



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Dissertação de Mestrado

OSCILAÇÕES AEROACÚSTICAS EM TUBOS COM RESSONADORES
ACOPLADOS

Mestrando: Thiago Cardoso de Souza

Orientador: Prof. Arcanjo Lenzi

Co-Orientador: Prof. Cesar J. Deschamps

Florianópolis, Março de 2009.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

**OSCILAÇÕES AEROACÚSTICAS EM TUBOS COM RESSONADORES
ACOPLADOS**

Thiago Cardoso de Souza

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de

MESTRE EM ENGENHARIA

**ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA
sendo aprovada em sua forma final.**

Prof^o. Arcanjo Lenzi, Ph.D. Orientador

Prof^o. Cesar J. Deschamps, Ph.D. Co- Orientador

Prof^o. Eduardo Fancello, D. Sc. Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA

Prof^o. Roberto Jordan, Dr. Eng.

Prof^o. Júlio Cordioli, Dr. Eng.

Prof. Amir Antônio Martins Oliveira Jr., Ph.D.

“Embora possa parecer um paradoxo, toda ciência exata é dominada pela idéia de aproximação”.

Bertrand Russell

Agradecimentos

Este trabalho não teria sido possível sem o auxílio e colaboração de inúmeras pessoas. Obviamente, qualquer tentativa de agradecimento exposta na forma escrita não conseguiria ressaltar a importância destes colaboradores diretos e indiretos presentes nesta etapa da minha vida.

Primeiramente agradeço a Deus, por todas as oportunidades, vitórias e lições propiciadas. Agradeço aos meus queridos pais, Wilson e Branca, e ao meu querido irmão Cesar pelo apoio, presença e incentivo em todas as etapas de minha vida. Tudo que sou devo a vocês, meus eternos heróis!!!

Um agradecimento a minha tia Tika, a toda minha família e aos amigos de sempre, em especial Binhão!!

Agradeço ao 'Chefe' Prof^o Arcanjo Lenzi pela orientação deste trabalho, e por sua amizade. Um muito obrigado pela oportunidade dada em termos do crescimento pessoal e intelectual proporcionados durante esta etapa da minha vida.

Agradeço a Co-orientação do Prof^o César J. Deschamps, pelo imenso auxílio dispensado na realização deste trabalho. Suas sugestões e questionamentos foram fundamentais na concretização desta dissertação.

Ao colega Fabiano Wolf, do Laboratório de Meios Porosos (LMPT), pelo aprendizado referente ao método Lattice-Boltzmann, e pelo auxílio na disposição do código.

Aos amigos e colegas do LVA e do POLO: André Trintini, Olavo (Frango), Mikio, Márcio, Gringo, Tiago, Eric, Paulo Novak, Eduardo Mayer, Roger e Evandro pela descontração e aprendizado.

Um agradecimento ao grande amigo 'Baiano' Fabilson, um novo 'brother' que conheci nesta etapa!! Ao companheiro de caiaque Marcos Lenzi!!! E ao engenheiro-guitarrista Júlio!

Um agradecimento aos três novos grandes amigos, Henrique Gomes, Paulo H. Mareze, e Leonardo Zanetti!! Parceiros da The Fucking Crazy Band!!! Banda que durante este dois anos enriquece minha memória com momentos inesquecíveis e lendários!!!

E um agradecimento especial a Carlota! Minha querida esposa, amiga e companheira!!! Obrigado por tudo!!! Tenho certeza de que juntos vamos percorrer o mundo!!

Agradeço a CAPES e a EMBRACO pelo apoio financeiro.

Sumário

AGRADECIMENTOS.....	II
SUMÁRIO.....	III
ÍNDICE DE FIGURAS.....	VII
ÍNDICE DE TABELAS.....	XII
LISTA DE SÍMBOLOS.....	XIII
RESUMO.....	XVII
ABSTRACT	XVIII
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Motivação.....	1
1.2 Objetivos	3
1.3 Estrutura do Documento	4
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
2.1 Ruído em Compressores	6
2.2 Dispositivos de Atenuação.....	7
2.2.1 Tubos Ressonantes.....	7
3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS	9
3.1 Introdução	9
3.2 Escoamentos Potenciais.....	10
3.3 Dinâmica dos Vórtices	12
3.4 Acústica	14

3.5	Análise Acústica de Dutos com Ramificações Laterais.....	16
3.6	Fluxo Acústico na região de intersecção	19
3.7	Fator de Qualidade das Pulsações.....	21
3.8	Análise do fator de qualidade aplicado aos artigos citados.....	26
3.9	Aeroacústica	31
3.10	Variáveis Aeroacústicas	31
3.11	Analogia de Lilley e Modelos Aeroacústicos.....	32
3.12	O mecanismo de acoplamento	33
3.13	O modelo Quase-Estacionário de Ingard.....	34
3.14	A teoria do som gerado por vórtices de Powell-Howe	39
3.14.2	O corolário da Energia de Howe	40
3.15	Oscilações Auto-Sustentadas	41
3.16	Considerações Teóricas sobre a Re-alimentação do campo acústico.....	42
3.16.1	Ressonadores e Fontes Aeroacústicas	44
3.16.2	Descrição Qualitativa de regimes de amplitude baixa, moderada e elevada	44
3.16.3	Modelos Analíticos	57
3.16.4	O Balanço de Energia	73
4	METODOLOGIA NUMÉRICA DE SOLUÇÃO.....	92
4.1	Aeroacústica Computacional (CAA).....	92
4.2	Método dos Volumes Finitos	95
4.2.1	Modelagem de Escoamentos próximos a parede.....	95
4.2.2	Métodos para estimativa da Incerteza Numérica: O índice de convergência da Malha.....	96
4.3	Volumes Finitos aplicados à Análise Modal	97
4.4	Simulação do Escoamento Incompressível.....	98
4.4.1	Domínio Computacional para o Escoamento Incompressível.....	98
4.5	Simulação do Escoamento Compressível	101
4.5.1	Domínio computacional para o Escoamento Compressível.....	101

4.6	Simulação do escoamento Compressível-Transiente	103
5	METODOLOGIA EXPERIMENTAL	108
5.1	Descrição do Aparato Experimental	108
5.2	Medição de Vazão	110
5.3	Configurações Experimentais	112
6	RESULTADOS EXPERIMENTAIS E DISCUSSÃO	119
6.1	Efeitos do escoamento sobre a função de transferência do duto principal	119
6.2	Efeitos do Escoamento sobre a Função de Transferência do duto principal com tubo ressonante acoplado.....	125
6.3	Análise do Ruído gerado pelo escoamento no bocal de saída do duto principal com e sem a aplicação do ressonador	128
6.3.1	Nível de pressão sonora do ruído gerado pelo escoamento no bocal de saída do duto principal sem a aplicação do ressonador	128
6.3.2	Nível de pressão sonora do ruído gerado pelo escoamento no bocal de saída do duto principal com a aplicação do ressonador.....	130
6.4	Análise do Ruído gerado pelo escoamento na extremidade fechada do ressonador aplicado ao duto principal.....	134
7	RESULTADOS NUMÉRICOS E DISCUSSÃO	143
7.1	Escoamento Incompressível Estacionário	143
7.2	Termos Fontes	146
7.3	Escoamento Compressível Estacionário	147
7.4	Escoamento Compressível Transiente.....	149
8	CONCLUSÃO	164
8.1	Sugestão para trabalhos futuros	172
9	BIBLIOGRAFIA	174

10 APÊNDICE A	179
10.1.1 Método Lattice Boltzmann.....	179
10.1.2 Distinção ente o método dos volumes finitos e o método Lattice-Boltzmann para aplicação em Aeroacústica	179
10.1.3 Simulação Compressível via Método Lattice Boltzmann	180
10.1.4 Descrição do domínio computacional utilizado na formulação compressível via Método Lattice-Boltzmann	181
10.2 Resultados	182

Índice de Figuras

Figura 1.1 - Em (I) tem-se o modelo bi-dimensional de um filtro acústico, tipo muffler, com suas principais componentes, em (II) tem-se o exemplo da representação tridimensional do modelo exposto em (I).....	1
Figura 1.2 – Vista em Corte de um compressor alternativo. Em destaque, ampliado, tem-se um muffler de sucção.....	2
Figura 1.3 – Aplicação de um ressonador no tubo principal do muffler. Em destaque, ampliado, tem-se a região de acoplamento, através de bordas do tipo canto vivo, entre o ressonador com o tubo principal.....	3
Figura 2.1: Tubo Ressonante típico.....	7
Figura 3.1: Integração sobre um caminho fechado ao longo de um elemento vinculado à camada limite.....	13
Figura 3.2: Deformação causada pelo escoamento viscoso.....	14
Figura 3.3: Comparação do perfil de velocidade na região viscosa. Nota-se a similaridade do perfil de velocidade relacionado à velocidade radial de sistemas em movimento rotacional uniforme com o perfil de velocidade na camada limite.....	14
Figura 3.4: Fontes do tipo Monopolo, Dipolo, Quadrupolo, gerando ondas na superfície da água, ao redor de um barco, conforme Hirschberg (2004).....	15
Figura 3.5: Ramificação Lateral	16
Figura 3.6: Balanço de forças sobre a partícula de fluido vinculada ao escoamento potencial considerado na junção.....	20
Figura 3.7: Representação bi-dimensional das ramificações laterais.....	24
Figura 3.8: Comparação da Amplitude das Oscilações Auto-Sustentadas para diferentes configurações de ramificações laterais (Ziada et al., 1999).....	25
Figura 3.9: Escoamento Turbulento interno ao duto principal, neste caso, com terminação flangeada.....	35
Figura 3.10: Fonte unitária excitando o duto, com escoamento interno U0, na região de entrada.....	36
Figura 3.11: Distribuição analítica dos modos axiais para um duto simples com escoamento interno em regimes distintos de velocidade.....	38
Figura 3.12: Evolução temporal da Velocidade de partícula acústica mostrando a referida variável em diferentes instantes de tempo (Ziada, 1994).....	47
Figura 3.13: Efeito da amplitude do campo acústico na junção de uma ramificação lateral co-axial sobre o desprendimento de vórtices	49
Figura 3.14: Modos de Ressonância Intrínsecos a ramificação lateral única e a ramificação lateral co-axial (Ziada et al., 1999),.....	54

Figura 3.15: Visualização do escoamento na ramificação lateral: a) Ramificação Lateral Co-Axial: Primeiro modo hidrodinâmico (Dequand, 2001) escoamento no sentido da esquerda à direita, (b) e (c) ilustra o deslocamento do vórtice em dois instantes sucessivos (Hirschberg, 2004), sentido de deslocamento da direita para a esquerda.....	54
Figura 3.16: Visualização do escoamento na ramificação lateral Co-axial: Segundo modo hidrodinâmico em dois instantes sucessivos (Dequand, 2001).....	55
Figura 3.17: Excitação dos modos acústicos superiores em função da velocidade do escoamento médio, conforme Hirschberg (1997).....	56
Figura 3.18: Simplificação da vorticidade na região de intersecção segundo o modelo de Nelson (Hirschberg, 2004).....	58
Figura 3.19: Absoluto da circulação $\Gamma_n(t)$ para $\tau_c > T$	61
Figura 3.20: Absoluto da circulação $\Gamma_n(t)$ para $\tau_c < T$	62
Figura 3.21: Potência sonora adimensional predita pelo modelo de Nelson.....	67
Figura 3.22: Simplificação da Cinemática dos Vórtices na junção segundo o modelo de Nelson, conforme Howe (1998).....	68
Figura 3.23: Potência sonora adimensional predita pelo modelo de Howe.....	72
Figura 3.24: Desprendimento de vórtices no sistema acústico considerado, conforme Hirschberg (1997).....	75
Figura 3.25: Formação do Jato na saída do duto.....	77
Figura 3.26: Amplitude de Pressão Normalizada obtida experimentalmente.....	86
Figura 3.27: Amplitude de Pressão Normalizada obtida experimentalmente por Jungowski (Jungowski et al., 1989) e resultados preditos pelo modelo de Nelson e pelo modelo numérico “Vortex-Blob”, para sistemas acoplados através de bordas do tipo curva em função do número de Strouhal.....	87
Figura 3.28: Amplitude de Pressão Normalizada obtida experimentalmente por Jungowski (Jungowski et al., 1989) e resultados preditos pelos modelos analíticos e pelo modelo numérico “Vortex-Blob”, para sistemas acoplados através de bordas do tipo canto vivo e bordas curvas em função do número de Strouhal.....	88
Figura 3.29: Amplitude de Pressão Normalizada obtida experimentalmente por Jungowski (Jungowski et al., 1989) e resultados preditos pelos modelos analíticos e pelo modelo numérico “Vortex-Blob”, para a razão de diâmetro em função do número de Strouhal.....	89
Figura 3.30: Amplitude de Pressão Normalizada obtida experimentalmente por Jungowski (Jungowski et al., 1989) e resultados preditos pelos modelos analíticos e pelo modelo numérico “Vortex-Blob”.....	90
Figura 3.31: Amplitude de Pressão Normalizada obtida experimentalmente por Bruggeman (Bruggeman et al., 1991) e resultados preditos pelos modelos analíticos e pelo modelo numérico “Vortex-Blob”.....	91

Figura 4.1: Geometrias de borda analisadas.....	99
Figura 4.2: Domínio de cálculo para a determinação do campo de velocidade e fontes sonoras.....	99
Figura 4.3: Domínio Numérico utilizado na simulação computacional para o caso da ramificação lateral co-axial analisado por Kriesels (1995).....	104
Figura 4.4: Domínio Numérico utilizado na simulação computacional para o caso da ramificação lateral única analisada por Bruggeman (1991).....	104
Figura 4.5: Domínio Numérico referente à simulação computacional para o caso do tubo ressonante avaliado experimentalmente.....	105
Figura 4.6: Resíduos normalizados dentro do critério de convergência vinculado a aeroacústica computacional para o caso considerado experimentalmente.....	107
Figura 5.1: Bancada Experimental utilizada.....	108
Figura 5.2: Revestimento interno ao cilindro.....	109
Figura 5.3: Representação esquemática do sistema de medição.....	109
Figura 5.4: Sistema de geração do fluxo mássico com o fluxímetro conectado.....	110
Figura 5.5: a) Fluxímetro MicroMotion modelo D6, b) Detalhe do fluxímetro conectado ao sistema.....	111
Figura 5.6: Sistema para análise e aquisição dos dados obtidos.....	114
Figura 5.7: Medição da função de transferência para o caso do duto simples.....	115
Figura 5.8: Medição da função de transferência para o caso do ressonador aplicado ao duto simples.....	115
Figura 5.9: Medição do Nível de Pressão (NPS) externo gerado pelo jato formado no bocal de saída do duto principal e do sistema constituído de um ressonador aplicado.....	116
Figura 5.10: Representação Esquemática do experimento realizado com o propósito de determinar o comportamento acústico no tubo ressonante.....	117
Figura 5.11: Medição da flutuação de pressão sonora, de modo a verificar o efeito da re-alimentação do campo acústico, na extremidade do ressonador.....	118
Figura 6.1: Comparação entre o resultado experimental associado à Função de Transferência (modos axiais e analítico sem escoamento, considerando unicamente o tubo principal de comprimento $L = 70$ mm.....	120
Figura 6.2: Comparação entre o resultado experimental associado à Função de Transferência, com escoamento em regime laminar ($Re = 1335$), com escoamento em regime turbulento ($Re = 18371$), e analítico sem escoamento.....	121
Figura 6.3: Coerência experimental associada à Função de Transferência no domínio da frequência sem escoamento, com escoamento em regime laminar ($Re = 1135$), com escoamento em regime turbulento ($Re = 18371$).....	123

Figura 6.4: Comparação entre o resultado experimental associado à Função de Transferência no domínio da frequência sem escoamento, e analítico sem escoamento, considerando o sistema tubo principal e ressonador $L_r = 35$ mm.....	125
Figura 6.5: Resultados experimentais associados à Função de Transferência no domínio da frequência com escoamento em diferentes regimes.....	126
Figura 6.6: Coerência experimental associada à Função de Transferência no domínio da frequência sem escoamento, com escoamento em diferentes regimes.....	127
Figura 6.7: Nível de Pressão Sonora medido no domínio da frequência, segundo o arranjo experimental da figura 5.9.....	128
Figura 6.8: Nível de Pressão Sonora medido no domínio da frequência para o caso do ressonador acoplado ao duto principal, segundo o arranjo experimental da figura 5.9.....	130
Figura 6.9: Comparação entre Níveis de Pressão Sonora medidos externamente ao sistema no domínio da frequência para a configuração com e sem a aplicação de ressonadores.....	131
Figura 6.10: Pressão acústica experimental na extremidade do ressonador fechado.....	135
Figura 6.11: Amplitude da pulsação em função da Velocidade do Escoamento principal. Dutos cilíndricos acoplados via borda canto vivo e $L_p=70$ mm.....	137
Figura 6.12: Nível de pressão sonora (NPS) obtido experimentalmente na extremidade do ressonador, Dutos cilíndricos acoplados via bordas canto vivo e $L_p=70$ mm.....	137
Figura 6.13: Fator de Qualidade para diferentes viscosidades referente ao sistema constituído de um duto principal de comprimento $L_p = 70$ mm e de um ressonador acoplado de $L_r = 35$ mm.....	140
Figura 6.14: Número de Reynolds em função do número de Mach para diferentes dutos com diferentes diâmetros.....	141
Figura 6.15: Modelo Numérico “Vortex-blob” (Kriesels et al., 1995) e Modelo Analítico de Howe baseado na condição de Kutta.....	142
Figura 7.1: Perfis de velocidade na linha 1 obtidos com as Malhas C, D, E, bem como através de extrapolação.....	144
Figura 7.2: Solução numérica do perfil de velocidade obtido para as malhas de maior nível de refino E, E1 e E2, com a incerteza numérica associada.....	146
Figura 7.3: Distribuição dos termos de Lilley para os três tipos de bordas analisadas, Malha E, Malha E1 e Malha E2 obtidos através do algoritmo SNGR.....	147
Figura 7.4: Comparação da Cinemática dos Vórtices obtida via URANS (figura ao lado esquerdo) com os resultados experimentais da cavidade co-axial analisada por Kriesels (1995)(figuras ao lado direito).....	151

Figura 7.5: Amplitude da pressão acústica durante o início transiente ao estado estacionário para $Sr = 0.27$	153
Figura 7.6: Amplitude da pressão acústica na extremidade fechada (inferior) da cavidade co-axial monitorada para diferentes condições hidrodinâmicas.....	153
Figura 7.7: Amplitude de Pressão Normalizada, segundos dados de Kriesels (1995).....	154
Figura 7.8: Resultado associado à cinemática dos Vórtices obtida via URANS em instantes sucessivos na Junção da ramificação lateral única analisada por Bruggeman (1991).....	157
Figura 7.9: Resultado associado a diferentes condições hidrodinâmicas para a Amplitude máxima do campo acústico.....	158
Figura 7.10: Monitoramento da amplitude da pressão acústica na extremidade fechada do ressonador analisado, considerando diferentes valores para a discretização temporal do regime compressível-transiente.....	160
Figura 7.11: Resultado associado à cinemática dos Vórtices obtida via URANS em instantes sucessivos na Junção da ramificação lateral única analisada experimentalmente.....	161
Figura 7.12: Resultado associado ao caso avaliado experimentalmente considerando diferentes condições hidrodinâmicas.....	162
Figura 8.1: Seqüência de passos para a obtenção da re-alimentação do campo acústico referente ao primeiro modo hidrodinâmico.....	171
Figura 9.1: Representação das três geometrias analisadas, (I) ramificação lateral única, (II) ramificação lateral co-axial e (III) ramificação lateral paralela.....	181
Figura 9.2: Comparação Qualitativa referente ao contorno da magnitude de Velocidade obtida entre os dois métodos numéricos considerados.....	183
Figura 9.3: Contorno da magnitude de Velocidade obtida entre dois regimes de velocidade diferenciados para o caso da ramificação lateral única. Para o primeiro caso (I), a velocidade do escoamento médio aproxima-se de $U_0=27$ m/s, já para o segundo caso (II) $U_0=17$ m/s.....	184
Figura 9.4: Contorno da magnitude de Velocidade obtida entre dois regimes de velocidade iguais para o caso da ramificação lateral co-axial e para o caso co-axial e paralelo. Nos casos considerados, a velocidade do escoamento médio aproxima-se de $U_0= 21$ m/s.....	185

Índice de Tabelas

Tabela 1.....	113
Tabela 2.....	116
Tabela 3.....	118
Tabela 4.....	148

Lista de Símbolos

Lista de Acrônimos

BEM – Método de Elementos de Contorno

CAA – Aeroacústica Computacional

CFD – Fluidodinâmica Computacional

DNS – Simulação Numérica Direta

FEM – Método dos Elementos Finitos

GCI – Índice de Convergência do Grid

LES – Simulação de Grandes Escalas

LBM – Método Lattice Boltzmann

NS – Equações de Navier-Sokes

NPS – Nível de Pressão Sonora

NPS_{re} – Nível de Pressão Sonora na extremidade fechada do Ressonador

RANS – Reynolds Average Navier Stokes

SNRG – Stochastic Noise Radiated Generated

SST – Shear Stress Transport

URANS – Unsteady Reynolds Average Navier Stokes

Alfabeto Latino

A_n - Pressão Normalizada

B – Entalpia Total [J]

c - constante

c_0 – Velocidade do som [m/s]

c_f – Coeficiente de Atrito

d - Diâmetro da Ramificação Lateral [m]

D - Diâmetro do Duto Principal [m]

\bar{d} - Razão de diâmetro

E – Energia Mecânica Total [J]

f – Frequência sonora	[Hz]
f_c – Força de Coriolis	[N]
f_m – Frequência de Ressonância referente ao modo acústico m	[Hz]
G – Função de Green	
h - Modos hidrodinâmicos	
h_1 – Número de Elementos da Malha mais Refinada	
h_2 – Número de Elementos da Malha mais Grosseira	
$H(f)$ – Função de Transferência entre os dados de pressão na entrada e na saída do duto	
I - Intensidade Sonora média	[W/m ²]
\bar{I} - Intensidade Sonora	[W/m ²]
K – Constante Elástica da Mola	[N/m]
k_0 - Número de onda	[m ⁻¹]
k - Número de onda total sem escoamento	[m ⁻¹]
\tilde{k} - Número de onda total com escoamento	[m ⁻¹]
k_i - Número de onda com dissipação visco-térmica (Kirchhoff)	[m ⁻¹]
k_1 - Número de onda convectivo	[m ⁻¹]
k_2 - Número de onda com dissipação visco-térmica e turbulenta	[m ⁻¹]
l' - Comprimento Efetivo considerando a Correção Acústica	[m]
L – Comprimento do Duto principal	[m]
L_r – Comprimento do Ressonador	[m]
m – Número inteiro associada a um modo acústico da cavidade	
M – Massa do sistema	[kg]
M_0 – Número de Mach	
N – Número de sítios na rede	
N_i – Número de ramificações laterais	
n – Número de Vórtices na região de Intersecção	
p – pressão total do escoamento	[Pa]
p_a – ordem aparente	

p_b – Pressão Acústica na Extremidade do Ressonador	[Pa]
p'_{exp} – Pressão Acústica Experimental	[Pa]
p_0 – Pressão Estática	[Pa]
p' - Pressão Acústica	[Pa]
P – Potência sonora	[J/s]
Pr – Número de Prandtl	
Q – Fator de Qualidade	
q – Razão de Refino de Malha	
r - Raio de curvatura da borda	[m]
R – Raio da Cavidade Cilíndrica	[m]
R_c - Raio de Curvatura das bordas	[m]
Re – Número de Reynolds do escoamento Médio	
s_0 – Entropia	[J/K]
s – Distância da borda anterior a borda superior	[m]
S_r - Número de Strouhal do escoamento Médio	
S_{rW} - Número de Strouhal baseado no diâmetro efetivo	
S_b – Área da Ramificação Lateral	[m ²]
S_p – Área do Duto principal	[m ²]
T – Tempo de Residência dos Vórtices na junção	[s]
u_i – Velocidade do escoamento na direção i	[m/s]
u – velocidade do escoamento na direção x	[m/s]
u' - velocidade de partícula acústica	[m/s]
\tilde{u}_n - Amplitude do vetor de velocidade unitária do escoamento	[m/s]
U_0 - Velocidade do escoamento Médio	[m/s]
v – velocidade do escoamento na direção y	[m/s]
v – velocidade do escoamento médio	[m/s]
W – Diâmetro Efetivo	[m]
y^+ - Distância Adimensional a partir de uma superfície, normal a esta	
Z – Impedância de Radiação na saída do Cilindro	

Alfabeto Grego

α_T – Coeficiente de Transmissão Sonora	
γ – Razão de Calor Específico	
Γ – Circulação	[1/sm ²]
δ_{ij} – delta de Kronecker. $\delta_{ij} = 1$ se $i = j$ e $\delta_{ij} = 0$ se $i \neq j$	
δ_v – Espessura da Camada Limite Acústica	[m]
δ_l – Espessura da Subcamada Viscosa	[m]
ϵ_{ijk} – Símbolo de Permutação	
λ_H – Comprimento de Onda Hidrodinâmico	[m]
λ_m – Comprimento de Onda do Modo Acústico m	[m]
μ - Viscosidade Dinâmica Primária	[Pa.s]
ν – Viscosidade Cinemática	[m ² /s]
ν_t – Viscosidade Cinemática Turbulenta	[m ² /s]
ξ - Viscosidade Dinâmica Secundária	[Pa.s]
ρ_0 – Densidade do Fluido	[kg/m ³]
τ – Tempo de relaxamento do operador BGK	[s]
τ_c – Período Associado a um modo Acústico m	[s]
τ_w – Tensão de Cisalhamento na Região de Parede	[Pa]
φ – Função Escalar	
φ^* - Velocidade Potencial	[m/s]
$\vec{\psi}$ - Função Vetorial	
ω_z – Vorticidade	[1/s]
ω_m – Frequência Angular associada ao modo Acústico m	[rad/s]

Resumo

A utilização de tubos ressonantes aplicados em dutos consiste em uma alternativa viável de silenciadores acoplados, promovendo significativas reduções em bandas amplas de frequência. Contudo, a presença do escoamento no duto principal pode resultar em significativas oscilações aeroacústicas que podem eventualmente comprometer a utilização destes dispositivos. Oscilações aeroacústicas induzidas pelo escoamento caracterizam-se pelo regime não linear referente à interação entre a fonte acústica com o campo acústico. A existência de mecanismos de re-alimentação oriundos de tais interações resulta no surgimento de fenômenos complexos relacionados à descrição da dinâmica citada. O processo de re-alimentação induzido pelo próprio campo acústico deve-se ao acoplamento entre o campo acústico intrínseco à cavidade ressonante com as instabilidades da camada cisalhante formada na interface entre o escoamento no duto principal e o gás estagnado na cavidade. O presente trabalho considera oscilações auto-sustentadas em dutos na presença de tubos ressonantes. Simulações numéricas das equações de Navier-Stokes para a formulação de escoamento compressível bi-dimensional em regime transiente são realizadas com o emprego de modelos de turbulência do tipo URANS, com o propósito de descrever o fenômeno. Um modelo teórico simplificado para descrição de fontes aeroacústicas é utilizado com a finalidade de prever quantitativamente a amplitude da re-alimentação do campo acústico através de uma abordagem analítica. Nota-se que dependendo das condições do escoamento, a amplitude de re-alimentação em sua totalidade é subestimada ou superestimada pelos modelos numéricos e analíticos. A configuração analisada consiste na aplicação de um único ressonador, embora considerações sobre a existência de oscilações aeroacústicas induzidas em dutos com ramificações laterais do tipo co-axial tenham sido efetuadas. A abordagem experimental de tal fenômeno foi também realizada, permitindo caracterizar a existência da re-alimentação induzida, e de forma concomitante o efeito do escoamento sobre as ressonâncias internas do sistema acústico considerado.

Palavras-chave: Aeroacústica, oscilações auto-sustentadas, filtros acústicos, Aeroacústica Computacional

Abstract

The quarter-wave resonator, which produces a wide band of high acoustic attenuation at regularly spaced frequency intervals, is a common type of silencer used in ducts. The flow in the main duct, however, is likely to promote an interaction with these acoustic resonances, resulting in self sustained aeroacoustical oscillations in the resonance cavity. These oscillations induced by flow are characterized by a non linear behavior related to the interaction between the acoustic source and the acoustic field. The existence of a self sustained mechanism is determined by these complex phenomena intrinsic to the specific dynamics. The feedback process induced by the acoustic field is due to its coupling with the shear layer instabilities formed in the interface between the flow in the duct and the stagnant gas in the cavity. The present work considers the aeroacoustical oscillations in ducts with a resonator applied. Numerical simulations of Navier Stokes equations for the formulation of a compressible transient bi-dimensional flow are performed in combination with turbulence models. A simple theoretical model of the aeroacoustical sources is used in order to provide a quantitative estimation of the self sustained amplitude. It appears that depending on the flow condition, the amplitude is underestimated or overestimated by the numerical and theoretical models. An experimental setup was developed to investigate the phenomenon in a T shaped resonator. However, considerations about the existence of self sustained oscillations induced by flow in co-axial closed side branches are also discussed. The experimental approach allowed an assessment of such oscillations and the effects of the flow on the internal resonances.

Key-Words: Aeroacoustics, Self sustained oscillations, Acoustic filters, Computational Aeroacoustics

1 Introdução

1.1 Motivação

Sistemas de atenuação de ruído em compressores alternativos configuram um significativo parâmetro a ser considerado no aprimoramento da qualidade final de sistemas de refrigeração por compressão de vapor. Desta forma, pesquisas tecnológicas concernentes ao desenvolvimento de tecnologias aplicadas a compressores alternativos demandam o conhecimento detalhado de mecanismos e dispositivos com influência direta na totalidade do ruído externo vinculado aos mesmos.

Silenciadores acústicos, conhecidos na literatura por *mufflers*, são sistemas de atenuação de ruído amplamente empregados em compressores. *Mufflers* são filtros acústicos constituídos basicamente por uma ou duas câmaras de expansão interligadas por um tubo principal. O exemplo de uma representação pictórica destes sistemas é dado pela Figura 1.1, onde pode ser observada a representação bi e tridimensional de um *muffler* simplificado com uma câmara de expansão, bem como o nome de suas principais componentes:

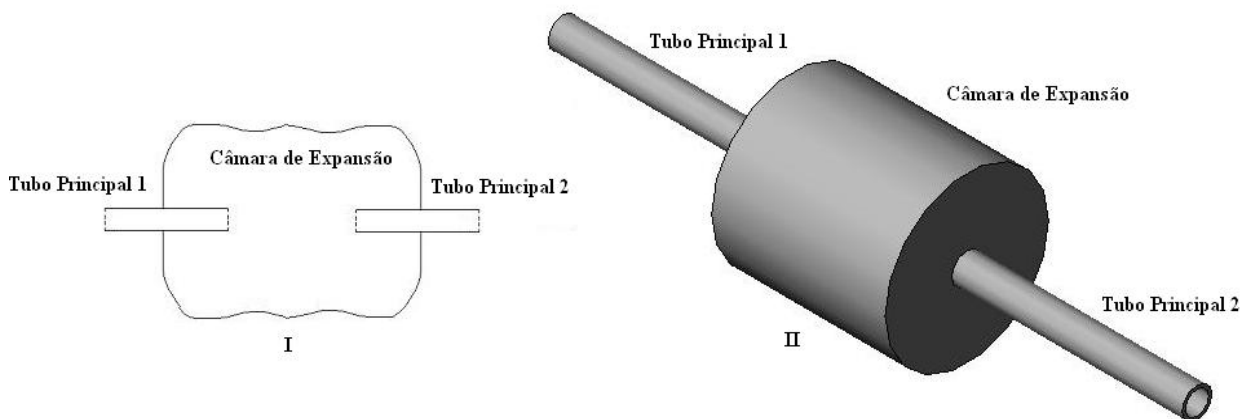


Figura 1.1 – Em (I) tem-se o modelo bi-dimensional de um filtro acústico, tipo muffler, com suas principais componentes, em (II) tem-se o exemplo da representação tridimensional do modelo exposto em (I).

Dada a expressiva quantidade de resultados positivos com relação à atenuação do ruído global intrínseco, a versatilidade na utilização destes silenciadores acarreta na contínua otimização de sua aplicação em compressores.

Tais filtros acústicos, aplicados no compressor alternativo, bem como a exposição do compressor hermético com suas principais componentes são expostos na Figura 1.2.

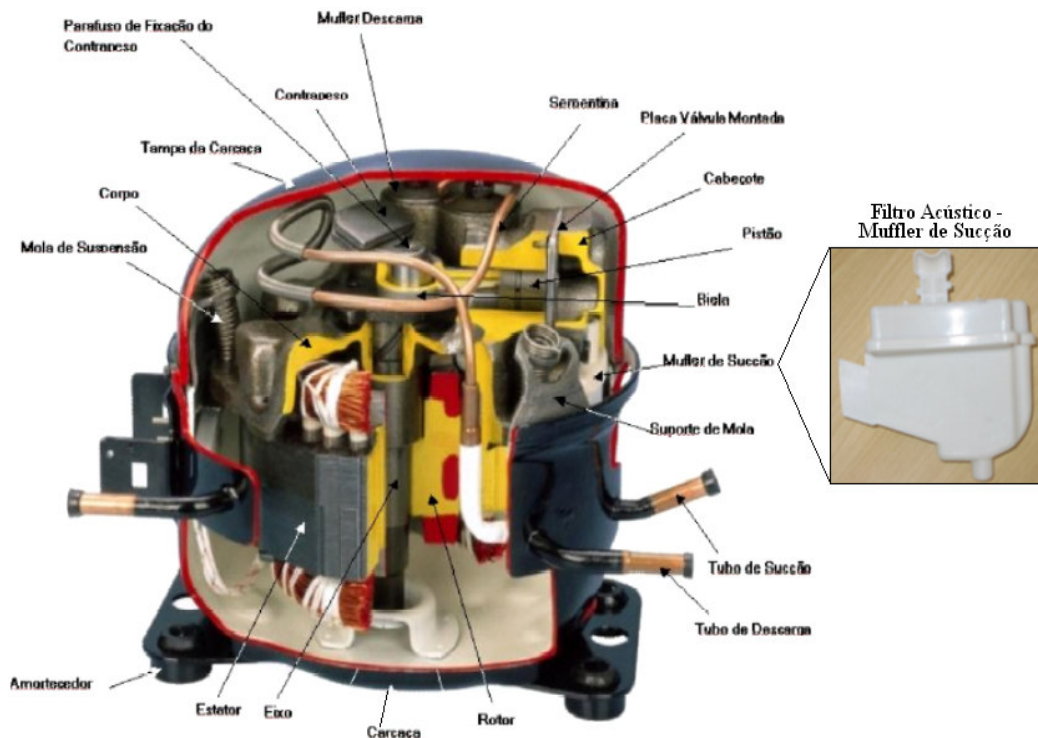


Figura 1.2 – Vista em Corte de um compressor alternativo. Em destaque, ampliado, tem-se um muller de sucção.

Dentro da proposta de otimização das características atenuadoras de filtros acústicos (Figura 1.2), a utilização de tubos ressonantes mostra-se bastante promissora. No entanto, a utilização destes tubos aplicados em filtros acústicos, onde existe escoamento, promove (sob determinadas condições) a ocorrência de oscilações aeroacústicas que podem acometer as características atenuadoras destes sistemas.

Com o intuito de clarificar as situações expostas acima e de modo a entender a geometria de interesse, a Figura 1.3 ilustra um exemplo de tal configuração, bem como um possível exemplo, dentro do contexto de aplicação, de um tubo ressonante aplicado ao tubo principal de um *muller* definido mediante um modelo simplificado:

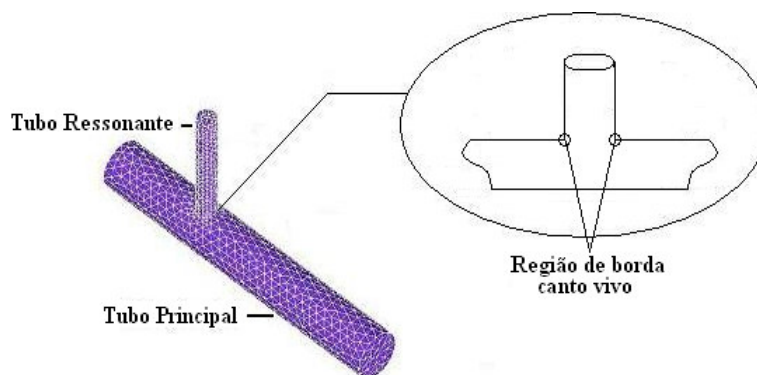


Figura 1.3 – Aplicação de um ressonador no tubo principal do muffler. Em destaque, ampliado, tem-se a região de acoplamento, através de bordas do tipo canto vivo, entre o ressonador com o tubo principal.

A análise dos parâmetros influentes no problema aeroacústico na região de acoplamento entre o tubo principal com o tubo ressonante encontra similaridade em diversos outros sistemas com características distintas. Por exemplo, as condições de ocorrência das oscilações consideradas neste trabalho são análogas a situações presentes no setor aeronáutico, automobilístico, naval e em sistemas de transporte de gás, apenas para citar alguns exemplos. Em todas as situações supracitadas danos de natureza estrutural podem ocorrer, quando o regime das oscilações aeroacústicas auto sustentadas atinge amplitudes elevadas.

A presente dissertação objetiva o estudo, análise e caracterização da fenomenologia relacionada às oscilações aeroacústicas induzidas pelo escoamento, denominadas na literatura de oscilações auto-sustentadas, em sistemas envolvendo a aplicação de ressonadores como dispositivos de absorção. O propósito é identificar sob quais condições o regime destas oscilações torna-se proeminente, quando a aplicação de tubos ressonantes em filtros acústicos é considerada.

1.2 Objetivos

A presente dissertação é focada em questões relacionadas à interação do escoamento com o campo acústico da cavidade ressonante que ocorre na região de acoplamento do tubo ressonante com o tubo interno do filtro acústico.

Busca-se verificar o efeito de tal interação no comportamento acústico do ressonador para um dado regime de escoamento, bem como determinar experimentalmente a influência destas interações no ruído irradiado no bocal de saída do tubo principal do *muffler*.

O fenômeno das oscilações auto sustentadas deve-se aos efeitos relacionados à interação do campo acústico no interior do tubo ressonante com as instabilidades da camada cisalhante vinculada ao desprendimento de vórtices na região de intersecção.

O modo pela qual as oscilações auto sustentadas interferem na função do tubo ressonante para um dado regime de escoamento estabelece os objetivos centrais do presente trabalho.

1.3 Estrutura do Documento

O Capítulo 2 expõe de forma sumária a revisão bibliográfica de dispositivos silenciadores aplicados a dutos, bem como as principais fontes de ruídos relacionadas a compressores alternativos.

O Capítulo 3 apresenta a formulação teórica necessária ao entendimento dos fenômenos físicos referentes ao acoplamento do campo acústico com o escoamento em dutos simples, e com ressonadores acoplados. Desta forma, a formulação teórica abrangerá desde os fundamentos da mecânica dos fluidos, com o intuito de estabelecer as equações que representam o comportamento físico do escoamento analisado, aos fundamentos da acústica, a fim definir quantitativamente os modos de ressonância de dutos com e sem a utilização de ressonadores acoplados.

Tendo-se introduzido a conceituação teórica básica, uma breve introdução à aeroacústica será feita com o propósito de apresentar a generalização da teoria da emissão sonora por vórtices desenvolvida inicialmente por Powell, conforme detalhada em Howe (1998). Pretende-se caracterizar a existência de fontes aeroacústicas equivalentes a fontes acústicas na região de intersecção. O intuito é expor a definição do corolário da energia de Howe, sendo este fundamental no entendimento da potência sonora emitida pelas estruturas coerentes de elevada vorticidade na região de intersecção.

A importância deste corolário é evidenciada pelo fato do mesmo ser essencial na avaliação quantitativa do efeito não linear resultante do acoplamento entre as ressonâncias da cavidade com o escoamento no duto principal.

A partir de tais conceitos, o entendimento de fontes aeroacústicas associadas aos ressonadores passa a ser possível. Assim uma discussão sucinta sobre a influência de tais fontes nesses sistemas acústicos será feita, centrando na descrição qualitativa dos regimes de baixa, moderada e elevada amplitude, definidos segundo o critério de Bruggeman (Hirschberg, 1997).

Os modelos analíticos simplificados na descrição das oscilações auto-sustentadas (fontes aeroacústicas) serão detalhados e aplicados ao caso de um tubo ressonante montado em um duto principal, bem como em alguns casos indicados na literatura.

O Capítulo 4 apresenta a descrição da formulação e metodologia numérica para as equações governantes descritas no Capítulo 3. Os detalhes sobre as condições de contorno, utilizadas nos casos estudados, serão apresentados nesse capítulo.

O Capítulo 5 trata da metodologia experimental aplicada a solução do problema a ser discutido, salientando os pontos fundamentais do aparato e do método experimental utilizados.

O Capítulo 6 contém a exposição dos resultados obtidos experimentalmente, considerando os diferentes objetivos expostos no Capítulo 5. O Capítulo 7 apresenta os resultados numéricos, acompanhados dos principais aspectos observados.

No Capítulo 8, têm-se a conclusão do presente trabalho e sugestões para trabalhos futuros relacionados ao tema.

2 Revisão Bibliográfica

2.1 Ruído em Compressores

Em decorrência do elevado nível de competitividade vinculado ao mercado de eletrodomésticos, a procura por alternativas de aprimoramento da qualidade final de produtos do setor tem aumentado de forma significativa. A busca pela otimização de parâmetros de mercado ligados a tais produtos, como redução de custo, performance, inovação, e abertura de novos negócios, tem viabilizado importantes parcerias entre o setor privado e o acadêmico.

O uso de eletrodomésticos associados a sistemas de refrigeração remete a um importante exemplo da parceria entre o desenvolvimento tecnológico e a expansão de mercado. Freezers, refrigeradores e condicionadores de ar têm constantemente recebido um aprimoramento tecnológico centrado na maximização do nível de qualidade técnica do produto final. Verifica-se que para tais questões, a qualidade sonora é um parâmetro essencial na avaliação do referido produto pelo cliente.

A sistematização dos parâmetros da qualidade sonora associada aos eletrodomésticos citados caracteriza, de forma explícita, o compressor como a principal fonte de ruído. Sendo assim, a identificação das principais fontes de ruído atreladas ao compressor, bem como possíveis alternativas de redução do nível do ruído emitido pelo mesmo, são tarefas que constantemente têm sido buscadas.

No entanto, grande parte do ruído emitido pelo compressor é proveniente do escoamento intermitente do gás no compressor. De fato, a pulsação do gás nos pontos de sucção e de descarga do sistema configura-se como uma das principais fontes de ruído associadas ao compressor alternativo.

Tal ruído pode ser minimizado significativamente pelo uso de filtros acústicos (*mufflers*) no referidos pontos de sucção e de descarga. Verifica-se que a atenuação proporcionada pelo *muffler* é efetiva em diversas faixas de frequências, de modo que tais filtros acústicos são projetados com o intuito de atenuar uma banda relativamente larga de frequências. No entanto, na região das frequências de ressonância próprias do filtro acústico a atenuação não é significativa (Mareze, 2009).

Nas frequências de ressonâncias típicas do tubo principal, que une os volumes (câmaras de expansão), e nas frequências de ressonância de tais volumes, a aplicação do *muffler* apresenta redundância devido à sua baixa eficácia. Esta baixa eficácia é caracterizada pela inexpressiva atenuação dos picos próximos às regiões de ressonância das componentes do filtro.

2.2 Dispositivos de Atenuação

Dentre algumas alternativas propostas para a atenuação de freqüências próximas às freqüências de ressonâncias do filtro acústico, aquela com maior uso devido ao baixo custo se refere à utilização de tubos ressonantes ou de ressonadores de Helmholtz.

Tais sistemas atuam de forma reativa e são sintonizados em freqüências características, proporcionando atenuações altas em bandas estreitas de freqüência para o caso do Ressonador de Helmholtz, e em bandas largas para o caso do tubo ressonante.

Desta forma, reduções significativas nas freqüências de ressonância do filtro acústico podem ser obtidas, o que justifica de modo incisivo a utilização de tais silenciadores na aplicação de filtros acústicos.

A presente dissertação tratará apenas dos efeitos associados ao escoamento sobre a utilização de tubos ressonantes, desta forma a caracterização da existência de instabilidades aeroacústicas em ressonadores de Helmholtz não será feita.

2.2.1 Tubos Ressonantes

Ressonadores acústicos promovem atenuação significativa em uma ampla região do espectro de freqüência sonora, esta atenuação depende para qual conjunto de freqüências, tais dispositivos foram sintonizados. Tais ressonadores estão associados a diferentes situações e diferentes geometrias.

O presente trabalho considera unicamente à aplicação de tubos ressonantes em sistemas acústicos na presença de escoamentos. Tubos Ressonantes consistem de ramificações laterais acopladas ao longo de um duto principal. Estas ramificações podem ser eventualmente aplicadas aos tubos internos e também à câmara de expansão do filtro acústico (*muffler*), quando utilizados na forma de silenciadores aplicados a compressores alternativos. Tais tubos podem ser do tipo Aberto (com a segunda extremidade aberta) ou Fechado (com a segunda extremidade fechada).

A Figura 2.1 detalha o exemplo de um tubo ressonante típico.

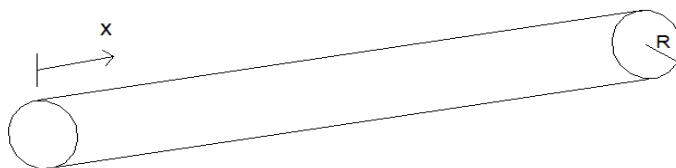


Figura 2.1 – Tubo Ressonante típico

Considerando a aplicação de tubos ressonantes em dutos sem escoamento, de modo que a propagação ondulatória no interior do duto seja através de um meio em repouso, verifica-se a grande eficácia na atenuação acústica (Mareze, 2009).

Contudo, para o caso de ressonadores com a extremidade fechada, nota-se que a presença do escoamento no interior do duto principal pode promover uma significativa interação entre as ressonâncias acústicas vinculadas ao tubo ressonante e o escoamento ao longo do duto principal.

3 Fundamentos Teóricos

3.1 Introdução

O propósito desta seção consiste na exposição introdutória aos conceitos básicos associados à dinâmica dos fluidos em escoamentos internos.

A análise da dinâmica do gás é feita adotando-se a hipótese do continuum, e utilizando-se a equação de conservação da quantidade de movimento (Equação de Navier-Stokes), da hipótese isentrópica e a da equação da continuidade, sendo estas respectivamente dadas através das seguintes expressões, para o caso de um fluido newtoniano (Landau, 1987):

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\xi \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \quad (3.1)$$

$$\frac{Ds}{Dt} = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.3)$$

sendo s a entropia do sistema, ρ a densidade do fluido, u_i a velocidade do escoamento na direção i , p a pressão total do escoamento, μ e ξ as viscosidades dinâmicas primária e secundária do escoamento (Landau, 1987).

Maiores detalhes sobre as relações acima podem ser obtidos em Pierce (1989) e Landau (1987). De forma similar, os conceitos referentes à camada limite, turbulência e modelagem de escoamentos turbulentos, importantes na descrição do fenômeno não serão detalhados dada a abrangência destes assuntos. Exposições detalhadas destes conceitos podem ser encontradas em Schlichting (1999) e Pope (2000).

A dinâmica de vórtices na região de intersecção, dada a relevância de tal conceito no presente trabalho, terá uma exposição pormenorizada nesta seção. De forma análoga, a consideração sobre escoamentos potenciais, fundamental na descrição da dinâmica citada, será realizada a seguir.

3.2 Escoamentos Potenciais

O principal problema vinculado à dificuldade de descrever as equações de Navier-Stokes dentro de uma abordagem analítica geral deve-se em grande parte ao termo convectivo ($\vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u}$).

Admitindo que o escoamento seja subsônico e desconsiderando os efeitos viscosos, a simplificação associada à formulação incompressível e irrotacional pode ser considerada.

Desta forma, o escoamento pode ser descrito em termos de uma função escalar ϕ , denominada como função potencial (Landau, 1987).

Pode-se caracterizar o vetor velocidade total do escoamento através da decomposição de Helmholtz, dada pelo gradiente da função escalar ϕ e pelo rotacional da função vetorial $\vec{\psi}$:

$$\vec{U} = \vec{\nabla}\phi + \vec{\nabla} \times \vec{\psi} \quad (3.4)$$

Esta decomposição define o escoamento total como dependente de uma parcela não rotacional (gradiente da função escalar), como por exemplo, o escoamento médio ao longo do duto principal, e a parcela rotacional (rotacional da função vetorial) que define o escoamento na região viscosa (região próxima a parede) e na região de intersecção (separação da camada limite).

O rotacional do vetor $\vec{\nabla} \times \vec{U}$ pode ser aplicado à Equação 3.4, de modo que o vetor resultante depende unicamente da função $\vec{\psi}$,

$$\vec{\nabla} \times \vec{U} = \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{\psi}) \quad (3.5)$$

uma vez que

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla}\phi) = 0 \quad (3.6)$$

Aplicando o divergente sobre o vetor velocidade \vec{U} , verifica-se que a componente rotacional torna-se nula devido ao fato de $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{\psi}) = 0$. Logo, o operador divergente sobre o vetor velocidade total implica em:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{U} = \vec{\nabla}^2 \phi \quad (3.7)$$

Sendo o divergente do vetor velocidade, um indicativo da compressibilidade do escoamento, verifica-se que a função potencial Φ pode ser associada com a sua dilatação (compressibilidade do fluido).

Howe (1998) sugere que a velocidade de partícula acústica \vec{u}' seja definida como a componente não estacionária e irrotacional associada ao campo de velocidade total \vec{U} , de forma que:

$$\vec{u}' = \vec{\nabla}\varphi(t)_{ac} \quad (3.8)$$

O desprendimento de vórtices é um fenômeno limitado a regiões de descontinuidade (no presente caso, tal região de descontinuidade se refere à região de borda). Com o propósito de simplificar a descrição aeroacústica, adota-se que tal região apresente o comprimento característico (largura) vinculado ao diâmetro d da ramificação lateral.

Quando o diâmetro da ramificação lateral $d \ll \lambda$, onde λ é comprimento de onda dos modos de ressonância da cavidade/ramificação lateral. Esta região pode ser definida como acusticamente compacta, sendo, neste caso, ideal a descrição da dinâmica do escoamento na região de descontinuidade em termos da dinâmica de vórtices (Hirschberg, 1997).

Efeitos de compressibilidade nesta região podem ser desprezados, pois a velocidade de deslocamento dos vórtices U_c é muito menor do que a velocidade do som, c_0 . Conforme demonstrado por Bruggeman (1991), o escoamento ao longo da junção entre o duto e a ramificação lateral pode ser caracterizado como bidimensional. A justificativa para tal abordagem será discutida de forma pormenorizada adiante.

Desta forma, as equações vinculadas à dinâmica local serão dadas pela equação de Euler:

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (3.9)$$

E pela equação da continuidade, escrita na forma incompressível:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0 \quad (3.10)$$

Utilizando-se da definição de entalpia total para um escoamento homentrópico (entropia constante e homogênea):

$$B = \frac{U_{total}^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho} \quad (3.11)$$

Pode-se escrever a equação de Euler em termos da entalpia do sistema (B):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + B = 0 \quad (3.12)$$

A entalpia total para um escoamento homentrópico é dada por:

$$B = \int \frac{dp}{\rho} + \frac{U_{total}^2}{2} \quad (3.13)$$

Assim, a integração da equação de Euler (Hirschberg, 1997) para o escoamento irrotacional e estacionário, leva à equação de Bernoulli descrita aqui em termos da entalpia do sistema:

$$p + \rho \frac{U_{total}^2}{2} = c \quad (3.14)$$

onde c é uma constante. E para um escoamento potencial não estacionário (caso do campo acústico):

$$\rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} + p + \frac{1}{2} \rho_0 U_{total}^2 = c \quad (3.15)$$

Conforme será visto, escoamentos potenciais podem ser descritos eficientemente pela dinâmica dos vórtices (Hirschberg, 1997).

3.3 Dinâmica dos Vórtices

O vetor que depende unicamente da função $\bar{\psi}$, de acordo com a exposição já feita se refere ao vetor $\bar{\nabla} \times \bar{U}$, comumente denominado vorticidade do escoamento. Em uma representação bidimensional, no plano x-y, este vetor pode ser escrito como:

$$\omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.16)$$

onde u é a componente do vetor velocidade na direção x e v é a componente do vetor velocidade, neste caso, na direção y . Caso $\bar{\omega}_z = 0$ em todo o domínio, o escoamento será do tipo irrotacional.

A relação entre a vorticidade e a circulação é estabelecida através do teorema de Stokes (Hirschberg, 1997):

$$\Gamma = \oint_C \bar{U}_{total} \cdot d\bar{s} = \int_S \omega_z dS \quad (3.17)$$

Sendo que $\vec{\omega}_z = \vec{\nabla} \times \vec{U}$, logo a vorticidade é equivalente à circulação por unidade de área. Assumindo que forças externas estejam ausentes, $\vec{f} = 0$, eliminando a pressão e tomando o rotacional da equação de Euler (Equação 3.9), o sistema de equações será reduzido a uma descrição puramente cinemática:

$$\frac{D\omega_z}{Dt} = 0 \quad (3.18)$$

Se $\vec{\omega}_z = 0$, o escoamento será permanentemente irrotacional. Assim, desconsiderando perdas irreversíveis, caso o escoamento inicie-se com rotação nula, ele permanecerá indefinidamente nesta situação.

Esta equação expressa a conservação da quantidade de movimento angular em um escoamento incompressível e irrotacional, onde não existem forças tangenciais. De modo que desconsiderando os efeitos viscosos, a ação de forças tangenciais na partícula de fluido será nula, implicando que seu momentum angular intrínseco não pode variar (Feynman, 1970).

Em locais onde o atrito viscoso é significativo, como na região da camada limite, o escoamento será rotacional, sendo tal fato descrito através da Figura 3.1.

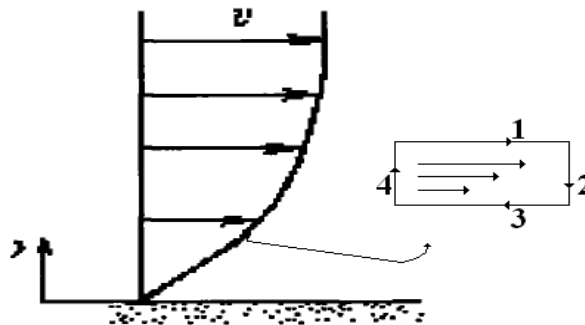


Figura 3.1: Integração sobre um caminho fechado ao longo de um elemento vinculado à camada limite.

Verifica-se quem tomando a circulação ao longo do circuito retangular, os lados verticais 2 e 4 não contribuem (porque a velocidade é perpendicular a estes lados); já os lados horizontais de comprimento l contribuem, de modo que:

$$\Gamma = \oint_C \vec{U}_{\text{total}} \cdot d\vec{s} \rightarrow \Gamma = (u_1 - u_3)l \quad (3.19)$$

Como a velocidade é maior no lado 1 quando comparada à do lado 3, a circulação será positiva (sentido horário). A Figura 3.2 ilustra o que ocorre com uma partícula fluida bi-dimensional, inicialmente de forma retangular durante o escoamento (Moyses, 2001):



Figura 3.2: Deformação causada pelo escoamento viscoso.

A deformação vinculada ao fato da velocidade ser maior do lado de cima do cubóide do que em baixo associa-se a uma rotação no sentido horário. Desta forma, sendo a camada limite uma região onde efeitos viscosos são importantes, o escoamento na região da parede apresenta vorticidade elevada:

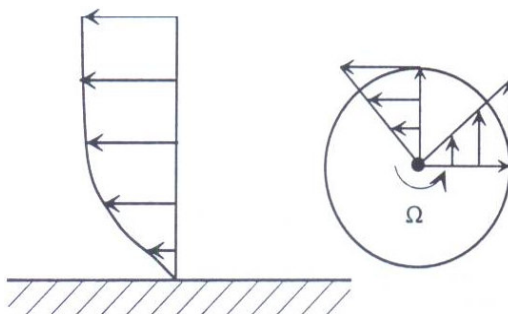


Figura 3.3: Comparação do perfil de velocidade na região viscosa e de um sistema em rotação uniforme, conforme Hirschberg (1997).

Na Figura 3.3, nota-se a similaridade do perfil de velocidade radial de sistemas em movimento rotacional uniforme com o perfil de velocidade na camada limite. A descontinuidade da velocidade do escoamento principal e do escoamento na região de separação define a camada cisalhante, uma camada irregular que separa regiões do escoamento com velocidades distintas. Na região de separação e descolamento da camada limite, a vorticidade será injetada no escoamento principal.

3.4 Acústica

A acústica considera a propagação de pequenas perturbações provocadas em um meio, devido à ação de uma força externa. Tal abordagem permite a linearização das leis de conservação e das equações descritas na seção anterior.

O propósito desta seção consiste em analisar perturbações acústicas associadas a um fluido quiescente, de modo que a ordem de magnitude associada às variáveis que representam o fenômeno seja estabelecida.

A definição de mecanismos de geração de ondas sonoras por meio da representação equivalente destes em termos de fontes do tipo monopolo, dipolo e quadrupolo permite a inferência simplificada de modelos preditivos quanto ao campo sonoro associado a

mecanismos de geração eventualmente complexos. Como o caso destas representações equivalentes, a influência de cada termo fonte no campo acústico em sua totalidade pode ser sistematizada de maneira individual.

Conforme será explicitado, termos quadrupolos são intrinsecamente relacionados ao ruído gerado unicamente pelo escoamento. Interações entre o escoamento com a superfície não são englobadas na representação equivalente deste termo. No entanto, quando termos fontes do tipo monopolo ou dipolo são considerados, a interação do escoamento com superfícies sólidas, e a atuação de forças externas sobre o escoamento passam a serem considerados.

Verifica-se que fontes do tipo quadrupolo são mecanismos menos eficientes se comparados a termos fontes do tipo dipolo e monopolo, quanto à geração de um campo de ondas sonoro (Hirschberg, 2004). As distinções entre termos fontes do tipo monopolo, dipolo e quadrupolo pode ser sumarizada, em termos didáticos, através da Figura 3.4:

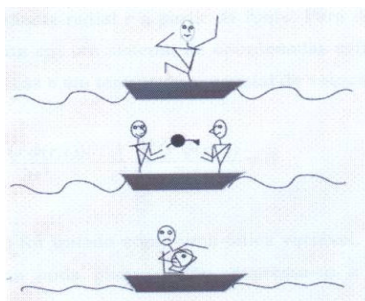


Figura 3.4: Fontes do tipo Monopolo, Dipolo, Quadrupolo, conforme Hirschberg (2004).

A situação descrita pela Figura 3.4 ilustra o processo de geração do campo acústico gerado por diferentes tipos de fontes acústicas. Uma pessoa pulando verticalmente em um barco produz um movimento oscilatório que gerará um campo de onda monopolar propagando-se ao redor do barco. No caso de duas pessoas jogando um objeto para a outra, o deslocamento horizontal do barco produzindo um movimento oscilatório, gerando um campo de ondas dipolar, e para o caso de duas pessoas deslocando-se verticalmente e horizontalmente no barco, o campo de ondas gerado pelo movimento oscilatório deste será do tipo quadrupolar.

Logo, a distribuição do campo acústico associado a fontes acústicas do tipo quadrupolo terá uma amplitude menor quando comparado ao mesmo campo vinculado a fontes acústicas do tipo dipolo e monopolo.

Analisando o escoamento em dutos com ramificações laterais acopladas, nota-se em sua totalidade a predominância de termos fontes, do tipo dipolo, na região de intersecção. Isto ocorre como consequência da existência de vórtices na junção, cujo campo acústico associado é determinado pela presença de uma força externa (Hirschberg, 2006). Um dipolo

acústico consiste de dois termos do tipo monopolo, sendo um termo associado à injeção de quantidade de movimento no fluido e o outro termo associado à extração desta variável. A existência de um dipolo não é possível sem que haja uma força externa atuante no sistema (Hirschberg, 2004).

Enquanto, os dois mecanismos anteriores de geração sonora, monopolo e dipolo são de caráter superficial, o quadropolo é de caráter volumétrico. Este termo é fisicamente associado a perturbações que ocorrem no escoamento livre ao redor do corpo (Verardi, 2007).

Na extremidade final do duto a presença de termos fontes do tipo monopolo, dipolo e de quadropolo torna-se bastante presente. Estes termos podem estar associados à interação do escoamento no interior do duto com o bocal de saída do duto (situação acústica equivalente a de termos fontes do tipo monopolo e dipolo) e a interação do escoamento com o meio externo, representada pelo jato formado (Ayar *et al.*, 2005) na saída, equivalente a descrita por termos do tipo quadropolo.

Termos quadropolo geram pequenas zonas de alta e baixa pressão, de modo que o espectro do ruído associado a estes termos é gerado por fontes similares a escala espacial destas regiões. Um exemplo se refere à turbulência gerada na parte traseira de um corpo rombudo quando imerso em um fluido que se desloca, ou ainda ao ruído produzido por um jato livre em motores aeroespaciais, avião, e foguetes (Verardi, 2007).

A consideração destes termos torna-se fundamental na análise aeroacústica, bem como a descrição dos termos monopulares e dipolares no sistema considerado.

3.5 Análise Acústica de Dutos com Ramificações Laterais

Consideremos a propagação de ondas sonoras em um duto com uma cavidade ressonante (ramificação lateral) acoplada, conforme descrito pela Figura 3.5:

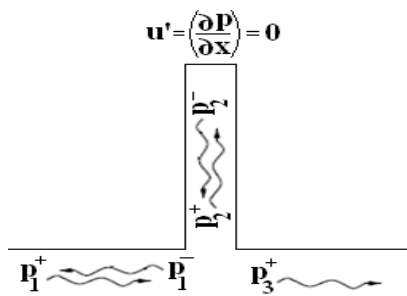


Figura 3.5 – Ramificação Lateral atuando como perfeito refletor.

onde p_1^+ se refere a onda sonora incidente no duto principal propagando-se da esquerda para a direita, p_1^- a onda sonora refletida no duto principal propagando-se da direita à

esquerda, p_2^+ a onda sonora na ramificação lateral propagando-se da região de intersecção à extremidade fechada da ramificação, p_2^- a onda sonora na ramificação lateral propagando da extremidade fechada à região de intersecção, e p_3^+ a onda sonora propagando-se na direção jusante a região de ramificação.

A onda estacionária no tubo ressonante impõe um nó de pressão na junção, tornando esta região, em condições ideais, equivalente à extremidade final de um duto aberto. Antes de caracterizar este sistema do ponto de vista acústico, a discussão de condições de contorno acústicas adequadas torna-se apropriada.

Na ausência de fontes sonoras, o fluxo acústico total na junção (região de intersecção entre a ramificação lateral e o duto principal) entre os dutos de área S_i ($i = 1, 2, \dots, N$) onde N é o número de dutos encontrando-se na junção, é descrito em primeira ordem pela seguinte relação de continuidade (Hirschberg, 1997):

$$\sum_{i=1}^N S_i (u'_i n_i) = 0 \quad (3.20)$$

onde o vetor n_i se refere à componente vetorial normal a região sólida, de modo que quando $n_i = 1$ direção positiva x_i está sendo considerada, no caso oposto será a direção negativa, assim o volume dos fluxos entrando na junção será nulo (Hirschberg, 1997).

Esta condição é oriunda da consideração incompressível associada ao fluxo acústico em uma região relativamente pequena quando comparada ao comprimento de onda associado. Em primeira aproximação, na ausência de fontes sonoras, a pressão acústica na junção é uniforme:

$$p'_1 = p'_2 = \dots = p'_{N_i} \quad (3.21)$$

onde N_i representa o número de ramificações laterais vinculadas ao sistema.

Na região de parede, a velocidade de partícula acústica será $u' = 0$. Supõe-se que no caso considerado, as ondas sonoras geradas no início do duto percorrem o segmento sem reflexão (configuração idealizada).

