

Universidade Federal de Santa Catarina  
Centro Tecnológico  
Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

Leandro Callegari Coelho

**Utilização de modelos de suavização exponencial para previsão de  
demanda com gráficos de controle combinados Shewhart-CUSUM**

Florianópolis

2008

Leandro Callegari Coelho

**Utilização de modelos de suavização exponencial para previsão de demanda com gráficos de controle combinados Shewhart-CUSUM**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção, área de concentração Logística e Transportes

Orientador: Prof. Robert Wayne Samohyl, *Ph. D.*

Florianópolis, 2008

Coelho, Leandro Callegari

Utilização de modelos de suavização exponencial para previsão de demanda com gráficos de controle combinados Shewhart-CUSUM / Leandro Callegari Coelho. Florianópolis: UFSC / Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2008.

xv, 106 f.: il.

Orientador: Robert Wayne Samohyl

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2008.

1. Previsão de demanda. 2. Controle de estoques. 3. Logística. 4. Estatística. 5. Logística e Transportes – dissertação. I. Samohyl, Robert Wayne. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção. III. Título.

**LEANDRO CALLEGARI COELHO**

**Utilização de modelos de suavização exponencial para previsão de  
demanda com gráficos de controle combinados Shewhart-CUSUM**

Esta dissertação foi julgada e aprovada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção na área de concentração Logística e Transportes no Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina

**Florianópolis, 25 de novembro de 2008.**

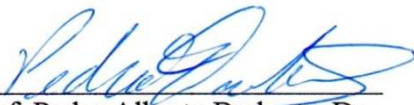


Prof. Antônio Sérgio Coelho, Dr.  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

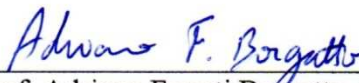


Prof. Robert Wayne Samohyl, *Ph.D.*  
Universidade Federal de Santa Catarina  
Orientador

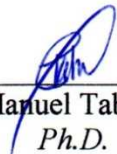
**BANCA EXAMINADORA**



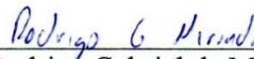
Prof. Pedro Alberto Barbetta, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina  
(Presidente)



Prof. Adriano Ferreti Borgatto, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina  
(Membro)



Prof. Carlos Manuel Taboada Rodriguez,  
*Ph.D.*  
Universidade Federal de Santa Catarina  
(Membro)



Rodrigo Gabriel de Miranda, *M. Sc.*  
Universidade Federal de Santa Catarina  
(Membro)

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho às pessoas que estiveram sempre comigo nos últimos anos: meus pais, Ludmar e Márcia; minha irmã, Cíntia; e minha namorada, Vanessa.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço antes de qualquer coisa aos meus pais, que permitiram que eu chegasse a esse momento;

À minha irmã, Cíntia, que também sempre me apoiou e corrigiu meus textos;

À minha namorada, Vanessa, pelas horas de paciência;

Ao meu orientador, Bob Samohyl, por ter acreditado em mim desde o princípio, pela orientação e parceria ao longo destes anos;

À Universidade Federal de Santa Catarina, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção pelo espaço aberto, e aos professores, com menção especial ao Professor Taboada, pela parceria;

Ao CNPq pela bolsa concedida;

Aos colegas que fiz neste percurso, no núcleo e fora dele, em especial ao Neimar, pelas horas de trabalho e momentos passados juntos;

E aos membros da banca examinadora, que contribuíram sobremaneira para que este trabalho tomasse a forma que tem hoje.

Obrigado.

Leandro Callegari Coelho

## RESUMO

COELHO, Leandro Callegari. **Utilização de modelos de suavização exponencial para previsão de demanda com gráficos de controle combinados Shewhart-CUSUM**. 2008. 119 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção), Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2008.

O correto dimensionamento de estoques é essencial para a conservação da competitividade empresarial no cenário em que o mercado se encontra atualmente. Tanto para evitar rupturas quanto para impedir que uma grande quantidade de produtos seja mantida em estoques, justifica-se a necessidade de antever a demanda, preparando-se com volumes adequados de estoques, uma vez que estas situações podem incorrer em elevados custos de operação. A modelagem desta demanda, através da análise de séries temporais, utilizando modelos de suavização exponencial que possibilitem gerar previsões da sua distribuição é um dos focos deste trabalho. No entanto, esta modelagem precisa ser acompanhada a fim de que suas previsões não se distanciem dos dados observados a cada período. Este acompanhamento se dá através de gráficos de controle combinados Shewhart-CUSUM, com limites de controle calculados por simulação para esta aplicação específica, sendo este o segundo foco desta dissertação. Esta dissertação mostra a utilização desta ferramenta como alarme para a necessidade de re-estimação do modelo de suavização exponencial bem como da estimação de suas componentes. Mostra-se, também, que esta proposta pode ser utilizada para o dimensionamento de capacidade de produção e para os casos de prestação de serviços, quando não é possível manter estoques daquilo a ser vendido. A metodologia sugerida é aplicada a três estudos de casos: (1) consumo industrial de energia elétrica no estado de Santa Catarina; (2) vendas de cortadores de cantos de gramados; (3) produção de gás pelo Canadá. Ao último deles, aplica-se o modelo de controle de estoques do jornaleiro, como descrito na literatura, tendo como entradas as previsões da distribuição de demanda geradas e como saída um valor ótimo do volume de estoques a ser mantido, segundo o modelo utilizado. Conclui-se que os modelos de suavização exponencial apresentados possuem boa acurácia para aplicação a séries temporais para efetuar a previsão da demanda e que os gráficos de controle combinados Sheshart-CUSUM cumprem o papel de verificar a aderência do modelo estimado aos dados reais.

Palavras-chave: previsão de demanda, suavização exponencial, gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM, controle de estoque

## ABSTRACT

COELHO, Leandro Callegari. **Evaluation of exponential smoothing models for demand forecasting with combined Shewhart-CUSUM control charts.** 2008. 119 p. Thesis (Master in Industrial Engineering), Industrial Engineering and Systems Department, Federal University of Santa Catarina, Florianópolis, Brazil, 2008.

The correct sizing of inventory levels is essential for the maintenance of business competitiveness in the current market scenario. Either to prevent ruptures or to hinder keeping over inventories, the demand foreseeing justifies itself by allowing the use of adequate inventory levels, as both of these situations could incur into high operational costs. The modeling of this demand through time series analysis using exponential smoothing models is one of the objectives of this work, making it possible to forecast the demand distribution. However, there is a need to verify this modeling so that its forecasts do not differ significantly from the data observed in each period. The monitoring is done using combined Shewhart-CUSUM control charts, with control limits calculated by simulation for this specific application, being that another objective of this study. This thesis shows the utilization of this tool to act as an alarm for the need of re-estimation of the exponential smoothing model and its components. It is also revealed that this proposal can be used for dimensioning the production capacity, of services providers, in the cases when it is not possible to keep inventories of the items being sold. The suggested methodology is applied into three cases: (1) industrial electric energy consumption in the state of Santa Catarina; (2) sales of lawn cutters; (3) Canadian gas production. In the last case, it is applied the newsboy inventory control model, as described in literature, having as inputs the demand distribution forecasts and as outputs an optimal value of the inventory level to be hold. The conclusions point that the presented exponential smoothing models can be accurately applied to time series to demand forecasting and that the combined Shewhart-CUSUM control charts fulfill the role of verifying the adhesion of the model esteem to the real data.

**Keywords:** demand forecasting, exponential smoothing, combined Shewhart-CUSUM control chart, inventory control



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Decoupling point material .....	17
Figura 2 - Exemplo de gráfico de controle de Shewhart .....	37
Figura 3 - Probabilidade de ocorrência de observações a mais de 3 desvios padrão da média em uma distribuição normal .....	40
Figura 4 - Desempenho do ARL para gráficos CUSUM e Shewhart.....	42
Figura 5 - Curva de desempenho do gráfico de controle de Shewhart para diferentes amplitudes de mudança (em $\sigma$ ) no processo.....	43
Figura 6 - Curva de desempenho do gráfico de controle CUSUM para diferentes amplitudes de mudança (em $\sigma$ ) no processo .....	43
Figura 7 - Curva de desempenho do gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM (LS = 3,5) para diferentes amplitudes de mudança (em $\sigma$ ) no processo.....	46
Figura 8 - Curva de desempenho do gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM (LS = 3,0) para diferentes amplitudes de mudança (em $\sigma$ ) no processo.....	47
Figura 9 - Estoques versus tempo para o modelo EOQ.....	56
Figura 10 - Estoques versus tempo para o modelo EPL.....	58
Figura 11 - Estoques versus tempo para o modelo (Q, r).....	66
Figura 12 – Fluxograma da metodologia proposta.....	73
Figura 13 - Curva de desempenho do gráfico combinado Shewhart-CUSUM (com parâmetros K = 0,5 H = 2,3 e LS = 1,8 para diferentes amplitudes de mudança na média do processo ....	75
Figura 14 - Curva de desempenho do gráfico combinado Shewhart-CUSUM (com parâmetros K = 0,5 H = 3,5 e LS = 2,5) para diferentes amplitudes de mudança na média do processo ...	76
Figura 15 - Série temporal para exemplificar a metodologia proposta .....	77
Figura 16 - Histograma dos resíduos do modelo para os dados simulados.....	78
Figura 17 - Função de autocorrelação dos resíduos do modelo para os dados simulados .....	79
Figura 18 - Função de autocorrelação parcial dos resíduos do modelo para os dados simulados .....	79
Figura 19 - Gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM para a simulação .....	81
Figura 20 - Histograma dos resíduos do modelo para os dados simulados (parte 2) .....	83
Figura 21 - Função de autocorrelação dos resíduos do modelo para os dados simulados (parte 2).....	84
Figura 22 - Função de autocorrelação parcial dos resíduos do modelo para os dados simulados (parte 2).....	84
Figura 23 - Gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM para a simulação (parte 2) ...	85
Figura 24 - Consumo industrial de energia elétrica no estado de Santa Catarina, medido em kWh .....	86

Figura 25 - Histograma dos resíduos do modelo gerado para o consumo industrial de energia elétrica em Santa Catarina .....	88
Figura 26 - Gráfico da função de autocorrelação dos resíduos do modelo gerado para o consumo industrial de energia elétrica em Santa Catarina .....	89
Figura 27 - Gráfico da função de autocorrelação parcial dos resíduos do modelo gerado para o consumo industrial de energia elétrica em Santa Catarina .....	89
Figura 28 - Gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM com parâmetros $K = 0,5$ $H = 2,3$ e $LS = 1,8$ , aplicado aos resíduos do modelo de previsão para o consumo industrial de energia elétrica em Santa Catarina .....	90
Figura 29 - Vendas mensais de cortadores de bordas de gramados .....	91
Figura 30 - Histograma dos resíduos do modelo para venda de cortadores .....	93
Figura 31 - Gráfico da função de autocorrelação dos resíduos do modelo para venda de cortadores.....	94
Figura 32 - Gráfico da função de autocorrelação parcial dos resíduos do modelo para venda de cortadores.....	94
Figura 33 - Gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM com parâmetros $K = 0,5$ $H = 2,3$ e $LS = 1,8$ , aplicado aos resíduos do modelo de previsão para a venda de cortadores de bordas de gramados .....	95
Figura 34 - Produção canadense de gás – Jan/1960 a Fev/2005 .....	97
Figura 35 - Produção canadense de gás - Jan/1998 a Fev/2005 .....	97
Figura 36 - Histograma dos resíduos do modelo gerado para a produção de gás canadense... 99	99
Figura 37 – Gráfico da função de autocorrelação dos resíduos do modelo gerado para a produção canadense de gás.....	99
Figura 38 – Gráfico da função de autocorrelação parcial dos resíduos do modelo gerado para a produção canadense de gás.....	100
Figura 39 - Gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM com parâmetros $K = 0,5$ $H = 2,3$ e $LS = 1,8$ , aplicado aos resíduos do modelo de previsão para a produção canadense de gás.....	101
Figura 40 - Histograma dos resíduos do modelo gerado para a produção de gás canadense (parte 2).....	103
Figura 41 - Gráfico da função de autocorrelação dos resíduos do modelo gerado para a produção canadense de gás (parte 2) .....	103
Figura 42 - Gráfico da função de autocorrelação parcial dos resíduos do modelo gerado para a produção canadense de gás (parte 2) .....	104
Figura 43 - Gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM com parâmetros $K = 0,5$ $H = 2,3$ e $LS = 1,8$ , aplicado aos resíduos do modelo de previsão para a produção canadense de gás (parte 2) .....	105

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Classificação dos métodos de suavização exponencial proposta por Pegels .....	28
Tabela 2 – Resumo dos métodos de suavização exponencial proposta por Taylor.....	28
Tabela 3 - Forma recursiva dos modelos de suavização exponencial .....	30
Tabela 4 - Representação dos modelos de espaço de estado para suavização exponencial .....	32
Tabela 5 - Comparação entre ARL para os gráficos de controle CUSUM (com diferentes valores para H) e Shewhart a partir de diferentes mudanças na amplitude da média de um processo .....	41
Tabela 6 - Dados da curva de desempenho do gráfico de controle de Shewhart para diferentes amplitudes de mudança (em $\sigma$ ) no processo.....	44
Tabela 7 - Dados da curva de desempenho do gráfico de controle CUSUM para diferentes amplitudes de mudança (em $\sigma$ ) no processo.....	44
Tabela 8 - Valores para o intervalo de decisão H (em quantidade de desvios padrão $\sigma$ ) para o gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM bilateral* .....	46
Tabela 9 - Dados da curva de desempenho do gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM (LS = 3,5) para diferentes amplitudes de mudança (em $\sigma$ ) no processo .....	47
Tabela 10 – Dados da curva de desempenho do gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM (LS = 3,0) para diferentes amplitudes de mudança (em $\sigma$ ) no processo .....	48
Tabela 11 - Combinações de valores H do gráfico CUSUM e limites de controle de Shewhart (LS) em unidades de $\sigma$ e seus respectivos $ARL_0$ (todos com $K = 0,5$ ) .....	74
Tabela 12 - Valores futuros simulados da série S .....	80
Tabela 13 - Limites de controle para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM aplicado aos dados simulados.....	80
Tabela 14 – Valores utilizados para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM da Figura 19 ..	81
Tabela 15 - Limites de controle para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM aplicado aos dados simulados.....	84
Tabela 16 – Valores utilizados para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM da Figura 23 ..	85
Tabela 17 - Limites de controle para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM aplicado aos dados de consumo industrial de energia elétrica .....	89
Tabela 18 – Valores utilizados para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM da Figura 28 ..	90
Tabela 19 - Vendas mensais de cortadores de bordas de gramados.....	92
Tabela 20 - Limites de controle para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM aplicado aos dados de vendas de cortadores .....	94
Tabela 21 - Valores referentes ao gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM da Figura 33 .....	95
Tabela 22 - Limites de controle para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM aplicado aos dados de vendas de cortadores .....	100

Tabela 23 – Valores utilizados para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM da Figura 39	101
Tabela 24 - Limites de controle para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM aplicado aos dados da produção canadense de gás (parte 2) .....	104
Tabela 25 - Valores utilizados para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM da Figura 43 .	104
Tabela 26 - Valores de $Q^*$ em função de diferentes escolhas de $c_s$ e $c_0$ para o modelo de gestão de estoques do jornaleiro ( <i>Newsboy Model</i> ) aplicado ao caso da produção canadense de gás .....	106
Tabela 27 - Sugestão de volume de produção para os dados da produção de gás segundo o Modelo do Jornaleiro.....	107

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CEQ	– Controle Estatístico da Qualidade
Cusum	– Cumulative Sum, ou Soma Acumulada
EWMA	– Exponentially Weighted Moving Average, ou Média Móvel Ponderada Exponencialmente
ARIMA	– Auto-Regressive Integrated Moving Averages, ou Auto-Regressivo Integrado Médias Móveis
CEP	– Controle Estatístico de Processos
LC	– Linha Central do gráfico de controle
LCS	– Limite de Controle Superior do gráfico de controle
LCI	– Limite de Controle Inferior do gráfico de controle
CUSUM	– Gráfico de controle de Soma Acumulada ( <i>Cumulative Sum</i> )

## LISTA DE SÍMBOLOS

$n_t$	- nível da série no período t
$c_t$	- tendência da série no período t
$s_t$	- sazonalidade da série no período t
$Y_t$	- valor observado na série no período t
$\hat{Y}_{t+k}$	- valor previsão para k períodos à frente
$m$	- tamanho do ciclo sazonal
$k$	- quantidade de períodos à frente
$\alpha_1$	- probabilidade de alarme falso
$\alpha$	- parâmetro de suavização para o nível
$\beta$	- parâmetro de suavização para a tendência
$\gamma$	- parâmetro de suavização para a sazonalidade
$\phi$	- parâmetro de amortecimento da tendência
$\mu_t$	- média da previsão para um período à frente (equações de espaço de estado)
$\varepsilon_t$	- erro dos modelos de suavização exponencial pela abordagem de equações de espaço de estado, definido como $\varepsilon_t = y_t - \mu_t$ para o caso aditivo e $\varepsilon_t = (y_t - \mu_t)/\mu_t$ para o caso multiplicativo
$x_i$	- Observações individuais para os gráficos de controle
$S_i$	- Soma acumulada para o gráfico de controle CUSUM
$S_i^+$	- Soma acumulada unilateral positiva para o gráfico de controle CUSUM
$S_i^-$	- Soma acumulada unilateral negativa para o gráfico de controle CUSUM
$K$	- Valor de referência para o gráfico de controle CUSUM
$H$	- Intervalo de decisão para o gráfico de controle CUSUM

## SUMÁRIO

<b>1 Introdução .....</b>	<b>16</b>
1.1 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA .....	16
1.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA.....	18
1.3 HIPÓTESE BÁSICA.....	18
1.4 JUSTIFICATIVA E IMPORTÂNCIA DO TRABALHO .....	19
1.5 OBJETIVOS DO TRABALHO .....	20
<b>1.5.1 Objetivo geral.....</b>	<b>20</b>
<b>1.5.2 Objetivos específicos.....</b>	<b>20</b>
1.6 METODOLOGIA.....	21
1.7 LIMITAÇÕES .....	22
1.8 ESTRUTURA.....	23
<b>2 REVISÃO TEÓRICA - ESTATÍSTICA .....</b>	<b>25</b>
2.1 MODELOS DE PREVISÃO .....	25
2.1.1. Forma padrão dos modelos de suavização exponencial .....	28
<b>2.1.2. Representação dos modelos de suavização exponencial por equações de espaço de estado .....</b>	<b>29</b>
2.2 ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS, AVALIAÇÃO E ESCOLHA DO MODELO .....	31
2.3 ANÁLISE DOS RESÍDUOS .....	33
2.4 CONTROLE ESTATÍSTICO DA QUALIDADE (CEQ).....	34
<b>2.4.1 Gráficos de controle de Shewhart .....</b>	<b>36</b>
<b>2.4.2 Gráficos de controle CUSUM.....</b>	<b>37</b>
<b>2.4.3 Gráficos de controle combinado Shewhart-CUSUM .....</b>	<b>39</b>
2.5 GRÁFICOS DE CONTROLE PARA MONITORAR PREVISÕES .....	48
<b>3 REVISÃO TEÓRICA - ESTOQUES .....</b>	<b>50</b>
3.1 LOGÍSTICA E GESTÃO ESTRATÉGICA DE ESTOQUES.....	50
3.2 MODELOS DE CONTROLE DE ESTOQUES.....	53
<b>3.2.1 Modelos determinísticos .....</b>	<b>55</b>
3.2.1.1 Modelo do Lote Econômico (EOQ – Economic Order Quantity Model).....	55
3.2.1.2 Modelo do Lote Econômico de Produção (EPL – Economic Production Lot size model).....	58
<b>3.2.2 Modelos estatísticos para gerenciamento de estoques .....</b>	<b>59</b>
3.2.2.1 Modelo do jornaleiro – <i>Newsboy problem</i> .....	60
3.2.2.2 Modelo do estoque de base .....	63
3.2.2.3 Modelo (Q, r) .....	65
3.2.2.4. Modelo (s, S).....	69
<b>4 PROPOSTA DE CONTROLE DE ESTOQUES COM MODELOS DE PREVISÃO .</b>	<b>71</b>
4.1 ANÁLISE DA TOLERÂNCIA E CÁLCULO DOS LIMITES DE CONTROLE.....	74
4.2 SIMULAÇÃO E TESTE DA METODOLOGIA PROPOSTA .....	76
<b>5 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA EM CASOS PRÁTICOS .....</b>	<b>86</b>
5.1 CONSUMO INDUSTRIAL DE ENERGIA ELÉTRICA NO ESTADO DE SANTA CATARINA .....	86
5.2 VENDAS DE CORTADORES DE CANTOS DE GRAMADOS .....	91
5.3 PRODUÇÃO CANADENSE DE GÁS.....	96

5.4	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS .....	107
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>111</b>
6.1	CONCLUSÕES .....	111
6.2	SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS.....	112
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>113</b>
	<b>APÊNDICE A - SÉRIE UTILIZADA PARA EXEMPLIFICAR A METODOLOGIA PROPOSTA .....</b>	<b>118</b>
	<b>ANEXO A – CONSUMO INDUSTRIAL DE ENERGIA ELÉTRICA NO ESTADO DE SANTA CATARINA, MEDIDO EM kWh MENSAIS .....</b>	<b>119</b>
	<b>ANEXO B – PRODUÇÃO CANADENSE DE GÁS, MEDIDO EM BILHÕES DE METROS CÚBICOS MENSAIS .....</b>	<b>120</b>



# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

Dado o atual contexto empresarial, com mercados cada vez mais amplos e concorrência cada vez mais globalizada, as empresas estão fortemente focadas em atender as necessidades dos clientes através de vários itens que agreguem valor na visão destes clientes, de forma que eles estejam dispostos a pagar por isso. Exemplos podem ser a qualidade do produto ou de capacidade de entrega diferenciadas.

Buscando melhoria da competitividade e a conquista por novos mercados, diversas áreas antes consideradas periféricas agora são consideradas estratégicas, sendo a logística uma dessas (NOVAES, 2001), uma vez que colaboram efetivamente no alcance dos objetivos empresariais. Neste sentido, a logística deixou de ser uma atividade operacional, passando por ferramenta gerencial e agora se trata de atividade econômica, que soma significativamente em favor da estrutura de custos das empresas, e da mesma maneira para o PIB dos países (FLEURY et al., 2000).

Na busca por vantagem competitiva, seja através de diferenciação de seus produtos e/ou serviços, seja através da busca por melhores preços/custos, as empresas precisam buscar melhorias nos detalhes do negócio, distantes do *core business*. O correto dimensionamento e gerenciamento de estoques é um deles.

Por um lado, as empresas que operam com sistema de produção empurrado precisam gerenciar seus estoques de produtos acabados de modo eficiente, pois estes normalmente significam dinheiro investido na compra, transformação e beneficiamento de matéria-prima e precisam dar retorno financeiro de modo rápido. De outra forma, as empresas que operam com sistema de produção puxado aguardam pedidos do mercado para terminar a produção. No entanto, muitas vezes esta produção precisa ser “empurrada” até uma parte do processo, deixando a customização final para o ponto mais tardio possível dentro do processo produtivo. A isto se dá o nome de *postponement*, tendo sido Wroe Alderson o precursor desta expressão.

Segundo Wooliscroft et al. (2006), Alderson, comentando sobre o que viria a ser *postponement* afirmou que “as mudanças na forma e identidade ocorrem no ponto mais tardio possível da cadeia de valor...”. O ponto do processo onde a produção deixa de ser empurrada

e passa a ser puxada pela demanda é denominado *decoupling point* material e está ilustrado na Figura 1, e é na primeira parte deste processo que estas empresas encontram o mesmo problema daquelas citadas anteriormente, isto é, gerenciar demanda futura para o correto dimensionamento de estoques e capacidade.

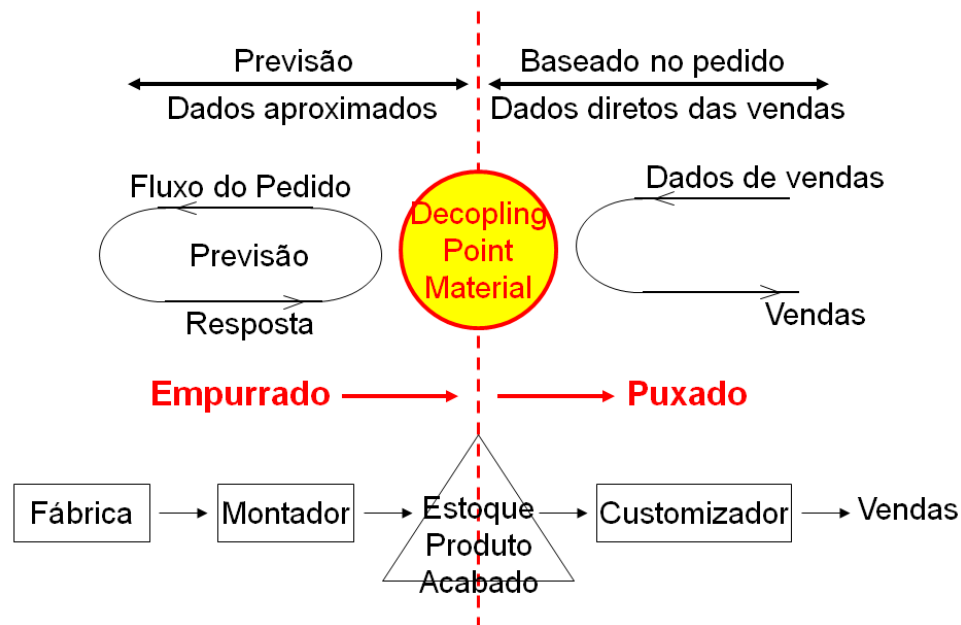


Figura 1 - Decoupling point material

Fonte: Adaptado de Postponement, Decoupling Point and Massive Customization

O gerenciamento de estoques lida com duas facetas opostas: por um lado, deseja-se um alto nível de serviço, para que sempre haja produtos disponíveis para vendas; no entanto, não é desejado que se tenha muito capital parado, sem giro e lucro, imobilizado em grandes volumes de estoque. Esta busca afeta não somente as decisões da empresa, mas de toda cadeia de suprimentos, visto que pode envolver negociações de prazo, volume e frequência de entregas, dentre outros.

Quando se fala em produção puxada, e neste ponto pode-se entender no mesmo contexto as empresas prestadoras de serviços – dado que estes não podem ser estocados – a previsão torna-se essencial para o correto dimensionamento da capacidade, de forma a se conseguir atender à demanda no prazo adequado.

Encontrar um ponto de equilíbrio entre bom nível de serviço a um custo razoável de estoques e capacidade instalada é ponto chave para obtenção da desejada vantagem competitiva. Reduzir os custos com produtos parados (grande volume de estoques) ao mesmo tempo em que se mantenha baixa probabilidade de faltar mercadorias para venda (causadora de um elevado custo implícito de vendas perdidas) pode ser o diferencial entre o sucesso ou o fracasso do negócio no mercado.

## 1.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA

A solução para o dueto de estoques (ou capacidade) *versus* nível de serviço pode passar pelo desenvolvimento de um modelo estatístico que leve em consideração os dois lados. Através de um bom modelo matemático de previsão de demanda pode-se encontrar uma solução viável e satisfatória, de forma que se possam visualizar antecipadamente medidas tais como compra de matérias-primas, produção e dimensionamento de capacidade. Concomitantemente podem ser aplicados gráficos de controle aos volumes de estoque (ou aos erros da previsão, para o caso de prestadores de serviços ou de produção puxada), para manter os estoques em níveis baixos, mas que atendam à demanda com o nível de serviço desejado.

Portanto, a pergunta a ser respondida neste trabalho é determinar se é possível, aplicando e combinando as metodologias de construção de modelos de previsão de demanda e gráficos de controle, obter informação confiável para:

1. Volume de estoques a serem mantidos para atender à demanda, para os casos de produção empurrada; e,
2. Distribuição de probabilidade da demanda futura, para os casos de produção puxada e/ou prestação de serviços.

## 1.3 HIPÓTESE BÁSICA

Na medida em que se acredita ser possível construir modelos de previsão que retratem com certa fidelidade o padrão de vendas das empresas e gráficos de controle para monitorar o efeito causado por este modelo, a combinação das duas técnicas melhorará o gerenciamento da demanda e dos estoques, notadamente com redução de inventário e/ou diminuição do número de rupturas (interrupção do atendimento).

## 1.4 JUSTIFICATIVA E IMPORTÂNCIA DO TRABALHO

As aplicações de estatística no cotidiano empresarial não são recentes. De acordo com Montgomery e Runger (2003), as aplicações do Controle Estatístico de Qualidade (CEQ) podem ser entendidas como ferramentas para medir, monitorar, controlar e melhorar a qualidade. O Controle Estatístico de Processos (CEP) lida com a aplicação do CEQ aos processos como forma a alcançar estabilidade e melhorar a capacidade dos mesmos. Ainda segundo o autor, algumas das principais ferramentas do CEP são o histograma, o diagrama de causa e efeito, o gráfico pareto e os gráficos de controle.

Os primeiros gráficos de controle datam da década de 20 com o trabalho do Dr. Walter Shewhart (gráficos de Shewhart), e desde então outros gráficos ( $\bar{p}$ ,  $\bar{np}$ ,  $c$ ,  $u$ , CUSUM, EWMA, etc.) têm sido aplicados. Para Montgomery e Runger (2003), a utilidade dos gráficos de controle já extrapolou o limite das linhas de produção fabris para serem aplicados a processos administrativos: como será visto mais tarde, este trabalho utilizará gráficos de controle para gerenciar volume de estoque, e não uma característica de um produto sendo fabricado.

No tocante à construção de modelos de previsão, a divisão teórica é feita entre aqueles baseados em séries temporais (Decomposição Clássica, ARIMA, suavizações exponenciais), causais (regressões: linear, múltipla, dinâmica, etc.) e qualitativos, tendo todos vastas análises e publicações de suas técnicas e aplicações. A utilização de dados históricos aliados a ferramentas estatísticas apresenta, em muitos casos, desempenho superior se comparado às decisões meramente informais e baseadas apenas no julgamento pessoal, intuitivas, como ilustrado no caso apresentado por Samohyl et al. (2007). Tal afirmação é especialmente válida quando se trata de um conjunto muito grande de dados, com relação de dependência temporal entre diferentes períodos (sazonalidades e/ou correlações). Neste caso, a estatística mostra-se superior, pois consegue lidar com estas relações, através de funções e processamentos computacionais, sendo estas muito difíceis de serem interpretadas intuitivamente.

Da mesma forma, muitas teorias são formuladas e defendidas quando se trata do relacionamento da empresa com sua cadeia de abastecimentos, sistemas de produção e suas formas de manutenção de estoques e gerenciamento logístico. Dentre outros, são expoentes na literatura neste assunto, do ponto de vista internacional, Ballou, Christopher, Bowersox e Hau Lee, e no Brasil, Novaes. Cada um com suas características de pesquisa e interpretação da realidade, todos abordam a importância da logística empresarial como ferramenta estratégica para continuidade da empresa no mercado.

Do ponto de vista técnico, todas as metodologias citadas são bem discutidas individualmente na literatura. Nesta dissertação propõe-se a trabalhar na interface das técnicas estatísticas de gráficos de controle e dos modelos de previsão por um lado, e por outro, do controle logístico do volume de estoques. Utilizando conceitos de ambas as áreas, espera-se obter subsídios que melhorem o planejamento de curto prazo (e.g.: controle de estoques), médio prazo (e.g.: dimensionamento da capacidade) e longo prazo (e.g.: parcerias e alianças). O fato de conseguir fazer previsões acuradas é de extrema importância, pois torna a empresa capaz de antever o futuro do negócio, podendo potencializar oportunidades e/ou reduzir ameaças.

Tal resultado pode aumentar significativamente a competitividade empresarial, auxiliando no processo de tomada de decisões e aumentando o capital disponível, na medida em que utilizará métodos quantitativos para melhor compreender o histórico de demanda e inventário para fazer previsões destes dois itens.

## 1.5 OBJETIVOS DO TRABALHO

### 1.5.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho é criar um modelo de previsão associado a gráficos de controle que dêem subsídios ao controle do volume de estoques que devem ser mantidos para atendimento da demanda prevista.

### 1.5.2 Objetivos específicos

Este trabalho apresenta quatro objetivos específicos, assim discriminados:

1. Descrever e discutir sobre a literatura referente aos modelos de previsão, gráficos de controle e logística empresarial do ponto de vista de estoques;
2. Identificar o melhor modelo de previsão segundo o critério selecionado para os dados apresentados;

3. Construir gráficos de controle para monitoramento dos resíduos da previsão para os casos de produção e/ou de prestação de serviços, com cálculos de limites de controle específicos para esta situação;

4. Monitorar a qualidade da modelagem da demanda a partir da interpretação do gráfico de controle construído, servindo de alicerce para sugestão do volume de estoques para os próximos períodos, baseando-se nas previsões feitas a partir do modelo identificado (objetivo específico 2);

5. Aplicar a metodologia proposta em diferentes estudos de caso, para validação e verificação de sua aplicabilidade e funcionalidade.

## 1.6 METODOLOGIA

Esta dissertação apresenta o método de trabalho de natureza de uma pesquisa aplicada, pois “objetiva gerar conhecimentos para aplicação” (SILVA; MENEZES, 2001), abordando os problemas de forma quantitativa, dado que classifica e traduz em números as diferentes informações para sua posterior análise. Assim, o trabalho caracteriza-se por ser descritivo, quando procura relatar sistematicamente uma área de interesse, ou fenômeno (LAKATOS; MARCONI, 2001).

Do ponto de vista dos objetivos, segundo a classificação de Gil (1999), é considerada uma pesquisa exploratória visando aumentar o conhecimento acerca do problema pesquisado, assumindo as formas de pesquisa bibliográfica e estudos de caso, voltados à solução de problemas específicos. De acordo com Eisenhardt (1989), o estudo de caso é uma metodologia de pesquisa que visa à compreensão da dinâmica do caso em estudo.

Eisenhardt (1989) afirma que este método combina métodos de coleta de dados como documentos e observações, podendo a evidência ser qualitativa, quantitativa, ou ambas; no caso deste trabalho este método é quantitativo, método este que segundo Matar (1999) apresenta dados originários na maioria das vezes de escalas numéricas, sendo então submetidos à análises estatísticas formais. O estudo de caso pode ser usado para fornecer descrição, testar teoria ou gerar teoria, sendo nesta dissertação utilizada para testar a teoria proposta. Várias perspectivas da ferramenta de estudo de caso são analisadas pelo autor, que discute seus pontos fortes e fracos.

Dentre os pontos fortes são ressaltados aspectos como a geração de teoria nova, a possibilidade de se testar conceitos e hipóteses. Como ponto fraco destaca-se que o resultado de análises de estudos de caso resulta em uma teoria muito restrita, abordando principalmente fenômenos específicos. Ainda segundo Eisenhardt (1989), a utilização de estudos de caso é apropriada quando a pesquisa encontra-se em estágio inicial ou quando se deseja fornecer uma nova perspectiva sobre um tema já discutido.

Nesta dissertação, o uso desta ferramenta se justifica pelos seguintes motivos:

- a) propor e testar a teoria de controle de modelos de previsão por meio de gráficos de controle combinados Shewhart-CUSUM em situações práticas;
- b) descrever o estudo para demonstrar como os resultados foram alcançados;
- c) servir de suporte para a elaboração de uma metodologia de criação de gráficos de controle combinados Shewhart-CUSUM, que poderão ser utilizados em novas situações reais, para os quais novos estudos de caso serão necessários.

Do ponto de vista dos procedimentos técnicos adotados foram utilizados materiais já publicados (essencialmente livros e artigos de periódicos), constituindo assim uma pesquisa bibliográfica e de estudos de caso (GIL, 1991; SILVA; MENEZES, 2001).

## 1.7 LIMITAÇÕES

As limitações do trabalho devem-se principalmente ao fato de haver muitos modelos de previsão e muitos tipos de gráficos de controle. Assim, faz-se necessário restringir a pesquisa e desta forma optou-se por assim delimitar:

- apenas modelos de previsões que utilizam suavizações exponenciais serão avaliados (englobando de tal modo os métodos de Holt simples, Holt com tendência, Holt-Winters e suas variações com tendência, sazonalidade e erro aditivos e multiplicativos), pois apesar de estes modelos se basearem apenas na própria série temporal (sem auxílio de variáveis externas explicativas) geram, segundo Gardner (2006), boas previsões, sendo, portanto, um modelo de fácil e rápida implementação prática e computacional;

- os gráficos de controle a serem construídos são os combinados Shewhart-CUSUM. Este gráfico de controle foi escolhido por conseguir reunir as vantagens do gráfico de Shewhart (detectar grandes mudanças rapidamente) ao mesmo tempo em que mantém o efeito memória e a vantagem do gráfico CUSUM (detecção de alteração pequena, porém constante);

- dado que estoques englobam matérias-primas, produtos em processamento, em trânsito, em espera por finalização de lotes, produtos acabados, consumíveis, etc., este trabalho se limitará a lidar com os estoques dos produtos acabados (ou sua analogia à capacidade produtiva em casos de prestadores de serviços);

- na maior parte das vezes não se poderá tirar conclusões sobre os volumes de estoque acima do alvo da previsão (volumes de estoques altos), pois estes podem ser vantajosos em algumas situações, notadamente quando se tem um desconto para compra de grandes quantidades, sendo esta vantagem financeira maior do que o custo de mantê-lo (*trade-off* logístico);

- a metodologia proposta serve para ser utilizada em apenas um item, não sendo apropriada, da maneira como descrita neste trabalho, para processos que necessitem de previsões agregadas;

- quaisquer conclusões serão limitadas aos exemplos citados, não podendo ser extrapoladas a outras situações não descritas neste trabalho; no entanto a metodologia poderá ser aproveitada para quaisquer outros casos, ficando dependente de validação, conforme descrito na seção 1.6.

## 1.8 ESTRUTURA

O trabalho está estruturado em 06 capítulos, assim descritos:

- Capítulo 1 – apresenta o tema abordado, a definição do problema, a hipótese testada, as justificativas e a importância do trabalho, os objetivos geral e específicos desejados e as limitações da pesquisa;

- Capítulo 2 – apresenta a revisão bibliográfica da estatística utilizada neste trabalho, iniciando por modelos de previsão e focando em modelos de suavização exponencial e todo seu desenvolvimento histórico, desde sua criação datando da década de 40 até as últimas atualizações do modelo na década atual; no capítulo 2 também será vista a teoria sobre os gráficos de controle, em especial o gráfico de Shewhart, CUSUM e a combinação de ambos como será utilizada neste trabalho, o gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM com limites de controle discutidos e calculados para a situação de monitoramento de previsão de demanda, constituindo uma contribuição deste trabalho;



- Capítulo 3 – abordando a revisão bibliográfica e algumas definições sobre logística e *supply chain*, bem como algumas considerações sobre a função de estocagem. Neste capítulo são detalhados também alguns modelos matemáticos de controle de estoque;
- Capítulo 4 – proposta de criação do modelo de previsão associado ao gráfico de controle e ilustração da metodologia com um exemplo numérico fictício;
- Capítulo 5 – aplicação do modelo em três casos reais: produção canadense de gás, venda de cortadores de cantos de gramados de uma empresa do norte catarinense e consumo industrial de energia elétrica no estado de Santa Catarina;
- Capítulo 6 – capítulo destinado às discussões dos resultados obtidos e das conclusões do trabalho, bem como sugestões para trabalhos futuros;

## 2 REVISÃO TEÓRICA - ESTATÍSTICA

Neste capítulo será apresentada a revisão bibliográfica sobre estatística aplicada que será utilizada neste trabalho. Na seção 2.1 será mostrada a revisão teórica acerca de previsão de demanda e de modelos de suavização exponencial. O Controle Estatístico da Qualidade (CEP), introdução aos gráficos de controle e um aprofundamento da abordagem dos gráficos de Shewhart e CUSUM será vista na seção 2.2. A combinação de ambos os gráficos citados é detalhada na sub-seção 2.4.3.

