

Victor Barasuol

**Controle de Força Indireto para Manipuladores
com Transmissões Flexíveis Empregados em
Tarefas de Esmerilhamento**

**FLORIANÓPOLIS
2008**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**Controle de Força Indireto para Manipuladores
com Transmissões Flexíveis Empregados em
Tarefas de Esmerilhamento**

Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Victor Barasuol

Florianópolis, 16 de dezembro de 2008

CONTROLE DE FORÇA INDIRETO PARA MANIPULADORES COM TRANSMISSÕES FLEXÍVEIS EMPREGADOS EM TAREFAS DE ESMERILHAMENTO

Victor Barasuol

‘Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em *Controle, Automação e Informática Industrial*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.’

Prof. Dr. Edson Roberto De Pieri - Orientador

Profa. Kátia Campos de Almeida
Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Edson Roberto De Pieri
Presidente

Prof. Dr. Henrique Simas

Prof. Dr. Daniel Martins

Prof. Dr. Eugênio de Bona Castelan Neto

Prof. Dr. Marcelo Ricardo Stemmer

*Aos meus pais Telmo e Claidê, aos meus irmãos Vinícius e Marina e à minha namorada
Thaíse...*

AGRADECIMENTOS

À Deus que, estando distante da família, foi meu suporte nos momentos difíceis.

Aos meus pais Telmo e Claidê pelo total apoio às minhas escolhas.

À minha namorada Thaia pela compreensão e companheirismo.

Ao professor Raul Guenther (*in memoriam*) pelo exemplo de caráter deixado.

Ao professor Edson Roberto De Pieri pela orientação.

Aos colegas Cristiano Casanova e Nardênio Martins pelos conselhos e apoio no trabalho.

Aos colegas do "Sindicato do LCMI" pelo auxílio e amizade "incontestável".

À UFSC e ao CNPq pela estrutura de ensino e suporte financeiro.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

CONTROLE DE FORÇA INDIRETO PARA MANIPULADORES COM TRANSMISSÕES FLEXÍVEIS EMPREGADOS EM TAREFAS DE ESMERILHAMENTO

Victor Barasuol

12/2008

Orientador: Edson Roberto de Pieri

Co-Orientador: Raul Guenther (*in memoriam*)

Área de Concentração: Controle, Automação e Informática Industrial

Palavras-chave: Robôs Flexíveis, Esmerilhamento, Controle Não-Linear

Número de Páginas: xv + 127

A flexibilidade é um efeito presente em muitos dos robôs industriais provocando erros de posicionamento, aumento do tempo de estabilização e até instabilidade. Neste trabalho, o problema do controle de força em robôs manipuladores com transmissões flexíveis (MTF's) empregados em tarefas de esmerilhamento é estudado. Duas estratégias de controle de força indireto para manipuladores rígidos são estendidas para manipuladores com transmissões flexíveis: o controle de rigidez e o controle de impedância. Um modelo de forças para a tarefa de esmerilhamento é proposto para o estudo da estabilidade e desempenho de ambas as estratégias. Buscando a implementação prática destes controladores, dois observadores de estado - um observador de estados baseado na aceleração e outro baseado em torques de distúrbio - são apresentados para estimar as variáveis dos elos e das forças de contato com o objetivo de evitar a necessidade da instrumentação completa do manipulador. O desempenho das estratégias de controle e dos observadores é avaliado frente a tarefa de esmerilhamento pela análise dos resultados obtidos em simulação. Esta dissertação também apresenta o software de simulação desenvolvido para facilitar a obtenção de resultados, o que engloba todo o conteúdo estudado.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

INDIRECT FORCE CONTROL FOR FLEXIBEL JOINT MANIPULATORS EMPLOYED IN MILLING PROCESS

Victor Barasuol

12/2008

Advisor: Edson Roberto de Pieri

Co-Advisor: Raul Guenther (*in memoriam*)

Area of Concentration: Control, Automation and Industrial Computing

Key words: Flexible Robots, Milling Process, Nonlinear Control

Number of Pages: xv + 127

Flexibility is an effect present in many industrial robots causing positioning errors, increasing the stabilization time and even instability. In this paper, the force control problem of robot manipulators with flexible transmissions employed in milling tasks is studied. Two strategies of indirect force control for rigid manipulators are extended to manipulators with flexible transmissions: the compliance control and the impedance control. A model of forces for milling tasks is proposed to study the stability and performance of both strategies. Seeking a practical implementation of these controllers, two state observers - an state observer based on acceleration and another based on disturbance torques - are presented to estimate the variables of the links and the forces of contact with goal of avoid the need for full instrumentation of the manipulator. The performance of the control strategies and observers is evaluated against the milling task by analysis of results obtained in simulation. This document also presents the program of simulation developed and used, throughout this research, to facilitate the achievement of results. This software includes all the content studied.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Motivação e Objetivo	3
1.2	Organização do Trabalho	5
1.3	Problemas Dinâmicos no Controle de Força e Posição	5
1.4	Equações Dinâmicas do Robô Rígido	11
1.4.1	A Formulação de Lagrange	12
1.5	Equações Dinâmicas do Robô Flexível	13
1.5.1	O Modelo Reduzido de Spong	16
1.6	Métodos de Identificação da Flexibilidade	17
1.6.1	Identificação Via Deformação no Espaço Cartesiano	18
1.6.2	Identificação Baseada na Frequência de Ressonância	20
1.7	Conclusão	22
2	Controle de Força Indireto para MTF's	23
2.1	Introdução	23
2.2	Controle em Cascata Baseado na Passividade	25
2.2.1	O Seguimento da Trajetória no Subsistema dos Elos	25
2.2.2	O Seguimento da Trajetória no Subsistema dos Rotores	27

2.2.3	O Controle no Espaço Cartesiano	28
2.3	Controle em Cascata Baseado na Dinâmica Inversa	31
2.3.1	Mudança de Coordenadas no Modelo do Manipulador	31
2.3.2	Etapas do projeto de controle	32
2.3.3	O Seguimento da Trajetória no Subistema dos Elos	32
2.3.4	O Seguimento da Trajetória no Subistema dos Rotores	33
2.3.5	O Controle no Espaço Cartesiano	34
2.4	Controle de Rigidez para MTF's	36
2.4.1	Análise de Estabilidade	37
2.5	Controle de Impedância para MTF's	40
2.5.1	Análise de Estabilidade	43
2.6	Conclusão	46
3	Controle de Força Indireto Aplicado a Tarefas de Esmerilhamento	47
3.1	Introdução	47
3.2	A Tarefa de Esmerilhamento e o Modelo de Forças	47
3.3	Simplificação do Modelo de Forças	51
3.4	Análise do Controle de Rigidez Aplicado à Tarefa de Esmerilhamento	53
3.5	Análise do Contr. de Impedância Aplicado à Tarefa de Esmerilhamento	58
3.6	Conclusão	61
4	Observadores de Estado para o Controle de Força Indireto em MTF's	62
4.1	Introdução	62
4.2	Observador de Estados Baseado na Aceleração para MTF's	65
4.2.1	Projeto do Observador	66

4.2.2	A Implementação do Acelerômetro	68
4.3	Observador de Força Baseado em Torques de Distúrbio	71
4.3.1	Observador de Distúrbios	71
4.3.2	Estimação das Forças de Reação	72
4.4	Conclusão	74
5	Criação da Ferramenta de Simulações	75
5.1	Introdução	75
5.2	Simulador	76
5.2.1	Manipulador	76
5.2.2	Estratégias de Controle	77
5.2.3	Sintonia dos Controladores	77
5.2.4	Trajectoria de Referência	78
5.2.5	Parâmetros do Manipulador	78
5.2.6	Geometria do Meio	79
5.2.7	Parâmetros do Meio	80
5.2.8	Ferramenta	80
5.2.9	Observadores	80
5.2.10	Parâmetros da Simulação	81
5.2.11	Tela de Animação	81
5.2.12	Gravidade	82
5.2.13	Geração dos Resultados	82
5.2.14	Armazenamento dos Resultados	83
5.3	Conclusão	84

6	Resultados de Simulação	85
6.1	Introdução	85
6.2	Modelo do Manipulador de Serviço	85
6.3	A Tarefa de Esmerilhamento	88
6.4	Propriedades do Meio e Parâmetros da Ferramenta	91
6.5	Escolha dos Ganhos dos Controladores	92
6.5.1	Controle de Rigidez	92
6.5.2	Controle de Impedância	95
6.6	Escolha dos Ganhos dos Observadores	98
6.6.1	Observador Baseado na Aceleração	98
6.6.2	Observador Baseado em Torques de Distúrbio	100
6.7	Simulações	101
6.7.1	Resultados: caso ideal	101
6.7.2	Resultados: utilização dos observadores de estado	103
6.7.3	Resultados: efeitos da imprecisão na flexibilidade	106
6.7.4	Controle Baseado em Modelo Rígido Aplicado em MTF's	109
6.8	Conclusão	112
7	Conclusões e Perspectivas	113
7.1	Conclusões	113
7.2	Perspectivas	115
A	Funções Relacionadas ao Manipulador de Serviço	120
A.1	Parâmetros de Denavit-Hartenberg	120
A.2	Cinemática Direta	120

A.3	Jacobiano Analítico	120
A.4	Derivada do Jacobiano Analítico	121
A.5	Inversa do Jacobiano Analítico	121
B	Matrizes Dinâmicas do Modelo Rígido	122
B.1	Matriz de Inércia $B(q_1)$	123
B.2	Matriz de Forças Centrífugas e Coriolis $C(q_1, \dot{q}_1)$	123
B.3	Matriz de Gravidade $g(q_1)$	123
C	Definições Básicas	124
C.1	Teorema de Rayleigh-Ritz	124
D	Propriedades	125
D.1	Antissimetria	125
D.2	Passividade no Modelo do Manipulador Rígido	125
D.3	Passividade no Modelo Reduzido de Spong	126

Lista de Figuras

1.1	Modelo da junta com flexibilidade	6
1.2	Diagrama de blocos: controle PD	7
1.3	Lugar das raízes: controle PD	7
1.4	Lugar das raízes: controle PI	8
1.5	Lugar das raízes: controle PID	8
1.6	Diagrama de blocos: robô com flexibilidade em contato com meio rígido	9
1.7	Raízes da função de transferência $F_s(s)/F(s)$: controle de força	9
1.8	Lugar das raízes: controle P e controle PI	10
1.9	Lugar das raízes: controle de força proporcional-derivativo	11
1.10	Manipulador flexível	13
1.11	Diagrama de blocos: modelo de duas inércias	20
2.1	Controle no espaço de juntas	28
2.2	Controle no espaço cartesiano	28
2.3	Mapa de fases para \tilde{x} e $\dot{\tilde{x}}$	40
3.1	Forças geradas pela ferramenta	49
3.2	Ângulo do chanfro frontal da ferramenta	50
3.3	Representação simplificada das forças geradas pela ferramenta	52

3.4	Autovalores relativos a análise de estabilidade do controle de rigidez	58
3.5	Autovalores relativos a análise de estabilidade do controle de impedância	61
4.1	Implementação do acelerômetro	69
5.1	Janela principal do simulador	76
5.2	Painel de configuração das trajetórias	78
5.3	Painel de inserção dos parâmetros do manipulador	79
5.4	Parâmetros da geometria do meio	79
5.5	Tela de animação	81
5.6	Janela de gráficos	83
5.7	Função salvar	83
6.1	Manipulador de serviço	86
6.2	Perfil do cordão de solda	88
6.3	Trajectoria desejada com relação ao meio	89
6.4	Trajéticas de referência relacionadas ao eixo x	90
6.5	Caso ideal: trajetória executada pelo manipulador.	102
6.6	Caso ideal: erro de seguimento no eixo x_x e eixo x_y	102
6.7	Caso ideal: forças normal e tangencial.	103
6.8	Uso de observadores: trajetória executada pelo manipulador.	104
6.9	Uso de observadores: erro de seguimento no eixo x_x e eixo x_y	104
6.10	Uso de observadores: forças normal e tangencial.	105
6.11	Uso de observadores: comparação de desempenho.	105
6.12	Imprecisão na flexibilidade: trajetória executada pelo manipulador.	106
6.13	Imprecisão na flexibilidade: erro de seguimento no eixo x_x e eixo x_y	107

6.14	Imprecisão na flexibilidade: forças normal e tangencial.	107
6.15	Imprecisão na flexibilidade: trajetória executada pelo manipulador.	108
6.16	Imprecisão na flexibilidade: erro de seguimento no eixo x_x e eixo x_y	108
6.17	Imprecisão na flexibilidade: forças normal e tangencial.	109
6.18	Trajetoária executada pelo manipulador	111
6.19	Erro de seguimento no eixo x_x e no eixo x_y	111
6.20	Forças normal e tangencial.	112

Lista de Tabelas

1.1	Valores típicos de rigidez	3
6.1	Parâmetros construtivos	87
6.2	Parâmetros construtivos adotados	88
6.3	Parâmetros do meio	89
6.4	Quesitos da tarefa	90
6.5	Valores dos ganhos K_1 e K_2 adotados para simulação.	93
6.6	Valores dos ganhos K_{Dx} e Λ_x adotados para simulação.	95
6.7	Valores dos ganhos K_D e K_P adotados para simulação.	96
6.8	Valores dos ganhos B_m , D_m e K_m adotados para simulação.	98
6.9	Ganhos da matriz L	99
6.10	Ganhos da matriz K_{obs}	101
A.1	Parâmetros de Denavit-Hartenberg	120
B.1	Parâmetros construtivos	122

Capítulo 1

Introdução

Robôs manipuladores industriais são máquinas de propósito geral utilizados na automação industrial a fim de aumentar a produtividade, a flexibilidade e a qualidade dos produtos. Outras razões para utilização de robôs industriais são redução dos custos e eliminação de trabalhos pesados e insalubres.

Mais recentemente, uma atenção especial tem sido despendida no uso de *robôs de serviço* em tarefas de cooperação, operando muito próximos ao ser humano [Yamada *et al.*, 1997], [Ikuta *et al.*, 2003]. A necessidade de aumentar a complacência mecânica e reduzir a inércia na busca de propostas mais seguras têm induzido diferentes arranjos na atuação/transmissão elástica em projetos de robôs, os quais incluem: realocação dos atuadores próximos à base do robô e transmissões através de cabos de aço e polias, como no 8R SM-Dexter [Zollo *et al.*, 2005], ou através de tendões, como no UBHand [Lotti *et al.*, 2004]; combinação de *harmonic drives*¹ e o projeto de elos menos robustos, como no 7R DLR III [Hirzinger *et al.*, 2001]; introdução de atuadores com rigidez intrínseca variável, como no 3R SoftArm construído na universidade de Pisa [Bicchi e Tonietti, 2004].

Todos estes mecanismos introduzem o efeito de flexibilidade, tornando-a uma característica presente em muitos dos robôs de uso industrial. Quando são usados estes elementos de transmissão tais como: *harmonic drives*, correias de transmissão, dentes de engrenagens e alguns tipos de sensores para medir os torques aplicados nas juntas, observa-se um deslocamento variante no tempo entre a posição do atuador e a posição dos elos, mostrando que a medição de posição no atuador não é suficiente para determinar a posição dos elos.

¹Optou-se por manter o termo em inglês devido ao seu uso corrente e à ausência de uma tradução bem aceita em português.

Na maioria das vezes esta deflexão produzida pela flexibilidade, apesar de pequena, é uma fonte de problemas, especialmente quando é necessário o seguimento de trajetória com um erro pequeno ou quando deseja-se uma alta sensibilidade na determinação das forças aplicadas pelo efetuador final [Eppinger e Seering, 1987]. Além dos erros de posicionamento, a flexibilidade também pode provocar o aumento do tempo de estabilização do manipulador e até a instabilidade ([Spong, 1987]).

Do ponto de vista do controle, os robôs com elasticidade nas juntas têm sido tema de pesquisas em diversos centros nas últimas décadas. Para tarefas de regulação, argumentos da teoria de Lyapunov têm sido utilizados para provar a estabilidade assintótica global de uma configuração de equilíbrio desejada no uso da ação de controle PD com compensação tanto constante [Tomei, 1991] ou on-line [Zollo *et al.*, 2004], [Ott *et al.*, 2004] da gravidade. Estes controladores utilizam somente a leitura da posição dos rotores. Para tarefas de seguimento de trajetória, a exata linearização através da realimentação dos estados [Spong, 1987] e controle adaptativo baseado na passividade [Lozano e Brogliato, 1992] têm sido propostos para o modelo dinâmico reduzido do robô de juntas flexíveis. Quando a rigidez nas juntas é suficientemente elevada, a estratégia de controle baseada no conceito de perturbação singular [Spong *et al.*, 1987] é uma abordagem que pode ser utilizada.

O controle de movimento é fundamental para a eficiência dos robôs de manufatura e o desenvolvimento atual está focado no melhoramento do desempenho, redução dos custos de fabricação do robô, aumento da segurança e introdução de novas funcionalidades. Portanto, há uma necessidade contínua do aperfeiçoamento dos modelos e dos métodos a fim de considerar todos os requerimentos de controle, tais como o aumento de desempenho para robôs de baixo peso que acarreta em uma baixa rigidez mecânica e aparecimento de modos de vibração. Uma razão para este desenvolvimento da estrutura mecânica do robô é, em geral, a redução dos custos, mas outros benefícios também são alcançados, como: menor consumo de energia, aumento da destreza, segurança e baixo nível de impacto com o meio externo.

Resumem-se então em duas as fontes principais de flexibilidade: a flexibilidade nas juntas (transmissão) e a flexibilidade nos elos; embora existam outros tipos como a introduzida pela garra do manipulador e pela base do robô ([Eppinger e Seering, 1992]). No entanto, ainda hoje a maioria dos manipuladores robóticos são projetados para maximizar a rigidez, em uma tentativa de minimizar as vibrações do sistema e alcançar posicionamento com erros desprezíveis. Em função destas características construtivas é considerado que a maior parcela de flexibilidade existente nos manipuladores seja ocasionada pelas próprias transmissões

[Guenther, 1993]. A flexibilidade nos elos é considerada em robôs que necessariamente devem ser mais leves, como é caso dos robôs usados em exploração espacial e constituem objeto de pesquisa em aplicações restritas.

Devido ao enfoque do presente trabalho ser manipuladores de uso industrial, optou-se por concentrar a presente dissertação nos problemas de controle oriundos da flexibilidade introduzida pelas transmissões.

A tabela 1.1 mostra os valores típicos de rigidez para alguns mecanismos de transmissão, acoplamentos e sensores de torque [Readman, 1994]:

Tabela 1.1: Valores típicos de rigidez

Componente	Rigidez [Nm/rad]
Juntas de Aço	$\approx 10^5$
Transdutores de Torque	$\approx 10^5$
"Harmonic Drive"	$\approx 10^4$
Acoplamentos Flexíveis	$\approx 10^3$

A maioria dos robôs industriais fabricados na atualidade utilizam *harmonic drives* para o sistema de transmissão. O mecanismo provê reduções da ordem de 300:1 e não apresenta folgas, o que permite a realização de um controle preciso. No entanto, a flexibilidade introduzida em cada junta tem magnitude considerável e torna relevante o estudo e a aplicação de controladores visando reduzir esse fenômeno.

1.1 Motivação e Objetivo

A motivação deste trabalho encontra-se na crescente utilização de robôs manipuladores, industriais ou de aplicações específicas, em tarefas de usinagem, esmerilhamento e rebarbação. Como exemplos destas tarefas, pode-se citar os projetos Advocut² e Roboturb³.

O projeto Advocut tem como objetivo aliar as vantagens de uma cinemática específica em relação à flexibilidade e custos com as vantagens de máquinas-ferramenta tradicionais. Os principais objetivos do Advocut são precisão e qualidade de usinagem e um conceito novo

²Projeto integrado, solicitado pelo Ministério de Educação e Pesquisa da Alemanha (BMBF), com a parceria das empresas Reis Robotics, Harmonic Drive, Precise, Mapal-WWS Werner Stief e o Instituto de Gerenciamento de Produção, Tecnologia e Máquinas-ferramenta da Universidade de Darmstadt (PTW)

³Projeto brasileiro desenvolvido em conjunto pela Universidade Federal de Santa Catarina, o LACTEC, a COPEL e FURNAS

de máquina-ferramenta altamente integrada. Já o Projeto Roboturb que provê um robô para soldagem de pás de turbinas de geradores de hidrelétricas erodidas por cavitação ⁴, busca em uma segunda fase de projeto a execução robotizada da tarefa de esmerilhamento. Esta tarefa, ainda hoje realizada manualmente, consiste na remoção do excesso de solda para redução das imperfeições da superfície das pás.

Esses tipos de projetos oferecem vantagens em relação aos custos de aquisição, espaço de trabalho e flexibilidade de aplicação. A concepção, entretanto, está associada a uma série de desvantagens, que restringem a aplicação prática nos casos mencionados.

As desvantagens nesses casos são:

- baixa precisão de posicionamento e deslocamento quando comparadas com máquinas ferramenta,
- dificuldade no ajuste dinâmico com relação às grandes massas a serem movimentadas e às elevadas potências necessárias para o acionamento, e
- dificuldades na simulação e programação *off-line*, principalmente, devido à operação destes sistemas em ambiente confinados e de difícil modelagem.

Para aumentar a precisão absoluta do deslocamento, existe de um lado a necessidade de aumentar a rigidez do robô com o auxílio de medidas construtivas e, de outro, a de adotar medidas técnicas de ajuste. Os robôs industriais são atualmente equipados com sistemas de medição indireta de deslocamento do lado do acionamento. Considerando que a transmissão apresenta uma certa elasticidade, os eixos individuais diferenciam-se entre as posições desejadas e reais. Para poder compensar essas diferenças o sistema é então ampliado com recursos de medição direta do lado acionado.

Assim, o objetivo geral deste trabalho é o estudo das dinâmicas causadas pela presença de flexibilidade (nas juntas) em robôs manipuladores nas tarefas de esmerilhamento, buscando analisar e comparar duas estratégias de controle de força: Controle de Rigidez e Controle de Impedância.

Em uma segunda instância, procura-se estudar e analisar o uso de observadores de força e de posição para esses tipos de processos, uma vez que a implementação destas estratégias de controle necessitam de medições do mecanismo acionador (motor), do mecanismo acionado (elo) e, para o caso do controle de impedância, das forças de contato com o meio.

⁴Fenômeno de vaporização de um líquido pela redução da pressão, durante seu movimento

1.2 Organização do Trabalho

A presente dissertação está dividida em sete capítulos. Este primeiro capítulo tem como meta discutir o problema de controle resultante da presença de flexibilidade em manipuladores, bem como a motivação e objetivos deste trabalho. No capítulo 2 apresenta-se a formulação de duas estratégias de controle em cascata para manipuladores com transmissões flexíveis (MTF's) que são base para o controle de força indireto: o controle baseado na passividade e na dinâmica inversa. No capítulo 3, o modelo de força para as reações do meio é introduzido e a análise de estabilidade das duas estratégias de controle no contexto de uma tarefa de esmerilhamento é apresentada. No capítulo 4, trata-se do problema de observação de estados visando a reconstituição de variáveis necessárias à implementação do controlador. Para isto é formulado o problema de estimação da posição dos elos e das forças de reação com a utilização de duas técnicas de observação para a estimação da posição dos elos e das forças de reação envolvidas na execução da tarefa. A partir de simulações, o desempenho dos observadores é discutido. No capítulo 5, é apresentado o simulador desenvolvido para a análise das estratégias de controle, que cria um ambiente para facilitar a introdução dos parâmetros do robô, meio e controladores usados. No capítulo 6 são apresentados os resultados de simulação e analisado o desempenho, para uma tarefa de esmerilhamento e manipulador especificados, das estratégias de controle e dos observadores. Por fim, o capítulo 7 traz as conclusões e perspectivas futuras.

1.3 Problemas Dinâmicos no Controle de Força e Posição

A presença da flexibilidade em sistemas robóticos traz problemas dinâmicos tanto para o controle de posição quanto para o controle de força. A fonte de problemas é a mesma para os dois casos e resulta de acoplamentos elásticos. No entanto, é importante a análise do problema em ambas as formas de controle.

Controle de posição

Inicialmente, será direcionada a atenção ao problema dinâmico trazido pela presença da flexibilidade ao controle de posição. Tal problema pode ser compreendido pela análise de uma situação onde procura-se controlar um único elo rígido, acionado por motor elétrico, através de uma junta elástica.

A figura 1.1 ilustra a situação mencionada com um elo de inércia B e um rotor de inércia J que transmite o torque τ gerado pelo motor através de uma junta elástica modelada por uma mola torcional de constante K . A presença de forças de atrito tanto no movimento do rotor quanto no movimento do elo são consideradas através das constantes D_1 e D_2 . Com estes parâmetros, o conjunto de equações diferenciais que regem a dinâmica deste sistema, na ausência da gravidade, pode ser dado por:

$$B\ddot{q}_1 + D_1\dot{q}_1 + K(q_1 - q_2) = 0 \quad (1.1)$$

$$J\ddot{q}_2 + D_2\dot{q}_2 + K(q_2 - q_1) = \tau \quad (1.2)$$

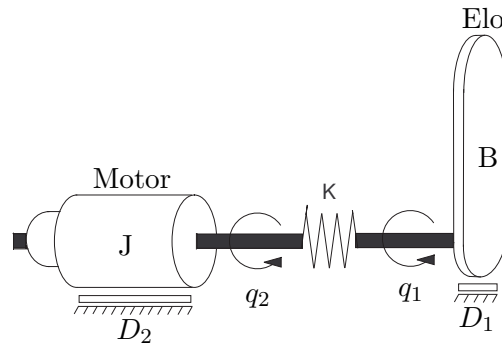


Figura 1.1: Modelo da junta com flexibilidade

Aplicando a transformada de Laplace sobre as equações (1.1) e (1.2), pode-se realizar o estudo do desempenho dos controladores clássicos no controle de posição. A partir dessa análise é possível compreender as limitações dos controladores de ganhos fixos e facilitar o estudo de técnicas mais avançadas de controle.

A primeira análise é feita sobre a aplicação de uma ação de controle do tipo PD (proporcional-derivativa) para controle de posição, o que permite visualizar algumas das limitações do seu emprego. O uso do PD decorre do fato de ser um controlador largamente usado em aplicações na robótica. Outros controladores do tipo PI (proporcional-integral) e PID (proporcional-integral-derivativo) também são utilizados na robótica e serão analisados na sequência.

Dois situações são propostas para a realimentação do controlador: o fechamento da malha através da leitura da posição do elo (Figura 1.2(a)) e o fechamento da malha através da leitura da posição do rotor (Figura 1.2(b)).

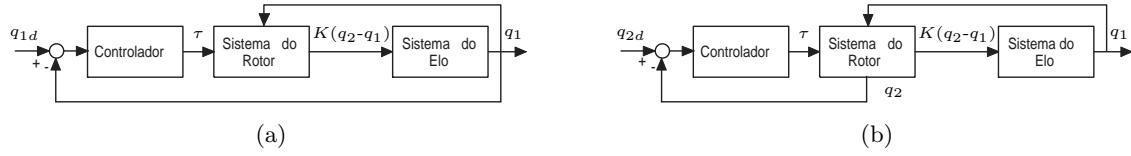


Figura 1.2: Diagrama de blocos - Controle PD: (a) realimentação de q_1 e (b) realimentação de q_2

As funções de transferência de malha fechada para estes dois casos são apresentadas nas equações (1.3) e (1.4). A figura 1.3 ilustra o lugar das raízes para estas duas funções de transferência.

$$\frac{Q_1(s)}{Q_{1d}(s)} = \frac{K_d(s + \frac{K_p}{K_d})}{s(\frac{BJ}{K}s^3 + \frac{BD_2 + JD_1}{K}s^2 + (B + J + \frac{D_1D_2}{K})s + D_1 + D_2)} \quad (1.3)$$

$$\frac{Q_2(s)}{Q_{2d}(s)} = \frac{K_d(s + \frac{K_p}{K_d})(Bs^2 + D_1s + K)}{s(\frac{BJ}{K}s^3 + \frac{BD_2 + JD_1}{K}s^2 + (B + J + \frac{D_1D_2}{K})s + D_1 + D_2)} \quad (1.4)$$

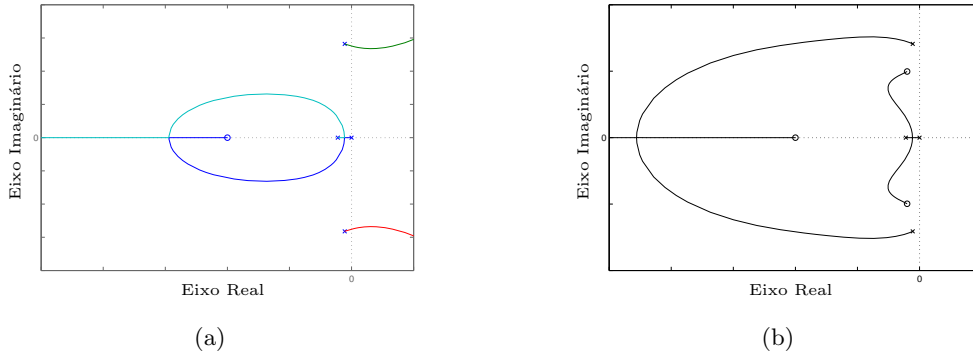


Figura 1.3: Lugar das raízes - Controle PD: (a) realimentação de q_1 e (b) realimentação de q_2

É possível verificar, a partir da figura 1.3(a), que o controle de posição do elo realizado através da realimentação da sua própria posição leva a modos instáveis. Esta é a principal característica da presença da flexibilidade no sistema, pois, insere modos dinamicamente não-colocados. Estes modos são originados da complacência localizada entre o atuador e o sensor, o que faz com que estas partes possam vibrar fora de fase.

A segunda característica mais visível, é a degradação da resposta à medida que os ganhos do controlador atingem valores elevados. Isto pode ser visto na figura 1.3(b) onde, mesmo o sistema sendo estável para qualquer escolha de ganhos, após uma certa faixa o aumento do ganho leva o sistema a ter respostas cada vez mais oscilatórias, com um tempo de acomodação cada vez maior.

O problema da não-colocação dos modos se estende à qualquer estratégia de controle clássico que seja realizada através da leitura do elo, como ilustram as figuras 1.4 e 1.5 para os controles de ação PI e PID respectivamente. Já a complacência não localizada entre o atuador e o sensor dá origem a modos dinamicamente colocados, onde o atuador e o sensor permanecem em fase [Eppinger e Seering, 1992].

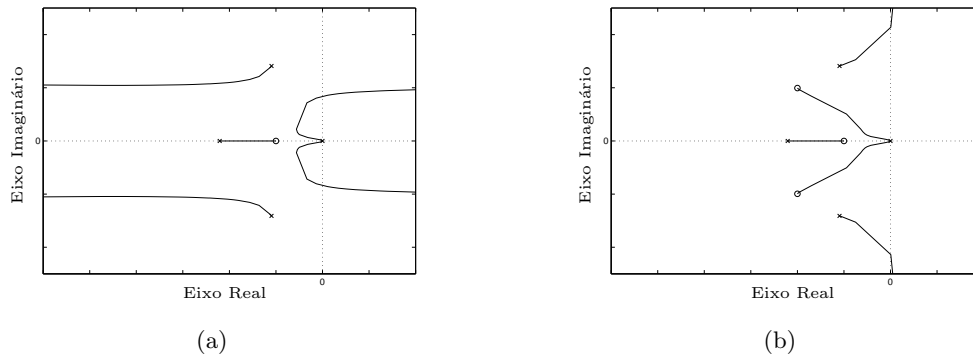


Figura 1.4: Lugar das raízes - Controle PI: (a) realimentação de q_1 e (b) realimentação de q_2

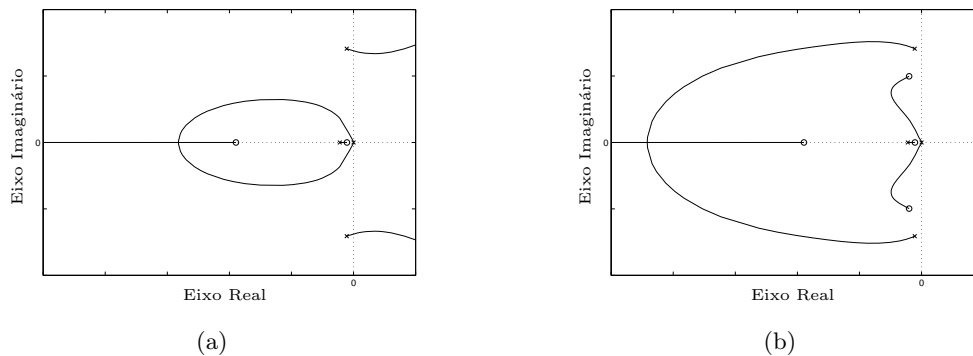


Figura 1.5: Lugar das raízes - Controle PID: (a) realimentação de q_1 e (b) realimentação de q_2

Controle de força

É no cenário do controle de força que os efeitos da presença da flexibilidade tornam-se mais evidentes. Uma vez que, devido à leitura da força (exercida pelo manipulador) ser realizada através de um sensor localizado no efetuador, inevitavelmente se obtém modos dinamicamente não-colocados. Para analisar esta situação, considere um manipulador com juntas flexíveis em contato com um meio rígido. Este sistema está ilustrado na figura 1.6, através de um diagrama de blocos, na qual m_r representa a massa do atuador, m_l a massa

do elo, D_1 e D_2 amortecimentos relativos à presença de atrito, K a rigidez da junta e K_s e D_s a rigidez e amortecimento relativos, respectivamente, ao sensor. F é a força aplicada pelo atuador e F_s a extraída do sensor de força.

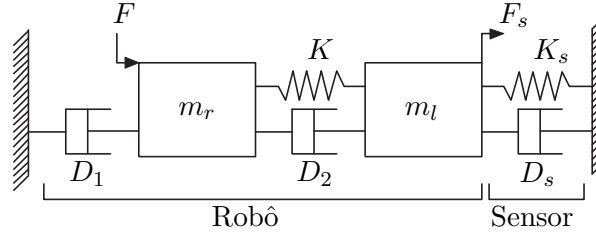


Figura 1.6: Diagrama de blocos: robô com flexibilidade em contato com meio rígido

De acordo com o diagrama, a função de transferência que relaciona a força aplicada pelo atuador F com a força mensurada F_s é descrita na equação (1.5).

$$\frac{F_s(s)}{F(s)} = \frac{(D_2s + K)(D_s s + K_s)}{den(s)} \quad (1.5)$$

onde

$$den(s) = m_r m_l s^4 + [(D_1 + D_s)m_r + (D_1 + D_2)m_l]s^3 + [D_2(D_1 + D_2) + D_1 D_s + (K + K_s)m_r + K m_l]s^2 + [(D_1 + D_s)K + (D_1 + D_2)K_s]s + K K_s$$

A figura 1.7 ilustra a localização das raízes da função de transferência (1.5).

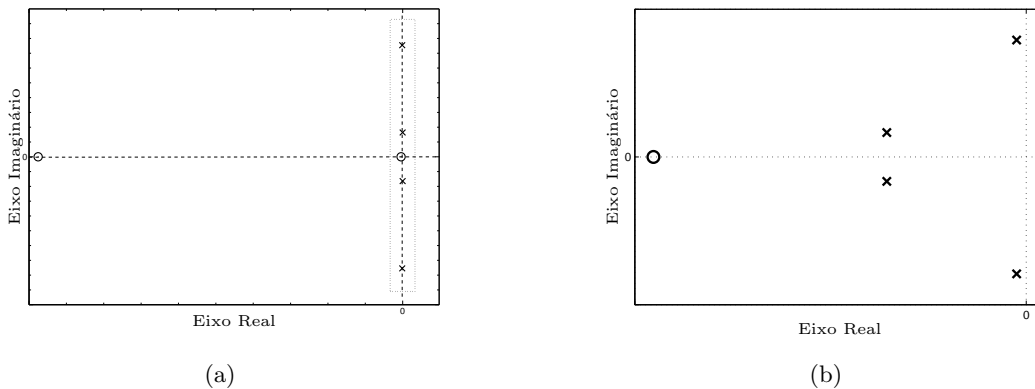


Figura 1.7: Raízes da função de transferência $F_s(s)/F(s)$: (a) raízes da função e (b) região demarcada pelo retângulo pontilhado

Verifica-se que a localização do zero depende exclusivamente dos parâmetros da flexibilidade das juntas do manipulador, tendo em vista que na maioria das vezes despreza-se o valor de D_s , o qual introduz um zero igual a $-K_s/D_s$ ⁵. Já a localização dos pólos depende de todos os parâmetros.

O par de pólos mais à esquerda é devido à flexibilidade do robô e o outro par de pólos é devido à dinâmica do elo-sensor. Nota-se, que a dinâmica do sensor exerce grande influência no comportamento do sistema, com um par de pólos dominante, tornando-se cada vez mais à medida que sua rigidez diminui.

De maneira similar ao problema do controle de posição, todos os arranjos convencionais realizados com as ações proporcional, integral e derivativa não modificam de forma significativa o lugar das raízes e todas as configurações acabam por ter margens de ganho limitadas. As figuras 1.8(a) e 1.8(b) ilustram o lugar das raízes para a implementação dos controladores P e PI, respectivamente.

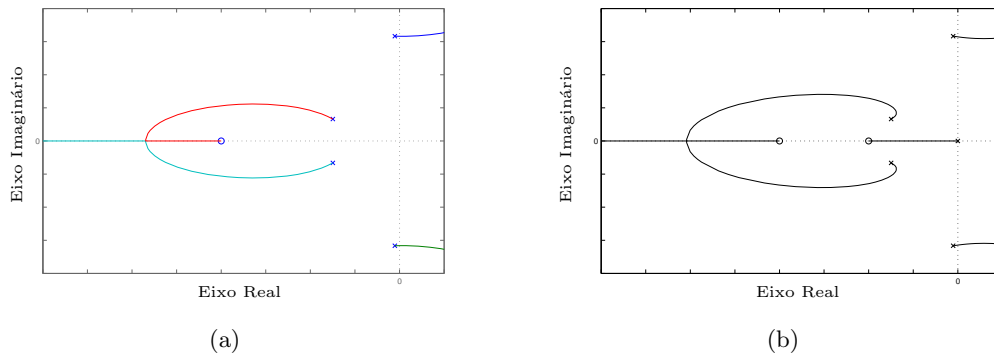


Figura 1.8: Lugar das raízes: (a) controle proporcional e (b) controle proporcional-integral

Na figura 1.8(a), nota-se que os pólos devido à flexibilidade do robô manipulador caminham para a instabilidade quando o ganho K_p é aumentado. Enquanto um pólo do sensor vai para o infinito o outro cancela o zero do sistema. Assim, quando há o aumento do ganho K_p a parte da flexibilidade do manipulador torna-se dominante, fazendo com que o sistema tenha característica de um sistema de segunda ordem. Uma técnica para aumentar o desempenho deste controlador é a introdução de um filtro passa-baixas de primeira ordem com seu pólo dominante. Isso faz com que se obtenha uma resposta transitória mais adequada e uma margem de ganho maior.

A implementação de um controlador PI ($C(s) = K_p + K_i/s$), conforme mostrado na

⁵Este zero tem valor bastante elevado devido à alta rigidez K_s e ao baixo amortecimento D_s do sensor.

figura 1.8(b), não apresenta mudanças satisfatórias para resposta do sistema. Traz benefícios com relação ao erro em regime porém as frequências de ressonância têm suas magnitudes amplificadas em relação ao controlador proporcional puro, resultando em respostas mais oscilatórias.

Na inclusão da estratégia de controle PD ($C(s) = K_p + K_d s$), figura 1.9, nota-se que os pólos devido à flexibilidade do sensor caminham para a instabilidade enquanto os pólos devido à flexibilidade da juntas são cancelados pelos zeros, a medida que o ganho derivativo aumenta. O ganho derivativo também amplifica as frequências de ressonância do sistema, mesmo para valores pequenos, o que contribui para respostas oscilatórias. Novamente, como mencionado no caso do controle proporcional, a inclusão de um filtro passa-baixas reduz as oscilações que o sistema apresenta.