Definindo-se a direção positiva de propagação ao longo de x , neste caso têm-se $p' = p_1^+$ e $p_1^- = 0$.

Considerando o sistema da Figura 3.5, e tomando-se $x = 0$ exatamente na junção do sistema considerado, a aplicação das condições de contorno estabelecidas acima leva às seguintes relações:

$$\begin{aligned} p_1' &= p_1'^+ + p_1'^- \\ p_2' &= p_2'^+ + p_3'^+ \end{aligned} \quad (3.22)$$

Desta forma:

$$p_1'^+ + p_1'^- = p_2'^+ + p_3'^+ \quad (3.23)$$

Aplicando a equação de Euler com o intuito de obter os campos de velocidade de partícula acústica ($u' = p'/\rho_0 c_0$) e a equação da continuidade na junção (escoamento incompressível), tem-se:

$$\begin{aligned} \rho_0 S_p u_1' &= \rho_0 S_b u_2' + \rho_0 S_p u_3' \\ \rho_0 S_p \left(\frac{p_1'^+}{\rho_0 c_0} - \frac{p_1'^-}{\rho_0 c_0} \right) &= \rho_0 S_b \frac{p_2'^+}{\rho_0 c_0} + \rho_0 S_p \frac{p_3'^+}{\rho_0 c_0} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Em primeira aproximação:

$$\begin{aligned} p_1'^+ + p_1'^- &= p_2'^+ \\ p_2'^+ &= p_3'^+ \end{aligned} \quad (3.25)$$

Eliminando $p_1'^-$ e $p_2'^+$, obtém-se:

$$\frac{p_3'^+}{p_1'^+} = \frac{2S_p}{2S_p + S_b} \quad (3.26)$$

A razão acima estabelece a relação entre a pressão sonora transmitida e a pressão sonora incidente em dutos com segmentos acoplados.

De modo que quanto menor a área do ressonador S_r em comparação à área do duto principal S_b verifica-se que o ressonador terá um efeito reduzido no sistema considerado.

Assumindo unicamente soluções harmônicas, a solução da equação da onda, no interior da ramificação lateral, será dada pela solução de d'Alembert:

$$p_2' = p_2'^+ \exp[i(\omega t - k_0 y)] + p_2'^- \exp[i(\omega t + k_0 y)] \quad (3.27)$$

Para o caso de um duto aberto em uma extremidade e fechado na outra, as condições de contorno adequadas são dadas pela $p' = 0$ em $x = 0$ na região de abertura, e $u' = 0$ em $x = L$ na extremidade do duto.

Utilizando tais condições, as frequências de ressonâncias de tal geometria serão dadas por Hirschberg (1997):

$$\omega_m = (2m + 1) \frac{\pi c_0}{2L} \quad (3.28)$$

Tem-se, assim um nó de pressão em $x = 0$ e um anti-nó em $x = L$, exatamente igual ao presente caso que consiste em um tubo ressonante do tipo aberto (em $x=0$) e fechado (em $x=L$).

Quando a razão entre a seção da ramificação lateral e a seção do duto principal for igual à unidade, $S_b/S_p=1$, desprezando-se as perdas associadas, menor será a transmissão de ondas sonoras na região jusante a região de intersecção do duto principal com o tubo ressonante, quando tal razão de áreas for satisfeita (Hirschberg, 1997).

A condição de existência de um nó de pressão na junta T ($x=0$) implica que a ramificação lateral atua como um perfeito refletor, dentro de uma dada faixa de frequência. Em sistemas onde as oscilações auto-sustentadas estejam presentes, este regime de oscilação ocorrerá quando a proporcionalidade do comprimento da onda ressonante for equivalente a $1/4$ do comprimento da ramificação lateral (Bruggeman *et al*, 1991), ou seja, as oscilações aeroacústicas, para o caso considerado, ocorrem unicamente para as frequências determinadas através da relação dada pela Equação 3.28.

Tal fato é oriundo das condições de contorno impostas. De modo que, o padrão de ondas estacionárias no interior da ramificação impõe uma região de nó para a pressão sonora total na origem da região de intersecção, inviabilizando a propagação da onda sonora na região jusante à ramificação, e portanto, neste caso o coeficiente de transmissão sonora seria nulo.

3.6 Fluxo Acústico na região de intersecção

A necessidade de se inferir a forma pela qual o fluxo acústico depende da geometria associada ao acoplamento da ramificação com o duto principal, mostra-se fundamental para as aplicações das analogias aeroacústicas a serem analisadas nas seções posteriores.

O desprendimento de vórtices na região de borda torna importante a caracterização desta região com relação ao fluxo acústico local, visto que tais vórtices são as principais fontes sonoras na região de intersecção. Analisando a configuração de borda do tipo canto vivo, verifica-se que em tal região, o fluxo acústico definido como um escoamento potencial implica na singularidade local do campo acústico em tais bordas.

Quanto menor o ângulo de borda, maior a singularidade vinculada ao campo acústico. A descrição qualitativa desta singularidade pode ser obtida, considerando

unicamente o seu significado. Sendo o fluxo acústico tratado como um escoamento potencial, os efeitos viscosos serão negligenciados e o mesmo pode ser tratado como um escoamento incompressível.

Diante de tais características, pode-se aplicar a equação de Bernoulli com o propósito de relacionar a pressão p com a velocidade de partícula acústica u' na junção:

$$p_i + \frac{1}{2}\rho_0 u_i'^2 = cte \quad (3.29)$$

Considerando o deslocamento local de uma partícula de fluido associada ao fluxo acústico na região de borda, verifica-se a existência de um forte gradiente de pressão na direção radial atuando de forma constante sobre tal partícula. Logo, ao seguir a trajetória curva, intrínseco ao referencial acelerado da partícula, existirá uma força não inercial (força centrífuga) que contrabalanceará o referido gradiente, de modo que:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{\rho_0 u'^2}{R} \quad (3.30)$$

A Figura 3.6 representa tal situação.

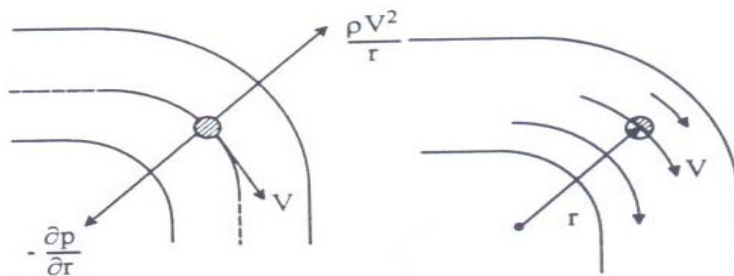


Figura 3.6: Balanço de forças sobre a partícula de fluido vinculada ao escoamento potencial considerado na junção conforme Hirschberg (1997).

A existência da singularidade decorre da não consideração dos efeitos viscosos. Desta forma, o gradiente de pressão radial será menor quanto menor (devido ao sinal negativo na frente do termo do lado direito da Equação 3.30) for o raio r associado à curvatura da borda. A consequência direta, obtida pela equação de Bernoulli, é que a velocidade u' será maior na região à medida que o raio de curvatura tende a zero. Em bordas do tipo canto vivo este raio (representado pela letra r na Figura 3.6) será nulo. Uma análise criteriosa mostra que a pressão próxima a região de borda tende a $p \rightarrow -\infty$, enquanto que a velocidade de partícula $u' \rightarrow \infty$.

A fim de contornar esta singularidade, a distribuição local de velocidade de partícula acústica na região de borda deverá estar sujeita a uma condição artificial imposta em sistemas com ramificações laterais acoplados através de bordas do tipo canto vivo. Esta

condição artificial de separação do escoamento em um ponto na região de borda pode ser imposta pela condição de Kutta (Howe, 1998), sendo tal condição fundamental quando o modelo de Howe for discutido.

Outras técnicas com o propósito de contornar tais singularidades, se referem ao mapeamento conforme utilizando funções complexas, tal qual o modelo de Bruggeman (1991).

O mapeamento conforme permite a transformação da região $R = 0$ (região com singularidade) em uma geometria equivalente, onde a existência da singularidade discutida não esteja presente.

3.7 Fator de Qualidade das Pulsações

O fator de qualidade de um modo acústico (referente a uma cavidade do tipo aberta/fechada) não considerando os efeitos advindos do escoamento, é dado pela seguinte relação (Hirschberg, 1997):

$$Q = \frac{1}{\frac{4S_b}{(2m+1)S_p} - \frac{k_i}{k_0}} \quad (3.31)$$

onde o fator de amortecimento k_i/k_0 é dado pela aproximação de Kirchhoff (Hirschberg, 1997):

$$\frac{k_i}{k_0} = -\frac{\sqrt{2\eta} \omega_m}{D_b} \left(1 + \frac{\gamma-1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right) \quad (3.32)$$

Tal fator mede quantitativamente a qualidade de um modo acústico associado a uma frequência de ressonância da cavidade. Oscilações auto sustentadas em cavidades profundas envolvem unicamente um modo dominante (Hirschberg, 1997), sendo que ressonâncias com um alto valor para o fator Q são caracterizadas como ressonâncias com alta probabilidade de ocorrência de re-alimentação do campo acústico, desde que as condições hidrodinâmicas, a serem descritas, sejam satisfeitas.

No caso do sistema apresentar valores elevados para Q , da ordem de $Q > 10$, é bem provável que a re-alimentação significativa do campo acústico ressonante ocorra (Hirschberg, 1997).

A condição máxima de re-alimentação das ressonâncias internas à cavidade lateral ocorre quando a frequência das oscilações auto sustentadas são iguais ou próximas às frequências de ressonância dos modos dominantes da cavidade profunda (Kriesels, 1995).

Resultados experimentais obtidos por Bruggeman (1991) e por Jungowski *et al.* (1989) mostram que as frequências das oscilações auto sustentadas de fato são próximas às frequências de ressonância da cavidade na região de máxima amplitude, tal aspecto ressalta a diferença em relação ao comportamento das ditas pulsações em cavidades rasas e profundas.

A diferença entre tais tipos de cavidades repousa na relação dada pela razão adimensional entre o comprimento da cavidade pela sua largura (ou diâmetro para o caso de cavidades cilíndricas). Em cavidades rasas, a largura da cavidade é maior do que o comprimento da mesma, de modo que nestas cavidades a referida razão é maior do que 1, e na situação oposta onde o comprimento é maior do que a largura tem-se a existência de uma cavidade profunda, onde a supracitada razão neste caso é menor do 1.

Cavidades rasas apresentam oscilações auto sustentadas em frequências determinadas empiricamente pelos modos de Rossiter, tais modos definem a região de frequência onde ocorre a flutuação máxima de pressão acústica na cavidade.

Para uma dada condição hidrodinâmica, vinculada a um específico número de Strouhal, em cavidades rasas as componentes tonais dadas pelos modos de Rossiter não apresentam relações harmônicas entre si (Howe, 1998). Contudo, em cavidades profundas tais auto-oscilações ocorrem próximas as frequências de ressonância dos modos acústicos da cavidade. Verifica-se que para a grande maioria dos casos, tal condição vincula-se às componentes tonais da cavidade (Jungowski, 1989).

Outro aspecto importante referente à distinção entre cavidades rasas e profundas vincula-se ao o campo acústico ressonante do sistema acústico. Em cavidades profundas aplicadas a um duto, o campo acústico do sistema é dominado por ondas sonoras oriundas da compressibilidade imposta pela cavidade profunda, enquanto que para cavidades rasas aplicadas a um duto, o campo acústico é determinado pelos modos de ressonância do duto principal e não da cavidade rasa (Tonon, *et al.*, 2009).

Os resultados experimentais a respeito das relações entre as frequências dos modos acústicos da cavidade ressonante e as frequências das oscilações auto-sustentadas em condições de máxima amplitude, podem ser analisados através dos resultados obtidos por Bruggeman (1991). Neste artigo, resultados experimentais quantitativos mostram que as frequências das oscilações auto sustentadas são próximas às frequências de ressonância da cavidade na região de amplitude máxima, sendo tais resultados similares aos observados por Jungowski *et al.* (1989).

Deste modo, as sucessivas ressonâncias observadas correspondem às frequências associadas aos modos acústicos ímpares (sendo estes os únicos modos confinados à cavidade). Nestes modos, a amplitude de velocidade de partícula acústica na junção

apresenta seu valor máximo, enquanto que a pressão acústica na junção será nula devido a não propagação local das ondas sonoras (sendo esta uma condição de contorno impostas).

ANÁLISE DO CASO EM QUE $S_b \ll S_p$

Uma ramificação lateral com seção transversal S_b acoplada a um duto principal de área S_p , excitará significativamente a interação do campo acústico com o escoamento na região de intersecção para o caso em que $S_b \ll S_p$, pois neste caso a transmissão acústica ao longo do duto principal será máxima devido ao valor próximo a unidade do coeficiente de transmissão:

$$\alpha_T = \frac{4S_p^2}{(2S_p + S_b)^2} \quad (3.33)$$

A fim de considerar um exemplo, verifiquemos o caso de uma ramificação lateral (tubo ressonante) com diâmetro hidráulico $d = 0.01$ m aplicada em um duto principal de $D = 0,6$ m, onde um escoamento de ar com velocidade de $U_0 = 20$ m/s é aplicado.

Posteriormente, será verificado que a excitação das ressonâncias internas pelo escoamento também depende do número de vórtices desprendidos na junção. O número de vórtices na junção define o modo hidrodinâmico, de forma que o primeiro modo hidrodinâmico é definido pela existência de um único vórtice na junção.

Para que a excitação do primeiro modo acústico ($m=0$) ocorra conjuntamente com o primeiro modo hidrodinâmico (associado empiricamente ao número de Strouhal próximo a 0,38, segundo Bruggeman (1991)), a frequência com ocorrência de re-alimentação será:

$$f = \frac{S_r U_0}{d} \rightarrow \frac{0.38 U_0}{d} \quad (3.34)$$

Logo, f será aproximadamente igual a 425 Hz. Tomando-se a viscosidade do ar ν , tem-se que o termo dissipativo será da ordem de $k_i/k_0 = -2 \times 10^{-3}$, enquanto que a razão de área, para este caso, será $4S_b/S_p = 10^{-3}$.

Considerando tais valores, o fator de qualidade para o primeiro modo acústico será igual a $Q \sim 3 \times 10^2$ e para o segundo modo acústico $Q \sim 5 \times 10^2$. Desta forma, quanto menor for a razão de área, e portanto, menor o diâmetro do ressonador em relação ao diâmetro do duto principal, maior será a probabilidade de ocorrência de oscilações auto-sustentadas na cavidade devido ao alto fator de qualidade acústico referente aos modos harmônicos da cavidade (ressonador).

Verifica-se que este sistema apresentará fortes interações entre o escoamento na região de intersecção com o campo acústico, tendo como resultado re-alimentações auto-sustentadas extremamente intensas (Hirschberg, 1997).

Para o caso em que S_b é próximo a S_p , a ramificação lateral não atuará de forma significativa no aumento da amplitude da pulsação (Hirschberg, 1997).

De fato, resultados experimentais de Bruggeman (1991), Kriesels (1995), Ziada (1994)(1999) e Oshkai (2008) mostram que ressonadores em paralelo e em configurações co-axiais, quando comparado aos resultados para o caso de uma única ramificação lateral acoplada, apresentam oscilações auto-sustentadas com proeminência maior para os modos acústicos da cavidade.

As configurações geométricas referentes a ramificações laterais únicas, paralelas e co-axiais, com bordas de canto vivo, podem ser observadas através da Figura 3.7.

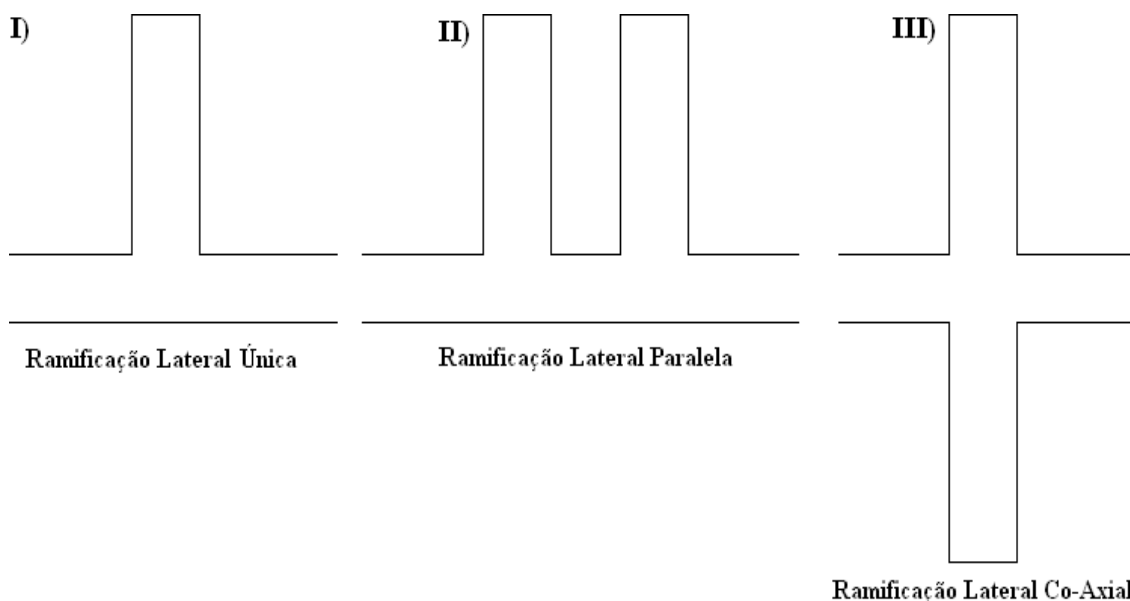


Figura 3.7: Representação bi-dimensional das diferentes ramificações laterais discutidas.

A análise experimental referente ao regime de re-alimentação em dutos com cavidades co-axiais, feita por Ziada (1994), mostra que a pulsação de pressão (pressão acústica) na extremidade fechada do ressonador chega a ser superior a 15 vezes a pressão hidrodinâmica (referente ao escoamento no duto principal).

De modo a ilustrar tais resultados, consideremos o caso analisado por Ziada (1999). Neste trabalho o diâmetro interno do duto principal é $D = 89$ mm. Três conjuntos de cavidades ressonantes com razão de diâmetros $\bar{d} = 0,135, 0,25, 0,57$, foram analisados, de

forma que os sistemas acoplados testados são constituídos de uma única cavidade, de cavidades co-axiais e cavidades paralelas.

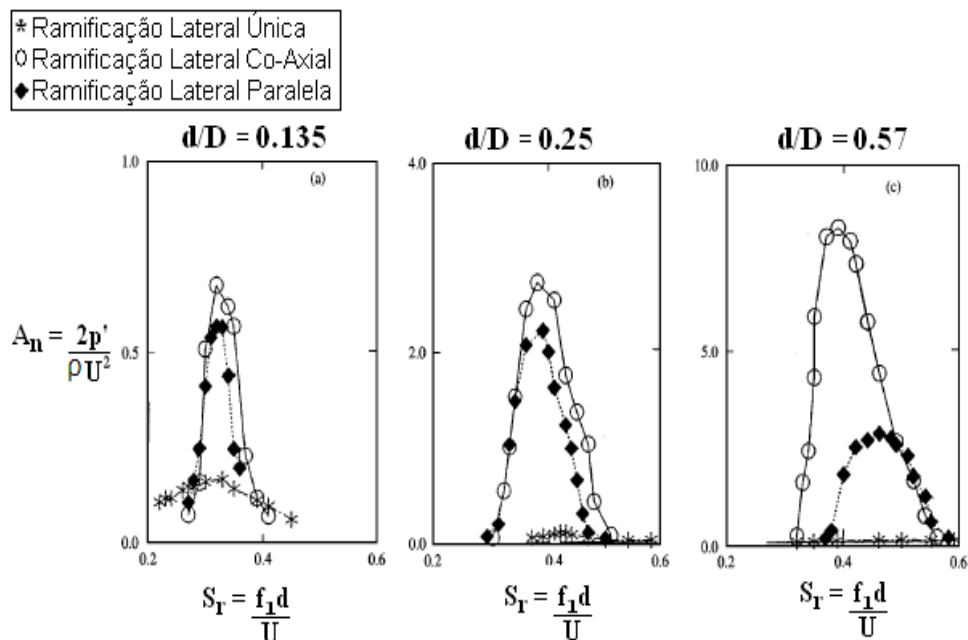


Figura 3.8: Comparação da Amplitude das Oscilações Auto-Sustentadas para diferentes configurações de ramificações laterais (Ziada *et al.*, 1999)

A análise direta da Figura 3.8 mostra que considerando apenas o efeito da razão de diâmetros \bar{d} sobre a amplitude da auto-oscilação, nota-se que o valor da amplitude normalizada de pressão A_n (associada a tais oscilações) nas ramificações laterais co-axiais é maior do que o valor desta variável em relação às outras ramificações analisadas. Por exemplo, para a configuração com razão de diâmetro $\bar{d} = 0.57$, o valor da pressão normalizada A_n é aproximadamente 10 vezes maior do que a pressão hidrodinâmica do escoamento no duto principal.

Da relação obtida (Equação 3.31), vamos aplicar a mesma com o intuito de comparar se a amplitude normalizada, dependente do fator de qualidade do modo acústico, é adequada à correlação direta de tais resultados com os resultados obtidos para o fator de qualidade destas oscilações.

A comparação será efetuada conjuntamente com exemplos citados dos artigos de Jungowski (1988), de Bruggeman (1989) e Kriesels (1995), de modo a aplicar tais conceitos para o presente trabalho.

Uma pequena revisão bibliográfica pertinente a tais artigos será feita, de forma a ilustrar como foram inferidos os métodos comparativos expostos na apresentação e discussão dos resultados experimentais obtidos para o caso de um tubo ressonante típico.

3.8 Análise do fator de qualidade aplicado aos artigos citados

Serão analisados inicialmente os resultados de Jungowski (1989). Estes resultados foram obtidos para dutos com seção circular, de modo que tanto o duto principal como a cavidade ressonante apresentam tais características.

A análise experimental foi feita para dutos com uma única ramificação lateral. Os experimentos foram realizados com ar sob condições atmosféricas. Serão considerados, unicamente os dados obtidos para a pressão sonora monitorada na extremidade fechada do ressonador, sendo a mesma obtida com pressão absoluta $p_0 = 1,01325 \text{ Pa}$.

O raio de curvatura das bordas é definido através da seguinte relação:

$$r = \frac{R}{W} \quad (3.35)$$

onde R se refere ao valor da curvatura e $W = (\pi/4)d$, o diâmetro efetivo da região de intersecção. Este diâmetro efetivo (W) corresponde à distância média entre a borda anterior e a borda posterior da cavidade.

No presente caso o valor de r foi variado, de modo que os dados experimentais referem-se a $r = 0$ e $r = 0,1$. O diâmetro do duto principal é $D_p = 1,05 \text{ m}$, sendo respectivamente o comprimento dos mesmos iguais a $L = 2,4 \text{ m}$ e $L_r = 1,7 \text{ m}$.

Os resultados mostram que o aumento do comprimento da cavidade ressonante, aproxima a frequência do regime de auto-oscilação aos modos ímpares da cavidade.

Algumas considerações já podem ser feitas, como por exemplo, o fato de que para a razão $\bar{d} = d/D = 0,2$ a amplitude da pressão normalizada é maior do que para o caso $\bar{d} = d/D = 0,52$. Conforme visto, isto decorre do campo acústico propagar no interior do duto com menos restrição inercial na região de intersecção, aumentando desta forma a amplitude acústica associada.

Os resultados deste trabalho mostram que para a razão $\bar{d} = d/D = 0,52$, os valores do número de Strouhal (onde a pulsação é máxima e a frequência vinculada ao desprendimento de vórtices corresponde ao primeiro modo hidrodinâmico) variam pouco em relação ao número de Mach, diminuindo à medida que este último é aumentado.

A explicação para tal deve-se a fixação do regime de amplitude em torno da frequência de oscilação e do diâmetro da cavidade. De modo que, variando apenas a velocidade do escoamento oscilatório na região de intersecção, ocorre o decréscimo do número de Strouhal.

Tal fato decorre do tempo de residência dos vórtices na região de intersecção. Neste caso, este intervalo de tempo será maior do que o intervalo de tempo correspondente ao período de uma oscilação acústica (cujo período está associado à frequência analisada).

A região $\bar{d} = 0,52$ mostra que o aumento do número de Mach, implica em maiores amplitudes de pressão normalizada (sendo estas aferidas na extremidade fechada da ramificação). Isto se deve aos valores elevados da pulsação para uma mesma condição hidrodinâmica vinculada aos modos ímpares superiores.

O fator de qualidade Q (Equação 3.31) aplicado ao presente caso implica que para $M_0 = 0,1$ e para a razão $\bar{d} = d/D = 0,2$, o fator Q será $Q \approx 6,2$, e para a razão $\bar{d} = 0,52$ tem-se $Q \approx 0,93$. Indicando, portanto, que as oscilações aeroacústicas apresentam amplitudes maiores para razões de diâmetro menores, de acordo com o esperado a respeito das considerações acústicas já feitas sobre sistemas acoplados.

De fato para $\bar{d} = 0,2$, a amplitude normalizada de pressão para $M_0 = 0,1$ é igual a $A_n \approx 1$, enquanto que para $\bar{d} = 0,52$, tal variável será $A_n \approx 0,05$. O resultado do nível de pressão sonora inferido na extremidade fechada do ressonador, para o modo f_1 , chega a atingir valores da ordem de 158 dB para $\bar{d} = 0,2$ e $M_0 = 0,18$, enquanto que para os demais modos, para o mesmo número de Mach, o NPS segue uma tendência decrescente.

Considerando neste momento os resultados de Bruggeman (1991), salienta-se que estes foram obtidos de forma análoga ao anterior, com fluxo de ar constante e pressão estática equivalente à pressão atmosférica.

O raio de curvatura $r = R/W$ das bordas vinculadas às ramificações foi variado, de modo que os dados experimentais referem-se a raios de curvatura $r = 0$ e $r = 0,1$. Onde $r = 0$, conforme já salientado, indica uma ramificação lateral acoplada a um duto principal mediante bordas do tipo canto vivo, e para o caso $r = 0,1$ o acoplamento ocorre via bordas curvas.

Os parâmetros geométricos do modelo de escala consideram o diâmetro do duto principal com $D_p = 3$ cm e da cavidade ressonante $d = 2,5$ cm. O comprimento do ressonador $L_r = 0,12$ m e o comprimento do duto principal $L = 0,225$ m.

Os resultados para a pressão sonora na extremidade da cavidade ressonante obtidos por Bruggeman (1991) se referem a dutos com seção transversal circular, considerando neste caso apenas uma ramificação acoplada. A análise do referido artigo é exclusiva aos dados obtidos com $p_0 = 1,01325$ bar.

Tal qual no experimento realizado no presente trabalho, foram utilizados abafadores na bancada de modo a limitar o ruído externo devido às válvulas existentes no sistema de

suprimento de ar. Medições do campo de velocidade acústica na região da junção foram obtidas a partir de medidas experimentais utilizando anemometria laser Doppler.

Para bordas do tipo canto vivo e $\bar{d} = 0,83$, a pulsação máxima ocorre para escoamentos ao longo do duto principal com velocidade $U_0 = 39,4$ m/s, de modo que neste caso, os resultados para pressão sonora na extremidade do ressonador, segundo Bruggeman (1991) são da ordem de $p'_{\text{exp}} = 1221$ Pa (para o primeiro modo hidrodinâmico $h=1$ e para o segundo modo acústico $m=1$, $f = 739$ Hz), o que corresponde, a uma amplitude com NPS = 155,7 dB.

Aplicando o fator de qualidade para tal caso ($p_0 = 1,01325$ bar), obtém-se $Q \approx 0,4$. Logo, embora a razão \bar{d} implique em baixas condições para a ocorrência de oscilações auto sustentadas, ainda assim a amplitude máxima é extremamente significativa.

Diante dos resultados apresentados, verifica-se que o critério envolvendo o fator de qualidade Q é um critério suficiente, mas não necessário na afirmação de inferências conclusivas que objetivem estabelecer considerações finais a respeito da existência de regimes de oscilações auto-sustentadas em sistemas com dutos acoplados.

O fator de qualidade Q é definido unicamente através de considerações acústicas. Nota-se que nenhuma alusão à presença do escoamento é feita. Qualquer inferência conclusiva só pode ser efetuada especificamente para sistemas onde $S_b \ll S_p$ e de modo algum para sistemas em que tal desigualdade não seja válida.

Os resultados associados a sistemas com uma única ramificação (cavidade ressonante circular, com bordas do tipo canto vivo e razão de diâmetro entre $0,5 < \bar{d} < 1$), apresentados nos artigos de Bruggeman (1991), Kriesels (1995), e Jungowski (1989) mostram que em sistemas com parâmetros geométricos compreendidos entre a desigualdade $0,5 < \bar{d} < 1$ (vinculada à razão de diâmetros), valores elevados para a pressão sonora na extremidade do ressonador não são raros, constituindo desta forma sistemas com significativas interações entre o campo acústico e o escoamento oscilatório na junta T.

Dois aspectos quanto aos efeitos da alteração dos dados geométricos referentes à razão \bar{d} sobre o acoplamento entre o campo acústico da cavidade ressonante (ramificação lateral única) com o escoamento na junção, podem ser ressaltados:

- 1- Influência na magnitude da pulsação para um dado Strouhal;
- 2- Deslocamento do número de Strouhal, onde a pulsação é máxima;

Para o item 1, a justificativa física refere-se ao aumento da transmissibilidade sonora ao longo do duto principal para razões de diâmetro com valores menores. Isto ocorre devido

ao elevado valor entre a razão de área entre a seção da ramificação com a seção do duto principal.

Resultados experimentais da pressão acústica no topo da ramificação (ressonador) de um sistema do tipo *single closed side branch* (Figura 3.7 (I)), obtidos por Jungowski e realizados a pressão atmosférica, mostram que a razão de diâmetro razão $\bar{d} = d/D$ apresenta um forte impacto sobre o número de Strouhal.

Para sistemas acoplados formando bordas do tipo cantos vivos, o primeiro modo hidrodinâmico, onde a amplitude da pulsação de pressão inferida é máxima, corresponde a um número de Strouhal variando entre $S_r < 0,5$ para uma dada faixa de diâmetros.

Conforme Kriesels (1995), os valores experimentais para o número de Strouhal máximo são timidamente maiores para dutos circulares (o caso do presente trabalho) quando comparados a ramificações retangulares. Isto se deve ao fato do diâmetro d (diâmetro do tubo ressonante) ser maior do que o diâmetro efetivo W , de modo que quando tal correção é feita, verifica-se o colapso dos dados obtidos, ou seja, a superposição dos mesmos devido a nenhuma diferença significativa dos resultados.

Resultados experimentais de Bruggeman (1991) indicam que não há nenhuma diferença fundamental na pulsação inferida na extremidade do ressonador, quando cavidades ressonantes cilíndricas ou retangulares são abordadas. Logo, o colapso supracitado justifica a adoção do modelo bi-dimensional para análise numérica (e analítica) da realimentação associada aos modos ímpares do tubo ressonante com extremidade fechada.

Variações dos raios de curvaturas da borda posterior não exercem influência significativa sobre o valor do Strouhal na condição de ressonância, contudo influenciam os valores da amplitude da pulsação na cavidade ressonante (Ziada et al., 1999). Devido a descontinuidade em regiões com curvatura zero (canto vivo), um alto valor experimental para o campo acústico na região da borda posterior é encontrado (Bruggeman, 1991), quando a comparação entre distintos raios de curvatura de borda.

O raio de curvatura de borda determina as condições de contorno acústicas na região de intersecção, sendo estas condições fundamentais ao processo de interferência destrutiva existente entre as frentes de ondas incidentes e refletidas na região da junção.

Com o propósito de entender tal processo, analisemos o caso em que uma fonte sonora externa é aplicada na entrada do duto principal, e consideremos que o meio de propagação esteja em repouso, ou seja, $U_0 = 0$.

Para valores elevados da razão de diâmetro, valores menores para a pressão sonora transmitida no interior do duto principal serão obtidos, conforme exposto na Seção 3.7.

Sendo os efeitos viscotérmicos menores quando comparados ao de uma ramificação lateral com razão de diâmetro menor, maior será a amplitude da pressão acústica na cavidade (p_b), pois neste caso os efeitos viscosos serão menores. Experimentalmente verifica-se que, quanto menor o diâmetro d da ramificação lateral maior serão os efeitos viscotérmicos (Mareze, 2009).

Desta forma, sendo a amplitude da pressão sonora na cavidade maior no caso em que a área da ramificação for aproximadamente igual a do duto principal, mais eficaz será o mecanismo de atenuação devido ao processo de interferência destrutiva. Neste caso, o fator de qualidade Q implica em valores menores para a amplitude das oscilações auto-sustentadas existentes quando o escoamento passa a ser considerado.

Os resultados de Jungowski (1989) mostram que, para o caso do escoamento no sistema constituído de uma ramificação lateral acoplada a um duto principal, menor será a amplitude das oscilações auto-sustentadas na região da cavidade quanto maior o diâmetro d desta ramificação.

Nota-se que pela definição do número de Strouhal, quando f_1 e U_0 forem fixos, maior será este número quando o diâmetro da ramificação lateral for aumentado. Desta forma, quando vórtices forem desprendidos na junção maior será o intervalo de tempo de deslocamento destas estruturas ao longo da região de ramificação. O aumento do número de Strouhal implica no aumento do tempo residência dos vórtices na região de intersecção quando comparado a τ_c , onde $\tau_c = 1/f_m$ representa o intervalo de tempo de um período acústico arbitrário.

Devido ao tempo de deslocamento do vórtice ao longo da junção ser maior, para razão de diâmetros maiores, mais energia do campo acústico será extraída devido ao aumento da absorção de energia acústica na borda anterior (onde ocorre a separação do escoamento e o subseqüente processo de desprendimento de vórtice).

A proposta para explicar tal fato advém do termo correspondente à força de Coriolis, presente na generalização da teoria de Powell por Howe (1998). Em tal caso, o termo de Howe ($f_c \cdot u < 0$) será negativo. O entendimento destas fontes será explicitado na próxima seção.

Desta forma, sendo menor a energia do campo acústico no interior da cavidade, menor será a amplitude das oscilações auto-sustentadas do campo acústico confinado.

Tais conclusões são corroboradas pela análise comparativa com os resultados experimentais. No entanto, o pleno entendimento da dinâmica não linear envolvendo a interação do campo acústico com o escoamento na junção depende de uma modelagem analítica mais apropriada.

3.9 Aeroacústica

A não linearidade intrínseca às equações governantes torna difícil a aferição do campo acústico gerado em sua totalidade pelo escoamento. Neste caso, a adoção de critérios físicos que permitam a simplificação de tais situações torna-se adequado.

A energia acústica associada aos termos fontes do escoamento representa apenas uma fração diminuta da energia do escoamento (Hirschberg, 2002). De fato, a energia sonora é muito pequena quando comparada à energia do escoamento.

A abordagem aeroacústica parte da definição do campo acústico a partir da extrapolação do escoamento ideal em um dado sistema de referência. A complexidade local do termo fonte compreende processos envolvendo o acoplamento entre o campo acústico (campo próximo) com o escoamento nesta região.

Supondo que na posição do ouvinte o fluido esteja em repouso (escoamento ideal de referência), parte-se da hipótese de que a diferença entre o escoamento nesta posição (fluido em repouso) e o escoamento no local da fonte (complexa interação entre o campo acústico e o escoamento turbulento) define a fonte sonora.

Diante de tais simplificações, a equação da onda não homogênea referente a esta situação contém a representação do termo fonte em termos de uma representação equivalente de fontes acústicas (localizadas a uma determinada distância do ouvinte). Esta representação considera fontes acústicas do tipo monopolo, dipolo e quadrupolo.

Devido à transformação de um problema aeroacústico de alta complexidade em um problema de acústica clássica, existe a necessidade de se descrever tal processo em termos de fontes sonoras do tipo monopolo, dipolo e quadrupolo. Tal abordagem é denominada de analogia aeroacústica.

3.10 Variáveis Aeroacústicas

Embora a análise da propagação ondulatória em fluidos quiescentes (meio em repouso) seja indiferente, quanto ao fato da equação da onda estar definida em termos da pressão sonora ou em termos da densidade, o mesmo não ocorre com a utilização de analogias aeroacústicas.

Escolhas de variáveis diferentes implicam na necessidade de analogias distintas, pois fluidos com referências diferentes estão sendo considerados. Em escoamentos subsônicos a totalidade da produção sonora aerodinâmica é inteiramente devida à flutuação de velocidade do escoamento médio (Goldstein, 1984).

Sendo o escoamento subsônico, o mesmo poderá ser caracterizado como incompressível, de modo que sua descrição em termos da dinâmica dos vórtices passa a

ser vantajosa (Wagner *et al.*, 2006). Em tais situações, a análise do escoamento na região de intersecção pela dinâmica supracitada, caracteriza o surgimento de um novo tipo de analogia aeroacústica (Wagner *et al.*, 2006), cuja descrição será feita posteriormente.

A analogia aeroacústica descrita em termos da dinâmica vinculada aos vórtices se refere à teoria de Powell, cuja generalização proposta por Howe será a principal ferramenta para a análise do campo acústico gerado pelo desprendimento de vórtices.

A seguir a analogia de Lilley, será exposta, a abordagem desta analogia está associada a diferentes propósitos. A aplicação deste modelo será feita posteriormente com o intuito de aferir a distribuição dos termos quadrupolos na região de intersecção.

3.11 Analogia de Lilley e Modelos Aeroacústicos

A analogia de Lilley refere-se à contribuição local de fontes sonoras geradas pela turbulência e pela deformação angular do escoamento médio. Tal analogia é fundamentada na equação de Lilley, sendo uma equação de 3ª ordem obtida através da combinação da equação da continuidade e da quantidade de movimento linear (Goldstein, 1976):

$$\frac{D}{Dt} \left[\frac{D^2 \Sigma}{Dt^2} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(c_0^2 \frac{\partial \Sigma}{\partial x_j} \right) \right] + 2 \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(c_0^2 \frac{\partial \Sigma}{\partial x_j} \right) = -2 \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (3.36)$$

onde $\Sigma = 1/\gamma \ln(p/p_0)$, sendo p_0 a pressão do meio em repouso e γ a razão entre os calores específicos do fluido (c_p/c_v), u_k é a velocidade do escoamento médio neste caso.

O lado esquerdo da equação (Equação 3.31) apresenta termos não lineares de difícil abordagem. Com o intuito de evitar dificuldades inerentes a tais não linearidades, adota-se a seguinte decomposição (Colonius, 1997):

$$u_i(\vec{x}, t) = U_i(\vec{x}) + u'(\vec{x}, t) \quad (3.37)$$

onde, $u'(\vec{x}, t)$ é a componente vinculada à flutuação turbulenta de velocidade.

Introduzindo a linearização acima no termo fonte da Equação 3.31 obtêm-se os termos derivados por Lilley (Goldstein, 1987):

$$S_1 = -2 \frac{\partial u'_k}{\partial x_i} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \quad (3.38)$$

$$S_2 = -6 \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} - 6 \frac{\partial u'_k}{\partial x_i} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$$

O termo S1 envolve unicamente as componentes de velocidade turbulenta e, neste caso, é definido na literatura por *self-noise*. Já o termo S2 envolve a deformação do

escoamento médio e sua avaliação é feita usando o campo médio de velocidade, sendo denominado *shear-noise*.

A Equação 3.38 possui uma forma atraente devido à extensão do conceito de Lighthill sobre a distribuição quadrupolar de fontes, pois neste caso a definição do termo fonte abrange o escoamento médio (Goldstein, 1984). Sendo assim, o termo S_2 pode ser interpretado como análogo a uma distribuição externa de tensões, $u'_i u'_j$, impostas sobre o escoamento médio (Colonius, 1997).

Existem diversas outras analogias com propósitos diferenciados, sendo que todas apresentam a origem comum de serem extensões ou generalizações da proposta inicial de Lighthill. A principal se refere à analogia ou formulação de Ffwocs-Williams. Esta analogia generaliza a analogia de Lighthill quando superfícies sólidas arbitrárias encontram-se no domínio do escoamento considerado, podendo o escoamento eventualmente ser limitado por fronteiras sólidas. Logo, a região de produção sonora isenta de fronteiras não é considerada.

A utilização de funções de Green no espaço livre permite a simplificação e aproximação com leis de escala, inferindo de maneira aproximada a energia sonora associada aos termos quadrupolos. A abordagem Ffwocs-Williams é geral, sendo a mesma válida tanto para escoamentos internos, como para escoamentos externos.

A proposta de Proudman (Fluent, 2006), baseia-se na hipótese de que o ruído gerado pelo escoamento é determinado unicamente pela contribuição local correspondente as flutuações de velocidade vinculadas à turbulência homogênea. A aplicação da relação de Proudman pode ser encontrada em diversos contextos, quando a necessidade de se quantificar, a grosso modo, o ruído gerado pelas estruturas turbulentas (aproximadas pela suposição de isotropia) necessita ser considerado. Contudo, tais resultados não devem ser levados em consideração caso a necessidade de uma quantificação exata do ruído seja necessária.

3.12 O mecanismo de acoplamento

Diversos mecanismos diferenciados contribuem para a alteração das características acústicas de dutos. Quando o escoamento é considerado, a citada alteração diretamente vincula-se à existência do escoamento médio interno ao duto.

A imposição de uma ramificação lateral em um duto simples implica na ocorrência de instabilidades aeroacústicas devidas ao desprendimento periódico de vórtices na junção entre o duto simples e a ramificação. Conforme será explicitado, tais instabilidades ocorrem apenas dentro de específicas condições hidrodinâmicas, a serem definidas posteriormente. O surgimento destas instabilidades define o mecanismo de acoplamento entre o

escoamento com o campo acústico ressonante da cavidade, quando uma ramificação lateral é imposta sobre o duto

Desta forma, podem ser ressaltados os seguintes mecanismos associados à alteração pelo escoamento, das propriedades acústicas de um duto simples:

1. Efeitos convectivos devidos ao escoamento sobre o campo acústico;
2. Interação do campo acústico com o escoamento turbulento interno ao duto;
3. Efeitos do escoamento sobre o coeficiente de reflexão nas extremidades do duto;
4. O aparecimento de instabilidades aeroacústicas em dutos com ramificações laterais aplicadas;

Nas próximas seções, estes mecanismos serão pormenorizadamente discutidos.

3.13 O modelo Quase-Estacionário de Ingard

Com o intuito de fornecer uma análise detalhada dos mecanismos de acoplamento a serem discutidos, o modelo quase-estacionário (Ingard et al. 1974) e o modelo baseado no formalismo das funções de Green apropriadas, conforme exposto em Ingard (1975) serão brevemente discutidos.

Considerando a propagação de ondas planas em dutos sem escoamento e para frequências suficientemente baixas ($k_0 D/2 \ll 1$), a atenuação sonora em um duto simples é essencialmente devida à presença de efeitos visco-térmicos nas fronteiras sólidas do duto simples. Na presença de um escoamento médio, perdas adicionais ocorrem como resultado da turbulência gerada pela interação do campo acústico com a vorticidade intrínseca ao escoamento turbulento (Ingard et al., 1974).

Dentre os principais trabalhos concernentes ao tratamento teórico da interação entre o escoamento turbulento com o campo acústico interno ao duto, encontra-se o trabalho de Ingard (1974). Neste trabalho, uma nova abordagem é utilizada de forma a inferior quantitativamente a atenuação sonora promovida pelo escoamento turbulento no duto.

O propósito do modelo quase-estacionário de Ingard, não objetiva detalhar explicitamente a interação da turbulência com o campo acústico interno ao duto, pois de outro modo seria necessário o conhecimento prévio do espectro de energia turbulenta do escoamento médio, bem como o perfil inerente ao escoamento.

Considerando tal simplificação, a fim de facilitar a representação do campo acústico sobre o escoamento turbulento interno ao duto, uma perturbação quase-estática é imposta. Desta forma, a modulação da pressão hidrodinâmica associada ao escoamento médio pode ser diretamente definida por um fator de atrito (rugosidade) intrínseco a tubulação.

A atuação deste termo ocorrendo similarmente sobre o campo acústico (Ingard et al., 1974), implica na dissipação da energia do campo acústico, diretamente relacionada à perda de carga, devida à turbulência.

Nesta situação, o acoplamento do campo acústico do duto com o escoamento apresenta um caráter dissipativo, cuja constatação empírica indica a ocorrência desta dissipação sempre que o sistema for excitado por uma fonte acústica externa (Ingard et al., 1975).

O termo que representa a dissipação do campo acústico pela turbulência, para escoamentos turbulentos com elevado número de Reynolds, pode ser expresso por (Ingard et al., 1974):

$$\frac{\psi M_0}{[2b(1 \pm M_0)]} \quad (3.39)$$

onde $\psi \approx 10^{-2}$ representa o fator de atrito vinculado ao escoamento turbulento, M_0 é o número de Mach, b a razão entre o perímetro e a área transversal, S_p , do duto simples, e $(1 \pm M_0)$ representa o termo que define os efeitos convectivos propiciados pelo escoamento sobre o campo acústico, este termo representa as mudanças na velocidade de fase inerente as ondas sonoras propagando-se nas terminações do duto.

O termo descrito pela equação 3.39, expõe os efeitos de dissipação promovidos pelo escoamento interno à tubulação, contudo este termo não considera as interações aeroacústicas similares que acarretam perdas adicionais de energia na entrada e na saída do duto. Assim, a região de vorticidade existente na saída do duto, conforme observado na Figura 3.9, implica em efeitos dissipativos adicionais, vinculados ao jato descarregado no bocal de saída do duto, que devem ser considerados.

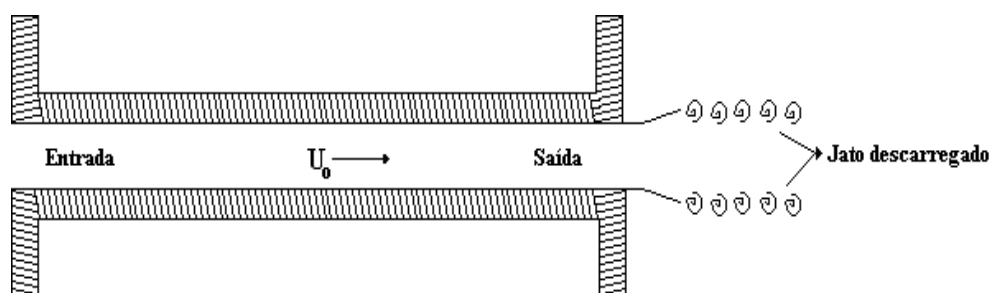


Figura 3.9: Escoamento Turbulento interno ao duto principal, neste caso, com terminação flangeada.

À análise dos efeitos dissipativos promovidos pelos efeitos de terminação, podem ser inferidos através de medições experimentais que caracterizem os efeitos do escoamento sobre os coeficientes de reflexão na entrada e na saída do duto (Ingard et al., 1975).

Estes resultados mostram que, o coeficiente de reflexão na saída do duto apresenta um comportamento independente da velocidade do escoamento médio para baixas frequências ($k_0 D/2 < 0.5$), contudo tal efeito não ocorre na região de entrada (Ingard et al., 1975). Considerando perdas adicionais de energia acústica, devidas a interação do campo acústico com o jato na saída do duto, os resultados experimentais de Ingard (1975) mostram que a energia acústica dissipada será proeminente na região de saída quando comparada com a dissipação oriunda da região de entrada.

À análise teórica de tais sistemas acústicos, utilizando-se da aproximação referente à propagação de ondas planas, pode ser obtida através de Funções de Green apropriadas. Consideremos inicialmente uma fonte acústica unitária localizada na entrada do duto (x_0) de comprimento L , conforme definido pela Figura 3.10.

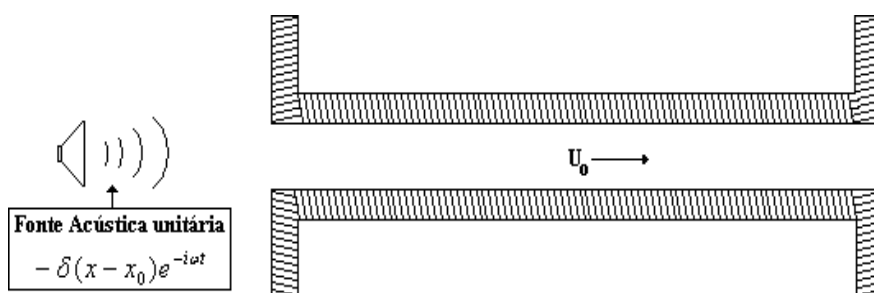


Figura 3.10: Fonte unitária excitando o duto, com escoamento interno U_0 , na região de entrada.

O amortecimento da energia acústica promovido pelo escoamento turbulento nas terminações do duto pode ser imposto como um termo adicional na definição do número de onda, assim o número de onda pode ser definido como:

$$\tilde{k} = k_1 + jk_2 \quad (3.40)$$

onde $k_1 = \frac{\omega_m / c_0}{1 + M_0}$ representa o termo de propagação, ω_m se refere a frequência angular do

modo acústico m , c_0 a velocidade do som, $(1+M_0)$ os efeitos convectivos na direção da saída do duto. O termo de propagação vinculado aos efeitos convectivos implica que, neste caso, o meio de propagação não está em repouso.

A dissipação define-se pela componente imaginária do número de onda \tilde{k} , a imposição da condição dada pela Equação 3.40 na solução ondulatória exponencial, $\exp(j\tilde{k}x - j\omega_m t)$, aplicada à equação de Helmholtz, implica na redução da amplitude da onda sonora em consequência do amortecimento.

Se forem consideradas as interações aerocacústicas similares, e subseqüentes perdas de energia acústica na entrada e na saída do duto, as referidas perdas nas regiões

de terminação do duto podem ser aproximadamente determinada através da relação dada pela seguinte relação:

$$\tilde{k} = \frac{\omega_m / c_0}{1 + M_0} + i \left[\beta_v + \ln \left(\frac{1 + M_0}{1 - M_0} \right)^n + \frac{\psi M_0}{2b} \right] \frac{1}{1 + M_0} \quad (3.41)$$

onde β_v se refere ao fator de dissipação viscosa devido a existência da camada limite acústica, e o expoente n, neste caso, sendo aproximado por 1,33 (Ingard et al., 1975). Uma aproximação razoável para o termo de dissipação visco-térmica mostra que tal termo é diretamente proporcional a raiz quadrada da frequência angular ω_m do modo acústico m, para o ar em condições padrões $\beta_v \sim 1.43 \times 10^{-5} (\omega_m^{1/2} / b)$ (Ingard et al., 1974).

A solução analítica 1D para a onda sonora exponencial será imposta a Equação de Helmholtz com o propósito de determinar a distribuição espacial do campo de pressão acústica confinado ao duto., com diâmetro $D = 6.3$ mm e comprimento $L = 70$ mm. As condições de contorno impostas se referem a uma excitação de velocidade de partícula acústica unitária na região de entrada, e na saída do duto uma condição de impedância de radiação. Considerando, a correção na saída do duto (Ingard et al., 1975):

$$1 - P(0,t) = P_0 e^{-j\omega_m t} \quad (3.42)$$

$$2 - z_{rad} = \frac{P(L,t)}{u(L,t)} = \rho_0 c_0 \left[\frac{1}{4} (\omega_m r / c_0) + j0,6133 (\omega_m r / c_0) (1 - M^2) \right]$$

onde $P(0,t)$ e $P(L,t)$ são as pressões acústicas na entrada e na saída do duto, respectivamente, e z_{rad} se refere a impedância de radiação na saída do duto. Através do sistema linear obtido diretamente da Equação de Helmholtz, o campo de pressão e as frequências de ressonâncias do sistema podem ser determinados.

Desta forma, considerando o amortecimento adicional promovido pelos efeitos visco-térmicos, bem como os efeitos de dissipação devidos ao escoamento turbulento interno e a vorticidade gerada na região de saída (jato descarregado), os modos axiais do duto simples relacionados, com a referida solução exponencial unidimensional, considerando escoamentos em regimes de velocidade diferenciados são descritos pela Figura 3.11.

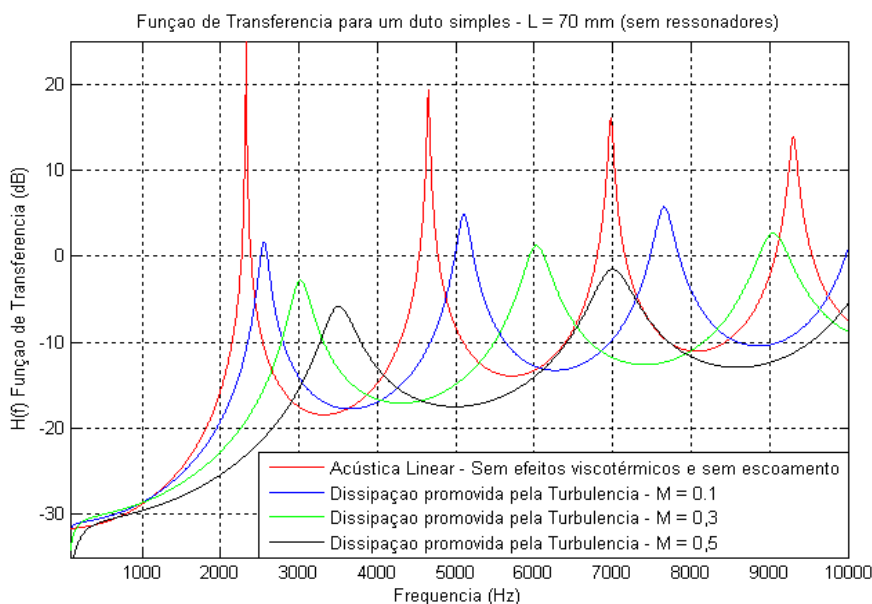


Figura 3.11: Distribuição analítica dos modos axiais para um duto simples com escoamento interno em regimes distintos de velocidade.

Os resultados apresentados pela Figura 3.11, definem claramente os efeitos dissipativos advindos da turbulência, bem como a influência dos efeitos convectivos sobre os modos axiais de ressonância do duto simples previamente excitado por uma fonte sonora unitária localizada na entrada do duto.

No presente caso, os resultados obtidos dentro do escopo da acústica linear não consideram a presença dos efeitos viscotérmicos. Intrínseco a abordagem linear reside à imposição de um meio de propagação em repouso, desta forma os resultados inerentes a tal abordagem não consideram os efeitos advindos da turbulência, bem como os citados efeitos convectivos.

A comparação direta dos resultados claramente mostra a existência de um comportamento assintótico com tendência dissipativa para os modos de ressonância, sendo tal comportamento evidenciado na região de altas frequências. Esta dissipação em altas frequências, conforme observado, esta associada à ação dos efeitos viscotérmicos β_v agora considerados. A relação dada pela equação 3.39 mostra que, os efeitos dissipativos proporcionados pela turbulência (considerando a aproximação quase-estática) são totalmente independentes da frequência.

Os efeitos convectivos causados pelo escoamento médio são os responsáveis pela mudança de fase relacionada à distribuição dos modos axiais, de forma que para escoamentos com números de Mach crescentes, estes efeitos tornam-se proeminentes.

A comparação direta entre os mecanismos de perdas de energia acústica, proporcionados pelo escoamento, pode ser obtida através da abordagem teórica via funções de Green. De forma a inferir a comparação dos mecanismos dissipativos devidos ao

escoamento turbulento, apenas os resultados para baixos números de Mach ($M_0 \ll 1$) serão considerados. Diante de tais simplificações, a diferença entre os mecanismos de perda devidos ao escoamento no interior e nas terminações do duto pode ser expressa através da seguinte desigualdade (Ingard et al., 1975):

$$\frac{1 - M_0^2}{M_0} \ln \left(\frac{1 + M_0}{1 - M_0} \right) > \frac{\psi L}{nd} \quad (3.43)$$

Logo, a inequação 3.43 mostra que a ação dos efeitos dissipativos, referentes à vorticidade gerada na saída do duto, sobre a energia dos modos acústicos ressonantes será maior do que a dissipação promovida pelos efeitos internos. Assim, a menos que o duto seja extremamente longo, tipicamente da ordem de 100 vezes o diâmetro d (Ingard et al., 1975), as perdas na energia acústica dos modos será dominante nas extremidades do duto (especialmente na região de saída).

O ruído irradiado pelo escoamento no bocal de saída do duto também é importante e também define outro tipo de acoplamento entre o campo acústico com escoamento, ocorrente em situações sem uma excitação prévia do sistema por uma fonte acústica externa. Com o propósito de sistematizar o ruído gerado pelo escoamento no sistema acústico considerado, a análise experimental concernente a tal situação será posteriormente efetuada.

3.14 A teoria do som gerado por vórtices de Powell-Howe

A teoria da emissão sonora por vórtices foi obtida primeiramente por Powell para escoamentos subsônicos em condição de campo livre. Howe generalizou o elegante formalismo devido a Powell, sem as limitações intrínsecas desta teoria quando aplicada a escoamentos internos de número de Mach arbitrários (Hirschberg, 2002).

A limitação dos locais de geração sonora é uma poderosa ferramenta simplificativa aliada à teoria de Howe-Powell quando comparada com a analogia de Lighthill. Esta simplificação advém do fato da vorticidade ter usualmente uma extensão espacial muito menor do que as flutuações de velocidade turbulentas não correlacionadas (distância referente ao comprimento característico das grandes escalas turbulentas). Logo, sendo a região de localização da fonte sonora menor do que o comprimento de onda emitido, esta região será do tipo compacta (Dequand, 2001).

A equação de Powell pode ser obtida substituindo o termo advectivo da equação de Euler pela seguinte identidade vetorial:

$$\nabla \left(\frac{1}{2} |\vec{u}|^2 \right) = (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} - (\nabla \times \vec{u}) \times \vec{u} \quad (3.44)$$

Substituindo na equação de Euler tal identidade obtém-se:

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{2} |u_i|^2 \right) + \rho (\omega_k \times u_i)_i + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0 \quad (3.45)$$

Para escoamentos isentrópicos, a velocidade do som c_0 será constante, de modo que:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x^2} \quad (3.46)$$

Procedendo de maneira similar e aplicando a derivada temporal na equação da continuidade, e o divergente na equação de Euler, o resultado obtido será:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial}{\partial x_i} \rho (\omega \times u)_i + \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \rho \left(\frac{1}{2} |u|^2 \right) \quad (3.47)$$

Para escoamentos subsônicos o termo dependente da velocidade pode ser negligenciado (Hirschberg, 2002), de modo que:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial}{\partial x_i} \rho (\omega \times u)_i \quad (3.48)$$

Verifica-se que o divergente associado ao termo fonte vinculado à ação de uma força externa ($\rho(\omega \times u)$), implica na existência de uma força externa sobre o fluido no local da fonte, caracterizando portanto, o comportamento de um dipolo.

3.14.2 O corolário da Energia de Howe

Através da definição de entalpia total (Equação (3.13)), pode-se obter uma representação equivalente da equação de Euler descrita em termos de tal variável, de modo que (Hirschberg, 2002):

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_i} B = -(\omega_k \times u_i) \quad (3.49)$$

Verifica-se que a ação de uma força externa $-(\omega_k \times u_i)$ implica na variação da quantidade de movimento da partícula de fluido, logo esta força atua como um agente externo sobre o fluido.

Utilizando a definição de Kirchhoff da energia (Hirschberg, 2002) a potência transferida do campo de vorticidade (força de Coriolis, $f_c = -(\omega_k \times u_i)$) ao campo acústico, é a integral do trabalho realizado pela força de Coriolis sobre o campo acústico u' :

$$\langle P_{vortices} \rangle = \left\langle \int_V \vec{f}_c \cdot \vec{u}' dV \right\rangle \quad (3.50)$$

A Equação 3.50 representa a potência média associada ao desprendimento de vórtices na junção. Conforme será explicitado adiante, verifica-se que a existência das oscilações auto sustentadas deve-se à contínua re-alimentação do campo acústico devido à ação destas forças.

3.15 Oscilações Auto-Sustentadas

Oscilações auto sustentadas ocorrem em sistemas físicos quando o movimento associado a este tipo de oscilação induz a existência de uma força que mantém a existência da mesma.

O caso mais simples de uma oscilação deste tipo se refere ao caso de uma oscilação auto sustentada devido a uma força proporcional à velocidade:

$$F_{ext} = C \frac{dx}{dt} \quad (3.51)$$

com $C > 0$.

Considerando um sistema massa mola e admitindo a solução exponencial, a equação deste movimento será apresentada em sua forma reduzida:

$$\left(-M\omega^2 + i(R_{at} - C)\omega + K \right) \hat{x} = 0 \quad (3.52)$$

onde R_{at} é coeficiente de dissipação do sistema massa-mola. Para o caso em que $C < R_{at}$, o sistema é estável e as oscilações auto sustentadas são amortecidas, caso $C > R_{at}$ o sistema torna-se instável de modo que uma pequena perturbação inicial cresce exponencialmente no tempo.

Supondo que todos os parâmetros do sistema (M , K , C) sejam constantes, esta teoria não pode prever um regime de amplitude finito para estas oscilações. Desta forma a teoria linear determina a ocorrência da instabilidade, mas prevê o comportamento incorreto devido a infinitas amplitudes associadas ao sistema (Hirschberg, 1997).

Amplitudes finitas observadas são atingidas por mecanismos de saturação linear, cuja discussão será feita adiante. Oscilações auto sustentadas em um sistema linear apresentam uma amplitude de pulsação proporcional à amplitude da fonte, de modo que sendo a potência acústica definida através da relação têm-se:

$$\langle P_{\text{acustica}} \rangle = \langle I \rangle S = \frac{p'^2}{\rho_0 c_0} S \rightarrow \langle P_{\text{acustica}} \rangle \sim p'^2 \quad (3.53)$$

Dentro do contexto linear a potência dissipada também será proporcional a p'^2 . Assim, o sistema será instável quando a potência irradiada pelos vórtices for maior do que a potência dissipada no processo de geração das estruturas coerentes, ou seja, na condição em que $P_{\text{acústica}} > P_{\text{dissipada}}$. Na condição em que $P_{\text{acústica}} \leq P_{\text{dissipada}}$, o sistema possui a garantia da estabilidade.

Na análise do presente problema, conforme já explicitado, a força externa se refere à força de Coriolis. O desprendimento de vórtices na região de borda induz flutuações de pressão na cavidade, desta forma devido à existência de termos fontes dipolares na região de intersecção, existe uma perturbação no fluido. Caso a frequência de desprendimento dos vórtices seja próxima à frequência de ressonância da cavidade, a transferência de energia do escoamento (vórtices advectados na junção) será máxima durante a etapa do ciclo em que $P_{\text{acústica}} > P_{\text{dissipada}}$.

Logo, a ação da força de Coriolis excita o campo acústico da cavidade, e este agindo sobre a camada cisalhante formada na borda anterior, na forma de perturbações alimenta o desprendimento de vórtices, sendo que estes por sua vez amplificam a amplitude do campo acústico (pulsação) na cavidade ressonante.

Diferentes regimes de amplitudes, associados a estas pulsações, serão detalhados de forma sucinta nas próximas seções.

3.16 Considerações Teóricas sobre a Re-alimentação do campo acústico

A amplificação dos modos de ressonância associados a cavidades formando ramificações laterais acopladas a dutos acústicos pode atingir níveis elevados. De fato, fadigas mecânicas induzidas por tais pulsações por vezes acometem de maneira significativa as componentes de sistemas análogos onde o escoamento é presente.

A definição de pulsação acústica de baixa frequência (região de frequência dos primeiros modos acústicos da cavidade ressonante) associada às oscilações auto-sustentadas não apresentam correspondência quando se considera, por exemplo, pulsações existentes em compressores. Esta pulsação corresponde a instabilidades do escoamento, e são definidas como um tipo de oscilação aeroacústica (Hirschberg, 1997).

Exemplos cotidianos destas oscilações se referem ao escoamento de ar em torno da abertura de uma garrafa, ao assobio tonal devido à passagem de ar pelos lábios, dentre

outros exemplos. Logo, problemas relacionados a este tipo, de ruído aeroacústico, encontram similaridade em diversos sistemas.

