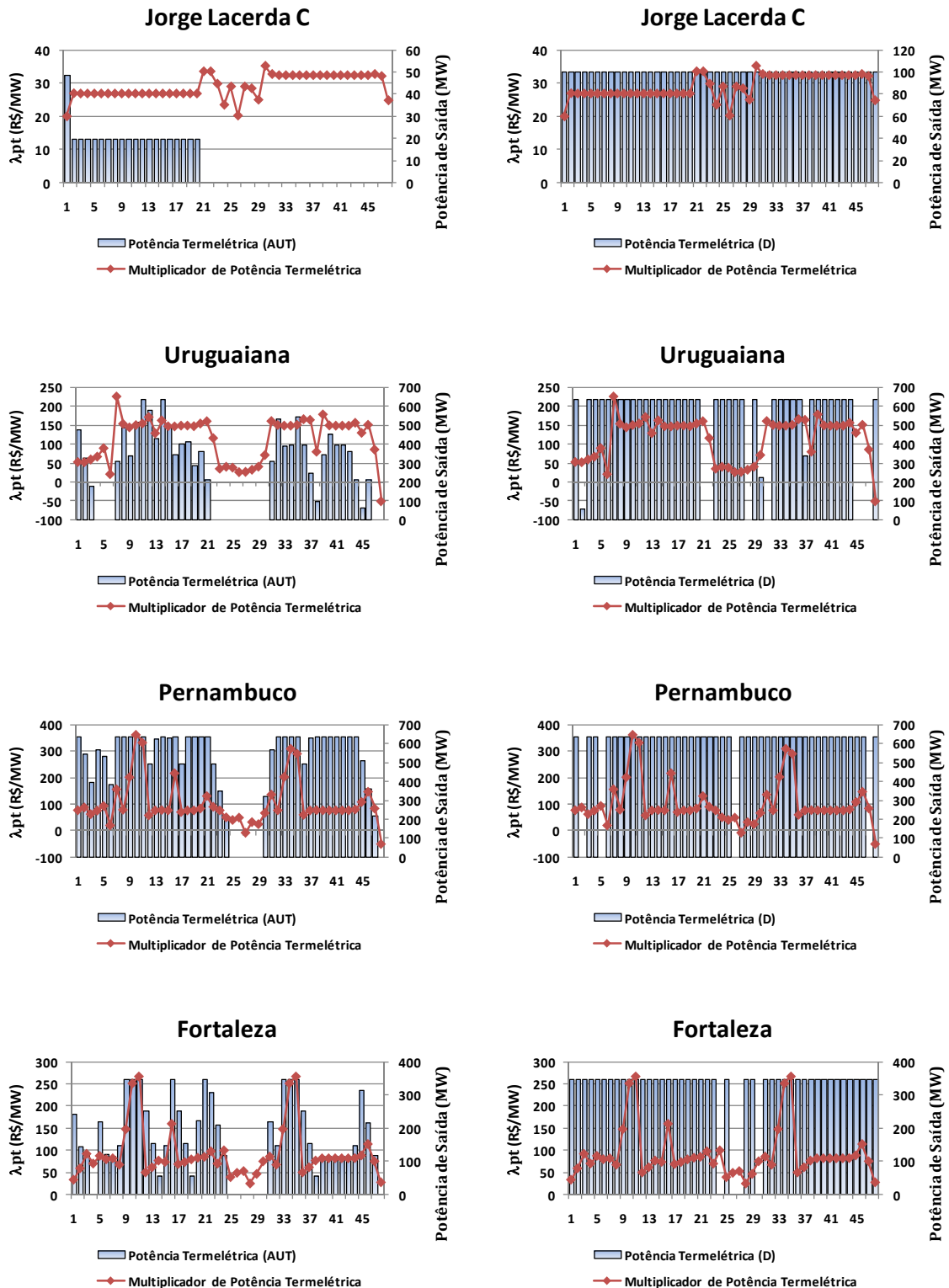


Figura A.8 Multiplicadores de Lagrange de potência termelétrica, $\lambda_{pt_{rt}}$, e valores de potência termelétrica dos subproblemas de atendimento à demanda (D), pta_{it} , e de alocação de unidades termelétricas (AUT), pt_{it} , para Jorge Lacerda C, Uruguaiiana, Pernambuco e Fortaleza

