

Universidade Federal de Santa Catarina

Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica

*Professor Orientador:
Samir N. Y. Gerges, Ph.D.
LARI – UFSC.*

**TPA Híbrido:
Simulações e Medições Experimentais
em Laboratório**

*Dissertação de Mestrado
apresentada como requisito
para obtenção do título de
Mestre em Engenharia Mecânica.*

Daniel Eduardo Sánchez Ibáñez

Florianópolis, Brasil

Fevereiro, 2008

Agradecimentos

Agradecimentos são dados para a empresa SMARTtech Vibroacústica LTDA e ao “Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico” (CNPq), Brasil, que financiaram e estimularam esta pesquisa. Também, ao Laboratório de Acústica e Vibrações (LVA) do Departamento de Engenharia Mecânica (EMC) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) pelos espaços físicos, softwares e instrumentação utilizada.

Cabe mencionar a grande ajuda dos meus colegas e professores ao longo do desenvolvimento do presente trabalho. Em primeiro lugar, agradecer ao meu professor orientador Samir Gerges e aos seus colegas de laboratório; Prof. Roberto Jordan e Prof. Arcanjo Lenzi. Aos meus amigos e colegas chilenos Mario e Isabel, José y Monica, Javier, Marcelo, Daniel, Cláudio, Felipe Vergara, os Joaquinaes, e aos brasileiros; Eric, Paulão, Melzak, Renato, Thiago, Leonardo Lopes, William, Raquel, Jesus, Marcos Lenzi, Marcio Furukava, Marcelo Portela, João, Yuri, Sthephan, Leonardo Zanetti, Parú, Carlos Gomes, Marcio Calçada entre outros. Finalmente e em especial, agradeço da paciência e muito amor entregado da minha noiva Carola que me ajudou em tudo momento no Brasil e no Chile, para estar sempre alegre e feliz.

Dedicado, muito especialmente, aos meus pais Monica e Ivan.

Resumo

São quantificados os caminhos de transmissão vibro-acústicos (transmissão estrutural e aérea de ruído e vibrações), baseados na teoria e técnicas de “*Transfer Path Analysis*” (TPA), num modelo de estudo, sob excitação artificial, para medições feitas em laboratório. Assim, um carro modelo, em escala, que representa um veículo de passageiros real, foi criado, medido e simulado virtualmente. Um potente conceito, que mistura as técnicas clássicas de TPA com simulações numéricas por computadores, é apresentado como TPA Híbrido. Assim, são apresentadas as comparações entre os métodos clássicos de obtenção indireta de forças “operacionais”, para TPA Estrutural. Também, é apresentada a técnica de quantificação das contribuições de painéis vibrantes para TPA Aéreo. Finalmente, são analisados e comparados os resultados finais entre as medições reais e as quantificações utilizando TPA Híbrido.

Abstract

Transfer Paths Analysis (TPA) was used to quantify structure and air-borne transmission (vibro-acoustic TPA) in a study model, under artificial excitation, for laboratory measurements. In this study, a scaled car was built. Experimental measurements and simulations were made. A powerful concept that mixes classic TPA techniques with numeric computer simulations was developed and named “Hybrid TPA”. Thus, classic methods for the indirect determination of operational forces is presented and compared for Structural TPA. Also, the Panel Contribution Analysis (PNC) is quantified for Air TPA. Finally, the results obtained with experimental measurements and Hybrid TPA were analyzed and compared.

Índice

1. Introdução	1
1.1 Importância e Aplicação do Assunto	1
1.2 Objetivo Geral	2
1.2.1 Objetivos Específicos.....	2
1.3 Conteúdo da Dissertação	3
2. Revisão Bibliográfica	5
2.1 Histórico sobre TPA Clássico.....	5
2.2 Ruído interior, Contribuição por Painéis.	8
2.3 Desenvolvimentos de TPA	10
3. Análise dos Caminhos de Transmissão Vibro-Acústicos (TPA).....	12
3.1 TPA Estrutural.....	15
3.1.1 Método da Rigidez Complexa (CSM).....	16
3.1.2 Método da Inversão da Matriz (MIM).....	18
3.2 TPA Aéreo.....	21
3.2.1 Método da Amostragem de Superfícies (SSM).....	22
3.2.2 Método da Inversão da Matriz (MIM).....	23
4. Montagem Geral e Instrumentação.....	26
4.1 Carro Modelo “Híbrido”	26
4.2 Montagem para TPA Estrutural.....	28
4.3 Montagem para TPA Aéreo	30
4.4 Instrumentação utilizada.....	32
5. Metodologia das Medições.....	34
5.1 TPA Estrutural.....	34
5.1.1 Condições gerais	34
5.1.2 Medições diretas para comparação	35
5.1.3 Cálculo da Matriz de Transferência $[H_{sim}]$	36
5.1.4 Determinação indireta das forças “operacionais”, pelo CSM.	37
5.1.5 Determinação indireta das forças “operacionais”, pelo MIM.	39

5.2	TPA Aéreo	41
5.2.1	Condições gerais	41
5.2.2	Medição direta para comparação	42
5.2.3	Cálculo da Matriz de Transferência $[H_{sim}]$	43
5.2.4	Sobre as velocidades de volume “operacionais”, pelo SSM.	44
6.	Resultados e Análises	45
6.1	TPA Estrutural	45
6.1.1	Quantificação das forças “operacionais”	45
6.1.2	Análise da contribuição das forças, em TPA Híbrido	48
6.1.3	Comparação das respostas finais	52
6.2	TPA Aéreo	53
6.2.1	Análise das contribuições por painéis, em TPA Híbrido	53
6.2.2	Comparação das respostas finais	57
7.	Conclusões	60
7.1	Conclusões Específicas em TPA Estrutural	61
7.2	Conclusões Específicas TPA Aéreo	62
7.3	Projeções e Futuros Trabalhos	64
8.	Bibliografia e Referencias	65
	Anexo 1: Análises Espectrais de Sinais e FRF's	68
	Anexo 2: Sobre Simulação Numérica usando FEM	73

Lista de Figuras

Figura 2.1: Geração do ruído interior em veículos de passageiros.....	8
Figura 2.2: Contribuição de ruído por painéis.....	9
Figura 3.1: Esboço simples de TPA num veículo de passageiros (carro).....	12
Figura 3.2: Principais fontes de contribuição no ruído interior veicular.....	13
Figura 3.3: Representação do sistema físico configurado para obtenção da FRF de RDC.....	18
Figura 3.4: Esboços para medições com a técnica de MIM.....	20
Figura 3.5: Vetores de Aceleração normal de Superfícies em SSM.....	22
Figura 3.6: Funções de transferência recíprocas em MIM de TPA Aéreo.....	24
Figura 4.1: Esboço do carro modelo, dimensões.....	25
Figura 4.2: Visualização do carro modelo, cavidades interiores.....	26
Figura 4.3: Carro modelo Virtual (superfícies), construído em MSC PATRAN.....	27
Figura 4.4: Medições no carro modelo, fechado e pendurado em garagem do LVA, para TPA Estrutural.....	27
Figura 4.5: Configuração da excitação criada dentro da cavidade do motor do carro modelo.....	28
Figura 4.6: Descrição dos pontos de excitação e medição, para TPA Estrutural.....	28
Figura 4.7: Medições no carro modelo, fechado e pendurado em sala semi-anecoica, para TPA Aéreo.....	29
Figura 4.8: Configuração ponto de resposta (microfone) em cavidade de passageiros, para TPA Aéreo.....	30
Figura 4.9: Medições das acelerações normais em superfícies “patches”, para TPA Aéreo.....	31
Figura 5.1: Malhado de elementos finitos (“shell Quad4”), realizado em MSC PATRAN.....	35
Figura 5.2: Medição das acelerações operacionais nos extremos de cada mola, para quantificação dos deslocamentos operacionais em CSM.....	36
Figura 5.3: Medição experimental da FRF de Rigidez Dinâmica Complexa, ensaio dinâmico.....	37
Figura 5.4: Pontos extras de medição de FRF’s, MIM em TPA Estrutural.....	38
Figura 5.5: Corpo sólido virtual da cavidade de passageiros, realizado em MSC PATRAN.....	42

Figura 5.6: Visualização dos elementos sólidos (“solid Hex8”), realizado em MSC PATRAN.....	42
Figura 5.7: Visualização dos modos acoplados, realizado em LMS SYSNOISE.....	43
Figura 6.1: FRF’s de Rigidez Dinâmica Complexa, ensaio dinâmico Experimental.....	45
Figura 6.2: Espectros em frequência das forças operacionais obtidas em CSM e MIM, e por medição direta (MED).....	46
Figuras 6.3 e 6.4: Comparação das magnitudes das forças operacionais, força 1.....	46
Figuras 6.5 e 6.6: Comparação das magnitudes das forças operacionais, força 2.....	47
Figuras 6.7 e 6.8: Visualização do carro modelo virtual. Pontos de resposta.....	48
Figura 6.9 e 6.10: Pontos de carga (forças) e resposta. Anexo das forças.....	48
Figura 6.11: Visualização das curvas gráficas das cargas (forças) do carro modelo virtual.....	48
Figuras 6.12 e 6.13: Importação da solução dos modos estruturais e edição do amortecimento viscoso.....	49
Figura 6.14: Visualização dos modos normais de vibração do carro modelo Virtual.....	49
Figura 6.15: Visualização da contribuição, em frequência, das forças de entrada no carro modelo virtual, determinadas em CSM.....	50
Figura 6.16: Visualização da contribuição específica de uma força, na contribuição total.....	51
Figura 6.17: Visualização da comparação final de resultados do TPA Híbrido (com CSM e MIM) e os medidos diretamente, acelerações no ponto 1 de resposta.....	51
Figura 6.18: Visualização da comparação final de resultados do TPA Híbrido (com CSM e MIM) e os medidos diretamente, acelerações no ponto 2 de resposta.....	52
Figuras 6.19 e 6.20: Visualização ponto de excitação e edição do amortecimento viscoso na parte estrutural.....	53
Figuras 6.21 e 6.22: Visualização malha aérea e malha “envelope”.....	53
Figura 6.23: Visualização ponto de resposta, interior cavidade aérea.....	54
Figura 6.24: Visualização dos 8 painéis definidos, (embaixo de “Panel Set”).....	54
Figura 6.25: Visualização da contribuição dos 8 painéis, e contribuição total	

no ponto de resposta.....	55
Figura 6.26: Visualização da contribuição do “Painel Corta Fogo” (verde), e contribuição total no ponto de resposta (vermelho).....	56
Figura 6.27: Visualização da comparação final de resultados do TPA Híbrido Aéreo, medido operacionalmente e com TPA Híbrido de espectro Coerente.....	56
Figura 7.1: Visualização FRF Adimensional, faixa de frequência “não confiável de medição”.....	58
Figura 7.2: Visualização Excitações utilizadas em TPA Aéreo e TPA Estrutural, erros de ressonância do “Shaker”.....	59
Figura 7.3: Visualização dos modos normais acústicos em TPA Aéreo.....	61
Figura A1.1: Sistema linear ideal, no tempo.....	66
Figura A1.2: Sistema físico real, no tempo.....	68
Figura A1.3: FRF’s de uma sistema linear massa-mola-amortecedor, 1 grau de liberdade.....	70

Lista de Tabelas

Tabela A1.1: Denominações das Funções de Resposta em Frequência, 1 grau de liberdade.....	69
Tabela A1.2: Parâmetros predominantes em certas regiões, FRF's de 1 grau de liberdade.....	70
Tabela A2.1: Formulação Forte do problema acústica, simulação numérica por FEM.....	72
Tabela A2.2: Definição dos Espaços de energia, simulação numérica por FEM.....	72

Abreviaturas

TPA = Análise dos Caminhos de Transmissão.
CAE = Engenharia Assistida por Computador.
NVH = Ruído, Vibrações e Asperezas.
FEM = Método de Elementos Finitos.
SEA = Análise Estatístico-Energética
ASQ = Quantificação Sonora de Transmissão Aérea.
PNC = Contribuição de Ruído por Painéis.
FRF = Função de Resposta em Frequência.
MIM = Método da Inversão da Matriz.
CSM = Método da Rigidez Complexa.
RDC = Rigidez Dinâmica Complexa.
SVD = Decomposição por Valores Singulares.
LSE = Estimativação por Mínimos Quadrados.
SSM = Método de Amostras de Superfícies.
LVA= Laboratório de Vibrações e Acústica.
UFSC = Universidade Federal de Santa Catarina.
CAD = Desenho Assistido por Computador.
MED = Medições Operacionais Diretas.

Nomenclatura

c	=	Valor de Amortecimento [Ns/m].
c_0	=	Valor da Velocidade do Som no ar [m/s].
E	=	Módulo de Young [N/m ²].
f	=	Valor de Força [N].
F	=	Amplitude da Força [N].
G_{xx}	=	Função Auto-espectro de lado único.
G_{xy}	=	Função Espectro Cruzado de lado único.
H	=	Função de Transferência.
$H(\omega)$	=	Função de Resposta em Frequência (FRF).
k	=	Valor de Rigidez [N/m].
$K(\omega)$	=	FRF de Rigidez Dinâmica Complexa (RDC).
m	=	Valor de Massa [kg].
p	=	Valor de Pressão Sonora [Pa].
Q	=	Valor de Velocidade de Volume [m ³ /s].
\dot{Q}	=	Valor de Aceleração de Volume [m ³ /s ²].
R_{xx}	=	Função de Auto-Correlação.
R_{xy}	=	Função de Correlação Cruzada.
S	=	Valor de Superfície [m ²].
S_{xx}	=	Função Auto-Espectro de lado duplo.
S_{xy}	=	Função Espectro Cruzado de lado duplo.
x	=	Valor de Deslocamento [m].
X	=	Amplitude do Deslocamento [m].
\dot{x}	=	Valor de Velocidade [m/s].
\ddot{x}	=	Valor de Aceleração [m/s ²].
γ_{xy}^2	=	Função de Coerência Ordinária.
ν	=	Coefficiente de Poisson.
ρ	=	Densidade volumétrica [kg/m ³].
ω	=	Valor de Frequência Angular [rad/s].

- $[A]$ = Matriz A.
- $[V]^T$ = Matriz Transposta de V.
- $[S]^{-1}$ = Matriz Inversa de S.
- $[B]^+$ = Matriz Pseudo-inversa de B.

1. Introdução

A técnica de análise dos caminhos de transmissão ou TPA (do inglês “*Transfer Path Analysis*”) é usada em pesquisa e solução de problemas de ruído e vibrações, que neste caso chama-se de TPA vibro-acústico. Esta técnica e sua aplicação vêm sendo desenvolvidas há mais de 15 anos. No princípio, esta técnica era desenvolvida, completamente, sob condições de medição experimental e/ou medições operacionais (realizadas durante o funcionamento normal do dispositivo analisado). Com a introdução da engenharia assistida por computador (CAE - *Computer-Aided Engineering*), os parâmetros característicos de diferentes estruturas e máquinas podem ser estabelecidos por simulações numéricas. Assim, simulação (utilizando o método dos elementos finitos, por exemplo) e medição experimental/operacional (realizadas com técnicas de TPA Clássicas) resultam no chamado “TPA Híbrido” (alvo deste trabalho) que fornece soluções mais rápidas e otimizadas na atualidade (H. VAN DER AUWERAER [3]).

1.1 Importância e Aplicação do Assunto

A técnica TPA pode ser utilizada para se obter um maior conforto vibro-acústico em veículos de passageiros (carros) e aviões, ou em qualquer outro meio de transporte. Estas técnicas são incorporadas em etapas prévias ao lançamento de novos modelos das empresas (por exemplo, um protótipo de carro), utilizando ferramentas de teste (medições operacionais) e/ou ferramentas de otimização (simulação dos protótipos por computador).

TPA é também utilizada na reformulação de processos de montagem em diferentes tipos de estruturas e máquinas (já lançadas no mercado), que apresentem diversos problemas associados ao ruído e as vibrações. Por último, TPA pode realizar uma comprovação efetiva “*in situ*” do maior contribuinte (componente principal) para o ruído em veículos e máquinas em funcionamento.

Levando-se em conta o que foi dito anteriormente, as contribuições gerais que se podem estabelecer com o desenvolvimento e uso de TPA, são:

a) fornecer para a indústria automobilística uma metodologia prática e versátil como ferramenta para otimização do conforto vibro-acústico no interior dos veículos para passageiros;

b) desenvolver diversas técnicas de análise (utilizando diferentes métodos de TPA), segundo as características dos modelos a serem estudados. A partir daí pode-se aplicar a técnica a grandes estruturas mecânicas (como aviões e navios, por exemplo);

c) gerar modelos híbridos de análises para etapas de desenvolvimento de produtos (como veículos de passageiros), mediante a utilização em conjunto de ferramentas de simulação computacional e medição.

1.2 Objetivo Geral

Quantificar e analisar os caminhos de transmissão (“*Transfer Path Analysis*”, ou TPA) vibro-acústicos para medições realizadas em condições controladas em laboratório.

1.2.1 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos são:

a) desenvolver uma metodologia para criar um modelo de estudo (adequado para medições e modelagem virtual) para quantificação dos caminhos de transmissão vibro-acústicos;

b) comparar os métodos e técnicas de medição descritas na teoria básica de TPA (estrutural e aéreo) para o modelo de estudo sob condições experimentais controladas;

c) desenvolver a técnica de “TPA Híbrido”, que une resultados experimentais e simulação numérica (CAE), para o modelo de estudo;

d) comparar os resultados da avaliação dos caminhos de transmissão (TPA) vibro-acústicos, no modelo de estudo, por simulação numérica (“TPA Híbrido”) e por experimentos (medições das respostas finais);

e) analisar a exatidão e as principais variáveis que influenciam, nas medições experimentais e nas simulações computacionais, utilizando as técnicas de TPA.

1.3 Conteúdo da Dissertação

Nesta dissertação são descritas e desenvolvidas as etapas necessárias para a análise dos caminhos de transmissão vibro-acústicos em um modelo de estudo (um “carro modelo”, em escala, que representa um veículo de passageiros), através das técnicas de TPA (descritas nos Capítulos 2 e 3).

No Capítulo 4, é descrita a criação do carro modelo, utilizado para medições experimentais e simulação. Também são descritas todas as condições, pontos de medição e excitação utilizados. Listas completas dos instrumentos utilizados são detalhadas para TPA Estrutural e TPA Aéreo, em separado.

Após a montagem, são descritas as etapas de desenvolvimento das técnicas em TPA Estrutural e TPA Aéreo. Em ambos os casos, são mencionadas as grandezas a serem medidas diretamente (para comparação final) e indiretamente por métodos especiais. Também foi estabelecida a realização de simulações numéricas na identificação das funções de transferência vibro-acústicas, do carro modelo, através do método de elementos finitos, sendo utilizados os softwares MSC PATRAN, MSC NASTRAN e LMS SYSNOISE. A descrição geral da metodologia das medições é descrita no Capítulo 5.

Uma vez descritos os procedimentos de medição (Capítulo 6), são analisados os resultados obtidos através da comparação dos métodos de obtenção das forças operacionais para TPA Estrutural e pela análise da contribuição dos painéis interiores do carro modelo em TPA Aéreo. Então, são descritas as etapas da metodologia de TPA Híbrido (simulação numérica em conjunto com medições experimentais), utilizando o software LMS VIRTUAL.LAB. Finalmente, são comparados os resultados das

respostas finais nas medições experimentais para TPA Estrutural e TPA Aéreo com respeito aos resultados do TPA Híbrido.

No Capítulo 7 serão mencionadas as conclusões e descritas as principais variáveis que influenciam na exatidão das medições (metodologias de medição, erros encontrados, fatores de correção, etc.), nas etapas de montagem, medição experimental e simulação numérica. Conjuntamente, são fornecidas algumas propostas para melhoria e algumas projeções para focos de estudo futuros que parecem promissores e relevantes para este trabalho.

Finalmente, dois anexos são incluídos na presente dissertação. O primeiro trata das funções de resposta em frequência e segundo da simulação numérica. Tais anexos fornecem dados e teoria básica simples para uso em TPA e neste trabalho em específico.

2. Revisão Bibliográfica

Neste capítulo serão analisados os principais aspectos da técnica TPA, bem como os avanços e desenvolvimentos relacionados encontrados na literatura.

2.1 Histórico sobre TPA Clássico

A análise dos caminhos de transmissão, ou “*Transfer Path Analysis*” (TPA), é um dos mais conhecidos e estabelecidos termos que descrevem a quantificação de trajetórias de transferência de ruído e vibrações em estruturas e máquinas, como por exemplo, em veículos de passageiros. Estudos semelhantes podem ser associados também aos termos de “*Noise Path Analysis*”, “*Path Contribution Analysis*” ou “*Source Contribution Analysis*” (LMS INTERNATIONAL [1], P. PADILHA [2], H. VAN DER AUWERAER [3]).

As técnicas de TPA vêm sendo desenvolvidas por mais de 15 anos em aplicações de NVH (“*Noise, Vibration and Harshness*”). Estas técnicas têm sua origem desde a análise de coerência entre sinais quando eram separadas como fontes parcialmente correlacionadas. Na análise de coerência é identificada a relação direta entre um sinal de estímulo, que atravessa um meio, e a resposta do sistema devida àquele estímulo. Após a análise de coerência, foi introduzido o conceito de fonte-sistema-receptor, onde era expressa uma resposta final como a soma das contribuições para caminhos com cargas individuais (P. PADILHA [2], H. VAN DER AUWERAER [3], K. R. DUBBAKA [14]).

Este conceito é reformulado como a soma de contribuições parciais geradas desde um ponto de carga localizado (fonte) e transmitidas através de um caminho descrito por uma relação de transferência no domínio da frequência (sistema) conhecida como função de resposta em frequência entre o ponto de excitação e o ponto de resposta (receptor) para cada contribuição parcial. A separação de termos entre cargas e funções de transferências é a chave fundamental do chamado TPA Clássico (teoria base de TPA) (LMS INTERNATIONAL [1], J. PLUNT [10]).

