



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**  
**UFSC**

Marco André Argenta

**Análise de torres de transmissão submetidas  
a cargas dinâmicas**

**Florianópolis, outubro de 2007**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA - UFSC**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL - PPGEC**

**Análise de torres de transmissão submetidas  
a cargas dinâmicas**

Dissertação submetida à  
Universidade Federal de Santa  
Catarina como requisito parcial  
exigido pelo Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Civil –  
PPGEC - para a obtenção do Título de  
MESTRE em Engenharia Civil.

Marco André Argenta

**Florianópolis, outubro de 2007**

Dedico a meus pais,  
Jeime João Argenta e Elair Laurinda Argenta  
pelo incentivo, suporte e por acreditarem em mim.

Agradeço primeiramente à Universidade Federal de Santa Catarina pela acolhida e ao PPGEC/Estruturas pela oportunidade de desenvolvimento oferecida.

Agradeço também ao CNPq pelo incentivo através da bolsa de estudos.

Agradecimentos especiais à Profa. Mildred Balim Hecke, da UFPR, pela iniciação ao método dos elementos finitos, pelas oportunidades em trabalhar com este e pelo desabrochar da minha mente para o mestrado.

Agradeço à Profa. Henriette Lebre la Rovere pela disposição e orientação, e ao Prof. Tancredo Westphal Jr. pela co-orientação e ajuda nas equações da dinâmica das estruturas.

Agradecimentos ao Engenheiro Fabiano Zermiani e à Engenheira Juliana Stramandinoli pelos ensinamentos sobre torres de transmissão.

E por fim, a todos os meus amigos, Adolfo Nallar, Carlos Araújo, Vanessa Rheinheimer, Tatiane Pezente, Rubia Camila Haiduk (pela ajuda com as figuras), Brigida Haiduk, à minha irmã Angela Mara Argenta (por me agüentar nos dias de estresse, quando os resultados não batiam) e a todos os outros que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho. Muito obrigado.

## RESUMO

Torres de transmissão de energia são de grande importância para o abastecimento elétrico de um país, pois são elas que suportam os cabos que transmitem a energia. A ruptura ou mesmo a danificação destas estruturas pode ter conseqüências significativas para a economia local. No Brasil, o principal carregamento que incide sobre uma linha de transmissão de energia é causado pela ação do vento. A norma brasileira NBR 6123 tem um mapa de isopletas do vento, com a indicação da velocidade média para um período de recorrência de 50 anos a uma altura de 10 metros do solo. Como usualmente o período fundamental da estrutura de torres de transmissão é inferior a 1 s, a maioria das normas permite que seu dimensionamento seja realizado para cargas estáticas equivalentes, obtidas a partir da velocidade média do vento e alguns parâmetros adicionais, função da localização geográfica da torre, sua altura e a área efetiva de incidência do vento. No entanto não são raros os eventos de colapso de torres de transmissão de energia no Brasil, e, além disso, a ocorrência de fortes rajadas e ciclones vem aumentando no país nos últimos anos. Justifica-se assim a necessidade de uma verificação mais apurada do projeto de torres de transmissão, neste caso sob a ação dinâmica do vento. Escolheu-se para este trabalho uma torre de transmissão típica, situada no sul do Brasil. A estrutura da torre é modelada por elementos de pórtico 3D, sendo consideradas rígidas as ligações das barras principais e rotuladas as ligações de barras secundárias. As análises dinâmicas da ação do vento são realizadas no domínio do tempo, sendo a componente turbulenta do vento obtida a partir dos espectros de Davenport e Kaimal e série de Fourier. Outro caso de carregamento considerado neste tipo de torre é a carga que simula a ruptura de um ou mais cabos de energia, que são fixados à torre para manter suas catenárias com as alturas de segurança nos vãos adjacentes. A ruptura de um cabo em um dos lados da torre pode ser simulada aplicando-se uma força no suporte, no lado contrário. Esta força pode ser aplicada estática ou dinamicamente e pode ser decomposta em duas parcelas: uma devida ao peso do cabo e a outra à tração no cabo, utilizada para o seu correto posicionamento na linha de transmissão. Admite-se nas análises que a torre tem comportamento elástico-linear, e utiliza-se o método da superposição modal para resolver as equações de movimento da estrutura. Conclusões e recomendações são apresentadas no final do trabalho.

## **ABSTRACT**

Energy transmission towers are of great importance for the electric supplying of a country, since they support the cables that transmit the energy. The failure or even the damage of these structures can bring significant consequences to the local economy. In Brazil, the main force acting on an energy transmission line is caused by wind action. The Brazilian Code NBR 6123 brings a map of wind velocities, with indication of the average speed, for a period of recurrence of 50 years, measured at a height of 10 meters above the ground. As the fundamental period of a transmission tower structure is usually lower than 1 s, most codes allows for design based on equivalent static loads, derived from the wind average speed and some parameters that depend on the geographic localization of the tower, its height, and the effective area of wind incidence. However events of collapse of energy transmission towers are not rare in Brazil. Furthermore, the occurrence of strong gusts and cyclones is continuously growing in the country in recent years. The necessity of a more refined verification of the project of transmission towers is justified thus, in this case, under the dynamic action of the wind. In this work, a typical transmission tower, located in Santa Catarina State, in South Brazil, has been selected for this verification. The tower structure was modeled by 3D frame elements, by considering rigid the connections of the main bars and hinged the connections of the secondary bars, used for buckling restraint or those connected by only one bolt. Several loading cases are considered. The dynamic analyses of the structure under wind action are performed in time domain, with the wind turbulent component obtained from the Davenport and Kaimal spectrum and by using Fourier series. Other case considered in this type of tower is the load that simulates the rupture of one or more cables that are fixed to the tower, in order to keep their catenaries with a safe height with respect to the adjacent spans. The rupture of one cable in one of the sides of the tower can be simulated by a force acting on the opposite side, at the support. This force can be applied statically or dynamically and it can be decomposed into two components: one due to the cable weight and the other one to the traction in the cable, used for its correct positioning in the transmission line. For all analyses it is assumed that the tower has a linear-elastic behavior, and the mode-superposition method is utilized to solve the equations of motion of the structure. Concluding remarks and recommendations are presented at the end of the work.

# LISTA DE SÍMBOLOS

## Capítulo 2

|                                  |   |
|----------------------------------|---|
| $\mathbf{u}_e$                   | Campo de deslocamentos ao longo do elemento                   |
| $u_x$                            | Componente do campo de deslocamentos do elemento na direção x |
| $u_y$                            | Componente do campo de deslocamentos do elemento na direção y |
| $u_z$                            | Componente do campo de deslocamentos do elemento na direção z |
| $\boldsymbol{\sigma}$            | Tensor de tensões   |
| $\mathbf{D}$                     | Tensor constitutivo   |
| $\boldsymbol{\varepsilon}$       | Tensor de deformações   |
| $\sigma_{xx}$                    | Tensão normal devida aos esforços na direção x                |
| $\sigma_{yy}$                    | Tensão normal devida aos esforços na direção y                |
| $\sigma_{zz}$                    | Tensão normal devida aos esforços na direção z                |
| $\sigma_{xy}$                    | Tensão cisalhante no plano XY                                 |
| $\sigma_{yz}$                    | Tensão cisalhante no plano YZ                                 |
| $\sigma_{zx}$                    | Tensão cisalhante no plano ZX                                 |
| $\varepsilon_{xx}$               | Deformação axial devida aos esforços na direção x             |
| $\varepsilon_{yy}$               | Deformação axial devida aos esforços na direção y             |
| $\varepsilon_{zz}$               | Deformação axial devida aos esforços na direção z             |
| $\gamma_{xy}$                    | Ângulo de distorção no plano XY                               |
| $\gamma_{yz}$                    | Ângulo de distorção no plano YZ                               |
| $\gamma_{zx}$                    | Ângulo de distorção no plano ZX                               |
| $E$                              | Módulo de elasticidade longitudinal                           |
| $\nu$                            | Coefficiente de Poisson                                       |
| $\partial$                       | Matriz de derivadas   |
| $\kappa$                         | Coefficiente de viscosidade do material                       |
| $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ | Vetor de velocidades de deformação                            |
| $\dot{\mathbf{u}}_e$             | Vetor de velocidades do elemento                              |
| $u_o(x)$                         | Deslocamento na direção x causado por um esforço axial        |
| $u_y(x)$                         | Deslocamento na direção y                                     |
| $u_z(x)$                         | Deslocamento na direção z                                     |
| $\phi_x(x)$                      | Rotação em torno do eixo x                                    |
| $u_x(x, y, z)$                   | Deslocamento total na direção x                               |
| $u_x^i$                          | Deslocamento do nó i na direção x                             |
| $u_y^i$                          | Deslocamento do nó i na direção y                             |
| $u_z^i$                          | Deslocamento do nó i na direção z                             |
| $\phi_x^i$                       | Rotação do nó i em torno do eixo x                            |
| $\phi_y^i$                       | Rotação do nó i em torno do eixo y                            |

|                                  |  |
|----------------------------------|--|
| $\varphi_z^i$                    | Rotação do nó i em torno do eixo z   |
| $u_x^j$                          | Deslocamento do nó j na direção x  |
| $u_y^j$                          | Deslocamento do nó j na direção y  |
| $u_z^j$                          | Deslocamento do nó j na direção z  |
| $\varphi_x^j$                    | Rotação do nó j em torno do eixo x   |
| $\varphi_y^j$                    | Rotação do nó j em torno do eixo y   |
| $\varphi_z^j$                    | Rotação do nó j em torno do eixo z   |
| $\mathbf{u}$                     | Vetor de deslocamentos nodais  |
| $N_1$                            | Função de interpolação para o grau de liberdade 1                                  |
| $N_2$                            | Função de interpolação para o grau de liberdade 2                                  |
| $N_3$                            | Função de interpolação para o grau de liberdade 3                                  |
| $N_4$                            | Função de interpolação para o grau de liberdade 4                                  |
| $N_5$                            | Função de interpolação para o grau de liberdade 5                                  |
| $N_6$                            | Função de interpolação para o grau de liberdade 6                                  |
| $N_7$                            | Função de interpolação para o grau de liberdade 7                                  |
| $N_8$                            | Função de interpolação para o grau de liberdade 8                                  |
| $N_9$                            | Função de interpolação para o grau de liberdade 9                                  |
| $N_{10}$                         | Função de interpolação para o grau de liberdade 10                                 |
| $N_{11}$                         | Função de interpolação para o grau de liberdade 11                                 |
| $N_{12}$                         | Função de interpolação para o grau de liberdade 12                                 |
| $L$                              | Comprimento do elemento  |
| $\mathbf{N}$                     | Matriz das funções de interpolação   |
| $\varphi_x$                      | Ângulo de torção por unidade de comprimento  |
| $\varphi_y$                      | Curvatura na direção y   |
| $\varphi_z$                      | Curvatura na direção z   |
| $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$      | Tensor de tensões generalizado   |
| $\bar{\mathbf{D}}$               | Tensor constitutivo generalizado   |
| $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ | Tensor de deformações generalizado   |
| $\varepsilon_{x0}$               | Deformação na direção x causada por um esforço axial                               |
| $N$                              | Esforço normal   |
| $M_y$                            | Momento fletor em torno do eixo y  |
| $M_z$                            | Momento fletor em torno do eixo z  |
| $M_t$                            | Momento torçor   |
| $A$                              | Área da seção transversal  |
| $I_y$                            | Momento de inércia em y  |
| $I_z$                            | Momento de inércia em z  |
| $I_t$                            | Momento de inércia da torção   |
| $G$                              | Módulo de elasticidade transversal   |
| $\bar{\boldsymbol{\delta}}$      | Matriz de derivadas generalizada   |
| $\bar{\mathbf{B}}$               | Matriz obtida mediante derivadas parciais das funções de interpolação generalizada |

### Capítulo 3

|                         |  |
|-------------------------|--|
| $f(t)$                  | Carregamento aplicado a uma partícula  |
| $f_x(t)$                | Componente na direção x do carregamento aplicado a uma partícula                         |
| $f_y(t)$                | Componente na direção y do carregamento aplicado a uma partícula                         |
| $f_z(t)$                | Componente na direção z do carregamento aplicado a uma partícula                         |
| $p(t)$                  | Força externamente aplicada à partícula  |
| $f_k(t)$                | Força proporcional à rigidez da partícula  |
| $f_a(t)$                | Força devida ao amortecimento da partícula   |
| $f_I(t)$                | Força de inércia devida à massa da partícula   |
| $r(t)$                  | Vetor de posição da partícula  |
| $\dot{r}(t)$            | Vetor de velocidades da partícula  |
| $\ddot{r}(t)$           | Vetor de aceleração da partícula   |
| $x(t)$                  | Componente na direção x do deslocamento da partícula                                     |
| $y(t)$                  | Componente na direção y do deslocamento da partícula                                     |
| $z(t)$                  | Componente na direção z do deslocamento da partícula                                     |
| $m$                     | Massa da partícula   |
| $I_1$                   | Primeira integral da equação do trabalho virtual entre os instantes $t_1$ e $t_2$        |
| $\dot{x}(t)$            | Componente na direção x da velocidade da partícula                                       |
| $\dot{y}(t)$            | Componente na direção y da velocidade da partícula                                       |
| $\dot{z}(t)$            | Componente na direção z da velocidade da partícula                                       |
| $\ddot{x}(t)$           | Componente na direção x da aceleração da partícula                                       |
| $\ddot{y}(t)$           | Componente na direção y da aceleração da partícula                                       |
| $\ddot{z}(t)$           | Componente na direção z da aceleração da partícula                                       |
| $T(\dot{r}, t)$         | Energia Cinética   |
| $f^c(t)$                | Parcela conservativa do carregamento aplicado a partícula                                |
| $f_x^c(t)$              | Componente na direção x da parcela conservativa do carregamento aplicado a partícula     |
| $f_y^c(t)$              | Componente na direção y da parcela conservativa do carregamento aplicado a partícula     |
| $f_z^c(t)$              | Componente na direção z da parcela conservativa do carregamento aplicado a partícula     |
| $f^{nc}(t)$             | Parcela não-conservativa do carregamento aplicado a partícula                            |
| $f_x^{nc}(t)$           | Componente na direção x da parcela não-conservativa do carregamento aplicado a partícula |
| $f_y^{nc}(t)$           | Componente na direção y da parcela não-conservativa do carregamento aplicado a partícula |
| $f_z^{nc}(t)$           | Componente na direção z da parcela não-conservativa do carregamento aplicado a partícula |
| $V(r, t)$               | Energia potencial  |
| $I_2$                   | Segunda integral da equação do trabalho virtual entre os instantes $t_1$ e $t_2$         |
| $W^{nc}(\dot{r}, r, t)$ | Trabalho realizado pelas forças não-conservativas  |
| $u_e$                   | Campo de deslocamentos ao longo do elemento  |

|                                  |   |
|----------------------------------|---|
| $\mathbf{u}$                     | Vetor de deslocamentos nodais do elemento             |
| $\mathbf{N}$                     | Matriz das funções de interpolação                    |
| $\boldsymbol{\varepsilon}$       | Tensor de deformações                                 |
| $\mathbf{D}$                     | Matriz constitutiva                                   |
| $\mathbf{B}$                     | Matriz derivada das funções de interpolação           |
| $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ | Tensor de velocidades de deformações                  |
| $\dot{\mathbf{u}}$               | Vetor de velocidades nodais do elemento               |
| $\dot{\mathbf{u}}_e$             | Vetor de velocidades ao longo do elemento             |
| $v$                              | Volume  |
| $\mathbf{m}_e$                   | Matriz de massa do elemento                           |
| $W_i$                            | Trabalho realizado pelas forças internas              |
| $W_e$                            | Trabalho realizado pelas forças externas              |
| $U_o$                            | Energia interna intrínseca                            |
| $\boldsymbol{\sigma}$            | Tensor de tensões                                     |
| $\mathbf{b}$                     | Vetor de cargas de volume                             |
| $\mathbf{p}$                     | Vetor de cargas de superfície                         |
| $\mathbf{f}$                     | Vetor de cargas concentradas no nó                    |
| $A$                              | Área da seção transversal do elemento                 |
| $\mathbf{k}_e$                   | Matriz de rigidez do elemento                         |
| $\mathbf{f}_c$                   | Vetor de forças conservativas                         |
| $\boldsymbol{\sigma}_\kappa$     | Parcela visco-elástica da tensão                      |
| $\kappa$                         | Coefficiente de viscosidade do material               |
| $\mathbf{p}^{nc}$                | Vetor de cargas não-conservativas de superfície       |
| $\mathbf{f}^{nc}$                | Vetor de cargas não-conservativas concentradas no nó  |
| $\mathbf{f}_{nc}$                | Vetor de forças não-conservativas                     |
| $\mathbf{c}_e$                   | Matriz de amortecimento do elemento                   |
| $\ddot{\mathbf{u}}$              | Vetor de acelerações nodais do elemento               |
| $\mathbf{M}$                     | Matriz de massa da estrutura                          |
| $\ddot{\mathbf{U}}$              | Vetor de acelerações da estrutura                     |
| $\mathbf{C}$                     | Matriz de amortecimento da estrutura                  |
| $\dot{\mathbf{U}}$               | Vetor de velocidades da estrutura                     |
| $\mathbf{K}$                     | Matriz de rigidez da estrutura                        |
| $\mathbf{U}$                     | Vetor de deslocamentos da estrutura                   |
| $\mathbf{F}_T$                   | Vetor de forças total                                 |
| $\mathbf{F}^c$                   | Vetor de forças conservativas                         |
| $\mathbf{F}^{nc}$                | Vetor de forças não-conservativas                     |
| $\mathbb{R}$                     | Matriz dos cossenos diretores do elemento             |
| $\mathbf{m}_g$                   | Matriz de massa do elemento no sistema global         |
| $\mathbf{c}_g$                   | Matriz de amortecimento do elemento no sistema global |
| $\mathbf{k}_g$                   | Matriz de rigidez do elemento no sistema global       |
| $f(x)$                           | Função expandida em séries de Taylor                  |
| $\Delta t$                       | Intervalo de tempo                                    |
| $\delta$                         | Parâmetro delta do método de Newmark                  |
| $\alpha$                         | Parâmetro alpha do método de Newmark                  |
| $a_1$                            | Constante 1 do método de Newmark                      |

|             |  |
|-------------|--|
| $a_2$       | Constante 2 do método de Newmark   |
| $a_3$       | Constante 3 do método de Newmark   |
| $a_4$       | Constante 4 do método de Newmark   |
| $a_5$       | Constante 5 do método de Newmark   |
| $a_6$       | Constante 6 do método de Newmark   |
| $a_7$       | Constante 7 do método de Newmark   |
| $\hat{K}$   | Matriz de rigidez efetiva  |
| $\hat{F}_T$ | Vetor de cargas efetivas   |
| $\Phi$      | Matriz com os vetores das formas modal de vibração nas colunas                             |
| $\omega$    | Frequência de oscilação  |
| $\varphi$   | Ângulo de fase   |
| $\phi_i$    | Forma modal de vibração do modo $i$  |
| $v_i$       | Vetor de amplitudes modais arbitrárias para o modo $i$                                     |
| $\hat{M}_i$ | Matriz de massa rotacionada com o auxílio de $v_i$   |
| $\omega^2$  | Matriz diagonal $n \times n$ com as frequências de vibração da estrutura ao quadrado       |
| $I$         | Matriz identidade  |
| $y_i$       | Coordenada generalizada  |
| $y$         | Vetor de coordenadas generalizadas para superposição modal                                 |
| $\dot{y}$   | Vetor de velocidades generalizadas para superposição modal                                 |
| $\ddot{y}$  | Vetor de acelerações generalizadas para superposição modal                                 |
| $b_0$       | Coefficiente para a obtenção da matriz de amortecimento proporcional de Rayleigh           |
| $b_1$       | Coefficiente para a obtenção da matriz de amortecimento proporcional de Rayleigh           |
| $\xi$       | Taxa de amortecimento da estrutura   |
| $c_i$       | Amortecimento para o grau de liberdade $i$   |
| $\hat{C}$   | Matriz de amortecimento efetiva  |
| $\xi$       | Matriz com as taxas de amortecimento para cada grau de liberdade na sua diagonal principal |

#### Capítulo 4

|          |  |
|----------|--|
| $F_6$    | Força estática do vento de acordo com a NBR 6123   |
| $C_{a6}$ | Coefficiente de arrasto de acordo com a NBR 6123   |
| $q$      | Pressão dinâmica   |
| $A_e$    | Área de projeção ortogonal das barras em uma face sobre um plano vertical, ou área efetiva |
| $\phi$   | Índice de área exposta   |
| $\eta$   | Fator de proteção  |
| $V_k$    | Velocidade característica do vento   |
| $V_o$    | Velocidade básica do vento   |
| $S_1$    | Fator topográfico  |
| $S_2$    | Fator da rugosidade do terreno, dimensões da edificação e altura                           |

|                |   |
|----------------|---|
|                | sobre o terreno   |
| $S_3$          | Fator estatístico   |
| $b$            | Parâmetro meteorológico   |
| $F_r$          | Fator de rajada   |
| $z$            | Cota da altura sobre o terreno  |
| $P$            | Parâmetro meteorológico   |
| $F_B$          | Força estática do vento para face de barlavento   |
| $F_S$          | Força estática do vento para face de sotavento  |
| $FA_n$         | Fator de redução para o cálculo da componente normal da força do vento  |
| $FA_t$         | Fator de redução para o cálculo da componente tangencial da força do vento  |
| $F_{nB}$       | Força normal estática do vento na face de barlavento  |
| $F_{tB}$       | Força tangencial estática do vento na face de barlavento  |
| $F_{nS}$       | Força normal estática do vento na face de sotavento   |
| $F_{tS}$       | Força tangencial estática do vento na face de sotavento   |
| $F_{ca6}$      | Força estática do vento num cabo, de acordo com a NBR 6123  |
| $C_{aca6}$     | Coefficiente de arrasto para cabos, de acordo com a NBR 6123  |
| $l$            | Comprimento do cabo   |
| $d$            | Diâmetro do cabo  |
| $\theta$       | Ângulo de incidência do vento para o cabo   |
| Re             | Número de Reynolds  |
| $r'$           | Raio dos fios secundários da camada externa do cabo   |
| $F_{i6}$       | Força estática do vento nos isoladores, de acordo com a NBR 6123  |
| $C_{ai6}$      | Coefficiente de arrasto dos isoladores, de acordo com a NBR 6123  |
| $A_{ei}$       | Área de projeção ortogonal dos isoladores num plano vertical  |
| $F_5$          | Força estática do vento, de acordo com a NBR 5422   |
| $q_o$          | Pressão dinâmica de referência  |
| $\alpha$       | Ângulo entre a direção do eixo da linha de transmissão e a direção do vento   |
| $A_{e1}$       | Área efetiva da face 1  |
| $C_{a51}$      | Coefficiente de arrasto para a face 1, de acordo com a NBR 5422   |
| $A_{e2}$       | Área efetiva da face 2  |
| $C_{a52}$      | Coefficiente de arrasto para a face 2, de acordo com a NBR 5422   |
| $\rho$         | Massa específica do ar  |
| $V_p$          | Velocidade de projeto   |
| $T$            | Temperatura   |
| $H$            | Altura média da região de implantação da torre em relação ao nível do mar   |
| $K_r$          | Coefficiente de rugosidade do terreno   |
| $K_d$          | Coefficiente de correção para o período de integração   |
| $n$            | Coefficiente de correção da velocidade do vento em função da altura   |
| $A_{contorno}$ | Área limitada pelas barras de contorno do painel, contando os espaços vazios, projetada ortogonalmente num plano vertical |
| $F_{ca5}$      | Força estática do vento num cabo, de acordo com a NBR 5422  |

|              |  |
|--------------|--|
| $C_{aca5}$   | Coeficiente de arrasto para o cabo, de acordo com a NBR 5422                 |
| $\beta$      | Fator de efetividade   |
| $L_v$        | Comprimento do vão onde situa-se o cabo                                      |
| $F_{i5}$     | Força estática do vento num isolador, de acordo com a NBR 5422               |
| $C_{ai5}$    | Coeficiente de arrasto para o isolador, de acordo com a NBR 5422             |
| $V(z, t)$    | Velocidade total do vento  |
| $\bar{V}(z)$ | Parcela média da velocidade do vento   |
| $v(z, t)$    | Parcela flutuante da velocidade do vento                                     |
| $F$          | Força total do vento   |
| $\bar{F}$    | Parcela da força média do vento  |
| $f(t)$       | Parcela flutuante da força do vento  |
| $m_i$        | Massa discreta do painel $i$   |
| $h$          | Altura total da torre  |
| $x_i^j$      | Deslocamento modal do painel $i$ referente ao modo de vibração $j$           |
| $f_p(t)$     | Parcela pseudo-flutuante da força do vento                                   |
| $F_H$        | Equação (159)  |
| $\psi_i$     | Equação (162)  |
| $A_o$        | Área arbitrária de referência  |
| $\phi$       | Coeficiente de amplificação dinâmica   |
| $\beta_i$    | Equação (163)  |
| $m_o$        | Massa arbitrária de referência   |
| $A_i$        | Área do painel $i$   |
| $z_i$        | Cota do centro de gravidade do painel $i$                                    |
| $z_r$        | Altura de referência para o cálculo da velocidade básica do vento            |
| $C_{ai}$     | Coeficiente de arrasto do painel $i$   |
| $CO$         | Coeficiente adimensional para determinação do fator de amplificação dinâmica |
| $f_j$        | Frequência do modo $j$   |
| $\bar{F}_p$  | Força estática do vento para o modelo discreto da NBR 6123                   |
| $L$          | Comprimento da escala da turbulência   |
| $v_\tau$     | Componente tangencial da velocidade do vento próximo a superfície            |
| $k$          | Constante de Von Karman  |
| $y_o$        | Altura de rugosidade da superfície   |
| $S_D(f)$     | Espectro de Davenport  |
| $f$          | Frequência   |
| $x$          | Função do comprimento da escala de turbulência                               |
| $S_K(f)$     | Espectro de Kaimal   |
| $F$          | Frequência normalizada   |
| $\Delta f$   | Incremento de frequência   |
| $\phi_k$     | Ângulo de fase aleatório   |
| $\Delta t$   | Incremento de tempo  |

# SUMÁRIO

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO</b>                                 | <b>1</b>  |
| 1.1      | JUSTIFICATIVA                                     | 2         |
| 1.2      | OBJETIVOS   | 4         |
| 1.2.1    | OBJETIVOS GERAIS                                  | 4         |
| 1.2.2    | OBJETIVOS ESPECÍFICOS                             | 5         |
| 1.3      | ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO                          | 5         |
| <b>2</b> | <b>MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS</b>               | <b>7</b>  |
| 2.1      | REVISÃO DA TEORIA DA ELASTICIDADE                 | 10        |
| 2.2      | FORMULAÇÃO DO ELEMENTO FINITO DE PÓRTICO 3D       | 13        |
| <b>3</b> | <b>DINÂMICA DAS ESTRUTURAS</b>                    | <b>21</b> |
| 3.1      | PRINCÍPIO DE HAMILTON                             | 22        |
| 3.2      | FORMULAÇÃO DAS EQUAÇÕES DA DINÂMICA               | 25        |
| 3.2.1    | ENERGIA CINÉTICA                                  | 25        |
| 3.2.2    | ENERGIA POTENCIAL                                 | 26        |
| 3.2.3    | VARIAÇÃO DO TRABALHO DAS FORÇAS NÃO-CONSERVATIVAS | 29        |
| 3.3      | MÉTODO DE NEWMARK                                 | 32        |
| 3.4      | SUPERPOSIÇÃO MODAL                                | 36        |
| 3.4.1    | MODOS NATURAIS                                    | 36        |
| 3.4.2    | CONDIÇÕES DE ORTOGONALIDADE                       | 37        |
| 3.4.3    | NORMALIZAÇÃO                                      | 39        |
| 3.4.4    | EQUAÇÕES DO MOVIMENTO DESACOPLADAS                | 40        |

---

**4 VENTO 44**

|  |           |
|--|-----------|
| <b>4.1 CARGAS ESTÁTICAS EQUIVALENTES</b>         | <b>47</b> |
| 4.1.1 MODELO DE CÁLCULO NBR 6123                 | 47        |
| 4.1.1.a Ações do vento na torre                  | 47        |
| 4.1.1.b Ações do vento nos cabos                 | 53        |
| 4.1.1.c Ações do vento nas cadeias de isoladores | 54        |
| 4.1.2 MODELO DE CÁLCULO NBR 5422                 | 54        |
| 4.1.2.a Ações do vento na torre                  | 54        |
| 4.1.2.b Ações do vento nos cabos                 | 60        |
| 4.1.2.c Ações do vento nas cadeias de isoladores | 61        |
| <b>4.2 CARGAS DINÂMICAS</b>                      | <b>67</b> |
| 4.2.1 MODELO DISCRETO NBR 6123                   | 61        |
| 4.2.2 MODELOS DE ESPECTROS DO VENTO              | 68        |
| 4.2.2.a Espectro de Davenport                    | 69        |
| 4.2.2.b Espectro de Kaimal                       | 70        |
| 4.2.2.c Séries de Fourier                        | 71        |
| 4.2.2.d Força do vento                           | 73        |

---

**5 TORRES DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA 76**

|  |           |
|--|-----------|
| <b>5.1 O MODELO DE ELEMENTOS FINITOS</b> | <b>77</b> |
| <b>5.2 CARREGAMENTOS</b>                 | <b>82</b> |
| 5.2.1 PESO PRÓPRIO                       | 83        |
| 5.2.2 CARGA DO VENTO                     | 84        |
| 5.2.3 CARGA DE RUPTURA DOS CABOS         | 85        |

---

**6 CASOS DE CARREGAMENTO E RESULTADOS 90**

|          |  |                   |
|----------|--|-------------------|
| 6.1      | CASO 1: CARGAS ESTÁTICAS DO VENTO NBR 6123           | 91                |
| 6.2      | CASO 2: CARGAS ESTÁTICAS DO VENTO NBR 5422           | 95                |
| 6.3      | CASO 3: CARGAS PSEUDO-DINÂMICAS DO VENTO NBR 6123    | 99                |
| 6.4      | FREQÜÊNCIAS NATURAIS DA ESTRUTURA                    | 103               |
| 6.5      | CASO 4: CARGAS DINÂMICAS, ESPECTRO DE DAVENPORT      | 105               |
| 6.6      | CASO 5: CARGAS DINÂMICAS, ESPECTRO DE KAIMAL         | 112               |
| 6.7      | CASO 6: CARGAS ESTÁTICAS DE RUPTURA DOS CABOS        | 119               |
| 6.8      | CASO 7: CARGAS DINÂMICAS DE RUPTURA DOS CABOS        | 123               |
| <b>7</b> | <b><u>INVESTIGAÇÃO DOS RESULTADOS</u></b>            | <b><u>131</u></b> |
| 7.1      | LOCAIS DOS VALORES MÁXIMOS ENCONTRADOS: BARRAS E NÓS | 131               |
| 7.2      | VALORES: VARIAÇÕES ENTRE AS COMBINAÇÕES              | 135               |
| 7.3      | DIAGRAMAS: DISTRIBUIÇÃO NA TORRE                     | 140               |
| 7.4      | ESPECTROS E INCREMENTOS DE TEMPO E FREQUÊNCIA        | 141               |
| 7.5      | APLICAÇÃO DA CARGA                                   | 148               |
| 7.6      | TORÇÃO   | 150               |
| 7.7      | BARRAS REDUNDANTES                                   | 152               |
| 7.8      | FATOR DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA                       | 153               |
| <b>8</b> | <b><u>CONCLUSÕES</u></b>                             | <b><u>157</u></b> |
| 8.1      | SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS                     | 159               |
|          | <b><u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u></b>             | <b><u>160</u></b> |
|          | <b><u>ANEXO A – FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO</u></b>      | <b><u>163</u></b> |
|          | <b><u>APÊNDICE A – DADOS DA TORRE</u></b>            | <b><u>168</u></b> |

# 1 Introdução

Nos projetos atuais de torres de transmissão de energia elétrica, as torres são, em sua maioria, dimensionadas considerando apenas efeitos estáticos dos carregamentos. No entanto, o principal carregamento que incide nesse tipo de torre deve-se à ação do vento, que solicita dinamicamente a estrutura, devido à turbulência ou na ocorrência de rajadas. Usualmente, quando se faz necessária uma análise dinâmica, as normas de projeto indicam a utilização de cargas estáticas equivalentes à ação dinâmica do vento.

Outro carregamento importante é o que simula a ruptura de um ou mais cabos de energia, também considerado estaticamente aplicado em projetos e aqui aplicado de forma dinâmica.

Uma simplificação muito utilizada nos projetos de torres de transmissão é na modelagem da estrutura, que é considerada como treliça espacial, com todas as ligações entre barras articuladas. Sabe-se, no entanto, que muitas barras são contínuas e que algumas ligações entre barras deveriam ser tratadas como rígidas ou semi-rígidas.

Neste trabalho é feito um estudo sobre a análise estrutural de torres de transmissão de energia submetidas a cargas dinâmicas provocadas pela ação do vento e pela ruptura de cabos de energia. Também serão estudados os casos estáticos para estes carregamentos, que posteriormente, serão comparados com os casos dinâmicos para obtenção das

conclusões. Admite-se que o aço dos perfis da torre trabalhe apenas no regime elástico inicial e nas análises dinâmicas da torre estudada neste trabalho será levado em conta o amortecimento do tipo viscoelástico.

## **1.1 Justificativa**

Torres são estruturas muito importantes para a transmissão de energia elétrica, pois são responsáveis pela distribuição da eletricidade das centrais geradoras até os centros de consumo (cidades, indústrias etc.).

Acidentes com estas estruturas causam inúmeros transtornos que vão desde a mobilização e gastos com a reconstrução, até prejuízos com a falta de energia nos locais afetados. São vários os fatores que podem causar a ruína de torres de transmissão, entre eles as rajadas do vento, as tempestades (granizo), impacto de objetos, dimensionamento inadequado (uso de coeficientes aerodinâmicos ou considerações sobre a velocidade do vento não condizentes) e até indiretamente a ação de vândalos.

Existem vários registros ao longo da história sobre acidentes com torres de transmissão causados pelo vento. Em 12 de outubro de 1981, ocorreram ventos com picos de velocidade que ultrapassaram 115 km/h em inúmeros locais, derrubando linhas de transmissão da Companhia Energética de São Paulo (CESP). A empresa garante que tecnicamente todas obedeciam rigorosamente as normas da ABNT, 0. De novembro de 1970 a junho de 1983 foram registrados 20 acidentes na CESP, com queda ou inclinação acentuada das estruturas de linhas de transmissão de 69 a 460 kV (kilovolt). No total foram atingidas 143 estruturas, BLESSMANN (1986).

Mais recentemente ocorreu o caso de 14 de junho de 2005, no qual nove torres e duas linhas de transmissão de corrente alternada da usina de Itaipu caíram, retirando 3.000 MW (megawatts) do sistema, o equivalente ao consumo do estado da Bahia. A velocidade dos ventos registrava picos próximos de 180 km/h. Termelétricas a gás natural e a carvão foram acionadas, injetando 1.300 MW no sistema, e ainda com possibilidades de importação da Argentina de 300 a 500 MW, O GLOBO (2005).

No mesmo ano, no dia 31 de agosto, a queda de três torres deixou 350 mil pessoas sem luz no norte de Mato Grosso, com ventos próximos de 100 km/h, FOLHA DE SÃO PAULO (2005). No dia 04 de setembro uma torre caiu e quatro ficaram danificadas na linha de 600 kV de Itaipu, REVISTA FURNAS (2005). Um mês depois, cinco torres de três linhas de transmissão de corrente alternada do sistema FURNAS caíram, reduzindo à metade a produção da Usina de Itaipu, FOLHA DE SÃO PAULO (2005), com ventos próximos de 80 km/h. Mais recentemente, no início de 2006, caíram oito torres da Eletrosul, deixando dois municípios de Mato Grosso do Sul durante sem energia por 40 minutos, MEDIUM NEWS (2006).

A FURNAS Centrais Elétricas S.A. registra a ocorrência de 42 eventos de quedas de torres causadas pelo vento de 1970 até 2005, totalizando 165 torres, com a maior ocorrência entre os meses de outubro e novembro, WORKSHOP RINDAT (2005).

Embora o sistema elétrico nacional seja eficiente em manter o fornecimento no caso de queda de torres, esse evento sempre traz inconvenientes e consideráveis prejuízos ao comércio e indústria no local afetado. Pode-se ver, através das notícias citadas anteriormente, que a frequência de ocorrência de queda desse tipo de estrutura não é tão rara. Portanto, torna-se necessária uma análise mais refinada.

Neste trabalho este refino será feito na análise em relação ao efeito dinâmico dos carregamentos e à modelagem das ligações entre barras para verificação dos parâmetros adotados nos projetos estruturais de torres de transmissão.

Vários trabalhos já vêm tratando sobre este assunto. No ano de 2003, o LAC (Laboratório de Aerodinâmica das Construções da UFRGS) publicou um trabalho no informativo de tecnologia da Seccional Brasil S/A que tinha como objetivo a obtenção dos coeficientes de arrasto para um determinado módulo treliçado de uma torre de seção triangular, LOREDO-SOUZA (2006).

Em 2004, Rodrigues, apresentou sua tese de doutorado ao corpo docente da coordenação dos programas de pós-graduação de engenharia da UFRJ, com o objetivo de analisar o comportamento dinâmico e o mecanismo de colapso de torres TEE sob a ação do vento, RODRIGUES (2004).

Em 2005, Santos, publicou um artigo que tinha como objetivo a análise estrutural uma torre metálica de seção tubular utilizada no setor de telecomunicações, SANTOS (2005).

Requena, em 2005, publicou um artigo com o objetivo de apresentar o desenvolvimento de um software de automação para o projeto estrutural de torres metálicas treliçadas autoportantes, com perfis tubulares com a análise das ações dinâmicas de vento, REQUENA (2005).

Loredo-Souza, 2006, publicou um trabalho com o objetivo de procurar esclarecer algumas dúvidas sobre os efeitos de vento neste tipo de estrutura e no que diz respeito à interação entre os diversos elementos da estrutura, LOREDO-SOUZA (2006).

Kaminski, 2007, publicou um artigo com o objetivo de avaliar numericamente o comportamento de torres de LT, projetadas de acordo com a prática corrente, submetidas a um carregamento dinâmico devido à ruptura de um cabo condutor, KAMINSKI (2007).

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1 Objetivos gerais**

Este trabalho tem como objetivo geral o estudo da análise estrutural de torres de transmissão de energia, metálicas, reticulares e de base quadrada submetidas a cargas dinâmicas causadas pela componente turbulenta do vento e pela ruptura de um ou mais cabos. O estudo é feito para uma torre específica, modelada por elementos finitos de pórtico 3D e utilizando-se o método da Superposição Modal para a solução das equações de movimento.

Os resultados da análise dinâmica, em termos de esforços e deslocamentos, são comparados com os obtidos da análise estática equivalente. Os principais parâmetros que possam influenciar nas análises serão investigados.

## 1.2.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são os seguintes:

- ◆ Modelagem da torre de transmissão de energia com elementos finitos de pórtico 3D, utilizando-se o programa SAP2000.
- ◆ Estudo das ligações entre os elementos de barra.
- ◆ Estudo da modelagem da força dinâmica de vento a partir de espectros de potência.
- ◆ Estudo dos modelos de simulação de ruptura de um ou mais cabos de energia.
- ◆ Obtenção dos resultados da análise estática da torre submetida ao carregamento de vento e à ruptura de um ou mais cabos.
- ◆ Obtenção dos resultados da análise dinâmica da torre submetida ao carregamento de vento e à ruptura de um ou mais cabos pelo método da Superposição Modal.
- ◆ Comparação dos resultados oriundos da análise dinâmica com aqueles da análise estática.
- ◆ Investigações dos parâmetros que mais influenciam nos resultados.

## 1.3 Estrutura da dissertação

Este trabalho está dividido em oito capítulos. Do capítulo 2 ao capítulo 4 são apresentadas todas as teorias necessárias para o desenvolvimento do trabalho, seguindo-se da apresentação do objeto de estudo, da apresentação dos resultados, investigações dos parâmetros e finalmente a conclusão.

No capítulo 2 é apresentado o elemento finito utilizado, que é o elemento de pórtico 3D, e também é feita uma revisão simples da teoria da elasticidade.

O capítulo 3, dinâmica das estruturas, partindo-se do princípio de Hamilton, com o auxílio das energias cinética e potencial, e da variação do trabalho das forças não-conservativas, chega-se a equação de movimento da dinâmica estrutural. Também são demonstradas as formulações dos métodos de Newmark e da Superposição Modal para a solução destas equações.

No capítulo 4 são mostradas as etapas de cálculo para as cargas estáticas equivalentes de vento, de acordo com a NBR 6123 e de acordo com a NBR 5422. Ainda neste capítulo são mostradas as etapas de cálculo das cargas pseudo-dinâmicas de vento,

de acordo com a NBR 6123 e das cargas dinâmicas de vento partindo-se dos espectros de potência de Davenport e Kaimal e utilizando-se séries de Fourier para a obtenção de sinais aleatórios de média zero.

No capítulo 5 é mostrado o modelo da torre, é explicada a questão da semi-rigidez das barras e também algumas simplificações do programa SAP2000. Também serão mostrados os carregamentos utilizados nas análises.

Os resultados dos sete casos de carregamentos adotados nas análises são mostrados no capítulo 6.

O capítulo 7 mostra a investigação dos parâmetros que mais influenciaram nos resultados, assim como a comparação entre os casos de carregamento.

Procedem-se as conclusões no capítulo 8.

No anexo A são desenvolvidas as funções de interpolação e no apêndice A são mostrados os dados de cada painel da torre, necessários para a obtenção dos esforços de vento.

# 2 Método dos elementos finitos

Uma das etapas principais de um projeto é a análise estrutural, cujo objetivo é obter todos os deslocamentos da estrutura e as deformações e tensões decorrentes, ou os esforços resultantes. Nem sempre é possível a resolução de grandes estruturas ou estruturas complexas por métodos analíticos clássicos. Com o avanço e desenvolvimento de novas tecnologias de processamento de dados e das linguagens de programação, métodos aproximados de solução, que podem ser implementados facilmente, estão se tornando comuns para análise de grandes estruturas. Um destes métodos é o método dos elementos finitos (MEF), o qual será utilizado como base para o desenvolvimento deste trabalho.

O MEF na forma como o conhecemos hoje foi proposto pela primeira vez por Courant em 1941, LA ROVERE (2005), utilizando o princípio da energia potencial mínima, subdividindo a seção transversal de um eixo multiplamente conexo em elementos triangulares e assumindo funções de interpolação lineares. Porém, na época não foi dada muita atenção ao fato, pois era praticamente impossível resolver manualmente os grandes sistemas de equações algébricas lineares.

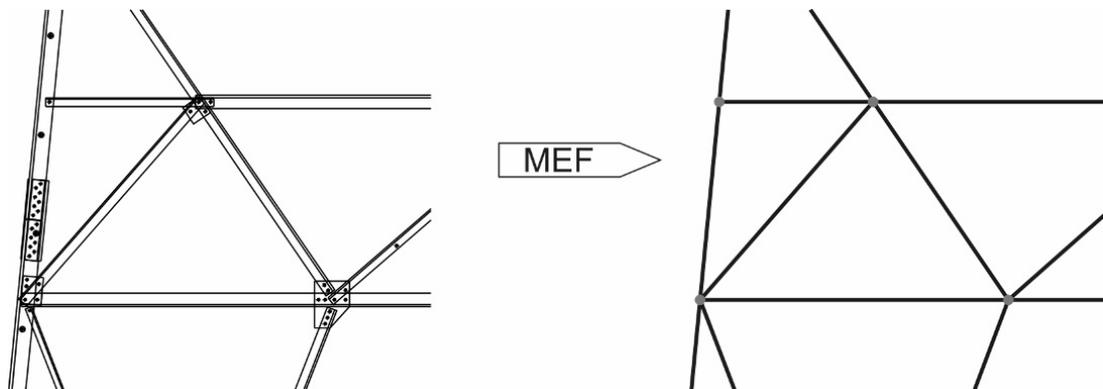
O desenvolvimento do MEF está intimamente relacionado à evolução dos computadores. Em 1953, engenheiros já utilizavam computadores para resolver equações

de equilíbrio de forma matricial, usando matrizes de rigidez de estruturas com até 100 graus de liberdade.

Clough introduziu, em 1960, a denominação Método dos Elementos Finitos (MEF). Desde então vários pesquisadores desenvolveram novos elementos para análise de tensões, mas ainda considerava-se o método como uma extensão dos métodos de análise matricial. Foi apenas em 1963 que o MEF passou a ter credibilidade, quando se descobriu que ele pode ser interpretado como a solução de um problema variacional no qual se minimiza um funcional, LA ROVERE (2005).

No início dos anos 70, começaram a surgir os grandes programas de MEF com ampla aplicação, como o ANSYS e o SAP. Atualmente edifícios inteiros são analisados pelo MEF em questão de minutos.

O MEF consiste em dividir o domínio do problema em um número discreto de regiões de dimensões finitas, denominadas elementos finitos. Ao conjunto de elementos finitos dá-se o nome de malha de elementos finitos, LA ROVERE (2005). A Figura 1 mostra parte de uma estrutura discretizada pelo MEF.



**Figura 1 – Estrutura metálica discretizada pelo MEF.**

As incógnitas do problema de MEF são expressas em função de valores nodais que são relacionados com os deslocamentos internos do elemento através de funções de interpolação (polinômios no caso do MEF) válidas para cada região ou elemento. Estes

polinômios podem ser lineares, quadráticos, cúbicos, etc., o que fornece uma maior flexibilidade ao método<sup>1</sup>.

Uma análise de elementos finitos envolve tipicamente os seguintes passos, COOK (1987):

- Dividir a estrutura em vários elementos;
- Formular as propriedades de cada elemento;
- Associar todos os elementos para obter o modelo de elementos finitos da estrutura;
- Aplicar as solicitações;
- Aplicar apoios na estrutura, ou seja, especificar como a estrutura é suportada;
- Resolver o sistema de equações de equilíbrio da estrutura e obter os deslocamentos nodais;
- Calcular as tensões nos elementos a partir dos deslocamentos nodais.

O poder do MEF reside na sua versatilidade. No entanto, o método também tem as suas limitações. Um computador, um programa confiável e uso coerente são essenciais. É necessário que o usuário do programa conheça bem a formulação do método para fornecer os dados de entrada e interpretar os resultados corretamente.

Deve-se ressaltar que a solução obtida para o problema é uma solução aproximada. Atendidas certas condições, conforme será visto mais adiante, refinando-se a malha<sup>2</sup> a solução aproximada tende para a solução exata, ou seja, o método é dito convergente<sup>3</sup>.

---

<sup>1</sup> O aumento no grau do polinômio é conhecido como *refino p*.

<sup>2</sup> Ou seja, aumentar o número de elementos, também conhecido como *refino h*.

<sup>3</sup> É lógico que para estruturas muito complexas é praticamente impossível determinar a solução exata, devido ao fato da necessidade de um número muito grande de elementos. Porém em estruturas mais simples pode-se obter realmente a solução exata apenas com alguns refinamentos de malha.

## 2.1 Revisão da teoria da elasticidade

Seja um corpo sólido, em que cada partícula situada em um ponto  $(x,y,z)$  do corpo, pode estar submetida a deslocamento de translação nas três direções. Define-se assim o vetor de deslocamentos em cada ponto

$$\mathbf{u}_e \equiv \mathbf{u}_e(x, y, z) = \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

sendo  $u_x$ ,  $u_y$  e  $u_z$  os deslocamentos de translação, paralelos respectivamente aos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

Admitindo que o corpo é constituído de material elástico-linear, as relações constitutivas<sup>4</sup> podem ser escritas na forma, POPOV (1978),

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}, \quad (2)$$

sendo  $\boldsymbol{\sigma}$  o tensor das tensões,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  o tensor das deformações e  $\mathbf{D}$  o tensor constitutivo. Os tensores de tensão e deformação são tensores de 2ª ordem, podendo ser representados por tensores de 1ª ordem, usando a notação de Voigt

$$\boldsymbol{\sigma}^T = (\sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{zz} \quad \sigma_{xy} \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_{zx}), \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = (\varepsilon_{xx} \quad \varepsilon_{yy} \quad \varepsilon_{zz} \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zx}). \quad (4)$$

O tensor constitutivo de 4ª ordem é representado consequentemente por uma matriz  $\mathbf{D}$ , que para material homogêneo e isotrópico assume a forma

---

<sup>4</sup> Também chamadas de Lei de Hooke Generalizada.

$$\mathbf{D} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

onde a constante  $E$  é denominada módulo de elasticidade e  $\nu$  é denominado coeficiente de Poisson.

Admitindo-se que na estrutura somente ocorrem pequenas deformações específicas e pequenos deslocamentos, as relações entre deformações e deslocamentos podem ser escritas na forma, PINTO (2005)

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\partial} \mathbf{u}_e, \quad (6)$$

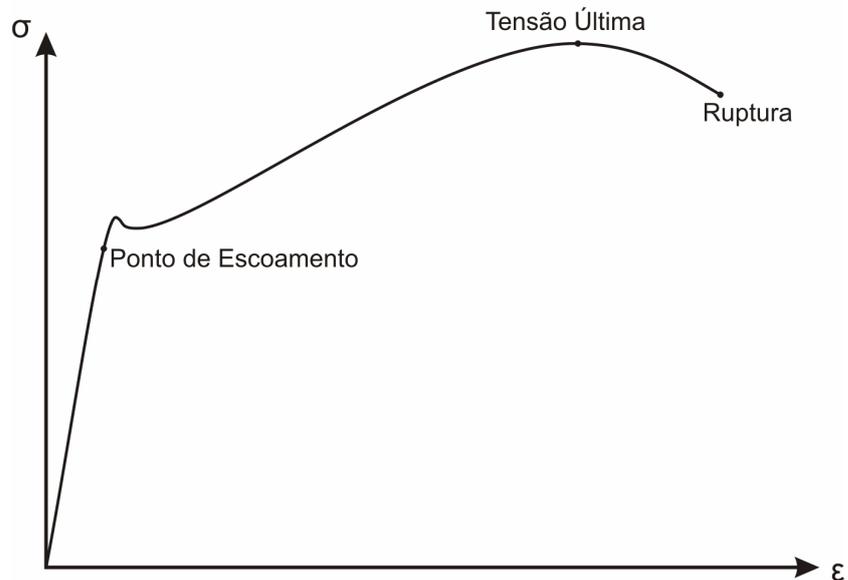
sendo  $\boldsymbol{\varepsilon}$  o vetor de deformações,  $\mathbf{u}_e$  o vetor de deslocamentos e  $\boldsymbol{\partial}$  uma matriz composta por derivadas, as quais após serem multiplicadas pelos respectivos deslocamentos levam às respectivas deformações. Essa matriz pode ser escrita na forma

$$\boldsymbol{\partial}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Os perfis da torre de transmissão em estudo são moldados em aço, que pode ser considerado um material homogêneo, isotrópico e elasto-plástico. A curva tensão-deformação dos aços pode ser obtida experimentalmente a partir de ensaios uniaxiais de tração.

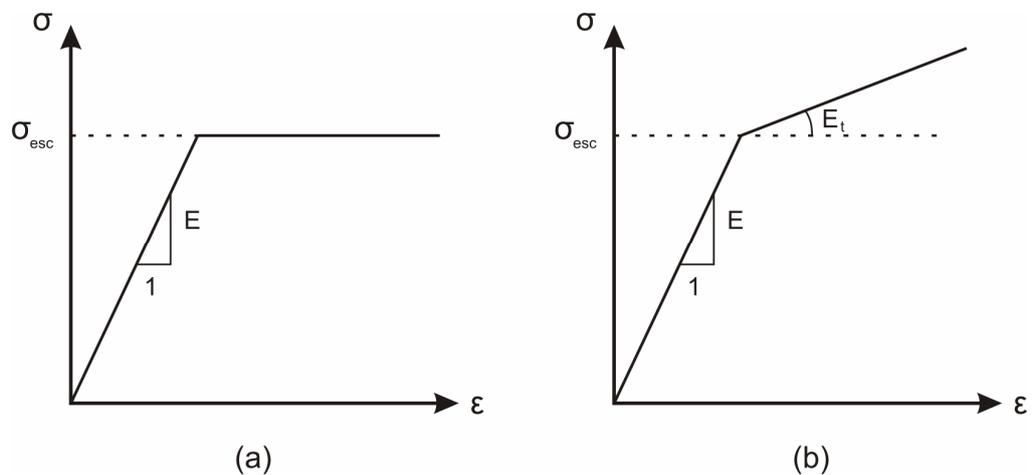
O aço tem um diagrama bem característico, com um trecho inicial elástico-linear até atingir a tensão de escoamento, podendo apresentar ou não um patamar de escoamento,

seguido por um trecho de endurecimento com acréscimo nas deformações até atingir a ruptura, como mostra, por exemplo, a Figura 2.



**Figura 2 – Diagrama tensão – deformação do aço.**

O diagrama tensão-deformação do aço pode ser simplificado para fins de cálculo em um diagrama elástico-perfeitamente plástico (Figura 3a) ou por um diagrama bi-linear (Figura 3b) para considerar o endurecimento do material.



**Figura 3 – Diagramas idealizados do aço, elástico-perfeitamente plástico (a) e bi-linear (b).**

Neste trabalho, admite-se que o aço dos perfis da torre trabalhe apenas no regime elástico inicial. Assim sendo, a equação (2) pode ser aplicada utilizando-se, na matriz constitutiva  $D$ , os valores usuais adotados para o aço de  $E = 2,0 \cdot 10^8 \text{ MPa}$  e  $\nu = 0,3$ .

Nas análises dinâmicas da torre estudada neste trabalho será levado em conta o amortecimento. Admitindo-se que este amortecimento seja do tipo viscoelástico, as relações tensão-deformação do material podem ser reescritas da seguinte forma, CLOUGH (1995),

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} + \kappa \mathbf{D}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \quad (8)$$

na qual  $\kappa$  é o coeficiente de viscosidade, usualmente obtido por ensaios experimentais, e  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$  o vetor de velocidades de deformação. Portanto, derivando-se em relação ao tempo a equação (6), tem-se

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \partial \dot{\mathbf{u}}_e, \quad (9)$$

onde  $\dot{\mathbf{u}}_e$  é o vetor de velocidades do elemento. Observa-se assim que o amortecimento viscoso está relacionado com o campo de velocidades no elemento. Esta definição de material viscoelástico será unicamente utilizada na definição do trabalho externo das forças não-conservativas para a demonstração das equações de movimento da dinâmica, pois neste trabalho será admitido que o aço é um material homogêneo, isotrópico e elástico-linear. Para a consideração do amortecimento da torre será utilizada a matriz de amortecimento de Rayleigh, que é proporcional à matriz de massa e à matriz de rigidez da estrutura.

## 2.2 Formulação do elemento finito de pórtico 3D

A estrutura da torre em estudo será modelada por elementos de pórtico 3D de dois nós. Particularizando para elemento de barra, o campo de deslocamentos ao longo do elemento é descrito pelo vetor

$$\mathbf{u}_e = \begin{Bmatrix} u_o(x) \\ u_y(x) \\ u_z(x) \\ \phi_x(x) \end{Bmatrix}, \quad (10)$$

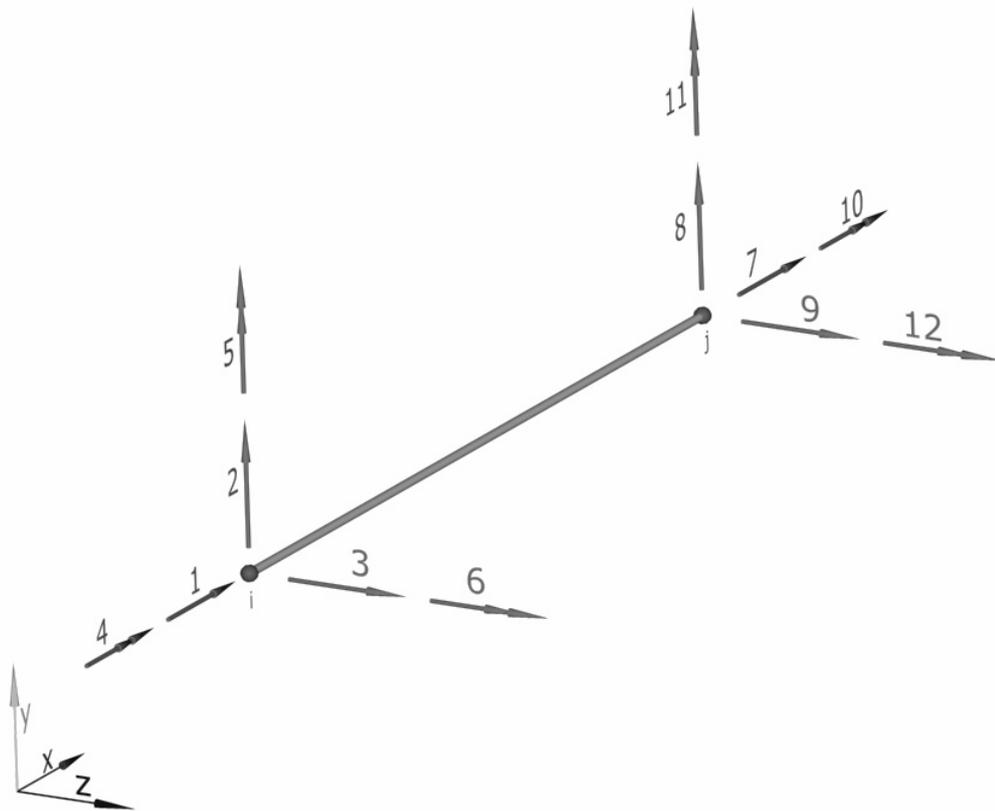
onde  $u_o(x)$  é o deslocamento na direção x causado por um esforço axial,  $u_y(x)$  e  $u_z(x)$  são os deslocamentos de translação nas direções y e z respectivamente e  $\phi_z(x)$  é os deslocamento de rotação em torno do eixo x.

O deslocamento total na direção x é obtido pela expressão

$$u_x(x, y, z) = u_o(x) - \phi_z(x)y + \phi_y(x)z, \quad (11)$$

onde  $\phi_y(x)$  e  $\phi_z(x)$  são as rotações em torno dos eixos y e z, são obtidas a partir dos deslocamentos  $u_y(x)$  e  $u_z(x)$ , desconsiderando-se o efeito da deformação por cisalhamento

transversal,  $\phi_z(x) = \frac{du_y}{dx}$  e  $\phi_y(x) = \frac{du_z}{dx}$ .



**Figura 4 – Elemento de pórtico 3D.**

Cada nó possui seis graus de liberdade, conforme a Figura 4, definindo-se o vetor de deslocamentos nodais do elemento por

$$\mathbf{u}^T = (u_x^i \quad u_y^i \quad u_z^i \quad \phi_x^i \quad \phi_y^i \quad \phi_z^i \quad u_x^j \quad u_y^j \quad u_z^j \quad \phi_x^j \quad \phi_y^j \quad \phi_z^j), \quad (12)$$

onde o índice superior,  $i$  ou  $j$ , corresponde ao deslocamento no nó  $i$  ou  $j$ , respectivamente.

O campo de deslocamentos ao longo do elemento,  $\mathbf{u}_e$ , pode ser obtido a partir dos deslocamentos nodais por meio de funções de interpolação.