A.2 Etapa Lagrangeano Aumentado

A.2.1 Usinas Hidrelétricas

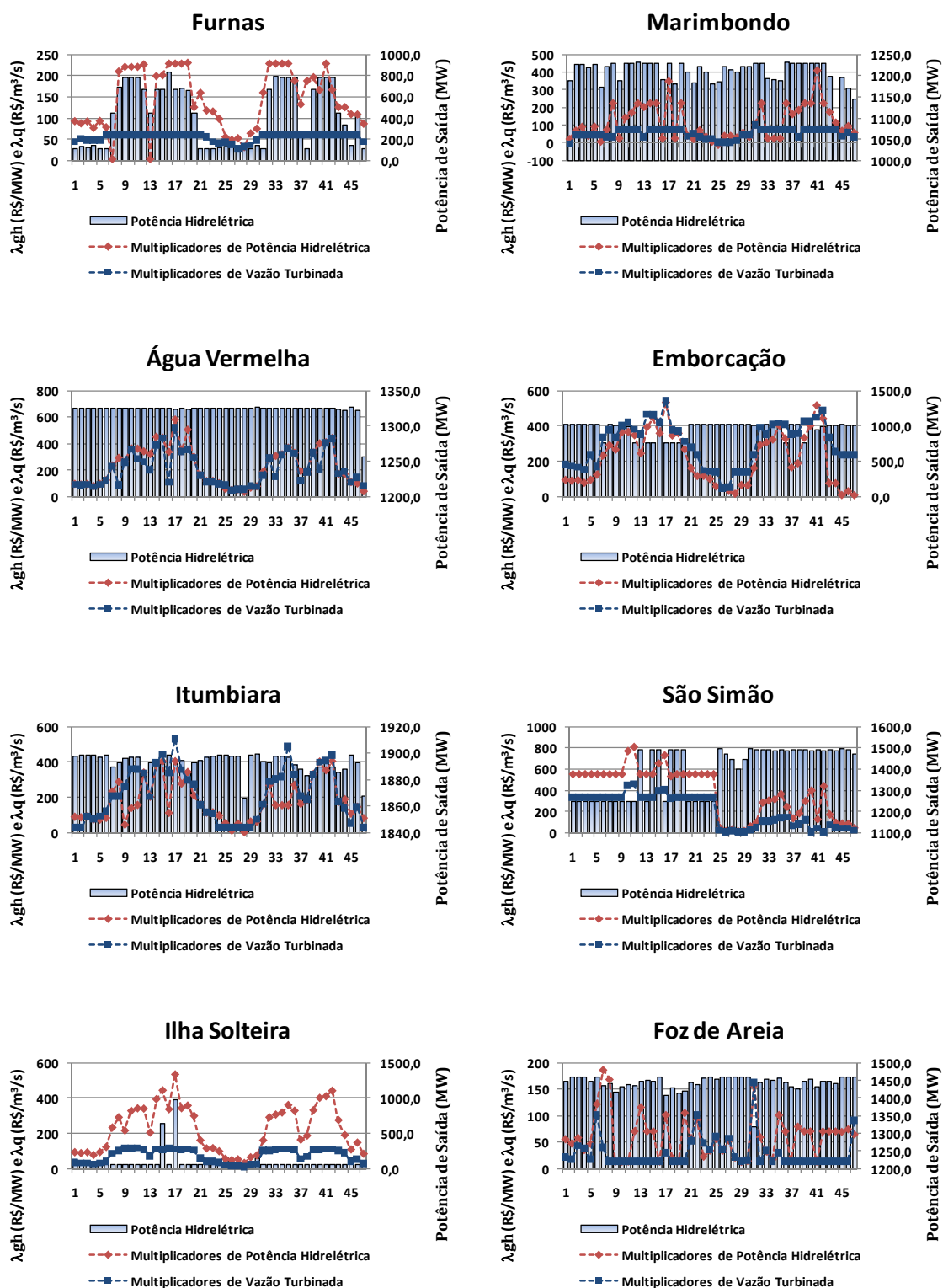


Figura A.9 Multiplicadores de Lagrange de Potência Hidrelétricas, $\lambda_{gh_{rt}}$, e de Vazão Turbinada, $\lambda_{q_{rt}}$, e Potências Hidrelétricas, GH_{rt} , para as usinas de Furnas, Marimondo, Água Vermelha, Emborcação, Itumbiara, São Simão, Ilha Solteira e Foz de Areia

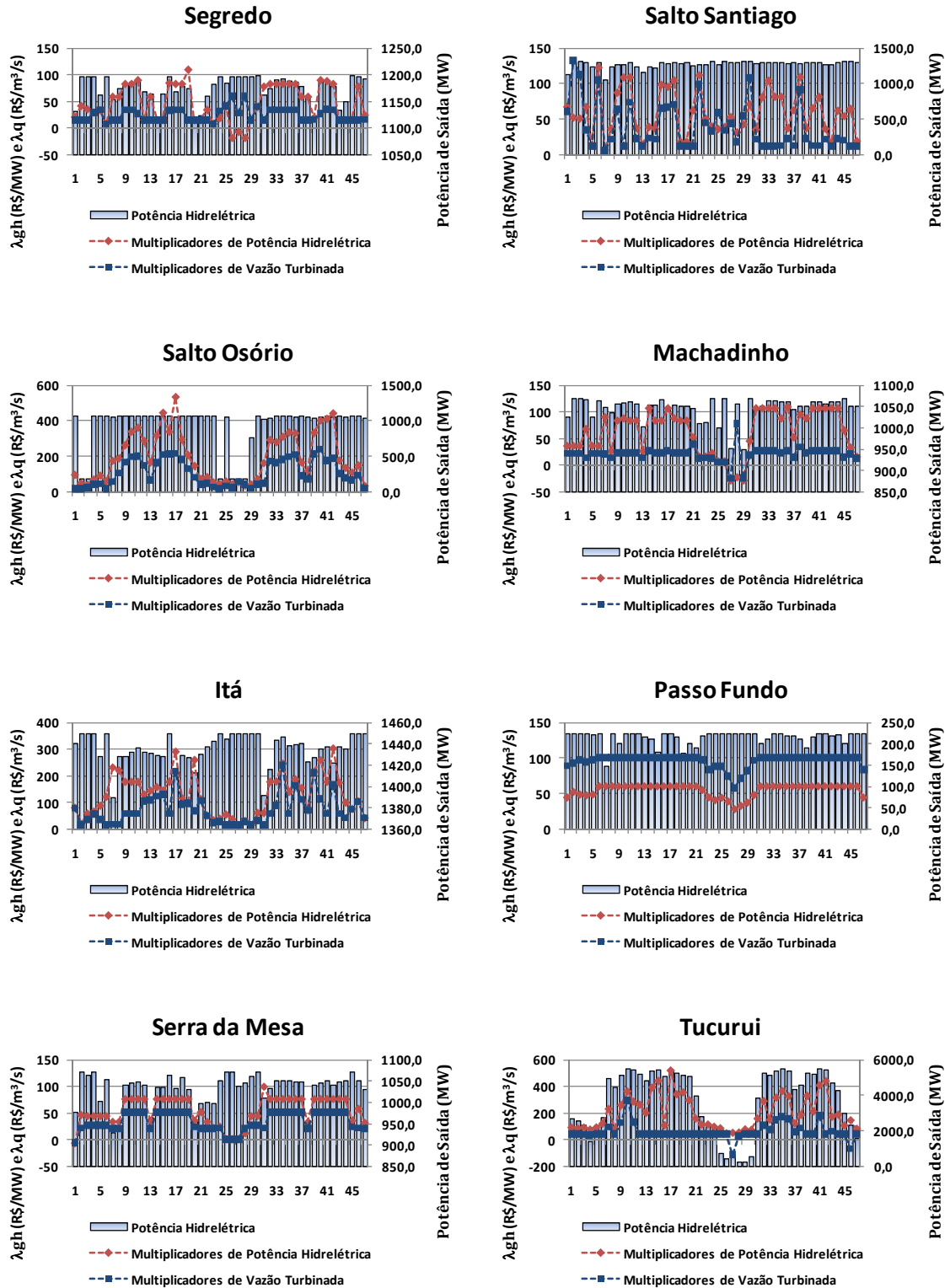


Figura A.10 Multiplicadores de Lagrange de Potência Hidrelétricas, $\lambda_{gh_{rt}}$, e de Vazão Turbinada, $\lambda_{q_{rt}}$, e Potências Hidrelétricas, GH_{rt} , para as usinas de Segredo, Salto Santiago, Salto Osório, Machadinho, Itá, Passo Fundo, Serra da Mesa e Tucuruí

