

LEONARDO CESAR SCHURT

**MODELAGEM MATEMÁTICA E CONTROLE MULTIVARIÁVEL
DE SISTEMAS DE REFRIGERAÇÃO POR COMPRESSÃO
MECÂNICA DE VAPOR**

FLORIANÓPOLIS - SC

JUNHO DE 2009

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE AUTOMAÇÃO E SISTEMAS

**MODELAGEM MATEMÁTICA E CONTROLE MULTIVARIÁVEL DE SISTEMAS
DE REFRIGERAÇÃO POR COMPRESSÃO MECÂNICA DE VAPOR**

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a
obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas

LEONARDO CESAR SCHURT

Florianópolis, Junho de 2009

MODELAGEM MATEMÁTICA E CONTROLE MULTIVARIÁVEL DE SISTEMAS DE REFRIGERAÇÃO POR COMPRESSÃO MECÂNICA DE VAPOR

LEONARDO CESAR SCHURT

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas, Área de Concentração em *Controle, Automação e Sistemas* e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina.

Prof. Alexandre Trofino Neto, Dr.
Orientador (DAS/UFSC)

Dr. Christian Johann Losso Hermes, Dr.Eng.
Co-orientador (EMC/UFSC)

Prof. Eugênio de Bona Castelan Neto, Dr.
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Alexandre Trofino Neto, Dr.
Presidente

Prof. Nestor Roqueiro, D.Sc.
(DAS / UFSC)

Prof. Cláudio Melo, Ph.D.
(EMC / UFSC)

Dr^a. Luciana Wasnievski da Silva, Ph.D.
(Whirlpool S.A. – Unidade Embraco)

“Devemos aceitar com serenidade as coisas que não podemos modificar,
ter coragem para modificar as que podemos e
sabedoria para distinguir umas das outras.”

São Francisco de Assis

AGRADECIMENTOS

Início agradecendo ao governo brasileiro que, através do CNPq, financiou meus estudos de pós-graduação.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina, particularmente ao Prof. Alexandre Trofino Neto pela orientação e pelos conhecimentos transmitidos. Agradeço também ao Prof. Nestor Roqueiro pelas colaborações na edição deste documento.

Sou imensamente grato ao POLO – INCT em Refrigeração e Termofísica da Universidade Federal de Santa Catarina, em especial ao seu coordenador, Prof. Cláudio Melo, pela oportunidade de realizar este trabalho e pela confiança em mim depositada. Também agradeço ao Dr. Christian J. L. Hermes pela excelente orientação, pelas horas de dedicação e pelos ensinamentos transmitidos. Agradeço ainda aos amigos Dr. Jackson B. Marcinichen e Dr. Joaquim M. Gonçalves, que têm incentivado os alunos de engenharia de controle e automação a trabalhar com sistemas de refrigeração. Agradeço também aos alunos de iniciação científica, Thiago N. de Holanda, Vinicius de Oliveira e Bruno B. Gomes, à toda equipe de técnicos liderada pelo Téc. Luciano Van Bömmel e aos demais integrantes do POLO.

Sou grato à Whirlpool S.A. – Unidade Embraco, em particular à Dr^a. Luciana W. da Silva, pelas contribuições técnicas e pelos recursos disponibilizados.

Agradeço aos meus grandes amigos, que sabem quem são, pelos ótimos momentos de descontração. Finalizo agradecendo aos meus pais, Edite e Odilon Schurt, ao meu irmão, Daniel A. Schurt, e à minha namorada, Tatiane Broering, pelas infinitas representações de apoio, carinho e amor com que sempre me presentaram. Meu sincero, muito obrigado!

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma estratégia de controle linear multivariável que atua na rotação do compressor e na abertura da válvula de expansão com a finalidade de controlar tanto a alimentação do evaporador como a capacidade de refrigeração de sistemas de refrigeração por compressão mecânica de vapor. O controlador foi projetado como base em um modelo fenomenológico especialmente desenvolvido para simular o comportamento dinâmico de tais sistemas. O modelo dinâmico foi linearizado de acordo com uma expansão por série de Taylor e utilizado pra projetar um controlador do tipo proporcional-integral baseado no método LQG, que utiliza um estimador de estados do tipo filtro de Kalman. Ensaios experimentais foram realizados em um aparato experimental capaz de controlar a rotação do compressor, a abertura da válvula de expansão e as taxas de transferência de calor no evaporador e no condensador. Os dados obtidos foram utilizados para identificar o sistema térmico, validar o modelo de simulação e avaliar o desempenho do controlador em termos de seguimento de referência e rejeição de perturbações. Verificou-se que o modelo reproduz as tendências experimentais em condições de trabalho distantes do ponto de operação ($\pm 30\%$) com um desvio máximo na faixa de erro de $\pm 10\%$. Observou-se ainda que o sistema é capaz de seguir as mudanças de referência impostas ao controlador e rejeitar perturbações na carga térmica da ordem de $\pm 25\%$. Em adição, um segundo controlador foi desenvolvido levando-se em consideração a maximização do COP em seu projeto. Observou-se que ambos controladores impõem dinâmicas muito parecidas às variáveis controladas, de modo que apresentam desempenhos energéticos semelhantes.

Palavras chave: controle, refrigeração por compressão mecânica de vapor, modelação, experimentação.

ABSTRACT

A model-driven multivariate linear control strategy for controlling the evaporator feeding and for matching the cooling capacity to the thermal load was proposed in this study, which acts on the compressor speed and the electric expansion valve opening. A first-principles dynamic simulation model for vapor compression refrigeration systems was put forward and validated against reliable experimental data gathered using a purpose-built testing apparatus comprised of a variable-speed compressor and a pulse-width modulated electric expansion valve. It has been found that the model predictions follows closely the experimental trends of the working pressures even in conditions far from the point of operation ($\pm 30\%$) used for the system identification exercise, with maximum deviations within 10% error bands. The dynamic simulation model was linearized according to a Taylor expansion series and then used to design a proportional-integral type controller based on the linear-quadratic-Gaussian (LQG) method, which is based on a state estimator of the Kalman filter type. Additional experimental tests were also carried out using the test facility to verify the controller ability of tracking reference changes and rejecting thermal load disturbances. In all cases, it was found that the controller performed quite well not only for reference tracking but also for rejecting thermal load disturbances up to $\pm 25\%$. In addition, an optimal controller was devised taking into account the COP maximization in the design process. It has been observed that both controllers presented analogous dynamic behaviors, reason why their energy performances showed to be quite similar.

Keywords: control, vapor compression refrigeration, modeling, experimentation.

SUMÁRIO

Capítulo 1 Introdução / 1

- 1.1 Generalidades / 1
- 1.2 Controle de Sistemas de Refrigeração / 2
- 1.3 Definição do Trabalho / 8
- 1.4 Estrutura do Documento / 10

Capítulo 2 Trabalho Experimental / 11

- 2.1 Generalidades / 11
- 2.2 Subsistema de Refrigeração / 12
- 2.3 Subsistema de Medição e Controle / 14
- 2.4 Planejamento dos Experimentos / 16
 - 2.4.1 Ensaio para Ajuste do Modelo / 16
 - 2.4.2 Ensaio para Validação do Modelo / 17
 - 2.4.3 Ensaio para Avaliação do Controlador / 18
 - 2.4.4 Ensaio para Extrapolação dos Limites do Controlador / 18
- 2.5 Síntese do Capítulo / 18

Capítulo 3 Modelação do Sistema de Refrigeração / 19

- 3.1 Generalidades / 19
- 3.2 Modelação dos Componentes do Sistema de Refrigeração / 20
 - 3.2.1 Submodelo dos Trocadores de Calor / 20
 - 3.2.2 Modelo do Compressor / 24
 - 3.2.3 Modelo da Válvula de Expansão / 25
 - 3.2.4 Trocador de Calor Interno / 25
- 3.3 Propriedades Termodinâmicas e Termofísicas / 26
- 3.4 Método de Solução / 28

3.4.1	Condições Iniciais e de Contorno / 28
3.4.2	Método de Solução Numérica / 29
3.5	Ajuste dos Parâmetros do Modelo / 29
3.5.1	Coefficientes de Transferência de Calor / 30
3.5.2	Fração de Vazio / 31
3.5.3	Efetividade do Trocador de Calor Interno / 31
3.5.4	Coefficientes dos Modelos do Compressor e da Válvula de Expansão / 31
3.6	Síntese do Capítulo / 33

Capítulo 4 Projeto do Sistema de Controle / 34

4.1	Generalidades / 34
4.2	Linearização do Modelo Matemático / 35
4.3	Discretização do Modelo Linearizado / 38
4.4	Sistema de Controle Multivariável / 41
4.4.1	O Controlador LQG / 41
4.4.2	Controlador LQG com integrador / 43
4.4.3	O Observador de Estados / 45
4.5	Projeto do Controlador / 46
4.6	Resultados de Simulação / 47
4.6.1	Validação do Modelo Linearizado / 47
4.6.2	Validação Computacional do Controlador Projetado / 50
4.7	Controlador Ótimo / 51
4.8	Síntese do Capítulo / 52

Capítulo 5 Resultados e Discussões / 54

5.1	Generalidades / 54
5.2	Validação do Modelo / 54
5.3	Avaliação do Controlador / 59
5.3.1	Seguimento de Referência / 59
5.3.2	Rejeição de Perturbação / 62
5.4	Análise da Envoltória Operacional do Controlador / 65
5.4.1	Extrapolação do Grau de Superaquecimento no Evaporador / 65
5.4.2	Extrapolação da Temperatura do Fluido Secundário na Saída do Evaporador / 68
5.4.3	Extrapolação da Carga Térmica / 70
5.5	Comparação Computacional entre Controladores / 73
5.6	Síntese do Capítulo / 76

Capítulo 6 Conclusões e Sugestões / 78

6.1	Conclusões / 78
6.1.1	Sobre o Modelo / 78
6.1.2	Sobre o Controlador / 79
6.1.3	Sobre os Resultados / 79
6.2	Sugestões / 80

Referências Bibliográficas / 82

Apêndice A Dedução das Equações Diferenciais do Modelo / 86

Apêndice B Matrizes dos Modelos Lineares / 94

Apêndice C Matrizes do Controlador Ótimo / 96

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1 Relação pressão-temperatura de saturação para o refrigerante HFC-R134a. / 3
- Figura 2 Diagrama esquemático de um ciclo de refrigeração. / 4
- Figura 3 Representação do ciclo de refrigeração em um diagrama $p-h$. / 4
- Figura 4 Esquema do aparato experimental. (Pöttker, 2006). / 12
- Figura 5 Vista geral do aparato experimental. / 14
- Figura 6 Interface do programa de aquisição e controle do aparato experimental (Pöttker, 2006). / 16
- Figura 7 Alterações na rotação do compressor e abertura da válvula de expansão. / 17
- Figura 8 Representação esquemática do escoamento de refrigerante através dos trocadores de calor. / 21
- Figura 9 Desenho esquemático dos perfis de temperatura no evaporador e no condensador. / 24
- Figura 10 Representação esquemática do trocador de calor interno. / 26
- Figura 11 Fluxograma de implementação do modelo. / 29
- Figura 12 Variações da efetividade do trocador de calor interno. / 31
- Figura 13 Comportamento da potência elétrica do compressor. / 32
- Figura 14 Comportamento da vazão mássica da válvula. / 33
- Figura 15 Comportamento dinâmico das fronteiras nos trocadores de calor. / 38
- Figura 16 Diagrama esquemático do sistema de controle. / 43
- Figura 17 Validação do modelo linearizado: pressão de evaporação. / 48
- Figura 18 Validação do modelo linearizado: pressão de condensação. / 48
- Figura 19 Validação do modelo linearizado: grau de superaquecimento no evaporador. / 49
- Figura 20 Validação do modelo linearizado: temperatura do fluido secundário na saída do evaporador. / 49
- Figura 21 Diagrama de simulação do controlador projetado. / 50
- Figura 22 Simulação do controlador projetado – seguimento de referências / 51
- Figura 23 Simulação do controlador projetado – rejeição de perturbações. / 51
- Figura 24 Validação do modelo: pressão de evaporação. / 55
- Figura 25 Validação do modelo: pressão de condensação. / 56

Figura 26 Validação: vazão mássica de refrigerante através da válvula de expansão. / 57

Figura 27 Validação: Potência elétrica do compressor. / 57

Figura 28 Validação: grau de superaquecimento no evaporador. / 58

Figura 29 Validação: temperatura do fluido secundário na saída do evaporador. / 58

Figura 30 Seguimento de referência: grau de superaquecimento e temperatura do fluido secundário na saída do evaporador. / 59

Figura 31 Seguimento de referência: rotação do compressor e abertura da válvula de expansão. / 61

Figura 32 Seguimento de referência: pressões de condensação e evaporação. / 61

Figura 33 Seguimento de referência: vazão mássica e capacidade de refrigeração. / 61

Figura 34 Seguimento de referência: coeficiente de performance e potência elétrica do compressor. / 62

Figura 35 Rejeição de perturbação: vazões dos fluidos secundários do condensador e do evaporador. / 62

Figura 36 Rejeição de perturbação: grau de superaquecimento e temperatura do fluido secundário na saída do evaporador. / 63

Figura 37 Rejeição de perturbação: rotação do compressor e abertura da válvula de expansão. / 64

Figura 38 Rejeição de perturbação: vazão mássica e capacidade de refrigeração. / 64

Figura 39 Rejeição de perturbação: pressões de condensação e de evaporação. / 64

Figura 40 Rejeição de perturbação: coeficiente de performance e potência consumida pelo compressor. / 65

Figura 41 Aumento do grau de superaquecimento: grau de superaquecimento e temperatura do fluido secundário na saída do evaporador. / 66

Figura 42 Aumento do grau de superaquecimento: rotação do compressor e abertura da válvula. / 66

Figura 43 Diminuição do grau de superaquecimento: grau de superaquecimento e temperatura do fluido secundário na saída do evaporador. / 67

Figura 44 Diminuição do grau de superaquecimento: rotação do compressor e abertura da válvula. / 67

Figura 45 Diminuição do grau superaquecimento: grau de superaquecimento do evaporador. / 68

Figura 46 Aumento da temperatura de saída: grau de superaquecimento e temperatura do fluido secundário na saída do evaporador. / 69

Figura 47 Aumento da temperatura de saída: rotação do compressor e abertura da válvula. / 69

Figura 48 Diminuição da temperatura de saída: grau de superaquecimento e temperatura do fluido secundário na saída do evaporador. / 70

Figura 49 Diminuição da temperatura de saída: rotação do compressor e abertura da válvula. / 70

Figura 50 Aumento da carga térmica: carga térmica e vazão de fluido secundário no evaporador. / 71

Figura 51 Aumento da carga térmica: grau de superaquecimento e temperatura do fluido secundário na saída do evaporador. / 71

Figura 52 Aumento da carga térmica: rotação do compressor e abertura da válvula de expansão. / 72

Figura 53 Diminuição da carga térmica: carga térmica e vazão de fluido secundário no evaporador. / 72

Figura 54 Diminuição da carga térmica: grau de superaquecimento e temperatura do fluido secundário na saída do evaporador. / 73

Figura 55 Diminuição da carga térmica: rotação do compressor e abertura da válvula de expansão. / 73

Figura 56 Comparação entre controladores: variáveis controladas. / 75

Figura 57 Comparação entre controladores: potência elétrica e COP. / 75

Figura 58 Comparação entre controladores: rotação do compressor e abertura da válvula de expansão. / 76

Figura A.1 Representação esquemática do volume de controle com fronteiras móveis. / 86

LISTA DE TABELAS

- Tabela 1 Resumo dos trabalhos encontrados na literatura aberta referentes ao controle de sistemas de refrigeração/ 9
- Tabela 2 Seqüência do projeto fatorial. / 17
- Tabela 3 Condição de operação e variação das variáveis. / 18
- Tabela 4 Elementos da matriz $G(x)$. / 23
- Tabela 5 Coeficientes da equação (27). / 27
- Tabela 6 Coeficientes da equação (28). / 27
- Tabela 7 Relação entre os coeficientes de troca de calor e algumas variáveis do sistema. / 30
- Tabela 8 Valores ajustados para os coeficientes de transferência de calor monofásicos. / 30
- Tabela 9 Coeficientes dos modelos do compressor e da válvula de expansão. / 31
- Tabela 10 Ponto de equilíbrio. / 36
- Tabela 11 Variações típicas das variáveis. / 46
- Tabela 12 Organização das mudanças de referência. / 59
- Tabela 13 Seqüência de mudanças das vazões. / 62
- Tabela A.1 Coeficientes da equação A.30. / 91
- Tabela A.2 Coeficientes da equação A.34. / 92
- Tabela A.3 Coeficientes da equação A.38. / 93

NOMENCLATURA

Escalares

A	Área da seção transversal ao escoamento [m ²]
A_b	Abertura da válvula de expansão [%]
a, b, c, d, e, S_r	Parâmetros dos modelos do compressor e da válvula
C	Capacidade térmica [J/K]
c_p	Calor específico a pressão constante [J/kg.K]
c_v	Calor específico a volume constante [J/kg.K]
h	Entalpia específica [J/kg]
J	Função custo
k	Tempo discreto
L	Comprimento [m]
m	Vazão mássica de refrigerante [kg/s]
N	Rotação do compressor [rpm]
NTU	Número de unidades de transferência [-]
P	Perímetro [m]
p	Pressão [Pa]
q	Fluxo de calor [W/m ²]
Q	Taxa de transferência de calor [W]
s	Entropia específica [J/kg.K]
T	Temperatura [K]
t	Tempo [s]
UA	Condutância térmica [W/K]
V	Vazão de fluido secundário [L/min]
v	Volume específico [m ³ /kg]
x	Título do refrigerante [-]

\tilde{z}	Coordenada axial do escoamento [m]
W	Potência elétrica do Compressor [W]

Matrizes

$\mathbf{A}, \mathbf{B}_u, \mathbf{B}_w, \mathbf{C}, \mathbf{D}_w$	Matrizes do modelo linear no espaço de estados
\mathbf{K}	Matriz de ganho do controlador
\mathbf{L}	Matriz de ganho do observador de estados
\mathbf{Q}, \mathbf{R}	Matrizes de ponderação
\mathbf{u}	Vetor de entradas controladas
\mathbf{x}	Vetor de estados dinâmicos
\mathbf{y}	Vetor de saídas
\mathbf{w}	Vetor de entrada de perturbação

Letras Gregas

α	Coefficiente de transferência de calor [W/m ² K]
ε	Efetividade do trocador de calor [-]
γ	Fração de vazio [-]
λ	Posição da interface entre as regiões de escoamento monofásico e bifásico [m]
ρ	Massa específica [kg/m ³]
ϕ, Φ	Variáveis genéricas específicas
v	Velocidade média na direção do escoamento [m/s]
τ	Tensão de cisalhamento [Pa]

Índices

$()_{amb}$	Ambiente
$()_{bf}$	Bifásico
$()_c$	Condensador; Fluido frio
$()_{cv}$	Compressor de rotação variável
$()_d$	Discreto
$()_e$	Estático; Evaporador
$()_b$	Fluido quente
$()_i$	Entrada; Integral
$()_l$	Líquido saturado
$()_{lls}$	Linha de líquido / linha de sucção
$()_{mf}$	Monofásico
$()_o$	Externo; Saída
$()_r$	Refrigerante
$()_{ref}$	Referência
$()_s$	Fluido secundário
$()_{sub}$	Sub-resfriamento
$()_{sup}$	Superaquecimento

$()_r$	Vapor saturado
$()_{ree}$	Válvula de expansão elétrica

Outros símbolos

$\langle x \rangle$	Valor médio de x com base no volume
$x' = (dx/dp)_b$	Derivada de x na pressão
$x^* = (dx/dh)_p$	Derivada de x na entalpia
$\dot{x} = dx/dt$	Derivada de x no tempo

INTRODUÇÃO

1.1 GENERALIDADES

Observou-se, nos últimos anos, um intenso crescimento das economias de muitos países do globo. No Brasil, até meados de 2008, as perspectivas ainda eram de crescimento. Entretanto, a crise do crédito hipotecário nos Estados Unidos da América, iniciada 2007, juntamente com a crise de confiança no sistema financeiro levaram diversas instituições financeiras à falência, resultando na atual crise econômica mundial, cujo impacto tem sido comparado ao da crise de 1929, que perdurou durante a década de 30 e terminou apenas com o início da Segunda Guerra Mundial, em 1939.

Algumas medidas vêm sendo utilizadas para tentar reduzir o impacto da crise econômica mundial, dentre as quais se destacam as tentativas de sanear as dívidas dos bancos, de estimular o crédito de forma apropriada a fim de impulsionar o comércio e, principalmente, de diminuir os gastos públicos e privados. Uma das formas mais efetivas de reduzir gastos consiste no consumo racional de energia elétrica. Além dos aspectos econômicos, o uso racional da energia possui um forte apelo ambiental, com impacto direto sobre o aquecimento global, já que grande parte da energia elétrica utilizada no mundo é gerada por queima de combustíveis fósseis, o que libera gás carbônico para a atmosfera.

Segundo a Eletrobrás (2007), o setor industrial é maior responsável pelo consumo de energia elétrica no Brasil (46,7%), seguido pelo setor residencial (22,2%) e pelo comercial (14,3%). Dentre os demais setores avaliados, o setor público responde por 8,7% o agropecuário por 4,2%, o energético por 3,6% e o setor de transportes por 0,3% da matriz energética. O mesmo estudo aponta a refrigeração (refrigeradores e congeladores) como a principal responsável pelo consumo de energia do setor doméstico, com 27%, seguida de perto pelo aquecimento de água para banho, com 24%, e pela climatização, com 20%.

Na classe comercial, 40,3% do consumo de energia elétrica se deve aos sistemas de condicionamento de ar. Se for considerado apenas o setor de supermercados, que corresponde à 19,1% das instalações comerciais pesquisadas, a refrigeração é responsável por 38% do consumo de energia elétrica e a climatização de ambientes por 32% (Eletrobrás, 2008). Juntos, os sistemas domésticos e comerciais de refrigeração e de condicionamento de ar respondem por mais de 12% da matriz energética nacional (Eletrobrás, 2008). Dessa maneira, ações voltadas à melhoria da eficiência energética dos sistemas de refrigeração por compressão mecânica de vapor – largamente empregados nos setores de refrigeração e condicionamento de ar para aplicações domésticas e comerciais – certamente proporcionarão ganhos significativos.

Diante de tais fatos, as indústrias têm investido em pesquisas que visam aumentar a eficiência energética dos produtos. No caso específico da refrigeração, estudam-se trocadores de calor e compressores cada vez mais eficientes do ponto de vista energético. Além de investigar cada componente de forma independente, estudam-se também formas de melhorar o desempenho do ciclo de refrigeração, seja com novos arranjos de ciclos, ou com a utilização de componentes de ação variável – tais como ventiladores e compressores de rotação variável ou dispositivos de expansão com abertura variável – que permitem o uso de estratégias de controle que tornam os sistemas de refrigeração mais eficientes. Para tanto, o sistema de refrigeração por compressão mecânica de vapor precisa ser analisado experimentalmente e modelado matematicamente, que são objetivos do presente trabalho.

1.2 CONTROLE DE SISTEMAS DE REFRIGERAÇÃO

A maioria dos refrigeradores domésticos e dos equipamentos de refrigeração comercial utiliza a compressão mecânica de vapor como princípio de refrigeração. Estima-se que existam mais de 45 milhões de refrigeradores em operação no Brasil (Gonçalves, 2004), dos quais apenas uma ínfima parcela não utiliza o princípio de compressão mecânica de vapor.

A refrigeração por compressão mecânica de vapor é obtida através da evaporação a baixas temperaturas de uma substância volátil, denominada refrigerante. Uma vez que, para uma

substância pura, a pressão possui uma relação direta com a temperatura durante o processo de mudança de fase, a temperatura do meio pode ser controlada através da pressão de evaporação, que por sua vez é controlada pela ação de um compressor. A figura 1 mostra as relações pressão-temperatura de saturação para o refrigerante HFC-134a, amplamente empregado nas Américas, inclusive no Brasil.

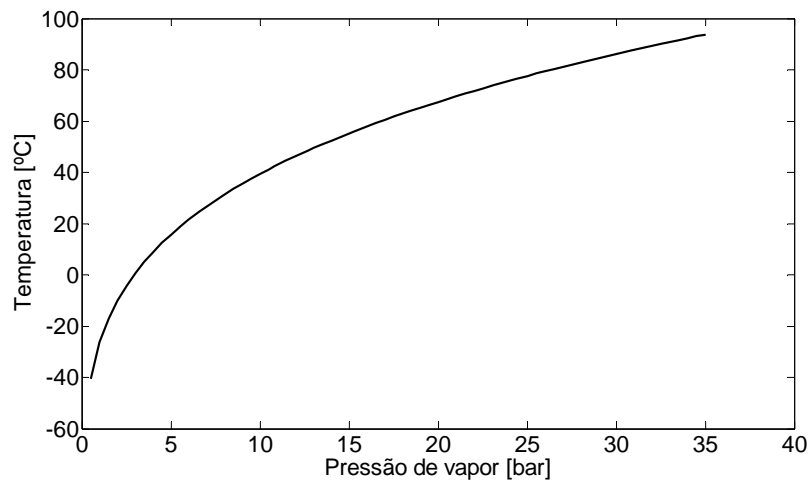


Figura 1 Relação pressão-temperatura de saturação para o refrigerante HFC-R134a.

A idéia de juntar os princípios de evaporação a baixa pressão e de condensação a alta pressão em um sistema cíclico foi proposta pelo norte-americano Oliver Evans, embora tenha sido seu conterrâneo Jacob Perkins que concebeu, em 1834, o ciclo termodinâmico de funcionamento de um refrigerador por compressão mecânica de vapor. O ciclo de refrigeração proposto por Perkins é composto basicamente por quatro componentes: dois trocadores de calor (evaporador e condensador), um compressor e um dispositivo de expansão, como ilustra a figura 2. As trocas térmicas e o transporte de energia ocorrem através da circulação do fluido refrigerante no sentido compressor → condensador → expansor → evaporador → compressor. É comum a utilização de mais um componente, chamado trocador de calor linha de líquido – linha de sucção (ou ainda de trocador de calor interno), que aumenta a capacidade de refrigeração do sistema.

A função do compressor consiste em succionar o fluido refrigerante, que está no estado de vapor a baixa pressão (ponto 1), e comprimi-lo até o ponto 2 mediante a conversão de energia elétrica em trabalho. O fluido passa pelo condensador, onde rejeita calor para o ambiente externo (Q_c), sofrendo superaquecimento, condensação e sub-resfriamento (processo 2-3). Em seguida, o refrigerante segue para o trocador de calor linha de líquido – linha de sucção, que transfere calor do líquido proveniente do condensador para o vapor que sai do evaporador. Após o

trocador de calor, o líquido a alta pressão (ponto 4) passa pelo dispositivo de expansão, gerando uma mistura de líquido e vapor a baixa pressão e temperatura (ponto 5). Essa mistura passa pelo evaporador, onde recebe calor do ambiente refrigerado (Q_e), chegando ao estado de vapor superaquecido no ponto 6. Entre os pontos 6 e 1, o fluido passa novamente pelo trocador de calor interno, onde absorve calor da linha de líquido. O diagrama $p-h$ da figura 3 ilustra os estados termodinâmicos do fluido refrigerante ao longo do ciclo descrito anteriormente.

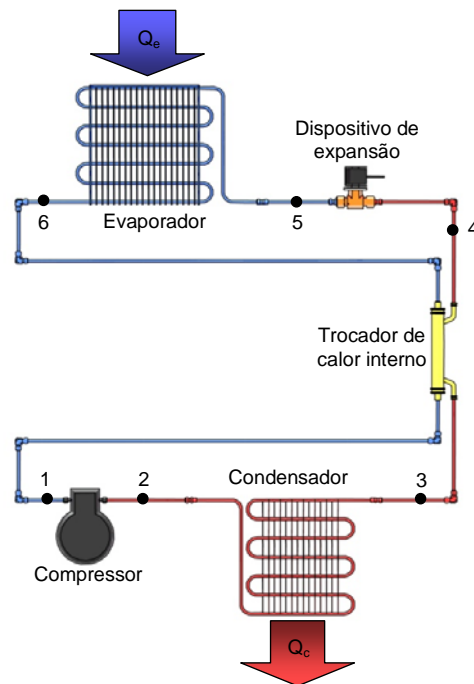


Figura 2 Diagrama esquemático de um ciclo de refrigeração.

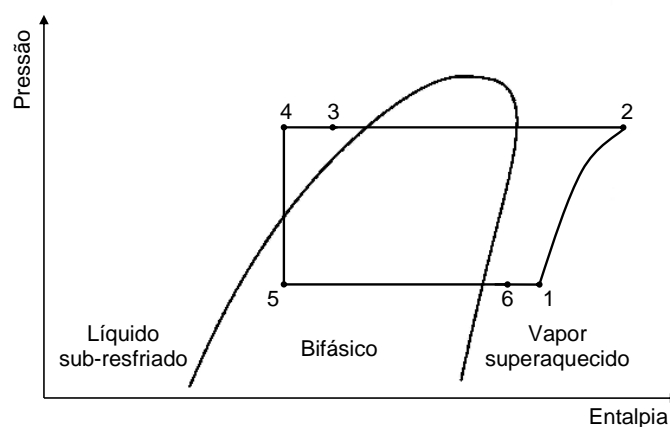


Figura 3 Representação do ciclo de refrigeração em um diagrama $p-h$.

Sistemas de refrigeração para aplicações de pequeno e médio porte geralmente fazem uso de um compressor de rotação constante e de um dispositivo de expansão com ação fixa, tal como o tubo capilar, que consiste de um tubo longo (de 2 a 4 metros) com pequeno diâmetro interno (menor que 1 mm). A temperatura do ambiente refrigerado é controlada pela ação de um termostato que liga e desliga o compressor. Como alternativa ao termostato, a capacidade de refrigeração pode ser controlada através da rotação do compressor, tornando possível o ajuste contínuo entre capacidade de refrigeração e a carga térmica (Tassou e Qureshi, 1998; Aprea e Mastrullo, 2002). Em adição, o uso de um dispositivo de expansão de ação variável permite ainda um ajuste fino do grau de superaquecimento na saída do evaporador, mantendo-o totalmente preenchido com refrigerante bifásico, independentemente da rotação do compressor (Tassou e Al-Nizari, 1991; Pöttker e Melo, 2007).

A idéia de utilizar dispositivos de ação variável só se tornou possível devido ao avanço da tecnologia e, principalmente, à diminuição do custo dos componentes eletrônicos. Além disso, o aumento na produção de refrigeradores fez crescer a participação dessas máquinas na matriz energética mundial e, conseqüentemente, seu impacto sobre o meio ambiente. Dessa forma, tem-se procurado meios de aumentar o desempenho dos sistemas de refrigeração, que é mensurado através do Coeficiente de Performance (COP), definido pela razão entre a taxa na qual o calor é retirado pelo evaporador (denominada de capacidade de refrigeração) e a potência fornecida ao compressor.

Nas últimas décadas, foram publicados diversos trabalhos que, a partir da investigação experimental do comportamento de sistemas de refrigeração operando simultaneamente com uma válvula de expansão elétrica e um compressor de rotação variável, propuseram estratégias de controle (Outtgarts et al., 1997; Choi e Kim, 2003; Yang et al., 2004; Lamanna, 2005). Tais trabalhos, no entanto, tiveram seus focos voltados a sistemas de refrigeração de grande porte, com capacidades de refrigeração acima de 6 kW.

Com o intuito de estudar a influência da rotação do compressor, da abertura da válvula de expansão elétrica e da carga de refrigerante sobre o desempenho de um sistema de refrigeração comercial de pequeno porte, Pöttker (2006) projetou e construiu um aparato experimental capaz de operar com capacidades de refrigeração entre 400 e 1500 W. Com base em uma análise puramente experimental, o autor concluiu que os sistemas dotados de dispositivos com ação variável podem ser mais eficientes que sistemas com dispositivos de ação fixa, como tubo capilar e compressor de rotação fixa. Os resultados mostraram também que em um sistema de refrigeração com carga de refrigerante fixa, o COP do sistema pode ser maximizado para cada rotação do compressor através da abertura da válvula.

Em um trabalho posterior, Marcinichen et al. (2008) utilizaram o aparato de Pöttker (2006) para desenvolver uma estratégia de controle dual-SISO (*Single Input Single Output*) para controlar a rotação do compressor e a abertura da válvula de expansão com base, respectivamente, na temperatura de saída do fluido secundário e no grau de superaquecimento no evaporador. O sistema de refrigeração foi identificado empiricamente através do método da resposta ao degrau, que gerou modelos lineares de 1ª ordem tanto para o grau de superaquecimento no evaporador como para a temperatura do fluido secundário na saída do evaporador. Tais modelos foram então empregados para projetar dois controladores PI (Proporcional-Integral) para atuar sobre a abertura da válvula e a rotação do compressor. Os controladores foram empregados para controlar a capacidade de refrigeração do sistema, mostrando resultados satisfatórios em termos de seguimento de referência. No entanto, a identificação do sistema de refrigeração através de uma abordagem puramente empírica limitou a aplicação do controlador a regiões próximas ao ponto de operação. Para controle de sistemas em regiões distantes do ponto de identificação, Alleyne et al. (2003) recomendam o uso de modelos físicos para representar o comportamento do sistema.

He et al. (1997) projetaram um controlador com base em um modelo matemático desenvolvido para simular o comportamento dinâmico de uma bomba de calor. Os trocadores de calor foram modelados com base na metodologia de fronteiras móveis introduzida por Wedekind e Stoecker (1968) para evaporadores e posteriormente estendida por Wedekind et al. (1978) para condensadores. O compressor foi modelado através de um processo politrópico, enquanto a válvula de expansão foi modelada através da equação de orifício. O modelo do sistema de refrigeração foi linearizado e as previsões do modelo linear foram validadas contra dados experimentais, apresentando uma pobre concordância. Os autores reduziram a ordem do modelo linear de 11 para 4 a fim de melhorar seu desempenho computacional. Por fim, dois controladores PID (Proporcional-Integral-Derivativo) foram desenvolvidos para controlar a abertura da válvula de expansão e a rotação do compressor através de uma estratégia dual-SISO, que mostrou resultados satisfatórios em termos de seguimento de referência. Num trabalho posterior, He et al. (1998) projetaram, com base na técnica LQG (*Linear Quadratic Gaussian*), um controlador MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) para atuar sobre a rotação do compressor e sobre a válvula de expansão. O controlador foi implementado em um condicionador de ar residencial e submetido a testes de seguimento de referência, rejeição de perturbações e estabilidade, mostrando resultados superiores aos obtidos com o controlador dual-SISO.

Rasmussen e Alleyne (2006) propuseram um modelo fenomenológico para representar o comportamento dinâmico de um sistema de refrigeração por compressão de vapor. Os autores

concluíram que, como o modelo dos componentes é não-linear, faz-se necessário o emprego de estratégias de controle não-lineares para que o desempenho do sistema seja mantido em toda a envoltória operacional. Os autores propuseram então uma estrutura para projeto de controladores do tipo *gain-schedule* baseada em modelos locais e controladores locais, que foi avaliada experimentalmente. Os resultados mostraram que, enquanto as técnicas de controle lineares oferecem significativas vantagens frente ao tradicional controle de sistemas de condicionamento de ar, a abordagem por *gain-schedule* estende tais vantagens para todo o regime de operação.