Admite-se que o deslocamento axial  $u_o(x)$  e a rotação em torno do eixo  $x$ ,  $\phi_x(x)$ , variam linearmente ao longo de  $x$ . Utilizam-se polinômios lineares para interpolar os deslocamentos nodais correspondentes

$$u_o(x) = N_1 u_x^i + N_7 u_x^j, \quad (13)$$

$$\phi_x(x) = N_4 \phi_x^i + N_{10} \phi_x^j, \quad (14)$$

sendo

$$N_1 = \left(1 - \frac{x}{L}\right), \quad (15)$$

$$N_7 = \frac{x}{L}, \quad (16)$$

e

$$N_4 = \left(1 - \frac{x}{L}\right), \quad (17)$$

$$N_{10} = \frac{x}{L}. \quad (18)$$

Para os deslocamentos transversais  $u_y(x)$  e  $u_z(x)$ , utilizam-se como funções de interpolação os polinômios cúbicos de Hermite, SAOUMA(1999), sendo

$$u_y(x) = N_2 u_y^i + N_6 \phi_z^i + N_8 u_y^j + N_{12} \phi_z^j, \quad (19)$$

$$u_z(x) = N_3 u_z^i + N_5 \phi_y^i + N_9 u_z^j + N_{11} \phi_y^j, \quad (20)$$

nas quais

$$N_2 = 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3}, \quad (21)$$

$$N_6 = x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}, \quad (22)$$

$$N_8 = \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3}, \quad (23)$$

$$N_{12} = -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}, \quad (24)$$

$$N_3 = 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3}, \quad (25)$$

$$N_5 = -x + \frac{2x^2}{L} - \frac{x^3}{L^2}, \quad (26)$$

$$N_9 = \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3}, \quad (27)$$

$$N_{11} = \frac{x^2}{L} - \frac{x^3}{L^2}. \quad (28)$$

As rotações em torno de y e z ficam, portanto, expressas por

$$\phi_z(x) = \frac{dN_2}{dx} u_y^i + \frac{dN_6}{dx} \phi_z^i + \frac{dN_8}{dx} u_y^j + \frac{dN_{12}}{dx} \phi_z^j, \quad (29)$$

$$\phi_y(x) = \frac{dN_3}{dx} u_z^i + \frac{dN_5}{dx} \phi_y^i + \frac{dN_9}{dx} u_z^j + \frac{dN_{11}}{dx} \phi_y^j. \quad (30)$$

As demonstrações de como se obter as funções de interpolação estão apresentadas no anexo A.

Agrupando-se as equações de (15) a (18) e de (21) a (28) numa matriz, pode-se reescrever o campo de deslocamentos no elemento em função dos deslocamentos nodais, na forma

$$\mathbf{u}_e = \mathbf{N}\mathbf{u}, \quad (31)$$

onde

$$N = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_2 & 0 & 0 & 0 & N_6 & 0 & N_8 & 0 & 0 & 0 & N_{12} \\ 0 & 0 & N_3 & 0 & N_5 & 0 & 0 & 0 & N_9 & 0 & N_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{10} & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (32)$$

Observa-se assim que os graus de liberdade de deslocamento axial, flexão e torção estão desacoplados.

As funções de interpolação  $N_1$ ,  $N_4$ ,  $N_7$  e  $N_{10}$  são funções contínuas de ordem<sup>5</sup> zero, e  $N_2$ ,  $N_6$ ,  $N_8$ ,  $N_{12}$ ,  $N_3$ ,  $N_5$ ,  $N_9$  e  $N_{11}$  são funções contínuas de ordem 1, e garantem as condições de completude e continuidade ao longo do elemento. Utilizando-se elementos de barra de dois nós adjacentes também haverá continuidade de deslocamentos entre elementos, portanto o elemento é dito conforme, LA ROVERE (2005), e ficam assim atendidas as condições de convergência do MEF.

Particularizando para o caso de elementos de barra, as equações vistas anteriormente podem ser simplificadas, tendo em vista que as tensões  $\sigma_{yz} = 0$ ,  $\sigma_{yy} \cong \sigma_{zz} \cong 0$ , que a distorção angular  $\gamma_{yz} = 0$  e as distorções  $\gamma_{zx}$  e  $\gamma_{xy}$  são desprezadas na formulação do elemento.

No entanto para este caso (barras) é conveniente utilizar na formulação o vetor de deformação específica generalizado  $\bar{\varepsilon}$  e de tensões generalizado  $\bar{\sigma}$ . Partindo-se do deslocamento axial total no elemento dado pela equação (11) encontra-se a deformação específica axial

$$\varepsilon_{xx} = \frac{du_x(x, y, z)}{dx} = \frac{du_o(x)}{dx} + \frac{d\phi_y(x)}{dx} z - \frac{d\phi_z(x)}{dx} y. \quad (33)$$

Nomeando cada parcela da equação (33) de

---

<sup>5</sup> Lembrando que funções de continuidade de ordem  $n$  significa que as funções e as derivadas até a ordem  $n$  são contínuas.

$$\varepsilon_{x0} = \frac{du_o(x)}{dx}, \quad (34)$$

$$\varphi_y = \frac{d\phi_y(x)}{dx} = \frac{d^2u_y}{dx^2}, \quad (35)$$

$$\varphi_z = \frac{d\phi_z(x)}{dx} = \frac{d^2u_z}{dx^2}, \quad (36)$$

tem-se que

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{x0} + \varphi_y z - \varphi_z y, \quad (37)$$

na qual  $\varphi_y$  é a curvatura na direção  $y$ , e  $\varphi_z$  é a curvatura na direção  $z$ .

Sabe-se também que a rotação específica de torção por unidade de comprimento é definida como

$$\varphi_x = \frac{d\phi_x(x)}{dx}. \quad (38)$$

Então, define-se o vetor de deformações generalizado  $\bar{\varepsilon}$  na forma

$$\bar{\varepsilon}^T = (\varepsilon_{x0} \quad \varphi_y \quad \varphi_z \quad \varphi_x), \quad (39)$$

e o vetor de tensões generalizado por

$$\bar{\sigma}^T = (N \quad M_y \quad M_z \quad M_t), \quad (40)$$

sendo  $N$  o esforço axial,  $M_y$  o momento fletor em torno do eixo  $y$ ,  $M_z$  o momento fletor em torno do eixo  $z$  e  $M_t$  o momento torçor em torno do eixo  $x$ .

Como neste trabalho admite-se que as estruturas têm comportamento linear, pode-se considerar desacoplado o esforço axial dos esforços de flexão em  $y$  e  $z$ , e, para seções cujos eixos  $y$  e  $z$  são de simetria (em que coincide o centróide com o centro de torção da seção), o esforço de torção pode ser considerado desacoplado dos de flexão. Com estas considerações, pode-se expressar as equações constitutivas generalizadas na forma

$$\begin{Bmatrix} N \\ M_y \\ M_z \\ M_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA & 0 & 0 & 0 \\ 0 & EI_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & EI_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & GI_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varphi_y \\ \varphi_z \\ \varphi_x \end{Bmatrix}. \quad (41)$$

onde  $I_y$  é o momento de inércia em torno do eixo  $y$ ,  $I_z$  é o momento de inércia em torno do eixo  $z$ ,  $I_t$  é o momento de inércia à torção e  $G$  o módulo de cisalhamento, definido por

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad (42)$$

ou então simplesmente

$$\bar{\sigma} = \bar{D}\bar{\varepsilon}. \quad (43)$$

Considerando-se os vetores de tensão e deformação específica e a matriz constitutiva generalizados, as relações entre deformações específicas e deslocamentos podem ser escritas na seguinte forma

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\partial}u_e, \quad (44)$$

na qual a matriz  $\bar{\partial}$  é uma matriz de derivadas generalizada que, observando-se as equações (34), (35), (36), (38) e (44) assume agora a forma

$$\bar{\partial} = \begin{bmatrix} \frac{d}{dx} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d^2}{dx^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{d^2}{dx^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{d}{dx} \end{bmatrix}. \quad (45)$$

Substituindo-se a equação (31) na equação (44), pode-se escrever o vetor de deformações específicas generalizado em função dos deslocamentos nodais

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\partial}N u, \quad (46)$$

onde  $\bar{\delta}N$  é uma matriz contendo as derivadas das funções de interpolação que é conhecida como  $\bar{B}$ . Portanto a equação (46) pode ser reescrita como

$$\bar{\varepsilon} = \bar{B}u, \quad (47)$$

na qual  $\bar{B}$  é definida como

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} \frac{dN_1}{dx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{dN_7}{dx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d^2N_2}{dx^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{d^2N_6}{dx^2} & 0 & \frac{d^2N_8}{dx^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{d^2N_{12}}{dx^2} \\ 0 & 0 & \frac{d^2N_3}{dx^2} & 0 & \frac{d^2N_5}{dx^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{d^2N_9}{dx^2} & 0 & \frac{d^2N_{11}}{dx^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{dN_4}{dx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{dN_{10}}{dx} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

As matrizes  $N$ ,  $\bar{B}$  e  $\bar{D}$  serão utilizadas no Capítulo 3 na obtenção das matrizes de rigidez, de massa e de amortecimento do elemento de pórtico 3D, conforme descrito a seguir.

# 3 Dinâmica das estruturas

A dinâmica das estruturas tem características essenciais que a diferem da estática, como por exemplo, a consideração de cargas variando no tempo e do amortecimento. Como será visto mais adiante, a análise estática é uma simplificação da análise dinâmica, por considerar apenas a rigidez da estrutura, ignorando sua inércia e os efeitos a ela associados. Neste capítulo, serão deduzidas as equações fundamentais da dinâmica estrutural e apresentados alguns métodos para sua solução.

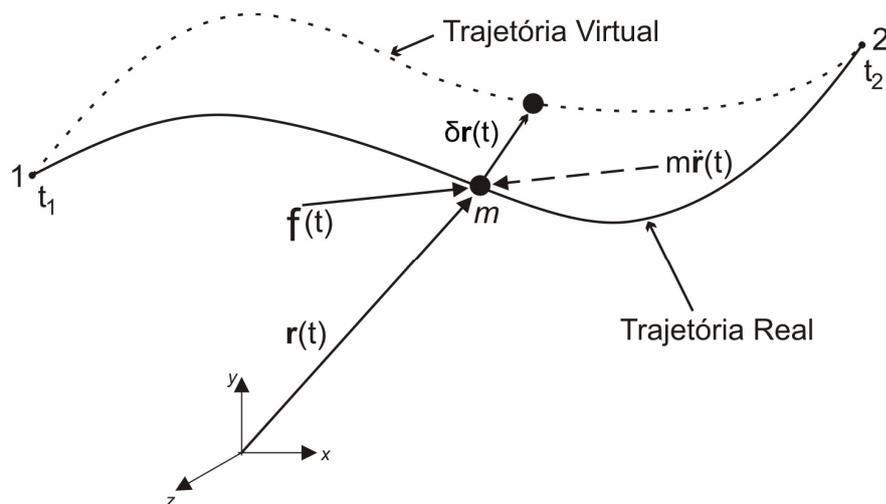
O princípio variacional de Hamilton é demonstrado inicialmente para uma partícula, partindo-se do princípio de d'Alembert. A partir do princípio de Hamilton obtêm-se as equações gerais da dinâmica estrutural. Determinam-se assim, com uma formulação consistente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez de cada elemento finito.

Para a solução das equações da dinâmica serão demonstrados dois métodos. O primeiro deles é o método de Newmark, um método numérico de integração direta no tempo, e o segundo é o método da Superposição Modal, que fornece um sistema de equações diferenciais ordinárias de 2ª ordem desacopladas, que podem ser resolvidas separadamente para cada um dos modos de vibração.

### 3.1 Princípio de Hamilton

Seja a partícula de massa  $m$  mostrada na Figura 5, movendo-se em resposta a um carregamento  $\mathbf{f}^T(t) = (f_x(t) \ f_y(t) \ f_z(t))$  ao longo da trajetória real indicada em linha cheia, partindo do ponto 1 em  $t = t_1$  e deslocando-se ao ponto 2 em  $t = t_2$ . A força  $\mathbf{f}(t)$  inclui os efeitos combinados da força aplicada externamente  $\mathbf{p}(t)$ , da força estrutural de resistência elástica, proporcional à rigidez  $\mathbf{f}_k(t)$  e da força de resistência de dissipação viscosa (devida ao amortecimento)  $\mathbf{f}_a(t)$ .

O princípio de d'Alembert estabelece que a massa origina uma força inercial  $\mathbf{f}_I(t)$  proporcional à sua aceleração, com sentido oposto à mesma, sendo o carregamento externo  $\mathbf{f}(t)$  equilibrado pela força inercial resistente  $\mathbf{f}_I(t)$ , CLOUGH (1995).



**Figura 5 – Trajetórias real e virtual da partícula de massa  $m$ .**

Seja, em um tempo  $t$  qualquer, a partícula de massa  $m$  posicionada numa trajetória real através vetor de posição  $\mathbf{r}^T(t) = (x(t) \ y(t) \ z(t))$  e submetida a um deslocamento virtual  $\delta\mathbf{r}^T(t) = (\delta x(t) \ \delta y(t) \ \delta z(t))$ , o trabalho virtual de todas as forças, incluindo as de inércia, desenvolvido do caminho real até o virtual deve ser igual a zero, ou seja,  $\mathbf{f}(t) \cdot \delta\mathbf{r}(t) = 0$ ,

$$[f_x(t) - m\ddot{x}(t)]\delta x(t) + [f_y(t) - m\ddot{y}(t)]\delta y(t) + [f_z(t) - m\ddot{z}(t)]\delta z(t) = 0. \quad (48)$$

Rearranjando os termos e integrando a equação do tempo  $t_1$  a  $t_2$  obtém-se

$$\int_{t_1}^{t_2} -m[\ddot{x}(t)\delta x(t) + \ddot{y}(t)\delta y(t) + \ddot{z}(t)\delta z(t)]dt + \int_{t_1}^{t_2} [f_x(t)\delta x(t) + f_y(t)\delta y(t) + f_z(t)\delta z(t)]dt = 0. \quad (49)$$

Denominando a primeira integral de  $I_1$ , integrando por partes e observando que os deslocamentos virtuais no início e no final da trajetória são nulos, obtém-se:

$$I_1 = \int_{t_1}^{t_2} m[\dot{x}(t)\delta\dot{x}(t) + \dot{y}(t)\delta\dot{y}(t) + \dot{z}(t)\delta\dot{z}(t)]dt. \quad (50)$$

De acordo com os princípios do cálculo variacional o incremento de primeira ordem, ou primeira variação de uma função qualquer  $H \equiv H(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ , pode ser escrito como

$$\delta H = \left( \frac{\partial H}{\partial x} \delta x + \frac{\partial H}{\partial y} \delta y + \frac{\partial H}{\partial z} \delta z \right) + \left( \frac{\partial H}{\partial \dot{x}} \delta \dot{x} + \frac{\partial H}{\partial \dot{y}} \delta \dot{y} + \frac{\partial H}{\partial \dot{z}} \delta \dot{z} \right). \quad (51)$$

Seja  $T(\dot{\mathbf{r}}, t)$  a energia cinética da partícula,

$$T(\dot{\mathbf{r}}, t) = \frac{1}{2} m [\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t) + \dot{z}^2(t)] \quad (52)$$

Conclui-se assim que a equação (50) admite a representação

$$I_1 = \int_{t_1}^{t_2} \delta T(\dot{\mathbf{r}}, t) dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} T(\dot{\mathbf{r}}, t) dt \quad (53)$$

Para facilitar o estudo, o vetor de forças  $\mathbf{f}(t)$  será separado em duas parcelas, uma conservativa e outra não-conservativa,

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{f}^c(t) + \mathbf{f}^{nc}(t), \quad (54)$$

sendo  $\mathbf{f}^{cT}(t) = (f_x^c(t) \quad f_y^c(t) \quad f_z^c(t))$  e  $\mathbf{f}^{ncT}(t) = (f_x^{nc}(t) \quad f_y^{nc}(t) \quad f_z^{nc}(t))$ .

A energia potencial  $V(\mathbf{r}, t)$ , definida mediante o vetor de forças conservativas satisfaz as relações

$$f_x^c(t) = -\frac{\partial V(\mathbf{r}, t)}{\partial x}; \quad f_y^c(t) = -\frac{\partial V(\mathbf{r}, t)}{\partial y}; \quad f_z^c(t) = -\frac{\partial V(\mathbf{r}, t)}{\partial z}. \quad (55)$$

Denominando  $I_2$  a segunda integral da equação (49), utilizando as relações em (55) lembrando da relação (51) e considerando a separação das forças descrita em (54), obtém-se

$$I_2 = \int_{t_1}^{t_2} -\delta V(\mathbf{r}, t) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W^{nc}(\dot{\mathbf{r}}, \mathbf{r}, t) dt, \quad (56)$$

sendo  $\delta W^{nc}(\dot{\mathbf{r}}, \mathbf{r}, t)$  o trabalho virtual realizado pelas forças não-conservativas. Com as equações para  $I_1$  e  $I_2$  definidas respectivamente nas equações (53) e (56), chega-se finalmente a

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta [T(\dot{\mathbf{r}}, t) - V(\mathbf{r}, t)] dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W^{nc}(\dot{\mathbf{r}}, \mathbf{r}, t) dt = 0. \quad (57)$$

Considerando a soma destas equações para todas as partículas de um sistema, fica aparente que a equação (57) é válida para qualquer sistema, linear ou não-linear, devido à existência de forças não-conservativas.

A equação (57) é conhecida como Princípio de Hamilton, e estabelece que a soma das variações da diferença entre as energias cinética e potencial com a variação do trabalho das forças não-conservativas em qualquer intervalo de tempo é igual a zero. A aplicação deste princípio leva diretamente às equações de movimento de qualquer sistema, como mostrado a seguir.

## 3.2 Formulação das equações da dinâmica

A partir da equação (57) pode-se definir as equações gerais da dinâmica de um corpo ou uma estrutura partindo do cálculo dos valores da energia cinética, potencial e da variação do trabalho das forças não-conservativas  $\delta W^{nc}(\dot{\mathbf{r}}, \mathbf{r}, t)$ .

A estrutura será discretizada em elementos finitos, sendo  $\mathbf{u}$  o vetor de deslocamentos nodais e  $\mathbf{u}_e$  o vetor de deslocamentos no domínio do elemento. Utilizando a equação (31), estes vetores e suas primeiras derivadas temporais são relacionados de acordo com a matriz de funções de forma do elemento pelas expressões

$$\mathbf{u}_e = \mathbf{N}\mathbf{u}, \quad (58)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_e = \mathbf{N}\dot{\mathbf{u}}. \quad (59)$$

Os deslocamentos no domínio do elemento são funções das coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$  e do tempo  $t$ , as funções de interpolação são funções das coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$  e os deslocamentos nodais são funções do tempo  $t$ .

Sabe-se também que as deformações específicas podem ser relacionadas com os deslocamentos nodais de uma forma geral, de acordo com

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}\mathbf{u}. \quad (60)$$

Derivando-se a equação (60) no tempo, tem-se

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{B}\dot{\mathbf{u}}. \quad (61)$$

### 3.2.1 Energia cinética

A energia cinética de uma partícula é por definição metade da sua massa vezes sua velocidade ao quadrado. Expandindo este conceito para todo o elemento finito, pode-se escrever, CLOUGH (1995),

$$T(\dot{\mathbf{r}}, t) = \frac{1}{2} \int m(\dot{\mathbf{u}}_e^T \dot{\mathbf{u}}_e) dv, \quad (62)$$

na qual  $\dot{\mathbf{u}}_e$  é a primeira derivada em relação ao tempo dos deslocamentos no domínio do elemento e  $m$  é a massa específica do elemento.

Utilizando a equação (59) obtém-se a energia cinética em função do vetor de velocidades nodais,

$$T(\dot{\mathbf{r}}, t) = \frac{1}{2} \int m (\mathbf{N}\dot{\mathbf{u}})^T \mathbf{N}\dot{\mathbf{u}} dv. \quad (63)$$

Expandido o termo da integral na equação (63), tomando o devido cuidado com as multiplicações matriciais envolvidas e ainda tirando as velocidades nodais da integral, pois as mesmas não são funções das coordenadas cartesianas, tem-se,

$$T(\dot{\mathbf{r}}, t) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}^T \int m \mathbf{N}^T \mathbf{N} dv \dot{\mathbf{u}}. \quad (64)$$

Chamando de matriz de massa consistente do elemento ( $\mathbf{m}_e$ ) a integral da equação (64), tem-se que

$$\mathbf{m}_e = \int m \mathbf{N}^T \mathbf{N} dv \quad (65)$$

Portanto, pode-se reescrever a equação da energia cinética (64) em função da matriz de massa do elemento

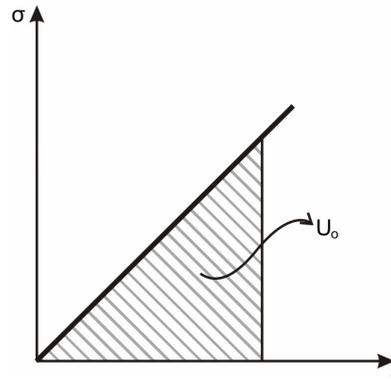
$$T(\dot{\mathbf{r}}, t) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{m}_e \dot{\mathbf{u}}. \quad (66)$$

### 3.2.2 Energia potencial

A energia potencial pode ser determinada através dos trabalhos internos e externos produzidos no elemento, pois é numericamente igual a sua diferença, CLOUGH (1995), de acordo com

$$V(\mathbf{r}, t) = W_i - W_e. \quad (67)$$

Para a definição do trabalho interno de cada elemento serão utilizadas relações retiradas da Figura 6.



**Figura 6 – Diagrama idealizado do aço, mostrando a densidade de energia de deformação  $U_0$ .**

Por definição o trabalho das forças internas, ou energia de deformação interna, é a integral no volume do elemento da energia de deformação interna por unidade de volume

$$W_i = \int U_0 dv. \quad (68)$$

sendo que  $U_0$  representa o trabalho total que cada componente de tensão realiza sobre a respectiva deformação, o qual pode ser representado graficamente pela área sob a curva tensão-deformação. Como neste trabalho admite-se que a estrutura da torre trabalhe no trecho elástico-linear do aço, esta área, para cada componente de tensão, é a área de um triângulo, conforme mostra a Figura 6. Assim sendo, a equação (68) pode ser reescrita na forma

$$W_i = \int \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dv. \quad (69)$$

Ou ainda, levando-se em conta as relações constitutivas do material,

$$W_i = \int \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} dv. \quad (70)$$

Substituindo-se a equação (60) na equação (70), resulta

$$W_i = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \int \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dv \mathbf{u}. \quad (71)$$

O trabalho externo é um pouco mais simples de ser visualizado, pois é apenas o trabalho realizado pelas cargas que atuam nos elementos. Este trabalho é expresso pela

força em cada direção multiplicada pelo respectivo deslocamento da configuração indeformada para a configuração deformada. Considerando os vetores de cargas de volume  $\mathbf{b}$  e cargas de superfície  $\mathbf{p}$ , atuando no elemento e cargas concentradas no nó  $\mathbf{f}$ , sendo estas cargas conservativas, a equação do trabalho externo pode ser escrita na forma

$$W_e = \int \mathbf{u}_e^T \mathbf{b} dv + \int \mathbf{u}_e^T \mathbf{p} dA + \mathbf{u}^T \mathbf{f} . \quad (72)$$

Expressando o trabalho externo em função dos deslocamentos nodais, usando a equação (58), tem-se a equação final para o trabalho externo

$$W_e = \mathbf{u}^T \int \mathbf{N}^T \mathbf{b} dv + \mathbf{u}^T \int \mathbf{N}^T \mathbf{p} dA + \mathbf{u}^T \mathbf{f} . \quad (73)$$

Pode-se reescrever agora a equação (67) para a energia potencial, substituindo os valores dos trabalhos internos e externos dados nas equações (71) e (73) respectivamente

$$V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \int \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dv \mathbf{u} - \mathbf{u}^T \int \mathbf{N}^T \mathbf{b} dv - \mathbf{u}^T \int \mathbf{N}^T \mathbf{p} dA - \mathbf{u}^T \mathbf{f} . \quad (74)$$

Chamando a integral do primeiro termo da equação (74) de matriz de rigidez do elemento ( $\mathbf{k}_e$ ) e os demais termos de forças conservativas ( $\mathbf{f}_c$ ) atuando no elemento, pode-se reescrever esta equação como

$$V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{k}_e \mathbf{u} - \mathbf{u}^T \mathbf{f}_c , \quad (75)$$

sendo que

$$\mathbf{k}_e = \int \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dv , \quad (76)$$

$$\mathbf{f}_c = \int \mathbf{N}^T \mathbf{b} dv + \int \mathbf{N}^T \mathbf{p} dA + \mathbf{f} . \quad (77)$$

### 3.2.3 Variação do trabalho das forças não-conservativas

Com as energias cinética e potencial definidas, resta definir agora a variação do trabalho das forças não-conservativas. Para as forças de amortecimento, esta variação é definida como o negativo do trabalho que a parcela visco-elástica da tensão, segunda parcela da equação (8), causada pelo amortecimento, realiza sobre a variação das deformações somado à variação do trabalho das forças externas não-conservativas aplicadas ao elemento, CLOUGH (1995). Portanto, considerando cargas de superfície e cargas concentradas não-conservativas, e substituindo os deslocamentos do elemento pela equação (58), tem-se

$$\delta W^{nc} = -\int \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma}_\kappa dv + \int \delta \mathbf{u}_e^T \mathbf{p}^{nc} dA + \delta \mathbf{u}^T \mathbf{f}^{nc}, \quad (78)$$

sendo  $\boldsymbol{\sigma}_\kappa$  a parcela visco-elástica da tensão, dada pela segunda parcela da equação (8)

$$\boldsymbol{\sigma}_\kappa = \kappa \mathbf{D} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}. \quad (79)$$

Substituindo-se a equação (79) na equação (78) e utilizando-se as equações (60) e (61) chega-se a

$$\delta W^{nc} = -\delta \mathbf{u}^T \left[ \left( \int \kappa \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dv \right) \dot{\mathbf{u}} - \int \mathbf{N}^T \mathbf{p}^{nc} dA - \mathbf{f}^{nc} \right]. \quad (80)$$

A qual pode ser re-escrita como

$$\delta W^{nc} = -\delta \mathbf{u}^T (\mathbf{c}_e \dot{\mathbf{u}} - \mathbf{f}_{nc}), \quad (81)$$

onde

$$\mathbf{c}_e = \int \kappa \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dv, \quad (82)$$

$$\mathbf{f}_{nc} = \int \mathbf{N}^T \mathbf{p}^{nc} dA + \mathbf{f}^{nc}. \quad (83)$$

Depois de definida esta variação, pode-se finalmente partir para a obtenção do sistema de equações de movimento da dinâmica estrutural.

Na equação do princípio de Hamilton, equação (57), verifica-se a existência de variações da energia cinética e potencial assim como as variações do trabalho das forças não-conservativas. Substituindo-se as equações (66), (75) e (81) na equação (57) chega-se à seguinte expressão

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta \left( \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{m}_e \dot{\mathbf{u}} \right) - \delta \left( \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{k}_e \mathbf{u} - \mathbf{u}^T \mathbf{f}_c \right) dt + \int_{t_1}^{t_2} -\delta \mathbf{u}^T (\mathbf{c}_e \dot{\mathbf{u}} - \mathbf{f}_{nc}) dt = 0. \quad (84)$$

Aplicando-se as variações chega-se a

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{m}_e \dot{\mathbf{u}} - \delta \mathbf{u}^T \mathbf{c}_e \dot{\mathbf{u}} - \delta \mathbf{u}^T \mathbf{k}_e \mathbf{u} + \delta \mathbf{u}^T \mathbf{f}_c + \delta \mathbf{u}^T \mathbf{f}_{nc} dt = 0. \quad (85)$$

Nota-se da equação (85) que o primeiro termo da integral tem uma variação em  $\dot{\mathbf{u}}$ , que é desconhecida. Para solucionar este problema basta integrar por partes este primeiro termo

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{m}_e \dot{\mathbf{u}} dt = \left[ \delta \mathbf{u}^T \mathbf{m}_e \dot{\mathbf{u}} \right]_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{m}_e \ddot{\mathbf{u}} dt. \quad (86)$$

Como a variação dos deslocamentos nos tempos inicial e final é igual a zero, ou seja  $\delta \mathbf{u}(t_1) = 0$  e  $\delta \mathbf{u}(t_2) = 0$ , como mostra a Figura 5, tem-se que o primeiro termo do lado direito da equação (86) é igual a zero, portanto

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{m}_e \dot{\mathbf{u}} dt = - \int_{t_1}^{t_2} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{m}_e \ddot{\mathbf{u}} dt. \quad (87)$$

Substituindo-se a equação (87) na equação (85), chega-se a

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta \mathbf{u}^T (-\mathbf{m}_e \ddot{\mathbf{u}} - \mathbf{c}_e \dot{\mathbf{u}} - \mathbf{k}_e \mathbf{u} + \mathbf{f}_c + \mathbf{f}_{nc}) dt = 0. \quad (88)$$

Como a variação do vetor de deslocamentos nodais é arbitrária, para que a equação (88) seja satisfeita o termo entre parênteses deve se anular, ou seja

$$\mathbf{m}_e \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}_e \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}_e \mathbf{u} = \mathbf{f}_c + \mathbf{f}_{nc}, \quad (89)$$

que fornece as equações de equilíbrio dinâmico do elemento, ou equações de movimento do elemento.

Para o caso do elemento de pórtico 3D pode-se utilizar o vetor de deformações e tensões generalizados, o que simplifica a formulação pois as matrizes de massa, amortecimento e rigidez podem ser escritas na forma

$$\mathbf{m}_e = \int_0^L m \mathbf{A} \mathbf{N}^T \mathbf{N} dx \quad (90)$$

$$\mathbf{c}_e = \int_0^L \kappa \bar{\mathbf{B}}^T \bar{\mathbf{D}} \bar{\mathbf{B}} dx, \quad (91)$$

$$\mathbf{k}_e = \int_0^L \bar{\mathbf{B}}^T \bar{\mathbf{D}} \bar{\mathbf{B}} dx. \quad (92)$$

Levando-se em conta a contribuição de todos os elementos, formam-se as equações de equilíbrio global da estrutura

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F}_T, \quad (93)$$

que é exatamente o sistema de equações da dinâmica das estruturas, onde  $\mathbf{M}$  é a matriz de massa da estrutura,  $\mathbf{C}$  é a matriz de amortecimento,  $\mathbf{K}$  é a matriz de rigidez,  $\ddot{\mathbf{U}}$ ,  $\dot{\mathbf{U}}$  e  $\mathbf{U}$  são respectivamente os vetores de acelerações, velocidades e deslocamentos nodais da estrutura e  $\mathbf{F}_T = \mathbf{F}^c + \mathbf{F}^{nc}$  é a soma das forças externas conservativas e não-conservativas aplicadas na estrutura.

Quando o eixo local do elemento não coincidir com o eixo global da estrutura, deve-se aplicar uma transformação de coordenadas nas matrizes de massa, amortecimento e rigidez da seguinte forma

$$\mathbf{m}_g = \mathbb{R}^T \mathbf{m}_e \mathbb{R} \quad (94)$$

$$\mathbf{c}_g = \mathbb{R}^T \mathbf{c}_e \mathbb{R}, \quad (95)$$

$$\mathbf{k}_g = \mathbb{R}^T \mathbf{k}_e \mathbb{R}, \quad (96)$$

nas quais  $\mathbf{m}_g$ ,  $\mathbf{c}_g$  e  $\mathbf{k}_g$  são respectivamente as matrizes de massa, amortecimento e rigidez rotacionadas para que seus eixos locais coincidam com os eixos globais da estrutura, e  $\mathbb{R}$  é a matriz de rotação do elemento, formada a partir dos cossenos diretores.

Nesta demonstração do sistema de equações de movimento da dinâmica das estruturas utilizou-se uma matriz de amortecimento proporcional à matriz de rigidez, porém neste trabalho, será utilizada a matriz de amortecimento de Rayleigh, que é proporcional à matriz de rigidez e também à matriz de massa, como será visto adiante.

Com o sistema de equações da dinâmica demonstrado, surge agora a discussão de como resolvê-lo. Existem vários métodos para a sua resolução, e entre eles serão demonstrados neste trabalho o método de Newmark<sup>6</sup> e o método da Superposição Modal<sup>7</sup>, os quais serão apresentados a seguir.

### 3.3 Método de Newmark

O método de Newmark é considerado um método implícito de integração direta, por utilizar procedimentos numéricos para a integração das equações de equilíbrio da dinâmica e por satisfazer as equações num instante  $t$ , após as soluções para um instante  $t - \Delta t$  serem encontradas. Métodos de integração direta não satisfazem as equações de equilíbrio dinâmico para qualquer instante  $t$ , mas sim às satisfazem para pontos definidos por intervalos de tempo  $\Delta t$ . Esta discretização do tempo significa considerar o equilíbrio estático levando em conta os efeitos de forças de inércia e amortecimento, dentro do intervalo da solução, ou seja, qualquer técnica de resolução aplicada nas análises estáticas pode ser aplicada aos métodos de integração direta, pois são utilizadas equações lineares para a solução. Na integração direta também são aproximados os deslocamentos, velocidades e acelerações para os mesmos intervalos de tempo  $\Delta t$ .

Resumindo, no método devem ser lembradas as seguintes suposições:

---

<sup>6</sup> Método de integração direta que possui resultados próximos aos obtidos analiticamente, utilizando modelos simples para a comparação.

<sup>7</sup> Método que utiliza os modos naturais de vibração da estrutura para a resolução das equações de equilíbrio da dinâmica estrutural, fornecendo resultados exatos de acordo com a complexidade do carregamento e da estrutura.

- Por se tratar de um método implícito deve-se ter o conhecimento dos vetores de deslocamentos, velocidades e acelerações num tempo anterior ao tempo no qual se desejam obter resultados;
- A solução deverá ser obtida do instante zero até um instante  $t$ . Este intervalo de tempo será subdividido em vários intervalos de tempo  $\Delta t$ ;
- O esquema de integração estabelece uma solução aproximada para os tempos  $\Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t \dots t$ ;
- O algoritmo calcula a próxima solução no tempo de acordo com as soluções anteriores.

Para a demonstração do método de Newmark, a equação (93) será reescrita da seguinte forma

$$M\ddot{U}^{t+\Delta t} + C\dot{U}^{t+\Delta t} + KU^{t+\Delta t} = F_T^{t+\Delta t} \quad (97)$$

Da primeira suposição é necessário definir os deslocamentos e velocidades num instante  $t + \Delta t$  em função dos deslocamentos, velocidades e acelerações num instante  $t$ . Para isso pode-se aplicar diretamente séries de Taylor, WILSON (2002). A expansão de uma função  $f(x)$  em uma série de Taylor, em torno do ponto  $a$  é definida por

$$f(x) = f(a) + \frac{(x-a)^1}{1!} f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!} f''(a) + \frac{(x-a)^3}{3!} f'''(a) + \dots \quad (98)$$

Substituindo  $f(x) = U^{t+\Delta t}$  e  $f(a) = U^t$ , e obviamente  $x = t + \Delta t$  e  $a = t$ , resulta

$$U^{t+\Delta t} = U^t + \Delta t \dot{U}^t + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{U}^t + \frac{\Delta t^3}{6} \dddot{U}^t + \dots,$$

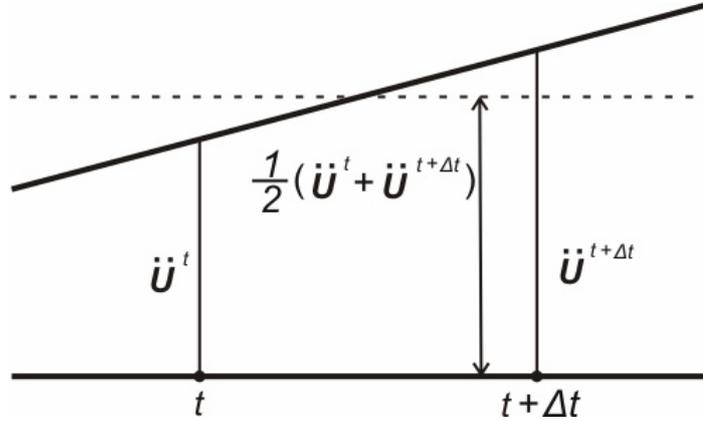
$$\dot{U}^{t+\Delta t} = \dot{U}^t + \Delta t \ddot{U}^t + \frac{\Delta t^2}{2} \dddot{U}^t + \dots .$$

Newmark truncou abruptamente estas equações inserindo dois parâmetros adicionais  $\alpha$  e  $\delta$

$$U^{t+\Delta t} = U^t + \Delta t \dot{U}^t + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{U}^t + \alpha \Delta t^3 \dddot{U}^t, \quad (99)$$

$$\dot{U}^{t+\Delta t} = \dot{U}^t + \Delta t \ddot{U}^t + \delta \Delta t^2 \ddot{\ddot{U}}^t. \quad (100)$$

E também propôs que as acelerações variassem linearmente dentro do intervalo  $\Delta t$ , BATHE (1996), como mostra a Figura 7.



**Figura 7 – Esquema de aceleração média constante de Newmark.**

Com a aceleração variando linearmente a cada intervalo de tempo  $\Delta t$ , pode-se escrever para a sua derivada

$$\ddot{\ddot{U}}^t = \frac{1}{\Delta t} (\ddot{U}^{t+\Delta t} - \ddot{U}^t). \quad (101)$$

Substituindo-se a equação (101) nas equações (99) e (100), chega-se a

$$U^{t+\Delta t} = U^t + \dot{U}^t \Delta t + \left[ \ddot{U}^t \left( \frac{1}{2} - \alpha \right) + \alpha \ddot{U}^{t+\Delta t} \right] \Delta t^2, \quad (102)$$

$$\dot{U}^{t+\Delta t} = \dot{U}^t + \left[ \ddot{U}^t (1 - \delta) + \delta \ddot{U}^{t+\Delta t} \right] \Delta t. \quad (103)$$

sendo estas duas últimas as equações de Newmark na sua forma padrão.

Os parâmetros  $\alpha$  e  $\delta$  determinam a precisão e estabilidade do método. Este método é incondicionalmente estável, desde que sejam atendidas as condições, BATHE (1996),

$$\begin{aligned} \delta &\geq 0,5 \\ \alpha &\geq 0,25(0,5 + \delta)^2 \end{aligned}$$

Agora é necessário definir relações para as acelerações e velocidades que sejam funções das mesmas e dos deslocamentos no instante anterior. Isolando o termo da

aceleração no instante  $t + \Delta t$  da equação (102), chega-se a uma relação para acelerações neste instante em função de acelerações, velocidades e deslocamentos do instante anterior e dos deslocamentos desconhecidos neste mesmo instante

$$\ddot{U}^{t+\Delta t} = a_0(U^{t+\Delta t} - U^t) - a_2\dot{U}^t - a_3\ddot{U}^t, \quad (104)$$

sendo

$$a_0 = \frac{1}{\alpha\Delta t^2}; \quad a_2 = \frac{1}{\alpha\Delta t}; \quad a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1.$$

Substituindo na equação (103) a equação (104), vem

$$\dot{U}^{t+\Delta t} = a_1(U^{t+\Delta t} - U^t) - a_4\dot{U}^t - a_5\ddot{U}^t, \quad (105)$$

sendo

$$a_1 = \frac{\delta}{\alpha\Delta t}; \quad a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1; \quad a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\delta}{\alpha} - 2 \right).$$

Agora, chamando de

$$a_6 = \Delta t(1 - \delta); \quad a_7 = \delta\Delta t,$$

pode-se reescrever a equação (103) na forma

$$\dot{U}^{t+\Delta t} = \dot{U}^t + a_6\ddot{U}^t + a_7\ddot{U}^{t+\Delta t}. \quad (106)$$

Para finalizar as equações (104) e (105) são substituídas na equação (97)

$$\begin{aligned} (a_0\mathbf{M} + a_1\mathbf{C} + \mathbf{K})\mathbf{U}^{t+\Delta t} &= \mathbf{F}_T^{t+\Delta t} + \\ + \mathbf{M}(a_0\mathbf{U}^t + a_2\dot{\mathbf{U}}^t + a_3\ddot{\mathbf{U}}^t) &+ \mathbf{C}(a_1\mathbf{U}^t + a_4\dot{\mathbf{U}}^t + a_5\ddot{\mathbf{U}}^t). \end{aligned} \quad (107)$$

Sendo que

$$\hat{\mathbf{K}} = a_0\mathbf{M} + a_1\mathbf{C} + \mathbf{K}, \quad (108)$$

$$\hat{\mathbf{F}}^{t+\Delta t} = \mathbf{F}_T^{t+\Delta t} + \mathbf{M}(a_0\mathbf{U}^t + a_2\dot{\mathbf{U}}^t + a_3\ddot{\mathbf{U}}^t) + \mathbf{C}(a_1\mathbf{U}^t + a_4\dot{\mathbf{U}}^t + a_5\ddot{\mathbf{U}}^t). \quad (109)$$

onde  $\hat{\mathbf{K}}$  é denominado de matriz de rigidez efetiva, e  $\hat{\mathbf{F}}^{t+\Delta t}$  é denominado vetor de cargas efetivas.

Agora pode-se ver exatamente o que foi citado inicialmente neste capítulo. A solução do método de Newmark nada mais é do que uma solução estática equivalente a cada instante  $t$ , descrito com consideração de massas e amortecimentos, sendo resolvida por equações lineares. Matricialmente pode-se escrever:

$$\hat{K}U^{t+\Delta t} = F^{t+\Delta t}. \quad (110)$$

## 3.4 Superposição modal

O método da superposição modal expressa a solução na forma da resultante de superposições dos modos naturais de vibração da estrutura. Uma estrutura real qualquer tem infinitos modos naturais de vibração. Porém, através da discretização, no caso aqui estudado pelo MEF, a mesma apresenta um número finito de modos, igual ao número de graus de liberdade do modelo numérico.

### 3.4.1 Modos naturais

Os modos naturais de vibração de uma estrutura são obtidos através da análise de vibrações livres, desconsiderando, na equação de movimento, a parcela correspondente ao amortecimento e também às excitações externas. Portanto a equação (93) é reescrita na forma:

$$M\ddot{U} + KU = 0. \quad (111)$$

Admitindo que o movimento de vibração livre seja um movimento simplesmente harmônico, os seus deslocamentos no tempo podem ser representados por:

$$U = \phi \text{ sen}(\omega t + \varphi), \quad (112)$$

sendo  $\phi$  um vetor independente do tempo que define a forma modal de vibração,  $\omega$  a frequência de oscilação e  $\varphi$  o ângulo de fase.

Substituindo a equação (112) na equação (111) e lembrando que o movimento de vibração livre é simplesmente harmônico, a parte senoidal da equação é arbitrária e, portanto

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\boldsymbol{\phi} = \mathbf{0}. \quad (113)$$

O sistema de equações acima representa um problema clássico de autovalores e autovetores, no qual as frequências naturais  $\omega^2$  representam os autovalores e associado a estes tem-se os autovetores, representados pelas formas modais de vibração  $\boldsymbol{\phi}$ .

A solução não-trivial para  $\boldsymbol{\phi}$  na equação (113) existe somente se

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) = 0. \quad (114)$$

Observa-se que o resultado do determinante na equação (114) é um polinômio de ordem  $n$ , sendo  $n$  igual ao número de graus de liberdade da estrutura, e as raízes deste polinômio fornecem as frequências naturais de vibração. Substituindo essas raízes encontradas na equação (113), calculam-se as formas modais ou modos de vibração.

### 3.4.2 Condições de ortogonalidade

As formas modais de vibração possuem certas propriedades especiais que são muito úteis na análise dinâmica de estruturas. Estas propriedades relacionam as formas modais de vibração com a matriz de massa e a matriz de rigidez da estrutura sendo conhecidas como condições de ortogonalidade. Estas condições podem ser facilmente demonstradas aplicando-se o princípio da reciprocidade de Betti, CLOUGH (1995). Supondo-se dois diferentes modos de vibração ( $m$  e  $p$ ) de um sistema estrutural qualquer, suas equações de movimento de vibração livre são dadas por:

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\phi}_m = \omega_m^2 \mathbf{M}\boldsymbol{\phi}_m, \quad (115)$$

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\phi}_p = \omega_p^2 \mathbf{M}\boldsymbol{\phi}_p, \quad (116)$$

nas quais o lado direito é representado pelo vetor de forças inerciais  $f_i$  e o lado esquerdo pela força de resistência elástica  $f_k$ .

Lembrando-se que, na vibração livre, os deslocamentos são causados pelas forças de inércia da estrutura, portanto estas forças podem ser consideradas como externamente aplicadas. Os deslocamentos causados por estas forças de inércia, para cada um dos dois modos, são as formas de vibração. Portanto pelo princípio da reciprocidade de Betti, pode-se escrever

$$f_{I_p}^T \phi_m = f_{I_m}^T \phi_p, \quad (117)$$

onde  $f_{I_p}^T$  são as forças de inércia do modo  $p$ ,  $f_{I_m}^T$  as forças de inércia do modo  $m$ ,  $\phi_p$  as formas de vibração do modo  $p$  e  $\phi_m$  as formas de vibração do modo  $m$ .

Substituindo na equação (117) o lado direito das equações (115) e (116) que foram definidos como o vetor de forças inerciais<sup>8</sup>, tem-se

$$\omega_p^2 \phi_p^T M \phi_m = \omega_m^2 \phi_m^T M \phi_p. \quad (118)$$

Observando que as grandezas acima são escalares e podem ser transpostos arbitrariamente, fica evidente que a equação (118) pode ser reescrita na forma

$$(\omega_p^2 - \omega_m^2) \phi_p^T M \phi_m = 0. \quad (119)$$

Lembrando-se que inicialmente foram utilizados dois modos diferentes de vibração, ou seja, suas frequências não são iguais<sup>9</sup>, tem-se

$$\phi_p^T M \phi_m = 0, \quad (120)$$

que é conhecida como primeira condição de ortogonalidade, ou ortogonalidade das formas de vibração em relação à massa.

---

<sup>8</sup> Tomando-se os devidos cuidados com a multiplicação vetorial e matricial e também lembrando-se que pela simetria da matriz de massa  $M^T = M$ .

<sup>9</sup>  $\omega_p \neq \omega_m$

A segunda condição de ortogonalidade, ou a ortogonalidade em relação à rigidez pode ser obtida diretamente multiplicando-se ambos os lados da equação (115) por  $\phi_p^T$

$$\phi_p^T \mathbf{K} \phi_m = \omega_m^2 \phi_p^T \mathbf{M} \phi_m. \quad (121)$$

Utilizando a primeira condição de ortogonalidade equação (120) tem-se

$$\phi_p^T \mathbf{K} \phi_m = 0, \quad (122)$$

que mostra que a rigidez também é ortogonal às formas de vibração.

### 3.4.3 Normalização

Na solução do problema de autovalores e autovetores nota-se que as amplitudes das formas modais (autovetores) podem ter qualquer valor, pois com a substituição das soluções das equações (114)<sup>10</sup> na (113) fica claro que qualquer solução a satisfaz. Porém as formas de vibração resultante são unicamente definidas.

No processo de análise descrito a seguir, a amplitude do primeiro grau de liberdade é adotada como unitária e os outros deslocamentos são determinados relativamente a este valor de referência. Isto se chama normalizar as formas modais de vibração em relação a uma coordenada de referência, CLOUGH (1995).

Normalizando em relação à matriz de massa, primeiramente deve-se ajustar<sup>11</sup> cada amplitude das formas modais para que satisfaçam a seguinte condição

$$\phi_m^T \mathbf{M} \phi_m = 1. \quad (123)$$

Agora, deve-se calcular o fator escalar

$$\mathbf{v}_m^T \mathbf{M} \mathbf{v}_m = \hat{M}_m, \quad (124)$$

---

<sup>10</sup> Freqüências naturais de vibração ao quadrado  $\omega^2$ .

<sup>11</sup> Este ajuste é feito normalmente colocando-se em ordem crescente as freqüências naturais de vibração e, portanto, também ordenando-se cada vetor dos modos de vibração, alterando-se as colunas para que fiquem correspondentes às freqüências naturais.

onde  $\mathbf{v}_m$  representa amplitudes modais (autovetores) determinados arbitrariamente, então calculam-se as formas modais como se segue

$$\boldsymbol{\phi}_m = \mathbf{v}_m \hat{M}_m^{-1/2}. \quad (125)$$

Uma consequência deste tipo de normalização, junto com as relações de ortogonalidade das matrizes de massa, é que

$$\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi} = \mathbf{I}. \quad (126)$$

Reescrevendo agora as equações (115) e (116) para todos os  $n$  graus de liberdade

$$\mathbf{K} \boldsymbol{\Phi} = \omega^2 \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi}. \quad (127)$$

Multiplicando ambos os lados da equação (127) por  $\boldsymbol{\Phi}^T$

$$\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\Phi} = \omega^2 \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi}. \quad (128)$$

Substituindo no lado direito da equação acima a equação (126), tem-se

$$\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\Phi} = \omega^2, \quad (129)$$

nas quais, dado um sistema com  $n$  graus de liberdade,  $\omega^2$  é uma matriz diagonal  $n \times n$  com as frequências naturais da estrutura ao quadrado e  $\boldsymbol{\Phi}$  é uma matriz que contém, em cada coluna, as  $n$  formas dos modos de vibração relacionados a cada frequência natural da matriz  $\omega^2$ , e  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade  $n \times n$ . As equações (126) e (129) são conhecidas como ortonormalização da massa e da rigidez respectivamente.

### 3.4.4 Equações do movimento desacopladas

O fundamento do método da Superposição Modal é conseguir escrever, para uma estrutura de  $n$  graus de liberdade, os deslocamentos resultantes em função das  $n$  formas modais de vibração. Utilizando-se das definições dadas anteriormente como a ortogonalidade e a normalização, pode-se afirmar que o método apresenta bons resultados

com apenas algumas formas modais de vibração, que podem ser até exatos desde que o carregamento externo não seja muito complexo.

Para a estrutura de  $n$  graus de liberdade, o vetor de deslocamentos nodais pode ser escrito como

$$U = \phi_1 y_1 + \phi_2 y_2 + \phi_3 y_3 + \dots + \phi_n y_n. \quad (130)$$

Ou, em notação matricial, já efetuando-se as respectivas derivadas para se obter velocidades e acelerações

$$U = \Phi y, \quad (131)$$

$$\dot{U} = \Phi \dot{y}, \quad (132)$$

$$\ddot{U} = \Phi \ddot{y}, \quad (133)$$

nas quais  $\Phi$  são as formas modais, ou autovetores, e  $y$  um vetor de deslocamentos generalizados.

Substituindo as equações (128) na equação (93) e multiplicando ambos os lados por  $\Phi^T$ , tem-se

$$\Phi^T M \Phi \ddot{y} + \Phi^T C \Phi \dot{y} + \Phi^T K \Phi y = \Phi^T F_T. \quad (134)$$

Aplicando à equação (134) as condições de ortonormalidade mostradas nas equações (126) e (129), observa-se que

$$I \ddot{y} + \Phi^T C \Phi \dot{y} + \omega^2 y = \Phi^T F_T. \quad (135)$$

Neste trabalho será empregada a matriz de amortecimento de Rayleigh que é proporcional à matriz de massa e à matriz de rigidez, e pode ser escrita como

$$C = b_0 M + b_1 K. \quad (136)$$

Os coeficientes  $b_0$  e  $b_1$  são obtidos utilizando-se a frequência natural de vibração da estrutura  $\omega_1$ , uma frequência  $\omega_H$  escolhida entre as frequências altas do modelo que

contribuem significativamente para a resposta dinâmica e uma taxa de amortecimento da estrutura  $\xi$ <sup>12</sup> de acordo com a seguinte equação

$$\begin{Bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{Bmatrix} = \frac{2\xi}{\omega_1 + \omega_H} \begin{Bmatrix} \omega_1 \omega_H \\ 1 \end{Bmatrix}. \quad (137)$$

Substituindo a equação (136) na equação (135) e aplicando a propriedade distributiva das matrizes obtém-se

$$\mathbf{I}\ddot{\mathbf{y}} + (b_0 \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi} + b_1 \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\Phi}) \dot{\mathbf{y}} + \omega^2 \mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{F}_T. \quad (138)$$

Aplicando novamente as condições de ortonormalidade da massa e da rigidez chega-se a

$$\mathbf{I}\ddot{\mathbf{y}} + (b_0 \mathbf{I} + b_1 \omega^2) \dot{\mathbf{y}} + \omega^2 \mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{F}_T. \quad (139)$$

Observa-se que esta equação representa um sistema de equações diferenciais desacopladas, pois as acelerações generalizadas estão multiplicando uma matriz identidade, os deslocamentos generalizados estão multiplicando uma matriz diagonal com as freqüências naturais e as velocidades generalizadas utilizam ambas as matrizes. Portanto, fica claro que cada modo de vibração corresponde a apenas uma aceleração generalizada, uma velocidade generalizada e a um deslocamento generalizado, podendo-se escrever a equação (139) para cada modo de vibração  $n$  da estrutura como

$$\ddot{y}_n + (b_0 + b_1 \omega_n^2) \dot{y}_n + \omega_n^2 y_n = \phi_n^T \mathbf{F}_T. \quad (140)$$

Nota-se que neste método descrito para a obtenção das equações diferenciais desacopladas, para cada modo de vibração foi utilizada uma taxa de amortecimento constante para todos os modos de vibração. Porém, pode-se utilizar também a consideração de uma taxa de amortecimento para cada modo de vibração, fazendo com que, a cada modo de vibração, o amortecimento se comporte como se fosse para uma estrutura de 1 grau de liberdade, ou seja,

---

<sup>12</sup> Geralmente determinado experimentalmente.

$$c_n = 2\omega_n^2 \xi_n, \quad (141)$$

ou ainda, chamando de  $\xi$  uma matriz diagonal com as taxas de amortecimento para cada modo de vibração:

$$\hat{C} = 2\omega^2 \xi = \Phi^T C \Phi. \quad (142)$$

Substituindo a equação (142) na equação (134):

$$I\ddot{y} + 2\omega^2 \xi \dot{y} + \omega^2 y = \Phi^T F_T, \quad (143)$$

que, da mesma forma que as equações (139), são equações diferenciais desacopladas e podem ser escritas para cada modo de vibração

$$\ddot{y}_n + 2\omega_n^2 \xi_n \dot{y}_n + \omega_n^2 y_n = \phi_n^T F_T. \quad (144)$$

A única vantagem da utilização desta formulação é a consideração de uma taxa de amortecimento para cada modo de vibração da estrutura. Neste trabalho será empregada a formulação dada pela equação diferencial desacoplada (140), utilizando-se a matriz de amortecimento de Rayleigh.

Após os cálculos das acelerações generalizadas, das velocidades generalizadas e dos deslocamentos generalizados, as acelerações, velocidades e deslocamentos da estrutura são obtidos por meio das equações (131), (132) e (133).

# 4 Vento

A irradiação solar aquece a superfície da terra causando o aparecimento de gradientes de pressão. Estes gradientes originam movimento atmosférico, que desloca o ar das áreas de alta para as de baixa pressão. Este fenômeno é conhecido como vento. O estudo dos efeitos do ventos em edificações torna-se mais importante a cada dia, pois as mesmas, com o avanço na tecnologia de materiais, têm se tornado cada vez mais esbeltas e conseqüentemente mais susceptíveis a tais efeitos.

Os esforços do vento em uma estrutura são processos que variam aleatoriamente, pois dependem de diversos fatores climáticos função do micro clima da região e do macro clima. Porém, observando-se os efeitos do vento sob uma visão estatística, nota-se que as velocidades do vento, assim como os seus esforços na estrutura constituem um processo estocástico, estacionário e ergódico. Estocástico porque é constituído por infinitos históricos temporais<sup>13</sup>, estacionário porque as distribuições de probabilidade que foram obtidas ao longo dos históricos considerados não dependem do total absoluto, e por fim é ergódico pela igualdade entre propriedades estatísticas obtidas para uma única série temporal e as obtidas ao longo de todas as séries disponíveis.

---

<sup>13</sup> Na prática é impossível dispor de infinitos históricos, por isso considera-se que os históricos conhecidos refletem bem os efeitos em questão.

Observando o vento, nota-se que o valor e a direção do vetor da velocidade instantânea variam em torno de uma velocidade média. Estas variações ou flutuações de velocidade são conhecidas como rajadas do vento. A norma brasileira de ventos, NBR 6123 (1988), estabelece que a velocidade média permanece constante por um longo período de tempo, produzindo efeitos que podem ser considerados estáticos nas estruturas. Em compensação, a parcela flutuante das velocidades pode induzir efeitos dinâmicos importantes em estruturas muito esbeltas.

O primeiro passo para analisar os efeitos do vento numa estrutura, no caso uma torre de transmissão, é listar todas as possíveis forças que este pode provocar na mesma. A principal força incidindo nesta estrutura é causada pelo vento, sendo predominante a parcela correspondente à componente média das velocidades do vento. Por ter um tempo alto de aplicação, esta parcela pode ser admitida como uma força de efeito estático. No entanto, alguns efeitos dinâmicos devem ser verificados. As forças de martelamento devidas à turbulência atmosférica, definidas como a excitação da estrutura pela componente flutuante da velocidade do vento, são as principais forças dinâmicas a que uma torre de transmissão está sujeita. No caso de esforços causados por desprendimento de vórtices, a componente da força na direção do vento é pequena quando comparada à sua componente na direção transversal. Cada barra da estrutura está sujeita a esforços originados pelo desprendimento de vórtices, porém este fenômeno não é significativo para a estrutura como um todo, por isso este tipo de força será desconsiderada. O fenômeno da instabilidade aerodinâmica por galope é caracterizado por grandes amplitudes de vibração em baixas frequências e é dependente do surgimento de uma determinada velocidade, chamada de velocidade de disparo. Porém, como a estrutura da torre de transmissão tem frequências naturais em geral acima de 0,5 Hz, este efeito pode ser descartado. Por fim, o efeito da instabilidade dinâmica por drapejamento, característico de pontes pênses, caracterizado por oscilações envolvendo dois graus de liberdade, um de rotação e outro de deslocamento vertical, acoplados em oscilação instável, não é suscetível em torres de transmissão por causa da sua geometria e das altas frequências naturais, CARRIL (2000).

Portanto, os principais carregamentos a serem estudados serão os causados pela velocidade média do vento, que podem ser aproximados por cargas estáticas, e os de martelamento, causados pela componente flutuante do vento devido à turbulência atmosférica.

Para a aplicação destas forças na estrutura, alguns fatores devem ser levados em conta, como:

- Razão de aspecto<sup>14</sup>;
- Índice de área exposta<sup>15</sup>;
- Forma das barras da treliça;
- Efeito de proteção do reticulado de barlavento;
- Tipo de consideração da turbulência do vento;
- Orientação da estrutura em relação ao vento;
- Inclinação das barras da estrutura;
- Local de construção da torre;
- Variação da velocidade do vento com a altura;
- Rugosidade do terreno;
- Outras estruturas próximas ou vizinhas.

Em estruturas com período fundamental igual ou inferior a 1 s, a vibração devido à ação da componente flutuante é pequena. Pode-se então efetuar a análise estática indicada pela norma brasileira, NBR 6123 (1988), na qual os efeitos quase-estáticos da força causada pela velocidade de pico já se encontram considerados no coeficiente  $S_2$ . Para a análise dinâmica, o fator de rajada, dentro do fator  $S_2$  será associado a um intervalo longo de tempo, igual a 10 minutos, como será visto mais adiante.

Neste capítulo são apresentados e detalhados os esquemas de cálculo propostos pelas NBR 6123 (1988) e pela NBR 5422 (1985) para as forças estáticas equivalentes causadas pela parcela média do vento para torres treliçadas, assim como o esquema de

---

<sup>14</sup> Razão entre o comprimento e a altura da estrutura.

<sup>15</sup> Relação entre a área efetiva de face das barras da estrutura e a área delimitada pelas bordas da estrutura.

cálculo para o modelo discreto da NBR 6123, que calcula forças pseudo-dinâmicas de vento. O esquema de cálculo das forças dinâmicas causadas pela parcela flutuante da velocidade do vento será apresentado de acordo com os espectros do vento adotados e séries de Fourier. Para todos os casos serão calculados os esforços estáticos nos cabos, isoladores e no corpo da torre.

## **4.1 Cargas estáticas equivalentes**

Como dito anteriormente, em algumas estruturas os esforços causados pela velocidade máxima do vento podem ser considerados como esforços estáticos na estrutura. Observando as normas NBR 5422 e NBR 6123, nota-se que os esquemas de cálculo são um pouco diferentes. A seguir serão apresentados os esquemas de cálculo para cada uma das duas normas.