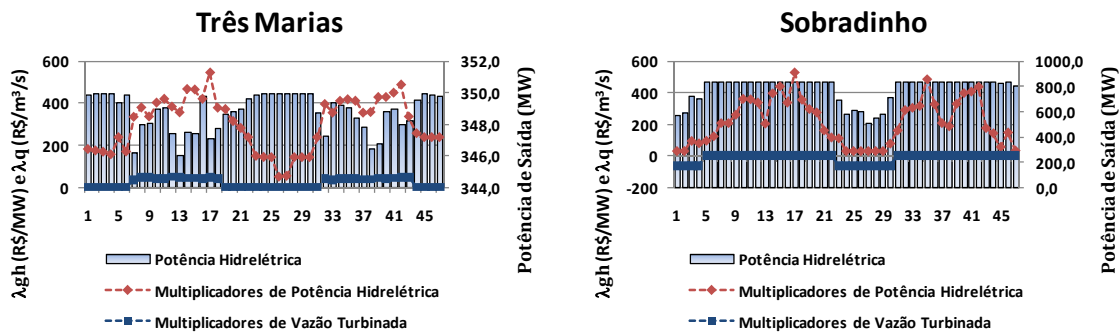


Figura A.11 Multiplicadores de Lagrange de Potência Hidrelétricas, $\lambda_{gh_{tr}}$, e de Vazão Turbinada, $\lambda_{qt_{tr}}$, e Potências Hidrelétricas, $G_{H_{tr}}$, para as usinas de Três Marias e Sobradinho

A.2.2 Usinas Termelétricas

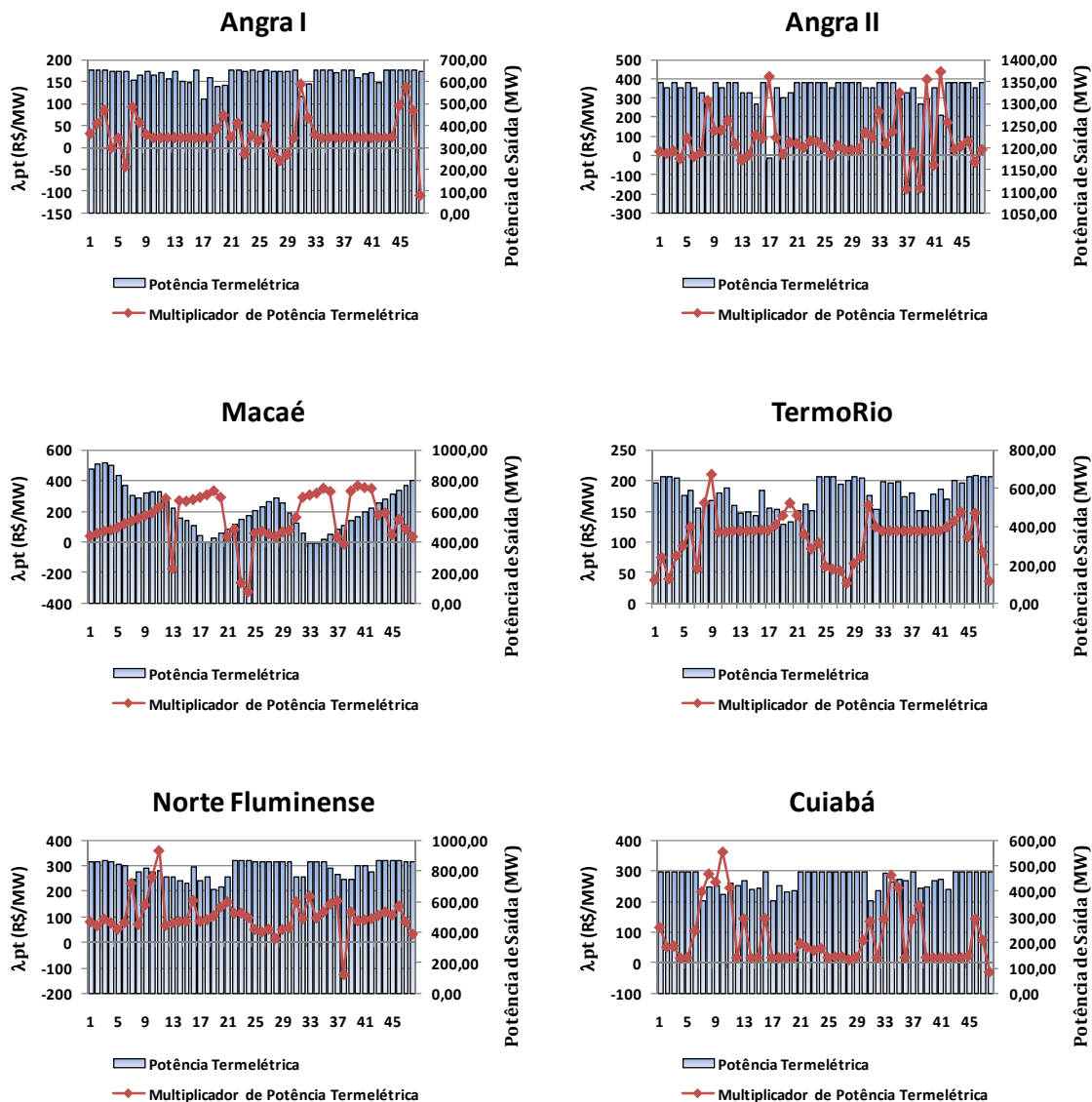


Figura A.12 Multiplicadores de Lagrange de potência termelétrica, $\lambda_{pt_{it}}$, e valores de potência termelétrica dos subproblemas de atendimento à demanda (D), pta_{it} , e de alocação de unidades termelétricas (AUT), pt_{it} , para Angra I, Angra II, Macaé, TermoRio, Norte Fluminense e Cuiabá