Conforme explicitado, as instabilidades da camada cisalhante na região de intersecção entre o duto principal e a ramificação lateral (tubos ressonantes), se referem ao desprendimento de vórtices nesta região. Quando os modos de ressonância da cavidade (campo acústico estacionário) se aproximam da frequência com que os vórtices são desprendidos, oscilações auto-sustentadas podem ocorrer (Hirschberg, 2004).

Pesquisas vinculadas a tal fenômeno tiveram um aumento significativo na década de 70, quando problemas de natureza severa ocorreram na estação de compressão Ommen, onde as amplitudes de pressão de tais pulsações atingiram $\hat{p}=2,5$ bar para uma pressão dinâmica $1/2\rho_0U_0^2$ de apenas 0,24 bar e uma pressão estática $p_0 = 60$ bar (Bruggeman, 1991). As pulsações ocorriam em configurações de dutos onde ramificações laterais eram presentes. Em muitos casos a frequência f referente a estas pulsações correspondiam às frequências de ressonância de tais ramificações (Bruggeman, 1991).

Em sistemas de transporte de gás, ramificações laterais são comuns. Problemas deste tipo foram caracterizados inicialmente pela estatal N.V. Nederlandse Gasunie (Bruggeman *et al.*, 1991), responsável pelo sistema de transporte de gás natural na Holanda. Pesquisas realizadas, por tal companhia identificaram a presença destas pulsações no sistema de transporte. Foram esses trabalhos que inicialmente identificaram este regime de pulsação como uma oscilação aeroacústica sustentada pela instabilidade do escoamento na região de intersecção (Bruggeman, 1991).

Medidas provisórias com o propósito de atenuar tais pulsações foram tomadas, podendo-se citar a utilização de filtros by-pass com o propósito de reduzir a velocidade do escoamento U_0 passando ao longo de tais ramificações laterais.

Eventualmente estas pulsações podem atingir regimes de amplitude elevada, de modo que problemas de segurança estruturais tornam-se presentes. Pulsações ainda menores podem afetar as medidas dos níveis de vazão ou ainda induzir a suspensão do transporte de gás em decorrência da existência destas pulsações ao longo do sistema (Hirschberg, 1997).

Em decorrência do acometimento do sistema de transporte e ao alto custo associado a metodologias de solução *ad hoc*, um programa de pesquisa de natureza fundamental vinculada à sistematização da fenomenologia deste problema foi estabelecido através do convênio Gasunie e Eindhoven University of Technology.

3.16.1 Ressonadores e Fontes Aeroacústicas

Dada a enorme aplicabilidade associada à utilização de Ressonadores de Helmholtz e de Ramificações Laterais em dutos (tubos ressonantes aplicados a filtros acústicos), oscilações auto-sustentadas induzidas pelo escoamento têm recebido considerável atenção na literatura (Hirschberg, 2004).

A discussão na presente seção objetiva prover modelos que permita inferir qualitativamente alguns fenômenos básicos referentes a oscilações aeroacústicas em cavidades profundas, cujo exemplo imediato se refere a um tubo ressonante.

Modelos analíticos como o modelo de Bruggeman (1991), e o modelo de Howe (1998) auxiliam no entendimento adequado através da análise simplificada de tal fenômeno. No entanto, estes modelos não permitem prever de maneira acurada a amplitude das oscilações auto-sustentadas. Assim, modelos mais detalhados associados à descrição do acoplamento do escoamento com o campo acústico da cavidade são necessários.

Estes modelos analíticos serão aplicados conjuntamente com o método do balanço de energia, de modo a predizer a amplitude e a ordem de magnitude referente a estas pulsações, para o caso único de um tubo ressonante aplicado ao duto principal.

O intuito é estabelecer critérios que sistematizem a utilização de tais silenciadores em regimes de escoamentos diferenciados, proporcionando a redução significativa do acoplamento resultante do escoamento com os modos de ressonâncias internos a fim de não comprometer a utilização destes sistemas.

3.16.2 Descrição Qualitativa de regimes de amplitude baixa, moderada e elevada

Em sua totalidade, o processo de re-alimentação das ressonâncias é intrinsecamente controlado pela instabilidade da camada cisalhante separando o fluido em repouso da cavidade do escoamento do duto principal.

Estudos concernentes a tais instabilidades (Ziada, 1994) são focados no comportamento instável da camada cisalhante, quando a mesma passa a ser perturbada por um campo acústico de baixa amplitude, sendo tal campo associado às ressonâncias internas em cavidade.

Em grande parte dos casos, verifica-se que a velocidade de partícula acústica na junção é muito menor quando comparada à velocidade do escoamento médio estacionário no duto principal (Bruggeman *et al*, 1991).

Eventualmente assume-se que as perturbações da camada cisalhante excitada pelo campo acústico cresçam linearmente, levando ao desenvolvimento de teorias lineares com

relativo sucesso na caracterização das condições de existência associadas ao *feedback* do campo acústico (Hirschberg, 2004).

A não possibilidade de prever a amplitude das pulsações auto sustentadas, de forma correta, consiste na principal limitação das teorias lineares. Em sistemas constituídos de dutos com ramificações laterais, pulsações tipicamente encontradas não apresentam amplitudes pequenas e, deste modo, a descrição do fenómeno associado à teoria linear não parece ser adequada na abordagem quantitativa destes eventos.

A amplitude do campo acústico na cavidade pode ser estabelecida através da razão entre a velocidade de partícula acústica (diretamente relacionada ao campo acústico da cavidade) com a velocidade do escoamento médio no duto; desta forma tem-se:

$$u = \frac{p'}{\rho_0 c U_0} \quad (3.54)$$

onde p' é a pressão acústica em Pa (pascal) no topo do ressonador.

O comportamento aeroacústico associado às ramificações laterais depende fortemente desta razão, de modo que a descrição do regime de amplitude é dada com base em tal parâmetro.

Tais regimes são classificados de acordo com a classificação de Bruggeman (1991), de acordo com os seguintes critérios:

- Regimes de amplitudes baixas: $\frac{u(0)}{U_0} < 10^{-3}$
- Regimes de amplitudes moderadas: $10^{-2} < \frac{u(0)}{U_0} < 0(10^{-1})$
- Regimes de amplitudes elevadas: $\frac{u(0)}{U_0} > 10^{-1}$

A associação direta da amplitude da re-alimentação com a perturbação na camada cisalhante implica em uma relação proporcional entre estas variáveis. De modo que, quanto maior a amplitude, maior será a perturbação na camada cisalhante.

Desta forma com na maioria dos casos observados, a amplitude da re-alimentação sendo da ordem de 10^{-2} acarreta em uma perturbação inicial, da camada cisalhante, da mesma ordem de magnitude (Bruggeman, 1991).

A instabilidade hidrodinâmica associada à camada cisalhante funciona como uma espécie de amplificador, transferindo continuamente energia do escoamento estacionário

para o campo acústico da cavidade. Tal processo pode ser avaliado de maneira quantitativa através da analogia aeroacústica de Howe (Bruggeman, 1991).

O comprimento hidrodinâmico de onda (Hirschberg, 1997) desta oscilação é dado pela seguinte relação:

$$\lambda_H = U_c T \quad (3.55)$$

onde $U_c = U_0/2$ é uma estimativa empírica relacionada à velocidade de convecção da vorticidade proveniente da borda anterior a borda posterior (Hirschberg, 1997), e T é o tempo de residência do vórtice na junção. Oscilações auto sustentadas aparecem tipicamente para ramificações laterais cujo diâmetro é um múltiplo do comprimento de onda hidrodinâmico (Hirschberg, 1997).

Para regimes de amplitudes baixas ($u'/U \leq 10^{-3}$), a magnitude de vorticidade tende a se concentrar em torno de pontos com elevada vorticidade. Observa-se que sob a ação de uma força harmônica externa (campo acústico no interior da cavidade) teorias lineares prevêm o aumento exponencial da amplitude de deslocamento da camada cisalhante à medida que a mesma se afasta da borda anterior (Hirschberg, 1997).

O crescimento das instabilidades da camada cisalhante, em termos de vórtices, foi extensivamente analisado em termos de modelos lineares (Tonon, *et al.* 2009). Tais modelos baseiam-se na resposta linear da camada cisalhante a uma dada excitação, sendo tal resposta caracterizada por um comportamento exponencial relacionado à amplitude de oscilação da camada cisalhante formada na região de intersecção para pontos distantes da borda anterior da cavidade.

A amplificação da amplitude de oscilação da camada cisalhante, segundo o modelo linear, é da ordem de $\exp(\omega x/U_c)$. Para o caso em que $x = d$, onde d é o diâmetro do ressonador, e o tempo de deslocamento dos vórtices na junção T , for igual a $1/\omega_m$, verifica-se que a referida exponencial pode ser aproximada para $\exp(2\pi)$. Logo, na condição de ressonância, para baixas frequências ($k_0 D/2 \ll 1$), a teoria linear prediz na região da borda posterior uma amplificação na perturbação da ordem de 500.

A implicação desta relação acarreta $fD_b / U_c \geq 1$ (Bruggeman, 1991), devido à relação proporcional estabelecida entre a amplitude de pulsação (re-alimentação) com a perturbação da camada cisalhante. Isto impõe um limite para a validade da teoria linear devido ao fato das perturbações não permanecerem pequenas, sendo que as mesmas deveriam permanecer, conforme salientado, da ordem de $u/U_0 < O(10^{-3})$.

Resultados experimentais (Bruggeman *et al.*, 1991) mostram que o crescimento exponencial predito pela teoria linear da perturbação da camada cisalhante ocorre apenas na borda anterior, e não em pontos distantes a mesma.

Assumindo ondas planas associadas às ressonâncias formadas na cavidade, a seguinte relação entre a velocidade de partícula acústica na junção e a amplitude da pressão sonora no topo do ressonador pode ser estabelecida (Hirschberg, 1997):

$$u(0) \approx \frac{p'(L_b)}{\rho_0 c_0} \quad (3.56)$$

O crescimento exponencial no domínio do tempo, para tais oscilações, resulta na singularidade associada a perturbações infinitas (Hirschberg, 1997), sendo este um resultado fisicamente inconsistente. Desta forma mecanismos referentes à saturação do *feedback* destas oscilações auto-sustentadas devem ser considerados. Dentre tais mecanismos, ressalta-se a saturação causada pela não linearidade da interação da borda posterior com a camada cisalhante (Bruggeman, 1991).

Com o propósito de detalhar tais conceitos, os resultados experimentais de Ziada (1994) serão discutidos na presente abordagem, considerando diferentes regimes de amplitudes. Esta análise será fundamental quando os resultados numéricos forem apresentados. Para tanto, serão mostrados os resultados (Ziada, 1994) referentes à visualização do escoamento na região de intersecção para dutos com ramificações laterais do tipo co-axiais.

Tendo apresentado a analogia de Howe, o corolário da energia homônimo pode ser reduzido à seguinte simplificação quando o tamanho característico do vórtice formado na junção é relativamente pequeno em relação ao comprimento de onda das ressonâncias internas a cavidade (sistema acusticamente compacto):

$$P_{\text{vortice}} = -\rho\Gamma(\vec{U} \times \vec{u}') \quad (3.57)$$

onde Γ é a circulação associada a vorticidade por unidade de área, e \vec{u}' à velocidade de partícula acústica. Considerando a Figura 3.12, a compreensão de como a absorção acústica na borda anterior (formação do vórtice na junção) e a produção de energia acústica na borda posterior (êxodo do vórtice na junção) será melhor clarificada.

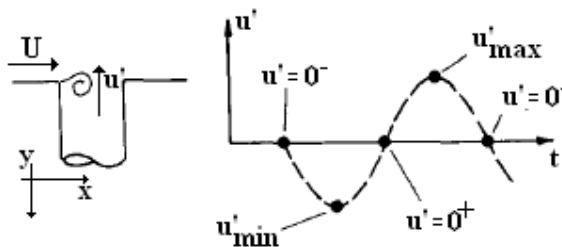


Figura 3.12: Evolução temporal da Velocidade de partícula acústica mostrando a referida variável em diferentes instantes de tempo (Ziada, 1994).

Pela Figura 3.12, nota-se que o período de uma oscilação acústica completa, pode ser dividido em duas etapas. A primeira metade corresponde aos instantes entre $t(u' = 0^-)$ e $t(u' = 0^+)$, e a segunda metade do período de uma oscilação de $t(u' = 0^+)$ a $t(u' = 0^-)$.

Considerando que a direção da velocidade da partícula acústica durante a primeira metade do período completo (sendo este período vinculado à frequência de ressonância) tenha o mesmo sentido com respeito à coordenada y , a potência P_{vortice} será negativa de acordo com a simplificação do corolário de energia de Howe.

Na segunda metade do período, a potência P_{vortice} será agora positiva. A existência da re-alimentação do campo acústico depende do valor vinculado à potência líquida referente aos dois ciclos. Logo, para que a re-alimentação das ressonâncias ocorra em sua totalidade, a potência sonora absorvida no início do processo de formação dos vórtices deve ser menor do que a potência emitida.

O crescimento dos vórtices depende da amplitude do campo acústico da cavidade. O desenvolvimento destas estruturas coerentes relaciona-se diretamente com a interação entre a camada cisalhante formada com o campo acústico ressonante.

Durante a primeira metade do período de oscilação acústica, o vórtice é formado, tendendo a aumentar de tamanho e a decair na segunda metade (Ziada, 1994). No entanto, ressalta-se que para regimes de amplitudes baixas, o crescimento dos vórtices não é limitado à primeira parte da segunda metade do período de oscilação acústica, podendo eventualmente continuar seu crescimento já na segunda metade do período (Ziada, 1994).

À medida que a razão entre a amplitude da velocidade da partícula acústica com a velocidade do escoamento no duto principal aumenta, o crescimento dos vórtices junto à borda anterior passa a ocorrer mais rapidamente, aumentando a inflexão dos vórtices formados na borda anterior. Quanto maior for o deslocamento interno dos vórtices, maior será o campo acústico interno a cavidade, evidenciando a transição do regime de baixa amplitude para o regime de amplitude moderada.

Analisemos os resultados obtidos por Ziada (1994). O entendimento qualitativo das não linearidades associadas à resposta da camada cisalhante, devido à ação de um campo acústico e a cinemática dos vórtices formados na região de ramificação, pode ser alcançado pela análise dos resultados de Ziada (1994)

A Figura 3.13, extraída de Ziada (1994) mostra para uma dada condição hidrodinâmica ($S_r = 0,4$) a cinemática dos vórtices na junção correspondente a segunda metade do período de oscilação acústica para os três diferentes regimes de amplitude:

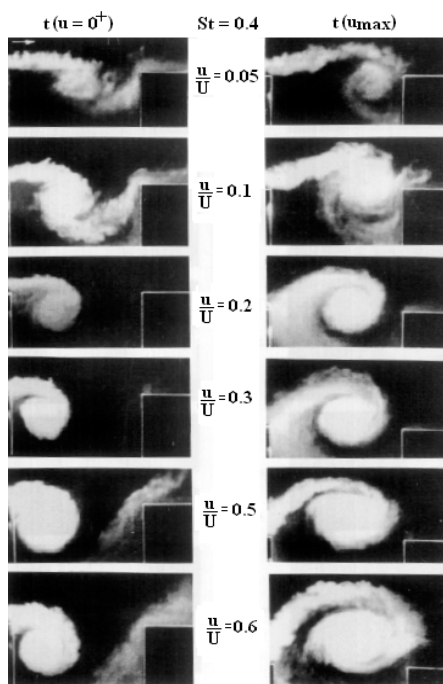


Figura 3.13: Efeito da amplitude do campo acústico na junção de uma ramificação lateral co-axial sobre o desprendimento de vórtices para a condição de $S_r = 0.4$.

Na Figura 3.13, o escoamento desloca da esquerda à direita. As fotografias do lado esquerdo foram tomadas no instante $t(u' = 0^+)$ e as do lado direito no instante $t(u'_{\max})$, ou seja, na segunda metade do ciclo acústico.

Verifica-se que no início da segunda metade do período de oscilação (fotografias do lado esquerdo), a distância entre o vórtice formado e a borda posterior aumenta à medida que o regime de amplitude é aumentado. A consequência, é que a borda posterior não possui influência significativa na vorticidade formada na região de intersecção em regimes de amplitude crescente.

Um comportamento interessante ocorre para regimes de amplitudes dados pela razão $u/U_0 = 0,3$ (Figura 3.13). Neste caso é possível observa-se que o vórtice está bem próximo a borda anterior, sendo que tal comportamento ocorre também para regimes de amplitudes ainda maiores. Tal fenômeno é justificado considerando-se que a energia absorvida no processo de formação do vórtice (primeira metade do período, ou seja, de $t(u'=0^+)$ a $t(u'=0^-)$) compense a energia produzida devido ao acréscimo no valor da velocidade de partícula acústica u' para regimes de amplitudes maiores, quando os mecanismos de perdas são negligenciáveis, a saturação do sistema ocorre mediante a compensação descrita (Ziada, 1994).

Considerando que em ramificações laterais co-axiais, a perda de energia devido à presença de efeitos viscotérmicos no sistema, e que perdas de radiação referentes aos

modos harmônicos pares sejam negligenciáveis, verifica-se que a saturação do sistema ocorre neste caso em $u/U_0=0,3$ (Ziada, 1994).

Regimes de amplitudes da ordem de 3×10^{-2} apresentam resultados distintos quando comparados ao regime de baixa amplitude $u/U_0 < 10^{-3}$. Em regimes de elevada amplitude, efeitos não lineares induzem a concentração da vorticidade em estruturas coerentes, sendo que a descrição do escoamento em termos do desprendimento de vórtices discretos próximos a borda anterior torna-se mais apropriada (Bruggeman *et al*, 1991).

Em regimes de amplitude moderada, adota-se o pressuposto de que a concentração da vorticidade em estruturas coerentes pode ser qualitativamente descrita por linhas de vórtices (Bruggeman *et al*, 1991). Isto se deve ao fato da amplitude da perturbação na borda anterior ser pequena $O(10^{-2})$.

Para tais regimes moderados, admite-se que a magnitude da vorticidade seja similar ao caso de uma camada cisalhante não perturbada, onde o campo acústico neste ponto unicamente perturba a camada cisalhante, que sendo instável decai em estruturas coerentes de elevada vorticidade (Bruggeman *et al.*, 1991).

Quando $p'/\rho c_0 U_0 > 10^{-1}$, tem início o regime de amplitude elevada. Neste caso a quantidade de vorticidade desprendida da borda anterior e o caminho percorrido pelos vórtices passam a ser dependentes da amplitude do campo acústico (Bruggeman, 1991).

O regime de amplitude elevada corresponde, de maneira similar, ao regime de amplitude moderada, no sentido que o decaimento da camada cisalhante em vórtices discretos é extremamente relevante (Dequand, 2001). Contudo, para tal regime, a condição hidrodinâmica correspondente ao primeiro modo hidrodinâmico ($h = 1$) não ocorre para o número de Strouhal específico dado por $S_r = 0,38$ e sim para $S_r = 0,3$.

Devido à influência da amplitude da pulsação sobre a magnitude da vorticidade e sobre a trajetória descrita pelos vórtices ao longo da junção, o tempo de residência dos vórtices aumenta, reduzindo a condição de Strouhal crítico quando comparado às pulsações associadas às amplitudes do regime de amplitude moderada (Bruggeman, 1991).

Este deslocamento para números de Strouhal menores quando o regime de amplitudes elevadas é atingido ressalta a indicação do comportamento não linear da fonte aeroacústica nesta faixa de amplitude (Bruggeman, 1991). De forma similar ao caso anterior, verifica-se que a influência da borda posterior sobre a vorticidade intrínseca às estruturas coerentes (vórtices) é minimizada, mantendo a coerência da estrutura ao longo de seu deslocamento.

A interação dos vórtices formados com a borda posterior da cavidade depende significativamente do regime de amplitude considerado. Para pequenas amplitudes, os

resultados mostram que a vorticidade é de fato afetada pela borda posterior, de modo que a conseqüente perda de coerência passa a ser inevitável, resultando na rápida difusão da vorticidade concentrada (Ziada, 1994).

Quando a amplitude da re-alimentação entra no regime elevado, os vórtices são formados rapidamente e cada vez mais colados à borda anterior. Tal fato deve-se à ação do campo acústico confinado na cavidade. Este campo literalmente atua como uma força externa sobre tais vórtices, deslocando estas estruturas no início da segunda metade do ciclo acústico para dentro da cavidade, permitindo a persistência da vorticidade ao longo da junção (Ziada, 1994). Esta alteração na cinemática dos vórtices sugere um aumento substancial na produção da energia acústica quando regimes de amplitudes moderadas e elevadas são considerados, sendo tal fato não ocorrente em regimes de baixa amplitude.

Desta forma, verifica-se que o comportamento não linear da camada cisalhante é essencial na descrição de regimes de amplitudes compreendidas pela seguinte desigualdade $10^{-2} < p'/\rho c_0 U_0 < 10^{-1}$ (Bruggeman, 1991) e em regimes onde a re-alimentação é elevada $p'/\rho c_0 U_0 > 10^{-1}$.

A cinemática e o comportamento dinâmico das estruturas coerentes formadas na região de intersecção permitem a inferência de tais variáveis mediante esquemas simplificados na análise da re-alimentação em regimes de amplitude moderada. Neste caso, a formação de vórtices discretos na região de intersecção é impulsionada pelo campo acústico vinculado às ressonâncias da cavidade (Ziada, 1994). Contudo, a magnitude da vorticidade associada às estruturas coerentes desprendidas na borda anterior pode ser tratada de forma aproximada como independente da amplitude da re-alimentação do campo acústico na cavidade, quando regimes de amplitudes moderadas são considerados.

Esta independência para regimes de amplitudes desta ordem implica na ausência de vínculos entre a magnitude das fontes sonoras (associada à circulação inerente aos vórtices na junção) e a amplitude do campo acústico na cavidade (Bruggeman *et al*, 1991). Logo, uma magnitude da vorticidade independente em relação ao campo acústico ressonante torna-se o fundamento de modelos simplificados desenvolvidos para regimes de amplitudes moderadas.

A simplificação de que a vorticidade neste regime de amplitude permanece controlada unicamente pelo escoamento no duto principal pode ser adotada, resultando na hipótese alusiva ao estabelecimento dos modelos analíticos a serem discutidos.

Em primeira aproximação espera-se que a vorticidade vinculada ao comprimento de onda hidrodinâmico concentra-se em uma estrutura coerente e não em uma estrutura cuja vorticidade é rapidamente difundida, conforme o caso de baixas amplitudes.

O modelo proposto para o regime de amplitudes moderadas permite que a seguinte simplificação seja tomada:

- O campo acústico induz a concentração da vorticidade, mas não afeta a quantidade total de vorticidade desprendida. Portanto, a circulação do vórtice será independente do campo acústico;

Resultados experimentais de Bruggeman (1991), Ziada (1994) e Kriesels (1995) a respeito da visualização do escoamento na região de intersecção dos dutos, mostram que a formação de um novo vórtice ocorre a cada intervalo de tempo que a velocidade de partícula acústica altera o sinal, este momento é tomado como o início de um novo período de oscilação acústica $t(u'=0^+)$. Desta forma, cada vórtice é desprendido da borda anterior no momento em que a pressão acústica medida no topo do ressonador atinge o menor valor. Neste instante, a velocidade acústica na borda é praticamente nula com o vetor local na direção interna à ramificação lateral.

Estas hipóteses correspondem ao modelo desenvolvido por Nelson *et al*, (1983) e implicam na possibilidade de se calcular o escoamento periódico independente da amplitude do campo acústico. A consequência, conforme será vista, resulta na relação linear entre a potência sonora obtida pela generalização de Howe, com a velocidade de partícula acústica na junção.

O processo de amplificação (resposta) nas ressonâncias da cavidade é iniciado quando o campo sonoro (modos de ressonância da cavidade) da cavidade excita a camada cisalhante na região da borda anterior. Devida à sua instabilidade intrínseca, a camada cisalhante decai em estruturas coerentes de elevada vorticidade, implicando na correspondente interação de tais estruturas com o campo acústico.

Ramificações laterais acopladas a dutos através de bordas do tipo canto vivo apresentam características distintas quando o referido acoplamento se dá através de bordas curvas (Bruggeman, 1991). A singularidade do campo acústico em bordas do tipo canto vivo é oriunda da definição de tais campos como escoamentos potenciais, sendo que este resultado não ocorre quando bordas curvas são consideradas.

Desta forma, a descrição analítica referente à distribuição local da velocidade de partícula acústica na região de intersecção para bordas do tipo canto vivo necessita de critérios que contornem tais singularidades.

A utilização da condição de Kutta¹ é fundamental quando bordas do tipo canto vivo são presentes no sistema. Esta condição impõe a presença de efeitos viscosos em escoamentos potenciais, de forma que uma viscosidade limite na região da borda anterior é

¹ Seção 3.6

imposta pela existência de uma camada limite com espessura desprezível. Tal condição permite descrever a separação tangencial do escoamento na região de borda (Bruggeman *et al*, 1991), via uso da teoria de escoamentos potenciais. A separação tangencial implica que dado um campo acústico, a perturbação hidrodinâmica da camada cisalhante formada pode ser estimada na região da borda anterior.

Para baixas frequências, a excitação da camada cisalhante pelo campo acústico em regimes de amplitudes baixas e moderadas pode ser descrita pela imposição da condição de Kutta na borda anterior (Bruggeman *et al*, 1991).

Verifica-se experimentalmente (Bruggeman, 1991) que esta transferência de energia resulta na máxima amplitude da pulsação, condizente com a amplitude de regime moderado, quando a seguinte condição hidrodinâmica dada pelo número de Strouhal S_r é satisfeita:

$$S_r = nS_r \quad (3.58)$$

onde $n = 1, 2, \dots$ refere-se aos modos hidrodinâmicos. Para o primeiro modo hidrodinâmico, $n=1$, em regimes de amplitude moderada, é empiricamente constatado que (Ziada, 1994):

$$S_r = 0,38$$

Esta condição de Strouhal para fortes pulsações corresponde aproximadamente ao intervalo de tempo necessário para que os vórtices cruzem a abertura da cavidade. Neste regime verifica-se que tal intervalo de tempo é múltiplo do período de uma oscilação acústica completa.

Resultados experimentais de Bruggeman (1991), Ziada (1994) e Kriesels (1995) a respeito da visualização do escoamento na região de intersecção dos dutos, mostram que cada vórtice é desprendido da borda anterior no momento em que a pressão acústica medida no topo do ressonador atinge o menor valor. Neste instante, a velocidade acústica na borda é praticamente nula com o vetor local na direção interna à ramificação lateral.

Nos trabalhos observa-se que a amplitude máxima da potência sonora emitida por tais vórtices em uma dada situação, ocorre quando um único vórtice é desprendido da borda anterior. De fato esta é a definição do primeiro modo hidrodinâmico $n=1$, sendo adicionalmente conhecida como o primeiro modo da camada cisalhante.

Adiante será mostrado que a ocorrência do segundo modo hidrodinâmico é atrelada a regimes de re-alimentação com amplitudes menores comparadas ao primeiro modo hidrodinâmico formado na região de intersecção.

A excitação dos modos é intrinsecamente ligada à velocidade do escoamento no duto principal. Regimes de escoamento com velocidades menores implicam no deslocamento da re-alimentação para a condição hidrodinâmica associada a um número de

Strouhal maior do que 0,5. Contudo, quando escoamentos com velocidades maiores são considerados, a re-alimentação ocorre de forma conjunta com o surgimento de apenas um vórtice na junção, ou seja, quando a condição hidrodinâmica vincula-se a um número de Strouhal menor do que 0,5.

A Figura 3.14 ilustra a distribuição de pressão acústica considerada referente ao primeiro modo axial da cavidade ressonante e a distribuição de velocidade de partícula associada. As setas tracejadas mostram o sentido da velocidade da partícula acústica na junção.

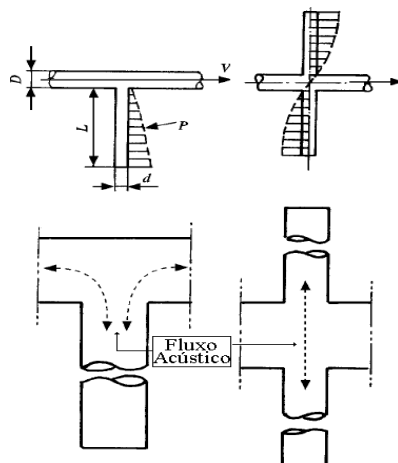


Figura 3.14: Modos de Ressonância Intrínsecos a ramificação lateral única e a ramificação lateral co-axial (Ziada *et al.*, 1999).

A Figura 3.15 ilustra a visualização experimental da formação do primeiro modo hidrodinâmico na região de intersecção entre a ramificação lateral e o duto principal.

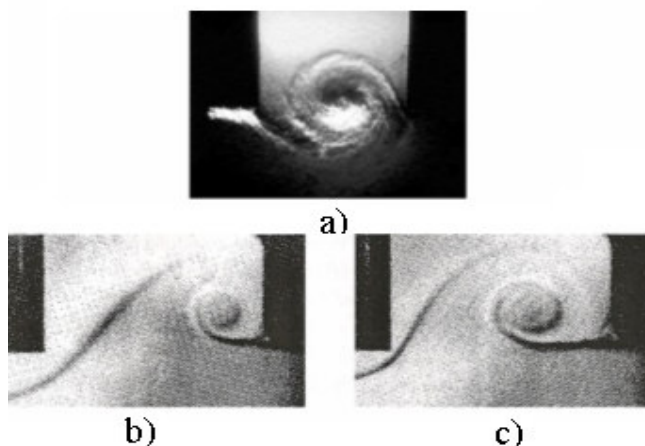


Figura 3.15: Visualização do escoamento na ramificação lateral: a) Ramificação Lateral Co-Axial: Primeiro modo hidrodinâmico (Dequand, 2001), o sentido do escoamento é da esquerda à direita, (b) e (c) ilustram o deslocamento do vórtice em dois instantes sucessivos (Hirschberg, 2004), neste caso o sentido de deslocamento é da direita para a esquerda.

Resultados experimentais mostram que o primeiro modo hidrodinâmico induz amplitudes de pulsação que são usualmente uma ordem de magnitude maior que o segundo modo hidrodinâmico (Kriesels *et al.*, 1995)(Bruggeman *et al.*, 1991)(Jungowski *et al.*, 1989)(Ziada *et al.*, 1994). De fato, modos hidrodinâmicos superiores correspondem, segundo a literatura, a regimes de baixa amplitude $u/U_0 < 3 \times 10^{-2}$ (Hirschberg, 1997).

A Figura 3.16 ilustra a visualização experimental da formação do segundo modo hidrodinâmico na região de intersecção.

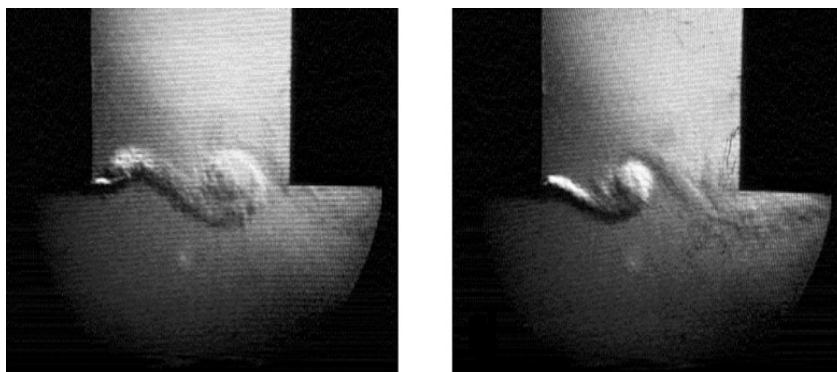


Figura 3.16: Visualização do escoamento na ramificação lateral Co-axial: Segundo modo hidrodinâmico em dois instantes sucessivos (Dequand, 2001).

Este regime de máxima amplitude da pulsação (modos de ressonância da cavidade) associado ao primeiro modo hidrodinâmico, é observado dentro da desigualdade compreendida entre $S_r < 0,5$. Desta forma, a condição hidrodinâmica vinculada à formação do primeiro modo da camada cisalhante é dada pela seguinte expressão:

$$U_0 > 2f_m W = 2f_m(\pi d/4+r) \quad (3.59)$$

Onde W é o diâmetro hidráulico efetivo ($\pi d/4$ para ramificação lateral retangular), este diâmetro corresponde à correção da distância média entre a borda anterior e a borda posterior da cavidade retangular, e $r = R_c/W$, onde R_c define o raio da curvatura da borda da cavidade, para cantos vivos $r = 0$, e para bordas curvas $r \neq 0$ (Hirschberg, 1997).

Esta velocidade crítica não deve ser excedida sem considerar medidas particulares com o propósito de prevenir tais pulsações. Entre várias medidas, pode-se citar a redução do fator de qualidade do modo acústico, devido a perdas de radiação ou modificações na seção transversal dos dutos (Bruggeman *et al.*, 1989).

Assumindo que a condição de máxima amplitude de pulsação exista para as componentes tonais associadas aos modos de ressonância do sistema, nota-se que estas componentes podem ser inferidas a partir da seguinte relação:

$$f_m = \frac{c_0}{\lambda_m} = \left(\frac{1}{4} + \frac{m}{2} \right) \frac{c_0}{L_r} \quad (3.60)$$

O regime de ocorrência de pulsações elevadas, para a cavidade ressonante com uma extremidade fechada é comumente encontrado para o primeiro modo hidrodinâmico ($h=1$) e para o primeiro modo acústico ($m=0$), verifica-se que a amplitude devida à re-alimentação aumenta com o modo acústico m , sendo menor tal re-alimentação para modos hidrodinâmicos superiores (Hirschberg, 1997).

A justificativa para tal afirmação se deve à própria definição do número de Strouhal, de modo que para um número de Strouhal fixo, dentro da faixa $S_r < 0,5$, a excitação dos modos harmônicos superiores pelo desprendimento de um vórtice na junção ($h=1$), implica necessariamente em escoamentos com velocidades maiores, propiciando mais energia a ser transferida do escoamento para o campo acústico ressonante. A Figura 3.17 se refere à excitação dos modos de ressonância superiores em função do aumento da vazão do escoamento:

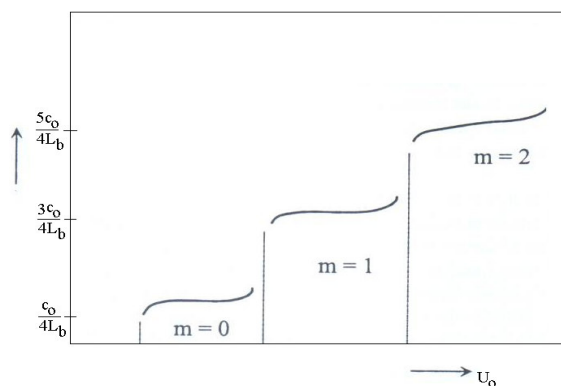


Figura 3.17: Excitação dos modos acústicos superiores em função da velocidade do escoamento médio, para o primeiro modo hidrodinâmico, conforme Hirschberg (1997).

A Figura 3.17 mostra a excitação dos modos acústicos devida ao primeiro modo hidrodinâmico formado na junção. Nota-se que velocidades maiores são necessárias para que a excitação dos modos acústicos superiores ($m = 1, 2, \dots$) ocorra dentro do primeiro modo hidrodinâmico, $h = 1$.

Quando $p'/\rho c_0 U_0 > 10^{-1}$ têm-se início o regime de amplitude elevada, de modo que a quantidade de vorticidade desprendida da borda anterior e o caminho percorrido pelos vórtices passam a ser dependentes da amplitude do campo acústico (Bruggeman, 1991).

O regime de amplitude elevada corresponde de maneira similar ao regime de amplitude moderada, no sentido de que o decaimento da camada cisalhante em vórtices discretos ainda é relevante (Dequand, 2001). Contudo, para tal regime, a condição

hidrodinâmica correspondente a $h = 1$ não ocorre para o número de Strouhal específico $S_r = 0,38$.

Devido à influência da amplitude da pulsação sobre a magnitude da vorticidade e sobre a trajetória descrita pelos vórtices ao longo da junção, a velocidade de convecção dos vórtices na intersecção diminui reduzindo o valor do número de Strouhal crítico comparado o valor deste parâmetro adimensional para o caso do regime de amplitude moderada (Bruggeman, 1991).

Este deslocamento para números de Strouhal menores quando o regime de amplitudes elevadas é atingido ressalta a indicação do comportamento não linear da fonte aeroacústica nesta faixa de amplitude (Bruggeman, 1991).

3.16.3 Modelos Analíticos

Devido ao alto custo computacional agregado a simulação numérica direta (DNS) e à simulação de grandes escalas (LES), alternativas viáveis têm sido constantemente buscadas. Verifica-se que modelos analíticos simplificados e modelos numéricos de complexidade computacional menor (URANS) auxiliam na obtenção de resultados quantitativos para a amplitude das pulsações (ressonâncias) da cavidade. Dependendo da situação, tais abordagens podem ser adequadas ao entendimento da fenomenologia a ser analisada.

A totalidade dos modelos analíticos concernentes à descrição da interação entre o campo acústico ressonante do interior da cavidade com o desprendimento de vórtices na borda anterior, a grosso modo, pode ser sistematizado em torno de dois objetivos principais:

1. Determinação das condições hidrodinâmicas de ocorrência das oscilações auto-sustentadas;
2. Aferição da amplitude da pulsação $\frac{\hat{u}}{U_0}$, para diferentes regimes de acoplamento.

Dentre os modelos analíticos com o propósito de inferir as condições hidrodinâmicas determinantes para a ocorrência da re-alimentação do campo acústico, a presente dissertação tratará do modelo de Nelson aplicado segundo a abordagem de Bruggeman para bordas do tipo curva (Hirschberg, 1997) e para bordas do tipo canto vivo o modelo de Howe (1998) será utilizado.

Modelos analíticos com o propósito de inferir a amplitude da re-alimentação do campo acústico da cavidade, como o modelo do balanço de energia, serão tratados neste trabalho. Conforme salientado, estes modelos apóiam-se na simplificação de que o *feedback* do campo acústico é dominado unicamente por um único modo (Hirschberg, 1997).

O ponto comum entre tais modelos se refere à identificação do número de Strouhal específico associado ao escoamento na região de intersecção, em que a potência acústica emitida pelo desprendimento de vórtices apresenta seu valor máximo. Assim, o intuito é identificar a condição hidrodinâmica, mediada pelo número de Strouhal, na qual a transferência da energia do escoamento para o campo acústico seja dominante.

3.16.3.1 O modelo de Nelson

Este modelo assume que o desprendimento de vórtices da borda anterior ocorre de maneira periódica, de modo que a velocidade convectiva do vórtice U_c é constante e paralela ao eixo principal do duto. Assume-se que o escoamento principal é estacionário com velocidade U_0 . Toma-se o eixo x na direção do escoamento ao longo do duto principal, e o eixo y na direção paralela à ramificação lateral.

Em primeira aproximação, a camada cisalhante não é perturbada pela ação do campo acústico, sendo que a mesma, segundo o modelo de Nelson, é tomada como uma linha reta ao longo da linha $y=0$, conforme ilustra a Figura 3.18:

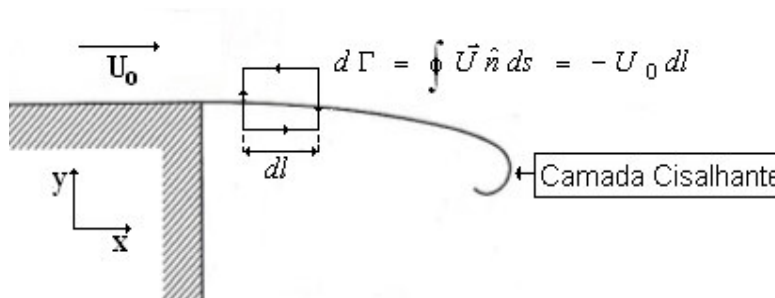


Figura 3.18: Simplificação da vorticidade na região de intersecção segundo o modelo de Nelson (Hirschberg, 2004).

A separação do escoamento da parede ocorre na borda anterior da junção, formando a subsequente camada cisalhante (região que separa o fluido estacionário interno a cavidade do fluido em movimento no duto principal). Conforme colocado, a camada cisalhante configura-se em uma região de instabilidade intrínseca (Dequand, 2001), resultando na subsequente injeção de vorticidade oriunda da separação da camada limite na região da borda anterior.

Define-se o escoamento como bi-dimensional (Hirschberg, 1997), de modo que os únicos parâmetros com significativa influência são a largura efetiva de abertura da ramificação lateral W_{eff} e o comprimento da ramificação lateral como L_r .

A associação da vorticidade com a circulação pode ser inferida a partir do teorema de Stokes, de modo que:

$$\Gamma = \oint \vec{v} \cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{v}) dS \quad (3.61)$$

Neste caso, a notação para a velocidade do escoamento médio é dada por \vec{v} . O rotacional $\vec{\nabla} \times \vec{v}$ para o caso do escoamento bi-dimensional na região de intersecção, escrito em notação indicial será:

$$\vec{\nabla} \times \vec{v} = \varepsilon_{ijk} \frac{\partial v_k}{\partial x_j} = -\frac{\partial v_x}{\partial y} \quad (3.62)$$

Considerando neste caso que a vorticidade não varie ao longo da direção y . Sendo a vorticidade definida como o rotacional do campo de velocidade do escoamento, tem-se portanto:

$$\omega_z = -\frac{\partial v_x}{\partial y} \quad (3.63)$$

Reescrevendo a circulação Γ ao longo do segmento dx , em termos da nova notação, tem-se:

$$\Gamma = \int_S \left(-\frac{\partial v_x}{\partial y} \right) dS \quad (3.64)$$

Sendo o escoamento estacionário:

$$\Gamma = \left(-\frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \int_S dS = \left(-\frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \Delta x \Delta y \Rightarrow \frac{\Gamma}{\Delta x \Delta y} = -\frac{\partial v_x}{\partial y} \quad (3.65)$$

Desenvolvendo o último termo, e reescrevendo-o em função da vorticidade:

$$\omega_z = \Gamma \delta(x - x_\Gamma) \delta(y - y_\Gamma) \quad (3.66)$$

Segundo o modelo de Nelson (Hirschberg, 1997):

$$\begin{aligned} y_\Gamma &= 0 \\ \omega_z &= \Gamma_n(t) \delta(x - x_\Gamma) \end{aligned} \quad (3.67)$$

onde $x_\Gamma(t)$ é a posição do vórtice no instante t :

$$x_\Gamma = U_\Gamma(t - t_n) \quad (3.68)$$

A circulação $\Delta\Gamma$ do elemento de comprimento Δx da camada cisalhante é obtida tomando-se a circulação da velocidade ao longo do contorno C fechando o elemento:

$$\Delta\Gamma = \oint_C \vec{v} \cdot d\vec{s} = \int_S \omega_z dS = -U_0 \Delta x \quad (3.69)$$

onde S é o elemento de superfície delimitado pelo contorno C .

Mediante efeitos convectivos, o fluido (descrito em termos de estruturas coerentes na junção) na camada cisalhante desloca-se com velocidade média U_c , sendo tal velocidade determinada empiricamente por Bruggeman (1987) e igual a:

$$U_c \approx \frac{U_0}{2} \quad (3.70)$$

Devido ao deslocamento do fluido, a vorticidade ω_z desloca-se junto com a velocidade local do fluido na junção, de modo que a subsequente variação da magnitude da vorticidade ao longo da borda anterior a borda posterior é aproximada, segundo o modelo de Nelson, por:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{d\Gamma}{dx} \frac{dx}{dt} \Rightarrow -U_0 \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{fluido}} = -U_0 U_c \quad (3.71)$$

O modelo de Nelson (1983) assume que a variação da magnitude da vorticidade (desprendimento de vórtices) seja independente da ação do campo acústico. Desta forma, a velocidade de partícula acústica apenas induz a concentração da vorticidade da camada cisalhante em estruturas coerentes, de modo que a circulação crescerá linearmente com a razão $(U_0 U_0/2)$, até depois de um período de oscilação acústico da pulsação, quando então um novo vórtice será desprendido.

A circulação total de cada vórtice ao longo de um período t , correspondente ao intervalo de tempo no qual a velocidade de partícula acústica altera o sinal, será:

$$d\Gamma = -U_0 U_c dt \Rightarrow \Gamma(n) = -U_0 U_c \int_0^t dt \quad (3.72)$$

Observações empíricas obtidas por Bruggeman (1989) verificaram que para o regime de amplitudes moderadas, um novo vórtice é desprendido na borda anterior a cada intervalo de tempo que a pressão acústica no topo do ressonador atinja seu valor mínimo, de acordo com o exposto na seção anterior. Segundo tal modelo, um novo vórtice é desprendido a cada período dado por t :

$$t = nT + \tau_c \quad (3.73)$$

onde $n = 1, 2, 3, \dots$ é o n -ésimo vórtice desprendido, o tempo τ_c corresponde ao intervalo de tempo na qual a velocidade local de partícula acústica na borda anterior desloca-se da direção interna da ramificação a direção externa em um período completo de oscilação.

Quando a seguinte desigualdade entre o período T (associado ao tempo de residência do vórtice ao longo da junção) e o intervalo t for tal que:

$$0 < t - nT - \tau_c < T \quad (3.74)$$

neste caso, apenas um vórtice percorrerá o comprimento efetivo da junção, de modo que a circulação total será:

$$\Gamma(n) = (-U_0 U_c)(t - nT - \tau_c) \quad (3.75)$$

Desta forma, o início de cada oscilação é considerado quando um vórtice é desprendido, de modo que:

$$t_n = (n-1)T \quad (3.76)$$

Para o caso onde os tempos de residência dos vórtices sejam significativamente maiores do que o período de uma oscilação acústica completa, a circulação total será dada pela seguinte relação:

$$\Gamma(n) = (-U_0 U_c)T \quad (3.77)$$

A circulação do n -ésimo vórtice desprendido depende do tempo de residência do vórtice deslocando-se na junção. Para o caso de um vórtice desprendido, tal que o tempo de residência T na junção seja menor do que o período τ_c de uma oscilação acústica completa, a circulação pode ser definida em termos da função de Heaviside (Dequand, 2001):

$$g_n(t) = t[H(t - t_n) - H(t - T - t_n)] \Leftrightarrow \tau_c > T \quad (3.78)$$

onde $H(t)$ é a função de Heaviside ($H(t)=0$ para $t < 0$ e $H(t)=1$ para $t \geq 0$), o valor absoluto da vorticidade pode ser representado graficamente:

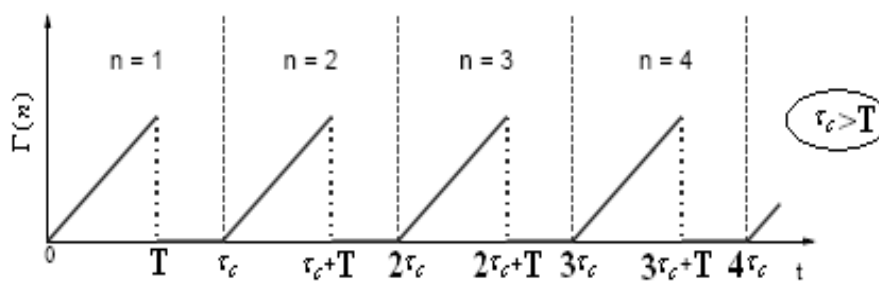


Figura 3.19: Valor Absoluto da circulação $\Gamma_n(t)$ para $\tau_c > T$

Conforme salientado, neste caso apenas um vórtice está presente na junção, correspondendo à formação do primeiro modo hidrodinâmico ($h=1$). No primeiro modo hidrodinâmico apenas um vórtice é desprendido, conforme visto, devido a $T < \tau_c$.

Dado o tempo de residência do vórtice na junção, ser menor do que o período de uma oscilação acústica τ_c , existe uma descontinuidade no valor absoluto da vorticidade. Tal característica singular é devida à existência de intervalos de tempos em que a vorticidade na junção é nula, como consequência da ausência de vórtices percorrendo a junção em durante tal intervalo.

Analisando o caso do primeiro vórtice desprendido $n=1$, verifica-se através da Figura 3.18 que durante o período entre $T < t < \tau_c$, a vorticidade na junção é nula, devido à ausência de vórtices durante este intervalo de tempo.

Para o caso em que o tempo de residência T na junção apresenta valores maiores do que o período τ_c , têm-se:

$$g_n(t) = t[H(t-t_n) - H(t-t_{n+1})] + T[H(t-t_{n+1}) - H(t-t_n - T)] \Leftrightarrow \tau_c < T \quad (3.79)$$

A distribuição da magnitude da vorticidade na junção, segundo a Equação (3.79), é dada pela Figura 3.20.

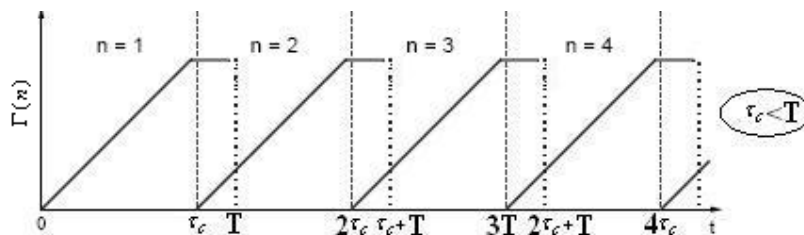


Figura 3.20: Valor Absoluto da circulação $\Gamma_n(t)$ para $\tau_c < T$

Verifica-se que o intervalo de tempo de uma oscilação acústica completa é menor do que o tempo de residência do vórtice deslocando-se ao longo da junção. Assim, o primeiro vórtice desprendido ($n=1$) não atinge a borda posterior antes do desprendimento do segundo vórtice da borda anterior.

A circulação $\Gamma_n(t)$ neste caso não apresenta regiões onde a magnitude da vorticidade é totalmente anulada, pois existe a presença de um vórtice ($n=2$), mesmo quando o primeiro vórtice ($n=1$) não está mais presente na região de intersecção.

Utilizando a analogia de Howe, de forma a inferir a potência sonora associada a tais vórtices, obtém-se para o caso bi-dimensional descrito:

$$\langle P_{vortice} \rangle = - \int_V \rho_0 (\omega_z v_x) \hat{e}_j (u_j \hat{e}_j) dV \quad (3.80)$$

sendo a vorticidade ω_z proporcional à velocidade do escoamento U_0 . A relação acima pode ser simplificada de modo a se obter (Hirschberg, 1997) a seguinte relação:

$$\langle P_{vortice} \rangle = \rho_0 U_0 U_0 u(0) S_b F(S_r) \quad (3.81)$$

onde $S_r = f_m W / U_0$, é o número de Strouhal associado ao escoamento oscilatório ao longo da distância entre as bordas, considerando que a velocidade de partícula seja neste caso paralela ao termo associado à força de Coriolis, f_c .

Sendo assim, a potência sonora é função do número de Strouhal, de modo que a linearidade de tal potência concerne apenas a variável associada à velocidade acústica $u(0)$. Pode-se definir a potência sonora adimensional associada ao desprendimento de vórtices pela seguinte relação:

$$F(S_r) = \frac{\langle P_{vortice} \rangle}{\rho_0 U_0 U_0 u(0) S_b} \quad (3.82)$$

3.16.3.2 Dutos com ramificações laterais acopladas através de bordas canto vivo

Com o intuito de avaliar a potência $\langle P_{vortice} \rangle$ gerada pelo desprendimento de vórtices em bordas do tipo canto vivo $r = 0$ como função do número de Strouhal, S_r , Bruggeman (1991) aplicou o modelo de Nelson mediante a simplificação do campo de vorticidade, utilizando-se de Funções de Green apropriadas.

Conforme exposto, a potência acústica associada ao desprendimento de vórtices na região de ramificação depende significativamente da distribuição espacial da velocidade de partícula acústica \mathbf{u} em tal região. Pequenas modificações nas geometrias das bordas podem induzir fortes gradientes na velocidade acústica local.

Bordas com canto vivo localmente aumentam o valor de \mathbf{u} devido à singularidade associada ao campo acústico potencial na região de borda. Adiante será especificado que em tais bordas, o desprendimento de vórtices na borda anterior inicialmente absorve energia do escoamento.

Com o intuito de identificar as condições hidrodinâmicas deste sistema, através do cálculo da potência sonora gerada pelo vórtice desprendido em função da velocidade do escoamento principal U_0 , a distribuição da velocidade de partícula acústica precisa ser

conhecida. Esta distribuição pode ser obtida assumindo que o campo acústico local seja incompressível e irrotacional.

Os modos acústicos podem ser determinados por outros métodos matemáticos, conforme Bruggeman (1991). Tal procedimento permite obter, além das frequências de ressonância ω_m , os valores locais da distribuição de \mathbf{u} na região de intersecção. Para o caso de sistemas com bordas do tipo canto vivo, a velocidade de partícula acústica é obtida através da equação de Laplace (Bruggeman *et al.*, 1991).

Conforme citado, a produção sonora ocorre somente após a metade do período de oscilação do campo acústico no interior da ramificação lateral, caso ainda o vórtice esteja na junção. Tal fato é conseqüente do sinal oriundo do produto escalar entre o vetor velocidade do escoamento e o vetor velocidade de partícula acústica (de acordo com a analogia de Howe).

Quando o tempo de residência do vórtice na região de ramificação lateral for igual à metade do período de oscilação acústica, a produção sonora poderá ocorrer pelo fato da absorção sonora inicial ser compensada pela produção sonora local (Bruggeman *et al.*, 1991).

Resultados distintos ocorrem quando diferentes distribuições locais da velocidade de partícula acústica são consideradas, devendo este fato ser contemplado no desenvolvimento de modelos analíticos.

A previsão de máxima transferência de energia acústica associada à produção sonora na borda posterior, segundo tal modelo, ocorre para a condição de Strouhal $S_r = 0,37$. Tal resultado mostra-se bem próximo quando comparado aos dados experimentais vinculados a borda do tipo canto vivo e bordas curvas (Jungowski, 1989).

Neste caso, a potência sonora calculada, segundo a Equação (3.81), é superestimada quando a aplicação do modelo de Nelson a dutos acoplados através de bordas de canto vivo ($R/W = 0$) é considerada (Hirschberg, 1997). Tal superestimação deve-se à singularidade do campo acústico na região da borda posterior.

3.16.3.3 Dutos com ramificações laterais acopladas através de bordas curvas

O modelo de Nelson simplifica a interação dos vórtices com a região de borda, de modo que tal deficiência é menos crítica quando bordas curvas passam a ser consideradas (Hirschberg, 1997).

Quando o raio de curvatura da borda é da mesma ordem de magnitude do diâmetro do ressonador $R/W = O(1)$, o aumento local da velocidade acústica próxima às bordas torna-se menos singular, e como conseqüência mais uniforme (Hirschberg, 1997).

Com o intuito de contornar a referida deficiência, Hirschberg (1997) propõe uma

distribuição espacial contínua do campo de velocidade acústica, sendo a seguinte aproximação válida ao longo do domínio $0 < x < W$:

$$\vec{u}' = (0, -u' \text{sen}(wt), 0) \quad (3.83)$$

Mediante tal simplificação o produto $\vec{f}_c \cdot \vec{u}$, poderá ser escrito como:

$$\vec{f} \cdot \vec{u}_c = -\rho_0 \omega_z v_x u_y = -\rho_0 \omega_z U_\Gamma u_y \text{sen}(wt) \quad (3.84)$$

Integrando a potência sonora, segundo a analogia de Howe, ao longo do tempo de residência do vórtice deslocando-se na junção (considerando apenas o primeiro modo hidrodinâmico), tem-se²:

$$\langle P_{\text{vortice}} \rangle = \frac{-1}{T} \int_V dV \int_0^T \rho (\omega_z \times v_x) u' dt \quad (3.85)$$

Logo:

$$\langle P_{\text{vortice}} \rangle = -\frac{1}{T} \int_0^T \hat{u} \text{sen}(wt) dt \int_0^{x_\Gamma} \Gamma_n(t) \delta(x - x_\Gamma) U_\Gamma dx \Rightarrow \quad (3.86)$$

$$\langle P_{\text{vortice}} \rangle = -\frac{D_b}{T} \int_0^T \rho_0 U_0 U_c U_\Gamma \hat{u} \text{sen}(wt) dt$$

Um número de Strouhal menor do que a unidade corresponde a escoamentos na região de intersecção, tal que o tempo de residência dos vórtices é inferior quando comparado ao período de uma oscilação acústica completa.

Podemos relacionar tais períodos, através da definição do número de Strouhal como a razão entre o tempo de residência e o período de uma oscilação acústica completa. Esta razão pode ser obtida através da seguinte relação:

$$S_r = S_r \left(\frac{U_0}{U_\Gamma} \right) \Rightarrow \frac{fW}{U_0} \left(\frac{U_0}{U_\Gamma} \right) \Rightarrow \frac{fW}{U_c} \Rightarrow \frac{W/\tau_c}{W/T} \Rightarrow \frac{T}{\tau_c} \quad (3.87)$$

Assim para $S_r (U_0/U_\Gamma) < 1$, a integração da potência sonora corresponderá à potência sonora associada ao primeiro modo hidrodinâmico:

² Para efetuar tal integração, utiliza-se a seguinte integral trigonométrica: $\int u \cdot \text{sen} u \cdot du = \text{sen} u - u \cdot \cos u + C$

$$-\frac{D_b}{T} \int_0^{w/U_\Gamma} \rho_0 U_0 U_c U_\Gamma \hat{u} \sin(wt) dt \quad (3.88)$$

Desenvolvendo a integral acima, obtém-se:

$$\langle P_{\text{vortice}} \rangle = -\frac{\rho_0 D_b U_0 U_c U_\Gamma}{T} \int_0^T \hat{u} \sin(wt) dt \Rightarrow \frac{\langle P_{\text{vortice}} \rangle}{\rho_0 D_b U_0 U_c U_\Gamma} = -\frac{1}{T} \int_0^T \hat{u} \sin(wt) dt \quad (3.89)$$

tal que:

$$F(Sr_\Gamma) = \frac{1}{4\pi} \left[\cos(2\pi Sr_\Gamma) - \frac{\sin(2\pi Sr_\Gamma)}{2\pi Sr_\Gamma} \right] \quad (3.90)$$

quando $S_r (U_0/U_\Gamma) < 1$.

Para o caso em que $S_r (U_0/U_\Gamma) > 1$, tem-se o segundo modo hidrodinâmico, e neste caso:

$$\langle P_{\text{vortice}} \rangle = -\frac{D_b}{T} \int_0^{\tau_c} \rho_0 U_0 U_c U_\Gamma \hat{u} \sin(wt) dt - D_b \int_{\tau_c}^{w/U_\Gamma} \rho_0 U_0 U_c U_\Gamma \hat{u} \sin(wt) dt \quad (3.91)$$

Resolvendo de maneira similar a integral acima, tem-se:

$$F(Sr_\Gamma) = \frac{1}{4\pi} [\cos(2\pi Sr_\Gamma)] \quad (3.92)$$

quando $S_r (U_0/U_\Gamma) > 1$.

Tal método permite determinar a potência sonora associada ao desprendimento de vórtices em função do número de Strouhal, para o caso de bordas curvas.

O resultado do modelo de Nelson aplicado a bordas curvas estabelece através da equação para a potência sonora adimensional obtida, a condição hidrodinâmica, associada a um número de Strouhal específico na qual a transferência de energia acústica do escoamento para o campo acústico apresenta seu valor máximo.

A Figura 3.21 ilustra o comportamento funcional da potência sonora adimensional em função do número de Strouhal S_r :

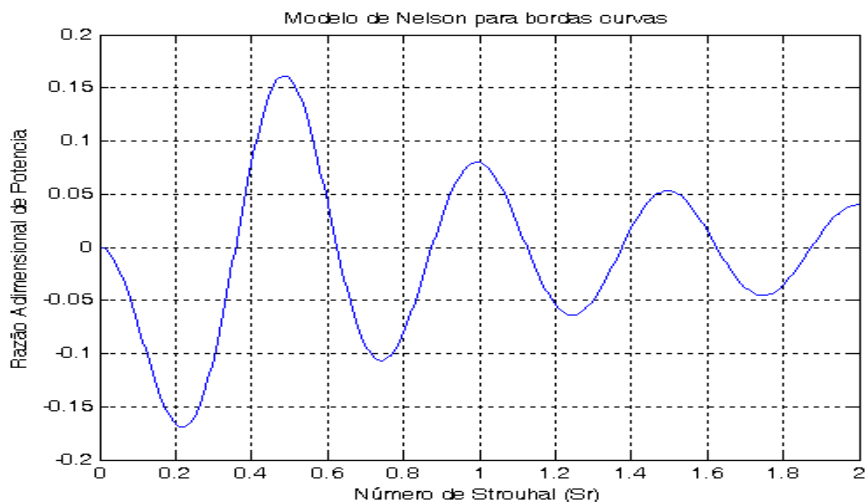


Figura 3.21: Potência sonora adimensional predita pelo modelo de Nelson.

A Figura 3.21 mostra o resultado da potência sonora adimensional em uma configuração caracterizada pelo acoplamento de uma ramificação lateral via bordas curvas (R/W diferente de zero) em função do número de Strouhal, S_r .

Verifica-se o comportamento decrescente da potência sonora adimensional à medida que os modos hidrodinâmicos são aumentados, tal fato indica a baixa amplitude desta potência quando os modos hidrodinâmicos superiores são considerados.

Quanto maior os modos hidrodinâmicos superiores, menor será a velocidade de convecção dos vórtices na região de intersecção. Como a potência sonora adimensional $F(S_r)$ é inversamente proporcional a n (sendo n o número de vórtices), e sendo a potência sonora $\langle P_{\text{vortice}} \rangle$ proporcional a $F(S_r)$ e a pressão hidrodinâmica, verifica-se que o decaimento de $\langle P_{\text{vortice}} \rangle$ para os modos hidrodinâmicos superiores será $1/n^3$.

3.16.3.4 O modelo de Howe

O modelo de Howe utiliza o modelo de Nelson, para representar o campo de vorticidade de uma maneira simplificada. As hipóteses concernentes à independência do campo de vorticidade em relação à contínua variação da amplitude da pulsação na região da cavidade ainda permanecem válidas.

O presente modelo é aplicado a cavidades retangulares, considerando que o acoplamento da ramificação lateral com o duto principal na região de intersecção seja estabelecido através de bordas do tipo canto vivo ($R/W=0$). O intuito é estabelecer uma relação analítica utilizando a condição de Kutta, de modo a inferir a condição hidrodinâmica na qual a transferência de energia ao campo acústico será máxima.

Procedendo de maneira similar ao realizado na seção anterior, assume-se que os vórtices de circulação Γ deslocam-se na direção axial ao longo da junção com velocidade constante U_c . Supondo que o movimento periódico dos vórtices na junção igual à frequência de desprendimento de vórtices (dada pelo período de uma oscilação acústica completa), cada vórtice será desprendido durante o intervalo de tempo $t = n/f$, onde n é o número de vórtices desprendidos.

A simplificação dos vórtices desprendidos, pelo modelo de Howe, é descrita pela Figura 3.22:

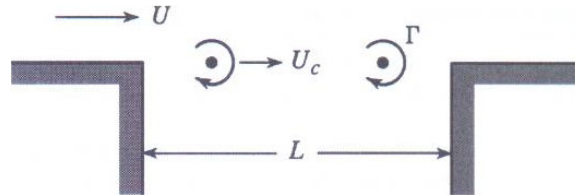


Figura 3.22: Simplificação da Cinemática dos Vórtices na junção segundo o modelo de Nelson, conforme Howe (1998).

A estrutura coerente desloca-se ao longo da região com velocidade empiricamente determinada por $U_c = U_0/2$, conforme modelado na seção anterior (Howe, 1998). A circulação ao longo do contorno englobando a região de elevada vorticidade desprendida no tempo $t=n/f$ será igual a:

$$\Gamma = \frac{U_0^2}{2f} \quad (3.93)$$

onde f é a frequência de desprendimento dos vórtices. Considerando a origem como sendo o centro da cavidade, a direção x como a direção axial, e a direção y como normal à parede, a distribuição espacial de vorticidade é dada por (Howe, 1998):

$$\omega_z(x,t) \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} -\frac{U^2}{2f} \delta(x_2) \delta(x_1 + s - U_c(t - n/f)) \quad (3.94)$$

onde $s = 0,5 L$.