Leducq et al. (2006) implementaram dois controladores integrados em uma estrutura hierárquica composta por um controlador local e uma estratégia de otimização dinâmica utilizando um algoritmo de controle preditivo baseado em modelos não-lineares (MPC, *Model Predictive Control*). O modelo de ordem reduzida anteriormente proposto por Leducq et al. (2003) foi utilizado para prever o comportamento dinâmico do sistema e, a partir dele, foram elaboradas duas estruturas de controle. Em ambas, o grau de superaquecimento no evaporador foi controlado localmente por um controlador PID que aciona uma válvula de expansão elétrica. Na primeira estrutura, a capacidade de refrigeração foi controlada através da rotação do compressor e da vazão de água no condensador, enquanto a vazão de água através do evaporador foi usada para causar perturbações ao sistema. Os termos da função custo a ser minimizada incluíam a diferença entre a variável de controle medida e a desejada, o inverso do COP e a rotação do compressor. Na segunda estrutura, controlou-se a temperatura do fluido secundário no evaporador através da rotação do compressor e das vazões de água no condensador e no evaporador, onde os termos da função custo a ser minimizada incluíam, além das citadas anteriormente, restrições para as vazões de água no condensador e no evaporador. Perturbações foram causadas variando-se as temperaturas dos fluidos secundários nas entradas do condensador e do evaporador. Para os experimentos apresentados, foram obtidos ganhos de 8 a 20% no consumo de energia.

Diversos outros autores propuseram modelos dinâmicos voltados ao desenvolvimento de estratégias de controle para sistemas de refrigeração (Willatzen et al., 1998; Jensen e Tummescheit, 2002; Leducq et al., 2003; Rasmussen e Alleyne, 2004; Mckinley e Alleyne, 2008; Qi e Deng, 2008), embora nenhum deles tenha se preocupado em projetar um controlador para o sistema de refrigeração. A tabela 1 apresenta as principais características destes modelos, onde todos restringiram tanto o desenvolvimento como a aplicação do controlador a uma região próxima do ponto de identificação do sistema ($\pm 5\%$). Além disso, nenhum dos estudos se preocupou em comparar o desempenho de controladores baseados no grau de superaquecimento

do evaporador com um controlador que seja capaz de manter o sistema operando na região de máxima performance energética. O presente trabalho pretende preencher estas lacunas.

1.3 DEFINIÇÃO DO TRABALHO

Objetivos

O presente trabalho tem dois objetivos principais:

- i. desenvolver um modelo fenomenológico para a simulação dinâmica de sistemas de refrigeração por compressão mecânica de vapor e validá-lo em uma ampla faixa de operação;
- ii. projetar um controlador multivariável com base no modelo dinâmico e verificar seu desempenho utilizando um sistema de refrigeração real, neste caso, o aparato experimental desenvolvido por Pöttker (2006)

Para atingir tais objetivos, o trabalho foi desenvolvido em três etapas. A primeira consiste em desenvolver e validar experimentalmente um modelo fenomenológico que, através da solução de equações diferenciais e algébricas, seja capaz de representar a dinâmica das variáveis de um sistema de refrigeração por compressão mecânica de vapor. O modelo dinâmico, além de dar subsídios matemáticos para o projeto do controlador, é importante para se obter um conhecimento mais profundo sobre o comportamento dinâmico das variáveis do sistema.

Na segunda etapa, foi desenvolvido um controlador que atua de forma efetiva tanto sobre a rotação do compressor como sobre a abertura da válvula de expansão elétrica buscando as condições de operação desejadas. Na terceira etapa, o controlador foi implementado no aparato experimental e submetido a ensaios típicos de avaliação de controladores, como testes de seguimento de referência e rejeição de perturbações. Ensaios de extrapolação dos limites do controlador, visando identificar qual a sua possível faixa de trabalho, também foram realizados.

Metodologia

Duas etapas antecedem a fase de implementação do controlador: a modelação do sistema e o projeto do controlador. A modelação do sistema foi realizada com base nos princípios fundamentais da Termodinâmica, da Mecânica dos Fluidos e da Transferência de Calor e validado contra dados experimentais obtidos através de um aparato experimental disponibilizado pelo POLO Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia em Refrigeração e Termofísica da UFSC.

Tabela 1 Resumo dos trabalhos encontrados na literatura aberta referentes ao controle de sistemas de refrigeração.

Autor	Origem	Sistema	Refrigerante	Modelo	Dispositivo de expansão	Compressor	Validação do modelo	Controlador	Implementação do controlador
He (1996)	EUA	Condicionador de ar <i>split</i>	-	Fenomenológico	Motor de passo	CRV	Sim	LQG	Sim
Willatzen <i>et al.</i> (1998)	Dinamarca	Apenas modelo	-	Fenomenológico	Não	Não	Não	PI	Não
Jensen e Tummescheit (2002)	Dinamarca	Simulação	R22	Fenomenológico	Não	Não	Não	Não	Não
Larsen e Holm (2003)	Dinamarca	Aparato Experimental	-	Fenomenológico	Motor de passo	CRV	Sim	H _∞	Não
Leducq <i>et al.</i> (2006)	França	Aparato Experimental	-	Fenomenológico	Motor de passo	Semi-hermético	Sim	MPC	Sim
Shah <i>et al.</i> (2003)	EUA	Condicionador de ar automotivo	R134a	Fenomenológico	Motor de passo	CRV	Sim	MIMO-Adaptativo	Sim
Apra <i>et al.</i> (2004)	Itália	Câmara Frigorífica	R407C e R507	Não	Termostática	Semi-hermético	-	Fuzzy	Sim
Yang <i>et al.</i> (2004)	Korea	Aparato experimental	R410a	Experimental	Motor de passo	Scroll – CRV	Não	PID	Não
Lin e Yeh (2006)	Taiwan	Condicionador de ar <i>split</i>	R22	Experimental	Motor de passo	CRV	Sim	Dual-PI	Sim
Rasmussen e Alleyne (2006)	EUA	Condicionador de ar automotivo	R134a	Fenomenológico	Motor de passo	Semi-hermético	Sim	H _∞	Sim
Keir e Alleyne (2007)	EUA	Condicionador de ar automotivo	R134a	Experimental	Motor de passo	Semi-hermético	Não	PI	Sim
Hua <i>et al.</i> (2008)	Korea	Aparato Experimental	R22	Experimental	Motor de passo	CRV	Não	PI	Sim
Marcinichen <i>et al.</i> (2008)	Brasil	Aparato experimental	R134a	Experimental	VEE-PWV	CRV	Sim	Dual-PI	Sim
Qi e Deng (2009)	Hong Kong	Condicionador de ar	R22	Fenomenológico	VEE	CRV	Sim	LQG	Sim

Optou-se pela modelação matemática do sistema de refrigeração tendo em vista a necessidade não só de se ter um conhecimento mais profundo sobre a dinâmica do sistema, mas também de permitir que controlador atue em uma ampla faixa de operação. O modelo matemático foi implementado utilizando-se o ambiente *Matlab/Simulink*.

Com relação ao controlador, podem-se citar três formas de obtê-lo:

- i. Utilizar o modelo para projetar um controlador clássico;
- ii. Projetar um controlador que necessite do modelo como, por exemplo, um controlador preditivo baseado em modelo;
- iii. Projetar um controlador livre de modelo, como por exemplo, um controlador adaptativo.

Neste trabalho, optou-se pela primeira abordagem, uma vez que se pretende mostrar que as teorias clássicas de controle linear e multivariável são aplicáveis aos sistemas de refrigeração por compressão mecânica de vapor.

1.4 ESTRUTURA DO DOCUMENTO

Neste primeiro capítulo, o problema foi contextualizado, os objetivos foram descritos e a metodologia foi delineada. Apresentou-se também uma breve revisão bibliográfica referente à modelagem fenomenológica com foco em controle de sistemas de refrigeração.

O segundo capítulo descreve o aparato experimental utilizado, onde também são apresentados os ensaios experimentais realizados para os exercícios de identificação e de validação do modelo dinâmico do sistema, que por sua vez é apresentado no capítulo três juntamente com os parâmetros de fechamento e o método de solução adotado.

No quarto capítulo, o modelo é linearizado em torno de um ponto de operação e um controlador multivariável é projetado através da técnica LQG. Os resultados dos ensaios experimentais realizados são apresentados no quinto capítulo, juntamente com a validação do modelo do sistema de refrigeração, a avaliação do controlador e a extrapolação dos limites operacionais do controlador. Também é realizada a comparação, através de simulação numérica, do desempenho de dois diferentes ajustes do controlador.

Por fim, no sexto capítulo, são apresentadas as conclusões da dissertação e algumas sugestões para investigações futuras.

TRABALHO EXPERIMENTAL

2.1 GENERALIDADES

Neste capítulo é descrito o aparato experimental utilizado no presente trabalho, bem como os experimentos realizados tanto para ajuste e validação do modelo como para análise e validação do controlador.

O aparato experimental foi projetado e construído por Pöttker (2006), através de recursos do POLO Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia em Refrigeração e Termofísica, com o objetivo de emular o funcionamento de um sistema de refrigeração dotado de um compressor de velocidade variável, de uma válvula de expansão eletrônica (VEE) do tipo PWM (*Pulse Width Modulation*) e de uma célula de carga de refrigerante. Pöttker (2006) estudou, de forma puramente experimental, o efeito da carga de refrigerante, da abertura da VEE e da rotação do compressor sobre o desempenho do sistema de refrigeração, com o objetivo de identificar as regiões onde o coeficiente de performance apresenta valores máximos.

Para fins didáticos, o aparato experimental foi dividido em dois subsistemas, um de refrigeração e outro de medição e controle, ambos detalhados a seguir. Mais detalhes podem ser obtidos de Pöttker (2006).

2.2 SUBSISTEMA DE REFRIGERAÇÃO

O circuito de refrigeração do aparato experimental consiste essencialmente em um ciclo de refrigeração por compressão mecânica de vapor que utiliza o HFC-R134a como fluido de trabalho. Seu diagrama esquemático é mostrado na figura 4.

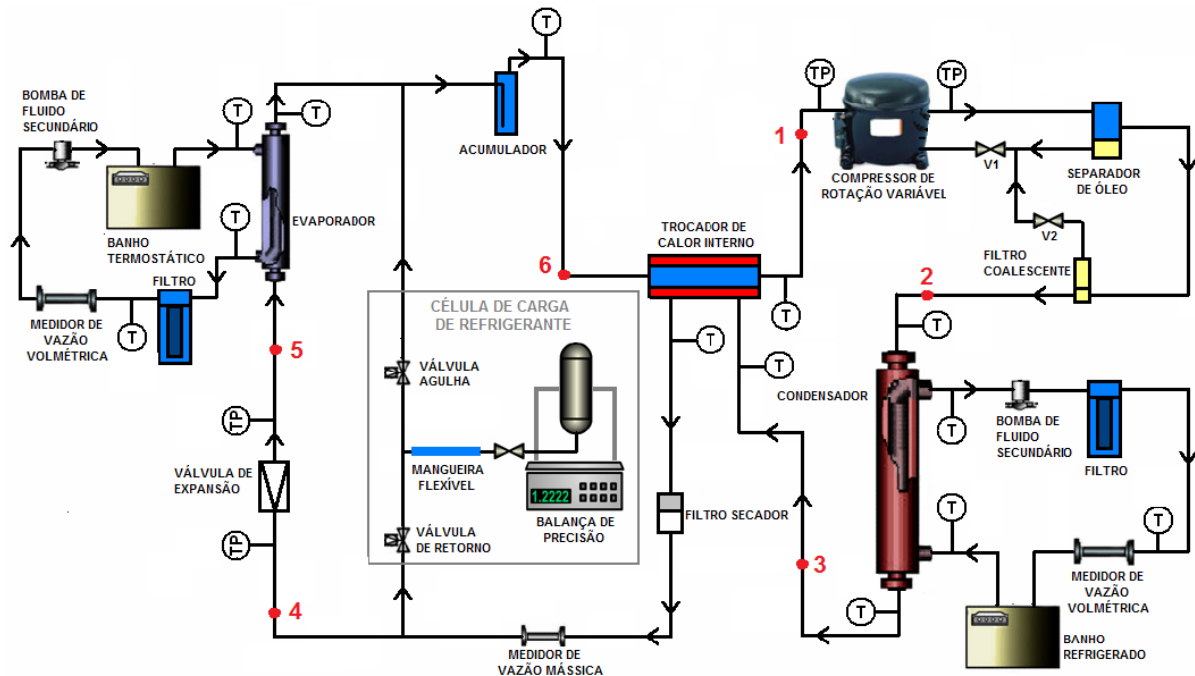


Figura 4 Esquema do aparato experimental (Pöttker, 2006).

O compressor é do tipo alternativo com rotação variável, modelo VEGT11HB fabricado pela Embraco. A rotação do compressor pode ser variada de 1800 a 4500 rpm através de um inversor de frequência, e controlada por um microcomputador, cobrindo uma faixa de capacidade de refrigeração de 400 a 1500W, com a condensação variando de 45 a 55°C e a evaporação variando de -15 a -5°C. Após o compressor estão montados um separador de óleo e um filtro coalescente com o objetivo de recolher o óleo que é arrastado junto com o fluido refrigerante. Válvulas permitem que o óleo retorne ao compressor, quando necessário.

Na seqüência encontra-se o condensador do tipo “tubo-em-tubo” concêntrico. O fluido refrigerante circula pelo tubo interno, enquanto a água, proveniente de um circuito secundário de transferência de calor, circula pelo espaço anular entre os dois tubos. Tal circuito é composto por um banho refrigerado, uma bomba de palhetas de rotação variável controlada por um inversor de frequência ligado ao motor de acionamento da bomba, um filtro e um medidor de vazão volumétrica. A temperatura da água na entrada do condensador é controlada por um PID autoajustável, associado a um conjunto de resistores elétricos imersos no reservatório de água.

Variações na vazão ou na temperatura da água na entrada do condensador alteram as condições de troca de calor nesse componente, simulando uma variação nas condições do ambiente.

Após o condensador, encontra-se um trocador de calor interno, do tipo “tubo-em-tubo” concêntrico. Em seguida, encontra-se um filtro secador, que tem por objetivo a retenção da umidade residual e de eventuais partículas sólidas existentes no sistema. Logo depois, está instalado o medidor de vazão mássica do tipo Coriolis e, na seqüência, a válvula de expansão elétrica modelo HP-120 fabricada pela Parker.

A válvula de expansão possui um princípio de funcionamento similar ao de uma válvula solenóide. O pistão, que regula a área de passagem do fluido, é elevado pelo campo magnético gerado por uma bobina energizada e uma mola empurra o pistão para baixo quando o campo deixa de existir. A válvula é acionada por um sinal do tipo PWM, que é caracterizado por uma tensão pulsante na forma de uma onda quadrada, com o período fixado em 1 segundo no aparato experimental, um ciclo ativo variável e dois níveis de tensão bem definidos. O ciclo ativo é a porcentagem de tempo, em relação ao período da onda, em que a tensão permanece no nível máximo. Assim, se o ciclo ativo é igual a 45%, o sinal ficará 0,45 segundos no nível máximo (válvula aberta) e 0,55 segundos no nível mínimo (válvula fechada). O ajuste do ciclo ativo da válvula é realizado via computador.

Na saída da válvula de expansão está instalado o evaporador, também do tipo “tubo-em-tubo” concêntrico. O fluido refrigerante circula pelo tubo interno, enquanto uma mistura de água destilada (73%) com etileno glicol (27%) circula pelo espaço anular entre os dois tubos. O circuito secundário de transferência de calor do evaporador é semelhante ao do condensador, composto por um banho termostático, uma bomba de palhetas de rotação variável, um filtro e um medidor de vazão volumétrica. A temperatura do fluido secundário na entrada do evaporador é controlada por um PID auto-ajustável associado a um conjunto de resistores elétricos. Se realizada uma comparação com um refrigerador comercial, variações de vazão ou temperatura do fluido secundário são equivalentes às variações de carga térmica e da temperatura do ar no interior do gabinete. Um acumulador de líquido está instalado após o evaporador, com o objetivo de proteger o compressor contra um possível golpe de líquido.

Uma célula de carga foi construída para facilitar a variação de carga de fluido refrigerante no circuito de refrigeração. Embora tal dispositivo estivesse disponível, neste trabalho a carga de refrigerante foi mantida constante, igual a 560g. Dessa maneira, o aparato experimental descrito permite a variação da rotação do compressor, do grau de abertura da válvula de expansão e das condições dos fluidos secundários (vazão e temperatura) no evaporador e no condensador.

O circuito elétrico do aparato experimental é alimentado por uma tensão elétrica trifásica de 380V/60Hz e por uma fase isolada 220V/60Hz, que alimenta apenas o inversor do compressor. A tensão elétrica trifásica alimenta os inversores dos motores elétricos das bombas e, com uma de suas fases, os demais componentes monofásicos do sistema.

Fusíveis estão instalados em diversos pontos do circuito para proteger os equipamentos e a própria instalação elétrica. Uma série de botoeiras e chaves permite que a corrente elétrica chegue até os componentes do sistema. Para maior segurança, uma chave de emergência pode ser acionada, interrompendo imediatamente a alimentação de todo o quadro elétrico do aparato, mostrado na figura 5.



Figura 5 Vista geral do aparato experimental.

2.3 SUBSISTEMA DE MEDIÇÃO E CONTROLE

Transdutores específicos são utilizados para as medições de temperatura, pressão absoluta, vazão mássica de refrigerante, vazão volumétrica de fluido secundário e tensão, corrente e potência do compressor. Tais transdutores geram sinais de tensão ou de corrente, que são enviados a um sistema de aquisição de dados.

As medições de temperatura são realizadas através de termopares do tipo T, que utilizam a curva de calibração padrão fornecida pela norma ASTM E 20 (ASTM, 1981), com incerteza de medição de $\pm 0,2^{\circ}\text{C}$ (Gonçalves, 1994). A localização dos termopares está indicada na figura 4, onde “T” representa temperatura e “TP” temperatura e pressão.

Transdutores de pressão absoluta são utilizados para medir a pressão do fluido refrigerante na sucção e na descarga do compressor e na entrada e na saída da válvula de expansão. São alimentados por uma fonte de tensão de 5 V ($\pm 0,01\%$) e geram um sinal de tensão diretamente proporcional ao valor da pressão medida. Curvas de calibração fornecidas pelo fabricante foram ajustadas para a fonte de tensão do aparato, fornecendo uma incerteza de medição de 0,15% para os transdutores de 10 bar (sucção do compressor e saída da válvula de expansão) e de 0,10% para os transdutores de 20 bar (descarga do compressor e entrada da válvula de expansão).

A vazão mássica de refrigerante foi medida através de um transdutor de vazão mássica do tipo Coriolis, composto por um sensor e uma unidade de tratamento de sinal. A incerteza de medição declarada pelo fabricante é de $\pm 0,25\%$ em relação ao valor da vazão mássica. A curva fornecida pelo fabricante relaciona um sinal em corrente de 4 a 20 mA linearmente com a vazão de 0 a 20 kg/h.

Dois transdutores do tipo turbina foram utilizados para medição das vazões volumétricas de fluido secundário no evaporador e no condensador. Tais medidores são constituídos por um sensor e por uma unidade de tratamento de sinal, que envia um sinal de corrente de 4 a 20 mA ao sistema de aquisição de dados. A incerteza de medição da vazão volumétrica é de $\pm 0,9\%$ para o medidor turbina do circuito do evaporador e de $\pm 0,6\%$ para o medidor turbina do circuito do condensador.

As medições das grandezas elétricas (corrente, tensão e potência) do compressor foram realizadas através de transdutores que geram sinais de tensão de 0 a 5 V, diretamente proporcionais aos valores das grandezas medidas. As incertezas de medição dos transdutores de tensão elétrica e corrente elétrica são de $\pm 0,25\%$. Já para o transdutor de potência elétrica, a incerteza de medição é de $\pm 0,5\%$.

O sistema de controle e aquisição de dados, fabricado pela *National Instruments*, verifica os sinais de tensão e corrente gerados pelos diversos transdutores e também controla alguns componentes do aparato experimental. Ele é composto por 5 placas de aquisição de sinais e 2 placas com saída de sinais para controlar as bombas dos fluidos secundários e a abertura da válvula de expansão.

O programa computacional do sistema de aquisição foi desenvolvido em linguagem *LabView*. Com ele é possível observar os valores medidos pelo sistema de aquisição de dados, processá-los e gravá-los de forma organizada para análise. Além disso, o programa serve como interface para o controle em malha aberta de alguns componentes da bancada e para a implementação dos algoritmos de controle desenvolvidos. A figura 6 mostra a interface principal

do programa, onde se destacam as áreas para ajuste da rotação do compressor (A), da abertura da válvula (B), da rotação da bomba do condensador (C) e da rotação da bomba do evaporador (D).

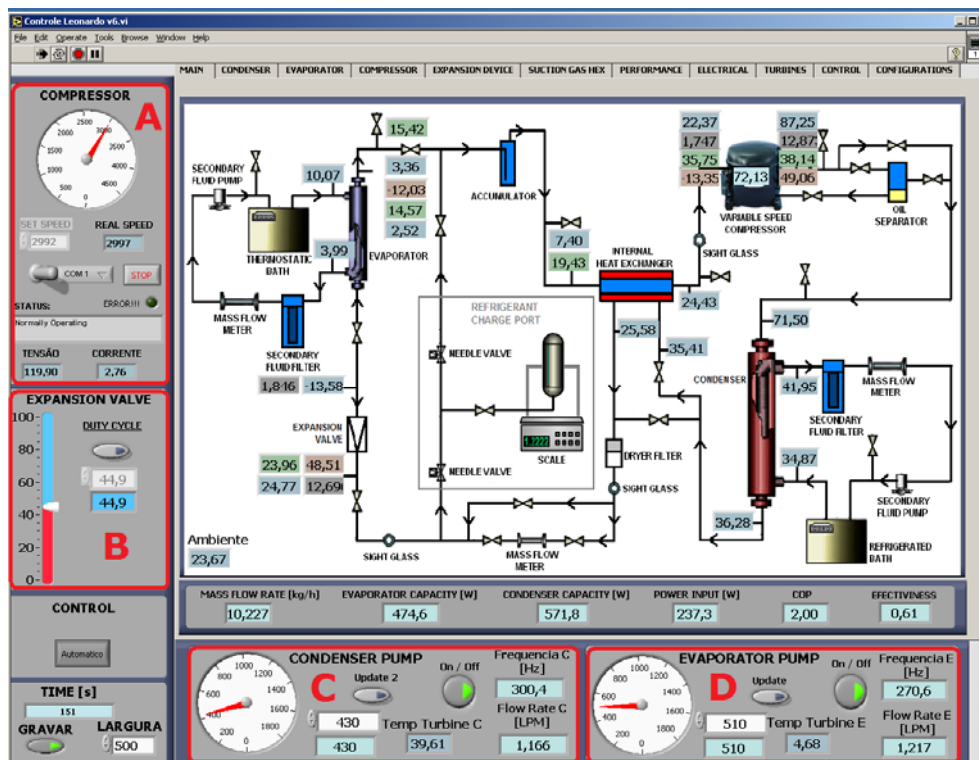


Figura 6 Interface do programa de aquisição e controle do aparato experimental (Pöttker, 2006).

2.4 PLANEJAMENTO DOS EXPERIMENTOS

Quatro conjuntos de experimentos foram programados com o intuito de levantar informações tanto para o ajuste dos parâmetros do modelo do sistema como para a avaliação do controlador.

2.4.1 Ensaio para ajuste do modelo

O ensaio experimental para ajuste de parâmetros do modelo foi conduzido impondo-se alterações de pequena magnitude (em torno de 15%) individualmente à rotação do compressor e à abertura da válvula de expansão. Em um primeiro momento, uma mudança do tipo degrau foi imposta à rotação do compressor. Aguardou-se até que o sistema atingisse uma nova condição de estabilidade, quando tal imposição foi retirada com o objetivo de fazer o sistema retornar à sua condição inicial. O mesmo procedimento foi adotado para a válvula de expansão, como mostra a figura 7.

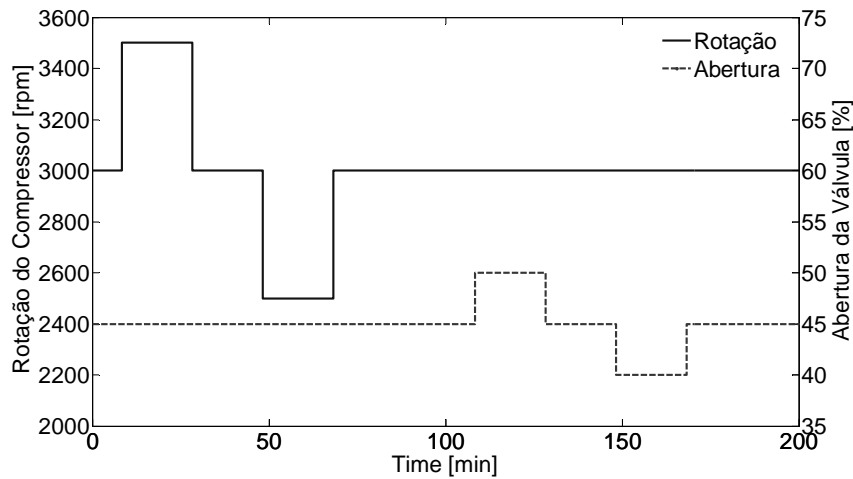


Figura 7 Alterações na rotação do compressor e abertura da válvula de expansão.

2.4.2 Ensaio para validação do modelo

Durante o ensaio experimental para validação do modelo foram impostas alterações de grande magnitude (da ordem de 30%) simultaneamente a quatro variáveis manipuláveis: rotação do compressor (N), abertura da válvula de expansão (A_b) e vazões dos fluidos secundários do evaporador ($V_{s,e}$) e do condensador ($V_{s,c}$). Com o intuito de cobrir várias das possibilidades de alterações, realizou-se um projeto fatorial fracionado (Box et al., 1978), onde 2^{n-1} experimentos (n é o número de variáveis manipuladas) foram organizados conforme mostrado na tabela 2, em que os sinais (+) e (-) significam, respectivamente, aumentar e diminuir o valor da variável em relação à condição de operação.

A tabela 3 mostra as condições de operação e as variações impostas a cada um dos componentes do sistema. As temperaturas dos fluidos secundários nas entradas do evaporador e do condensador foram mantidas constantes e iguais a 10°C e 35°C, respectivamente.

Tabela 2 Sequência do projeto fatorial.

Linha	A_b	N	$V_{s,c}$	$V_{s,e}$
1	-	+	+	-
2	+	-	+	-
3	-	-	+	+
4	+	+	+	+
5	-	-	-	-
6	-	+	-	+
7	+	-	-	+
8	+	+	-	-

Tabela 3 Condição de operação e variação das variáveis.

Variável Controlada	Condição de operação	Ajuste do modelo	Validação do modelo
N [rpm]	3000	± 500	± 1000
A_b [%]	45	± 5	± 10
$V_{s,e}$ [l/min]	1,22	-	$\pm 0,35$
$V_{s,c}$ [l/min]	1,19	-	$\pm 0,35$

2.4.3 Ensaio para avaliação do controlador

Seguimento de referência

O ensaio para avaliação de seguimento de referência foi realizado impondo-se mudanças na forma de degraus independentes aos valores de referência do grau de superaquecimento no evaporador e da temperatura do fluido secundário na saída do evaporador. Com isso, pôde-se avaliar não só a capacidade do controlador de seguir as variáveis de referência mas também de rejeitar as perturbações causadas em cada variável em virtude da alteração da referência da outra.

Rejeição de perturbação

O teste de rejeição de perturbação tem como objetivo verificar se o controlador é capaz de manter as variáveis controladas em valores previamente estipulados, mesmo que sejam impostas alterações na carga térmica ou nas condições do ambiente. Tais alterações foram emuladas no aparato experimental modificando-se as vazões dos fluidos secundário do evaporador e do condensador na forma de degraus, causando perturbações nas variáveis controladas que devem ser sentidas pelo controlador e então rejeitadas.

2.4.4 Ensaio de extrapolação dos limites do controlador

Para verificar o limite no qual não é mais possível manter as variáveis de controle em seus valores de referência, conduziu-se o controlador às situações extremas de operação. Para tanto, foram promovidas alterações nas referências das variáveis controladas na forma de degrau até atingir os valores máximos e mínimos controláveis. Além disso, promoveram-se alterações nas vazões do fluido secundário do evaporador visando caracterizar a máxima e mínima carga térmica que o sistema de refrigeração controlado consegue manter.

2.5 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Este capítulo descreveu o trabalho experimental, que envolveu a realização de testes específicos com um aparato previamente disponível. Diversos experimentos foram realizados não só para a identificação e validação do modelo, mas também para a avaliação do controlador.

MODELAÇÃO DO SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO

3.1 GENERALIDADES

A simulação de um sistema térmico envolve a modelagem matemática de cada um dos seus componentes. Quando se trata do regime permanente, um sistema de equações algébricas, geralmente não-lineares, é gerado. Dificilmente tais equações possuem solução analítica, de modo que é necessário utilizar um procedimento numérico para obter a solução do sistema de equações. O problema se torna ainda mais complexo quando se trata do regime transiente, onde o sistema de equações é composto tanto por equações diferenciais ordinárias como por equações algébricas não-lineares. A principal dificuldade está nas escalas de tempo dos componentes, que podem ser muito diferentes entre si. Em um sistema de refrigeração, três escalas de tempo são observadas (Hermes, 2006):

- i. Dinâmicas rápidas: da ordem segundos, como os escoamentos no compressor e no dispositivo de expansão;
- ii. Dinâmicas lentas: da ordem de minutos, como a distribuição de massa e as trocas térmicas ocorridos nos trocadores de calor;
- iii. Dinâmicas muito lentas: da ordem de horas, como a transferência de calor através das paredes do gabinete refrigerado.

Neste trabalho, optou-se por modelar os componentes de dinâmicas rápidas com equações algébricas quase-estáticas, como, por exemplo, as vazões mássicas através do compressor e da válvula de expansão. Os comportamentos dos componentes de dinâmicas lentas foram representados por equações diferenciais ordinárias, como, por exemplo, as pressões de evaporação e de condensação. As dinâmicas muito lentas não foram modeladas, pois o aparato experimental empregado não possui um gabinete refrigerado (ver Capítulo 2). No entanto, sabe-se que um modelo de gabinete será necessário quando o controlador for aplicado a um refrigerador específico, o que foge do escopo do presente trabalho.

3.2 MODELAÇÃO DOS COMPONENTES DO SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO

Os submodelos dos componentes do sistema de refrigeração foram divididos em dinâmicos, associados ao escoamento de fluido refrigerante nos trocadores de calor (condensador e evaporador), e quase-estáticos, relacionados aos escoamentos de fluido secundário nos trocadores de calor e aos escoamentos de refrigerante através do compressor e da válvula de expansão. Tais modelos são descritos detalhadamente a seguir.

3.2.1 Submodelo dos trocadores de calor

Escoamento de refrigerante

Os modelos dos trocadores de calor têm por objetivo determinar a taxa de transferência de calor, a pressão do refrigerante no interior da serpentina e o estado termodinâmico do refrigerante na saída do trocador de calor. A modelagem do escoamento de fluidos refrigerantes através dos trocadores de calor baseia-se nos princípios da conservação da massa, da quantidade de movimento e da energia. Face à complexidade do sistema de equações diferenciais resultante, as seguintes hipóteses simplificativas são tipicamente adotadas (Hermes, 2006):

- o trocador de calor é considerado reto, horizontal e com seção transversal constante;
- o escoamento é considerado unidimensional e as trocas de calor entre o refrigerante e as paredes do trocador de calor são calculadas através de correlações empíricas;
- os efeitos de difusão de calor são desprezados tendo em vista o elevado número de Péclet do escoamento ($\sim 10^3$);
- a dissipação viscosa e as variações de energia potencial são desprezadas;
- a capacidade térmica das paredes é desprezada.

Com base nessas hipóteses, pode-se expressar os princípios da conservação da massa, da energia total e da quantidade de movimento para um volume de controle diferencial de refrigerante respectivamente através das seguintes equações diferenciais parciais:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial m}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(h + \frac{1}{2} v^2 \right) \right] + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} \left[m \left(h + \frac{1}{2} v^2 \right) \right] = \frac{\partial p}{\partial t} + q \frac{P}{A} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} (m v) = - \frac{\partial p}{\partial z} - \tau \frac{P}{A} \quad (3)$$

Outra hipótese comumente adotada em modelos que visam à simulação dinâmica de trocadores de calor consiste em desprezar as variações de quantidade de movimento e as perdas viscosas ao longo do escoamento, o que torna a pressão uniforme e faz com que a equação da conservação da quantidade de movimento não seja mais necessária (Hermes, 2006). Após as devidas simplificações, o escoamento de refrigerante passa a ser caracterizado pelas equações da conservação da massa e da energia térmica, representadas pela seguinte expressão genérica:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} (m \phi) = \Phi \quad (4)$$

onde $\phi=1$ e $\Phi=0$ recuperam a equação de conservação da massa e $\phi=h$ e $\Phi=dp/dt+4q/D$ recuperam a equação da conservação da energia térmica.

Para que sejam resolvidas, tais equações precisam ser integradas tanto no tempo como no espaço. A integração espacial foi realizada segundo o método de fronteiras móveis apresentado por Wedekind et al. (1978), que divide o escoamento de refrigerante em duas regiões distintas, uma bifásica e outra monofásica (i.e., vapor superaquecido no evaporador e líquido sub-resfriado no condensador), como ilustra a figura 8.

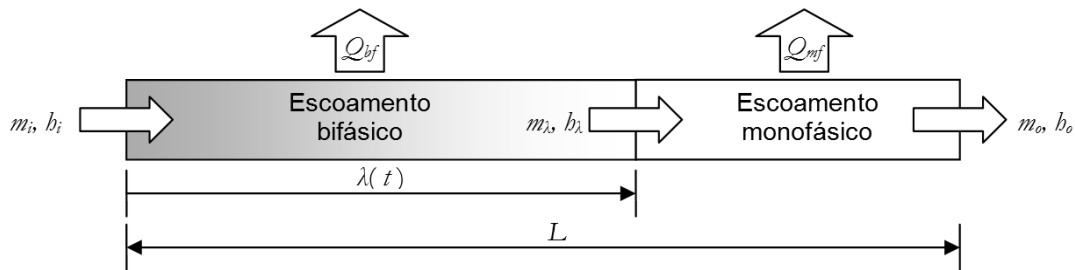


Figura 8 Representação esquemática do escoamento de refrigerante através dos trocadores de calor.

Apesar do condensador possuir três regiões distintas (superaquecida, bifásica e sub-resfriada), a modelação de apenas duas regiões foi justificada pelo fato da região superaquecida

apresentar um fluxo de calor similar ao da região bifásica, uma vez que a temperatura média logarítmica é maior e o coeficiente de transferência de calor é menor naquela região (Wedekind et al., 1978).