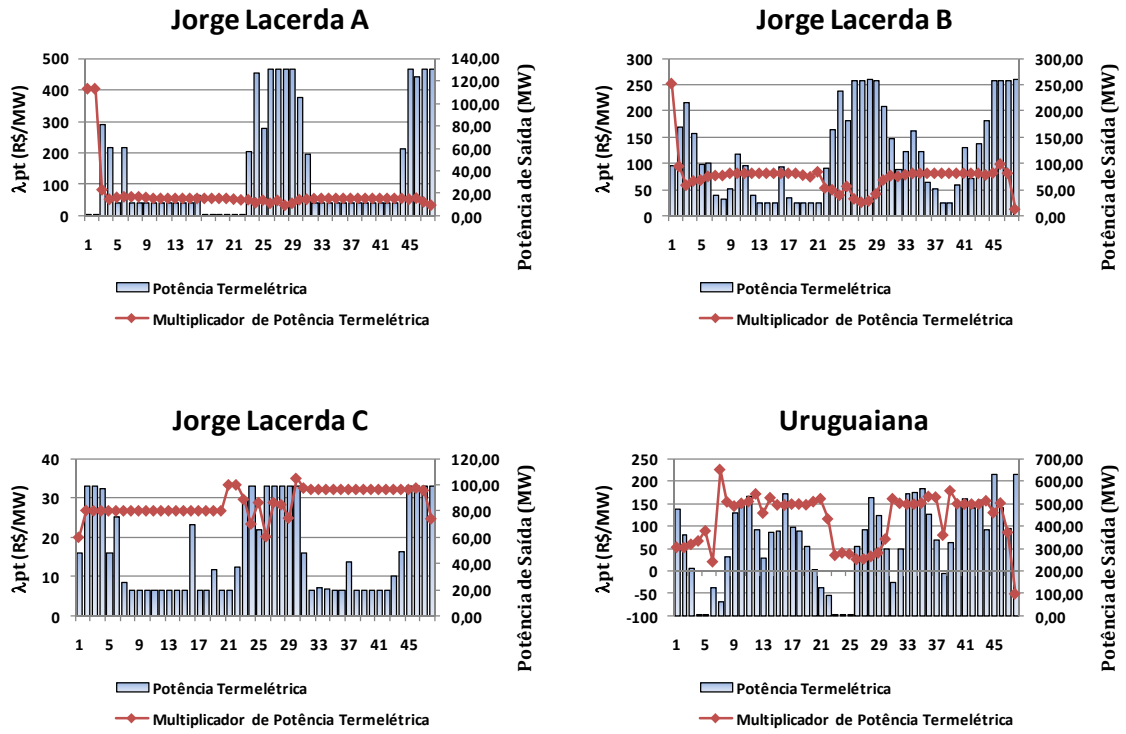


Figura A.13 Multiplicadores de Lagrange de potência termelétrica, $\lambda_{pt_{it}}$, e valores de potência termelétrica dos subproblemas de atendimento à demanda (D), pta_{it} , e de alocação de unidades termelétricas (AUT), pt_{it} , para Jorge Lacerda A, Jorge Lacerda B, Jorge Lacerda C e Urugaiana

REFERÊNCIAS

- AGTASH, S. A. Hydrothermal Scheduling by Augmented Lagrangian: Consideration of Transmission Constraints and Pumped-Storage Units, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 16, n. 4, pp. 750-756, Nov. 2001.
- AMADO, S. M., RIBEIRO, C. C.; Short-Term Generation Scheduling of Hydraulic Multi-Reservoir Area Interconnected Systems, *IEEE Transactions on Power Systems*, Volume PWRS-2, pp. 758-763, August, 1987.
- ARCE, A., OHISHI, T., SOARES, S. Optimal Dispatch of Generating Units of the Itaipu Hydroelectric Plant, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 1, pp. 154-158, Feb. 2002.
- ARDUINO, A.; *Programação Dinâmica*, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Junho de 1972.
- ARVANITIDIS, N. V., ROSING, J.; Composite Representation of Multireservoir Hydroelectric Power System, *IEEE Transactions on PAS*, Volume PAS-89, Number 2, pp. 319-326, February 1970a.
- ARVANITIDIS, N. V., ROSING, J. Optimal Operation of Multireservoir Using a Composite Representation, *IEEE Transactions on PAS*, Volume PAS-89, Number 2, pp. 327-335, February 1970b.
- AZEVEDO FILHO, J. M. A. *Imperativos da Descentralização e Coordenação da Operação Energética no Âmbito da Reforma Institucional do Setor Elétrico Brasileiro*, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Março de 2000.
- BALISNKI, M. L., BAUMOL, W. J. The Dual in Nonlinear Programming and Its Economic Interpretation, *Rev. Economic Studies*, XXXV, 103, pp. 237-256, 1968.
- BARD, J.F. Short-Term Scheduling of Thermal-Electric Generations Using Lagrangian Relaxation, *Operations Research*, Volume 36, Number 5, September-October, 1988.
- BATUT, J., RENAUD, A. Daily Generation Scheduling with Transmission Constraints: A New Class of Algorithms, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 7, n. 3, pp. 982-989, Aug. 1992.
- BAZARAA, S. M., SHETTY, C. M. *Nonlinear Programming*, John Wiley & Sons, Atlanta, 1979.
- BELLMAN, R. *Dynamic Programming*, Princeton, N. J., Princeton University Press, 1957.
- BELLMAN, R.; *Adaptive Control Process*, Princeton. N. J., Princeton University Press, 1961.
- BELLONI, A., DINIZ, A. L., MACEIRA, M. E., SAGASTIZÁBAL, C. A. Bundle Relaxation and Primal Recovery in Unit Commitment Problems: The Brazilian Case, *Annals of Operations Research*, v. 120, n. 1-4, pp. 21-44, Apr. 2003.
- BENDERS, J. F. Partitioning Procedures for Solving Mixed-Variables Programming Problems, *Numerische mathematic*, v. 4, n.1, pp.238-252, Dec. 1962