Desde a identificação do tipo de transmissão do ruído, as técnicas de TPA (Clássico e atual) podem ser utilizadas e desenvolvidas separadamente em duas grandes categorias, que são organizadas segundo o meio de transmissão energética. Assim, a quantificação de vibrações ou transmissão via estrutural é definida como TPA Estrutural (que em inglês é chamado “*structure-borne*”). A quantificação de pressões sonoras ou transmissão via aérea é definida como TPA Aéreo (que em inglês é chamado de “*air-borne*”) (LMS INTERNATIONAL [1]).

As principais variáveis de medição e análise, segundo a via de transmissão de energia, serão as magnitudes de força, deslocamento e aceleração (para a via estrutural), e da velocidade de volume e pressões sonoras (para a via aérea). Todas estas variáveis devem ser medidas e quantificadas para máquinas ou estruturas em funcionamento normal, ou ao menos em condições muito próximas do funcionamento normal (por exemplo, simuladas experimentalmente ou em laboratório) (LMS INTERNATIONAL [1], P. PADILHA [2]).

Diversos técnicas e métodos são encontrados em diferentes publicações e trabalhos sobre as medições que permitem quantificar as cargas operacionais (chamadas assim, pois o dispositivo medido está em funcionamento enquanto elas são determinadas). Porém, todos esses métodos, possuem vantagens como desvantagens. Dentro dessas técnicas podem-se encontrar duas grandes categorias que são organizadas segundo o meio de transmissão energética (por via estrutural e por via aérea). Para o cálculo da transmissão via estrutural, onde as cargas operacionais são definidas como forças, temos aos métodos da “*Rigidez Complexa*” e da “*Inversão da Matriz*”. Para o cálculo da transmissão via aérea, onde as cargas operacionais são definidas como velocidades de volume, têm-se métodos como “*Amostragem de Superfícies*”, de “*Intensidade Sonora*” e da “*Inversão da Matriz*”, novamente, mas para as grandezas do meio aéreo (LMS INTERNATIONAL [1]).

Contudo, um modelo de TPA deve ser construído segundo as necessidades de tempo, características da máquina ou estrutura a analisar, dos instrumentos de medição e principalmente na forma de identificação das cargas operacionais. Isto é devido ao fato de que as cargas operacionais são dificilmente factíveis de se medir sem alguma modificação da estrutura a analisar. No entanto, parte das medições (ou todas elas)

podem ser feitas de maneira experimental em um laboratório, utilizando métodos e técnicas indiretas de TPA Clássico. Isto é possível criando diversos tipos de condições similares às de funcionamento. Para problemas na transmissão via estrutural, por exemplo, podem ser utilizados instrumentos de excitação (direta sobre uma estrutura) como o “*Shaker*” e o “*Hammer*” (gerador de vibrações e martelo de impacto, respectivamente) e de medição como acelerômetros. Para problemas da transmissão aérea, poderão ser utilizadas, por exemplo, instrumentos como alto-falantes e microfones (LMS INTERNATIONAL [1], J. PLUNT [10], K. GENUIT [12]).

O segundo grande aspecto de TPA (sendo o primeiro é a determinação das cargas operacionais) é a obtenção das funções de transferência que descrevem o comportamento do caminho transmissão desde o ponto de excitação (fonte-carga operacional) até o ponto de resposta (receptor). Em TPA Clássico estas funções são obtidas integralmente em medições e quantificações experimentais de laboratório. Outras técnicas como a chamada de TPA Binaural quantifica as funções de transferência vibro-acústicas simulando o comportamento do ouvido humano utilizando uma cabeça artificial como sistema de aquisição de dados binaural (daí o nome). Na atualidade, com ajuda da engenharia assistida por computadores, ou “*Computer-aided Engineering*” (CAE), estas funções podem ser obtidas com uma simulação numérica integral, utilizando um modelo virtual da estrutura a analisar, e através de diferentes métodos como, por exemplo, o método de elementos finitos (FEM) (H. VAN DER AUWERAER [3], A HAKAN [7], K. R. DUBBAKA [14], A. NUNES [21]).

Uma vez realizado o TPA, ou seja, uma vez que é identificada a procedência e a contribuição dos principais caminhos de transmissão (de energia), podem-se fazer diferentes modificações na estrutura ou máquina analisada. No caso de um veículo de passageiros, por exemplo, entre as modificações mais comuns temos a modificação da cilindrada do motor, melhoramento no balanceamento dos eixos da linha de suspensão e absorção sonora nas emissões do escapamento. Conseqüentemente, outras contribuições secundárias têm nascido como relevantes no contexto da redução do ruído interior. Entre elas temos a influência da caixa de engrenagens (via estrutural) e o ruído do pneu e por admissão de ar (via aérea) (LMS INTERNATIONAL [1], P. PADILHA [2], H. VAN DER AUWERAER [3], A HAKAN [7], G. GUIMARÃES [19]).

Modificações destas e outras possíveis partes que são contribuintes importantes do ruído interior podem ser do tipo geral, como modificação do desenho do veículo inteiro, ou mais específicas, como melhoramento e otimização das partes detectadas e/ou colocando absorvedores de vibrações sintonizados nas frequências de interesse (H. VAN DER AUWERAER [3], A HAKAN [7]).

2.2 Ruído interior, Contribuição por Painéis.

Durante anos a indústria automobilística tem investido na redução dos principais focos de propagação do ruído interior em veículos. Sendo assim, o TPA é usado para avaliar todas aquelas transmissões por via aérea e estrutural, otimizando o conforto vibro-acústico interior de veículos de passageiros (LMS INTERNATIONAL [1], W. HENDRICX [4], G. KONERS [5]).

Na atualidade, as otimizações de materiais e montagens de peças têm permitido controlar o ruído interior, na cavidade de passageiros, atingindo níveis de pressão sonora inferiores de 75 dBA (K. GENUIT [11]).

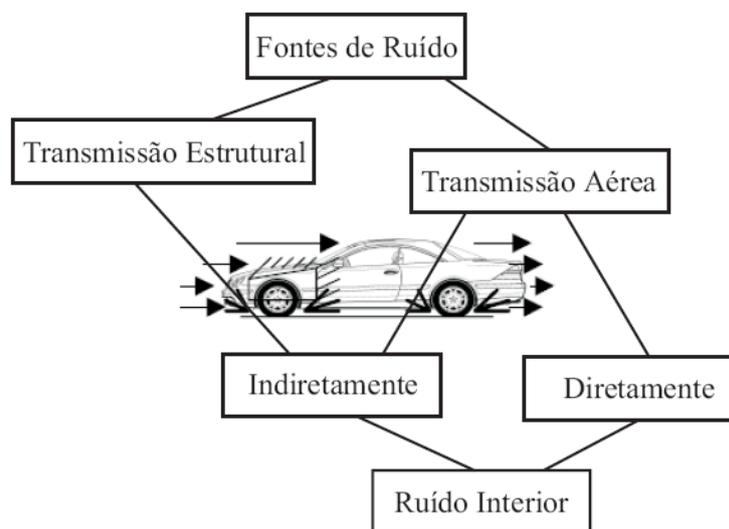


Figura 2.1: Geração do ruído interior em veículos de passageiros.

Os problemas de ruído interior em veículos de passageiros podem ser estudados de forma experimental através de diversos tipos de ensaios onde são analisadas as medições em condições operacionais (de funcionamento normal) e em testes

laboratoriais (para condições semelhantes às de funcionamento normal). As ferramentas destas técnicas podem ser aplicadas em diferentes etapas nos processos de desenvolvimento do produto (de um protótipo de veículo de passageiros neste caso) (K. GENUIT [12]).

Para a modelagem e simulação do ruído interior do veículo diversos trabalhos e publicações foram encontrados. Geralmente, nestes trabalhos, fez-se uma simulação do comportamento aéreo através do acoplamento dos sistemas estruturais e aéreos associados e que contribuem na energia sonora presente no interior das cavidades dos veículos de passageiros. Dentro dos métodos mais usados temos o método dos elementos finitos (FEM) e ao método de análise estatístico-energética (SEA) (A HAKAN [7], G. GUIMARÃES [19], SAMIR N. Y. GERGES [20], A. NUNES [21]).

Especificamente para TPA aéreo, diversos trabalhos descrevem a contribuição energética dos painéis internos das cavidades em estudo (por exemplo, painéis internos da cavidade de passageiros num veículo). Estes métodos são nomeados como a quantificação sonora da transmissão aérea, ou “*Air-borne Sound Quantification*” (ASQ), e como a contribuição de ruído por painéis, ou “*Panel Noise Contribution*” (PNC). Tais assuntos têm sido alvos de muitas pesquisas na atualidade pela significância vibro-acústica que representam estes painéis. Assim, por exemplo, inserção de materiais absorventes ou visco-elásticos nestes painéis podem reduzir, consideravelmente, o ruído interior veicular (W. HENDRIX [4], G. KONERS [5]).

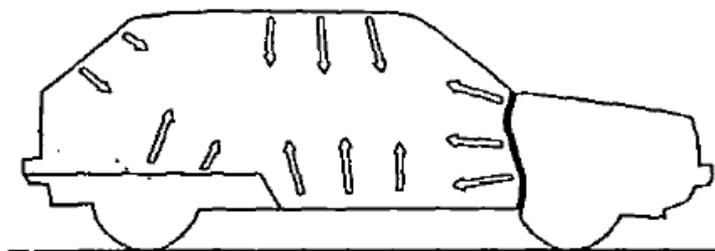


Figura 2.2: Contribuição de ruído por painéis, (W. HENDRIX [4]).

2.3 Desenvolvimentos de TPA

Uns dos primeiros e ainda muito utilizados avanços em TPA é a utilização de funções de resposta em frequência (FRF's) recíprocas entre as grandezas a serem determinadas. Assim, o princípio de reciprocidade é utilizado como ferramenta na determinação das funções de transferência necessárias em TPA. Este princípio baseia-se na linearidade do sistema, onde uma FRF que relaciona duas grandezas é identicamente igual à função inversa das mesmas grandezas, ou seja, no caso de uma FRF de Acelerância, que relaciona dois pontos “1” e “2”, tem-se (B. S. KIM [16], P. J. G VAN DER LINDEN [17], B.-K. KIM [18]):

$$\frac{\ddot{x}_1}{f_2} = \frac{\ddot{x}_2}{f_1} \quad (2.1)$$

Com a necessidade de solução de outros problemas não estáticos nem possíveis de ser simulados sob condições experimentais de laboratório, surgem outras técnicas de análise. Uma delas, por exemplo, é utilizada no caso do ruído induzido na estrada, ou “*road noise TPA*” (que contém múltiplas fontes sonoras como o sistema de suspensão, acondicionamento aerodinâmico, ruído de pneus, escapamento, ruído exterior e ruído para diferentes marchas do motor). Nessa técnica é obtida a identificação do principal componente contribuinte do ruído (H. VAN DER AUWERAER [3], K. R. DUBBAKA [14], K. WYCKAERT [15]).

Também foram desenvolvidas técnicas de determinação indireta das cargas operacionais com uso de grandes matrizes não quadradas (no caso dos métodos da inversão da matriz (MIM) para TPA Aéreo e TPA Estrutural). Assim, houve necessidade do uso de métodos algébricos (“*Singular Value Decomposition*” e “*Least Squares Estimation*”) para obtenção das pseudo-inversas delas (LMS INTERNATIONAL [1], H. VAN DER AUWERAER [3]).

Devido à otimização do tempo gasto nos processos produtivos em indústrias automobilísticas, é possível fornecer soluções de TPA para protótipos virtuais, ou seja, modelos simulados completamente sob condições computacionais. Tal configuração

pode ser analisada sob os termos de TPA Híbrido (que mistura medições operacionais com medições experimentais e/ou simulações numéricas por computadores). Tais ferramentas podem ser proporcionadas por softwares comerciais como, por exemplo, o LMS VIRTUAL.LAB (H. VAN DER AUWERAER [3]).

Outra técnica encontrada na literatura é a chamada de “*Operational TPA*”, que utiliza instrumentos específicos avançados de medição em áreas de grandes vibrações, altas temperaturas ou de dimensões pequenas. Esta técnica é utilizada para quantificações meramente operacionais, quando é possível obter as grandezas diretamente na estrutura a analisar. Por último, cabe mencionar às técnicas mais modernas ultimamente utilizadas chamadas como “*Fast TPA*” (para quantificações rápidas das principais contribuições, desprezando algumas não tão influentes, a fim de minimizar o tempo de cálculo), “*Multi-level TPA*” (para múltiplos sinais e análises em estruturas mais complexas), “*TPA Synthesis*” (para sintetizar as etapas de monitoramento com TPA) e “*Transient TPA*” (técnica transiente de análise de sinais para TPA) (H. VAN DER AUWERAER [3]).

3. Análise dos Caminhos de Transmissão Vibro-Acústicos (TPA)

Muitas estruturas mecânicas e máquinas são compostas por uma diversidade de partes. As montagens entre as partes contribuem de maior ou menor intensidade na transmissão vibro-acústica de componentes de excitação ou “fontes”. Por exemplo, no caso de um veículo de passageiros (chamado de carro), tais energias podem ser transmitidas desde o motor, o escapamento, ou o sistema de suspensão até a cavidade dos passageiros.

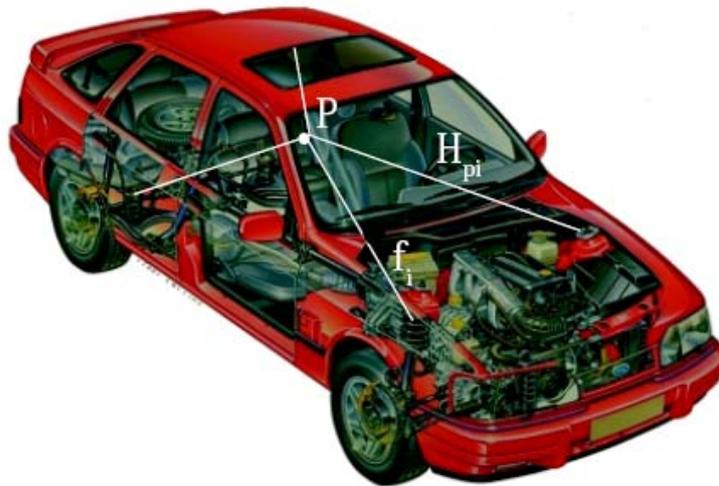


Figura 3.1: Esboço simples de TPA num veículo de passageiros (carro), (LMS INTERNATIONAL [1]).

O ruído interior, no caso de um carro, é composto pela soma de todas as contribuições vibro-acústicas presentes no funcionamento operacional do mesmo. Um esquema simples, das principais fontes de contribuição no ruído interior veicular, é apresentado na Figura 3.2.

Em termos de controle e solução de ruído e vibrações, podem-se identificar três grandes áreas de trabalho, estabelecidas segundo a origem (fonte), meio de transmissão (caminhos de transferência) e pontos de resposta (receptor) na propagação das energias. No caso do controle da fonte, é possível estabelecer encerramentos e outras modificações estruturais interiores, mas sempre com o inconveniente de não modificar o seu funcionamento operacional normal. No caso do controle no ponto do receptor, podem-se utilizar elementos de proteção aplicados ao receptor, com desvantagens como desconforto do usuário da máquina ou veículo.

Assim, as soluções que atuam no caminho de transmissão vêm sendo a alternativa mais eficiente em controle das transmissões de energias vibro-acústicas. Um tipo de solução direta tem a ver com a atenuação das energias, utilizando materiais de atenuação no meio de propagação. Quando não é possível estabelecer uma solução direta, devido à impossibilidade geométrica da estrutura ou à inviabilidade econômica no uso de materiais de absorção, são realizadas técnicas indiretas para modificar a incidência dos caminhos de transmissão. Neste caso, estes caminhos são direcionados para outras trajetórias otimizando partes da montagem estruturais e/ou introduzindo novas peças ou componentes.

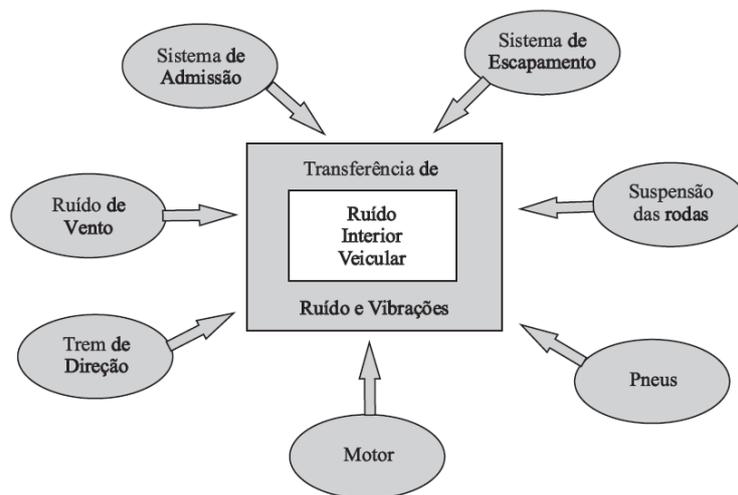


Figura 3.2: Principais fontes de contribuição no ruído interior veicular.

Para obter o controle dos caminhos de transmissão é necessária a quantificação deles, através de técnicas como é TPA (“*Transfer Path Analysis*”). Assim, a análise dos caminhos de transmissão, ou TPA, é definida como uma ferramenta de avaliação que permite representar o fluxo de energia vibro-acústica desde uma fonte (ou mais) até um ou mais receptores ou localizações dadas. Portanto, o objetivo principal, de TPA, é ponderar a contribuição de energia de cada um dos possíveis caminhos de transmissão.

As técnicas de TPA são baseadas na determinação e obtenção de cargas operacionais (fontes estruturais e/ou aéreas de excitação que geram ruído) e das funções de resposta em frequência (FRF’s) como funções de transferência, da energia vibro-acústica entre as grandezas de excitação (fontes) e os pontos de resposta a serem

analisados (receptor). Com estes dados, podem-se estabelecer as respostas finais das grandezas nos pontos de recepção, em função da frequência. Assumindo comportamentos lineares das estruturas e máquinas, pode ser apresentado, no domínio da frequência, na seguinte relação (LMS INTERNATIONAL [1]):

$$R_i(\omega) = \sum_{j=1}^n \left(\frac{r(\omega)}{s(\omega)} \right)_{ij} \cdot S_j(\omega) = \sum_{j=1}^n |H_{ij}(\omega)| \cdot S_j(\omega), \quad (3.1)$$

onde:

$R_i(\omega)$ = espectro (complexo) de frequência, do *i-ésimo* ponto receptor, devido à contribuição total por *n* caminhos de transmissão;

$S_j(\omega)$ = espectro (complexo) de frequência, do *j-ésimo* ponto de excitação (carga operacional como fonte de geração de ruído e/ou vibrações);

$H_{ij}(\omega)$ = FRF de transferência, do *j-ésimo* caminho de transmissão, entre o local (fonte-carga) de excitação parcial *j* e a resposta (ponto receptor) parcial *i*.

Da relação anterior, cabe destacar que a FRF, definida como o *j-ésimo* caminho de transmissão, descreve o comportamento, no domínio em frequência, da transmissão de energia vibro-acústica de um sistema específico (estrutura ou máquina a analisar) desde a fonte de excitação parcial *j-ésima*, $s_j(\omega)$, até a localização do *i-ésimo* ponto de receptor parcial, $r_i(\omega)$.

Assim, as duas grandes quantidades a serem determinadas em TPA são as funções de transferência, $H_{ij}(\omega)$, e as cargas operacionais, $S_j(\omega)$. Dessa forma, segundo o meio de propagação, específicas fontes de excitação e os caminhos de transmissão podem ser classificados e agrupados como aéreos ou estruturais. Assim, são definidos dois subsistemas chamados de TPA Estrutural e TPA Aéreo, respectivamente.

No caso de TPA Estrutural são identificadas como grandezas de excitação as magnitudes de forças e como grandezas de resposta as magnitudes de aceleração (no conceito de vibração). No caso de TPA Aéreo são identificadas como grandezas de excitação as magnitudes de velocidades de volume e como grandezas de resposta as magnitudes de pressão sonora (no conceito de acústica).

Em ambos os casos, as grandezas de excitação (fontes-cargas) tentam-se aproximar às magnitudes geradas operacionalmente. Porém, estas grandezas podem ser difíceis ou impossíveis de se obter com medições diretas em condições operacionais, devido às características físicas (tamanho, massa, transferência de calor, etc.) dos instrumentos de medição e das estruturas a serem quantificadas. Por isto existe a necessidade de estabelecer métodos indiretos para obtenção das mesmas. Tais métodos são descritos nas seguintes seções para TPA Estrutural e para TPA Aéreo, respectivamente.

Por outro lado, as funções de transferência ($H_{ij}(\omega)$) são, também, quantidades difíceis de obter diretamente em condições operacionais, devido à instrumentação sofisticada necessária e ao custo computacional que se requer. São, assim, elementos críticos a serem determinados em TPA. Assim, são determinadas as $H_{ij}(\omega)$, geralmente, por medições experimentais (para funcionamento não-operacional), ou determinadas analiticamente por simulação numérica (ver mais no Anexo 2).

3.1 TPA Estrutural

TPA Estrutural determina a contribuição das energias transmitidas por vibrações mecânicas. Assim, o principal alvo de TPA por esta via de transmissão é a determinação indireta das forças de excitação (em forma de espectros de frequência para cada ponto de excitação), a serem quantificadas para serem muito similares às forças que atuam em condições operacionais. O anterior fica descrito como (LMS INTERNATIONAL [1]):

$$\ddot{x}_i(\omega) = \sum_{j=1}^n (H_{ij}(\omega)) \cdot f_j(\omega), \quad (3.2)$$

onde:

$\ddot{x}_i(\omega)$ = espectro de frequência da Aceleração no *i-ésimo* ponto receptor, na contribuição total por *n* caminhos de transmissão;

$f_j(\omega)$ = espectro de frequência da força “operacional”, determinada por métodos indiretos, no *j-ésimo* ponto de excitação;

$H_{ij}(\omega)$ = FRF do *j-ésimo* caminho de transmissão.