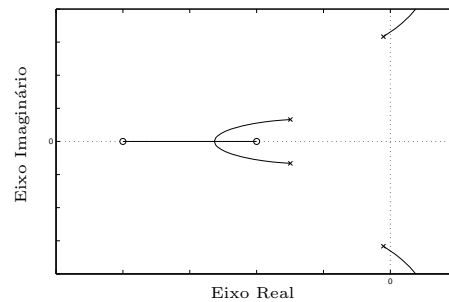


Figura 1.9: Lugar das Raízes - Controle Proporcional-Derivativo

A flexibilidade em robôs é então uma possível causa de instabilidade para o controle de força. As análises acima implicam que para um sistema representativo o limite de desempenho para controle de força é inferior do que para controle de posição, dado certo grau de flexibilidade nas transmissões.

1.4 Equações Dinâmicas do Robô Rígido

O modelamento dinâmico de um robô consiste na procura do mapeamento entre as forças exercidas sobre a estrutura e as posições, velocidades e acelerações das juntas. Quando considerado rígido, assume-se que, tanto os elos quanto os acoplamentos entre os atuadores e os elos são perfeitamente rígidos. Existem duas formulações muito utilizadas para obter o *modelo dinâmico*: a formulação de Lagrange e a Formulação de Newton-Euler, a primeira mais simples e mais sistemática e a última mais eficiente do ponto de vista computacional.

1.4.1 A Formulação de Lagrange

Desde que as variáveis de posição de junta q_i constituem um conjunto de coordenadas generalizadas do sistema, o modelo dinâmico pode ser derivado a partir das equações de Lagrange

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q_i} = \tau_i \quad i = 1, \dots, n \quad (1.6)$$

onde

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - U(q) \quad (1.7)$$

é o Lagrangeano expresso como a diferença entre a *energia cinética* T e a *energia potencial* U ; τ_i é a força generalizada na junta i (um torque para uma junta de revolução e uma força para uma junta prismática) e n é o número de juntas do robô. Tipicamente as forças generalizadas são referenciadas como torques, uma vez que a maioria das juntas dos manipuladores são de revolução.

A *energia cinética* pode ser expressa por uma função quadrática da velocidade das juntas, isto é,

$$T = \frac{1}{2} \dot{q}^T B(q) \dot{q} \quad (1.8)$$

onde $B(q)$ é a matriz de inércia ($n \times n$) do robô manipulador a qual é simétrica e definida positiva. Substituindo a equação (1.8) na equação (1.7) e tomando as derivadas necessárias de (1.6) obtém-se as *equações do movimento*

$$B(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (1.9)$$

onde τ é o vetor ($n \times 1$) de torques nas juntas, $g(q)$ é o vetor ($n \times 1$) de forças gravitacionais com

$$g_i(q) = \frac{\partial U(q)}{\partial q_i} \quad (1.10)$$

e

$$C(q, \dot{q})\dot{q} = B(\dot{q})\dot{q} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial q} (\dot{q}^T B(q) \dot{q}) \right)^T \quad (1.11)$$

é o vetor ($n \times 1$) de forças centrífugas e de Coriolis. Maiores detalhes a respeito da formulação matemática são encontrados em de Wit *et al.* [1996].

A expressão (1.9) é formada por n equações não-lineares e acopladas. No entanto,

apesar da complexidade, possuem propriedades matemáticas que servem como base para muitos algoritmos de controle:

Propriedade 1 - $B(q) = B^T(q) > 0$, ou seja, a matriz de inércia do conjunto de elos é simétrica e definida positiva e tanto $B(q)$ quanto $B^{-1}(q)$ são, devido à composição trigonométrica, uniformemente limitadas como funções de $q \in \mathbb{R}^n$.

Propriedade 2 - Existe um torque de controle para cada grau de liberdade, por isso diz-se que o sistema (1.9) é *totalmente acionado*.

Propriedade 3 - A matriz $[\dot{B}(q) - 2C(q, \dot{q})]$ é anti-simétrica, onde $C(q, \dot{q})$ é definida usando, por exemplo, os símbolos de Christoffel [Ortega e Spong, 1988].

1.5 Equações Dinâmicas do Robô Flexível

O manipulador a ser modelado consiste em uma cadeia cinemática aberta de revolução com n elos (Figura 1.10). Cada elo é conectado ao próximo por uma junta que é flexível na direção de rotação deste elo. O manipulador é atuado por motores elétricos os quais são assumidos serem localizados nas juntas. Mais precisamente, é considerada a situação padrão onde o motor i está montado sobre o elo $i - 1$ e move o elo i .

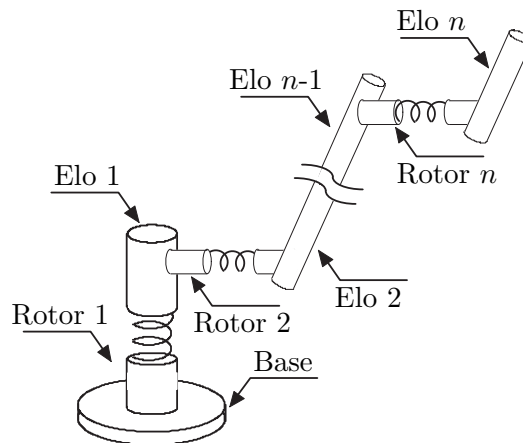


Figura 1.10: Manipulador Flexível

Quando as reduções estiverem presentes, estas serão modeladas como posicionadas antes do elemento elástico.

As seguintes suposições são feitas sobre a estrutura mecânica:

S1 - Os elos são rígidos.

S2 - As deformações nas juntas são pequenas, de modo que os efeitos elásticos são restringidos a um domínio linear.

S3 - A elasticidade na junta é modelada como uma mola torcional para juntas de revolução e linear para juntas prismáticas;

S4 - Os rotores e os atuadores são modelados como corpos uniformes tendo seus centros de massa sobre seus eixos de rotação.

Seguindo a formulação de Lagrange, um conjunto de coordenadas generalizadas tem de ser introduzido para caracterizar a configuração do sistema. Como a cadeia do manipulador é composta de $2n$ corpos rígidos, $2n$ coordenadas são necessárias. Seja q_1 o vetor ($n \times 1$) das posições dos elos, e q_2 o vetor ($n \times 1$) das posição dos atuadores (rotores), como refletidos através das reduções. Com esta escolha, a diferença $q_{1i} - q_{2i}$ será a deformação na junta i . Além disso, a cinemática direta de todo o manipulador será uma função somente das variáveis dos elos q_1 .

A energia cinética total do manipulador é a soma da energia cinética dos elos e a energia cinética proveniente da rotação somente dos rotores. A energia cinética devida a translação do motor i é considerada como parte da energia cinética do elo $i - 1$.

A *energia cinética* da estrutura do manipulador é usualmente dada por:

$$T = \frac{1}{2} \dot{q}^T B(q) \dot{q}, \quad (1.12)$$

onde $q = (q_1^T \ q_2^T)^T$ e $B(q)$ é matriz de inércia ($2n \times 2n$), a qual é simétrica e definida positiva para todo q . Além disso, pela rotação das juntas, todos os elementos de $B(q)$ são limitados e $B(q)$ possui a seguinte estrutura interna:

$$\begin{pmatrix} B_1(q_1) & B_2(q_1) \\ B_2^T(q_1) & J \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

Todos os blocos em (1.13) são matrizes ($n \times n$): B_1 contém as propriedades de inércia dos elos rígidos, B_2 refere-se aos acoplamentos inerciais entre cada motor e elos anteriores, enquanto J é a matriz diagonal constante que depende da inércia dos rotores e das relações de transmissão.

A *energia potencial* é dada pela soma de dois termos. o primeiro é um termo gravitacional para ambos elos e rotores; de acordo com **S4**, é dado da seguinte forma:

$$U_g = U_g(q_1). \quad (1.14)$$

O segundo termo, decorrente da elasticidade das juntas, pode ser escrito como

$$U_e = \frac{1}{2}(q_1 - q_2)^T K (q_1 - q_2) \quad (1.15)$$

na qual $K = \text{diag}\{k_1, \dots, k_n\}$ é a matriz de rigidez das juntas, $k_i > 0$ sendo a constante elástica da junta i . Através da definição da matriz

$$K_e = \begin{pmatrix} K & -K \\ -K & K \end{pmatrix}, \quad (1.16)$$

a energia elástica (1.15) pode ser rescrita como

$$U_e = \frac{1}{2}q^T K_e q \quad (1.17)$$

As equações dinâmicas do movimento são obtidas da função Lagrangeana $L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - U(q)$ como

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q_i} = \tau_{e_i} \quad i = 1, \dots, 2n \quad (1.18)$$

onde τ_{e_i} é a força generalizada que realiza trabalho sobre q_i . Uma vez que somente as coordenadas do motor q_2 são diretamente atuadas, todas as forças do lado direito da equação (1.18) são agrupadas no vetor e , de dimensão $(2n \times 1)$, dado por:

$$\tau_e = (0 \dots 0 \quad \tau_1 \dots \tau_n)^T, \quad (1.19)$$

onde τ_i representa o torque externo fornecido pelo motor à junta i . As coordenadas dos elos q_{1i} são indiretamente atuadas somente através do acoplamento elástico, fato que caracteriza este sistema como *parcialmente atuado*.

Efetuando as derivadas necessárias em (1.18) obtém-se um conjunto de $2n$ equações diferenciais não-lineares de segunda ordem da forma:

$$B(q_1)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + K_e q + g(q_1) = \tau_e, \quad (1.20)$$

na qual os termos centrífugos e de Coriolis são

$$C(q, \dot{q}) = \dot{B}(q_1) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial q} (\dot{q}^T B(q_1) \dot{q}) \right)^T \quad (1.21)$$

e o vetor de gravidade é

$$g(q_1) = \left(\frac{\partial U_g(q_1)}{\partial q} \right)^T = \begin{pmatrix} g_1(q_1) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.22)$$

com $g_1(q_1) = (\partial U_g / \partial q_1)^T$. A equação (1.20) é conhecida também como o *modelo completo* do manipulador com juntas elásticas [de Wit *et al.*, 1996].

Os termos relacionados ao atrito viscoso, que agem sobre os elos e sobre o lado dos motores da junta elástica, podem ser facilmente incluídos na dinâmica do modelo.

1.5.1 O Modelo Reduzido de Spong

Em 1987, Mark W. Spong propôs duas hipóteses que, além de simplificarem o modelo, propiciaram o desacoplamento entre a dinâmica dos elos e a dinâmica dos rotores:

Hipótese 1: A energia cinética ocasionada pela rotação do motor em torno do seu próprio eixo é predominante quando comparada com a energia cinética ocasionada pela rotação do rotor em relação ao sistema inercial.

Hipótese 2: A inércia do par rotor/transmissão é simétrica em relação ao eixo de rotação do rotor tal que o potencial gravitacional do sistema e também a velocidade do centro de massa do rotor são ambos independentes da posição do rotor.

Os robôs, em sua maioria, são construídos com relações de transmissão relativamente altas. Isso faz com que a primeira hipótese torne-se coerente a ponto de concluir que os termos de ordem $1/R_g$ (onde R_g representa o valor da relação de transmissão), contidos em $B(q_1)$, possam ser desprezados. Assume-se então que $B_2(q_1)$ em (1.13) é nula e, conseqüentemente, os termos de (1.21) relacionados com o rotor também. Contudo, simplificações e um desacoplamento inercial são obtidos reformulando as equações dinâmicas do MTF para:

$$B_1(q_1) \ddot{q}_1 + C_1(q_1, \dot{q}_1) \dot{q}_1 + g_1(q_1) = K(q_2 - q_1) \quad (1.23)$$

$$J \ddot{q}_2 + K(q_2 - q_1) = \tau \quad (1.24)$$

onde $J = R_g^2 J_m$, $\tau = R_g \tau_m$ e $q_2 = R_g^{-1} q_m$.

O subíndice m é usado para representar os parâmetros na saída do motor. Assim, (1.24) também pode ser escrita em função destes parâmetros como:

$$J_m \ddot{q}_m K R_g^{-1} (q_1 - R_g^{-1} q_m) = \tau_m \quad (1.25)$$

As equações (1.23) e (1.24) constituem o modelo reduzido de Spong.

Todos os estudos realizados neste trabalho são baseados no modelo reduzido, o qual representa as equações dinâmicas do manipulador com transmissões flexíveis. A equação (1.23) é conhecida como *subsistema dos elos* ou *subsistema do modelo rígido*, e (1.24) como *subsistema dos rotores*.

O manipulador escolhido para as simulações e suas respectivas matrizes dinâmicas serão apresentados mais adiante no capítulo referente aos resultados de simulação.

1.6 Métodos de Identificação da Flexibilidade

Muitos esquemas avançados de controle formulados recentemente para robôs requerem modelos dinâmicos. A precisão, desempenho, estabilidade e robustez destes esquemas dependem, em grande medida, da precisão dos parâmetros que descrevem o modelo. Esquemas adaptativos e robustos podem tolerar algum erro nos parâmetros dinâmicos, enquanto outros esquemas dependem de uma perfeita realimentação linearizante, como o caso da técnica do torque computado discutida no próximo capítulo. Em vista disto, a determinação precisa dos parâmetros dinâmicos é útil para a maioria dos esquemas e crucial para alguns outros. Em função da problemática deste trabalho, este item trata da identificação de uma flexibilidade torcional.

O maior obstáculo que impede a adoção de robôs para o processo de remoção de material (esmerilhamento, goivagem, e etc) é o fato de que a rigidez dos robôs industriais atuais é muito menor do que a de uma máquina CNC normal. A rigidez para um robô articulado é normalmente menor do que $1N/\mu m$, enquanto uma máquina CNC normal frequentemente possui rigidez maior do que $50N/\mu m$. Entretanto, soluções baseadas em máquinas CNC geralmente apresentam custos elevados, dificultando o retorno do capital investido. Para este fim, a robótica baseada na automação flexível é considerada como uma solução ideal por sua

programabilidade, adaptabilidade, flexibilidade e custo relativamente baixo e especialmente pelos resultados dos robôs industriais que já estão aplicados em conjunto as máquinas de fundição e no transporte de partes nos processos. Uma maneira de aumentar a acuracidade na usinagem robótica é modelar as deformações causadas pelos esforços mecânicos introduzindo o modelo em uma lei de controle mais elaborada ou em algum modo de compensação [Zhang *et al.*, 2005]. Assim, nesta seção são apresentados dois métodos para a identificação da flexibilidade.

1.6.1 Identificação Via Deformação no Espaço Cartesiano

Como já mencionado na introdução deste capítulo, o fator que contribui predominantemente para uma deflexão na posição do manipulador é a complacência das juntas, por exemplo, devido à elasticidade das transmissões.

O modelamento da flexibilidade de um robô de n graus de liberdade pode ser reduzido para n coeficientes de rigidez no espaço de juntas. Do ponto de vista do controle, este modelo também é menos complexo de implementar, uma vez que todos os controladores dos robôs industriais são desacoplados para um controle de junta SISO. Como resultado, a deformação da junta pode ser diretamente compensada sobre a referência, compensando o erro de posição entre o ângulo do elo e seu valor desejado.

No espaço de juntas, os torques e as deformações relacionam-se por:

$$\tau = K_q \cdot \Delta Q \quad (1.26)$$

onde τ é o vetor ($n \times 1$) de torques de carga sobre cada junta; K_q é a matriz diagonal ($n \times n$) das constantes de rigidez das juntas e ΔQ é o vetor ($n \times 1$) de deformação das juntas.

Enquanto no espaço cartesiano:

$$F = K_x \cdot \Delta X \quad (1.27)$$

onde F é o vetor (6×1) de forças e momentos exercidos sobre o efetuador final, ΔX é o vetor (6×1) das deformações do efetuador final no espaço cartesiano e K_x é uma matriz (6×6) de rigidez equivalente para o espaço cartesiano.

Da definição da Matriz Jacobiana $J(Q)$ do robô tem-se:

$$\Delta X = J(Q) \cdot \Delta Q. \quad (1.28)$$

O princípio do trabalho virtual fornece que:

$$F^T = \tau \cdot \Delta Q. \quad (1.29)$$

De (1.26), (1.28), (1.29), obtém-se:

$$K_x = J(Q)^{-T} K_q J(Q)^{-1}. \quad (1.30)$$

Para um robô articulado, K_x não é uma matriz diagonal e é dependente da configuração. Isto significa que: primeiro, a força e a deformação no espaço cartesiano são acopladas, em outras palavras, a força aplicada em uma direção causará deformações em todas as possíveis direções; segundo, a rigidez é também uma função da cinemática do robô e muda significativamente de acordo com a postura do manipulador.

Estas mudanças na rigidez pela postura podem ser modeladas por (1.30), com a consideração de que $K_q(i, i)$, que representa a rigidez da junta i , é um valor constante. Assim, se K_q pode ser medido precisamente, a deformação da extremidade do manipulador sob forças externas em qualquer região do espaço de trabalho pode ser estimada como:

$$\Delta X = J(Q) K_q^{-1} J(Q)^T \cdot F. \quad (1.31)$$

A determinação experimental dos parâmetros de rigidez das juntas é uma tarefa relativamente crítica. Neste modelo, a rigidez da junta é um efeito ao qual contribuem motores, elos, juntas e transmissões. Não se pode considerar precisas identificações que são realizadas a partir da separação das partes do robô; por esse motivo, opta-se por realizar essa identificação no espaço cartesiano [Zhang *et al.*, 2005].

Para a experimentação, a extremidade do manipulador é posicionada e os valores de posição das juntas são registrados. Em seguida é aplicada uma carga à extremidade do manipulador causando deslocamentos. As posições original e deformada da extremidade são obtidas com equipamentos de medição 3 D.O.F., conhecidos como PCMM⁶, e os resultados

⁶Vem do inglês *Portable Coordinate Measuring Machines*. Exemplo de instrumento: ROMER.

são utilizados para o cálculo das deformações translacionais. Finalmente, a partir da equação (1.31), K_q pode ser obtida pelo método dos mínimos quadrados.

As medições devem ser realizadas repetidas vezes e em diferentes posturas do manipulador, visando maior precisão, para que o método possa ser utilizado, satisfatoriamente, na predição da deformação estrutural do robô sob condições adversas de carga.

1.6.2 Identificação Baseada na Frequência de Ressonância

Nesta técnica de identificação, as características de ressonância e anti-ressonância mecânica de cada junta são utilizadas para estimar a inércia nominal do elo e a constante torcional da mola de cada junta flexível. A inércia nominal e a constante de mola baseadas neste método contribuem para um controle mais preciso em comparação com o método de identificação convencional, no qual, se utiliza o teste de velocidade constante e o teste de aceleração da velocidade. Além disso, este método permite uma determinação simples e rápida dos parâmetros nominais necessários do modelo [Tungpataratanawong *et al.*, 2004].

O modelo mecânico utilizado para junta flexível é idêntico ao apresentado na seção 1.3 e está rerepresentado na figura 1.11(a) abaixo.

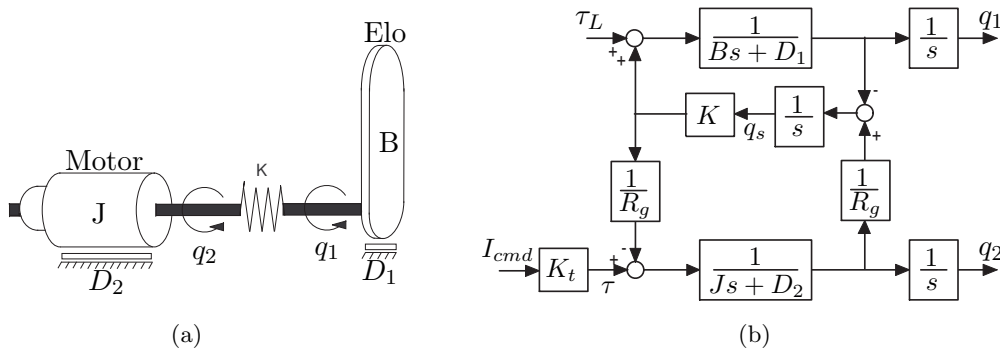


Figura 1.11: Junta flexível: (a) Modelo mecânico e (b) Diagrama de blocos do modelo de duas inércias

A representação matemática é feita com base no modelo de duas inércias, ilustrado na figura 1.11(b), onde I_{cmd} é a corrente de comando do motor, K_t é a constante de torque do motor e τ_L representa o torque de distúrbio devido ao acoplamento com a dinâmica dos outros elos. A posição angular do rotor é representada por q_2 , q_1 é a posição angular do elo, K a constante de rigidez torcional da junta, R_g o valor da redução ($R_g > 1$) e $q_s = \frac{q_2}{R_g} - q_1$ o deslocamento angular torcional.

Identificação dos Parâmetros no Domínio da Frequência

Em consideração às características das duas inércias de cada junta, um teste de resposta em frequência para o braço do robô identifica ambas a inércia B do braço e a constante de mola K . As equações do modelo de duas inércias são dadas por:

$$J\ddot{q}_2 + D_2\dot{q}_2 + \frac{K}{R_g}q_s = \tau \quad (1.32)$$

$$B\ddot{q}_1 + D_1\dot{q}_1 - Kq_s = 0 \quad (1.33)$$

No processo de identificação a velocidade do motor \dot{q}_2 é usada como saída do sistema, desprezando-se os coeficientes de amortecimento D_1 e D_2 . A relação do torque, obtido através da constante de torque K_t do motor e da leitura da corrente I_{cmd} , para a velocidade do motor \dot{q}_2 fornece a frequência natural de ressonância w_r , e de anti-ressonância w_{ar} , a qual é baseada no sistema de duas inércias em malha aberta:

$$w_r = \sqrt{\frac{K}{B} + \frac{K}{JR_g^2}} \quad (1.34)$$

$$w_{ar} = \sqrt{\frac{K}{B}} \quad (1.35)$$

Utilizando um diagrama de Bode, pode-se extrair as frequências de ressonância e de anti-ressonância e, como consequência, os valores nominais da inércia do elo e da constante torcional podem ser obtidos, através de (1.36) e (1.37), sobre a condição de que a inércia do rotor J e o valor da redução R_g são parâmetros já conhecidos.

$$B = \left(\frac{w_r^2}{w_{ar}^2} - 1 \right) JR_g^2 \quad (1.36)$$

$$K = (w_r^2 - w_{ar}^2) JR_g^2 \quad (1.37)$$

A identificação é realizada com o sistema em malha aberta sem nenhuma realimentação no controle da velocidade ou posição do motor. É interessante salientar que os *drivers*⁷ dos motores devem possuir um controle de corrente rápido suficiente para não introduzir dinâmicas não modeladas no experimento.

Com a aquisição dos valores do sinal de entrada I_{cmd} e de saída q_2 , juntamente com a reconstrução da velocidade do motor \dot{q}_2 , a resposta em frequência do modelo estimado

⁷Dispositivo eletrônico responsável por garantir a passagem de uma corrente de referência pelo motor

pode ser representada graficamente e examinada para a frequência de ressonância e de anti-ressonância.

1.7 Conclusão

Este capítulo teve como principal objetivo fornecer a motivação e os objetivos do trabalho e uma base teórica para o estudo dos fenômenos relacionados à presença de flexibilidade nas juntas de robôs manipuladores executando tarefas de posição e de força.

Após apresentada a organização do estudo, os problemas dinâmicos introduzidos pela presença da flexibilidade tanto no controle de força quanto no de posição foram discutidos a ponto de esclarecer a necessidade de implementação de controladores mais sofisticados que os de ganhos fixos. Para isso, as formulações do modelo dinâmico do manipulador considerado rígido e com transmissões flexíveis foram introduzidos por serem a base dos controladores que serão apresentados nos capítulos 2 e 3.

Por fim, a última seção apresentou dois métodos de identificação da flexibilidade das juntas por considerar de grande importância a obtenção deste parâmetro, uma vez que esta etapa é necessária e constitui o primeiro passo para a implementação dos controladores, tendo também considerável influência no desempenho das estratégias de controle.

Capítulo 2

Controle de Força Indireto para MTF's

2.1 Introdução

Quando um manipulador realiza uma tarefa de contato, exige-se do controlador também a capacidade de limitar os esforços exercidos pelo robô sobre o meio. A ausência desta capacidade pode causar sérios danos à ferramenta (efetuador) ou à superfície de contato.

O controle de interação entre um manipulador e o meio é decisivo para o sucesso da execução de inúmeras tarefas onde há contato entre o manipulador e a superfície existindo forças e torques que devem ser controlados. Exemplos típicos são: polimento, usinagem, goivagem, esmerilhamento e montagem de peças.

Durante a interação, o meio impõe restrições sobre a trajetória planejada que o manipulador pode seguir. Esta situação é geralmente referenciada como *restrições de movimento*. Nestes casos, o uso de estratégias de controle de movimento para o controle da interação não apresenta bons resultados. Na prática, erros no planejamento da trajetória podem dar origem a forças de contato que causarão o desvio do efetuador da trajetória desejada. Em consequência disto, o sistema de controle reage para reduzir este desvio. Esta ação de controle levará ao crescimento das forças de contato até que a saturação dos atuadores das juntas seja alcançada ou a quebra das partes em contato ocorra.

O sucesso na execução de uma tarefa de interação com o meio, pelo uso de estratégias de controle de movimento, pode ser obtido somente se a tarefa for precisamente planejada. Isto

requer um modelo preciso de ambos manipulador (cinemática e dinâmicas) e meio (geometria e características mecânicas). O modelo do manipulador pode ser conhecido com precisão suficiente mas uma descrição detalhada do meio é difícil de se obter.

Uma solução para este problema é o projeto de outros tipos de controladores que façam uso de informações sobre as forças de contato ou de alguma forma se relacionem com elas. Uma classificação de algoritmos de controle de força em robôs inclui [Khalil e Dombre, 2002]:

- Métodos que envolvem a relação entre posição e força aplicada: controle de rigidez passivo, controle de rigidez ativo;
- Métodos que utilizam a relação entre velocidade e força aplicada: controle de impedância ou controle de acomodação;
- Métodos que utilizam realimentação de posição e força: controle de posição/força híbrido, controle de posição/força híbrido paralelo e controle de posição/força paralelo ou controle híbrido externo;
- Métodos que utilizam a realimentação da força: controle de força explícito;
- Métodos baseados na passividade.

Segundo Sciavicco e Siciliano [2005], as estratégias de controle de interação podem ser agrupadas em duas categorias: aquelas que executam *controle de força indireto* e aquelas que executam *controle de força direto*. A principal diferença entre as duas categorias é que a primeira realiza o controle de força através do controle de movimento, em outras palavras, a força é controlada medindo-se deslocamentos, sem o fechamento explícito de uma malha de realimentação de força; a última, por sua vez, realiza o controle das forças de contato para um valor desejado através do fechamento de uma malha de realimentação de força.

Procurando explorar as vantagens do controle de força indireto, este trabalho propõe a análise de duas estratégias de controle, desenvolvidas para manipuladores rígidos mas estendidas para manipuladores com transmissões flexíveis, na realização de tarefas de contato. São elas o Controle de Rigidez e o Controle de Impedância, ambas com capacidade de seguimento de trajetória e escolhidas por serem comumente utilizadas.

Estas duas estratégias de controle de força indireto têm como essência duas respectivas estratégias de controle de movimento: uma baseada em passividade e a outra em dinâmica inversa, apresentadas a seguir.

2.2 Controle em Cascata Baseado na Passividade

O controle em cascata consiste, basicamente, na combinação do seguimento de trajetória no subsistema dos elos, baseado em passividade, juntamente com o seguimento de trajetória no subsistema dos rotores.

Nos robôs manipuladores rígidos, a passividade pode ser verificada entre o torque aplicado e a velocidade desenvolvida nos elos, enquanto nos MTF é verificada entre o torque aplicado e a velocidade desenvolvida nos rotores (Apêndice D.3). A partir desta relação passiva é possível desenvolver controladores baseados nas funções de energia do sistema, remodelando-a de modo a alcançar regulação ou até mesmo seguimento de trajetória.

Do ponto de vista da estabilidade, esta técnica apresenta a criação de variáveis de referência para velocidade e aceleração em função, respectivamente, dos erros de posição e de velocidade, que fazem com que o erro de posição em função do tempo seja uma função real estritamente positiva e torna o sistema globalmente assintoticamente estável.

O projeto do controlador em cascata para o MTF consiste em:

1. Estabelecer uma lei de comando para os elos tal que os elos sigam uma trajetória desejada na presença da perturbação introduzida pela dinâmica dos rotores.
2. Calcular a conseqüente trajetória desejada para os rotores para o cumprimento do primeiro item.
3. Estabelecer a lei de controle para o subsistema dos rotores, tais quais sigam a trajetória obtida no segundo item.

2.2.1 O Seguimento da Trajetória no Subsistema dos Elos

No MTF, conforme o modelo reduzido de Spong (1.23), o subsistema dos elos e o subsistema dos rotores são acoplados através do *torque elástico*

$$u_e = K(q_2 - q_1) \quad (2.1)$$

podendo-se reescrever (1.23) como

$$B(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + g_1(q_1) = u_e(q_1, q_2) \quad (2.2)$$

O seguimento da trajetória no subsistema dos elos é alcançado pela utilização de um torque elástico desejado u_{ed} . De acordo com o esquema de controle baseado na passividade [Slotine e Li, 1987], o sinal u_{ed} usado para controlar (2.2) é escolhido como

$$u_{ed} = B(q_1)\ddot{q}_{r1} + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_{r1} + g_1(q_1) + K_{D1}s_1 \quad (2.3)$$

no qual K_{D1} é uma matriz diagonal positiva escolhida no projeto, e onde:

$$\dot{q}_{r1} = \dot{q}_{d1} + \Lambda_1 \tilde{q}_1 \quad (2.4)$$

$$\tilde{q}_1 = q_{1d} - q_1 \quad (2.5)$$

$$s_1 = \dot{q}_{r1} - \dot{q}_1 = \dot{\tilde{q}}_1 + \Lambda_1 \tilde{q}_1 \quad (2.6)$$

sendo Λ_1 uma matriz diagonal positiva, \dot{q}_{r1} a "velocidade de referência", que é formada pelo deslocamento da velocidade desejada \dot{q}_{d1} de acordo com o erro de posição dos elos q_{d1} . O termo s_1 pode ser interpretado como o "erro entre a velocidade desejada para o elo e a velocidade de referência dada ao controle".

NOTA: Observando a equação (2.3) é válido comentar a influência de cada parcela do sinal, explicitando que $K_{D1}s_1 = K_{D1}\dot{\tilde{q}}_1 + K_{D1}\Lambda_1\tilde{q}_1$, na modificação da energia do subsistema dos elos: os termos $g_1(q_1)$ e $K_{D1}\Lambda_1\tilde{q}_1$ modificam a energia potencial do sistema; as compensações de $B(q_1)$ e $C(q_1, \dot{q}_1)$ modificam a energia cinética em favor do seguimento de trajetória; por último, a parcela $K_{D1}\dot{\tilde{q}}_1$ introduz um amortecimento que contribui para satisfazer o objetivo de seguimento.

A posição desejada para os rotores é calculada em função do torque elástico desejado e de (2.1)

$$u_e = K(q_2 - q_1) \rightarrow q_{2d} = K^{-1}u_{ed} + q_1 \quad (2.7)$$

substituindo (2.3)

$$q_{2d} = K^{-1}[B(q_1)\ddot{q}_{r1} + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_{r1} + g_1(q_1) + K_{D1}s_1] + q_1 \quad (2.8)$$

Definindo o erro de posição dos rotores através de

$$\tilde{q}_2 = q_{2d} - q_2 \quad (2.9)$$

e substituindo (2.8) em (1.23) a equação do erro em malha fechada do subsistema dos elos fica sendo

$$B(q_1)\dot{s}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{s}_1 + K_{D1}s_1 = K\tilde{q}_2 \quad (2.10)$$

O resultado acima pode ser entendido como o subsistema dos elos controlado pelo torque elástico u_{ed} sob a ação de uma perturbação $K\tilde{q}_2$.

2.2.2 O Seguimento da Trajetória no Subsistema dos Rotores

Nesta etapa, o objetivo é fazer com que \tilde{q}_2 , considerado uma perturbação para o subsistema dos elos, tenda para zero. Sendo assim, é projetada para o subsistema dos rotores uma lei de controle u que atenda este requisito. Neste sentido é aplicada a seguinte lei de controle proposta em Guenther e Hsu [1993], isto é,

$$u = Ju_0 + K(q_2 - q_1) + K_{D2}s_2 \quad (2.11)$$

onde u_0 é considerada uma entrada auxiliar de controle que contém os parâmetros relacionados ao robô rígido, e é projetada com a finalidade de garantir a estabilidade do sistema; $K_{D2} > 0$ é uma matriz diagonal de ganhos e a variável s_2 é um erro auxiliar dado por

$$s_2 = \dot{\tilde{q}}_2 + \Lambda_2\tilde{q}_2 \quad (2.12)$$

no qual Λ_2 é uma matriz diagonal definida positiva.

Substituindo (2.11) em (1.24) vem

$$J(\dot{q}_2 - u_0) - K_{D2}s_2 = 0 \quad (2.13)$$

Para dar finalização ao projeto, basta então a escolha da lei de controle auxiliar u_0 que torne a dinâmica do rotor estável. Tal lei pode ser escolhida como

$$u_0 = \ddot{q}_{2d} + \Lambda_2\dot{\tilde{q}}_2 \quad (2.14)$$

que substituída em (2.13) resulta em:

$$J\dot{s}_2 + K_{D2}s_2 = 0 \quad (2.15)$$

Na equação (2.15) é mostrado que a dinâmica da variável auxiliar de erro s_2 é globalmente assintoticamente estável.

A dinâmica dos erros no sistema do manipulador sob a ação desta técnica de controle é globalmente assintoticamente estável. A análise de estabilidade será apresentada em detalhes no próximo capítulo.

2.2.3 O Controle no Espaço Cartesiano

Independentemente da estrutura mecânica do manipulador, vale a pena salientar que as especificações da tarefa normalmente são fornecidas no espaço cartesiano, ao passo em que as ações de controle são realizadas no espaço de juntas. Este fato leva a considerar dois esquemas de controle: o esquema de *controle no espaço de juntas* (Figura 2.1) e de *controle no espaço cartesiano* (Figura 2.2), nos quais x representa a posição no espaço cartesiano.

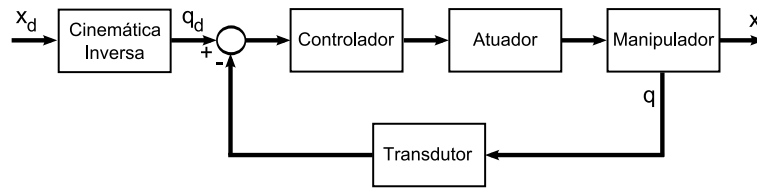


Figura 2.1: Esquema geral do controle no espaço de juntas

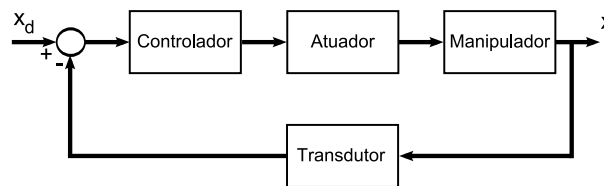


Figura 2.2: Esquema geral do controle no espaço cartesiano

O problema do *controle no espaço de juntas* é na realidade desmembrado em dois sub-problemas. Primeiro, a cinemática inversa do manipulador é resolvida para transformar os requisitos de movimento do espaço cartesiano para o espaço de juntas. Então, um controle no espaço de juntas é elaborado para obtenção do seguimento das referências de entrada. Entretanto, esta solução tem a desvantagem de que um controle no espaço de juntas não influencia nas variáveis do espaço cartesiano, as quais são controladas em malha aberta conforme a

estrutura mecânica no manipulador. Como consequência, qualquer incerteza da estrutura ou imprecisão da posição do efetuador final causará uma perda de precisão das variáveis do espaço cartesiano [Sciavicco e Siciliano, 2005].

Já o problema do *controle no espaço cartesiano* está na carga computacional gerada pela complexidade do algoritmo. Devido à presença da cinemática inversa dentro da malha de controle, existe a vantagem de interagir diretamente com as variáveis do espaço cartesiano. Entretanto, o fato de que na verdade as variáveis deste espaço são obtidas via cinemática direta, através da medição das variáveis de junta, esta vantagem torna-se apenas teórica. Contudo, quando a função designada para o manipulador consiste em uma tarefa de contato, é vantajoso que o esquema de controle seja realizado no espaço cartesiano, uma vez que a medição dos esforços do efetuador é dada neste espaço.

Logo, para alcançar os objetivos deste trabalho, é necessário transformar as estratégias de controle do espaço de juntas para o espaço cartesiano. Para que isso seja feito, utilizam-se algumas propriedades relacionais da *matriz jacobiana analítica*¹:

$$\dot{x} = J_A \dot{q}_1 \rightarrow \dot{q}_1 = J_A^{-1} \dot{x} \quad (2.16)$$

$$\ddot{x} = J_A \ddot{q}_1 + \dot{J}_A \dot{q}_1 \rightarrow \ddot{q}_1 = J_A^{-1} \ddot{x} - J_A^{-1} \dot{J}_A \dot{q}_1 \quad (2.17)$$

Além dessas relações, é necessário a relação que mapeia o torque nas juntas em força no espaço cartesiano. Esta relação é obtida através do jacobiano transposto como

$$u = J_A^T h_A \quad (2.18)$$

onde u representa o torque nas juntas e h_A a força exercida pelo manipulador no espaço cartesiano. O índice "A", utilizado na representação da força h_A , faz referência ao uso do jacobiano analítico no mapeamento.

Substituindo (2.17) e (2.16) em (1.23), e utilizando a relação de mapeamento dada em (2.18) vem

$$J_A^{-T} B(q_1) J_A^{-1} \ddot{x} + [J_A^{-T} C(q_1, \dot{q}_1) J_A^{-1} - J_A^{-T} B(q_1) J_A^{-1} \dot{J}_A J_A^{-1}] \dot{x} + J_A^{-T} g(q_1) = J_A^{-T} K(q_2 - q_1) \quad (2.19)$$

¹Matriz resultante do Jacobiano do mapeamento $K_a(q) : q \rightarrow x$ (cinemática direta), quando é usada uma representação mínima para x

podendo também ser reescrita como

$$\bar{B}(q_1)\ddot{x} + \bar{C}(q_1, \dot{q}_1)\dot{x} + \bar{g}(q_1) = \bar{K}(q_1 - q_2) \quad (2.20)$$

com $\bar{B}(q_1) = J_A^{-T} B(q_1) J_A^{-1}$ representando a matriz de inércia, $\bar{C}(q_1, \dot{q}_1) = J_A^{-T} C(q_1, \dot{q}_1) J_A^{-1} - J_A^{-T} B(q_1) J_A^{-1} \dot{J}_A J_A^{-1}$ a matriz de forças centrífugas e Coriolis, $\bar{g}(q_1) = J_A^{-T} g_1(q_1)$ a matriz de gravidade e $\bar{K} = J_A^{-T} K$ a matriz de rigidez para o espaço cartesiano.

Uma característica primordial é que estas matrizes do espaço cartesiano mantêm as mesmas propriedades de positividade, simetria e anti-simetria que as matrizes da representação no espaço de juntas possuem. Tal característica, além de preservar a essência da técnica (a passividade), permite a reprodução análoga de todos os passos utilizados na análise da estabilidade do manipulador submetido ao controle no espaço de juntas.