A comparação direta da distribuição da vorticidade utilizada no modelo de Howe com a distribuição da vorticidade utilizada no modelo de Nelson aplicado por Bruggeman permite estabelecer a equivalência direta entre tais resultados. Considerando neste caso apenas o primeiro modo hidrodinâmico, o iésimo vórtice será desprendido da borda anterior $x = -s$ no instante n/f , e será deslocado ao longo da junção no intervalo de tempo $T = L/U_c$.

Segundo Howe (1998), quando $M_0 \ll 1$, os termos convectivos presente na equação da onda podem ser desprezados, de modo que a flutuação de pressão sonora produzida

pela interação da vorticidade com a borda posterior da cavidade, em regime de escoamentos ($U = (U_c, 0, 0)$) com elevado número de Reynolds será dada pela expressão:

$$\frac{p(x, t)}{\rho_0 U^2} \approx \frac{U_c}{2f} \sum_n \delta(x_2) \delta(x_1 + s - U_c(t - n/f)) \times \frac{\partial G}{\partial y_2}(x, y, t - \tau) \quad (3.95)$$

onde G é a função de Green $G(x, y, t - \tau)$, cuja derivada normal à região de fronteiras é nula (Howe 1998).

No modelo de Howe (1998), a função de Green presente na Equação (3.95) será do tipo compacta, visto o diâmetro da cavidade ser muito menor do que o comprimento de onda associado aos primeiros modos (baixa frequência) da cavidade ressonante. Desta forma, segundo esse modelo, apenas os modos de baixa frequência interagem com o escoamento.

A função de Green, conforme exposto, é a medida da resposta do sistema (local do receptor) a uma excitação causal (local da fonte). Neste caso, fontes aerodinâmicas (vórtices ao longo da junção) serão alocadas na posição y (posição da fonte) e a medida da resposta (posição do observador) ocorrerá na posição x , distante da região de intersecção, considerando neste caso a localização do microfone no topo do ressonador.

Sendo o sistema, considerado acusticamente compacto, a seguinte função de Green do tipo compacta pode ser utilizada (Howe, 1998):

$$G(x, y, t - \tau) \approx \frac{-i\varphi^*(y)}{2\pi A} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos\{\kappa_0(x_2 + \ell)\} \exp(-i\omega(t - \tau)) d\omega}{\omega \cos\left\{\kappa_0\left(\ell + \ell' + \frac{i\kappa_0 A}{2\pi}\right)\right\}} \mapsto -\ell < x < 0 \quad (3.96)$$

onde $A = S_r$ é a área da ramificação lateral e ℓ'_0 , o comprimento efetivo considerando a correção acústica na abertura da cavidade, calculado na ausência de escoamento (Howe, 1998). O termo $\varphi^*(y)$ é a velocidade potencial acústica associada ao deslocamento ondulatório ao longo do período τ_c .

A função de Green compacta neste caso é válida segundo Howe unicamente para cavidades profundas ($d \ll L$). Termos dissipativos associados à dissipação das ondas sonoras por uma camada limite acústica não estão sendo contemplados. No entanto perdas devido à radiação externa à cavidade estão incluídas através do termo no $i\kappa_0 S_r / 2\pi$ (Howe, 1998).

A principal contribuição associada à flutuação de pressão na região da cavidade é oriunda de regiões próximas à borda anterior e posterior, de modo que substituindo a função de Green na Equação (3.96), a flutuação de pressão será:

$$\frac{p(x,t)}{\rho_0 U^2} \approx \frac{-ib}{4\pi f A} \frac{\partial}{\partial t} \int \int_{-\infty}^{\infty} \sum_n \frac{\cos\{k_0(x_2 + \ell)\} \exp(-i\omega_m(t - \tau)) d\omega}{\omega \cos\{k_0(\ell + \ell' + ik_0 A / 2\pi)\}} \times \left(\frac{\partial \varphi^*(y)}{\partial y_2} \right)_0 \exp(-i\omega_m(t - (\frac{y_1 + s}{U_c}) - n/f)) dy_1 d\omega \quad (3.97)$$

onde a notação $(\partial \varphi^*(y) / \partial y_2)_0$ corresponde à avaliação da variável associada ao escoamento potencial $\varphi^*(y)$ em $y = 0$.

A singularidade da flutuação de pressão, dada pela integral da Equação 5.57, é notória quando a frequência angular $\omega = 0$. A existência de pólos e da integração no plano complexo devido ao uso da função de Green, torna a questão a respeito da causalidade extremamente importante na utilização do modelo de Howe.

Conforme citado, a integração (Equação 5.57) ocorre no plano complexo, de modo que a causalidade (Howe, 1998) requer que a integral ao longo do domínio da frequência contorne a singularidade (pólo $\omega = 0$) e em outros pólos associados às frequências de ressonância da cavidade (ω_m).

Com causalidade, a afirmação acima, diz respeito à inferência direta da flutuação de pressão sonora no topo do ressonador (medida da resposta do sistema), e esta apenas será possível quando o sistema for previamente excitado pela fonte sonora externa (desprendimento de vórtices). Assim, a medição da flutuação de pressão (resposta do sistema) será nula antes do intervalo de tempo ($t < \tau_c$) pois, conforme previamente discutido, um novo vórtice será desprendido apenas quando ocorrer à existência de um completo período de oscilação acústica τ_c . Desta forma, caso a integral do sistema fosse diferente de zero antes da excitação do sistema ($t < \tau_c$), o resultado seria destituído de significado físico, dada a violação explícita da causalidade.

Tendo afirmado que a contribuição significativa da flutuação de pressão sonora é vinculada à região de borda, e utilizando-se da teoria do escoamento potencial na descrição do campo acústico (incompressível e com viscosidade desprezível), a presença de regiões de singularidade será inerente ao problema. Conforme visto, tal fato deve-se a descontinuidade da velocidade de partícula acústica (de acordo com a Figura 3.6) na região de borda (do tipo canto vivo). Sendo assim, a integral acima fornece um valor incorreto para a interação dos vórtices na região de borda, explicitamente na borda anterior da cavidade ($y = -s$) (Howe, 1998), estabelecendo, desta forma, a necessidade da utilização da condição de Kutta, conforme já salientado.

O escoamento transiente na região de intersecção, dado pela distribuição de vorticidade segundo o modelo de Nelson (Equação 3.94), não considera a utilização da

condição de Kutta, devendo tal modificação ser efetuada. De acordo com Howe (1998) quando a escala espacial da vorticidade é pequena, fontes sonoras (aerodinâmicas) em regiões de borda tendem a ser supridas quando a condição de Kutta passa a ser considerada.

Admitindo que a aplicação da condição de Kutta seja equivalente a desprezar as contribuições de fontes sonoras na região da borda anterior (Howe, 1998), as contribuições assintóticas de regiões próximas a $y = -s$, tornam-se desprezíveis.

Mediante o uso da transformação linear conforme, a região de singularidade próxima a borda é contornada, de modo que a velocidade potencial será (Howe, 1998):

$$\begin{aligned} \varphi^*(y) &\approx \operatorname{Re} \left\{ \frac{2s}{\pi} \ln \{ \zeta(z) \} \right\} & (3.98) \\ z &= s + \frac{2s}{\pi} \int_1^{\zeta} \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{\xi} d\xi \\ z &= y_1 + iy_2 \end{aligned}$$

Próxima à borda posterior ($\zeta \approx +1$) (Howe, 1998):

$$\left(\frac{\partial \varphi^*}{\partial y_2} \right)_0 \approx \frac{\left(\frac{\sqrt{3}s}{4\pi} \right)^{1/3}}{(s - y_1)^{1/3}} \quad (3.99)$$

Assumindo uma distribuição local de velocidade de partícula acústica na região de intersecção dada por:

$$u = -\hat{u} \nabla \varphi^*(x) \operatorname{sen}(2\pi ft) \quad (3.100)$$

e considerando-se que após o intervalo de tempo de um período de oscilação acústica, o vetor de velocidade de partícula acústica u' altera o sinal, e inicia a primeira metade do ciclo de uma oscilação acústica, a potência sonora adimensional determinada qualitativamente a partir da analogia de Howe será dada por:

$$\frac{\langle P_{\text{vortice}} \rangle}{\rho_0 U^3 A} = \frac{-\hat{u} U_c}{2fUL} \int_{-s}^s \left\langle \operatorname{sen}(2\pi ft) \times \sum_n \delta(y_1 + s - U_c(t - n/f)) \right\rangle \left(\frac{\partial \varphi^*}{\partial y_2} \right)_0 dy_1 \quad (3.101)$$

A integração ao longo de um período fornece a potência sonora média ao longo de um ciclo. Substituindo a função delta pela sua expansão em termos da série de Fourier (Howe, 1998):

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(y_1 + s - U_c \left(t - \frac{n}{f}\right)\right) = \frac{f}{U_c} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp\left[2\pi i \sin\left[t - \frac{(y_1 + s)}{U_c}\right]\right] \quad (3.102)$$

Substituindo a expressão na Equação (3.101), tem-se:

$$\frac{\langle P_{vortice} \rangle}{\rho_0 U^3 A} = \frac{-\hat{u}}{2UL} \int_{-s}^s \left(\frac{\partial \varphi^*}{\partial y_2} \right)_0 \operatorname{sen} \left\{ 2\pi f \frac{y_1 + s}{U_c} \right\} dy_1 \quad (3.103)$$

Avaliando a integral acima utilizando a condição de Kutta apropriada, a única contribuição à flutuação de pressão sonora da região de borda, é dada pela borda posterior ($y=s$), obtendo-se assim (Howe, 1998):

$$\frac{\langle P_{vortice} \rangle}{\rho_0 U^3 A} \approx 0.17 \frac{\hat{u}}{U} \frac{\cos\left(\frac{4\pi fs}{U} + \frac{\pi}{6}\right)}{\left(\frac{2\pi fs}{U_c}\right)^{\frac{2}{3}}} \quad (3.104)$$

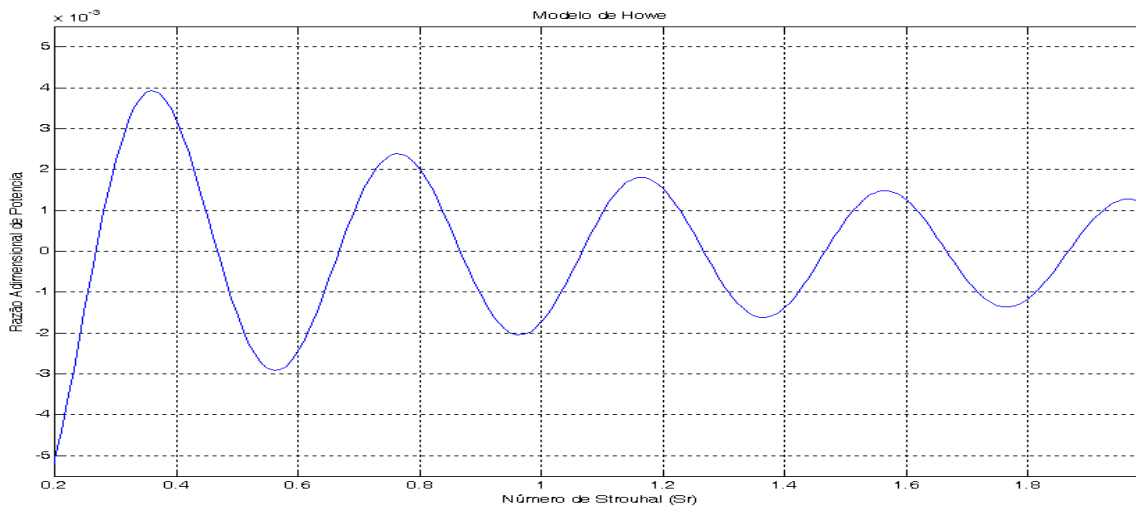


Figura 3.23: Potência sonora adimensional prevista pelo modelo de Howe.

A Figura 3.23 mostra o resultado analítico da potência sonora adimensional referente à simplificação do campo de vorticidade segundo Nelson, para sistemas acoplados através de bordas do tipo canto vivo em função do número de Strouhal, S_r .

O suprimento de energia associada a valores positivos da potência sonora adimensional é fornecido pelo escoamento médio. A contínua extração de energia do escoamento é mantida de modo a manter as oscilações acústicas auto-sustentadas.

As condições hidrodinâmicas na qual a transferência de energia é máxima implicam que o máximo valor da amplitude do campo acústico estacionário na cavidade ressonante ocorrerá para um número de Strouhal específico.

Esta condição é satisfeita, de acordo com o modelo de Howe (1998), quando:

$$\frac{fL}{U} \approx \frac{U_c}{U} \left(n - \frac{1}{12} \right) \quad (3.105)$$

onde n é o número de vórtices desprendidos para um específico modo hidrodinâmico.

Experimentos indicam que $U_c \approx 0,5U_0$, com este valor para a velocidade convectiva, sendo a mesma vinculada a taxa de deslocamento dos vórtices na região de intersecção, verifica-se que as condições hidrodinâmicas ocorrem para:

$$\frac{fL}{U} \approx 0.36, 0.76, 1.16, 1.56, \dots \quad (3.106)$$

Os primeiros valores da série acima, 0,36 e 0,76, são bastante próximos aos resultados experimentais obtidos por Kriesels (1995) e Bruggeman (1991).

Para regimes de alta amplitude, a distribuição de vorticidade dada pelo modelo de Nelson não é mais adequada, dada a influência direta do campo acústico sobre a magnitude da vorticidade desprendida e a influência do mesmo sobre a trajetória das estruturas coerentes (vórtices) ao longo do deslocamento em torno da região de intersecção. Desta forma, quando \hat{u}/U for aproximadamente igual à unidade, as condições hidrodinâmicas serão subestimadas em torno de 30%, segundo dados das referências analisadas (Howe, 1998).

Na prática esta forte singularidade (baseada na teoria do escoamento potencial, e verificada através da equação de Bernoulli) não existe devido ao fato da vorticidade não estar concentrada em um único ponto, e devido à trajetória dos vórtices não ter correspondência com a suposta trajetória em linha reta (Dequand, 2001).

3.16.4 O Balanço de Energia

O método do balanço de energia é conveniente quando a oscilação do sistema considerado é harmônica. Assume-se para tal situação que um único modo associado à frequência de ressonância da ramificação lateral domina e que a frequência das oscilações auto-sustentadas seja igual a tal frequência.

Este método utiliza os modelos analíticos acima, baseado em simplificações referentes à produção e dissipação sonora na região de intersecção, de modo a estimar a

amplitude das oscilações auto-sustentadas associadas à interação do campo acústico com o escoamento oscilatório na região de intersecção.

Tendo-se definido a potência sonora adimensional, o modelo de Nelson aplicado segundo a abordagem de Bruggeman será utilizado concomitantemente ao método do balanço de energia. Neste caso, o cálculo da amplitude máxima da re-alimentação será feito considerando o sistema geométrico constituído de um tubo ressonante acoplado ao duto principal mediante bordas curvas e de canto vivo.

De forma sumária o método do balanço de energia corresponde à equalização dos processos associados à produção sonora local devido ao desprendimento de vórtices e a dissipação devida aos efeitos a serem discutidos nesta seção.

3.16.4.1 Amortecimento, Perdas Viscotérmicas e Desprendimento de Vórtices

Considerando a equação do sistema massa-mola submetido à ação de uma força externa:

$$M \frac{d^2x}{dt^2} + Kx = \left(F_{\text{ext}} - R \frac{dx}{dt} + K(x_0 + L_0) \right) \quad (3.107)$$

onde x_0 é origem de deslocamento do sistema, e L_0 a posição de equilíbrio. E multiplicando-se esta equação pela velocidade $\frac{dx}{dt}$ obtém-se:

$$\frac{1}{2} M \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} K \frac{d}{dt} x^2 = \left(F_{\text{ext}} - R \frac{dx}{dt} + K(x_0 + L_0) \right) \frac{dx}{dt} \quad (3.108)$$

A energia mecânica total E , do sistema será:

$$E = \frac{1}{2} M \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} Kx^2 \quad (3.109)$$

Considerando M e K como constantes, tem-se:

$$\frac{dE}{dt} = \left(F_{\text{ext}} - R \frac{dx}{dt} + K(x_0 + L_0) \right) \frac{dx}{dt} \quad (3.110)$$

No equilíbrio, a energia $\langle E \rangle$ é constante no tempo, ou seja:

$$\frac{d\langle E \rangle}{dt} = \left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle = \frac{1}{\tau_c} \int_0^{\tau_c} \frac{dE}{dt} dt = 0 \quad (3.111)$$

onde $\tau_c = 2\pi/\omega_m$. A condição de equilíbrio ocorre quando a energia mecânica produzida pelas fontes é contrabalanceada pelos efeitos dissipativos intrínsecos ao sistema:

$$\int_0^T (F_{\text{ext}} + Kx_0) \frac{dx}{dt} dt = \int_0^T R \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 dt \quad (3.112)$$

Com o propósito de descrever a aplicação do balanço de energia ao problema aeroacústico, a caracterização individual de cada termo será efetuada. O modelo considerado é baseado no regime moderado de re-alimentação do campo acústico, ou seja, uma fonte aeroacústica independente da amplitude da pulsação.

Existem dois desprendimentos de vórtices associados ao sistema a ser analisado, conforme mostra a Figura 3.24.

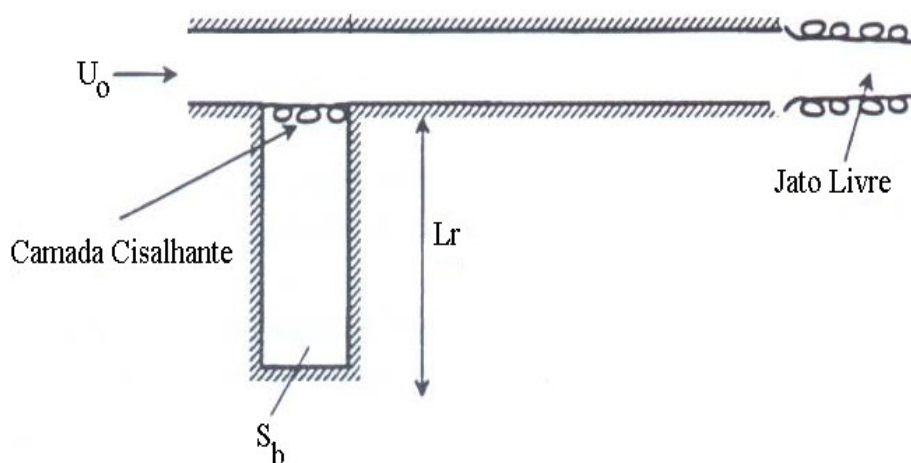


Figura 3.24: Desprendimento de vórtices no sistema acústico considerado, conforme Hirschberg (1997).

O desprendimento de vórtices ocorre em regiões de descontinuidade, sendo tais:

- Junção do duto principal com a ramificação lateral; e o bocal de saída do duto principal;

Conforme já salientado, tal desprendimento guia as oscilações auto-sustentadas nesses sistemas. Contudo isto ocorre apenas sob condições específicas, de modo que o desprendimento de vórtices induzido pelo campo acústico inicialmente extrairá energia de tal campo, ou seja, $\vec{f}_c \cdot \vec{u} < 0$. Somente após metade do intervalo de tempo de uma oscilação completa, os vórtices começarão a atuar como fonte sonora. Isto ocorre devido ao sinal do termo associado à força de Coriolis:

$$\vec{f}_c = -\rho(\vec{\omega} \times \vec{v}) \quad (3.113)$$

Tal termo permanece com o sinal inalterado enquanto a velocidade de partícula acústica não alterar o sinal, de tal modo que o desprendimento de vórtices apenas manterá o *feedback* caso a potência acústica integrada ao longo do período de oscilação seja positiva:

$$\langle P_{vortex} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{f}_c \cdot \vec{u} dt > 0 \quad (3.114)$$

A absorção inicial ocorre próxima ao ponto de separação, onde a vorticidade é injetada da camada limite para o escoamento principal. Sendo assim, a configuração geométrica da região de borda pode fortemente interferir na absorção da energia do campo acústico.

Quando a região de intersecção entre a ramificação com o duto é definida através de bordas do tipo canto vivo, o campo acústico na região de borda será singular $\vec{u} = \nabla \varphi$, dada a definição do campo acústico descrito em termos do escoamento potencial (Hirschberg, 1997).

O processo de absorção sonora não é dominante apenas para o caso de bordas do tipo canto vivo e, de fato, em alguns casos os vórtices não chegam a atuar como fontes sonoras de forma significativa. Em tais casos, a velocidade de convecção dos vórtices é quase que paralela a velocidade de partícula acústica, logo a potência sonora definida segundo a analogia aeroacústica de Howe será:

$$\vec{f}_c \cdot \vec{u} = -\rho(\vec{\omega} \times \vec{v}) \cdot \vec{u} = 0 \quad (3.115)$$

A força externa ($f_c = -\rho_0(\vec{v} \times \vec{\omega})$) corresponde ao desprendimento de vórtices na região de borda. A energia sonora produzida na região de intersecção é definida através do corolário da energia de Howe:

$$\langle P_{vortice} \rangle_1 = S_r \hat{u} \rho_0 U_0^2 F(S_r \Gamma) \quad (3.116)$$

onde o fluxo acústico $S_r \hat{u}$ relaciona-se com a amplitude da pressão acústica do modo m , através da seguinte relação:

$$S_r \hat{u} = S_r \frac{\hat{P}_m}{\rho_0 c_0} \quad (3.117)$$

Verifica-se que dentro desta formulação (regime moderado), a fonte sonora (definida pelo produto vetorial $\omega_k \times v$ é constante e independente da velocidade de partícula acústica u' .

Escoamentos oscilatórios com baixos números de Strouhal implicam na discrepância entre o tempo de residência dos vórtices na região de deslocamento e o período da oscilação completa do campo acústico.

Neste caso, sendo o período de oscilação muito maior do que o tempo de residência ($S_r \ll 1$), os vórtices acabam se retirando da região na qual existe a produção sonora antes da oscilação completa do campo acústico. Tais casos encontram similaridade no desprendimento de vórtices na região de saída do duto, de modo que modelos quase estacionários são utilizados com o propósito de permitir uma análise quantitativa aproximada da absorção sonora.

Com o intuito de utilizar o modelo do balanço de energia, será considerada a utilização do modelo quase estacionário a fim de estimar a energia sonora produzida pelo desprendimento de vórtices na saída do duto principal do *muffler*. Para tal, será considerada a aplicação de um diafragma em um duto de seção lateral S_p , conforme Hirschberg (1997), de modo que a absorção da energia acústica será estimada com base em tal modelo.

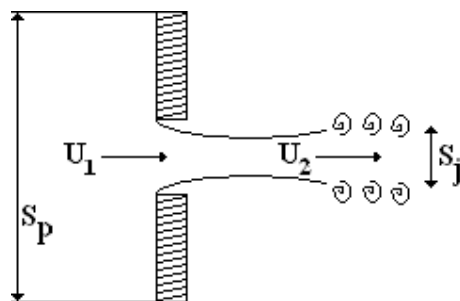


Figura 3.25: Formação do Jato na saída do duto.

Conforme ilustra a Figura 3.25, em sua saída o jato encontra o meio em repouso, a seguinte aproximação é adotada para a velocidade do fluxo depois da mistura entre o jato turbulento com o gás estagnado:

$$U_1 = U_2 = U_0 \quad (3.118)$$

Assumindo que o escoamento seja localmente incompressível, a velocidade do jato U_j é relacionada com a seção lateral do jato através da equação da continuidade:

$$S_j U_j = S_p U_0 \quad (3.119)$$

Sendo a viscosidade desprezível, aplica-se a equação de Bernoulli:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho_0 U_0^2 = p_j + \frac{1}{2} \rho_0 U_j^2 \quad (3.120)$$

onde p_1 é a pressão a montante do diafragma. Negligenciando-se os efeitos viscosos na parede, e aplicando a conservação da quantidade de movimento na região de mistura, têm-se:

$$S_p \rho_0 U_0^2 - S_j \rho_0 U_j^2 = \rho_0 (p_j - p_2) \quad (3.121)$$

onde p_2 é a pressão a jusante do diafragma. Eliminando-se p_j e U_j , obtém-se:

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho_0 U_0^2 \left(1 - \frac{S_p}{S_j} \right)^2 \quad (3.122)$$

Considerando perturbações acústicas, tem-se:

$$p'_1 - p'_2 = \frac{1}{2} \rho_0 U_0 u' \left(1 - \frac{S_p}{S_j} \right)^2 \quad (3.123)$$

As seguintes condições de contorno são utilizadas para a pressão acústica na região de descontinuidade:

$$p'_i = p'^+_i + p'^-_i$$

e para a velocidade de partícula acústica:

$$u' = u'_i = \frac{1}{\rho_0 c_0} (p'^+_i - p'^-_i)$$

sendo tais condições devidas à imposição de $U_1 = U_2$. No entanto, ainda existe a necessidade de duas equações ou condições de contorno adicionais para que a amplitude individual das ondas sonoras sejam determinadas.

Neste caso, a aproximação quase-estacionária expressa à diferença de pressão devida à descontinuidade do duto, através da seguinte relação (Hirschberg, 1997):

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho_0 U_0^2 C_D \quad (3.124)$$

onde C_D é o coeficiente que depende fracamente da velocidade do escoamento, segundo a hipótese de tal modelo (Hirschberg, 1997).

Perturbações devidas à imposição de um campo acústico, representado pela velocidade de partícula acústica dada por $u' = \hat{u} \sin(i\omega_m t)$ sobre o escoamento principal U_0 acarreta em uma flutuação de pressão acústica local $\Delta p' = p'_1 - p'_2$, dada por (Hirschberg, 1997):

$$\Delta p' = -\rho_0 U_0 u' C_D \quad (3.125)$$

A correspondente potência sonora associada aos vórtices será (Hirschberg, 1997):

$$\langle P_{vortice} \rangle = -S_p \langle u' \Delta p' \rangle = \frac{1}{2} \rho_0 U_0 |u'|^2 C_D \quad (3.126)$$

A presente análise do presente considera a aplicação do modelo quase estacionário para o cômputo da absorção do campo acústico pela transferência de energia deste para o escoamento na saída de dutos não flangeados.

Verifica-se a separação do escoamento na saída do duto e a subsequente formação do jato turbulento. Para baixas frequências a pressão no jato permanece constante independente do campo acústico imposto (Hirschberg, 1997), de modo que a seguinte condição permanece válida:

$$p' = 0 \quad (3.127)$$

A condição dada pela Equação (3.127) implica em um coeficiente de reflexão dado por:

$$\frac{p^-}{p^+} = -1 \quad (3.128)$$

Considerando efeitos convectivos, Ingard *et al.* (1975) demonstraram que o coeficiente de reflexão não é unitário:

$$\frac{I^-}{I^+} = \left(\frac{1 - M_0}{1 + M_0} \right)^2 \quad (3.129)$$

Usando a conservação da energia, verifica-se que a energia residual associada à diferença de energia incidente e refletida é equivalente à energia produzida pelo desprendimento de vórtices na saída do duto (Hirschberg, 1997):

$$\langle P_{vortex} \rangle = S_p \left[\langle I^- \rangle - \langle I^+ \rangle \right] = -\frac{S_p |p^+|^2}{2\rho_0 c_0} \frac{4M_0}{(1 + M_0)^2} \quad (3.130)$$

A energia acústica neste sistema (duto principal com uma ramificação lateral) pode ser dissipada por quatro mecanismos básicos:

- radiação de ondas acústicas;
- vibração da parede;

- dissipação visco-térmica;
- desprendimento de vórtices;

Por outro lado, a potência sonora radiada pode ser obtida através da intensidade acústica definida por (Pierce, 1989):

$$\vec{I} = p' \vec{u} \quad (3.131)$$

A intensidade sonora média para ondas harmônicas planas é dada pela seguinte relação:

$$\langle \vec{I} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T p' \vec{u} dt = \frac{1}{4} [\hat{p}^* \hat{u} + \hat{p} \hat{u}^*] \quad (3.132)$$

Assim, a potência sonora radiada pela superfície com vetor normal \vec{n} será:

$$\langle P_{rad} \rangle = \int_S \langle I \rangle \cdot \vec{n} dS \quad (3.133)$$

Deve ser notado, que em superfícies rígidas $\langle \vec{I} \rangle \cdot \hat{n} = 0$.

A integral acima é limitada às fronteiras abertas do ressonador. Desta forma, sendo o ressonador delimitado por um duto semi- infinito tal que ondas refletidas sejam inexistentes, tem-se:

$$u(0,t) = \pm \frac{p'(0,t)}{\rho_0 c_0} \quad (3.134)$$

onde $p'(0,t)$ é a pressão sonora na entrada do duto (o sinal é determinado pela direção de propagação das ondas com respeito à coordenada axial). Desta forma, para ondas planas a radiação na saída do ressonador pode ser inferida utilizando-se da equação acima.:

$$\langle P_{rad} \rangle = S_{duto} \frac{|p'|^2}{2\rho_0 c_0} \quad (3.135)$$

A dissipação é definida através do termo de dissipação visco-térmica limitado à região próxima à parede (Hirschberg, 1997). Este termo é devido à ação dos efeitos viscosos próximos a tal região, sendo que estes efeitos tornam-se bastante presentes na camada limite formada na região de parede.

Devido a não significância de tais efeitos, a ação dos efeitos viscosos pode ser acrescida da solução harmônica associada a ondas planas oriundas da equação de d'Alembert, sendo assim:

$$p' = p^+ \exp[i(\omega t - kx)] + p^- \exp[i(\omega t + kx)] \quad (3.136)$$

onde $k = k_0 + ik_i$ e $k_0 = \omega_0/c_0$.

No caso de ondas planas propagando-se em meios em repouso ($U_0 = 0$), como por exemplo, no interior da ramificação lateral, e considerando-se o presente regime dentro do escopo da acústica linear, assume-se a existência de uma camada limite laminar acústica de espessura δ_v dada por:

$$\delta_v = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}} \quad (3.137)$$

onde ν é a viscosidade cinemática do gás. Para propósitos práticos δ_v é pequena quando comparada ao diâmetro do duto. Seguindo o modelo de Kirchhoff (Pierce, 1981) o número de onda complexo k é dado por (para dutos com rugosidade desprezível, e desprezando-se os efeitos turbulentos):

$$k - k_0 = (1-i) \frac{k_0 \delta_v}{D} \left(1 + \frac{\gamma-1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right) \quad (3.138)$$

Para amplitudes elevadas do campo acústico, tal que a velocidade de partícula acústica \hat{u} atinja valores elevados, tem-se que:

$$\frac{\hat{u} \delta_v}{\nu} > 400 \quad (3.139)$$

Quando o limite superior dado pela Equação (3.139) é atingido, a camada limite acústica torna-se turbulenta (Hirschberg, 1997), o que eleva de forma significativa a dissipação. Nota-se que para oscilações com amplitudes em regime moderado a camada limite acústica é turbulenta (Hirschberg, 1997).

Não há uma teoria disponível para a descrição simplificada de tais casos. Adota-se a definição de uma camada limite acústica turbulenta análoga à descrição do escoamento turbulento estacionário com velocidade equivalente à velocidade de partícula acústica \hat{u} .

Devido às oscilações auto-sustentadas associadas ao primeiro modo hidrodinâmico ocorrerem para valores fixos do número de Strouhal $S_r = fD/U_0$ aproximadamente igual a 0,3,

é conveniente calcular o número de Reynolds da camada limite, segundo a relação obtida através da aproximação de Kirchhoff (camada limite laminar):

$$\frac{\hat{u} \delta_v}{\nu} = \frac{\hat{u}}{U_0} \frac{D}{Sr_D} \sqrt{\frac{f}{\pi\nu}} \quad (3.140)$$

Na presença do escoamento turbulento estacionário no interior do duto principal, o amortecimento da amplitude da onda sonora depende da razão de espessura entre a camada limite acústica δ_v e a subcamada limite viscosa δ_l (Peters *et al.* 1993). Deste modo, quanto maior a velocidade do escoamento médio, maior será a espessura da camada limite acústica, e maior a dissipação advinda da influência da turbulência.

A subcamada limite viscosa se refere à região localizada próxima a parede com baixos efeitos advindos da turbulência. A espessura desta subcamada relaciona-se diretamente com a tensão de cisalhamento na parede τ_w , através da seguinte relação (Peters *et al.*, 1993):

$$\delta_l = \frac{12.5\nu}{\sqrt{\tau_w / \rho_0}} \quad (3.141)$$

A tensão de cisalhamento na região da parede para o escoamento turbulento plenamente desenvolvido é dada por (Schlichting, 1999):

$$\tau_w = \frac{1}{8} c_f \rho_0 U_0^2 \quad (3.142)$$

onde c_f se refere ao coeficiente de atrito. Substituindo a expressão acima na definição da espessura da subcamada limite viscosa tem-se:

$$\delta_l = \frac{12.5\nu\sqrt{8}}{U_0\sqrt{c_f}} \quad (3.143)$$

O coeficiente de atrito é relacionado ao gradiente de pressão ao longo da direção axial do duto:

$$c_f = -\frac{dp}{dx} \frac{D}{(1/2\rho_0 U_0^2)} \quad (3.144)$$

Tal coeficiente pode ser obtido aplicando a equação de Navier-Stokes sobre o segmento do duto de comprimento dx , usando a seguinte aproximação de Blasius (Schlichting, 1999):

$$c_f = 0,3164 \left(\frac{v}{U_0 D} \right)^{1/4} \quad (3.145)$$

Se a camada limite acústica apresenta uma espessura maior do que a subcamada limite viscosa $\delta_v / \delta_l > 1$, o comprimento efetivo do gradiente é da ordem de δ_l ao invés de δ_v (Hirschberg, 1997). Peters (1993) propõe a multiplicação do termo k obtido segundo Kirchhoff pelo fator δ_v / δ_l . Desta forma:

$$k_i = - \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right) \frac{U_0 \sqrt{c_f}}{12.5 \sqrt{2} c_0} = -0.083 \frac{M_0}{D} \sqrt{c_f} \quad (3.146)$$

Com o intuito de usar a aproximação de Peters (1993), dada acima, o escoamento turbulento estacionário U_0 é substituído pelo campo acústico de velocidade \hat{u} , levando a seguinte relação:

$$k_i = -0.083 \frac{\hat{u}}{D c_0} \sqrt{c_f} \quad (3.147)$$

Este amortecimento não é linear visto que k_i é proporcional à velocidade de partícula acústica \hat{u} (Hirschberg, 1997). O valor do coeficiente $c_f = 3 \times 10^{-2}$ usado no presente trabalho é obtido de Hirschberg (1997).

A fim de calcular o amortecimento da amplitude da onda plana, assume-se que o decaimento ao longo do duto semi-infinito é dado por:

$$p^+(L) = p^+(0) \exp(-k_i L) \quad (3.148)$$

Desta forma:

$$\langle P_{visc} \rangle = 2S_p [I^+(0) - I^+(L)] = 2S_p \frac{|p^+(0)|^2}{2\rho_0 c_0} [1 - \exp(-2k_i L)] \quad (3.149)$$

Considerando perdas pequenas, e aproximando a exponencial em termos da série de Taylor correspondente tem-se (Hirschberg, 1997):

$$\langle P_{visc} \rangle = 2S_p \frac{|p^+(0)|^2}{2\rho_0 c_0} [-2k_i L] \quad (3.150)$$

Verifica-se que o amortecimento do campo acústico pela camada limite acústica turbulenta, considerando o meio de propagação em repouso ($U_0=0$) no interior da

ramificação lateral não é trivialmente obtido. Em dutos com ramificações laterais, caso o propósito refira-se à obtenção em sua totalidade dos efeitos visco-térmicos, nota-se que a contribuição de cada duto ao processo dissipativo deve ser levada em consideração. Tais efeitos dissipativos dependem do diâmetro do duto de duas formas:

1. Da relação explícita entre o termo k_i com o diâmetro D ;
2. Influência do diâmetro sobre a distribuição do campo acústico;

Tendo-se obtido os termos associados à produção e dissipação sonora, aplica-se o balanço de energia:

$$\langle P_{\text{vortice}} \rangle_1 + \langle P_{\text{vortice}} \rangle_2 = \langle P_{\text{rad}} \rangle + \langle P_{\text{visc}} \rangle$$

Desta forma, os termos individuais a serem aplicados com o propósito de calcular a amplitude das oscilações auto-sustentadas são dispostos abaixo:

1. $\langle P_{\text{vortice}} \rangle_1 = S_b \hat{u} \rho_0 U_0^2 F(S_r)$
2. $\langle P_{\text{vortice}} \rangle_2 = -\frac{S_p |p^+|^2}{2\rho_0 c_0} \frac{4M_0}{(1+M_0)^2}$
3. $\langle P_{\text{rad}} \rangle = S_p \left(\frac{S_b}{S_p} \right)^2 \frac{\hat{p}'^2}{2\rho_0 c_0} \cos^2 \left(\frac{\omega_m L_r}{c_0} \right)$
4. $\langle P_{\text{visc}} \rangle = S_p \frac{\hat{p}'^2}{4\rho_0 c_0} 2 \left[\left(\frac{S_b}{S_p} \right)^2 |k_i|_p L_p + |k_i|_r L_r \right]$

De modo que:

$$\frac{2\hat{p}'^2}{\rho_0 U_0^2} = \frac{4F(S_r)}{\left[|k_i|_r L_r + \left(\frac{S_b}{S_p} \right) \left[|k_i|_p L_p + \frac{M_0}{(1+M_0)^2} + \cos^2 \left(\frac{\omega_m L_r}{c_0} \right) \right] \right]} \quad (3.151)$$

Utilizando a relação acima, o método do balanço de energia pode ser empregado para avaliar a amplitude de re-alimentação do campo acústico no caso de um ressonador acoplado a um duto principal.

Através dos termos definidos no balanço de energia, verifica-se que na região de pulsação com amplitude moderada, a potência sonora gerada pelos vórtices ($\langle P_{\text{vortice}} \rangle_1$) é proporcional a u' , enquanto que os termos associados aos efeitos dissipativos, como perdas de radiação e o amortecimento visco-térmico são proporcionais a u'^2 .

A condição de ressonância dada pela Equação 3.60 corresponde ao mínimo de

perda de radiação. Os modos ímpares são ressonantes e permanecem no interior da cavidade ressonante devido à condição de não propagação na junção, os modos harmônicos pares têm uma condição de anti-nó na junção e irradiam fortemente no duto principal (Kriesels *et al.*, 1995).

Importante salientar que o termo referente à perda de radiação não têm relevância significativa para dutos com uma única ramificação lateral (Ziada *et al.*, 1999) quando a condição de $S_b / S_p \approx 1$ é satisfeita.

De um modo geral o esquema de predição quantitativo consiste de três passos:

- 1- Identificação do ressonador e a determinação de seus modos de ressonância;
- 2- Identificação de fontes sonoras importantes e a predição da potência sonora adimensional irradiada por tais fontes em função da velocidade do escoamento e do modo de freqüência do duto;
- 3- Utilização do método do balanço de energia com o propósito de contrabalancear a produção sonora na região de intersecção com o amortecimento associado a diversas perdas. Tais perdas podem ser sumarizadas devidas a perdas de radiação, ao amortecimento visco-térmico e a separação do escoamento.

Perdas adicionais de radiação associadas ao alto valor da amplitude de tais oscilações devem-se a efeitos não lineares referentes à geração de sub-harmônicos da freqüência fundamental de oscilação, sendo esta saturação bastante presente para o caso de regimes de amplitudes elevadas.

3.16.4.2 Aplicação do Balanço de Energia para as configurações testadas experimentalmente por Jungowski (1989) e Bruggeman (1991)

O resultado dos modelos analíticos de Howe (para sistemas acoplados mediante bordas do tipo canto vivo) e de Nelson (aplicado segundo a proposta de Hirschberg para sistemas acoplados através de bordas curvas) foram comparados com os resultados numéricos oriundos da modelagem de vórtices por pontos desingularizados “*vortex blob method*” (Kriesels *et al.*, 1995), concomitantemente aos resultados experimentais de Jungowski (1989) e de Bruggeman (1991).

O método numérico “*vortex-blob*” não será detalhado na presente dissertação, pois a mesma será restrita aos métodos numéricos concernente à discretização do continuum via volumes finitos³. No entanto, a idéia básica do “*vortex blob method*” consiste em assumir o escoamento incompressível na região da intersecção, de modo a promover a desingularização dos vórtices na região próxima a borda posterior (Kriesels, *et al.*, 1995).

³ A discretização microscópica mediante partículas (Método Lattice-Boltzmann) será exposta no apêndice.

Nesse modelo o campo de velocidade de partícula acústica u' é imposto como condição de contorno, sendo a potência acústica irradiada e o subsequente aumento da amplitude do campo acústico na cavidade devido ao desprendimento de vórtices na região de intersecção. A referida grandeza pode ser calculada para um dado número de Strouhal, em função da amplitude de velocidade acústica imposta. Este modelo fornece valores referentes à magnitude da função $F(S_r)$ de modo que a partir dos valores computados, estimativas vinculadas à condição hidrodinâmica de máxima transferência de energia amplitude podem ser feitas.

Cálculos de Hofmans (1998) estimam que a amplitude para $u'/U < 10^{-1}$ pode chegar em alguns casos a 10% de superestimação. Para regimes de altas amplitudes a precisão é definitivamente perdida registrando-se valores para a amplitude da pulsação com desvios da ordem de 30% (Hofmans, 1998). De forma a aplicar o modelo analítico de Nelson e Howe em configurações de bordas adequadas, serão analisados separadamente os casos abordados por Jungowski (1989) e de Bruggeman (1991). O objetivo consiste em estabelecer um critério comparativo entre os resultados experimentais desses trabalhos com os resultados numéricos oriundos do modelo numérico “*vortex-blob*”.

Considerando primeiramente o resultado de Jungowski (1989), e utilizando-se dos parâmetros geométricos expostos para as diferentes razões de diâmetros, a amplitude de pressão acústica normalizada foi obtida, através da Equação 3.151, para o caso de uma razão de diâmetro igual a 0,2. Tal resultado é descrito pela Figura 3.26:

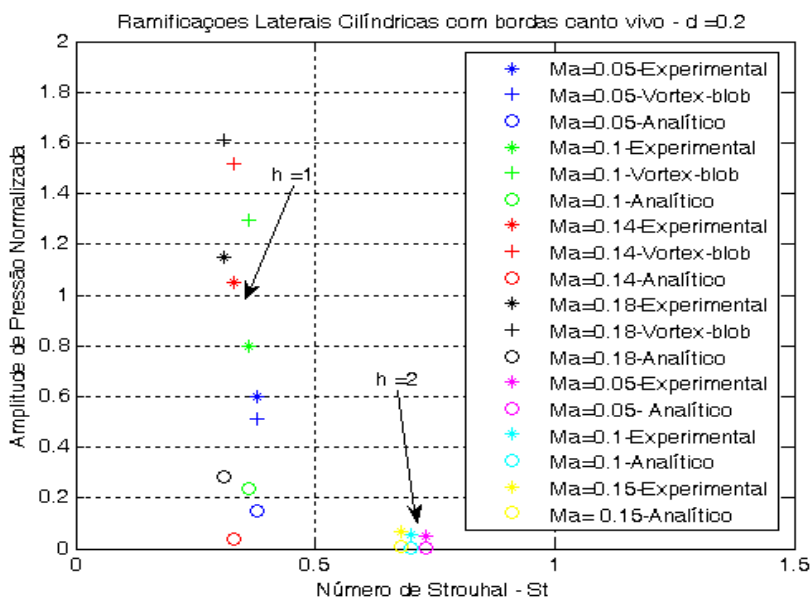


Figura 3.26: Amplitude de Pressão Normalizada obtida experimentalmente

Os resultados expostos na Figura 3.26 representam a amplitude normalizada de pressão obtida experimentalmente por Jungowski (1989) e os resultados previstos pelo

modelo de Howe e pelo método numérico “*Vortex Blob*”, usando a simplificação do campo de vorticidade.

Conforme exposto, o presente caso implica na consideração de uma única ramificação lateral acoplada ao duto principal através de bordas do tipo canto vivo. Verifica-se que para o primeiro modo da camada cisalhante ($h=1$), os resultados analíticos obtidos pelo modelo de Howe subestimam a amplitude de pressão normalizada. Com relação aos resultados do modelo numérico “*Vortex-blob*”, nota-se que estes superestimam a região de re-alimentação.

Para o segundo modo hidrodinâmico, a amplitude predita é bem menor do que o resultado experimental, devido à existência de regimes de baixas amplitudes vinculados a tal modo. Desta forma, a hipótese central referente à independência da vorticidade em relação à amplitude do campo acústico perde sua veracidade.

Usando o modelo de Nelson adaptado por Bruggeman para o caso de uma cavidade ressonante acoplada através de bordas curvas, e considerando a mesma razão de diâmetros, os resultados apresentados na Figura 3.27 mostram a amplitude da re-alimentação associada ao primeiro modo hidrodinâmico, $h=1$.

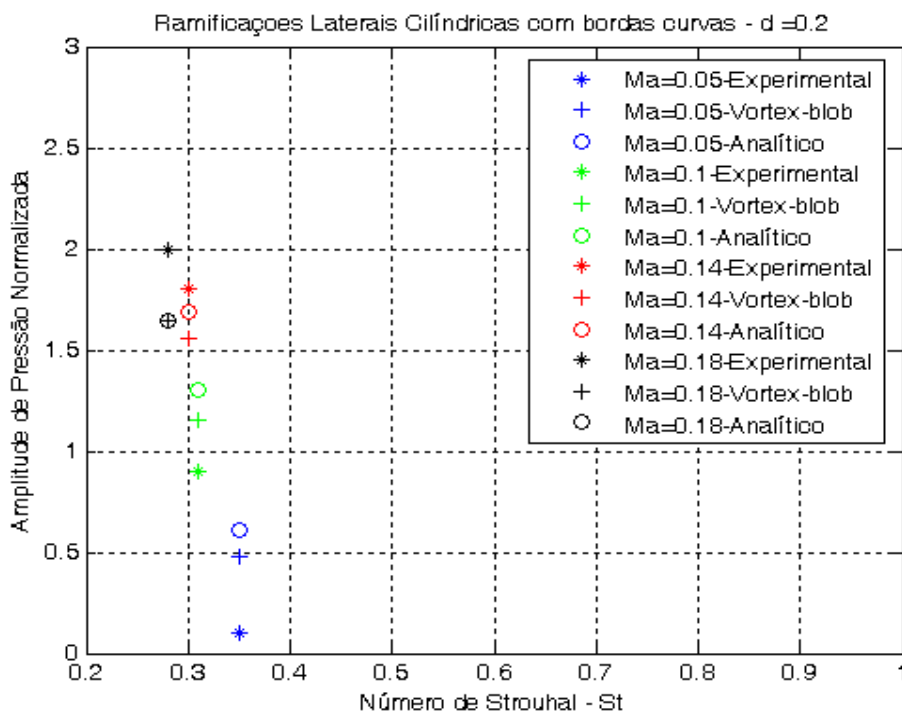


Figura 3.27: Amplitude de Pressão Normalizada obtida por Jungowski (1989) e resultados preditos pelo modelo de Nelson e pelo modelo numérico “Vortex-Blob”, para sistemas acoplados através de bordas do tipo curva em função do número de Strouhal Sr.

Verifica-se que a amplitude da re-alimentação em regimes elevados não se relaciona com a presença de bordas cantos vivo. Este resultado é corroborado de forma conjunta

pelas medições de amplitudes experimentais e pelos resultados previstos pelos modelos analíticos e numéricos.

Estes resultados mostram que a re-alimentação do campo acústico em bordas do tipo canto vivo são menores do que aquelas presentes em sistemas acoplados mediante bordas curvas. Esta conclusão é contraditória à idéia comumente aceita de que a re-alimentação do campo acústico seja causada em grande parte pela presença de bordas cantos vivo.

Os resultados apresentados na Figura 3.28 se referem ao caso de uma cavidade ressonante com razão de diâmetro dada por 0,26, acoplada através de cantos vivos e bordas curvas:

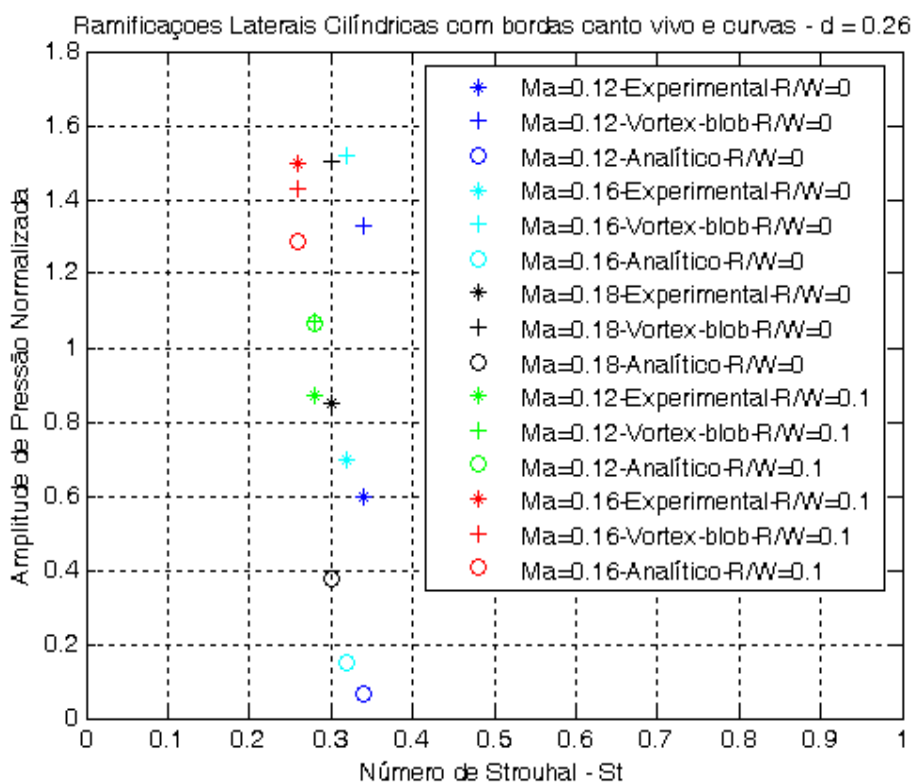


Figura 3.28: Amplitude de Pressão Normalizada obtida por Jungowski (1989) e resultados preditos pelos modelos analíticos e pelo modelo numérico “Vortex-Blob”, para sistemas acoplados através de bordas do tipo canto vivo e bordas curvas em função do número de Strouhal S_r .

Os resultados para o caso do primeiro modo hidrodinâmico, mostram a comparação direta dos resultados da amplitude de pressão normalizada para diferentes tipos de bordas. Verifica-se que o número de Strouhal é deslocado à medida que o regime de amplitudes elevadas é atingido, deslocando-se para aproximadamente $S_r = 0,26$, sendo este valor bem próximo ao resultado esperado de $S_r \sim 0,3$ (Bruggeman *et al.*, 1989). Em tal situação, o

comportamento dos vórtices desprendidos assemelha-se ao mostrado na Figura 3.15(a).

Verifica-se que na maior parte dos casos observados, para esta razão de diâmetro, os valores previstos pelo modelo analítico de Howe para a amplitude normalizada de pressão (bordas canto vivo – $R/W = 0$) apresentam valores subestimados. Tal resultado já era esperado, dado a não aplicabilidade nesta situação da hipótese referente à independência da vorticidade em relação ao campo acústico da cavidade ressonante.

Considerando o aumento do diâmetro da ramificação lateral, verificam-se diferenças em relação à amplitude normalizada obtida para modelos com razões menores. O resultado da figura 3.29 se refere à razão de diâmetro 0,52:

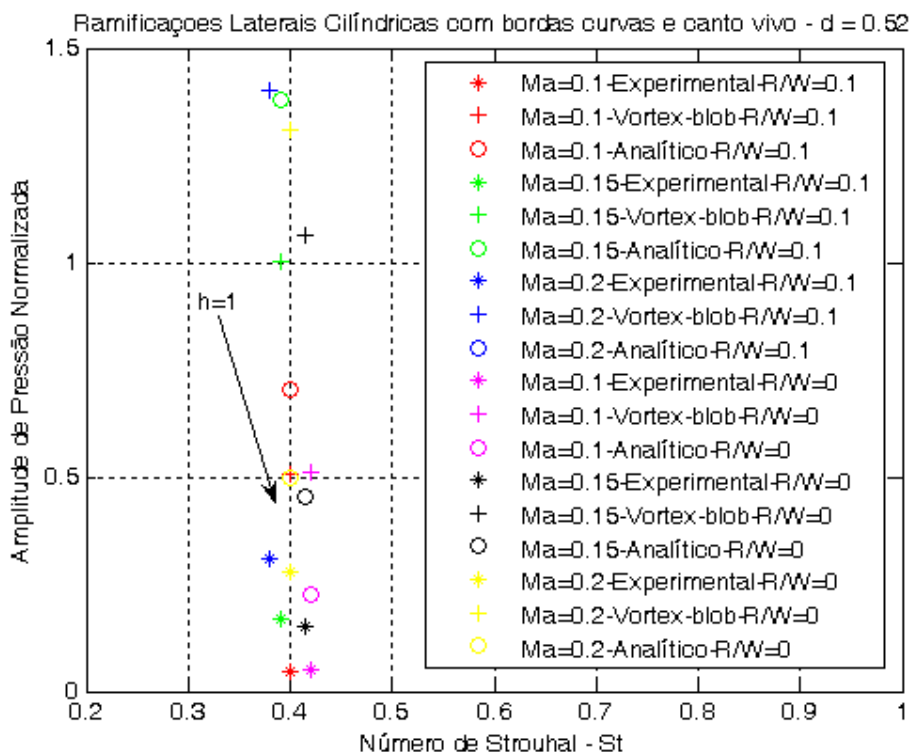


Figura 3.29: Amplitude de Pressão Normalizada obtida por Jungowski (1989) e resultados previstos pelos modelos analíticos e pelo modelo numérico “Vortex-Blob”, para a razão $\bar{d} = 0.52$ em função do número de Strouhal St .

Verifica-se que neste caso a amplitude de pressão normalizada apresenta valores inferiores aos resultados para a razão de diâmetro $\bar{d} = 0,2$ conforme sugerido pelo critério do fator de qualidade. Contudo, apesar do baixo valor do fator Q , neste caso devido à razão de diâmetro 0,52, a pressão acústica no topo do ressonador chega a ser da ordem de uma magnitude menor do que à metade da pressão dinâmica do escoamento no duto principal, conforme pode ser observado no resultado da amplitude de pressão normalizada descrita pela Figura 3.29.

A Figura 3.30 representa o resultado vinculado a uma maior razão de diâmetro testada, em que a razão de diâmetro é igual à unidade.

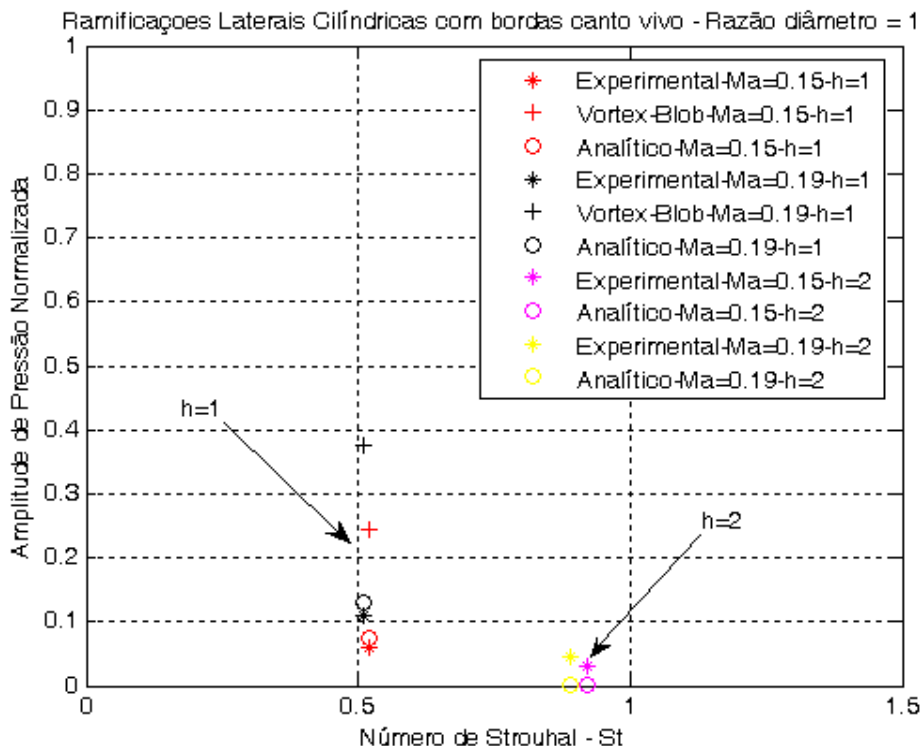


Figura 3.30: Amplitude de Pressão Normalizada obtida experimentalmente por Jungowski (1989) e resultados preditos pelos modelos analíticos e pelo modelo numérico “Vortex-Blob”, para a razão $\bar{d} = 1$ em função do número de Strouhal Sr.

Conforme esperado, os resultados para re-alimentação serão menores neste caso, indicando desta forma a presença do regime de amplitudes moderadas. A re-alimentação é menor, pois a impedância de radiação acústica será maior na região de intersecção devido ao aumento da seção transversal referente à região de intersecção.

Os resultados de Bruggeman (1991) ilustram a magnitude da re-alimentação para o caso $\bar{d} = 0,83$. Substituindo os parâmetros geométricos do sistema para o caso analisado por Bruggeman, verifica-se que a frequência de ressonância referente ao primeiro modo acústico será de $f = 739$ Hz. Para o caso de dutos acoplados mediante bordas do tipo canto vivo, a amplitude máxima de re-alimentação do campo acústico ocorrerá quando a velocidade do escoamento principal for aproximadamente igual a $U_0 = 39,4$ m/s.

Conforme será visto, o resultado para a amplitude normalizada predita pelo modelo numérico “Vortex blob” apresenta um resultado 40% maior do que o resultado experimental.

Os resultados analíticos (modelo de Howe) também apresentam valores maiores vinculados à amplitude normalizada de pressão.

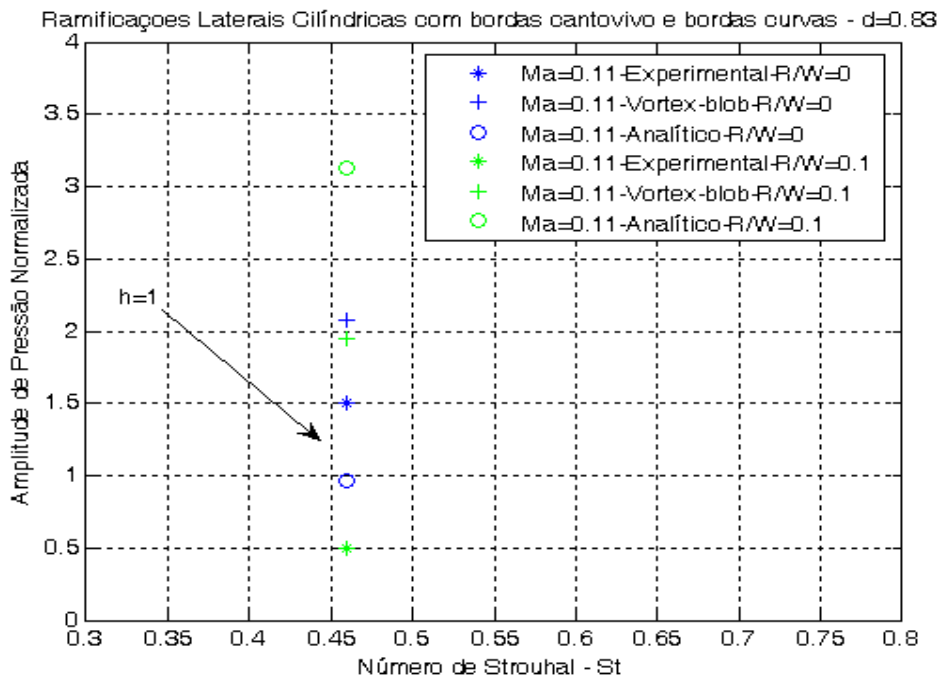


Figura 3.31: Amplitude de Pressão Normalizada obtida experimentalmente por Bruggeman (1991) e resultados preditos pelos modelos analíticos e pelo modelo numérico “Vortex-Blob”, para a razão $\bar{d}=0.83$ em função do número de Strouhal St .

Nota-se que a mesma superestimação ocorre para o caso com acoplamento via bordas curvas. Para tais bordas, verifica-se que o resultado utilizando o modelo numérico “vortex-blob” chega a ser quase quatro vezes maior do que a amplitude normalizada inferida experimentalmente, quando o modelo de Nelson é aplicado o fator de superestimação chega a ser da ordem de seis vezes maior.

Tal característica pode estar relacionada ao nível relativamente baixo da amplitude da re-alimentação observada neste caso, u'/U aproximadamente 0,04. A avaliação destes resultados, e o modo pelo qual a amplitude da re-alimentação é variada sob diferentes regimes de escoamento fornecem auxílio na sistematização da abordagem experimental.

4 Metodologia Numérica de Solução

4.1 Aeroacústica Computacional (CAA)

A razão entre a potência sonora emitida $\langle P_{\text{acustica}} \rangle$ e a potência mecânica do escoamento, pode ser inferida através do trabalho de Lighthill (Ayhan *et al.*, 2005), de modo que:

$$\frac{\langle P_{\text{acustica}} \rangle}{\langle P_{\text{escoamento}} \rangle} \approx 10^{-4} M_0^5 \quad (4.1)$$

Desta forma, a potência sonora irradiada apresenta uma magnitude de grandeza bem inferior à potência mecânica do escoamento, principalmente para escoamentos subsônicos ($M_0 < 1$).

A fim de contornar os erros numéricos associados ao truncamento das equações governantes, um algoritmo que resolva o campo acústico acoplado ao escoamento deveria ter uma acurácia (considerando escoamentos subsônicos com $M_0 < 0,1$) de pelo menos 10^{-9} (Aya, *et al.*, 2005). De fato nota-se que, quanto menor o nível de energia do escoamento, maior será a necessidade de esquemas numéricos de alta ordem, sendo particularmente dramática a situação para o caso de escoamentos subsônicos externos (Hirschberg, 2002).

A utilização da simulação numérica direta (DNS) torna-se uma alternativa significativa. Contudo, conforme será exposto, do ponto de vista computacional tal abordagem é extremamente custosa.

Esquemas alternativos à DNS têm sido continuamente buscados e soluções promissoras associadas a diversas aplicações em aeroacústica têm sido obtidas. A aeroacústica parte da obtenção de esquemas aproximados vinculados a tais circunstâncias, de modo que a solução numérica direta do escoamento não necessariamente precisa ser obtida.

Dentre essas alternativas de solução do problema em aeroacústica, ressalta-se a utilização de métodos híbridos empregados para a simulação do campo acústico próximo e do campo acústico afastado. Estes esquemas definem a análise do problema mediante a separação do campo do escoamento e do campo acústico, podendo ser definido através dos seguintes passos:

1. Obtenção da solução do escoamento, de modo que a partir desta solução a localização dos termos fontes é inferida;
2. Obtenção do campo acústico no campo afastado, considerando a resolução da equação da onda não homogênea a partir dos termos fontes obtidos na solução numérica do escoamento.

O procedimento padrão consiste em resolver primeiramente o escoamento, determinando os termos fontes. Ainda que as pequenas escalas do escoamento turbulento não sejam tratadas diretamente, a acurácia numérica deve ser tal que as não homogeneidades do escoamento (termos fontes) sejam resolvidas.

A combinação da resolução numérica do escoamento através da fluidodinâmica computacional (CFD) aliada a métodos numéricos aplicados a acústica computacional, tais como o método dos elementos finitos (FEM), e do método de elementos de contorno (BEM), aliada a solução obtida através de CFD, tornam-se a base da abordagem híbrida.

Tradicionalmente, a abordagem numérica concernente à aeroacústica computacional (CAA) é feita utilizando-se métodos baseados na discretização das equações governantes, considerando a hipótese de um meio contínuo. Isto significa que a evolução temporal do campo acústico e do campo do escoamento é obtida através de esquemas de truncamento, levando à discretização espacial do sistema de equações através do uso de malhas, onde cada elemento espacial representa uma equação linear algébrica.

