

EDSON JOSÉ KOSHINSKI

**MÁQUINA TRIFÁSICA DE RELUTÂNCIA
DUPLAMENTE ALIMENTADA SEM ESCOVAS**

FLORIANÓPOLIS, 2008.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**MÁQUINA TRIFÁSICA DE RELUTÂNCIA
DUPLAMENTE ALIMENTADA SEM ESCOVAS**

Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica

EDSON JOSÉ KOSHINSKI

Florianópolis, junho de 2008

MÁQUINA TRIFÁSICA DE RELUTÂNCIA DUPLAMENTE ALIMENTADA SEM ESCOVAS

Edson José Koshinski

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Eletromagnetismo e Dispositivos Eletromagnéticos, e aprovada na sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Renato Carlson, Dr.
Orientador

Prof^a. Kátia Campos de Almeida, Dr^a.
Coordenadora do programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Prof. Renato Carlson, Dr.
Presidente

Prof. Fredemar Rüncos, Dr.
Co-Orientador

Prof. Carlos Guilherme da Costa Neves, Dr.

Prof. Mauricio Valencia Ferreira da Luz, Dr.

Prof. Hélio Voltolini, Dr.

Prof. Guillermo O. Garcia, Dr.

Ao meu pai, Marcelino

À minha mãe, Diles

À minha esposa, Kenno

À meus filhos, Delano e Mel

AGRADECIMENTOS

A minha esposa **Kenno**, pela compreensão nas horas dedicadas a esse trabalho, pela paciência e ajuda que só a companheira ideal dispõe.

Aos meus filhos Delano e Mel, inspiração e incentivo para a conclusão deste trabalho.

A minha família, em especial aos meus pais, Marcelino e Diles, pelo apoio, orientação e amor incondicional em todos os momentos da minha vida.

Ao professor Renato Carlson, por quem tenho grande amizade, admiração e respeito, pela orientação neste trabalho.

A Deus, pela onipresença, mesmo nos momentos mais difíceis.

Ao Sr. Fredemar Rüncos, que sempre acreditou no meu potencial, desde o início da minha vida profissional.

Aos amigos Carlos Guilherme da Costa Neves, Ricardo Sartori, Rafael Souza Barbeta, Alexandro de Souza e Giuson Dalmar Gaedtke, pela ajuda na elaboração e verificação do trabalho. A Juliana Pinho e Ivanildes Bauer de Pin pela ajuda na impressão das cópias.

Aos amigos da seção de ensaio da fabrica VII da WEG Motores Agnaldo Rodrigues e Geovan Pape pela ajuda nos ensaios da máquina.

À WEG, por me conceder esta grande oportunidade de realizar o Mestrado Profissionalizante em Máquinas Elétricas Girantes.

Aos membros da banca, pelas contribuições.

Aos professores e funcionários do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, pela oportunidade a mim concedida de poder ampliar meus conhecimentos.

A todos os amigos de mestrado e da WEG Máquinas, pela amizade.

Por fim, a todos que direta ou indiretamente contribuíram para que este trabalho pudesse ser concretizado.

Resumo da Dissertação apresentado à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica

MÁQUINA TRIFÁSICA DE RELUTÂNCIA DUPLAMENTE ALIMENTADA SEM ESCOVAS

Edson José Koshinski

Junho de 2008

Orientador: Prof. Renato Carlson, Dr.

Co-orientador: Prof. Fredemar Rüncos, Dr.

Área de Concentração: Eletromagnetismo e Dispositivos Eletromagnéticos.

Palavra Chave: Máquinas Elétricas Duplamente Alimentadas, Máquinas de relutância e Sem escovas.

Número de páginas: 168.

RESUMO:

O presente trabalho aborda o desenvolvimento teórico e a implementação de um protótipo da Máquina Trifásica de Relutância Duplamente Alimentada Sem Escovas. Máquina esta que tem como principal aplicação a geração de energia eólica, porém com possibilidades de ser usada em outras aplicações. O trabalho começa com a história de surgimento desta máquina, apresentando as máquinas que a antecederam. Para orientar na escolha do rotor, utilizado no protótipo, são apresentados os tipos de rotores de relutância existentes. Enfim é desenvolvido o estudo de regime permanente com o desenvolvimento do circuito equivalente para tal situação de operação, além de mostrar como pode esta máquina com dois enrolamentos no estator e rotor de relutância pode produzir um torque médio. Na continuação do desenvolvimento é apresentado o modelo para regime dinâmico da máquina. Para comprovação da teoria desenvolvida até então foi projetado e construído o protótipo da máquina, o qual foi ensaiado, a fim de validação. Os resultados obtidos comprovam que a máquina em questão produz um torque médio e que a teoria desenvolvida pode ser utilizada no projeto deste tipo de máquina.

Abstract of dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment requirements for
the degree of Master in Electrical Engineering

BRUHLEES DOUBLE-FED THREE-PHASE RELUCTANCE MACHINE

Edson José Koshinski

June of 2008

Advisor: Prof. Renato Carlson, Dr.

Co-advisor: Prof. Fredemar Rüncos, Dr.

Concentration Area: Electromagnetism and Electromagnetic Devices.

Key Words: Double-Fed Brushless Reluctance Machine, Brushless.

Number of pages: 168.

SUMMARY:

This dissertation describes the theory development and the construction of a prototype of the Brushless Double-fed Three-phase Reluctance Machine. This machine has the main application in Wind Power energy, but with possibilities to use in others applications. The work presented here start with a history of this machine, presenting the machines that appears before, with his means characteristics, advantage and disadvantage. In de sequence is presented the kind of reluctance rotors, to orient the choice the rotor that to be use in the prototype. Lastly is develop the study of steady state operation with the development of the equivalent circuit for this situation of work, apart from to show how this machine with two windings on the same stator and reluctance rotor can produce net average torque. In the following of development is presented the dynamic models of the machine. To compare the theory develop until now was projected, constructed and tested the prototype of machine, to validate the theory. The results obtained testify that the machine can produce a net average torque and that the theory developed can be used to project this kind of machine.

SUMÁRIO

RESUMO	xi
ABSTRACT	xiii
LISTA DE ILUSTRAÇÃO	xix
LISTA DE TABELAS	xxii
SIMBOLOGIA	xxiii
1. INTRODUÇÃO GERAL	1
1.1 Introdução	1
1.2 Objetivos do trabalho	3
1.3 Máquinas que antecederam o MTRDASE	3
1.3.1 Máquina assíncrona com rotor de gaiola e excitação única	3
1.3.2 Máquina assíncrona com rotor bobinado e excitação única	4
1.3.3 Máquina assíncrona com rotor bobinado com dupla alimentação	5
1.3.4 Máquina assíncrona sem escovas ligada em cascata duplamente alimentada	6
1.3.5 Máquina assíncrona com rotor de gaiola duplamente alimentada	7
1.3.6 Máquina Trifásica de relutância duplamente alimentada sem escovas	8
1.4 Conclusão	9
2. MÁQUINA SÍNCRONA DE RELUTÂNCIA – TEORIA E PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO	10
2.1 Introdução	10
2.2 Evolução da máquina síncrona de relutância	11
2.2.1 Projeto Tradicional	15
2.2.2 Projeto Segmentado	16
2.2.3 Projeto com dupla barreira de fluxo	17
2.2.4 Projeto do rotor com laminação axial	18
2.2.5 Projeto do rotor com laminação transversal	20

2.2.6 Projeto do rotor da MSR assistida por imãs	21
2.3 Princípio de funcionamento da máquina síncrona de relutância	22
2.4 Conclusão	25
3. PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO EM REGIME PERMANENTE DA MÁQUINA TRIFÁSICA DE RELUTÂNCIA DUPLAMENTE ALIMENTADA SEM ESCOVAS	26
3.1 Introdução	26
3.2 Considerações sobre a máquina e sobre suas partes construtivas	26
3.3 Desenvolvimento do modelo de regime permanente	38
3.4 Expressão do torque de regime permanente	45
3.5 Circuito equivalente em regime permanente	47
3.6 Cálculos das indutâncias da MTRDASE	53
3.6.1 Considerações	53
3.6.2 Cálculo da indutância	54
3.6.3 Definição das variáveis para cálculo das indutâncias da MTRDASE	56
3.6.4 Cálculo das indutâncias próprias do enrolamento primário	57
3.6.5 Cálculo das indutâncias mútuas entre as fases do enrolamento primário	58
3.6.6 Cálculo das indutâncias próprias do enrolamento secundário	59
3.6.7 Cálculo das indutâncias mútuas entre as fases do enrolamento secundário	60
3.6.8 Cálculo das indutâncias mútuas entre os enrolamentos primário e secundário	61
3.6.9 Resumindo	63
3.7 Conclusão	65
4. MODELO DINÂMICO DA MÁQUINA ALTERNADA TRIFÁSICA DE RELUTÂNCIA DUPLAMENTE ALIMENTADA SEM ESCOVAS.....	66
4.1 Introdução	66
4.2 Modelo do Vetor Espacial	66

4.2.1 Verificação do Modelo	76
4.2.2 Refinamento do modelo	77
4.3 Algumas comparações com a Máquina de Indução	85
4.4 Expressões de Torque	89
4.5 Expressões da Potência	97
4.5.1 Análise das expressões de potência e torque	102
4.6 Conclusão	109
5. PROJETO E PROTÓTIPO DA MAQUINA ALTERNADA TRIFÁSICA DE RELUTÂNCIA DUPLAMENTE ALIMENTADA SEM ESCOVAS (MTRDASE) .	110
5.1 Introdução	110
5.2 Critérios de Projeto para MTRDASE	110
5.2.1 Densidade superficial de corrente elétrica $J(A/m^2)$ admissível nos condutores	111
5.2.2 Indução magnética $B(T)$ admissível no circuito magnético	112
5.2.3 Constante de aproveitamento do volume ativo ou constante de saída da máquina $C(J/m^3)$	113
5.2.4 Outros parâmetros importantes	114
5.3 Características técnicas do protótipo	116
5.4 Número de pólos dos enrolamentos primário e secundário do estator	118
5.5 Enrolamentos primário e secundário do estator	119
5.6 Aspectos construtivos do estator	121
5.7 Aspectos construtivos do rotor	123
5.8 Montagem do protótipo	125
5.9 Conclusão	126
6. ANÁLISE DE DESEMPENHO DA MTRDASE	127
6.1 Introdução	127

6.2 Induções na MTRDASE	127
6.2.1 Indução no entreferro da MTRDASE	127
6.2.2 Indução na chapa da MTRDASE	133
6.2.2.1 Indução na coroa e nos dentes do estator da MTRDASE	134
6.2.2.2 Induções no rotor da MTRDASE	134
6.3 Cálculo analítico e ensaio das indutâncias do protótipo da MTRDASE	135
6.3.1 Cálculo e ensaio das indutâncias próprias dos enrolamentos primário e secundário do protótipo	136
6.3.2 Cálculo e ensaio das indutâncias mútuas entre as fases do mesmo enrolamento	138
6.3.3 Cálculo e ensaio das indutâncias mútuas entre uma fase do mesmo enrolamento primário com uma fase do enrolamento secundário	139
6.4 Análise de desempenho da MTRDASE em regime	141
6.4.1 Análise de desempenho da MTRDASE em carga	141
6.4.2 Análise de desempenho dinâmico da MTRDASE	142
6.5 Análise de desempenho da MTRDASE em regime com adição de resistências no enrolamento secundário	145
6.6 Conclusão	147
7. CONCLUSÕES FINAIS	148
7.1 Conclusões	148
7.2 Estudos futuros	149
ANEXO A – FUNCIONAMENTO EM REGIME PERMANENTE DA MATRDASE	150
ANEXO B – ENSAIO DE PERFORMANCE DO PROTÓTIPO DA MATRDASE	155
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	167

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.3.1 Máquina assíncrona trifásica com alimentação única direto da rede e através de conversor de frequência	4
Figura 1.3.2 Máquina assíncrona de rotor bobinado conectados a um banco de Resistências	4
Figura 1.3.3 Máquina assíncrona de rotor bobinado duplamente alimentado	5
Figura 1.3.4 Máquina assíncrona sem escovas duplamente alimentada	6
Figura 1.3.5 Máquina assíncrona rotor de gaiola duplamente alimentada	7
Figura 1.3.6 Máquina alternada trifásica de relutância duplamente alimentada sem escovas	8
Figura 2.2.1 Máquina de relutância com dois pólos, trifásico, relutância simples	12
Figura 2.2.2 Máquina de relutância chaveado com dois pólos, relutância dupla	12
Figura 2.2.3 Tipo de rotor da máquina de relutância com barreiras de fluxo	13
Figura 2.2.4 Projeto de um rotor de quatro pólos salientes	15
Figura 2.2.5 Projeto de um rotor de quatro pólos segmentados isolados	16
Figura 2.2.6 Projeto de um rotor de quatro pólos com dupla barreira de fluxo	18
Figura 2.2.7 Projeto de um rotor de quatro pólos laminado axialmente	19
Figura 2.2.8 Projeta de um rotor de quatro pólos laminado transversalmente	20
Figura 2.2.9 Projeta de um rotor de quatro pólos laminado axialmente assistido por ímãs	21
Figura 2.3.1 Componentes do torque de uma máquina síncrona com excitação no rotor ...	22
Figura 2.3.2 Larguras de caminho de fluxo no ferro (k_{fe}) e largura das barreiras de fluxo (k_{bf})	24
Figura 3.2.1 Fmm dos enrolamentos de uma fase do estator da MTRDASE	28
Figura 3.2.2 Função inversa do entreferro para uma máquina com p , pares de pólos no rotor	29

Figura 3.5.1: Circuito equivalente em regime permanente para a MTRDASE sem translação de frequência	48
Figura 3.5.2. Diagrama fasorial em regime permanente para a MTRDASE com $a = p$...	48
Figura 3.5.3. Circuito equivalente em regime permanente da MTRDASE	51
Figura 4.2.1 Modelo dq da máquina alternada trifásica de relutância duplamente alimentada sem escovas	85
Figura 4.3.1 Circuito equivalente de regime permanente da MTRDASE	89
Figura 4.5.1 Referências e vetores de correntes usados nas equações e suas inter-relações	101
Figura 5.2.1 Densidade de corrente para MTRDASE aletada	112
Figura 5.2.2 Indução magnética no entreferro para MTRDASE	113
Figura 5.2.3 Constante de aproveitamento do volume ativo da MTRDASE aletada	114
Figura 5.2.4 Valores Usuais de k_{DL} até 12 pólos	115
Figura 5.2.5 Valores usuais de entreferro d	116
Figura 5.3.1 Dimensões das chapas do estator e rotor da MTRDASE	117
Figura 5.5.1 – Intensidade da tensão do enrolamento secundário em função do escorregamento da MTRDASE	120
Figura 5.6.1 – Estator da MTRDASE	122
Figura 5.6.2 – Disposição dos enrolamentos do estator na MTRDASE	122
Figura 5.6.3 – Estator bobinado e montado na carcaça da MTRDASE	123
Figura 5.7.1 – (a) Projeto da chapa do rotor (b) Chapa do rotor estampada	123
Figura 5.7.2 – Pacote de chapas do rotor da MTRDASE	124
Figura 5.7.3 – (a) Projeto do pacote com chapa de prensar rotor e eixo (b) Rotor montado na prática	124
Figura 5.8.1 – Projeto “explodido” da MTRDASE	125
Figura 5.8.2 – (a) Montagem da MTRDASE no projeto (b) Montagem da MTRDASE na prática	126

Figura 6.2.1 Curva B-H da chapa utilizada na simulação em elementos finitos	128
Figura 6.2.2 Linhas de campo da MTRDASE alimentando somente o enrolamento primário	129
Figura 6.2.3 – Linhas de campo da MTRDASE alimentando somente o enrolamento secundário	130
Figura 6.2.4 – Linhas de campo da MTRDASE alimentando os enrolamentos primário e secundário	131
Figura 6.2.5 – Forma de onda de indução no entreferro da MTRDASE	132
Figura 6.2.6 – Mapa de induções na chapa da MTRDASE	133
Figura 6.2.7 – Mapa de induções na coroa e no dente da chapa da MTRDASE	134
Figura 6.2.8 – Mapa de induções no rotor da chapa da MTRDASE	135
Figura 6.4.1 Protótipo da MTRDASE acoplada ao dinamômetro	141
Figura 6.4.2 Circuito equivalente em regime permanente da MTRDASE	143
Figura 6.4.3 Potência x Rotação da MTRDASE com secundário em curto-circuito	143
Figura 6.4.4 Corrente x Rotação da MTRDASE com secundário em curto-circuito	144
Figura 6.4.5 Conjugado x Rotação da MTRDASE com secundário em curto-circuito	144
Figura 6.5.1 Potência x Rotação da MTRDASE com resistência adicionada ao secundário de 7 ohms/fase	145
Figura 6.5.2 Corrente x Rotação da MTRDASE com resistência adicionada ao secundário de 7 ohms/fase	146
Figura 6.5.3 Conjugado x Rotação da MTRDASE com resistência adicionada ao secundário de 7 ohms/fase	146

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.3.1 – Características técnicas da MTRDASE	117
Tabela 5.4.1 – Polaridades admissíveis para MTRDASE	118
Tabela 6.2.1 – Correntes do enrolamento primário	128
Tabela 6.2.2 – Correntes do enrolamento secundário	128
Tabela 6.3.1 – Ensaio de Indutância própria da fase “A” do enrolamento primário	137
Tabela 6.3.2 – Ensaio de indutância própria da fase “a” do enrolamento secundário	137
Tabela 6.3.3 – Ensaio de Indutância mútua entre fase “A” do enrolamento primário e a fase “B” do enrolamento principal	139
Tabela 6.3.4 – Ensaio de indutância mútua entre a fase “a” e “b” do enrolamento secundário	139
Tabela 6.3.5 – Ensaio de indutância Mútua entre a fase “A” do enrolamento primário e a fase “B” do enrolamento principal	140
Tabela 6.4.1 – Ensaio em carga como motor, alimentando o enrolamento primário (12P) e com o enrolamento secundário (8P) em curto circuito	142

SIMBOLOGIA

A	Fase 'A' do enrolamento primário
a	Fase 'a' do enrolamento secundário
a_p	Notação para representar informações do enrolamento primário
a_s	Notação para representar informações do enrolamento secundário
B	Densidade de fluxo magnético
B_p	Densidade de fluxo magnético do enrolamento primário
B_s	Densidade de fluxo magnético do enrolamento secundário
B_d	Densidade de fluxo magnético média no entreferro
C	Constante de aproveitamento do volume ativo
D_1	Diâmetro externo do estator
\vec{E}_A	Fasor de tensão para a fase 'A'
\vec{E}_a	Fasor de tensão para a fase 'a'
E_f	Tensão de excitação
e_A	Tensão induzida na fase 'A'
e_a	Tensão induzida na fase 'a'
F	Força magneto motriz
F_p	Força magneto motriz no enrolamento primário
J	Densidade superficial de corrente nos condutores
f_m	Frequência de alimentação
fmm	Força magneto motriz

f_p	Frequência do enrolamento primário
F_{pm}	Força magneto motriz máxima no enrolamento primário
f_{rm}	Frequência de rotação da máquina
F_s	Força magneto motriz no enrolamento secundário
f_s	Frequência do enrolamento secundário
F_{sm}	Força magneto motriz máxima no enrolamento secundário
f_{sm}	Frequência de rotação síncrona da máquina
fmm	Força magneto motriz
$[G]$	Matriz de indutância da máquina
H	Campo magnético
$[i]$	Vetor das correntes da máquina
\hat{I}_A	Fasor de corrente para a fase 'A'
\hat{I}_A^*	Conjugado do fasor de corrente para a fase 'A'
\hat{I}_a	Fasor de corrente para a fase 'a'
\hat{I}_a^*	Conjugado do fasor de corrente para a fase 'a'
I_{nc}	Corrente eficaz nominal do conversor
I_s	Corrente eficaz nominal do enrolamento secundário
i_A	Corrente da fase "A"
i_a	Corrente da fase "a"
i_{ap}	Corrente da fase "a" do enrolamento primário
i_B	Corrente da fase "B"
i_b	Corrente da fase "b"

i_{bp}	Corrente da fase “b” do enrolamento primário
i_C	Corrente da fase “C”
i_c	Corrente da fase “c”
i_{cp}	Corrente da fase “c” do enrolamento primário
i_{as}	Corrente da fase “a” do enrolamento secundário
i_{bs}	Corrente da fase “b” do enrolamento secundário
i_{cs}	Corrente da fase “c” do enrolamento secundário
i_M	Corrente de pico de uma fase do enrolamento primário
\underline{i}_{eg}	Corrente para um eixo de referencia estacionário generalizado
i_m	Corrente de pico de uma fase do enrolamento secundário
\underline{i}_m	Corrente de magnetização da máquina
\underline{i}_{mr}	Corrente de magnetização da máquina para um eixo de referencia rotacional
I_p	Corrente do enrolamento primário
i_p	Corrente do enrolamento primário
i_{pd}	Corrente no enrolamento primário para um eixo direto
i_{pe}	Corrente do enrolamento primário para um eixo de referencia estacionário
\underline{i}_{pe}	Corrente vetorial do enrolamento primário para um eixo de referencia estacionário
\underline{i}_{pe}^*	Corrente vetorial do enrolamento secundário para um eixo de referencia estacionário
i_{pq}	Corrente no enrolamento primário para um eixo quadratura

\underline{i}_{p_r}	Corrente vetorial do enrolamento primário para um eixo de referencia rotacional
\underline{i}_{rg}	Corrente para um eixo de referencia rotacional generalizado
I_s	Corrente do enrolamento secundário
i_s	Corrente do enrolamento secundário
i_{sd}	Corrente no enrolamento secundário para um eixo direto
i_{s_e}	Corrente do enrolamento secundário para um eixo de referencia estacionário
\underline{i}_{s_e}	Corrente vetorial do enrolamento secundário para um eixo de referencia estacionário
$\underline{i}_{s_e}^*$	Corrente vetorial do enrolamento secundário para um eixo de referencia estacionário
i_{sq}	Corrente no enrolamento secundário para um eixo quadratura
$\underline{i}_{s_r}^*$	Corrente vetorial do enrolamento secundário para um eixo de referencia rotacional
$\tilde{\underline{i}}_{s_r}^*$	Corrente vetorial do enrolamento secundário para um eixo de referencia rotacional
k_{DL}	Relação entre diâmetro e comprimento da máquina
k_{bf}	Largura das barreiras de fluxo
k_{fe}	Largura do caminho de fluxo no ferro (chapa)
k_{ps}	Constante de indutância mútua
L_A	Indutância própria da fase 'A'
L_a	Indutância própria da fase 'a'
L_{AA}	Indutância própria da fase 'A'

L_{aa}	Indutância própria da fase ‘a’
L_{Aa}	Indutância mútua entre a fase ‘A’ e fase ‘a’
L_{AB}	Indutância mútua entre a fase ‘A’ e fase ‘B’
L_{Ab}	Indutância mútua entre a fase ‘A’ e fase ‘b’
L_{ab}	Indutância mútua entre a fase ‘a’ e fase ‘b’
\mathbf{L}_{ABC}	Matriz das fases do enrolamento primário
\mathbf{L}_{abc}	Matriz das fases do enrolamento secundário
L_B	Indutância própria da fase ‘B’
L_b	Indutância própria da fase ‘b’
L_{BB}	Indutância própria da fase ‘B’
L_{bb}	Indutância própria da fase ‘b’
L_{BC}	Indutância mútua entre a fase ‘B’ e fase ‘C’
L_{Bc}	Indutância mútua entre a fase ‘B’ e fase ‘c’
L_{bc}	Indutância mútua entre a fase ‘b’ e fase ‘c’
L_{bC}	Indutância mútua entre a fase ‘b’ e fase ‘C’
L_C	Indutância própria da fase ‘C’
L_c	Indutância própria da fase ‘c’
L_{CC}	Indutância própria da fase ‘C’
L_{cc}	Indutância própria da fase ‘c’
L_{CA}	Indutância mútua entre a fase ‘A’ e fase ‘C’
L_{cA}	Indutância mútua entre a fase ‘A’ e fase ‘c’
L_{Ca}	Indutância mútua entre a fase ‘a’ e fase ‘C’

L_{ca}	Indutância mútua entre a fase 'a' e fase 'c'
L_d	Indutância de eixo direto
L_{Fe}	Comprimento do pacote de chapas
L_{lp}	Indutância de dispersão do enrolamento primário
L_{ls}	Indutância de dispersão do enrolamento secundário
L_{mp}	Indutância de magnetização do enrolamento primário
L_{ms}	Indutância de magnetização do enrolamento secundário
L_p	Indutância do enrolamento primário
L_{ps}	Indutância mútua entre os enrolamentos primário e secundário
$L_{ps\max}$	Indutância mútua máxima entre os enrolamentos primário e secundário
L_q	Indutância de eixo quadratura
L_s	Indutância do enrolamento secundário
l	Comprimento do pacote de chapas da máquina
N_A	Função de enrolamento da fase 'A'
N_a	Função de enrolamento da fase 'a'
n_A	Numero de espiras do da fase 'A'
n_a	Numero de espiras do da fase 'a'
n_B	Numero de espiras do da fase 'B'
n_b	Numero de espiras do da fase 'b'
n_C	Numero de espiras do da fase 'C'
n_c	Numero de espiras do da fase 'c'
n_p	Numero de espiras do enrolamento primário

n'_p	Pico de densidade de espiras no enrolamento primário
n'_s	Pico de densidade de espiras no enrolamento secundário
\tilde{n}	Espiras por metro em volta do perímetro da máquina
n_s	Numero de espiras do enrolamento secundário
P	Potência útil
P_p	Potência ativa do enrolamento primário
$P_{p_{rot}}$	Potência ativa rotacional do enrolamento primário
P_s	Potência ativa do enrolamento secundário
$P_{s_{rot}}$	Potência ativa rotacional do enrolamento secundário
P_{rot}	Potência ativa rotacional
P_{3f}	Potência ativa trifásica
P_{3f_p}	Potência ativa trifásica do enrolamento primário
P_{3f_s}	Potência ativa trifásica do enrolamento secundário
p_r	Numero de pólos do rotor
p_p	Pares de pólos do enrolamento primário
p_s	Pares de pólos do enrolamento secundário
q	Numero de ranhuras por pólo por fase
Q_p	Potência reativa do enrolamento primário
Q_s	Potência reativa do enrolamento secundário
Q_{3f}	Potência reativa trifásica
Q_{3f_p}	Potência reativa trifásica do enrolamento primário
Q_{3f_s}	Potência reativa trifásica do enrolamento secundário

R_e	Resistência para eixo estacionário
R_p	Resistência do enrolamento primário
R_r	Resistência para eixo rotacional
R_s	Resistência do enrolamento secundário
r	Raio efetivo da máquina
s	Escorregamento
S_{nc}	Potência aparente nominal do conversor
S_p	Potência aparente do enrolamento primário
S_s	Potência aparente do enrolamento secundário
s_s	Escorregamento do enrolamento secundário
$s_{s_{max}}$	Escorregamento máximo do enrolamento secundário
S_{3f}	Potência aparente trifásica
S_{3f_p}	Potência aparente trifásica do enrolamento primário
S_{3f_s}	Potência aparente trifásica do enrolamento secundário
T_e	Torque eletromagnético
\vec{V}_A	Tensão fasorial da fase 'A'
\vec{V}_a	Tensão fasorial da fase 'a'
V_{nc}	Tensão nominal do conversor
V_{ns}	Tensão nominal no enrolamento secundário
V_p	Tensão no enrolamento primário
V_s	Tensão no enrolamento secundário

V_t	Tensão terminal
X_d	Reatância de eixo direto
X_q	Reatância de eixo quadratura
α	Ângulo de defasagem do secundário em relação ao primário
β	Ângulo de defasagem do primário em relação ao secundário
d	Entreferro
d_{\max}	Entreferro máximo
d_{\min}	Entreferro mínimo
f	Fluxo magnético
f_p	Defasagem entre corrente e tensão do enrolamento primário
f_s	Defasagem entre corrente e tensão do enrolamento secundário
g	Posição inicial do rotor
l_A	Enlace de fluxo total com a fase A
l_a	Enlace de fluxo total com a fase a
l_{ABC}	Matriz de enlace de fluxo das fases do enrolamento primário
l_{abc}	Matriz de enlace de fluxo das fases do enrolamento secundário
l_{Ap}	Enlace de fluxo do enrolamento primário com a fase A
l_{As}	Enlace de fluxo do enrolamento secundário com a fase A
l_{ap}	Enlace de fluxo do enrolamento primário com a fase a
l_{as}	Enlace de fluxo do enrolamento secundário com a fase a
l_{Al}	Enlace de fluxo disperso na fase A
l_{al}	Enlace de fluxo disperso na fase a

\underline{l}_{eg}	Enlace de fluxo para um eixo de referencia estacionário generalizado
\underline{l}_{m_r}	Enlace de fluxo magnetizante para um eixo de referencia rotacional
$\underline{l}_{m_r}^*$	Enlace de fluxo magnetizante para um eixo de referencia rotacional
\underline{l}_{pd}	Enlace de fluxo no enrolamento primário para um eixo direto
\underline{l}_{pe}	Enlace de fluxo no enrolamento primário para um eixo de referencia estacionário
\underline{l}_{pq}	Enlace de fluxo no enrolamento primário para um eixo quadratura
\underline{l}_{pr}	Enlace de fluxo no enrolamento primário para um eixo de referência rotacional
\underline{l}_{rg}	Enlace de fluxo para um eixo de referência rotacional generalizado
\underline{l}_{sd}	Enlace de fluxo no enrolamento secundário para um eixo direto
\underline{l}_{se}	Enlace de fluxo no enrolamento secundário para um eixo de referência estacionário
\underline{l}_{sq}	Enlace de fluxo no enrolamento secundário para um eixo quadratura
\underline{l}_{sr}	Enlace de fluxo no enrolamento secundário para um eixo de referência rotacional
\underline{m}_0	Permeabilidade do ar
q	Ângulo mecânico em torno da máquina
q_p	Ângulo mecânico do enrolamento primário
q_{p_0}	Ângulo mecânico do enrolamento primário na posição inicial
q_s	Ângulo mecânico do enrolamento secundário
q_{s_0}	Ângulo mecânico do enrolamento secundário na posição inicial

q_r	Ângulo elétrico do rotor
q_{rm}	Ângulo mecânico do rotor
q_{rm_0}	Posição inicial do rotor
\underline{u}_{eg}	Tensão para um eixo de referência estacionário generalizado
\underline{u}_{pe}	Tensão no enrolamento primário para um eixo de referência estacionário
\underline{u}_{pd}	Tensão no enrolamento primário para um eixo direto
\underline{u}_{pq}	Tensão no enrolamento primário para um eixo quadratura
\underline{u}_{pr}	Tensão no enrolamento primário para um eixo de referência rotacional
\underline{u}_{rg}	Tensão para um eixo de referência rotacional generalizado
\underline{u}_{se}	Tensão no enrolamento secundário para um eixo de referência estacionário
\underline{u}_{sd}	Tensão no enrolamento secundário para um eixo direto
\underline{u}_{sq}	Tensão no enrolamento secundário para um eixo quadratura
\underline{u}_{sr}	Tensão no enrolamento secundário para um eixo de referência rotacional
\underline{u}_{sr}^*	Tensão no enrolamento secundário para um eixo de referência rotacional
W_g	Velocidade angular para um sistema geral
W_p	Velocidade angular do enrolamento primário
W_r	Velocidade angular de referência
W_{rm}	Velocidade angular do rotor
W_1	Velocidade angular do estator
W_s	Velocidade angular do enrolamento secundário

ALA	Rotor isotrópico laminado axialmente
IP	Imã permanente
IMI	Imãs permanentes no interior
LAT	Rotor laminado transversalmente
MTRDASE	Máquina trifásica de relutância duplamente alimentada sem escovas
MR	Motor de relutância
MRC	Máquina de relutância chaveada
MSR	Máquina síncrona de relutância
MSRAI	Máquina síncrona de relutância assistida por imãs

1. INTRODUÇÃO GERAL

1.1 Introdução

O crescimento da população mundial, somado ao crescimento industrial, tem aumentado muito o consumo de energia elétrica. Energia esta que nos dias de hoje pode ser considerada uma necessidade básica para a sobrevivência da humanidade. Esse crescimento tem impulsionado o desenvolvimento de tecnologias no sentido de otimizar a utilização dos recursos, sejam eles no consumo da energia ou na geração da mesma.

Para otimizar o consumo de energia nas residências temos como exemplos os eletrodomésticos que hoje consomem menos energia, as lâmpadas fluorescentes que geram a mesma luminosidade para um energia consumida de cinco a seis vezes menor. Nas indústrias os projetos prevêm uma melhor utilização da energia, aperfeiçoando os processos, os motores utilizados são de alto rendimento e os bancos de capacitores corrigem o fator de potência consumindo menos potência reativa da rede.

Na geração de energia elétrica a preocupação é na utilização máxima dos recursos da fonte de energia primária. As fontes de energia primária são classificadas em não renováveis e renováveis. As fontes de energia não renováveis estão cada vez mais escassas como por exemplo, o petróleo e o carvão natural, então cada temos procurado fontes de energia renováveis. Entre as fontes primárias de energia renováveis merece destaque a energia gerada pelas hidroelétricas e a energia gerada pelo vento. A energia gerada pelo vento tem evoluído muito nos últimos anos, na Europa países como Alemanha, Espanha, Dinamarca e Portugal são exemplos de desenvolvimento tecnológico. O Brasil, mesmo que em passos lentos, também tem evoluído neste ramo.

Para se otimizar a energia gerada pelo vento é necessário um sistema que opere em uma faixa de velocidade variável, haja visto que o vento não tem velocidade constante. Por isso que a máquina assíncrona com excitação única não é a melhor opção como gerador. O fato de adicionar um inversor a sua alimentação resolveria este problema, porém em grandes potências o custo do conversor é muito alto. Para diminuir esse elevado custo começou-se a utilizar como gerador eólico a máquina assíncrona de rotor bobinado duplamente alimentada. Como nesta máquina o conversor é colocado no rotor através de anéis coletores e escovas a potência do mesmo chega a um terço da potência da máquina, dependendo da faixa de velocidade que se deseja operar. No entanto, o que desabona esse

tipo de máquina é o alto índice de manutenção solicitado pelo conjunto anéis coletores mais escovas, apesar desta desvantagem este é o tipo de máquina mais utilizado atualmente na geração eólica. Assim muitos estudos se desenvolveram para minimizar a questão da manutenção. A máquina assíncrona com rotor de gaiola duplamente alimentada sem escovas tem este objetivo, apesar de ser uma máquina que necessita de um núcleo magnético com maior diâmetro, ela consegue as vantagens da máquina anterior, porém sem a utilização do conjunto anéis coletores mais escovas.

A última evolução desta máquina é o assunto principal deste trabalho, trata-se da máquina alternada trifásica de relutância duplamente alimentada sem escovas (MTRDASE), a mesma é um complemento da máquina assíncrona rotor de gaiola duplamente alimentada sem escovas, porém sem condutores no rotor, o que diminui as perdas Joule.

Para melhor entender essa máquina dividimos esta dissertação nos seguintes capítulos:

Capítulo 1 mostra uma introdução, a origem e o estímulo para este estudo, objetivo do trabalho e prevê um resumo das máquinas que antecederam a MTRDASE e o estado da arte da mesma.

Capítulo 2 mostra a evolução das máquinas síncronas de relutância, com os principais tipos de rotores, estudo que ajudará na definição do rotor a ser utilizado na MTRDASE e o princípio de funcionamento com suas expressões de torque e potência.

Capítulo 3 mostra o princípio de funcionamento da MTRDASE e o seu funcionamento em regime permanente.

Capítulo 4 mostra as expressões de espaço de estado para regime dinâmico da MATRDASE.

Capítulo 5 mostra os critérios de projeto bem como o desenvolvimento de um protótipo para a MTRDASE.

Capítulo 6 mostra os resultados dos ensaios realizados com a MTRDASE.

Capítulo 7 apresenta as conclusões e considerações finais com possíveis estudos que podem ser desenvolvidos no futuro a fim de otimizar o projeto desta máquina.

Na seqüência do trabalho ainda tem os apêndices com resultados de ensaios e rotinas de cálculos para melhores entendimentos que sejam necessários.

1.2 Objetivo do Trabalho

Este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento teórico e experimental da Máquina Trifásica de Relutância Duplamente Alimentada Sem Escovas, a qual tem como principal aplicação a geração de energia, proveniente da utilização de energia eólica.

1.3 Máquinas que antecederam o MTRDASE.

Como foi mencionado na introdução, algumas máquinas antecederam os estudos da MTRDASE e na seqüência deste tópico serão mencionados os principais tipos, suas vantagens e desvantagens.

1.3.1 Máquina Assíncrona com Rotor de Gaiola e Excitação Única

A máquina Assíncrona com Rotor de Gaiola e Excitação Única ou simplesmente motor de indução é composta de um enrolamento trifásico no estator e um conjunto de barras curto-circuitadas no rotor que lembram uma gaiola de esquilo. A alimentação deste tipo de máquina pode ser feita diretamente da rede ou através de um inversor de frequência. A primeira opção de alimentação é usada quando a máquina trabalha como motor e opera em uma velocidade próxima a velocidade síncrona, de acordo com a frequência da rede.

Na segunda opção a alimentação é feita através de inversor que possibilita à máquina operar em uma faixa ampla de velocidade, e neste caso este tipo de máquina é usada como motor e gerador. A figura 1.3.1 mostra esquematicamente este tipo de máquina Alimentada direto da rede e através de conversor.

A desvantagem da máquina assíncrona com alimentação direta da rede, figura 1.3.1 (a), é a não possibilidade de operar em aplicações com variação de velocidade. A solução para esta deficiência é a operação através de conversor de frequência, figura 1.3.1 (b), porém a solução máquina mais conversor em grandes potências apresenta um custo muito elevado.

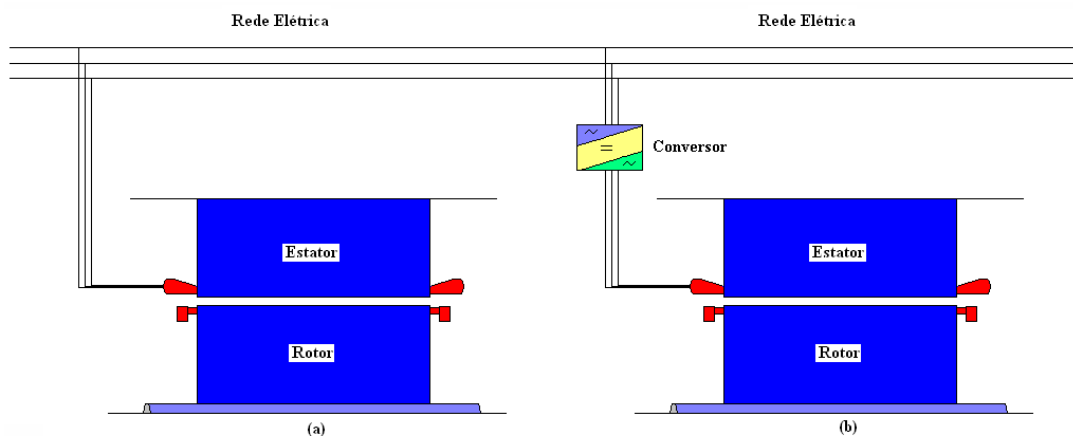


Figura 1.3.1 - Máquina Assíncrona Trifásica com Alimentação Única Direto da Rede e Através de Conversor de Frequência

1.3.2 Máquina Assíncrona com Rotor Bobinado e Excitação Única

Este tipo de máquina possui um estator igual ao da máquina assíncrona com rotor de gaiola, porém o rotor é bobinado e o mesmo está conectado em anéis coletores, que auxiliados com escovas de material condutor permite o acesso ao bobinado do rotor. A máquina assíncrona de rotor bobinado é comumente utilizada em aplicações que exigem baixas correntes e elevados torques na partida. Para atingir esse desempenho é adicionado ao bobinado do rotor um banco de resistências.

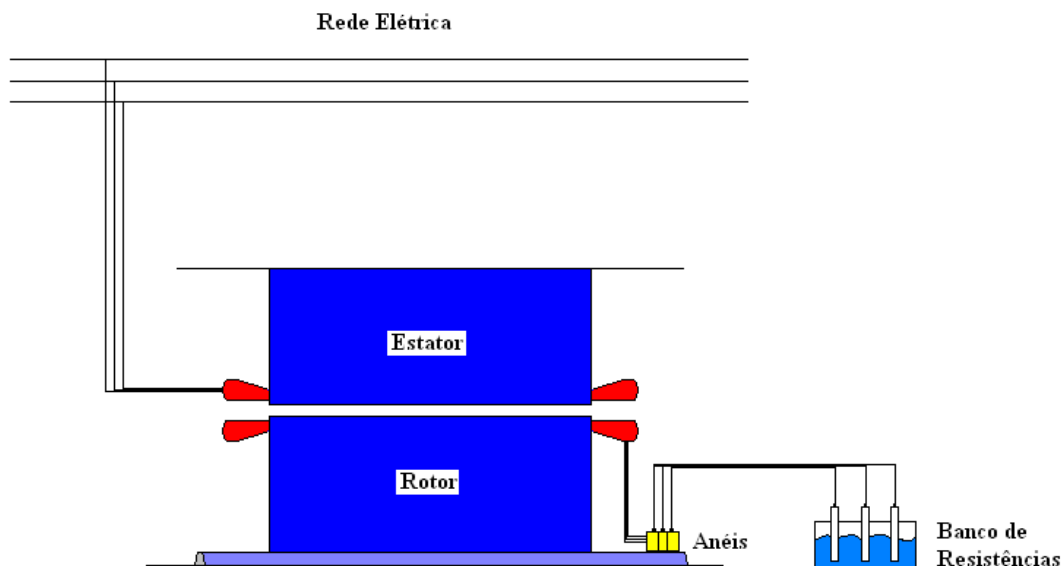


Figura 1.3.2 - Máquina assíncrona de rotor bobinado conectados a um banco de Resistências

A figura 1.3.2 mostra esquematicamente este tipo de máquina.

A máquina Assíncrona de rotor bobinado com resistências no rotor possibilita a operação em uma faixa de velocidade com um grande aumento de perdas joule no rotor, através do reostato. A grande desvantagem desta configuração é a necessidade de manutenção devido o uso de anéis coletores e escovas.

1.3.3 Máquina Assíncrona com Rotor Bobinado com Dupla Alimentação

A máquina assíncrona com rotor bobinado duplamente alimentada é exatamente igual à máquina assíncrona com rotor bobinado e excitação única, a diferença está no fato que no rotor é adicionado um conversor de frequência para a dupla alimentação. Essa alimentação é feita através do conjunto anéis coletores e escovas.

A figura 1.3.3 mostra esquematicamente esse tipo de configuração.

Este tipo de configuração possui duas grandes vantagens: a primeira é que como o conversor está conectado ao rotor a potência depende da faixa de trabalho do mesmo. Usualmente na geração de energia eólica a faixa de rotação é de $\pm 30\%$ da rotação síncrona da máquina, assim a potência do conversor diminui consideravelmente e conseqüentemente o custo do mesmo diminuirá. A segunda vantagem é a possibilidade de operar em uma larga faixa de variação de velocidade, característica muito importante na aplicação como gerador eólico.

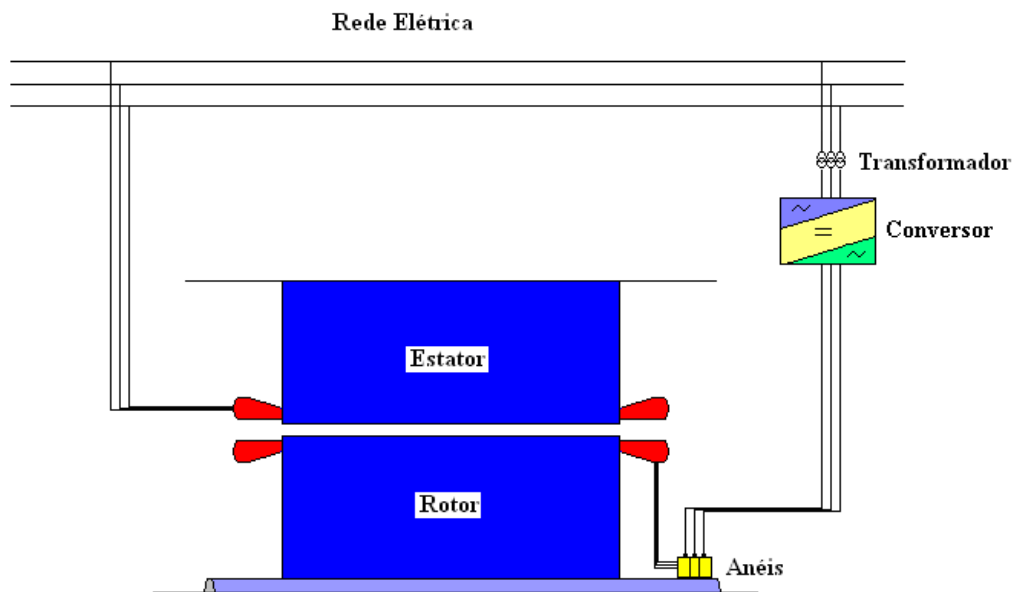


Figura 1.3.3 - Máquina assíncrona de rotor bobinado duplamente alimentado

A desvantagem desta máquina continua sendo o uso de escovas e anéis coletores, o que exige manutenção periódica.

1.3.4 Máquina Assíncrona Sem Escovas ligada em Cascata Duplamente Alimentada.

A máquina assíncrona sem escovas duplamente alimentada é uma evolução da máquina assíncrona com rotor de gaiola e excitação única, no sentido de melhorar as suas desvantagens, que são: em caso de operação direto da rede a inflexibilidade com relação a variação de velocidade e no caso de uso de alimentação com conversor o alto custo do mesmo.

A construção deste tipo de solução possui duas máquinas solidárias ao mesmo eixo, ou seja, dois estatores e dois rotores. Uma máquina esta conectada a rede, esta é chamada de “Máquina Principal” a outra máquina chamada de “Máquina Auxiliar” é conectada a rede através de um conversor de frequência e um transformador [2].

A figura 1.3.4 mostra esquematicamente esse tipo de configuração.

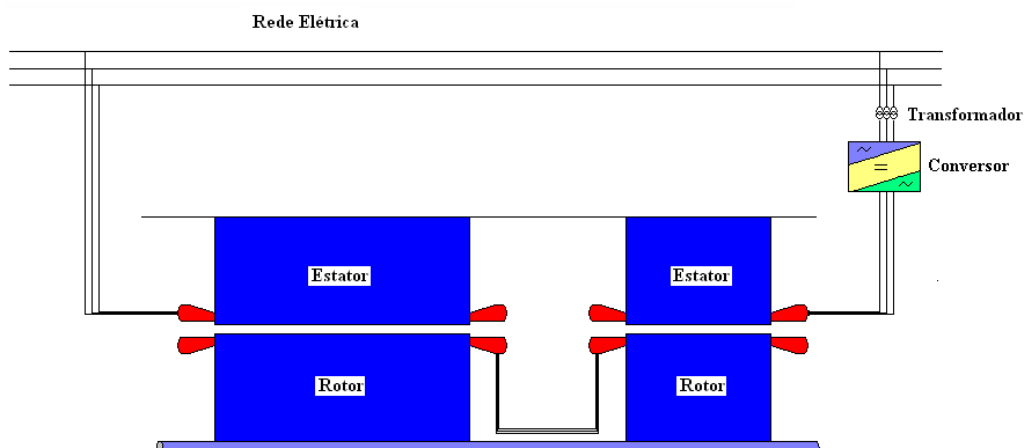


Figura 1.3.4 - Máquina Assíncrona Sem Escovas Duplamente Alimentada

Através da máquina auxiliar conectada a um conversor e transformador é possível diminuir a potência do conversor reduzindo o custo do mesmo e ao mesmo tempo não é necessário o uso do conjunto de anéis coletores mais escovas, o que diminui a manutenção.

A desvantagem desta máquina está no aumento do comprimento, o que ocupa mais espaço e aumenta a probabilidade de vibração.

1.3.5 Máquina Assíncrona com Rotor de Gaiola Duplamente Alimentada

No sentido de diminuir o comprimento da máquina assíncrona sem escovas duplamente alimentada “nasceu” a máquina assíncrona com rotor de gaiola duplamente alimentada. A sua construção é constituída de um estator com dois enrolamentos independentes senoidalmente distribuídos no entreferro da máquina, ocupando as mesmas ranhuras. O número de pólos de cada enrolamento, a fim de diminuir o empuxo magnético e reações indesejadas, é explicada por Rüncos em [3].

O rotor é constituído por uma gaiola especial, a qual deve possuir um número de pólos tal que permita o acoplamento entre os dois enrolamentos do estator.

As vantagens desta máquina são: uma máquina mais compacta, diminuindo a possibilidade de vibração por causa do comprimento, uma potência menor do conversor e na comparação com a máquina assíncrona com rotor bobinado menor necessidade de manutenção. A figura 1.3.5 mostra este tipo de configuração.

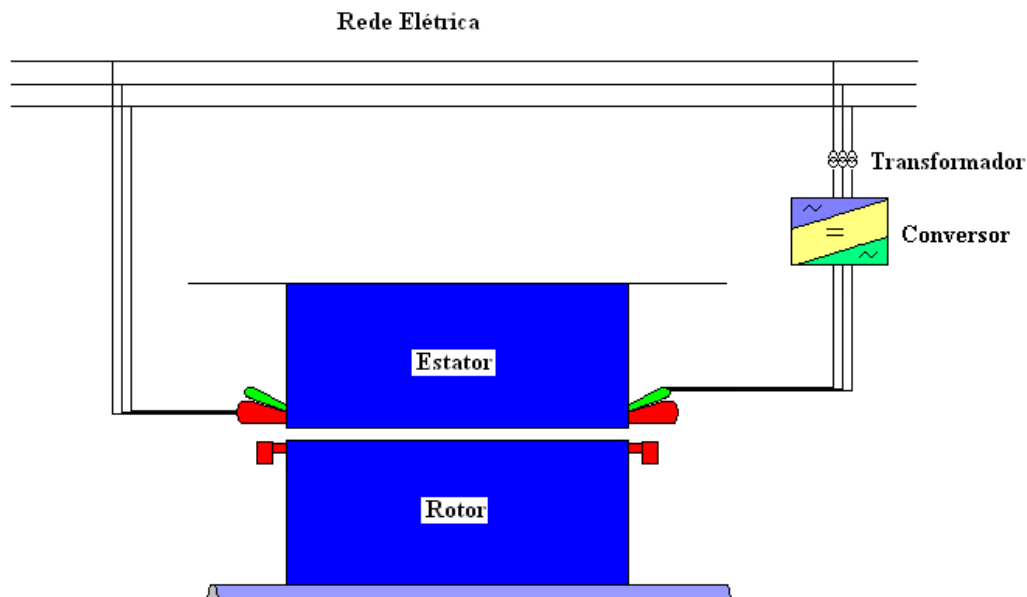


Figura 1.3.5 - Máquina Assíncrona Rotor de Gaiola Duplamente Alimentada

Como desvantagens essa máquina tem: um sobre dimensionamento do núcleo magnético para acomodar os dois enrolamentos, maior ruído devido aos dois campos magnéticos e maiores perdas suplementares.

