

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**SIMULAÇÃO BIDIMENSIONAL DE BACIAS SEDIMENTARES
UTILIZANDO O MÉTODO DE VOLUMES FINITOS
BASEADO EM ELEMENTOS**

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina
para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica

EWALDO SCHUBERT JUNIOR

Florianópolis, julho de 2007

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**SIMULAÇÃO BIDIMENSIONAL DE BACIAS SEDIMENTARES
UTILIZANDO O MÉTODO DE VOLUMES FINITOS
BASEADO EM ELEMENTOS**

EWALDO SCHUBERT JUNIOR

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do grau de

MESTRE EM ENGENHARIA

Especialidade Engenharia Mecânica, sendo aprovada em sua forma final.

Prof. Clovis Raimundo Maliska, Ph.D - *Orientador*

Prof. Fernando Cabral, Ph.D - *Coordenador do Curso*

BANCA EXAMINADORA

Prof. Amir Antônio Martins Oliveira Junior, Ph.D

Prof. Antônio Fábio Carvalho da Silva, Dr. Eng.

Prof. José Antônio Bellini da Cunha Neto, Dr.

Aos meus pais e
à minha esposa Haliny.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço ao Prof. Clovis Raimundo Maliska, por todo o apoio, incentivo e ensinamentos prestados durante o período de orientação.

Ao programa de pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina, em especial aos professores que com seus ensinamentos contribuíram na minha formação acadêmica e no desenvolvimento deste trabalho.

À Agência Nacional do Petróleo (ANP), pelo apoio financeiro e pelo incentivo, através do PRH-09, à pesquisa nesta área.

Ao pesquisador visitante Axel Dilhlmann, que nunca mediu esforços para solucionar dificuldades encontradas em nosso cotidiano dentro do SINMEC.

Aos meus amigos do SINMEC, que elucidaram meus pensamentos em vários momentos de confusão, em especial a Jonas Cordazzo, pela constante paciência e ensinamentos transmitidos.

À empresa Petrobras, que disponibilizou o *software* SimBR, que possibilitou comparações para a parte de validação deste trabalho.

Agradecimentos também a todas as pessoas que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

Em especial à minha querida esposa Haliny, pela compreensão nos momentos de ausência e pelo carinho e incentivo nos momentos de dificuldades. Sem ela nada disso faria sentido.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABELAS	xii
SIMBOLOGIA.....	xiii
RESUMO	xvi
ABSTRACT	xvii
1. Introdução.....	1
1.1 - Motivação.....	3
1.2 - Objetivos do trabalho	4
1.3 - Revisão bibliográfica.....	6
1.4 - Organização do trabalho.....	10
2. Formulação do problema.....	12
2.1 - O fenômeno físico	12
2.2 - Modelo matemático.....	14
2.2.1 - Equação da compactação	16
2.2.2 - Equação da tensão efetiva e carga sedimentar	19
2.2.3 - Relação da porosidade com a tensão efetiva.....	19
2.2.4 - Equação do escoamento monofásico.....	20
3. Formulação numérica.....	22
3.1 - Aspectos gerais do método EbFVM.....	24
3.2 - Modelo numérico da descompactação e soterramento.....	29
3.3 - Discretização das equações no método EbFVM.....	32
3.3.1 - Equação da compactação e descompactação	32
3.3.2 - Equação do escoamento monofásico.....	33
3.4 - Esquema de avaliação das mobilidades	35
3.5 - Procedimento de formação da matriz de coeficientes por elementos e da matriz global.....	36
3.5.1 - Montagem por elementos da equação da descompactação e compactação	36
3.5.2 - Montagem por elementos da equação do escoamento monofásico.....	38

3.5.3 - Procedimento geral de transferência dos coeficientes das matrizes locais para a matriz global.....	39
3.6 - Método totalmente implícito de solução do sistema de equações.....	40
3.6.1 - Sistema linear resultante no método de Newton	41
3.6.2 - Cálculo do vetor de resíduos	42
3.6.3 - Cálculo das derivadas dos resíduos.....	43
3.6.4 - Critério de convergência	44
3.7 - Avaliação numérica da carga sedimentar.....	44
3.8 - Estrutura da matriz de coeficientes	46
4. Implementação computacional.....	48
4.1 - Visão geral do programa	48
4.2 - Processo de simulação da bacia	49
4.3 - Executa compactação	51
4.4 - Solução do escoamento	53
4.5 - Acoplamento tensão efetiva-porosidade	54
4.6 - Movimentação da malha	55
5. Resultados	57
5.1 - Validação do modelo.....	58
5.1.1 - Validação do modelo de compactação.....	58
5.1.2 - Validação do escoamento monofásico	61
5.1.3 - Validação do modelo com um <i>software</i> de simulação de bacias	63
5.2 - Resultados de problemas específicos	72
5.2.1 - Bacia hipotética com duas camadas	72
5.2.2 - Bacia hipotética com bloqueios.....	78
5.2.3 - Bacia com geometria complexa	82
5.3 - Estudo dos ciclos iterativos e parâmetros eficientes.....	88
5.3.1 - Comparação dos resultados com o ciclo original e o modificado.....	91
5.3.2 - Estudo do coeficiente de sub-relaxação α	95
5.3.3 - Interação do parâmetro α e com o parâmetro k	98
6. Conclusões	101

6.1 - Sugestões para trabalhos futuros	103
7. Referências bibliográficas	104

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Malhas estruturada (a) e não-estruturada (b).....	3
Figura 1.2 - Esquema do experimento realizado por Darcy (1856).....	6
Figura 2.1 - Evolução de uma bacia sedimentar hipotética.....	13
Figura 2.2 - Exploração de um reservatório de petróleo.....	14
Figura 2.3 - Fotografias de estruturas porosas de duas rochas sedimentares denominadas arenito (esquerda) e calcarenito (direita), vistas em microscópio.....	15
Figura 2.4 - Esquema da evolução no tempo de uma bacia sedimentar hipotética.....	17
Figura 2.5 - Balanço de massa em um volume de controle.....	18
Figura 3.1 - Malha estruturada (a), com 407 nós e malha não-estruturada (b), com 215 nós.....	23
Figura 3.2 - Distribuição do número de elementos em relação ao seu volume, da malha estruturada (a) e não-estruturada (b).....	24
Figura 3.3 - Apresentação das entidades utilizadas no EbFVM.....	25
Figura 3.4 - Representação de elementos triangulares nos planos físico e transformado.....	26
Figura 3.5 - Elemento triangular nos planos físico e transformado, demonstrando as áreas da face dos sub-volumes de controle e os pontos de integração (<i>ip</i>).....	29
Figura 3.6 - Seção geológica esquemática de uma bacia hipotética, destacando as diferentes camadas.....	30
Figura 3.7 - Esquema de descompactação de múltiplas camadas baseada em “backstripping”.....	31
Figura 3.8 - Localização dos pontos de integração comuns ao volume de controle j e k	35
Figura 3.9 - Elemento qualquer dividido em sub-volumes.....	36
Figura 3.10 - Elemento qualquer dividido em sub-volumes, onde os fluxos através da interface dos sub-volumes de controle são mostrados.....	38
Figura 3.11 - Ilustração do processo de formação da matriz global de coeficientes em esquemas baseados em elementos, como o método EbFVM.....	40
Figura 3.12 - Esquema ilustrando uma linha de integração.....	45
Figura 3.13 - Definição de propriedades e distâncias em um elemento.....	46

Figura 3.14 - Estrutura da matriz de coeficientes para malhas 2D estruturada com ordenação em seqüência.....	46
Figura 4.1 - Fluxograma básico do código gerado neste trabalho (Siba).....	49
Figura 4.2 - Fluxograma básico do código gerado neste trabalho.....	50
Figura 4.3 - Fluxograma do processo de compactação.	52
Figura 4.4 - Fluxograma da solução do escoamento.	53
Figura 4.5 - Fluxograma da solução do escoamento.	54
Figura 4.6 - Fluxograma do processo de movimentação da malha.	56
Figura 5.1 - Malha do problema-teste 1.	59
Figura 5.2 - Campo de pressão (a) e porosidade (b) da bacia fornecida pelos dados de entrada.	59
Figura 5.3 - Campo de pressão (a) e porosidade (b) da malha descompactada.....	60
Figura 5.4 - Campo de pressão (a) e porosidade (b) da malha compactada.....	60
Figura 5.5 - Malha do problema-teste 2.	61
Figura 5.6 - Malha antes (a) e após (b) do processo de compactação com a coordenada z do nó do lado direito da superfície inferior em destaque.....	62
Figura 5.7 - Zoom do campo de velocidade na superfície superior.	63
Figura 5.8 - Malha utilizada neste problema-teste.	65
Figura 5.9 - Especificação dos materiais (a) e camadas (b).	65
Figura 5.10 - Resultado obtido com o <i>software</i> Petromod, sem refino local.	66
Figura 5.11 - Resultado obtido com o <i>software</i> Petromod, com refino na região da camada selante.	67
Figura 5.12 - Resultado obtido com o código desenvolvido neste trabalho.....	67
Figura 5.13 - Resultado obtido com o <i>software</i> SimBR.....	68
Figura 5.14 - Destaque na região onde será ampliada.....	69
Figura 5.15 - Ampliação da região obtida com o código desenvolvido neste trabalho (Siba).	69
Figura 5.16 - Ampliação da região obtida com o <i>software</i> SimBR.....	69
Figura 5.17 - Destaque dos dezoito nós da superfície inferior.	70
Figura 5.18 - Malha utilizada destacando as duas camadas presentes.	73
Figura 5.19 - Extração da camada 1 da bacia inicial.	74