As FRF's dos *n* caminhos de transmissão, como dito anteriormente, podem ser obtidas através de medições experimentais (não-operacionais) e/ou por simulação numérica computacional.

As forças “operacionais” (entre aspas por serem determinadas por medições operacionais em conjunto com medições realizadas em laboratório) são obtidas por dois métodos indiretos. Um deles é o “Método da Rigidez Complexa”, ou CSM (“*Complex Stiffness Method*”), e o outro o “Método da Inversão da Matriz”, ou MIM (“*Matrix Inversion Method*”). As técnicas e formas de obtenção destes dois métodos são descritas a seguir.

3.1.1 Método da Rigidez Complexa (CSM)

Este método é utilizado, em TPA Estrutural, quando as conexões estruturais de algumas montagens são assumidas como elementos flexíveis transmissores de energia vibratória (quantificáveis como forças, acelerações ou deslocamentos). Cada um destes elementos flexíveis pode ser representado por sua respectiva rigidez complexa. Assim, a energia é transmitida por estas montagens até os pontos de recepção. A força “operacional”, neste método, é determinada numa relação que associa medições operacionais diretas e ensaios experimentais externos (não-operacionais).

Com as medições operacionais, são determinadas as acelerações para se obter os deslocamentos operacionais. Tais dados são medidos nos extremos da montagem (lado

da fonte de excitação e lado do ponto receptor). Nos ensaios experimentais externos, é identificada a FRF de Rigidez Dinâmica Complexa (RDC), que descreve o comportamento dinâmico do elemento de montagem transmissor. Então, obtém-se a força “operacional”, da *j*-ésima montagem (conexão-caminho), $f_{j(\text{CSM})}$, como:

$$f_{j(\text{CSM})} = K_j(\omega)_{\text{exp}} \cdot \left(x_{j(s)}(\omega) - x_{j(r)}(\omega) \right)_{\text{oper}}, \quad (3.3)$$

onde:

$K_j(\omega)_{\text{exp}}$ = FRF de Rigidez Dinâmica Complexa (RDC), determinada experimentalmente, da *j*-ésima montagem (conexão-caminho);

$\left(x_{j(s)}(\omega) - x_{j(r)}(\omega) \right)_{\text{oper}}$ = diferença entre os espectros em frequência, dos deslocamentos operacionais, da *j*-ésima medição, no lado da fonte “ $x_{j(s)}(\omega)$ ” e no lado do receptor “ $x_{j(r)}(\omega)$ ”.

No ensaio dinâmico experimental, geralmente usado, de obtenção da FRF de RDC, é fixado o elemento de montagem transmissor sobre uma grande massa (muito maior que a do próprio elemento transmissor) para fornecer um deslocamento nulo nesse extremo. No extremo oposto, o elemento de montagem transmissor é excitado dinamicamente.

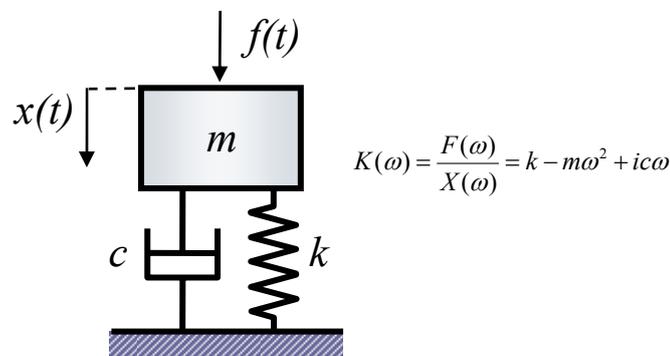


Figura 3.3: Representação do sistema físico configurado para obtenção da FRF de RDC.

Fisicamente, a FRF de RDC quantifica a relação entre as magnitudes de excitação (por exemplo, força) e o deslocamento produzido por aquela excitação, que é diretamente dependente da rigidez dinâmica complexa do elemento transmissor. O sistema de ensaio experimental é configurado como um sistema de um grau de liberdade, apresentado na Figura 3.3. Nesta figura têm-se uma força de excitação $f(t)$, o deslocamento produzido $x(t)$ e os parâmetros de massa (m), rigidez (k) e amortecimento (c), características do elemento transmissor.

Vale destacar que os deslocamentos operacionais, do lado da fonte e do lado receptor, podem ser determinados pela integração das medições de acelerações operacionais, em função da frequência.

3.1.2 Método da Inversão da Matriz (MIM)

Este método é utilizado, em TPA Estrutural, quando as conexões estruturais são muito rígidas (sem diferença entre os deslocamentos entre os lados da fonte e do receptor de uma montagem) ou quando não é possível determinar as FRF de Rigidez Dinâmica Complexa, em experimentos externos. No entanto, da mesma forma que em CSM, a transferência de energia se dá através das diversas montagens, via estrutural, até os pontos de recepção. Também, a força “operacional” deste método (igual ao caso de CSM) é determinada numa relação que associa medições operacionais diretas e ensaios experimentais externos (não-operacionais).

Experimentalmente, são identificadas FRF's de Acelerâncias, ou chamadas também de Inertâncias, (relação entre aceleração e força), que descrevem o comportamento do caminho de transmissão, sob condições não operacionais. Na parte operacional, são determinadas as acelerações operacionais, medidas no lado do receptor, nos mesmos pontos onde foram medidas as acelerações experimentais (usadas para determinar as Acelerâncias). Dessa forma, obtém-se a força “operacional” discreta, do j -ésimo caminho, $f_{j(\text{MIM})}$, como:

$$f_{j(\text{MIM})} = \left[\frac{\ddot{x}_{ij}}{f_j}(\omega) \right]_{\text{exp}}^{-1} \cdot \ddot{x}_i(\omega)_{\text{oper}} \quad (3.4)$$

onde:

$\ddot{x}_i(\omega)_{\text{oper}}$ = espectro de frequência da *i-ésima* aceleração operacional;

$\left[\frac{\ddot{x}_{ij}(\omega)}{f_j} \right]_{\text{exp}}^{-1}$ = inversa de uma FRF de Acelerância, medida experimentalmente

entre a aceleração na *i-ésima* localização e uma força aplicada para excitação do *j-ésimo* caminho de transmissão.

A particularidade principal deste método é a utilização do princípio de superposição. Este princípio fornece uma força operacional com maior exatidão quando é utilizada redundância no seu cálculo. Existe então a necessidade do cálculo da matriz inversa de múltiplas FRF's de Acelerâncias, quando as forças operacionais variam para $j=1,2,\dots,n$. Em forma matricial para a obtenção das forças, tem-se:

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ \dots \\ f_n \end{Bmatrix}_{\text{(MIM)}} = \begin{bmatrix} \frac{\ddot{x}_{11}}{f_1} & \frac{\ddot{x}_{12}}{f_2} & \dots & \frac{\ddot{x}_{1n}}{f_n} \\ \dots & & & \\ \frac{\ddot{x}_{m1}}{f_1} & \dots & \frac{\ddot{x}_{mn}}{f_n} & \end{bmatrix}_{\text{exp}}^+ \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \dots \\ \ddot{x}_m \end{Bmatrix}_{\text{oper}}, \quad (3.5)$$

onde:

$\begin{Bmatrix} f_1 \\ \dots \\ f_n \end{Bmatrix}_{\text{(MIM)}}$ = vetor (de dimensão “*n*”) das forças “operacionais”;

$\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \dots \\ \ddot{x}_m \end{Bmatrix}_{\text{oper}}$ = vetor (de dimensão “*m*”) das acelerações operacionais;

$$\left[\begin{array}{ccc} \frac{\ddot{x}_{11}}{f_1} & \frac{\ddot{x}_{12}}{f_2} & \dots & \frac{\ddot{x}_{1n}}{f_n} \\ \dots & & & \\ \frac{\ddot{x}_{m1}}{f_1} & \dots & & \frac{\ddot{x}_{mn}}{f_n} \end{array} \right]_{\text{exp}}^+ = \text{matriz Pseudo-Inversa (de dimensão "m \times n")}.$$

Como a matriz de Acelerâncias pode não ser quadrada (requisito para cálculo direto de uma matriz inversa), é necessária à utilização de outros métodos algébricos para o cálculo da chamada matriz “pseudo-inversa” (simbolizada por: “+”). Em primeiro lugar temos o método chamado “*Singular Value Decomposition (SVD)*”, que determina a pseudo-inversa de uma matriz através de técnicas de decomposição. Assim, uma matriz original é decomposta em outras três, sendo uma delas a matriz de valores singulares ([S]). Em relações matemáticas, para uma matriz “[A]”, tem-se:

$$[A] = [U][S][V]^T \quad (3.6)$$

e

$$[A]_{SVD}^+ = [V][S]^{-1}[U]^T. \quad (3.7)$$

O outro método é o chamado “*Least Squares Estimation (LSE)*”, que calcula a pseudo-inversa de uma matriz através da inserção da mesma matriz transposta (simbolizada por: “T”) da original. Em relações matemáticas, para uma matriz “[A]”, tem-se:

$$[A]_{LSE}^+ = \left[[A]^T [A] \right]^{-1} [A]^T. \quad (3.8)$$

Cabe destacar que é recomendado, para o MIM, a utilização do princípio de superposição num fator de 2, ou seja, com $m=2n$. Além disso, é recomendado realizar medições extras em pontos próximos da grandeza a se quantificar.

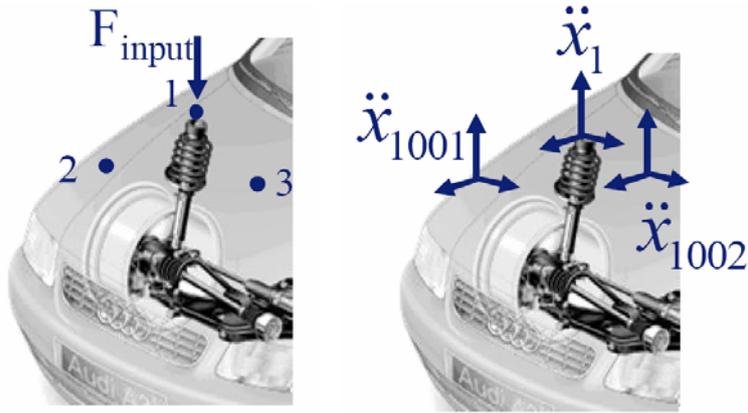


Figura 3.4: Esboços para medições com a técnica de MIM, (F. DEBLAUWE [22]).

3.2 TPA Aéreo

TPA Aéreo determina a contribuição das energias transmitidas de forma aérea, as quais são quantificadas em termos acústicos como níveis de pressão sonora. Assim, o principal alvo de TPA por esta via de transmissão é a determinação indireta de fontes sonoras pontuais com velocidades de volume Q (por exemplo, em forma de espectros de frequência para cada ponto de localização de cada uma destas fontes). Estas fontes devem ter os valores de velocidade de volume similares às magnitudes presentes em condições operacionais. Matematicamente (LMS INTERNATIONAL [1]):

$$p_i(\omega) = \sum_{j=1}^n (H_{ij}(\omega)) \cdot Q_j(\omega) \quad (3.9)$$

onde:

$p_i(\omega)$ = espectro de frequência da Pressão Sonora no i -ésimo ponto receptor, na contribuição total por n caminhos de transmissão,

$Q_j(\omega)$ = espectro de frequência da Velocidade de Volume “operacional”, determinada por métodos indiretos, no j -ésimo ponto de localização da fonte sonora emissora;

$H_{ij}(\omega)$ = FRF do j -ésimo caminho de transmissão.

As FRF's dos n caminhos de transmissão, como dito anteriormente, podem ser obtidas através de medições experimentais (não-operacionais) e/ou por simulação numérica computacional.

Da mesma forma que em TPA estrutural têm-se diversos métodos de obtenção indireta das velocidades de volume “operacionais”. Entre os mais usados temos ao “Método de Amostragem de Superfícies”, ou SSM (“*Sampling Surface Method*”), e ao “Método da Inversão da Matriz”, ou MIM (“*Matrix Inversion Method*”). As técnicas e formas de obtenção destes dois métodos são descritas a seguir.

3.2.1 Método da Amostragem de Superfícies (SSM)

O Método da Amostragem de Superfícies é o método que estuda a contribuição na transmissão de ruído em TPA aéreo, quantificando as contribuições de painéis vibrantes que são componentes da estrutura a analisar (como os painéis interiores de um carro, por exemplo). As siglas identificadoras no método vêm do inglês “*Point-to-Point Surface Sampling Method*” e indicam que a medição é realizada através da amostragem “ponto a ponto” em pequenas superfícies “*patches*”, as quais subdividem os painéis.

A medição é realizada através da amostragem de acelerações operacionais normais sobre “*patches*” que subdividem um determinado painel (ver Figura 3.4). Com estas acelerações medidas e com as dimensões dessas pequenas superfícies “*patches*” é determinada uma aceleração de volume operacional, com a seguinte relação:

$$\dot{Q}_j = S_j \ddot{x}_{n_j}, \quad (3.10)$$

onde:

\dot{Q}_j = aceleração de volume operacional, do j -ésimo “*patch*” com superfície de área S_j ;

\ddot{x}_{n_j} = aceleração normal da superfície S_j , medida no j -ésimo “patch”.

A j -ésima velocidade de volume operacional é obtida desde a relação linear harmônica (sendo $\omega = 2\pi f$), definida como:

$$Q_j = \frac{\dot{Q}_j}{j\omega}. \quad (3.11)$$

Cabe destacar que para se efetuar esta última aproximação é estabelecido que as medições sejam efetuadas no domínio da frequência.

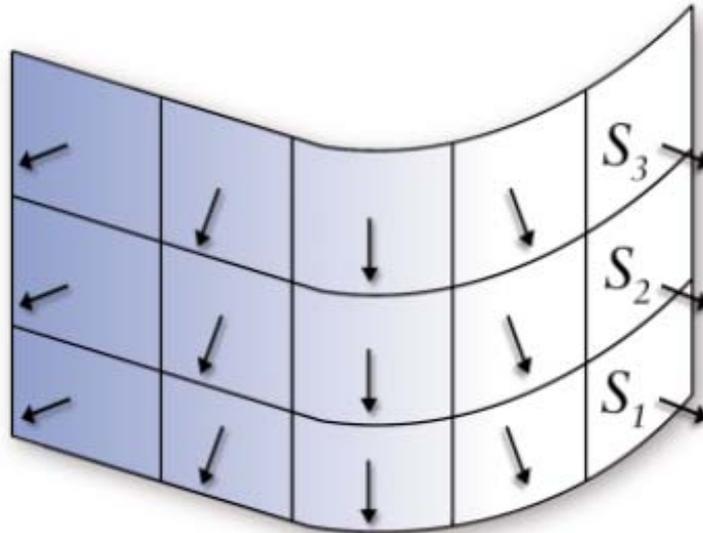


Figura 3.5: Vetores de Aceleração normal de Superfícies em SSM, (LMS INTERNATIONAL [1]).

3.2.2 Método da Inversão da Matriz (MIM)

O Método da Inversão da Matriz é similar ao método utilizado em TPA Estrutural, com a diferença que no caso de TPA Aéreo usam-se grandezas de velocidade de volume e pressão sonora (ao invés de forças e acelerações usadas no caso estrutural). A contribuição total de pressão sonora devido às fontes identificadas de velocidade de volume é dada por:

$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ \dots \\ Q_n \end{Bmatrix}_{(MIM)} = \begin{bmatrix} \frac{p_1}{Q_1} & \frac{p_1}{Q_2} & \dots & \frac{p_1}{Q_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{p_m}{Q_1} & \dots & \dots & \frac{p_m}{Q_n} \end{bmatrix}_{\text{exp}}^+ \cdot \begin{Bmatrix} p_1 \\ \dots \\ p_m \end{Bmatrix}_{\text{oper}} \quad (3.12)$$

onde:

$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ \dots \\ Q_n \end{Bmatrix}_{(MIM)} = \text{vetor (de dimensão } n \text{) de velocidades de volume;}$$

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ \dots \\ p_m \end{Bmatrix}_{\text{oper}} = \text{vetor (de dimensão } m \text{) de pressões sonoras operacionais;}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{p_1}{Q_1} & \frac{p_1}{Q_2} & \dots & \frac{p_1}{Q_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{p_m}{Q_1} & \dots & \dots & \frac{p_m}{Q_n} \end{bmatrix}_{\text{exp}}^+ = \text{matriz Pseudo-Inversa (de dimensão "} mxn \text{").}$$

Da mesma forma que em MIM do TPA Estrutural, é estabelecida uma maior exatidão na determinação das velocidades operacionais com o uso do princípio de superposição. Assim, a inversão da matriz (não quadrada) é feita com o uso de métodos algébricos para o cálculo de matrizes pseudo-inversas.

Uma particularidade deste método é a necessidade do uso da reciprocidade das funções de transferência (ver Figura 3.5), devido ao fato de que as velocidades de volume são difíceis de medir ou reproduzir (geralmente por alto-falantes) em pequenas cavidades ou espaços reduzidos.

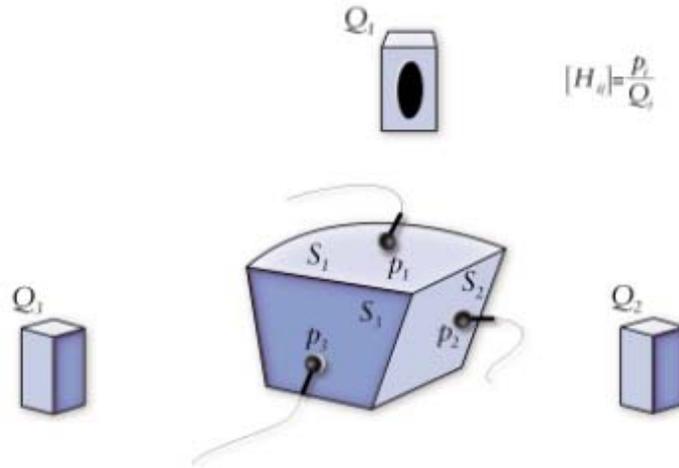


Figura 3.6: Funções de transferência recíprocas em MIM de TPA Aéreo, (LMS INTERNATIONAL [1]).

Assim, a reciprocidade entre as funções de transferência fica definida como:

$$\frac{p_r^0}{Q_i^0} = \frac{p_i^*}{Q_r^*}, \quad (3.13)$$

onde:

$\frac{p_r^0}{Q_i^0}$ = função de resposta em frequência “Acústica” entre a pressão sonora medida

no receptor (subscrito r) e a velocidade de volume da fonte sonora do i -ésimo caminho determinado (subscrito i), para uma medição direta (sobrescrito 0);

$\frac{p_i^*}{Q_r^*}$ = função de resposta em frequência “Acústica” entre a pressão sonora medida

na localização da fonte sonora do i -ésimo caminho determinado (subscrito i) e a velocidade de volume no ponto de resposta (subscrito r), para uma medição recíproca (sobrescrito *).

4. Montagem Geral e Instrumentação

Foi estabelecida a construção de um modelo de ensaio para ser utilizado nas medições experimentais de TPA. Tal modelo possui uma geometria cujo desenho, para representação virtual por simulação numérica, é simples, tanto para TPA Estrutural como para TPA Aéreo. As descrições do carro físico real e o modelo virtual são apresentados no Item seguinte. Também, são descritas as montagens específicas nas medições para TPA Estrutural e TPA Aéreo. Finalmente, serão mencionadas as listas de equipamentos utilizadas nas medições.

4.1 Carro Modelo “Híbrido”

O carro modelo “híbrido” é um modelo que serve para medições experimentais reais e para ser simulado por computadores. Fez-se um desenho do modelo de um carro, em escala, composto por 3 placas, duas das quais compõem as superfícies laterais e uma comprida conformando as superfícies frontais, traseiras, do teto e do chão do carro. O desenho da configuração com as dimensões do carro é apresentado na Figura 4.1.

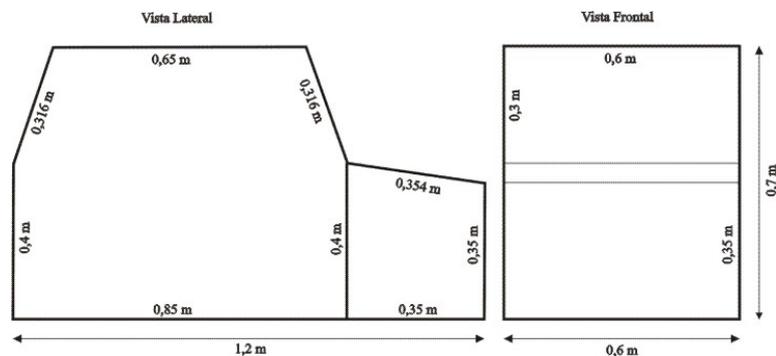


Figura 4.1: Esboço do carro modelo, dimensões.

As 3 placas, de aço com 1 [mm] de espessura, foram cortadas em uma indústria metalúrgica e sua montagem final foi realizada no Laboratório de Vibrações e Acústica (LVA) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Com as dimensões e a espessura das placas, e levando em conta que a densidade volumétrica do aço é 7850 [kg/m³], tem-se que a massa total do modelo, é 29,7 [kg].

Na montagem das placas foi estabelecido que se devia fixar uma das superfícies laterais, com aquela placa comprida que compõe a largura de todas as partes do carro, e deixar a outra móvel (com furos para que a placa possa ser parafusada) para a colocação dos instrumentos de medição dentro das cavidades formadas no interior das placas. Assim, as cavidades interiores do carro modelo (ver Figura 4.2) comportam o volume de ar interior, que foi subdividido em duas cavidades: do motor e de passageiros.



Figura 4.2: Visualização do carro modelo, cavidades interiores.

O modelo virtual para o carro modelo foi confeccionado com o software MSC PATRAN. Este software permite a criação de uma determinada estrutura baseado nas técnicas do desenho assistido por computadores, ou CAD (das siglas “*Computer Aided Design*”). A geometria do carro modelo virtual ficou pode ser vista na Figura 4.3.