Como os limites do domínio de integração são funções do tempo, a regra de Leibnitz deve ser empregada na integração do primeiro termo da equação (4) para cada uma das regiões da figura 8,

$$\int_{a(t)}^{b(t)} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} d\tilde{z} = (b-a) \frac{d(\langle\rho\phi\rangle)}{dt} + (\langle\rho\phi\rangle - \rho_b\phi_b) \frac{db(t)}{dt} - (\langle\rho\phi\rangle - \rho_a\phi_a) \frac{da(t)}{dt} \quad (5)$$

Os demais termos foram integrados da seguinte forma:

$$\int_{a(t)}^{b(t)} \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} (m\phi) d\tilde{z} = (m\phi)_b - (m\phi)_a \quad (6)$$

$$\int_{a(t)}^{b(t)} \Phi d\tilde{z} = \langle\Phi\rangle(b-a) \quad (7)$$

onde $a=0$ e $b=\lambda$ para a região bifásica e $a=\lambda$ e $b=L$ para a região monofásica (i.e., superaquecimento do evaporador e sub-resfriamento do condensador). Para a região monofásica, os termos médios foram aproximados pela regra do trapézio (2ª ordem), enquanto que, para a região bifásica, tais termos foram calculados com base na fração de vazio média, $\langle\gamma\rangle$, definida como a razão entre o volume ocupado pela fase vapor e o volume total da região bifásica:

$$\langle\rho\phi\rangle = \rho_v\phi_v\langle\gamma\rangle + \rho_l\phi_l(1-\langle\gamma\rangle) \quad (8)$$

De acordo com Wedekind e Stoecker (1968), o uso de uma fração de vazio média se justifica com base no fato de que a distribuição de líquido e de vapor é praticamente invariante com o tempo para transientes próximos ao ponto de equilíbrio. Neste trabalho, os valores das frações de vazio média do condensador e do evaporador foram obtidos empiricamente através de dados experimentais.

A integração das equações de conservação da massa e da energia para cada uma das regiões representadas na figura 8 (ver demonstração no Apêndice A) fornece quatro equações diferenciais, que podem ser manipuladas para que o seguinte sistema linear seja obtido:

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) \cdot \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{w}) \quad (9)$$

onde,

$$\mathbf{x} = [p \quad \lambda \quad h_o]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{u} = [m_i \quad m_o]^T \quad (11)$$

$$\mathbf{w} = [Q_{bf} \quad Q_{mf}]^T \quad (12)$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{w}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{A_i}(m_i - m_o) \\ \frac{1}{A} [m_i(b_i - b_\lambda) + Q_{bf}] \\ \frac{1}{A} [m_o(b_\lambda - b_o) + Q_{mf}] \end{bmatrix} \quad (13)$$

Os elementos da matriz $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ são apresentados em detalhes na tabela 4, onde $\lambda=v$ para o evaporador, $\lambda=l$ para o condensador, a plica sobrescrita representa a derivada em relação à pressão enquanto o asterisco sobrescrito representa a derivada em relação à entalpia. Observa-se que os elementos da matriz $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ são dependentes de características construtivas dos trocadores de calor, das variáveis de estado e das propriedades termodinâmicas do refrigerante. Assim, todos os elementos podem ser representados apenas como funções das variáveis de estado definidas pelo vetor \mathbf{x} . Note ainda que, no caso do evaporador, $m_i=m_{ve}$ e $m_o=m_{cv}$, e para o condensador, $m_i=m_{cv}$ e $m_o=m_{ve}$.

Tabela 4 Elementos da matriz $\mathbf{G}(\mathbf{x})$.

g ₁₁	$\lambda[\langle\gamma\rangle\rho'_v + (1-\langle\gamma\rangle)\rho'_l] + [\frac{1}{2}(L-\lambda)(\rho'_\lambda + \rho'_o)]$
g ₁₂	$\langle\gamma\rangle\rho_v + (1-\langle\gamma\rangle)\rho_l - \frac{1}{2}(\rho_\lambda - \rho_o)$
g ₁₃	$\frac{1}{2}(L-\lambda)\rho_o^*$
g ₂₁	$\lambda\{[\langle\gamma\rangle\rho_v h'_v + \rho'_v(h_v - h_\lambda)] + (1-\langle\gamma\rangle)[\rho_l h'_l + \rho'_l(h_l - h_\lambda)] - 1\}$
g ₂₂	$\langle\gamma\rangle\rho_v(h_v - h_\lambda) + (1-\langle\gamma\rangle)\rho_l(h_l - h_\lambda)$
g ₂₃	0
g ₃₁	$\frac{1}{2}(L-\lambda)(\rho_\lambda h'_\lambda - h_\lambda \rho'_o - 2)$
g ₃₂	$\frac{1}{2}\rho_o(b_\lambda - b_o)$
g ₃₃	$\frac{1}{2}(L-\lambda)[\rho_o + \rho_o^*(b_o - b_\lambda)]$

Cálculo das taxas de transferência de calor

Tanto o evaporador como o condensador são trocadores de calor do tipo duplo-tubo em contracorrente, cujos perfis de temperatura são mostrados na figura 9.

A transferência de calor em cada região foi calculada pelo método da ε -NTU proposto por Kays e London (1994),

$$Q = \varepsilon C_{\min}(T_{b,i} - T_{c,i}) \quad (14)$$

onde C_{\min} é a mínima capacidade térmica entre os fluidos quente e frio, $T_{h,i}$ é a temperatura de entrada do fluido quente e $T_{c,i}$ é a temperatura de entrada do fluido frio. Para qualquer trocador de calor, a efetividade, ε , é calculada como uma função do número de unidades de transferência, $NTU=UA/C_{\min}$, e da razão entre as capacidades térmicas das correntes ($C_r=C_{\min}/C_{\max}$). Para um trocador de calor em contracorrente tipo duplo-tubo concêntrico, a efetividade é dada por (Kays e London, 1994):

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1 - C_r)]}{1 - C_r \exp[-NTU(1 - C_r)]} \quad (15)$$

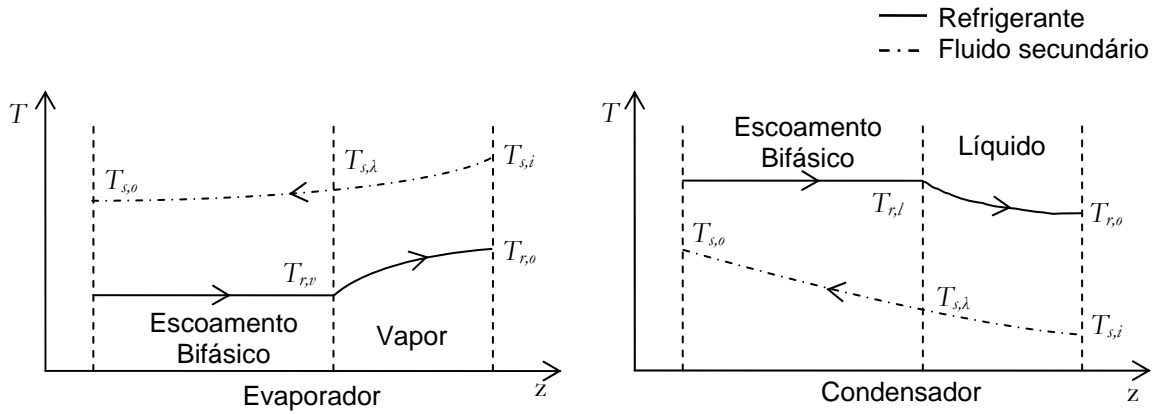


Figura 9 Desenho esquemático dos perfis de temperatura no evaporador e no condensador.

Para a região bifásica, no entanto, considera-se que a capacidade térmica é infinita, uma vez que a temperatura não varia durante o processo de mudança de fase, de modo que $C_r=1$.

O coeficiente global de transferência de calor, UA , é calculado por:

$$UA^{-1} = (\alpha A)_r^{-1} + (\alpha A)_s^{-1} \quad (16)$$

onde α representa os coeficientes de transferência de calor no lado do fluido secundário (s) e do refrigerante (r), identificados empiricamente através de ensaios realizados no aparato experimental (ver Capítulo 2).

3.2.2 Modelo do compressor

O modelo do compressor é responsável não só pelo cômputo da vazão de refrigerante aspirada do evaporador e descarregada no condensador, mas também pela potência consumida durante este processo. A vazão mássica, m_{cv} , e a potência consumida pelo compressor, W_{cv} , foram obtidas a partir das seguintes equações (Hermes, 2006):

$$m_{cv} = (S_t - \varepsilon S_t \left((p_c / p_e)^{\varepsilon_{r,v} / \varepsilon_{r,v}} - 1 \right)) N / v_1 \quad (17)$$

$$W_{cv} = a + b \cdot m_{cv} (h_{2,s} - h_1) \quad (18)$$

onde $c_{p,v}$ e $c_{v,v}$ foram calculados para o vapor saturado na pressão de evaporação, a , b , c e S_i foram ajustados empiricamente com base em dados experimentais obtidos com o aparato experimental, N é a rotação do compressor [rpm] e v_1 é o volume específico do fluido refrigerante na entrada do compressor [m^3/kg]. A entalpia na saída do compressor foi obtida do seguinte balanço de energia:

$$h_2 = h_1 + [W_{crv} - UA_{crv}(T_{2s} - T_{amb})]/m_{crv} \quad (19)$$

onde T_{amb} é a temperatura ambiente ($\sim 25^\circ\text{C}$), e UA_{crv} é o coeficiente global de transferência de calor do compressor, obtido empiricamente durante o exercício de identificação do sistema.

A temperatura T_{2s} foi obtida através da seguinte relação termodinâmica aproximada:

$$T_{2s} = T_c + (h_{2s} - h_v(p_c))/c_{p,v}(p_c) \quad (20)$$

onde $h_{2s} = h(p_\phi, s_1)$ e $s_1 = s(p_\phi, h_1)$. Os pontos 1 e 2 são mostrados na figura 4.

3.2.3 Modelo da válvula de expansão

A vazão mássica através da válvula de expansão foi calculada pela equação da descarga através de um orifício:

$$m_{vee} = C_{vee} A_e \sqrt{2 \cdot \rho_4 \cdot (p_c - p_e)} \quad (21)$$

onde m_{vee} é vazão mássica de refrigerante [kg/s], $A_e = A_n A_b / 100$ é a área efetiva de passagem do escoamento, A_b é a abertura da válvula [%], A_n é a área nominal do orifício (0.1238 cm^2), ρ_4 é a densidade do fluido refrigerante na entrada da válvula e a diferença de pressão é dada em [Pa].

O coeficiente de descarga da válvula, C_{vee} , foi obtido através da seguinte expressão empírica, baseada no sub-resfriamento do condensador (Pöttker, 2006):

$$C_{vee} = d(T_4 - T_c)^e \quad (22)$$

onde as constantes d e e foram ajustadas com base em ensaios experimentais realizados com o aparato experimental.

3.2.4 Trocador de calor interno

O trocador de calor linha de líquido - linha de sucção, ilustrado esquematicamente na figura 10, tem a função de aumentar a quantidade de líquido na entrada do evaporador, o que eleva a capacidade de refrigeração, e de evitar a admissão de líquido no compressor. Portanto, o modelo deste trocador de calor tem por objetivo determinar os estados do refrigerante nas entradas do compressor (ponto 1) e do dispositivo de expansão (ponto 4) com base nos estados do refrigerante nas saídas do condensador (ponto 3) e do evaporador (ponto 6), como ilustra a figura 10.

A temperatura na sucção do compressor foi determinada com base na efetividade do trocador de calor interno, ε_{ll-b} , identificada durante os ensaios experimentais:

$$T_1 = \varepsilon_{ll-b} T_3 + (1 - \varepsilon_{ll-b}) T_6 \quad (23)$$

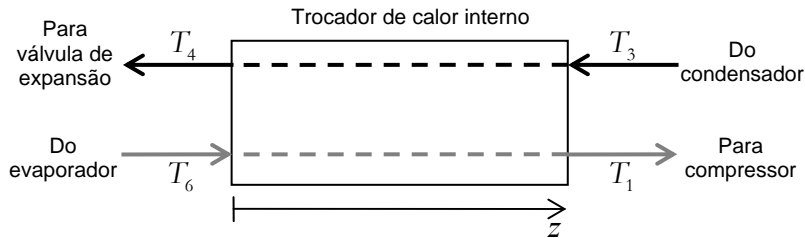


Figura 10 Representação esquemática do trocador de calor interno.

A entalpia do refrigerante na entrada do compressor foi calculada através da seguinte relação termodinâmica aproximada:

$$h_1 \cong h_v(p_e) + c_{p,v}(p_e)(T_1 - T_e) \quad (24)$$

A entalpia do refrigerante na entrada do evaporador foi calculada com base no seguinte balanço de energia no trocador de calor interno:

$$h_4 = h_3 - (h_6 - h_1) \quad (25)$$

A temperatura T_4 , necessária ao submodelo da válvula, foi obtida através da seguinte aproximação:

$$T_4 \cong T_e + [h_4 - h_l(p_e)] / c_{p,l}(p_e) \quad (26)$$

3.3 PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS E TERMOFÍSICAS

Equações adicionais são ainda necessárias para o fechamento do sistema de equações. Tais equações dizem respeito ao cálculo das propriedades termodinâmicas e termofísicas do refrigerante e do fluido secundário, dos coeficientes de transferência de calor dos trocadores de calor e da fração de vazio média no condensador e no evaporador.

As propriedades termodinâmicas do refrigerante saturado foram correlacionadas com a pressão através de um ajuste polinomial de terceira ordem. Para melhorar o ajuste dos polinômios, a faixa de pressão foi dividida em duas regiões, uma de baixa pressão (de $1 \cdot 10^5$ a $9 \cdot 10^5$ Pa) e outra de alta pressão (de $10 \cdot 10^5$ a $19,5 \cdot 10^5$ Pa). Utilizou-se o software *REFPROP 7* (Lemmon et al., 2002) para gerar os dados necessários para o ajuste dos polinômios.

Os polinômios, representados pelas equações (27) e (28), foram utilizados para calcular a densidade, a entalpia, os calores específicos a pressão e a volume constante e a temperatura de

saturação do refrigerante nos estados líquido e vapor. Os coeficientes dos polinômios são apresentados nas tabelas 5 e 6.

$$X = \sum_{i=0}^3 A_{(i)} \cdot (p_e)^i \quad (27)$$

$$X = \sum_{i=0}^3 A_{(i)} \cdot (p_c)^i \quad (28)$$

Tabela 5 Coeficientes da equação (27).

X	A_0	A_1	A_2	A_3
$\rho_{l,e}$	1415,682923	-0,000492532	$3,32836 \cdot 10^{-10}$	$-1,05555 \cdot 10^{-16}$
$\rho_{v,e}$	0,493500226	$4,76120 \cdot 10^{-05}$	$-8,85258 \cdot 10^{-13}$	$1,99340 \cdot 10^{-18}$
$h_{l,e}$	149600,369	0,207871266	$-1,49020 \cdot 10^{-07}$	$4,65589 \cdot 10^{-14}$
$h_{v,e}$	375404,1821	0,098241783	$-7,91369 \cdot 10^{-08}$	$2,43948 \cdot 10^{-14}$
$c_{p,l,e}$	1251,045795	0,000347471	$-1,72873 \cdot 10^{-10}$	$6,86170 \cdot 10^{-17}$
$c_{p,v,e}$	743,3986975	0,000604718	$-3,36623 \cdot 10^{-10}$	$1,26571 \cdot 10^{-16}$
$c_{v,v,e}$	653,3263543	0,000441296	$-3,07791 \cdot 10^{-10}$	$9,58987 \cdot 10^{-17}$
T_e	214,9066028	0,000424964	$-1,24000 \cdot 10^{-09}$	$1,60398 \cdot 10^{-15}$

Tabela 6 Coeficientes da equação (28).

X	A_0	A_1	A_2	A_3
$\rho_{l,c}$	1343,016224	-0,000242217	$5,87904 \cdot 10^{-11}$	$-1,03140 \cdot 10^{-17}$
$\rho_{v,c}$	0,49555531	$4,71739 \cdot 10^{-05}$	$-7,94625 \cdot 10^{-14}$	$1,63449 \cdot 10^{-18}$
$h_{l,c}$	179020,7493	0,102610685	$-3,12901 \cdot 10^{-08}$	$5,12834 \cdot 10^{-15}$
$h_{v,c}$	391101,1705	0,04215515	$-1,64566 \cdot 10^{-08}$	$2,34763 \cdot 10^{-15}$
$c_{p,l,c}$	1271,244813	0,000262924	$-6,93113 \cdot 10^{-11}$	$3,00288 \cdot 10^{-17}$
$c_{p,v,c}$	783,9847028	0,000440118	$-1,38246 \cdot 10^{-10}$	$5,33387 \cdot 10^{-17}$
T_c	258,5309658	$7,46783 \cdot 10^{-05}$	$-2,46028 \cdot 10^{-11}$	$3,90939 \cdot 10^{-18}$

Dentro da região de saturação, as propriedades do refrigerante que possuem base mássica (e.g., entalpia) foram obtidas através da definição do título:

$$x \equiv \frac{M_v}{M_v + M_l} \quad (29)$$

onde M_v e M_l são as massas das fases de vapor e de líquido, respectivamente.

As propriedades com base em volume (e.g., massa específica) foram calculadas utilizando a definição de fração de vazão média:

$$\langle \gamma \rangle \equiv \frac{V_v}{V_v + V_l} \quad (30)$$

onde V_v e V_l são os volumes ocupados pelas fases de vapor e de líquido, respectivamente.

Na região de sub-resfriamento, a entalpia e a temperatura foram calculadas através da seguinte aproximação,

$$h - h_l \cong c_{p,l}(T - T_l) \quad (31)$$

Na região de superaquecimento, a entalpia e a temperatura foram calculadas através da seguinte aproximação,

$$h - h_v \cong c_{p,v}(T - T_v) \quad (32)$$

3.4 MÉTODO DE SOLUÇÃO

Os modelos dos trocadores de calor, do dispositivo de expansão e do compressor foram acoplados seguindo o arranjo dos componentes no sistema de refrigeração, o que deu origem à equação (33),

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_e \\ \dot{\mathbf{x}}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_e & 0 \\ 0 & \mathbf{G}_c \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{F}_e \\ \mathbf{F}_c \end{bmatrix} \quad (33)$$

onde $\dot{\mathbf{x}}_e = [\dot{p}_e \quad \dot{\lambda}_e \quad \dot{h}_{o,e}]^T$, $\dot{\mathbf{x}}_c = [\dot{p}_c \quad \dot{\lambda}_c \quad \dot{h}_{o,c}]^T$, e as matrizes \mathbf{G}_e e \mathbf{F}_e , e \mathbf{G}_c e \mathbf{F}_c são as matrizes \mathbf{G} e \mathbf{F} da equação (9) aplicadas ao evaporador e ao condensador, respectivamente. Os elementos das matrizes \mathbf{G}_e , \mathbf{G}_c , \mathbf{F}_e e \mathbf{F}_c são apresentadas no Apêndice A.

A simulação do sistema de refrigeração completo consiste na integração de um sistema de seis equações diferenciais ordinárias (equação 33) no domínio do tempo. Para tanto, é necessário fornecer as condições iniciais do sistema, resolver as equações algébricas complementares e integrar as equações diferenciais no tempo, de modo a obter o valor instantâneo de cada variável envolvida no processo.

3.4.1 Condições iniciais e de contorno

Os valores iniciais de pressões de evaporação e condensação e as entalpias nas saídas dos trocadores de calor, bem como os valores de rotação do compressor, abertura da válvula de expansão e vazões dos fluidos secundários foram obtidos de resultados experimentais. As posições das fronteiras no condensador e no evaporador não puderam ser medidas, de forma que foram calculadas com base solução das equações do modelo, fazendo as derivadas temporais iguais à zero.

3.4.2 Método de solução numérica

A integração temporal foi realizada numericamente através do método adaptativo ODE23S (Shampine e Reichelt, 1997) disponível em um módulo interno do *Matlab/Simulink*. O programa de simulação segue, em linhas gerais, o fluxograma mostrado na figura 11.

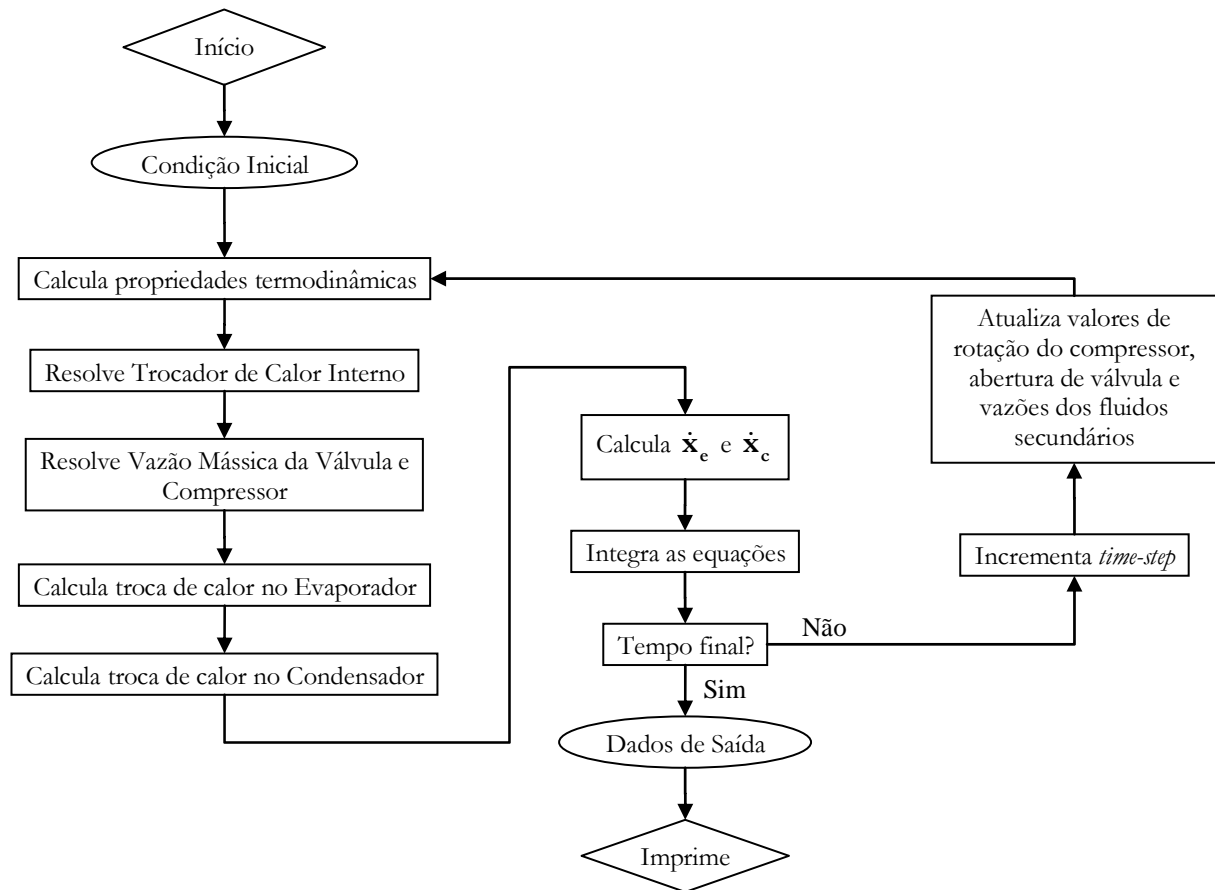


Figura 11 Fluxograma de implementação do modelo.

3.5 AJUSTE DOS PARÂMETROS DO MODELO

Os parâmetros empíricos do modelo foram ajustados através de tentativa-e-erro com base em resultados experimentais. Os parâmetros ajustados foram: os coeficientes de transferência de calor entre os escoamentos monofásicos e as paredes dos trocadores de calor, as frações de vazão médias do evaporador e do condensador, a efetividade do trocador de calor interno e os coeficientes dos modelos do compressor e da válvula de expansão.

3.5.1 Coeficientes de transferência de calor

Para auxiliar o processo de ajuste dos coeficientes de troca de calor, foram analisadas as influências dos coeficientes de transferência de calor entre os escoamentos monofásicos e as paredes da tubulação (i.e., região de superaquecimento no evaporador, região de sub-resfriamento no condensador, e escoamentos de fluido secundário tanto no condensador como no evaporador) sobre as pressões de evaporação (p_e) e condensação (p_c), o grau de superaquecimento no evaporador (ΔT_{sup}), o grau de sub-resfriamento no condensador (ΔT_{sub}) e a vazão mássica de refrigerante (m). A tabela 7 resume os resultados obtidos, onde se deve notar que as setas significam que a variável aumenta (\uparrow) ou diminui (\downarrow) quando os coeficientes de transferência de calor são elevados.

Tabela 7 Relação entre os coeficientes de troca de calor e algumas variáveis do sistema.

Variável	$\alpha_{s,e} \uparrow$	$\alpha_{r,e} \uparrow$	$\alpha_{s,c} \uparrow$	$\alpha_{r,c} \uparrow$
p_e	\uparrow	\downarrow	\downarrow	\uparrow
p_c	\uparrow	\downarrow	\downarrow	\uparrow
ΔT_{sup}	\uparrow	\uparrow	\uparrow	\downarrow
ΔT_{sub}	\uparrow	\downarrow	\downarrow	\uparrow
m	\uparrow	\downarrow	\downarrow	\uparrow

A tabela 7 foi construída baseada em simulações realizadas com o modelo do sistema de refrigeração. Para o preenchimento de cada coluna, primeiramente realizou-se uma simulação com um valor de coeficiente de troca de calor obtido através de correlação de Dittus-Boelter (Incropera e DeWitt, 1990). Em uma segunda simulação, o valor foi aumentado em 20%, e as variações das pressões de evaporação e condensação, dos graus de superaquecimento no evaporador e sub-resfriamento no condensador e da vazão mássica foram avaliados. As tendências apresentadas na tabela 7 auxiliaram na decisão de aumentar ou reduzir os valores dos coeficientes de transferência de calor para que todas as variáveis de interesse fossem bem representadas pelo modelo após o ajuste.

Os valores obtidos para os coeficientes de troca de calor das regiões monofásicas são apresentados na tabela 8. Salienta-se que os coeficientes de troca de calor do fluido refrigerante das regiões bifásicas foram considerados infinitos, uma vez que a resistência térmica na região bifásica do refrigerante é consideravelmente menor que as resistências térmicas oferecidas pelo escoamento de fluido secundário.

Tabela 8 Valores ajustados para os coeficientes de transferência de calor monofásicos.

Variável	$a_{s,e}$	$a_{r,e}$	$a_{s,c}$	$a_{r,c}$
Valor	700	110	950	270

3.5.2 Fração de Vazio

Existem, na literatura, diversas correlações que expressam a fração de vazio em função do título e do deslizamento entre as fases de vapor e de líquido (Hermes, 2006). Contudo, a exemplo de He et al. (1994), optou-se por utilizar valores constantes para as frações de vazio, a fim de simplificar o modelo global de simulação do sistema. Assim, neste trabalho, adotou-se o valor de 0,8 para as frações de vazio médias tanto no condensador como no evaporador.

3.5.3 Efetividade do trocador de calor interno

A efetividade do trocador de calor interno varia com a condição de operação, como mostra a figura 12, em que tanto a rotação como a abertura da válvula foram alteradas (ver seção 2.4.1). Verifica-se, no entanto, que a efetividade praticamente não variou com a rotação, embora se tenha mostrado um pouco mais sensível à abertura da válvula. Uma vez que as variações observadas foram inferiores a 5%, optou-se por fixar o valor em 0,607, que corresponde à média obtida durante todo o experimento.

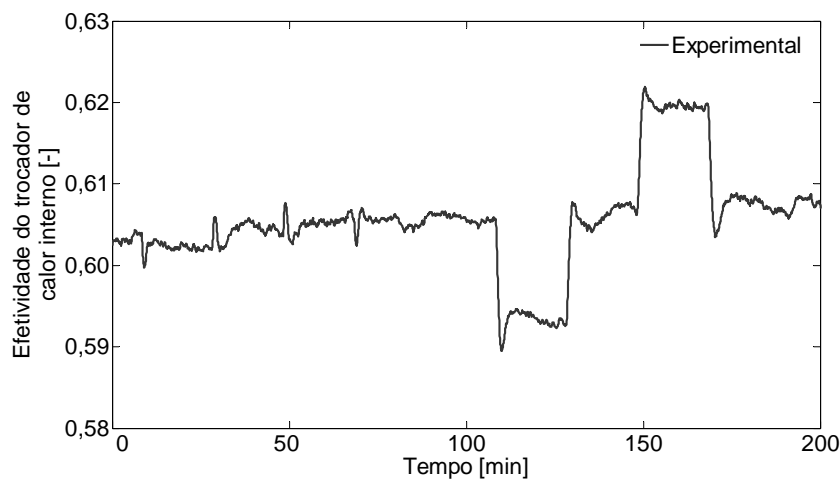


Figura 12 Variações da efetividade do trocador de calor interno.

3.5.4 Coeficientes dos modelos do compressor e da válvula de expansão

Os valores dos coeficientes dos modelos do compressor e da válvula de expansão (S_t , a , b , c , d , e) foram ajustados por tentativa-e-erro. Seus valores estão resumidos na tabela 9.

Tabela 9 Coeficientes dos modelos do compressor e da válvula de expansão.

Variável	S_t	a	b	c	d	e
Valor	$9 \cdot 10^{-6}$	24,87	1,613	0,029	0,524	0,186

Na figura 13, o resultado de uma simulação é comparado com os dados experimentais, onde se percebe que a maior diferença entre a potência elétrica medida e a calculada, de 10,5 W, ocorre após a primeira alteração na rotação do compressor, representando um erro de apenas 4%. Durante o experimento, observou-se uma boa concordância entre os valores medidos e os calculados.

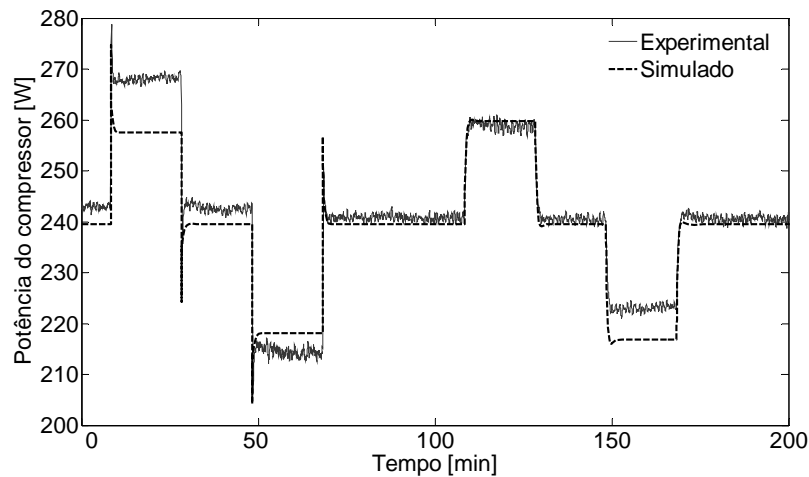


Figura 13 Comportamento da potência elétrica do compressor.

A figura 14 mostra, por sua vez, uma comparação entre a vazão calculada através do modelo da válvula de expansão com os dados experimentais. Nota-se que o modelo segue de perto as tendências experimentais, apresentando boa concordância entre os valores medidos e os calculados, com erro máximo de 4,2%. Vale salientar que o transdutor de vazão está instalado logo antes da válvula de expansão e, como a válvula é atuada por sinal PWM, ela acaba provocando oscilações na medição da vazão, como se observa na figura.

A equação para calcular a entalpia na saída do compressor leva em conta a condutância térmica do compressor, UA_{crv} , onde U é o coeficiente global de transferência de calor e A é a área onde ocorre a transferência de calor. Esse termo pode ser obtido de forma recursiva através da seguinte equação:

$$UA_{crv} = \frac{W_{crv} - [m_{crv}(h_2 - h_1)]}{T_2 - T_{amb}} \quad (34)$$

onde se obteve $UA_{crv} = 1,87$ W/K.

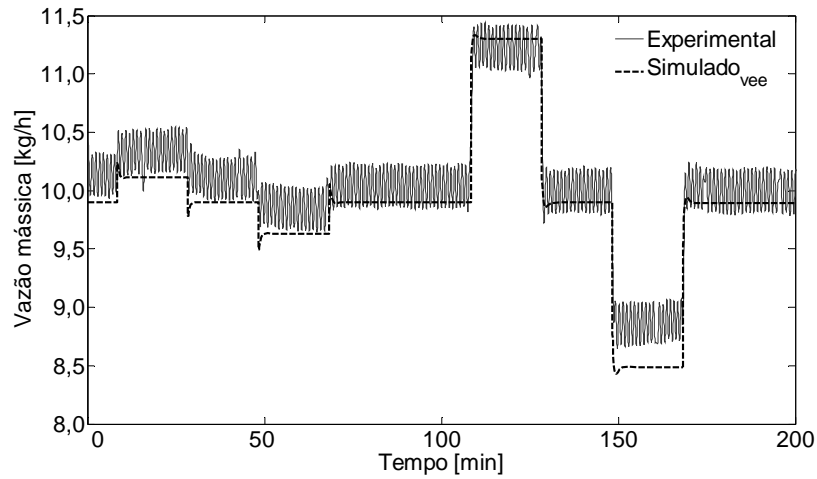


Figura 14 Comportamento da vazão mássica da válvula de expansão.

3.6 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Foram descritas as equações que governam o comportamento dinâmico dos trocadores de calor de um sistema de refrigeração dotado de um compressor de rotação variável e de uma válvula de expansão com abertura variável. As equações diferenciais ordinárias foram manipuladas juntamente com equações algébricas do compressor e da válvula de expansão de forma a obter o modelo matemático do sistema, que foi implementado na plataforma *Matlab/Simulink*. Os parâmetros do modelo foram regredidos através de tentativa-e-erro com base em dados realizados especificamente para esta finalidade. Os resultados do exercício de validação do modelo estão descritos no Capítulo 5.

PROJETO DO SISTEMA DE CONTROLE

4.1 GENERALIDADES

Na etapa de projeto do sistema de controle são decididos o tipo de controlador e a técnica de projeto a serem utilizados. Do problema físico, sabe-se que as variáveis de entrada são a rotação do compressor e a abertura da válvula de expansão. As variáveis de saída são, por sua vez, o grau de superaquecimento e a temperatura do fluido secundário na saída do evaporador. Sabe-se ainda que existe um acoplamento entre essas variáveis, de forma que um controlador do tipo MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) se faz necessário (He et al., 1997, 1998).

Assim, no presente capítulo é apresentada uma estratégia de controle multivariável que, atuando na rotação do compressor e na abertura da válvula de expansão, seja capaz de controlar não somente a alimentação do evaporador, mas também de ajustar a capacidade de refrigeração à carga térmica. Para tanto, o modelo introduzido no Capítulo 3 foi linearizado em torno de um ponto de operação (típico de aplicações de refrigeração comercial), para que o controlador multivariável pudesse ser projetado de acordo com a técnica LQG, que envolve um observador de estados do tipo filtro de Kalman. Além do controlador MIMO clássico, foi projetado um controlador que busca a otimização do COP em regime transiente de operação.

4.2 LINEARIZAÇÃO DO MODELO DINÂMICO

O modelo dinâmico não-linear, introduzido no capítulo anterior, pode ser resumido da seguinte forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{w}) \quad (35)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \Delta T_{sup} \\ T_{s,e,o} \end{bmatrix} \quad (36)$$

onde $\dot{\mathbf{x}}$ é a derivada temporal do vetor de estados, $\mathbf{x} = [p_e \lambda_e h_{o,e} p_c \lambda_c h_{o,c}]^T$, $\mathbf{u} = [N \mathcal{A}_b]^T$ é o vetor de entradas, $\mathbf{w} = [V_{s,e} V_{s,c}]^T$ é o vetor de perturbações e \mathbf{F} é um vetor com seis componentes, que são funções de \mathbf{x} , \mathbf{u} e \mathbf{w} . O vetor de saídas \mathbf{y} é composto pelo grau de superaquecimento no evaporador, ΔT_{sup} , e pela temperatura do fluido secundário na saída do evaporador, $T_{s,e,o}$.