1.3.6 Máquina Trifásica de Relutância Duplamente Alimentada Sem Escovas

Para complementar a seqüência do desenvolvimento, vem a máquina alternada de relutância duplamente alimentada sem escovas, a qual é o objeto de estudo deste trabalho. A construção do estator é idêntica a máquina assíncrona com rotor de gaiola duplamente alimentada, ou seja, possui dois enrolamentos no estator e um rotor de relutância. O seu princípio de funcionamento é explicado no capítulo 3, onde é possível observar que as polaridades dos enrolamentos do estator e da relutância do rotor são escolhidas de tal maneira que haja o acoplamento entre elas. A figura 1.3.6 mostra esquematicamente a máquina alternada de relutância duplamente alimentada sem escovas.

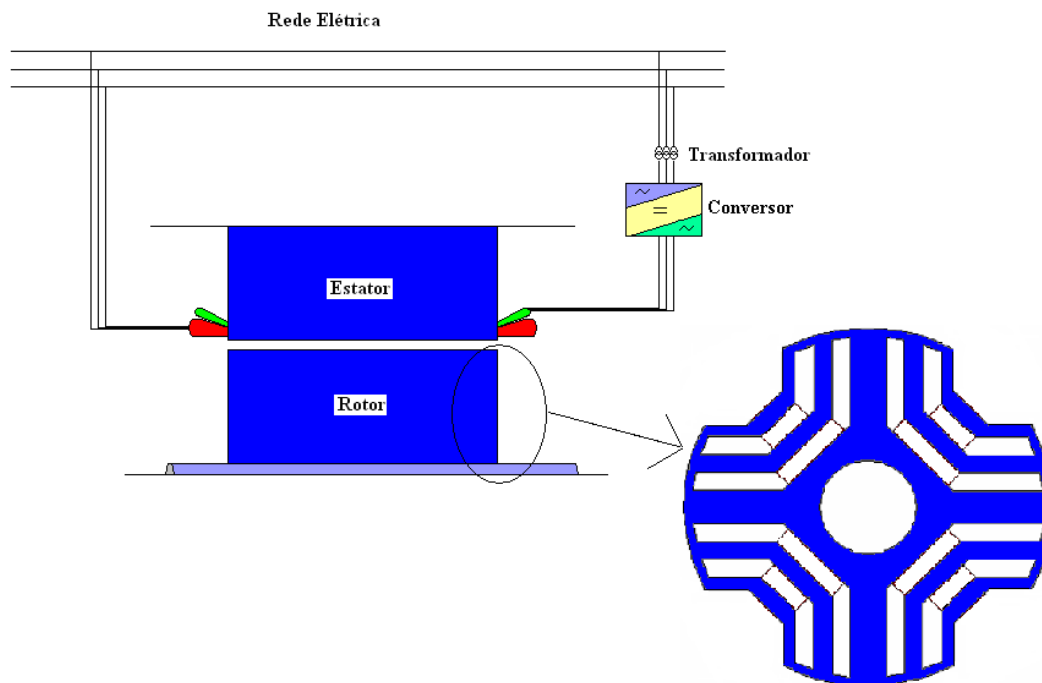


Figura 1.3.6 - Máquina Alternada Trifásica de Relutância Duplamente Alimentada sem escovas

Como vantagens da MTRDASE. Podemos citar a possibilidade de operar em uma ampla faixa de velocidade, potência do conversor na ordem de $1/3$ da potência da máquina reduzindo assim o custo do mesmo. Devido o fato de não possuir escovas a necessidade de manutenção é reduzida consideravelmente, fácil fabricação, o que possibilita a fabricação em série e pelo fato de possuir um rotor de relutância, isto é, sem bobinas, não existe perdas Joule no rotor o que teoricamente aumenta o rendimento da máquina.

As desvantagens desta máquina são: o aumento do diâmetro do estator para acomodar os dois enrolamentos dentro da mesma ranhura e o torque de pulsação no entreferro, característica de qualquer máquina de relutância.

Apesar da máquina trifásica de relutância duplamente alimentada sem escovas ter o início dos seus estudos em 1970, por Broadway [11], até hoje a mesma ainda não conseguiu se firmar em aplicações que necessitam a velocidade variável, isto se deve ao fato de ter um rendimento inferior em relação a máquina de indução de gaiola e a máquina de indução com rotor bobinado.

1.4 Conclusão

Como conclusão deste capítulo podemos observar que a MTRDASE apresenta-se como uma interessante opção em aplicações de velocidade variável. O objetivo deste trabalho é estudar melhor esta máquina, e comprovar a teoria apresentada com a construção de um protótipo que possa mostrar a sua real condição de desempenho, haja vista que não se tem registros de protótipos fabricados. Para tal é importante conhecer as máquinas que antecederam a MTRDASE.

2. MÁQUINA SÍNCRONA DE RELUTÂNCIA – TEORIA E PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO

2.1 Introdução

Com uma construção simples, robusta e de baixo custo a máquina síncrona de relutância (MSR) pode ser utilizada para varias aplicações. O fato de não possuir enrolamentos de excitação facilita a sua manutenção. O seu estator é similar ao estator da máquina de indução com um único enrolamento. Sem a necessidade de enrolamentos ou ímãs permanentes no rotor a construção também é favorecida. O propósito deste trabalho é desenvolver o princípio de funcionamento bem como a análise de regime permanente e dinâmico de uma Máquina Síncrona de Relutância duplamente alimentada. No entanto para o melhor entendimento estudamos neste capítulo seu funcionamento e quais os tipos que existem da MSR.

A maioria dos trabalhos iniciais sobre a MSR nos anos 70 e 80 estavam relacionado à partida direta da máquina. A necessidade de uma gaiola de esquilo para partida, somados a outros fatores de fabricação, comprometeram o projeto do rotor e deixaram o desempenho desta máquina relativamente pobre, se comparado a uma máquina de indução. Por causa do baixo desempenho a MSR foi ignorada no final dos anos 90.

Com o desenvolvimento da tecnologia do tiristor de potência e a teoria de controle vetorial na ultima década, o desempenho da MSR tem sido drasticamente acelerado e a partida desta máquina deve ser seriamente considerada como uma alternativa de máquina sem escovas, particularmente a máquina de indução, em aplicações com variação de velocidade.

Por causa do controle transistorizado dos conversores de tensão, a partida direta do MSR não foi mais necessária. Por isso, a gaiola de partida foi retirada do rotor e o mesmo foi projetado para obter uma relação máxima de saliência. As principais motivações para pelo novo interesse na MSR são:

1. O aumento da relação de saliência fez a MSR competir com a máquina de indução, particularmente em termos do fator de potência e potência requerida.
2. Conversores de alto desempenho de pequeno a médio porte e controle simples aliados a MSR podem ser comparados com máquinas de indução.

3. A MSR pode operar a velocidade próxima a zero com carga total, diferentemente do motor de indução que pode ter problemas de temperatura nestas condições de velocidade e carga. Adicionalmente a MSR é mais eficiente em baixas velocidades que a máquina de indução.
4. E adicionando um ímã adequado no rotor, é possível aumentar a eficiência sem necessariamente alterar o design do estator. Por causa das barreiras de fluxo existentes a desmagnetização é difícil de acontecer se ímãs com alta densidade de fluxo forem utilizados. A desmagnetização se a máquina estiver em condições de sobre carga e altas temperaturas é um problema significativo em máquinas de ímãs permanentes.

Depois de algumas motivações apresentadas nos itens anteriores, sobre a MSR, um histórico do desenvolvimento da máquina pode ajudar os leitores a ter uma idéia sobre a evolução da MSR.

A primeira referência sobre a MSR pode ser encontrada numa publicação de 1923 [4]. Desde então, vários projetos de máquinas foram propostos na literatura por um numero considerável de autores. A idéia principal proposta de projeto da MSR era maximizar a eficiência da máquina. Esses projetos podem ser classificados em várias categorias de características.

Este capítulo mostrará uma idéia sobre a evolução em ordem cronológica da MSR. A qual apresentará as categorias de máquinas separadas, enfatizando importantes aspectos de projeto, principais conjecturas de rotor, e limitações de projetos.

2.2 Evolução da Máquina Síncrona de Relutância

O uso da diferença de relutância para geração de torque teve seu princípio há aproximadamente 160 anos. Após a descoberta do campo magnético girante por Tesla em 1887, o primeiro motor de relutância era similar ao motor de relutância síncrono de dupla saliência, ou seja, saliência no rotor e estator. O primeiro motor de síncrono de relutância com campo girante foi, entretanto, introduzido por Kostko não antes que em 1923 (Kostko 1923) [4].

Existem diferentes nomes para as máquinas síncronas de relutância na literatura. Os mais populares para esses motores são: motor de relutância (MR), motor de relutância síncrono (MSR) e máquina síncrona de relutância (MSR). Neste trabalho é utilizado máquina síncrona de relutância, de alimentação única, (MSR) como nome e abreviação para essa máquina.

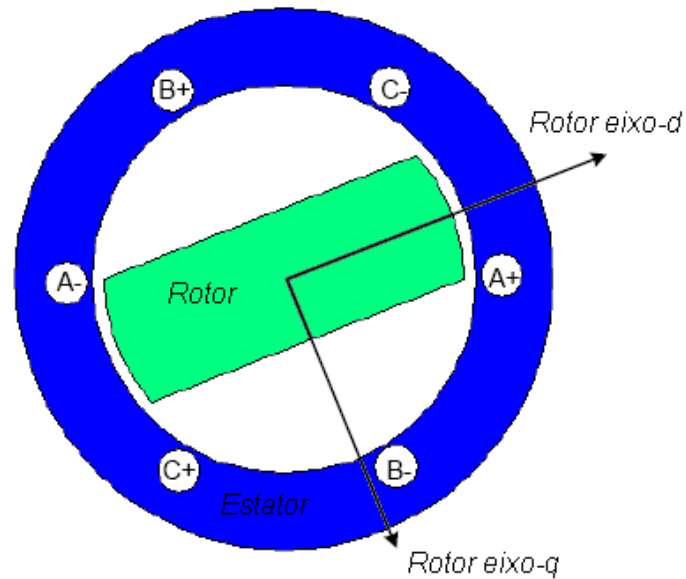


Figura 2.2.1 - Máquina de relutância com dois pólos, trifásica, relutância simples.

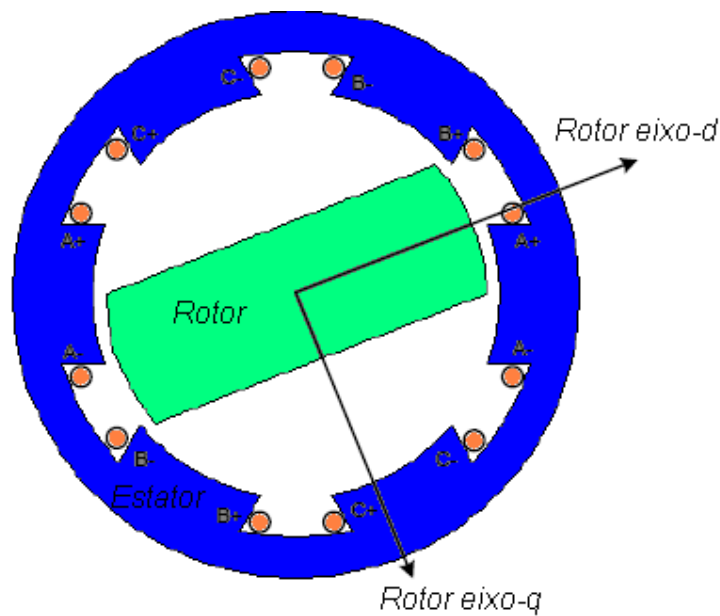


Figura 2.2.2 - Máquina de relutância chaveada com dois pólos, relutância dupla.

A figura 2.2.1 mostra a seção transversal de um motor de relutância com saliência única, que consiste em um estator sem saliência e um rotor saliente de dois pólos. Esse estator mostra um enrolamento de três fases muito embora seja possível qualquer número de fases. A figura 2.2.2 mostra a seção transversal de um motor de relutância com dupla saliência, ou seja, saliência no rotor e estator [5].

Em princípio, a MSR é muito similar a máquina síncrona de pólos salientes, porém não possui enrolamentos de excitação no rotor. Neste caso somente o rotor é construído com pólos salientes. A superfície interna do estator é cilíndrica, a qual possui muitos benefícios em relação às superfícies com relutâncias variáveis.

Depois do desenvolvimento dos motores de corrente alternada com conversores, em velocidades variáveis controladas, o motor passou a ser fornecido com uma frequência de alimentação fixa. Nestes casos é necessário que a MSR possua uma gaiola de esquilo no rotor, a fim de produzir torque para partir direto da rede. Por outro lado, o rotor não pode ser acelerado e sincronizado com a frequência da rede de alimentação. A gaiola foi também necessária como enrolamento amortecimento e assim manter o sincronismo quando o motor está submetido a diferentes condições de carga.

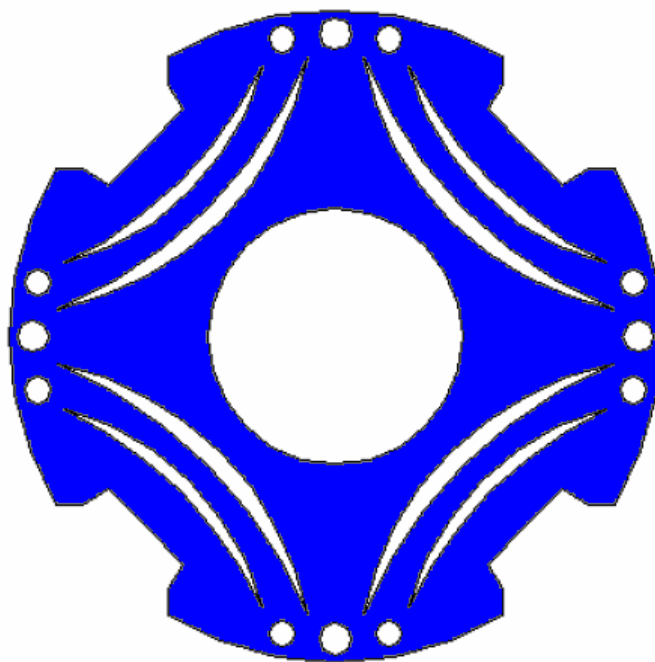


Figura 2.2.3 - Tipo de rotor da máquina de relutância com barreiras de fluxo.

A presença da gaiola na estrutura do rotor, para partida direta estava interferindo na solicitação de projeto do rotor otimizado.

A figura 2.2.3 mostra um esboço de uma típica máquina de relutância que utiliza barreiras de fluxo como forma de criar uma saliência entre o eixo polar (eixo-d) e o eixo interpolar (eixo q). Na maioria destes casos, os conversores destes motores não estão aptos a operar em frequências menores que 10 Hz. Por isso, esses motores são tipicamente para partida direta (partida assíncrona) com o conversor ajustado em aproximadamente 10Hz. Depois da sincronização com a frequência de alimentação, o motor pode operar acima de 10Hz conforme a frequência do conversor.

Acima da faixa de velocidade nominal de operação, o conversor está fornecendo um controle com tensão/frequência constante, a qual resulta num fluxo constante no entreferro. Se o conversor de frequência não estiver controlando as oscilações de carga, problemas de estabilidade acontecerão relacionados à instabilidade do sincronismo da máquina operando a uma frequência fixa, por exemplo, 60 Hz. De fato, isso mostra que uma completa instabilidade resulta em contínuas oscilações de velocidades próximas da velocidade nominal não existindo uma ação corretiva. Adicionalmente, um fenômeno ocorre quando o motor é ligado à plena carga. Neste caso, como o torque de partida é um torque indutivo e é gerado por uma gaiola incompleta como mostra a figura 2.2.3, o sincronismo com o conversor não é sempre atingido durante a partida assíncrona. Portanto, isso resulta numa contínua operação como um motor de indução antes que um motor síncrono. Conseqüentemente esse grande torque pulsante resulta numa substancial oscilação de velocidade. Finalmente, uma mudança súbita de carga na máquina resulta na perda do sincronismo em relação fonte de frequência.

Esses problemas obviamente não são desejáveis numa aplicação na qual necessita de um controle preciso de velocidade. Além disto, a relação entre a indutância do eixo d sobre a indutância do eixo q, definido aqui como relação de saliência, desta máquina não pode exceder mais que 2:1. Por causa da baixa relação de saliência, o tamanho da carcaça deste motor é maior que um motor de indução. Apesar disto, essa máquina foi utilizada por muitos anos e ainda continua sendo fabricada. No entanto, esta máquina está sendo amplamente substituída pela máquina síncrona com ímãs permanentes em aplicações como fiação de fibras.

Desenvolvimentos no projeto da máquina e a eletrônica de potência permitiram a retirada da gaiola de esquilos do projeto do rotor da máquina e o uso do controle vetorial

permitiu um melhor desempenho da mesma. Nos conversores com controle vetorial, dois parâmetros cruciais são diferentes das indutâncias dos eixos d e q: $(L_d - L_q)$, como no caso de partida da rede, e na relação destas duas indutâncias (L_d / L_q) . Uma variedade de estratégias de controle de vetor tem sido introduzida na literatura e relata que o melhor desempenho pode ser obtido se esses dois parâmetros forem feitos com a maior diferença possível. Para entendermos melhor essas solicitações, o rotor deve ser projetado de maneira que para L_d seja máximo e L_q seja mínimo. Diversos adendos foram feitos no rotor da MSR e as evoluções na configuração do rotor são um esforço para realizar esse objetivo de tornar a MSR mais eficiente.

2.2.1 Projeto Tradicional

Um ponto de partida no desenvolvimento do projeto de rotores é a saliência simples do arranjo tradicional (figura 2.2.4). A maioria das pesquisas no período de 1940 á 1960 foi puramente teórica e de investigação de vários aspectos de desempenho da operação com frequência fixa deste tipo de máquina na presença de uma gaiola no rotor. As baixas relações de saliência e conseqüentemente um baixo desempenho destas máquinas comprometeram sua estrutura rígida, simples e de baixo custo de fabricação.

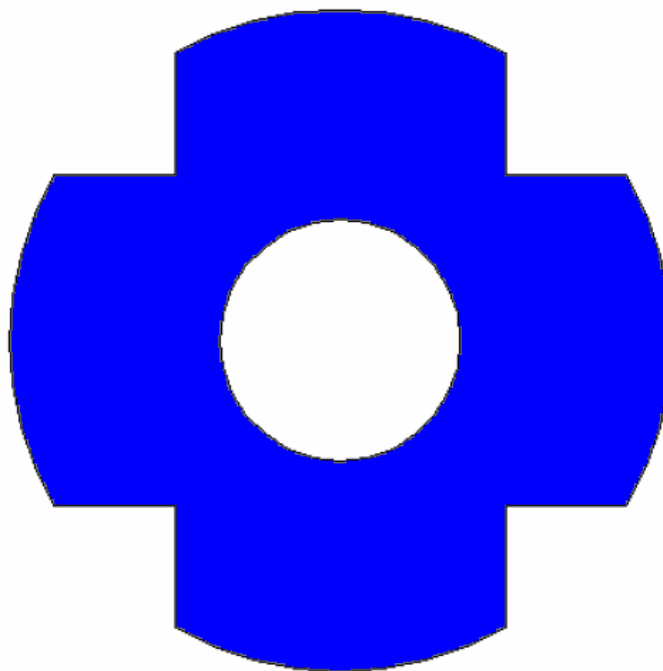


Figura 2.2.4 - Projeto de um rotor de quatro pólos salientes.

Esses projetos foram utilizados da metade dos anos 60 ao começo dos anos 70, em aplicações com uma única velocidade ou com duas velocidades fixas. Nos próximos 20 anos este tipo de máquina perdeu a popularidade. Somente duas publicações foram feitas neste período. A principal razão deste acontecimento foi o substancial desempenho baixo e a falta de controle vetorial.

2.2.2 Projeto Segmentado

A segunda geração de rotores para a máquina síncrona de relutância apareceu com um projeto parecido com o mostrado na figura 2.2.5. Esse rotor utiliza uma construção segmentada. Neste projeto não é utilizado gaiola de esquilos para a partida do motor. A máquina é partida em sincronismo com um conversor de frequência.

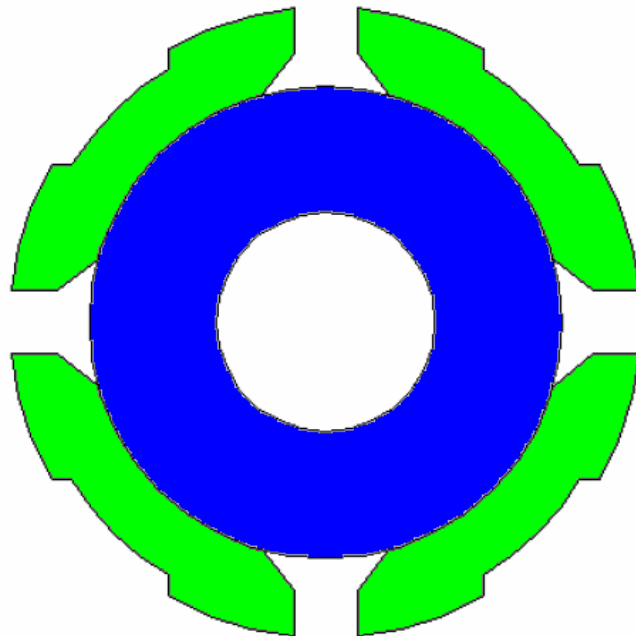


Figura 2.2.5 - Projeto de um rotor de quatro pólos segmentados isolados

Relações de saliências de cinco vezes ou mais foram obtidas com esta máquina. Estas relações de saliências possibilitaram que esta máquina fosse dimensionada na mesma carcaça que as máquinas de indução. Desde 1963, Lawrenson e Agu desenvolveram intensamente o projeto do rotor segmentado, figura 2.2.5 [4]. Eles construíram diversos

protótipos com máquinas de baixa inércia, aptos para aplicações onde uma alta relação torque/inércia é requerida.

Quatro anos depois, Lawrenson [4] melhorou os rotores segmentados introduzindo canais no eixo q e usou para aplicações com velocidades únicas e com velocidades variáveis. A grande relação de saliência permitiu para esse projeto obter um desempenho superior ao projeto convencional de rotor. No entanto, a complicada construção do rotor e o alto custo de fabricação foram os limites no desenvolvimento deste tipo de MSR.

Projetos de rotor segmentados como este tipo foram completamente ignorado nos anos 60 com muito poucas referências na literatura.

2.2.3 Projeto com dupla barreira de fluxo

Projetos de rotor de máquinas com dupla barreira de fluxo como mostrado na figura 2.2.6 apareceram no início dos anos 70 em alguns trabalhos escritos por Honsinger [4]. Estes trabalhos possuem duas barreiras por pólos e foram utilizados juntos com gaiolas de partida. Diferentemente dos projetos com rotor convencional e segmentado, este tipo de MSR é dirigido por conversores com controle da relação tensão/frequência. Neste mesmo período projetos de rotor com barreira de fluxo única foram desenvolvidos para partida direta da rede.

A principal vantagem deste tipo de MSR sobre a construção segmentada era o projeto superior de barreira de fluxo que permite obter uma melhor relação de saliência e melhor desempenho. Como nos casos dos projetos anteriores, este projeto foi ignorado nos anos 60 e 70, sendo apenas mencionado por Klingshirn, Wung e Kamper [4] em 1978. Os últimos autores publicaram trabalhos sobre o torque obtido por esta máquina sem gaiola, com controle vetorial, de Honsinger [4] comparado com a máquina de indução.

O rotor com barreira de fluxo única representa o último arranjo desta geração de projetos sem gaiola. Essa construção de rotor foi proposta em 1986 principalmente para a máquina com ímãs permanentes no interior. Na ausência de ímãs, no interior desta máquina ela se torna uma pura MSR. Esse tipo de máquina foi exaustivamente estudada por Miller e Staton [4] no início dos anos 90 e os seus trabalhos mostram que este tipo de máquina pode ser comparado a máquina de indução em vários aspectos de desempenho.

Os projetos dos rotores mostrados nas figuras 2.2.5 e 2.2.6 foram tentativas de aperfeiçoar a assimetria magnética externa com apropriada laminação radial com o objetivo de reduzir a indutância L_q sem reduzir a indutância L_d .

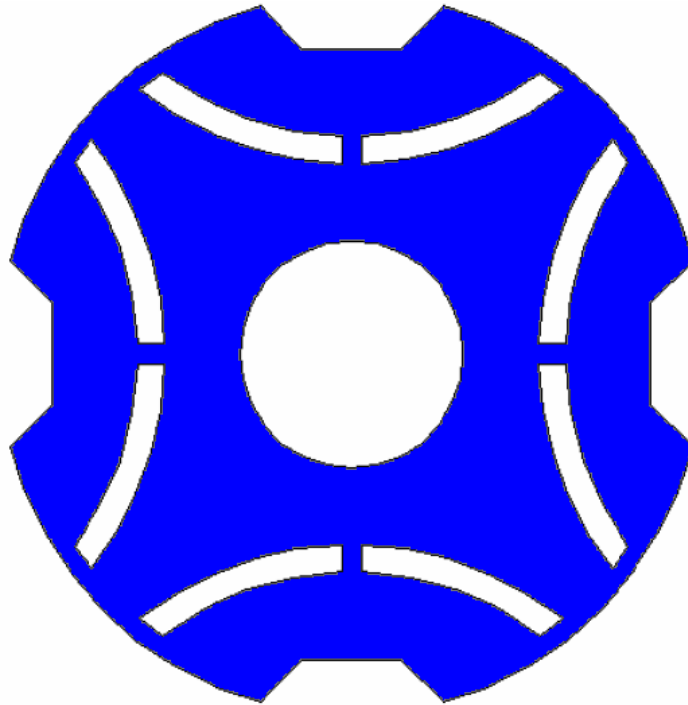


Figura 2.2.6 - Projeto de um rotor de quatro pólos com dupla barreira de fluxo

Uma das principais conclusões do trabalho de Kostko [4] a qual não foi previamente mencionada foi que a anisotropia do material magnético é também um importante fator de otimização, o qual pode ser considerado no procedimento de projeto. A anisotropia do material afeta diretamente as características da indutância L_d do eixo d .

2.2.4 Projeto do rotor com laminação axial

O rotor anisotrópico laminado axialmente (ALA) mostrado na figura 2.2.7 é construído com lâminas de chapa com grão orientado, e demonstra a principal diferença deste tipo de MSR. Neste tipo de MSR o rotor é construído com chapas de aço axialmente laminadas com os formatos “u” ou “v” e empilhadas na direção radial. Para descrever uma forma geral do rotor, pode ser usado analogamente quatro pilhas de canaletas de água sobre um

eixo sólido. Neste caso a permeância (indutância) na direção das canaletas forma a saliência dos pólos (eixo d) que é muito alta e forma um caminho de fluxo nesta direção.

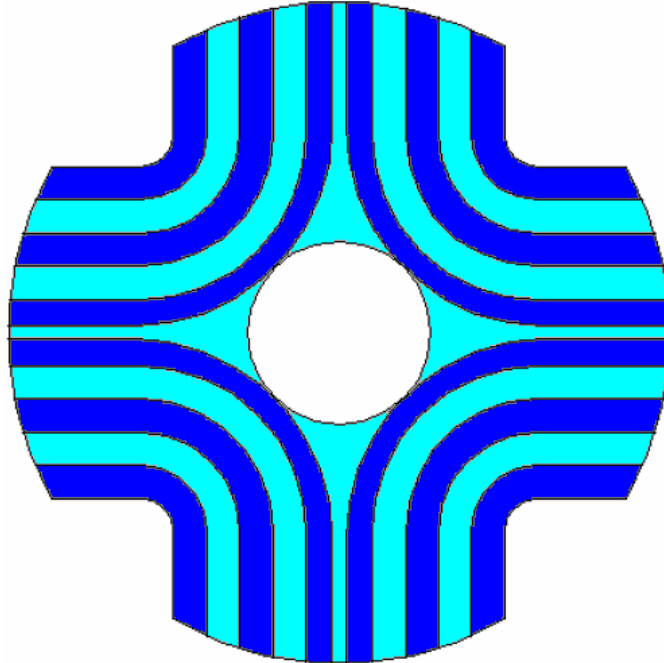


Figura 2.2.7 - Projeto de um rotor de quatro pólos laminado axialmente

A primeira máquina ALA foi construído por Cruickshank e Menzies [4] na Escócia em 1966. Mais desenvolvimentos foram feitos pelos mesmos autores no início dos anos 70 e por Rao [4] na metade dos anos 70. Como esperado este projeto encontrou restrições pela presença de uma gaiola de partida, o grande potencial da máquina ALA em termos de relação de saliência não foi utilizado. Sendo que o seu desempenho é inferior ao desempenho de uma máquina de indução equivalente, isso resultou num leque de interesse nesta máquina nos anos seguintes. No final dos anos 80 um moderno projeto da máquina ALA sem gaiola, com uma alta relação de saliência e um bom desempenho foi apresentado. A partir daí essa máquina passou a ser uma alternativa entre as outras máquinas elétricas.

2.2.5 Projeto do rotor com laminação transversal

A próxima geração das MSR foi a com rotores de laminação transversal (LAT). Esse tipo de rotor também foi chamado de rotor com múltiplas barreiras de fluxo. A figura 2.2.8 mostra um rotor de quatro pólos transversalmente laminado com duas barreiras de fluxo por pólos. A segurança mecânica está garantida por finas “costelas”, dispostas no entreferro e no interior das lâminas do rotor, para aplicações com altas velocidades e ou rotor de grandes diâmetros.

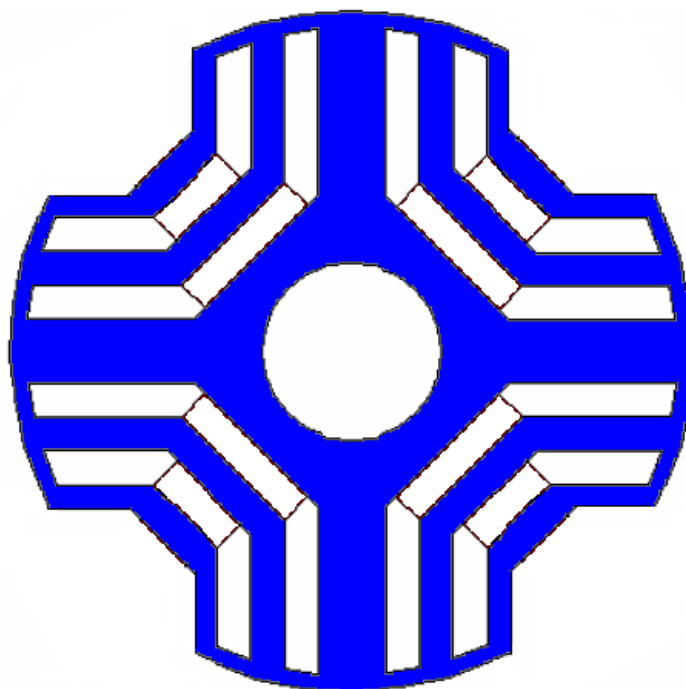


Figura 2.2.8 - Projeto de um rotor de quatro pólos laminado transversalmente.

A laminação do rotor é feita da maneira tradicional, como resultado a construção é simples e barata. No entanto, em comparação com os rotores ALA, esse tipo de rotor possui uma maior dispersão de fluxo, portanto, a produção de torque e o fator de potência são menores nas MSR com laminação transversal em respeito a MSR com rotor ALA.

Contrariando este fato a LAT do rotor tem muitas vantagens incluindo formatos não simétricos na chapa do rotor e a fácil produção em massa. Além disso, o rotor de laminação transversal pode ser otimizado para o projeto desejado, com finalidade de diminuir as harmônicas no entreferro e assim diminuir o torque de pulsação no entreferro

(ripple torque). Isso é obtido com o projeto apropriado de varias barreiras de fluxo e com os apropriados pontos de acessos no entreferro.

2.2.6 Projeto do rotor da MSR assistida por ímãs [7]

Quando inserimos ímãs permanentes nas barreiras de fluxo de máquina síncrona de relutância, ela passa a ser chamada máquina síncrona de relutância assistida por ímãs (MSRAI). Ímãs permanentes podem ser montados em pacotes de rotores laminados axialmente ou transversalmente.

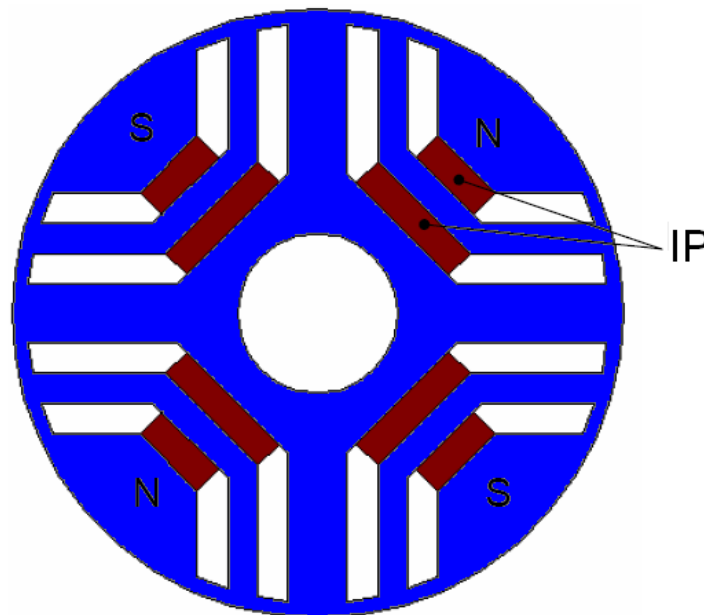


Figura 2.2.9 - Projeto de um rotor de quatro pólos laminado axialmente assistido por ímãs.

A figura 2.2.9 mostra um rotor laminado transversalmente da MSRAI. A polaridade do ímã é escolhida tal que concatene o fluxo do eixo q na carga nominal. Independentemente da diferente escolha para eixos d e q, em princípio a MSRAI é nada mais que um caso particular da máquina com ímãs permanentes no interior (IMI).

No entanto, uma substancial diferença é a alta anisotropia na estrutura do rotor da MSRAI e como resultado é necessário um ímã permanente de baixa indução. A quantidade de fluxo do ímã permanente é muito menor que a quantidade de fluxo total da máquina. Em contraste, as máquinas com ímãs permanentes no interior a maioria da quantidade de fluxo é proveniente do ímã permanente e o fluxo produzido pelas correntes do estator é

considerado uma reação de fluxo indesejada. Na prática, pelas diferenças mencionadas anteriormente entre as máquinas MSRAI e IMI, elas possuem diferentes aptidões para grandes faixas de enfraquecimento de fluxo.

2.3 Princípio de funcionamento da Máquina Síncrona de Relutância[4].

A máquina síncrona de relutância tem o seu funcionamento similar a uma máquina síncrona, sendo assim a mesma possui duas componentes de torque.

A primeira componente de torque depende da tensão de entrada e da força eletromotriz induzida pela excitação, quando a mesma houver, e é chamada de componente fundamental de torque.

A segunda componente é proveniente da relutância da máquina, que por sua vez depende da tensão de entrada e da relação de saliência, ou seja, a relação entre as relutâncias dos eixos, X_d para o eixo direto e X_q para o eixo de quadratura, quando a máquina não tiver excitação deve existir a relação $X_d \neq X_q$. A figura 2.3.1 mostra as duas componentes de torque para a máquina síncrona.

Essa relação de relutância é possível de ser adicionada em uma máquina de indução tornando-o uma máquina síncrona. Basta acrescentar barreiras de fluxo no rotor corretamente posicionadas, que teremos uma relutância mínima do eixo direto e uma relutância máxima no eixo q.

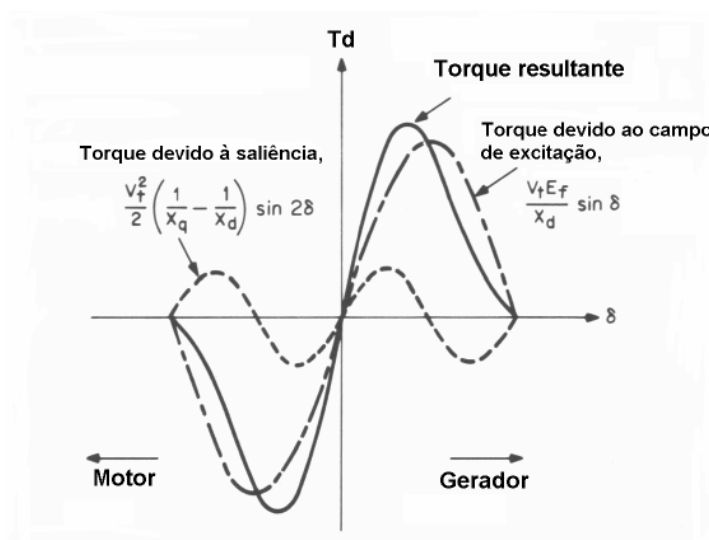


Figura 2.3.1 - Componentes do torque de uma máquina síncrona com excitação no rotor.

Na figura 2.3.1 é possível ver facilmente que o formato da curva é fortemente afetado pela relação de saliência. Quanto maior for a diferença entre X_d e X_q maior será o torque de relutância.

Quando essas máquinas são partidas assincronamente o torque de partida é criado pelas correntes induzidas em uma gaiola no rotor, formada por barras de alumínio ou cobre.

O campo girante tentará sempre manter o rotor na posição de menor relutância para o fluxo que está sendo gerado e atravessa o entreferro, no entanto, o torque de relutância levará a máquina ao sincronismo. A posição de relutância mínima será quando o rotor girar em sincronismo com o eixo do fluxo magnético, quando a máquina estiver em carga o eixo direto, eixo dos pólos do rotor, atrasa-se em relação ao eixo do fluxo proveniente do estator. Este atraso é chamado de eixo de carga. Numa máquina síncrona de rotor cilíndrico e sem barreiras de fluxo, o torque de relutância desaparece, pois não temos a definição clara entre o eixo direto e o eixo de quadratura, ou seja, as regiões polares e interpolares possuem a mesma relutância.

Nas situações onde não existem ímãs ou enrolamentos de excitação no rotor o campo magnético é criado somente pelo enrolamento do estator, neste caso a máquina absorve potência reativa da rede para criar o campo magnético necessário, assim trabalha com baixo fator de potência, se comparado com as máquinas síncronas convencionais.

Como já foi mencionado neste texto o torque depende da diferença das reatâncias dos eixos d e q, ou seja, $X_d - X_q$. O fator de potência da máquina depende da relação de saliência, quanto maior for a relação menor dispersão de fluxo teremos e assim maior será o fator de potência.

As máquinas de relutância controladas eletronicamente levam vantagens sobre a máquina de relutância com partida assíncrona, pois não necessitam de gaiola para partida, e assim conseguem apresentar uma relação de saliência melhor. Conseqüentemente apresentam maior torque e maior fator de potência. Um exemplo deste tipo de máquina é a máquina síncrona de relutância de rotor anisotrópico laminado axialmente, ou a máquina de rotor segmentado, ou seja, máquinas que tem como propriedade construtiva uma peça sólida fixada ao eixo. Como estas máquinas trabalham no sincronismo as correntes parasitas não serão problemas.

Os rotores segmentados apresentam uma relação de saliência de 5-6 vezes, enquanto que a máquina ALA apresenta relação de saliência de 7-8 vezes essa característica faz com

que a mesma obtenha excelentes valores de fator de potência. A grande desvantagem da máquina ALA é a dificuldade de construção em grande escala, o eleva o custo consideravelmente.

A máquina ALA apresenta muitas vantagens em relação à MRC e eliminam muitas das suas desvantagens como: ruído, vibrações e pulsação de torque, além de necessitarem de um controlador eletrônico com menor número de chaves eletrônicas e permitir o controle da velocidade.

Outra característica das máquinas ALA é que sua forma construtiva emprega barreiras de fluxo, a qual é obtida na retirada de ferro do rotor e assim reduzindo a reatância de quadratura. No entanto, realizando esta operação estreitamos o caminho do fluxo e assim reduzimos também a reatância de eixo direto.

A conclusão do exposto no parágrafo anterior é que é possível desenvolver um projeto com um rotor de barreiras de fluxo laminado transversalmente, tal que o dimensionamento das barreiras de fluxo permita a largura de ferro no eixo d , necessária para permitir a passagem do fluxo sem saturar a máquina e ao mesmo tempo prover uma alta relutância para o fluxo do eixo q .

Conseqüentemente, um projeto com barreiras pode ser uma ótima opção em substituição aos rotores segmentados e ALA.

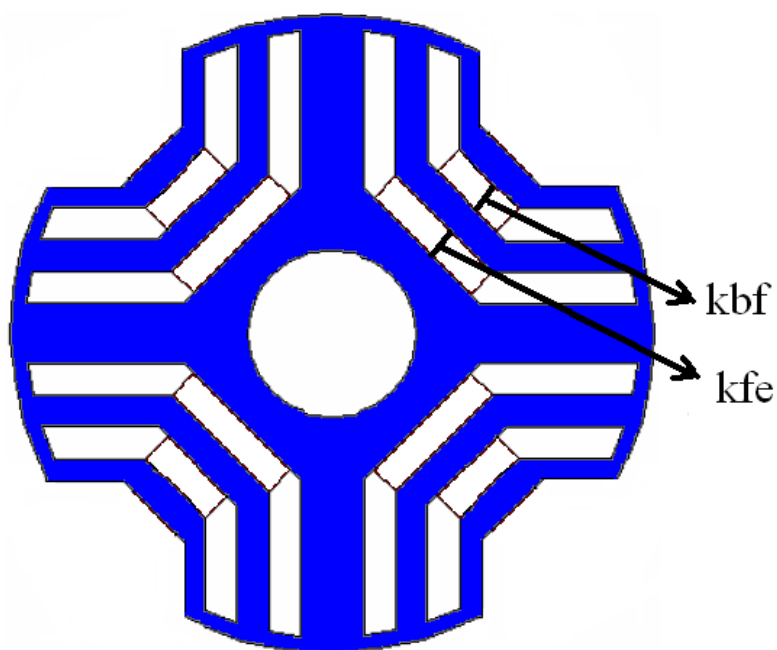


Figura 2.3.2 - Larguras de caminho de fluxo no ferro (k_{fe}) e largura das barreiras de fluxo (k_{bf}).

O correto posicionamento das barreiras de fluxo é importante, pois uma excelente barreira de fluxo pode ao mesmo tempo diminuir a reatância de eixo q e diminuir a reatância de eixo direto, se a mesma estiver mal posicionada.

Vamos definir os caminhos de fluxo no ferro como (kfe) e as barreiras de fluxo como (kbf), as mesmas são mostradas na figura 2.3.2. Muitos estudos mostram que a relação kfe/kbf deve estar entre 0,2-0,6. Ainda existe um numero ótimo de barreiras de fluxo, dependendo das dimensões do rotor e das barreiras, para uma dada relação kfe/kbf.

2.4 Conclusão

A importância do desenvolvimento deste capítulo é estudar os tipos de rotores utilizados em máquinas síncronas de relutância, pois é a partir deste estudo que será construído um protótipo na seqüência do trabalho. Entre os rotores apresentados com suas diversas características, o rotor com barreiras de fluxo foi o que apresentou o melhor desempenho, pois possui uma boa relação de saliência e é fácil de ser construído.

3. PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO E FUNCIONAMENTO EM REGIME PERMANENTE DA MÁQUINA TRIFÁSICA DE RELUTÂNCIA DUPLAMENTE ALIMENTADA SEM ESCOVAS.

3.1 Introdução

A proposta deste capítulo é descrever o princípio de funcionamento da máquina trifásica de relutância duplamente alimentada sem escovas (MTRDASE), bem como estabelecer o seu funcionamento em regime permanente. Para o desenvolvimento das equações foram feitas algumas considerações simplificativas, as quais podem ser apreciadas e entendidas.

3.2 Considerações sobre a máquina e sobre suas partes construtivas [1].

Nesta seção será discutido o princípio de funcionamento da máquina de relutância duplamente alimentada sem escovas (MTRDASE).

Como uma máquina de indução essa máquina pode ser dividida em dois subconjuntos principais, estator e rotor. Como o próprio nome sugere o estator é a parte estática da máquina e o rotor a parte móvel. O estator é constituído por dois enrolamentos, os quais possuem diferentes números de pólos, para o estudo desta máquina será considerado no estator um enrolamento primário de 12 pólos e um enrolamento secundário de 8 pólos. Não será discutido neste capítulo como chegar nesta configuração de pólos, este estudo será apresentado no capítulo 5.

O rotor da máquina em questão possui pólos salientes, á exemplo dos rotores apresentados no capítulo 2 e o número de pólos do rotor é ainda diferentes do número de pólos dos enrolamentos do estator. O protótipo apresentado no capítulo 5 terá 10 pólos no rotor. O estudo aqui apresentado é válido para todas as combinações de pólos possíveis conforme capítulo 5. As combinações de pólos para os enrolamentos do estator e para os pólos salientes do rotor como mencionado antes será apresentado no capítulo 5, porém podemos afirmar de antemão que o número de pólos do rotor deve seguir a seguinte regra:

$$P_r = P_p + P_s \quad (3.2.1)$$

Onde p_r representa o número de pólos do rotor e p_p e p_s o número de pares de pólos dos enrolamentos primário e secundário do estator respectivamente.

A questão que fica é “como pode uma máquina produzir algum torque, uma vez que número de pólos do rotor deve ser o mesmo do número de pólos do campo produzido pelo estator a fim de produzir um torque médio líquido?” Essa questão será respondida nesta seção.

Para a análise do funcionamento desta da MTRDASE algumas considerações se fazem necessário, como segue:

1. Será assumido que a chapa da máquina possui permeabilidade infinita.
2. Os enrolamentos do estator estão adequadamente distribuídos a fim de produzirem uma forma de onda senoidal perfeita.
3. Os enrolamentos do estator são todos trifásicos.
4. As correntes do estator consideradas são trifásicas, de forma de onda senoidal idealmente evoluídas no tempo.
5. O entreferro desta máquina será modelado usando uma função senoidal.
6. O enrolamento principal do estator será conectado direto a rede de alimentação, para a operação em regime da MTRDASE.
7. O enrolamento auxiliar do estator será conectado a um conversor a fim de controle de variação da frequência, para operação em regime da MTRDASE.

Assumindo as considerações acima se pode agora começar com o desenvolvimento das funções espaciais das forças magneto motrizes (fmm) para a máquina em questão. A figura 3.2.1 mostra a distribuição da fmm dos enrolamentos do estator, onde a notação “ p ” é para representar as informação do enrolamento primário e a notação “ s ” é para representar as informações correspondentes ao enrolamento secundário. Podemos ainda observar que na figura 3.2.1 que a fmm do enrolamento primário e secundário se desenvolvem conforme as expressões:

$$F_p(\vartheta) = n_p i_p \cos p_p \vartheta \quad (3.2.2)$$

$$F_s(\vartheta) = n_s i_s \cos p_s \vartheta \quad (3.2.3)$$

onde:

$F_p(\theta)$ e $F_s(\theta)$ são as fmm's do primário e secundário respectivamente;

n_p e n_s são o número de espiras dos enrolamentos do primário e secundário respectivamente;

i_p e i_s são as correntes do primário e secundário respectivamente.

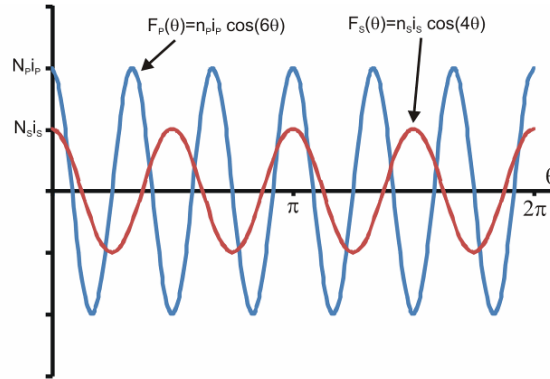


Figura 3.2.1 - Fmm dos enrolamentos de uma fase do estator da MTRDASE.

Podemos assumir que o entreferro d é modelado conforme a função:

$$d(\theta, \theta_{rm}) = \frac{1}{m + n \cos p_r(\theta - \theta_{rm})} \quad (3.2.4)$$

onde as constantes $m \geq n > 0$ e

p_r = número de pólos do rotor;

θ_{rm} = ângulo mecânico do rotor tendo como referência o eixo da fase “A” do enrolamento primário;

θ = ângulo mecânico em torno da máquina tendo como referência o eixo da fase “A” do enrolamento primário.

Sendo assim pode ser definido que:

- O máximo entreferro é dado por $d_{\max} = \frac{1}{m - n}$, e

- O mínimo entreferro é dado por $d_{\min} = \frac{1}{m+n}$.

O inverso da função do entreferro é mostrado na figura 3.2.2.

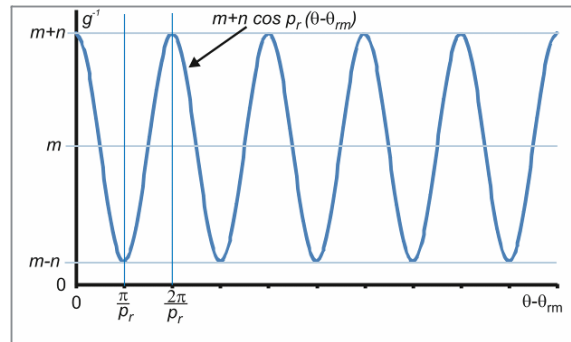


Figura 3.2.2 - Função inversa do entreferro para uma máquina com p_r pares de pólos no rotor.

Assumindo que no primário e no secundário esteja circulando uma corrente trifásica senoidal, com seqüência de fases “abc”, conforme segue:

$$\left. \begin{aligned} i_{ap} &= I_M \cos \omega_p t \\ i_{bp} &= I_M \cos \left(\omega_p t + \frac{2p}{3} \right) \\ i_{cp} &= I_M \cos \left(\omega_p t - \frac{2p}{3} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.2.5)$$

$$\left. \begin{aligned} i_{as} &= I_m \cos(\omega_s t - a) \\ i_{bs} &= I_m \cos \left(\omega_s t - a + \frac{2p}{3} \right) \\ i_{cs} &= I_m \cos \left(\omega_s t - a - \frac{2p}{3} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.2.6)$$

onde:

a = ângulo de defasagem entre as correntes do enrolamento primário e o enrolamento secundário.

A resultante da fmm rotativa pode ser expressa conforme abaixo, para o enrolamento principal e auxiliar respectivamente:

$$F_p(q) = F_{pm} \cos(\omega_p t - p_p q) \quad (3.2.7)$$

$$F_s(q) = F_{sm} \cos(\omega_s t - a - p_s q) \quad (3.2.8)$$

onde:

p_p = número de pares de pólos do enrolamento primário;

p_s = número de pares de pólos do enrolamento secundário;

Os termos F_{pm} e F_{sm} representam os valores de pico da força magneto motriz do enrolamento primário e secundário respectivamente, que podem ser calculadas como:

$$F_{pm} = \frac{3}{2} n_p I_M \quad (3.2.9)$$

$$F_{sm} = \frac{3}{2} n_s I_m \quad (3.2.10)$$

onde:

$$n_p = \frac{1}{2} \text{ espiras/fase/par de pólos do primário} = \text{ espiras/fase/pólos do primário} = \frac{n'_p}{p_p}$$

$$n_s = \frac{1}{2} \text{ espiras/fase/par de pólos do secundário} = \text{ espiras/fase/pólos do secundário} = \frac{n'_s}{p_s}$$

n'_p = pico de densidade no enrolamento primário [condutores/radianos]

n'_s = pico de densidade no enrolamento secundário [condutores/radianos]

Se as densidades dos condutores são n'_p e n'_s respectivamente para o enrolamento primário e secundário, então o número total de espiras por fase pode ser escrito como $2n'_p$ e $2n'_s$.