Com a geometria criada, é possível criar manualmente ou automaticamente a malha para análise segundo o método de elementos finitos (FEM), que foi o método escolhido para obtenção das FRF's entre diferentes pontos da estrutura. As especificações dos tipos de elementos e propriedades aplicadas para o carro virtual são apresentadas no seguinte Capítulo 5 (para TPA Estrutural e TPA Aéreo).

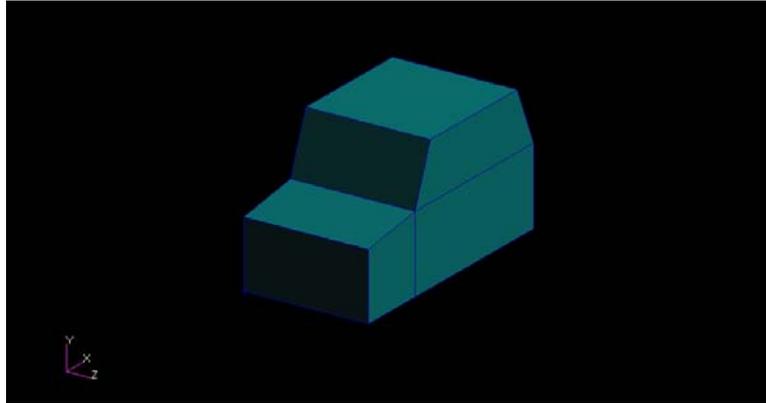


Figura 4.3: Carro modelo Virtual (superfícies), construído em MSC PATRAN.

4.2 Montagem para TPA Estrutural

Nas medições de TPA Estrutural, o carro modelo foi fixado através de fios (ver Figura 4.4) por uma das suas superfícies laterais (aquela móvel) em dois pontos de equilíbrio. Assim, para minimizar efeitos adversos (que podem ser induzidos por tensões e frequências naturais dos fios, por exemplo) nas direções das medições a serem feitas (quando eram excitadas com a utilização do gerador de vibrações, ou “*shaker*”). Todas as medições para TPA Estrutural foram realizadas na garagem do Laboratório de Vibrações e Acústica (LVA) da UFSC.



Figura 4.4: Medições no carro modelo, fechado e pendurado em garagem do LVA, para TPA Estrutural.

O carro modelo foi subdividido em duas cavidades interiores (ver Figura 4.2). A cavidade menor representa uma cavidade de motor e a de maior volume representa uma cavidade de passageiros. No interior da cavidade do motor do carro modelo, no caso de

TPA Estrutural (e para CSM e MIM), foi colocada uma fonte de excitação (um gerador de vibrações, ou “*shaker*”), conectada a duas “molas” através de uma pequena viga de metal (ver Figura 4.5). Isto é feito para simular o funcionamento operacional e representar as características de duas entradas de excitação (forças f_1 e f_2) como indícios de dois caminhos de transmissão possíveis, até os pontos receptores.



Figura 4.5: Configuração da excitação criada dentro da cavidade do motor do carro modelo

A descrição de todos os pontos de medição (entradas de excitação e pontos de resposta), utilizados para TPA Estrutural, podem ser vistos na Figura 4.6.

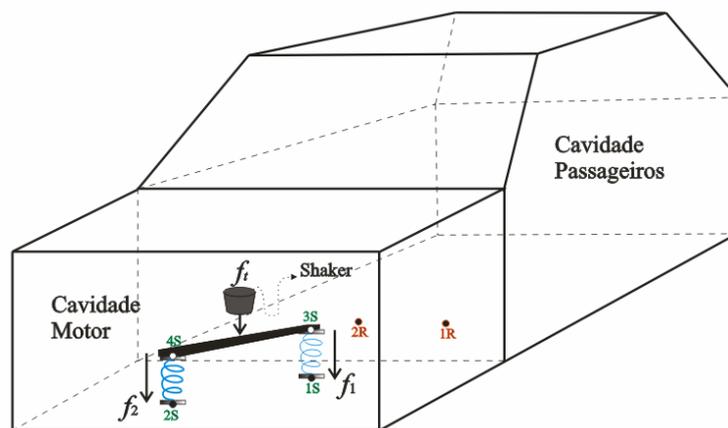


Figura 4.6: Descrição dos pontos de excitação e medição, para TPA Estrutural.

Uma das molas tem maiores valores de rigidez e massa que a outra. Serão, então, denominadas “mola mole”, ou mola₁, (entre os pontos 1S e 3S) e “mola rígida”, ou mola₂, (entre os pontos 2S e 4S).

4.3 Montagem para TPA Aéreo

Nas medições de TPA Aéreo, o carro modelo foi fixado da mesma forma que em TPA Estrutural, através de dois fios (ver Figura 4.7) por um das suas superfícies laterais (aquela móvel) em dois pontos de equilíbrio. Assim, para minimizar os erros de medição (que podem ser induzidos por tensões e frequências naturais dos fios, por exemplo) nas direções das medições a serem feitas (quando eram excitadas com a utilização do gerador de vibrações, ou “*shaker*”).

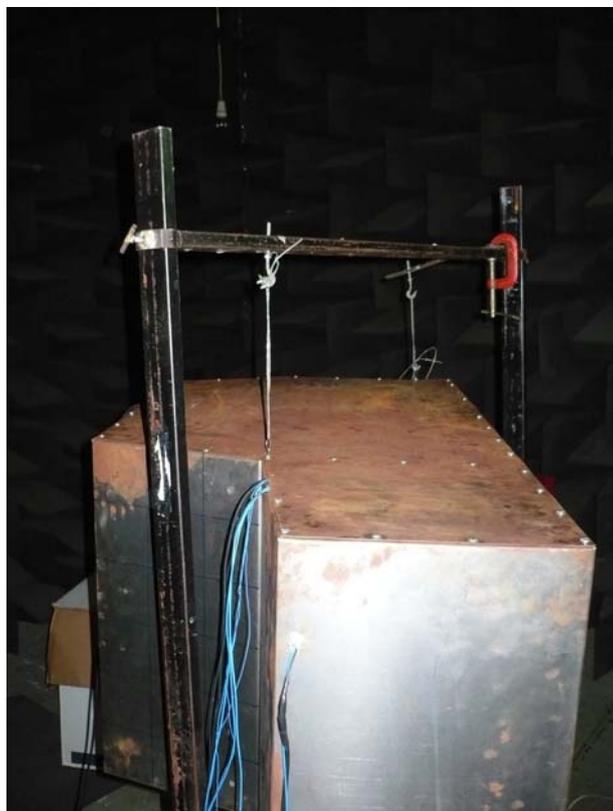


Figura 4.7: Medições no carro modelo, fechado e pendurado em sala semi-anecoica, para TPA Aéreo.

Todas as medições para TPA Aéreo foram realizadas numa câmara semi-anecóica, acusticamente condicionada para evitar múltiplas reflexões (condicionada com material absorvente, de 99% de absorção, em todas as suas superfícies excetuando o piso). Tal câmara é parte das instalações do Laboratório de Vibrações e Acústica (LVA) da UFSC. Cabe mencionar que foram colocadas espumas e matérias de absorção sonora sobre o piso da câmara e sob o carro modelo pendurado, a fim de minimizar as reflexões sonoras oriundas do piso.

No interior da cavidade do motor do carro modelo (para o caso de TPA Aéreo e SSM), foi posicionada uma fonte de excitação (um gerador de vibrações, ou “*shaker*”). A fonte de excitação deve simular o funcionamento operacional e representar as características de uma entrada de excitação (força f_i) como fonte vibro-acústica do ruído interior na cavidade dos passageiros num ponto receptor (ver Figura 4.8). O ponto de excitação foi posicionado no meio (e simétrico em relação às laterais) da superfície inferior da cavidade do motor. O ponto de resposta (microfone) foi colocado em uma posição central (e simétrica em relação às laterais), dentro da cavidade dos passageiros.



Figura 4.8: Configuração ponto de resposta (microfone) em cavidade de passageiros, para TPA Aéreo.

A medição das acelerações normais às superfícies “*patches*” requeridas para SSM, foram realizadas com um total de 255 superfícies de área menor a $0,01 \text{ m}^2$. Assim, os acelerômetros foram localizados como pode ser visto em Figura 4.9.

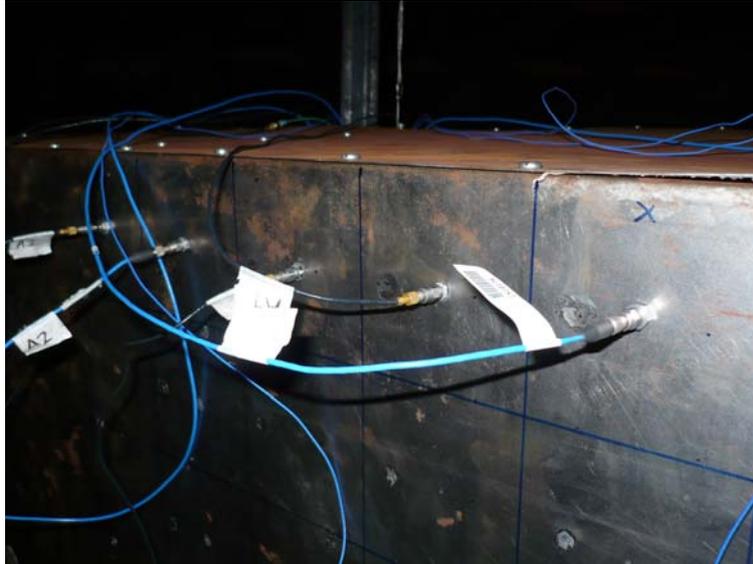


Figura 4.9: Medições das acelerações normais em superfícies “patches”, para TPA Aéreo.

4.4 Instrumentação utilizada

Os instrumentos bases usados para todas as medições em TPA Estrutural e TPA Aéreo, foram:

- ✓ Carro Modelo, (características no Item 4.1).
- ✓ Acelerômetros, marca PCB, modelos 353B18, 352A21 e 320C18.
- ✓ Cabeças de impedância, marca PCB, modelo 288D01.
- ✓ Mini-Shaker, marca Brüel&Kjaer, modelo 4810.
- ✓ Amplificador, marca Brüel&Kjaer, modelo 2706.
- ✓ Calibrador de Acelerômetros, marca PCB, modelo M394C06.

Em específico para TPA Estrutural, foram utilizados:

- ✓ Molas, marca VIBRANIHIL, mola₁ de 149 [gr], mola₂ de 174 [gr].
- ✓ Viga de aço, peso 650 [gr], aprox.
- ✓ Hardware de aquisição de dados, marca LMS, modelo SCADAS 3.
- ✓ Software de processamento de dados, marca LMS, modelo TEST.LAB 7.0

Para TPA Aéreo, foram utilizados:

- ✓ Microfones, marca GRAS, modelo 40AQ.
- ✓ Pré-amplificadores de microfones, marca GRAS, modelo 26CA.
- ✓ Calibrador de microfones, marca GRAS, modelo 42AB.
- ✓ Hardware de aquisição de dados, marca Brüel&Kjaer, modelo PULSE.
- ✓ Software de processamento de dados, marca Brüel&Kjaer, modelo PULSE LABSHOP.

Na criação do carro modelo virtual, para visualização gráfica de resultados, na análise por FEM e no desenvolvimento de TPA Híbrido, foram utilizados os seguintes softwares:

- ✓ MATLAB 7.0, (visualização de curvas gráficas)
- ✓ MSC PATRAN 2004, (criação virtual e malhado para FEM).
- ✓ MSC NASTRAN 2004, (solução estrutural dos modos normais por FEM).
- ✓ LMS SYSNOISE 5.5, (solução aérea modos normais por FEM).
- ✓ LMS VIRTUAL.LAB 7.0, (desenvolvimento de TPA Híbrido).

5. Metodologia das Medições

As seguintes etapas de desenvolvimento das medições, que contêm as técnicas metodológicas utilizadas, serão especificadas separadamente para TPA Estrutural e TPA Aéreo. Na obtenção das matrizes de transferência, $[H_{sim}]$, são mencionados os desenvolvimentos nos softwares de modelagem utilizados tanto para TPA Estrutural como para TPA Aéreo.

5.1 TPA Estrutural

Desde a montagem experimental (descrita no Item 4.2), foi conformada a análise da contribuição dos caminhos de transmissão via estrutural (TPA Estrutural), para quantificar as respostas de vibração (aceleração), dentro do carro modelo, desde a excitação experimental no compartimento do motor (fonte) até o compartimento de passageiros (receptor).

As grandezas são definidas como “operacionais” quando medidas e quantificadas em funcionamento da fonte de excitação (motor experimental do carro modelo) e “experimentais” quando medidas e quantificadas em ensaios sem a fonte de excitação ou por ensaios exteriores do carro modelo. Assim, a condição operacional da medição foi estabelecida quando o motor criado (conjunto *shaker*, viga e molas) excitava à estrutura do carro modelo (Figura 4.6).

A excitação utilizada foi um ruído aleatório de 0 a 1024 [Hz] (a força total do *shaker* entrava no ponto meio da viga) gerado pelo sistema software-hardware utilizado (ver Item 4.4).

5.1.1 Condições gerais

As condições gerais do TPA Estrutural foram baseadas na medição da resposta da aceleração operacional (ou seja, motor criado em funcionamento), para 2 pontos de resposta, devido às contribuições parciais de 2 caminhos de transmissão configurados na estrutura a analisar (pontos de medição e excitação na Figura 4.6).

Assim, da equação geral para TPA Estrutural (Equação 3.2), tem-se que:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_{1R} \\ \ddot{x}_{2R} \end{bmatrix}_{oper} = [H_{sim}] \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}, \quad (5.1)$$

onde:

$\ddot{x}_{1R}(\omega), \ddot{x}_{2R}(\omega)$ = resposta da aceleração operacional em ponto 1R e 2R, respectivamente, em função da frequência (espectro de frequência);

$f_1(\omega), f_2(\omega)$ = forças operacionais, determinadas indiretamente pelas técnicas CSM e MIM, excitando ao carro modelo nos pontos 1S e 2S, respectivamente, em função da frequência (espectro de frequência);

$[H_{sim}]$ = matriz de Transferência, determinada indiretamente por simulação numérica (FEM), (informação obtida desde os modos normais de vibração do carro modelo virtual).

A medição e/ou determinação de cada um dos termos descritos na relação anterior é detalhada nos seguintes itens.

5.1.2 Medições diretas para comparação

Na condição operacional, para os métodos da Inversão da Matriz e da Rigidez Complexa, as respostas finais, $(\ddot{x}_{1R}(\omega), \ddot{x}_{2R}(\omega))$, foram medidas diretamente com acelerômetros nas posições 1R e 2R, no conceito de comprovação das magnitudes a serem determinadas em TPA Híbrido. Também, na condição operacional, as forças operacionais de entrada, $(f_1(\omega), f_2(\omega))$, foram medidas diretamente com cabeças de impedância (canal de forças) nas posições 1S e 2S. Isto foi possível, sob condições controladas de laboratório, sendo muito difícil em estruturas reais, no conceito de

comprovação das magnitudes com as forças indiretas a serem calculadas com CSM e MIM.

5.1.3 Cálculo da Matriz de Transferência $[H_{sim}]$

No caso de TPA Estrutural, a matriz de transferência foi obtida através dos modos normais de vibração estrutural fornecidos na análise por elementos finitos (FEM). A geometria do corpo virtual e a malha foram confeccionadas com o software MSC PATRAN. Assim, o modelo virtual foi desenhado desde as suas superfícies e na sua malha foram utilizados elementos tipo “shell” (carcaça), quadrados de 4 nós, denominados “shell Quad4”. O número total de elementos foi de 1597. A malha foi elaborada com ferramentas do software, que confeccionavam os elementos quadrados com 5 [cm] de lado, na região de geometria regular. Elementos com outras formas foram utilizados, sempre que a geometria assim o exigia, mantendo a dimensão máxima de 5 cm. Esta malha pode ser vista na Figura 5.1.

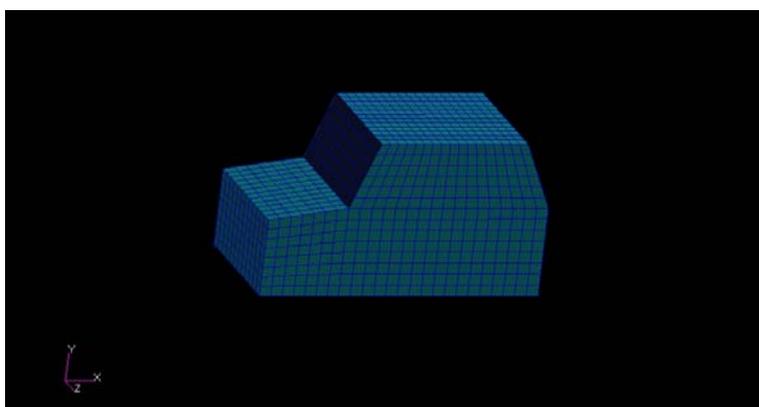


Figura 5.1: Malha de elementos finitos (“shell Quad4”), realizado em MSC PATRAN.

Como dito anteriormente, a informação do comportamento estrutural, para múltiplos caminhos de transmissão no carro modelo virtual, foi extraída do cálculo dos modos estruturais pelo método FEM. O procedimento de cálculo dos modos estruturais é baseado na extração dos auto-vetores entre as matrizes de Rigidez e Massa, que são inferidos desde o desenho e propriedades do modelo. Assim, o carro modelo virtual foi confeccionado com as mesmas características de dimensões e material do carro real. As propriedades do material (aço) aplicadas foram: módulo de Young $E = 2,07e11$ [N/m²],

coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$, densidade volumétrica $\rho = 7850$ [kg/m³], e espessura de todas as superfícies de 1[mm].

5.1.4 Determinação indireta das forças “operacionais”, pelo CSM.

Na técnica de CSM, aplicada no carro modelo, foram determinadas as forças “operacionais” segundo as seguintes relações:

$$f_{1(\text{CSM})} = K_1(\omega)_{\text{exp}} \cdot (x_{3S}(\omega) - x_{1S}(\omega))_{\text{oper}} \quad (5.2)$$

e

$$f_{2(\text{CSM})} = K_2(\omega)_{\text{exp}} \cdot (x_{4S}(\omega) - x_{2S}(\omega))_{\text{oper}}, \quad (5.3)$$

onde:

$x_{1S}(\omega)_{\text{oper}}, \dots, x_{4S}(\omega)_{\text{oper}}$ = deslocamentos operacionais, em função da frequência (espectros de frequência);

$K_1(\omega)_{\text{exp}}, K_2(\omega)_{\text{exp}}$ = FRF's de Rigidez Dinâmica Complexa, determinadas em ensaio dinâmico experimental.

Os deslocamentos operacionais foram determinados analiticamente utilizando o software MATLAB, com os dados das acelerações operacionais medidas nos pontos conectores das molas (pontos 1S, 2S, 3S e 4S), como visualizados na Figura 5.2.

Assim, supondo que o sistema é linear e não variante no tempo tem-se a relação linear utilizada, com $\omega = 2\pi f$ (f frequência em Hz), como:

$$x_{1S}(\omega)_{\text{oper}} = \frac{\ddot{x}_{1S}(\omega)_{\text{oper}}}{-\omega^2}. \quad (5.4)$$

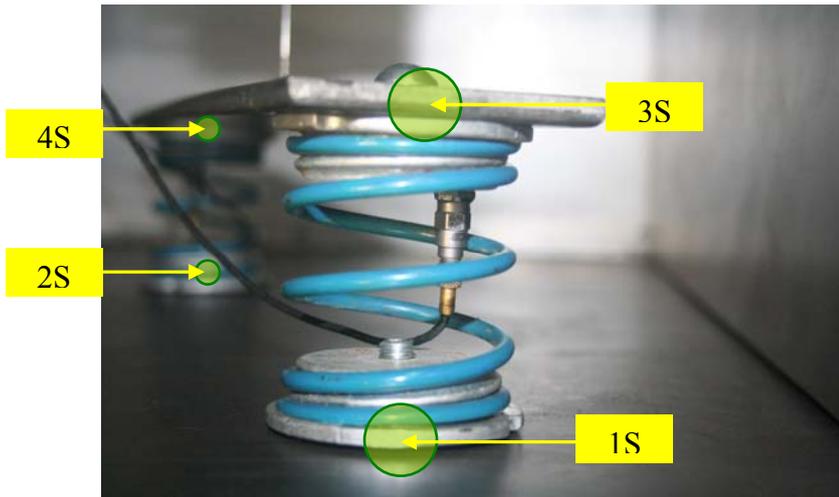


Figura 5.2: Medição das acelerações operacionais nos extremos de cada mola, para quantificação dos deslocamentos operacionais em CSM.

Por outro lado, as FRF's de Rigidez Dinâmica Complexa, $K_1(\omega)_{\text{exp}}$ e $K_2(\omega)_{\text{exp}}$, foram determinadas entre a excitação da mola (feita através do “Shaker” e medindo a força de entrada por uma cabeça de impedância) e a resposta de aceleração (acelerômetro) para o lado (superior) interno da mola no ensaio dinâmico. O lado inferior da mola fixou-se sobre uma base rígida (com grande massa) para impedir o movimento (deslocamento nulo). A configuração, do ensaio dinâmico experimental sobre uma das molas, pode ser vista na Figura 5.3.