A equação (35) pode ser utilizada para simular efeitos transientes causados por grandes mudanças nas ações de controle ou nas condições de operação do sistema. Contudo, o controlador LQG clássico necessita de um modelo linear para que seja projetado, motivo pelo qual a equação (35) foi linearizada em torno do ponto de operação. Além disso, a linearização do modelo permite que métodos lineares de análise, tais como testes de controlabilidade e observabilidade, sejam empregados (Ogata, 1995).

O procedimento de linearização aqui apresentado baseou-se na expansão da equação (35) através de uma série de Taylor em torno de um ponto de operação pré-definido (\mathbf{x}_0 , \mathbf{u}_0 , \mathbf{w}_0 e \mathbf{y}_0), desprezando-se os termos de alta ordem (Chen, 1999). No modelo linearizado, os vetores $\Delta \mathbf{x}$, $\Delta \mathbf{u}$, $\Delta \mathbf{w}$ e $\Delta \mathbf{y}$ caracterizam pequenas variações em torno do ponto de operação, de forma que o sistema linearizado pode ser representado da seguinte forma:

$$\begin{cases} \Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B}_u \cdot \Delta \mathbf{u} + \mathbf{B}_w \cdot \Delta \mathbf{w} \\ \Delta \mathbf{y} = \mathbf{C} \cdot \Delta \mathbf{x} + \mathbf{D}_u \cdot \Delta \mathbf{u} + \mathbf{D}_w \cdot \Delta \mathbf{w} \end{cases} \quad (37)$$

onde as matrizes \mathbf{A} , \mathbf{B}_u , \mathbf{B}_w , \mathbf{C} , \mathbf{D}_u e \mathbf{D}_w são as matrizes Jacobianas da função \mathbf{F} da equação (35), calculadas no ponto de operação desejado.

As matrizes Jacobianas são obtidas derivando-se as equações do modelo não-linear com relação a cada uma das variáveis de estado (matriz \mathbf{A}), de ações (matriz \mathbf{B}_u) e de perturbações (matriz \mathbf{B}_w) e derivando-se as equações não-lineares das variáveis de saída com relação aos estados (matriz \mathbf{C}), às ações (matriz \mathbf{D}_u) e às perturbações (matriz \mathbf{D}_w). A seguir ilustra-se o procedimento de obtenção das matrizes Jacobianas utilizando como exemplo as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B}_u .

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_6} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial x_6} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_6}{\partial x_1} & \frac{\partial F_6}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_6}{\partial x_6} \end{bmatrix}_{\mathbf{x}_0} ; \quad \mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial u_1} & \frac{\partial F_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial F_2}{\partial u_1} & \frac{\partial F_2}{\partial u_2} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F_6}{\partial u_1} & \frac{\partial F_6}{\partial u_2} \end{bmatrix}_{\mathbf{u}_0} \quad (38)$$

A obtenção analítica das matrizes do sistema linearizado torna-se inviável em virtude da grande complexidade do sistema de equações não-linear. Dessa forma, as matrizes Jacobianas foram obtidas através do módulo de matemática simbólica do *Matlab* (*Symbolic Math Toolbox*). As matrizes \mathbf{A} , \mathbf{B}_u , \mathbf{B}_w , \mathbf{C} , \mathbf{D}_u e \mathbf{W}_w , apresentadas no Apêndice B, foram obtidas com base no ponto de operação mostrado na tabela 10. Tais valores foram obtidos com $\dot{\mathbf{x}} = 0$ no modelo não-linear para valores de rotação (N), abertura da válvula de expansão (A_b) e vazões dos fluidos secundários do evaporador (V_e) e do condensador (V_c) pré-definidos.

Tabela 10 Ponto de equilíbrio.

Variável	N [rpm]	A_b [%]	V_e [l/min]	V_c [l/min]	ΔT_{sup} [°C]	$T_{s,e,o}$ [°C]	p_e [bar]	p_c [bar]	λ_e [m]	λ_c [m]	$h_{o,e}$ [J/kg]	$h_{o,c}$ [J/kg]
Valor	3000	45	1,23	1,18	16,6	3,7	1,76	12,97	0,63	1,11	$4.04 \cdot 10^5$	$2.50 \cdot 10^5$

Dentre as propriedades de um sistema linear de malha aberta, duas merecem destaque: controlabilidade e observabilidade. Quando a estrutura do sistema linear apresenta tais características, garante-se que o controlador seja projetado de forma que os pólos de malha fechada possam ser escolhidos de forma arbitrária (Trofino et. al, 2003).

Segundo Chen (1999), um sistema é dito controlável se, para qualquer estado inicial $\mathbf{x}(0)=\mathbf{x}_0$ e qualquer estado final \mathbf{x}_1 , existe uma entrada que transfere \mathbf{x}_0 para \mathbf{x}_1 em um tempo finito. Ou pelo teste de controlabilidade, o sistema é dito controlável se a matriz de controlabilidade (equação 39) possui posto igual ao número de variáveis de estado do sistema,

$$\mathbf{M}_{co} = [\mathbf{B}_u \quad \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}_u \quad \mathbf{A}^2 \cdot \mathbf{B}_u \quad \dots \quad \mathbf{A}^{n-1} \cdot \mathbf{B}_u] \quad (39)$$

De acordo com Chen (1999), um sistema linear é dito observável se, para qualquer estado inicial desconhecido $\mathbf{x}(0)$, existe um tempo finito $t_1 > 0$ tal que o conhecimento da entrada \mathbf{u} e da saída \mathbf{y} no intervalo de tempo $[0, t_1]$ é suficiente para determinar, de forma única, o estado inicial $\mathbf{x}(0)$. O sistema é observável se a matriz de observabilidade (equação 40) possui posto igual ao número de variáveis de estado do sistema,

$$\mathbf{M}_{ob} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C} \cdot \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \cdot \mathbf{A}^2 \\ \dots \\ \mathbf{C} \cdot \mathbf{A}^{n-1} \end{bmatrix} \quad (40)$$

Para o sistema em questão, as matrizes \mathbf{M}_{co} e \mathbf{M}_{ob} são calculadas utilizando-se as matrizes \mathbf{A} , \mathbf{B}_u e \mathbf{C} mostradas no Apêndice B, lembrando que $n=6$. Uma vez que as matrizes \mathbf{M}_{co} e \mathbf{M}_{ob} possuem posto igual a 6, idêntico ao número de estados do sistema, conclui-se que o sistema linear é controlável e observável. No entanto, ao calcular os valores singulares da matriz de controlabilidade, indicados abaixo e obtidos através do comando *svd* do *Matlab*, nota-se que o valor singular mínimo é praticamente nulo, ou seja, existe uma combinação de estados do sistema linear que é praticamente não controlável.

$$svd(\mathbf{M}_{co}) = \begin{bmatrix} 3,5257 \cdot 10^6 \\ 8693,7 \\ 606,08 \\ 0,32868 \\ 4,1942 \cdot 10^{-4} \\ 4,464 \cdot 10^{-10} \end{bmatrix} \quad (41)$$

Conclui-se então que é possível realizar a redução do modelo linear, diminuindo a ordem do sistema, isto é, excluindo um dos estados. Dessa maneira, o sistema linear deixa de ser de sexta ordem para ser de quinta ordem. A redução do sistema de equações pode ser realizada com o código *minreal* do *Matlab*. Tal abordagem não foi adotada no presente trabalho, mas fica como recomendação para um trabalho futuro.

Uma análise da localização dos pólos do sistema traz outras informações importantes, tais como estabilidade e dinâmica das variáveis do sistema em malha aberta. Segundo Mackenroth (2004), se o par $(\mathbf{A}, \mathbf{B}_u)$ é controlável e se (\mathbf{A}, \mathbf{C}) é observável, então todos os autovalores da matriz \mathbf{A} são pólos de malha aberta do sistema. Os autovalores λ da matriz \mathbf{A} são calculados fazendo-se a função característica $f(\lambda)$ da matriz \mathbf{A} igual a zero,

$$f(\lambda) = \det(\lambda \cdot \mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0 \quad (42)$$

Assim, obtêm-se os autovalores mostrados na equação (43), em que se nota a presença de um integrador puro indicado pelo autovalor igual a zero. Tal característica foi também observada por Rasmussen e Alleyne (2004), que justificaram a presença dessa dinâmica integradora com base na distribuição de massa de refrigerante nos trocadores de calor.

$$\lambda_{MA} = \begin{bmatrix} -7,15 \\ -1,59 \\ -0,53 \\ -0,031 + 0,012i \\ -0,031 - 0,012i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (43)$$

Pode-se mostrar, através da decomposição em subespaço controlável, utilizando-se a rotina *ctrlbf* do *Matlab*, que o autovalor nulo está associado a uma combinação de estados pouco controlável do sistema linear. A análise previamente realizada pelos valores singulares da matriz de controlabilidade mostrou a existência dessa combinação. Calculando-se a matriz de transformação de similaridade associada à decomposição em subespaço controlável, verifica-se que a combinação de estados pouco controlável é dada pela combinação linear do segundo com o quarto estado do sistema linear, ou seja, a variação em torno do ponto de equilíbrio das posições das fronteiras do evaporador e do condensador. Isso quer dizer que as variações em torno do ponto de operação destes dois estados são linearmente dependentes, como pode ser verificado na figura 15 e justificado pelo princípio de conservação da massa no circuito de refrigeração, o que vai de encontro com o observado por Rasmussen e Alleyne (2004).

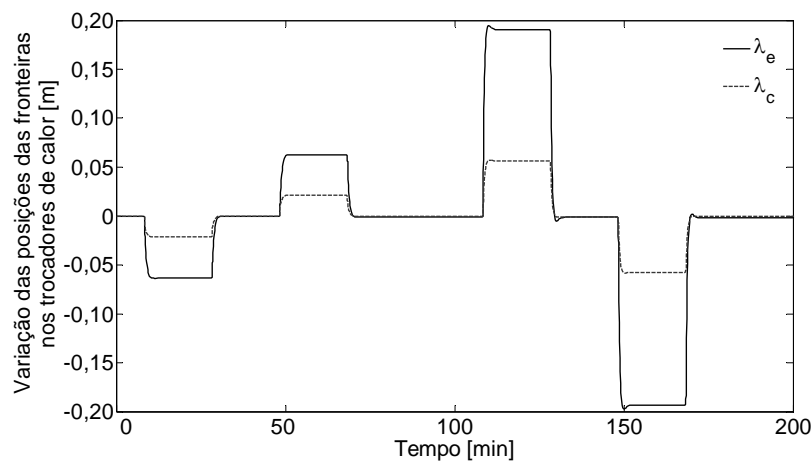


Figura 15 Comportamento dinâmico das fronteiras nos trocadores de calor.

4.3 DISCRETIZAÇÃO DO MODELO LINEARIZADO

O sistema de refrigeração modelado é de natureza analógica, motivo pelo qual a representação no domínio do tempo contínuo é a mais adequada. Entretanto, o sistema de medição e de controle está implementado em um computador, que é de natureza digital, de modo que novas atualizações das medidas ou das ações de controle só serão realizadas após certo

período de tempo. Segundo Albertos e Sala (2002), para simplificar o tratamento desse problema, uma das seguintes metodologias é comumente adotada:

1. Projetar um controlador contínuo e tentar encontrar um controlador discreto “equivalente”;
2. Assumir um modelo discreto “equivalente” e projetar um controlador discreto.

Tal equivalência pode ser obtida através de diferentes abordagens:

- Comparando as respostas dos modelos para as mesmas entradas (degrau, impulso, rampa);
- Mantendo uma estrutura similar: substituindo as derivadas por aproximações no tempo discreto (Euler, bilinear, ...);
- Preservando as mesmas propriedades, tal como a estabilidade (equiparando pólos e zeros).

Neste trabalho adotou-se a segunda metodologia, ou seja, encontrou-se um modelo discreto equivalente ao modelo linear contínuo do sistema de refrigeração e projetou-se um controlador discreto.

Em aplicações de controle, a saída é comumente amostrada de forma periódica e, com a mesma frequência, a entrada é atualizada mantendo o valor calculado com um dispositivo de sustentação. Em geral, o intervalo de tempo entre as amostras é constante e chamado de período de amostragem (T_a).

Diferentemente dos sinais analógicos, que podem ser representados por funções do tipo $x(t)$ onde t é a variável tempo contínuo, um sinal discreto é uma seqüência de valores organizados no tempo e pode ser representado por função do tipo $x(k \cdot T_a)$ onde k é a variável tempo discreto ($k= 0, 1, 2, \dots$) e T_a denota o intervalo de tempo entre dois valores consecutivos de $x(k \cdot T_a)$ (Trofino, 2009).

Uma quantidade de informação é perdida quando se amostra um sinal e, de forma intuitiva, pode-se afirmar que quanto menor o período de amostragem, menor será a quantidade de informação perdida. Por outro lado, a presença de ruído, a necessidade de cálculos matemáticos complexos e a velocidade de processamento limitam o período de amostragem em um valor mínimo.

Em uma primeira abordagem, a estratégia de discretização está baseada nas seguintes suposições (Albertos e Sala, 2002):

- A amostragem da saída e a atualização da entrada do sistema são sincronizadas e instantâneas num período de amostragem uniforme;
- A perda de informação decorrente da troca do sinal contínuo, $y(t)$, por sua seqüência, $y(k \cdot T_a)$, pode ser considerada desprezível;
- A entrada do sistema, $u(t)$, é mantida constante nos intervalos entre as amostragens. Assim, uma seqüência de degraus é gerada na entrada.

Desse modo, a resposta do tempo discreto será o equivalente a uma resposta ao degrau no tempo contínuo a cada instante de amostragem. Segundo Chen (1999), a solução para um sistema do tipo:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (44)$$

é dada por:

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}(t)}\mathbf{x}(0) + \int_0^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)}\mathbf{B}\mathbf{u}(\tau)d\tau \quad (45)$$

onde o primeiro termo é a solução da equação homogênea $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t)$ e o segundo é a solução particular para a entrada $\mathbf{u}(t)$.

Calculando a equação (44) para os períodos de amostragem $t=k \cdot T_a$ e $t=(k+1)T_a$ e com algumas manipulações matemáticas, Chen (1999) mostra que:

$$\mathbf{x}[k+1] = e^{\mathbf{A}T_a} \cdot \mathbf{x}[k] + \left(\int_0^{T_a} e^{\mathbf{A}\alpha} \cdot d\alpha \right) \mathbf{B}\mathbf{u}[k] \quad (46)$$

onde $\alpha=kT_a+T_a-\tau$. Deste modo, a entrada muda seu valor apenas nos instantes $k \cdot T_a$ e, se as respostas são computadas apenas no instante $t=k \cdot T_a$, então a equação (44) pode ser representada na forma de equação de espaço de estados de tempo discreto:

$$\begin{cases} \mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A}_d \cdot \mathbf{x}[k] + \mathbf{B}_d \cdot \mathbf{u}[k] \\ \mathbf{y}[k] = \mathbf{C}_d \cdot \mathbf{x}[k] + \mathbf{D}_d \cdot \mathbf{u}[k] \end{cases} \quad (47)$$

onde

$$\mathbf{A}_d = e^{\mathbf{A}T_a}, \mathbf{B}_d = \left(\int_0^{T_a} e^{\mathbf{A}\tau} d\tau \right) \mathbf{B}, \mathbf{C}_d = \mathbf{C}, \mathbf{D}_d = \mathbf{D} \quad (48)$$

Uma forma alternativa para calcular a matriz \mathbf{B}_d é aproximar $e^{\mathbf{A}\tau}$ da equação (47) por uma série de Taylor (Chen, 1999). Com um desenvolvimento matemático e admitindo que \mathbf{A} é não singular, Chen (1999) chega na equação:

$$\mathbf{B}_d \cong \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{A}_d - \mathbf{I})\mathbf{B} \quad (49)$$

No presente trabalho, adotou-se o período de amostragem igual a dois segundos ($T_a=2s$). Esse tempo é causado pela leitura das variáveis e também pelo algoritmo de comunicação do computador com o inversor de frequência que atua sobre o compressor. Apesar de ser aparentemente elevado, o período de amostragem adotado se mostrou satisfatório, já que as dinâmicas do sistema são da ordem de minutos, ou seja, muito maiores que o período de amostragem. Utilizando esse período de amostragem e a técnica mostrada nesta seção, o sistema de equações (37) foi discretizado, fornecendo as matrizes \mathbf{A}_d , \mathbf{B}_d , \mathbf{C}_d e \mathbf{D}_d apresentadas no Apêndice B.

4.4 SISTEMA DE CONTROLE MULTIVARIÁVEL

Nessa seção é apresentada uma estratégia de controle para o sistema de refrigeração e a metodologia para o projeto do controlador. A estrutura do controlador é multivariável e o projeto do controlador envolve a minimização de uma função custo. Um critério para o ajuste dos parâmetros de ponderação da função custo também é apresentada, assim como o projeto de um observador de estados. Também são apresentados resultados de simulações e, no próximo capítulo, serão explorados os resultados experimentais obtidos com o controlador.

4.4.1 O controlador LQG

Segundo Albertos e Sala (2002), é difícil definir, em sistemas de controle multivariáveis, especificações do tipo máxima sobre passagem ou condições de tempo de resposta para o sistema controlado que, em sistemas monovariável, recomendariam o método de projeto de controladores por alocação de pólos. No mesmo sentido, uma alteração em uma das entradas para corrigir uma das saídas pode causar alterações nas outras variáveis devido ao acoplamento entre as variáveis de entrada e saída, o que deixa o sistema ainda mais complexo.

Nesse sentido, na década de 1950 foi desenvolvido um novo paradigma de projeto de controladores, baseado na otimização do índice de uma função custo, flexível o bastante para tratar as situações mencionadas anteriormente (Albertos e Sala, 2002). Muitos problemas de controle podem ser expressos como a minimização da diferença entre as variáveis controladas, y , e seus valores de referência pré-estabelecidos, r . O sentido do desvio pode ser expresso, por exemplo, como $(y-r)^2$. Assim, tanto um desvio positivo quanto negativo possui a mesma importância, o que é indesejado. Considerando-se que o sistema está no ponto de equilíbrio, então se pode dizer que $r=0$. Dessa maneira, o objetivo do controle consiste em minimizar o acúmulo do desvio, que pode ser expresso pelas funções:

$$J_c = \int_0^{\infty} y^2(t) dt ; J_d = \sum_{k=0}^{\infty} y^2(k) \quad (50)$$

onde J_c é a função de custo para projetos no caso contínuo e J_d no caso discreto.

Grandes amplitudes dos atuadores também implicam em custo: risco de saturação, consumo de energia, entre outras. Além disso, um controlador muito agressivo tenta levar rapidamente o sistema ao ponto de equilíbrio, impondo grandes amplitudes dos sinais nos atuadores. Para evitar a saturação e prolongar a vida útil do atuador, o termo $\int u^2$ é incluído na função de custo a ser minimizada.

Nos casos MIMO, as variáveis de saída estão relacionadas com os estados, \mathbf{x} , e as entradas, \mathbf{u} , na forma $\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{D} \cdot \mathbf{u}(t)$. Além disso, pode existir uma diferença de importância entre as variáveis tanto de saída como de atuação, de forma que, podem-se incluir, na função de custo, valores de ponderação para cada uma das variáveis:

$$J_c = \int_0^{\infty} [\mathbf{x}(t)^T \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}(t)^T \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{u}(t)] dt \quad (51)$$

$$J_d = \sum_{k=0}^{\infty} \{ \mathbf{x}[k]^T \cdot \mathbf{Q}_d \cdot \mathbf{x}[k] + \mathbf{u}[k]^T \cdot \mathbf{R}_d \cdot \mathbf{u}[k] \} \quad (52)$$

onde, no caso contínuo \mathbf{Q} e \mathbf{R} (equação 51), e no caso discreto \mathbf{Q}_d e \mathbf{R}_d (equação 52), são as matrizes de ponderações dos estados e dos atuadores. O ajuste dessas matrizes fica a cargo do projetista do controlador.

Existem algumas técnicas utilizadas para o ajuste das matrizes de ponderação. Uma delas é o método de Bryson, apresentado por Johnson e Grimble (1987). O conceito básico por trás dessa técnica consiste na normalização da contribuição que cada um dos termos de saída e controle pode ter dentro da função custo. Essa normalização é geralmente efetuada usando os máximos valores, ou diferenças entre valores mínimos e máximos, de cada variável de saída e entrada.

Johnson e Grimble (1987) propõem o seguinte algoritmo para encontrar os valores de \mathbf{Q} e \mathbf{R} . Segundo os autores, primeiramente, assume-se que as matrizes \mathbf{Q} e \mathbf{R} são diagonais, nomeadas $\mathbf{Q} = \text{diag}\{q_1, q_2, \dots, q_n\}$ e $\mathbf{R} = \text{diag}\{r_1, r_2, \dots, r_m\}$, onde n é o número de estados e m é o número de atuadores:

1. Determinar os máximos desvios permissíveis:

$$\alpha_i(\text{max}), i=1,2,\dots,n ; \beta_j(\text{max}), j=1,2,\dots,m ;$$

2. Determinar as matrizes de ponderação da função custo:

$$q_i = \left\{ \frac{1}{\alpha_i^2(\max)} \right\}_1^n ; \quad r_j = \left\{ \frac{1}{\beta_j^2(\max)} \right\}_1^m ;$$

3. Resolver a minimização da função custo;
4. Uma resposta não satisfatória pode ser alterada por modificações individuais nas ponderações q_i ou r_j ;
5. As etapas 3 e 4 são repetidas até que a resposta desejada seja obtida.

Espera-se que o controlador tenha a capacidade de manter as variáveis de controle em valores pré-estabelecidos, seguir mudanças do tipo degrau nessas variáveis e que, caso ocorram perturbações, ele as rejeite no menor tempo possível. Para tanto, projetou-se um controlador do tipo LQG (*Linear Quadratic Gaussian*) com integrador. O controlador foi projetado não apenas para ajustar a capacidade de refrigeração à carga térmica, mas também para manter o grau de superaquecimento no evaporador em valores pré-estabelecidos através da atuação simultânea na rotação do compressor e na abertura da válvula de expansão.

4.4.2 Controlador LQG com integrador:

Um esquema de controle que garante erro nulo em regime permanente para entradas do tipo degrau consiste na utilização de integradores como ilustra a figura 16, onde $\mathbf{y}_{ref} = [\Delta T_{sup,ref} \quad T_{s,e,o,ref}]^T$ são os sinais de referências, $\xi = \mathbf{y}_{ref} - \mathbf{y}$ e ξ são as saídas do integrador, $\mathbf{u} = -\mathbf{K}_e \cdot \mathbf{x}_k - \mathbf{K}_i \cdot \xi$ é o sinal de controle, \mathbf{K}_e e \mathbf{K}_i são as matrizes de realimentação de estados e ganho integral, respectivamente, e \mathbf{x}_k são os estados estimados.

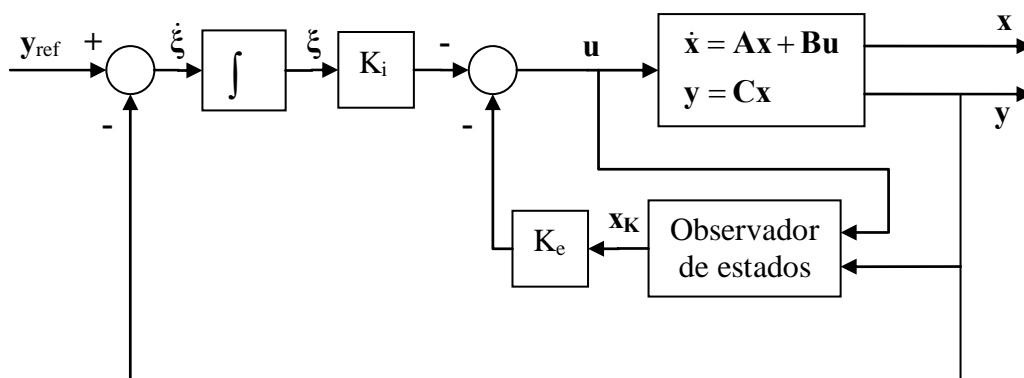


Figura 16 Diagrama esquemático do sistema de controle.

Para tempo contínuo, as equações de estados associadas ao diagrama da figura 16 são:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) & , \quad \mathbf{u} = -\mathbf{K}_e\mathbf{x}(t) - \mathbf{K}_i\xi(t) \\ \dot{\xi}(t) = \mathbf{y}_{\text{ref}}(t) - \mathbf{y}(t) = \mathbf{y}_{\text{ref}}(t) - \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (53)$$

que podem ser re-escritas numa forma mais compacta, indicada a seguir:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}_a} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_a} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_a} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_a} \mathbf{u}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}_a} \mathbf{y}_{\text{ref}}(t) \quad , \quad \mathbf{u}(t) = -\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{K}_e & \mathbf{K}_i \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}_a} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_a} \quad (54)$$

ou seja,

$$\dot{\mathbf{x}}_a(t) = \mathbf{A}_a \cdot \mathbf{x}_a(t) + \mathbf{B}_a \cdot \mathbf{u}(t) + \mathbf{E}_a \cdot \mathbf{y}_{\text{ref}}(t) \quad , \quad \mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}_a \cdot \mathbf{x}_a(t) \quad (55)$$

No tempo discreto, utilizando o sistema de equações de estados discreto e a aproximação do integrador na forma retangular, têm-se as seguintes equações:

$$\begin{cases} \mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A}_d\mathbf{x}[k] + \mathbf{B}_d\mathbf{u}[k] \\ \mathbf{y}[k] = \mathbf{C}_d\mathbf{x}[k] \\ \xi[k+1] - \xi[k] = T_a(\mathbf{y}_{\text{ref}}[k] - \mathbf{y}[k]) = T_a(\mathbf{y}_{\text{ref}}[k] - \mathbf{C}_d\mathbf{x}[k]) \end{cases} \quad (56)$$

que podem ser re-escritas na forma compacta, indicada como:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}[k+1] \\ \xi[k+1] \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_{a,d}[k+1]} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & 0 \\ -\mathbf{C}_d \cdot T_a & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{a,d}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}[k] \\ \xi[k] \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_{a,d}[k]} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_{a,d}} \mathbf{u}[k] + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{I} \cdot T_a \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}_{a,d}} \mathbf{y}_{\text{ref}}[k] \quad , \quad \mathbf{u}[k] = -\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{K}_e & \mathbf{K}_i \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}_{a,d}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}[k] \\ \xi[k] \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_a[k]} \quad (57)$$

ou seja,

$$\mathbf{x}_{a,d}[k+1] = \mathbf{A}_{a,d} \cdot \mathbf{x}_{a,d}[k] + \mathbf{B}_{a,d} \cdot \mathbf{u}[k] + \mathbf{E}_{a,d} \cdot \mathbf{y}_{\text{ref}}[k] \quad , \quad \mathbf{u}[k] = -\mathbf{K}_{a,d} \cdot \mathbf{x}_a[k] \quad (58)$$

Segundo Albertos e Sala (2002), é possível mostrar que uma realimentação de estados do tipo $\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}_a \cdot \mathbf{x}_a(t)$ minimiza a função custo J_c (equação 50), onde $\mathbf{K}_a = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{S}$, e \mathbf{S} é uma matriz definida positiva, dada pela solução da equação de Riccati:

$$\mathbf{A}^T\mathbf{S} + \mathbf{S}\mathbf{A} - \mathbf{S}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{S} + \mathbf{Q} = 0 \quad (59)$$

O mesmo é válido para o caso discreto, onde uma realimentação de estados do tipo $\mathbf{u}[k] = -\mathbf{K}_{a,d} \cdot \mathbf{x}_{a,d}[k]$ minimiza a função custo J_d (equação 51), onde $\mathbf{K}_{a,d} = (\mathbf{B}^T\mathbf{S}\mathbf{B} + \mathbf{R})^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{S}\mathbf{A}$, e \mathbf{S} é uma matriz definida positiva, dada pela solução da equação de Riccati discreta:

$$\mathbf{S} = \mathbf{Q} + \mathbf{A}^T\mathbf{S}\mathbf{A} - \mathbf{A}^T\mathbf{S}\mathbf{B}(\mathbf{B}^T\mathbf{S}\mathbf{B} + \mathbf{R})^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{S}\mathbf{A} \quad (60)$$

O modelo do sistema de refrigeração em estudo possui seis estados. Destes, dois não podem ser medidos, são eles: as posições das fronteiras do evaporador e do condensador. Como uma das etapas do controle é a realimentação dos estados e não é possível medir diretamente todos os estados, faz-se necessário o uso de um observador de estados.

4.4.3 O observador de estados

O observador de estados é um filtro dinâmico cujas entradas são os sinais conhecidos do sistema, \mathbf{y} e \mathbf{u} , e cujas saídas são os estimados do sistema, $\mathbf{x}_K(t)$. A representação de estados para o caso contínuo desse filtro é mostrada na equação a seguir.

$$\dot{\mathbf{x}}_K(t) = \mathbf{A}_K \cdot \mathbf{x}_K(t) + \mathbf{B}_K \cdot \mathbf{u}(t) + \mathbf{L}_K \cdot \mathbf{y}(t) \quad (61)$$

e para o caso discreto:

$$\mathbf{x}_K[k+1] = \mathbf{A}_K \cdot \mathbf{x}_K[k] + \mathbf{B}_K \cdot \mathbf{u}[k] + \mathbf{L}_K \cdot \mathbf{y}[k] \quad (62)$$

Segundo Trofino et al. (2003), as matrizes \mathbf{A}_K , \mathbf{B}_K e \mathbf{L}_K devem ser determinadas tais que as seguintes condições sejam satisfeitas:

1. a estimativa $\mathbf{x}_K(t)$ ($\mathbf{x}_K[k+1]$ no caso discreto) deve convergir para $\mathbf{x}(t)$ ($\mathbf{x}[k]$ no caso discreto) em regime permanente;
2. a dinâmica do erro de estimação, deve depender apenas do erro inicial.

O requisito (1) indica que não existe erro de estimação em regime permanente, enquanto (2) indica que o erro de estimação não depende dos sinais de entrada do filtro (\mathbf{u} e \mathbf{y}) e, portanto, os projetos do observador e da lei de controle ficam independentes. Assim, para que o requisito (2) seja atendido, basta que:

$$\mathbf{A}_K = \mathbf{A} - \mathbf{L}_K \cdot \mathbf{C} \quad , \quad \mathbf{B}_K = \mathbf{B} \quad (63)$$

Por outro lado, para que o requisito (1) seja atendido, deve-se escolher a matriz \mathbf{L}_K de tal forma que os autovalores de $(\mathbf{A} - \mathbf{L}_K \cdot \mathbf{C})$ sejam estáveis, isto é, tenham parte real menor que zero para o caso contínuo, ou estejam dentro do círculo unitário para o caso discreto (Trofino et al., 2003).

Um filtro que satisfaz as condições acima é denominado observador de Luenberger. Segundo Trofino et al. (2003), o filtro de Kalman é um observador de estados do tipo Luenberger onde o ganho \mathbf{L}_K do observador é projetado para minimizar a variância do erro de estimação e é dado pelas equações:

$$\mathbf{L}_K = \mathbf{S} \cdot \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{R}_K^{-1} \quad , \quad \mathbf{S} \cdot \mathbf{A}^T + \mathbf{A} \cdot \mathbf{S} - \mathbf{S} \cdot \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{R}_K^{-1} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{S} + \mathbf{Q}_K = 0 \quad (64)$$

onde \mathbf{S} é uma matriz definida positiva. Para a minimização da variância do erro de estimação, a matriz \mathbf{S} na equação acima é calculada com as matrizes \mathbf{R}_K e \mathbf{Q}_K dadas pela covariância dos ruídos do sistema. Para mais detalhes, ver Mackenroth (2004), já que LQG é um resultado clássico na literatura de controle.

No caso do sistema de refrigeração descrito neste trabalho, as matrizes de covariância dos ruídos não são conhecidas e serão aproximadas pelos máximos valores das perturbações geradas

por mudanças nas vazões dos fluidos secundários do evaporador e do condensador e também pela variância dos sinais de saída medidos.

4.5 PROJETO DO CONTROLADOR

É possível projetar o controlador para o sistema de refrigeração e o observador de estados tendo como base os aspectos teóricos descritos nos itens anteriores. Após linearizar o modelo e discretizar o modelo linearizado, o primeiro passo para o projeto do controle está em definir as matrizes de ponderação \mathbf{Q} e \mathbf{R} . Seguindo a seqüência proposta de Johnson e Grimble (1987), definiram-se os desvios típicos das variáveis de estado, variáveis de controle e variáveis de ação conforme mostrado na tabela 11. As matrizes \mathbf{Q} e \mathbf{R} foram definidas com base nesses valores, resultando em:

$$\mathbf{Q}_{8 \times 8} = \text{diag}\{2,5 \cdot 10^{-9}; 0,5; 4,4 \cdot 10^{-7}; 6,9 \cdot 10^{-11}; 0,19; 2,5 \cdot 10^{-7}; 4 \cdot 10^{-3}; 0,01\} \quad (65)$$

$$\mathbf{R}_{2 \times 2} = \text{diag}\{2,5 \cdot 10^{-5}; 0,25\} \quad (66)$$

Tabela 11 Variações típicas das variáveis.

Variável	Valor Máximo	Valor Mínimo	Desvio
p_e [Pa]	$1,8 \cdot 10^5$	$1,6 \cdot 10^5$	$0,2 \cdot 10^5$
λ_e [m]	1,39	0	1,39
$h_{o,e}$ [J/kg]	$4,045 \cdot 10^5$	$4,030 \cdot 10^5$	$1,5 \cdot 10^3$
p_c [Pa]	$12,8 \cdot 10^5$	$14,0 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^5$
λ_c [m]	2,3	0	2,3
$h_{o,c}$ [J/kg]	$2,52 \cdot 10^5$	$2,50 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^3$
ΔT_{sup} [°C]	50	0	50
$T_{s,o,e}$ [°C]	10	0	10
N [rpm]	3100	2900	200
A_b [%]	47	45	2

Aumentar a variação das variáveis de estado e/ou de controle significa diminuir o valor dos elementos da matriz de ponderação \mathbf{Q} , o que deixa a dinâmica do sistema de malha fechada mais lenta. Para o caso das variáveis de ação, a interpretação é inversa, ou seja, aumentar a variação das variáveis de controle significa diminuir a matriz de ponderação \mathbf{R} , o que deixa a dinâmica do sistema de malha fechada mais rápida e também mais sensível aos ruídos de medição. Com as matrizes \mathbf{Q} e \mathbf{R} , e resolvendo a equação de Riccati para o caso discreto (equação 60), chegam-se-se aos valores de $\mathbf{K}_{e,d}$ e $\mathbf{K}_{i,d}$ do controlador:

$$\mathbf{K}_{e,d} = \begin{bmatrix} 6,454 \cdot 10^{-4} & -84992 & 5,3618 \cdot 10^{-3} & 0,023012 & 2,7561 \cdot 10^5 & -0,57408 \\ -8,4284 \cdot 10^{-6} & 710,29 & -5,8027 \cdot 10^{-5} & -0,00018979 & -2211,5 & 4,2879 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \quad (67)$$

$$\mathbf{K}_{i,d} = \begin{bmatrix} -2,3795 & 13,891 \\ 0,028362 & 0,12649 \end{bmatrix} \quad (68)$$

Para chegar à solução da equação de Riccati, utilizou-se o código *lqrd* do *Matlab*.