Deste modo a obtenção do comportamento temporal do continuum a partir de sua contraparte discretizada (malha) é feita utilizando-se funções de interpolação fornecidas por esquemas de discretização, tais como o método dos volumes finitos.

A resolução numérica do escoamento baseada na discretização das equações de conservação, com aplicação em CAA geralmente é feita de três formas distintas:

1. Modelos RANS (URANS) + SNGR ((Unsteady) Reynolds Averaged Navier-Stokes equations + Stochastic Noise Generation and Radiation);
2. LES (Simulação de Grandes Escalas);
3. DNS (Simulação Numérica Direta).

Esta dissertação considera a solução numérica do escoamento no sistema constituído de dutos com ressonadores acoplados, através de modelos RANS e URANS a serem discutidos.

A utilização do algoritmo SNGR combinado com modelos RANS foi realizada através do módulo de acústica do software Fluent (Fluent, 2006). Neste algoritmo, as componentes de flutuação turbulenta de velocidade são sintetizadas usando o campo de velocidade turbulento inferido a partir da simulação do escoamento via modelo RANS.

A partir da reconstrução do campo de flutuações, as derivadas necessárias para o cômputo dos termos fontes oriundos da analogia de Lilley (Equação 3.36) são inferidas através da sintetização deste campo de flutuação de velocidade em cada ponto no espaço e no tempo através de modos de Fourier discretizados (Fluent 2006):

$$\bar{u}(\bar{x}, t) = 2 \sum_{n=1}^N \tilde{u}_n \cos(\vec{k}_n \bar{x} + \psi_n) \bar{\sigma}_n \quad (4.2)$$

em que \tilde{u}_n , ψ_n e $\bar{\sigma}_n$, são a amplitude, a fase, e o vetor unitário direcional, respectivamente, do n -ésimo modo de Fourier associado ao vetor número de onda.

Este algoritmo, quando combinado com modelos RANS para a avaliação do escoamento turbulento médio (no caso os modelos de turbulência k- ϵ , k- ω e SST), permite à descrição estatística das fontes sonoras associados ao escoamento médio. Logo, todos os termos aferidos mediante o algoritmo SNGR são de natureza quadrupolar⁴.

As ferramentas numéricas citados nos Itens 2 e 3 (LES e DNS, respectivamente), podem ser encontradas em diversas publicações (Wagner, 2006), sendo que os custos computacionais associados a tais abordagens são evidentemente muito maiores.

O presente trabalho considera a solução do escoamento utilizando duas abordagens numéricas distintas disponíveis atualmente em CFD: i) abordagem macroscópica, utilizando o método dos volumes finitos, ii) abordagem microscópica, utilizando o método Lattice-Boltzmann. Essas duas abordagens foram aplicadas com propósitos diferenciados.

A análise do escoamento incompressível pretende abordar, através de uma ramificação arbitrária com dimensões geométricas escolhidas mediante um critério *ad hoc*, de que maneira a distribuição dos termos quadrupolo na região de intersecção ocorre. O objetivo é inferir o papel de três diferentes tipos de borda sobre a distribuição destes termos ao longo de tal região.

O intuito da simulação através da abordagem macroscópica se refere à avaliação do escoamento em dois regimes distintos: incompressível e compressível.

A aplicação de métodos de avaliação de incertezas numéricas em CFD é também abordada, verificando a consistência da solução numérica através da análise extrapolada das variáveis associadas ao escoamento.

A simulação numérica do escoamento em regime compressível considera o regime transiente e permanente.

A aplicação do método de análise modal, através do algoritmo de Arnoldi (Fluent, 2006) é adotada unicamente na análise do escoamento compressível em regime permanente. Conforme será exposto, mediante tal algoritmo, as frequências de

⁴ Ver seção 3.4

ressonâncias da cavidade excitadas pelo escoamento serão obtidas para um dado regime de velocidade.

De forma concomitante, a simulação bi-dimensional transiente compressível, é feita com o objetivo de aferir, para um dado regime de escoamento, a flutuação de pressão na extremidade fechada da ramificação lateral acoplada.

4.2 Método dos Volumes Finitos

A formulação numérica concernente à discretização das equações governantes é feita utilizando-se do método dos Volumes Finitos. O atrativo desta formulação se refere ao fato das equações governantes serem satisfeitas para qualquer grupo de volumes de controle, de forma que mesmo para malhas de baixa precisão a solução numérica exhibe corretamente o balanço integral associado ao transporte e conservação das diversas variáveis. Maiores detalhes sobre este método podem ser encontrados na literatura (Patankar, 1981; Maliska, 1995).

O algoritmo de acoplamento pressão-velocidade utilizado no presente trabalho será o SIMPLEC (Maliska, 1995) para o caso do escoamento em regime permanente e o PISO (Maliska, 1995) para o caso do escoamento em regime transiente. Detalhes sobre estes algoritmos podem ser encontrados na literatura supracitada.

4.2.1 Modelagem de Escoamentos próximos a parede

A resolução numérica do escoamento turbulento é feita utilizando-se modelos RANS ($k-\epsilon$ e SST) e, para o caso compressível-transiente, URANS ($k-\epsilon$).

Para a resolução do escoamento na região de parede utilizam-se funções de parede e para malhas com refinamento adequado na região viscosa, a mesma é resolvida via SST.

Na região da parede, o transporte molecular e turbulento da quantidade de movimento apresenta magnitudes distintas dependendo da espessura da camada limite. A tensão de cisalhamento na parede deve-se unicamente ao transporte molecular viscoso, que neste caso é dominante e caracteriza a região da subcamada limite viscosa, podendo ser avaliada pela seguinte expressão:

$$\tau_w = \mu \left(\frac{dU}{dx} \right)_{y=0} \quad (4.3)$$

A partir desta tensão, a velocidade de fricção é definida da seguinte forma:

$$u_{\text{fricção}} = \sqrt{\frac{|\tau_w|}{\rho}} \quad (4.4)$$

Por outro lado, a espessura da subcamada limite viscosa δ_1 é dada pela razão (Fox, 1981):

$$\delta_1 = \frac{5\nu}{u_{\text{fricção}}} \quad (4.5)$$

A partir desta espessura, a distância em relação à parede pode ser normalizada em relação ao parâmetro definido abaixo:

$$y^+ = \frac{y}{\delta_1} \quad (4.6)$$

O valor de y^+ é importante para a escolha adequada do tipo de tratamento a ser aplicado, na camada limite formada próxima a região de parede.

Para o modelo de turbulência k- ϵ , como a região viscosa não é necessariamente bem resolvida para altos números de Reynolds, utilizam-se funções de parede padrão. Estas funções são adequadas quando a distância do primeiro nó em relação à parede for tal que $y^+ > 30$ (Fluent, 2006). Desta forma a região da subcamada viscosa não é resolvida, aproximando-se o perfil logarítmico de velocidade existente na região externa (camada inercial) a esta subcamada.

Para a utilização do modelo SST, aconselha-se que o valor de y^+ esteja compreendido entre $3 < y^+ < 10$ (Fluent, 2006), caso o propósito seja caracterizar adequadamente o comportamento da região viscosa próxima à parede.

4.2.2 Métodos para estimativa da Incerteza Numérica: O índice de convergência da Malha

O método GCI (grid convergence index) objetiva estimar a incerteza da solução numérica devida unicamente a erros de truncamento associados à discretização espacial das equações governantes.

A avaliação da incerteza numérica associada à definição do índice de convergência do grid (GCI) tem sido apresentada em diversos trabalhos de fluidodinâmica computacional, através da seguinte relação (Celik, 2003):

$$GCI_{\text{fine}}^{21} = \frac{1.25e_a^{21}}{r_{21}^{p_a} - 1} \quad (4.7)$$

onde GCI é o indicativo da incerteza da solução numérica considerada e e_a^{21} é o erro relativo aproximado dado pela seguinte relação:

$$e_a^{21} = \left| \frac{\phi_1 - \phi_2}{\phi_1} \right| \quad (4.8)$$

Na equação acima, ϕ_1 e ϕ_2 são os valores das variáveis numéricas obtidas para as malhas mais e menos refinadas, respectivamente. A variável r_{21} se refere à razão de refino entre as malhas mais e menos refinadas.

No presente trabalho foram utilizadas malhas estruturadas com razão de refino constante, sendo a distinção entre as mesmas relacionadas através da seguinte relação (Celik, 2003):

$$q = \frac{h_2}{h_1} \quad (4.9)$$

com h_1 sendo o número de elementos da malha mais refinada, h_2 o número de elementos da malha menos refinada, q a razão de refino entre as malhas mais e menos refinada. No presente estudo, $q = 4$.

Para o cálculo dos valores extrapolados há a necessidade de se determinar a ordem de convergência espacial oriunda dos resultados numéricos, sendo neste caso inferida uma ordem de convergência aparente p_a . Neste trabalho são utilizadas malhas com razões de refino constante de tal maneira que a ordem aparente é determinada através da seguinte relação:

$$p_a = \frac{\ln\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{\phi_2 - \phi_3}\right)}{\ln(q)} \quad (4.10)$$

O numerador da Equação (4.10) é definido como a razão de convergência. Desta forma, os valores extrapolados podem ser determinados através da seguinte expressão:

$$\phi_{ext}^{21} = \frac{(r_{21}^p \phi_1 - \phi_2)}{(r_{21}^p - 1)} \quad (4.11)$$

em que ϕ_{ext}^{21} é o valor extrapolado da variável numérica analisada, considerando os resultados obtidos para a malha fina ϕ_1 e grossa ϕ_2 .

4.3 Volumes Finitos aplicados à Análise Modal

Para a obtenção das ressonâncias acústicas da cavidade, será utilizado um algoritmo que considera previamente os efeitos relacionados à reflexão, refração, convecção dos fenômenos ondulatórios vinculados à presença de campos acústicos excitados pelo escoamento em cavidades.

As freqüências de ressonâncias e os modos acústicos da cavidade serão computados numericamente via Volumes Finitos, utilizando-se da ferramenta de Análise Modal, conforme disponível no código Fluent. Esta formulação numérica usa como parâmetro de entrada, o escoamento transiente obtido a partir de uma simulação estacionária aliada a condições de contorno prescritas *a priori* (Caraeni *et al.*,2009).

A aplicação desta ferramenta é ideal no presente caso, visto que as oscilações acústicas excitadas pelo escoamento apresentam componentes tonais próximas aos modos de ressonância da cavidade profunda (tubo ressonante). Os detalhes referentes ao desenvolvimento do algoritmo de Arnoldi, utilizado na implementação da presente ferramenta, podem ser encontrados em Caraeni (2009).

4.4 Simulação do Escoamento Incompressível

A metodologia a seguir descreve a abordagem numérica referente à análise estacionária do escoamento em regime incompressível. Esta abordagem objetiva inferir os resultados da dinâmica do escoamento próximo à região de borda em um duto com ramificação lateral de dimensões arbitrárias, a fim de verificar os efeitos sobre tal dinâmica devido a variáveis geométricas vinculadas à geometria das bordas.

Na simulação incompressível permanente, a dinâmica do escoamento será avaliada através do perfil de velocidade. Do ponto de vista acústico, a distribuição de fontes sonoras locais será obtida utilizando-se da analogia de Lilley.

Desta forma, a simulação estacionária incompressível do escoamento pode ser sumarizada através dos seguintes passos:

1. Simulação bi-dimensional do escoamento em regime incompressível;
2. Avaliação da geometria das bordas do sistema acoplado sobre as variáveis que caracterizam a dinâmica do escoamento;
3. Sintetização do escoamento turbulento, de modo a definir a distribuição dos termos fontes através do algoritmo SNRG. Este algoritmo permite a obtenção dos termos vinculados à analogia de Lilley, verificando o efeito da distribuição espacial destes termos para diferentes configurações de bordas;
4. Aplicação do algoritmo GCI, verificando a consistência das simulações numéricas através da análise de soluções extrapoladas;

4.4.1 Domínio Computacional para o Escoamento Incompressível

Os experimentos numéricos foram efetuados para três tipos de bordas, de forma que para cada uma delas, três malhas com refinamentos distintos foram consideradas para a análise e verificação dos erros de truncamento.

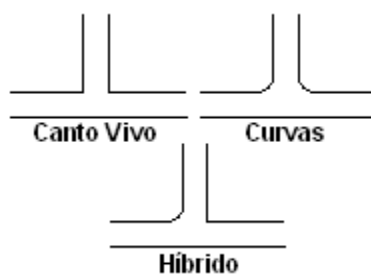


Figura 4.1: Geometrias de borda analisadas.

O grau de refino das malhas é identificado pela letra C para a malha com o menor nível de refino, pela letra D para o refino intermediário e pela letra E para o maior nível de refino.

Para a borda do tipo canto vivo, as três malhas associadas são denotadas pelas letras C, D e E. As malhas referentes às geometrias com bordas curvas são identificadas pelas letras C1, D1, e E1, e para as malhas com geometrias do tipo bordas híbridas, a identificação se dá por intermédio das letras C2, D2 e E2.

O impacto do refino de malha sobre a solução numérica das variáveis analisadas foi determinado através do estimador GCI. A obtenção das variáveis associadas foi feita para o conjunto de pontos localizados na região de intersecção e na região a jusante da borda posterior.

O domínio numérico de solução do regime de escoamento, é mostrado na figura 4.2.

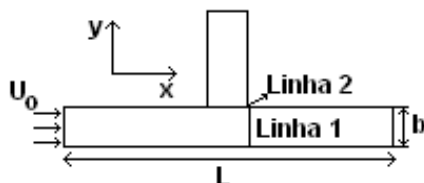


Figura 4.2: Domínio de cálculo para a determinação do campo de velocidade e fontes sonoras.

O fluido considerado é ar, com densidade constante ($\rho = 1 \text{ kg/m}^3$) e viscosidade dinâmica $\mu = 2 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}$. As condições de contorno impostas são do tipo Dirichlet, com um conjunto de valores para a velocidade na entrada e um conjunto de valores de pressão na saída do tubo, conforme a seguir:

1. Na entrada e na saída do duto adotam-se condições de contorno de velocidade e pressão, respectivamente;
2. Condição adiabática de não escorregamento nas superfícies sólidas do domínio;

A geometria do sistema consiste em uma ramificação lateral arbitrária, cujo objetivo não consiste em atenuar os modos de ressonância do duto principal. O objetivo é unicamente explicitar a variabilidade do perfil de velocidade para bordas de configurações

geométricas distintas, descrevendo a distribuição local dos termos fontes associados à analogia de Lilley.

Na presente análise, o duto principal possui um diâmetro $D = 0,01$ m e um comprimento $L = 0,7$ m. O escoamento turbulento adentra o duto principal com uma intensidade turbulenta significativa, sendo que na entrada a condição de velocidade uniforme igual a 95 m/s é imposta ($M_0 = 0,27$), com uma intensidade turbulenta de 3%. Na saída do tubo, a condição de pressão assume a condição atmosférica.

O modelo de turbulência utilizado é distinto para as três malhas vinculadas a cada tipo de borda, pois devido ao estudo do impacto de refino, funções de parede adequadas a modelos de turbulência diferentes serão utilizadas. Com o intuito de reduzir o custo computacional, as simulações numéricas com tratamento de parede foram feitas com um menor nível de refino. Contudo, devido ao aumento sucessivo de refino, os nós adjacentes à região de parede das malhas D e E ficarão eventualmente fora da região de perfil logarítmico (bem próximo a região de parede).

Desta forma, a aplicação de funções de parede passa a não ser mais adequada, bem como a aplicação do modelo $k-\epsilon$ para altos números de Reynolds, uma vez que o mesmo não é preciso para a resolução da subcamada viscosa.

Em vista de tais limitações, o modelo híbrido de turbulência SST foi adotado pelo fato deste ser um modelo mais preciso aplicado na região de parede. Tal método, conforme salientado resolve a subcamada viscosa com o modelo $k-\omega$ e em regiões afastadas o modelo padrão $k-\epsilon$ passa a ser adotado.

A caracterização dos efeitos de borda sobre as variáveis citadas foi obtida ao longo das linhas 1 indicada na Figura 4.2. A linha 1 corresponde à seção transversal a jusante da região de interseção entre o duto principal e o duto ressonante. Foi adotado neste trabalho o caso de uma geometria bidimensional.

Considerando que o erro numérico deve-se unicamente aos erros de discretização, os resultados na região de interseção foram inferidos, determinando desta forma os efeitos de borda sobre as variáveis a serem discutidas.

Assim, assume-se que outras fontes de erros, tais como arredondamento, erro de convergência do procedimento iterativo, são desprezíveis quando comparadas aos erros de discretização.

A minimização dos erros de arredondamento foi obtida pelo uso de variáveis de dupla precisão nas simulações. Já os erros de convergência foram minimizados através do emprego de um grande número de iterações.

O processo de iteração do Fluent é limitado por um critério de convergência definido a partir dos resíduos normalizados oriundos da integração das equações governantes. O processo de iteração é interrompido quando os resíduos normalizados das referidas

equações são menores do que o critério de resíduo adotado. Neste caso, foi especificado um resíduo igual a 10^{-7} usado como critério de convergência.

O modelo numérico empregado em todas as simulações adotou um esquema de segunda ordem para a interpolação das variáveis. Além disto, o algoritmo SIMPLEC foi empregado para resolver o acoplamento entre os campos de pressão e de velocidade obtidos numericamente na solução em regime incompressível permanente, resolvida de forma segregada.

Finalmente, deve ser mencionado que todas as simulações foram efetuadas considerando um transiente distorcido (Maliska, 1995), ou seja, as simulações neste caso são em regime estacionário, de modo que o transiente real não foi simulado. A solução discretizada foi obtida através de um esquema implícito, de modo a se obter rapidamente a solução para a condição de regime permanente (estacionário).

4.5 Simulação do escoamento compressível

A metodologia de solução do escoamento compressível é diferente da anterior. O intuito é avaliar o escoamento ao longo de uma configuração análoga ao modelo real voltado à aplicação de um tubo ressonante (com configurações típicas) aplicado ao duto principal do filtro acústico de sucção. Para este caso, a análise de perfis extrapolados vinculados à dinâmica do escoamento não será feita.

A solução numérica é obtida para o regime de escoamento compressível, transiente e estacionário. O propósito é obter as frequências de ressonância da ramificação lateral excitadas pelo escoamento, bem como caracterizar o acoplamento entre o campo acústico da cavidade com o escoamento no duto principal de forma natural.

A aplicação da formulação compressível transiente é distinta em comparação à solução numérica obtida pelo método *Vortex-Blob*. Conforme exposto, o modelo numérico de desingularização dos vórtices “*vortex-blob*” aplicado aos resultados experimentais obtidos por Jungowski (1989) e Bruggeman (1991) assume a hipótese do escoamento em regime incompressível. Assim, a caracterização do referido acoplamento implica na necessidade de introduzir o campo acústico da cavidade ressonante de forma externa, impondo o mesmo como uma condição de contorno *ad hoc* (Radavich *et al.*, 2001).

4.5.1 Domínio computacional para o escoamento compressível

A simulação bi-dimensional compressível-transiente foi efetuada para diferentes regimes de velocidades, buscando verificar a variabilidade da pressão acústica na extremidade fechada do ressonador, de modo a caracterizar o acoplamento entre o campo acústico com o escoamento de forma natural.

De forma aditiva, a aplicação do algoritmo de análise modal para o regime compressível-permanente permite identificar as ressonâncias excitadas pelo escoamento. O intuito é prover uma comparação direta com os resultados oriundos dos modelos analíticos, e do experimento efetuado. O trabalho de Radavich *et al* (2001) foi tomado como base para a simulação.

De forma similar ao caso anterior, a geometria do sistema considerado é bi-dimensional, a fim de limitar a complexidade computacional, reduzindo o custo computacional, quando comparado com uma simulação tridimensional (3D).

Resultados experimentais de Bruggeman (1991), Kriesels (1995) e Ziada (1999) mostram que o escoamento ao longo da região de intersecção determina a proeminência das interações não lineares associadas à re-alimentação do campo acústico ressonante no interior da cavidade. O caráter bi-dimensional do escoamento considerado não depende explicitamente, por exemplo, do fato da forma geométrica do tubo ressonante ser cilíndrica ou retangular.

Desde que a condição hidrodinâmica de ressonância seja equivalente em ambos os casos, resultados experimentais (Bruggeman, 1991)(Kriesels, 1995)(Ziada, 1999) mostram que a amplitude da realimentação do campo acústico interno à cavidade cilíndrica é análoga ao de uma cavidade retangular. Contudo, a região de borda deve ser a mesma nos casos considerados, dado o impacto significativo da configuração geométrica sobre a distribuição local da velocidade de partícula acústica (Bruggeman, 1991).

Mediante o emprego do software Fluent (versão 12.0.7), o método dos volumes finitos baseado em elementos é utilizado na determinação das frequências de ressonância das ramificações laterais acopladas e no monitoramento da oscilação de pressão acústica na extremidade fechada do tubo ressonante.

Devido à existência de limitações inerentes à ferramenta de análise modal (Caraeni *et al*, 2009), a determinação dos modos de ressonância intrínsecos ao sistema acoplado é feita para o caso da simulação do escoamento em regime estacionário considerando o caso de uma cavidade aberta. Em todos os casos analisados, um algoritmo de solução de dupla precisão foi utilizado, de maneira a reduzir os erros de arredondamento.

A solução numérica do escoamento compressível estacionário (RANS) e transiente (URANS) foi obtida utilizando-se um procedimento de solução segregado aplicado concomitantemente com o modelo $k - \epsilon$. Para o caso RANS, em algumas situações, o modelo SST também foi utilizado. Em ambos os casos, devido à análise do escoamento em regime compressível, a equação da energia também é resolvida.

Os níveis de vazão considerados estão em condições similares aos níveis de vazões testados na literatura, e no experimento a ser efetuado no presente trabalho. A condição de pressão absoluta utilizada se refere à pressão atmosférica em condições normais.

Além da determinação das frequências excitadas pelo escoamento no ressonador considerado, as frequências excitadas obtidas experimentalmente para as configurações analisadas por Kriesels (1995) e Bruggeman (1991) são também avaliadas numericamente através da utilização da ferramenta de análise modal, e através da simulação do escoamento em regime transiente.

Destacando de forma sumária, as condições de contorno utilizadas para o presente regime de escoamento, considerando as distintas configurações analisadas, são:

1. Na entrada do duto e na saída do duto condições de contorno do tipo pressão;
2. Condição adiabática de não escorregamento nas superfícies sólidas do domínio.

4.6 Simulação do Escoamento Compressível-Transiente

A interação não linear do campo acústico com a camada cisalhante formada na região de borda foi analisada através da solução do escoamento em regime transiente. Neste caso, o algoritmo PISO é utilizado, sendo semelhante ao SIMPLEC, no entanto mais adequado para o regime de escoamento transiente, devido a uma precisão maior (Maliska, 1995).

Com o propósito de reduzir o custo computacional associado à solução numérica em regime transiente, a região da camada viscosa não foi resolvida. Logo, o modelo $k - \epsilon$ foi aplicado conjuntamente com funções de parede.

A presente investigação foi feita para o caso do ressonador analisado experimentalmente. De forma a validar os parâmetros da simulação, a configuração analisada por Bruggeman (1991) para o caso de uma única ramificação lateral acoplada, bem como a ramificação lateral do tipo co-axial analisada por Kriesels (1995), forma investigadas.

As simulações numéricas em regime compressível consideram unicamente o acoplamento entre a cavidade ressonante com o duto principal mediante bordas do tipo canto vivo.

Para o presente regime de escoamento, distintas configurações foram abordadas, com as seguintes condições de contorno:

1. Na entrada do duto, condição de fluxo de massa constante e na saída do duto condição de contorno do tipo pressão constante (pressão atmosférica);
2. Condição adiabática de não escorregamento nas superfícies sólidas do domínio;

Os parâmetros do domínio objetivam equilibrar malhas adequadas na representação do fenômeno. Para o caso da ramificação lateral do tipo co-axial analisada por Kriesels, e cuja comparação com a simulação numérica transiente e compressível via URANS (modelo $k - \epsilon$) foi efetuada, a malha estruturada possui 347.645 elementos. O grid neste caso apresenta uma razão de aspecto menor do que 1,5 implicando em uma malha de boa

qualidade (Gambit, 2008). Um exemplo da malha estruturada bi-dimensional na região de intersecção, com as condições de contorno impostas é ilustrado pela Figura 4.3.

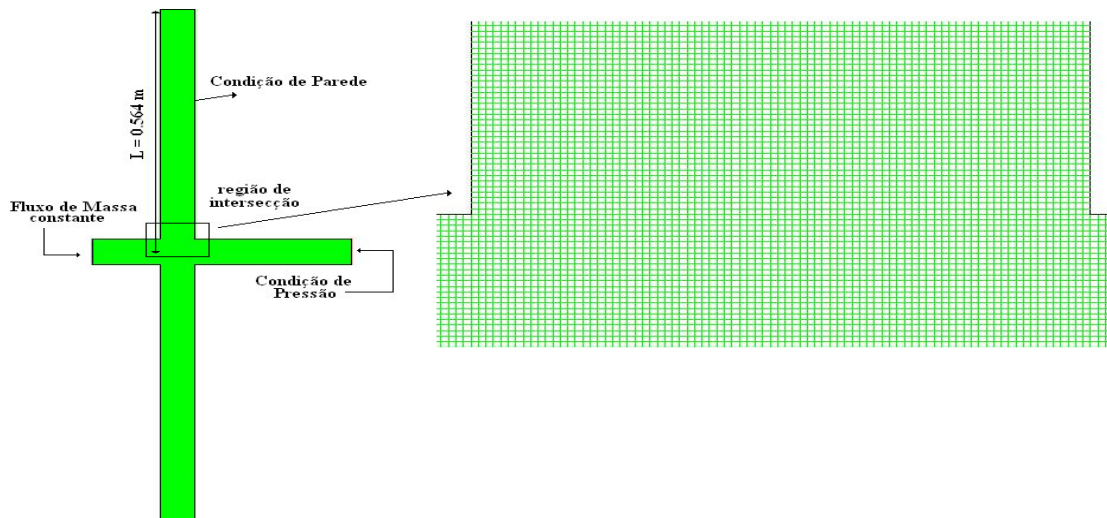


Figura 4.3: Domínio Numérico utilizado na simulação computacional para o caso da ramificação lateral co-axial analisado por Kriesels (1995).

Pelo fato do domínio numérico ser bi-dimensional, assume-se um diâmetro hidráulico d para o ressonador e D para o duto principal. No detalhe da Figura 4.3 observa-se que não existe distorção da malha, conforme também será observado pelos outros casos analisados, sendo tal fato conseqüente da utilização de uma malha bi-dimensional.

O caso analisado por Bruggeman (1991), de uma única ramificação lateral acoplada consiste de uma malha estruturada com menor número de elementos.

Com o objetivo de reduzir a complexidade computacional, vinculada ao tempo de processamento para obtenção da solução em regime permanente, os casos analisados, foram avaliados através da utilização de funções de parede.

Para a ramificação lateral de Bruggeman, o domínio numérico com um único ressonador acoplado consiste de 73.545 elementos, de modo que a razão de aspecto neste caso é similar a 1,5, enquadrando-se tal qual o caso previamente discutido dentro do critério de qualidade definido *a priori* (Gambit, 2008). O domínio numérico do presente caso é dado pela Figura 4.4.

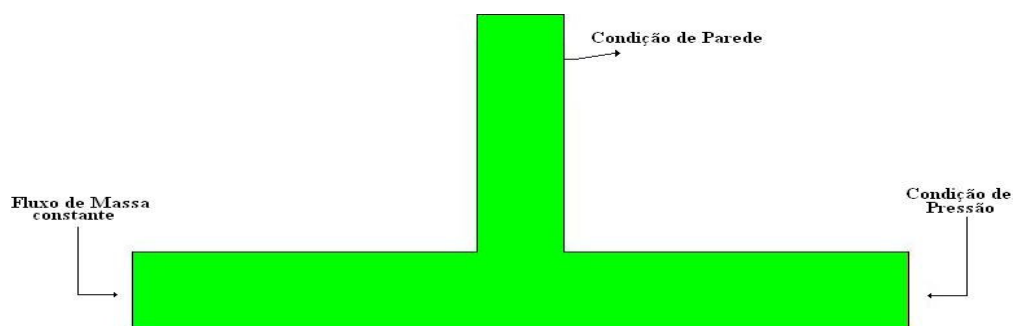


Figura 4.4: Domínio Numérico utilizado na simulação computacional para o caso da ramificação lateral única analisada por Bruggeman (1991).

O ressonador experimental que eventualmente poderia ser aplicado no tubo principal do *muffler* de sucção também apresenta um menor número de elementos em comparação ao caso analisado por Kriesels para a cavidade co-axial. Neste caso o número elementos corresponde a 53.284 elementos, com razão de aspecto de aproximadamente 1.4. A malha, mostrada na Figura 4.5 se refere à discretização do ressonador avaliado experimentalmente.

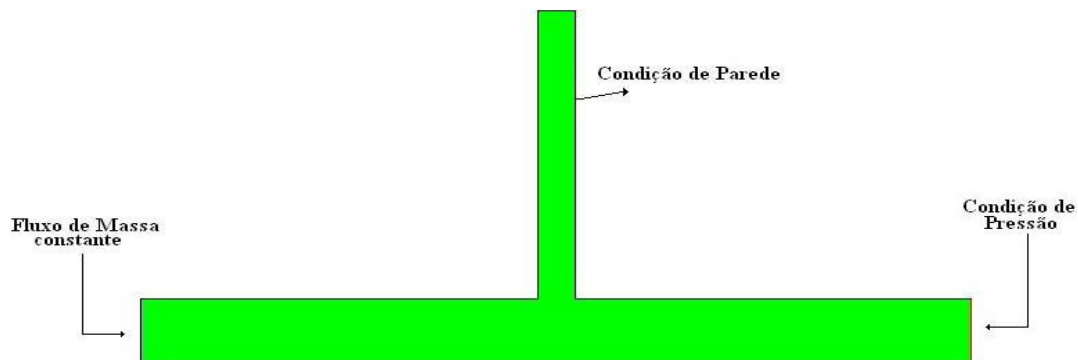


Figura 4.5: Domínio Numérico referente a simulação computacional para o caso do tubo ressonante avaliado experimentalmente.

Resultados de Kriesels (1995) a respeito da amplitude da pulsação $p'/\rho_0 c_0 U_0$ inferida no topo do ressonador mostra que o refino da malha computacional apresenta um impacto considerável na análise da re-alimentação decorrente da interação não linear do campo acústico com a camada cisalhante na borda anterior. Contudo, o presente caso não faz uma análise das incertezas numéricas para a simulação em regime compressível-transiente. Simulações numéricas em regime compressível-transiente ultrapassam a complexidade computacional referente ao caso da simulação em regime incompressível permanente.

Em simulações mais simples (incompressível-permanente), a análise do grid via GCI com o propósito de caracterizar a incerteza numérica da solução numérica extrapolada foi efetuada. No entanto, o levantamento da incerteza numérica associada ao caso transiente-compressível demandaria a análise de várias situações, o que implicaria em elevados tempos de simulação para cada caso analisado.

A escolha da malha para o caso transiente-compressível foi feita considerando os seguintes critérios estabelecidos de maneira *ad hoc*:

1. Tempo de processamento;
2. A capacidade da malha em capturar o início do processo de desprendimento de vórtices;
3. Os valores obtidos para as oscilações de pressão na extremidade fechada do ressonador;
4. O valor da discretização temporal representada pelo *time-step* intrínseco a simulação transiente considerada.

A escolha do intervalo de tempo adotado na discretização temporal foi feita considerando-se a frequência de re-alimentação máxima previamente conhecida. Desta forma, foram utilizados intervalos de tempo menores do que a referência $\Delta t = 1/30f_{\text{re-alimentação}}$, onde $f_{\text{re-alimentação}} = S_1 U_0 / d$ se refere a frequência periódica do desprendimento de vórtices.

Nota-se que a restrição temporal quanto à discretização temporal utilizada apresenta um papel extremamente importante na avaliação da oscilação de pressão na extremidade do ressonador e na descrição do escoamento na região de intersecção.

Simulações numéricas para os casos analisados foram feitas mostrando que quando discretizações temporais (*time steps*) maiores do que 10^{-5} s são utilizadas, valores menores para a oscilação de pressão na extremidade do ressonador serão obtidos. Nota-se que quanto maior a discretização temporal menor será a captação das flutuações de pressão pela solução discreta. Tal fato deve-se à rápida convergência quando esquemas de discretização temporal com maiores incrementos são aplicados. Neste caso, o transiente associado não permite a caracterização adequada da dinâmica da vorticidade.

Com relação à convergência da solução numérica, esta foi assegurada baseando-se em hipóteses numéricas e bases físicas referente ao conhecimento prévio do escoamento no sistema acústico. Não foi considerado como satisfeito o critério de convergência quando unicamente os resíduos normalizados estivessem abaixo dos valores escolhidos *ad hoc*, ou ainda que a diferença dos fluxos na entrada e saída estivessem abaixo de 0,5% (Ansys, 2006).

Em todos os casos, os resíduos normalizados decaíram entre mais do que 2 ou 3 ordens de magnitude dentro de uma única iteração, de acordo com critérios bem estabelecidos. Este critério de convergência é estipulado como adequado quando simulações numéricas em CAA são realizadas (Fluent, 2006).

A Figura 4.6 expõe os resíduos normalizados para o caso da simulação numérica vinculada ao ressonador analisado.

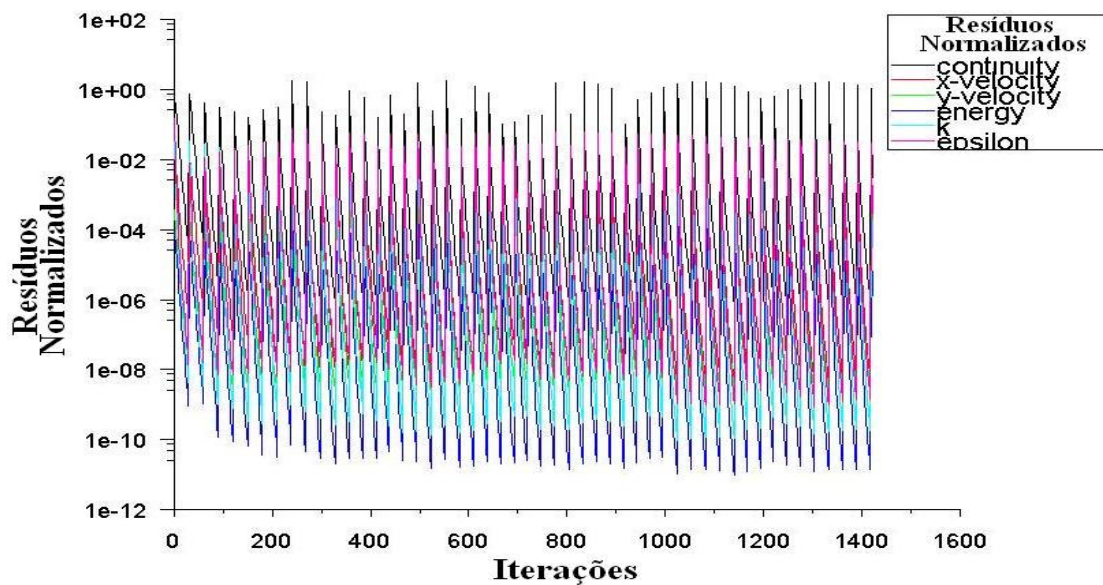


Figura 4.6: Resíduos normalizados dentro do critério de convergência vinculado à aeroacústica computacional (Fluent, 2006) para o caso considerado experimentalmente.

Quando o monitoramento da pressão na extremidade da ramificação lateral indicava um estágio dinamicamente estacionário, os valores médios da pressão monitorada na extremidade do ressonador não apresentavam alterações adicionais significativas, indicando a convergência da solução numérica

Todas as simulações efetuadas consideraram esquemas de discretização de segunda ordem, sendo tais esquemas associados à interpolação dos termos advectivos.

O algoritmo de solução (*solver*) utilizado neste caso consiste, conforme dito, na opção da solução segregada. Para a solução completa do sistema de equações existe a necessidade obrigatória de se considerar o acoplamento pressão-velocidade, o que foi feito com o algoritmo PISO para o caso transiente-compressível e o SIMPLEC para o caso permanente-compressível e permanente-incompressível.

5 Metodologia Experimental

5.1 Descrição do Aparato Experimental

O aparato experimental consiste na medição de três configurações experimentais distintas. Tais configurações servem aos seguintes propósitos:

1. Medição da Função de Transferência do sistema constituído do duto simples e com ressonador;
2. Medição do ruído global externo através da aferição experimental do ruído irradiado pelo jato desprendido no bocal de saída do duto;
3. Medição da pressão acústica no topo da extremidade do ressonador através da utilização do microfone de campo difuso;

Todos os experimentos foram efetuados com ar, de modo que as condições locais de pressão vinculadas ao sistema de medição estão sob pressão atmosférica.

Com o intuito de avaliar os resultados sob diferentes regimes de velocidades, o sistema de medição consiste da bancada de ruído gerado por escoamentos em *mufflers* disponibilizada pelo Laboratório de Vibrações e Acústica (LVA):

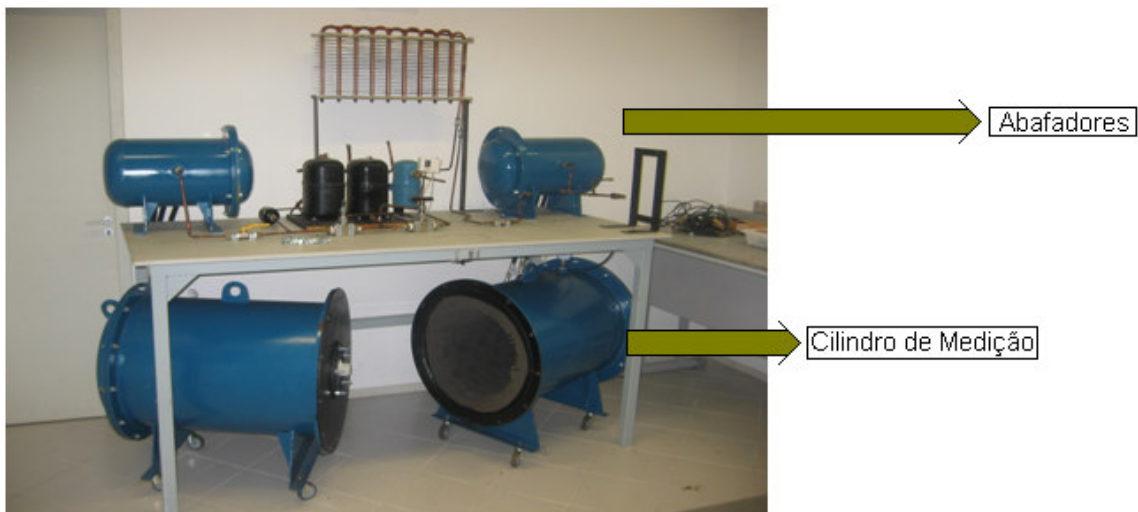


Figura 5.1: Bancada Experimental utilizada

O tanque principal consiste de dois cilindros, cujo revestimento interno propicia a imposição de condições anecóicas, conforme exposto na Figura 5.2.

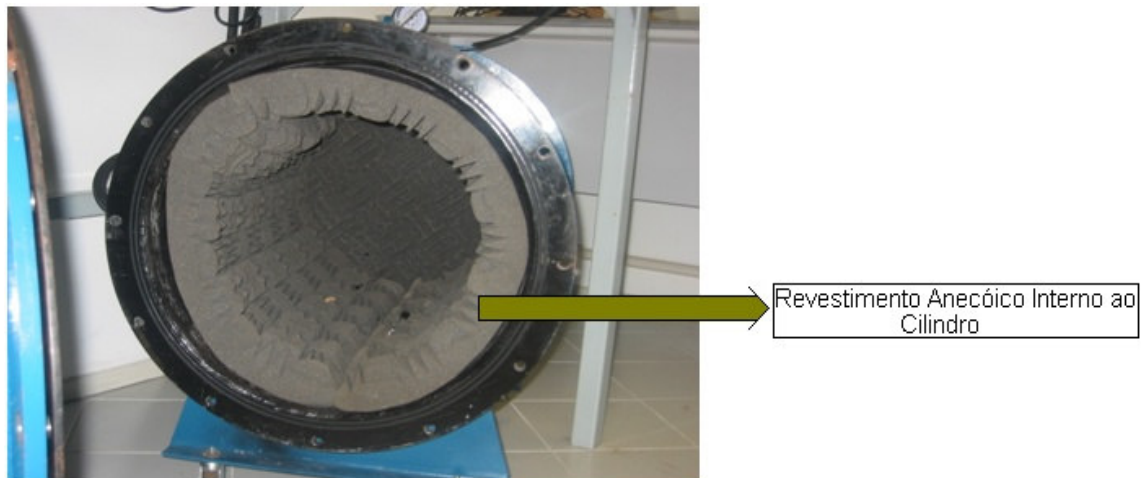


Figura 5.2: Revestimento interno ao cilindro

A separação entre os dois cilindros é feita através da utilização de uma chapa. A representação esquemática do sistema como um todo é descrito pela Figura 5.3:

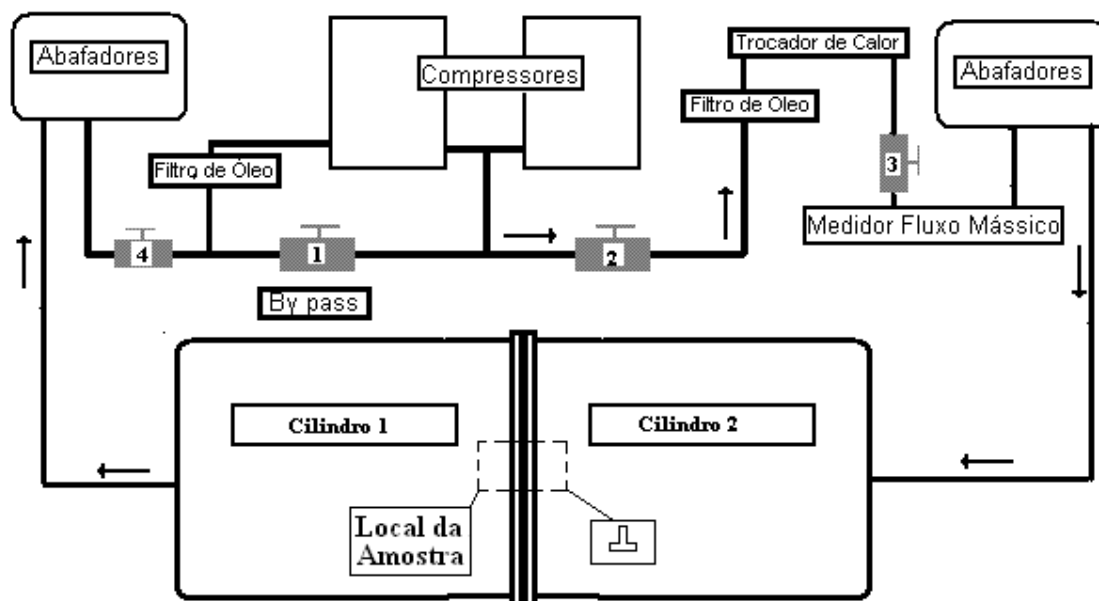


Figura 5.3: Representação esquemática do sistema de medição, as setas indicam o sentido do fluxo mássico.

O sistema de geração do fluxo mássico de ar consiste nos compressores em paralelo, conforme pode ser observado pela Figura 5.3. Dois abafadores foram instalados no circuito interno da bancada com o intuito de reduzir o ruído gerado pelo sistema de compressores, de modo a não afetar as medições realizadas internamente ao cilindro.

A fim de não afetar a viscosidade do fluido, filtros de óleo e trocadores de calor foram utilizados.

A regulação dos níveis de vazão a serem testados, foi feita através da utilização de um *by-pass*. Mantendo-se três válvulas totalmente abertas (válvulas número 2,3 e 4), a regulação da vazão foi feita através da válvula número 1.

As condições referentes à válvula número 1 no circuito acima implicam na utilização da mesma como um *by-pass*. A condição aberta permite a recirculação do escoamento no circuito interno aos compressores em paralelo, enquanto que a condição de fechada para tal válvula implica em fluxos de massa de magnitude maior ao longo de todo o sistema.

A vazão gerada pelo sistema de compressores foi determinada experimentalmente através do medidor de fluxo de massa Micromotion. Tal dispositivo define-se como um fluxímetro do tipo Coriolis, que opera segundo o princípio da aceleração de Coriolis associada a um sistema de coordenada não-inercial. Neste dispositivo, a saída do medidor é diretamente proporcional à vazão em massa (White, 1999).

O sistema com o fluxímetro aplicado é exposto na Figura 5.4:

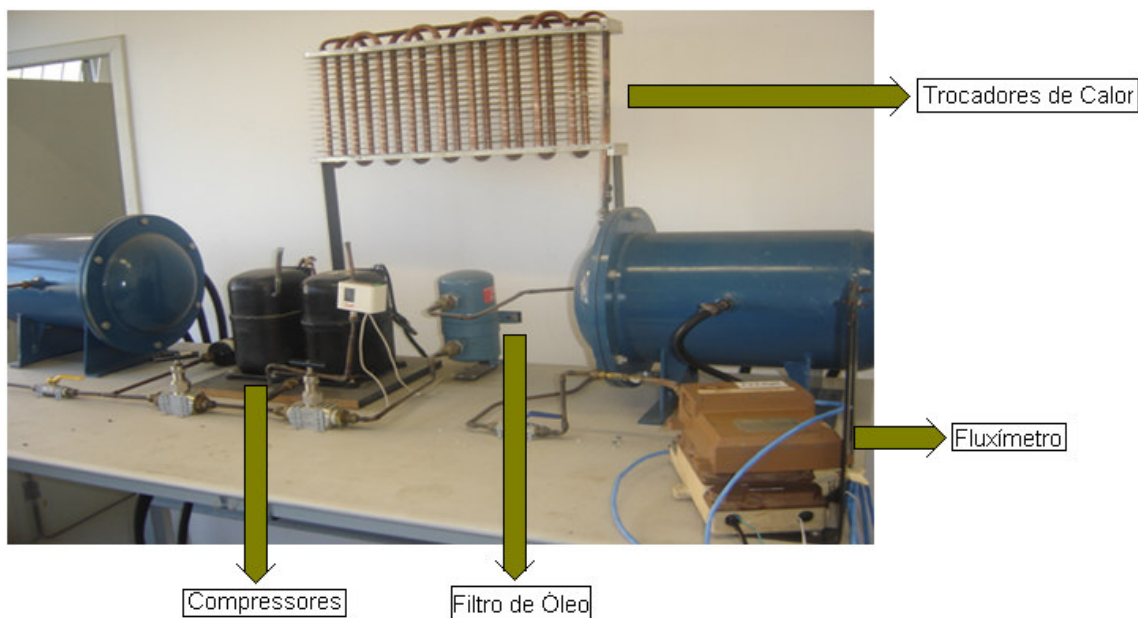


Figura 5.4: Sistema de geração do fluxo mássico com o fluxímetro conectado.

Tendo caracterizado a forma pela qual o escoamento é gerado, a próxima seção detalhará como os níveis de vazão foram avaliados.

5.2 Medição de Vazão

Pela leitura do multímetro digital, conectado ao medidor de fluxo mássico utilizado na bancada, a caracterização do regime de escoamento estacionário imposto é verificada pela

leitura do nível de tensão medido pelo instrumento, isto se deve a calibração do fluxímetro em unidades de tensão (Volts).

De modo que sendo a tensão (Volt) aferida no multímetro, o parâmetro de saída do medidor, a tensão medida será maior quanto maior for fluxo de massa do sistema. A relação entre o fluxo de massa e a tensão determinada no multímetro é dada pela seguinte calibração:

$$\dot{m} = 8,12 V - 3,78 \quad (5.1)$$

onde \dot{m} se refere ao fluxo mássico em kg/h, e V a tensão em volts no multímetro. A incerteza resultante da calibração do fluxímetro corresponde a um fluxo de 0,09 kg/h. Desta forma a incerteza associada à medição da velocidade no duto principal ($D = 6,3 \text{ mm}$) considerando unicamente a incerteza de calibração (0,09 kg/h) será $\delta_{\text{fluxímetro}} = 0,66 \text{ m/s}$. A Figura 5.5 ilustra o citado dispositivo.



Figura 5.5: a) Fluxímetro MicroMotion modelo D6, b) Detalhe do fluxímetro conectado ao sistema

Contudo outras fontes de incerteza devem ser relatadas, visto que o sistema tinha uma instabilidade inerente ao modo como o fluxo é gerado. Desta forma qualquer deslocamento do sistema de válvulas, ou perda de eficiência do compressor devido ao aquecimento, implica na variabilidade do fluxo obtido.

Esta variabilidade, dentro da faixa de velocidades analisadas, introduz um erro sistemático da ordem de $\delta_{\text{erro}} \approx 0,3 \text{ m/s}$, de modo que a incerteza total associada ao sistema de medição de velocidades será:

$$\delta_{\text{total}} = \sqrt{\delta_{\text{cal}}^2 + \delta_{\text{erro}}^2} \approx 0,75 \text{ m/s} \quad (5.2)$$

Com o propósito de contornar ou minimizar tais efeitos, na medida do possível, os resultados a serem analisados nas seções posteriores se referem às medidas tomadas após a variação da leitura no multímetro ser praticamente nula após uma vazão ser estabelecida.

Foi imposta a condição de que a vazão, determinada experimentalmente no fluxímetro, corresponderia à velocidade no duto principal. Desta forma, a velocidade medida no duto pode ser obtida através da seguinte relação:

$$Q_{vazão} = \int_S \vec{U}_0 \cdot \hat{n} dS \quad (5.3)$$

onde \vec{U}_0 é a velocidade do escoamento no interior do duto.

5.3 Configurações Experimentais

A presente etapa aborda o método experimental com o intuito de elucidar algumas questões expostas anteriormente, através dos resultados experimentais.

A sistematização da interação do campo acústico com o escoamento foi feita através da análise dos seguintes efeitos:

1. Efeitos do escoamento sobre a função de transferência do duto simples e com ressonador acoplado;
2. Efeitos do escoamento sobre a totalidade do ruído externo emitido, com e sem ressonador.

A metodologia experimental visa determinar os efeitos associados ao escoamento sobre a aplicação de tubos ressonantes em filtros acústicos a partir da caracterização dos fenômenos supracitados:

- 1- ***Interação do campo acústico do duto principal com a vorticidade (e conseqüente turbulência) associada ao escoamento na entrada e na saída do duto;***

Com a utilização da bancada experimental, a interação do escoamento com os modos de ressonância do sistema constituído unicamente por um duto simples, e considerando o caso de um único ressonador acoplado foi obtida.

Tais efeitos foram avaliados utilizando a medição da função de transferência para as duas configurações citadas. A existência de um meio de propagação não estacionário no interior do duto com e sem a aplicação de um ressonador, ilustra significativos efeitos advindos do escoamento sobre a função de transferência do sistema a ser analisado, conforme será observado.

As dimensões geométricas referentes aos filtros utilizados correspondem ao protótipo a ser aplicado no *muffler* de um compressor alternativo. Neste caso o diâmetro do duto principal no presente trabalho é $D = 6,3$ mm e o diâmetro do ressonador $d = 3,2$ mm, logo a razão de diâmetro, neste caso, será igual a $\bar{d} = 0,51$. O comprimento do duto principal é $L = 70$ mm e o comprimento do ressonador utilizado é $L_r = 35$ mm.

Diferentes níveis de vazão foram testados com o objetivo de caracterizar a interação do escoamento com o campo acústico. A tabela 1 sumariza os parâmetros de natureza fundamental na análise dos resultados:

Tabela 1: Níveis de Vazões Testados para a análise do efeito do escoamento sobre as ressonâncias do duto simples e do duto principal com um ressonador acoplado.

mV	VAZAO (m ³ /s)	(m/s)	Re	Ma
500	6,48E-05	2,08	891	0,006
515	9,28E-05	2,98	1275	0,009
550	1,58E-04	5,07	2172	0,015
600	2,51E-04	8,06	3453	0,024
650	3,44E-04	11,05	4734	0,032
700	4,37E-04	14,05	6015	0,041
800	6,24E-04	20,03	8577	0,058
840	6,98E-04	22,42	9602	0,065
960	9,22E-04	29,60	12677	0,086
1030	1,05E-03	33,79	14471	0,099
1150	1,27E-03	40,97	17545	0,119
1200	1,37E-03	43,96	18826	0,128

Dois posições distintas foram escolhidas com o propósito de avaliar a flutuação de pressão ao longo do duto principal. O monitoramento experimental desta flutuação de pressão foi feito através de dois microfones pré-polarizados de campo livre (½”) B&K 4189.

A amplificação do sinal, de modo a transmitir o mesmo ao sistema de aquisição, foi feita através de um pré amplificador B&K 9857. O sistema de aquisição e análise dos dados consiste do software Pulse Labshop v 10.1 e do calibrador B&K 4231 conectado em um computador. O referido sistema de aquisição pode ser visualizado na Figura 5.6.



Figura 5.6: Sistema para análise e aquisição dos dados obtidos

Uma fonte sonora externa ao sistema, localizada no cilindro 2 foi utilizada de forma a caracterizar a interação de um campo acústico externo sobre o escoamento no interior do duto. A qualidade da medição da função de transferência no domínio da frequência foi determinada através da medição da coerência.

A fonte sonora externa consiste de um falante de 4 polegadas ligado a uma mangueira, onde um sinal harmônico de rápido decaimento (sweep sine) na entrada do tubo principal do ressonador é gerado.

Através de um algoritmo FFT, o sistema de aquisição permite a apresentação dos resultados experimentais, obtidos primeiramente no domínio temporal, no domínio da frequência. A discretização utilizada para o cômputo da FFT foi de 1.5625 Hz, utilizando-se janela Hanning. Durante as medições, dividiu-se a faixa de frequências de interesse (300 Hz a 5 kHz) em faixas de frequências menores, de forma a se obter bons resultados de coerência.

A Figura 5.7 ilustra o arranjo para a aferição da função de transferência no duto simples com e sem a presença do escoamento. Nota-se que o duto localiza-se na placa que separa os dois cilindros (ver Figura 5.3). O sistema de medição localiza-se no cilindro 1, enquanto que a fonte sonora externa está no cilindro 2.

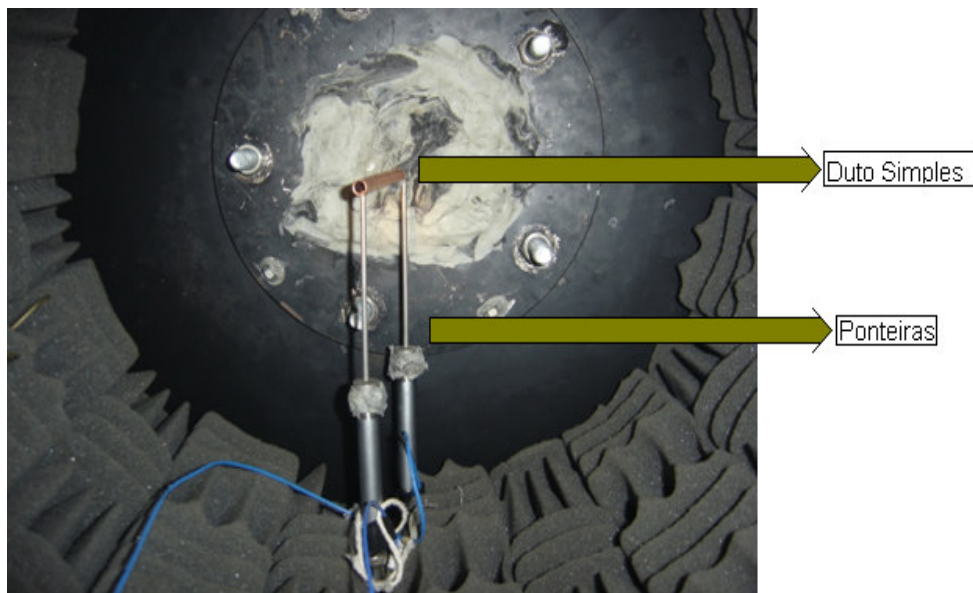


Figura 5.7: Medição da função de transferência para o caso do duto simples

De forma similar, a medição da função de transferência no domínio da frequência foi feita para o caso do ressonador com as especificações citadas, de modo que o aparato a ser medido consiste basicamente no mesmo, conforme ilustra a Figura 5.8.

Nota-se a extensão da mangueira, conectada a fonte sonora externa presente no cilindro 1, contudo tal feito deve-se a simplificações para o manuseio do aparato experimental.

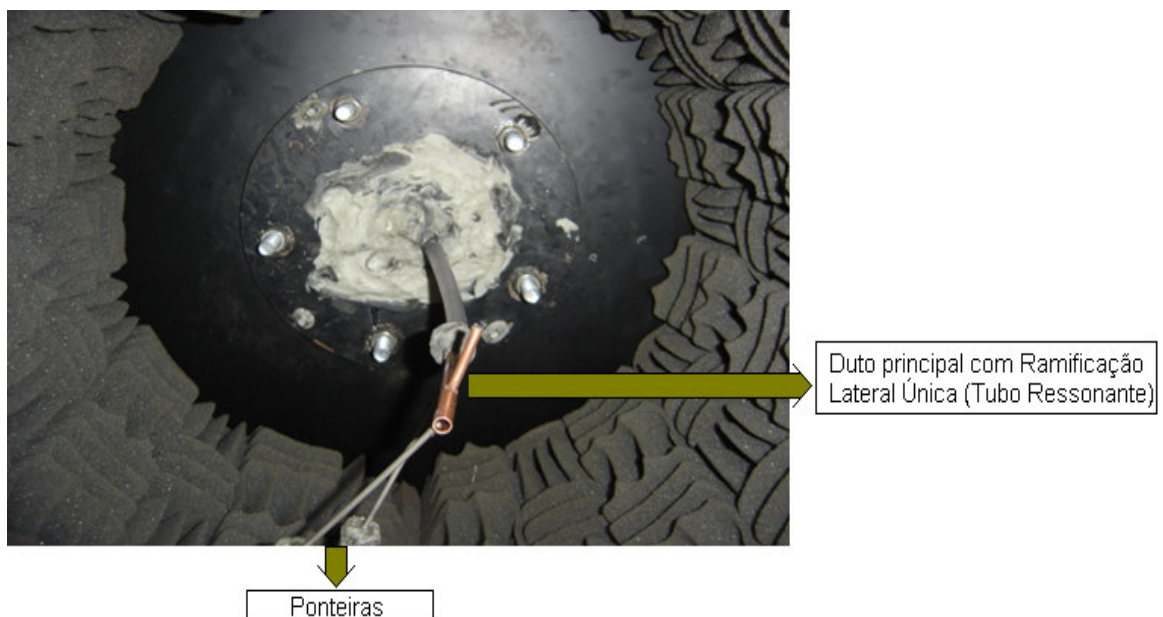


Figura 5.8: Medição da função de transferência para o caso do ressonador aplicado ao duto simples

2- Análise do impacto vinculado ao jato desprendido no bocal de saída e as pulsações sobre o ruído global externo ao sistema;

Na análise deste aspecto a utilização do sistema de aquisição não foi alterada. Neste caso, a fonte sonora externa não foi utilizada, e tampouco a medição da função de transferência e coerência foi realizada. Esta etapa objetiva determinar o processo de excitação dos modos de ressonância, do sistema constituído do duto simples e com um ressonador aplicado, unicamente pelo escoamento. A análise do ruído desprendido pelo jato no bocal de saída também foi inferida, de modo que a sistematização do ruído externo foi efetuada considerando o sistema já analisado. A Figura 5.9 ilustra o novo aparato experimental adotado:

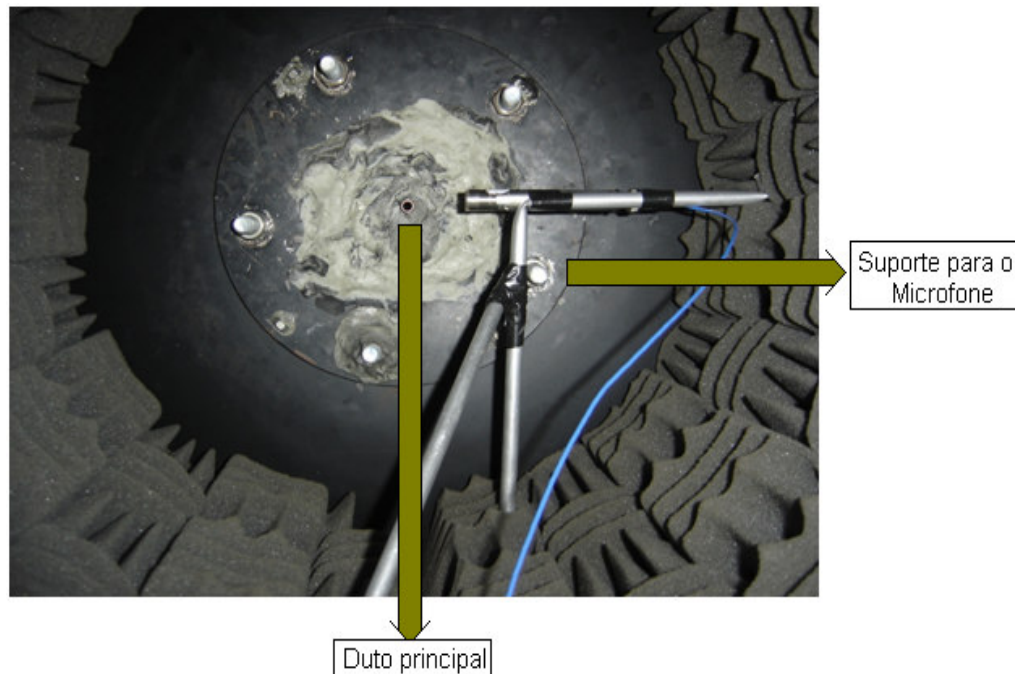


Figura 5.9: Medição do Nível de Pressão (NPS) externo gerado pelo jato formado no bocal de saída do duto principal e do sistema constituído de um ressonador aplicado.

Diferentes níveis de vazão foram testados na caracterização do ruído global irradiado na região externa ao ressonador, conforme explicitado na Tabela 2.

Tabela 2: Níveis de Vazões Testados para a análise do efeito do ruído global externo ao sistema formado pelo duto principal com um ressonador acoplado.

mV	VAZAO (m ³ /s)	(m/s)	Re	Ma
600	2,51E-04	8,06	3453	0,024
700	4,38E-04	14,05	6015	0,041
800	6,24E-04	20,03	8577	0,058
900	8,11E-04	26,01	11140	0,076
1000	9,97E-04	31,99	13702	0,093
1160	1,30E-03	41,57	17802	0,121

3- Efeito da amplificação das ressonâncias locais, associadas ao tubo ressonante, na extremidade fechada da ramificação lateral aplicada ao duto principal;

A configuração experimental para a presente análise foi determinada considerando diversos trabalhos da literatura de natureza análoga, sendo similar aos experimentos efetuados por Jungowski (1989), Kriesels (1995), Bruggeman (1991), e Ziada (1994).

A medição da pressão sonora na extremidade do ressonador consiste basicamente na inferência da pressão acústica p'_{ext} no topo do ressonador em função dos parâmetros físicos relacionados ao escoamento, como a velocidade do escoamento principal U_0 , o comprimento do ressonador L_r e a pressão estática p_0 , neste caso igual à pressão atmosférica $p_0 = 1,01325$ bar.

A medição da flutuação de pressão sonora no topo do ressonador não foi tomada com o mesmo tipo de transdutor de pressão utilizado nas referências supracitadas, tal qual transdutores de pressão piezoelétricos (PCB116A). No presente caso, foram utilizados microfones de campo livre com o objetivo de inferir os resultados com um nível melhor de precisão.

A representação esquemática do aparato experimental é apresentada pela Figura 5.10.