### **4.1.1 Modelo de cálculo NBR 6123**

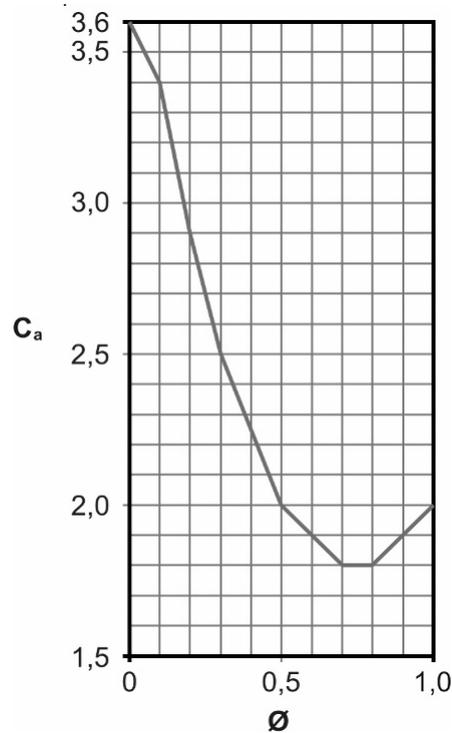
#### **4.1.1.a Ações do vento na torre**

Torres de seção quadrada, com reticulados iguais em todas as faces de uma seção considerada, constituem casos especiais, nos quais é possível determinar a força estática equivalente do vento subdividindo a torre em vários painéis de comprimento inferior a 10 m. Para cada painel a força de arrasto do vento é determinada de acordo com a equação (145).

$$F_6 = C_{a6} q A_e, \quad (145)$$

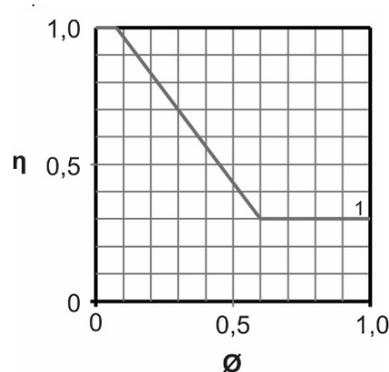
na qual  $A_e$  é a área de projeção ortogonal das barras de uma face do painel sobre um plano vertical,  $q$  é a pressão dinâmica e  $C_{a6}$  é o coeficiente de arrasto. Esta força será aplicada no centro da área do painel.

Para o cálculo do coeficiente de arrasto para os painéis de torres com seções quadradas, constituídas por barras com seções planas e cantos vivos ou levemente arredondados, é utilizada a Figura 8 extraída da NBR 6123.



**Figura 8 – Coeficiente de arrasto para torres reticuladas.**

sendo  $\phi$  o índice de área exposta, dado pela relação entre a área frontal efetiva do reticulado do painel e a área frontal da superfície limitada pelo seu contorno.



**Figura 9 – Fator de proteção  $\eta$ .**

O coeficiente de arrasto para a face de sotavento é o mesmo para a face de barlavento, porém com uma correção dada pelo fator de proteção  $\eta$ . Esta proteção é causada pelas barras da face de barlavento. O fator de proteção é função do afastamento

relativo dado pela relação da distância entre os reticulados e sua largura<sup>16</sup> e do índice de área exposta. O cálculo de  $\eta$  é efetuado pela Figura 9.

A pressão dinâmica do vento  $q$  (em  $kN/m^2$ ) é calculada de acordo com a velocidade característica do vento (em m/s), conforme a expressão

$$q = 6,13 \cdot 10^{-4} V_k^2, \quad (146)$$

na qual  $V_k$  é a velocidade característica do vento, calculada em função da velocidade básica do vento ( $V_o$ ), que é a velocidade de uma rajada de 3 s, excedida em média uma vez a cada 50 anos, a 10 m acima do terreno em campo aberto e plano, corrigida pelos fatores topográfico ( $S_1$ ), rugosidade do terreno, dimensões da edificação e altura sobre o terreno ( $S_2$ ) e estatístico ( $S_3$ ), de acordo com a expressão

$$V_k = V_o S_1 S_2 S_3. \quad (147)$$

O fator topográfico  $S_1$  leva em consideração as variações do relevo do terreno. Para terreno plano ou fracamente acidentado, característico da região onde a torre de transmissão estudada se encontra, o fator vale

$$S_1 = 1,0. \quad (148)$$

Para outros tipos de topografia como morros, taludes e vales, consultar norma NBR 6123, pág. 5.

O fator  $S_2$ , que leva em conta a rugosidade do terreno, as dimensões da edificação (no caso da torre), o período de integração<sup>17</sup> e a altura acima do terreno, é calculado de acordo com a expressão

$$S_2 = b F_r \left( \frac{z}{10} \right)^p, \quad (149)$$

---

<sup>16</sup> No caso de torres de seção quadrada esta relação será sempre igual a 1.

<sup>17</sup> O período de integração é o intervalo de tempo dentro do qual as velocidades medidas serão utilizadas para a obtenção de uma velocidade média.

sendo  $z$  a altura do centro do painel,  $b$  e  $p$  parâmetros meteorológicos definidos em função das categorias de rugosidade do terreno, das classes da edificação<sup>18</sup> e da altura do contorno superior da camada atmosférica (NBR 6123, págs. 8 e 9). O fator de rajada  $F_r$  é sempre calculado correspondente à categoria II. A torre de transmissão em estudo foi definida como pertencente à categoria de rugosidade II e com classe A para a torre e os isoladores e classe >C para cabos (valores retirados da pág. 42 da NBR 6123). Para esta torre, os parâmetros meteorológicos e o fator de rajada são mostrados na Tabela 1.

**Tabela 1 – Parâmetros meteorológicos e o fator de rajada.**

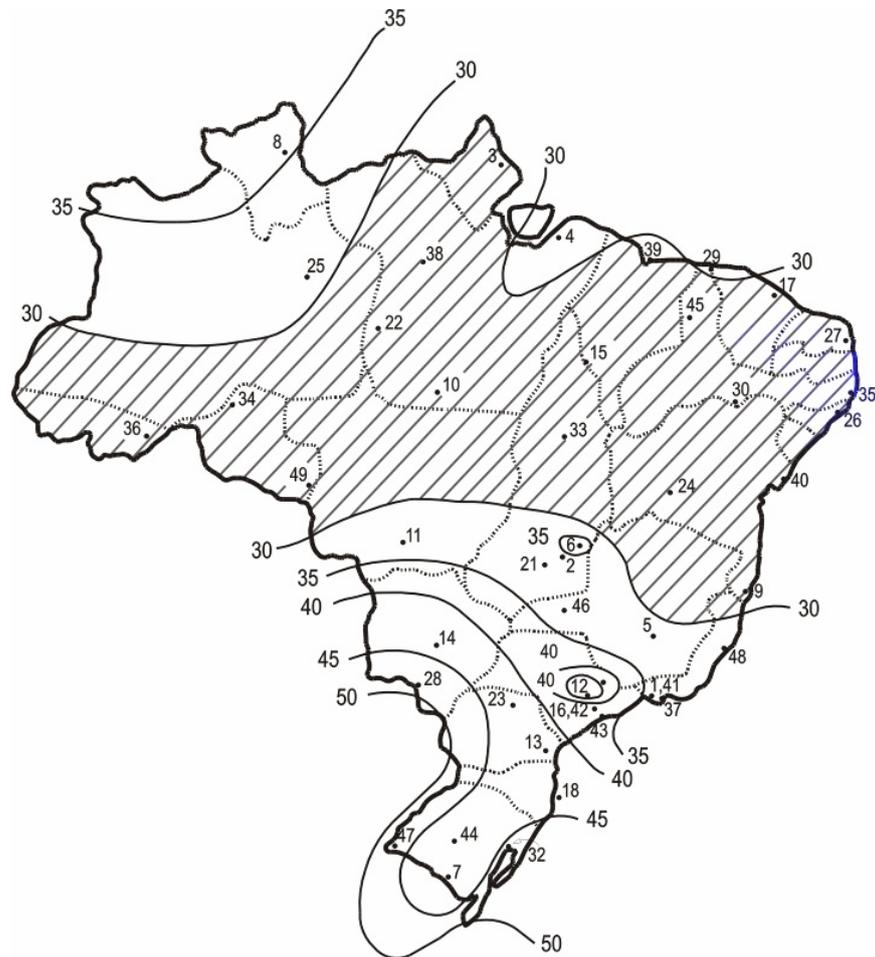
| Categoria | Parâmetro | Classe A | Classe >C |
|-----------|-----------|----------|-----------|
|           |           | t=3s     | t=30s     |
| II        | $b$       | 1,00     | 1,00      |
|           | $F_r$     | 0,95     | 0,87      |
|           | $p$       | 0,10     | 0,115     |

O fator estatístico  $S_3$  é baseado em conceitos estatísticos e considera o grau de segurança requerido e a vida útil da edificação. A velocidade básica do vento é calculada para um período de recorrência de 50 anos, e a probabilidade de que esta velocidade seja igualada ou excedida neste período é de 63%. Para este nível de probabilidade (0,63) e vida útil (50 anos) a norma NBR 6123, na pág. 10, fornece valores para o fator  $S_3$ . Caso seja necessário adotar um outro nível de probabilidade, a norma apresenta no anexo B uma expressão que é função do nível de probabilidade e da vida útil da estrutura. Para a torre em estudo será adotado o valor referente ao Grupo 3.

$$S_3 = 0,95. \quad (150)$$

<sup>18</sup> As classes da edificação nada mais são que a definição dos parâmetros meteorológicos para cada período de integração. Por exemplo, a classe A representa um período de integração de 3 s, a classe B de 5 s e a classe C de 10 s. Os valores obtidos para o período de 30 s foram retirados do anexo A da norma NBR 6123.

A velocidade básica do vento ( $V_o$ ) é dada pelo seguinte mapa de isopletas do vento para o Brasil.

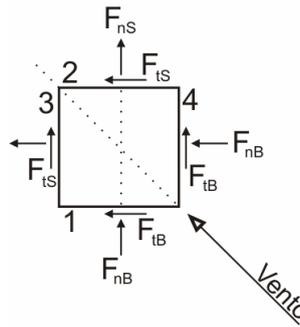


**Figura 10 – Mapa das isopletas do vento ( $V_o$  em m/s).**

Substituindo a equação do fator  $S_2$  (149) na equação da velocidade característica (147) e, substituindo o resultado na equação (146), obtém-se uma equação para a pressão dinâmica do vento em função da altura  $z$  a ser considerada.

$$q = 6,13 \cdot 10^{-4} (V_o S_1 S_3 b F_r)^2 \left( \frac{z}{10} \right)^{2p} \quad (151)$$

Como já mostrado, a força do vento em uma estrutura reticulada com seção quadrada deve ser calculada tanto para a face de barlavento quanto para a face de sotavento. Para tanto, a força de arrasto na torre deve ser decomposta nas faces em direções perpendiculares e paralelas, conforme Figura 11.



**Figura 11 – Componentes da força de arrasto.**

**Tabela 2 – Fator  $FA$  para as faces de barlavento e sotavento com o vento incidindo em  $0^\circ$  e  $45^\circ$ .**

| Direção do Vento | $FA$   | FACES DE BARLAVENTO |                       | FACES DE SOTAVENTO |      |
|------------------|--------|---------------------|-----------------------|--------------------|------|
|                  |        | 1                   | 2                     | 3                  | 4    |
|                  | $FA_n$ | $\frac{1}{1+\eta}$  | $\frac{\eta}{1+\eta}$ | 0                  | 0    |
|                  | $FA_t$ | 0                   | 0                     | 0                  | 0    |
|                  | $FA_n$ | 0,20                | 0,15                  | 0,15               | 0,20 |
|                  | $FA_t$ | 0,20                | 0,15                  | 0,15               | 0,20 |

Estas forças decompostas devem ser corrigidas pelo fator  $FA$ .

$$\begin{cases} F_{nB} = FA_n F_B \\ F_{tB} = FA_t F_B \end{cases} \text{ para face de barlavento,}$$

$$\begin{cases} F_{nS} = FA_n F_S \\ F_{tS} = FA_t F_S \end{cases} \text{ para face de sotavento,}$$

sendo  $F_n$  a força na direção perpendicular e  $F_t$  a força na direção paralela. A Tabela 2 mostra os valores de  $FA$  para vento incidindo perpendicularmente à face de barlavento e vento incidindo a  $45^\circ$  em relação à mesma.

### 4.1.1.b Ações do vento nos cabos

Para ações nos cabos, considerando o vento incidindo perpendicularmente aos mesmos<sup>19</sup>, a força de arrasto pode ser calculada por

$$F_{ca6} = C_{aca6} q l d, \quad (152)$$

na qual  $C_{aca6}$  é o coeficiente de arrasto para fios e cabos<sup>20</sup>,  $q$  é a pressão dinâmica,  $l$  é o comprimento do cabo e  $d$  é o diâmetro da seção do cabo.

Se o vento incidir em certo ângulo  $\theta$  em relação à direção perpendicular ao cabo, a força de arrasto nesta direção é dada por

$$F_{nca6} = C_{aca6} q l d \text{sen}^2 \theta. \quad (153)$$

A componente da força de arrasto paralela à direção do cabo pode ser desprezada, por ser muito pequena.

O número de Reynolds (Re) para o cálculo do coeficiente de arrasto para cabos é dado por

$$\text{Re} = 70000 V_k d, \quad (154)$$

sendo  $V_k$  a velocidade característica do vento, definida pela equação (147) em m/s, e  $d$  o diâmetro da seção do cabo em metros.

O coeficiente de arrasto também é função das relações entre o comprimento do cabo ( $l$ ) e o diâmetro do cabo ( $d$ ), do raio dos fios secundários da camada externa do cabo ( $r'$ ) e o diâmetro do cabo ( $d$ ). A Tabela 3 mostra os valores para o coeficiente de arrasto para cabos com a relação  $l/d > 60$ <sup>21</sup>.

Valores intermediários para o coeficiente de arrasto ( $C_{aca}$ ) são obtidos por interpolação.

<sup>19</sup> Por ser esta a situação mais crítica.

<sup>20</sup> O coeficiente de arrasto para fios e cabos depende do número de Reynolds (Re), pois este indica se o escoamento é laminar ou turbulento.

<sup>21</sup> Relação que engloba os cabos utilizados nesta torre.

**Tabela 3 – Número de Reynolds de acordo com a relação entre o raio dos fios da camada externa do cabo e seu comprimento.**

| Número de Reynolds       | $r'/d \leq \frac{1}{30}$ | $r'/d \geq \frac{1}{25}$ |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $Re \leq 2,5 \cdot 10^4$ | 1,2                      | 1,3                      |
| $Re \geq 4,2 \cdot 10^4$ | 0,9                      | 1,1                      |

### **4.1.1.c Ações do vento nas cadeias de isoladores**

Para a determinação da força de arrasto do vento nos isoladores deve-se adotar uma velocidade do vento característica para a altura do centro de gravidade dos mesmos. Esta força é dada por

$$F_{i6} = C_{ai6} q A_{ei}, \quad (155)$$

onde  $C_{ai6}$  é o coeficiente de arrasto dos isoladores que vale 1,20,  $q$  é a pressão dinâmica do vento e  $A_{ei}$  é a área de projeção ortogonal dos isoladores sobre um plano vertical.

## **4.1.2 Modelo de cálculo NBR 5422**

### **4.1.2.a Ações do vento na torre**

Assim como no modelo de cálculo da NBR 6123, para a determinação das forças do vento a torre deve ser dividida em painéis de comprimento inferior a 10 m. A velocidade do vento é corrigida para a altura do painel considerado, sendo considerada no centro da área do painel.

Para torres metálicas treliçadas de seção transversal quadrada, a força de arrasto do vento para as faces de barlavento pode ser calculada pela expressão

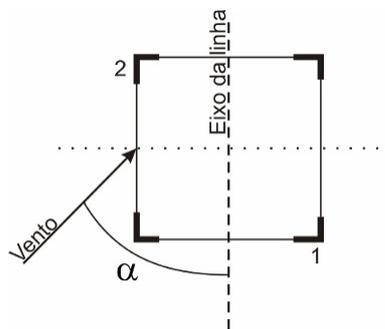
$$F_5 = q_o \left(1 + 0,2 \text{sen}^2 2\alpha\right) \left(A_{e1} C_{a51} \cos^2 \alpha + A_{e2} C_{a52} \text{sen}^2 \alpha\right), \quad (156)$$

sendo  $q_o$  a pressão dinâmica de referência,  $\alpha$  o ângulo entre a direção do eixo da linha de transmissão e a direção do vento,  $A_{e1}$  a área efetiva da face 1, projetada ortogonalmente num plano vertical,  $C_{a51}$  o coeficiente de arrasto para a face 1,  $A_{e2}$  a área efetiva da face 2, também projetada ortogonalmente num plano vertical, e  $C_{a52}$  o coeficiente de arrasto para a face 2. Observa-se que quando  $\alpha$  é igual a  $0^\circ$ , a parcela referente a face 2 não exerce influência no cálculo da força de arrasto.

A pressão dinâmica de referência é uma função da massa específica do ar no local da construção da torre ( $\rho$ ) e da velocidade do vento de projeto ( $V_p$ ), calculada pela expressão

$$q_o = 0,5 \cdot 10^{-3} \rho V_p^2, \quad (157)$$

onde  $\rho$  é dado em  $kg/m^3$  e  $V_p$  em  $m/s$  e  $q_o$  em  $kN/m^2$ .



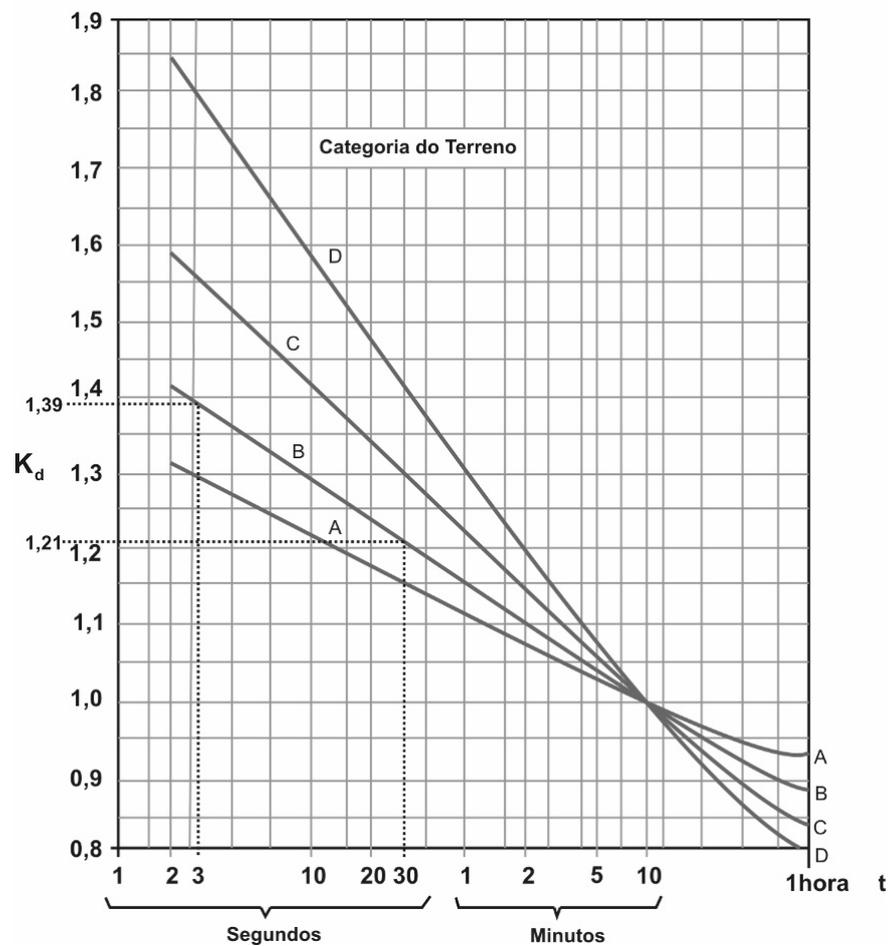
**Figura 12 – Ângulo  $\alpha$  de acordo com o eixo da linha de transmissão.**

Sabe-se que existe um gradiente de temperatura natural da terra, no qual a temperatura varia de certo valor na superfície e vai diminuindo à medida que a altitude aumenta. Portanto, a massa específica do ar no local da construção da torre deve ser corrigida em função da altitude. Esta correção é dada pela equação

$$\rho = \left( \frac{1,293}{1 + 0,00367T} \right) \left( \frac{16000 + 64T - H}{16000 + 64T + H} \right), \quad (158)$$

sendo  $T$  a temperatura em  $^{\circ}C$  e  $H$  a altitude média da região de implantação da torre em metros.

A velocidade do vento de projeto, assim como a velocidade característica no modelo da NBR 6123, é função de parâmetros de rugosidade do terreno, da altura do painel a ser considerado, da velocidade básica do vento e de parâmetros de correção para o período de integração. A norma NBR 5422 recomenda que sejam adotados valores para o período de integração para a torre e isoladores de  $t=2$  s e para os cabos de  $t=30$  s. Como são escassos os dados para a obtenção dos fatores meteorológicos  $b$ ,  $p$  e do fator de rajada  $F_r$  para um período de 2 s no modelo de cálculo da NBR 6123, é adotado no modelo da norma NBR 5422 um período de integração de 3 s para a torre e isoladores, para que os resultados fiquem consistentes.



**Figura 13 – Fator de correção do período de integração.**

A velocidade do vento de projeto (em m/s) pode ser calculada de acordo com a expressão

$$V_p = K_r K_d \left( \frac{z}{10} \right)^{1/n} V_b, \quad (159)$$

sendo  $K_r$  o coeficiente de rugosidade do terreno,  $K_d$  o coeficiente de correção para o período de integração,  $z$  a altura do centro do painel considerado,  $n$  o coeficiente de correção da velocidade do vento em função da altura  $z$  e  $V_b$  a velocidade básica do vento.

Para a torre em estudo a categoria do terreno foi definida como B.

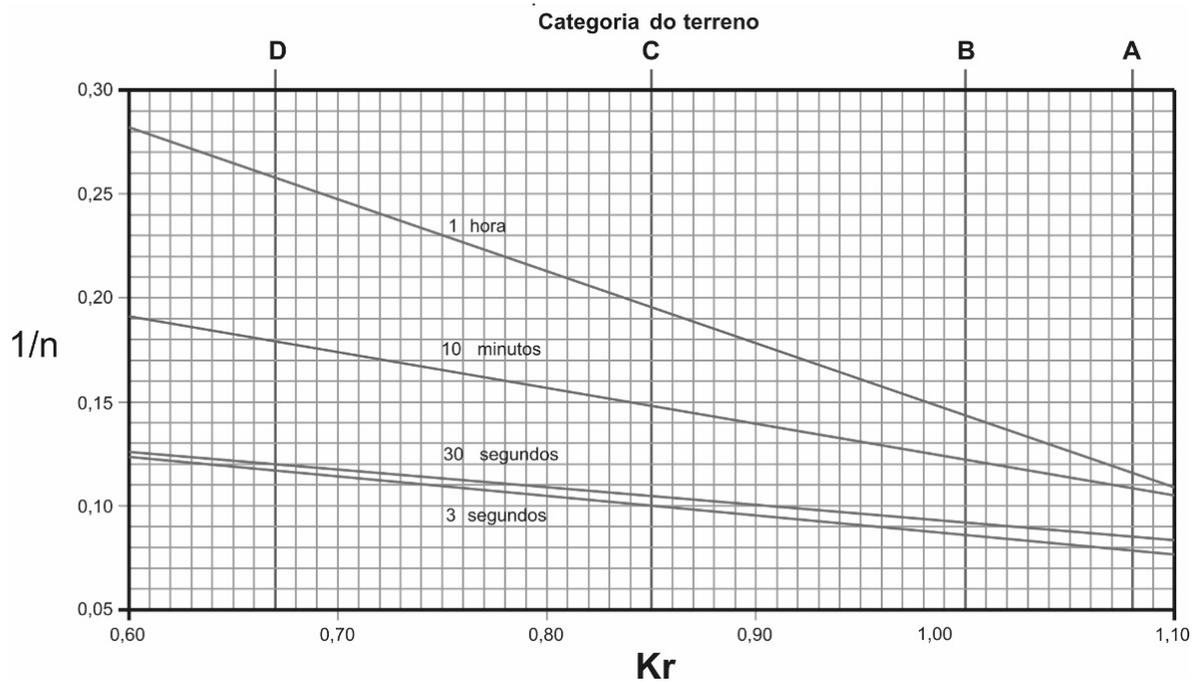
O coeficiente de correção ( $K_d$ ) é função da categoria do terreno e do período de integração adotado, e pode ser obtido para os períodos de 3 s e de 30 s pela Figura 13.

O coeficiente de rugosidade do terreno ( $K_r$ ) é definido em função da categoria do terreno onde a torre se encontra. O valor do coeficiente de rugosidade para um terreno de categoria B vale 1,0.

Observa-se neste gráfico que todas as quatro curvas, referentes às quatro diferentes categorias do terreno, coincidem exatamente num ponto. Neste ponto o tempo vale 10 minutos e  $K_d$  vale 1,0. Isto significa que as velocidades básicas do vento foram calculadas para uma velocidade média, para cada região, com um tempo de integração de 10 minutos. Para os casos de 3 s para torre e isoladores e de 30 s para os cabos o fator de correção é de 1,39 e 1,21, respectivamente.

O coeficiente de correção da velocidade do vento ( $n$ ) em função da altura ( $z$ ) é obtido de acordo com a Figura 14. O valor deste coeficiente depende da categoria do terreno e do período de integração.

Para a categoria do terreno B, que equivale a um coeficiente de rugosidade do terreno de 1,00, os valores de  $1/n$  para os tempos de integração de 3 s e de 30 s valem respectivamente 0,086 e 0,092, portanto para estes dois tempos  $n$  vale 11,63 e 10,87 (ver Figura 14).



**Figura 14 – Coeficiente de correção da velocidade do vento.**

A velocidade básica do vento é a velocidade de uma rajada referida a um período de retorno de 50 anos, a 10 metros de altura do solo, com um período de integração de 10 minutos, medida para um terreno de categoria B.



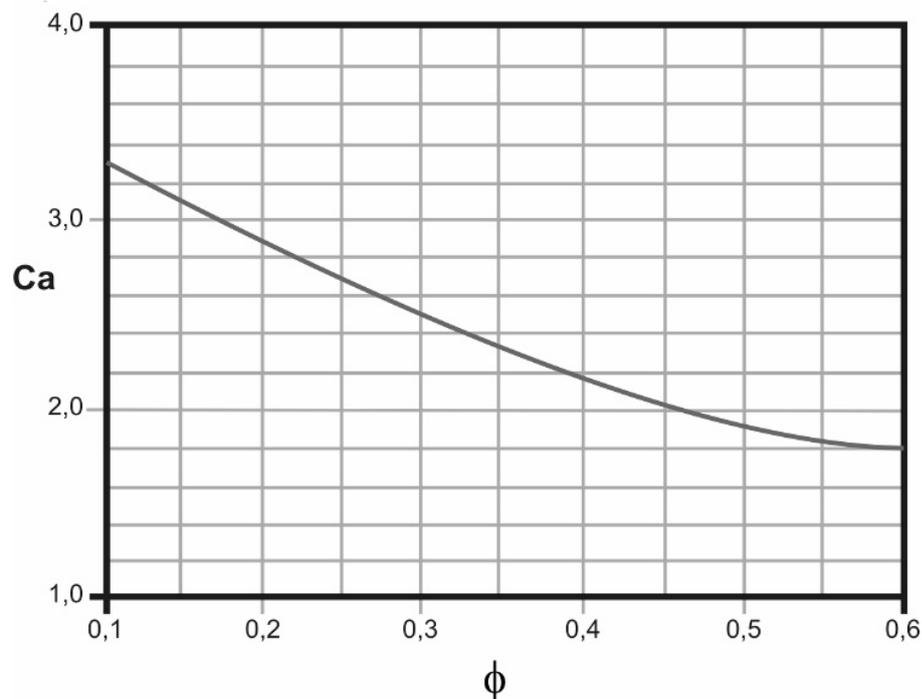
**Figura 15 – Isopletas do vento para velocidade básica.**

A Figura 15 contém o mapa com as isopletas do vento de acordo com esta velocidade básica.

Os coeficientes de arrasto para torres de transmissão compostas por barras de cantoneiras são obtidos para cada painel em função da relação entre a área efetiva das barras do painel e a área delimitada pelo seu contorno, conhecida como índice de área exposta, de acordo com a equação

$$\phi = \frac{A_{efetiva}}{A_{contorno}}. \quad (160)$$

Com o auxílio da Figura 16 é possível obter os coeficientes de arrasto para os painéis da torre em ambas as faces de acordo com este índice.



**Figura 16 – Coeficiente de arrasto para torres compostas por cantoneiras.**

Infelizmente a norma NBR 5422 não traz nenhuma citação referente aos esforços do vento para os reticulados de sotavento. A norma somente trata da aplicação das cargas do vento para as faces de barlavento. Portanto, para o modelo de cálculo da NBR 5422 somente serão inseridas cargas nas faces de barlavento, desconsiderando os esforços do vento para as faces de sotavento.

### 4.1.2.b Ações do vento nos cabos

Os esforços decorrentes da ação do vento nos cabos em um vão de comprimento  $L_v$ , aplicado perpendicularmente ao cabo<sup>22</sup> no seu ponto de fixação na torre é calculado pela expressão

$$F_{ca5} = q_o C_{aca5} \beta d \frac{L_v}{2} \text{sen}^2 \alpha, \quad (161)$$

sendo  $q_o$  a pressão dinâmica de referência,  $C_a$  o coeficiente de arrasto para o cabo, que é igual a 1,0,  $\beta$  é o fator de efetividade, adimensional, função do vão entre as torres ( $L_v$ ), dado pela Figura 17, e  $\alpha$  é o ângulo definido na Figura 22.

Na Figura 17, os valores obtidos para o fator de efetividade são somente válidos para um tempo de integração menor ou igual a 30 segundos.

A velocidade de projeto deve ser corrigida para a altura média dos cabos ao longo do vão.

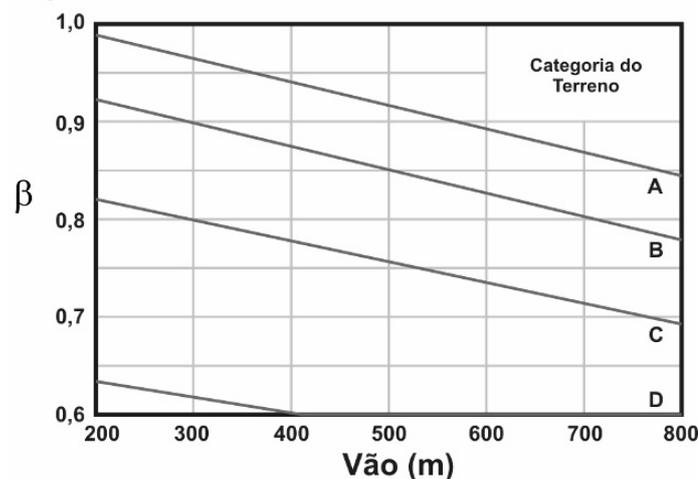


Figura 17 – Fator de efetividade  $\beta$ .<sup>23</sup>

<sup>22</sup> Somente será considerado o esforço da parcela da força do vento perpendicular ao cabo, a parcela paralela será desconsiderada.

<sup>23</sup> O fator de efetividade foi mudado de símbolo para não ser confundido com o ângulo  $\alpha$ , pois este fator na norma chama-se fator de efetividade  $\alpha$ .

### 4.1.2.c Ações do vento nas cadeias de isoladores

O esforço decorrente da ação do vento nas cadeias de isoladores, aplicado na direção do vento no ponto de suspensão da cadeia de isoladores, é dado por:

$$F_{i5} = q_o C_{ai5} A_{ei}, \quad (162)$$

onde  $C_{ai5}$  é o coeficiente de arrasto dos isoladores, que vale 1,20,  $q_o$  é a pressão dinâmica de referência e  $A_{ei}$  é a área de projeção ortogonal dos isoladores sobre um plano vertical.

Na determinação da força de arrasto do vento nos isoladores deve-se adotar uma velocidade do vento de projeto para a altura do centro de gravidade dos mesmos.

### 4.1.3 Modelo discreto NBR 6123

O modelo discreto da norma NBR 6123, usado para a determinação de cargas pseudo-dinâmicas na direção do vento, é aplicável a estruturas com propriedades variáveis ao longo da altura.

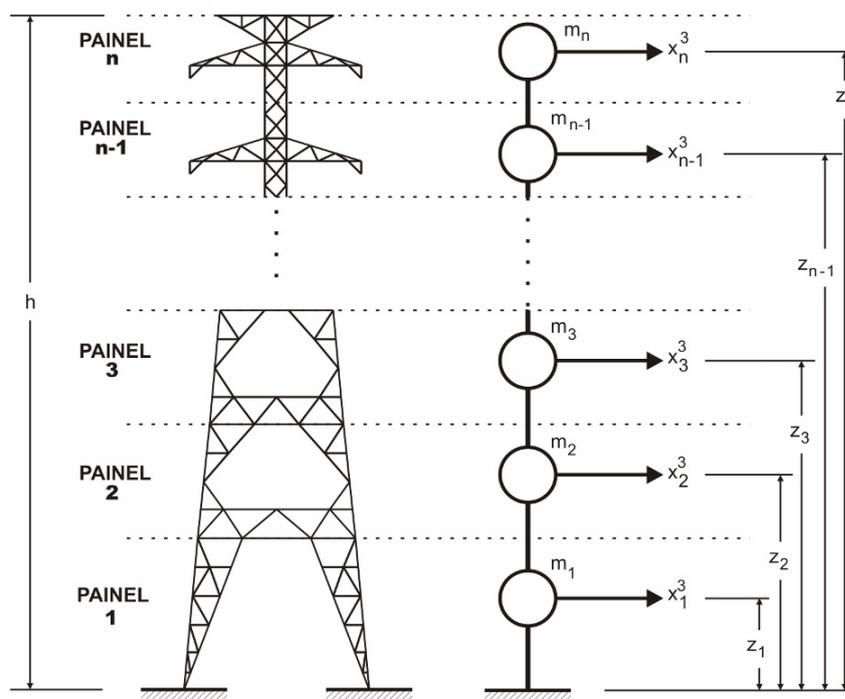


Figura 18 – Esquema para o modelo dinâmico discreto.

A estrutura deve ser dividida em painéis<sup>24</sup> e cada painel deve ser representado por uma massa discreta<sup>25</sup> e um deslocamento modal, considerados no centro de gravidade do painel. A Figura 18 ilustra esta discretização.

Sendo na Figura 18  $n$  o número de painéis da estrutura,  $m_i$  o valor da massa discreta do painel  $i$ ,  $z_i$  a coordenada vertical do centro de gravidade do painel  $i$  em relação ao solo,  $h$  a altura total da torre e  $x_i^j$  o deslocamento modal do painel  $i$  referente ao modo de vibração  $j$ <sup>26</sup>.

O próximo passo é obter as frequências naturais de vibração do modelo discretizado e seus respectivos deslocamentos modais. Segundo a NBR 6123, um modelo discretizado com 10 graus de liberdade, ou seja, a estrutura dividida em 10 painéis, já possui uma precisão de resultados admissível. Porém, dependendo da complexidade da estrutura, sua geometria e elementos, onde a mesma apresenta variações importantes ao longo da altura, deverá ser considerado um número maior de graus de liberdade para a estrutura discretizada. A retenção de apenas um modo de vibração da estrutura discretizada, ou seja, o modo fundamental, usualmente é suficiente, exceto no caso de estruturas muito esbeltas ou com rigidez fortemente variável. Neste caso, devem ser computadas, sucessivamente, as contribuições dos modos 1, 2, 3... até que as forças equivalentes associadas ao último modo calculado sejam desprezíveis, NBR 6123 (1988).

O cálculo da pseudo-componente flutuante da força é feito por:

$$f_p(t) = F_H \psi_i x_i^j, \quad (163)$$

sendo  $F_H$ <sup>27</sup> dado pela equação (166) e  $\psi_i$  dado pela equação (169).

---

<sup>24</sup> A divisão dos painéis será idêntica à utilizada no cálculo das cargas estáticas equivalentes usando os modelos da NBR 6123 e da NBR 5422.

<sup>25</sup> A massa a ser considerada é a massa de todo o painel, e não somente a massa das barras da face analisada.

<sup>26</sup> Na Figura 18  $j$  vale 3, ou seja são os deslocamentos modais do terceiro modo.

<sup>27</sup> Lembrando que  $i$  representa o painel onde a força será calculada, ou o grau de liberdade do modelo discretizado, e  $j$  representa o modo de vibração.

$$F_H = q_o b^2 A_o \wp \left[ \frac{\sum_{i=1}^n \beta_i x_i^j}{\sum_{i=1}^n \psi_i (x_i^j)^2} \right], \quad (164)$$

onde  $q_o$  é a pressão dinâmica calculada pela equação (167),  $b$  é obtido através da Tabela 4,  $A_o$  é uma área arbitrária de referencia<sup>28</sup>,  $\wp$  é o coeficiente de amplificação dinâmica calculado pela Figura 19<sup>29</sup>,  $\beta_i$  é dado pela equação (170) e  $x_i^j$  o deslocamento modal do grau de liberdade  $i$  referente o modo  $j$ .

**Tabela 4 – Parâmetro meteorológico  $b$ .**

| Categoria | $z_g$ | Parâmetro | Classe >C<br>t=10 min |
|-----------|-------|-----------|-----------------------|
| II        | 300m  | $b$       | 1,00                  |

A categoria da torre foi definida no item 4.1.1.

Para  $q_o$  (em  $kN/m^2$ ),

$$q_o = 6,13 \cdot 10^{-4} V_p^2, \quad (165)$$

sendo  $V_p$ , a velocidade de projeto, sendo dado (em m/s) por

$$V_p = F_r V_o S_1 S_3. \quad (166)$$

Os coeficientes  $S_1$  e  $S_3$  são os mesmo calculados no item 4.1.1.a usados no cálculo da força estática equivalente do vento pela NBR 6123,  $V_o$  é a velocidade básica do vento dada pelo mapa de isopletras da Figura 10 e  $F_r$  é o fator de rajada, que deve ser calculado para um período de integração de 10 minutos de acordo com a Tabela 5.

<sup>28</sup> Normalmente é a área do painel do topo da estrutura.

<sup>29</sup> Pode também ser encontrado na norma NBR 6123 da pág. 37 à pág. 41.

**Tabela 5 – Fator de rajada.**

| Categoria | $z_g$ | Parâmetro | Classe >C<br>t=10 min |
|-----------|-------|-----------|-----------------------|
| II        | 300m  | $F_r$     | 0,69                  |

E ainda, para as equações (163) e (164)

$$\psi_i = \frac{m_i}{m_o}, \quad (167)$$

$$\beta_i = C_{ai} \frac{A_i}{A_o} \left( \frac{z_i}{z_r} \right)^p, \quad (168)$$

sendo  $m_i$  a massa discretizada do painel  $i$ ,  $m_o$  uma massa de referência arbitrária<sup>30</sup>,  $C_{ai}$  o coeficiente de arrasto para o painel  $i$  calculado usando a Figura 8<sup>31</sup>,  $A_i$  a área do painel  $i$ ,  $z_i$  a cota vertical do centro de gravidade do painel  $i$ ,  $z_r$  a altura de referência para o cálculo da velocidade básica do vento, no caso é igual a 10 metros e  $p$  é dado pela Tabela 6.

**Tabela 6 – Parâmetro meteorológico  $p$ .**

| Categoria | $z_g$ | Parâmetro | Classe >C<br>t=10 min |
|-----------|-------|-----------|-----------------------|
| II        | 300m  | $p$       | 0,15                  |

O coeficiente de amplificação dinâmica é calculado em função da relação entre  $l_1$  e  $h$  dada pela equação (171) de acordo com a altura total da estrutura e com o coeficiente adimensional ( $CO$ ), função do comprimento da escala de turbulência, dado em (172).

---

<sup>30</sup> Normalmente a massa do painel do topo da estrutura.

<sup>31</sup> O coeficiente de arrasto é calculado da mesma forma que foi calculado para as cargas estáticas equivalentes conforme a NBR 6123.

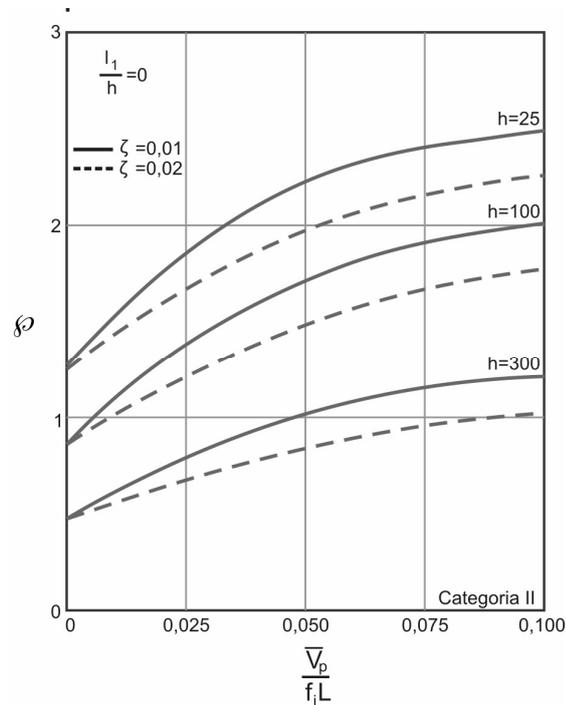
$$\frac{l_1}{h} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i}{h^2}, \quad (169)$$

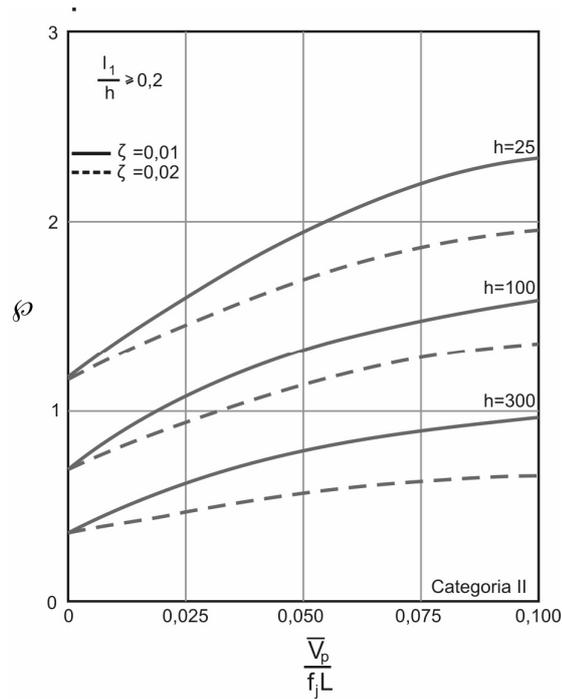
onde  $l_1$  é uma largura média da estrutura,  $h$  a altura total e  $A_i$  a área de cada painel. O coeficiente adimensional usado para a determinação do fator de amplificação dinâmico é mostrado a seguir.

$$CO = \frac{V_p}{f_j L}, \quad (170)$$

sendo  $V_p$  a velocidade de projeto calculada por (166),  $f_j$  a frequência (em Hz) do modo  $j$  e  $L$  o comprimento da escala de turbulência, que para este modelo vale 1800 m.

A Figura 19 mostra os gráficos para a determinação do coeficiente de amplificação dinâmica para a Categoria II do terreno, para as relações  $l_1/h$  de 0 e  $\geq 0,2$  e para as razões de amortecimento de 0,01 e 0,02.





**Figura 19 – Coeficiente de amplificação dinâmica  $\phi$ .**

Quando os parâmetros necessários à determinação do coeficiente de amplificação dinâmica forem diferentes dos apresentados na Figura 19, este pode ser determinado por extrapolação ou interpolação.

A equação (173) é utilizada para a determinação do valor da componente média da força do vento a ser utilizada pelo método discreto.

$$\bar{F}_p = q_o b^2 C_{ai} A_i \left( \frac{z_i}{z_r} \right)^{2p} . \quad (171)$$

De acordo com a equação (164), esta componente média<sup>32</sup> somada à pseudo-componente flutuante, calculada pela equação (163), resulta no valor da carga pseudo-dinâmica do vento a ser aplicada na estrutura.

A análise da estrutura, utilizando as cargas pseudo-dinâmicas calculadas pelo método discreto da NBR 6123, deve ser estática, pois já leva em conta o fator de amplificação dinâmica na equação (163).

<sup>32</sup> Todas as variáveis encontram-se explicadas anteriormente neste capítulo.

## 4.2 Cargas dinâmicas

As solicitações causadas pelo vento em estruturas possuem um caráter essencialmente dinâmico e aleatório. Neste capítulo são descritos métodos com os quais é possível determinar os carregamentos do vento variando conforme o tempo, os quais causam efeitos dinâmicos na estrutura.

A velocidade do vento, como dito anteriormente, pode ser decomposta em duas parcelas, de acordo com a equação:

$$V(z,t) = \bar{V}(z) + v(z,t), \quad (172)$$

sendo  $\bar{V}(z)$  a parcela da velocidade do vento correspondente à média e  $v(z,t)$  a parcela correspondente às flutuações em torno da média causadas por rajadas do vento.

Como esquema de cálculo para o presente trabalho, as forças devidas ao vento também serão decompostas em duas parcelas.

$$F = \bar{F} + f(t), \quad (173)$$

onde  $\bar{F}$  é a parcela da força do vento correspondente ao vento médio e  $f(t)$  a parcela da força devido à turbulência.

No cálculo da parcela da força correspondente à velocidade média do vento ( $\bar{F}$ ), será adotado o esquema de cálculo proposto pela NBR 6123 utilizado para o cálculo da força estática equivalente. A única diferença entre a metodologia apresentada anteriormente e esta, será na consideração do tempo de integração para o cálculo da velocidade média do vento, sendo este igual a 10 minutos para toda a estrutura, envolvendo tanto a torre em si quanto os cabos e os isoladores.

A parcela da força correspondente às velocidades turbulentas ( $f(t)$ ) será calculada de duas maneiras distintas. Uma utilizando o espectro de Davenport e outra utilizando o espectro Kaimal para a geração de sinais aleatórios de média igual a zero, PFEIL (1993), com séries de Fourier.

### 4.2.1 Modelos de espectros do vento

No cálculo dos espectros do vento, algumas variáveis devem ser definidas. A velocidade do vento, próximo à superfície da terra, tem uma diminuição no seu valor causada pelo atrito com a superfície. Sua componente tangencial à superfície pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$v_{\tau} = \frac{k\bar{V}(z)}{\ln \frac{z}{y_o}}, \quad (174)$$

sendo  $k$  a constante de Von Karman que vale aproximadamente 0,4,  $\bar{V}(z)$  a velocidade média a certa altura  $z$  e  $y_o$  a altura da rugosidade da superfície. Conforme já definido anteriormente, considerou-se para a torre em estudo, de acordo com a NBR 6123, a categoria de rugosidade de terreno como sendo Categoria II. Nesta categoria a altura máxima dos obstáculos, ou seja, a altura da rugosidade da superfície  $y_o$  é considerada igual ou inferior a 1,0m. Para este trabalho será adotado  $y_o = 1,0$

A velocidade média  $\bar{V}(z)$  a uma altura qualquer pode ser calculada em função de uma velocidade do vento a uma altura conhecida de acordo com alguns parâmetros de correção.

$$\bar{V}(z) = V_o S_1 S_3 b F_r \left( \frac{z}{10} \right)^p, \quad (175)$$

na qual  $V_o$  é a velocidade básica do vento dada pela Figura 10,  $S_1$  e  $S_3$  são respectivamente os fatores topográfico e estatístico definidos no item 4.1.1.a,  $F_r$  é o fator de rajada e  $b$  e  $p$  são os parâmetros meteorológicos. Como ficou definido um terreno de Categoria II para o local onde a torre se encontra e um período de integração de 10 minutos para a velocidade média na análise dinâmica, o parâmetro  $p$  vale 0,15,  $b$  vale 1,0 e  $F_r$  vale 0,69.

Existem vários espectros definidos para o cálculo da velocidade turbulenta do vento na direção horizontal. Neste trabalho serão utilizados os espectros de Davenport e de Kaimal elaborados a partir de características de terrenos de Categoria II.

Um espectro do vento, ou função de densidade espectral, é uma curva que representa a contribuição de cada freqüência na determinação de sinais aleatórios de média zero, que indica as flutuações na velocidade do vento.

### 4.2.1.a Espectro de Davenport

O espectro de Davenport, dado em  $m^2/s$ , é definido de acordo com a expressão, HIRIART (2001),

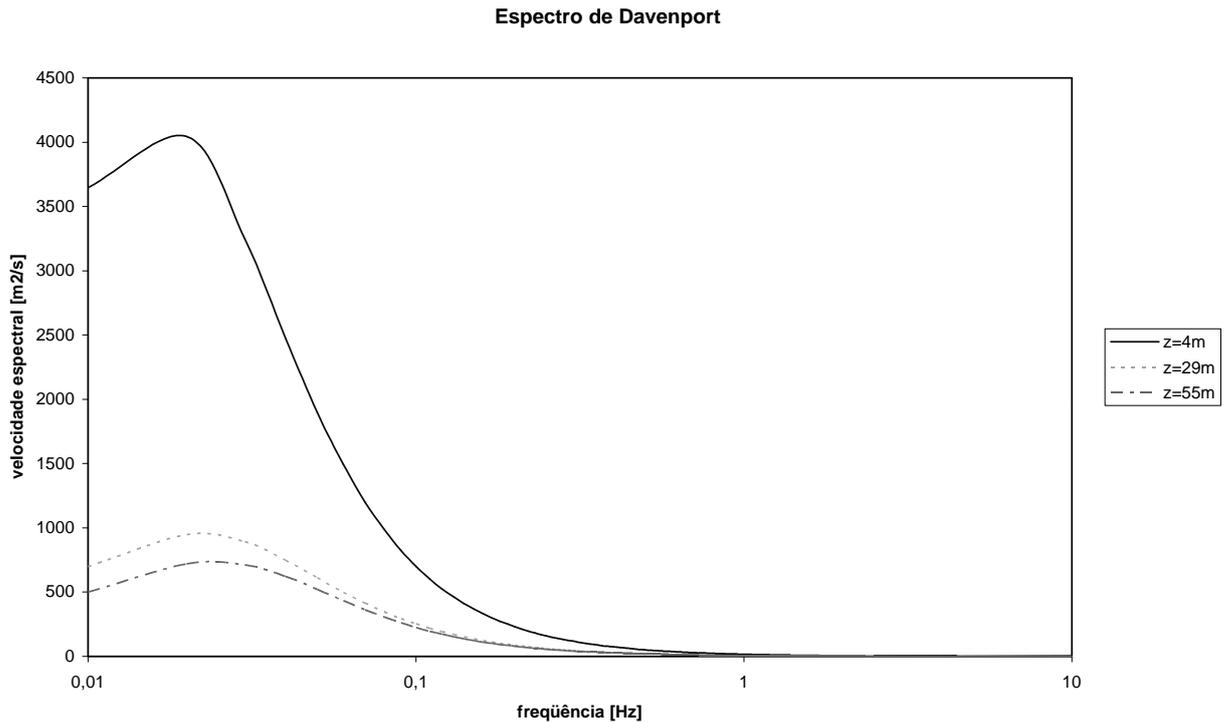
$$S_D(f) = \frac{4x^2 v_\tau^2}{f(1+x^2)^{4/3}}, \quad (176)$$

sendo  $v_\tau$  a velocidade tangencial definida pela equação (174),  $f$  a freqüência e  $x$  uma função do comprimento da escala de turbulência, definida por

$$x = \frac{Lf}{\bar{V}(z)}, \quad (177)$$

onde  $L$  é o comprimento da escala da turbulência que vale 1200 m,  $f$  é a freqüência em Hz e  $\bar{V}(z)$  é a velocidade média a uma altura  $z$ , definida pela equação (175). Para compatibilizar as análises com o espectro de Kaimal, serão utilizadas freqüências superiores a 0,01 Hz. Uma visualização deste espectro é mostrada na Figura 20 até a freqüência de 10 Hz.

Nesta figura são mostrados três espectros, um para cada altura  $z$ , 4 m, 29 m e 55 m. Observa-se que, quanto mais próximo ao solo, maior é a turbulência, e quanto menores as freqüências, maior é a intensidade das velocidades espectrais do vento.



**Figura 20 – Espectro de Davenport.**

### 4.2.1.b Espectro de Kaimal

A equação (178) define o espectro de Kaimal, HIRIART (2001).

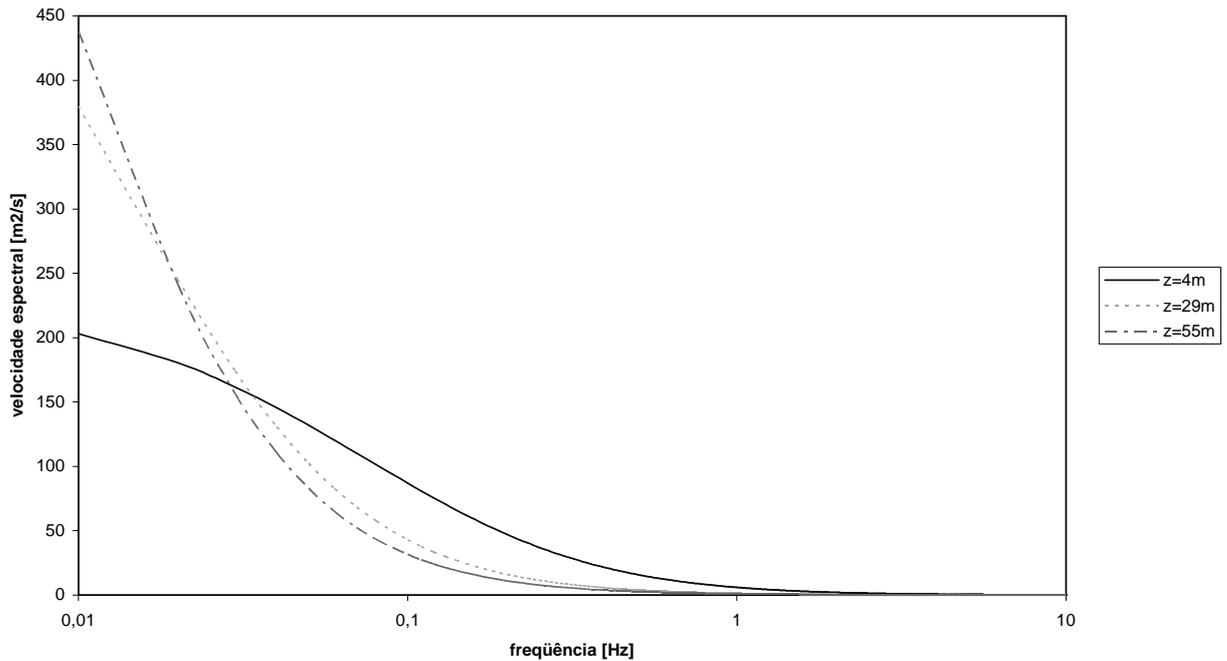
$$S_K(f) = \frac{200v_t F}{f(1+50F)^{5/3}}, \quad (178)$$

sendo  $v_t$  a velocidade tangencial definida pela equação (174),  $f$  a frequência e  $F$  a frequência normalizada, definida pela seguinte equação.

$$F = \frac{zf}{\bar{V}(z)}, \quad (179)$$

onde  $z$  é a cota da altura, e  $\bar{V}(z)$  a velocidade média calculada nesta cota, definida pela equação (175).

Observa-se da equação (178) que este espectro apresenta valores espúrios para baixas frequências. Por isso, neste trabalho este espectro será utilizado para frequências a partir de 0,01Hz, até a frequência de 10 Hz, conforme mostra a Figura 21.



**Figura 21 – Espectro de Kaimal.**

Assim como na figura do espectro de Davenport, no espectro de Kaimal são mostradas três curvas, uma para cada altura  $z$ , 4 m, 29 m e 55 m. A não ser para frequências muito baixas, observa-se o comportamento esperado de um espectro do vento, quanto mais próximo ao solo, maior a turbulência, e quanto menores as frequências, maior é a intensidade das velocidades espectrais do vento.

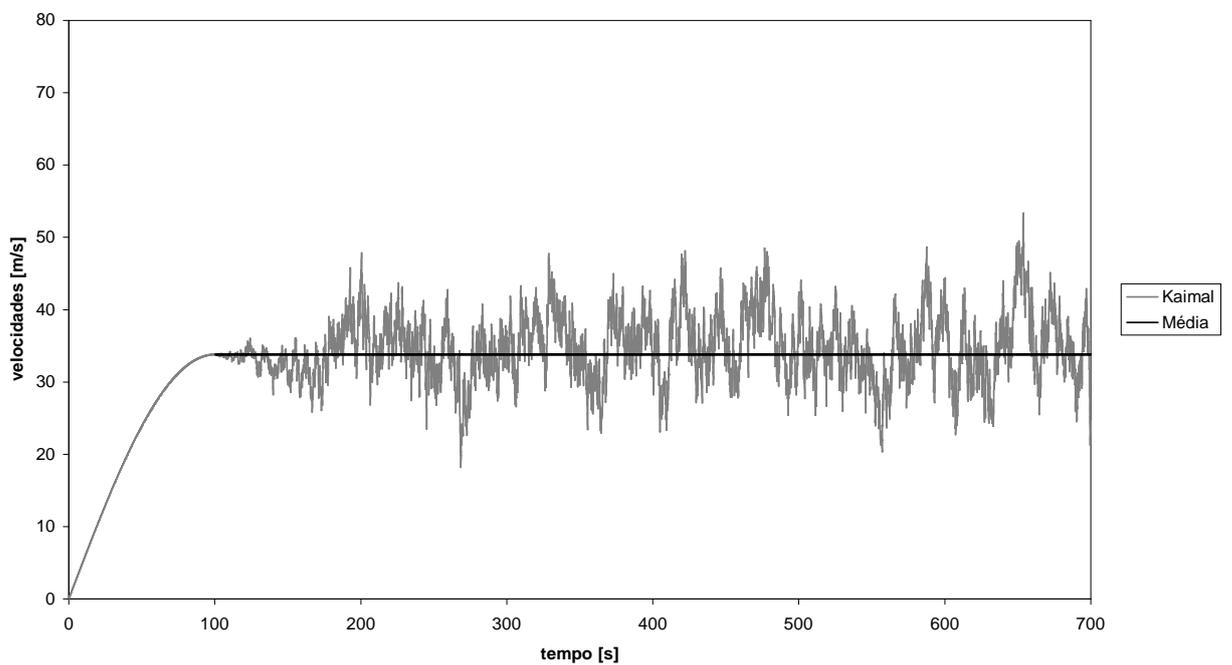
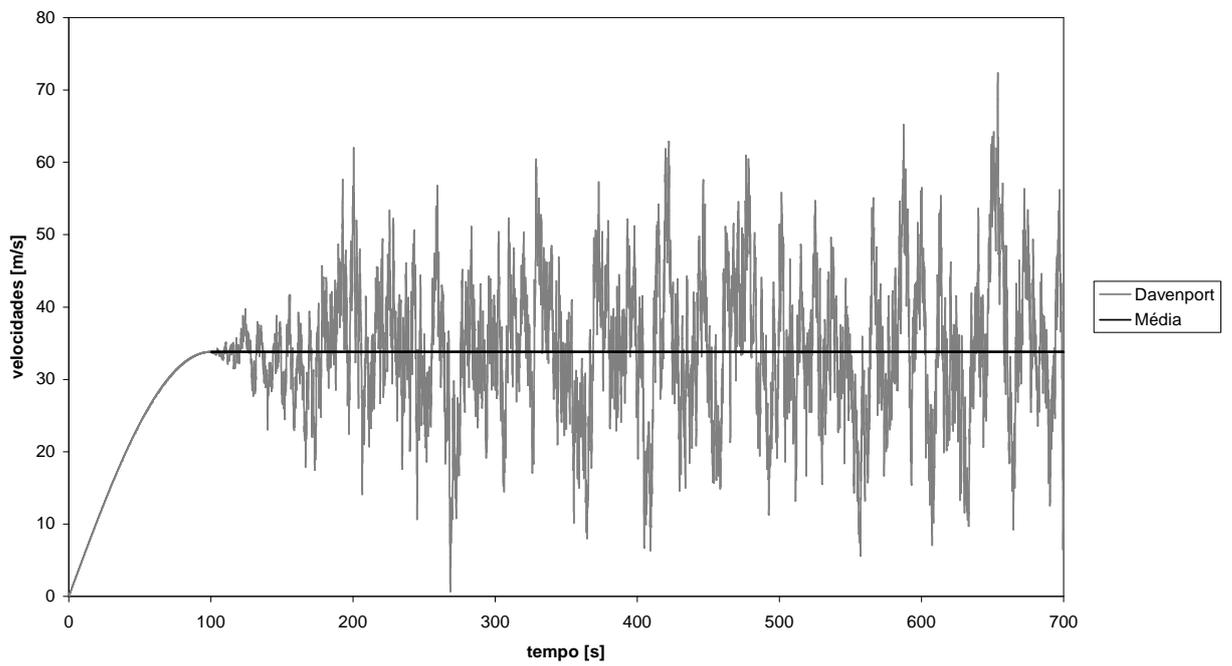
#### **4.2.1.c Séries de Fourier**

O método escolhido para a geração de um sinal aleatório de média igual a zero a partir dos espectros de energia definidos anteriormente é o da Série de Fourier, PFEIL (1993). A parcela flutuante ou turbulenta da velocidade neste método é calculada pela expressão

$$v(z, t) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^n \sqrt{S(f_k) \Delta f} \cos(2\pi f_k t + \phi_k), \quad (180)$$

onde  $n$  é o número de divisões no espectro adotado,  $f_k$  é a frequência na divisão  $k$ ,  $\Delta f$  é o incremento de frequência usado na divisão do espectro e  $\phi_k$  é um ângulo de fase

aleatório, variando aleatoriamente entre 0 e  $2\pi$ , de acordo com uma função densidade de probabilidade uniforme.