A maioria da literatura mostra a densidade de condutores em relação à distância linear em volta do rotor. Neste caso particular o diâmetro da estrutura que suporta a cabeça de bobinas está explícito na expressão do número total de espiras. No caso de espiras por radianos, o diâmetro está implícito na densidade. Pode ser mostrado como:

$$n'_p = \frac{\tilde{n}D}{2} \quad (3.2.11)$$

$$\therefore 2n'_p = \tilde{n}D = N_{fase} \quad (3.2.12)$$

Onde D = diâmetro da máquina e \tilde{n} = espiras por metro em volta do perímetro da máquina

Agora, de posse das fmm's para os enrolamentos e a função do entreferro, podemos calcular a densidade de fluxo magnético distribuído ao longo de q para cada enrolamento usando a expressão a seguir:

$$B(q, q_{rm}) = m_0 d^{-1}(q, q_{rm}) F(q) = m_0 H(q, q_{rm}) \quad (3.2.13)$$

onde:

$H(q, q_{rm})$ representa o campo magnético em (A/m) .

Antes de substituirmos as variáveis nesta expressão vamos assumir a seguinte expressão genérica para o entreferro na expressão (3.2.4), com a seguinte forma:

$$d^{-1}(q, q_{rm}) = \frac{G}{2} [1 + \cos p_r (q - q_{rm})] \quad (3.2.14)$$

Por exemplo $m = n = \frac{G}{2}$. Note que essa função mostra que assumimos que o entreferro é infinito quando $d^{-1}(q, q_{rm}) = 0$.

Substituindo (3.2.7) e (3.2.11) em (3.2.13) obtemos:

$$B_p(q, q_{rm}) = m_0 \left\{ \frac{G}{2} [1 + \cos p_r (q - q_{rm})] \right\} [F_{pm} \cos(\omega_p t - p_p q)]$$

$$B_p(q, q_{rm}) = \frac{m_0 G F_{pm}}{2} [\cos(\omega_p t - p_p q) + \cos(\omega_p t - p_p q) \cos p_r (q - q_{rm})] \quad (3.2.15)$$

Usando a relação trigonométrica

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

podemos escrever a expressão de $B_p(q, q_{rm})$ como:

$$B_p(q, q_{rm}) = \frac{m_0 G F_{pm}}{2} \left\{ \begin{aligned} &\cos(\omega_p t - p_p q) + \frac{1}{2} \{ \cos[\omega_p t - p_p q + p_r (q - q_{rm})] \\ &+ \cos[\omega_p t - p_p q - p_r (q - q_{rm})] \} \end{aligned} \right\}$$

$$B_p(q, q_{rm}) = \frac{m_0 G F_{pm}}{2} \left\{ \begin{aligned} &\cos(\omega_p t - p_p q) + \frac{1}{2} \{ \cos[(\omega_p - p_r \omega_{rm})t - (p_p - p_r)q] \\ &+ \cos[(\omega_p + p_r \omega_{rm})t - (p_p + p_r)q] \} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.16)$$

onde:

$$q_{rm} = \omega_{rm} t \text{ e}$$

ω_{rm} = velocidade angular do rotor em radianos/segundos

Considerando a segunda parte da expressão (3.2.16) podemos observar um campo fundamental e duas componentes harmônicas. A direção da rotação relativa destas componentes depende especificamente do número de pólos e da velocidade angular do o rotor.

Agora vamos fazer a mesmo desenvolvimento com o enrolamento secundário. A resultante da densidade de fluxo neste será:

$$B_s(q, q_{rm}) = m_0 \left\{ \frac{G}{2} [1 + \cos p_r (q - q_{rm})] \right\} [F_{sm} \cos(\omega_s t - a - p_s q)]$$

$$B_s(q, q_{rm}) = \frac{m_0 GF_{sm}}{2} \left\{ \begin{aligned} &\cos(\omega_s t - a - p_s q) + \frac{1}{2} \{ \cos[\omega_s t - a - p_s q + p_r (q - q_{rm})] \} \\ &+ \cos[\omega_s t - a - p_s q - p_r (q - q_{rm})] \} \end{aligned} \right\}$$

$$B_s(q, q_{rm}) = \frac{m_0 GF_{sm}}{2} \left\{ \begin{aligned} &\cos(\omega_s t - a - p_s q) + \frac{1}{2} \{ \cos[(\omega_s - p_r \omega_{rm})t + (p_r - p_s)q - a] \} \\ &+ \cos[(\omega_s + p_r \omega_{rm})t - (p_r + p_s)q - a] \} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.17)$$

Novamente na expressão acima podemos observar uma componente fundamental e duas harmônicas na forma de onda da densidade de fluxo.

Podemos observar que nas expressões de densidade de fluxo para ambos os enrolamentos, primário e secundário, esta presente o numero de pólos do rotor p_r . Assim podemos concluir que existe um número de pólos no rotor p_r tal que posiciona as componentes harmônicas de densidade de fluxo de um dos enrolamentos para a mesma velocidade angular e com o mesmo número de pólos da componente fundamental do outro enrolamento.

Se a observação do parágrafo anterior é verdadeira, o rotor promove o acoplamento entre aos dois enrolamentos do estator. Esse é o pré-requisito fundamental para a produção de torque deste tipo de máquina.

A componente fundamental do enrolamento secundário possui uma defasagem geométrica em relação ao enrolamento primário, representada pela fase a . Essa defasagem, no entanto é irrelevante nesta análise, o interesse é somente na frequência e no número de pólos das componentes do enrolamento do primário. Então a fase a será ignorada na explanação a seguir.

Para testar as afirmações acima vamos considerar as componentes harmônicas do enrolamento primário. Um dos pré-requisitos mencionados acima é que a componente do campo deve estar girando na mesma direção da fundamental do campo do outro enrolamento, e o número de pólos no espaço deve ser o mesmo. Essa afirmação obriga o cosseno da componente fundamental do enrolamento secundário seja igual ao cosseno da componente harmônica do enrolamento primário. Considerando a primeira componente harmônica temos:

$$\cos((W_p - p_r W_{rm})t - (p_p - p_r)q) = \cos(W_s t - a - p_s q) \quad (3.2.18)$$

Como estamos interessados na análise das componentes de frequência e nas componentes espaciais destes cossenos, podemos simplificar a expressão para:

$$W_p - p_r W_{rm} = W_s \quad \text{ou} \quad -W_p + p_r W_{rm} = W_s \quad (3.2.19)$$

$$\text{e } p_p - p_r = p_s \quad \text{ou} \quad -p_p + p_r = p_s \quad (3.2.20)$$

Trabalhando um pouco com as igualdades acima temos:

$$W_p - p_r W_{rm} = W_s \Rightarrow W_{rm} = \frac{W_s + W_p}{p_r}$$

$$p_p - p_r = p_s \Rightarrow p_r = p_p - p_s \quad (3.2.21)$$

$$\therefore W_{rm} = \frac{W_s + W_p}{p_p - p_s} \quad (3.2.22)$$

e

$$-W_p + p_r W_{rm} = W_s \Rightarrow W_{rm} = \frac{W_s + W_p}{p_r}$$

$$-p_p + p_r = p_s \Rightarrow p_r = p_p + p_s \quad (3.2.23)$$

$$\therefore W_{rm} = \frac{W_s + W_p}{p_p + p_s} \quad (3.2.24)$$

Agora considerando a segunda componente harmônica do enrolamento principal:

$$\cos((W_p + p_r W_{rm})t - (p_p + p_r)q) = \cos(W_s t - a - p_s q) \quad (3.2.25)$$

obtemos:

$$W_p + p_r W_{rm} = W_s \Rightarrow W_{rm} = \frac{-W_s + W_p}{p_r}$$

$$p_p + p_r = p_s \Rightarrow p_r = p_s - p_p \quad (3.2.26)$$

$$\therefore W_{rm} = \frac{-W_s + W_p}{p_s - p_p} = \frac{W_p - W_s}{p_s - p_p} \quad (3.2.27)$$

e

$$-(W_p + p_r W_{rm}) = W_s \Rightarrow W_{rm} = \frac{-(W_p + W_s)}{p_r}$$

$$p_p + p_r = -p_s \Rightarrow p_r = -(p_s + p_p) \quad (3.2.28)$$

$$\therefore W_{rm} = \frac{W_p + W_s}{p_p + p_s} \quad (3.2.29)$$

Se assumirmos que o número de par de pólos do enrolamento secundário é menor que o número de par de pólos do enrolamento primário, então podemos considerar que as expressões $p_r = p_s - p_p$ e $p_r = -(p_s + p_p)$ dariam um número de pólos no rotor p_r negativo, situação essa impossível fisicamente. Embora, a obtenção do número de pólos do rotor através da função inversa do entreferro permita matematicamente que o número de pólos do rotor seja positivo ou negativo, fisicamente não é possível este arranjo. Sendo assim podemos concluir que uma componente das harmônicas do enrolamento primário permite o acoplamento com a componente fundamental do enrolamento secundário e a outra componente produz um número de pólos no rotor que não produz o acoplamento entre o enrolamento primário e secundário.

Agora vamos fazer a mesma análise anterior, porém considerando a combinação das componentes harmônicas do enrolamento auxiliar com a componente fundamental do enrolamento primário. Neste caso precisamos satisfazer a seguinte expressão:

$$\cos((W_s - p_r W_{rm})t - (p_r - p_s)\varphi - a) = \cos(W_p t - p_p \varphi) \quad (3.2.30)$$

Fazendo as mesmas operações com as componentes harmônicas do enrolamento secundário que foram realizadas com as componentes harmônicas do enrolamento primário, teremos as seguintes condições:

$$W_s - p_r W_{rm} = W_p \Rightarrow W_{rm} = \frac{-W_p + W_s}{p_r}$$

$$p_r - p_s = -p_p \Rightarrow p_r = p_s - p_p \quad (3.2.31)$$

$$\therefore W_{rm} = \frac{W_p - W_s}{p_p - p_s} \quad (3.2.32)$$

e

$$-(W_s + p_r W_{rm}) = W_p \Rightarrow W_{rm} = \frac{W_p + W_s}{p_r}$$

$$-(p_r - p_s) = -p_p \Rightarrow p_r = p_p + p_s \quad (3.2.33)$$

$$\therefore W_{rm} = \frac{W_p + W_s}{p_p + p_s} \quad (3.2.34)$$

e para a segunda componente harmônica do secundário teremos:

$$-(W_s + p_r W_{rm}) = W_p \Rightarrow W_{rm} = \frac{-(W_p + W_s)}{p_r}$$

$$p_s + p_r = -p_p \Rightarrow p_r = -(p_p + p_s) \quad (3.2.35)$$

$$\therefore W_{rm} = \frac{W_p + W_s}{p_p + p_s} \quad (3.2.36)$$

e

$$W_s + p_r W_{rm} = W_p \Rightarrow W_{rm} = \frac{W_p - W_s}{p_r}$$

$$-(p_s + p_r) = -p_p \Rightarrow p_r = p_p - p_s \quad (3.2.37)$$

$$\therefore W_{rm} = \frac{W_s - W_p}{p_p - p_s} \quad (3.2.38)$$

Assim como na análise das componentes harmônicas do enrolamento do primário, as componentes harmônicas do enrolamento secundário produzem número de pólos no rotor negativo.

Concluindo, podemos observar que os enrolamentos primário e secundário possuem uma ou duas de harmônicas de indução, que através do rotor, podem acoplar-se com o outro enrolamento. Do enrolamento primário para o secundário ou do secundário para o primário as relações são simétricas com a velocidade angular do rotor na mesma direção para ambos os enrolamentos.

Resumindo as análises anteriores, temos para cada harmônica ou para cada enrolamento duas opções de números de pólos do rotor e de velocidade angular. As duas opções são as mesmas para ambos os casos, e podem ser observadas a seguir:

$$p_r = p_p + p_s \quad \text{e} \quad W_{rm} = \frac{W_p + W_s}{p_r} \quad (3.2.39)$$

$$p_r = |p_p - p_s| \quad \text{e} \quad W_{rm} = \frac{W_p - W_s}{p_r} \quad (3.2.40)$$

Relações semelhantes são obtidas para os pares de pólos e frequências de rotação de máquinas de indução em cascata [3].

Nas expressões de densidade de fluxo magnético (3.2.16) e (3.2.17) observamos que são formadas por três componentes, uma fundamental e duas harmônicas, com pares de pólos $p_p \pm p_r$ e $p_s \pm p_r$, respectivamente. As harmônicas são resultado da combinação com a forma de onda inversa do entreferro e efetivamente as bandas laterais do processo de modelação, ou seja, o acoplamento entre os enrolamentos do estator só é possível devido às harmônicas de densidade de fluxo, que dependem do número de pólos do rotor. Somente uma das bandas laterais terá o número de pólos correto para acoplar com o enrolamento

oposto, dependendo de considerarmos p_r positivo ou negativo. Então, é claro que os enlaces de fluxo mútuo entre os enrolamentos é menor do que o fluxo enlaçando o enrolamento de origem uma vez que o pico de densidade de fluxo da harmônica de acoplamento é menor do que a densidade de fluxo fundamental do enrolamento de origem.

A expressão geral para a indutância mútua é:

$$L_{ps} = k_{ps} \sqrt{L_p L_s} = k_{ps} L \quad (3.2.41)$$

Onde $L = L_p = L_s$. As observações acima significam que $k_{ps} \ll 1$ tipicamente.

3.3 Desenvolvimento do modelo de regime permanente

A partir do que foi apresentado na seção anterior desenvolveremos o modelo de regime permanente da MTRDASE e assim usaremos este modelo para calcular o torque que é produzido pela máquina. Supusemos até aqui que temos dois enrolamentos trifásicos, o primário com pares de pólos p_p e o secundário com pares de pólos p_s com a condição $p_r = p_p + p_s$. Consideremos agora o enlace de fluxo trifásico com uma única fase de cada um destes dois enrolamentos trifásicos.

Enlace de fluxo trifásico quer dizer que se está considerando o fluxo produzido pelas três fases de ambos os enrolamentos e considerando o enlace deste fluxo com uma única fase de um enrolamento.

Uma vez que o fluxo concatenado seja calculado então a tensão induzida em uma fase pode ser calculada e daí o torque produzido pela máquina pode ser encontrado.

Designando os dois enrolamentos em questão como:

Δ
A = Fase 'A' do enrolamento primário com p_p pares de pólos

Δ
a = Fase 'a' do enrolamento secundário com p_s pares de pólos

Dada esta definição, então podemos escrever as seguintes expressões gerais para o fluxo concatenado com estes enrolamentos:

$$I_A = I_{Ap} + I_{As} + I_{Al} \quad (3.3.1)$$

$$I_a = I_{as} + I_{ap} + I_{al} \quad (3.3.2)$$

onde:

$$I_A^\Delta = \text{Enlace de fluxo total com a fase } A$$

$$I_a^\Delta = \text{Enlace de fluxo total com a fase } a$$

$$I_{Ap}^\Delta = \text{Enlace de fluxo próprio do enrolamento primário com a fase } A$$

$$I_{As}^\Delta = \text{Enlace de fluxo mútuo do enrolamento secundário com a fase } A$$

$$I_{ap}^\Delta = \text{Enlace de fluxo mútuo do enrolamento primário com a fase } a$$

$$I_{as}^\Delta = \text{Enlace de fluxo próprio do enrolamento secundário com a fase } a$$

$$I_{Al}^\Delta = \text{Enlace de fluxo disperso na fase } A$$

$$I_{al}^\Delta = \text{Enlace de fluxo disperso na fase } a$$

Os termos I_{As} e I_{ap} merecem ser esclarecidos, pois representam os enlances de fluxo entre a fase “A” do enrolamento primário com o enrolamento secundário e entre a fase “a” do enrolamento secundário com o enrolamento primário, respectivamente. Apesar de serem chamados de enlace de fluxo mútuo entre os enrolamentos é importante salientar que não se trata de um enlace de fluxo comum, pois somente é possível esse acoplamento entre os dois enrolamentos devido à existência do rotor. Se o rotor for retirado desta estrutura não existe acoplamento magnético entre os enrolamentos do estator. Condição esta fundamental para o funcionamento desta máquina.

Para as fases “A” e “a” os fluxos dispersos podem ser escritos como:

$$l_{Al} = L_p i_{Ap} \quad (3.3.3)$$

$$l_{al} = L_s i_{as} \quad (3.3.4)$$

Onde L_p e L_s são as indutâncias de dispersão de fase para os enrolamentos primário e secundário respectivamente.

O fluxo disperso é definido como o fluxo que somente enlaça as bobinas da própria fase. Notemos que este fluxo também enlaça as outras bobinas do mesmo enrolamento, bem como as bobinas de outros enrolamentos, por exemplo o enrolamento secundário, por meio do acoplamento mútuo provido pelo rotor. Então, fluxo que enlaça as bobinas do mesmo enrolamento não é considerado fluxo disperso mesmo que ele não contribua para o fluxo mútuo com as bobinas de outros enrolamentos e deste modo não contribua com a produção de torque da máquina.

Dadas estas expressões (3.3.1) e (3.3.2) podemos desenvolvê-las usando a expressão geral do enlace de fluxo:

$$l_{ij} = rl \int_0^{2p} B_i(q, q_{rm}) N_j(q, q_{rm}) dq \quad (3.3.5)$$

onde:

“ i ” e “ j ” representam os diferentes enrolamentos ou fases envolvidas pelo enlace de fluxo

$B_i(q, q_{rm})$ = densidade de fluxo magnético produzida pelo enrolamento “ i ”

$N_j(q, q_{rm})$ = função do enrolamento “ j ”

r = raio efetivo da máquina, ou seja, metade do diâmetro interno do estator

l = comprimento do pacote de chapas da máquina

Esta expressão geral pode ser particularizada para esta situação como segue:

$$I_{Ap} = rl \int_0^{2p} B_p(q, q_{rm}) N_A(q, q_{rm}) dq \quad (3.3.6)$$

$$I_{As} = rl \int_0^{2p} B_s(q, q_{rm}) N_A(q, q_{rm}) dq \quad (3.3.7)$$

Semelhantemente,

$$I_{as} = rl \int_0^{2p} B_s(q, q_{rm}) N_a(q, q_{rm}) dq \quad (3.3.8)$$

$$I_{ap} = rl \int_0^{2p} B_p(q, q_{rm}) N_a(q, q_{rm}) dq \quad (3.3.9)$$

onde:

$$N_A(q) = \overset{\Delta}{\text{Função de enrolamento da fase 'A'}} = n_A \cos p_p q \quad (3.3.10)$$

$$N_a(q) = \overset{\Delta}{\text{Função de enrolamento da fase 'a'}} = n_a \cos p_s q \quad (3.3.11)$$

$B_p(q, q_{rm})$ e $B_s(q, q_{rm})$ são definidos em (3.2.16) e (3.2.17) respectivamente.

Estas expressões gerais são oriundas de [1], onde podem ser encontrados mais detalhes. Quando $p_p > p_s$, isto é, $p_r = p_p + p_s$ e $p_r \omega_r = \omega_p + \omega_s$ então podemos escrever as seguintes expressões para os enlaces de fluxo total:

$$I_A = \left(\frac{3}{4} m_0 r l G n_A^2 p + L_{lp} \right) I_M \cos \omega_p t + \frac{3}{8} m_0 r l G I_M n_A n_a p \cos(\omega_s t - a - p_r q_{rm}) \quad (3.3.12)$$

$$I_a = \left(\frac{3}{4} m_0 r l G n_a^2 p + L_{ls} \right) I_m \cos(\omega_s t - a) + \frac{3}{8} m_0 r l G I_M n_A n_a p \cos(\omega_p t - p_r q_{rm}) \quad (3.3.13)$$

Compreendendo que $p_r = p_p + p_s$ e conhecendo a velocidade angular (3.2.39), podemos escrever:

$$\begin{aligned}
q_{rm} &= \int_0^t w_{rm} dt + q_{rm_0} \\
q_{rm} &= w_{rm} t + q_{rm_0} \\
q_{rm} &= \frac{w_p t + w_s t}{p_r} + q_{rm_0}
\end{aligned} \tag{3.3.14}$$

onde q_{rm_0} é a posição inicial do rotor.

Substituindo (3.3.14) em (3.3.12) e (3.3.13) podemos reescrever as expressões de enlace de fluxo total como:

$$l_A = \left(\frac{3}{4} m_0 r l G n_A^2 p + L_{lp} \right) I_M \cos w_p t + \frac{3}{8} m_0 r l G I_m n_A n_a p \cos(w_p t + a + p_r q_{rm_0}) \tag{3.3.15}$$

$$l_a = \left(\frac{3}{4} m_0 r l G n_a^2 p + L_{ls} \right) I_m \cos(w_s t - a) + \frac{3}{8} m_0 r l G I_M n_A n_a p \cos(w_s t + p_r q_{rm_0}) \tag{3.3.16}$$

onde:

n_A = número de espiras efetivas da fase “A”

n_a = número de espiras efetivas da fase “a”

Agora que temos os enlaces de fluxo para os enrolamentos podemos desenvolver um modelo de regime permanente da máquina.

Definimos algumas indutâncias a partir de (3.3.15) e (3.3.16):

$$L_p = \frac{3}{4} m_0 r l G n_A^2 p + L_{lp} \tag{3.3.17}$$

$$L_s = \frac{3}{4} m_0 r l G n_a^2 p + L_{ls} = \left(\frac{n_a^2}{n_A^2} \right) (L_p - L_{lp}) + L_{ls} \tag{3.3.18}$$

$$L_{ps} = \frac{3}{8} m_0 r l G I_m n_A n_a p = \left(\frac{n_a}{2n_A} \right) (L_p - L_{lp}) \tag{3.3.19}$$

onde:

L_p = indutância própria de uma fase do enrolamento primário.

L_s = indutância própria de uma fase do enrolamento secundário.

L_{ps} = indutância mútua entre uma fase do enrolamento primário com uma fase do enrolamento secundário.

As expressões de indutâncias acima foram deduzidas supondo que $m=n=G/2$. Segue abaixo o desenvolvimento conduzido em termos de m e n :

$$L_p = \frac{3}{2} \mu_0 m n_A^2 \rho r l + L_{lp} \quad (3.3.20)$$

$$L_s = \frac{3}{2} \mu_0 m n_a^2 \rho r l + L_{ls} \quad (3.3.21)$$

$$L_{ps} = \frac{3}{4} \mu_0 n I_m n_A n_a \rho r l \quad (3.3.22)$$

Pode ser visto que estas indutâncias trifásicas são relacionadas às indutâncias entre enrolamentos individuais como segue:

$$L_p = \frac{3}{2} L_{mp} + L_{lp} \quad (3.3.23)$$

$$L_s = \frac{3}{2} L_{ms} + L_{ls} \quad (3.3.24)$$

$$L_{ps} = \frac{3}{4} L_{ps_{\max}} \quad (3.3.25)$$

O desenvolvimento completo das indutâncias desta máquina pode ser visto na seqüência deste trabalho no item 3.6.

Então (3.3.15) e (3.3.16) podem ser escritas mais sucintamente como:

$$i_A = L_p I_M \cos \omega_p t + L_{ps} I_m \cos(\omega_p t + \alpha + \varphi) \quad (3.3.26)$$

$$i_s = L_s I_m \cos(\omega_s t - \alpha) + L_{ps} I_M \cos(\omega_s t + \varphi) \quad (3.3.27)$$

Onde $\varphi = p_r \alpha_{m_0}$.

Aplicando a lei de Faraday em (3.3.26) e (3.3.27), podemos escrever as tensões induzidas nas duas fases:

$$e_A = \omega_p L_p I_M \operatorname{sen} \omega_p t + \omega_p L_{ps} I_m \operatorname{sen}(\omega_p t + \alpha + \varphi) \quad (3.3.28)$$

$$e_a = \omega_s L_s I_m \operatorname{sen}(\omega_s t - \alpha) + \omega_s L_{ps} I_M \operatorname{sen}(\omega_s t + \varphi) \quad (3.3.29)$$

De (3.2.5) e (3.2.6) podemos definir os seguintes fasores para as fases “A” e “a”:

$$\hat{i}_A = \frac{I_M}{\sqrt{2}} e^{j0} \text{ e } \hat{i}_A^* = \hat{i}_A \quad (3.3.30)$$

$$\hat{i}_a = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{-j\alpha} \text{ e } \hat{i}_a^* = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{+j\alpha} \quad (3.3.31)$$

onde:

\hat{i}_A = fasor de corrente da fase “A”.

\hat{i}_a = fasor de corrente da fase “a”

\hat{i}_A^* = conjugado do fasor de corrente da fase “A”

\hat{i}_a^* = conjugado do fasor de corrente da fase “a”

As equações de tensão para $p_r = p_p + p_s$ podem agora ser escritas em termos de grandezas fasoriais como:

$$\dot{\mathcal{E}}_A = -j\omega_p L_p \dot{\mathcal{I}}_A - j\omega_p L_{ps} \dot{\mathcal{I}}_a e^{j(2a+g)} \quad (3.3.32)$$

$$\dot{\mathcal{E}}_a = -j\omega_s L_s \dot{\mathcal{I}}_a - j\omega_s L_{ps} \dot{\mathcal{I}}_A e^{jg} \quad (3.3.33)$$

3.4 Expressão do Torque de Regime Permanente

Podemos desenvolver a expressão do torque utilizando as equações (3.3.29) e (3.3.30) considerando que a potência ativa obtida das tensões $\dot{\mathcal{E}}_A$ e $\dot{\mathcal{E}}_a$ se transforma em potência mecânica, uma vez que nenhuma outra perda foi representada no modelo.

A potência ativa trifásica total entrando no sistema é:

$$P_{3f} = \text{Re}\{\dot{\mathcal{S}}_{3f}\} = \text{Re}\{3(\dot{\mathcal{E}}_A \dot{\mathcal{I}}_A^* + \dot{\mathcal{E}}_a \dot{\mathcal{I}}_a^*)\} \quad (3.4.1)$$

e a potência reativa é:

$$Q_{3f} = \text{Im}\{\dot{\mathcal{S}}_{3f}\} = \text{Im}\{3(\dot{\mathcal{E}}_A \dot{\mathcal{I}}_A^* + \dot{\mathcal{E}}_a \dot{\mathcal{I}}_a^*)\} \quad (3.4.2)$$

Expandindo estas expressões e substituindo (3.3.30), (3.3.31), (3.3.32) e (3.3.33) em (3.4.1) podemos escrever:

$$\begin{aligned} P_{3f} &= 3 \text{Re}\left\{ \left[j\omega_p L_p \dot{\mathcal{I}}_A + j\omega_p L_{ps} \dot{\mathcal{I}}_a e^{j(2a+g)} \right] \dot{\mathcal{I}}_A^* + \left[j\omega_s L_s \dot{\mathcal{I}}_a + j\omega_s L_{ps} \dot{\mathcal{I}}_A e^{jg} \right] \dot{\mathcal{I}}_a^* \right\} \\ &= 3 \text{Re}\left\{ \left[j\omega_p L_p \frac{I_M}{\sqrt{2}} + j\omega_p L_{ps} \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{-ja} e^{j(2a+g)} \right] \frac{I_M}{\sqrt{2}} + \left[j\omega_s L_s \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{-ja} + j\omega_s L_{ps} \frac{I_M}{\sqrt{2}} e^{jg} \right] \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{+ja} \right\} \end{aligned}$$

$$P_{3f} = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \left\{ j\omega_p L_p I_M^2 + j\omega_p L_{ps} I_m I_M e^{j(a+g)} + j\omega_s L_s I_m^2 + j\omega_s L_{ps} I_m I_M e^{j(a+g)} \right\} \quad (3.4.3)$$

Analogamente para a potência reativa, podemos escrever:

$$Q_{3f} = \frac{3}{2} \operatorname{Im} \left\{ j\omega_p L_p I_M^2 + j\omega_p L_{ps} I_m I_M e^{j(a+g)} + j\omega_s L_s I_m^2 + j\omega_s L_{ps} I_m I_M e^{j(a+g)} \right\} \quad (3.4.4)$$

Logo, a potência ativa para a máquina é:

$$P_{3f} = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \left\{ j\omega_p L_{ps} I_m I_M [\cos(a+g) + j\operatorname{sen}(a+g)] + j\omega_s L_{ps} I_m I_M [\cos(a+g) + j\operatorname{sen}(a+g)] \right\}$$

$$P_{3f} = \frac{3}{2} (\omega_p + \omega_s) L_{ps} I_m I_M \operatorname{sen}(a+g) \quad (3.4.5)$$

Para que o sentido do fluxo de potência seja entrando na máquina com $p_r = p_p + p_s$ devemos fazer o ângulo de fase $a = p$. Isto faz com que o termo $\operatorname{sen}(a+g)$ se torne $-\operatorname{sen}(g)$. Nestas condições, a expressão da potência é:

$$P_{3f} = \frac{3}{2} (\omega_p + \omega_s) L_{ps} I_m I_M \operatorname{sen}(g) \quad (3.4.6)$$

Uma vez que $P_{3f} = T_e \omega_{rm}$ e $(\omega_p + \omega_s) = p_r \omega_{rm} = (p_p + p_s) \omega_{rm}$, então podemos escrever a expressão do torque para a máquina:

$$T_e = \frac{3}{2} (p_p + p_s) L_{ps} I_m I_M \operatorname{sen}(g) \quad (3.4.7)$$

Por razões de brevidade o restante deste texto será dirigido para o caso $p_r = p_p + p_s$. A variante $p_r = p_p - p_s$ apresenta usualmente mínimas diferenças do caso anterior. Em termos de controle não há diferenças entre os dois casos.

3.5 Circuito Equivalente em Regime Permanente.

Utilizaremos agora as equações (3.3.32) e (3.3.33) para desenvolver um circuito equivalente para regime permanente na forma tradicional com um ramo magnetizante entre o rotor e o estator. Para alcançarmos este objetivo é necessário referir a frequência do enrolamento secundário à frequência do enrolamento primário.

Podemos usar (3.3.32) e (3.3.33) como uma base de um conjunto de equações de tensão para a máquina. Até aqui, as resistências dos enrolamentos havia sido desprezada, incluindo-as temos o seguinte:

$$\mathbf{V}_A^{\hat{}} = R_p \mathbf{I}_A^{\hat{}} + j\omega_p L_p \mathbf{I}_A^{\hat{}} + j\omega_p L_{ps} \mathbf{I}_a^{\hat{}} e^{j(2\alpha + \theta)} \quad (3.5.1)$$

$$\mathbf{V}_a^{\hat{}} = R_s \mathbf{I}_a^{\hat{}} + j\omega_s L_s \mathbf{I}_a^{\hat{}} + j\omega_s L_{ps} \mathbf{I}_A^{\hat{}} e^{j\theta} \quad (3.5.2)$$

Estas equações podem ser usadas para construir o circuito equivalente da máquina e seu diagrama fasorial. Estes são mostrados nas Figuras 3.5.1 e 3.5.2 para a condição que $\alpha = \theta$. Notemos que nestes diagramas as frequências do lado do primário e do lado do secundário são ainda diferentes.

A figura 3.5.1 mostra o circuito equivalente da máquina, onde os dois enrolamentos estão isolados um do outro, sendo que o termo comum entre os mesmos é a indutância L_{ps} , indutância esta que representa o acoplamento feito pelo rotor aos dois enrolamentos do estator.

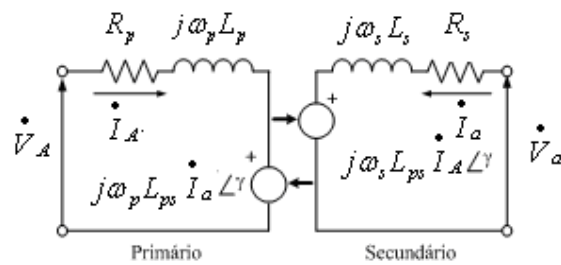


Figura 3.5.1 - Circuito equivalente em regime permanente para a MTRDASE sem translação de frequência .

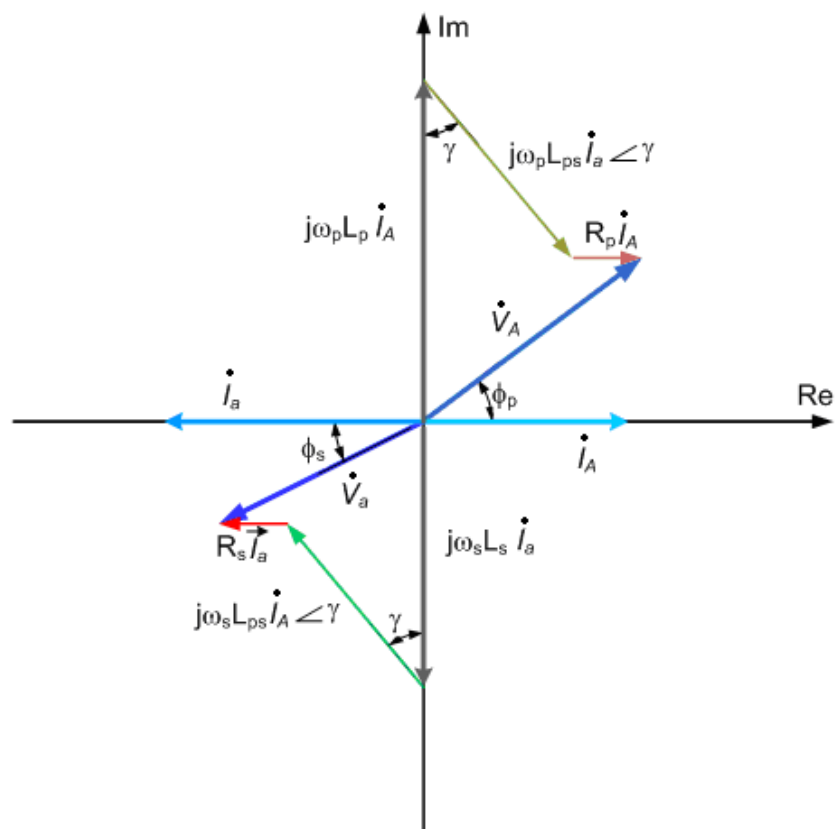


Figura 3.5.2 - Diagrama fasorial em regime permanente para a MTRDASE com $\alpha = \rho$.

A Figura 3.5.2 mostra todos os fasores envolvidos na análise da MTRDASE. É importante observarmos que os dois enrolamentos do rotor estão ligados pelo ângulo γ , que depende do número de pólos do rotor p_r e da posição inicial do rotor q_{rm_0} .

Como mencionado acima, para desenvolver um circuito equivalente acoplado necessitamos que as frequências do lado primário e do lado secundário sejam iguais. Isto pode ser alcançado definindo uma relação entre estas duas frequências. Esta relação pode ser deduzida em termos de uma variável chamada de “escorregamento”:

$$s = -\frac{\omega_s}{\omega_p} \quad (3.5.3)$$

$$\Rightarrow \omega_s = -s\omega_p \quad (3.5.4)$$

Este “escorregamento”, muito embora seja matematicamente o mesmo utilizado para a máquina de indução, seu significado físico é diferente nesta máquina pois ela. O princípio de funcionamento desta máquina é diferente daquele da máquina de indução que depende deste escorregamento para a geração do torque. Nesta máquina o rotor gira numa velocidade angular síncrona com a dupla alimentação feita no estator, conforme expressão (3.2.39). Para maiores detalhes desta consideração deve ser verificado na seção 4.3 deste trabalho.

Substituindo (3.5.4) em (3.5.2) e multiplicando a segunda equação por $e^{-j\theta}$ podemos agora escrever as equações de tensão como:

$$\mathbf{V}_A^k = R_p \mathbf{I}_A^k + j\omega_p L_p \mathbf{I}_A^k + j\omega_p L_{ps} \mathbf{I}_a^k e^{j(2\alpha+\theta)} \quad (3.5.5)$$

$$\frac{\mathbf{V}_a^k}{s} e^{-j\theta} = \frac{R_s}{s} \mathbf{I}_a^k e^{-j\theta} - js\omega_p L_s \mathbf{I}_a^k e^{-j\theta} - js\omega_p L_{ps} \mathbf{I}_A^k \quad (3.5.6)$$

Tomando o conjugado da segunda equação de tensão temos:

$$\frac{\mathbf{V}_a^k}{s} e^{+j\theta} = \frac{R_s}{s} \mathbf{I}_a^k e^{+j\theta} + js\omega_p L_s \mathbf{I}_a^k e^{+j\theta} + js\omega_p L_{ps} \mathbf{I}_A^k \quad (3.5.7)$$

Se quisermos que as variáveis de corrente sejam as mesmas na equação do primário e na equação do secundário (como exigido para o circuito equivalente que estamos tentando

deduzir), então examinando (3.5.5) e (3.5.7) chegamos à conclusão que $a = 0$ ou $a = p$, uma vez que $\hat{I}_a^* = \hat{I}_a$ e que $e^{j(2a+g)} = e^{jg}$ somente nestas condições. Então:

$$\hat{I}_a^* e^{j(2a+g)} = \hat{I}_a e^{jg} \quad (3.5.8)$$

Como observado na Seção 3.5, torque positivo ocorre quando $a = p$, logo se deve considerar este caso. O outro ponto a ser observado é que $\hat{I}_A^* = \hat{I}_A$, devido à definição de \hat{I}_A , somente possui componente real.

Dados os comentários acima, podemos escrever as equações de tensão como:

$$\hat{V}_A = R_p \hat{I}_A + j\omega_p L_p \hat{I}_A + j\omega_p L_{ps} \hat{I}_a e^{j(2a+g)} \quad (3.5.9)$$

$$\frac{\hat{V}_a}{s} e^{+jg} = \frac{R_s}{s} \hat{I}_a e^{+jg} + js\omega_p L_s \hat{I}_a e^{+jg} + js\omega_p L_{ps} \hat{I}_A \quad (3.5.10)$$

Estas expressões podem ser escritas em uma forma adequada para desenhar um circuito equivalente como segue:

$$\begin{aligned} \hat{V}_A &= R_p \hat{I}_A + j\omega_p (L_p - L_{ps}) \hat{I}_A + j\omega_p L_{ps} (\hat{I}_A + \hat{I}_a e^{jg}) \\ \frac{\hat{V}_a}{s} e^{+jg} &= \frac{R_s}{s} \hat{I}_a^* e^{+jg} + j\omega_p (L_s - L_{ps}) \hat{I}_a^* e^{+jg} + j\omega_p L_{ps} (\hat{I}_A + \hat{I}_a^* e^{jg}) \end{aligned} \quad (3.5.11)$$

Este modelo é similar ao modelo de regime permanente por fase deduzido em [3] para a máquina de indução de anéis duplamente alimentada.

O circuito equivalente desenhado a partir destas equações é mostrado na Figura 3.5.3.

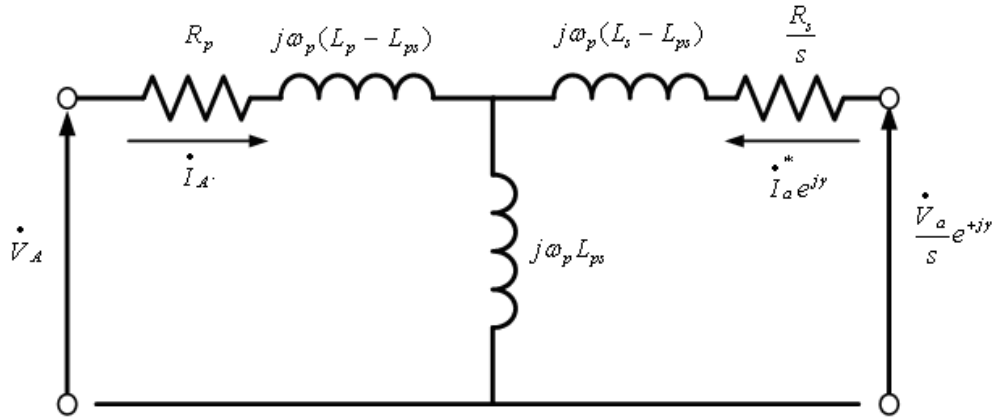


Figura 3.5.3 - Circuito equivalente em regime permanente da MTRDASE.

Dados o circuito equivalente da Figura 3.5.3 e o diagrama fasorial de regime permanente da Figura 3.5.2 podemos fazer algumas observações preliminares. Nas observações que seguem consideraremos que o primário é alimentado com a frequência da rede e o secundário tem sua frequência controlada através de um conversor.

1. Considerando a expressão geral da máquina, podemos ver que a potência ativa entrando nos enrolamentos primário e secundário é:

$$P_{3f_p} = \frac{3}{2} w_p L_{ps} I_m I_M \text{sen}(a + g) \quad (3.5.12)$$

$$P_{3f_s} = \frac{3}{2} w_s L_{ps} I_m I_M \text{sen}(a + g) \quad (3.5.13)$$

Desta forma, se $w_p = w_s$ então $P_{3f_p} = P_{3f_s}$, isto é, a potência ativa é repartida igualmente entre os enrolamentos primário e secundário.

2. Fica claro em (3.2.33) que se $w_s = -w_p$ então $w_m = 0$. Podemos ver da definição das correntes em (3.2.6) que uma frequência negativa significa que a seqüência de fase das correntes foi invertida. Considerando a potência ativa em (3.5.12) e (3.5.13) nestas circunstâncias verificamos que o sinal de P_{3f_p} é oposto ao sinal de

P_{3f_s} . Na condição de $a = p$ a potência consumida pelo enrolamento secundário está sendo fornecida pelo enrolamento primário. Desta forma, a potência está somente circulando através da máquina e não há produção de torque no eixo. Este é um resultado esperado, uma vez que $w_{rm} = 0$ nesta condição.

3. Como uma generalização do ponto 2 acima, verificamos que se $w_s < 0$ e $a = p$ então $P_{3f_s} < 0$, significando que potência está fluindo para fora do enrolamento secundário. Assim, se um conversor estiver conectado a este enrolamento ele deve ser capaz de regeneração para a rede.
4. Se $w_s = 0$ (isto é, se o enrolamento secundário estiver sendo alimentado com corrente contínua) então a máquina é essencialmente uma máquina síncrona convencional, com o secundário desempenhando o papel de enrolamento de campo. Observemos que nestas condições o enrolamento secundário não estará contribuindo com potência para o sistema, deste modo a máxima potência que pode ser produzida pela máquina é metade daquela quando o enrolamento está sendo alimentado com corrente alternada.
5. Podemos verificar da Figura 3.5.2 que o fator de potência dos enrolamentos primário e secundário não é muito bom. De fato, na medida em que o ângulo de carga γ aumenta o fator de potência piora. Considerando (3.4.4) as seguintes expressões podem ser escritas para a potência reativa entrando na máquina se $a = p$:

$$Q_{3f_p} = \text{Im} \left\{ \mathcal{S}_{3f} \right\}_p = w_p I_M \left[L_p I_M - L_{ps} I_m \cos g \right] \quad (3.5.14)$$

$$Q_{3f_s} = \text{Im} \left\{ \mathcal{S}_{3f} \right\}_s = w_s I_M \left[L_s I_m - L_{ps} I_M \cos g \right] \quad (3.5.15)$$

A observação feita acima indicaria que a máquina teria um baixo fator de potência. Entretanto, o trabalho mencionado em [07] contradiz esta observação e indica que sob controle apropriado esta máquina é capaz de apresentar um fator de potência muito bom, de fato, um fator de potência melhor do que aquele obtido com a máquina de indução do mesmo tamanho.

Nas deduções acima foi feita a suposição de que $a = p$. Entretanto, a máquina estiver sendo controlada por controle vetorial este pode não ser o caso. O grau extra de liberdade obtido de não termos esta restrição é provavelmente o responsável por podermos atingir uma melhora do fator de potência.

3.6 Cálculo das indutâncias da MTRDASE.

3.6.1 Considerações

As seguintes considerações serão feitas nas deduções seguintes:

1. O entreferro pode ser modelado como:

$$d(q, q_{rm}) = \frac{1}{m + n \cos p_r (q - q_{rm})} \quad (3.6.1)$$

onde:

p_r = número de pólos do rotor;

q_{rm} = ângulo mecânico do rotor tendo como referência o eixo da fase “A” do enrolamento “i”;

q = ângulo mecânico em torno da máquina tendo como referência o eixo da fase “A” do enrolamento “i”.

2. As funções de enrolamento para o enrolamento ‘i’ e para o enrolamento ‘j’ da máquina são:

$$N_i(q) = n_i \cos(p_i q - a) \quad (3.6.2)$$

$$N_j(q) = n_j \cos(p_j q - b) \quad (3.6.3)$$

onde:

p_i = Número de pares de pólos do enrolamento “i”;

p_j^{Δ} = Número de pares de pólos do enrolamento “j”;

$n_i = \frac{1}{2}$ espiras totais efetivas/fase/par de pólos do enrolamento “i”

$n_i =$ espiras totais efetivas/fase/ pólos do enrolamento “i” = $\frac{n_i'}{p_i}$

$2n_i'$ = espiras totais efetivas/fase do enrolamento “i”

$n_j = \frac{1}{2}$ espiras totais efetivas/fase/par de pólos do enrolamento “j”

$n_j =$ espiras totais efetivas/fase/ pólos do enrolamento “j” = $\frac{n_j'}{p_j}$

$2n_j'$ = espiras totais efetivas/fase do enrolamento “j”

n_i^{Δ} = pico de densidade de condutores do enrolamento “i” [condutores/rad]

n_j^{Δ} = pico de densidade de condutores do enrolamento “j” [condutores/rad]

a^{Δ} = defasagem espacial em rad elétricos do enrolamento “i” em relação a uma referência

b^{Δ} = defasagem espacial em rad elétricos do enrolamento “j” em relação a uma referência

3. Dimensões mecânicas da máquina:

r^{Δ} = Raio efetivo da máquina, metade do diâmetro interno do estator

l^{Δ} = Comprimento do pacote de chapas da máquina

3.6.2 Cálculo da indutância

Para calcular a indutância entre dois enrolamentos, usamos a expressão abaixo:

$$L_{ij} = m_0 r l \int_0^{2\pi} d^{-1}(q, q_{rm}) N_i(q, q_{rm}) N_j(q, q_{rm}) dq \quad (3.6.4)$$

Substituindo (3.6.1), (3.6.2) e (3.6.3) em (3.6.4) temos:

$$L_{ij} = m_0 r l \int_0^{2\pi} [m + n \cos p_r (q - q_{rm})] n_i \cos(p_i q - a) n_j \cos(p_j q - b) dq \quad (3.6.5)$$

Esta expressão pode ser expandida para:

$$L_{ij} = m_0 n_i n_j r l \left\{ \int_0^{2\pi} [m \cos(p_i q - a) \cos(p_j q - b)] dq \right. \\ \left. + \int_0^{2\pi} [n \cos(p_i q - a) \cos(p_j q - b) \cos p_r (q - q_{rm})] dq \right\} \quad (3.6.6)$$

Considerando cada termo desta expressão obtemos:

$$\int_0^{2\pi} [m \cos(p_i q - a) \cos(p_j q - b)] dq \\ = \frac{m}{2} \int_0^{2\pi} [\cos[(p_i + p_j)q - a - b] + \cos[(p_i + p_j)q - a + b]] \quad (3.6.7)$$

e:

$$\int_0^{2\pi} [n \cos(p_i q - a) \cos(p_j q - b) \cos p_r (q - q_{rm})] dq \\ = \frac{n}{4} \int_0^{2\pi} [\cos(p_i + p_j + p_r)q - p_r q_{rm} - a - b] \quad (3.6.8)$$

$$\begin{aligned}
& + \cos[(p_i + p_j - p_r)\vartheta + p_r q_{rm} - a - b] + \cos[(p_i - p_j + p_r)\vartheta - p_r q_{rm} - a + b] \\
& + \cos[(p_i - p_j - p_r)\vartheta + p_r q_{rm} - a + b]
\end{aligned}$$

Logo, a expressão geral para a indutância entre dois enrolamentos é:

$$L_{ij} = m_0 n_i n_j r l \left\{ \begin{aligned} & \frac{m}{2} \int_0^{2p} \cos[(p_i + p_j)\vartheta - a - b] d\vartheta + \frac{m}{2} \int_0^{2p} \cos[(p_i - p_j)\vartheta - a + b] d\vartheta \\ & + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos[(p_i + p_j + p_r)\vartheta - q_r - a - b] d\vartheta + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos[(p_i + p_j - p_r)\vartheta + q_r - a - b] d\vartheta \\ & + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos[(p_i - p_j + p_r)\vartheta - q_r - a + b] d\vartheta + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos[(p_i - p_j - p_r)\vartheta + q_r - a + b] d\vartheta \end{aligned} \right\} \quad (3.6.9)$$

onde: $q_r = p_r q_{rm}$.

3.6.3 Definição das variáveis para cálculo das indutâncias da MTRDASE

A equação (3.6.9) será agora aplicada ao cálculo das várias indutâncias da MTRDASE com a seguinte configuração:

Enrolamentos primários: A, B, C

Enrolamentos secundários: a, b, c

p_p^{Δ} = pares de pólos do enrolamento primário

p_s^{Δ} = pares de pólos do enrolamento secundário

$p_r = p_p + p_s^{\Delta}$ = número de pólos do rotor

As funções dos enrolamentos são mostradas a seguir, maiores detalhes [1]:

- Primário

$$N_A = n_A \cos p_p \vartheta \quad (3.6.10)$$

$$N_B = n_B \cos\left(p_p q - \frac{2p}{3}\right) \quad (3.6.11)$$

$$N_C = n_C \cos\left(p_p q + \frac{2p}{3}\right) \quad (3.6.12)$$

- Secundário

$$N_a = n_a \cos p_s q \quad (3.6.13)$$

$$N_b = n_b \cos\left(p_s q - \frac{2p}{3}\right) \quad (3.6.14)$$

$$N_c = n_c \cos\left(p_s q + \frac{2p}{3}\right) \quad (3.6.15)$$

Usualmente: $n_A = n_B = n_C$ e $n_a = n_b = n_c$

3.6.4 Cálculo das indutâncias próprias do enrolamento primário

Para o cálculo da Indutância própria da fase “A” do enrolamento primário L_{AA} , devemos considerar que as defasagens entre os enrolamentos é nula ($\alpha = \beta = 0$), pois estamos considerando somente uma fase. Neste caso, podemos também considerar que ‘i’=‘j’= enrolamento primário, $p_p \neq p_s$ mas $p_i = p_j = p_p$.

Substituindo então (3.6.10) em (3.6.9) temos:

$$L_{AA} = m_0 n_A^2 r l \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{m}{2} \int_0^{2p} \cos(2p_p q) dq + \frac{m}{2} \int_0^{2p} dq \right. \\ & + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos[(3p_p + p_s)q - q_r] dq + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos[(p_p + p_s - p_r)q + q_r] dq \\ & \left. + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos[(p_p + p_s)q - q_r] dq + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos[(-p_p - p_s)q + q_r] dq \right] + L_{lp} \end{aligned} \right\} \quad (3.6.16)$$

onde: L_{ip} é indutância de dispersão do primário.