### 2.1 MODELOS DE PREVISÃO

Nesta seção inicia-se a revisão da literatura acerca de modelos de previsão. Os modelos de previsão são parte essencial da atividade de gestão da demanda, sendo esta uma das pontes entre o mercado e a empresa. Esta ponte faz-se necessária para que a empresa produza e possa oferecer aquilo que o mercado deseja (Favaretto, 2001).

As previsões podem ser feitas para diferentes horizontes, com diferentes objetivos. Previsões de curto prazo normalmente referem-se ao planejamento da produção ou ao controle de estoques para suprir demandas; de médio prazo servem para nortear planos mestres de produção; e de longo prazo, dada a característica estratégica do horizonte, referem-se a dimensionamento de capacidade e mix de produtos (Buffa; Sarin, 1987).

Para a utilização de métodos estatísticos de previsão, é essencial a existência de dados históricos que possam ser analisados matematicamente. O correto armazenamento de dados de vendas é fundamental, mas outras informações relevantes podem ajudar a melhorar as previsões, como por exemplo: informações que justifiquem variações atípicas de vendas no passado, identificação de variáveis externas que afetem o desempenho no mercado, dados sobre economia e o mercado em que se atua, etc.

Entretanto, na aplicação de modelos estatísticos para realização das previsões, observam-se três condições necessárias, segundo Makridakis et al. (1998):

1. Disponibilidade de informações históricas;
2. Possibilidade de interpretação numéricas destas informações;
3. Suposição de continuidade de padrões históricos.

Um aspecto importante a ser observado neste trabalho é que o alvo da previsão será tão importante quando sua distribuição: dada uma série de dados de vendas para um determinado produto, deve-se prever a distribuição da demanda ao invés de apenas prever a média desta demanda (WILLEMAIN, 2006), através da previsão técnica de duas medidas: média e desvio padrão. A média será o alvo da previsão, enquanto o desvio padrão servirá para se conhecer a variabilidade em torno desta média. O desvio padrão pode ser obtido de diferentes formas, sendo uma delas, por exemplo, com o cálculo do intervalo de confiança desta previsão para 68,27%, dado que neste nível, para uma distribuição normal, a mesma porcentagem dos dados encontra-se ao redor de um desvio padrão da média.

Processos de previsão imprecisos fazem com que a empresa enfrente uma das duas situações descritas a seguir:

1. Previsões subestimadas: a empresa fica sem produtos em estoque para atender à demanda, que foi maior do que a previsão; ou
2. Previsões superestimadas: estoques excessivos.

Em ambos os casos a empresa incorre em custos. No primeiro caso, um custo intangível, muito difícil de ser mensurado com precisão: custo de vendas perdidas, custo de imagem, perda de fatia de mercado, etc. No segundo caso, os custos são muito mais evidentes através de custos de estoque, custos de armazém, obsolescência, manutenção, etc.

Afim de solucionar estes problemas é fundamental fazer boas previsões de demanda. Para tanto, existem vários métodos, que podem ser separados em dois grupos: quantitativos e qualitativos, podendo ainda haver uma combinação de ambos. Os métodos qualitativos apresentam normalmente um baixo grau de precisão, sendo, mesmo assim, bastante utilizados por empresas (Mentzer; Cox, 1984), possivelmente pela relação das previsões por eles geradas corresponderem às metas de demanda estabelecidas pelas empresas (Dias, 1999). No grupo dos métodos qualitativos encontram-se aqueles baseados em julgamento e apreciação de especialistas, principalmente quando não há dados históricos ou estes são insuficientes. O método qualitativo mais conhecido é a técnica Delphi (MOREIRA, 1999).

Os métodos quantitativos se utilizam de matemática e estatística para identificar padrões nos dados históricos, impulsionados pelo avanço da computação e da capacidade de processamento das máquinas nas últimas décadas. Estes podem ser divididos entre estudo de séries temporais e métodos causais. O estudo de séries temporais aposta na crença de que padrões passados irão se repetir no futuro, enquanto os métodos causais analisam relacionamentos com outras variáveis (independentes).

Por tratar-se de dados quantitativos, serão então aplicadas técnicas formais de estatística a fim de se obter conclusões sobre o tema. Ferramentas de análise estatística e diferentes modelos de previsão são utilizados para modelar o comportamento da variável ao longo do tempo, e fazer previsões para os próximos períodos. Os métodos de análise de série temporal são, dentre outros: decomposição clássica, suavizações exponenciais (simples, Holt e Holt-Winters) e ARIMA (Box-Jenkins). Dentre os métodos causais destacam-se as regressões simples e múltipla.

Como destacado na seção 1.7, este trabalho utilizará somente o método de suavização exponencial para fazer as previsões, pois, com raras exceções apresentam-se muito bem em inúmeros estudos empíricos de acurácia de previsão (GARDNER, 2006). Este método apóia-se apenas nos dados da própria série para fazer previsões, não necessitando de nenhuma variável independente. Isto traz a vantagem da rapidez, uma vez que não é necessário buscar ou medir outras variáveis. Segundo Samohyl e Miranda (2007), este método decompõe a série em suas componentes de tendência e sazonalidade e suaviza os dados históricos exponencialmente, de forma que valores antigos tendem a ter peso zero, valorizando as observações mais recentes.

Segundo Hanke, Reitsch e Wichern (2001), o Método de Holt-Winters, é indicado quando está se trabalhando com dados sazonais (o método de Suavização Exponencial Simples trata apenas o nível da série, o Método de Suavização Exponencial Dupla – ou Método de Holt – trata de nível e tendência, e por fim o Método de Holt-Winters trata de nível, tendência e sazonalidade), sem necessariamente estacioná-los. Destaca-se que este método deve ser utilizado para gerar previsões de curto prazo.

De acordo com Gardner (2006), a história do desenvolvimento destes modelos de suavização exponencial começou na década de 40 com Robert Brown trabalhando num controle de mísseis de submarino, usando um modelo de suavização exponencial simples para dados contínuos, técnica utilizada até os dias de hoje em equipamentos de controle de disparos.

Durante a década de 50, Brown aperfeiçoou seu modelo, incorporando tendência e sazonalidade também para distribuições discretas. Um dos primeiros usos foi para previsão de itens de inventário para a marinha americana.

Ainda na década de 50, Charles Holt desenvolveu um trabalho independente do de Brown, chegando a resultados semelhantes quanto à tendência aditiva e bastante distintos para suavizar dados sazonais. Este trabalho de Holt só veio a ser publicado recentemente (HOLT, 2004a, 2004b), mas ganhou notoriedade em 1960 quando Winters testou seus métodos em

dados empíricos, ficando conhecido como método de previsão de Holt-Winters, incorporando sazonalidade aditiva e multiplicativa (GARDNER, 2006).

Pegels (1969) classificou em nove os modelos de suavização exponencial quanto à tendência (constante, aditiva e multiplicativa) e também sem sazonalidade ou com ela aditiva ou multiplicativa, da maneira mostrada na Tabela 1.

Tabela 1 - Classificação dos métodos de suavização exponencial proposta por Pegels

Tendência	Sazonalidade		
	Nenhuma (N)	Aditiva (A)	Multiplicativa (M)
Nenhuma (N)	NN	NA	NM
Aditiva (A)	AN	AA	AM
Multiplicativa (M)	MN	MA	MM

Fonte: Adaptado de Pegels (1969)

Os modelos com tendência aditiva amortecida foram introduzidos por Gardner e McKenzie (1985), e a mais recente alteração nestes modelos foi feita por Taylor (2003), com a incorporação da tendência multiplicativa amortecida.

Assim, Hyndman et al. (2002) classificaram os modelos com relação à tendência e sazonalidade, e Taylor (2003) adaptou o trabalho de forma a considerar os modelos com tendência multiplicativa amortecida, tendo chegado então à mais recente classificação dos quinze modelos de suavização existentes, como descrito na Tabela 2, também utilizada por Hyndman e Khandakar (2008).

Tabela 2 – Resumo dos métodos de suavização exponencial proposta por Taylor

Tendência	Sazonalidade		
	Nenhuma (N)	Aditiva (A)	Multiplicativa (M)
Nenhuma (N)	NN	NA	NM
Aditiva (A)	AN	AA	AM
Aditiva Amortecida ( $A_d$ )	$A_dN$	$A_dA$	$A_dM$
Multiplicativa (M)	MN	MA	MM
Multiplicativa Amortecida ( $M_d$ )	$M_dN$	$M_dA$	$M_dM$

Fonte: Adaptado de Taylor (2003)

### 2.1.1. Forma padrão dos modelos de suavização exponencial

Como os modelos de suavização exponencial utilizam todos os dados históricos para formar a previsão do(s) próximo(s) período(s), a forma recursiva (padrão) das equações para a composição da previsão é conveniente. Um resumo destas equações é mostrado na Tabela 3,

como em Hyndman (2008), Gardner (2006) e Hyndman et al. (2002). Gardner (2006) destaca ainda que é possível expressar estas equações em função da correção dos erros, o que as torna semelhantes às equações de espaço de estado que serão mostradas na seção seguinte.

### **2.1.2. Representação dos modelos de suavização exponencial por equações de espaço de estado**

Outra abordagem destes modelos é através de equações de espaço de estado com única fonte de erro (SNYDER, 1985; ORD et al., 1997; HYNDMAN et al., 2002; BILLAH et al., 2005; HYNDMAN; KHANDAKAR, 2008). Esta abordagem permite, dentre outras coisas, fazer uma comparação eficiente entre os modelos através da função de verossimilhança (ver seção 2.2) e com isso a escolha do melhor modelo para cada situação e facilitar o cálculo de intervalos de confiança para previsão. Ord et al. (1997) apresentaram as generalizações das equações de espaço de estado, e Hyndman et al. (2002) as derivou para doze dos modelos de suavização exponencial (sem tendência, com tendências aditiva, aditiva amortecida e multiplicativa, cada um destes podendo apresentar ausência de sazonalidade, ou mesmo sazonalidade aditiva ou multiplicativa).

Outra vantagem desta abordagem é que ela permite que o erro seja não-constante. De acordo com Ord et al. (2002), a componente do erro pode variar de acordo com a média da série temporal. Segundo os autores, esta teoria gera atração há algum tempo, e citam uma frase de Brown (1959, p. 94) que diz que é “bastante provável descobrir que o desvio padrão da demanda é aproximadamente proporcional ao uso total anual, ou à sua média mensal”. Miller (1986), Lovejoy (1990), Heath e Jackson (1994) também já permitiram esta mesma característica em suas pesquisas, baseando-se neste trabalho de Brown, pois toleravam que o erro de previsão fosse dependente do tamanho da previsão.

No trabalho de Ord et al. (2002), são apresentados dados empíricos que mostram que o desvio padrão pode, realmente, ser proporcional à média ao invés de ser constante.

Ainda de acordo com Hyndman et al. (2002), os modelos com fonte única de erro são preferíveis aos modelos mais usuais com múltiplas fontes de erro por permitirem a formulação dos casos lineares bem como dos não-lineares e permitirem que as equações de estado coincidam com a já citada forma de correção de erro.

Tabela 3 - Forma recursiva dos modelos de suavização exponencial

Tendência	Sazonalidade		
	Nenhuma (N)	Aditiva (A)	Multiplicativa (M)
Nenhuma (N)	$n_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)n_{t-1}$	$n_t = \alpha(Y_t - s_{t-m}) + (1 - \alpha)n_{t-1}$	$n_t = \alpha(Y_t/s_{t-m}) + (1 - \alpha)n_{t-1}$
	$\hat{Y}_{t+k} = n_t$	$s_t = \gamma(Y_t - n_t) + (1 - \gamma)s_{t-m}$ $\hat{Y}_{t+k} = n_t + s_{t-m+k}$	$s_t = \gamma(Y_t/n_t) + (1 - \gamma)s_{t-m}$ $\hat{Y}_{t+k} = n_t s_{t-m+k}$
Aditiva (A)	$n_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(n_{t-1} + c_{t-1})$	$n_t = \alpha(Y_t - s_{t-m}) + (1 - \alpha)(n_{t-1} + c_{t-1})$	$n_t = \alpha(Y_t/s_{t-m}) + (1 - \alpha)(n_{t-1} + c_{t-1})$
	$c_t = \beta(n_t - n_{t-1}) + (1 - \beta)c_{t-1}$ $\hat{Y}_{t+k} = n_t + kc_t$	$c_t = \beta(n_t - n_{t-1}) + (1 - \beta)c_{t-1}$ $s_t = \gamma(Y_t - n_t) + (1 - \gamma)s_{t-m}$ $\hat{Y}_{t+k} = n_t + kc_t + s_{t-m+k}$	$c_t = \beta(n_t - n_{t-1}) + (1 - \beta)c_{t-1}$ $s_t = \gamma(Y_t/n_{t-1}) + (1 - \gamma)s_{t-m}$ $\hat{Y}_{t+k} = (n_t + kc_t)s_{t-m+k}$
Aditiva Amortecida (A <sub>d</sub> )	$n_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(n_{t-1} + \phi c_{t-1})$	$n_t = \alpha(Y_t - s_{t-m}) + (1 - \alpha)(n_{t-1} + \phi c_{t-1})$	$n_t = \alpha(Y_t/s_{t-m}) + (1 - \alpha)(n_{t-1} + \phi c_{t-1})$
	$c_t = \beta(n_t - n_{t-1}) + (1 - \beta)\phi c_{t-1}$ $\hat{Y}_{t+k} = n_t + \sum_{i=1}^k \phi^i c_t$	$c_t = \beta(n_t - n_{t-1}) + (1 - \beta)\phi c_{t-1}$ $s_t = \gamma(Y_t - n_t) + (1 - \gamma)s_{t-m}$ $\hat{Y}_{t+k} = n_t + \sum_{i=1}^k \phi^i c_t + s_{t-m+k}$	$c_t = \beta(n_t - n_{t-1}) + (1 - \beta)\phi c_{t-1}$ $s_t = \gamma(Y_t/n_{t-1}) + (1 - \gamma)s_{t-m}$ $\hat{Y}_{t+k} = \left( n_t + \sum_{i=1}^k \phi^i c_t \right) s_{t-m+k}$
Multiplicativa (M)	$n_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)n_{t-1}c_{t-1}$	$n_t = \alpha(Y_t - s_{t-m}) + (1 - \alpha)n_{t-1}c_{t-1}$	$n_t = \alpha(Y_t/s_{t-m}) + (1 - \alpha)n_{t-1}c_{t-1}$
	$c_t = \beta(n_t/n_{t-1}) + (1 - \beta)c_{t-1}$ $\hat{Y}_{t+k} = n_t c_t^k$	$c_t = \beta(n_t/n_{t-1}) + (1 - \beta)c_{t-1}$ $s_t = \gamma(Y_t - n_t) + (1 - \gamma)s_{t-m}$ $\hat{Y}_{t+k} = n_t c_t^k + s_{t-m+k}$	$c_t = \beta(n_t/n_{t-1}) + (1 - \beta)c_{t-1}$ $s_t = \gamma(Y_t/n_{t-1}) + (1 - \gamma)s_{t-m}$ $\hat{Y}_{t+k} = n_t c_t^k s_{t-m+k}$
Multiplicativa Amortecida (M <sub>d</sub> )	$n_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)n_{t-1}c_{t-1}^\phi$	$n_t = \alpha(Y_t - s_{t-m}) + (1 - \alpha)n_{t-1}c_{t-1}^\phi$	$n_t = \alpha(Y_t/s_{t-m}) + (1 - \alpha)n_{t-1}c_{t-1}^\phi$
	$c_t = \beta(n_t/n_{t-1}) + (1 - \beta)c_{t-1}^\phi$ $\hat{Y}_{t+k} = n_t c_t^{\sum_{i=1}^k \phi^i}$	$c_t = \beta(n_t/n_{t-1}) + (1 - \beta)c_{t-1}^\phi$ $s_t = \gamma(Y_t - n_t) + (1 - \gamma)s_{t-m}$ $\hat{Y}_{t+k} = n_t c_t^{\sum_{i=1}^k \phi^i} + s_{t-m+k}$	$c_t = \beta(n_t/n_{t-1}) + (1 - \beta)c_{t-1}^\phi$ $s_t = \gamma(Y_t/n_t) + (1 - \gamma)s_{t-m}$ $\hat{Y}_{t+k} = n_t c_t^{\sum_{i=1}^k \phi^i} s_{t-m+k}$

Fonte: Adaptado de Gardner (2006)

Na Tabela 4 são apresentados os modelos de espaço de estado para a suavização exponencial, e segundo Hyndman et al. (2002), para cada um destes métodos existem dois modelos: um com erros aditivos e outro com os erros multiplicativos. O autor afirma que o alvo da previsão para os dois métodos é o mesmo, mas os intervalos de confiança irão diferir. A identificação de cada um dos quinze modelos quanto à sua classificação do erro se dá por mais uma letra antes daquelas mostradas na Tabela 2: A para erros aditivos e M para erros multiplicativos. Desta forma, chega-se a um total de trinta diferentes modelos.

Nas equações mostradas na Tabela 4, para considerar o erro aditivo ou multiplicativo deve substituir  $\varepsilon_t$  por  $e_t$  ou por  $\mu_t e_t$ , respectivamente.  $\mu_t$  representa a média condicional de uma observação futura (média da previsão) dado que se conhece o passado. Para previsões de um passo a frente, para a maioria dos modelos,  $\mu_t$  será igual a  $\hat{Y}_t$  da Tabela 3; para os casos de tendência amortecida (seja ela aditiva ou multiplicativa), a média  $\mu_t$  e o alvo  $\hat{Y}_t$  serão levemente diferentes para  $k$  (passos a frente) maior ou igual a 2 (Hyndman; Khandakar, 2008).

## 2.2 ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS, AVALIAÇÃO E ESCOLHA DO MODELO

Um modelo de previsão precisa ser testado para avaliar sua eficiência. Existem inúmeras maneiras de se fazer medição da acurácia do modelo: minimizando alguma das medidas de erro, dentre outras, o erro percentual absoluto médio, erro quadrático médio, ou ainda através de parâmetros como AIC (Critério de Informação de Akaike), SIC (Critério Bayesiano de Schwarz), HQ (Critério Hannan-Quinn), U de Theil, etc.

Neste trabalho, a escolha do modelo será a mesma utilizada como padrão no software que será empregado para os cálculos das previsões. Este método de avaliação e escolha é descrito por Hyndman e Khandakar (2008) e permite apontar, dentre os trinta modelos descritos, aquele que melhor se ajusta à série de dados de interesse. Caracteriza-se por minimizar o critério de Akaike (AIC) (AKAIKE, 1973), baseado na função de verossimilhança, que é proporcional à probabilidade de se obter os dados de interesse com o modelo em análise. Segundo Makridakis et al. (1998), é uma medida de quão plausível será observar os dados reais dado um conjunto de parâmetros estimados para o modelo.



Tabela 4 - Representação dos modelos de espaço de estado para suavização exponencial

Tendência	Sazonalidade		
	Nenhuma (N)	Aditiva (A)	Multiplicativa (M)
Nenhuma (N)	$n_t = n_{t-1} + \alpha \varepsilon_t$	$n_t = n_{t-1} + \alpha \varepsilon_t$	$n_t = n_{t-1} + \alpha \varepsilon_t / s_{t-m}$
	$\mu_t = n_{t-1}$	$s_t = s_{t-m} + \gamma \varepsilon_t$	$s_t = s_{t-m} + \gamma (\varepsilon_t / n_{t-1})$
		$\mu_t = n_{t-1} + s_{t-m}$	$\mu_t = n_{t-1} s_{t-m}$
Aditiva (A)	$n_t = n_{t-1} + c_{t-1} + \alpha \varepsilon_t$	$n_t = n_{t-1} + c_{t-1} + \alpha \varepsilon_t$	$n_t = n_{t-1} + c_{t-1} + \alpha \varepsilon_t / s_{t-m}$
	$c_t = c_{t-1} + \alpha \beta \varepsilon_t$	$c_t = c_{t-1} + \alpha \beta \varepsilon_t$	$c_t = c_{t-1} + \alpha \beta \varepsilon_t / s_{t-m}$
	$\mu_t = n_{t-1} + c_{t-1}$	$s_t = s_{t-m} + \gamma \varepsilon_t$	$s_t = s_{t-m} + \gamma \varepsilon_t / (n_{t-1} + c_{t-1})$
		$\mu_t = (n_{t-1} + c_{t-1}) s_{t-m}$	
Aditiva Amortecida (A <sub>d</sub> )	$n_t = n_{t-1} + \phi c_{t-1} + \alpha \varepsilon_t$	$n_t = n_{t-1} + \phi c_{t-1} + \alpha \varepsilon_t$	$n_t = n_{t-1} + \phi c_{t-1} + \alpha$
	$c_t = \phi c_{t-1} + \alpha \beta \varepsilon_t$	$c_t = \phi c_{t-1} + \alpha \beta \varepsilon_t$	$c_t = \phi c_{t-1} + \alpha \beta \varepsilon_t / s_{t-m}$
	$\mu_t = n_{t-1} + \phi c_{t-1}$	$s_t = s_{t-m} + \gamma \varepsilon_t$	$s_t = s_{t-m} + \gamma \varepsilon_t / (n_{t-1} + \phi c_{t-1})$
		$\mu_t = (n_{t-1} + \phi c_{t-1}) s_{t-m}$	
Multiplicativa (M)	$n_t = n_{t-1} c_{t-1} + \alpha \varepsilon_t$	$n_t = n_{t-1} c_{t-1} + \alpha \varepsilon_t$	$n_t = n_{t-1} c_{t-1} + \alpha \varepsilon_t / s_{t-m}$
	$c_t = c_{t-1} + \alpha \beta \varepsilon_t / n_{t-1}$	$c_t = c_{t-1} + \alpha \beta \varepsilon_t / n_{t-1}$	$c_t = c_{t-1} + \alpha \beta \varepsilon_t / (s_{t-m} n_{t-1})$
	$\mu_t = n_{t-1} c_{t-1}$	$s_t = s_{t-m} + \gamma \varepsilon_t$	$s_t = s_{t-m} + \gamma \varepsilon_t / (n_{t-1} c_{t-1})$
		$\mu_t = n_{t-1} c_{t-1} s_{t-m}$	
Multiplicativa Amortecida (M <sub>d</sub> )	$n_t = n_{t-1} c_{t-1}^\phi + \alpha \varepsilon_t$	$n_t = n_{t-1} c_{t-1}^\phi + \alpha \varepsilon_t$	$n_t = n_{t-1} c_{t-1}^\phi + \alpha \varepsilon_t / s_{t-m}$
	$c_t = c_{t-1}^\phi + \alpha \beta \varepsilon_t / n_{t-1}$	$c_t = c_{t-1}^\phi + \alpha \beta \varepsilon_t / n_{t-1}$	$c_t = c_{t-1}^\phi + \alpha \beta \varepsilon_t / (s_{t-m} n_{t-1})$
	$\mu_t = n_{t-1} c_{t-1}^\phi$	$s_t = s_{t-m} + \gamma \varepsilon_t$	$s_t = s_{t-m} + \gamma \varepsilon_t / (n_{t-1} c_{t-1}^\phi)$
		$\mu_t = n_{t-1} c_{t-1}^\phi s_{t-m}$	

Fonte: Adaptado de Hyndman e Khandakar (2008)

O critério de Akaike é descrito na equação 01, em função dos vetores de parâmetros  $\hat{\theta} = (\alpha, \beta, \gamma, \phi)$  e dos valores iniciais  $\hat{X}_0 = (l_0, b_0, s_0, s_{-1}, \dots, s_{-m+1})$ , penaliza modelos com muitos parâmetros e possui relação positiva com o logaritmo da função de verossimilhança, que será descrita a seguir.

$$AIC = L^*(\hat{\theta}, \hat{X}_0) + 2p \quad (01)$$

Em que  $L^*$ , mostrada na equação 02 é igual ao dobro do logaritmo negativo da função de verossimilhança com os termos constantes desprezados (ORD et al., 1997), sendo dado por

$$L^*(\theta, X_0) = n \log(\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2) + 2 \sum_{t=1}^n \log|r(x_t - 1)| \quad (02)$$

E os parâmetros  $\hat{\theta}$  e  $\hat{X}_0$  podem ser estimados minimizando  $L^*$ .

A seleção do modelo é feita baseada no Critério de Akaike (equação 01), escolhendo aquele que minimize o AIC.

Estas funções, descritas nas Equações 01 e 02, são utilizadas no pacote *forecast* para o software R, utilizado nos Capítulos 3 e 4 deste trabalho.

### 2.3 ANÁLISE DOS RESÍDUOS

Para a utilização deste conceito e de outros que serão abordados neste artigo, faz-se necessário que os resíduos (erros) da previsão estejam normalmente distribuídos e não apresentem autocorrelação. A distribuição normal é uma das distribuições mais utilizadas em estatística e probabilidade, por representar com boa aproximação muitos fenômenos reais. Uma distribuição normal é caracterizada por sua média e seu desvio padrão (ou variância),  $N(\mu, \sigma^2)$ , onde  $\mu$  e  $\sigma^2$  são a média e a variância, respectivamente.

Para garantir a validade dos modelos aplicados, os resíduos deverão ser testados quanto à sua normalidade. Testes para verificar normalidade da distribuição dos dados verificam a semelhança destes com a distribuição normal. Alguns dos testes mais conhecidos e utilizados são: Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling, Shapiro-Wilk, Jarque-Bera, histograma e a curva de probabilidade normal.

Quando a distribuição dos erros não seguir a distribuição normal, há que se fazer a transformação dos dados originais. Em muitos casos, dados originais não-normais vão gerar previsões também não-normais, cujos erros também não se aproximarão suficientemente da distribuição normal. Algumas transformações podem ser: diferenciação, aplicação de logaritmos, diferença de logaritmos, potenciação, transformação de Box-Cox, dentre outras. Propriedades estatísticas e aplicação direta de outros métodos de previsão justificam estas transformações.

Uma vez que os resíduos apresentem distribuição normal, é possível traçar a curva normal que represente a distribuição da previsão de demanda. No entanto, para se alcançar este nível, é preciso que os processos de previsão sejam bem aplicados e os resultados apresentem-se consistentes, como discutido anteriormente, com seus resíduos possuindo além da distribuição normal, ausência de autocorrelações e de autocorrelações parciais.

## 2.4 CONTROLE ESTATÍSTICO DA QUALIDADE (CEQ)

Para verificar se processos estão sendo produzidos de forma eficiente, é necessário conhecê-los, ou seja, medi-los. Somente assim será possível conhecer aquilo que é padrão no processo e aquilo que é extraordinário, fora do comum, que não obedece aos padrões históricos e que deverá ser analisado com mais critério.

Segundo Samohyl (2005), melhores níveis de qualidade em processos produtivos e variabilidade menor norteiam o conceito por trás do Controle Estatístico de Processos. Para Costa, Epprechat e Carpinetti (2004), a sustentação da qualidade está baseada no controle dos processos. Para Juran (1999), a qualidade é definida como a adequação ao uso.

O uso das técnicas de controle de qualidade visa, portanto, garantir que produtos e serviços alcancem (ou superem) as expectativas vindas do projeto e do mercado consumidor.

Utilizando ferramentas de engenharia e especialmente de estatística, desenvolveu-se uma área chamada de Controle Estatístico da Qualidade, medindo, monitorando, controlando e melhorando a qualidade (MONTGOMERY; RUNGER, 2003), e teve o início de sua teoria desenvolvida na década de 20 por Walter Shewhart (1924) visando monitorar processos utilizando técnicas estatísticas, com o intuito de eliminar as causas especiais que afetassem o sistema produtivo da Bell Telephone Labs. A partir da II Grande Guerra, Dr. Edwards

Deming e Dr. Joseph Juran tornaram estes métodos estatísticos de avaliar e melhorar a qualidade mais difundidos.

Para Montgomery e Runger (2003), o Controle Estatístico de Processos (CEP) é um conjunto de ferramentas orientadas a solucionar problemas, que podem ser aplicadas a qualquer processo. As sete maiores ferramentas do CEP são:

- Histograma;
- Gráfico Pareto;
- Diagrama de causa e efeito;
- Diagrama de concentração de defeitos;
- Gráfico de controle;
- Diagrama de dispersão;
- Planilha de verificação.

Os autores destacam ainda que estas são ferramentas técnicas para avaliação do processo em questão, mas que a atitude para corrigir eventuais falhas/desvios é tão importante quanto o uso destas técnicas. Caracterizam-se por aplicar estatística aos dados de interesse a fim de estabilidade e confiabilidade de características de qualidade, concluindo sua previsibilidade.

O gráfico de controle é a mais poderosa das ferramentas do CEP, segundo os mesmos autores. Eles servem para identificar o mais rapidamente possível causas especiais que atuem nos processos de interesse para que ações de correção possam ser tomadas no menor tempo possível. Causas especiais são aquelas que podem ser corrigidas e implicam em grandes alterações no processo, tais como matérias-primas defeituosas, erros humanos ou ajuste incorreto de máquinas. Ao contrário das causas especiais, as causas comuns são inerentes ao processo e responsáveis pela pequena variabilidade presente em qualquer processo, não importa o quão bem estruturado ele seja.

De maneira geral, um gráfico de controle mostra uma medida de qualidade que se deseja avaliar ao longo do tempo. Uma Linha Central representa a média das observações dessa característica em análise, quando o processo opera sob controle, ou seja, apenas com causas comuns agindo sobre o sistema. Outras duas linhas, denominadas Limite de Controle Superior (LCS) e Limite de Controle Inferior (LCI) são escolhidas e desenhadas de forma que quase todas as amostras fiquem entre estas duas medidas. De acordo com Montgomery e Runger (2003), enquanto os pontos estiverem entre os intervalos LCS e LCI o processo é dito sob controle e nenhuma ação deve ser tomada. Se um ponto estiver fora desse intervalo, é

caracterizada uma evidência de anormalidade no processo, necessitando então de investigação e medidas de correção para eliminação da(s) causa(s) especial(is).

Os gráficos de controle podem, portanto, ser interpretados como uma visualização gráfica de um teste de hipóteses de que o processo esteja sob controle estatístico. Se os pontos estiverem dentro dos Limites de Controle, indica que devemos aceitar a hipótese nula de estabilidade estatística no processo, enquanto que pontos fora dos limites de controle são equivalentes à rejeição da hipótese nula.

### 2.4.1 Gráficos de controle de Shewhart

Os primeiros gráficos de controle para variáveis foram introduzidos por Walter Shewhart na década de 20 para monitorar a qualidade na empresa de telefone Bell nos Estados Unidos.

A construção deste gráfico, baseado no modelo genérico apresentado em Montgomery e Runger (2003), baseia-se na medida de uma característica de qualidade que se deseja avaliar. Para tanto, seja  $W$  uma estatística amostral com média  $\mu_W$  e desvio padrão  $\sigma_W$ . Então, o Limite de Controle Superior, a Linha Central e o Limite de Controle Inferior são regidos pelas equações 03, 04 e 05, respectivamente.

$$LCS = \mu_W + q\sigma_W \quad (03)$$

$$LC = \mu_W \quad (04)$$

$$LCI = \mu_W - q\sigma_W \quad (05)$$

Em que  $q$  é a distância ou largura dos limites de controle em relação à linha central. O valor de  $q$  proposto por Shewhart e amplamente utilizado ainda hoje é igual a três, logo os limites de controle são fixados a uma distancia de três desvios padrão ao redor da média/alvo.

Ao valor da linha central pode também ser atribuído o valor do alvo do processo determinado pelo projeto, ou mesmo valores especificados por legislação ou padrão histórico.

A Figura 2 mostra um gráfico de Shewhart genérico, com suas três linhas paralelas compostas pela Linha Central igual à média do processo de 50 unidades; o Limite de Controle Superior igual a 60 unidades e o Limite de Controle Inferior igual a 40 unidades, equidistantes da Linha Central por uma distância de três desvios padrão, com este igual aproximadamente a 3,3 unidades. Este é um processo que sofria influência apenas de causas comuns até o período

$t = 20$ . A partir deste, a variabilidade aumentou muito, apresentando pontos fora dos limites de controle, indicando a possível presença de causas especiais agindo no processo.

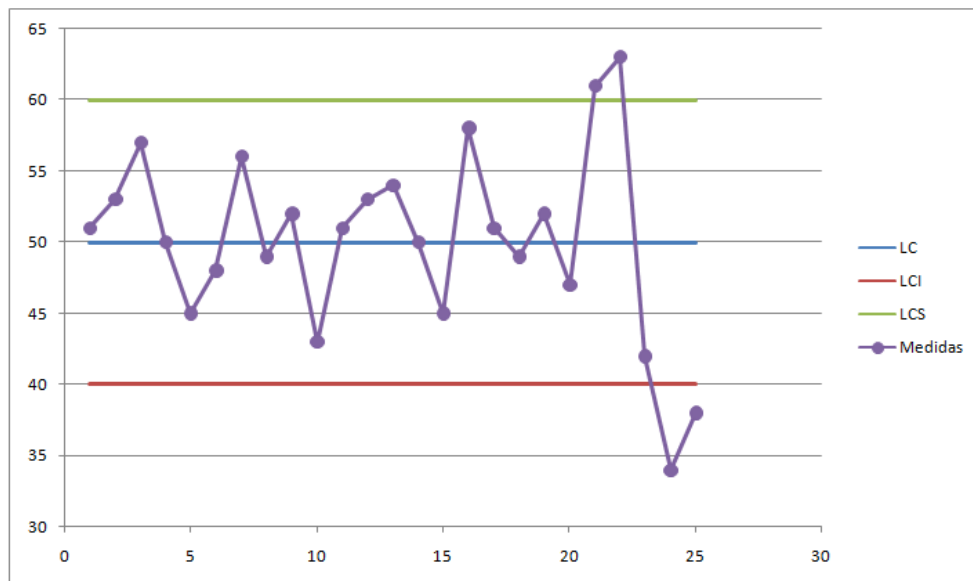


Figura 2 - Exemplo de gráfico de controle de Shewhart

### 2.4.2 Gráficos de controle CUSUM

Uma das críticas mais frequentes ao uso dos gráficos de Shewhart é em relação à sua baixa sensibilidade para pequenas mudanças no processo, notadamente abaixo de 1,5 desvios padrão (MONTGOMERY; RUNGE, 2003). Como o gráfico de Shewhart faz uso apenas da última observação, ignora o histórico da série e não detecta padrões e seqüência de dados. Existem algumas alternativas para tornar os gráficos de Shewhart mais sensíveis, tais como o uso de regras de sensibilização (detecção de padrões), mas estas impõem algumas dificuldades de interpretação, não deixam o gráfico tão intuitivo, além de aumentar a probabilidade de falsos alarmes.

Proposto por Page (1954), este gráfico de controle utiliza informação histórica da série para compor a linha traçada no gráfico. O gráfico de controle CUSUM representa uma soma acumulada dos valores do processo em análise, de forma que todos os dados são utilizados e interferem na construção e plotagem no gráfico. Assim, uma pequena mudança no processo que se apresente por algumas observações em seqüência será percebida por sua soma, enquanto que no gráfico de Shewhart isto poderia passar despercebido.

O gráfico de controle CUSUM plota, portanto, as somas acumuladas dos desvios das medidas da amostra em relação a um valor alvo. Em termos matemáticos, isto é representado na Equação 06.

$$S_n = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_0) \quad (06)$$

Para um processo sob controle, espera-se que a soma  $S_i$  oscile em torno de zero. Se o valor de  $S_i$  tender a crescer, indica que os valores observados no processo estão maiores do que o valor alvo  $\mu_0$ ; de maneira análoga, se  $S_i$  tender a ficar negativo, indica que a média do processo está abaixo do valor especificado como alvo.

A Equação 06 pode ser reescrita na forma recursiva mostrada na Equação 07.

$$S_i = x_i - \mu_0 + S_{i-1} \quad (07)$$

O CUSUM tabular é um procedimento que faz duas somas individuais, unilaterais – uma para valores acima do alvo, outra para valores abaixo do alvo – e as compara com um intervalo de decisão H. Caso uma das somas seja maior que o valor H, o processo é dito fora de controle estatístico. As somas unilaterais são descritas nas equações 08 e 09.

$$S_i^+ = \max[0, \bar{x}_i - (\mu_0 + K) + S_{i-1}^+] \quad (08)$$

$$S_i^- = \max[0, (\mu_0 - K) - \bar{x}_i + S_{i-1}^-] \quad (09)$$

Em que o valor K, chamado de valor de referência ou de folga, é um amortecimento para as somas unilaterais, pois se o valor  $x_i$  observado encontrar-se ao redor de  $\mu_0$  a uma distância menor que K, ele não é considerado para a soma, atribuindo-se valor zero a seu desvio. O valor de K é normalmente escolhido como a metade do desvio que se deseja detectar; o valor de H, o intervalo de decisão, é normalmente atribuído em números de desvio padrão, e Montgomery (1997) recomenda cinco desvios padrão para o intervalo de decisão e 0,5 desvios padrão para o valor de referência. Assim, desvios individuais menores que meio desvio padrão não são considerados para as somas  $S_i^+$  ou  $S_i^-$ , e os limites de controle posicionados a uma distância de cinco desvios padrão da linha central, que é posicionada em zero.

O gráfico de controle CUSUM ainda apresenta uma vantagem substancial em relação ao de Shewhart, pois é capaz de indicar o momento em que ocorreu a mudança. Para o CUSUM tabular mostrado nesta seção, o início da mudança no processo é indicado pelo momento em que a soma ( $S_i^+$  ou  $S_i^-$ ) que ultrapassou o limite de controle se diferenciou de zero.

### 2.4.3 Gráficos de controle combinado Shewhart-CUSUM

Como visto nas seções anteriores, os dois gráficos de controle apresentados possuem características próprias que os tornam adequados a situações excludentes: enquanto o gráfico de Shewhart é indicado para monitorar mudanças relativamente grandes em processos (acima de 1,5 desvios padrão, por exemplo), o CUSUM é apropriado para detectar mudanças relativamente pequenas. Wesgard et al. (1977) propuseram, então, uma combinação dos dois gráficos, que seria utilizado para monitorar o processo unindo as duas qualidades dos gráficos propostos, sendo chamado de gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM. Foram feitos diversos ajustes de gráficos combinados, utilizando diferentes valores de K e H para o gráfico CUSUM e distâncias dos limites de controle de Shewhart em relação à linha central. De acordo com Rocha (2004) houve maior probabilidade de detectar mudanças no processo para o estudo feito com simulação.