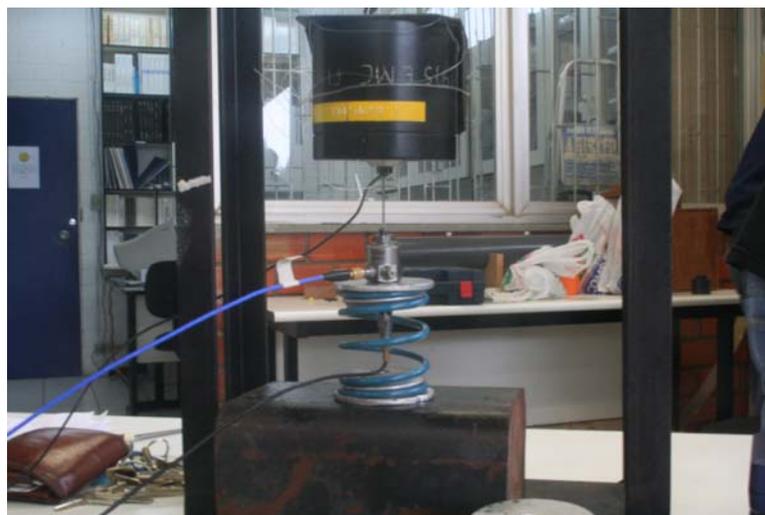


Figura 5.3: Medição experimental da FRF de Rigidez Dinâmica Complexa, ensaio dinâmico.

A FRF de Rigidez Dinâmica Complexa foi quantificada diretamente pelo software LMS TEST.LAB. Contudo, um fator de correção deve ser introduzido para quantificar a

massa equivalente representativa, m_{eq_i} , entre o ponto exato da medição de força (pela cabeça de impedância no canal de força) e a aceleração medida (pelo acelerômetro exatamente no ponto abaixo da superfície superior de alumínio da mola). Então a relação de quantificação correta de $K_1(\omega)_{exp}$ e $K_2(\omega)_{exp}$, fica:

$$K_i(\omega) = \left[\frac{F}{X}(\omega) \right]_i + m_{eq_i} \omega^2, \quad (5.5)$$

onde:

$$\left[\frac{F}{X}(\omega) \right]_i = \text{FRF } i\text{-ésima de Rigidez Dinâmica Complexa, determinada no}$$

software LMS TEST.LAB;

$m_{eq_i} \omega^2$ = fator de correção, com massa equivalente m_{eq_i} , e frequência angular $\omega = 2\pi f$.

Cabe mencionar, que os valores de massa equivalente m_{eq_i} para cada mola serão apresentados nos resultados (Capítulo 6).

5.1.5 Determinação indireta das forças “operacionais”, pelo MIM.

Neste método é utilizada uma maior quantidade de FRF's compondo a Matriz de Acelerâncias, para uma melhor estimacão das forças operacionais. Assim, foram estabelecidos mais pontos de medição (de acelerações), próximos dos pontos 1S e 2S, na superfície inferior da cavidade do motor do carro modelo.

Assim, realizaram-se medições experimentais sob excitação de forças (geradas pelo *shaker*) de ruído aleatório na faixa de frequência operacional, de 0 a 1024 [Hz]. Os pontos extras, utilizados no MIM, foram nomeados de 1S', 1S'', 2S' e 2S'', e podem ser vistos na Figura 5.4.

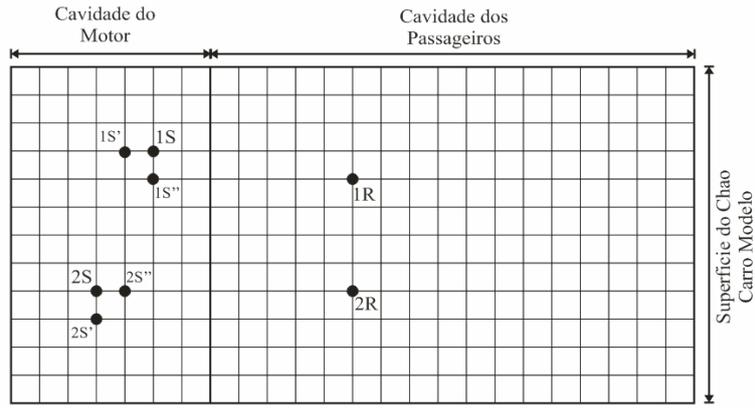


Figura 5.4: Pontos extras de medição de FRF's, MIM em TPA Estrutural.

Segundo o princípio de superposição, com mais pontos de medição tem-se menores erros na quantificação do vetor de forças (efeito similar ao de ter maior número de pontos numa regressão linear). Contudo, se a Matriz de Acelerâncias não é quadrada, a pseudo-inversa deve ser calculada através de métodos algébricos. Os dois métodos utilizados foram o “*Singular Value Decomposition*”, ou SVD, e o “*Least Squares Estimation*”, ou LSE, com o software MATLAB.

A relação final utilizada, para determinar as forças “operacionais”, em termos matriciais, foi definida como:

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_{1S} & \ddot{x}_{1S} \\ f_{1S} & f_{2S} \\ \ddot{x}_{1S'} & \ddot{x}_{1S'} \\ f_{1S} & f_{1S} \\ \ddot{x}_{1S''} & \ddot{x}_{1S''} \\ f_{1S} & f_{1S} \\ \ddot{x}_{2S} & \ddot{x}_{2S} \\ f_{1S} & f_{1S} \\ \ddot{x}_{2S'} & \ddot{x}_{2S'} \\ f_{1S} & f_{1S} \\ \ddot{x}_{2S''} & \ddot{x}_{2S''} \\ f_{1S} & f_{2S} \end{bmatrix}^+ \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x}_{1S} \\ \ddot{x}_{1S'} \\ \ddot{x}_{1S''} \\ \ddot{x}_{2S} \\ \ddot{x}_{2S'} \\ \ddot{x}_{2S''} \end{bmatrix}_{oper} = [H_{MIM}] \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x}_{1S} \\ \ddot{x}_{1S'} \\ \ddot{x}_{1S''} \\ \ddot{x}_{2S} \\ \ddot{x}_{2S'} \\ \ddot{x}_{2S''} \end{bmatrix}_{oper}, \quad (5.6)$$

onde:

$\ddot{x}_{1S}(\omega)_{\text{oper}}, \dots, \ddot{x}_{2S''}(\omega)_{\text{oper}}$ = resposta das acelerações operacionais, em pontos 1S até 2S'', respectivamente, em função da frequência (espectro de frequência);

$[H_{\text{MIM}}]$ = matriz do MIM, ou pseudo-inversa (símbolo “+”) da Matriz de Acelerâncias, determinada experimentalmente.

5.2 TPA Aéreo

Da montagem experimental (Item 4.3), foi realizada a análise da contribuição dos caminhos de transmissão via aérea (TPA Aéreo), para quantificar a resposta vibro-acústica, dentro do carro modelo (num ponto da cavidade dos passageiros), a partir de uma excitação experimental no compartimento do motor (fonte) até o compartimento de passageiros (receptor).

Cabe mencionar, neste ponto, que as medições foram realizadas para estabelecer comparações e obter resultados para ambos os casos mencionados na teoria de TPA Aéreo, SSM e MIM. No entanto, tais comparações não puderam ser traçadas no caso de MIM. Só as análises e resultados de SSM serão estabelecidos.

Da mesma forma que em TPA Estrutural, as grandezas são definidas como “operacionais” quando foram medidas e quantificadas em funcionamento da fonte de excitação (*shaker* excitando diretamente a estrutura). Medições definidas como “experimentais” não foram quantificadas (não foram realizados ensaios sem a fonte de excitação ou ensaios exteriores do carro modelo).

O tipo de excitação do *shaker* utilizada foi um ruído aleatório de 0 a 400 [Hz] gerado pelo sistema software-hardware utilizado (descritos em instrumentação do Item 4.4).

5.2.1 Condições gerais

As condições gerais do TPA Aéreo foram baseadas na medição da resposta da pressão sonora operacional, para 1 ponto de resposta, devida à contribuição vibro-

acústica dos painéis internos do carro modelo. Tal configuração foi feita para a quantificação de contribuições parciais segundo SSM, para uma divisão de 255 *patches*. Assim, em cada uma das 255 contribuições parciais foram medidas as acelerações normais, em condições operacionais, como magnitudes a serem transformadas, segundo as técnicas de SSM, em fontes pontuais de velocidades de volume operacionais.

Assim, da equação geral para TPA Aéreo (Equação 3.9), tem-se que:

$$[p_T] = [H_{sim}] \cdot \begin{bmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix}, \quad (5.7)$$

onde:

p_T = resposta da pressão sonora operacional, em ponto interior da cavidade dos passageiros em carro modelo, em função da frequência (espectro de frequência);

$Q_1(\omega), \dots, Q_n(\omega)$ = velocidades de Volume operacionais, determinadas indiretamente pelas técnicas de SSM, excitando ao carro modelo em “ n ” *patches* como fontes sonoras pontuais, em função da frequência;

$[H_{sim}]$ = matriz de Transferência, determinada indiretamente por simulação numérica (FEM), (informação obtida desde os modos de vibração e acústicos do carro modelo virtual).

A medição e/ou determinação de cada um dos termos descritos na relação anterior é detalhada nos itens seguintes:

5.2.2 Medição direta para comparação

Na condição operacional, para o SSM, a resposta final, (p_T), foi medida diretamente com um microfone, para comprovação posterior com as magnitudes a

serem determinadas em TPA Híbrido. A localização espacial do microfone (mencionada no Item 4.3) foi nas mesmas coordenadas de sua representação virtual em TPA Híbrido.

5.2.3 Cálculo da Matriz de Transferência $[H_{sim}]$

Da mesma forma que em TPA Estrutural, o cálculo da matriz de transferência foi obtido com a informação proporcionada na extração dos modos normais vibro-acústicos por FEM.

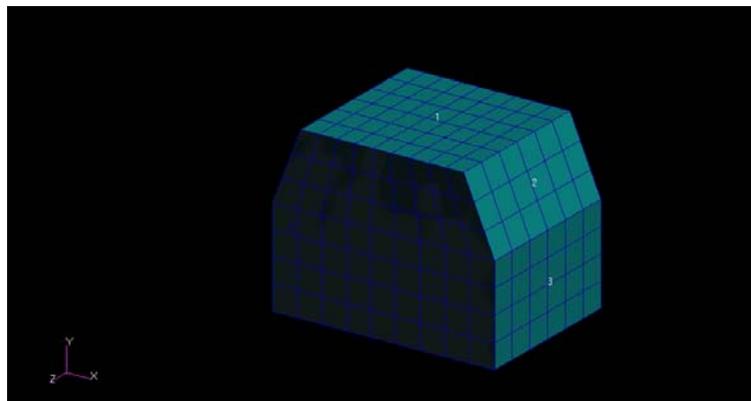


Figura 5.5: Corpo sólido virtual da cavidade de passageiros, realizado em MSC PATRAN.

Assim, foi necessária a construção da cavidade interior como um volume no software MSC PATRAN (Figura 5.5). A geometria escolhida foi de um corpo sólido e os elementos constituintes foram de forma hexagonal (6 lados) de 8 nós, chamados como “*solid Hex8*” (Figura 5.6).

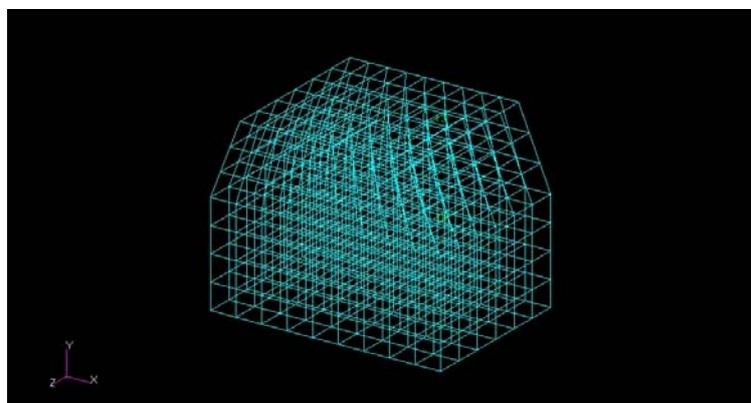


Figura 5.6: Visualização dos elementos sólidos (“*solid Hex8*”), realizado em MSC PATRAN.

O cálculo dos modos vibro-acústicos foi realizado com o software LMS SYSNOISE. Assim, o carro modelo virtual foi confeccionado com as mesmas características nas dimensões e material do carro real. As propriedades estruturais descritas para o aço são mencionadas na Seção 5.1.3. As propriedades acústicas são as do ar com densidade volumétrica $\rho=1,225$ [kg/m³] e velocidade do som $c=340$ [m/s].

Assim, foram determinados os modos vibro-acústicos (modos acoplados, numericamente por FEM), para a cavidade interior do carro modelo virtual, no software LMS SYSNOISE (Figura 5.7).

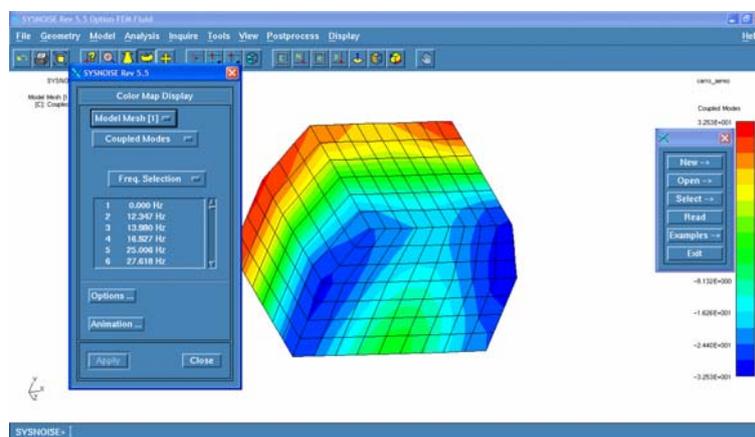


Figura 5.7: Visualização dos modos acoplados, realizado em LMS SYSNOISE.

Contudo, embora tenham sido determinados com sucesso os modos acoplados, a informação requerida para TPA Híbrido foi estabelecida por outras configurações próprias do software LMS VIRTUAL.LAB, a serem detalhadas no Capítulo 6.

5.2.4 Sobre as velocidades de volume “operacionais”, pelo SSM.

A quantificação das velocidades de volume não foi determinada em forma direta segundo as relações de SSM, mencionadas no Item 3.2.1. A explicação é similar a do cálculo da matriz de transferência, já que não são necessárias, em forma direta, para os requerimentos de análise da contribuição vibro-acústica por painéis em TPA Híbrido, desenvolvido no software LMS VIRTUAL.LAB, a serem mencionados e explicados no Capítulo 6.

6. Resultados e Análises

Neste capítulo são descritos os passos efetuados nas medições e quantificações para obtenção dos resultados e análises que levam à discussão dos diferentes parâmetros relacionados com as técnicas de TPA Estrutural e TPA Aéreo, aplicados ao carro modelo. São analisados também os resultados do conjunto medição-simulação no software LMS VIRTUAL.LAB, para TPA Híbrido.

6.1 TPA Estrutural

A descrição e análise dos resultados, para TPA Estrutural, se iniciam com a comparação das forças operacionais obtidas segundo os métodos CSM e MIM. Posteriormente será descrito o procedimento geral de TPA Híbrido. Finalmente, serão comparados os resultados das medições finais diretas e das quantificadas em TPA Híbrido.

6.1.1 Quantificação das forças “operacionais”

Nesta primeira etapa de análise dos resultados são comparadas as forças “operacionais” determinadas indiretamente com CSM e MIM. No método CSM foi preciso identificar as funções de resposta em frequência de Rigidez Dinâmica Complexa e os deslocamentos operacionais nos extremos de cada mola. Assim, duas curvas, mostradas na Figura 6.1, para $K_1(\omega)_{\text{exp}}$ e $K_2(\omega)_{\text{exp}}$, representantes da mola mole e da mola rígida, respectivamente, foram obtidas a partir do ensaio dinâmico (descrito nas seções anteriores).

Na Figura 6.1 vê-se uma resposta similar de um sistema linear de um grau de liberdade com diferentes frequências de ressonância para cada mola. Supondo que ambas as molas apresentam um comportamento linear, tem-se que a menor frequência de ressonância (próximo de 38 Hz) corresponde à mola mole (menor rigidez), e a maior frequência de ressonância (próximo de 49 Hz) corresponde à mola rígida (maior rigidez).

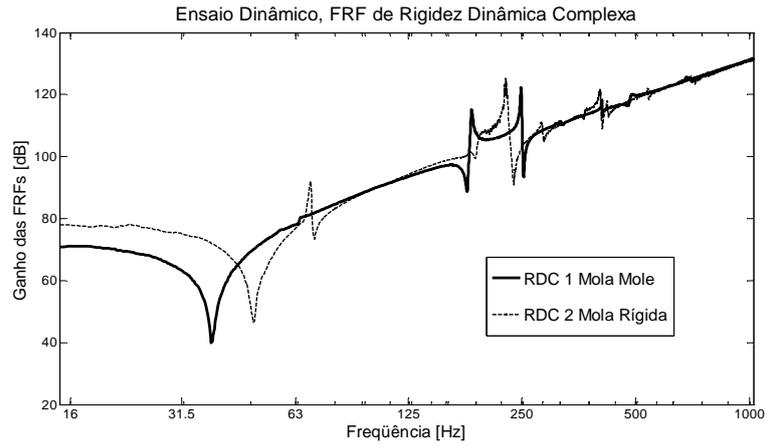


Figura 6.1: FRF's de Rigidez Dinâmica Complexa, ensaio dinâmico experimental.

Os valores das massas equivalentes, m_{eq_i} , introduzidos na correção das FRF's de Rigidez Dinâmica complexa, para cada mola foram calculados da seguinte maneira:

$$m_{eq_1} = m_{CI} + m_{Ch_M} + m_{1/3_M_1} = 0.0148 + 0.05 + 0.0163 = 0.0811 \approx 0.08 \text{ [gr]}$$

$$m_{eq_2} = m_{CI} + m_{Ch_M} + m_{1/3_M_2} = 0.0148 + 0.05 + 0.0246 = 0.0894 \approx 0.09 \text{ [gr]}$$

onde:

m_{CI} = massa da cabeça de impedância (14,8 [gr]);

m_{Ch_M} = massa da chapa de alumínio superior de cada mola (50 [gr]);

$m_{1/3_M_i}$ = massa equivalente da mola (1/3 do total, mola₁ 49 [gr], mola₂ 74 [gr]).

Por outro lado, no método MIM, foi utilizada uma maior quantidade de medições para quantificação das forças, com um fator de 3 (ver Item 3.1.2). Contudo, o cálculo da matriz Pseudo-Inversa não apresenta dificuldades, tendo dimensão 6x2. Os métodos algébricos, SVD e LSE, apresentaram resultados idênticos, sem grande esforço computacional.

Uma vez que são obtidas as forças operacionais, determinadas indiretamente pelos CSM e MIM, estas são comparadas com aquelas medidas diretamente (ver Figura 6.2). Na condição operacional, as forças operacionais de entrada foram medidas diretamente com cabeças de impedância nas posições de entrada de excitação sobre a estrutura, entre

a superfície da mola e a superfície do carro modelo. Isto foi possível, sob condições controladas de laboratório, apresentando muita dificuldade em estruturas reais, devido às mudanças impostas ao sistema.

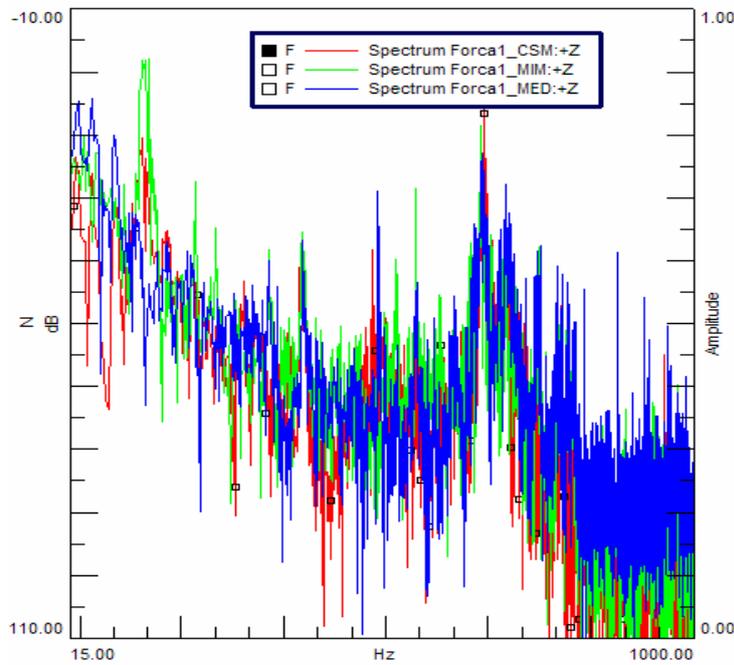
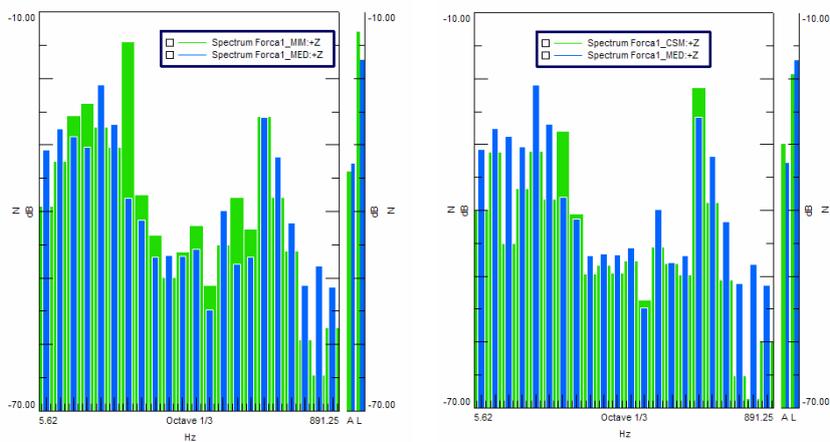
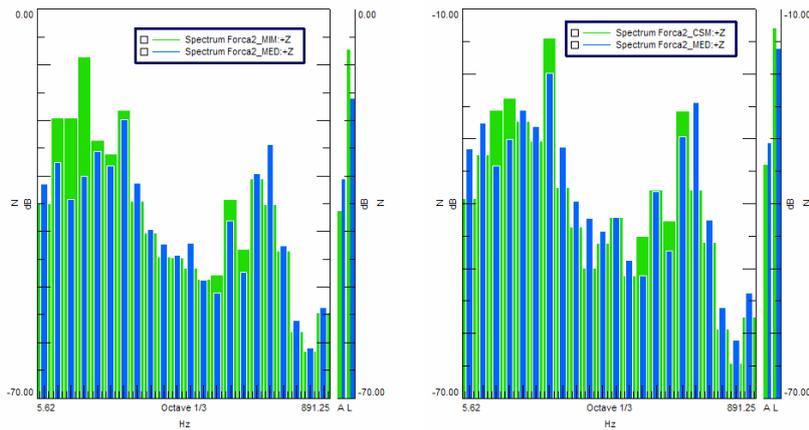


Figura 6.2: Espectros em frequência das forças operacionais obtidas em CSM e MIM, e por medição direta (MED).