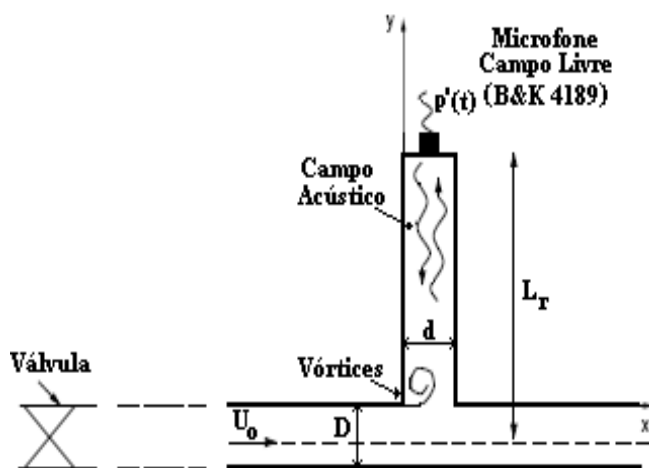


Figura 5.10: Representação Esquemática do experimento realizado com o propósito de determinar o comportamento acústico no tubo ressonante.

O arranjo experimental desenvolvido com o propósito de avaliar a amplificação das ressonâncias da cavidade, é similar àqueles empregados nos experimentos realizados nas referências supracitadas. Os diferentes níveis de vazões testadas para a presente análise são dados pela Tabela 3.

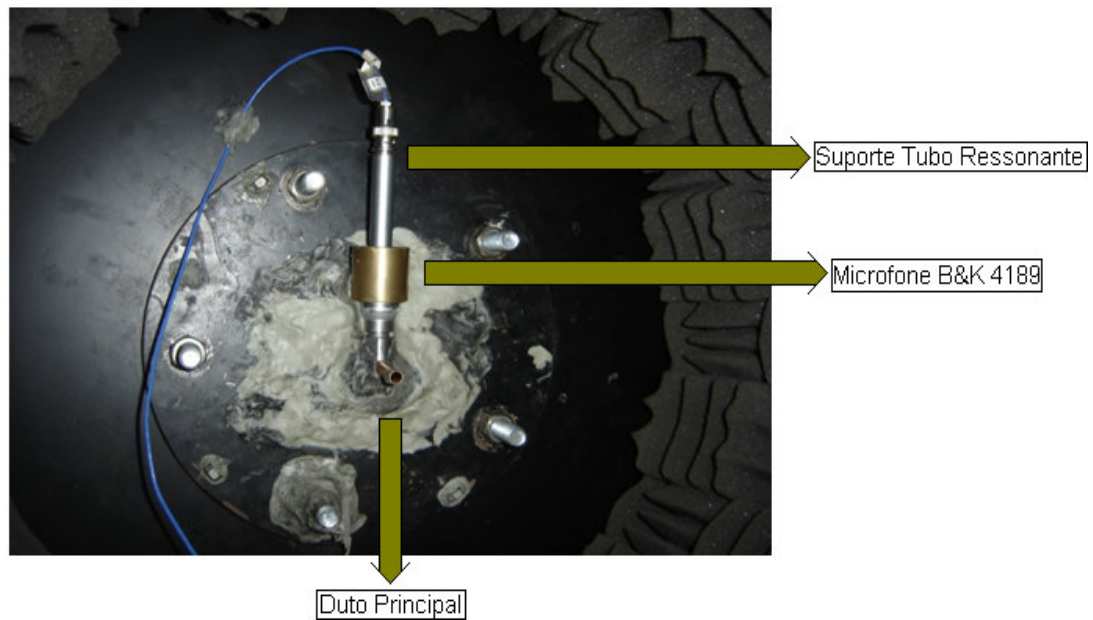


Figura 5.11: Medição da flutuação de pressão sonora, de modo a verificar o efeito da realimentação do campo acústico, na extremidade do ressonador.

Tabela 3: Níveis de Vazões Testados para a análise da amplificação dos modos de ressonância da cavidade.

mV	VAZAO (m3/s)	Uo (m/s)	Re	Ma
501	6,669E-05	2,139	916	0,006
520	1,021E-04	3,276	1403	0,010
543	1,450E-04	4,652	1992	0,014
558	1,730E-04	5,550	2377	0,016
572	1,991E-04	6,387	2735	0,019
590	2,327E-04	7,464	3197	0,022
603	2,569E-04	8,242	3530	0,024
621	2,905E-04	9,319	3991	0,027
652	3,483E-04	11,174	4785	0,033
680	4,005E-04	12,849	5503	0,037
720	4,751E-04	15,242	6528	0,044
750	5,311E-04	17,037	7296	0,050
783	5,926E-04	19,011	8142	0,055
800	6,243E-04	20,029	8577	0,058
830	6,803E-04	21,823	9346	0,064
850	7,176E-04	23,020	9859	0,067
889	7,903E-04	25,353	10858	0,074
950	9,041E-04	29,003	12421	0,085
1000	9,973E-04	31,994	13702	0,093
1100	1,184E-03	37,977	16264	0,111
1180	1,333E-03	42,764	18314	0,125

6 Resultados Experimentais e Discussão

O presente capítulo apresenta os resultados experimentais referentes à interação do escoamento com os modos de ressonância do sistema sem e com o ressonador acoplado. Os resultados vinculados aos arranjos experimentais do capítulo anterior são pormenorizadamente analisados e discutidos.

6.1 Efeitos do escoamento sobre a função de transferência do duto principal

Com o propósito de caracterizar os efeitos do escoamento sobre o campo acústico interno ao duto principal com e sem a aplicação de tubos ressonantes, duas configurações experimentais foram analisadas, usando o arranjo experimental detalhado na Seção 5.3

Os dados experimentais da função de transferência no domínio da frequência foram obtidos para o caso do escoamento interno no duto, através do uso de fontes acústicas. O sinal de referência utilizado para o levantamento dos dados no auto-espectro, e que define neste caso a FRF (*Frequency Response Function*), foi considerado como sendo o sinal da fonte acústica⁵. Os resultados experimentais, vinculados aos dutos com e sem a aplicação de ressonadores, mostram as influências do escoamento sobre os modos de ressonância próprios do sistema.

As frequências naturais associadas aos modos axiais do duto simples (considerando o meio em repouso) aberto nas extremidades laterais são dadas pela seguinte relação:

$$f_m = \frac{c_0}{\lambda_m} = m \frac{c_0}{2L'}$$

onde c_0 é a velocidade do som no meio em repouso, λ_m é o comprimento de onda associado ao modo de número m , e L' é o comprimento do tubo corrigido dado pela seguinte relação (Pierce, 1989):

$$L' = L + \Delta L = L + 0.6133D$$

Resultados (Mareze, 2009) mostram a extrema eficácia da teoria associada à acústica linear, quando a propagação do fenômeno ondulatório não considera a influência de efeitos externos como, por exemplo, a dinâmica do acoplamento não linear referente à interação do campo acústico com o escoamento.

⁵ Ver Seção 5.3

A Figura 6.1 ressalta esta característica, conforme ilustram os resultados obtidos através do modelo analítico e do aparato experimental:

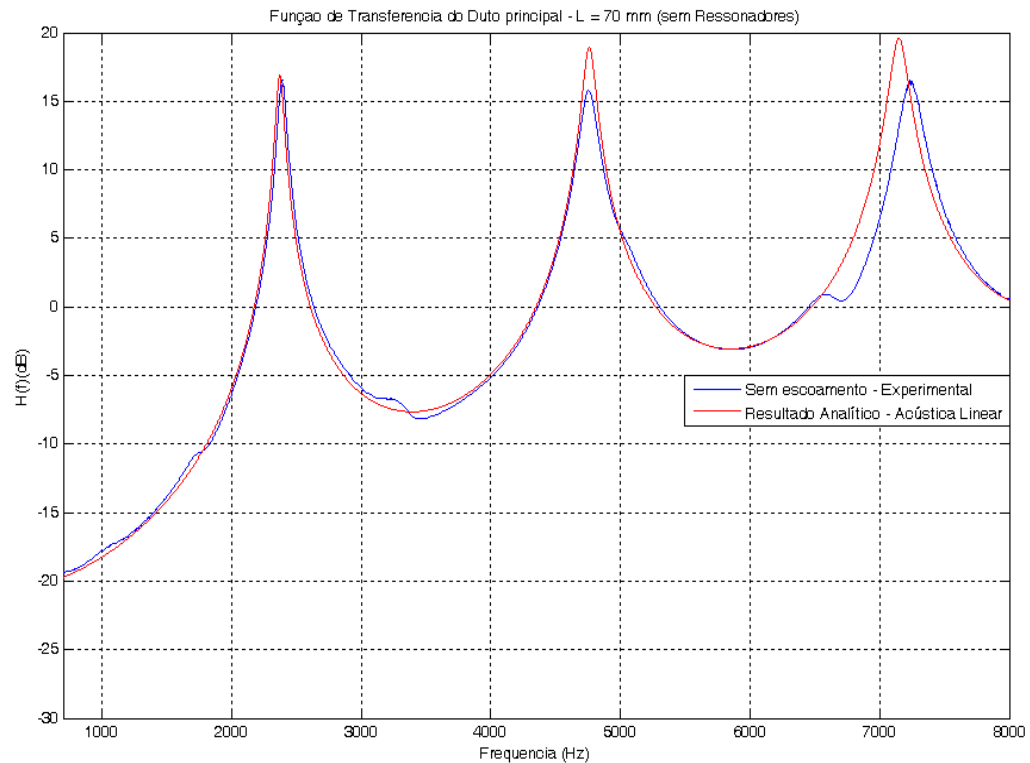


Figura 6.1: Comparação entre o resultado experimental associado à Função de Transferência (modos axiais) no domínio da frequência sem escoamento, e analítico sem escoamento, considerando unicamente o tubo principal de comprimento $L = 70$ mm.

Notam-se desvios entre os resultados analíticos e experimentais sem escoamento, sendo tal fato esperado para a região de alta frequência (Mareze, 2009). A concordância de ocorrência dos picos, mediante o modelo considerado torna-se notória. Neste caso, apenas os três primeiros modos do duto principal (sem ressonador) são mostrados.

Para sistematização dos efeitos do escoamento sobre as ressonâncias do sistema acústico, os seguintes resultados foram avaliados:

1. Medição sem escoamento,
2. Previsão do modelo analítico unidimensional referente à propagação de ondas sonoras em dutos,
3. Medições para as diferentes vazões.

A Figura 6.2 ilustra a comparação direta dos resultados supracitados.

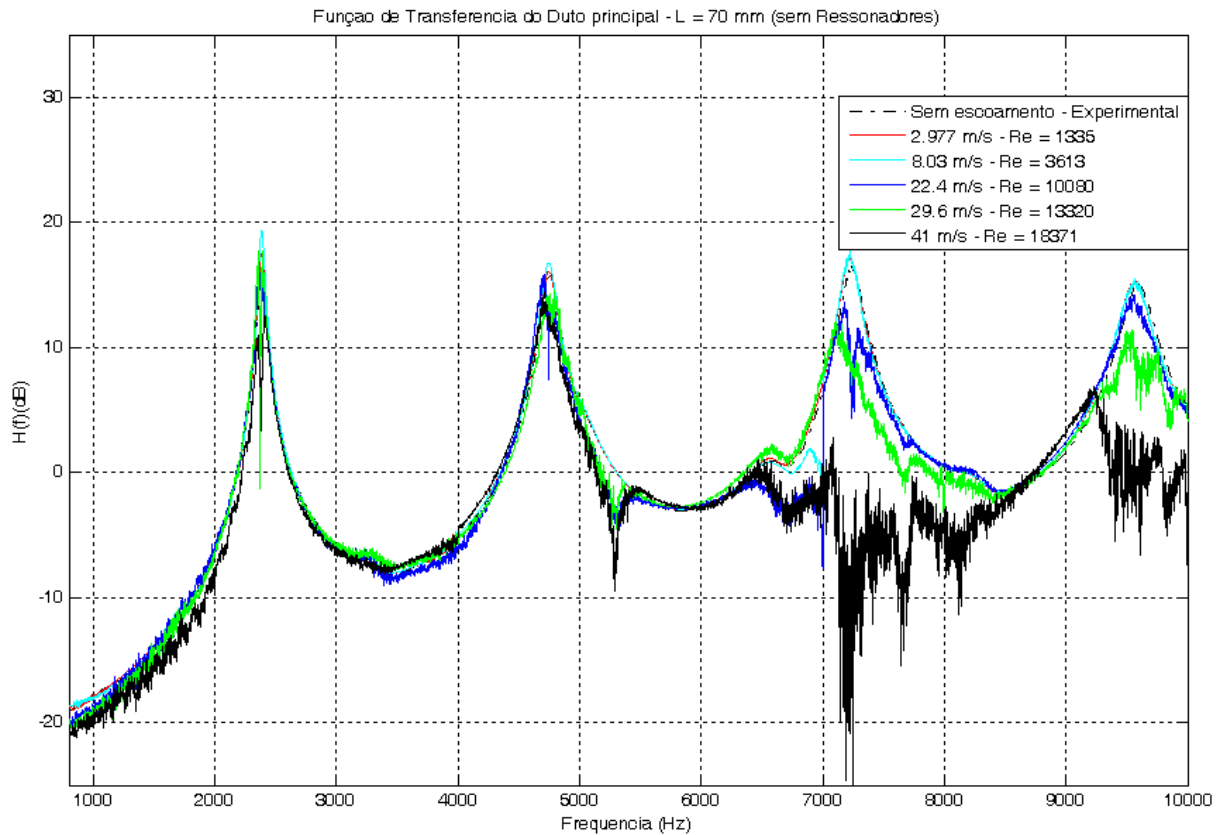


Figura 6.2: Comparação entre o resultado experimental associado à Função de Transferência no domínio da frequência sem escoamento, com escoamento em regime laminar ($Re = 1335$), com escoamento em regime turbulento ($Re = 18371$), e analítico sem escoamento.

Os resultados experimentais mostram que, a dissipação da energia acústica dos modos de ressonância para escoamentos com velocidades maiores é notória. Estes efeitos corroboram os resultados analíticos obtidos através do modelo quase-estacionário e do formalismo através de funções de Green, conforme exposto por Ingard (1975). Escoamentos com elevados números de Reynolds implicam no aumento da intensidade turbulenta, de forma que o aumento dos efeitos dissipativos sobre a energia dos modos acústicos confirma a contribuição da turbulência para o amortecimento adicional.

Considerando que o meio de propagação está em movimento, os resultados analíticos mostram que a presença dos efeitos convectivos torna-se importante para escoamentos com velocidades maiores. De fato, os resultados experimentais ilustram tal fato conforme pode ser observado pela Figura 6.2, contudo tais efeitos não são significativos devido ao máximo nível de velocidade atingido.

Nota-se que o valor da função de transferência referente ao escoamento laminar apresenta resultados semelhantes quando o escoamento não está sendo considerado, ainda que a presença de efeitos convectivos apresente uma pequena alteração na função.

O aumento da dissipação da função de transferência é perceptível para escoamentos em regime turbulento ($Re > 2300$). Neste caso, a principal contribuição referente à dissipação da energia do campo acústico pela turbulência deve-se a vorticidade intrínseca associada ao jato descarregado no bocal de saída do duto, pois conforme observado pelo modelo de Ingard (1975), a contribuição de tais termos domina a dissipação da energia do campo acústico ressonante.

A análise separada dos modos de ressonância do duto permite a elaboração de importantes conclusões referentes à interação do campo acústico com o escoamento turbulento. De fato, para o primeiro e para o segundo modo axial, conforme pode ser observado através dos resultados experimentais, a dissipação da energia dos modos acústicos axiais será maior quanto maior for a velocidade do escoamento turbulento. Tal fenômeno, de fato pode ser explicado através do modelo quase-estacionário de Ingard (1975) de acordo com a Figura 3.11. Contudo, os resultados experimentais também mostram significativas diferenças em relação aos resultados obtidos pelo modelo quase-estacionário, especialmente ao comportamento local vinculado a forte dissipação do terceiro modo e do quarto modo acústico para escoamentos com $M_0 > 0,1$.

A referida descontinuidade na distribuição das ressonâncias internas na região de frequências entre o terceiro e o quarto modo acústico, não é prevista pelo modelo quase-estacionário ou pelo modelo baseado na escolha da função de Green apropriada. Já foi previamente discutido que, a contribuição a dissipação da energia do campo acústico pela turbulência é completamente independente da frequência, e conforme será exposto, este resultado é similar ao encontrado para o caso da medição da função de transferência quando a aplicação de um ressonador no duto simples é considerada.

Desta forma, outros fatores não contemplados pelos modelos aproximados precisam ser incluídos, tais como a não linearidade do acoplamento do campo acústico com o escoamento turbulento que torna a citada interação bem complexa (Ingard et al., 1974). Os modelos discutidos não consideram a presença de tais não linearidades, bem como o espectro inerente a energia intrínseca das escalas associadas ao escoamento turbulento.

Considerando o espectro de energia do escoamento turbulento, a descontinuidade na dissipação da energia acústica local, associada ao terceiro e ao quarto modo acústico, poderia ser explicada através de uma hipótese que eventualmente estaria associada à similaridade do comprimento de onda de tais modos acústicos em relação ao comprimento característico dos vórtices desprendidos na saída do duto.

No entanto, utilizando a ferramenta disponível, as reflexões sonoras vinculadas à propagação da onda sonora em meios confinados através de fronteiras sólidas não são capturadas em sua totalidade devido à forma pela qual a analogia de Ffwocs-Williams está

implementada no Fluent (Fluent, 2006). Esta impossibilidade decorre da aplicação de um operador de propagação definido através de funções de Green formuladas em espaços livres, de modo que toda a fenomenologia ondulatória relacionada à formação dos modos ressonantes internos não é passível de caracterização.

Dando prosseguimento a presente discussão, a Figura 6.3 descreve o resultado referente à coerência experimental associada à medição da função de transferência para o presente resultado. Nota-se a perda de coerência para o escoamento em regime turbulento quando comparada ao escoamento em regime laminar, o resultado sem escoamento também é mostrado.

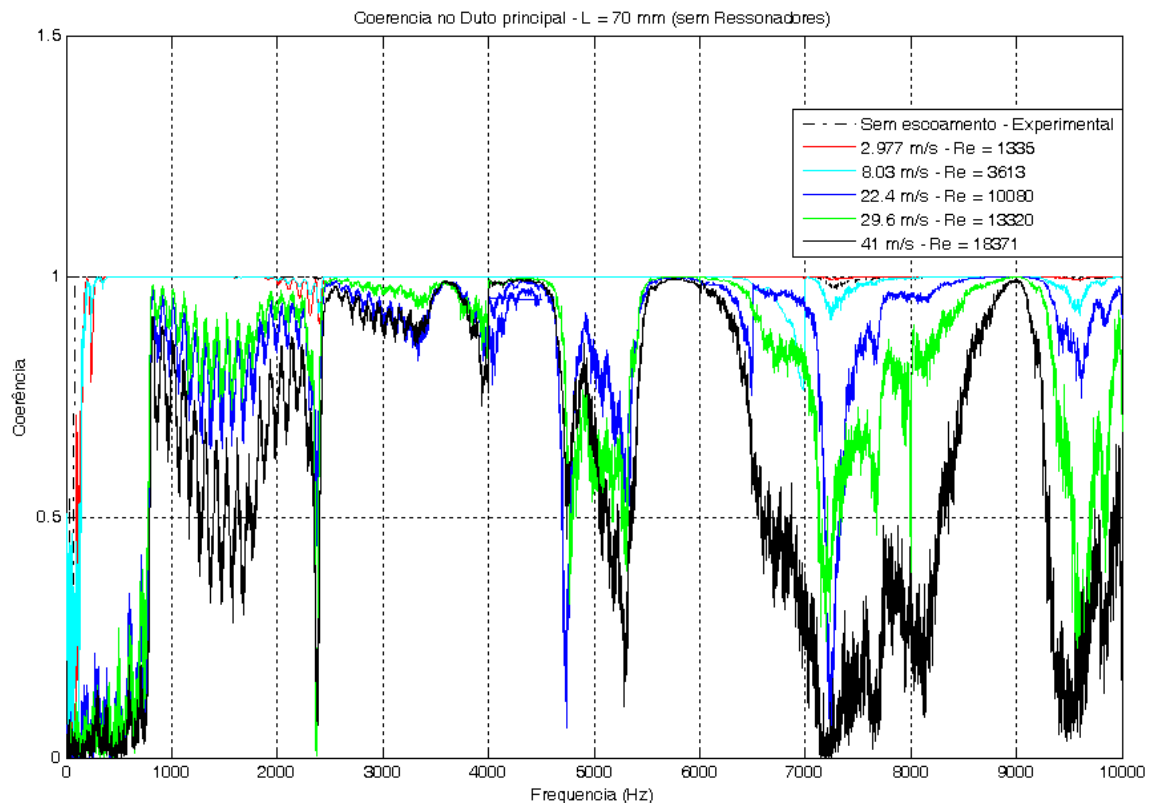


Figura 6.3: Coerência experimental associada à Função de Transferência no domínio da frequência sem escoamento, com escoamento em regime laminar ($Re = 1335$), com escoamento em regime turbulento ($Re = 18371$).

As conclusões experimentais, desta etapa, baseiam-se no resultado experimental da coerência. Desta forma, torna-se necessário, com o intuito de elucidar algumas conclusões posteriores, detalhar de forma mais enfática a referente variável.

Basicamente a coerência experimental, no presente caso, é definida através da razão entre a flutuação de pressão sonora captada pelo microfone 2 (ponteira próxima a saída do duto simples) e a flutuação de pressão sonora captada pelo microfone 1 (ponteira próxima a entrada do duto simples)⁶.

⁶ Ver seção 5.3

Em uma situação sem escoamento, tais flutuações deverão estar totalmente correlacionadas, de modo que as flutuações de pressão captadas ao longo do duto serão idênticas, e portanto, a razão supracitada será igual à unidade. De fato, a presente situação pode ser observada na Figura 6.3, bem como a situação análoga ocorrente para escoamentos laminares e escoamentos na faixa de transição, respectivamente $Re = 1335$ e $Re = 3613$.

A perda da coerência experimental observada na Figura 6.3 para escoamentos com velocidades maiores torna evidente a perda da correlação espacial entre os sinais captados em posições distintas, acarretando na redução da flutuação de pressão sonora medida no microfone próximo a saída do duto principal. Tal redução pode ser justificada *a priori* de duas formas:

- 1- Atenuação do sinal no microfone devido ao escoamento;
- 2- Perda de coerência devido à forma pela qual os microfones estão dispostos, caracterizando eventualmente uma medição de baixa qualidade;

A segunda justificativa poderia a princípio ser descartada, de modo que a atenuação das ressonâncias superiores não seria decorrente de medições de baixa qualidade. A exclusão desta variável sobre o resultado experimental dos modos de ressonância (Figura 6.2) deve-se a observação direta dos resultados da coerência experimental (Figura 6.3), conforme será exposto na discussão a seguir.

Para escoamentos com velocidades baixas, observa-se inicialmente que, os resultados da coerência estão bem próximos ao valor unitário, sendo tais resultados análogos a situação sem escoamento. O aumento sucessivo, do nível da vazão, acarreta na perda da coerência medida em determinadas faixas de frequências, cuja redução para escoamentos com velocidades maiores torna-se significativamente crescente, tal que o pico de máxima perda é atingido para o escoamento com número de Reynolds próximo ao valor observado de $Re = 18371$.

A perda de coerência, segunda a definição exposta, implica na ausência da correlação espacial entre os sinais captados pelos transdutores. Caso a correlação permanecesse baixa, após a região de máximo decaimento (f_m próximo a 7000 Hz), e a súbita melhora da correlação não fosse evidente na região próxima a $f_m = 9000$ Hz, seria razoável supor que a distinção do sinal do microfone 2 (em relação aquele observado pelo microfone 1) poderia ser decorrente do surgimento de outras fontes sonoras no interior do duto, ou ainda a erros sistemáticos na medição. Caso a melhora da coerência experimental, não pudesse ter sido observada na região entre $8000 \text{ Hz} < f_m < 9000 \text{ Hz}$, a afirmação de que o terceiro modo acústico do duto estaria sendo atenuado não seria passível de corroboração.

No entanto, tal fato não ocorre, tornando-se razoável supor que tal comportamento (existente de forma explícita para o terceiro e quarto modo do duto simples) deve-se à dissipação das ressonâncias internas do sistema acústico pelo escoamento turbulento (Ingard, 1975). A perda da coerência, apenas em faixas específicas de frequências, é condizente com a hipótese da dissipação da energia do campo acústico neste caso pelo escoamento turbulento.

A referida interação torna-se proeminente para o terceiro e quarto modo acústico, cuja causa pode estar vinculada à similaridade entre o comprimento característico associado às estruturas coerentes e o comprimento de onda dos modos acústicos atenuados (3º e 4º modo).

6.2 Efeitos do Escoamento sobre a Função de Transferência do duto principal com tubo ressonante acoplado

A presente seção aborda o efeito do escoamento sobre os modos de ressonâncias do sistema, considerando o acoplamento entre o duto e a ramificação lateral.

Os resultados experimentais, vinculados a dutos com a aplicação de ressonadores, mostram as influências do escoamento sobre os modos próprios do sistema. As frequências naturais do ressonador fechado, considerando o meio em repouso, podem ser inferidas a partir da relação dada pela Equação (3.28). A Figura 6.4 ilustra a comparação do resultado experimental sem escoamento com o resultado obtido pelo modelo analítico unidimensional referente à propagação de ondas sonoras em dutos com ramificações laterais fechadas, ou seja, tubo ressonante com a extremidade fechada.

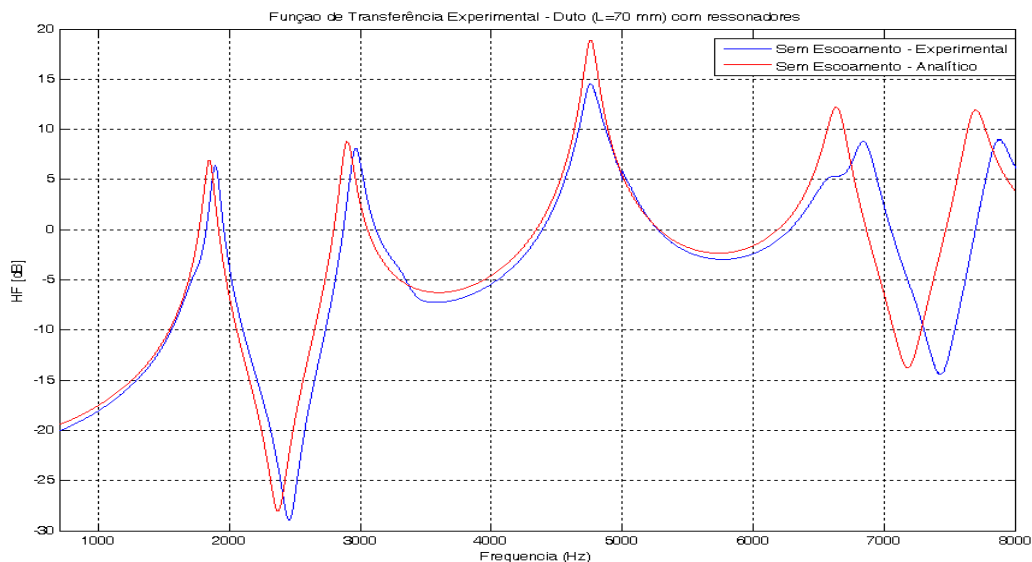


Figura 6.4: Comparação entre o resultado experimental associado à Função de Transferência sem escoamento, e analítico sem escoamento, considerando o sistema tubo principal e ressonador $L_b = 35$ mm.

A similaridade entre as duas funções de transferência, tal qual na seção anterior para o caso do duto simples, é notória. Conforme pode ser inferido através da Figura 6.5, a dissipação dos modos de ressonância do sistema acoplado para escoamentos com elevado número de Reynolds apresenta uma proeminência significativa quando o escoamento passa a ser considerado.

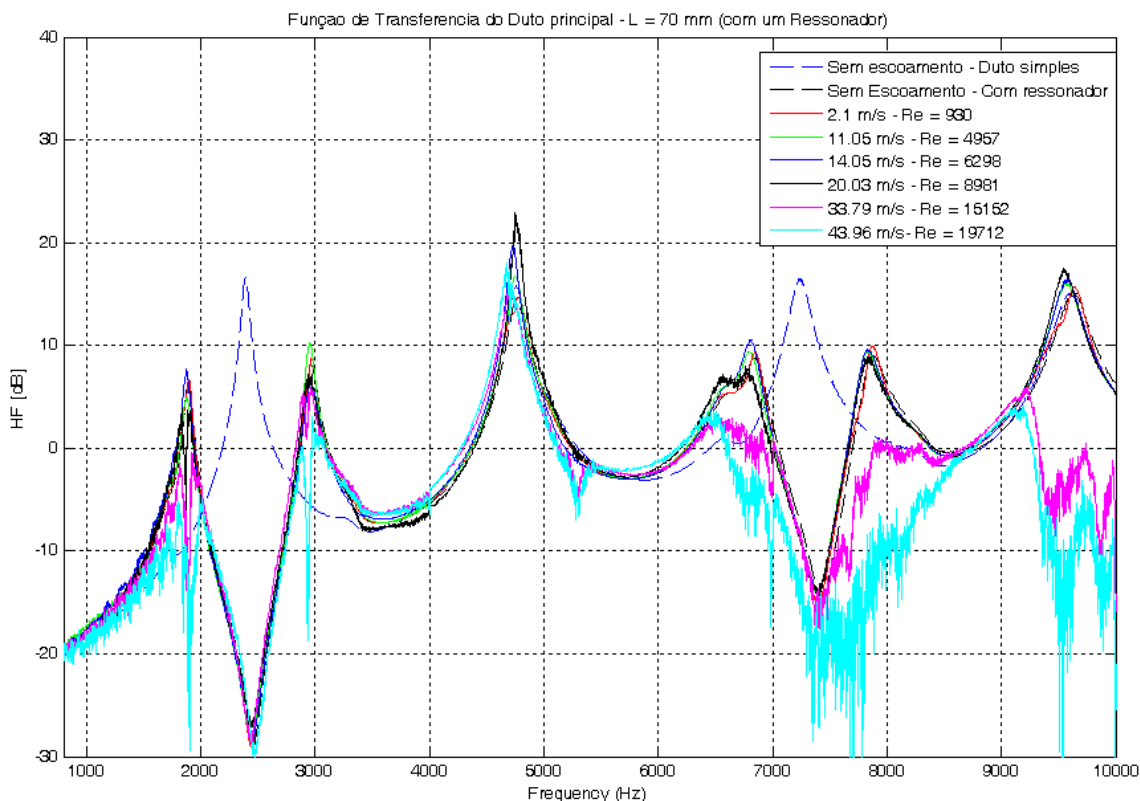


Figura 6.5: Resultados experimentais associados à Função de Transferência no domínio da frequência com escoamento em diferentes regimes.

De forma análoga ao caso do duto simples, o comportamento assintótico com tendência dissipativa continua proeminente, ou seja, quanto maior o número de Reynolds, maior serão os efeitos advindos da turbulência e mais significativos os efeitos dissipativos. A hipótese para corroborar tal efeito dissipativo refere-se ao resultado experimental vinculado à perda de coerência do microfone localizado a jusante do ressonador.

No entanto, resultados distintos ocorrem quando a comparação é feita com os resultados da seção anterior referentes às medições da função de transferência e coerência no duto simples.

Nota-se pela Figura 6.5 que o resultado vinculado ao valor da função de transferência para os modos harmônicos ímpares, considerando o regime de escoamento com velocidade da ordem de 20 m/s, em alguns pontos chega a ser maior do que o valor desta função para escoamentos com velocidades menores (3º modo acústico do sistema acoplado).

Escoamentos laminares e próximos à região de transição ($Re \sim 3000$) apresentam um comportamento diferenciado em relação ao escoamento em regime turbulento, conforme discutido. O escoamento laminar ($Re < 3000$) apresenta similaridade com a região de transição, no sentido de transferir energia ao campo acústico, contudo quando o escoamento encontra-se em regime turbulento, ocorre um comportamento dicotômico e neste caso a energia do campo acústico é dissipada.

Similarmente, com o propósito de assegurar a totalidade da perda de coerência devida a regimes de escoamentos com velocidades maiores, tomou-se a precaução de efetuar uma avaliação da coerência sem o escoamento. O presente valor de L representa valores tipicamente encontrados para o duto principal do filtro acústico do *muffler* de sucção. Um duto com tal comprimento, eventualmente poderia ser utilizado em aplicativos a compressores alternativos. A Figura 6.6 descreve os resultados das coerências determinadas experimentalmente, para este caso.

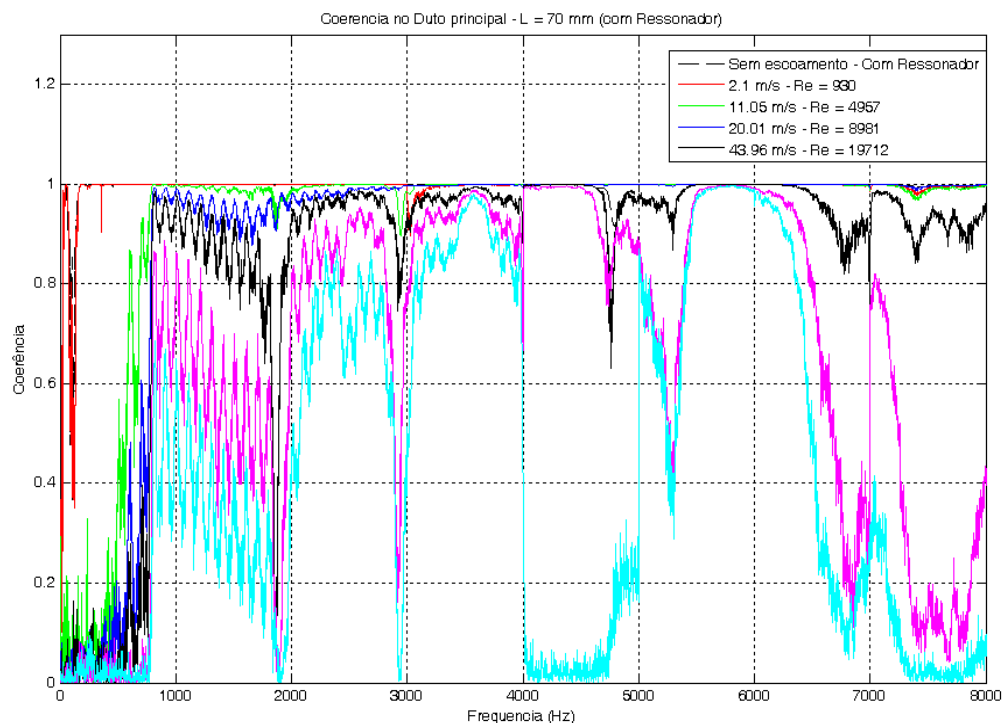


Figura 6.6: Coerência experimental associada à Função de Transferência no domínio da frequência sem escoamento, com escoamento em diferentes regimes.

De forma recíproca, a perda de coerência oriunda dos efeitos dissipativos, não afeta de forma significativa o resultado para velocidades de escoamento próximas a 20 m/s, devido à re-alimentação do campo acústico nesta faixa de velocidades.

Torna-se perceptível através da Figura 6.6 que para velocidades maiores, o comportamento global da coerência, dentro do intervalo de frequências analisado, tende a ser menor.

Adiante serão discutidas as causas desses efeitos. No entanto pode-se estabelecer uma relação direta da amplificação de determinados modos acústicos com as oscilações auto sustentadas.

6.3 Análise do Ruído gerado pelo escoamento no bocal de saída do duto principal com e sem a aplicação do ressonador

Os resultados experimentais a seguir referem-se à medição do ruído global externo ao sistema. O propósito desta etapa experimental é avaliar o ruído gerado pelo jato turbulento formado na saída do duto principal. Posteriormente a aplicação do ressonador de comprimento $L_r = 35$ mm será considerada.

A avaliação do ruído externo foi feita segundo o arranjo experimental ilustrado na Figura 6.9, sem o emprego de uma fonte sonora externa ao sistema.

6.3.1 Nível de pressão sonora do ruído gerado pelo escoamento no bocal de saída do duto principal sem a aplicação do ressonador

O nível de pressão sonora determinado experimentalmente para o caso do duto simples pode ser observado na Figura 6.7

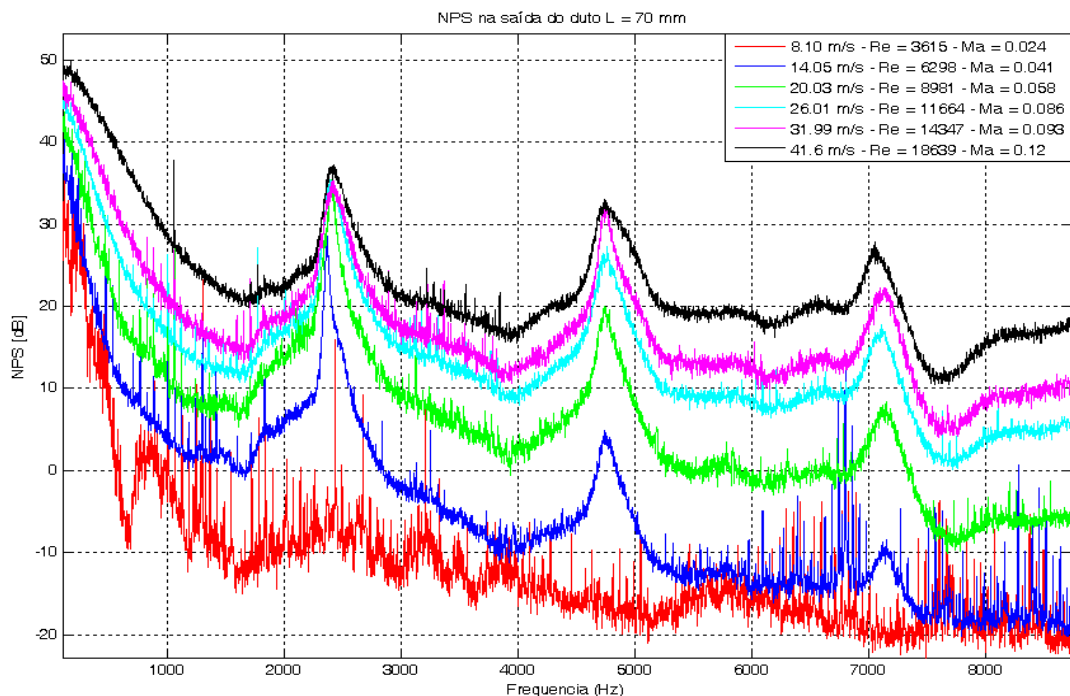


Figura 6.7: Nível de Pressão Sonora medido no domínio da frequência, segundo o arranjo experimental da Figura 5.9.

A excitação dos modos de ressonâncias do duto principal pode ser inicialmente observada para escoamentos com velocidade da ordem de 14m/s, sendo que para tais valores de velocidade, o escoamento no interior do duto principal encontra-se em regime turbulento. Nota-se que a excitação dos modos ainda não é significativa, para escoamentos próximos a região de transição (Re próximo a 2300), a comparação direta com os resultados da Figura 6.2 ressalta distinções apenas na região de baixas frequências ($f_m < 700$ Hz).

Conforme explicitado, os dados referentes à Figura 6.2 foram obtidos através da utilização de fontes acústicas externas ao sistema. Já os dados referentes à Figura 6.7 são resultantes da excitação das ressonâncias internas ao duto devido unicamente ao escoamento.

A hipótese associada à contribuição ao ruído na região de baixas frequências pelo jato formado no final da saída do duto pode ser estabelecida mediante o posicionamento de um transdutor de pressão na entrada do duto principal, de fato tais medições foram efetuadas por Janssen (2007). A comparação direta dos sinais do transdutor de pressão na entrada do duto com os dados na saída mostra que na entrada do duto não existe contribuições ao NPS em baixas frequências (Janssen, 2007).

Resultados similares obtidos por Ingard (1975) mostram que uma excitação significativa ocorre apenas para escoamentos turbulentos com velocidades elevadas, contudo nota-se que a distinção entre o ruído gerado pelo escoamento no interior do duto, e o ruído gerado pelo jato descarregado no bocal de saída, é difícil de ser feita.

Resultados de Janseen (2007) e Ingard (1975) mostram que o ruído na entrada do duto é fracamente dependente da velocidade do escoamento médio, enquanto que o ruído irradiado na saída é maior para escoamentos com velocidades maiores, comprovando que a principal contribuição ao ruído irradiado deve-se ao jato descarregado na saída do duto, e não ao escoamento turbulento no interior do duto.

Este último resultado pode ser observado na Figura 6.7, que mostra o auto-espectro do transdutor na saída do duto. Nota-se claramente, quando comparados aos resultados de Janseen (2007), que o ruído gerado em baixas frequências deve-se predominantemente ao jato de descarga formado na saída do duto.

Nota-se a relação direta entre o ruído irradiado em baixas frequências com o jato turbulento formado no final do duto. Verifica-se que, para frequências de ordem superior, o ruído irradiado em sua totalidade deve-se a excitação dos modos axiais do duto pelo escoamento.

Os resultados experimentais mostram o aumento geral no nível de ruído irradiado (NPS) na região de baixas e altas frequências à medida que o escoamento apresenta velocidades maiores. O aumento na amplitude da excitação, devido ao aumento de

velocidades, implica na elevação das amplitudes associadas aos modos de ressonâncias axiais.

O efeito contrário ocorre quando o duto, com escoamento, é excitado por uma fonte sonora externa, conforme observado. Neste caso, as amplitudes dos modos axiais têm seus valores reduzidos, o que indica uma atenuação em virtude da dissipação dos mesmos pela turbulência associada a números de Reynolds elevados. Tais efeitos são similares àqueles observados por Ingard (1975).

6.3.2 Nível de pressão sonora do ruído gerado pelo escoamento no bocal de saída do duto principal com a aplicação do ressonador

A Figura 6.8 ilustra o nível de pressão sonora (NPS) determinado experimentalmente para o caso do duto simples com a aplicação do ressonador. De forma similar aos resultados anteriores, os modos axiais das ressonâncias do sistema constituído do duto simples com ressonador aplicado apresentam níveis de pressão sonora com magnitude de tendência crescente para escoamentos com velocidades maiores. Considerando-se que neste caso, o experimento foi realizado sem a utilização de uma fonte sonora externa, e que a excitação é oriunda do próprio escoamento, notam-se resultados similares ao discutido na seção anterior.

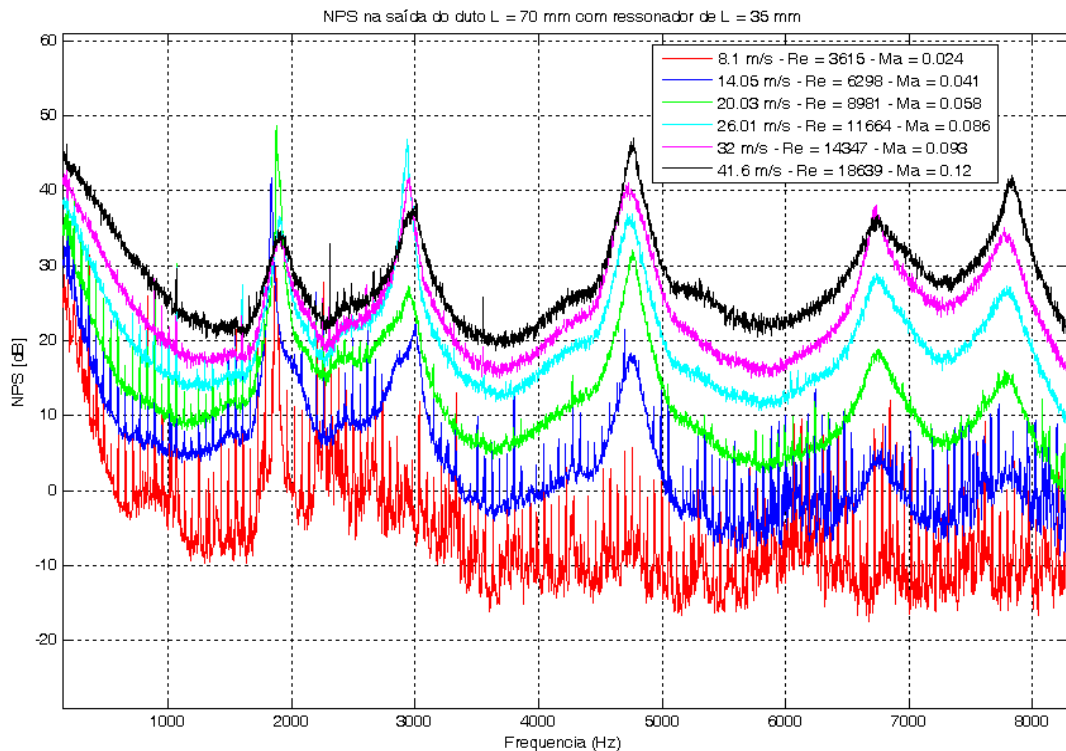


Figura 6.8: Nível de Pressão Sonora medido no domínio da frequência para o caso do ressonador acoplado ao duto principal, segundo o arranjo experimental da Figura 5.9.

As formas modais axiais do sistema acoplado apresentam comportamentos distintos quando comparadas às formas modais do duto simples. Tais diferenças podem ser ressaltadas de imediato analisando o comportamento diferenciado próximo ao primeiro modo axial. A tendência crescente de amplificação é seguida para os demais modos, contudo o segundo modo do sistema acoplado não apresenta um comportamento bem definido de tendência crescente em determinados regimes de velocidades.

Dentro do domínio de velocidades medido, verifica-se que para na faixa de velocidade $20 \text{ m/s} < U_0 < 30 \text{ m/s}$, a amplitude para o nível de pressão sonora NPS inferido experimentalmente é maior para alguns modos harmônicos (2º modo) quando comparado ao nível de pressão sonora destas componentes tonais no regime de máxima velocidade do escoamento (da ordem de 40m/s). Este resultado representa uma consequência direta da re-alimentação do campo acústico associada à frequência deste modo.

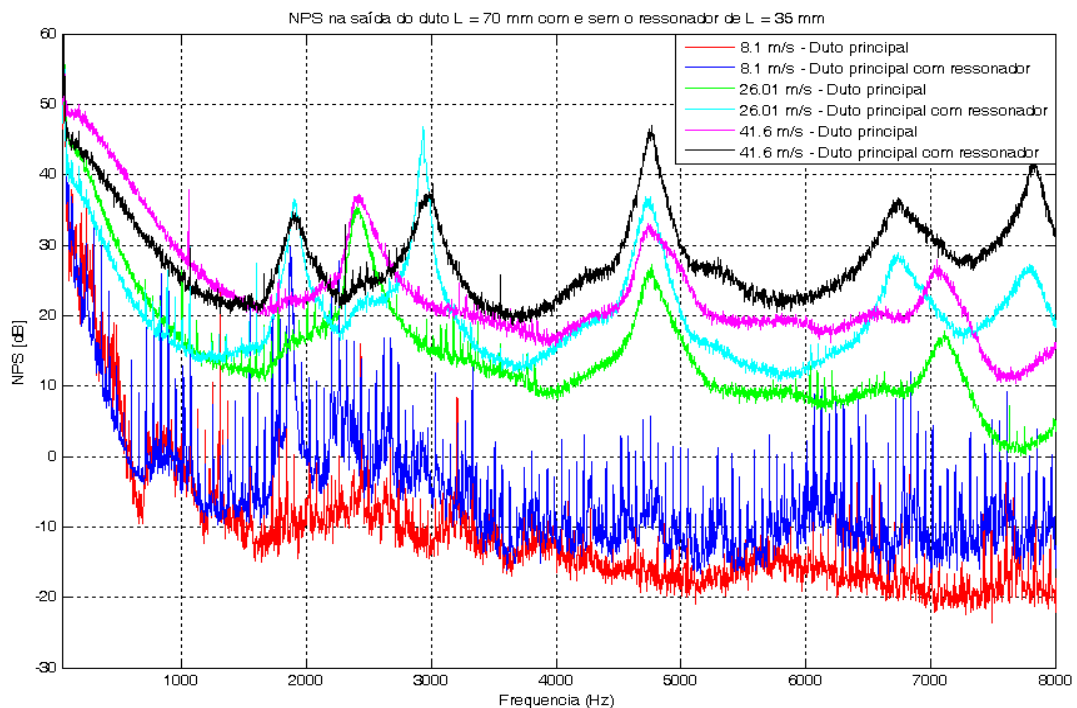


Figura 6.9: Comparação entre Níveis de Pressão Sonora medidos externamente ao sistema no domínio da frequência para a configuração com e sem a aplicação de ressonadores.

Conforme previamente discutido, a contribuição para a totalidade do ruído externo em baixas frequências deve-se ao jato emergente da saída do duto principal, enquanto que para a região de alta frequência o ruído externo deve-se quase que exclusivamente aos modos axiais do sistema excitados pelo escoamento.

Pela Figura 6.9 verifica-se que em baixas frequências o ruído irradiado apresenta valores maiores da grandeza NPS para o caso do duto simples, quando comparado diretamente com os resultados da referida variável para o sistema com a aplicação do tubo

ressonante. A justificativa advém da existência de dois pontos de separação do escoamento, existentes na configuração acoplada. Um ponto refere-se à região de borda do ressonador, e outro se refere ao bocal de saída do duto principal.

A separação do escoamento, de acordo com argumentos anteriores, promove o subsequente desprendimento de vórtices na região de intersecção e na saída do duto. A absorção da energia acústica pelos vórtices formados em tais regiões resulta na diferença evidenciada pelo comportamento do NPS para baixas frequências, no entanto não poderia ser afirmado a respeito da restrição deste comportamento para baixas frequências, provavelmente existe o mesmo fato em região de altas frequências

A absorção da energia do campo acústico propiciada por tal desprendimento deve-se a estas duas regiões de separação. Desta forma, a absorção da energia do campo acústico interno pelas estruturas coerentes formadas na junção e na saída do duto, constitui-se em uma hipótese adequada na descrição relacionada ao comportamento diferenciado nas baixas frequências para as duas configurações analisadas.

Os resultados para faixas de frequências maiores mostram o aumento da amplitude das ressonâncias associadas aos modos axiais à medida que a velocidade do escoamento apresenta valores crescentes. Conforme indica a Figura 6.9, escoamentos em regime laminar e na região de transição não excitam de forma significativa às frequências associadas às formas modais, em comparação à excitação dos demais modos por escoamentos com velocidades maiores.

No entanto, ao invés de tal excitação ser crescente para faixas de velocidades maiores, verifica-se que para um determinado nível de velocidade (sendo U_0 aproximadamente igual a 25 m/s) a excitação dos modos axiais, considerando o primeiro modo $2000 \text{ Hz} < f_0 < 3000 \text{ Hz}$, é significativamente maior em relação ao mesmo modo para outras faixas de velocidade. Tal resultado pode estar diretamente associado ao acoplamento dos modos axiais do tubo ressonante com o desprendimento de vórtices na região de intersecção entre o ressonador com o duto simples, evidenciando desta forma a existência de oscilações auto-sustentadas neste caso.

Resultados experimentais de Ziada (1999), Kriesels (1995) mostram que a amplitude máxima da pulsação encontra-se na faixa $0,3 < S_r < 0,5$. Utilizando os modelos analíticos aproximados de Howe e Bruggeman, verifica-se que a pulsação máxima também existe dentro da supracitada condição hidrodinâmica.

Os resultados de Ziada (1999) foram obtidos para ramificações laterais únicas, coaxiais e paralelas, onde em todos os casos nota-se a nítida diferença da amplitude da oscilação auto-sustentada vinculada às diferentes configurações. Embora a amplitude seja

diferente, verifica-se que para amplitudes moderadas a condição máxima de amplitude ocorre dentro do intervalo $0,3 < S_r < 0,5$ sendo tal fato independente do sistema.

Considerando o diâmetro do ressonador (ramificação lateral ressonante) aplicado ao duto principal, com $d = 3,2 \times 10^{-2}$ m, e a frequência de ressonância do primeiro modo, $f_0 \approx 2310$ Hz associada ao comprimento L_r . Verifica-se que a condição para ocorrência da faixa crítica associada ao número de Strouhal ocorrerá neste caso para $18\text{m/s} < U_0 < 25\text{m/s}$.

Nesses níveis de velocidade, a amplificação da amplitude do 1º modo f_0 é devida a realimentação relacionada ao desprendimento de vórtices, de maneira que, sendo a frequência de desprendimento dos vórtices aproximadamente igual ao período de oscilação do modo f_m , verifica-se que a excitação desta frequência em tal regime de velocidade será máxima.

Os resultados experimentais da Figura 6.9 mostram a condição da re-alimentação evidenciada nos dados de pressão referentes à linha azul claro. Nota-se que a atenuação do primeiro modo axial do duto principal (linha verde, sem a aplicação do ressonador) pela aplicação do ressonador (linha azul) é notória. Contudo, a presença de oscilações auto-sustentadas, os modos axiais do segundo modo do sistema (duto principal e ressonador aplicado) apresentam picos de ressonância com valores próximos a 50 dB.

O gráfico da Figura 6.9 mostra que o comportamento convergente relacionado ao aumento da excitação do sistema pelo escoamento apresenta uma imposta proeminência quando os modos harmônicos superiores são considerados. Esta característica é aparente, quando o resultado referente à ação do ressonador sobre o terceiro modo do duto principal é considerado.

De acordo com a discussão feita, pode-se inferir para o sistema acústico considerado a possibilidade de excitação do terceiro modo acústico (região de $f_3 = 7000$ Hz) devida à formação do primeiro modo hidrodinâmico ($h=1$) para o caso do regime de escoamento dentro da faixa de velocidades dada por $45\text{ m/s} < U_0 < 56\text{ m/s}$.

A função deste ressonador é promover a atenuação do primeiro e do terceiro modo do duto simples, em decorrência da aplicação do ressonador na posição intermediária do duto ($L/2$) e devido ao comprimento $L_r = 35$ mm, embora tal tarefa não seja plenamente desempenhada, conforme será visto.

A linha violeta corresponde aos modos axiais próprios do duto simples, e a linha negra corresponde aos modos axiais do sistema formado por um único ressonador adicionado a um duto simples, com $U_0 = 41,6$ m/s. Apesar da atenuação do primeiro modo, observada diretamente da figura acima, o ressonador desempenha um papel inverso com relação ao terceiro modo. Neste caso o ruído global aumenta em virtude da aplicação do

ressonador ao sistema, de modo que uma diferença expressiva deve ser considerada para tal situação.

Verifica-se diretamente através da Figura 6.9 que a diferença do sistema com e sem a aplicação do ressonador, quando o escoamento é considerado, atinge um patamar da ordem de 15 dB.

Um importante questionamento resultante da análise dos dados relaciona-se à comparação da forte excitação dos modos de ressonância do sistema pelo escoamento turbulento, e pela realimentação do campo acústico interior ao ressonador devido ao escoamento oscilatório na junção.

A questão de afirmar se o alto valor do NPS experimental associado ao segundo modo do ressonador deve-se à realimentação do campo acústico, ou à forte excitação dos modos próprios do sistema, como um todo, pelo escoamento turbulento ao longo do duto ficará em aberta neste trabalho. A corroboração da hipótese da realimentação dos modos pelo escoamento, regimes de velocidades maiores seriam necessários para obter respostas precisas (Figura 3.17).

6.4 Análise do Ruído gerado pelo escoamento na extremidade fechada do ressonador aplicado ao duto principal

Os resultados experimentais apresentados nesta seção consideram os efeitos do escoamento sobre a amplitude da pressão sonora excitada na cavidade cilíndrica (tubo ressonante).

Mediante o arranjo experimental, previamente detalhado na Seção 5.3 (Figura 5.10), a avaliação da pressão sonora na extremidade do ressonador fechado foi feita não considerando a utilização de uma fonte sonora externa, tal qual o resultado experimental referente à medição do ruído global externo ao sistema.

De modo a caracterizar a amplitude máxima da pressão sonora associada aos modos próprios de ressonância da cavidade, os resultados experimentais desta variável são alocados em função dos níveis de vazões testados, conforme descrito pela Figura 6.10.

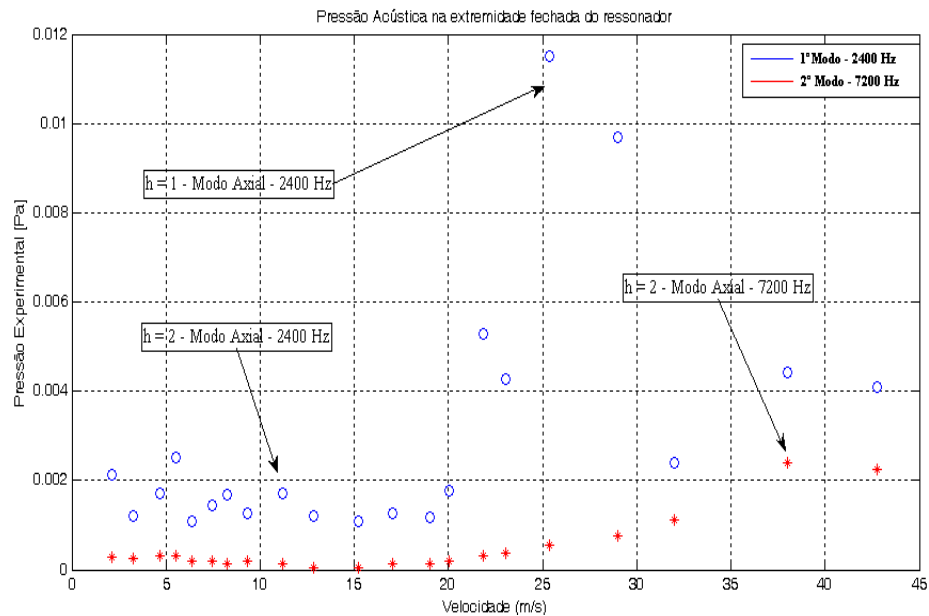


Figura 6.10: Pressão acústica experimental na extremidade do ressonador fechado.

Nota-se o subsequente aumento da pressão acústica experimental medida na extremidade fechada do ressonador para escoamentos com velocidades maiores, contudo em alguns instantes os resultados mostram que a pressão sonora é maior para escoamentos com velocidades entre 20 m/s e 25 m/s, quando comparado diretamente com os resultados da pulsação para escoamentos com velocidades maiores ($U_0 \approx 40$ m/s).

O aparente paradoxo é justificado de maneira similar aos resultados da medição do ruído externo, discutidos anteriormente, dando embasamento para a hipótese da realimentação do campo acústico para tal regime de velocidades.

Verifica-se que a flutuação de pressão sonora medida na extremidade fechada do ressonador apresenta picos de pressão para escoamentos com velocidades entre 20 m/s e 30 m/s. Para o primeiro modo axial do ressonador, $f_0 = 2400$ Hz, o número de Strouhal correspondente situa-se na faixa $S_r < 0,5$ onde $S_r = 0,32$, estabelecendo neste caso a condição associada ao primeiro modo hidrodinâmico ($h=1$), de modo que a transferência de energia do escoamento para o campo acústico em tal frequência será máxima.

De acordo com os modelos teóricos discutidos, na condição de ressonância o número de Strouhal previsto encontra-se entre $S_r < 0,5$, tanto para o modelo de Bruggeman quanto para o modelo de Howe.

Comparando os resultados referentes aos valores máximos para a pressão sonora na extremidade fechada do ressonador em função do número de Strouhal com os resultados experimentais de Jungowski (1989), de Bruggeman (1991) e de Ziada (1999), verifica-se que o número de Strouhal encontrado no presente experimento apresenta valores próximos

aos valores encontrados em todas as referências citadas, sendo que para tais resultados, estes são obtidos entre $0,5 < S_r < 1$ para $h = 1$.

Considerando regimes de velocidades menores e, portanto, números de Strouhal maiores, o tempo de residência do vórtice na junção será maior do que o período de uma oscilação acústica completa⁷, surgindo um novo vórtice na junção enquanto o primeiro ainda a percorre. O segundo modo axial do ressonador, $f_0 = 7200$ Hz, compreende um número de Strouhal situado na faixa $0,5 < S_r < 1$, de modo que a transferência de energia será menor em decorrência da existência de dois vórtices na junção.

Logo, o resultado líquido da energia acústica total do sistema para $h=2$ será menor quando comparada ao caso $h = 1$, devido à absorção da energia acústica no processo de formação do segundo vórtice, de modo que menor será a amplitude máxima da pulsação na extremidade do ressonador. Assim, os resultados experimentais relacionados às condições hidrodinâmicas apresentam concordância significativa quando comparados aos resultados referentes a tais condições previstos pelos modelos teóricos tratados. De forma aditiva, nota-se a presença de uma notável similaridade com os resultados publicados para tais condições nas referências supracitadas.

Apesar de ter sido explicitada as condições de ocorrência para a máxima amplitude devido ao processo de re-alimentação, há a necessidade de se inferir qual a amplitude máxima vinculada às pulsações encontradas no presente experimento.

Bruggeman (1989) e Ziada (1994) verificaram que o resultado associado à amplitude da realimentação do campo acústico encontra-se frequentemente na faixa do regime de amplitude moderada $\left(3 \times 10^{-2} \leq u'/U_0 \leq 2 \times 10^{-1}\right)$, de modo que o nível de pressão sonora, para tais regimes, obtido na extremidade do ressonador estará compreendido entre os valores de $140 \text{ dB} < \text{NPS}_{re} < 165 \text{ dB}$.

Adotando o critério qualitativo de Bruggeman definido anteriormente, a amplitude de pressão acústica normalizada será utilizada com o propósito de classificar o regime de amplitude presente nos resultados experimentais, conforme ilustra a Figura 6.11.

⁷ Ver seção 3.16

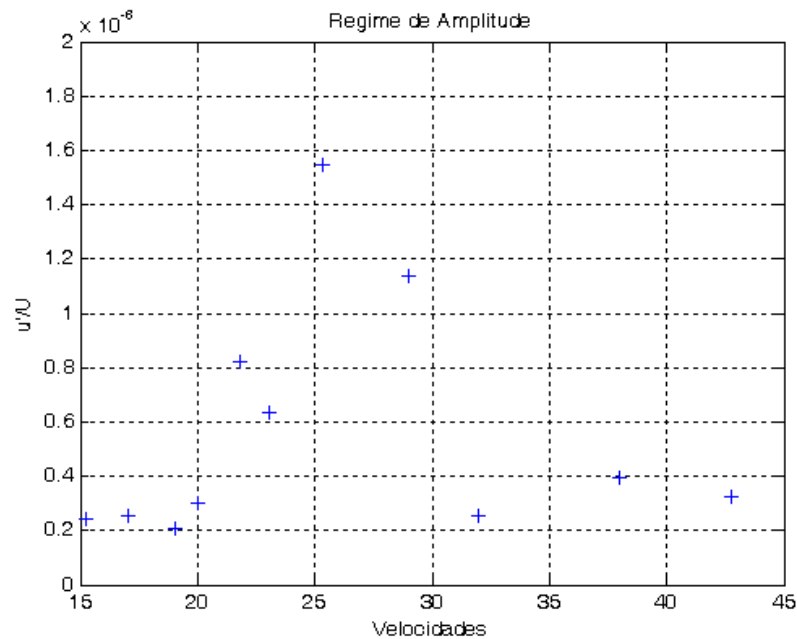


Figura 6.11: Amplitude da pulsação em função da Velocidade do Escoamento principal. Dutos cilíndricos acoplados mediante bordas do tipo canto vivo e $L_r=70$ mm.

A caracterização direta do regime de amplitude obtido experimentalmente permite a classificação do mesmo dentro do regime de baixa amplitude (Bruggeman, 1991). A distribuição da pressão sonora no domínio da frequência, para diferentes regimes de velocidades é mostrado na Figura 6.12.