Para os gráficos de Shewhart, tradicionalmente os limites de controle são posicionados a uma distância simétrica de três desvios padrão da linha central. Para uma distribuição normal, como pode ser visto na Figura 3, onde espera-se que apenas 0,27% dos dados estariam além de três desvios padrão da média. Desta forma, em média, a cada 370 observações normalmente distribuídas, apenas uma é esperada além destes limites (acima ou abaixo), não estando o processo em instabilidade estatística, configurando-se em um alarme falso (erro tipo I, probabilidade  $\alpha$ ). Assim, pode-se definir uma das medidas de desempenho de gráficos de controle, o  $ARL_0$ , ou comprimento médio da corrida (*average run length*). Esta medida é basicamente o número médio de pontos que devem ser plotados no gráfico antes que um ponto indique a condição de ausência de controle estatístico, dado que o processo está sob controle estatístico. Para os gráficos de Shewhart, o  $ARL_0$  pode ser calculado da seguinte forma:

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha_1} \quad (10)$$



em que  $\alpha_1$  é a probabilidade de que qualquer ponto exceda os limites de controle. Como explicitado anteriormente, para processos sob controle estatístico, denota-se  $ARL_0$  o comprimento médio da corrida que é então calculado da seguinte forma:

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha_1} = \frac{1}{0,0027} = 370 \quad (11)$$

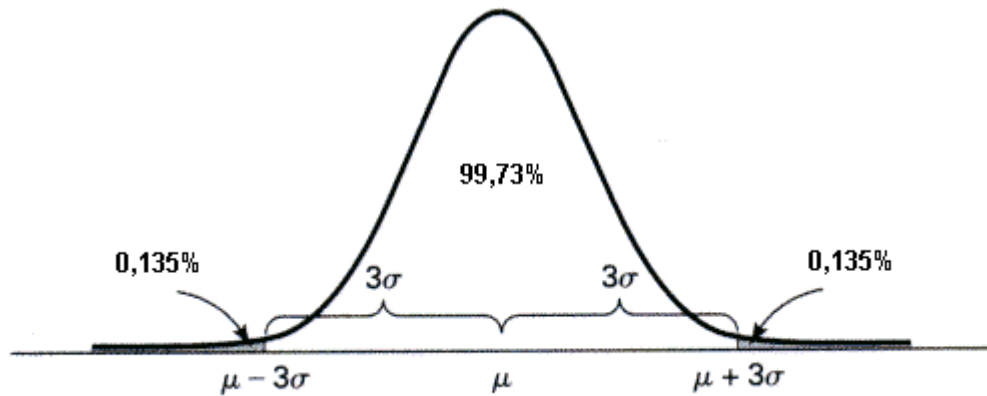


Figura 3 - Probabilidade de ocorrência de observações a mais de 3 desvios padrão da média em uma distribuição normal

Para os gráficos de controle CUSUM, a medida ARL também é importante, mas ela é calculada em função das escolhas de  $K$  e  $H$ . Montgomery e Runge (2003) e Woodall e Adams (1993) recomendam a aproximação de Siegmund (1985) por sua simplicidade. Para um gráfico CUSUM unilateral com parâmetros  $K$  e  $H$ , esta aproximação é representada por:

$$ARL = \frac{e^{-2\Delta b} + 2\Delta b - 1}{2\Delta^2} \quad (12)$$

Em que  $\Delta = \delta^* - K$ ,  $b = H + 1,166$ , e  $\delta^* = (\mu_1 - \mu_0)/\sigma$ . Se  $\Delta = 0$  então a aproximação poderá ser  $ARL = b^2$ .  $\delta^*$  é a amplitude da mudança da média, em quantidades de desvios padrão para os quais o ARL será calculado. Se  $\delta^* = 0$  então  $\Delta = -0,5$  e a equação acima resultará no  $ARL_0$ .

Para o cálculo de ARL de gráficos CUSUM bilaterais a partir dos cálculos daqueles unilaterais ( $ARL^+$  e  $ARL^-$ ), utiliza-se a relação de Kemp (1971):

$$\frac{1}{ARL} = \frac{1}{ARL^+} + \frac{1}{ARL^-} \quad (13)$$

Para ilustrar, com  $K = 0,5$  e  $H=5$  segundo Montgomery e Runge (2003), os  $ARL_0$  unilaterais são simétricos e iguais a 938,2 (o  $ARL_0$  calculado pela expressão Equação 13 acima é 933), logo o  $ARL_0$  bilateral será:

$$\frac{1}{ARL_0} = \frac{1}{ARL_0^+} + \frac{1}{ARL_0^-} = \frac{1}{938,2} + \frac{1}{938,2} = \frac{1}{469} = \alpha_1 \quad (14)$$

Isto é, serão necessárias aproximadamente 469 amostras para que um alarme falso ocorra neste gráfico, analogamente ao caso das 370 observações do gráfico de Shewhart. A aproximação de Siegmund é bastante acurada, uma vez que o valor real deste cálculo é 465 unidades.

A Tabela 5 mostra a comparação entre o ARL de duas variantes de gráficos CUSUM ( $K = 0,5$ ;  $H = 4$  e  $K = 0,5$ ;  $H = 5$ ) e de Shewhart ( $3\sigma$ ) para diferentes amplitudes na mudança na média.

Tabela 5 - Comparação entre ARL para os gráficos de controle CUSUM (com diferentes valores para H) e Shewhart a partir de diferentes mudanças na amplitude da média de um processo

<b>Amplitude da mudança</b>	<b>CUSUM H = 4</b>	<b>CUSUM H = 5</b>	<b>Shewhart (3σ)</b>
0,00	336	930	371,00
0,25	74,20	140	281,14
0,50	26,60	30,0	155,22
0,75	13,30	17,0	81,22
1,00	8,38	10,4	44,00
1,50	4,75	5,75	14,97
2,00	3,34	4,01	6,30
2,50	2,62	3,11	3,24
3,00	2,19	2,57	2,00
4,00	1,71	2,01	1,19

Fonte: National Institute of Standards and Technology (NIST/SEMATECH), 2008.

Pode-se verificar que para valores da amplitude da mudança na média abaixo de 2,5 desvios padrão as variações do gráfico CUSUM são mais eficientes para detectar, enquanto que para mudanças acima de 2,5 desvios padrão o gráfico de Shewhart necessitaria de menos observações para apontar a alteração. O ponto em que um gráfico passa a ser preferido em relação ao outro é função dos valores K e H.

A Figura 4 - Desempenho do ARL para gráficos CUSUM e Shewhart mostra uma comparação gráfica entre um esquema CUSUM com  $K= 0,5$  e  $H = 4$  e um gráfico de Shewhart com limites de controle posicionados a três desvios padrão da linha central.

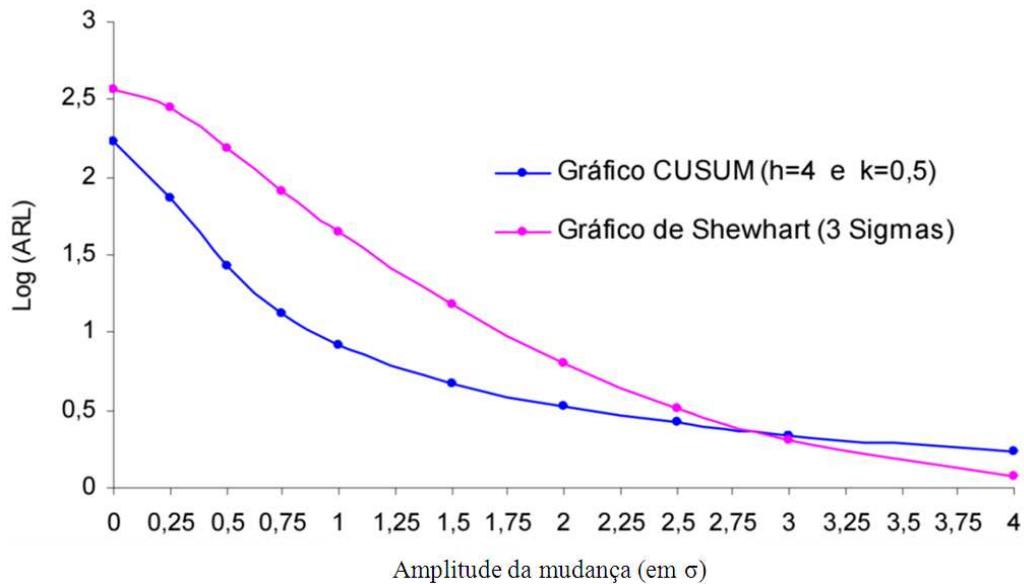


Figura 4 - Desempenho do ARL para gráficos CUSUM e Shewhart  
Fonte: Adaptado de Alves (2003)

As figuras 5 e 6 ilustram a relação existente entre os ARL e diferentes amplitudes de mudança no processo para os gráficos individuais de Shewhart e CUSUM bilateral. A Tabela 6 apresenta os dados referentes aos plotados na Figura 5. Estes dados foram obtidos com simulação com 40 repetições de pelo menos 50 mil observações normais. Perceba-se o  $ARL_0$  de 371 para o gráfico de Shewhart com limites de controle posicionados a três desvios padrão da linha central.

A Figura 6 mostra a curva de desempenho para o gráfico CUSUM bilateral com parâmetros  $K = 5$  e  $H = 0,5$ . Novamente estes dados foram obtidos por simulação semelhante à anterior, com 40 repetições, cada uma com pelo menos 50 mil observações.

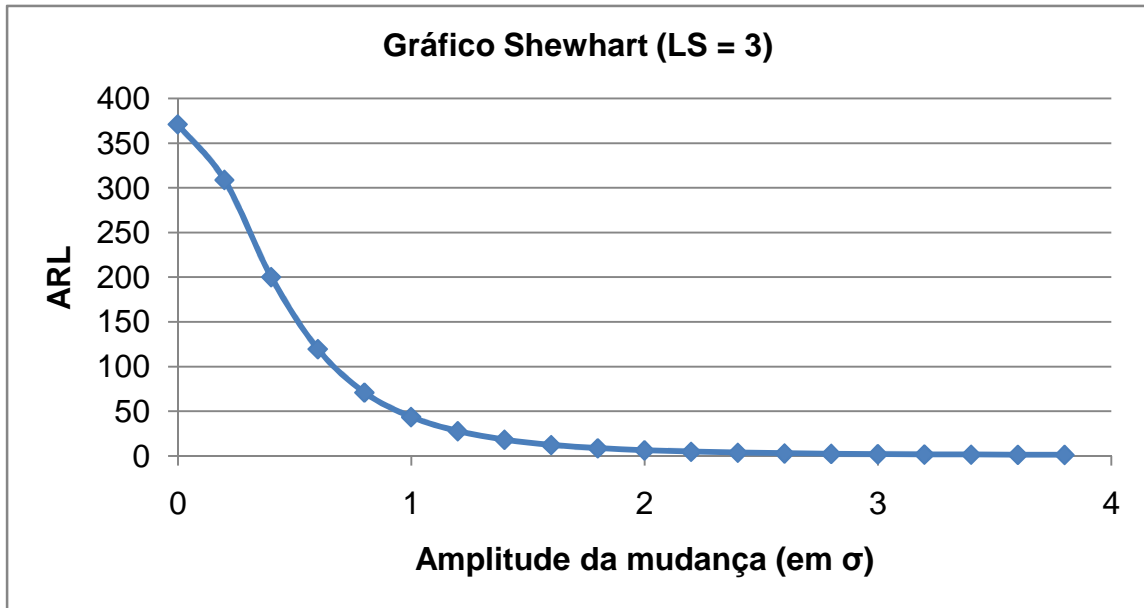


Figura 5 - Curva de desempenho do gráfico de controle de Shewhart para diferentes amplitudes de mudança (em  $\sigma$ ) no processo

Fonte: Software de simulação, Rocha (2004)

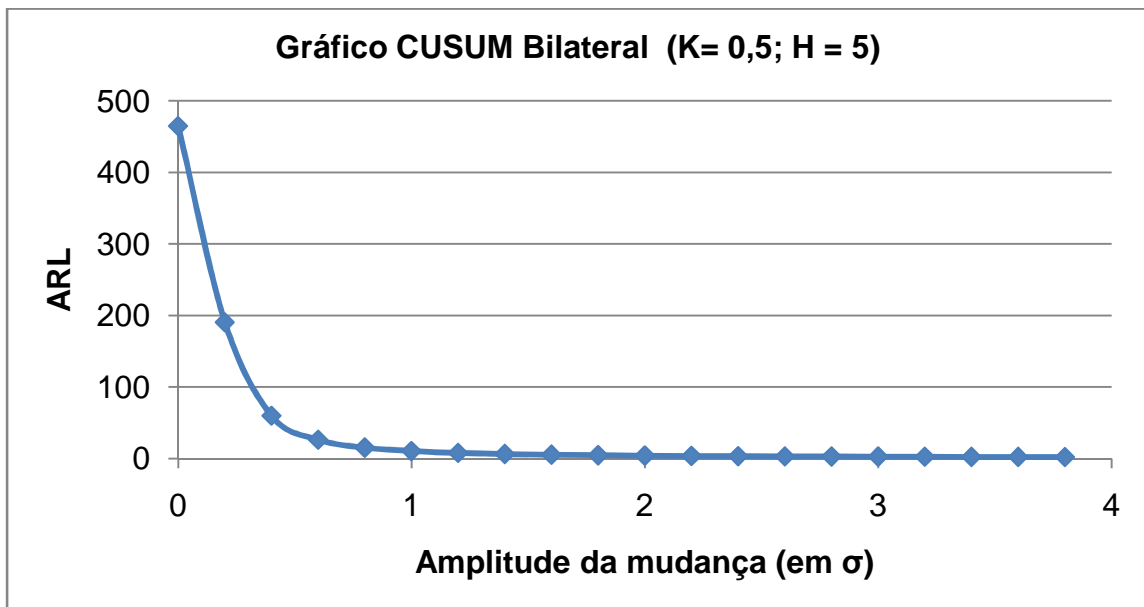


Figura 6 - Curva de desempenho do gráfico de controle CUSUM para diferentes amplitudes de mudança (em  $\sigma$ ) no processo

Fonte: Software de simulação, Rocha (2004)

A Tabela 7 evidencia os dados utilizados para traçar a curva da Figura 6, onde pode ser conferido o  $ARL_0$  do gráfico CUSUM bilateral com os parâmetros citados igual a 464.

Tabela 6 - Dados da curva de desempenho do gráfico de controle de Shewhart para diferentes amplitudes de mudança (em  $\sigma$ ) no processo

ARL (média)	Amplitude da mudança	ARL (média)	Amplitude da mudança
370,84	0	6,2939	2
308,77	0,2	4,7159	2,2
200,12	0,4	3,648	2,4
119,58	0,6	2,9043	2,6
70,983	0,8	2,3792	2,8
43,642	1	2,0023	3
27,76	1,2	1,725	3,2
18,218	1,4	1,5256	3,4
12,35	1,6	1,3769	3,6
8,6942	1,8	1,2684	3,8

Fonte: Adaptado do software de simulação, Rocha (2004)

Tabela 7 - Dados da curva de desempenho do gráfico de controle CUSUM para diferentes amplitudes de mudança (em  $\sigma$ ) no processo

ARL (média)	Amplitude da mudança	ARL (média)	Amplitude da mudança
464,47	0	4,0098	2
190,39	0,2	3,5883	2,2
59,711	0,4	3,2546	2,4
26,24	0,6	2,985	2,6
15,162	0,8	2,7604	2,8
10,393	1	2,5739	3
7,8436	1,2	2,4157	3,2
6,3104	1,4	2,2846	3,4
5,2866	1,6	2,176	3,6
4,5529	1,8	2,0864	3,8

Fonte: Adaptado de software de simulação, Rocha (2004)

Souza e Samohyl (2008) abordam a questão da combinação de gráficos de controle em função da probabilidade de ocorrência de alarmes falsos (probabilidade  $\alpha_1$  de que um processo estável gerará um ponto fora dos limites do gráfico). Quando dois gráficos diferentes monitoram a mesma variável, a taxa de alarmes falsos do gráfico combinado será uma combinação das taxas individuais de cada um,  $\alpha_S$  e  $\alpha_C$  para Shewhart e CUSUM respectivamente. Se forem considerados ambos  $\alpha_S$  e  $\alpha_C$  iguais a 0,01, a taxa  $\alpha$  do gráfico combinado será

$$\alpha = \alpha_S + \alpha_C - \alpha_S \alpha_C = 0,01 + 0,01 - 0,01 * 0,01 = 1,99\% \quad (15)$$

Note-se que dois gráficos de controle com taxas de alarmes falsos de 1% cada geram um gráfico combinado com taxa de aproximadamente 2% de alarmes falsos. Para manter esta taxa em um valor original, mais baixo, os limites de controle de ambos os gráficos devem ser recalculados, ficando mais distantes da linha central (SOUZA; SAMOHYL, 2008).

Diversas aplicações de gráficos combinados Shewhart-CUSUM possuem suas próprias especificações, consideradas mais adequadas ao caso em questão (WESTGARD, 1977; YASHCHIN, 1985; ROCHA, 2004; ZHOU et al., 2007; ZHOU et al., 2008; SOUZA; SAMOHYL, 2008).

Um estudo com simulação foi realizado por Rocha (2004) obtendo tabelas de ARL em função dos parâmetros dos gráficos (limites de controle de Shewhart, K e H do gráfico CUSUM), cujos resultados são reproduzidos na Tabela 8.

Através dos dados da Tabela 8 é possível verificar que para se obter  $ARL_0$  igual a 370, equivalente àquele do gráfico de Shewhart isolado, com  $K = 5$  (aproximado) e  $H = 0,5$  os limites de controle de Shewhart devem ser posicionados em 3,50 desvios padrão. O valor exato deste cálculo, não mostrado na referida tabela de simulação, resulta em um  $ARL_0$  de 397 unidades para este gráfico combinado.

A Figura 7 representa a curva de desempenho de uma combinação Shewhart-CUSUM bilateral, com parâmetros  $K=5$  e  $H=0,5$  e com limites de Shewhart a 3,5 desvios padrão, como os utilizados por Souza e Samohyl (2008). Com estes parâmetros, o  $ARL_0$  é de 397 unidades, como citado anteriormente. Novamente, estes resultados foram obtidos por simulação com as mesmas características das anteriores. Os dados do gráfico estão também mostrados na Tabela 9.

Tabela 8 - Valores para o intervalo de decisão H (em quantidade de desvios padrão  $\sigma$ ) para o gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM bilateral\*

Limites de Controle de Shewhart (em $\sigma$ )	CUSUM bilateral					
	K (metade do desvio que é tolerado - em unidades de $\sigma$ )					
	ARL	$\alpha = 1/ARL$	0,00	0,25	0,50	0,75
3,00	50	0,0200	9,2091	4,5345	2,8892	xx
	100	0,0100	14,3190	5,9854	3,6732	2,5485
	150	0,0067	19,0400	7,0551	4,2392	2,9280
	200	0,0050	24,0279	4,7501	3,2644	2,3811
	250	0,0040	29,9220	5,2891	3,6191	2,6500
	300	0,0033	38,3301	5,9701	4,0721	2,9790
	350	0,0029	56,0665	7,2357	4,9600	3,5981
3,50	50	0,0200	8,8851	4,4321	xx	xx
	100	0,0100	13,1650	5,6503	3,5186	xx
	150	0,0067	16,5330	6,4200	3,9280	xx
	200	0,0050	19,4563	6,9932	4,2276	2,9469
	250	0,0040	22,0816	7,4507	4,4702	3,1117
	300	0,0033	24,4757	7,8401	4,6751	3,2471
	350	0,0029	26,8050	8,1851	4,8485	3,3680
	370	0,0027	27,6427	8,3105	4,9142	3,4102
	400	0,0025	29,0051	8,4930	5,0086	3,4743

Fonte: Adaptado de Rocha (2004), p. 126

\* - Valores obtidos com simulação com 30 repetições de seqüências de 600.000 números com distribuição normal

xx - Não foi considerado gráfico combinado, uma vez que  $LC > H + K$

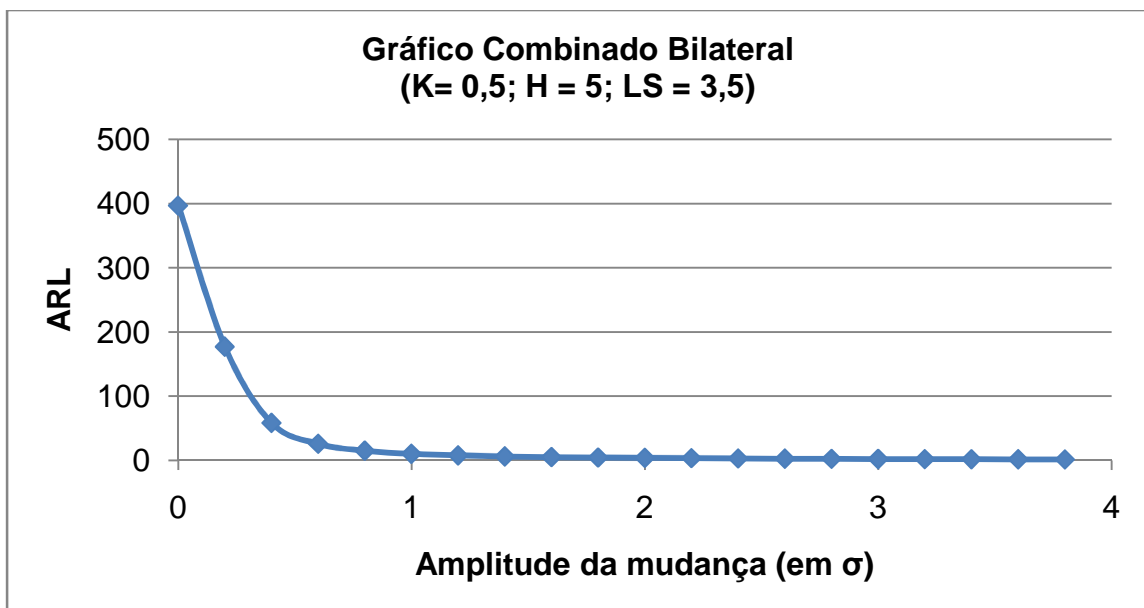


Figura 7 - Curva de desempenho do gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM (LS = 3,5) para diferentes amplitudes de mudança (em  $\sigma$ ) no processo

Fonte: Software de simulação, Rocha (2004)

Tabela 9 - Dados da curva de desempenho do gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM (LS = 3,5) para diferentes amplitudes de mudança (em  $\sigma$ ) no processo

ARL (média)	Amplitude da mudança	ARL (média)	Amplitude da mudança
397,06	0	3,8287	2
177,24	0,2	3,3691	2,2
58,426	0,4	2,9985	2,4
25,916	0,6	2,6807	2,6
15,006	0,8	2,4103	2,8
10,235	1	2,1698	3
7,747	1,2	1,9603	3,2
6,1905	1,4	1,7742	3,4
5,1486	1,6	1,6163	3,6
4,3991	1,8	1,4779	3,8

Fonte: Adaptado de software de simulação, Rocha (2004)

Outra combinação Shewhart-CUSUM é mostrada na Figura 8. Esta possui os mesmos parâmetros do CUSUM ( $K = 5$  e  $H = 0,5$ ), mas os limites de Shewhart estão posicionados a 3,0 desvios padrão. A simulação teve as mesmas características anteriormente citadas e os resultados numéricos estão evidenciados na Tabela 10. Perceba-se que o  $ARL_0$  diminuiu sensivelmente para 223 apenas com o estreitamento dos limites de controle de Shewhart para 3,0 desvios padrão.

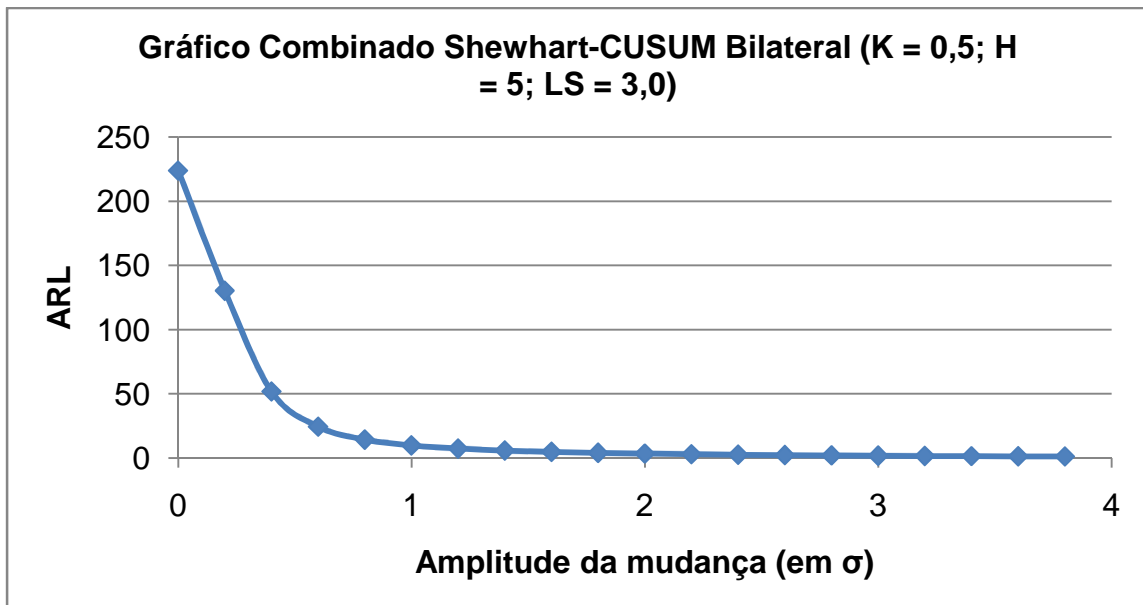


Figura 8 - Curva de desempenho do gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM (LS = 3,0) para diferentes amplitudes de mudança (em  $\sigma$ ) no processo

Fonte: Software de simulação, Rocha (2004)



Tabela 10 – Dados da curva de desempenho do gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM ( $LS = 3,0$ ) para diferentes amplitudes de mudança (em  $\sigma$ ) no processo

ARL (média)	Amplitude da mudança	ARL (média)	Amplitude da mudança
223,86	0	3,46	2
130,3	0,2	2,9926	2,2
51,793	0,4	2,6105	2,4
24,374	0,6	2,293	2,6
14,341	0,8	2,0286	2,8
9,8452	1	1,8073	3
7,3741	1,2	1,625	3,2
5,861	1,4	1,474	3,4
4,8074	1,6	1,3531	3,6
4,051	1,8	1,2588	3,8

Fonte: Adaptado de software de simulação, Rocha (2004)

Uma comparação entre os três modelos propostos (Shewhart, CUSUM e o combinado Shewhart-CUSUM) foi realizada por Lucas (1982) e a conclusão foi de que o modelo combinado apresentou o melhor desempenho dos três. Rocha (2004) também avaliou os três tipos e optou pela utilização de um esquema de combinação dos gráficos de controle.

Outros autores também estudaram este modelo e alguns desenvolveram pacotes computacionais para sua implementação, dentre eles Hawkins e Olwell (1998), Solberg (1984), Westgard et al. (1977), Yashchin (1985), e uma ampla revisão de suas contribuições pode ser encontrada em Rocha (2004).

No capítulo 4 será efetuada uma análise e definição do  $ARL_0$  tolerado para este estudo, a partir do qual os limites de controle serão calculados utilizando o software de simulação desenvolvido por Rocha (2004) especificamente para o caso de monitoramento de resíduos de previsão de demandas, como explicado na seção seguinte.

## 2.5 GRÁFICOS DE CONTROLE PARA MONITORAR PREVISÕES

Uma das principais preocupações quando se faz previsão é a definição do momento a partir do qual o modelo proposto deixa de representar com fidelidade a série temporal, sendo necessária sua troca, ou seja, nova estimação de seus parâmetros.

Quando se analisa um modelo de previsão normalmente se utiliza uma medida de erro para avaliar até que ponto o modelo continua adequado (HANKE et al., 2001). Neste trabalho, o monitoramento do modelo de previsão será feito com uso de gráfico de controle, especificamente do gráfico combinado Shewhart-CUSUM. O uso de gráfico de controle para monitorar a eficiência de modelos de previsão tem sua base no trabalho de Trigg (1964) e teve uma grande revisão com Gardner (1983). Exemplos de monitoramento de previsão usando gráficos de controle podem ser encontrados em Souza e Samohyl (2006) e Coelho e Samohyl (2007).

Como discutido na seção 2.3, os resíduos de um modelo de previsão devem ser aleatórios, centrados em zero, e tão pequenos quanto possível. Desta forma as previsões terão boa acuracidade e todo padrão possível de ser encontrado na série temporal estará modelado, deixando para os resíduos apenas uma componente aleatória.

Se os resíduos deixarem de ter estas características, indica que o modelo de previsão não está mais conseguindo captar todos os padrões da série, e não é mais um modelo adequado para se fazer previsões. Esta análise pode ser feita utilizando gráficos de controle aplicados aos resíduos, de forma que quando um ponto (o resíduo de um período) estiver além dos limites de controle, então os parâmetros do modelo deverão ser re-estimados.

Assim, a combinação dos gráficos de Shewhart e CUSUM torna-se válida, pois se houver um resíduo grande em um único período, há boas chances de ele ser detectado pelo gráfico de Shewhart, enquanto que para um pequeno padrão constante nos resíduos o gráfico CUSUM mostra-se eficaz para sua detecção. Logo, a combinação das duas teorias apresenta-se como a alternativa natural para monitorar este processo.

Atienza et al. (1997) fazem uma comparação entre algumas etapas dos processos de previsão e de controle estatístico com uso de gráficos de controle. Enquanto o modelo de previsão realiza a estimação de parâmetros para a equação de previsão, o gráfico de controle calcula os limites de controles. Para a previsão, quando há violações nas suposições do modelo, deve-se reformulá-lo ou escolher outro modelo, enquanto que para o controle estatístico de processos, quando um ponto é localizado além dos limites de controle (violações do modelo), muitos usuários consideram o processo instável estatisticamente; enquanto o modelo de previsão for adequado, ele será usado para gerá-las, e para os gráficos de controle, eles serão utilizados para gerar a linha de dados versus observações.

### 3. REVISÃO TEÓRICA - ESTOQUES

“Se o dinheiro faz o mundo girar, os estoques fazem a logística girar”

Edward Frazelle, Ph. D.

#### 3.1 LOGÍSTICA E GESTÃO ESTRATÉGICA DE ESTOQUES

A logística trabalha essencialmente com o processo de integração dos fluxos de materiais e de informação, desde o fornecedor até o consumidor, de maneira eficaz, atendendo ao desejo dos interessados. Para Novaes (2004), logística é definida como:

o processo de planejar, implementar e controlar de maneira eficiente o fluxo e a armazenagem de produtos, bem como os serviços e informações associados, cobrindo desde o ponto de origem até o ponto de consumo, com o objetivo de atender aos requisitos do consumidor.

Christopher (2007), que possui um viés de marketing, afirma que a logística é:

o processo de gerenciamento estratégico de compra, do transporte e da armazenagem de matérias-primas, partes e produtos acabados (além dos fluxos de informação relacionados) por parte da organização e de seus canais de marketing, de tal modo que a lucratividade, atual e futura, seja maximizada mediante a entrega de encomendas com o menor custo associado.

Para o CSCMP – *Council of Supply Chain Management and Professionals* - (2008) a logística é a parte do gerenciamento da cadeia de suprimentos que planeja, implementa e controla os fluxos normais e reversos e a estocagem de bens, serviços e informações, de maneira eficiente e efetiva, entre o ponto de origem e o ponto de consumo, visando atender aos requisitos dos consumidores.

Quando o conceito de logística é expandido para fora dos limites da empresa, como é contemplado pelo CSCMP, percebe-se a necessidade de integrar-se com fornecedores e clientes para que este trabalho continue eficiente e efetivo. Assim, o gerenciamento da cadeia de suprimentos (ou *Supply Chain Management*, SCM) é, segundo Christopher (2007) “a gestão das relações a montante e a jusante com fornecedores e clientes, para entregar mais valor ao cliente, a um custo menor para a cadeia de suprimentos como um todo”. SCM é a integração dos processos industriais e comerciais, partindo do consumidor final seguindo até os fornecedores iniciais, gerando produtos, serviços e informações que agreguem valor para o

cliente (NOVAES, 2004). Logo, percebe-se que a logística é parte daquilo que é chamado de *Supply Chain Management*.

Segundo Novaes (2004), hoje já se chegou à conclusão de que os ganhos que podem ser obtidos através da integração efetiva dos elementos da cadeia, com a otimização global de custos e de desempenho, são mais expressivos do que a soma dos possíveis ganhos individuais de cada participante, quando atuando separadamente.

Neste contexto, nem todos os produtos fabricados e/ou comprados são utilizados/vendidos imediatamente. Assim, formam-se os estoques dos produtos que foram comprados para serem posteriormente expostos, escolhidos e comprados pelos consumidores, estoques de produtos em processo aguardando movimentações, estoques de matérias primas que sofrerão transformações e agregação de valor para serem posteriormente vendidas, etc. (WATERS, 2003).

Embora os estoques representem uma grande parte dos custos logísticos de uma cadeia de suprimentos, eles não podem ser eliminados, pois permitem que as operações continuem a fluir suavemente entre os pontos de produção e de consumo, sem a ocorrência de quebras. De acordo com Waters (2003) os estoques possuem algumas características positivas, dentre as quais:

- agem como um amortecimento entre diferentes partes de uma cadeia de suprimentos;
- permitem atender demandas maiores do que o previsto, ou em momentos inesperados;
- permitem tolerar pequenos atrasos nas entregas;
- se beneficiam de descontos nas compras em grandes pedidos (economia de escala);
- permitem fazer a compra de itens com preço baixo e com expectativa de alta;
- permitem fazer a compra de produtos que estarão saindo de linha ou que são difíceis de encontrar;
- facilitam operações sazonais;
- completam cargas e diminuem custos de transporte;
- dão suporte para se trabalhar em situações de emergências;
- podem ser lucrativos quando a inflação está alta.

No entanto, ter estoques é incorrer em custos. Ballou (1998) estima que o custo de se manter um item em estoque varia de 20% a 40% de seu valor ao ano. Waters (2003) o estima em torno de 25%. Posto isso, torna-se evidente o desejo de minimizar este custo, mas não se pode evitá-lo, pois uma loja que não tenha estoques também não terá vendas, logo, percebe-se que os estoques são também necessários.

Lambert (1976) define quatro grandes áreas nas quais ocorrem os custos relacionados aos estoques. São elas:

- custos de capital: custos de oportunidade, custos de empréstimos;
- custos de serviço: seguros, impostos, taxas;
- custos de espaço para estocagem: aluguel, aquecimento, limpeza;
- custos relacionados ao risco: obsolescência, danos.

A estes quatro grandes grupos, adiciona-se o custo relacionado à falta, ou seja, quando um cliente deseja comprar um produto e ele não está disponível. Incorre-se em um custo muitas vezes intangível, pois embora a parte do lucro que não foi obtido possa ser calculada, há uma perda de vendas futuras em potencial, perda de imagem, reputação, etc..

Logo, se por um lado se deseja diminuir a quantidade de estoques, por outro ele se mostra como um componente essencial por possibilitar a realização de negócios. Eles servem para evitar descontinuidade de atendimento aos clientes. No entanto, o nível de estoque deve ser estrategicamente calculado para evitar volumes em excesso (aumento de custos) ou em falta de produtos (insatisfação dos clientes).

Para realizar esta delicada operação de dimensionamento, há necessidade de se ter com precisão e confiança os dados históricos das variáveis que estão sendo analisadas.

Nem todos os dados precisam e nem devem ter a mesma atenção do analista. Do Princípio de Pareto, que segundo afirma Juran (1999) sobre as causas de perdas, observa-se que “poucas são vitais, a maioria é trivial”. Sabe-se, portanto, que poucos itens representam um grande percentual de custos (ou lucros, faturamento, ou qualquer outro indicador que a empresa julgue importante). Isto ficou conhecido como relação 80/20, indicando que apenas 20% dos itens são responsáveis por 80% das receitas, por exemplo.

Desta forma, estes poucos 20% de dados deverão ter um acompanhamento mais próximo. A separação dos dados pode dar-se através da curva ABC, onde os produtos classe A receberão mais atenção e prioridade na análise, uma vez que são os mais representativos.

Dos estudos de logística integrada de Möller (1994), Pires (1998), Prahalad e Ramaswamy (2004), Christopher (2007) dentre outros, percebe-se a importância de manter um fluxo uniforme de produtos, desde os pedidos de compras, entrada de materiais, produção e distribuição física. Isso evita descompassos e alternâncias entre períodos de grande movimento dentro da empresa e outros de pouca atividade, instabilidade essa não desejada em nenhuma empresa.

Se este processo de integração entre as partes for realizado, haverá ganhos em toda a cadeia de suprimentos, como discutem Bowersox e Closs (2001). Desta forma, uma única

informação de previsão de demanda poderá guiar todo o processo de vários departamentos, e até mesmo de várias empresas, desde que esta informação seja precisa, disponível e confiável.

Esta integração e todo o processo de previsão para os próximos períodos são especialmente apropriados em sistemas de produção empurrados, aqueles em que se produz para estoque, deixando todo o processo e produto prontos para quando o cliente requisitar. No entanto, há sistemas de produção que fazem fabricação de um produto padrão até um determinado ponto da linha, e a partir dali esperam a ordem de continuidade, no que será o sistema puxado. Este ponto onde o produto deixa de ser empurrado e passa a ser puxado pela produção é chamado de *decoupling point* material.

Esta mistura dos dois sistemas de produção é muito comum em situações de *postponement*, que segundo Panitz (2006) é uma estratégia de gestão de ressuprimento onde a diferenciação do produto é realizada o mais próximo possível da demanda, onde a acuracidade do pedido é próximo de 100%. Em sistemas puxados pela demanda, o controle de estoques é importante não para os produtos acabados, visto que destes o volume é baixo, mas sim para matérias primas e para gerenciamento da capacidade.

Deve-se, portanto, encontrar o volume de estoques que se caracterize como suficiente para atender a demanda, sem incorrer em custos desnecessários em manter quantidades extras sob os domínios da empresa. Como destacado na seção 1.6, não é objeto de estudo deste trabalho identificar pontos de ressuprimento, tamanho do pedido ou analisar os *lead times* de entrega e fabricação.

### 3.2 MODELOS DE CONTROLE DE ESTOQUES

A necessidade de utilizar modelos matemáticos para o controle de estoques deriva do fato de que invariavelmente os estoques incorrem em custos. Se por um lado são eles que propiciam o atendimento imediato à demanda, por outro são geradores de uma série de custos, que segundo Ghiani, Laporte e Musmanno (2004) podem ser categorizados em quatro grandes grupos:

1. Custos de aquisição: todos os custos envolvidos na compra de bens, podendo ser fixos ou variáveis. Dividem-se em:
  - a. Custo fixo para emissão da ordem: seja esta uma ordem de compra ou para *setup*;

- b. Custo variável de produção ou de manufatura: depende do volume a ser comprado ou produzido;
  - c. Custo de transporte: se não estiver incluído no preço dos produtos comprados;
  - d. Custo de manuseio dos bens no ponto de recebimento.
2. Custo de estoque: estes custos estão presentes quando se estocam os bens por algum tempo. Incluem os seguintes elementos:
- a. Custo de oportunidade (ou de capital): representa o retorno sobre o investimento que a empresa teria se tivesse aplicado este dinheiro em outra atividade (como por exemplo o mercado de ações);
  - b. Custo do armazém: se o armazém for próprio, inclui o custo do local e de equipamentos; se for terceirizado, os custos referentes ao pagamento do operador.
3. Custo de falta: este custo é talvez o mais difícil de ser calculado, pois ocorre quando o consumidor não é atendido. Pode ser classificado como:
- a. Custo das vendas perdidas: estas ocorrem quando não há estoques suficientes para atender a demanda. Estão incluídos aqui o lucro que não foi gerado e o efeito negativo da imagem da empresa;
  - b. Custo do pedido em espera: além do efeito negativo na imagem, o fato de o cliente precisar aguardar a entrega do bem pode resultar em multa.
4. Custo de obsolescência: este ocorre quando o estoque perde seu valor com o passar do tempo. É mais comum com elementos perecíveis (alimentos), moda (vestuário) e jornais e revistas não vendidos.