- BERTSEKAS, D. P. *Nonlinear Programming*, Athena Scientific, 2nd Edition, Belmont, MA, 1999.
- BOGGS, P. T., TOLLE, J. W. Sequential Quadratic Programming, *Acta Numerica*, pp. 1- 51, 1996.
- BONNANS, J. F., GILBERT, J. C., LEMARÉCHAL, C., SAGASTIZÁBAL, C. A Family of Variable Metric Proximal Methods, *Mathematical Programming* (68), pp. 15-47, 1995.
- BONNANS, J. F., GILBERT, J. C., LEMARÉCHAL, C., SAGASTIZÁBAL, C. *Numerical Optimization. Theoretical and Practical Aspects*, Universitext, Springer-Verlag, Berlin, 2002.
- BORGUETTI, A., FRANGIONI, A., LACALANDRA, F., NUCCI, A. C. Lagrangian Heuristics Based on Disaggregated Bundle Methods for Hydrothermal Unit Commitment, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 1, pp. 313-323, Feb. 2003.
- BORGUETTI, A., AMBROSIO, C., LODI, A., *et al.* An MILP Approach for Short-Term Hydro Scheduling and Unit Commitment Problem, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 23, n. 3, pp. 115-1124, Aug. 2008.
- CALAINHO, J. A. L., HORTA, C. A., GONÇALVES, C., LOMÔNACO, F. G. *Cavitação em Turbinas Hidráulicas do Tipo Francis e Kaplan no Brasil*, ELETRONORTE, 1997.
- CARVALHO, L. C. X. *Planejamento de Sistemas Hidrotérmicos: Uma Análise Comparativa Entre as Representações a Usinas Individualizadas e a Reservatórios Equivalentes de Energia*, Dissertação de Mestrado, UFSC/LABPLAN, Florianópolis, SC, Brasil, Maio de 2002.
- CHANG, G. W., AGANAGIC, M., WAIGHT, J. G., MEDINA, J., BURTON, T., REEVES, S. CHRISTOFORIDIS, M.; Experiences With Mixed Integer Linear Programming Based Approaches on Short-Term Hydro Scheduling, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 16, n. 4, pp. 743-749, Nov. 2001.
- CHENEY, E., GOLDSTEIN, A. Newton's Method for Convex Programming and Tchebycheff Approximations, *Numerische Mathematik* (1), pp. 253-268, 1959.
- COHEN, G. Auxiliary Problem Principle and Decomposition of Optimization Problems, *Journal of Optimization Theory and Applications*, v. 32, n. 3, Nov. 1980.
- CREDER, H. *Instalações Hidráulicas*, Livro Técnico e Científico, Editora. S.A., 1997.
- CRUZ, G. *Modelo Equivalente Não-Linear para o Planejamento da Operação de Longo Prazo de Sistemas de Energia Elétrica*, Tese de Doutorado, Unicamp, Campinas, SP, Brasil, Dezembro de 1988.
- DIAZ, G. E., FONTANE, D. F. Hydropower Optimization Via Sequential Quadratic Programming, *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 115, n. 6, Nov. 1989.
- DINIZ, A. L., SOUZA, L. C. F., MACEIRA, M. E. Estratégia de Representação DC da Rede Elétrica no Modelo de Despacho da Operação Energética – DESSEM, VII SEPOPE –

Symposium of Specialists in Electric Operation and Expansion Planning, Brasília, Brasil, Maio 2002.

- DINIZ, A. L., MACEIRA, M. E., SOUZA, L. C. F., COSTA, F. S., TERRY, L. A., SAGASTIZÁBAL, C. A. Aplicação de Técnicas de Relaxação Lagrangeana e Programação Dinâmica Dual ao Modelo de Despacho Horário da Operação Energética, XVII SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Uberlândia, Brasil, Out. 2003.
- DINIZ, A. L., SANTOS, T. N., MACEIRA, M. E. Short Term Security Constrained Hydrothermal Scheduling Considering Transmission Losses, *IEEE/PES Trans. & Distr. Conf. Expos. Latin America*, Caracas, Venezuela, June 2006a.
- DINIZ, A. L., SANTOS, T. N., MACEIRA, M. E. Short Term Security Constrained Hydrothermal Scheduling for Large Scale Systems Considering Transmission Losses, X SEPOPE – Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Florianópolis, Santa Catarina, Brazil, 2006b.
- DINIZ, A. L. Uma Estratégia de Decomposição por Relaxação Lagrangeana para a Otimização da Programação Diária da Operação de Sistemas Hidrotérmicos com Modelagem Detalhada da Rede Elétrica – Aplicação ao Sistema Brasileiro, Tese de Doutorado, UFRJ/COPPE, Rio de Janeiro, Brasil, 2007.
- DINIZ, A. L., MACEIRA, M. E. A Four-Dimensional Model of Hydro Generation for the Short-Term Hydrothermal Dispatch Problem Considering Head and Spillage Effects, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 23, n. 3, pp. 1298-1308, Aug. 2008.
- DOUGLAS, J., RACHFORD, H. H. On the Numerical Solution of Heat Conduction Problems in Two and Three Space Variables, *Trans. Amer. Math. Soc.*, 82:421-439, 1956.
- ENCINA, A. S. A., CICOONA, M. A., SOARES, S., OHISHI, T. Despacho Ótimo de Unidades Geradoras em Usinas Hidrelétricas, IX SEPOPE – Symposium of Specialists in Electric Operation and Expansion Planning, Rio de Janeiro, Brazil, May 2004.
- ESTEVES, P. P., DINIZ, A. L., SAGASTIZÁBAL, C. A. A Mathematical Model for the Efficiency curves of Hydroelectric Units, X SEPOPE – Symposium of Specialists in Electric Operation and Expansion Planning, Florianópolis, SC, Brazil, May 2006.
- EVERETT III, H. Generalized Lagrange Multiplier Method for Solving Problems of Optimum Allocation of Resources, *Operation Research*, 11 (1963), pp. 399-417.
- FALK, J. E. Lagrange Multipliers and Nonconvex Programs, *SIAM Journal on Control*, 7(4): 534-545, 1969.
- FELTENMARK, S., KIWIEL, K. C. Dual Applications of proximal bundle methods, including Lagrangian relaxation of nonconvex problems, *Siam Journal of Control and Optimization*, v. 10, n. 3, pp. 697-721, 2000.
- FERREIRA, L. A. F. M., ANDERSSON, T., IMPARATO, C. F., MILLER, T. E., PANG, C. K., SVOBODA, A., VOJDANI, A. F. Short-Term Resource Scheduling in Multi-Area