**Figura 22 – Velocidades do vento no tempo calculadas com os espectros de Davenport (acima) e Kaimal (abaixo).**

Para se evitar a aplicação brusca da carga de vento na estrutura, o que poderia causar vibrações devido ao impacto, optou-se em aplicar a carga de vento suavemente, por meio de uma função seno, nos 100 s iniciais, até esta atingir o valor médio.

A Figura 22 ilustra as velocidades do vento ao longo do tempo para  $z = 29$  m, obtidas com os espectros de Davenport e Kaimal, utilizando frequências até 10 Hz, mostrando também a velocidade média, até 700 s. Observa-se da figura que a velocidade cresce suavemente até o valor médio, devido à inserção da função seno.

O número de divisões no espectro parte da fixação de uma frequência total para a utilização do espectro, por exemplo, fixa-se em 10 Hz a frequência espectral máxima, em seguida divide-se este espectro em vários pontos discretos com um incremento tal que as frequências naturais da estrutura sejam incluídas. As frequências naturais da estrutura devem ser incluídas para não subestimar a sua resposta dinâmica. Neste trabalho adotam-se vários limites de frequência máxima para integração dos espectros.

Observa-se na Figura 22 que a máxima velocidade encontrada para o espectro de Davenport foi de 72,3 m/s e para o espectro de Kaimal de 53,3 m/s, sendo que a média utilizada foi de 33,8 m/s, calculada pela equação (175). Observa-se ainda que a turbulência calculada pelo espectro de Kaimal é muito menor que a do espectro de Davenport.

#### **4.2.1.d Força do vento**

Com a obtenção do sinal aleatório de média igual à zero, correspondente à parcela flutuante da velocidade do vento, pode-se calcular a velocidade total do vento de acordo com a equação (172), adicionando-se a velocidade média do vento, calculada pela equação (175), à parcela flutuante calculada pela equação (180).

Seguindo as determinações da NBR 6123 quanto ao fator de proteção  $\eta$  e quanto ao cálculo dos coeficientes de arrasto  $C_{a6}$ , a força do vento para cada ponto discreto de tempo pode ser calculada de acordo com a equação

$$q = 6,13 \cdot 10^{-4} V(z, t)^2, \quad (181)$$

sendo  $q$  a pressão dinâmica do vento correspondente à velocidade do vento  $V(z,t)$ , em condições normais de pressão (1 atm) e de temperatura (15°) dada em kN. Em seguida substitui-se o valor da pressão dinâmica encontrado na equação

$$F = C_{a6} q A_e, \quad (182)$$

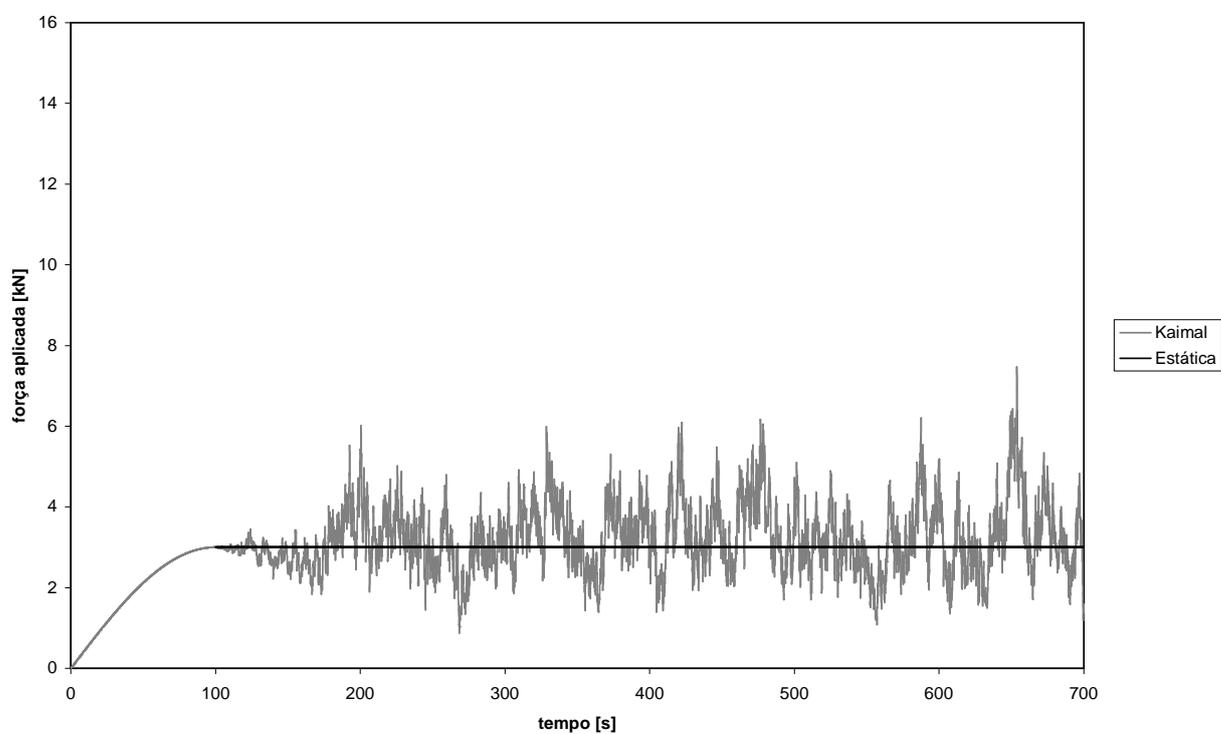
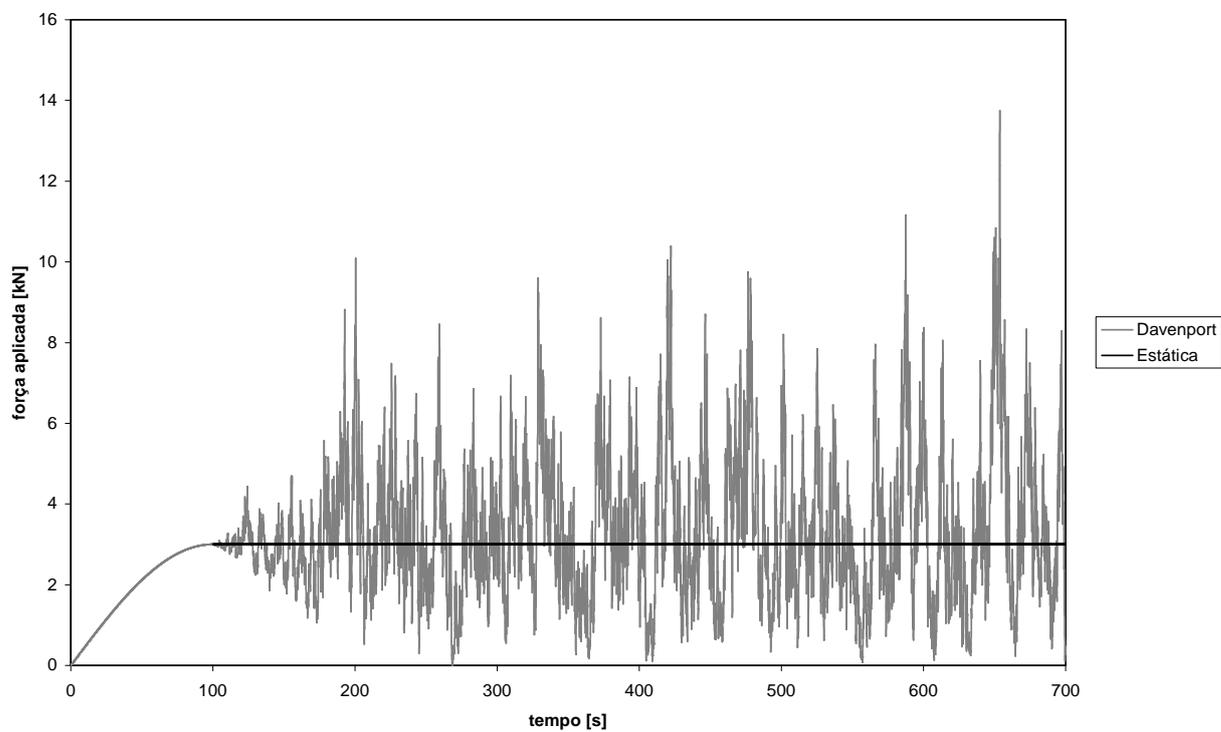
onde  $C_{a6}$  é o coeficiente de arrasto, que pode ser calculado através de gráficos fornecidos pela NBR 6123, e  $A_e$  é a área efetiva, calculada pela projeção das áreas das faces dos perfis voltadas para barlavento em um plano vertical.

A obtenção de pontos de tempo discretos parte inicialmente da adoção de um tempo total de análise. Neste trabalho foi adotado um tempo total de 700 s, pois a velocidade média foi calculada para um período de integração de 10 min adicionado aos 100 s iniciais de crescimento suave das velocidades. Em seguida, deve-se dividir este período em intervalos de tempo  $\Delta t$ . Com o objetivo de se obter pontos discretos suficientes no tempo, adotou-se inicialmente  $\Delta t = 0,1$  s, resultando em um total de 7000 pontos discretos. Com os diversos valores de força do vento para cada ponto de tempo discreto constrói-se a função força do vento no tempo que será utilizada na análise dinâmica desta estrutura.

Os espectros foram divididos em pontos discretos considerando-se inicialmente  $\Delta f = 0,001$  Hz, seguindo-se a recomendação de se utilizar intervalo de frequência inferior a  $\frac{1}{T}$  (no caso  $T = 600$  s) e adotando-se como frequência espectral máxima o valor de 10 Hz. Posteriormente analisou-se o efeito da variação dos intervalos de tempo e de frequência, ARGENTA (2007), bem como da frequência espectral máxima na resposta da estrutura da torre. É importante na divisão do espectro englobar as frequências naturais da estrutura, por isso uma análise até 1,0 Hz não teria sentido algum, pois não inclui nem a frequência fundamental desta estrutura (1,8617 Hz), conforme será visto mais adiante.

A Figura 23 ilustra a força do vento no tempo, mostrada até  $t = 700$  s, aplicada a uma altura de 29 m na Face 1 (face transversal), obtida a partir dos espectros de Davenport e Kaimal, usando frequências até 10 Hz. Observa-se da Figura 23 que as forças de vento também têm um crescimento suave inicial. A força média calculada foi de 3 kN,

com picos máximos de 13,7 kN para as forças calculadas a partir do espectro de Davenport e de 7,5 kN para as do espectro de Kaimal.



**Figura 23 – Forças do vento no tempo calculadas com os espectros de Davenport (acima) e Kaimal (abaixo).**

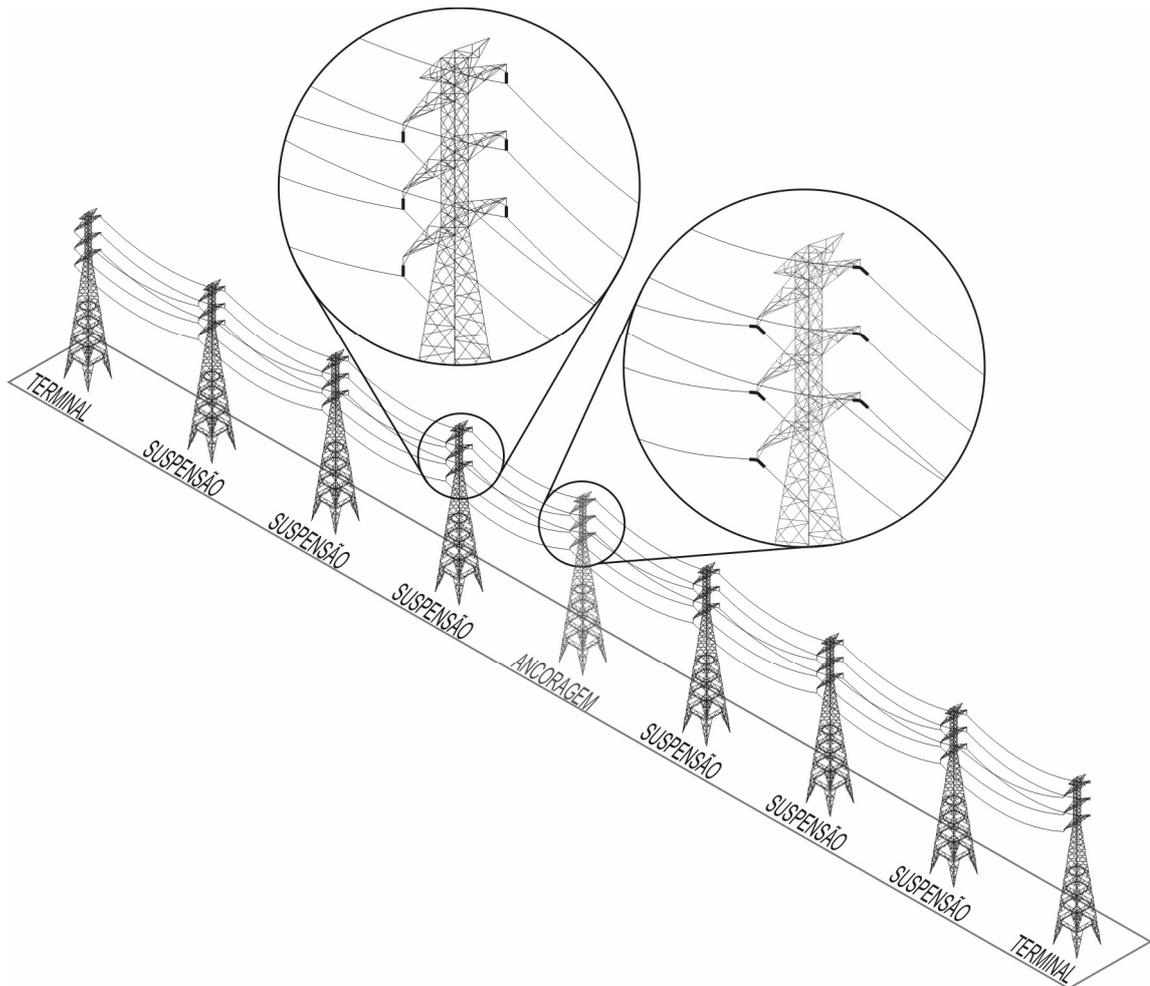
# 5 Torres de transmissão de energia elétrica

Torres de transmissão são estruturas utilizadas para o suporte dos cabos que transmitem energia elétrica. Existem diversos tipos de torre, cada um com uma finalidade definida. Normalmente o tipo da torre é função da potência instalada na linha.

Uma linha de transmissão de energia de alta voltagem, utilizada para transmitir desde usinas geradoras até os centros consumidores, usualmente é composta por torres metálicas, podendo ser composta de postes caso a potência da linha seja baixa. Existem basicamente três tipos de torre nesta linha. As torres terminais, que se encontram no início e final da linha, as torres de ancoragem, que aparecem entre as torres terminais, com o objetivo de dar maior rigidez à linha, e as torres de suspensão, que servem para dar suporte aos cabos da linha.

O esquema de uma linha de transmissão é mostrado na Figura 24.

Observa-se no detalhe da Figura 24 que a torre de suspensão apenas suporta os cabos (com os isoladores na vertical), enquanto que a torre de ancoragem, que possui o mesmo sistema das terminais, serve para travar os cabos daquela seção de torres de suspensão (com os isoladores na horizontal).



**Figura 24 – Linha de transmissão<sup>33</sup>.**

As torres de ancoragem e terminais devem ser mais rígidas e mais robustas que as torres de suspensão. No entanto são as torres de suspensão que mais aparecem na linha de transmissão e por isto acabam se tornando mais importantes no aspecto financeiro. Em outras palavras, elas devem ser baratas e eficientes.

Se por ventura uma linha de transmissão precisar mudar de direção, a torre onde ocorre esta mudança de direção deverá ser uma torre de ancoragem.

## **5.1 O modelo de elementos finitos**

A torre selecionada para este trabalho foi projetada para uma linha de transmissão de 230 kV com circuito duplo, a ser implantada no estado de Santa Catarina. Esta torre será

---

<sup>33</sup> Somente com cabos de transmissão, sem os cabos pára-raio.

modelada utilizando o pé de 8 m e as extensões<sup>34</sup> A, B e C, possuindo assim uma altura total de 58,55 m. A altura do pé da torre pode ser variável dependendo da topografia do terreno onde a linha será implantada. As extensões servem para aumentar a altura da torre para que a linha transponha estradas, ferrovias, árvores, outras linhas de transmissão, com uma altura segura para os cabos.

Composta exclusivamente de perfis metálicos, sendo na sua maioria cantoneiras de abas iguais, esta torre possui 1534 barras a serem modeladas com 13 tipos de perfis diferentes.

Usualmente no projeto destas torres de transmissão, para o cálculo dos esforços, a estrutura é considerada como uma treliça. A própria norma NBR 5422 tem esta recomendação. Porém o interessante ao se modelar a torre utilizando elementos finitos e considerando todas as barras<sup>35</sup> é que ela não tem solução se forem utilizados elementos de treliça, ou seja, ela fica hipoestática.

Para que esta estrutura pudesse ser modelada como treliça, muitas considerações deveriam ser feitas, como por exemplo, desconsiderar as barras redundantes<sup>36</sup> da estrutura, aplicar apoios fictícios em certos nós, ou utilizar barras virtuais em alguns pontos. Mesmo que esta modelagem funcione, ela está desconsiderando os esforços de flexão causados pelo vento, como por exemplo, nas barras contínuas das bordas da torre. A Figura 25 mostra uma parte do projeto da torre, com algumas ligações e ao lado o modo como foi discretizada esta parte em elementos finitos.

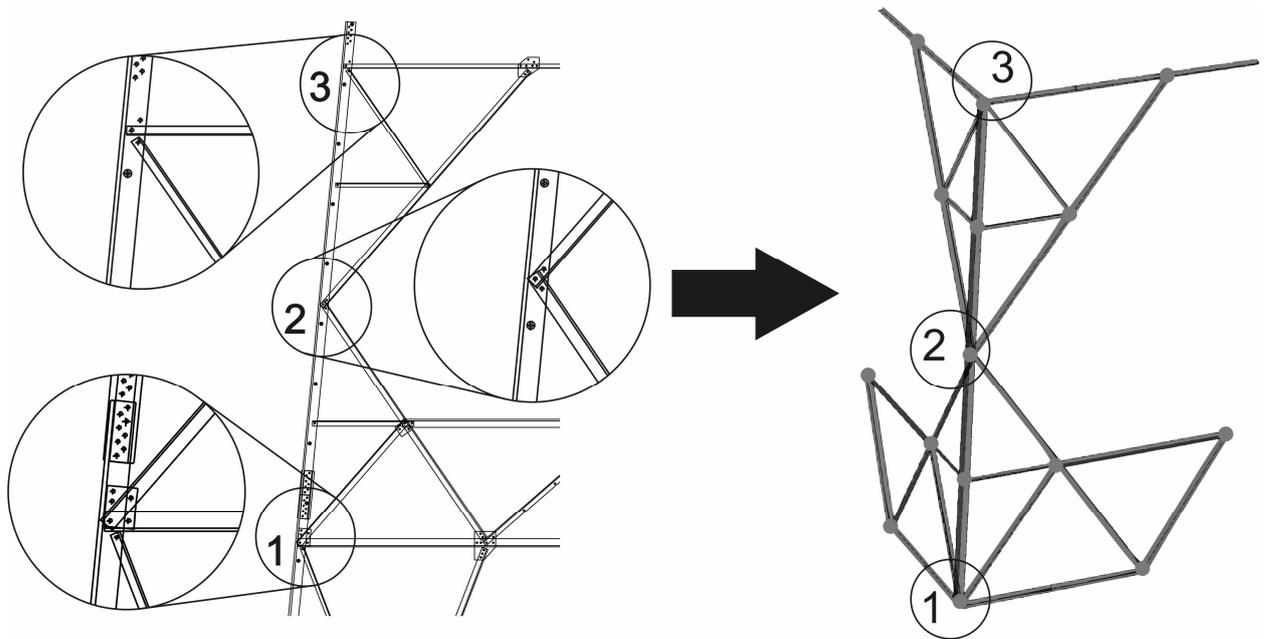
Observa-se que a ligação 1, em detalhe na Figura 25, é feita com barras diretamente ligadas à aba do perfil da borda ou com chapa de ligação, também ligada à aba do perfil da borda. Qualquer barra chegando a esta ligação que apresente algum esforço normal vai causar esforço cortante, momento torçor, momento fletor e esforços axiais na barra da borda. E isso também acontece na ligação 2 indicada na figura e em várias outras ligações da torre.

---

<sup>34</sup> Mostradas na Figura 28.

<sup>35</sup> Inclusive as barras redundantes.

<sup>36</sup> Barras redundantes são elementos dimensionados para suportar o peso de um operário, NBR 5422(1985), e são incluídas na estrutura para reduzir comprimentos de flambagem.



**Figura 25 – Parte do projeto da torre discretizado pelo MEF.**

Para comprovar tal fato, foi modelada a ligação 1 utilizando elementos finitos 3D, tanto para a modelagem dos perfis quanto para a modelagem dos parafusos. Foram adicionadas cargas axiais nos perfis conectados à aba do perfil da borda, e este foi engastado nos extremos. Também foram aplicados os torques indicados em projeto nos parafusos e, para refinar o modelo na análise, foram utilizados elementos de contato com análise não-linear<sup>37</sup>. A Figura 26 mostra o resultado desta modelagem.

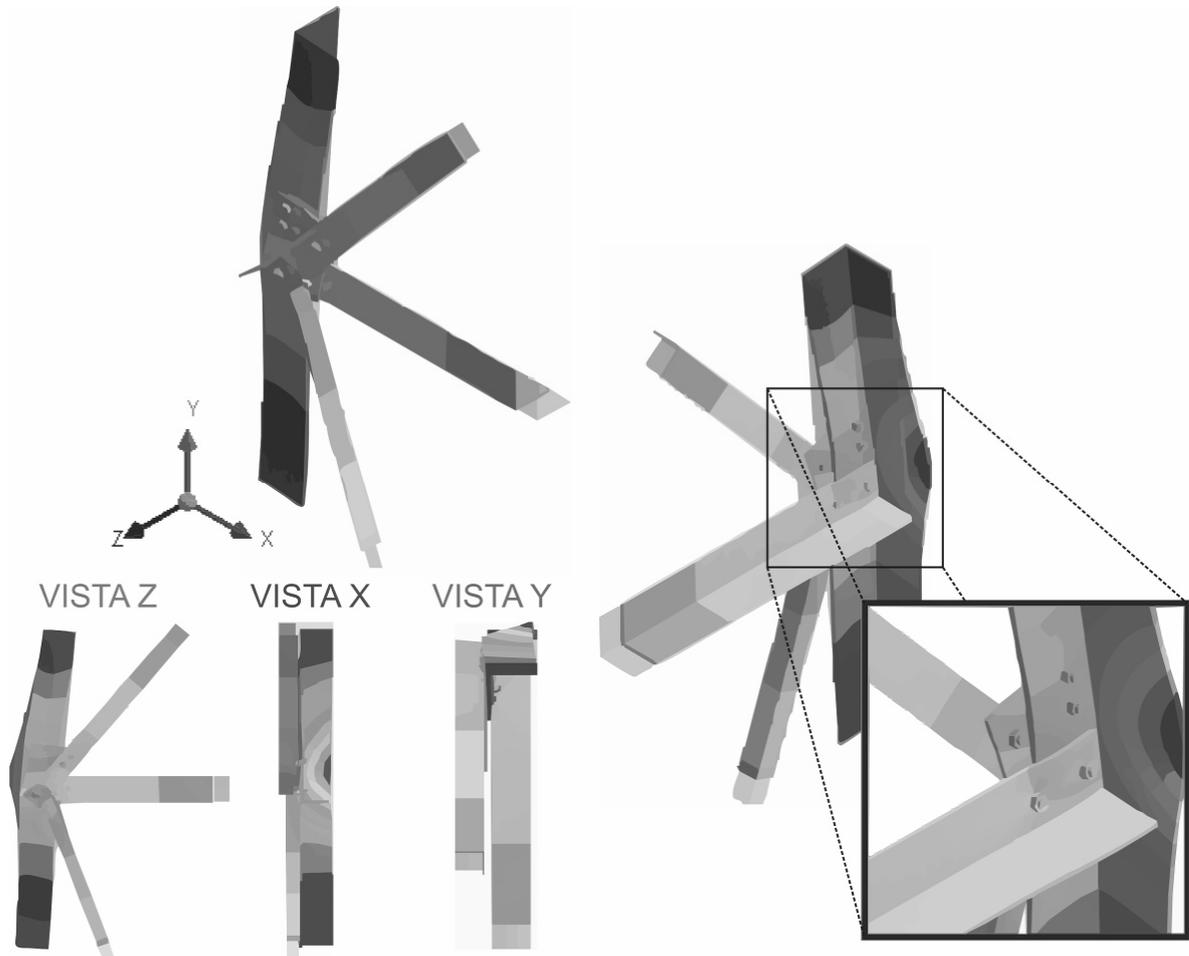
Observa-se na Figura 26 que realmente o perfil da borda da torre submete-se à flexão e à torção, além de estar sujeito a esforços cortantes e axiais, e apesar destes momentos fletores e torçores serem pequenos em relação aos esforços axiais, eles serão considerados neste trabalho. Portanto, no modelo de elementos finitos para parte da torre (Figura 25), as barras devem ser consideradas rigidamente ligadas no nó 1. Em outras palavras, o nó 1 deve ser modelado como nó de elemento de pórtico 3D<sup>38</sup>, assim como todas as outras ligações desta torre que apresentem este comportamento.

Seguindo esta mesma linha, poderia ter sido adicionado um nó na emenda de perfis de borda logo acima do nó 1. Isto não foi feito porque esta ligação possui rigidez suficiente

<sup>37</sup> Não é do intuito desta dissertação estudar os efeitos das ligações metálicas, simplesmente foi utilizado este artifício para demonstrar a deformação do perfil de borda.

<sup>38</sup> Mostrados na Figura 4, elemento de pórtico 3D

para que a barra seja considerada como contínua, porém nada impediria a adição de um nó para modelar esta ligação.



**Figura 26 – Modelagem da ligação 1 com elementos finitos 3D.**

Sabe-se que ligações metálicas possuem uma característica semi-rígida, ou seja, não são completamente rígidas a ponto de não existirem rotações entre as barras e também não são completamente articuladas, com livres rotações entre as mesmas. Esta característica de semi-rigidez poderia ser incorporada ao modelo, conhecendo-se o coeficiente de semi-rigidez das ligações. No entanto, na ausência de dados experimentais para a obtenção deste coeficiente para as ligações da torre em estudo, ele não foi considerado neste trabalho, adotando-se algumas simplificações.

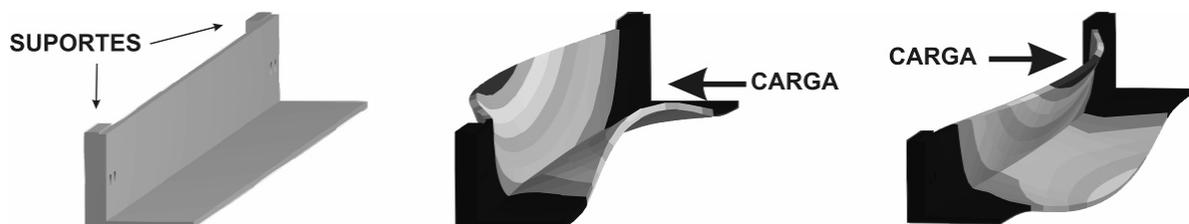
Assim sendo, optou-se utilizar neste trabalho dois modelos:

1. Todas as barras modeladas com elementos de pórtico 3D, considerando rígidas todas as ligações entre barras (modelo 1);

2. Todas as barras modeladas com elementos de pórtico 3D, considerando-se rotuladas as ligações das barras redundantes e das barras com pouca rigidez na ligação, como é o caso das barras ligadas por um único parafuso, e as demais ligações consideradas rígidas (modelo 2).

O programa utilizado para a modelagem da torre com elementos finitos de pórtico 3D foi o programa SAP2000. Este programa foi escolhido pela facilidade na modelagem da estrutura e na inserção das funções dos carregamentos dinâmicos, apesar de algumas restrições, discutidas a seguir.

A cantoneira metálica quando solicitada a um esforço normal de compressão sofre flexão e torção ao mesmo tempo, fenômeno conhecido como interação flexo-torção, causado pela não coincidência entre o centro de gravidade da seção e o centro de torção. Porém devido às limitações do programa utilizado para a modelagem da estrutura, esta interação não será considerada. A Figura 27 mostra uma cantoneira de abas iguais submetida a cargas distribuídas horizontais no centro de gravidade. No entanto, para minimizar os efeitos desta interação as forças de vento serão aplicadas nos modelos concentradas nos nós ao invés de distribuídas nas barras.



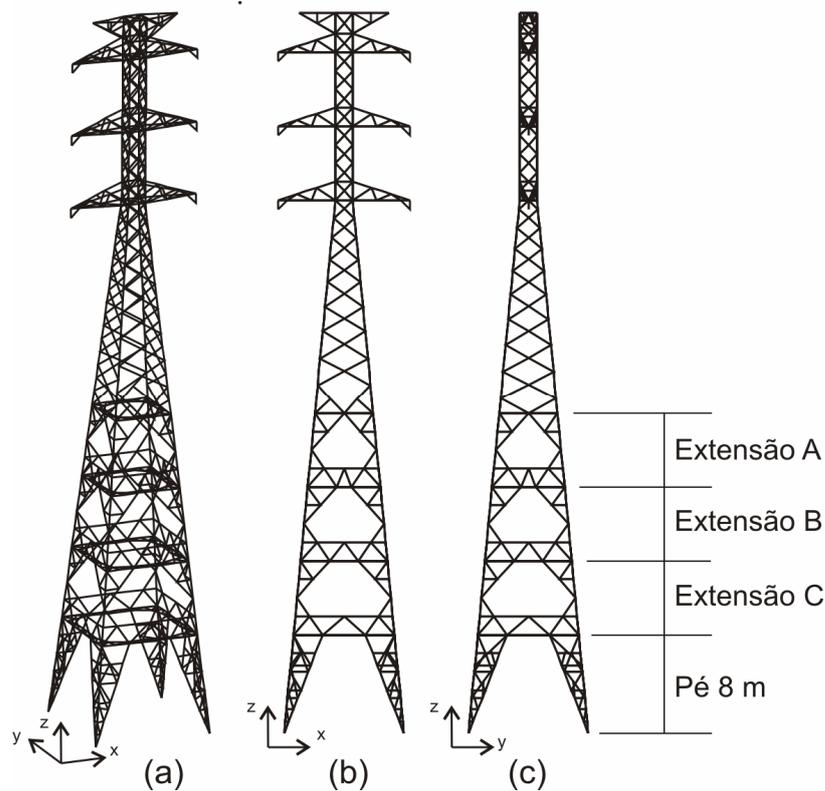
**Figura 27 – Flexo-Torção de uma cantoneira de abas iguais.**

Outro fato que também decorre das limitações do programa adotado é a independência da direção das abas das cantoneiras para a análise da estrutura. Se no projeto uma cantoneira aparece com as abas voltadas para fora, por exemplo, no programa esta direção pode ser qualquer, pois a análise de elementos finitos de barras do SAP2000 depende apenas de fatores como a área ou momentos de inércia da seção, e não da disposição do perfil.

Com relação à análise dinâmica, o programa somente resolve as equações de movimento utilizando a matriz de massa agrupada que, nem sempre, é eficiente

comparando-se com o uso da matriz de massa consistente, para alguns tipos de estruturas, ARISPE (2006). Porém, foi feita uma comparação entre os resultados de uma análise modal, para a torre em estudo, usando os dois tipos de matriz de massa e concluiu-se que as diferenças não são significativas para esta torre.

Uma visão geral do modelo da torre (Figura 28a), da face perpendicular à linha de transmissão (direção Y, Face Transversal, Figura 28b) e da face paralela à linha (direção X, Face Longitudinal, Figura 28c) são mostradas a seguir.



**Figura 28 – A Torre.**

Os cabos condutores e os cabos pára-raios, assim como os isoladores e as ferragens de suporte, não serão modelados, porém os esforços de peso e os causados pelo vento provenientes destas estruturas serão considerados. Estes esforços serão aplicados nos pontos de suporte dos isoladores na torre.

## 5.2 Carregamentos

Torres de transmissão de energia elétrica estão sujeitas a três tipos principais de carregamentos:

- Peso próprio<sup>39</sup>;
- Carga do vento;
- Carga de ruptura dos cabos.

Existem também alguns casos de carregamentos especiais definidos por norma, como por exemplo, as cargas de montagem, as de manutenção e as cargas de contenção para evitar o fenômeno cascata<sup>40</sup>. Para prevenir o efeito cascata a torre deve ser dimensionada para resistir ao carregamento que simula a ruptura dos cabos. Os carregamentos especiais são considerados aplicando-se coeficientes majoradores em cargas pré-definidas, como por exemplo, em operações de içamento deve-se multiplicar por 2,0 o peso dos cabos a serem içados.

### 5.2.1 Peso próprio

Quanto ao peso próprio da estrutura, este é calculado automaticamente pelo programa SAP2000. Esta torre pesa aproximadamente 100 kN (10 toneladas). O peso do cabo é calculado utilizando-se o vão de peso multiplicado pelo peso do cabo por quilômetro fornecido pelo fabricante. O vão de peso é calculado medindo-se a distância entre os pontos mais baixos da catenária descrita pelos cabos dos vãos adjacentes à torre. Nesta torre da linha, o vão de peso calculado é de 820 m. O cabo condutor utilizado nesta linha é o CAA 795 kcmil-tern 45/7, cabo de alumínio com 45 fios e alma de aço de 7 fios, que possui um peso de 13,33 kN/km. O cabo de pára-raio utilizado é o EHS 5/16" de 7 fios com um peso de 3,05 kN/km.

O peso dos isoladores e das ferragens de suporte foi calculado e acrescentado ao peso do cabo para aplicação no nó correspondente. O valor deste peso é de 2 kN.

As cargas de peso próprio sempre estarão presentes nas análises dos casos de carregamentos.

---

<sup>39</sup> Considerando também o peso dos cabos, isoladores e equipamentos.

<sup>40</sup> Fenômeno cascata ocorre quando uma torre entra em colapso e gera o colapso progressivo das outras torres da linha de transmissão.

## 5.2.2 Carga do vento

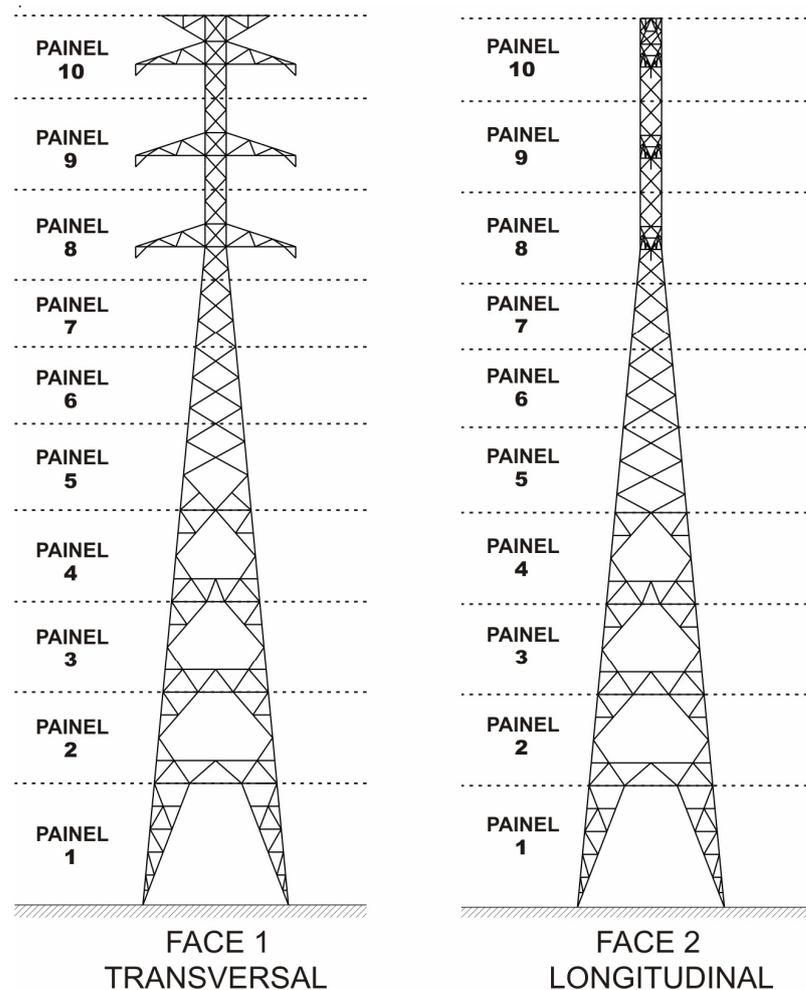
Duas análises independentes serão consideradas, uma para o vento incidindo na direção Y (transversal) e outra na direção X (longitudinal) da torre (ver Figura 28). O cálculo das cargas do vento é feito de acordo com as considerações apresentadas no Capítulo 4. Tanto a velocidade média do vento quanto a componente turbulenta da velocidade variam conforme a altura. Portanto é conveniente dividir a torre em painéis e calcular a força do vento para cada painel separadamente.

Esta torre será dividida em 10 painéis. Para cada painel em cada face será calculada a área efetiva, a área de contorno, o índice de área exposta, o coeficiente de arrasto de acordo com a NBR 6123, o coeficiente de arrasto de acordo com a NBR 5422, o fator de proteção, a massa, a cota do centróide, o deslocamento do centróide para o primeiro modo de vibração e o espectro do vento de Davenport e de Kaimal para o cálculo da componente turbulenta da velocidade.

O valor da carga do vento calculado para cada painel é igual a uma carga concentrada no centróide. Esta carga será dividida pelo número de nós encontrados na face submetida ao esforço do vento. Cada um destes nós receberá uma parcela desta força dividida.

A Figura 29 ilustra a divisão adotada da torre em painéis.

As cargas do vento dos cabos e isoladores serão aplicadas nos pontos de suporte na torre. Para calcular a carga do vento nos cabos é necessário calcular antes o vão do vento, que é a média entre os dois vãos adjacentes à torre, sendo este utilizado como o comprimento do cabo. O vão do vento calculado para esta torre é de 550 m. Os esforços do vento nos cabos e isoladores serão somente considerados com aplicação estática na torre de acordo com as normas NBR 6123 e NBR 5422. O apêndice A traz os dados calculados para cada painel de cada face da torre.



**Figura 29 – Painéis da Torre.**

### 5.2.3 Carga de ruptura dos cabos

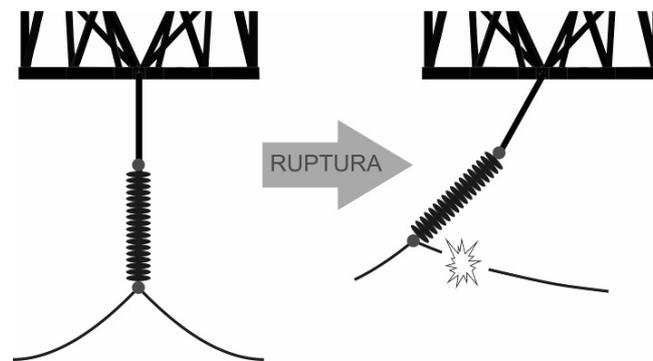
Quando ocorre a ruptura de um ou mais cabos da estrutura, seja por fadiga ou falha do material, a torre fica sujeita a um esforço igual ao da tração aplicada no cabo com os esforços do vento e de peso diminuídos pela metade<sup>41</sup>. Esta tração no cabo é necessária para posicionar o cabo nos vãos entre as torres.

O lançamento dos cabos numa linha de transmissão é feito através de roldanas instaladas nos pontos de fixação dos cabos na torre e, com a utilização de um cabo guia, o cabo condutor é puxado por entre as roldanas desde o início até o seu ponto de ancoragem.

<sup>41</sup> Estes dois esforços diminuem-se pela metade, pois não são calculados separadamente para cada lado da torre, e sim são calculados para ambos os lados, em função de distâncias fixas padrões (vão do vento e vão de peso) resultando numa única componente aplicada na torre.

Normalmente as torres se situam em diferentes cotas verticais, por isso é necessário corrigir a altura do cabo entre as torres para que num vão ele não fique muito próximo ao solo e noutra muito elevado. Esta correção é feita aplicando-se uma tensão de tração no cabo de modo a levantá-lo das partes mais baixas para equilibrar toda a linha, e em seguida este cabo é preso logo abaixo do isolador para não voltar à posição original.

O isolador é preso no ponto de suporte da torre, no extremo das mísulas, através de um apoio com pinos, ou seja, uma rótula perfeita na direção dos cabos, assim como o ponto de suporte do isolador na ponta da mísula. Portanto o que ocorre é o aparecimento de um pêndulo duplo como mostra a Figura 30.

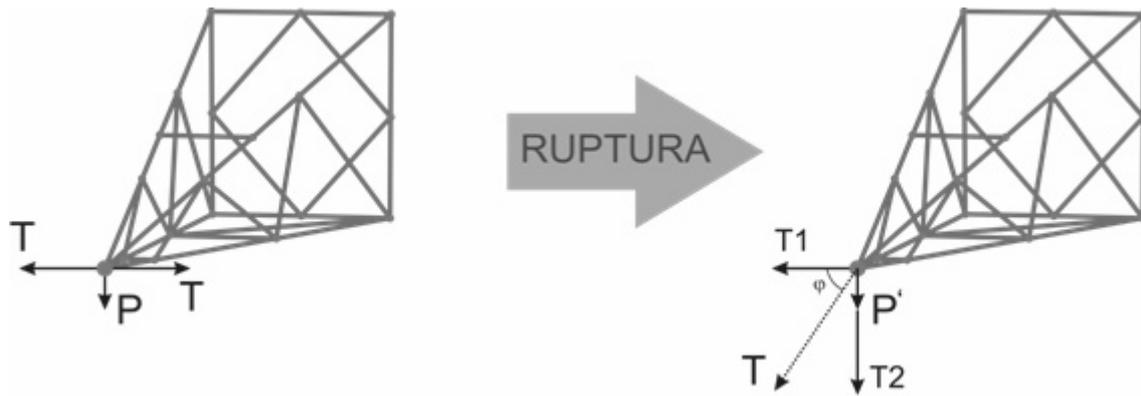


**Figura 30 – Esquema do pêndulo duplo para ruptura dos cabos.**

Não é objetivo desta dissertação estudar o efeito deste pêndulo duplo na ruptura dos cabos, mas sim do efeito da ruptura dos mesmos na torre, e portanto algumas simplificações serão aplicadas. A primeira simplificação é a desconsideração do isolador, ou seja, todas as cargas serão aplicadas diretamente no suporte do isolador no extremo das mísulas. A segunda simplificação é a adoção de um coeficiente de minoração para as cargas de tração no cabo, para a consideração do efeito de pêndulo duplo. Este coeficiente foi adotado como 10 %<sup>42</sup>. A terceira simplificação é a consideração somente da componente vertical do peso dos cabos e isoladores, e por fim a quarta e última simplificação é a adoção de 45° para o ângulo formado no pêndulo. Este ângulo, chamado aqui de  $\varphi$ , servirá para a determinação das componentes da tração no cabo que surgem na hora da ruptura. A Figura 31 ilustra esta proposição.

---

<sup>42</sup> Este valor 10 % é um valor aproximado utilizado por projetistas.



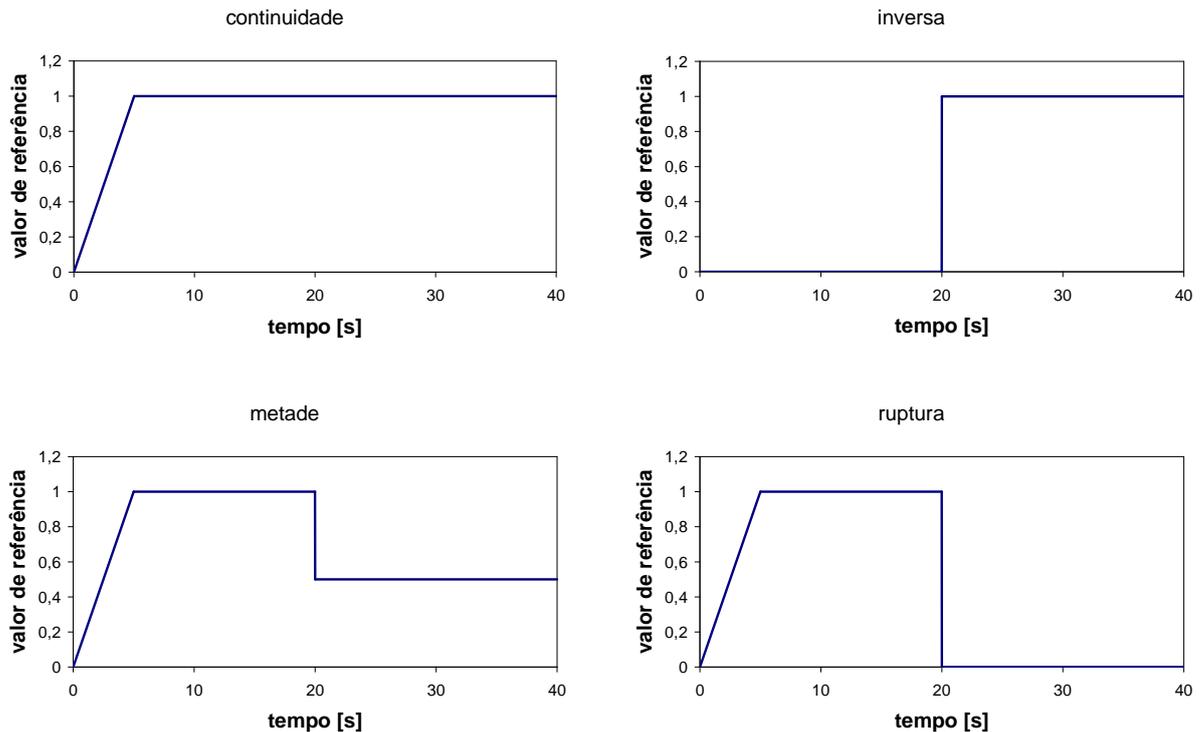
**Figura 31 – Esquema de forças para a ruptura dos cabos.**

Quando não há ruptura dos cabos, o sistema permanece em equilíbrio. Mas quando, em algum dos lados, um cabo rompe, o sistema se desequilibra, pois a tração no cabo íntegro adquire uma nova direção, indicada pela flecha tracejada na Figura 31. Com isso aparecem as componentes  $T_1$  e  $T_2$  que são as componentes da tração no cabo no sentido horizontal e vertical respectivamente, calculadas através do ângulo  $\varphi$ .

O valor desta tração no cabo é muito relativo, variando de acordo com o vão entre as torres, a topografia do terreno e o tipo do cabo. Na torre adotada nesta análise este valor para os cabos de pára-raio e condutores, já considerando a redução, são respectivamente de 13,17 kN e 27,56 kN.

Estas cargas serão aplicadas aos modelos de duas maneiras distintas. A primeira é estática, simplesmente aplicando a carga de ruptura<sup>43</sup> no lado oposto ao do rompimento do cabo no nó de apoio e a segunda como uma carga dinâmica, KAMINSKI (2007). Nesta segunda consideração serão utilizadas quatro funções aplicadas simultaneamente, uma para simular a continuidade das trações nos cabos não rompidos (continuidade), outra para simular o aparecimento da componente vertical da tração ( $T_2$ ) (inversa), outra para simular a diminuição à metade das componentes de peso do cabo (metade) e por fim a última que simula o desaparecimento da componente  $T_1$  da ruptura do cabo (ruptura) na direção do cabo rompido. A Figura 32 ilustra as funções de continuidade, inversa, metade e ruptura. O tempo total de análise é de 40 s.

<sup>43</sup> Define-se como carga de ruptura as componentes  $T_1$  e  $T_2$  da tração.



**Figura 32 – Funções utilizadas na ruptura dinâmica dos cabos.**

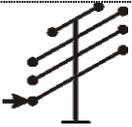
Observa-se que no início destas funções existe um crescimento contínuo da carga. Isto foi feito para reduzir os efeitos dinâmicos da aplicação das cargas, e somente se ter, no instante  $t = 20$  s, o efeito da ruptura dos cabos.

Em relação à quantidade de cabos rompidos e locais de rompimento destes cabos, os projetistas de torres de transmissão utilizam, para este tipo de torre (torre de suspensão), apenas a ruptura de um cabo condutor e de um cabo pára-raio, em conjunto ou separados, simplesmente para dar alguma rigidez à torção na torre. Neste trabalho, algumas investigações serão feitas neste sentido. Serão analisados os efeitos da ruptura de um cabo condutor (combinações 1) e de um condutor e um pára-raio do mesmo lado da torre (combinações 2).

Estas investigações serão divididas em 3 combinações. As combinações 1-A, 1-B, 1-C, 2-A, 2-B e 2-C. Esta divisão e um esquema simplificado de aplicação da carga de ruptura dos cabos estão mostrados na

Tabela 7. Neste esquema é mostrado apenas o ponto de aplicação das forças, sem levar em conta a direção.

**Tabela 7 – Combinações para ruptura dos cabos.**

| <b>Nome</b>           | <b>Ruptura</b>          | <b>Indicação do local de aplicação de carga nas mísulas</b>                           |
|-----------------------|-------------------------|---|
| <i>Combinação 1-A</i> | 1º condutor             |    |
| <i>Combinação 1-B</i> | 2º condutor             |    |
| <i>Combinação 1-C</i> | 3º condutor             |    |
| <i>Combinação 2-A</i> | Pára-raio + 1º condutor |   |
| <i>Combinação 2-B</i> | Pára-raio + 2º condutor |  |
| <i>Combinação 2-C</i> | Pára-raio + 3º condutor |  |

O esquema acima será aplicado tanto na análise estática quanto na análise dinâmica. No capítulo 6 serão apresentados os resultados para as combinações, para cada esforço e deslocamento.

# 6 Casos de carregamento e resultados

Na modelagem por elementos finitos desta torre foi adotado um total de sete casos diferentes de carregamentos aplicados nos dois modelos propostos. Cada caso descreve um tipo de carregamento apresentado anteriormente nos Capítulos 5 e 6. Em todos os casos de carregamento estarão presentes o peso próprio da estrutura, dos cabos e dos isoladores. Os sete casos são os seguintes:

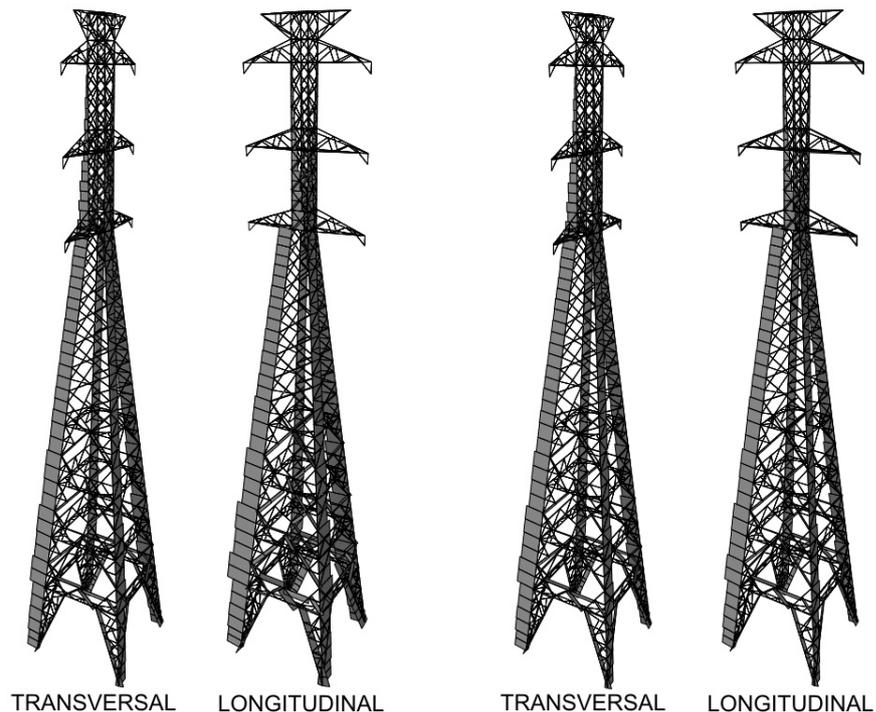
- Caso 1: Cargas estáticas do vento NBR 6123;
- Caso 2: Cargas estáticas do vento NBR 5422;
- Caso 3: Cargas pseudo-dinâmicas do vento NBR 6123;
- Caso 4: Cargas dinâmicas, espectro de Davenport;
- Caso 5: Cargas dinâmicas, espectro de Kaimal;
- Caso 6: Cargas estáticas de ruptura dos cabos;
- Caso 7: Cargas dinâmicas de ruptura dos cabos.

Nos casos de carregamento 1 a 5 considerou-se a ação do vento incidindo tanto na direção X como na direção Y da torre, separadamente (ver Figura 28). Em cada caso de carregamento serão analisadas as barras onde ocorrem os valores máximos e mínimos de esforços axiais, cortantes, fletores e torçores, e os nós onde ocorrem os valores máximos de deslocamentos. São mostradas as figuras dos diagramas dos esforços e das deformadas

da torre de acordo com o modelo utilizado, modelo<sup>44</sup> 1 ou modelo<sup>45</sup> 2. Os capítulos a seguir apresentam os resultados destes casos de carregamento. No capítulo 8 estes serão discutidos e comparados.

## 6.1 Caso 1: Cargas estáticas do vento NBR 6123

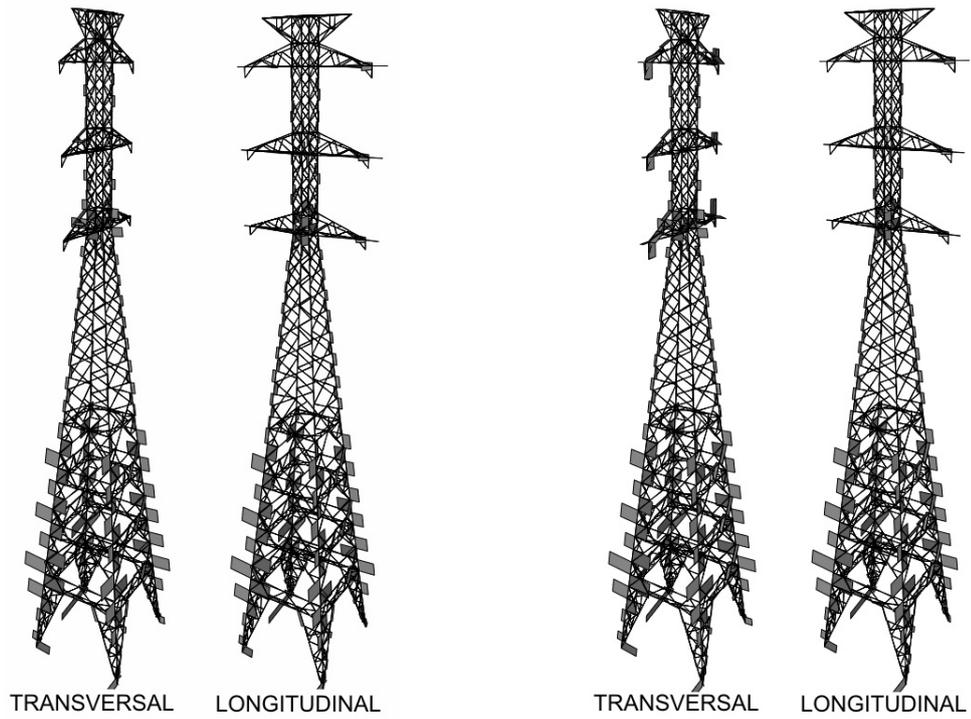
Neste caso de carregamento foi considerada a torre sendo solicitada por cargas do vento com os circuitos montados calculados de acordo com a norma NBR 6123. Os esforços do vento provenientes do cabo e isolador serão aplicados em ambos os lados da torre, e sempre será considerado o peso próprio da torre, dos cabos e dos isoladores. Da Figura 33 até a Figura 36 mostram-se os diagramas de esforço normal, esforço cortante, momento torçor e momento fletor para os modelos 1 e 2 com cargas do vento incidindo na direção Y (transversal) e na direção X (longitudinal) da torre, separadamente. O diagrama em cinza escuro determina os valores positivos, e em cinza claro os valores negativos.



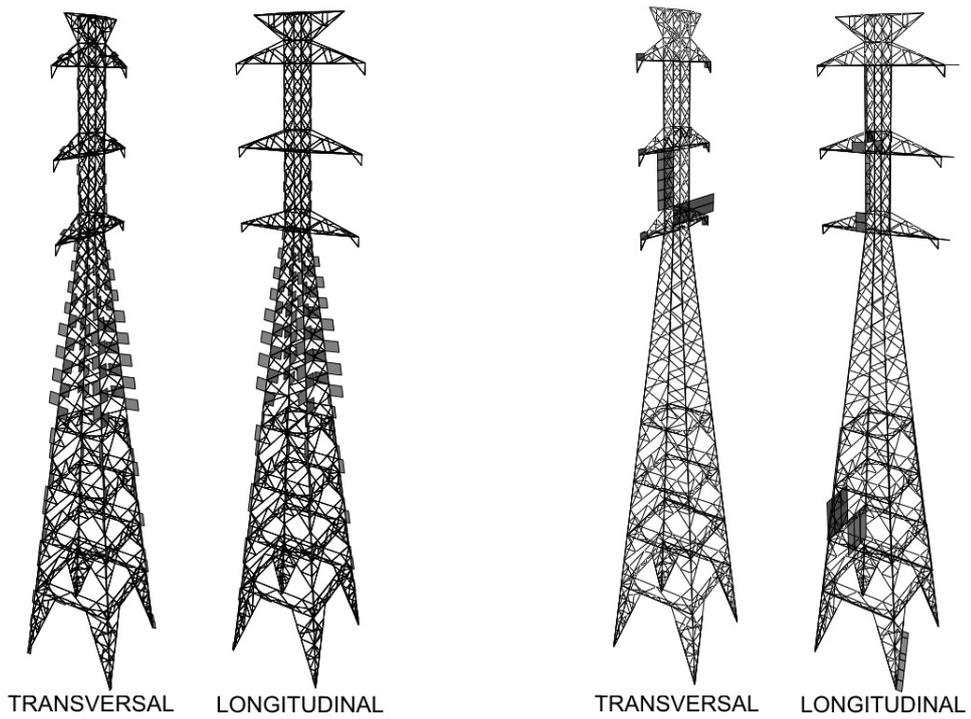
**Figura 33 – Esforços axiais, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 1.**

<sup>44</sup> Modelo 1: Pórtico 3D com todas as ligações rígidas entre as barras.