Para o projeto do Filtro de Kalman, utilizaram-se os valores típicos de perturbação e as variâncias das variáveis medidas, ou seja, as vazões dos fluidos secundários do evaporador ($V_{s,e} = 1,23$ l/min) e do condensador ($V_{s,c} = 1,18$ l/min) e as variâncias do grau de superaquecimento no evaporador ($\text{var}[\Delta T_{sup}] = 0,0184$) e da temperatura do fluido secundário na saída do evaporador ($\text{var}[T_{s,o,e}] = 0,0015$), da seguinte maneira:

$$\mathbf{Q}_K = \begin{bmatrix} 0,2 \cdot V_{s,e} & 0 \\ 0 & 0,2 \cdot V_{s,c} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{R}_K = \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}^T \quad (69)$$

onde $\mathbf{v} = [\text{var}[\Delta T_{sup}] \quad \text{var}[T_{s,o,e}]]^T$.

Com as matrizes \mathbf{Q}_K e \mathbf{R}_K , calculou-se a matriz de ganho \mathbf{L}_K do observador utilizando o código *kalman* do *Matlab*:

$$\mathbf{L}_K = \begin{bmatrix} 194,15 & -7988,6 \\ 3,33 \cdot 10^{-3} & -0,11295 \\ -40,60 & 1551,9 \\ -52,25 & -22379 \\ 1,09 \cdot 10^{-3} & -0,031916 \\ 31,21 & 516,93 \end{bmatrix} \quad (70)$$

4.6 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Com o intuito de validar o modelo linearizado e de avaliar o controlador projetado, algumas simulações foram realizadas. O modelo linearizado foi comparado com o modelo não-linear. Além disso, para uma análise preliminar de seguimento de referência e rejeição de perturbação, simulou-se o comportamento do controlador projetado frente ao modelo não-linear.

4.6.1 Validação do modelo linearizado

Realizaram-se simulações com o intuito de comparar as respostas do modelo não-linear com as do modelo linearizado. As variações na rotação do compressor e na abertura da válvula de expansão induzidas nas simulações foram as mesmas utilizadas para o ajuste dos parâmetros do modelo não-linear (ver Capítulo 2). A seguir são apresentados os resultados das simulações para duas das variáveis de estado (pressões de evaporação e condensação) e os resultados para as variáveis de saída (superaquecimento do evaporador, ΔT_{sup} , e temperatura do fluido secundário na saída do evaporador, $T_{s,o,e}$).

No caso da pressão de evaporação, mostrada na figura 17, nota-se que a diferença mais acentuada entre os modelos linear e não-linear é causada pelas mudanças de rotação do compressor. As diferenças são da ordem de 0,02 bar no caso de diminuição da rotação do

compressor e 0,03 bar para o caso de aumento na rotação, ou seja, erros respectivamente de 1,3% e 1,5%. Para a temperatura de evaporação, a primeira diferença corresponde a 0,3°C e a segunda a 0,4°C.

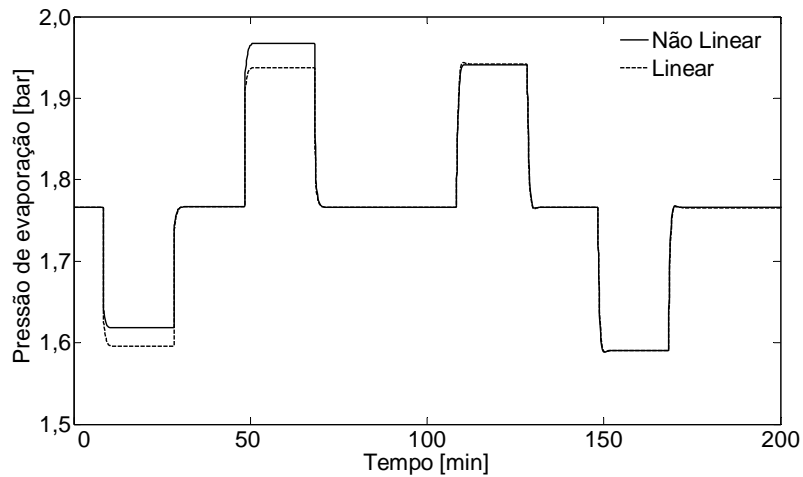


Figura 17 Validação do modelo linearizado: pressão de evaporação.

Para o caso da pressão de condensação, mostrada na figura 18, as diferenças mais acentuadas ocorrem em virtude das mudanças de abertura do dispositivo de expansão. As diferenças foram de cerca de 0,05 bar quando se aumentou a abertura da válvula e 0,04 bar quando a abertura da válvula foi reduzida, o que representa erros de 0,38% e 0,33%, respectivamente. Em termos de temperatura de condensação, a diferença é de 0,15°C no primeiro caso e de 0,13°C no segundo.

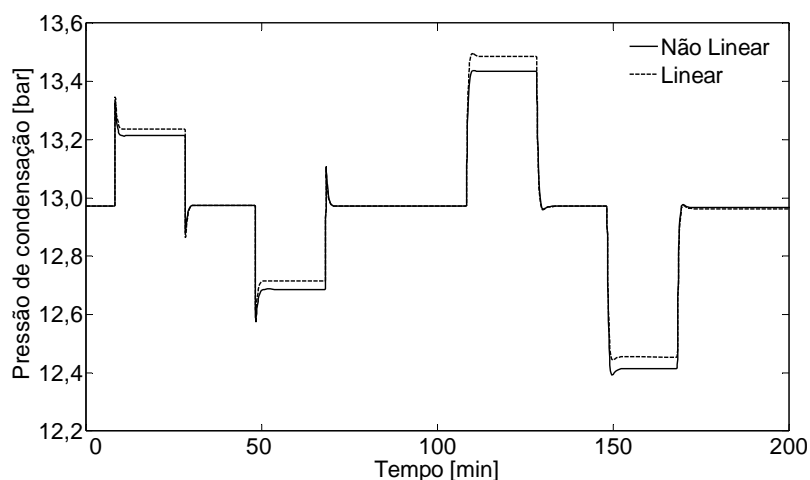


Figura 18 Validação do modelo linearizado: pressão de condensação.

Os comportamentos dinâmicos das variáveis de saída (grau de superaquecimento no evaporador e temperatura do fluido secundário na saída do evaporador) são mostrados, respectivamente, nas figuras 19 e 20. As maiores diferenças no caso do superaquecimento do evaporador são da ordem de $0,33^{\circ}\text{C}$ entre o modelo linear e não-linear, ou seja, um erro de $2,4\%$.

Com relação à temperatura do fluido secundário, existe uma boa concordância entre o modelo não-linear e o modelo linear, com erros desprezíveis. Observam-se picos existentes tanto no grau de superaquecimento quanto na temperatura do fluido secundário, ambos causados pelas mudanças de rotação do compressor. Salienta-se que tais picos são causados pelo modelo quase-estático adotado para representar a vazão mássica do compressor.

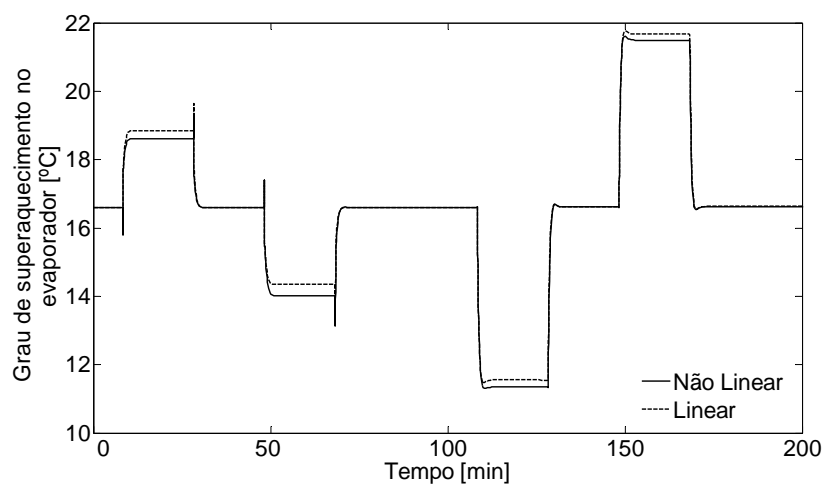


Figura 19 Validação do modelo linearizado: grau de superaquecimento no evaporador.

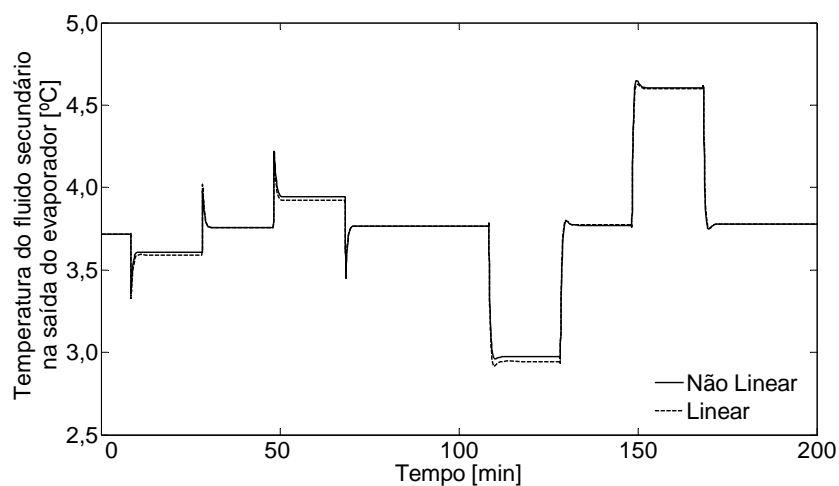


Figura 20 Validação do modelo linearizado: temperatura do fluido secundário na saída do evaporador.

4.6.2 Validação computacional do controlador projetado

Realizaram-se simulações utilizando o diagrama *Matlab/Simulink* conforme ilustrado na figura 21, com o intuito de avaliar e validar o controlador projetado. Para tanto, simularam-se mudanças de referência do tipo degrau para as duas variáveis controladas utilizando-se o modelo não-linear para simular o sistema de refrigeração. Além disso, em uma segunda simulação, perturbações foram impostas ao sistema na forma de alterações nas vazões dos fluidos secundários do evaporador e do condensador.

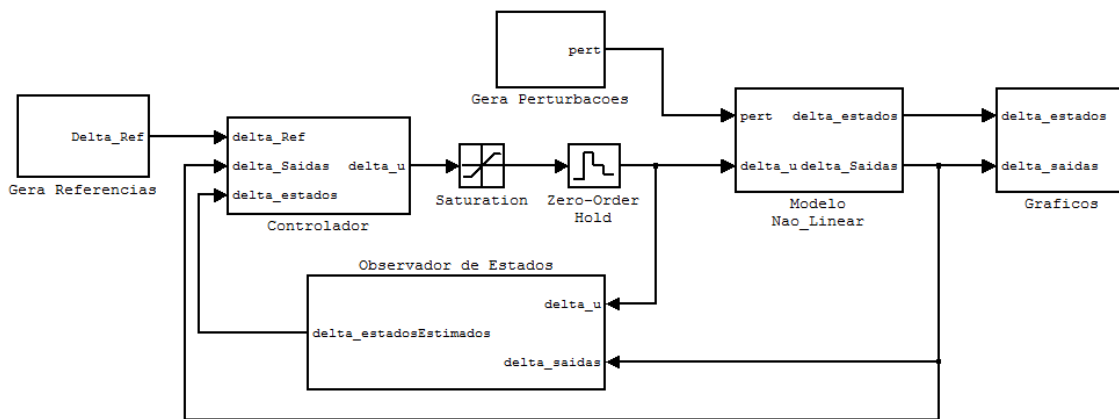


Figura 21 Diagrama de simulação do controlador projetado.

Seguimento de referência

Procedeu-se a simulação com início no ponto de operação em que o modelo foi linearizado. As alterações foram iniciadas modificando-se a referência do grau de superaquecimento em 25% e, em seguida, retornando-se ao ponto de operação original. O mesmo procedimento foi adotado para o teste de seguimento de referência da temperatura do fluido secundário na saída do evaporador, onde se realizou uma mudança na ordem de 35% e retornou-se ao ponto de operação original. Os resultados da simulação são mostrados na figura 22. Nota-se que o controlador foi capaz de fazer as variáveis controladas seguirem as mudanças de referências provocadas em ambas as variáveis, apresentando erro nulo em regime permanente. Além disso, observa-se também que o controlador rejeitou as perturbações causadas nas variáveis que foram provocadas pelo acoplamento entre elas.

Rejeição de perturbação

A simulação para avaliar a capacidade do controlador de rejeitar perturbações foi iniciada no mesmo ponto de operação utilizado para a linearização do modelo. A partir dessa condição,

aumentou-se primeiramente a vazão do fluido secundário do evaporador em 15%, retornando-se ao ponto de operação original. O mesmo procedimento foi adotado para o fluido secundário do condensador, com alterações na ordem de 50%. Os resultados da simulação são apresentados na figura 23, onde se percebe que o controlador rejeitou as perturbações e guiou as variáveis controladas rapidamente aos seus valores desejados. Nota-se também que, apesar da alteração da vazão do fluido secundário do condensador ser muito maior que a do evaporador, a perturbação causada nas variáveis controladas é menor, mostrando que alterações do lado do condensador têm menor importância se comparadas às mudanças do lado do evaporador.

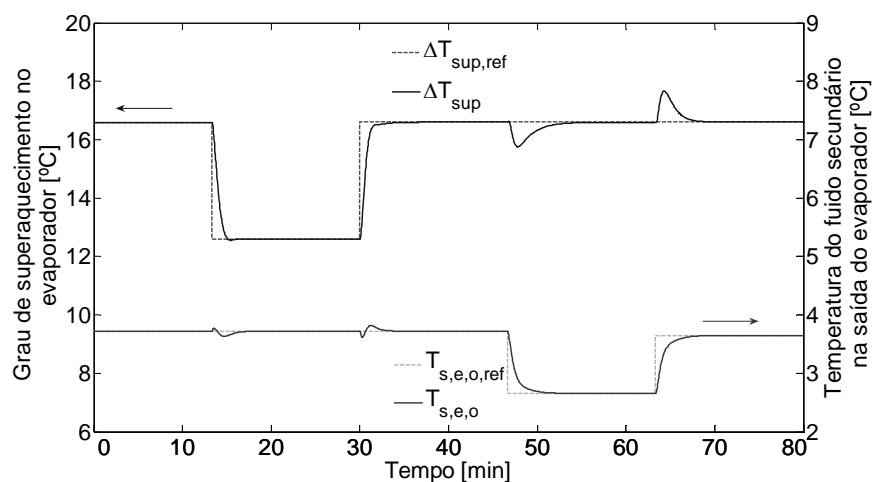


Figura 22 Simulação do controlador projetado – seguimento de referências.

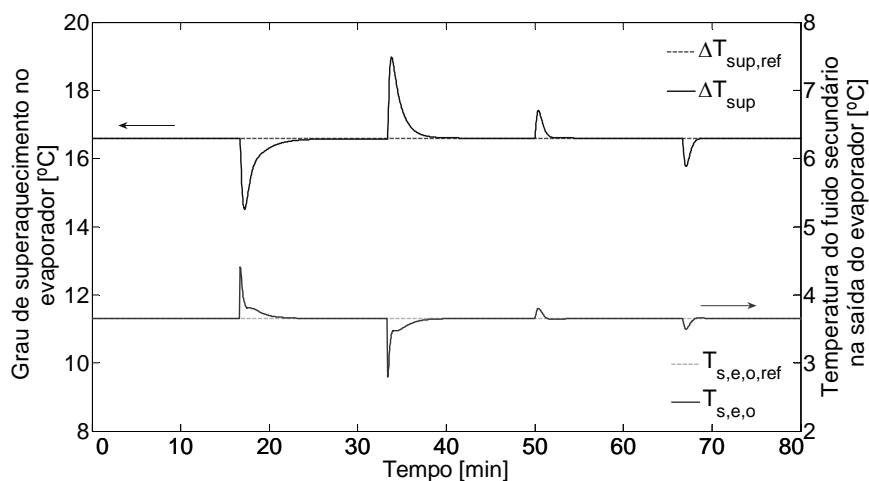


Figura 23 Simulação do controlador projetado – rejeição de perturbações.

4.7 CONTROLADOR ÓTIMO

Além do controlador clássico apresentado, projetou-se um segundo controlador que, ao conduzir o sistema para uma nova referência, mantém seu coeficiente de performance (COP)

próximo do valor máximo. Isso significa que o novo controlador é capaz de manter as referências previamente mencionadas em valores pré-estabelecidos e, em caso de mudança de referência, a busca pelo novo ponto de operação é feita maximizando o COP.

Para tanto, definiu-se uma nova função custo a ser minimizada, que incorpora o inverso do COP em seus termos, já que a minimização do inverso do COP significa a maximização do COP. Para incorporar o COP à função custo, definiu-se uma variável de performance \mathbf{z} , tal que $\mathbf{z} = [\text{COP}^{-1} \Delta T_{sup} T_{s,e,o} N A_b]^T$. A variável \mathbf{z} é obtida da linearização do modelo, de forma que:

$$\mathbf{z} = \mathbf{C}_z \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_z \cdot \mathbf{u}(t) \quad (71)$$

Dessa maneira, a função custo é dada por:

$$J_z = \int_0^{\infty} (\mathbf{z}^T \cdot \mathbf{z}) dt \quad (72)$$

Expandindo o termo quadrático, chega-se na forma final da função custo,

$$J_z = \int_0^{\infty} [\mathbf{x}(t)^T \cdot \mathbf{Q}_z \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}(t)^T \cdot \mathbf{R}_z \cdot \mathbf{u}(t) + 2 \cdot \mathbf{x}(t)^T \cdot \mathbf{N}_z \cdot \mathbf{u}(t)] dt \quad (73)$$

onde as matrizes de ponderação \mathbf{Q}_z , \mathbf{R}_z e \mathbf{N}_z são obtidas fazendo-se $\mathbf{Q}_z = \mathbf{C}_z^T \cdot \mathbf{C}_z$; $\mathbf{R}_z = \mathbf{D}_z^T \cdot \mathbf{D}_z$; $\mathbf{N}_z = \mathbf{C}_z^T \cdot \mathbf{D}_z$. As matrizes \mathbf{C}_z e \mathbf{D}_z , assim como as matrizes \mathbf{Q}_z , \mathbf{R}_z e \mathbf{N}_z são mostradas no Apêndice C. As equações de Riccati que solucionam o problema de minimização da função custo são, para o caso contínuo, $\mathbf{S}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{S} - (\mathbf{S}\mathbf{B} + \mathbf{N}_z)\mathbf{R}_z^{-1}(\mathbf{B}^T\mathbf{S} + \mathbf{N}_z^T) + \mathbf{Q}_z = 0$, e para o caso discreto, $\mathbf{A}^T\mathbf{S}\mathbf{A} - \mathbf{S} - (\mathbf{A}^T\mathbf{S}\mathbf{B} + \mathbf{N}_z)(\mathbf{R}_z + \mathbf{B}^T\mathbf{S}\mathbf{B})^{-1}(\mathbf{B}^T\mathbf{S}\mathbf{A} + \mathbf{N}_z^T) + \mathbf{Q}_z = 0$

As matrizes de ganhos do controlador são calculadas da mesma forma que a utilizada anteriormente, fazendo $\mathbf{K}_a = (\mathbf{R}_z + \mathbf{B}^T\mathbf{S}\mathbf{B})^{-1}(\mathbf{B}^T\mathbf{S}\mathbf{A} + \mathbf{N}_z^T)$. Utilizando o algoritmo *lqr* do *Matlab*, chega-se nos valores das matrizes de ganhos do controlador:

$$\mathbf{K}_{e,d} = \begin{bmatrix} -9,3835 \cdot 10^{-4} & -1222 & 1,2206 \cdot 10^{-3} & -3,5554 \cdot 10^{-4} & 1,5853 \cdot 10^3 & -0,013388 \\ 4,1292 \cdot 10^{-6} & 56,247 & -3,3001 \cdot 10^{-5} & -1,4503 \cdot 10^{-7} & -14,677 & -8,5926 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} \quad (74)$$

$$\mathbf{K}_{i,d} = \begin{bmatrix} -6,7279 & 12,041 \\ 0,17132 & 0,1093 \end{bmatrix} \quad (75)$$

Os resultados das simulações deste controlador são apresentados no Capítulo 5, assim como as comparações das dinâmicas das variáveis controladas e do consumo de energia do sistema de refrigeração controlado através dos dois controladores.

4.8 SÍNTESE DO CAPÍTULO

No presente capítulo apresentou-se a linearização do modelo proposto no Capítulo 3 e sua validação computacional frente ao modelo não-linear. Com base nos resultados da

comparação, percebeu-se que as características dinâmicas das variáveis foram pouco alteradas, o que permitiu seu uso no desenvolvimento de controle multivariável.

Além disso, apresentou-se uma estratégia de controle multivariável que, atuando simultaneamente sobre a rotação do compressor e abertura da válvula de expansão, mantém as condições de operação do evaporador e ajusta a capacidade de refrigeração à demanda de carga térmica. Para tanto, foi projetado um controlador multivariável com a técnica LQG (*Linear-Quadratic Gaussian*), a qual envolve um observador de estados do tipo Filtro de Kalman.

Foram também apresentados resultados da simulação do controlador que tinham como objetivo avaliar e validar o controlador projetado. Observou-se que o controlador não só foi capaz de seguir, de forma satisfatória, as mudanças de referências impostas artificialmente ao sistema, mas também de rejeitar perturbações causadas por mudanças do tipo degrau nas vazões dos fluidos secundários do evaporador e do condensador.

Por fim, apresentou-se um segundo projeto de controlador que, na transição para uma nova referência, mantém o sistema operando na condição de máximo COP.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 GENERALIDADES

Neste capítulo são apresentados os resultados do exercício de validação do modelo matemático bem como das análises de desempenho do controlador. Para tanto, o controlador foi implementado no *software* de aquisição de dados do aparato experimental e testes de seguimento de referência e de rejeição de perturbação foram realizados. Foram considerados perturbações os efeitos decorrentes das mudanças nas referências e as mudanças impostas ao sistema na forma de alterações nas vazões dos fluidos secundários do evaporador e do condensador. Ensaios de extrapolação dos limites operacionais do controlador foram também realizados, com o objetivo de encontrar os máximos e mínimos valores controláveis para o grau de superaquecimento no evaporador, a temperatura do fluido secundário na saída do evaporador e a carga térmica.

5.2 VALIDAÇÃO DO MODELO

O exercício de validação do modelo foi realizado com base nos ensaios experimentais descritos na tabela 2 (ver seção 2.4.2). Observou-se que, de um modo geral, o modelo computacional reproduziu adequadamente as tendências experimentais, com erros máximos dentro da faixa de $\pm 10\%$. Em adição, vale notar que os picos observados nos resultados das

simulações são causados pelos modelos quase-estáticos empregados para o compressor e para a válvula de expansão, que impõem dinâmicas artificiais (muito rápidas) ao sistema de equações.

A seguir são apresentados os resultados da validação do modelo com base em cinco variáveis: pressões de evaporação e condensação, vazão mássica de refrigerante através da válvula de expansão, grau de superaquecimento no evaporador e temperatura do fluido secundário na saída do evaporador.

A figura 24 mostra a variação da pressão de evaporação para as diversas condições adotadas. Como esperado, as variações são mais intensas quando as mudanças na rotação do compressor e na abertura da válvula são invertidas, ou seja, quando a rotação do compressor é aumentada e a abertura da válvula diminuída ou quando a rotação é diminuída e a abertura da válvula aumentada. Estas alterações estão indicadas no gráfico pelos números 1, 2, 6 e 7 (ver tabela 2). Quando as mudanças na rotação e na abertura são no mesmo sentido (demais casos), a pressão de evaporação praticamente não se altera. Em todos os casos, o modelo seguiu de perto as tendências experimentais.

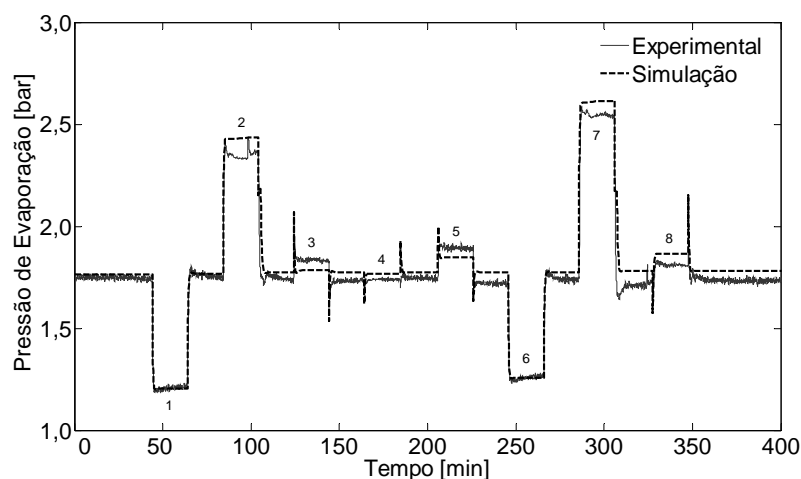


Figura 24 Validação do modelo: pressão de evaporação.

A figura 25 mostra a variação da pressão de condensação para as diferentes condições testadas, onde se observa que a pressão de condensação varia significativamente quando tanto a rotação do compressor como a abertura da válvula são alteradas no mesmo sentido. Assim, a pressão de condensação aumenta nos casos 4 e 8, em que tanto a rotação como a abertura da válvula foram aumentadas, e diminui nos casos 3 e 5, quando tanto a rotação como a abertura da válvula foram reduzidas. A pressão decresce, nos casos 1 e 2, em virtude do aumento da vazão de fluido secundário no condensador e, no caso 7, em função da redução na rotação do compressor. No caso 6, nota-se uma tendência experimental de manter a pressão de condensação enquanto o modelo prevê sua diminuição, fato que sugere que o modelo é demasiado sensível à vazão de

fluido secundário no condensador, provavelmente devido ao fato de se ter usado um coeficiente de transferência de calor fixo para o fluido secundário.

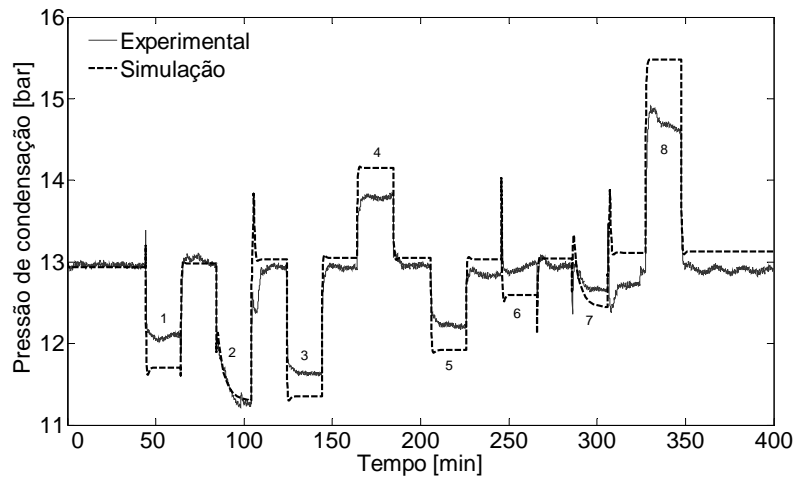


Figura 25 Validação do modelo: pressão de condensação.

A figura 26 compara as previsões do modelo para a vazão mássica de refrigerante com os dados experimentais, onde se nota uma boa concordância entre os valores calculados e medidos. Observa-se também que a vazão mássica varia de acordo com a abertura da válvula, diminuindo quando a válvula é fechada e aumentando quando a válvula é aberta (ver tabela 2).

Resultados satisfatórios foram também obtidos para a potência elétrica do compressor, como mostra a figura 27. Isso se deve ao fato da pressão de evaporação ser bem representada pelo modelo. Entretanto, como a potência elétrica também depende da pressão de condensação, e como esta apresentou uma divergência entre valor calculado e medido experimentalmente na condição 6, tal discrepância também foi observada para a potência elétrica. Em adição, nota-se uma discrepância na condição 1, em que as pressões de condensação e evaporação estão bem representadas. Como a mudança foi causada por um aumento na rotação do compressor, esperava-se que a potência elétrica por ele consumida aumentasse. Entretanto, como a válvula foi fechada, houve uma diminuição na vazão mássica. No experimento, a ação conjunta desses dois efeitos manteve a potência elétrica inalterada, fenômeno que o modelo não foi capaz de prever, dada a sua sensibilidade à vazão de fluido secundário no condensador. Com exceção das condições 1 e 6, o modelo para a potência elétrica do compressor apresentou erros inferiores a 5%.

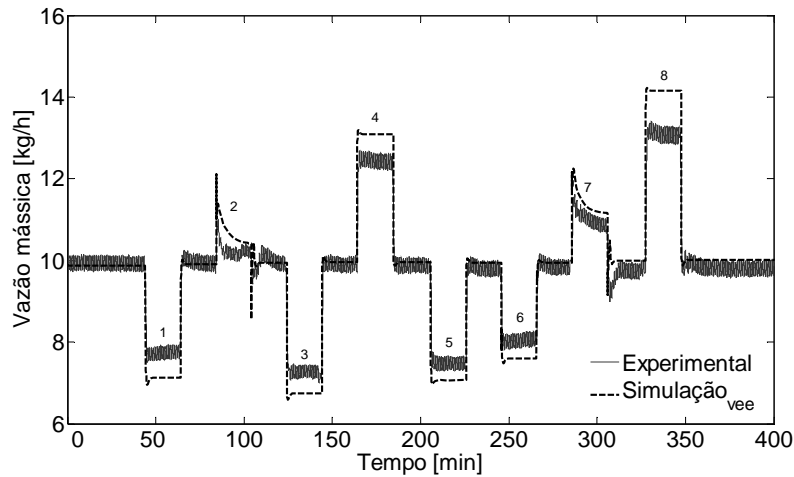


Figura 26 Validação: vazão mássica de refrigerante através da válvula de expansão.

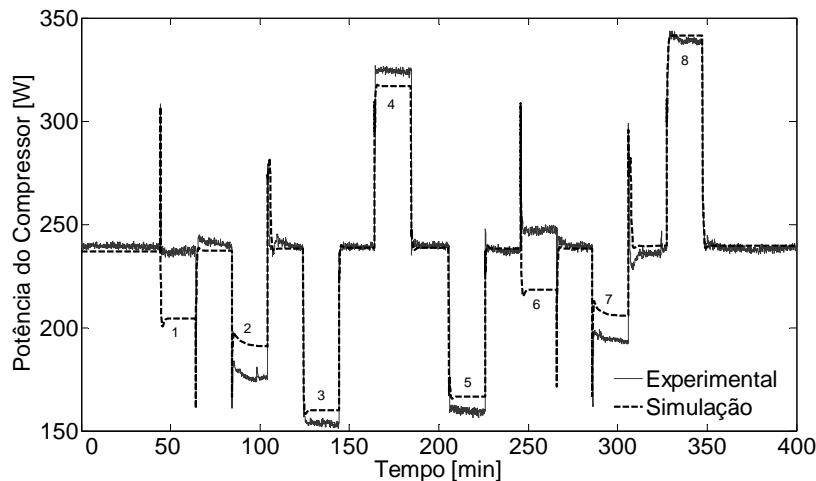


Figura 27 Validação: Potência elétrica do compressor.

As variações das variáveis de controle também foram avaliadas experimentalmente. Como se observa na figura 28, os valores calculados para o grau de superaquecimento no evaporador tiveram boa concordância com os valores experimentais, apresentando erros em regime permanente inferiores a 3°C. Com exceção da condição 5, onde o valor calculado está no sentido inverso ao valor medido, todos os demais apresentam a mesma tendência para os valores medidos e calculados. Na condição 5, diminuiu-se tanto a rotação do compressor quanto a abertura da válvula, ocasionando uma diminuição na vazão mássica e um aumento na pressão de evaporação, de modo que o grau de superaquecimento no evaporador permaneceu praticamente inalterado, como indicado pelo experimento. No entanto, o modelo prevê um aumento no grau de superaquecimento provavelmente em virtude de uma sensibilidade excessiva à transferência de calor na região superaquecida, que se deve ao uso de valores fixos para os coeficientes de transferência de calor.

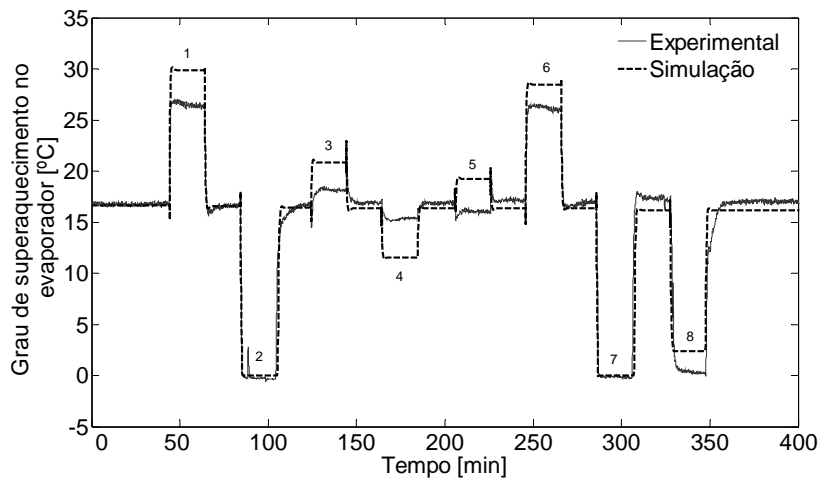


Figura 28 Validação: grau de superaquecimento no evaporador.

A validação da temperatura do fluido secundário na saída do evaporador (da segunda variável de controle) é apresentada na figura 29, onde se verifica que o modelo reproduz de forma satisfatória todas as tendências experimentais, com erros abaixo de 2°C.

De um modo geral, as discrepâncias apontadas, não afetam o desempenho do controlador, que é governando basicamente pela pressão de evaporação. Tal afirmação é corroborada pelos resultados dos testes de avaliação do controlador, explorados a seguir.

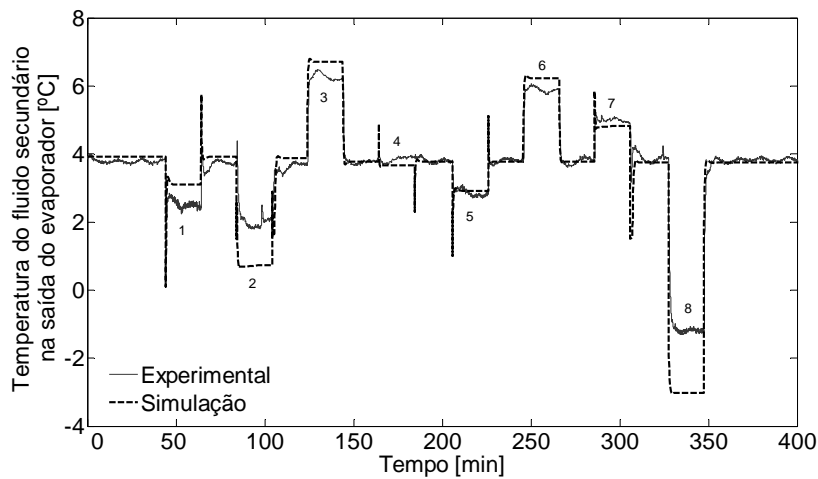


Figura 29 Validação: temperatura do fluido secundário na saída do evaporador.

5.3 AVALIAÇÃO DO CONTROLADOR

5.3.1 Seguimento de referência

A análise de seguimento de referência foi conduzida impondo-se mudanças independentes aos valores de referência das variáveis controladas, conforme a seqüência mostrada na tabela 12. O comportamento dinâmico das variáveis controladas é apresentado na figura 30, onde se observa que o controlador conduziu as variáveis do aparato experimental às condições desejadas, seguindo as mudanças de referência do tipo degrau. Nota-se também que as mudanças de referência em uma variável ocasionam perturbações na outra, que foram identificadas e rejeitadas pelo controlador.