Resolvendo as integrais de (3.6.16) e sabendo que a integral de um cosseno num período de 0 a $2p$ é nula, podemos reescrever a expressão como:

$$\therefore L_{AA} = m_0 n_A^2 m p r l + L_{ip} \quad (3.6.17)$$

Analogamente, podemos determinar as indutâncias próprias das fases “B” e “C” do enrolamento primário:

$$\therefore L_{BB} = m_0 n_B^2 m p r l + L_{ip} \quad (3.6.18)$$

$$\therefore L_{CC} = m_0 n_C^2 m p r l + L_{ip} \quad (3.6.19)$$

3.6.5 Cálculo das indutâncias mútuas entre as fases do enrolamento primário

Para o cálculo da indutância mútua entre as fases “A” e “B” do enrolamento primário L_{AB} , devemos considerar que a fase “A” está na referência logo $a = 0$ e a fase “B” está defasada em 120° em relação à fase “A”, assim $b = \frac{2p}{3}$. Para o caso em questão ‘i’=‘j’=enrolamento primário, $p_p \neq p_s$ mas $p_i = p_j = p_p$.

Substituindo então (3.6.10) e (3.6.11) em (3.6.9) temos:

$$L_{AB} = m_0 n_A n_B r l \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{m}{2} \int_0^{2p} \cos(2p_p q - \frac{2p}{3}) dq + \frac{m}{2} \int_0^{2p} \cos \frac{2p}{3} dq \right. \\ & + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos \left[(3p_p + p_s) q - q_r - \frac{2p}{3} \right] dq + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos \left[(p_p - p_s) q + q_r - \frac{2p}{3} \right] dq \\ & \left. + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos \left[(p_p + p_s) q - q_r + \frac{2p}{3} \right] dq + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos \left[(-p_p - p_s) q + q_r + \frac{2p}{3} \right] dq \right\} \quad (3.6.20)$$

Resolvendo as integrais de (3.6.20) e sabendo que a integral de um cosseno num período de 0 a $2p$ é nula, podemos reescrever a expressão como:

$$\therefore L_{AB} = -\frac{1}{2} m_0 n_A n_B m \rho r l \quad (3.6.21)$$

Considerando que o número de espiras das fases do enrolamento primário são iguais, isto é, $n_A = n_B = n_C = n_p$, podemos então reescrever (3.6.21) como:

$$\therefore L_{AB} = -\frac{1}{2} m_0 n_p^2 m \rho r l \quad (3.6.22)$$

Analogamente, é possível determinar as mútuas entre as outras fases do enrolamento primário L_{BC} e L_{CA} , e o resultado encontrado é o mesmo de (3.6.22).

3.6.6 Cálculo das indutâncias próprias do enrolamento secundário

Para o cálculo da Indutância própria da fase “a” do enrolamento secundário L_{aa} , devemos considerar que as defasagens entre os enrolamentos é nula ($a = b = 0$), estamos considerando somente uma fase. Neste caso podemos também considerar que ‘i’=‘j’= enrolamento secundário, $p_p \neq p_s$ mas $p_i = p_j = p_s$.

Substituindo então (3.6.13) em (3.6.9) temos:

$$L_{aa} = m_0 n_a^2 r l \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{m}{2} \int_0^{2p} \cos(2p_s q) dq + \frac{m}{2} \int_0^{2p} dq \right. \\ & + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos[(3p_p + p_s)q - q_r] dq + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos[(p_p + p_s - p_r)q + q_r] dq \\ & \left. + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos[(p_p + p_s)q - q_r] dq + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos[(-p_p - p_s)q + q_r] dq \right] + L_{ls} \end{aligned} \right\} \quad (3.6.23)$$

onde: L_{ls} é indutância de dispersão do secundário.

Resolvendo as integrais de (3.6.23) e sabendo que a integral de um cosseno num período de 0 a $2p$ é nula, podemos reescrever a expressão como:

$$\therefore L_{aa} = m_0 n_a^2 m p r l + L_{ls} \quad (3.6.24)$$

Analogamente podemos determinar as indutâncias próprias das fases “b” e “c” do enrolamento secundário:

$$\therefore L_{bb} = m_0 n_b^2 m p r l + L_{ls} \quad (3.6.25)$$

$$\therefore L_{cc} = m_0 n_c^2 m p r l + L_{ls} \quad (3.6.26)$$

3.6.7 Cálculo das indutâncias mútuas entre as fases do enrolamento secundário

Para o cálculo da indutância mútua entre as fases “a” e “b” do enrolamento primário L_{ab} , devemos considerar que a fase “a” está na referência logo $a = 0$ e a fase “b” esta defasada em 120° em relação à fase “a”, assim $b = \frac{2p}{3}$. Para o caso em questão ‘i’=‘j’= enrolamento secundário, $p_p \neq p_s$ mas $p_i = p_j = p_s$.

Substituindo então (3.6.13) e (3.6.14) em (3.6.9) temos:

$$L_{ab} = m_0 n_a n_b r l \left\{ \begin{array}{l} \frac{m}{2} \int_0^{2p} \cos(2p_s q - \frac{2p}{3}) dq + \frac{m}{2} \int_0^{2p} \cos \frac{2p}{3} dq \\ + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos \left[(3p_p + p_s) q - q_r - \frac{2p}{3} \right] dq + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos \left[(p_p - p_s) q + q_r - \frac{2p}{3} \right] dq \\ + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos \left[(p_p + p_s) q - q_r + \frac{2p}{3} \right] dq + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos \left[(-p_p - p_s) q + q_r + \frac{2p}{3} \right] dq \end{array} \right\} \quad (3.6.27)$$

Resolvendo as integrais de (3.6.20) e sabendo que a integral de um cosseno num período de 0 a 2π é nula, podemos reescrever a expressão como:

$$\therefore L_{ab} = -\frac{1}{2} \mu_0 n_a n_b \mu r l \quad (3.6.28)$$

Considerando que o número de espiras das fases do enrolamento secundário são iguais, isto é, $n_a = n_b = n_c = n_s$, podemos então reescrever (3.6.28) como:

$$\therefore L_{AB} = -\frac{1}{2} \mu_0 n_s^2 \mu r l \quad (3.6.29)$$

Analogamente é possível determinar as mútuas entre as outras fases do enrolamento primário L_{bc} e L_{ca} , e o resultado encontrado é o mesmo de (3.6.29).

3.6.8 Cálculo das indutâncias mútuas entre os enrolamentos primário e o secundário

Para o cálculo da indutância mútua entre a fase “A” do enrolamento primário e a fase “a” do enrolamento secundário L_{Aa} , é importante localizá-la geometricamente no estator. Sendo assim devemos considerar para os cálculos a seguir que as fases em questão não possuem defasagem geométrica ($\alpha = \beta = 0$), ou seja, elas estão nas mesmas ranhuras do estator. Para a utilização de (3.6.9) é importante definir que o índice, ‘i’ representa o enrolamento primário e ‘j’ representa o enrolamento secundário. Devemos considerar ainda que $p_p \neq p_s$ e $p_r = p_p + p_s$.

Substituindo (3.6.10) e (3.6.13) em (3.6.9) a expressão de indutância mútua entre as fases dos dois enrolamentos fica:

$$L_{Aa} = m_0 n_A n_a r l \left\{ \begin{aligned} & \frac{m}{2} \int_0^{2p} \cos(p_r q) dq + \frac{m}{2} \int_0^{2p} \cos[(p_p - p_s)q] dq \\ & + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos(4p_p q - q_r) dq + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos[(p_p + p_s - p_r)q + q_r] dq \\ & + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos(2p_p q - q_r) dq + \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos(-2p_p q + q_r) dq \end{aligned} \right\} \quad (3.6.30)$$

Resolvendo as integrais de (3.6.30), sabendo que a integral de um cosseno num período de 0 a $2p$ é nula e que $p_r = p_p + p_s$, podemos reescrever a expressão como:

$$\therefore L_{Aa} = \frac{1}{2} m_0 n_A n_a n p r l \cos q_r \quad (3.6.31)$$

Para calcular a indutância mútua entre a fase “A” do enrolamento primário e a fase “b” do enrolamento secundário L_{Ab} , é necessário considerar a defasagem geométrica entre essas duas fases que é de 120° ($a = b = \frac{2p}{3}$). Para essa análise será considerado ‘i’ como índice do enrolamento primário e ‘j’ como índice do enrolamento secundário. Os números de pólos são tais que $p_p \neq p_s$ e $p_r = p_p + p_s$.

Assim, substituindo (3.6.10) e (3.6.14) em (3.6.9), após algumas operações algébricas temos:

$$L_{Ab} = m_0 n_A n_b r l \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos\left(q_r - \frac{2p}{3}\right) dq \quad (3.6.32)$$

Resolvendo a integral, temos:

$$\therefore L_{Ab} = \frac{1}{2} m_0 n_A n_b n p r l \cos\left(q_r - \frac{2p}{3}\right) \quad (3.6.33)$$

Analogamente é possível obter todas as indutâncias mútuas entre os enrolamentos, sendo que todas elas possuem um termo que depende da posição do rotor. Esta informação

á justificada pelo fato de que esta indutância mútua só é possível devido a presença do rotor.

Verificamos que as indutâncias próprias e mútuas do enrolamento primário, por exemplo, são independentes da posição do rotor. Isto, por outro lado, significa que não pode haver produção de torque somente com o enrolamento primário, ou secundário, presente, pois $\frac{dL}{dq_{rm}} = 0$ (isto é, as indutâncias não variam quando o rotor é girado).

Conseqüentemente, o rotor está efetivamente agindo como se ele fosse uma peça redonda de ferro laminado.

3.6.9 Resumindo

Se a única situação de interesse for o caso em que $p_p \neq p_s$ e $p_r = p_p + p_s$ então para as indutâncias entre o primário e o secundário somente deve ser considerado o termo:

$$+ \frac{n}{4} \int_0^{2p} \cos((p_p + p_s - p_r)q + q - a - b) dq \quad (3.6.34)$$

De (3.6.9) esta é a única seção da integral que não é nula. Além disso, podemos ver de (3.6.34) que o termo $(p_p + p_s - p_r)$ será nulo, deixando a expressão da indutância entre o primário e o secundário na forma geral:

$$L_{ps} = \frac{1}{2} m_0 n_p n_s r l \cos[q_r - (a + b)] \quad (3.6.35)$$

onde:

n_p = número de espiras efetivas /fase / pólos de uma fase do enrolamento primário

n_s = número de espiras efetivas /fase / pólos de uma fase do enrolamento secundário

e $n_A = n_B = n_C = n_p$ e $n_a = n_b = n_c = n_s$.

De forma semelhante, podemos considerar os termos da indutância entre duas fases do primário ou do secundário. A expressão geral para o único termo não nulo da (3.6.9) é:

$$+ \frac{m}{4} \int_0^{2p} \cos[(p_i - p_j)\alpha - a + b] d\alpha \quad (3.6.36)$$

uma vez que $p_i - p_j = 0$, pois $i=j$ para o mesmo enrolamento.

Então a expressão geral para a indutância própria de um enrolamento é dada por:

$$L_{pp} = \mu_0 n_x^2 m p r l \cos(b - a) + L_p \quad (3.6.37)$$

onde $n_x = n_p$ ou n_s dependendo se o enrolamento é do primário ou do secundário.

Usando as seguintes definições:

$$n_A = n_B = n_C = n_p$$

$$n_a = n_b = n_c = n_s$$

e

$$L_{mp} = \mu_0 n_p^2 m p r l \quad (3.6.38)$$

$$L_{ms} = \mu_0 n_s^2 m p r l \quad (3.6.39)$$

$$L_{ps_{\max}} = \frac{1}{2} \mu_0 n_p n_s m p r l \quad (3.6.40)$$

Após as definições (3.6.38), (3.6.39) e (3.6.40) e utilizando as expressões deduzidas para as indutâncias da máquina nos itens anteriores, podemos assim resumir as indutâncias:

Indutâncias próprias para o primário e secundário

$$L_{AA} = L_{BB} = L_{CC} = L_{mp} + L_{lp} \quad (3.6.41)$$

$$L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = L_{ms} + L_{ls} \quad (3.6.42)$$

Indutâncias mútuas entre as fases do primário

$$L_{AB} = L_{BC} = L_{CA} = -\frac{1}{2}L_{mp} \quad (3.6.43)$$

Indutâncias mútuas entre as fases do secundário

$$L_{ab} = L_{bc} = L_{ca} = -\frac{1}{2}L_{ms} \quad (3.6.44)$$

Indutâncias mútuas entre as fases do primário e as fases do secundário

$$L_{Aa} = L_{Bb} = L_{Cc} = L_{ps_{\max}} \cos q_r \quad (3.6.45)$$

$$L_{Ab} = L_{Cc} = L_{Ba} = L_{ps_{\max}} \cos\left(q_r - \frac{2p}{3}\right) \quad (3.6.46)$$

$$L_{Ac} = L_{Ca} = L_{Bb} = L_{ps_{\max}} \cos\left(q_r + \frac{2p}{3}\right) \quad (3.6.47)$$

3.7 Conclusão

Com este capítulo foi possível entender o princípio de funcionamento da MTRDASE, onde observamos que o rotor tem papel fundamental no acoplamento entre os dois enrolamentos do estator. Também foi possível observar o desenvolvimento do modelo de regime permanente que será fundamental para a simulação do desempenho desta máquina. Por fim foi possível entender como se comportam as indutâncias da máquina.

4. MODELO DINÂMICO DA MÁQUINA TRIFÁSICA DE RELUTÂNCIA DUPLAMENTE ALIMENTADA SEM ESCOVAS.

4.1 Introdução

Neste capítulo desenvolveremos o modelo dinâmico da máquina trifásica de relutância duplamente alimentada sem escovas. Inicialmente faremos uma abordagem do vetor espacial. Se for necessário, esse modelo poderá ser facilmente convertido para o modelo dq.

4.2 Modelo do Vetor Espacial

O ponto de partida para qualquer modelo de máquina são as equações das malhas para um sistema e não é diferente quando se está tratando com modelos vetoriais. No caso estacionário as equações de tensão para os enrolamentos primário e secundário, respectivamente, representadas pela anotação subscrita “e” são:

$$\underline{u}_{p_e} = R_p i_{p_e} + \frac{d\lambda_{p_e}}{dt} \quad (4.2.1)$$

$$\underline{u}_{s_e} = R_s i_{s_e} + \frac{d\lambda_{s_e}}{dt} \quad (4.2.2)$$

Os vetores espaciais podem ser escritos na forma genérica conforme abaixo:

$$\underline{x} = \frac{2}{3}(x_A + \underline{a}x_B + \underline{a}^2 x_C) \text{ e } \underline{x} = \underline{u}_{p_e}; \underline{i}_{p_e}; \underline{\lambda}_{p_e} \text{ ou } \underline{u}_{s_e}; \underline{i}_{s_e}; \underline{\lambda}_{s_e} \quad (4.2.3)$$

e

$\underline{x}_{A,B,C} = \Delta$ = Quantidades instantâneas de fase dos enrolamentos primário e secundário e

$$\underline{a} = e^{j\frac{2p}{3}}; \underline{a}^2 = e^{j\frac{4p}{3}}$$

Para aplicar essas equações na máquina em questão é necessário encontrarmos as expressões vetoriais de enlace de fluxo. As equações que mostram as indutâncias próprias

e mutuas para essa máquina são demonstradas no capítulo 3 deste trabalho, porém vamos repeti-las na seqüência desta descrição.

Para derivar as equações, vamos reescrevê-las de uma maneira mais elegante, utilizando as expressões (3.6.45), (3.6.46) e (3.6.47) deduzidas no capítulo 3, e assim substituindo os termos de cosseno por expoentes e^j , com as suas respectivas defasagens, podemos escrever na forma de vetores espaciais como segue:

$$L_{Aa} = L_{Bc} = L_{Cb} = \frac{1}{2} L_{ps_{\max}} (e^{jq_r} + e^{-jq_r}) \quad (4.2.4)$$

$$L_{Ab} = L_{Cc} = L_{Ba} = \frac{1}{2} L_{ps_{\max}} (\underline{a}^2 e^{jq_r} + \underline{a} e^{-jq_r}) \quad (4.2.5)$$

$$L_{Ac} = L_{Ca} = L_{Bb} = \frac{1}{2} L_{ps_{\max}} (\underline{a} e^{jq_r} + \underline{a}^2 e^{-jq_r}) \quad (4.2.6)$$

A relação de número de pólos, $p_r = p_p + p_s$, está implícita na expressão $L_{ps_{\max}}$. Lembrando que p_r é o número de pólos do rotor, p_p e p_s número de pares de pólos do enrolamento primário e número de pares de pólos do enrolamento secundário respectivamente.

Expandindo as expressões dos enlaces de fluxo na forma escalar, temos:

$$\begin{bmatrix} \Phi_A \\ \Phi_B \\ \Phi_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} \\ L_{BA} & L_{BB} & L_{BC} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{Aa} & L_{Ab} & L_{Ac} \\ L_{Ba} & L_{Bb} & L_{Bc} \\ L_{Ca} & L_{Cb} & L_{Cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (4.2.7)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_a \\ \Phi_b \\ \Phi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{aA} & L_{aB} & L_{aC} \\ L_{bA} & L_{bB} & L_{bC} \\ L_{cA} & L_{cB} & L_{cC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \quad (4.2.8)$$

Substituindo as indutâncias nestas expressões temos:

$$[l_{ABC}] = \begin{bmatrix} L_{mp} + L_{lp} & -\frac{1}{2}L_{mp} & -\frac{1}{2}L_{mp} \\ -\frac{1}{2}L_{mp} & L_{mp} + L_{lp} & -\frac{1}{2}L_{mp} \\ -\frac{1}{2}L_{mp} & -\frac{1}{2}L_{mp} & L_{mp} + L_{lp} \end{bmatrix} [i_{ABC}] + [\mathbf{L}_{ABC-abc}][i_{abc}] \quad (4.2.9)$$

$$[l_{abc}] = \begin{bmatrix} L_{ms} + L_{ls} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ms} + L_{ls} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ms} + L_{ls} \end{bmatrix} [i_{abc}] + [\mathbf{L}_{abc-ABC}][i_{ABC}] \quad (4.2.10)$$

onde:

$[\mathbf{L}_{ABC-abc}]$ = representa a matriz de indutâncias mútuas entre os enrolamentos, e pode ser definida como:

$$[\mathbf{L}_{ABC-abc}] = [L_{abc-ABC}] = \frac{1}{2}L_{ps_{\max}} \begin{bmatrix} 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ \underline{a}^2 & \underline{a} & 1 \\ \underline{a} & 1 & \underline{a}^2 \end{bmatrix} e^{jq_r} + \frac{1}{2}L_{ps_{\max}} \begin{bmatrix} 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ \underline{a} & \underline{a}^2 & 1 \\ \underline{a}^2 & 1 & \underline{a} \end{bmatrix} e^{-jq_r} \quad (4.2.11)$$

Expandindo a expressão de enlace de fluxo l_A , para a fase “A” (4.2.9), temos:

$$l_A = (L_{mp} + L_{lp})i_A - \frac{1}{2}L_{mp}i_B - \frac{1}{2}L_{mp}i_C \\ + \frac{1}{2}L_{ps_{\max}} \left[(i_a + \underline{a}^2 i_b + \underline{a} i_c) e^{jq_r} + (i_a + \underline{a} i_b + \underline{a}^2 i_c) e^{-jq_r} \right] \quad (4.2.12)$$

Supondo que não há correntes de seqüência zero, isto é, enrolamento em estrela com neutro isolado, então:

$$i_B = -i_A - i_C \quad (4.2.13)$$

Assim sendo, o primeiro termo da expressão (4.2.12) pode ser escrito como:

$$(L_{mp} + L_{lp})i_A - \frac{1}{2}L_{mp}i_B - \frac{1}{2}L_{mp}i_C = \left(\frac{3}{2}L_{mp} + L_{lp}\right)i_A \quad (4.2.14)$$

Agora, considerando a segunda parte, de (4.2.12):

$$\left(i_p + \frac{a^2 i_a}{2} + \frac{a i_b}{2}\right)e^{jq_r} + \left(i_p + \frac{a i_b}{2} + \frac{a^2 i_c}{2}\right)e^{-jq_r} \quad (4.2.15)$$

Onde os termos i e i^* representam as correntes do enrolamento secundário e o seu conjugado respectivamente.

Lembrando que $3/2$ vem da matriz de transformação para o sistema de vetor espacial:

$$i_{se} \stackrel{\Delta}{=} \frac{3}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \frac{3}{2} (i_a + a i_b + a^2 i_c)$$

$$i_{se}^* = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \frac{3}{2} (i_a + a^2 i_b + a i_c)$$

Assim substituindo i e i^* no segundo termo de (4.2.12), podemos escrevê-la como:

$$\frac{3}{2} L_{ps_{\max}} \left[i_{se}^* e^{jq_r} + i_{se} e^{-jq_r} \right] \quad (4.2.16)$$

Substituindo em (4.2.12) temos:

$$l_A = L_p i_A + \frac{1}{2} L_{ps} \left[i_{se}^* e^{jq_r} + i_{se} e^{-jq_r} \right] \quad (4.2.17)$$

onde:

$$L_p = \frac{3}{2} L_{mp} + L_{lp} \quad (4.2.18)$$

$$L_{ps} = \frac{3}{2} L_{ps_{\max}} \quad (4.2.19)$$

Similarmente podemos expandir I_B :

$$\begin{aligned} I_B = & -\frac{1}{2} L_{mp} i_A + (L_{mp} + L_{lp}) i_B - \frac{1}{2} L_{mp} i_C \\ & + \frac{1}{2} L_{ps_{\max}} \left[(\underline{a}^2 i_a + \underline{a} i_b + i_c) e^{jq_r} + (\underline{a} i_a + \underline{a}^2 i_b + i_c) e^{-jq_r} \right] \end{aligned} \quad (4.2.20)$$

Novamente considerando o primeiro termo da expressão e assumindo que não existe corrente de seqüência zero podemos escrever para a da expressão (4.2.20):

$$-\frac{1}{2} L_{mp} i_A + (L_{mp} + L_{lp}) i_B - \frac{1}{2} L_{mp} i_C = \left(\frac{3}{2} L_{mp} + L_{lp} \right) i_B \quad (4.2.21)$$

Desde que $i_A = -i_B - i_C$.

De maneira análoga, a expressão (4.2.15) podemos escrever o segundo termo da (4.2.21) como:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} L_{ps_{\max}} \left[(\underline{a}^2 i_a + \underline{a} i_b + i_c) e^{jq_r} + (\underline{a} i_a + \underline{a}^2 i_b + i_c) e^{-jq_r} \right] = \\ \frac{3}{2} L_{ps_{\max}} \left[\underline{a}^2 i_{s_e}^* e^{jq_r} + \underline{a} i_{-s_e} e^{-jq_r} \right] \end{aligned} \quad (4.2.22)$$

Conseqüentemente, podemos escrever I_B como segue:

$$I_B = L_p i_B + \frac{1}{2} L_{ps} \left[\underline{a}^2 i_{s_e}^* e^{jq_r} + \underline{a} i_{-s_e} e^{-jq_r} \right] \quad (4.2.23)$$

Similarmente, podemos escrever a expressão de I_C como segue:

$$I_C = L_p i_C + \frac{1}{2} L_{ps} \left[\underline{a} i_{s_e}^* e^{jq_r} + \underline{a}^2 i_{s_e} e^{-jq_r} \right] \quad (4.2.24)$$

As expressões para o enlace fluxo do enrolamento secundário podem ser escritas de forma semelhante.

Combinando as expressões expandidas de I_A , I_B e I_C podemos escrever as expressões de enlace de fluxo em forma de matricial como segue:

$$[I_{ABC}] = L_p [i_{ABC}] + \frac{1}{2} L_{ps} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \underline{a}^2 & \underline{a} \\ \underline{a} & \underline{a}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s_e}^* e^{jq_r} \\ i_{s_e} e^{-jq_r} \end{bmatrix} \quad (4.2.25)$$

Para o enrolamento secundário temos:

$$[I_{abc}] = L_s [i_{abc}] + \frac{1}{2} L_{ps} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \underline{a}^2 & \underline{a} \\ \underline{a} & \underline{a}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{p_e}^* e^{jq_r} \\ i_{p_e} e^{-jq_r} \end{bmatrix} \quad (4.2.26)$$

onde:

$$L_p = \frac{3}{2} L_{mp} + L_{lp} \quad (4.2.27)$$

$$L_s = \frac{3}{2} L_{ms} + L_{ls} \quad (4.2.28)$$

$$L_{ps} = \frac{3}{2} L_{ps_{\max}} \quad (4.2.29)$$

Dadas estas expressões (4.2.25) e (4.2.26), para os enlaces de fluxo, podemos agora construir os vetores de espaço do fluxo concatenado substituindo em (4.2.3):

$$\underline{l}_{-pe} = \frac{2}{3}(\underline{l}_A + \underline{a}\underline{l}_B + \underline{a}^2\underline{l}_C)$$

$$\underline{l}_{-pe} = \frac{2}{3} \left[\begin{aligned} & \left[L_p i_A + \frac{1}{2} L_{ps} (\underline{i}_{s_e}^* e^{jq_r} + \underline{i}_{s_e} e^{-jq_r}) + \underline{a} \left[L_p i_B + \frac{1}{2} L_{ps} (\underline{a}^2 \underline{i}_{s_e}^* e^{jq_r} + \underline{a} \underline{i}_{s_e} e^{-jq_r}) \right] \right] \\ & + \underline{a}^2 \left[L_p i_C + \frac{1}{2} L_{ps} (\underline{a} \underline{i}_{s_e}^* e^{jq_r} + \underline{a}^2 \underline{i}_{s_e} e^{-jq_r}) \right] \end{aligned} \right] \quad (4.2.30)$$

onde:

\underline{l}_{-pe} = representa o enlace de fluxo do enrolamento primário

Expressão esta que pode ser simplificada por

$$\underline{l}_{-pe} = L_p \underline{i}_{pe} + L_{ps} \underline{i}_{s_e}^* e^{jq_r} \quad (4.2.31)$$

Considerando que:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} (L_p i_A + \underline{a} L_p i_B + \underline{a}^2 L_p i_C) &= L_p \underline{i}_{pe} \\ (\underline{i}_{s_e}^* + \underline{a}^3 \underline{i}_{s_e}^* + \underline{a}^3 \underline{i}_{s_e}^*) e^{jq_r} &= 3 \underline{i}_{s_e}^* e^{jq_r} \\ (1 + \underline{a}^2 + \underline{a}^4) \underline{i}_{s_e}^* e^{-jq_r} &= 0 \end{aligned}$$

As mesmas operações podem ser feitas para o vetor espacial do enrolamento secundário.

Resumindo as equações do vetor espacial para os enlaces de fluxo temos:

$$\underline{l}_{-pe} = L_p \underline{i}_{pe} + L_{ps} \underline{i}_{s_e}^* e^{jq_r} \quad (4.2.32)$$

$$\underline{l}_{-se} = L_s \underline{i}_{se} + L_{ps} \underline{i}_{pe}^* e^{jq_r} \quad (4.2.33)$$

A interpretação dos termos $\underline{i}_{s_e}^* e^{jq_r}$ e $\underline{i}_{pe}^* e^{jq_r}$ é de difícil compreensão, resultando de um sistema complexo com dois enrolamentos, duas polaridades e duas frequências de alimentação da máquina em questão. Considerando agora apenas o primeiro termo. A

maneira mais fácil de interpretar $\underline{i}_{s_e}^* e^{jq_r}$ é se dando conta de que ele é um vetor num sistema de referência estacionário (porque a dedução não envolve referenciá-lo a diferentes sistemas de referência e foi conduzida no sistema estacionário de referência) e a ação do termo e^{jq_r} é executar a conversão da frequência do secundário para a frequência do primário. Devemos observar que a conversão espacial ou de número de pólos está implicitamente contida no termo L_{ps} , uma vez que as relações de pólos foram usadas na dedução das indutâncias.

Sendo:

$$\underline{i}_{p_e}(t) = i_a(t)e^{j0} + i_b(t)e^{j\frac{2p}{3}} + i_c(t)e^{j\frac{4p}{3}} = \underline{i}_{s_e}(t)e^{jq_s(t)}$$

onde $\underline{i}_{p_e}(t)$ representa à corrente do enrolamento primário variando com o tempo.

Expandindo $\underline{i}_{s_e}^* e^{jq_r}$ podemos escrever:

$$\underline{i}_{s_e}^* e^{jq_r} = \underline{i}_{s_e}^* e^{j(q_p - q_s)} = \underline{i}_{s_e}^* e^{-jq_s} e^{jq_r} = \underline{i}_{s_e}^* e^{-jq_s} e^{j(q_p - q_s)}$$

$$\underline{i}_{s_e}^* = \underline{i}_{s_e}^* e^{jq_p} \quad (4.2.34)$$

Portanto, este termo é um vetor que está girando na mesma velocidade angular dos vetores do enrolamento primário com relação ao sistema de eixos estacionários.

Seguindo a mesma análise do parágrafo anterior, podemos deduzir que $L_{ps} \underline{i}_{s_e}^* e^{jq_r}$ e $L_{ps} \underline{i}_{p_e}^* e^{jq_r}$ são termos que representam bandas laterais de acoplamento do fluxo do outro enrolamento. Podemos notar que a frequência de cada um destes termos é a mesma frequência dos outros termos na equação que eles aparecem. O termo e^{jq_r} nestas expressões representa o efeito do rotor na transformação da frequência de um enrolamento na do outro enrolamento. A transformação de número de pólos é efetivamente capturada no termo L_{ps} uma vez que se os números de pólos não fossem diferentes então L_{ps} seria zero, pois não há acoplamento entre enrolamentos senoidais com diferentes números de pólos.

É muito fácil se confundir nas análises acima sobre quando uma transformação de sistema ocorreu ou não. De fato, isto é a parte mais difícil, conceitualmente, da análise. Por

exemplo, a expressão (4.2.29) contém o termo $\underline{i}_{s_e}^* e^{jq_r}$, que tem a aparência de uma conversão de sistema convencional para vetores de estado. Entretanto, o todo desta quantidade deve estar em um referencial estacionário, pois toda a equação onde ele aparece foi deduzida em um sistema de referência estacionário. Como foi visto na discussão do parágrafo anterior, a interpretação correta do termo e^{jq_r} é que ele realiza uma conversão de frequência e não uma conversão de referência.

A lição que deve ser aprendida deste exemplo é que não é sempre óbvio se um vetor de espaço está sendo convertido para outro sistema de referência ou para outra frequência. Devemos considerar o contexto em que se encontram as equações para resolver esta ambigüidade.

Podemos agora desenvolver as equações de tensão em vetores de espaço completas para a máquina. Para fazer isto, substituímos as expressões de enlace de fluxo em (4.2.1) e (4.2.2) e fazemos as derivadas apropriadas. Antes de fazer isto, podemos simplificar um pouco mais as (4.2.32) e (4.2.33) como segue. Seja a expressão do fluxo primário que pode ser escrita como:

$$\underline{\lambda}_{p_e} = L_p \underline{i}_{p_e} + L_{ps} \underline{i}_{s_e} e^{-j(q_p + q_s)} \quad (4.2.35)$$

$$\underline{\lambda}_{p_e} = L_p \underline{i}_{p_e} + L_{ps} \underline{i}_{s_e} e^{jq_p} \quad (4.2.36)$$

Definindo agora:

$$\underline{i}_{ps_e} = \underline{i}_{s_e} e^{jq_p} \quad (4.2.37)$$

que é a corrente do secundário refletida no primário. Isto permite que se reescreva (4.2.35) como:

$$\underline{\lambda}_{p_e} = L_p \underline{i}_{p_e} + L_{ps} \underline{i}_{ps_e} \quad (4.2.38)$$

De forma semelhante, podemos escrever para o fluxo do secundário:

$$\underline{\lambda}_{s_e} = L_s \underline{i}_{s_e} + L_{ps} \underline{i}_{sp_s} \quad (4.2.39)$$

onde:

$$\underline{i}_{sp_s} = i_{p_e} e^{jq_s} \quad (4.2.40)$$

As equações (4.2.37) e (4.2.40) enfatizam o fato de que o rotor desempenha uma função de conversor de frequência.

Derivando (4.2.35) permite escrever:

$$\frac{d\underline{l}_{p_e}}{dt} = \frac{d}{dt} (L_p \underline{i}_{p_e} + L_{ps} \underline{i}_{ps_e}) \quad (4.2.41)$$

$$= \frac{d}{dt} (L_p i_{p_e} e^{jq_p} + L_{ps} i_{s_e} e^{jq_p}) \quad (4.2.42)$$

$$= L_p \left(\frac{di_{p_e} e^{jq_p}}{dt} + i_{p_e} e^{jq_p} j \frac{dq_p}{dt} \right) + L_{ps} \left(\frac{di_{s_e} e^{jq_p}}{dt} + i_{s_e} e^{jq_p} j \frac{dq_p}{dt} \right) \quad (4.2.43)$$

$$= \frac{d}{dt} (L_p i_{p_e} e^{jq_p} + L_{ps} i_{s_e} e^{jq_p}) + j\omega_p (L_p i_{p_e} e^{jq_p} + L_{ps} i_{s_e} e^{jq_p}) \quad (4.2.44)$$

$$= \frac{d\underline{l}_{p_e}}{dt} \Big|_{q_p \text{ const } \tan te} + j\omega_p \underline{l}_{p_e} \quad (4.2.45)$$

Onde ω_p é a velocidade angular do enrolamento primário.

Substituindo (4.2.42) em (4.2.1) permite escrever:

$$\underline{u}_{p_e} = R_p \underline{i}_{p_e} + \frac{d\underline{l}_{p_e}}{dt} \Big|_{q_p \text{ const } \tan te} + j\omega_p \underline{l}_{p_e} \quad (4.2.46)$$

Uma expressão similar pode ser escrita para a equação de tensão no secundário. Em resumo, as equações dinâmicas da máquina na forma de vetor de espaço em um sistema de referência estacionário são:

$$\underline{u}_{p_e} = R_p \underline{i}_{p_e} + \frac{d\underline{l}_{p_e}}{dt} \Big|_{q_p \text{ const } \tan te} + j\omega_p \underline{l}_{p_e} \quad (4.2.47)$$

$$\underline{u}_{s_e} = R_s \underline{i}_{s_e} + \left. \frac{d\underline{l}_{s_e}}{dt} \right|_{q_s \text{ constante}} + j\omega_s \underline{l}_{s_e} \quad (4.2.48)$$

4.2.1 Verificação do Modelo

Fazendo agora uma pequena verificação se o modelo que foi desenvolvido nos parágrafos anteriores demonstram resultados consistentes de acordo com o entendimento sobre como essa máquina deve operar.

Consideremos uma situação de regime permanente. O modelo deduzido acima supunha que $p_p \neq p_s$ e $p_r = p_p + p_s$, estas relações fazem parte das expressões das indutâncias que foram usadas no desenvolvimento do modelo de regime dinâmico da MTRDASE. Se o modelo está correto então ele deveria indicar que o torque desenvolvido nas condições de velocidade consistentes com a relação de pólos determinada em (3.2.39).

Suponhamos que os enrolamentos primários sejam percorridos por uma corrente de frequência ω_p e os enrolamentos secundários por uma corrente de frequência ω_s . Ambas as correntes apresentam a mesma seqüência de fases, logo os vetores corrente giram na mesma direção em torno da máquina. Sob estas condições, os vetores de fluxo concatenado de (4.2.29) e (4.2.30) podem ser escritos como¹:

$$\underline{l}_{p_e} e^{j\omega_p t} = L_p I_p e^{j\omega_p t} + L_{ps} I_{s_e} e^{-j\omega_s t} e^{jq_r} \quad (4.2.49)$$

$$\underline{l}_{s_e} e^{j\omega_s t} = L_s I_s e^{j\omega_s t} + L_{ps} I_{p_e} e^{-j\omega_p t} e^{jq_r} \quad (4.2.50)$$

Agora, como $q_r = \omega_r t$ podemos escrever estas expressões como:

$$\underline{l}_{p_e} e^{j\omega_p t} = L_p I_p e^{j\omega_p t} + L_{ps} I_{s_e} e^{j(\omega_r - \omega_s)t} \quad (4.2.51)$$

$$\underline{l}_{s_e} e^{j\omega_s t} = L_s I_s e^{j\omega_s t} + L_{ps} I_{p_e} e^{j(\omega_r - \omega_p)t} \quad (4.2.52)$$

¹ Notemos que nestas expressões ignorou-se qualquer diferença de fase entre as correntes do primário e do secundário. Isto não afeta a validade dos resultados desenvolvidos aqui.

Para a produção de torque requer-se que os fluxos de acoplamento mútuo girem na mesma velocidade angular que o vetor tensão do enrolamento que eles enlaçam. Então, podemos ver que esta condição ocorre para:

$$W_p = W_r - W_s \quad (4.2.53)$$

$$W_s = W_r - W_p \quad (4.2.54)$$

Ambas as condições resultam em:

$$W_r = W_p + W_s \quad (4.2.55)$$

$$\therefore W_{rm} = \frac{W_p + W_s}{p_p + p_s} \quad \text{Uma vez que } W_{rm} = (p_p + p_s)W_r \quad (4.2.56)$$

4.2.2 Refinamento do modelo

Fazendo agora algumas operações com as expressões de enlace de fluxo de (4.2.32) e (4.2.33). Essas duas expressões possuem as variáveis em um sistema de eixos de referência estacionário. Como pode ser visto estas expressões se simplificam se forem expressas em dois sistemas de eixos de referência rotativos diferentes, um para as expressões do primário e outro para as expressões do secundário. Para finalizar essa seção, podemos converter as expressões iniciais de tensão de (4.2.1) e (4.2.2) para sistemas de referência correspondentes aos usados nas expressões dos enlaces de fluxo.

Consideremos a equação (4.2.32), repetida aqui por conveniência:

$$\underline{l}_{-p_c} = L_p \underline{i}_{p_c} + L_{ps} \underline{i}_{s_c}^* e^{jq_c} \quad (4.2.57)$$

Uma expressão completamente geral para a conversão de um sistema de eixos de referência para outro é (independentemente dos movimentos destes sistemas):

$$\underline{x}_2 = \underline{x}_1 e^{-jq_c} \quad (4.2.58)$$

onde:

\underline{x}_1^{Δ} = Vetor espacial no antigo sistema;

\underline{x}_2^{Δ} = Vetor espacial no novo sistema;

q_c^{Δ} = O ângulo do novo sistema de referência - o ângulo do antigo sistema = $q_2 - q_1$

e os ângulos dos sistemas de eixos de referência são medidos relativamente a uma referência comum (usualmente um sistema de eixos de referência estacionário).

No caso que interessa aqui, desejamos converter de um sistema de eixos de referência estacionário para um sistema de referência arbitrário que possui um ângulo q . Então, $q_1 = q_s = 0$ (isto é assim porque consideramos que o sistema de eixos de referência está alinhado com o eixo da fase “a”, a qual é a referência de posição da máquina), logo $q_2 = 0$, e $q_c = q_2 - q_1 = q$. Conseqüentemente podemos escrever as expressões dos vários componentes de (4.2.57) como segue:

$$\underline{\lambda}_{p_r} = \underline{\lambda}_{p_e} e^{-jq} \quad (4.2.59)$$

$$\underline{i}_{p_r} = \underline{i}_{p_e} e^{-jq} \quad (4.2.60)$$

$$\tilde{\underline{i}}_{s_r}^* = \tilde{\underline{i}}_{s_e}^* e^{-jq} \quad (4.2.61)$$

onde:

$\underline{\lambda}_{p_r}$ = enlace de fluxo do enrolamento primário no eixo de referência rotacional

\underline{i}_{p_r} = corrente do enrolamento primário no eixo de referência rotacional

$\tilde{\underline{i}}_{s_r}^*$ = conjugado da corrente do enrolamento secundário no eixo de referência rotacional

Isolando nas expressões (4.2.59), (4.2.60) e (4.2.61) os termos referentes ao sistema de eixos de referência estacionário e substituindo na (4.2.57) temos:

$$\underline{\lambda}_{p_r} e^{j\theta} = L_p \underline{i}_{p_r} e^{j\theta_r} + L_{ps} \underline{i}_{s_r}^* e^{j\theta} e^{j\theta_r} \quad (4.2.62)$$

$$\therefore \underline{\lambda}_{p_r} = L_p \underline{i}_{p_r} + L_{ps} \underline{i}_{s_r}^* e^{jq_r} \quad (4.2.63)$$

Sabemos que:

$$\tilde{i}_{s_r}^* = \underline{i}_{s_e}^* e^{-jq}$$

Então:

$$\begin{aligned} \tilde{i}_{s_r}^* e^{jq_r} &= \underline{i}_{s_e}^* e^{j(q_r - q)} \\ &= \left[\underline{i}_{s_e}^* e^{-j(q_r - q)} \right]^* \end{aligned} \quad (4.2.64)$$

O exame do termo $\left[\underline{i}_{s_e}^* e^{-j(q_r - q)} \right]^*$ sugere que $e^{-j(q_r - q)}$ seria um bom sistema de referência para usarmos na equação do secundário. Se esse é o caso, então:

$$\underline{i}_{s_r} = \underline{i}_{s_e} e^{-j(q_r - q)} \quad (4.2.65)$$

$$\Rightarrow \underline{i}_{s_e} = \underline{i}_{s_r} e^{j(q_r - q)} \quad (4.2.66)$$

$$\therefore \left[\underline{i}_{s_e}^* e^{-j(q_r - q)} \right]^* = \left[\underline{i}_{s_r} e^{j(q_r - q)} e^{-j(q_r - q)} \right]^* = \underline{i}_{s_r}^* \quad (4.2.67)$$

Assumindo que essa é a forma usada para as equações do secundário podemos escrever a equação de enlace de fluxo do primário como:

$$\underline{l}_{-p_r} = L_p \underline{i}_{p_r} + L_{ps} \underline{i}_{s_r}^* \quad (4.2.68)$$

Agora considerando que a equação do secundário:

$$\underline{l}_{-s_e} = L_s \underline{i}_{s_e} + L_{ps} \underline{i}_{p_e}^* e^{jq_r} \quad (4.2.69)$$

Como mencionado anteriormente estamos considerando usar $q_r - q$ para estas equações. Realizando uma operação similar à realizada na equação do primário (4.2.54), podemos escrever as equações do secundário como:

$$\begin{aligned} \underline{l}_{s_r} e^{j(q_r - q)} &= L_s \underline{i}_{s_r} e^{j(q_r - q)} + L_{ps} \tilde{\underline{i}}_{p_r}^* e^{j(q_r - q)} e^{jq_r} \\ \therefore \underline{l}_{s_r} &= L_s \underline{i}_{s_r} + L_{ps} \tilde{\underline{i}}_{p_r}^* e^{jq_r} \end{aligned} \quad (4.2.70)$$

onde:

$$\tilde{\underline{i}}_{p_r}^* = \underline{i}_{p_e}^* e^{j(q_r - q)}$$

De forma similar ao que foi feito para a equação do primário (4.2.64), podemos escrever o seguinte:

$$\underline{i}_{p_r}^* e^{jq_r} = \underline{i}_{p_e}^* e^{j(q_r - q)} e^{jq_r} = \underline{i}_{p_e}^* e^{jq} = \left[\underline{i}_{p_e} e^{jq} \right]^* = \underline{i}_{p_r}^*$$

Então a expressão final para o enlace de fluxo do secundário será:

$$\underline{l}_{s_r} = L_s \underline{i}_{s_r} + L_{ps} \underline{i}_{p_r}^* \quad (4.2.71)$$

As expressões de enlace de fluxo para os enrolamentos primário e secundário depois de referenciá-los ao sistema de eixos em q para o primário e ao sistema de eixo em $q_r - q$ para o secundário, são:

$$\underline{l}_{p_r} = L_p \underline{i}_{p_r} + L_{ps} \underline{i}_{s_r}^* \quad (4.2.72)$$

$$\underline{l}_{s_r} = L_s \underline{i}_{s_r} + L_{ps} \underline{i}_{p_r}^* \quad (4.2.73)$$

Observamos que a (4.2.72) está referida a um sistema de eixos em q , enquanto que a (4.2.74) está referida a um sistema de eixos em $q_r - q$. O fato de terem dois sistemas de referência diferentes para o primário e o secundário é uma conseqüência das duas freqüências diferentes que estão sendo aplicadas nos enrolamentos primário e secundário.

É interessante considerar qual é o significado dos termos $\underline{i}_{s_r}^*$ e $\underline{i}_{p_r}^*$ em (4.2.69) e (4.2.70). Uma vez que a situação é simétrica, podemos considerar somente o termo $\underline{i}_{s_r}^*$. À primeira vista poderíamos pensar que essa expressão é uma versão rotativa de um vetor girando a $-W_s$ relativamente a um sistema de eixos de referência estacionário, uma vez que \underline{i}_{s_r} é um vetor girando com velocidade W_s . Esse não é o caso. O vetor $\underline{i}_{s_r}^*$ é um vetor que está girando com velocidade $W_p - W$, onde W é a velocidade angular do sistema de eixos de referência. Isso pode ser deduzido a partir do fato que $\underline{i}_{s_r}^* e^{jqr}$, a forma do vetor no sistema de eixos de referência rotacional original, é um vetor girando com velocidade W_p relativamente ao sistema de eixos de referência estacionário, e este vetor foi simplesmente convertido para formar sistema de eixos de referência em q o qual gira com velocidade W . Portanto, o vetor $\underline{i}_{s_r}^*$ está no mesmo sistema de referência do restante da equação.

Similarmente o vetor $\underline{i}_{p_r}^*$ está girando com velocidade $W_s - (W_r - W) = W_s - (W_p + W_s - W) = W - W_p$ relativamente ao sistema de eixos de referência em $q_r - q$.

Um ponto importante que deve ser entendido sobre a versão das equações em sistemas de eixos de referência rotacionais é que (4.2.47) e (4.2.48) estão no mesmo sistema de eixos de referência. No entanto, na dedução da forma rotacional das equações, nós estamos referindo a equação do enrolamento do primário a um sistema de eixos de referência, e a equação do enrolamento secundário a um outro sistema de eixos de referência. Isso é fundamentalmente diferente das equações de uma máquina de indução normal, onde as equações do estator e do rotor estão referidas a um mesmo sistema de eixos de referência.

Outra implicação interessante do que foi exposto nos parágrafos anteriores é que a componente de corrente do secundário para eixo direto i_{sd} na expressão $L_{ps} \underline{i}_{s_r}^*$ pode ser controlada, controlando a componente de corrente do secundário para eixo direto i_{sd} de \underline{i}_{s_r} , no sistema de eixos de referência do secundário. Uma observação similar pode ser feita em relação à componente negativa de corrente do secundário para eixo quadratura $-i_{sq}$, na expressão do termo $\underline{i}_{s_r}^*$ do primário, o sinal negativo aparece do conjugado. Essas são

observações importantes do ponto de vista de controle, e formam a base do controle por orientação de campo desta máquina.

Algumas simplificações podem ser obtidas para as equações se escolhermos o sistema de eixos de referência genérico como sendo o vetor fluxo do primário, isto é, o sistema de referência θ é fixado ao vetor fluxo do primário.

As equações de tensão para a máquina podem ser simplesmente encontradas aplicando as transformações acima às equações de tensão (4.2.1) e (4.2.2) que estão no sistema de eixos de referência estacionário.

Aplicando a transformação de sistema de referência na equação de tensão do primário podemos escrever:

$$\underline{u}_{p_r} e^{jq} = R_p \underline{i}_{p_r} e^{jq} + \frac{d}{dt} (\underline{l}_{p_r} e^{jq})$$

$$\underline{u}_{p_r} e^{jq} = R_p \underline{i}_{p_r} e^{jq} + e^{jq} \frac{d\underline{l}_{p_r}}{dt} + j\omega \underline{l}_{p_r} e^{jq} \quad (4.2.74)$$

Logo:

$$\underline{u}_{p_r} = R_p \underline{i}_{p_r} + \frac{d\underline{l}_{p_r}}{dt} + j\omega \underline{l}_{p_r} \quad (4.2.75)$$

Similarmente aplicando a transformação de sistema de referência na equação de tensão do secundário podemos escrever:

$$\underline{u}_{s_r} e^{j(q_r-q)} = R_s \underline{i}_{s_r} e^{j(q_r-q)} + \frac{d}{dt} (\underline{l}_{s_r} e^{j(q_r-q)})$$

$$\underline{u}_{s_r} e^{j(q_r-q)} = R_s \underline{i}_{s_r} e^{j(q_r-q)} + e^{j(q_r-q)} \frac{d\underline{l}_{s_r}}{dt} + j(\omega_r - \omega) \underline{l}_{s_r} e^{j(q_r-q)} \quad (4.2.76)$$

Logo:

$$\underline{u}_{s_r} = R_s \underline{i}_{s_r} + \frac{d\underline{l}_{s_r}}{dt} + j(\omega_r - \omega)\underline{l}_{s_r} \quad (4.2.77)$$

Sendo assim as equações de tensão dos enrolamentos primário e secundário para a MTRDASE, na forma rotacional são:

$$\begin{aligned} \underline{u}_{p_r} &= R_p \underline{i}_{p_r} + \frac{d\underline{l}_{p_r}}{dt} + j\omega \underline{l}_{p_r} \\ \underline{u}_{s_r} &= R_s \underline{i}_{s_r} + \frac{d\underline{l}_{s_r}}{dt} + j(\omega_r - \omega)\underline{l}_{s_r} \end{aligned} \quad (4.2.78)$$

As equações acima da MTRDASE são quase idênticas às equações de vetor espacial da máquina de indução em um sistema de referência geral girando com ω_g :

$$\underline{u}_{eg} = R_e \underline{i}_{eg} + \frac{d\underline{l}_{eg}}{dt} + j\omega_g \underline{l}_{eg} \quad (4.2.79)$$

$$\underline{u}_{rg} = R_r \underline{i}_{rg} + \frac{d\underline{l}_{rg}}{dt} + j(\omega_g - \omega_r)\underline{l}_{rg} \quad (4.2.80)$$

Isto serve para destacar que a MTRDASE tem muitas semelhanças com a máquina de indução, apesar de seu princípio físico de funcionamento ser muito diferente daquele da máquina de indução.