Outra forma de comparação das magnitudes das forças é apresentada nas Figuras 6.3 a 6.6, em gráficos de barras por terço de oitavas (as medições diretas são identificadas com “MED”).



Figuras 6.3 e 6.4: Comparação das magnitudes das forças operacionais, força 1.



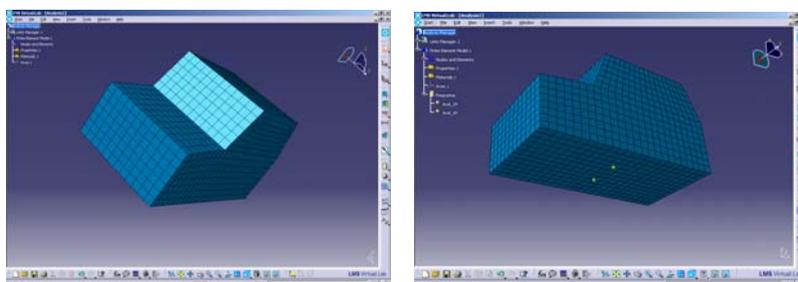
Figuras 6.5 e 6.6: Comparação das magnitudes das forças operacionais, força 2.

6.1.2 Análise da contribuição das forças, em TPA Híbrido.

Nesta etapa são apresentados os resultados obtidos com TPA Híbrido. Neste caso, medições experimentais/operacionais e simulações numéricas são utilizadas em conjunto. A ferramenta computacional utilizada, capaz de fornecer este conceito, foi o software LMS VIRTUAL.LAB. Este software trabalha sobre a plataforma CATIA e gera imagens 3D, além de uma grande quantidade de análises para problemas de engenharia, como ruído e vibrações, entre outros.

Os passos de trabalho realizado, no software LMS VIRTUAL.LAB, vem descritos a seguir:

1. Importação da malha de elementos finitos, confeccionada com o software MSC PATRAN (Figura 6.7);



Figuras 6.7 e 6.8: Visualização do carro modelo virtual. Pontos de resposta.

2. Inserção dos pontos de resposta (posicionados nos mesmos pontos de resposta medidos no carro modelo real) (Figura 6.8);

3. Definição da função de carga. Importação de forças operacionais (determinadas em CSM e MIM). Neste caso, a informação foi importada desde um arquivo “.lms” (do software TEST.LAB);

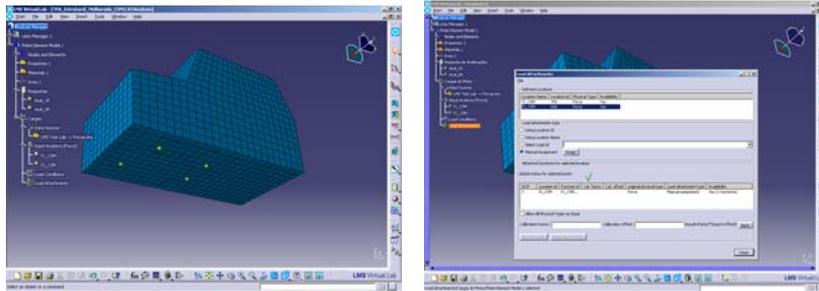


Figura 6.9 e 6.10: Pontos de carga (forças) e resposta. Anexo das forças.

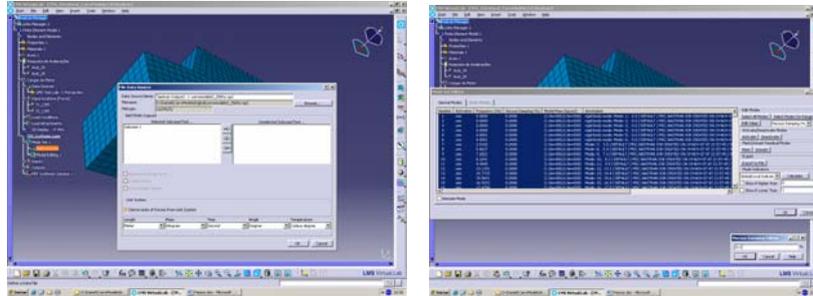
4. Definição das cargas como pontos de entrada de forças sobre a estrutura (Figura 6.9), anexando as condições necessárias (como por exemplo, grau de liberdade correto na direção de excitação) (Figura 6.10);

5. Visualização das curvas das cargas (forças). Opção gráfica do software LMS VIRTUAL.LAB que permite conferir a correta definição e estado das forças nos pontos de entrada (Figura 6.11);



Figura 6.11: Visualização das curvas gráficas das cargas (forças) do carro modelo virtual.

6. Importação do arquivo da solução da estrutura. Esta solução foi obtida por simulação numérica usando o método FEM. Neste caso, importado de um arquivo “.op2”, obtido com o software MSC NASTRAN (Figura 6.12);



Figuras 6.12 e 6.13: Importação da solução dos modos estruturais e edição do amortecimento viscoso.

7. Inserção do valor do amortecimento viscoso (aço 0,1 %), que inicialmente era 0%. No método FEM são utilizadas as matrizes de massa e rigidez no modelo virtual (Figura 6.13);

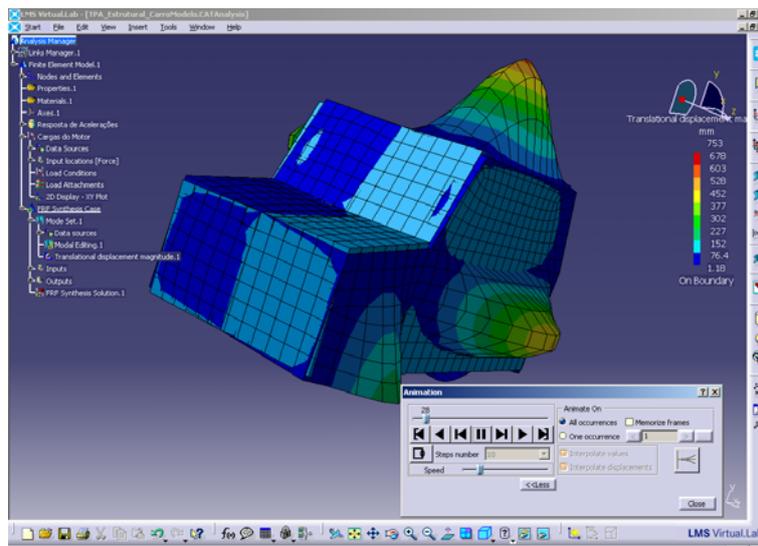


Figura 6.14: Visualização dos modos normais de vibração do carro modelo virtual.

8. Visualização dos modos normais de vibração estrutural do carro modelo virtual. Ferramenta de visualização do software LMS VIRTUAL.LAB. Dados dos modos estruturais do software MSC NASTRAN (Figura 6.14);

9. Atualização e visualização das Funções de transferência entre os pontos de interesse (de entrada das forças e saída nas respostas). Também, aqui é determinada a faixa e resolução em frequência a considerar;

10. Inserção da solução da resposta forçada (que considera as cargas colocadas das forças operacionais e as funções de transferência calculadas entre os pontos de interesse);

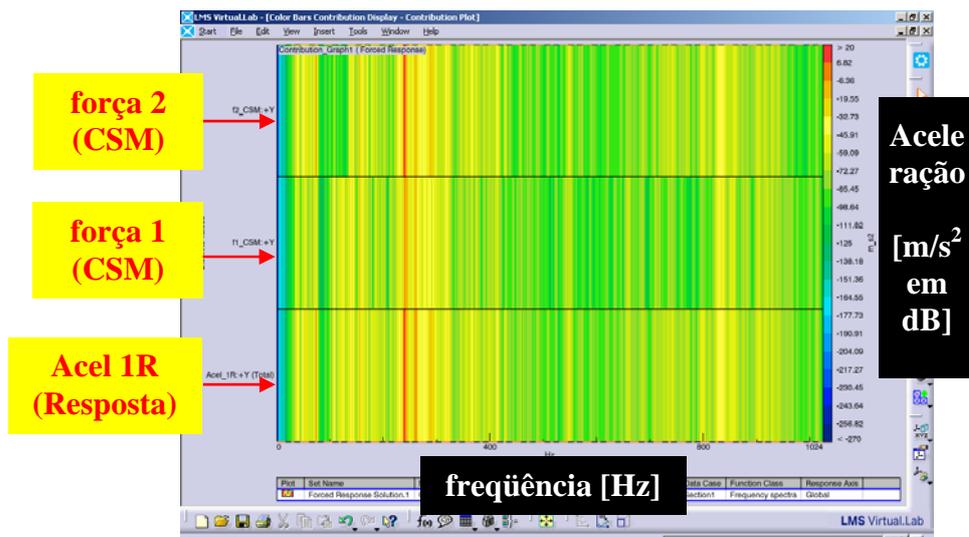


Figura 6.15: Visualização da contribuição, em frequência, das forças de entrada no carro modelo virtual, determinadas em CSM.

11. Visualização de comparação da contribuição entre as forças de entrada. Função chamada de “*Colors Bars Contribution Display*” (Figura 6.15);

12. Visualização de TPA Híbrido. Função chamada de “*Path Related Contribution Display*” (Figura 6.16).

Cabe mencionar, que a visualização da Figura 6.14 é composta por duas imagens do carro modelo virtual, uma com animação (cujas cores dependem da amplitude da aceleração produzida nos modos normais de vibração) e outra fixa (em azul).

Na Figura 6.15, são visualizadas as contribuições das forças, no domínio da frequência, em barras horizontais. A primeira barra apresenta a força f_2 , a barra do meio a força f_1 e a última a contribuição total, no ponto de resposta de aceleração 1R.

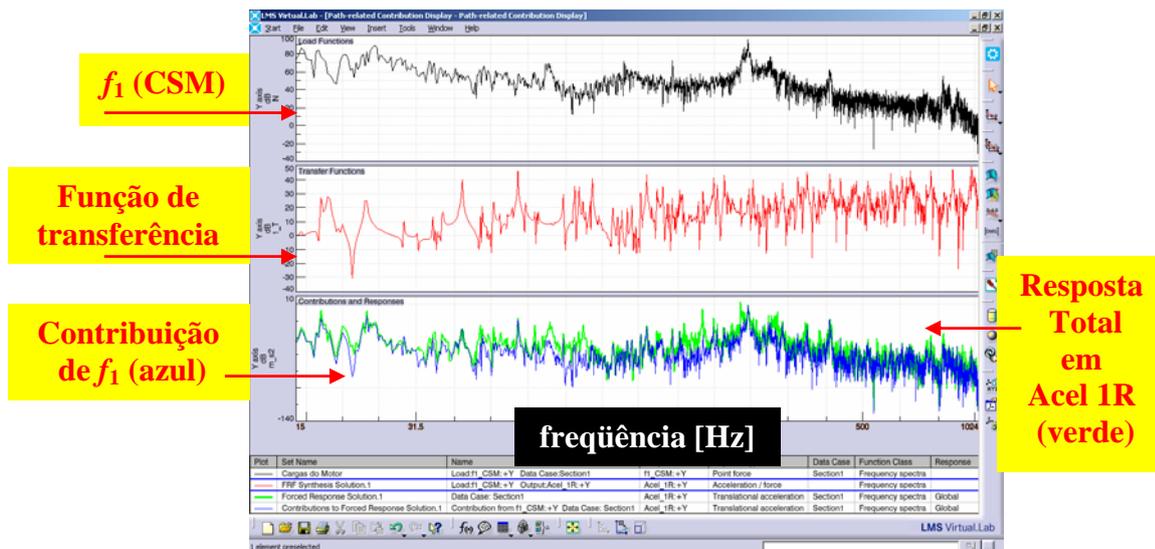


Figura 6.16 Visualização da contribuição específica de uma força, na contribuição total.

A Figura 6.16, representa o último passo de quantificação dos caminhos de transmissão, na função gráfica “*Path Related Contribution Display*”, do software LMS VIRTUAL.LAB. Esta figura permite enxergar todas as grandes etapas do conceito de TPA, apresentando, de cima para baixo, a carga, a função de transferência e, no último gráfico, a contribuição por uma carga específica e a contribuição total (por todas as cargas) no ponto de resposta especificado.

6.1.3 Comparação das respostas finais

A última etapa de análise é a comparação dos resultados determinados por TPA Híbrido com os determinados diretamente nas respostas finais das acelerações.

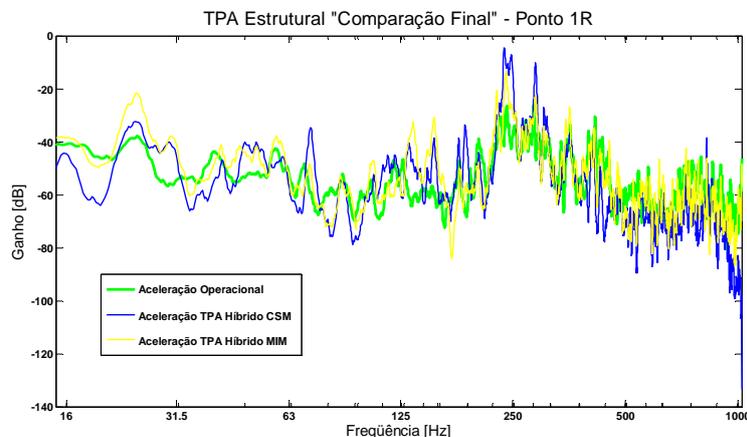


Figura 6.17: Visualização da comparação final de resultados do TPA Híbrido (com CSM e MIM) e os medidos diretamente, acelerações no ponto 1 de resposta.

As respostas finais das acelerações foram medidas com acelerômetros nas posições de resposta, no carro modelo real, em condição operacional.

Na figura 6.17 vê-se a similaridade entre as curvas da aceleração operacional medida e da aceleração obtida por TPA Híbrido, para o ponto de resposta denominado 1R. Na Figura 6.18 vê-se a similaridade da mesma forma para o ponto 2R.

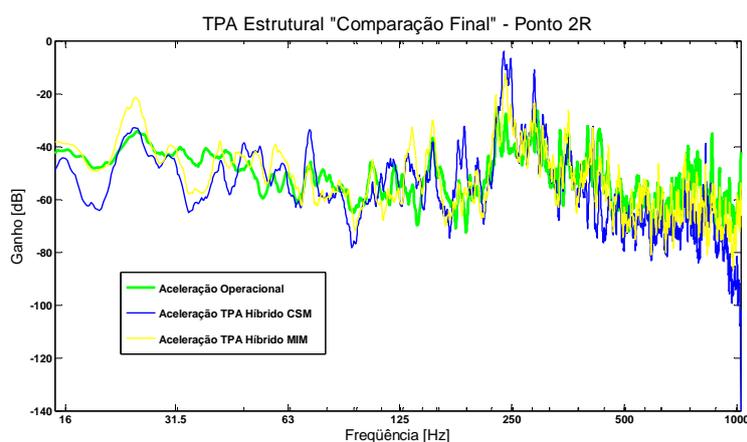


Figura 6.18: Visualização da comparação final de resultados do TPA Híbrido (com CSM e MIM) e os medidos diretamente, acelerações no ponto 2 de resposta.

6.2 TPA Aéreo

Na descrição dos resultados para TPA Aéreo, será mostrado o procedimento geral de TPA Híbrido para análise das contribuições por painéis e serão comparados os resultados das medições finais diretas com as quantificadas em TPA Híbrido.

6.2.1 Análise das contribuições por painéis, em TPA Híbrido.

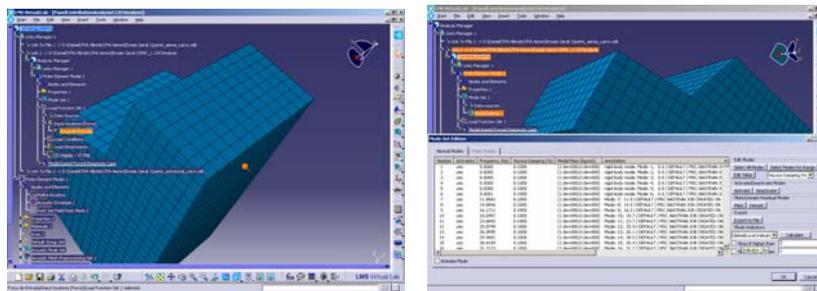
Da mesma forma que para TPA Estrutural, o software utilizado, de análise das contribuições por painéis, foi o LMS VIRTUAL.LAB. Embora as bases teóricas sejam similares, tem-se uma grande diferença na abordagem do desenvolvimento de TPA Híbrido para o caso aéreo.

Foi necessário, então, a utilização do corpo virtual estrutural (membrana que representa as placas do carro modelo) e o corpo virtual aéreo (representante do espaço

aéreo interior das cavidades interiores do carro modelo) para relacionar as propriedades e características das partes estrutural e acústica. Assim, das formas definidas do software utilizado têm-se os seguintes passos estabelecidos:

1. Importação do corpo estrutural (malha elementos “*shell*”, ou carcaça) e definição do ponto de excitação (força) (Figura 6.19). Importação da solução estrutural (modos normais estruturais, importado em arquivo “.*op2*”);

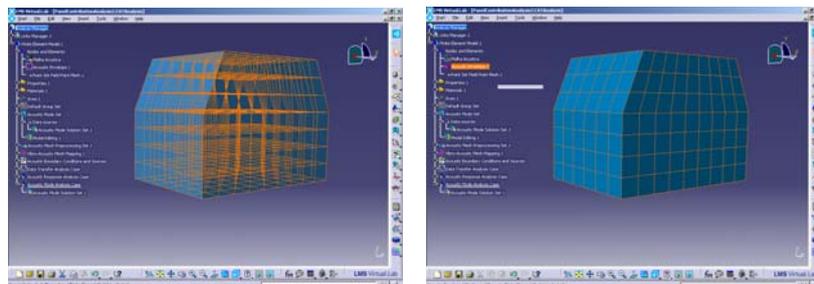
2. Solução da resposta forçada para o ponto de excitação (força medida operacionalmente, importada em arquivo “.*txt*”) com a determinada solução modal estrutural (com amortecimento viscoso, aproximado, do aço de 0,1 %) (Figura 6.20);



Figuras 6.19 e 6.20: Visualização ponto de excitação e edição do amortecimento viscoso na parte estrutural.

3. Importação do corpo aéreo (malha elementos sólidos, importado desde arquivo “.*sdb*”). Definição das características do fluido ar e aplicação no corpo aéreo (Figura 6.21);

4. Criação da malha “*envelope*” (superfície plana de contorno exterior da malha aérea). Opcional: verificação de estado (elementos e nós) da malha aérea (Figura 6.22);



Figuras 6.21 e 6.22: Visualização malha aérea e malha “*envelope*”.

5. Definição ponto de resposta (microfone), como um ponto numa malha de campo de pontos (“*Field Point Mesh*”) (Figura 6.23);

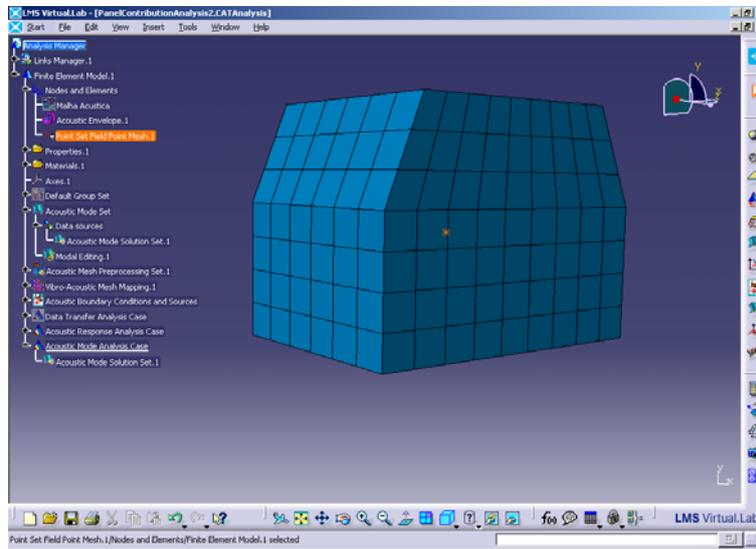


Figura 6.23: Visualização ponto de resposta, interior cavidade aérea.