Figura 5.20 - Malha da camada 1 compactada (a) e após a descompactação (b).....	74
Figura 5.21 - (a) Campo de carga sedimentar, (b) campo de pressão, (c) campo de tensão efetiva e (d) campo de porosidade após a compactação.....	75
Figura 5.22 - Vetor velocidade resultante da compactação da camada 1.....	76
Figura 5.23 - Extração da camada 2 da bacia inicial.....	76
Figura 5.24 - Camada 2 da bacia inicial (a) e camada inserida na bacia atual após descompactação (b).	76
Figura 5.25 - (a) Campo de carga sedimentar, (b) campo de pressão, (c) campo de tensão efetiva e (d) campo de porosidade após a compactação.....	77
Figura 5.26 - Vetor velocidade resultante da compactação da bacia atual.....	78
Figura 5.27 - Representação da malha computacional em camadas.....	79
Figura 5.28 - Representação da malha computacional em camadas.....	79
Figura 5.29 - Campo de velocidades resultante ao final de cada passo de tempo.....	80
Figura 5.30 - (a) Campo de carga sedimentar, (b) campo de pressão, (c) campo de tensão efetiva e (d) campo de porosidade após a compactação.....	81
Figura 5.31 - Seção geológica de uma bacia sedimentar.....	82
Figura 5.32 - Destaque da região da seção geológica de uma bacia sedimentar que será simulada.....	83
Figura 5.33 - Malha computacional da seção geológica que será simulada.....	83
Figura 5.34 - (a) Campo de carga sedimentar, (b) campo de pressão, (c) campo de tensão efetiva e (d) campo de porosidade após a compactação.....	85
Figura 5.35 - Campo de velocidade resultante do processo de compactação da camada 1.....	85
Figura 5.36 - Campo de velocidade resultante do processo de compactação após a inserção da camada 2.....	86
Figura 5.37 - Campo de velocidade resultante do processo de compactação após a inserção da camada 3.....	86
Figura 5.38 - Campo de velocidade resultante do processo de compactação após a inserção da camada 4.....	87
Figura 5.39 - Campo de velocidade resultante do processo de compactação após a inserção da camada 5.....	87

Figura 5.40 - Campo de velocidade resultante do processo de compactação após a inserção da camada 5 e campo de permeabilidade absoluta na direção y	88
Figura 5.41 - Função “Executa compactação” original.....	89
Figura 5.42 - Função “Executa compactação” modificada.	90
Figura 5.43 – Gráfico tempo de computação <i>versus</i> parâmetro k	92
Figura 5.44 - Gráfico tempo de computação <i>versus</i> parâmetro k	93
Figura 5.45 - Gráfico tempo de computação <i>versus</i> parâmetro k	93
Figura 5.46 - Gráfico tempo de computação <i>versus</i> parâmetro k	94
Figura 5.47 - Caso 1: gráfico do tempo de computação <i>versus</i> parâmetro α	96
Figura 5.48 - Caso 2: gráfico do tempo de computação <i>versus</i> parâmetro α	96
Figura 5.49 - Caso 3: gráfico do tempo de computação <i>versus</i> parâmetro α	97
Figura 5.50 - Caso 4: gráfico do tempo de computação <i>versus</i> parâmetro α	97
Figura 5.51 - Tempo computacional em relação ao parâmetro k para diferentes valores de α .99	
Figura 5.52 - Tempo computacional em relação ao parâmetro k para diferentes valores de α .99	
Figura 5.53 - Tempo computacional em relação ao parâmetro k para diferentes valores de α	100
Figura 5.54 - Tempo computacional em relação ao parâmetro k para diferentes valores de α	100

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 - Evolução histórica da modelagem de bacias sedimentares. Adaptada de Tuncay (2004).....	8
Tabela 5.1 - Parâmetros e propriedades utilizadas.....	57
Tabela 5.2 - Tempo de deposição da camada.....	58
Tabela 5.3 - Propriedades físicas do material.....	59
Tabela 5.4 - Massa total de sólido.....	61
Tabela 5.5 - Propriedades físicas dos materiais.....	65
Tabela 5.6 - Tempo de deposição das camadas.....	66
Tabela 5.7 - Comparação das velocidades obtidas com o SimBR e Siba.....	70
Tabela 5.8 - Coordenadas z dos nós obtidas pelo <i>software</i> SimBR e Siba.....	71
Tabela 5.9 - Tempos de deposição.....	72
Tabela 5.10 - Propriedades físicas dos materiais.....	73
Tabela 5.11 - Tempos de deposição.....	78
Tabela 5.12 - Propriedades físicas dos materiais.....	79
Tabela 5.13 - Tempos de deposição.....	84
Tabela 5.14 - Propriedades físicas dos materiais.....	84
Tabela 5.15 - Número de nós e elementos das malhas utilizadas.....	91
Tabela 5.16 - Melhor parâmetro k e máxima diminuição do tempo para cada caso simulado.....	94
Tabela 5.17 - Melhor parâmetro α e máxima diminuição do tempo para cada caso simulado.....	97
Tabela 5.18 - Parâmetros utilizados para cada caso simulado.....	98

SIMBOLOGIA

Latinos

A	matriz de coeficientes
D	matriz de derivadas das funções de forma
g	aceleração da gravidade, m/s^2
G	matriz dependente da geometria e da aceleração da gravidade constantes no elemento
H	matriz dependente da geometria e propriedades físicas constantes no elemento
H	modelo de bacias sedimentares com transferência de calor
h	comprimento utilizado no experimento de Darcy, m
J	matriz jacobiana da transformação
\bar{k}	tensor permeabilidade absoluta do meio poroso, m^2
l	comprimento utilizado no experimento de Darcy, m
S	tensão média da carga sedimentar, N/m^2
Re	número de Reynolds
r_k	razão entre as permeabilidades nas duas direções considerada constante
n	número de iterações
k	parâmetro que determina o ciclo em que a carga sedimentar é atualizada
N_j	funções de forma
p	pressão, N/m^2
PG	modelo de bacias sedimentares com geração de petróleo
q	taxa de mudança de fase
\bar{q}	fluxo que atravessa as interfaces de cada sub-volume de controle
R	matriz de rotação
R	resíduo da equação no método totalmente implícito

\vec{S}	vetor área, m ²
t	tempo, s
\vec{u}	vetor velocidade de Darcy, m/kanos
V_0	volume de uma região do espaço no tempo zero, m ³
$V(t)$	volume de uma região do espaço no tempo t, m ³
V	volume do volume de controle, m ³
V_v	volume do vazio de um meio poroso, m ³
V_t	volume total de um meio poroso, m ³
\vec{V}	vetor velocidade, m/s
x	coordenada global, m
z	coordenada global, m
P	nó de um volume de controle
Z	matriz de coordenadas dos nós

Gregos

Δ	área da face do sub-volume de controle em coordenadas locais
ΔS	área da face de um sub-volume em coordenadas globais
ΔV	volume do volume de controle
ϕ	porosidade
α	fator de sub-relaxação da coordenada z
η	coordenada local
λ	mobilidade, 1/Pa.s
μ	viscosidade dinâmica do fluido, Pa.s
ξ	coordenada local
ρ	massa específica, kg/m ³
σ_e	tensão efetiva, N/m ²
φ	utilizado para representar uma variável genérica

Subscritos

e	referente à propriedade avaliada no elemento
f	referente ao fluido
h	referente à permeabilidade absoluta na direção horizontal
i	ponto de integração
j	índice utilizado para indicar o nó vizinho ao nó k
k	índice utilizado para indicar o nó vizinho ao nó j
$máx$	valor máximo
n	índice utilizado para indicar o sub-volume em questão
P	nó da malha ou ponto central do volume submetido à integração numérica
s	referente ao sólido
svc	sub-volume de controle
up	valor avaliado utilizando um esquema <i>upwind</i>
v	referente à permeabilidade absoluta na direção vertical

Superscritos

v	nível iterativo
$user$	valores especificados pelo usuário

Acrônimos

<i>CVFEM</i>	Control Volume Finite Element Method
<i>EbFVM</i>	Element-based Finite Volume Method (Método de Volumes Finitos baseado em Elementos)
<i>GMRES</i>	Generalized Minimum Residual
<i>IMPES</i>	Implicit Pressure and Explicit Saturations.