Tendo o subsistema dos elos descrito no espaço cartesiano o controle em cascata é obtido realizando os passos apresentados nas seções 2.2.1 e 2.2.2, assim

$$u_{ed_x} = \bar{B}(q_1)\ddot{x}_r + \bar{C}(q_1, \dot{q}_1)\dot{x}_r + \bar{g}(q_1) + K_{D_x} s_x \quad (2.21)$$

onde K_{D_x} é uma matriz diagonal positiva escolhida no projeto e

$$\dot{x}_r = \dot{x}_d + \Lambda_x \tilde{x} \quad (2.22)$$

$$\tilde{x} = x_d - x \quad (2.23)$$

$$s_x = \dot{x}_r - \dot{x} = \dot{\tilde{x}} + \Lambda_x \tilde{x} \quad (2.24)$$

sendo Λ_x uma matriz diagonal positiva, e \dot{x}_r é a "velocidade de referência" que é formada pelo deslocamento da velocidade desejada \dot{x}_d de acordo com o erro de posição no espaço cartesiano x_d . O termo s_x pode ser interpretado como o "erro entre a velocidade desejada no espaço cartesiano e a velocidade de referência dada ao controle".

A trajetória desejada para o elo vem a ser

$$q_{2d_x} = \bar{K}^{-1} [\bar{B}(q_1)\ddot{x}_r + \bar{C}(q_1, \dot{q}_1)\dot{x}_r + \bar{g}(q_1) + K_{D_x} s_x] + q_1 \quad (2.25)$$

Definindo o erro no rotor como $\tilde{q}_{2x} = q_{2d_x} - q_2$ e substituindo (2.21) em (2.20) obtém-se a equação do erro

$$\bar{B}(q_1)\dot{s}_x + \bar{C}(q_1, \dot{q}_1)s_x + K_{D_x} s_x = \bar{K}\tilde{q}_{2x} \quad (2.26)$$

Tendo a trajetória para o rotor já definida em (2.25), o projeto de controle para o seguimento de trajetória para o subsistema dos rotores segue os mesmos passos apresentados na seção 2.2.2.

2.3 Controle em Cascata Baseado na Dinâmica Inversa

A parametrização em cascata do MTF facilita a síntese do controle. O controle que será apresentado nesta seção permite obter dois blocos em malha fechada cuja dinâmica é quase-linear e onde as equações são mais simples quando comparadas com outros métodos existentes. Isso facilita a análise de estabilidade e a escolha dos parâmetros de síntese, enquanto melhora a robustez do controle. Esta aproximação considera o caso de fortes flexibilidades e portanto completa a aproximação baseada na teoria da perturbação singular, a qual supõe um modelo onde a flexibilidade é pequena [Benallegue, 1991].

2.3.1 Mudança de Coordenadas no Modelo do Manipulador

Reescrevendo as equações (1.23) e (1.24), do MTF, e definindo o deslocamento torcional entre elo e rotor como $z = q_2 - q_1$, de acordo com Benallegue [1991], obtém-se:

$$B(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + g_1(q_1) = Kz \quad (2.27)$$

$$J(\ddot{z} + \ddot{q}_1) + Kz = u \quad (2.28)$$

Da equação (2.27) pode-se extrair

$$\ddot{q}_1 = B^{-1}(q_1)[Kz - C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 - g_1(q_1)] \quad (2.29)$$

Reescrevendo (2.27) e substituindo (2.29) em (2.28), obtém-se as equações do MTF expressas nas novas coordenadas generalizadas $[q_1^T, z^T]$:

$$B(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + g_1(q_1) = KzJ\ddot{z} + B_z(q_1, \dot{q}_1, \dot{z}) + G_z(q_1, z) = u \quad (2.30)$$

onde,

$$B_z(q_1, \dot{q}_1, \dot{z}) = -JB^{-1}(q_1)C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 \quad (2.31)$$

$$G_z(q_1, z) = JB^{-1}(q_1)[Kz - g_1(q_1)] + Kz \quad (2.32)$$

2.3.2 Etapas do projeto de controle

O controle é realizado em duas etapas. A primeira é a determinação da variável z_d , a qual permite a linearização do subsistema do modelo rígido. A segunda, é o cálculo do torque de controle u usando o resultado z_d da primeira etapa. A realização deste controle é possível desde que sejam satisfeitas as seguintes hipóteses [Benallegue, 1991]:

Hipótese 2.1 - A trajetória desejada para $q_{1d}(t)$ é suave e suas derivadas temporais sucessivas de até quarta ordem são contínuas e limitadas.

Hipótese 2.2 - As variáveis, q_1 , \dot{q}_1 , z e \dot{z} são mensuráveis para todo t .

2.3.3 O Seguimento da Trajetória no Subsistema dos Elos

Definindo o erro da segunda etapa como $\tilde{z} = z_d - z$, pode-se reescrever (2.30):

$$B(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + g_1(q_1) = K(z_d + \tilde{z}) \quad (2.33)$$

Desta forma, z_d é escolhida para linearizar e desacoplar a equação (2.33), permitindo a injeção de uma dinâmica desejada no subsistema do modelo rígido, através de um controle auxiliar u_0 :

$$z_d = K^{-1}[B(q_1)u_0 + c(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + g_1(q_1)] \quad (2.34)$$

O sinal de controle u_0 pode ser, por exemplo, um compensador PD ([Benallegue, 1991]):

$$u_0 = \ddot{q}_{1d} - K_D\tilde{q}_1 - K_P\dot{\tilde{q}}_1; \quad \tilde{q}_1 = q_{1d} - q_1; \quad \dot{\tilde{q}}_1 = \dot{q}_{1d} - \dot{q}_1 \quad (2.35)$$

onde $K_D > 0$ e $K_P > 0$ são matrizes diagonais, escolhidas de acordo com os requisitos de projeto.

Substituindo (2.34) em (2.33) vem:

$$B(q_1)[\ddot{q}_1 - u_0] = K\tilde{z} \quad (2.36)$$

Assim, com a injeção de u_0 (equação (2.35)) em (2.36), é possível obter a equação de erro no subsistema do modelo rígido:

$$\ddot{\tilde{q}}_1 + K_D\dot{\tilde{q}}_1 + K_P\tilde{q}_1 = B^{-1}(q_1)K\tilde{z} \quad (2.37)$$

Esta equação é de segunda ordem e quase-linear, pois o termo à direita da igualdade é não nulo e não-linear, e depende do erro \tilde{z} da dinâmica do subsistema dos rotores. Os ganhos K_D e K_P regem a dinâmica do erro de posição dos elos, que sofre a perturbação \tilde{z} . Portanto, o objetivo do controle na segunda etapa é fazer com que esta perturbação convirja para zero de forma suficientemente rápida.

2.3.4 O Seguimento da Trajetória no Subsistema dos Rotores

O objetivo da segunda etapa é assegurar a taxa de convergência do erro \tilde{z} para zero. Esta convergência é alcançada se realizado um procedimento de linearização e desacoplamento similar ao apresentado na seção 2.3.3. Para isso calcula-se o torque de controle u do segundo bloco da seguinte forma:

$$u = J\gamma + B_z(q_1, \dot{q}_1, \dot{z}) + G_z(q_1, z) \quad (2.38)$$

onde γ é a entrada de controle auxiliar que atua de forma a obter uma dinâmica de erro assintoticamente estável no subsistema dos rotores.

Substituindo (2.38) em (2.30), obtém-se:

$$\begin{aligned} J\ddot{z} + B_z(q_1, \dot{q}_1, \dot{z}) + G_z(q_1, z) &= J\gamma + B_z(q_1, \dot{q}_1, \dot{z}) + G_z(q_1, z) \\ J(\ddot{z} - \gamma) &= 0 \end{aligned}$$

Como a matriz J é invertível:

$$J(\ddot{z} - \gamma) = 0 \quad \longrightarrow \quad \ddot{z} = \gamma \quad (2.39)$$

A dinâmica injetada por γ pode agora ser escolhida sendo, por exemplo, um controle PD:

$$\gamma = \ddot{z}_d + K_{D\gamma}\dot{\tilde{z}} + K_{P\gamma}\tilde{z}, \quad \tilde{z} = z_d - z \quad e \quad \dot{\tilde{z}} = \dot{z}_d - \dot{z} \quad (2.40)$$

onde $K_{D\gamma} = K_{D\gamma}^T > 0$ e $K_{P\gamma} = K_{P\gamma}^T > 0$ são matrizes de projeto.

Substituindo (2.40) em (2.39), obtém-se a seguinte equação de erro no subsistema dos rotores:

$$\ddot{\tilde{z}} + K_{D\gamma}\dot{\tilde{z}} + K_{P\gamma}\tilde{z} = 0 \quad (2.41)$$

A escolha dos ganhos de ambos os controladores PD da 1ª e 2ª etapas pode ser feita

buscando uma dinâmica de amortecimento crítico, ou seja:

$$K_D = 2\zeta\omega, \quad K_P = \omega^2, \quad K_{D\gamma} = 2\zeta\omega_\gamma \quad e \quad K_{P\gamma} = \omega_\gamma^2,$$

onde ω é a frequência característica desejada, em rad/s , para o subsistema que representa o modelo rígido, e ω_γ é a frequência característica, em rad/s , desejada para o subsistema dos rotores.

A dinâmica dos erros no sistema do manipulador sob a ação desta técnica de controle é globalmente assintoticamente estável, conforme será visto no próximo capítulo.

2.3.5 O Controle no Espaço Cartesiano

Nesta seção os principais resultados do algoritmo proposto em Benallegue [1991], projetado para o espaço de juntas, são estendidos para o espaço cartesiano.

Modelo

Considere a equação (2.30) descrita no espaço cartesiano:

$$\bar{B}(q_1)\ddot{x} + \bar{C}(q_1, \dot{q}_1)\dot{x} + \bar{g}(q_1) = \bar{K}z \quad (2.42)$$

onde $\bar{B}(q_1) = J_A^{-T}B(q_1)J_A^{-1}$ representando a matriz de inércia, $\bar{C}(q_1, \dot{q}_1) = J_A^{-T}C(q_1, \dot{q}_1)J_A^{-1} - J_A^{-T}B(q_1)J_A^{-1}\dot{J}_AJ_A^{-1}$ a matriz de forças centrífugas e Coriolis, $\bar{g}(q_1) = J_A^{-T}g_1(q_1)$ a matriz de gravidade e $\bar{K} = J_A^{-T}K$ a matriz de rigidez das juntas, todas para o espaço cartesiano.

Com isso, a dinâmica do manipulador rígido com transmissões flexíveis, para fins de controle, no espaço da tarefa é obtida:

$$\bar{B}(q_1)\ddot{x} + \bar{C}(q_1, \dot{q}_1)\dot{x} + \bar{g}(q_1) = \bar{K}(z_{dx} - \tilde{z}) \quad (2.43)$$

$$J\ddot{z} + B_z(q_1, \dot{q}_1, \dot{z}) + G_z(q_1, z) = u \quad (2.44)$$

com a redefinição de $\tilde{z} = z_{dx} - z$.

As equações (2.43) e (2.44) serão usadas para representar o método de Benallegue [1991] no espaço cartesiano.

Etapas de Controle

A primeira etapa do projeto é linearizar o subsistema do modelo rígido expresso na equação (2.43). A segunda etapa é o cálculo do torque de controle u em (2.44), usando o resultado da primeira etapa. A realização deste controle é possível desde que sejam satisfeitas as seguintes hipóteses:

Hipótese 2.3 - A trajetória desejada para $x(t)$ é suave e suas derivadas temporais sucessivas de até quarta ordem são contínuas e limitadas.

Hipótese 2.4 - As variáveis, x , \dot{x} , z e \dot{z} são mensuráveis ou observáveis para todo t .

Hipótese 2.5 - O mapeamento cinemático $k_a(q_1) \rightarrow x$ é suave e invertível, ou seja, o jacobiano analítico é não singular.

Todos os passos realizados para obtenção do controle no espaço da tarefa são similares aos realizados na seção 2.3.3, ou seja, para linearizar o subsistema do modelo rígido no espaço da tarefa, z_{dx} em (2.43) é escolhido como:

$$z_{dx} = \bar{K}^{-1}[\bar{B}(q_1)u_{0x} + \bar{C}(q_1, \dot{q}_1)\dot{x} + \bar{g}(q_1)] \quad (2.45)$$

O sinal de control u_0 pode ser, por exemplo, um compensador PD ([Benallegue, 1991]):

$$u_{0x} = \ddot{x}_d + K_{Dx}\dot{\tilde{x}} + K_{Px}\tilde{x}; \quad \tilde{x} = x_d - x; \quad \dot{\tilde{x}} = \dot{x}_d - \dot{x} \quad (2.46)$$

onde $K_{Dx} > 0$ e $K_{Px} > 0$ são matrizes diagonais, escolhidas de acordo com os requisitos de projeto.

Substituindo (2.45) em (2.43) vem:

$$\bar{B}(q_1)[\ddot{x} - u_{0x}] = -\bar{K}\tilde{z} \quad (2.47)$$

Assim, com a injeção de u_{0x} (equação (2.46)) em (2.47), é possível obter a equação de erro no subsistema do modelo rígido:

$$\ddot{\tilde{x}} + K_{Dx}\dot{\tilde{x}} + K_{Px}\tilde{x} = \bar{B}^{-1}(q_1)\bar{K}\tilde{z} \quad (2.48)$$

Esta equação é de segunda ordem e quase-linear, pois o termo à direita da igualdade é

não nulo, não-linear e depende do erro \tilde{z} da dinâmica do subsistema dos rotores. Os ganhos K_{Dx} e K_{Px} regem a dinâmica do erro de posição no espaço cartesiano, que sofre a perturbação \tilde{z} . Novamente, o objetivo do controle na segunda etapa é fazer com que esta perturbação convirja para zero de forma suficientemente rápida, ou seja, ao nível que sua influência no subsistema dos elos possa ser desprezada².

Tendo a dinâmica desejada para z_{dx} já definida em (2.45), o projeto de controle para o seguimento de trajetória para o subsistema dos rotores segue os mesmos passos apresentados na seção 2.3.4.

2.4 Controle de Rigidez para MTF's

Para uma análise detalhada da interação entre o manipulador e ambiente, vale a pena analisar o comportamento do sistema sob um regime de controle de movimento quando surgem forças de contato.

Uma vez que as forças de contato são naturalmente descritas no espaço cartesiano, é conveniente referenciar o sistema em estudo neste espaço. Sendo assim, considere as equações dinâmicas do manipulador (2.20), descritas no espaço cartesiano sob a influência de uma força externa:

$$\bar{B}(q_1)\ddot{x} + \bar{C}(q_1, \dot{q}_1)\dot{x} + \bar{g}(q_1) = \bar{K}(q_{2dx} - q_1) - \bar{K}\tilde{q}_2 - h \quad (2.49)$$

$$J\dot{q}_2 + K(q_2 - q_1) = u \quad (2.50)$$

onde h representa uma força externa exercida sobre o efetuador final.

Ao substituir em (2.49) q_{2dx} projetado na seção 2.2.3 e u projetado na seção 2.2.2, ambos referentes ao controle de movimento baseado na passividade, obtém-se a dinâmica do manipulador com transmissões flexíveis em malha fechada sob a influência de uma força externa h :

$$\bar{B}(q_1)\dot{s}_x + \bar{C}(q_1, \dot{q}_1)s_x + K_{Dx}s_x = \bar{K}\tilde{q}_{2x} + h \quad (2.51)$$

$$J\dot{s}_2 + K_{D2}s_2 = 0 \quad (2.52)$$

Relembrando a definição da variável de erro auxiliar $s_x = \dot{\tilde{x}} + \Lambda_x\tilde{x}$, o erro de equilíbrio

²A escolha do nível de convergência para \tilde{z} depende da tarefa a ser executada.

no espaço cartesiano para (2.51), supondo $\ddot{x}_d = \dot{x}_d = 0$, é obtido pela relação:

$$K_{Dx}\Lambda_x\tilde{x} = h \quad (2.53)$$

A expressão (2.53) mostra que o equilíbrio do manipulador comporta-se como uma mola no espaço cartesiano, com rigidez $K_{Dx}\Lambda_x$ em respeito a força externa h , denotando portanto, uma medida de rigidez. De fato, ao escolhermos diferentes valores para K_{Dx} e Λ_x estaremos realizando o controle de rigidez da interação do efetuador final com o meio ou, equivalentemente, regulando a complacência do robô em contato com o meio.

2.4.1 Análise de Estabilidade

Considere as equações dinâmicas do manipulador com transmissões flexíveis em malha fechada via controle de rigidez na presença de uma força externa:

$$\bar{B}\dot{s}_x + \bar{C}s_x + K_{Dx}s_x = \bar{K}\tilde{q}_{2x} + h \quad (2.54)$$

$$J\ddot{q}_{2x} + K_2\dot{q}_{2x} + K_1\tilde{q}_{2x} = 0 \quad (2.55)$$

onde a equação (2.55) equivale a equação (2.52) com $K_1 = K_{D2}\Lambda_2$ e $K_2 = J\Lambda_2 + K_{D2}$.

Assume-se que a força externa de reação h , devido ao contato com o meio, tem um comportamento complacente da forma:

$$h = K_e(x - x_e) \quad (2.56)$$

onde K_e é uma matriz diagonal composta pelas constantes de rigidez do meio e x_e sua posição, ambas no espaço cartesiano.

Substituindo (2.56) em (2.54) vem:

$$\begin{aligned} \bar{B}\dot{s}_x + \bar{C}s_x + K_{Dx}s_x &= \bar{K}\tilde{q}_{2x} - K_e(x - x_e) = \bar{K}\tilde{q}_{2x} + K_e(-\tilde{x} + x_d - x_e) \\ \bar{B}\dot{s}_x + \bar{C}s_x + K_{Dx}s_x + K_e\tilde{x} &= \bar{K}\tilde{q}_{2x} + K_e(x_d - x_e) \\ \bar{B}\dot{s}_x + \bar{C}s_x + K_{Dx}s_x + K_e\tilde{x} &= \bar{K}\tilde{q}_{2x} + f_e \end{aligned} \quad (2.57)$$

onde $f_e = K_e(x_d - x_e)$ representa uma força externa de acordo com a posição do meio e da posição desejada.

Obtém-se então um novo conjunto de equações:

$$\bar{B}\dot{s}_x + \bar{C}s_x + K_{Dx}s_x + K_e\tilde{x} = \bar{K}\tilde{q}_{2x} + f_e \quad (2.58)$$

$$J\ddot{\tilde{q}}_{2x} + K_2\dot{\tilde{q}}_{2x} + K_1\tilde{q}_{2x} = 0 \quad (2.59)$$

Com base na equação (2.59), consideram-se as seguinte definições:

$$z = \begin{bmatrix} \tilde{q}_{2x} \\ \dot{\tilde{q}}_{2x} \end{bmatrix}; \quad \dot{z} = Az; \quad A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ J^{-1}K_1 & J^{-1}K_2 \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

Dada a matriz A , é possível escolher uma matriz $Q > 0$, de modo que o par $(A, Q^{1/2})$ seja observável, que implique na existência de uma matriz $P = P^T > 0$ solução da equação matricial de Lyapunov:

$$A^T P + P A = -Q \quad (2.61)$$

Sendo assim, para a análise de estabilidade considera-se a seguinte função candidata de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2}s_x^T \bar{B}s_x + \frac{1}{2}\tilde{x}^T b_1 \tilde{x} + \frac{1}{2}z^T P z \quad (2.62)$$

onde $b_1 = b_1^T > 0$ é uma matriz constante a ser escolhida no decorrer da análise.

Tomando a derivada de V ao longo das trajetórias de (2.58) e (2.59), vem:

$$\dot{V} = -s_x^T K_{Dx}s_x - s_x^T K_e\tilde{x} + s_x^T \bar{K}\tilde{q}_{2x} + \tilde{x}^T b_1 \dot{\tilde{x}} - z^T Q z - s_x^T f_e \quad (2.63)$$

Expandindo s_x e manipulando \dot{V} :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\dot{\tilde{x}}^T K_{Dx}\dot{\tilde{x}} - \tilde{x}\Lambda_x^T K_{Dx}\Lambda_x\tilde{x} - \tilde{x}^T \Lambda_x^T K_e\tilde{x} - \tilde{x}^T (2\Lambda_x^T K_{Dx} + K_e^T)\dot{\tilde{x}} - \tilde{x}^T b_1 \tilde{x} \\ & - z^T Q z + (\dot{\tilde{x}}^T + \tilde{x}^T \Lambda_x^T)\bar{K}\tilde{q}_{2x} - (\dot{\tilde{x}}^T + \tilde{x}^T \Lambda_x^T)f_e \end{aligned}$$

Escolhendo $b_1 = 2\Lambda_x^T K_{Dx} + K_e^T$, vem:

$$\dot{V} = -\dot{\tilde{x}}^T K_{Dx}\dot{\tilde{x}} - \tilde{x}\Lambda_x^T K_{Dx}\Lambda_x\tilde{x} - \tilde{x}^T \Lambda_x^T K_e\tilde{x} - z^T Q z \quad (2.64)$$

$$+ (\dot{\tilde{x}}^T + \tilde{x}^T \Lambda_x^T)\bar{K}\tilde{q}_{2x} - (\dot{\tilde{x}}^T + \tilde{x}^T \Lambda_x^T)f_e \quad (2.65)$$

Uma vez que o vetor de estados z decai exponencialmente para zero, devido ao seu

desacoplamento com as variáveis do espaço cartesiano, a função \dot{V} pode ser reescrita como

$$\dot{V} = -\dot{\tilde{x}}^T K_{Dx} \dot{\tilde{x}} - \tilde{x} \Lambda_x^T K_{Dx} \Lambda_x \tilde{x} - \tilde{x}^T \Lambda_x^T K_e \tilde{x} - z^T Q z - (\dot{\tilde{x}}^T + \tilde{x}^T \Lambda_x^T) f_e + \epsilon \quad (2.66)$$

onde $\epsilon = (\dot{\tilde{x}}^T + \tilde{x}^T \Lambda_x^T) \bar{K} \tilde{q}_{2x}$ é exponencialmente decrescente devido a dinâmica de \tilde{q}_{2x} . Assim, de acordo com Corless e Leitmann [1981], existe um instante de tempo t_i , relativo a escolha de K_1 e K_2 , onde para todo $t > t_i$ a dinâmica em (2.66) pode ser descrita por:

$$\dot{V}_{t>t_i} = -\dot{\tilde{x}}^T K_{Dx} \dot{\tilde{x}} - \tilde{x} \Lambda_x^T K_{Dx} \Lambda_x \tilde{x} - \tilde{x}^T \Lambda_x^T K_e \tilde{x} - (\dot{\tilde{x}}^T + \tilde{x}^T \Lambda_x^T) f_e \quad (2.67)$$

Isso faz com que a análise de convergência seja decidida pela dinâmica das variáveis do espaço cartesiano, o que mantém coerência com as dinâmicas de malha fechada impostas pela lei de controle a qual impõe uma dinâmica independente para o erro de posição do rotor.

Para finalizar, define-se o vetor $\rho^T = [\tilde{x}^T \ \dot{\tilde{x}}^T]$ de modo a reescrever (2.67) na forma

$$\dot{V} = -\rho^T N \rho + \rho f'_e; \quad N = \begin{bmatrix} \Lambda_x^T K_{Dx} \Lambda_x + \Lambda_x^T K_e & 0 \\ 0 & K_{Dx} \end{bmatrix} \quad e \quad f'_e = \begin{bmatrix} \Lambda_x^T \\ I \end{bmatrix} f_e \quad (2.68)$$

Esta disposição permite concluir sobre a convergência de \dot{V} pela utilização da desigualdade de Rayleigh-Ritz³, tomando como critério a norma de ρ mediante as seguintes relações:

$$\dot{V} = -\rho^T N \rho + \rho f'_e < -\lambda_{\min}(N) \|\rho\|^2 + \rho f'_e < 0 \quad (2.69)$$

$$-\lambda_{\min}(N) \|\rho\|^2 + \rho f'_e < 0 \quad (2.70)$$

$$\frac{f'_e}{\lambda_{\min}(N)} < \|\rho\| \quad (2.71)$$

onde $\lambda_{\min}(N)$ representa o menor autovalor de N .

Uma vez que a matriz N é sempre definida positiva (consequência da definição dos ganhos Λ e K_D), o resultado encontrado em (2.69) demonstra que $\|\rho\|$ sempre possuirá, independentemente dos valores dos ganhos, um valor de convergência. E convergirá para tal valor para todo $t > t_i$.

Com isso é possível traçar um mapa da dinâmica do robô em termos de um sub-espaço formado somente pelas variáveis referentes ao espaço cartesiano. Ou seja, se ρ é um vetor formado pelas variáveis \tilde{x} e $\dot{\tilde{x}}$, é possível obter um mapa de fases do sistema (Figura 2.3).

³Descrito no apêndice C.1.

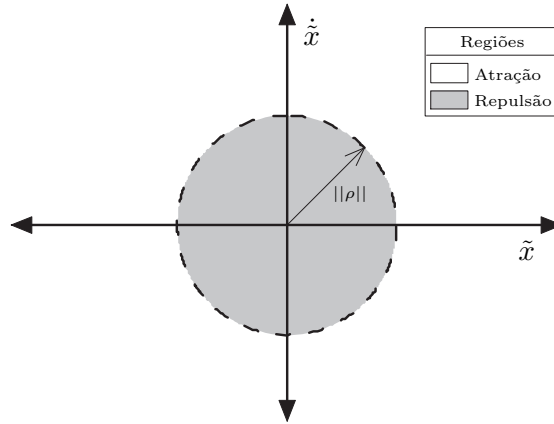


Figura 2.3: Mapa de fases para \tilde{x} e $\dot{\tilde{x}}$

Na figura 2.3, o raio do círculo tracejado corresponde ao valor de convergência para a norma de ρ .

Qualquer condição inicial distante da origem gerará trajetórias que se aproximarão dela sem jamais atingí-la, aproximando-se do círculo de raio $\|\rho\|$. Esse círculo delimita uma região correspondente às incertezas e perturbações não compensadas. Tal região pode ser reduzida pela escolha dos ganhos, porém não é possível eliminá-la.

É importante observar que se a força externa inexistir ($K_e = 0$), o valor de convergência para a norma de ρ tende a zero. Isto significa que \tilde{x} tende para zero a medida que t tende para o infinito, o que caracteriza um seguimento de trajetória. Assim, também é verificada a estabilidade do sistema perante o controle para seguimento de trajetória baseado na passividade, apresentado na seção 2.2.

2.5 Controle de Impedância para MTF's

Nesta seção será analisada a interação do manipulador com o meio sob uma ação de controle de movimento baseada na dinâmica inversa, propondo um controle de força indireto.

Considere a equação dinâmica do subsistema do modelo rígido (2.43), para fins de controle pela dinâmica inversa no espaço cartesiano, sob a influência de uma força externa:

$$\bar{B}(q_1)\ddot{x} + \bar{C}(q_1, \dot{q}_1)\dot{x} + \bar{g}(q_1) = \bar{K}(z_{dx} - \tilde{z}) - h \quad (2.72)$$

onde h representa uma força externa exercida sobre o efetuador final.

Com referência ao modelo (2.72), considere a lei de controle (2.45):

$$z_{dx} = \bar{K}^{-1}[\bar{B}(q_1)u_{0x} + \bar{C}(q_1, \dot{q}_1)\dot{x} + \bar{g}(q_1)] \quad (2.73)$$

Na presença de forças externas sobre o efetuador, a dinâmica no espaço cartesiano é descrita por

$$\ddot{x} = u_{0x} - \bar{B}^{-1}\bar{K}\tilde{z} - \bar{B}^{-1}h \quad (2.74)$$

que revela a existência de um termo de acoplamento não-linear com as forças de contato.

Escolhe-se u_{0x} de um modo conceitualmente análogo a (2.46) como

$$u_{0x} = B_m^{-1}(B_m\ddot{x}_d + D_m\dot{x} + K_m\tilde{x}) \quad (2.75)$$

onde B_m , D_m e K_m são matrizes diagonais definidas positivas.

Substituindo (2.75) em (2.74) obtém-se a dinâmica do manipulador, no espaço cartesiano, em malha fechada:

$$B_m\ddot{\tilde{x}} + D_m\dot{\tilde{x}} + K_m\tilde{x} = B_m\bar{B}^{-1}(q_1)h + B_m\bar{B}^{-1}\bar{K}\tilde{z} \quad (2.76)$$

A expressão (2.76) estabelece um relacionamento entre o vetor h resultante das forças externas e o vetor de deslocamentos no espaço cartesiano sobre a influência de uma perturbação $B_m\bar{B}^{-1}\bar{K}\tilde{z}$. Uma impedância pode ser atribuída ao sistema mecânico caracterizada por uma matriz de massa B_m , uma matriz de amortecimento D_m , e uma matriz de rigidez K_m . Tal impedância permite especificar o comportamento dinâmico ao longo das direções do espaço cartesiano.

A presença da matriz $\bar{B}(q_1)$ torna o sistema acoplado do ponto de vista das forças externas. Se é desejado manter linearidade e desacoplamento durante a interação com o meio, é necessário então realizar a medição das forças externas de contato e inserí-las na lei de controle (2.73), modificando-a para

$$z_{dx} = \bar{K}^{-1}[\bar{B}(q_1)u_{0x} + \bar{C}(q_1, \dot{q}_1)\dot{x} + \bar{g}(q_1)] + \bar{K}^{-1}h \quad (2.77)$$

Esta lei de controle para z_{dx} fornece uma nova dinâmica no espaço cartesiano

$$B_m\ddot{\tilde{x}} + D_m\dot{\tilde{x}} + K_m\tilde{x} = B_m\bar{B}^{-1}\bar{K}\tilde{z} \quad (2.78)$$

mostrando que a compensação perfeita da força aplicada torna a resposta em malha fechada insensível à força aplicada. Em outras palavras, a adição do termo $\bar{K}^{-1}h$ em (2.77) torna o manipulador infinitamente rígido, com respeito a uma força externa, à medida que a perturbação $B_m\bar{B}^{-1}\bar{K}\tilde{z}$ tende para zero.

No entanto este comportamento não convêm para execução de uma tarefa de contato e uma reação complacente deve ser introduzida ao manipulador. Tal impedância mecânica pode ser atingida através da inserção do termo $\bar{B}B_m^{-1}h$ na lei de controle (2.77):

$$z_{dx} = \bar{K}^{-1}[\bar{B}(q_1)u_{0x} + \bar{C}(q_1, \dot{q}_1)\dot{x} + \bar{g}(q_1)] + \bar{K}^{-1}(\bar{B}B_m^{-1} + I)h \quad (2.79)$$

modificando a dinâmica (2.78) para:

$$B_m\ddot{\tilde{x}} + D_m\dot{\tilde{x}} + K_m\tilde{x} = h + B_m\bar{B}^{-1}\bar{K}\tilde{z} \quad (2.80)$$

Com isso toda a lei do controle de impedância será fornecida ao subsistema do modelo rígido por z_{dx} como:

$$z_{dx} = \bar{K}^{-1}[\bar{B}(q_1)\ddot{\tilde{x}} + \bar{C}(q_1, \dot{q}_1)\dot{\tilde{x}} + \bar{g}(q_1) + B_m^{-1}(D_m\dot{\tilde{x}} + K_m\tilde{x}) + (\bar{B}(q_1)B_m^{-1} + I)h] \quad (2.81)$$

Tendo z_{dx} projetada, resta a obtenção da lei de controle destinada ao subsistema dos rotores que garanta a estabilidade assintótica de \tilde{z} , cujos passos encontram-se apresentados na seção 2.3.4.

A implementação de (2.81) requer a realimentação das variáveis de estado do manipulador (q_1, \dot{q}_1) e a medida das forças de contato h .

Algumas considerações devem ser feitas sobre a sintonia do controlador. Embora qualquer escolha para B_m , D_m , K_m que carregam características físicas seja viável, algumas complicações costumam aparecer na prática. Em particular, se a posição onde o contato ocorre não é exatamente conhecida, os elementos das diagonais B_m e K_m devem ser escolhidas de forma a evitar forças de impacto excessivas.

2.5.1 Análise de Estabilidade

Considere o conjunto de equações que regem a dinâmica do manipulador flexível sob a ação do controle de impedância:

$$B_m \ddot{\tilde{x}} + D_m \dot{\tilde{x}} + K_m \tilde{x} = h + B_m \bar{B}^{-1} \bar{K} \tilde{z} \quad (2.82)$$

$$\ddot{\tilde{z}} + K_D \dot{\tilde{z}} + K_P \tilde{z} = 0 \quad (2.83)$$

A força externa h , representará nesta análise, os esforços de interação entre o manipulador flexível e um meio complacente, cujo modelo de força é considerado:

$$h = K_{ev}(x_e - x) \quad (2.84)$$

onde K_{ev} é a matriz de rigidez do meio e x_e a posição do meio no espaço cartesiano.

A equação (2.84) também pode ser escrita como $h = K_{ev}(x_e - x_d + \tilde{x})$ e sua substituição em (2.82) acarreta em uma nova descrição para a dinâmica do manipulador:

$$B_m \ddot{\tilde{x}} + D_m \dot{\tilde{x}} + (K_m + K_{ev})\tilde{x} = f_e + B_m \bar{B}^{-1} \bar{K} \tilde{z} \quad (2.85)$$

$$\ddot{\tilde{z}} + K_D \dot{\tilde{z}} + K_P \tilde{z} = 0 \quad (2.86)$$

$$f_e = K_{ev}(x_e - x_d) \quad (2.87)$$

Rearranjando as equações para o espaço de estado, na forma $\dot{\rho} = A\rho + B$, sendo o vetor de estados $\rho = [\dot{\tilde{x}}^T \ \tilde{x}^T \ \dot{\tilde{z}}^T \ \tilde{z}^T]^T$, a estabilidade pode ser concluída com base nos autovalores da matriz A :

$$\dot{\rho} = \underbrace{\begin{bmatrix} -B_m^{-1}D_m & -B_m^{-1}(K_m + K_{ev}) & 0 & \bar{B}^{-1}\bar{K} \\ I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_D & -K_P \\ 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix}}_{\text{Matriz } A} \rho + \underbrace{\begin{bmatrix} B_m^{-1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\text{Matriz } B} f_e \quad (2.88)$$

Os autovalores da matriz A são:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-B_m^{-1}D_m}{2} \pm \frac{B_m^{-1}\sqrt{D_m^2 - 4B_m(K_m + K_{ev})}}{2} \quad (2.89)$$

$$\lambda_{3,4} = \frac{-K_d}{2} \pm \frac{\sqrt{K_d^2 - 4K_p}}{2} \quad (2.90)$$

Nota-se então que devido ao fato de B_m , D_m e K_m serem matrizes definidas positivas, as dinâmicas de \tilde{x} e \tilde{z} resultam estáveis, até mesmo na ausência de uma força externa ($K_{ev} = 0$), fazendo com que esta prova também sirva para a seção 2.3.

Conclui-se também, que a dinâmica para \tilde{z} é globalmente assintoticamente estável. Já na dinâmica de \tilde{x} , a assintoticidade não é alcançada devido a presença da força de contato. A equação (2.89) mostra que a rigidez do meio K_{ev} é somada ao parâmetro de rigidez desejada para o manipulador K_m , implicando na necessidade de aumento do valor do amortecimento D_m para uma dinâmica não-oscilatória. Para um caso particular, onde a tarefa de contato tem como critério uma coordenada desejada ($\dot{\tilde{x}}_d = 0$ e $\ddot{\tilde{x}}_d = 0$), o equilíbrio é fornecido por:

$$\tilde{x} = \frac{f_e}{K_m + K_{ev}} \quad (2.91)$$

Existem tarefas de contato que envolvem o acabamento superficial. Estas tarefas geralmente necessitam que a dinâmica de contato seja não-oscilatória, caso contrário, o efetuador final poderá causar imperfeições superficiais.

Procurando evitar este tipo de situação, os ganhos do controlador podem ser ajustados com o intuito de atingir um amortecimento crítico. No entanto, a dinâmica desejada de contato ainda sofre com a perturbação introduzida por \tilde{z} , e isto implica em outro critério de projeto. Tal critério consiste no tempo de resposta de cada subsistema, cabendo ao projetista estipular a relação entre eles, de acordo com os requisitos da tarefa. Nesta linha de raciocínio, os ganhos podem ser encontrados com base em uma analogia a uma dinâmica genérica dada por:

$$\ddot{\phi} + \dot{\phi}2\xi\omega_n + \phi\omega_n^2 = 0 \quad (2.92)$$

onde ϕ representa uma variável qualquer; ω_n^2 é a frequência característica, em rad/s , do sistema e ξ o amortecimento. Na teoria de controle linear, um fato já fundamentado é que a escolha de $\xi = 1$ leva ao amortecimento crítico. O que modifica (2.92) para

$$\ddot{\phi} + \dot{\phi}2\omega_n + \phi\omega_n^2 = 0 \quad (2.93)$$

onde o tempo de resposta $t_r(2\%)$ é dado por:

$$t_r(2\%) = \frac{4}{\omega_n} \text{ segundos} \quad (2.94)$$

Pode-se então reescrever a equação (2.85) para uma analogia a (2.93), a procura das relações de sintonia:

$$\ddot{\tilde{x}} + B_m^{-1} D_m \dot{\tilde{x}} + B_m^{-1} (K_m + K_{ev}) \tilde{x} = B_m^{-1} f_e + \bar{B}^{-1} \bar{K} \tilde{z} \quad (2.95)$$

Obtém-se então as seguintes relações:

$$\omega_{nx} = \frac{B_m^{-1} D_m}{2} = \sqrt{B_m^{-1} (K_m + K_{ev})} \longrightarrow K_m = \frac{B_m^{-1} D_m^2}{4} - K_{ev} \quad (2.96)$$

onde ω_{nx} é a frequência característica da dinâmica de \tilde{x} . Embora a relação para K_m acima possibilite um valor negativo para a matriz de ganho, a definição de K_m (matriz definida positiva) impossibilita esta escolha.

Estas relações em conjunto com (2.95) mostram que é possível obter uma mesma frequência característica para diferentes valores de B_m . O que revela um grau de liberdade de grande importância uma vez que, de acordo com (2.85), a redução do valor de B_m reduz a influência da perturbação \tilde{z} na dinâmica de \tilde{x} e a amplitude do erro inicial no momento do contato. Entretanto, deve haver uma parcimônia entre o uso de B_m para a redução do erro inicial e da perturbação e os esforços de contato, uma vez que, como mencionado anteriormente, os esforços de contato aumentam com relação direta ao valor de B_m . Além disso, devido a definição dos ganhos (definidos positivos), é visto um valor mínimo de K_m para que se possa obter uma resposta criticamente amortecida. Esta limitação é imposta pela rigidez do meio K_{ev} e implica em um intervalo de sintonia para K_m compreendido entre $(K_{ev}, +\infty]$.

Com relação a equação (2.86), a mesma analogia pode ser feita obtendo as relações dos ganhos referentes a dinâmica de \tilde{z} :

$$\omega_{nz} = \frac{K_D}{2} = \sqrt{K_P} \longrightarrow K_P = \frac{K_D^2}{4} \quad (2.97)$$

onde ω_{nz} é a frequência característica da dinâmica de \tilde{z} .

Neste ponto, já é conhecido que a impedância desejada para o manipulador flexível é degradada pela parcela $B_m \bar{B}^{-1} \bar{K} \tilde{z}$ (equação (2.85)). Para fazer frente a este problema, as

frequências características ω_{nz} e ω_{nx} são ferramentas de projeto de grande utilidade. Através delas ajusta-se o tempo de resposta de cada subsistema, aumentando a eficiência do controle, ao fazer com que \tilde{z} convirja para zero, relativamente, muito mais rápido do que o tempo de resposta desejado para \tilde{x} .

2.6 Conclusão

Neste capítulo, discutiu-se as capacidades exigidas dos controladores quando um manipulador está sujeito a contatos com o meio externo, evidenciando que a falta da capacidade de limitar os esforços de contato implica na possibilidade de causar sérios danos a ferramenta ou à superfície do meio.