Tabela 12 Organização das mudanças de referência.

Tempo [min]	$t < 20$	$20 > t < 40$	$40 > t < 60$	$60 > t < 80$	$80 > t < 100$	$100 > t < 120$	$t > 120$
ΔT_{sup} [°C]	16,6	20,2	12,5	16,6	16,6	16,6	16,6
$T_{s,e,o}$ [°C]	4	4	4	4	5	3	4

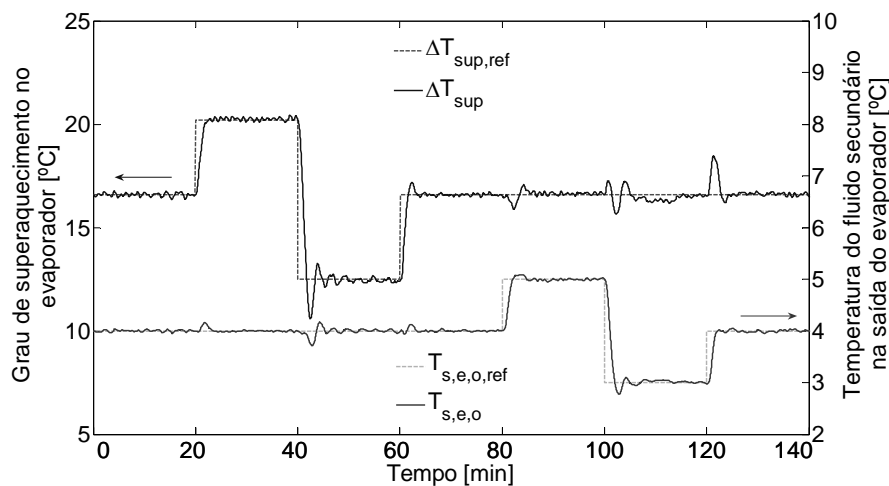


Figura 30 Seguimento de referência: grau de superaquecimento e temperatura do fluido secundário na saída do evaporador.

A segunda mudança de referência no grau de superaquecimento ($t=40$ min) apresenta uma maior oscilação até a estabilização, chegando ao valor mínimo de $10,6^{\circ}\text{C}$, o que corresponde a 2°C de sob passagem. Esse efeito se deve à elevada amplitude da alteração, de $7,7^{\circ}\text{C}$, não observado na primeira mudança de referência ($t=20$ min, menor amplitude) e pouco significativo na terceira alteração ($t=60$ min, amplitude intermediária). As perturbações causadas pelas mudanças de referência da temperatura do fluido secundário na saída do evaporador foram rejeitadas, afetando o grau de superaquecimento no evaporador em apenas 2°C ($t=120$ min). No caso da temperatura do fluido secundário na saída do evaporador, o controlador atuou de

maneira mais satisfatória, apresentado sob passagem máxima de $0,5^{\circ}\text{C}$ na ocasião da maior mudança de variável, que foi de 2°C ($t=100$ min). Além disso, o controlador manteve a variável dentro de uma faixa de $0,5^{\circ}\text{C}$ durante os primeiros 80 minutos.

As figuras 31 a 34 mostram a evolução temporal das ações de controle (rotação do compressor e abertura da válvula), da vazão mássica, da capacidade de refrigeração, e das pressões de condensação e evaporação.

A figura 31 mostra que o controlador alterou tanto a rotação do compressor como a abertura da válvula com o objetivo de manter as variáveis do sistema em seus valores de referência. Nota-se que, durante as mudanças de referência do grau de superaquecimento no evaporador ($t < 70$ minutos), as variáveis de controle apresentam ações inversas, ou seja, quando a rotação do compressor aumenta, a abertura da válvula diminui e vice-versa. Aumentar o grau de superaquecimento significa diminuir a área de troca de calor bifásica. Para compensar esse efeito, o controlador aumenta a rotação do compressor, o que diminui a pressão de evaporação (ver figura 32) e, por consequência, a temperatura de evaporação. Mas, para manter a temperatura do fluido secundário na saída do evaporador no valor de referência (i.e., capacidade de refrigeração constante, como mostra a figura 33), foi necessário fechar da válvula para, com isso, manter a vazão mássica de refrigerante praticamente constante. Uma análise inversa se aplica ao caso em que o valor do superaquecimento foi reduzido, diminuindo a rotação e aumentando a abertura da válvula.

Por outro lado, nas mudanças de referência da temperatura do fluido secundário na saída do evaporador ($t > 70$ minutos), as variáveis de controle mudam no mesmo sentido, aumentando a abertura da válvula quando a rotação aumenta e diminuindo a abertura quando a rotação diminui (ver figura 31). A fim de elevar a temperatura do fluido secundário na saída do evaporador (i.e., redução da carga térmica) sem alterar o grau de superaquecimento ($t=80$ min), o controlador atuou aumentando a pressão de evaporação (ver figura 32) através da diminuição da rotação do compressor e da abertura da válvula, de modo a diminuir a vazão mássica de refrigerante. De forma inversa, aumentando-se a rotação do compressor e abertura da válvula ($t=100$ min), eleva-se a vazão mássica e a capacidade de refrigeração.

A figura 34 mostra que o COP do sistema também varia durante o teste, uma vez que tanto a capacidade de refrigeração como a potência consumida pelo compressor dependem das pressões de condensação e de evaporação.

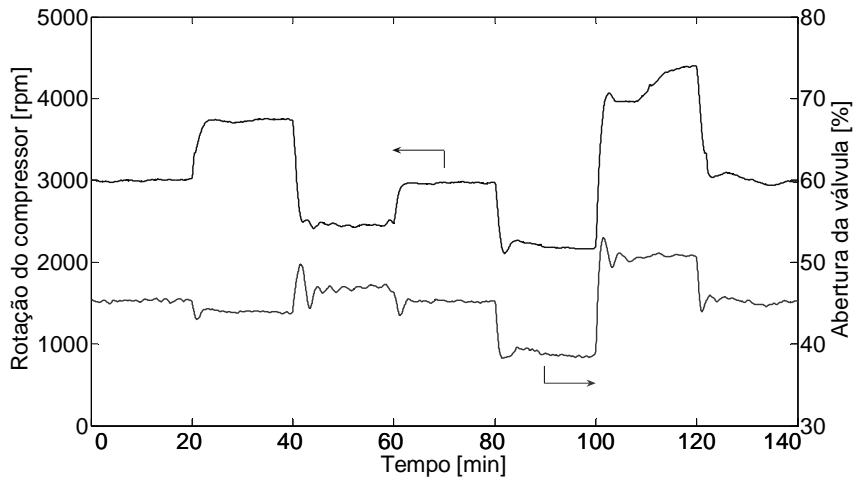


Figura 31 Seguimento de referência: rotação do compressor e abertura da válvula de expansão.

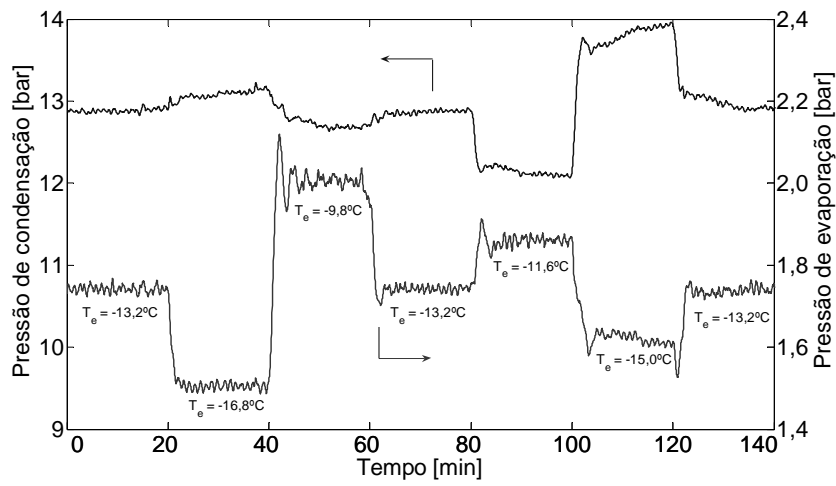


Figura 32 Seguimento de referência: pressões de condensação e evaporação.

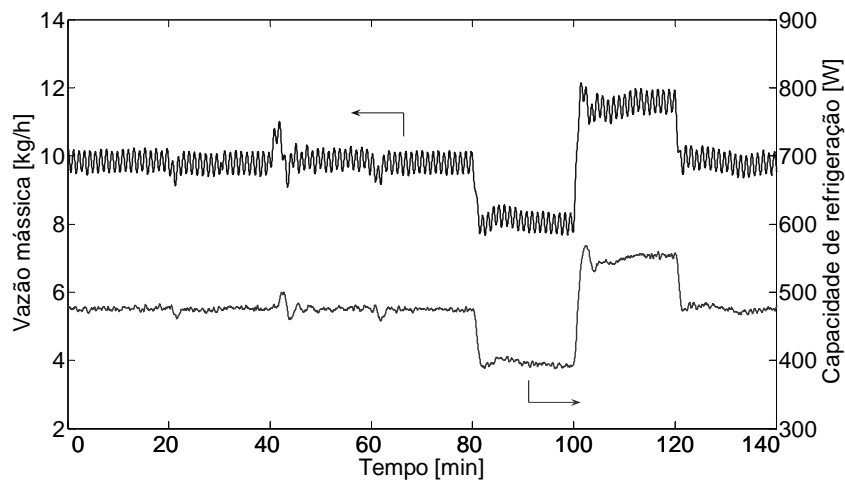


Figura 33 Seguimento de referência: vazão mássica e capacidade de refrigeração.

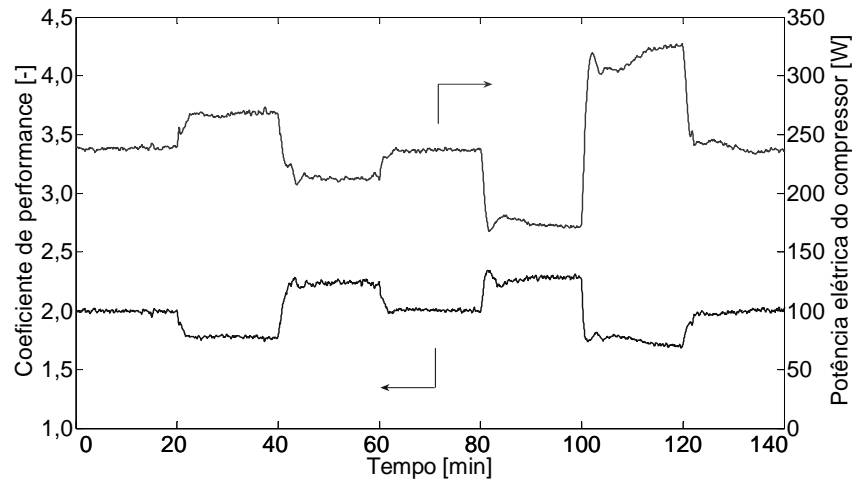


Figura 34 Seguimento de referência: coeficiente de performance e potência elétrica do compressor.

5.3.2 Rejeição de perturbação

A análise de rejeição de perturbação foi realizada com o intuito de averiguar se o controlador é capaz de rejeitar as perturbações do tipo degrau aplicadas às vazões dos fluidos secundários do condensador e do evaporador. As alterações foram realizadas segundo a seqüência apresentada na tabela 13, ilustrada na figura 35, onde são mostrados os comportamentos das vazões medidas durante o experimento.

Tabela 13 Seqüência de mudanças das vazões.

Tempo [min]	$t < 20$	$20 > t < 40$	$40 > t < 60$	$60 > t < 80$	$80 > t < 100$	$100 > t < 120$	$t > 120$
$V_{s,c}$ [l/min]	1,16	1,16	1,16	1,16	1,38	0,93	1,16
$V_{s,e}$ [l/min]	1,23	1,43	1,00	1,23	1,23	1,23	1,23

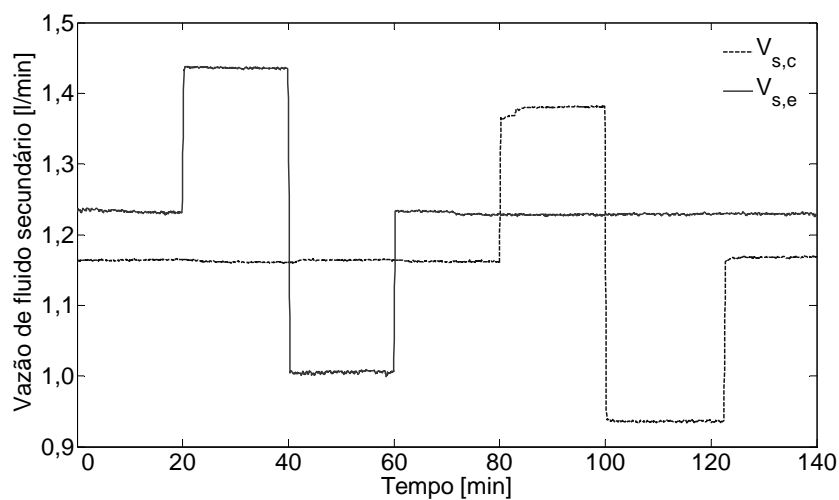


Figura 35 Rejeição de perturbação: vazões dos fluidos secundários do condensador e do evaporador.

Observando-se a figura 36, nota-se que o controlador foi capaz de rejeitar as perturbações impostas ao sistema, conduzindo as variáveis de controle aos seus valores de referência em um curto espaço de tempo. O maior desvio observado no grau de superaquecimento no evaporador foi de 3°C em relação ao seu valor de referência, evento ocorrido em $t=40$ min. Neste mesmo instante, nota-se também o maior desvio da temperatura do fluido secundário na saída do evaporador, em torno de 3°C em relação ao valor de referência. Tais desvios estão relacionados à repentina mudança na vazão do fluido secundário do evaporador de 1,43 para 1,00 l/min, que representa uma redução de 30% na carga térmica imposta ao sistema (i.e., variação de 550 para 385 W).

Como mostram as figuras 37 a 39, as primeiras três alterações ($t < 70$ minutos) estão mais relacionadas às trocas térmicas no evaporador, pois a variação na vazão do fluido secundário do condensador pouco afeta as variáveis de controle e outras variáveis do sistema, tais como a rotação do compressor, a abertura da válvula, a vazão mássica e a pressão de evaporação. A pressão de condensação tem um comportamento diferenciado das demais variáveis, já que a vazão de fluido secundário do condensador afeta diretamente as trocas térmicas no condensador. Mesmo assim, as variações de maior amplitude na pressão de condensação são verificadas durante as alterações na vazão do fluido secundário do evaporador, já que estas afetam fortemente as variáveis de controle.

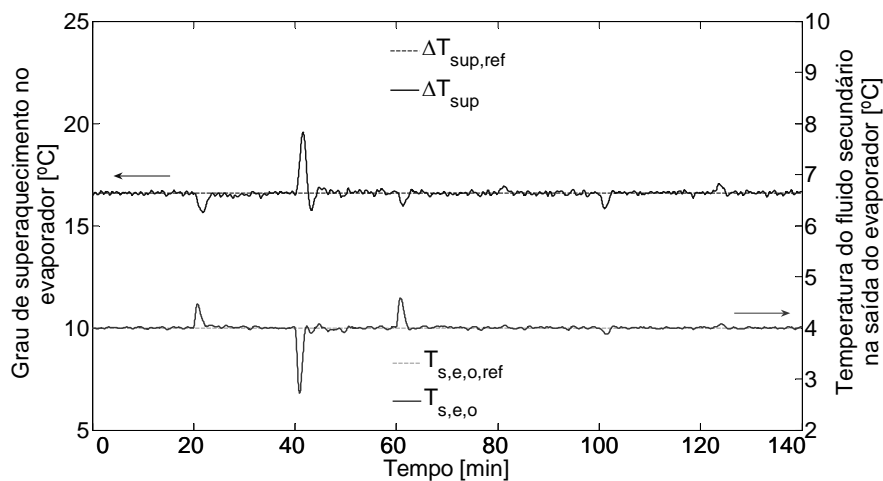


Figura 36 Rejeição de perturbação: grau de superaquecimento e temperatura do fluido secundário na saída do evaporador.

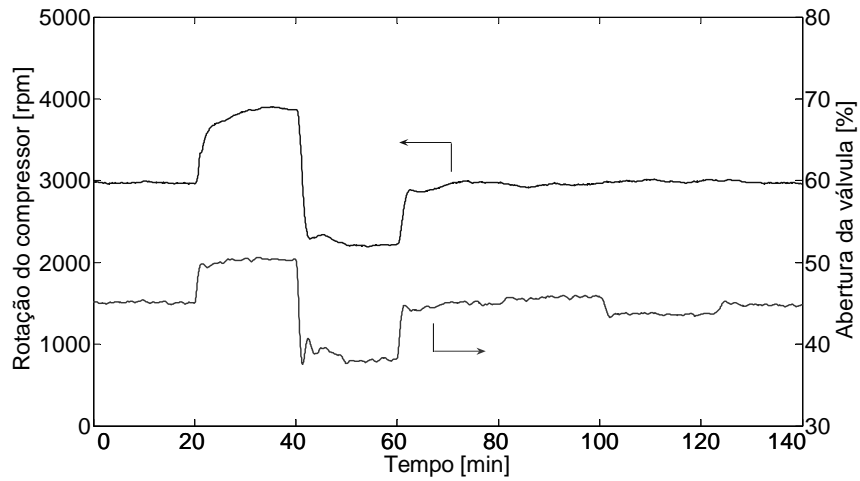


Figura 37 Rejeição de perturbação: rotação do compressor e abertura da válvula de expansão.

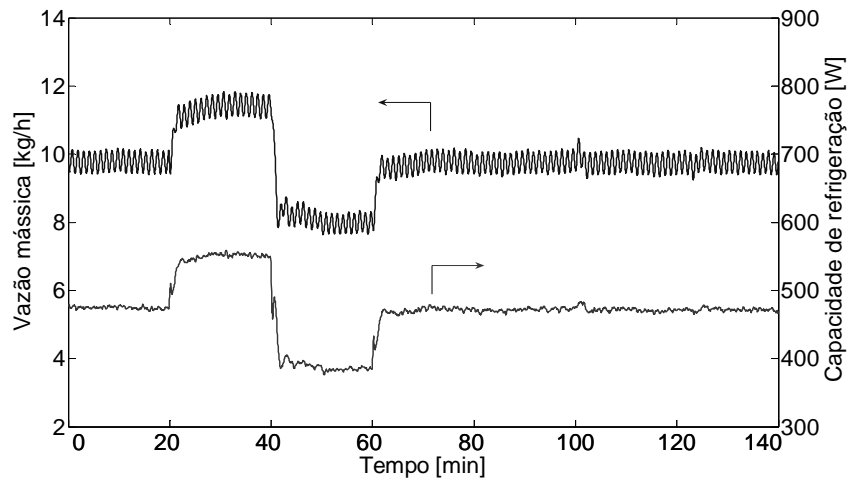


Figura 38 Rejeição de perturbação: vazão mássica e capacidade de refrigeração.

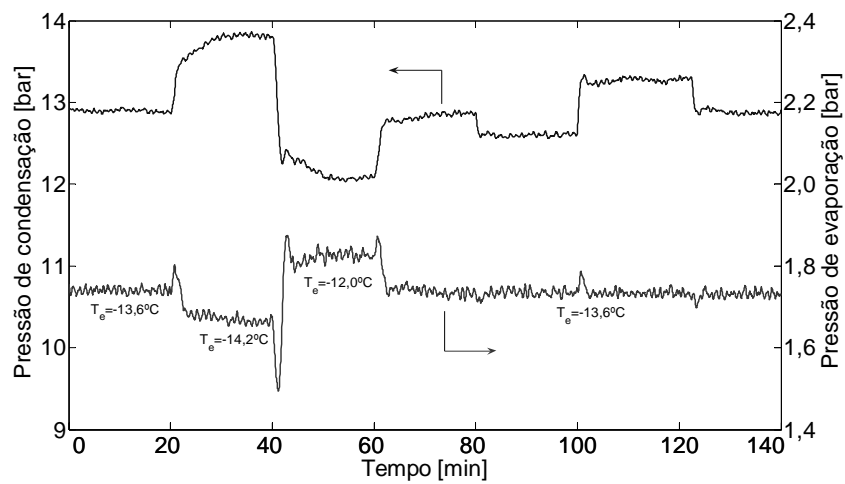


Figura 39 Rejeição de perturbação: pressões de condensação e de evaporação.

As figuras 38 e 40 mostram que tanto a capacidade de refrigeração como a potência elétrica consumida pelo compressor praticamente não se alteram durante as mudanças de vazão

do fluido secundário do condensador ($t > 70$ minutos), de forma que o COP se manteve praticamente constante nessa região. Isto não ocorre na região de mudanças na vazão do fluido secundário do evaporador ($t < 70$ minutos), onde são observadas mudanças significativas tanto na potência elétrica do compressor quanto no COP.

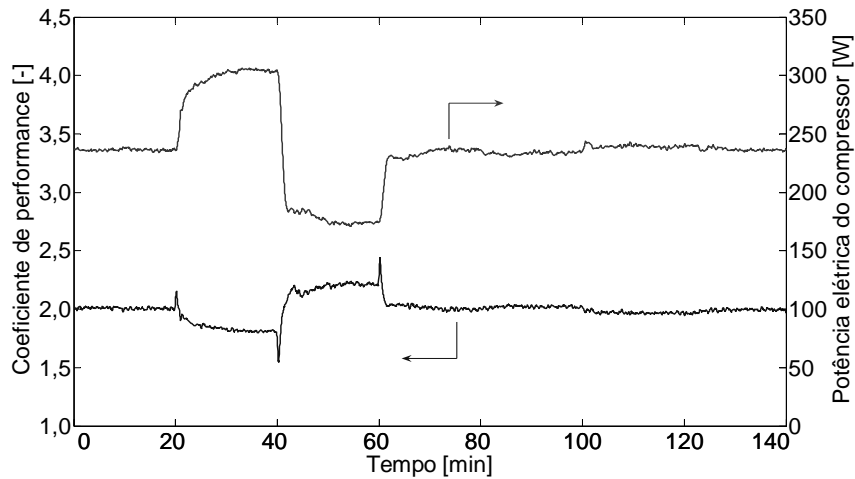


Figura 40 Rejeição de perturbação: coeficiente de performance e potência consumida pelo compressor.

5.4 ANÁLISE DA ENVOLTÓRIA OPERACIONAL DO CONTROLADOR

Os experimentos descritos nessa seção foram realizados com o intuito de verificar até onde é possível variar o grau de superaquecimento no evaporador, a temperatura do fluido secundário na saída do evaporador e a carga térmica imposta ao sistema sem que o sistema se torne instável ou que não seja mais possível manter as variáveis de controle em seus valores de referência. Tais testes foram chamados de testes de extrapolação. Cada teste ainda foi dividido em duas etapas para encontrar os máximos e mínimos valores controláveis.

5.4.1 Extrapolação do grau de superaquecimento no evaporador

Aumento do grau de superaquecimento:

Em uma primeira análise, aumentou-se gradativamente a referência do grau de superaquecimento no evaporador na forma de degraus até atingir o máximo valor em que o sistema conseguiu manter as variáveis controladas em seus valores de referência, como mostra a figura 41. O teste inicia com um grau de superaquecimento no evaporador de 16,6°C, depois o altera para 20,2°C, seguido de 22°C e por último 23°C. A partir do instante 50 minutos, o controlador não consegue mais manter as variáveis de controle em seus valores de referência. Nota-se que, nesta região, existe um erro entre o grau de superaquecimento desejado e o obtido

experimentalmente, causado pela restrição de rotação máxima do compressor (4500 rpm), como mostrado na figura 42.

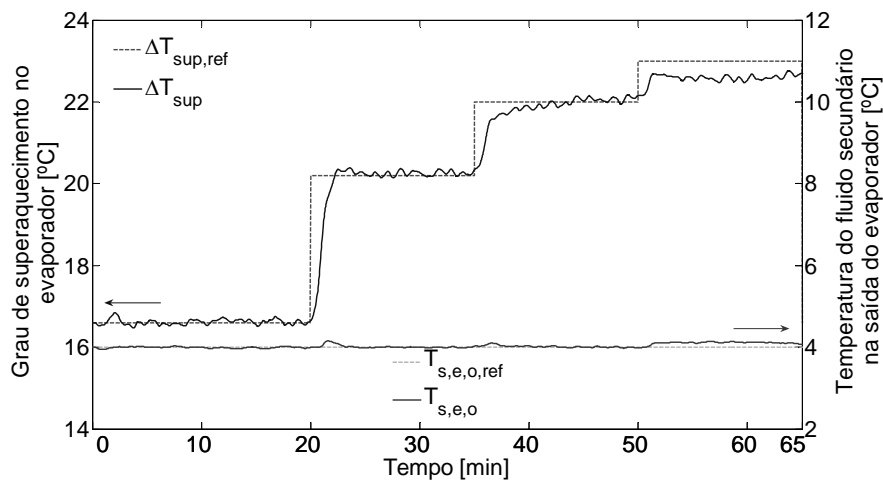


Figura 41 Aumento do grau de superaquecimento: grau de superaquecimento e temperatura do fluido secundário na saída do evaporador.

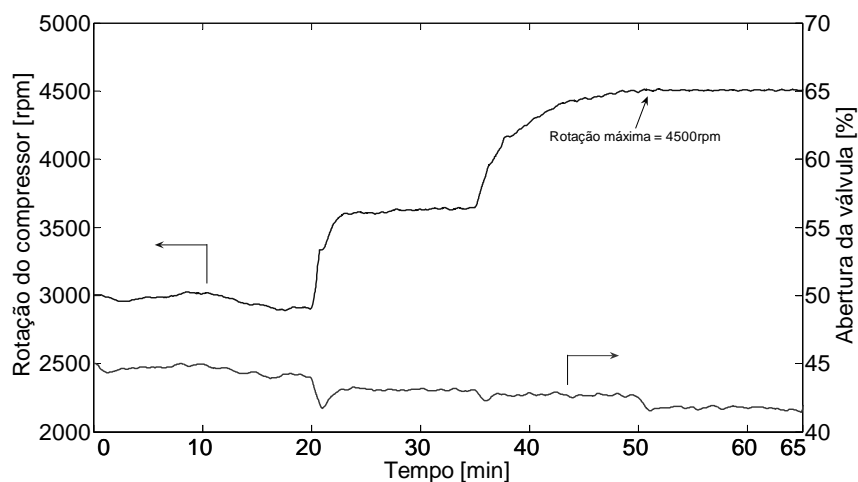


Figura 42 Aumento do grau de superaquecimento: rotação do compressor e abertura da válvula.

Diminuição do grau de superaquecimento no evaporador:

No segundo teste, diminuiu-se a referência do grau de superaquecimento no evaporador na forma de degraus até atingir o mínimo valor onde o sistema conseguiu manter as variáveis controladas em seus valores de referência, como mostra a figura 43. O teste inicia com um grau de superaquecimento igual a 16,6°C, depois o altera para 13,5°C, depois 11,5°C, seguido de 10,5°C, 9,5°C e por último 8,5°C. A partir da última alteração de referência (no instante 80 minutos), o sistema tornou-se instável.

Acredita-se que dois fatores tenham instabilizado o sistema, um deles relacionado ao controlador linear que, por não identificar dinâmicas não-lineares das variáveis, acabou por variar

a rotação do compressor e abertura da válvula de expansão de forma oscilatória (ver figura 44). O outro fator está relacionado à própria variável de controle, já que quanto menor o grau de superaquecimento, mais perto da saída do evaporador estará a frente de líquido. Tal fato, aliada à característica oscilatória da fronteira do escoamento bifásico (Wedekind e Stoecker, 1968), acaba por prejudicar consideravelmente a qualidade do sinal medido, como se verifica na figura 45. Em alguns pontos, há um deslocamento de gotículas de líquido que evaporam próximas ao sensor, ocasionando um abaixamento repentino da temperatura, o que faz com que o grau de superaquecimento no evaporador oscile. No gráfico da figura 45, a temperatura na saída do evaporador é medida através um termopar de imersão, motivo pelo qual o sinal apresenta mais oscilação que o sinal utilizado para o controle (ver figura 43).

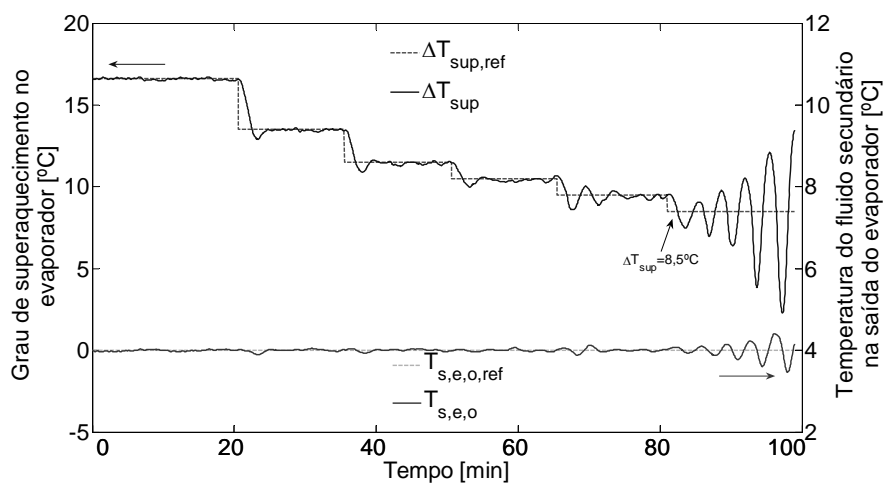


Figura 43 Diminuição do grau de superaquecimento: grau de superaquecimento e temperatura do fluido secundário na saída do evaporador.

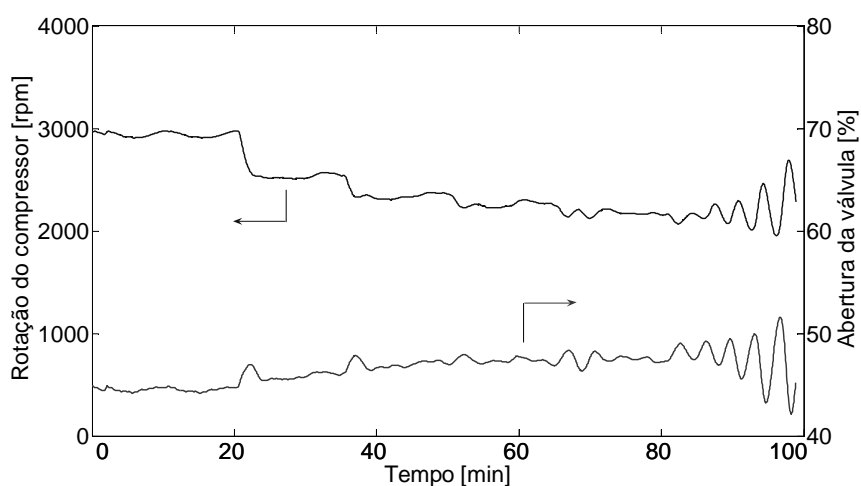


Figura 44 Diminuição do grau de superaquecimento: rotação do compressor e abertura da válvula.

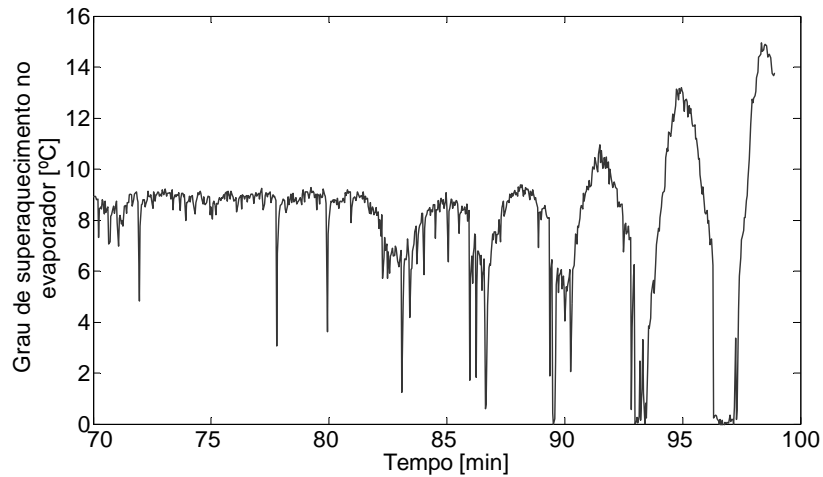


Figura 45 Diminuição do grau superaquecimento: grau de superaquecimento do evaporador.

Enfatiza-se que outros valores (maiores e menores) de superaquecimento poderiam ser obtidos caso fosse alterado o valor de referência da temperatura do fluido secundário na saída do evaporador, fixado em 4°C nesta amostra.

5.4.2 Extrapolação da temperatura do fluido secundário na saída do evaporador

Aumento da temperatura:

Em um teste semelhante ao realizado para o grau de superaquecimento no evaporador, aumentou-se a referência da temperatura do fluido secundário na saída do evaporador na forma de degraus até atingir o máximo valor em que o sistema conseguiu manter as variáveis controladas em seus valores de referência. Variou-se a temperatura de referência de 4,0 até 6,0°C, com incrementos de 0,5°C, como mostra a figura 46. Para que as variáveis de controle seguissem seus valores de referência, o controlador atuou diminuindo a abertura da válvula e a rotação do compressor até a rotação mínima possível (1800 rpm), como é mostrado na figura 47. Depois de atingir a rotação mínima, não foi possível diminuir ainda mais a capacidade de refrigeração e manter o superaquecimento no mesmo valor, de modo que se observou uma diferença entre a temperatura desejada e a obtida experimentalmente.

Vale enfatizar que o aumento da temperatura do fluido secundário na saída do evaporador equivale a uma redução na carga térmica. Para adequar o sistema à menor carga térmica, o controlador diminui tanto a rotação do compressor como a abertura da válvula de expansão, diminuindo a capacidade de refrigeração do sistema. Enquanto a primeira tende a reduzir o grau de superaquecimento no evaporador, a segunda apresenta o comportamento oposto. Assim, quando a rotação atinge seu valor mínimo, o grau de superaquecimento no

evaporador tende a aumentar, pois a influência da abertura da válvula se torna dominante. Tal interpretação se aplica aos demais casos doravante analisados.

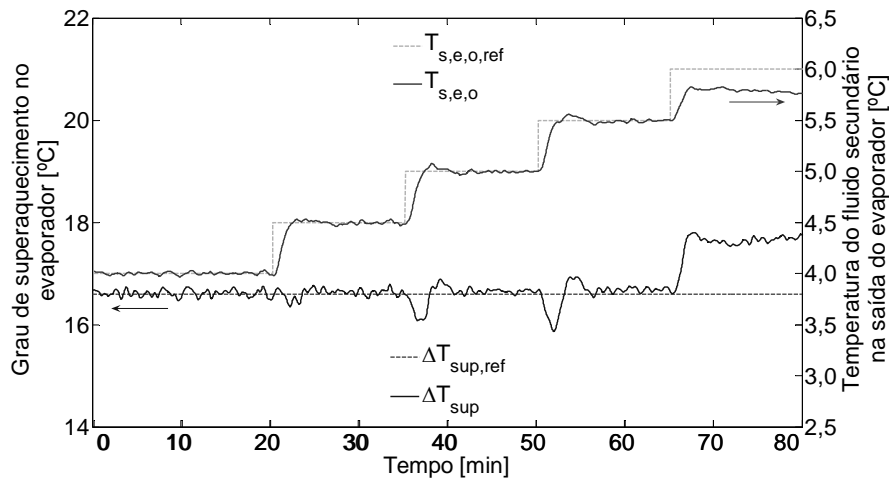


Figura 46 Aumento da temperatura de saída: grau de superaquecimento e temperatura do fluido secundário na saída do evaporador.