RESUMO

A modelagem da formação de bacias sedimentares é uma importante ferramenta a ser empregada no processo exploratório de petróleo, pois permite evoluir o conhecimento na busca das acumulações de óleo e gás. Esse trabalho propõe um modelo numérico para a simulação de bacias sedimentares utilizando o Método dos Volumes Finitos baseado em Elementos - EbFVM. Este método pertence à classe dos métodos de volumes finitos e que, portanto, assegura a conservação das propriedades local e globalmente, mas que, adicionalmente, emprega algumas das boas premissas do método de elementos finitos, como a utilização de malhas não-estruturadas e das funções de forma. Com este tipo de malha consegue-se melhor representar as geometrias complexas de bacias sedimentares e falhas geológicas, facilitando o processo de refino local da malha em regiões de maior interesse. Como o objetivo deste trabalho foi mostrar a viabilidade do método proposto para simulação de bacias sedimentares e não construir um código completo de simulação de bacias sedimentares, apenas o processo de compactação das camadas de sedimentos e o escoamento monofásico (água) através do meio poroso foram implementados computacionalmente. Os resultados obtidos foram fisicamente consistentes, levando a uma clara interpretação de que o método EbFVM é bastante propício para simulação de bacias sedimentares com geometrias complexas. Neste trabalho também foi realizado um estudo nos ciclos iterativos presentes no processo de simulação de bacias sedimentares com o objetivo de reduzir o tempo de simulação para diferentes ciclos e parâmetros.

ABSTRACT

The modeling of basin sedimentation is an important tool to be used in the petroleum exploration since it allows to increase the knowledge in the search of oil and gas accumulations. This work considers a numerical model for the simulation of sedimentary basins using the Element-based Finite Volume Method - EbFVM. This method belongs to the class of finite volume methods assuring the conservation of properties local and globally. Geometrically, it uses the same background of the finite element method, as the local coordinate transformation and shape functions. It uses unstructured meshes, for the easiness in representing the complex geometries of the sedimentary basins and geological faults, facilitating the process of local mesh refining in regions of interest. The objective of this work is to demonstrate the viability of the method for sedimentary basins simulation, advancing a strategy in which the mesh movement is restricted to the solid mass conservation. Therefore, the single-phase draining (water) through the porous media was solved, since it contains all the ingredients required for the study. The results obtained encourages the use of the EbFVM method for sedimentary basin simulations with complex geometries. A study of iterative cycles presented in the process of sedimentary basin simulation has been also done with the objective of reducing the simulation time for different cycles and parameters.

CAPÍTULO 1

Introdução

Os custos associados à busca de áreas potencialmente formadoras de petróleo são extremamente altos. Para ajudar a diminuir estes custos uma série de ferramentas são utilizadas pela indústria do petróleo, e entre estas se encontra a simulação de bacias sedimentares, que tem por objetivo simular o caminho percorrido pelo óleo desde sua formação até seu armazenamento nos chamados reservatórios de petróleo. À medida que a necessidade de busca por petróleo avança em águas cada vez mais profundas, e que estimativas mostram que para cada dez poços exploratórios perfurados a um custo entre 20 e 50 milhões de dólares apenas um poço é produtivo, fica claro o interesse por simulações numéricas que contribuam para a redução dos custos de exploração. A acumulação de petróleo em uma bacia sedimentar requer a associação de uma série de fatores:

- i) a existência de rochas ricas em matéria orgânica, denominadas de rochas geradoras;
- ii) as rochas geradoras devem estar submetidas às condições adequadas (tempo e temperatura) para a geração do petróleo;
- iii) a existência de uma rocha com porosidade e permeabilidade necessárias à acumulação e produção do petróleo, denominada de rocha-reservatório;
- iv) a presença de condições favoráveis à migração do petróleo da rocha geradora até a rocha-reservatório;
- v) a existência de uma rocha impermeável que retenha o petróleo, denominada de rocha selante ou capeadora; e
- vi) um arranjo geométrico das rochas-reservatório e selante que favoreça a acumulação de um volume significativo de petróleo.

Uma acumulação de petróleo é o resultado de uma associação adequada desses fatores no tempo e no espaço. A ausência de apenas um desses fatores inviabiliza a formação de uma jazida petrolífera, mostrando assim a importância da simulação numérica de bacias sedimentares.

Portanto, simular numericamente a formação de uma bacia sedimentar significa, a partir de dados geológicos conhecidos da bacia nos dias atuais, reconstruir o processo de deposição e compactação no tempo, resolver o escoamento da água, óleo e gás através do meio poroso, calcular o campo de temperatura e verificar se as rochas geradoras atingem as condições termodinâmicas para formação do petróleo. Existindo a formação do petróleo, a simulação permite verificar se existem potenciais regiões onde o petróleo se acumula, o que dá origem aos reservatórios.

Com os dados da simulação numérica de uma bacia sedimentar em mãos, as empresas petrolíferas realizam a perfuração do solo em busca de um reservatório. Caso encontrem, outra simulação numérica já bastante estudada é realizada, a chamada simulação de reservatórios de petróleo, que procura reproduzir numericamente a extração do óleo acumulado no meio poroso para a superfície, verificando se o reservatório é economicamente viável.

Para reproduzir o processo de formação de uma bacia sedimentar é necessário um modelo matemático que represente os fenômenos físicos envolvidos. Este modelo é constituído por equações diferenciais parciais e equações algébricas não-lineares e fortemente acopladas. Como consequência, a solução analítica é de difícil obtenção, necessitando de métodos numéricos para a solução destas equações.

A aplicação de métodos numéricos para resolução destas equações diferenciais requer a discretização do domínio de solução, que consiste na divisão em um número finito de subdomínios, chamados elementos, formando a malha computacional. Cada elemento é formado por um conjunto de nós, onde os valores aproximados das variáveis das equações diferenciais são armazenados.

As malhas computacionais inicialmente utilizadas em simulação numérica eram cartesianas, mas este tipo de malha possuía problemas referentes à representação em geometrias complexas e da impossibilidade de refino local. Posteriormente surgiram as malhas curvilíneas ortogonais (Hirasaki e O'Dell, 1970), que possuíam a vantagem de gerar facilmente malhas coincidentes com a fronteira, o que possibilitava a representação mais fiel de geometrias complexas. Porém, estas malhas não resolvem o problema de refino local, pois se uma região necessitasse de refino, todas as linhas e colunas que faziam parte daquela região eram refinadas. Além disso, este tipo de malha utilizava um esquema de cálculo dos fluxos de cinco pontos para 2D, o que tornava o método impreciso. Para eliminar este problema surgiu o método de coordenadas curvilíneas não-ortogonais, em que o esquema numérico passava a ser de nove pontos para 2D, o que é suficiente para

calcular o fluxo de forma exata em malhas estruturadas (Maliska *et al*, 1994; Mota, 1994), a menos dos erros de truncamento. A utilização deste método, no entanto, provoca uma pequena alteração na estrutura matricial do sistema linear, que passa a ser mais cheia e não resolve o problema do refino local.

As malhas não-estruturadas vieram para suprir os problemas das malhas estruturadas, sendo que atualmente estão ganhando bastante espaço na área de simulação numérica.

A Figura 1.1 mostra uma geometria representada com uma malha estruturada não-ortogonal (esquerda) e ao lado a mesma geometria com malha não-estruturada de triângulos. Note que na malha estruturada aparecem elementos muito distorcidos.

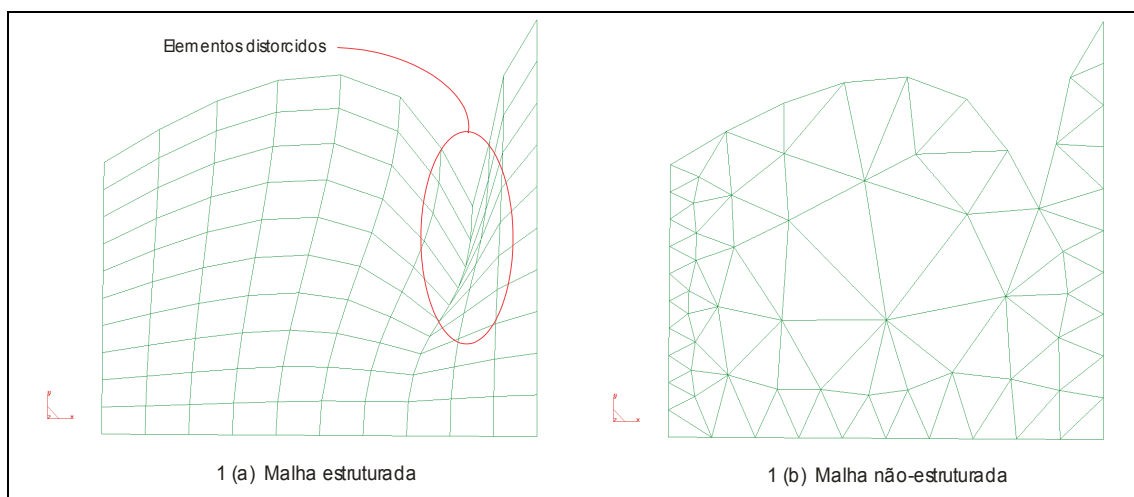


Figura 1.1 - Malhas estruturada (a) e não-estruturada (b).

Uma característica fundamental procurada nos métodos numéricos para escoamento de fluidos é que este seja conservativo. Além disso, deseja-se um método que lide com malhas não-estruturadas. Portanto, o assunto central do presente trabalho é precisamente a aplicação de um método numérico que una estas duas características.