Algumas das estratégias de controle que fazem o uso das informações sobre os esforços de contato foram apresentadas, fazendo-se uma divisão em dois grandes grupos: as de *controle de força direto* e de *controle de força indireto*.

Considerando o objetivo de realizar tarefas que envolvem o seguimento de trajetória e simultâneo controle de força, duas estratégias de controle de força indireto foram escolhidas para extensão e análise em MTF's: o *Controle de Rigidez* e o *Controle de Impedância*. Estas estratégias foram escolhidas por serem comumente utilizadas, possibilitarem o seguimento de trajetória e manterem relações dinâmicas com as forças de contato.

O controle de rigidez resulta de uma estratégia de controle de movimento baseada na teoria da passividade, enquanto o controle de impedância é uma estratégia baseada na dinâmica inversa. Para maior compreensão, as formulações da estratégia baseada na passividade e na dinâmica inversa foram apresentadas. Apesar de possuírem conceitos distintos, ambas as estratégias são estendidas ao MTF por um procedimento em cascata onde se trabalha primeiramente o subsistema dos elos e posteriormente o subsistema dos rotores. Ao final de cada procedimento, discutiu-se sobre a interpretação e escolha dos ganhos, bem como as influências dinâmicas nas respostas devido a presença da flexibilidade.

Por fim, foram apresentadas as análises de estabilidade tanto na ausência de contato, verificando o seguimento de trajetória, quanto na presença de forças de reação ao considerar o meio modelado como uma mola para o controle de rigidez e o de impedância.

Capítulo 3

Controle de Força Indireto Aplicado a Tarefas de Esmerilhamento

3.1 Introdução

Neste capítulo as duas estratégias de controle de força indireto, apresentadas no capítulo anterior, serão avaliadas em tarefas de esmerilhamento. A análise busca encontrar critérios de ajuste para os ganhos dos controladores a partir dos parâmetros do processo visando a estabilidade do sistema.

Ao considerar que, em geral, o modelo dinâmico das forças de reação define os critérios para estabilidade do sistema, busca-se um modelo matemático coerente para as forças geradas pela ferramenta. Para isso, alguns modelos da literatura serão discutidos com o objetivo de reunir tais conceitos em um modelo reduzido que permita a análise de estabilidade e seja suficiente para garantir os resultados esperados.

3.2 A Tarefa de Esmerilhamento e o Modelo de Forças

Sistemas de controle de robôs atualmente adotados na indústria para tarefas de rebarbação normalmente exigem o conhecimento da trajetória ("*path*") do efetuador final. Isto deve ser obtido via programação "*off-line*", modelos assistidos por computador e aprendizagem por métodos onde o operador guia o robô, definindo a trajetória desejada [Sugita *et al.*,

2004]. As incertezas da trajetória são usualmente compensadas pela adoção de uma ferramenta complacente adequada, que realiza um controle de rigidez passivo, sem qualquer malha de realimentação relacionada a força.

A geometria desconhecida da peça é também um problema e pode ser tratado através de um método de projeção geométrica [Chen e Tung, 2000], onde assume-se que as rebarbas são pequenas de modo a considerar que a variação de seus tamanhos não influencia na força de corte.

Algumas tarefas de rebarbação envolvem o problema de seguimento de contornos, onde o objetivo é controlar a força normal e a velocidade tangencial da ferramenta ao longo das direções n (normal) e t (tangencial) referenciadas de acordo com a superfície da peça.

Observou-se que a maioria dos autores negligenciam a terceira dimensão por desprezarem a magnitude da força de contato ortogonal aos vetores tangenciais e normais a superfície. O mesmo será feito neste trabalho, onde serão consideradas apenas os esforços nas direções normais (subíndice n) e tangenciais (subíndice t) a superfície e, conseqüentemente, um plano XY do espaço cartesiano que será referenciado pelos subíndices x e y .

Dependendo da tarefa, muitos parâmetros devem ser considerados tais como a velocidade tangencial da ferramenta, a topologia e afiação da ferramenta, a direção da velocidade angular da ferramenta com relação a direção do avanço, a rigidez da peça, a profundidade de corte e a altura e espessura da rebarba. Por exemplo, se o material é homogêneo, então a força de corte aumenta proporcionalmente à quantidade de material removido. Se o efetuador final do manipulador move-se com velocidade constante ao longo do contorno, então a força variará proporcionalmente à profundidade de corte. Os processos de corte, entretanto, geram também uma força de reação que não é diretamente tangencial a superfície. Na verdade, a componente normal desta força de contato pode trazer problemas ao controle de força introduzindo distúrbios na malha de controle fazendo com que o manipulador penetre na peça ou perca contato dependendo do sentido da rotação do esmeril com relação ao sentido de avanço.

Na figura 3.1, pode-se observar as forças que agem sobre a peça durante um processo de corte¹. Para simplificar a ilustração é assumido que a cada instante apenas um dente da ferramenta está em contato com a superfície e que todas as forças agem sobre um único ponto.

¹Usinagem e esmerilhamento são processos diferentes para remoção de material, porém, apresentam uma orientação semelhante para as forças de reação. Sendo assim, para facilitar a compreensão, uma ferramenta com dentes será utilizada para ilustrar o processo de corte.

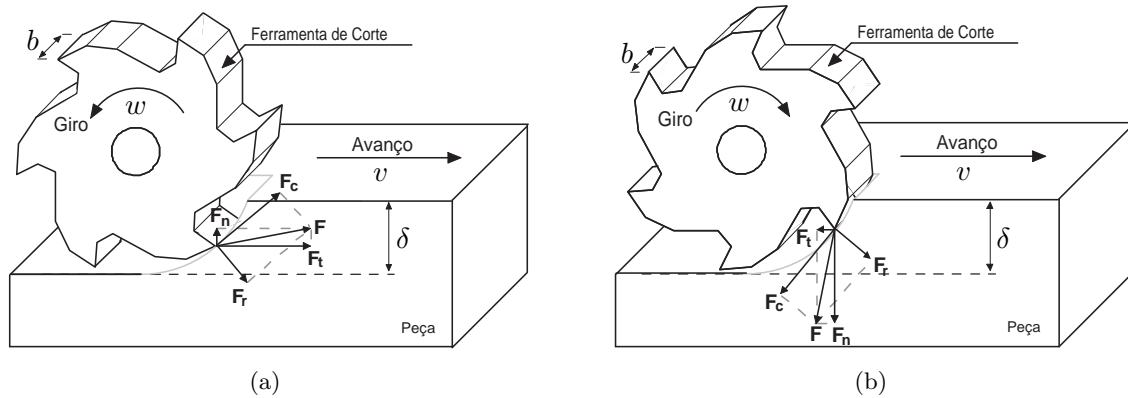


Figura 3.1: Forças geradas pela ferramenta sobre a superfície da peça de trabalho. (a) mov. discordante - a direção do avanço da ferramenta coincide com a direção da velocidade periférica do dente da ferramenta em contato com a superfície; (b) mov. concordante - a direção do avanço da ferramenta é oposto à direção da velocidade periférica do dente em contato com a superfície.

Se o avanço da ferramenta tem direção coincidente com a direção da velocidade periférica do dente da ferramenta em contato com a superfície (Figura 3.1(a)), as forças de esmerilhamento que agem sobre a peça têm uma componente \vec{F}_t orientada como a velocidade tangencial, enquanto a componente normal \vec{F}_n fica orientada da superfície para a ferramenta. As forças de reação geradas sobre a ferramenta (e medidas pelo sensor de força) têm, portanto, direções contrárias ao seu avanço caracterizando um *movimento discordante*. É interessante notar que neste caso a força de reação normal tende a puxar a ferramenta para dentro da superfície da peça podendo, eventualmente, fazer com que esta penetre demasiadamente e trave impossibilitando o robô de realizar a tarefa.

Por outro lado, se o sentido do avanço da ferramenta é oposto à velocidade periférica do dente da ferramenta em contato com a superfície (Figura 3.1(b)), a força de reação normal gerada sobre a ferramenta tende a empurrá-la da superfície enquanto a força de reação tangencial tende a aumentar a velocidade de avanço, o que caracteriza um *movimento concordante*.

Para cada dente da ferramenta em contato com a superfície, existe uma força de corte, \vec{F}_c , agindo na direção da velocidade tangencial de corte e uma força normal, \vec{F}_r , agindo na direção radial. Usualmente assume-se que a força radial é proporcional à força de corte, isto é,

$$F_r = F_c \tan(\phi - \gamma) \quad (3.1)$$

onde ϕ é o ângulo de fricção (geralmente de difícil estimação) e γ é o ângulo do chanfro frontal (Figura 3.2).

A força de corte sobre a peça F_c pode ser expressa como [Radford, 1980]:

$$F_c = \frac{b \delta v u}{w} \quad (3.2)$$

onde b é a espessura do rebolo (disco de corte), δ a profundidade de corte, v o avanço (ou seja, a velocidade tangencial do efetuador final), u é a energia específica do material e w é a velocidade angular do rebolo. Estes parâmetros também apresentam grande dificuldade de estimação. No sistema de coordenadas da tarefa, \vec{F}_n e \vec{F}_t representam as componentes da força resultante \vec{F} .

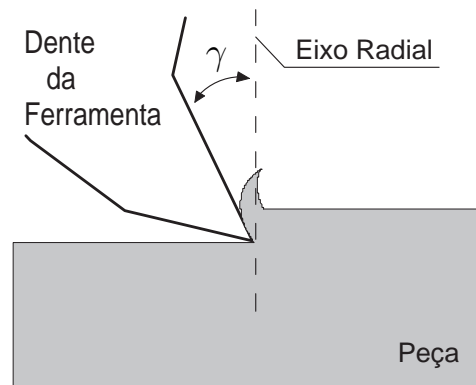


Figura 3.2: Ângulo do chanfro frontal da ferramenta para um único dente em contato com a superfície

Sabendo-se que em uma tarefa de esmerilhamento ou rebarbação adequadamente planejada a profundidade de corte deve variar proporcionalmente com a altura da rebarba, a escolha da profundidade de corte dependerá da magnitude da força normal a qual se deseja suportar, o que indiretamente resulta em uma proporcionalidade entre a referência para força normal e a altura da rebarba.

Não é objetivo deste trabalho o estudo detalhado do modelo de forças. Porém, é preciso definir um modelo representativo simples e coerente para a realização das análises de estabilidade, sendo então importante a compreensão de modelos existentes na literatura. Não bastando, é preciso que se obtenha um modelo que leve em consideração a decomposição das forças tangenciais e normais no espaço cartesiano.

Em vista disso, a próxima seção traz a definição de um modelo simplificado para realização das análises de estabilidade. Uma sintetização dos modelos encontrados em Ziliani *et al.* [2007], Ziliani *et al.* [2005], Sugita *et al.* [2004], Chen e Tung [2000], Radford [1980], Kim *et al.* [2007] e Pires e Afonso [2007].

3.3 Simplificação do Modelo de Forças

O objetivo desta seção é a definição de um modelo simplificado de forças que explicitamente sua dependência com os principais parâmetros dinâmicos: velocidade de avanço e a profundidade de corte. Deseja-se ainda que o modelo considere todas as direções possíveis no espaço cartesiano para a velocidade de avanço.

Para isso, considere inicialmente que a força de corte definida pela equação (3.2) seja reescrita como:

$$F_c = \frac{b u \delta v}{w} = f_c(\delta)v \quad (3.3)$$

ficando explicitamente dependente da profundidade de corte δ e da velocidade de avanço v , consideradas variantes no tempo.

Para que a magnitude desta força fique definida para qualquer direção de avanço, a velocidade de avanço v será representada pela soma de suas componentes no espaço cartesiano, ou seja:

$$v = \dot{x}_x \cos\beta + \dot{x}_y \sin\beta, \quad \text{com} \quad v = \dot{x} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_x \\ x_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_x \\ \dot{x}_y \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

onde $\beta = \text{tg}^{-1}(\dot{x}_y/\dot{x}_x)$ é o ângulo que relaciona as amplitudes de \dot{x}_x e \dot{x}_y .

No que diz respeito às forças normal e tangencial, será definido que estas estarão diretamente relacionadas com a força de corte através de um ângulo α , conforme pode ser visto na figura 3.3:

$$\begin{aligned} F_t &= F_c \cos\alpha \\ F_n &= F_c \sin\alpha \end{aligned} \quad (3.5)$$

Com estas definições torna-se possível representar a força de corte no sistema de coordenadas do espaço cartesiano, onde fica representada por $h = [F_x \ F_y]^T$, em termos das componentes da velocidade de avanço. Tais relações podem ser verificadas nas equações (3.6) e (3.7) para o movimento concordante e discordante, respectivamente. As figuras 3.3(a) e 3.3(b) facilitam a compreensão das relações obtidas ao ilustrar os vetores envolvidos.

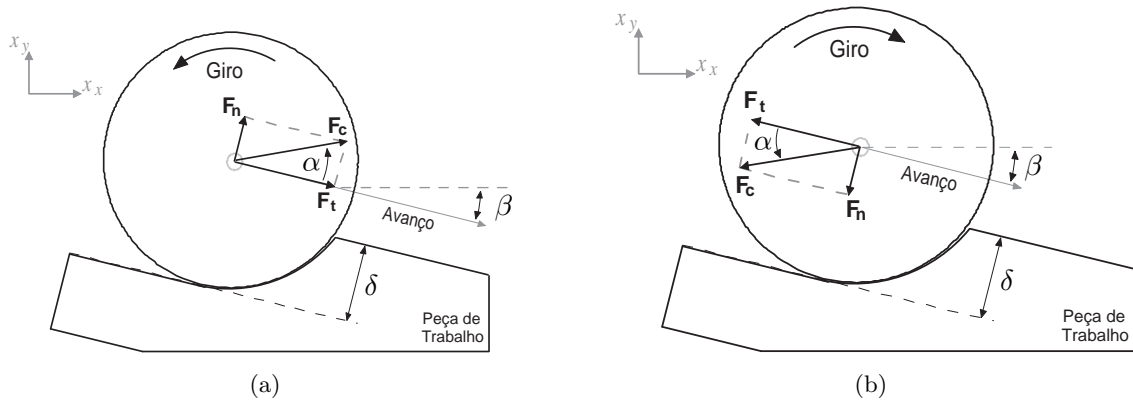


Figura 3.3: Representação simplificada das forças geradas pela ferramenta sobre a superfície da peça de trabalho. (a) movimento discordante; (b) movimento concordante.

$$h = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f_c(\delta) \cos\beta \cos(\alpha + \beta) & -f_c(\delta) \sin\beta \cos(\alpha + \beta) \\ -f_c(\delta) \cos\beta \sin(\alpha + \beta) & -f_c(\delta) \sin\beta \sin(\alpha + \beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_x \\ \dot{x}_y \end{bmatrix} = C_A^-(\delta, \beta) \dot{x} \quad (3.6)$$

$$h = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_c(\delta) \cos\beta \cos(\alpha + \beta) & f_c(\delta) \sin\beta \cos(\alpha + \beta) \\ f_c(\delta) \cos\beta \sin(\alpha + \beta) & f_c(\delta) \sin\beta \sin(\alpha + \beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = C_A^+(\delta, \beta) \dot{x} \quad (3.7)$$

Nos casos em que β for múltiplo de $\pi/2$ as componentes de força do espaço cartesiano serão as próprias componentes de força normal e tangencial.

Para que as seguintes manipulações matemáticas não sejam duplicas devido a existência dos dois movimentos (concordante e discordante), a seguinte notação geral será considerada:

$$h = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{A11}(\delta, \beta) & C_{A12}(\delta, \beta) \\ C_{A21}(\delta, \beta) & C_{A22}(\delta, \beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = C_A(\delta, \beta) \dot{x} \quad (3.8)$$

É importante observar que a matriz $C_A(\delta, \beta)$ é uma matriz limitada para cada conjunto de parâmetros do processo. Em outras palavras, dadas as condições de esmerilhamento ou usinagem, todos os termos estarão limitados por serem funções trigonométricas e a profundidade de corte ser limitada pelo diâmetro do rebolo. Estas características serão fundamentais para as análises a seguir.

3.4 Análise do Controle de Rigidez Aplicado à Tarefa de Esmerilhamento

Considere as equações (2.51) e (2.52), obtidas na seção 2.4, que representam o sistema em malha fechada via ação do controle de rigidez na presença de uma força externa:

$$\bar{B}\dot{s}_x + \bar{C}s_x + K_{D_x}s_x = \bar{K}\tilde{q}_{2x} + h \quad (3.9)$$

$$J\dot{s}_2 + K_{D_2}s_2 = 0 \quad (3.10)$$

Nas equações (3.9) e (3.10) todas as matrizes envolvidas apresentam-se de forma genérica sendo necessário, para início de análise, a definição de suas dimensões.

A partir do plano xy conclui-se que as matrizes \bar{B} e \bar{C} assumirão dimensões (2×2) enquanto J permanece com dimensão genérica $(n \times n)$ por estar relacionada ao espaço de juntas. O mesmo acontece com as matrizes de ganhos, ou seja, K_{D_2} e Λ_2 permanecem com dimensão $(n \times n)$ enquanto as matrizes K_{D_x} e Λ_x são definidas como:

$$K_{D_x} = \begin{bmatrix} K_{D_{xx}} & 0 \\ 0 & K_{D_{xy}} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \Lambda_x = \begin{bmatrix} \Lambda_{xx} & 0 \\ 0 & \Lambda_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

contendo as matrizes um ganho para cada dimensão.

Substituindo o modelo de forças simplificado (3.8) em (3.9) vem:

$$\bar{B}\dot{s}_x + \bar{C}s_x + K_{D_x}s_x = \bar{K}\tilde{q}_{2x} + C_A(\delta, \beta)\dot{x} \quad (3.12)$$

Com base na definição de que $\dot{\tilde{x}} = \dot{x}_d - \dot{x}$, o modelo de forças pode ser reescrito como

$$C_A(\delta, \beta)\dot{x} = C_A(\delta, \beta)(\dot{x}_d - \dot{\tilde{x}}) \quad (3.13)$$

Substituindo esta equivalência em (3.12) obtém-se:

$$\bar{B}\dot{s}_x + \bar{C}s_x + K_{D_x}s_x + C_A(\delta, \beta)\dot{\tilde{x}} = \bar{K}\tilde{q}_{2x} + C_A(\delta, \beta)\dot{x}_d \quad (3.14)$$

A análise de estabilidade será realizada pelo método direto de Lyapunov na utilização

das equações (3.14) e (3.10), através da seguinte função candidata:

$$V = \frac{1}{2}s_x^T \bar{B}s_x + \frac{1}{2}s_2^T J s_2 + \frac{1}{2}\tilde{x}^T b_1 \tilde{x} + \frac{1}{2}\tilde{q}_{2x}^T b_2 \tilde{q}_{2x} \quad (3.15)$$

onde b_1 e b_2 são matrizes simétricas positivas definidas a serem escolhidas.

Tomando a derivada de V ao longo das trajetórias de (3.14) e (3.10), resulta:

$$\dot{V} = -s_x^T K_{D_x} s_x - s_2^T K_{D_2} s_2 - s_x^T C_A(\delta, \beta) \dot{\tilde{x}} + s_x^T \bar{K} \tilde{q}_{2x} + s_x^T C_A(\delta, \beta) \dot{x}_d + \tilde{x}^T b_1 \dot{\tilde{x}} + \tilde{q}_{2x}^T b_2 \dot{\tilde{q}}_{2x} \quad (3.16)$$

De acordo com a definição de s_x e s_2 , \dot{V} pode ser representada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\dot{\tilde{x}}^T K_{D_x} \dot{\tilde{x}} - \tilde{x}^T \Lambda_x^T K_{D_x} \Lambda_x \tilde{x} - 2\tilde{x}^T \Lambda_x^T K_{D_x} \dot{\tilde{x}} + \dot{\tilde{q}}_{2x}^T K_{D_2} \dot{\tilde{q}}_{2x} - \\ & \tilde{q}_{2x}^T \Lambda_2^T K_{D_2} \Lambda_2 \tilde{q}_{2x} - 2\tilde{q}_{2x}^T \Lambda_2^T K_{D_2} \dot{\tilde{q}}_{2x} + (\dot{\tilde{x}}^T + \tilde{x}^T \Lambda_x^T) \bar{K} \tilde{q}_{2x} + \\ & (\dot{\tilde{x}}^T + \tilde{x}^T \Lambda_x^T) C_A(\delta, \beta) (\dot{x}_d - \dot{\tilde{x}}) + \tilde{x}^T b_1 \dot{\tilde{x}} + \tilde{q}_{2x}^T b_2 \dot{\tilde{q}}_{2x} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Escolhendo $b_1 = 2\Lambda_x^T K_{D_x}$ e $b_2 = 2\Lambda_2^T K_{D_2}$ há um cancelamento de parcelas reduzindo (3.17) para:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\dot{\tilde{x}}^T K_{D_x} \dot{\tilde{x}} - \tilde{x}^T \Lambda_x^T K_{D_x} \Lambda_x \tilde{x} + \dot{\tilde{q}}_{2x}^T K_{D_2} \dot{\tilde{q}}_{2x} - \tilde{q}_{2x}^T \Lambda_2^T K_{D_2} \Lambda_2 \tilde{q}_{2x} + \\ & (\dot{\tilde{x}}^T + \tilde{x}^T \Lambda_x^T) \bar{K} \tilde{q}_{2x} + (\dot{\tilde{x}}^T + \tilde{x}^T \Lambda_x^T) C_A(\delta, \beta) (\dot{x}_d - \dot{\tilde{x}}) \end{aligned} \quad (3.18)$$

Para finalizar a manipulação, define-se o vetor $\rho^T = [\dot{\tilde{x}}^T \ \tilde{x}^T \ \dot{\tilde{q}}_{2x}^T \ \tilde{q}_{2x}^T]$ de modo a reescrever (3.17) na forma:

$$\dot{V} = -\rho^T N \rho + \rho f_{esm}; \quad N = \begin{bmatrix} K_{D_x} + C_A(\delta, \beta) & 0 & 0 & -\bar{K} \\ \Lambda_x^T C_A(\delta, \beta) & \Lambda_x^T K_{D_x} \Lambda_x & 0 & -\Lambda_x^T \bar{K} \\ 0 & 0 & K_{D_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Lambda_2^T K_{D_2} \Lambda_2 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$\text{onde } f_{esm} = \begin{bmatrix} \Lambda^T \\ I \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} C_A(\delta, \beta) \dot{x}_d$$

Esta disposição permite concluir sobre a convergência de \dot{V} pela utilização da desigual-

dade de Rayleigh-Ritz², tomando como critério a norma de ρ mediante as seguintes relações:

$$0 > \dot{V} = -\rho^T N \rho + \rho f'_e \leq -\lambda_{\min}(N) \|\rho\|^2 + \rho f'_e \quad (3.20)$$

$$0 > -\lambda_{\min}(N) \|\rho\|^2 + \rho f'_e \quad (3.21)$$

$$\|\rho\| > \frac{f'_e}{\lambda_{\min}(N)} \quad (3.22)$$

onde $\lambda_{\min}(N)$ representa o menor autovalor da matriz N .

Conforme o resultado encontrado em (3.20), haverá um valor de convergência para $\|\rho\|$ sempre que matriz N for definida positiva, ou seja, se seus autovalores forem todos positivos.

Ao observar a matriz N , em (3.19), é possível notar o desacoplamento da dinâmica das variáveis do rotor com as do espaço operacional e assim a existência de dois conjuntos de autovalores: os autovalores relativos as variáveis do rotor e os relativos as variáveis do espaço cartesiano.

Diferentemente da análise da seção 2.4.1, a matriz N não mais é definida positiva para quaisquer valores dos ganhos. Ou equivalentemente, os autovalores relativos às variáveis do rotor são todos positivos para quaisquer valores de K_{D2} e Λ_2 maiores que zero, porém, os sinais de alguns autovalores, relativos as variáveis do espaço cartesiano, estão condicionados aos elementos de $C_A \delta, \beta$.

Isto se deve ao fato de que a matriz $C_A(\delta, \beta)$ não é simétrica nem constante. O que equivale dizer que as forças de reação não são simplesmente opostas ao sentido vetorial do movimento do manipulador como também suas magnitudes não dependem exclusivamente da quantidade de movimento do manipulador. Como consequência surgirá um limite inferior (valores mínimos) para o ajuste dos ganhos K_{Dx} e Λ_x que resulte em um sistema estável em malha fechada.

A matriz N , para este modelo de forças adotado, possui $4+2n$ autovalores (n é o número de juntas do manipulador). Quatro autovalores relacionados ao subsistema dos elos e $2n$ autovalores relacionados ao subsistema dos rotores.

Os autovalores relacionados ao subsistema dos rotores dependem unicamente dos ganhos K_{D2} e Λ_2 , e são positivos para qualquer escolha destes ganhos que respeitem suas definições.

²Descrito no apêndice C.1.

Estes autovalores estão expressos abaixo:

$$\lambda_{1_i} = \Lambda_{2_i}^2 K_{D2_i} > 0 \quad (3.23)$$

$$\lambda_{2_i} = K_{D2_i} > 0 \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.24)$$

Dos quatro autovalores relacionados ao subsistema dos elos, dois são função também dos parâmetros do processo de corte, ou seja, dos elementos de $C_A(\delta, \beta)$. Destes então retiram-se as condições de ajuste para K_{Dx} e Λ_x que são usadas para definir o sinal dos autovalores. Os quatro autovalores relacionados ao subsistema dos elos estão expressos abaixo:

$$\lambda_4 = \Lambda_{x_x}^2 K_{Dx_x} > 0 \quad (3.25)$$

$$\lambda_5 = \Lambda_{x_y}^2 K_{Dx_y} > 0 \quad (3.26)$$

$$\lambda_{6,7} = \frac{K_{Dx_x} + C_{A11}(\delta, \beta) + K_{Dx_y} + C_{A22}(\delta, \beta)}{2} \pm \frac{\sqrt{T_1 + T_2 + T_3}}{2} > 0 \quad (3.27)$$

onde

$$T_1 = K_{Dx_x}^2 - 2K_{Dx_x}K_{Dx_y} + K_{Dx_y}^2 \quad (3.28)$$

$$T_2 = 2(K_{Dx_x} - K_{Dx_y})C_{A11}(\delta, \beta) + 2(K_{Dx_y} - K_{Dx_x})C_{A22}(\delta, \beta) \quad (3.29)$$

$$T_3 = C_{A11}(\delta, \beta)^2 - 2C_{A11}(\delta, \beta)C_{A22}(\delta, \beta) + C_{A22}(\delta, \beta)^2 + 4C_{A12}(\delta, \beta)C_{A21}(\delta, \beta) \quad (3.30)$$

Analisando as expressões para λ_6 e λ_7 busca-se escolher os valores dos ganhos de forma a garantir que ambos sejam positivos. Para isso, será necessário analisar as características da tarefa no espaço cartesiano. Primeiro supondo uma tarefa que, pela orientação do avanço, resulta em uma componente apenas no eixo das abcissas x_x e posteriormente uma tarefa na qual a força resultante está orientada para o eixo das ordenadas x_y .

A resultante das forças se encontra sobre eixo das abcissas quando o ângulo β assume os valores $-\alpha$ ou $\pi - \alpha$. Isto faz com que o módulo das funções trigonométricas dos elementos $C_{A11}(\delta, \beta)$ e $C_{A12}(\delta, \beta)$ atinjam seus valores máximos enquanto são nulos os valores de $C_{A21}(\delta, \beta)$ e $C_{A22}(\delta, \beta)$.

Devido a ortogonalidade das funções, o contrário acontece quando a resultante das forças está projetada somente no eixo das ordenadas, onde neste caso β assume os valores $\pi/2 - \alpha$ e $3\pi/2 - \alpha$.

De acordo com (3.25), a partir destas características os autovalores são obtidos e os ganhos podem então ser escolhidos de modo a atender às duas situações.

Condições de ajuste para resultante das forças orientada em x_x , $\beta = -\alpha$ e $\beta = \pi - \alpha$:

$$\lambda_6 = K_{Dx_x} + C_{A11}(\delta, \beta) > 0 \quad (3.31)$$

$$\lambda_7 = K_{Dx_y} > 0 \quad (3.32)$$

Condições de ajuste para resultante das forças orientada em x_y , $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$ e $\beta = \frac{3\pi}{2} - \alpha$:

$$\lambda_6 = K_{Dx_x} > 0 \quad (3.33)$$

$$\lambda_7 = K_{Dx_y} + C_{A22}(\delta, \beta) > 0 \quad (3.34)$$

Aparentemente esta metodologia de escolha pode ser considerada um tanto conservadora, porém, os ganhos envolvidos (K_{Dx_x} e K_{Dx_y}) não comprometem a complacência do manipulador, respondendo basicamente aos níveis de erro de velocidade. Esta característica é importante pois em uma tarefa de esmerilhamento ou usinagem é desejável que se tenha complacência em um dos eixos, normalmente no eixo perpendicular a superfície, para que se evitem danos à ferramenta devido a esforços excessivos.

Caso seja necessário aumentar K_{Dx_x} e K_{Dx_y} , devido ao nível da força de corte envolvida no processo, a complacência pode ser recuperada pelo reajuste de Λ_x e Λ_y .

Considerando que a matriz $C_A(\delta, \beta)$ é dependente da variável δ que representa a profundidade de corte e que, como mencionado anteriormente, é limitada pelo diâmetro do rebolo, a análise pode ser concluída pela majoração dos elementos de $C_A(\delta, \beta)$. Ou seja, para certas condições de esmerilhamento ou usinagem (parâmetros b , u e w de (3.3)), a escolha dos ganhos pode ser feita pela utilização da matriz majorada $C_A(\bar{\delta}, \beta)$ onde $\bar{\delta}$ é a maior profundidade de corte alcançada.

Por fim, a partir da matriz majorada é possível obter a gama adequada de valores para os ganhos K_{Dx} e Λ_x na qual os autovalores relativos são todos positivos e por consequência o sistema estável. Esta região de escolha está ilustrada na forma de uma superfície (Figura 3.4) que traz em seu eixo azimutal os quatro autovalor de N relativos aos estados cartesianos. As superfícies foram extraídas pela união das duas situações acima citadas, velocidade de avanço em x_x e em x_y , para um dado valor hipotético de $C_A(\bar{\delta}, \beta)$.

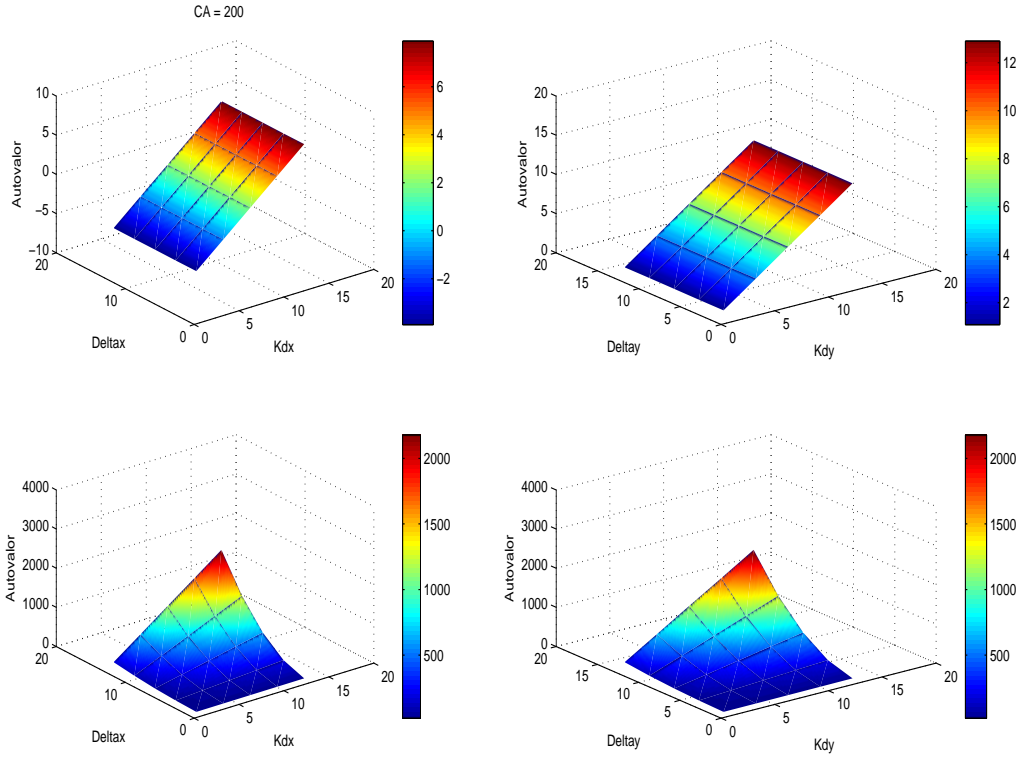


Figura 3.4: União dos conjuntos de autovalores relativos a tarefas com velocidade de avanço somente em x_x e das com somente em x_y

3.5 Análise do Controle de Impedância Aplicado à Tarefa de Esmerilhamento

Considere o conjunto de equações que regem a dinâmica do manipulador flexível sob a ação do controle de impedância (2.81):

$$B_m \ddot{\tilde{x}} + D_m \dot{\tilde{x}} + K_m \tilde{x} = h + B_m \bar{B}^{-1} \bar{K} \tilde{z} \quad (3.35)$$

$$\ddot{\tilde{z}} + K_D \dot{\tilde{z}} + K_P \tilde{z} = 0 \quad (3.36)$$

com

$$B_m = \begin{bmatrix} B_{m_x} & 0 \\ 0 & B_{m_y} \end{bmatrix}, \quad D_m = \begin{bmatrix} D_{m_x} & 0 \\ 0 & D_{m_y} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad K_m = \begin{bmatrix} K_{m_x} & 0 \\ 0 & K_{m_y} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

definidas em função do plano xy do espaço cartesiano. As matrizes K_D e K_P permanecem com dimensões $(n \times n)$ enquanto \bar{K} assume dimensão $(2 \times n)$.

Substituindo o modelo simplificado das forças de reação (3.8), reescrito em função do erro de velocidade, em (3.35) obtém-se as equações dinâmicas do manipulador para a tarefa de esmerilhamento:

$$B_m \ddot{\tilde{x}} + (D_m + C_A(\delta, \beta)) \dot{\tilde{x}} + K_m \tilde{x} = C_A(\delta, \beta) \dot{x}_d + B_m \bar{B}^{-1} \bar{K} \tilde{z} \quad (3.38)$$

$$\ddot{\tilde{z}} + K_D \dot{\tilde{z}} + K_P \tilde{z} = 0 \quad (3.39)$$

Rearranjando as equações para o espaço de estado, na forma $\dot{\rho} = A\rho + B$, sendo o vetor de estados $\rho = [\dot{\tilde{x}}^T \ \tilde{x}^T \ \dot{\tilde{z}}^T \ \tilde{z}^T]^T$, a estabilidade pode ser concluída com base nos autovalores da matriz A :

$$\dot{\rho} = \underbrace{\begin{bmatrix} -B_m^{-1}(D_m + C_A(\delta, \beta)) & -B_m^{-1}K_m & 0 & \bar{B}^{-1}\bar{K} \\ I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_D & -K_P \\ 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix}}_{\text{Matriz } A} \rho + \underbrace{\begin{bmatrix} B_m^{-1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\text{Matriz } B} f_{esm} \quad (3.40)$$

onde $f_{esm} = C_A(\delta, \beta) \dot{x}_d$.

Para facilitar a análise dos autovalores, considere a matriz A contendo a seguinte estrutura interna:

$$A = \left[\begin{array}{cc|cc} -B_m^{-1}(D_m + C_A(\delta, \beta)) & -B_m^{-1}K_m & 0 & \bar{B}^{-1}\bar{K} \\ I & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & -K_D & -K_P \\ 0 & 0 & I & 0 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} A_1 & A_{12} \\ \hline 0 & A_2 \end{array} \right] \quad (3.41)$$

Verifica-se que a matriz A possui $4+2n$ autovalores, sendo 4 autovalores provenientes da matriz A_1 , referente as variáveis do espaço cartesiano, e $2n$ autovalores provenientes da matriz A_2 , referente ao subsistema dos rotores.

Os autovalores da matriz A_2 são negativos para quaisquer valores positivos de K_{Di} e K_{Pi} (relativos a junta i) e independem dos parâmetros do processo. Estes autovalores estão descritos abaixo:

$$\lambda_{1,2i} = -\frac{K_{Di}}{2} \pm \frac{\sqrt{K_{Di}^2 - 4K_{Pi}}}{2} \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.42)$$

Já os autovalores da matriz A_1 tanto não são negativos para quaisquer valores dos ganhos como estão condicionados pelos parâmetros do processo.

Para contornar a complexidade da escolha desses ganhos a metodologia proposta no item anterior, de extrair os autovalores com base na orientação da força resultante, será novamente utilizada.

No instante em que a força resultante está completamente sobre o eixo x_x , $\beta = -\alpha$ e $\beta = \pi - \alpha$, os quatro autovalores e por consequência as condições de ajuste para os ganhos são dados por:

$$\lambda_{5,6} = -\frac{D_{m_x} + C_{A11}(\delta, \beta)}{2B_{m_x}} \pm \frac{\sqrt{(D_{m_x} + C_{A11}(\delta, \beta))^2 - 4B_{m_x}K_{m_x}}}{2B_{m_x}} \quad (3.43)$$

$$\lambda_{7,8} = -\frac{D_{m_y}}{2B_{m_y}} \pm \frac{\sqrt{D_{m_y}^2 - 4B_{m_y}K_{m_y}}}{2B_{m_y}} \quad (3.44)$$

Do mesmo modo, para o instante em que a força resultante está completamente sobre o eixo x_y , $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$ e $\beta = \frac{3\pi}{2} - \alpha$:

$$\lambda_{5,6} = -\frac{D_{m_x}}{2B_{m_x}} \pm \frac{\sqrt{D_{m_x}^2 - 4B_{m_x}K_{m_x}}}{2B_{m_x}} \quad (3.45)$$

$$\lambda_{7,8} = -\frac{D_{m_y} + C_{A22}(\delta, \beta)}{2B_{m_y}} \pm \frac{\sqrt{(D_{m_y} + C_{A22}(\delta, \beta))^2 - 4B_{m_y}K_{m_y}}}{2B_{m_y}} \quad (3.46)$$

Utilizando os elementos de $C_A(\delta, \beta)$ majorados por $\bar{\delta}$ e a união das equações (3.43) e (3.46), obtém-se o conjunto de condições para ajuste das matriz de ganhos B_m , D_m e K_m que garantem a estabilidade do sistema:

$$\lambda_{5,6} = -\frac{D_{m_x} + C_{A11}(\bar{\delta}, \beta)}{2B_{m_x}} \pm \frac{\sqrt{(D_{m_x} + C_{A11}(\bar{\delta}, \beta))^2 - 4B_{m_x}K_{m_x}}}{2B_{m_x}} < 0 \quad (3.47)$$

$$\lambda_{7,8} = -\frac{D_{m_y} + C_{A22}(\bar{\delta}, \beta)}{2B_{m_y}} \pm \frac{\sqrt{(D_{m_y} + C_{A22}(\bar{\delta}, \beta))^2 - 4B_{m_y}K_{m_y}}}{2B_{m_y}} < 0 \quad (3.48)$$

A variação dos autovalores (3.47) e (3.48) em função dos ganhos $D_{m_{x,y}}$ e $K_{m_{x,y}}$ pode ser visualizada através de gráficos de superfície. Supõe-se B_m igual a matriz identidade e assume-se um valor hipotético para os elementos de $C_A(\delta, \beta)$ majorados. Estas topologias estão ilustradas abaixo (Figura 3.5):

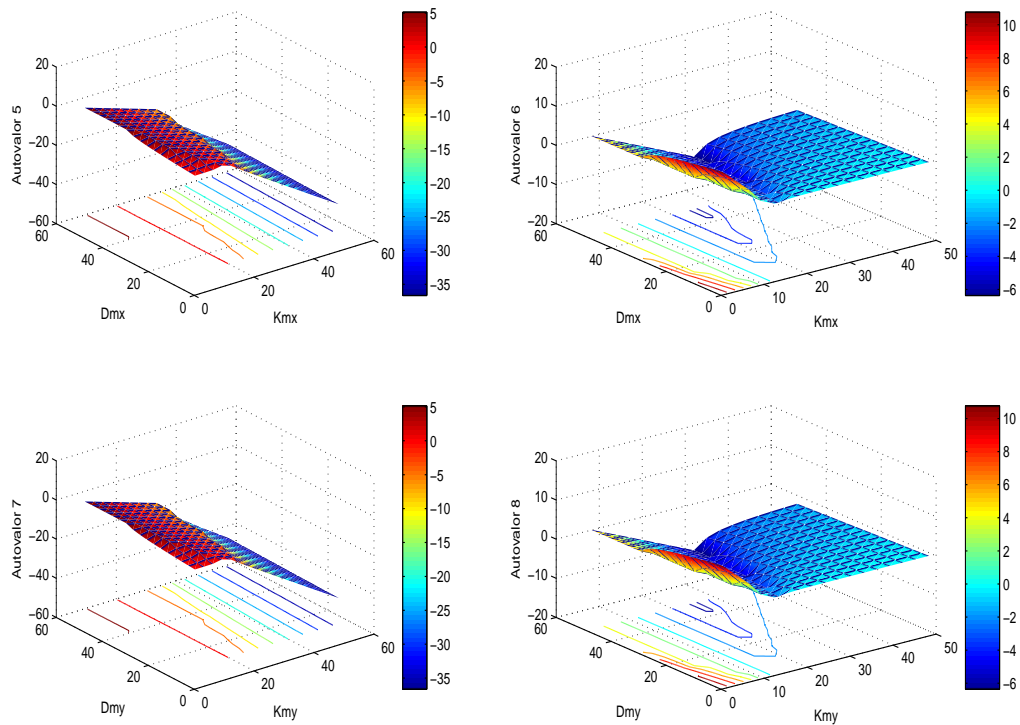


Figura 3.5: União dos conjuntos de autovalores relativos a tarefas com forças resultantes somente em x_x e das com somente em x_y

3.6 Conclusão

Neste capítulo, as estratégias de controle de rigidez e controle de impedância, apresentadas no capítulo anterior, foram analisadas para tarefas de esmerilhamento.