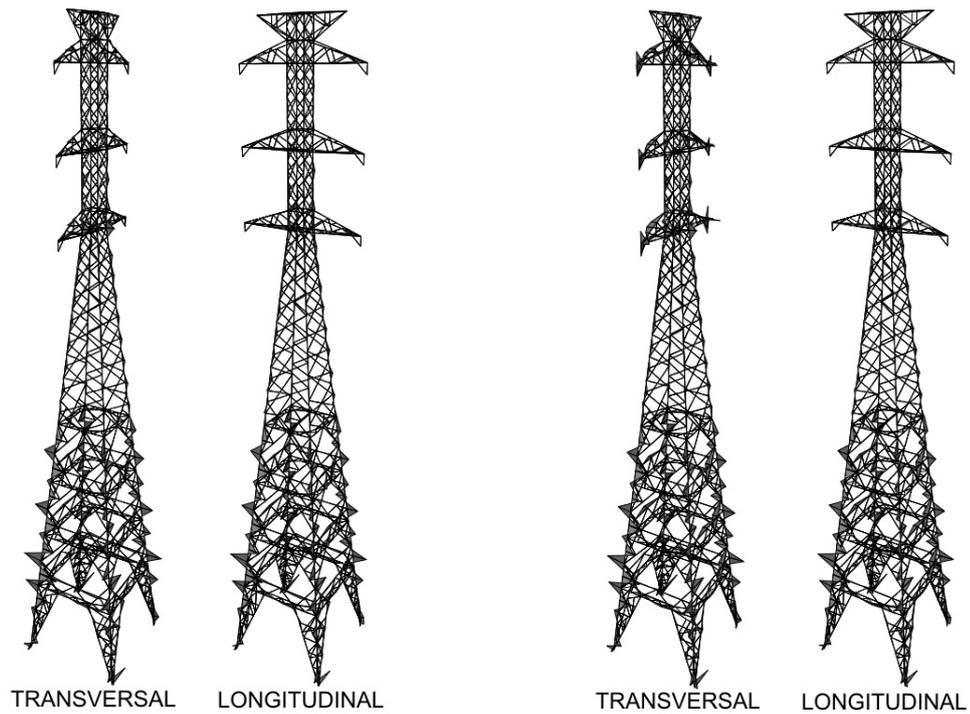
<sup>45</sup> Modelo 2: Pórtico 3D considerando-se rotuladas apenas as ligações de barras redundantes e das barras com pouca rigidez na ligação, como é o caso das barras ligadas por um único parafuso, e as demais ligações consideradas rígidas.



**Figura 34 – Esforços cortantes, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 1.**

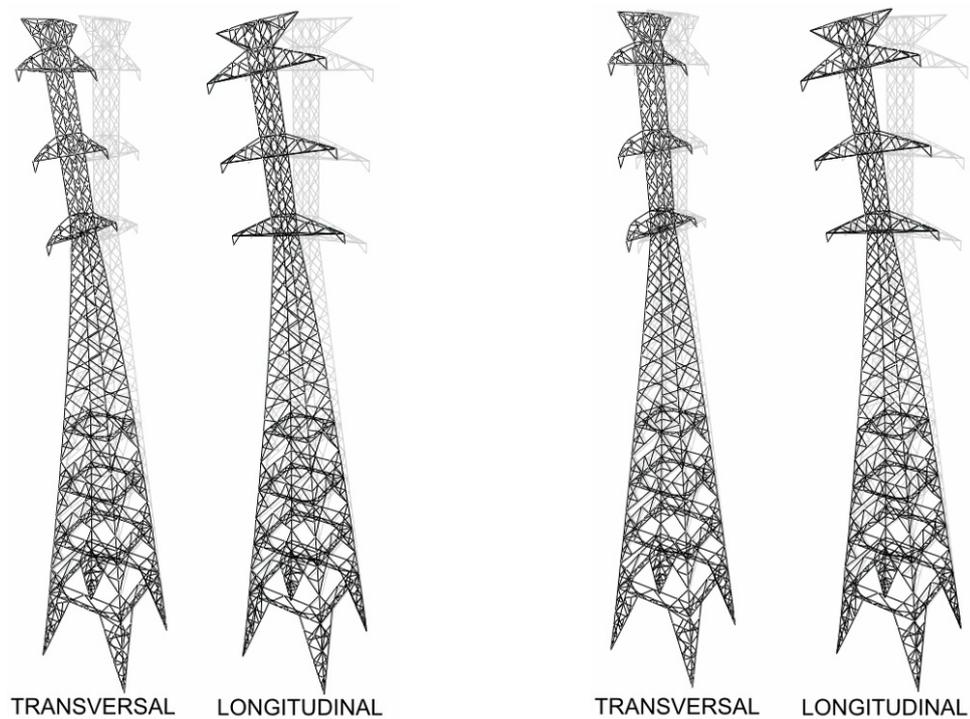


**Figura 35 – Momentos torçores, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 1.**



**Figura 36 – Momentos fletores, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 1.**

A Figura 37 mostra a deformada da estrutura.



**Figura 37 – Deformada da estrutura, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 1.**

Os esforços máximos e mínimos calculados para o modelo 1 e para o modelo 2 de acordo com a direção de incidência do vento e a barra onde este esforço ocorre, estão

mostrados na Tabela 8. Nos esforços axiais, *máx.* e *mín.* representam tração e compressão respectivamente.

**Tabela 8 – Valores dos esforços para o caso 1, de acordo com a direção de incidência e o tipo de modelagem da estrutura.**

| TIPO            |             | MODELO 1    |       | MODELO 2    |       | DIREÇÃO DO VENTO |
|-----------------|-------------|-------------|-------|-------------|-------|------------------|
|                 |             | VALOR       | BARRA | VALOR       | BARRA |                  |
| <b>Axial</b>    | <i>máx.</i> | 165,6 kN    | 360   | 166,4 kN    | 357   | Transversal (Y)  |
|                 | <i>mín.</i> | -199,7 kN   | 368   | -200,5 kN   | 368   | Transversal (Y)  |
|                 | <i>máx.</i> | 148,2 kN    | 365   | 149,1 kN    | 365   | Longitudinal (X) |
|                 | <i>mín.</i> | -191,2 kN   | 360   | -192,1 kN   | 360   | Longitudinal (X) |
| <b>Cortante</b> | <i>máx.</i> | 4,7 kN      | 12    | 4,8 kN      | 12    | Transversal (Y)  |
|                 | <i>mín.</i> | -3,7 kN     | 1     | -3,8 kN     | 1     | Transversal (Y)  |
|                 | <i>máx.</i> | 4,8 kN      | 9     | 4,7 kN      | 9     | Longitudinal (X) |
|                 | <i>mín.</i> | -3,8 kN     | 4     | -3,7 kN     | 4     | Longitudinal (X) |
| <b>Torçor</b>   | <i>máx.</i> | 0,025 kN.m  | 829   | 0,139 kN.m  | 1118  | Transversal (Y)  |
|                 | <i>mín.</i> | -0,025 kN.m | 830   | -0,047 kN.m | 1164  | Transversal (Y)  |
|                 | <i>máx.</i> | 0,028 kN.m  | 887   | 0,004 kN.m  | 451   | Longitudinal (X) |
|                 | <i>mín.</i> | -0,027 kN.m | 885   | -0,004 kN.m | 447   | Longitudinal (X) |
| <b>Fletor</b>   | <i>máx.</i> | 3,2 kN.m    | 12    | 3,4 kN.m    | 12    | Transversal (Y)  |
|                 | <i>mín.</i> | -2,4 kN.m   | 1     | -2,4 kN.m   | 1     | Transversal (Y)  |
|                 | <i>máx.</i> | 3,2 kN.m    | 4     | 3,4 kN.m    | 4     | Longitudinal (X) |
|                 | <i>mín.</i> | -2,3 kN.m   | 9     | -2,4 kN.m   | 9     | Longitudinal (X) |

**Tabela 9 - Valores dos deslocamentos máximos, caso 1.**

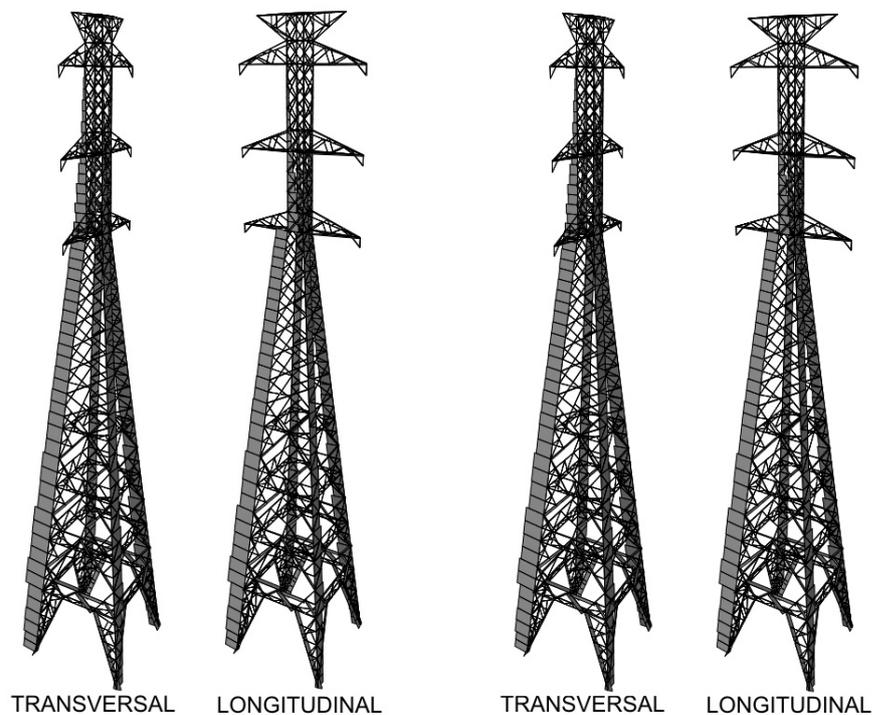
| MODELO 1      |     | MODELO 2      |     | DIREÇÃO DO VENTO |
|---------------|-----|---------------|-----|------------------|
| DESLOCAMENTOS | NÓS | DESLOCAMENTOS | NÓS |                  |
| 23,8 cm       | 657 | 26,5 cm       | 627 | Transversal (Y)  |
| 21,1 cm       | 661 | 21,2 cm       | 661 | Longitudinal (X) |

A Tabela 9 mostra os deslocamentos horizontais máximos para o vento incidindo na face transversal, na face longitudinal e o nó onde este ocorre.

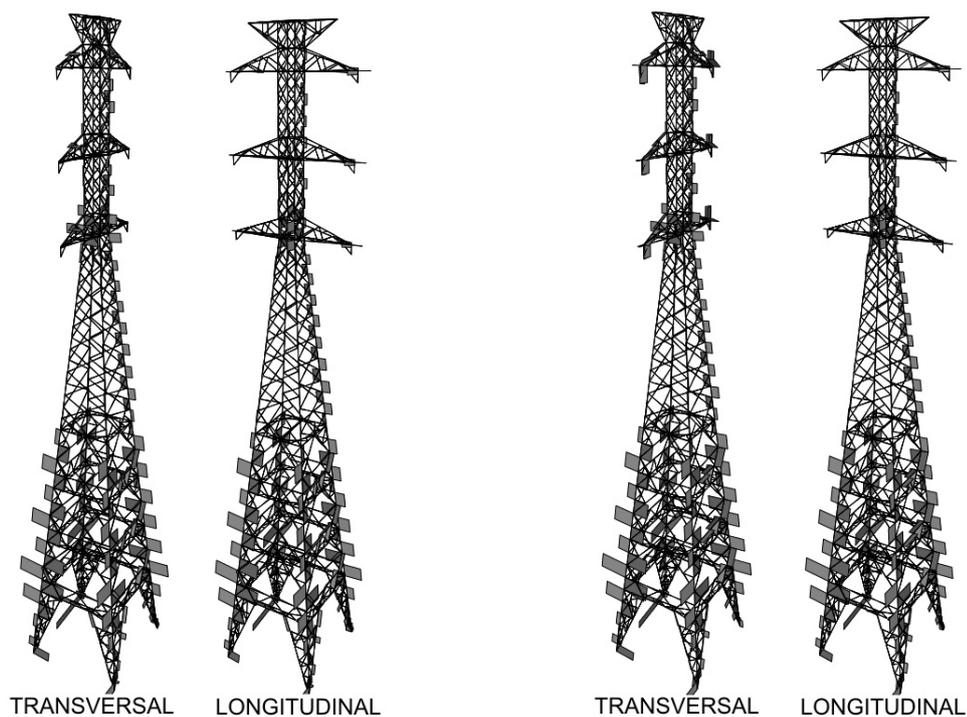
## 6.2 Caso 2: Cargas estáticas do vento NBR 5422

O caso 2 baseia-se na metodologia adotada pela norma NBR 5422 para o cálculo das cargas do vento na torre, nos cabos e isoladores. Por falta de orientação da norma quanto à consideração de cargas a sotavento da estrutura, todas as forças do vento foram adicionadas somente na face de barlavento. O peso da torre, cabos, isoladores e ferragens serão considerados também.

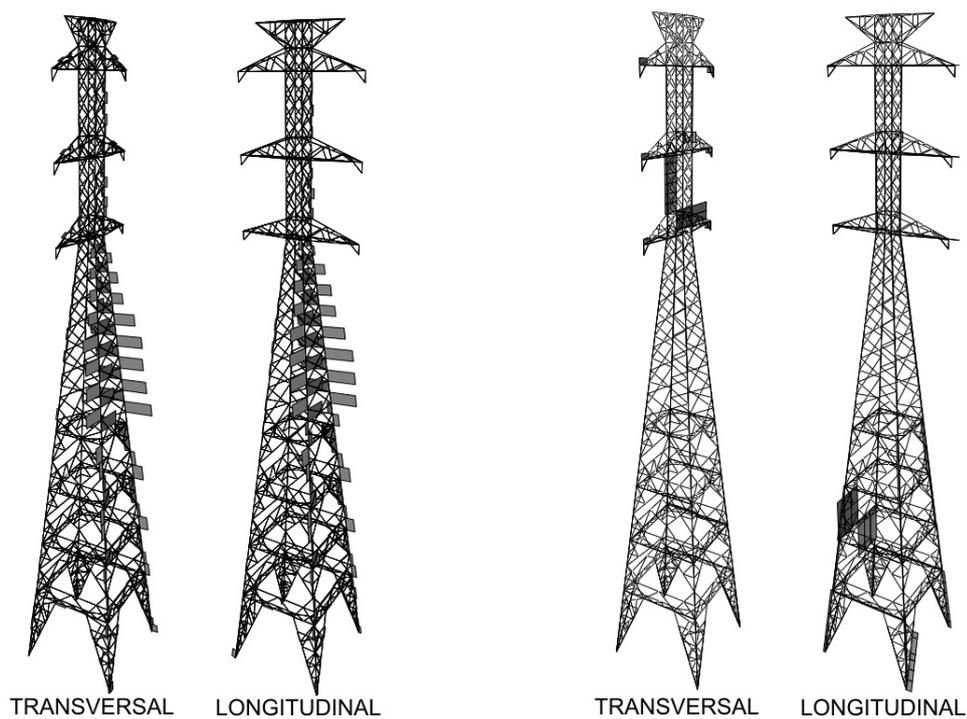
Da Figura 38 até a Figura 41 mostram-se os diagramas dos esforços axiais, cortantes, torçores e fletores deste caso com os carregamentos incidindo na transversal e na longitudinal. O diagrama em cinza escuro determina os valores positivos, e em cinza claro os valores negativos.



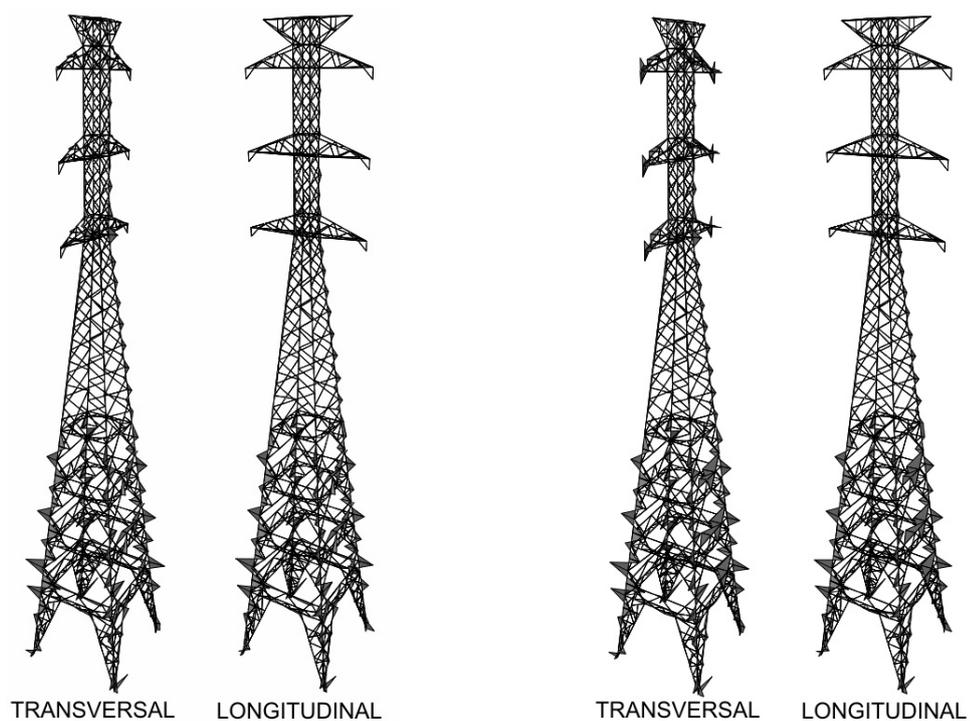
**Figura 38 – Esforços axiais, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 2.**



**Figura 39 – Esforços cortantes, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 2.**

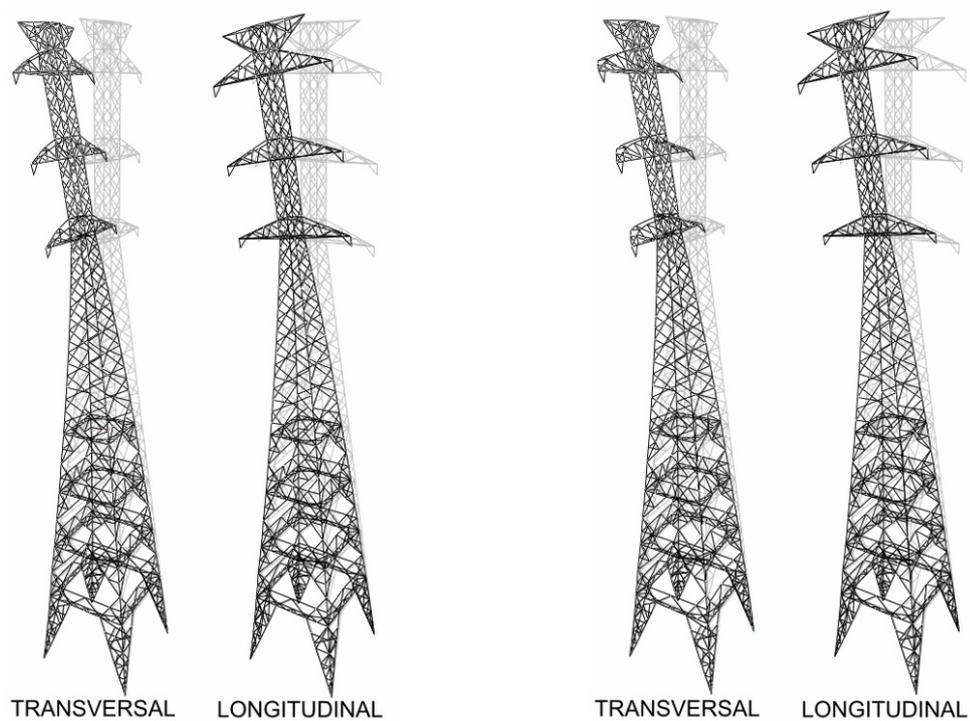


**Figura 40 – Momentos torçores, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 2.**



**Figura 41 – Momentos fletores, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 2.**

A deformada da estrutura para este caso, é mostrada na Figura 42.



**Figura 42 – Deformada da estrutura, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 2.**

A Tabela 10 contém os esforços máximos e mínimos encontrados na torre para os carregamentos do vento na transversal (Y) e na longitudinal (X), mostrando também a barra onde eles ocorrem.

**Tabela 10 - Valores dos esforços para o caso 2, de acordo com a direção de incidência e o tipo de modelagem da estrutura.**

| TIPO            |             | MODELO 1    |       | MODELO 2    |       | DIREÇÃO DO VENTO |
|-----------------|-------------|-------------|-------|-------------|-------|------------------|
|                 |             | VALOR       | BARRA | VALOR       | BARRA |                  |
| <b>Axial</b>    | <i>máx.</i> | 181,1 kN    | 360   | 182,0 kN    | 357   | Transversal (Y)  |
|                 | <i>mín.</i> | -212,7 kN   | 368   | -213,5 kN   | 368   | Transversal (Y)  |
|                 | <i>máx.</i> | 159,7 kN    | 365   | 160,6 kN    | 365   | Longitudinal (X) |
|                 | <i>mín.</i> | -200,5 kN   | 360   | -201,3 kN   | 360   | Longitudinal (X) |
| <b>Cortante</b> | <i>máx.</i> | 5,1 kN      | 12    | 5,3 kN      | 12    | Transversal (Y)  |
|                 | <i>mín.</i> | -3,8 kN     | 1     | -4,0 kN     | 1     | Transversal (Y)  |
|                 | <i>máx.</i> | 4,8 kN      | 4     | 5,0 kN      | 4     | Longitudinal (X) |
|                 | <i>mín.</i> | -3,3 kN     | 9     | -3,5 kN     | 9     | Longitudinal (X) |
| <b>Torçor</b>   | <i>máx.</i> | 0,053 kN.m  | 829   | 0,102 kN.m  | 1088  | Transversal (Y)  |
|                 | <i>mín.</i> | -0,053 kN.m | 830   | -0,034 kN.m | 1140  | Transversal (Y)  |
|                 | <i>máx.</i> | 0,054 kN.m  | 887   | 0,004 kN.m  | 459   | Longitudinal (X) |
|                 | <i>mín.</i> | -0,053 kN.m | 885   | -0,004 kN.m | 429   | Longitudinal (X) |
| <b>Fletor</b>   | <i>máx.</i> | 3,8 kN.m    | 12    | 3,9 kN.m    | 12    | Transversal (Y)  |
|                 | <i>mín.</i> | -2,8 kN.m   | 1     | -2,9 kN.m   | 1     | Transversal (Y)  |
|                 | <i>máx.</i> | 3,5 kN.m    | 4     | 3,6 kN.m    | 4     | Longitudinal (X) |
|                 | <i>mín.</i> | -2,4 kN.m   | 9     | -2,5 kN.m   | 9     | Longitudinal (X) |

A Tabela 11 apresenta os valores de deslocamentos horizontais máximos encontrados para cada direção de carregamento.

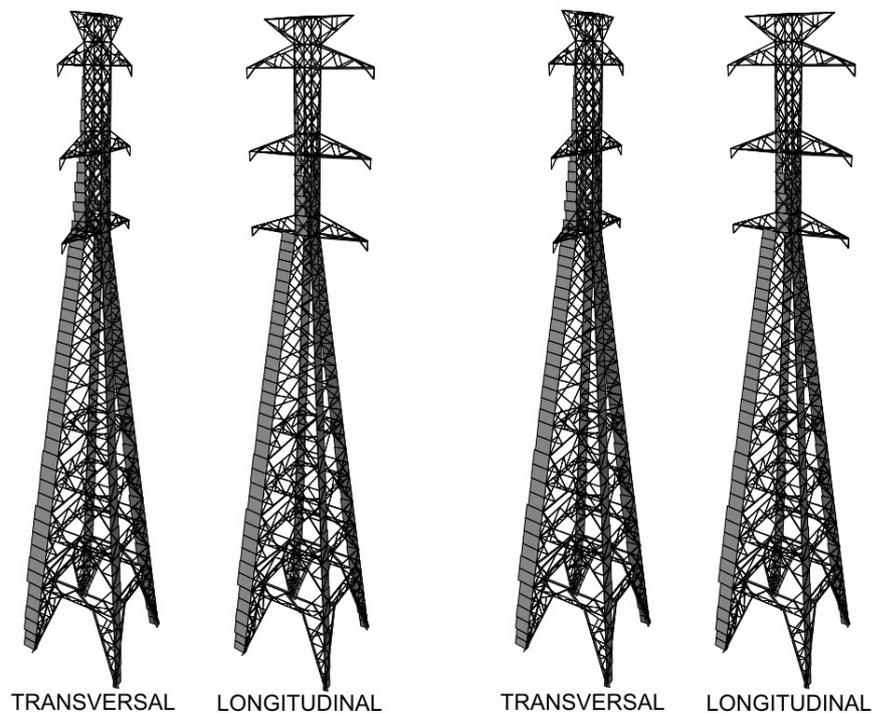
**Tabela 11 - Valores dos deslocamentos máximos, caso 2.**

| MODELO 1      |     | MODELO 2      |     | DIREÇÃO DO VENTO |
|---------------|-----|---------------|-----|------------------|
| DESLOCAMENTOS | NÓS | DESLOCAMENTOS | NÓS |                  |
| 25,8 cm       | 657 | 28,6 cm       | 634 | Transversal (Y)  |
| 21,7 cm       | 664 | 21,7 cm       | 656 | Longitudinal (X) |

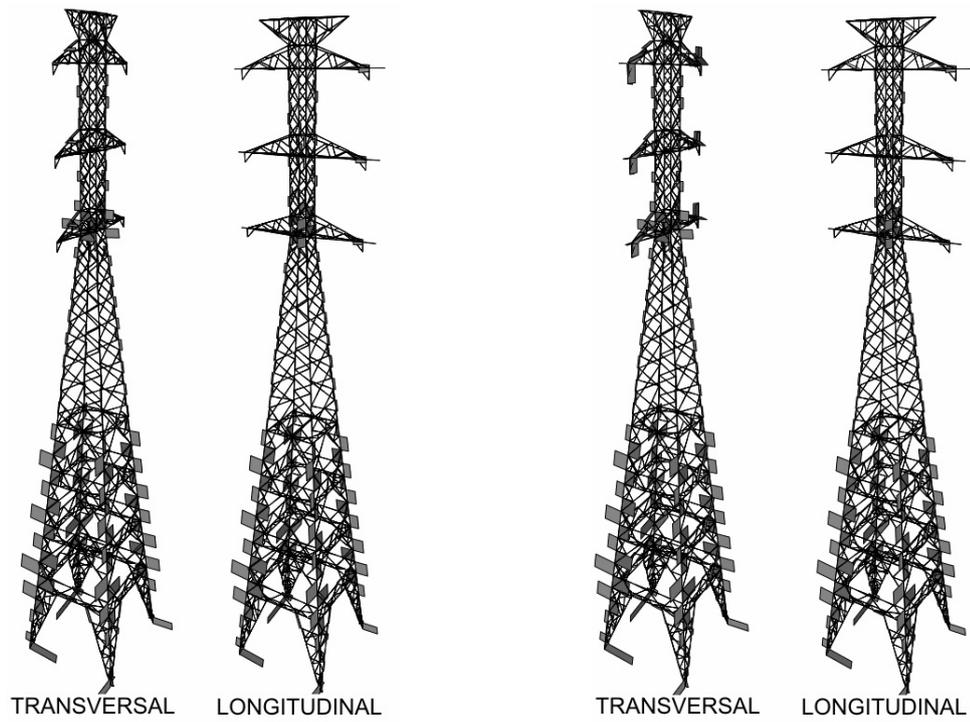
## 6.3 Caso 3: Cargas pseudo-dinâmicas do vento NBR

### 6123

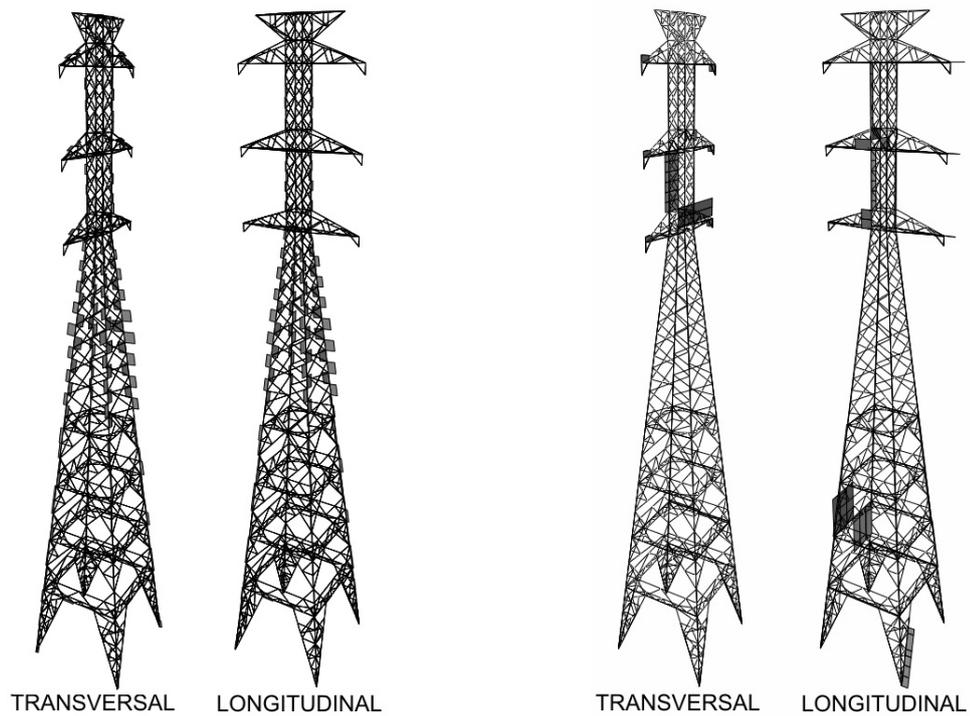
Cargas pseudo-dinâmicas do vento são cargas estáticas aplicadas na estrutura que, segundo a norma, devem englobar os mesmos efeitos de uma análise dinâmica. Mostram-se os diagramas de esforço normal, esforço cortante, momento torçor e momento fletor para os modelos 1 e 2 com cargas do vento incidindo na direção Y (transversal) e na direção X (longitudinal) da torre são mostrados, separadamente, da Figura 43 até a Figura 46. O diagrama em cinza escuro determina os valores positivos, e em cinza claro os valores negativos.



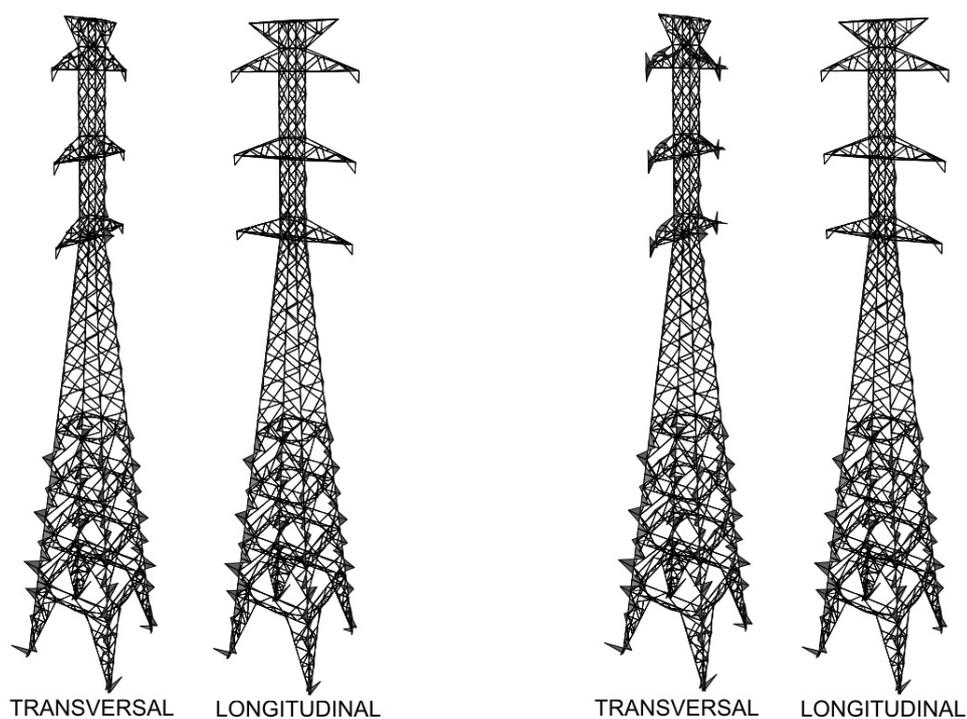
**Figura 43 – Esforços axiais, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 3.**



**Figura 44 – Esforços cortantes, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 3.**

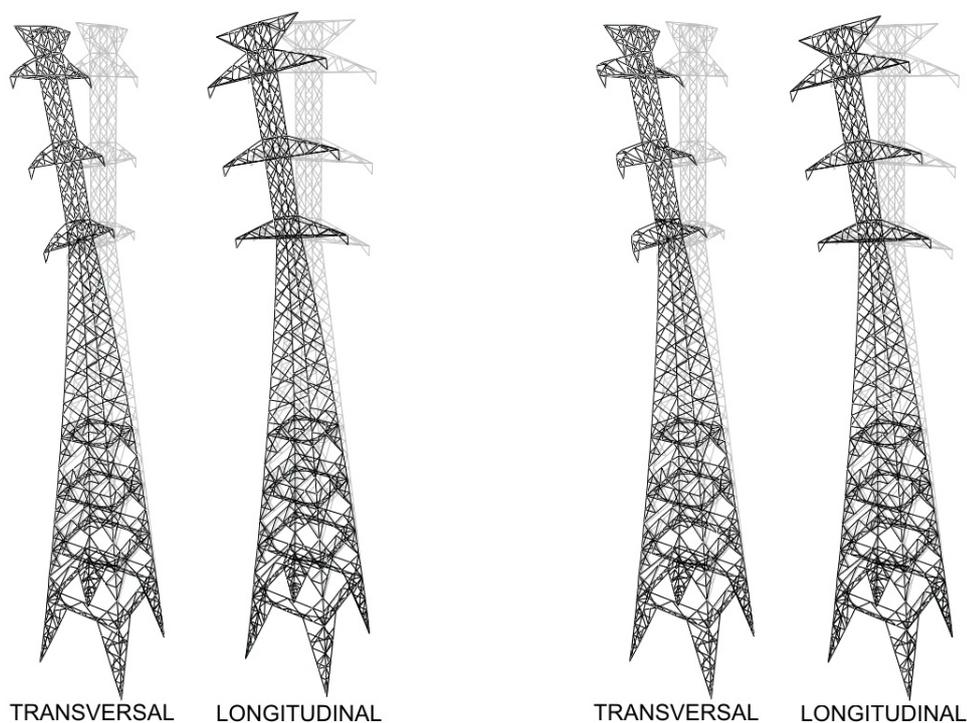


**Figura 45 – Momentos torçores, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 3.**



**Figura 46 – Momentos fletores, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 3.**

Os deslocamentos na torre estão mostrados na Figura 47.



**Figura 47 – Deformada da estrutura, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 3.**

A Tabela 12 mostra os valores para os esforços máximos e mínimos para a análise estática com a carga pseudo-dinâmica.

**Tabela 12 - Valores dos esforços para o caso 3, de acordo com a direção de incidência e o tipo de modelagem da estrutura.**

| TIPO            |             | MODELO 1    |       | MODELO 2    |       | DIREÇÃO DO VENTO |
|-----------------|-------------|-------------|-------|-------------|-------|------------------|
|                 |             | VALOR       | BARRA | VALOR       | BARRA |                  |
| <b>Axial</b>    | <i>máx.</i> | 153,0 kN    | 360   | 153,7 kN    | 357   | Transversal (Y)  |
|                 | <i>mín.</i> | -187,1 kN   | 368   | -187,8 kN   | 368   | Transversal (Y)  |
|                 | <i>máx.</i> | 131,7 kN    | 365   | 132,3 kN    | 365   | Longitudinal (X) |
|                 | <i>mín.</i> | -174,6 kN   | 360   | -175,3 kN   | 360   | Longitudinal (X) |
| <b>Cortante</b> | <i>máx.</i> | 4,4 kN      | 12    | 4,6 kN      | 12    | Transversal (Y)  |
|                 | <i>mín.</i> | -3,4 kN     | 1     | -3,6 kN     | 1     | Transversal (Y)  |
|                 | <i>máx.</i> | 4,1 kN      | 4     | 4,3 kN      | 4     | Longitudinal (X) |
|                 | <i>mín.</i> | -2,9 kN     | 9     | -3,0 kN     | 9     | Longitudinal (X) |
| <b>Torçor</b>   | <i>máx.</i> | 0,019 kN.m  | 910   | 0,117 kN.m  | 1088  | Transversal (Y)  |
|                 | <i>mín.</i> | -0,019 kN.m | 909   | 0,040 kN.m  | 1188  | Transversal (Y)  |
|                 | <i>máx.</i> | 0,018 kN.m  | 887   | 0,004 kN.m  | 451   | Longitudinal (X) |
|                 | <i>mín.</i> | -0,018 kN.m | 885   | -0,004 kN.m | 429   | Longitudinal (X) |
| <b>Fletor</b>   | <i>máx.</i> | 3,3 kN.m    | 12    | 3,4 kN.m    | 12    | Transversal (Y)  |
|                 | <i>mín.</i> | -2,5 kN.m   | 1     | -2,6 kN.m   | 1     | Transversal (Y)  |
|                 | <i>máx.</i> | 3,0 kN.m    | 4     | 3,2 kN.m    | 4     | Longitudinal (X) |
|                 | <i>mín.</i> | -2,1 kN.m   | 9     | -2,2 kN.m   | 9     | Longitudinal (X) |

A Tabela 13 apresenta os valores de deslocamentos horizontais máximos encontrados para cada direção de carregamento contendo o nó onde este ocorre, de acordo com a análise e o modelo onde este foi obtido.

**Tabela 13 - Valores dos deslocamentos máximos, caso 3.**

| MODELO 1      |     | MODELO 2      |     | DIREÇÃO DO VENTO |
|---------------|-----|---------------|-----|------------------|
| DESLOCAMENTOS | NÓS | DESLOCAMENTOS | NÓS |                  |
| 25,5 cm       | 657 | 28,9 cm       | 627 | Transversal (Y)  |
| 22,4 cm       | 661 | 22,5 cm       | 661 | Longitudinal (X) |

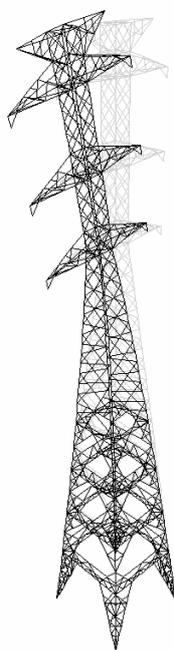
## 6.4 Freqüências naturais da estrutura

Para solução das equações de equilíbrio da torre sob vibração forçada foi utilizado o método da Superposição Modal. A Tabela 14 mostra as freqüências naturais dos 12 primeiros modos da estrutura, obtidas usando-se o programa, SAP2000 NONLINEAR (2007). Foram utilizados 23 modos na solução pelo método de Superposição Modal com uma taxa de amortecimento constante de 0,03 constante para todos os modos.

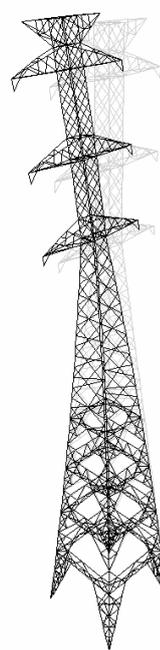
**Tabela 14 - 12 primeiras freqüências naturais de vibração da estrutura.**

|                   |          |          |          |           |           |           |
|-------------------|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| <b>Modo</b>       | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b>  | <b>5</b>  | <b>6</b>  |
| <b>Freqüência</b> | 1,86     | 1,87     | 4,49     | 4,55      | 4,58      | 6,42      |
| <b>Modo</b>       | <b>7</b> | <b>8</b> | <b>9</b> | <b>10</b> | <b>11</b> | <b>12</b> |
| <b>Freqüência</b> | 6,55     | 6,70     | 7,12     | 7,42      | 7,69      | 7,71      |

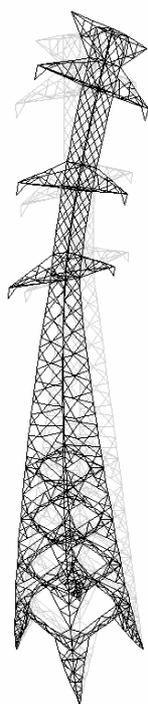
A Figura 48 ilustra as seis primeiras formas modais correspondentes às seis primeiras freqüências naturais da estrutura.



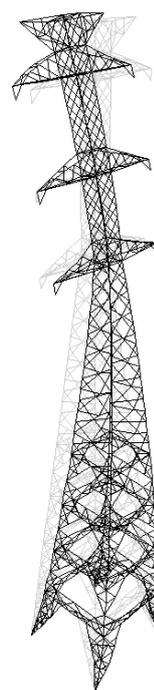
MODO 1



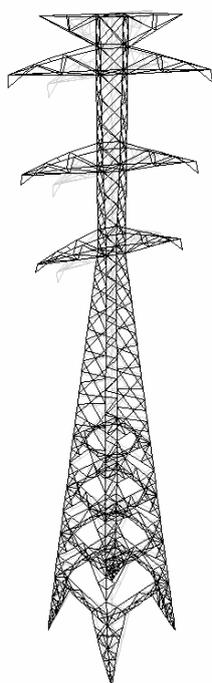
MODO 2



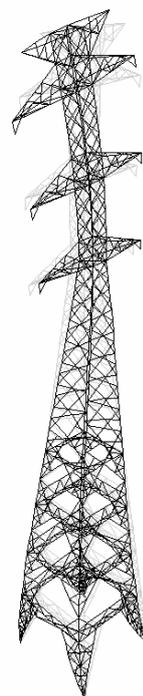
MODO 3



MODO 4



MODO 5



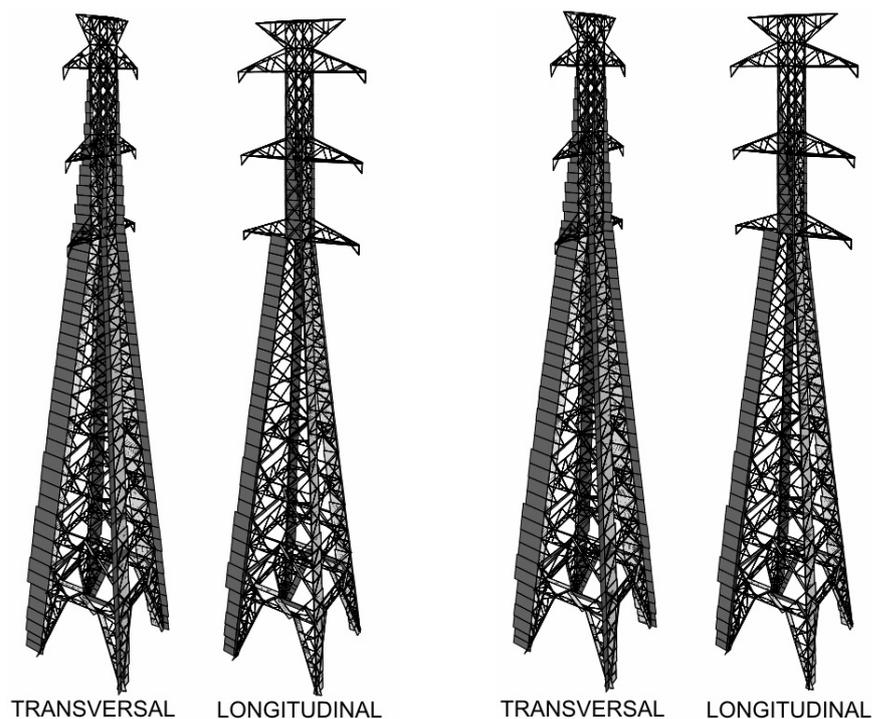
MODO 6

**Figura 48 – Seis primeiras formas modais da estrutura.**

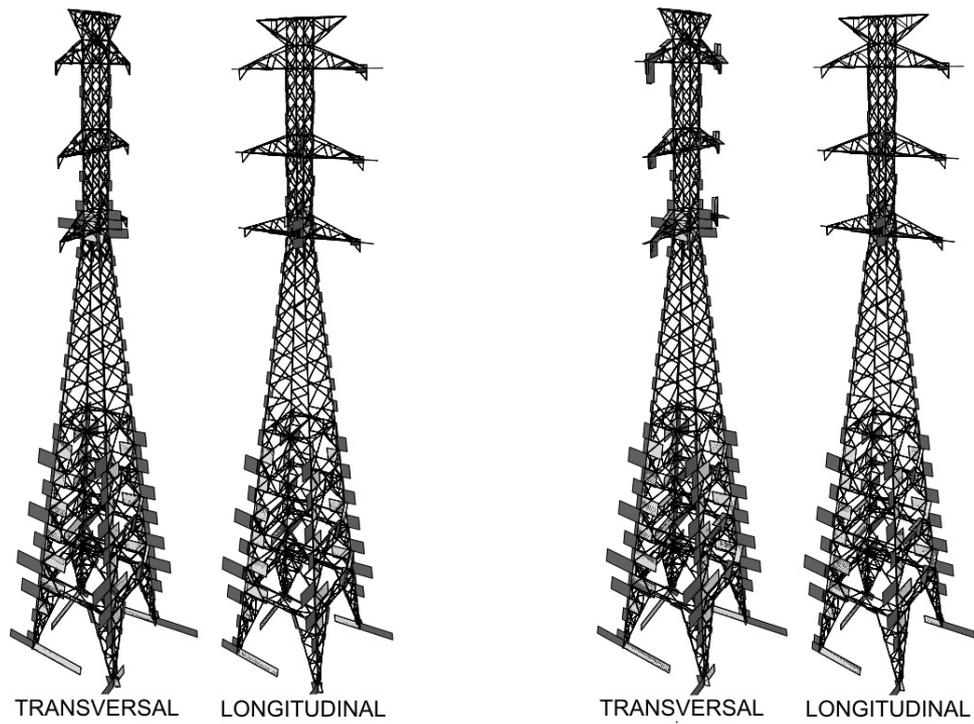
## 6.5 Caso 4: Cargas dinâmicas, espectro de Davenport

O caso 4 foi criado partindo-se de valores de velocidades do vento extraídos do espectro de Davenport, convertidos com o auxílio de séries de Fourier. Para não se aplicar a turbulência do vento de uma forma brusca inicial na estrutura, utilizou-se, durante os 100 s iniciais, uma função de crescimento suave definida por uma senóide, que eleva suavemente os valores das forças de vento de zero até o valor estático, em outras palavras, durante estes 100 s iniciais deve existir apenas o crescimento constante da força, sem nenhuma perturbação nos resultados, simulando-se assim uma aplicação estática da força.

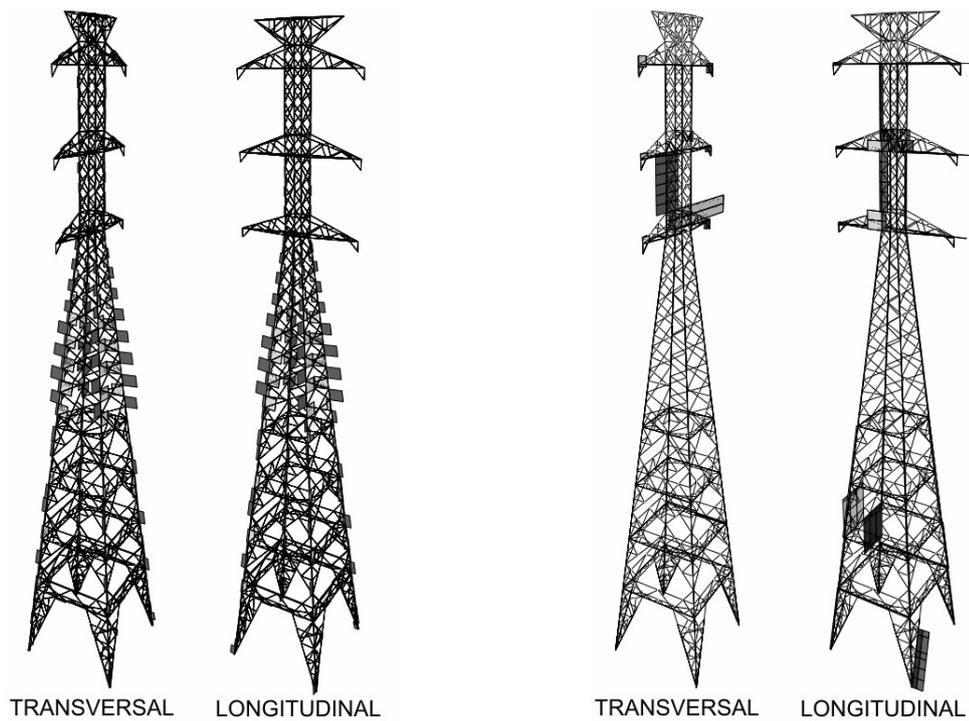
Da Figura 49 até a Figura 52 mostra-se a envoltória de esforços axiais, cortantes e momentos fletores e torçores para o caso 4. O diagrama em cinza escuro representa os valores positivos, e em cinza claro os valores negativos.



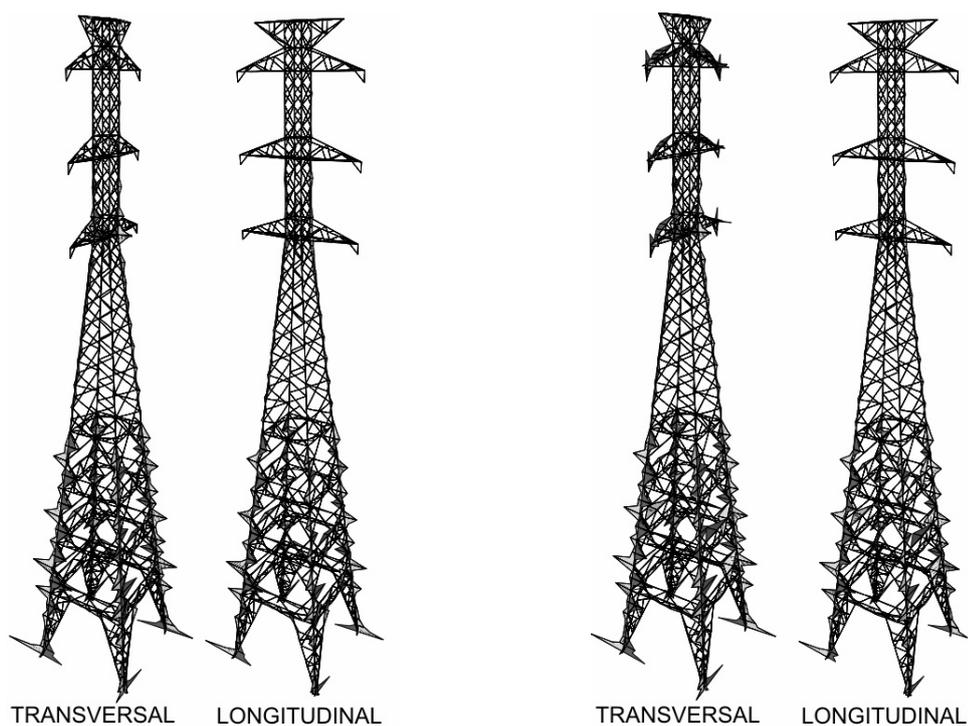
**Figura 49 – Esforços axiais, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 4.**



**Figura 50 – Esforços cortantes, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 4.**

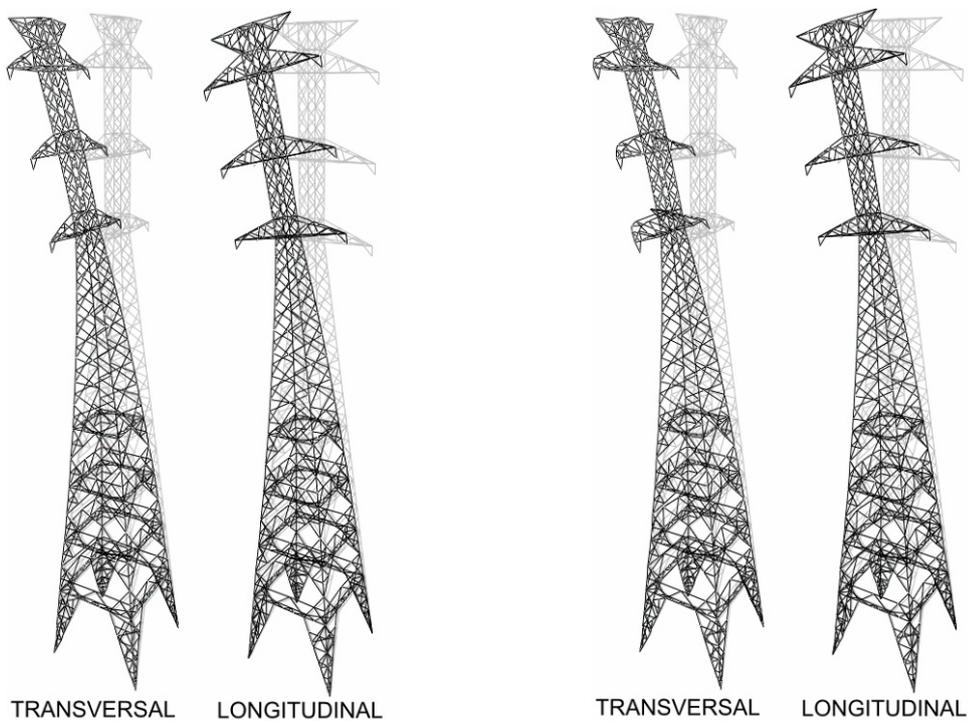


**Figura 51 – Momentos torçores, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 4.**



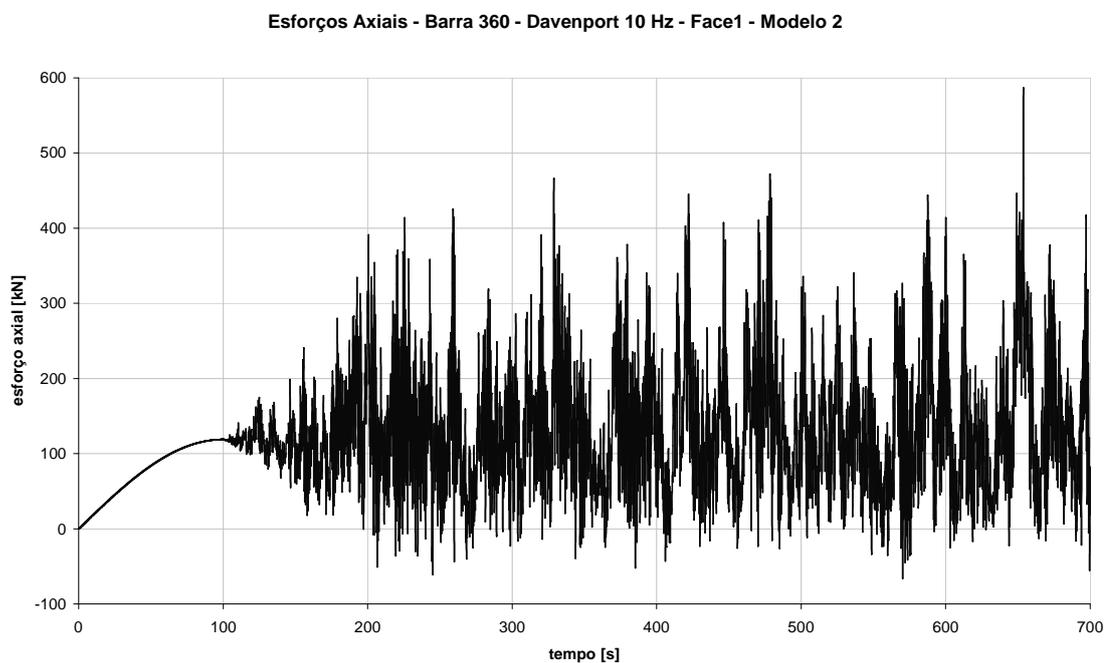
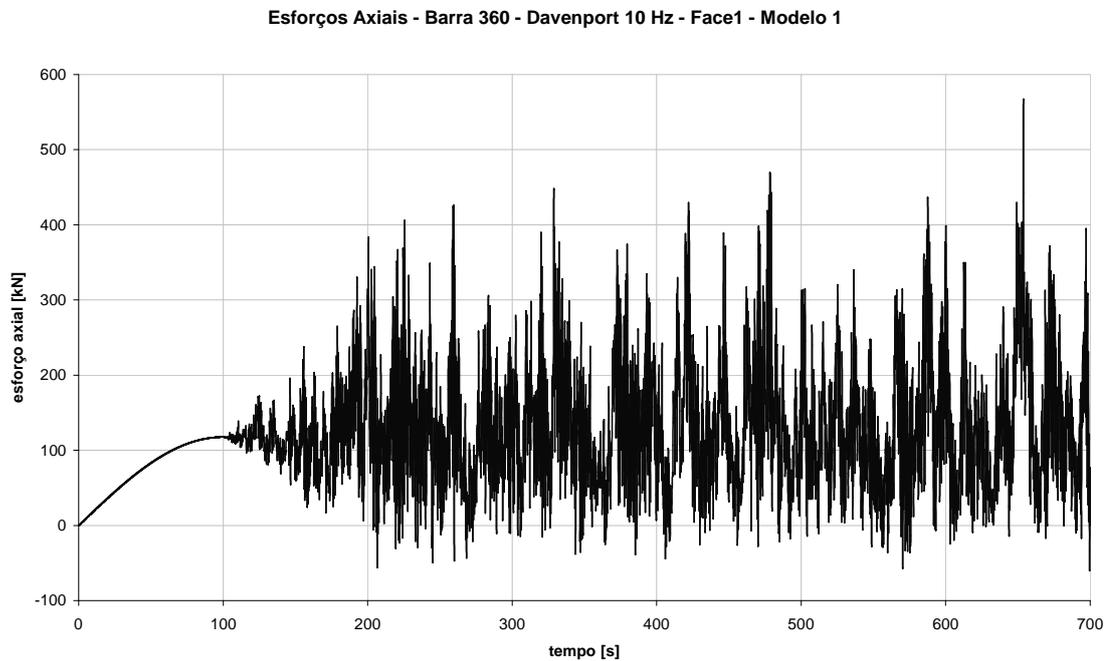
**Figura 52 – Momentos fletores, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 4.**

A Figura 53 mostra a deformada da torre para o instante em que ocorreram deslocamentos máximos dos nós.



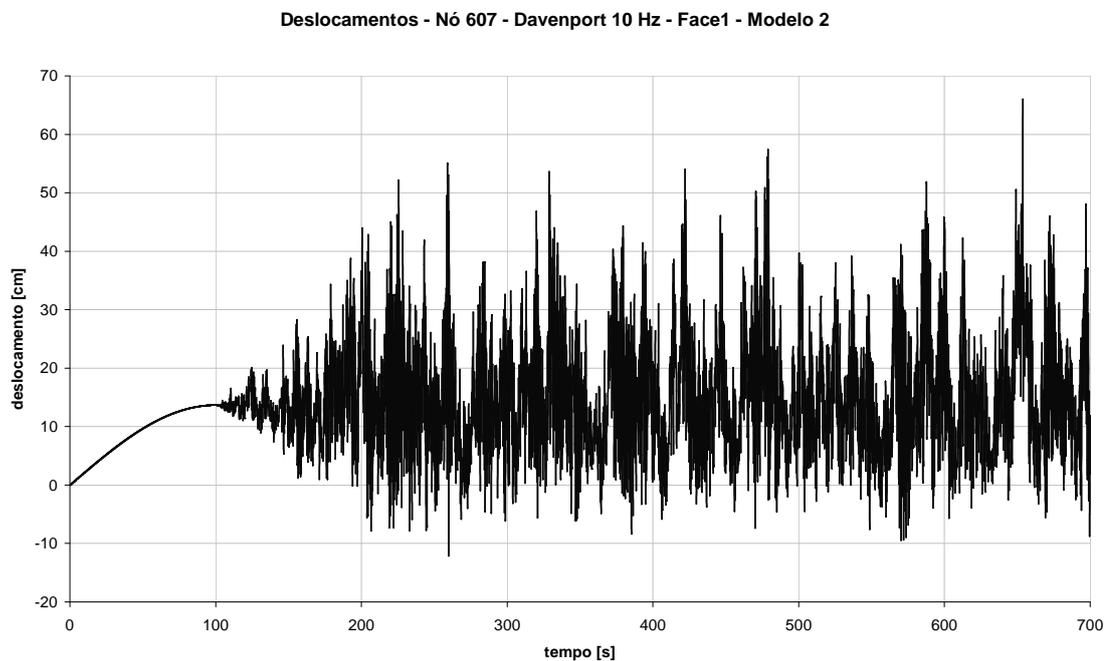
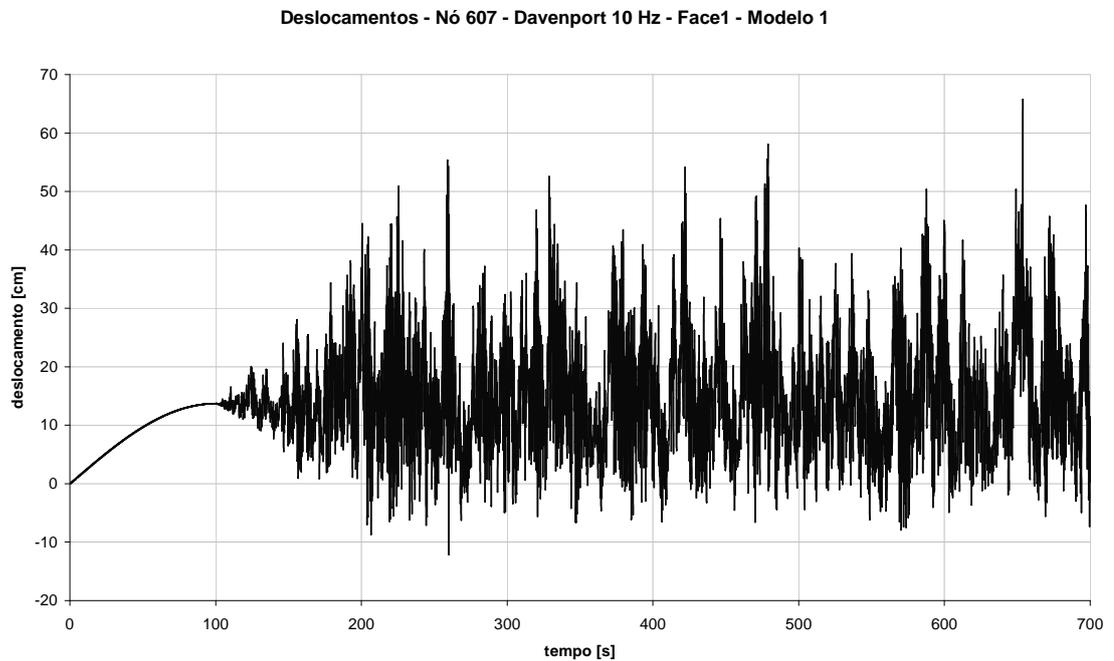
**Figura 53 – Deformada da estrutura, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 4.**

Para visualizar o desenvolvimento destes esforços ao longo do tempo foram gerados os gráficos de esforços axiais na barra 360. A Figura 54 mostra o esforço ao longo do tempo para esta barra até um instante total de 700 s para os modelos 1 e 2.