1.1 - Motivação

A modelagem de bacias sedimentares é um conjunto de regras, impostas por equações que representam a física do problema, juntamente com artifícios computacionais, para prever a localização e característica de um reservatório de petróleo.

Por isso, a modelagem de bacias sedimentares, desta perspectiva, não representa somente um *software* de recriação histórica da sedimentologia. Não é apenas um escoamento multifásico ou a deformação de rochas sedimentares, tampouco se resume a

modelos de transferência de calor com geração de hidrocarbonetos. Na realidade, pode-se dizer que se trata de uma metodologia que integra todos os fenômenos químicos e físicos envolvidos. A complexidade da modelagem de bacias sedimentares é, portanto, um desafio para geólogos e engenheiros, especialmente pela dificuldade que se tem em inferir o desenvolvimento da bacia ao longo dos anos.

Embora a simulação de bacias sedimentares seja uma área onde muitos esforços já tenham sido feitos, existindo inclusive simuladores comerciais sofisticados, a grande motivação deste trabalho está no método numérico que será aqui utilizado. O método, denominado Método de Volumes Finitos Baseado em Elementos - EbFVM (Schneider & Raw, 1986, Maliska, 2004), é um método que pertence à classe de volumes finitos e, que, portanto, assegura a conservação das propriedades local e globalmente, mas que, adicionalmente, emprega algumas das boas características do método de elementos finitos, como a utilização de malhas não-estruturadas e das funções de forma. Com este tipo de malha consegue-se melhor representar as geometrias complexas de bacias sedimentares e falhas geológicas, facilitando o processo de refino local da malha em regiões de maior interesse.

Como comentado anteriormente, muito já foi feito na área de simulação de bacias, mas apesar disso pouco foi publicado na comunidade científica. Isso se deve ao fato de que a maioria desses estudos foi realizada por indústrias relacionadas ao petróleo que, por razões de sigilo, não possuem interesse em sua divulgação. Sendo assim, a escassez de informações disponíveis também motiva este trabalho.

A difícil representação espacial de bacias sedimentares com malhas estruturadas e com a utilização de técnicas numéricas não-conservativas, aliadas ao não conhecimento do autor de referências bibliográficas publicadas utilizando o método EbFVM com malhas não-estruturadas para simulação de bacias sedimentares, faz deste trabalho uma importante contribuição científica na área petrolífera.

1.2 - Objetivos do trabalho

Os trabalhos relatados na literatura mostram a intensa utilização de malhas estruturadas no processo de simulação de bacias sedimentares juntamente com métodos numéricos não-conservativos, como o método de elementos finitos e diferenças finitas.

A utilização de malhas estruturadas traz consigo a dificuldade de representação de bacias complexas, bem como de falhas geológicas. Já a utilização de métodos numéricos

não-conservativos foge da interpretação física do problema, pois o que se busca com um método numérico é a solução da equação diferencial, que é a representação da conservação da propriedade em nível do ponto. Portanto, é bastante intuitivo que as equações aproximadas devam representar também a conservação desta propriedade em nível de volumes discretos, ou volumes finitos.

É importante salientar que o objetivo central deste trabalho não é a criação de um *software* completo de simulação de bacias sedimentares, e sim mostrar as vantagens do método EbFVM na solução de problemas de formação de bacias utilizando malhas não-estruturadas. Por este motivo alguns dos fenômenos físicos que fazem parte da modelagem de bacias sedimentares não serão implementados, tais como a equação da energia, geração de hidrocarbonetos e o escoamento multifásico. Atenção especial será dada ao processo de sedimentação com a respectiva movimentação da malha.

Os objetivos específicos e desafios encontrados na execução deste trabalho podem ser enumerados da seguinte maneira:

i) obter as equações discretizadas do modelo matemático da compactação dos sedimentos e da expulsão da água neste processo usando o método EbFVM, bem como sua implementação computacional;

ii) utilizar uma malha móvel bidimensional não-estruturada de triângulos no processo de compactação de sedimentos, cuja movimentação da malha será dada pela equação da conservação da massa do sólido;

iii) resolver a mesma equação da conservação da massa do sólido para a descompactação da camada, a fim de determinar a espessura da camada que será introduzida;

iv) obter a solução do escoamento em meios porosos utilizando um método totalmente implícito, requerendo a implementação de novos procedimentos de cálculos de derivadas e resíduos para malhas não-estruturadas.

Como objetivo final propõe-se fornecer subsídios para o estudo de melhores parâmetros e algoritmos para o importante acoplamento entre a compactação e o escoamento encontrado na formação de bacias sedimentares.

1.3 - Revisão bibliográfica

Nesta seção serão apresentados de forma sucinta alguns trabalhos que, de alguma forma, tiveram sua importância histórica e científica para o estudo da modelagem de bacias sedimentares.

A simulação numérica de bacias sedimentares tem recebido grande atenção nas últimas décadas, devido à importância de se entender a origem e formação do petróleo, criando maior embasamento na busca de regiões potencialmente possuidoras de petróleo. Embora essa atenção tenha sido intensa, são raras as referências que discutem em detalhes as equações relevantes e suas aproximações numéricas. Os modelos numéricos associados também não tiveram desenvolvimento acentuado na área de modelagem de bacias. É importante também salientar que o termo modelagem de bacias não significa, para a área de geologia, encontrar um modelo matemático para o fenômeno, e sim poder caracterizar a bacia geologicamente.

A modelagem de bacias sedimentares pode ser definida por um conjunto de fenômenos físicos e químicos acoplados, tais como o escoamento em meios porosos, compactação de sedimentos, transferência de calor em meios porosos e geração de hidrocarbonetos. Assim, fica difícil definir o início dos estudos da simulação de bacias sedimentares. Pode-se dizer que seu início vem desde os primeiros experimentos realizados por Darcy em escoamentos em meios porosos, ou nos estudos de transferência de calor em meios porosos, ou, de uma maneira mais geral, pode-se dizer que seu início estava intrinsecamente ligado a cada estudo dos fenômenos que fazem parte deste modelo.

Henry Darcy (1856) conduziu um experimento de despejar água através de tubos empacotados por sedimentos para ver a quantidade que fluiria por eles em um determinado período de tempo, como mostra a Figura 1.2.

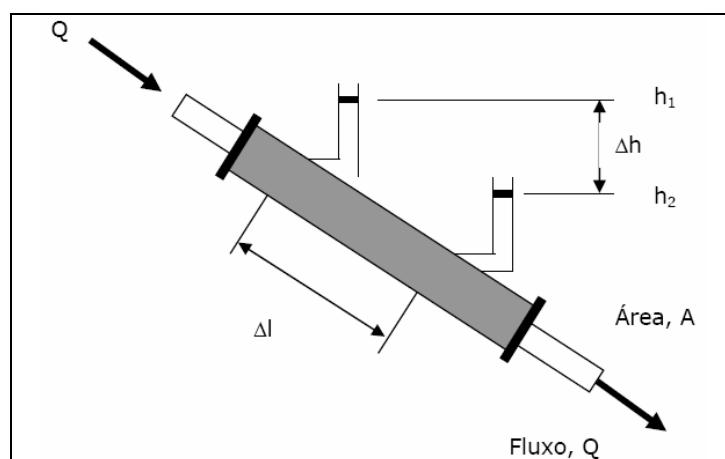


Figura 1.2 - Esquema do experimento realizado por Darcy (1856).

Com este experimento Darcy concluiu que o fluxo de água na saída do duto era proporcional à distância do duto (Δl) e a coluna de água sobre o mesmo (Δh). A partir deste experimento Darcy intuiu a lei que atualmente leva seu nome.

Com respeito ao modelo de compactação, Athy (1930) descreveu a compactação de sedimentos por intermédio de uma relação exponencial da porosidade-profundidade. Esta aproximação é aceitável quando os sedimentos não desenvolvem uma pressão de poro maior que a hidrostática. Para uma certa litologia e profundidade, a porosidade pode ser bem diferente caso haja sobrepressão.

Hubbert e Rubey (1959) relacionaram a porosidade com a tensão efetiva, definida pela diferença entre a carga sedimentar e pressão do poro, a partir de uma correlação empírica.

Para a geração de hidrocarbonetos, Tissot e Welte (1984) propuseram um modelo baseado num decaimento exponencial da massa de rocha geradora, ou seja, à medida que o óleo é gerado, a quantidade de rocha geradora diminui proporcionalmente até que toda transformação da rocha em óleo é alcançada. Este modelo, por ser de fácil implementação, adquiriu grande popularidade a partir dos anos 80. A partir de então, associados ao avanço na área computacional, novos métodos baseados em cinética química foram propostos.

Atualmente, o modelo mais aceito nas análises de bacia para cálculo de formação de hidrocarbonetos é o proposto por Sweeney e Burnham (1990), onde se integram equações de cinética química ao longo do tempo e como função da temperatura.

Os primeiros modelos significativos acoplados dos fenômenos que constituem o processo de formação de uma bacia sedimentar apareceram no início da década de 90 por Urgerer (1990) e Forbes (1992), entre outros.