Análises de estabilidade para ambas as estratégias foram realizadas com base em um modelo de forças simplificado, sintetizado a partir de modelos existentes na literatura e generalizado para todas as direções do espaço cartesiano.

Por fim verificou-se que, diferentemente das tarefas onde o modelo de forças não provê acoplamentos entre os estados (por exemplo tarefas de montagem ou furação), a tarefa de esmerilhamento impõe condições na escolha dos ganhos dos controladores para que haja estabilidade no sistema.

Capítulo 4

Observadores de Estado para o Controle de Força Indireto em MTF's

4.1 Introdução

Os capítulos anteriores trataram da formulação e análise de duas estratégias de controle de força indireto aplicadas em tarefas de esmerilhamento. Este capítulo, por sua vez, busca a implementação prática destas estratégias.

Uma das dificuldades encontradas para a implementação é que, na prática, nem sempre é possível medir fisicamente todos os sinais necessários para realimentação do controle, seja pela falta de sensores, pela dificuldade da modificação da estrutura mecânica, ou mesmo por questões de economia, dado que a medida direta destes sinais podem agregar custos indesejáveis ao projeto. Nesses casos é necessário estimar estes estados através das medidas disponíveis.

Esta estimativa pode ser feita mediante o projeto de observadores de estado, ou seja, sistemas que são projetados a partir dos sinais dos medidores do sistema original, de forma que o erro entre o estado real e o estado estimado convirja para zero na ausência de ruídos externos.

Ambas as estratégias de controle apresentadas neste trabalho requerem o conhecimento de quatro variáveis de estado por junta (posição e velocidade do elo e do rotor).

Na maioria dos robôs atualmente fabricados, dificilmente encontra-se disponibilizado um conjunto de sensores para medição direta de todos estes estados. Todos os robôs são equipados com sensores de posição ("encoders") e estes, na presença da flexibilidade, tipicamente acabarão por medir a posição dos rotores.

Em poucos casos, tacômetros são utilizados para medir a velocidade dos rotores e magnetômetros e sensores de torque utilizados para medir a posição dos elos [Hirzinger *et al.*, 2001], [Albu-Schäffer *et al.*, 2004]. No entanto, magnetômetros fornecem sinais um tanto quanto ruidosos e a utilização de sensores de torque nas juntas requer o conhecimento da rigidez das juntas para obter a posição dos elos. Além disso, nenhuma medição direta da velocidade dos elos está atualmente em uso. Conseqüentemente, este cenário motiva o projeto e a implementação de observadores de estado para substituir a falta de sensoriamento.

Antes de dar início a discussão da escolha dos observadores para cada estratégia, é interessante que ambas as leis de controle¹ sejam lembradas:

- Controle de Rigidez

$$\begin{aligned}\tau &= Ju_0 + K(q_2 - q_1) + K_{D2}s_2 \\ q_{2d\dot{x}} &= \bar{K}^{-1}[\bar{B}(q_1)\ddot{x}_r + \bar{C}(q_1, \dot{q}_1)\dot{x}_r + \bar{g}(q_1) + K_{Dx}s_x] + q_1\end{aligned}\quad (4.1)$$

- Controle de Impedância

$$\begin{aligned}\tau &= J\gamma + B_z(q_1, \dot{q}_1, \dot{z}) + G(q_1, z) \\ \gamma &= \ddot{z}_d + K_{D\gamma}\dot{z} + K_{P\gamma}z \\ z_{d\dot{x}} &= \bar{K}^{-1}[\bar{B}(q_1)\ddot{x} + \bar{C}(q_1, \dot{q}_1)\dot{x} + \bar{G}(q_1) + B_m^{-1}(D_m\dot{x} + K_m\tilde{x}) + (\bar{B}(q_1)B_m^{-1} + I)h]\end{aligned}\quad (4.2)$$

Estar ciente da estrutura de cada uma dessas estratégias é fundamental para compreensão da escolha dos observadores.

Observador para o Controle de Rigidez

Muitos observadores para robôs com flexibilidade nas juntas foram propostos nas últimas duas décadas, podendo ser citado alguns destes trabalhos como [Nicosia *et al.*, 1988], [Nicosia e Tornambe, 1989], [Nicosia e Tomei, 1990], [Tomei, 1990] e [Jankovic, 1992]. Porém, todos estes observadores assumem a medição da posição dos elos, o que não convém com a idéia deste capítulo de substituir a utilização de sensores.

¹Leis de controle retiradas das seções 2.2.2, 2.2.3, 2.3.4 e 2.5

Em contrapartida, Jankovic [1995] propôs um observador de ordem reduzida e de alto ganho considerando as medições somente da posição e velocidade dos rotores. O resultado foi a obtenção de um observador pouco complexo, robusto com relação a incertezas paramétricas de carga e de desempenho satisfatório constatado em simulações.

No entanto, uma vez que estes observadores estão baseados no modelo dinâmico do manipulador, suas implementações em tarefas de contato não são possíveis sem a correção do modelo pela inserção da parcela das forças externas. O inconveniente é que esta inserção implica na necessidade do sensoriamento ou estimação destas forças, fazendo com que seja preciso o conhecimento de uma parcela dinâmica que a estratégia do controle de rigidez não requer, por si só, para ser implementada.

Uma solução para este problema é encontrada no trabalho de Luca *et al.* [2007], recentemente citado em Siciliano e Khatib [2008], onde se propõe a estimação da posição e velocidades dos elos a partir da medição da posição dos rotores em conjunto com o sinal de acelerômetros montados de forma adequada sobre os elos. A grande contribuição deste trabalho é que o observador não requer o conhecimento da dinâmica dos elos, não necessitando então do conhecimento das forças exercidas pelo efetuador sobre o meio. Em função do trabalho tratar da instrumentação do robô por acelerômetros, o que no contexto desta dissertação não é desejada pela implementação de sensores, cabe ressaltar que apesar de simples e de baixo custo esta idéia de instrumentação não requer um acelerômetro por junta.

O observador baseado em acelerômetro mostrou-se uma boa escolha para emprego nas análises do controle de rigidez e será apresentado a posteriori.

Observador para o Controle de Impedância

Em termos de leitura de dados o controle de impedância necessita um grau maior de instrumentação do que o controle de rigidez. Isso ocorre pois, para a implementação do controle de impedância, é necessária a realimentação da força de contato, além das variáveis de posição e velocidade nas juntas como é o caso do controle de rigidez.

A implementação do controle de impedância busca a estimativa da posição e velocidade dos elos tanto quanto da força exercida pelo manipulador. A motivação para procura de observadores para a implementação desta estratégia é ainda maior pois sistemas de controle que utilizam sensores de força possuem alguns problemas, como sinal ruidoso, largura de banda

estreita e problemas de colocação². Ou seja, o desempenho do sistema acaba dependendo também da qualidade (características) do dispositivo de medição de força.

Muitos projetos de observadores de força e de distúrbios têm sido propostos nos últimos anos, sendo possível notar a crescente atenção despendida ao fenômeno da vibração torcional. A grande parte dos autores que direcionam a atenção ao problema da ressonância, oriunda da presença da flexibilidade nas transmissões, tomam o modelo de duas inércias apresentado na seção 1.6.2 como base para a formulação dos observadores. Como exemplos podem ser citados Tungpataratanawong *et al.* [2005], Ohba *et al.* [2006] e Tungpataratanawong *et al.* [2007], sendo este último o escolhido para o controle de impedância.

Esta proposta de observador foi escolhida pelo fato de possuir uma estrutura relativamente simples e atender as necessidades da estratégia, ou seja, estima a velocidade dos elos, permite recuperar a posição dos elos e, por fim, estima um torque de distúrbio para cada junta. É possível então, a partir do jacobiano analítico, das posições estimadas dos elos e do modelo dinâmico do robô, obter a força exercida pelo manipulador sobre o meio.

As próximas duas seções tratarão da descrição do observador baseado em acelerômetro escolhido para o controle de rigidez e do observador de forças externas escolhido para o controle de impedância.

4.2 Observador de Estados Baseado na Aceleração para MTF's

Este observador, proposto em De Luca *et al.* [2007], consiste num novo observador de estados para MTF's baseado no uso de acelerômetros montados sobre os elos em conjunto com a medição da posição dos rotores. A vantagem principal deste observador é a independência dos parâmetros dinâmicos relacionados ao braço do manipulador (massas e suas posições, e inércia dos elos), a facilidade de ajuste dos ganhos do observador e o seu comportamento (linear) previsível.

No passado, acelerômetros já haviam sido utilizados para o controle [Readman e Bélanger, 1991]. No entanto, a realimentação direta da aceleração é crítica do ponto de vista teórico (não há causalidade estrita entre o torque aplicado e a aceleração mensurada) e pode levar a instabilidade se o esquema de controle não for cuidadosamente implementado [De Luca *et al.*, 2007].

²Os problemas dinâmicos devido a colocação estão apresentados na seção 1.3

A formulação deste observador será apresentada em duas etapas. Iniciando com o projeto do observador baseado na aceleração e finalizando com a idéia da implementação de acelerômetros.

4.2.1 Projeto do Observador

Considere o modelo dinâmico apresentado na seção 1.5.1:

$$B(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + K(q_1 - q_2) + g(q_1) = 0 \quad (4.3)$$

$$J\ddot{q}_2 + K(q_2 - q_1) = \tau \quad (4.4)$$

Para o modelo dinâmico acima, define-se como entrada $u \in \mathfrak{R}^N$, os estados $x \in \mathfrak{R}^{4N}$, e a saída medida $y \in \mathfrak{R}^{2N}$ os seguintes vetores:

$$u = \tau, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_2 \\ q_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_2 \\ \ddot{q}_1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

As equações de estado não lineares associadas são:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ J^{-1}K(x_2 - x_1) \\ f_4(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} u = f(x) + Gu \quad (4.6)$$

com a saída dada por

$$y = \begin{bmatrix} x_1 \\ f_4(x) \end{bmatrix} = z(x) \quad (4.7)$$

Note que todos os componentes dinâmicos não lineares estão contidos no termo

$$f_4(x) = B^{-1}(x_2)[-K(x_2 - x_1) - C(x_2, x_4)x_4 - g(x_2)]. \quad (4.8)$$

Portanto, o vetor $f(x)$ e o vetor função de saída $z(x)$ nas equações (4.6) e (4.7) têm a

seguinte estrutura interna

$$f(x) = \begin{bmatrix} Ax \\ f_4(x) \end{bmatrix}, \quad z(x) = \begin{bmatrix} Cx \\ f_4(x) \end{bmatrix}, \quad (4.9)$$

onde os termos lineares são caracterizados pelas matrizes A ($3N \times 4N$) e C ($N \times 4N$) dadas por

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \\ -J^{-1}K & J^{-1}K & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

Com isso, os seguintes resultados são assegurados.

Teorema 4.2.1 *Para o modelo dinâmico do robô (4.3), define-se o observador dinâmico linear*

$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} A \\ 0 \end{bmatrix} \xi + Gu + L(y_1 - C\xi) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} y_2, \quad (4.11)$$

onde $\xi \in \mathbb{R}^{4N}$ é o estado do observador e a matriz ($4N \times N$) de ganhos $L = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 & L_3 & L_4 \end{bmatrix}^T$ tem blocos $L_j = \text{diag}[L_{j1}, \dots, L_{jN}]$ ($j=1, \dots, 4$). Então, o erro de estimação de estado $e = x - \xi$ pode ser feito globalmente exponencialmente estável com uma taxa de decaimento arbitrária.

Prova A dinâmica do erro do processo de estimação do estado pode ser escrita como

$$\dot{e} = f(x) + Gu - \begin{bmatrix} A \\ 0 \end{bmatrix} \xi - Gu - LC(x - \xi) - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ f_4(x) \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$= \left(\begin{bmatrix} A \\ 0 \end{bmatrix} - LC \right) e = A_{obs} e, \quad (4.13)$$

com o par

$$\left\{ \begin{bmatrix} A \\ 0 \end{bmatrix}, C \right\}$$

sendo sempre observável. Portanto, qualquer conjunto desejável de autovalores para A_{obs} pode ser imposto pela escolha adequada da matriz de ganhos do observador L . É importante

notar que todos os blocos nas matrizes A e C são diagonais, e desta forma, a matriz L associada pode ser determinada com uma dada estrutura de bloco diagonal.

A característica mais relevante do observador (4.11) é que o conhecimento das dinâmicas dos elos não é necessária, somente os parâmetros dinâmicos relativos a inércia do rotor e a rigidez da transmissão de cada junta.

Esta proposta de observador tem uma estrutura linear e descentralizada. Isto implica que somente as variáveis de uma dada junta i são necessárias para estimar os estados a ela relacionados. Em particular, conforme pode ser verificado na equação (4.5), somente as medidas de q_{2i} e \ddot{q}_{1i} são utilizadas.

O problema de alocação de autovalores pode ser solucionado de forma fechada. Para uma dada junta i , assume-se que o conjunto de quatro autovalores $\lambda_{ji} \in \mathbb{C}^-$, $j=1,\dots,4$, é especificado (se complexo, em pares conjugados). O polinômio característico associado a estes autovalores é dado por

$$p_i^*(\lambda) = \lambda^4 + a_{3i}\lambda^3 + a_{2i}\lambda^2 + a_{1i}\lambda + a_{0i}, \quad (4.14)$$

com os coeficientes a_{ji} 's determinados unicamente pelos λ_{ji} 's desejados. Um cálculo simples leva as seguintes expressões dos ganhos que determinam a dinâmica desejada para o erro de estimação:

$$L_{1i} = a_{3i}, \quad L_{2i} = K_i^{-1} J_i a_{1i}, \quad L_{3i} = a_{2i} - J_i^{-1} K_i \quad e \quad L_{4i} = K_i^{-1} J_i a_{0i}. \quad (4.15)$$

E, portanto, a escolha dos ganhos pode ser feita de forma analítica, dependendo do desempenho imposto para a resposta do observador.

4.2.2 A Implementação do Acelerômetro

A medida direta da aceleração \ddot{q}_1 dos elos é uma tarefa tecnicamente difícil de ser realizada. Para fazer frente a este problema, introduz-se a utilização de acelerômetros multi-axiais sendo montados sobre a estrutura do manipulador. Estes, por sua vez, medirão as acelerações lineares no espaço cartesiano (incluindo a constante da aceleração gravitacional g_0) de pontos selecionados do manipulador e permitirão, através de matrizes de transformação e rotação, obter as acelerações dos elos. A figura 4.1(a) ilustra a implementação de um acelerômetro em um robô de dois graus de liberdade.

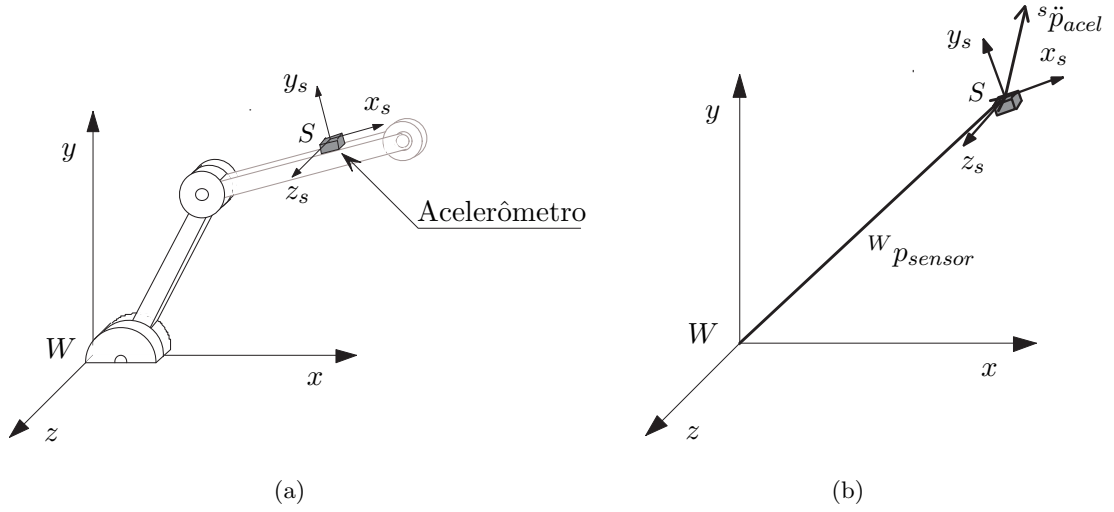


Figura 4.1: Implementação do acelerômetro em um robô de 2 graus de liberdade - (a) detalhes da montagem e (b) vetores de referência

É possível verificar que, a partir da figura 4.1(b), a implementação envolve dois sistemas de coordenadas: o sistema de coordenadas da base do robô, denotado por W , e o sistema de coordenadas do sensor, denotado por S . A posição do sensor fica representado no sistema de coordenadas da base pelo vetor posição ${}^W p_{sensor}$, enquanto o vetor das acelerações medidas pelo sensor, representado no sistema de coordenadas do sensor, é denotado por ${}^s \ddot{p}_{accel}$.

A posição tridimensional ${}^W p_{sensor}$ de um dado acelerômetro é uma função unicamente dependente da posição angular dos elos, sendo expressa pelo mapeamento cinemático

$${}^W p_{sensor} = f_{sensor}(q_1). \quad (4.16)$$

Diferenciando duas vezes (4.16) no tempo, obtém-se

$${}^W \ddot{p}_{sensor} = J_{sensor}(q_1)\ddot{q}_1 + \dot{J}_{sensor}(q_1)\dot{q}_1, \quad (4.17)$$

onde $J_{sensor}(q_1) = \frac{d}{dt}f_{sensor}(q_1)$ é a matriz jacobiana do acelerômetro.

Tendo em vista que o vetor de acelerações ${}^s \ddot{p}_{accel}$ fornecido pelo sensor estão dados em seu próprio sistema de coordenadas, é preciso então aplicar uma matriz de rotação para obtê-los orientados no espaço de referência do manipulador. Esta matriz de rotação também é função da posição angular dos elos, sendo denotada por $R(q_1)$, e fornece a seguinte relação

$${}^W \ddot{p}_{sensor} = R(q_1){}^s \ddot{p}_{accel}. \quad (4.18)$$

Substituindo (4.18) em (4.17) e manipulando a equação obtém-se a aceleração das juntas em termos da aceleração medida pelo sensor:

$$\ddot{q}_1 = J_{sensor}^{-1}(q_1)(R(q_1)^s \ddot{p}_{accel} - \dot{J}_{sensor}(q_1)\dot{q}_1). \quad (4.19)$$

Assim, a real medida do robô disponível para o projeto do observador será

$$y = \begin{bmatrix} q_2 \\ J_{sensor}^{-1}(q_1)(R(q_1)^s \ddot{p}_{accel} - \dot{J}_{sensor}(q_1)\dot{q}_1) \end{bmatrix}. \quad (4.20)$$

Novamente considerando o modelo dinâmico (4.3), em conjunto com sua descrição no espaço de estados (4.5) e a nova saída (4.20), redefine-se o observador de estados (4.11) para

$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} A \\ 0 \end{bmatrix} \xi + Gu + L(y_1 - C\xi) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} J_{sensor}^{-1}(\xi_2)(R(\xi_2)^s \ddot{p}_{accel} - \dot{J}_{sensor}(\xi_2)\xi_4). \quad (4.21)$$

É possível demonstrar que a dinâmica do erro de estimação dos estados é descrita por

$$\dot{e} = A_{obs} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ f_{res}(x, \xi) \end{bmatrix}, \quad (4.22)$$

com A_{obs} definido como na prova do teorema 4.2.1 e com o vetor residual

$$\begin{aligned} f_{res}(x, \xi) = & [I - J_{sensor}^{-1}(\xi_2)R(\xi_2)R^{-1}(x_2)J_{sensor}^{-1}(x_2)]f_4(x) + \\ & + J_{sensor}^{-1}(\xi_2)R(\xi_2)[\dot{J}_{sensor}(\xi_2)\xi_4 - \dot{J}_{sensor}(x_2)x_4]. \end{aligned} \quad (4.23)$$

A convergência do erro do observador para uma pequena região delimitada em torno do zero pode ser mostrada utilizando considerações de "alto-ganho" e uma análise via método de Lyapunov, como detalhado em Thümmel [2006]. Cabe salientar que, quando o robô inicializa do repouso, o erro inicial $e(0)$ pode ser feito arbitrariamente pequeno utilizando as medidas da posição do rotor e o conhecimento adicional do vetor de gravidade $g(q_1)$ de (4.3). Pode-se também, utilizando o algoritmo iterativo proposto em [Albu-Schäffer *et al.*, 2004], determinar

a estimativa inicial da posição angular dos elos tal que $\xi_2(0) = q(0)$.

4.3 Observador de Força Baseado em Torques de Distúrbio

A idéia original deste observador além de procurar aumentar o desempenho do sistema de controle pela substituição dos sensores de força é, a partir da aplicação de um controle de impedância, possibilitar uma relação complacente não somente entre o efetuador e o meio mas entre todas as partes do manipulador. Esta capacidade é muito valorizada por estar relacionada com a integridade física dos seres humanos, os quais vêm dividindo cada vez mais seu espaço com as máquinas robóticas.

Esta estratégia de observação resume-se na utilização de um observador de distúrbio baseado no modelo de duas inércias, apresentado no seção 1.6.2, e das equações dinâmicas do robô no intuito de estimar as forças de interação entre o robô e o meio.

4.3.1 Observador de Distúrbios

Como mencionado anteriormente, o projeto do observador emprega o sistema de duas inércias para modelar cada junta do manipulador. Sendo assim, considere o modelo dinâmico para as juntas flexíveis na adição do vetor τ_L dos torques de distúrbio sobre os elos dado por:

$$\begin{aligned} B_L \ddot{q}_1 + D_L \dot{q}_1 + \tau_L &= K q_S \\ J \ddot{q}_2 + D_M \dot{q}_2 + K q_S &= \tau \end{aligned} \quad (4.24)$$

onde B_L é a matriz diagonal das inércias nominais de cada elo, $q_S = q_2 - q_1$ é o vetor das posições angulares torcionais e D_L e D_M as matrizes de atrito referentes, respectivamente, ao lado dos elos e dos rotores.

O sistema (4.24) pode ser descrito na seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_1 \\ \dot{q}_S \\ \dot{\tau}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J^{-1}D_M & 0 & -J^{-1}K & 0 \\ 0 & -B_L^{-1}D_L & -B_L^{-1}K & -B_L^{-1} \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_2 \\ \dot{q}_1 \\ q_S \\ \tau_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J^{-1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tau \quad (4.25)$$

podendo ser simbolicamente resumida, de acordo com suas divisões internas, por

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_2 \\ \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_2 \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_1 \\ 0 \end{bmatrix} \tau. \quad (4.26)$$

Com base na teoria de observadores, o torque de distúrbio τ_L é estimado utilizando as equações do observador de estados de ordem mínima do modelo de duas inércias

$$\dot{z} = (A_{22} - K_{obs}A_{12})z + (A_{22}K_{obs} - K_{obs}^T A_{12}K_{obs} + A_{21} - K_{obs}A_{11})\dot{q}_2 - K_{obs}W_1\tau \quad (4.27)$$

$$\hat{x} = z + K_{obs}\dot{q}_2 \quad (4.28)$$

onde z é o vetor das variáveis de estado do observador e K_{obs} é a matriz de ganhos do observador.

Os estados observados do sistema são representados por \hat{x} , ou seja, \hat{q}_1 , \hat{q}_S e $\hat{\tau}_L$. A dinâmica de erro da estimação é dada pelos autovalores de $A_{22} - K_{obs}A_{12}$, logo, a matriz K_{obs} deve ser projetada de modo que estes autovalores tenham parte real negativa e forneçam uma resposta rápida.

4.3.2 Estimação das Forças de Reação

Quando o robô entra em contato com meio, o torque de distúrbio τ_L do sistema é geralmente representado pela soma dos seguintes torques:

$$\tau_L = \tau_{inerc} + \tau_{col} + \tau_{grav} + \tau_{fric} + \tau_{ext}. \quad (4.29)$$

O torque de distúrbio do sistema é então composto pela perturbação das dinâmicas internas do manipulador e pelas perturbações provenientes da interação com o meio. Os torques devido a dinâmica interna do robô compreende ao torque de variação de inércia e os termo de acoplamento τ_{inerc} , dos termos centrífugos e de Coriolis τ_{col} , dos termos de gravidade τ_{grav} e dos termos de atrito τ_{fric} .

O torque de carga τ_o para a saída da transmissão é a soma da dinâmica do robô, incluindo os termos nominais da saída do modelo de duas inércias, e do torque externo

devido ao contato do manipulador com o meio. Este torque de carga pode ser derivado como

$$\begin{aligned}\tau_o &= \tau_{dinâmico} + \tau_{ext} \\ &= B(q_1)\ddot{q}_1 + D_L\dot{q}_1 + C(\dot{q}_1, q_1)\dot{q}_1 + g(q_1) + F(q_1) + \tau_{ext}.\end{aligned}\quad (4.30)$$

Nesta etapa já é visto que a dinâmica do robô envolve o momento de inércia $B(q_1)\ddot{q}_1$, o vetor de forças centrífugas e de Coriolis $C(\dot{q}_1, q_1)\dot{q}_1$, o vetor de gravidade $g(q_1)$, termos do atrito viscoso $D_L\dot{q}_1$, termos do atrito de Coulomb $F(q_1)$ e o torque externo proveniente do meio. O próximo passo então é obter os torques nominais relacionados ao subsistema dos elos para que, com a subtração destes do torque de carga, seja possível encontrar os torques de distúrbio.

Novamente recorrendo ao modelo de duas inércias, nota-se que o torque nominal está relacionado aos parâmetros nominais de inércia e atrito viscoso de cada elo. Este torque é obtido pela seguinte relação:

$$\tau_{Ln} = B_L\ddot{q}_1 + D_L\dot{q}_1. \quad (4.31)$$

Utilizando a equação (4.31) o torque de distúrbio é então derivado:

$$\begin{aligned}\tau_L &= \tau_o - \tau_{Ln} \\ &= (B(q_1) - B_L)\ddot{q}_1 + C(\dot{q}_1, q_1)\dot{q}_1 + g(q_1) + F(q_1) + \tau_{ext}.\end{aligned}\quad (4.32)$$

Todas as dinâmicas a serem calculadas em (4.32) necessitam das posições, velocidades e acelerações angulares dos elos e, uma vez não possuindo a medição destas variáveis, é sensato que as mesmas sejam retiradas do observador.

Através do uso dos torques de distúrbio $\hat{\tau}_L$ fornecido em (4.27), a estimação dos torques de interação com o meio pode ser obtida:

$$\hat{\tau}_{ext} = \hat{\tau}_L - (B(\hat{q}_1) - B_L)\hat{\ddot{q}}_1 - C(\hat{\dot{q}}_1, \hat{q}_1)\hat{\dot{q}}_1 - g(\hat{q}_1) - F(\hat{q}_1) \quad (4.33)$$

Por fim, utilizando a matriz jacobiana analítica $J_A(q_1)$ com base nas posições angulares do elos estimadas, encontra-se as forças de reação descritas no espaço cartesiano:

$$\hat{h}_{ext} = J_A^{-T}(\hat{q}_1)\hat{\tau}_{ext} \quad (4.34)$$

Com a estimação da força externa e das variáveis de estado dos elos, torna-se possível a realização do controle de impedância para MTF's sem qualquer instrumentação adicional.

4.4 Conclusão

Neste capítulo, a implementação prática do controle de rigidez e do controle de impedância foi posta em discussão, sugerindo observadores de estado distintos para cada estratégia.

A proposta de utilização de observadores de estado para a implementação destas estratégias decorre, primeiramente, da necessidade da leitura de posição e velocidade dos elos, sensoriamento raramente encontrado nos manipuladores, e da necessidade da leitura das forças de contato no controle de impedância.

Para o controle de rigidez escolheu-se um observador de estado baseado na aceleração que, como principal característica, independe do conhecimento da dinâmica dos elos para realizar a estimação, fato que evita a leitura das forças de contato para uma estratégia de controle que não necessita desta informação.

Para o controle de impedância escolheu-se um observador de estados baseado em torques de distúrbio, o qual, além de estimar a posição e velocidade dos elos, estima os torques devido as forças de contato a partir do conhecimento da dinâmica dos elos.

Ambos os observadores serão avaliados no capítulo 6, via simulação, frente a uma tarefa de esmerilhamento.

Capítulo 5

Criação da Ferramenta de Simulações

5.1 Introdução

Visto o volume de parâmetros relacionados aos modelos dinâmicos do robô e das variáveis de sintonia do controle, foi proposta a criação de uma ferramenta de simulação que permitisse modificar os critérios da tarefa de maneira rápida sem a necessidade de acesso direto aos códigos. A solução foi obtida através da utilização de um ambiente de programação conhecido como GUIDE.

O GUIDE é um ambiente de desenvolvimento de interface gráfica de usuário para Matlab/Simulink. Possui um conjunto de ferramentas que simplificam o processo de projeto e criação de interfaces gráficas (GUIs). Estas ferramentas do GUIDE são utilizadas para definição do leiaute através do GUIDE Layout Editor, onde uma GUI é facilmente projetada clicando e arrastando componentes (painéis, botões, campos de texto, menus e outros) na área de leiaute do editor.

Sempre que o usuário inicia um novo projeto, o programa de edição automaticamente gera um M-file que irá controlar as principais operações do GUI. Este M-file inicializa o GUI e contém um *framework* para todos os *callbacks*¹. Utilizando o editor de M-file pode-se adicionar códigos aos *callbacks*, fazendo com que estes executem as tarefas desejadas pelo usuário.

¹Comandos que são executados quando o usuário clica em um componente do seu GUI

5.2 Simulador

O simulador foi projetado de forma com que todas os parâmetros da tarefa permanecessem visíveis ao usuário, facilitando os ajustes e as análises de resultado (Figura 5.2).

O ambiente do simulador é constituído basicamente por 12 painéis (setores): Manipulador, Estratégia de Controle, Sintonia dos Controladores, Trajetória de Referência, Parâmetros do Manipulador, Geometria do Meio, Tela de Animação, Observadores (posição e força), Gravidade, Parâmetros do Meio, Ferramenta e Parâmetros da Simulação.

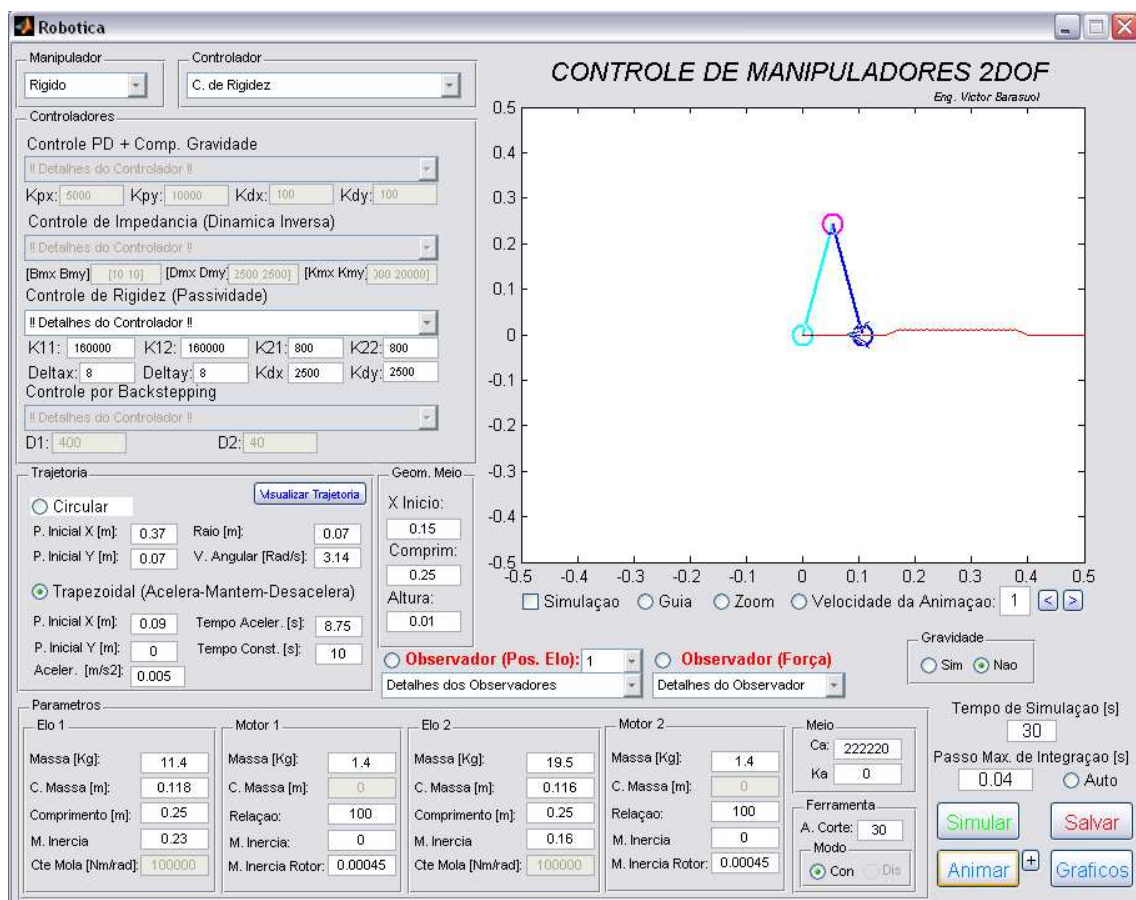


Figura 5.1: Janela principal do simulador

5.2.1 Manipulador

Neste painel o usuário faz a escolha do modelo dinâmico do robô: rígido, flexível ou flexível para utilização de controladores baseados no modelo rígido.

Quando escolhido o modo *Rígido*, considera-se o manipulador estruturalmente rígido

cujo modelo dinâmico utilizado, apresentado na secção 1.4.1, está reescrito abaixo (equação (5.1)).

$$B(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (5.1)$$

Quando escolhido o modo *Flexível*, considera-se um manipulador de elos rígidos mas com flexibilidade nas juntas, cujo modelo dinâmico, apresentado na secção 1.5.1, encontra-se reescrito abaixo (equações (5.2) e (5.3)).

$$B(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + g(q_1) = K(q_2 - q_1) \quad (5.2)$$

$$J\ddot{q}_2 - K(q_2 - q_1) = \tau \quad (5.3)$$

O terceiro modo, denominado *Flexível c/ CMR*, está direcionado a compreensão das dinâmicas trazidas pela presença da flexibilidade nas transmissões. Com esta opção o usuário estará simulando um robô mais próximo do ideal, pois estará utilizando o modelo reduzido de Spong ao mesmo tempo em que se aplica controladores baseados em modelos rígidos e utilizam a leitura das variáveis dos motores e não dos elos.

5.2.2 Estratégias de Controle

Para a escolha da estratégia de controle, 4 (quatro) opções são disponíveis: um controle PID com compensação da gravidade e outras três formuladas dentro da teoria de controle não-linear. São elas: o Controle de Rigidez, o Controle de Impedância e o Controle por Backstepping² para seguimento de trajetória. Esta última estratégia leva em consideração a flexibilidade nas juntas e não pode ser utilizadas quando um dos modos *Rígido* ou *Flexível c/ CMR* for escolhido. Já as demais, há a possibilidade de serem utilizadas em ambos os modos. Porém, cada lei de controle sofre as devidas adequações, na consideração da dinâmica da flexibilidade ou não, de acordo com o modo escolhido.

5.2.3 Sintonia dos Controladores

Diferentemente das três estratégias não-lineares, o controle PID quando escolhido no modo *Flexível* dispõe de outras duas opções: leitura da posição dos elos e leitura da posição dos rotores. Estas opções servem para o usuário simular e compreender o problema de colocação presente nos manipuladores com transmissões flexíveis.

²Estratégia de controle não discutida neste trabalho por se tratar puramente de um controle de movimento.

Acima de cada campo de sintonia, onde faz-se a escolha dos ganhos, um breve resumo descreve a estrutura de cada estratégia de controle dando atenção as variáveis de estado envolvidas.

5.2.4 Trajetória de Referência

Neste painel é possível escolher a trajetória de referência que o manipulador deverá executar no espaço cartesiano. O usuário dispõe de dois perfis de trajetória para ajuste: um perfil circular e um trapezoidal (Figura 5.2.4).

Trajetoria	
<input type="radio"/> Circular	<input type="button" value="Visualizar Trajetoria"/>
P. Inicial X [m]:	0.37
Raio [m]:	0.07
P. Inicial Y [m]:	0.07
V. Angular [Rad/s]:	3.14
<input checked="" type="radio"/> Trapezoidal (Acelera-Mantem-Desacelera)	
P. Inicial X [m]:	0.09
Tempo Aceler. [s]:	8.75
P. Inicial Y [m]:	0
Tempo Const. [s]:	10
Aceler. [m/s2]:	0.005

Figura 5.2: Painel de configuração das trajetórias

Há quatro parâmetros de ajuste para o perfil circular: dois para posicionar o centro da trajetória, o raio do círculo e a velocidade angular. Já a trajetória trapezoidal possui cinco parâmetros de ajuste: posição inicial da trajetória, tempo sob aceleração, tempo sob velocidade constante e o valor da aceleração. Neste painel também encontra-se um botão de visualização de trajetória que auxilia o usuário no ajuste das curvas.

5.2.5 Parâmetros do Manipulador

No painel *Parâmetros do Manipulador* são introduzidos os parâmetros físicos relacionados aos elos, juntas e motores, sendo com isso subdividido em quatro outros painéis: *Elo 1*, *Motor 1*, *Elo 2* e *Motor 2* (Figura 5.2.5).

Nos subpainéis *Elo 1* e *Elo 2*, os parâmetros físicos envolvidos são: massa do elo, posição do centro de massa do elo, comprimento do elo, momento de inércia do elo e constante de mola equivalente para a respectiva junta.

