

Diego Issicaba

**MÉTODOS DE VARREDURA PARA REDES PRIMÁRIAS DE
DISTRIBUIÇÃO RADIAIS E FRACAMENTE MALHADAS:
UMA NOVA ABORDAGEM E ANÁLISES DE
CONVERGÊNCIA**

FLORIANÓPOLIS

2008

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**MÉTODOS DE VARREDURA PARA REDES PRIMÁRIAS DE
DISTRIBUIÇÃO RADIAIS E FRACAMENTE MALHADAS:
UMA NOVA ABORDAGEM E ANÁLISES DE
CONVERGÊNCIA**

Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Diego Issicaba

Florianópolis, março de 2008.

**MÉTODOS DE VARREDURA PARA REDES PRIMÁRIAS DE
DISTRIBUIÇÃO RADIAIS E FRACAMENTE MALHADAS:
UMA NOVA ABORDAGEM E ANÁLISES DE
CONVERGÊNCIA**

Diego Issicaba

‘Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em *Sistemas de Energia Elétrica*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.’

Prof. Jorge Coelho, D.Sc.
Orientador

Prof^ª. Katia Campos de Almeida, Ph.D.
Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Prof. Jorge Coelho, D.Sc.
Presidente

Prof. Armando Martins Leite da Silva, Ph.D.

Prof^ª. Katia Campos de Almeida, Ph.D.

Prof. Hans Helmut Zürn, Ph.D.

AGRADECIMENTOS

Ao meu pai José Issicaba, minha mãe Benigna Pinheiro Issicaba, e meu irmão Igor Issicaba, pelo amor e apoio durante toda a vida.

Ao orientador Prof. Jorge Coelho pela amizade e confiança construída desde a minha formação como engenheiro, assim como pelas oportunidades, tempo e sabedorias compartilhadas nesses anos.

Ao Prof. Luis Augusto Saeger, cujas discussões contribuíram para o entendimento dos teoremas utilizados na dissertação.

Aos amigos do mestrado: Moisés Machado Santos, Diego Luis Brancher, Vitor Luis de Matos, Waneska Patricia Pereira de Araújo, Leonardo Vitor Araujo Cavalcanti, pela amizade e companheirismo no cursar das disciplinas, assim como em ocasiões festivas nesses dois anos.

À turma da família labplaniana: Mauricio Sperandio, Eduardo Gaulke, Edison Antônio Cardoso Aranha Neto, Daniel Dotta, Erlon Cristian Finardi, Marcelo Neujahr Agostini, Fabrício Yutaka Kuwabata Takigawa, Everthon Taghori Sica, Fabiano Ferreira Andrade, Gustavo Antônio Baur Arfux, Raphael Eduardo Chagas Gonçalves, Rubiara Cavalcante Fernandes, pela amizade, conhecimentos compartilhados e momentos de descontração.

Aos professores do Departamento de Engenharia Elétrica da UFSC, e em particular aos professores Roberto de Souza Salgado, Ildemar Cassana Decker, Edson Luiz da Silva, Hans Helmut Zürn, Jacqueline Gisele Rolim, Antônio José Alves Simões Costa, Aguinaldo Silveira e Silva, C. Celso Brasil Camargo, cujos conhecimentos e opiniões contribuíram de forma determinante na minha formação como engenheiro.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro e humano fornecidos nesses dois anos de Mestrado.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

MÉTODOS DE VARREDURA PARA REDES PRIMÁRIAS DE DISTRIBUIÇÃO RADIAIS E FRACAMENTE MALHADAS: UMA NOVA ABORDAGEM E ANÁLISES DE CONVERGÊNCIA

Diego Issicaba

Março/2008

Orientador: Prof. Jorge Coelho, D.Sc.

Área de Concentração: Sistemas de Energia.

Palavras-chave: Fluxo de Carga, Redes de Distribuição Radiais e Fracamente Malhadas, Análise de Convergência.

Número de Páginas: 121.

Esta dissertação apresenta contribuições à análise dos métodos de fluxo de carga de varredura aplicados às redes primárias de distribuição radiais e fracamente malhadas, com foco no método de soma das correntes e soma das potências. Destaca-se como contribuição, uma nova abordagem para o cálculo do fluxo de carga baseada no método de soma das potências, e na utilização da técnica de rotação de eixos. Desenvolveu-se também um método de varredura para aplicações em redes fracamente malhadas, considerando-se a representação do efeito capacitivo das linhas de distribuição, reguladores de tensão, bancos de capacitores fixos e automáticos, assim como geração distribuída com controle de tensão na barra de interconexão. Ainda como contribuições, analisaram-se matematicamente as propriedades de convergência dos métodos de soma das correntes e soma das potências, por meio do teorema do ponto fixo para contrações. Apresentam-se condições que se verificaram suficientes para a convergência dos métodos, assim como uma prova formal da convergência do método de soma das correntes, convergência esta independente da escolha da solução inicial. Ademais, deduz-se a taxa de convergência dos métodos, e prova-se a dependência dessas taxas para com o carregamento das redes. Por fim, formulam-se limitantes para com o desvio entre a solução do fluxo de carga e um estado de tensão obtido pelos métodos.

Todas as formulações e análises foram validadas em simulações com redes de distribuição obtidas na literatura, assim como redes reais de concessionárias brasileiras.

Abstract of Dissertation presented to the UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

FORWARD-BACKWARD SWEEP METHODS FOR RADIAL AND WEAKLY MESHED DISTRIBUTION FEEDERS: A NEW APPROACH AND CONVERGENCE ANALYSIS

Diego Issicaba

March/2008

Advisor: Prof. Jorge Coelho, D.Sc.

Area of Concentration: Power Systems.

Keywords: Load Flow Analysis, Radial and Weakly Meshed Feeders, Convergence Analysis.

Number of Pages: 121.

This dissertation presents scientific contributions for the analysis of the forward-backward load flow methods applied to radial and weakly meshed distribution feeders. First, a new forward-backward sweep load flow approach is formulated with the use of a generalized axis rotation technique. Additionally, a forward-backward sweep load flow method is developed for the analysis of weakly meshed distribution systems. This method represents in a distribution feeder the line charging capacitance effect, the voltage dependence of loads, step voltage regulators, fixed and automatic capacitor banks, as well as distributed generation with voltage control. Further contributions came from the convergence analysis of two different approaches: the accumulation of currents and the accumulation of powers. The convergence of these approaches is evaluated by using the fixed-point concept and the contraction mapping theorem. The existence and uniqueness of the feasible load flow solution is also supported by an alternative argument from those obtained in the literature. Furthermore, the closed-forms of the convergence rate of the approaches are deduced and the convergence dependence of loading is evaluated. The convergence of the current approach is formally proven to be achieved independent of the initial solution. Finally, bounds for the deviation per iteration between an iterate of the approaches and the feasible load flow solution are obtained.

The approaches, analysis and formulations have been validated in several numerical simulations, thus fostering discussions about applications and future works.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Objetivos	3
1.1.1	Objetivo Geral	3
1.1.2	Objetivos Específicos	3
1.2	Organização da Dissertação	3
2	Revisão Bibliográfica	5
2.1	Modelos Estáticos de Cargas	7
2.2	Método de Soma das Correntes	9
2.3	Método de Soma das Potências	11
2.4	Discussões quanto ao Estado da Arte	16
3	Método de Soma das Potências com Rotações	20
3.1	Técnica de Rotação de Eixos	20
3.2	Método de Soma das Potências com Rotações: Caso Particular	25
3.3	Método de Soma das Potências com Rotações: Caso Geral	27
3.4	Análise Comparativa de Eficiência	29
3.5	Conclusões do Capítulo	32
4	Método de Soma das Potências para Redes Fracamente Malhadas	34
4.1	Representação de Componentes de Redes de Distribuição	34
4.1.1	Linhas de Distribuição	35
4.1.2	Geração Distribuída	35
4.1.3	Regulador de Tensão	37
4.1.4	Bancos de Capacitores	41
4.1.5	Cargas Consumidoras	42
4.2	Descrição da Formulação Desenvolvida	43
4.2.1	Seccionamento Fictício de Redes Fracamente Malhadas	44
4.2.2	Equações de Fluxo de Carga	45

4.2.3	Atualização das Injeções de Potência nos Pontos de Seccionamento Fictício	46
4.2.4	Atualização dos Tapes dos Reguladores Automáticos de Tensão . . .	50
4.2.5	Atualização dos Tapes dos Bancos de Capacitores Automáticos . . .	51
4.3	Algoritmo Proposto	51
4.4	Conclusões do Capítulo	52
5	Análises de Convergência	54
5.1	O Teorema do Ponto Fixo para Contrações	55
5.2	Estudo de Caso: Rede com Dois Nós	56
5.3	Análise de Convergência para o Método de Soma das Correntes	61
5.4	Análise de Convergência para o Método de Soma das Potências	69
5.5	Conclusões do Capítulo	77
6	Simulações e Resultados	79
6.1	Avaliação do Método de Soma das Potências com Rotações	79
6.1.1	Justificativa para a Utilização da Equação Biquadrada de Atualização de Tensões	80
6.1.2	Avaliação Comparativa de Eficiência entre Abordagens	84
6.2	Análise de Redes de Distribuição Fracamente Malhadas	86
6.2.1	Rede de Distribuição de 28 nós	86
6.2.2	Rede de Distribuição de 70 nós	91
6.2.3	Escolha dos Pontos de Seccionamento Fictício de Linha	94
6.3	Análises de Convergência	95
6.3.1	Convergência para uma Rede Radial com Dois Nós	95
6.3.2	Construção de uma Matriz Impedância de Barra	98
6.3.3	Convergência para o Método de Soma das Correntes	101
6.3.4	Convergência para o Método de Soma das Potências	103
7	Considerações Finais	107
7.1	Conclusões e Discussões	107
7.2	Recomendações para Trabalhos Futuros	110
A	Teorema do Ponto Fixo para Contrações	112
	Referências Bibliográficas	115

Lista de Figuras

2.1	Rede radial genérica de distribuição - Método de Soma das Correntes. . . .	9
2.2	Rede radial genérica de distribuição - Método de Soma das Potências. . . .	12
3.1	Uma impedância representada em dois sistemas de referência complexos defasados por φ radianos.	22
3.2	Princípio do método de soma das potências com rotações – caso particular.	26
3.3	Princípio do método de soma das potências com rotações – caso geral. . . .	28
4.1	Circuito equivalente π de uma linha de distribuição.	35
4.2	Modelo para um regulador de tensão (adaptado de (MONTICELLI, 1983)). .	38
4.3	Circuito equivalente π de um regulador de tensão em fase.	39
4.4	Circuito equivalente de um regulador de tensão (em fase) com uma admitância série que independe da relação de transformação.	40
4.5	Conversão de uma rede malhada com geração distribuída em uma rede radial sem geração distribuída.	44
4.6	Diagrama de uma linha de distribuição para um equivalente radial de rede.	45
5.1	Convergência <i>versus</i> solução inicial: Caso Particular.	59
5.2	Dependência da convergência para com o carregamento de rede.	61
5.3	Exemplo de uma rede de distribuição radial com 5 nós.	64
5.4	Convergência <i>versus</i> solução inicial: Caso Geral.	67
6.1	Diagrama de um alimentador real de 79 nós (ICO10).	81
6.2	Diagrama de um alimentador real de 237 nós (CSQ01).	81
6.3	Diagrama de um alimentador real de 490 nós (BCU01).	82
6.4	Análise comparativa dos métodos clássicos de varredura em termos do número de iterações para uma rede radial de 12 nós.	83
6.5	Análise comparativa dos métodos clássicos de varredura em termos do tempo de simulação para uma rede radial de 12 nós.	83
6.6	Rede de distribuição radial de 70 nós obtida em (BARAN; WU, 1989b) com diferenciação de cabos evidenciada.	84

6.7	Modificações realizadas em uma rede radial de 28 nós obtida em (DAS; NAGI; KOTHARI, 1994).	88
6.8	Diagrama da rede de distribuição fracamente malhada de 70 nós obtida em (BARAN; WU, 1989b).	92
6.9	Simulação do algoritmo com solução inicial elevada para uma rede de dois nós.	96
6.10	Simulação do algoritmo com solução inicial próxima a zero para uma rede de dois nós.	97
6.11	Simulação do algoritmo com solução inicial próxima a uma solução não-viável para uma rede de dois nós.	99
6.12	Matriz impedância de barra de uma rede radial simples para os dados apresentados na Tabela 6.1.	100
6.13	Estados de tensão por iteração do método de soma das correntes em uma curva de nível no espaço \mathbb{C}^{27} . Solução inicial especificada em $E_i^{(0)} = 3,50000\angle 120,32^\circ$ p.u., $\forall i = 1, \dots, 27$	101
6.14	Estados de tensão por iteração do método de soma das correntes em uma curva de nível no espaço \mathbb{C}^{27} . Solução inicial especificada em $E_i^{(0)} = 0,50000\angle 120,32^\circ$ p.u., $\forall i = 1, \dots, 27$	102
6.15	Estados de tensão por iteração do método de soma das potências em uma curva de nível no espaço \mathbb{C}^{489} . Solução inicial especificada em $E_i^{(0)} = 4,00000\angle 0^\circ$ p.u., $\forall i = 1, \dots, 489$	105
6.16	Estados de tensão por iteração do método de soma das potências em uma curva de nível no espaço \mathbb{C}^{489} . Solução inicial especificada em $E_i^{(0)} = 0,150000\angle 0^\circ$ p.u., $\forall i = 1, \dots, 489$	105

Lista de Tabelas

2.1	Expoentes para diferentes tipos de cargas estáticas (adaptado de (EMINOGLU; HOCAOGLU, 2005))	8
3.1	Parâmetros de cabos elétricos [†] (KINDERMANN, 2007).	21
4.1	Características das tecnologias aplicadas à geração distribuída (RIBEIRO; FERREIRA; MEDEIROS, 2005)	36
6.1	Solução para uma rede radial sem ramais laterais obtida em (DAS; NAGI; KOTHARI, 1994), com $E_0 = 12,660\angle 0^\circ$ kV e apenas dois tipos de cabos instalados	80
6.2	Análise comparativa dos métodos clássicos de varredura para redes radiais obtidas na literatura	80
6.3	Análise comparativa dos métodos clássicos de varredura para redes radiais de uma concessionária local	82
6.4	Análise comparativa do método proposto com o método de soma das potências modificado para redes obtidas na literatura	85
6.5	Análise comparativa do método proposto com o método de soma das potências modificado para redes de uma concessionária local	85
6.6	Solução para uma rede radial obtida em (DAS; NAGI; KOTHARI, 1994) com $E_0 = 11,000\angle 0^\circ$ kV	87
6.7	Solução para estudos de caso realizados em uma rede radial de 28 nós	89
6.8	Solução para estudos de caso realizados em uma rede fracamente malhada de 28 nós, incluído-se o nó fictício 25'	90
6.9	Solução para estudos de caso realizados em uma rede fracamente malhada de 70 nós	93
6.10	Solução para uma rede fracamente malhada de 11 nós	94
6.11	Análise de convergência para diferentes pontos de seccionamento fictício de linha	94
6.12	Cálculo de fluxo de carga para uma rede de dois nós com solução inicial $E_1^{(0)} = 4,00000\angle 0^\circ$ p.u.	96

6.13	Cálculo de fluxo de carga para uma rede de dois nós com solução inicial inicial $E_1^{(0)} = 0,02000\angle 0^\circ$ p.u.	97
6.14	Cálculo de fluxo de carga para uma rede de dois nós com solução inicial próxima à solução não-viável	98
6.15	Cálculo de fluxo de carga para o nó 25 de uma rede radial com solução inicial $E_i^{(0)} = 3,50000\angle 120,32^\circ$ p.u., $\forall i = 1, \dots, 27$	102
6.16	Cálculo de fluxo de carga para o nó 25 de uma rede radial com solução inicial $E_i^{(0)} = 0,05000\angle 120,32^\circ$ p.u., $\forall i = 1, \dots, 27$	103
6.17	Cálculo de fluxo de carga para o nó 300 de uma rede radial com solução inicial $E_i^{(0)} = 4,00000\angle 0^\circ$ p.u., $\forall i = 1, \dots, 489$	104
6.18	Cálculo de fluxo de carga para o nó 300 de uma rede radial com solução inicial $E_i^{(0)} = 0,15000\angle 0^\circ$ p.u., $\forall i = 1, \dots, 489$	104

Lista de Símbolos

Grandezas Elétricas

E	Tensão complexa;
V	Magnitude de tensão complexa;
θ	Ângulo de tensão;
e	Parte real de tensão complexa;
f	Parte imaginária de tensão complexa;
I	Corrente complexa;
S	Carga complexa;
s	Magnitude de carga complexa;
δ	Ângulo de carga complexa;
P	Carga ativa;
Q	Carga reativa;
z	Impedância de linha;
y	Admitância de linha;
ζ	Magnitude de impedância de linha;
ϕ	Ângulo de impedância de linha;
r	Resistência de linha;
x	Reatância de linha;
L	Perdas complexas de linha.

Indexação

$(\cdot)_i$	Grandeza elétrica na barra i ;
$(\cdot)_{u_i}$	Grandeza elétrica na barra à montante da barra i ;
$(\cdot)_0$	Grandeza elétrica na barra da subestação;
$(\cdot)_{L_i}$	Grandeza elétrica de linha i ;
$(\cdot)_{P_i}$	Grandeza elétrica referente a uma carga ativa na barra i ;

- $(\cdot)_{Q_i}$ Grandeza elétrica referente a uma carga reativa na barra i ;
- $(\cdot)_{ir}$ Grandeza elétrica existente entre as barras i e r ;
- $(\cdot)^{(k)}$ Grandeza elétrica na iteração k ;
- $(\cdot)^0$ Grandeza elétrica sob tensão nominal;
- $(\cdot)^\varphi$ Grandeza elétrica rotacionada;
- $(\cdot)^c$ Grandeza elétrica agregada;
- $(\cdot)^{sh}$ Grandeza elétrica em derivação;
- $(\cdot)^\infty$ Grandeza elétrica avaliada na solução do fluxo de carga;
- $(\cdot)_C$ Grandeza elétrica referente a um banco de capacitores;
- $(\cdot)_c$ Grandeza elétrica referente ao acúmulo de cargas consumidoras;
- $(\cdot)_{ac}$ Grandeza elétrica acumulada em uma barra especificada;
- $(\cdot)_{sc}$ Grandeza elétrica obtida pelo método de soma das correntes;
- $(\cdot)_{sp}$ Grandeza elétrica obtida pelo método de soma das potências;
- $(\cdot)_c$ Arranjo de cargas consumidoras acumuladas;
- $(\cdot)_{ac}$ Arranjo de grandezas elétricas acumuladas;
- $(\cdot)_{sc}$ Arranjo de grandezas elétricas para o método de soma das correntes;
- $(\cdot)_{sp}$ Arranjo de grandezas elétricas para o método de soma das potências;
- $(\cdot)_\alpha$ (Arranjo de) grandeza(s) elétrica(s) dependente(s) do parâmetro α de região.

Arranjos

- Ψ Mapeamento de contração e vetor de tensões complexas de tamanho $n \times 1$;
- \mathbf{E} Vetor de tensões complexas de tamanho $n \times 1$;
- \mathbf{E}_0 Vetor de tensões complexas de tamanho $n \times 1$ com elementos iguais à E_0 ;
- \mathbf{K} Vetor de tamanho $n \times 1$ com os recíprocos de tensões complexas;
- \mathbf{S} Matriz diagonal de tamanho $n \times n$ com elementos iguais às cargas complexas;
- \mathbf{L} Matriz diagonal de tamanho $n \times n$ com elementos iguais às perdas nas linhas;
- \mathbf{M} Matriz diagonal de tamanho $n \times n$ com elementos iguais aos recíprocos de tensões complexas;
- \mathbf{F} Matriz diagonal de tamanho $n \times n$ com elementos iguais ao produto de recíprocos de tensões complexas em iterações subsequentes;
- \mathbf{Z} Matriz impedância de barra de tamanho $n \times n$;
- \mathbf{Z}_p Matriz impedância primitiva de tamanho $n \times n$;
- \mathbf{T} Matriz de caminho de rede de tamanho $n \times n$;
- \mathbf{Y} Matriz de alcance de rede de tamanho $n \times n$;
- \mathbf{C} Matriz (taxa) de convergência aproximada de tamanho $n \times n$;
- \mathbf{D} Matriz (taxa) de convergência de tamanho $n \times n$.

Conjuntos

- \mathcal{L} Lista de barras pertencentes a uma camada da rede;
- \mathcal{D} Conjunto de barras (linhas) imediatamente à jusante de uma barra (linha) especificada;
- Δ Conjunto de barras à jusante de uma barra especificada;
- Λ Conjunto de barras à jusante de uma barra especificada, incluindo-se a barra especificada;
- \bar{h} Conjunto de linhas que conectam a subestação a uma barra especificada;
- O Intersecção entre conjuntos de tipo \bar{h} ;
- \mathbb{R} Conjunto dos números reais;
- \mathbb{C} Conjunto dos números complexos;
- \mathbb{R}^n Conjunto de vetores de números reais com dimensão n ;
- \mathbb{C}^n Conjunto de vetores de números complexos com dimensão n .

Outros

- n Número de barras de rede, desconsiderando à barra da subestação;
- σ Parâmetro de modelo de carga polinomial para potências constantes;
- β Parâmetro de modelo de carga polinomial para correntes constantes;
- γ Parâmetro de modelo de carga polinomial para impedâncias constantes;
- ϵ Parâmetro de modelo de carga exponencial;
- η Expoente para modelo de carga exponencial;
- N_{rot} Número de rotações de fluxo;
- τ Fator de aceleração;
- ψ Mapeamento de contração (univariável);
- \mathcal{R} Região de contração;
- \bar{c} Constante de contração;
- c Taxa de convergência;
- N_{iter} Número de iterações;
- α Parâmetro de região de contração;
- ρ_α, ϱ Parâmetro de convergência para o método de soma das potências;
- \mathcal{OP}_M Total de operações matemáticas por iteração do método de soma das potências modificado;
- \mathcal{OP}_R Total de operações matemáticas por iteração do método de soma das potências com rotações.

Capítulo 1

Introdução

Os sistemas de energia elétrica compõem um dos mais complexos sistemas construídos pela humanidade, e se tornaram parte fundamental da sociedade contemporânea. Esses sistemas têm como finalidade fornecer energia elétrica aos usuários no instante em que for solicitada, e com qualidade adequada. Os sistemas de energia podem ser divididos em sistemas de geração, transmissão, e distribuição, sendo este último o elo final de ligação entre os grandes geradores e os consumidores. Categorizam-se ainda os sistemas de distribuição em sistemas de subtransmissão, distribuição primária, e distribuição secundária. Basicamente, os sistemas de subtransmissão conectam as redes de transmissão às subestações de distribuição, enquanto os sistemas de distribuição primária, ou de média tensão, englobam as redes elétricas entre as subestações de distribuição e os transformadores de distribuição. Finalmente, os sistemas de distribuição secundária, ou de baixa tensão, compreendem as redes entre os transformadores de distribuição e os pequenos consumidores residenciais, comerciais e industriais.

Dentre as ferramentas numéricas utilizadas para a análise de sistemas de energia, destaca-se o cálculo iterativo do fluxo de carga como uma das mais fundamentais. Por meio desse cálculo, obtêm-se os estados elétricos das redes, e podem-se realizar avaliações para com a sobrecarga de componentes, perdas técnicas, contingências, entre outras. De uma forma geral, os métodos classicamente utilizados para a análise de sistemas de transmissão e subtransmissão não preservam sua eficiência e robustez, quando aplicados aos sistemas de média e baixa tensão. Como consequência, surgiram métodos de varredura específicos para a análise desses últimos, como os métodos *RadFlow* (KERSTING; MENDIVE, 1976), *DistFlow* (BARAN; WU, 1989a, 1989b), soma das correntes (SHIRMOHAMMADI et al., 1988) e soma das potências (BROADWATER et al., 1988; CESPEDES, 1990). De fato, quando comparado aos sistemas de transmissão e subtransmissão, os sistemas de distribuição primária e secundária apresentam diversas diferenciações, como a existência de poucos dispositivos de controle e monitoramento, topologia fracamente malhada, e elevada relação

entre as resistências e reatâncias das linhas.

Estabelecendo-se como foco as redes de distribuição primária, salienta-se que, tradicionalmente, as mesmas operam em configuração radial com possibilidade de transferência de carga entre circuitos em condições de contingência, manutenção preventiva ou manutenção corretiva. Todavia, em função das novas exigências de regulamentação, padronização, infra-estrutura, planejamento e operação, algumas distribuidoras têm optado por operar em configuração fracamente malhada, empregando estratégias de proteção que consideram a presença de fluxo de carga ativo reverso. Buscando-se ainda elevar o perfil de tensão das redes, equipamentos como reguladores de tensão e bancos de capacitores automáticos são cada vez mais utilizados nos alimentadores de distribuição. Ademais, a presença de geradores distribuídos na rede cresce, devido a sua flexibilidade de implantação em curto espaço de tempo, possibilidade de melhoria da confiabilidade e qualidade do atendimento, assim como questões sócio-ambientais como o uso de fontes alternativas de energia, sendo sua análise prevista nos Procedimentos de Distribuição (PRODIST, 2006) brasileiros.

Em meio a este cenário, a inserção da possibilidade de fluxo de carga ativo reverso, controle de tensão nos nós de interconexão de geradores distribuídos, bem como equipamentos destinados à regulação de tensão e compensação reativa, contribuem para a elevação da complexidade da análise e otimização dos sistemas de distribuição. Em adição, existe uma escassez de conhecimento quanto às características de convergência dos métodos empregados para a análise desses sistemas. Faz-se assim importante o desenvolvimento de métodos de fluxo de carga eficientes e robustos, adequação dos métodos existentes para esse novo cenário de distribuição da energia elétrica, assim como a determinação das características de convergência desses métodos.

Neste contexto, esta dissertação aborda o desenvolvimento de contribuições para a análise dos métodos de fluxo de carga, aplicados às redes primárias de distribuição radiais e fracamente malhadas. O escopo do trabalho envolve os métodos utilizados em estudos de planejamento, nos quais é adequada a representação monofásica da rede assim como a concentração de cargas nos transformadores de distribuição, em função das incertezas na carga (SHIRMOHAMMADI et al., 1988). Em particular, desenvolveu-se uma variação do método de soma das potências, cuja eficiência é demonstrada em análises matemáticas e em estudos de caso. Desenvolveu-se também um método de varredura para aplicações em redes fracamente malhadas, considerando-se a representação do efeito capacitivo das linhas de distribuição, reguladores de tensão, bancos de capacitores fixos e automáticos, assim como geração distribuída com controle de tensão nos nós de interconexão. Ainda como contribuições, analisaram-se matematicamente as propriedades de convergência dos métodos de soma das correntes e soma das potências, por meio do teorema do ponto

fixo para contrações (RUDIN, 1976). As formulações e análises desenvolvidas foram validadas por simulações envolvendo tanto redes obtidas na literatura, quanto redes de concessionárias brasileiras.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral dessa dissertação é apresentar contribuições à análise dos métodos de fluxo de carga de varredura para aplicações em redes primárias de distribuição radiais e fracamente malhadas, com ênfase no método de soma das correntes e soma das potências.

1.1.2 Objetivos Específicos

Destacam-se como objetivos específicos da dissertação:

1. Proposição e análise de um método de varredura para o cálculo do fluxo de carga em redes primárias de distribuição;
2. Desenvolvimento e implementação de uma metodologia de análise pelo fluxo de carga de redes primárias de distribuição radiais e fracamente malhadas;
3. Investigação das características de convergência do métodos de soma das correntes e soma das potências, bem como dedução da taxa de convergência e determinação de condições suficientes para a convergência desses métodos.

1.2 Organização da Dissertação

O documento está estruturado em 7 capítulos como segue.

Capítulo 2. Neste capítulo, apresenta-se um levantamento bibliográfico dos métodos de fluxo de carga utilizados na análise de redes de distribuição de energia elétrica, com foco no método de soma das correntes e soma das potências. Discute-se também o estado da arte dos métodos de fluxo de carga de varredura, aplicados nas análises de redes de distribuição radiais e fracamente malhadas;

Capítulo 3. Este capítulo é destinado à descrição de uma variação proposta para o método de soma das potências, nomeada de Método de Soma das Potências com Rotações. Apresentam-se ainda comparações analíticas desta variação para com o método original, de forma a demonstrar a adequação do método proposto em termos de convergência e eficiência;

Capítulo 4. Neste capítulo, descreve-se matematicamente um método de fluxo de carga de varredura desenvolvido para a análise de redes de distribuição fracamente malhadas. Consideram-se neste a presença de geração distribuída com controle de tensão nos nós de interconexão, reguladores de tensão, assim como capacitores fixos e automáticos;

Capítulo 5. Neste capítulo, desenvolvem-se análises de convergência para os métodos de soma das correntes e soma das potências, por meio do levantamento de formas matriciais para as regras de atualização, assim como para as taxas de convergência dos métodos.

Capítulo 6. Neste capítulo, simulações e resultados numéricos são apresentados, com o fim de validar as abordagens e análises desenvolvidas nos capítulos anteriores;

Capítulo 7. Por fim, discutem-se considerações finais, conclusões e recomendações para trabalhos futuros, quanto às contribuições desenvolvidas na dissertação.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

O cálculo iterativo do fluxo de carga fornece como resultado os estados de tensão e corrente em regime permanente para um sistema de energia, dadas condições de geração e carregamento. Trata-se de uma das ferramentas numéricas mais importantes para a análise desses sistemas, sendo utilizada tanto no estágio de projeto quanto na operação, planejamento e controle. Em cada um desses estágios, diversas análises e desenvolvimentos requerem métodos eficientes e robustos para o cálculo dos estados elétricos da rede, fato pelo qual várias abordagens têm sido propostas para este problema desde a década de 50. Com o advento dos computadores digitais, pesquisadores desenvolveram abordagens de destaque como o método de Gauss-Seidel (GLIMN; STAGG, 1957), o método de Newton-Raphson (TINNEY; HART, 1967) e o método Desacoplado Rápido (STOTT; ALSAÇ, 1974), os quais apresentam adequado desempenho e características de convergência, quando utilizados para a análise de redes de transmissão de energia.

No tocante à análise de redes de distribuição, verifica-se que uma aplicação direta dos métodos clássicos supracitados tem como conseqüência o comprometimento da eficiência e possível divergência dos mesmos (SHIRMOHAMMADI et al., 1988). Essas redes, comumente referenciadas até o final da década de 90 como redes de energia mau-condicionadas, possuem como características a radialidade em suas topologias bem como elevadas relações entre as resistências e reatâncias r/x de linha. O termo “mau-condicionado” está relacionado ao condicionamento das matrizes obtidas em formulações derivadas do método de Newton-Raphson. O mau-condicionamento matricial afeta negativamente o desempenho dessas formulações, fato relatado em estudos comparativos por Tripathy et al. (1982) bem como provado analiticamente para o método Desacoplado Rápido em uma excelente contribuição de Wu (1977) à área de pesquisa.

Em função dos mencionados problemas de condicionamento, alguns pesquisadores propuseram variações dos métodos clássicos de fluxo de carga, com o fim de adequá-los para a análise de redes de distribuição. Uma abordagem baseada no método de Brown desen-

volvida por Tripathy et al. (1982) se destaca neste ponto, a qual apresentou convergência em redes-teste mau-condicionadas diferentemente dos métodos de Gauss-Seidel, Newton-Raphson e Desacoplado Rápido. Também se faz importante citar o método da compensação série e o método da compensação em derivação de Deckmann et al. (1980), a técnica de rotação de eixos proposta por Garcia et al. (1984), bem como as formulações de Radicic e Bose (1988) nas quais o método Desacoplado Rápido é modificado sob dependência de coeficientes obtidos experimentalmente. Embora com menos frequência, variações promissoras de métodos baseados no método de Newton-Raphson ainda são atualmente pesquisadas, tais como nos trabalhos de Zhang e Cheng (1997), Exposito e Ramos (1999), Lin e Teng (2000), Losi e Russi (2003).

Dentre os primeiros artigos científicos com tema específico na análise pelo fluxo de carga de redes de distribuição radiais, destaca-se pelo pioneirismo o trabalho *Mechanized Calculation of Unbalanced Load Flow on Radial Distribution Systems*, publicado por Berg, Hawkins e Pleines (1967). Este trabalho apresenta um método computacional desenvolvido na *Baltimore Gas and Electric Company*, empregando o termo “*Mechanized Calculation*” para referenciar a utilização de computadores digitais na análise de redes de distribuição. Apesar de algumas simplificações de modelagem de rede, esta contribuição tem grande valor por desenvolver um algoritmo de varredura cujo princípio se mantém em métodos mais recentes. Este princípio toma proveito da radialidade dos sistemas de distribuição evitando a construção de matrizes de rede. O método supõe temporariamente a rede como linear obtendo as admitâncias equivalentes das cargas, a partir de um estado de tensões. Na seqüência, acumulam-se admitâncias de linha e cargas formando equivalentes pontuais em uma varredura dos nós finais até o primeiro nó após a subestação. Utilizando-se desses equivalentes, a queda de tensão nas linhas é calculada em uma varredura da subestação até os nós finais. Esse processo se repete até a convergência das tensões nos nós.

A partir dos trabalhos de Berg, Hawkins e Pleines (1967), explorou-se o princípio de executar varreduras em diversas abordagens, como no algoritmo *RadFlow* proposto por Kersting e Mendive (1976) e no algoritmo *DistFlow* proposto por Baran e Wu (1989a, 1989b). W. H. Kersting publicou também densas contribuições técnicas em ensino, modelagem e análise de redes distribuição, em sua maioria vinculadas ao *RadFlow*, como nas referências (KERSTING, 1984; KERSTING; PHILLIPS, 1992, 1995; KERSTING, 2007). Atualmente, os dois métodos mais utilizados para a análise de redes distribuição radiais são o método de soma das correntes (SHIRMOHAMMADI et al., 1988) e o método de soma das potências (BROADWATER et al., 1988; CESPEDES, 1990), ambos empregando o princípios de execução de varreduras. Aborda-se assim com profundidade esses dois métodos neste documento, fato pelo qual apresenta-se neste capítulo uma revisão formal de suas

formulações. Desenvolve-se também uma revisão quanto aos modelos estáticos de cargas e discussões quanto ao estado da arte dos métodos de fluxo de carga aplicáveis à análise de redes de distribuição, de forma a apoiar a apresentação de contribuições nos capítulos seguintes.

2.1 Modelos Estáticos de Cargas

O consumo de energia das cargas conectadas a um sistema elétrico de potência varia de acordo com as grandezas elétricas de serviço. Modelos estáticos de carga visam sintetizar a agregação dos componentes elétricos das cargas. Estes modelos são geralmente constituídos por potências ativa e reativa de consumo em função da magnitude e frequência da tensão de fornecimento (IEEE, 1993). Em análises em regime permanente, desvios perante à frequência fundamental podem ser desconsiderados (HAQUE, 1996), enquanto cargas são geralmente representadas pelos modelos listados a seguir.

Potência Constante. Modelo no qual a carga não varia com a magnitude da tensão;

Corrente Constante. Modelo no qual a carga varia proporcionalmente com a magnitude da tensão;

Impedância Constante. Modelo no qual a carga varia diretamente com o quadrado da magnitude da tensão;

Polinomial. Combinação linear dos modelos acima, no qual a carga se faz representada como uma função polinomial da tensão de fornecimento conforme segue

$$P_i = P_i^0 (\sigma_{P_i} + \beta_{P_i} V_i + \gamma_{P_i} V_i^2) \quad (2.1)$$

$$Q_i = Q_i^0 (\sigma_{Q_i} + \beta_{Q_i} V_i + \gamma_{Q_i} V_i^2) \quad (2.2)$$

Nesta representação, V_i representa a tensão em um nó de carga i , enquanto P_i^0 e Q_i^0 denotam os valores de potência ativa e reativa de consumo sob tensão nominal no nó de carga i , respectivamente. Salienta-se que esse modelo é algumas vezes referido como modelo *ZIP*, uma vez que consiste da soma de termos sob representação de impedância constante, corrente constante e potência constante. Ademais, por construção as relações abaixo devem ser respeitadas

$$\sigma_{P_i} + \beta_{P_i} + \gamma_{P_i} = 1 \quad (2.3)$$

$$\sigma_{Q_i} + \beta_{Q_i} + \gamma_{Q_i} = 1 \quad (2.4)$$

nas quais os coeficientes σ_{P_i} , β_{P_i} , γ_{P_i} , σ_{Q_i} , β_{Q_i} , γ_{Q_i} assumem valores estimados que dependem da composição da carga;

Exponencial. Modelo no qual a carga se faz representada como uma função exponencial da tensão de fornecimento conforme segue

$$P_i = P_i^0 V_i^{\eta_{P_i}} \quad (2.5)$$

$$Q_i = Q_i^0 V_i^{\eta_{Q_i}} \quad (2.6)$$

no qual os expoentes η_{P_i} e η_{Q_i} dependem da composição da carga, similarmente aos coeficientes do modelo polinomial. Valores típicos para esses expoentes estão mostrados na Tabela 2.1;

Tabela 2.1: Expoentes para diferentes tipos de cargas estáticas (adaptado de (EMINOGLU; HOCAOGLU, 2005))

Componente	η_P	η_Q
Carregador de bateria	2,59	4,06
Lâmpada fluorescente	2,07	3,21
Impedância constante	2,00	2,00
Ar condicionado	0,50	2,50
Corrente constante	1,00	1,00
Lâmpada incandescente	1,54	0,00
Lâmpada fluorescente compacta	1,00	0,35
Pequeno motor industrial	0,10	0,60
Grande motor industrial	0,05	0,50
Potência constante	0,00	0,00

Combinado. Modelo no qual se combinam as características dos dois modelos anteriores em uma única representação como segue

$$P_i = P_i^0 (\sigma_{P_i} + \beta_{P_i} V_i + \gamma_{P_i} V_i^2 + \epsilon_{P_i} V_i^{\eta_{P_i}}) \quad (2.7)$$

$$Q_i = Q_i^0 (\sigma_{Q_i} + \beta_{Q_i} V_i + \gamma_{Q_i} V_i^2 + \epsilon_{Q_i} V_i^{\eta_{Q_i}}) \quad (2.8)$$

para

$$\sigma_{P_i} + \beta_{P_i} + \gamma_{P_i} + \epsilon_{P_i} = 1 \quad (2.9)$$

$$\sigma_{Q_i} + \beta_{Q_i} + \gamma_{Q_i} + \epsilon_{Q_i} = 1 \quad (2.10)$$

nos quais os coeficientes σ_{P_i} , β_{P_i} , γ_{P_i} , ϵ_{P_i} , σ_{Q_i} , β_{Q_i} , γ_{Q_i} , ϵ_{Q_i} , analogamente, assumem

valores estimados que dependem da composição da carga.

2.2 Método de Soma das Correntes

Esta seção apresenta o método de soma das correntes para o cálculo do fluxo de carga em redes de distribuição radiais. Formalizado por Shirmohammadi et al. (1988), este método foi concebido para ser utilizado tanto na análise estática de redes radiais quanto de redes fracamente malhadas, bem como é base para inúmeras generalizações como nas abordagens de Cheng e Shirmohammadi (1995), Thukaram, Banda e Jeroni (1999), Zhu e Tomsovic (2002), Ciric, Feltrin e Rocha (2003).

O método possui um princípio fundamental simples e, para aplicações em redes radiais, pode ser dividido em 3 partes. Primeiramente, calculam-se as correntes requeridas pelas cargas com os valores de tensão obtidos até então pelo método (para o caso da primeira iteração, pode-se utilizar uma solução aproximada ou perfil plano de tensões). Em seguida, por meio de uma varredura em retrocesso dos nós finais em direção ao nó da subestação, obtém-se as correntes nas linhas somando-se as correntes requeridas pelas cargas a jusante de cada linha. Finalmente, utilizam-se assim essas correntes de linha para o cálculo da queda de tensão na rede, partindo-se da subestação em direção aos nós finais, e assumindo-se o nó da subestação como nó de referência angular com tensão constante. Repetem-se esses 3 procedimentos até a convergência das tensões nos nós.

Mais formalmente, considere a representação genérica de uma rede de distribuição radial com $n+1$ nós mostrada na Figura 2.1, na qual as linhas de distribuição são denotadas por impedâncias série $z_i = \zeta_i \angle \phi_i = r_i + jx_i$ enquanto as correntes de carga, correntes de linha, tensões, e cargas complexas são denotadas por I_i , I_{L_i} , $E_i = V_i \angle \theta_i = e_i + jf_i$, e $S_i = s_i \angle \delta_i = P_i + jQ_i$, respectivamente, $\forall i = 1, \dots, n$.

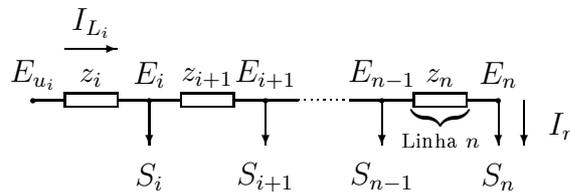


Figura 2.1: Rede radial genérica de distribuição - Método de Soma das Correntes.

Seja u_i o nó imediatamente a montante do nó i , observa-se que a queda de tensão nos nós pode ser calculada por $E_{u_i} - E_i = z_i I_{L_i}$, enquanto a injeção de corrente requerida por cada carga por $I_i = S_i^* / E_i^*$. Em adição, devido à propriedade de radialidade da rede, pode-se obter a corrente que passa através de cada linha, como o somatório das correntes requeridas pelas cargas a jusante de cada linha, conforme segue.

$$I_{L_i} = I_i + \sum_{d \in \mathcal{D}_{L_i}} I_{L_d} = I_i + \sum_{m \in \Delta_i} I_m = \sum_{m \in \Lambda_i} I_m \quad (2.11)$$

na qual \mathcal{D}_{L_i} denota o conjunto de linhas imediatamente a jusante da linha i , Δ_i o conjunto de nós a jusante do nó i , e Λ_i denota o conjunto de elementos de Δ_i incluindo-se também o nó i propriamente dito, isto é, $\Lambda_i \triangleq \Delta_i \cup \{i\}$.

Desta forma, adotando-se a subestação como nó de referência angular com tensão constante E_0 , o método de soma das correntes pode ser sumarizado no Algoritmo 1 abaixo.

Algoritmo 1 Método de Soma das Correntes

Funcionalidade: Cálculo do fluxo de carga para redes de distribuição radiais;

Requer: Dados de rede e carga;

Inicializar contador de iterações k ;

Inicializar tensões nos nós com uma solução aproximada ou perfil plano;

Enquanto $\left\| V_i^{(k+1)} - V_i^{(k)} \right\| > \text{tolerância}, \forall i$ **faça**

Inicializar correntes de linha com as correntes de carga por $I_{L_i}^{(k)} \leftarrow S_i^*/E_i^{(k)}, \forall i$;

Para todo i , dos nós finais em direção ao nó da subestação **faça**

$$I_{L_{u_i}}^{(k)} \leftarrow I_{L_{u_i}}^{(k)} + I_{L_i}^{(k)} \quad (2.12)$$

fim Para

Para todo i , do nó da subestação em direção aos nós finais **faça**

$$E_i^{(k+1)} \leftarrow E_{u_i}^{(k+1)} - z_i I_{L_i}^{(k)} \quad (2.13)$$

fim Para

$k \leftarrow k + 1$;

fim Enquanto

Imprime Relatório de resultados.

Faz-se necessário salientar que, na formulação original do algoritmo do método de soma das correntes, o critério de convergência proposto envolve a avaliação dos desbalanços de potência da rede. Enfatiza-se entretanto que a maioria das generalizações desse método emprega a convergência das magnitudes das tensões nos nós como critério de término, fato pelo qual optou-se por apresentar este como critério base a despeito do critério original.

Em adição, apesar do número elevado de generalizações e popularidade do método, destaca-se que o processo de convergência do algoritmo se baseia conceitualmente em um simples pressuposto, descrito nas duas sentenças abaixo.

1. Escolhendo-se um estado inicial próximo à solução do fluxo de carga, obter-se-á uma boa estimativa das correntes requeridas pelas cargas e nas linhas de distribuição;
2. Com o cálculo da queda de tensão por meio dessa estimativa de correntes, o algoritmo deve gerar um novo estado de tensões mais próximo da solução que o estado

anterior.

Uma vez que não se encontraram na literatura formalizações quanto à convergência do método, a crença na convergência do algoritmo se baseia em relatos e artigos com aplicações de sucesso utilizando-se do mesmo. Destaca-se assim a necessidade de se realizar tais formalizações de forma a testar a validade do pressuposto acima, bem como comparar a robustez e desempenho do método de soma das correntes com outros métodos criados com a mesma finalidade.

2.3 Método de Soma das Potências

Esta seção apresenta o método de soma das potências para o cálculo do fluxo de carga em redes radiais de distribuição. Salienta-se que esse método foi desenvolvido na mesma época por mais de um pesquisador, como por exemplo nas abordagens de Broadwater et al. (1988), Baran e Wu (1989a, 1989b), Cespedes (1990), com pequenas variações entre as formulações. Do ponto de vista matemático, essas abordagens e suas generalizações fazem uso das *equações recursivas de distribuição* (BARAN; WU, 1989a, 1989b), enquanto se diferenciam pela forma que atualizam as tensões nos nós. Ademais, freqüentemente as abordagens de Broadwater et al. (1988), Baran e Wu (1989a, 1989b), Cespedes (1990) são chamadas indistintamente de método de soma das potências, na literatura técnica brasileira.