Nesta seção serão apresentados alguns modelos de controle de estoques, que embora não sejam aplicados diretamente neste trabalho podem ajudar a compreender a função dos estoques e como estes devem ser gerenciados dentro de um sistema empresarial. Inicia-se o estudo através de um simples modelo de quantidade econômica com demanda fixa e conhecida, até os modelos de ponto de ressuprimento com demanda variável.

### 3.2.1 Modelos determinísticos

Os modelos determinísticos de gestão de estoques são aqueles que não consideram as incertezas inerentes ao processo. Em suas equações, não existem variáveis aleatórias, pois toda variabilidade é simplificada e tornada supostamente constante.

Assim, considera-se a demanda conhecida e constante, bem como o tempo de entrega (*lead times*), e seus desvios padrões ou outras características estatísticas.

Por questões de facilidade de implementação e compreensão, são utilizados para considerar abordagens quanto ao *tradeoff* de custos (GARCIA et al., 2006) e servem como início de estudos para a gestão de estoques.

#### 3.2.1.1 Modelo do Lote Econômico (EOQ – Economic Order Quantity Model)

Este modelo teve seu início com uma das primeiras aplicações da matemática à gestão de indústrias em 1913 com Ford W. Harris para o problema da determinação do tamanho de lotes para manufatura (HOPP; SPEARMAN, 1996).

Este modelo consiste em equilibrar os custos com os lucros para diferentes quantidades, de forma que o sistema incorra em custo mínimo. Basicamente, equilibra-se o dueto de comprar (produzir) demais e incorrer em custos de estoques versus comprar (produzir) muito pouco e ter elevados custos de pedidos (pois serão freqüentes).

Este modelo possui algumas simplificações da vida real para diminuir a complexidade da análise, mas são consideradas suficientes para considerar a essência do problema. Estas simplificações foram propostas por Harris (1913) e ratificadas no trabalho de Hopp e Spearman (1996):

1. A produção é instantânea: não há uma restrição na produção e todo o lote é produzido em conjunto;
2. A entrega é imediata: tão logo a produção seja efetuada, o lote é considerado disponível;
3. A demanda é determinística: não há variabilidade sobre a quantidade ou prazo da demanda;
4. A demanda é constante ao longo do tempo: não há crescimento/decrescimento nem sazonalidade;
5. Um lote de produção gera um custo de *setup* constante: o custo de *setup* será o mesmo não importando a quantidade produzida;



6. Os produtos podem ser analisados individualmente: os produtos podem ser separados em unidades ou a produção gera apenas um único produto;
7. Tanto tempo quanto quantidades de produtos são variáveis contínuas.

Assim, são definidos os seguintes elementos para que possa ser calculado o lote ótimo de produção:

D – taxa de demanda (em unidades por ano)

c – custo unitário de produção, sem considerar custos de *setup* ou estoques (em unidades monetárias por unidade)

A – custo constante de *setup* (ordem) para produzir (comprar) um lote (em unidades monetárias)

h – custo de estocagem (em unidades monetárias por unidade por ano)

Q – tamanho do lote (em unidades), que é a variável de decisão

A Figura 9 representa o volume de estoques em função do tempo para este modelo, chamada de dente de serra.

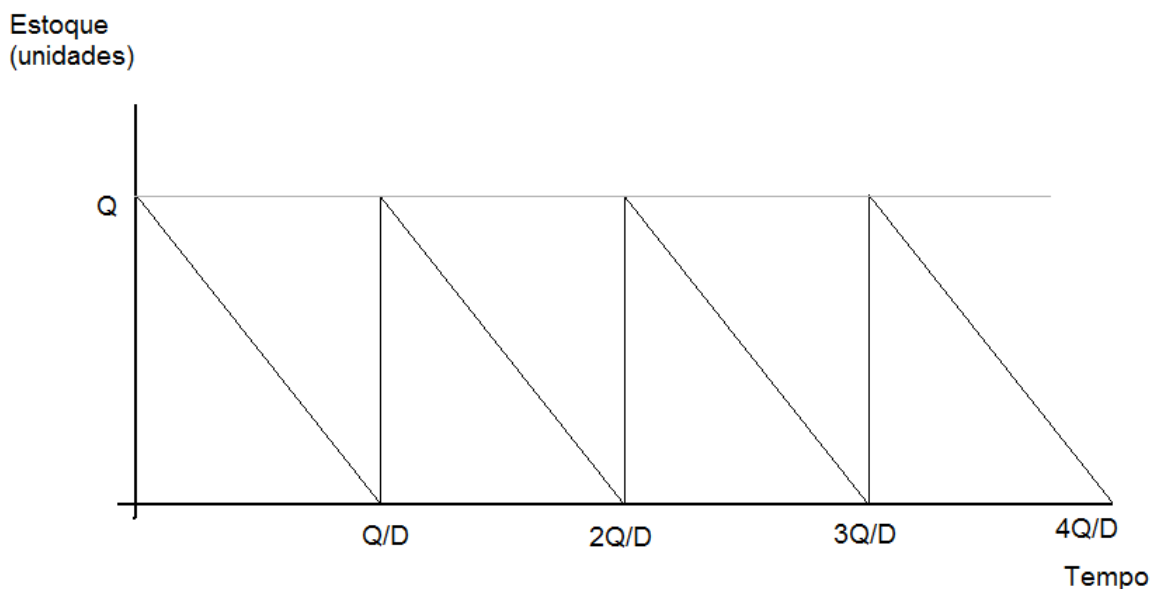


Figura 9 - Estoques versus tempo para o modelo EOQ

O custo total associado à este modelo é, portanto, a soma dos custos de *setup* ( $A/Q$ ), do custo de produção ( $c$ ) e do custo da manutenção de estoques  $hQ/2D$ , ou:

$$Y(Q) = \frac{hQ}{2D} + \frac{A}{Q} + c \quad (16)$$

O valor de Q que minimiza a função Y(Q) é aquele em que a derivada parcial de Y em relação a Q é igual a zero (condição de primeira ordem):

$$\frac{\partial Y(Q)}{\partial Q} = \frac{h}{2D} - \frac{A}{Q^2} = 0. \quad (17)$$

Para garantir que o ponto Q que satisfaça a equação é o mínimo da função, a condição de segunda ordem deve ser satisfeita, sendo a segunda derivada positiva para o domínio desejado:

$$\frac{\partial^2 Y(Q)}{\partial Q^2} = 2 \frac{A}{Q^3}. \quad (18)$$

E esta equação é positiva para qualquer valor de Q. Logo o valor de Q que satisfaz a equação 2 é:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}}. \quad (19)$$

Esta fórmula mostrada na equação 19 é conhecida como lote econômico de compra ou produção.

Como demanda e *lead time* são considerados fixos, a solução de *quando* pedir torna-se bastante simples, bastando multiplicá-los. Esta informação é chamada de Ponto de Pedido, e representa a quantidade de estoque que quando atingida deve iniciar a ordem de compra para garantir que o estoque que resta seja suficiente para atender a demanda durante o período de ressuprimento.

Simchi-Levi et al. (2004) mostram que a flexibilização de algumas das suposições do modelo não o tornam muito mais complexo, como por exemplo tornar o *lead time* diferente de zero. Considerando o *lead time* l como positivo, basta colocar o pedido de compra (ou ordem de produção) no momento Dl antes do previsto pelo modelo inicial. Isto colocaria o ponto do pedido no momento DIQ/D = IQ do eixo temporal, sem nenhuma complexidade extra.

Diferentemente do que é mostrado na Figura 9, se o estoque inicial é diferente de zero, por exemplo, igual a uma quantidade I<sub>0</sub>, o modelo também pode ser levemente alterado

atrasando o 1º pedido de um tempo igual a  $I_0/D$ , como também é mostrado por Simchi-Levi et al. (2004).

### 3.2.1.2 Modelo do Lote Econômico de Produção (EPL – Economic Production Lot size model)

Uma variação do método de Harris foi proposta por Taft (1918) para a situação em que o ressurgimento não é instantâneo, mas há uma taxa de produção, finita, constante e determinística. Este modelo é chamado de Modelo do Lote Econômico de Produção (EPL model). Pode ser o caso de que a taxa de demanda é significativa frente à taxa de entrega, ou seja, a entrega do lote leva um tempo que não pode ser considerado desprezível comparado a demanda.

Utilizando a mesma notação anterior, adicionando a taxa de produção em unidades por ano ( $P$ ), tem-se um novo desenho do funcionamento do sistema de estoques versus tempo, como ilustrado na Figura 10.

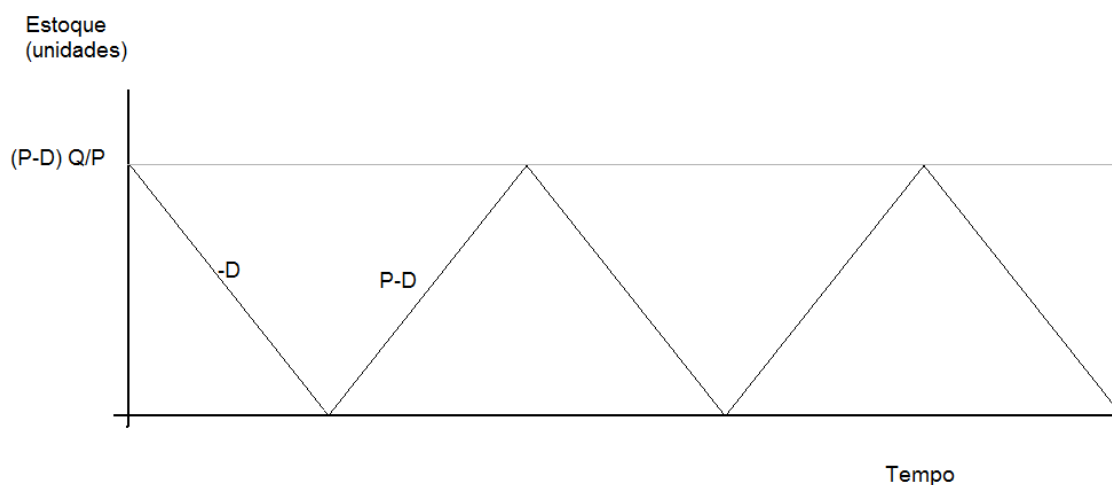


Figura 10 - Estoques versus tempo para o modelo EPL

Como pode ser verificado na Figura 10, se forem produzidas  $Q$  unidades, o estoque vai aumentar a uma taxa  $P-D$  por um período  $Q/P$ . Assim, o estoque máximo será  $(P-D)Q/P = (1-D/P)Q$  e o estoque médio será a metade deste valor.

Utilizando as somas dos custos e as derivadas parciais como no modelo anterior, obtém-se:

$$Y(Q) = \frac{AD}{Q} + \frac{h(1-D/P)Q}{2} + Dc \quad (20)$$

$$\frac{\partial Y(Q)}{\partial Q} = -\frac{AD}{Q^2} + \frac{h}{2}(1 - D/P) \quad (21)$$

$$\frac{\partial^2 Y(Q)}{\partial Q^2} = \frac{2AD}{Q^3} \quad (22)$$

E o lote econômico de produção é aquele que minimiza o custo total (Equação 5), satisfazendo a condição de que a primeira derivada (Equação 6) seja igual a zero, uma vez que a segunda derivada (Equação 7) é sempre positiva:

$$-\frac{AD}{Q^2} + \frac{h}{2}(1 - D/P) = 0 \quad (23)$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h(1-D/P)}} \quad \text{Equação 24}$$

Note-se que caso a taxa de produção  $P$  tenda ao infinito,  $D/P$  tende a zero e o EPL se reduz ao EOQ.

Obviamente nesta suposição,  $P > D$  (capacidade de produção é maior que a demanda), de forma que há condições de se atender toda a demanda. Caso a demanda seja maior que a capacidade de produção, então a solução seria produzir constantemente e não haveria problemas de se estabelecer tamanho de lotes.

Existem muitas outras variações destes modelos incluindo *backorders* (pedidos não atendidos imediatamente, mas que aguardam até que o estoque esteja disponível), diferentes custos de *setups*, com descontos em função de quantidades, dentre outros (HOPP; SPEARMAN, 1996; JOHNSON; MONTGOMERY, 1974; McCLAIN; THOMAS, 1985; PLOSSL, 1985).

### 3.2.2 Modelos estatísticos para gerenciamento de estoques

Os modelos citados até o momento obedecem a simplificações de que a demanda é determinística e previamente conhecida. Em algumas situações estes modelos representam a

realidade com uma aproximação suficientemente grande, mas em muitos casos isto não pode ser considerado verdade.

Segundo Hopp e Spearman (1996) a modelagem estatística de produção e estoques data inicialmente de 1934 com o *paper* de Wilson, que separou o problema do controle de estoques em duas partes distintas:

1. Determinação da quantidade do pedido, que é a quantidade de estoque que deverá ser comprado ou produzido em cada ressuprimento; e,
2. Determinar o ponto de pedido, ou o nível dos estoques em que uma ordem de ressuprimento (compra ou produção) deve ser iniciada.

Inicialmente estuda-se o caso de um único ressuprimento, portanto a única decisão é *quanto* comprar/produzir face a uma demanda desconhecida. Este é o modelo do jornaleiro, pois se aplica ao caso de um vendedor de jornais que compra uma quantidade no início do dia, vende ao longo do dia uma quantidade aleatória, e que deve descartar eventuais sobras.

A seguir é considerada a situação de ressuprimento em uma unidade para cada unidade vendida, bastando, portanto determinar o ponto de ressuprimento. A quantidade alvo de estoque mantido é chamada de nível de estoque de base, resultando no Modelo de Estoque de Base.

Finalmente, a situação considerada é aquela em que o inventário é monitorado constantemente e a demanda ocorre aleatoriamente, possivelmente em lotes. Quando o nível de estoques atinge (ou abaixo de) uma quantidade  $r$ , uma ordem de tamanho  $Q$  é colocada. Após um *lead time*  $l$  (período no qual uma falta de produtos pode ocorrer), os produtos são recebidos. Deve-se, portanto, determinar os valores de  $r$  e  $Q$  para este modelo, conhecido como  $(Q, r)$  *model*.

### 3.2.2.1 Modelo do jornaleiro – *Newsboy problem*

Este modelo estocástico para decisão de volume de estoques deriva do problema enfrentado pelo jornaleiro (*newsboy*), que todo dia precisa comprar uma quantidade de jornais para vender na esquina. Como a demanda não é fixa nem conhecida *a priori*, ele precisa decidir quantos jornais comprar no início de cada manhã. Se ele comprar demais, ficará com alguns exemplares não vendidos, que não terão valor comercial algum ao final do dia; se comprar muito pouco perderá oportunidade de lucrar com a quantidade da demanda não atendida.

O mesmo raciocínio pode ser aplicado a diversas situações de venda, mas também àquelas de prestação de serviços. Imagine-se que um prestador de serviços precisa determinar sua capacidade (máquinas, instrumentos, pessoas) para atender a demandas diárias. Se ele não atende toda a demanda, incorre em custos extras, pois sua capacidade não é plenamente utilizada (analogamente aos jornais em excesso), enquanto que se a demanda é maior que sua capacidade, ele não consegue atendê-la, e deixa de ter algum lucro a mais (jornais em falta, demanda maior que a esperada).

Logo, o problema deste modelo está em determinar quanto produzir ou comprar, dado que a demanda em excesso é perdida (não acumulada para o próximo período) e os bens (ou capacidade) não se acumulam para o próximo período. A seguinte notação será considerada nesta seção:

$X$  = demanda (em unidades), aleatória;

$G(x) = P(X \leq x)$ , distribuição acumulada da função de demanda;

$g(x) = \frac{d}{dx} G(x)$  = função densidade da demanda;

$c_0$  = custo (em unidades monetárias) de uma unidade em excesso após a confirmação da demanda;

$c_s$  = custo (em unidades monetárias) da falta de uma unidade;

$Q$  = quantidade produzida/comprada (em unidades), que é a variável de decisão.

Para ilustrar a aplicação deste modelo, utiliza-se o exemplo de Hopp e Spearman (1996, p. 73). Seja um fabricante de lâmpadas de Natal que todo ano deve decidir quanto produzir, pois a demanda é variável e desconhecida, ocorrendo principalmente nos dias anteriores ao Natal. Para produzir e distribuir um conjunto de lâmpadas o custo é de \$1 e a venda é realizada por \$2 e qualquer peça não vendida até o Natal trará um prejuízo de \$0,5. Logo, unidades em excesso geram um prejuízo líquido equivalente a  $c_0 = \$(1 - 0,5) = \$0,5$  e a falta de produto gera a não ocorrência de um lucro equivalente a  $c_s = \$(2 - 1) = \$1$ . Suponha ainda que a demanda fosse prevista em 10.000 unidades com desvio padrão de 1.000 unidades, podendo ser aproximadas pela distribuição normal.

Uma decisão impensada poderia ser de produzir 10.000 unidades, mas recorrendo à forma de sino da distribuição normal, percebe-se que há 50% de chances de a demanda ser maior do que 10.000 e 50% de chances de esta demanda ser menor que os 10.000 previstos. Se a demanda for abaixo do previsto, a empresa perderá \$0,5 por unidade, enquanto que se for acima, a empresa deixará de lucrar \$1,0 por unidade. Isto pode ser um indício de que seria

mais vantajoso produzir mais que 10.000 unidades, mas a dúvida ainda persiste na quantidade extra a ser produzida.

O modelo é desenvolvido levando em consideração a quantidade de produtos que sobraram após a demanda, dado por:

$$\text{Unidades em excesso} = \max \{Q - X, 0\}$$

Isto é, se  $Q \geq X$ , então a sobra é simplesmente  $Q - X$  (produção menos demanda), enquanto que se  $Q \leq X$ , toda produção foi consumida pela demanda e a sobra é zero. Assim calcula-se o valor esperado da quantidade em excesso:

$$E(\text{quantidade em excesso}) = \int_0^{\infty} \max\{Q - x, 0\} g(x) dx \quad (25)$$

$$E(\text{quantidade em excesso}) = \int_0^Q (Q - x) g(x) dx \quad (26)$$

Analogamente, pode-se calcular o valor esperado da falta de produtos, dado por:

$$E(\text{quantidade em falta}) = \int_Q^{\infty} (x - Q) g(x) dx \quad (27)$$

Assim, o custo esperado como função da quantidade produzida pode ser expresso como:

$$Y(Q) = c_0 \int_0^Q (Q - x) g(x) dx + c_s \int_Q^{\infty} (x - Q) g(x) dx \quad (28)$$

O valor de  $Q$  que minimiza o custo esperado é encontrado como nos casos anteriores, utilizando derivadas parciais, resultando no seguinte:

$$\frac{\partial Y(Q)}{\partial Q} = c_0 \int_0^Q 1 g(x) dx + c_s \int_Q^{\infty} (-1) g(x) dx \quad (29)$$

$$\frac{\partial Y(Q)}{\partial Q} = c_0 G(Q) - c_s (1 - G(Q)) = 0 \quad (30)$$

E o valor ótimo de  $Q$  que minimiza  $Y(Q)$  é dado por:

$$G(Q^*) = \frac{c_S}{c_0 + c_S} \quad (31)$$

Aplicando ao caso das lâmpadas de Natal, em que a demanda é normalmente distribuída, a equação 16 pode ser reescrita como:

$$G(Q^*) = \Phi\left(\frac{Q^* - 10.000}{1.000}\right) = \frac{c_S}{c_0 + c_S} = \frac{1}{1 + 0,5} = 0,67 \quad (32)$$

Em que  $\Phi$  representa a função de distribuição acumulada da distribuição normal padrão. Da tabela normal tem-se que  $\Phi(0,44) = 0,67$ , logo:

$$\frac{Q^* - 10.000}{1.000} = 0,44 \quad (33)$$

O que representa uma solução ótima com a quantidade de lâmpadas a serem produzidas:

$$Q^* = 10.440 \quad (34)$$

Assim, a produção deverá ser de 10.440.

Conclui-se que a solução depende não só da distribuição da demanda, mas também dos custos relativos em permanecer com produtos além da demanda e do risco de ter produzido aquém da demanda, gerando perdas e lucros potenciais.

### 3.2.2.2 Modelo do estoque de base

Este modelo é aplicado a situações em que se pode fazer pedidos pequenos e para os casos em que não se pode (ou não se quer) manter grandes volumes em estoque (questões de espaço de armazenamento, custos de manutenção, dentre outros). Assim, a regra é fazer um pedido de uma unidade para cada unidade que tenha sido vendida. No entanto, até que este pedido seja atendido decorre algum tempo, e é necessário haver alguma quantidade em estoque para atender a demanda neste intervalo. As simplificações deste modelo incluem:

- 1 A demanda ocorre a qualquer tempo;
- 2 Qualquer demanda não atendida pelo estoque é mantida em espera (*backordered*);



- 3 Os *lead times* de ressurgimento são fixos e conhecidos;
- 4 Não há custo decorrente de emitir um pedido;
- 5 Não há limite na quantidade de pedidos que possam ser efetuados.

Note-se que as suposições 4 e 5 não são verdadeiras na maioria dos casos reais, e não incentivam manutenção de nenhum estoque, o que pode acarretar descontentamento do consumidor que não terá os produtos disponíveis.

A seguinte notação será utilizada nesta seção:

$l$  = *lead time* de ressurgimento;

$X$  = demanda durante o período  $l$ , uma variável aleatória;

$G(x) = P(X \leq x)$ , função distribuição acumulada da demanda;

$\theta = E[X]$ , demanda esperada (em unidades) durante o período  $l$ ;

$h$  = custo de manter uma unidade em estoque (em unidades monetárias por período);

$b$  = custo de uma unidade de demanda não atendida, mantida em espera (*backorder*) (em unidades monetárias por unidade por período);

$r$  = ponto de pedido (em unidades), representando o nível de estoques que dispara um pedido de ressurgimento; esta é a variável de decisão;

$R = r + l$ , nível de estoque de base (em unidades);

$S = r - \theta$ , nível do estoque de segurança (em unidades).

O pedido é efetuado quando existirem  $r$  unidades em estoque e espera-se uma demanda de  $\theta$  unidades durante o período que o pedido levará para chegar ( $l$ ). Assim,  $r - \theta$  é o volume de estoque que se espera ter quando o pedido for entregue. Se  $s = r - \theta$  for positivo, então ele é chamado de estoque de segurança. Como  $\theta$ , é constante, esse problema é equivalente a encontrar o estoque de base, o estoque de segurança ou o ponto de pedido.

A solução deste problema é bastante semelhante à da seção 3.1, inclusive a solução final apresenta a mesma estrutura de proporção mostrada para o Modelo do Jornaleiro, como pode ser visto na equação 35:

$$G(R^*) = \frac{b}{b+h} \quad (35)$$

A equação 35 mostra que o nível ótimo do estoque de base é aquele em que o nível de serviço é dado por  $b/(b + h)$ . Note-se que quando os custos de manter um pedido em espera

e de manter uma unidade em estoque são iguais, resulta num nível de serviço ótimo de 0,5, de forma que  $R^* = \theta$ , a demanda média durante o período de ressurgimento ( $l$ ), de maneira que não haja estoque de segurança (as chances de sobrar estoques são iguais às chances de haver pedidos em espera).

Este modelo pode ser resumido nas seguintes afirmações, segundo Hopp e Spearman (1996, p. 80):

1. Os pontos de pedido controlam a probabilidade de falta de produtos determinando estoques de segurança;
2. Para atingir um determinado nível de serviço, o nível de estoque de base (e conseqüentemente o nível do estoque de segurança) será uma função crescente da média e do desvio padrão da demanda durante o *lead time* de ressurgimento.

### 3.2.2.3 Modelo (Q, r)

Este modelo é bastante parecido com o modelo do estoque de base, mas há que se considerar as seguintes suposições e restrições:

1. Existe um custo fixo associado ao pedido de ressurgimento; e,
2. Existe um limite no número de pedidos que podem ser efetuados por ano.

Uma utilização deste modelo pode ser identificada em um departamento de manutenção que deve manter algumas peças em estoque para facilitar o processo de reparo em máquinas. A demanda destas peças depende de problemas nas máquinas (ou de algumas manutenções preventivas), e é, portanto, aleatória. No entanto, os custos associados ao pedido e o limite de pedidos que podem ser feitos inviabilizam a aplicação do modelo de estoque de base. Além disso, há ainda o custo em manter a máquina que precise de reparo parada, que em muitos casos é infinitamente maior do que o custo de manter o estoque das peças sobressalentes para manutenção. Deste modo, quantidades de pedido maiores que um podem fazer sentido.

O funcionamento do modelo (Q, r) é mostrado na Figura 11, que mostra o nível de estoque para um produto sendo constantemente monitorado. A demanda ocorre aleatoriamente, possivelmente em lotes. Quando o nível de estoques atinge (ou baixa de)  $r$  (ponto de pedido), um pedido de ressurgimento de quantidade  $Q$  é colocado. Após um período constante  $l$  (*lead time*), durante o qual ainda pode haver demanda, ocasionando falta do produto, o pedido é recebido. A decisão a ser tomada é escolher valores apropriados para  $Q$  e  $r$ .

Wilson (1934) *apud* Hopp e Spearman (1996) destaca que  $Q$  e  $r$  possuem objetivos distintos. A quantidade de ressuprimento  $Q$ , assim como no modelo EOQ, afeta o equilíbrio entre a frequência de produção/pedido e estoques. Valores grandes de  $Q$  vão resultar em poucos pedidos por ano, mas em elevados custos de estoques; valores pequenos para  $Q$  geram poucos estoques, mas muitos pedidos.

Por outro lado, o ponto de pedido  $r$  afeta a probabilidade de uma falta de produtos e, portanto, do nível de serviço. Um valor grande para o ponto de pedido resulta em estoques médios elevados, mas baixa probabilidade de falta de produtos, enquanto que valores pequenos de  $r$  reduzem custos de estoques, mas têm grande probabilidade de incorrer em ruptura de estoque.

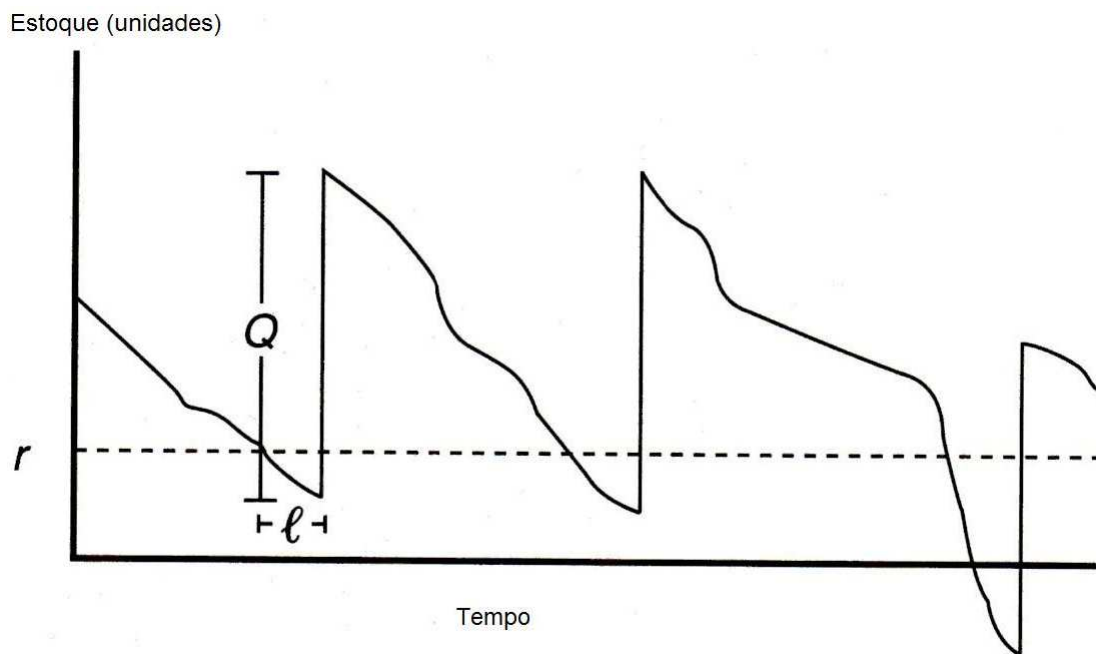


Figura 11 - Estoques versus tempo para o modelo  $(Q, r)$   
 Fonte: Adaptado de Hoop e Spearman (1996)

Assim, a solução do modelo  $(Q, r)$  passa por minimizar os custos totais, otimizando  $Q$  e  $r$  em conjunto. A seguinte notação será utilizada:

$D$  = demanda esperada por ano (em unidades);

$l$  = *lead time* de ressuprimento, suposto constante (em anos);

$X$  = demanda durante o *lead time* de ressuprimento (aleatória, em unidades);

$\theta = E[X]$  – valor esperando da demanda durante o *lead time* de ressuprimento (em unidades);

$G(x) = P(X \leq x)$  – função distribuição acumulada da demanda durante o *lead time* de ressuprimento;

$g(x) = \frac{dG(x)}{dx}$  – função densidade da demanda durante *lead time* de ressuprimento (se  $G(x)$  for uma distribuição contínua);

$p(x) = P(X = x)$  – função massa de probabilidade da demanda durante *lead time* de ressuprimento (se  $G(x)$  for uma distribuição discreta);

$A$  = custo de *setup* ou de pedido de compra, por ressuprimento (em unidades monetárias);

$c$  = custo de produção de um item (em unidades monetárias por item);

$h$  = custo anual de manutenção de um item em estoque (em unidades monetárias por item por ano);

$b$  = custo do pedido em espera (em unidades monetárias por falta de estoque);

$Q$  = quantidade de ressuprimento, variável de decisão (em unidades);

$r$  = ponto de pedido, variável de decisão (em unidades);

$s = r - \theta$  – estoque de segurança (em unidades).

Os seguintes custos fazem parte do custo total que deverá ser minimizado:

1      Custo fixo de *setup*: como o número de *setups* por ano é igual a  $D/Q$ , o custo de *setup* pode ser escrito como:

$$\text{Custo setup} = \frac{D}{Q} A \quad (36)$$

2      Custo de manutenção de um item em estoque: deve-se estimar o estoque médio, uma vez que a determinação exata do estoque médio pode se transformar em uma tarefa bastante grande. Hopp e Spearman (1996) demonstram que uma boa aproximação do estoque médio pode ser considerada por:

$$\text{Estoque médio} \approx \frac{(Q+s)+s}{2} = \frac{Q}{2} + s = \frac{Q}{2} + r - \theta \quad (37)$$

e o custo médio para manter este estoque médio é expresso por:

$$\text{Custo médio do estoque} = h \left( \frac{Q}{2} + r - \theta \right) \quad (38)$$

3 Custo do pedido em espera: o número de pedidos em espera depende da demanda X durante o *lead time*:

$$\text{Quantidade de pedidos em espera} = \begin{cases} 0, & x < r \\ x - r, & x \geq r \end{cases} \quad (39)$$

e o número esperado de pedidos em espera,  $n(r)$ , pode ser calculado da seguinte forma:

$$n(r) = \int_r^{\infty} (x - r)g(x)dx \quad (40)$$

O número esperado de pedidos em espera por ano é obtido multiplicando  $n(r)$  pelo número esperado de pedidos por ano:

$$\text{Número esperado de pedidos em espera por ano} = \frac{D}{Q}n(r) \quad (41)$$

E o custo dos pedidos em espera é obtido multiplicando-se a equação 41 pelo parâmetro  $b$ , custo de um pedido em espera:

$$\text{Custo dos pedidos em espera por ano} = b\frac{D}{Q}n(r) \quad (42)$$

Finalmente, a fórmula que define o custo total incorrido neste modelo, que deve ser minimizado otimizando  $Q$  e  $r$  é representada somando as partes 37, 38 e 42:

$$Y(Q, r) = \frac{D}{Q}A + h\left(\frac{Q}{2} + r - \theta\right) + b\frac{D}{Q}n(r) \quad (43)$$

As derivadas parciais de primeira ordem da equação 43 em relação a  $Q$  e a  $r$  são mostradas abaixo:

$$\frac{\partial Y(Q, r)}{\partial Q} = -\frac{AD}{Q^2} + \frac{h}{2} - \frac{bDn(r)}{Q^2} \quad (44)$$

$$\frac{\partial Y(Q, r)}{\partial r} = h + \frac{bD(1-G(r))}{Q} \quad (45)$$

Quando igualadas a zero, as equações 29 e 30 geram um sistema, cuja solução se traduz nas equações 31 e 32, que indicam os pontos ótimos (mínimos) da função de custo total. Perceba-se que a condição de que o determinante hessiano da função  $Y(Q, r)$ , formado pelas derivadas parciais de 2ª ordem da função  $Y(Q, r)$ , seja maior que zero e que seu primeiro termo seja também maior que zero é satisfeita (segunda derivada parcial de  $Y(Q, r)$  em relação à  $Q$  duas vezes).

$$Q = \sqrt{\frac{2D(A+bn(r))}{h}} \quad (46)$$

$$G(r) = 1 - \frac{hQ}{bD} \quad (47)$$

Como estas equações são dependentes, ou seja,  $Q$  depende de  $r$  bem como  $r$  depende de  $Q$ , elas devem ser solucionadas através de um algoritmo iterativo. A descrição do algoritmo bem como exemplos numéricos podem ser encontrados em Hopp e Spearman (1996, p. 84-86).

#### 3.2.2.4. Modelo (s, S)

Bastante semelhante ao modelo  $(Q, r)$ , o modelo  $(s, S)$  possui também dois parâmetros: o ponto de pedido representado por  $s$  e o valor até o qual o estoque deverá ser preenchido,  $S$ .

Quando a quantidade em estoque atinge (ou é menor que) o valor  $s$ , é feita uma ordem de compra (ou produção) para que o volume de estoque atinja um valor  $S$ . De acordo com Ghiani, Laporte e Musmanno (2004) os parâmetros  $s$  e  $S$  são bastante difíceis de serem determinados algebricamente, sendo comumente utilizada a simulação para tal.

Porras e Dekker (2008) utilizam um modelo  $(s, S)$  para gerenciar o estoque de peças sobressalentes. Ghiani, Laporte e Musmanno (2004) afirmam que o gerenciamento de estoques para peças sobressalentes (como peças utilizadas para manutenção de máquinas grandes e caras) tem um ciclo de demanda muito lento, com muito poucas ocorrências em um intervalo de tempo muito longo (décadas, às vezes).

A utilização do modelo como proposto por Porras e Dekker (2008), no estudo de caso realizado pelos autores, mostrou que foi possível diminuir os custos de estoques em 6,4%.

Como na época da pesquisa os estoques das peças sobressalentes valiam 27 milhões de Euros, esta economia foi superior a 1,5 milhões de Euros. Havia aproximadamente 130 mil itens catalogados, dos quais 43 mil eram mantidos em estoque local.

Os autores destacam que seria possível prever melhor a demanda se as informações sobre manutenção preventiva, que utilizam as peças sobressalentes, fossem melhor armazenadas e previamente disponíveis; que em alguns casos não houve uma demanda sequer ao longo de 5 anos, tornando muito difícil a aplicação de modelos teóricos; que a capacidade de gerar boas previsões por parte dos modelos de previsão é fundamental para o sucesso do modelo de controle de estoques; e que mesmo com todas estas dificuldades, é possível ganhar dinheiro melhorando a gestão de estoques.

#### 4 PROPOSTA DE CONTROLE DE ESTOQUES COM MODELOS DE PREVISÃO

“Quality is never an accident: it is always the result of intelligent effort”

J. Ruskin

Conforme discutido na introdução do problema de pesquisa no Capítulo 1, seção 1.1, deseja-se ter a capacidade de manter o volume de estoques de produtos acabados tão baixo quanto possível, sendo suficiente para atender à demanda prevista com um dado nível de confiança.

Posto isso, acredita-se ser capaz de atingir estes objetivos, também propostos e detalhados na seção 1.5 deste, fazendo a integração da gestão dos estoques com a previsão da demanda. Isto se dará na medida em que for possível conseguir visualizar o estoque futuro projetado, através da soma do estoque atual com a distribuição da previsão de demanda, atentando para o nível de serviço oferecido ou desejado.

Logo, esta metodologia dividir-se-á em quatro etapas bem definidas, quais sejam:

Etapa 01: análise, modelagem e geração de previsões para a série histórica de dados de demanda de determinado produto;

Etapa 02: estimação da distribuição de probabilidades da previsão, podendo-se obter intervalos de confiança da previsão bem como seu desvio padrão;

Etapa 03: escolha do volume de estoques futuro desejado, de forma a atender a previsão feita nas etapas 1 e 2, utilizando para tal algum dos modelos de controle de estoques sugeridos;

Etapa 04: monitoramento do volume de estoques mantido, através da diferença entre o volume de estoque sugerido e a demanda real observada, de forma que evite rupturas (falta de produtos) ou excesso de inventário, ambos com custos, implícitos e explícitos, que se desejam evitar.

Na etapa 01 procura-se compreender o padrão de demanda e a distribuição da série. Questões como mudança de nível, tendência de crescimento/decrescimento, sazonalidade, sejam estes aditivos ou multiplicativos, devem ser identificadas neste passo, para que se possa fazer a escolha do melhor modelo de suavização exponencial e criar previsões tão acuradas quanto possíveis.



Durante a etapa 02 se obtém a distribuição de probabilidades da previsão, e não só seu alvo. Assim, medidas estatísticas como desvio padrão ou variância e intervalos de confiança são calculadas para o modelo selecionado.

A operação realizada no passo 03 é definir que o volume de estoques para o próximo período será o alvo da previsão da etapa 01 ponderado por parâmetros do modelo de controle de estoques escolhido.

Finalmente, na etapa 4 será construído o gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM como discutido no Capítulo 2 – de forma a monitorar a diferença entre previsto e observado para a série de dados de interesse. O monitoramento do erro, que se dará de forma acumulada utilizando as características do gráfico CUSUM, oferecerá sustentação estatística para a avaliação da qualidade da previsão ao longo do tempo, visto que o modelo escolhido na etapa 1 poderá sofrer alterações. Uma vez que um ponto seja encontrado fora dos limites de controle estipulados, deverá ser feita nova análise, passando pela criação do modelo de previsão até a construção de novos limites de controle para o gráfico de controle utilizado.

Na Figura 12 observa-se o fluxograma da metodologia proposta.

Como destacado nas sub-seções 1.5.2 e 2.4.3, deseja-se criar um conjunto de gráfico de controles combinados Shewhart-CUSUM para serem aplicados especificamente aos casos de monitoramento de resíduos de previsão de demanda. Como as previsões serão feitas para um passo adiante, então serão 12 previsões ao ano se estas forem mensais, ou 52 se forem semanais. Dificilmente haverá um caso de previsão com frequência maior que semanal, portanto, para a grande maioria dos casos não haverá mais que 52 previsões ao longo de um ano. É importante levar isso em consideração quando se pensa no  $ARL_0$  da combinação dos gráficos ou na probabilidade de alarmes falsos que serão disparados.

Mesmo que o  $ARL_0$  fosse de 52, isso representaria, em média, apenas um alarme falso ao longo de um ano inteiro de previsões semanais ou, analogamente, com  $ARL_0$  igual a 12 para previsões mensais; por outro lado, re-estimar o modelo de previsão não tem um custo elevado, considerando que as previsões sejam bem acuradas.