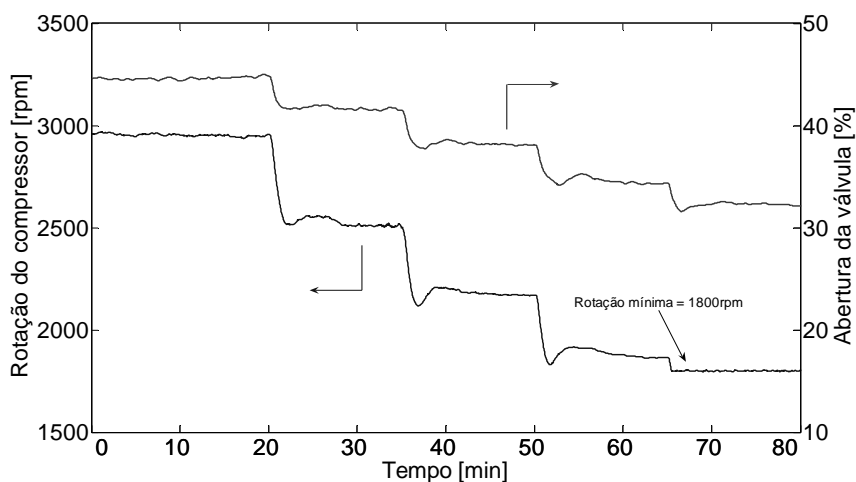


Figura 47 Aumento da temperatura de saída: rotação do compressor e abertura da válvula.

Diminuição da temperatura:

Neste teste, diminuiu-se o valor de referência da temperatura do fluido secundário na saída do evaporador na forma de degraus. Variou-se a temperatura do fluido secundário na saída do evaporador de 4 até 2,5°C, com passo de 0,5°C, como mostra a figura 48. A cada nova alteração na referência, o controlador percebeu a necessidade de aumentar a capacidade de refrigeração, de modo que aumentou a abertura da válvula e a rotação do compressor até atingir a máxima rotação possível (4500 rpm), como mostrado na figura 49. Como o grau de superaquecimento foi mantido fixo em 16,6°C, a temperatura do fluido secundário na saída do

evaporador ficou limitada à faixa controlável de 3 a 5,5°C devido aos limites de operação do compressor, dados pela rotação mínima de 1800 e máxima de 4500 rpm. Outros valores (maiores e menores) de temperatura poderiam ser obtidos, desde que fosse alterado o valor de referência do grau de superaquecimento no evaporador, fixado em 16,6°C nesta amostrada.

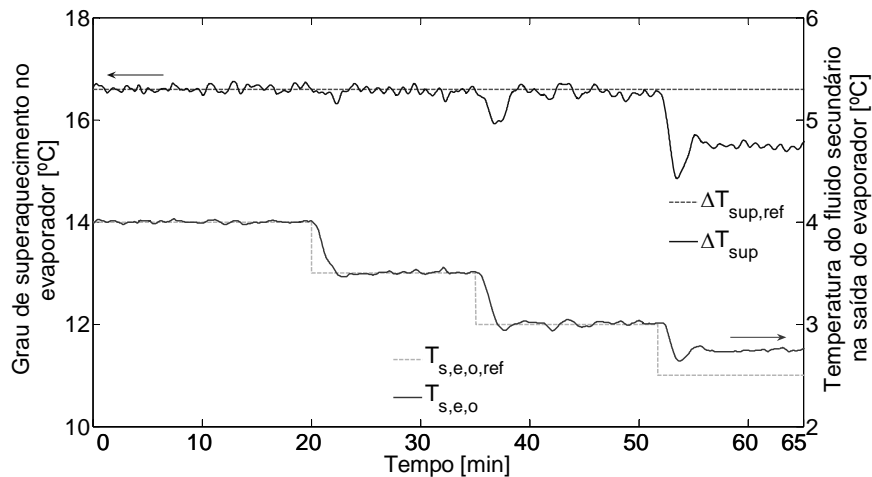


Figura 48 Diminuição da temperatura de saída: grau de superaquecimento e temperatura do fluido secundário na saída do evaporador.

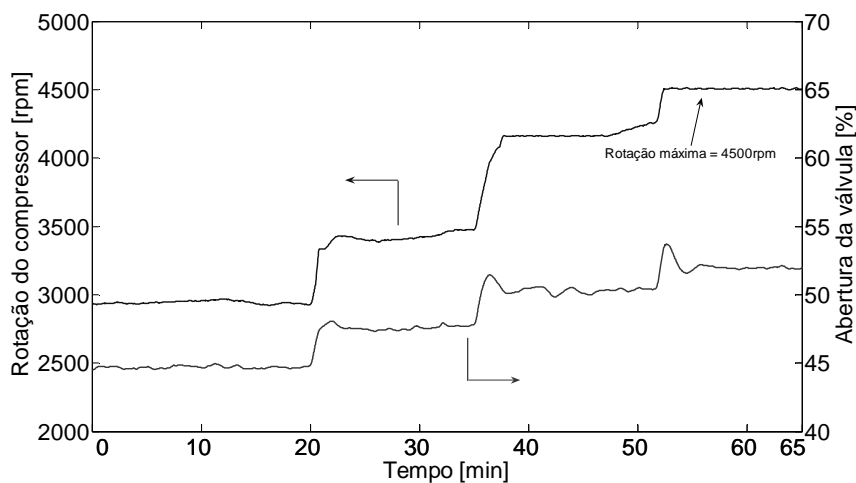


Figura 49 Diminuição da temperatura de saída: rotação do compressor e abertura da válvula.

5.4.3 Extrapolação da carga térmica

Os testes de extrapolação da carga térmica foram realizados variando-se a vazão de fluido secundário do evaporador e mantendo-se fixo o grau de superaquecimento e a temperatura do fluido secundário na saída do evaporador. Aumentou-se e diminuiu-se a vazão para, respectivamente, aumentar e diminuir a carga térmica imposta ao sistema.

Aumento da carga térmica:

No primeiro teste, aumentou-se a vazão do fluido secundário do evaporador na forma de degraus até atingir o máximo valor onde o controlador conseguiu manter as variáveis controladas em seus valores de referência. Estas mudanças estão ilustradas na figura 50. Nota-se que o teste partiu de uma condição onde a carga térmica era de aproximadamente 460W, chegando até cerca de 580W, mantendo-se as variáveis de controle (ver figura 51) em seus valores de referência. Em outras palavras, foi possível controlar o sistema com uma carga térmica 26% maior que aquela para a qual o controlador foi projetado. Como mostrado na figura 52, nesta condição extrema, a rotação do compressor estava em seu valor máximo (4500rpm), o que proporcionou a maior capacidade de refrigeração do sistema para as condições fixas de superaquecimento e de temperatura do fluido secundário na saída do evaporador.

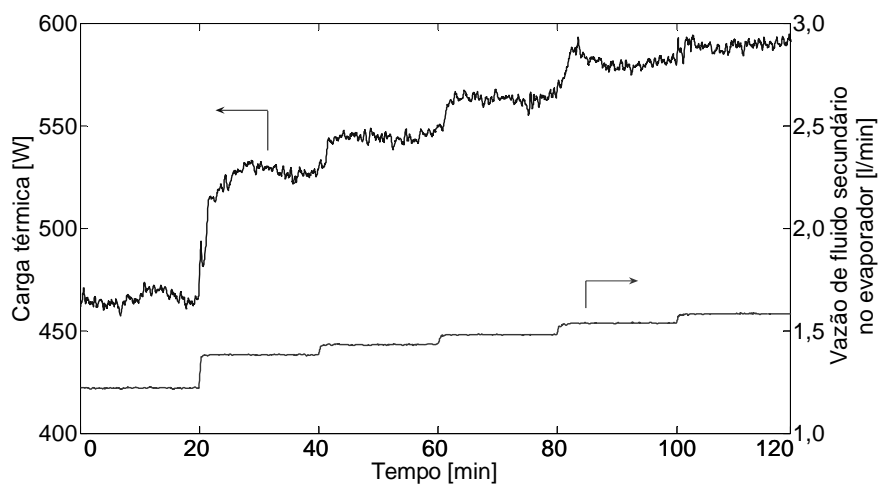


Figura 50 Aumento da carga térmica: carga térmica e vazão de fluido secundário no evaporador.

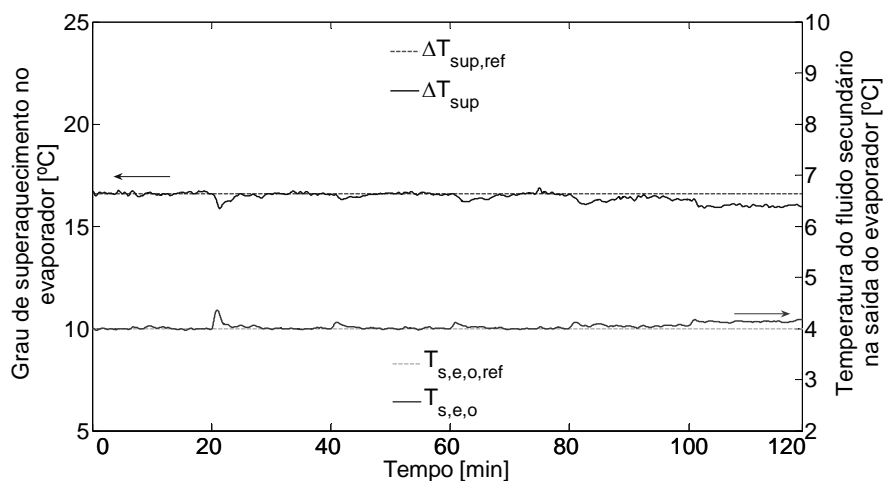


Figura 51 Aumento da carga térmica: grau de superaquecimento e temperatura do fluido secundário na saída do evaporador.

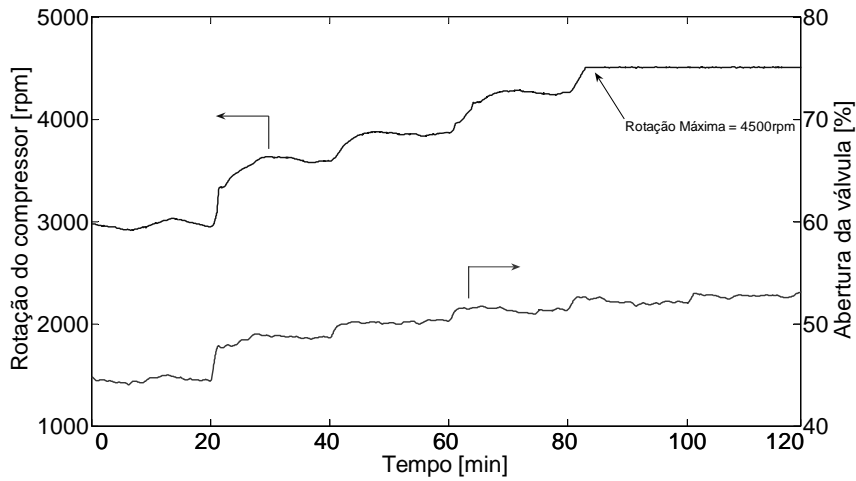


Figura 52 Aumento da carga térmica: rotação do compressor e abertura da válvula de expansão.

Diminuição da carga térmica:

Neste ensaio, diminuindo-se a vazão do fluido secundário do evaporador foi possível diminuir a carga térmica imposta ao sistema. Novamente, partindo-se de uma condição de cerca de 460W, foi possível controlar as variáveis do sistema até uma carga térmica de cerca de 340W, como mostrado na figura 53. Nessa condição, o controlador estava atuando em um sistema com carga térmica 26% menor que a carga térmica empregada no projeto do controlador, mantendo as variáveis de controle em seus valores de referência, conforme mostra a figura 54.

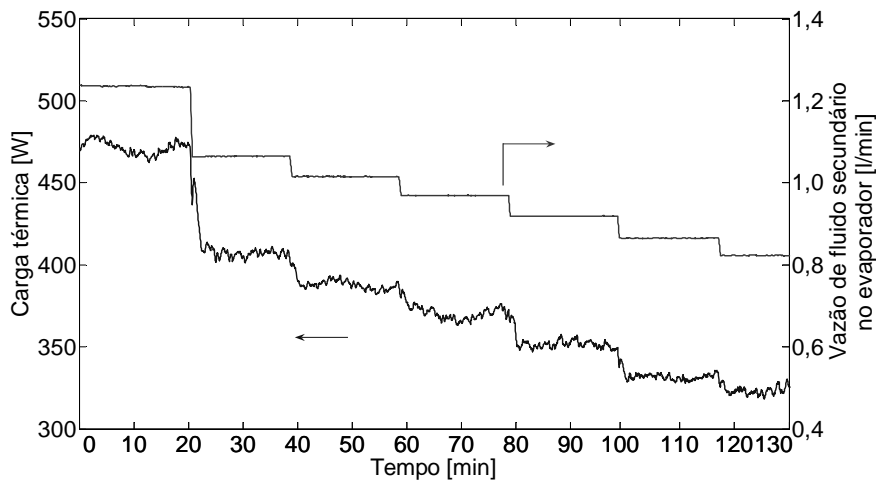


Figura 53 Diminuição da carga térmica: carga térmica e vazão de fluido secundário no evaporador.

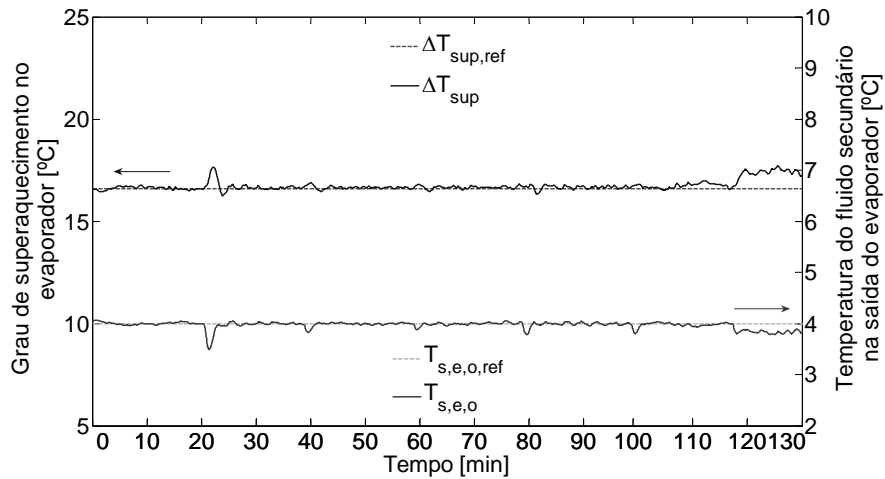


Figura 54 Diminuição da carga térmica: grau de superaquecimento e temperatura do fluido secundário na saída do evaporador.

Ao contrário do primeiro teste, a rotação do compressor foi reduzida a cada mudança de vazão (ver figura 55), com o intuito de diminuir a capacidade de refrigeração, até uma rotação mínima de 1800 rpm. A partir dessa condição, o controlador não foi mais capaz de atuar no sistema e corrigir os erros entre os valores desejados e os valores obtidos experimentalmente.

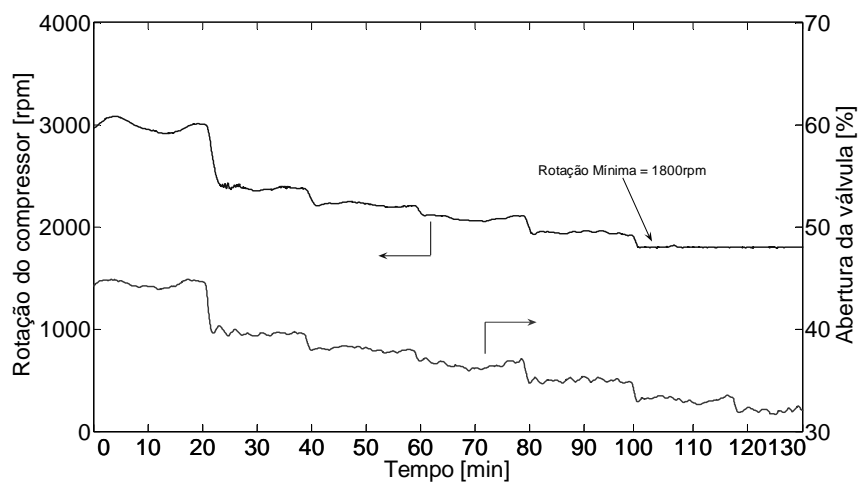


Figura 55 Diminuição da carga térmica: rotação do compressor e abertura da válvula de expansão.

5.5 COMPARAÇÃO COMPUTACIONAL ENTRE CONTROLADORES

Conforme apresentado na seção 4.7, elaborou-se um controlador que maximiza o coeficiente de performance (COP) durante as transições entre as referências. Tal controlador (denominado B) foi comparado, através de simulações computacionais usando o modelo não-

linear, com o controlador clássico (denominado A), projetado na seção 4.5 e analisado nas seções anteriores.

Com o objetivo de comparar o desempenho do sistema de refrigeração governando pelos dois sistemas de controle, realizou-se uma simulação onde foram impostas mudanças de referência na temperatura do fluido secundário na saída do evaporador ($t < 60$ minutos) e também na sua vazão mássica ($t > 60$ minutos), o que representou alterações na demanda de carga térmica.

A figura 56 ilustra o comportamento das variáveis controladas (i.e., grau de superaquecimento no evaporador e temperatura do fluido secundário na saída do evaporador). Percebe-se que o controlador B rejeitou mais rapidamente as perturbações causadas no superaquecimento no evaporador que o controlador A, apesar de apresentar uma dinâmica ligeiramente mais lenta para a temperatura do fluido secundário na saída do evaporador tanto para mudança de referência quanto para a rejeição da perturbação causada pela mudança na vazão do fluido secundário.

Essas pequenas alterações no comportamento dinâmico das variáveis controladas praticamente não influenciaram o consumo de potência elétrica e o COP do sistema de refrigeração, como pode ser observado na figura 57. A análise da figura 58, que ilustra as ações de controle (i.e., rotação do compressor e abertura da válvula), permite observar que, em regime permanente, a rotação do compressor e a abertura da válvula de expansão escolhidas por ambos os controladores são as mesmas, embora durante o transiente elas sejam ligeiramente diferentes. Isso mostra que, para cada condição de operação, existe apenas uma configuração de rotação do compressor e abertura da válvula que mantém as variáveis controladas do sistema em seus valores determinados. Dessa maneira, a influência do controlador sobre o COP ou o consumo de energia só ocorre nos períodos transientes, ou seja, quando a referência de alguma das variáveis for alterada.

Contudo, como existe uma relação direta entre a rotação do compressor e a potência elétrica por ele consumida, quanto menor for o tempo de estabilização desejado para as variáveis de controle, mais rápido a potência elétrica chegará ao seu valor de regime permanente. Essas afirmações levam a concluir que, para diminuir o consumo de energia em um determinado período, a ação de controle (rotação do compressor) deve responder lentamente às mudanças nos casos em que a carga térmica do sistema aumenta e rapidamente quando a carga térmica diminui.

Todavia, o que se observa na figura 58 é que o controlador B só apresenta este comportamento quando a carga térmica aumenta, de modo que seu desempenho energético é levemente superior ao do controlador A. Por outro lado, quando a carga térmica diminui, o

controlador A chega na condição de regime permanente mais rapidamente que o controlador B, apresentando um desempenho levemente superior. Desta forma, em termos de desempenho energético, ambos os controladores apresentaram resultados praticamente equivalentes. Por fim, conclui-se que a metodologia de projeto para o controlador ótimo (B) não se mostrou mais eficiente, sob o ponto de vista energético, que a adotada para o projeto do controlador clássico (A).

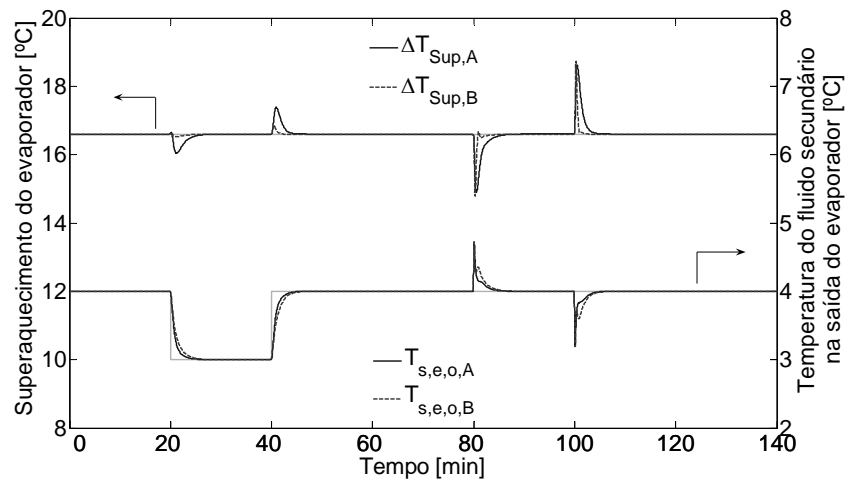


Figura 56 Comparação entre controladores: variáveis controladas.

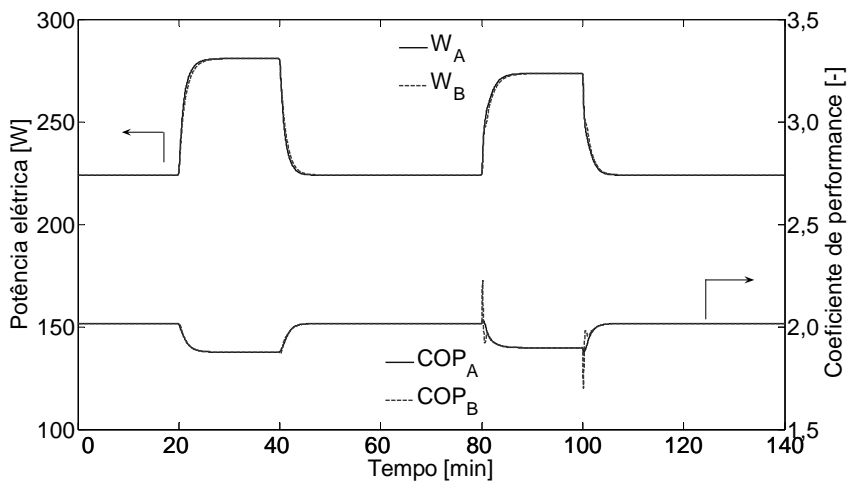


Figura 57 Comparação entre controladores: potência elétrica e COP.

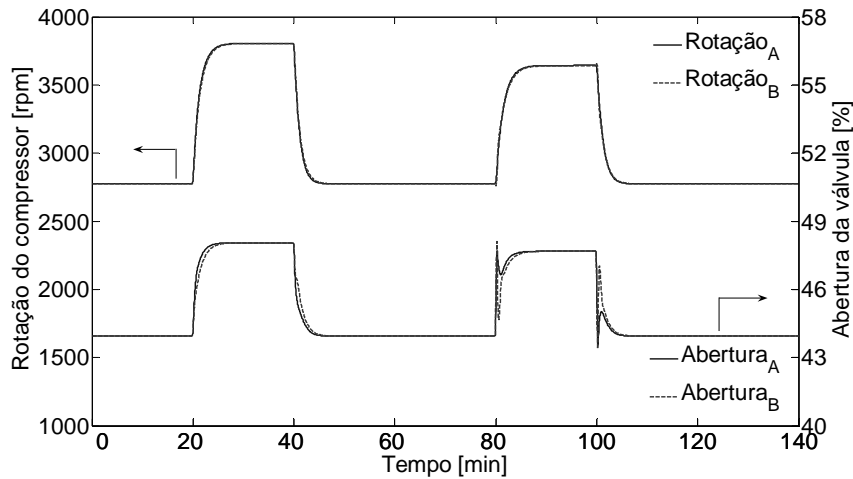


Figura 58 Comparação entre controladores: rotação do compressor e abertura da válvula de expansão.

5.6 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Foram apresentados, neste capítulo, os resultados obtidos tanto do exercício de validação do modelo como de avaliação do controlador. Observou-se que o modelo representa de forma satisfatória as tendências experimentais, especialmente para a pressão de evaporação, variável de maior interesse do ponto de vista de controle. Além disso, o controlador mostrou-se capaz de rejeitar as perturbações causadas pelo acoplamento entre as variáveis que sofreram mudança de referência e também as perturbações impostas ao sistema através de alterações das vazões dos fluidos secundários do evaporador e do condensador. Notou-se que alterações na vazão do fluido secundário do evaporador são mais sensíveis às variáveis de controle que na vazão do fluido secundário do condensador, provocando mudanças mais representativas na rotação e na abertura da válvula. O controlador MIMO foi implementado para operar próximo da região de equilíbrio na qual foi projetado, mas ensaios experimentais mostraram que ele é capaz de atuar em uma ampla faixa de operação. Nos ensaios de extrapolação, foi possível variar o grau de superaquecimento de 9,5°C até 22°C. Já a temperatura do fluido secundário na saída do evaporador pôde ser variada de 3°C até 5,5°C. Com relação à carga térmica, foi possível variá-la de 340W até 580W. Isto é o mesmo que uma variação de $\pm 25\%$ em relação ao valor de projeto do controlador.

Realizou-se ainda uma comparação, através de simulação numérica, entre dois controladores, onde um deles leva em conta a maximização do COP em seu projeto. Chegou-se à conclusão que os dois controladores impõem dinâmicas muito parecidas às variáveis controladas, o que resulta em consumos de energia também muito próximos. Além disso, percebeu-se que o consumo de energia pode ser reduzido nos casos em que a carga térmica aumenta se as respostas

impostas ao sistema forem lentas. Caso a carga térmica diminua, o ideal seria responder rapidamente às alterações. Observou-se também que, para cada condição de operação, existe apenas uma configuração de rotação do compressor e abertura da válvula que mantém as variáveis controladas do sistema em seus valores determinados, mesmo que existam inúmeras formas de se passar pelo transiente. Por fim, concluiu-se que o controlador ótimo (B) não apresentou desempenho superior ao controlador clássico (A).

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

6.1 CONCLUSÕES

Pode-se dizer que todos os objetivos almejados foram alcançados, uma vez que um modelo fenomenológico capaz de representar as características dinâmicas das variáveis de um sistema de refrigeração por compressão mecânica de vapor foi desenvolvido e validado frente a dados experimentais confiáveis. Tais dados foram obtidos através de um aparato experimental construído para avaliar a influência de variações da rotação do compressor e da abertura da válvula de expansão sobre o desempenho de sistemas de refrigeração. O modelo foi utilizado para projetar um controlador multivariável, que foi implementado no aparato experimental. O controlador, atuando sobre a rotação do compressor e abertura da válvula, mostrou-se capaz de manter o grau de superaquecimento e a temperatura do fluido secundário na saída do evaporador em valores pré-estabelecidos, mesmo em condições em que a carga térmica variou $\pm 25\%$.

6.1.1 Sobre o Modelo

Um modelo matemático baseado nos fenômenos físicos que regem o funcionamento de um sistema de refrigeração por compressão mecânica de vapor foi proposto e implementado na plataforma *Matlab/Simulink*. Ensaios experimentais foram realizados com o objetivo de comparar

os resultados experimentais com resultados das simulações. Em geral, modelo numérico reproduz razoavelmente bem as tendências experimentais, apresentando diferenças dentro da faixa de $\pm 10\%$. O modelo foi linearizado em torno de um ponto de operação de forma que pudesse ser utilizado no projeto do controlador multivariável. Os resultados de simulação do modelo linearizado foram comparados aos resultados do modelo não-linear, quando se percebeu as características dinâmicas das variáveis foram pouco alteradas, quando avaliadas próximas do ponto de operação, o que permitiu o projeto do controlador multivariável utilizando a metodologia LQG.

6.1.2 Sobre o Controlador

Uma estratégia de controle multivariável, baseada na metodologia LQG com integrador mais um observador de estados do tipo filtro de Kalman, foi desenvolvida neste trabalho. O controlador atua simultaneamente sobre a rotação do compressor e a abertura da válvula de expansão com o objetivo de manter as condições de operação do evaporador em valores pré-estabelecidos. Simulações foram realizadas com o modelo não-linear com a finalidade de avaliar e validar o controlador projetado, quando se observou que o controlador não só foi capaz de seguir as mudanças de referências impostas artificialmente ao sistema, mas também de rejeitar perturbações causadas por mudanças do tipo degrau nas vazões dos fluidos secundários do evaporador e do condensador. Um segundo controlador foi desenvolvido mantendo-se a estrutura de controle, mas levando-se em conta a maximização do coeficiente de performance (COP) durante o projeto das matrizes de ganhos do controlador.

6.1.3 Sobre os Resultados

Avaliou-se experimentalmente o controlador projetado, que foi implementado no aparato experimental. Verificou-se que, em ensaios típicos de avaliação de controladores, a estratégia de controle empregada foi capaz de governar o sistema de refrigeração de acordo com as mudanças de referências das variáveis controladas que foram artificialmente impostas ao sistema de refrigeração na forma de degraus. Além disso, o controlador foi capaz de rejeitar rapidamente as não só as perturbações causadas pelas variáveis que sofreram a mudança de referência mas também aquelas impostas ao sistema através de alterações das vazões dos fluidos secundários do evaporador e do condensador. Percebeu-se que as variações impostas à vazão do fluido secundário do evaporador são mais sensíveis ao controle que as alterações de mesma magnitude na vazão do fluido secundário do condensador.

O controlador manteve o sistema operando adequadamente para uma faixa de superaquecimento no evaporador variando de 9,5°C até 22°C, apesar do controlador ter sido projetado para operar com um grau de superaquecimento de 16,5°C. De forma similar, o controlador manteve o sistema nas condições desejadas para uma variação na temperatura do fluido secundário na saída do evaporador de até $\pm 1,5^\circ\text{C}$ em relação à condição de projeto. Por fim, o controlador manteve o sistema na condição de referência com cargas térmicas variando de 340 a 580 W, ou seja, $\pm 25\%$ em relação à condição de projeto (460 W). Percebeu-se que o controlador só não foi eficaz no teste de diminuição do grau de superaquecimento, condição na qual tanto o sistema controlado como a leitura do sinal se tornaram instáveis. Em todos os outros testes, o controlador ficou limitado às rotações mínimas ou máximas do compressor.

Mostrou-se também uma comparação, através de simulações, entre dois controladores, onde um deles leva em consideração em seu projeto a maximização do COP. Este controlador não foi implementado no aparato experimental, de modo que foram realizadas simulações computacionais para comparar o desempenho energético dos dois controladores. Chegou-se à conclusão que os dois controladores impõem dinâmicas muito parecidas às variáveis controladas, o que resulta em consumos de energia muito próximos entre eles. Além disso, percebeu-se que o consumo de energia pode ser reduzido nos casos em que a carga térmica aumenta se as respostas impostas ao sistema forem lentas. Caso a carga térmica diminua, o ideal seria responder rapidamente às alterações. Observou-se também que, devido à utilização de um controlador linear e para cada condição de operação, existe apenas uma configuração de rotação do compressor e abertura da válvula que mantém as variáveis controladas do sistema em seus valores determinados, mesmo que existam inúmeras formas de se passar pelo transiente. Por fim, concluiu-se que o controlador ótimo não apresentou desempenho superior ao controlador clássico.

6.2 SUGESTÕES

A fim de complementar os resultados obtidos e de aprofundar os conhecimentos gerados, recomenda-se:

- Desenvolver e implementar algoritmos para que os parâmetros do modelo sejam ajustados automaticamente, evitando-se o procedimento de tentativa-e-erro;
- Utilizar, no modelo, correlações empíricas para calcular os coeficientes monofásicos de transferência de calor, evitando-se os problemas de sensibilidade à vazão de fluido secundário apontados no capítulo de resultados;

- Modelar o comportamento dinâmico do acumulador de líquido existente na saída do evaporador, o que permitirá controlar graus de superaquecimento ainda menores;
- Reduzir o modelo linear e projetar um novo controlador que substitui o seguimento de referência para o grau de superaquecimento no evaporador pela maximização do COP. Verificar a capacidade do controlador manter o sistema na região de máximo COP descrita por Pöttker (2006);
- Aplicar a metodologia desenvolvida neste trabalho para refrigeradores e realizar comparações dos consumos de energia obtidos com o sistema de controle empregado nestes produtos (*on/off*) e os controladores propostos;
- Desenvolver dispositivos de controle que sejam capazes de identificar e corrigir falhas que possam ocorrer em sistemas de refrigeração;
- Controlar, individual ou simultaneamente, outros dispositivos de ação variável empregados em sistemas de refrigeração, tais como os ventiladores do evaporador e do condensador, ou até mesmo a quantidade de refrigerante presente no sistema de refrigeração;
- Estudar o desempenho de outras estratégias de controle em sistema de refrigeração por compressão mecânica de vapor, tais como controle preditivo, controle adaptativo, controle por lógica difusa, entre outras.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Albertos P., Sala A., 2002, *Multivariable Control Systems – An Engineering Approach*, Springer Verlag, Berlin, Germany
- Alleyne A., Brennan S., Rasmussen B, Zhang R, Zhang Y, 2003, *Controls and Experiments: Lessons Learned*, IEEE Control Systems Magazine, 20-34
- Apra C., Mastrullo R., 2002, *Experimental evaluation of electronic and thermostatic expansion valves performances using R22 and R407C*, Applied Thermal Engineering, 22, 206-218
- Apra C., Mastrullo R., Renno C., 2004, *Fuzzy control of the compressor speed in a refrigeration plant*, International Journal of Refrigeration 27, pp.639–648
- ASTM, 1981, *Manual on the Use of Thermocouples in Temperature Measurement*, STP 470B, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1981.
- Box G.E.P., Hunter W.G., Hunter JS, 1978, *Statistics for Experimenters: An Introduction to Design, Data Analysis, and Model Building*, John Wiley & Sons, New York, USA
- Chen C.T., 1999, *Linear Systems Theory and Design - Third Edition*, Holt, Rinehalt and Wilson.
- Choi J.M., Kim Y.C., 2003, *Capacity modulation of an inverter-driven multi-air conditioner using electronic expansion valve*, Energy, 28, 141-155
- Eletróbrás, 2007, “*Pesquisa de Posse de Equipamentos e Hábitos de Uso – Classe Residencial Relatório Brasil*”, Rio de Janeiro, RJ, Brasil
- Eletróbrás, 2008, “*Pesquisa de Posse de Equipamentos e Hábitos de Uso – Classe Comercial – Relatório Brasil*”, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

- Gonçalves J.M., 1994, Análise experimental do escoamento de fluidos refrigerantes em tubos capilares, Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil
- He X.D., Liu S., Asada H., 1994, A moving-interface model of two-phase flow heat exchanger dynamics for control of vapor compression cycle, ASME Heat Pump and Refrigeration Systems Design, AES-Vol.32, pp.69-75
- He X.D., 1996, Dynamic Modeling and Multivariable Control of Vapor Compression Cycles in Air Conditioning Systems, Tese de doutorado, Massachusetts Institute of Technology
- He X.D., Liu S., Asada H.H., 1997, Modeling of vapor compression cycles for multivariable feedback control of HVAC systems, J. of Dynamic Systems Measurement and Control, 119 (2), 183-191
- He X.D., Liu S., Asada H.H., Itoh H., 1998, Multivariable control of vapor compression systems, HVAC & R Research 4 (3), pp. 205–230.
- Hermes C.J.L., 2006, Uma metodologia para a Simulação Transiente de Refrigeradores Domésticos, Tese de doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil.
- Hua L., Jeong S.K., You S.S., 2008, Feedforward control of capacity and superheat for a variable speed, Applied Thermal Engineering, 29, pp.1067–1074
- Incropera F.P., DeWitt D.P., 1990, Fundamentals of heat and mass transfer, John Wiley & Sons, New York, NY, USA.
- Jensen J.M., Tummescheit H., 2002, Moving Boundary Models for Dynamic Simulations of Two-Phase Flows, 2nd International Modelica Conference, Proceedings, pp. 235-244
- Kays W.M., London, A. L., 1994, Compact heat exchangers, 3rd Edition, McGraw-Hill, USA.
- Keir M.C., Alleyne A.G., 2007, Feedback Structures for Vapor Compression Cycle Systems, Proceedings of the 2007 American Control Conference, New York City, USA.
- Lamanna B., 2005, Development of an Advanced Control System for Chillers with Inverter Driven Scroll Compressor and Comparison with Traditional on/off Systems, Proc. Of the International Institute of Refrigeration Vicenza Conference – Comercial Refrigeration, pp 295-302, Vicenza, Italy
- Larsen L.S., Holm J.R., 2003, Modelling and Multi-variable Control of Refrigeration Systems, Central R&D - Refrigeration and Air Conditioning, Danfoss A/S, Nordborg, Denmark
- Leducq D., Guilpart J., Trystram G., 2003, “Application of a Reduced Dynamic Model to the Control of a Refrigerating Cycle”, IIR/IIF 21st International Congress of Refrigeration, Washington D.C., USA, ICR-277, CD-ROM.