Similarmente ao método de soma das correntes, os métodos supracitados possuem um princípio fundamental simples, podendo ser dividido em duas partes. Primeiramente, por meio dos valores de tensão obtidos até então pelo método (para o caso da primeira iteração, novamente pode-se utilizar uma solução aproximada ou perfil plano de tensões), calculam-se os fluxos de carga injetados pela rede em cada nó, com uma varredura dos nós finais em direção ao nó da subestação. Em seguida, utilizam-se desses fluxos de carga para o cálculo da queda de tensão nas linhas, a partir da subestação e em direção aos nós finais da rede de distribuição, e assumindo-se o nó da subestação como nó de referência angular com tensão constante. Repetem-se esses dois procedimentos até a convergências das tensões nos nós.

De maneira formal, considere agora a representação genérica de uma rede de distribuição radial mostrada na Figura 2.2. Nota-se para essa rede genérica que, em função da radialidade da rede, o fluxo de carga injetado na barra i por meio da linha i , denotado por $S_{i,ac} = P_{i,ac} + jQ_{i,ac} = s_{i,ac} \angle \delta_{i,ac}$, é o fluxo que supre as cargas e perdas dispostas a jusante da linha i . Esse fluxo pode também ser interpretado como uma carga acumulada na barra i , conforme indicado na figura, e escrito como uma função das cargas complexas à jusante da linha i , bem como das cargas acumuladas e tensões complexas nas barras a

jusante da linha i , como segue

$$S_{i,ac} = S_i + \sum_{d \in \mathcal{D}_i} S_{d,ac} + \sum_{d \in \mathcal{D}_i} z_d \left(\frac{S_{d,ac}}{V_d} \right)^2 = S_i + \sum_{m \in \Delta_i} S_m + \sum_{m \in \Delta_i} z_m \left(\frac{S_{m,ac}}{V_m} \right)^2 \quad (2.14)$$

na qual \mathcal{D}_i representa o conjunto de barras imediatamente a jusante da barra i .

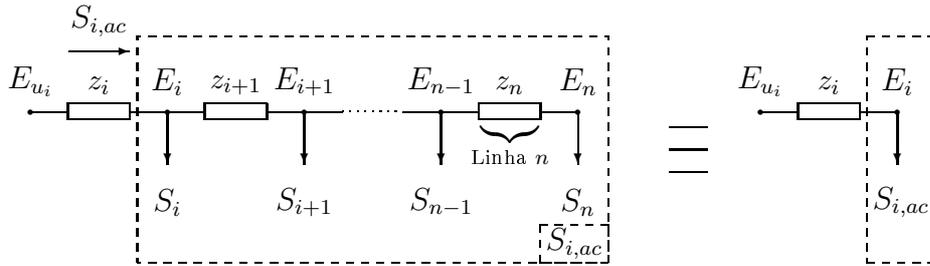


Figura 2.2: Rede radial genérica de distribuição - Método de Soma das Potências.

Desta forma, assumindo-se novamente a subestação como o nó de referência angular com tensão constante E_0 , um método de varredura com princípio no acúmulo de potências pode ser formulado, conforme mostrado no Algoritmo 2. Por explicitar adequadamente o princípio fundamental das abordagens de Broadwater et al. (1988), Baran e Wu (1989a, 1989b), Céspedes (1990) e, por questões de forma quando comparado ao método de soma das correntes, adotou-se o Algoritmo 2 neste documento como o algoritmo base para o método de soma das potências.

Destaca-se ainda que existe a possibilidade de se formular um algoritmo alternativo ao base, no qual a regra de atualização das tensões se vale da utilização de uma equação biquadrada, a qual relaciona as magnitudes das tensões entre nós adjacentes¹. Com o objetivo de deduzir essa equação biquadrada, note que separando-se (2.14) em suas partes real e imaginária, obtém-se que

$$P_{i,ac} = P_i + \sum_{d \in \mathcal{D}_i} P_{d,ac} + \sum_{d \in \mathcal{D}_i} r_d \left(\frac{P_{d,ac}^2 + Q_{d,ac}^2}{V_d^2} \right) \quad (2.15)$$

$$Q_{i,ac} = Q_i + \sum_{d \in \mathcal{D}_i} Q_{d,ac} + \sum_{d \in \mathcal{D}_i} x_d \left(\frac{P_{d,ac}^2 + Q_{d,ac}^2}{V_d^2} \right) \quad (2.16)$$

Agora, observe que a queda de tensão na linha i da rede genérica pode ser calculada pela relação

$$E_{u_i} - E_i = z_i \left(\frac{S_{i,ac}^*}{E_i^*} \right) \quad (2.17)$$

¹Tal relação foi abordada em (CESPEDES, 1990) para o caso de redes monofásicas, bem como em (BROADWATER et al., 1988) para o caso de redes multifásicas.

Algoritmo 2 Método de Soma das Potências**Funcionalidade:** Cálculo do fluxo de carga para redes de distribuição radiais;**Requer:** Dados de rede e carga;Inicializar contador de iterações k ;

Inicializar tensões nos nós como uma solução aproximada ou perfil plano;

Enquanto $\left\| V_i^{(k+1)} - V_i^{(k)} \right\| > \text{tolerância}, \forall i$ **faça**Inicializar cargas acumuladas $S_{i,ac}^{(k)} \leftarrow S_i^{(k)}, \forall i$;**Para** todo i , dos nós finais em direção ao nó da subestação **faça**

$$S_{u_i,ac}^{(k)} \leftarrow S_{u_i,ac}^{(k)} + S_{i,ac}^{(k)} + z_i \left(\frac{S_{i,ac}^{(k)}}{V_i^{(k)}} \right)^2 \quad (2.18)$$

fim Para**Para** todo i , do nó da subestação em direção aos nós finais **faça**

$$E_i^{(k+1)} \leftarrow E_{u_i}^{(k+1)} - z_i \left(\frac{S_{i,ac}^{(k)*}}{E_i^{(k)*}} \right) \quad (2.19)$$

fim Para $k \leftarrow k + 1$;**fim Enquanto****Imprime** Relatório de resultados.

e, manipulando-se os termos de (2.17) tem-se que

$$\begin{aligned} E_i^* E_{u_i} &= E_i^* E_i + z_i S_{i,ac}^* \\ &= V_i^2 + z_i S_{i,ac}^* \\ &= V_i^2 + (r_i + jx_i) (P_{i,ac} - jQ_{i,ac}) \\ &= V_i^2 + r_i P_{i,ac} + x_i Q_{i,ac} + j (x_i P_{i,ac} - r_i Q_{i,ac}) \end{aligned} \quad (2.20)$$

Aplicando-se o operador módulo e elevando-se ao quadrado os dois lados da expressão acima, deduz-se que

$$\begin{aligned} V_i^2 V_{u_i}^2 &= (V_i^2 + r_i P_{i,ac} + x_i Q_{i,ac})^2 + (x_i P_{i,ac} - r_i Q_{i,ac})^2 \\ &= (r_i P_{i,ac} + x_i Q_{i,ac})^2 + 2 (r_i P_{i,ac} + x_i Q_{i,ac}) V_i^2 + V_i^4 + (x_i P_{i,ac} - r_i Q_{i,ac})^2 \\ &= 2 (r_i P_{i,ac} + x_i Q_{i,ac}) V_i^2 + V_i^4 + (P_{i,ac}^2 + Q_{i,ac}^2) (r_i^2 + x_i^2) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Dividindo-se (2.21) por V_i^2 obtém-se, juntamente com (2.18), o conjunto de *equações recursivas de distribuição*, base do método *DistFlow* proposto por Baran e Wu (1989a, 1989b). Ademais, (2.21) pode ser escrita de maneira compacta como

$$V_i^4 + A_i V_i^2 + B_i = 0 \quad (2.22)$$

na qual

$$A_i = 2(r_i P_{i,ac} + x_i Q_{i,ac}) - V_{u_i}^2 \quad (2.23)$$

$$B_i = (P_{i,ac}^2 + Q_{i,ac}^2)(r_i^2 + x_i^2) \quad (2.24)$$

Desta forma, uma vez que a equação biquadrada em (2.22) assume solução explícita, é possível obter uma fórmula fechada para a tensão no nó i como uma função da tensão no nó u_i e das potências ativa e reativa acumuladas no nó i , como segue.

$$V_i = \left(\frac{-A_i + (A_i^2 - 4B_i)^{1/2}}{2} \right)^{1/2} \quad (2.25)$$

Analogamente, deduz-se uma fórmula explícita para o ângulo da tensão no nó i aplicando-se o operador ângulo em (2.20), resultando na expressão final

$$\theta_i = \theta_{u_i} - \tan^{-1} \left(\frac{x_i P_{i,ac} - r_i Q_{i,ac}}{r_i P_{i,ac} + x_i Q_{i,ac} - V_{u_i}^2} \right) \quad (2.26)$$

Finalmente, utilizando-se das equações deduzidas, um método alternativo como princípio similar ao do método base de soma das potências pode ser formulado. Referido neste documento como método de soma das potências modificado, este método alternativo é apresentado no Algoritmo 3.

Destaca-se que o algoritmo modificado do método de soma das potências possui vantagens que vão além da não necessidade do cálculo do ângulo das tensões nos nós. No algoritmo original, a atualização da tensão em um nó i na iteração k envolve a tensão $E_i^{(k)}$, tanto no cálculo de potência acumulada quanto na regra de atualização propriamente dita em (2.19). Por outro lado, verifica-se no algoritmo modificado que essa tensão (e por conseguinte o desvio intrínseco da mesma para com a solução) é apenas utilizada no acúmulo de potências, sendo $E_{u_i}^{(k+1)}$ uma tensão referente a uma iteração posterior ao processo.

Embora trate-se de um detalhe, este pode modificar as propriedades de convergência do método, sendo seu impacto na solução iterativa do problema de fluxo de carga uma questão em aberto. De fato, similarmente ao método de soma das correntes, a convergência do método de soma das potências se baseia em um pressuposto simples, descrito nas duas sentenças abaixo.

1. Escolhendo-se um estado inicial próximo à solução do problema, obter-se-á uma boa estimativa das potências acumuladas nos nós de rede;

Algoritmo 3 Método de Soma das Potências Modificado**Funcionalidade:** Cálculo do fluxo de carga para redes de distribuição radiais.**Requer:** Dados de rede e carga.Inicializar contador de iterações k ;

Inicializar tensões nos nós com uma solução aproximada ou perfil plano;

Enquanto $\left\| V_i^{(k+1)} - V_i^{(k)} \right\| > \text{tolerância}, \forall i$ **faça**Inicializar cargas acumuladas $P_{i,ac}^{(k)} \leftarrow P_i^{(k)}$ e $Q_{i,ac}^{(k)} \leftarrow Q_i^{(k)}, \forall i$;**Para** todo i , dos nós finais em direção ao nó da subestação **faça**

$$P_{u_i,ac}^{(k)} \leftarrow P_{u_i,ac}^{(k)} + P_{i,ac}^{(k)} + r_i \left(\frac{(P_{i,ac}^{(k)})^2 + (Q_{i,ac}^{(k)})^2}{(V_i^{(k)})^2} \right) \quad (2.27)$$

$$Q_{u_i,ac}^{(k)} \leftarrow Q_{u_i,ac}^{(k)} + Q_{i,ac}^{(k)} + x_i \left(\frac{(P_{i,ac}^{(k)})^2 + (Q_{i,ac}^{(k)})^2}{(V_i^{(k)})^2} \right) \quad (2.28)$$

fim Para**Para** todo i , do nó da subestação em direção aos nós finais **faça**

$$A_i \leftarrow 2 \left(r_i P_{i,ac}^{(k)} + x_i Q_{i,ac}^{(k)} \right) - (V_{u_i}^{(k+1)})^2 \quad (2.29)$$

$$B_i \leftarrow \left((P_{i,ac}^{(k)})^2 + (Q_{i,ac}^{(k)})^2 \right) (r_i^2 + x_i^2) \quad (2.30)$$

$$V_i^{(k+1)} \leftarrow \left(\frac{-A_i + (A_i^2 - 4B_i)^{1/2}}{2} \right)^{1/2} \quad (2.31)$$

fim Para $k \leftarrow k + 1$;**fim Enquanto****Imprime** Relatório de resultados.

2. Com o cálculo da queda de tensão por meio dessa estimativa de potências acumuladas, o algoritmo deve gerar um novo estado de tensões mais próximo da solução que o estado anterior.

Assim, enfatiza-se novamente a necessidade de se realizar testes de validade do presposto acima, bem como análises formais de convergência para o método de soma das potências. Ademais, no caso das cargas serem representadas como função da tensão de fornecimento, pode-se ainda modificar o método incluindo-se o cálculo da potência de consumo das cargas como uma primeira etapa do laço principal do algoritmo. Este simples procedimento pode ser igualmente utilizado no método de soma das correntes.

2.4 Discussões quanto ao Estado da Arte

O paradigma da distribuição de energia elétrica se modificou de forma evidente nas últimas décadas. A desregulamentação, mudanças na legislação e tarifação, bem como o crescimento do uso da energia, fomenta a busca por eficiência no planejamento, operação e expansão das redes de distribuição (ISSICABA et al., 2004; ISSICABA; COELHO; OLIVEIRA, 2006). De forma a aumentar a confiabilidade, qualidade do serviço, e perfis de tensão, diversas redes tem sido operadas em configuração fracamente malhada, e com variados equipamentos destinados à compensação reativa e regulação de tensão. Em adição, a crescente introdução da geração distribuída tem atuado de forma a elevar a complexidade da análise dos sistemas de distribuição, adicionando a possibilidade do fluxo ativo reverso e do controle de tensão nos nós de conexão da geração distribuída, de acordo com o contrato e capacidade de cada gerador (ISSICABA; COELHO, 2007). Ademais, estudos relacionados à otimização pela reconfiguração (SITI et al., 2007), balanceamento (SAMBAQUI, 2001), corte de carga (GAULKE, 2007), compensação reativa (ISSICABA et al., 2006), alocação chaves seccionadoras (NETO, 2006), e alocação de geração distribuída, dependentes em sua maioria de repetidos cálculos dos estados da rede, se tornam cada vez mais importantes para a sobrevivência da concessionária em um ambiente competitivo.

Faz-se assim importante o estudo aprofundado dos métodos existentes para o cálculo de fluxo de carga para redes radiais e malhadas, bem como a proposição de métodos mais eficientes na busca pela solução em regime permanente para os estados da rede. Em particular, enfatiza-se também a necessidade de se estudar a modelagem dos componentes existentes em um sistema de distribuição, como também aperfeiçoar sua inserção no problema de fluxo de carga.

Destaca-se então que, a primeira abordagem específica para o cálculo do fluxo de carga em redes de distribuição fracamente malhadas foi proposta por Shirmohammadi et al. (1988). Este trabalho pioneiro, intitulado “*A compensation-based power flow for weakly meshed distribution and transmission networks*”, propõe um método no qual redes fracamente malhadas são seccionadas de forma fictícia, obtendo-se assim uma rede radial. O algoritmo procede com uma iteração do método de soma das correntes para a rede radial, seguida da atualização de correntes em nós determinados na etapa de seccionamento fictício. Essa atualização de correntes é realizada através do método de compensação multi-portas, descrito em (TINNEY, 1971), de forma a modificar parâmetros de carregamento da rede radial. O procedimento se repete até que a convergência do algoritmo seja caracterizada.

O método proposto por Shirmohammadi et al. (1988), se mostra mais eficiente que o método de Newton-Raphson bem como eficaz em diversos estudos, como aqueles apresentados por Pantuzi e Feltrin (2006). Apenas dois anos após sua divulgação, Luo e Semlyen

(1990) aperfeiçoaram significativamente esse método utilizando um algoritmo baseado no acúmulo de cargas a jusante de cada linha, assim como simplificando a modelagem de barras PV no método original. Na nova abordagem, atualizam-se as potências injetadas em cada ponto criado pelos seccionamentos fictícios, por meio de uma matriz de sensibilidade equivalente à matriz formada no método de compensação multi-portas. Haque (1996, 2000) também apresentou úteis contribuições à área com a representação do efeito capacitivo das linhas de distribuição e a inclusão do efeito das cargas na matriz de sensibilidade, enquanto Cheng e Shirmohammadi (1995) contribuíram com a representação de redes primárias trifásicas fracamente malhadas. Em adição, abordagens quanto à representação de redes secundárias para a análise da operação de redes de distribuição podem ser encontradas em (ZIMMERMAN, 1995; MIU; CHIANG, 2000; KERSTING, 2007).

As demais referências encontradas na literatura quanto ao tema se diferenciam daquelas citadas por pequenas variações em equacionamento ou apresentação de resultados. Existe também uma problemática pouco abordada em buscar uma métrica para o “malhamento” das redes, com a qual abordagens por construção de matrizes de rede se tornam tão atrativas (em termos metodológicos) quanto os métodos de varredura modificados. O autor atribui como causa principal desse reduzido número de estudos à escassez de análises matemáticas formais referente aos métodos de varredura em geral, e em particular a lacunas quanto ao conhecimento sobre a robustez dos mesmos.

De fato, os desafios encontrados no desenvolvimento desses formalismos são grandes, e se iniciam na caracterização da solução propriamente dita para o problema. Alguns pesquisadores estudaram a natureza e multiplicidade da solução estável do fluxo de carga para redes de transmissão de energia (KORSAK, 1972; JOHNSON, 1977; TAVORA; SMITH, 1972; THORP; SCHULZ; ILIC-SPONG, 1986), e alguns poucos desenvolveram estudos similares para as redes de distribuição de energia. Mais recentemente, Chiang e Baran (1990) mostraram a existência e unicidade da solução estável do fluxo de carga em redes balanceadas de distribuição, enquanto Chen e Wang (1995) abordaram a existência e viabilidade dessa solução por meio de uma formulação baseada nas *equações recursivas de distribuição* de Baran e Wu (1989a, 1989b). Miu e Chiang (2000) apresentaram uma excelente contribuição estendendo o trabalho desenvolvido por Chiang e Baran (1990) considerando redes trifásicas não balanceadas, bem como uma representação detalhada de redes primárias de distribuição.

Dado algum conhecimento quanto à solução em regime permanente para o problema, as análises matemáticas de convergência se destacam dentre as formas de se avaliar, comparar e entender as características dos algoritmos de fluxo de carga. Neste ponto, devem-se citar os trabalhos de Meisel e Barnard (1970) nos quais se estuda a convergência dos métodos de Gauss-Seidel e Newton-Raphson através de uma formulação baseada nos

teoremas de ponto fixo, como também os trabalhos de Ganesan, Moore e Vetter (1973) nos quais a convergência do método de Newton-Raphson é abordada em termos do teorema de Kantorovich². Ademais, Wu (1977) provou a convergência do método Desacoplado Rápido estipulando condições suficientes de convergência, bem como demonstrou analiticamente a elevada dependência da convergência do método para com as relações r/x das redes de energia.

Na análise estática de sistemas de distribuição, conforme enfatizado nas seções anteriores, existe uma escassez de análises de convergência para os métodos de fluxo de carga, sendo uma exceção encontrada nas análises simplificadas de Bompard et al. (2000). Existem também certos estudos testando os algoritmos em diferentes condições de carregamento, modelos de carga, e na presença de componentes com comutação sob carga, como nos já citados trabalhos de Pantuzi e Feltrin (2006). Pesquisadores como R. P. Broadwater atestam, em discussão ao método de soma das correntes (SHIRMOHAMMADI et al., 1988), que existe uma depreciação da convergência (ou mesmo divergência) do método de soma das correntes para redes com elevado carregamento. Apesar do caráter categórico da afirmação, não existe comprovação formal dessa característica para o método. Quanto ao método de soma das potências, Broadwater et al. (1988) analisou um pequeno caso de 3 nós relacionando diferenças entre tensões de duas iterações subseqüentes por meio de uma aproximação baseada na série de Taylor. Esta análise constitui um teste de convergência em cada iteração do algoritmo.

Neste cenário, o autor enfatiza que de forma alguma se propõe a preencher as lacunas de conhecimento levantadas quanto aos métodos de fluxo de carga para redes de distribuição. Objetiva-se meramente neste documento descrever algumas contribuições na área, desenvolvidas no ano de 2007. Em particular, apresenta-se uma formulação alternativa ao método de soma das potências modificado, na qual é possível reduzir o número de operações matemáticas realizadas pelo método, mantendo-se inalteradas as propriedades de convergência do mesmo. Esta nova formulação se baseia na utilização de artifícios matemáticos e no fato das redes de distribuição serem constituídas de um número limitado de tipos padronizados de cabos. Com a evolução da computação, questões de eficiência em análise estática se tornaram minoritárias em confronto a questões de robustez. Todavia, o autor julga a abordagem uma contribuição, com aplicação voltada aos estudos nos quais são requeridas repetidas análises em regime permanente, como nos estudos de otimização de rede. Ademais, o princípio desenvolvido pode claramente ser estendido para outras variações do método de soma das potências.

Na seqüência, desenvolveu-se um método de fluxo de carga para a análise de redes fra-

²Uma descrição dos teoremas de ponto fixo e do teorema de Kantorovich pode ser encontrada em (RUDIN, 1976).

camente malhadas de distribuição, baseado no método de soma das potências bem como no seccionamento fictício de redes. Analisou-se na formulação deste método a modelagem de diferentes componentes dos sistemas de distribuição como a geração distribuída com controle de tensão nos nós de conexão, reguladores de tensão assim como bancos de capacitores fixos e controláveis. Estabeleceu-se como meta estudar a aplicação do princípio de varreduras para a análise de redes fracamente malhadas, a inclusão de diferentes componentes nesses métodos, bem como suas vantagens e limitações.

Finalmente, apresenta-se como principal contribuição da dissertação a formalização e caracterização da convergência dos métodos de soma das correntes e soma das potências, sem a utilização de derivadas, através da dedução das taxas de convergência dos métodos, prova da dependência dessas taxas para com o carregamento das redes, prova de convergência para o método de soma das correntes, dedução de condições que se mostraram suficientes para a convergência do método de soma das potências, assim como a formulação de limitantes para com o desvio entre a solução do fluxo de carga e um estado de tensões obtido em iterações dos métodos. Todas as análises e formalizações foram validadas em simulação utilizando-se de redes de distribuição obtidas na literatura, bem como redes reais de sistemas brasileiros.

Capítulo 3

Método de Soma das Potências com Rotações

Este capítulo apresenta uma variação do método de soma das potências modificado, proposta para o cálculo do fluxo de carga em redes de distribuição radiais, a saber Método de Soma das Potências com Rotações. O método emprega uma técnica na qual a rede de energia é reduzida a um conjunto de subredes conectadas entre si, cada uma representada em um sistema de referência complexo convenientemente escolhido. O fluxo de carga em cada subrede é então calculado em procedimentos de varredura e por meio de transformações de variáveis nos pontos de conexão entre subredes. Mantendo-se o princípio e propriedades de convergência do método original, trata-se de uma variação de simples implementação cujo superior desempenho é analisado no capítulo, bem como se mostrou presente em todos os testes realizados.

O capítulo está organizado em 5 seções como segue. Na seção 3.1, descreve-se a técnica de rotação de eixos e sua aplicação na análise estática de redes de distribuição. As seções 3.2 e 3.3 apresentam, respectivamente, o método de soma das potências com rotações para um caso especial e para o caso geral. Na seção 3.4, analisa-se o desempenho do método proposto com relação ao algoritmo modificado do método de soma das potências. Por fim, a seção 3.5 apresenta as conclusões do capítulo.

3.1 Técnica de Rotação de Eixos

A técnica de rotação de eixos foi primeiramente aplicada à análise estática de redes de distribuição por Garcia et al. (1984). Trata-se basicamente de uma alteração no sistema de coordenadas canônico no qual a rede de energia está representada. Essa alteração é obtida por meio da rotação dos eixos de referência real e imaginário. Como abordagem, Garcia et al. (1984) propôs então a rotação para um sistema de referência no qual as

linhas de distribuição possuíssem reduzidos valores de relação r/x , de forma a melhorar o desempenho do método Desacoplado Rápido na análise de redes de distribuição.

Embora simples e engenhosa, a abordagem de Garcia et al. (1984) apresenta algumas restrições como o fato do ângulo de excursão de rotação ser um parâmetro escolhido de forma heurística. Em adição, dependendo da variedade de cabos utilizados, não se faz possível elevar de forma satisfatória os valores de relação r/x de todas as linhas de uma rede de distribuição. Parâmetros de cabos tipicamente encontrados em redes de distribuição estão mostrados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Parâmetros de cabos elétricos[†](KINDERMANN, 2007).

Tipo	r (Ω/km)	x (Ω/km)	r/x	Tipo	r (Ω/km)	x (Ω/km)	r/x
4/0 Cu	0,188	0,420	0,448	2 Cu	0,596	0,468	1,274
336,4 CA	0,187	0,403	0,464	1/0 CA	0,595	0,451	1,319
336,4 CAA	0,190	0,388	0,490	1/0 CAA	0,696	0,520	1,338
3/0 Cu	0,237	0,426	0,556	2 CAA	1,050	0,525	2,000
2/0 Cu	0,299	0,442	0,676	2 CA	0,948	0,468	2,026
4/0 CA	0,297	0,424	0,700	4 Cu	0,934	0,460	2,030
4/0 CAA	0,368	0,473	0,778	6 Cu	1,482	0,508	2,917
1/0 Cu	0,377	0,451	0,836	4 CA	1,504	0,496	3,032
3/0 CA	0,375	0,433	0,866	4 CAA	1,597	0,522	3,059
3/0 CAA	0,449	0,498	0,902	8 Cu	2,359	0,525	4,493
2/0 CA	0,473	0,442	1,070	6 CAA	2,473	0,529	4,675
2/0 CAA	0,556	0,510	1,090	6 CA	2,400	0,503	4,771

[†] Parâmetros obtidos considerando como temperatura do condutor: 50°C, resistividade do solo: 100 Ωm , espaçamento equivalente trifásico: 1,350m, e espaçamento cabo-neutro: 1,586m.

Adotando-se assim uma linha diferente de pesquisa, abordar-se-á a técnica de rotação de eixos à luz das equações utilizadas no método de soma das potências modificado. Para tanto, considere a rede de distribuição genérica mostrada na Figura 2.2. Observa-se que a impedância da linha i desta rede pode ser representada em dois sistemas de referência distintos, conforme ilustrado na Figura 3.1. Nesta figura, φ é a defasagem entre os dois sistemas de referência, $z_i = r_i + jx_i = \zeta_i \angle \phi_i$ é a impedância representada no sistema de referência original canônico, enquanto $z_i^\varphi = r_i^\varphi + jx_i^\varphi = \zeta_i^\varphi \angle \phi_i^\varphi$ é a impedância representada no novo sistema de referência.

Nota-se primeiramente que, por definição, a impedância z_i^φ pode ser obtida por

$$z_i^\varphi = r_i^\varphi + jx_i^\varphi = z_i e^{j\varphi} \quad (3.1)$$

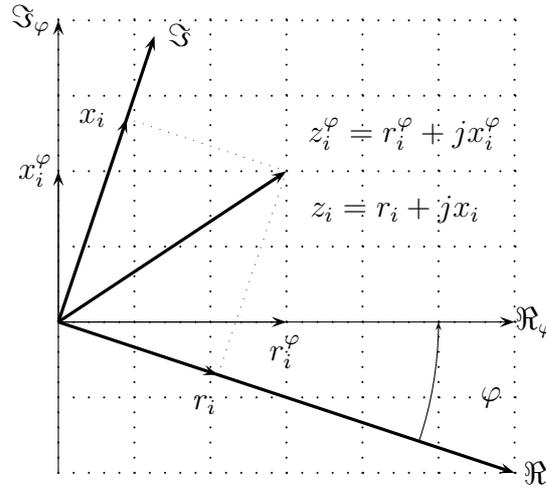


Figura 3.1: Uma impedância representada em dois sistemas de referência complexos defasados por φ radianos.

na qual

$$r_i^\varphi = r_i \cos \varphi - x_i \sin \varphi \quad (3.2)$$

$$x_i^\varphi = r_i \sin \varphi + x_i \cos \varphi \quad (3.3)$$

e, a nova relação r/x dessa linha dada por

$$\frac{r_i^\varphi}{x_i^\varphi} = \frac{r_i \cos \varphi - x_i \sin \varphi}{r_i \sin \varphi + x_i \cos \varphi} \quad \text{para } x_i^\varphi \neq 0 \quad (3.4)$$

Analogamente, as cargas conectadas à rede também podem ser rotacionadas para o novo sistema de referência como segue.

$$S_i^\varphi = P_i^\varphi + jQ_i^\varphi = S_i e^{j\varphi} \quad (3.5)$$

na qual

$$P_i^\varphi = P_i \cos \varphi - Q_i \sin \varphi \quad (3.6)$$

$$Q_i^\varphi = P_i \sin \varphi + Q_i \cos \varphi \quad (3.7)$$

Uma vez que todas as impedâncias de linha e cargas complexas se fazem rotacionadas por (3.1) e (3.5), a rede de energia está por completa representada em um novo sistema de referência. Como consequência, grandezas como as cargas acumuladas em cada nó também se fazem rotacionadas por φ . Em adição, independentemente do sistema de referência adotado pode-se optar por especificar uma referência angular de 0 rad na tensão do nó da subestação. Desta maneira, a solução do fluxo de carga em termos das tensões complexas não se modifica com a rotação de eixos, sendo para tanto os ângulos das

correntes de linha rotacionados por $-\varphi$, de forma a atender às equações de balanço de potência da rede. Em termos das equações do método de soma das potências, este fato pode ser observado na análise a seguir.

Seja $E_i^\varphi = V_i^\varphi \angle \theta_i^\varphi$ a tensão no nó i para a rede no novo sistema de referência, bem como $S_{i,ac}^\varphi = P_{i,ac}^\varphi + jQ_{i,ac}^\varphi$ a potência complexa acumulada no nó i no novo sistema de referência. Verifica-se por (2.22)–(2.24) que

$$(V_i^\varphi)^4 + A_i^\varphi (V_i^\varphi)^2 + B_i^\varphi = 0 \quad (3.8)$$

no qual

$$A_i^\varphi = 2 (P_{i,ac}^\varphi r_i^\varphi + Q_{i,ac}^\varphi x_i^\varphi) - (V_{u_i}^\varphi)^2 \quad (3.9)$$

$$B_i^\varphi = ((P_{i,ac}^\varphi)^2 + (Q_{i,ac}^\varphi)^2) ((r_i^\varphi)^2 + (x_i^\varphi)^2) \quad (3.10)$$

Desta forma, assumindo-se $V_{u_i}^\varphi = V_{u_i}$, por meio de simples manipulações algébricas obtém-se que

$$\begin{aligned} A_i^\varphi &= 2 (P_{i,ac}^\varphi r_i^\varphi + Q_{i,ac}^\varphi x_i^\varphi) - (V_{u_i}^\varphi)^2 \\ &= 2 (P_{i,ac}^\varphi r_i^\varphi + Q_{i,ac}^\varphi x_i^\varphi) - V_{u_i}^2 \\ &= 2 ((P_{i,ac} \cos \varphi - Q_{i,ac} \sin \varphi) (r_i \cos \varphi - x_i \sin \varphi) + \\ &\quad + (P_{i,ac} \sin \varphi + Q_{i,ac} \cos \varphi) (r_i \sin \varphi + x_i \cos \varphi)) - V_{u_i}^2 \\ &= 2 (P_{i,ac} r_i \cos^2 \varphi + Q_{i,ac} x_i \sin^2 \varphi - (P_{i,ac} x_i + Q_{i,ac} r_i) \sin \varphi \cos \varphi) + \\ &\quad + 2 (P_{i,ac} r_i \sin^2 \varphi + Q_{i,ac} x_i \cos^2 \varphi + (P_{i,ac} x_i + Q_{i,ac} r_i) \sin \varphi \cos \varphi) - V_{u_i}^2 \\ &= 2 (P_{i,ac} r_i \cos^2 \varphi + Q_{i,ac} x_i \sin^2 \varphi) + 2 (P_{i,ac} r_i \sin^2 \varphi + Q_{i,ac} x_i \cos^2 \varphi) - V_{u_i}^2 \\ &= 2 (P_{i,ac} r_i + Q_{i,ac} x_i) - V_{u_i}^2 \\ &= A_i \end{aligned} \quad (3.11)$$

Similarmente, nota-se para as cargas acumuladas e parâmetros de linha que

$$\begin{aligned} (P_{i,ac}^\varphi)^2 + (Q_{i,ac}^\varphi)^2 &= (P_{i,ac} \cos \varphi - Q_{i,ac} \sin \varphi)^2 + (P_{i,ac} \sin \varphi + Q_{i,ac} \cos \varphi)^2 \\ &= (P_{i,ac}^2 \cos^2 \varphi + Q_{i,ac}^2 \sin^2 \varphi - 2P_{i,ac}Q_{i,ac} \sin \varphi \cos \varphi) + \\ &\quad + (P_{i,ac}^2 \sin^2 \varphi + Q_{i,ac}^2 \cos^2 \varphi + 2P_{i,ac}Q_{i,ac} \sin \varphi \cos \varphi) \\ &= (P_{i,ac}^2 \cos^2 \varphi + Q_{i,ac}^2 \sin^2 \varphi) + (P_{i,ac}^2 \sin^2 \varphi + Q_{i,ac}^2 \cos^2 \varphi) \\ &= P_{i,ac}^2 + Q_{i,ac}^2 \end{aligned} \quad (3.12)$$

assim como

$$(r_i^\varphi)^2 + (x_i^\varphi)^2 = (r_i \cos \varphi - x_i \sin \varphi)^2 + (r_i \sin \varphi + x_i \cos \varphi)^2$$

$$\begin{aligned}
&= (r_i \cos \varphi - x_i \sin \varphi)^2 + (r_i \sin \varphi + x_i \cos \varphi)^2 \\
&= (r_i^2 \cos^2 \varphi + x_i^2 \sin^2 \varphi - 2r_i x_i \sin \varphi \cos \varphi) + \\
&\quad + (r_i^2 \sin^2 \varphi + x_i^2 \cos^2 \varphi + 2r_i x_i \sin \varphi \cos \varphi) \\
&= (r_i^2 \cos^2 \varphi + x_i^2 \sin^2 \varphi) + (r_i^2 \sin^2 \varphi + x_i^2 \cos^2 \varphi) \\
&= r_i^2 + x_i^2
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Por conseguinte,

$$\begin{aligned}
B_i^\varphi &= ((P_{i,ac}^\varphi)^2 + (Q_{i,ac}^\varphi)^2) ((r_i^\varphi)^2 + (x_i^\varphi)^2) \\
&= (P_{i,ac}^2 + Q_{i,ac}^2) (r_i^2 + x_i^2) \\
&= B_i
\end{aligned} \tag{3.14}$$

e, conseqüentemente, por (3.8) obtém-se que $V_i^\varphi = V_i$. De forma análoga, um argumento pode ser construído para provar que se $\delta_{u_i}^\varphi = \delta_{u_i}$, então $\delta_i^\varphi = \delta_i$.

Portanto, supondo-se que a mesma tensão complexa é escolhida para o nó da subestação em ambos os sistemas de referência, isto é, $E_0^\varphi = E_0$, e calculando-se a tensão a jusante de cada nó por meio de um processo de varredura da subestação em direção aos nós finais, verifica-se que a condição $E_{u_i}^\varphi = E_{u_i}$ se faz sempre satisfeita garantindo então que $E_i^\varphi = E_i, \forall i$. Prova-se assim que para $E_0^\varphi = E_0$ a solução de tensões complexas se mantém inalterada independentemente da escolha do ângulo de rotação φ . Em contrapartida, as correntes nas cargas (e conseqüentemente as correntes de linha) no novo sistema de referência I_i^φ são defasadas por $-\varphi$ em relação às correntes no sistema de referência original, conforme demonstrado abaixo.

$$I_i^\varphi = \left(\frac{S_i^\varphi}{E_i} \right)^* = \left(\frac{S_i e^{j\varphi}}{E_i} \right)^* = \left(\frac{S_i}{E_i} \right)^* e^{-j\varphi} = I_i e^{-j\varphi} \tag{3.15}$$

Preservando-se o conjunto solução de tensões complexas, é possível então reduzir em (3.4) as relações r/x das redes de distribuição para melhorar o desempenho dos algoritmos de fluxo carga baseados no método de Newton-Raphson. Na abordagem proposta, estendeu-se a formulação para uma assim denominada Técnica de Rotação de Eixos Generalizada, na qual a rede de distribuição é dividida em um conjunto de subredes, cada uma representada em um sistema de referência distinto.

Para tanto, enfatiza-se que na prática as linhas de distribuição são constituídas por um número padronizado de tipos de cabos com mesmos parâmetros $r + jx \Omega/\text{km}$ e relação r/x . Conseqüentemente, as perdas elétricas em linhas com mesmo tipo de cabo possuem também o mesmo ângulo, sendo o procedimento de atualizar ambas, perdas ativas e reativas, desnecessário em um processo iterativo. Definem-se então as subredes de tal sorte

que estas sejam constituídas por linhas de mesmo tipo de cabo, assim como representadas em um sistema de referência no qual essas linhas apresentem impedância com parte real nula.

Desta forma, um algoritmo de varredura baseado no método de soma das potências modificado pode ser desenvolvido eliminando-se o cálculo de perdas ativas, por meio de operações em grandezas elétricas em diversos sistemas de referência. A nova formulação, chamada de Método de Soma das Potências com Rotações, é descrita por fins didáticos para um caso particular e seu caso geral, nas próximas duas seções.

3.2 Método de Soma das Potências com Rotações: Caso Particular

Esta seção apresenta o método de soma das potências com rotações para o caso particular em que a rede é constituída por apenas um tipo de cabo e as cargas são representadas por potências constantes. Observe que, por hipótese, todas as impedâncias da rede de distribuição possuem a mesma relação r/x e ângulo $\phi = \phi_i, \forall i = 1, \dots, n$. Note também que, conforme exposto anteriormente, as relações r/x das linhas podem ser modificadas por meio da alteração do sistema de referência no qual a rede de energia está representada. Assim, convenientemente escolhendo o ângulo $\varphi = \frac{\pi}{2} - \phi$ para a rotação das impedâncias e cargas, e utilizando-se das leis de Kirchhoff, obtém-se que

$$E_{u_i} - E_i = z_i^\varphi \left(\frac{S_{i,ac}^\varphi}{E_i} \right)^* = \zeta_i e^{j\phi} e^{j(\frac{\pi}{2}-\phi)} \left(\frac{S_{i,ac}^\varphi}{E_i} \right)^* = j\zeta_i \left(\frac{S_{i,ac}^\varphi}{E_i} \right)^* \quad (3.16)$$

Em adição, por (2.14) e (3.5), a potência acumulada e rotacionada no nó i é agora dada por

$$S_{i,ac}^\varphi = S_i e^{j\varphi} + \sum_{m \in \Delta_i} S_m e^{j\varphi} + \sum_{m \in \Delta_i} z_m e^{j\varphi} \left(\frac{S_{m,ac}}{V_m} \right)^2 \quad (3.17)$$

$$S_{i,ac}^\varphi = S_i^\varphi + \sum_{m \in \Delta_i} S_m^\varphi + \sum_{m \in \Delta_i} j\zeta_m \left(\frac{S_{m,ac}}{V_m} \right)^2 \quad (3.18)$$

Ainda, separando-se a expressão anterior em suas partes real e imaginária, assim como denotando $L_{Q_m}^\varphi$ e $L_{Q_{i,ac}}^\varphi$ como as perdas rotacionadas de potência reativa na linha m e a jusante da linha i , respectivamente, tem-se que

$$P_{i,ac}^\varphi = P_i^\varphi + \sum_{m \in \Delta_i} P_m^\varphi \quad (3.19)$$

assim como

$$Q_{i,ac}^\varphi = Q_i^\varphi + \sum_{m \in \Delta_i} Q_m^\varphi + L_{Q_{i,ac}}^\varphi \quad (3.20)$$

no qual

$$L_{Q_{i,ac}}^\varphi = \sum_{m \in \Delta_i} L_{Q_m}^\varphi = \sum_{m \in \Delta_i} \zeta_m \left(\frac{s_{m,ac}}{V_m} \right)^2 \quad (3.21)$$

Por conseguinte, a potência ativa acumulada e rotacionada no nó i pode ser obtida analiticamente somando-se a carga ativa no nó i com as cargas ativas a jusante desse mesmo nó, conforme ilustrado na Figura 3.2.

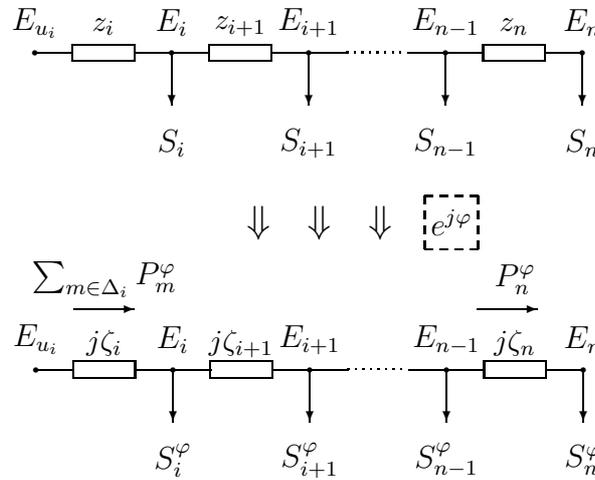


Figura 3.2: Princípio do método de soma das potências com rotações – caso particular.

De fato, propõe-se uma rotação para um sistema de referência no qual as impedâncias de linha da rede não possuem parte real. Como consequência, não existem perdas ativas nessa representação da rede. Desta forma, para este caso, cargas e parâmetros de linha podem ser armazenados no novo sistema de referência e o método de soma das potências formulado para acumular e atualizar apenas potências reativas. Em adição, com a eliminação da parte real das impedâncias de linha, simplifica-se a equação de atualização das tensões do método. Por conseguinte, eliminando-se e simplificando-se as operações utilizadas nas varreduras do algoritmo de soma das potências modificado, reduz-se o esforço computacional e melhora-se o desempenho por iteração do método.

Enfatiza-se que essa nova formulação é base para o método proposto cujo pseudocódigo é apresentado no Algoritmo 4 para o caso didático de redes de distribuição constituídas por apenas um tipo de cabo.

Finalmente, faz-se necessário salientar que os estados de tensões obtidos em cada iteração pelo Algoritmo 4 são idênticos àqueles obtidos caso da utilização do método de soma das potências modificado. Conceitualmente, acúmulo por acúmulo os métodos se

Algoritmo 4 Método de Soma das Potências com Rotações – Caso Particular.

Funcionalidade: Cálculo do fluxo de carga para redes de distribuição radiais com um único tipo de cabo instalado.

Requer: Dados de rede e carga.

Inicializar contador de iterações k ;

Rotacionar em $\varphi = \frac{\pi}{2} - \phi$ radianos as impedâncias de linha e cargas, por (3.1) e (3.5);

Inicializar tensões nos nós como uma solução aproximada ou perfil plano;

Calcular as potências ativas acumuladas nos nós por (3.19);

Enquanto $\left\| V_i^{(k+1)} - V_i^{(k)} \right\| > \text{tolerância}, \forall i$ **faça**

Para todo i , dos nós finais em direção ao nó da subestação **faça**

 Calcular potências reativas acumuladas nos nós por (3.20);

fim Para

Para todo i , do nó da subestação em direção aos nós finais **faça**

 Obter tensões nos nós por (2.22)–(2.24) eliminando-se o parâmetro de resistência das equações;

fim Para

$k \leftarrow k + 1$;

fim Enquanto

Imprime Relatório de resultados.

fazem idênticos, apenas se diferenciando no sistema de referência no qual os cálculos se realizam. Por conseguinte, as propriedades de convergência do método de soma das potências modificado se mantêm no Método de Soma das Potências com Rotações, para este caso especial.

3.3 Método de Soma das Potências com Rotações: Caso Geral

Considere uma rede de distribuição geral com diferentes tipos de cabos instalados e cargas representadas por potências constantes. Observa-se que essa rede de energia pode ser dividida em um conjunto de subredes conectadas, cada uma representada em um diferente sistema de referência, no qual as resistências de linha são nulas. Como definição, atribui-se então à primeira subrede, as linhas pertencentes às ramificações da subestação em direção aos nós finais, até o encontro de pontos de troca de cabo. Às próximas subredes serão atribuídas as linhas pertencentes às ramificações que partem dos pontos de troca de cabo da primeira subrede, até o encontro de novos pontos de troca de cabo, seguindo novamente o sentido da subestação para os nós finais. Esse processo, ilustrado na Figura 3.3, se repete até cada linha ser incluída a uma subrede.

Pressupondo-se realizada a divisão acima descrita, para se preservar a solução das tensões em regime permanente, a energia deverá fluir nas linhas assumindo diferentes

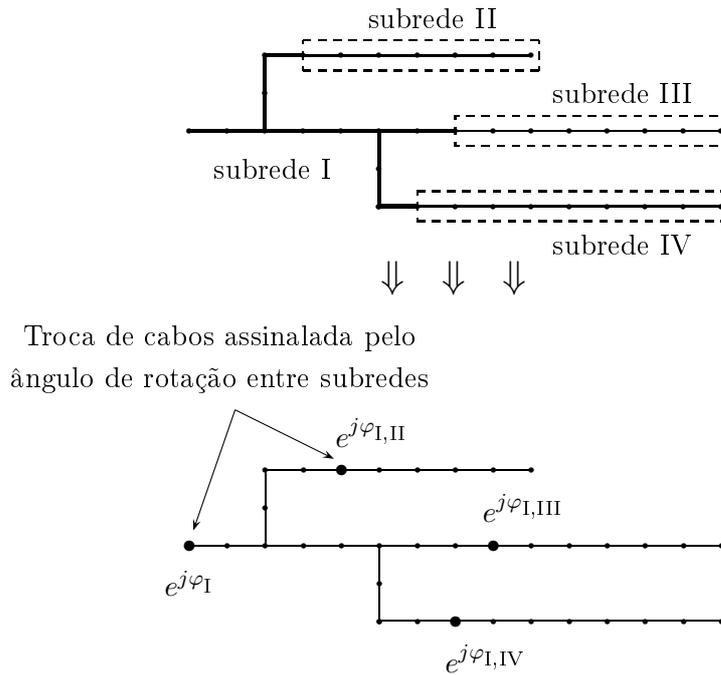


Figura 3.3: Princípio do método de soma das potências com rotações – caso geral.

representações. Por conseguinte, adequando o método de soma das potências para operar em diferentes sistemas de referência, pode-se eliminar por completo a necessidade do cálculo de perdas ativas na rede. Com esse intuito, desenvolveu-se um algoritmo para a rotação de eixos generalizada de sistemas de distribuição, no qual se rotacionam os dados de linha e carga bem como se assinalam as conexões entre subredes.