**Figura 54 – Esforços axiais no tempo, modelo 1 (acima) e modelo 2 (abaixo), caso 4.**

Os gráficos da Figura 55 mostram o deslocamento horizontal ao longo do tempo do nó 607 para o modelo 1 e para o modelo 2. Os gráficos mostram estes deslocamentos até um instante de 700 s.



**Figura 55 – Gráfico dos deslocamentos no tempo, modelo 1 (acima) e modelo 2 (abaixo), caso**

A Tabela 15 contém os valores máximos e mínimos encontrados, de acordo com o modelo utilizado e a direção de incidência do vento.

**Tabela 15 - Valores dos esforços para o caso 4, de acordo com a direção de incidência e o tipo de modelagem da estrutura.**

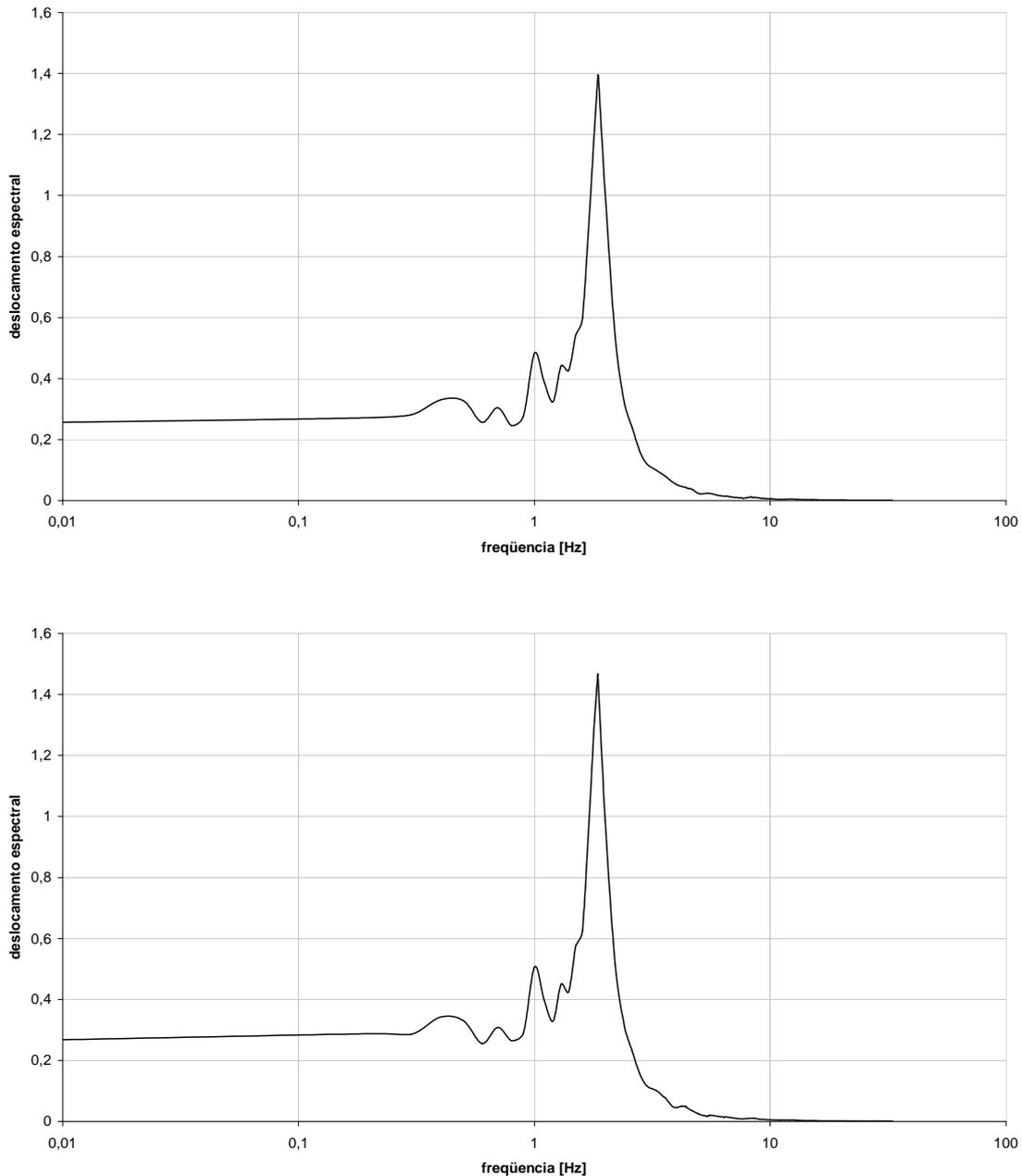
| TIPO            |             | MODELO 1    |       | MODELO 2    |       | DIREÇÃO DO VENTO |
|-----------------|-------------|-------------|-------|-------------|-------|------------------|
|                 |             | VALOR       | BARRA | VALOR       | BARRA |                  |
| <b>Axial</b>    | <i>máx.</i> | 548,6 kN    | 360   | 568,2 kN    | 357   | Transv. (Y)      |
|                 | <i>mín.</i> | -582,8 kN   | 368   | -602,4 kN   | 365   | Transv. (Y)      |
|                 | <i>máx.</i> | 390,7 kN    | 365   | 398,4 kN    | 365   | Long. (X)        |
|                 | <i>mín.</i> | -433,6 kN   | 360   | -441,4 kN   | 360   | Long. (X)        |
| <b>Cortante</b> | <i>máx.</i> | 13,7 kN     | 12    | 14,6 kN     | 12    | Transv. (Y)      |
|                 | <i>mín.</i> | -12,7 kN    | 1     | -13,5 kN    | 1     | Transv. (Y)      |
|                 | <i>máx.</i> | 10,1 kN     | 4     | 6,4 kN      | 12    | Long. (X)        |
|                 | <i>mín.</i> | -8,9 kN     | 9     | -9,3 kN     | 9     | Long. (X)        |
| <b>Torçor</b>   | <i>máx.</i> | 0,074 kN.m  | 849   | 0,403 kN.m  | 1088  | Transv. (Y)      |
|                 | <i>mín.</i> | -0,059 kN.m | 850   | -0,136 kN.m | 1164  | Transv. (Y)      |
|                 | <i>máx.</i> | 0,066 kN.m  | 839   | 0,005 kN.m  | 451   | Long. (X)        |
|                 | <i>mín.</i> | -0,060 kN.m | 837   | -0,005 kN.m | 439   | Long. (X)        |
| <b>Fletor</b>   | <i>máx.</i> | 10,0 kN.m   | 12    | 10,8 kN.m   | 12    | Transv. (Y)      |
|                 | <i>mín.</i> | -9,3 kN.m   | 1     | -9,9 kN.m   | 1     | Transv. (Y)      |
|                 | <i>máx.</i> | 6,2 kN.m    | 1     | 7,8 kN.m    | 4     | Long. (X)        |
|                 | <i>mín.</i> | -6,5 kN.m   | 9     | -6,8 kN.m   | 9     | Long. (X)        |

Os deslocamentos horizontais máximos encontrados na torre estão mostrados na Tabela 16 de acordo com o tipo de modelo utilizado e a incidência do vento.

**Tabela 16 - Valores dos deslocamentos máximos, caso 4.**

| MODELO 1 |     | MODELO 2 |     | DIREÇÃO DO VENTO |
|----------|-----|----------|-----|------------------|
| DESL.    | NÓS | DESL.    | NÓS |                  |
| 78,86 cm | 657 | 85,08 cm | 635 | Transversal (Y)  |
| 49,87 cm | 659 | 49,34 cm | 661 | Longitudinal (X) |

A Figura 56 mostra o gráfico de deslocamentos espectrais do nó 607 no domínio da frequência, obtido usando-se o programa SAP2000, para o vento incidindo na face transversal no reticulado de barlavento, para ambos modelos, 1 e 2.

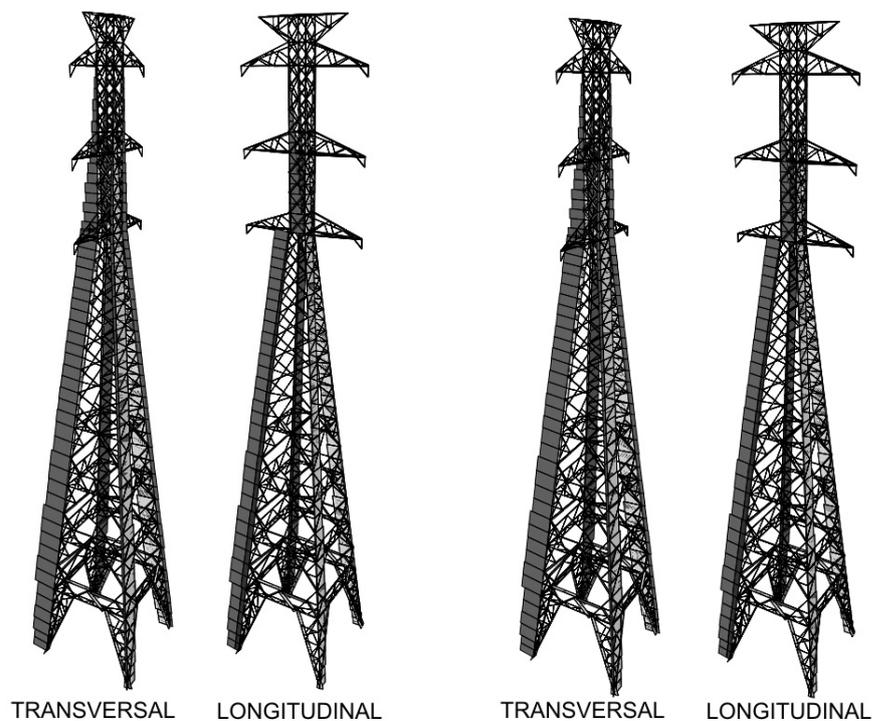


**Figura 56 – Respostas dos deslocamentos no domínio da frequência, modelo 1 (acima) e modelo 2 (abaixo), caso 4.**

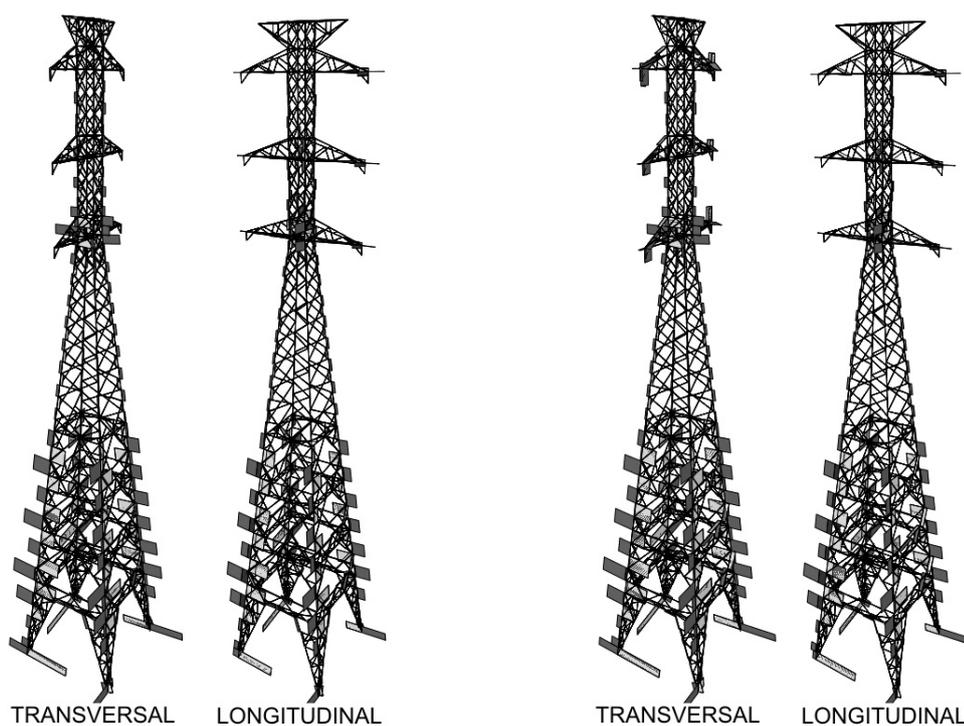
Observa-se que o pico no espectro corresponde à frequência fundamental da torre.

## 6.6 Caso 5: Cargas dinâmicas, espectro de Kaimal

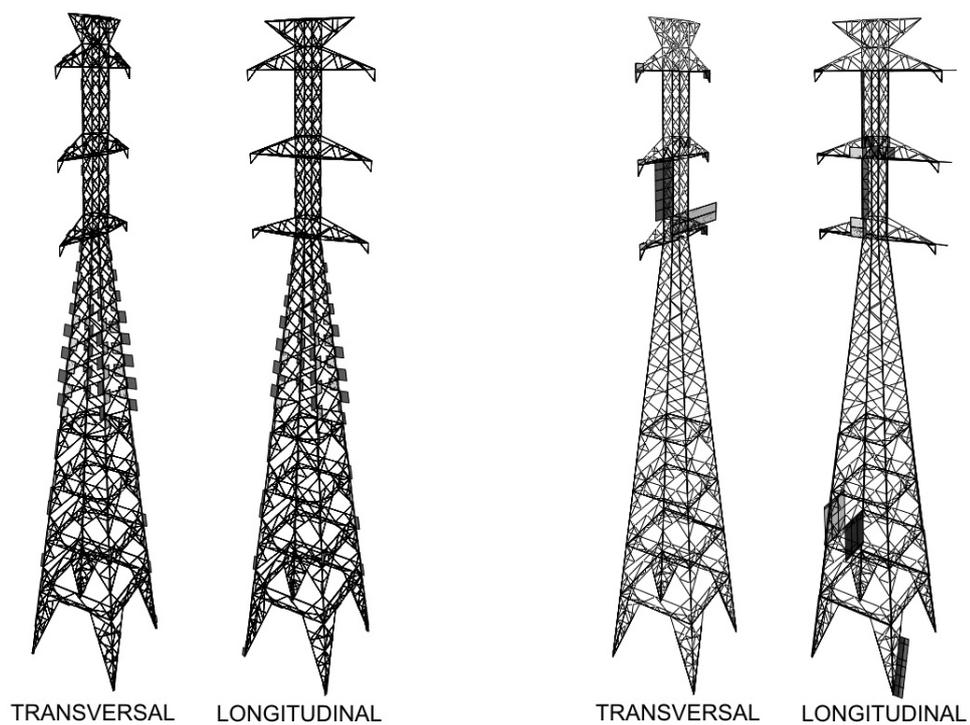
Neste caso de carregamento utilizam-se os valores de velocidades do vento extraídos do espectro de Kaimal convertidos também com séries de Fourier. Assim como foi feito para o caso 4, neste caso também foi considerado um período de 700 s para as análises dinâmicas, e nos gráficos da Figura 62 e Figura 63, os resultados são apresentados até o instante  $t = 700$  s contendo os 100 s iniciais de aplicação suave da carga. Da Figura 57 até a Figura 60 são mostradas as envoltórias de esforços axiais, cortantes e momentos fletores e torçores para o caso 5. O diagrama em cinza escuro representa os valores positivos, e em cinza claro os valores negativos.



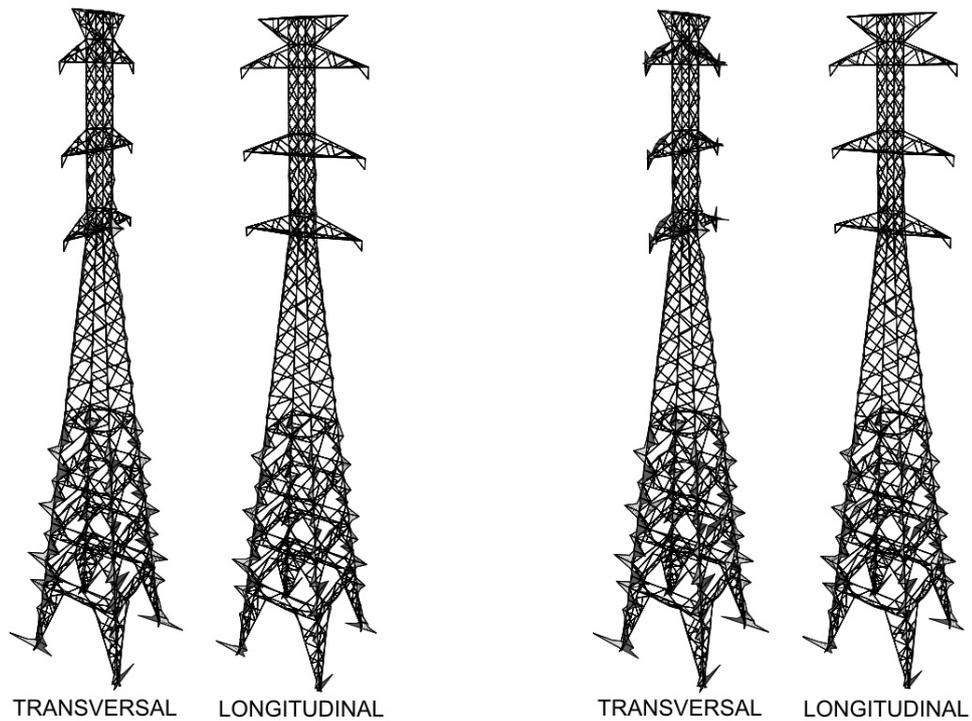
**Figura 57 – Esforços axiais, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 5.**



**Figura 58 – Esforços cortantes, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 5.**

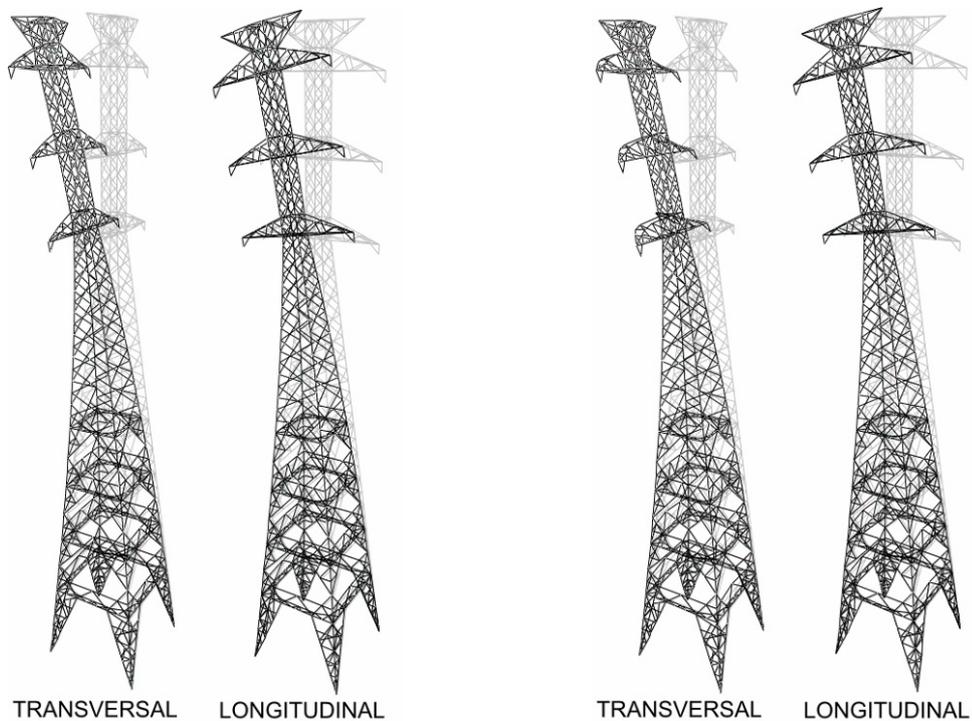


**Figura 59 – Momentos torçores, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 5.**



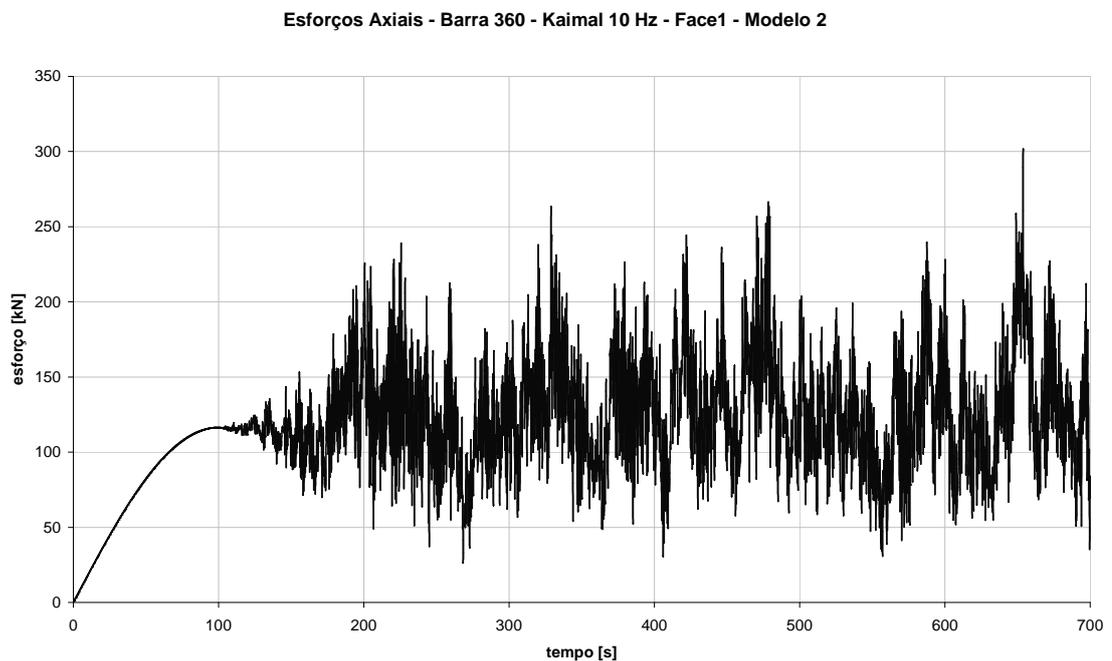
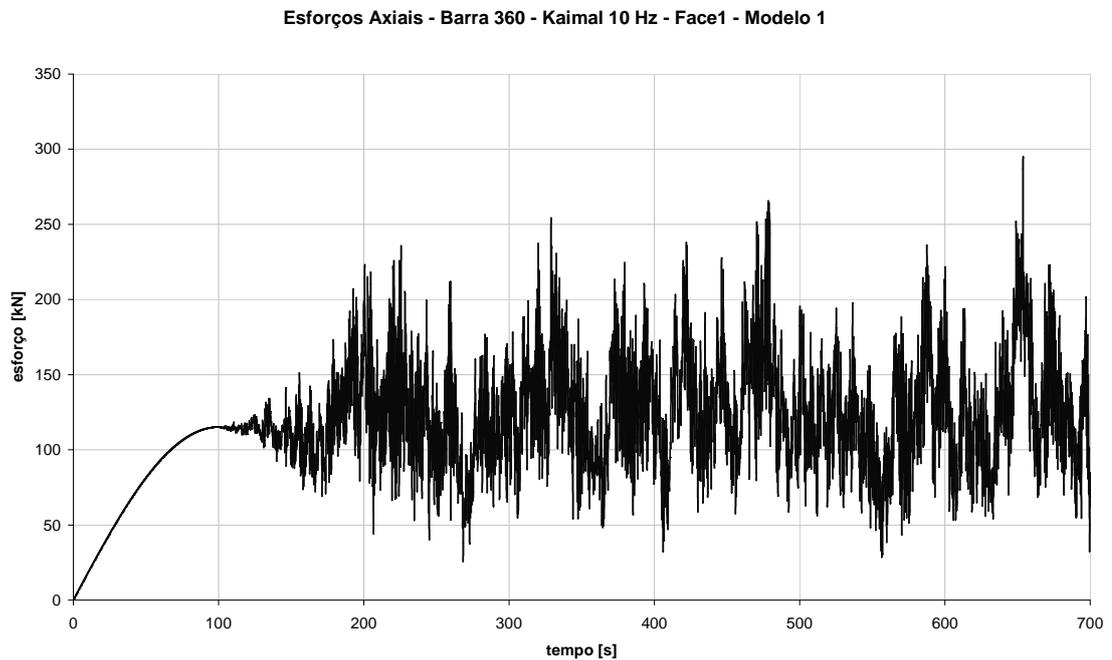
**Figura 60 – Momentos fletores, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 5.**

A Figura 61 mostra a deformada da torre para o instante em que ocorreram deslocamentos máximos dos nós.



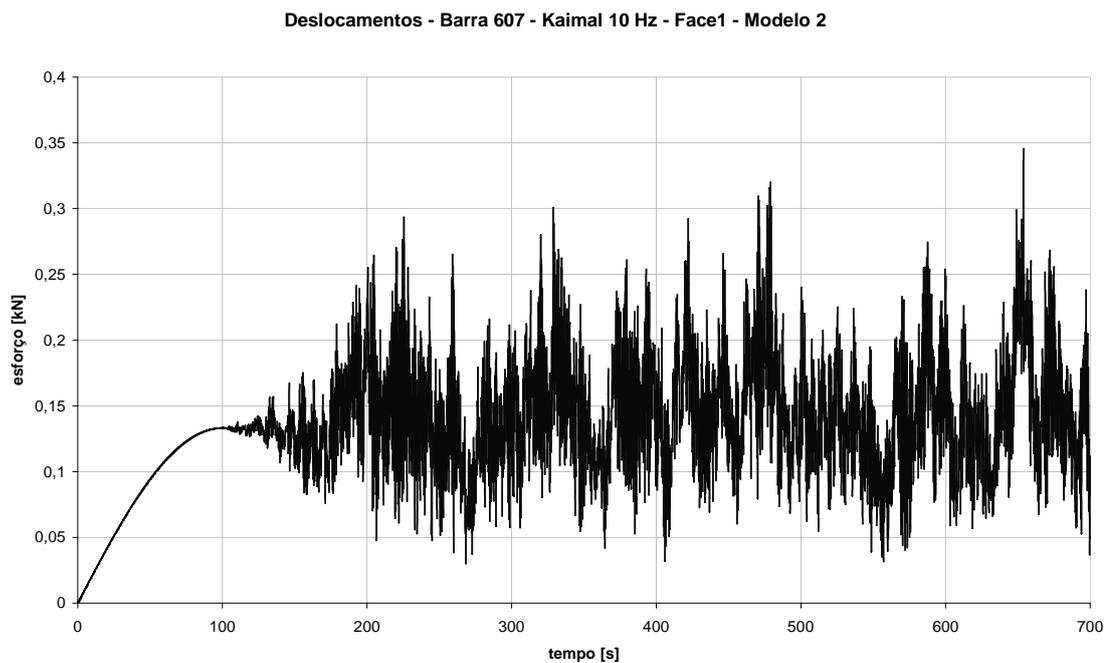
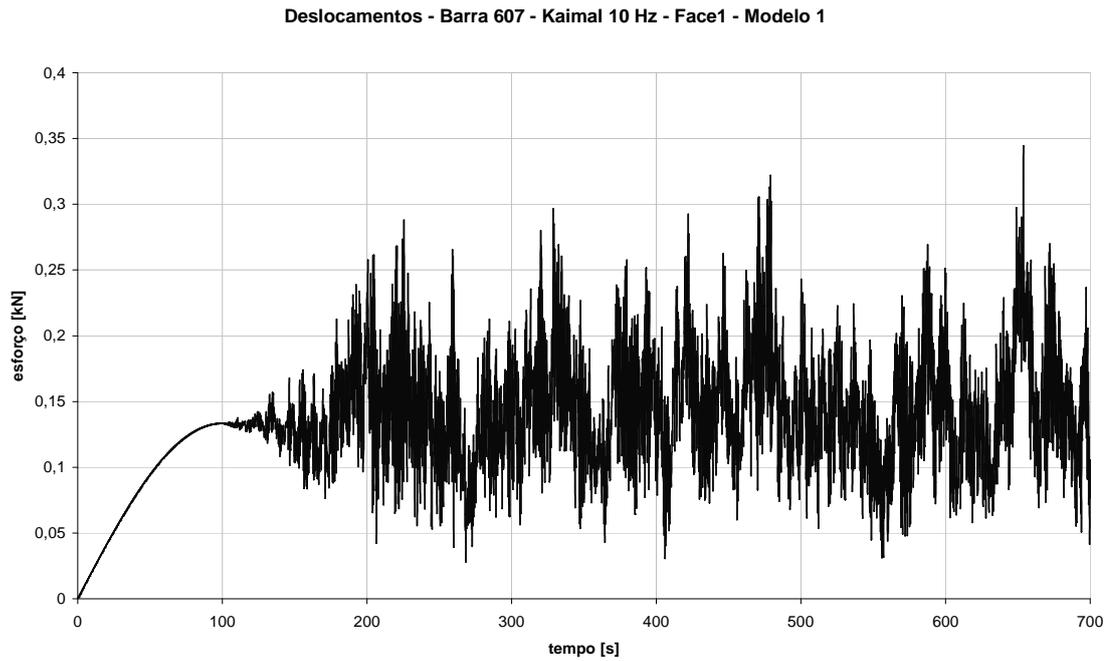
**Figura 61 – Deformada da estrutura, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 5.**

Para visualizar o desenvolvimento destes esforços ao longo do tempo foram gerados os gráficos da Figura 62, que mostram o esforço axial ao longo do tempo para a barra 360.



**Figura 62 – Esforços axiais no tempo, modelo 1 (acima) e modelo 2 (abaixo), caso 5.**

Os gráficos da Figura 63 mostram o deslocamento horizontal ao longo do tempo do nó 607 para o modelo 1 e para o modelo 2. Os gráficos mostram estes deslocamentos até um período de 700 s.



**Figura 63 – Gráfico dos deslocamentos no tempo, modelo 1 (acima) e modelo 2 (abaixo), caso**

**5.**

A Tabela 17 contém os valores máximos e mínimos encontrados nas análises dinâmicas, de acordo com o modelo utilizado e a direção de incidência do vento. A tabela ainda traz a referência de qual barra que este esforço ocorreu.

**Tabela 17 - Valores dos esforços para o caso 5, de acordo com a direção de incidência e o tipo de modelagem da estrutura.**

| TIPO            |             | MODELO 1    |       | MODELO 2    |       | DIREÇÃO DO VENTO |
|-----------------|-------------|-------------|-------|-------------|-------|------------------|
|                 |             | VALOR       | BARRA | VALOR       | BARRA |                  |
| <b>Axial</b>    | <i>máx.</i> | 277,6 kN    | 360   | 284,3 kN    | 357   | Transv. (Y)      |
|                 | <i>mín.</i> | -311,7 kN   | 368   | -318,4 kN   | 365   | Transv. (Y)      |
|                 | <i>máx.</i> | 216,7 kN    | 365   | 219,6 kN    | 365   | Long. (X)        |
|                 | <i>mín.</i> | -259,7 kN   | 360   | -262,6 kN   | 360   | Long. (X)        |
| <b>Cortante</b> | <i>máx.</i> | 7,4 kN      | 12    | 7,8 kN      | 12    | Transv. (Y)      |
|                 | <i>mín.</i> | -6,4 kN     | 1     | -6,7 kN     | 1     | Transv. (Y)      |
|                 | <i>máx.</i> | 6,2 kN      | 4     | 6,4 kN      | 4     | Long. (X)        |
|                 | <i>mín.</i> | -4,9 kN     | 9     | -5,1 kN     | 9     | Long. (X)        |
| <b>Torçor</b>   | <i>máx.</i> | 0,035 kN.m  | 849   | 0,221 kN.m  | 1088  | Transv. (Y)      |
|                 | <i>mín.</i> | -0,035 kN.m | 850   | -0,074 kN.m | 1164  | Transv. (Y)      |
|                 | <i>máx.</i> | 0,040 kN.m  | 849   | 0,004 kN.m  | 469   | Long. (X)        |
|                 | <i>mín.</i> | -0,040 kN.m | 851   | -0,004 kN.m | 429   | Long. (X)        |
| <b>Fletor</b>   | <i>máx.</i> | 5,4 kN.m    | 12    | 5,8 kN.m    | 12    | Transv. (Y)      |
|                 | <i>mín.</i> | -4,7 kN     | 1     | -4,9 kN.m   | 1     | Transv. (Y)      |
|                 | <i>máx.</i> | 4,5 kN.m    | 4     | 4,7 kN.m    | 4     | Long. (X)        |
|                 | <i>mín.</i> | -3,6 kN     | 9     | -3,8 kN.m   | 9     | Long. (X)        |

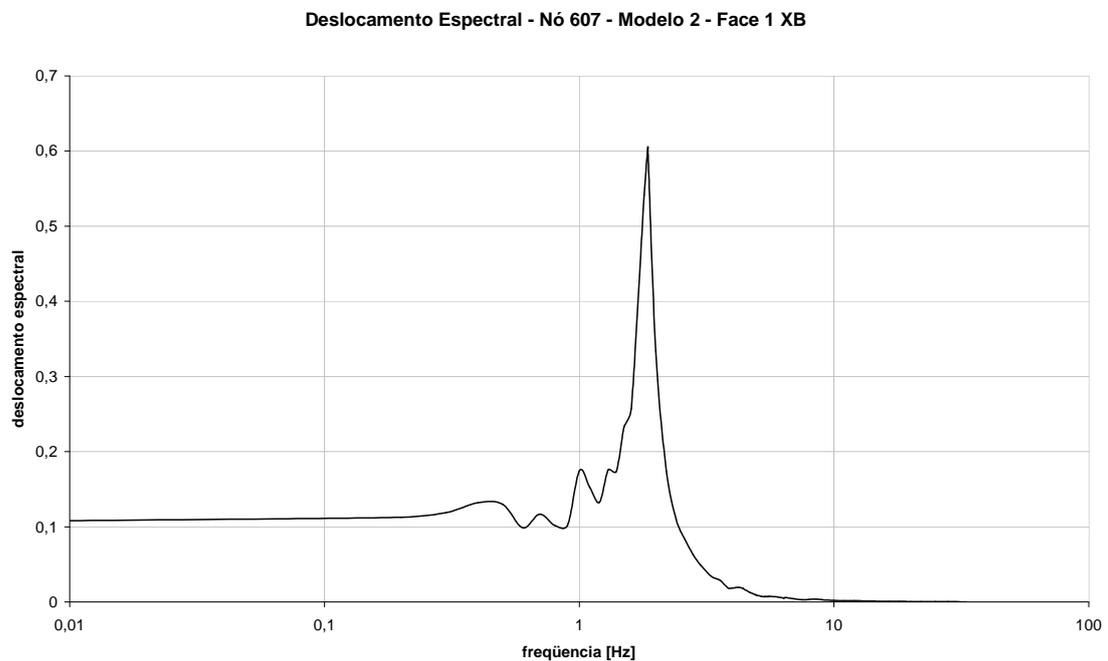
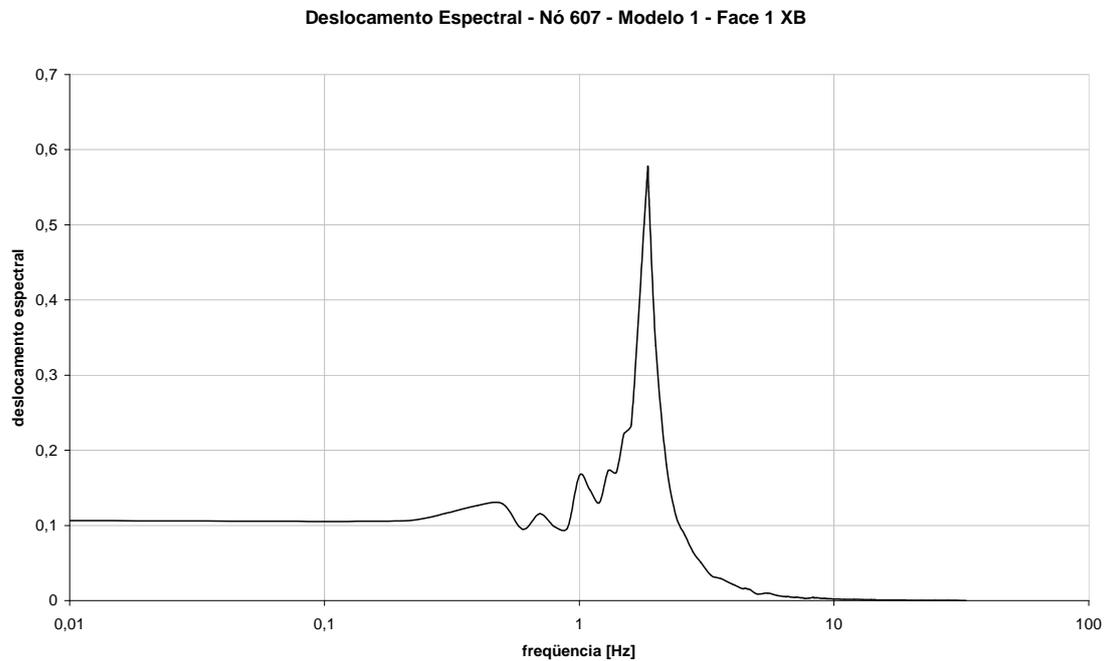
Os deslocamentos horizontais máximos encontrados na torre estão mostrados na Tabela 18 de acordo com o tipo de modelo utilizado e a incidência do vento.

**Tabela 18 - Valores dos deslocamentos máximos, caso 5.**

| MODELO 1 |     | MODELO 2 |     | DIREÇÃO DO VENTO |
|----------|-----|----------|-----|------------------|
| DESL.    | NÓS | DESL.    | NÓS |                  |
| 39,66 cm | 657 | 44,46 cm | 635 | Transversal (Y)  |
| 29,96 cm | 659 | 29,84 cm | 661 | Longitudinal (X) |

A Figura 64 mostra o gráfico de deslocamentos espectrais do nó 607 no domínio da frequência, obtido usando-se o programa SAP2000, para o vento incidindo na face transversal no reticulado de barlavento, para ambos modelos, 1 e 2. Observa-se novamente

que o pico no espectro corresponde à frequência fundamental da torre. Nota-se também que a forma do gráfico é semelhante à obtida usando-se o espectro de Davenport (ver Figura 56).

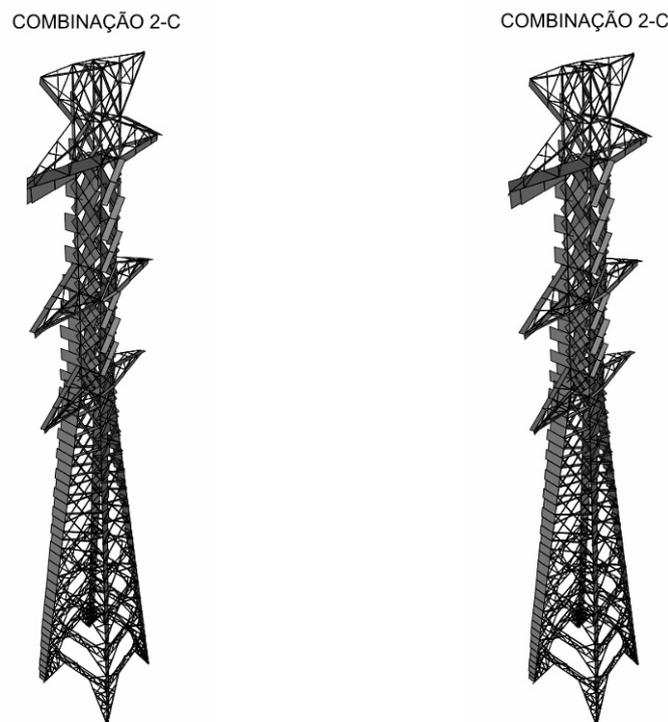


**Figura 64 – Respostas dos deslocamentos no domínio da frequência, modelo 1 (acima) e modelo 2 (abaixo), caso 5.**

## 6.7 Caso 6: Cargas estáticas de ruptura dos cabos

Neste caso de carregamento mostram-se os esforços e deslocamentos referentes às combinações de ruptura dos cabos (mostradas no Capítulo 5) somente, no caso das figuras, para a combinação onde o esforço máximo é encontrado.

Na Figura 65 até a Figura 68 mostram-se os diagramas dos esforços axiais, cortantes, torçores e fletores deste caso, indicando-se de qual combinação o esforço provém. O diagrama em cinza escuro representa os valores positivos, e em cinza claro os valores negativos.



**Figura 65 – Esforços axiais, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 6.**

COMBINAÇÃO 2-C



COMBINAÇÃO 2-C



**Figura 66 – Esforços cortantes, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 6.**

COMBINAÇÃO 2-A



COMBINAÇÃO 2-B



**Figura 67 – Momentos torçores, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 6.**

COMBINAÇÃO 2-C



COMBINAÇÃO 2-C

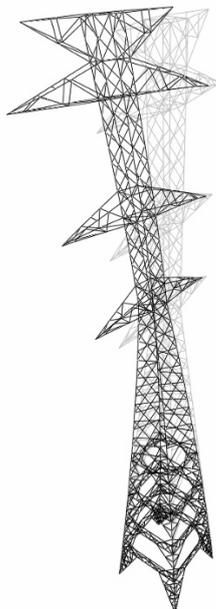


**Figura 68 – Momentos fletores, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 6.**

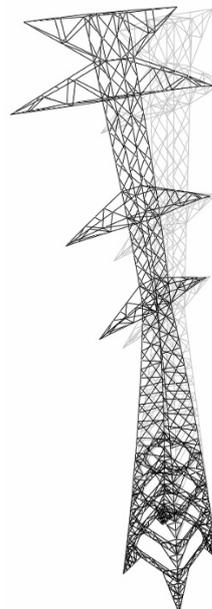
A deformada da estrutura para as combinações encontradas é mostrada na Figura

69.

COMBINAÇÃO 2-C



COMBINAÇÃO 2-C



**Figura 69 – Deformada da estrutura, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 6.**

A Tabela 19 contém os esforços máximos e mínimos encontrados na torre para as combinações de ruptura de cabos.

**Tabela 19 - Valores dos esforços para o caso 6, de acordo com a direção de incidência e o tipo de modelagem da estrutura.**

| TIPO     |             | MODELO 1    |       |             | MODELO 2    |       |       |
|----------|-------------|-------------|-------|-------------|-------------|-------|-------|
|          |             | Valor       | Barra | Comb.       | Valor       | Barra | Comb. |
| Axial    | máx.        | 42,5 kN     | 1034  | 1-A         | 42,6 kN     | 1034  | 1-A   |
|          | mín.        | -63,0 kN    | 380   | 1-A         | -63,3 kN    | 380   | 1-A   |
|          | máx.        | 50,7 kN     | 1005  | 1-B         | 50,6 kN     | 1005  | 1-B   |
|          | mín.        | -71,4 kN    | 380   | 1-B         | -71,7 kN    | 380   | 1-B   |
|          | máx.        | 86,4 kN     | 1005  | 1-C         | 86,5 kN     | 1005  | 1-C   |
|          | mín.        | -104,4 kN   | 1028  | 1-C         | -104,8 kN   | 1028  | 1-C   |
|          | máx.        | 69,0 kN     | 994   | 2-A         | 69,1 kN     | 994   | 2-A   |
|          | mín.        | -97,8 kN    | 983   | 2-A         | -97,9 kN    | 983   | 2-A   |
|          | máx.        | 107,9 kN    | 1022  | 2-B         | 108,3 kN    | 1022  | 2-B   |
|          | mín.        | -131,3 kN   | 1007  | 2-B         | -131,3 kN   | 1007  | 2-B   |
| máx.     | 147,23 kN   | 1022        | 2-C   | 147,7 kN    | 1022        | 2-C   |       |
| mín.     | -167,0 kN   | 1007        | 2-C   | -167,0 kN   | 1007        | 2-C   |       |
| Cortante | máx.        | 1,2 kN      | 1085  | 1-A         | 1,3 kN      | 1085  | 1-A   |
|          | mín.        | -1,9 kN     | 1053  | 1-A         | -2,3 kN     | 1053  | 1-A   |
|          | máx.        | 1,1 kN      | 380   | 1-B         | 1,1 kN      | 9     | 1-B   |
|          | mín.        | -2,0 kN     | 4     | 1-B         | -2,4 kN     | 1225  | 1-B   |
|          | máx.        | 1,5 kN      | 9     | 1-C         | 1,6 kN      | 9     | 1-C   |
|          | mín.        | -2,5 kN     | 4     | 1-C         | -2,5 kN     | 4     | 1-C   |
|          | máx.        | 1,5 kN      | 1080  | 2-A         | 1,5 kN      | 1080  | 2-A   |
|          | mín.        | -3,0 kN     | 4     | 2-A         | -3,0 kN     | 4     | 2-A   |
|          | máx.        | 1,9 kN      | 9     | 2-B         | 2,0 kN      | 9     | 2-B   |
|          | mín.        | -3,5 kN     | 4     | 2-B         | -3,5 kN     | 4     | 2-B   |
| máx.     | 2,3 kN      | 9           | 2-C   | 2,5 kN      | 9           | 2-C   |       |
| mín.     | -3,9 kN     | 4           | 2-C   | -3,9 kN     | 4           | 2-C   |       |
| Torçor   | máx.        | 0,003 kN.m  | 273   | 1-A         | 0,004 kN.m  | 459   | 1-A   |
|          | mín.        | -0,007 kN.m | 1005  | 1-A         | -0,004 kN.m | 429   | 1-A   |
|          | máx.        | 0,003 kN.m  | 307   | 1-B         | 0,004 kN.m  | 451   | 1-B   |
|          | mín.        | -0,005 kN.m | 1008  | 1-B         | -0,004 kN.m | 429   | 1-B   |
|          | máx.        | 0,003 kN.m  | 307   | 1-C         | 0,004 kN.m  | 459   | 1-C   |
|          | mín.        | -0,005 kN.m | 1008  | 1-C         | -0,004 kN.m | 429   | 1-C   |
|          | máx.        | 0,003 kN.m  | 307   | 2-A         | 0,004 kN.m  | 469   | 2-A   |
|          | mín.        | -0,009 kN.m | 1005  | 2-A         | -0,004 kN.m | 429   | 2-A   |
|          | máx.        | 0,003 kN.m  | 307   | 2-B         | 0,004 kN.m  | 459   | 2-B   |
|          | mín.        | -0,006 kN.m | 1008  | 2-B         | -0,005 kN.m | 1152  | 2-B   |
| máx.     | 0,004 kN.m  | 307         | 2-C   | 0,004 kN.m  | 459         | 2-C   |       |
| mín.     | -0,007 kN.m | 1008        | 2-C   | -0,005 kN.m | 1176        | 2-C   |       |
| Fletor   | máx.        | 1,0 kN.m    | 380   | 1-A         | 1,0 kN.m    | 380   | 1-A   |
|          | mín.        | -1,3 kN.m   | 4     | 1-A         | -1,3 kN.m   | 4     | 1-A   |
|          | máx.        | 1,1 kN.m    | 380   | 1-B         | 1,1 kN.m    | 380   | 1-B   |
|          | mín.        | -1,6 kN.m   | 4     | 1-B         | -1,6 kN.m   | 4     | 1-B   |
|          | máx.        | 1,2 kN.m    | 380   | 1-C         | 1,2 kN.m    | 380   | 1-C   |
|          | mín.        | -2,0 kN.m   | 4     | 1-C         | -2,0 kN.m   | 4     | 1-C   |
|          | máx.        | 1,5 kN.m    | 380   | 2-A         | 1,5 kN.m    | 380   | 2-A   |
|          | mín.        | -2,4 kN.m   | 4     | 2-A         | -2,4 kN.m   | 4     | 2-A   |
|          | máx.        | 1,6 kN.m    | 380   | 2-B         | 1,6 kN.m    | 380   | 2-B   |
|          | mín.        | -2,8 kN.m   | 4     | 2-B         | -2,8 kN.m   | 4     | 2-B   |
| máx.     | 1,7 kN.m    | 380         | 2-C   | 1,8 kN.m    | 9           | 2-C   |       |
| mín.     | -3,1 kN.m   | 4           | 2-C   | -3,2 kN.m   | 4           | 2-C   |       |

A Tabela 20 apresenta os valores máximos de deslocamentos encontrados para cada combinação, indicando o nó onde este ocorre.

**Tabela 20 - Valores dos deslocamentos máximos, caso 6.**

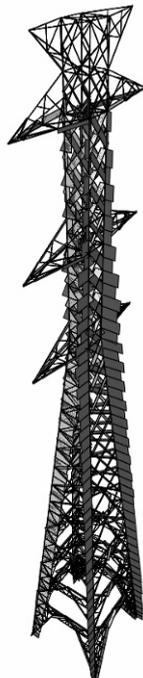
| TIPO         | MODELO 1 |     |       | MODELO 2 |     |       |
|--------------|----------|-----|-------|----------|-----|-------|
|              | Valor    | Nó  | Comb. | Valor    | Nó  | Comb. |
| Deslocamento | 7,0 cm   | 607 | 1-A   | 7,1 cm   | 607 | 1-A   |
|              | 12,6 cm  | 607 | 1-B   | 12,6 cm  | 607 | 1-B   |
|              | 20,3 cm  | 607 | 1-C   | 20,4 cm  | 607 | 1-C   |
|              | 15,9 cm  | 658 | 2-A   | 15,9 cm  | 658 | 2-A   |
|              | 21,3 cm  | 607 | 2-B   | 21,4 cm  | 607 | 2-B   |
|              | 29,1 cm  | 607 | 2-C   | 29,2 cm  | 607 | 2-C   |

## 6.8 Caso 7: Cargas dinâmicas de ruptura dos cabos

Neste caso de carregamento são mostrados os esforços dinâmicos provenientes das cargas de ruptura dos cabos, com o auxílio das funções apresentadas no Capítulo 5.

Da Figura 70 até a Figura 73 mostra-se a envoltória de esforços axiais, cortantes e momentos fletores e torçores para o caso 7. O diagrama em cinza escuro representa os valores positivos, e em cinza claro os valores negativos.

COMBINAÇÃO 2-C



COMBINAÇÃO 2-B

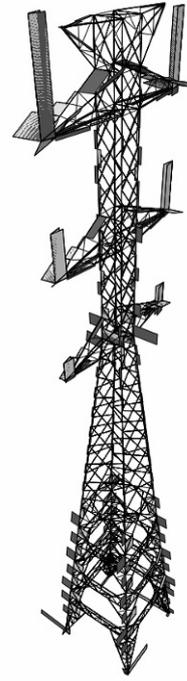


**Figura 70 – Esforços axiais, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 7.**

COMBINAÇÃO 2-C



COMBINAÇÃO 2-C



**Figura 71 – Esforços cortantes, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 7.**

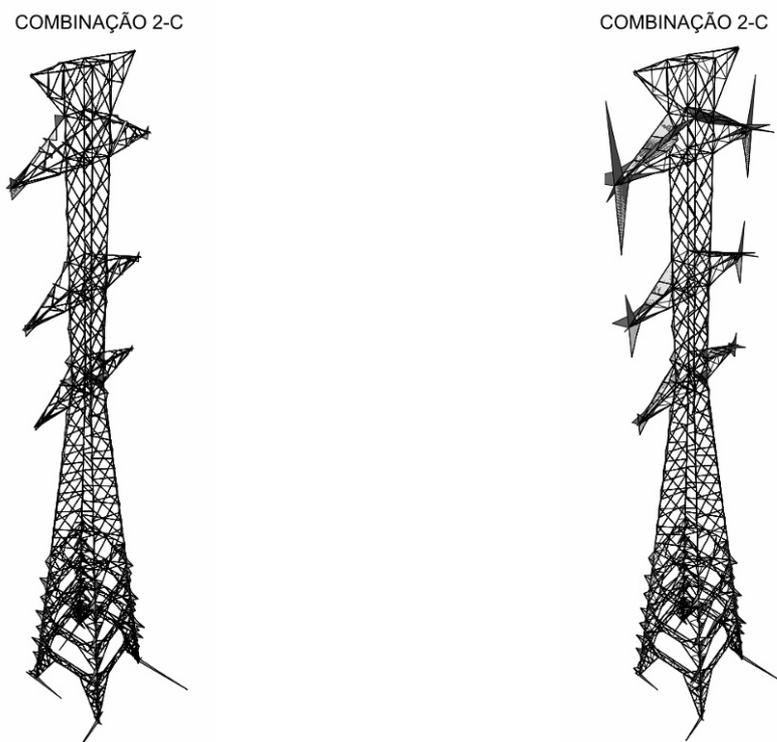
COMBINAÇÃO 1-A



COMBINAÇÃO 2-C

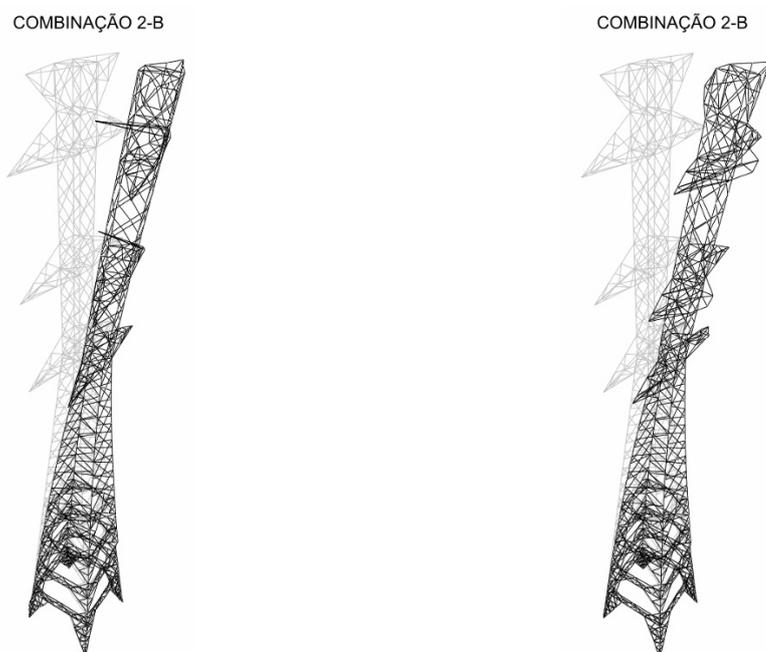


**Figura 72 – Momentos torçores, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 7.**



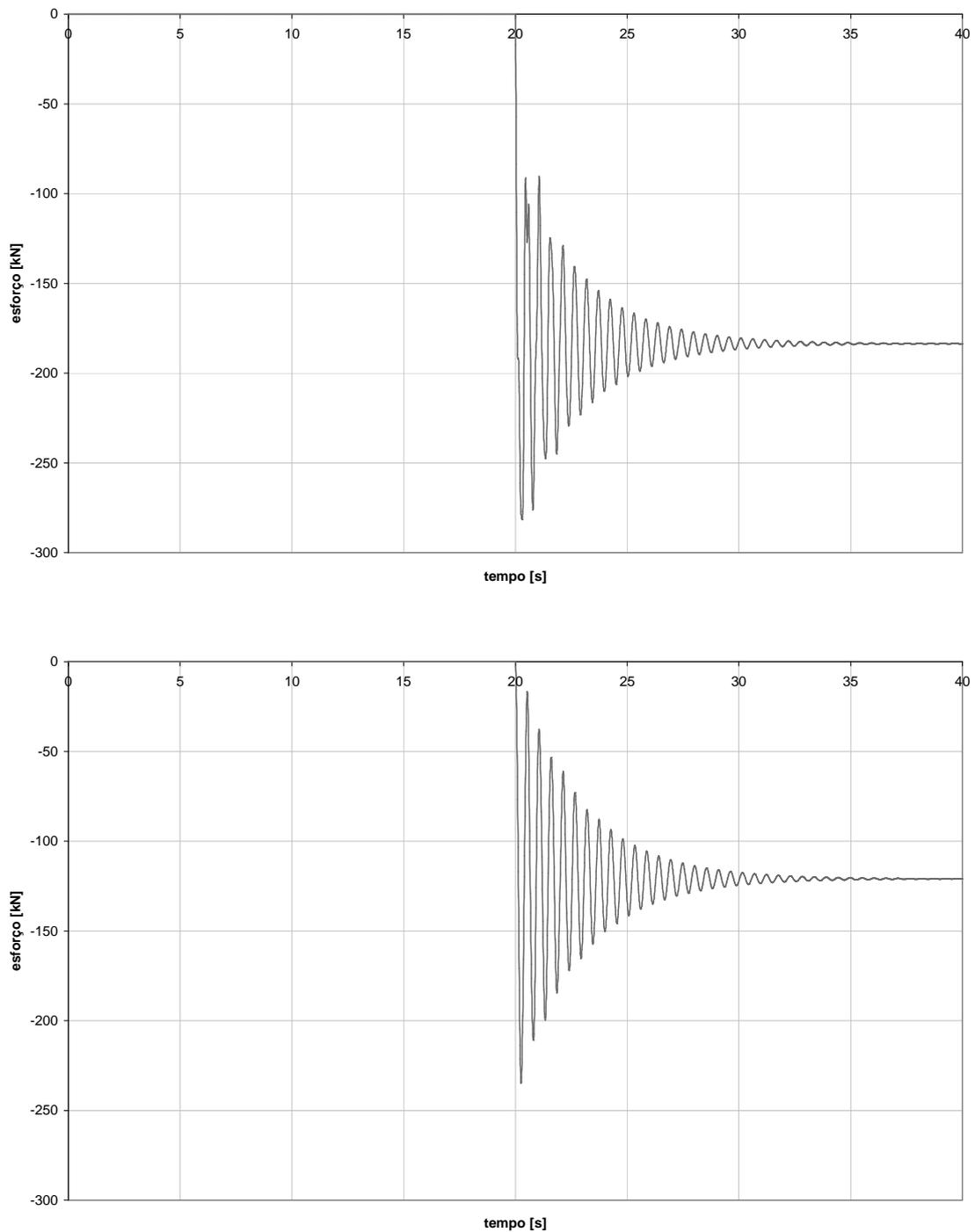
**Figura 73 – Momentos fletores, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 7.**

A Figura 74 mostra as deformações correspondentes aos deslocamentos máximos obtidos na torre.