A Tabela 1.1 apresenta uma evolução histórica da modelagem de bacias sedimentares. Mas como os modelos estão em constante desenvolvimento e nem todos se encontram explícitos na literatura, esta tabela não tem como objetivo reunir todos os estudos realizados nesta área, mas sim contextualizar o que será apresentado neste trabalho.

Tabela 1.1 - Evolução histórica da modelagem de bacias sedimentares. Adaptada de Tuncay (2004).

Pesquisadores	Modelagem de bacias sedimentares
Ungerer <i>et al</i> (1990)	2-D, ϕE , H, $II\pi$, PG
Forbes <i>et al</i> (1992)	2-D, ϕE , H, $II\pi$, PG
Person & Garven (1992)	2-D, ϕE , H, $I\pi$, PG
Maubeuge & Lerche (1993)	1-D, ϕE , H, $I\pi$, PG
Maubeuge & Lerche (1994)	2-D, ϕE , H, $I\pi$, PG
Bour & Lerche (1994)	2-D, ϕE , H, $I\pi$
Bredehoeft <i>et al</i> (1994)	2-D, ϕE , H, $I\pi$, PG
Wieck <i>et al</i> (1995)	2-D, ϕE , H, $I\pi$
Person <i>et al</i> (1995)	1-D, ϕE , H, $I\pi$, PG
Robert & Nunn (1995)	1-D, ϕE , H, $I\pi$
Gordon & Flemings (1998)	1-D, ϕE , H, $I\pi$
Lee & Williams (2000)	2-D, ϕE , H, $I\pi$
Schneider <i>et al</i> (2000)	3-D, ϕE , $II\pi$, PG
Chen <i>et al</i> (2002)	2-D, ϕE , $I\pi$

Os símbolos presentes na tabela indicam: 1-D, unidimensional; 2-D, bidimensional; H, transferência de calor; $I\pi$, escoamento monofásico; $II\pi$, escoamento bifásico; ϕD , relação porosidade-profundidade; ϕE , relação porosidade-tensão efetiva; e PG, geração de petróleo.

Chen *et al* (2002) apresentou um modelo bidimensional integrado do escoamento de um fluido e da compactação em bacias sedimentares utilizando um método de elementos finitos misto. O uso deste método para a equação do escoamento do fluido trouxe como benefício a conservação de massa local, que os métodos de elementos finitos tradicionais não apresentam. Este método foi utilizado apenas na solução da equação do escoamento do fluido, sendo que para o processo de compactação, o cálculo foi realizado através de integrais de linha verticais. Isto introduziu algumas limitações referentes à construção da malha computacional, pois apesar de utilizarem uma malha não-estruturada de triângulos, os nós necessitavam estar em uma mesma linha vertical ao longo do domínio.

Schneider (2000) criou um modelo de bacias sedimentares tridimensional para avaliação de potencial de hidrocarbonetos. Apesar de usar um modelo 3D, empregou malhas estruturadas de hexaedros, limitando a sua utilização quando as geometrias são complexas. Além disso, o modelo desenvolvido se preocupou apenas com a localização dos reservatórios de petróleo, ou seja, um estudo de possíveis regiões de acúmulo de petróleo era feito e, a partir deste resultado, linhas de correntes eram definidas pelo usuário desde a rocha geradora até o possível reservatório. Este procedimento é bastante rápido, pois elimina o cálculo da equação de Darcy, mas, em contrapartida, não representa o processo físico da migração dos hidrocarbonetos.

Já o método EbFVM teve seu início na década de 80, sendo desenvolvida por Baliga e Patankar (1983) para resolver escoamentos descritos pelas equações de Navier-Stokes. Posteriormente foi estendida pelos mesmos autores utilizando malhas não-estruturadas de elementos triangulares, onde os volumes de controle são construídos unindo-se os centróides de cada triângulo com os pontos médios de suas arestas. Schneider e Zedan (1983) estenderam o método para elementos quadrangulares.

Este método foi intitulado como método de elementos finitos baseado no volume de controle (Control Volume Finite Element Method - CVFEM), mas, conforme argumenta Maliska (2004), essa denominação não é adequada, por se tratar de um método de elementos finitos que utiliza o volume de controle para a integração das equações. Entretanto, trata-se, na realidade, de um método de volumes finitos que emprega apenas o conceito de elemento para a representação geométrica do domínio de solução. Por essa razão fica mais apropriada a denominação de Método de Volumes Finitos baseado em Elementos (Element-based Finite Volume Method - EbFVM).

Os primeiros trabalhos utilizando o método EbFVM aplicados na área de petróleo foram empregados em escoamentos de reservatórios de petróleo, realizado por Rozon (1989), onde apenas o escoamento monofásico em meios porosos utilizando malhas de quadriláteros foi resolvido.

No final da década de 80 e início de 90, novos trabalhos foram apresentados referentes à simulação em reservatórios de petróleo utilizando o método EbFVM, agora com escoamento multifásico. Gottardi e Dall'Olio (1992) aplicaram o método para simular os deslocamentos água-óleo em reservatórios. Já Forsyth (1990) considerou os problemas térmicos em simulações de reservatório. Fung *et al* (1991 e 1993) sistematizaram a aplicação do método e analisaram possíveis combinações com outros tipos de malhas que melhor representassem a geometria de reservatórios. Contudo, o processo de aproximação numérica das equações diferenciais do escoamento multifásico, descrito por estes autores, é pouco rigoroso e com simplificações pouco justificáveis para que fosse possível a reutilização dos procedimentos utilizados em formulações com malhas estruturadas.

Cordazzo *et al* (2004a) representou reservatórios heterogêneos com falhas geológicas em malhas não-estruturadas utilizando o método EbFVM, mostrando um novo conceito em modelar falhas, que consiste em representá-las através de elementos com espessuras reduzidas com valores de permeabilidade baixos, em vez de considerar a falha como uma linha (2D), cancelando o fluxo na interface entre dois volumes de controle, usualmente utilizado.

Outra importante contribuição apresentada por Cordazzo *et al* (2004b) diz respeito às transmissibilidades negativas, que só possuem interpretação física quando os fluxos na interface dos volumes de controle são calculados apenas utilizando dois pontos da malha.

Recentemente, Cordazzo (2006) apresentou o método EbFVM, como será aqui utilizado, para simulação de reservatórios de petróleo. Neste trabalho o autor utilizou malhas não-estruturadas de triângulos e quadriláteros, em que significativos resultados foram apresentados.

Hurtado (2004) mostrou uma formulação de volumes finitos baseada em elementos para simulação do deslocamento bifásico imiscível em amostras porosas, com objetivo da determinação das curvas de permeabilidade relativa, que são propriedades do sistema formado pelo meio poroso e os fluidos que nele se deslocam, normalmente estimadas a partir de medições realizadas em laboratório.

Apesar de vastos trabalhos na área de simulação de reservatórios utilizando o método EbFVM terem sido realizados, nada se encontra na literatura sobre trabalhos relacionados com o método de volumes finitos baseado em elementos utilizando malhas não-estruturadas aplicados à simulação de bacias sedimentares. O que se conhece é o *software* desenvolvido pela Petrobras, que utiliza o mesmo método aqui usado, mas devido ao sigilo industrial nada foi publicado.

1.4 - Organização do trabalho

Esta dissertação está distribuída em cinco capítulos.

Neste primeiro capítulo, uma breve introdução da importância da simulação numérica de bacias sedimentares é apresentada, bem como os objetivos e motivações deste trabalho. Uma breve revisão bibliográfica também é efetuada, descrevendo alguns trabalhos publicados na literatura, com o objetivo de contextualizar em termos da contribuição científica deste estudo na área de simulação de bacias sedimentares.

O capítulo 2 descreve em detalhes a formação do problema, que foi dividido em duas partes. Na primeira parte é apresentado o fenômeno físico do processo de formação de bacias sedimentares, desde a deposição dos sedimentos até a geração de hidrocarbonetos. Na segunda parte, o modelo matemático utilizado para a representação do fenômeno físico é descrito, desde a equação da compactação dos sedimentos até o equacionamento do escoamento monofásico através de um meio poroso.

O capítulo 3 apresenta o método numérico que será utilizado neste trabalho. Inicialmente, os aspectos gerais do método EbFVM são apresentados. Posteriormente, as equações apresentadas no capítulo 2 são discretizadas para este método.

O capítulo 4 mostra de uma forma genérica a implementação computacional deste modelo através de fluxogramas. Este capítulo tem como objetivo contextualizar o leitor sobre os ciclos iterativos presentes no código criado, sendo que no capítulo seguinte estes ciclos são estudados com intuito de melhorar o tempo de convergência da simulação.

O capítulo 5 mostra alguns resultados obtidos na aplicação do método numérico descrito no capítulo anterior. Os primeiros resultados se referem à validação do código desenvolvido neste trabalho. Em seguida alguns problemas mais complexos são resolvidos e finalmente o estudo dos ciclos iterativos são apresentados com o intuito de verificar as condições que melhoram o procedimento de solução.

O capítulo 6 conclui este trabalho, mostrando as vantagens da utilização do método EbFVM aplicado à simulação de bacias sedimentares. Além disso, também apresenta sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

Formulação do problema

Neste capítulo, inicialmente será apresentada uma breve descrição do fenômeno físico do processo de formação de bacias sedimentares. Em seguida serão apresentadas as equações que governam o processo de compactação de sedimentos e o escoamento monofásico isotérmico de um fluido incompressível através de um meio poroso deformável, bem como as relações constitutivas que completam a modelagem do problema.