O procedimento desenvolvido pode ser sumarizado como segue. Primeiramente, rotaciona-se todo o sistema de forma a eliminar as resistências de linha da primeira subrede. Na seqüência, para cada subrede sr imediatamente a jusante da primeira subrede, rotaciona-se sr bem como o sistema a jusante de sr , eliminando-se as resistências de linha em sr , e armazenando o ângulo de rotação φ utilizado, conforme Figura 3.3. Repete-se o processo, até todas as subredes serem visitadas.

Na prática, este procedimento pode ser executado sem a definição de subredes, bastando percorrer os nós no sentido da subestação para os nós finais, rotacionando sistemas a jusante e armazenando ângulos quando da existência de troca de cabo. Este algoritmo, nomeado de Técnica da Rotações de Eixos Generalizada, está apresentado no Algoritmo 5.

Uma vez executada a rotação de eixos generalizada, um algoritmo de varredura similar ao formulado na seção anterior pode ser desenvolvido. Neste, eliminam-se os cálculos de perdas ativas e rotacionam-se potências acumuladas sempre que uma troca de cabo se faz assinalada. Armazenando-se assim potências acumuladas no sistema de referência da subrede a qual essas potências pertencem, evita-se a necessidade de rotações na varredura

Algoritmo 5 Técnica de Rotação de Eixos Generalizada**Funcionalidade:** Pré-processamento de redes de energia radiais.**Requer:** Dados de rede e carga.Inicializar cargas rotacionadas $S_i^\varphi \leftarrow S_i$ e ângulos $\varphi_i \leftarrow 0, \forall i = 1, \dots, n$;Inicializar lista $\mathcal{L} \leftarrow \{1\}$ e contador $counter \leftarrow 0$;**Enquanto** $counter \leq n$ **faça****Para** todo $r \in \mathcal{L}$ **faça** $\varphi_r \leftarrow \pi/2 - \phi_r$; $S_r^\varphi \leftarrow S_r^\varphi e^{j\varphi_r}$; $z_r^\varphi \leftarrow z_r^\varphi e^{j\varphi_r}$;**Para** todo $k \in \Delta_r$ **faça** $S_k^\varphi \leftarrow S_k^\varphi e^{j\varphi_r}$; $z_k^\varphi \leftarrow z_k^\varphi e^{j\varphi_r}$;**fim Para** $counter \leftarrow counter + 1$;**fim Para** $\mathcal{L} \leftarrow \{m, \text{ tal que } m \in D_r, \text{ e } r \in \mathcal{L}, \forall r\}$;**fim Enquanto**

da subestação para os nós finais, sendo a equação de tensões utilizada neste procedimento idêntica àquela do caso particular. Ademais, para o caso de cargas representadas por potências constantes, não se faz necessário o acúmulo de cargas ativas nos nós de carga das subredes finais. Isto se deve ao fato das potências acumuladas nesses nós serem previamente conhecidas como o somatório das cargas a jusante de cada nó, incluindo-se a carga no próprio nó. Se as cargas assumem uma representação dependente da tensão, antes da varredura em retrocesso deve-se calcular os valores de consumo das cargas com o estado de tensões obtido até então pelo algoritmo.

O método desenvolvido está descrito no Algoritmo 6. Salienta-se por fim que, os estados de tensões obtidos em cada iteração do algoritmo são idênticos aos obtidos caso da utilização do método de soma das potências modificado. De fato, os métodos se diferenciam apenas pelo sistema de referência no qual os cálculos se realizam. Por conseguinte, as propriedades de convergência do método de soma das potências modificado se mantêm no Método de Soma das Potências com Rotações.

3.4 Análise Comparativa de Eficiência

Esta seção apresenta um estudo da eficiência do método proposto, baseado na implementação desenvolvida para a obtenção de resultados. Destaca-se que a implementação do método seguiu estritamente as equações apresentadas neste documento, sendo que outras formas mais eficientes de implementação podem perfeitamente ser empregadas variando

Algoritmo 6 Método de Soma das Potências com Rotações – Caso Geral.**Funcionalidade:** Cálculo do fluxo de carga para redes de distribuição radiais.**Requer:** Dados de rede e carga rotacionados, ou execução do Algoritmo 5.

Inicializar tensões nos nós com uma solução aproximada ou perfil plano;

Para nós pertencentes às subredes finais, calcular potências ativas acumuladas (a menos do primeiro nó de cada subrede), por (3.19);

Enquanto $\left\| V_i^{(k+1)} - V_i^{(k)} \right\| > \text{tolerância}, \forall i$ **faça****Para** todo i , dos nós finais em direção ao nó da subestação **faça**Calcular perdas reativas na linha i por (3.21);**Se** $\varphi_i = 0$ e i é nó de subrede final (a menos do primeiro nó de subrede) **então**

Calcular potências reativas acumuladas por (3.20);

Caso contrário se $\varphi_i = 0$ **então**

Calcular potências ativas e reativas acumuladas por (3.19) e (3.20);

Caso contrário

Obter potências ativas e reativas acumuladas por (3.19) e (3.20) e da rotação apropriada por (3.6) e (3.7);

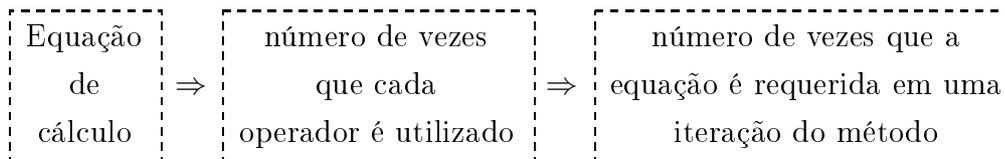
fim Se**fim Para****Para** todo i , do nó da subestação em direção aos nós finais **faça**

Obter tensões nos nós por (2.22)–(2.24) eliminando-se o parâmetro de resistência das equações;

fim Para $k \leftarrow k + 1$;**fim Enquanto****Imprime** Relatório de resultados.

em certo grau as análises expostas nesta seção. Objetiva-se aqui comparar a variação proposta com o método original, dado o fim de estabelecer critérios com os quais se faz vantajoso optar pelo Método de Soma das Potências com Rotações.

Conforme descrito, observa-se que por iteração ambos os métodos obtêm os mesmos estados de tensão, fato pelo qual optou-se por analisar os cálculos matemáticos necessários para a realização de uma iteração k de cada método. Analisaram-se assim esses cálculos de acordo com os operadores: multiplicação ou divisão ($\otimes \cup \oslash$), soma ou subtração ($\oplus \cup \ominus$), e raiz quadrada ($\sqrt{\cdot}$), bem como a seguinte sintaxe.



Seguindo a sintaxe acima definida, listam-se abaixo as operações matemáticas necessárias para a realização de uma iteração do método de soma das potências modificado.

$$\begin{aligned}
I_{L_i}^2 &\leftarrow \frac{P_{i,ac}^2 + Q_{i,ac}^2}{V_i^2} &\Rightarrow 4 \otimes \cup \otimes, 1 \oplus \cup \ominus, 0\sqrt{\cdot} &\Rightarrow (n-1) \text{ vezes} \\
P_{u_i,ac} &\leftarrow P_{u_i,ac} + P_{i,ac} + r_i I_{L_i}^2 &\Rightarrow 1 \otimes \cup \otimes, 2 \oplus \cup \ominus, 0\sqrt{\cdot} &\Rightarrow (n-1) \text{ vezes} \\
Q_{u_i,ac} &\leftarrow Q_{u_i,ac} + Q_{i,ac} + x_i I_{L_i}^2 &\Rightarrow 1 \otimes \cup \otimes, 2 \oplus \cup \ominus, 0\sqrt{\cdot} &\Rightarrow (n-1) \text{ vezes} \\
A_i &\leftarrow 2(r_i P_{i,ac} + x_i Q_{i,ac}) - V_{u_i}^2 &\Rightarrow 4 \otimes \cup \otimes, 2 \oplus \cup \ominus, 0\sqrt{\cdot} &\Rightarrow n \text{ vezes} \\
B_i &\leftarrow (P_{i,ac}^2 + Q_{i,ac}^2)(r_i^2 + x_i^2) &\Rightarrow 5 \otimes \cup \otimes, 2 \oplus \cup \ominus, 0\sqrt{\cdot} &\Rightarrow n \text{ vezes} \\
V_i &\leftarrow \left(\frac{-A_i + (A_i^2 - 4B_i)^{1/2}}{2} \right)^{1/2} &\Rightarrow 3 \otimes \cup \otimes, 2 \oplus \cup \ominus, 2\sqrt{\cdot} &\Rightarrow n \text{ vezes}
\end{aligned}$$

Desta forma, somando-se os itens da lista acima, obtém-se um total das operações matemáticas por iteração do algoritmo, denotado por \mathcal{OP}_M , em função do número de nós de rede.

$$\mathcal{OP}_M = (18n - 6) \otimes \cup \otimes + (11n - 5) \oplus \cup \ominus + 2n\sqrt{\cdot} \quad (3.22)$$

Similarmente, seja ϑ o número de nós de carga pertencentes às subredes finais (a menos do primeiro nó de carga) e N_{rot} o número de rotações de fluxo entre subredes utilizadas no algoritmo proposto, listam-se as operações matemáticas realizadas em uma iteração do Método de Soma das Potências com Rotações, como segue.

$$\begin{aligned}
L_{Q_i} &\leftarrow x \left(\frac{P_{i,ac}^2 + Q_{i,ac}^2}{V_i^2} \right) &\Rightarrow 5 \otimes \cup \otimes, 1 \oplus \cup \ominus, 0\sqrt{\cdot} &\Rightarrow (n-1) \text{ vezes} \\
P_{u_i,ac} &\leftarrow P_{u_i,ac} + P_{i,ac} &\Rightarrow 0 \otimes \cup \otimes, 1 \oplus \cup \ominus, 0\sqrt{\cdot} &\Rightarrow (n-1 - N_{rot} - \vartheta) \text{ vezes} \\
Q_{u_i,ac} &\leftarrow Q_{u_i,ac} + Q_{i,ac} + L_{Q_i} &\Rightarrow 0 \otimes \cup \otimes, 2 \oplus \cup \ominus, 0\sqrt{\cdot} &\Rightarrow (n-1 - N_{rot}) \text{ vezes} \\
A_i &\leftarrow 2x_i Q_{i,ac} - V_{u_i}^2 &\Rightarrow 3 \otimes \cup \otimes, 1 \oplus \cup \ominus, 0\sqrt{\cdot} &\Rightarrow n \text{ vezes} \\
B_i &\leftarrow (P_{i,ac}^2 + Q_{i,ac}^2) x_i^2 &\Rightarrow 4 \otimes \cup \otimes, 1 \oplus \cup \ominus, 0\sqrt{\cdot} &\Rightarrow n \text{ vezes} \\
V_i &\leftarrow \left(\frac{-A_i + (A_i^2 - 4B_i)^{1/2}}{2} \right)^{1/2} &\Rightarrow 3 \otimes \cup \otimes, 2 \oplus \cup \ominus, 2\sqrt{\cdot} &\Rightarrow n \text{ vezes}
\end{aligned}$$

além das operações¹

$$\left. \begin{aligned}
P_{u_i,ac} &\leftarrow P_{u_i,ac} + P_{i,ac} \cos \varphi - (Q_{i,ac} + L_{Q_i}) \sin \varphi \\
Q_{u_i,ac} &\leftarrow Q_{u_i,ac} + P_{i,ac} \sin \varphi + (Q_{i,ac} + L_{Q_i}) \cos \varphi
\end{aligned} \right\} \begin{aligned}
&4 \otimes \cup \otimes, 6 \oplus \cup \ominus, 0\sqrt{\cdot} \\
&N_{rot} \text{ vezes}
\end{aligned}$$

Sendo conservador na análise comparativa, suponha agora que todas as subredes finais são compostas por apenas uma linha, de forma que ϑ assume valor nulo². Somando-se os itens da lista acima, obtém-se o total das operações matemáticas por iteração para o Método de Soma das Potências com Rotações, denotado por \mathcal{OP}_R , em função do número

¹Cálculos utilizando os operadores trigonométricos (seno e cosseno) foram realizados antes do início das varreduras, visto que os ângulos de rotação dependem diretamente apenas dos dados de rede e carga.

²Essa relação também deve ser considerada para o caso das cargas nas subredes finais serem representadas como função da tensão de fornecimento.

de nós de rede.

$$\mathcal{OP}_R = (15n - 5 + 4N_{rot}) \otimes \cup \oslash + (8n - 4 + 3N_{rot}) \oplus \cup \ominus + 2n\sqrt{\cdot} \quad (3.23)$$

Como consequência, para garantir que a condição $\mathcal{OP}_M > \mathcal{OP}_R$ seja válida, tem-se que

$$(3n - 1) \otimes \cup \oslash + (3n - 1) \oplus \cup \ominus > 4N_{rot} \otimes \cup \oslash + 3N_{rot} \oplus \cup \ominus \quad (3.24)$$

Nota-se por fim que a desigualdade acima é válida para

$$N_{rot} < (0, 75n - 0, 25) \quad (3.25)$$

Desta forma, uma vez que a relação (3.25) seja satisfeita, o Método de Soma das Potências com Rotações se mostrará mais vantajoso em termos de tempo computacional quando comparado com o método de soma das potências modificado. Observa-se que embora conservadora, a condição deduzida é facilmente satisfeita para o caso da análise de redes reais, principalmente quando destas representadas em sua forma natural (sem simplificações como o acúmulo de cargas ou linhas entre postes). Por exemplo, para uma rede radial simples com $n = 100$ nós de carga, seriam necessárias mais de 74 trocas de cabo para que a condição (3.25) não seja atendida. Destaca-se por fim, que a representação da rede em sua forma natural é comumente necessária em estudos de otimização da rede, principal aplicação da metodologia proposta, na qual são necessários inúmeros cálculos de fluxo de carga. De fato, ainda que pequeno e em função dessa aplicação, não se avaliou o custo computacional do Algoritmo 5, sendo este considerado um pré-procedimento para o qual os dados possam ser armazenados já sob sistemas de referências convenientes.

3.5 Conclusões do Capítulo

Este capítulo apresentou uma variação do método de soma das potências modificado, nomeada de Método de Soma das Potências com Rotações. A abordagem elimina cálculos do método original através da divisão da rede de distribuição em distintas subredes conectadas entre si, cada uma representada em um sistema de referência complexo no qual as impedâncias de linhas apresentam parte real nula. Adotam-se assim procedimentos de varredura baseados no acúmulo de cargas e perdas, bem como rotações de fluxos de carga quando do encontro de conexão entre subredes.

O método proposto se mostrou mais eficiente que o método de soma das potências modificado, quando da realização de uma análise comparativa do número de operações por iteração realizado pelos algoritmos. Ainda, destaca-se que a variação desenvolvida

mantém idêntica as propriedades de convergência do método original. Por fim, salienta-se que se julga como principal área de aplicação da formulação, estudos nos quais numerosas e repetidas análises em regime permanentes se fazem necessárias, como por exemplo estudos de otimização de sistemas de distribuição.

Capítulo 4

Método de Soma das Potências para Redes Fracamente Malhadas

Este capítulo apresenta uma formulação para o cálculo iterativo do fluxo de carga em redes de distribuição fracamente malhadas, baseada no método de soma das potências bem como nas técnicas de seccionamento fictício de redes. Consideram-se na análise diferentes modelos estáticos para cargas, efeito capacitivo das linhas de distribuição, e a presença de geração distribuída conectada na média tensão, com ou sem a possibilidade de controle de tensão nos nós de interconexão. Analisam-se também a modelagem e inserção de reguladores de tensão nos modos de operação manual ou automático com comutação sob carga, assim como de capacitores fixos e controláveis instalados em derivação.

O capítulo está organizado em 4 seções como segue. Na seção 4.1, apresentam-se os componentes inseridos na formulação do fluxo de carga. Nas seções 4.2 e 4.3, descrevem-se a metodologia desenvolvida e o algoritmo proposto para a solução do problema, respectivamente. A seção 4.4 apresenta as conclusões do capítulo.

4.1 Representação de Componentes de Redes de Distribuição

Esta seção aborda os componentes e equipamentos representados no método de fluxo de carga desenvolvido. Trata-se de uma breve descrição da modelagem das linhas de distribuição, cargas consumidoras, geração distribuída, regulador de tensão e bancos de capacitores instalados em derivação, esses dois últimos com um maior detalhamento no texto.

4.1.1 Linhas de Distribuição

A missão de um sistema de distribuição de energia é entregar blocos de energia das fontes (geralmente subestações) até as cargas consumidoras. Esses blocos de energia fluem através das linhas de distribuição, transformadores, assim como dispositivos de controle e proteção como chaves seccionadoras, relés, disjuntores, e etc. De uma forma geral, esses componentes podem ser representados por circuitos equivalentes π , definidos por uma admitância série $y_{u_i i}$ e uma admitância em derivação $y_{u_i i}^{sh}$. Os valores dessas admitâncias variam de acordo com a distância entre fases, tipo de conexão, altura do componente perante o solo, e tipo de material utilizado na construção do componente. Um circuito equivalente π para uma linha de distribuição é exemplificado na Figura 4.1 abaixo.

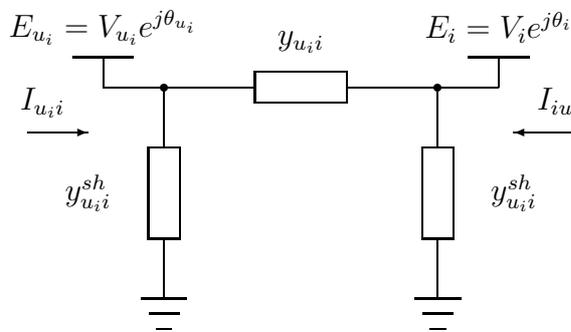


Figura 4.1: Circuito equivalente π de uma linha de distribuição.

No esquema acima, as correntes que fluem através das linhas $u_i - i$ e $i - u_i$, denotadas por $I_{u_i i}$ and $I_{i u_i}$ ¹, respectivamente, podem ser calculadas em função das tensões terminais E_{u_i} e E_i bem como os parâmetros do modelo, conforme segue.

$$I_{i u_i} = y_{u_i i} (E_i - E_{u_i}) + y_{u_i i}^{sh} E_i \quad (4.1)$$

$$I_{u_i i} = y_{u_i i} (E_{u_i} - E_i) + y_{u_i i}^{sh} E_{u_i} \quad (4.2)$$

Embora seja uma prática comum se ignorar a presença do efeito capacitivo, representado no parâmetro $y_{u_i i}^{sh}$, para a análise estática de redes de distribuição este não deve ser negligenciado principalmente no caso de redes subterrâneas (ZIMMERMAN, 1995).

4.1.2 Geração Distribuída

Geração distribuída pode ser definida como uma geração de energia próxima ao local de consumo (PEPERMANS et al., 2005). De forma geral, diminuindo-se a distância física

¹Note que para redes radiais é possível associar um mesmo indexador i tanto para os nós quanto para as linhas. Todavia, nas formulações abordadas neste capítulo, essa indexação nem sempre se faz conveniente (ou mesmo possível no caso da representação das correntes em redes malhadas), fato pelo qual adotou-se também no texto a notação $I_{u_i i}$ de forma a identificar os nós terminais de cada linha.

entre os geradores e os consumidores, reduzem-se também as perdas elétricas totais e postergam-se investimentos na transmissão e geração.

A difusão da geração distribuída se faz cada vez mais presente tanto na média quanto na baixa tensão, principalmente na Europa. Sob o ponto de vista da confiabilidade do atendimento, com o desenvolvimento e popularização dos *MicroGrids* (SRA, 2007), existe a possibilidade de microgeradores operarem em autonomia ao suprimento da concessionária quando da ocorrência de transitórios gerados por distúrbios fora dos *MicroGrids*. A duração da interrupção de consumidores conectados a *MicroGrids* também pode ser reduzida caso da presença de microgeradores com capacidade de *black start* (MOREIRA; RESENDE; LOPES, 2006). Ademais, questões sócio-ambientais se fazem presente como a utilização de energias renováveis, assim como questões sócio-econômicas com a redução do poder de mercado das grandes companhias de energia e a futura possibilidade de prestação de serviços ancilares por parte desses geradores. As principais tecnologias utilizadas para a geração de eletricidade de forma distribuída são mostradas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Características das tecnologias aplicadas à geração distribuída (RIBEIRO; FERREIRA; MEDEIROS, 2005)

Tecnologia	Características	Custo em (€/kW) instalado
PCH	Aproveitamento de pequenos cursos de água	600–800
Diesel	Geralmente utilizada para a produção de pequenas unidades de centenas de kW	1000–2500
Turbina a Gás	Para grandes termelétricas de dezenas de MW	1000–1250
Célula Combustível	Possui poucos fornecedores comerciais	4500–20000
Biomassa	Grande potencial de aplicação no Brasil	400–600
Fotovoltaica	Fator de capacidade de 10–15% na Europa	5000–7000
Eólica	Tipo de tecnologia para geração distribuída que mais cresce no mundo	800–2000

Existem 4 modos de operação básicos para um gerador distribuído, dependendo do contrato para com a concessionária, capacidade e equipamentos de controle instalados (CHENG; SHIRMOHAMMADI, 1995): suprimento de grande carga com potências ativas e reativas fixas, suprimento de potência ativa direcionada à rede de energia a um fator de potência específico, suprimento de potência ativa direcionada à rede de energia sob tensão terminal especificada, e combinações dos modos anteriores. Todos esses modos de operação foram representados na formulação desenvolvida.

4.1.3 Regulador de Tensão

A tensão ao longo dos alimentadores primários de distribuição pode ser controlada por meio da instalação de reguladores de tensão. Esses reguladores são autotransformadores com tapes em seus enrolamentos e dispositivos de controle. Um regulador de tensão pode ser operado nos modos manual (como um simples autotransformador) e automático. No modo manual, a tensão de saída pode ser manualmente aumentada (*boost*) ou reduzida (*buck*) no painel de controle do regulador. No modo automático, um mecanismo de controle ajusta os tapes do regulador buscando garantir que a tensão monitorada se mantenha dentro de uma faixa estipulada (CHENG; SHIRMOHAMMADI, 1995).

Os dispositivos de controle de um regulador de tensão geralmente possuem pelo menos os seguintes ajustes, a fim de proporcionar um desempenho satisfatório do equipamento (SOUZA, 1997).

Tensão de Referência. Ajuste de tensão a qual o relé de regulação utiliza como referência para decidir sob a atuação do comutador. Essa tensão corresponde à tensão de saída do regulador menos a tensão em um compensador de queda de tensão de linha, quando esse compensador está ativado;

Largura de Faixa. Faixa de precisão a partir da tensão de referência, dentro da qual se considera que não existe a necessidade de comutação, estabelecendo assim a variação máxima percentual da tensão na carga;

Tempo de Retardo. Ajuste de tempo de resposta do regulador cujo fim é evitar comutações desnecessárias em função de variações rápidas de tensão. Outra finalidade importante é na coordenação de dois ou mais de reguladores de tensão ligados em cascata. O regulador mais próximo à subestação deverá responder em menor tempo às variações de tensão de forma a evitar um número excessivo de operações dos demais reguladores;

Compensador de Queda de Tensão de Linha. Circuito básico que simula a queda de tensão na linha até um ponto de referência;

Faixa de Regulação. Faixa fora da qual bloqueia-se a atuação do comutador do regulador de tensão;

Limitação de Tensão. Valores máximos e mínimos para a tensão de saída do regulador de tensão.

Uma vez que se modela neste capítulo o cálculo do fluxo de carga em redes fracamente malhadas, destaca-se a possibilidade de ocorrência de fluxo inverso nos enrolamentos do

regulador. Neste caso, o relé de corrente detecta automaticamente a inversão do fluxo procedendo com a inversão do sentido de rotação do motor do comutador sob carga, bem como a inversão da polaridade do compensador de queda de linha, quando este está ativo (ROSE, 2007).

A despeito desses mecanismos de controle, em termos de análise estática destaca-se que um regulador de tensão (ou autotransformador) sem defasamento pode ser modelado por uma admitância série y_{ps} e um autotransformador ideal com relação de transformação l , conforme ilustrado na Figura 4.2.

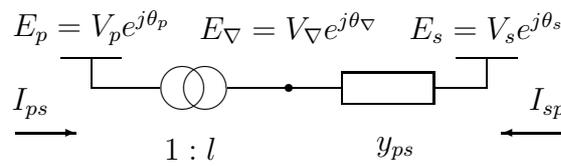


Figura 4.2: Modelo para um regulador de tensão (adaptado de (MONTICELLI, 1983)).

No diagrama, I_{ps} representa a corrente que flui no sentido do primário para o secundário do autotransformador, I_{sp} representa a corrente que flui no sentido do secundário para o primário do autotransformador, enquanto E_∇ indica a tensão complexa em determinado ponto intermediário do modelo. Nota-se assim que, por hipótese, a relação entre as magnitudes das tensões dos nós ∇ e p do autotransformador é dada por

$$\frac{V_\nabla}{V_p} = l \quad (4.3)$$

Uma vez que se objetiva modelar um autotransformador sem defasamento, tem-se que $\theta_\nabla = \theta_p$. Por conseguinte, a relação acima se faz igualmente válida para as tensões complexas nos nós ∇ e p .

$$\frac{E_\nabla}{E_p} = \frac{V_\nabla e^{j\theta_\nabla}}{V_p e^{j\theta_p}} = \frac{V_\nabla}{V_p} e^{j(\theta_\nabla - \theta_p)} = l e^{j(0)} = l \quad (4.4)$$

Em adição, visto que o autotransformador representado no segmento $p - \nabla$ é ideal, não existe dissipação de potência ativa e reativa entre os nós p e ∇ . Desta forma, o fluxo de carga de entrada é igual ao fluxo de carga de saída nesse segmento. Esta relação poder ser expressa na equação abaixo.

$$E_p I_{ps}^* + E_\nabla I_{sp}^* = 0 \quad (4.5)$$

Observa-se assim que, utilizando-se de (4.5) e da relação de transformação $E_\nabla = lE_p$, obtém-se que

$$I_{ps}^* = -\frac{E_{\nabla}}{E_p} I_{sp}^* = l \frac{E_p}{E_p} I_{sp}^* = -l I_{sp}^* \quad \Rightarrow \quad I_{ps} = -l I_{sp} \quad (4.6)$$

isto é, as correntes I_{ps} e I_{sp} são defasadas por π radianos e relacionadas proporcionalmente por l em termos de magnitude.

Desta forma, pelo modelo apresentado na Figura 4.2, as correntes I_{ps} e I_{sp} podem ser convenientemente escritas como funções das tensões terminais do autotransformador conforme segue.

$$I_{sp} = y_{ps} (E_s - E_{\nabla}) = y_{ps} (E_s - lE_p) \quad (4.7)$$

$$I_{ps} = -ly_{ps} (E_s - E_{\nabla}) = -ly_{ps} (E_s - lE_p) \quad (4.8)$$

e, manipulando-se os termos tem-se que

$$I_{sp} = ly_{ps} (E_s - E_p) + (1 - l) y_{ps} E_s \quad (4.9)$$

$$I_{ps} = ly_{ps} (E_p - E_s) + l(l - 1) y_{ps} E_p \quad (4.10)$$

Comparando-se as equações (4.9) e (4.10) com as equações (4.1) e (4.2), nota-se que o regulador de tensão pode ser representado por um circuito equivalente π , similarmente às linhas de distribuição, no qual os parâmetros de linha série e em derivação se fazem funções da relação de transformação l . Essa representação está ilustrada na Figura 4.3 abaixo.

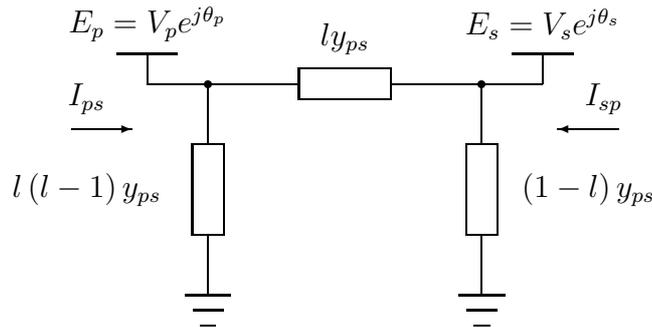


Figura 4.3: Circuito equivalente π de um regulador de tensão em fase.

Destaca-se ainda que, embora o circuito equivalente represente adequadamente o regulador de tensão nos modos de operação manual e automático, se faz conveniente construir um modelo alternativo cujo diagrama é ilustrado na Figura 4.4. Esse modelo alternativo é formulado por meio da representação de duas fontes de corrente I_p e I_s conectadas aos terminais primário e secundário do regulador, respectivamente, de forma que a admitância série seja independente da relação de transformação l (ou do tape escolhido para a análise).

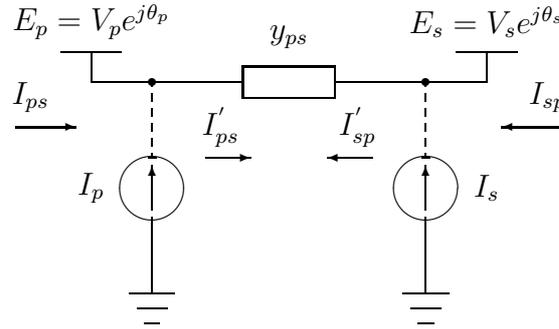


Figura 4.4: Circuito equivalente de um regulador de tensão (em fase) com uma admitância série que independe da relação de transformação.

Com o objetivo de representar as correntes produzidas pelas fontes como função das tensões terminais e relação de transformação, note que por (4.8)

$$\begin{aligned}
 I_{ps} &= -ly_{ps}(E_s - lE_p) \\
 &= -ly_{ps}E_s + l^2y_{ps}E_p \\
 &= -ly_{ps}E_s + l^2y_{ps}E_p + (y_{ps}E_p - y_{ps}E_p) + (y_{ps}E_s - y_{ps}E_s)
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

e, manipulando-se os elementos da equação acima obtém-se que

$$I_{ps} = \underbrace{(l^2 - 1)y_{ps}E_p - (l - 1)y_{ps}E_s}_{I_p(l, E_p, E_s)} + \underbrace{(E_p - E_s)y_{ps}}_{I'_{ps}(E_p, E_s)} \tag{4.12}$$

Similarmente, por (4.7)

$$\begin{aligned}
 I_{sp} &= y_{ps}(E_s - lE_p) \\
 &= y_{ps}E_s - ly_{ps}E_p \\
 &= y_{ps}E_s - ly_{ps}E_p + (y_{ps}E_p - y_{ps}E_p)
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

e, manipulando-se os elementos da equação acima tem-se que

$$I_{sp} = \underbrace{-(l - 1)y_{ps}E_p}_{I_s(l, E_p, E_s)} + \underbrace{(E_s - E_p)y_{ps}}_{I'_{sp}(E_p, E_s)} \tag{4.14}$$

Portanto, as correntes supridas por essas duas fontes de corrente podem ser calculadas como segue

$$I_p(l, E_p, E_s) = (l^2 - 1)y_{ps}E_p - (l - 1)y_{ps}E_s \tag{4.15}$$

$$I_s(l, E_p, E_s) = -(l-1)y_{ps}E_p \quad (4.16)$$

Por fim, enfatiza-se que a potência injetada por essas fontes pode ser calculada diretamente como o produto da corrente conjugada de cada fonte com sua respectiva tensão terminal.

4.1.4 Bancos de Capacitores

Bancos de capacitores são conjuntos de capacitores geralmente instalados em derivação nas redes de distribuição para fins de compensação reativa, correção de fator de potência, melhoria de perfis de tensão, redução de perdas e liberação de capacidade. Modelados como admitâncias constantes, capacitores podem ser encontrados nas potências nominais padronizadas de 50, 100, 150, 200, 300, e 400 kvar (IEEE, 1992). A correspondente potência reativa suprida por esses componentes é calculada por

$$Q_{C_i} = y_{C_i} V_i^2 \quad (4.17)$$

na qual, Q_{C_i} denota a potência reativa suprida pelo banco de capacitores no nó i , y_{C_i} representa a admitância constante do banco de capacitores no nó i , e V_i denota a magnitude da tensão no nó i .

Existem dois tipos básicos de bancos de capacitores: os bancos fixos e os bancos controláveis. Os bancos de capacitores controláveis podem ainda ser categorizados em bancos com controle manual local, controle manual remoto, controle automático local e controle automático remoto. Dentre os tipos de controles destacam-se (WILLIS, 2004; NATARAJAN, 2005):

Controle por Potência Reativa. Trata-se do meio natural para se controlar um banco de capacitores, uma vez que adiciona potência reativa na rede quando da falta da mesma;

Controle por Corrente. Refere-se a um tipo de controle menos preciso que o controle por potência reativa. Visto que responde apenas à corrente total de linha, suposições quanto à queda de tensão na rede são necessárias;

Controle por Tensão. Este tipo de controle é geralmente utilizado para regular os perfis de tensão nas redes de energia. Caso o banco não seja alocado e/ou dimensionado adequadamente, pode causar elevação das perdas elétricas;

Controle por Temperatura. Trata-se de um tipo de controle no qual se faz necessário elevado grau de conhecimento sobre a resposta da carga para com a temperatura. Sua aplicação para a compensação de redes na média tensão é limitada;

Controle por Tempo. Este tipo de controle se baseia no conhecimento das curvas de carga de um alimentador no tempo. Geralmente, é utilizado para compensar as redes nos horários de pico de energia;

Controle Combinado. Os controles listados podem ser combinados de forma a aperfeiçoar a compensação de redes. A aplicação deste tipo de controle se faz mais freqüente quando o mesmo é ativado remotamente.

Quanto ao uso de capacitores controláveis em redes de distribuição, utilizam-se geralmente os controles por temperatura, tempo, corrente e potência reativa para a compensação direta de conjuntos de cargas consumidoras. Em aplicações para redes primárias, o controle por tempo se mostra interessante quando do estudo da curva diária de carga do alimentador. O controle por tensão também se destaca, dada a possibilidade de se aproximar a tensão da rede primária a partir de leituras de tensão de um transformador de potência conectado à rede secundária. De uma forma geral, a combinação de controles pode ser empregada para melhorar as estratégias de compensação.

4.1.5 Cargas Consumidoras

Conforme apresentado na seção 2.1, as cargas de um sistema de energia podem ser expressas por uma representação combinada dos modelos polinomial e exponencial, como segue.

$$P_i = P_i^0 (\sigma_{P_i} + \beta_{P_i} V_i + \gamma_{P_i} V_i^2 + \epsilon_{P_i} V_i^{\eta_{P_i}}) \quad (4.18)$$

$$Q_i = Q_i^0 (\sigma_{Q_i} + \beta_{Q_i} V_i + \gamma_{Q_i} V_i^2 + \epsilon_{Q_i} V_i^{\eta_{Q_i}}) \quad (4.19)$$

nos quais

$$\sigma_{P_i} + \beta_{P_i} + \gamma_{P_i} + \epsilon_{P_i} = 1 \quad (4.20)$$

$$\sigma_{Q_i} + \beta_{Q_i} + \gamma_{Q_i} + \epsilon_{Q_i} = 1 \quad (4.21)$$

Em adição, pode-se agregar diretamente ao modelo estático das cargas o efeito capacitivo das linhas de distribuição assim como a presença de bancos de capacitores conectados em derivação. Para tanto, adicionaram-se ao termo γ_{Q_i} de (4.19) as admitâncias em derivação das linhas conectadas aos nós de rede, assim como as admitâncias dos bancos de capacitores, de acordo com o tape de cada banco.

Finalmente, ainda que exista a possibilidade de considerar o efeito capacitivo das linhas em separado do modelo de carga, como nas abordagens de Haque (2000), Eminoglu e Hocaoglu (2005), a presente formulação evita operações desnecessárias no cálculo do fluxo de carga, reduzindo a equação de queda de tensão de uma rede radial àquela classicamente utilizada nos métodos de varredura.

4.2 Descrição da Formulação Desenvolvida

Esta seção descreve a metodologia desenvolvida para o cálculo do fluxo de carga em redes de distribuição fracamente malhadas, na presença dos componentes listados na seção 4.1. Inicialmente, converte-se a rede fracamente malhada em um equivalente radial adotando-se como referência angular o nó da subestação. Realiza-se tal conversão seccionando de forma fictícia linhas pertencentes aos laços da rede fracamente malhada. A cada seccionamento fictício de linha associam-se dois nós terminais, um existente na rede original bem como outro fictícia e auxiliar, nos quais se modelam injeções de potência emulando-se o fluxo de carga nesses nós. Partindo-se de valores iniciais, atualizam-se essas injeções de potência durante o processo iterativo, de forma que o desvio entre as tensões nos pontos de seccionamento fictício seja minimizado satisfatoriamente.

Quando da presença de geração distribuída com contrato de geração sob potências ativa e reativa fixas, potência ativa com fator de potência fixo, ou ainda dado um modelo para os equipamentos do gerador, como aqueles levantados por Naka, Genji e Fukuyama (2001), esta geração pode ser agregada à formulação como uma carga negativa no nó de conexão. No caso da geração distribuída possuir dispositivos de controle de tensão sem modelo especificado, pode-se caracterizar o gerador como uma barra PV, na qual a atualização da potência reativa segue processo similar ao realizado nos terminais de seccionamento fictício de linha, mas agora com a modelagem de pontos de seccionamento fictício de geração².

Cada iteração do algoritmo desenvolvido é composta por 2 estágios. Em um primeiro estágio, uma varredura baseada no método de soma das potências é aplicada à rede radializada na qual se atualizam os tapes dos reguladores de tensão e capacitores automáticos. Em um segundo estágio, utilizam-se dos desvios de tensão nos pontos de seccionamento fictício para a atualização das injeções de potência ativa e reativa nos pontos de seccionamento fictício de linha, assim como das injeções de potência reativa nos pontos de seccionamento fictício de geração. Repetem-se esses dois estágios até a convergência das tensões nos nós.

A seguir, apresenta-se formalmente a técnica de conversão de redes fracamente malhadas em equivalentes radiais, a formulação das equações do fluxo de carga para o estágio de varredura da metodologia, as regras de atualização das injeções de potência nos pontos de seccionamento fictício de linha e geração, bem como as regras de atualização dos tapes dos reguladores automáticos de tensão e dos bancos de capacitores automáticos.

²Na literatura internacional, os aqui nomeados pontos de seccionamento fictício de linha e geração são chamados de *Load Break Points* e *Generation Break Points*, respectivamente.

4.2.1 Seccionamento Fictício de Redes Fracamente Malhadas

O processo de conversão de uma rede fracamente malhada em um equivalente radial, sem geração distribuída provida de controle de tensão, é ilustrado na Figura 4.5 (a)-(b), bem como sumarizado na seqüência.

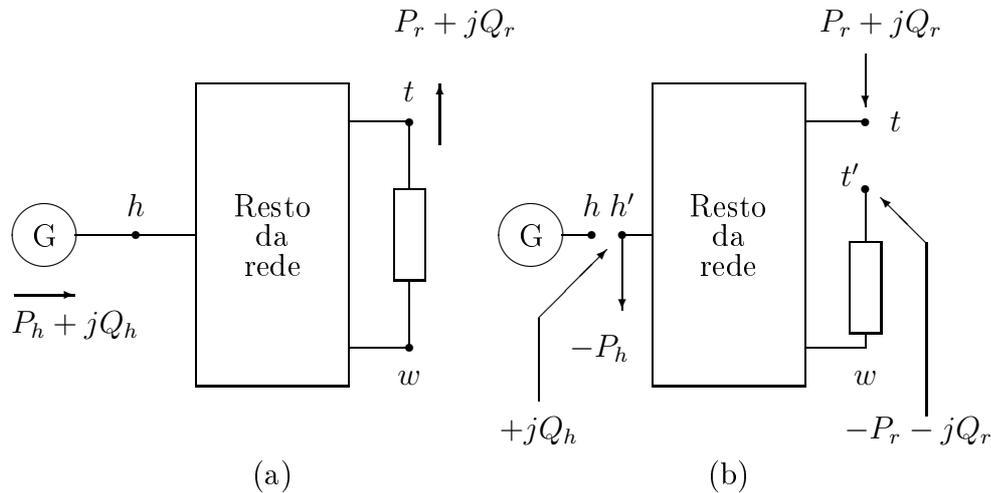


Figura 4.5: Conversão de uma rede malhada com geração distribuída em uma rede radial sem geração distribuída.

Primeiramente, eliminam-se os laços da rede por meio do seccionamento fictício e da abstração de nós auxiliares t' , conforme indicado na figura. Associam-se assim aos nós t e t' , injeções de potência complexas de igual magnitude e defasadas de 180° . Dado um gerador distribuído conectado a um nó h , um nó auxiliar h' com iguais magnitude de tensão e injeção de potência ativa é abstraído e conectado à rede, em substituição ao nó h de forma a desconectar o gerador. A injeção de potência reativa em h' depende assim da tensão terminal especificada no gerador, enquanto a injeção de potência ativa é agregada como uma carga negativa ao modelo. Como resultado, obtém-se uma rede radial equivalente sem geradores distribuídos conectados.

Em termos da escolha dos pontos de seccionamento (t, t') , na abordagem pioneira proposta por Shirmohammadi et al. (1988) afirma-se que a referida escolha não afeta o desempenho do algoritmo proposto de forma notável. Embora a metodologia aqui desenvolvida apresente diferenças em relação à primeira, o princípio de seccionamento fictício de redes fracamente malhadas se mantém. Por conseguinte, adotou-se esse pressuposto, sendo a veracidade da citada afirmação investigada no capítulo de simulações e resultados. O algoritmo abaixo pode ser utilizado para a determinação de pontos de seccionamento fictício.

Algoritmo 7 Seccionamento Fictício e Enumeração de Nós para Redes Fracamente Malhadas**Funcionalidade:** Seccionamento Fictício e Enumeração por Camadas.**Requer:** Dados de rede e carga.

Defina o nó da subestação como nó 0 na camada 0;

Crie uma nova camada formada pelos nós a jusante dos nós da camada anterior, assinalando que esses nós já foram visitados pelo algoritmo;

Caso um nó seja revisitado no processo, um laço é caracterizado e cria-se um ponto de seccionamento fictício de linha;

Caso um nó de geração com controle de tensão seja visitado no processo, desconecta-se o gerador e cria-se um ponto de seccionamento fictício de geração;

Repita os três procedimentos anteriores até que todos os nós sejam visitados.

4.2.2 Equações de Fluxo de Carga

Uma vez convertida a rede de distribuição fracamente malhada com geração distribuída em uma rede radial equivalente sem geração distribuída, o fluxo de carga desenvolvido pode ser parcialmente descrito por um conjunto de equações recursivas, similares às utilizadas no método de soma das potências modificado. Essas equações podem ser aplicadas em procedimentos de varredura, seguidos pela atualização das injeções de potência nos pontos de seccionamento fictício. Para tanto, considere o diagrama de uma linha de distribuição $u_i - i$, mostrado na Figura 4.6.

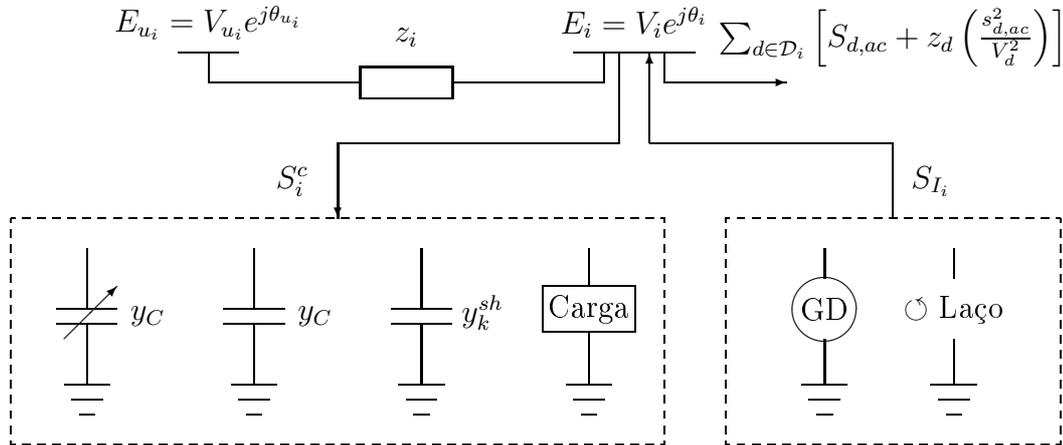


Figura 4.6: Diagrama de uma linha de distribuição para um equivalente radial de rede.