As equações nos eixos dq para a MTRDA Podemos ser facilmente desenvolvidas a partir da (4.2.78) quebrando as equações em partes reais e imaginárias, e escrevendo essas componentes como equações separadas. Assim, chegamos a quatro equações, duas para o eixo d e duas para o eixo q:

$$\begin{aligned}
u_{pd} &= R_p i_{pd} + \frac{d}{dt}(L_p i_{pd} + L_{ps} i_{sd}) + W(L_{ps} i_{sq} - L_p i_{pq}) \\
u_{sd} &= R_s i_{sd} + \frac{d}{dt}(L_s i_{sd} + L_{ps} i_{pd}) + (W_r - W)(L_{ps} i_{pq} - L_s i_{sq}) \\
u_{pq} &= R_p i_{pq} + \frac{d}{dt}(L_p i_{pq} - L_{ps} i_{sq}) + W(L_p i_{pd} + L_{ps} i_{sd}) \\
u_{sq} &= R_s i_{sq} + \frac{d}{dt}(L_s i_{sq} - L_{ps} i_{pq}) + (W_r - W)(L_s i_{sd} + L_{ps} i_{pd})
\end{aligned} \tag{4.2.81}$$

onde usamos a seguinte relação geral entre os vetores espaciais e as componentes dq:

$$\underline{x} = x_d + jx_q \tag{4.2.82}$$

Trabalhando com as expressões (4.2.81) podemos deduzir o circuito equivalente mostrado na Fig. 4.2.1:

$$\begin{aligned}
u_{pd} &= R_p i_{pd} + \frac{d}{dt}(L_p i_{pd} - L_{ps} i_{pd}) + \left[\frac{d}{dt}(L_{ps}(i_{pd} + i_{sd})) \right] - W l_{pq} \\
u_{sd} &= R_s i_{sd} + \frac{d}{dt}(L_s i_{sd} - L_{ps} i_{sd}) + \left[\frac{d}{dt}(L_{ps}(i_{sd} + i_{pd})) \right] - (W_r - W) l_{sq} \\
u_{pq} &= R_p i_{pq} + \frac{d}{dt}(L_p i_{pq} - L_{ps} i_{pq}) + \left[\frac{d}{dt}(L_{ps}(i_{pq} - i_{sq})) \right] + W l_{pd} \\
u_{sq} &= R_s i_{sq} + \frac{d}{dt}(L_s i_{sq} - L_{ps} i_{sq}) + \left[\frac{d}{dt}(L_{ps}(i_{sq} - i_{pq})) \right] + (W_r - W) l_{sd}
\end{aligned} \tag{4.2.83}$$

onde:

$$\begin{aligned}
l_{pq} &= L_p i_{pq} - L_{ps} i_{sq} \\
l_{sq} &= L_s i_{sq} + L_{ps} i_{pq} \\
l_{pd} &= L_p i_{pd} + L_{ps} i_{sd} \\
l_{sd} &= L_s i_{sd} + L_{ps} i_{pd}
\end{aligned} \tag{4.2.84}$$

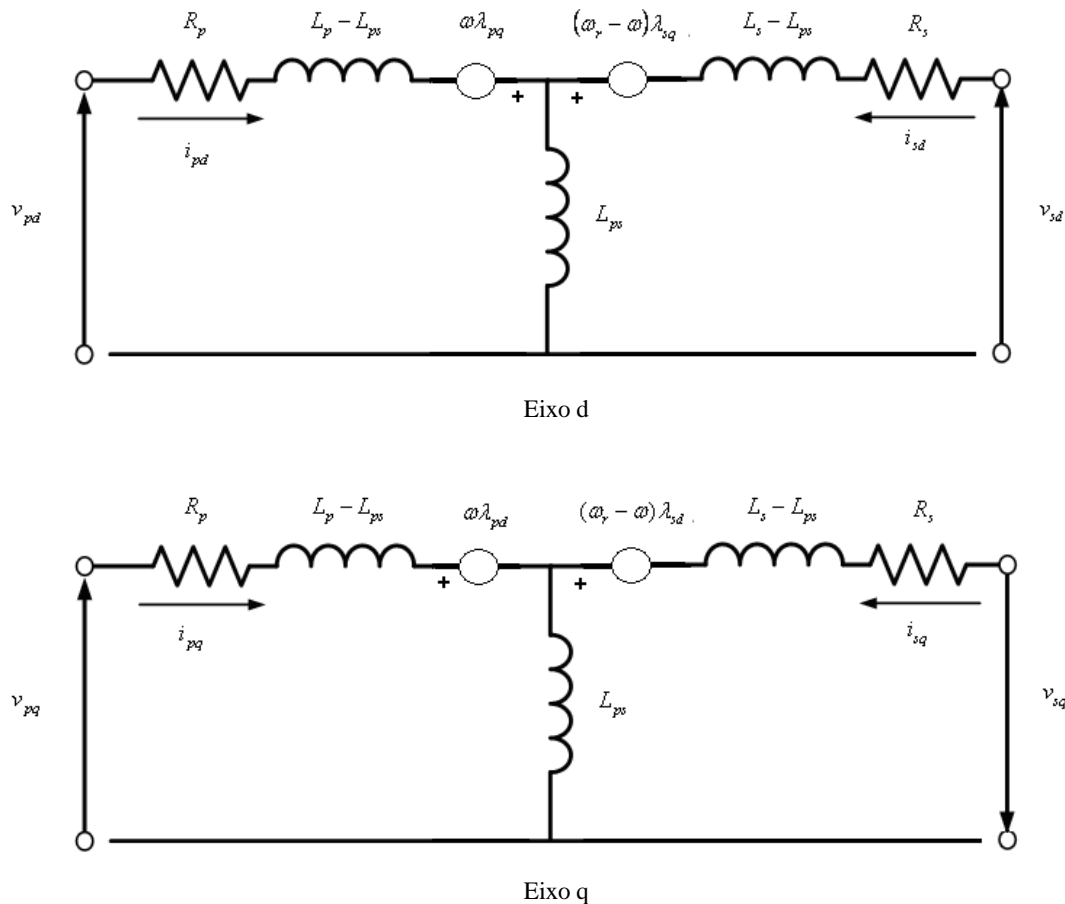


Figura 4.2.1 - Modelo dq da Máquina Trifásica de Relutância Duplamente Alimentada Sem Escovas

4.3 Algumas comparações com a Máquina de Indução

Já mencionamos anteriormente que as equações dinâmicas da MTRDASE são similares às das da máquina de indução. Essa similaridade pode ser enfatizada desenvolvendo as equações de regime permanente da MTRDASE, como mostrado nas equações (3.5.11).

Para desenvolvermos as equações de regime permanente não podemos simplesmente zerar o termo d/dt nas equações de vetor espacial uma vez que os vetores espaciais contêm termos tanto de magnitude como ângulo variáveis no tempo. Os termos rotacionais não podem ser zero, mesmo em regime permanente. Mantendo isso em mente, podemos agora desenvolver as equações de regime permanente.

As equações em (4.2.78) estão cada uma em diferentes sistemas de referência - uma girando com w e a outra com $w_r - w$. Definimos o sistema de eixos de referência do primário como girando com velocidade zero, isto é, $w = 0$. Portanto, o sistema de

referência do enrolamento secundário é agora w_r . Portanto, ainda se têm dois sistemas de referência diferentes, com o enrolamento primário agora num sistema de referência estacionário e o sistema de referência do secundário agora é o sistema de referência do rotor. Então as equações do sistema são:

$$\underline{u}_{p_e} = R_p \underline{i}_{p_e} + \frac{d\underline{l}_{p_e}}{dt} \quad (\text{eixos de referência estacionários}) \quad (4.3.1)$$

$$\underline{u}_{s_r} = R_s \underline{i}_{s_r} + \frac{d\underline{l}_{s_r}}{dt} + jw_r \underline{l}_{s_r} \quad (\text{eixos de referência fixos no rotor}) \quad (4.3.2)$$

Consideremos agora a (4.3.1). A frequência aplicada no enrolamento primário é w_p , portanto em regime permanente o vetor enlace de fluxo está girando com uma velocidade angular constante de w_p rad/sec. O vetor de enlace de fluxo pode ser escrito como:

$$\underline{l}_{p_e} = l e^{j(q_p - q_{p0})} \quad (4.3.3)$$

Onde q_p é o ângulo do vetor enlace de fluxo e q_{p0} é a posição inicial do vetor enlace de fluxo. Substituindo a (4.3.3) na (4.3.1) e derivando esta expressão podemos escrever:

$$\underline{u}_{p_e} = R_p \underline{i}_{p_e} + jw_p \underline{l}_{p_e} \quad (4.3.4)$$

Podemos realizar uma operação similar com a (4.3.2). Neste caso particular, a expressão de enlace de fluxo pode ser escrita como:

$$\underline{l}_{s_e} = l_s e^{j(q_s - q_{s0})} \quad (\text{referência estacionária}) \quad (4.3.5)$$

Onde l_s é o enlace de fluxo no enrolamento secundário, e, portanto o vetor no sistema de eixos de referência fixos no rotor é:

$$\underline{l}_{s_r} = \underline{l}_{s_e} e^{-jq_r} \quad (4.3.6)$$

Derivando a expressão (4.3.6) e substituindo em (4.3.5) resulta:

$$\begin{aligned}
\frac{d\underline{l}_{-s_r}}{dt} &= e^{-jq_r} \frac{d\underline{l}_{-s_s}}{dt} + \underline{l}_{-s_s} e^{-jq_r} (-j\omega_r) \\
&= e^{-jq_r} \left[\underline{l}_{-s_s} e^{j(q_s - q_{s0})} j\omega_s + e^{j(q_s - q_{s0})} \frac{d\underline{l}_{-s_s}}{dt} \right] - j\omega_r \underline{l}_{-s_r} \\
&= j\omega_s \underline{l}_{-s_r} - j\omega_r \underline{l}_{-s_r}
\end{aligned} \tag{4.3.7}$$

uma vez que $\frac{d\underline{l}_{-s}}{dt} = 0$ em regime permanente.

Portanto a expressão (4.3.2) em regime permanente fica:

$$\underline{u}_{-s_r} = R_s \underline{i}_{-s_r} + j\omega_s \underline{l}_{-s_r} \tag{4.3.8}$$

Resumindo, as equações de regime permanente da MTRDASE derivadas do modelo dinâmico do vetor espacial são:

$$\begin{aligned}
\underline{u}_{-p_e} &= R_p \underline{i}_{-p_e} + j\omega_p \underline{l}_{-p_e} \\
\underline{u}_{-s_r} &= R_s \underline{i}_{-s_r} + j\omega_s \underline{l}_{-s_r}
\end{aligned} \tag{4.3.9}$$

Consideremos a expressão normal para o escorregamento de uma máquina de indução convencional:

$$s = \frac{W_1 - p_p W_{rm}}{W_1} \tag{4.3.10}$$

onde p_p são os pares de pólos da máquina de indução. No caso deste estudo da máquina duplamente alimentada:

$$W_{rm} = \frac{W_p + W_s}{p_r}; \quad p_r = p_p + p_s \tag{4.3.11}$$

Fazendo $w_1 = w_p$ e $p_p = p_r$, e substituindo w_{rm} na expressão de escorregamento, podemos escrever:

$$s = \frac{W_p - W_p - W_s}{W_p} = -\frac{W_s}{W_p} \quad (4.3.12)$$

A expressão (4.3.12) é a uma forma generalizada de escorregamento. Essa é também a mesma definição de escorregamento usada para a máquina de indução trifásica de anéis duplamente alimentada.

Para continuar o desenvolvimento do modelo de regime permanente podemos substituir as expressões de enlace de fluxo (4.2.69) e (4.2.70) nas expressões (4.3.9). Se fizermos isso teremos:

$$\begin{aligned} \underline{u}_{p_e} &= R_p \underline{i}_{p_e} + jW_p (L_p \underline{i}_{p_e} + L_{ps} \underline{i}_{s_r}^*) \\ &= R_p \underline{i}_{p_e} + jW_p (L_p - L_{ps}) \underline{i}_{p_e} + jW_p L_{ps} (\underline{i}_{p_e} + \underline{i}_{s_r}^*) \end{aligned} \quad (4.3.13)$$

Uma vez que o objetivo aqui é desenvolver um circuito equivalente para a máquina, devemos fazer algo diferente com a expressão do enrolamento secundário. Observamos da (4.3.9) que a equação do enrolamento secundário tem um termo de frequência envolvendo w_s enquanto que a equação do enrolamento primário envolve w_p . Para juntar essas duas equações em um circuito equivalente convencional as frequências devem ser as mesmas. A definição de escorregamento da (4.3.12) permite que esta conversão de frequências seja alcançada:

$$W_s = -sW_p \quad (4.3.14)$$

Substituindo (4.3.14) nas expressões (4.3.9) e (4.2.70), e fazendo o conjugado complexo da equação inteira temos:

$$\frac{\underline{u}_{s_r}^*}{s} = \frac{R_s}{s} \underline{i}_{s_r}^* + jW_p (L_s - L_{ps}) \underline{i}_{s_r}^* + jW_p L_{ps} (\underline{i}_{s_r}^* + \underline{i}_{p_e}) \quad (4.3.15)$$

O circuito equivalente para as equações de tensão (4.3.16) é apresentado na figura 4.3.1.

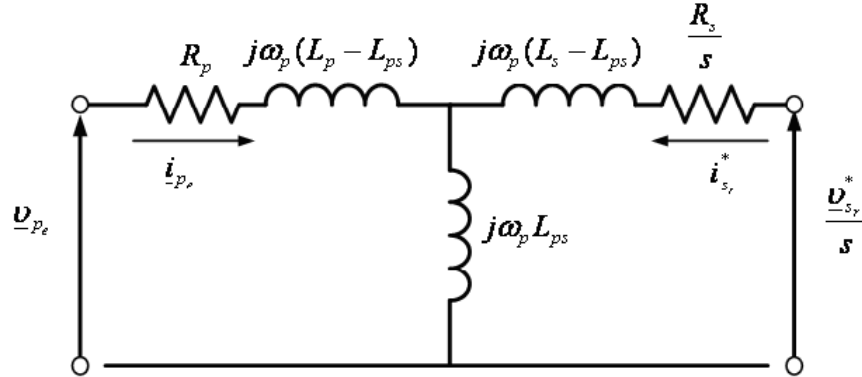


Figura 4.3.1 - Circuito equivalente de regime permanente da MTRDASE

Resumindo, as equações de regime permanente para MTRDASE com escorregamento são:

$$\begin{aligned} \underline{u}_{p_e} &= R_p \underline{i}_{p_e} + j\omega_p (L_p - L_{ps}) \underline{i}_{p_e} + j\omega_p L_{ps} (\underline{i}_{p_e} + \underline{i}_{s_r}^*) \\ \frac{\underline{u}_{s_r}^*}{s} &= \frac{R_s}{s} \underline{i}_{s_r}^* + j\omega_p (L_s - L_{ps}) \underline{i}_{s_r}^* + j\omega_p L_{ps} (\underline{i}_{s_r}^* + \underline{i}_{p_e}) \end{aligned} \quad (4.3.16)$$

Podemos ver que $\underline{i}_m = \underline{i}_{p_e} + \underline{i}_{s_r}^*$ a qual é a corrente de magnetização da máquina. Note que nas equações acima os valores do secundário não estão referidos ao enrolamento primário, ou vice-versa, por uma relação de espiras. No entanto, uma operação de referenciamento de frequência foi realizada, isso permite desenhar o circuito da figura 4.3.1.

4.4 Expressões de Torque

Nessa seção serão desenvolvidas equações de torque para a MTRDASE. Para tanto serão usadas duas abordagens: a primeira utilizará a expressão geral de torque da teoria generalizada das máquinas elétricas e a segunda utilizará a expressão da potência elétrica de entrada para definir o torque.

A expressão da teoria generalizada das máquinas elétricas para o torque eletromagnético pode ser escrita como:

$$T_e = \frac{p}{2} [i]^T [G] [i] \quad (4.4.1)$$

Com:

$$[G] = \frac{d}{dq_r} [L_{ij}] \text{ Onde } [L_{ij}]^\Delta = \text{matriz de indutâncias da máquina.}$$

p^Δ = Pares de pólos da máquina;

q_r^Δ = Ângulo elétrico do rotor;

$[i]^\Delta$ = Vetor das correntes da máquina;

No caso particular da MTRDASE das expressões (4.2.7) e (4.2.8) podemos escrever:

$$[i]^T = [i_A, i_B, i_C, i_a, i_b, i_c] = \left[[i_{ABC}]^T, [i_{abc}]^T \right] \quad (4.4.2)$$

$$[G] = \frac{d}{dq_r} [L_{ij}] = \frac{d}{dq_r} \begin{bmatrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} & L_{Aa} & L_{Ab} & L_{Ac} \\ L_{BA} & L_{BB} & L_{BC} & L_{Ba} & L_{Bb} & L_{Bc} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} & L_{Ca} & L_{Cb} & L_{Cc} \\ L_{aA} & L_{aB} & L_{aC} & L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{bA} & L_{bB} & L_{bC} & L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{cA} & L_{cB} & L_{cC} & L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \quad (4.4.3)$$

$$p = p_r = p_p + p_s \quad (4.4.4)$$

Analisando agora a matriz $[G]$. As seções da matriz onde estão localizadas as indutâncias próprias das fases e as indutâncias mútuas entre as fases do mesmo enrolamento, não dependem de q_r , logo na derivada são zero:

$$\begin{bmatrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} & L_{Aa} & L_{Ab} & L_{Ac} \\ L_{BA} & L_{BB} & L_{BC} & L_{Ba} & L_{Bb} & L_{Bc} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} & L_{Ca} & L_{Cb} & L_{Cc} \\ L_{aA} & L_{aB} & L_{aC} & L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{bA} & L_{bB} & L_{bC} & L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{cA} & L_{cB} & L_{cC} & L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & \frac{d}{dq_r} [\mathbf{L}_{ABC-abc}] \\ \frac{d}{dq_r} [\mathbf{L}_{abc-ABC}] & [0] \end{bmatrix}$$

Permitindo que a expressão de torque seja escrita como:

$$T_e = \frac{p_r}{2} \left[[i_{ABC}] [i_{abc}] \right]^T \begin{bmatrix} [0] & \frac{d}{dq_r} [\mathbf{L}_{ABC-abc}] \\ \frac{d}{dq_r} [\mathbf{L}_{abc-ABC}] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{ABC}] \\ [i_{abc}] \end{bmatrix} \quad (4.4.5)$$

Resolvendo a multiplicação de matrizes de (4.4.5), resulta:

$$\begin{aligned} &= \frac{p_r}{2} \left[[i_{ABC}] [i_{abc}] \right]^T \begin{bmatrix} \frac{d}{dq_r} [\mathbf{L}_{ABC-abc}] [i_{abc}] \\ \frac{d}{dq_r} [\mathbf{L}_{abc-ABC}] [i_{ABC}] \end{bmatrix} \\ &= \frac{p_r}{2} \left\{ [i_{ABC}]^T \frac{d}{dq_r} [\mathbf{L}_{ABC-abc}] [i_{abc}] + [i_{abc}]^T \frac{d}{dq_r} [\mathbf{L}_{abc-ABC}] [i_{ABC}] \right\} \end{aligned} \quad (4.4.6)$$

Como $[\mathbf{L}_{ABC-abc}] = [\mathbf{L}_{abc-ABC}]$ e $[\mathbf{L}_{ABC-abc}]$ é simétrico na diagonal. Então podemos escrever (4.4.6) como:

$$\therefore T_e = p_r [i_{ABC}]^T \frac{d}{dq_r} [\mathbf{L}_{ABC-abc}] [i_{abc}] \quad (4.4.7)$$

Observamos na expressão (4.4.7) que o torque produzido pela máquina, depende das correntes dos enrolamentos primário e secundário e ainda do acoplamento feito pelo rotor,

através das indutâncias mútuas entre os enrolamentos, as quais dependem da posição do rotor. Assim o aumento deste torque está vinculado ao aumento das correntes ou ao aumento da derivada das indutâncias mútuas em relação a posição do rotor.

Baseado em (4.2.11) podemos escrever:

$$\frac{d}{dq_r} [\mathbf{L}_{ABC-abc}] = j \frac{1}{2} W_r L_{ps_{\max}} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ \underline{a}^2 & \underline{a} & 1 \\ \underline{a} & 1 & \underline{a}^2 \end{bmatrix} e^{jq_r} - \begin{bmatrix} 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ \underline{a} & \underline{a}^2 & 1 \\ \underline{a}^2 & 1 & \underline{a} \end{bmatrix} e^{-jq_r} \right\} \quad (4.4.8)$$

Considerando o último termo da expressão (4.4.7) podemos escrever:

$$\frac{d}{dq_r} [\mathbf{L}_{ABC-abc}] [i_{abc}] = j \frac{1}{2} W_r L_{ps_{\max}} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ \underline{a}^2 & \underline{a} & 1 \\ \underline{a} & 1 & \underline{a}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} e^{jq_r} - \begin{bmatrix} 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ \underline{a} & \underline{a}^2 & 1 \\ \underline{a}^2 & 1 & \underline{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} e^{-jq_r} \right\} \quad (4.4.9)$$

Utilizando o fato que:

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} i_{s_e} &= i_a + \underline{a} i_b + \underline{a}^2 i_c \\ \frac{3}{2} i_{s_e}^* &= i_a + \underline{a}^2 i_b + \underline{a} i_c \\ \frac{3}{2} \underline{a}^2 i_{s_e}^* &= \underline{a}^2 i_a + \underline{a} i_b + i_c \end{aligned} \quad (4.4.10)$$

Substituindo (4.4.10) em (4.4.9), após algumas operações, resulta:

$$\frac{d}{dq_r} [\mathbf{L}_{ABC-abc}] [i_{abc}] = j \frac{3}{4} L_{ps_{\max}} \begin{bmatrix} \underline{i}_{s_s}^* e^{jq_r} - \underline{i}_{s_s} e^{-jq_r} \\ \underline{a}^2 \underline{i}_{s_s}^* e^{jq_r} - \underline{a} \underline{i}_{s_s} e^{-jq_r} \\ \underline{a} \underline{i}_{s_s}^* e^{jq_r} - \underline{a}^2 \underline{i}_{s_s} e^{-jq_r} \end{bmatrix} \quad (4.4.11)$$

e, portanto, a expressão de torque pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} T_e &= j \frac{3}{4} p_r L_{ps_{\max}} [i_{ABC}]^T \begin{bmatrix} \underline{i}_{s_s}^* e^{jq_r} - \underline{i}_{s_s} e^{-jq_r} \\ \underline{a}^2 \underline{i}_{s_s}^* e^{jq_r} - \underline{a} \underline{i}_{s_s} e^{-jq_r} \\ \underline{a} \underline{i}_{s_s}^* e^{jq_r} - \underline{a}^2 \underline{i}_{s_s} e^{-jq_r} \end{bmatrix} \\ &= j \frac{3}{4} p_r L_{ps_{\max}} \left[\underline{i}_A \underline{i}_{s_s}^* e^{jq_r} - \underline{i}_A \underline{i}_{s_s} e^{-jq_r} + \underline{i}_B \underline{a}^2 \underline{i}_{s_s}^* e^{jq_r} - \underline{i}_B \underline{a} \underline{i}_{s_s} e^{-jq_r} + \underline{i}_C \underline{a} \underline{i}_{s_s}^* e^{jq_r} - \underline{i}_C \underline{a}^2 \underline{i}_{s_s} e^{-jq_r} \right] \\ &= j \frac{3}{4} p_r L_{ps_{\max}} \left[(\underline{i}_A + \underline{a}^2 \underline{i}_B + \underline{a} \underline{i}_C) \underline{i}_{s_s}^* e^{jq_r} - (\underline{i}_A + \underline{a} \underline{i}_B + \underline{a}^2 \underline{i}_C) \underline{i}_{s_s} e^{-jq_r} \right] \\ T_e &= j \frac{9}{8} p_r L_{ps_{\max}} \left[\underline{i}_{p_e}^* \underline{i}_{s_e}^* e^{jq_r} - \underline{i}_{p_e} \underline{i}_{s_e} e^{-jq_r} \right] \end{aligned} \quad (4.4.12)$$

Como já foi previamente definido em (4.2.19) que $L_{ps} = \frac{3}{2} L_{ps_{\max}}$ podemos escrever essa expressão como:

$$T_e = j \frac{3}{4} p_r L_{ps} \left[\underline{i}_{p_e}^* \underline{i}_{s_e}^* e^{jq_r} - \underline{i}_{p_e} \underline{i}_{s_e} e^{-jq_r} \right] \quad (4.4.13)$$

Podemos agora converter (4.4.9) de modo que suas variáveis estejam nos sistemas de referência previamente usados no primário (θ) e no secundário ($\theta_r - \theta$). Aplicando (4.2.58) para conversão do sistema de referência usando essas duas referências, podemos escrever as seguintes expressões gerais de conversão:

$$\begin{aligned} \underline{x}_{p_e} &= \underline{x}_{p_r} e^{jq} \\ \underline{x}_{p_e}^* &= \underline{x}_{p_r}^* e^{-jq} \\ \underline{x}_{s_e} &= \underline{x}_{s_r} e^{j(q_r - q)} \\ \underline{x}_{s_e}^* &= \underline{x}_{s_r}^* e^{-j(q_r - q)} \end{aligned} \quad (4.4.14)$$

Aplicando na expressão (4.4.13), podemos escrever:

$$T_e = j \frac{3}{4} p_r L_{ps} \left[\underline{i}_{p_r}^* e^{-jq_r} \underline{i}_{s_r}^* e^{-j(q_r-q)} e^{jq_r} - \underline{i}_{p_r} e^{jq_r} \underline{i}_{s_r} e^{j(q_r-q)} e^{-jq_r} \right]$$

$$\therefore T_e = j \frac{3}{4} p_r L_{ps} \left[\underline{i}_{p_r}^* \underline{i}_{s_r}^* - \underline{i}_{p_r} \underline{i}_{s_r} \right] \quad (4.4.15)$$

A expressão (4.4.15) pode ser melhorada utilizando as expressões de enlace de fluxo (4.2.72) e (4.2.73) como segue:

$$L_{ps} \underline{i}_{s_r}^* = \underline{l}_{p_r} - L_p \underline{i}_{p_r} \quad (4.4.16)$$

$$L_{ps} \underline{i}_{s_r} = \underline{l}_{p_r}^* - L_p \underline{i}_{p_r}^* \quad (4.4.17)$$

E então,

$$T_e = j \frac{3}{4} p_r \left[\underline{l}_{p_r}^* (\underline{l}_{p_r} - L_p \underline{i}_{p_r}) - \underline{i}_{p_r} (\underline{l}_{p_r}^* - L_p \underline{i}_{p_r}^*) \right]$$

$$T_e = j \frac{3}{4} p_r \left[\underline{l}_{p_r} \underline{i}_{p_r}^* - \underline{l}_{p_r}^* \underline{i}_{p_r} \right] \quad (4.4.18)$$

Escrevendo os vetores espaciais dos enlace de fluxo da expressão (4.4.18), na forma retangular temos:

$$\begin{aligned} \underline{l}_{p_r} &= l_{pd} + j l_{pq} \\ \underline{l}_{p_r}^* &= l_{pd} - j l_{pq} \\ \underline{i}_{p_r} &= i_{pd} + j i_{pq} \\ \underline{i}_{p_r}^* &= i_{pd} - j i_{pq} \end{aligned} \quad (4.4.19)$$

Substituindo (4.4.19) na expressão (4.4.18) e simplificando, temos;

$$T_e = j \frac{3}{4} p_r \left[2j l_{pq} i_{pd} - 2j l_{pd} i_{pq} \right] \quad (4.4.20)$$

$$\therefore T_e = \frac{3}{2} p_r [l_{pd} i_{pq} - l_{pq} i_{pd}] \quad (4.4.21)$$

Essa é mesma equação de torque obtida para a máquina de indução com p_r pares de pólos.

Essa expressão básica de torque pode ser trabalhada de várias formas. Algumas destas formas serão desenvolvidas a seguir, mas primeiramente algumas manipulações com os vetores são necessárias. Considere os seguintes vetores gerais:

$$\underline{x} = x e^{ja} \quad (4.4.22)$$

$$\underline{y} = y e^{jg} \quad (4.4.23)$$

O módulo do produto vetorial entre os dois vetores é definido como segue:

$$|\underline{x} \times \underline{y}| = xy \sin(g - a) \quad (4.4.24)$$

Por exemplo,

$$|\underline{x} \times \underline{y}| = xy \operatorname{Im}\{e^{j(g-a)}\} = \operatorname{Im}\{y e^{jg} x e^{-ja}\} = \operatorname{Im}\{y \underline{x}^*\} \quad (4.4.25)$$

$$\therefore |\underline{x} \times \underline{y}| = \operatorname{Im}\{(y_d + jy_q)(x_d - jx_q)\} = x_d y_q - x_q y_d \quad (4.4.26)$$

Podemos verificar na comparação entre as expressões (4.4.21) e (4.4.26) que o torque pode ser escrito como:

$$\therefore T_e = \frac{3}{2} p_r |l_{-p_r} \times i_{-p_r}| \quad (4.4.27)$$

Essa expressão básica pode ser um pouco mais trabalhada sob outra forma potencialmente útil. Por exemplo, utilizando a (4.2.72) podemos escrever:

$$l_{-p_r} \times i_{-p_r} = (L_p i_{-p_r} + L_{ps} i_{-s_r}^*) \times i_{-p_r} = L_{ps} i_{-s_r}^* \times i_{-p_r} \quad (4.4.28)$$

$$\therefore T_e = \frac{3}{2} p_r L_{ps} \left| \dot{i}_{s_r}^* \times \dot{i}_{p_r} \right| \quad (4.4.29)$$

Podemos obter outra forma de expressão de torque usando as seguintes definições:

$$\dot{i}_{m_r} \stackrel{\Delta}{=} \dot{i}_{p_r} + \dot{i}_{s_r}^* \quad (4.4.30)$$

$$\therefore L_{ps} (\dot{i}_{p_r} + \dot{i}_{s_r}^*) = L_{ps} \dot{i}_{m_r} \quad (4.4.31)$$

$$\Rightarrow L_{ps} \dot{i}_{s_r}^* = L_{ps} \dot{i}_{m_r} - L_{ps} \dot{i}_{p_r} \quad (4.4.32)$$

Então:

$$\underline{l}_{p_r} \times \dot{i}_{p_r} = L_{ps} \dot{i}_{s_r}^* \times \dot{i}_{p_r} = (L_{ps} \dot{i}_{m_r} - L_{ps} \dot{i}_{p_r}) \times \dot{i}_{p_r} = L_{ps} \dot{i}_{m_r} \times \dot{i}_{p_r} \quad (4.4.33)$$

$$\therefore T_e = \frac{3}{2} p_r \left| \underline{l}_{m_r} \times \dot{i}_{p_r} \right| \quad (4.4.34)$$

Onde $\underline{l}_{m_r} = L_{ps} \dot{i}_{m_r}$.

Até aqui o torque foi expresso em termos de variáveis do enrolamento primário. Podemos também expressar o torque da máquina em relação às variáveis do secundário. Começando novamente pela expressão (4.4.15) e a expressão de enlace fluxo (4.2.73), podemos escrever:

$$L_{ps} \dot{i}_{p_r}^* = \underline{l}_{s_r} - L_s \dot{i}_{s_r} \quad (4.4.35)$$

$$L_{ps} \dot{i}_{p_r} = \underline{l}_{s_r}^* - L_s \dot{i}_{s_r}^* \quad (4.4.36)$$

Simplificando (4.4.35) e (4.4.36), podemos escrever:

$$L_{ps} (\dot{i}_{p_r}^* \dot{i}_{s_r}^* - \dot{i}_{p_r} \dot{i}_{s_r}) = (\underline{l}_{s_r} - L_s \dot{i}_{s_r}) \dot{i}_{s_r}^* - (\underline{l}_{s_r}^* - L_s \dot{i}_{s_r}^*) \dot{i}_{s_r} = \underline{l}_{s_r} \dot{i}_{s_r}^* - \underline{l}_{s_r}^* \dot{i}_{s_r} \quad (4.4.37)$$

Assim o torque pode ser escrito como:

$$T_e = j \frac{3}{4} p_r (\underline{l}_{-s_r} \dot{i}_{s_r}^* - \underline{l}_{-s_r}^* \dot{i}_{s_r}) \quad (4.4.38)$$

Por analogia ao caso do enrolamento primário podemos expressar as equações de torque em termos das variáveis do enrolamento secundário como:

$$\therefore T_e = \frac{3}{2} p_r (\underline{l}_{sd} \dot{i}_{sq} - \underline{l}_{sq} \dot{i}_{sd}) = \frac{3}{2} p_r |\underline{l}_{-s_r} \times \dot{i}_{-s_r}| \quad (4.4.39)$$

Além disso, utilizando (4.2.73) podemos escrever:

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{3}{2} p_r \left| (L_s \dot{i}_{s_r} + L_{ps} \dot{i}_{p_r}^*) \times \dot{i}_{-s_r} \right| \\ &= \frac{3}{2} p_r L_{ps} \left| \dot{i}_{p_r}^* \times \dot{i}_{-s_r} \right| \end{aligned} \quad (4.4.40)$$

Novamente utilizando (4.4.30) podemos escrever:

$$\dot{i}_{p_r}^* = \dot{i}_{m_r}^* - \dot{i}_{s_r} \quad (4.4.41)$$

E, portanto:

$$T_e = \frac{3}{2} p_r L_{ps} \left| (\dot{i}_{m_r}^* - \dot{i}_{s_r}) \times \dot{i}_{-s_r} \right| \quad (4.4.42)$$

$$\therefore T_e = \frac{3}{2} p_r |\underline{l}_{-m_r}^* \times \dot{i}_{-s_r}| \quad (4.4.43)$$

Onde $\underline{l}_{-m_r}^* = L_{ps} \dot{i}_{m_r}^*$.

4.5 Expressões da Potência

Considerando agora as expressões de potência da MTRDASE. Fazendo isto é inevitável retornarmos às expressões de torque algumas vezes, pois as expressões de torque e potência estão ligadas intimamente.

A expressão geral de potência instantânea para a MTRDASE é:

$$P_{3f} = v_{ap}i_{ap} + v_{bp}i_{bp} + v_{cp}i_{cp} + v_{as}i_{as} + v_{bs}i_{bs} + v_{cs}i_{cs} \quad (4.5.1)$$

Onde o subscrito p denota o enrolamento primário e o subscrito s denota o enrolamento secundário. Podemos mostrar que esta expressão é equivalente à seguinte expressão da potência em termos de vetores espaciais:

$$P_{3f} = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \left\{ \underline{u}_{p_r} \underline{i}_{p_r}^* + \underline{u}_{s_r} \underline{i}_{s_r}^* \right\} \quad (4.5.2)$$

Notamos que a (4.5.2) é a expressão para a potência ativa de entrada para a máquina. Essa potência ativa de entrada inclui as perdas, a potência armazenada no campo trifásico da máquina, e a potência convertida em energia mecânica.

A expressão de potência complexa para a máquina é:

$$S_{3f} = P_{3f} + jQ_{3f} = \frac{3}{2} \left(\underline{u}_{p_r} \underline{i}_{p_r}^* + \underline{u}_{s_r} \underline{i}_{s_r}^* \right) \quad (4.5.3)$$

A componente Q_{3f} é a potência reativa trifásica total.

Substituindo a (4.2.78) na (4.5.2) obtemos a potência em um sistema de referência geral girando com velocidade angular w em relação a um sistema de referência estacionário como:

$$P_{3f} = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \left\{ R_p \underline{i}_{p_r}^2 + \underline{i}_{p_r}^* \frac{d\underline{l}_{p_r}}{dt} + jw \underline{i}_{p_r} d\underline{l}_{p_r} + R_s \underline{i}_{s_r}^2 + \underline{i}_{s_r}^* \frac{d\underline{l}_{s_r}}{dt} + j(w_r - w) \underline{i}_{s_r}^* d\underline{l}_{s_r} \right\} \quad (4.5.4)$$

Se considerarmos $w = 0$ então podemos escrever:

$$P_{3f} = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \left\{ R_p \underline{i}_{p_r}^2 + \underline{i}_{p_r}^* \frac{d\underline{l}_{p_r}}{dt} + R_s \underline{i}_{s_r}^2 + \underline{i}_{s_r}^* \frac{d\underline{l}_{s_r}}{dt} + jw_r \underline{i}_{s_r}^* d\underline{l}_{s_r} \right\} \quad (4.5.5)$$

Essa expressão pode ser desdobrada em componentes individuais como segue:

$$\text{Perdas Joules} = \frac{3}{2}(R_p \underline{i}_{p_r}^2 + R_s \underline{i}_{s_r}^2) \quad (4.5.6)$$

$$\text{Energia armazenada no campo} = \frac{3}{2} \text{Re} \left\{ \underline{i}_{p_r}^* \frac{d\underline{l}_{p_r}}{dt} + \underline{i}_{s_r}^* \frac{d\underline{l}_{s_r}}{dt} \right\} \quad (4.5.7)$$

$$\text{Potência de movimento} = \frac{3}{2} \text{Re} \left\{ j \omega_r \underline{i}_{s_r}^* \underline{l}_{s_r} \right\} \quad (4.5.8)$$

O termo (4.5.8) é o único que envolve uma quantidade em movimento e, portanto, ele deve ser o termo da potência movimento. Sabemos que:

$$\underline{l}_{s_r} = \underline{l}_{sd} + j \underline{l}_{sq} \quad (4.5.9)$$

$$\underline{i}_{s_r}^* = \underline{i}_{sd} - j \underline{i}_{sq} \quad (4.5.10)$$

E, portanto, podemos escrever a (4.5.8) como:

$$\begin{aligned} P_{rot} &= \frac{3}{2} \text{Re} \left\{ j \omega_r (\underline{i}_{sd} - j \underline{i}_{sq}) (\underline{l}_{sd} + j \underline{l}_{sq}) \right\} \\ &= \frac{3}{2} p_r \omega_{rm} (\underline{l}_{sd} \underline{i}_{sq} - \underline{l}_{sq} \underline{i}_{sd}) \end{aligned} \quad (4.5.11)$$

Portanto,

$$T_e = \frac{P_{rot}}{\omega_{rm}} = \frac{3}{2} p_r (\underline{l}_{sd} \underline{i}_{sq} - \underline{l}_{sq} \underline{i}_{sd}) \quad (4.5.12)$$

que é a mesma expressão deduzida em (4.4.39).

A contribuição de potência de cada enrolamento também pode ser calculada. Considerando as expressões de regime permanente (4.3.9), e substituindo-as em (4.5.3) podemos escrever:

$$\begin{aligned}
S_p &= \frac{3}{2} \underline{u}_{p_e} \underline{i}_{p_e}^* \\
&= \frac{3}{2} (R_p \underline{i}_{p_e} + j\omega_p L_{p-p_e} \underline{i}_{p_e}) \underline{i}_{p_e}^* \\
&= \frac{3}{2} [R_p \underline{i}_{p_e}^2 + j\omega_p (L_{p-p_e} \underline{i}_{p_e} + L_{ps} \underline{i}_{s_r}^*) \underline{i}_{p_e}^*] \\
&= \frac{3}{2} (R_p \underline{i}_{p_e}^2 + j\omega_p L_p \underline{i}_{p_e}^2 + j\omega_p L_{ps} \underline{i}_{s_r}^* \underline{i}_{p_e}^*)
\end{aligned} \tag{4.5.13}$$

Essa expressão pode ser trabalhada substituindo pelas correntes apresentadas em (4.5.13). A figura 4.5.1 mostra varias formas de referências usado pelas correntes e suas inter-relações. Observando a figura 4.5.1 podemos ver o seguinte:

$$\begin{aligned}
\underline{i}_{p_r} &= i_p e^{ja_p} = i_p e^{j(q_p - q)} \\
\underline{i}_{p_e} &= i_p e^{jq_p} = i_p e^{j(q + a_p)} \\
\underline{i}_{p_e}^* &= i_p e^{-jq_p} = i_p e^{-j(q + a_p)} \\
\underline{i}_{s_r} &= i_s e^{ja_s} = i_s e^{j(q_e + q - q_r)} \\
\underline{i}_{s_r}^* &= i_s e^{-ja_s} = i_s e^{-j(q_e + q - q_r)} \\
\underline{i}_{s_e} &= i_s e^{jq_e} = i_s e^{j(q_r - q + a_e)}
\end{aligned} \tag{4.5.14}$$

A figura 4.5.1 mostra as diferentes correntes envolvidas na análise, todas na sua forma vetorial, onde estão referenciadas aos eixos d e q correspondentes ao enrolamento em questão, primário ou secundário. Todas as defasagens são apresentadas em relação a um sistema eixos de referência d e q. A velocidade angular de cada vetor também é apresentada, dependendo do vetor a ser analisado.

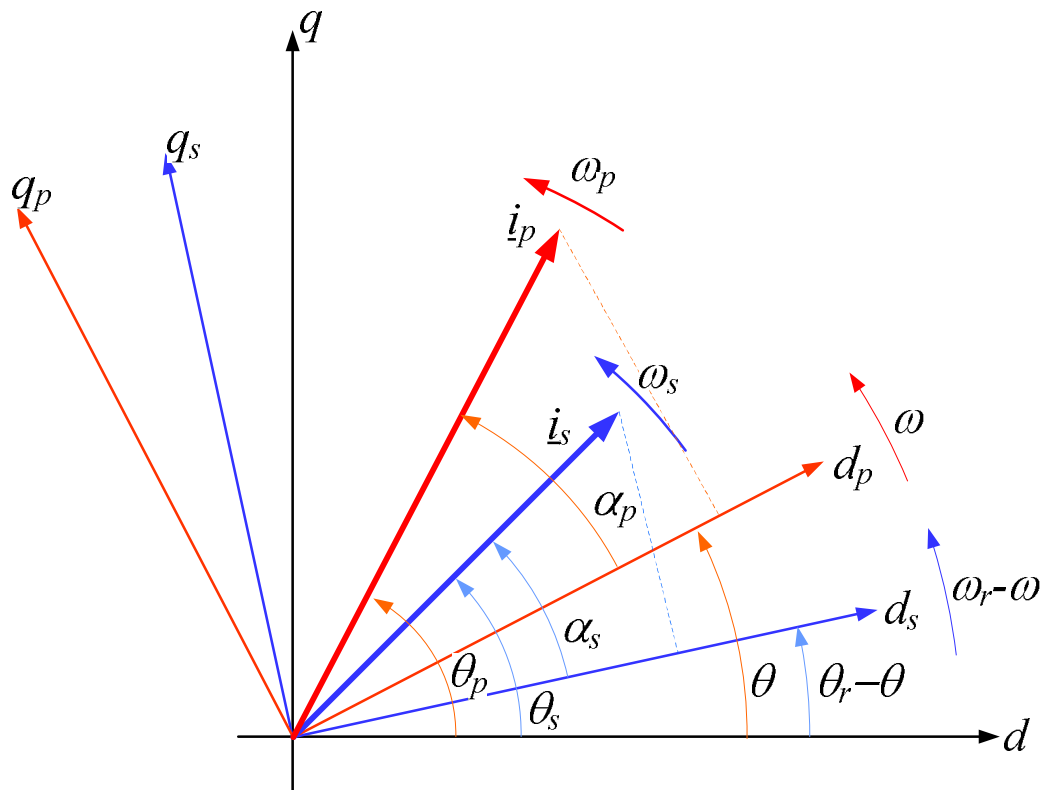


Figura 4.5.1 - Referências e vetores de correntes usados nas equações e suas inter-relações.

Se $q = 0 \Rightarrow \omega = 0$ então $i_{p_r} = i_{p_s} \Rightarrow q_p = a_p$. Portanto, a expressão complexa de potência para o primário pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
 S_p &= \frac{3}{4} (R_p i_p^2 + j\omega_p L_p i_p^2 + j\omega_p L_{ps} i_s e^{-ja_s} i_p e^{-ja_p}) \\
 &= \frac{3}{4} (R_p i_p^2 + j\omega_p L_p i_p^2 + j\omega_p L_{ps} i_s i_p e^{-j(a_s + a_p)}) \\
 &= \frac{3}{4} \{ R_p i_p^2 + \omega_p L_{ps} i_s i_p \text{sen}(a_s + a_p) + j[\omega_p L_p i_p^2 + \omega_p L_{ps} i_s i_p \text{cos}(a_s + a_p)] \}
 \end{aligned} \tag{4.5.15}$$

Separando em componentes reais e imaginários temos:

$$P_p = \frac{3}{2} [R_p i_p^2 + \omega_p L_{ps} i_s i_p \text{sen}(a_s + a_p)] \tag{4.5.16}$$

$$Q_p = \frac{3}{2} [w_p L_p i_p^2 + w_p L_{ps} i_s i_p \cos(a_s + a_p)] \quad (4.5.17)$$

A potência ativa da máquina deve ser consumida em perdas e potência de saída, então P_p deve conter termos relacionados à contribuição de torque do enrolamento primário. Examinando a expressão (4.5.16) podemos facilmente verificar que as perdas são representadas pelo termo $R_p i_p^2$, e então, por eliminação, o termo $w_p L_{ps} i_s i_p \sin(a_s + a_p)$ deve estar relacionado à contribuição deste enrolamento para o valor do torque. Esta observação será levada em consideração mais formalmente na seção 4.5.1.

De forma similar podemos mostrar que as componentes complexas de potência para o enrolamento secundário são:

$$P_s = \frac{3}{2} [R_s i_s^2 + w_s L_{ps} i_s i_p \sin(a_s + a_p)] \quad (4.5.18)$$

$$Q_s = \frac{3}{2} [w_s L_s i_s^2 + w_s L_{ps} i_s i_p \cos(a_s + a_p)] \quad (4.5.19)$$

Resumindo as expressões de potência para MTRDASE são:

$$\begin{aligned} P_p &= \frac{3}{2} [R_p i_p^2 + w_p L_{ps} i_s i_p \sin(a_s + a_p)] \\ Q_p &= \frac{3}{2} [w_p L_p i_p^2 + w_p L_{ps} i_s i_p \cos(a_s + a_p)] \\ P_s &= \frac{3}{2} [R_s i_s^2 + w_s L_{ps} i_s i_p \sin(a_s + a_p)] \\ Q_s &= \frac{3}{2} [w_s L_s i_s^2 + w_s L_{ps} i_s i_p \cos(a_s + a_p)] \end{aligned} \quad (4.5.20)$$

4.5.1 Análise das expressões de potência e torque

Baseados nas expressões obtidas nas seções anteriores serão feitas a seguir novas deduções, acompanhadas de algumas análises e comentários para a melhor compreensão do funcionamento da máquina em questão.

1. Notamos na seção anterior que a expressão de potência ativa possui termos relacionados à produção de torque pela máquina. Utilizando a expressão de torque (4.4.18) e substituindo nela as expressões (4.2.72) e (4.5.14). Podemos escrever o torque em termos de variáveis do enrolamento primário:

$$\begin{aligned}
 T_e &= j \frac{3}{4} p_r \left[\underline{L}_{-p_r} i_{p_r}^* - \underline{L}_{-p_r}^* i_{p_r} \right] = j \frac{3}{4} p_r \left[\left(L_p i_{p_r} + L_{ps} i_s^* \right) \underline{L}_{p_r}^* - \left(L_p i_{p_r}^* + L_{ps} i_s \right) \underline{L}_{p_r} \right] \\
 &= j \frac{3}{4} p_r \left[L_p i_p^2 + L_{ps} i_p i_s e^{-j(a_s+a_p)} - L_p i_p^2 - L_{ps} i_p i_s e^{j(a_s+a_p)} \right] \\
 &= j \frac{3}{4} p_r L_{ps} \left[i_p i_s e^{-j(a_s+a_p)} - i_p i_s e^{j(a_s+a_p)} \right] \\
 \therefore T_e &= j \frac{3}{4} p_r L_{ps} i_p i_s \text{sen}(a_s + a_p) \tag{4.5.21}
 \end{aligned}$$

Podemos verificar que esse termo é muito similar ao segundo termo a direita da expressão (4.5.16). Da figura (4.5.1) podemos escrever o seguinte:

$$\begin{aligned}
 a_p &= q_p - q \Rightarrow q_p = a_p + q \\
 \therefore w_p &= \frac{dq_p}{dt} = \frac{da_p}{dt} + \frac{dq}{dt} \tag{4.5.22}
 \end{aligned}$$

Similarmente $a_s = q_s - q_r + q \Rightarrow q_s = a_s + q_r - q$

$$\therefore w_s = \frac{dq_s}{dt} = \frac{da_s}{dt} + \frac{dq_r}{dt} - \frac{dq}{dt} \tag{4.5.23}$$

Se os eixos de referência tiverem velocidade angular nula, isto é, $w = 0$, então essas expressões (4.5.22) e (4.5.23) podem ser escritas como:

$$\frac{da_p}{dt} = w_p \Rightarrow a_p = w_p t \tag{4.5.24}$$

$$\frac{da_s}{dt} = w_s - w_r \Rightarrow a_s = (w_s t - a) - (w_r t - g) \tag{4.5.25}$$

Onde $q_r = w_r t + g$ e a é o início da fase do vetor do enrolamento secundário.

Portanto, podemos dizer que:

$$a_s + a_p = (w_p + w_s - w_r) t - a - g \quad (4.5.26)$$

Claramente, para que o seno deste termo seja constante, o que é um pré-requisito para que a máquina produza torque constante em regime permanente, então $a_s + a_p = \text{constante} \Rightarrow w_p + w_s - w_r = 0$, o que significa:

$$w_r = w_p + w_s$$

Portanto, podemos ver que a condição para termos um torque de saída, que estava na base do desenvolvimento do modelo de regime permanente, emerge destes cálculos. Sob esta condição a expressão de torque é:

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{3}{2} p_r L_{ps} i_p i_s \text{sen}(-g - a) \\ &= \frac{3}{2} p_r L_{ps} i_p i_s \text{sen}(g + a) \end{aligned} \quad (4.5.27)$$

Se $a = p$ então pode ser escrito que:

$$T_e = \frac{3}{2} p_r L_{ps} i_p i_s \text{sen} g \quad (4.5.28)$$

A qual é a mesma expressão estabelecida através de um caminho diferente em (3.4.7).

2. Dada a similaridade que existe entre (4.5.28) e (4.5.16) podemos ver que a parte real da expressão de potência complexa pode ser escrita como:

$$P_p = \frac{3}{2} R_p i_p^2 + \frac{W_p}{P_r} T_e \quad (4.5.29)$$

Similarmente para o termo de potência real para o secundário temos:

$$P_s = \frac{3}{2} R_s i_s^2 + \frac{W_s}{P_r} T_e \quad (4.5.30)$$

Portanto a potência total é simplesmente a soma destes termos:

$$\begin{aligned} P_{rot} &= P_{3f} + P_{perdas} \\ &= P_p + P_s - \frac{3}{2} [R_p i_p^2 - R_s i_s^2] \\ &= \frac{W_p}{W_r} T_e + \frac{W_s}{W_r} T_e \end{aligned} \quad (4.5.31)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{P_r} (W_p + W_s) T_e \\ &= T_e W_{rm} \end{aligned} \quad (4.5.32)$$

A qual é a correta expressão para potência rotacional.

3. Pode ser observado a partir da expressão (4.5.31) que a contribuição para a potência rotacional de cada enrolamento é:

$$P_{P_{rot}} = \frac{W_p}{W_r} T_e \quad (4.5.33)$$

$$P_{S_{rot}} = \frac{W_s}{W_r} T_e \quad (4.5.34)$$

Observamos a partir da expressão (4.3.12) que:

$$s = -\frac{W_s}{W_p} \quad (4.5.35)$$

e tomando a seguinte relação:

$$\frac{P_{s_{rot}}}{P_{p_{rot}}} = \frac{W_s}{W_p} = -s \quad (4.5.36)$$

Portanto, se w_s é negativo (por exemplo, seqüência de fase contrária à do enrolamento primário) então o escorregamento s é positivo. Então:

$$P_{s_{rot}} = -|s|P_{p_{rot}} \quad (4.5.37)$$

Isto é, a potência produzida no enrolamento secundário significando que está ocorrendo regeneração de energia. Se a velocidade da máquina for zero então $s = 1$, e toda potência do primário está sendo regenerada pelo enrolamento secundário.

Se w_s é positivo então o escorregamento s é negativo. Portanto:

$$P_{s_{rot}} = |s|P_{p_{rot}} \quad (4.5.38)$$

Isto é, o enrolamento secundário está contribuindo para o torque de saída. Claramente, se $w_p = w_s$ então $s = -1$ e os enrolamentos do primário e secundário estão contribuindo em quantidades iguais para o torque de saída.