6. Criação de grupos para conformar os painéis interiores do carro modelo virtual. Foram os 8 correspondentes a todas as superfícies planas direcionadas para a cavidade dos passageiros. Foram nomeados como “Painel Lateral Esquerdo”, “Painel Traseiro”, “Painel Janela Traseira”, “Painel Lateral Direito”, “Painel Chão”, “Painel Janela Frente”, “Painel Corta Fogo” e “Painel Teto” (Figura 6.24);

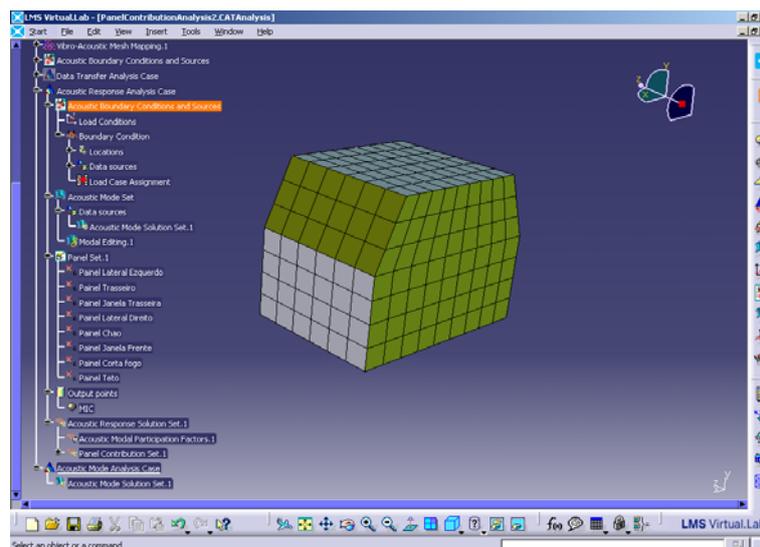


Figura 6.24: Visualização dos 8 painéis definidos, (embaixo de “Panel Set”)

7. Solução dos modos normais acústicos (malha aérea, dentro do software LMS VIRTUAL.LAB). Opcional: Edição do amortecimento viscoso (utilizado 1%);
8. Mapeamento de malha vibro-acústica. Aqui é definido como será representada a malha estrutural na malha de acoplado (malha de “envelope”). Assim, aqui se têm 4 algoritmos de refinamento para o mapeamento;
9. Transferência de dados. Neste passo é definida a transferência de dados estruturais dos resultados da resposta forçada (Pontos 1 e 2) da malha “envelope” (definido no Ponto 8);
10. Definição de fontes e condições de contorno. Este é um passo crítico na análise da resposta acústica na cavidade interior do carro modelo. Aqui é definida a informação estrutural como uma condição de contorno geral sobre a malha de acoplamento (malha de “envelope”);
11. Análise da resposta acústica. Esta análise é baseada nas condições de contorno estabelecidas (Passo 10), dos modos acústicos determinados (Passo 7), dos grupos ou painéis criados (Passo 6) e da definição do ponto de resposta (Passo 5);

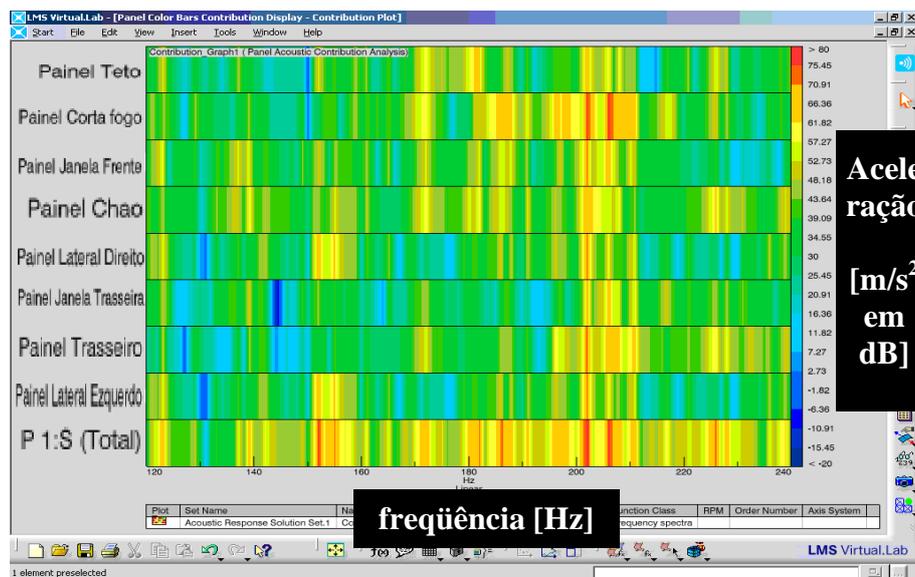


Figura 6.25: Visualização da contribuição dos 8 painéis, e contribuição total no ponto de resposta.

12. Solução da resposta acústica. Visualização geral da contribuição por painéis em “*Panel Color Bars Contribution Display*” (Figura 6.25);

13. Visualização parcial da contribuição por cada painel em “*Panel Partial Sum Contribution Display*” (Figura 6.26).

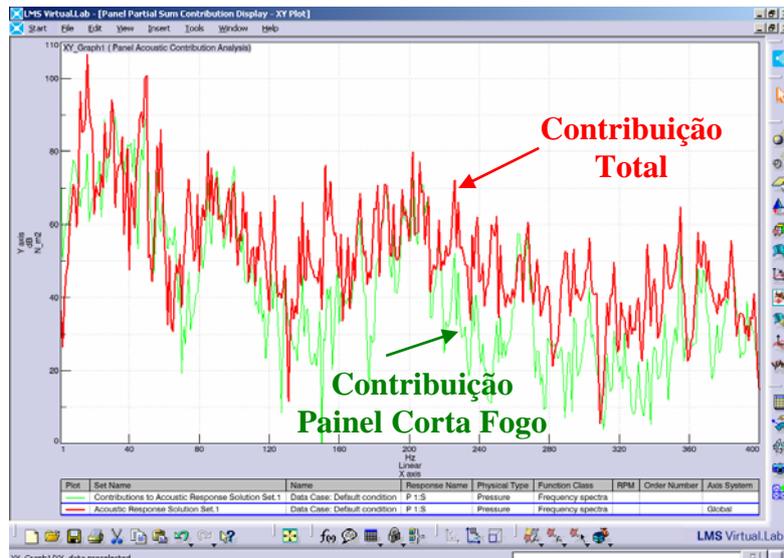


Figura 6.26: Visualização da contribuição do “Painel Corta Fogo” (verde), e contribuição total no ponto de resposta (vermelho).

A Figura 6.26, que representa o último passo de quantificação da contribuição acústica por painéis vibrantes como caminhos de transmissão para TPA Aéreo, permite ver separadamente a contribuição parcial de cada painel.

6.2.2 Comparação das respostas finais

A última etapa de análise tem a ver com a comparação dos resultados determinados em TPA Híbrido com os resultados obtidos por medição da pressão sonora, realizada com um microfone na posição de resposta, no carro modelo real, em condição operacional.

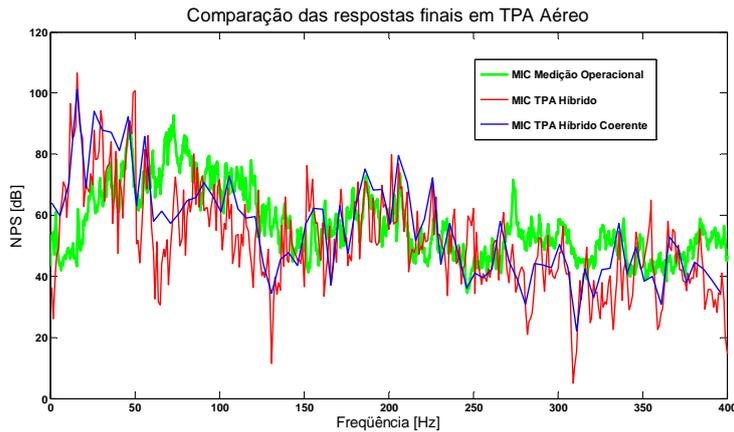


Figura 6.27: Visualização da comparação final de resultados do TPA Híbrido Aéreo, medido operacionalmente e com TPA Híbrido de Espectro Coerente.

Na Figura 6.27, da visualização das respostas finais, foi introduzida a resposta chamada de “TPA Híbrido de Espectro Coerente”, que é formada pela soma energética de todas as contribuições parciais por cada elemento componente “*patch*” (superfícies virtuais S_i de cada um dos 8 painéis definido em TPA Híbrido) quando são relacionadas diretamente com as medições realizadas (acelerações operacionais). Tal relação é realizada através das coerências entre excitação (aceleração) e o sinal captado pelo microfone. Em outras palavras, aqui foi utilizado o chamado espectro coerente, o qual é utilizado em tratamento digital de sinais para estabelecer um melhor relacionamento entre o espectro de saída (resposta) e os espectros de múltiplas entradas (excitações de entrada). Assim, cada auto-espectro de solução parcial de cada “*patch*” estabelecida em TPA Híbrido foi multiplicado pelo quadrado da função de coerência (entre a aceleração operacional do mesmo “*patch*” real e o sinal do microfone de resposta em condição operacional nas medições). Matematicamente:

$$G_{\text{MedOper}} = \sum_{i=1}^n \left(G_{\text{VL}_{S_i}} \cdot \gamma_{S_i}^2 \right), \quad (6.1)$$

onde:

G_{MedOper} = auto-espectro de resposta (pressão sonora do microfone medido em condições operacionais);

$G_{VL_{S_i}}$ = auto-espectro de resposta parcial, quantificado em TPA Híbrido (software VIRTUAL.LAB), no *i*-ésimo “*patch*” (superfície virtual S_i);

$\gamma_{S_i}^2$ = função de coerência (quadrada), que relaciona a excitação (aceleração operacional) do *i*-ésimo “*patch*” (superfície real S_i) com a resposta (pressão sonora do microfone medido em condições operacionais).

Informação adicional a respeito da teoria base sobre as funções de coerência e funções de resposta em frequência (FRF's) podem ser encontradas em Anexo 1.

7. Conclusões

Foram quantificados e analisados os caminhos de transmissão vibro-acústicos com sucesso, num modelo de estudo, para medições realizadas em condições controladas de laboratório.

Um carro modelo, em escala, foi utilizado, tendo-se um ótimo modelo de estudo, adequado para medições e simulação numérica por computadores (Capítulo 4).

Foi descrita e desenvolvida a inovadora técnica de TPA Híbrido, com resultados satisfatórios, no carro modelo virtual, trabalhando no software LMS VIRTUAL.LAB. As análises integraram medições experimentais e simulação numérica pelo método dos elementos finitos (FEM) para TPA Estrutural e TPA Aéreo (Itens 6.1.2 e 6.2.1).

Foram separadas as análises segundo a via de transmissão do ruído, ou seja, para TPA Estrutural (vibrações) e TPA Aéreo (acústico). As duas abordagens foram estabelecidas em separado, também, para o desenvolvimento de TPA Híbrido.

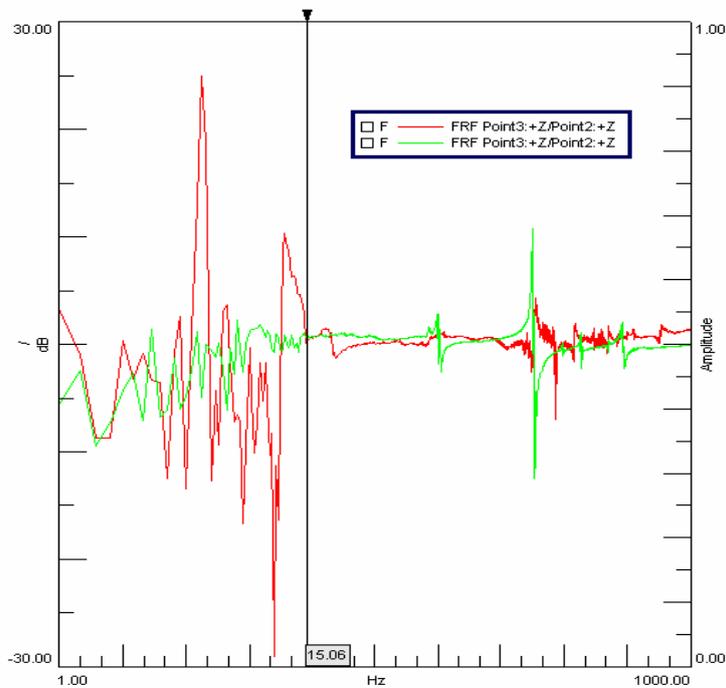


Figura 7.1: Visualização FRF Adimensional, faixa de frequência “não confiável de medição”.

Cabe mencionar que para todas as medições realizadas foi estabelecida uma faixa “não confiável de medição” em baixas frequências (de 0 [Hz] até 15 [Hz]). Isto se deve, entre outras razões, pela faixa de frequência utilizável dos instrumentos e pela cadeia hardware-software utilizados. A Figura 7.1 ilustra a “faixa não confiável de medição” para uma FRF unidimensional entre dois pontos.

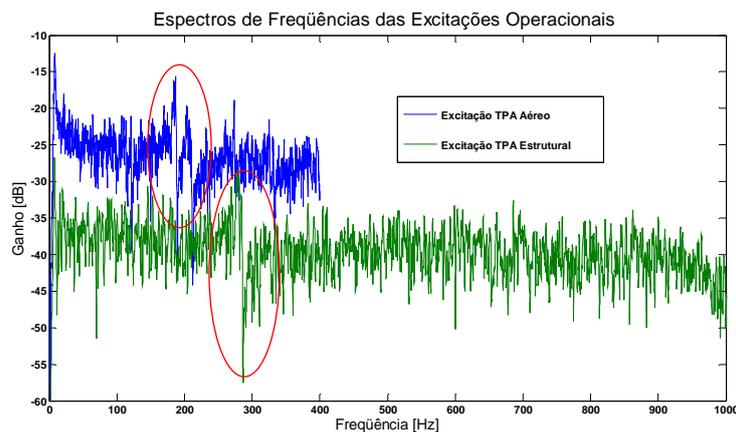


Figura 7.2: Visualização Excitações utilizadas em TPA Aéreo e TPA Estrutural, erros de ressonância do “Shaker”.

Na Figura 7.1, vê-se uma ressonância, entre 200 [Hz] e 300 [Hz], própria da frequência natural da montagem de excitação (sistema do “shaker”, “stinger” e a cabeça de impedância) utilizado em todas as medições. Esta ressonância muda de valores nesta faixa de frequências devido à intensidade da excitação e/ou à massa a excitar. Dessa forma, na Figura 7.2 são apresentados os pontos críticos (elipse vermelha) no gráfico dos ganhos das excitações utilizadas em TPA Aéreo (de 0 até 400 [Hz]) e TPA Estrutural (de 0 até 1000 [Hz]).

7.1 Conclusões Específicas em TPA Estrutural

Foram desenvolvidos e comparados os métodos (descritos na teoria base de TPA Estrutural) e técnicas de medição, com sucesso, no carro modelo sob condições de excitação artificial (simulando condições operacionais) com a utilização de um motor experimental criado.

Foram comparados e analisados os resultados, satisfatoriamente, dos métodos CSM e MIM para a determinação indireta das forças operacionais, em TPA Estrutural,

sendo comprovada uma grande similaridade de ambos os métodos, com as forças operacionais medidas diretamente, de modo especial neste estudo (Item 6.1.1).

Foram comparados os resultados finais da resposta de aceleração na avaliação dos caminhos de transmissão de TPA Estrutural, no carro modelo, por TPA Híbrido e por medição direta experimental, sendo comprovada uma correta correlação e similaridade nas suas curvas de resposta (Item 6.1.3).

Foram descritas algumas variáveis que influem nas medições experimentais, como o fator de correção da massa equivalente (Itens 5.1.4 e 6.1.1) para CSM e o uso do princípio de superposição, para melhor determinação da matriz de Acelerâncias e cálculo da matriz não quadrada como pseudo-inversa em MIM (Item 5.1.5). Houve êxito nas suas aplicações.

Finalmente, foi estabelecida a vigência satisfatória dos métodos e técnicas de TPA Estrutural clássicos a serem utilizadas em conjunto com as técnicas modernas de simulação numérica computacional em TPA Híbrido.

7.2 Conclusões Específicas TPA Aéreo

Foi desenvolvido um dos métodos, descritos na teoria base de TPA Aéreo, e as técnicas de medição do carro modelo, sob condições de excitação artificial (simulando condições operacionais) para quantificação, das contribuições dos painéis internos do carro modelo, no ruído interior da cavidade de passageiros.

Não foram comparados e analisados os resultados, dos dois métodos SSM e MIM para a determinação indireta das velocidades de volume operacionais, em TPA Aéreo. Isto ocorreu por não se ter desenvolvido as técnicas de MIM e por não serem necessárias nos procedimentos de desenvolvimento no software LMS VIRTUAL:LAB para TPA Híbrido. Porém, as medições de SSM foram integradas nos resultados de “TPA Híbrido de espectro Coerente”, apresentado e explicado no Item 6.2.2.

Foram comparados os resultados finais da resposta de pressão sonora na avaliação das contribuições por painéis, em TPA Aéreo no carro modelo, por TPA Híbrido, por

medição direta experimental e por TPA Híbrido de Espectro Coerente, sendo comprovada uma regular correlação nas suas curvas de resposta (Item 6.2.2).

Cabe destacar, dos gráficos apresentados nos resultados finais, que na faixa de frequências entre 135 [Hz] até 270 [Hz] foi encontrada uma correta correlação (Figura 6.6). Assim, nesta faixa a maior contribuição por painéis foi à relacionada ao “Painel Corta Fogo” em frequências próximas a 200 [Hz] (Figuras 6.24 e 6.25). Além disso, é identificada a influência do primeiro modo acústico da cavidade acústica, que está próximo a 208 [Hz]. Este modo coincide com os altos valores de pressão sonora encontrados nessa faixa de frequências (veja valores dos modos em Figura 7.3).

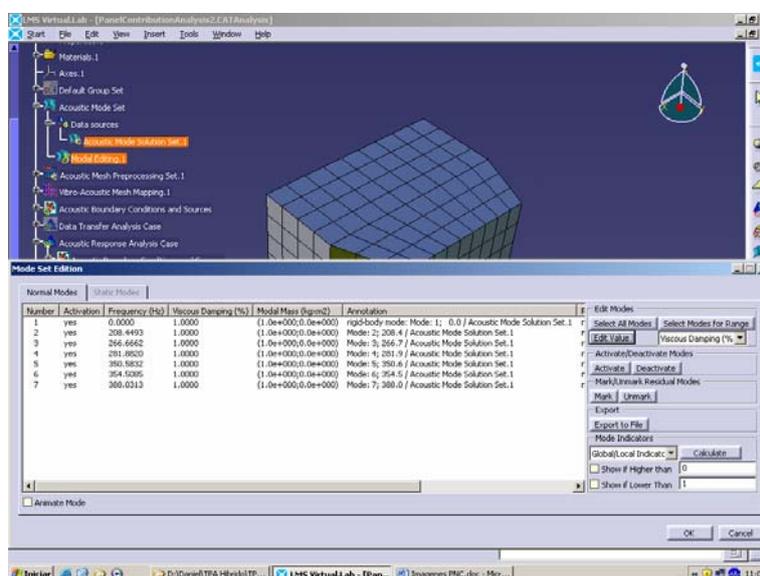


Figura 7.3: Visualização dos modos normais acústicos em TPA Aéreo.

As contribuições dos painéis ao ruído interior de cavidades foram estabelecidas com sucesso para TPA Aéreo dentro do TPA Híbrido. Isto pode ser afirmado quando se leva em conta os erros inseridos pela instrumentação na medição experimental e por algumas variáveis que influem sensivelmente nos procedimentos de simulação numérica, que podem ser vistos nos Itens 5.2.3 e 6.2.1, como os tipos de elementos e as características dos materiais e fluidos, na análise modal numérica estrutural, acústica e acoplada.

7.3 Projeções e Futuros Trabalhos

No presente trabalho, foi estabelecido uma seqüência metodológica para desenvolvimentos de TPA Híbrido, na parte estrutural e vibro-acústica. Foram encontradas múltiplas ferramentas contidas no software utilizado (LMS VIRTUAL.LAB), para otimização destas técnicas. Assim, os trabalhos futuros relacionados com TPA podem especificar outras ferramentas e técnicas a fim de desenvolver soluções para problemas de ruído e vibrações.

Futuramente, podem-se analisar medições meramente experimentais da matriz de transferência em técnicas como “TPA Binaural” ou “*Operational TPA*” (descritas brevemente em capítulo 2). Também, podem-se analisar e comparar resultados entre SSM e MIM para TPA Aéreo.

Sugere-se que os trabalhos futuros devem ser enfocados nas quantificações operacionais, que são a causa de ruídos não estudados neste trabalho, como o ruído de estrada “*road noise TPA*” ou aerodinâmico (produzido em veículos reais quando estão em funcionamento operacional) e avaliar “*in situ*” o principal componente de contribuição sonora “*principal component analysis*”.

8. Bibliografia e Referencias

[1] LMS INTERNATIONAL, “*Transfer Path Analysis: The quantification and qualification of vibro-acoustic transfer paths*”. Application notes.

[2] P. PADILHA, “*Comparação de Técnicas de Análise de Caminhos de Transferência Vibroacústicos*”. Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Brasil, 2006.

[3] H. VAN DER AUWERAER, P. MAS, S. DOM, A. VECCHIO, K. JANSSENS, P. VAN DE PONSEELE, “*Transfer Path Analysis in The Critical Path of Vehicle Refinement: The Role of Fast, Hybrid and Operational Path Analysis*”. SAE Technical Paper Series, 2007-01-2359, 2007.

[4] W. HENDRIX, Y. B. CHOI, S. W. HA, H. K. LEE, “*Experimental Body Panel Contribution Analysis for Road Induced Interior Noise of a Passenger Car*”. SAE Technical Paper Series, 971913, 1997.

[5] G. KONERS, “*Panel Noise Contribution Analysis: An Experimental Method for Determining the Noise Contributions of Panels to an Interior Noise*”. SAE Technical Paper Series, 2003-01-1410, 2003.

[6] C. V. KURMANIAK, C. VAN KARSEN, W. R. KELLEY, “*Application of Indirect Force Estimation Techniques to the Automotive Transfer Case*”. SAE Technical Paper Series, 1999-01-1764, 1999.

[7] A HAKAN, “*Noise Path Identification for Vibro-Acoustically Coupled Structures*”. Tese de Doutorado, METU, Turquia, 2004.

[8] J. PLUNT, “*Strategy for Transfer Path Analysis (TPA) Applied to Vibro-Acoustic System at Medium and High Frequencies*”. Proc. ISMA 23, Bélgica.

[9] SAMIR N. Y. GERGES, “*Ruídos e Vibrações Veiculares*”. MR Editora, Brasil, 2005.

[10] J. PLUNT, “*Finding and Fixing Vehicle NVH Problems with Transfer Path Analysis*”. Sound and Vibration, 39 no11, November 2005.