Assumindo-se a modelagem de carga descrita na seção 4.1.5, a injeção de potência acumulada no nó i pode ser escrita como uma função das cargas acumuladas nos nós imediatamente a jusante do nó i , perdas nas linhas imediatamente a jusante do nó i , carga agregada $S_i^c = P_i^c + jQ_i^c$ no nó i , e injeção de potência $S_{I_i} = P_{I_i} + jQ_{I_i}$ no nó i ,

como segue.

$$S_{i,ac} = S_i^c - S_{I_i} + \sum_{d \in \mathcal{D}_i} \left[S_{d,ac} + z_d \left(\frac{S_{d,ac}^2}{V_d^2} \right) \right] \quad (4.22)$$

De outra forma, separando-se essa potência acumulada em suas partes real e imaginária obtém-se que

$$P_{i,ac} = P_i^c - P_{I_i} + \sum_{d \in \mathcal{D}_i} \left[P_{d,ac} + r_d \left(\frac{P_{d,ac}^2 + Q_{d,ac}^2}{V_d^2} \right) \right] \quad (4.23)$$

$$Q_{i,ac} = Q_i^c - Q_{I_i} + \sum_{d \in \mathcal{D}_i} \left[Q_{d,ac} + x_d \left(\frac{P_{d,ac}^2 + Q_{d,ac}^2}{V_d^2} \right) \right] \quad (4.24)$$

Por conseguinte, a partir do acúmulo de potências em uma varredura dos nós finais para a subestação utilizando-se de (4.23) e (4.24), a magnitude e ângulos das tensões podem ser calculadas na direção inversa, da subestação para os nós finais, similarmente ao procedimento empregado no método de soma das potências modificado.

4.2.3 Atualização das Injeções de Potência nos Pontos de Seccionamento Fictício

As potências injetadas nos pontos de seccionamento fictício da rede podem ser atualizadas por meio de uma regra construída a partir de uma matriz de impedância de ordem reduzida, a qual aproxima a sensibilidade das injeções de potência para com variações da tensão nesses pontos. Para a dedução dessa regra de atualização, considere inicialmente os seguintes conjuntos de nós (HAQUE, 2000).

- Conjunto **a**: composto pelos nós auxiliares de rede h' nos pontos de seccionamento fictício de geração;
- Conjunto **b**: composto pelos nós originais de rede t nos pontos de seccionamento fictício de linha;
- Conjunto **c**: composto pelos nós auxiliares t' nos pontos de seccionamento fictício de linha;
- Conjunto **d**: composto pelos nós de rede restantes, desconsiderando o nó da subestação.

Ordenando-se os nós com os elementos do conjunto **a**, seguidos pelos elementos do conjunto **b**, e assim por diante, a equação de rede para o equivalente radial pode ser escrita de forma compacta como segue.

$$\mathbf{I}_{abcd} = \mathbf{Y}_{abcd} \mathbf{E}_{abcd} \quad (4.25)$$

na qual, $\mathbf{I}_{abc\mathcal{D}}$ representa um vetor com as correntes das cargas conectadas aos nós dos conjuntos \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} e \mathcal{D} , $\mathbf{Y}_{abc\mathcal{D}}$ denota a matriz admitância de barra dos nós dos conjuntos \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} e \mathcal{D} , e $\mathbf{E}_{abc\mathcal{D}}$ representa um vetor com as tensões complexas nos nós dos conjuntos \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} e \mathcal{D} .

Observa-se que nessa formulação, os nós de rede h não são considerados na equação de rede uma vez que estão isolados do equivalente elétrico radial construído para rede de distribuição. Aproximando-se agora cada carga do sistema pela equivalente admitância em derivação sob tensão nominal de fornecimento, essas cargas podem assim ser incorporadas aos elementos de $\mathbf{Y}_{abc\mathcal{D}}$ em (4.25). Por conseguinte, a equação da rede elétrica pode ser escrita na forma matricial

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{abc} \\ \mathbf{I}_{\mathcal{D}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{\mathfrak{A}} & \mathbf{Y}_{\mathfrak{B}} \\ \mathbf{Y}_{\mathfrak{C}} & \mathbf{Y}_{\mathfrak{D}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{abc} \\ \mathbf{E}_{\mathcal{D}} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

na qual as correntes injetadas nos nós do conjunto \mathcal{D} são nulas, isto é $\mathbf{I}_{\mathcal{D}} = \mathbf{0}$. Desta forma, os nós do conjunto \mathcal{D} podem ser eliminados pela redução de Kron (KRON, 1964) notando-se que

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_{\mathfrak{A}}\mathbf{E}_{abc} + \mathbf{Y}_{\mathfrak{B}}\mathbf{E}_{\mathcal{D}} = \mathbf{I}_{abc} \\ \mathbf{Y}_{\mathfrak{C}}\mathbf{E}_{abc} + \mathbf{Y}_{\mathfrak{D}}\mathbf{E}_{\mathcal{D}} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (4.27)$$

No sistema de duas equações acima, isolando-se $\mathbf{E}_{\mathcal{D}}$ na segunda equação e substituindo-se a relação resultante na primeira equação, obtém-se o sistema reduzido

$$\mathbf{I}_{abc} = \mathbf{Y}_{\mathfrak{A}}\mathbf{E}_{abc} + \mathbf{Y}_{\mathfrak{B}}(-\mathbf{Y}_{\mathfrak{D}}^{-1}\mathbf{Y}_{\mathfrak{C}}\mathbf{E}_{abc}) = (\mathbf{Y}_{\mathfrak{A}} - \mathbf{Y}_{\mathfrak{B}}\mathbf{Y}_{\mathfrak{D}}^{-1}\mathbf{Y}_{\mathfrak{C}})\mathbf{E}_{abc} \quad (4.28)$$

ou, de forma compacta,

$$\mathbf{I}_{abc} = \mathbf{Y}_{abc}\mathbf{E}_{abc} \quad (4.29)$$

no qual $\mathbf{Y}_{abc} = \mathbf{Y}_{\mathfrak{A}} - \mathbf{Y}_{\mathfrak{B}}\mathbf{Y}_{\mathfrak{D}}^{-1}\mathbf{Y}_{\mathfrak{C}}$.

Seja agora a matriz de impedância $\mathbf{Z}_{abc} = \mathbf{Y}_{abc}^{-1}$. Então, a relação (4.29) de rede para os conjuntos \mathbf{a} , \mathbf{b} , e \mathbf{c} pode ser escrita na equação matricial

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{\mathbf{a}} \\ \mathbf{E}_{\mathbf{b}} \\ \mathbf{E}_{\mathbf{c}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{aa} & \mathbf{Z}_{ab} & \mathbf{Z}_{ac} \\ \mathbf{Z}_{ba} & \mathbf{Z}_{bb} & \mathbf{Z}_{bc} \\ \mathbf{Z}_{ca} & \mathbf{Z}_{cb} & \mathbf{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\mathbf{a}} \\ \mathbf{I}_{\mathbf{b}} \\ \mathbf{I}_{\mathbf{c}} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

ou, no sistema de equações a seguir.

$$\begin{cases} \mathbf{E}_a = \mathbf{Z}_{aa}\mathbf{I}_a + \mathbf{Z}_{ab}\mathbf{I}_b + \mathbf{Z}_{ac}\mathbf{I}_c \\ \mathbf{E}_b = \mathbf{Z}_{ba}\mathbf{I}_a + \mathbf{Z}_{bb}\mathbf{I}_b + \mathbf{Z}_{bc}\mathbf{I}_c \\ \mathbf{E}_c = \mathbf{Z}_{ca}\mathbf{I}_a + \mathbf{Z}_{cb}\mathbf{I}_b + \mathbf{Z}_{cc}\mathbf{I}_c \end{cases} \quad (4.31)$$

Por construção, as correntes (e fluxos de carga) nos pontos de seccionamento fictício de linha são iguais em magnitude e defasadas de 180° , isto é, $\mathbf{I}_c + \mathbf{I}_b = 0$. Seja então $\mathbf{I}_{bc} = \mathbf{I}_b = -\mathbf{I}_c$. Utilizado-se dessa relação, as tensões nos nós auxiliares dos pontos de seccionamento fictício de geração, bem como a diferença entre as tensões nos nós dos pontos de seccionamento fictício de linha, podem ser escritas como segue.

$$\mathbf{E}_a = \mathbf{Z}_{aa}\mathbf{I}_a + (\mathbf{Z}_{ab} - \mathbf{Z}_{ac})\mathbf{I}_{bc} \quad (4.32)$$

$$\mathbf{E}_{bc} = \mathbf{E}_b - \mathbf{E}_c = (\mathbf{Z}_{ba} - \mathbf{Z}_{ca})\mathbf{I}_a + (\mathbf{Z}_{bb} - \mathbf{Z}_{cb} - \mathbf{Z}_{bc} + \mathbf{Z}_{cc})\mathbf{I}_{bc} \quad (4.33)$$

ou, na forma matricial

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_a \\ \mathbf{E}_{bc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{aa} & \mathbf{Z}_{ba} - \mathbf{Z}_{ca} \\ \mathbf{Z}_{ba} - \mathbf{Z}_{ca} & \mathbf{Z}_{bb} - \mathbf{Z}_{cb} - \mathbf{Z}_{bc} + \mathbf{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_a \\ \mathbf{I}_{bc} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Destaca-se que a ordem do sistema reduzido acima é igual ao número de seccionamentos fictícios de geração mais o número de seccionamentos fictícios de linha. Ademais, (4.34) pode ser utilizada de maneira incremental como segue.

$$\Delta\mathbf{E}_{a,bc} = \mathbf{Z}_{red}\Delta\mathbf{I}_{a,bc} \quad (4.35)$$

na qual $\Delta\mathbf{E}_{a,bc}$ e $\Delta\mathbf{I}_{a,bc}$ representam a diferença entre as tensões e correntes em iterações subseqüentes, respectivamente.

Assumindo-se ainda que as tensões nos nós assumem valores de magnitudes próximos a 1 p.u.³, e ângulos pequenos, as variações incrementais nas injeções de corrente e potência são aproximadamente as mesmas, ou seja,

$$\Delta\mathbf{I}_{a,bc} \approx \Delta\mathbf{S}_{a,bc}^* \quad (4.36)$$

e conseqüentemente, por (4.35) tem-se que

$$\Delta\mathbf{E}_{a,bc} \approx \mathbf{Z}_{red}\Delta\mathbf{S}_{a,bc}^* \quad (4.37)$$

³A menos que especificado o contrário, as grandezas elétricas neste documento estão representadas no sistema por unidade.

Agora, considere os elementos da expressão acima separados em suas formas retangulares como segue.

$$\mathbf{Z}_{\text{red}} = \mathbf{R}_{\text{red}} + j\mathbf{X}_{\text{red}} \quad (4.38)$$

$$\Delta\mathbf{S}_{a,bc}^* = \Delta\mathbf{P}_{a,bc} - j\Delta\mathbf{Q}_{a,bc} \quad (4.39)$$

e assumamos a aproximação $\Delta\mathbf{E}_{a,bc} \approx \Delta\mathbf{V}_{a,bc} + j\Delta\mathbf{\Theta}_{a,bc}$.

Observe que (4.37) pode ser escrita na forma retangular

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{V}_{a,bc} + j\Delta\mathbf{\Theta}_{a,bc} &\approx (\mathbf{R}_{\text{red}} + j\mathbf{X}_{\text{red}}) (\Delta\mathbf{P}_{a,bc} - j\Delta\mathbf{Q}_{a,bc}) \\ &\approx \mathbf{R}_{\text{red}}\Delta\mathbf{P}_{a,bc} + \mathbf{X}_{\text{red}}\Delta\mathbf{Q}_{a,bc} + j(\mathbf{X}_{\text{red}}\Delta\mathbf{P}_{a,bc} - j\mathbf{R}_{\text{red}}\Delta\mathbf{Q}_{a,bc}) \end{aligned}$$

tal que,

$$\Delta\mathbf{V}_{a,bc} \approx \mathbf{R}_{\text{red}}\Delta\mathbf{P}_{a,bc} + \mathbf{X}_{\text{red}}\Delta\mathbf{Q}_{a,bc} \quad (4.40)$$

$$\Delta\mathbf{\Theta}_{a,bc} \approx \mathbf{X}_{\text{red}}\Delta\mathbf{P}_{a,bc} - j\mathbf{R}_{\text{red}}\Delta\mathbf{Q}_{a,bc} \quad (4.41)$$

ou, na forma matricial

$$\begin{bmatrix} \Delta\mathbf{V}_{a,bc} \\ \Delta\mathbf{\Theta}_{a,bc} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{\text{red}} & \mathbf{R}_{\text{red}} \\ -\mathbf{R}_{\text{red}} & \mathbf{X}_{\text{red}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{Q}_{a,bc} \\ \Delta\mathbf{P}_{a,bc} \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Nota-se ainda que, modelando-se o gerador distribuído por uma barra PV, a potência ativa injetada por cada gerador é um parâmetro pré-estabelecido no cálculo do fluxo de carga. Por conseguinte, a representação dessa potência é desnecessária na regra de atualização das injeções nos pontos de seccionamento fictício. Assim, é possível eliminar de (4.42) as colunas referentes à variação da injeção de potência ativa nos geradores distribuídos, assim como as linhas referentes à variação de angular nesses geradores. Observado-se as definições de \mathbf{R}_{red} e \mathbf{X}_{red} em (4.34)–(4.35), obtém-se a equação reduzida

$$\begin{bmatrix} \Delta\mathbf{V}_{a,bc} \\ \Delta\mathbf{\Theta}_{bc} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \mathfrak{S}_{11} & \mathfrak{S}_{12} \\ \mathfrak{S}_{21} & \mathfrak{S}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{Q}_{a,bc} \\ \Delta\mathbf{P}_{bc} \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

na qual,

$$\mathfrak{S}_{11} = \Im \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{aa} & \mathbf{Z}_{ab} - \mathbf{Z}_{ac} \\ \mathbf{Z}_{ba} - \mathbf{Z}_{ca} & \mathbf{Z}_{bb} + \mathbf{Z}_{cc} - \mathbf{Z}_{bc} - \mathbf{Z}_{cb} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

$$\mathfrak{S}_{12} = \Re \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{ab} - \mathbf{Z}_{ac} \\ \mathbf{Z}_{bb} + \mathbf{Z}_{cc} - \mathbf{Z}_{bc} - \mathbf{Z}_{cb} \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

$$\mathfrak{S}_{21} = \Re \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{ca} - \mathbf{Z}_{ba} & \mathbf{Z}_{bc} + \mathbf{Z}_{cb} - \mathbf{Z}_{bb} - \mathbf{Z}_{cc} \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

$$\mathfrak{S}_{22} = \mathfrak{S} \left[\mathbf{Z}_{bb} + \mathbf{Z}_{cc} - \mathbf{Z}_{bc} - \mathbf{Z}_{cb} \right] \quad (4.47)$$

Portanto, dada uma solução inicial e utilizando-se dos desvios de magnitude de tensão nos pontos de seccionamento fictício de geração bem como dos desvios de ângulo e magnitude de tensão nos pontos de seccionamento fictício de linha, as injeções de potência nesses pontos podem ser alteradas por regras de atualização até que os desvios de tensão se aproximem de zero. Sejam τ_P e τ_Q fatores de aceleração pertencentes ao conjunto dos números reais e cujos valores padrão são a unidade, essas regras de atualização podem ser expressas por

$$\mathbf{Q}_{a,bc}^{(k+1)} = \mathbf{Q}_{a,bc}^{(k)} + \tau_Q \Delta \mathbf{Q}_{a,bc}^{(k)} \quad (4.48)$$

$$\mathbf{P}_{bc}^{(k+1)} = \mathbf{P}_{bc}^{(k)} + \tau_P \Delta \mathbf{P}_{bc}^{(k)} \quad (4.49)$$

nas quais,

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{Q}_{a,bc}^{(k)} \\ \Delta \mathbf{P}_{bc}^{(k)} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \mathfrak{S}_{11} & \mathfrak{S}_{12} \\ \mathfrak{S}_{21} & \mathfrak{S}_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{V}_{a,bc}^{(k)} \\ \Delta \boldsymbol{\Theta}_{bc}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

De forma a simplificar a notação, adotaram-se as variáveis P_I e Q_I para representar os elementos dos vetores \mathbf{P}_{bc} e $\mathbf{Q}_{a,bc}$, respectivamente, no esquema da Figura 4.6.

4.2.4 Atualização dos Tapes dos Reguladores Automáticos de Tensão

A modelagem de reguladores de tensão para o cálculo do fluxo de carga em redes fracamente malhadas foi abordada por Cheng e Shirmohammadi (1995). Nesta abordagem, optou-se por modelar o regulador como uma linha cujos parâmetros série e em derivação variam de acordo com o tape do componente, conforme modelo mostrado Figura 4.3. Adotou-se essa metodologia na representação do regulador no modo manual, no qual a posição do tape é conhecida e pré-especificada antes da análise de fluxo de carga.

Para o modo automático, optou-se alternativamente pelo modelo por fontes de corrente apresentado na Figura 4.4, sendo a posição neutra, $l = 1$, escolhida como tape inicial do processo iterativo. Adotou-se assim o seguinte procedimento para a atualização dos tapes desse componente. Em uma dada iteração k , na varredura da subestação para os nós finais, calculam-se possíveis tensões no secundário dado o conjunto de tapes e a tensão $V_p^{(k)}$ no primário do regular. Reduzem-se dessas possíveis tensões de secundário, a queda de tensão produzida no compensador de queda de linha, quando ativado. Opta-se assim pelo tape cujo resultado minimiza (em módulo) o desvio para com a tensão de referência, respeitando restrições quanto aos limites máximo e mínimo de tensão no secundário. Esse tape é então utilizado na varredura em retrocesso numa próxima iteração, dos nós finais até a subestação, para calcular a equivalente injeção de carga do regulador de acordo

(4.15) e (4.16).

Salienta-se que a escolha do modelo por fontes de corrente se faz conveniente uma vez que evita o recálculo da matriz de impedância de ordem reduzida entre iterações do método. De fato, por esse modelo, a impedância série do regulador é considerada na formação da matriz de ordem reduzida, sendo que o efeito da variação de *tape* pode ser agregado como uma carga no primário e secundário do regulador.

4.2.5 Atualização dos Tapes dos Bancos de Capacitores Automáticos

No caso de bancos de capacitores fixos, controlados manualmente, controlados por temperatura ou controlados por tempo, consideraram-se os tapes como parâmetros pré-especificados na análise estática das redes. Desta forma, as admitâncias de bancos desses tipos podem ser acrescentadas aos modelos agregados das cargas em cada nó, conforme apresentado na seção 4.1.5.

Para a atualização de tapes dos bancos de capacitores automáticos controláveis por potência reativa, fator de potência ou corrente, estabeleceu-se o seguinte procedimento na varredura de sentido da subestação para os nós finais. Em cada iteração k , no nó i na qual existe um banco conectado, obtém-se um conjunto de potências reativas possíveis de serem supridas pelo banco, dados os tapes disponíveis e a tensão $V_i^{(k)}$. Soma-se assim a esse conjunto a carga acumulada no nó i , de forma a obter o fluxo de carga reativo, fator de potência ou corrente nas linhas na iteração k para cada *tape*. Escolhe-se por fim o *tape* que minimize o módulo do desvio entre o valor calculado e um valor de referência, de acordo com o respectivo tipo de controle em análise. Para o caso de bancos controlados por tensão, verifica-se o efeito do conjunto de suprimentos de potência reativa na equação de atualização de tensões (2.31), escolhendo-se analogamente o *tape* que minimize o módulo do desvio entre as tensões resultantes e o valor de referência.

Diversas combinações de controles de bancos de capacitores podem ser utilizados dependendo da rede de energia, cargas e recursos disponíveis. De uma forma geral, desde que valores de referência e valores limitantes para as grandezas elétricas sejam especificados, variações dos procedimentos citados acima podem ser desenvolvidos para o cálculo do fluxo de carga em redes de distribuição.

4.3 Algoritmo Proposto

O método de soma das potências desenvolvido para a análise de redes fracamente malhadas de distribuição é detalhado na Algoritmo 8 a seguir.

Algoritmo 8 Método de Soma das Potências para Redes Fracamente Malhadas

Funcionalidade: Cálculo do fluxo de carga para redes de distribuição radiais e fracamente malhadas.**Requer:** Dados de rede e carga.

Obter um equivalente de rede radial conforme descrito na seção 4.2.1;

Inicializar contador de iterações k ;

Inicializar tensões nos nós com uma solução aproximada ou perfil plano;

Calcular a matriz de atualização de injeções utilizada em (4.50);

Inicializar injeções de carga P_I e Q_I com uma solução aproximada ou estado nulo;**Enquanto** $\left\| V_i^{(k+1)} - V_i^{(k)} \right\| > \text{tolerância}, \forall i$ **faça**

Calcular consumo de potência pelas cargas;

Para todo i , dos nós finais em direção ao nós da subestação **faça**

Calcular as potências acumuladas ativas e reativas em cada nó usando (4.23) e (4.24), respectivamente;

fim Para **Para** todo i , do nó da subestação em direção aos nós finais **faça**

Calcular magnitude das tensões utilizando (2.22)–(2.24), atualizando tapes dos reguladores de tensão e capacitores controláveis de acordo com o exposto nas seções 4.2.4 e 4.2.5, respectivamente;

fim Para

Atualizar injeções de carga nos pontos de seccionamento fictício usando (4.48)–(4.50);

 $k \leftarrow k + 1$;**fim Enquanto****Imprime** Relatório de resultados.

Finalmente, destaca-se que caso ao final de uma iteração seja ultrapassado o limite de produção de potência reativa em algum gerador distribuído, adotou-se a modelagem deste como um nó de geração com produção de potência reativa escolhida no limite, seguido da continuação do algoritmo.

4.4 Conclusões do Capítulo

Este capítulo apresentou um método de varredura para o cálculo do fluxo de carga em redes fracamente malhadas de distribuição. Considerou-se na formulação um modelo geral de carga no qual se agrega a representação de geradores distribuídos com contrato de produção de potências ativa e reativa fixas, do efeito capacitivo das linhas de distribuição, de bancos de capacitores fixos, de bancos de capacitores controlados manualmente, assim

como de bancos de capacitores automáticos controlados por tempo, temperatura, corrente, potência reativa, e tensão. Representaram-se também os modos de operação manual e automático de reguladores de tensão assim como geradores distribuídos com controle de tensão nos nós de interconexão.

Como abordagem, a rede fracamente malhada é reduzida a uma rede radial equivalente desprovida de geração distribuída com dispositivos de controle de tensão. Para tanto, um algoritmo para o seccionamento fictício de redes é apresentado, no qual se incluem novos nós à rede. Aplicam-se assim procedimentos de varredura seguidos pela atualização de injeções de potência em nós pré-selecionados na etapa de seccionamento fictício. A atualização de injeções segue uma regra construída a partir da determinação de uma matriz de sensibilidade de ordem reduzida, a qual é calculada antes do início do laço principal do algoritmo.

Questões quanto à escolha dos pontos da rede nos quais nós auxiliares são criados, bem como a eficiência, robustez, e limitações do método, serão abordadas no capítulo de simulações e resultados.

Capítulo 5

Análises de Convergência

I have discovered a truly remarkable proof which this margin is too small to contain.

Pierre de Fermat

Este capítulo apresenta uma análise formal para a convergência dos métodos de soma das correntes e soma das potências, sem a utilização de derivadas, por meio da dedução da taxa de convergência dos métodos e da utilização do teorema do ponto fixo para contrações. Destacam-se como contribuições do capítulo a caracterização da convergência dos métodos, dedução de taxas de convergência, demonstração da convergência para o método de soma das correntes, análise de condições que se mostraram suficientes em simulação para a convergência do método de soma das potências, assim como a dedução de limitantes para com o desvio entre a solução do fluxo de carga e um estado de tensões obtido em iterações dos métodos. Face à escassez de análises dessa natureza na literatura, e devido à existência de diversas pequenas variações para os algoritmos, optou-se por analisar os algoritmos base em sua essência. Pretende-se com essa decisão metodológica, fomentar estudos futuros dessas variações assim como fomentar análises formais comparativas dos algoritmos base com outros métodos concebidos para o mesmo fim.

O capítulo está organizado em 5 seções como segue. Na seção 5.1, apresenta-se o teorema do ponto fixo para contrações e uma discussão de sua aplicação na análise de problemas de natureza não linear. Na seção 5.2, um estudo de caso da solução do fluxo de carga para uma rede com dois nós é realizado à luz do teorema do ponto fixo para contrações. Nas seções 5.3 e 5.4, a análise do caso de uma rede com dois nós é generalizada para redes radiais com $n + 1$ nós para os métodos de soma das correntes e soma das potências, respectivamente. Por fim, na seção 5.5, apresentam-se as conclusões e discussões do capítulo com relação às análises desenvolvidas.

5.1 O Teorema do Ponto Fixo para Contrações

Os teoremas que abordam a existência e busca por pontos fixos de funções compõem um conjunto de resultados matemáticos de larga aplicação em diversas áreas como física, matemática, economia e engenharia. Define-se um ponto fixo \mathbf{x}^α de uma função $\Psi : \mathbf{X} \rightarrow \mathbb{C}^n$ ($\mathbf{X} \subset \mathbb{C}^n$) como qualquer ponto $\mathbf{x}^\alpha \in \mathbf{X}$ tal que $\Psi(\mathbf{x}^\alpha) = \mathbf{x}^\alpha$. Destacam-se como alguns dos mais importantes resultados matemáticos nessa linha de pesquisa os teoremas de Brouwer, Knaster–Tarski, Lefschetz, e o teorema do ponto fixo para contrações (RUDIN, 1976), este último utilizado na análise aqui desenvolvida. Investigações quanto à caracterização de pontos fixos de funções por meio dos teoremas do ponto fixo, têm importante papel na análise de problemas não lineares, assim como na análise dos algoritmos associados à solução desses problemas.

De forma a apresentar o teorema do ponto fixo para contrações, considere um problema não linear genérico composto por n equações complexas não lineares $f_i(x_1, \dots, x_n) = y_i$, nas quais $x_i, y_i \in \mathbb{C}$, $\forall i = 1, \dots, n$. Para simplificar a notação, note que este problema também pode ser representado na forma vetorial $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{y}$, na qual $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$ e $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)^T$. Assumindo-se a indisponibilidade de uma solução analítica para este sistema de equações, buscam-se alternativamente esquemas iterativos $\mathbf{x}^{(k+1)} = \Psi(\mathbf{x}^{(k)})$ de forma a gerar uma seqüência $\{\mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{x}^{(1)}, \dots\}$ convergente se, e somente se, $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{y}$. Dentre inúmeras opções, uma possível escolha para este esquema é

$$\Psi(\mathbf{x}^{(k)}) = \mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{W}(\mathbf{x}^{(k)}) [\mathbf{F}(\mathbf{x}^{(k)}) - \mathbf{y}] \quad (5.1)$$

no qual $\mathbf{W}(\mathbf{x}^{(k)})$ é uma função matricial não singular de $\mathbf{x}^{(k)}$.

Na simples regra iterativa disposta acima, a convergência é caracterizada no ponto fixo e \mathbf{x}^α é um ponto fixo de Ψ se, e somente se, $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{y}$. Faz-se assim importante enfatizar que uma vez especificado o esquema iterativo e escolhendo-se um ponto inicial $\mathbf{x}^{(0)}$, a seqüência $\{\mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{x}^{(1)}, \dots\}$ gerada deve convergir para o ponto fixo \mathbf{x}^α da função, i.e. $\|\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}^\alpha\| \rightarrow 0$, em um tempo computacional aceitável. Salienta-se também como uma propriedade desejável que a diferença entre elementos subseqüentes da seqüência $\|\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}\|$ diminua geometricamente durante o processo iterativo. Em termos matemáticos, esta propriedade pode ser formalizada como segue

$$\|\Psi(\mathbf{x}^{(k+1)}) - \Psi(\mathbf{x}^{(k)})\| \leq \bar{c} \|\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}\| \quad (5.2)$$

para algum $\bar{c} \in \mathbb{R}$ tal que $0 \leq \bar{c} < 1$.

De forma geral, se a função Ψ satisfaz a inequação $\|\Psi(\mathbf{x}) - \Psi(\mathbf{x}')\| \leq \bar{c} \|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|$, para todo $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in \mathbf{X}$ e algum $\bar{c} \in \mathbb{R}$ tal que $0 \leq \bar{c} < 1$, então Ψ é considerada uma

contração (ou mapeamento de contração) caracterizada pela constante de contração \bar{c} . As contrações possuem duas propriedades de interesse na análise proposta, propriedades estas enunciadas no teorema abaixo bem como demonstradas no Apêndice A.

Teorema (Teorema do ponto fixo para contrações) (RUDIN, 1976): Seja $\mathbf{X} \subset \mathbb{C}^n$ um subconjunto fechado e $\Psi : \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{X}$ um mapeamento contínuo tal que

$$\|\Psi(\mathbf{x}) - \Psi(\mathbf{x}')\| \leq \bar{c} \|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\| \quad (5.3)$$

para alguma constante de contração $\bar{c} \in \mathbb{R}$, $0 \leq \bar{c} < 1$, $\forall \mathbf{x}, \mathbf{x}' \in \mathbf{X}$. Então Ψ possui um único ponto fixo em \mathbf{X} , sendo Ψ chamado de mapeamento de contração. Em adição, a seqüência $\{\mathbf{x}^{(0)}, \Psi(\mathbf{x}^{(0)}), \Psi(\Psi(\mathbf{x}^{(0)})), \dots\}$ converge para esse ponto fixo, para todo $\mathbf{x}^{(0)} \in \mathbf{X}$.

Particularmente, faz-se interessante notar que o esquema iterativo apresentado em (5.1) é base para os métodos classicamente aplicados na análise estática de redes de alta tensão, como o método de Newton-Raphson (TINNEY; HART, 1967) e o método Desacoplado Rápido (STOTT; ALSAÇ, 1974). Por exemplo, se $\mathbf{W}(\mathbf{x}^{(k)})$ representa a inversão da matriz Jacobiana de \mathbf{F} em $\mathbf{x}^{(k)}$, então (5.1) se torna a regra de atualização do método de Newton-Raphson. Em contrapartida, na análise estática de redes de distribuição, a forma geral das regras de atualização pode variar consideravelmente (dependendo da abordagem escolhida), embora seja possível estabelecer relações de similaridade entre essas regras e o esquema iterativo apresentado em (5.1).

5.2 Estudo de Caso: Rede com Dois Nós

A análise de uma rede com dois nós possui particularidades de interesse no estudo da convergência dos métodos de fluxo de carga desenvolvidos para aplicações em redes radiais de distribuição. De fato, as regras de atualização dos métodos de soma das potências (BROADWATER et al., 1988) e soma das correntes (SHIRMOHAMMADI et al., 1988) apresentam equivalência para este caso. Ademais, a solução do problema pode ser obtida analiticamente pelas equações biquadradas desenvolvidas nas abordagens de Broadwater et al. (1988) e/ou Cespedes (1990).

Considere assim, o esquema iterativo dos algoritmos base dos métodos de soma das correntes e potências, para este caso particular. Primeiramente, observa-se que como $\Delta_1 = \emptyset$, as expressões (2.13) e (2.19) podem ser sumarizadas na simples fórmula complexa e recursiva

$$E_1^{(k+1)} = E_0 - z_1 \frac{S_1^*}{E_1^{(k)*}} \quad (5.4)$$

na qual a tensão complexa em cada iteração é representada como uma função da tensão obtida na iteração imediatamente anterior. Seguindo a terminologia apresentada na seção 5.1, uma função ψ_1 é definida para expressar a regra de atualização do algoritmo, isto é,

$$\psi_1^{(k)} \triangleq \psi_1(E_1^{(k)}) \triangleq E_0 - z_1 \frac{S_1^*}{E_1^{(k)*}} \quad (5.5)$$

Ainda com respeito à notação utilizada, denotar-se-á a diferença entre duas tensões complexas de iterações subseqüentes por

$$\Delta E_1^{(k+1)} \triangleq E_1^{(k+1)} - E_1^{(k)} \quad (5.6)$$

Analogamente, destaca-se que a diferença entre tensões complexas obtida na iteração $k+2$ pode ser escrita em função das tensões nas iterações k e $k-1$.

$$\Delta \psi_1^{(k+1)} \triangleq \psi_1(E_1^{(k+1)}) - \psi_1(E_1^{(k)}) \quad (5.7)$$

Desta forma, dada uma estimativa inicial da solução, a convergência das tensões pode ser assim avaliada representando $\Delta \psi_1^{(k+1)}$ em função de $\Delta E_1^{(k+1)}$, conforme abaixo.

$$\Delta \psi_1^{(k+1)} = E_0 - z_1 \frac{S_1^*}{E_1^{(k+1)*}} - E_0 + z_1 \frac{S_1^*}{E_1^{(k)*}} \quad (5.8)$$

e, desenvolvendo-se essa relação obtém-se que

$$\begin{aligned} \Delta \psi_1^{(k+1)} &= z_1 \frac{S_1^*}{E_1^{(k)*}} - z_1 \frac{S_1^*}{E_1^{(k+1)*}} \\ &= z_1 S_1^* \left(\frac{1}{E_1^{(k)*}} - \frac{1}{E_1^{(k+1)*}} \right) \\ &= z_1 S_1^* \left(\frac{E_1^{(k+1)*} - E_1^{(k)*}}{E_1^{(k+1)*} E_1^{(k)*}} \right) \\ &= \frac{z_1 S_1^*}{E_1^{(k+1)*} E_1^{(k)*}} \left(E_1^{(k+1)*} - E_1^{(k)*} \right) \\ &= \frac{z_1 S_1^*}{E_1^{(k+1)*} E_1^{(k)*}} \Delta E_1^{(k+1)*} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Por conseguinte, utilizando-se de (5.9) a diferença entre as tensões complexas obtidas nas iterações $k+2$ e $k+1$ pode ser calculada dadas as tensões nas iterações $k+1$ e k . Em adição, aplicando-se o operador norma (em \mathbb{C}) e suas propriedades obtém-se como igualdade

$$\begin{aligned}
 \left\| \Delta \psi_1^{(k+1)} \right\| &= \left\| \frac{z_1 S_1^*}{E_1^{(k+1)*} E_1^{(k)*}} \Delta E_1^{(k+1)*} \right\| \\
 &= \left\| \frac{z_1 S_1^*}{E_1^{(k+1)*} E_1^{(k)*}} \right\| \left\| \Delta E_1^{(k+1)*} \right\| \\
 &= \left\| \frac{z_1 S_1^*}{E_1^{(k+1)*} E_1^{(k)*}} \right\| \left\| \Delta E_1^{(k+1)} \right\|
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

Além disso, a equação acima pode ser convenientemente escrita como

$$\left\| \Delta \psi_1^{(k+1)} \right\| = c^{(k+1)} \left\| \Delta E_1^{(k+1)} \right\| \tag{5.11}$$

na qual $c^{(k+1)}$ é um número real não negativo dado por

$$c^{(k+1)} = \left\| \frac{z_1 S_1^*}{E_1^{(k+1)*} E_1^{(k)*}} \right\| \tag{5.12}$$

e, utilizando-se de (5.4) pode-se calcular $c^{(k+1)}$ como uma função das tensões complexas na iteração k , da impedância da linha e da carga, como segue

$$c^{(k+1)} = \left\| \frac{z_1 S_1^*}{E_0 E_1^{(k)*} - e^{-j2\theta_1^{(k)}} z_1^* S_1} \right\| \tag{5.13}$$

Agora, seja \mathcal{R} uma região fechada dentro do espaço complexo \mathbb{C} definida por $\mathcal{R} \triangleq \{E_1 \in \mathbb{C}, \|E_1\| \geq E_0 - \alpha\}$, para algum $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que $E_0/2 \leq \alpha < E_0 - \sqrt{\|z_1 S_1^*\|}$. Considere também a constante \bar{c} como uma função de α , a impedância de linha e a demanda complexa

$$\bar{c} = \frac{\|z_1 S_1^*\|}{(E_0 - \alpha)^2} \tag{5.14}$$

Por construção, observa-se que $(E_0 - \alpha)^2 > \|z_1 S_1^*\|$ e

$$\bar{c} = \frac{\|z_1 S_1^*\|}{(E_0 - \alpha)^2} < \frac{(E_0 - \alpha)^2}{(E_0 - \alpha)^2} = 1 \tag{5.15}$$

Seja agora um ponto qualquer $E_1^{(k)} \in \mathcal{R}$. Note que

$$\left\| \psi_1^{(k)} - E_0 \right\| = \left\| E_0 - z_1 \frac{S_1^*}{E_1^{(k)*}} - E_0 \right\| \tag{5.16}$$

e, desenvolvendo-se essa relação obtém-se que

$$\begin{aligned}
 \left\| \psi_1^{(k)} - E_0 \right\| &= \left\| \frac{z_1 S_1^*}{E_1^{(k)*}} \right\| \\
 &= \frac{\|z_1 S_1^*\|}{\|E_1^{(k)*}\|} \\
 &< \frac{(E_0 - \alpha)^2}{\|E_1^{(k)*}\|} \\
 &\leq \frac{(E_0 - \alpha)^2}{(E_0 - \alpha)} \\
 &= (E_0 - \alpha) \\
 &\leq \alpha
 \end{aligned} \tag{5.17}$$

Por conseguinte, se $E_1^{(k)} \in \mathcal{R}$ então $E_1^{(k+1)} = \psi_1^{(k)}$ pertence a uma esfera aberta em \mathbb{C} , centralizada em E_0 , e cujo raio é igual a α , $\forall k = 0, \dots, N_{iter}$. Desta forma, mesmo que valores de tensão muito elevados sejam escolhidos como solução inicial do processo iterativo, a contração obtida até $\psi_1^{(0)}$ será também elevada e as tensões na primeira iteração do método pertencerão a uma esfera aberta no espaço complexo. Esse resultado é ilustrado na Figura 5.1 abaixo.

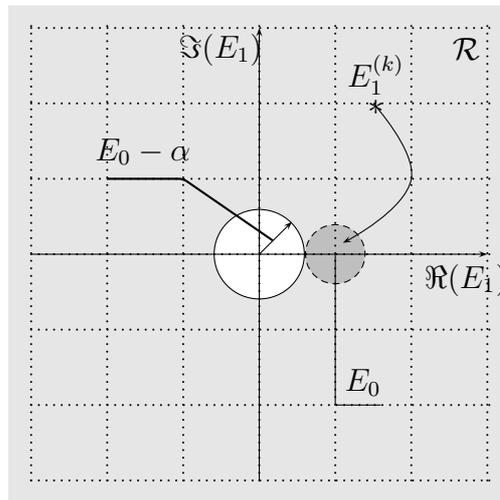


Figura 5.1: Convergência *versus* solução inicial: Caso Particular.

Em particular, nota-se que $\psi_1^{(k)}$ pertence a \mathcal{R} sendo a inequação abaixo válida para todo k .

$$0 \leq \left\| \frac{z_1 S_1^*}{E_1^{(k+1)*} E_1^{(k)*}} \right\| \leq \frac{\|z_1 S_1^*\|}{(E_0 - \alpha)^2} = \bar{c} \tag{5.18}$$

Finalmente, utilizando-se de (5.11)–(5.12) e (5.18), tem-se que $0 \leq c^{(k+1)} \leq \bar{c} < 1$, $\forall k$ assim como

$$\left\| \Delta \psi_1^{(k+1)} \right\| \leq \bar{c} \left\| \Delta E_1^{(k+1)} \right\| \quad (5.19)$$

Por conseguinte, a função $\psi_1 : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ é um mapeamento de contração (em \mathcal{R}) com constante de contração \bar{c} . Como conseqüência, pelo teorema do ponto fixo para contrações, ψ_1 possui um único ponto fixo em \mathcal{R} . Em adição, a seqüência $\{E_1^{(0)}, \psi_1(E_1^{(0)}), \psi_1(\psi_1(E_1^{(0)})), \dots\}$ converge para este ponto fixo qualquer que seja a estimativa inicial $E_1^{(0)} \in \mathcal{R}$. Portanto, prova-se a convergência do algoritmo de fluxo de carga sob a condição de existência da região \mathcal{R} .

Observa-se também pela equação de convergência (5.11) que quanto menor $c^{(k+1)}$ mais rapidamente convergirá o algoritmo. Formalmente, os métodos de soma das potências e soma das correntes apresentam para este caso uma convergência geométrica em direção à solução, com taxa de convergência por iteração dada por $c^{(k+1)}$. Em adição, mantendo-se constante a impedância de linha z_1 , uma vez que $c^{(k+1)}$ depende do carregamento do alimentador, a convergência também depende diretamente do carregamento do alimentador, conforme antecipado por R. P. Broadwater em (SHIRMOHAMMADI et al., 1988).

Essa dependência pode ser ilustrada através de um exemplo numérico. Seja uma rede com dois nós, impedância de linha $z_1 = 1,3531 + j1,3235 \Omega$ e tensão de fornecimento de $E_0 = 11,000 \angle 0^\circ$ kV. De forma a avaliar a convergência do método, observe que elevando-se incrementalmente o carregamento mantendo-se constante a rede elétrica (z_1 constante), pode-se calcular a constante de contração na solução $E_1^\infty = V_1^\infty \angle \theta_1^\infty$ para cada carregamento por $c^\infty = \left\| z_1 S_1^* / (V_1^\infty)^2 \right\|$. A Figura 5.2 apresenta a constante de contração c^∞ e o número de iterações N_{iter} necessário para a convergência, ambos obtidos pela execução do algoritmo de soma das correntes para a rede-exemplo. Adotou-se como tolerância o valor 10^{-7} .

Observa-se na figura que a convergência do algoritmo de fluxo de carga é monotonicamente dependente do carregamento. Particularmente para o caso de rede com dois nós, o limite de carregamento pode ser obtido diretamente estudando a existência de solução da equação biquadrada (2.22). De fato, próximo ao carregamento limite, a região \mathcal{R} tende a ser um espaço vazio, no qual ψ_1 perde suas propriedades de contração e o algoritmo não converge pela inexistência de solução estável.

Por fim, uma vez que $\psi_1 : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ é um mapeamento de contração (em \mathcal{R}) com constante de contração \bar{c} , pode-se provar¹ as seguintes relações

$$\left\| E_1^\infty - E_1^{(k)} \right\| \leq \frac{\bar{c}^k}{1 - \bar{c}} \left\| \psi_1^{(0)} - E_1^{(0)} \right\| \quad (5.20)$$

¹Essas relações estão demonstradas no Apêndice A, na forma de corolários do teorema do ponto fixo para contrações.

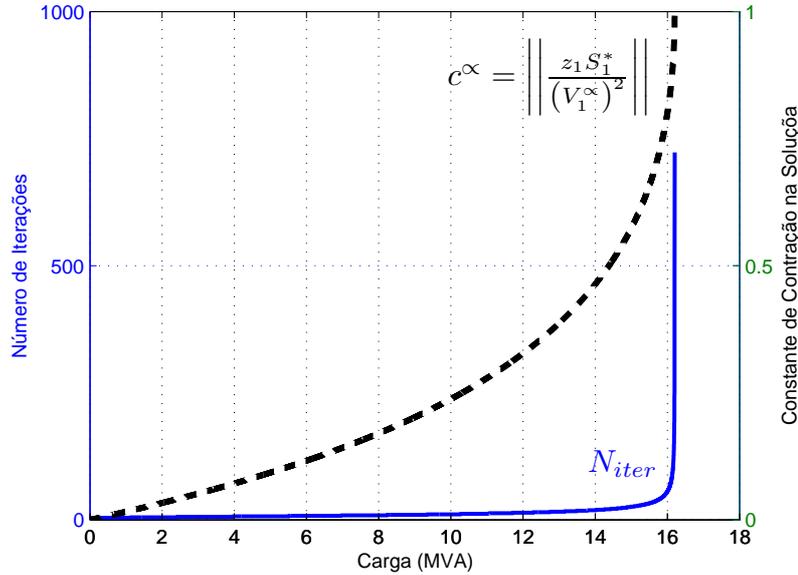


Figura 5.2: Dependência da convergência para com o carregamento de rede.

$$\left\| E_1^\infty - E_1^{(k)} \right\| \leq \frac{\bar{c}}{1 - \bar{c}} \left\| E_1^{(k)} - E_1^{(k-1)} \right\| \quad (5.21)$$

Portanto, utilizando-se das inequações (5.20) ou (5.21), obtêm-se limitantes do valor de erro para com a solução do fluxo de carga em um determinado estágio do processo iterativo.

5.3 Análise de Convergência para o Método de Soma das Correntes

Nesta seção, a análise desenvolvida na seção anterior é generalizada para redes radiais com mais de dois nós, tomando como foco o método de soma das correntes. Destaca-se que, para uma análise formal da convergência de métodos iterativos, faz-se conveniente obter (quando possível) fórmulas fechadas para as regras de atualização que definem cada método. Estas fórmulas relacionam variáveis obtidas numa dada iteração com variáveis obtidas em iterações anteriores. De acordo com o exposto no Capítulo 2, a regra geral do método de soma de correntes em uma rede radial de distribuição pode ser representada de forma compacta pela seguinte equação recursiva

$$\psi_{i,sc}^{(k)} = \psi_{u_i,sc}^{(k)} - z_i \sum_{\lambda \in \Lambda_i} \left(\frac{S_\lambda^*}{E_{\lambda,sc}^{(k)*}} \right) \quad (5.22)$$

na qual $E_{i,sc}^{(k)}$ representa a tensão obtida pelo método no nó i e iteração k , $\psi_{i,sc}^{(k)}$ representa a tensão obtida pelo método no nó i e iteração $k + 1$, isto é, $\psi_{i,sc}^{(k)} = E_{i,sc}^{(k+1)}$, u_i representa

o nó imediatamente a montante do nó i , e Λ_i denota o conjunto de nós a jusante do nó i , incluindo-se o nó i propriamente dito, $\forall i = 1, \dots, n$ e $\forall k = 0, \dots, N_{iter}$.