Esquemas combinados Shewhart-CUSUM com  $ARL_0$  menor que 52 são aparentemente bastante restritivos, com os limites de controle significativamente mais estreitos do que os que são trabalhados na literatura citada. Por exemplo, verificam-se na Tabela 11 algumas combinações do gráfico Shewhart-CUSUM (com diferentes valores de  $H$  e dos limites de Shewhart, tendo fixado  $K$  em 0,5 desvios padrão) que resultariam em  $ARL_0$  menor que 52, como aquele com os limites de Shewhart a 2,5 desvios padrão e limites CUSUM ( $K$ ) iguais a três desvios padrão com um  $ARL_0$  médio de 41,6.

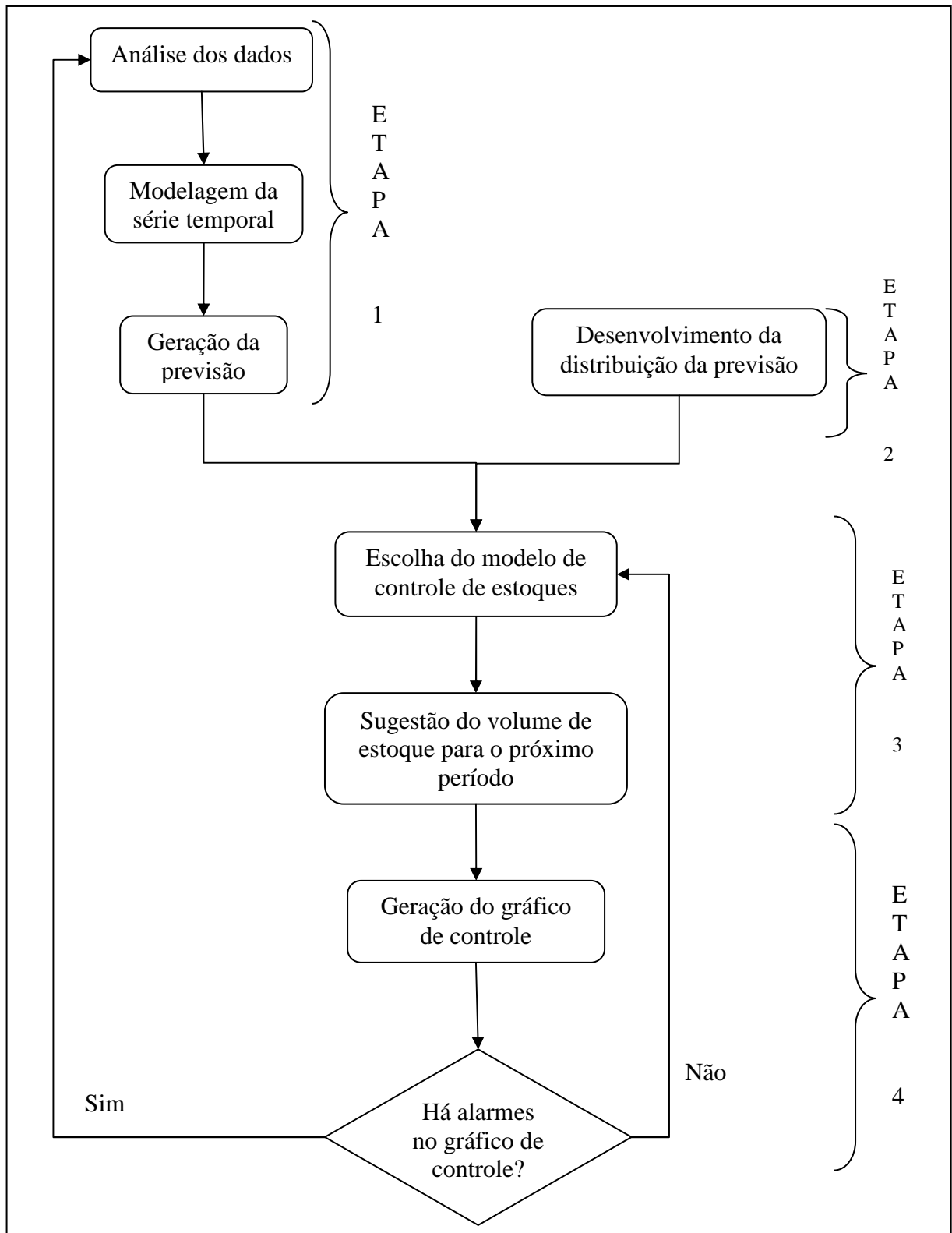


Figura 12 – Fluxograma da metodologia proposta

No entanto, como pôde ser visto nesta seção, cada aplicação merece suas próprias definições de limites de controle em função de necessidades específicas.

#### 4.1 ANÁLISE DA TOLERÂNCIA E CÁLCULO DOS LIMITES DE CONTROLE

Como discutido neste capítulo, a opção que será utilizada neste trabalho é tolerar um alarme falso por ano de previsão, culminando com  $ARL_0$  médio igual a 12 para casos de previsões mensais ou 52 para previsões semanais.

A Tabela 11 representa uma série de combinações de limites de controle CUSUM (H) e de Shewhart (LS), e seus respectivos  $ARL_0$  combinados, obtidos por meio de simulação. Perceba-se que um mesmo valor aproximado de  $ARL_0$  pode ser obtido com diferentes combinações de H e LS, ficando a escolha a critério do responsável.

Tabela 11 - Combinações de valores H do gráfico CUSUM e limites de controle de Shewhart (LS) em unidades de  $\sigma$  e seus respectivos  $ARL_0$  (todos com  $K = 0,5$ )

H	LS	$ARL_0$ (média)	H	LS	$ARL_0$ (média)
1	1	3,143834	2	3,5	19,31325
1	1,5	5,599892	2	4	19,29592
1	2	5,618723	2,5	1	3,153176
1	2,5	5,606219	2,5	1,5	7,40941
1	3	5,593335	2,5	2	17,83982
1	3,5	5,606786	2,5	2,5	29,41597
1	4	5,609988	2,5	3	34,20458
1,5	1	3,14883	2,5	3,5	34,1268
1,5	1,5	6,744345	2,5	4	33,88895
1,5	2	10,55953	3	1	3,152115
1,5	2,5	10,54248	3	1,5	7,474162
1,5	3	10,59606	3	2	19,69718
1,5	3,5	10,56044	3	2,5	41,62773
1,5	4	10,53716	3,5	1	3,156342
2	1	3,154875	3,5	1,5	7,482717
2	1,5	7,261284	3,5	2	20,97581
2	2	14,44094	4	1	3,149014
2	2,5	19,29527	4	1,5	7,474741
2	3	19,28341	4	2	21,43084

Fonte: Adaptado de software de simulação, Rocha (2004)

De forma semelhante, podem se obter inúmeras combinações de gráficos de controle Shewhart-CUSUM que atendam ao requisito proposto, que é o  $ARL_0$  médio igual a 12 para casos de previsões mensais ou 52 para previsões semanais. Utilizando simulação para determinar estas combinações candidatas, elegeu-se dois conjuntos, um para cada aplicação.

Isto representa então uma opção de limites de controle de Shewhart posicionados a 1,8 desvios padrão e valor de  $H = 2,3$  desvios padrão para o caso mensal (que resultam num  $ARL_0$  de 12,4), e limites de controle de Shewhart posicionados a 2,5 desvios padrão e valor de  $H = 3,5$  desvios padrão para o caso de previsões semanais (que resultam num  $ARL_0$  de 53,3), ambos os casos com  $K = 0,5$ .

A Figura 13 mostra a curva de desempenho do gráfico combinado Shewhart-CUSUM com parâmetros  $H = 2,3$ ,  $K = 0,5$  e  $LS = 1,8$  para diferentes tamanhos de mudança na média do processo (em unidades de desvio padrão).

A Figura 14 apresenta a curva de desempenho do outro gráfico combinado Shewhart-CUSUM sugerido com parâmetros  $H = 3,5$ ,  $K = 0,5$  e  $LS = 2,5$  para diferentes tamanhos de mudança na média do processo (em unidades de desvio padrão).

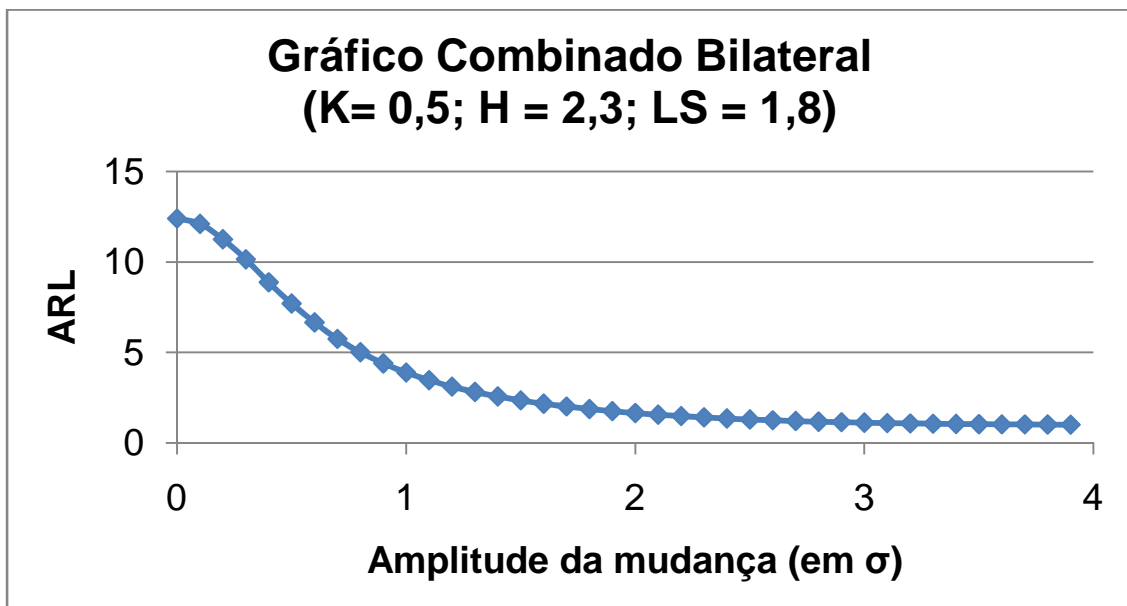


Figura 13 - Curva de desempenho do gráfico combinado Shewhart-CUSUM (com parâmetros  $K = 0,5$ ,  $H = 2,3$  e  $LS = 1,8$  para diferentes amplitudes de mudança na média do processo

Desta forma, com esta combinação espera-se obter vantagem de ambos os gráficos: o CUSUM com sua característica de detecção rápida de pequenas mudanças e o de Shewhart para detectar grandes mudanças na média.

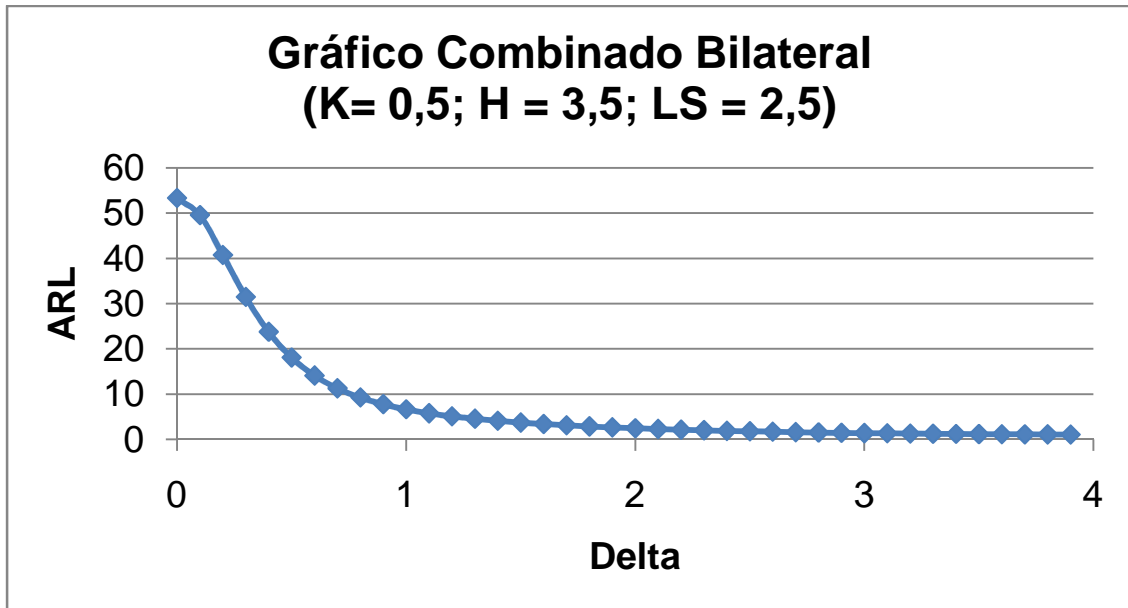


Figura 14 - Curva de desempenho do gráfico combinado Shewhart-CUSUM (com parâmetros  $K = 0,5$   $H = 3,5$  e  $LS = 2,5$ ) para diferentes amplitudes de mudança na média do processo

#### 4.2 SIMULAÇÃO E TESTE DA METODOLOGIA PROPOSTA

Para ilustrar a metodologia proposta, será feito um exemplo com dados fictícios e de forma a demonstrar todos os passos propostos. Para tanto, foi construída uma série  $S$  com média de 4463,4 unidades e desvio padrão de 235,2 unidades, composta por dados de 116 observações, podendo representar 116 meses de vendas de determinado produto. Esta série pode ser vista no Apêndice A e na Figura 15 - Série temporal para .

Observa-se, na Figura 15, que a série  $S$  não é estacionária, possui uma tendência de crescimento e possivelmente sazonalidade. Uma análise descritiva dos dados revela que a mediana é de 4489, muito próxima da média (4463,4), e seus valores mínimo e máximo são respectivamente 3840,0 e 4962,0.

Aplicando-se o método da suavização exponencial para esta série, com auxílio do software R versão 2.7.0 e pacote *Forecast* versão 1.12, obtém-se como melhor modelo, segundo o critério de AIC, o seguinte:

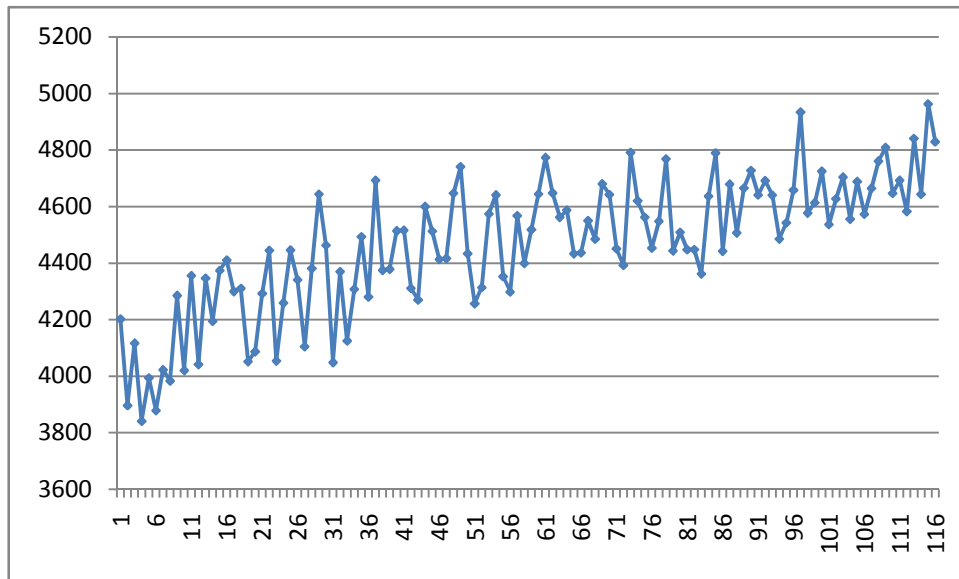


Figura 15 - Série temporal para exemplificar a metodologia proposta

Modelo (A, Ad, A), isto é, erro aditivo, tendência aditiva amortecida e sazonalidade aditiva, com os seguintes parâmetros de suavização:

alfa	= 0,01
beta	= 0,01
gama	= 0,0383
phi	= 0,9763

Os valores iniciais do modelo são os seguintes:

$$n = 3951,3715$$

$$c = 16,4933$$

$$s = 1. 12,2532$$

$$7. 58,3094$$

$$2. -78,0075$$

$$8. 66,2610$$

$$3. -35,2535$$

$$9. -3,6298$$

$$4. -14,2260$$

$$10. -34,4932$$

$$5. -43,1914$$

$$11. -8,0659$$

$$6. -103,3910$$

$$12. 183,4347$$

As equações que regem este modelo, de acordo com a Tabela 04, com os parâmetros estimados, são descritas a seguir.

$$n_t = n_{t-1} + 0,9763c_{t-1} + 0,01\varepsilon_t$$

$$c_t = 0,9763c_{t-1} + 0,0001\varepsilon_t$$

$$s_t = s_{t-m} + 0,0383\varepsilon_t$$

$$\mu_t = n_{t-1} + 0,9763c_{t-1} + s_{t-m}$$

Nestas equações, a componente de erro  $\varepsilon_t$  deve ser substituída apenas por  $\varepsilon_t$  em função de o erro estimado para este modelo ter sido aditivo.

A análise dos resíduos dessa modelagem se faz necessária para validá-lo, uma vez que estes devem apresentar normalidade e ausência de autocorrelações e autocorrelações parciais, pois devem ser aleatórios. A Figura 16 ilustra o histograma dos resíduos, que quando submetidos ao teste de Shapiro-Wilk para normalidade apresentaram como resultado  $W = 0,9932$  e  $p\text{-valor} = 0,8429$ , comprovando que se aproximam suficientemente da distribuição normal. O gráfico de função de autocorrelação é mostrado na Figura 17 e de autocorrelação parcial na Figura 18, e como pode ser verificado, não pode ser rejeitada a hipótese nula de ausência de autocorrelações.

Posto isto, confirma-se que o modelo é apropriado para realização de previsões, e estas serão feitas apenas para um passo à frente. Então o dado real (observado) do período será incorporado e o modelo com os mesmos parâmetros já estimados calculará o alvo da próxima previsão.

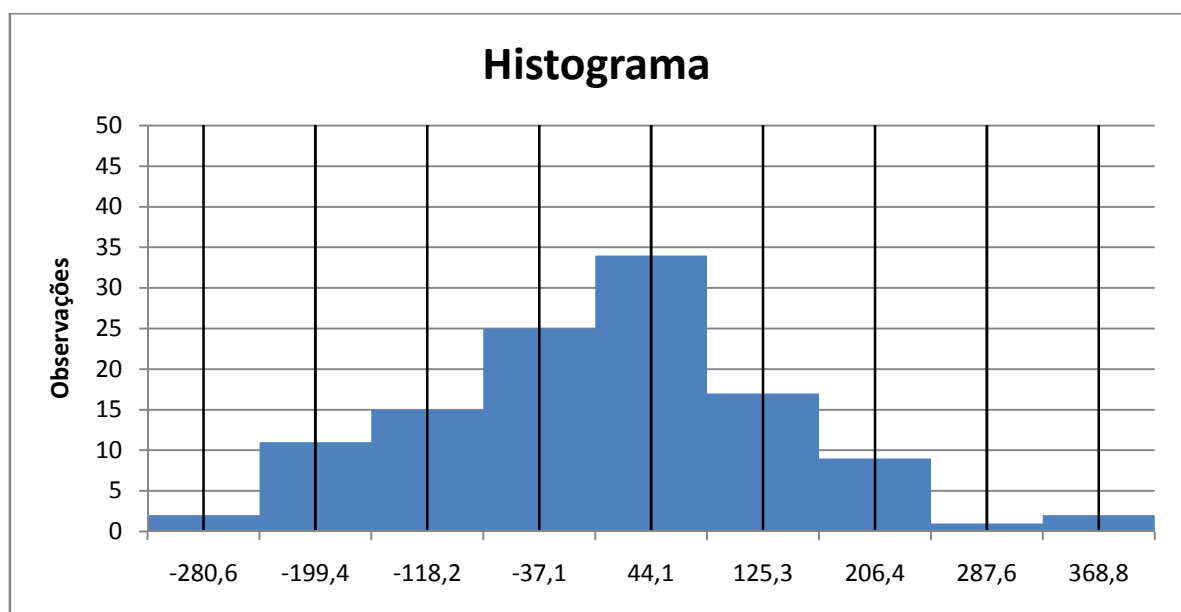


Figura 16 - Histograma dos resíduos do modelo para os dados simulados

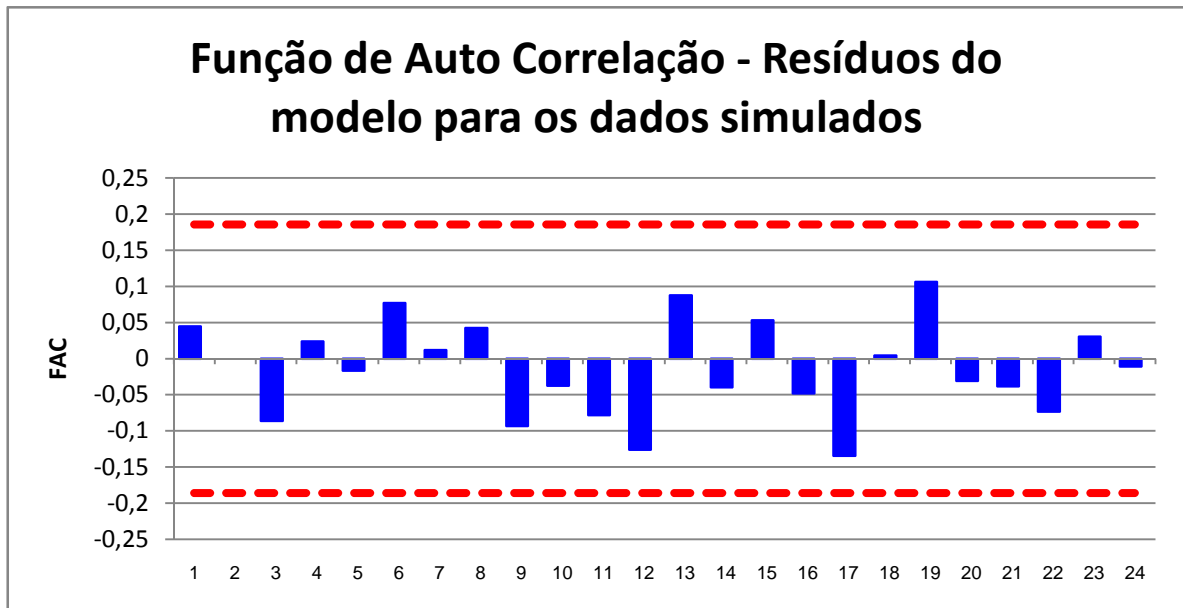


Figura 17 - Função de autocorrelação dos resíduos do modelo para os dados simulados

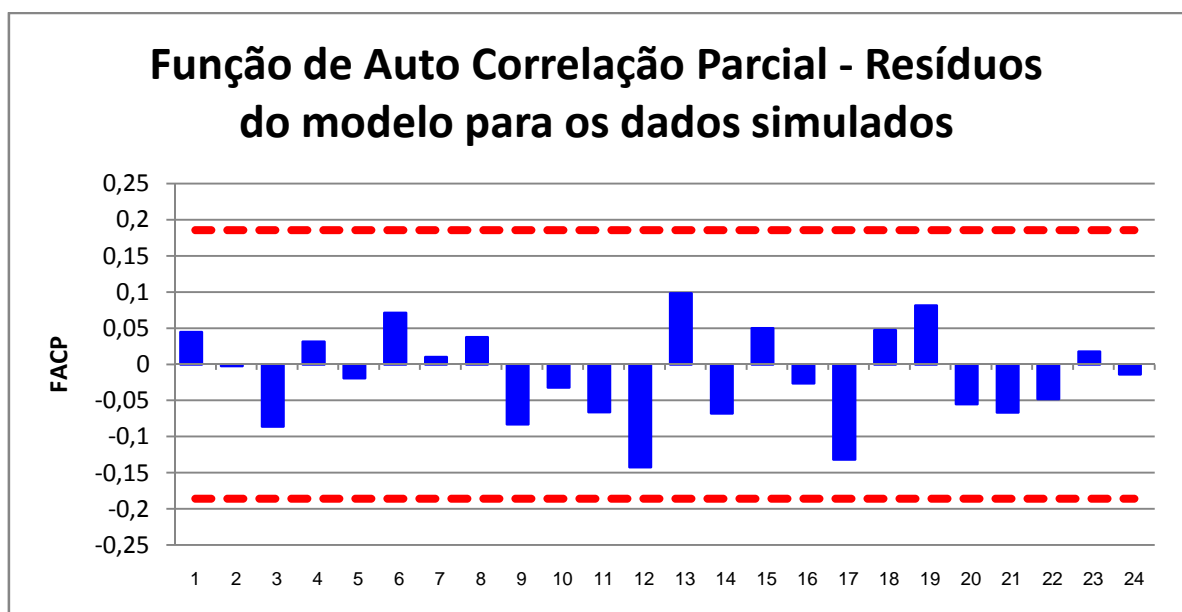


Figura 18 - Função de autocorrelação parcial dos resíduos do modelo para os dados simulados

Os dados dos valores dos 12 períodos que serão utilizados nesta avaliação são aqueles mostrados na Tabela 12, e não são conhecidos *a priori*, ou seja, o modelo foi estimado *sem* estes dados.



Tabela 12 - Valores futuros simulados da série S

Período	Valores simulados (não conhecidos <i>a priori</i> )
1	4928
2	4843
3	4726
4	4683
5	4831
6	4858
7	4763
8	4653
9	5169
10	4665
11	4791
12	5093

A previsão utilizando o modelo para S no período 1 é de 4711 unidades, enquanto o observado neste cenário é 4928. Observa-se que o alvo do modelo não foi adequado para o atendimento total da demanda, mas deseja-se estabelecer um limite para esta variação, tanto para os excessos quanto para as faltas. Para avaliar esta situação se utilizará o gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM, como descrito nos Capítulos 1 sub-seção 1.5.2 e Capítulo 2 sub-seção 2.4.3, com os limites de controle conforme calculados no início deste capítulo.

O gráfico de controle proposto tem seus limites calculados em função dos resíduos do modelo de previsão, com parâmetros  $K = 0,5$ ,  $H = 2,3$  e  $LS = 1,8$ , pois se simula um caso de períodos equivalentes a meses e, portanto, previsões também mensais. Os resíduos possuem média igual a 9,61 e desvio padrão igual a 125,81. Os limites de controle para estas configurações são mostrados na Tabela 13.

Tabela 13 - Limites de controle para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM aplicado aos dados simulados

<b>LSC - CUSUM</b>	<b>LIC - CUSUM</b>	<b>LSC - Shewhart</b>	<b>LIC - Shewhart</b>
299	-280	236	-217

Desta forma, foram realizadas previsões para os próximos períodos (previsões de um passo à frente) e estes valores foram comparados com os valores atuais da Tabela 12. Em seguida, o valor real do período atual foi incorporado à série S e uma nova previsão de um passo a frente foi feita utilizando o mesmo modelo, com os parâmetros calculados inicialmente.

A diferença entre os dois valores (o resíduo da previsão) representa o erro do modelo. Segundo a proposta deste trabalho, este erro deve ser monitorado com auxílio dos gráficos de controle, e quando houver um alarme neste gráfico deverá então ser estimado um novo modelo, pois o atual deixou de representar com exatidão a situação real.

Realizando previsões para um passo a frente e incorporando o dado observado a cada período, foram realizadas as 9 previsões (simulando 9 meses), e os resíduos foram inseridos no gráfico com as características citadas, conforme ilustrado na Figura 19. Os dados observados, bem como as previsões e os resíduos para o gráfico de controle, estão expostos na Tabela 14.

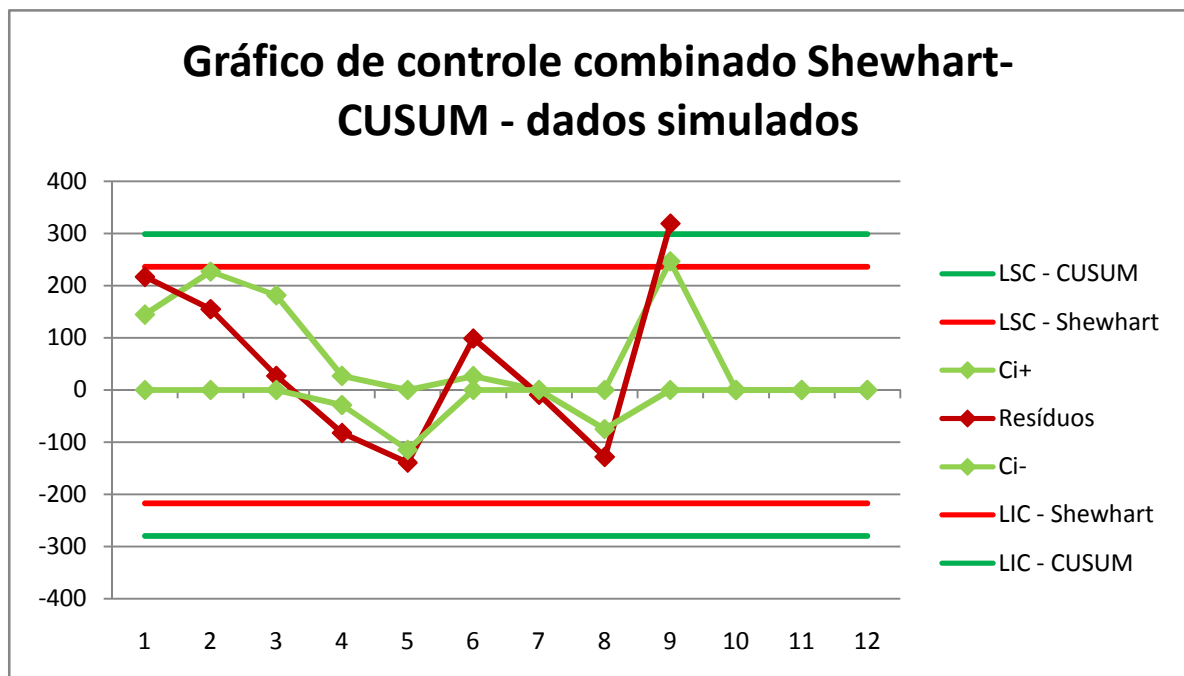


Figura 19 - Gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM para a simulação

Tabela 14 – Valores utilizados para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM da Figura 19

Período	Ci+	Ci-	Resíduos	Observado	Previsto
1	144	0	217	4928	4711
2	227	0	155	4843	4687
3	181	0	27	4726	4698
4	27	-29	-82	4683	4765
5	0	-114	-139	4831	4971
6	26	0	99	4858	4758
7	0	0	-9	4763	4772
8	0	-75	-128	4653	4782
9	246	0	319	5169	4849

Nota-se que houve a ocorrência de um ponto fora dos limites de controle, indicando que o modelo inicial precisa ser re-estimado, conforme procedimento adotado. Para tanto, serão utilizados todos os dados disponíveis, até o período nove das previsões já realizadas.

O novo modelo gerado possui erro e sazonalidades aditivos e tendência aditiva amortecida ( $A, A_d, A$ ). Suas constantes de suavização bem como os valores iniciais estimados estão descritos abaixo.

alfa	= 0,01
beta	= 0,01
gama	= 0,0327
phi	= 0,9782

Os valores iniciais do modelo são os seguintes:

$$n = 3953,4347$$

$$c = 15,8614$$

s = 1.	19,6457	7.	45,7576
2.	-71,1014	8.	54,9901
3.	-43,0838	9.	6,5154
4.	-3,5085	10.	-33,6353
5.	-51,3152	11.	-15,9301
6.	-88,7671	12.	180,4325

As equações que regem este modelo, de acordo com a Tabela 4, com os parâmetros estimados são descritas abaixo.

$$n_t = n_{t-1} + 0,9782c_{t-1} + 0,01\varepsilon_t$$

$$c_t = 0,9782c_{t-1} + 0,0001\varepsilon_t$$

$$s_t = s_{t-m} + 0,0327\varepsilon_t$$

$$\mu_t = n_{t-1} + 0,9782c_{t-1} + s_{t-m}$$

Nestas equações, a componente de erro  $\varepsilon_t$  deve ser substituída apenas por  $\epsilon_t$  em função do erro estimado para este modelo ter sido aditivo.

Nota-se que este modelo é bastante similar ao anterior, seja no valor das constantes de suavização, seja nos valores iniciais. Isto mostra que não houve mudança em padrões

estatísticos da série de dados (o que realmente não ocorreu na prática) e que o modelo anterior continuava eficiente para realização de previsão e, portanto o alarme disparado no gráfico de controle tem boas chances de ter sido apenas um alarme falso, uma vez que o  $ARL_0$  é bastante baixo, mas isso facilita a manutenção de modelos adequados à série por detectar rapidamente mudanças nos dados.

A análise dos resíduos inicia-se pelo teste de Shapiro-Wilk, através do qual se pode afirmar que eles aproximam-se suficientemente da distribuição normal ( $W = 0,9943$  e  $p\text{-valor} = 0,8948$ ). A análise gráfica do histograma mostrado na Figura 20 mostra que há uma boa dispersão dos dados para ambas as caudas e a maior concentração é em torno de zero.

Os gráficos das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial não apresentam pregos significativos, de forma que não se pode rejeitar a hipótese nula de ausência de autocorrelações, como pode ser visto nas Figuras 21 e 22, respectivamente.

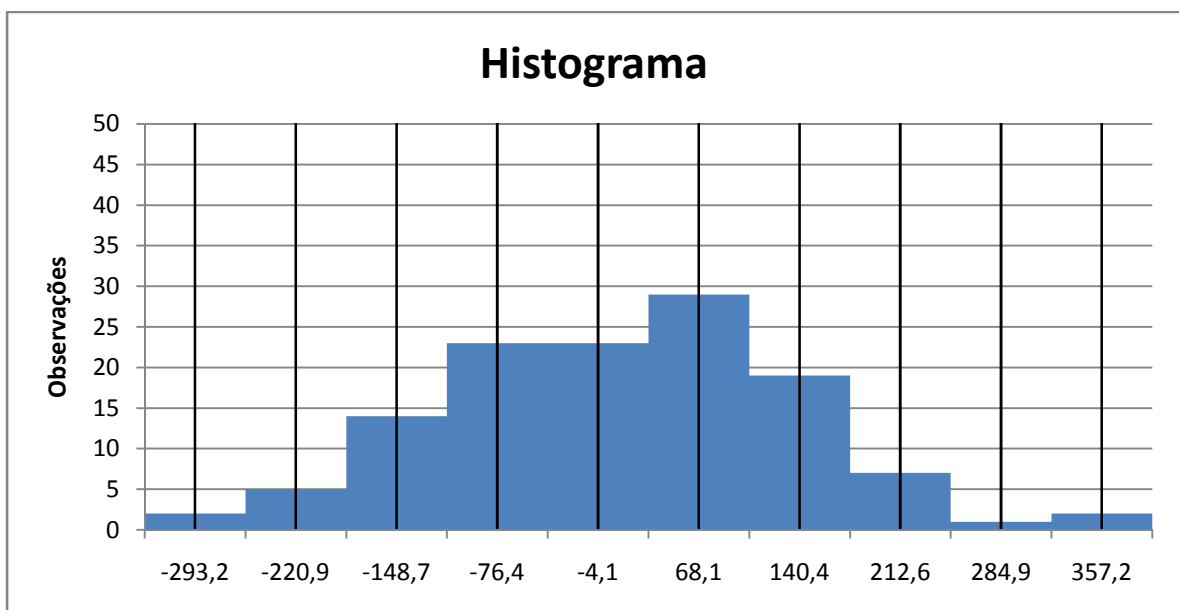


Figura 20 - Histograma dos resíduos do modelo para os dados simulados (parte 2)

Mantendo os mesmos parâmetros para o cálculo dos limites de controle, com a pequena alteração ocorrida na média e no desvio padrão dos resíduos (11,8 e 127,5 respectivamente), os valores do novo gráfico de controle passam a ser os mostrados na Tabela 15.

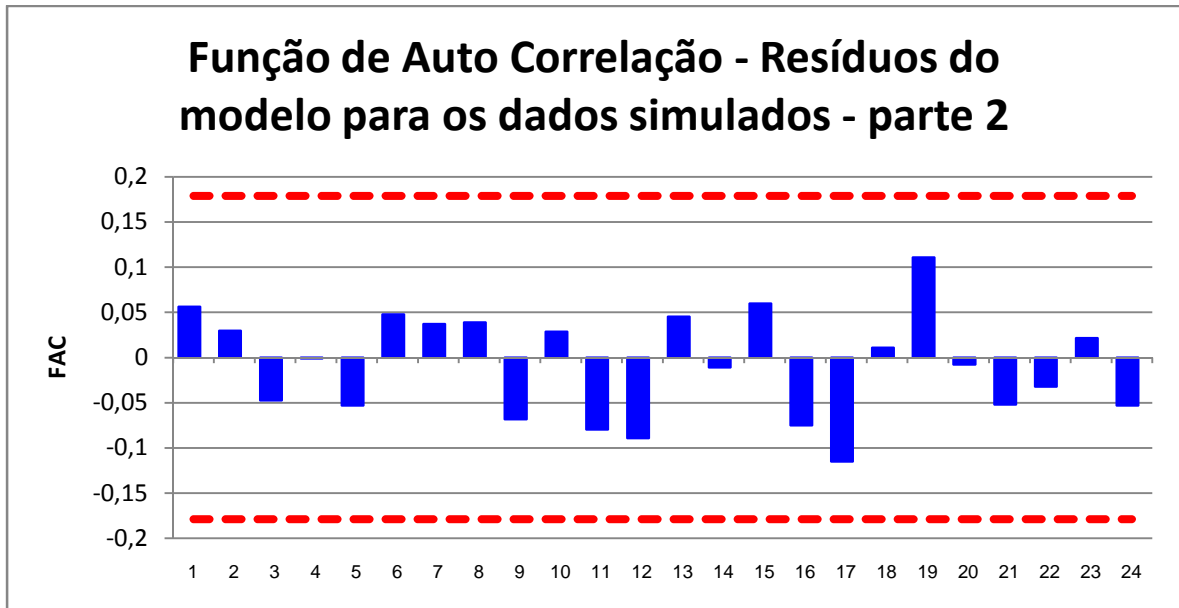


Figura 21 - Função de autocorrelação dos resíduos do modelo para os dados simulados (parte 2)

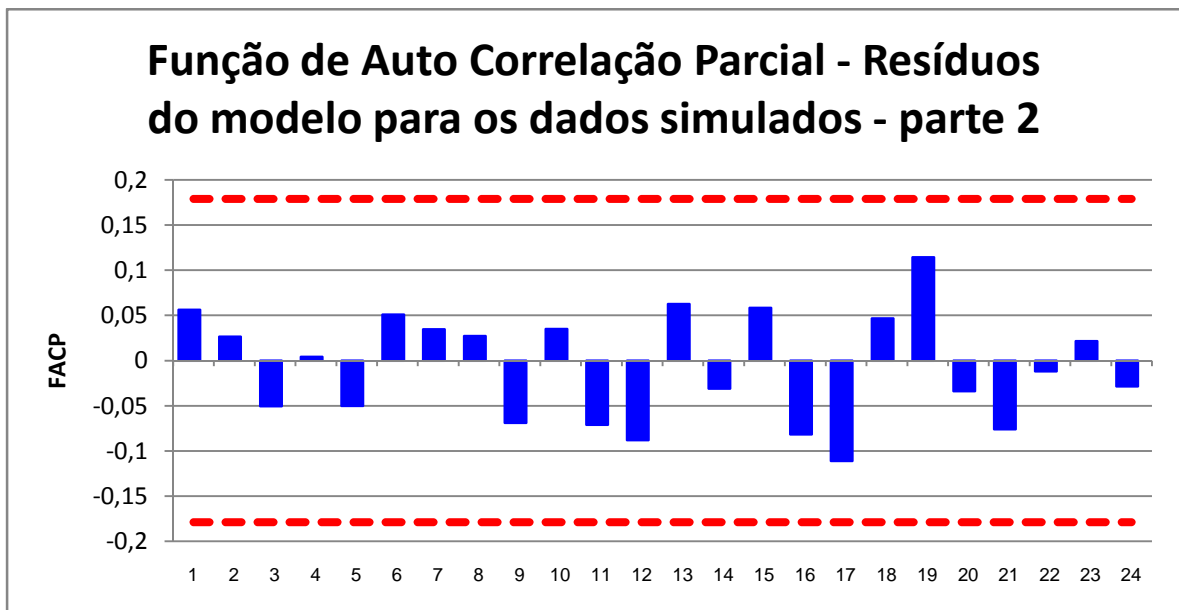


Figura 22 - Função de autocorrelação parcial dos resíduos do modelo para os dados simulados (parte 2)

Tabela 15 - Limites de controle para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM aplicado aos dados simulados

LSC - CUSUM	LIC - CUSUM	LSC - Shewhart	LIC - Shewhart
305	-282	241	-218

Realizadas as três previsões restantes para completar os 12 períodos desta simulação, o resultado da segunda parte do gráfico é mostrado na Figura 23 e seus valores, na Tabela 16.