4. A situação em que $w_s = 0$ é interessante. Isso significa que corrente CC está sendo aplicada no enrolamento secundário. Usando as expressões de potência ativa e reativa para o enrolamento secundário de (4.5.20) e substituindo $w_s = 0$ obtemos o seguinte:

$$P_s = \frac{3}{2} R_s i_s^2 \quad (4.5.39)$$

$$Q_s = 0$$

Portanto, o conversor no enrolamento secundário somente terá que fornecer as perdas Joules para o enrolamento secundário, e claramente não pode haver potência reativa se estiver circulando corrente contínua. Podemos dizer que, nestas condições:

$$q_s = \text{Constante, e, portanto}$$

$$a_s + q_r - q = q_s = \text{Constante}$$

Portanto:

$$\frac{dq_s}{dt} = 0 = \frac{da_s}{dt} + \frac{dq_r}{dt} - \frac{dq}{dt}$$

$$\therefore \frac{da_s}{dt} + \frac{dq_r}{dt} = 0 \text{ desde que } \frac{dq}{dt} = 0 \text{ devido à escolha do sistema de}$$

referência em $w_s = 0$.

Podemos, então, escrever que:

$$\frac{da_s}{dt} = -\frac{dq_r}{dt} \quad (4.5.40)$$

e portanto $a_s = w_r t + g$

Uma vez que $a_p = w_p t$ como em (4.5.24) podemos escrever a expressão da potência ativa para o primário de (4.5.20) como:

$$P_p = \frac{3}{2} \left[R_p i_p^2 + w_p L_{ps} i_p i_s \text{sen}((w_p - w_r)t + g) \right] \quad (4.5.41)$$

Para potência constante e, portanto, torque constante é necessário que $w_p - w_r = 0 \Rightarrow w_p = w_r$. Por isso:

$$P_p = \frac{3}{2} [R_p i_p^2 + w_p L_{ps} i_p i_s \text{sen} \alpha] \quad (4.5.42)$$

Ou:

$$T_e = \frac{3}{2} p_r L_{ps} i_p i_s \text{sen} \alpha \quad (4.5.43)$$

A qual é a mesma expressão de (4.5.28) e é também a mesma expressão de torque para a máquina síncrona.

5. As observações a seguir podem ser feitas sobre a potência reativa. Concentrando-nos nas expressões do enrolamento primário, sabendo que elas valem também para o enrolamento secundário. Da expressão (4.5.20) podemos dizer que:

$$Q_p = 3W_p \left[\frac{1}{2} L_p i_p^2 + \frac{1}{2} L_{ps} i_s i_p \cos(\alpha_s + \alpha_p) \right] \quad (4.5.44)$$

Podemos fazer as seguintes observações sobre essa expressão:

- A potência reativa é 3 vezes a potência reativa de cada fase (como esperado desde que a potência reativa sob as 3 fases somadas vetorialmente será zero).
- A primeira componente da expressão $(\frac{1}{2} L_p i_p^2)$ está na forma da expressão normal da armazenagem de energia de um indutor.
- A segunda componente da expressão é a energia armazenada no campo mútuo entre os enrolamentos primário e secundário.
- Usando a (4.5.26) e sabendo que $w_r = w_p + w_s$, a expressão (4.5.44) resulta:

$$Q_p = 3W_p \left[\frac{1}{2} L_p i_p^2 + \frac{1}{2} L_{ps} i_s i_p \cos(g + a) \right] \quad (4.5.45)$$

Se $a = p$ então $\cos(g + a) = -\cos g$. Por isso, se $g = 0$ então a potência reativa será a mínima. Isto é, quando o torque é zero então existe uma pequena potência reativa fluindo. À medida que o ângulo de torque é aumentado, aumenta a potência reativa.

- e) No interesse de controlar o fator de potência da rede de alimentação, a qual geralmente está conectada ao enrolamento primário, então se teria que comprometer o torque. Por exemplo, desejarmos fator de potência unitário na rede significa que:

$$\begin{aligned} Q_p &= 0 \\ \Rightarrow L_p i_p^2 &= -L_{ps} i_s i_p \cos g \end{aligned} \quad (4.5.46)$$

Adicionalmente, o torque requerido tem que ser produzido pela máquina. Podemos controlar a corrente do secundário i_s para controlar o fator de potência e ao mesmo tempo produzir torque.

4.6 Conclusão

Este capítulo foi muito rico em informações, começou com o desenvolvimento de regime dinâmico da MTRDASE, o qual foi desenvolvido com o auxílio da teoria de vetores espaciais. Ao fim deste desenvolvimento chegamos às expressões para os eixos dq da máquina, os quais podem ser utilizados para estudos e simulações do comportamento da máquina em regime dinâmico.

Para melhor entender o desempenho da máquina foram desenvolvidas as expressões de torque e potência para a máquina. E enfim foram feitas algumas análises sob as expressões de torque e potência.

5. PROJETO E PROTÓTIPO DA MÁQUINA ALTERNADA TRIFÁSICA DE RELUTÂNCIA DUPLAMENTE ALIMENTADA SEM ESCOVAS (MTRDASE)

5.1 Introdução

Neste capítulo analisamos aspectos construtivos importantes para o projeto da MTRDASE. Assim como qualquer projeto de motor ou gerador elétrico, a MTRDASE é composta de duas partes fundamentais o estator e o rotor.

O estator é composto por chapas de aço carbono ou aço silício, na mesma são estampadas ranhuras cuja função é abrigar os enrolamentos, que neste caso são dois enrolamentos distintos, o primeiro é chamado de enrolamento primário e o segundo é chamado de secundário. Estes enrolamentos compõem o circuito elétrico do estator. A disposição dos enrolamentos na ranhura e a polaridade de cada um é um ponto importante que será abordado na seqüência deste capítulo.

O rotor por sua vez é composto somente de um circuito magnético, a exemplo do estator esse circuito é formado por chapas de aço carbono ou aço silício, nas quais são estampadas barreiras de fluxo, formando então relutâncias no caminho do fluxo magnético, as quais auxiliarão na formação do torque da máquina. A escolha do formato e da polaridade do rotor também será mostrada na seqüência deste capítulo.

5.2 Critérios de Projeto para MTRDASE

O projeto de qualquer máquina elétrica girante tem como primeiro passo o dimensionamento do volume ativo capaz de suportar as solicitações térmicas e mecânicas provenientes da conversão eletromagnética de energia. Como já mencionado no capítulo 3 a rotação da MTRDASE é dada por (3.2.20), considerando uma alimentação no secundário contínua, podemos considerar $w_s = 0$, então:

$$w_m = \frac{w_p}{P_p + P_s} \quad (5.2.1)$$

Sabendo que $w = 2pf$ podemos escrever (5.2.1) como:

$$f_{sm} = \frac{f_p}{p_p + p_s} \quad (5.2.2)$$

Onde f_{sm} é a frequência síncrona da MTRDASE em Hertz, f_p é a frequência em Hertz da tensão de alimentação do enrolamento primário, p_p e p_s são os pares de pólos do enrolamento primário e secundário, respectivamente. A equação (5.2.2) mostra que a MTRDASE se comporta de maneira semelhante a uma máquina de indução, onde o número de pólos é resultado da soma dos pares de pólos do enrolamento primário e do enrolamento secundário.

Três são os principais parâmetros que devem ser observados e conhecidos para o dimensionamento da MTRDASE: a densidade superficial de corrente, a indução admissível no circuito magnético e a constante de aproveitamento do volume ativo.

5.2.1 Densidade superficial de corrente elétrica $J(A/m^2)$ admissível nos condutores.

A densidade de corrente adotada na MTRDASE depende do tipo de refrigeração da máquina, ou seja, quanto mais eficiente for a troca térmica da máquina maior é a densidade de corrente que pode ser adotada no projeto. Isso porque a densidade de corrente é responsável pela perda Joule gerada nas bobinas.

Outro fator importante na escolha da densidade de corrente de uma máquina específica é o rendimento desejado para a máquina em questão, quanto menor for a densidade de corrente menor a perda Joule, e conseqüentemente, maior o rendimento.

A figura 5.2.1 mostra valores típicos de densidade de corrente para máquinas fechadas, com carcaça aletada conforme a construção do protótipo da MTRDASE que será apresentado a seguir.

Para situações especiais onde é necessário aumentar o rendimento ou para condições de operação mais severas de temperatura os valores devem ser diminuídos.

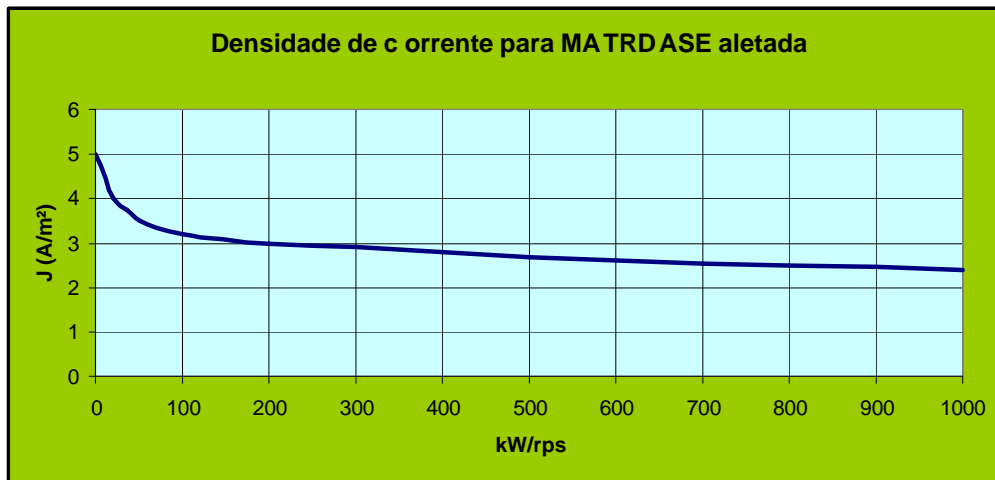


Figura 5.2.1 - Densidade de corrente para MTRDASE aletada.

5.2.2 Indução magnética $B(T)$ admissível no circuito magnético.

A indução magnética ou a densidade de fluxo magnético da MTRDASE depende do tipo de chapa utilizada e da saturação desejada em cada ponto do circuito magnético da máquina. A indução média no entreferro B_d da MTRDASE pode ser calculada por:

$$B_d = \left(\frac{2(p_p + p_s)}{p(D_1 - d)L_{Fe}} \right) \left(\frac{2}{p} f \right) \quad (5.2.3)$$

Onde f representa o fluxo magnético máximo por pólo em (Wb), D_1 representa o diâmetro interno do estator em (m), d representa o entreferro da máquina em (m) e L_{Fe} representa o comprimento em (m) do pacote de chapas.

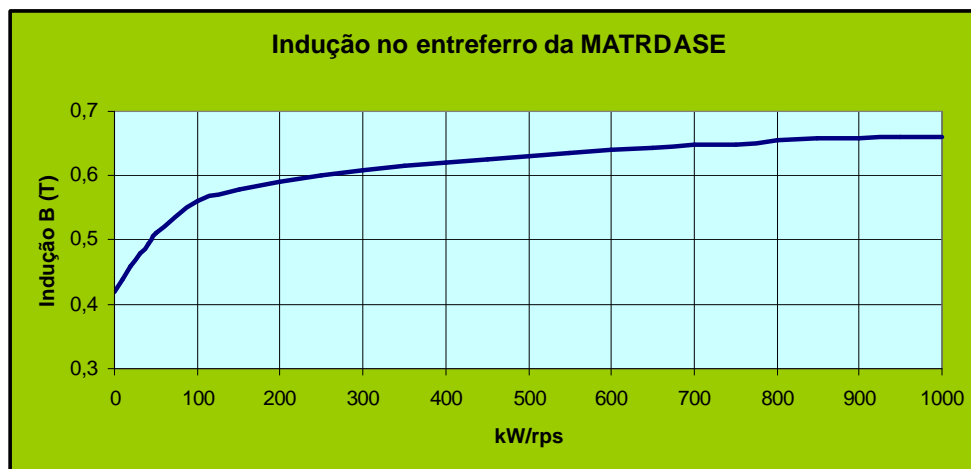


Figura 5.2.2 - Indução magnética no entreferro para MTRDASE.

A saturação da máquina está intimamente ligada com o fator de potência da máquina, quanto maior o nível de saturação menor será o fator de potência. A figura 5.2.2 mostra os valores usuais de indução no entreferro da MTRDASE.

5.2.3 Constante de aproveitamento do volume ativo ou constante de saída da máquina $C(J/m^3)$.

A constante de aproveitamento do material ativo ou constante de saída da MTRDASE representa a densidade volumétrica de energia para uma determinada potência de saída. A mesma pode ser definida como:

$$C = \frac{P}{(D_1 - d)^2 L_{Fe} f_{em}} \quad (5.2.4)$$

Onde P representa a potência útil no eixo da máquina dada em (kW).

A constante C depende das perdas geradas no sistema, sendo assim o tipo de refrigeração da máquina influência fortemente neste parâmetro. Valores orientativos da constante de aproveitamento de volume ativo, para a MTRDASE aletada, podem ser observados na figura 5.2.3.

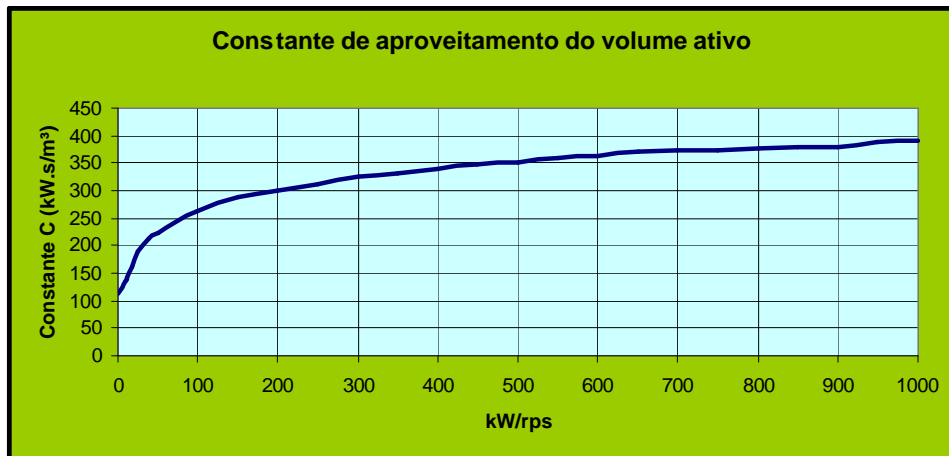


Figura 5.2.3 - Constante de aproveitamento do volume ativo da MTRDASE Aletada.

5.2.4 Outros parâmetros importantes.

Além dos três parâmetros mostrados acima para o projeto de uma máquina elétrica girante é necessário manter certa relação entre o diâmetro interno do estator D_1 e o comprimento do pacote de chapas L_{Fe} . Assim, alguns autores defendem que o melhor projeto é aquele que tem um diâmetro maior com um pequeno comprimento e outros autores, no entanto defendem que o melhor projeto possui um diâmetro menor com um comprimento maior. A relação entre diâmetro e comprimento k_{DL} interfere diretamente no custo e no desempenho mecânico da máquina. Assim o k_{DL} da MTRDASE pode ser definido como:

$$k_{DL} = \frac{L_{Fe}}{t_p} = \frac{2(p_p + p_s)L_{Fe}}{p(D_1 - d)} \quad (5.2.5)$$

Onde t_p representa o passo polar da MTRDASE e pode ser calculado como:

$$t_p = \frac{p(D_1 - d)}{2(p_p + p_s)} \quad (5.2.6)$$

A figura 5.2.4 mostra valores usuais de k_{DL} para máquinas até 12 pólos.

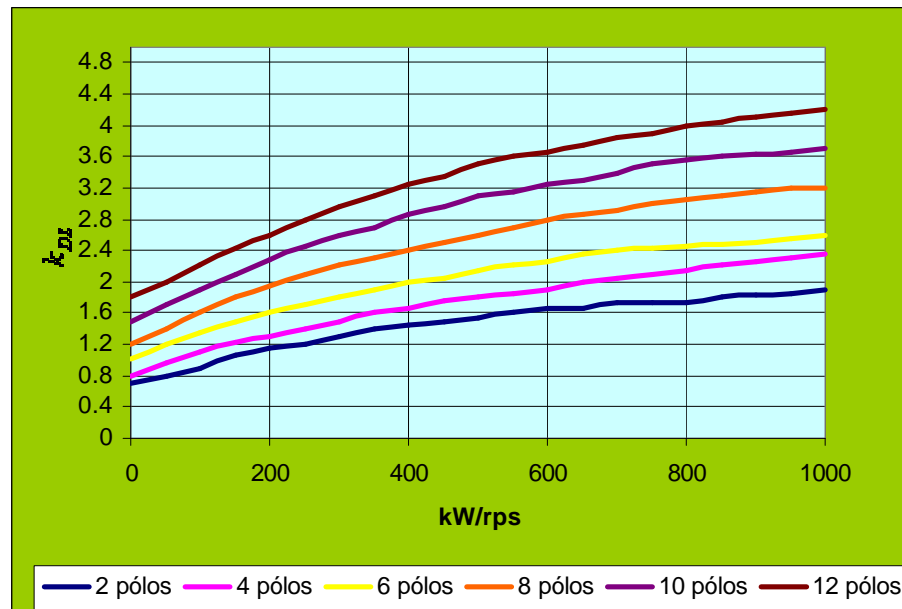


Figura 5.2.4 - Valores Usuais de k_{DL} até 12 pólos.

O entreferro é outro parâmetro importante a ser considerado no projeto de uma máquina elétrica girante. Do ponto de vista elétrico o entreferro influencia na saturação da máquina e diretamente atua no fator de potência da mesma. Assim, quanto menor for o entreferro melhor. No entanto, do ponto de vista mecânico e de refrigeração é necessário um entreferro com maior valor, pois assim o ar interno consegue retirar o calor e as forças radiais são atenuadas diminuindo a vibração da máquina. Portanto, o valor do entreferro deve ser um compromisso entre as características elétricas e o processo de fabricação.

Para o caso da MTRDASE, por se tratar de uma máquina de relutância temos um entreferro na região polar e um entreferro maior na região interpolar, para efeito de cálculos o entreferro considerado é o da região polar. Valores usuais de entreferro na região polar d podem ser obtidos da figura 5.2.5.

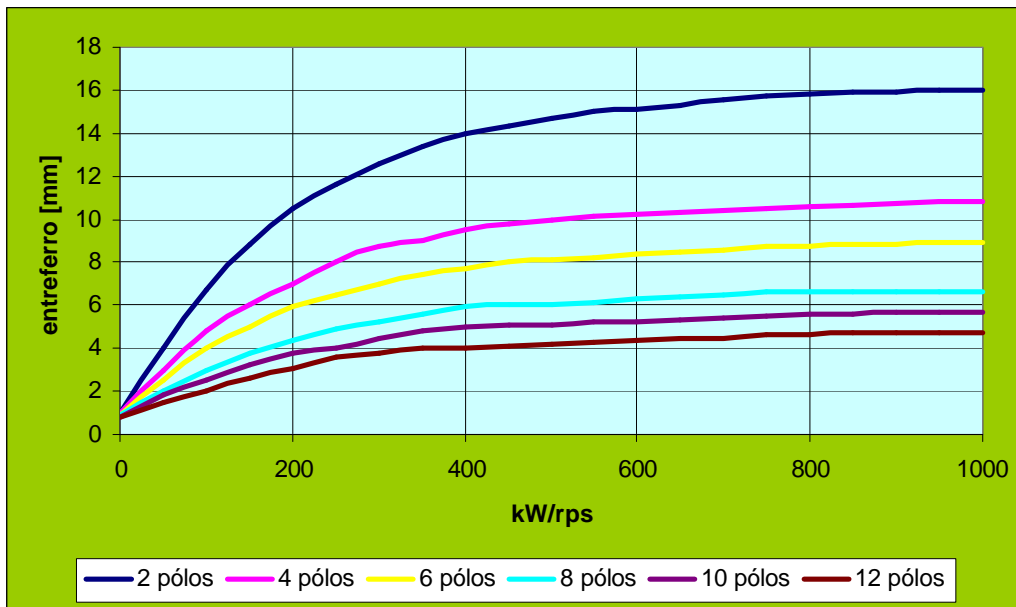


Figura 5.2.5 - Valores usuais de entreferro d .

Isolando L_{Fe} e igualando (5.2.4) e (5.2.5) podemos definir o diâmetro médio do entreferro em função da potência útil na ponta de eixo, igual a:

$$(D_1 - d) = \sqrt[3]{\frac{2(p_p + p_s) P}{\rho C k_{DL} f_m}} \quad (5.2.6)$$

Uma vez conhecido o diâmetro médio do entreferro, a partir de (5.2.5) podemos definir o comprimento do pacote:

$$L_{Fe} = \frac{\rho}{2} \frac{k_{DL}}{(p_p + p_s)} (D_1 - d) \quad (5.2.7)$$

Assim podemos definir o volume ativo da máquina.

5.3 Características técnicas do protótipo

A tabela 5.3.1 resume as características técnicas do protótipo da MTRDASE para o melhor entendimento do texto a seguir:

Carcaça (conforme IEC)	315
Potência do enrolamento primário	15kW
Potência do enrolamento secundário	5kW
Tensão do enrolamento primário	440V
Tensão do enrolamento secundário	1200V
Frequência do enrolamento primário	60Hz
Polaridade do enrolamento primário	12
Polaridade do enrolamento secundário	8
Polaridade do rotor	10
Grau de proteção	IP55
Tipo de refrigeração	ar-ar(carcaça Aletada)
Diametro externo do estator	480mm
Diametro interno do estator	350mm
Número de ranhuras do estator	72
Entreferro na região polar	2mm
Entreferro na região interpolar	13mm
Comprimento do pacote de chapas	420mm

Tabela 5.3.1 – características técnicas da MTRDASE

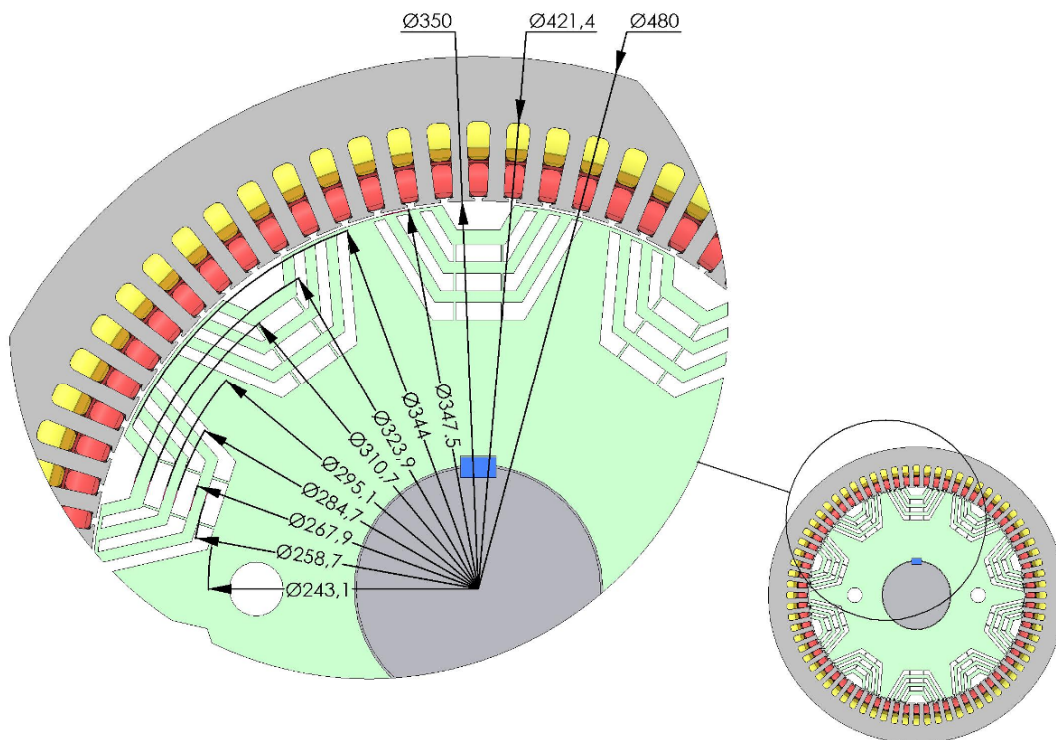


Figura 5.3.1 – Dimensões das chapas do estator e rotor da MTRDASE

A figura 5.3.1 apresenta as dimensões das chapas do estator e rotor do protótipo construída da MRTDASE. Nesta figura é possível observar as espessuras utilizadas para as

barreiras de fluxo, a espessura do caminho de fluxo entre as barreiras, bem como o entreferro na região polar e interpolar.

5.4 Número de pólos dos enrolamentos primário e secundário do estator

Como já mencionado anteriormente a MTRDASE é composta de dois enrolamentos no estator, a escolha correta da polaridade destes enrolamentos é um passo importante para o bom funcionamento da máquina.

Para obter uma determinada frequência síncrona f_{sm} é necessário escolher uma combinação de pólos p_p e p_s tal que satisfaça a expressão (5.2.2). Para facilitar os estudos, serão analisados somente enrolamentos cujo número de ranhuras por pólo por fase q seja inteiro.

$p_p + p_s$	$f_{rm} \rightarrow 60Hz$ (rpm)	$f_{rm} \rightarrow 50Hz$ (rpm)	p_p	p_s	Fases desacopladas
4	900	750	3	1	Não
5	720	600	4	1	Sim
6	600	500	4	2	Sim
6	600	500	5	1	Não
7	514,29	428,57	5	2	Sim
7	514,29	428,57	6	1	Sim
8	450	375	5	3	Não
8	450	375	6	2	Não
8	450	375	7	1	Não
9	400	333,33	6	3	Sim
9	400	333,33	7	2	Sim
9	400	333,33	8	1	Sim
10	360	300	6	4	Sim
10	360	300	7	3	Não
10	360	300	8	2	Sim
10	360	300	9	1	Não
11	327,27	272,73	7	4	Sim
11	327,27	272,73	8	3	Sim
11	327,27	272,73	9	2	Sim
11	327,27	272,73	10	1	Sim
12	300	250	7	5	Não
12	300	250	8	4	Sim
12	300	250	9	3	Não

Tabela 5.4.1 – Polaridades admissíveis para MTRDASE.

Na escolha das polaridades dos enrolamentos primário e secundário devemos evitar o acoplamento magnético entre as polaridades do estator e ainda evitar o acoplamento entre as fases dos enrolamentos. O espectro da densidade linear de corrente gerada pelos enrolamentos primário e secundário devem ser diferentes. Em [3] pode ser encontrado um estudo mais aprofundado sobre esse assunto, porém para o projeto do protótipo em questão foi utilizado a tabela 5.4.1.

Para o protótipo desenvolvido neste trabalho o enrolamento principal tem 12 pólos e o enrolamento auxiliar 8 pólos, ou seja, $p_p = 6$ e $p_s = 4$, condição que não permite o acoplamento magnético entre os enrolamentos e entre as fases (na tabela acima representada na cor vermelha).

5.5 Enrolamentos primário e secundário do estator

Para definição dos enrolamentos é necessário estabelecer a polaridade de cada enrolamento, o número de ranhuras, o passo, a seção dos condutores, o número de caminhos por fase, a faixa de zona e número de ranhuras dos enrolamentos.

A polaridade de cada enrolamento foi definida na tabela 5.4.1, o número de ranhuras, o passo, a seção dos condutores, o número de caminhos por fase e a faixa de zona, são definidos usando os mesmos critérios do motor de indução.

A definição do número de espiras dos enrolamentos depende da tensão nominal de cada enrolamento. No caso do enrolamento principal, por estar ligado direto a rede, a tensão é o valor da tensão da rede. Para o enrolamento secundário depende do escorregamento que a máquina trabalha, ou seja, a tensão do enrolamento secundário U_s comporta-se de acordo com a expressão a seguir:

$$U_s = s_s U_{ns} \quad (5.5.1)$$

Onde U_{ns} é a tensão nominal do enrolamento secundário e s_s é o escorregamento do enrolamento secundário. O qual pode ser definido como:

$$s_s = \frac{f_{sm} - f_m}{f_{sm}} = 1 - \frac{f_m}{f_{sm}} = 1 - (p_p + p_s) \frac{f_m}{f_p} \quad (5.5.2)$$

Através de (5.5.2) podemos observar que a tensão no enrolamento secundário será nula quando a máquina estiver na rotação síncrona. A figura 5.5.1 mostra o comportamento da tensão do enrolamento secundário em função do escorregamento da máquina.

Uma das grandes vantagens da MTRDASE em relação às máquinas assíncronas de alimentação única e às máquinas síncronas pode ser explicada através da figura 5.5.1 [3]. A parte verde da figura 5.5.1 mostra a faixa de rotação de $\pm 30\%$, a qual é normalmente a faixa de operação da máquina. Como o valor da tensão rotórica da MTRDASE é diretamente proporcional a faixa operacional de rotação, conforme expressão (5.5.1), a máquina trabalhará com uma tensão rotórica de $\pm 30\%$ da tensão rotórica com rotor bloqueado.

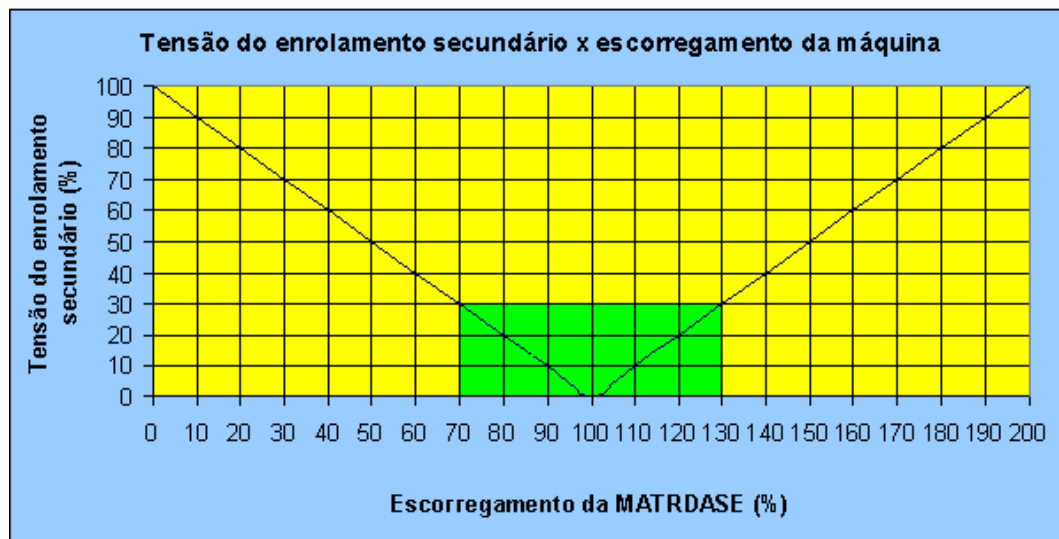


Figura 5.5.1 – Intensidade da tensão do enrolamento secundário em função do escorregamento da MATRDASE.

O enrolamento secundário é conectado a rede através do conversor de frequência, como a faixa de operação é de $\pm 30\%$ da rotação, a tensão nominal do conversor U_{nc} será da ordem de $\pm 30\%$ da tensão nominal do enrolamento secundário U_s e pode ser escrita como:

$$U_{nc} = |s_{s \max}| U_s \quad (5.5.3)$$

Onde $s_{s \max}$ é o escorregamento máximo do enrolamento secundário na faixa de operação.

Assim podemos calcular a potência do conversor que será dada por:

$$S_{nc} = 3U_{nc} I_{nc} = 3|s_{s\max}| U_s I_s \quad (5.5.4)$$

Onde I_{nc} é a corrente nominal do conversor e I_s a corrente nominal do enrolamento secundário.

Assim:

$$S_{nc} = |s_{s\max}| S_s \quad (5.5.5)$$

Onde S_s é a potência aparente do enrolamento secundário.

Podemos concluir então que a potência do conversor será da ordem de 30% da potência do enrolamento secundário, o que reduz muito o custo do mesmo.

Para o protótipo desenvolvido neste trabalho a tensão do enrolamento secundário é 1200V, assim a tensão nominal do conversor para uma faixa de $\pm 30\%$ da rotação síncrona será 400V.

5.6 Aspectos construtivos do estator

O estator da MTRDASE é similar ao estator de uma máquina de indução com dois enrolamentos. O pacote de chapas pode ser constituído de chapas de aço carbono com espessura de 0,6mm ou de aço silício com espessura de 0,5mm. Para o protótipo deste trabalho é utilizado aço carbono.

A escolha do número de ranhuras segue os critérios utilizados para as máquinas de indução, como são dois enrolamentos existe a necessidade de um número de ranhuras equivalente para as duas polaridades. Existem muitos estudos na literatura que definem números de ranhuras possíveis de serem utilizados no estator de máquinas elétricas, porém para o protótipo utilizamos 72 ranhuras no estator.

A figura 5.6.1.(a) mostra o pacote de chapas e a figura 5.6.1.(b) mostra a disposição das ranhuras.

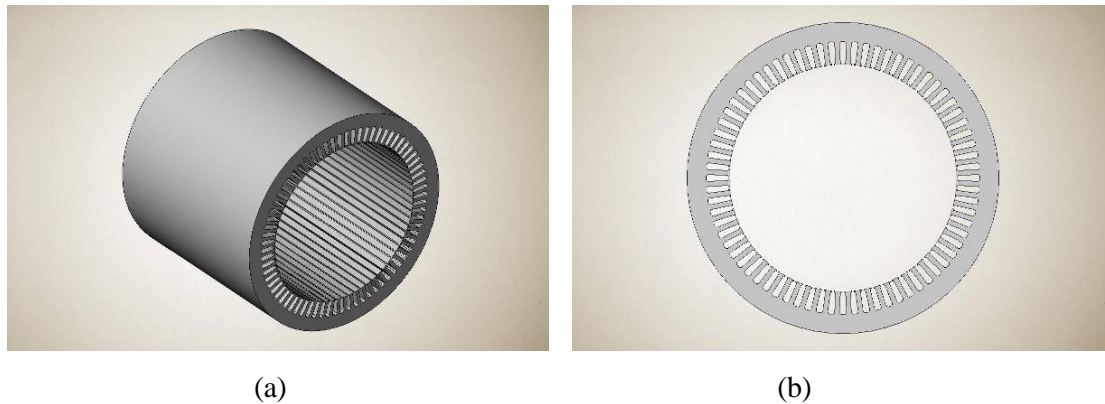


Figura 5.6.1 – Estator da MTRDASE

A acomodação dos enrolamentos nas ranhuras é outro ponto importante a ser observado no projeto e construção da máquina. Para que haja um melhor desempenho da mesma o enrolamento de maior polaridade deve ser colocado no topo da ranhura, ou seja, mais próximo do entreferro da máquina, assim o fator de potência da máquina ficará melhor. A figura 5.6.2 (a) e (b) mostram como foi projetado o protótipo em questão, onde o enrolamento vermelho é o principal (12 pólos) e enrolamento amarelo é o secundário (8 pólos).

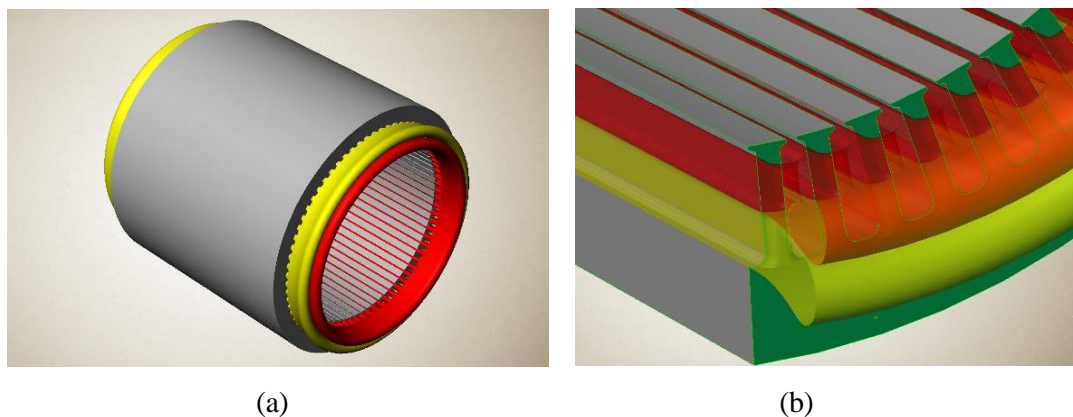


Figura 5.6.2 – Disposição dos enrolamentos do estator na MTRDASE

A figura 5.6.3 (a) e (b) mostra fotos do protótipo da MTRDASE com o estator bobinado com os dois enrolamentos e já prensado na carcaça.



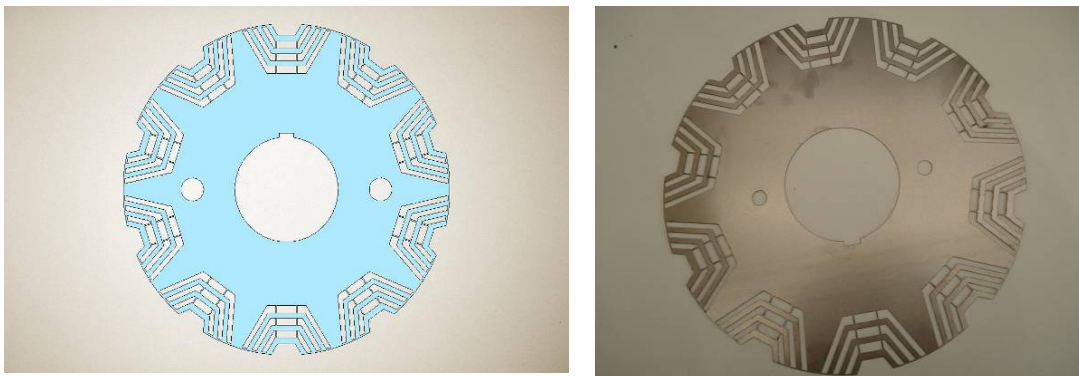
(a)

(b)

Figura 5.6.3 – Estator bobinado e montado na carcaça da MTRDASE

5.7 Aspectos construtivos do rotor

A polaridade do rotor foi definida conforme (3.2.35), ou seja, a polaridade do rotor é dada pela soma dos pares de pólos dos enrolamentos primário e secundário. Para o caso do protótipo em questão $p_p = 6$ e $p_s = 4$, somando resulta num número de pólos no rotor $p_r = 10$.



(a)

(b)

Figura 5.7.1 – (a) Projeto da chapa do rotor (b) Chapa do rotor estampada

A escolha da geometria do rotor foi baseada na literatura, mostrada no capítulo 2 onde foi abordado a MSR e suas construções possíveis de rotor, sendo assim optamos por um rotor constituído de barreiras de fluxo, pois essa configuração apresenta uma relação de saliência que possibilita a obtenção de um torque alto sem prejudicar o desempenho da

máquina. A figura 5.7.1 (a) mostra o projeto da chapa do rotor a figura 5.7.1 (b) mostra a chapa do rotor construída.

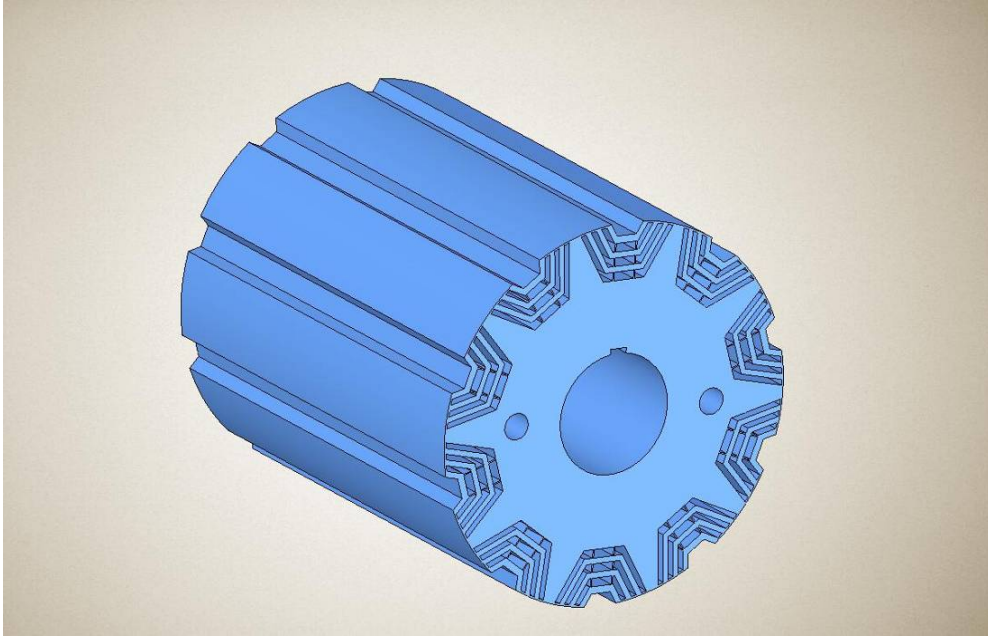


Figura 5.7.2 – Pacote de chapas do rotor da MTRDASE

O pacote de chapas do rotor, a exemplo do estator é formado de chapas de aço carbono com espessura de 0,6mm. A figura 5.7.2 mostra o projeto do pacote de chapas da MTRDASE.

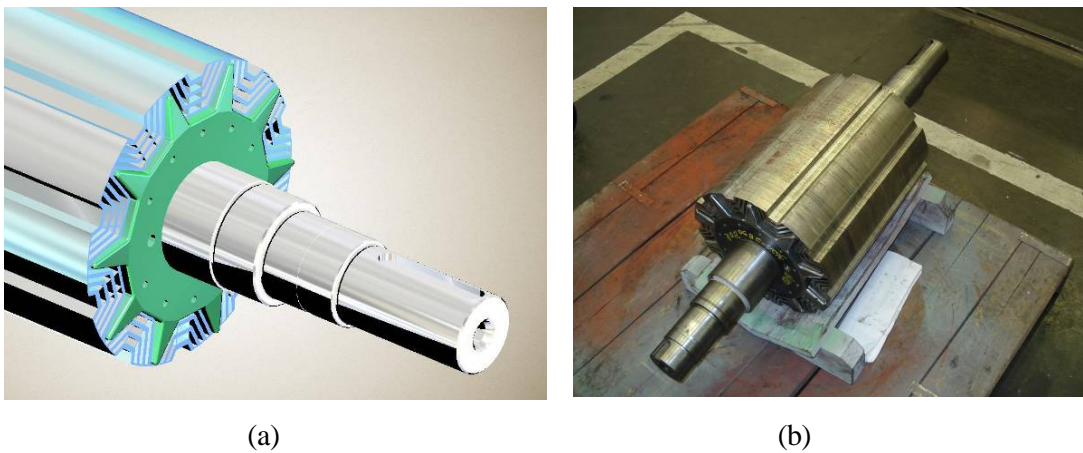


Figura 5.7.3 – (a) Projeto do pacote com chapa de prensar rotor e eixo (b) Rotor montado na prática

Para manter o pacote de chapas com a pressão adequada foram adicionados tirantes ao logo do pacote como pode ser visto pelos furos na chapa mostrado na figura 5.7.2. A figura 5.7.3 mostra o pacote montado já com o eixo inserido.

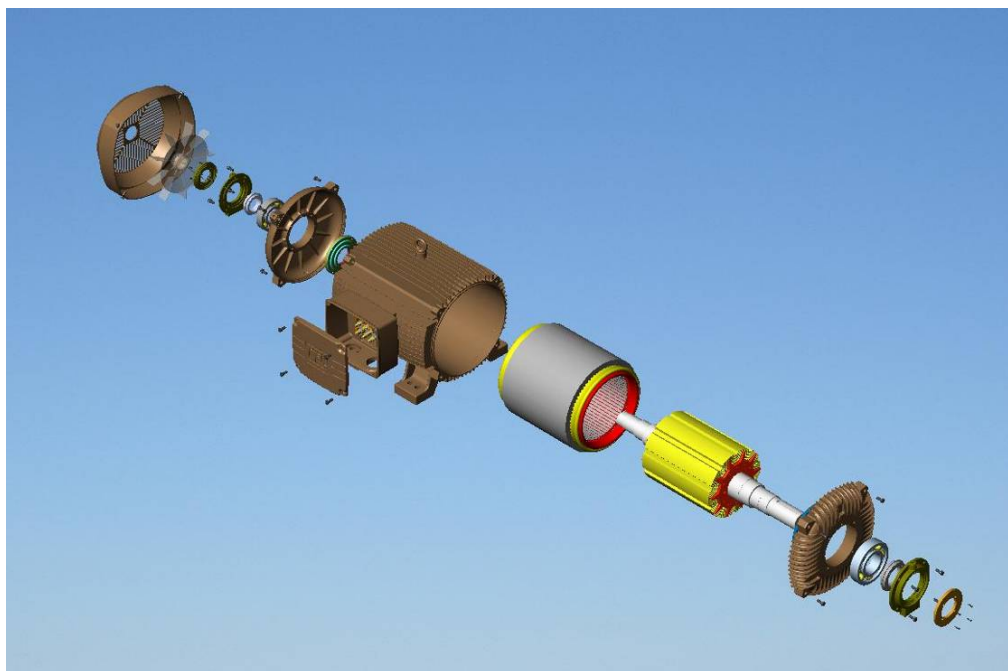


Figura 5.8.1 – Projeto “explodido” da MTRDASE

5.8 Montagem do protótipo

Após a montagem do estator bobinado na carcaça e do pacote de chapas do rotor no eixo é montado o rotor dentro do estator, mais ventilador, defletora de ar, rolamentos e tampas. Todos esses componentes devem ser projetados para a máquina em questão, porém não será abordado esse assunto neste trabalho, pois são conhecidos dos projetos de motores de indução.

A figura 5.8.1 mostra o projeto “explodido” da MTRDASE, nesta imagem é possível verificar todos os detalhes e partes da montagem tais como: montagem do estator bobinado na carcaça, do rotor completo dentro do estator, detalhe das tampas, rolamentos, ventilador, defletora de ar e parafusos.

A figura 5.8.2 (a) mostra o projeto da MTRDASE montada, figura essa que pode ser comparada com a figura 5.8.2. (b), a qual mostra a montagem do protótipo executada na

prática. Nesta comparação verificamos que a fabricação corresponde aos detalhes de projetos e assim certifica que este projeto pode ser executado na prática.



Figura 5.8.2 – (a) Montagem da MTRDASE no projeto (b) Montagem da MTRDASE na prática

5.8 Conclusão

Os critérios de projeto da MTRDASE são semelhantes aos das máquinas de indução, todos foram mostrados neste capítulo. Usaremos a densidade de corrente adequada para que a máquina trabalhe numa temperatura que não prejudique a isolação do fio. A indução magnética deve ser dimensionada de forma que as chapas do estator e rotor, em condições nominais de operação, não estejam saturados e ao mesmo tempo não estejam subdimensionada. O material ativo da máquina, cobre e chapa, deve seguir um critério de desenvolvimento, que tenha como referência outras máquinas fabricadas, desta maneira evita-se o desperdício de material. O número de pólos dos enrolamentos do estator devem não podem produzir um acoplamento magnético, condição esta fundamental para o funcionamento da máquina.

Neste capítulo foi possível verificar que devido a dupla alimentação a potência do conversor, o qual é conectado ao secundário, é da ordem do escorregamento máximo ao qual a máquina é dimensionado para operar.

Alguns detalhes construtivos do protótipo também foram apresentados neste capítulo, onde foi possível observar que o estator da máquina é similar ao estator das máquinas de indução, e o rotor por não possuir enrolamento e ou gaiola de esquilos possui uma construção fácil.

6. ANÁLISE DE DESEMPENHO DA MTRDASE

6.1 Introdução

O objetivo deste capítulo é analisar o desempenho da MTRDASE comparando os valores de ensaio com o modelo desenvolvido nos capítulos anteriores. A primeira análise a ser feita é a indução no entreferro e na chapa, que por se tratar de uma máquina com dois enrolamentos no estator tem um comportamento diferente das máquinas tradicionais.

Por fim será avaliado o comportamento em carga da MTRDASE, comparando valores obtidos da resolução do circuito equivalente do capítulo 3 com os ensaios realizados.

6.2 Induções na MTRDASE

6.2.1 Indução no entreferro da MTRDASE

A análise das induções na MTRDASE é algo complexo de ser verificada, a dificuldade desta análise está no fato de haver dois enrolamentos no estator, ligados ao mesmo tempo e os mesmos acoplam com os pólos do rotor de relutância em regime de operação.

O protótipo construído da MTRDASE tem uma configuração da expressão (3.2.35), repetidas aqui por conveniência:

$$p_r = p_p + p_s \quad \text{e} \quad w_{mm} = \frac{w_p + w_s}{p_r} \quad (6.1.1)$$

Esta expressão mostra que o número de pólos no rotor é a soma de pares de pólos dos enrolamentos primário e secundário do estator, para o protótipo em questão temos $p_r = 10$, uma vez que $p_p = 6$ e $p_s = 4$. Assim, quando a frequência do enrolamento secundário for contínuo o que significa $w_s \approx 0$, a frequência do rotor nesta configuração será $f_{rm} = 6$ Hz, o que significa que a rotação síncrona da máquina será 360 rpm, equivalente a rotação de uma máquina de 20 pólos.

Para um melhor entendimento do funcionamento da indução no entreferro desta máquina serão apresentadas as cartas de campo, mostrando as linhas de fluxo magnético somente com o enrolamento primário (12 pólos) alimentado, depois com o enrolamento secundário (8 pólos) alimentado e por fim com os dois enrolamentos alimentados.

Para esta análise usaremos um programa de calculo numérico, por elementos finitos, que terá as seguintes condições de alimentação:

- Enrolamento primário alimentado com sua corrente nominal (aprox. 100A), conforme tabela 6.2.1;

Enrolamento primário (12 Pólos):	Corrente [A]
iA	98,6842
iB	-49,3421
iC	-49,3421

Tabela 6.2.1 – Correntes do enrolamento primário

- Enrolamento secundário alimentado com sua corrente nominal (aprox. 6A), conforme tabela 6.2.2;

Enrolamento Secundário (8 pólos):	Corrente [A]
ia	6,3309
ib	-3,16545
ic	-3,16545

Tabela 6.2.2 – Correntes do enrolamento secundário

- Chapa saturável mostrado na figura 6.2.1.

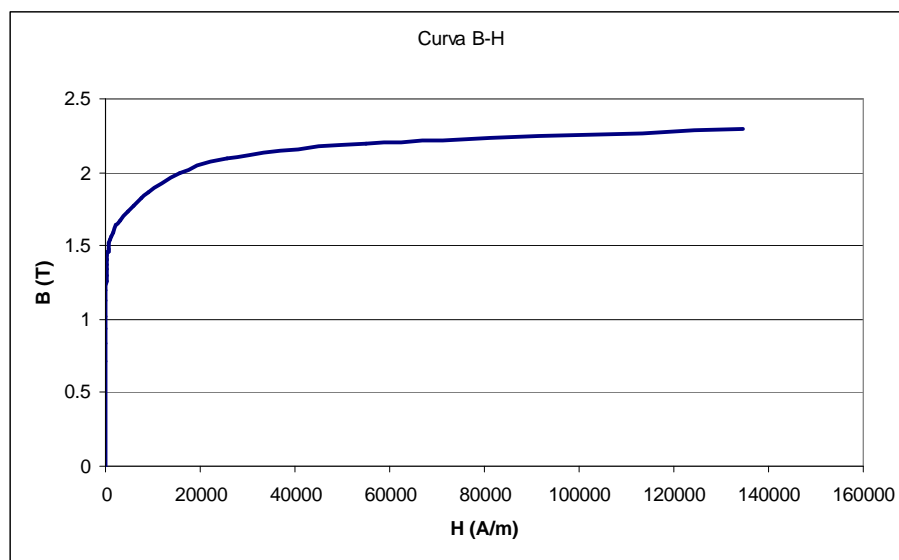


Figura 6.2.1 - Curva B-H da chapa utilizada na simulação em elementos finitos

- Alimentação trifásica para ambos os enrolamentos;
- Cálculo efetuado no domínio do tempo;
- Comprimento do pacote de chapas 420mm;
- Número de espiras efetivas do enrolamento primário 6;
- Número de espiras efetivas do enrolamento secundário 20;
- Para modelagem por elementos finitos foi utilizado condições de contorno de Dirichlet no diâmetro externo do estator e no diâmetro do eixo.