Com o objetivo de deduzir uma fórmula fechada para $\psi_{i,sc}^{(k)}$, seja \tilde{h}_i o conjunto de linhas pertencentes ao caminho que conecta o nó da subestação ao nó i . Por (5.22), observa-se para as linhas pertencentes à \tilde{h}_i que

$$\begin{aligned} \psi_{1,sc}^{(k)} &= \psi_{0,sc}^{(k)} - z_1 \sum_{\lambda \in \Lambda_1} \left(\frac{S_\lambda^*}{E_{\lambda,sc}^{(k)*}} \right) \\ \vdots &= \psi_{1,sc}^{(k)} - \vdots \\ \vdots &= \vdots - \vdots \\ + \psi_{i,sc}^{(k)} &= \psi_{u_i,sc}^{(k)} - z_i \sum_{\lambda \in \Lambda_i} \left(\frac{S_\lambda^*}{E_{\lambda,sc}^{(k)*}} \right) \end{aligned} \quad (5.23)$$

Desta forma, somando-se os termos do conjunto de equações acima e considerando-se constante a tensão na subestação, isto é, $\psi_{0,sc}^{(k)} = E_0$, $\forall k = 0, \dots, N_{iter}$, pode-se obter a fórmula fechada abaixo para a regra de atualização do método

$$\psi_{i,sc}^{(k)} = E_0 - \sum_{m \in \tilde{h}_i} z_m \sum_{\lambda \in \Lambda_m} \left(\frac{S_\lambda^*}{E_{\lambda,sc}^{(k)*}} \right) \quad (5.24)$$

Seja agora O_{ir} a intersecção dos conjuntos \tilde{h}_i e \tilde{h}_r , então

$$\begin{aligned} \psi_{i,sc}^{(k)} &= E_0 - \sum_{m \in \tilde{h}_i} z_m \sum_{\lambda \in \Lambda_m} \left(\frac{S_\lambda^*}{E_{\lambda,sc}^{(k)*}} \right) \\ &= E_0 - \sum_{m \in \tilde{h}_i} \sum_{\lambda \in \Lambda_m} z_m \frac{S_\lambda^*}{E_{\lambda,sc}^{(k)*}} \\ &= E_0 - \sum_{r=1}^n \sum_{o \in O_{ir}} z_o \frac{S_r^*}{E_{r,sc}^{(k)*}} \\ &= E_0 - \sum_{r=1}^n z_{ir} \frac{S_r^*}{E_{r,sc}^{(k)*}} \end{aligned} \quad (5.25)$$

no qual $z_{ir} = \sum_{o \in O_{ir}} z_o$ define analiticamente o elemento (i, r) da matriz impedância de barra para uma rede radial genérica de distribuição de energia.

Similarmente ao desenvolvido para o estudo de caso de uma rede com dois nós, a partir de (5.25) pode-se calcular a diferença entre tensões nas iterações $k+2$ e $k+1$, em função das tensões nas iterações $k+1$ e k , como segue

$$\Delta \psi_{i,sc}^{(k+1)} \triangleq \psi_{i,sc}^{(k+1)} - \psi_{i,sc}^{(k)} = E_0 - \sum_{r=1}^n z_{ir} \frac{S_r^*}{E_{r,sc}^{(k+1)*}} - E_0 + \sum_{r=1}^n z_{ir} \frac{S_r^*}{E_{r,sc}^{(k)*}} \quad (5.26)$$

e, desenvolvendo-se a equação acima obtém-se que

$$\begin{aligned}
\Delta\psi_{i,sc}^{(k+1)} &= -\sum_{r=1}^n z_{ir} \frac{S_r^*}{E_{r,sc}^{(k+1)*}} + \sum_{r=1}^n z_{ir} \frac{S_r^*}{E_{r,sc}^{(k)*}} \\
&= \sum_{r=1}^n z_{ir} S_r^* \left(\frac{1}{E_{r,sc}^{(k)*}} - \frac{1}{E_{r,sc}^{(k+1)*}} \right) \\
&= \sum_{r=1}^n z_{ir} S_r^* \left(\frac{E_{r,sc}^{(k+1)*} - E_{r,sc}^{(k)*}}{E_{r,sc}^{(k+1)*} E_{r,sc}^{(k)*}} \right) \\
&= \sum_{r=1}^n \left(\frac{z_{ir} S_r^*}{E_{r,sc}^{(k+1)*} E_{r,sc}^{(k)*}} \right) \Delta E_{r,sc}^{(k+1)*} \tag{5.27}
\end{aligned}$$

Faz-se também conveniente salientar que a regra obtida para a atualização do método tem forma geral esperada, uma vez que a abordagem procede com a atualização de tensões a partir da corrente requerida pelas cargas em cada iteração, dada uma estimativa inicial do ponto de operação. Destaca-se por fim que a regra de atualização (5.25) bem como a regra de atualização das diferenças (5.27) podem ser escritas na forma matricial

$$\Psi_{sc}^{(k)} = \mathbf{E}_0 - \mathbf{ZS}^* \mathbf{K}_{sc}^{(k)*} \tag{5.28}$$

$$\Delta \Psi_{sc}^{(k+1)} = \mathbf{D}_{sc}^{(k+1)} \Delta \mathbf{E}_{sc}^{(k+1)*} \tag{5.29}$$

na qual

$$\mathbf{D}_{sc}^{(k+1)} = \mathbf{ZS}^* \mathbf{F}_{sc}^{(k+1)*} \tag{5.30}$$

assim como, $\Psi_{sc}^{(k)}$ é um vetor de tamanho $n \times 1$ com as tensões complexas calculadas na iteração $k + 1$, $\mathbf{E}_{sc}^{(k)}$ é um vetor de tamanho $n \times 1$ com as tensões complexas calculadas na iteração k , $\Delta \Psi_{sc}^{(k+1)} = \Psi_{sc}^{(k+1)} - \Psi_{sc}^{(k)}$, $\Delta \mathbf{E}_{sc}^{(k+1)} = \mathbf{E}_{sc}^{(k+1)} - \mathbf{E}_{sc}^{(k)}$, \mathbf{E}_0 é um vetor de tensões de tamanho $n \times 1$ com elementos iguais a E_0 , \mathbf{Z} representa a matriz impedância de barra, \mathbf{S} é uma matriz diagonal com elementos iguais às cargas complexas, $\mathbf{K}_{sc}^{(k)}$ é um vetor de tamanho $n \times 1$ com os recíprocos das tensões complexas calculadas na iteração k , e $\mathbf{F}_{sc}^{(k)}$ é uma matriz diagonal de tamanho $n \times n$ com o produto dos recíprocos das tensões complexas calculadas na iteração $k + 1$ e k .

Como exemplo, considere a rede radial com 5 nós (contando-se o nó da subestação) mostrada na Figura 5.3.

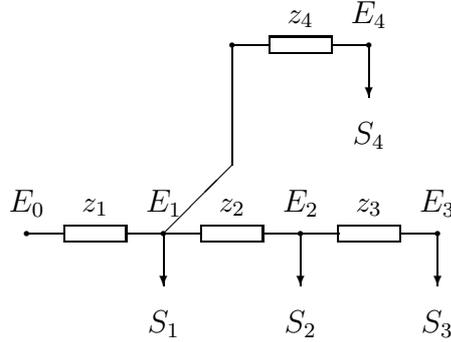


Figura 5.3: Exemplo de uma rede de distribuição radial com 5 nós.

Para essa rede, as regras de atualização do método (5.28)–(5.30) podem ser particularizadas em

$$\begin{bmatrix} \psi_{1,sc}^{(k)} \\ \psi_{2,sc}^{(k)} \\ \psi_{3,sc}^{(k)} \\ \psi_{4,sc}^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_0 \\ E_0 \\ E_0 \\ E_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} z_1 & z_1 & & z_1 & & & & z_1 \\ z_1 & (z_1 + z_2) & & (z_1 + z_2) & & & & z_1 \\ z_1 & (z_1 + z_2) & & (z_1 + z_2 + z_3) & & & & z_1 \\ z_1 & z_1 & & z_1 & & & & (z_1 + z_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{S_1^*}{E_{1,sc}^{(k)*}} \\ \frac{S_2^*}{E_{2,sc}^{(k)*}} \\ \frac{S_3^*}{E_{3,sc}^{(k)*}} \\ \frac{S_4^*}{E_{4,sc}^{(k)*}} \end{bmatrix}$$

e

$$\begin{bmatrix} \Delta \psi_{1,sc}^{(k+1)} \\ \Delta \psi_{2,sc}^{(k+1)} \\ \Delta \psi_{3,sc}^{(k+1)} \\ \Delta \psi_{4,sc}^{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{z_1 S_1^*}{E_{1,sc}^{(k+1)*} E_{1,sc}^{(k)*}} & \frac{z_1 S_2^*}{E_{2,sc}^{(k+1)*} E_{2,sc}^{(k)*}} & \frac{z_1 S_3^*}{E_{3,sc}^{(k+1)*} E_{3,sc}^{(k)*}} & \frac{z_1 S_4^*}{E_{4,sc}^{(k+1)*} E_{4,sc}^{(k)*}} \\ \frac{z_1 S_1^*}{E_{1,sc}^{(k+1)*} E_{1,sc}^{(k)*}} & \frac{(z_1 + z_2) S_2^*}{E_{2,sc}^{(k+1)*} E_{2,sc}^{(k)*}} & \frac{(z_1 + z_2) S_3^*}{E_{3,sc}^{(k+1)*} E_{3,sc}^{(k)*}} & \frac{z_1 S_4^*}{E_{4,sc}^{(k+1)*} E_{4,sc}^{(k)*}} \\ \frac{z_1 S_1^*}{E_{1,sc}^{(k+1)*} E_{1,sc}^{(k)*}} & \frac{(z_1 + z_2) S_2^*}{E_{2,sc}^{(k+1)*} E_{2,sc}^{(k)*}} & \frac{(z_1 + z_2 + z_3) S_3^*}{E_{3,sc}^{(k+1)*} E_{3,sc}^{(k)*}} & \frac{z_1 S_4^*}{E_{4,sc}^{(k+1)*} E_{4,sc}^{(k)*}} \\ \frac{z_1 S_1^*}{E_{1,sc}^{(k+1)*} E_{1,sc}^{(k)*}} & \frac{z_1 S_2^*}{E_{2,sc}^{(k+1)*} E_{2,sc}^{(k)*}} & \frac{z_1 S_3^*}{E_{3,sc}^{(k+1)*} E_{3,sc}^{(k)*}} & \frac{(z_1 + z_4) S_4^*}{E_{4,sc}^{(k+1)*} E_{4,sc}^{(k)*}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_{1,sc}^{(k+1)*} \\ \Delta E_{2,sc}^{(k+1)*} \\ \Delta E_{3,sc}^{(k+1)*} \\ \Delta E_{4,sc}^{(k+1)*} \end{bmatrix}$$

Agora, aplicando-se o operador norma (em \mathbb{C}^n) e suas propriedades em (5.29) obtém-se que

$$\begin{aligned} \left\| \Delta \Psi_{sc}^{(k+1)} \right\| &= \left\| \mathbf{D}_{sc}^{(k+1)} \Delta \mathbf{E}_{sc}^{(k+1)*} \right\| \\ &\leq \left\| \mathbf{D}_{sc}^{(k+1)} \right\| \left\| \Delta \mathbf{E}_{sc}^{(k+1)*} \right\| \\ &= \left\| \mathbf{D}_{sc}^{(k+1)} \right\| \left\| \Delta \mathbf{E}_{sc}^{(k+1)} \right\| \end{aligned} \quad (5.31)$$

Destaca-se que diversas normas podem ser utilizadas para analisar a convergência do método de soma das correntes em (5.31). Optou-se assim pela norma infinita (ou norma de Chebyshev) de forma a ser conservador nas desigualdades deduzidas. A menos que especificado o contrário, essa norma será aquela utilizada em todo texto. Como exemplo,

observa-se que adotando-se como norma base a norma infinita

$$\|\mathbf{D}_{\mathbf{sc}}^{(k+1)}\| = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{r=1}^n \left\| d_{ir,sc}^{(k+1)} \right\| \quad (5.32)$$

na qual

$$d_{ir,sc}^{(k+1)} = \sum_{r=1}^n \frac{z_{ir} S_r^*}{E_{r,sc}^{(k+1)*} E_{r,sc}^{(k)*}} \quad (5.33)$$

Uma vez estabelecido o operador norma e uma fórmula analítica para os elementos da matriz impedância de barra, pode-se calcular $\|\mathbf{ZS}^*\|$ como segue

$$\begin{aligned} \|\mathbf{ZS}^*\| &= \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{r=1}^n \|z_{ir} S_r^*\| \\ &= \sum_{r=1}^n \|z_{\ell r} S_r^*\| \end{aligned} \quad (5.34)$$

na qual

$$\ell = \arg \max_{1 \leq i \leq n} \left\{ \sum_{r=1}^n \|z_{ir}\| \right\} \quad (5.35)$$

e, similarmente,

$$\|\mathbf{D}_{\mathbf{sc}}^{(k+1)}\| = \sum_{r=1}^n \left\| \frac{z_{\ell r} S_r^*}{E_{r,sc}^{(k+1)*} E_{r,sc}^{(k)*}} \right\| \quad (5.36)$$

Por conseguinte, a desigualdade (5.31) pode ser convenientemente escrita na forma

$$\|\Delta \Psi_{\mathbf{sc}}^{(k+1)}\| \leq c^{(k+1)} \|\Delta \mathbf{E}_{\mathbf{sc}}^{(k+1)}\| \quad (5.37)$$

na qual $c^{(k+1)}$ é um número não negativo dado por

$$c^{(k+1)} = \sum_{r=1}^n \left\| \frac{z_{\ell r} S_r^*}{E_r^{(k+1)*} E_r^{(k)*}} \right\| \quad (5.38)$$

Seja agora \mathcal{R} uma região fechada dentro do espaço vetorial complexo \mathbb{C}^n definida por $\mathcal{R} = \{\mathbf{E} \in \mathbb{C}^n, \|E_{i,sc}\| \geq (E_0 - \alpha), \forall i = 1, \dots, n\}$, para algum $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que

$$\frac{E_0}{2} \leq \alpha < E_0 - \sqrt{\sum_{r=1}^n \|z_{\ell r} S_r^*\|} \quad (5.39)$$

Considere também \bar{c} uma constante real como uma função de α , as impedâncias de linha e cargas complexas, como segue.

$$\bar{c} = \frac{\sum_{r=1}^n \|z_{\ell r} S_r^*\|}{(E_0 - \alpha)^2} \quad (5.40)$$

Observe que, por construção $(E_0 - \alpha)^2 > \sum_{r=1}^n \|z_{\ell r} S_r^*\|$ e, conseqüentemente,

$$\bar{c} = \frac{\sum_{r=1}^n \|z_{\ell r} S_r^*\|}{(E_0 - \alpha)^2} \leq \frac{(E_0 - \alpha)^2}{(E_0 - \alpha)^2} = 1 \quad (5.41)$$

Agora, note que dado um estado de tensões $\mathbf{E}_{\text{sc}}^{(k)}$ em \mathcal{R} na iteração k , as tensões complexas obtidas durante o restante do processo iterativo do método podem ser analisadas como segue.

$$\begin{aligned} \|\Psi_{\text{sc}}^{(k)} - \mathbf{E}_0\| &= \|\mathbf{E}_0 - \mathbf{ZS}^* \mathbf{K}_{\text{sc}}^{(k)*} - \mathbf{E}_0\| \\ &= \|\mathbf{ZS}^* \mathbf{K}_{\text{sc}}^{(k)*}\| \\ &\leq \|\mathbf{ZS}^*\| \|\mathbf{K}_{\text{sc}}^{(k)*}\| \\ &< \frac{\|\mathbf{ZS}^*\|}{(E_0 - \alpha)} \\ &= \frac{\sum_{r=1}^n \|z_{\ell r} S_r^*\|}{(E_0 - \alpha)} \\ &< \frac{(E_0 - \alpha)^2}{(E_0 - \alpha)} \\ &= (E_0 - \alpha) \\ &\leq \alpha \end{aligned} \quad (5.42)$$

Por conseqüência, se $\mathbf{E}_{\text{sc}}^{(k)} \in \mathcal{R}$ então $\mathbf{E}_{\text{sc}}^{(k+1)} = \Psi_{\text{sc}}^{(k)}$ pertence a uma hipersfera aberta (em \mathbb{C}^n) centralizada em \mathbf{E}_0 e com raio igual a α , $\forall k = 0, \dots, N_{\text{iter}}$. Em particular, qualquer que seja a estimativa inicial escolhida em \mathcal{R} para iniciar o processo iterativo, obtém-se que o próximo ponto de operação encontrado pelo método também pertencerá a \mathcal{R} . Este fenômeno está ilustrado na Figura 5.4, para um corte no hiperplano i do espaço \mathbb{C}^n .

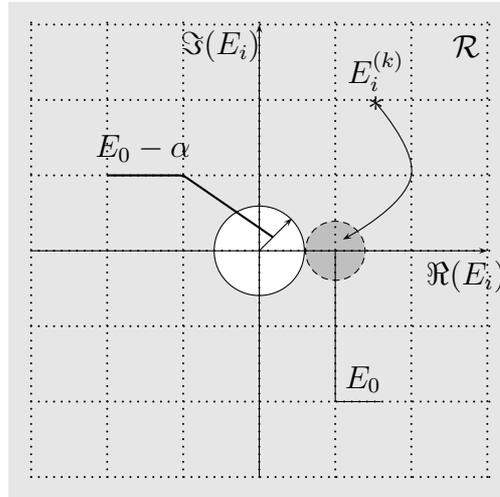
Ademais, $\Psi_{\text{sc}}^{(k)}$ pertence a \mathcal{R} e a inequação abaixo é válida para todo k .

$$0 \leq \sum_{r=1}^n \left\| \frac{z_{\ell r} S_r^*}{E_{r,\text{sc}}^{(k+1)*} E_{r,\text{sc}}^{(k)*}} \right\| \leq \frac{\sum_{r=1}^n \|z_{\ell r} S_r^*\|}{(E_0 - \alpha)^2} = \bar{c} \quad (5.43)$$

Assim, utilizando-se de (5.37)–(5.38) e (5.43), obtém-se que $0 \leq c^{(k+1)} \leq \bar{c} < 1$, $\forall k$, bem como

$$\|\Delta \Psi_{\text{sc}}^{(k+1)}\| \leq \bar{c} \|\Delta \mathbf{E}_{\text{sc}}^{(k+1)}\| \quad (5.44)$$

Desta forma, por construção, a função $\Psi_{\text{sc}} : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ é uma contração (em \mathcal{R}) com constante de contração \bar{c} e único ponto fixo. De fato, se \mathbf{E}^* e \mathbf{E}^{**} são dois elementos


 Figura 5.4: Convergência *versus* solução inicial: Caso Geral.

distintos em \mathcal{R} , então

$$\|\Psi_{\text{sc}}(\mathbf{E}^*) - \Psi_{\text{sc}}(\mathbf{E}^{**})\| \leq \bar{c} \|\mathbf{E}^* - \mathbf{E}^{**}\| \quad (5.45)$$

Suponha agora que \mathbf{E}^* e \mathbf{E}^{**} são duas soluções do problema de fluxo de carga. Então, por hipótese tem-se que

$$\|\mathbf{E}^* - \mathbf{E}^{**}\| = \|\Psi_{\text{sc}}(\mathbf{E}^*) - \Psi_{\text{sc}}(\mathbf{E}^{**})\| \leq \bar{c} \|\mathbf{E}^* - \mathbf{E}^{**}\| \quad (5.46)$$

Se $\mathbf{E}^* \neq \mathbf{E}^{**}$ então $\|\mathbf{E}^* - \mathbf{E}^{**}\| \neq 0$. Por conseguinte, pode-se dividir a inequação acima por $\|\mathbf{E}^* - \mathbf{E}^{**}\|$ resultando que $\bar{c} \geq 1$, isto é, resultando numa conclusão inconsistente (absurdo). Portanto, tem-se que $\mathbf{E}^* = \mathbf{E}^{**}$, ou seja, a existência e unicidade da solução de fluxo de carga para uma rede radial de distribuição é demonstrada em \mathcal{R} , dadas condições de existência da região \mathcal{R} relacionadas à magnitude da tensão na subestação e carregamento do alimentador.

Em adição, pelo teorema do ponto fixo para contrações, como $\Psi_{\text{sc}} : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ é uma contração (em \mathcal{R}), a seqüência $\{\mathbf{E}^{(0)}, \Psi_{\text{sc}}(\mathbf{E}^{(0)}), \Psi_{\text{sc}}(\Psi_{\text{sc}}(\mathbf{E}^{(0)})), \dots\}$ converge para a solução do fluxo de carga, $\forall \mathbf{E}^{(0)} \in \mathcal{R}$. O algoritmo de soma das correntes possui convergência geométrica para essa solução com taxa de convergência por iteração $c^{(k+1)}$ calculada por (5.38). Ademais, mantendo-se constante a topologia da rede, uma vez que $c^{(k+1)}$ depende monotonicamente do carregamento do alimentador, quanto menor o carregamento do alimentador mais rapidamente o algoritmo convergirá para a solução do fluxo de carga.

Por meio das deduções, observa-se também que o conjunto de vetores de tensões complexas no espaço \mathbb{C}^n pode ser dividido em duas regiões: uma região de contração e outra de não-contração. A região de não-contração ainda pode ser dividida separando-

se a parcela dos elementos na qual $\left\| \Delta \Psi_{\text{sc}}^{(k+1)} \right\| > \left\| \Delta \mathbf{E}_{\text{sc}}^{(k+1)} \right\|$, compondo uma região de dilatação. De fato, optou-se pela região \mathcal{R} por conveniência na apresentação das deduções e resultados. Enfatiza-se nesse ponto que, com o objetivo de aumentar o espaço definido por \mathcal{R} e restringir \bar{c} , diferentes regiões \mathcal{R} podem ser escolhidas. Entretanto, julgaram-se as deduções desenvolvidas como suficientes para demonstrar os resultados e propriedades analisadas nesse documento para o algoritmo.

Salienta-se que a unicidade e existência de solução do fluxo de carga é um resultado já demonstrado em (CHIANG; BARAN, 1990; MIU; CHIANG, 2000). Ainda com respeito às regiões de contração e não-contração, faz-se direto que o algoritmo apenas convergirá na região de contração. Destaca-se também que a região de não-contração contém a origem e é obviamente limitada pela região de contração, assim como a região de contração contém uma única solução do problema de fluxo de carga. Verifica-se portanto que a solução do problema pertence à região de contração.

Adicionalmente, na região de dilatação, o desvio entre estados obtidos no processo iterativo tende a crescer por definição. Dessa forma, mesmo que uma solução inicial seja escolhida dentro da região de dilatação, os estados obtidos tenderão a sair da mesma. Faz-se interessante então analisar se na região de não-contração existe um espaço limiar, no qual $\left\| \Delta \Psi_{\text{sc}}^{(k+1)} \right\| = \left\| \Delta \mathbf{E}_{\text{sc}}^{(k+1)} \right\|$. Supondo-se por absurdo tal existência, tem-se que $\mathbf{D}_{\text{sc}}^{(k+1)*}$ é um operador linear de rotação² nesse espaço. Todavia, tal conclusão é inconsistente uma vez que as matrizes hermitiana e inversa de $\mathbf{D}_{\text{sc}}^{(k+1)*}$ são distintas qualquer que seja a iteração k .

Conclui-se então que, mesmo que uma solução inicial seja escolhida dentro da região de não-contração, os estados de tensão tenderão à região de contração que é limitante, garantindo a convergência do método. Assim, a convergência do algoritmo é assegurada independentemente da escolha da solução inicial³. Mesmo que tensões irracionalmente elevadas sejam escolhidas como estado inicial de partida, a contração será proporcionalmente elevada trazendo o estado obtido na primeira iteração para dentro da hipersfera centralizada em \mathbf{E}_0 , conforme demonstrado anteriormente. Destaca-se que todas as conclusões teóricas aqui analisadas foram validadas por meio de diversas simulações, algumas delas dispostas no Capítulo 6 de resultados.

Finalmente, como $\Psi_{\text{sc}} : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ é uma contração (em \mathcal{R}), com constante de contração

²Um operador linear de rotação é aquele que não modifica a distância de seu operando para com a origem em um espaço n -dimensional. A matriz que define tal operador assume duas propriedades características: determinante unitário e igualdade matricial entre sua hermitiana e sua inversão.

³Considera-se aqui o apropriado tratamento de possíveis *overflows* das exceções dadas por pontos de partida com tensões aproximadamente nulas.

\bar{c} , pode-se provar as desigualdades abaixo

$$\|\mathbf{E}^\infty - \mathbf{E}_{\text{sc}}^{(k)}\| \leq \frac{\bar{c}^k}{1 - \bar{c}} \|\Psi_{\text{sc}}^{(0)} - \mathbf{E}_{\text{sc}}^{(0)}\| \quad (5.47)$$

$$\|\mathbf{E}^\infty - \mathbf{E}_{\text{sc}}^{(k)}\| \leq \frac{\bar{c}}{1 - \bar{c}} \|\mathbf{E}_{\text{sc}}^{(k)} - \mathbf{E}_{\text{sc}}^{(k-1)}\| \quad (5.48)$$

Por conseguinte, por meio de (5.47) ou (5.48), pode-se limitar o valor do desvio entre a solução do fluxo de carga e um estado obtido em uma determinada iteração do algoritmo de soma das correntes.

5.4 Análise de Convergência para o Método de Soma das Potências

Similarmente ao desenvolvido para o método de soma das correntes, nesta seção aplicar-se-á o teorema do ponto fixo para contrações na análise do método de soma das potências. Embora em termos de implementação ambos os métodos apresentem semelhanças, observar-se diferenciações nas propriedades de convergência bem como no equacionamento dos métodos.

Conforme exposto no Capítulo 2, a regra de atualização do algoritmo do método de soma das potências, para numa rede radial genérica de distribuição, pode ser representada recursivamente pela expressão abaixo.

$$\psi_{i,sp}^{(k)} = \psi_{u_i,sp}^{(k)} - \frac{z_i}{E_{i,sp}^{(k)*}} \left(S_{i,c}^* + L_{i,ac}^{(k)*} \right) \quad (5.49)$$

na qual $E_{i,sp}^{(k)}$ denota a tensão obtida pelo método no nó i e iteração k , $\psi_{i,sp}^{(k)}$ representa a tensão obtida pelo método no nó i e iteração $k + 1$, isto é, $\psi_{i,sp}^{(k)} = E_{i,sp}^{(k+1)}$, $S_{i,c}$ denota o somatório das cargas complexas a jusante do nó i incluindo-se a carga no nó i , e $L_{i,ac}^{(k)}$ representa o somatório das perdas elétricas nas linhas a jusante do nó i na iteração k , $\forall i = 1, \dots, n, \forall k = 0, \dots, N_{iter}$.

Observa-se que por (5.49) tem-se para as linhas pertencentes a \bar{h}_i que

$$\begin{aligned} \psi_{1,sp}^{(k)} &= \psi_{0,sp}^{(k)} - \frac{z_1}{E_{1,sp}^{(k)*}} \left(S_{1,c}^* + L_{1,ac}^{(k)*} \right) \\ \vdots &= \psi_{1,sp}^{(k)} - \vdots \\ \vdots &= \vdots - \vdots \\ + \psi_{i,sp}^{(k)} &= \psi_{u_i,sp}^{(k)} - \frac{z_i}{E_{i,sp}^{(k)*}} \left(S_{i,c}^* + L_{i,ac}^{(k)*} \right) \end{aligned} \quad (5.50)$$

Desta forma, somando-se os termos do conjunto de equações acima e considerando-se constante a tensão na subestação, isto é, $\psi_{0,sp}^{(k)} = E_0, \forall k = 0, \dots, N_{iter}$, pode-se obter a fórmula fechada abaixo para a regra de atualização do método de soma das potências.

$$\psi_{i,sp}^{(k)} = E_0 - \sum_{m \in \tilde{h}_i} \frac{z_m}{E_{m,sp}^{(k)*}} (S_{m,c}^* + L_{m,ac}^{(k)*}) \quad (5.51)$$

Como exemplo, considere novamente a rede radial com 5 nós mostrada na Figura 5.4. Para essa rede, as 4 fórmulas fechadas para a atualização das tensões do método podem ser escritas como segue

$$\psi_{1,sp}^{(k)} = E_0 - \sum_{m \in \tilde{h}_1} \frac{z_m}{E_{m,sp}^{(k)*}} (S_{m,c}^* + L_{m,ac}^{(k)*}) \quad (5.52)$$

$$\psi_{2,sp}^{(k)} = E_0 - \sum_{m \in \tilde{h}_2} \frac{z_m}{E_{m,sp}^{(k)*}} (S_{m,c}^* + L_{m,ac}^{(k)*}) \quad (5.53)$$

$$\psi_{3,sp}^{(k)} = E_0 - \sum_{m \in \tilde{h}_3} \frac{z_m}{E_{m,sp}^{(k)*}} (S_{m,c}^* + L_{m,ac}^{(k)*}) \quad (5.54)$$

$$\psi_{4,sp}^{(k)} = E_0 - \sum_{m \in \tilde{h}_4} \frac{z_m}{E_{m,sp}^{(k)*}} (S_{m,c}^* + L_{m,ac}^{(k)*}) \quad (5.55)$$

e, abrindo-se os somatórios, estas regras podem ser representadas de forma compacta numa única equação matricial

$$\begin{bmatrix} \psi_{1,sp}^{(k)} \\ \psi_{2,sp}^{(k)} \\ \psi_{3,sp}^{(k)} \\ \psi_{4,sp}^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_0 \\ E_0 \\ E_0 \\ E_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{z_1}{E_{1,sp}^{(k)*}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{z_1}{E_{1,sp}^{(k)*}} & \frac{z_2}{E_{2,sp}^{(k)*}} & 0 & 0 \\ \frac{z_1}{E_{1,sp}^{(k)*}} & \frac{z_2}{E_{2,sp}^{(k)*}} & \frac{z_3}{E_{3,sp}^{(k)*}} & 0 \\ \frac{z_1}{E_{1,sp}^{(k)*}} & 0 & 0 & \frac{z_4}{E_{4,sp}^{(k)*}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{1,c}^* + L_{1,ac}^{(k)*} \\ S_{2,c}^* + L_{2,ac}^{(k)*} \\ S_{3,c}^* + L_{3,ac}^{(k)*} \\ S_{4,c}^* + L_{4,ac}^{(k)*} \end{bmatrix} \quad (5.56)$$

De fato, uma equação matricial pode ser concebida para representar a regra de atualização do método de forma genérica. Para tanto, assumindo-se uma numeração de nós na qual⁴ $u_i < i, \forall i = 1, \dots, n$, se faz interessante definir uma matriz de caminho \mathbf{T} tipo diagonal inferior e de tamanho $n \times n$, cujos elementos satisfazem a seguinte regra de construção

$$t_{im} = \begin{cases} 1, & \text{se } m \in \tilde{h}_i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5.57)$$

Esta matriz em sua forma transposta é chamada de matriz de alcance $\mathbf{\Upsilon} = \mathbf{T}^T$ na literatura, e utilizada na formalização de diversos problemas associados à modelagem e otimização de redes de distribuição, bem como em estudos de reconfiguração, alocação de

⁴A numeração por camadas proposta por Shirmohammadi et al. (1988) possui a referida propriedade.

capacitores e alocação de chaves seccionadoras. Destaca-se assim que, uma vez definida a matriz de caminho \mathbf{T} , a regra de atualização do método de soma das potências pode ser enunciada em sua forma matricial

$$\Psi_{\text{sp}}^{(k)} = \mathbf{E}_0 - \mathbf{TZ}_p \mathbf{S}_c^* \mathbf{K}_{\text{sp}}^{(k)*} - \mathbf{TZ}_p \mathbf{L}_{\text{ac}}^{(k)*} \mathbf{K}_{\text{sp}}^{(k)*} \quad (5.58)$$

na qual, $\Psi_{\text{sp}}^{(k)}$ é um vetor de tamanho $n \times 1$ cujos elementos denotam as tensões complexas na iteração $k + 1$, \mathbf{Z}_p é a matriz de impedância primitiva da rede com tamanho $n \times n$, \mathbf{S}_c é uma matriz tipo diagonal de tamanho $n \times n$ cujos elementos denotam o somatório das cargas acumuladas a jusante de cada nó (incluindo-se a carga no próprio nó), $\mathbf{L}_{\text{ac}}^{(k)}$ é uma matriz tipo diagonal de tamanho $n \times n$ cujos elementos denotam o somatório das perdas nas linhas a jusante de cada nó na iteração k , e $\mathbf{K}_{\text{sp}}^{(k)}$ é um vetor de tamanho $n \times 1$ cujos elementos denotam os recíprocos das tensões complexas na iteração k .

Seja agora \mathcal{R} uma região fechada dentro do espaço vetorial complexo \mathbb{C}^n definida por $\mathcal{R} = \{\mathbf{E} \in \mathbb{C}^n, \|E_{i,\text{sp}}\| \geq (E_0 - \alpha), \forall i = 1, \dots, n\}$, para algum $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que

$$\frac{E_0}{2} \leq \alpha < E_0 - \sqrt{\frac{\rho_\alpha + \sqrt{\rho_\alpha^2 + 4\varrho}}{2}} \quad (5.59)$$

nas quais

$$\rho_\alpha = \|\mathbf{TZ}_p \mathbf{S}_c^*\| + \|\mathbf{TZ}_p\| \|\mathbf{L}_{\text{ac},\alpha}^*\| \quad \text{e} \quad \varrho = 2 \|\mathbf{TZ}_p\| \|\mathbf{\Lambda Z}_p^* \mathbf{S}_c \mathbf{S}_c^*\| \quad (5.60)$$

assim como, $\mathbf{\Lambda}$ é igual à $\mathbf{\Upsilon}$ menos a matriz identidade, e $\mathbf{L}_{\text{ac},\alpha}$ é uma matriz diagonal de tamanho $n \times n$ contendo as máximas perdas acumuladas nas linhas a jusante de cada nó (em \mathcal{R}), assumindo-se assim que a magnitude da tensão em todas os nós é igual a $(E_0 - \alpha)$, e utilizando-se do procedimento em retrocesso do algoritmo. Considere também uma constante $\bar{c} \in \mathbb{R}$ dada por

$$\bar{c} = \frac{\rho_\alpha}{(E_0 - \alpha)^2} + \frac{\varrho}{(E_0 - \alpha)^4} \quad (5.61)$$

Esta constante possui por (5.59) a seguinte propriedade (em \mathcal{R})

$$0 < \bar{c} = \frac{\rho_\alpha}{(E_0 - \alpha)^2} + \frac{\varrho}{(E_0 - \alpha)^4} < 1 \quad (5.62)$$

Suponha agora um determinado ponto qualquer $\mathbf{E}_{\text{sp}}^{(k)} \in \mathcal{R}$. Observa-se que por (5.58)

$$\begin{aligned} \|\Psi_{\text{sp}}^{(k)} - \mathbf{E}_0\| &= \|\mathbf{TZ}_p \mathbf{S}_c^* \mathbf{K}_{\text{sp}}^{(k)*} + \mathbf{TZ}_p \mathbf{L}_{\text{ac}}^{(k)*} \mathbf{K}_{\text{sp}}^{(k)*}\| \\ &\leq \|\mathbf{TZ}_p \mathbf{S}_c^* \mathbf{K}_{\text{sp}}^{(k)*}\| + \|\mathbf{TZ}_p \mathbf{L}_{\text{ac}}^{(k)*} \mathbf{K}_{\text{sp}}^{(k)*}\| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\leq \|\mathbf{TZ}_p \mathbf{S}_c^*\| \|\mathbf{K}_{sp}^{(k)*}\| + \|\mathbf{TZ}_p\| \|\mathbf{L}_{ac}^{(k)*}\| \|\mathbf{K}_{sp}^{(k)*}\| \\
&\leq \frac{\|\mathbf{TZ}_p \mathbf{S}_c^*\|}{(E_0 - \alpha)} + \frac{\|\mathbf{TZ}_p\| \|\mathbf{L}_{ac}^{(k)*}\|}{(E_0 - \alpha)}
\end{aligned} \tag{5.63}$$

Na inequação acima, o termo $\|\mathbf{L}_{ac}^{(k)*}\|$ representa a norma da matriz de perdas acumuladas, nas linhas a jusante de cada nó. Seguindo-se assim o procedimento em retrocesso do método de soma das potências, esse termo pode ser limitado (em \mathcal{R}) pela norma de uma matriz de perdas acumuladas, obtida considerando-se as magnitudes das tensões iguais a $(E_0 - \alpha)$ em todas os n nós. Salienta-se que esta limitação é conservadora em caráter extremo, uma vez que para o estado de tensão escolhido as perdas são demasiadas elevadas. Dessa forma, a inequação (5.63) pode ser ainda desenvolvida como segue

$$\begin{aligned}
\|\Psi_{sp}^{(k)} - \mathbf{E}_0\| &\leq \frac{\|\mathbf{TZ}_p \mathbf{S}_c^*\|}{(E_0 - \alpha)} + \frac{\|\mathbf{TZ}_p\| \|\mathbf{L}_{ac}^{(k)*}\|}{(E_0 - \alpha)} \\
&\leq \frac{\|\mathbf{TZ}_p \mathbf{S}_c^*\|}{(E_0 - \alpha)} + \frac{\|\mathbf{TZ}_p\| \|\mathbf{L}_{ac,\alpha}^*\|}{(E_0 - \alpha)} \\
&= \frac{\|\mathbf{TZ}_p \mathbf{S}_c^*\| + \|\mathbf{TZ}_p\| \|\mathbf{L}_{ac,\alpha}^*\|}{(E_0 - \alpha)} \\
&\leq \frac{\|\mathbf{TZ}_p \mathbf{S}_c^*\| + \|\mathbf{TZ}_p\| \|\mathbf{L}_{ac,\alpha}^*\|}{(E_0 - \alpha)} + \frac{2 \|\mathbf{TZ}_p\| \|\Lambda \mathbf{Z}_p^* \mathbf{S}_c \mathbf{S}_c^*\|}{(E_0 - \alpha)^3} \\
&= \frac{\rho_\alpha}{(E_0 - \alpha)} + \frac{\varrho}{(E_0 - \alpha)^3}
\end{aligned} \tag{5.64}$$

e, utilizando-se do lado direito da inequação (5.59), seguido pelo lado esquerdo dessa mesma inequação, obtém-se que

$$\|\Psi_{sp}^{(k)} - \mathbf{E}_0\| < (E_0 - \alpha) \leq \alpha \tag{5.65}$$

Evidenciam-se assim com a desigualdade acima características importantes do método, e em particular na escolha do ponto partida do algoritmo. Assumindo-se a existência de \mathcal{R} (ou a validade da desigualdades em (5.59)), deduz-se que para todo $\mathbf{E}_{sp}^{(k)} \in \mathcal{R}$, tem-se que $\Psi_{sp}^{(k)}$ pertence a uma hipersfera aberta de raio α e centralizada em \mathbf{E}_0 , $\forall k = 0, \dots, N_{iter}$. Em particular, qualquer que seja a estimativa inicial escolhida em \mathcal{R} para iniciar o processo iterativo, obtém-se que o próximo ponto de operação encontrado pelo método também pertencerá a \mathcal{R} .

Uma vez que $\mathbf{E}_{sp}^{(k)} \in \mathcal{R}$, $\forall \mathbf{E}_{sp}^{(0)} \in \mathcal{R}$, $\forall k = 0, \dots, N_{iter}$, e por definição as tensões podem ser limitadas em \mathcal{R} , faz-se possível limitar a taxa de convergência do método nessa região. Similarmente ao desenvolvido na seção anterior, para se analisar a taxa de convergência do método, representar-se-á a diferença entre duas tensões complexas

de iterações subseqüentes, $k + 2$ e $k + 1$, em função dessa mesma grandeza em iterações anteriores.

Observe para tanto que, dada a escolha de uma estimativa inicial $\mathbf{E}_{sp}^{(0)} \in \mathcal{R}$ e utilizando-se da fórmula fechada da regra de atualização do método (5.51), as tensões complexas nas iterações $k + 2$ e $k + 1$ podem ser calculadas como segue

$$\psi_{i,sp}^{(k+1)} = E_0 - \sum_{m \in \tilde{h}_i} \frac{z_m}{E_{m,sp}^{(k+1)*}} (S_{m,c}^* + L_{m,ac}^{(k+1)*}) \quad (5.66)$$

$$\psi_{i,sp}^{(k)} = E_0 - \sum_{m \in \tilde{h}_i} \frac{z_m}{E_{m,sp}^{(k)*}} (S_{m,c}^* + L_{m,ac}^{(k)*}) \quad (5.67)$$

e, diminuindo-se (5.67) de (5.66)

$$\Delta \psi_{i,sp}^{(k+1)} = \sum_{m \in \tilde{h}_i} \left[\frac{z_m}{E_{m,sp}^{(k)*}} (S_{m,c}^* + L_{m,ac}^{(k)*}) - \frac{z_m}{E_{m,sp}^{(k+1)*}} (S_{m,c}^* + L_{m,ac}^{(k+1)*}) \right] \quad (5.68)$$

Desta forma, manipulando-se os termos da equação acima obtém-se que

$$\begin{aligned} \Delta \psi_{i,sp}^{(k+1)} &= \sum_{m \in \tilde{h}_i} z_m \left[\frac{S_{m,c}^*}{E_{m,sp}^{(k)*}} + \frac{L_{m,ac}^{(k)*}}{E_{m,sp}^{(k)*}} - \frac{S_{m,c}^*}{E_{m,sp}^{(k+1)*}} - \frac{L_{m,ac}^{(k+1)*}}{E_{m,sp}^{(k+1)*}} \right] \\ &= \sum_{m \in \tilde{h}_i} z_m \left[\frac{S_{m,c}^*}{E_{m,sp}^{(k)*}} - \frac{S_{m,c}^*}{E_{m,sp}^{(k+1)*}} + \frac{L_{m,ac}^{(k)*}}{E_{m,sp}^{(k)*}} - \frac{L_{m,ac}^{(k+1)*}}{E_{m,sp}^{(k+1)*}} \right] \\ &= \sum_{m \in \tilde{h}_i} z_m \left[\frac{S_{m,c}^*}{E_{m,sp}^{(k+1)*} E_{m,sp}^{(k)*}} \Delta E_{m,sp}^{(k+1)*} + \frac{L_{m,ac}^{(k)*}}{E_{m,sp}^{(k)*}} - \frac{L_{m,ac}^{(k+1)*}}{E_{m,sp}^{(k+1)*}} \right] \\ &= \sum_{m \in \tilde{h}_i} z_m \left[\frac{S_{m,c}^*}{E_{m,sp}^{(k+1)*} E_{m,sp}^{(k)*}} \Delta E_{m,sp}^{(k+1)*} + \frac{E_{m,sp}^{(k+1)*} L_{m,ac}^{(k)*} - E_{m,sp}^{(k)*} L_{m,ac}^{(k+1)*}}{E_{m,sp}^{(k+1)*} E_{m,sp}^{(k)*}} \right] \\ &= \sum_{m \in \tilde{h}_i} z_m \left[\frac{S_{m,c}^*}{E_{m,sp}^{(k+1)*} E_{m,sp}^{(k)*}} \Delta E_{m,sp}^{(k+1)*} + \frac{L_{m,ac}^{(k)*} \Delta E_{m,sp}^{(k+1)*} - E_{m,sp}^{(k)*} \Delta L_{m,ac}^{(k+1)*}}{E_{m,sp}^{(k+1)*} E_{m,sp}^{(k)*}} \right] \\ &= \sum_{m \in \tilde{h}_i} z_m \left[\frac{S_{m,c}^* + L_{m,ac}^{(k+1)*}}{E_{m,sp}^{(k+1)*} E_{m,sp}^{(k)*}} \Delta E_{m,sp}^{(k+1)*} - \frac{\Delta L_{m,ac}^{(k+1)*}}{E_{m,sp}^{(k+1)*}} \right] \end{aligned} \quad (5.69)$$

Por conseguinte, a equação de convergência relacionando os desvios de tensão entre duas iterações subseqüentes do algoritmo pode ser escrita como

$$\Delta \psi_{i,sp}^{(k+1)} = \sum_{m \in \tilde{h}_i} z_m \left[\frac{S_{m,c}^* + L_{m,ac}^{(k+1)*}}{E_{m,sp}^{(k+1)*} E_{m,sp}^{(k)*}} - \frac{\Delta L_{m,ac}^{(k+1)*}}{E_{m,sp}^{(k+1)*} \Delta E_{m,sp}^{(k+1)*}} \right] \Delta E_{m,sp}^{(k+1)*} \quad (5.70)$$

ou, de forma compacta,

$$\Delta\psi_{i,sp}^{(k+1)} = \sum_{m \in \tilde{h}_i} D_{im,sp}^{(k+1)} \Delta E_{m,sp}^{(k+1)*} \quad (5.71)$$

na qual, a taxa de convergência é dada por

$$D_{im,sp}^{(k+1)} = \sum_{m \in \tilde{h}_i} z_m \left[\underbrace{\frac{S_{m,c}^* + L_{m,ac}^{(k+1)*}}{E_{m,sp}^{(k+1)*} E_{m,sp}^{(k)*}}}_{1^\circ \text{ termo}} - \underbrace{\frac{\Delta L_{m,ac}^{(k+1)*}}{E_{m,sp}^{(k+1)*} \Delta E_{m,sp}^{(k+1)*}}}_{2^\circ \text{ termo}} \right] \quad (5.72)$$

Salienta-se também que a relação (5.71) pode ser representada na forma matricial

$$\Delta \Psi_{\text{sp}}^{(k+1)} = \mathbf{D}_{\text{sp}}^{(k+1)} \Delta \mathbf{E}_{\text{sp}}^{(k+1)*} \quad (5.73)$$

na qual $\Delta \Psi_{\text{sp}}^{(k+1)} = \Psi_{\text{sp}}^{(k+1)} - \Psi_{\text{sp}}^{(k)}$, $\mathbf{D}_{\text{sp}}^{(k+1)}$ é uma matriz de tamanho $n \times n$ com elementos $D_{im,sp}^{(k+1)}$, e $\Delta \mathbf{E}_{\text{sp}}^{(k+1)} = \mathbf{E}_{\text{sp}}^{(k+1)} - \mathbf{E}_{\text{sp}}^{(k)}$. Deseja-se assim limitar analiticamente a taxa de convergência $\mathbf{D}_{\text{sp}}^{(k+1)}$ do método em \mathcal{R} . Verifica-se por (5.72) que esta taxa pode ser dividida em 2 termos principais: um primeiro termo diretamente relacionado às potências (cargas + perdas) acumuladas em cada nó enquanto um segundo termo relacionado aos desvios das perdas elétricas em iterações subseqüentes. Observa-se que de uma forma geral as perdas se elevam com a redução da tensão e, em contrapartida, as perdas se reduzem com a elevação da tensão. Dessa forma, o 2º termo de (5.72) contribui para a elevação do valor de $\left\| \mathbf{D}_{\text{sp}}^{(k+1)} \right\|$, não sendo possível eliminá-lo de (5.72) para limitar a taxa de convergência. Ademais, visto que o 2º termo de (5.72) depende de $\Delta E_{m,sp}^{(k+1)}$, não se faz trivial limitar $\left\| \mathbf{D}_{\text{sp}}^{(k+1)} \right\|$ diretamente em \mathcal{R} . Como alternativa, existe a possibilidade de desenvolver (5.69) representando-se $\Delta L_{m,ac}^{(k+1)*}$ em função das tensões e cargas a jusante do nó m , e limitar $\Delta L_{m,ac}^{(k+1)*}$ utilizando-se da desigualdade triangular. Destaca-se entretanto que embora essa abordagem resulte num limitante perfeito do ponto de vista analítico, a mesma carece em praticidade gerando como limitante um somatório de recíprocos de polinômios de ordem 2 a $2n$. De forma a simplificar a análise, optou-se por aproximar $L_{m,ac}^{(k)*}$ pelas perdas acumuladas geradas diretamente pelas cargas a jusante de cada nó (incluindo-se a carga da próprio nó), como segue.

$$\begin{aligned} \Delta L_{m,ac}^{(k+1)*} &= L_{m,ac}^{(k+1)*} - L_{m,ac}^{(k)*} \\ &\approx \sum_{r \in \Delta_m} z_r^* \left\| \frac{S_{r,c}^*}{E_{r,sp}^{(k+1)*}} \right\|^2 - \sum_{r \in \Delta_m} z_r^* \left\| \frac{S_{r,c}^*}{E_{r,sp}^{(k)*}} \right\|^2 \\ &= \sum_{r \in \Delta_m} z_r^* \left[\left\| \frac{S_{r,c}^*}{E_{r,sp}^{(k+1)*}} \right\|^2 - \left\| \frac{S_{r,c}^*}{E_{r,sp}^{(k)*}} \right\|^2 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{r \in \Delta_m} z_r^* \|S_{r,c}^*\|^2 \left[\frac{1}{\|E_{r,sp}^{(k+1)*}\|^2} - \frac{1}{\|E_{r,sp}^{(k)*}\|^2} \right] \\
&= \sum_{r \in \Delta_m} z_r^* \|S_{r,c}^*\|^2 \frac{\|E_{r,sp}^{(k)*}\|^2 - \|E_{r,sp}^{(k+1)*}\|^2}{\|E_{r,sp}^{(k+1)*}\|^2 \|E_{r,sp}^{(k)*}\|^2} \\
&= - \sum_{r \in \Delta_m} z_r^* \|S_{r,c}^*\|^2 \frac{E_{r,sp}^{(k+1)} \Delta E_{r,sp}^{(k+1)*} + E_{r,sp}^{(k)*} \Delta E_{r,sp}^{(k+1)}}{\|E_{r,sp}^{(k+1)*}\|^2 \|E_{r,sp}^{(k)*}\|^2} \\
&= - \sum_{r \in \Delta_m} z_r^* \|S_{r,c}^*\|^2 \left[\frac{\Delta E_{r,sp}^{(k+1)*}}{E_{r,sp}^{(k+1)*} \|E_{r,sp}^{(k)*}\|^2} + \frac{\Delta E_{r,sp}^{(k+1)}}{E_{r,sp}^{(k)} \|E_{r,sp}^{(k+1)*}\|^2} \right] \quad (5.74)
\end{aligned}$$

Portanto, utilizando-se dessa aproximação em (5.69) tem-se

$$\Delta \psi_{i,sp}^{(k+1)} = \sum_{m \in \tilde{h}_i} C_{im,sp}^{(k+1)} \Delta E_{m,sp}^{(k+1)*} \quad (5.75)$$

na qual,

$$C_{im,sp}^{(k+1)} = \sum_{m \in \tilde{h}_i} z_m \left[\frac{S_{m,c}^* + L_{m,ac}^{(k+1)*}}{E_{m,sp}^{(k+1)*} E_{m,sp}^{(k)*}} - \frac{\Delta L_{m,ac}^{(k+1)*}}{E_{m,sp}^{(k+1)*} \Delta E_{m,sp}^{(k+1)*}} \right] \quad (5.76)$$

e $\Delta L_{m,ac}^{(k+1)*}$ é dado por (5.74).