2.1 - O fenômeno físico

O processo de formação e evolução de uma bacia sedimentar é bastante complexo, intervindo fenômenos físicos e geoquímicos elaborados. De uma maneira simplificada, o processo de formação e evolução de uma bacia sedimentar envolve a deposição de sedimentos, compactação dos mesmos e evolução térmica, geração de hidrocarbonetos e o escoamento água-hidrocarbonetos através de um meio poroso formado pelos sedimentos depositados e compactados.

Uma bacia sedimentar pode ser definida como uma depressão na superfície terrestre onde é possível, ao longo de milhões de anos, acumular sedimentos em sucessivas camadas que, posteriormente, irão formar as rochas sedimentares. A formação inicial da depressão é consequência das forças provenientes do interior da terra, chamados esforços tectônicos.

Na evolução geológica de uma bacia sedimentar, o preenchimento por sedimentos varia de acordo com os diversos tipos de ambientes que se sucedem, como rios, lagos, deltas (encontro das águas dos rios com o mar), praias, mar raso, mar profundo etc. Mas, de um modo geral, pode-se dizer que este preenchimento por sedimentos (deposição) é lento, levando milhões de anos.

Com o passar dos anos, à medida que os sedimentos eram depositados nas depressões no fundo do mar, os sedimentos previamente depositados foram se compactando cada vez mais, devido ao aumento da carga sedimentar sobre os mesmos. Isto

provocou a compactação mecânica e, por conseqüência, a diminuição da porosidade dos sedimentos depositados anteriormente. Com a diminuição dos poros, a água que se encontrava dentro dos poros é expulsa, criando um escoamento monofásico (água) no meio poroso.

A Figura 2.1 mostra um esquema da evolução de uma bacia sedimentar, que, a partir de uma depressão encontrada no fundo do mar, com o passar do tempo, foi sendo preenchida por sedimentos.

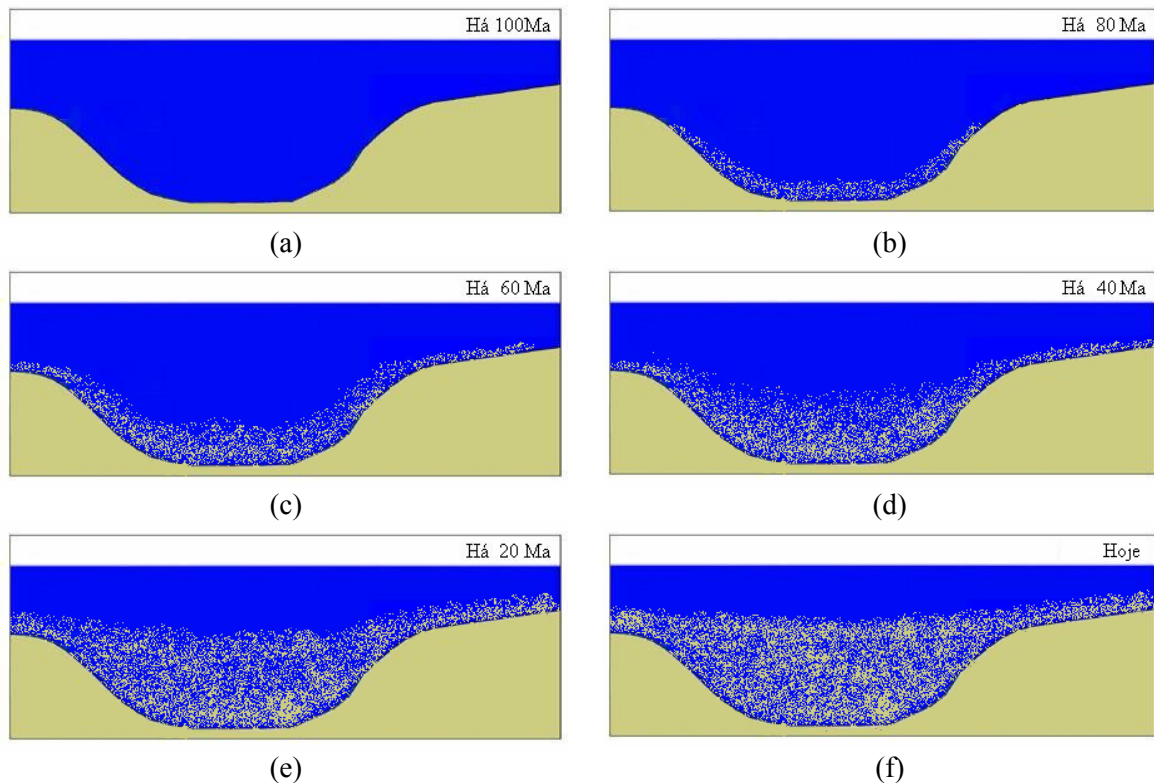


Figura 2.1 - Evolução de uma bacia sedimentar hipotética.

Para que ocorra a formação do petróleo é necessária a deposição e preservação de matéria orgânica nas bacias sedimentares (principalmente restos de plantas e animais marinhos). Esta matéria orgânica terá, então, que passar por um processo chamado maturação, uma espécie de cozimento, para que possa se transformar em petróleo. Este processo tem que ocorrer em condições especiais de temperatura, pressão e tempo geológico (em milhões de anos). A rocha rica em matéria orgânica que forma o petróleo é chamada de rocha geradora. Após sua geração, é necessário que o óleo migre e seja armazenado em outras rochas, chamadas rochas-reservatório. Agora, com a geração do petróleo, o escoamento no meio poroso que era anteriormente monofásico (água apenas) passar a ser bifásico (água-óleo).

Por fim, para que este óleo criado fique aprisionado, gerando os reservatórios, é necessário existir uma rocha impermeável, chamada de rocha capeadora, para reter a acumulação. Caso contrário o petróleo se perde para o mar.

A Figura 2.2 sintetiza o resultado esperado pela formação de uma bacia sedimentar, o aparecimento do reservatório de petróleo, de onde este poderá agora ser extraído.

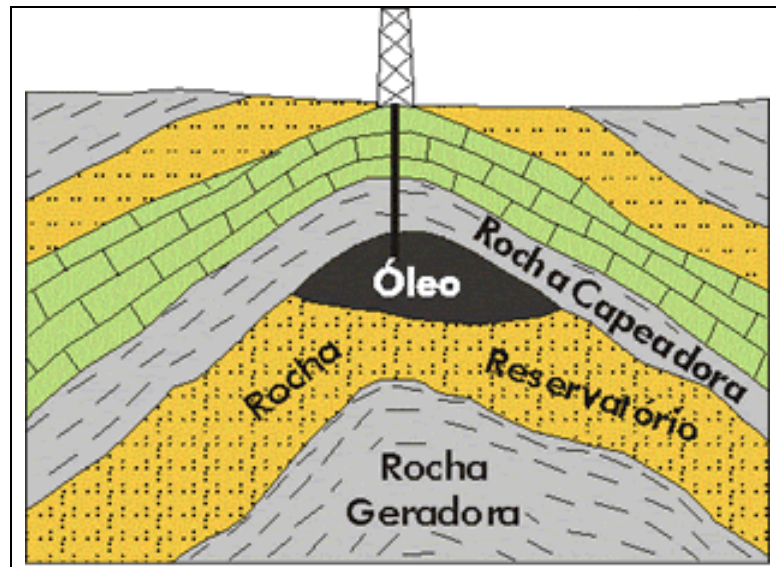


Figura 2.2 - Exploração de um reservatório de petróleo.

2.2 - Modelo matemático

A modelagem matemática de bacias sedimentares é fundamentada nas equações da mecânica do contínuo. Tais equações são expressas pelas leis da conservação da massa (equação da continuidade), conservação da quantidade de movimento e conservação da energia.

Como comentado anteriormente, o processo de formação de bacias sedimentares é bastante complexo para ser tratado em um trabalho com o escopo do aqui apresentado. Ao mesmo tempo, nosso interesse está na aplicação do EbFVM para demonstrar as potencialidades do método proposto quando aplicado ao problema acoplado compactação *versus* escoamento. Com estes objetivos, é suficiente considerar apenas o escoamento monofásico. Por se tratar de apenas um modelo monofásico, não se faz necessária a solução da equação da energia, já que não ocorrerá formação de hidrocarbonetos.

No decorrer desta seção será apresentado o equacionamento de todos os processos físicos que serão levados em consideração neste trabalho, como o processo de compactação, escoamento monofásico, cálculo da carga sedimentar, porosidade e tensão

efetiva. Na análise destes processos, é importante definir algumas grandezas físicas utilizadas, como a porosidade e a permeabilidade absoluta.

- Porosidade

A Figura 2.3 ilustra dois importantes tipos de rochas sedimentares encontradas em bacias brasileiras. As áreas em azul representam os poros - espaços vazios entre os grãos de minerais que são preenchidos por petróleo e água. O volume de poros é uma característica muito importante em uma rocha sedimentar, pois determina a quantidade de petróleo que ela pode armazenar.