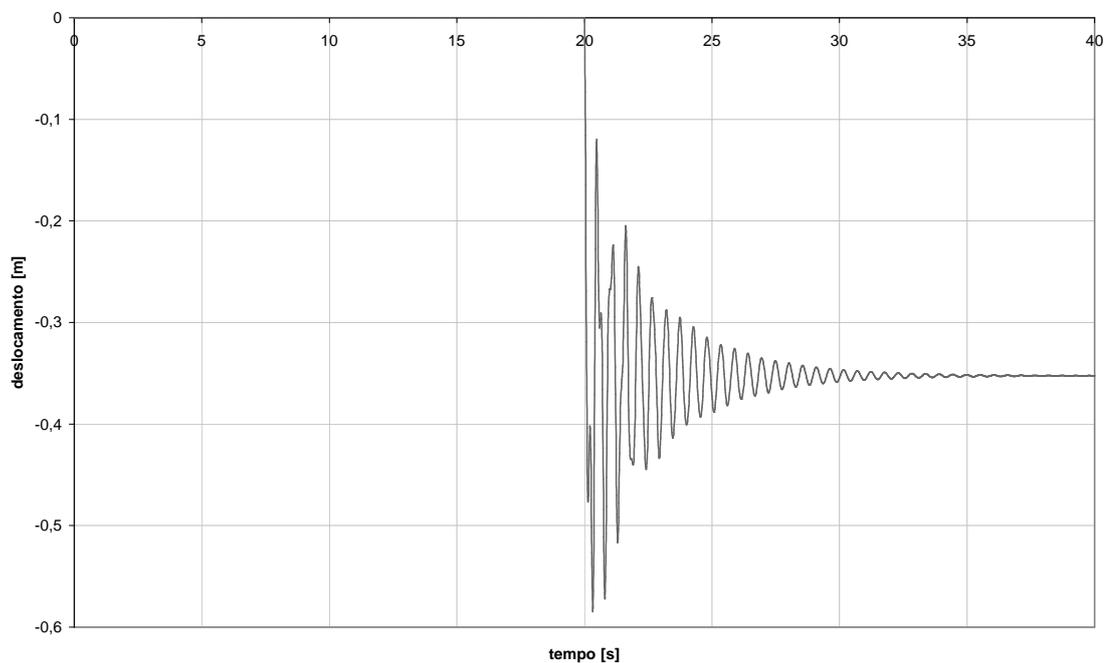
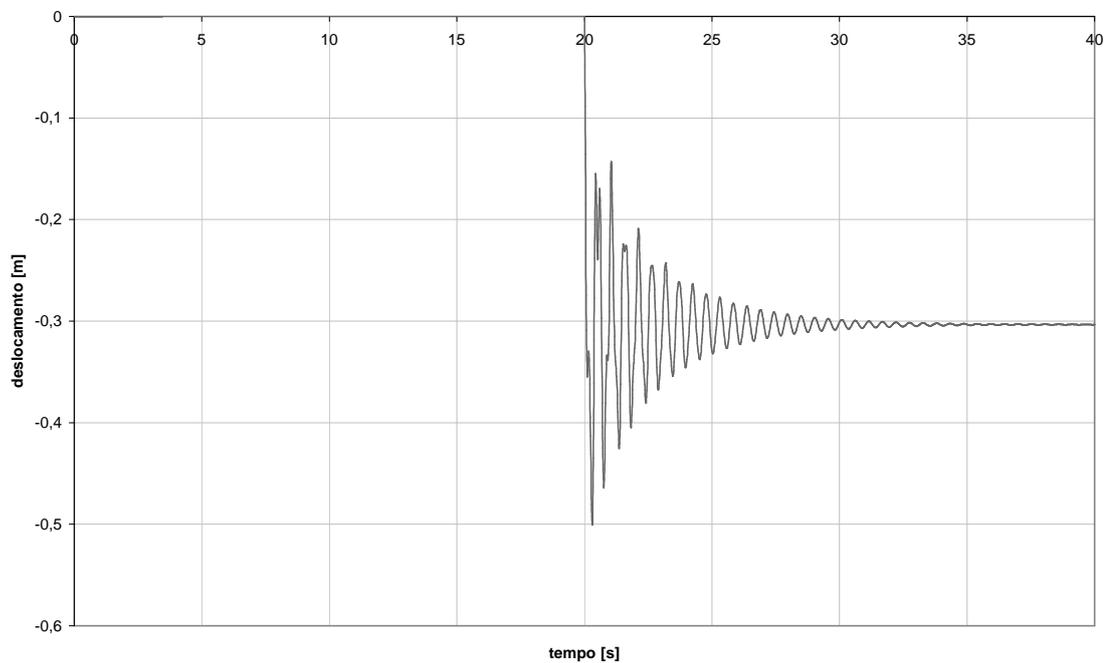
**Figura 74 – Deformada da estrutura, modelo 1 (esquerda) e modelo 2 (direita), caso 7.**

Para visualizar o desenvolvimento destes esforços ao longo do tempo foram gerados os gráficos de esforços axiais numa barra. As figuras mostram o esforço ao longo do tempo para a barra onde foi verificado o maior esforço de compressão, até o instante de 40 s para os modelos 1 e 2.



**Figura 75 – Esforços axiais no tempo, modelo 1 (acima) e modelo 2 (abaixo), caso 7.**

Os gráficos da Figura 76 mostram o deslocamento horizontal ao longo do tempo do nó 607 para o modelo 1 e do nó 627 para o modelo 2, pois nestes nós foram observados os maiores deslocamentos. Os gráficos mostram estes deslocamentos até o instante de 40 s.



**Figura 76 – Gráfico dos deslocamentos no tempo, modelo 1 (acima) e modelo 2 (abaixo), caso**

A Tabela 21 contém os valores máximos e mínimos encontrados nas análises dinâmicas, de acordo com o modelo utilizado e a direção de incidência do vento.

**Tabela 21 - Valores dos esforços para o caso 7, de acordo com a direção de incidência e o tipo de modelagem da estrutura.**

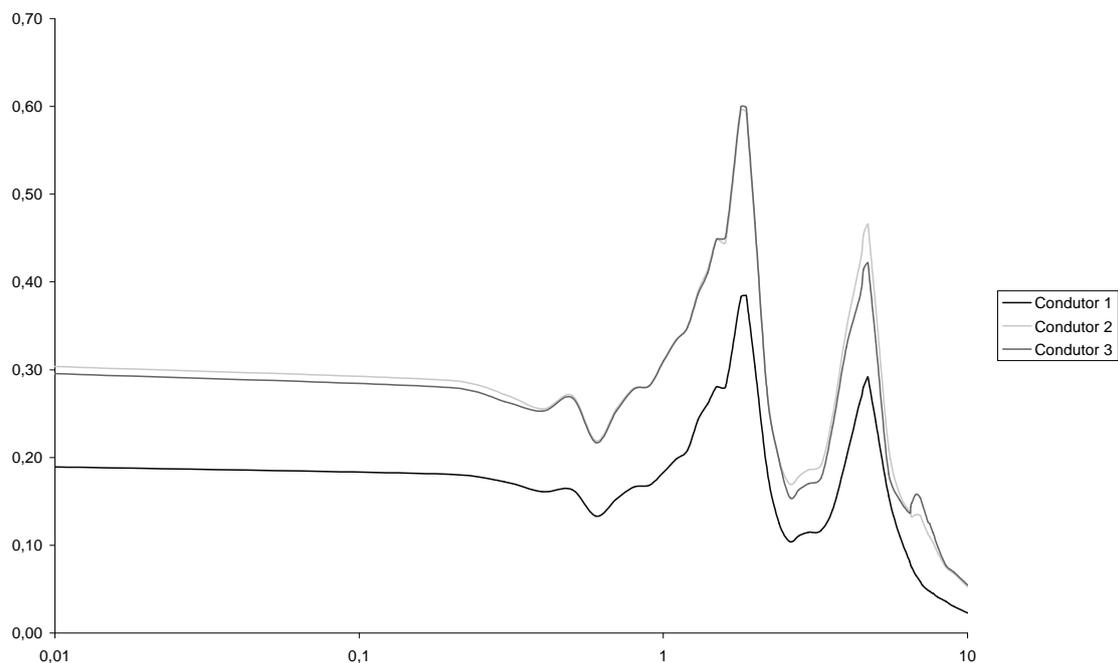
| TIPO     |      | MODELO 1    |       |       | MODELO 2     |       |       |
|----------|------|-------------|-------|-------|--------------|-------|-------|
|          |      | Valor       | Barra | Comb. | Valor        | Barra | Comb. |
| Axial    | máx. | 89,7 kN     | 541   | 1-A   | 80,7 kN      | 541   | 1-A   |
|          | mín. | -121,0 kN   | 394   | 1-A   | -113,6 kN    | 360   | 1-A   |
|          | máx. | 142,0 kN    | 1007  | 1-B   | 124,4 kN     | 983   | 1-B   |
|          | mín. | -157,6 kN   | 394   | 1-B   | -155,4 kN    | 394   | 1-B   |
|          | máx. | 154,2 kN    | 1007  | 1-C   | 129,4 kN     | 1007  | 1-C   |
|          | mín. | -162,2 kN   | 1022  | 1-C   | -152,4 kN    | 394   | 1-C   |
|          | máx. | 193,8 kN    | 996   | 2-A   | 183,0 kN     | 544   | 2-A   |
|          | mín. | -209,8 kN   | 389   | 2-A   | -213,7 kN    | 389   | 2-A   |
|          | máx. | 253,4 kN    | 1028  | 2-B   | 223,6 kN     | 996   | 2-B   |
|          | mín. | -267,3 kN   | 1005  | 2-B   | -252,8 kN    | 389   | 2-B   |
|          | máx. | 277,4 kN    | 1028  | 2-C   | 234,1 kN     | 996   | 2-C   |
|          | mín. | -288,2 kN   | 1005  | 2-C   | -252,2 kN    | 389   | 2-C   |
| Cortante | máx. | 6,3 kN      | 1     | 1-A   | 4,0 kN       | 1     | 1-A   |
|          | mín. | -4,1 kN     | 9     | 1-A   | -1,9 kN      | 9     | 1-A   |
|          | máx. | 9,3 kN      | 4     | 1-B   | 6,6 kN       | 4     | 1-B   |
|          | mín. | -6,5 kN     | 9     | 1-B   | -3,3 kN      | 9     | 1-B   |
|          | máx. | 9,3 kN      | 4     | 1-C   | 7,2 kN       | 4     | 1-C   |
|          | mín. | -5,3 kN     | 12    | 1-C   | -3,5 kN      | 9     | 1-C   |
|          | máx. | 11,5 kN     | 4     | 2-A   | 8,2 kN       | 4     | 2-A   |
|          | mín. | -6,7 kN     | 9     | 2-A   | -4,9 kN      | 9     | 2-A   |
|          | máx. | 14,8 kN     | 4     | 2-B   | 11,1 kN      | 4     | 2-B   |
|          | mín. | -9,1 kN     | 9     | 2-B   | -6,3 kN      | 9     | 2-B   |
|          | máx. | 14,9 kN     | 4     | 2-C   | 11,7 kN      | 4     | 2-C   |
|          | mín. | -8,2 kN     | 12    | 2-C   | -6,5 kN      | 9     | 2-C   |
| Torção   | máx. | 0,020 kN.m  | 852   | 1-A   | 0,065 kN.m   | 1088  | 1-A   |
|          | mín. | -0,031 kN.m | 851   | 1-A   | -0,035 kN.m  | 1088  | 1-A   |
|          | máx. | 0,015 kN.m  | 4     | 1-B   | 0,100 kN.m   | 1118  | 1-B   |
|          | mín. | -0,012 kN.m | 1443  | 1-B   | -0,070 kN.m  | 1088  | 1-B   |
|          | máx. | 0,018 kN.m  | 886   | 1-C   | 0,104 kN.m   | 1088  | 1-C   |
|          | mín. | -0,015 kN.m | 850   | 1-C   | -0,073 kN.m  | 1118  | 1-C   |
|          | máx. | 0,021 kN.m  | 911   | 2-A   | 0,133 kN.m   | 1118  | 2-A   |
|          | mín. | -0,019 kN.m | 861   | 2-A   | -0,081 kN.m  | 1118  | 2-A   |
|          | máx. | 0,022 kN.m  | 4     | 2-B   | 0,168 kN.m   | 1118  | 2-B   |
|          | mín. | -0,020 kN.m | 1443  | 2-B   | -0,0116 kN.m | 1088  | 2-B   |
|          | máx. | 0,028 kN.m  | 888   | 2-C   | 0,172 kN.m   | 1088  | 2-C   |
|          | mín. | -0,024 kN.m | 861   | 2-C   | -0,119 kN.m  | 1118  | 2-C   |
| Fletor   | máx. | 4,9 kN.m    | 1     | 1-A   | 3,1 kN.m     | 1     | 1-A   |
|          | mín. | -3,2 kN.m   | 9     | 1-A   | -1,9 kN.m    | 1393  | 1-A   |
|          | máx. | 7,3 kN.m    | 4     | 1-B   | 5,2 kN.m     | 4     | 1-B   |
|          | mín. | -5,1 kN.m   | 9     | 1-B   | -2,6 kN.m    | 1393  | 1-B   |
|          | máx. | 7,4 kN.m    | 4     | 1-C   | 5,7 kN.m     | 4     | 1-C   |
|          | mín. | -4,2 kN.m   | 12    | 1-C   | -2,7 kN.m    | 9     | 1-C   |
|          | máx. | 9,1 kN.m    | 4     | 2-A   | 6,4 kN.m     | 4     | 2-A   |
|          | mín. | -5,2 kN.m   | 9     | 2-A   | -3,7 kN.m    | 9     | 2-A   |
|          | máx. | 11,8 kN.m   | 4     | 2-B   | 8,8 kN.m     | 4     | 2-B   |
|          | mín. | -7,1 kN.m   | 9     | 2-B   | -4,8 kN.m    | 9     | 2-B   |
|          | máx. | 11,9 kN.m   | 4     | 2-C   | 9,4 kN.m     | 4     | 2-C   |
|          | mín. | -6,4 kN.m   | 12    | 2-C   | -5,0 kN.m    | 9     | 2-C   |

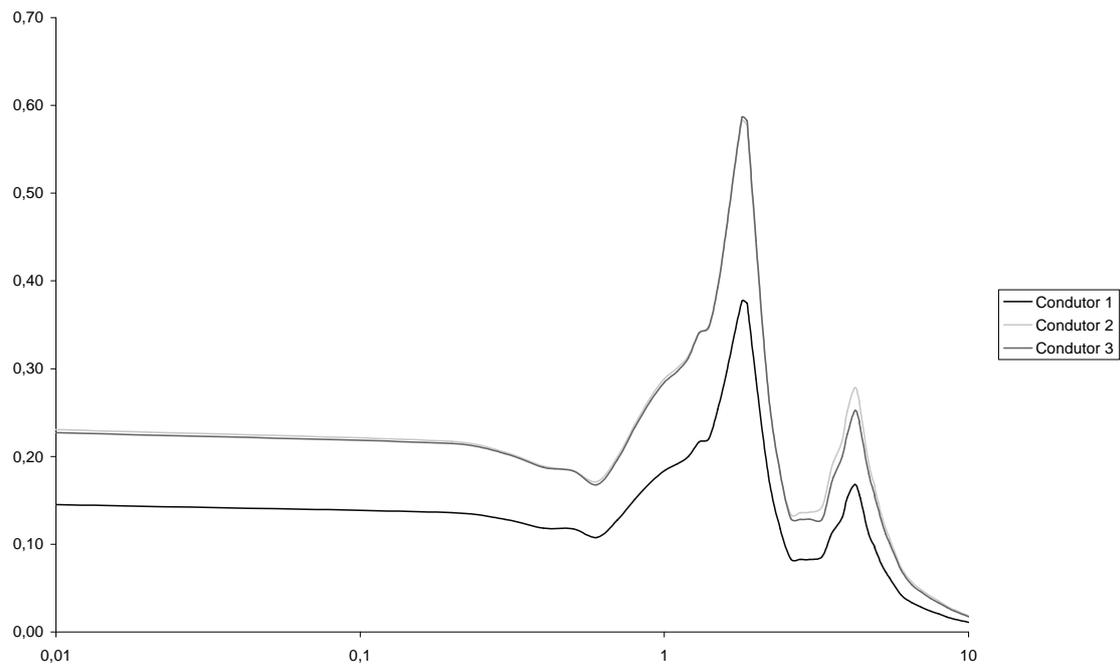
Os deslocamentos máximos encontrados na torre estão apresentados na Tabela 22 de acordo com a combinação observada. Indica-se também na tabela o nó e o instante de tempo onde este valor máximo ocorreu.

**Tabela 22 - Valores dos deslocamentos máximos, caso 7.**

| TIPO              | MODELO 1 |     |       | MODELO 2 |     |       |
|-------------------|----------|-----|-------|----------|-----|-------|
|                   | Valor    | Nó  | Comb. | Valor    | Nó  | Comb. |
| Desloca-<br>mento | 19,0 cm  | 607 | 1-A   | 18,8 cm  | 629 | 1-A   |
|                   | 30,5 cm  | 607 | 1-B   | 32,8 cm  | 629 | 1-B   |
|                   | 29,7 cm  | 607 | 1-C   | 35,2 cm  | 629 | 1-C   |
|                   | 38,6 cm  | 607 | 2-A   | 42,1 cm  | 627 | 2-A   |
|                   | 50,1 cm  | 607 | 2-B   | 56,1 cm  | 627 | 2-B   |
|                   | 49,6 cm  | 658 | 2-C   | 58,5 cm  | 627 | 2-C   |

A Figura 77 mostra o gráfico de deslocamentos espectrais do nó 607 no domínio da frequência, obtido usando-se o programa SAP2000, para o vento incidindo na face transversal no reticulado de barlavento, para os modelos 1 e 2. Nesta figura estão mostrados os deslocamentos espectrais de acordo com o condutor rompido, sendo o condutor 3 o mais próximo do topo da torre.





**Figura 77 - Respostas dos deslocamentos no domínio da frequência, modelo 1 (acima) e modelo 2 (abaixo), caso 7.**

Observam-se nos gráficos dois picos correspondentes aproximadamente à primeira e à quinta frequência natural da torre.

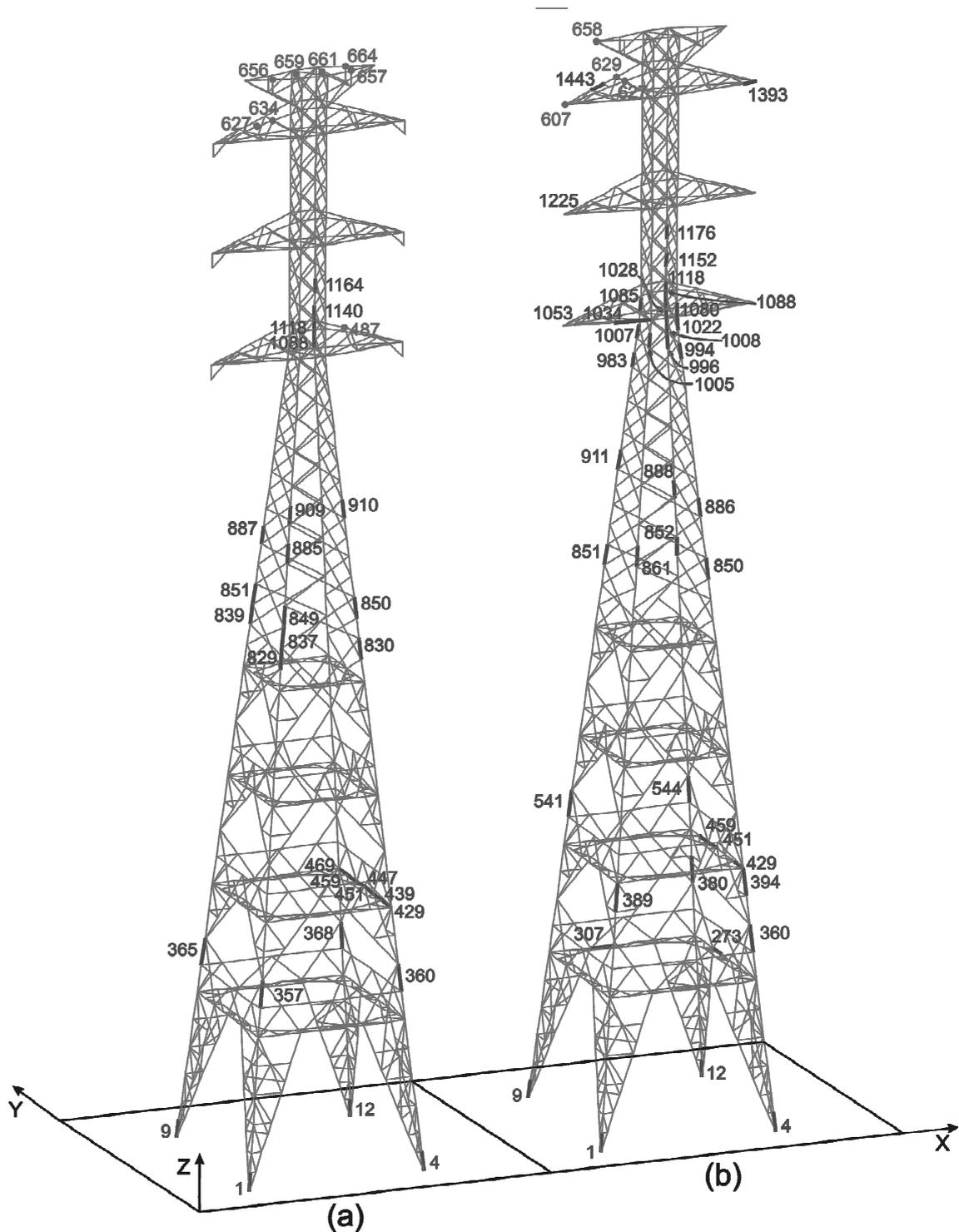
Todos os resultados aqui apresentados serão discutidos e comparados no próximo capítulo.

# 7 Investigação dos resultados

Neste capítulo alguns pontos colocados anteriormente assim como os resultados obtidos com os casos de carregamento serão discutidos. Além da compara o dos casos de carregamento quanto a valores obtidos para esforços e deslocamentos e locais onde os seus máximos valores foram encontrados, cabem aqui mais algumas questões. A primeira delas seria em rela o   forma de aplica o da carga dinâmica do vento, a ado o do limite de 10 Hz e a varia o do intervalo de frequência para a integra o dos espectros do vento. Outra questão que aparece neste trabalho   o fato da utiliza o das barras redundantes na modelagem da torre, por qu  foram utilizadas e o que aconteceria com a torre caso estas fossem negligenciadas. Outra investiga o   em rela o aos esforços de torço, se estes necessitam ou não ser incluídos nos modelos.

## **7.1 Locais dos valores máximos encontrados: Barras e nós**

Como pode-se observar nas tabelas indicativas dos valores de esforços e deslocamentos máximos encontrados, várias barras e nós se destacaram.



**Figura 78 – Localização dos nós e barras na torre.**

Estas barras e nós encontram-se localizadas na torre na Figura 78. Na torre da esquerda (Figura 78a) encontram-se os nós e barras dos casos de carregamento do vento e na da direita (Figura 78b) os nós e barras dos casos de ruptura dos cabos.

Entre as barras, algumas semelhanças podem ser observadas. Nos casos de carregamento do vento, casos de 1 a 5, os esforços axiais máximos sempre são observados nas barras 360, 368 e 365 para o modelo 1; e 357, 368 e 365 para o modelo 2. Observando-se sua localização na Figura 78a nota-se que elas se situam nas bordas da torre quase a meia altura da extensão 3C. Portanto uma torre com as características desta apresentada tem como ponto crítico a esforços axiais, causados por forças do vento, estas quatro barras.

Observa-se também uma semelhança na ocorrência dos máximos valores de esforços cortantes e momentos fletores. Para os cinco casos do vento, os máximos valores para estes esforços foram observados nas barras 1, 4, 9 e 12, tanto para o modelo 1, quanto para o modelo 2. De acordo com a Figura 78a, estas barras localizam-se nos pés da torre, e são exatamente as principais barras a serem utilizadas no suporte da torre ligadas à fundação. Tanto são importantes que um tipo de fundação utilizada para torres de transmissão baseia-se na continuação, por mais algumas dezenas de centímetros, destas barras através de um bloco de concreto moldado no terreno. Fundação esta chamada de STUD.

Quanto à torção nas barras, nenhuma semelhança significativa foi encontrada para as ocorrências de valores máximos entre os casos de carregamento, mas a torção será objeto de investigação mais adiante.

Nos casos de carregamento de ruptura de cabos, casos 6 e 7, poucas semelhanças entre os locais de ocorrência dos valores máximos foram encontradas. Uma delas foi novamente o aparecimento de valores máximos de momentos fletores e esforços cortantes nas barras 1, 4, 9 e 12, principalmente no caso 7, de carga dinâmica de ruptura dos cabos. As diferenças observadas foram, o aparecimento de um valor máximo de momento fletor na barra 380, para o caso 6 e o aparecimento de valores máximos de esforço cortante nas barras 1085, 1053 e 1080 localizadas na mudança de seção do corpo da torre próximas às primeiras mísulas, conforme a Figura 78b, também para o caso 6.

Acredita-se que esta ocorrência bem variável na posição dos valores máximos dos esforços para os casos de carregamento de ruptura dos cabos esteja relacionada com a grande variação na posição das cargas de ruptura, conforme mostrado na

Tabela 7. Mas como pode-se observar pela Figura 78b, o ponto da torre onde mais se concentram barras com valores máximos de esforços observados é exatamente o ponto de mudança de seção do corpo da torre, de tronco de cone para prismal, nas proximidades das primeiras mísulas. Portanto pode-se concluir que para casos de carregamentos de ruptura de cabos, esta variação de seção é o ponto mais crítico de torres com estas características.

Em relação aos deslocamentos, em todos os casos de carregamento, do vento ou de ruptura de cabos, os deslocamentos máximos foram encontrados no topo da torre.

No caso 6, tanto para o modelo 1 quanto para o modelo 2, os valores máximos encontrados para a maioria das combinações de ruptura, exceto para a combinação 2-A, ocorrem no nó 607, que, de acordo com a Figura 78b, localiza-se na extremidade da última mísula dos condutores, um dos pontos de aplicação de carga para combinações como a 1-C e a 2-C. No entanto, combinações como a 1-A ou a 2-B que não possuem nenhuma força de ruptura inserida no nó 607, causam a ele o valor máximo de deslocamento encontrado em relação a todos os nós da torre para aquela combinação em questão.

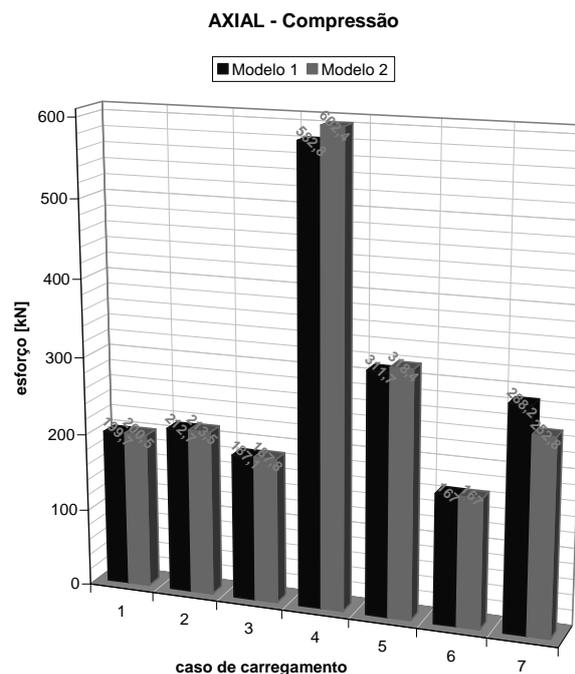
Isto também ocorre no caso 7 para o modelo 1, em relação aos nós 607 e 658 e para o modelo 2, em relação aos nós 629 e 627. Uma explicação possível para que este valor de deslocamento máximo ocorra fora dos nós de aplicação de carga de ruptura é o fato dos cabos não serem modelados, pois estes reduziriam os deslocamentos dos nós aos quais estariam conectados, fazendo com que o deslocamento máximo ocorra na mísula onde houve a ruptura do cabo.

Para o modelo 2, os valores máximos de deslocamentos se dividem entre o nó 629, para as combinações 1-A, 1-B e 1-C, e o nó 627 para as combinações 2-A, 2-B e 2-C.

Portanto, para os deslocamentos máximos observados, o topo da torre e algumas mísulas são os pontos mais críticos.

## 7.2 Valores: Variações entre as combinações

Observando-se agora as variações dos valores máximos obtidos para cada caso de carregamento, analisadas quanto ao tipo do esforço e mostradas em gráficos para os dois modelos propostos, modelo 1 e modelo 2, pode-se tirar algumas conclusões. O gráfico da Figura 79 mostra a variação dos esforços axiais de compressão entre os casos de carregamento.

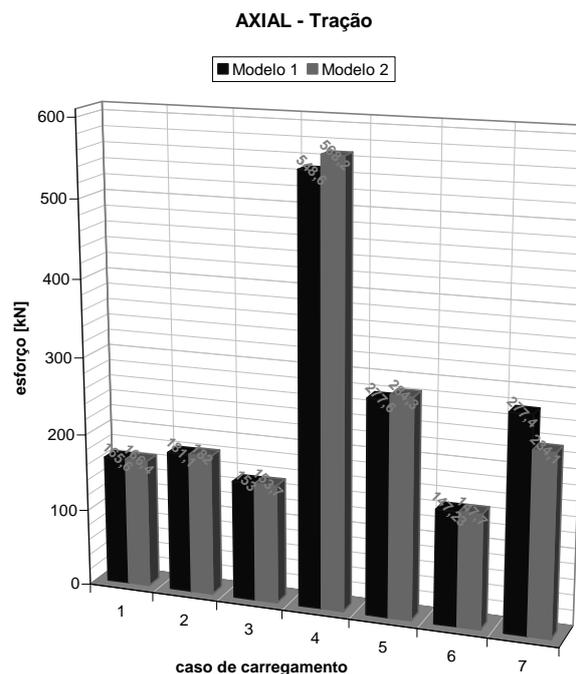


**Figura 79 – Variação dos esforços axiais de compressão entre os casos de carregamento.**

A primeira impressão da Figura 79 é o valor elevado encontrado para o quarto caso de carregamento, que é três vezes maior que a média dos outros seis casos de carregamento. Este fato, como pode ser observado pelas figuras seguintes, não é isolado, sendo que, quase sempre, o caso de carregamento quatro, que representa os efeitos dinâmicos do vento na torre, de acordo com o espectro do vento de Davenport utilizado, dá os maiores valores. Acredita-se que esta ocorrência de valores tão diferentes dos demais casos, inclusive do caso do vento dinâmico com o modelo de Kaimal, vem do fato da energia encontrada nas frequências mais baixas do espectro de Davenport ser muito maior

que a do espectro de Kaimal, como pode-se observar comparando-se a Figura 20 com a Figura 21.

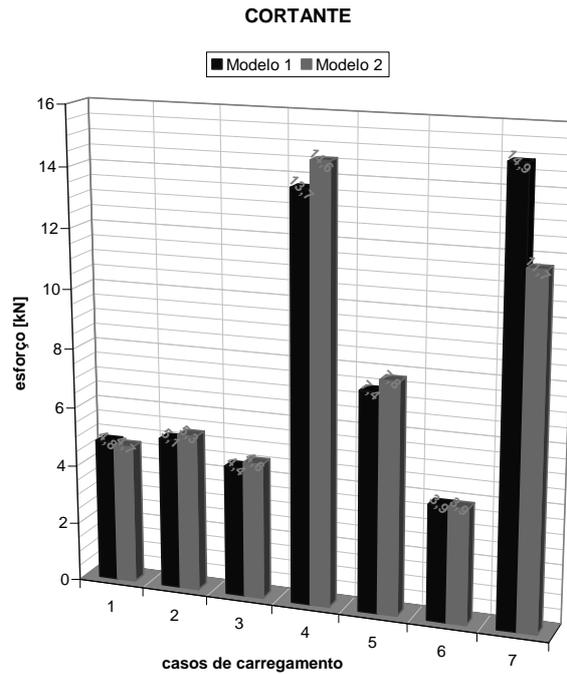
No geral, o esforço axial de compressão apresenta valores ligeiramente superiores para o modelo 2 que para o modelo 1, exceto para o caso de carregamento sete, ruptura dinâmica dos cabos, onde o esforço para o modelo 1 é 14% maior que para o modelo 2. A Figura 80 mostra os valores do esforço axial de tração em relação aos casos de carregamento de acordo com o modelo proposto.



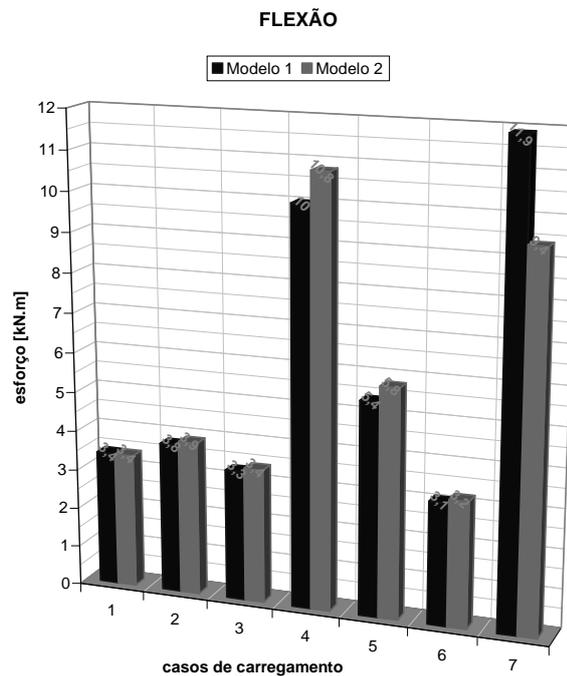
**Figura 80 – Variação dos esforços axiais de tração entre os casos de carregamento.**

Observando-se a Figura 80, nota-se que as variações dos esforços axiais de tração seguem a mesma característica dos esforços axiais de compressão. O que diferencia estes dois esforços é o seu valor, sendo em média o valor do esforço axial de compressão 6% maior que o de tração, ou seja, com o esforço axial de compressão sendo mais crítico que o de tração, podem ocorrer problemas com a estrutura, devendo-se investigar a possibilidade de flambagem.

Na Figura 81 e na Figura 82 mostram-se as variações do esforço cortante e do momento fletor nos casos de carregamento de acordo com o modelo utilizado.



**Figura 81 – Variação dos esforços cortantes entre os casos de carregamento.**

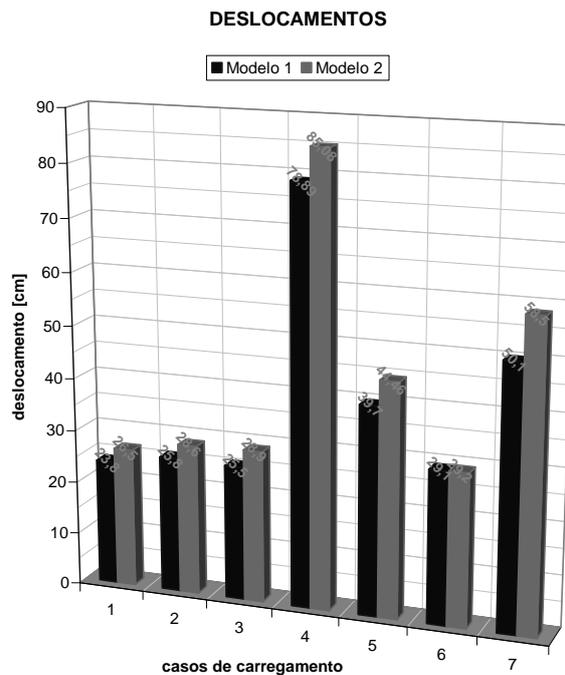


**Figura 82 – Variação dos momentos fletores entre os casos de carregamento.**

Observando-se a Figura 81 e a Figura 82, observa-se que no geral estes esforços seguem as mesmas características dos descritos anteriormente, exceto pelo pico no caso sete, ruptura dinâmica dos cabos, onde pela primeira e única vez, para os momentos

fletores, o valor do momento máximo encontrado no modelo 1 ultrapassa o valor máximo encontrado para o mesmo modelo no caso quatro, vento dinâmico do espectro de Davenport.

Para completar está análise quanto aos valores máximos dos casos de carregamento, a Figura 83 ilustra os valores dos deslocamentos máximos encontrados.



**Figura 83 – Variação dos deslocamentos máximos entre os casos de carregamento.**

Os deslocamentos, como pode-se observar, não fogem a regra geral observada até agora entre os esforços, como o pico para o caso quatro e os valores maiores para o modelo com rótula em relação ao de pórtico 3D. No entanto, no caso sete que, para os esforços, observava-se um maior valor para o modelo 1, inverteu-se, sendo este maior valor agora observado para o modelo 2, conferindo assim uma maior flexibilidade a este modelo, como era de se esperar.

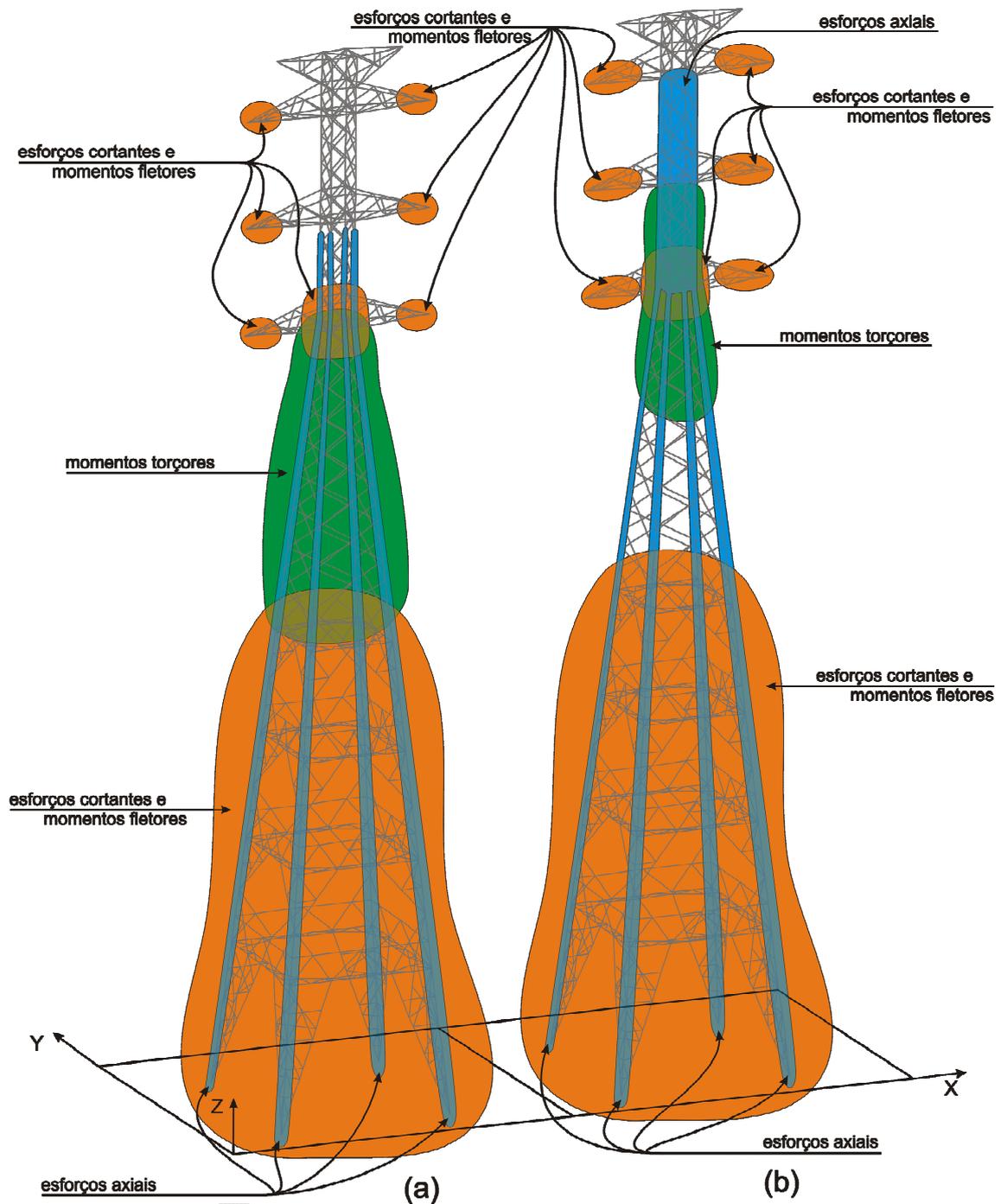
Observando-se todos estes gráficos acima, pode-se concluir primeiramente que os menores valores foram encontrados no caso seis, e os maiores no caso quatro. Também pode-se observar entre os casos um e dois, NBR 6123 e NBR 5422 respectivamente, que a norma de torres de transmissão de energia elétrica, caso dois, têm valores maiores que a norma do vento, caso um. O caso três, que seriam as cargas pseudo-dinâmicas do vento, as

quais deveriam fornecer valores tais que englobassem o efeito dinâmico do vento, trazem valores menores que os casos um e dois, de cargas estáticas equivalentes.

Com relação aos esforços dinâmicos do vento, casos quatro e cinco, observa-se que a adoção do espectro do vento tem uma importância fundamental nos valores dos resultados, uma vez que a teoria para a obtenção de velocidades flutuantes utilizada foi a mesma para os dois espectros do vento. O ideal seria utilizar-se um espectro de vento de acordo com medições experimentais feitas no local de instalação da torre ao invés de se adotar um espectro disponível na literatura com características similares ao local da implantação da torre, pois o vento é um processo totalmente aleatório e muito difícil de ser analisado.

Finalmente a ruptura dos cabos, que tem um papel muito importante, pois uma torre dimensionada considerando-se seus efeitos é mais segura em relação ao efeito cascata, deve ser observada com cuidado, porque a diferença entre as respostas estáticas e dinâmicas em média é de quase duas vezes para esta torre.

## 7.3 Diagramas: Distribuição na torre



**Figura 84 – Áreas principais de ocorrência dos esforços.**

No capítulo anterior foram mostradas as figuras contendo os diagramas de esforço axial, esforço cortante, momento torçor e momento fletor para os sete casos de carregamento. Observando-se estas figuras pode-se determinar as principais áreas de ocorrência para cada tipo de esforço na estrutura da torre. A Figura 84a mostra estas áreas

principais para os casos de esforços do vento (casos de um a cinco) e a Figura 84b as áreas para os casos de ruptura dos cabos (casos seis e sete).

Em relação a todos os casos, observa-se que os momentos fletores e os esforços cortantes se encontram nas mesmas áreas de ocorrência, diferenciando-se somente no caso da ruptura dos cabos com uma ocorrência maior nas extremidades das mísulas.

Os momentos torçores, no caso do vento, são concentrados em sua maioria no corpo da torre próximo ao final do tronco de pirâmide, e deslocam-se para a área de mudança de seção para os casos de ruptura de cabos.

Os principais esforços desta torre, os esforços axiais, concentram-se nas barras da borda inferior da torre, exclusivamente para os casos de força do vento, com altos valores nas extensões mais próximas aos pés e menores nas proximidades do topo da torre. Já para os casos de ruptura dos cabos, esta distribuição de valores dos diagramas se inverte, sendo o local mais crítico, com maiores valores, o topo da torre entre as mísulas, como mostra a Figura 84b, mas também com valores significativos entre as barras de borda da torre, porém com menores valores próximos aos pés.

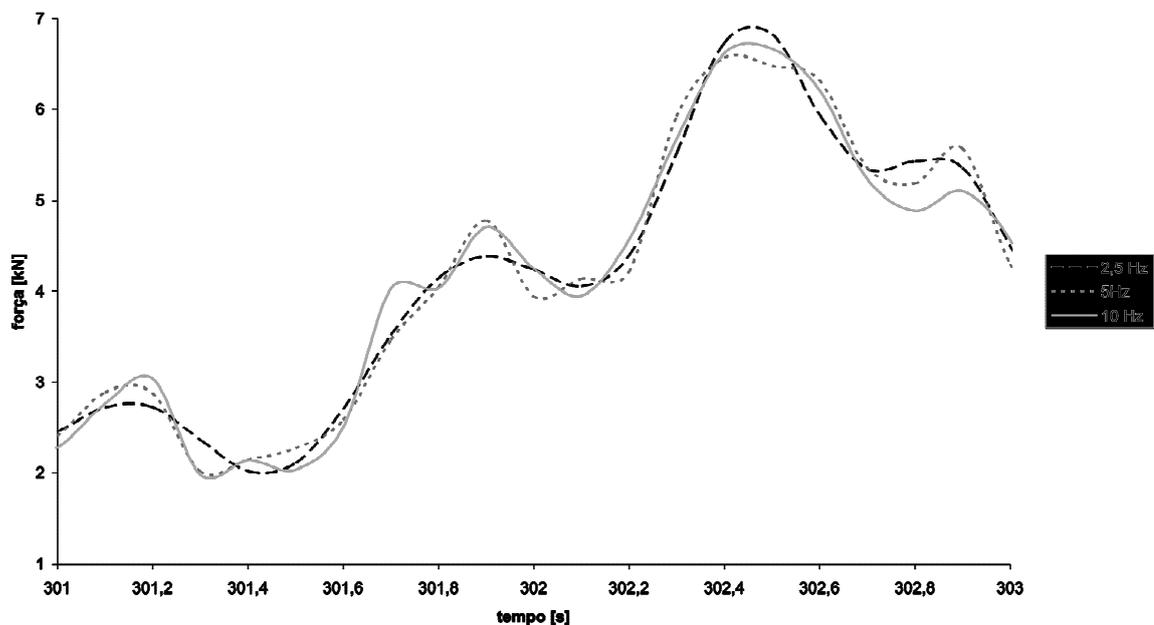
A Figura 84 mostra claramente as áreas mais críticas, em relação aos diagramas de esforços da torre. Com isso pode-se observar e tomar mais cautela no dimensionamento destes locais, principalmente das barras de borda da torre, no caso de esforços do vento, e das barras localizadas entre as mísulas no topo da torre, no caso dos esforços devido à ruptura dos cabos.

## **7.4 Espectros e incrementos de tempo e frequência**

Como colocado anteriormente no Capítulo 4, item 4.2, as cargas dinâmicas do vento foram calculadas de acordo com os espectros de Davenport e Kaimal, considerando os mesmos entre 0,01 Hz e 10 Hz. A escolha deste domínio de integração dentro do espectro se deu pelo fato de que, apesar de, a partir de 2 Hz a energia espectral ser mínima (Figura 20 e Figura 21), a força calculada apresenta algumas modificações na sua variação.

Para observar estas variações foram criados três tipos de carregamentos variando-se o limite de integração do espectro. No primeiro considerou-se o limite igual a 2,5 Hz, no segundo de 5,0 Hz, no terceiro de 10 Hz, limite este utilizado nas análises anteriores deste trabalho.

O limite de integração de 2,5 Hz foi selecionado por incluir as freqüências correspondentes aos 2 primeiros modos de vibração da estrutura, o de 5,0 Hz por incluir apenas as dos 5 primeiros modos e o de 10 Hz por incluir as dos 23 primeiros modos de vibração. É importante na divisão do espectro englobar as freqüências naturais da estrutura, por isso uma análise com limite de integração de 1,0 Hz não teria sentido algum, pois não inclui nem a freqüência fundamental desta estrutura (1,8617 Hz).



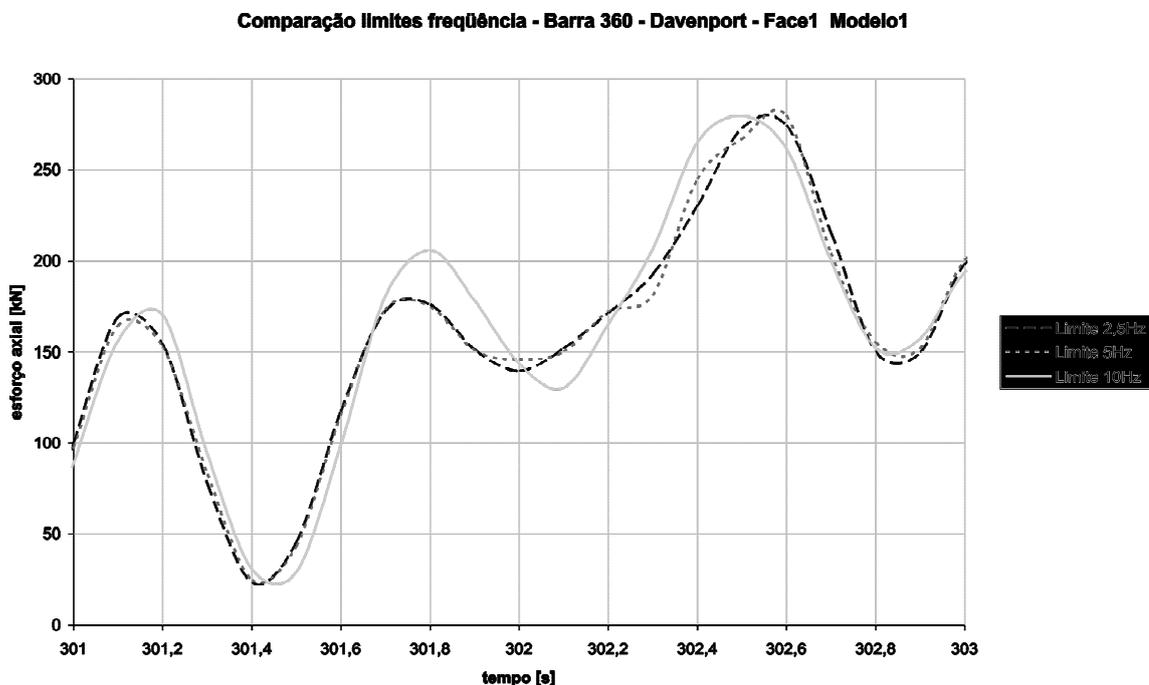
**Figura 85 – Detalhe das forças do vento no tempo para o espectro de Davenport.**

A Figura 23 ilustra a força do vento no tempo, mostrada até  $t = 700$  s, aplicada a uma altura de 29 m na Face 1 (face transversal, ver Figura 29), obtida a partir dos espectros de Davenport e Kaimal, variando-se o limite de integração, e a Figura 85 mostra em detalhe estas forças do vento no tempo para o espectro de Davenport, entre os instantes de 301 e 303 s para melhor visualização.

Observa-se da Figura 85 que as variações das curvas de forças do vento no tempo dentro deste intervalo de 2 s se diferenciam pelo fato de que, quanto menor é o limite

utilizado do espectro menor é a precisão da curva, por exemplo, comparando-se o limite de 2,5 Hz e o limite de 10 Hz, nota-se que a curva relativa a 2,5 Hz situa-se quase na média das variações da curva relativa a 10 Hz, negligenciando muitos dos picos desta curva. Por este motivo, neste trabalho foi escolhido o limite superior de 10 Hz para integração dos espectros.

Importante também é observar os efeitos do domínio de integração nos resultados da estrutura. A Figura 54 mostra a variação dos esforços axiais obtidos utilizando-se o espectro de Davenport. A Figura 86 mostra em detalhe a variação destes esforços entre os instantes de 301 e 303 s.

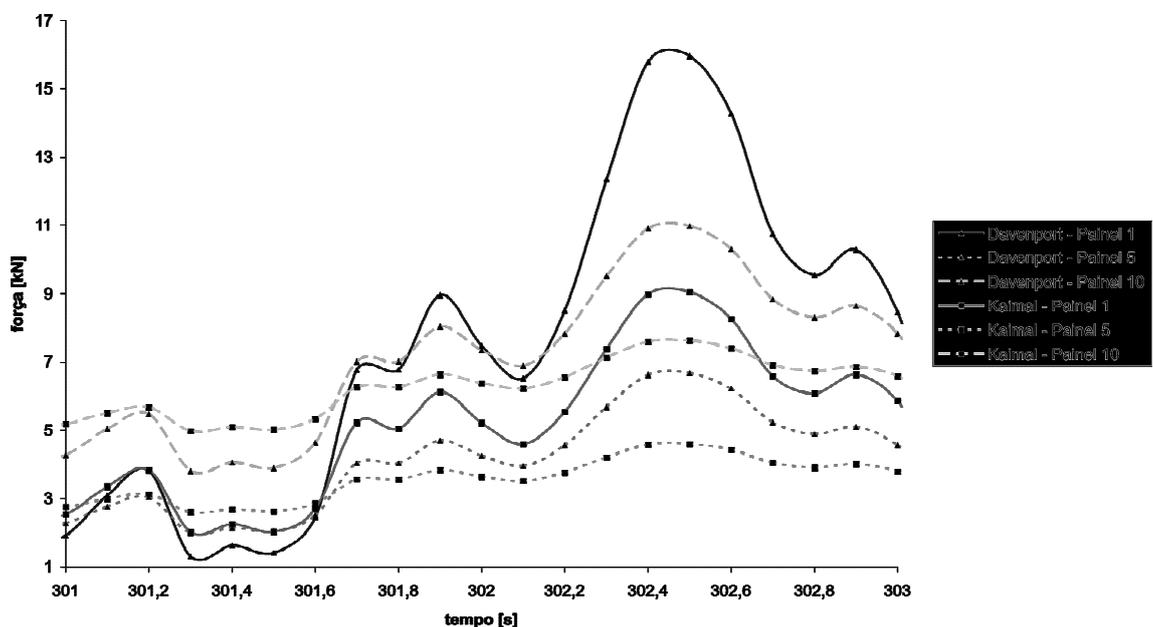


**Figura 86 – Detalhe dos esforços axiais no tempo obtidos com espectro de Davenport.**

Comparando as variações dos esforços axiais e as variações das forças do vento, de acordo com o domínio utilizado do espectro, observa-se que as discrepâncias entre os limites, no caso dos esforços axiais, são menores que as das forças do vento calculadas. Observa-se também que, para o caso do limite de 5,0 Hz, nos esforços axiais, os resultados estão bem próximos aos do limite de 2,5 Hz, fato este diferente do verificado com as forças de vento, nas quais algumas variações das forças calculadas com o limite de 5,0 Hz estão bem próximas às variações das forças calculadas com 10 Hz. Portanto, observando-se as forças aplicadas pode-se chegar a uma conclusão equivocada de que uma análise com um

limite de integração do espectro de 5 Hz estaria, no ponto de vista das variações, com precisão suficiente, como comprova a análise das variações dos resultados.

Um fato importante a ser colocado aqui é que, neste trabalho, adotou-se uma simplificação, sendo as forças dinâmicas em todos os painéis correlacionadas ao longo da altura da torre, ou seja, as mesmas flutuações, salvo os valores devido à altura e outros fatores, foram obtidas para todos os painéis da torre. A Figura 87 ilustra esta correlação, mostrando para os painéis 1, 5 e 10 da torre as variações das forças de vento entre os instantes de 301 s e 303 s calculadas de acordo com os espectros de Davenport e Kaimal.



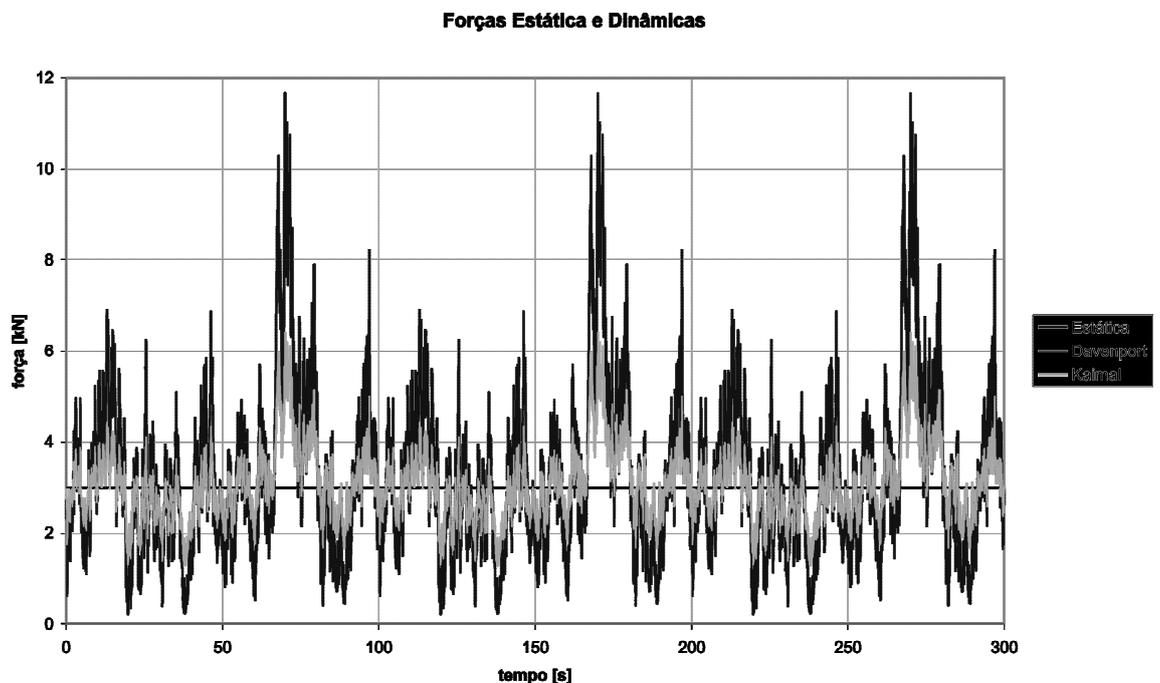
**Figura 87 – Correlação entre os painéis da torre.**

Sabe-se que, devido à altura elevada desta torre, esta correlação não deveria ocorrer em todos os painéis da torre. Porém esta simplificação de adotar todos os painéis correlacionados, além de ser a favor da segurança, simplifica o cálculo.

Ainda em relação aos espectros de vento, mais duas variáveis foram investigadas, os intervalos  $\Delta f$  e o  $\Delta t$ . O intervalo de frequência ( $\Delta f$ ) utilizado neste trabalho foi de 0,001 Hz, que é menor que o valor teórico de  $\frac{1}{T}$  em que  $T$  é o tempo total da série temporal, igual a 600 s (10 minutos), resultando em  $\Delta f = 0,001667$ , e o incremento de tempo utilizado foi de 0,1 s. Para esta investigação foram realizadas mais três análises:

- Análise 1:  $\Delta f = 0,0005$  e  $\Delta t = 0,1$  s;
- Análise 2:  $\Delta f = 0,001$  e  $\Delta t = 0,01$  s;
- Análise 3:  $\Delta f = 0,01$  e  $\Delta t = 0,01$  s.

Um problema ocorreu quando se reduziu o incremento de tempo em 10x (0,01 s) na análise 2. O número total de pontos discretos no tempo elevou-se de 7.000 para 70.000, e o programa SAP2000 não conseguiu concluir a análise, parando em 40.000. Portanto não foi possível identificar o local de ocorrência dos valores máximos. Na análise 3 a mesma redução ocorreu e o SAP2000 apresentou o mesmo problema com o número máximo de pontos discretos no tempo, no entanto, a cada 100 s de análise as funções se repetiam, como mostra a Figura 88, para um período de 300 s.

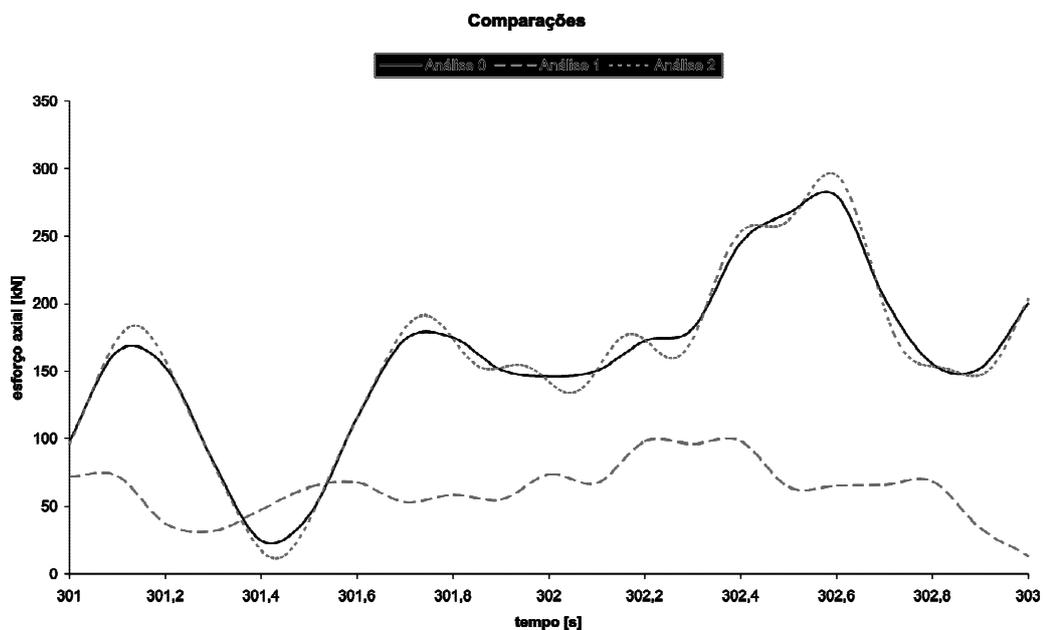


**Figura 88 – Análise 3: Repetição dos valores no tempo.**

Observa-se que, tanto para as cargas calculadas com o espectro de Davenport quanto para as calculadas com o espectro de Kaimal, que as forças no tempo se repetem a cada 100 s. Este fato foi identificado como falta de precisão na integração dos espectros, ou seja, o intervalo de frequência não deve ser maior que o valor recomendado ( $\frac{1}{T}$ ). Com algumas variações no intervalo de frequência e no intervalo de tempo e observando-se os resultados, chega-se a conclusão de que, para este método de integração de espectro, a

repetição das funções no tempo sempre vai ocorrer quando se tem um número discreto de pontos no tempo maior que 10 vezes o número de pontos discretos na frequência. Por exemplo, na análise 3, onde foi registrada a repetição, com o intervalo de frequência de 0,01 e um limite de integração de 10 Hz tem-se um total de 1.000 pontos discretos na frequência, e, no tempo, com um intervalo de tempo de 0,01 s e um tempo total de análise de 600 s (descontando o crescimento inicial da força até o valor estático, 100 s iniciais) tem-se um total de 60.000 pontos discretos, ou seja, a função vai se repetir a cada 10.000 pontos ou 100 s, tendo um total de seis repetições.