Esta relação também pode ser escrita na forma matricial

$$\Delta \Psi_{\mathbf{sp}}^{(k+1)} = \mathbf{C}_{\mathbf{sp}}^{(k+1)} \Delta \mathbf{E}_{\mathbf{sp}}^{(k+1)} \quad (5.77)$$

na qual

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_{\mathbf{sp}}^{(k+1)} &= \mathbf{TZ}_p \mathbf{S}_c^* \mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k+1)*} \mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k)*} + \mathbf{TZ}_p \mathbf{L}_{ac}^{(k+1)*} \mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k+1)*} \mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k)*} \\
&\quad + \mathbf{TZ}_p \mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k+1)*} \Lambda \mathbf{Z}_p \mathbf{S}_c^* \mathbf{S}_c \mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k+1)*} \mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k)*} \mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k)*} \\
&\quad + \mathbf{TZ}_p \mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k+1)*} \Lambda \mathbf{Z}_p \mathbf{S}_c \mathbf{S}_c^* \mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k)} \mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k+1)*} \mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k+1)*} \quad (5.78)
\end{aligned}$$

assim como $\mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k)}$ é uma matriz diagonal de tamanho $n \times n$ com elementos iguais aos recíprocos das tensões complexas calculadas na iteração k .

Agora, aplicando-se o operador norma e suas propriedades em (5.78) tem-se que

$$\begin{aligned}
\|\mathbf{C}_{\mathbf{sp}}^{(k+1)}\| &\leq \|\mathbf{TZ}_p \mathbf{S}_c^*\| \|\mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k+1)*}\| \|\mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k)*}\| + \|\mathbf{TZ}_p\| \|\mathbf{L}_{ac}^{(k+1)*}\| \|\mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k+1)*}\| \|\mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k)*}\| \\
&\quad + \|\mathbf{TZ}_p\| \|\mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k+1)*}\| \|\Lambda \mathbf{Z}_p \mathbf{S}_c^* \mathbf{S}_c\| \|\mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k+1)*}\| \|\mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k)}\| \|\mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k)*}\| \\
&\quad + \|\mathbf{TZ}_p\| \|\mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k+1)*}\| \|\Lambda \mathbf{Z}_p \mathbf{S}_c \mathbf{S}_c^*\| \|\mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k)}\| \|\mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k+1)*}\| \|\mathbf{M}_{\mathbf{sp}}^{(k+1)*}\| \quad (5.79)
\end{aligned}$$

e, utilizando-se da definição de \mathcal{R} e (5.60)

$$\begin{aligned}
\| \mathbf{C}_{\text{sp}}^{(k+1)} \| &\leq \frac{\| \mathbf{TZ}_p \mathbf{S}_c^* \|}{(E_0 - \alpha)^2} + \frac{\| \mathbf{TZ}_p \| \| \mathbf{L}_{\text{ac}, \alpha}^* \|}{(E_0 - \alpha)^2} + \frac{2 \| \mathbf{TZ}_p \| \| \Lambda \mathbf{Z}_p \mathbf{S}_c \mathbf{S}_c^* \|}{(E_0 - \alpha)^4} \\
&= \frac{\| \mathbf{TZ}_p \mathbf{S}_c^* \| + \| \mathbf{TZ}_p \| \| \mathbf{L}_{\text{ac}, \alpha}^* \|}{(E_0 - \alpha)^2} + \frac{2 \| \mathbf{TZ}_p \| \| \Lambda \mathbf{Z}_p \mathbf{S}_c \mathbf{S}_c^* \|}{(E_0 - \alpha)^4} \\
&= \frac{\rho_\alpha}{(E_0 - \alpha)^2} + \frac{\varrho}{(E_0 - \alpha)^4}
\end{aligned}$$

Desta forma, obtém-se que

$$\begin{aligned}
\| \Delta \Psi_{\text{sp}}^{(k+1)} \| &= \| \mathbf{C}_{\text{sp}}^{(k+1)} \Delta \mathbf{E}_{\text{sp}}^{(k+1)*} \| \\
&\leq \| \mathbf{C}_{\text{sp}}^{(k+1)} \| \| \Delta \mathbf{E}_{\text{sp}}^{(k+1)*} \| \\
&= \| \mathbf{C}_{\text{sp}}^{(k+1)} \| \| \Delta \mathbf{E}_{\text{sp}}^{(k+1)} \| \\
&\leq \bar{c} \| \Delta \mathbf{E}_{\text{sp}}^{(k+1)} \|
\end{aligned} \tag{5.80}$$

Por conseguinte, assumindo que a despeito da aproximação para as perdas elétricas, as desigualdades são satisfeitas em função da escolha do operador norma e do parâmetro de região α , pode-se caracterizar a função Ψ_{sp} como uma contração provida de todas as propriedades enunciadas na seção anterior para o método de soma das correntes. Evidenciam-se assim nas deduções diferenças fundamentais nos métodos, apenas pela troca de paradigma de acúmulo de correntes para o acúmulo de potências a jusante de cada nó. De fato, uma dedução alternativa pode ser construída na qual os desvios entre estados obtidos numa iteração $k + 1$ são representados como função dos desvios na iteração k , desvios estes de igual forma ao do método de soma das correntes, adicionado de um termo proporcional aos desvios nas iterações k e $k - 1$. Esse termo representa a diferença entre os pares ordenados (passo, direção) que caracterizam os métodos de soma das potências e soma das correntes. Uma vez que essa dedução alternativa não é conveniente nas análises propostas para com o teorema do ponto fixo para contrações, optou-se por não apresentá-las no texto com a ressalva de sua existência.

Por fim, assumindo-se $\Psi_{\text{sp}} : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ uma contração (em \mathcal{R}), com constante de contração \bar{c} , as desigualdades abaixo podem ser provadas

$$\| \mathbf{E}^\infty - \mathbf{E}_{\text{sp}}^{(k)} \| \leq \frac{\bar{c}^k}{1 - \bar{c}} \| \Psi_{\text{sp}}^{(0)} - \mathbf{E}_{\text{sp}}^{(0)} \| \tag{5.81}$$

$$\| \mathbf{E}^\infty - \mathbf{E}_{\text{sp}}^{(k)} \| \leq \frac{\bar{c}}{1 - \bar{c}} \| \mathbf{E}_{\text{sp}}^{(k)} - \mathbf{E}_{\text{sp}}^{(k-1)} \| \tag{5.82}$$

sendo ambas de valia para avaliação do valor do desvio entre a solução do fluxo de carga

e um estado obtido em uma determinada iteração do algoritmo.

5.5 Conclusões do Capítulo

Neste capítulo apresentaram-se diversas análises matemáticas de convergência dos métodos de soma das correntes e soma das potências para o cálculo do fluxo de carga em redes radiais de distribuição. Deduziram-se fórmulas fechadas para as regras de atualização bem como para as taxas de convergência de ambos os métodos. Como subproduto das deduções, obteve-se também a fórmula para os elementos da matriz impedância de barra de uma rede de distribuição radial. Uma das conclusões obtidas nas análises é que o método de soma das correntes sempre converge para a solução estável do fluxo de carga (quando esta existe), independentemente da solução inicial escolhida. Em adição, o algoritmo nunca converge para um ponto de operação não-viável. Outro resultado de aplicação evidente é a construção de limitantes entre o desvio da solução do fluxo de carga para com um estado obtido em determinado ponto do processo iterativo. Este limitante é dado por uma função dos parâmetros de rede, cargas e de estados do processo iterativo já visitados. Com a utilização desses limitantes, pode-se estipular um (ou patamares) de níveis mínimos de precisão desejados para com a solução do problema. Esse tipo de nivelamento tem aplicação em estudos nos quais são necessários repetidos cálculos de fluxo de carga, na redução do tempo computacional da realização desses estudos. Ainda, esses limitantes podem ter aproximação melhorada por meio do apropriado estudo da região de convergência.

Também como contribuição, demonstrou-se analiticamente a convergência do método de soma das correntes em redes radiais de distribuição. Em adição, deduziu-se uma região de convergência na qual a solução do problema de fluxo de carga existe e é única, caso da existência dessa região. Formalizações matemáticas para com a existência e unicidade da solução do fluxo de carga têm grande importância na análise de redes de distribuição. Garantidas essas propriedades, provam-se que aplicações endossadas por estudos de fluxo de carga devem conduzir ao ponto de operação obtido na prática, considerando é claro as incertezas nos dados e das cargas.

Obteve-se também uma prova analítica da dependência das características de convergência dos métodos de soma das correntes e soma das potências, para com o carregamento do alimentador. De fato, embora esse fenômeno tenha sido antecipado por R. P. Broadwater em discussão ao artigo no qual se formulou o método de soma das correntes, em sua explicação para o fenômeno o autor afirma que para redes densamente carregadas o algoritmo de soma das correntes diverge em função da solução inicial escolhida se situar fora da região de convergência. A veracidade dessa afirmação não foi evidenciada nas

análises desenvolvidas, fazendo-se necessário destacar que conceitualmente a região de convergência deduzida de fato diminui com a elevação do carregamento do alimentador.

Similarmente ao desenvolvido para o método de soma das correntes, obteve-se propriedades e características de convergência do método de soma das potências. Embora a prova apresentada tenha utilizado de uma aproximação para as perdas elétricas para simplificar as deduções, indicou-se o procedimento necessário para uma prova formal da convergência. Todas as desigualdades deduzidas no desenvolvimento dos resultados matemáticos se mantiveram satisfeitas nas simulações realizadas, a despeito dessa aproximação.

Finalmente, destaca-se que a análise de convergência dos métodos de fluxo de carga utilizados para redes de distribuição radiais é um tema pouco abordado na literatura. Neste capítulo, apresentaram-se análises de convergência desconsiderando a presença dos variados componentes inclusos em um sistema de distribuição (disjuntores, reguladores, capacitores automáticos, geradores distribuídos, etc.) e para cargas modeladas por potências constantes. O autor assim buscou dar um passo inicial nessa linha de pesquisa com foco na formalização e dedução das regras gerais de atualização dos métodos, bem como na utilização do teorema do ponto fixo para contrações, sendo que diversas generalizações ainda se fazem em aberto para o problema.

Capítulo 6

Simulações e Resultados

Este capítulo apresenta simulações e resultados numéricos para as abordagens e análises desenvolvidas nos capítulos anteriores. Destaca-se que todas as metodologias implementadas foram testadas de forma intensiva com redes de distribuição obtidas na literatura, assim como redes de distribuição reais de uma concessionária local. Realizaram-se tais implementações no ambiente de computação científica MATLAB utilizando-se de um computador portátil TOSHIBA Satellite (1,66 GHz, Core Duo). A menos que especificado o contrário, adotou-se como solução inicial o perfil plano de tensões, Fator de Carga unitário, fatores de aceleração unitários, tape unitário na subestação, tolerância de 10^{-6} , e uma mesma ordenação na qual os nós são visitados pelos métodos de varredura.

O capítulo está organizado como segue. Na seção 6.1, avalia-se a eficiência do Método de Soma das Potências com Rotações perante os métodos clássicos de varredura abordados na dissertação. Na seção 6.2, apresentam-se resultados numéricos obtidos com a simulação de redes de distribuição fracamente malhadas. Finalmente, na seção 6.3, analisam-se as características de convergência do método de soma das correntes bem como do método de soma das potências.

6.1 Avaliação do Método de Soma das Potências com Rotações

Esta seção apresenta simulações envolvendo análises comparativas dos métodos clássicos de varredura para com o proposto Método de Soma das Potências com Rotações. Previamente à realização dessas análises, buscaram-se sem sucesso, em revisão bibliográfica, comparações entre os métodos clássicos de varredura. Procedeu-se assim com tais comparações, de maneira a estabelecer se a técnica de rotações deveria ser inclusa à abordagem base, ou à versão modificada do método de soma das potências.

6.1.1 Justificativa para a Utilização da Equação Biquadrada de Atualização de Tensões

Em uma primeira avaliação, observou-se pouca diferença entre a robustez e desempenho dos métodos clássicos de varredura, os quais apresentaram convergência para todas as redes radiais de distribuição utilizadas nas simulações. Como exemplo, dados e solução para uma rede radial de 12 nós (11 nós mais o nó 0 da subestação) obtida em (DAS; NAGI; KOTHARI, 1994) são apresentados na Tabela 6.1.

Tabela 6.1: Solução para uma rede radial sem ramais laterais obtida em (DAS; NAGI; KOTHARI, 1994), com $E_0 = 12,660\angle 0^\circ$ kV e apenas dois tipos de cabos instalados

Nós		θ_i	V_i	r_i	x_i	P_i	Q_i	$\ I_{L_i}\ $	LP_i	LQ_i
u_i	i	(rad). 10^{-3}	(p.u.)	(Ω)	(Ω)	(kW)	(kvar)	(A)	(kW)	(kvar)
0	1	1,523	0,9958	1,090	0,455	60,000	60,000	48,152	2,527	1,055
1	2	2,921	0,9918	1,180	0,494	40,000	30,000	41,428	2,025	0,848
2	3	5,271	0,9855	2,100	0,873	55,000	55,000	37,465	2,948	1,225
3	4	8,224	0,9775	3,190	1,329	30,000	30,000	31,236	3,112	1,297
4	5	9,117	0,9750	1,090	0,455	20,000	15,000	27,811	0,843	0,352
5	6	9,898	0,9730	1,000	0,417	55,000	55,000	25,796	0,665	0,277
6	7	13,157	0,9667	4,400	1,215	45,000	45,000	19,487	1,671	0,461
7	8	16,120	0,9607	5,640	1,597	40,000	40,000	14,295	1,153	0,326
8	9	17,090	0,9586	2,890	0,818	35,000	30,000	9,658	0,270	0,076
9	10	17,391	0,9580	1,510	0,428	40,000	30,000	5,860	0,052	0,015
10	11	17,482	0,9578	1,240	0,351	15,000	15,000	1,749	0,004	0,001

Entretanto, uma vez demonstrada a dependência da convergência dos métodos clássicos para com o carregamento das redes, testaram-se os mesmos com redes reais obtidas na literatura a 95% do carregamento limite. Os resultados obtidos nesse estudo estão mostrados na Tabela 6.2 em termos do número de iterações necessárias para a convergência.

Tabela 6.2: Análise comparativa dos métodos clássicos de varredura para redes radiais obtidas na literatura

Fonte	n	FC [†]	Número de iterações		
			MSC [†]	MSP [‡]	MSPM [§]
(DAS; NAGI; KOTHARI, 1994)	11	6,65	23	17	12
(DAS; NAGI; KOTHARI, 1994)	27	3,35	28	21	14
(BARAN; WU, 1989b)	69	3,12	33	24	16

[†]Fator de Carga, [†]Método de Soma das Correntes, [‡]Método de Soma das Potências, [§]Método de Soma das Potências Modificado.

Realizou-se um estudo similar para redes radiais obtidas com a concessionária local. Diagramas em coordenadas geográficas dessas redes são mostradas nas figuras 6.1, 6.2 e 6.3, enquanto os resultados obtidos nas simulações são apresentados na Tabela 6.3.

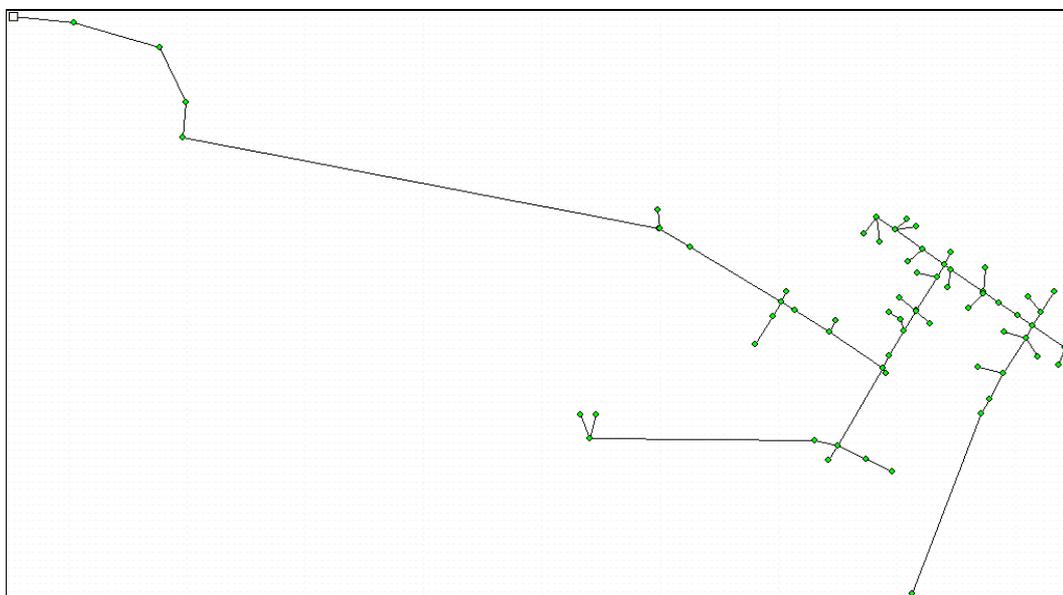


Figura 6.1: Diagrama de um alimentador real de 79 nós (ICO10).

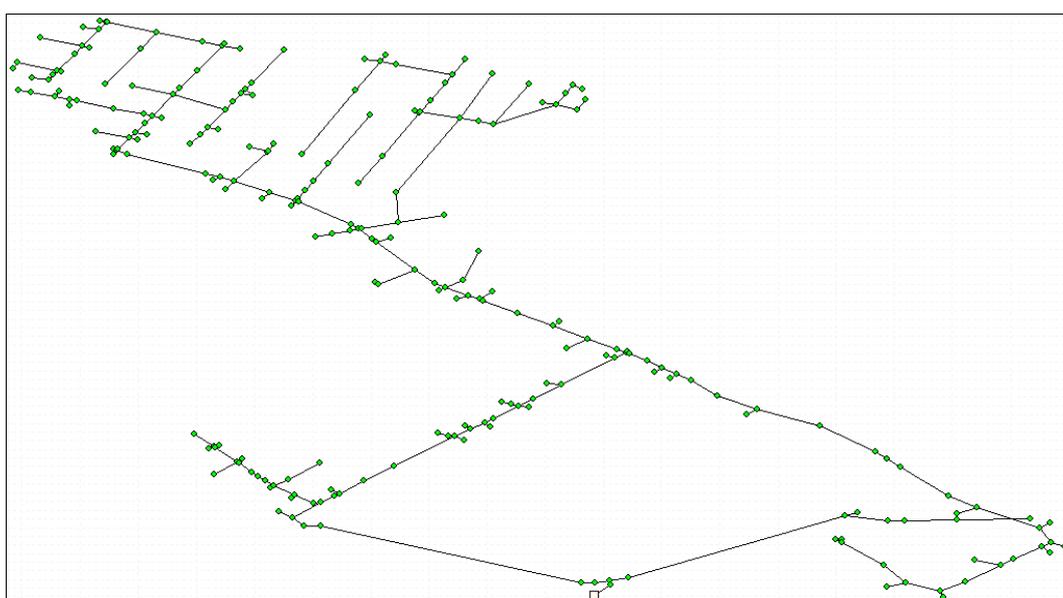


Figura 6.2: Diagrama de um alimentador real de 237 nós (CSQ01).

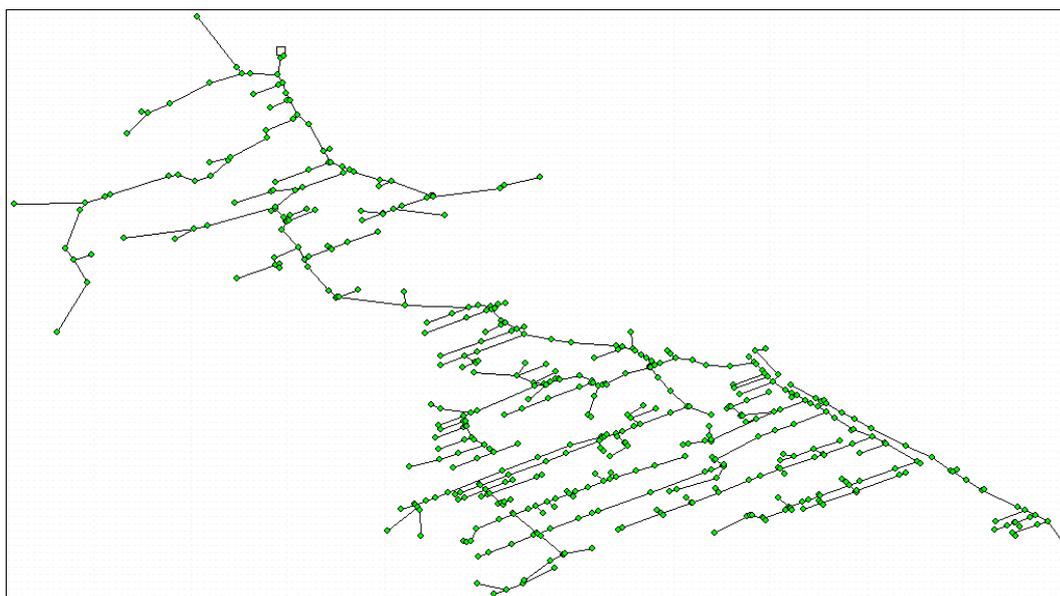


Figura 6.3: Diagrama de um alimentador real de 490 nós (BCU01).

Tabela 6.3: Análise comparativa dos métodos clássicos de varredura para redes radiais de uma concessionária local

Alimentador	n	FC [†]	Número de iterações		
			MSC [†]	MSP [‡]	MSPM [§]
ICO10	78	1,40	14	10	7
CQS01	236	5,81	18	12	9
BCU01	489	1,90	20	12	9

[†]Fator de Carga, [†]Método de Soma das Correntes, [‡]Método de Soma das Potências, [§]Método de Soma das Potências Modificado.

Verificou-se nas simulações que, para os métodos de varredura, a abordagem de se acumular cargas se mostrou vantajosa perante a abordagem de se acumular correntes. Em adição, o método de soma das potências modificado se fez mais eficiente que o método de soma das potências base. Tal diferenciação se deve à utilização da equação biquadrada de atualização de tensões na varredura em avanço, da subestação em direção aos nós finais, pelo método de soma das potências modificado. Salienta-se por fim que resultados análogos foram obtidos em termos do tempo de processamento de cada simulação.

Ademais, notou-se que o número de iterações obtido com as redes da concessionária foi inferior ao mesmo obtido com as redes da literatura (diferentemente do tempo de processamento). Este fato evidencia que a dependência da convergência para com o carregamento não é função única do número de nós de rede. De fato, essa dependência está relacionada também com a disposição de cargas e impedâncias de linha, como pode ser examinado nas fórmulas das taxas de convergência dos métodos.

Dado que diferenças entre as características de convergência dos métodos se evidenciaram na simulação de redes com elevado carregamento, avaliou-se também o número de iterações e tempo de processamento utilizados pelos métodos quando da variação do Fator de Carga (FC) das redes. Os resultados dessas simulações são ilustrados nas figuras 6.4 e 6.5 para a rede radial de 12 nós cujos dados estão dispostos na Tabela 6.1.

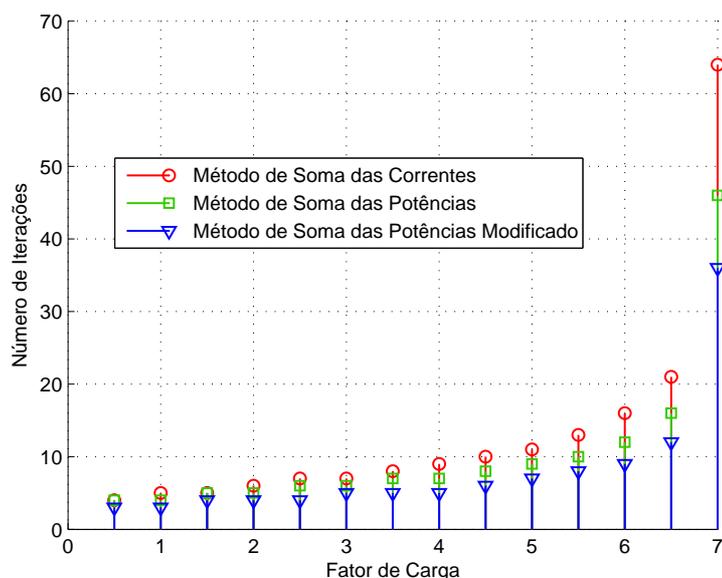


Figura 6.4: Análise comparativa dos métodos clássicos de varredura em termos do número de iterações para uma rede radial de 12 nós.

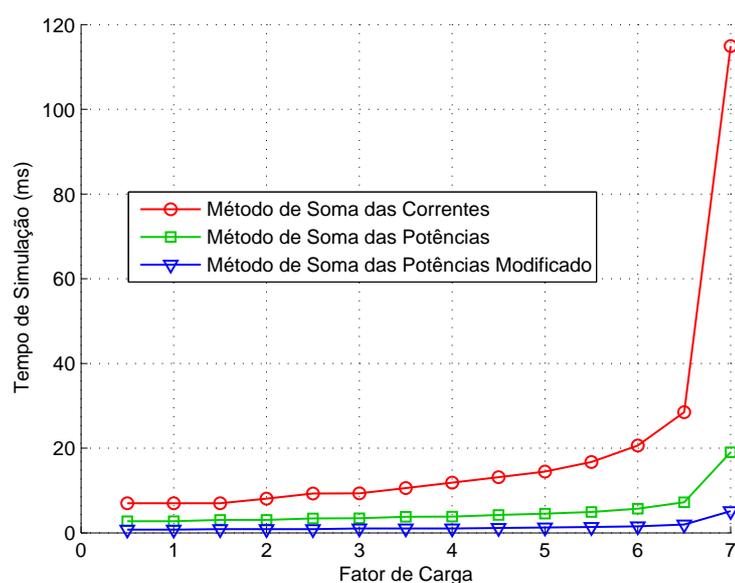


Figura 6.5: Análise comparativa dos métodos clássicos de varredura em termos do tempo de simulação para uma rede radial de 12 nós.

Novamente, evidencia-se que a utilização da equação biquadrada de atualização de tensões melhora as características de convergência do método de soma das potências. Em função desse resultado, optou-se por construir a variação proposta considerando a utilização dessa equação.

6.1.2 Avaliação Comparativa de Eficiência entre Abordagens

Estabelecido o fim de investigar a eficiência da abordagem proposta, os métodos de soma das potências modificado e com rotações foram testados em análises comparativas com diversas redes de distribuição. Uma vez que dados de linha são geralmente fornecidos em termos de impedâncias para as redes obtidas na literatura, categorizaram-se os cabos de acordo com a relação r/x das linhas de distribuição. Para o caso das redes da concessionária local, informações de cabo e distância entre nós foram diretamente disponibilizadas em uma base de dados.

Como ilustração, apresenta-se na Figura 6.6 uma rede radial obtida em (BARAN; WU, 1989b), na qual os tipos de cabo são diferenciados nas linhas do diagrama.

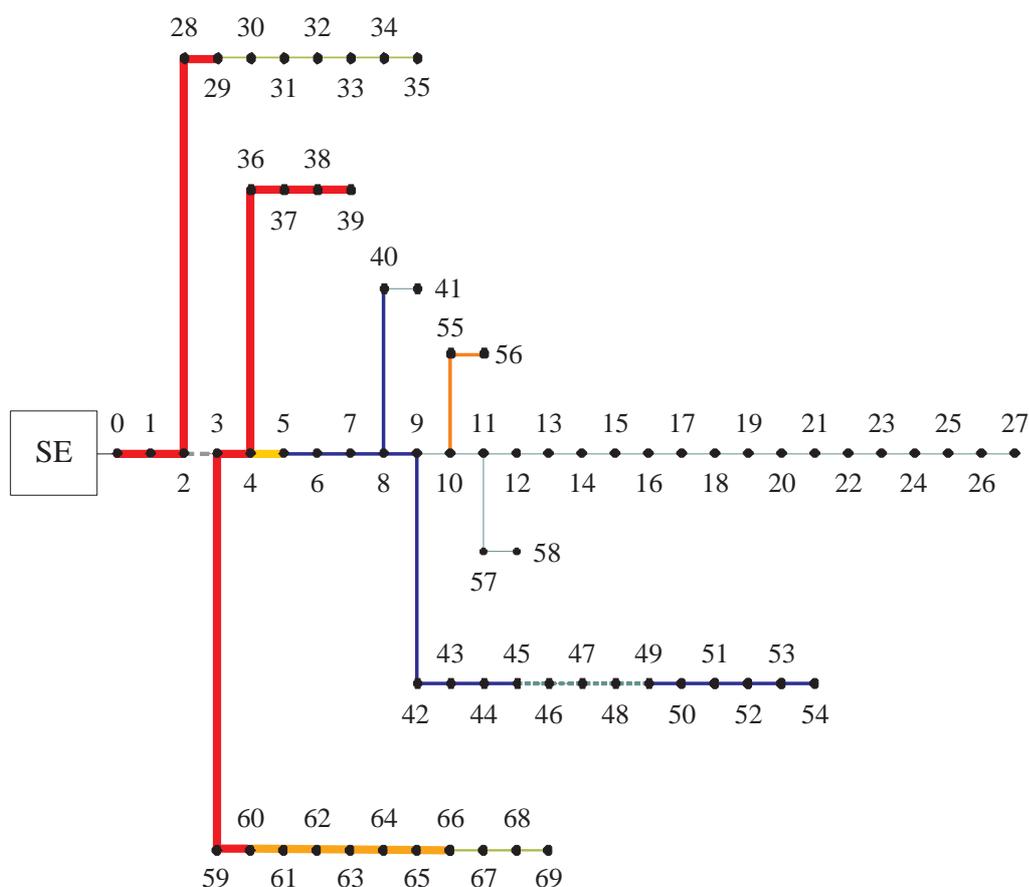


Figura 6.6: Rede de distribuição radial de 70 nós obtida em (BARAN; WU, 1989b) com diferenciação de cabos evidenciada.

A rede é constituída por $n = 69$ nós de carga, 12 pontos de troca de cabo, $N_{rot} = 11$ pontos de rotação de fluxo de carga, como também $\vartheta = 34$ nós de carga pertencentes às subredes finais (a menos da primeira barra de carga). Verifica-se assim que a relação (3.25) é atendida com folga para essa rede como segue

$$N_{rot} < (0,75n - 0,25) = (51,75 - 0,25) = 51,50 \quad (6.1)$$

garantindo que o método proposto se mostrará vantajoso em termos de tempo computacional, quando comparado ao método de soma das potências modificado.

As tabelas 6.4 e 6.5 mostram os resultados obtidos com a simulação dos métodos de soma das potências modificado e com rotações para as redes obtidas na literatura e com a concessionária local, respectivamente. Evidenciam-se nas tabelas o número de nós de carga das redes (n), número de nós de carga pertencentes às subredes finais (a menos do primeiro nó de carga) (ϑ), o número de rotações de fluxo por iteração do método proposto (N_{rot}), o número de iterações necessárias para a convergência de ambos os métodos (N_{iter}), o tempo de simulação de cada método, assim como a economia de tempo obtida pela abordagem proposta. Para o caso das redes obtidas na literatura, os dados de carga foram fornecidos sob o modelo de potências constantes. Para o caso das redes da concessionária local, considerou-se o modelo de carga polinomial com parâmetros $\sigma_{P_i} = \sigma_{Q_i} = 0,3$, $\beta_{P_i} = \beta_{Q_i} = 0,1$, $\gamma_{P_i} = \gamma_{Q_i} = 0,6$, para todos os nós de carga.

Tabela 6.4: Análise comparativa do método proposto com o método de soma das potências modificado para redes obtidas na literatura

Fonte	n	ϑ	N_{rot}	N_{iter}	Tempo de sim. (ms)		Economia (%)
					MSPM [§]	MSPCR [‡]	
(DAS; NAGI; KOTHARI, 1994)	11	4	1	3	30,445	25,496	16,26
(DAS; NAGI; KOTHARI, 1994)	27	17	5	4	31,962	26,866	15,94
(BARAN; WU, 1989b)	69	34	12	4	33,069	27,894	15,65

[§]Método de Soma das Potências Modificado, [‡]Método de Soma das Potências com Rotações

Tabela 6.5: Análise comparativa do método proposto com o método de soma das potências modificado para redes de uma concessionária local

Alimentador	n	ϑ	N_{rot}	N_{iter}	Tempo de sim. (ms)		Economia (%)
					MSPM [§]	MSPCR [‡]	
ICO10	78	23	6	6	34,460	26,988	21,68
CQS01	236	117	77	4	38,500	31,881	17,19
BCU01	489	312	116	6	56,230	46,301	17,66

[§]Método de Soma das Potências Modificado, [‡]Método de Soma das Potências com Rotações

Verificou-se pelos resultados que Método de Soma das Potências com Rotações apre-

sentou desempenho superior ao método de soma das potências modificado em todas as simulações realizadas. De fato, todas as redes satisfazem com folga a relação definida em (3.25), garantindo analiticamente esse resultado. Em particular, para as redes obtidas na literatura, obteve-se uma maior economia de tempo com a rede de 12 nós, na qual se fez necessária apenas uma rotação de fluxo de carga por iteração pelo método proposto. Similarmente, para as redes da concessionária local, obteve-se uma maior economia de tempo com o alimentador ICO10, o qual possui poucos pontos de rotação de fluxo de carga.

Em adição, destaca-se que conforme esperado, os estados de tensão obtidos em cada iteração por ambos os métodos se fizeram idênticos, resultando em um número também idêntico de iterações para a convergência dos mesmos. Finalmente, salienta-se que não se verificou em simulação perda de qualidade da solução com a aplicação das rotações de fluxo de carga. O Método de Soma das Potências com Rotações se mostrou assim uma abordagem com adequada característica de convergência e desempenho superior aos métodos clássicos de varredura.

6.2 Análise de Redes de Distribuição Fracamente Malhadas

Esta seção apresenta simulações de fluxo de carga para redes de distribuição fracamente malhadas, na presença de bancos de capacitores fixo e controláveis, reguladores de tensão, e geradores distribuídos com controle de tensão. Apresenta-se também um estudo relacionado à convergência do algoritmo, com foco no efeito da escolha de diferentes pontos de seccionamento fictício de linha.

6.2.1 Rede de Distribuição de 28 nós

Considere a rede de distribuição radial de 28 nós e tensão base na subestação de 11,000 kV, obtida em (DAS; NAGI; KOTHARI, 1994). Sob um Fator de Carga unitário, essa rede possui 68,819 kW e 46,042 kvar de perdas elétricas nas linhas, e tensão mínima de 0,9154 p.u. no nó 27. Os dados e solução do fluxo de carga para a rede estão mostrados na Tabela 6.6.

Adicionando-se componentes à rede, desenvolveram-se estudos de caso com o fim de validar a metodologia implementada. Tais modificações são ilustradas na Figura 6.7, enquanto a descrição dos estudos é apresentada na seqüência. Os estados de tensão resultantes de cada estudo estão mostrados nas tabelas 6.7 e 6.8, comprovando o atendimento das restrições operacionais de cada caso.

Tabela 6.6: Solução para uma rede radial obtida em (DAS; NAGI; KOTHARI, 1994) com $E_0 = 11,000\angle 0^\circ$ kV

Nós		θ_i	V_i	r_i	x_i	P_i	Q_i	$\ I_{L_i}\ $	L_{P_i}	L_{Q_i}
u_i	i	(rad). 10^{-3}	(p.u.)	(Ω)	(Ω)	(kW)	(kvar)	(A)	(kW)	(kvar)
0	1	2,548	0,9862	1,197	0,820	35,280	35,993	106,216	13,504	9,251
1	2	6,314	0,9665	1,796	1,231	14,000	14,283	101,571	18,529	12,700
2	3	9,096	0,9524	1,306	0,895	35,280	35,993	99,690	12,979	8,895
3	4	11,960	0,9382	1,851	1,268	14,000	14,283	70,696	9,251	6,337
4	5	14,142	0,9277	1,524	1,044	35,280	35,993	63,868	6,217	4,259
5	6	16,078	0,9185	1,905	1,305	35,280	35,993	44,512	3,774	2,586
6	7	16,605	0,9160	1,197	0,820	35,280	35,993	18,983	0,431	0,295
7	8	16,666	0,9158	0,653	0,447	14,000	14,283	3,972	0,010	0,007
8	9	16,719	0,9155	1,143	0,783	14,000	14,283	1,986	0,005	0,003
3	10	11,851	0,9462	2,823	1,172	56,000	57,131	24,183	1,651	0,685
10	11	12,645	0,9444	1,184	0,491	35,280	35,993	16,496	0,322	0,134
11	12	13,121	0,9433	1,002	0,416	35,280	35,993	11,645	0,136	0,056
12	13	13,247	0,9431	0,455	0,189	14,000	14,283	6,788	0,021	0,009
13	14	13,355	0,9428	0,546	0,227	35,280	35,993	4,860	0,013	0,005
4	15	12,472	0,9371	2,550	1,058	35,280	35,993	4,890	0,061	0,025
5	16	14,957	0,9259	1,366	0,567	8,960	9,141	14,418	0,284	0,118
16	17	15,404	0,9249	0,819	0,340	8,960	9,141	13,161	0,142	0,059
17	18	16,171	0,9232	1,548	0,642	35,280	35,993	11,903	0,219	0,091
18	19	16,567	0,9224	1,366	0,567	35,280	35,993	6,940	0,066	0,027
19	20	16,859	0,9217	3,552	1,474	14,000	14,283	1,973	0,014	0,006
6	21	17,409	0,9156	1,548	0,642	35,280	35,993	20,540	0,653	0,271
21	22	18,122	0,9141	1,092	0,453	8,960	9,141	15,536	0,264	0,109
22	23	18,668	0,9129	0,910	0,378	56,000	57,131	14,263	0,185	0,077
23	24	18,789	0,9126	0,455	0,189	8,960	9,141	6,296	0,018	0,007
24	25	18,866	0,9125	0,364	0,151	35,280	35,993	5,021	0,009	0,004
7	26	16,835	0,9155	0,546	0,226	35,280	35,993	10,010	0,055	0,023
26	27	16,893	0,9154	0,273	0,113	35,280	35,993	5,005	0,007	0,003

Caso A. Rede radial original considerando a inclusão no nó 3 de um regulador de tensão de 16 degraus com $y_{ps} = 5,102 - j3,267$ S (CELG, 2005), compensador de queda de tensão de linha com impedância de¹ $0,993 + j0,254 \Omega$ ajustada para a regulação de tensão no nó 11, e tensão de referência de 0,9700 p.u.;

Análise. Conforme esperado, as tensões se elevaram com a instalação do regulador de tensão no início do alimentador. Obteve-se como tensão de saída do regulador 0,9785 p.u. sob o tape de 1,0250, assim como uma tensão de 0,9707 p.u. no nó 11, valor próximo à tensão de referência. Ademais, a elevação da tensão reduziu as perdas totais nas linhas para 64,620 kW e 43,175 kvar. O algoritmo convergiu em 5 iterações com tempo de simulação de 50,471 ms.

¹Valor especificado adotando como referência a corrente que passa entre os terminais do regulador, assim como o realizado em (LUO; SEMLYEN, 1990).

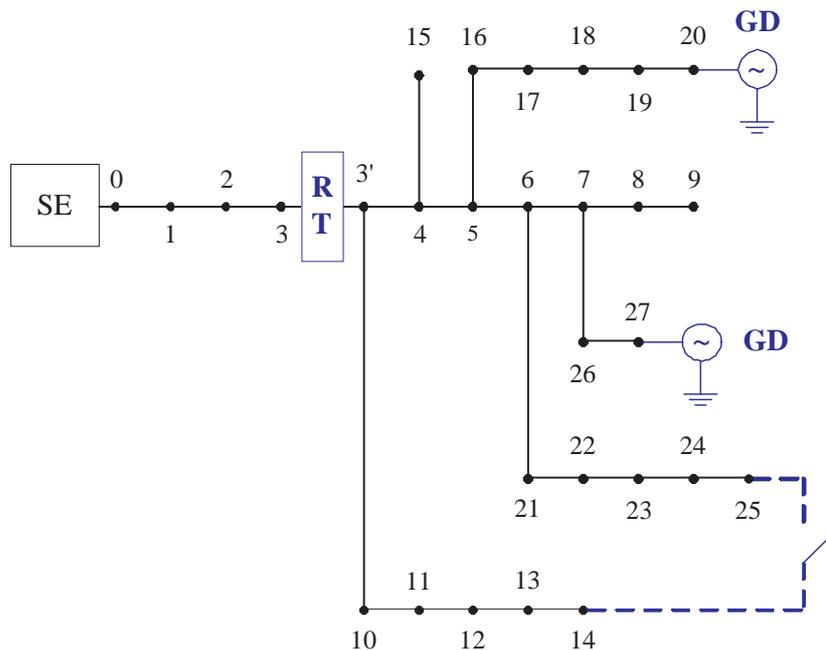


Figura 6.7: Modificações realizadas em uma rede radial de 28 nós obtida em (DAS; NAGI; KOTHARI, 1994).