Parametros				
Elo 1	Motor 1	Elo 2	Motor 2	Meio
Massa [Kg]: 11.4	Massa [Kg]: 1.4	Massa [Kg]: 19.5	Massa [Kg]: 1.4	Ca: 235000
C. Massa [m]: 0.118	C. Massa [m]: 0	C. Massa [m]: 0.116	C. Massa [m]: 0	Ka: 0
Comprimento [m]: 0.25	Relação: 100	Comprimento [m]: 0.25	Relação: 100	Ferramenta
M. Inercia: 0.23	M. Inercia: 0	M. Inercia: 0.16	M. Inercia: 0	A. Corte: 30
Cte Mola [Nm/rad]: 130000	M. Inercia Rotor: 0.00045	Cte Mola [Nm/rad]: 130000	M. Inercia Rotor: 0.00045	Modo
				<input checked="" type="radio"/> Con <input type="radio"/> Dis

Figura 5.3: Painel de inserção dos parâmetros do manipulador

Nos subpainéis *Motor 1* e *Motor 2*, os parâmetros físicos envolvidos são: massa do motor, posição do centro de massa do motor, relação de transmissão (reductor), momento de inércia do motor e momento do inércia do rotor.

Por fim, estes parâmetros comporão as matrizes de inércia dos elos e dos rotores, forças centrífugas e Coriolis, gravitacional e a matriz das constantes torcionais modelada para as juntas no caso das simulações no modo *Flexível*.

5.2.6 Geometria do Meio

O perfil do meio, ou a geometria do meio como é chamado no simulador, é uma secção aproximada da superfície de um cordão de solda utilizada para simular uma tarefa de esmerilhamento.

Esta aproximação é feita através de um perfil trapezoidal (Figura 5.4(a)) que pode ser performado com a manipulação de 3 parâmetros de ajuste: *X Início*, *Comprim* e *Altura*. Os parâmetros são ajustados através do painel *Geometria do Meio*, ilustrado na figura 5.4(b).

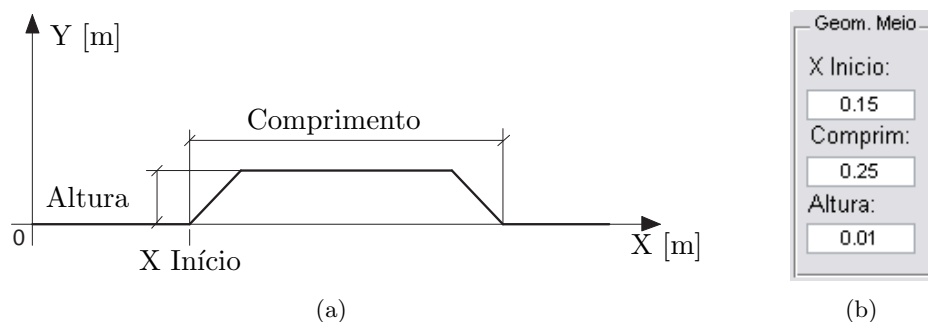


Figura 5.4: Geometria do meio - (a) Parâmetros e (b) Painel

No campo referente à *X Início*, o usuário insere a posição no eixo X na qual a superfície terá início (a posição inicial no eixo das ordenadas é 0 (zero) por definição). Os parâmetros *Comprim* e *Altura* se referem, respectivamente, ao comprimento da base e a altura do trapézio.

5.2.7 Parâmetros do Meio

Os parâmetros do meio referem-se aos parâmetros do modelo adotado para as forças de reação do meio em uma tarefa de esmerilhamento.

Conforme discutido no capítulo 3, a representação da força de corte para a ferramenta de esmerilhamento contém parâmetros difíceis de serem obtidos. Para contornar esta dificuldade e possibilitar as simulações, o modelo para a força de corte (3.2) foi redefinido da seguinte forma:

$$F_c = \frac{b\delta v u}{w} = Ca\delta v \quad (5.4)$$

onde Ca é um parâmetro que agrupa os parâmetros espessura do rebolo b , energia específica do material u e velocidade angular do rebolo w .

Com isso, através do painel *Meio*, o usuário escolhe o valor de Ca de acordo com a magnitude desejada para as forças de reação.

5.2.8 Ferramenta

Como discutido e detalhado na seção 3.2, pode-se realizar duas formas de movimento no processo de esmerilhamento: movimento concordante e movimento discordante. Este movimento é escolhido no painel *Ferramenta*.

O ângulo α , que relaciona as componentes de força normal e tangencial, também é escolhido neste painel.

5.2.9 Observadores

Neste painel é possível escolher se a realimentação das variáveis de controle será realizada considerando o uso de sensores ou o uso de observadores.

Para o caso do uso de observadores, o usuário pode optar entre as duas técnicas de observação apresentadas no capítulo 4: o observador de estado baseado na aceleração (seção 4.2) e o observador de força baseado em torques de distúrbio (seção 4.3). Para complementar, um campo específico deste painel traz as referências bibliográficas dos observadores.

5.2.10 Parâmetros da Simulação

Neste painel pode-se escolher o tempo de simulação, o passo máximo de integração ou passo de integração automático.

Quando o passo máximo de integração for selecionado, o passo da integração será parcialmente automático, podendo o algoritmo de integração variar o passo dentro de uma faixa cujo valor máximo é fornecido pelo usuário. Este modo é utilizado para correção dos casos em que a simulação retorna resultados imprecisos, ou até incoerentes, devido ao elevado passo de integração permitido pelo modo automático.

No que diz respeito a qualidade da animação gráfica, o modo do passo máximo é utilizado para tornar a animação mais realista, pois reduzindo o passo máximo se reduz a influência da variação do passo na reprodução do movimento do robô.

5.2.11 Tela de Animação

Uma forma de se analisar os resultados obtidos pela simulação, é através da tela de animação. Nesta tela, a tarefa realizada pelo manipulador pode ser visualizada em uma animação 2D (Figura 5.2.11). A imagem representa a vista superior de um robô planar, para o caso da ausência da gravidade, ou a vista lateral para o caso da presença da gravidade.

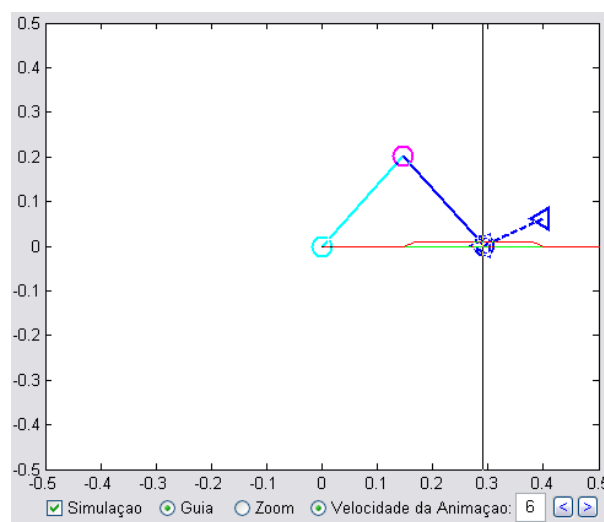


Figura 5.5: Tela de animação

Um painel de *check* intitulado *Simulação* avisa ao usuário do término da simulação, podendo a partir de então ser realizada a animação.

Outras três ferramentas auxiliam o usuário na análise dos resultados: *Guia*, *Zoom* e *Velocidade de Animação*.

- **Guia:** durante a animação, a função *Guia* mostra uma linha de referência, paralela ao eixo Y, que representa a posição em X da trajetória desejada.
- **Zoom:** quando setada a função *Zoom*, a imagem fornecida na tela trará uma vista aproximada da superfície onde a tarefa será realizada, ou seja, no perfil trapezoidal fornecido pelo usuário.
- **Velocidade de Animação:** existem casos em que a animação do robô revela movimentos abruptos de grande interesse para as análises. É necessário então que se reduza a velocidade da animação para que conclusões possam ser tiradas. Para este fim, a função *Velocidade de Animação* foi criada como uma forma de "câmera lenta", permitindo ao usuário 10 níveis de velocidade possíveis de escolha, sendo o nível 10 o da animação mais lenta.

Para os casos em que uma das variáveis Ka ou Ca não seja nula e a trajetória de referência seja projetada para dentro do meio, as forças de reação do meio se farão presentes. Tais forças também compõem a animação na forma de um vetor resultante.

5.2.12 Gravidade

Neste painel o usuário poderá escolher a presença ou não da gravidade na simulação. Para o caso da presença de gravidade, esta agirá com vetor paralelo ao plano de trabalho do manipulador e orientado, de acordo com a tela de animação, de cima para baixo.

5.2.13 Geração dos Resultados

Após verificado o término da simulação, é possível a obtenção de vários gráficos pelo clique no botão *Gráficos*.

Esta função abre uma janela (Figura 5.2.13) que contém informações gráficas relativas aos erros de referência, sinais de controle e forças de reação.

Relacionados a cada gráfico disposto nesta janela, pequenos botões simbolizados pelo sinal '+' trazem gráficos detalhados a respeito da variável de interesse.

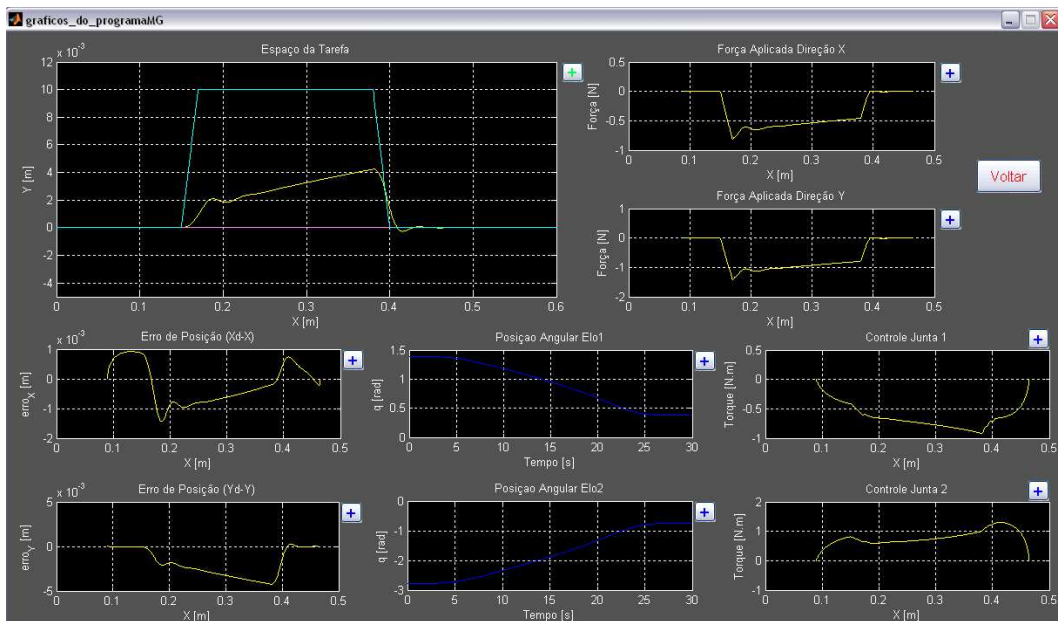


Figura 5.6: Janela de gráficos

5.2.14 Armazenamento dos Resultados

Os resultados obtidos em simulação podem ser armazenados através do botão *Salvar* localizado na janela principal do simulador. Este botão abre uma janela onde o usuário escolhe o local de destino dos dados (Figura 5.2.14).

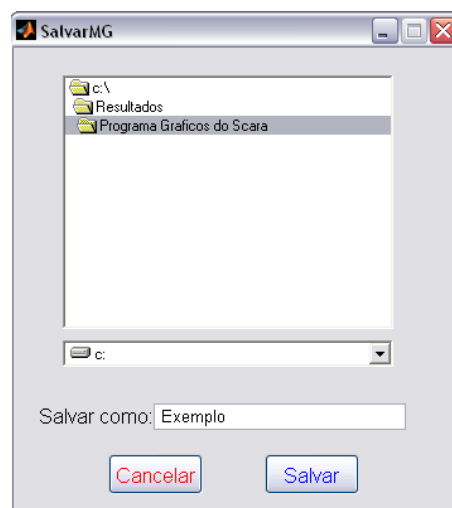


Figura 5.7: Função salvar

A função *Salvar* escreve os *arrays* atuais da memória (os resultados) como um fluxo contínuo de *bytes* gerando arquivos na forma binária do tipo MAT-files (não-legível ao ser

humano). Por convenção, este arquivo têm a extensão *.mat*, logo o nome MAT-file.

A função *load* do MATLAB carrega os *arrays* no *workspace*, podendo então os resultados armazenados serem plotados ou animados.

5.3 Conclusão

Neste capítulo, propôs-se uma ferramenta de simulação criada para facilitar o aprendizado e o processo de obtenção de resultados.

O ajuste e verificação da situação simulada podem ser facilmente realizados, pois todos os parâmetros envolvidos na simulação são apresentados em uma única tela (tela principal).

O simulador engloba todo o conteúdo do trabalho e apresenta, por possuir uma interface simples e direta, ser um ferramenta com grande potencial de auxílio na disseminação do assunto no meio acadêmico.

Capítulo 6

Resultados de Simulação

6.1 Introdução

Neste capítulo, são apresentados os resultados obtidos da simulação de uma tarefa de esmerilhamento pela aplicação das estratégias do controle de rigidez e do controle de impedância.

A tarefa consiste na remoção de um cordão de solda, depositado sobre uma superfície plana, por meio de um robô manipulador de dois graus de liberdade.

Por último, as tarefas de esmerilhamento serão novamente simuladas, porém com a aplicação dos observadores de estado apresentados no capítulo 4.

6.2 Modelo do Manipulador de Serviço

O manipulador escolhido para a simulação possui apenas duas juntas rotativas paralelas (Figura 6.1). Este arranjo de juntas fornece ao robô dois graus de liberdade que permitem a execução de movimentos em um plano cartesiano. Este grau de mobilidade é suficiente para realizar as simulações da tarefa de esmerilhamento, a qual será detalhada posteriormente, com base no modelo de forças proposto no terceiro capítulo.

É considerado que o manipulador de serviço apresenta flexibilidade nas transmissões e possui características construtivas tais que o modelo dinâmico reduzido de Spong, apresentado

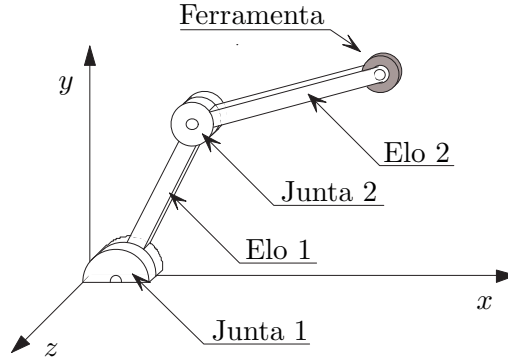


Figura 6.1: Manipulador de serviço

na seção 1.5.1, pode ser utilizado para sua representação. Tal modelo é reescrito como:

$$\begin{aligned} B(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + g(q_1) &= K(q_2 - q_1) \\ J\ddot{q}_2 + K(q_2 - q_1) &= \tau \end{aligned} \quad (6.1)$$

no qual $J = N^2 J_m$, sendo N o valor da redução do mecanismo de transmissão, $\tau = N\tau_m$ e $q_2 = N^{-1}q_m$.

Devido ao número de juntas, os vetores de posição q_1 e q_2 são compostos da seguinte forma:

$$q_1 = \begin{bmatrix} q_{11} \\ q_{12} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad q_2 = \begin{bmatrix} q_{21} \\ q_{22} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

onde as variáveis q_{1i} e q_{2i} representam, respectivamente, as posições do elo e do rotor relativas a junta i .

A matriz de inércia $B(q_1)$ é dada por:

$$B(q_1) = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

onde

$$\begin{aligned} I_{aux} &= I_{l1} + I_{l2} + I_{fer} + (m_{l2} + m_{fer}) a_1^2 + m_{l1} l_1^2 + m_{l2} l_2^2 + m_{fer} a_2^2 \\ B_{11} &= I_{aux} + 2(m_{l2} a_1 l_2 + m_{fer} a_2 a_1) \cos(q_{12}) \\ B_{12} &= I_{l1} + I_{l2} + I_{fer} + m_{l2} l_2^2 + m_{fer} a_2^2 + (m_{l2} a_1 l_2 + m_{fer} a_2 a_1) \cos(q_{12}) \\ B_{21} &= B_{12} \\ B_{22} &= I_{l2} + I_{fer} + m_{l2} l_2^2 + m_{fer} a_2^2 \end{aligned} \quad (6.4)$$

A tabela B.1 fornece a descrição dos parâmetros que compõem a matriz de inércia.

Tabela 6.1: Parâmetros construtivos

Parâmetro	Descrição	Unidade
a_i	Comprimento do elo i	$[m]$
l_i	Centro de massa do elo i	$[m]$
m_{l_i}	Massa do elo i	$[kg]$
I_{l_i}	Momento de inércia do elo i	$[kg\ m^2]$
m_{fer}	Massa da ferramenta	$[kg]$
I_{fer}	Momento de inércia da ferramenta	$[kg\ m^2]$

A matriz de forças centrífugas e de Coriolis $C(q_1, \dot{q}_1)$ é composta dos seguintes termos:

$$h = -(m_{l_2} a_1 l_2 + m_{fer} a_1 a_2) \text{sen}(q_{12})$$

$$C(q_1, \dot{q}_1) = \begin{bmatrix} h \dot{q}_{12} & h (\dot{q}_{11} + \dot{q}_{12}) \\ -h \dot{q}_{11} & 0 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

O vetor de torques devido a gravidade $g_1(q_1)$ é dado por:

$$g_1(q_1) = \begin{bmatrix} (m_{l_1} l_1 + m_{m_2} a_1 + m_{l_2} a_1 + m_{fer} a_2) g \cos(q_{11}) + (m_{l_2} l_2 + m_{fer} a_2) g \cos(q_{11} + q_{12}) \\ (m_{l_2} l_2 + m_{fer} a_2) g \cos(q_{11} + q_{12}) \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

onde g representa a aceleração da gravidade, admitida como $9.81\ m/s^2$.

A matriz de inércia dos rotores J e a matriz das constantes torcionais K são dadas por:

$$J = N^2 \begin{bmatrix} J_{m1} & 0 \\ 0 & J_{m2} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad K = \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

onde J_{m_i} e K_i denotam, respectivamente, a inércia do rotor e a constante torcional equivalente relativas a junta i .

Os parâmetros construtivos, que são adotados na simulação da tarefa de esmerilhamento, estão apresentados na tabela 6.2. Por motivos didáticos, estes valores foram escolhidos por serem os parâmetros construtivos dos dois primeiros elos do robô *Inter*¹.

¹Robô de configuração **Scara**, construído pelo Instituto de Robótica ETHZ de Zurique, de posse do Laboratório de Controle e Automação da Universidade Federal de Santa Catarina

Tabela 6.2: Parâmetros construtivos adotados

Parâmetro	Valor	Unidade	Parâmetro	Valor	Unidade
a_1 e a_2	0.25	[m]	N	100	[-]
l_1	0.118	[m]	J_{m1} e J_{m2}	0.00045	[kg m ²]
l_2	0.116	[m]	K_1 e K_2	100.000	[N/rad]
m_{l1}	11.4	[kg]	m_{m1} e m_{m2}	1.4	[kg]
m_{l2}	19.5	[kg]	m_{fer}	1	[kg]
I_{l1}	0.23	[kg m ²]	I_{fer}	0.1	[kg m ²]
I_{l2}	0.16	[kg m ²]			

6.3 A Tarefa de Esmerilhamento

A tarefa de esmerilhamento consiste na remoção de cordões de solda depositados sobre uma superfície plana (Figura 6.2(a)). Para efeitos de simplificação, o perfil dos cordões de solda, projetado no plano de trabalho do robô, é aproximado por um perfil trapezoidal com ondulações. Como ilustrado na figura 6.2(b).

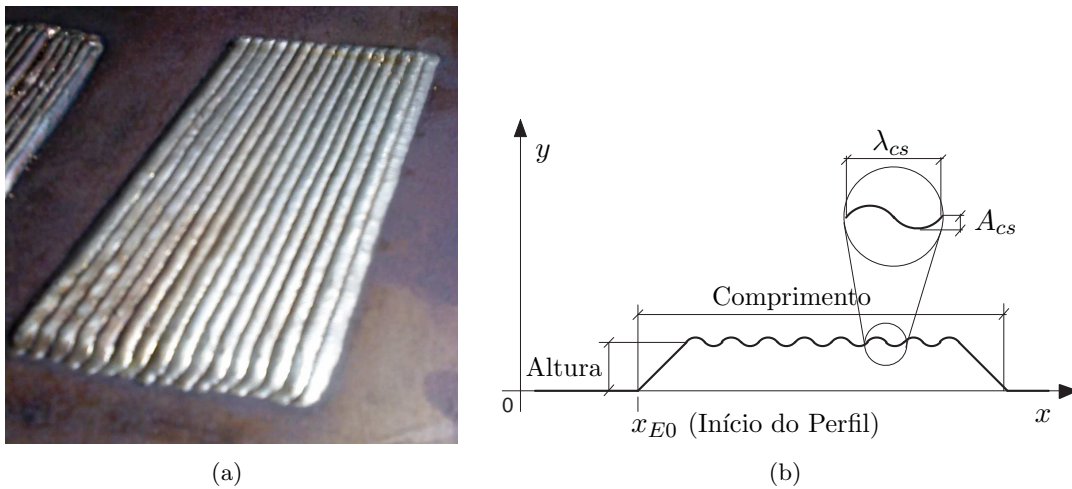


Figura 6.2: Perfil do cordão de solda: (a) real e (b) aproximado

Os valores dos parâmetros do meio escolhidos para a realização das simulações estão apresentados na tabela 6.3.

O movimento realizado pelo manipulador consiste em um único passe² de movimento concordante. O manipulador inicia a execução da tarefa partindo do repouso e sem contato com o meio. Por estar sendo considerada a tarefa de recuperação de uma superfície plana

²Movimento pré-estabelecido, executado sobre uma peça, em função dos pontos de partida e de chegada da ferramenta.

Tabela 6.3: Parâmetros do meio

Parâmetro	Descrição	Unidade
x_{E0}	0.15	[m]
Comprimento	0.25	[m]
Altura	10.0	[mm]
λ_{cs}	10.0	[mm]
A_{cs}	3.0	[mm]

alinhada ao eixo x , todas as variações de velocidade e aceleração de referência para o controlador estão restritas a este eixo. Em outras palavras, as referências de posição $y_d(t)$, velocidade $\dot{y}_d(t)$ e aceleração $\ddot{y}_d(t)$ para o controlador são zero para todo o tempo.

Planeja-se que o momento de contato com o meio (início da remoção de material) é ocorrido com a ferramenta em velocidade de avanço constante. Arbitrariamente, adotou-se uma velocidade de avanço de 20 mm/s para o trecho de contato. Na figura 6.3 estão apresentadas a reta de passe e a velocidade de avanço desejadas com relação ao meio.

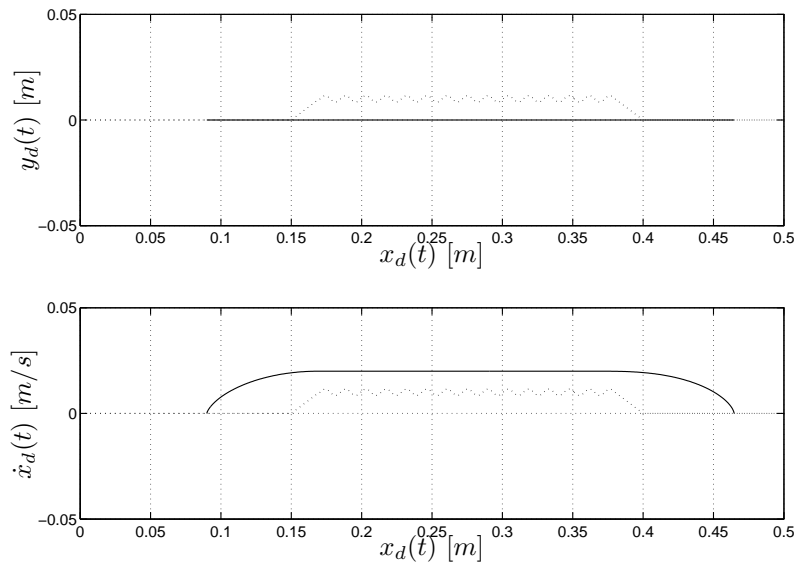


Figura 6.3: Trajetória desejada com relação à posição do meio (pontilhado): (a) reta de passe e (b) velocidade de avanço com relação ao meio.

É importante observar que, ao invés de um perfil trapezoidal, planejou-se um perfil mais suavizado para a velocidade desejada. Deste modo, evita-se a presença de sinais indesejados na resposta devido à não-linearidades na curva de referência.

Na figura 6.4 são apresentados os gráficos das trajetórias de referência relacionadas ao eixo x , planejadas em função da velocidade de avanço desejada para a ferramenta.

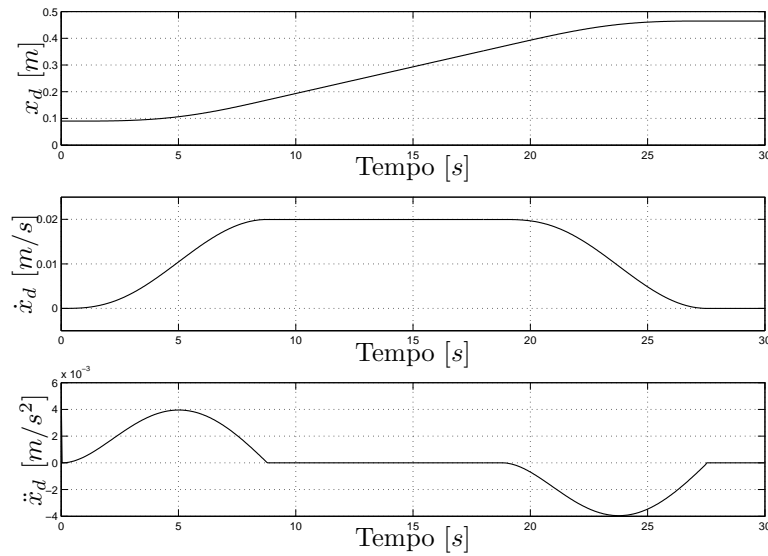


Figura 6.4: Trajetórias de referência relacionadas ao eixo x

Para finalizar o planejamento da tarefa, dois quesitos importantes devem ser especificados: o nível de força desejado F_d sob a qual a ferramenta deve estar submetida durante o passe, e a máxima altura remanescente do material após o passe \bar{y} .

Ambos os quesitos foram arbitrariamente escolhidos e estão apresentados na tabela 6.4.

Tabela 6.4: Quesitos da tarefa

Quesito	Valor	Unidade
F_d	40.0	[N]
\bar{y}	1.0	[mm]

Estes quesitos servem tanto para ajustar os parâmetros da ferramenta de modo a gerar as forças de reação dentro de valores esperados, quanto projetar os ganhos do controlador utilizado na tarefa. Ambos os procedimentos são apresentados nas seções a seguir.

6.4 Propriedades do Meio e Parâmetros da Ferramenta

Conforme apresentado na seção 3.2, a magnitude da força de contato F_c , embora sendo expressa de forma reduzida em termos da profundidade de corte δ e da velocidade de avanço v , depende de fatores tanto do meio quanto da ferramenta, ou seja,

$$F_c = \frac{b u \delta v}{w} = f_c(\delta)v. \quad (6.8)$$

Verifica-se que o modelo depende de um parâmetro relacionado às propriedades do meio, a energia específica do material u , e dois parâmetros relacionados à ferramenta, a espessura b e a velocidade angular w do rebolo.

Os parâmetros relacionados à ferramenta são de simples obtenção, porém, o mesmo não se pode dizer com relação à energia específica do material. Devido a isso, para realização das simulações, a parcela bu/w da força de contato é indiretamente definida em função da velocidade de avanço desejada, denotada por v_d , e dos quesitos F_d e \bar{y} anteriormente definidos.

A partir da altura máxima remanescente \bar{y} e da definição da altura do meio na seção 6.3, é possível obter a profundidade máxima de corte esperada:

$$\hat{\delta} = \text{altura do meio} - \bar{y} = 0.01 \text{ m} - 0.001 \text{ m} = 0.009 \text{ m}. \quad (6.9)$$

Com a velocidade de avanço desejada definida em 0.02 m/s e o nível da força de contato em 40 N , a parcela bu/w da força de contato, denotada pelo coeficiente c_A , pode ser obtida:

$$F_d = \frac{b u}{w} \hat{\delta} v_d = c_A \hat{\delta} v \quad \longrightarrow \quad c_A = 2.2222 \times 10^5 \frac{Ns}{m^2}. \quad (6.10)$$

Na sequência, é necessário a escolha do ângulo α , definido na seção 3.3, que relaciona as componentes normal e tangencial da força de corte conforme equação abaixo:

$$\begin{aligned} F_t &= F_c \cos\alpha \\ F_n &= F_c \sin\alpha. \end{aligned} \quad (6.11)$$

Este parâmetro é dependente dos aspectos construtivos da ferramenta e, para efeito de simulação, arbitrariamente escolhido em 30 graus.

Por fim, a partir do nível da força de contato desejada e da definição do ângulo α , a magnitude das componentes de força normal e tangencial esperadas para a tarefa podem ser obtidas como:

$$\begin{aligned} F_{td} &= F_d \cos(\alpha) = 40 \cos(30) = 34.6 \text{ N} \\ F_{nd} &= F_d \sin(\alpha) = 40 \sin(30) = 20.0 \text{ N}. \end{aligned} \quad (6.12)$$

A próxima seção apresenta os resultados de simulação da tarefa de esmerilhamento pela aplicação do controle de rigidez e do controle de impedância.

6.5 Escolha dos Ganhos dos Controladores

6.5.1 Controle de Rigidez

Considere as equações dinâmicas do sistema em malha fechada, apresentadas na seção 2.4.1, pela ação do controle de rigidez:

$$\bar{B}\dot{s}_x + \bar{C}s_x + K_{Dx}s_x = \bar{K}\tilde{q}_{2x} + h \quad \therefore \quad s_x = \dot{\tilde{x}} + \Lambda_x \tilde{x} \quad (6.13)$$

$$J\ddot{\tilde{q}}_{2x} + K_2\dot{\tilde{q}}_{2x} + K_1\tilde{q}_{2x} = 0. \quad (6.14)$$

Esta equação refere-se ao controle no espaço cartesiano e necessita dos seguintes ganhos de projeto:

$$K_1 = \begin{bmatrix} K_{1_1} & 0 \\ 0 & K_{1_2} \end{bmatrix}, \quad K_2 = \begin{bmatrix} K_{2_1} & 0 \\ 0 & K_{2_2} \end{bmatrix}, \quad K_{Dx} = \begin{bmatrix} K_{Dx_x} & 0 \\ 0 & K_{Dx_y} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \Lambda_x = \begin{bmatrix} \Lambda_{x_x} & 0 \\ 0 & \Lambda_{x_y} \end{bmatrix}, \quad (6.15)$$

onde os subíndices 1, 2, x e y relacionam os ganhos, respectivamente, às juntas 1 e 2 e às direções dos eixos x e y do plano de trabalho.

A sequência de projeto adotada considera primeiramente o procedimento de escolha dos ganhos K_1 e K_2 , relacionados a dinâmica dos erros de posição dos rotores. Conforme apresentado no capítulo 2, tanto o controle de rigidez como o controle de impedância são aplicados ao MTF por meio de um procedimento em cascata que visa obter erro nulo com relação a posição desejada para o rotor. Isso faz com que esta primeira parte do projeto dos ganhos também sirva para a aplicação do controle de impedância.

A escolha adequada dos ganhos relacionados a dinâmica dos rotores é de suma importância visto que esta insere a perturbação $\bar{K}\tilde{q}_{2x}$ no subsistema dos elos. Se os ganhos forem escolhidos de forma que a convergência do erro \tilde{q}_{2x} seja relativamente lenta, esta perturbação pode causar deslocamentos significativos no espaço cartesiano. Do ponto de vista da tarefa de esmerilhamento, estes deslocamentos resultariam desde um mau acabamento da superfície até a destruição ou perda da peça a ser trabalhada.

Sendo assim, os ganhos relacionados a dinâmica dos rotores são projetados por meio da analogia com a seguinte dinâmica:

$$\ddot{\phi} + \dot{\phi}2\xi\omega_n + \phi\omega_n^2 = 0 \quad (6.16)$$

onde ξ é o coeficiente de amortecimento e ω_n é a frequência natural do sistema. O tempo de resposta é fornecido por $t_r(2\%) = 4/\xi\omega_n$.

Para conseguir uma dinâmica de erro com rápida convergência mas sem a presença de oscilações, o coeficiente de amortecimento é escolhido $\xi = 1$ de modo a obter uma dinâmica com amortecimento crítico.

Com isso, a analogia entre a dinâmica de erro da posição dos rotores e a equação (6.16) fornece as seguintes relações:

$$K_2 = 2J\omega_n \quad \text{e} \quad K_1 = J\omega_n^2 \quad (6.17)$$

Para a realização das simulações foi adotado um tempo de resposta de 0.02 segundos para a dinâmica dos dois rotores, o qual verificou ser suficiente para não introduzir uma perturbação considerável no subsistema dos elos. Os valores encontrados para os ganhos em função do tempo de resposta escolhido estão apresentados na tabela 6.5.

Tabela 6.5: Valores dos ganhos K_1 e K_2 adotados para simulação.

Ganho	Valor para $t_r(2\%) = 0.02 \text{ s}$
K_{1_1}	180000
K_{1_2}	180000
K_{2_1}	1800
K_{2_2}	1800

O próximo passo consiste na escolha dos ganhos relacionados ao subsistema dos elos, K_{Dx} e Λ_x . Para realizar a escolha destes ganhos, primeiramente é preciso relembrar as condições de estabilidade apresentadas na seção 3.4. Entretanto, de modo a facilitar a escolha dos ganhos e garantir a estabilidade do sistema, são consideradas as condições de estabilidade para os piores casos, ou seja, levando em consideração o máximo valor atingido pelos elementos da matriz $C_A(\delta, \beta)$. O que resulta nas seguintes condições:

$$K_{Dx_x} + C_{A11}(\delta, \beta) > 0 \quad \longrightarrow \quad K_{Dx_x} > |C_{A11}(\bar{\delta}, \beta)| \quad (6.18)$$

$$K_{Dx_y} + C_{A22}(\delta, \beta) > 0 \quad \longrightarrow \quad K_{Dx_y} > |C_{A22}(\bar{\delta}, \beta)| \quad (6.19)$$

Ao considerar o módulo dos elementos garante-se também a estabilidade do sistema caso ocorra mudanças na direção da velocidade de avanço. Estas mudanças podem ser causadas, por exemplo, por perturbações ou oscilações indesejáveis na dinâmica do subsistema dos elos.

O maior valor assumido por $C_{A11}(\delta, \beta)$ e $C_{A22}(\delta, \beta)$ é estimado em função da profundidade de corte máxima prevista e da velocidade de avanço desejada, ou seja:

$$\begin{aligned} C_{A11_{max}}(\bar{\delta}, \beta) = C_{A22_{max}}(\bar{\delta}, \beta) &= f_c(\bar{\delta}) = c_A \bar{\delta} \\ &= 222220 \times 0.009 = 2000 \end{aligned} \quad (6.20)$$

onde supõe-se que a maior profundidade de corte alcançada é de 9 mm, obtida em função da altura do meio e das previsões de erro calculadas na seção 6.3.

De acordo com a equação (6.20), para a realização das simulações, opta-se por escolher o valor 2500 para ambos K_{Dx_x} e K_{Dx_y} .

Para finalizar a escolha dos ganhos do controlador, resta encontrar o valor de Λ_x que atenda a relação entre os quesitos de nível de força desejado F_d , sob a qual a ferramenta deve estar submetida durante o passe, e a máxima altura remanescente do material após o passe \bar{y} . No entanto, a relação entre os quesitos está definida somente com relação ao eixo y devido a tarefa prever uma velocidade de avanço na direção do eixo x . Esta indefinição em relação ao eixo x é suprimida assumindo o mesmo valor de Λ_{x_y} para Λ_{x_x} . Sendo assim, para obtenção de Λ_{x_y} , a seguinte relação deve ser satisfeita:

$$K_{Dx_y} \Lambda_{x_y} \bar{y} = F_d \quad \longrightarrow \quad \Lambda_{x_y} = 8 \quad (6.21)$$

A tabela 6.6 fornece os valores escolhidos para os ganhos relacionados ao controle do

subsistema dos elos.

Tabela 6.6: Valores dos ganhos K_{Dx} e Λ_x adotados para simulação.

Ganho	Valor
K_{Dx_x}	2500
K_{Dx_y}	2500
Λ_{x_x}	8
Λ_{x_y}	8

A escolha dos ganhos para o controle de impedância é feita através do mesmo procedimento adotado para o controle de rigidez.

6.5.2 Controle de Impedância

Considere as equações dinâmicas do sistema em malha fechada, apresentadas na seção 2.5.1, pela ação do controle de impedância:

$$B_m \ddot{\tilde{x}} + D_m \dot{\tilde{x}} + K_m \tilde{x} = h + B_m \bar{B}^{-1} \bar{K} \tilde{z} \quad (6.22)$$

$$\ddot{\tilde{z}} + K_D \dot{\tilde{z}} + K_P \tilde{z} = 0. \quad (6.23)$$

Esta equação refere-se ao controle no espaço cartesiano e necessita dos seguintes ganhos de projeto:

$$B_m = \begin{bmatrix} B_{m_x} & 0 \\ 0 & B_{m_y} \end{bmatrix}, \quad D_m = \begin{bmatrix} D_{m_x} & 0 \\ 0 & D_{m_y} \end{bmatrix}, \quad K_m = \begin{bmatrix} K_{m_x} & 0 \\ 0 & K_{m_y} \end{bmatrix}, \quad (6.24)$$

$$K_D = \begin{bmatrix} K_{D_1} & 0 \\ 0 & K_{D_2} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad K_P = \begin{bmatrix} K_{P_1} & 0 \\ 0 & K_{P_2} \end{bmatrix}.$$

onde os subíndices 1, 2, x e y relacionam os ganhos, respectivamente, às juntas 1 e 2 e às direções dos eixos x e y do plano de trabalho.

Seguindo uma sequência de projeto idêntica a da seção anterior, primeiramente são escolhidos os valores dos ganhos K_D e K_P com base na analogia da dinâmica do subsistema dos rotores (equação (6.23)) com a equação (6.16). Esta analogia considera um amortecimento

crítico para a dinâmica de erro e fornece as seguintes relações:

$$K_D = 2\omega_n \quad \text{e} \quad K_P = \omega_n^2 \quad (6.25)$$

Para a realização das simulações foi adotado um tempo de resposta de 0.02 segundos para a dinâmica dos dois rotores, o qual verificou ser suficiente para não introduzir uma perturbação considerável no subsistema dos elos. Os valores encontrados para os ganhos em função do tempo de resposta escolhido estão apresentados na tabela 6.7.

Tabela 6.7: Valores dos ganhos K_D e K_P adotados para simulação.