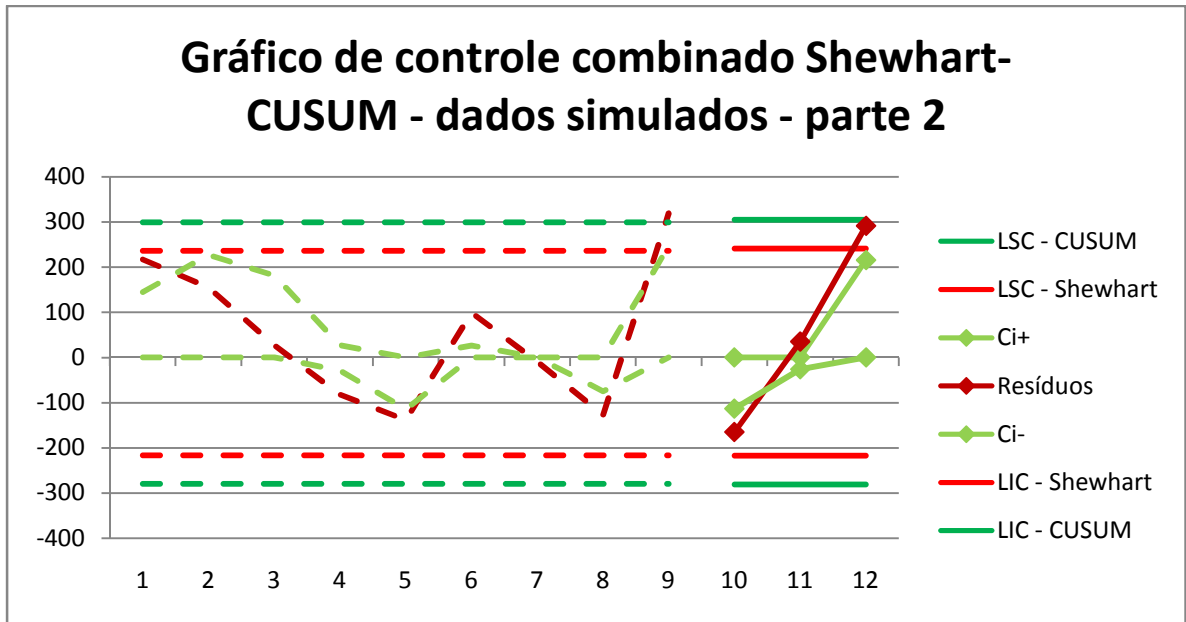


Figura 23 - Gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM para a simulação (parte 2)

Tabela 16 – Valores utilizados para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM da Figura 23

Período	Ci+	Ci-	Resíduos	Observado	Previsto
10	0	-113	-165	4665	4860
11	0	-26	35	4791	4756
12	215	0	291	5093	4802

Novamente há um alarme no gráfico, ocorrido no período 12 pela estatística de Shewhart, ultrapassando o limite de controle superior, pois a previsão foi menor que o dado observado para aquele período. Haveria a necessidade de novamente estimar os parâmetros do modelo para a continuação do processo.

Como esperado, os alarmes nos gráficos de controle não ocorrem em números excessivos, sendo portanto esperados e tolerados para o cálculo de novos modelos de previsão que continuem a representar com precisão a demanda real. Neste exemplo simulado, apenas um ponto foi encontrado além dos limites propostos para o gráfico de controle utilizado. Mesmo sem saber se este ponto trata-se de uma anormalidade estatística ou apenas de um alarme falso, convencionou-se por re-estimar o modelo sempre que um ponto fora de controle estatístico tiver sido detectado, pois o esforço necessário para re-estimar o modelo uma vez por ano não é significativo frente ao risco de utilizar um modelo inadequado.

## 5 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA EM CASOS PRÁTICOS

Neste capítulo, a metodologia proposta será aplicada a alguns casos reais, a saber: consumo industrial de energia elétrica no estado de Santa Catarina; vendas de cortadores de cantos de gramados, de uma empresa do norte do estado de Santa Catarina; e produção canadense de gás, medido em bilhões de metros cúbicos por mês.

### 5.1 CONSUMO INDUSTRIAL DE ENERGIA ELÉTRICA NO ESTADO DE SANTA CATARINA

Os dados de consumo industrial de energia elétrica no Estado foram disponibilizados pela Divisão de Mercado e Tarifa (DVMT) do Departamento de Comercialização e Comércio (DPCM) da Centrais Elétricas Santa Catarina S.A. (CELESC), e acessados através do Núcleo de Normalização e Qualimetria (NNQ) da Universidade Federal de Santa Catarina. Tais dados foram fornecidos em valores mensais de kWh, conforme apresentados na Figura 24 e no Anexo A, do período de agosto de 1993 a abril de 2007. Como os dados são mensais as previsões também serão realizadas mensalmente.

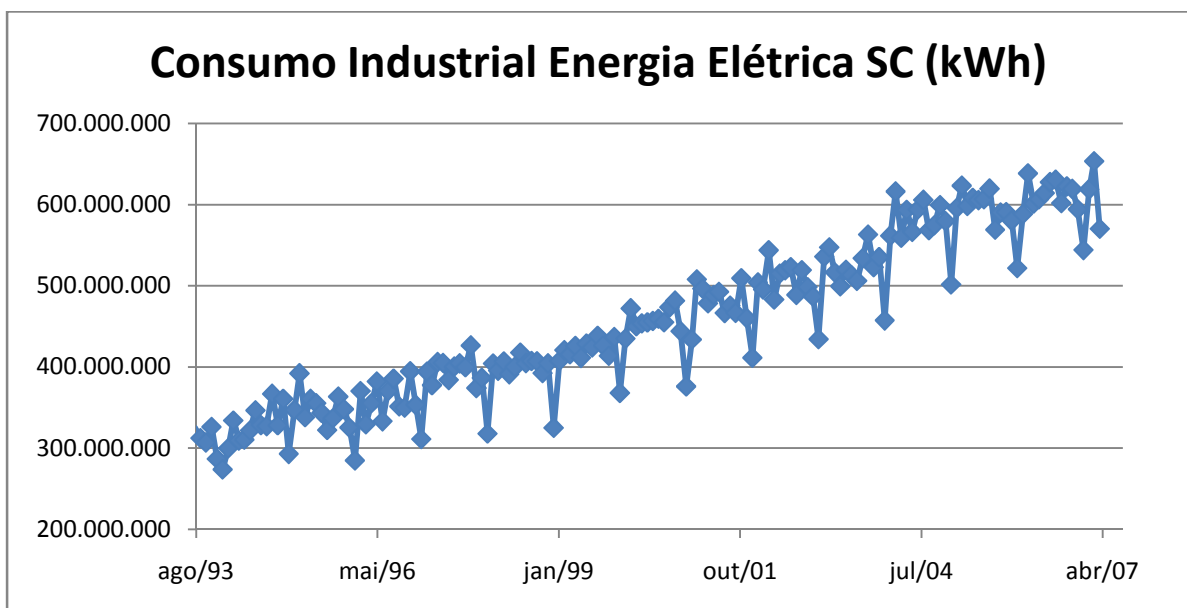


Figura 24 - Consumo industrial de energia elétrica no estado de Santa Catarina, medido em kWh  
 Fonte: Centrais Elétricas Santa Catarina S/A (CELESC), acesso através do Núcleo de Normalização e Qualimetria (NNQ/UFSC)

Através do uso do software R com o pacote *forecast* para realizar previsões, foi selecionado como melhor modelo, segundo o critério de Akaike, com as componentes de erro, tendência e sazonalidade aditivos (A, A, A), com os seguintes parâmetros de suavização:

alfa	= 0,2388
beta	= 0,0100
gama	= 0,0100

$$n = 312.962.556$$

$$c = 2.187.254$$

$$s = 1. 11.523.638$$

$$2. 555.649$$

$$3. 9.061.200$$

$$4. 12.575.024$$

$$5. 21.092.447$$

$$6. 7.121.501$$

$$7. -72.034.847$$

$$8. -8.580.903$$

$$9. 556.790$$

$$10. 12.682.075$$

$$11. 70.932$$

$$12. 3.376.490$$

As equações que regem este modelo, de acordo com a Tabela 4, com os parâmetros estimados, são descritas abaixo.

$$n_t = n_{t-1} + c_{t-1} + 0,2388\varepsilon_t$$

$$c_t = c_{t-1} + 0,002388\varepsilon_t$$

$$s_t = s_{t-m} + 0,01\varepsilon_t$$

$$\mu_t = n_{t-1} + c_{t-1} + s_{t-m}$$

Nestas equações, a componente de erro  $\varepsilon_t$  deve ser substituída apenas por  $\epsilon_t$  em função do erro estimado para este modelo ter sido aditivo.

A análise dos resíduos do modelo de forma a poder validá-lo e utilizá-lo para fazer as previsões revela que o mesmo aproxima-se suficientemente da distribuição normal: o teste de Shapiro-Wilk para normalidade apresenta resultados satisfatórios ( $W = 0,9977$ ,  $p\text{-valor} = 0,9983$ ) e seu histograma é mostrado na Figura 25. Este histograma é centrado em zero e tem boa distribuição dos dados para ambos os lados.



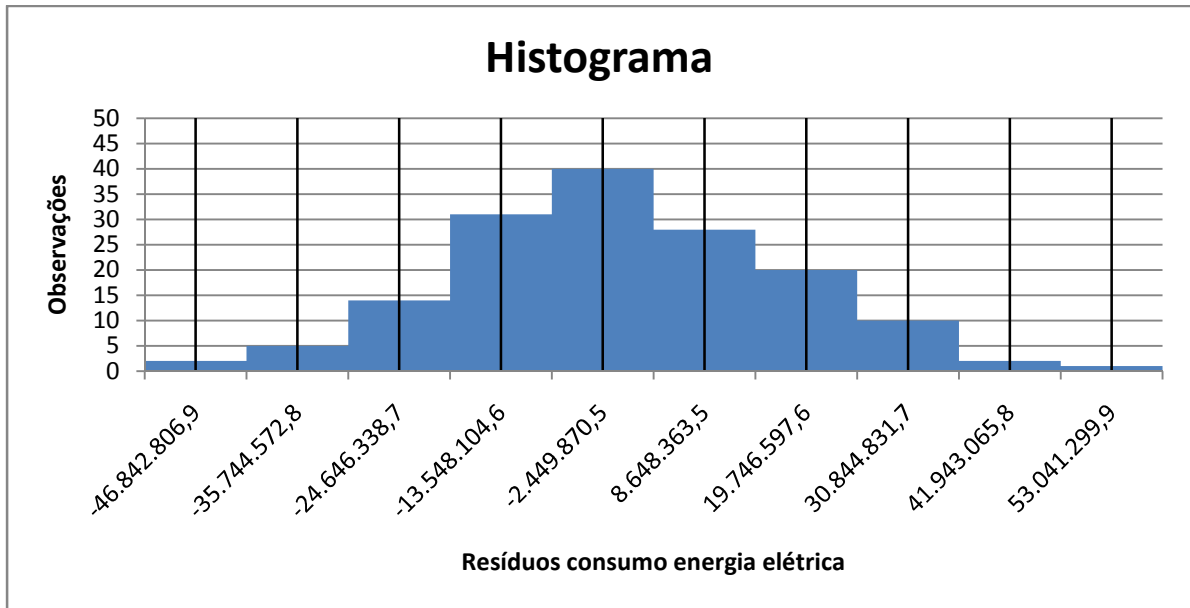


Figura 25 - Histograma dos resíduos do modelo gerado para o consumo industrial de energia elétrica em Santa Catarina

Os gráficos das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial são mostrados na Figura 26, Figura 37 e Figura 27 respectivamente.

Dado que o histograma do modelo e o teste de normalidade foram avaliados, mostrando que não foi rejeitada a hipótese nula de normalidade nos resíduos e pelos gráficos das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial não é possível rejeitar a hipótese nula de ausência de autocorrelação e autocorrelação parcial, podendo-se considerar o modelo apropriado.

O modelo de previsão está então selecionado e validado, apto a realizar previsões para um passo a frente conforme descrito e exemplificado no capítulo anterior.

O gráfico de controle proposto tem seus limites calculados em função dos resíduos deste modelo, com parâmetros  $K = 0,5$ ,  $H = 2,3$  e  $LS = 1,8$  (quantidades de desvios padrão). Os resíduos possuem média igual a  $-229.519$  e desvio padrão igual a  $17.860.916$ . Os limites de controle para estas configurações são mostrados na Tabela 17.

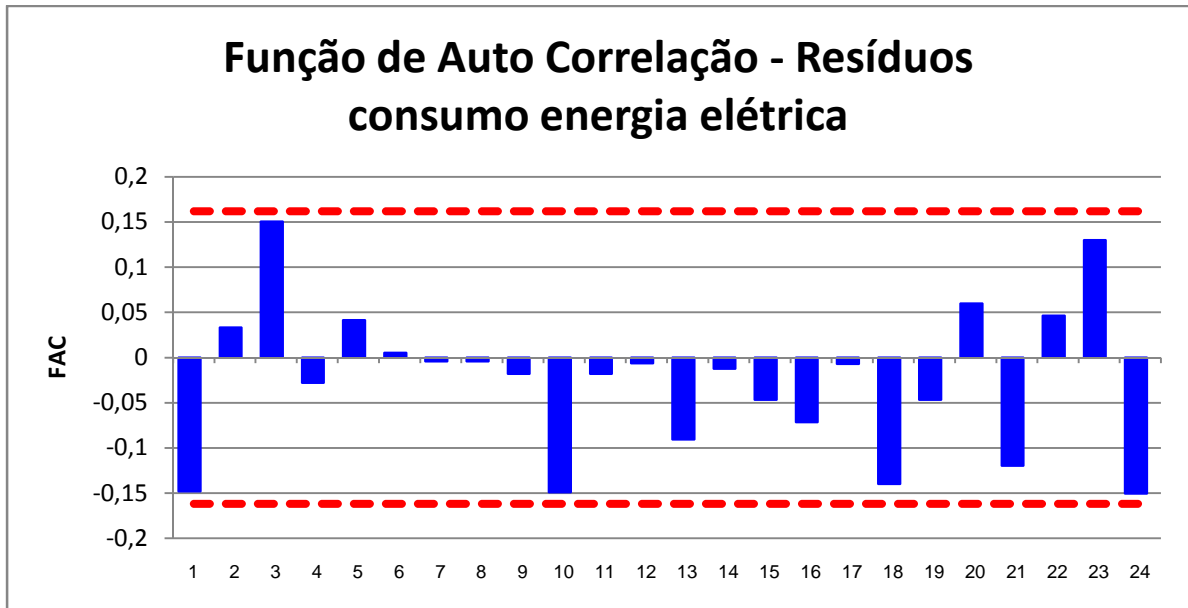


Figura 26 - Gráfico da função de autocorrelação dos resíduos do modelo gerado para o consumo industrial de energia elétrica em Santa Catarina

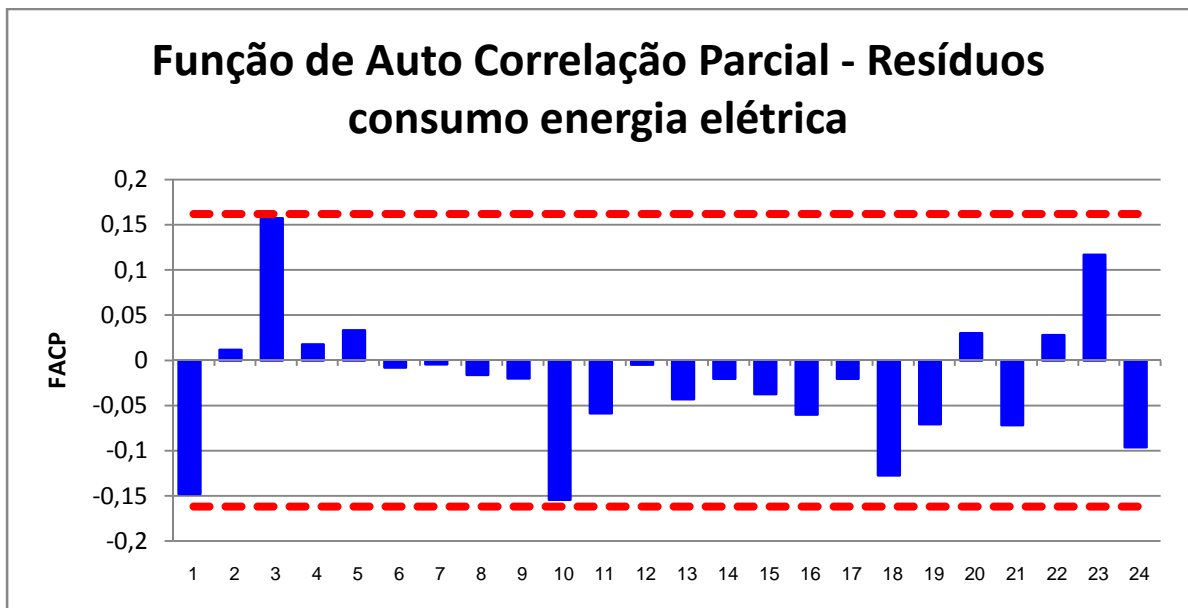


Figura 27 - Gráfico da função de autocorrelação parcial dos resíduos do modelo gerado para o consumo industrial de energia elétrica em Santa Catarina

Tabela 17 - Limites de controle para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM aplicado aos dados de consumo industrial de energia elétrica

LSC - CUSUM	LIC - CUSUM	LSC - Shewhart	LIC - Shewhart
40.850.588	-41.309.627	31.920.130	-32.379.169

Realizando previsões para um passo a frente e incorporando o dado observado a cada período, foram realizadas as 12 previsões mensais, e os erros da previsão plotados no gráfico

de controle ilustrado na Figura 28. Os dados observados fornecidos pela empresa bem como as previsões e os resíduos para o gráfico de controle estão expostos na Tabela 18.

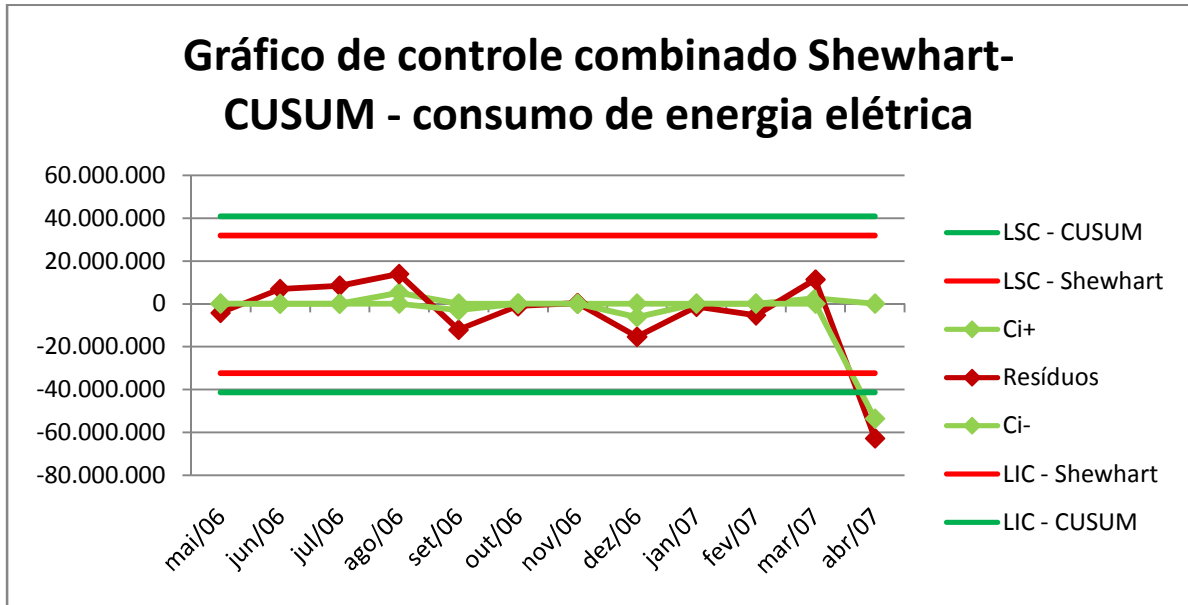


Figura 28 - Gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM com parâmetros  $K = 0,5$   $H = 2,3$  e  $LS = 1,8$ , aplicado aos resíduos do modelo de previsão para o consumo industrial de energia elétrica em Santa Catarina

Tabela 18 – Valores utilizados para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM da Figura 28

Mês	Ci+	Ci-	Resíduos	Observado	Previsto
mai/06	0	0	-4.277.064	606.629.303	610.906.367
jun/06	0	0	6.850.894	614.079.185	607.228.291
jul/06	0	0	8.406.729	627.500.329	619.093.600
ago/06	5.168.618	0	13.869.557	630.505.078	616.635.521
set/06	0	-3.033.550	-12.193.528	601.593.481	613.787.009
out/06	0	0	-1.148.001	622.349.378	623.497.379
nov/06	0	0	287.334	619.142.125	618.854.791
dez/06	0	-6.256.310	-15.416.288	594.101.506	609.517.794
jan/07	0	0	-1.422.526	544.031.002	545.453.528
fev/07	0	0	-5.399.222	618.702.200	624.101.422
mar/07	2.580.361	0	11.281.300	653.194.065	641.912.765
abr/07	0	-53.629.936	-62.789.914	570.174.744	632.964.658

Fonte: própria

Como pode ser visto no gráfico e na tabela de dados, apenas no último período houve um alarme disparado, indicando que a previsão foi bastante maior do que o observado, e que para o próximo período há a necessidade de se re-estimar o modelo. No entanto, o modelo proposto serviu com bastante acurácia durante 11 dos 12 meses observados.

Nos primeiros 11 meses, o erro percentual absoluto médio foi de apenas 1,2%. O erro percentual absoluto do último período foi de 11%, elevando a média dos 12 meses para 1,92%. Vale destacar que um alarme em 12 períodos era esperado para esta combinação de gráfico de controle em função de seu  $ARL_0$  ser de 12 períodos. Como não se sabe se o alarme no gráfico foi um alarme falso ou um alarme decorrente de mudança no processo, opta-se por alterar o modelo para todo alarme disparado, como especificado na proposta deste trabalho.

## 5.2 VENDAS DE CORTADORES DE CANTOS DE GRAMADOS

Os dados desta série foram gentilmente cedidos por uma empresa situada no norte do estado de Santa Catarina e correspondem a observações mensais de unidades vendidas no período de janeiro de 2003 a setembro de 2007 de cortadores de bordas de gramados. Estes foram obtidos diretamente junto à organização. O gráfico da série pode ser visualizado na Figura 29 e os dados podem ser verificados na Tabela 19.

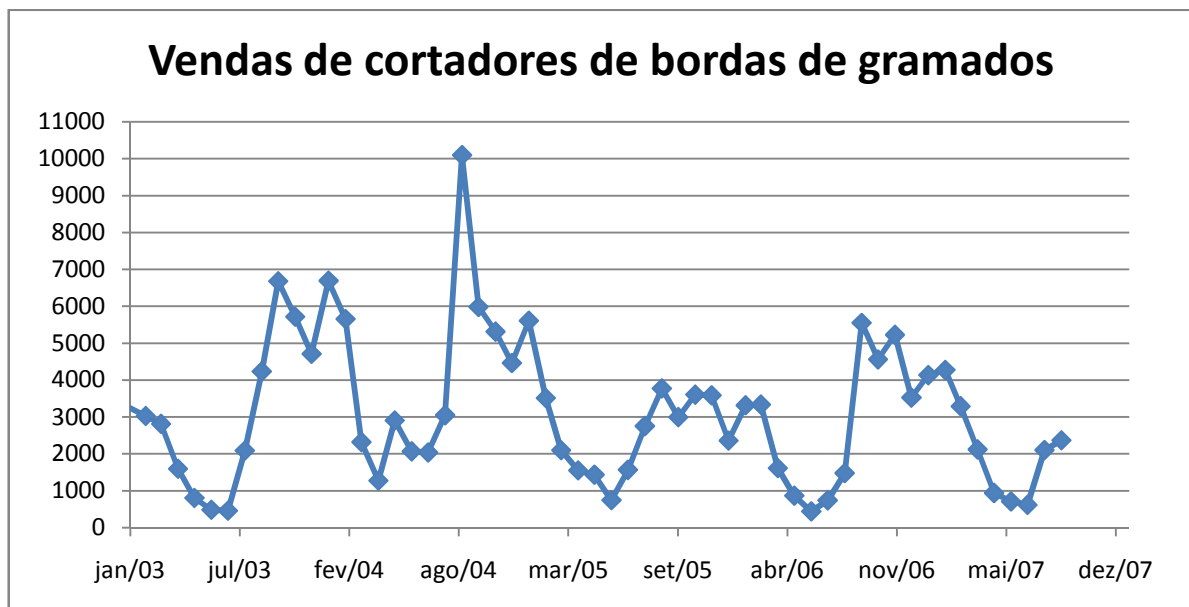


Figura 29 - Vendas mensais de cortadores de bordas de gramados

Os dados de outubro de 2006 a setembro de 2007 foram destacados para serem utilizados para avaliação do erro fora da amostra. Assim, apenas os dados de janeiro de 2003 a setembro de 2006 foram utilizados para compor o modelo, novamente através do software R.

Tabela 19 - Vendas mensais de cortadores de bordas de gramados

	<b>2003</b>	<b>2004</b>	<b>2005</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>
<b>Janeiro</b>	3261	6691	5607	2358	4134
<b>Fevereiro</b>	3026	5654	3511	3315	4273
<b>Março</b>	2812	2319	2099	3335	3290
<b>Abril</b>	1594	1273	1553	1612	2121
<b>Mai</b>	805	2904	1435	868	940
<b>Junho</b>	484	2069	746	443	709
<b>Julho</b>	460	2037	1566	740	618
<b>Agosto</b>	2088	3049	2754	1478	2103
<b>Setembro</b>	4235	10095	3771	5551	2366
<b>Outubro</b>	6679	5982	2995	4560	
<b>Novembro</b>	5717	5313	3605	5226	
<b>Dezembro</b>	4711	4462	3586	3526	

Fonte: Empresa fabricante dos produtos citados

Obteve-se um modelo de suavização exponencial cujas componentes possuem erro e sazonalidade multiplicativos, sem tendência detectada (M, N, M). Os valores das componentes de suavização são:

alfa	= 0,4189
gama	= 0,01

E os valores iniciais do modelo:

$$l = 2903,9885$$

$$s = 1. 1,1319$$

$$2. 1,3929$$

$$3. 1,7832$$

$$4. 1,9099$$

$$5. 0,7660$$

$$6. 0,3975$$

$$7. 0,3021$$

$$8. 0,5160$$

$$9. 0,4859$$

$$10. 0,9180$$

$$11. 1,1188$$

$$12. 1,2776$$

As equações que regem este modelo, de acordo com a Tabela 4, com os parâmetros estimados são descritas abaixo.

$$n_t = n_{t-1} + 0,4189 \varepsilon_t / s_{t-m}$$

$$s_t = s_{t-m} + 0,01(\varepsilon_t / n_{t-1})$$

$$\mu_t = n_{t-1}S_{t-m}$$

Nestas equações, a componente de erro  $\varepsilon_t$  deve ser substituída por  $\mu\varepsilon_t$  em função de o erro estimado para este modelo ter sido multiplicativo.

Os resíduos deste modelo quando submetidos ao teste de normalidade de Shapiro-Wilk resultam os valores  $W = 0,9758$ ,  $p\text{-valor} = 0,4596$ , sendo considerados normais. O teste visual através do histograma pode ser verificado na Figura 30. Este histograma é centrado em zero e tem boa divisão dos dados para ambos os lados.

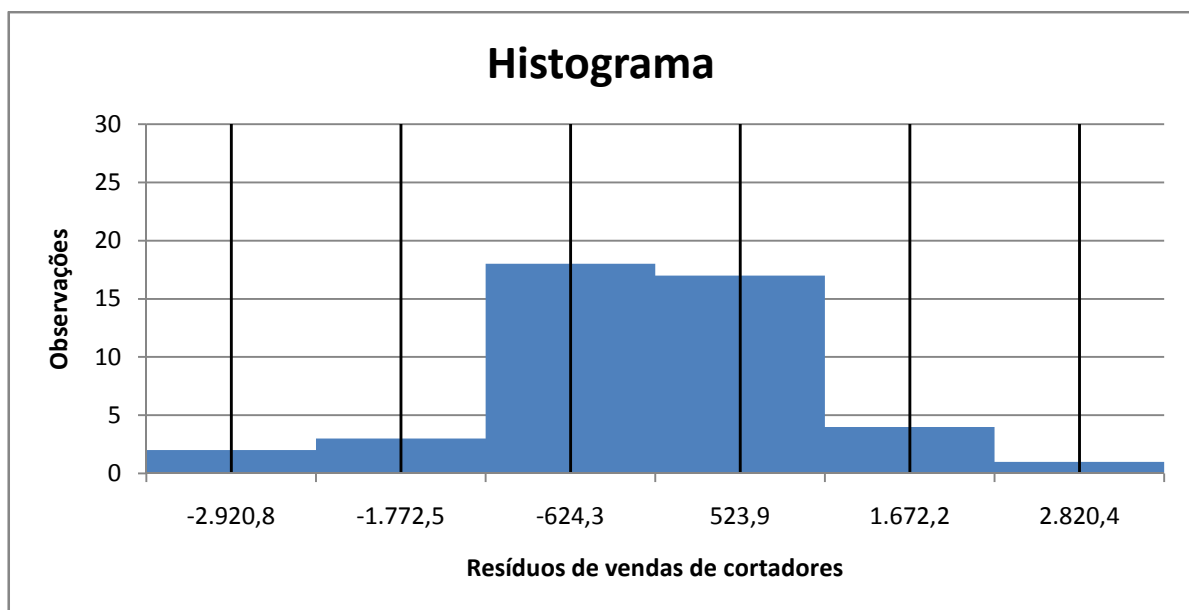


Figura 30 - Histograma dos resíduos do modelo para venda de cortadores

Dado que o histograma do modelo e o teste de normalidade foram avaliados, mostrando que não foi rejeitada a hipótese nula de normalidade nos resíduos, pode-se também verificar os gráficos das funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial mostrados respectivamente nas Figura 31 e Figura 32. Através destes gráficos não é possível rejeitar a hipótese nula de ausência de autocorrelação e autocorrelação parcial, logo se pode considerar o modelo apropriado.

A média destes resíduos foi calculada em  $-10,30$ , mas seu desvio padrão foi de  $1151,39$  unidades pois apenas 45 dados foram utilizados para compor o modelo e como pôde ser observado na Figura 29 a sazonalidade presente varia muito em intensidade. Desta forma, já é esperado que as previsões tenham variações, e além disso, que os gráficos de controle construídos tenham seus limites de controle bastante largos, em virtude do elevado desvio padrão destes resíduos.

Os limites de controle para o gráfico com os parâmetros  $K = 0,5$ ,  $H = 2,3$  e  $LS = 1,8$  estão mostrados na Tabela 20.

Tabela 20 - Limites de controle para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM aplicado aos dados de vendas de cortadores

LSC - CUSUM	LIC - CUSUM	LSC - Shewhart	LIC - Shewhart
2.637	-2.658	2.062	-2.082

Fonte: própria

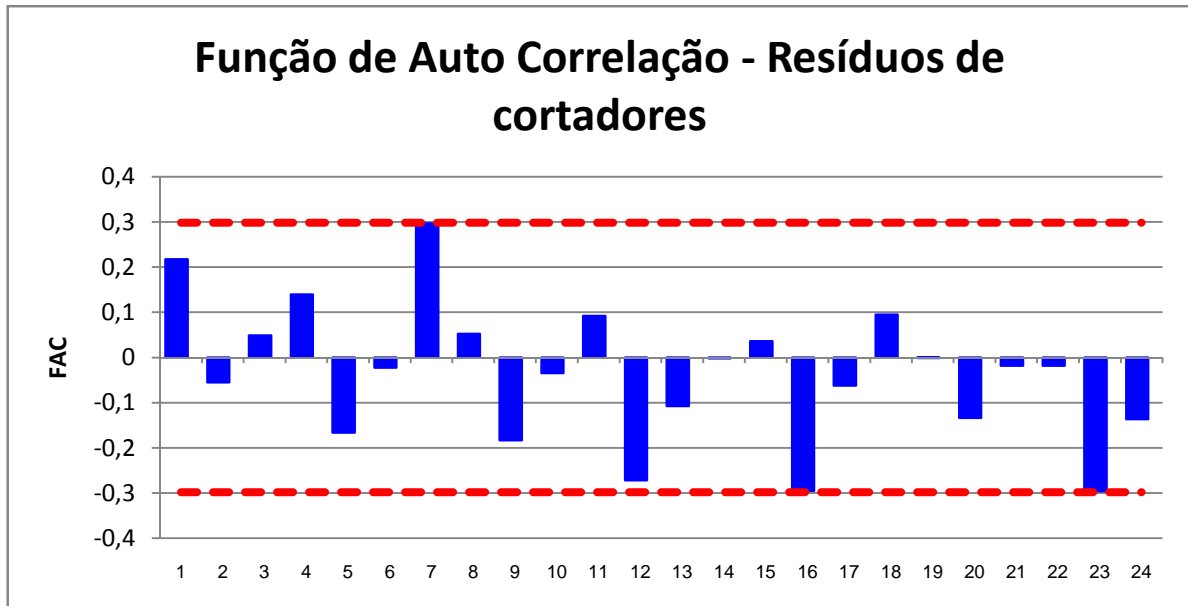


Figura 31 - Gráfico da função de autocorrelação dos resíduos do modelo para venda de cortadores

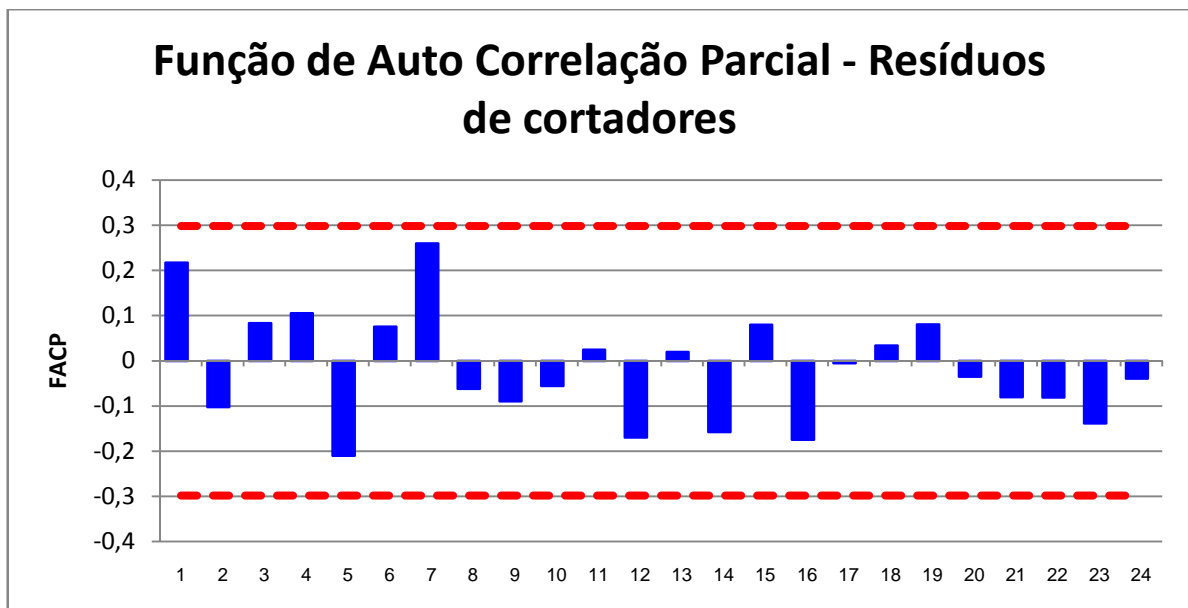


Figura 32 - Gráfico da função de autocorrelação parcial dos resíduos do modelo para venda de cortadores

Iniciou-se então o processo de realização das previsões mensais para um período a frente. Feitas as previsões e comparados com os meses seguintes da série (outubro de 2006 a

setembro de 2007), os valores dos resíduos mensais foram plotados no gráfico mostrado na Figura 33.

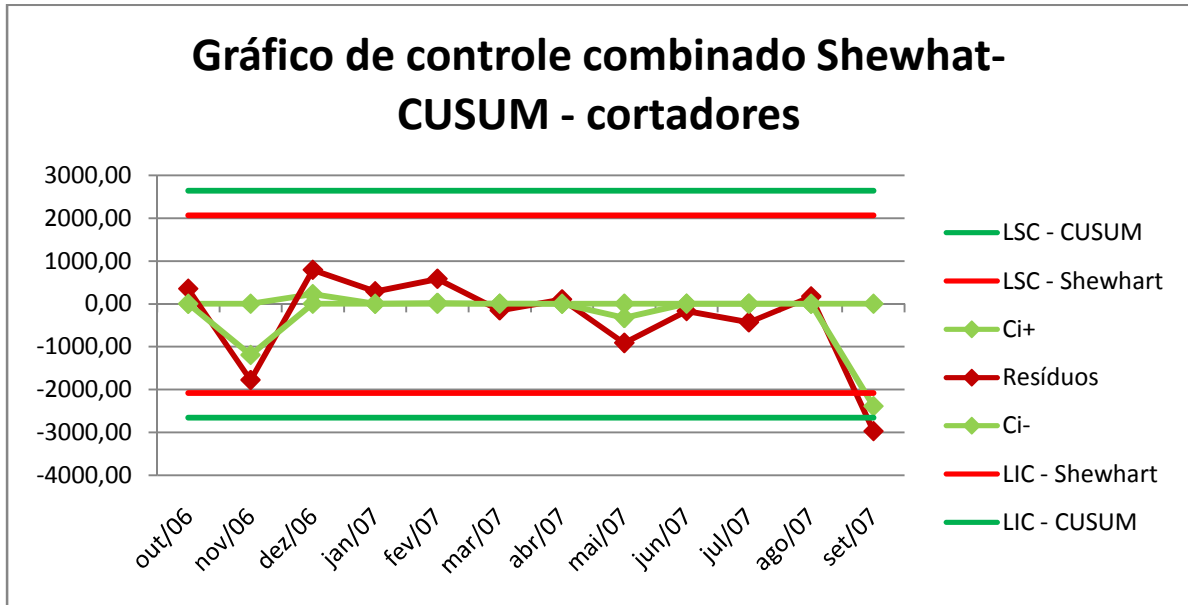


Figura 33 - Gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM com parâmetros  $K = 0,5$ ,  $H = 2,3$  e  $LS = 1,8$ , aplicado aos resíduos do modelo de previsão para a venda de cortadores de bordas de gramados

A Tabela 21 apresenta os dados necessários à completa construção do gráfico de controle proposto, apresentando para os 12 meses do ano os valores das somas unilaterais  $C_i^+$  e  $C_i^-$  para a parte CUSUM do gráfico, o valor dos resíduos para a parte de Shewhart, e os valores observados e previstos para cada período.