Caso B. Rede radial original considerando a inclusão de geradores distribuídos nos nós 20 e 27. O gerador do nó 20 deve fornecer 500 kW à rede primária sob uma tensão de 1,0200 p.u., enquanto o gerador do nó 27 deve fornecer 400 kW à rede primária sob uma tensão de 1,0000 p.u.. Os limites de geração de potência reativa dos geradores 20 e 27 são de 350 kvar e 200 kvar (HAQUE, 2000), respectivamente;

Análise. Verificou-se no estudo que as especificações de tensão terminal nos nós dos geradores distribuídos foram corretamente atendidas. A alocação dos geradores distribuídos reduziu consideravelmente as perdas nas linhas para 38,791 kW e 23,089 kvar. Como solução, 105,833 kvar e 39,383 kvar são fornecidos à rede primária pelos geradores 20 e 27, respectivamente. O algoritmo convergiu em 5 iterações com tempo de simulação de 53,232 ms.

Caso C. Rede radial original considerando a inclusão no nó 3 de um regulador de tensão de 16 degraus com $y_{ps} = 5,102 - j3,267$ S (CELG, 2005), compensador de queda de tensão de linha com impedância de $0,529 + j2,159$ Ω ajustada para a regulação de tensão no nó 11, e tensão de referência de 0,9950 p.u.. Incluem-se também os mesmos geradores do Caso B, agora com tensões especificadas em 1,0300 p.u. e 1,0150 p.u. nos nós 20 e 27, respectivamente;

Análise. A instalação do regulador de tensão resultou em elevação do perfil de

Tabela 6.7: Solução para estudos de caso realizados em uma rede radial de 28 nós

Nós		Caso A		Caso B		Caso C	
u_i	i	θ_i (rad). 10^{-3}	V_i (p.u.)	θ_i (rad). 10^{-3}	V_i (p.u.)	θ_i (rad). 10^{-3}	V_i (p.u.)
0	1	2,498	0,9868	7,127	0,9966	7,036	0,9967
1	2	6,143	0,9680	17,712	0,9924	17,481	0,9927
2	3	8,860	0,9546	25,432	0,9898	25,096	0,9902
3	3'	8,860	0,9785	-	-	25,096	1,0026
3	4	11,496	0,9647	35,386	0,9916	34,653	1,0046
4	5	13,516	0,9545	43,344	0,9943	42,291	1,0073
5	6	15,310	0,9456	49,834	0,9941	47,022	1,0082
6	7	15,805	0,9432	53,324	0,9971	49,412	1,0118
7	8	15,862	0,9429	53,375	0,9968	49,462	1,0116
8	9	15,912	0,9427	53,420	0,9966	49,505	1,0114
3	10	11,436	0,9724	27,951	0,9838	27,551	0,9967
10	11	12,186	0,9707	28,683	0,9821	28,265	0,9952
11	12	12,635	0,9697	29,122	0,9811	28,692	0,9940
12	13	12,754	0,9694	29,239	0,9808	28,806	0,9938
13	14	12,857	0,9692	29,339	0,9806	28,903	0,9935
4	15	11,979	0,9636	35,843	0,9906	35,099	1,0035
5	16	14,283	0,9527	44,744	0,9976	44,697	1,0101
16	17	14,704	0,9518	45,540	0,9996	46,094	1,0119
17	18	15,426	0,9502	46,971	1,0037	48,661	1,0154
18	19	15,799	0,9493	47,984	1,0078	50,677	1,0190
19	20	16,074	0,9487	49,992	1,0200	55,310	1,0300
6	21	16,558	0,9428	50,964	0,9915	48,120	1,0056
21	22	17,228	0,9413	51,570	0,9900	48,710	1,0042
22	23	17,742	0,9401	52,034	0,9890	49,161	1,0031
23	24	17,856	0,9399	52,137	0,9887	49,261	1,0029
24	25	17,929	0,9397	52,203	0,9886	49,325	1,0028
7	26	16,022	0,9427	54,281	0,9989	49,886	1,0139
26	27	16,076	0,9426	54,709	1,0000	50,075	1,0150

tensão da rede. Obteve-se como tensão de saída do regulador 1,0026 p.u. sob um tape de 1,0150, assim como uma tensão de 0,9952 p.u. no nó 11, valor próximo à tensão de referência. Verificou-se no estudo que as especificações de tensão terminal nos nós dos geradores distribuídos foram corretamente atendidas. Um total de 142,338 kvar e 12,377 kvar são fornecidos à rede primária pelos geradores 20 e 27, respectivamente, enquanto as perdas totais nas linhas foram reduzidas para 36,865 kW e 21,838 kvar. O algoritmo convergiu em 6 iterações com tempo de simulação de 59,243 ms.

Caso D. Rede fracamente malhada obtida com a inclusão de uma chave de ligação (NF) entre os nós 14 e 25 com impedância de² $2,000 + j2,000 \Omega$;

²Valor de impedância da chave de ligação obtido em (BARAN; WU, 1989b).

Análise. Verificou-se também que a inclusão da chave de ligação elevou o perfil de tensões da rede, reduzindo as perdas técnicas para 64,119 kW e 41,917 kvar. Em destaque, apresenta-se na Tabela 6.8 a tensão no nó auxiliar 25', criado no processo de seccionamento fictício de rede. Conforme esperado, a tensão no nó 25' se igualou à tensão no nó 25, caracterizando o correto funcionamento da modelagem. O algoritmo convergiu em 5 iterações com tempo de simulação de 56,769 ms.

Tabela 6.8: Solução para estudos de caso realizados em uma rede fracamente malhada de 28 nós, incluindo-se o nó fictício 25'

Nós		Caso D		Caso E		Caso F	
u_i	i	θ_i (rad). 10^{-3}	V_i (p.u.)	θ_i (rad). 10^{-3}	V_i (p.u.)	θ_i (rad). 10^{-3}	V_i (p.u.)
0	1	2,470	0,9863	2,241	0,9877	6,707	0,9969
1	2	6,076	0,9666	5,494	0,9701	16,651	0,9933
2	3	8,768	0,9526	7,907	0,9576	23,893	0,9909
3	4	11,834	0,9419	10,629	0,9480	33,307	0,9922
4	5	14,191	0,9342	12,712	0,9412	40,833	0,9944
5	6	16,368	0,9285	14,629	0,9362	46,734	0,9937
6	7	16,881	0,9261	15,079	0,9340	49,757	0,9969
7	8	16,940	0,9258	15,130	0,9338	49,808	0,9967
8	9	16,992	0,9256	15,176	0,9335	49,852	0,9965
3	10	12,050	0,9419	10,849	0,9480	25,901	0,9864
10	11	13,097	0,9383	11,781	0,9448	26,414	0,9852
11	12	13,790	0,9356	12,395	0,9424	26,667	0,9847
12	13	14,015	0,9346	12,594	0,9415	26,700	0,9846
13	14	14,241	0,9335	12,794	0,9405	26,699	0,9847
4	15	12,340	0,9408	11,086	0,9470	33,763	0,9912
5	16	14,992	0,9324	13,420	0,9396	42,278	0,9977
16	17	15,432	0,9314	13,808	0,9387	43,101	0,9997
17	18	16,185	0,9298	14,473	0,9373	44,582	1,0037
18	19	16,574	0,9289	14,815	0,9365	45,639	1,0078
19	20	16,862	0,9283	15,069	0,9360	47,763	1,0200
6	21	17,333	0,9281	15,479	0,9358	48,142	0,9903
21	22	17,791	0,9283	15,883	0,9360	48,947	0,9883
22	23	18,125	0,9286	16,179	0,9362	49,578	0,9868
23	24	18,144	0,9291	16,196	0,9366	49,764	0,9863
24	25	13,078	0,9295	11,773	0,9370	26,741	0,9860
7	26	17,106	0,9256	15,276	0,9336	50,500	0,9989
26	27	17,162	0,9255	15,325	0,9335	50,822	1,0000
14	25'	13,078	0,9295	11,773	0,9370	26,741	0,9860

Caso E. Rede fracamente malhada do Caso D considerando que as cargas são variáveis com a tensão de fornecimento. Especificando-se as potências P_i e Q_i dadas na

Tabela 6.6 como cargas sob tensão nominal, adotou-se o modelo combinado com parâmetros $\sigma_{P_i} = \sigma_{Q_i} = 0,1$, $\beta_{P_i} = \beta_{Q_i} = 0,1$, $\gamma_{P_i} = \gamma_{Q_i} = 0,7$, $\epsilon_{P_i} = \epsilon_{Q_i} = 0,1$, $\eta_{P_i} = \eta_{Q_i} = 2,1$, para todas os nós de carga. Trata-se de um modelo de carga com predomínio de impedâncias constantes, utilizado em simulações de redes reais como em (ISSICABA, 2007);

Análise. Uma vez que a potência requerida por cada consumidor é menor que a respectiva carga nominal do mesmo neste caso, reduziu-se a queda de tensão nas linhas. Desta forma, elevou-se o perfil de tensão da rede assim como reduziram-se as perdas elétricas para 51,248 kW e 33,507 kvar. Observa-se também a igualdade entre as tensões dos nós 25 e 25', apontando para o adequado funcionamento do algoritmo. Salienta-se por fim o aumento do número de iterações para 7, sob tempo de simulação de 63,342 ms.

Caso F. Rede fracamente malhada do Caso D incluindo-se os geradores distribuídos do Caso B, com tensões especificadas em 1,0200 p.u. e 1,0000 p.u. nos nós 20 e 27, respectivamente.

Análise. Verificou-se o atendimento das especificações de tensão nos nós terminais dos geradores, sob produção de 101,864 kvar e 86,298 kvar nos nós 20 e 27, respectivamente. A tensão no ponto de seccionamento convergiu adequadamente e as perdas resultantes foram de 35,436 kW e 20,851 kvar, valor inferior ao obtido no Caso C. O algoritmo convergiu em 7 iterações com tempo de simulação de 62,265 ms.

6.2.2 Rede de Distribuição de 70 nós

Considere a rede de distribuição fracamente malhada de 70 nós e tensão base na subestação de 12,660 kV obtida em (BARAN; WU, 1989b), cujo diagrama é mostrado na Figura 6.8. Similarmente à subseção anterior, realizaram-se estudos de caso na rede para a validação da abordagem implementada. A descrição dos estudos de caso é apresentada a seguir, enquanto os estados de tensão obtidos são mostrados na Tabela 6.9.

Caso G. Rede original fracamente malhada;

Análise. Observou-se que a despeito da existência de vários laços na rede, o algoritmo convergiu eficientemente em 7 iterações sob um tempo de simulação de 64,646 ms. Na tabela de resultados, as tensões nos nós auxiliares se igualaram às tensões nos equivalentes nós de rede. As perdas elétricas obtidas foram de 192,686 kW e 119,512 kvar.

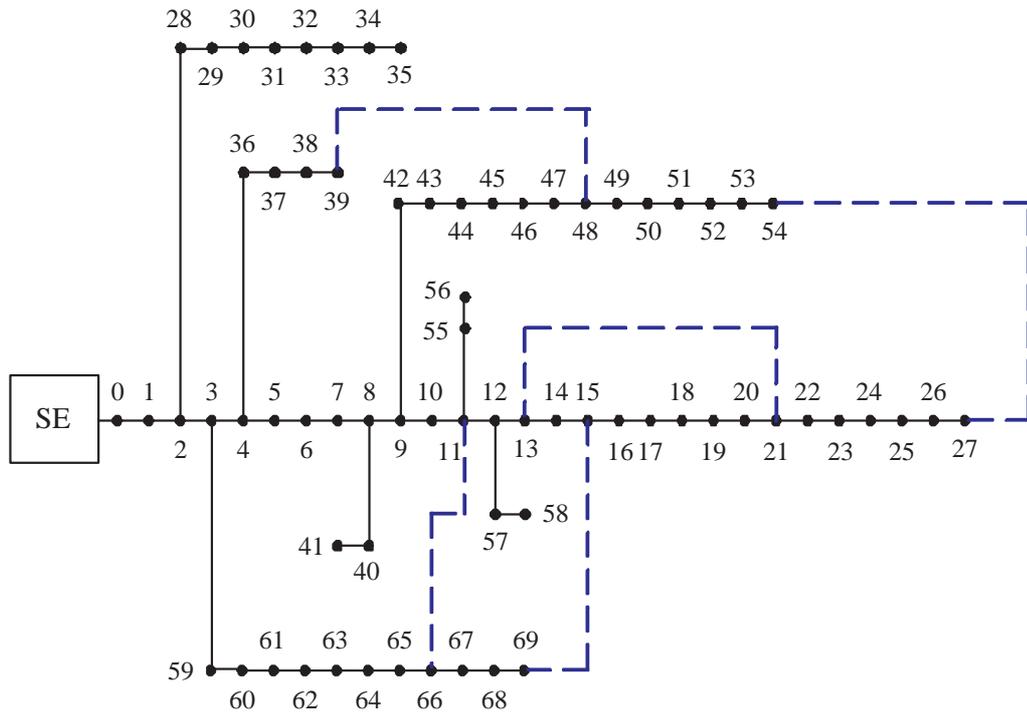


Figura 6.8: Diagrama da rede de distribuição fracamente malhada de 70 nós obtida em (BARAN; WU, 1989b).

Caso H. Rede original fracamente malhada representando o efeito capacitivo das linhas³;

Análise. Conforme esperado, verificou-se a elevação do perfil de tensão da rede.

Por conseqüência, as perdas elétricas reduziram-se para 184,388 kW e 112,943 kvar. O número de iterações necessárias para a convergência aumentou para 8, similarmente ao Caso E na seção anterior. A simulação durou 67,925 ms.

Caso I. Rede original fracamente malhada com a instalação de bancos de capacitores automáticos nos nós 35 e 68. Os bancos têm a capacidade de fornecer 0 kvar, 100 kvar, 200 kvar, e 300 kvar, dependendo do tape selecionado. O capacitor do nó 35 é controlado por tensão dado como referência a tensão de 1,0000 p.u. O capacitor do nó 68 é controlado por corrente visando mantê-la próxima a 40 A.

Análise. Verificou-se que a alocação de bancos de capacitores automáticos nos nós elevou consideravelmente o perfil de tensão da rede, reduzindo as perdas elétricas para 67,666 kW e 70,263 kvar. Um total de 100 kvar e 300 kvar são fornecidos à rede pelos bancos dos nós 35 e 68, respectivamente. Obteve-

³Uma vez que nos dados de rede não são fornecidos os parâmetros em derivação das linhas, adotou-se o procedimento utilizado por (HAQUE, 2000) na mesma rede, no qual se assumiu como susceptância de linha o valor $2 \cdot 10^{-4} (r_{u_i}^2 + x_{u_i}^2)^{1/2}$, $\forall i = 1, \dots, 69$, para os estudos.

Tabela 6.9: Solução para estudos de caso realizados em uma rede fracamente malhada de 70 nós

Nós		Caso G		Caso H		Caso I	
u_i	i	θ_i (rad). 10^{-3}	V_i (p.u.)	θ_i (rad). 10^{-3}	V_i (p.u.)	θ_i (rad). 10^{-3}	V_i (p.u.)
0	1	-0,020	1,0000	-0,030	1,0000	-0,022	1,0000
...
10	11	1,456	0,9870	0,780	0,9908	1,232	0,9879
11	12	2,000	0,9846	0,247	0,9889	1,760	0,9856
12	13	2,280	0,9828	-0,198	0,9875	2,017	0,9839
13	14	2,387	0,9825	-0,415	0,9877	2,099	0,9838
14	15	2,476	0,9823	-0,651	0,9879	2,162	0,9837
...
20	21	0,860	0,9791	-2,468	0,9845	0,636	0,9803
...
26	27	3,591	0,9753	-1,154	0,9802	3,472	0,9763
2	28	-0,045	0,9999	0,042	0,9999	-0,050	0,9999
...
34	35	0,184	0,9989	60,118	1,0100	-2,883	1,0001
4	36	-0,784	0,9993	-0,786	0,9995	-0,771	0,9993
...
38	39	-10,052	0,9854	-12,645	0,9882	-9,986	0,9856
8	40	0,743	0,9911	2,100	0,9931	0,695	0,9915
40	41	0,747	0,9911	2,101	0,9931	0,698	0,9915
9	42	1,082	0,9901	3,159	0,9922	1,034	0,9905
...
47	48	-11,337	0,9796	-15,937	0,9833	-11,285	0,9800
48	49	8,611	0,9756	22,923	0,9795	8,639	0,9760
...
53	54	1,602	0,9707	-4,331	0,9753	1,510	0,9714
11	55	1,475	0,9869	0,634	0,9907	1,251	0,9878
55	56	1,476	0,9869	0,632	0,9907	1,252	0,9878
12	57	2,102	0,9843	-0,249	0,9888	1,862	0,9852
57	58	2,103	0,9843	-0,250	0,9888	1,863	0,9852
3	59	-0,076	0,9999	-0,132	1,0000	-0,089	0,9999
...
65	66	1,407	0,9906	2,105	0,9955	1,201	0,9924
66	67	-2,758	0,9905	-9,791	0,9955	-5,350	0,9923
67	68	-2,969	0,9900	-10,442	0,9953	-5,774	0,9920
68	69	4,540	0,9899	3,918	0,9953	4,317	0,9920
11	66'	1,407	0,9906	2,105	0,9955	1,201	0,9924
13	21'	0,860	0,9791	-2,468	0,9845	0,636	0,9803
15	69'	4,540	0,9899	3,918	0,9953	4,317	0,9920
27	54'	1,602	0,9707	-4,331	0,9753	1,510	0,9714
39	48'	-11,337	0,9796	-15,937	0,9833	-11,285	0,9800

se como resultados 39,220 A e 1,0001 p.u., para a corrente na linha 67-68 e

a tensão no nó 35, respectivamente, grandezas estas que atendem os valores especificados. O algoritmo convergiu em 8 iterações sob um tempo de simulação de 66,375 ms.

6.2.3 Escolha dos Pontos de Seccionamento Fictício de Linha

Nesta seção, discute-se o efeito da escolha de diferentes pontos de seccionamento fictício de linha na convergência do método. Destaca-se que a implementação desenvolvida permite tanto a escolha individual desses pontos, como também o seccionamento automático de redes por meio do Algoritmo 7. Procedeu-se então com diversos testes cujas análises podem ser ilustradas no estudo a seguir para a rede de 12 nós da Tabela 6.1, incluindo-se na mesma uma linha de ligação de $1,510 + j0,428 \Omega$ entre os nós 3 e 11. A solução do fluxo de carga para essa rede está mostrada na Tabela 6.10.

Tabela 6.10: Solução para uma rede fracamente malhada de 11 nós

Nós		θ_i	V_i	P_i	Q_i	$\ I_{L_i}\ $	L_{P_i}	L_{Q_i}	P_{u_i}	Q_{u_i}
u_i	i	(rad). 10^{-3}	(p.u.)	(kW)	(kW)	(A)	(kW)	(kvar)	(kW)	(kvar)
0	1	1,999	0,9944	60,000	60,000	55,247	3,327	1,389	448,304	410,296
1	2	3,841	0,9892	40,000	30,000	47,498	2,662	1,114	384,977	348,907
2	3	6,928	0,9809	55,000	55,000	42,926	3,869	1,609	342,314	317,793
3	4	9,252	0,9753	30,000	30,000	19,392	1,200	0,500	148,653	147,252
4	5	9,893	0,9737	20,000	15,000	15,437	0,260	0,108	117,454	116,752
5	6	10,425	0,9725	55,000	55,000	13,130	0,172	0,072	97,194	101,644
6	7	11,766	0,9705	45,000	45,000	5,864	0,151	0,042	42,022	46,572
7	8	11,886	0,9706	40,000	40,000	0,326	0,001	0,000	-3,130	1,530
8	9	11,219	0,9719	35,000	30,000	5,413	0,085	0,024	-43,130	-38,470
9	10	10,607	0,9732	40,000	30,000	9,724	0,143	0,040	-78,215	-68,494
10	11	9,902	0,9747	15,000	15,000	14,386	0,257	0,073	-118,358	-98,534
3	11	9,809	0,9747	0,000	0,000	16,357	1,177	0,325	134,792	113,932

A Tabela 6.11 apresenta os resultados obtidos em simulações, nas quais distintos pontos de seccionamento fictício de linha são escolhidos para essa rede.

Tabela 6.11: Análise de convergência para diferentes pontos de seccionamento fictício de linha

Ponto de sec. de linha	Num. de iterações	Tempo de sim. (ms)	Ponto de sec. de linha	Num. de iterações	Tempo de sim. (ms)
3	7	54,141	8	5	50,257
4	6	52,887	9	6	52,682
5	6	52,778	10	6	52,824
6	6	52,536	11	6	52,813
7	5	50,128	-	-	-

Verificou-se que a escolha dos pontos de seccionamento fictício influencia na convergência do método. No exemplo, os nós 7 e 8 se mostraram as melhores opções de escolha. De fato, o fluxo de carga nas linhas conectadas a esses nós é pequeno, de forma que o estado de tensões resultante da primeira varredura radial do método possui um desvio menor para com a solução, quando comparado com o mesmo obtido utilizando-se das demais opções. Por conseguinte, a variação por iteração das injeções nos pontos de seccionamento fictício de linha é menor com a escolha dos nós 7 e 8. Portanto, a variação por iteração das tensões também é menor nesses pontos, resultando em uma convergência mais eficiente do método para a solução.

A abordagem implementada se mostrou assim adequada e eficiente em todas as simulações realizadas. Uma análise inicial evidencia que uma escolha razoável para os pontos de seccionamento fictício de linha está vinculada aos nós conectados às linhas com menores fluxos de carga. Estudos analíticos devem ser realizados no futuro para demonstrar tal propriedade.

6.3 Análises de Convergência

Esta seção apresenta diversas simulações com a finalidade de validar os resultados teóricos, referente à convergência dos métodos, demonstrados no Capítulo 5. Adotou-se o valor obtido na última iteração dos algoritmos como a solução para os problemas.

6.3.1 Convergência para uma Rede Radial com Dois Nós

Considere uma rede radial simples com dois nós, tensão base na subestação $E_0 = 11,000\angle 0^\circ$ kV, impedância de linha $z_1 = 1,3531 + j1,3235 \Omega$ e carga complexa $S_1 = 5,000 + j3,000$ MVA. Observa-se que, de acordo com o exposto na seção 5.2, a convergência dos métodos de soma das correntes e soma das potências é demonstrada para este caso, dada a existência da região de contração $\mathcal{R} \triangleq \{E_1 \in \mathbb{C}, \|E_1\| \geq E_0 - \alpha\}$, para qualquer α tal que $0,50000 \leq \alpha < 0,69800$ p.u.. Sem perda de generalidade, especificou-se $\alpha = 0,60000$ p.u. para as simulações. Calculou-se por (5.14) a constante de contração $\bar{c} = 0,75500$.

Adotando-se como solução inicial o valor⁴ $E_1^{(0)} = 4,00000\angle 0^\circ$ p.u., obteve-se em cada iteração os seguintes valores de tensão, taxa de convergência, desvio para com a solução e limitantes calculados por (5.21), mostrados na Tabela 6.12.

⁴Diferentemente do que no restante do texto, representam-se nas análises de convergência os valores de tensão em p.u. com 5 casas decimais, de forma a ilustrar com mais precisão os resultados numéricos obtidos.

Tabela 6.12: Cálculo de fluxo de carga para uma rede de dois nós com solução inicial $E_1^{(0)} = 4,00000 \angle 0^\circ$ p.u.

k	e_1 (p.u.)	f_1 (p.u.)	$c^{(k)}$	$\ E_1^\infty - E_1^{(k)}\ $	Limitante do desvio
0	4,00000	0,00000	-	$3,09 \cdot 10^{-0}$	-
1	0,97782	-0,00529	0,02332	$7,84 \cdot 10^{-2}$	$9,31 \cdot 10^{-0}$
2	0,90915	-0,02113	0,10257	$8,11 \cdot 10^{-3}$	$2,17 \cdot 10^{-1}$
3	0,90192	-0,02098	0,11118	$9,03 \cdot 10^{-4}$	$2,23 \cdot 10^{-2}$
4	0,90113	-0,02114	0,11216	$1,01 \cdot 10^{-4}$	$2,48 \cdot 10^{-3}$
5	0,90104	-0,02114	0,11227	$1,14 \cdot 10^{-5}$	$2,78 \cdot 10^{-4}$
6	0,90103	-0,02114	0,11228	$1,26 \cdot 10^{-6}$	$3,12 \cdot 10^{-5}$
7	0,90103	-0,02114	0,11229	$1,28 \cdot 10^{-7}$	$3,50 \cdot 10^{-6}$
8	0,90103	-0,02114	0,11229	-	$3,93 \cdot 10^{-7}$

C
O
N
T
R
A
Ç
Ã
O

Os primeiros 2 estados de tensão obtidos neste estudo são mostrados na Figura 6.9, a qual apresenta também a solução do problema, soluções não-viáveis calculadas pela relação (2.25), assim como a função definida pela regra de atualização do algoritmo em uma curva de nível. Tal curva foi gerada restringindo as entradas da função para valores pertencentes apenas ao conjunto dos números reais.

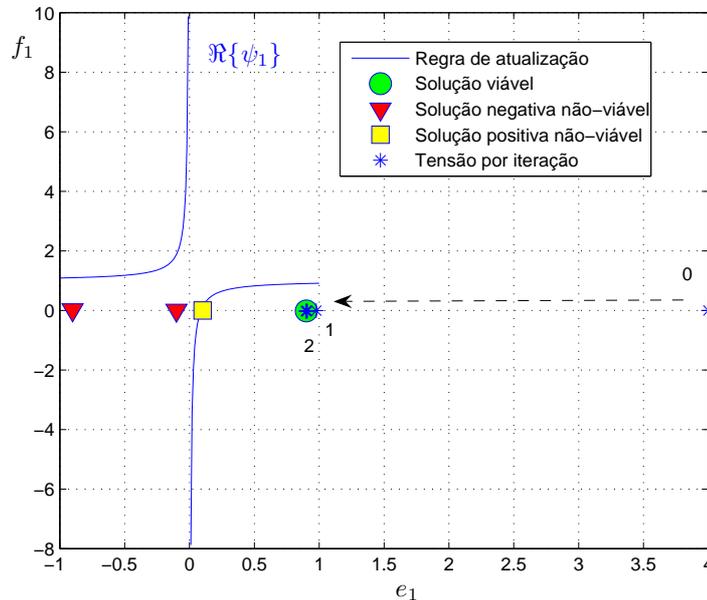


Figura 6.9: Simulação do algoritmo com solução inicial elevada para uma rede de dois nós.

Na Tabela 6.12, nota-se que o algoritmo convergiu em 8 iterações. Conforme demonstrado, uma vez que se optou por uma solução inicial $E_1^{(0)}$ pertencente a \mathcal{R} , os valores de tensão $E_1^{(k)}$ obtidos se fizeram pertencentes a uma esfera aberta em \mathbb{C} , centralizada em 1,00000 p.u. e de raio $\alpha = 0,60000$ p.u., $\forall k = 1, \dots, 8$. Observou-se que com a escolha

de uma solução inicial irracionalmente elevada, a contração obtida se fez também elevada na primeira iteração garantindo a convergência do algoritmo. Ademais, os limitantes não excederam os valores de desvio para com a solução do problema, assim como as taxas de convergência por iteração não excederam a constante de contração \bar{c} , isto é, $0 < c^{(k)} \leq \bar{c} = 0,75500 < 1, \forall k = 1, \dots, 8$.

Em uma segunda simulação, escolheu-se o valor $E_1^{(0)} = 0,02000 \angle 0^\circ$ p.u. como solução inicial do problema. Similarmente ao caso anterior, a Tabela 6.13 apresenta os valores de tensão, taxa de convergência, desvio para com a solução e limitantes, obtidos em cada iteração do algoritmo. Os primeiros 3 estados resultantes dessa simulação são ilustrados na Figura 6.10.

Tabela 6.13: Cálculo de fluxo de carga para uma rede de dois nós com solução inicial $E_1^{(0)} = 0,02000 \angle 0^\circ$ p.u.

k	e_1 (p.u.)	f_1 (p.u.)	$c^{(k)}$	$\ E_1^\infty - E_1^{(k)}\ $	Limitante do desvio
0	0,02000	0,00000	-	$8,81 \cdot 10^{-1}$	-
1	-3,43633	-1,05710	1,26849	$4,46 \cdot 10^{-0}$	$1,11 \cdot 10^{+1}$
2	1,02186	0,01288	0,02483	$1,26 \cdot 10^{-1}$	$1,41 \cdot 10^{+1}$
3	0,91345	-0,02178	0,09768	$1,24 \cdot 10^{-2}$	$3,51 \cdot 10^{-1}$
4	0,90237	-0,02082	0,11060	$1,38 \cdot 10^{-3}$	$3,43 \cdot 10^{-2}$
5	0,90119	-0,02115	0,11210	$1,54 \cdot 10^{-4}$	$3,79 \cdot 10^{-3}$
6	0,90105	-0,02114	0,11226	$1,73 \cdot 10^{-5}$	$4,25 \cdot 10^{-4}$
7	0,90103	-0,02114	0,11228	$1,92 \cdot 10^{-6}$	$4,77 \cdot 10^{-5}$
8	0,90103	-0,02114	0,11229	$1,95 \cdot 10^{-7}$	$5,36 \cdot 10^{-6}$
9	0,90103	-0,02114	0,11229	-	$6,01 \cdot 10^{-7}$

c
o
n
t
r
a
ç
ã
o

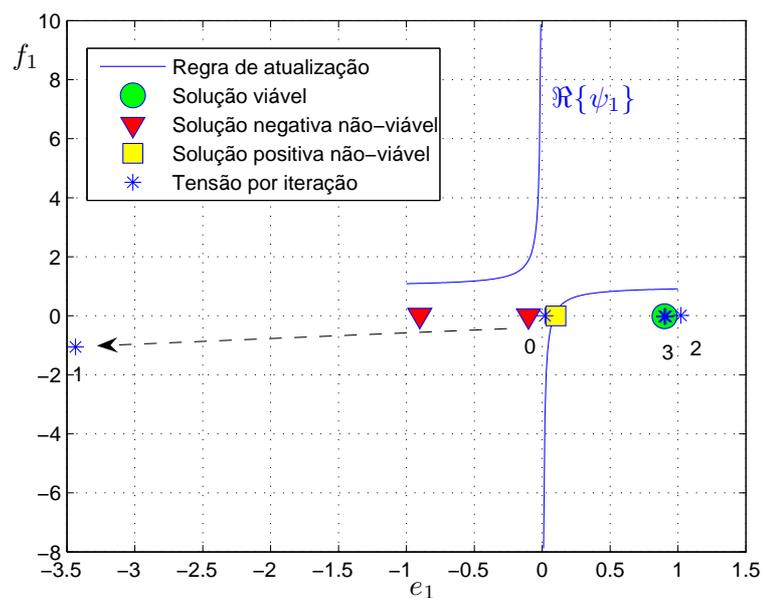


Figura 6.10: Simulação do algoritmo com solução inicial próxima a zero para uma rede de dois nós.

Observa-se na tabela que mesmo optando-se por uma solução inicial irrealisticamente pequena, o algoritmo convergiu rapidamente em 9 iterações. De fato, por (5.13) a taxa $c^{(k)}$ é superior à unidade na solução inicial de forma que a função definida pela regra de atualização do algoritmo pode ser caracterizada como um mapeamento de dilatação nas proximidades da solução inicial. Como consequência, o desvio entre tensões de iterações subsequentes tende a se elevar movendo os estados de tensão para a região \mathcal{R} , na qual a convergência do algoritmo é garantida. Conforme esperado, na região de contração, os limitantes não excederam os valores de desvio e as taxas de convergência não excederam o valor da constante de contração.

Finalmente, a independência da convergência do algoritmo para com a escolha da solução inicial pode ser novamente ilustrada optando-se por uma solução inicial próxima à solução não-viável do problema. Os resultados obtidos com esse estudo estão mostrados na Tabela 6.14 e na Figura 6.11.

Tabela 6.14: Cálculo de fluxo de carga para uma rede de dois nós com solução inicial próxima à solução não-viável

k	e_1 (p.u.)	f_1 (p.u.)	$c^{(k)}$	$\ E_1^\infty - E_1^{(k)}\ $	Limitante do desvio
0	0,1012	0,0024	-	$8,00 \cdot 10^{-1}$	-
1	0,1284	-0,2294	3,4288	$8,00 \cdot 10^{-1}$	$7,19 \cdot 10^{-1}$
2	0,7650	0,2553	0,4303	$3,08 \cdot 10^{-1}$	$2,47 \cdot 10^{-0}$
3	0,9039	-0,0597	0,1248	$3,87 \cdot 10^{-2}$	$1,06 \cdot 10^{-0}$
4	0,9007	-0,0168	0,1118	$4,32 \cdot 10^{-3}$	$1,32 \cdot 10^{-1}$
5	0,9011	-0,0216	0,1123	$4,86 \cdot 10^{-4}$	$1,48 \cdot 10^{-2}$
6	0,9010	-0,0211	0,1123	$5,38 \cdot 10^{-5}$	$1,66 \cdot 10^{-3}$
7	0,9010	-0,0211	0,1123	$6,80 \cdot 10^{-6}$	$1,87 \cdot 10^{-4}$
8	0,9010	-0,0211	0,0000	-	$2,10 \cdot 10^{-5}$

c
o
n
t
r
a
ç
ã
o

Mesmo para este estudo de caso, todas as propriedades demonstradas se mostraram válidas e a convergência foi rapidamente alcançada.

6.3.2 Construção de uma Matriz Impedância de Barra

No desenvolvimento das análises de convergência dos métodos para redes radiais com $n + 1$ nós, deduziu-se a fórmula analítica para os elementos da matriz impedância de barra. Esta seção apresenta um exemplo de formação dessa matriz, sem a necessidade de inversão matricial. Para tanto, observe a topologia radial simples da rede de 12 nós cujos dados são mostrados na Tabela 6.1. Conforme a regra $z_{ir} = \sum_{o \in O_{ir}} z_o$, o elemento (i, r) da matriz é igual ao somatório das impedâncias das linhas pertencentes à intersecção dos conjuntos \tilde{h}_i e \tilde{h}_r . Para o caso da primeira linha (coluna) da matriz, as linhas de distribuição pertencentes ao caminho da subestação ao nó r necessariamente passam pela

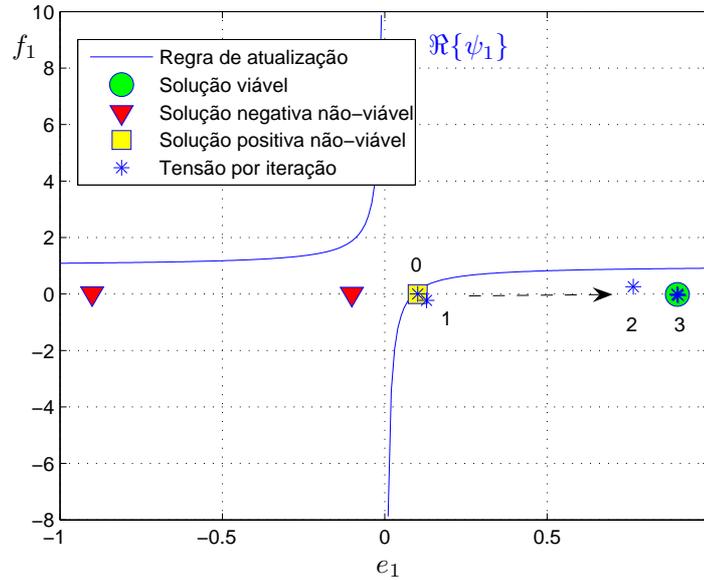


Figura 6.11: Simulação do algoritmo com solução inicial próxima a uma solução não-viável para uma rede de dois nós.

primeira linha de distribuição, em função da radialidade da rede, $\forall r = 1, \dots, 11$. Como consequência, a intersecção de \bar{h}_1 com \bar{h}_r é igual à primeira linha de distribuição, assim como

$$z_{1r} = z_{r1} = z_1 = 1,090 + j0,455, \forall r = 1, \dots, 11 \quad (6.2)$$

Analogamente, como a rede é radial simples, os caminhos da subestação até um nó r passam por todas as linhas a montante do nó r , $\forall r = 1, \dots, 11$. Por conseguinte, tem-se por $z_{ir} = \sum_{o \in O_{ir}} z_o$ que

$$z_{2r} = z_{r2} = \sum_{i=1}^2 z_i = 2,270 + j0,949, \forall r = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 \quad (6.3)$$

$$z_{3r} = z_{r3} = \sum_{i=1}^3 z_i = 4,370 + j1,822, \forall r = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 \quad (6.4)$$

$$z_{4r} = z_{r4} = \sum_{i=1}^4 z_i = 7,560 + j3,151, \forall r = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 \quad (6.5)$$

$$z_{5r} = z_{r5} = \sum_{i=1}^5 z_i = 8,650 + j3,606, \forall r = 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 \quad (6.6)$$

$$z_{6r} = z_{r6} = \sum_{i=1}^6 z_i = 9,650 + j4,023, \forall r = 6, 7, 8, 9, 10, 11 \quad (6.7)$$

$$z_{7r} = z_{r7} = \sum_{i=1}^7 z_i = 14,050 + j5,238, \forall r = 7, 8, 9, 10, 11 \quad (6.8)$$

$$z_{8r} = z_{r8} = \sum_{i=1}^8 z_i = 19,690 + j6,835, \forall r = 8, 9, 10, 11 \quad (6.9)$$

$$z_{9r} = z_{r9} = \sum_{i=1}^9 z_i = 22,580 + j7,653, \forall r = 9, 10, 11 \quad (6.10)$$

$$z_{10r} = z_{r10} = \sum_{i=1}^{10} z_i = 24,090 + j8,081, \forall r = 10, 11 \quad (6.11)$$

$$z_{11r} = z_{r11} = \sum_{i=1}^{11} z_i = 25,330 + j8,432, r = 11 \quad (6.12)$$

Desta forma, obtém-se analiticamente a matriz impedância de barra para uma rede radial simples de 12 nós. Os primeiros elementos dessa matriz estão mostrados na Figura 6.12.

$$\begin{pmatrix} 1,090 + j0,455 & 1,090 + j0,455 & 1,090 + j0,455 & 1,090 + j0,455 & \dots \\ 1,090 + j0,455 & 2,270 + j0,949 & 2,270 + j0,949 & 2,270 + j0,949 & \dots \\ 1,090 + j0,455 & 2,270 + j0,949 & 4,370 + j1,822 & 4,370 + j1,822 & \dots \\ 1,090 + j0,455 & 2,270 + j0,949 & 4,370 + j1,822 & 7,560 + j3,151 & \dots \\ 1,090 + j0,455 & 2,270 + j0,949 & 4,370 + j1,822 & 7,560 + j3,151 & \dots \\ 1,090 + j0,455 & 2,270 + j0,949 & 4,370 + j1,822 & 7,560 + j3,151 & \dots \\ 1,090 + j0,455 & 2,270 + j0,949 & 4,370 + j1,822 & 7,560 + j3,151 & \dots \\ 1,090 + j0,455 & 2,270 + j0,949 & 4,370 + j1,822 & 7,560 + j3,151 & \dots \\ 1,090 + j0,455 & 2,270 + j0,949 & 4,370 + j1,822 & 7,560 + j3,151 & \dots \\ 1,090 + j0,455 & 2,270 + j0,949 & 4,370 + j1,822 & 7,560 + j3,151 & \dots \\ 1,090 + j0,455 & 2,270 + j0,949 & 4,370 + j1,822 & 7,560 + j3,151 & \dots \\ 1,090 + j0,455 & 2,270 + j0,949 & 4,370 + j1,822 & 7,560 + j3,151 & \dots \end{pmatrix}$$

Figura 6.12: Matriz impedância de barra de uma rede radial simples para os dados apresentados na Tabela 6.1.

Comparou-se a matriz impedância de barra obtida com o resultado da inversão da matriz admitância de barra, atentando para a eliminação da primeira linha e da primeira coluna da matriz admitância de barra, referentes à tensão e à injeção de corrente no nó da subestação, respectivamente. Realizou-se tal comparação tanto para a rede de 12 nós em destaque, quanto para as demais redes utilizadas nas simulações anteriores. A validade da lei geral de formação se verificou em todos os estudos.

Destaca-se por fim que o procedimento de formação de matriz empregado para o caso de redes radiais com ramais laterais não se diferencia em demasia daquele realizado para uma rede radial simples. Na prática, as listas de linhas tipo \bar{h} podem ser construídas quando da ordenação dos nós para os processos de varredura. Uma vez que a matriz impedância de barra é simétrica, um único laço de extensão n pode ser utilizado para a

sua construção⁵, similarmente ao algoritmo base de formação da matriz admitância de barra.

6.3.3 Convergência para o Método de Soma das Correntes

Considere a rede radial de 28 nós cujos os dados e solução do fluxo de carga são apresentados na Tabela 6.6. Observa-se pela análise exposta na seção 5.3 que a convergência do método de soma das correntes é demonstrada para esta rede, dada a existência da região $\mathcal{R} \triangleq \{\mathbf{E} \in \mathbb{C}^{27}, \|E_i\| \geq E_0 - \alpha, \forall i = 1, \dots, 27\}$, para qualquer α tal que $0,50000 \leq \alpha < 0,71270$. Similarmente ao estudo de caso anterior, escolheu-se sem perda de generalidade o valor $\alpha = 0,60000$ como parâmetro de região. Obteve-se a constante de contração $\bar{c} = 0,51580$ através da equação (5.38).

Especificou-se assim a solução inicial $E_i^{(0)} = 3,50000 \angle 120,32^\circ$ p.u., $\forall i = 1, \dots, 27$, para simulação do algoritmo. Embora se trate de uma solução não realista, esta satisfaz a condição $\mathbf{E}^{(0)} \in \mathcal{R}$. Os resultados em termos dos valores de tensão, taxa de convergência por iteração, desvio para com a solução e limitantes calculados por (5.48), estão mostrados na Tabela 6.15, para o nó de rede 25. Os primeiros 2 estados obtidos nesta simulação são apresentados na Figura 6.13.

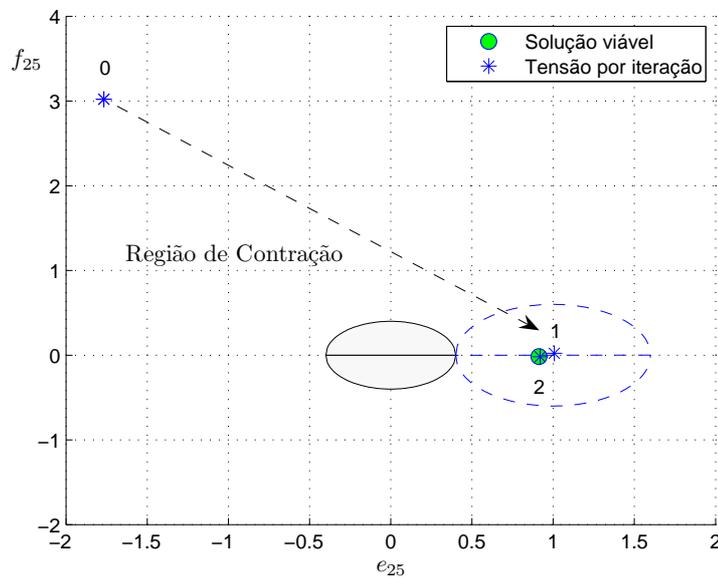


Figura 6.13: Estados de tensão por iteração do método de soma das correntes em uma curva de nível no espaço \mathbb{C}^{27} . Solução inicial especificada em $E_i^{(0)} = 3,50000 \angle 120,32^\circ$ p.u., $\forall i = 1, \dots, 27$.

⁵A propriedade de simetria da matriz impedância de barra pode ser diretamente provada pelo argumento $z_{ir} = \sum_{o \in O_{ir}} z_o = \sum_{o \in O_{ri}} z_o = z_{ri}$.

Tabela 6.15: Cálculo de fluxo de carga para o nó 25 de uma rede radial com solução inicial $E_i^{(0)} = 3,50000 \angle 120,32^\circ$ p.u., $\forall i = 1, \dots, 27$

k	e_{25} (p.u.)	f_{25} (p.u.)	$\ \mathbf{D}_{sc}^{(k)}\ $	$\ \mathbf{E}^\infty - \mathbf{E}_{sc}^{(k)}\ $	Limitante do desvio
0	-1,76696	3,02123	-	$4,09 \cdot 10^{-0}$	-
1	1,00741	0,02238	0,02342	$1,03 \cdot 10^{-1}$	$4,36 \cdot 10^{-0}$
2	0,92019	-0,01860	0,08813	$8,01 \cdot 10^{-3}$	$1,03 \cdot 10^{-1}$
3	0,91293	-0,01698	0,09607	$6,62 \cdot 10^{-4}$	$7,93 \cdot 10^{-3}$
4	0,91236	-0,01722	0,09677	$5,49 \cdot 10^{-5}$	$6,56 \cdot 10^{-4}$
5	0,91231	-0,01721	0,09683	$4,52 \cdot 10^{-6}$	$5,44 \cdot 10^{-5}$
6	0,91231	-0,01721	0,09683	$3,51 \cdot 10^{-7}$	$4,51 \cdot 10^{-6}$
7	0,91231	-0,01721	0,09683	-	$3,73 \cdot 10^{-7}$

c
o
n
t
r
a
ç
ã
o

Conforme esperado, o valor de tensão complexa no nó 25 se direcionou para uma hipersfera aberta (em \mathbb{C}^{27}) centralizada em \mathbf{E}_0 e de raio α . Dentro desta hipersfera, o algoritmo convergiu em 7 iterações para a solução do fluxo de carga. Na região de contração, os limitantes não excederam os valores de desvio e as taxas de convergência não excederam a constante de contração.

Em um segundo estudo de caso, adotou-se como solução inicial $E_i^{(0)} = 0,05000 \angle 120,32^\circ$ pu, $\forall i = 1, \dots, 27$, obtendo-se assim os resultados por iteração mostrados na Tabela 6.16 para o nó 25. Ademais, a Figura 6.14 apresenta os 2 primeiros estados obtidos nesta simulação.