- Hydrothermal Power Systems, *Electric and Energy Systems*, v. 11, n. 3, pp. 200-212, 1989.
- FISHER, M. L. The Lagrangian Relaxation Method for Solving Integer Programming Problems, *Management Science*, Number 27, pp. 1-18, 1981.
- FINARDI, E. C. *Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos Utilizando Computação de Alto Desempenho*, Dissertação de Mestrado, UFSC/LABPLAN, Florianópolis, SC, Brasil, Abril de 1999.
- FINARDI, E. C. *Alocação de Unidades Hidrelétricas em Sistemas Hidrotérmicos Utilizando Relaxação Lagrangeana e Programação Quadrática Sequencial*, Tese de Doutorado, UFSC/LABPLAN, Florianópolis, SC, Brasil, 2003.
- FINARDI, E., C., SILVA, E. L. Solving the Hydro Unit Commitment Problem via Dual Decomposition and Sequential Quadratic Programming, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 2, pp. 835-844, May 2006.
- FORTUNATO, L. A. M., ARARIPE, T. A., ALBUQUERQUE, J. C. R., PEREIRA, M. V. F. *Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica*, Editora da Universidade Federal Fluminense, 1990.
- FU, Y., SHAHIDEHPOUR, S., M., LI, Z. Security-Constrained Unit Commitment With AC Constraints, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 2, pp. 1001-1013, May, 2005.
- FU, Y., SHAHIDEHPOUR, S., M., LI, Z. AC Contingency Dispatch Based on Security-Constrained Unit Commitment, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 2, pp. 897-908, May, 2006.
- GEOFFRION, A. Generalized Benders Decompositions, *Journal of Optimization Theory and Applications*, v. 10, n. 4, pp. 237-260, 1972.
- GEOFFRION, A. M. Duality in Nonlinear Programming: A Simplified Applications-Oriented Development, *SIAM Review*, v. 13, n. 4, Jan., 1971.
- GEOFFRION, A. M. Lagrangean Relaxation for Integer Programming, *Mathematical Programming Study*, 2:82-114, 1974.
- GEORGE, J. A., READ, E. G., KERR, A. L., ROSENTHAL, R. E. Optimal Scheduling of Hydro Stations: An Integer Programming Model, *Working Paper: EMRG – WP-95-07*, Energy Modeling Research Group, Department of Management, University of Canterbury, New Zealand, July, 1995.
- GIL, E., BASTOS, J., RUDNICK, H. Short-Term Hydrothermal Generation Scheduling Model Using a Genetic Algorithm, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 4, pp. 1256-1264, Nov. 2003.
- GOLDSMITH, M. J. *Sequential Quadratic Programming Methods Based on Indefinite Hessian Approximations*, Ph. D. Thesis, Stanford University, USA, 1999.
- GORENSTIN, B., COSTA, J. P., PEREIRA, M. V. F. Stochastic Optimization of a Hydrothermal System, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 7, n. 2, May 1992.

- GUAN, X., LUH, P. B., YAN, H. An Optimization-based Method for Unit Commitment, *Electrical Power & Energy Systems*, v. 14, n. 1, pp. 9-17, Feb. 1992.
- GUAN, X., SVOBODA, A., LI, C. A. Scheduling Hydro Power Systems with Restricted Operating Zones and Discharges Ramping Constraints, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 1, Feb. 1999.
- GUAN, X., GUO, S., ZHAI, Q.; The Conditions for Obtaining Feasible Solutions to Security-Constrained Unit Commitment Problems, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 4, pp. 1746-1756, Nov. 2005.
- GUIGNARD, M., KIM, S. Lagrangean Decomposition: A Model Yielding Stronger Lagrangean Bounds, *Mathematical Programming*, 39 (2):215-228, 1987a.
- GUIGNARD, M., KIM, S. Lagrangean Decomposition for Integer Programming: Theory and Applications, *RAIRO Recherche Opérationnelle*, 21 (4):307-323, 1987b.
- HASTINGS, N. A. J. *Dynamic Programming With Management Applications*, Operations Research Series, The Butterworth Group, London, 1973.
- HOSSEINI, S. H., KHODAEI, A., AMINIFAR, F. A Novel Straightforward Unit Commitment Method for Large-Scale Power Systems, *IEEE Power Transactions on Power Systems*, v. 22, n. 4, p. 2134-2143, Nov. 2007.
- ILOG. Ilog CPLEX 7.1 User's Manual, March 2001.
- ITAIPU [http://www.itaipu.gov.br/files/image/casa-de-forca\(1\).jpg](http://www.itaipu.gov.br/files/image/casa-de-forca(1).jpg), visualizado em 01 de março de 2009.
- KELLEY, J. E. The Cutting Plane Method for Solving Convex Programs, *J. Soc. Indust. Appl. Math* (8), pp. 95-109, 1975.
- KIWIEL, K. C. Proximity Control in Bundle Methods for Convex Nondifferentiable Minimization, *Mathematical Programming* (46), pp. 105-122, 1990.
- KLIGERMAN, A. S. *Operação Ótima de Subsistemas Hidrotérmicos Interligados Utilizando Programação Dinâmica Estocástica Dual*, Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Campinas, SP, Brasil, Fevereiro de 1992.
- LARSON, R. E.; A Survey of Dynamic Programming Computational Procedures, *IEEE Transactions on Automatic Control*, December, 1967.
- LARSON, R. E.; *State Increment Dynamic Programming*, American Elsevier, New York, 1968.
- LARSON, R. E., KECKLER, W. G. Applications of Dynamic Programming to the Control of Water Resource Systems, *Automatica*, Vol. 5, pp. 15-26, Pergamon Press, 1969.
- LASDON, L. S.; *Optimization Theory of Large Systems*, Macmillan Company, New York, NY, 1970.
- LAWRENCE, C. T. *A Computationally Efficient Feasible Sequential Quadratic Programming Algorithm*, Ph.D. Thesis, University of Maryland, USA, 1998.

- LEITE, P. T., CARNEIRO, A., A., F., M., CARVALHO, A., C., P., L., F.; Energetic Operation Planning Using Genetic Algorithms, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 1, pp. 173-179, Feb. 2002.
- LEMARÉCHAL, C. An Extension of Davidon Methods to Nondifferentiable Problems, *Mathematical Programming Study* (3), pp. 95-109, 1975.
- LEMARÉCHAL, C., PELLEGRINO, F., RENAUD, A. SAGASTIZÁBAL, C. A. Bundle Methods Applied to the Unit Commitment Problem, *System Modeling and Optimization*, pp. 395-402, Chapman and Hall, 1996.
- LEMARÉCHAL, C., SAGASTIZÁBAL, C. A. *Use of the Code N1CV2*, Tech. Resp., Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, Domaine Voluceau, Rocquencourt, B. P. 103, Le Chesnary Cedex, France, 1987.
- LEMARÉCHAL, C., SAGASTIZÁBAL, C. An Approach to the Variable Metric Bundle Methods, *Systems Modeling and Optimization* (J. Henry and J-P. Yvon, eds.), *Lectures Notes in Control and Information Sciences*, Number 197, Springer-Verlag, pp. 144-162, 1994.
- LEMARÉCHAL, C., SAGASTIZÁBAL, C.; Variable Metric Bundle Methods: From Conceptual to Implementable Forms, *Mathematical Programming* (76), pp. 393-410, 1997.
- LEMARÉCHAL, C. Computational Combinatorial Optimization: Optimal or Provably Near-Optimal Solutions, *Lectures Notes in Computer Science*, v. 2241, pp. 112-156, 2001.
- LEMARÉCHAL, C., RENAUD, A. A Geometric Study of Duality Gaps, With Applications, *Mathematical Programming*, v. 90, n. 3, pp. 399-427, 2001.
- LI, C. A., SVOBODA, A. J., TSENG, C. L., JOHNSON, R. B.; Hydro Unit Commitment in Hydro-Thermal Optimization, *IEEE Transactions on Power Systems*, Volume 12, Number 2, May, 1997.
- LI, Z., SHAHIDEHPOUR, S., M.; Security-Constrained Unit Commitment for Simultaneous Clearing of Energy and Ancillary Services Markets, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 2, pp. 1079-1088, May, 2005.
- LI, T., SHAHIDEHPOUR, M. Risk-Constrained Bidding Strategy With Stochastic Unit Commitment, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 22, n. 1, pp. 449-458, Feb. 2007a.
- LI, T., SHAHIDEHPOUR, M. Dynamic Ramping in Unit Commitment, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 22, n. 3, pp. 1379-1381, Aug. 2007b.
- LU, B., SHAHIDEHPOUR, S., M.; Unit Commitment With Flexible Generation Units, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 2, pp. 1022-1034, May, 2005.
- LIN, W. M., CHENG, F. S., TSAY, M. T. An Improved Tabu Search for Economic Dispatch with Multiple Minima, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 1, pp. 108-112, Feb. 2002.