A figura 6.2.2 mostra as linhas de campo do enrolamento primário da MTRDASE, alimentado com corrente nominal, simulação no domínio estático, onde é possível observar a formação dos 12 pólos oriundos deste enrolamento.

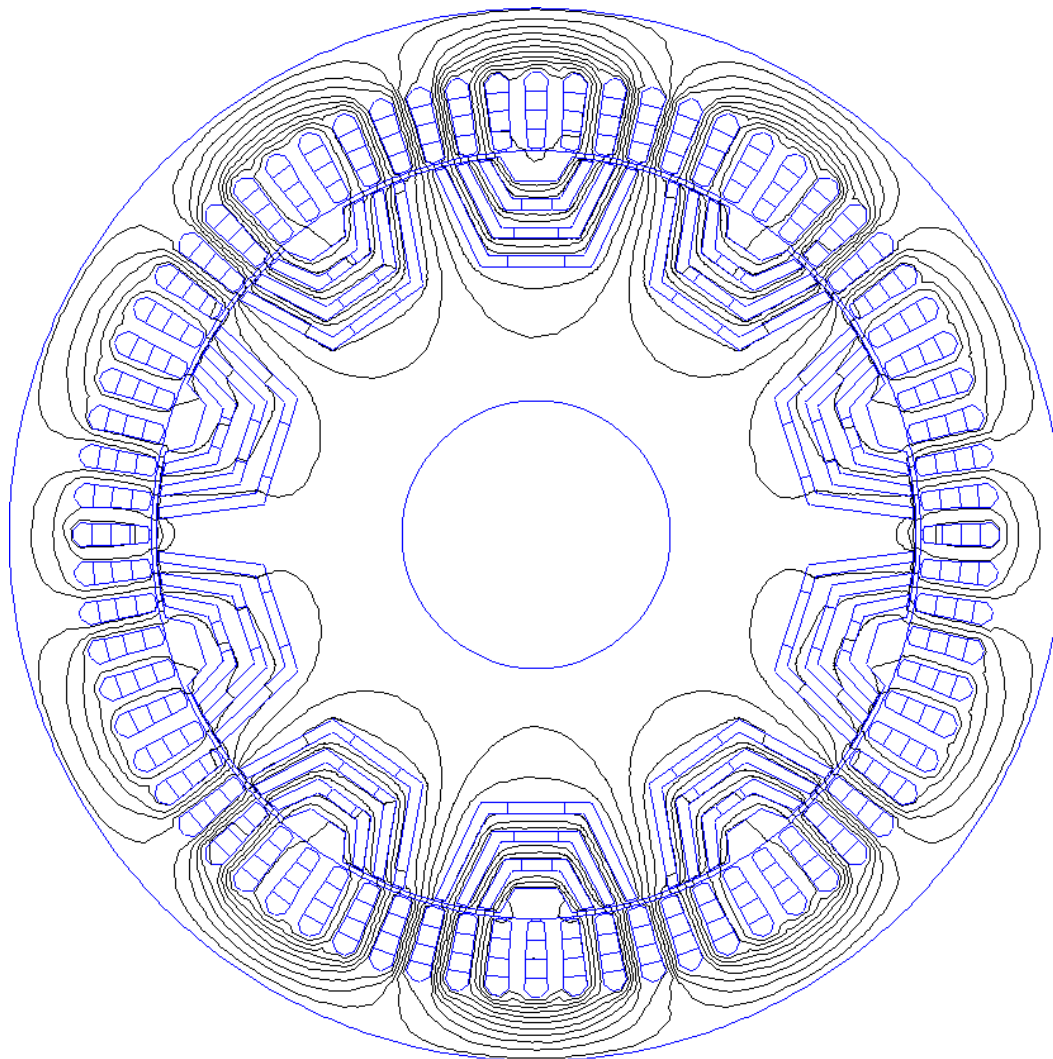


Figura 6.2.2 – Linhas de campo da MTRDASE alimentando somente o enrolamento primário.

A figura 6.2.3 mostra as linhas de campo do enrolamento secundário da MTRDASE, alimentado com corrente nominal, simulação no domínio do tempo, onde é possível observar a formação dos 8 pólos oriundos do enrolamento secundário da MTRDASE.

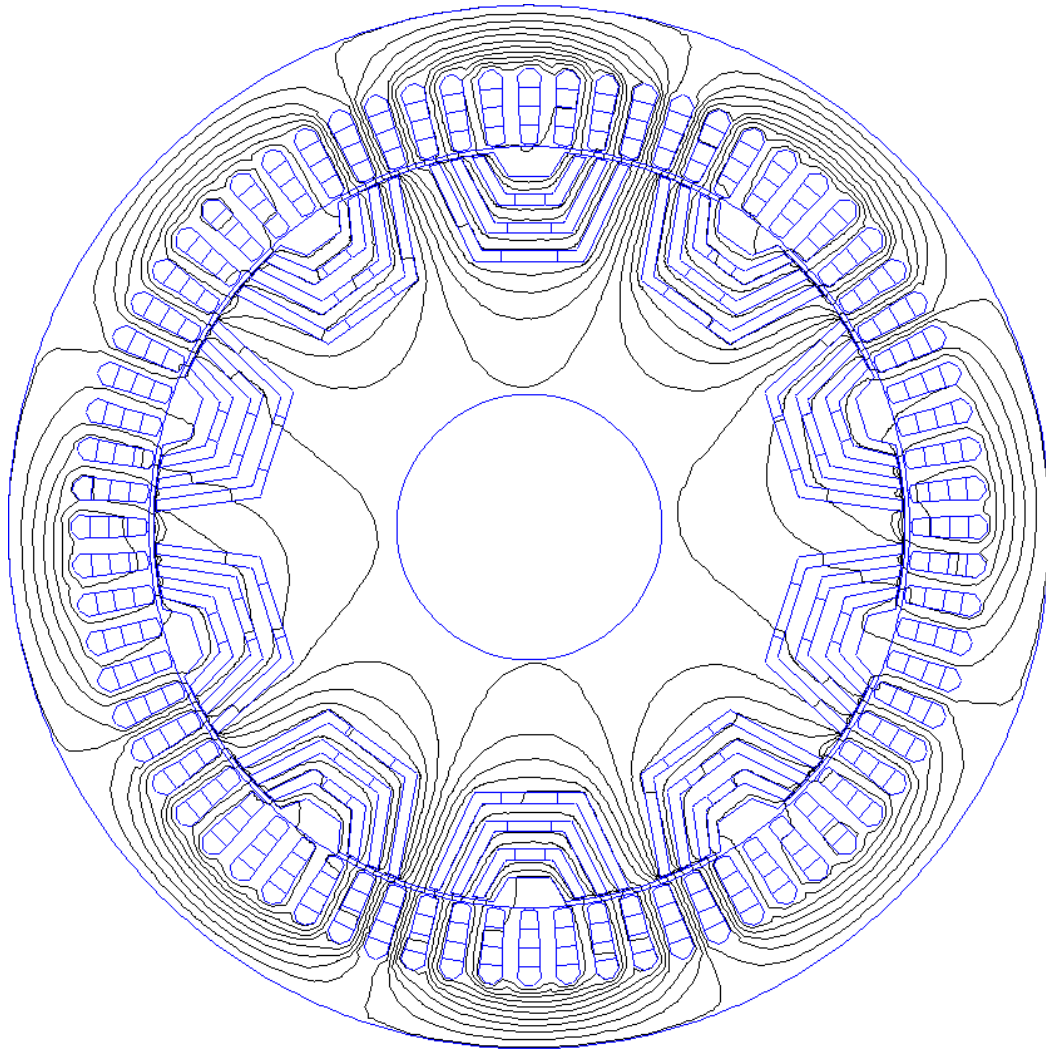


Figura 6.2.3 – Linhas de campo da MTRDASE alimentando somente o enrolamento secundário.

As figuras 6.2.2 e 6.2.3 mostradas anteriormente, se sobrepõem quando se alimenta a máquina em regime permanente. Para obtermos a onda real de indução no entreferro da máquina é necessário analisar a interação entre as linhas de campo dos dois enrolamentos acoplados com a polaridade do rotor.

A figura 6.2.4 apresenta a sobreposição das linhas de campo dos dois enrolamentos, ou seja, esta figura mostra a formação das linhas de campo quando alimentamos

simultaneamente o enrolamento primário e secundário. Nesta simulação foram alimentados ambos os enrolamentos com as correntes nominais e a simulação foi realizada no domínio estático. O que pode se observar é a formação de 12 pólos com perturbações formadas pela polaridade do enrolamento secundário.

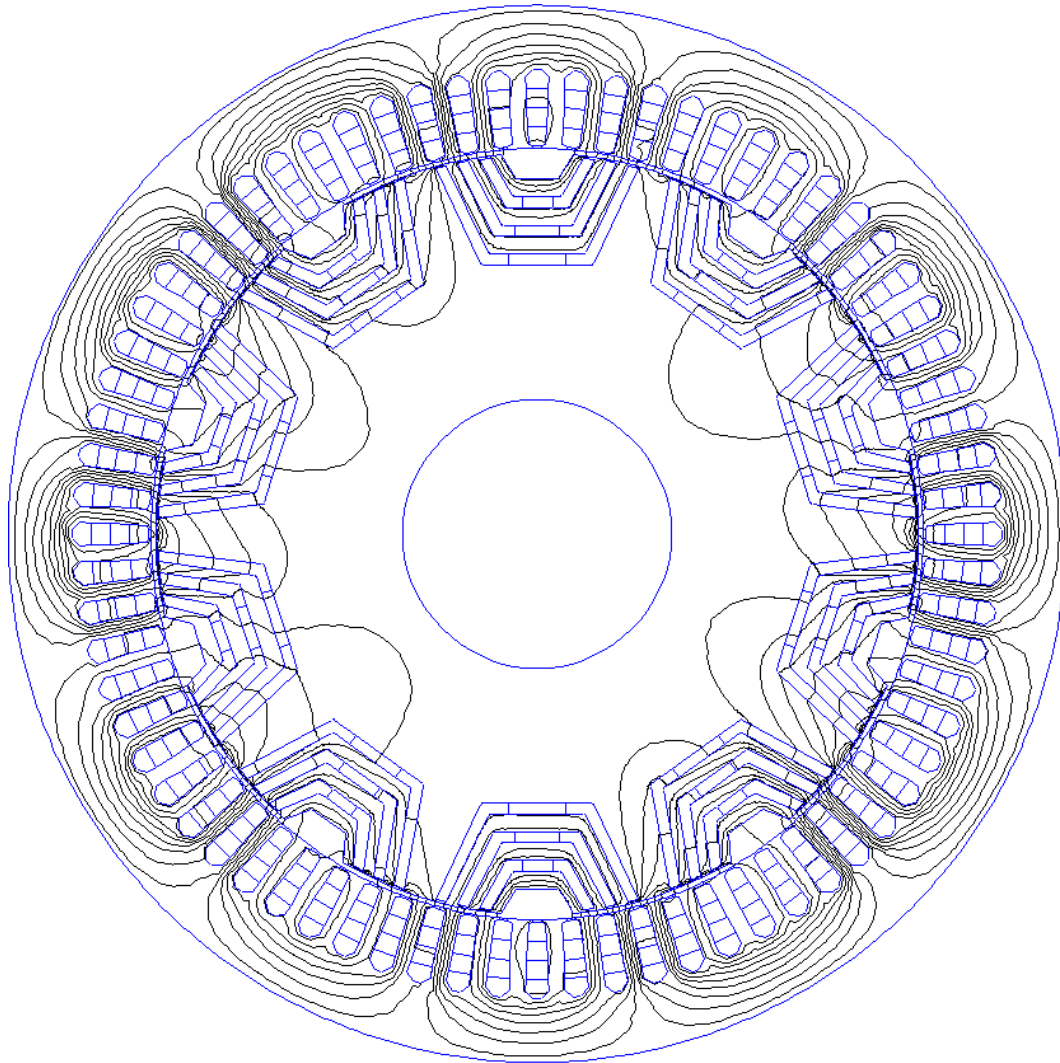


Figura 6.2.4 – Linhas de campo da MTRDASE alimentando os enrolamentos primário e secundário

Traçando uma linha ao longo do perímetro do entreferro então é possível obter a forma de onda da indução no entreferro.

O desenvolvimento desta análise em elementos finitos é fundamental para validar o modelo desenvolvido pela análise analítica proposto nos capítulos anteriores deste

trabalho, uma vez que o cálculo numérico é uma ferramenta importante porque reproduz com acuracidade o que acontece na prática.

Na figura 6.2.5., obtida da simulação em elementos finitos da MTRDASE é possível observar a forma de onda de indução no entreferro alimentando os dois enrolamentos do estator. A simulação foi realizada no domínio do tempo.

A figura 6.2.5 mostra a onda de indução da MTRDASE alimentando as duas polaridades com suas correntes nominais.

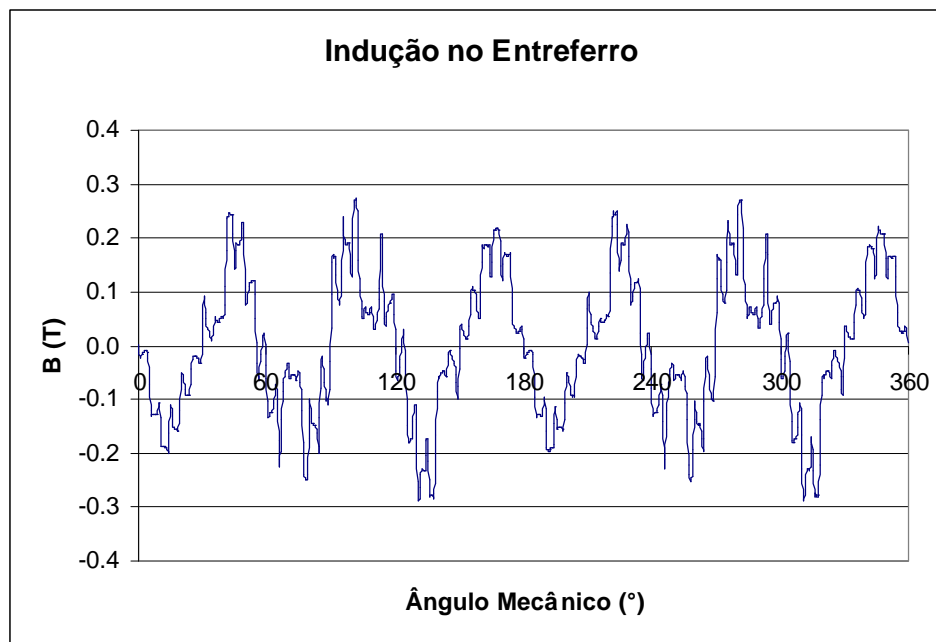


Figura 6.2.5 – Forma de onda de indução no entreferro da MTRDASE

Apesar de a máquina estar sendo alimentada nas condições nominais, ou seja, com correntes nominais percorrendo seus enrolamentos, nas figuras 6.2.4 e 6.2.5 não é possível observar a formação de 20 pólos, o que seria esperado, pois a rotação da máquina nesta condição é 360 RPM. A explicação para este fato é que o acoplamento entre as polaridades do estator, viabilizada pelo rotor, acontece com a combinação entre a componente fundamental do enrolamento primário e uma componente harmônica do enrolamento secundário. Sendo que a amplitude desta harmônica é de valor baixo, assim na forma de onda de indução no entreferro, figura 6.2.5, é possível observar apenas uma pequena distorção na formação dos pólos.

6.2.2 Indução na chapa da MTRDASE

O protótipo construído neste trabalho não foi projetado de forma a otimizar todos os parâmetros de projeto, ou seja, é possível nesta carcaça obter uma relação kW/kg bem maior, por esse motivo as induções observadas nas figuras a seguir estão relativamente baixas.

A figura 6.2.6 mostra um panorama geral da indução na máquina, obtida da análise numérica, onde foi utilizado o cálculo de campos com elementos finitos. Na figura 6.2.6 ainda é possível observar que a indução nos dentes do estator estão na faixa de 0,9 a 1,0 T e na coroa do estator na faixa de 0,1 a 0,5 T, enquanto que o rotor possui induções nos dentes entre 0,5 e 0,8 T, e na coroa entre 0,1 e 0,5 T.

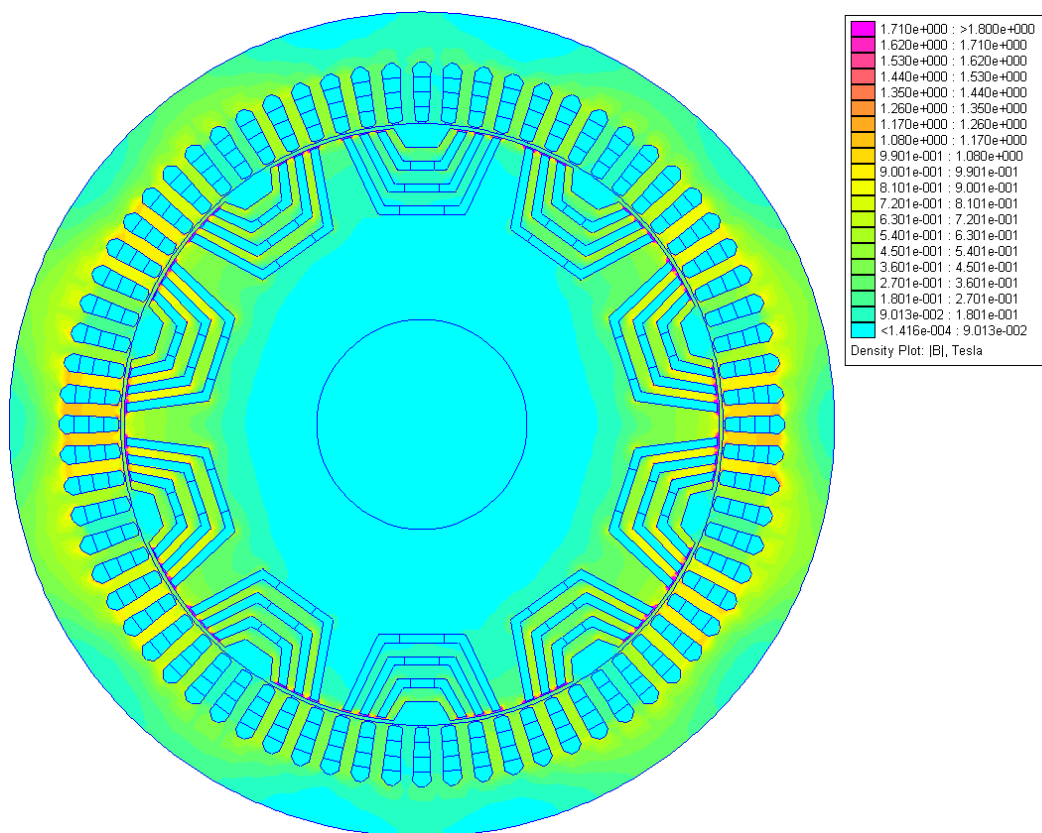


Figura 6.2.6 – Mapa de induções na chapa da MTRDASE

6.2.2.1 Indução na coroa e nos dentes do estator da MTRDASE

O estator da MTRDASE é igual ao da máquina de indução tradicional. Assim a indução na coroa e nos dentes da MTRDASE é da mesma ordem de grandeza da indução aplicada na tradicional máquina de indução. Valores usuais de indução variam de 1,1 a 1,5 T e nos dentes de 1,2 a 1,8 T.

A figura 6.2.7 mostra a indução na coroa e nos dentes do protótipo da MTRDASE construído neste trabalho. Como já foi mencionado anteriormente o protótipo da MTRDASE deste trabalho não foi construído para ter a melhor otimização possível, assim na figura 6.2.7 é possível observar valores menores de indução na chapa do estator.

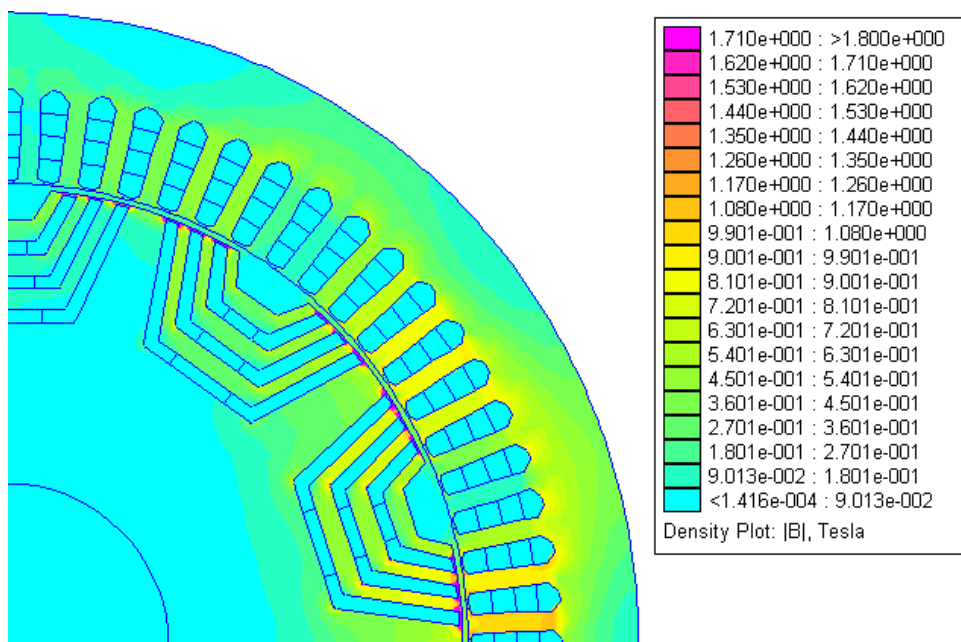


Figura 6.2.7 – Mapa de induções na coroa e no dente da chapa da MTRDASE

6.2.2.2 Induções no rotor da MTRDASE

Para o rotor existe um ponto muito importante de indução que deve ser observado na MTRDASE, por se tratar de uma máquina de relutância com um rotor constituído de barreiras de fluxo, a parte que liga a barreira de fluxo na chapa do rotor deve estar totalmente saturada, assim para o fluxo é como se essa parte do rotor fosse ar. A figura 6.2.8 ilustra os comentários feitos no parágrafo anterior.

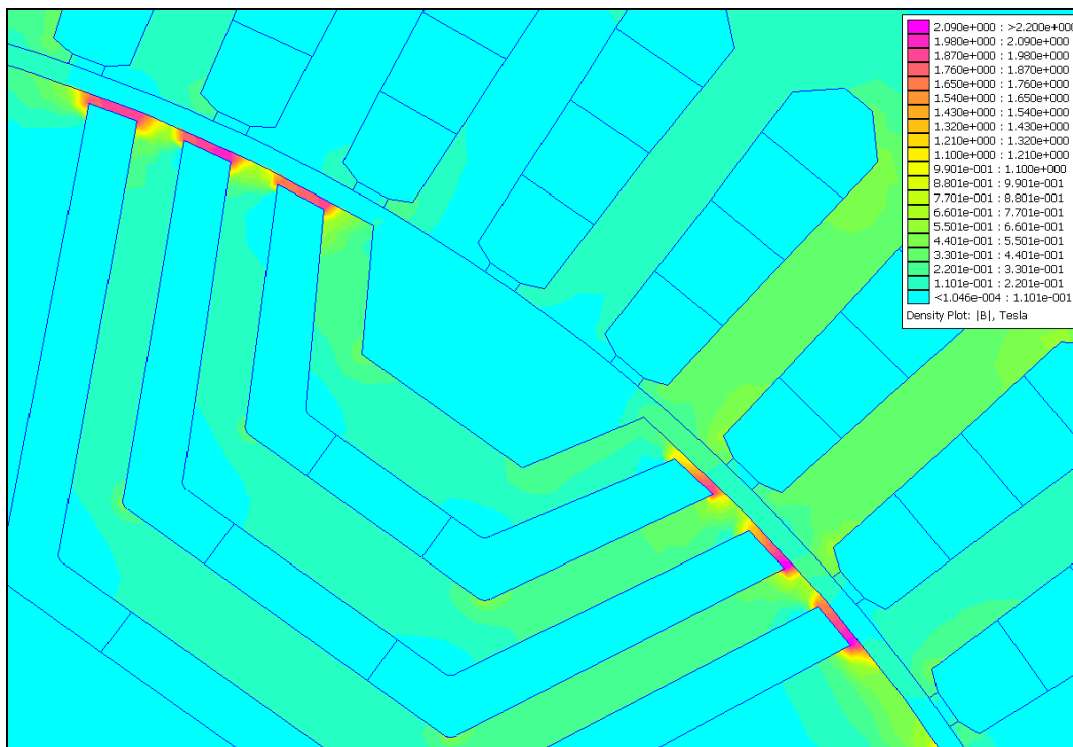


Figura 6.2.8 – Mapa de induções no rotor da cha pa da MTRDASE

Ainda na figura 6.2.8 são mostradas as induções nos caminhos entre as barreiras de fluxo e na coroa do rotor da MTRDASE, as quais poderiam também atingir valores de maior amplitude de indução, quando da necessidade de aumentar a relação kW/kg da máquina.

6.3 Cálculo analítico e ensaio das indutâncias do protótipo da MTRDASE

Como pode ser observada nas expressões de torque e potência apresentadas no capítulo 4, a indutância é um parâmetro importante para determinação destas variáveis. Sendo assim para validar as expressões para cálculo analítico das indutâncias, apresentadas no capítulo 3 e rerepresentadas a seguir, será calculado o valor destas indutâncias para o protótipo da MTRDASE e estes valores serão comparados com os valores de indutância ensaiados.

6.3.1 Cálculo e ensaio das Indutâncias próprias dos enrolamentos primário e secundário do protótipo.

Considerando o fato de termos três fases iguais para o enrolamento primário e três fases iguais para os enrolamentos, podemos fazer as seguintes considerações:

$$L_{AA} = L_{BB} = L_{CC} = L_{mp} + L_{lp} \quad (6.3.1)$$

$$L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = L_{ms} + L_{ls} \quad (6.3.2)$$

Onde os índices maiúsculos representam às fases do enrolamento primário e os índices minúsculos as fases do secundário.

Como já explicado no capítulo 3 L_{mp} e L_{ms} representam as indutâncias magnetizantes de uma das fases dos enrolamentos primário e secundário respectivamente. As expressões para calcular essas indutâncias foram também apresentadas no capítulo 3, como segue:

$$L_{mp} = \mu_0 n_p^2 m p r l \quad (6.3.3)$$

$$L_{ms} = \mu_0 n_s^2 m p r l \quad (6.3.4)$$

onde:

n_p = número de espiras efetivas de uma fase por pólos do enrolamento primário

n_s = número de espiras efetivas de uma fase por pólos do enrolamento secundário

m = diâmetro médio do entreferro da máquina

r = raio efetivo da máquina, ou metade do diâmetro interno do estator

l = comprimento do pacote de chapas

As indutâncias L_{lp} e L_{ls} representam a dispersão dos enrolamentos primário e secundário respectivamente.

Para o cálculo das indutâncias do protótipo deste trabalho, devem ser usados os seguintes parâmetros: $n_p=144$, $n_s=480$, $m=0.3435$ m, $r=0.35$ m e $l=0.420$ m. Aplicando esses valores nas expressões (6.3.3) e (6.3.4) chegamos aos seguintes valores para as indutâncias magnetizantes dos enrolamentos primário e secundário:

$$L_{mp} = 0.00413 \text{ H} \quad (6.3.5)$$

$$L_{ms} = 0.04593 \text{ H} \quad (6.3.6)$$

Para o cálculo das indutâncias de dispersão L_p e L_s será considerado um valor empírico igual a $0.1 \times L_{mp}$ para o primário e $0.1 \times L_{ms}$ para o secundário, assim as indutâncias próprias dos enrolamentos, para o protótipo são:

$$L_{AA} = L_{BB} = L_{CC} = L_{mp} + L_p = 0.04543 \text{ H} \quad (6.3.7)$$

$$L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = L_{ms} + L_s = 0.05052 \text{ H} \quad (6.3.8)$$

A obtenção dos valores ensaiados do protótipo da MTRDASE está descrita no anexo B, porém a tabelas 6.3.1 e 6.3.2 apresentarão os valores de indutâncias próprias medidas para as fases dos enrolamentos primário e secundário.

	V_A (V)	i_A (A)	P_A (W)	$\cos f$	L_{AA} (H)
máx	78,8	32,2	1550	0,613	0,005129
min	78,8	32,1	1550	0,613	0,005145

Tabela 6.3.1 – Ensaio de Indutância própria da fase “A” do enrolamento primário

	V_a (V)	i_a (A)	P_a (W)	$\cos f$	L_{aa} (H)
máx	46,3	1,6	48,3	0,648	0,06005
min	46,2	1,5	48,3	0,643	0,06165

Tabela 6.3.2 – Ensaio de Indutância própria da fase “a” do enrolamento secundário

Comparando os valores calculados em (6.3.7) e (6.3.8) com os valores de indutância medidos mostrados nas tabelas 6.3.1 e 6.3.2 verificamos que são resultados muito próximos, com diferenças de 10 a 20% para mais nos valores ensaiados. Essa diferença pode estar na precisão dos equipamentos de medição ou ainda nos valores de indutâncias de dispersão L_p e L_s , os quais foram considerados para os cálculos valores empíricos. No entanto esta diferença não desabona a teoria desenvolvida sobre as indutâncias, ou seja, podemos afirmar que os valores medidos certificam os cálculos realizados.

6.3.2 Cálculo e ensaio das Indutâncias mútuas entre as fases do mesmo enrolamento

Para o cálculo das indutâncias mútuas entre as fases do mesmo enrolamento do protótipo, será considerado o desenvolvimento feito no capítulo 3, como segue:

$$L_{AB} = L_{BC} = L_{CA} = -\frac{1}{2}L_{mp} \quad (6.3.9)$$

$$L_{ab} = L_{bc} = L_{ca} = -\frac{1}{2}L_{ms} \quad (6.3.10)$$

Utilizando os valores calculados em (6.3.5) e (6.3.6) nas expressões (6.3.9) e (6.3.10), os valores calculados para as indutâncias mútuas entre as fases do enrolamento primário e as indutâncias mútuas entre as fases do enrolamento secundário são:

$$L_{AB} = L_{BC} = L_{CA} = -\frac{1}{2}L_{mp} = -0.02272 \text{ H} \quad (6.3.11)$$

$$L_{ab} = L_{bc} = L_{ca} = -\frac{1}{2}L_{ms} = -0.02526 \text{ H} \quad (6.3.12)$$

Os valores da indutância mútua entre as fases do enrolamento primário e a indutância mútua entre as fases do enrolamento secundário, provenientes dos ensaios são mostrados nas tabelas 6.3.3 e 6.3.4.

	V_A (V)	i_A (A)	P_A (W)	$\cos \bar{f}$	V_B (V)	L_A (H)	L_{AB} (H)
máx	78,8	32,2	1550	0,613	34,04	0,005129	0,002216
min	78,8	32,1	1550	0,613	32,4	0,005145	0,002115

Tabela 6.3.3 – Ensaio de Indutância mútua entre a fase “A” do enrolamento primário e a fase “B” do enrolamento principal

	V_a (V)	i_a (A)	P_a (W)	$\cos \bar{f}$	V_b (V)	L_a (H)	L_{ab} (H)
máx	46,3	1,6	88,3	0,648	17,2	0,06005	0,02231
min	46,2	1,5	88,3	0,643	16,8	0,06165	0,02239

Tabela 6.3.4 – Ensaio de Indutância mútua entre a fase “a” e “b” do enrolamento secundário

Se o módulo dos valores calculados em (6.3.11) e (6.3.12) forem comparados com os valores indutância mútua entre as fases do mesmo enrolamento medidos e mostrados nas tabelas 6.3.3 e 6.3.4, observamos que são muito próximos, mais uma vez comprovando que a teoria desenvolvida é comprovada com os valores medidos.

6.3.3 Cálculo e ensaio das Indutâncias mútuas entre uma fase do mesmo enrolamento primário com uma fase do enrolamento secundário

O cálculo das indutâncias mútuas entre fases de enrolamentos diferentes também foi desenvolvida no capítulo 3 e para calcular o valor destas indutâncias do protótipo serão utilizados as expressões a seguir:

$$L_{Aa} = L_{Bc} = L_{Cb} = L_{ps_{\max}} \cos q_r \quad (6.3.13)$$

$$L_{Ab} = L_{Cc} = L_{Ba} = L_{ps_{\max}} \cos \left(q_r - \frac{2p}{3} \right) \quad (6.3.14)$$

$$L_{Ac} = L_{Ca} = L_{Bb} = L_{ps_{\max}} \cos \left(q_r + \frac{2p}{3} \right) \quad (6.3.15)$$

Nas expressões (6.3.13), (6.3.14) e (6.3.15), desprezando o cosseno que está relacionado á posição do rotor, é possível calcular para o protótipo da MTRDASE o termo

$L_{ps_{\max}}$, que representa a indutância mútua máxima entre fases de diferentes enrolamentos.

A expressão a seguir mostra como calcular essa indutância:

$$L_{ps_{\max}} = \frac{1}{2} \mu_0 n_p n_s n \rho r l \quad (6.3.16)$$

Onde n é o delta entre o máximo e o mínimo diâmetro do entreferro, em relação ao diâmetro médio do entreferro. Para o protótipo em questão $n=0.0065$ m.

Utilizando (6.3.16) e os parâmetros já apresentados do protótipo é possível calcular $L_{ps_{\max}}$, como segue:

$$L_{ps_{\max}} = \frac{1}{2} \mu_0 n_p n_s n \rho r l = 0.00689 \text{ H} \quad (6.3.17)$$

Os ensaios das indutâncias mútuas entre as fases do enrolamento primário com uma fases do enrolamento secundário são mostrados na tabela 6.3.5.

	V_A (V)	i_A (A)	P_A (W)	$\cos \phi$	V_a (V)	L_A (A)	L_{Aa} (H)
máx	78,8	32,2	1550	0,613	121,1	0,005129	0,007882
min	78,8	32,1	1550	0,613	12,5	0,005145	0,000816

Tabela 6.3.5 – Ensaio de Indutância mútua entre a fase “A” do enrolamento primário e a fase “B” do enrolamento principal

Se a indutância calculada em (6.3.17), for comparada com o valor de indutância mútua máxima, obtida no ensaio e mostrada na tabela 6.3.5, pode se observar uma diferença de aproximadamente 12%, isso pode ser explicado pela imprecisão dos equipamentos de medição, bem como pelo método de ensaio utilizado. Porém devido a pequena diferença concluímos que a teoria desenvolvida no capítulo 3 pode ser utilizada para o cálculo das indutâncias da MRTDASE.

6.4 Análise de desempenho da MTRDASE em regime

Para analisarmos o desempenho da MTRDASE em regime serão apresentados os ensaios em diversos pontos de carga, bem como curvas de potência, corrente e conjugado da máquina em função da rotação. O propósito desta análise é validar a teoria apresentada nos capítulos anteriores.

6.4.1 Análise de desempenho da MTRDASE em carga

Para análise de desempenho em carga do protótipo da MTRDASE, o mesmo foi submetido a um ensaio em carga, conforme detalhes mostrados no apêndice B. Para a realização deste ensaio o enrolamento primário foi alimentado com tensão nominal, enquanto que os terminais do enrolamento secundário ficarão curto circuitados.

A máquina foi acoplada a um dinamômetro de 600 kW de potência conforme mostra a figura 6.4.1.



Figura 6.4.1 – Protótipo da MTRDASE acoplada ao dinamômetro

Após o acoplamento foram realizados os ensaios de carga mostrados na tabela 6.4.1.

Carga	Pot. Útil	Corrente	Tensão	Pot. Abs.	Torque	Rotação	FP	Rendimento
(%)	(W)	(A)	(V)	(W)	(Nm)	(rpm)		(%)
10	1500	69,45	440	5132	39,83	358,2	0,049	29,23
20	3000	70,14	440	6680	79,56	357,6	0,097	44,91
30	4500	71,49	440	8279	119,2	356,4	0,143	54,35
40	6000	73,33	440	9871	159	355,3	0,186	60,78
50	7500	75,65	440	11562	198,6	352,4	0,225	64,87
60	9000	78,71	440	13265	238,6	351,3	0,260	67,85
70	10500	82,91	440	15114	278,4	348	0,288	69,47

Tabela 6.4.1 – Ensaio em Carga como Motor, alimentando o enrolamento primário (12P) e com o enrolamento secundário (8P) em curto circuito

Comentário sobre a tabela 6.4.1:

- Observamos na tabela 6.4.1 que o máximo ponto de carga chegou a 70% do ponto nominal, este fato devemos ao fato do protótipo construído ter utilizado um estator já construído e assim não foi possível a otimização do mesmo, para a máquina em questão.
- Outra conclusão obtida da tabela 6.4.1 é que para aumentar o ponto de carga até o ponto nominal, o torque máximo de projeto deve ser maior do o utilizado neste protótipo.
- Observamos que os valores de rendimento e fator de potência a 70% de carga estão muito baixos, fato esta também decorrente do uso de um estator já bobinado. Para melhorar esses fatores devemos otimizar o projeto da máquina.

6.4.2 Análise de desempenho dinâmico da MTRDASE

Os resultados teóricos apresentados abaixo foram obtidos da resolução do circuito equivalente desenvolvido no capítulo 3, repetido na figura 6.4.2 para melhor entendimento.

Os parâmetros do circuito equivalente utilizados para a resolução são os obtidos no ensaio do protótipo, conforme mostrado no apêndice B e repetidos a seguir:

$$R_p = 0.1255\Omega, R_s = 2.2104\Omega, L_p = 0.00513H, L_s = 0.06005H \text{ e } L_{ps\text{-médio}} = 0.00435H.$$

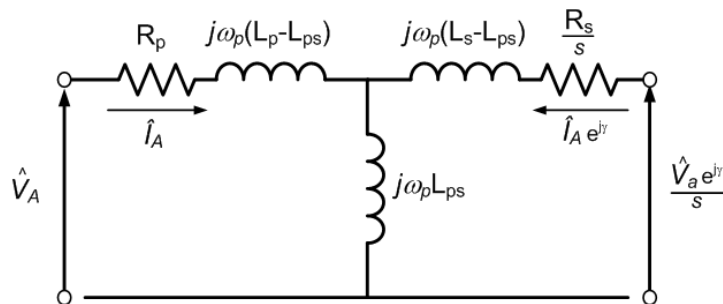


Figura 6.4.2 – Circuito equivalente em regime permanente da MTRDASE.

A figura 6.4.3 mostra a potência desenvolvida em função da rotação, curvas obtidas na teoria e no ensaio, apresentados nos apêndices A e B. Ambos a simulação e o ensaio foram realizados alimentando o enrolamento primário com tensão nominal 440 V e o enrolamento secundário em curto-circuito. Para as curvas de potência foi considerado como potência base 15 kW e rotação base 360 RPM.

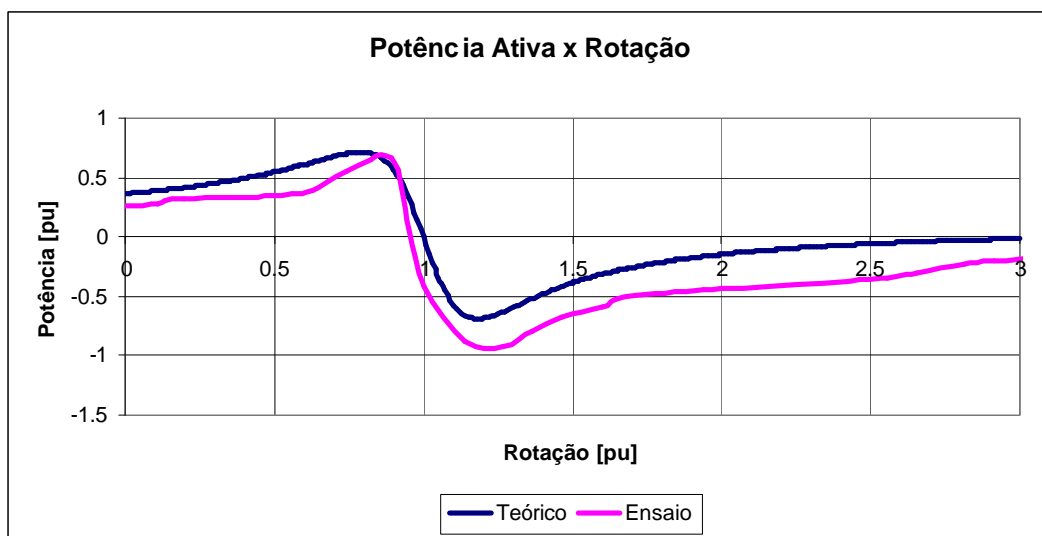


Figura 6.4.3 – Potência x Rotação da MTRDASE com secundário em curto-circuito.

Nas mesmas condições da curva de potência foram traçadas as curvas de corrente em função da rotação na teoria e no ensaio. A figura 6.4.4 mostra essas curvas, onde a corrente base é 105 A e a rotação base é 360 RPM.

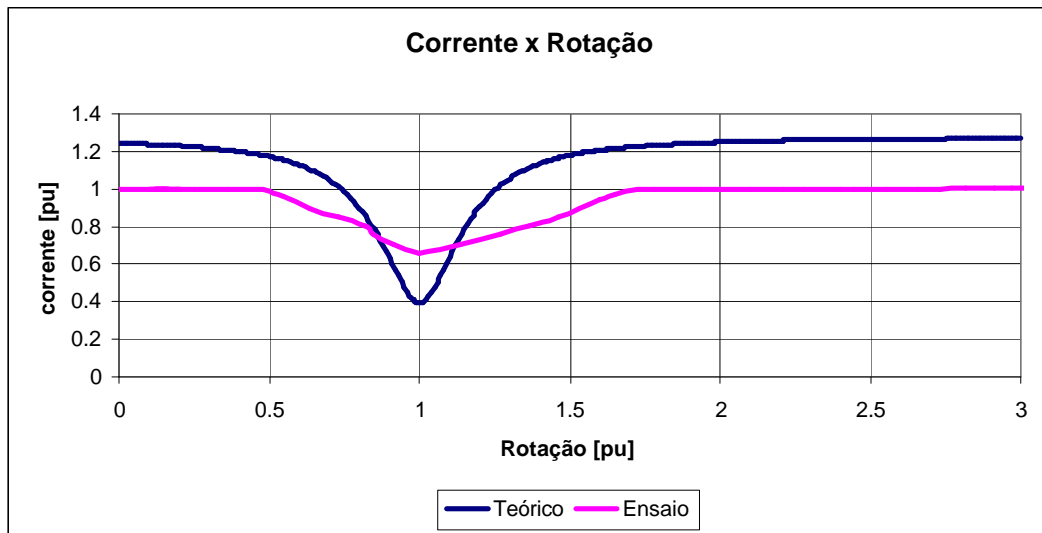


Figura 6.4.4 – Corrente x Rotação da MTRDASE com secundário em curto-circuito.

Por último foram traçadas as curvas de conjugado desenvolvido em função da rotação, obtidas da simulação e do ensaio, onde as condições são as mesmas das figuras anteriores. A figura 6.4.5 mostra estas curvas, onde o conjugado base é 397 Nm e a rotação base é 360 RPM.

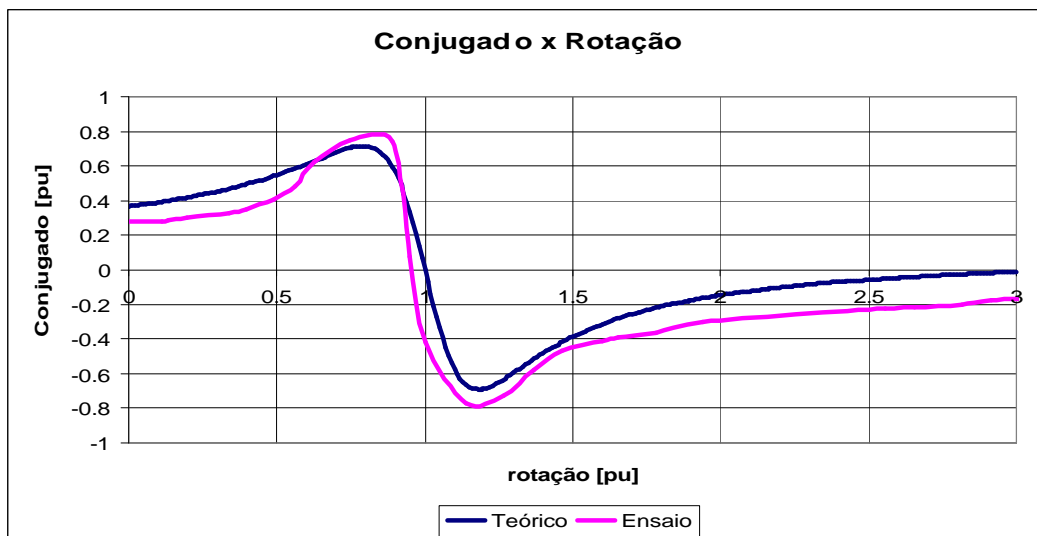


Figura 6.4.5 – Conjugado x Rotação da MTRDASE com secundário em curto-circuito.

Sobre as curvas acima alguns pontos merecem ser comentados, a análise feita neste trabalho visa desenvolver a teoria da MTRDASE, bem como validar essa teoria com ensaios do protótipo construído para tal. Assim as curvas apresentadas, tanto teóricas como ensaiadas possuem a mesma tendência de evolução, muito embora em alguns pontos exista

uma diferença entre as curvas que se explica devido a diferença entre o tamanho do dinamômetro e a máquina ensaiada. Outro aspecto importante é a inércia do registrador que efetuou os registros.

Na curva de corrente, figura 6.4.4, a diferença entre a curva ensaiada e a teoria está bem evidente, isto porque o dinamômetro utilizado é muito maior que a máquina ensaiada, e nos pontos onde há uma variação brusca do valor de corrente o registrador não consegue acompanhar a velocidade do dinamômetro. Assim no ponto de rotação próximo da rotação síncrona a curva teórica descreve uma trajetória muito mais acentuada se comparada a curva ensaiada, na prática instantaneamente a corrente atinge valores próximos da curva teórica.

6.5 Análise de desempenho da MTRDASE em regime com adição de resistências no enrolamento secundário

Complementando o ensaio em regime da MTRDASE foi simulado e testado adicionando ao enrolamento secundário uma resistência de 7 ohms/fase, equivalente a 2,15 vezes a resistência do enrolamento secundário.

Nestas simulações e ensaios foram levantadas as curvas de potência, corrente e conjugado em função da rotação que serão apresentadas e comentadas a seguir.

As figuras 6.5.1, 6.5.2 e 6.5.3 são mostradas as curvas de potência, corrente e conjugado teóricas e ensaiadas em função da rotação.

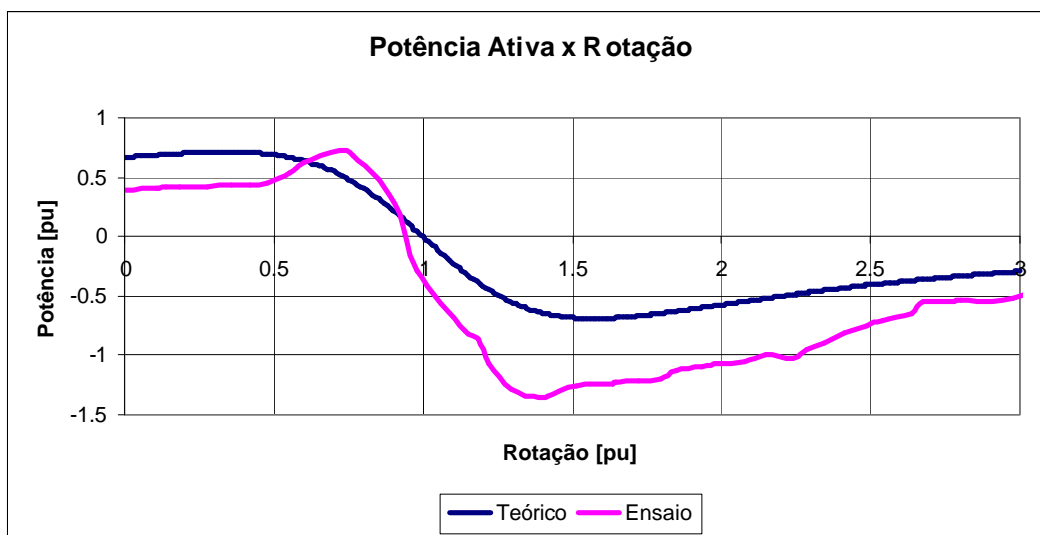


Figura 6.5.1 – Potência x Rotação da MTRDASE com resistência adicionada ao secundário de 7 ohms/fase.

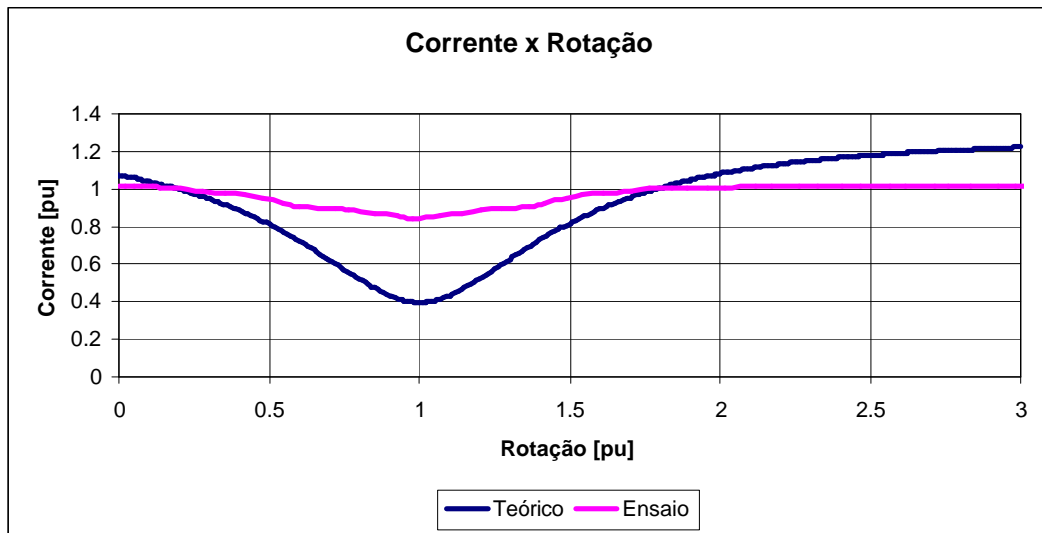


Figura 6.5.2 – Corrente x Rotação da MTRDASE com resistência adicionada ao secundário de 7 ohms/fase.