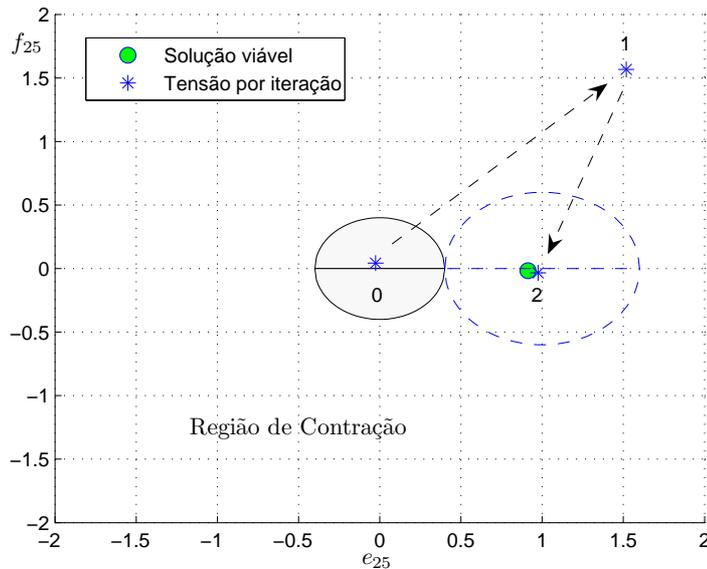


Figura 6.14: Estados de tensão por iteração do método de soma das correntes em uma curva de nível no espaço \mathbb{C}^{27} . Solução inicial especificada em $E_i^{(0)} = 0,05000 \angle 120,32^\circ$ p.u., $\forall i = 1, \dots, 27$.

Tabela 6.16: Cálculo de fluxo de carga para o nó 25 de uma rede radial com solução inicial $E_i^{(0)} = 0,05000 \angle 120,32^\circ$ p.u., $\forall i = 1, \dots, 27$

k	e_{25} (p.u.)	f_{25} (p.u.)	$\ \mathbf{D}_{sc}^{(k)}\ $	$\ \mathbf{E}^\infty - \mathbf{E}_{sc}^{(k)}\ $	Limitante do desvio
0	-0,02524	0,04316	-	$1,01 \cdot 10^{-0}$	-
1	1,51846	1,56655	0,83438	$1,70 \cdot 10^{-0}$	$2,31 \cdot 10^{-0}$
2	0,97564	-0,03361	0,04262	$6,54 \cdot 10^{-2}$	$1,80 \cdot 10^{-0}$
3	0,91703	-0,01505	0,09096	$5,19 \cdot 10^{-3}$	$6,55 \cdot 10^{-2}$
4	0,91273	-0,01732	0,09637	$4,30 \cdot 10^{-4}$	$5,18 \cdot 10^{-3}$
5	0,91234	-0,01720	0,09679	$3,56 \cdot 10^{-5}$	$4,29 \cdot 10^{-4}$
6	0,91231	-0,01721	0,09683	$2,94 \cdot 10^{-6}$	$3,56 \cdot 10^{-5}$
7	0,91231	-0,01721	0,09683	$2,29 \cdot 10^{-7}$	$2,95 \cdot 10^{-6}$
8	0,91231	-0,01721	0,09683	-	$2,44 \cdot 10^{-7}$

c
o
n
t
r
a
ç
ã
o

Verifica-se nos resultados que a solução inicial escolhida não pertence à região especificada como contração. De fato, o desvio para com a solução se elevou na primeira iteração. Tal elevação direcionou os valores de tensão nas iterações subseqüentes para a região de contração \mathcal{R} , na qual a convergência é garantida. O algoritmo convergiu em 8 iterações, sendo que a constante de contração e limitantes não foram excedidos pelas respectivas taxas de convergência e desvios para com a solução.

6.3.4 Convergência para o Método de Soma das Potências

Considere o alimentador radial BCU01 de 490 nós, com tensão base na subestação de 13,800 kV, apresentado no Figura 6.3. Pela análise matemática desenvolvida, verifica-se que a convergência do método de soma das potências pode ser avaliada dada a existência da região $\mathcal{R} \triangleq \{\mathbf{E} \in \mathbb{C}^{489}, \|E_i\| \geq E_0 - \alpha, \forall i = 1, \dots, 489\}$, para qualquer α tal que

$$\frac{E_0}{2} \leq \alpha < E_0 - \sqrt{\frac{\rho_\alpha + \sqrt{\rho_\alpha^2 + 4\varrho}}{2}} \quad (6.13)$$

Similarmente aos estudos de caso anteriores, escolheu-se o valor $\alpha = 0,60000$ como parâmetro de região. Desta forma, por (5.60) calculou-se os demais parâmetros de região a seguir.

$$\rho_\alpha = \|\mathbf{TZ}_p \mathbf{S}_c^*\| + \|\mathbf{TZ}_p\| \|\mathbf{L}_{ac,\alpha}^*\| = 6,45 \cdot 10^6 \quad (6.14)$$

$$\varrho = 2 \|\mathbf{TZ}_p\| \|\mathbf{AZ}_p^* \mathbf{SS}^*\| = 9,96 \cdot 10^{13} \quad (6.15)$$

Como conseqüência, obteve-se uma região \mathcal{R} válida por (5.59), visto que $0,50000 \leq$

$\alpha < 0,73164$ em p.u.. Calculou-se assim a constante de contração $\bar{c} = 0,31899$ da simulação por meio da equação (5.62).

Sejam agora as soluções iniciais $E_i^{(0)} = 4,00000\angle 0^\circ$ p.u. e $E_i^{(0)} = 0,15000\angle 0^\circ$ p.u., $\forall i = 1, \dots, 489$. Utilizando-se dessas soluções, aplicou-se o algoritmo de soma das potências para a rede. Os resultados em termos dos valores de tensão, taxa de convergência por iteração, desvio para com a solução e limitantes calculados por (5.82), estão mostrados nas tabelas 6.17 e 6.18, para o nó 300 da rede. Os primeiros estados obtidos nessas simulações estão mostrados nas figuras 6.16 e 6.16 a seguir.

Tabela 6.17: Cálculo de fluxo de carga para o nó 300 de uma rede radial com solução inicial $E_i^{(0)} = 4,00000\angle 0^\circ$ p.u., $\forall i = 1, \dots, 489$

k	e_{300} (p.u.)	f_{300} (p.u.)	$\ \mathbf{D}_{sp}^{(k)}\ $	$\ \mathbf{E}^\infty - \mathbf{E}_{sp}^{(k)}\ $	Limitante do desvio	
0	4,00000	0,00000	-	$3,02 \cdot 10^{-0}$	-	
1	0,99535	0,00234	0,00008	$3,02 \cdot 10^{-0}$	$3,41 \cdot 10^{-0}$	c o n t r a ç ã o
2	0,98114	0,00937	0,00067	$1,92 \cdot 10^{-2}$	$1,41 \cdot 10^{-0}$	
3	0,98096	0,00936	0,00077	$2,58 \cdot 10^{-4}$	$8,90 \cdot 10^{-3}$	
4	0,98096	0,00936	0,00073	$2,47 \cdot 10^{-6}$	$1,20 \cdot 10^{-4}$	
5	0,98096	0,00936	0,00080	$1,83 \cdot 10^{-8}$	$1,15 \cdot 10^{-6}$	
6	0,98096	0,00936	0,00000	-	$8,59 \cdot 10^{-9}$	

Tabela 6.18: Cálculo de fluxo de carga para o nó 300 de uma rede radial com solução inicial $E_i^{(0)} = 0,15000\angle 0^\circ$ p.u., $\forall i = 1, \dots, 489$

k	e_{300} (p.u.)	f_{300} (p.u.)	$\ \mathbf{D}_{sp}^{(k)}\ $	$\ \mathbf{E}^\infty - \mathbf{E}_{sp}^{(k)}\ $	Limitante do desvio	
0	0,15000	0,00000	-	$8,50 \cdot 10^{-1}$	-	
1	0,69021	0,06643	0,30030	$8,48 \cdot 10^{-1}$	$3,93 \cdot 10^{-1}$	c o n t r a ç ã o
2	0,97535	0,01058	0,00141	$3,23 \cdot 10^{-1}$	$3,60 \cdot 10^{-1}$	
3	0,98091	0,00937	0,00075	$7,65 \cdot 10^{-3}$	$1,48 \cdot 10^{-1}$	
4	0,98096	0,00936	0,00078	$8,22 \cdot 10^{-5}$	$3,55 \cdot 10^{-3}$	
5	0,98096	0,00936	0,00078	$6,50 \cdot 10^{-7}$	$3,82 \cdot 10^{-5}$	
6	0,98096	0,00936	0,00078	-	$3,05 \cdot 10^{-7}$	

Verificou-se nos resultados que todas as propriedades anteriormente comprovadas para o método de soma das correntes também se evidenciaram para o método de soma das potências. As análises de convergência desenvolvidas para ambos os métodos foram validadas pelas simulações. Destaca-se que embora tenha-se utilizado de uma aproximação para a determinação de uma região de contração do método de soma das potências, todas as desigualdades (e igualdades) deduzidas se fizeram atendidas em simulações realizadas variando-se as redes, carregamentos e parâmetros de região.

De fato, quanto maior o carregamento da rede e perdas nas linhas, pior deve ser a aproximação em (5.74). Todavia, com a elevação do carregamento, elevam-se rapida-

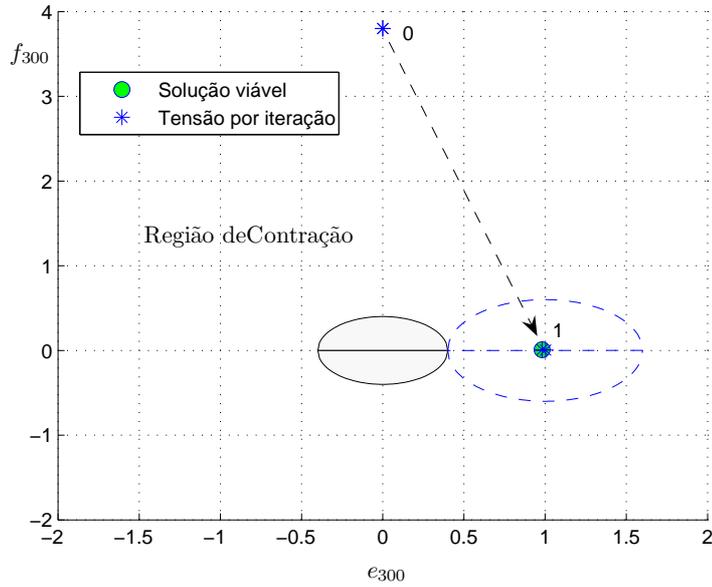


Figura 6.15: Estados de tensão por iteração do método de soma das potências em uma curva de nível no espaço \mathbb{C}^{489} . Solução inicial especificada em $E_i^{(0)} = 4,00000\angle 0^\circ$ p.u., $\forall i = 1, \dots, 489$.

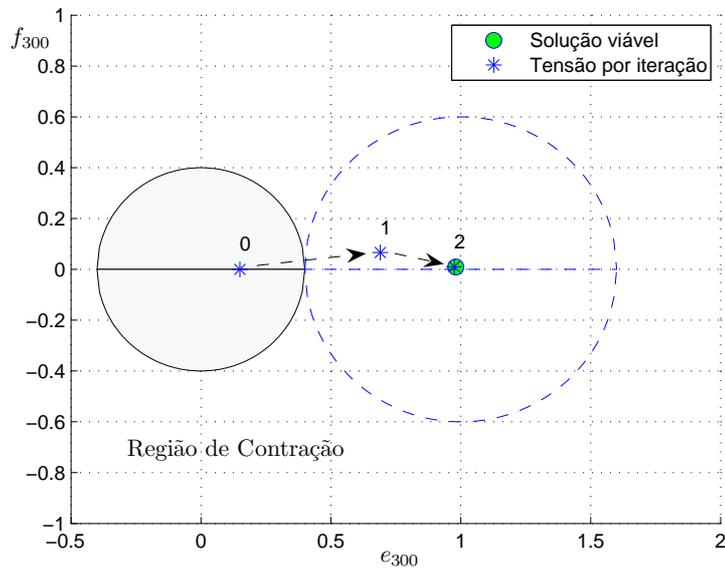


Figura 6.16: Estados de tensão por iteração do método de soma das potências em uma curva de nível no espaço \mathbb{C}^{489} . Solução inicial especificada em $E_i^{(0)} = 0,150000\angle 0^\circ$ p.u., $\forall i = 1, \dots, 489$.

mente também as perdas máximas acumuladas nas linhas a jusante de cada nó, dispostas no arranjo $\mathbf{L}_{ac,\alpha}$. Conseqüentemente, eleva-se o parâmetro ρ_α e restringe-se a região de contração de forma que esta pode não existir dependendo do carregamento da rede. Nas simulações realizadas, antes de ser notada qualquer incoerência na avaliação de convergência com a elevação de carregamento, a própria análise se fazia inviável pela impossibilidade

de se encontrar um parâmetro de região α que satisfizesse (5.59).

Este resultado é desejado uma vez que existem pontos dentro da hiperesfera que limita \mathcal{R} nos quais a função de atualização é uma contração. Conforme enfatizado no capítulo anterior, optou-se pela região \mathcal{R} de forma a simplificar as deduções e apresentação de resultados. Por exemplo, é perfeitamente viável (e mesmo documentado na prática) que a tensão em um nó de rede possa assumir solução inferior a 0,50000 p.u. em termos de magnitude. O leitor deve observar que para este caso, não existe \mathcal{R} e nada se pode afirmar pelas deduções realizadas quanto à convergência dos métodos. Tal questão de forma alguma invalida as formulações desenvolvidas. Pelo contrário, esta mostra um certo grau de conservadorismo na escolha da região de contração. Estudos futuros devem estabelecer como foco a divisão categórica do espaço de busca (em uma região de contração e outra de dilatação) para ambos os algoritmos, determinando assim para cada estado de tensão inicial qual será o algoritmo mais robusto para cada problema de fluxo de carga.

Capítulo 7

Considerações Finais

Este último capítulo apresenta considerações finais quanto às contribuições desenvolvidas para a análise dos métodos aplicados ao cálculo do fluxo de carga em redes primárias de distribuição. O capítulo está organizado em 2 seções como segue. Na seção 7.1, conclusões são discutidas à luz das análises realizadas no documento. Na seção 7.2, recomendações para trabalhos futuros são listadas de forma a sugerir continuações e novas linhas de pesquisa.

7.1 Conclusões e Discussões

O presente documento abordou a análise dos métodos de fluxo de carga de varredura aplicáveis às redes de distribuição de energia, com foco particular nos métodos de soma das correntes e soma das potências. Concluiu-se inicialmente com a revisão bibliográfica que existem poucas análises comparativas entre os métodos de fluxo carga de varredura. O desconhecimento das diferenças fundamentais entre esses métodos se manifesta de forma expressiva na literatura brasileira, na qual as abordagens de Kersting e Mendive (1976) e Shirmohammadi et al. (1988) são chamadas indiscriminadamente de método de soma das correntes, assim como as abordagens de Broadwater et al. (1988), Baran e Wu (1989a, 1989b) e Cespedes (1990) são chamadas indiscriminadamente de método de soma das potências. É assim de esperança do autor que semelhanças nos processos de varredura possibilitem análises comparativas das propriedades de convergência dos métodos, funcionando como um catalizador para o estabelecimento de diferenciações entre os mesmos.

Em diversas análises, verificou-se que a metodologia de se acumular potências converge mais rapidamente (e em menos iterações) que a metodologia de se acumular correntes. Em adição, observou-se que a utilização da equação biquadrada de atualização de tensões aperfeiçoa a convergência do método de soma das potências. Tais resultados se mostraram

evidentes para redes com cargas representadas por potências constantes, e devem variar dependendo da tipologia de carga da rede. Como exemplo, se todas as cargas são representadas por impedâncias constantes, a solução pode ser obtida em apenas uma iteração adotando-se como procedimento de varredura o acúmulo de impedâncias¹. De uma forma geral, optando-se pela equação biquadrada de atualização, o desvio de tensão próprio do nó para com a solução se faz incluso apenas no processo de acúmulo de cargas propriamente dito. Por outro lado, no método de soma das potências base, esse desvio é incluso uma segunda vez na atualização de tensão. Destaca-se assim que novos estudos devem ser realizados de forma a demonstrar tal vantagem de uso, ou especificar a melhor abordagem dada uma tipologia de carga para uma rede de distribuição.

Demonstrou-se também no documento que a técnica de rotação de eixos é uma abordagem de valia para o aumento da eficiência dos métodos baseados no acúmulo de cargas. Para tanto, propôs-se uma variação do método de soma das potências modificado, nomeada de Método de Soma das Potências com Rotações, a qual teve eficiência superior comprovada por análises matemáticas e em estudos de caso. Salienta-se também a possibilidade de se estender o método desenvolvido para aplicações em redes polifásicas desbalanceadas, generalizando para tanto o conceito de rotação de impedâncias e cargas de uma rede.

Na seqüência, desenvolveu-se um método de varredura modificado para o cálculo do fluxo de carga em redes fracamente malhadas. Verificou-se que a abordagem se mostrou adequada mesmo em testes com redes com elevado número de laços, geradores distribuídos, reguladores de tensão e capacitores controláveis. Concluiu-se que os conceitos de seccionamento fictício de redes assim como inclusão de nós auxiliares podem ser empregados com sucesso para a análise de redes fracamente malhadas em regime permanente. É necessário salientar que se observaram características indesejadas na abordagem como a dependência da convergência da aplicação para com a escolha dos pontos de seccionamento fictício de linha. Destaca-se que essa declaração vai de encontro à avaliação original do método realizada por Shirmohammadi et al. (1988), o qual afirma que tal escolha não afeta o desempenho do algoritmo de forma notável. Em particular, a referida característica pode se constituir em uma limitação da abordagem, caso não seja possível estipular pontos de seccionamento fictício de linha adequados. Obtiveram-se neste sentido, evidências que uma escolha adequada para esses pontos está associada ao conhecimento a priori das linhas que possuem menores fluxos de carga. Apesar da advertência, em nenhum caso obteve-se divergência do algoritmo implementado.

Estabeleceu-se em adição como meta do trabalho, o estudo das propriedades de con-

¹De fato, se todas as cargas são modeladas por impedâncias constantes, representação comum em alimentadores residenciais, a rede propriamente dita é linear e o problema de fluxo de carga assume solução analítica literal.

vergência dos métodos de soma das correntes e soma das potências. Desenvolveram-se assim fórmulas gerais e matriciais para as regras de atualização de ambos os métodos. Ao invés de se construir tais regras em função da equação de rede $\mathbf{I} = \mathbf{YV}$, obtiveram-se as mesmas analisando os procedimentos de varredura das metodologias. Desta maneira, deduziu-se uma fórmula fechada para cada elemento da matriz impedância de barra. Destaca-se que dado o elevado condicionamento numérico dessas matrizes quando da representação de redes de distribuição, tal fórmula fechada constitui em uma contribuição à análise dessas redes.

Determinaram-se ainda regiões no espaço complexo nas quais as funções definidas pelas regras de atualização dos métodos podem ser caracterizadas como mapeamentos de contração. Nessas regiões, a solução é única e a convergência para essa solução é assegurada. Observando-se a forma e continuidade das regras gerais de atualização a valendo-se da uma prova da unicidade e existência da solução estável em (MIU; CHIANG, 2000), argumenta-se que o espaço de busca dos algoritmos pode ser dividido unicamente em duas regiões, uma região de contração e uma região de dilatação. Desta forma, conclui-se que os métodos de varredura abordados apresentam convergência para qualquer escolha de solução inicial. Esta conclusão teve o suporte de estudos de caso apresentados em um capítulo destinado apenas a simulações numéricas.

Escolhida uma solução inicial dentro da região de contração, demonstrou-se que o estado de tensões resultante da primeira iteração pertencerá invariavelmente a uma região identificada e contida na primeira. A análise desenvolvida também permite o estabelecimento de níveis mínimos de desvio para com a solução, alternativamente a caracterizar o término dos algoritmos pela convergência dos estados de tensão. Para tanto, deduziram-se limitantes para os desvios e para a taxa de convergência dos algoritmos dado um parâmetro de região de contração.

Ademais, provou-se analiticamente a existência de uma dependência direta das propriedades de convergência dos métodos de varredura para com o carregamento das redes (mantendo-se constante os parâmetros de linha). Ainda mais, verificou-se que o número de iterações elevado para convergência dos métodos nessas redes não está apenas associada à elevada distância entre a solução do problema e uma solução inicial escolhida. Adicionalmente, conclui-se com as deduções que o elevado carregamento tem influência direta na taxa de convergência do algoritmos.

Por fim, salienta-se que comparações analíticas dos métodos de varredura é assunto com bibliografia escassa. Buscou-se avaliar os métodos perante uma representação conveniente das regras de atualização dos mesmos e da utilização do teorema do ponto fixo para contrações. Essa avaliação considerou modelos simples de rede ainda sem a representação dos variados componentes inclusos em um sistema de distribuição (disjuntores, reguladores de

tensão, capacitores automáticos, geradores distribuídos, etc.) e para cargas modeladas por potências constantes. É de conhecimento do autor que diversos tópicos e generalizações se fazem em aberto para os problemas abordados.

7.2 Recomendações para Trabalhos Futuros

Destacam-se como propostas de trabalhos futuros resultantes das contribuições desenvolvidas na dissertação:

1. Identificação e análise matemática de qual metodologia de varredura (acúmulo de impedâncias, correntes, ou potências) se faz vantajosa dada uma rede de distribuição radial e tipologia de carga especificadas;
2. Determinação do ganho em termos de tempo computacional obtido com a aplicação do Método de Soma das Potências com Rotações, perante o método de soma das potências modificado;
3. Generalização do Método de Soma das Potências com Rotações para redes polifásicas fracamente malhadas;
4. Determinação do nível de “malhamento” de rede no qual abordagens clássicas matriciais se mostram tão eficientes quanto abordagens baseadas no seccionamento fictício de redes;
5. Análise de convergência para os métodos *DistFlow* e *RadFlow*, assim como o método de soma das potências considerando a utilização da equação biquadrada de atualização de tensões;
6. Divisão categórica do espaço de busca dos algoritmos de varredura em regiões de contração e dilatação. Aliado à prova da existência e unicidade da solução do problema na região de contração, tal análise consistiria em uma demonstração da existência e unicidade do ponto de operação viável em regime permanente de uma rede radial, provida de grau de formalismo mais elevado que as análises com igual objetivo encontradas na literatura;
7. Generalização das análises desenvolvidas para o método de soma das correntes e soma das potências considerando a representação de redes primárias e redes secundárias, diferentes níveis de malhamento, desbalanceamento, bem como a presença de bancos de capacitores automáticos, reguladores de tensão e geração distribuída conectada tanto na média como na baixa tensão;

8. Prova formal da convergência do método de soma das potências sem a utilização de aproximações nas deduções.

Apêndice A

Teorema do Ponto Fixo para Contrações

Este apêndice enuncia o teorema do ponto fixo para contrações, apresentando sua prova formal bem como um de seus corolários.

Teorema (Teorema do ponto fixo para contrações) (RUDIN, 1976): Seja $\mathbf{X} \subset \mathbb{C}^n$ um subconjunto fechado e $\Psi : \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{X}$ um mapeamento contínuo tal que

$$\|\Psi(\mathbf{x}) - \Psi(\mathbf{x}')\| \leq \bar{c} \|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\| \quad (\text{A.1})$$

para alguma constante de contração $\bar{c} \in \mathbb{R}$, $0 \leq \bar{c} < 1$, $\forall \mathbf{x}, \mathbf{x}' \in \mathbf{X}$. Então Ψ possui um único ponto fixo em \mathbf{X} , sendo Ψ chamado de mapeamento de contração. Em adição, a seqüência $\{\mathbf{x}^{(0)}, \Psi(\mathbf{x}^{(0)}), \Psi(\Psi(\mathbf{x}^{(0)})), \dots\}$ converge para esse ponto fixo, para todo $\mathbf{x}^{(0)} \in \mathbf{X}$.

Prova: Deseja-se mostrar que Ψ possui um único ponto fixo, o qual pode ser obtido como o limite da seqüência $\{\mathbf{x}^{(0)}, \Psi(\mathbf{x}^{(0)}), \Psi(\Psi(\mathbf{x}^{(0)})), \dots\}$, dada uma função $\Psi : \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{X}$ e a escolha de um ponto inicial $\mathbf{x}^{(0)} \in \mathbf{X}$. Primeiramente, mostrar-se-á por absurdo a unicidade do ponto fixo. Para tanto, suponha que Ψ possua dois pontos fixos distintos, representados por \mathbf{x}^* e \mathbf{x}^{**} . Observa-se que por hipótese

$$\|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}^{**}\| = \|\Psi(\mathbf{x}^*) - \Psi(\mathbf{x}^{**})\| \leq \bar{c} \|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}^{**}\| \quad (\text{A.2})$$

Em adição, $\mathbf{x}^* \neq \mathbf{x}^{**}$ e como conseqüência $\|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}^{**}\| \neq 0$. Desta forma, pode-se dividir (A.2) por $\|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}^{**}\|$ obtendo-se que $\bar{c} \geq 1$. Entretanto, $\bar{c} < 1$ por hipótese o que caracteriza um absurdo. Por conseguinte, $\mathbf{x}^* = \mathbf{x}^{**}$, isto é, Ψ possui um único ponto fixo.

Uma vez demonstrada a unicidade do ponto fixo \mathbf{x}^* , provar-se-á que para qualquer $\mathbf{x}^{(0)} \in \mathbf{X}$, a seqüência $\{\mathbf{x}^{(0)}, \Psi(\mathbf{x}^{(0)}), \Psi(\Psi(\mathbf{x}^{(0)})), \dots\}$ converge para este ponto fixo, isto é,

$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{x}^*$. Inicialmente, escolhendo-se um ponto inicial $\mathbf{x}^{(0)}$, observa-se por (A.1) que a distância vetorial entre pontos consecutivos da seqüência gerada pelo mapeamento $\mathbf{x}^{(k+1)} = \Psi(\mathbf{x}^{(k)})$, diminui enquanto $k \in \mathbb{N}$ cresce. De fato, por (A.1) tem-se que

$$\begin{aligned}
 \|\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}\| &\leq \bar{c} \|\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}^{(k-1)}\| \\
 &\leq \bar{c}^2 \|\mathbf{x}^{(k-1)} - \mathbf{x}^{(k-2)}\| \\
 &\leq \vdots \\
 &\leq \bar{c}^k \|\mathbf{x}^{(1)} - \mathbf{x}^{(0)}\|
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

e, por conseguinte, se $k \rightarrow \infty$ então $\bar{c}^k \rightarrow 0$, e a distância entre os elementos da seqüência $\{\mathbf{x}^{(0)}, \Psi(\mathbf{x}^{(0)}), \Psi(\Psi(\mathbf{x}^{(0)})), \dots\}$ tende a zero com uma taxa geométrica. Nota-se também que $\forall m > k$ tem-se que

$$\|\mathbf{x}^{(m)} - \mathbf{x}^{(k)}\| = \|\mathbf{x}^{(m)} + \mathbf{x}^{(m-1)} - \mathbf{x}^{(m-1)} + \dots - \mathbf{x}^{(k)}\| \tag{A.4}$$

e utilizando a desigualdade triangular

$$\begin{aligned}
 \|\mathbf{x}^{(m)} - \mathbf{x}^{(k)}\| &\leq \|\mathbf{x}^{(m)} + \mathbf{x}^{(m-1)}\| + \dots + \|\mathbf{x}^{(k+1)} + \mathbf{x}^{(k)}\| \\
 &\leq \bar{c}^{m-1} \|\mathbf{x}^{(1)} + \mathbf{x}^{(0)}\| + \dots + \bar{c}^k \|\mathbf{x}^{(1)} + \mathbf{x}^{(0)}\| \\
 &= (\bar{c}^k + \dots + \bar{c}^{m-1}) \|\mathbf{x}^{(1)} + \mathbf{x}^{(0)}\| \\
 &\leq (\bar{c}^k + \bar{c}^{k+1} + \dots) \|\mathbf{x}^{(1)} + \mathbf{x}^{(0)}\| \\
 &= \frac{\bar{c}^k}{1 - \bar{c}} \|\mathbf{x}^{(1)} + \mathbf{x}^{(0)}\|
 \end{aligned} \tag{A.5}$$

Assim, dado $\epsilon > 0$, pode-se encontrar um Υ grande tal que

$$\bar{c}^\Upsilon < \frac{\epsilon(1 - \bar{c})}{\|\mathbf{x}^{(1)} - \mathbf{x}^{(0)}\|} \tag{A.6}$$

e seja $m > k \geq \Upsilon$, por (A.5) tem-se que

$$\|\mathbf{x}^{(m)} - \mathbf{x}^{(k)}\| \leq \frac{\bar{c}^k}{1 - \bar{c}} \|\mathbf{x}^{(1)} + \mathbf{x}^{(0)}\| \leq \frac{\bar{c}^\Upsilon}{1 - \bar{c}} \|\mathbf{x}^{(1)} + \mathbf{x}^{(0)}\| < \epsilon \tag{A.7}$$

Portanto, a seqüência $\{\mathbf{x}^{(0)}, \Psi(\mathbf{x}^{(0)}), \Psi(\Psi(\mathbf{x}^{(0)})), \dots\}$ converge $\forall \mathbf{x}^{(0)} \in \mathbf{X}$. Para mostrar que esta seqüência converge para o ponto fixo de Ψ , suponha que $\mathbf{x}^* = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{x}^{(k)}$. Observa-se que por hipótese $\mathbf{x}^{(k)} \rightarrow \mathbf{x}^*$ e, por consequência, $\Psi(\mathbf{x}^{(k)}) \rightarrow \Psi(\mathbf{x}^*)$. Mas, $\Psi(\mathbf{x}^{(k)}) = \mathbf{x}^{(k+1)}$, e por conseguinte, $\Psi(\mathbf{x}^{(k)}) \rightarrow \mathbf{x}^*$ para $k \rightarrow \infty$. Desta forma, pela unicidade dos limites, $\mathbf{x}^* = \Psi(\mathbf{x}^*)$.

Conclui-se assim a prova do teorema das contrações. ■

Corolário: Seja $\Psi : \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{X}$ um mapeamento de contração em um conjunto fechado $\mathbf{X} \subset \mathbb{C}^n$, mapeamento este caracterizado pela constante de contração \bar{c} e ponto fixo \mathbf{x}^* . Então, dada uma seqüência gerada pelo mapeamento $\mathbf{x}^{(k+1)} = \Psi(\mathbf{x}^{(k)})$, podem-se estabelecer as seguintes relações de desigualdade $\forall \mathbf{x}^{(0)} \in \mathbf{X}$

$$\|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}^{(k)}\| \leq \frac{\bar{c}^k}{1 - \bar{c}} \|\Psi(\mathbf{x}^{(0)}) - \mathbf{x}^{(0)}\| \quad (\text{A.8})$$

$$\|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}^{(k)}\| \leq \bar{c} \|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}^{(k-1)}\| \quad (\text{A.9})$$

e

$$\|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}^{(k)}\| \leq \frac{\bar{c}}{1 - \bar{c}} \|\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}^{(k-1)}\| \quad (\text{A.10})$$

Prova: A primeira desigualdade pode ser deduzida como consequência direta de (A.5). Por esta inequação, $\forall m > k$ tem-se que

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}^{(m)} - \mathbf{x}^{(k)}\| &\leq \frac{\bar{c}^k}{1 - \bar{c}} \|\mathbf{x}^{(1)} + \mathbf{x}^{(0)}\| \\ &= \frac{\bar{c}^k}{1 - \bar{c}} \|\Psi(\mathbf{x}^{(0)}) + \mathbf{x}^{(0)}\| \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

e para $m \rightarrow \infty$

$$\|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}^{(k)}\| \leq \frac{\bar{c}^k}{1 - \bar{c}} \|\Psi(\mathbf{x}^{(0)}) + \mathbf{x}^{(0)}\| \quad (\text{A.12})$$

Para deduzir a relação (A.9), basta notar que

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}^{(k)}\| &= \|\Psi(\mathbf{x}^*) - \mathbf{x}^{(k)}\| \\ &\leq \bar{c} \|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}^{(k-1)}\| \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Finalmente, objetivando-se mostrar (A.10), utilizar-se-á no termo $\|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}^{(k-1)}\|$ da inequação acima a desigualdade triangular avaliada nos pontos \mathbf{x}^* , \mathbf{x}^k e $\mathbf{x}^{(k-1)}$.

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}^{(k)}\| &\leq \bar{c} \|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}^{(k-1)}\| \\ &\leq \bar{c} (\|\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}^{(k-1)}\| + \|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}^{(k)}\|) \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

e isolando o termo $\|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}^{(k)}\|$ tem-se que

$$\|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}^{(k)}\| \leq \frac{\bar{c}}{1 - \bar{c}} \|\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}^{(k-1)}\| \quad (\text{A.15})$$

concluindo-se a prova do corolário. ■

Referências Bibliográficas

BARAN, M. E.; WU, F. F. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 4, n. 2, p. 1401–1407, April 1989.

BARAN, M. E.; WU, F. F. Optimal sizing of capacitor placed on a radial distribution system. *IEEE Transaction on Power Delivery*, v. 4, n. 1, p. 735–743, January 1989.

BERG, R. J.; HAWKINS, E. S.; PLEINES, W. W. Mechanized calculation of unbalanced load flow on radial distribution circuits. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 86, n. 4, p. 415–421, April 1967.

BOMPARD, E.; CARPANETO, E.; CHICCO, G.; NAPOLI, R. Convergence of the backward-forward sweep method for the load flow analysis of radial distribution systems. *Electrical Power & Energy Systems*, v. 22, n. 7, p. 521–530, October 2000.

BROADWATER, R. P.; CHANDRASEKARAN, A.; HUDDLESTON, C. T.; KHAN, A. H. Power flow analysis of unbalanced multiphase radial distribution systems. *Electric Power Systems Research*, v. 14, n. 1, p. 23–33, February 1988.

CELG. *Norma Técnica NTC29 - Regulador de Tensão Monofásico*. [S.l.], Junho 2005.

CESPEDES, R. G. New method for the analysis of distribution networks. *IEEE Transaction on Power Delivery*, v. 5, n. 1, p. 391–396, January 1990.

CHEN, J. F.; WANG, W. M. Uniqueness of the feasible voltage solutions for radial power networks. In: *IEEE Region 10 International Conference on Microelectronics and VLSI, TENCON's 95*. [S.l.: s.n.], 1995. p. 351–354.

CHENG, C. S.; SHIRMOHAMMADI, D. A three-phase power flow method for real-time distribution systems analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 2, p. 671–679, May 1995.

CHIANG, H.-D.; BARAN, M. E. On the existence and uniqueness of load flow solution for radial distribution power networks. *IEEE Transaction on Circuits and Systems*, v. 37, n. 3, p. 410–46, March 1990.

CIRIC, R. M.; FELTRIN, A. P.; ROCHA, L. F. Power flow in four-wire distribution networks – general approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 4, p. 1283–1290, November 2003.

DAS, D.; NAGI, H. S.; KOTHARI, D. P. Novel method for solving radial distribution networks. In: *IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution*. [S.l.: s.n.], 1994. v. 141, n. 4, p. 291–298.

DECKMANN, S.; PIZOLANTE, A.; MONTICELLI, A.; STOTT, B.; ALSAÇ, O. Numerical testing of power system load flow equivalents. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 99, n. 6, p. 2292–2300, November/December 1980.

EMINOGLU, U.; HOCAOGLU, M. H. A new power flow method for radial distribution systems including voltage dependent load models. *Electric Power Systems Research*, v. 76, n. 1–3, p. 106–114, September 2005.

EXPOSITO, A. G.; RAMOS, E. R. Reliable load flow technique for radial distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 3, p. 1063–1069, August 1999.

GANESAN, K.; MOORE, E.; VETTER, W. J. On convergence of newton's method for load flow problem. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, v. 3, p. 325–336, 1973.

GARCIA, A. V.; MONTICELLI, A. J.; FRANCA, A. L. M.; TANAKA, M. R.; MURARI, C. A. F. Automated power distribution system: Simulation using the fast decoupled load flow. *Brazilian Automation Conference*, v. 1, n. 1, p. 256–261, September 1984. In Portuguese.

GAULKE, E. *Metodologia para Determinação do corte de carga em sistemas de distribuição utilizando inteligência artificial e múltiplos critérios*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC, Agosto 2007.

GLIMN, A.; STAGG, G. Automatic calculation of load-flows. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, PAS-76, p. 817–825, 1957.

HAQUE, M. H. Efficient load flow method for distribution systems with radial or mesh configuration. In: *IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution*. [S.l.: s.n.], 1996. v. 143, n. 1, p. 33–38.

HAQUE, M. H. A general load flow method for distribution systems. *Electric Power Systems Research*, v. 54, n. 1, p. 47–54, April 2000.

IEEE. *Transmission and Distribution Committee of the IEEE Power Engineering Society, IEEE Guide for Applications of Shunt Power Capacitor*. 345 East 47th Street, New York, NY 100172394, USA, September 1992.

IEEE. Load representation for dynamical performance analysis of power systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 8, n. 2, p. 472–482, May 1993.

ISSICABA, D. *Análises de Sensibilidade para Compensação Reativa de Redes de Distribuição*. Universidade Federal de Santa Catarina, Projeto OCARAS - Relatório Técnico Interno. [S.l.], Outubro 2007.

ISSICABA, D.; BETTIOL, A. L.; COELHO, J.; ALCANTARA, M. V. P. Optimal capacitor placement in radial distribution systems by a reinforcement learning approach. *WSEAS Transactions on Power Systems*, v. 8, p. 1389–1395, August 2006.

ISSICABA, D.; COELHO, J. A power flow method for radial and meshed distribution systems including distributed generation and step voltage regulator modeling. In: AC-TAPRESS (Ed.). *VII IASTED International Conference on Power and Energy Systems*. Palma de Mallorca, Spain: [s.n.], 2007.

ISSICABA, D.; COELHO, J.; NASSAR, S. M.; GAUCHE, E.; WRONSKI, V. Dimensionamento de equipes de manutenção das redes de energia elétrica. In: *XV CBA - Congresso Brasileiro de Automática*. Gramado-RS: [s.n.], 2004.

ISSICABA, D.; COELHO, J.; OLIVEIRA, A. D. Sistema cognitivo para a avaliação da importância técnica e estratégica das subestações de uma concessionária de energia elétrica. In: *X SEPOPE - Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica*. Florianópolis-SC: [s.n.], 2006.

JOHNSON, B. K. Extraneous and false load flow solutions. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-96, n. 2, p. 524–534, March/April 1977.

KERSTING, W. H. A method to teach the design and operation of a distribution system. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-103, n. 7, p. 1945–1952, July 1984.

KERSTING, W. H. *Distribution System Modeling and Analysis*. 2. ed. [S.l.]: Taylor & Francis Group, 2007. ISBN 0-8493-5806-X.

KERSTING, W. H.; MENDIVE, D. L. An application of ladder network theory to the solution of three phase radial load flow problem. In: *IEEE PES Winter Meeting*. New York: [s.n.], 1976.

KERSTING, W. H.; PHILLIPS, W. H. Modeling and analysis of rural electric distribution feeders. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 28, n. 4, p. 767–773, July/August 1992.

KERSTING, W. H.; PHILLIPS, W. H. Distribution feeder line models. *IEEE Transactions on Industrial Applications*, v. 31, n. 4, p. 715–720, July/August 1995.

KINDERMANN, G. *Curto-circuito*. 4. ed. Florianópolis-SC: [s.n.], 2007. ISBN 85-900853-3-3.

KORSAK, A. J. On the question of uniqueness of stable load flow solutions. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-91, n. 3, p. 1093–1100, May 1972.

KRON, G. *Tensor Analysis of Networks*. [S.l.]: MacDonald & Co. Ltd., 1964.

LIN, W.-M.; TENG, J.-H. Three-phase distribution network fast-decoupled power flow solutions. *Electric Power Systems Research*, v. 22, n. 5, p. 375–380, June 2000.

LOSI, A.; RUSSI, M. Object-oriented load flow for radial distribution systems and weakly meshed distribution network. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 4, p. 1265–1274, November 2003.

LUO, G. X.; SEMLYEN, A. Efficient load flow for large weakly meshed networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 5, n. 4, p. 1309–1316, November 1990.

MEISEL, J.; BARNARD, R. D. Application of fixed-point techniques to load flow studies. *IEEE Transactions on Power and Apparatus and Systems*, PAS-89, n. 1, p. 138–1970, January 1970.

MIU, K. N.; CHIANG, H.-D. Existence, uniqueness, and monotonic properties of the feasible power flow solution for radial three-phase distribution networks. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, v. 47, n. 10, p. 1502–1514, October 2000.

MONTICELLI, A. *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. 1. ed. São Paulo, SP, Brasil: Blücherlivro, 1983.

MOREIRA, C. L.; RESENDE, F. O.; LOPES, J. A. P. Using low voltage microgrids for service restoration. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 22, n. 1, p. 395–403, February 2006.

- NAKA, S.; GENJI, T.; FUKUYAMA, Y. Practical equipment models for fast distribution power flow considering interconnection of distributed generations. In: *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting*. Vancouver, BC, Canada: [s.n.], 2001. v. 2, p. 1007–1012.
- NATARAJAN, R. *Power system capacitors*. [S.l.]: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2005.
- NETO, E. A. C. A. *Alocação de chaves automatizadas em redes de distribuição utilizando múltiplos critérios*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC, Maio 2006.
- PANTUZI, A. V.; FELTRIN, A. P. Desempenho de um algoritmo backward–forward sweep de cálculo de fluxo de potência. In: *Anais do Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos*. Campina Grande: [s.n.], 2006. v. 1, p. 1–5.
- PEPERMANS, G.; DRIESEN, J.; HAESELDONCKX, D.; D’HAESELEER, R. B. W. Distributed generation: Definition, benefits and issues. *Energy Policy*, v. 33, n. 6, p. 787–798, April 2005.
- PRODIST. *Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional*, Agência Nacional de Energia Elétrica. [S.l.], 2006.
- RADICIC, D.; BOSE, A. A modification to the fast decoupled power flow to networks with high r/x ratios. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, n. 2, p. 743–746, May 1988.
- RIBEIRO, P.; FERREIRA, F.; MEDEIROS, F. Geração distribuída e impacto na qualidade de energia. In: CIGRE. *Seminário Brasileiro sobre Qualidade de Energia Elétrica*. Belém-PA, 2005. v. 1, n. 1, p. 781–787.
- ROSE. Reguladores de tensão monifásicos com 32 degraus. *Revista O Setor Elétrico*, v. 2, n. 20, p. 91–95, Setembro 2007.
- RUDIN, W. *Principles of Mathematical Analysis*. 3rd. ed. New York, USA: McGraw-Hill, 1976.
- SAMBAQUI, A. B. K. *Planejamento de Sistemas de Distribuição com enfoque na qualidade do serviço e no desbalanceamento das redes*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC, Novembro 2001.

- SHIRMOHAMMADI, D.; HONG, H. W.; SEMLYEN, A.; LUO, G. X. A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, n. 2, p. 753–762, May 1988.
- SITI, M. W.; NICOLAE, D. V.; JIMOH, A. A.; UKIL, A. Reconfiguration and load balancing in the lv and mv distribution networks for optimal performance. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 22, n. 4, p. 2534–2540, October 2007.
- SOUZA, B. A. de. *Distribuição de Energia Elétrica*. [S.l.]: Apostila Didática, Universidade Federal da Paraíba, 1997.
- SRA. *European Technology Platform Smartgrids - Strategic Research Agenda for Europe's Electricity Networks of the Future*. [S.l.], February 2007. Official Report - Europe Union and Member States.
- STOTT, B.; ALSAÇ, O. Fast decoupled load flow. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-93, p. 859–869, May/June 1974.
- TAVORA, C.; SMITH, O. Equilibrium analysis of power systems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-91, n. 3, p. 1131–1137, May 1972.
- THORP, J.; SCHULZ, D.; ILIC-SPONG, M. Reactive power-voltage problem: Conditions for existence of solution and localized disturbance propagation. *International Journal of Electrical Power and Systems*, v. 8, n. 2, p. 66–74, April 1986.
- THUKARAM, D.; BANDA, H. M. W.; JERONI, J. A robust three phase power flow algorithm for radial distribution systems. *Electric Power Systems Research*, v. 3, n. 50, p. 227–236, June 1999.
- TINNEY, W. F. Compensation methods for network solutions by triangular factorization. In: *Pica Conference*. Boston: [s.n.], 1971.
- TINNEY, W. G.; HART, C. E. Power flow solution by newton's method. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 86, n. 3, p. 1146–1152, 1967.
- TRIPATHY, S. C.; PRASAD, G. D.; MALIK, O. P.; HOPE, G. S. Load-flow solutions for ill-conditioned power systems by a newton-like method. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-101, n. 10, p. 3648–3657, October 1982.
- WILLIS, H. L. *Power Distribution Planning Reference Book - Second Edition, Revised and Expanded*. [S.l.]: Power Engineering, 2004. ISBN 0-8247.

WU, F. F. Theoretical study of the convergence of the fast decoupled load flow. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 96, n. 1, p. 268–275, January/February 1977.

ZHANG, F.; CHENG, C. S. A modified newton method for radial distribution system power flow analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 1, p. 389–397, February 1997.

ZHU, Y.; TOMSOVIC, K. Adaptive power flow method for distribution systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 17, n. 3, p. 822–827, July 2002.

ZIMMERMAN, R. D. *Comprehensive distribution power flow: modeling, formulation, solution algorithms and analysis*. Tese (UMI Dissertation Information Service) — Faculty of Graduate School of Cornell University, New York-USA, January 1995.