[11] K. GENUIT, J. POGGENBURG, “*The Design of Vehicle Interior Noise Using Binaural Transfer Path Analysis*”. SAE Technical Paper Series, 1999-01-1808, 1999.

[12] K. GENUIT, W. R. BRAY, “*A Virtual Car: Prediction of Sound and Vibration in an Interactive Simulation Environment*”. SAE Technical Paper Series, 2001-01-1474, 2001.

[13] N. W. ALT, N. WIEHAGEN, M. W. SCHLITZER, “*Interior Noise Simulation for Improved Vehicle Sound*”. SAE Technical Paper Series, 2001-01-1539, 2001.

[14] K. R. DUBBAKA, F. J. ZWENG, S. U. HAQ, “*Application of Noise Path Target Setting Using the Technique of Transfer Path Analysis*”. SAE Technical Paper Series, 2003-01-1402, 2003.

[15] K. WYCKAERT, H. VAN DER AUWERAER, “*Operational Analysis, Transfer Path Analysis, Modal Analysis: Tools to Understand Road Noise Problems in Cars*”. SAE Technical Paper Series, 951251, 1995.

[16] B. S. KIM, G. J. KIM, T. K. LEE, “*The identification of tyre induced vehicle interior noise*”. Applied Acoustics, 68 pp 134–156, 2007.

[17] P. J. G. VAN DER LINDEN, J. K. FUN, “*Using Mechanical-Acoustic Reciprocity for Diagnosis of Structure Borne Sound in Vehicles*”. SAE Technical Paper Series, 931340, 1993.

[18] B.-K. KIM, J.-G. IH, “*In-situ estimation of an acoustic source in an enclosure and prediction of interior noise by using the principle of vibroacoustic reciprocity*”. J. Acoust. Soc. Am., Vol. 93, No. 5, May 1993.

[19] G. GUIMARÃES, “*Desenvolvimento de Análise por Trajetórias Vibroacústicas para Aplicação Automotiva*”. Dissertação de Mestrado, UFMG, 2008.

[20] SAMIR N. Y. GERGES, “*Ruído: Fundamentos e Controle*”. CBSSI, Brasil, 2000.

[21] A. NUNES, “*Análise Modal Teórica e Experimental Acústica de Cavidades com Absorção Sonora*”, Dissertação de Mestrado, UNICAMP, 2001.

[22] F. DEBLAUWE, “*LMS – SMARTtech Presentation Day 2005*”, 2005.

[23] M. MOOSER, J.L BARROS, “*Ingenieria Acústica*”, 2007.

[24] LMS INTERNATIONAL, “*Theory and background: Signal processing, Acoustic and sound quality, time data processing, analysis and design*”, 2002.

Anexo 1: Análises Espectrais de Sinais e FRF's

A análise espectral e as funções de resposta em frequência utilizadas neste trabalho são baseadas na teoria de análises espectrais de sistemas lineares com parâmetros constantes (não variantes no tempo). Assim, pode-se assumir um sistema ideal como apresentado na Figura A1.1.

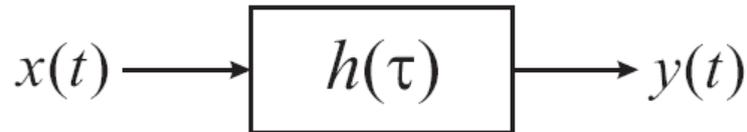


Figura A1.1: Sistema linear ideal, no tempo.

Do sistema físico linear ideal pode-se comparar a similaridade entre suas quantidades medindo a sua correlação. A função de auto-correlação $R_{xx}(\tau)$ é encontrada tomando um sinal e comparando-o com uma diferente versão, no tempo, de si mesmo. Assim, é obtida desde a seguinte relação:

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_T x(t)x(t+\tau) dt. \quad (\text{A1.1})$$

A medida de similaridade entre dois diferentes sinais é chamada de correlação cruzada, no domínio do tempo definida como:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_T x(t)y(t+\tau) dt. \quad (\text{A1.2})$$

Aplicando a Transformada de Fourier, nas Equações (A1.1) e (A1.2), obtêm-se as funções espectrais, ou seja, no domínio da frequência, de auto-espectro S_{xx} (do mesmo modo para S_{yy}) e de espectro cruzado S_{xy} , respectivamente. As relações entre estas funções espectrais são definidas como:

$$S_{yy}(f) = |H(f)|^2 S_{xx}(f), \quad (\text{A1.3})$$

$$S_{xy}(f) = H(f)S_{xx}(f). \quad (\text{A1.4})$$

O espectro cruzado é um valor complexo, com informação de magnitude e fase entre dois sinais diferentes. O auto-espectro é um valor real, sem informação de fase, e definido desde uma media de multiplicações entre espectros de frequência discretos (de um mesmo sinal).

O auto-espectro S_{xx} é chamado de “lado duplo”, já que é simétrico com respeito à frequência zero. Porém, valores positivos em frequência são tomados em conta nas medições num chamado auto-espectro de “lado único” identificado (para $f > 0$) como:

$$G_{xx} = 2S_{xx}. \quad (\text{A1.5})$$

A função de resposta em frequência é definida, das Equações (A1.1) até (A1.5), entre as funções de espectro cruzado e auto-espectro, como:

$$H(f) = \frac{G_{xy}(f)}{G_{xx}(f)}. \quad (\text{A1.6})$$

Um outro estimador muito utilizado e diretamente relacionado com o mencionado anteriormente, é a função de coerência (ou chamada de função de coerência ordinária), definida como:

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_{xx}(f)G_{yy}(f)}. \quad (\text{A1.7})$$

Assumindo um sistema físico real (não ideal) podem-se obter novas relações, que considerem somas ou vazões indesejadas, $n(t)$. Tal sistema é apresentado na Figura A1.2

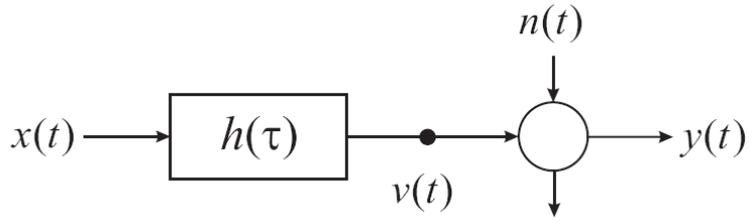


Figura A1.2: Sistema físico real, no tempo.

Da Figura A1.2, supondo uma adição de ruído ao sinal, o auto-espectro de saída se toma:

$$G_{yy}(f) = G_{vv}(f) + G_{nn}(f) \quad (\text{A1.8})$$

Assim, das Equações (A1.3) e (A1.6), tem-se:

$$G_{vv}(f) = |H(f)|^2 G_{xx}(f) = \left| \frac{G_{xy}(f)}{G_{xx}(f)} \right|^2 G_{xx}(f) = \gamma_{xy}^2 G_{yy}(f) \quad (\text{A1.9})$$

Então, é definido o espectro de saída coerente (que relaciona todas as características do sistema físico real) como o produto da multiplicação entre γ_{xy}^2 e $G_{yy}(f)$.

Por outro lado, da teoria de respostas harmônicas para sistemas físicos lineares, tem-se a relação do conhecido sistema massa-mola-amortecedor, de um grau de liberdade, para uma força de excitação:

$$f(t) = F(\omega) e^{i\omega t}. \quad (\text{A1.10})$$

A resposta linear do sistema fica:

$$x(t) = X(\omega) e^{i\omega t}, \quad (\text{A1.11})$$

onde $x(t)$ como deslocamento no tempo. Assim, as grandezas de velocidade e aceleração são definidas desde derivação consecutiva do deslocamento como:

$$\dot{x}(t) = i\omega X(\omega) e^{i\omega t}, \quad (\text{A1.12})$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 X(\omega) e^{i\omega t}. \quad (\text{A1.13})$$

As Funções de Resposta em Frequência (FRF's) são obtidas das relações entre as magnitudes das grandezas, no domínio da frequência, da conhecida equação de segunda ordem, representante do sistema massa-mola-amortecedor, dada por:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx = f(t), \quad (\text{A1.14})$$

$$(-\omega^2 m + ic\omega + k) X(\omega) = F(\omega). \quad (\text{A1.15})$$

Assim, as FRF's relacionadas com este sistema são dadas na Tabela A1.1.

Receptância $A(\omega)$	Rigidez Dinâmica $K(\omega)$
$A(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} = \frac{1}{k - m\omega^2 + ic\omega}$	$K(\omega) = \frac{F(\omega)}{X(\omega)} = k - m\omega^2 + ic\omega$
Mobilidade $Y(\omega)$	Impedância Mecânica $Z(\omega)$
$Y(\omega) = \frac{V(\omega)}{F(\omega)} = \frac{i\omega}{k - m\omega^2 + ic\omega}$	$Z(\omega) = \frac{F(\omega)}{V(\omega)} = \frac{k - m\omega^2 + ic\omega}{i\omega}$
Acelerância $S(\omega)$	Massa Dinâmica $MD(\omega)$
$S(\omega) = \frac{G(\omega)}{F(\omega)} = \frac{-\omega^2}{k - m\omega^2 + ic\omega}$	$MD(\omega) = \frac{F(\omega)}{G(\omega)} = \frac{k - m\omega^2 + ic\omega}{-\omega^2}$

Tabela A1.1: Denominações das Funções de Resposta em Frequência, 1 grau de liberdade.

Das curvas de FRF's de Acelerância, Mobilidade e Receptância (Figura A1.3), de sistemas de um grau de liberdade, é possível conferir dados experimentais dos fatores k , m e c presentes na Equação A1.14, que são predominantes em certas regiões dependendo da sua localização com respeito à frequência natural (ressonância ω_n). Isto é determinado segundo as relações apresentadas em Tabela A1.2.

Parâmetro	Região	Relação
k	$\omega \leq \omega_n$	$20 \log_{10} A(\omega) \approx -20 \log_{10} (k)$
m	$\omega \geq \omega_n$	$20 \log_{10} S(\omega) \approx -20 \log_{10} (m)$
c	$\omega \approx \omega_n$	$20 \log_{10} Y(\omega) \approx -20 \log_{10} (c)$

Tabela A1.2: Parâmetros predominantes em certas regiões, FRF's de 1 grau de liberdade.

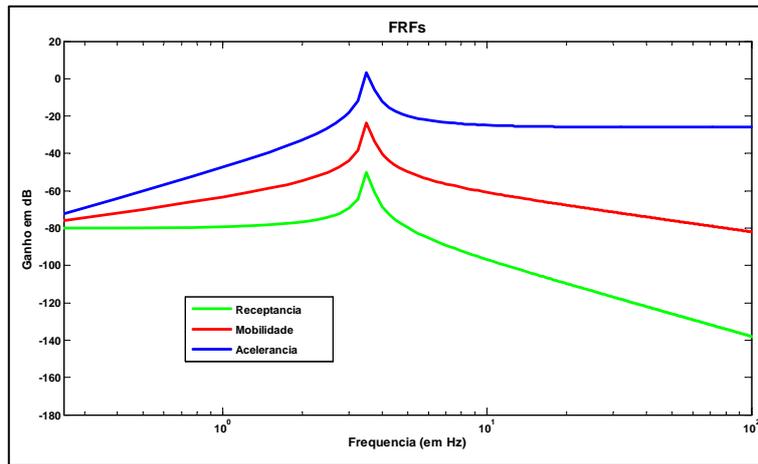


Figura A1.3: FRF's de uma sistema linear massa-mola-amortecedor, 1 grau de liberdade.

Anexo 2: Sobre Simulação Numérica usando FEM

Neste trabalho foi utilizada a simulação numérica, usando o método dos elementos finitos (FEM), para determinação das funções de transferência requeridas em TPA.

A caracterização básica do problema acústico inicia com a introdução da Equação da Onda Sonora dada como:

$$\Delta P - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0, \quad \forall (x, y) \in \Omega. \quad (\text{A2.1})$$

Esta é a equação de equilíbrio em termos de pressão acústica (no espaço Ω). Neste caso “ c ” é a velocidade do som no ar e “ P ” (pressão acústica ou sonora) é a variável do problema (para o caso netamente de vibração a variável pode ser, por exemplo, a aceleração).

São introduzidas as condições de contorno no problema:

1. Essenciais (Dirichlet):

$$P = \bar{P}, \quad \forall (x, y) \in \Gamma_p; \quad (\text{A2.2})$$

2. Naturais (Neumann):

$$\nabla P \cdot n = -\rho \frac{\partial u_n}{\partial t}, \quad \forall (x, y) \in \Gamma_u. \quad (\text{A2.3})$$

No caso das condições de contorno *Essenciais* se especifica um valor prescrito \bar{P} na fronteira Γ_p de Ω . No caso das condições de contorno *Naturais* se apresenta a Equação de Euler simplificada que associa a velocidade de partícula “ u ” com a pressão acústica “ P ” no meio de densidade “ ρ ” (neste caso o ar).

Introduz-se uma primeira formulação do problema, denominada formulação forte, que é solucionada pelas condições de contorno e pela equação geral do problema. De forma resumida se apresentada na Tabela A2.1:

$\Delta P - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0, \quad \forall (x, y) \in \Omega$
$P = \bar{P}, \quad \forall (x, y) \in \Gamma_p$
$\nabla P \cdot n = -\rho \frac{\partial u_n}{\partial t}, \quad \forall (x, y) \in \Gamma_u$

Tabela A2.1: Formulação Forte do problema acústica, simulação numérica por FEM.

Posteriormente é desenvolvida a Equação da Onda Acústica através do método de resíduos ponderados.

$$r = \Delta P - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0, \quad \forall (x, y) \in \Omega. \quad (\text{A2.4})$$

Escolhendo uma função arbitrária “ $v(x,y)$ ” tal que:

$$\int_{\Omega} r v d\Omega = \int_{\Omega} \left[\Delta P - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \right] v d\Omega = 0, \quad \forall v(x, y) \in \mathring{E}(\Omega). \quad (\text{A2.5})$$

Onde os espaços de energia são:

$E(\Omega) = \{P(x, y); \text{suf. regular}\}$
$\tilde{E}(\Omega) = \{P(x, y) \in E(\Omega); P = \bar{P} \text{ em } \Gamma_p\}$
$\mathring{E}(\Omega) = \{v(x, y) \in E(\Omega); v = 0 \text{ em } \Gamma_p\}$

Tabela A2.2: Definição dos Espaços de energia, simulação numérica por FEM.

Primeiro é desenvolvido o termo com o operador Laplaciano:

$$\int_{\Omega} \left[\Delta P - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \right] v d\Omega = \int_{\Omega} \text{div} \{ \nabla P \} v d\Omega - \frac{1}{c^2} \int_{\Omega} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} v d\Omega. \quad (\text{A2.6})$$

Utiliza-se então a regra do produto de derivadas para desenvolver o primeiro termo (da Equação A2.6) como:

$$\text{div} \{ \nabla P \cdot v \} = \text{div} \{ \nabla P \} v + \nabla P \cdot \nabla v. \quad (\text{A2.7})$$

A equação fica:

$$\int_{\Omega} \text{div} \{ \nabla P \cdot v \} d\Omega - \int_{\Omega} \nabla P \cdot \nabla v d\Omega - \frac{1}{c^2} \int_{\Omega} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} v d\Omega = 0. \quad (\text{A2.8})$$

O termo com o divergente é modificado segundo o teorema de Gauss e desenvolvido segundo as condições de contorno associadas:

$$\int_{\Omega} \text{div} \{ \nabla P \cdot v \} d\Omega = \int_{\Gamma} (\nabla P \cdot v) \cdot n d\Gamma = \int_{\Gamma_p} (\nabla P \cdot v) \cdot n d\Gamma - \int_{\Gamma_u} \left(\rho \frac{\partial u_n}{\partial t} \cdot v \right) d\Gamma. \quad (\text{A2.9})$$

O primeiro termo anterior é simplificando, já que $v=0$, segundo as condições dos espaços de energia definidos anteriormente. A nova formulação, chamada Formulação Fraca, fica:

$$\int_{\Omega} \nabla P \cdot \nabla v d\Omega + \int_{\Gamma_u} \left(\rho \frac{\partial u_n}{\partial t} \cdot v \right) d\Gamma + \frac{1}{c^2} \int_{\Omega} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} v d\Omega = 0. \quad (\text{A2.10})$$

Agora, introduzimos os elementos finitos utilizando a Aproximação de Galerkin, que inclui a utilização das chamadas funções de forma “ N ”:

$$P(x, y) = \sum_{i=1}^N P_i N_i(x, y) \quad (\text{A2.11})$$

$$v(x, y) = \sum_{j=1}^N v_j N_j(x, y) \quad (\text{A2.12})$$

Que, em notação matricial, ficam:

$$P(x, y) = \mathbf{N}(x, y) \mathbf{P} \quad (\text{A2.13})$$

$$v(x, y) = \mathbf{N}(x, y) \mathbf{V} \quad (\text{A2.14})$$

onde:

$$\mathbf{N} = [N_1 \quad N_2 \quad \dots \quad N_N]$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \dots \\ P_N \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_N \end{bmatrix}$$

São colocados na formulação fraca os termos da aproximação de Galerkin em notação matricial:

$$\int_{\Omega} \nabla \mathbf{N} \mathbf{P} \cdot \nabla \mathbf{N} \mathbf{V} d\Omega + \rho \int_{\Gamma_u} \frac{\partial u}{\partial t} \mathbf{N} \mathbf{V} d\Gamma + \frac{1}{c^2} \int_{\Omega} \mathbf{N} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} \mathbf{N} \mathbf{V} d\Omega = 0 \quad (\text{A2.15})$$

Onde:

$$\nabla \mathbf{N} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_N}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \dots & \frac{\partial N_N}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{1,x} & N_{2,x} & \dots & N_{N,x} \\ N_{1,y} & N_{2,y} & \dots & N_{N,y} \end{bmatrix} = \mathbf{B} \quad (\text{A2.16})$$

Da álgebra que $(\mathbf{A} \mathbf{v} \cdot \mathbf{C} \mathbf{d} = \mathbf{C}^T \mathbf{A} \mathbf{v} \cdot \mathbf{d})$, temos que:

$$\left[\int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{B} P d\Omega + \rho \int_{\Gamma_u} \mathbf{N}^T \frac{\partial u}{\partial t} d\Gamma + \frac{1}{c^2} \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \mathbf{N} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} d\Omega \right] \mathbf{V} = 0, \quad (\text{A2.17})$$

sendo:

$$\mathbf{K} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{B} d\Omega, \quad \mathbf{M} = \frac{1}{c^2} \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\Omega \quad \text{e} \quad \mathbf{R} = \rho \int_{\Gamma_u} \mathbf{N}^T \frac{\partial u}{\partial t} d\Gamma.$$

Com “V” arbitrário, tem-se finalmente:

$$\left[\mathbf{K} \mathbf{P} + \mathbf{M} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} + \mathbf{R} \right] \cdot \mathbf{V} = 0. \quad (\text{A2.18})$$

São então introduzidas as definições das condições de contorno segundo a configuração do problema (que pode ser acústico, de vibrações ou térmico). Por exemplo, no caso de um problema acústico de uma cavidade onde são assumidas paredes rígidas na fronteira, tem-se:

$$u = 0 \quad \text{em} \quad \Gamma_u \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad \text{em} \quad \Gamma_u.$$

O termo $\mathbf{R}=0$ na equação, que fica finalmente como:

$$\left[\mathbf{K} \mathbf{P} + \mathbf{M} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} \right] \cdot \mathbf{V} = \left[\int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{B} P d\Omega + \frac{1}{c^2} \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \mathbf{N} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} d\Omega \right] \cdot \mathbf{V} = 0. \quad (\text{A2.19})$$

São definidas as funções de forma (“N”), do tipo de elemento a ser utilizado (por exemplo, elementos 2D chamados “*shell*” ou elementos sólidos 3D), no corpo a analisar. Também, é determinado, com isso, o Jacobiano para tais multiplicações.

Assim, para o cálculo dos Modos Normais Acústicos, em simulação numérica, pode-se considerar um problema sem excitação externa, isto é, com condições de contorno do tipo:

$$\nabla P \cdot n = -\rho \frac{\partial u_n}{\partial t} = 0 \quad \forall (x, y) \in \Gamma_u \quad (\text{fronteira r\u00edgida } u=0).$$

Assim:

$$KP + M \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = KP + M\ddot{P} = 0. \quad (\text{A2.20})$$

Assumindo uma solu\u00e7\u00e3o harm\u00f4nica tem-se:

$$P = P_0 \text{sen}(\omega t), \dot{P} = \omega P_0 \cos(\omega t), \ddot{P} = -\omega^2 P_0 \text{sen}(\omega t).$$

Agora, substituindo:

$$(KP - \omega^2 MP) \text{sen}(\omega t) = 0. \quad (\text{A2.21})$$

$$(K - \omega^2 M)P = 0. \quad (\text{A2.22})$$

Sendo esta \u00faltima rela\u00e7\u00e3o o problema dos autovalores. A solu\u00e7\u00e3o deste sistema matricial, a ser feito por computadores, vai nos dar os valores das frequ\u00eancias de resson\u00e2ncia em uma matriz diagonal (chamada *Lambda*). Tamb\u00e9m, fornecer\u00e1 uma matriz (Modal) que cont\u00e9m os valores de press\u00e3o ac\u00fastica por cada coluna, para cada frequ\u00eancia de resson\u00e2ncia computada em *Lambda*.

Finalmente, algumas considera\u00e7\u00f5es dos softwares de simula\u00e7\u00e3o num\u00e9rica por FEM, estabelecem a superposi\u00e7\u00e3o modal que pode ser usada para avaliar a resposta em frequ\u00eancia de uma cavidade na forma de uma combina\u00e7\u00e3o linear de um n\u00famero finito de auto-vetores modais. Como nas considera\u00e7\u00f5es anteriores, cada software comercial definir\u00e1 a forma de solu\u00e7\u00e3o do problema estabelecido sob m\u00e9todos computacionais de c\u00e1lculo r\u00e1pido espec\u00edficos.