- MACEIRA, M. E., MERCIO, C. B., GORENSTIN, B. G., CUNHA, S. H. F., SUANNO, C., SACRAMENTO M. C., KLIGERMAN, A. S. Energy Evaluation of The North/Northeastern and South/Southeastern Interconnection with NEWAVE Model, VI SEPOPE – Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Salvador, Brazil, 1998.
- MACEIRA, M. E., TERRY, L. A., DAMAZIO, J. M., COSTA F. S., MELO, A. C. G. Chain of Optimization Models for Setting the Energy Dispatch and Spot Price in Brazilian System, *Proceedings of The Power System Computation Conference – PSCC'02*, Sevilla, Spain, June 2002.
- MANZANEDO, F., CASTRO, J. L., PÉREZ-DONSIÓN, M. “Application of Evolutionary Techniques to Short-Term Optimization of Hydrothermal Systems”, *POWERCON – Proceedings of the International Conference on Power System Technology*, pp. 1539-1544, Dec. 2000.
- MARTÍNEZ, J. M., SANTOS, S.A. *Métodos Computacionais de Otimização*, Departamento de Matemática Aplicada, IMECC-UNICAMP, 1995.
- MARWALI, M. K. C., SHAHIDEHPOUR, S. M. Coordination Between Long-Term and Short-Term Generation Scheduling with Network Constraints, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 3, pp. 1161-1167, Aug. 2000.
- MO, B., ANDERS, G., GRUNDT, A. Integrated Risk Management of Hydro Power Scheduling and Contract Management, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 16, n. 2, pp. 216-221, May 2001.
- MONTIBELLER, F. *Aplicação do Método de Feixes ao Problema de Planejamento da Operação de Curto Prazo para Sistemas Hidrotérmicos*, Dissertação de Mestrado, UFSC/LABPLAN, Florianópolis, Brasil, 2003.
- NI, E., GUAN, X., LI, R. Scheduling Hydrothermal Power Systems with Cascaded and Head-Dependent Reservoirs, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 3, Aug. 1999.
- NILSSON, O., SJELVGREN, D. Mixed-Integer Programming Applied to Short-Term Planning of Hydro-Thermal System, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 1, pp. 281-286, Feb., 1996.
- NILSSON, O., SJELVGREN, D. Variable Splitting Applied to Modeling of Start-Up Costs in Short-Term Hydro Generation Scheduling, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 2, pp. 770-775, May, 1997.
- NOCEDAL, J., WRIGHT, S. J. *Numerical Optimization*, 2nd Edition, Springer, 2006.
- OHISHI, T.; *Planejamento da Operação de Curto Prazo de Sistemas Hidrotérmicos Predominantemente Hidráulicos*, Tese de Doutorado, UNICAMP, Campinas, SP, Dezembro de 1990.
- ONS, Procedimentos de Rede, 2006.
- _____. Procedimentos de Rede, Submódulo 1.2: Macrofunções Finalísticas do Operador Nacional do Sistema Elétrico, 2008.

- _____. Procedimentos de Rede, Submódulo 6.1: Planejamento da Operação Elétrica: Visão Geral, 2008.
- _____. Procedimentos de Rede, Submódulo 7.1: Planejamento da Operação Energética: Visão Geral, 2008.
- _____. Procedimentos de Rede, Submódulo 7.2: Programa Anual de Operação Eletroenergética, 2008.
- _____. Procedimentos de Rede, Submódulo 7.3: Programa Mensal de Operação Eletroenergética, 2008.
- _____. Procedimentos de Rede, Submódulo 8.1: Programação Diária da Operação Eletroenergética, 2008.
- _____. Procedimentos de Rede, Submódulo 18.2: Relação dos Sistemas e Modelos Computacionais, 2008.
- ONS, Programa Mensal de Operação – PMO, março de 2009
- _____. DECOMP, Arquivo de saída RELATO.RV0, 2009.
- PADHY, N. P., Unit Commitment – A Bibliographical Survey, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 2, p. 1196-1205, May 2004.
- PAPAGEORGIU, L. G., FRAGA, E. S. A Mixed Integer Quadratic Programming Formulation for the Economic Dispatch of Generators with Prohibited Operating Zones, *Electric Power Systems Research*, v.7, n.10, p. 1292-1296, Aug. 2007.
- PEREIRA, M. V. F., PINTO, L. M. V. G. Stochastic Optimization of Multireservoir Hydroelectric System: A Decomposition Approach, *Water Resources Research*, v. 21, n. 6, p.779-792, June, 1985.
- PEREIRA, M. V. P., PINTO, M. V. G.; Aplicação de Técnicas de Decomposição ao Pré-Despacho de Sistemas Hidrotérmicos, Grupo X, *SNPTEE*, Brasília, DF, Brasil, 1987.
- PINTO, M. V. G., PEREIRA, M. V. P.; Alocação Semanal de Geração em Sistemas Hidrotérmicos Interligados, Grupo X, *SNPTEE*, Belo Horizonte, MG, Brasil, 1987.
- RAJAN, C. c. A., MOHAN, M. R. An Evolutionary Programming-Based Tabu Search Method for Solving The Unit Commitment Problem, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 1, pp. 577-585, Feb. 2004.
- REDONDO, N. J., CONEJO, A. J. Short-Term Hydro-Thermal Coordination by Lagrangian Relaxation: Solution of The Dual Problem, *IEEE Transactions on Power Systems*, v.14, n. 1, pp. 89-95, Feb. 1999.
- RESTREPO, J., F., GALIANA, F., D. Unit Commitment With Primary Frequency Regulation Constraints, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 4, pp. 1836-1842, Nov. 2005.
- RODRIGUES, R. N., FINARDI, E. C., SILVA, E. L., “Optimal Dispatch of Hydro Generation Plants by Augmented Lagrangian”, *IEEE/PES General Meeting*, San Francisco, USA, 2005.