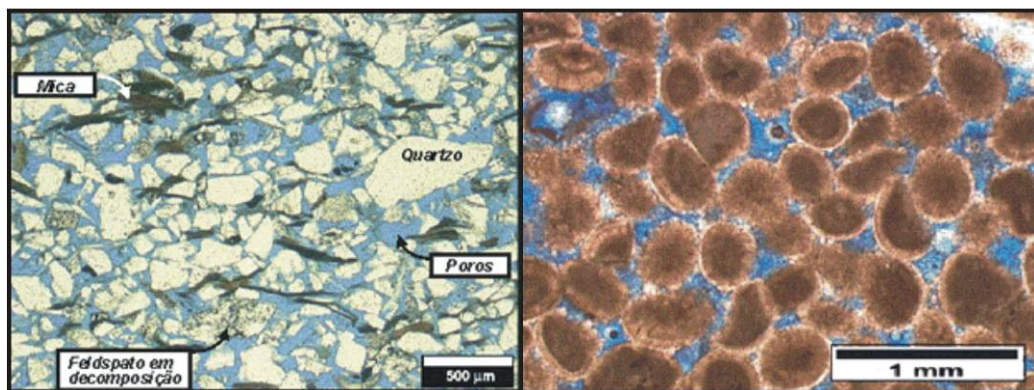


Figura 2.3 - Fotografias de estruturas porosas de duas rochas sedimentares denominadas arenito (esquerda) e calcarenito (direita), vistas em microscópio.

A porosidade, representada pela letra grega ϕ , é definida como a fração (em volume) de vazios de uma rocha:

$$\phi = \frac{V_v}{V_t} \quad (2.1)$$

onde V_v é o volume vazio e V_t o volume total, ou seja, a soma do volume vazio mais o volume do sólido. A porosidade é medida diretamente, em amostras de testemunho, ou indiretamente, através de perfis elétricos, sendo classificada como insignificante (0-5%), pobre (5-10%), regular (10-15%), boa (15-20%), ou muito boa (>20%).

- Permeabilidade

O tensor permeabilidade absoluta \bar{k} mede a facilidade do meio em permitir o escoamento de fluidos através de seus poros. Controlada principalmente pela quantidade, geometria e grau de conectividade dos poros, a permeabilidade é uma característica intrínseca do meio, medida diretamente em amostras de testemunho.

A permeabilidade raramente é a mesma em todas as direções numa rocha sedimentar, sendo geralmente maior na horizontal do que na vertical, pois à medida que as camadas de sedimentos vão sendo comprimidas na direção vertical, os volumes dos poros também vão diminuindo, ficando achatados nesta direção, fazendo com que haja maior dificuldade de escoamento na vertical do que na horizontal. Assim, o tensor permeabilidade absoluta pode ser escrito da forma,

$$[k] = \begin{bmatrix} k_h & 0 \\ 0 & k_v \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

onde k_v é a permeabilidade absoluta na direção vertical e k_h é a permeabilidade absoluta na direção horizontal.

A permeabilidade absoluta na direção vertical k_v é tipicamente uma função logarítmica da porosidade, dada como

$$k_v = 10^{A\phi+B} \quad (2.3)$$

onde A e B são constantes que dependem do meio poroso.

Já a permeabilidade absoluta na direção horizontal pode ser relacionada com a permeabilidade vertical por

$$k_h = r_k k_v \quad (2.4)$$

onde r_k é uma razão entre as permeabilidades nas duas direções considerada constante.

Quando mais de uma fase divide o espaço poroso (como é o caso dos reservatórios com água, óleo e/ou gás), cada fase apresenta uma permeabilidade relativa, proveniente do efeito adverso na capacidade de deslocamento de uma fase em presença de outras fases. Esta permeabilidade varia em função de sua saturação, ou seja, a permeabilidade é máxima (permeabilidade absoluta) quando um fluido ocupa 100% dos poros, e decresce (permeabilidade relativa) à medida que este fluido divide o espaço poroso com outro fluido de fase diferente.

2.2.1 - Equação da compactação

O processo geológico de deposição de sedimentos é contínuo e lento, podendo levar milhões de anos. A deposição é contínua ao longo do tempo, mas, para ser possível realizar as simulações, os modelos são simplificados, considerado-se que os sedimentos são

depositados em camadas, isto é, discretamente, como observado na Figura 2.4 (Chen *et al*, 2002; Schneider, 2003).

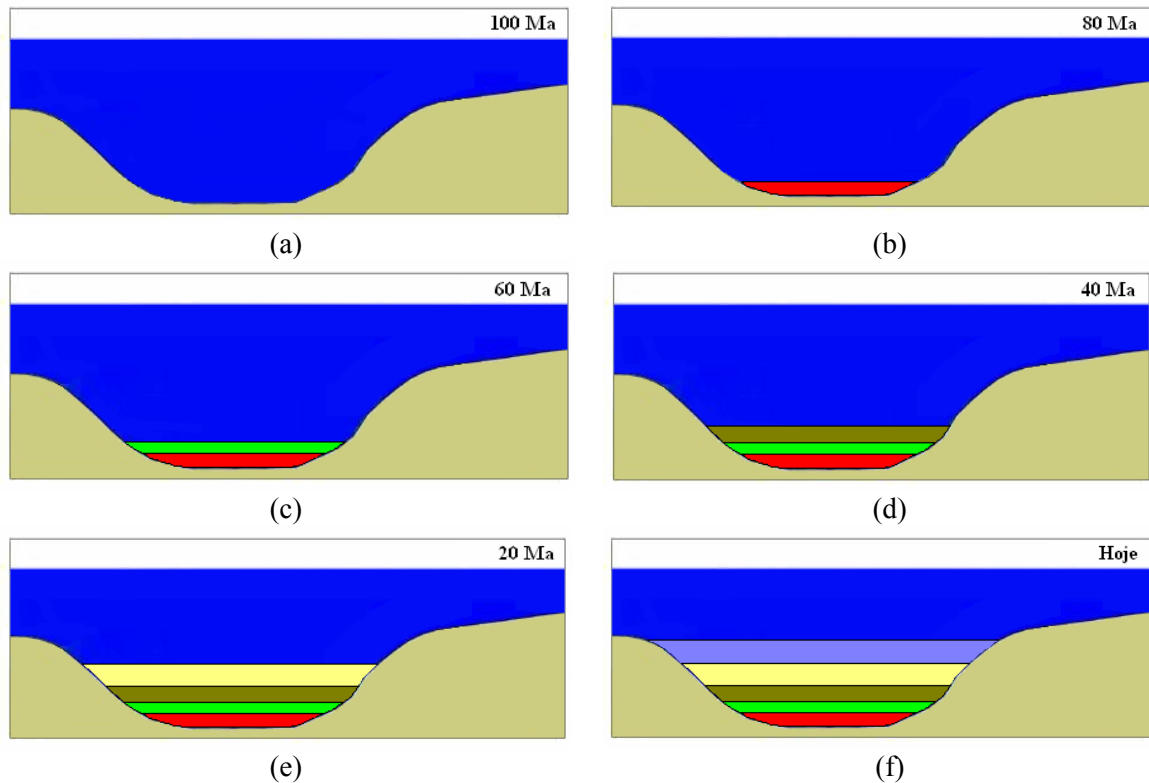


Figura 2.4 - Esquema da evolução no tempo de uma bacia sedimentar hipotética.

À medida que sedimentos são depositados no fundo do mar, os depositados anteriormente são compactados respeitando a equação da compactação. A equação que rege o fenômeno de compactação é a conservação da massa para o sólido. Esta equação é deduzida a partir de um balanço em um volume de controle onde a física mostra que a velocidade do sólido é dada por:

$$V_{sx} = \frac{\dot{m}_{sx}}{\rho_s \Delta y (1 - \phi)} \quad (2.5)$$

$$V_{sy} = \frac{\dot{m}_{sy}}{\rho_s \Delta x (1 - \phi)} \quad (2.6)$$

onde V_{sx} representa a velocidade do sólido na direção x e V_{sy} a velocidade na direção y .

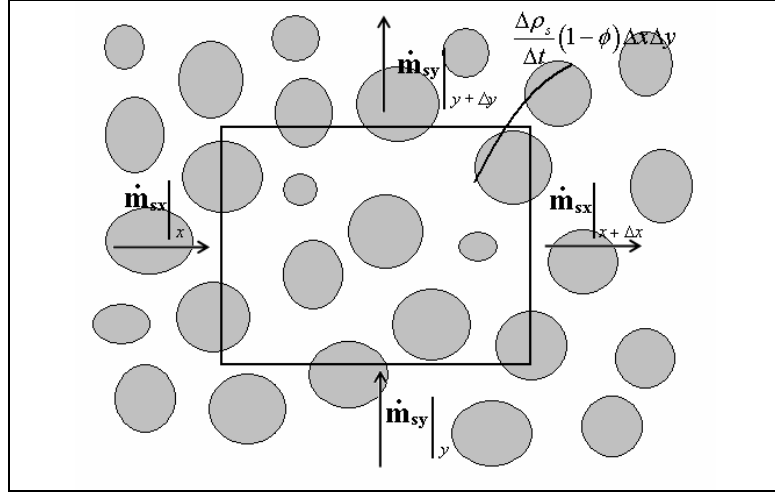


Figura 2.5 - Balanço de massa em um volume de controle.