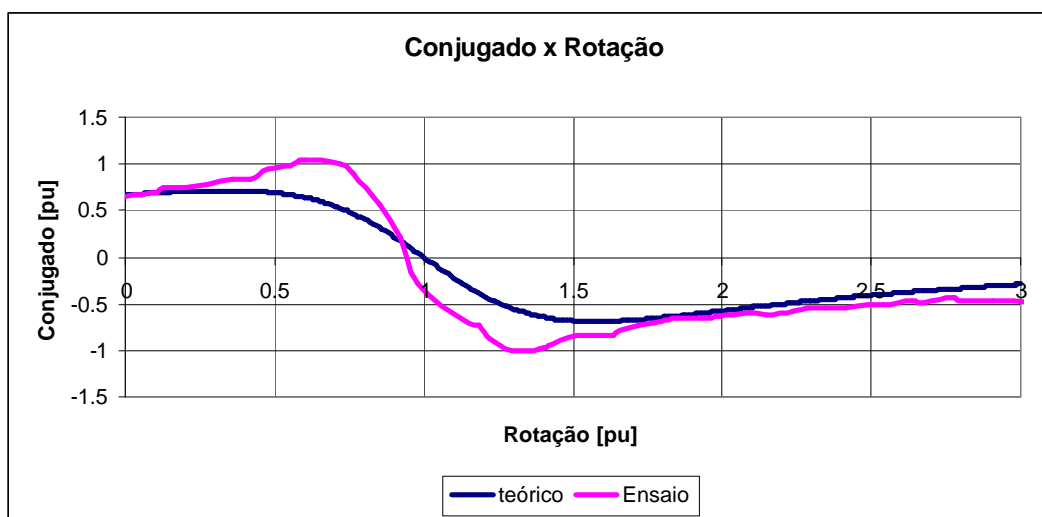


Figura 6.5.3 – Conjugado x Rotação da MTRDASE com resistência adicionada ao secundário de 7 ohms/fase.

Como pode ser observado, o circuito equivalente do modelo teórico do capítulo 3 a MTRDASE comporta-se de maneira equivalente a máquina de indução com rotor bobinado. Este último foi realizado no sentido de avaliar essa condição, uma vez que adicionar resistências ao circuito secundário, ou no rotor, como é o caso da máquina de indução com rotor bobinado é comum.

Mais uma vez a tendência das curvas teóricas de potência, corrente e conjugado se assemelha as curvas ensaiadas, e a exemplo das curvas o secundário em curto à diferença

entre o tamanho do dinamômetro em relação à máquina ensaiada e a inércia dos registradores impediu uma melhor acurácia. Na figura 6.5.2 é possível observar que o dinamômetro arrasta a máquina ensaiada e o registrador não consegue acompanhar a velocidade com que a corrente altera seu valor, assim a corrente ensaiada permanece quase que constante, diferentemente da corrente calculada que tem seu valor reduzido a 40% da corrente nominal, quando a máquina se aproxima da rotação nominal.

Para melhorar esse resultado a construção de um protótipo com potência próxima da potência do dinamômetro e métodos melhores de registro pode aproximar as curvas.

6.6 Conclusão

Como conclusão deste capítulo observamos que o protótipo construído não foi dimensionado para otimizar o desempenho da MTRDASE. Nas simulações realizadas em elementos finitos vemos claramente que as induções estão muito baixas se comparadas às induções utilizadas nas máquinas elétricas girantes.

No cálculo das indutâncias do protótipo foi possível observar que estes valores estão muito próximos dos valores de indutâncias ensaiadas, que validam a teoria desenvolvida.

Na análise de desempenho da MTRDASE observou que a teoria desenvolvida até aqui foi validada pelos ensaios realizados, apesar da diferença encontrada nas curvas de corrente, diferença esta explicada pela diferença entre o tamanho do dinamômetro utilizado no ensaio em relação à máquina ensaiada.

7. Conclusões Finais

7.1 Conclusões

As máquinas elétricas rotativas estão cada vez mais inseridas no meio industrial, sendo como geradoras de potência elétrica ou como geradoras de potências mecânicas no acionamento de cargas, que geram o processamento de produtos. Na busca de otimizar o desempenho destas máquinas muitas concepções são desenvolvidas. A Máquina Trifásica de Relutância Duplamente Alimentada Sem Escovas (MTRDASE) é uma destas alternativas, obviamente se comparada a máquina de indução tradicional é uma máquina maior e com uma relação de kW/kg maior, porém em algumas aplicações consegue obter um resultado mais eficiente.

Como mencionado no capítulo 1 o objetivo deste trabalho é o desenvolvimento teórico e experimental da MTRDASE, e com isso responder ao questionamento do capítulo 3: “É possível uma máquina com dois enrolamentos no estator com polaridades diferentes, alimentados simultaneamente e com um rotor de relutância, que possui uma polaridade diferente das polaridades dos enrolamentos do estator, produzir um torque médio?”

Para responder o questionamento acima foram estudados os tipos de rotores utilizados em máquinas de relutância, a fim de escolher a configuração que produz a melhor relação de saliência, objetivando o maior torque de relutância, sem comprometer o fator de potência da máquina.

No capítulo 3 foi mostrado que esta máquina produz um torque médio, com a interação entre as duas polaridades do estator que são acopladas pela polaridade do rotor, ou seja, a escolha de polaridades certas é fundamental para o desenvolvimento da máquina. Ainda neste capítulo foi desenvolvido o circuito equivalente da máquina, o qual permite o cálculo do seu desempenho em qualquer faixa de escorregamento. Este circuito pode servir para o desenvolvimento de softwares de cálculo para a MTRDASE. Complementando o estudo da MTRDASE foi desenvolvido o funcionamento dinâmico o que pode servir para análises do comportamento desta máquina no regime transitório.

Para comprovar a teoria um protótipo foi projetado e construído, o qual foi testado e o seu desempenho aproximou-se da teoria desenvolvida neste trabalho.

Sendo assim aplicações como geração eólica, a qual exige um controle de velocidade mais apurado, a fim de extrair o máximo da potência disponível do vento, tem

uma opção muito interessante com a MTRDASE. Apesar do protótipo não ter sido construído para obter o melhor rendimento possível, o fato da máquina não possuir enrolamentos no rotor, indica que esta máquina pode apresentar um rendimento superior as demais, este fato deve ser comprovado com a construção de novas máquinas, com projetos mais otimizados. Com relação à manutenção, a MTRDASE possui uma grande vantagem, por não ter escovas. Esta vantagem é muito importante, pois permite longos períodos de trabalho sem uma intervenção. Outra grande vantagem da MTRDASE, se comparada a máquina de indução com alimentação única, é poder diminuir a potência do conversor utilizado para o controle, potência esta que depende da faixa de rotação em que se deseja trabalhar.

Com este trabalho provamos que a teoria apresentada sobre a MTRDASE pode ser utilizada para o projeto da máquina. Verificamos também que a construção de novos protótipos é inevitável para comprovar a melhora no rendimento que pode existir nesta configuração de máquina.

7.2 Estudos futuros

A MTRDASE é uma máquina relativamente nova e por isso tem muito a ser explorada por todas as vantagens apresentadas acima.

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento teórico e experimental da MTRDASE, o qual foi obtido com êxito, pois o protótipo construído respondeu a teoria desenvolvida. No entanto um estudo mais aprofundado pode mostrar uma configuração mais otimizada para o rotor e assim obter um melhor desempenho da máquina. Uma alternativa pensando em melhorar o fator de potência e o rendimento da máquina seria a construção de um protótipo com a adição de ímãs permanentes no rotor.

Para analisar o desempenho da máquina em regime dinâmico, a teoria desenvolvida no capítulo 4 pode ser aplicada em software adequado para esta análise.

Para melhorar o desempenho desta máquina um novo protótipo pode ser construído, uma vez que a teoria está testada, este então se preocuparia na otimização dos recursos, como o aumento do kW/kg, usando valores de indução e densidades maiores.

Por último um trabalho interessante com a MTRDASE seria a utilização de um protótipo em uma torre eólica para testar a eficiência da máquina junto à carga.

APÊNDICE A
FUNCIONAMENTO EM REGIME PERMANENTE DA MÁQUINA
TRIFÁSICA DE RELUTÂNCIA DUPLAMENTE ALIMENTADA SEM
ESCOVAS (MTRDASE)

Constantes da Máquina

$$j := i \quad Y := \sqrt{3} \quad D := 1 \quad s := 0$$

Dados nominais da máquina

Potência do enrolamento primário	15 kW
Potência do enrolamento secundário	5 kW
Tensão do enrolamento primário	440 V
Tensão do enrolamento secundário	1200 V
Frequência	60 Hz
Polaridade do primário	12
Polaridade do secundário	8
Polaridade do rotor	10
Rotação equivalente do rotor	360 RPM

Parâmetros do circuito equivalente

$$\begin{aligned}
 X_m &:= j \cdot \omega_p \cdot L_{ps} & X_p &:= j \cdot \omega_p \cdot (L_p - L_{ps}) & X_s &:= j \cdot \omega_p \cdot (L_s - L_{ps}) \\
 X_m &= 1.508i & \text{ligação} \quad \text{lig} &:= Y & \text{Tensão de linha} \quad V_L &:= 440 \\
 R_p &:= 0.1255 \cdot 10^0 & X_p &= 0.377i & \text{frequência} \quad f &:= 60 \\
 R_s &:= 2.2105 \cdot 10^0 & X_s &= 21.488i & \text{páres de pólos equivalentes} \quad p &:= 10 & V_A &:= \frac{V_L}{\text{lig}} & V_A &= 254.034
 \end{aligned}$$

Resolução do circuito equivalente

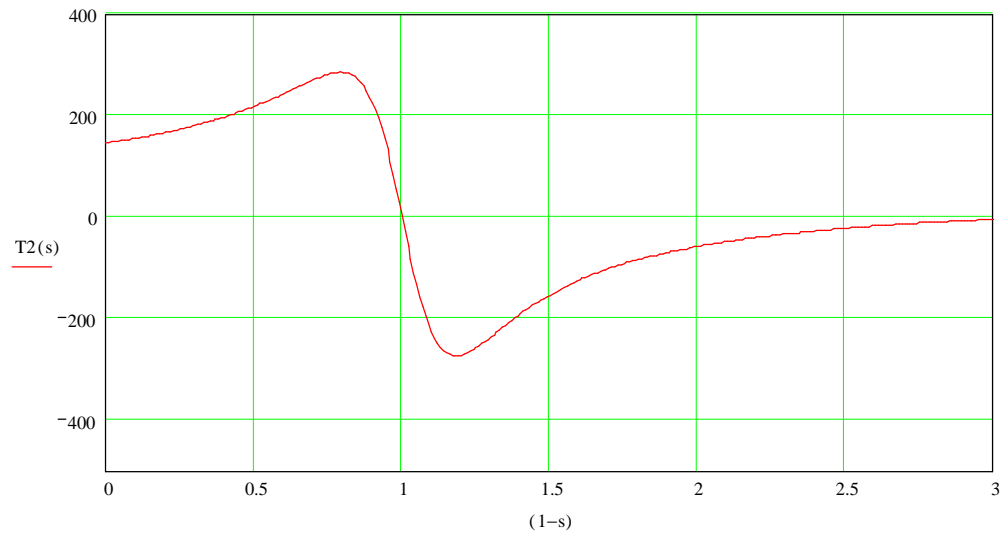
$$\begin{aligned}
 V_a &:= 0.0 \cdot V_A \cdot e^{j \cdot 0 \text{deg}} & V_a &= 0 & v_a(s) &:= 1200 \text{ s } e^{j \cdot 180 \text{deg}} \\
 \text{rext} &:= R_s \cdot 0 & \text{rext} &= 0 \\
 Z_p &:= R_p + j \cdot X_p & Z_m &:= j \cdot X_m & Z_{th} &:= \frac{1}{\frac{1}{Z_p} + \frac{1}{Z_m}} & V_{th} &:= \frac{Z_m}{Z_m + Z_p} \cdot V_A \\
 ia(s) &:= \frac{s \cdot V_{th} - v_a(s)}{R_s + \text{rext} + s \cdot (j \cdot X_s + Z_{th})} & iA(s) &:= \frac{V_{th}}{Z_m} + \left(1 - \frac{Z_{th}}{Z_m}\right) \cdot ia(s) \\
 P(s) &:= \text{Re}[(V_{th} - ia(s) \cdot Z_{th}) \cdot ia(s)] & T2(s) &:= \frac{P(s)}{2 \cdot \pi \frac{f}{p}}
 \end{aligned}$$

Intervalo de resolução do circuito equivalente

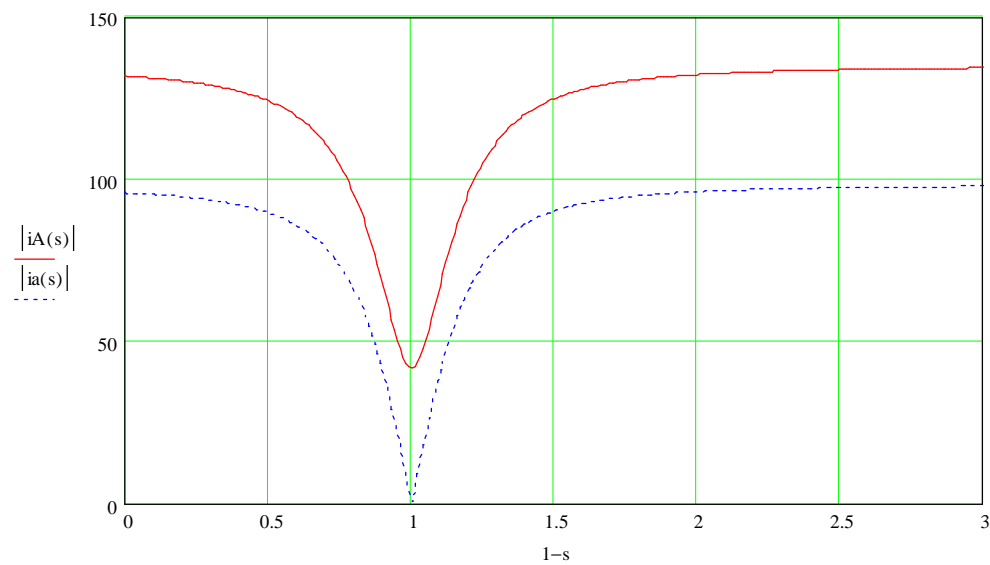
$$s := -2, -1.99.. 3$$

Curvas simuladas

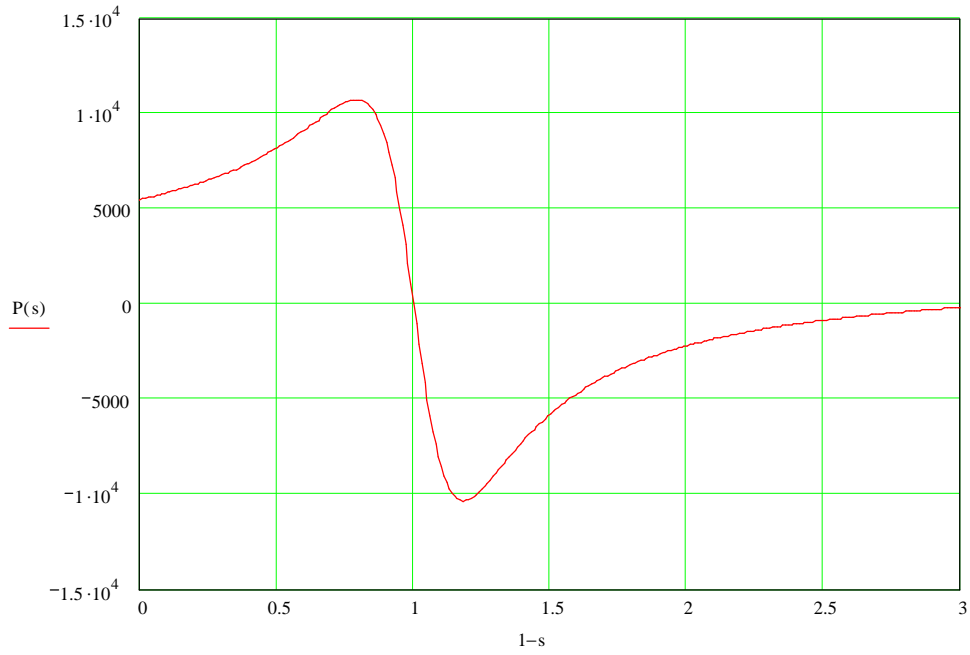
Torque x escorregamento



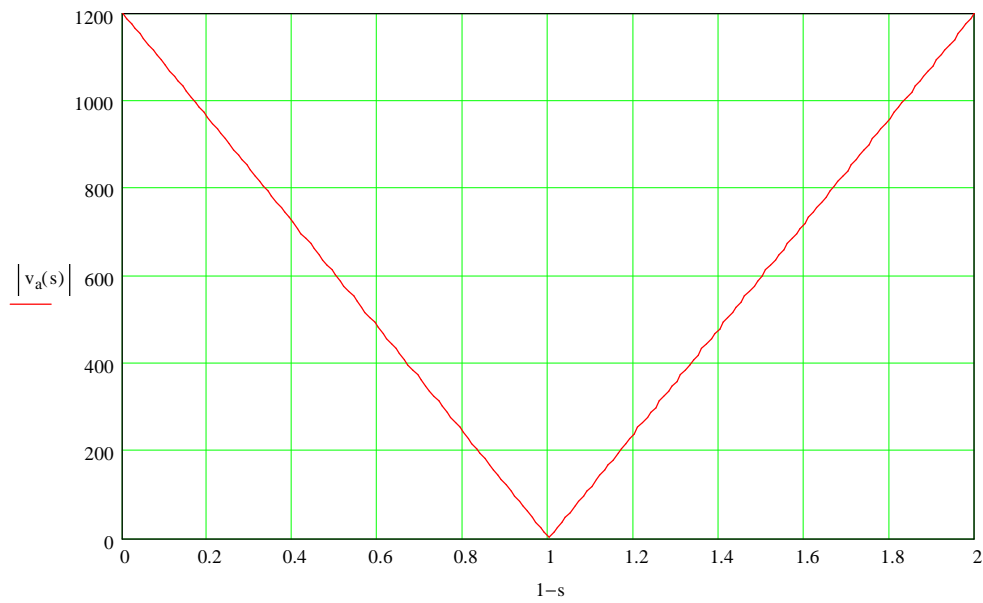
Corrente x escorregamento



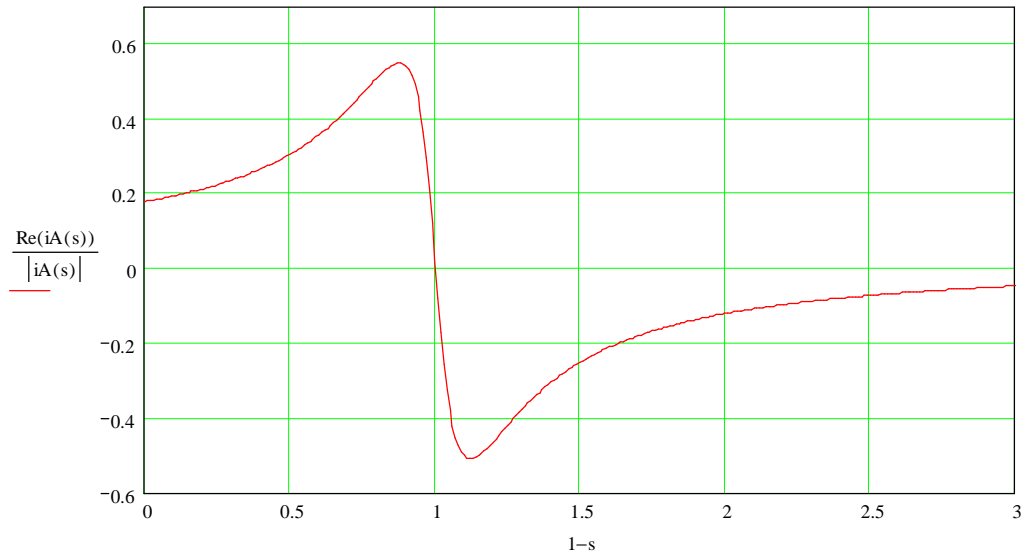
Potência x escorregamento



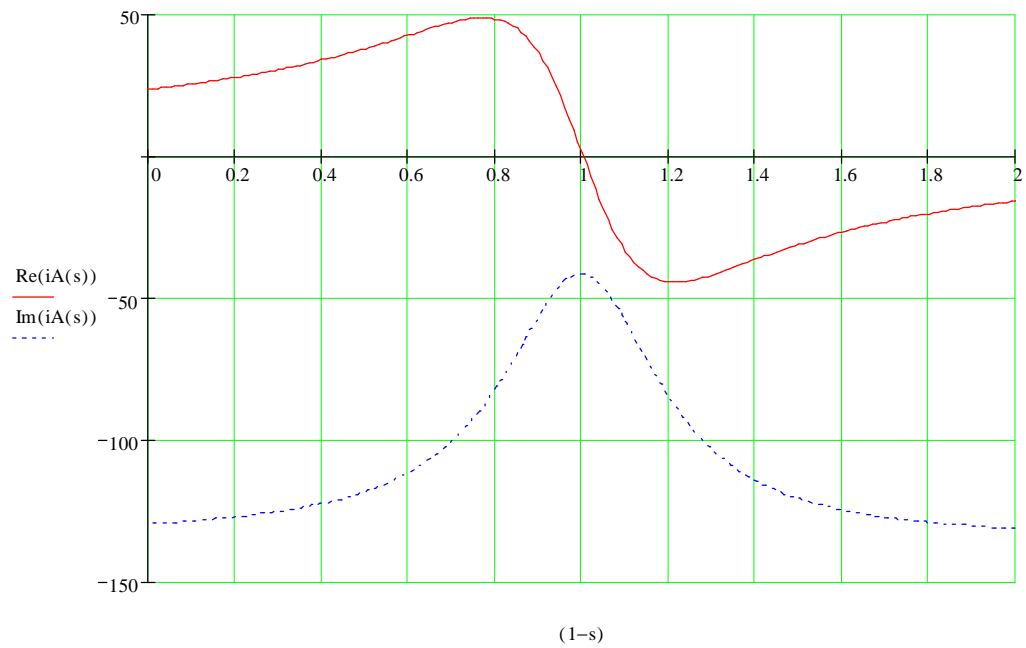
Tensão no secundário x escorregamento



Fator de potência x escorregamento



Parte real e imaginária da corrente x escorregamento



APÊNDICE B

ENSAIO DE PERFORMANCE DO PROTÓTIPO DA

MÁQUINA TRIFÁSICA DE RELUTÂNCIA DUPLAMENTE

ALIMENTADA SEM ESCOVAS (MTRDASE)

LABORATÓRIO DE ENSAIOS ELÉTRICOS – FABRICA VII
WEG MOTORES

RELATÓRIO DE ENSAIO DE PROTÓTIPO MATRDASE

POTÊNCIA: 15kW / 5kW

TENSÃO: 440 / 1200V

POLARIDADE: 12 / 8 Pólos

FREQUÊNCIA: 60 Hz

Jaraguá do Sul

Abril, 2008

1- INTRODUÇÃO

Este relatório tem por objetivo apresentar os resultados dos ensaios realizados no protótipo MTRDASE 315 – 15kW.

O protótipo testado foi montado em uma carcaça aletada 315 com potência nominal de 15kW(12 pólos),e 5kW(8 pólos) frequência de alimentação de 60Hz. No estator o enrolamento secundário é de 8 pólos 1200 V / 690V e o enrolamento primário de 12 pólos 440 V / 254 V, ambos com 6 cabos de saída.

No início do relatório serão apresentados os equipamentos utilizados nos ensaios, com uma breve descrição de sua função.

Os procedimentos utilizados serão apresentados ao longo do relatório preferencialmente no início dos capítulos.

2- EQUIPAMENTOS DE MEDIÇÃO

Neste capítulo serão apresentados os equipamentos de medição utilizados nos ensaios, sua função e uma breve apresentação de suas características.

- § Fonte DC HP6684A – Aplicação da Corrente DC para medição da resistência dos enrolamentos.
- § Milivoltímetro Fluke 45 – Medição da Queda de Tensão nos Enrolamentos para determinação da resistência.
- § Multímetro Fluke 11 – Multímetro utilizado para medição da resistência dos Pt100.
- § Registrador Yokogawa LR8100 – Registrador Gráfico Multipenas utilizado para obtenção das Curvas de Partida.
- § Wattímetro Yokogawa WT130 – Analisador de Potência Trifásico utilizado para as medições de potência de entrada da máquina.
- § Transdutor de Torque HBM T10F – Medidor de Torque acoplado a ponta do eixo da Máquina utilizado nos ensaios em carga e Curvas de Partida.
- § Transdutores de Corrente, Tensão e Potência – Utilizados para converter valores CA em CC, para realização dos ensaios de Curvas de Partida.
- § HPXXX – Osciloscópio utilizado para obtenção dos espectros de tensão e corrente.

3- MEDIÇÃO DA RESISTÊNCIA A FRIO

3.1 Procedimentos

Foi aplicada nos enrolamentos uma corrente de DC correspondente a 10% da corrente calculada para 100% de carga e registramos a queda de tensão obtida. A temperatura do bobinado foi medida utilizando os RTDs (tipo Pt100) instalados na máquina.

Nas tabelas de resultados são apresentados os valores medidos e sua correção para uma temperatura de 20°C.

3.2 Resultados

3.2.1 Acessórios

Pt100 (2 por fase) = 110.9 Ohms (28.34°C)

3.2.2 Bobinado primário (12 pólos)

Temperatura do ensaio = 28.34°C

Esquema de Ligação = 1Y (440V)

Cabos Medidos	Corrente (A)	Tensão (V)	Resistência por Fase (31.7°C)	Resistência por Fase (20°C)
1-2	4,89	1,2693	0,129785	0,125590
1-3	4,89	1,2689	0,129744	0,125551
2-3	4,89	1,2693	0,129785	0,125590

Tabela 3.2.1 – Ensaio de resistência a frio no enrolamento primário (12 Pólos)

3.2.3 Bobinado secundário (8 pólos)

Temperatura do ensaio = 28.34°C

Esquema de Ligação = 1Y (1200V)

Cabos Medidos	Corrente (A)	Tensão (V)	Resistência por Fase (31.7°C)	Resistência por Fase (20°C)
1-2	4,89	22,34	2,284254	2,210427
1-3	4,89	22,33	2,283231	2,209437
2-3	4,89	22,33	2,284049	2,210228

Tabela 3.2.2 – Ensaio de resistência a frio no enrolamento secundário (8 Pólos)

4- MEDIÇÕES DAS INDUTÂNCIAS

4.1 Medição da indutância própria da fase “A” do enrolamento primário

Para realizar este ensaio foi alimentada a fase “A” do enrolamento primário com as outras fases deste enrolamento e as fases do enrolamento secundário todas em aberto.

Medimos então os valores de tensão, corrente e potência ativa da fase “A” conforme tabela 4.1.1, nesta mesma tabela são apresentados os valores de indutância própria da fase “A” do enrolamento primário.

	V_A (V)	i_A (A)	P_A (W)	$\cos f$	L_{AA} (H)
máx	78,8	32,2	1550	0,613	0,005129
min	78,8	32,1	1550	0,613	0,005145

Tabela 4.1.1 – Ensaio de Indutância própria da fase “A” do enrolamento primário

Sabendo que $L_{AA} = L_{BB} = L_{CC}$.

4.2 Medição da indutância mútua entre as fases “A” e “B” do enrolamento primário

Para realizar este ensaio foi alimentada a fase “A” do enrolamento primário com as outras fases deste enrolamento e as fases do enrolamento secundário todas em aberto.

Medimos então os valores de tensão, corrente e potência ativa da fase “A” e a tensão na fase “B” do enrolamento primário conforme tabela 4.2.1, nesta mesma tabela são apresentados os valores de indutância mútua entre as fases “A” e “B” do enrolamento primário.

	V_A (V)	i_A (A)	P_A (W)	$\cos f$	V_B (V)	L_A (H)	L_{AB} (H)
máx	78,8	32,2	1550	0,613	34,04	0,005129	0,002216
min	78,8	32,1	1550	0,613	32,4	0,005145	0,002115

Tabela 4.2.1 – Ensaio de Indutância mútua entre a fase “A” do enrolamento primário e a fase “B” do enrolamento primário

Sabendo que $L_{AB} = L_{AC} = L_{BC}$.

4.3 Medição da indutância mútua entre a fase “A” do enrolamento primário e a fase “a” do enrolamento secundário

Para realizar este ensaio foi alimentada a fase “A” do enrolamento primário com as outras fases deste enrolamento e as fases do enrolamento secundário todas em aberto.

Medimos então os valores de tensão, corrente e potência ativa da fase “A” e a tensão na fase “a” do enrolamento secundário conforme tabela 4.3.1. Nesta mesma tabela é apresentado os valores de indutância própria da fase “A” do enrolamento primário e a fase “a” do enrolamento secundário.

	V_A (V)	i_A (A)	P_A (W)	$\cos f$	V_a (V)	L_A (H)	L_{Aa} (H)
máx	78,8	32,2	1550	0,613	121,1	0,005129	0,007882
min	78,8	32,1	1550	0,613	12,5	0,005145	0,000816

Tabela 4.3.1 – Ensaio de Indutância mútua entre a fase “A” do enrolamento primário e a fase “B” do enrolamento primário

Sabendo que $L_{Aa} = L_{Ab} = L_{Ac} = L_{Ba} = L_{Bb} = L_{Bc} = L_{Ca} = L_{Cb} = L_{Cc}$.

4.4 Medição da indutância própria da fase “a” do enrolamento secundário

Para realizar este ensaio foi alimentada a fase “a” do enrolamento secundário com as outras fases deste enrolamento e as fases do enrolamento primário todas em aberto.

Medimos então os valores de tensão, corrente e potência ativa da fase “a” conforme tabela 4.4.1. Nesta mesma tabela são apresentados os valores de indutância própria da fase “a” do enrolamento secundário.

	V_a (V)	i_a (A)	P_a (W)	$\cos f$	L_{aa} (H)
máx	46,3	1,6	48,3	0,648	0,06056
min	46,2	1,5	48,3	0,643	0,06166

Tabela 4.4.1 – Ensaio de Indutância própria da fase “a” do enrolamento secundário

Sabendo que $L_{aa} = L_{bb} = L_{cc}$.

4.5 Medição da indutância mútua entre as fases “a” e “b” do enrolamento secundário

Para realizar este ensaio foi alimentada a fase “a” do enrolamento secundário com as outras fases deste enrolamento e as fases do enrolamento primário todas em aberto.

Medimos então os valores de tensão, corrente e potência ativa da fase “a” e a tensão na fase “b” do enrolamento secundário conforme tabela 4.5.1. Nesta mesma tabela é apresentado os valores de indutância mútua entre as fases “a” e “b” do enrolamento secundário.

	V_a (V)	i_a (A)	P_a (W)	$\cos f$	V_b (V)	L_a (H)	L_{ab} (H)
máx	46,3	1,6	88,3	0,648	17,1	0,06056	0,02241
min	46,2	1,5	88,3	0,643	16,8	0,06166	0,02241

Tabela 4.5.1 – Ensaio de Indutância mútua entre a fase “a” e “b” do enrolamento secundário

Sabendo que $L_{ab} = L_{ac} = L_{bc}$.

5- ENSAIOS ALIMENTANDO PRIMÁRIO (12 PÓLOS) COM SECUNDÁRIO (8 PÓLOS) EM CURTO

Nestes ensaios buscamos verificar o funcionamento do protótipo quando alimentando o enrolamento primário e mantendo os terminais do enrolamento secundário

em curto circuito. Além dos ensaios em carga como motor, foram levantadas as curvas de partida.

5.1 Ensaios em Carga

A máquina é acoplada ao dinamômetro e alimentada com tensão e frequência nominais, através do dinamômetro são aplicadas diversas condições de torque/carga para obtenção das curvas características.

Os ensaios foram realizados com a máquina operando como motor, conforme é possível verificar nas tabelas 5.1.1.

Nestes ensaios foi considerada 15kW a potência nominal do protótipo.

Carga	Pot. Útil	Corrente	Tensão	Pot. Abs.	Torque	Rotação		Rendimento
(%)	(W)	(A)	(V)	(W)	(Nm)	(rpm)	FP	(%)
10	1500	69,45	440	5132	39,83	358,2	0,049	29,23
20	3000	70,14	440	6680	79,56	357,6	0,097	44,91
30	4500	71,49	440	8279	119,2	356,4	0,143	54,35
40	6000	73,33	440	9871	159	355,3	0,186	60,78
50	7500	75,65	440	11562	198,6	352,4	0,225	64,87
60	9000	78,71	440	13265	238,6	351,3	0,260	67,85
70	10500	82,91	440	15114	278,4	348	0,288	69,47

Tabela 5.1.1 – Ensaio em Carga como Motor , alimentando o enrolamento primário (12P) e com o enrolamento secundário (8P) em curto circuito

5.2 Curvas de Partida

O objetivo deste ensaio é determinar o comportamento do protótipo em diversas condições de rotação, buscando determinar em toda sua faixa de operação, suas características de desempenho, tais como torque, potência e corrente estatórica mostradas nas Figuras 5.2.1 , 5.2.2. e 5.2.3, respectivamente.

O ensaio foi realizado com a máquina acoplada ao dinamômetro, que foi utilizado como máquina primária. No mesmo instante em que o protótipo foi alimentado o dinamômetro foi acionado para acelerar de 0 a 1200 rpm forçando o protótipo a percorrer toda sua curva de torque. Os valores de tensão, corrente, potência, torque e rotação foram gravados utilizando um registrador gráfico em conjunto com transdutores.

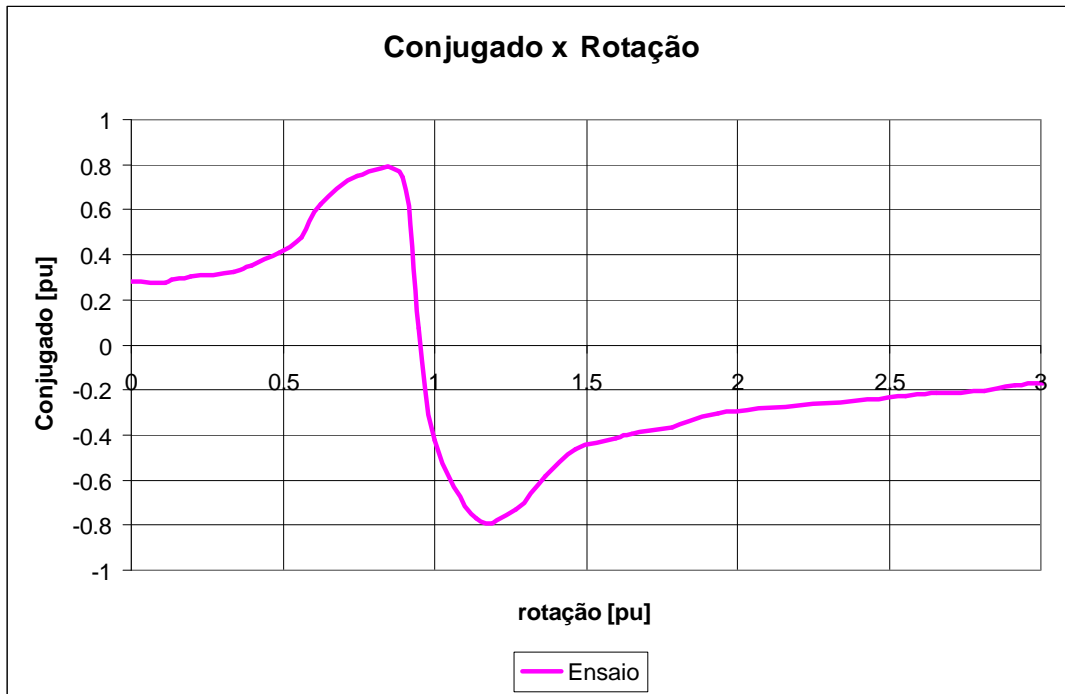


Figura 5.2.1 – Curva de Torque x Rotação.

Alimentando primário (12P) com secundário (8P) em Curto.

Nas figuras 5.2.1, 5.2.2 e 5.2.3 são mostradas as curvas ensaiadas de performance da máquina.

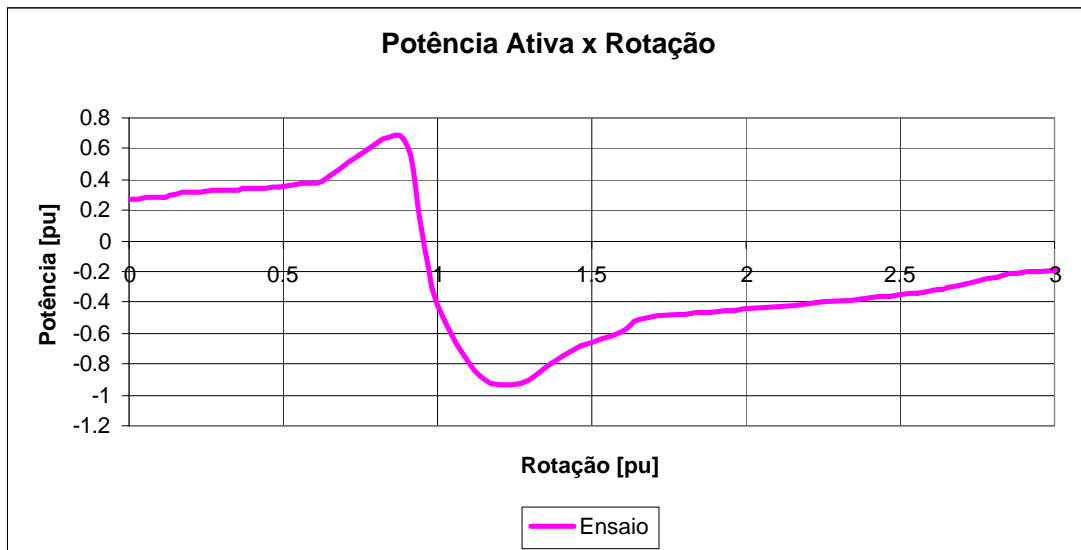


Figura 5.2.2 – Curva de Potência x Rotação.

Alimentando primário (12P) com secundário (8P) em Curto.

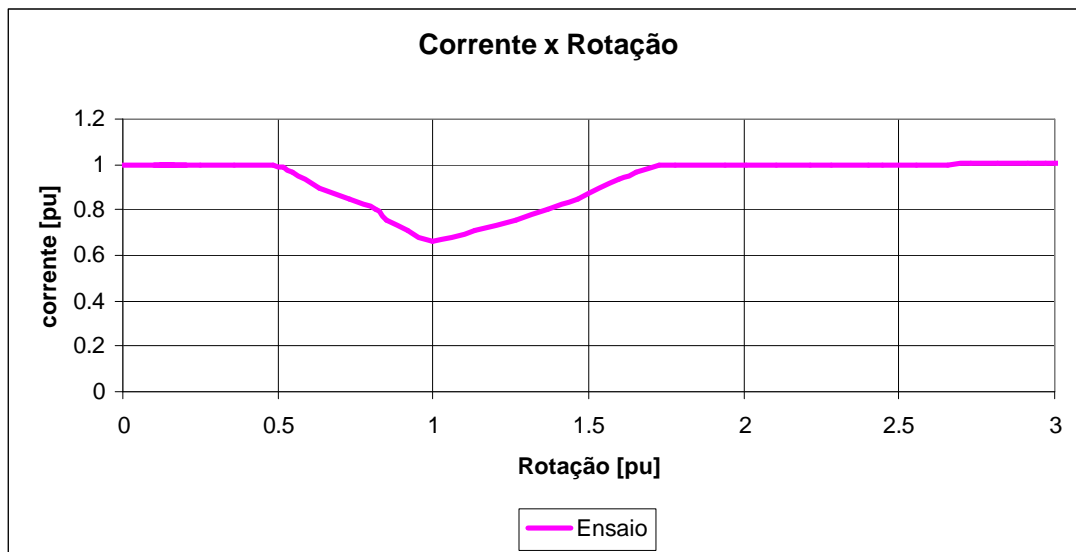


Figura 5.2.3 – Curva de corrente estator máquina principal x Rotação.
Alimentando primário (12P) com secundário (8P) em Curto

6- ENSAIOS ALIMENTANDO PRIMÁRIO (12 PÓLOS) COM SECUNDÁRIO (8 PÓLOS) CONECTADO AS RESISTÊNCIAS

A MTRDASE apresenta um comportamento bastante similar ao da máquina com rotor bobinado. Este ensaio tem como objetivo verificar o comportamento quando operando com o enrolamento secundário conectado a uma resistência de 7 ohms/fase.

6.1 Ensaio em Carga

Aqui são medidos os diversos pontos da máquina operando como motor. A máquina é acoplada ao dinamômetro e alimentada com tensão e frequência nominais. Através do dinamômetro são aplicadas diversas condições de torque/carga. Nestes ensaios foi considerada 15kW a potência nominal do protótipo.

Carga	Pot. Útil	Corrente	Tensão	Pot. Abs.	Torque	Rotação		Rendimento
(%)	(W)	(A)	(V)	(W)	(Nm)	(rpm)	FP	(%)
10	1500	69.42	440	5099	39.83	355.6	0.049	29.42
20	3000	70.24	440	6671	79.56	350.3	0.097	44.97
30	4500	71.46	440	8256	119.2	345.6	0.143	54.51
40	6000	73.17	440	9911	159	339.1	0.186	60.54
50	7500	75.67	440	11562	198.6	333.4	0.225	64.87
60	9000	78.62	440	13307	238.6	324.4	0.260	67.63
70	10500	82.83	440	15134	278.4	314.2	0.288	69.38
80	12000	90.33	440	17176	330.8	287.300	0.302	69.86

Tabela 6.1.1 – Ensaio em carga como motor – Alimentando primário (12P) com o secundário (8P) Conectado a uma Resistência de 7 ohms/fase.

6.2 Curvas de Partida

O objetivo deste ensaio é determinar o comportamento da MTRDASE na faixa de rotação de 0pu a 3pu da rotação síncrona. As características de desempenho da máquina medidas, tais como torque, potência e corrente estatórica, estão mostradas nas figuras 6.2.1, 6.2.2 e 6.2.3. O ensaio foi realizado com a máquina acoplada ao dinamômetro, que foi utilizado como máquina primária. No mesmo instante em que o protótipo foi alimentado o dinamômetro foi acionado para acelerar de 0 a 1080 rpm forçando o protótipo a percorrer toda sua curva de torque. Os valores de tensão, corrente, potência, torque e rotação foram gravados utilizando um registrador gráfico em conjunto com transdutores.

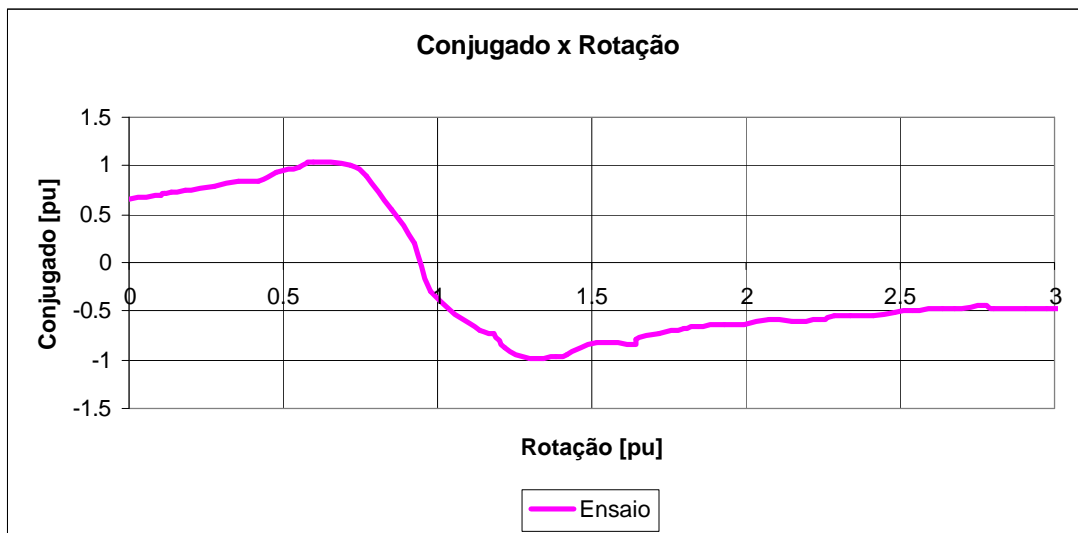


Figura 6.2.1 – Curva de Torque x Rotação. Alimentando primário (12P) com secundário (8P) conectado a uma resistência de 7 ohms/fase .

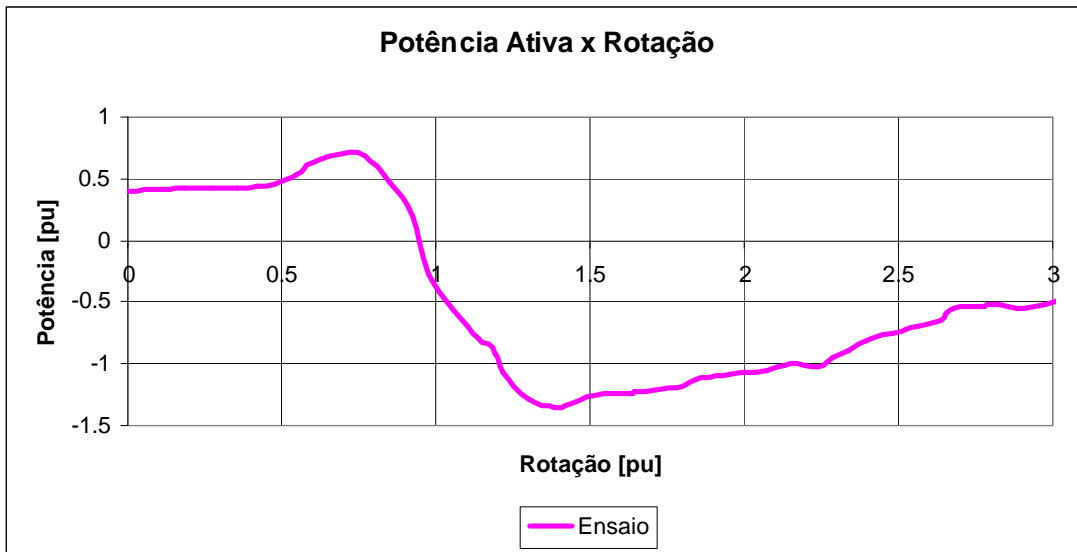


Figura – 6.2.2 – Curva de Potência x Rotação. Alimentando primário (12P) com secundário (8P) conectado a uma resistência de 7 ohms/fase .

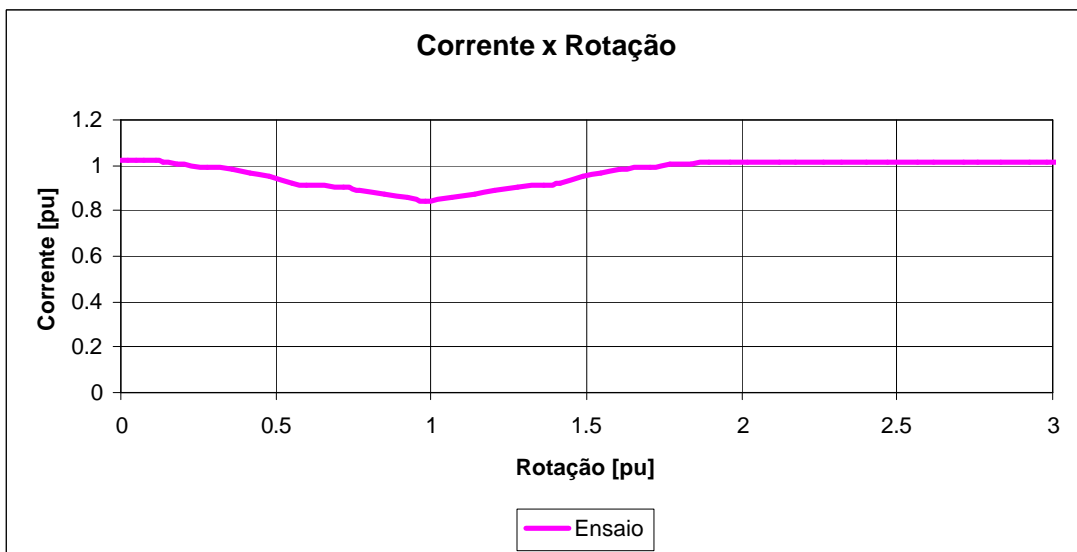


Figura – 6.2.3 – Curva de Corrente x Rotação. Alimentando primário (12P) com secundário (8P) conectado a uma resistência de 7 ohms/fase.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [01] BETZ, Robert E.; JOVANOVIĆ, Milutin G.. “Introduction to the space vector Modeling of the Brushless Doubly Fed Reluctance”. *Electric Power Components and Systems*, Taylor & Francis Inc, 34:729–755, 2003.
- [02] RÜNCOS, Fredemar. “*Máquina Assíncrona Trifásica Brushless em Cascata Duplamente Alimentada*”. Florianópolis – 2001. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [03] RÜNCOS, Fredemar. “*Modelagem, Projeto e Análise de Máquinas Assíncronas Trifásicas Duplamente Alimentadas Sem Escovas*”. Florianópolis – 2006. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [04] MARTINS, Carlos E. G.. “*Motores Síncronos de Relutância com Barreiras de Fluxo e Partida Assíncrona*”. Florianópolis – 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [05] NEVES, Carlos G. da C.. “*Simulação e Análise do Motor de Relutância Chaveado*”. Florianópolis – 1995. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [06] MILLER, T. J. E.. “*Brushless Permanent – Magnet and Reluctance Motor Drives*”. Publicado pela Universidade de Oxford – New York EUA – 1989.
- [07] BOLDEA, I. “*Reluctance Synchronous Machines and Drives*”. Oxford University Press, 1996.
- [08] LIANG, F., XU, L., e LIPO, T.A.. “*d–q Analysis of a Variable Speed Doubly AC Excited Reluctance Motor*”. University of Wisconsin – Department of Electrical and Computer Engineering – 1415 Johnson Drive – Madison WI, 53706 USA – 1990.

- [09] BETZ, Robert E.; JOVANOVIĆ, Milutin G.. “The Brushless Doubly Fed Reluctance Machine and the Synchronous Reluctance Machine – A Comparison”. *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol 36, N° 4, July/August 2000.
- [10] LI, Rubi; SPEE, René; WALLACE, Alan K.; ALEXANDER G. C.. “Synchronous Drive Performance of Brushless Doubly–Fed Motors”. *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol 30, N° 4, July/August 1994.
- [11] SCHULZ, E. M.; BETZ, R. E.. “Optimal Rotor Design for Brushless Doubly Fed Reluctance Machines”. *IEEE Industry Applications Conference* , Vol 1, pages 256-261, October – 2003.
- [12] SPEE, René; WALLACE, Alan K.; LAUW, Hian K. Performance Simulation of Brushless Doubly–Fed Adjustable Speed Drives. In: INDUSTRY APPLICATIONS SOCIETY ANNUAL MEETING (Oct. 1989: San Diego, CA, USA). *Anais*. San Diego, 1989. p. 738-743.