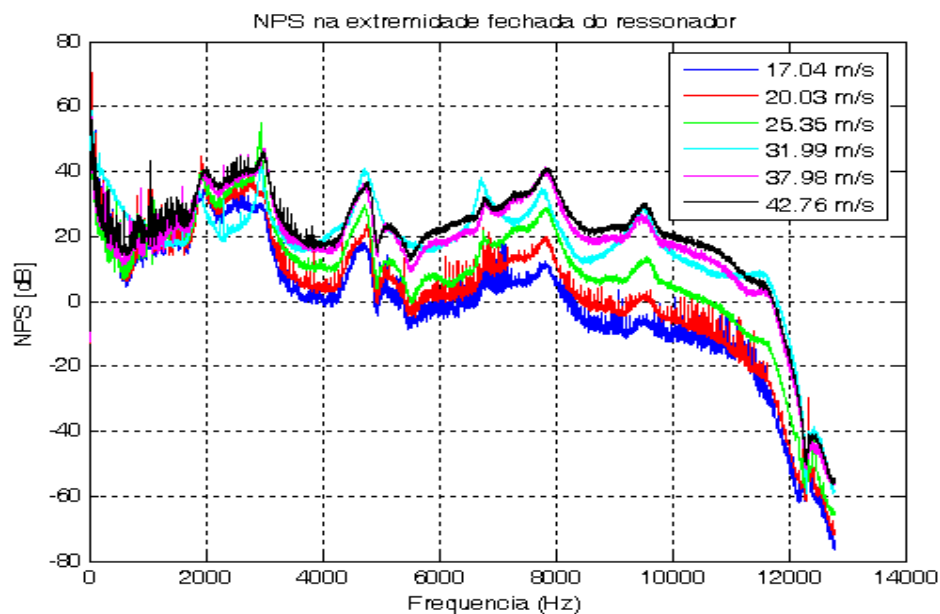


Figura 6.12: Nível de pressão sonora (NPS) obtido experimentalmente na extremidade do ressonador, $\bar{d} = 0,51$, Dutos cilíndricos acoplados via bordas canto vivo e $L_r=70$ mm.

Comparando os resultados do NPS e do regime de amplitude obtidos para o presente caso com aqueles encontrados por Jungowski (1989) e Bruggeman (1991), nota-se uma amplitude significativamente menor da pulsação e do NPS aferido no topo do ressonador, considerado no presente experimento.

Neste ponto, é importante ressaltar que o atual caso possui características semelhantes no que diz respeito às condições de medição dos experimentos citados. Portanto, a discrepância dos resultados não pode ser estabelecida mediante hipóteses triviais. Com o propósito de ressaltar as similaridades com os experimentos presentes na literatura, vários fatores podem ser citados, sendo que os fatores fundamentais são:

1. Razão de diâmetros \bar{d} , entre a ramificação lateral com o duto principal;
2. Regimes de vazões e condições experimentais análogas, como por exemplo, o fato do experimento ser realizado sob pressão atmosférica, com ar à temperatura ambiente.

Contudo, aspectos inerentes à bancada experimental e aspectos particulares do presente experimento podem ser evidenciados, estes são:

1. Incerteza em relação ao nível de vazão no duto principal;
2. Aquecimento do sistema e queima de óleo pelo sistema de geração do fluxo mássico devido ao suprimento do ar pelos compressores;
3. Número de Reynolds;

A incerteza em relação ao nível de vazão no duto é intrínseca à forma de medição proposta pela bancada, sendo muito difícil avaliar de uma maneira quantitativa qual o nível de perda referente ao fluxo mássico ejetado no cilindro.

O superaquecimento do sistema, em determinadas etapas, propiciou de maneira recorrente a queima de óleo. Obviamente tais resultados influíram significativamente na viscosidade do fluido, contudo não foram tomados critérios que permitissem inferir quantitativamente o impacto de tal parâmetro sobre o escoamento.

Se os aspectos anteriores forem desconsiderados, ainda que de forma arbitrária, o número de Reynolds passa a ser o único parâmetro fundamental que propicia a distinção entre o escoamento referente ao sistema de interesse com os estudos dos artigos de referência. Avaliando a região de máxima amplitude e de subsequente re-alimentação, o número de Reynolds associado ao presente experimento ($\bar{d}=0,51$) apresenta um valor bem menor do que o encontrado nos experimentos de Ziada (1994) e de Bruggeman (1989).

Devido ao fluxo mássico máximo gerado pela bancada disponível (aproximadamente 8 kg/h), o número de Reynolds do presente caso fica impossibilitado de atingir valores da ordem de 10^5 e 10^6 , como o encontrado nos artigos citados.

Os resultados de Jungowski (1989) mostraram que em um sistema com razão de diâmetro análoga ao ressonador considerado, a amplitude normalizada de pressão é da ordem de $\bar{A}_n \sim 0,025$ para $M_0 = 0,07$. Segundo os dados vinculados às dimensões geométricas do filtro, tal fato implica em um número de Reynolds da ordem de $Re \sim 2,5 \times 10^6$.

No que concerne aos dados de Bruggeman (1991) para uma razão de diâmetros da ordem de $\bar{d} \sim 0,83$ e considerando $M_0 = 0,11$, o valor de amplitude normalizada será de $\bar{A}_n \sim 1,5$. Neste caso, o número de Reynolds, considerando as dimensões do sistema (Bruggeman *et al.*, 1991), é da ordem de aproximadamente 85000.

Desta forma, ainda que a velocidade seja a mesma, o diâmetro do duto principal analisado em tais artigos é significativamente maior do que o duto principal do filtro acústico de sucção de um compressor alternativo.

Conforme salientado, o critério de qualidade dos modos não é adequado na previsão de elevadas oscilações auto-sustentadas. De fato, analisando tanto os resultados de Jungowski como os de Bruggeman, a razão de diâmetro referente a tais sistemas implica na baixa qualidade associada à formação de ressonâncias.

Analisando exclusivamente os resultados de Jungowski, verifica-se que quanto menor a razão de diâmetros do ressonador e do duto principal, maior será a amplitude da pulsação, de acordo com o resultado previsto através de considerações exclusivas referentes ao fator de qualidade. No entanto, devido à proximidade das seções laterais do duto e do ressonador, o sistema teria a condição suficiente de exclusão quanto à existência de elevadas amplitudes associadas à re-alimentação. Os resultados experimentais obtidos por Jungowski (1989) ilustram exatamente o contrário, pois a pressão acústica no topo do ressonador chega a resultados expressivos. Desta forma, sendo a razão de diâmetro, do ressonador inferido experimentalmente, similar a dos resultados apresentados nos artigos citados, o fator de qualidade vinculado à condição de ressonância também será extremamente baixo. A Figura 6.13 expõe os resultados baseados em considerações exclusivas sobre o fator de qualidade acústico intrínseco ao sistema analisado.

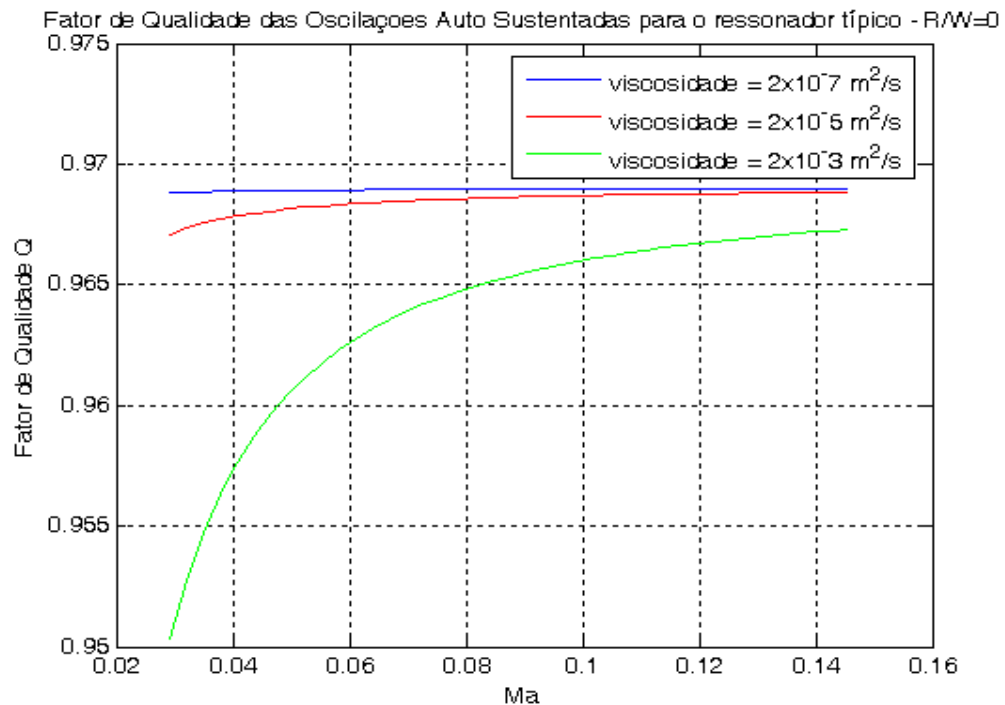


Figura 6.13: Fator de Qualidade para diferentes viscosidades referente ao sistema constituído de um duto principal de comprimento $L = 70 \text{ mm}$ e de um ressonador acoplado $L_r = 35 \text{ mm}$, $\bar{d} = 0,51$

Sendo o fator de qualidade, dependente da razão de diâmetro e da dissipação viscotérmica inferida através do modelo de Kirchhoff, verifica-se que mesmo quando viscosidades menores são consideradas, o fator de qualidade neste caso será baixo, indicando condições não favoráveis para a existência de pulsações proeminentes em frequências tonais próximas aos modos de ressonância da ramificação lateral.

Contudo, tal consideração não é suficiente para explicar a causa da existência de baixas amplitudes encontradas no experimento, visto que baixos fatores de qualidade são encontrados para os casos analisados por Jungowski e Bruggeman, e ainda assim valores elevados de pulsação foram obtidos.

Importante salientar que o fator de qualidade baseia-se em considerações referentes ao meio de propagação em repouso e que tal parâmetro serve para caracterizar o sistema do ponto de vista acústico, não considerando os efeitos do escoamento. O próprio termo de dissipação visco-térmica obtido segundo Kirchhoff não leva em consideração os efeitos advindos do escoamento turbulento interior ao duto sobre a dissipação da energia sonora.

Com relação aos níveis de vazões testados, estes corroboram do ponto de vista físico a existência de um baixo regime de pulsação para o caso analisado. A Figura 6.14 é um indicativo de que esta hipótese é adequada para tal corroboração.

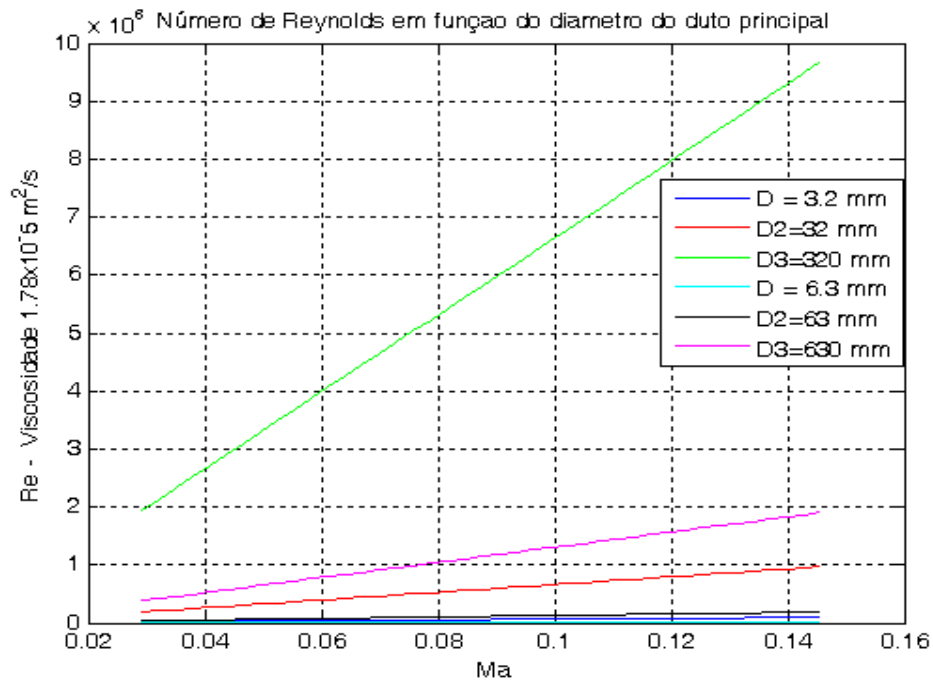


Figura 6.14: Número de Reynolds em função do número de Mach para diferentes dutos com diferentes diâmetros

Desta forma, verifica-se que mesmo para regimes de altas velocidades, com um número de Mach aproximadamente igual a 0,14, o número de Reynolds para o duto principal típico de um *muffler* ($D = 6,3 \text{ mm}$) será bem inferior ao caso de dutos com diâmetros maiores.

Explicitando o caso de Jungowski e de Bruggeman, verifica-se que estes apresentam valores para o diâmetro do duto principal de $D = 1,05 \text{ m}$ e $D = 0,03 \text{ m}$ respectivamente, e portanto, o número de Reynolds apresenta valores bem superiores quando comparados ao valor desta grandeza em um duto principal de $D = 6,3 \text{ mm}$.

De acordo com os resultados numéricos para um duto de configuração arbitrária com escoamento em regime de altas velocidades (incompressível e Ma sendo aproximadamente igual a 0,2), a distribuição dos termos fontes associados ao escoamento (termos fontes Lilley do tipo quadrupolo) na região de borda pode apresentar um significativo papel na amplitude da re-alimentação do campo acústico. Contudo, de acordo com a exposição já feita, estes termos apresentam um papel muito menor do que os termos dipolares (estruturas coerentes) na re-alimentação do campo acústico.

Utilizando o modelo analítico de Howe e o modelo numérico “*vortex-blob*” ao caso analisado experimentalmente do tubo ressonante aplicado ao duto principal, e considerando o acoplamento dos dutos através de bordas do tipo canto vivo, a comparação imediata com os resultados experimentais obtidos pode ser resumida no gráfico da Figura 6.15.

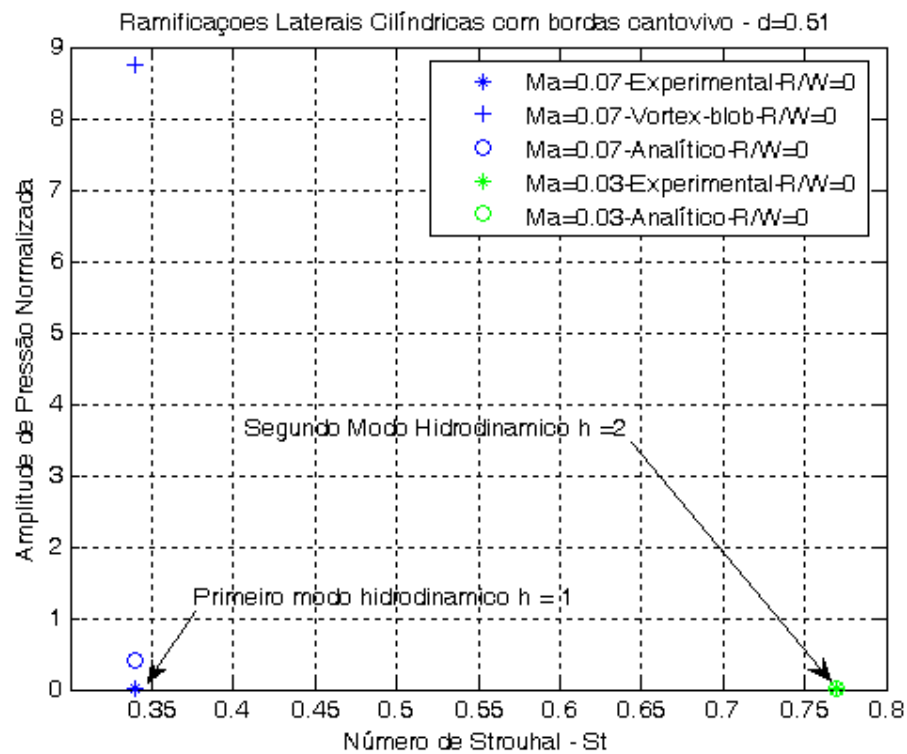


Figura 6.15: Modelo Numérico “Vortex-blob” (Kriesels *et al.*, 1995) e Modelo Analítico de Howe baseado na condição de Kutta.

Conforme exposto, uma superestimação da amplitude normalizada já poderia ser prevista dada a previsão referente a regimes de baixas amplitudes pelo modelo numérico “Vortex-Blob” e pelo resultado analítico de Howe.

Tal superestimação, decorre da simplificação referente ao campo de vorticidade na região de intersecção pelo método *Vortex-Blob* (Kriesels *et al.*, 1995), e à imposição de uma condição artificial de separação do escoamento (Condição de Kutta) pelo método analítico de Howe (1998). Logo, quanto menor o regime de amplitude de pulsação maior será a superestimação referente ao resultado quantitativo da amplitude da pressão normalizada computado mediante o modelo analítico de Howe e Nelson, e o modelo numérico baseado na desingularização de vórtices (“Vortex blob”).

No presente caso, esta superestimação da amplitude máxima da pulsação referente ao primeiro modo acústico $f_1 \sim 2400$ Hz é bem significativa, tanto para o primeiro quanto ao segundo modo da camada cisalhante, de acordo com o resultado ilustrado na Figura 6.15.

7 Resultados Numéricos e Discussão

Os resultados referentes às simulações numéricas serão expostos nesta seção. A análise dos regimes de escoamento compressível e incompressível serão discutidos em seções distintas. Os resultados referentes à aplicação do modelo analítico também serão expostos, sendo comparados com os resultados obtidos numericamente.

7.1 Escoamento Incompressível Estacionário

A razão de convergência foi inferida para o conjunto de três malhas, CDE, C1D1E1 e C2D2E2, sendo tal tríade feita para as malhas associadas aos três tipos de borda.

A ordem aparente foi determinada a partir da simulação do problema em três malhas com refinamentos diferentes, sendo tais malhas denominadas como fina, média, grossa e identificadas pelas letras E, D e C, respectivamente.

Conforme citado, as malhas sem numeração, como o conjunto CDE, referem-se às malhas associadas com borda canto vivo. Já as malhas C1D1E1 às bordas do tipo curva, e as malhas C2D2E2 às bordas do tipo híbrido.

Valores negativos para a razão de convergência foram obtidos para o conjunto de dados próximos à região de parede, sendo um indicativo de que em tais pontos existe convergência oscilatória (Celik, 2003). Desta forma, não foi possível definir uma ordem aparente de convergência em regiões próximas a paredes.

A priori, a hipótese para a não definição da ordem espacial aparente em tais pontos foi considerada como sendo uma consequência do uso não adequado de funções parede na prescrição de condições de contorno. Para verificar esta hipótese, foram efetuadas simulações com tratamento adequado da região de parede para malhas menos refinadas (mantendo-se a razão $q = 4$) em relação às apresentadas neste trabalho. Os resultados mostraram uma mudança do perfil devido ao refino de parede.

Apesar do exposto, foi verificado que a totalidade do conjunto de resultados para a velocidade axial não apresenta convergência oscilatória elevada quando comparada aos resultados da mesma variável para o conjunto de malhas CDE obtidos sem tratamento de parede adequado. De fato, os resultados numéricos mostram a existência de um comportamento não assintótico evidenciado pela existência de convergência oscilatória em 44% dos dados próximos à região da parede localizados na linha 1 (Figura 4.2) para a tríade de malhas CDE sem resolução da camada viscosa.

A fim de aplicar a extrapolação para tal conjunto de malhas, um tratamento de parede para as malhas CDE foi implementado. Isto permite impor a identificação dos nós

adjacentes à região da parede como pertencentes à região logarítmica de velocidade (Fluent, 2006).

Sendo a malha C a mais grosseira em comparação às malhas D e E, utilizou-se o modelo $k-\varepsilon$ para altos números de Reynolds, com um tratamento padrão de parede. Neste tratamento, a influência da parede sobre a quantidade de movimento referente aos nós adjacentes é avaliada através do perfil logarítmico de velocidade.

Devido ao aumento sucessivo de refino, os nós adjacentes à região de parede das malhas D e E ficam eventualmente fora da região de perfil logarítmico. De modo que a aplicação de funções de parede passa a ser não mais adequada.

Em vista de tais limitações o modelo híbrido de turbulência SST foi adotado, no caso para as malhas com graus de refinamentos maiores. Conforme salientado, isto se deve à precisão deste modelo na região da parede, resolvendo de forma satisfatória a subcamada viscosa com o modelo $k-\omega$ e as regiões afastadas com o modelo padrão $k-\varepsilon$ (Fluent, 2006). A Figura 7.1 mostra a variação dos resultados numéricos obtidos para o perfil de velocidade associada ao refino de malha. No presente caso, os dados referem-se às bordas do tipo canto vivo (Malhas C, D e E). O resultado para o perfil através da extrapolação pode ser também verificado na mesma figura.

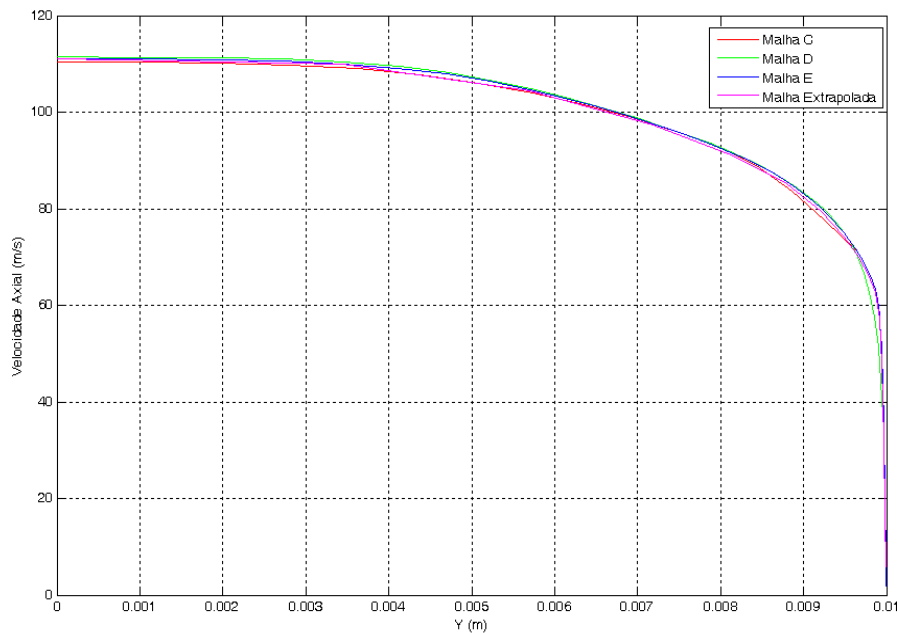


Figura 7.1: Perfis de velocidade na linha 1 obtidos com as Malhas C, D, E, bem como através de extrapolação.

É plenamente observável que não existe variação significativa dos resultados para a malha com maior nível de discretização (Malha E) em relação ao perfil de velocidade estimado através da extrapolação via GCI.

Para as malhas com bordas curvas (Malhas C1, D1, e E1) sem tratamento de parede, os resultados numéricos referentes ao perfil de velocidade apresentaram convergência oscilatória em sua totalidade. Assim, a inferência de uma ordem aparente torna-se implausível, e inviabiliza a aplicação da extrapolação, impossibilitando a avaliação da incerteza numérica vinculada ao índice GCI.

As malhas de geometrias do tipo borda curva também foram consideradas com tratamento de parede. Nestas malhas, tal qual no caso anterior, o modelo de turbulência k- ϵ padrão foi aplicado no caso da malha C1 e para as demais malhas o modelo SST foi adotado.

Através da avaliação da incerteza numérica via GCI, observou-se que os resultados não indicaram convergência oscilatória para nenhum ponto extraído ao longo da linha 1, identificada na Figura 4.2. No entanto, tais resultados apresentaram uma incerteza numérica maior, dado o elevado valor do índice GCI para determinados pontos.

Tal qual para as malhas com bordas curvas (Malhas C1, D1, e E1) sem tratamento de parede, os resultados para o perfil de velocidade apresentaram convergência oscilatória nas simulações para a geometria de bordas híbridas (Malhas C2, D2, e E2) sem tratamento de parede.

O conjunto de dados neste caso apresentou uma convergência oscilatória para aproximadamente 78 % dos pontos localizados ao longo da linha 1. Por este motivo, a obtenção de uma ordem aparente para poucos pontos sobre a linha 1 não é suficiente para permitir a caracterização dos efeitos das bordas híbridas sobre o perfil de velocidade. Desta forma, novas simulações foram realizadas com tratamento de parede, aplicando-se o modelo padrão k- ϵ para a malha C2 e o modelo SST para as malhas D2 e E2.

A Figura 7.2 apresenta o perfil de velocidade axial na linha 1 obtido para as malhas com maior nível de refino, com a incerteza numérica associada à discretização na região a jusante da intersecção para os três tipos de bordas (E, E1 e E2).

O GCI representado pela Equação (4.7) foi obtido usando um valor médio para a ordem aparente, sendo esta uma medida global da ordem de acurácia do resultado numérico (Celik, 2003):

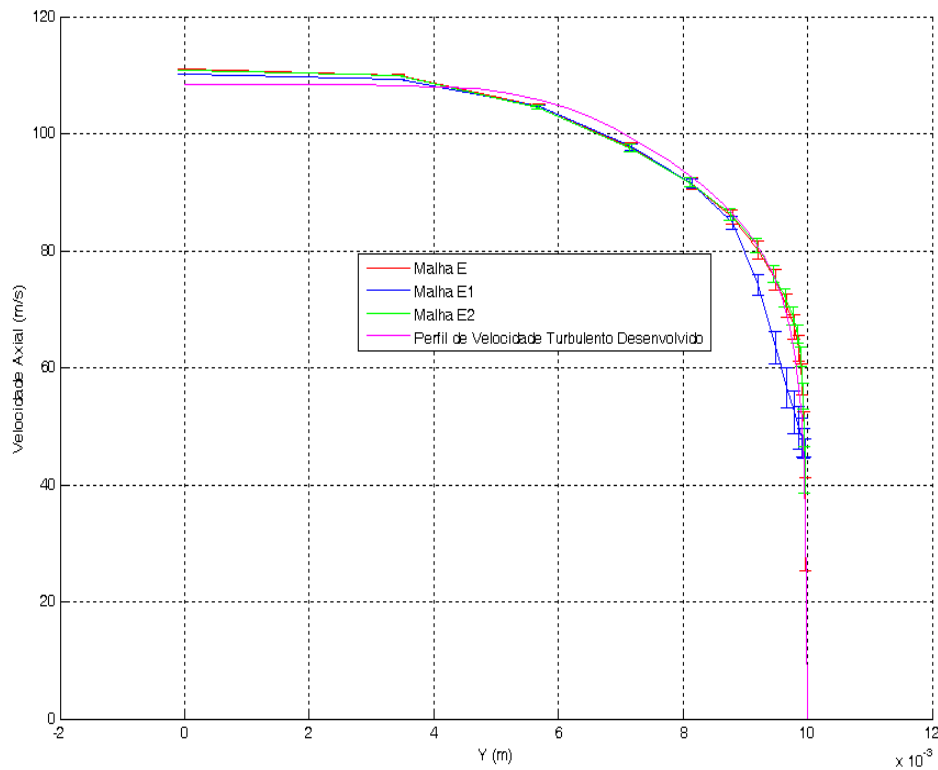


Figura 7.2: Solução numérica do perfil de velocidade obtido para as malhas de maior nível de refino E, E1 e E2, com a incerteza numérica associada.

Os resultados mostram que a região de borda provoca a desaceleração do fluido, devido à presença de uma região de separação. Implicando que nesta região, malhas com bordas curvas acarretam maiores reduções da velocidade axial quando comparadas às distintas geometrias de bordas analisadas.

7.2 Termos Fontes

Os termos fontes da analogia de Lilley foram obtidos usando o algoritmo SNGR. O propósito foi à caracterização qualitativa de potenciais locais de produção de termos fontes associados a termos unicamente devidos ao escoamento na região de intersecção.

A análise aproximada do perfil analítico dos termos fontes de Lilley não foi possível de ser realizada devido à ocorrência de convergência oscilatória na linha 2 para a totalidade dos dados numéricos obtidos. Tais resultados motivaram a construção de malhas mais refinadas na região de intersecção, mas infelizmente as mesmas não permitiram a aplicação de esquemas de extrapolação de forma adequada, persistindo o padrão de convergência oscilatória.

A Figura 7.3 ilustra o contorno dos resultados numéricos obtidos para o termo fonte na região de intersecção.

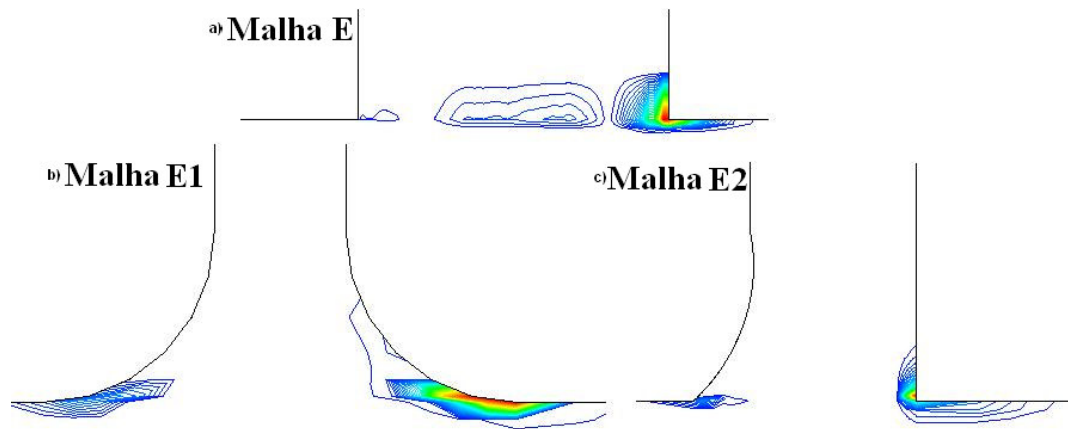


Figura 7.3: Distribuição dos termos de Lilley para os três tipos de bordas analisadas, Malha E, Malha E1 e Malha E2 obtidos através do algoritmo SNGR.

A intensidade turbulenta elevada na região de intersecção, considerando a geometria com borda curva torna mais proeminente a existência de termos fontes do tipo quadropolo. A distribuição dos termos fontes em bordas curvas chega a uma superioridade de aproximadamente duas ordens de magnitude com relação à distribuição destes termos nas outras configurações analisadas. Desta forma, os contornos de coloração vermelha não representam a mesma intensidade, e sim a representação dos pontos onde a presença destes termos é significativa considerando a adequada representação da magnitude de distribuição em questão.

Deve-se salientar que tais termos, conforme exposto, estão vinculados às flutuações locais de velocidade sintetizadas via SNGR.

7.3 Escoamento Compressível Estacionário

Os resultados referentes à simulação estacionária para o regime de escoamento compressível têm o propósito de verificar para um dado regime de velocidades, quais serão as frequências excitadas da cavidade ressonante pelo escoamento.

A necessidade da simulação estacionária decorre da forma pela qual a ferramenta de análise modal é implementada no software. De fato, o algoritmo que determina os autovalores de correspondência física direta com as frequências de ressonância da cavidade, é implementado apenas para o caso de uma simulação compressível em regime permanente (Caraeni *et al.*, 2009).

O acoplamento entre campo acústico da cavidade com a camada cisalhante formada na região de intersecção, caracterizada pelo desprendimento de vórtices, não é obtido para o caso da simulação em regime estacionário dado o caráter transiente vinculado.

Desta forma, o presente caso apenas ressalta as freqüências de ressonâncias excitadas pelo escoamento, e não têm o propósito de inferir o dito acoplamento. Os resultados foram comparados com os resultados obtidos por Kriesels (1995), Bruggeman (1991), e para o caso do ressonador analisado.

O objetivo foi verificar se para um dado regime de velocidade (em que a amplitude máxima de re-alimentação do campo acústico ocorre conforme exposto nos artigos citados, as freqüências excitadas correspondem àquelas observadas na literatura.

Os resultados abaixo se referem às freqüências de ressonância das geometrias analisadas por Kriesels (1995) para o caso de uma cavidade co-axial, por Bruggeman (1991) para o caso de uma única ramificação lateral acoplada, e para o caso do ressonador avaliado.

Tabela 4: Resultados Experimentais e Resultados Numéricos para as freqüências de ressonância intrínseca aos sistemas considerados excitadas pelo escoamento.

Resultados	Numérico	Experimental
Bruggeman	897,7 Hz	739 Hz
Kriesels	156,3 Hz	152,2 Hz
Ressonador Experimental	2591 Hz	2400 Hz

Nota-se que os resultados obtidos para as freqüências de ressonância através da análise modal mediante o algoritmo de Arnoldi (Caraeni *et al.*, 2009), apresentam similaridade com os resultados observados no presente trabalho e com os resultados da literatura.

Conforme explicitado, tais freqüências de ressonâncias correspondem àquelas excitadas pelo escoamento. De modo que, considerando o regime de velocidade referente a cada simulação, as freqüências modais associada aos primeiros modos das geometrias analisadas são predominantemente excitadas.

O algoritmo de Arnoldi apresenta a proposta de clarificar quais freqüências serão excitadas pelo escoamento considerando um dado regime de velocidade, de forma que pelos resultados obtidos nota-se a similaridade quantitativa entre as freqüências fornecidas pelo algoritmo citado, com as freqüências excitadas observadas experimentalmente.

Contudo, a informação concernente a amplitude da re-alimentação do campo acústico para a freqüência considerada precisa ser obtida através da simulação compressível e transiente das equações governantes.

7.4 Escoamento Compressível Transiente

A validação da metodologia numérica aplicada será inferida através dos resultados numéricos obtidos para os casos expostos na literatura. Tais resultados em sua totalidade se referem aos dados experimentais obtidos para a pressão normalizada no topo do ressonador (Kriesels *et al.*, 1995)(Bruggeman *et al.*, 1991).

Desta forma, primeiramente os resultados obtidos para a simulação numérica transiente e compressível, referente às configurações estudadas nos artigos supracitados, serão expostos. Em seguida os resultados referentes ao caso do ressonador serão apresentados.

O custo computacional referente ao uso de uma malha com refino elevado, de acordo com o presente caso, acarreta em tempos reais de simulação relativamente extensos, ainda que a presente simulação seja feita utilizando-se de processamento paralelo.

Esquemas de interpolação de segunda ordem e com dupla precisão, aliados de forma conjunta à considerável quantidade de volumes que compõe o domínio, elevam de forma significativa o tempo de processamento computacional.

A análise do presente caso é feita considerando que a flutuação de pressão na extremidade fechada da ramificação lateral tenha atingido um regime de comportamento oscilatório-estacionário. Ainda que exista difusão numérica, inerente a discretização numérica, os resultados a seguir mostram que de fato o acoplamento entre o campo acústico com o escoamento oscilatório na região de intersecção foi caracterizado.

Para o caso da ramificação lateral co-axial analisada por Kriesels, verifica-se que o custo computacional, associado ao tempo real gasto para que a simulação atinja o regime estacionário é de aproximadamente 56 horas. Logo, o tempo de processamento é relativamente longo, ainda que a quantidade de elementos que compõe a malha seja relativamente pequena em comparação a outros casos da literatura, e a utilização de funções de parede seja aplicada, a fim de não resolver efetivamente a região viscosa próxima superfície sólida.

Os resultados obtidos numericamente através da simulação URANS, para a ramificação lateral co-axial, serão comparados com os resultados obtidos por outros métodos numéricos, e com os resultados experimentais obtidos por Kriesels (1995).

Com o objetivo de inferir a cinemática dos vórtices na região de intersecção, a comparação dos resultados será feita através da visualização do escoamento na região de acoplamento dos dutos. Em seguida, serão exibidos os valores da amplitude das oscilações auto-sustentadas em condições hidrodinâmicas específicas.

Esta etapa computacional divide o ciclo acústico dentro de intervalos regulares, de modo que a partir desta divisão, a comparação imediata com os resultados da visualização do escoamento obtidos por Kriesels (1995), via *schlieren*, pode ser avaliada.

Assume-se que o instante de tempo após o ciclo acústico divide-se em incrementos iguais, com uma figura representando cada incremento. Desta forma a comparação numérica é efetuada a partir dos dados obtidos para o contorno da magnitude da vorticidade na região de intersecção.

Devido à incerteza na fase das figuras experimentais do artigo citado, alguma diferença de fase vinculada à dinâmica da vorticidade na região de intersecção pode eventualmente ocorrer. Com o intuito, de equalizar as comparações e minimizar tais incertezas, a razão da velocidade da partícula acústica entre os resultados a serem comparados são aproximadamente iguais. Deve ser ressaltado que a velocidade de partícula acústica é aproximada através da normalização da oscilação da pressão acústica obtida no topo do ressonador pelo produto $\rho_0 c_0$.

A visualização do escoamento na região de intersecção em instantes sucessivos na junção da ramificação lateral co-axial pode ser observada na Figura 7.4. As ilustrações mostram para uma cavidade co-axial a trajetória e a formação do vórtice na junção para um regime de amplitude elevada desde o processo de formação até a convecção completa das estruturas coerentes pelo escoamento médio, para o regime $u'/U = 0,74$ e $S_r = 0,27$.

Explicitando a segunda metade do período de oscilação acústica, e comparando a visualização dos contornos da magnitude da vorticidade obtidos através da utilização do Fluent (2006), para o mesmo caso considerado, uma significativa similaridade pode ser observada.

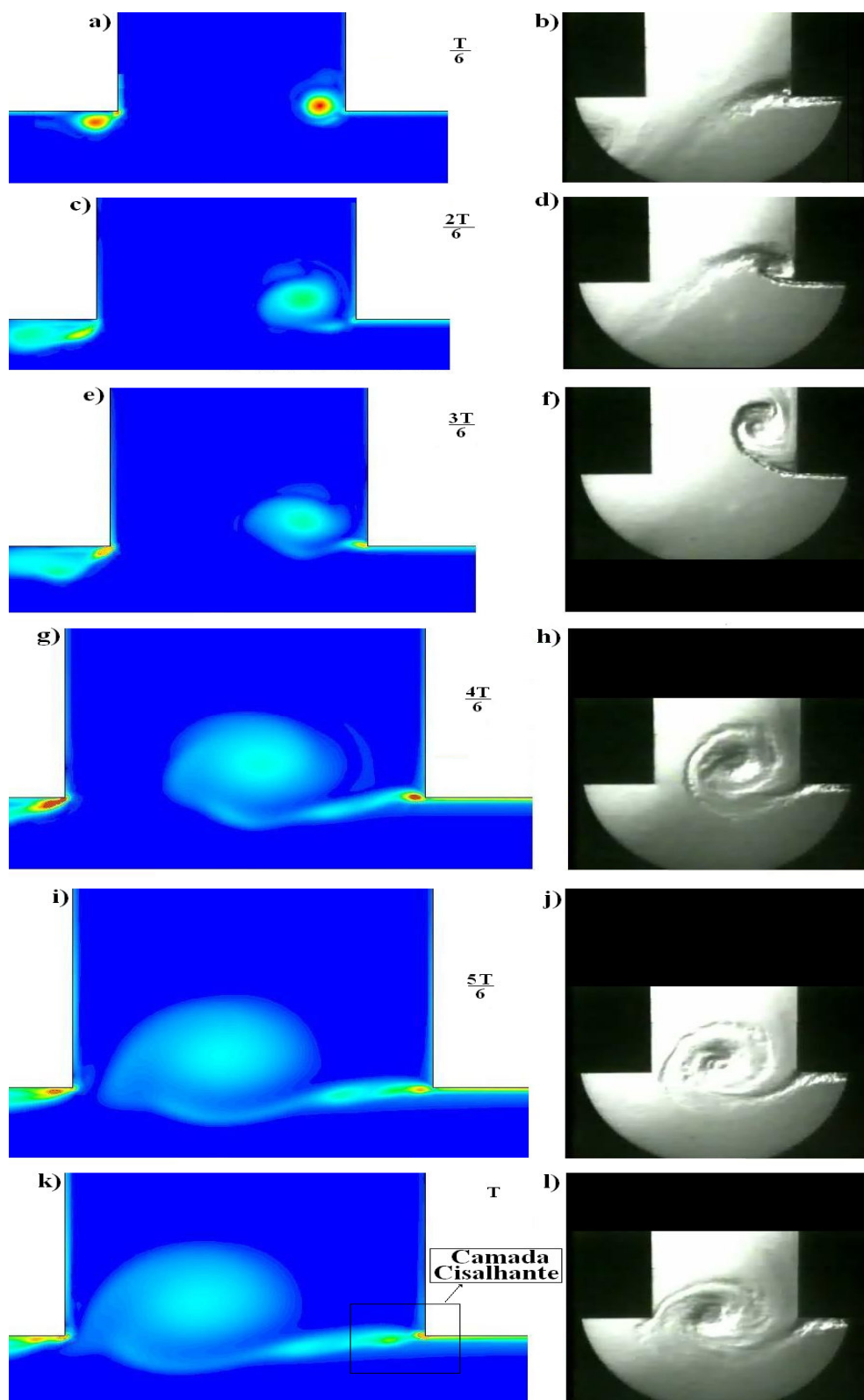


Figura 7.4: Comparação da Cinemática dos Vórtices obtida via URANS (figura ao lado esquerdo) com os resultados experimentais da cavidade co-axial analisada por Kriesels (1995)(figuras ao lado direito), fluxo do escoamento no sentido da direita à esquerda.

Os resultados da Figura 7.4 se referem, conforme exposto, a cavidade co-axial analisada por Kriesels, cujas especificações são dadas pelos seguintes parâmetros: i) $L_r = 0,594$ m, ii) $U_0 = 35$ m/s, iii) $f = 156,3$ Hz, iv) $S_r = 0,27$ e v) $u'/U = 0,76$.

A cinemática das estruturas coerentes na junção, conforme exposto pela Figura 7.4, ilustra que o campo acústico inicial força o deslocamento da estrutura coerente para o interior da cavidade no início do segundo ciclo acústico. Tal ação estabelece o subsequente desprendimento do vórtice da borda anterior.

O aumento da estrutura coerente é conseqüente da não linearidade intrínseca à interação do campo acústico com a camada cisalhante formada na borda anterior. A absorção da energia do escoamento acarreta no crescimento exponencial da camada cisalhante, de modo que a vorticidade inerente a tal camada propicia a formação de estruturas coerentes com elevada vorticidade na região da borda anterior.

O escoamento compressível (campo acústico) interno à cavidade controla, neste caso, o deslocamento dos vórtices no regime de amplitude elevada aqui considerado. Observa-se pelas Figuras 7.4 (e) e (f) que o resultado experimental, implica na existência de um campo acústico de amplitude significativa forçando o deslocamento dos vórtices para o interior da junção, onde conforme exposto, o campo acústico apresenta o sentido interno à cavidade dentro do período de oscilação considerado.

No entanto, o deslocamento excessivo dos vórtices para dentro da cavidade não ocorre nas simulações consideradas. A hipótese relacionada a tal fato vincula-se diretamente aos modelos de turbulência utilizados (URANS). A introdução de uma viscosidade suplementar pelo modelo $k-\epsilon$ (viscosidade turbulenta, ν_t), bem como a difusão numérica devida aos esquemas de discretização, não permitem a caracterização plena do campo acústico formado na junção.

Assim, a simulação não captura de forma adequada o campo acústico formado na cavidade, sendo este fundamental no deslocamento das estruturas coerentes para dentro da cavidade ressonante quando regimes de amplitudes elevadas são considerados. No entanto, verifica-se que inicialmente o campo acústico é previsto de forma satisfatória, pois o desprendimento e subsequente crescimento das estruturas coerentes ocorrem apenas como conseqüência do acoplamento entre o campo acústico com a camada cisalhante (Kriesels *et al*, 1995).

Um exemplo dos resultados transientes da simulação co-axial pode ser observado na Figura 7.5, estes resultados se referem ao monitoramento da oscilação de pressão na extremidade fechada do ressonador.

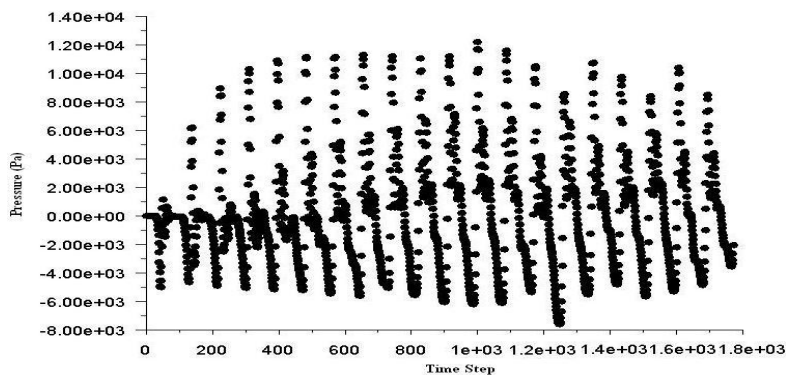


Figura 7.5: Amplitude da pressão acústica durante o início transiente ao estado estacionário para $S_r = 0,27$

Não foi especificada uma condição de pressão inicial na extremidade do ressonador, pois a presente simulação pretende capturar o acoplamento não linear de forma natural, sem o estabelecimento *a priori* de uma condição de contorno especificada. Pode ser observado que o comportamento das oscilações torna-se repetitivo, evidenciando a sustentação da oscilação monitorada na extremidade fechada do ressonador.

O crescimento da amplitude, e o fato de a mesma atingir um estágio final estacionário, implica que a energia do escoamento médio necessita ser transferida para que a amplitude da re-alimentação cresça. Desta forma a demonstração qualitativa do acoplamento entre o campo acústico com o escoamento, pode ser aferida através da evidência explicitada pela simulação transiente-compressível URANS.

Caso não existissem ondas acústicas na cavidade, o efeito combinado de uma viscosidade artificial introduzida pelo modelo de turbulência, aliado à difusão numérica do esquema de discretização escolhido, causaria a contínua dissipação da oscilação monitorada na extremidade fechada do ressonador. Nota-se que não havendo desprendimento de vórtices na região de intersecção, fontes acústicas no sistema seriam nulas. Este efeito foi observado quando passos de tempo maiores foram utilizados.

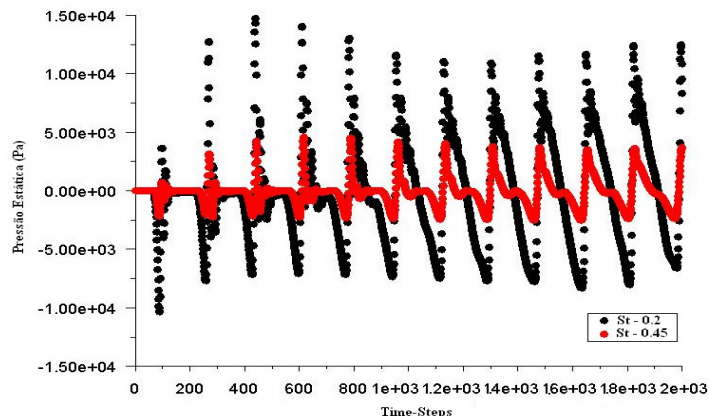


Figura 7.6: Amplitude da pressão acústica na extremidade fechada (inferior) da cavidade co-axial.

A Figura 7.6 ilustra a oscilação da pressão na extremidade do ressonador para diferentes regimes de velocidade, especificamente $S_r=0,2$ e $S_r=0,4$.

De modo a determinar como este acoplamento varia em função de diferentes regimes de velocidade, foi realizada uma série de simulações. Fixando a geometria e as bordas consideradas dentro do padrão único definido na metodologia, vários resultados foram obtidos. Para o caso da ramificação lateral co-axial, a velocidade na entrada do duto foi variada com a finalidade de se obter distintas condições hidrodinâmicas (diferentes números de Strouhal).

Devido à similaridade entre as amplitudes de re-alimentação encontradas nas duas ramificações, apenas os resultados referentes à ramificação lateral inferior serão mostrados. A Figura 7.7 destaca a comparação dos resultados obtidos via URANS transiente-compressível, com os resultados obtidos através do método descrito por Dequand (2001), e do resultado experimental obtido por Kriesels (1995):

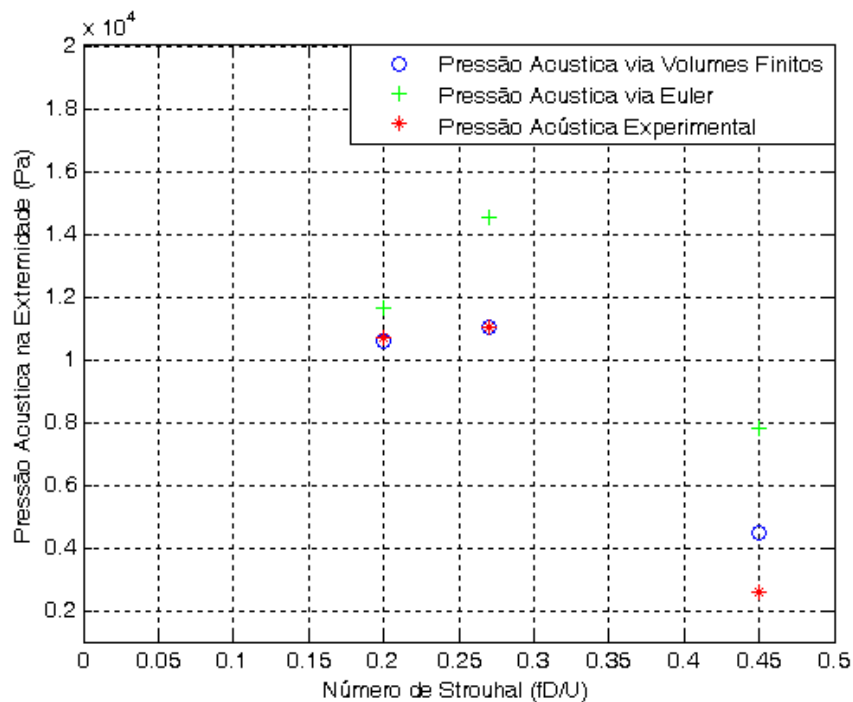


Figura 7.7: Amplitude de Pressão Normalizada, segundos dados de Kriesels (1995).

A Figura 7.7 compara a amplitude normalizada na extremidade do ressonador, obtida por dois métodos numéricos distintos, com o resultado experimental obtido por Kriesels (1995) para o caso da ramificação lateral co-axial, com frequência de excitação igual a $f = 156,3$ Hz.

Nota-se que, o valor máximo referente à simulação via método dos volumes finitos baseado em elementos (Fluent, 2006), apresenta resultados razoáveis quando comparados aos resultados experimentais dos valores máximos da oscilação de pressão acústica na extremidade da ramificação lateral co-axial.

Os resultados experimentais e numéricos são bem próximos para a condição hidrodinâmica entre $0,2 < S_r < 0,3$. De forma adicional, ressalta-se que a excitação da frequência de ressonância para o caso $S_r = 0,27$ é bem próxima ao valor observado na obtenção das frequências excitadas pelo escoamento, segundo o algoritmo de Arnoldi, conforme pode ser observado na Tabela 4.

Um desvio mais significativo entre os resultados experimentais com os resultados obtidos através do método dos Volumes Finitos ocorre para a faixa de números de Strouhal maiores ($S_r = 0.45$). Neste caso, a flutuação de pressão determinada numericamente na extremidade do ressonador é maior do que o resultado experimental, de modo que uma discretização mais refinada com o propósito de reduzir a difusão numérica e obter resultados mais precisos torna-se necessária.

O cômputo da razão entre a velocidade de partícula acústica com a velocidade do escoamento médio implica que o regime de amplitude considerado associa-se ao regime de amplitude elevada, segundo o critério de Bruggeman (1991). Contudo, a cinemática da vorticidade não é representada em sua totalidade, dado o não deslocamento incisivo das estruturas coerentes para regiões interiores à cavidade ressonante, em consequência da ação do campo acústico (Figura 7.4).

A análise para o caso de uma única ramificação lateral acoplada foi validada apenas para o caso de Bruggeman (1991). Este caso é similar ao do ressonador analisado experimentalmente, dada as devidas diferenças entre os parâmetros geométricos associados.

Verifica-se que a extensão espacial da vorticidade inerente às estruturas formadas, devido ao colapso da camada cisalhante, é menor nesta situação. Isto ocorre mesmo que a ação de um campo acústico interno propicie, dentro do regime de amplitude considerado, a formação destas estruturas na região de borda.

Os resultados numéricos obtidos, para o caso de Bruggeman, foram simulados de maneira análoga ao caso analisado por Kriesels. Experimentos numéricos foram efetuados com o propósito de encontrar parâmetros associados à malha, tal que o custo computacional agregado fosse relativamente menor do que o caso da ramificação lateral co-axial analisada.

Considerando a utilização de um “cluster” e o processamento paralelo propiciado pelo mesmo, através da ferramenta previamente implementada no software Fluent, o tempo real

de simulação despendido na obtenção do presente resultado, é de aproximadamente 14 horas. Tais resultados se referem ao grid apresentado na metodologia numérica (Figura 4.4).

Nota-se que o início do processo de instabilidade é análogo ao caso analisado por Kriesels, contudo o colapso da camada cisalhante não propicia o surgimento de estruturas com vorticidade tão elevada como a existente na região de intersecção de cavidades ressonantes co-axiais. A existência da difusão numérica, mesmo quando o regime estacionário é obtido, acarreta na redução da intensidade do campo acústico, tornando o conseqüente acoplamento menos efetivo. O resultado do contorno de vorticidade na região de intersecção, para o caso de Bruggeman, é dado pela Figura 7.8.

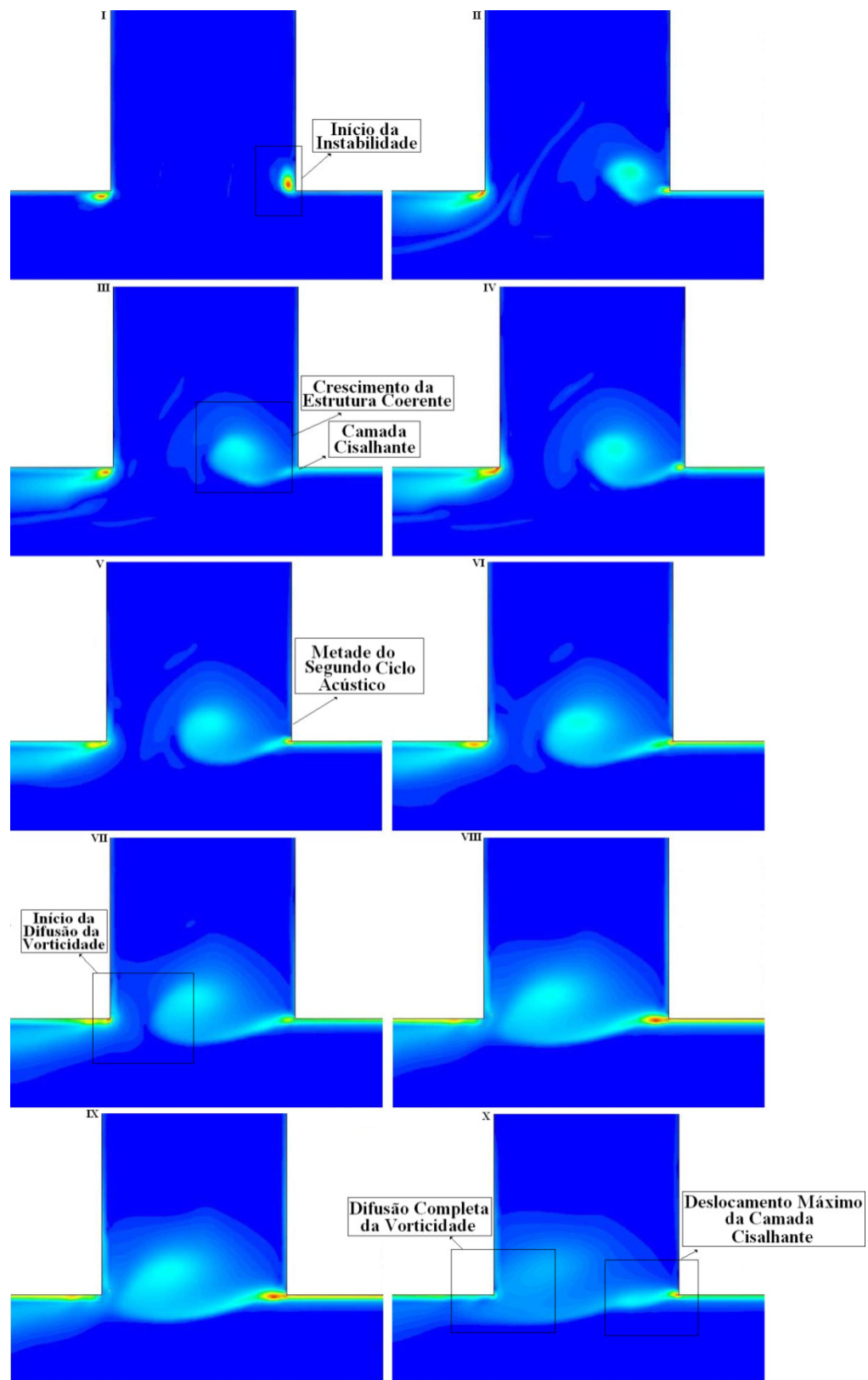


Figura 7.8: Resultado associado à cinemática dos Vórtices obtida via URANS em instantes sucessivos na Junção da ramificação lateral única analisada por Bruggeman (1991), fluxo do escoamento no sentido da direita à esquerda.

As ilustrações da Figura 7.8 mostram as etapas do acoplamento não linear entre o campo acústico com o escoamento, representado pela vorticidade, na região de intersecção, para o regime $u'/U = 0,08$ e $S_r=0,46$. A comparação com os resultados obtidos através do modelo analítico de Howe, com a condição de Kutta aplicada, é feita conjuntamente com os resultados experimentais analisados para o presente caso.

A Figura 7.9 mostra a comparação dos resultados numéricos obtidos via URANS formulação transiente-compressível, para o caso de Bruggeman:

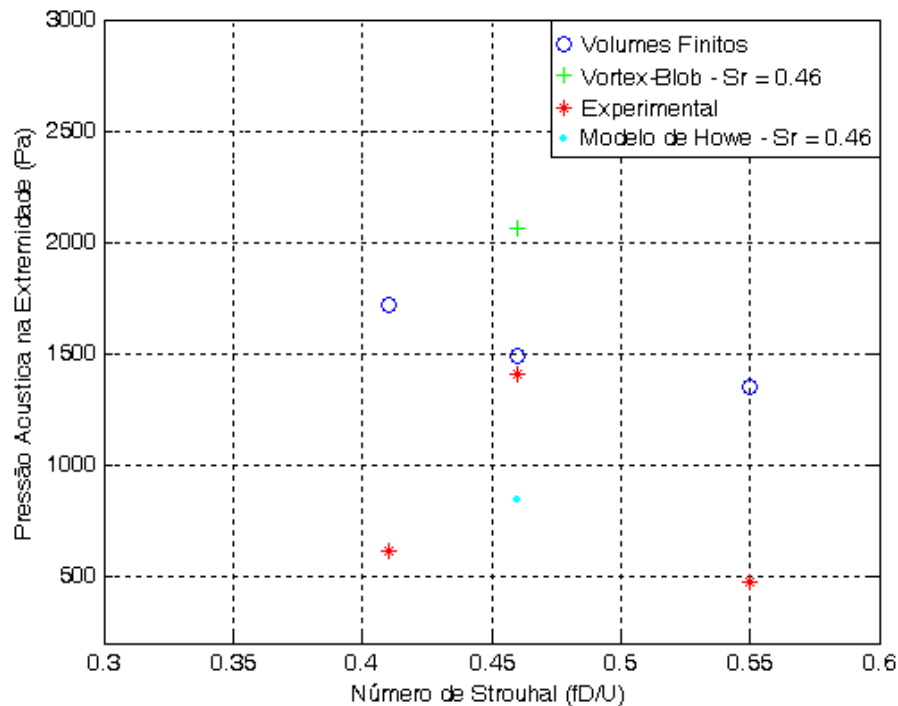


Figura 7.9: Resultado associado a diferentes condições hidrodinâmicas para a amplitude máxima do campo acústico.

Os dados se referem à amplitude máxima do campo acústico ressonante associado ao segundo modo acústico; $m=1$ e $f_1 = 739$ Hz.

Notam-se desvios para a amplitude da re-alimentação prevista pela simulação compressível-transiente considerando as condições hidrodinâmicas dadas por $S_r = 0,4$ e $0,55$. A comparação direta do número de elementos neste caso com o caso anterior referente à geometria analisada por Kriesels (1995) implica em uma malha com metade da discretização (número de elementos).

Conforme salientado, a discretização espacial do grid desempenha um papel fundamental quando a amplitude da re-alimentação necessita ser avaliada com precisão adequada. Contudo, a abordagem extensa do impacto deste parâmetro sobre a predição

quantitativa da re-alimentação não foi feita, devido ao tempo computacional despendido para a simulação de cada condição hidrodinâmica.

Resultados similares obtidos por Hirschberg (1997) considerando o método “*vortex-blob*” acarretam na previsão quantitativa da amplitude de re-alimentação para a condição hidrodinâmica, referente ao número de Strouhal $S_r = 0,46$, da ordem de duas vezes a magnitude da pressão acústica aferida experimentalmente.

O resultado obtido pelo método dos volumes finitos para a condição hidrodinâmica supracitada apresenta valores próximos aos resultados experimentais obtidos por Bruggeman. Contudo o desvio para distintas condições hidrodinâmicas $S_r = 0,41$ e $S_r = 0,55$ chega a ser o dobro do resultado experimental.

Nota-se claramente que a amplitude da re-alimentação para o caso da ramificação lateral única apresenta valores muito menores do que o caso da ramificação lateral co-axial considerada, tal resultado corrobora numericamente esta observação citada com relevância na literatura (Hirschberg, 1997), (Ziada, 1994), (Bruggeman *et al.*, 1991), (Kriesels *et al.*, 1995).

A razão desta distinção de amplitudes se deve a vários mecanismos de perda, tais como a perda de radiação pelos modos harmônicos pares da cavidade. No caso co-axial esta perda é desprezível, o que resulta segundo o balanço de energia, em perdas menores vinculadas à transferência de energia do escoamento ao campo acústico interno à cavidade ressonante.

A distinção entre a interação do escoamento na região de intersecção com o campo acústico ressonante, para o caso de um único ressonador acoplado, pode ser ressaltada diretamente quando são comparados os contornos da magnitude de vorticidade na região de intersecção.

Observa-se que o crescimento não linear das estruturas coerentes é menor quando a oscilação da amplitude de pressão na extremidade fechada do ressonador apresenta valores de magnitude menores. Como a transferência de energia ao campo acústico é maior, pela conservação da energia, a energia absorvida pelo campo acústico será maior elevando o crescimento das estruturas coerentes desprendidas na região de intersecção.

Salienta-se que os dois casos analisados apresentam regimes de amplitudes menores. De modo a explicitar tais resultados, nota-se que o caso de um único ressonador acoplado implica em um regime de amplitude moderada, enquanto que o caso de ressonadores co-axiais acoplados apresentam regimes de amplitude elevada.

Os resultados analíticos considerados ilustram de forma similar aos resultados numéricos obtidos por diferentes abordagens, que a aplicação de tubos ressonantes com o

propósito de otimizar a aplicação de filtros acústicos deve ser feita de forma cautelosa. Verifica-se que a re-alimentação das ressonâncias da cavidade acoplada pode acarretar na implicação desta cavidade como uma fonte de ruído a ser considerada.

A seguir os resultados numéricos obtidos através do método dos volumes finitos referente à simulação bi-dimensional compressível-transiente, serão expostos e discutidos para o caso do ressonador analisado. Inicialmente, com o propósito de clarificar o resultado para a oscilação de pressão monitorada na extremidade do ressonador fechado, serão mostrados os resultados referentes às simulações efetuadas com distintos passos de tempo.

O intuito é clarificar de que forma, a escolha adequada do passo de tempo apresenta um parâmetro de impacto na obtenção da oscilação auto sustentada oriunda do acoplamento entre o campo acústico na cavidade ressonante com o desprendimento de vórtices na região de intersecção. A Figura 7.10 ilustra tais resultados.