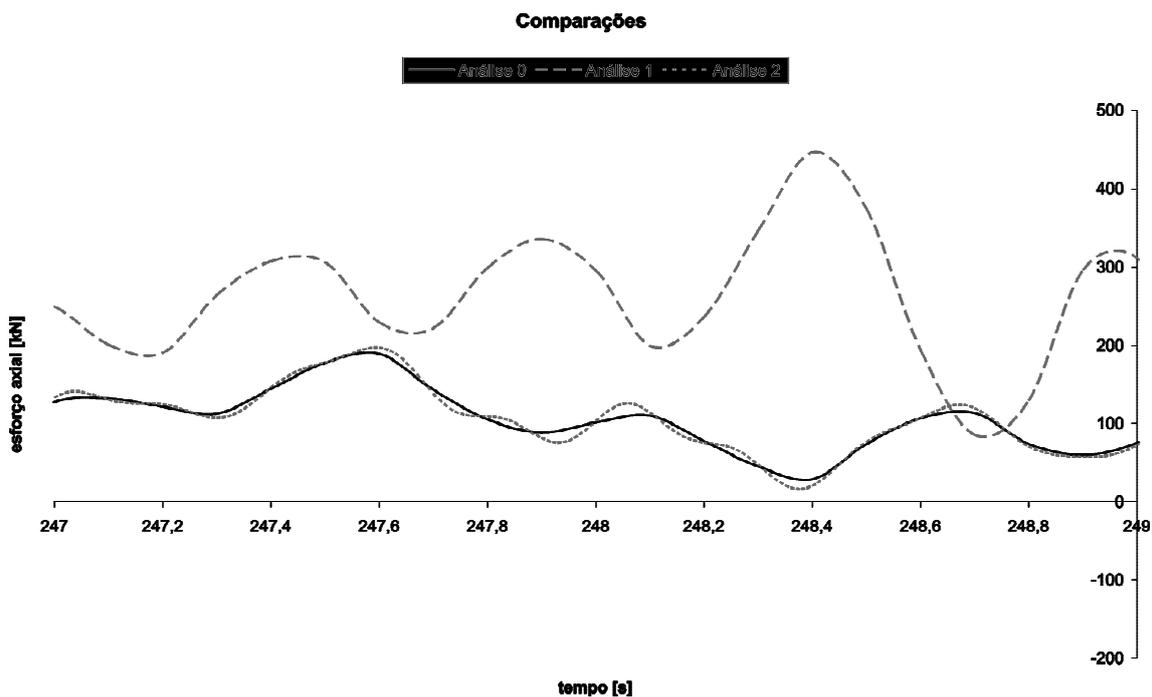
Apesar de não ter sido possível concluir as análises 2 e 3 usando-se o programa SAP2000, ainda é interessante verificar-se a diferença entre os resultados obtidos pelas análises até o instante em que foram interrompidas. Para isto foram utilizados os resultados obtidos com o limite de integração de 10 Hz, chamando-se de análise 0 a análise efetuada no trabalho com  $\Delta f = 0,001$  e  $\Delta t = 0,1$  s. Selecionou-se a barra 360 da estrutura, sendo mostrados os esforços axiais para o período entre os instantes de 301 s e 303 s, obtidos com forças de vento calculadas com o espectro de Davenport. A Figura 89 ilustra estes esforços.



**Figura 89 – Comparações entre as análises 0, 1 e 2 entre os instantes 301 s e 303 s.**

Observa-se que quando reduz-se o incremento de tempo, comparando-se as análises 0 e 2, aumentam-se as variações no valor da força, chegando-se em vários pontos a maiores valores. Comparando-se as análises 0 e 1 nota-se que os valores da análise 1 foram bem inferiores aos da análise 0. Porém isto somente ocorreu entre os instantes 301 s e 303 s, pois a função obtida com a diminuição do incremento de frequência é completamente diferente em suas flutuações e valores de pico. A Figura 90 ilustra estas comparações entre os instantes de 247 s e 249 s.

Observa-se da Figura 90 que as mesmas variações entre as análises 0 e 2 ocorrem, porém agora os valores da análise 1 são superiores aos valores das análises 0 e 2, e também pode-se observar que geralmente onde as curvas das análises 0 e 2 apresentam picos a curva da análise 1 apresenta uma depressão, e vice-versa, demonstrando-se assim que a função no tempo obtida com o refino da integração do espectro, ou diminuição do intervalo de frequência, resultou em uma função diferente da obtida anteriormente.



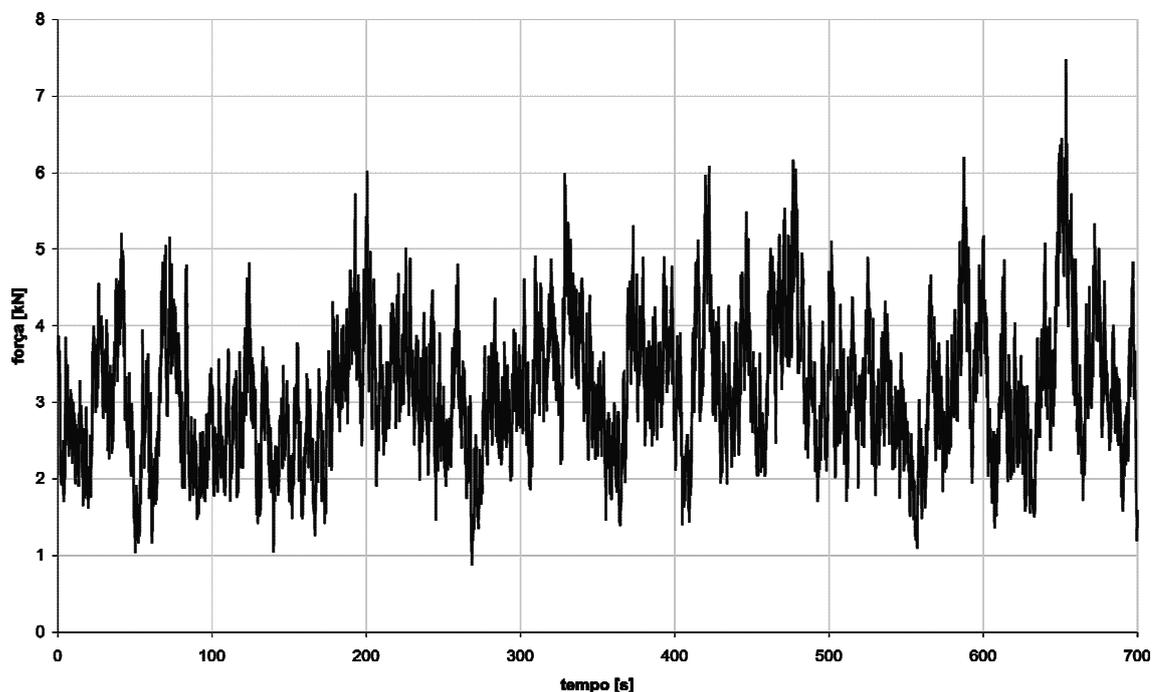
**Figura 90 – Comparações entre as análises 0, 1 e 2 entre os instantes 247 s e 249 s.**

Além da função obtida ser diferente, os resultados também foram diferentes comparando-se os valores máximos encontrados. Para os esforços axiais de compressão os valores da análise 1 reduziram-se em 9% em relação aos valores da análise 0.

## 7.5 Aplicação da carga

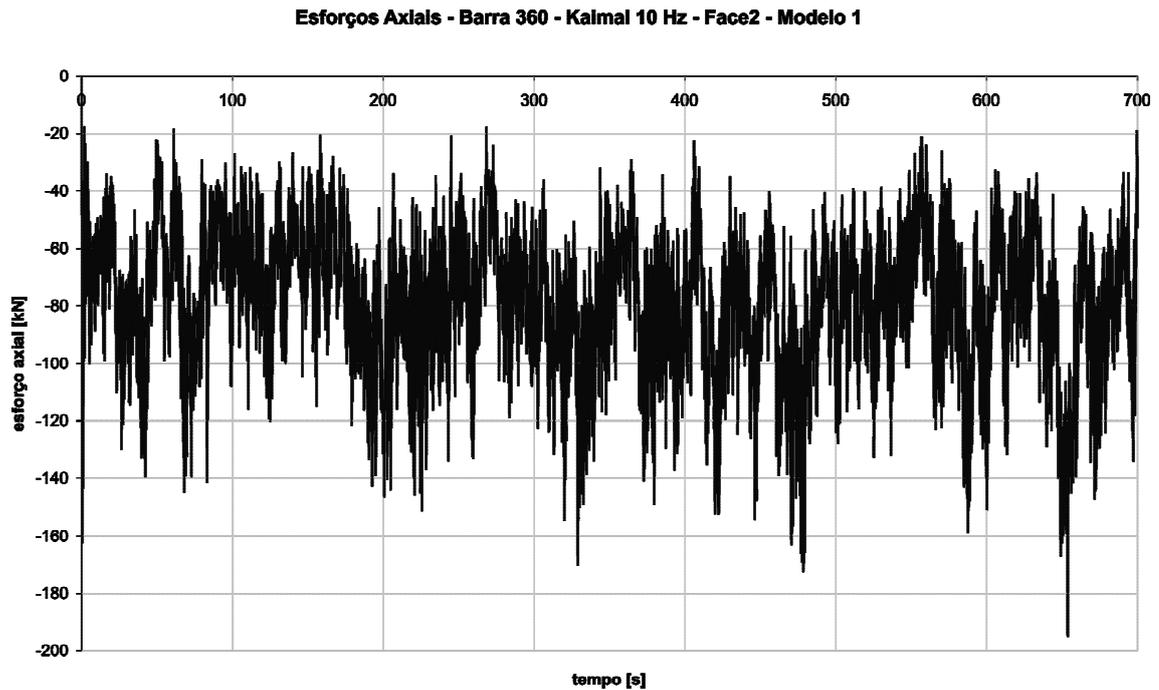
Outra questão importante na análise dinâmica é como aplicar inicialmente as cargas. No caso da ruptura dos cabos, foi utilizado um crescimento da carga até o valor de aplicação durante 5 s, como mostram as funções de aplicação da carga de ruptura na Figura 32. Já no caso da carga dinâmica do vento, como mostra a Figura 23, as forças foram aplicadas com um crescimento inicial suave até o valor estático e após este a turbulência foi aplicada.

Para investigar se esta escolha em se aplicar a carga suavemente ou aplicar-se bruscamente a carga de vento, o que pode amplificar artificialmente a resposta dinâmica da torre (efeito de choque), foram feitas outras análises aplicando-se a força bruscamente na estrutura. A Figura 91 ilustra esta função de aplicação das cargas do vento calculadas de acordo com o espectro de Kaimal, com um limite de integração de 10 Hz para uma altura de 29 m.



**Figura 91 – Aplicação da carga no tempo bruscamente.**

A Figura 92 ilustra os resultados dos esforços axiais de compressão da barra 360 no tempo calculados com esta função de aplicação brusca da força.

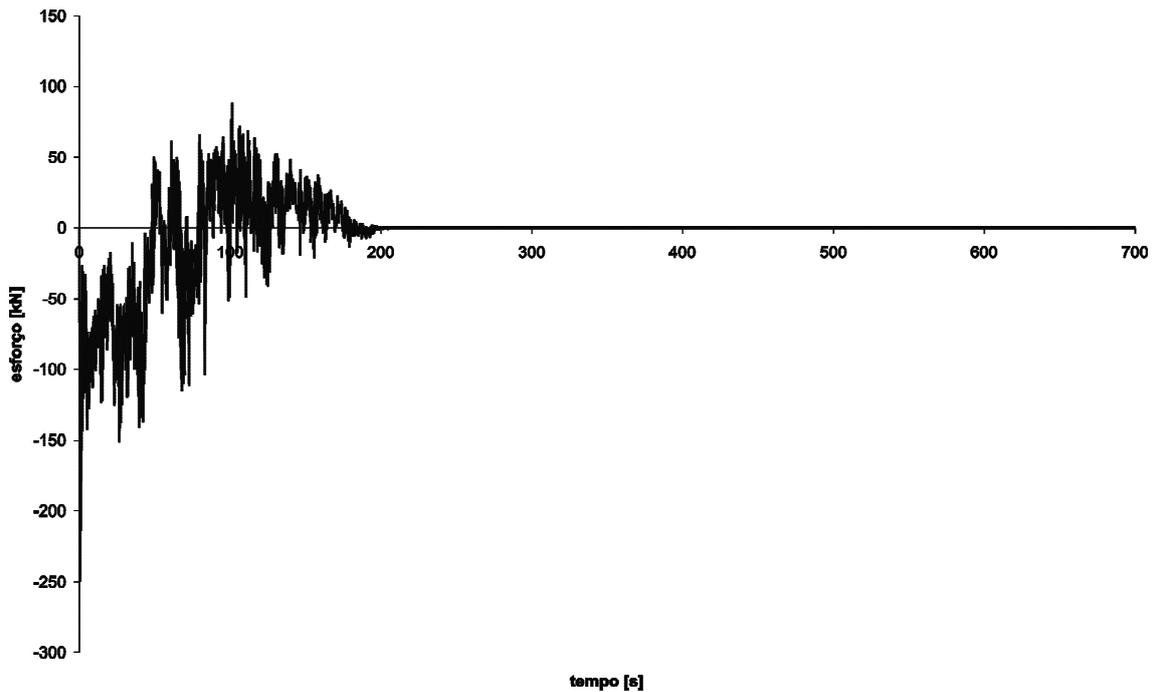


**Figura 92 – Esforço axial resultante da aplicação da carga suave do vento.**

Observa-se nos instantes iniciais um pico súbito no valor do esforço axial nesta barra, ultrapassando o valor de 160 kN. Este pico de esforço axial é resultado da aplicação brusca da força na estrutura.

Para comparar as diferenças entre os resultados axiais de compressão para a barra com a aplicação da carga brusca e os com a aplicação da carga suave, traçou-se o gráfico da Figura 93.

Observa-se que nos 200 s iniciais existe realmente diferenças entre se aplicar a carga bruscamente ou suavemente. Isto se deve ao fato de que nestes 200 s iniciais existem considerações de aplicação suave até o valor da carga estática (até os 100 s) e aplicação constante da turbulência (até os 200 s), sendo que, após o final de todas as considerações de suavidade, os valores encontrados foram exatamente os mesmos. Para o exemplo desta torre o esforço máximo ocorreu após 200 s, portanto em uma investigação de esforços máximos, não afetaria o fato da carga ser aplicada bruscamente. No entanto, de uma maneira geral deve-se sempre aplicar a carga suavemente na estrutura de forma a se evitar o efeito de impacto.



**Figura 93 – Diferenças entre a aplicação brusca e suave da carga nos esforços axiais de compressão da barra 360.**

## 7.6 Torção

Em todas as análises e casos de carregamentos apresentados neste trabalho, observaram-se valores de momento torçor muito baixos, quase zero. Ressalta-se que para todos os carregamentos as forças foram aplicadas diretamente nos nós e não foi considerado acoplamento entre flexão e torção nas cantoneiras da torre.

Pelo fato destes valores encontrados serem muito baixos, uma análise com um novo modelo de elementos finitos, com todos os nós rotulados à torção, também foi realizada.

Para simplificar a resolução foi utilizado o caso 1, cargas estáticas do vento de acordo com a NBR 6123. A Tabela 23 mostra os valores para os esforços axiais, cortantes e momentos fletores encontrados.

Comparando-se os resultados do caso 1 (Tabela 8 e Tabela 9) com estes mostrados nas Tabela 23 e Tabela 24, observa-se que as variações são muito pequenas e conclui-se, portanto, que para esta torre poderia-se negligenciar a torção de todas as barras da estrutura sem prejuízos aos resultados das análises. A vantagem disto é a consideração de

um grau de liberdade a menos em cada nó, ou seja, com 666 nós, são 666 graus de liberdade a menos.

**Tabela 23 – Valores de esforços para o modelo rotulado à torção.**

| TIPO     |      | MODELO 1/torção rotulada |       | DIREÇÃO DO VENTO |
|----------|------|--------------------------|-------|------------------|
|          |      | VALOR                    | BARRA |                  |
| Axial    | máx. | 165,6 kN                 | 360   | Transversal (Y)  |
|          | mín. | -199,7 kN                | 368   | Transversal (Y)  |
|          | máx. | 148,3 kN                 | 365   | Longitudinal (X) |
|          | mín. | -191,2 kN                | 360   | Longitudinal (X) |
| Cortante | máx. | 4,7 kN                   | 12    | Transversal (Y)  |
|          | mín. | -3,6 kN                  | 1     | Transversal (Y)  |
|          | máx. | 4,4 kN                   | 4     | Longitudinal (X) |
|          | mín. | -3,2 kN                  | 9     | Longitudinal (X) |
| Torçor   | máx. | 0                        | -     | Transversal (Y)  |
|          | mín. | 0                        | -     | Transversal (Y)  |
|          | máx. | 0                        | -     | Longitudinal (X) |
|          | mín. | 0                        | -     | Longitudinal (X) |
| Fletor   | máx. | 3,4 kN.m                 | 12    | Transversal (Y)  |
|          | mín. | -2,7 kN.m                | 1     | Transversal (Y)  |
|          | máx. | 3,2 kN.m                 | 4     | Longitudinal (X) |
|          | mín. | -2,3 kN.m                | 9     | Longitudinal (X) |

A Tabela 24 mostra os valores dos deslocamentos máximos para o modelo com barras rotuladas à torção.

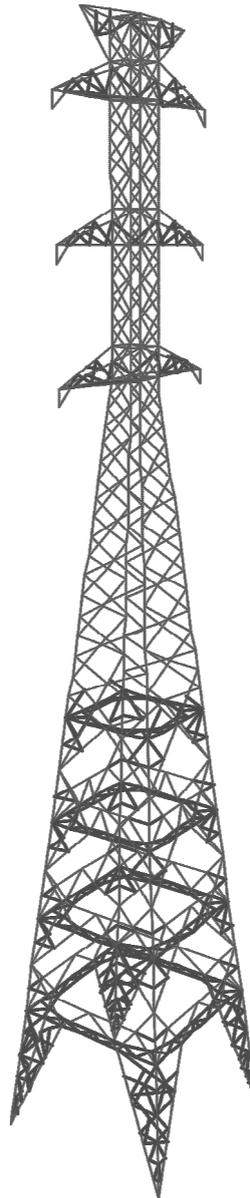
**Tabela 24 – Valores dos deslocamentos máximos para o modelo rotulado à torção.**

| MODELO 1/torção rotulada |     | DIREÇÃO DO VENTO |
|--------------------------|-----|------------------|
| DESLOCAMENTOS            | NÓS |                  |
| 23,8 cm                  | 657 | Transversal (Y)  |
| 21,1 cm                  | 661 | Longitudinal (X) |

## 7.7 Barras redundantes

Barras redundantes não são barras originais da análise principal para o dimensionamento da torre de transmissão. Elas são adicionadas posteriormente com o objetivo de reduzir os comprimentos de flambagem de outras barras, para que estes comprimentos estejam de acordo com os definidos por norma.

A Figura 94 ilustra a posição destas barras redundantes na torre.



**Figura 94 – Localização das barras redundantes.**

Segundo a norma brasileira NBR 5422, as barras redundantes devem ser dimensionadas para suportar o peso de um operário, aproximadamente 1 kN, aplicada na

pior situação, assim como a um esforço correspondente a 2,5% da barra por ela contraventada.

Neste trabalho decidiu-se por modelar a torre com todas as barras, inclusive as redundantes para verificar também se os esforços nestas barras não ultrapassam os definidos por norma.

Nas análises dinâmicas, muitas barras redundantes excederam os valores definidos em norma para os seus esforços. No caso das barras redundantes nos pés, mais próximas ao solo, foram encontrados valores de até 8 % do esforço da barra a ser, por estas, contraventadas. Este valor excede o valor definido por norma, que é de 2,5 %. No caso do peso do operário, não foi verificado nenhum esforço que excedesse o do esforço provocado por uma carga de 1 kN, aplicada na pior situação, ou seja na vertical para baixo.

No caso desta torre sofrer uma solicitação dinâmica causada pelo vento ou pela ruptura dos cabos como a simulada neste trabalho, as barras redundantes poderiam flambar ou até romper, aumentando assim o comprimento de flambagem das barras por elas contraventadas, podendo levar a torre ao colapso.

## **7.8 Fator de amplificação dinâmica**

A última investigação a ser feita neste trabalho é relacionada ao fator de amplificação dinâmica dos esforços e deslocamentos.

Em todos os casos de carregamentos analisados neste trabalho estavam presentes as cargas de peso próprio. Portanto, em todas as análises dinâmicas existia uma parcela estática, como o peso próprio da torre e o peso dos cabos e cadeia de isoladores. Isto, assim como a inserção das barras redundantes na análise da torre, foi feito com o objetivo de simular mais corretamente o caso da torre já montada em campo. Porém, com os resultados acima, não se pode calcular o fator de amplificação dinâmica, pois este é uma razão entre os resultados de cargas dinâmicas e estáticas.

O fator de amplificação dinâmica será apresentado para apenas uma barra e um nó da torre. Nesta barra serão observados os esforços axiais provenientes dos carregamentos

aplicados na direção transversal (Y), para os casos de carga do vento, e os esforços axiais das cargas de ruptura da combinação 2-C, para os casos de ruptura de cabo. No caso do nó, as mesmas considerações serão feitas, porém serão monitorados os deslocamentos. A barra escolhida é a barra 360, pois nesta barra foram observados os valores máximos de esforço axial em vários casos de carregamento, e o nó selecionado foi o 607, pois neste nó foram observados valores máximos de deslocamento em vários casos de carregamento. As localizações desta barra e deste nó podem ser observadas nas Figura 78a e Figura 78b respectivamente. Os fatores de amplificação dinâmica serão calculados pela razão entre os resultados dinâmicos com os estáticos de acordo com os seguintes casos de carregamento:

- RAZÃO A: Caso 4 com Caso 1;
- RAZÃO B: Caso 5 com Caso 1;
- RAZÃO C: Caso 4 com Caso 2;
- RAZÃO D: Caso 5 com Caso 2;
- RAZÃO E: Caso 7 com Caso 6.

O caso 3, cargas pseudo-dinâmicas do vento de acordo com o modelo discreto da NBR 6123, não será incluído nesta investigação, pois seus resultados foram inferiores aos obtidos pela força estática equivalente.

A Tabela 25 mostra os valores dos fatores de amplificação dinâmica de acordo com os esforços axiais da barra 360, assim como os valores destes esforços para cada caso relacionado.

**Tabela 25 – Fatores de amplificação dinâmica para os esforços axiais de compressão da barra**

**360.**

| ESFORÇOS AXIAIS | Caso Estático | Caso Dinâmico | Fator de amplificação |
|-----------------|---------------|---------------|-----------------------|
| RAZÃO A         | 182,5 kN      | 565,6 kN      | 3,10                  |
| RAZÃO B         | 182,5 kN      | 294,5 kN      | 1,61                  |
| RAZÃO C         | 180,7 kN      | 565,6 kN      | 3,13                  |
| RAZÃO D         | 180,7 kN      | 294,5 kN      | 1,63                  |
| RAZÃO E         | 100,8 kN      | 202,0 kN      | 2,00                  |

A Tabela 26 mostra os valores dos fatores de amplificação em relação aos deslocamentos do nó 607, assim como os valores destes deslocamentos.

**Tabela 26 - Fatores de amplificação dinâmica para os deslocamentos do nó 607.**

| DESLOCAMENTOS | Caso Estático | Caso Dinâmico | Fator de amplificação |
|---------------|---------------|---------------|-----------------------|
| RAZÃO A       | 20,61 cm      | 65,62 cm      | 3,18                  |
| RAZÃO B       | 20,61 cm      | 34,36 cm      | 1,67                  |
| RAZÃO C       | 22,24 cm      | 65,62 cm      | 2,95                  |
| RAZÃO D       | 22,24 cm      | 34,36 cm      | 1,54                  |
| RAZÃO E       | 29,09 cm      | 49,31 cm      | 1,70                  |

Como o caso 4 (Davenport) apresentou um pico de rajada alto, os fatores de amplificação calculados com este caso foram muito elevados, sendo o da razão A o maior observado. Ressalta-se que outros autores observaram que o espectro de Davenport fornece valores muito elevados de velocidade espectral nas baixas frequências em comparação com outros espectros, RODRIGUES (2004). Este pode ser o motivo da obtenção de valores muito maiores de força de vento, e, conseqüentemente, de maiores fatores de amplificação dinâmica pelo espectro de Davenport. O segundo maior fator observado foi o calculado com as cargas de ruptura dos cabos, razão E. E por fim, os menores fatores de amplificação encontrados foram os das razões B e D, nas quais constava o caso 5 (Kaimal), que tinha uma variação de velocidades do vento sem muitos picos de rajadas. Outros autores, como LOREDO-SOUZA (2000), considerando o efeito dinâmico do vento, encontraram um aumento de 30% nos esforços axiais de barras de uma torre de transmissão, similar à estudada neste trabalho, em relação ao método simplificado da norma. Estes autores utilizaram um método estatístico e linhas de influência para obtenção da resposta dinâmica da torre.

Com relação à análise dinâmica de vento, observa-se que, mesmo eliminando-se a análise em que foi usado o espectro de Davenport e considerando-se apenas a do espectro de Kaimal, o fator de amplificação encontrado (1,61) é superior ao coeficiente de segurança recomendado pelas normas para majoração de carga de vento. No entanto, para se investigar a segurança ou confiabilidade estrutural de torres de transmissão submetidas a cargas de vento, deveria-se proceder a uma análise estatística dos resultados, variando-se a série temporal da componente turbulenta do vento, além de considerar outros espectros, tendo em vista o caráter aleatório da ação do vento. Outro fator importante a ser

investigado é o efeito da correlação da força de vento aplicada nos painéis da torre ao longo da altura, tendo em vista que nas análises realizadas adotou-se uma simplificação de se considerar todas as forças correlacionadas.

Com relação à ruptura dos cabos, observa-se que o fator de amplificação dinâmica (máximo) obtido para esforço na barra (razão E) é igual ao fator de amplificação máximo proveniente de cargas de impacto.

# 8 Conclusões

Torres de transmissão são estruturas fundamentais para o abastecimento de energia elétrica, pois são elas que servem de suporte para os cabos que a conduzem. A partir das análises realizadas neste trabalho, algumas conclusões podem ser extraídas.

Quanto à modelagem da torre, foram utilizados dois modelos (1 e 2). O modelo 1 é composto por elementos de pórtico 3D com todas as ligações rígidas. O modelo 2 também é composto por elementos de pórtico 3D, considerando-se rotuladas apenas as ligações de barras redundantes e das barras com pouca rigidez na ligação, como é o caso das barras ligadas por um único parafuso, e as demais ligações consideradas rígidas. Não houve diferenças significativas entre os resultados dos dois modelos. Dentre os modelos utilizados, recomenda-se a utilização do modelo 2, pois é um modelo que se aproxima mais da estrutura real do que o modelo 1 e também do que o modelo de treliça, usualmente adotado por projetistas.

Investigou-se ainda o efeito de se rotular todas as barras à torção, o que também não apresentou diferenças significativas nos resultados em relação aos modelos onde a torção foi considerada. Assim sendo, pode-se também rotular todas as barras à torção, pois haverá uma redução de graus de liberdade e, conseqüentemente, economia de esforço computacional. Deve-se porém, investigar ainda o efeito da utilização de ligações semi-

rígidas, principalmente nas barras ligadas à fundação, para se refinar o modelo estrutural da torre.

Quanto às análises dinâmicas da torre submetida à ação do vento, apesar da frequência fundamental da torre ser maior que 1 Hz, o que pela norma NBR 6123 não seria necessário efetuar uma análise dinâmica, os resultados mostraram que a torre é suscetível a efeitos dinâmicos. Observou-se que as amplitudes obtidas para a força de vento ao longo do tempo com o espectro de Davenport foram bem superiores às obtidas com o espectro de Kaimal, o que pode ser explicado pelo fato do espectro de Davenport conter uma maior energia nas baixas frequências. Outros autores compararam o espectro de Davenport com diversos outros espectros, e observaram que ele não representa bem a velocidade espectral nas baixas frequências. O ideal seria obter-se um espectro do vento local onde será instalada cada torre, mas na ausência de medições experimentais, recomenda-se a utilização do espectro de Kaimal. Observa-se também que o fator de amplificação dinâmica obtido relacionando-se os resultados dinâmicos provindos de forças calculadas com o espectro de Kaimal, com os estáticos, são em torno de 1,6, valor este superior ao coeficiente de majoração de cargas estáticas de vento adotado nas normas atuais. Ressalta-se que o método discreto da NBR 6123 para a análise dinâmica da torre em estudo não forneceu bons resultados.

Quanto às análises dinâmicas da torre submetida a cargas que simulam a ruptura dos cabos, observou-se que os resultados de deslocamentos calculados sem a consideração dos cabos, apenas aplicando-se forças nos locais de suporte nas mísulas, podem estar equivocados, pois os cabos podem atuar de forma a minimizar os deslocamentos em mísulas onde a ruptura não ocorreu. No entanto, os esforços mostraram uma concentração maior na mísula onde ocorreu a ruptura do cabo, de acordo com o esperado, ou seja, a simplificação da substituição de cabos por forças aplicadas nos suportes é adequada para o cálculo dos esforços. Observa-se também que o fator de amplificação dinâmica para esta carga de ruptura dos cabos é próxima de 2,0, ou seja, seria uma boa escolha a utilização do coeficiente de impacto para a majoração das cargas estáticas de ruptura dos cabos.

Apesar de que neste trabalho tenha sido feito um estudo inicial sobre o assunto, devendo-se ainda aprimorar os modelos estruturais, os modelos de carregamento de vento e de ruptura dos cabos e se proceder a uma análise estatística dos resultados, foram encontrados nas análises dinâmicas fatores de amplificação de 1,6 para o vento (usando-se o espectro de Kaimal) e de 2,0 para a simulação de ruptura dos cabos, indicando assim a necessidade de se aprofundar as investigações feitas neste trabalho visando fornecer embasamentos teóricos para as futuras revisões das normas de torres de transmissão.

## **8.1 Sugestões para trabalhos futuros**

- Investigar o efeito de não correlacionar as forças de vento aplicada nos painéis ao longo da altura da torre;
- Analisar a torre sob a ação do vento no domínio da frequência;
- Realizar uma análise estatística dos resultados da análise dinâmica da ação do vento, variando-se as séries temporais da componente turbulenta da velocidade e os espectros de vento;
- Reanalisar a torre com algumas barras enrijecidas, dimensionadas para resistir aos efeitos dinâmicos do vento e ruptura dos cabos;
- Verificar a influência dos cabos não-rompidos na estrutura da torre quando do rompimento de um cabo;
- Analisar as fundações, os tipos utilizados, suas semi-rigidezes e o efeito das mesmas na estrutura da torre, de acordo com os carregamentos adotados;
- Refinar o modelo de simulação de ruptura do cabo, analisando a porcentagem de diminuição da carga de ruptura do cabo, proveniente do efeito de pêndulo duplo e o ângulo formado pela força de tração do cabo e a horizontal para a consideração da carga de ruptura;
- Realizar análise dinâmica do conjunto torre e cabos, considerando a não-linearidade geométrica dos cabos.

## Referências Bibliográficas

BLESSMANN, J. - **Acidentes causados pelo vento**. 3ª ed., Universidade/UFRGS, Porto Alegre 1986.

O GLOBO - **Ventos derrubam duas linhas de Itaipu**. Ramona Ordoñez, 16/06/2005.

FOLHA DE SÃO PAULO - **Queda de torres deixa cerca de 350 mil pessoas sem luz em MT**. 01/09/2005.

REVISTA FURNAS - **Três histórias de sucesso**. No 326, ano XXXI, nov/2005.

FOLHA DE SÃO PAULO - **Queda de torres de transmissão no PR prejudica Itaipu**. 05/10/2005.

MIDIAMAX NEWS - **Queda de torres deixa dois municípios do MT sem energia**. Nadyenca Castro, 25/01/2006.

WORKSHOP RINDAT - **Impacto das tempestades severas e eventos críticos sobre o setor elétrico**. Furnas Centrais Elétricas SA, Rio de Janeiro, 26 – 27/julho/2005.

LA ROVERE, H.L. - **Notas de aula da disciplina de Método dos Elementos Finitos**. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

COOK, R.D. - **Concepts and Applications of Finite Elements Analysis**, 3ª ed., John Wiley&Sons, 1987.

POPOV, E.P. - **Introdução à mecânica dos sólidos**. Edgard Blücher, São Paulo, 1978.

PINTO, R.C.A. - **Notas de aula da disciplina Fundamentos de Mecânica dos Sólidos e Teoria da Elasticidade I**. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

SAOUMA, V.E. - **Matrix Structural Analysis with an Introduction to Finite Elements**. Lecture Notes, University of Colorado, Boulder, 1999.

ROSENBERG, R.M. - **Analytical Dynamics of Discrete Systems**. The shock and vibration digest, 13:22-23, 1981.

CLOUGH, R., E PENZIEN, J. - **Dynamic of Structures**. 3ª ed., McGraw-Hill, New York, 1995.

WILSON, E.L. - **Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures**. 3ª ed., Computer and Structures CSI, Berkeley, 2002.

BATHE, K.J. - **Finite Elements Procedure**. Revision of: Finite elements procedure in engineering analysis, Prentice-Hall, New Jersey, 1996.

CARRIL, C.F.JR. - **Análise numérica e experimental do efeito dinâmico do vento em torres metálicas treliçadas para telecomunicações**. Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

NBR 6123 - **Forças Devidas ao Vento em Edificações**. ABNT: Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 1988.

NBR 5422 - **Projeto de linhas aéreas de transmissão de energia elétrica**. ABNT: Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 1985.

PFEIL, M. - **Comportamento Aeroelástico de Pontes Estaiadas**. Tese de Doutorado, Programa de Engenharia Civil/Estruturas; COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1993.

HIRIART, D., OCHOA, J.L., GARCÍA, B. - **Wind power spectrum measured at the San Pedro Mártir Sierra**. Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica, 37, pp. 213-220, 2001.

ARISPE, R.A. - **Monitoramento e Análise Numérica para Obtenção de Frequências Naturais de uma Torre de Telecomunicação**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, PPGEC/Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

KAMINSKI, J.JR., MIGUEL, L.F.F., MENESES, R.C.R., MIGUEL, L.F.F, ALVA, G.M.S. - **Análise do comportamento de torres de um segmento de LT submetido à carga dinâmica de ruptura de cabo**. ENIEF, XVI Congreso sobre métodos numéricos y sus aplicaciones, Córdoba, 2007.

ARGENTA, M.A., ROVERE, H.L., WESTPHAL, T.JR. - **Torres de transmissão submetidas a cargas dinâmicas causadas pela ação do vento**. CILAMCE, XXVIII Congresso Ibero Latino-Americano sobre métodos Computacionais em Engenharia, Porto, 2007.

RODRIGUES, R.S. - **Mecânica do colapso aeroelástico de torres de TEE**. Tese de Doutorado, Programa de Engenharia Civil/Estruturas; COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

LOREDO-SOUZA, A.M., BLESSMANN, J., ROCHA, M.M. - **Estudo da ação do vento sobre treliçados. Seccional Brasil: Coeficientes de arrasto para um módulo de torre**. Informativo de tecnologia – Seccional Brasil S/A nº 14; Laboratório de Aerodinâmica das Construções – LAC, UFRGS, 2003.

SANTOS, E.F., CORREA, W.L., OLIVEIRA, T.J.L, PFEIL, M.S. - **Análise do comportamento estrutural de um torre metálica submetida à ação do vento**. CILAMCE, XXVI Congresso Ibero Latino-Americano sobre métodos Computacionais em Engenharia, Guarapari, 2005.

REQUENA, J.A.V., DVLOO, P.R.B., FORTI, T.L.D. - **Análise e automação das ações dinâmicas de vento em torres metálicas**. CILAMCE, XXVI Congresso Ibero Latino-Americano sobre métodos Computacionais em Engenharia, Guarapari, 2005.

LOREDO-SOUZA, A.M., ROCHA, M.M., RIPPEL, L.I., CERPEGIANI, E.A., NÚÑEZ, G.J.Z., PALUCH, M.J., OLIVERA E SILVA, A., MEDEIROS, J.C.P. - **Coefficientes de arrasto aerodinâmico em estruturas treliçadas de linhas de transmissão.** XXXII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural, Campinas, 2006.

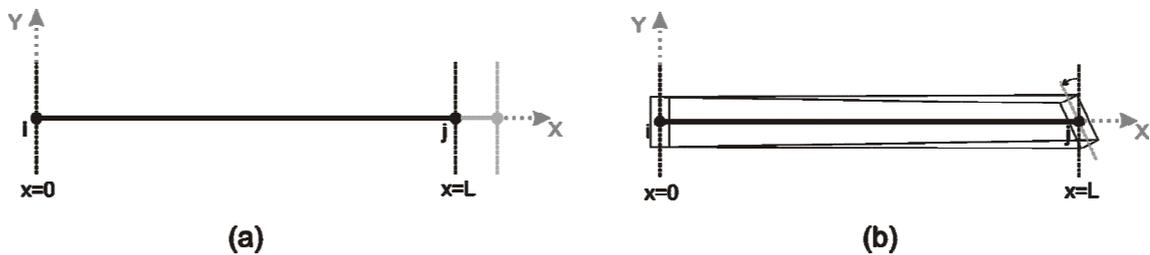
SAP2000 NONLINEAR - **Integrated Structural Analysis and Design Software.** Version 11, Computers and Structures, Inc., 2007.

LOREDO-SOUZA, A.M., DAVENPORT, A.G. - **Resposta de torres de transmissão à ação do vento.** XXIX Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, Punta del Este, Uruguay, 2000.

## Anexo A – Funções de interpolação

### Demonstração da obtenção das funções de interpolação.

Na determinação das funções de interpolação para a deformação axial e para a torção do elemento do pórtico, assume-se que os polinômios de interpolação sejam lineares.



**Figura 95 – Deformação axial (a) e deformação por torção (b).**

Para um deslocamento nodal qualquer (axial ou torcional) tem-se

$$u_x = a_1 x + a_2, \quad (183)$$

onde  $a_1$  e  $a_2$  são constantes. Portanto, utilizando as condições de contorno, os deslocamentos em cada nó ficam

$$\begin{cases} u_x^i = a_2 \\ u_x^j = a_1 L + a_2 \end{cases}. \quad (184)$$

Resolvendo as equações (184) para as constantes  $a_1$  e  $a_2$ ,

$$\begin{cases} a_1 = \frac{u_x^j}{L} - \frac{u_x^i}{L} \\ a_2 = u_x^i \end{cases}. \quad (185)$$

Substituindo as equações (185) nas equações (184) e reagrupando os termos, tem-se

$$u_x = \left(1 - \frac{x}{L}\right)u_x^i + \frac{x}{L}u_x^j. \quad (186)$$

Portanto, observando-se a Figura 4 e a equação (186), conclui-se que

$$N_1 = \left(1 - \frac{x}{L}\right), \quad (187)$$

$$N_7 = \frac{x}{L}. \quad (188)$$

Estas são as funções que interpolam os deslocamentos axiais, que são exatamente iguais às que interpolam as rotações torcionais,

$$N_4 = \left(1 - \frac{x}{L}\right), \quad (189)$$

$$N_{10} = \frac{x}{L}. \quad (190)$$

No caso da flexão observa-se que os deslocamentos transversais influem nas rotações e vice-versa. Por isso, definindo-se o polinômio de aproximação para os deslocamentos, acha-se o das rotações. Neste caso será definido um polinômio cúbico, solução da equação diferencial homogênea de quarta ordem, de acordo com o modelo de flexão de Euler-Bernoulli,

$$u_y = a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4, \quad (191)$$

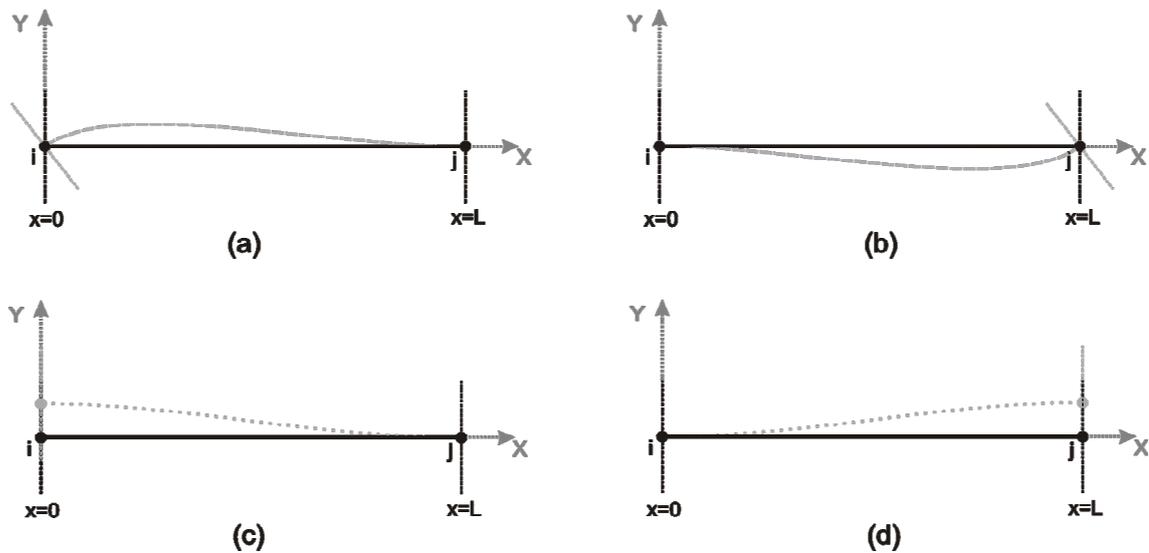
e, como as rotações podem ser escritas como derivadas dos deslocamentos,

$$\varphi_z = \frac{du_y}{dx} = 3a_1x^2 + 2a_2x + a_3. \quad (192)$$

A Figura 96 mostra as referências locais para definir as funções de interpolação no plano XY.<sup>46</sup>

---

<sup>46</sup> Exemplificando na figura uma rotação nos nós e sua deformada em tracejado e um deslocamento nos nós e sua deformada em pontilhado.



**Figura 96 – Rotação no nó inicial do plano XY (a), rotação no nó final do plano XY (b), deformação produzida por um deslocamento do nó inicial na direção y (c) e deformação produzida por um deslocamento do nó final na direção y (d).**

Em forma matricial,

$$u_y = \begin{bmatrix} x^3 & x^2 & x & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix}, \quad (193)$$

$$\varphi_z = \begin{bmatrix} 3x^2 & 2x & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix}. \quad (194)$$

Aplicando as condições de contorno para os nós  $i$  e  $j$

$$\begin{Bmatrix} u_y^i \\ \varphi_z^i \\ u_y^j \\ \varphi_z^j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ L^3 & L^2 & L & 1 \\ 3L^2 & 2L & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix}. \quad (195)$$

Resolvendo as equações (195) para os coeficientes, ou seja, invertendo-se a matriz, tem-se

$$\begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix} = \frac{1}{L^3} \begin{bmatrix} 2 & L & -2 & L \\ -3L & -2L^2 & 3L & -L^2 \\ 0 & L^3 & 0 & 0 \\ L^3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y^i \\ \varphi_z^i \\ u_y^j \\ \varphi_z^j \end{Bmatrix}. \quad (196)$$

Substituindo as equações (196) nas equações (193) e (194), chega-se a

$$u_y = \left[ \frac{2x^3}{L^3} - \frac{3x^2}{L^2} + 1 \quad \frac{x^3}{L^2} - \frac{2x^2}{L} + x \quad -\frac{2x^3}{L^3} + \frac{3x^2}{L^2} \quad \frac{x^3}{L^2} - \frac{x^2}{L} \right] \begin{Bmatrix} u_y^i \\ \varphi_z^i \\ u_y^j \\ \varphi_z^j \end{Bmatrix}. \quad (197)$$

Portanto as funções de interpolação para a flexão no plano XY são

$$N_2 = 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3}, \quad (198)$$

$$N_6 = x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}, \quad (199)$$

$$N_8 = \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3}, \quad (200)$$

$$N_{12} = -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}. \quad (201)$$

Para o plano XZ, as funções de interpolação são as mesmas exceto para as funções que relacionam as rotações. Estas invertem de sinal para se adequar aos eixos coordenados.<sup>47</sup> Portanto,

$$N_3 = 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3}, \quad (202)$$

$$N_5 = -x + \frac{2x^2}{L} - \frac{x^3}{L^2}, \quad (203)$$

---

<sup>47</sup> Deslocamentos correspondentes a  $u_z$ .

$$N_9 = \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3}, \quad (204)$$

$$N_{11} = \frac{x^2}{L} - \frac{x^3}{L^2}. \quad (205)$$

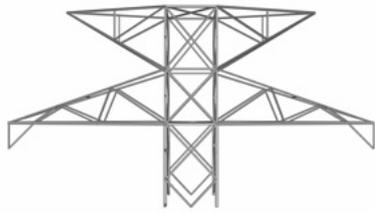
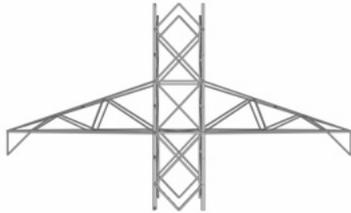
As funções de interpolação para flexão são conhecidas também como polinômios de Hermite.

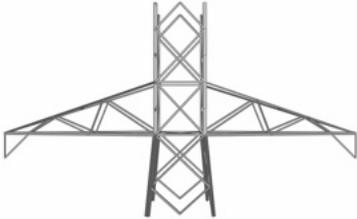
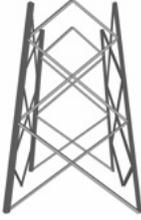
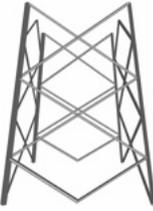
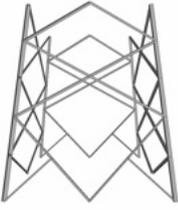
## Apêndice A – Dados da torre

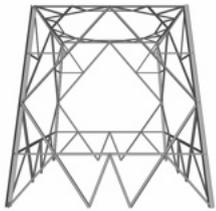
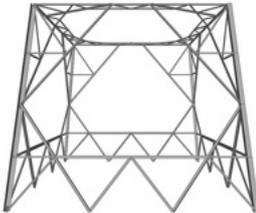
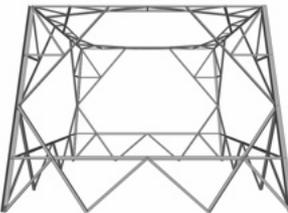
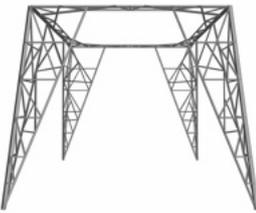
### Dados para o cálculo das forças do vento de cada painel em cada face.

Sendo  $A_e$  a área efetiva das barras,  $A_c$  a área de contorno dos painéis,  $\varphi$  o índice de área exposta,  $C_{a6123}$  o coeficiente de arrasto segundo a NBR 6123,  $C_{a5422}$  o coeficiente de arrasto segundo a NBR 5422,  $n$  é o fator de proteção,  $P$  é o peso do painel,  $x$  é o deslocamento modal do primeiro modo de vibração referente a estrutura discretizada da torre para o painel e  $z_o$  é a cota do centro de gravidade do painel.

### FACE TRANSVERSAL (Y)

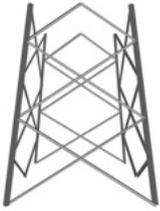
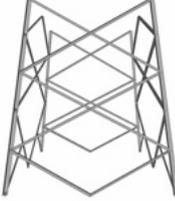
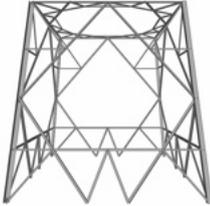
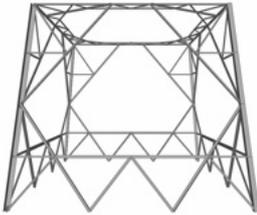
| PAINEL 10  |          |       |
|--|----------|-------|
| $A_e =$  | 4,013447 | $m^2$ |
| $A_c =$  | 20,0225  | $m^2$ |
| $\varphi =$  | 0,200447 |       |
| $C_{a6123} =$  | 2,9      |       |
| $C_{a5422} =$  | 2,9      |       |
| $n =$  | 0,8333   |       |
| $P =$  | 6,9      | $kN$  |
| $x =$  | 2,37E-02 | $m$   |
| $z_o =$  | 55,825   | $m$   |
|  |          |       |
| PAINEL 9   |          |       |
| $A_e =$  | 3,57532  | $m^2$ |
| $A_c =$  | 15,8625  | $m^2$ |
| $\varphi =$  | 0,225394 |       |
| $C_{a6123} =$  | 2,7984   |       |
| $C_{a5422} =$  | 2,8      |       |
| $n =$  | 0,8      |       |
| $P =$  | 7,076    | $kN$  |
| $x =$  | 1,93E-02 | $m$   |
| $z_o =$  | 50,1     | $m$   |
|  |          |       |

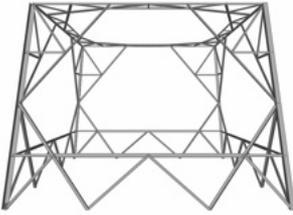
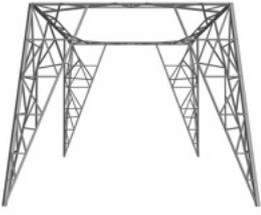
| <b>PAINEL 8</b>  |          |       |
|--|----------|-------|
| $A_e =$  | 3,868678 | $m^2$ |
| $A_c =$  | 16,22269 | $m^2$ |
| $\varphi =$  | 0,238473 |       |
| $C_{a6123} =$  | 3,746    |       |
| $C_{a5422} =$  | 2,78     |       |
| $n =$  | 0,782    |       |
| $P =$  | 8,301    | $kN$  |
| $x =$  | 1,28E-02 | $m$   |
| $z_o =$  | 44,133   | $m$   |
|    |          |       |
| <b>PAINEL 7</b>  |          |       |
| $A_e =$  | 2,0323   | $m^2$ |
| $A_c =$  | 15,8315  | $m^2$ |
| $\varphi =$  | 0,128371 |       |
| $C_{a6123} =$  | 3,2582   |       |
| $C_{a5422} =$  | 3,21     |       |
| $n =$  | 0,9288   |       |
| $P =$  | 6,16     | $kN$  |
| $x =$  | 6,23E-03 | $m$   |
| $z_o =$  | 34,1815  | $m$   |
|    |          |       |
| <b>PAINEL 6</b>  |          |       |
| $A_e =$  | 2,0323   | $m^2$ |
| $A_c =$  | 15,8315  | $m^2$ |
| $\varphi =$  | 0,128371 |       |
| $C_{a6123} =$  | 3,2582   |       |
| $C_{a5422} =$  | 3,21     |       |
| $n =$  | 0,9288   |       |
| $P =$  | 6,16     | $kN$  |
| $x =$  | 6,23E-03 | $m$   |
| $z_o =$  | 34,1815  | $m$   |
|  |          |       |
| <b>PAINEL 5</b>  |          |       |
| $A_e =$  | 2,4889   | $m^2$ |
| $A_c =$  | 23,5527  | $m^2$ |
| $\varphi =$  | 0,105674 |       |
| $C_{a6123} =$  | 3,3716   |       |
| $C_{a5422} =$  | 3,24     |       |
| $n =$  | 0,9591   |       |
| $P =$  | 7,692    | $kN$  |
| $x =$  | 4,10E-03 | $m$   |
| $z_o =$  | 28,8315  | $m$   |
|  |          |       |

| <b>PAINEL 4</b>  |          |       |
|--|----------|-------|
| $A_e =$  | 3,6979   | $m^2$ |
| $A_c =$  | 31,608   | $m^2$ |
| $\varphi =$  | 0,116993 |       |
| $C_{a6123} =$  | 3,316    |       |
| $C_{a5422} =$  | 3,23     |       |
| $n =$  | 0,9443   |       |
| $P =$  | 10,8     | $kN$  |
| $x =$  | 2,37E-03 | $m$   |
| $z_o =$  | 23       | $m$   |
|    |          |       |
| <b>PAINEL 3</b>  |          |       |
| $A_e =$  | 3,9089   | $m^2$ |
| $A_c =$  | 38,454   | $m^2$ |
| $\varphi =$  | 0,101651 |       |
| $C_{a6123} =$  | 3,3915   |       |
| $C_{a5422} =$  | 3,24     |       |
| $n =$  | 0,9763   |       |
| $P =$  | 16,1     | $kN$  |
| $x =$  | 1,09E-03 | $m$   |
| $z_o =$  | 17       | $m$   |
|    |          |       |
| <b>PAINEL 2</b>  |          |       |
| $A_e =$  | 4,2011   | $m^2$ |
| $A_c =$  | 45,294   | $m^2$ |
| $\varphi =$  | 0,092752 |       |
| $C_{a6123} =$  | 3,4145   |       |
| $C_{a5422} =$  | 3,25     |       |
| $n =$  | 0,9763   |       |
| $P =$  | 16,1     | $kN$  |
| $x =$  | 2,47E-04 | $m$   |
| $z_o =$  | 11       | $m$   |
|  |          |       |
| <b>PAINEL 1</b>  |          |       |
| $A_e =$  | 5,4966   | $m^2$ |
| $A_c =$  | 71,036   | $m^2$ |
| $\varphi =$  | 0,077378 |       |
| $C_{a6123} =$  | 3,4452   |       |
| $C_{a5422} =$  | 3,25     |       |
| $n =$  | 0,9968   |       |
| $P =$  | 21,132   | $kN$  |
| $x =$  | 3,79E-05 | $m$   |
| $z_o =$  | 4        | $m$   |
|  |          |       |

## FACE LONGITUDINAL (X)

| PAINEL 10  |          |       |
|--|----------|-------|
| $A_e =$  | 2,2412   | $m^2$ |
| $A_c =$  | 7,63     | $m^2$ |
| $\varphi =$  | 0,293735 |       |
| $C_{a6123} =$  | 2,5252   |       |
| $C_{a5422} =$  | 2,51     |       |
| $n =$  | 0,7084   |       |
| $P =$  | 6,9      | $kN$  |
| $x =$  | 2,37E-02 | $m$   |
| $z_o =$  | 55,825   | $m$   |
|   |          |       |
| PAINEL 9   |          |       |
| $A_e =$  | 2,4422   | $m^2$ |
| $A_c =$  | 8,4      | $m^2$ |
| $\varphi =$  | 0,290738 |       |
| $C_{a6123} =$  | 2,54     |       |
| $C_{a5422} =$  | 2,54     |       |
| $n =$  | 0,7124   |       |
| $P =$  | 7,076    | $kN$  |
| $x =$  | 1,93E-02 | $m$   |
| $z_o =$  | 50,1     | $m$   |
|   |          |       |
| PAINEL 8   |          |       |
| $A_e =$  | 2,66977  | $m^2$ |
| $A_c =$  | 8,880375 | $m^2$ |
| $\varphi =$  | 0,300637 |       |
| $C_{a6123} =$  | 2,5      |       |
| $C_{a5422} =$  | 2,5      |       |
| $n =$  | 0,7      |       |
| $P =$  | 8,301    | $kN$  |
| $x =$  | 1,28E-02 | $m$   |
| $z_o =$  | 44,133   | $m$   |
|  |          |       |
| PAINEL 7   |          |       |
| $A_e =$  | 1,5439   | $m^2$ |
| $A_c =$  | 9,8451   | $m^2$ |
| $\varphi =$  | 0,156819 |       |
| $C_{a6123} =$  | 3,1159   |       |
| $C_{a5422} =$  | 3,1      |       |
| $n =$  | 0,8909   |       |
| $P =$  | 4,464    | $kN$  |
| $x =$  | 8,77E-03 | $m$   |
| $z_o =$  | 38,933   | $m$   |
|  |          |       |

| <b>PAINEL 6</b>  |          |       |
|--|----------|-------|
| $A_e =$  | 2,006157 | $m^2$ |
| $A_c =$  | 16,07856 | $m^2$ |
| $\varphi =$  | 0,124772 |       |
| $C_{a6123} =$  | 3,2761   |       |
| $C_{a5422} =$  | 3,22     |       |
| $n =$  | 0,9336   |       |
| $P =$  | 6,16     | $kN$  |
| $x =$  | 6,23E-03 | $m$   |
| $z_o =$  | 34,1815  | $m$   |
|    |          |       |
| <b>PAINEL 5</b>  |          |       |
| $A_e =$  | 2,653    | $m^2$ |
| $A_c =$  | 23,324   | $m^2$ |
| $\varphi =$  | 0,113745 |       |
| $C_{a6123} =$  | 3,3312   |       |
| $C_{a5422} =$  | 3,24     |       |
| $n =$  | 0,9483   |       |
| $P =$  | 7,692    | $kN$  |
| $x =$  | 4,10E-03 | $m$   |
| $z_o =$  | 28,8315  | $m$   |
|    |          |       |
| <b>PAINEL 4</b>  |          |       |
| $A_e =$  | 3,6979   | $m^2$ |
| $A_c =$  | 31,608   | $m^2$ |
| $\varphi =$  | 0,116993 |       |
| $C_{a6123} =$  | 3,316    |       |
| $C_{a5422} =$  | 3,23     |       |
| $n =$  | 0,9443   |       |
| $P =$  | 10,8     | $kN$  |
| $x =$  | 2,37E-03 | $m$   |
| $z_o =$  | 23       | $m$   |
|  |          |       |
| <b>PAINEL 3</b>  |          |       |
| $A_e =$  | 3,9089   | $m^2$ |
| $A_c =$  | 38,454   | $m^2$ |
| $\varphi =$  | 0,101651 |       |
| $C_{a6123} =$  | 3,3915   |       |
| $C_{a5422} =$  | 3,24     |       |
| $n =$  | 0,9763   |       |
| $P =$  | 16,1     | $kN$  |
| $x =$  | 1,09E-03 | $m$   |
| $z_o =$  | 17       | $m$   |
|  |          |       |

| <b>PAINEL 2</b>  |          |       |
|--|----------|-------|
| $A_e =$  | 4,2011   | $m^2$ |
| $A_c =$  | 45,294   | $m^2$ |
| $\varphi =$  | 0,092752 |       |
| $C_{a6123} =$  | 3,4145   |       |
| $C_{a5422} =$  | 3,25     |       |
| $n =$  | 0,9763   |       |
| $P =$  | 16,1     | $kN$  |
| $x =$  | 2,47E-04 | $m$   |
| $z_o =$  | 11       | $m$   |
|  |          |       |
| <b>PAINEL 1</b>  |          |       |
| $A_e =$  | 5,4966   | $m^2$ |
| $A_c =$  | 71,036   | $m^2$ |
| $\varphi =$  | 0,077378 |       |
| $C_{a6123} =$  | 3,4452   |       |
| $C_{a5422} =$  | 3,25     |       |
| $n =$  | 0,9968   |       |
| $P =$  | 21,132   | $kN$  |
| $x =$  | 3,79E-05 | $m$   |
| $z_o =$  | 4        | $m$   |
|  |          |       |