- RODRIGUES, R. N., FINARDI, E. C., SILVA, E. L., "Alocação de Unidades Hidrelétricas no Problema da Programação da Operação Energética Utilizando Relaxação Lagrangeana e Lagrangeano Aumentado", *Controle & Automação*, v. 17, p. 155-167, 2006.
- RODRIGUES, R. N., SILVA, E. L., FINARDI, E. C., "Solving The Hydrothermal Unit Commitment Problem via Lagrangian Relaxation and Augmented Lagrangian", *16th Power System Computation Conference*, Glasgow, 2008.
- RUZIC, S., RAJAKOVIC, N. A New Approach for Solving Extended Unit Commitment Problem, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, n. 1, pp. 269-277, Feb. 1991.
- RUSZCZYNSKI, A. Decomposition Methods in Stochastic Programming, *Mathematical Programming*, 79:333-353, 1997.
- SALMAZO, C. T.; *Modelo de Otimização Eletro-energético de Curto Prazo (Pré-Despacho) Aplicado ao Sistema da COPEL*, Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Campinas, SP, Março de 1997.
- SANTOS, E. F., ARCE, A., OHISHI, T., SOARES, S., "Comparison Between Two Methodologies for Hydro unit Commitment Problem", *X SEPOPE – Symposium of Specialists in Electric Operation and Expansion Planning*, Florianópolis, SC, Brazil, 2006.
- SCHRAMM, H., ZOWE, J. A Version of the Bundle Idea for Minimizing a Nonsmooth Function: Conceptual Idea, Converge Analysis, Numerical Results, *SIAM Journal on Optimization* (2), Number 1, pp. 121-152, 1992.
- SCHREIBER, G. P.; *Usinas Hidráulicas*, Editora Blucher, São Paulo, 1980.
- SENJYU, T., SHIMABUKUTO, K., UEZATO, K. FUNABASHI, T.; A Fast Technique for Unit Commitment Problem by Extended Priority List, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 2, pp. 882-888, May 2003.
- SHAWWASH, Z. K., SIU, T. K., RUSSEL, S. O.; The B. C. Hydro Short-Term Hydro Scheduling Optimization Model, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 3, pp. 1125-1131 Aug. 2000.
- SHEBLE, G. B., FAHD, G. N.; Unit Commitment Literature Synopsis, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 1, pp. 128-135, Feb. 1994.
- SHOR, N. *Minimization Methods for Non-Differentiable Functions*, Springer-Verlag, Berlin, 1997.
- SIFUENTES, W. S., VARGAS, A. Hydrothermal Scheduling Using Benders Decomposition: Accelerating Techniques, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 22, n. 3, pp. 1351-1359, Aug. 2007.
- SILVA, E. L.; *Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica*, Editora Sagra Luzzatto, Porto Alegre, RS, 2001.
- SOARES, S., LYRA, C., TAVARES, H. Optimal Generation Scheduling of Hydrothermal Power Systems, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PASS-99, n. 3, May/June 1980.

- SOARES, S., OHISHI, T., CICOGNA, M., ARCE, A. Dynamic Dispatch of Hydro Generation Units, *IEEE Power Tech Conference*, Bologna, Italy, June 2003.
- SOUZA, Z. *Centrais Hidro e Termelétricas*, Editora Blucher, São Paulo, 1983.
- SWARUP, K. S., YAMASHIRO, S. Unit Commitment Solution Methodology Using Genetic Algorithm, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 1, pp. 87-91, Feb. 2002.
- TAKIGAWA, F. Y. K. *Análise Comparativa de Diferentes Estratégias de Decomposição do Problema da Programação Diária da Operação de Sistemas Hidrotérmicos com Base na Relaxação Lagrangeana*, Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), UFSC/LABPLAN, Florianópolis, Brasil, 2006.
- TAKRITI, S., BIRGE, J. R., LONG, E.; A Stochastic Model for the Unit Commitment Problem, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 3, pp. 1497-1508, Aug. 1996.
- TERRY, L. A., MACEIRA, M. E., MERCIO, C. V., DUARTE, V. S., "Equivalent Reservoir Model for Hydraulic Coupled Systems", *IX SEPOPE – Symposium of Specialists in Electric Operation and Expansion Planning*, Rio de Janeiro, Brazil, 2004.
- TRACTEBEL ENERGIA. Complexo Termelétrico Jorge Lacerda.
- URRUTY, J. B. H., LEMARÉCHAL, C. *Convex Analysis and Minimization Algorithms*, Springer-Verlag, 1993.
- VARGAS, L. S., RODRIGO, P. B. A Scenario Simulation Approach for Market Power Analysis in Hydrothermal Systems, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 3, pp. 1046-1053, Aug. 2003.
- WOOD, A. J., WOLLENBERG, B. F. *Power Generation Operation & Control*, John Wiley & Sons, 1984.
- WONNACOTT, T. H, WONNACOTT, R. J. *Introductory Statistics for Business and Economics*, Ontario, Canada, John Wiley & Sons, Inc, 1972.
- XAVIER, L. N., DINIZ, A. L., COSTA, F. S., *et al*, "Aprimoramento da Modelagem da Função de Produção Energética das Usinas Hidroelétricas no Modelo DECOMP: metodologia e resultados", *XVIII SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Curitiba, Out. 2005.
- ZHUANG, F., GALIANA, F. D.; Towards a More Rigorous and Practical Unit Commitment by Lagrangian Relaxation, *IEEE Transactions on Power Systems*, Volume 3, Number 2, May, 1988.
- ZOUMAS, C., E., BARKITZIS, A., G., TEOCHARIS, J., B., PETRIDIS, V. A Genetic Algorithm Solution Approach to the Hydrothermal Coordination Problem, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 2, pp. 1356-1364, May 2004.