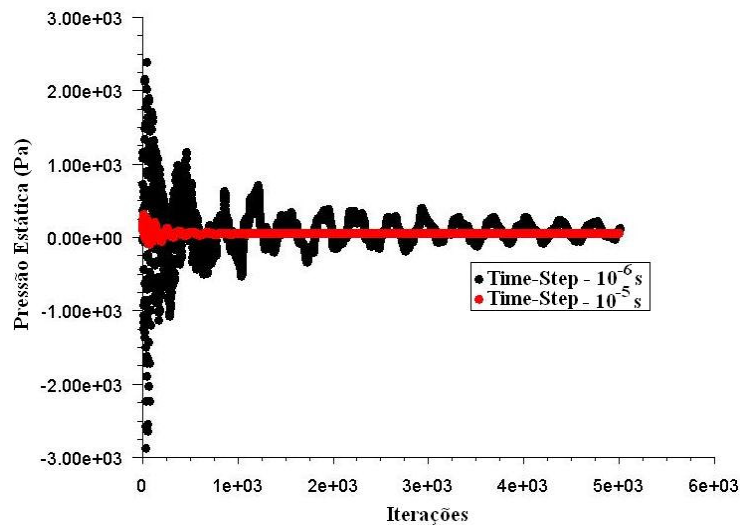


Figura 7.10: Monitoramento da amplitude da pressão acústica na extremidade fechada do ressonador analisado, considerando diferentes valores para a discretização temporal do regime compressível-transiente.

Nota-se a significativa redução da amplitude das oscilações de pressão em simulações numéricas que utilizam passos de tempo maiores. Conforme observado, o acoplamento não é plenamente caracterizado para as simulações com *time-step* da ordem de 10^{-5} s.

De forma similar aos resultados anteriores, o presente resultado se refere à solução obtida de forma segregada (Fluent, 2006). Tentativas para a obtenção das soluções em regime acoplado foram feitas, de modo a avaliar o impacto do acoplamento pressão-velocidade (necessário a formulação segregada) nos resultados obtidos, contudo, neste caso não houve convergência do procedimento iterativo.

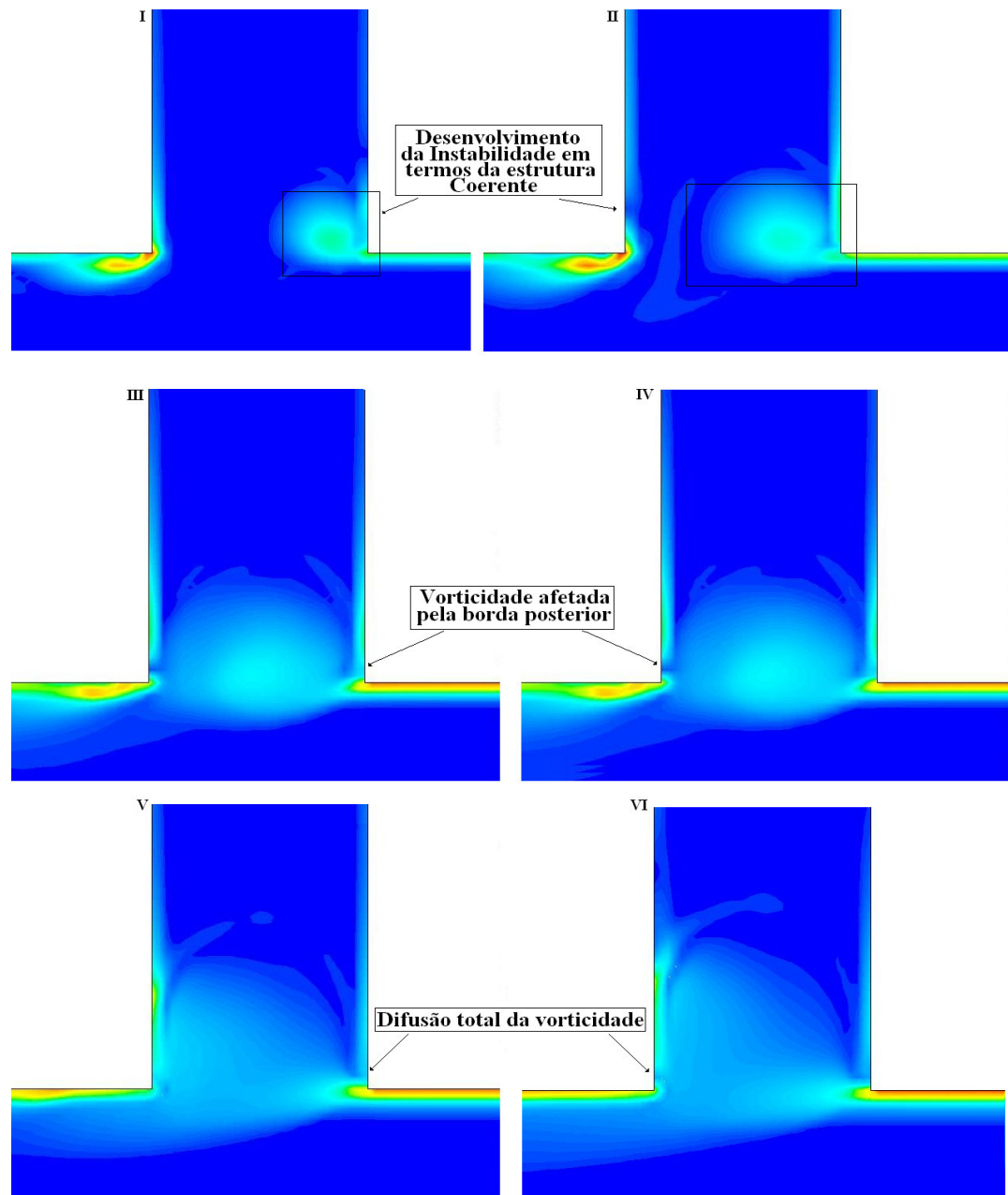


Figura 7.11: Resultado associado à cinemática dos Vórtices obtida via URANS em instantes sucessivos na Junção da ramificação lateral única analisada experimentalmente, fluxo do escoamento no sentido da direita à esquerda.

As ilustrações da Figura 7.11, mostram as diferentes etapas do acoplamento não linear do campo acústico com a vorticidade na região de intersecção, para o regime $u'/U = 0,08$ e $S_r = 0,31$.

Para o presente caso, considerando o número de elementos explicitado na metodologia, o tempo real de simulação assemelha-se ao caso de Bruggeman. Deste modo

o caráter dinamicamente estacionário vinculado à flutuação de pressão na extremidade do ressonador, com o escoamento em simulação em regime permanente, é obtido em aproximadamente 13 horas. Os resultados, considerando o custo computacional elevado, se referem a poucos pontos.

A comparação dos resultados da oscilação de pressão, monitorada na extremidade fechada do ressonador, com os resultados analíticos obtidos para tal caso, são dados pela Figura 7.12.

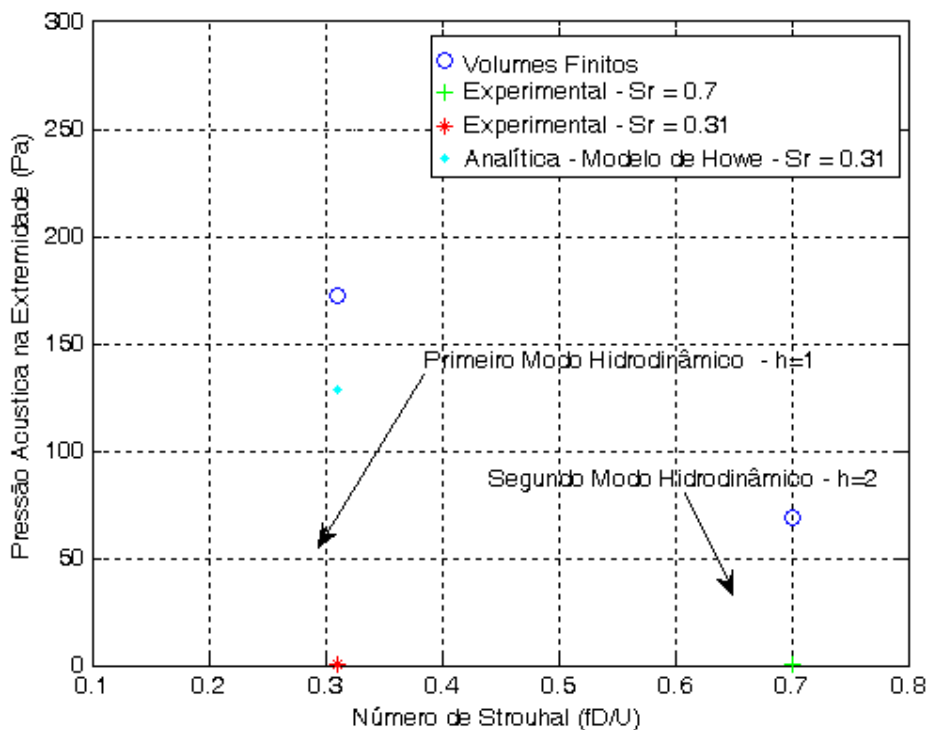


Figura 7.12: Resultado associado ao caso avaliado experimentalmente considerando diferentes condições hidrodinâmicas.

Os dados se referem à amplitude máxima do campo acústico ressonante vinculado ao primeiro modo acústico $m=0$ ($f_1 = 2400$ Hz). Nota-se de forma clara, o desvio dos resultados experimentais com os resultados do modelo numérico via Método dos Volumes Finitos, e com os resultados do modelo analítico de Howe.

Dada a precisão na medição experimental da pressão acústica obtida com transdutores de campo livre, os resultados experimentais associados à determinação da pressão sonora na extremidade do ressonador não foram expostos com barra de erro na direção vertical, contudo a comparação direta dos resultados apresentados na Figura 6.10 com aqueles da Figura 7.12 mostra a significativa discrepância entre os resultados obtidos analiticamente e numericamente (para o primeiro modo hidrodinâmico, $h=1$, Figura 7.12)

com o resultado determinado experimentalmente da flutuação de pressão sonora para o primeiro modo hidrodinâmico, conforme observado através da Figura 6.10.

A hipótese imediata para tal distinção de resultados parece apontar na significativa influência de fatores externos ao procedimento experimental sobre a totalidade da pressão sonora estacionária monitorada na extremidade fechada da cavidade ressonante.

Problemas de natureza experimental *a priori* não foram encontrados, visto o arranjo experimental ser similar às configurações experimentais dos artigos de referência, Kriesels *et al.* (1995), Bruggeman *et al* (1991) e Ziada (1994). Contudo, vários fatores externos estiveram presentes, conforme ressaltado na apresentação dos resultados experimentais. No entanto a explicação para a influência decisiva sobre os resultados demanda uma análise mais aprofundada e de novos resultados experimentais a serem obtidos em experimentos realizados com outro tipo de bancada

Uma questão a ser analisada se refere à colocação da amostra a ser medida. Pressupõe-se que caso o sistema constituído do tubo ressonante acoplado ao duto principal de um *muffler* típico seja fixado próximo ao sistema de geração do fluxo mássico, os resultados da amplitude da re-alimentação poderiam ser maiores, visto que problemas decorrentes de perda mássica seriam extremamente minimizados ou mesmo com possibilidade nula de ocorrência.

Desta forma, a conclusão a respeito de tal influência indica de forma expressiva, que embora a transferência de energia do escoamento ao campo acústico ocorra dentro de certas condições hidrodinâmicas ($S_r < 0,5$), sendo este fato corroborado pelo presente experimento, a amplitude da realimentação apresenta resultados com desvios notórios.

Outro ponto a ser questionado se refere à baixa qualidade acústica associada ao presente caso, considerando a razão de diâmetro 0,51. Contudo, conforme exposto, tal fator não é suficiente para explicar a baixa amplitude referente à pressão acústica inferida experimentalmente na extremidade fechada do ressonador.

Analisando os resultados de Jungowski (1989) e de Bruggeman (1991) verificou-se que o baixo fator de qualidade torna-se uma condição suficiente, mas não explicitamente necessária para indicar um possível valor reduzido para a amplitude da re-alimentação do campo acústico.

Considerando que efeitos externos apresentem um impacto significativo de atuação sobre os experimentos realizados, a justificativa para o regime de baixa amplitude de re-alimentação do campo acústico da cavidade ressonante analisada (tubo ressonante), deve-se a duas hipóteses aditivas não necessariamente complementares: i) Efeitos oriundos do baixo valor para o número de Reynolds associado ao escoamento, ii) Problemas de natureza experimental.

8 Conclusão

Este trabalho propiciou a investigação sistemática dos efeitos relacionados à presença de diferentes regimes de escoamentos em sistemas acústicos constituídos por um duto único com ressonadores acoplados. O propósito consistiu na determinação destes efeitos, de modo a caracterizar suas distintas influências no sistema acústico considerado.

Uma breve exposição dos conceitos básicos relevantes ao entendimento das questões a serem abordadas, foi apresentada na revisão bibliográfica. De forma sumarizada estes conceitos se referem, a interação entre os modos de ressonância do duto simples com o escoamento turbulento, a formação dos modos de ressonâncias em dutos com ramificações laterais fechadas e a dinâmica da vorticidade em dutos com ramificações laterais.

Os resultados mostram que o principal efeito relacionado ao comprometimento na utilização do ressonador, deve-se a existência de oscilações auto-sustentadas na região de intersecção entre a ramificação lateral com o duto principal. Deve ser ressaltado que o mecanismo de *feedback* relacionado ao campo acústico é intrinsecamente vinculado ao acoplamento não-linear entre este campo com a vorticidade na região de intersecção. Outro importante efeito a ser considerado vincula-se a excitação dos modos harmônicos superiores por escoamentos com intensidade turbulenta crescente.

A verificação da existência destas oscilações auto-sustentadas baseia-se na aplicação de modelos analíticos e numéricos, de modo que a validação destes foi efetuada mediante os resultados disponibilizados na literatura.

A junção referente ao acoplamento entre a cavidade ressonante com o duto principal *a priori* pode ser estabelecida via bordas do tipo canto vivo ou de bordas curvas. A aplicação dos modelos analíticos e numéricos foi feita considerando-se tais tipos de junção. Nota-se que o acoplamento entre as ondas estacionárias (modos ressonantes) com as instabilidades da camada cisalhante formada na região de intersecção, torna-se a causa principal relacionada à existência destas oscilações auto-sustentadas.

Estas oscilações são classificadas, segundo critérios empíricos definidos por Bruggeman (1991), eventualmente atingindo regimes de elevada amplitude, quando cavidades ressonantes co-axiais são aplicadas em um duto principal.

Um modelo analítico baseado no modelo de Nelson (Hirschberg, 1997) foi proposto para a análise de uma ramificação lateral (cavidade ressonante) com junção do tipo borda curva. A aplicação do referido modelo aliado a métodos baseados no balanço de energia, foi

sugerida, com a finalidade de fornecer um método preditivo quantitativo para a amplitude concernente a re-alimentação do campo acústico.

O modelo analítico de Howe, diferentemente do modelo de Bruggeman, não impõe a existência de um perfil uniforme de velocidade de partícula acústica na região de borda. Conforme exposto, o modelo é aplicável na análise de dutos com ramificações laterais acopladas mediante bordas do tipo cantos vivos. Devido à singularidade do campo acústico nesta região, a imposição da condição de Kutta na borda anterior (onde ocorre o início do ciclo acústico) da junção permite a inferência finita da potência sonora (adimensional) emitida pelo desprendimento de vórtices na região de intersecção.

Inicialmente, estes modelos foram aplicados aos casos analisados experimentalmente por Jungowski (1989) e Bruggeman (1991). Observa-se que, em sua totalidade, os resultados analíticos superestimam ou subestimam os resultados experimentais. No entanto, dado à elevada amplitude da re-alimentação quando a junção de bordas curvas é considerada, verifica-se em grande parte dos casos a subestimação pelo modelo analítico da amplitude do campo ressonante confinado na cavidade.

Nota-se uma razoável similaridade (implícita a cada caso considerado) entre a amplitude obtida experimentalmente e a amplitude obtida através dos modelos analíticos para bordas curvas e de canto vivo (Figuras 3.26 a 3.31), para os casos analisados por Jungowski.

Em sua maioria, os resultados analíticos associados ao modelo de Howe subestimam a amplitude da re-alimentação associada a um dado modo acústico, quando a razão de diâmetros entre o duto principal e o ressonador é menor do que 0,5. Conforme exposto, neste caso o fator de qualidade referente ao modo acústico da cavidade será maior quanto menor for à razão de diâmetros. Logo, a probabilidade de ocorrência de oscilações de amplitude elevada também será maior.

De acordo com os resultados apresentados, o fator de qualidade torna-se apenas uma condição indicativa, ou seja, de maior probabilidade de ocorrência da re-alimentação. Observa-se que quanto maior o fator de qualidade, maior será a amplitude da pulsação. Este fator não é estritamente necessário, quando a predição quantitativa da re-alimentação é objetivada.

Quando o fator de qualidade dos modos acústicos é elevado, a existência de regimes de elevada amplitude torna-se evidente. Em tais situações, uma característica inerente aos modelos analíticos de predição da amplitude da re-alimentação mostra que os resultados analíticos obtidos pelo modelo de Howe e de Bruggeman, para regimes de amplitude moderada, acarretam na subestimação dos resultados analíticos quando comparados aos resultados experimentais.

Quando o fator de qualidade dos modos torna-se baixo, $Q < 10$ (Hirschberg, 1997), em consequência de uma razão de diâmetro maior, menor será a amplitude da re-alimentação. Neste caso, para configurações com baixo fator de qualidade, maior será a superestimação da amplitude de re-alimentação pelos modelos analíticos considerados.

Os resultados de Bruggeman, referentes ao modo acústico próximo a 740 Hz, mostram uma divergência da ordem de 2 dB em relação aos resultados analíticos para bordas do tipo canto vivo (Modelo de Howe), sendo que a diferença entre o resultado numérico via método dos volumes finitos e o resultado experimental neste caso chega a 0,12 dB.

Uma diferença maior da ordem 14 dB foi obtida, entre o resultado experimental e o resultado considerando a aplicação do modelo analítico (Modelo de Nelson) aplicado a bordas curvas.

A análise dos resultados mostra que a ocorrência de amplitudes elevadas de re-alimentação não é dependente da presença de bordas caracterizadas por cantos vivos. O resultado oposto é encontrado, quando a consideração da amplitude da re-alimentação é feita para o caso de bordas curvas. Em todos os casos, a amplitude da re-alimentação é maior em ramificações laterais acopladas mediante bordas curvas. Esta conclusão contradiz a idéia comumente aceita de que cantos vivos implicam na elevada contribuição ao surgimento de oscilações auto-sustentadas em cavidade, resultados previstos pelos modelos numéricos e analíticos corroboram as conclusões de Bruggeman (1991) e de Hirschberg (1997), de que bordas canto vivo implicam em menores impactos na re-alimentação das ressonâncias da cavidade, quando comparada à re-alimentação devida à existência de bordas curvas.

Tendo caracterizado o impacto da variabilidade geométrica associada às bordas na amplitude da re-alimentação, a inferência de termos fontes do tipo dipolo passa a ser intrinsecamente associada. De fato, conforme já elucidado, os termos fontes associados ao desprendimento de vórtices na junção são caracterizados como termos dipolares, dada a ação da força externa (força de Coriolis) atuante.

Resultados teóricos mostram que a potência sonora irradiada por termos dipolos é mais efetiva quando comparada a potência sonora gerada por termos quadrupolos. A presença de termos fontes do tipo dipolo, na região de intersecção, é evidenciada pela existência de vórtices (Hirschberg, 2006). Os resultados mostram que devido ao elevado valor do campo acústico na cavidade ressonante, a formação de estruturas coerentes de elevada vorticidade torna-se predominante na região de intersecção formada para sistemas com bordas curvas. A obtenção dos termos fontes do tipo quadrupolo foi feita considerando

a utilização do algoritmo SNRG aplicado à formulação do escoamento incompressível em regime permanente.

A análise de vários casos, para este regime de escoamento, permite a obtenção do perfil de velocidade extrapolado através do GCI. Desta forma, a identificação do parâmetro, geométrico inerente às bordas de maior impacto sobre o campo de velocidade na região de intersecção foi aferido.

A análise do campo de velocidade na região de intersecção foi fundamental na sintetização das flutuações de velocidade turbulenta (termos fontes do tipo quadrupolo) através do algoritmo SNRG. A caracterização qualitativa de termos fontes do tipo quadrupolo, pela distribuição destes termos na região de intersecção (Figura 9.3), implica em maiores contribuições destes termos em sistemas acoplados mediante bordas curvas na região de intersecção.

Contudo, a influência destes termos, na flutuação de pressão na extremidade do ressonador, não pode ser quantificada devido à impossibilidade de se utilizar à analogia de Ffwocs-William na forma implementada no código Fluent, quando escoamentos confinados são considerados.

A distribuição dos termos fontes foi obtida mediante os termos descritos pela analogia de Lilley, de modo que a caracterização aproximada relativa à contribuição da turbulência local foi feita com base neste modelo. No entanto, a totalidade da influência dos termos quadrupolos não pôde ser inferida. Ainda que tais termos não tenham sido plenamente descritos, deve ser ressaltado que a contribuição dos termos do tipo dipolo serão maiores em comparação ao campo acústico produzido pela flutuação local de velocidade, ou de um modo geral, pela própria turbulência.

Considerações intuitivas permitem a alusão de que sendo tais termos fontes maiores para bordas curvas, maior será também a re-alimentação. Contudo, ressalta-se que a re-alimentação deve-se em grande parte ao desprendimento de vórtices na região de intersecção, e não à turbulência local.

A análise da contribuição efetiva dos termos dipolo (vórtices) foi feita considerando-se a simulação em regime transiente compressível. Para tal, a abordagem via métodos convencionais em CFD (Computational Fluid Dynamics) foi utilizada, permitindo a caracterização do acoplamento entre o campo acústico com o escoamento na região de intersecção.

A ferramenta análise modal, implementada através do algoritmo de Arnoldi, possibilitou a determinação das frequências excitadas pelo escoamento na região de intersecção. Conforme exposto, o resultado obtido numericamente engloba frequências próximas aos resultados experimentais para as distintas configurações analisadas.

Embora a difusão numérica tenha sido evidenciada, mesmo quando simulações utilizando passos de tempo menores são feitas, o acoplamento entre o campo acústico com o escoamento pode ser evidenciado. Duas hipóteses corroboram tal afirmação, sendo que uma destas relaciona-se à aferição da oscilação de pressão na extremidade do ressonador fechado, cujos resultados são próximos aos valores experimentais obtidos por Kriesels (1995) e Bruggeman (1991), e a outra ao não suprimento total destas oscilações quando um número maior de interações é considerado.

Nota-se que em simulações com passos de tempo maiores, o acoplamento não é obtido devido à difusão numérica intrínseca ao esquema numérico utilizado. Contudo, com passos de tempo menores, a dinâmica do desprendimento de vórtices é inicialmente capturada. Devido à difusão numérica intrínseca ao método numérico, observa-se que o comportamento oscilatório inerente a tal descrição não é plenamente obtido.

Resultados numéricos concernentes aos casos analisados na literatura permitem analisar o acoplamento devido a diversas condições hidrodinâmicas. Comparações com os resultados experimentais foram feitas mostrando notável similaridade com os resultados observados para a cavidade co-axial.

Tendo-se estabelecido que a amplitude da re-alimentação é maior em ramificações laterais co-axiais, e portanto, maior a amplitude do campo acústico associado a um dado modo m , observa-se diretamente através da visualização dos contornos de vorticidade que a dinâmica vinculada a vorticidade na região de intersecção é extremamente dependente da amplitude do campo acústico ressonante. O colapso das instabilidades da camada cisalhante em vórtices, bem como a permanência da elevada vorticidade ao longo da junção, existe apenas como consequência da existência de um elevado campo acústico na cavidade lateral.

A partir da validação dos resultados obtidos analiticamente e numericamente em relação aos casos disponíveis na literatura, a mesma análise foi feita considerando-se o caso do ressonador com dimensões típicas que eventualmente poderia ser aplicado ao *muffler* de sucção.

Inicialmente a análise experimental para tal caso foi aferida de maneira a caracterizar o efeito do escoamento no sistema acústico, e não unicamente o acoplamento do escoamento oscilatório na junção com as ressonâncias da ramificação lateral acoplada (tubo ressonante).

Desta forma, o efeito do escoamento sobre as ressonâncias do duto foi determinado, mostrando que a dissipação da energia acústica dos modos de ressonância, é apenas proeminente quando o escoamento no interior do duto encontra-se em regime turbulento.

Este efeito foi observado, para dutos com e sem a aplicação de ressonadores, através da medição da função de transferência quando uma fonte acústica externa está sendo utilizada.

Verifica-se a amplificação do terceiro modo, quando a aplicação do ressonador passa a ser considerada. A significativa dissipação da energia acústica dos modos de ressonância superiores, neste sistema, pelo escoamento turbulento também é explicitada. O modelo de Howe explica esta dissipação considerando a absorção da energia sonora pelo escoamento.

Mecanismos de absorção estão associados à extremidade final (bocal de saída) do duto, onde os vórtices desprendidos formados apresentam comprimento típico ao comprimento de onda associada às ressonâncias. A origem de tais estruturas é devida ao descarregamento do jato no fluido em repouso externo ao duto.

Quando tubos ressonantes são aplicados, dois pontos de separação e subsequente formação de uma camada cisalhante associada ao escoamento no duto principal são encontrados, implicando diretamente no ruído irradiado, por este sistema, em baixas frequências.

Os resultados experimentais dados pela Figura 6.9 mostram que, para o caso do duto com a aplicação de um ressonador, o NPS em baixas frequências deve-se unicamente ao escoamento. Os resultados para o NPS são menores quando comparados ao ruído irradiado, na mesma faixa de frequência, para o caso do duto sem a aplicação do ressonador.

A re-alimentação dos modos é notória para a faixa de velocidade condizente ao primeiro modo hidrodinâmico. Os resultados mostram um significativo aumento da amplitude do terceiro modo do duto principal, considerando a utilização do referido ressonador.

Nota-se que a atenuação promovida pelo ressonador é inexistente para vazões associadas a escoamentos em regime turbulento (Figura 6.9), comprometendo significativamente a utilização do silenciador neste regime de velocidades.

A análise experimental para o caso do tubo ressonante aplicado ao tubo principal do *muffler* de sucção ressalta discrepâncias significativas em relação à aplicação do ressonador quando o escoamento não é considerado.

Os resultados referentes ao escoamento em regime laminar ($Re < 2300$) apresentam concordância com os resultados analíticos e numéricos baseados na acústica linear, fato também observado por Mareze (2009). Contudo, estes resultados passam a não reproduzir adequadamente quando o escoamento turbulento em regime permanente passa a ser considerado.

Ressalta-se que a análise do escoamento em regime pulsante não foi aferida, sendo que esta é a condição do regime de escoamento vinculada a compressores alternativos. Escoamentos pulsantes implicam em resultados amplamente diferenciados (Hirschberg, 1997).

A re-alimentação das ressonâncias vinculadas ao primeiro e ao segundo modo acústico do tubo ressonante foi aferida (Figura 6.10), embora o nível de pressão sonora na extremidade fechada do ressonador tenha sido extremamente baixo. Pressupõe-se que fatores externos ao experimento tiveram influência nos resultados, sendo que vários fatores foram salientados. Contudo, a resposta definitiva será possível apenas na consideração de uma nova bancada a ser proposta.

Tendo-se observado a relativa aproximação dos resultados numéricos e analíticos para os casos observados na literatura, é razoável supor a similaridade para o analisado experimentalmente. Embora, os resultados analíticos e numéricos tenham sido relativamente próximos (diferença entre estes da ordem de 2,5 dB), a diferença entre estes resultados e o resultado observado é bem maior, notando-se significativos desvios quando a amplitude da re-alimentação prevista pelos modelos analíticos e numéricos passa a ser comparada ao resultado experimental.

Os resultados mostram que a dinâmica da vorticidade e a amplitude da re-alimentação dependem da ramificação lateral a ser considerada. De fato, o crescimento associado às estruturas coerentes formadas na junção é bem diferenciado em relação às três ramificações analisadas. A amplitude avaliada numericamente no topo do ressonador é bem menor quando comparada ao resultado da flutuação máxima obtida para a cavidade co-axial e ao caso analisado de uma ramificação lateral por Bruggeman.

A hipótese de que o número de Reynolds influencia consideravelmente a re-alimentação é confirmada pelos resultados numéricos. Valores baixos para tal parâmetro indicam que uma menor energia será transferida do escoamento ao campo acústico, implicando em uma amplitude da re-alimentação menor, aumentando a difusão das estruturas coerentes formadas na junção.

De um modo geral, nota-se que a amplitude da re-alimentação é determinada pelos seguintes parâmetros, d , D , L_r , U_∞ , ρ , μ , f e Z (impedância de radiação)

Os parâmetros geométricos (d , D , L_r) determinam a forma do escoamento, afetando a formação da camada cisalhante como potencial transferência de energia ao campo acústico, os parâmetros físicos (U_∞ , ρ , μ , f , Z) afetam a re-alimentação de maneira individual.

A velocidade do escoamento e a densidade relacionam-se diretamente ao número de Mach, enquanto que os parâmetros D e μ relacionam-se ao número de Reynolds do escoamento. Conforme exposto, tais números adimensionais relacionam-se à energia a ser

transferida ao campo acústico devido ao acoplamento não linear deste com a camada cisalhante formada na região de intersecção. Os parâmetros D , U_{∞} , e f determinam a condição hidrodinâmica associada à identificação do número de Strouhal.

Embora desvios sejam observados, a possível inferência da amplitude da re-alimentação pode ser obtida de uma maneira relativamente simples utilizando-se dos modelos analíticos considerados. O procedimento para obtenção destas amplitudes será exposto seguir.

Primeiramente deve ser notado que fortes pulsações podem ocorrer quando, a área da seção transversal do ressonador, S_b , for muito menor do que a seção transversal do duto S_p . De modo que a condição $S_b \ll S_p$, indica uma significativa probabilidade de ocorrência de re-alimentação dos modos acústicos, de acordo com a definição do fator de qualidade, Se a ramificação lateral (tubo ressonante) formar com o duto principal bordas do tipo canto vivo, o termo R/W será nulo e nenhuma correção deverá ser aplicada, caso contrário a seguinte correção $W = D + R$, sendo D o diâmetro do ressonador e R o raio de curvatura da borda, deverá ser feita.

Mediante tais indicações, a etapa para aferição da amplitude da re-alimentação é feita considerando-se o esquema proposto pela Figura 8.1.

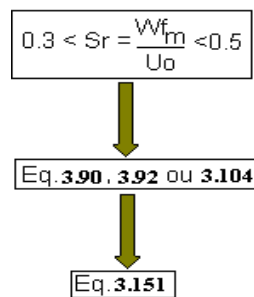


Figura 8.1: Seqüência de passos para a obtenção da re-alimentação do campo acústico referente ao primeiro modo hidrodinâmico.

A aplicação das equações (3.90), (3.92) ou (3.104), depende respectivamente dos parâmetros físicos associados ao escoamento e ao tipo de borda referente ao acoplamento entre a ramificação lateral com o duto principal. Mediante tais equações, a potência sonora adimensional poderá ser inferida, de maneira aproximada, quantitativamente.

Desta forma, ressonadores cujos parâmetros geométricos propiciem a existência do primeiro modo hidrodinâmico deverão ser evitados. Caso não seja possível tal modificação, o regime de velocidades deverá ser considerado.

Outra possibilidade se refere à imposição de quinas na região de intersecção, objetivando introduzir cantos vivos que contribuirão ao decaimento da presente re-alimentação (Bruggeman *et al.*, 1991).

8.1 Sugestão para trabalhos futuros

As informações apresentadas neste trabalho ressaltam a caracterização do acoplamento entre o campo acústico ressonante com o escoamento no duto principal de diversas formas. Os resultados expostos formam um substrato para futuros trabalhos relacionados diretamente à análise aeroacústica de cavidades profundas.

Dada a destacável abrangência do assunto apresentado, sugestões com o propósito de aprimorar e elucidar aspectos referentes à fenomenologia, de caráter fundamental, serão expostas de forma separada.

Como sugestão de trabalhos futuros, os seguintes pontos merecem ser destacados:

Modelos Analíticos:

- i) Desenvolvimento de modelos que considerem o acoplamento não linear entre o campo acústico com a cavidade ressonante, de forma a considerar o efeito da amplitude do campo acústico sobre a cinemática e a dinâmica da vorticidade na região de intersecção;
- ii) Análise do balanço de energia, considerando uma aproximação de validade mais geral para o campo de vorticidade na região de intersecção;
- iii) Obtenção de Funções de Green específicas para o presente caso;
- iv) Consideração analítica do efeito do acoplamento mediante escoamentos em regimes pulsantes;

Modelos Numéricos:

- v) Verificação geral de várias condições hidrodinâmicas, considerando distintos modelos de turbulência;
- vi) Utilização de funções de interpolação, para os termos advectivos, a fim de reduzir a difusão numérica;
- vii) Modelagem do acoplamento através da simulação de grandes escalas (LES) utilizando a formulação compressível transiente;
- viii) Simulação 3D do caso proposto, de modo a verificar o real impacto sobre a distribuição dos termos quadrupolos na região de intersecção;

- ix) Obtenção de soluções acopladas (explícitas e implícitas), considerando a aplicação de condições de contorno não reflexivas no domínio numérico proposto;

Modelos Experimentais:

- x) Aprimoramento da bancada disponível, utilizando-se de outro sistema gerador de fluxo mássico;
- xi) Análise experimental considerando ramificações laterais de vários tipos,
- xii) Aplicação da velocimetria laser Doppler com o intuito de obter a caracterização das variáveis dinâmicas do escoamento na região de intersecção;
- xiii) Análise experimental do acoplamento não linear considerando a geração de fluxos mássicos de carácter pulsante.

9 Bibliografia

AYAR, A., AMBS, R., CAPELLMAN, C., SCHILLEMEIT, M., Prediction of Flow-Induced Noise in Automotive HVAC Systems Using a Combined CFD/CA Approach SAE TRANSACTIONS, 2005 - AMERICAN TECHNICAL PUBLISHERS LTD.

BUTKOV, E., Física Matemática. Editora LTC, 1988.

BRUGGEMAN, J.C., The propagation of low-frequency sound in a two-dimensional duct system with T-joints and right angle bends: theory and experiments, Journal of the Acoustical Society of America 82 (3) (1987) 1045–1051.

BRUGGEMAN, J.C., HIRSCHBERG, A., VAN DONGEN, M.E.H., WIJNANDS, A.P.J. GORTER, J., Flow induced pulsations in gas transport systems: analysis of the influence of closed side branches, Journal of Fluids Engineering 111 (1989) 484–491.

CARAENI, M., DEVAKI, R.K., ARONI, M., OSWALD, M., SRIKANTH, KVSS, CARAENI, D., Efficient Acoustic Modal Analysis for Industrial CFD, 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition 5 - 8 January 2009, Orlando, Florida.

CELIK, I., 2004 Procedure for Estimation and Reporting of Discretizations Error in CFD Applications, ASME Journal of Fluids Engineering, 01/06/2008 <http://www.asme.org/pubs/journals/fluideng/JFENumaccuracy.pdf>

COLONIUS, T., ROWLEY, C.W., BASU, A.T., On Self Sustained Oscillations in two-dimensional compressible flow over rectangular cavities, J.Fluid Mech., vol:455 9 (2002), pp. 315-346.

CHUNG, T., Computational Fluid Dynamics, Cambridge University Press, 2002

COLONIUS, T., ROWLEY, C.W., BASU, A.T., On Self Sustained Oscillations in two-dimensional compressible flow over rectangular cavities, J.Fluid Mech., vol:455 9 (2002), pp. 315-346.

COLONIUS, T., LELE, SK., MOIN P., Sound generation in a mixing layer, J. Fluid Mech., vol:330 (1997), pp.375-409.

DEQUAND, S., HULSHOFF, S.J., KUIJK, VAN H., WILLEMS, J., HIRSCHBERG, A., Self-sustained oscillations in a closed side branch system, Journal of Sound and Vibration 265 (2003) 359–386.

DEQUAND, S., Duct Aeroacoustics: from Technological Applications to the Flute, Ph.D.Thesis, Technische Universiteit Eindhoven (NI) & Université du Maine (Fr), 2001.

DESCHAMPS, C. J., Apostila do curso de escoamentos turbulentos, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 2007.

ELDER, S.A., Self-excited depth-mode resonance for a wall-mounted cavity in turbulent flow. *Journal of Acoustical Society of America* 64 (1978), 877–890.

ELDER, S.A., FARABEE, T.M., DEMETZ, F.C., Mechanisms of flow-excited cavity tones at low Mach number. *Journal of Acoustical Society of America* 72 (1982), 532–549.

FABER, T.E., *Fluid Dynamics for Physicists*, Cambridge University Press, 1995.

FEYNMAN, R.P., *The Feynman Lectures on Physics* R.P Addison Wesley Longman (June 1970).

FOX., R.W & A.T. MCDONALD.,. *Introdução à mecânica dos fluidos*. Editora Guanabara Dois. Segunda Edição, 1981

FLUENT INC., *Fluent*, Version 6.2.16, USA, 2006.

GOLDSTEIN, M.E., *Aeroacoustics*. McGraw-Hill inc, Lewis Research Center, 1976.

GOLDSTEIN, ME., *Aeroacoustics of turbulent shear flows* *Annu.Rev.Fluid.Mech.* vol:16 (1984), pp.263- 285.

HIRSCHBERG, A., Self-sustained aeroacoustical oscillations in gas transport systems: a prediction method for pulsations induced by closed pipe segments, Technical Report, Technische Universiteit Eindhoven, Gasdynamics Group, Laboratory for Fluid Dynamics, Report R-1428-D, 1997.

HIRSCHBERG, A., *Introduction to aeroacoustics of internal flows*. Eindhoven University of Technology, Eindhoven, 2006.

HOFMANS, G.C.J., *Vortex Sound in Confined Flows*, Ph.D. Thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 1998.

HOWE, M.S., Contributions to the theory of aerodynamic sound, with application to excess jet noise and theory of the flute. *Journal of Fluid Mechanics* 71, 625–673.

HOWE, M.S., 1980. The dissipation of sound at an edge. *Journal of Sound and Vibration* 70 (1980), 407–411.

HOWE, M.S., Edge, cavity and aperture tones at very low Mach numbers. *Journal of Fluid Mechanics* 330 (1997), 61–84.

HOWE, M.S., On the absorption of sound by turbulence and other hydrodynamic flows, IMA, *Journal of Applied Mathematics* 32 (1985) 187–209.

HOWE, M. S., *Acoustics of Fluid-Structure Interactions*. Cambridge University Press, 1998

HOWE, M. S., Theory of Vortex Sound. Cambridge University Press, 2003

INGARD, K. U., SINGHAL, V.K., Sound attenuation in turbulent pipe flow, Journal of the Acoustical Society of America 55 (1974).

INGARD, K. U., SINGHAL, V.K., Effect of flow on the acoustic resonances of an open-ended duct, Journal of the Acoustical Society of America 58 788(1975).

JANSSEN, A.A., Noise Generated By Turbulent Flow Through Short Length Tubes, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Relatório Final, Março 2007.

JUNGOWSKI, W.M., BOTROS, K.K., STUDZINSKI, W., Cylindrical side-branches tone generator, Journal of Sound and Vibration 131 (1989) 265–285.

KRIESEL, P.C., PETERS, M.C.A.M., HIRSCHBERG, A., WIJNANDS, A.P.J., IAFRATI, A., RICCARDI, G., PIVA, R. and BRUGGEMAN J.C., High amplitude vortex-induced pulsations in a gas transport system. Journal of Sound and Vibration 184 (1995), pp. 343–368.

LANDAU, L.D E LIFSHITZ, E.M., Fluid Mechanics, Pergamon Press, 1987.

MAYER, E., Previsão Numérica do Ruído Gerado por Jatos Turbulentos. 2003. Dissertação, Universidade Federal de Santa Catarina, 2003.

MALISKA, C. R., Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional, ed., LTC, Rio de Janeiro, 1995.

MARCHI, C.H., SILVA, A.F.C., Condições Suficientes para estimar com acurácia e confiabilidade erros de discretização em CFD, Computational Methods in Engineering, 20/04/2008, www.sinmec.ufsc.br/sinmec/artigos/marchi_silva_CILAMCE99.pdf

MAREZE, P.H., Aplicação de tubos ressonantes para Atenuação Sonora em Cavidades e Filtros acústicos, Dissertação, Universidade Federal de Santa Catarina, 2009.

NELSON, P.A., HALLIWELL, N.A., DOAK, P.E., Fluid dynamics of a flow excited resonance. Part II: flow acoustic interaction, Journal of Sound and Vibration 91 (1983) 375–402.

NUSSENZVEIG, H.M., Curso de Física Básica, Editora Edgard Blucher LTDA, Volume 2, 2002.

OSHKAI, P., YAN, T., Experimental investigation of coaxial side branch resonators, Journal of Fluids and Structures 24 (2008) 589–603.

PATANKAR, S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Hemisphere Publishing Corporation, University of Minesota, 1980.

PETERS, M. C. A. M. Peters, HIRSCHBERG, A. and REIJNEN, A. J., "Damping and reflection coefficient measurements for an open pipe at low Mach and low Helmholtz numbers," J. Fluid Mech. 256, 499–534 (1993).

PIERCE, A.D., *Acoustics: An Introduction to Its Physical Principles and Applications*, Acoustical Society of America Edition, Acoustical Society of America, Woodburg, NY, 1989.

POLLACK, M.L., Flow-induced tones in side-branch pipe resonators. *Journal of the Acoustical Society of America* 7 (1981), 1153–1156.

POWELL., A. Theory of vortex sound, *Journal of Acoustical Society of America* 36 (1) (1964) 177–195.

POPE, S.B., *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, Cambridge, 2000.

RIENSTRA S.W E HIRSCHBERG, A., *An introduction to acoustics*. Eindhoven University of Technology, Eindhoven, 2006.

RADAVICH, P.M., SELAMET, NOVAK, M.J., A computational approach for flow–acoustic coupling in closed side branches, *J. Acoust. Soc. Am.* Volume 109, Issue 4, pp. 1343-1353 (April 2001)

R.W. FOX & A.T. MCDONALD., *Introdução à mecânica dos fluidos*. Editora Guanabara Dois. Segunda Edição, 1981

ROCKWELL, D. NAUDASCHER, E., Review—self-sustaining oscillations of flow past cavities. *Journal of Fluids Engineering* 100, 152–165.

SCHLICHTING, H., *Boundary Layer Theory*. Springer-Verlag, 8th Edition, 2003.

SILVA, A.R., *Numerical Studies of Aeroacoustics Aspects of Wind Instruments*, Computational Acoustic Modeling Laboratory, McGill University, Montreal, Quebec, Canada, 2008.

POPE, S.B., *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, Cambridge, 2000.

PATANKAR, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere Publishing Corporation, University of Minesota, 1980.

RIENSTRA S.W E HIRSCHBERG, A., *An introduction to acoustics*. Eindhoven University of Technology, Eindhoven, 2006.

SOUZA, T.C, LENZI, A., DESCHAMPS, C.J., *Análise Acústica e Dinâmica do Escoamento em Tubos Ressonantes*. In: VI Congreso Iberoamericano de Acústica - FIA 2008, 2008, Buenos Aires. VI Congreso Iberoamericano de Acústica, 2008.

SUCCI, S., *The Lattice Boltzmann Equation*. Oxford University Press, 1st Edition, 2001.

TONON, D., LANDRY, B.J.T, BELFROID, S.P.C, WILLEMS, J.F.H, HOFMANS, G.C.J, HIRSCHBERG, A. Whistling of a pipe system with multiple side branches: comparison with corrugated pipes. Preprint submitted to Journal of Sound and Vibration, 26 august 2009.

WAGNER, C., et al. Large-Eddy Simulation for Acoustics. Cambridge University Press, 2007.

WANG M., FREUND JB., LELE, SK., Computational Prediction of Flow-Generated Sound, Annu. Rev.Fluid.Mech, vol:38 (2006), pp. 483-512.

WHITE, F.M., Mecânica dos Fluidos. Editora McGraw Hill, 4^a Edição, 1999.

WOLF, F., Modelagem da Interação Fluido-sólido para Simulação de Molhabilidade e Capilaridade Usando o Modelo Lattice-Boltzmann, Tese, Universidade Federal de Santa Catarina, 2006.

VERARDI, M., Análise do Sistema de Ventilação Externo de um motor de Indução Trifásico, Universidade Federal de Santa Catarina, 2007.

ZIADA, S., BUHLMAN, E.T., Self-excited resonances of two side branches in close proximity, Journal of Fluids and Structures 6 (1992) 583–601.

ZIADA, S., A flow visualization study of flow-acoustic coupling at the mouth of a resonant side-branch. Journal of Fluids and Structures 8 (1994), 391–416.

ZIADA, S., SHINE, S., Strouhal numbers of flow-excited acoustic resonance of closed side branches. Journal of Fluids and Structures 13 (1999), 127–142.

10Apêndice A

10.1.1 Método Lattice Boltzmann

O propósito deste apêndice é apresentar uma metodologia numérica diferenciada, baseando-se em uma descrição microscópica não relacionada à discretização direta do continuum, conforme feito pelo método dos volumes finitos. A presente metodologia alternativa, cuja descrição baseia-se em um modelo microscópico refere-se ao método Lattice- Boltzmann.

A teoria e a formulação referente ao modelo Lattice-Boltzmann para a simulação da dinâmica dos fluidos a partir da descrição microscópica, não será descrita na presente dissertação. Referências detalhadas (Succi, 2001) deste método são encontradas na literatura.

Desta forma, apenas os pontos necessários serão explicitados. Sendo tais pontos as condições de contorno a serem implementadas.

A condição de contorno de não escorregamento na região da parede é imposta utilizando o esquema *bounce-back* (Succi, 2001).

O objetivo desta condição de contorno é simular o atrito viscoso entre o fluido e o sólido (Wolf, 2006), impondo tal propriedade através da inversão da função de distribuição de partículas na direção contrária ao contato.

10.1.2 Distinção ente o método dos volumes finitos e o método Lattice-Boltzmann para aplicação em Aeroacústica

Métodos híbridos não podem ser utilizados para se resolver problemas onde existe a interação entre o escoamento com o campo acústico (Andrey, 2008). Fisicamente o problema consiste na análise do comportamento da oscilação aeroacústica, sendo esta resultante do acoplamento do campo acústico na região de intersecção com as instabilidades do escoamento.

A abordagem híbrida apenas tornaria possível a obtenção do campo acústico na região do campo afastado. Isto permitiria inferir quantitativamente o impacto de termos fontes associados ao escoamento para o cômputo do ruído global irradiado pelo sistema.

De forma oposta, métodos numéricos baseados na discretização do sistema através de partículas não partem da descrição espacial e temporal da interação entre o escoamento e o campo acústico solucionando as equações diferenciais parciais governantes (Andrey, 2008). Estes métodos permitem a obtenção desta interação, através do comportamento de

tal sistema a partir do ponto de vista microscópico, simulando unicamente duas operações essenciais: a propagação e colisão das partículas de fluido.

Uma importante vantagem na descrição do sistema a ser considerado pelo método baseado em partículas se refere às escalas temporais associadas ao processo de colisão governado pela equação de Boltzmann.

Este timestep é da ordem de $O(10^{-8}) \sim O(10^{-9})$, enquanto que para o caso da equação de Navier-Stokes, os parâmetros macroscópicos como a pressão e a velocidade são normalmente descritos em timesteps da ordem de $O(10^{-4})$ segundos (Andrey, 2008).

Portanto, os processos descritos pela equação de Boltzmann apresentam incrementos no tempo muito menores do que aqueles descritos pela equação de Navier-Stokes, o que implica na solução direta de fenômenos relacionados nesta escala temporal. O método Lattice Boltzmann, apresenta a notável característica de ser um método numérico definido através de uma formulação explícita. Logo, não é necessário a resolução de um sistema linear (formulação implícita), de modo a obter as variáveis consideradas.

A vantagem deste método se deve, de acordo com as características expostas, a capacidade de se resolver em um único timestep (sendo este da ordem de $O(10^{-8})$ s) ambas as escalas associadas ao escoamento e ao campo acústico.

Esta seção apresentará a formulação numérica aplicada no presente trabalho, através da definição resumida dos métodos numéricos utilizados.

10.1.3 Simulação Compressível via Método Lattice Boltzmann

A solução numérica concernente ao método lattice-boltzmann objetiva através da metodologia descrita nesta seção, inferir o transiente vinculado a dinâmica do escoamento na região de intersecção com o campo acústico da cavidade ressonante. Através da forma pela qual o código está implementado, os contornos de velocidade na junção serão avaliados, comparando qualitativamente com os resultados numéricos obtidos pelo método dos volumes finitos.

O modelo do ressonador corresponde, de maneira similar, às geometrias utilizadas na simulação compressível via método dos volumes finitos.

Tal abordagem através da metodologia a ser citada, pretende determinar as condições hidrodinâmicas de máxima ressonância para as seguintes geometrias:

1. Único ressonador acoplado a um duto principal;
2. Ressonadores co-axiais;
3. Dois ressonadores em paralelo concomitante com o sistema co-axial;

10.1.4 Descrição do domínio computacional utilizado na formulação compressível via Método Lattice-Boltzmann

Neste trabalho o modelo isotérmico bi-dimensional utilizado se refere ao modelo de redes do tipo D2Q9. A geometria do sistema em sua totalidade corresponde a 744 sítios na direção x e a 182 sítios na direção y. As dimensões físicas dos três sistemas analisados podem ser visualizadas na Figura 10.1:

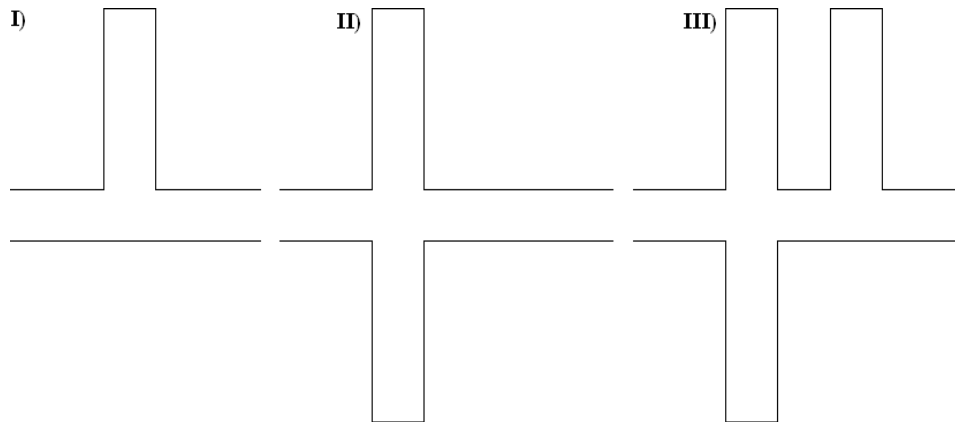


Figura 10.1: Representação das três geometrias analisadas, (I) ramificação lateral única, (II) ramificação lateral co-axial e (III) ramificação lateral paralela.

O número de sítios correspondentes ao comprimento $L_p = 5,77$ cm do duto principal é de $N = 218$ sítios na direção x para o caso (I). Para o caso (II) e (III) $L_p = 7,7$ cm, e $N = 291$ sítios de rede na direção x.

Em todos os casos o comprimento do ressonador é da ordem de $L_r = 4,3$ cm com $N = 142$ sítios de rede na direção y, em todos os casos o diâmetro do duto e do ressonador foram respectivamente, $D = 1,06$ cm, $N = 20$ e $d = 1,16$ cm, $N = 44$. O tempo de relaxação τ escolhido é igual a 0,0505.

Diante de tais parâmetros, a discretização espacial do grid na direção x será da ordem de 10^{-5} m, e a discretização temporal 10^{-8} s.

Estes parâmetros permitem a abordagem do fenômeno citado dentro de um critério essencial na utilização do método Lattice Boltzmann (BGK):

1. Máxima compressibilidade ($M_0 < 0.1$) antes que instabilidades numéricas tornem a solução espúria (Andrey, 2008);

O algoritmo assume condição de contorno de não escorregamento na região da parede, implementando o esquema do tipo *bounce-back*. O escoamento é inicializado com valores de velocidade similares aos níveis de vazão analisados.

10.2 Resultados

A comparação entre a discretização microscópica via Lattice Boltzmann, com a discretização macroscópica é apresentada qualitativamente, visto que o intuito da presente dissertação não se refere a uma análise comparativa criteriosa entre os dois métodos.

No entanto, a similaridade notória dos resultados observados via discretização microscópica e discretização macroscópica quando o contorno da magnitude da velocidade ao longo do domínio é considerado, indica que uma abordagem previamente adequada eventualmente poderia permitir a inferência do acoplamento entre o campo acústico com o escoamento, considerando-se esquemas microscópicos descritos pela equação discretizada de Boltzmann.

Sendo o custo computacional menor quando a simulação via partículas é considerada, a vantagem na descrição numérica do caso através deste tipo de abordagem torna-se um fator a ser considerado.

Utilizando-se de uma estação do tipo computador Intel Core 2, processador Quad Q6600 2.40 GHz, 2 GHz de memória RAM, apenas para citar um exemplo do tempo de processamento, têm-se que para a análise do caso de uma ramificação lateral única (com o domínio do sítio especificado na seção anterior) o tempo real de processamento, considerando 3000 iterações, é da ordem 20 min.

A solução numérica através do método Lattice-Boltzmann, considera a solução da equação discretizada através do método explícito, logo nenhum sistema matricial algébrico será resolvido. A solução da equação de Boltzmann é feita considerando-se unicamente os resultados da função de distribuição anterior ao processo de colisão descrito na atual iteração, de maneira que a iteração posterior utilizada os dados da iteração anterior. Logo, na abordagem explícita da equação de Boltzmann discretizada, a informação do processo de colisão é continuamente propagada ao longo da rede.

A condição CFL neste caso é limitada pela viscosidade da rede. Sendo esta definida através do tempo de relaxação do processo de colisão.

O resultado dado pela Figura 10.2 ilustra a comparação visual dos contornos da magnitude da velocidade para os dois esquemas de discretização tratados:

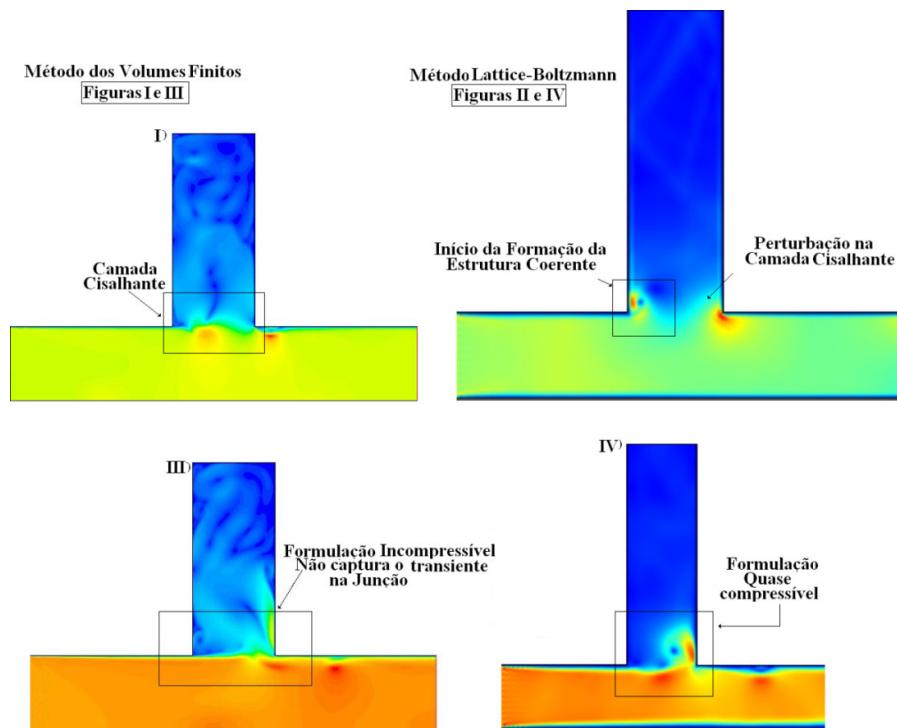


Figura 10.2: Comparação Qualitativa referente ao contorno da magnitude de Velocidade obtida entre os dois métodos numéricos considerados.

Nota-se a semelhança quanto aos resultados obtidos, contudo neste momento é adequado ressaltar que a formulação incompressível via Método dos Volumes Finitos é feita aplicando uma condição de contorno do tipo assimétrica no fundo do duto principal, de modo que apenas metade do domínio está sendo solucionado.

A simulação pelo método Lattice-Boltzmann é uma solução transiente resolvida explicitamente, enquanto que a solução numérica obtida pelo método dos volumes finitos se refere, neste caso, a solução em regime permanente resolvida implicitamente. Contudo, embora a solução numérica ocorra sob duas formas distintas, observa-se que qualitativamente os contornos da magnitude são similares em alguns aspectos.

Ressalta-se que embora o início da geração do desprendimento de vórtices sejam similares, o desenvolvimento gradual das estruturas coerentes não é plenamente capturada pelo método Lattice-Boltzmann. Contudo, a devida comparação deveria ser feita considerando-se os contornos da variável associada à magnitude da vorticidade.

De forma a prosseguir com a exposição qualitativa dos resultados referentes à abordagem microscópica via Lattice-Boltzmann, os contornos da magnitude da velocidade considerando-se distintas configurações geométricas serão expostos.

A Figura 10.3 ilustra os resultados associados à ramificação lateral única:

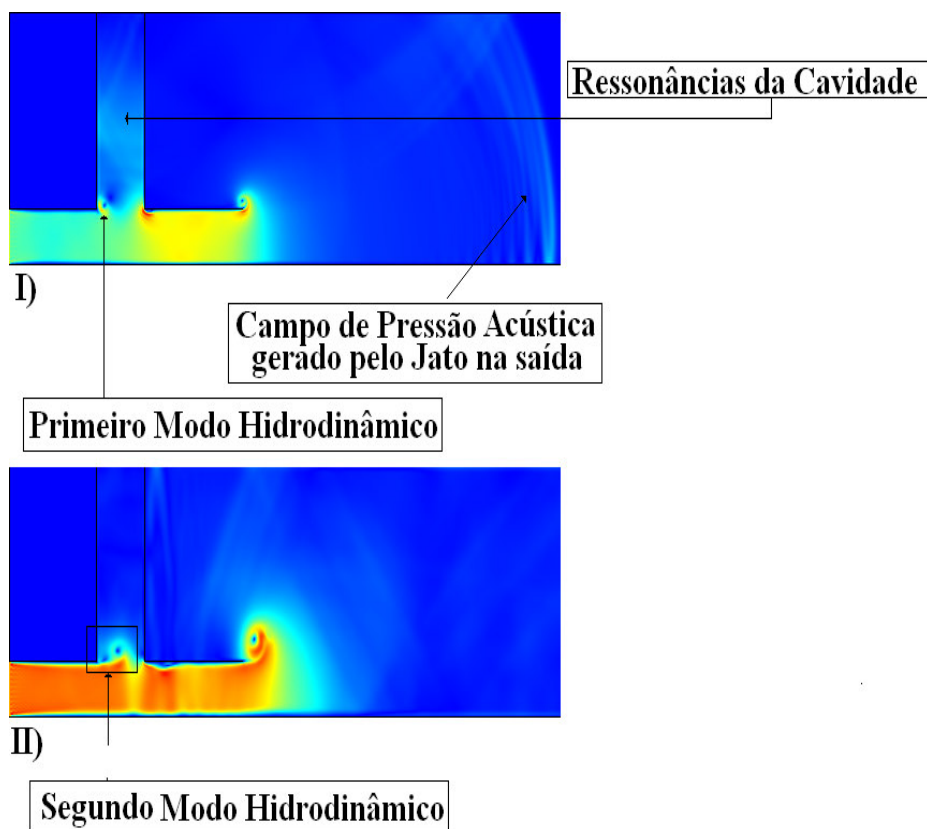


Figura 10.3: Contorno da magnitude de Velocidade obtida entre dois regimes de velocidade diferenciados para o caso da ramificação lateral única. Para o primeiro caso (I), a velocidade do escoamento médio aproxima-se de $U_0=27$ m/s, já para o segundo caso (II) $U_0=17$ m/s.

Nota-se que em um regime menor de velocidade, dois vórtices na junção aparecem para o caso (II), evidenciando a existência do segundo modo hidrodinâmico, conforme o esperado.

As ressonâncias internas da cavidade são rapidamente dissipadas neste esquema, devido ao valor da dissipação numérica agregada. Resultados com alta tendência dissipativa foram observados em simulações numéricas onde o diâmetro da cavidade ressonante fosse menor.

A Figura 10.4 expõe os contornos da magnitude da velocidade para o caso da ramificação lateral co-axial aplicada:

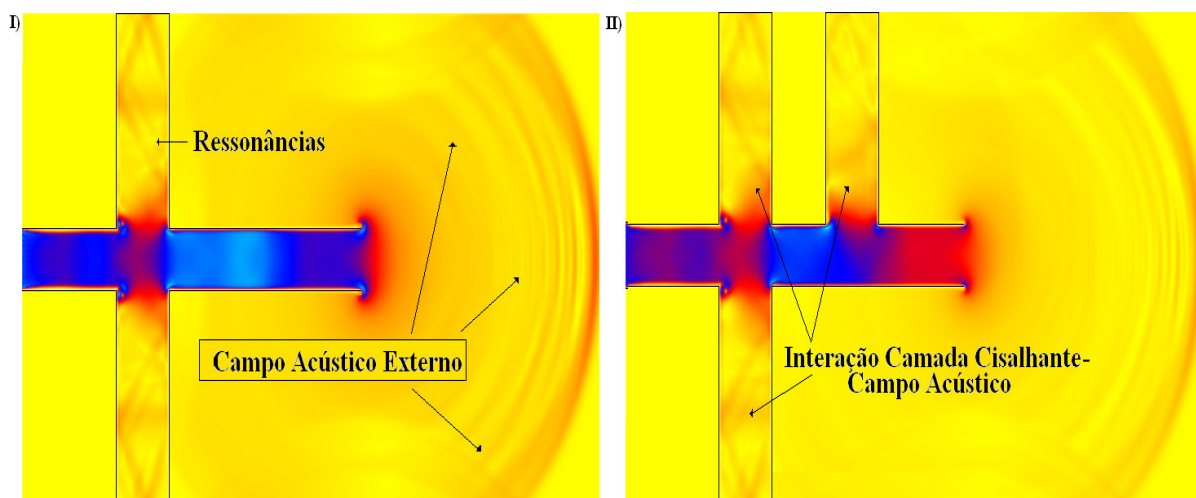


Figura 10.4: Contorno da magnitude de Velocidade obtida entre dois regimes de velocidade iguais para o caso da ramificação lateral co-axial e para o caso co-axial e paralelo. Nos casos considerados, a velocidade do escoamento médio aproxima-se de $U_0 = 21$ m/s.

Nesta figura, os contornos azuis indicam região onde a velocidade do fluido é maior. Nota-se claramente a formação de ondas sonoras esféricas divergentes no domínio externo ao sistema acústico considerado.

De forma similar, o campo acústico externo é em sua totalidade gerado pelo desprendimento de vórtices na saída do duto, o que implica em fontes acústicas dipolares. A contribuição para o campo acústico externo, também é oriunda do jato formado na saída do duto não-flangeado.

No entanto, uma análise mais profunda é necessária. Urge-se obter os contornos de pressão acústica no domínio da frequência de modo a inferir a frequência onde a excitação da cavidade ressonante apresenta máxima re-alimentação.

Os resultados qualitativos mostram que o método Lattice-Boltzmann consegue capturar a fenomenologia associada ao acoplamento referente ao desprendimento de vórtices na junção com o campo acústico excitado na cavidade ressonante, contudo uma análise mais aprofundada é necessária.

Os resultados apresentados neste apêndice são obtidos considerando-se a solução global das equações de Navier-Stokes. A expansão multi-escala (Chapman-Enskog), na forma como esta implementada no presente código, não obtém as equações de Navier-Stokes na formulação assimétrica.

Resultados mostram que para aplicações em acústica, o método Lattice-Boltzmann mostra-se adequado quando a formulação assimétrica é recuperada (Andrey, 2008).