- Leducq D., Guilpart J., Trystram G., 2006, Non-linear predictive control of a vapour compression cycle, *Int. J. of Refrigeration*, 29, 761-772.
- Lemmon E.W., McLinden M.O., Huber M.L., 2002, NIST Reference fluids thermodynamic and transport properties – REFPROP 7.0, Standard Reference Database 23, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD, USA.
- Lin J.L., Yeh T.J., 2006, Modeling, Identification and Control of Air-conditioning Systems, *International Journal of Refrigeration*, 30, pp. 209-220.
- Mackenroth U., 2004, *Robust Control Systems*. Springer Verlag, Berlin, Germany.
- Mckinley T.L., Alleyne A., 2008, A Switched System Model for Heat Exchangers using a Moving Boundary Method, American Control Conference, Seattle, Washington, USA
- Marcinichen J.B., Holanda T.N., Melo C., 2008, A dual SISO controller for a vapor compression refrigeration system, 12th Int. Refrig. Conf. at Purdue, West Lafayette-IN, USA, Paper 2444
- Ogata K., 1995, “Engenharia de Controle Moderno”, 3Ed, Prentice-Hall do Brasil, Rio de Janeiro, Brasil.
- Outtagarts A., Haperschill P., Lallemand M., 1997, The Transient Response of an Evaporator Fed Through an Electronic Expansion Valve, *Int. Journal of Energy Research*, Vol. 21, pp. 793-807
- Pöttker G., 2006, Análise do Efeito Combinado de Compressores e Expansores de Ação Variável sobre o Desempenho de Sistemas de Refrigeração, Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil
- Pöttker G., Melo C., 2007, A Study on the Relationship Between Compressor Speed and Expansion Valve Opening in Refrigeration Systems, Conf. on Compressors and their Systems, London, UK, Paper C658.
- Qi Q., Deng S., 2008, Multivariable control-oriented modeling of a direct expansion (DX) air conditioning (A/C) system, *International Journal of Refrigeration* 31, pp. 841 – 849
- Qi Q., Deng S., 2009, Multivariable control of indoor air temperature and humidity in a direct expansion (DX) air conditioning (A/C) system, *Building and Environment*, 44, 1659-1667
- Rasmussen B.P., Alleyne A.G., 2006, Dynamic Modeling and Advanced Control of Air Conditioning and Refrigeration Systems, ACRC Technical Report 244, University of Illinois
- Rasmussen B., Alleyne A.G., 2004, Control-oriented modeling of transcritical vapor compression systems, *J. of Dynamic Systems Measurement and Control*, 126, pp. 54-64
- Shah R., Alleyne A.G., Rasmussen B.P., 2003, Application of Multivariable Adaptive Control to Automotive Air Conditioning Systems, International Mechanical Engineering Congress & Exposition, Washington, D.C.

- Shampine L.F., Reichelt M.W., 1997, The Matlab ODE Suite, SIAM, *Journal on Scientific Computing* 18 (1), 1–22.
- Stoecker W.F., Jones J.P., 1985, “Refrigeração e Ar Condicionado”, McGraw-Hill, São Paulo, Brasil.
- Tassou S.A., Al-Nizari H., 1991, “Investigation of the steady state and transient performance of reciprocating chiller equipped with an electronic expansion valve”, *Heat Recovery Systems & CHP*, 11, 541-550;
- Tassou S.A., Qureshi T.Q., 1998, Comparative performance evaluation of positive displacement compressors in variable-speed refrigeration applications, *International Journal of Refrigeration*, Vol.21, No.1, pp.29-41
- Trofino A., 2009, Apostila de Sistemas Lineares, www.das.ufsc.br/~trofino.
- Trofino A., Coutinho D., Barbosa K.A., 2003, Sistemas Multivariáveis: Uma abordagem via LMI – versão preliminary, www.das.ufsc.br/~trofino.
- Wedekind G.L., Stoecker W.F., 1968, Theoretical model for predicting the transient response of the mixture-vapour transition point in horizontal evaporating flow, *J. of Heat Transfer*, February, 165-174
- Wedekind G.L., Bhatt B.L., Beck B.T., 1978, “A System Mean Void Fraction Model for Predicting Various Transient Phenomena Associated with Two-Phase Evaporating and Condensing Flows”, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol.4, pp.97-114.
- Willatzen M., Pettit N.B.O.L., Ploug-Sorensen L., 1998a, “A General Dynamic Simulation Model for Evaporators and Condensers in Refrigeration. Part I: Moving-Boundary Formulation of Two-Phase Flows with Heat Exchange”, *International Journal of Refrigeration*, Vol.21, No.5, pp.398-403.
- Yang D.S., Lee G., Kim M.S., Hwang Y.J., Chung B.Y., 2004, A study on the capacity control of a variable speed vapor compression system using superheat information at compressor discharge, 10th Int. Refrig. Conf. at Purdue, West Lafayette-IN, USA, Paper R-164
- Yang D.S., Lee G., Kim M.S., Hwang Y.J., Chung B.Y., 2004, A study on the capacity control of a variable speed vapor compression system using superheat information at compressor discharge, 10th Int. Refrig. Conf. at Purdue, West Lafayette-IN, USA, Paper R-164

APÊNDICE A

DEDUÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DO MODELO

A expressão genérica apresentada no capítulo 3 (equação A.1) representa as equações de conservação de massa ($\phi=1$ e $\Phi=0$) e de energia térmica ($\phi=h$ e $\Phi=dp/dt+4q/D$).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \xi}(m\phi) = \Phi \quad (\text{A.1})$$

Tal equação foi integrada em um volume de controle com fronteiras móveis, como representado na figura A.1.

$$\int_{a(t)}^{b(t)} \frac{\partial \rho\phi}{\partial t} d\xi + \int_{a(t)}^{b(t)} \frac{\partial G\phi}{\partial \xi} d\xi = \int_{a(t)}^{b(t)} \Phi d\xi \quad (\text{A.2})$$

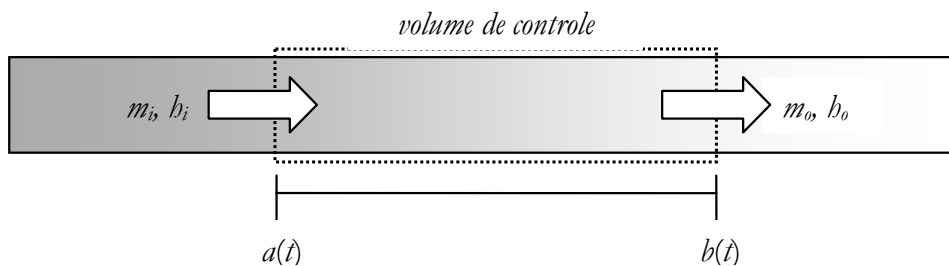


Figura A.1 Representação esquemática do volume de controle com fronteiras móveis.

Aplicando a regra de Liebnitz (equação 5) ao primeiro termo da equação A.2, tem-se:

$$\begin{aligned}
\int_{a(t)}^{b(t)} \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} d\zeta &= \frac{d}{dt} \int_{a(t)}^{b(t)} \rho \phi d\zeta - \rho_b \phi_b \frac{db(t)}{dt} + \rho_a \phi_a \frac{da(t)}{dt} = \\
&= \frac{d[\langle \rho \phi \rangle (b-a)]}{dt} - \rho_b \phi_b \frac{db(t)}{dt} + \rho_a \phi_a \frac{da(t)}{dt} = \\
&= (b-a) \frac{d\langle \rho \phi \rangle}{dt} + \langle \rho \phi \rangle \frac{db(t)}{dt} - \langle \rho \phi \rangle \frac{da(t)}{dt} - \rho_b \phi_b \frac{db(t)}{dt} + \rho_a \phi_a \frac{da(t)}{dt} = \\
&= (b-a) \frac{d\langle \rho \phi \rangle}{dt} + (\langle \rho \phi \rangle - \rho_b \phi_b) \frac{db(t)}{dt} - (\langle \rho \phi \rangle - \rho_a \phi_a) \frac{da(t)}{dt}
\end{aligned} \tag{A.3}$$

Integrando o segundo termo da equação (A.2), tem-se:

$$\int_{a(t)}^{b(t)} \frac{\partial G \phi}{\partial \zeta} d\zeta = (G \phi)_b - (G \phi)_a = G_b \phi_b - G_a \phi_a \tag{A.4}$$

Integrando o termo do lado direito da equação (A.2), tem-se:

$$\int_{a(t)}^{b(t)} \Phi d\zeta = \langle \Phi \rangle (b-a) \tag{A.5}$$

Dessa maneira, a equação de conservação genérica para um volume de controle com fronteiras móveis é dada pela seguinte equação,

$$\begin{aligned}
[b(t)-a(t)] \frac{d\langle \rho \phi \rangle}{dt} + (\langle \rho \phi \rangle - \rho_b \phi_b) \frac{db(t)}{dt} - (\langle \rho \phi \rangle - \rho_a \phi_a) \frac{da(t)}{dt} + G_b \phi_b - G_a \phi_a = \\
= \langle \Phi \rangle [b(t) - a(t)]
\end{aligned} \tag{A.6}$$

Fazendo $\phi = 1$ e $\Phi = 0$ na equação (A.6), tem-se a equação de conservação da massa para um volume de controle com fronteiras móveis,

$$(b-a) \frac{d\langle \rho \rangle}{dt} + (\langle \rho \rangle - \rho_b) \frac{db(t)}{dt} - (\langle \rho \rangle - \rho_a) \frac{da(t)}{dt} + G_b - G_a = 0 \tag{A.7}$$

Fazendo $\phi = h$ e $\Phi = dp/dt + 4q/D$ na equação (A.6), tem-se a equação de conservação da energia para um volume de controle com fronteiras móveis,

$$(b-a) \frac{d\langle \rho h \rangle}{dt} + (\langle \rho h \rangle - \rho_b h_b) \frac{db(t)}{dt} - (\langle \rho h \rangle - \rho_a h_a) \frac{da(t)}{dt} + G_b h_b - G_a h_a = (b-a) \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{Q}{A_i} \tag{A.8}$$

onde $Q = (b-a)(-q_i'' 4 A_i / D)$ é a taxa de transferência de calor no volume de controle.

As equações (A.7) e (A.8) foram aplicadas às regiões bifásica e monofásica do trocador de calor.

Região bifásica: Nessa região, $a=0$ e $b=\lambda$ e a densidade média ($\langle \rho_{bf} \rangle$) é calculada por:

$$\langle \rho_{bf} \rangle = \rho_v \langle \gamma \rangle + \rho_l (1 - \langle \gamma \rangle) \quad (\text{A.9})$$

portanto, a equação de conservação de massa é dada por:

$$\lambda \frac{d(\langle \rho_{bf} \rangle)}{dt} + (\langle \rho_{bf} \rangle - \rho_\lambda) \frac{d\lambda(t)}{dt} + G_\lambda - G_i = 0 \quad (\text{A.10})$$

$$\lambda \frac{d(\rho_v \langle \gamma \rangle + \rho_l (1 - \langle \gamma \rangle))}{dt} + (\rho_v \langle \gamma \rangle + \rho_l (1 - \langle \gamma \rangle) - \rho_\lambda) \frac{d\lambda(t)}{dt} + G_\lambda - G_i = 0 \quad (\text{A.11})$$

$$\lambda \left[\langle \gamma \rangle \frac{d\rho_v}{dt} + (1 - \langle \gamma \rangle) \frac{d\rho_l}{dt} \right] + (\rho_v \langle \gamma \rangle + \rho_l (1 - \langle \gamma \rangle) - \rho_\lambda) \frac{d\lambda(t)}{dt} + G_\lambda - G_i = 0 \quad (\text{A.12})$$

Utilizando a simplificação,

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{d\rho}{d\phi} \cdot \frac{d\phi}{dt} = \rho' \cdot \dot{\phi} \quad (\text{A.13})$$

obtém-se a equação de conservação de massa para a região bifásica,

$$\lambda [\langle \gamma \rangle \rho'_v + (1 - \langle \gamma \rangle) \rho'_l] \dot{\phi} + (\rho_v \langle \gamma \rangle + \rho_l (1 - \langle \gamma \rangle) - \rho_\lambda) \dot{\lambda} + G_\lambda - G_i = 0 \quad (\text{A.14})$$

De forma semelhante, a equação de conservação da energia é dada por:

$$\begin{aligned} \lambda \frac{d[\rho_v h_v \langle \gamma \rangle + \rho_l h_l (1 - \langle \gamma \rangle)]}{dt} + [\rho_v h_v \langle \gamma \rangle + \rho_l h_l (1 - \langle \gamma \rangle) - \rho_\lambda h_\lambda] \frac{d\lambda(t)}{dt} + G_\lambda h_\lambda - G_i h_i = \\ = \lambda \frac{d\phi}{dt} + \frac{Q_{bf}}{A_i} \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

$$\begin{aligned} \lambda \left[\langle \gamma \rangle \frac{d\rho_v h_v}{dt} + (1 - \langle \gamma \rangle) \frac{d\rho_l h_l}{dt} \right] + [\rho_v h_v \langle \gamma \rangle + \rho_l h_l (1 - \langle \gamma \rangle) - \rho_\lambda h_\lambda] \frac{d\lambda(t)}{dt} + G_\lambda h_\lambda - G_i h_i = \\ = \lambda \frac{d\phi}{dt} + \frac{Q_{bf}}{A_i} \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Assim, obtém-se a equação de conservação de energia para a região bifásica,

$$\begin{aligned} \lambda [\langle \gamma \rangle (\rho_v h'_v + h_v \rho'_v) + (1 - \langle \gamma \rangle) (\rho_l h'_l + h_l \rho'_l) - 1] \dot{\phi} + \\ + [\rho_v h_v \langle \gamma \rangle + (1 - \langle \gamma \rangle) \rho_l h_l - \rho_\lambda h_\lambda] \dot{\lambda} + G_\lambda h_\lambda - G_i h_i = \frac{Q_{bf}}{A_i} \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Região monofásica: Nessa região, $a = \lambda$ e $b = L$ e a densidade média ($\langle \rho_{mf} \rangle$) é calculada por:

$$\langle \rho_{mf} \rangle \cong \frac{\rho_\lambda + \rho_o}{2} \quad (\text{A.18})$$

Portanto, a equação de conservação da massa é dada por:

$$(L - \lambda) \frac{d\left(\frac{\rho_\lambda + \rho_o}{2}\right)}{dt} - \left(\frac{\rho_\lambda + \rho_o}{2} - \rho_\lambda\right) \frac{d\lambda(t)}{dt} + G_o - G_\lambda = 0 \quad (\text{A.19})$$

$$0,5(L - \lambda) \left(\frac{d\rho_\lambda}{dt} + \frac{d\rho_o}{dt} \right) - 0,5(\rho_o - \rho_\lambda) \frac{d\lambda(t)}{dt} + G_o - G_\lambda = 0 \quad (\text{A.20})$$

Assim, obtém-se a equação de conservação de massa para a região monofásica,

$$0,5(L - \lambda)(\rho'_\lambda + \rho'_o)\dot{\lambda} - 0,5(\rho_o - \rho_\lambda)\dot{\lambda} + G_o - G_\lambda = 0 \quad (\text{A.21})$$

De forma semelhante, a equação de conservação da energia é dada por:

$$(L - \lambda) \frac{d\left(\frac{\rho_\lambda b_\lambda + \rho_o b_o}{2}\right)}{dt} - \left(\frac{\rho_\lambda b_\lambda + \rho_o b_o}{2} - \rho_\lambda b_\lambda\right) \frac{d\lambda(t)}{dt} + G_o b_o - G_\lambda b_\lambda = \quad (\text{A.22})$$

$$= (L - \lambda) \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{Q_{mf}}{A_i}$$

$$0,5(L - \lambda) \frac{d(\rho_\lambda b_\lambda)}{dt} + \frac{d(\rho_o b_o)}{dt} - 0,5(\rho_o b_o - \rho_\lambda b_\lambda) \frac{d\lambda(t)}{dt} + G_o b_o - G_\lambda b_\lambda = (L - \lambda) \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{Q_{mf}}{A_i} \quad (\text{A.23})$$

Assim, obtém-se a equação de conservação de energia para a região monofásica,

$$0,5(L - \lambda)[\rho'_\lambda b'_\lambda + \rho_\lambda b'_\lambda - 2]\dot{\lambda} + 0,5(\rho_\lambda b_\lambda - \rho_o b_o)\dot{\lambda} + \quad (\text{A.24})$$

$$+ 0,5(L - \lambda)(\rho_o + b_o \rho_o^*)\dot{b}_o + G_o b_o - G_\lambda b_\lambda = \frac{Q_{mf}}{A_i}$$

onde $\rho_o^* = \frac{d\rho_o}{db_o}$.

Utilizando a definição de vazão mássica ($m = A_i G$) e somando as equações (A.14) e (A.21), tem-se a primeira equação do modelo:

$$\left\{ \lambda[\langle \gamma \rangle \rho'_v + (1 - \bar{\gamma}) \rho'_l] + \left[\frac{1}{2} (L - \lambda) (\rho'_\lambda + \rho'_o) \right] \right\} \frac{dp(t)}{dt} + \quad (\text{A.25})$$

$$+ \left[\bar{\gamma} \rho_v + (1 - \langle \gamma \rangle) \rho_l - \frac{1}{2} (\rho_\lambda - \rho_o) \right] \frac{d\lambda(t)}{dt} + \left[\frac{1}{2} (L - \lambda) \rho_o^* \right] \frac{d(b_o)}{dt} = \frac{1}{A_i} (m_i - m_o)$$

Multiplicando a equação (A.14) por h_λ e subtraindo da equação (A.17), tem-se a segunda equação do modelo:

$$\begin{aligned} & \lambda \left\{ \langle \gamma \rangle \rho_v b'_v + \rho'_v (b_v - b_\lambda) \right\} + (1 - \langle \gamma \rangle) \left\{ \rho_l b'_l + \rho'_l (b_l - b_\lambda) \right\} - 1 \left\} \frac{dp(t)}{dt} + \\ & + \left[\langle \gamma \rangle \rho_v (b_v - b_\lambda) + (1 - \langle \gamma \rangle) \rho_l (b_l - b_\lambda) \right] \frac{d\lambda(t)}{dt} = \frac{1}{A_i} \left[m_i (b_i - b_\lambda) + Q_{bf} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Multiplicando a equação (A.21) por b_λ e subtraindo da equação (A.24), tem-se a terceira e última equação do modelo:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} (L - \lambda) (\rho_\lambda b'_\lambda - b_\lambda \rho'_o - 2) \frac{dp(t)}{dt} + \frac{1}{2} [\rho_o (b_\lambda - b_o)] \frac{d\lambda(t)}{dt} + \\ & + \frac{1}{2} (L - \lambda) [\rho_o + \rho_o^* (b_o - b_\lambda)] \frac{db_o(t)}{dt} = \frac{1}{A_i} \left[m_o (b_\lambda - b_o) + Q_{mf} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

O sistema de equações formado pelas equações (A.25), (A.26) e (A.27), representa a dinâmica das variáveis de um trocador de calor genérico. Tais equações podem ser apresentadas na forma de espaço de estados não linear. Para isso, definem-se os vetor de variáveis de estado $\mathbf{x} = [p \ \lambda \ b_{o,e}]^T$, de entradas controláveis $\mathbf{u} = [m_i \ m_o]^T$, e de entradas não controláveis $\mathbf{w} = [Q_{bf} \ Q_{mf}]^T$.

Assim, a representação de espaço de estados é dada por:

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) \cdot \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{w}) \quad (\text{A.28})$$

onde,

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{w}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{A_i} (m_i - m_o) \\ \frac{1}{A} [m_i (b_i - b_\lambda) + Q_{bf}] \\ \frac{1}{A} [m_o (b_\lambda - b_o) + Q_{mf}] \end{bmatrix} \quad (\text{A.29})$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{A.30})$$

Tabela A.1 Coeficientes da equação A.30.

g ₁₁	$\lambda[\langle\gamma\rangle\rho'_v + (1-\langle\gamma\rangle)\rho'_l] + [\frac{1}{2}(L-\lambda)(\rho'_\lambda + \rho'_o)]$
g ₁₂	$\langle\gamma\rangle\rho_v + (1-\langle\gamma\rangle)\rho_l - \frac{1}{2}(\rho_\lambda - \rho_o)$
g ₁₃	$\frac{1}{2}(L-\lambda)\rho_o^*$
g ₂₁	$\lambda\{\langle\gamma\rangle\rho_v b'_v + \rho'_v(b_v - b_\lambda)\} + (1-\langle\gamma\rangle)\{\rho_l b'_l + \rho'_l(b_l - b_\lambda)\} - 1$
g ₂₂	$\langle\gamma\rangle\rho_v(b_v - b_\lambda) + (1-\langle\gamma\rangle)\rho_l(b_l - b_\lambda)$
g ₂₃	0
g ₃₁	$\frac{1}{2}(L-\lambda)(\rho_\lambda h'_\lambda - h_\lambda \rho'_o - 2)$
g ₃₂	$\frac{1}{2}\rho_o(h_\lambda - h_o)$
g ₃₃	$\frac{1}{2}(L-\lambda)[\rho_o + \rho_o^*(b_o - b_\lambda)]$

A.1 APLICAÇÃO DAS EQUAÇÕES PARA O EVAPORADOR

A equação (A.28), válida para um trocador de calor genérico, foi individualizada para o evaporador. Na região bifásica, tem-se líquido sendo transformado em vapor e na região monofásica, tem-se apenas vapor superaquecido. Dessa maneira, o subscrito λ é igual a v . Note ainda que, no caso do evaporador, $m_i = m_{vee}$ e $m_o = m_{vvc}$. Com essas considerações, a representação de espaço de estados para o evaporador é dada por:

$$\mathbf{G}_e(\mathbf{x}_e) \cdot \dot{\mathbf{x}}_e = \mathbf{F}_e(\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e, \mathbf{w}_e) \quad (\text{A.31})$$

onde

$$\mathbf{x}_e = [p_e \quad \lambda_e \quad h_{o,e}] \quad (\text{A.32})$$

$$\mathbf{F}_e(\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e, \mathbf{w}_e) = \begin{bmatrix} \frac{1}{A_e}(m_{vee} - m_{vvc}) \\ \frac{1}{A_e}[m_{vee}(b_{i,e} - b_v) + Q_{bf,e}] \\ \frac{1}{A_e}[m_{vvc}(b_v - h_{o,e}) + Q_{mf,e}] \end{bmatrix} \quad (\text{A.33})$$

$$\mathbf{G}_e(\mathbf{x}_e) = \begin{bmatrix} \mathcal{G}_{11,e} & \mathcal{G}_{12,e} & \mathcal{G}_{13,e} \\ \mathcal{G}_{21,e} & \mathcal{G}_{22,e} & \mathcal{G}_{23,e} \\ \mathcal{G}_{31,e} & \mathcal{G}_{32,e} & \mathcal{G}_{33,e} \end{bmatrix} \quad (\text{A.34})$$

Tabela A.2 Coeficientes da equação A.34.

g11,e	$\lambda_e [\langle \gamma_e \rangle \rho'_{v,e} + (1 - \langle \gamma_e \rangle) \rho'_{l,e}] + [\frac{1}{2}(L_e - \lambda_e)(\rho'_{v,e} + \rho'_{o,e})]$
g12,e	$\langle \gamma_e \rangle \rho_{v,e} + (1 - \langle \gamma_e \rangle) \rho_{l,e} - \frac{1}{2}(\rho_{v,e} - \rho_{o,e})$
g13,e	$\frac{1}{2}(L_e - \lambda_e) \rho_{o,e}^*$
g21,e	$\lambda_e \{ \langle \gamma_e \rangle \rho_{v,e} h'_{v,e} + (1 - \langle \gamma_e \rangle) [\rho_{l,e} h'_{l,e} + \rho'_{l,e} (h_{l,e} - h_{v,e})] - 1 \}$
g22,e	$[(1 - \langle \gamma_e \rangle) \rho_{l,e} (h_{l,e} - h_{v,e})]$
g23,e	0
g31,e	$\frac{1}{2}(L_e - \lambda_e)(\rho_{v,e} h'_{v,e} - h_{v,e} \rho'_{o,e} - 2)$
g32,e	$\frac{1}{2} \rho_{o,e} (h_{v,e} - h_{o,e})$
g33,e	$\frac{1}{2}(L_e - \lambda_e) [\rho_{o,e} + \rho_{o,e}^* (h_{o,e} - h_{v,e})]$

A.2 APLICAÇÃO DAS EQUAÇÕES PARA O CONDENSADOR

A equação (A.28) também foi individualizada para o condensador. Na região bifásica, tem-se vapor sendo transformado em líquido e, na região monofásica, tem-se apenas líquido sub-resfriado. Dessa maneira, o subscrito λ é igual a l . Note ainda que, no caso do condensador, $m_i = m_{cv}$ e $m_o = m_{ve}$. Com essas considerações, a representação de espaço de estados para o condensador é dada por:

$$\mathbf{G}_e(\mathbf{x}_e) \cdot \dot{\mathbf{x}}_e = \mathbf{F}_e(\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e, \mathbf{w}_e) \quad (\text{A.35})$$

onde

$$\mathbf{x}_e = [p_e \quad \lambda_e \quad h_{o,e}] \quad (\text{A.36})$$

$$\mathbf{F}_c(\mathbf{x}_c, \mathbf{u}_c, \mathbf{w}_c) = \begin{bmatrix} \frac{1}{A_c}(m_{rec} - m_{ree}) \\ \frac{1}{A_c}[m_{rec}(b_{i,c} - b_l) + \mathcal{Q}_{bf,c}] \\ \frac{1}{A_c}[m_{ree}(b_l - b_{o,c}) + \mathcal{Q}_{mf,c}] \end{bmatrix} \quad (\text{A.37})$$

$$\mathbf{G}_c(\mathbf{x}_c) = \begin{bmatrix} g_{11,c} & g_{12,c} & g_{13,c} \\ g_{21,c} & g_{22,c} & g_{23,c} \\ g_{31,c} & g_{32,c} & g_{33,c} \end{bmatrix} \quad (\text{A.38})$$

Tabela A.3 Coeficientes da equação A.38.

g11,c	$\lambda_c [\langle \gamma_c \rangle \rho'_{v,c} + (1 - \langle \gamma_c \rangle) \rho'_{l,c}] + [\frac{1}{2}(L_c - \lambda_c)(\rho'_{l,c} + \rho'_{o,c})]$
g12,c	$\langle \gamma_c \rangle \rho_{v,c} + (1 - \langle \gamma_c \rangle) \rho_{l,c} - \frac{1}{2}(\rho_{l,c} - \rho_{o,c})$
g13,c	$\frac{1}{2}(L_c - \lambda_c) \rho_{o,c}^*$
g21,c	$\lambda_c \{ [\langle \gamma_c \rangle \rho_{v,c} h'_{v,c} + \rho'_{v,c}(b_{v,c} - b_{l,c})] + (1 - \langle \gamma_c \rangle)(\rho_{l,c} b'_{l,c}) - 1 \}$
g22,c	$[\langle \gamma_c \rangle \rho_{v,c}(b_{v,c} - b_{l,c})]$
g23,c	0
g31,c	$\frac{1}{2}(L_c - \lambda_c)(\rho_{l,c} b'_{l,c} - b_{l,c} \rho'_{o,c} - 2)$
g32,c	$\frac{1}{2} \rho_{o,c}(b_{l,c} - b_{o,c})$
g33,c	$\frac{1}{2}(L_c - \lambda_c)[\rho_{o,c} + \rho_{o,c}^*(b_{o,c} - b_{l,c})]$

APÊNDICE B

MATRIZES DOS MODELOS LINEARES

B.1 SISTEMA LINEARIZADO

A seguir são apresentadas as matrizes \mathbf{A} , \mathbf{B}_u , \mathbf{B}_w , \mathbf{C} , \mathbf{D}_u , \mathbf{D}_w do modelo linearizado (equação 37).

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1,6299 & 1,1721 \cdot 10^5 & -0,016574 & 0,03761 & 0 & 0,7585 \\ -7,2766 \cdot 10^{-7} & -3,5577 \cdot 10^{-3} & -4,6241 \cdot 10^{-7} & 6,4561 \cdot 10^{-8} & 0 & 2,123 \cdot 10^{-9} \\ -0,61279 & -56260 & -7,1424 & 0,011698 & 0 & 0,26267 \\ 2,0865 & 0 & -1,0322 & -0,58218 & -1,546 \cdot 10^5 & -0,83076 \\ -5,3842 \cdot 10^{-7} & 0 & 1,8732 \cdot 10^{-7} & 1,1335 \cdot 10^{-7} & 0,025218 & 7,1098 \cdot 10^{-8} \\ -0,07659 & 0 & 0,038617 & 0,022083 & 6020,2 & 3,863 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

$$\mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} -42,915 & 682,65 \\ -2,8176 \cdot 10^{-5} & 1,767 \cdot 10^{-3} \\ -21,35 & 95,928 \\ 95,859 & -42,872 \\ -2,3365 \cdot 10^{-5} & 5,3739 \cdot 10^{-4} \\ -3,5376 & -3,8547 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

$$\mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} 7,2892 \cdot 10^5 & 0 \\ 0,011378 & 0 \\ 98055 & 0 \\ 0 & -4,0502 \cdot 10^6 \\ 0 & 0,65444 \\ 0 & 1,5464 \cdot 10^5 \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -9,6172 \cdot 10^{-5} & 0 & 1,1899 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 3,5695 \cdot 10^{-5} & -7,5652 & 8,8542 \cdot 10^{-7} & 2,6609 \cdot 10^{-8} & 0 & 7,3615 \cdot 10^{-7} \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

$$\mathbf{D}_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -6,3916 \cdot 10^{-5} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

$$\mathbf{D}_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 259,95 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

B.2 SISTEMA DISCRETIZADO

A seguir são apresentadas as matrizes \mathbf{A}_d , \mathbf{B}_d , \mathbf{C}_d , \mathbf{D}_d resultantes da discretização (equação 46) do sistema de equações da equação 37.

$$\mathbf{A}_d = \begin{bmatrix} 0,02207 & 67128 & -5,4275 \cdot 10^{-3} & 0,02234 & -1363,8 & 0,4066 \\ -3,1221 \cdot 10^{-7} & 0,9397 & -7,0678 \cdot 10^{-8} & 5,3101 \cdot 10^{-8} & -0,01378 & -4,8286 \cdot 10^{-7} \\ -1,8368 \cdot 10^{-4} & -13104 & 9,9096 \cdot 10^{-4} & -0,0008533 & 159,28 & 0,003622 \\ 0,5958 & 1,5769 \cdot 10^5 & -0,06737 & 0,3247 & -1,9279 \cdot 10^5 & -0,1018 \\ -1,852 \cdot 10^{-7} & -0,04298 & 1,1547 \cdot 10^{-8} & 1,2367 \cdot 10^{-7} & 1,027 & -2,3998 \cdot 10^{-7} \\ -0,01994 & -5576,8 & 0,002280 & 0,02489 & 7387,4 & 0,9512 \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

$$\mathbf{B}_d = \begin{bmatrix} -26,198 & 561,93 \\ -2,1484 \cdot 10^{-5} & 3,0716 \cdot 10^{-3} \\ -0,58509 & -55,81 \\ 66,911 & 928,16 \\ -1,696 \cdot 10^{-5} & 7,8211 \cdot 10^{-4} \\ -2,3478 & -43,117 \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

$$\mathbf{C}_d = \begin{bmatrix} -9,6172 \cdot 10^{-5} & 0 & 1,1899 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 3,5695 \cdot 10^{-5} & -7,5652 & 8,8542 \cdot 10^{-7} & 2,6609 \cdot 10^{-8} & 0 & 7,3615 \cdot 10^{-7} \end{bmatrix} \quad (\text{B.9})$$

$$\mathbf{D}_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -6,3916 \cdot 10^{-5} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.10})$$

APÊNDICE C

MATRIZES DO CONTROLADOR ÓTIMO

C.1 CONTROLADOR ÓTIMO

As matrizes \mathbf{C}_z e \mathbf{D}_z , assim como as matrizes \mathbf{Q}_z , \mathbf{R}_z e \mathbf{N}_z utilizadas para projetar o controlador ótimo, são apresentadas a seguir.

$$\mathbf{C}_z = \begin{bmatrix} -1,9198 \cdot 10^{-6} & 0 & -3,9066 \cdot 10^{-7} & 1,7093 \cdot 10^{-7} & 0 & 2,6557 \cdot 10^{-6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

$$\mathbf{D}_z = \begin{bmatrix} -1,7637 \cdot 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 \\ -6,3916 \cdot 10^{-5} & 0 \\ 0,070711 & 0 \\ 0 & 4,4721 \end{bmatrix} \quad (\text{C.2})$$

$$\mathbf{Q}_z = \begin{bmatrix} 3,6856 \cdot 10^{-12} & 0 & 7,4999 \cdot 10^{-13} & -3,2815 \cdot 10^{-13} & 0 & -5,0984 \cdot 10^{-12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7,4999 \cdot 10^{-13} & 0 & 1,5262 \cdot 10^{-13} & -6,6776 \cdot 10^{-14} & 0 & -1,0375 \cdot 10^{-12} & 0 & 0 \\ -3,2815 \cdot 10^{-13} & 0 & -6,6776 \cdot 10^{-14} & 2,9217 \cdot 10^{-14} & 0 & 4,5394 \cdot 10^{-13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -5,0984 \cdot 10^{-12} & 0 & -1,0375 \cdot 10^{-12} & 4,5394 \cdot 10^{-13} & 0 & 7,0527 \cdot 10^{-12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{C.3})$$

$$\mathbf{R}_z = \begin{bmatrix} 0,005 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix} \quad (\text{C.4})$$

$$\mathbf{N}_z = \begin{bmatrix} 3,386 \cdot 10^{-11} & 0 \\ 0 & 0 \\ 6,8901 \cdot 10^{-12} & 0 \\ -3,0147 \cdot 10^{-12} & 0 \\ 0 & 0 \\ -4,6839 \cdot 10^{-11} & 0 \\ 0 & 0 \\ -6,3916 \cdot 10^{-5} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.5})$$