Tabela 21 - Valores referentes ao gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM da Figura 33

Mês	Ci+	Ci-	Resíduos	Observado	Previsto
out/06	0	0	349	4560	4211
nov/06	0	-1195	-1781	5226	7007
dez/06	224	0	790	3526	2736
jan/07	0	0	292	4134	3842
fev/07	17	0	583	4273	3690
mar/07	0	0	-154	3290	3444
abr/07	0	0	102	2121	2019
mai/07	0	-329	-915	940	1855
jun/07	0	0	-170	709	879
jul/07	0	0	-431	618	1049
ago/07	0	0	168	2103	1935
set/07	0	-2387	-2973	2366	5339

Fonte: Dados da empresa citada, cálculos próprios



Percebe-se que apenas no último período, na previsão para setembro de 2007 houve um alarme no gráfico, indicando a necessidade de re-estimar o modelo para a continuidade da realização de previsões. Considerando as 11 primeiras previsões, o erro percentual absoluto médio era de 19,4%, e com as 12 previsões realizadas esta medida de erro sobe para 22,4%. Tendo-se em mente que o modelo foi calculado com apenas 45 dados, existe a expectativa de que o modelo torne-se cada vez melhor a medida em que mais dados sejam acumulados (desde que mantidos os padrões dos dados), melhorando o processo de previsão e diminuindo o erro, notadamente o desvio padrão dos resíduos.

### 5.3 PRODUÇÃO CANADENSE DE GÁS

Os dados foram obtidos no site [www.exponentialsMOOTHING.net](http://www.exponentialsMOOTHING.net) e representam a produção canadense de gás, medido em bilhões de metros cúbicos mensais, disponíveis do período de janeiro de 1960 a fevereiro de 2005. Os dados estão reproduzidos em tabela no Anexo B e mostrados na Figura 34.

Notadamente esta é uma série bastante grande, que sofreu mudanças em seus padrões históricos com o passar dos anos. Observa-se no gráfico, de 1960 a 1972, que a série tinha um padrão de crescimento bastante acentuado. De 1973 a 1988 este crescimento foi atenuado, mas a sazonalidade mostrou-se cada vez mais marcante. De 1989 a 1993 a sazonalidade continuou presente, mas agora somada a uma característica de tendência crescente novamente. Finalmente, a partir de 1994, a série sofreu uma variabilidade mensal menor que no período anterior e pode apresentar sinais de ausência de crescimento nos últimos anos.

Como o comportamento da série mudou muito ao longo dos anos, é razoável utilizar apenas dados mais recentes para construir o modelo de previsão. Desta forma, optou-se por ignorar os dados anteriores a janeiro de 1998, tendo ainda assim aproximadamente seis anos de dados mensais, suficientes para fazer boas previsões. Esta nova série a ser utilizada é mostrada na Figura 35. Finalmente, para avaliação do modelo a ser construído, destacam-se desta série os 12 dados mais recentes que servirão para comparar o valor previsto com estas observações (análise fora da amostra).

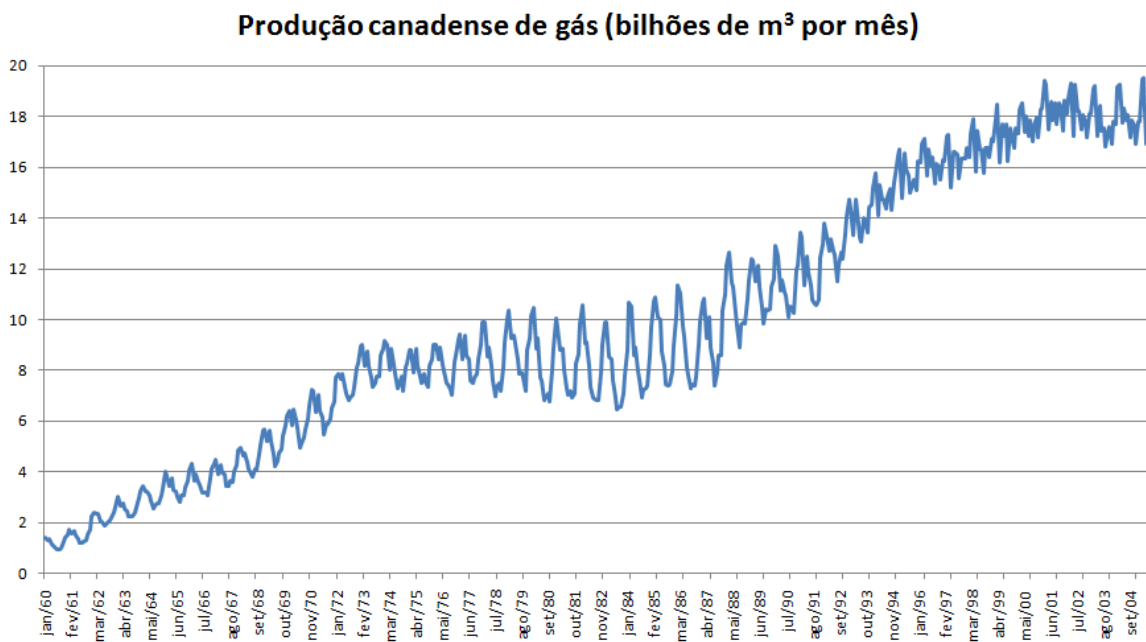


Figura 34 - Produção canadense de gás – Jan/1960 a Fev/2005  
 Fonte: Dados de [www.exponentialsMOOTHING.net](http://www.exponentialsMOOTHING.net)

Com auxílio do software, gerou-se o modelo com erro e sazonalidade multiplicativos, sem componente de tendência (M, N, M), com os seguintes parâmetros de suavização:

alfa	= 0,4972
gama	= 0,0104

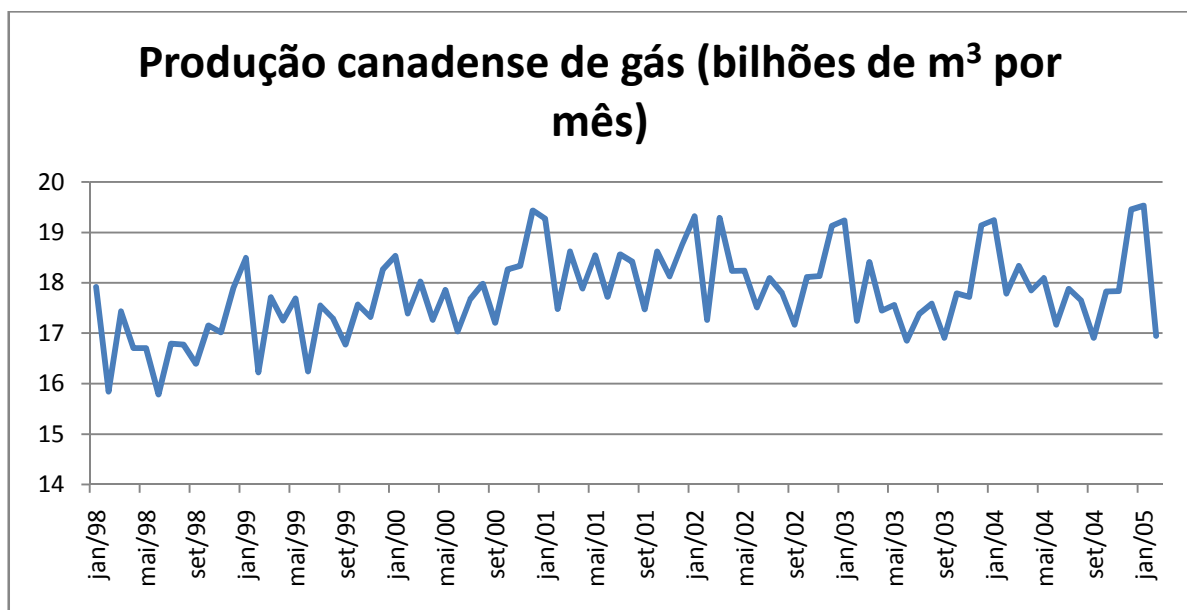


Figura 35 - Produção canadense de gás - Jan/1998 a Fev/2005  
 Fonte: [www.exponentialsMOOTHING.net](http://www.exponentialsMOOTHING.net)

Os valores iniciais do modelo são os seguintes:

$$n = 17,3320$$

s = 1.	0,9656	7.	0,9936
2.	1,0613	8.	0,9957
3.	1,0559	9.	0,9529
4.	0,9964	10.	1,0053
5.	1,0006	11.	0,9849
6.	0,9530	12.	1,0294

As equações que regem este modelo, de acordo com a Tabela 4, com os parâmetros estimados são descritas abaixo.

$$n_t = n_{t-1} + 0,4972 \varepsilon_t / s_{t-m}$$

$$s_t = s_{t-m} + 0,0104(\varepsilon_t / n_{t-1})$$

$$\mu_t = n_{t-1} s_{t-m}$$

Nestas equações, a componente de erro  $\varepsilon_t$  deve ser substituída por  $\mu\varepsilon_t$  em função de o erro estimado para este modelo ter sido multiplicativo.

Novamente torna-se importante avaliar os resíduos do modelo para poder validá-lo e utilizá-lo para fazer as previsões. O teste de Shapiro-Wilk para normalidade apresenta resultados satisfatórios ( $W = 0,9909$ ,  $p\text{-valor} = 0,9345$ ) e seu histograma é mostrado na Figura 36. Este histograma é centrado em zero e tem boa distribuição dos dados para ambos os lados, com uma leve assimetria com pequena cauda à direita.

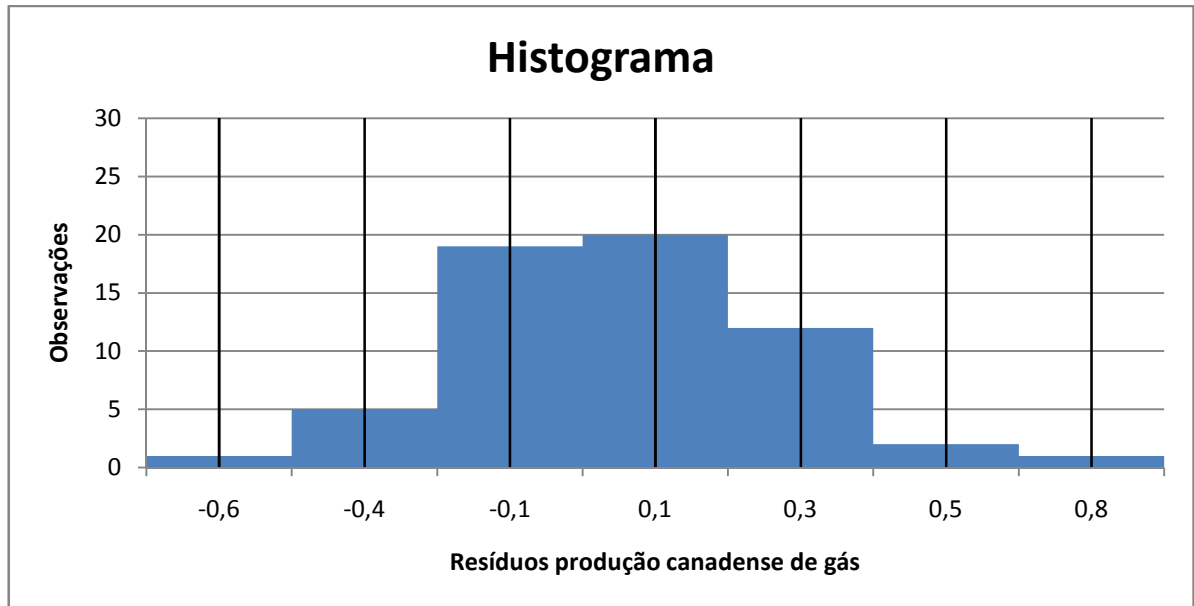


Figura 36 - Histograma dos resíduos do modelo gerado para a produção de gás canadense

Os gráficos das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial são mostrados nas Figura 37 e Figura 38, respectivamente.

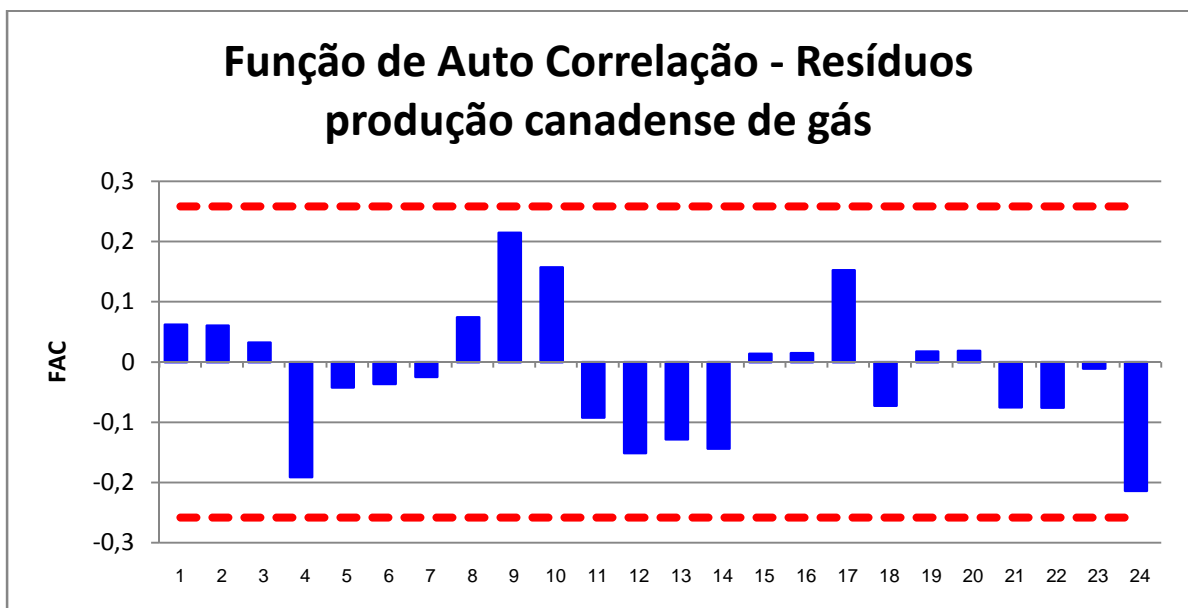


Figura 37 – Gráfico da função de autocorrelação dos resíduos do modelo gerado para a produção canadense de gás

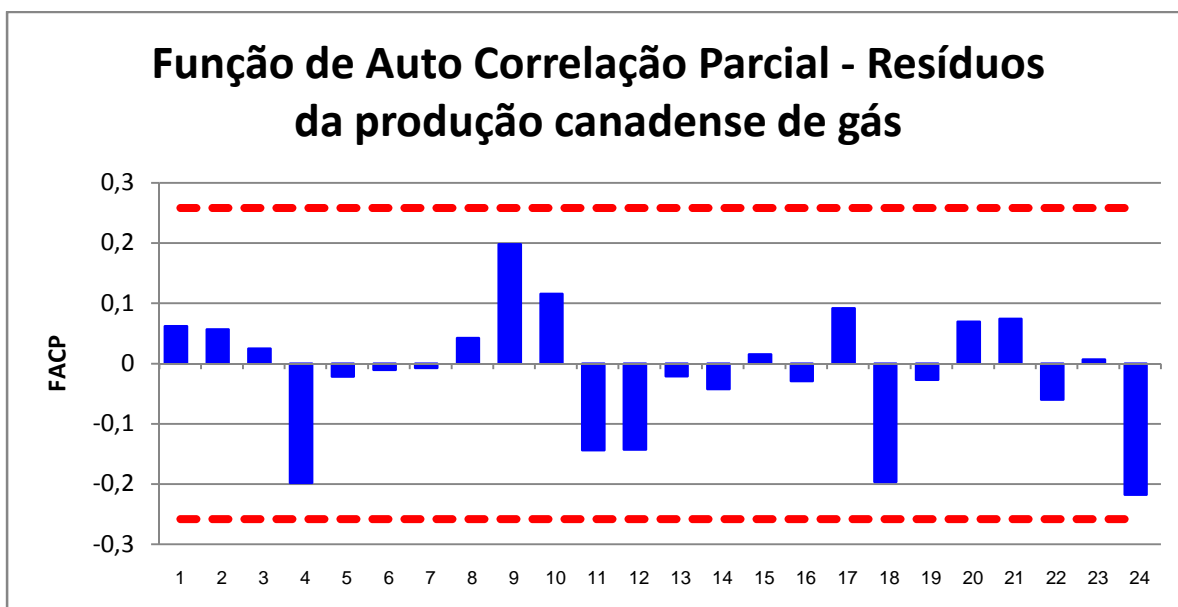


Figura 38 – Gráfico da função de autocorrelação parcial dos resíduos do modelo gerado para a produção canadense de gás

Dado que o histograma do modelo e o teste de normalidade foram avaliados, mostrando que não foi rejeitada a hipótese nula de normalidade nos resíduos e pelos gráficos das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial não é possível rejeitar a hipótese nula de ausência de autocorrelação e autocorrelação parcial, pode-se considerar o modelo apropriado.

Os limites de controle para do gráfico com os parâmetros  $K = 0,5$ ,  $H = 2,3$  e  $LS = 1,8$  estão mostrados na Tabela 22.

Tabela 22 - Limites de controle para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM aplicado aos dados de vendas de cortadores

LSC - CUSUM	LIC - CUSUM	LSC - Shewhart	LIC - Shewhart
0,60	-0,54	0,48	-0,42

Fonte: própria

Uma vez que o modelo é válido e o gráfico de controle proposto foi construído, iniciou-se o processo de realização das previsões para um período a frente. O resultado é ilustrado no gráfico da Figura 39 e os valores mostrados na Tabela 23.

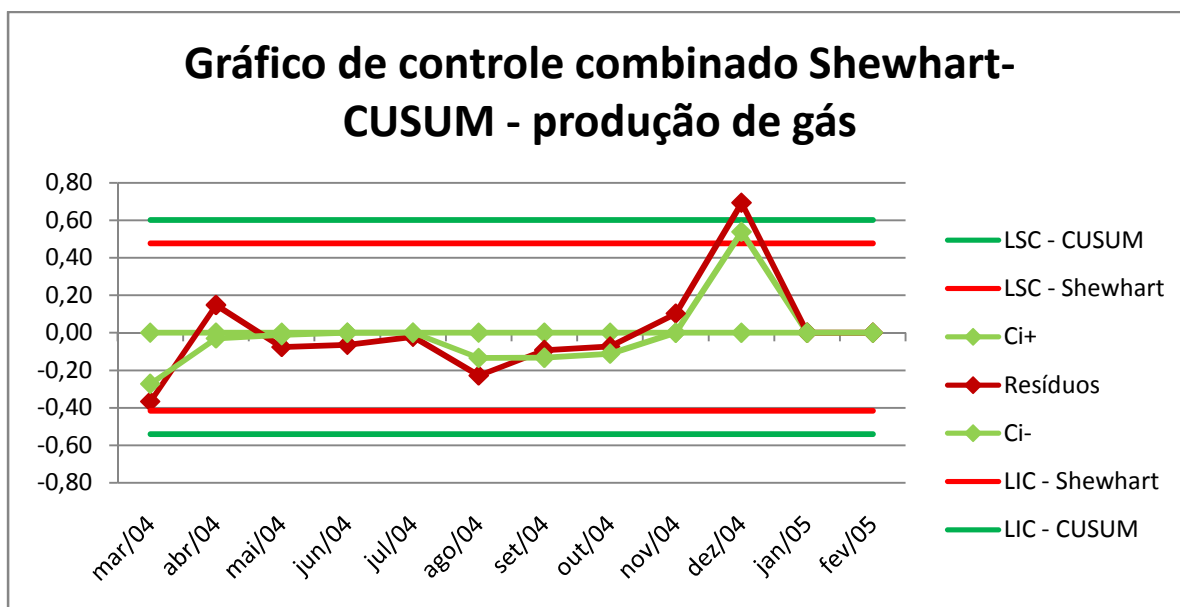


Figura 39 - Gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM com parâmetros  $K = 0,5$ ,  $H = 2,3$  e  $LS = 1,8$ , aplicado aos resíduos do modelo de previsão para a produção canadense de gás

A Tabela 23 apresenta os dados necessários à completa construção do gráfico de controle proposto, apresentando para os 10 períodos já analisados os valores das somas unilaterais  $C_i^+$  e  $C_i^-$  para a parte CUSUM do gráfico, o valor dos resíduos para a parte de Shewhart, e os valores observados e previstos, respectivamente para cada período.

Tabela 23 – Valores utilizados para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM da Figura 39

Mês	$C_i^+$	$C_i^-$	Resíduos	Observado	Previsto
mar/04	0,00	-0,27	-0,37	18,33	18,70
abr/04	0,00	-0,03	0,15	17,85	17,70
mai/04	0,00	-0,01	-0,08	18,09	18,17
jun/04	0,00	0,00	-0,06	17,17	17,23
jul/04	0,00	0,00	-0,02	17,88	17,90
ago/04	0,00	-0,13	-0,23	17,64	17,87
set/04	0,00	-0,13	-0,09	16,91	17,00
out/04	0,00	-0,11	-0,07	17,83	17,90
nov/04	0,00	0,00	0,10	17,83	17,73
dez/04	0,54	0,00	0,69	19,45	18,76

Fonte: Dados de [www.exponentialsMOOTHING.net](http://www.exponentialsMOOTHING.net), cálculos próprios

Para a previsão realizada para o mês de dezembro de 2004 houve um alarme no gráfico de controle, indicando a necessidade de re-estimação do modelo de previsão, através da estatística de Shewhart ultrapassando o limite superior de controle. Até a previsão realizada para novembro de 2004 e erro percentual absoluto médio era de 0,7%, já a média

com a previsão de dezembro subiu para 1,0%. Utilizando todos os dados até dezembro de 2004 para a composição do novo modelo, este possui as seguintes características: erro estimado sendo multiplicativo e sazonalidade aditiva, sem tendência (M, N, A), diferente do modelo anterior. Os parâmetros estimados são mostrados abaixo.

alfa	= 0,5298
gama	= 0,0100

Os valores iniciais do modelo são os seguintes:

$$n = 17,3186$$

s = 1.	-0,5457	7.	-0,1797
2.	1,1244	8.	-0,0737
3.	1,0279	9.	-0,8229
4.	-0,0642	10.	0,0819
5.	0,0555	11.	-0,2431
6.	-0,8857	12.	0,5255

As equações que regem este modelo, de acordo com a Tabela 4, com os parâmetros estimados são descritas abaixo.

$$n_t = n_{t-1} + 0,5298\varepsilon_t$$

$$s_t = s_{t-m} + 0,01\varepsilon_t$$

$$\mu_t = n_{t-1} + s_{t-m}$$

Nestas equações, a componente de erro  $\varepsilon_t$  deve ser substituída por  $\mu\varepsilon_t$  em função de o erro estimado para este modelo ter sido multiplicativo.

Novamente torna-se importante avaliar os resíduos do modelo para poder validá-lo e utilizá-lo para fazer as previsões. O teste de Shapiro-Wilk para normalidade apresenta resultados satisfatórios ( $W = 0,9863$ ,  $p\text{-valor} = 0,6464$ ) e seu histograma é mostrado na Figura 36. Este histograma é centrado em zero e tem boa distribuição dos dados para ambos os lados, com uma leve assimetria com pequena cauda à direita.

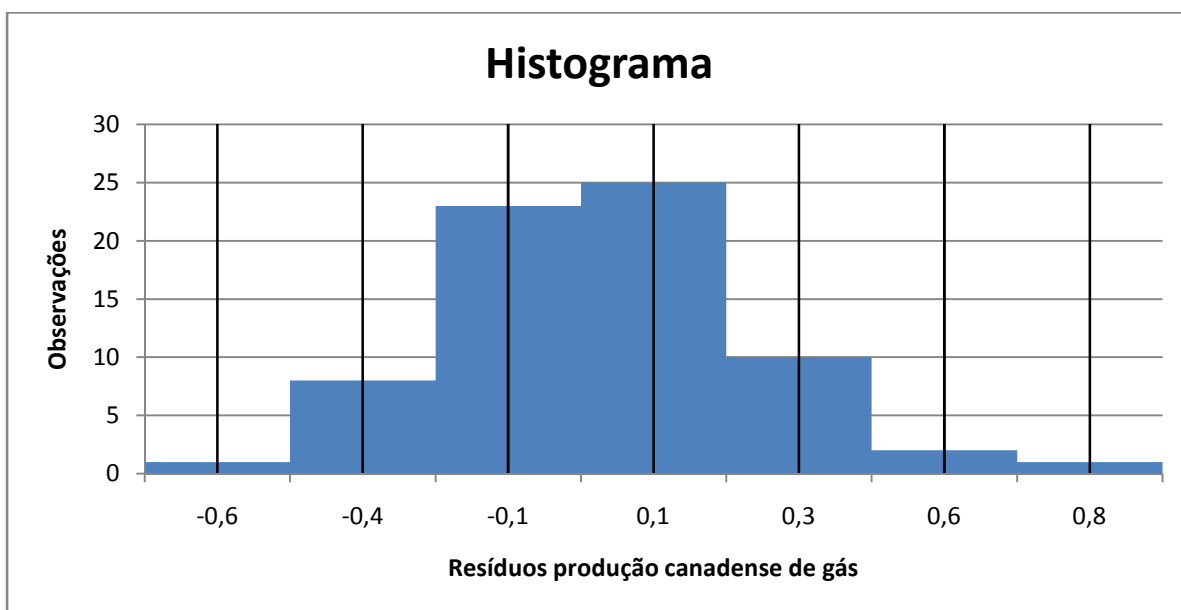


Figura 40 - Histograma dos resíduos do modelo gerado para a produção de gás canadense (parte 2)

Os gráficos das funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial são mostrados respectivamente nas Figura 41 e Figura 42, podendo-se afirmar a partir dos mesmos que não é possível rejeitar a hipótese nula de ausência de autocorrelação e autocorrelação parcial

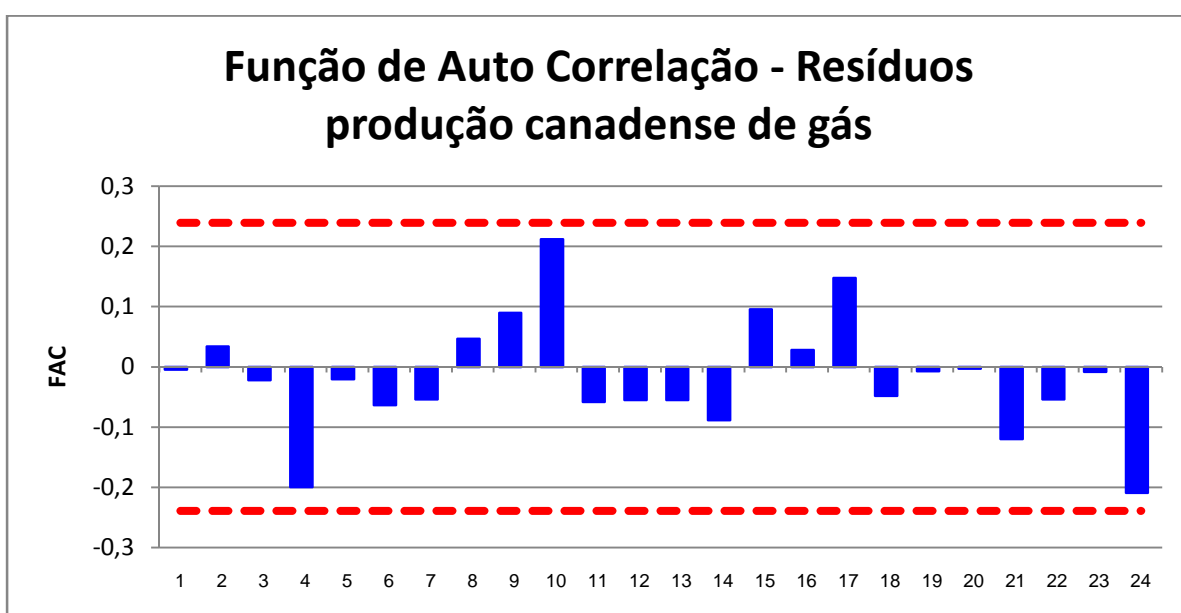


Figura 41 - Gráfico da função de autocorrelação dos resíduos do modelo gerado para a produção canadense de gás (parte 2)



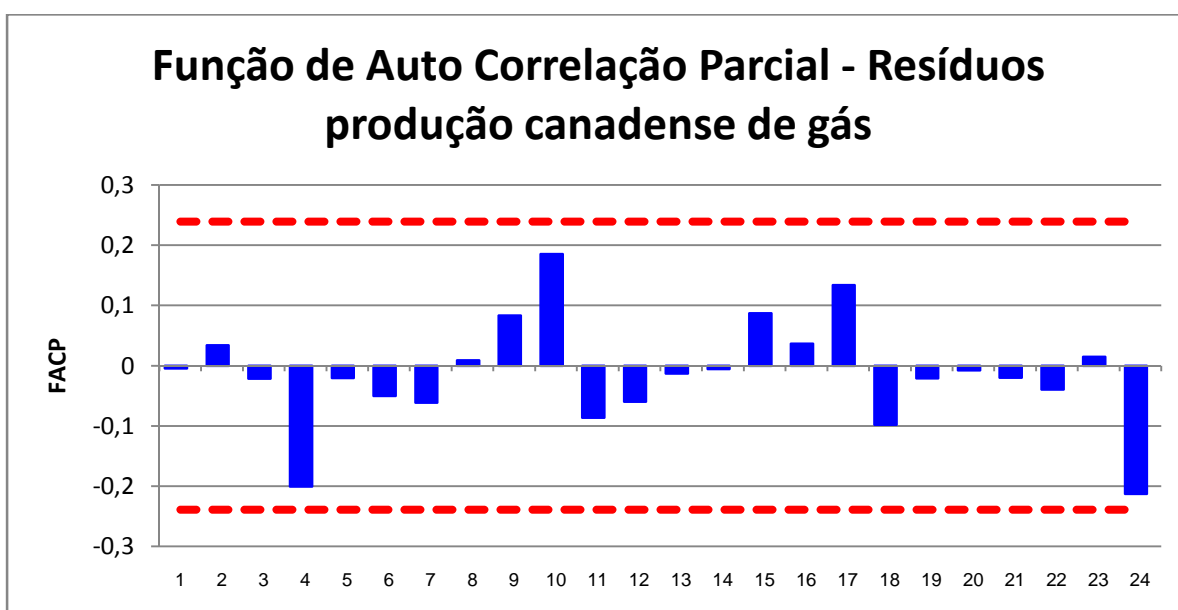


Figura 42 - Gráfico da função de autocorrelação parcial dos resíduos do modelo gerado para a produção canadense de gás (parte 2)

Os limites de controle para o gráfico com os parâmetros  $K = 0,5$ ,  $H = 2,3$  e  $LS = 1,8$  estão mostrados na Tabela 24.

Tabela 24 - Limites de controle para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM aplicado aos dados da produção canadense de gás (parte 2)

LSC - CUSUM	LIC - CUSUM	LSC - Shewhart	LIC - Shewhart
0,60	-0,55	0,47	-0,43

Fonte: própria

Com a utilização do novo modelo de previsão estimado e dos novos limites de controle para o gráfico combinado, realizam-se as duas previsões que faltavam e estes valores são comparados com aqueles observados na série original. O resultado gráfico é ilustrado na Figura 43 e os valores das somas unilaterais  $C_i^+$  e  $C_i^-$  para a parte CUSUM do gráfico, o valor dos resíduos para a parte de Shewhart, e os valores observados e previstos, respectivamente para cada período faltante, são descritos na Tabela 25.

Tabela 25 - Valores utilizados para o gráfico combinado Shewhart-CUSUM da Figura 43

Mês	$C_i^+$	$C_i^-$	Resíduos	Observado	Previsto
jan/05	0,18	0,00	0,33	19,5284	19,20
fev/05	0,00	-0,67	-0,78	16,9441	17,72

Fonte: Dados de [www.exponentialsMOOTHING.net](http://www.exponentialsMOOTHING.net), cálculos próprios

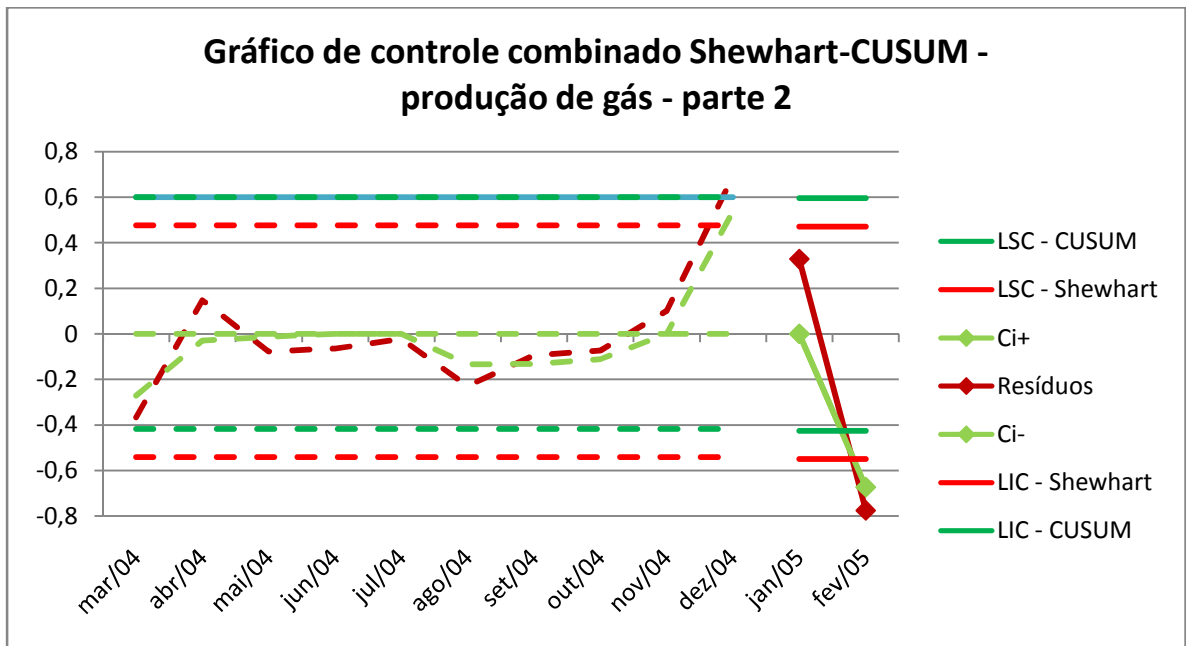


Figura 43 - Gráfico de controle combinado Shewhart-CUSUM com parâmetros  $K = 0,5$ ,  $H = 2,3$  e  $LS = 1,8$ , aplicado aos resíduos do modelo de previsão para a produção canadense de gás (parte 2)

Aplicando a este caso o modelo de gestão de estoques descrito na subseção 2.2.1 (Modelo do jornaleiro), assume-se que os pedidos de produção são feitos para o próximo mês logo no início do período, e que a quantidade não vendida durante o período em questão é punida no modelo com um valor proporcional ao custo de mantê-la em estoque. Assim, baseado na previsão de demanda realizada e descrita acima para cada período, a decisão a ser tomada é qual a quantidade de gás que deve-se produzir.

Para o primeiro período, tem-se que a média da previsão é de 18,70 bilhões de  $m^3$  e o desvio padrão desta previsão é de 0,26336 bilhões de  $m^3$  para o mês de março de 2004.

Aplicando o modelo citado, obtém-se:

$$G(Q^*) = \frac{c_S}{c_S + c_0} \quad (33)$$

Como a demanda de gás pode ser considerada normal (teste de Shapiro-Wilk:  $W = 0,9677$  e  $p\text{-valor} = 0,112$ ), esta equação pode ser reescrita como:

$$G(Q^*) = \Phi\left(\frac{Q^* - \mu}{\sigma}\right) = \frac{c_S}{c_S + c_0} \quad (34)$$

Ou

$$G(Q^*) = \Phi\left(\frac{Q^* - 18,70}{0,26336}\right) = \frac{c_S}{c_S + c_0} \quad (35)$$

O valor da quantidade  $Q^*$  depende, portanto, dos valores de  $c_S$  e  $c_0$ , que devem ser atribuídos em função dos custos relativos ao excesso de uma unidade do produto e à falta de uma unidade do produto, respectivamente. A Tabela 26 mostra quanto seria o valor de  $Q^*$  em função de diversos conjuntos de valores de  $c_S$  e  $c_0$ .

Tabela 26 - Valores de  $Q^*$  em função de diferentes escolhas de  $c_S$  e  $c_0$  para o modelo de gestão de estoques do jornaleiro (*Newsboy Model*) aplicado ao caso da produção canadense de gás

		$c_0$									
		<b>0,3</b>	<b>0,4</b>	<b>0,5</b>	<b>0,6</b>	<b>0,7</b>	<b>0,8</b>	<b>0,9</b>	<b>1,0</b>	<b>1,1</b>	<b>1,2</b>
$c_S$	<b>0,3</b>	18,70	18,65	18,62	18,59	18,56	18,54	18,52	18,51	18,49	18,48
	<b>0,4</b>	18,75	18,70	18,66	18,63	18,61	18,59	18,57	18,55	18,54	18,52
	<b>0,5</b>	18,78	18,74	18,70	18,67	18,64	18,62	18,60	18,59	18,57	18,56
	<b>0,6</b>	18,81	18,77	18,73	18,70	18,67	18,65	18,63	18,62	18,60	18,59
	<b>0,7</b>	18,84	18,79	18,76	18,73	18,70	18,68	18,66	18,64	18,63	18,61
	<b>0,8</b>	18,86	18,81	18,78	18,75	18,72	18,70	18,68	18,66	18,65	18,63
	<b>0,9</b>	18,88	18,83	18,80	18,77	18,74	18,72	18,70	18,68	18,67	18,65
	<b>1,0</b>	18,89	18,85	18,81	18,78	18,76	18,74	18,72	18,70	18,68	18,67
	<b>1,1</b>	18,91	18,86	18,83	18,80	18,77	18,75	18,73	18,72	18,70	18,69
	<b>1,2</b>	18,92	18,88	18,84	18,81	18,79	18,77	18,75	18,73	18,71	18,70

Analisando a Tabela 26 percebe-se que se os valores relativos à falta e ao excesso de produtos forem iguais, a quantidade ótima de produção  $Q^*$  será a própria média (alvo) da previsão (18,70). No entanto, se o custo do excesso for maior do que o custo da falta ( $c_0 > c_S$ ) há uma penalização maior quando ocorre uma sobra de produtos do que quando há uma falta, logo é intuitivo pensar que deve-se produzir (ou comprar) *menos* do que o alvo da previsão, contando com a variação estatística para minimizar eventuais perdas. Na situação contrária, quando o custo associado à falta é maior que o custo associado ao excesso, a idéia é comprar a mais para minimizar a possibilidade de falta de produtos para eventuais demandas, e o valor  $Q^*$  é maior que o alvo da previsão.