Ganho	Valor para $t_r(2\%) = 0.02 \text{ s}$
K_{D_1}	40000
K_{D_2}	40000
K_{P_1}	400
K_{P_2}	400

O próximo passo consiste na escolha dos ganhos relacionados ao subsistema dos elos, B_m , D_m e K_m . Para realizar a escolha destes ganhos, primeiramente é preciso relembrar as condições de estabilidade apresentadas na seção 3.5. Entretanto, de modo a facilitar a escolha dos ganhos e garantir a estabilidade do sistema, são consideradas as condições de estabilidade para os piores casos. Ou seja, levando em consideração o máximo valor atingido pelos elementos da matriz $C_A(\delta, \beta)$. O que fornece as seguintes condições:

$$-\frac{D_{m_x} + C_{A11}(\bar{\delta}, \beta)}{2B_{m_x}} \pm \frac{\sqrt{(D_{m_x} + C_{A11}(\bar{\delta}, \beta))^2 - 4B_{m_x}K_{m_x}}}{2B_{m_x}} < 0 \quad (6.26)$$

$$-\frac{D_{m_y} + C_{A22}(\bar{\delta}, \beta)}{2B_{m_y}} \pm \frac{\sqrt{(D_{m_y} + C_{A22}(\bar{\delta}, \beta))^2 - 4B_{m_y}K_{m_y}}}{2B_{m_y}} < 0 \quad (6.27)$$

A estabilidade do sistema pode ser garantida adotando um valor para D_{m_x} e D_{m_y} maior que o módulo do máximo valor alcançado por um elemento da matriz $C_A(\delta, \beta)$. Logo, de acordo com as equações (6.26), (6.27) e (6.20) obtém as seguintes condições:

$$\begin{aligned} D_{m_x} &> c_A \bar{\delta} < D_{m_y} \\ D_{m_x} &> 2000 < D_{m_y}. \end{aligned} \quad (6.28)$$

Os valores adotados para simulação compreendem a $D_{m_x} = D_{m_y} = 2500$.

No que diz respeito ao ganho K_m , a escolha deve atender a relação entre as especificações de nível de força desejado F_d , sob a qual a ferramenta deve estar submetida durante o passe, e a máxima altura remanescente do material após o passe \bar{y} .

No entanto, a relação entre as especificações está definida somente com relação ao eixo y devido a tarefa prever uma velocidade de avanço puramente na direção do eixo x . A ausência de especificações com relação ao eixo x é contornada assumindo o mesmo valor de K_{m_y} para K_{m_x} . Sendo assim, para obtenção de K_{m_y} , a seguinte relação deve ser satisfeita:

$$K_{m_y}\bar{y} = F_d \quad \longrightarrow \quad K_{m_y} = 20000 \quad (6.29)$$

Com isso, os valores adotados para simulação são $K_{m_x} = K_{m_y} = 20000$.

O terceiro ganho a ser escolhido, B_m , é caracterizado por uma inércia virtual imposta pelo controle e possui uma função importante na qualidade da tarefa. O ganho B_m representa um grau de ajuste adicional no controle frente às tarefas de contato, pois permite regular o nível do impacto do manipulador com o meio no momento do contato. Além disso, para o caso da aplicação do controle de impedância em MTF's, este ganho tem influência direta em outros dois fatores dinâmicos: o nível da perturbação $B_m\bar{B}^{-1}\bar{K}\bar{z}$ introduzida no subsistema dos elos e o aparecimento de dinâmicas oscilatórias devido a valores negativos nas raízes das equações (6.26) e (6.27).

Verifica-se que o nível da perturbação introduzida no subsistema dos elos, o qual pode causar deslocamentos significativos no plano de trabalho, é diretamente proporcional ao ganho B_m . Tal verificação leva a escolher valores baixos para este ganho.

Para compreender a influência da perturbação no aparecimento de dinâmicas oscilatórias no subsistema dos elos, é preciso observar as equações (6.26) e (6.27). Para que não ocorra oscilações, o argumento das raízes é desejado ser positivo em todos os momentos da tarefa. No entanto, de acordo com os ganhos escolhidos e a profundidade de corte alcançada, os termos $D_{m_x} + C_{A11}(\delta, \beta)$ e $D_{m_y} + C_{A22}(\delta, \beta)$ podem assumir valores baixos provocando a inversão de sinal do argumento devido às parcelas $-4B_{m_x}K_{m_x}$ e $-4B_{m_x}K_{m_x}$. Isso resulta em autovalores complexos conjugados que compreendem à dinâmicas oscilatórias no subsistema dos elos.

Estas últimas conclusões reforçam a necessidade de escolha de valores baixos para B_m .

Nota-se uma necessidade de ponderação na escolha de B_m . Valores relativamente baixos

deixam o manipulador sensível às variações da superfície de contato, tanto quanto susceptível à acelerações originadas da saída da ferramenta do material.

Com base neste conjunto de informações, conclui-se a seção adotando para a simulação os ganhos $B_{m_x} = B_{m_y} = 10$.

Como resultado, na tabela 6.8 são apresentados os valores escolhidos para os ganhos do subsistema dos elos.

Tabela 6.8: Valores dos ganhos B_m , D_m e K_m adotados para simulação.

Ganho	Valor
B_{m_x}	10
B_{m_y}	10
D_{m_x}	2500
D_{m_y}	2500
K_{m_x}	20000
K_{m_y}	20000

6.6 Escolha dos Ganhos dos Observadores

Como mencionado na introdução deste capítulo, uma segunda etapa da apresentação dos resultados de simulação é destinada à análise de desempenho dos observadores discutidos no capítulo 3. Para isso, esta seção traz a descrição e escolha dos ganhos de cada observador, os quais são utilizados na realização das simulações.

Todos os passos de projeto a seguir estão baseados em conteúdo já descrito anteriormente.

6.6.1 Observador Baseado na Aceleração

Considere a dinâmica do erro do processo de estimação dos estados, apresentado na equação (4.12) da seção 4.2.1, para o observador baseado na aceleração:

$$\dot{e} = \left(\begin{bmatrix} A \\ 0 \end{bmatrix} - LC \right) e = A_{obs}e. \quad (6.30)$$

Na equação (6.30), os autovalores de A_{obs} definem a dinâmica da convergência do erro. Tal dinâmica pode ser imposta escolhendo os autovalores da matriz A_{obs} pelo projeto da matriz de ganhos L .

O polinômio característico associado a estes autovalores é dado por

$$p_i^*(\lambda) = \lambda^4 + a_{3i}\lambda^3 + a_{2i}\lambda^2 + a_{1i}\lambda + a_{0i}, \quad (6.31)$$

com os coeficientes a_{ji} 's determinados unicamente pelos λ_{ji} 's desejados. O índice i relaciona os ganhos à junta i do manipulador.

Os ganhos de L que determinam a dinâmica desejada para o erro de estimação possuem a seguinte relação com os coeficientes do polinômio característico:

$$L_{1i} = a_{3i}, \quad L_{2i} = K_i^{-1}J_i a_{1i}, \quad L_{3i} = a_{2i} - J_i^{-1}K_i \quad e \quad L_{4i} = K_i^{-1}J_i a_{0i}. \quad (6.32)$$

Para o caso do manipulador de serviço escolhido para as simulações, o índice i assume valores 1 e 2 e a matriz de ganhos L possui a seguinte forma:

$$L = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & L_{21} & 0 & L_{31} & 0 & L_{41} \\ 0 & L_{12} & 0 & L_{22} & 0 & L_{32} & 0 & L_{42} \end{bmatrix}^T \quad (6.33)$$

É assumido, arbitrariamente, o mesmo conjunto de autovalores para as duas juntas. Este conjunto é formado pelos seguintes autovalores:

$$\lambda_{11} = \lambda_{12} = -400; \quad \lambda_{21} = \lambda_{22} = -500; \quad \lambda_{31} = \lambda_{32} = -600 \quad e \quad \lambda_{41} = \lambda_{42} = -700. \quad (6.34)$$

Os valores encontrados para os ganhos da matriz L , em função do conjunto de pólos e do polinômio característico, estão apresentados na tabela 6.9.

Tabela 6.9: Ganhos da matriz L .

Ganho	Valor
L_{11} e L_{12}	2.200×10^3
L_{21} e L_{22}	2.871×10^4
L_{31} e L_{32}	1.768×10^6
L_{41} e L_{42}	3.780×10^6

6.6.2 Observador Baseado em Torques de Distúrbio

Considere a dinâmica do erro do processo de estimação dos estados, apresentado na seção 4.3.1, para o observador de estados baseado em torques de distúrbio:

$$\dot{e} = (A_{22} - K_{obs}A_{12})e = A_{obs}e. \quad (6.35)$$

Para o manipulador de serviço escolhido, as matrizes A_{12} e A_{22} apresentam a seguinte forma:

$$A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & -J^{-1}K & 0 \end{bmatrix} \quad e \quad A_{22} = \begin{bmatrix} 0 & B_L^{-1}K & B_L^{-1} \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.36)$$

onde a matriz de inércias nominais B_L é dada por

$$B_L = \begin{bmatrix} B_{L1} & 0 \\ 0 & B_{L2} \end{bmatrix} \quad (6.37)$$

$$B_{L1} = I_{l1} + I_{l2} + I_{fer} + m_{l1} l_1^2 + (m_{l2} + m_{fer}) a_1^2$$

$$B_{L2} = I_{l2} + I_{fer} + m_{l2} l_2^2 + m_{fer} a_2^2$$

Na equação (6.35), os autovalores de A_{obs} definem a dinâmica da convergência do erro. Tal dinâmica pode ser imposta escolhendo os autovalores da matriz A_{obs} pelo projeto da matriz de ganhos K_{obs} . A matriz K_{obs} tem dimensão (6×2) e todos os seus elementos são possíveis de escolha.

Diferentemente do projeto dos ganhos do observador baseado na aceleração, este não possui relações pré-estabelecidas para projeto. Para tanto, optou-se por utilizar a função *place* do software *Matlab*. Esta função permite a alocação de pólos (autovalores) de acordo com o posto das matrizes envolvidas.

Com base nas dimensões de A_{12} e A_{22} verifica-se a necessidade de escolha de 3 autovalores para cada junta. Similarmente à escolha dos ganhos do observador baseado na aceleração, optou-se por utilizar um mesmo conjunto de autovalores para as duas juntas. Este conjunto é formado pelos seguintes autovalores:

$$\lambda_1 = -400; \quad \lambda_2 = -500 \quad e \quad \lambda_3 = -600. \quad (6.38)$$

Os valores encontrados para os ganhos da matriz K_{obs} em função do conjunto de autovalores estão apresentados na tabela 6.10.

Tabela 6.10: Ganhos da matriz K_{obs} .

Ganho	Valor	Ganho	Valor
K_{obs11}	31.083	K_{obs12}	0.000
K_{obs21}	0.000	K_{obs22}	22.646
K_{obs31}	-0.068	K_{obs32}	0.000
K_{obs41}	0.00	K_{obs42}	-0.068
K_{obs51}	-10961	K_{obs52}	0.000
K_{obs61}	0.000	K_{obs62}	-2281

6.7 Simulações

Nesta seção, os resultados obtidos da simulação da tarefa de esmerilhamento são apresentados. A seção compreende à uma constante comparação entre o desempenho do controle de rigidez (denotado por C.R.) e do controle de impedância (denotado por C.I.), estando organizada da seguinte forma: a primeira subseção apresenta os resultados obtidos para o caso ideal de implementação. Nesta situação considera-se que todas as variáveis de estado, necessárias para a malha de controle, encontram-se disponíveis pela instrumentação completa do manipulador. Na segunda subseção simula-se a utilização dos observadores de estado na consideração de uma situação mais próxima da prática onde nem sempre encontram-se disponíveis todas as variáveis de estado necessárias para o controle. Na terceira subseção, procura-se analisar de forma qualitativa os efeitos causados pela existência de imprecisão na identificação da flexibilidade. A quarta subseção, por fim, complementa o presente estudo da flexibilidade e controle de força apresentando resultados da aplicação das estratégias de controle de força indireto, formuladas com base no modelo rígido do manipulador, em manipuladores com transmissões flexíveis.

6.7.1 Resultados: caso ideal

Nesta subseção, a tarefa de esmerilhamento é simulada com a consideração de que todas as variáveis necessárias para a aplicação do controle encontram-se disponíveis. Em outras palavras, o manipulador em questão possui um conjunto completo de medição fornecendo as

variáveis dos rotores, dos elos e, para a aplicação do controle de impedância, da forças de contato entre meio e ferramenta. Os resultados estão apresentados a seguir.

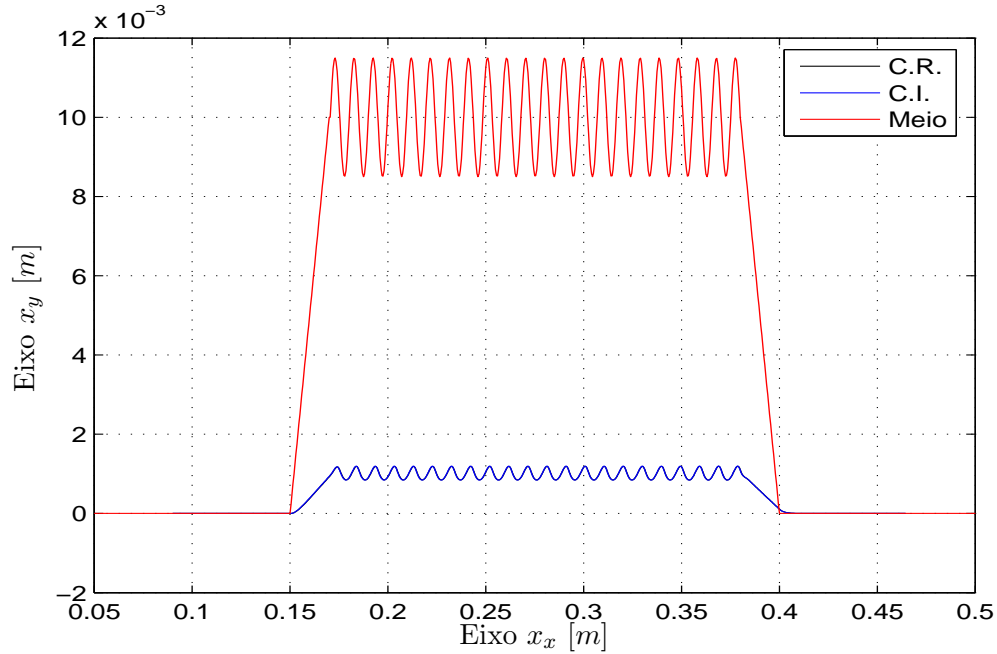


Figura 6.5: Caso ideal: trajetória executada pelo manipulador.

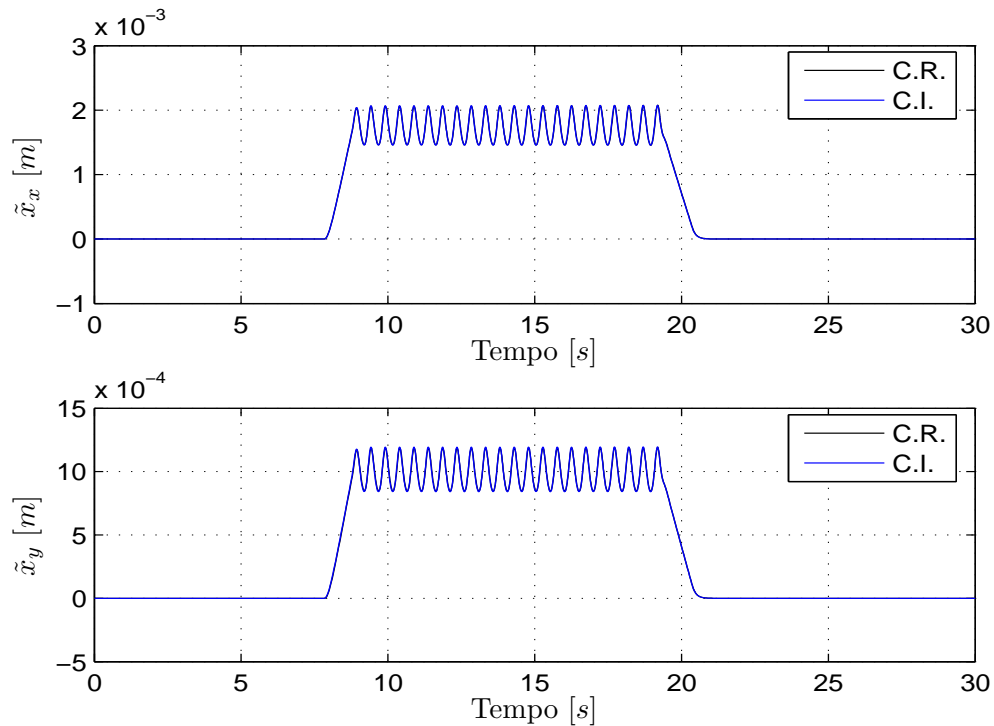


Figura 6.6: Caso ideal: erro de seguimento no eixo x_x e eixo x_y .

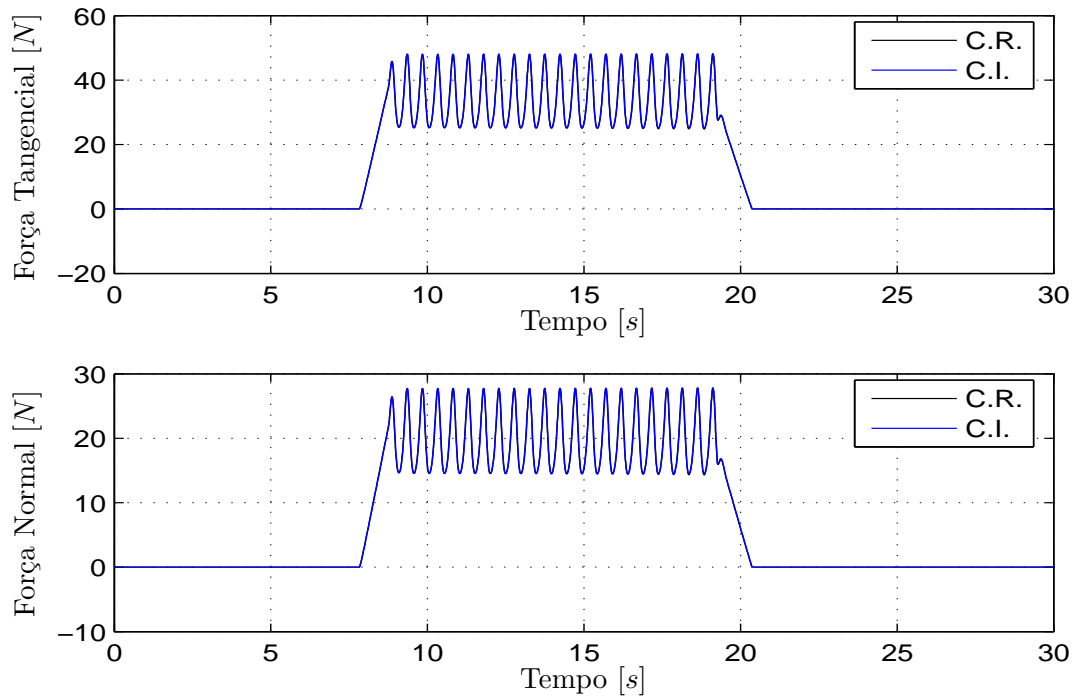


Figura 6.7: Caso ideal: forças normal e tangencial.

Nota-se que, apesar das oscilações devido aos cordões de solda, o sistema apresenta respostas suaves à variação da superfície do meio e todos os critérios pré-estabelecidos são cumpridos. Não é perceptível diferenças entre as respostas das duas estratégias, sendo também verificada uma coerência de resposta devido ao similar ajuste de ganhos feito para os controladores.

6.7.2 Resultados: utilização dos observadores de estado

Neste item, considera-se a situação em que nem todas as variáveis de estado necessárias para a aplicação do controle estão disponíveis. As variáveis que são estimadas correspondem a posição, velocidade e aceleração dos elos e a força de reação. Para a aplicação do controle de impedância é utilizado o observador de estados baseado na aceleração, enquanto para o controle de impedância é utilizado o observador de estados baseado em torques de distúrbio.

É importante mencionar que os pólos (autovalores) dos observadores, responsáveis pela dinâmica da convergência da estimação, foram projetados de modo que os observadores tivessem dinâmicas de convergência muito semelhantes. A idéia é reduzir as diferenças para permitir uma comparação mais justa entre as estratégias.

Os resultados da simulação estão apresentados a seguir.

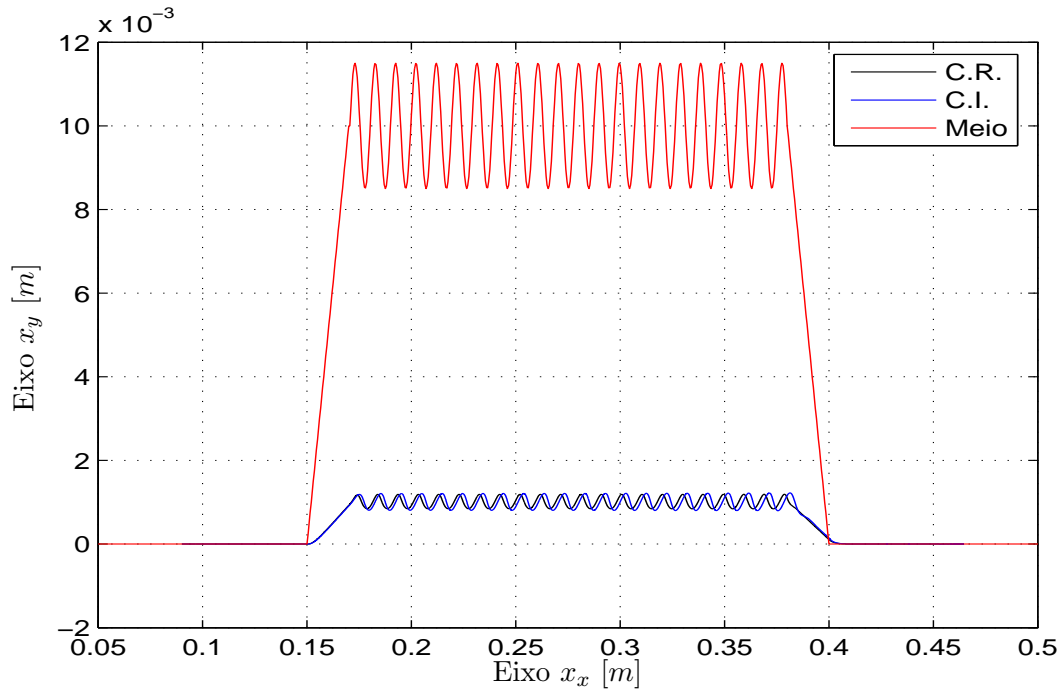


Figura 6.8: Uso de observadores: trajetória executada pelo manipulador.

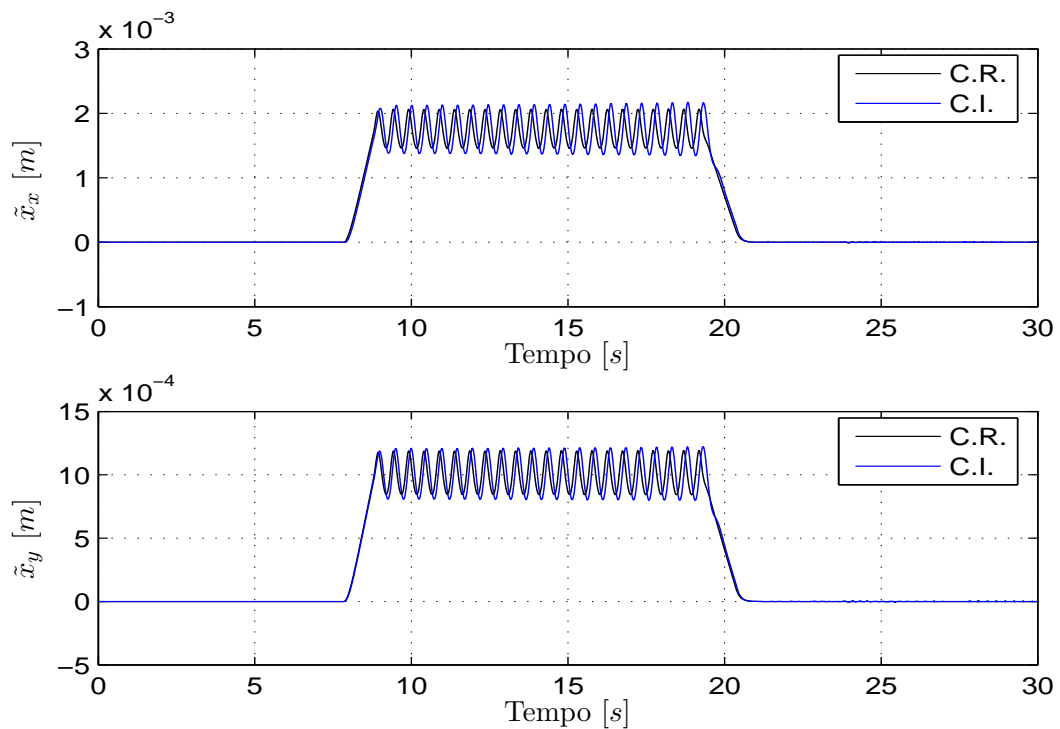


Figura 6.9: Uso de observadores: erro de seguimento no eixo x_x e eixo x_y .

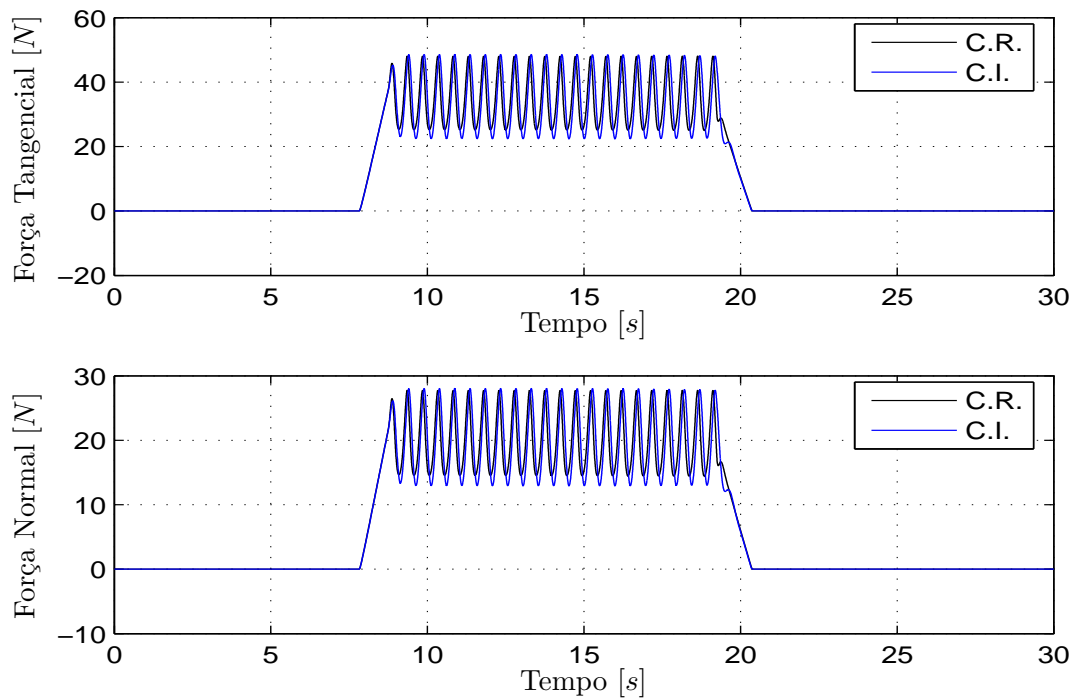


Figura 6.10: Uso de observadores: forças normal e tangencial.

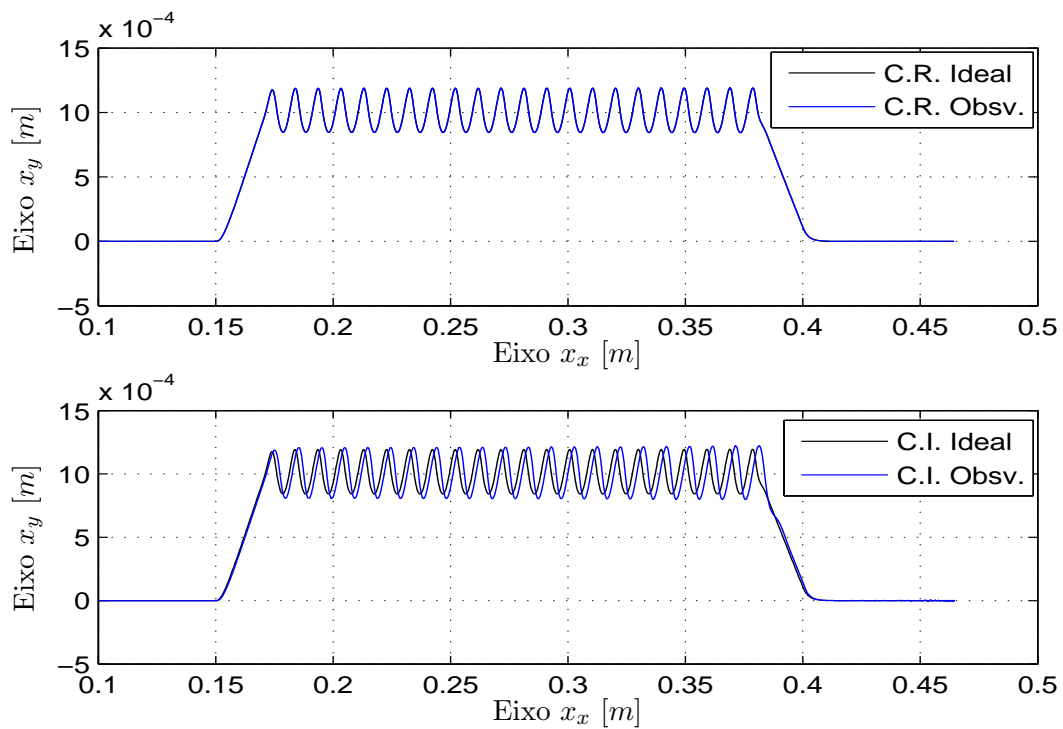


Figura 6.11: Uso de observadores: comparação de desempenho.

Nos gráficos da figura 6.11 é possível verificar que a aplicação do observador de estados baseado na aceleração para o controle de rigidez apresenta resultados muito próximos do caso ideal. O observador baseado em torques de distúrbio, por sua vez, não apresentou o mesmo nível de resultado para os autovalores propostos. No entanto, os resultados ainda apresentam-se satisfatórios.

6.7.3 Resultados: efeitos da imprecisão na flexibilidade

Neste item, busca-se fazer uma análise qualitativa da robustez de cada ação de controle quando existem imprecisões na identificação da flexibilidade. No capítulo 1 duas técnicas de identificação da flexibilidade foram apresentadas. Ambas as técnicas modelam a flexibilidade da junta por meio de uma constante de mola (torcional ou linear) equivalente e buscam, via experimento, encontrar um valor para este parâmetro. Como definido na tabela 6.2, considera-se nas simulações que o manipulador possui uma constante de mola torcional equivalente de 100.000 N/rad para cada junta. Sendo assim, para simular a situação mencionada, ambos os controladores estão sendo aplicados com imprecisão de +10% e -10% nas constantes de mola torcional utilizadas na lei de controle.

Para uma imprecisão de +10% obteve-se os seguintes resultados:

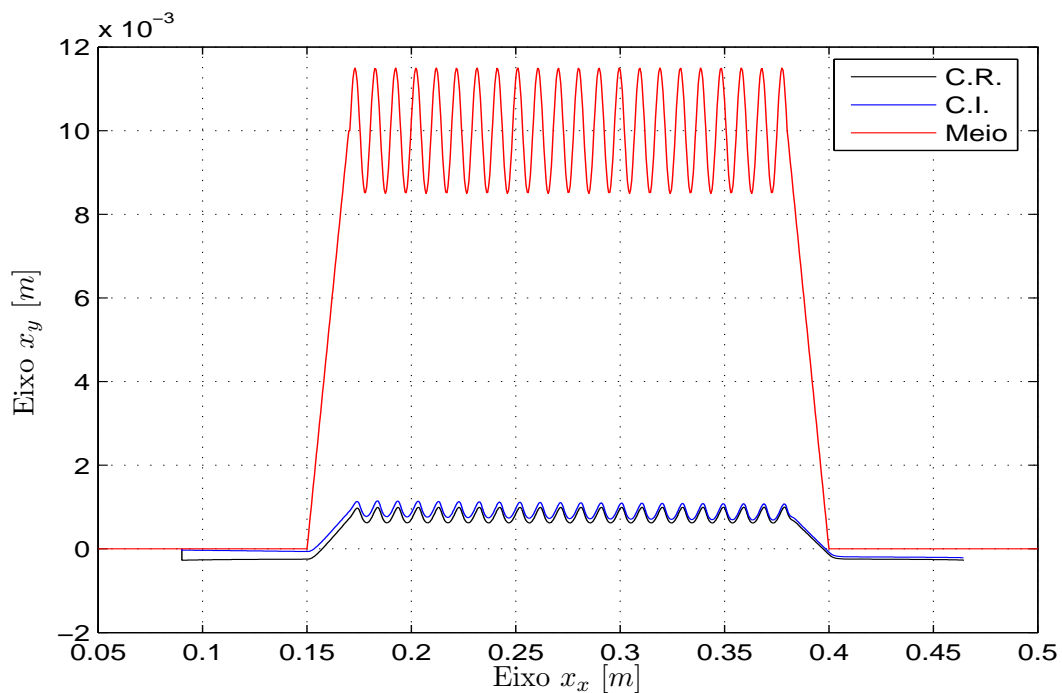


Figura 6.12: Imprecisão na flexibilidade: trajetória executada pelo manipulador.

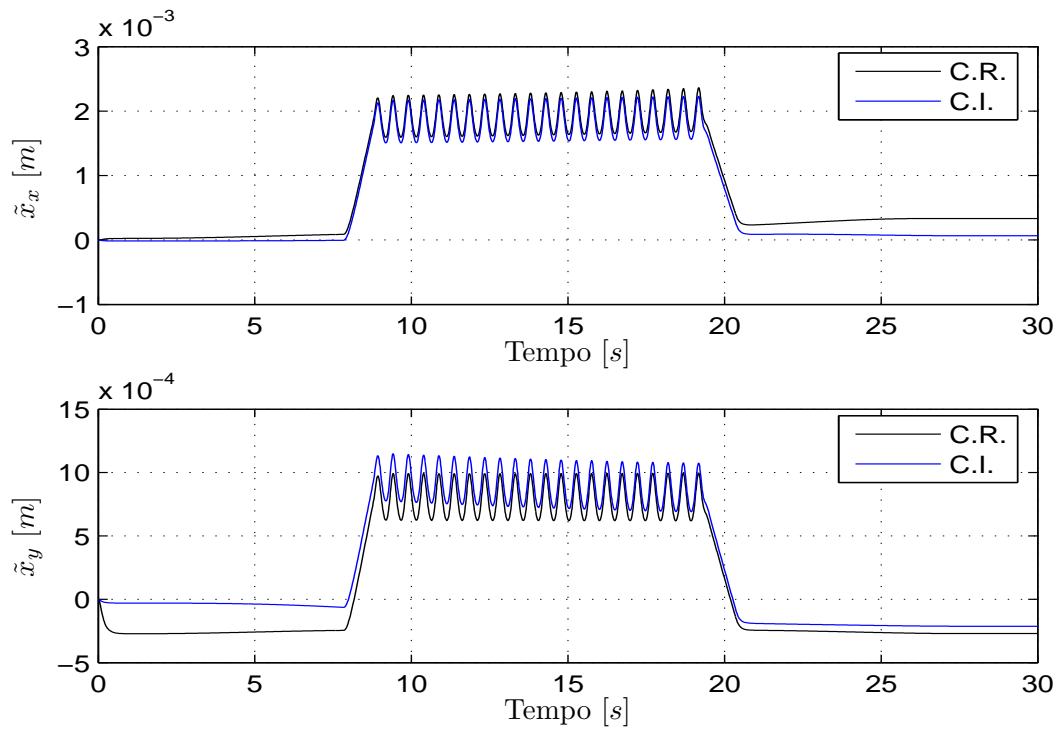
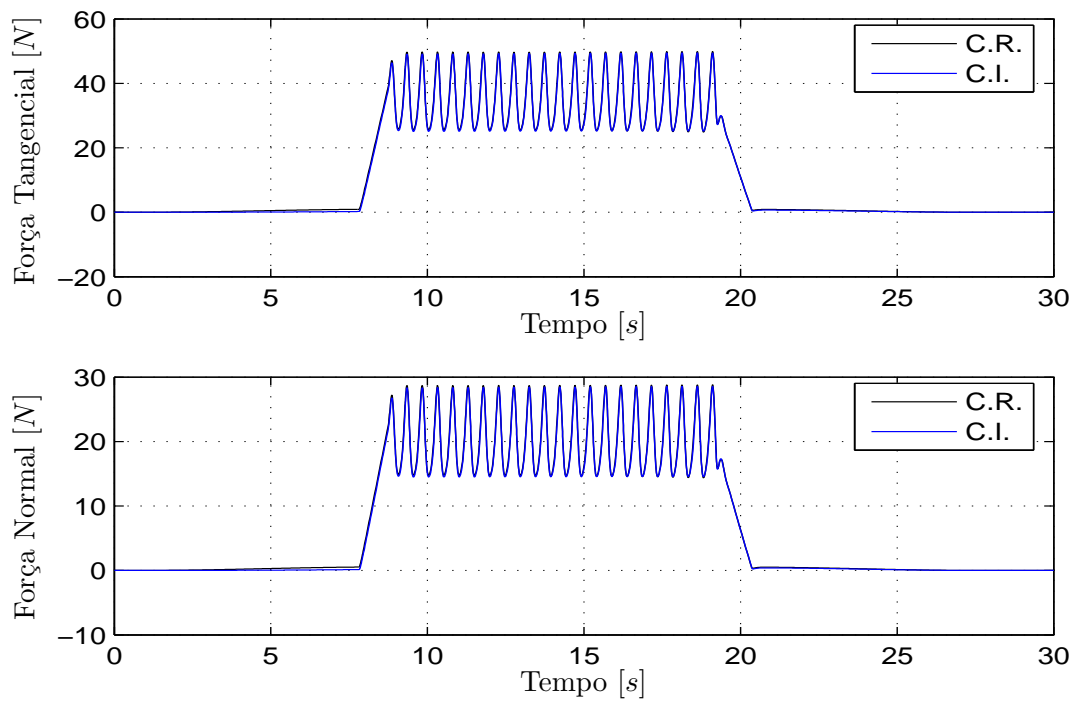
Figura 6.13: Imprecisão na flexibilidade: erro de seguimento no eixo x_x e eixo x_y .

Figura 6.14: Imprecisão na flexibilidade: forças normal e tangencial.

Para uma imprecisão de -10% obteve-se os seguintes resultados:

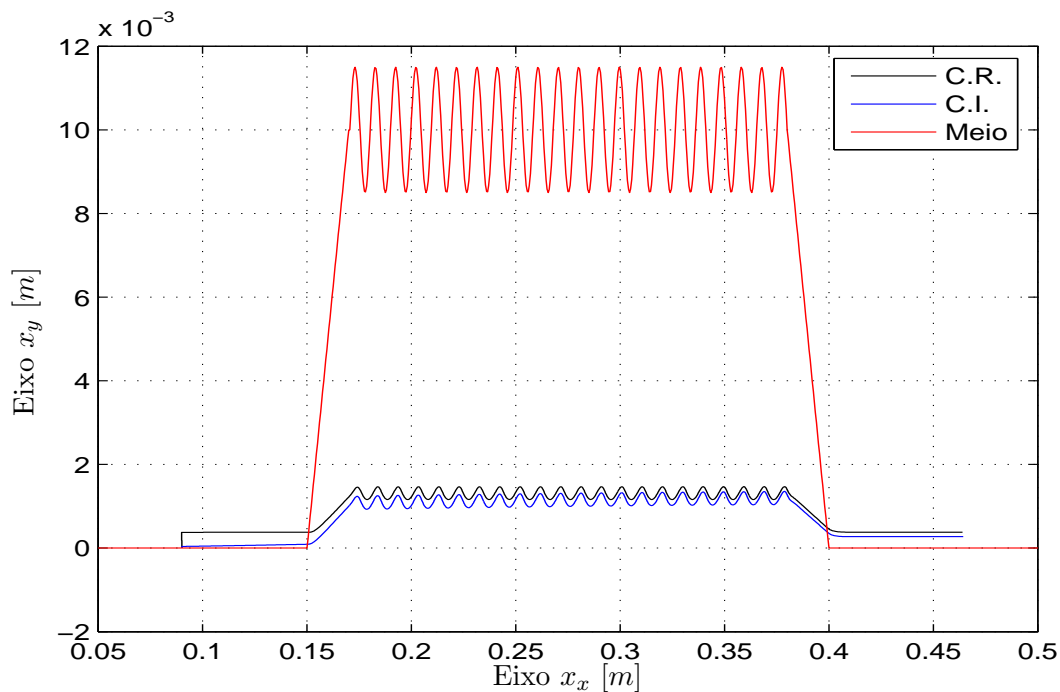


Figura 6.15: Imprecisão na flexibilidade: trajetória executada pelo manipulador.