Por exemplo, para valores de  $c_S = 0,60$  e  $c_0 = 0,40$ , a Equação 35 torna-se:

$$G(Q^*) = \Phi\left(\frac{Q^* - 18,70}{0,26336}\right) = \frac{0,6}{0,6+0,4} = 0,60$$

Da tabela de uma distribuição acumulada normal tem-se que  $\Phi(0,25) = 0,60$ , logo:

$$0,25 = \frac{Q^* - 18,70}{0,26336}$$

$$Q^* = 18,77$$

Isto é, o valor sugerido para manufatura é maior que o valor alvo da previsão, pois o risco de manter produtos em estoque ao final do período é menos oneroso do que a falta do produto para atendimento a uma eventual demanda superior do que o previsto.

Considerando este conjunto de valores de  $c_s = 0,60$  e  $c_0 = 0,40$  como exemplo, as doze sugestões de volume de produção são as mostradas na Tabela 27.

Tabela 27 - Sugestão de volume de produção para os dados da produção de gás segundo o Modelo do Jornaleiro

<b>Período</b>	<b>Alvo da previsão</b>	<b>Desvio padrão da previsão</b>	<b>Q*</b>	<b>Observado</b>
<b>Mar/04</b>	18,70	0,26336	18,77	18,33
<b>Abr/04</b>	17,70	0,24981	17,76	17,85
<b>Mai/04</b>	18,17	0,25287	18,23	18,09
<b>Jun/04</b>	17,23	0,23958	17,29	17,17
<b>Jul/04</b>	17,90	0,24558	17,96	17,88
<b>Ago/04</b>	17,87	0,24272	17,93	17,64
<b>Set/04</b>	17,00	0,23227	17,06	16,91
<b>Out/04</b>	17,90	0,24684	17,96	17,83
<b>Nov/04</b>	17,73	0,23842	17,79	17,83
<b>Dez/04</b>	18,76	0,25037	18,82	19,45
<b>Jan/05</b>	19,20	0,26648	19,27	19,52
<b>Fev/05</b>	17,72	0,24389	17,78	16,94

Percebe-se que como o valor atribuído ao custo da falta é maior que o custo do excesso, o modelo “opta” por manter volumes maiores em estoque do que o alvo da previsão espera obter de demanda para o período seguinte.

#### 5.4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os resultados obtidos nos estudos de caso efetuados mostraram-se positivos do ponto de vista da adequação do método proposto tanto para a realização de previsões quanto para o monitoramento do erro das mesmas.

No primeiro caso analisado, referente ao consumo industrial de energia elétrica no estado de Santa Catarina, a série de dados históricos apresenta uma clara tendência de

crescimento, além da sazonalidade marcante. A utilização do método de suavização exponencial através de equações de espaço de estado permite que a análise seja efetuada sem a necessidade de que a série seja diferenciada para tornar-se estacionária nem há necessidade de preocupar-se com heterocedasticidade. Ord et al. (2002) provaram que os modelos de suavização exponencial continuam válidos em condições em que a variância pode se alterar aumentando ou diminuindo com respectiva mudança no nível da série.

O modelo de previsão gerado apresentou-se apropriado, com seus resíduos centrados em zero e bem distribuídos, aproximando-se suficientemente da distribuição normal, como desejado. As previsões realizadas mostraram-se acuradas o bastante para que o gráfico de controle proposto não acusasse pontos além dos limites de controle durante os 11 primeiros períodos analisados. Em sete dos 12 períodos analisados o erro de previsão foi inferior a meio desvio padrão, sendo, portanto desconsiderado para o cálculo das estatísticas  $C_i^+$  e  $C_i^-$  do gráfico CUSUM, que utilizou  $K=0,5$ . Das demais cinco observações, houve também um equilíbrio, com três delas possuindo resíduos negativos e duas possuindo resíduos positivos. Apenas no último período do estudo houve um erro percentual elevado, equivalente a aproximadamente cinco vezes maior que a média dos erros anteriores. Neste 12º período houve um alarme no gráfico de controle, indicando a necessidade de que o modelo fosse re-estimado para a continuação da análise.

Para o segundo caso analisado, referente às vendas de cortadores de cantos de gramados da indústria catarinense, havia significativamente menos dados históricos, o que poderia comprometer o desempenho do modelo de previsão utilizado. Novamente a variância não era constante ao longo do tempo, com uma sazonalidade marcante com intensidade variável. Novamente o modelo de previsão escolhido mostrou-se ser bastante aderente à série de dados, na medida em que, mais uma vez, sete das 12 observações realizadas apresentaram resíduos menores que meio desvio padrão. Percebeu-se um erro elevado no segundo período, que foi rapidamente incorporado à série e corrigido para os períodos seguintes. Como no primeiro caso analisado, apenas no último período houve um alarme no gráfico de controle, não tendo sido necessária a re-estimação do modelo de previsão durante a análise. Se for comparado o erro percentual deste estudo com o primeiro efetuado, nota-se que ele foi muito maior, mas isto pode ser justificado tanto pela baixa quantidade de dados históricos como pela maior variação nos dados a cada ano.

O terceiro e último estudo de caso analisado foi referente aos dados de produção de gás do Canadá. Esta série histórica tem muitos dados, o que permitiu que fossem eliminados alguns anos anteriores, quando o padrão de produção (volume, variação anual, sazonalidade) era bastante distinto daquele encontrado no final da série. Desta forma, desprezaram-se quase

40 anos de dados, mantendo ainda sete anos para a composição do modelo, o que se mostrou ser suficiente. Apenas neste terceiro estudo de caso efetuado houve necessidade de re-estimar o modelo de previsão no meio do processo, ou seja, antes dos doze períodos terem sido analisados. No décimo período da análise ocorreu um alarme na parte superior do gráfico quando o resíduo foi de 0,69 e o limite de controle era de 0,48 (ambos medidos em bilhões de metros cúbicos de gás). Feita a re-estimação do modelo de previsão, a constante de suavização do nível da série sofreu um pequeno acréscimo, enquanto a componente de suavização da sazonalidade praticamente não sofreu alteração, evidenciando que a sazonalidade permaneceu inalterada no período enquanto o nível pareceu sofrer uma variação um pouco mais acentuada, comprovada pelo aumento da constante de suavização  $\alpha$ . O novo modelo foi utilizado para os dois últimos períodos restantes da análise, e novamente no 12º mês houve outro alarme no gráfico de controle, desta vez em sua parte negativa, tanto pela estatística de Shewhart quanto pela soma  $C_i^-$ , mostrando a necessidade de utilizar todos os dados disponíveis para calcular um novo modelo de previsão.

Para efeito de ilustração da aplicabilidade, o resultado do estudo de caso realizado com os dados da produção canadense de gás foi submetido a um dos modelos estatísticos de gerenciamento de estoques visto na subseção 3.2.2. Dado que se conhece a distribuição de probabilidades da demanda, define-se um custo associado ao excesso de produtos em estoque e outro custo associado à falta de produtos para atender à demanda. O modelo do jornaleiro sugeriu, portanto, um volume de estoques a ser mantido para maximizar o lucro em função das probabilidades de excesso e falta de produtos, baseado no custo relativo de cada situação. Como todas as distribuições de probabilidade da demanda para o estudo de caso realizado poderiam ser consideradas normais, baseado no teste de Shapiro-Wilk, convencionou-se um par de valores relativos aos custos da falta e do excesso de produto em estoque para o atendimento da demanda do período seguinte.

Num primeiro momento, esquematizado na Tabela 26, os diferentes valores sugeridos para o estoque do período seguinte foram tabulados em função de diversos valores de custos de falta e de excesso. Como discutido na seção 5.3, se o custo do excesso for maior do que o custo da falta ( $c_0 > c_S$ ) deve-se produzir *menos* do que o alvo da previsão, minimizando eventuais perdas; quanto maior a diferença entre  $c_0$  e  $c_S$ , maior será a diferença entre o alvo da previsão e o valor  $Q^*$  sugerido para o estoque. No caso contrário, quando o custo associado à falta é maior que o custo associado ao excesso, deve-se produzir a mais para minimizar a possibilidade de falta de produtos para eventuais demandas, maximizando receitas, e o valor  $Q^*$  é maior que o alvo da previsão, seguindo o raciocínio análogo.

O resultado disto, como esperado, auxilia no processo decisório sobre a quantidade a comprar/produzir, sendo baseado não em intuição mercadológica ou experiência pessoal, mas em métodos científicos e cálculos matemáticos e estatísticos. Estes métodos visam, a princípio, antever a demanda e, no segundo momento, considerar os riscos e custos relativos à manter produtos em estoque ou de permitir que faltem produtos para atendimento da demanda.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

### 6.1 CONCLUSÕES

O objetivo principal deste trabalho foi atingido, uma vez que a metodologia proposta agrega a criação de um modelo específico de previsão utilizando a suavização exponencial como descrito na subseção 1.5.2 e seção 1.7 e a utilização de gráficos de controle combinados Shewhart-CUSUM como destacado na mesma seção citada.

A revisão da literatura permitiu identificar a posição deste trabalho na área de previsão diante de toda a evolução dos modelos de suavização exponencial, desde o início dos trabalhos, há mais de 50 anos, até os modelos e equações estudados por Hyndman e colaboradores em 2008 e a utilização do pacote computacional desenvolvido pelo mesmo autor. No tocante aos gráficos de controle, a revisão da teoria dos gráficos de Shewhart e CUSUM permitiu identificar pontos fortes e fracos de cada tipo, enquanto que a união dos dois gráficos num único permite obter uma ferramenta robusta e de simples utilização e interpretação, que se adequou de maneira bastante justa à proposta desta pesquisa bem como aos exemplos citados.

O cálculo de limites de controle baseados na tolerância máxima de alarmes falsos, definida pelo autor como sendo de um alarme falso por ano, possibilitou que os limites de ambos os gráficos fossem calculados especificamente para esta aplicação, o que se deu através de simulações, conforme descrito na seção 4.1. Estes cálculos possibilitaram um acompanhamento com precisão suficiente para a manutenção da qualidade da previsão, bem como do momento de realizar a re-estimação do modelo de previsão em uso. Esta escolha mostrou-se apropriada, uma vez que não gera excessos de pedidos de re-estimação do modelo, que poderiam tornar-se dispendiosas (tanto de tempo computacional como de recursos para sua eventual análise), nem permitem que um modelo não ajustado aos dados seja utilizado indiscriminadamente.

Os diferentes modelos de controle de estoque descritos no capítulo 3 permitiram auxiliar no processo decisório acerca da quantidade de estoques a ser mantido, embora não tenham sido o foco deste estudo. Especialmente os modelos que consideram a demanda variável e necessitam, além de um alvo de previsão, também do desvio padrão da mesma (distribuição da previsão de demanda) podem mostrar-se úteis na obtenção de vantagem competitiva empresarial no que tange à gestão de inventários, sendo possível sua utilização



com as equações de estado de espaço utilizadas neste trabalho, que geram não só o alvo da previsão, mas também a sua distribuição.

O exemplo numérico descrito no capítulo 04 facilitou a interpretação de cada passo proposto e ilustrou a metodologia e toda a teoria utilizada. Os três estudos de caso realizados no capítulo 05 comprovaram dois elementos:

1. A adequação dos modelos de suavização exponencial para a realização de previsões, pois produziram erros de previsão bastante pequenos percentualmente;

2. O uso da ferramenta de gráfico de controle da maneira como foi proposta para seu acompanhamento se mostrou eficaz, não permitindo que um mesmo modelo de previsão estimado se mantivesse em uso por tempo demasiado, nem solicitando alterações excessivas no modelo de previsão em uso.

Desta forma, considera-se que tanto o objetivo geral do trabalho quanto os quatro objetivos específicos propostos foram plenamente atingidos.

## 6.2 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestão para trabalhos futuros coloca-se a necessidade de agir em duas diferentes posições:

1. Adequação de outros modelos de previsão: embora os modelos de suavização exponencial utilizados sejam aquilo que há no estado da arte desta teoria, não se pode dispensar a possibilidade de que outras teorias ofereçam previsões mais acuradas, dentre elas as decomposições clássicas, o método ARIMA, as diferentes regressões simples e múltiplas e a utilização de mais de um modelo para geração de previsões;

2. Do ponto de vista mais operacional da gestão de estoques, sugere-se que a metodologia proposta neste trabalho seja comparada com um sistema que já opere com alguma técnica de gerenciamento, de forma a confrontar o desempenho de ambas para que as conclusões tenham embasamento e suporte práticos mais concretos. Como não se teve informações disponíveis sobre os volumes de estoques mantidos nos três estudos de casos efetuados, esta comparação não pôde ser efetuada.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AKAIKE, H. **Information theory and an extension of the maximum likelihood principle.** Second international symposium on information theory, pp. 267-281, Budapeste, 1973.

ALVES, C. C.; **Gráficos de Controle Cusum: um enfoque Dinâmico para a análise estatística de processos.** Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Santa Catarina, 2003.

ATIENZA, O. O., ANG, B. W., TANG, A. C. **Statistical process control and Forecasting.** International Journal of Quality Science, 1997, v. 2 n. 1.

BALLOU, R. **Business Logistics Management: planning, organizing, and controlling the supply chain.** 4 ed. Londres: Prentice Hall, 1998.

BILLAH, B., HYNDMAN, R. J., KOEHLER, A. B. **Empirical information criteria for time series forecasting model selection.** Journal of Statistical Computation and Simulation, 75, 831–840, 2005.

BOWERSOX, D. J.; CLOSS, D. J. **Logística Empresarial: o processo de integração da cadeia de suprimento.** Tradução de Equipe CEL e Adalberto Ferreira Neves. São Paulo: Atlas, 2001.

BROWN, R. G. **Statistical forecasting for inventory control.** McGraw-Hill, New York, 1959.

BUFFA, Elwvood S., SARIN Rakesh K. **Modern production in operations management.** 8 ed., Jonh Wiley & Sons, 1987

COSTA, A. F. B., EPPRECHT, E. K., CARPINETTI, L. C. R. **Controle estatístico de qualidade.** São Paulo: Atlas, 2004.

CHRISTOPHER, M. **Logística e Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos.** Thomson. 2007.

COELHO, L. C., SAMOBYL, R. W. **Uma proposta de gráfico de controle EWMA com dados sazonais.** XIV SIMPEP Simpósio de Engenharia de Produção, 2007. Disponível em <http://www.simpep.feb.unesp.br/upload2007/123.pdf>

CSCMP – *Council of Supply Chain Management and Professionals* - <<http://cscmp.org/default.asp>>, acesso em 10 de junho de 2008

DIAS, G. P. P. **Proposta de processo de previsão de vendas para bens de consumo.** Anais do XIX ENEGEP, Rio de Janeiro, 1999.

EISENHARDT, K.M. **Building Theories from Case Study Research.** Academy of Management Review, 14(4) p.532-550, 1989

FAVARETTO, F. **Uma contribuição ao processo de gestão da produção pelo uso da coleta automática de dados de chão de fábrica.** Tese de doutorado. USP, 2001.

FLEURY, P. F.; WANKE, P.; FIGUEIREDO, K. F. **Logística Empresarial: a perspectiva brasileira.** São Paulo: Atlas, 2000.

- GARCIA, E. S., et al. **Gestão de estoques: Otimizando a Logística e a Cadeia de Suprimentos**. Rio de Janeiro, RJ, 2006.
- GARDNER JR., E. S. **Automatic monitoring of forecast errors**. Journal of Forecasting v: 2, no.1, 1-21, 1983.
- GARDNER, E. S. Jr, MCKENZIE, E. **Forecasting trends in time series**. Management Science, 31, 1237–1246, 1985.
- GARDNER, E.S.Jr. **Exponential smoothing: the state of the art – Part II**. International Journal of Forecasting, 2006, v. 22, p.637-666.
- GHIANI, G., LAPORTE, G., MUSMANNO, R. **Introduction to logistics systems planning and control**. John Wiley & Sons, 2004.
- GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999.
- HANKE, John L. Reitsch, ARTHUR G. e WICHERN, Dean W. **Business Forecasting**. Prentice Hall, New Jersey. 2001.
- HARRIS, F. W. **How many parts to make at once**. Factory: The magazine of management 10(2): 135-36, 1913. Reprint, Operations Research 38(6), 1990: 947-50.
- HAWKINS, D.M., OLWELL, D.H **Cumulative Sum Charts and Charting for Quality Improvement**, Statistics for Engineering and Physical Science, Springer,1998.
- HEATH, D. C., JACKSON, P. L. (1994). **Modeling the evolution of demand forecasts with application to safety stock analysis in production / distribution systems**. Institute of Industrial Engineers, Transactions 26, 17–30, 1994.
- HOLT, C. C. **Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages**. International Journal of Forecasting, 20, 5 – 10, 2004a.
- HOLT, C. C. **Author’s retrospective on ‘Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages’**. International Journal of Forecasting, 20, 11 – 13, 2004b.
- HOPP, Wallace J.; SPEARMAN, Mark L. **Factory physics: Foundations of manufacturing management**. McGraw-Hill, 1996. 668 p.
- HYNDMAN, R. J., KOEHLER, A. B., SNYDER, R. D, GROSE, S. **A state space framework for automatic forecasting using exponential smoothing methods**. International Journal of Forecasting, v. 18, pp. 439–454, 2002.
- HYNDMAN, R. J., KHANDAKAR, H. **Automatic time series forecasting: the forecast package for R**. Journal of Statistical Software, 2008.
- JOHNSON, L. A; MONTGOMERY, D. C. **Operations research in production planning, scheduling, and inventory control**. New York: Wiley, 1974.
- JURAN, J. M. **Juran’s Quality Handbook**. McGraw-Hill, 1999.
- KEMP, K. W. **Formal Expressions Which can be Applied to Cusum Charts**, With Discussion, Journal of The Royal Statistical Society, SER B, v.33, p.331-360, 1971.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Fundamentos de metodologia científica**. São Paulo: Atlas, 2001.

LAMBERT, D.W. **The Development of an Inventory Costing Methodology**, National Council for Physical Distribution Management, Chicago, 1976.

LOVEJOY, W. S. **Myopic policies for some inventory models with uncertain demand distributions**. *Management Science* 36, 724–738, 1990.

LUCAS, J.M. **Combined Shewhart-Cusum Quality Control Schemes**, *Journal of Quality Technology*, v.14, p.51-59, 1982.

MAKRIDAKIS, S., WHEELWRIGHT, S.C. & HYNDMAN, R.J. **Forecasting. Methods and Applications**. Third Edition. John Wiley & Sons. New York. 1998.

MATTAR, F. N. **Pesquisa de marketing**. São Paulo: Atlas, 1999.

McCLAIN, J. O., THOMAS, L. J. **Operations Management: Production of goods and services**. 2a ed. Prentice Hall, 1985.

MENTZER, J. T., COX Jr., J. E. **Familiarity, application, and performance of sales forecasting techniques**. *Journal of Forecasting*, v. 3, n. 1, p. 27-37, jan. 1997

MILLER, B. **Scarf's state reduction method, flexibility, and a dependent demand inventory model**. *Operations Research* 34, 83–90, 1986.

MÖLLER, C. **Logistics Concept Development: toward a theory for designing effective systems**. (Tese de pós-Doutorado). Denmark: Aalborg University, 1994.

MONTGOMERY, D. C. **Introduction to Statistical Quality Control**. 3<sup>a</sup> ed. New York: John Wiley & Sons, 1997. 677p.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Applied Statistics and Probability for Engineers**. 3<sup>rd</sup> edition. New York, EUA: John Willey & Sons Inc, 2003.

MOREIRA, D. A. **Administração da produção e operações**. 4 ed., São Paulo: Editora Pioneira, 1999.

NIST/SEMATECH National Institute of Standards and Technology, **e-Handbook of Statistical Methods**, <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>, acesso em 22 de julho de 2008.

NOVAES, A. G. **Logística e Gerenciamento da Cadeia de Distribuição**. Rio de Janeiro: Editora Campus, 2001.

NOVAES, A. G., **Logística e Gerenciamento da Cadeia de Distribuição: estratégia, operação e avaliação**. Elsevier. 2004.

ORD, L. K., KOEHLER, A. B., SNYDER, R. D. **Estimation and Prediction for a Class of Dynamic Nonlinear Statistical Models**. *Journal of the American Statistical Association*, v. 92, n. 440, 1997, pp. 1621 -1629

ORD, J. K., SNYDER, R. D., KOEHLER, A. B. **Forecasting for inventory control with exponential smoothing**. *International Journal of Forecasting*, 2002, v. 18.

PAGE, E.S. **Continuous Inspection Schemes**, *Biometrika*, v.41, p.100-115, 1954.

PANITZ, C. E., **Dicionário de Logística**. Disponível em [http://www.nucleodelogistica.com.br/download/dicionario\\_logistica\\_v1.3c.pdf](http://www.nucleodelogistica.com.br/download/dicionario_logistica_v1.3c.pdf) e acessado em 15 de junho de 2008.

PEGELS, C. **Exponential forecasting: Some new variations**. *Management Science*, 15, 311 – 315, 1969.

PIRES, S.R.I. **Gestão da Cadeia de Suprimentos e o Modelo de Consórcio Modular**, *Revista de Administração-USP*, Vol. 33, No.3, 1998.

PLOSSL, G. W. **Production and inventory control**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1985.

PORRAS, E., DEKKER, R. **An inventory control system for spare parts at a refinery: an empirical comparison on different re-order point methods**. *European Journal of Operational Research*, n. 184. 2008.

**Postponement, Decoupling Point E Massive Customization**. Disponível em <<http://hermes.ucs.br/carvi/cent/dpei/odgracio/ensino/Gestao%20Estrategica%20Custos%20Unisc%202005/Artigos/Postponement,%20decoupling%20point%20e%20massive%20customization.pdf>> Data de acesso: 23 de abril de 2008

PRAHALAD, C. K., RAMASWAMY, V. **The Future of Competition: Co-Creating Unique Value with Customers**. Harvard Business School Press, 2004.

ROCHA, R. **Implementação de sistema gerencial, com avanços em controle estatístico em laboratório de nutrição animal**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC., 2004.

SAMOHYL, Robert W., SOUZA, Gueibi P. e MIRANDA, Rodrigo G. **Métodos simplificados de previsão empresarial**. Florianópolis: UFSC. 2007.

SAMOHYL, R. W. **Controle Estatístico de Processo e ferramentas da qualidade**. 2005. Disponível em [www.webensino.ufsc.br](http://www.webensino.ufsc.br) e acessado em 10/03/2008.

SHEWHART, W.A. **Some Applications of Statistical Methods to the Analysis of physical and Engineering Data**. *Bell System Technical Journal*, 3 43-87, 1924.

SIEGMUND, D., **Sequential analysis: tests and confidence intervals**, Springer-Verlag, NY, 1985.

SILVA, E. L. da, MENEZES, E. S. **Metodologia da Pesquisa e Elaboração de Dissertação**, 3ª edição. Florianópolis, 2001.

SIMCHI-LEVI, D. BRAMEL, J., CHEN, X. **The logic of logistics: Theory, Algorithms, and Applications for Logistics and Supply Chain Management**. Springer, 2004.

SOUZA, G.P. SAMOHYL, R.W. **Monitoramento de Erros nas Previsões do Consumo de Energia Elétrica em Santa Catarina**. *XIII Congresso Latino-Iberoamericano de Investigación Operativa (CLAIO)*. Montevideo, Uruguai, 27-30 Nov., p.97, 2006

- SOUZA, G. P.; SAMOHYL, R. W. **Monitoring Forecast Errors with Combined CUSUM and Shewhart Control Charts**. In: 28th International Symposium on Forecasting, Nice, Franca, 2008.
- SNYDER, R. D. **Recursive estimation of dynamic linear models**. Journal of the Royal Statistical Society. Series B, 47, 272–276, 1985.
- SOLBERG, H. **Monitoring long-term analytical quality by computerized combined Shewart-cusum method**. Scandinavian Journal of Clinical and Laboratory Investigation. Supplementum. v. 172, p. 43-49, 1984.
- TAFT, E. W. **Formulas for exact and approximate evaluation**: Handling costs of jigs and interest charges of product manufactured included. The Iron Age 101:1410-12, 1918.
- TAYLOR, J. W. **Exponential smoothing with a damped multiplicative trend**. International Journal of Forecasting, 19, 715– 725, 2003.
- TRIGG, D. W. (1964) **Monitoring a forecasting system**. Operational Research Quarterly. 15, 272-74, 1964
- WATERS, C. D. J. **Logistics : an introduction to supply chain management**. Palgrave Macmillan, 2003.
- WESTGARD, J. O.; GROTH, T.; ARONSSON, T.; FALK, H.; VERDIER, C.-H. **Perfomance characteristics of rules for internal quality control: probabilities for false rejection and error detection**. Clinical Chemistry. v. 23, n° 10, p. 1857-1867, 1977.
- WILLEMAIN, T. **Forecast-accuracy metrics for intermittent demands: Look at the entire distribution of demand**. Foresight, número 4, páginas 36-38, Junho, 2006.
- WILSON, R. H. **A scientific routine for stock control**. Harvard Business Review 13(1):116-28, 1934.
- WOODALL, W. H.; ADAMS, B. M. **The statistical design of CUSUM charts**. In: Quality Engineering, Vol. 5.
- WOOLISCROFT, Ben & TAMILIA Robert D. & SHAPIRO Stanley J. **“A Twenty-First Century Guide to Aldersonian Marketing Thought”**. Editora: Springer US, 2006.
- YASHCHIN, E. **On the Analysis and Design of CUSUM-Shewhart Control Schemes**. IBM Journal of Research and Development. v. 29, n° 4, p. 377-391, 1985.
- ZHOU, W.; BECK, B.;WANG, J.; PETTIT, A. **Groundwater monitoring for cement kiln dust disposal units in karst aquifers**. Environmental Geology, 52:761-777, 2007.
- ZHOU, W.; BECK, B.;WANG, J.; PETTIT, A. **Application of water quality control charts to spring monitoring in karst terranes**. Environmental Geology, 53:1311-1321, 2008.

**APÊNDICE A - SÉRIE UTILIZADA PARA EXEMPLIFICAR A METODOLOGIA PROPOSTA**

<b>Período (i)</b>	<b>Valor de S (S<sub>i</sub>)</b>	<b>Período (i)</b>	<b>Valor de S (S<sub>i</sub>)</b>	<b>Período (i)</b>	<b>Valor de S (S<sub>i</sub>)</b>	<b>Período (i)</b>	<b>Valor de S (S<sub>i</sub>)</b>
1	4201	30	4462	59	4518	88	4506
2	3896	31	4048	60	4644	89	4665
3	4116	32	4369	61	4773	90	4727
4	3840	33	4124	62	4647	91	4640
5	3993	34	4307	63	4562	92	4691
6	3878	35	4493	64	4586	93	4640
7	4022	36	4280	65	4432	94	4485
8	3983	37	4692	66	4436	95	4542
9	4285	38	4374	67	4549	96	4658
10	4020	39	4378	68	4484	97	4933
11	4355	40	4513	69	4680	98	4577
12	4041	41	4515	70	4642	99	4613
13	4346	42	4310	71	4450	100	4724
14	4194	43	4269	72	4392	101	4536
15	4373	44	4599	73	4791	102	4627
16	4410	45	4512	74	4620	103	4704
17	4299	46	4413	75	4562	104	4555
18	4310	47	4416	76	4453	105	4688
19	4051	48	4647	77	4547	106	4572
20	4087	49	4740	78	4768	107	4664
21	4292	50	4433	79	4443	108	4760
22	4444	51	4256	80	4508	109	4809
23	4053	52	4313	81	4447	110	4646
24	4259	53	4574	82	4447	111	4692
25	4445	54	4640	83	4361	112	4582
26	4340	55	4352	84	4636	113	4840
27	4104	56	4297	85	4789	114	4643
28	4381	57	4567	86	4442	115	4962
29	4643	58	4399	87	4679	116	4829

**ANEXO A – CONSUMO INDUSTRIAL DE ENERGIA ELÉTRICA NO ESTADO DE SANTA CATARINA, MEDIDO EM kWh MENSAIS**

<b>Período</b>	<b>Janeiro</b>	<b>Fevereiro</b>	<b>Março</b>	<b>Abril</b>	<b>Maió</b>	<b>Junho</b>
1993						
1994	273.997.408	300.079.637	334.195.722	309.335.500	310.699.830	322.047.081
1995	293.087.916	347.073.218	392.205.459	338.227.857	360.910.912	355.417.162
1996	285.033.982	370.394.763	329.690.614	355.462.979	382.118.001	333.268.859
1997	311.381.490	394.382.230	377.732.410	406.142.807	405.045.316	384.092.449
1998	318.035.001	404.248.110	395.500.022	407.071.146	391.183.384	400.197.096
1999	325.261.381	407.425.350	420.874.355	415.757.816	426.010.206	411.274.803
2000	368.203.138	434.920.458	472.194.998	450.024.132	453.737.698	454.918.389
2001	376.152.608	433.804.799	507.927.507	496.499.865	478.489.544	488.543.828
2002	411.375.681	504.052.261	495.460.267	543.670.915	483.082.190	514.962.411
2003	434.373.634	535.796.297	547.345.150	516.452.860	499.400.184	519.538.719
2004	457.367.650	561.583.245	616.056.888	559.200.232	593.333.295	566.447.355
2005	501.649.765	595.589.147	623.158.785	598.264.028	608.262.614	605.370.992
2006	521.668.817	588.320.266	638.322.134	601.063.015	606.629.303	614.079.185
2007	544.031.002	618.702.200	653.194.065	570.174.744		
<b>Período</b>	<b>Julho</b>	<b>Agosto</b>	<b>Setembro</b>	<b>Outubro</b>	<b>Novembro</b>	<b>Dezembro</b>
1993		324863183	312493303	307100278	326330173	287035842
1994	346.610.228	328.582.675	327.286.304	366.994.912	328.287.538	360.763.865
1995	343.683.267	322.469.852	336.925.670	363.514.758	348.158.099	325.466.996
1996	370.388.405	385.696.346	351.575.109	349.904.861	394.697.496	353.418.464
1997	400.501.557	404.554.667	399.699.008	426.489.487	374.150.759	386.723.563
1998	417.640.512	404.825.683	407.415.209	407.005.417	392.520.402	404.571.108
1999	428.832.258	423.969.207	438.465.938	426.415.496	413.744.579	437.058.584
2000	456.626.676	459.447.999	455.057.783	473.521.906	481.631.147	444.192.351
2001	492.562.405	466.454.870	475.535.951	466.693.647	509.274.454	460.145.430
2002	519.112.948	522.793.961	488.764.364	519.240.579	498.456.967	486.825.724
2003	513.066.548	506.167.915	533.822.466	563.033.403	522.827.606	535.165.763
2004	593.731.662	605.735.552	568.473.013	574.540.249	599.262.831	579.528.879
2005	606.612.583	619.497.260	568.893.408	590.094.760	590.683.174	580.300.583
2006	627.500.329	630.505.078	601.593.481	622.349.378	619.142.125	594.101.506
2007						

Fonte: Centrais Elétricas Santa Catarina S/A (CELESC), acesso através do Núcleo de Normalização e Qualimetria (NNQ/UFSC)



**ANEXO B – PRODUÇÃO CANADENSE DE GÁS, MEDIDO EM BILHÕES DE METROS CÚBICOS MENSAIS**

	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez
<b>1960</b>	1,4306	1,3059	1,4022	1,1699	1,1161	1,0113	0,966	0,9773	1,0311	1,2521	1,4419	1,5637
<b>1961</b>	1,745	1,5835	1,677	1,5155	1,4051	1,2464	1,2238	1,2917	1,3541	1,5552	1,7648	2,2549
<b>1962</b>	2,4164	2,3484	2,3852	2,0651	2,0594	1,9263	1,9631	2,0396	2,1104	2,3427	2,422	2,8554
<b>1963</b>	3,0566	2,6798	2,8101	2,5863	2,4674	2,2407	2,2662	2,2889	2,4305	2,6345	2,9716	3,2577
<b>1964</b>	3,4872	3,2322	3,2464	3,1104	2,8838	2,592	2,6996	2,796	2,796	3,0736	3,3399	4,0565
<b>1965</b>	3,9007	3,4787	3,7563	3,3172	3,2549	3,0311	2,8186	3,0792	3,1217	3,3937	3,6911	4,099
<b>1966</b>	4,3342	3,6911	3,9347	3,5976	3,4985	3,201	3,1812	3,2095	3,1019	3,7704	4,15	4,3483
<b>1967</b>	4,5211	3,9546	4,3087	3,9829	3,9121	3,4418	3,4588	3,6855	3,6061	4,0509	4,2888	4,8894
<b>1968</b>	4,9942	4,6401	4,7761	4,3795	4,116	3,9546	3,8073	4,1217	4,0622	4,7053	5,0848	5,6457
<b>1969</b>	5,7194	5,218	5,6344	5,252	4,7251	4,2265	4,4531	4,7619	4,9404	5,4135	5,8582	6,1981
<b>1970</b>	6,4474	5,8412	6,4701	6,065	5,7449	4,9942	5,1443	5,388	5,7222	6,1216	6,623	7,2718
<b>1971</b>	7,1953	6,3624	7,0735	6,4163	6,167	5,5069	5,8837	5,9149	6,0962	6,5239	6,7958	7,6995
<b>1972</b>	7,8751	7,6768	7,8581	7,3596	7,1273	6,8497	6,963	7,0735	7,3567	8,1669	8,3142	8,9686
<b>1973</b>	9,0224	8,1811	8,759	8,2009	7,725	7,3397	7,5012	7,7788	7,7562	8,5947	8,8666	9,1641
<b>1974</b>	9,0422	8,0621	8,8666	8,2462	7,8751	7,3284	7,4672	7,7618	7,2151	8,1159	8,2717	8,8383
<b>1975</b>	8,8185	7,9176	8,8751	8,1839	7,776	7,4927	7,8808	7,5437	7,3681	8,2009	8,4785	9,0394
<b>1976</b>	9,0394	8,4332	8,9289	8,2406	7,9828	7,5324	7,4417	7,2774	7,065	8,3284	8,5947	9,2094
<b>1977</b>	9,4275	8,436	9,3907	8,5975	8,4672	7,6287	7,4927	7,7193	7,8751	8,4757	9,0111	9,9147
<b>1978</b>	9,8836	8,5493	8,9176	8,2066	7,6315	6,9885	7,3794	7,5154	7,2094	8,1301	9,1414	10,079
<b>1979</b>	10,3861	9,2797	9,3695	9,0704	8,4779	7,8664	7,9503	7,7068	7,2012	8,8276	9,2797	10,1472
<b>1980</b>	10,4667	8,8772	9,28	7,7422	7,634	6,8241	6,96	7,0926	6,8148	8,0561	8,9385	10,0549
<b>1981</b>	9,7207	8,834	8,8871	8,0279	7,309	7,0312	7,1871	6,944	7,0846	8,2945	8,6364	9,8766
<b>1982</b>	10,5737	9,1005	9,1274	8,1889	7,3363	6,9345	6,8699	6,8529	6,8667	7,9197	9,0446	9,9246
<b>1983</b>	9,8926	8,5378	8,4436	7,6013	6,9464	6,4744	6,5638	6,5996	7,0979	7,8357	8,7917	10,7124
<b>1984</b>	10,5179	8,62	8,9368	7,9969	7,692	6,953	7,2329	7,2987	7,3991	8,5917	9,7111	10,7278

<b>1985</b>	10,8878	10,109	10,0308	8,7854	8,1684	7,4509	7,3972	7,46	7,9639	8,9585	10,1481	11,3796
<b>1986</b>	11,0386	9,7654	9,3167	8,1464	7,8331	7,3008	7,4569	7,4211	7,7622	9,048	9,9553	10,7079
<b>1987</b>	10,8455	9,3094	10,102	8,9196	8,315	7,4219	7,9237	8,6236	8,5844	10,3569	11,0081	12,1456
<b>1988</b>	12,6596	11,4703	11,32	10,2638	9,7286	8,9138	9,8172	9,9253	9,8777	10,867	11,5952	12,4078
<b>1989</b>	12,3457	11,5028	12,1695	11,2916	10,5054	9,854	10,4084	10,3725	10,4122	11,3239	11,6377	12,908
<b>1990</b>	12,508	11,1611	11,5871	11,1003	10,9631	10,1271	10,5513	10,4668	10,271	11,992	12,135	13,4248
<b>1991</b>	13,25	11,341	12,4856	11,9009	11,3834	10,8104	10,6474	10,5999	10,7973	12,4401	12,9722	13,8099
<b>1992</b>	13,2705	12,7163	13,1994	12,7235	12,5501	11,5166	12,1364	12,6521	12,3929	13,382	14,0785	14,7586
<b>1993</b>	14,3785	13,3347	14,7308	14,2616	13,2363	13,0995	14,0387	13,9153	13,4265	14,4461	14,5121	15,2108
<b>1994</b>	15,8034	14,1257	15,3173	14,7663	14,7614	14,3623	14,8726	15,1548	14,3091	15,4411	15,7134	16,4601
<b>1995</b>	16,7395	14,7929	16,5547	15,922	15,6568	15,0057	15,3499	15,5324	15,0938	16,2678	16,1945	16,9076
<b>1996</b>	17,1467	15,6931	16,7081	16,0887	16,4114	15,367	16,1433	16,0633	15,519	16,2804	16,2668	17,2538
<b>1997</b>	17,2706	15,227	16,6409	16,6364	16,5376	15,5824	16,3594	16,352	16,3419	16,78	16,3885	17,3255
<b>1998</b>	17,9166	15,8428	17,4344	16,7057	16,7056	15,7834	16,7918	16,7767	16,3921	17,1515	17,0122	17,8951
<b>1999</b>	18,4914	16,2204	17,7152	17,2472	17,6876	16,241	17,5451	17,2933	16,7712	17,5667	17,3221	18,2621
<b>2000</b>	18,5308	17,3892	18,0225	17,2604	17,8613	17,0309	17,6762	17,9805	17,2073	18,2651	18,3323	19,436
<b>2001</b>	19,2651	17,479	18,6182	17,8869	18,5423	17,7207	18,5664	18,4185	17,4745	18,622	18,1237	18,7519
<b>2002</b>	19,3208	17,2603	19,2879	18,2366	18,2397	17,5083	18,096	17,793	17,166	18,1118	18,1348	19,1301
<b>2003</b>	19,235	17,2456	18,4135	17,4468	17,5597	16,8482	17,3844	17,5883	16,9053	17,792	17,72	19,144
<b>2004</b>	19,2439	17,7823	18,3332	17,8475	18,0935	17,1657	17,8783	17,6412	16,9067	17,8268	17,8322	19,4526
<b>2005</b>	19,5284	16,9441										

Fonte: Site [www.exponentialsMOOTHING.net](http://www.exponentialsMOOTHING.net)