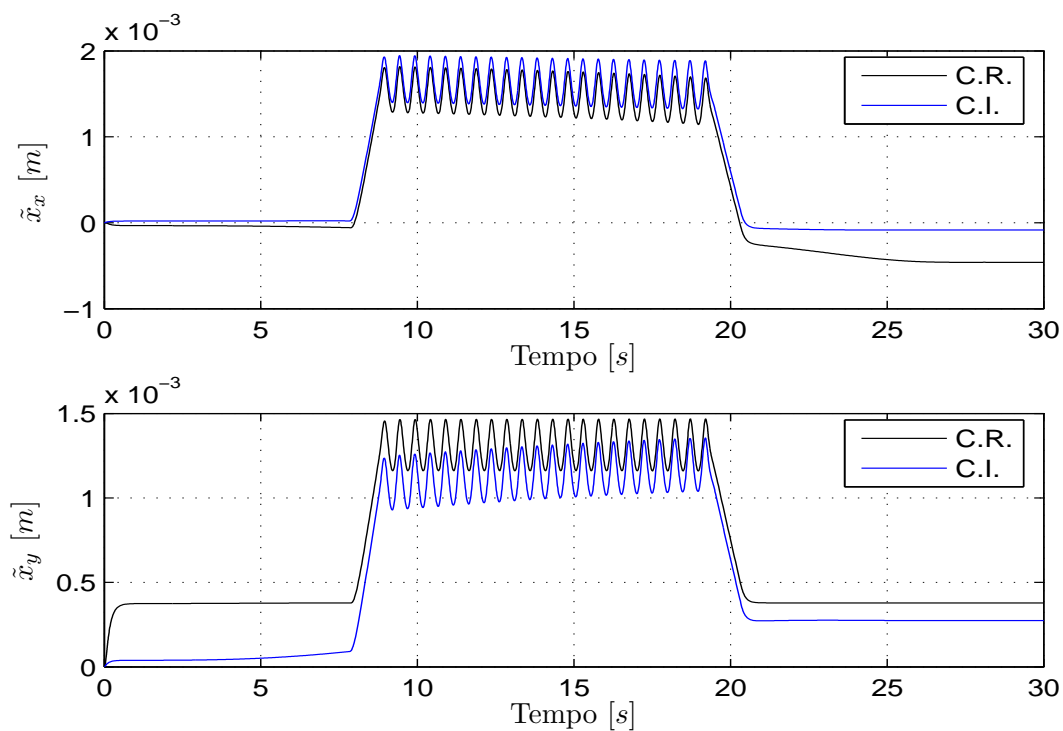


Figura 6.16: Imprecisão na flexibilidade: erro de seguimento no eixo x_x e eixo x_y .

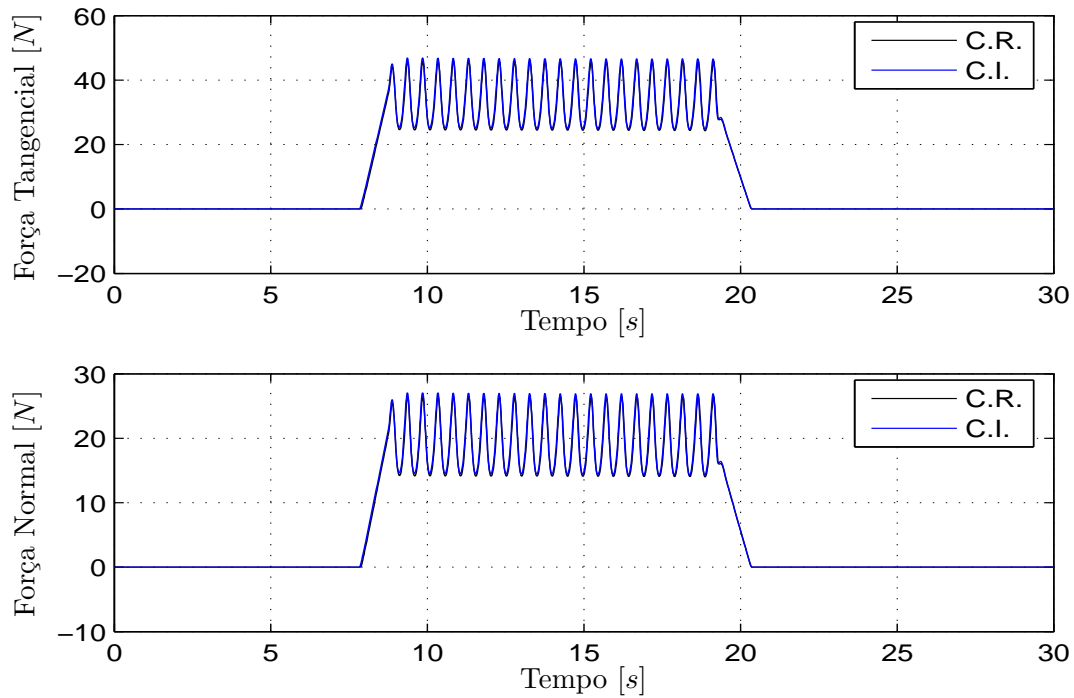


Figura 6.17: Imprecisão na flexibilidade: forças normal e tangencial.

Nota-se pela observação dos gráficos que a existência de imprecisões nas constantes torcionais, na faixa proposta, não influênciam tanto na estabilidade do sistema quanto na degradação do seguimento da trajetória. Este fenômeno é visivelmente observado pelo ponto de equilíbrio alcançado ao final da trajetória de acordo com a variação da imprecisão, em $\pm 10\%$.

Estes erros se devem ao fato de que todas as referências de posição, velocidade e aceleração fornecidas ao subsistema dos elos dependem da matriz K das constantes torcionais para serem calculadas. Sendo assim, conclui-se que a tarefa de identificação da flexibilidade é de crucial importância para o sucesso da implementação.

6.7.4 Controle Baseado em Modelo Rígido Aplicado em MTF's

Nos resultados apresentados a seguir considera-se o controle de rigidez e de impedância formulados a partir de um modelo dinâmico para o manipulador completamente rígido.

O objetivo desta seção é simular uma situação mais próxima da realidade prática, uma vez que a maioria dos robôs manipuladores, mesmo possuindo transmissões flexíveis, são empregados com o uso de estratégias que consideram o manipulador completamente rígido.

O modelo rígido do manipulador não considera a existência do subsistema dos rotores e por isso o torque de controle u de ambas as estratégias resumem-se ao projeto de controle referente ao subsistema dos elos. Assim, para o controle rigidez, a ação de controle é o próprio torque elástico desejado u_{ed_x} (equação (2.21)), ou seja:

$$u = \bar{B}(q_1)\ddot{x}_r + \bar{C}(q_1, \dot{q}_1)\dot{x}_r + \bar{g}(q_1) + K_{Dx}s_x \quad (6.39)$$

Ao observar que a lei de controle (6.39) resulta em um problema de colocação³, conclui-se que, na prática, esta ação de controle só é possível de ser implementada devido ao fechamento da malha pelo sinal dos *encoders* conectados aos atuadores. Estes, por sua vez, medem a posição dos rotores e não a posição dos elos, resultando em um sistema estável em malha fechada.

Assim, considerando que a posição e velocidade dos rotores são denotadas por q_2 e \dot{q}_2 respectivamente, a ação de controle real implementada é dada por:

$$u = \bar{B}(q_2)\ddot{x}_r + \bar{C}(q_2, \dot{q}_2)\dot{x}_r + \bar{g}(q_2) + K_{Dx}s_x \quad (6.40)$$

na qual as variáveis dos elos são substituídas pelas dos rotores.

Do mesmo modo, para o controle de impedância, a ação de controle é retirada de acordo com z_{dx} (equação (2.81)):

$$u = \bar{B}(q_1)\ddot{\tilde{x}} + \bar{C}(q_1, \dot{q}_1)\dot{\tilde{x}} + \bar{G}(q_1) + B_m^{-1}(D_m\dot{\tilde{x}} + K_m\tilde{x}) + (\bar{B}(q_1)B_m^{-1} + I)h \quad (6.41)$$

a qual, devido a leitura dos rotores, torna-se

$$u = \bar{B}(q_2)\ddot{\tilde{x}} + \bar{C}(q_2, \dot{q}_2)\dot{\tilde{x}} + \bar{G}(q_2) + B_m^{-1}(D_m\dot{\tilde{x}} + K_m\tilde{x}) + (\bar{B}(q_2)B_m^{-1} + I)h \quad (6.42)$$

As matrizes dinâmicas $B(q_1)$, $C(q_1, \dot{q}_1)$ e $g(q_1)$ utilizadas em ambas as ações de controle, que consideram rígido o manipulador de serviço apresentado na seção 6.2, encontram-se descritas no apêndice A.

Os resultados obtidos em simulação estão apresentados nos gráficos a seguir.

³Definido na seção 1.3.

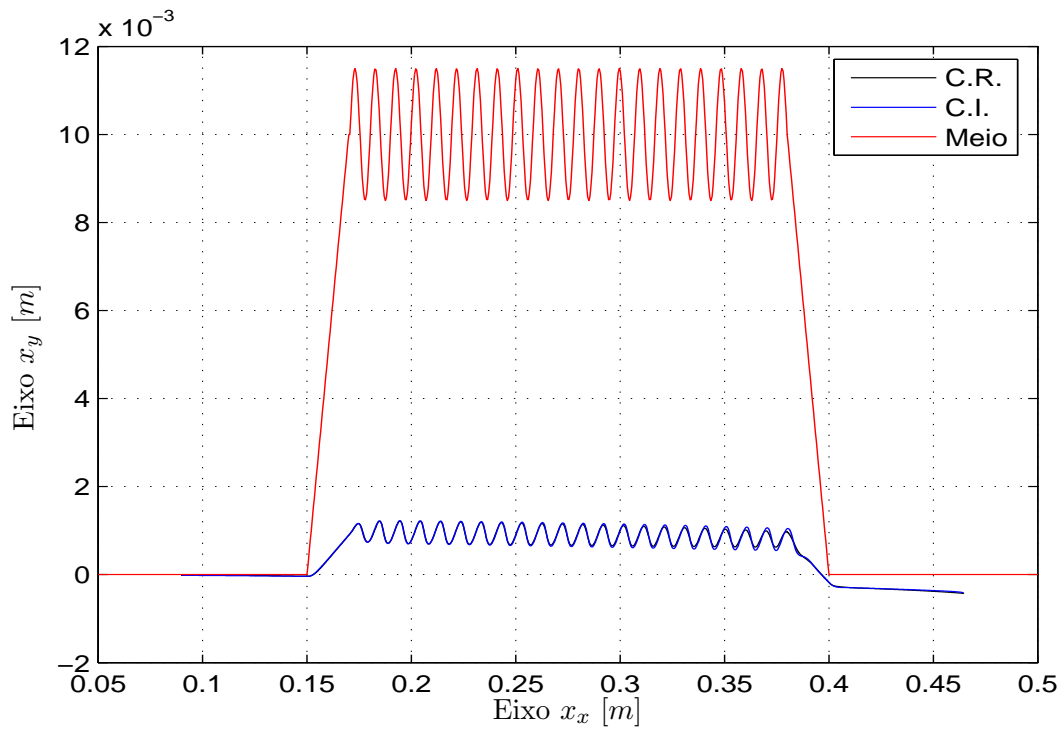


Figura 6.18: Trajetória executada pelo manipulador com relação ao meio.

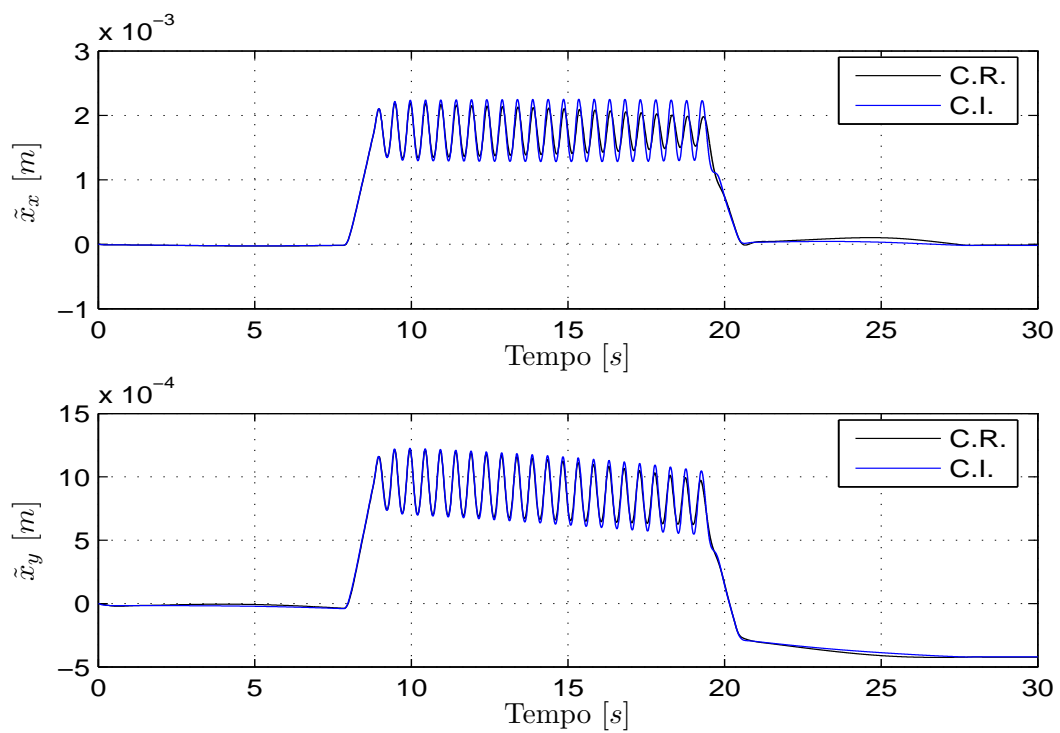


Figura 6.19: Erro de seguimento no eixo x_x e no eixo x_y .

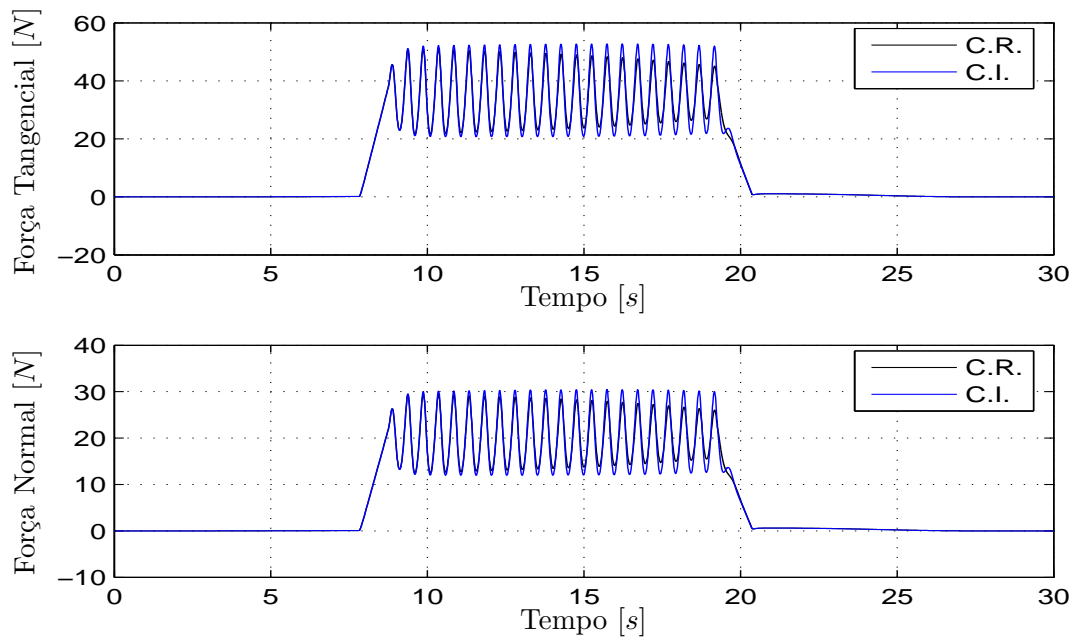


Figura 6.20: Forças normal e tangencial.

Conclui-se pela observação dos gráficos que, para esta tarefa de esmerilhamento em particular, o sistema permanece estável sem apresentar oscilações demasiadas devido a subatuação dos elos. A maior degradação do desempenho ocorre pela compensação parcial das forças da gravidade, sendo verificada pelo aumento do erro de posição a medida em que o efetuador final se afasta da base do manipulador.

6.8 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os resultados da simulação de uma tarefa de esmerilhamento pela aplicação do controle de rigidez e do controle de impedância. Nas primeiras seções foram estabelecidos todos os requisitos da tarefa, bem como todos os ganhos das estratégias de controle e dos observadores de estado.

Os resultados obtidos via simulação mostraram a eficácia do procedimento de projeto em cascata para manipuladores com transmissões flexíveis e comprovaram o metodologia de escolha dos ganhos dos controladores, realizada com base nos critérios obtidos das análises de estabilidade do capítulo 3.

Capítulo 7

Conclusões e Perspectivas

7.1 Conclusões

Neste trabalho, abordou-se o problema da execução de tarefas de esmerilhamento por manipuladores de serviço que possuem flexibilidade nas transmissões. Foi mostrado que a presença de flexibilidade em manipuladores, além de introduzir problemas dinâmicos no controle de posição, é ainda mais crítica quando existe a necessidade de um controle de força. O nível da flexibilidade tratada nas simulações condiz com um nível de flexibilidade comumente encontrado nos robôs manipuladores atuais, originário do uso de *Harmonic Drives* para o sistema de transmissão.

No primeiro capítulo buscou-se apresentar um conteúdo teórico suficiente para compreensão da motivação e objetivos deste trabalho. O problema da presença da flexibilidade foi discutido tanto no controle de posição quanto no controle de força, transparecendo a necessidade da formulação de controladores mais sofisticados que os de ganhos fixos, do tipo P, PD, PI e PID.

A crescente idéia da utilização de robôs manipuladores para execução de tarefas de esmerilhamento, rebarbação e até usinagem, foi a principal motivação deste trabalho.

Para tanto, propôs-se a extensão e análise de duas estratégias de controle muito difundidas na literatura de robôs manipuladores rígidos, o controle de rigidez e o controle de impedância, para manipuladores com transmissões flexíveis na execução de tarefas de esmerilhamento.

O trabalho, através da apresentação de dois métodos de identificação de flexibilidade, dando fechamento ao capítulo 1, procurou abranger o estudo da flexibilidade para os âmbitos práticos da implementação. Uma vez que, como pode ser verificado pelas análises de simulação, a precisão da identificação das constantes torcionais equivalentes é fundamental para o sucesso da tarefa.

Tendo o capítulo primeiro fornecido uma base teórica suficiente, o segundo capítulo dedicou-se em introduzir os controladores de força indiretos, expor as capacidades exigidas dos controladores para a execução de tarefas de contato e, por fim, apresentar a extensão do controle de rigidez e do controle de impedância para manipuladores com transmissões flexíveis.

No terceiro capítulo apresentou-se as análises de estabilidade de ambas as estratégias de controle empregadas para a tarefa de esmerilhamento. Para que fossem possíveis tais análises propôs-se um modelo de forças simplificado, sintetizado a partir de modelos existentes na literatura e generalizado para todas as direções do espaço cartesiano. Concluiu-se por estas análises que a tarefa de esmerilhamento impõe restrições na escolha dos ganhos dos controladores para que haja estabilidade no sistema, resultando em critérios de projeto.

Diferentemente das estratégias formuladas com base no modelo rígido do manipulador, as estratégias formuladas para manipuladores flexíveis muitas vezes exigem na implementação a instrumentação completa do manipulador, o que nem sempre encontra-se disponível. Fazendo frente a esta dificuldade, o quarto capítulo importou-se com a implementação prática das estratégias de controle e descreveu o projeto de dois observadores de estado, particularmente escolhidos para cada uma das estratégias de controle: um observador de estados baseado na aceleração para a implementação do controle de rigidez e um observador de estados baseado em torques de distúrbio para o controle de impedância.

Para facilitar o estudo e agilizar o processo das análises via simulação, desenvolveu-se um software de simulação completo que englobou todo o conteúdo apresentado neste trabalho.

No capítulo 6, uma tarefa de esmerilhamento foi proposta e os resultados de simulação envolvendo as estratégias de controle e os observadores de estado na execução da tarefa foram apresentados.

Para finalizar, foram discutidos os resultados da simulação de algumas situações práticas, como a aplicação das estratégias de controle baseadas no modelo rígido em MTF, bem como as consequências da existência de imprecisão da identificação dos parâmetros ligados a

flexibilidade.

7.2 Perspectivas

Como perspectivas para trabalhos futuros sugerem-se os seguintes tópicos:

- Implementação prática do controle de rigidez e do controle de impedância, auxiliado pelas metodologias de identificação da flexibilidade apresentadas no capítulo 1;
- Implementação prática dos observadores de estado no arranjo proposto no capítulo 4;
- Estudo para formulação de estratégias de controle para manipuladores flexíveis que não prevêem tamanha carga computacional como a exigida pelo controle de rigidez e o controle de impedância.
- Análise de estabilidade para o caso da aplicação do controle de rigidez e do controle de impedância, formulados com base no modelo de manipular rígido, em manipuladores com transmissões flexíveis, relacionando o nível de flexibilidade.

Referências Bibliográficas

- Albu-Schäffer, A., Ott, C., e Hirzinger, G. (2004). A passivity based cartesian impedance controller for flexible joint robots - part ii: Full state feedback, impedance design and experiment. *2004 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Vol. pp. 2666–2672.
- Benallegue, M. (1991). *Contribution à la Commande Dynamique Adaptative des Robots Manipulateurs Rapides*. Thèse de doctorat, Université Paris, France.
- Bicchi, A. e Tonietti, G. (2004). Dealing with the safety-performance tradeoff in robot arms design and control. *IEEE Robotics and Automation Mag.*, Vol. 11, No. 2, pp. 22–33.
- Chen, S.-C. e Tung, P.-C. (2000). Trajectory planning for automated robotic deburring on an unknown geometry. *Int J Mach Tools Manuf*, Vol. pp. 957–78.
- de Wit, C. C., Siciliano, B., e Bastin, G. (1996). *Theory of Robot Control*. Communications and control engineering series. Springer.
- Eppinger, S. D. e Seering, W. P. (1992). Three dynamic problems in robot force control. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 8, No. 6, pp. 751–758.
- Guenther, R. (1993). *Controle Adaptativo e a Estrutura Variável de Robôs Manipuladores com Incertezas Dinâmicas no Acionamento Elétrico ou nas Transmissões Flexíveis*. Tese (doutorado em engenharia mecânica), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- Guenther, R. e Hsu, L. (1993). O projeto de um controlador em cascata para manipuladores com transmissões flexíveis. *Anais do COBEM*, Vol. .
- Hirzinger, G., Albu-Schäffer, A., Hähle, M., Schaefer, I., e Sporer, N. (2001). On a new generation of torque controlled light-weight robots. *2001 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Vol. pp. 3356–3363.

- Ikuta, K., Ishii, H., e Nokata, M. (2003). Safety evaluation method of design and control for human-care robots. *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 22, No. 7/8, pp. 281–297.
- Jankovic, M. (1992). Exponentially stable observer for elastic joint robots. *IEEE CDC*, Vol. pp. 323–324.
- Jankovic, M. (1995). Observer based control for elastic joint robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 11, No. 4, pp. 618–623.
- Khalil, W. e Dombre, E. (2002). *Modeling, Identification and Control of Robots*. Kogan Page Science, Tokyo.
- Kim, C., Chung, J. H., e Hong, D. (2007). Coordination control of an active pneumatic deburring tool. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. pp. 462–471.
- Lewis, F. e Dawson, A. D. M. (1993). *Control of Robot Manipulators*. McMillan Publishing Company, New York.
- Lotti, F., Tiezzi, P., Vassura, G., Biagiotti, L., e Melchiorri, C. (2004). Ubh 3: An anthropomorphic hand with simplified endo-skeletal structure and soft continuous fingerpads. *2004 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Vol. pp. 4736–4741.
- Lozano, R. e Brogliato, B. (1992). Adaptive control of robot manipulators with flexible joints. *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 37, No. 2, pp. 174–181.
- Luca, A. D., Schröder, D., e Thümmel, M. (2007). An acceleration-based state observer for robot manipulators with elastic joints. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Vol. pp. 3817–3823.
- Nicosia, S. e Tomei, P. (1990). Nonlinear observers for robots with rigid and elastic joints. *Robotics and Manufacturing: Recent Trends in Research, Education, and Applications*, Vol. pp. 583–589.
- Nicosia, S., Tomei, P., e Tornambe, A. (1988). A nonlinear observer for elastic robots. *IEEE J. Robotics and Automation*, Vol. 4pp. 45–52.
- Nicosia, S. e Tornambe, A. (1989). High-gain observers in the state and parameter estimation of robots having elastic joints. *Syst. Cont. Lett.*, Vol. 13pp. 331–337.
- Ohba, Y., Katsura, S., e Ohishi, K. (2006). Sensor-less force control for machine tool using reaction torque observer. *IEEE*, Vol. pp. 860–865.

- Ott, C., Albu-Schäffer, A., Kugi, A., Stramigioli, S., e Hirzinger, G. (2004). A passivity based cartesian impedance controller for flexible joint robots - part i: Torque feedback and gravity compensation. *2004 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Vol. pp. 2659–2665.
- Pires, F. N. e Afonso, G. (2007). Force control experiments for industrial applications: a test case using an industrial deburring example. *Assembly Automation*, Vol. 27, No. 2, pp. 148–156.
- Radford, J. (1980). *Production engineering technology*. McMillan Press.
- Readman, M. e Bélanger, P. (1991). Acceleration feedback for flexible joint robots. *30th IEEE Conf. on Decision and Control*, Vol. pp. 1385–1390.
- Readman, M. C. (1994). *Flexible Joint Robots*. Mechatronics. CRC Press.
- Sciavicco, L. e Siciliano, B. (2005). *Modelling and Control of Robot Manipulators*. Springer.
- Siciliano, B. e Khatib, O. (2008). *Handbook of Robotics*. Springer.
- Slotine, J.-J. E. e Li, W. (1987). On the adaptive control of robot manipulators. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 6, No. 3, pp. 49–59.
- Spong, M. W. (1987). Modeling and control of elastic joint robots. *J. of Dynamic Systems, Measurements, and Control*, Vol. 109, No. 4, pp. 310–319.
- Spong, M. W., Khorasani, K., e Kokotovic, P. (1987). An integral manifold approach to the feedback control of flexible joint robots. *IEEE J. of Robotics and Automation*, Vol. 3, No. 4, pp. 291–300.
- Sugita, S., Itaya, I., e Takeuchi, Y. (2004). Development of robot teaching support devices to automate deburring and finishing works in casting. *Int J Adv Manuf Technol*, Vol. pp. 183–9.
- Thümmel, M. (2006). *Modellbasierte Regelung mit nichtlinearen inversen Systemen und Beobachtern von Robotern mit elastischen Gelenken*. Phd thesis, Technische Universität München, Munich, Germany.
- Tomei, P. (1990). An observer for flexible joint robots. *IEEE Transactions on Automation Control*, Vol. 35pp. 739–743.
- Tomei, P. (1991). A simple pd controller for robots with elastic joints. *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 36, No. 10, pp. 1208–1213.

- Tungpataratanawong, S., Ohishi, K., e Miyazaki, T. (2004). High performance robust motion control of industrial robot using parameter identification based on resonant frequency. *Proc. Proceedings of the 30th Annual Conference of the IEEE Ind. Electronics Society*, pp. 111–116.
- Tungpataratanawong, S., Ohishi, K., e Miyazaki, T. (2005). Force sensor-less workspace impedance control considering resonant vibration of industrial robot. *IEEE*, Vol. pp. 1878–1883.
- Tungpataratanawong, S., Ohishi, K., Miyazaki, T., e Katsura, S. (2007). Force sensor-less workspace virtual impedance control considering resonant vibration of industrial robot. *IEEJ Transactions*, Vol. 127, No. 1, pp. 1–8.
- Yamada, Y., Hirasawa, Y., Huang, S., e Suita, K. (1997). Human-robot contact in the safeguarding space. *IEEE/ASME Trans. on Mechatronics*, Vol. 2, No. 4, pp. 230–236.
- Zhang, H., Wang, J., Zhang, G., Gan, Z., Pan, Z., Cui, H., e Zhu, Z. (2005). Machining with flexible manipulator: Toward improving robotic machining performance. *Proc. Proceedings of the 2005 IEEE/ASME*, pp. 1127–1132.
- Ziliani, G., Visioli, A., e Legnani, G. (2005). A mechatronic design for robotic deburring. *IEEE ISIE 2005*, Vol. pp. 1575–1580.
- Ziliani, G., Visioli, A., e Legnani, G. (2007). A mechatronic approach for robotic deburring. *Mechatronics*, Vol. pp. 432–441.
- Zollo, L., Luca, A. D., e Siciliano, B. (2004). Regulation with on-line gravity compensation for robots with elastic joints. *2004 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Vol. pp. 2687–2692.
- Zollo, L., Siciliano, B., Luca, A. D., Guglielmelli, E., e Dario, P. (2005). Compliance control for an anthropomorphic robot with elastic joints: Theory and experiments. *ASME J. of Dynamic Systems, Measurements, and Control*, Vol. .

Apêndice A

Funções Relacionadas ao Manipulador de Serviço

A.1 Parâmetros de Denavit-Hartenberg

Tabela A.1: Parâmetros de Denavit-Hartenberg

Elo	a_i	α_i	d_i	ϑ_i
1	a_1	0	0	q_{11}
2	a_2	0	0	q_{12}

A.2 Cinemática Direta

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \cos(q_{11}) + a_2 \cos(q_{11} + q_{12}) \\ a_1 \sin(q_{11}) + a_2 \sin(q_{11} + q_{12}) \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

A.3 Jacobiano Analítico

$$J_A(q_1) = \begin{bmatrix} -a_1 \sin(q_{11}) - a_2 \sin(q_{11} + q_{12}) & -a_2 \sin(q_{11} + q_{12}) \\ a_1 \cos(q_{11}) + a_2 \cos(q_{11} + q_{12}) & +a_2 \cos(q_{11} + q_{12}) \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

A.4 Derivada do Jacobiano Analítico

$$J_A(q_1, \dot{q}_1) = \begin{bmatrix} -a_1 \cos(q_{11})\dot{q}_{11} - a_2 \cos(q_{11} + q_{12})(\dot{q}_{11} + \dot{q}_{12}) & -a_2 \cos(q_{11} + q_{12})(\dot{q}_{11} + \dot{q}_{12}) \\ -a_1 \sin(q_{11})\dot{q}_{11} - a_2 \sin(q_{11} + q_{12})(\dot{q}_{11} + \dot{q}_{12}) & -a_2 \sin(q_{11} + q_{12})(\dot{q}_{11} + \dot{q}_{12}) \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

A.5 Inversa do Jacobiano Analítico

$$J_A^{-1}(q_1) = \begin{bmatrix} \frac{\cos(q_{11}+q_{12})}{a_1 \sin(q_{12})} & \frac{\sin(q_{11}+q_{12})}{a_1 \sin(q_{12})} \\ \frac{-a_1 \cos(q_{11})+a_2 \cos(q_{11}+q_{12})}{a_1 a_2 \sin(q_{12})} & \frac{-a_1 \sin(q_{11})+a_2 \sin(q_{11}+q_{12})}{a_1 a_2 \sin(q_{12})} \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Apêndice B

Matrizes Dinâmicas do Modelo Rígido

Tabela B.1: Parâmetros construtivos

Parâmetro	Descrição	Unidade
a_i	Comprimento do elo i	$[m]$
l_i	Centro de massa do elo i	$[m]$
m_{li}	Massa do elo i	$[kg]$
I_{li}	Momento de inércia do elo i	$[kg\ m^2]$
m_{fer}	Massa da ferramenta	$[kg]$
I_{fer}	Momento de inércia da ferramenta	$[kg\ m^2]$
g	Aceleração da gravidade	$[m/s^2]$

B.1 Matriz de Inércia $B(q_1)$

$$B(q_1) = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}$$

$$I_{aux} = I_{l1} + I_{l2} + I_{fer} + (m_{l2} + m_{fer}) a_1^2 + m_{l1} l_1^2 + m_{l2} l_2^2 + m_{fer} a_2^2$$

$$B_{11} = I_{aux} + 2 (m_{l2} a_1 l_2 + m_{fer} a_2 a_1) \cos(q_{12}) \quad (\text{B.1})$$

$$B_{12} = I_{l1} + I_{l2} + I_{fer} + m_{l2} l_2^2 + m_{fer} a_2^2 + (m_{l2} a_1 l_2 + m_{fer} a_2 a_1) \cos(q_{12})$$

$$B_{21} = B_{12}$$

$$B_{22} = I_{l2} + I_{fer} + m_{l2} l_2^2 + m_{fer} a_2^2$$

B.2 Matriz de Forças Centrífugas e Coriolis $C(q_1, \dot{q}_1)$

$$C(\dot{q}_1, q_1) = \begin{bmatrix} h \dot{q}_{12} & h (\dot{q}_{11} + \dot{q}_{12}) \\ -h \dot{q}_{11} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

$$h = -(m_{l2} a_1 l_2 + m_{fer} a_1 a_2) \text{sen}(q_{12})$$

B.3 Matriz de Gravidade $g(q_1)$

$$g(q_1) = \begin{bmatrix} (m_{l1} l_1 + m_{m2} a_1 + m_{l2} a_1 + m_{fer} a_2) g \cos(q_{11}) + (m_{l2} l_2 + m_{fer} a_2) g \cos(q_{11} + q_{12}) \\ (m_{l2} l_2 + m_{fer} a_2) g \cos(q_{11} + q_{12}) \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

Apêndice C

Definições Básicas

C.1 Teorema de Rayleigh-Ritz

Teorema C.1.1 (Rayleigh-Ritz) [Lewis e Dawson, 1993]:

Seja A uma matriz real simétrica ($n \times n$) definida positiva. Sendo λ_{\min} o menor autovalor e λ_{\max} o maior autovalor de A . Então para qualquer $x \in \mathcal{R}^n$,

$$\lambda_{\min}[A] \|x\|^2 \leq x^T A x \leq \lambda_{\max}[A] \|x\|^2 \tag{C.1}$$

Apêndice D

Propriedades

D.1 Antissimetria

$$\dot{B}(q_1) - 2C(q_1, \dot{q}_1)$$

D.2 Passividade no Modelo do Manipulador Rígido

Nesta seção de apêndice é apresentada a propriedade da passividade para o modelo do robô rígido.

De acordo com a equação de movimento do sistema:

$$B(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) = \tau \quad (\text{D.1})$$

para este, o mapa $\tau \rightarrow \dot{q}_1$ é dito passivo ([?]), isto é, existe um valor $\beta \geq 0$ tal que

$$\int_0^t \dot{q}_1^T \tau dt \geq -\beta \quad (\text{D.2})$$

Para verificação desta propriedade considera-se H como sendo a função energia total do sistema

$$H = \frac{1}{2}\dot{q}_1^T B(q_1)\dot{q}_1 + U(q_1) \quad (\text{D.3})$$

onde o primeiro termo do lado direito da igualdade é relacionado à energia cinética e o segundo

à energia potencial do sistema. Assim a taxa de variação da função energia resulta em:

$$\dot{H} = \frac{1}{2} \dot{q}_1^T \dot{B}(q_1) \dot{q}_1 + \dot{q}_1^T (B(q_1) \ddot{q}_1 + \frac{\partial U(q_1)}{\partial q_1}) \quad (\text{D.4})$$

sendo $\frac{\partial U(q_1)}{\partial q_1} = G(q_1)$, substituindo-se a equação D.1 na equação D.3, obtém-se

$$\dot{H} = \dot{q}_1^T \tau + \frac{1}{2} \dot{q}_1^T (\dot{B}(q_1) - 2C(q_1, \dot{q}_1)) \dot{q}_1 = \dot{q}_1^T u \quad (\text{D.5})$$

através da propriedade de antissimetria $\dot{B}(q_1) - 2C(q_1, \dot{q}_1)$. Integrando-se em relação ao tempo os dois lados da equação D.12, resulta

$$\int_0^t \dot{q}_1^T \tau dt = H(T) - H(0) \geq H(0) \quad (\text{D.6})$$

sendo $H(T)$ função energia total não-negativa a passividade segue com $\beta = H(0)$.

D.3 Passividade no Modelo Reduzido de Spong

Considere o modelo reduzido de Spong, apresentado na seção 1.5.1, para manipuladores com transmissões flexíveis:

$$B_1(q_1) \ddot{q}_1 + C_1(q_1, \dot{q}_1) \dot{q}_1 + g_1(q_1) = K(q_2 - q_1) \quad (\text{D.7})$$

$$J \ddot{q}_2 + K(q_2 - q_1) = \tau \quad (\text{D.8})$$

para este, o mapa $\tau \rightarrow \dot{q}_2$ é dito passivo ([?]), isto é, existe um valor $\beta \geq 0$ tal que

$$\int_0^t \dot{q}_2^T \tau dt \geq -\beta \quad (\text{D.9})$$

Para verificação desta propriedade considera-se H como sendo a função energia total do sistema:

$$H = \frac{1}{2} \dot{q}_1^T B(q_1) \dot{q}_1 + U(q_1) + \frac{1}{2} \dot{q}_2^T J \dot{q}_2 + \frac{1}{2} (q_2 - q_1)^T K (q_2 - q_1) \quad (\text{D.10})$$

onde $U(q_1)$ representa a energia potencial do sistema.

Assim a taxa de variação da função energia resulta em:

$$\dot{H} = \frac{1}{2} \dot{q}_1^T \dot{B}(q_1) \dot{q}_1 + \dot{q}_1^T (B(q_1) \ddot{q}_1 + \frac{\partial U(q_1)}{\partial q_1}) + \dot{q}_2^T J \ddot{q}_2 + (q_2 - q_1)^T K (\dot{q}_2 - \dot{q}_1) \quad (\text{D.11})$$

sendo $\frac{\partial U(q_1)}{\partial q_1} = g(q_1)$, substituindo-se as equações D.7 e D.8 na equação D.10, obtém-se

$$\dot{H} = \dot{q}_2^T \tau + \frac{1}{2} \dot{q}_1^T (\dot{B}(q_1) - 2C(q_1, \dot{q}_1)) \dot{q}_1 = \dot{q}_2^T \tau \quad (\text{D.12})$$

através da propriedade de antissimetria $\dot{B}(q_1) - 2C(q_1, \dot{q}_1)$. Integrando-se em relação ao tempo os dois lados da equação D.12, resulta

$$\int_0^t \dot{q}_2^T \tau dt = H(T) - H(0) \geq H(0) \quad (\text{D.13})$$

sendo $H(T)$ função energia total não-negativa a passividade segue com $\beta = H(0)$.