Fazendo o balanço de massa em um volume de controle como mostrado na Figura 2.5, tem-se,

$$\dot{m}_{sx}|_x - \dot{m}_{sx}|_{x+\Delta x} + \dot{m}_{sy}|_y - \dot{m}_{sy}|_{y+\Delta y} = \frac{\Delta\rho_s}{\Delta t} (1-\phi) \Delta x \Delta y \quad (2.7)$$

Utilizando as Equações 2.5 e 2.6,

$$(1-\phi)\rho_s V_{sx} \Delta y|_x - (1-\phi)\rho_s V_{sx} \Delta y|_{x+\Delta x} + (1-\phi)\rho_s V_{sy} \Delta x|_y - (1-\phi)\rho_s V_{sy} \Delta x|_{y+\Delta y} = \frac{\Delta\rho_s}{\Delta t} (1-\phi) \Delta x \Delta y \quad (2.8)$$

Rearranjando,

$$\frac{(1-\phi)\rho_s V_{sx}|_x - (1-\phi)\rho_s V_{sx}|_{x+\Delta x}}{\Delta x} + \frac{(1-\phi)\rho_s V_{sy}|_y - (1-\phi)\rho_s V_{sy}|_{y+\Delta y}}{\Delta y} = \frac{\Delta\rho_s}{\Delta t} (1-\phi) \quad (2.9)$$

Aplicando o limite,

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(1-\phi)\rho_s V_{sx}|_x - (1-\phi)\rho_s V_{sx}|_{x+\Delta x}}{\Delta x} + \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{(1-\phi)\rho_s V_{sy}|_y - (1-\phi)\rho_s V_{sy}|_{y+\Delta y}}{\Delta y} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\rho_s}{\Delta t} (1-\phi) \quad (2.10)$$

Obtém-se,

$$\frac{\partial(1-\phi)\rho_s V_{sx}}{\partial x} + \frac{\partial(1-\phi)\rho_s V_{sy}}{\partial y} + \frac{\partial\rho_s(1-\phi)}{\partial t} = 0 \quad (2.11)$$

Aplicando o conceito do divergente tem-se a equação da conservação da massa para o sólido,

$$\frac{\partial}{\partial t} ((1-\phi)\rho_s) + \vec{\nabla} \cdot ((1-\phi)\rho_s \vec{V}_s) = 0 \quad (2.12)$$

onde ρ_s é a densidade do sólido e \vec{V}_s o vetor velocidade do sólido.

Neste caso assume-se que os grãos são incompressíveis no tratamento da equação de balanço de massa do sólido, já que a compressibilidade dos poros é muito maior que a compressibilidade dos grãos dos sedimentos. Assim, a equação fica na forma

$$\frac{\partial}{\partial t}(1-\phi) + \vec{\nabla} \cdot ((1-\phi)\vec{V}_s) = 0 \quad (2.13)$$

2.2.2 - Equação da tensão efetiva e carga sedimentar

A compactação mecânica é associada à carga sedimentar e assumir-se-á que ocorrerá somente na direção vertical, o que facilita a modelagem do comportamento mecânico de rochas sedimentares. Assim, somente a tensão efetiva média é necessária para calcular a compactação, eliminando o cálculo do campo total de tensões nos sedimentos.

A tensão efetiva (σ_e) está relacionada à tensão média da carga sedimentar e à pressão do fluido no meio poroso por

$$\sigma_e = S - p_f \quad (2.14)$$

onde S é a tensão média da carga sedimentar e p_f é a pressão do fluido.

A carga sedimentar (S) pode ser calculada através de uma integral considerando a carga hidrostática da coluna de fluido e grãos, na forma

$$S = \int_{z_0}^z (\phi \rho_f + (1-\phi) \rho_s) g dz \quad (2.15)$$

onde ρ_f é densidade do fluido e g a aceleração da gravidade.

2.2.3 - Relação da porosidade com a tensão efetiva

Neste trabalho a porosidade será considerada como uma função da tensão efetiva, σ_e (Terzaghi, 1923). Porém, não existe uma relação direta da porosidade com esta tensão. O que é feito é a criação de uma tabela para cada material existente na bacia a ser simulada, contendo tensões efetivas e sua respectiva porosidade. As porosidades são calculadas para cada profundidade através da lei de Athy (Athy, 1930), definida por

$$\phi = A e^{-Bz} \quad (2.16)$$

onde A e B são parâmetros referentes ao material e z a coordenada na direção vertical com a origem na superfície superior da bacia.

Com estas porosidades calculadas, consegue-se calcular as cargas sedimentares através da Eq. (2.15). A diferença das cargas sedimentares com as pressões hidrostáticas define as tensões efetivas, Eq. (2.14), definindo assim a tabela porosidade-tensão efetiva.

Note que a porosidade calculada através da tensão efetiva se torna mais realística, pois para a lei de Athy não é levado em consideração a possível existência de materiais mais ou menos densos sobre a coordenada z onde está sendo calculada a porosidade. O único dado necessário é a coordenada z deste ponto. Já com a tensão efetiva isso não acontece, pois em sua definição é necessário o cálculo da carga sedimentar sobre esta coordenada z .

2.2.4 - Equação do escoamento monofásico

O problema do escoamento de um fluido através de meios porosos é governado pelas equações da continuidade e da conservação da quantidade de movimento para meios porosos (equação de Darcy), mostradas respectivamente a seguir:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho_f) + \bar{\nabla} \cdot (\phi\rho_f\vec{V}_f) - q = 0 \quad (2.17)$$

$$\vec{u} = -\frac{\bar{k}}{\mu} \cdot (\bar{\nabla}p_f - \rho_f g \bar{\nabla}z) \quad (2.18)$$

onde \vec{V}_f é a velocidade do fluido em relação a um referencial parado, q é a taxa de mudança de fase, \vec{u} a velocidade de Darcy, μ é a viscosidade dinâmica do fluido, p_f é a pressão do fluido no interior do poro e z a coordenada vertical com eixo apontado no sentido de $-g$.

É importante ressaltar que na Eq. (2.17), no caso em que a geração de hidrocarbonetos for considerada, a taxa de mudança de fase q será positiva quando se tratar de fonte e negativa quando se tratar de sumidouro.

A velocidade do fluido em relação a um referencial parado será definida como o fluxo de massa total que atravessa uma fronteira pela densidade, área e porosidade,

$$\vec{V}_f = \frac{\dot{m}_t}{\rho_f w \Delta y \phi} \quad (2.19)$$

Já a velocidade de Darcy é definida como

$$\vec{u} = \frac{\dot{m}_f}{\rho_f A} \quad (2.20)$$

Assim, o fluxo de massa total pode ser dado pela soma de duas parcelas, uma referente ao fluxo de massa de sólido gerado pela movimentação do sólido e a outra pelo fluxo mássico de fluido em relação ao sólido, representada pela equação de Darcy.

$$\dot{m}_t = \vec{V}_s A \phi \rho_f + \rho_f \vec{u} A \quad (2.21)$$

Substituindo a Equação (2.19) na Equação (2.21), tem-se:

$$\vec{V}_f \rho_f A \phi = \vec{V}_s A \phi \rho_f + \rho_f \vec{u} A \quad (2.22)$$

simplificando

$$\vec{V}_f \phi = \vec{V}_s \phi + \vec{u} \quad (2.23)$$

ou, rearranjando

$$\vec{u} = \phi(\vec{V}_f - \vec{V}_s) \quad (2.24)$$

A Equação (2.24) mostra que a velocidade de Darcy representa a movimentação do fluido em relação ao meio poroso em movimento e não a um referencial inercial parado.

Uma grandeza escalar comumente utilizada em escoamentos em meios porosos é a mobilidade, definida neste caso como:

$$\lambda = \frac{1}{\mu} \quad (2.25)$$

A forma geral da equação para o caso de escoamento monofásico através de meios porosos é obtida combinando a Eq. (2.24) com a equação da continuidade, Eq. (2.17). Desta forma, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho_f) + \nabla \cdot (\phi \rho_f \vec{V}_s) + \nabla \cdot (\rho_f \vec{u}) = 0 \quad (2.26)$$

Introduzindo a Eq. (2.18) na Eq. (2.26) obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho_f) + \nabla \cdot (\phi \rho_f \vec{V}_s) - \bar{\nabla} \cdot \left(\rho_f \frac{\bar{k}}{\mu} (\bar{\nabla} p_f - \rho_f g \bar{\nabla} z) \right) = 0 \quad (2.27)$$

Esta é a equação que rege o fenômeno do escoamento de um fluido dentro de um meio poroso em movimento.

CAPÍTULO 3

Formulação numérica

As equações que representam o modelo matemático do processo de formação de uma bacia sedimentar, apresentadas no capítulo anterior, são suficientemente complexas para serem resolvidas analiticamente. Portanto, neste capítulo será apresentado o método numérico que será empregado para resolvê-las – o Método dos Volumes Finitos baseado em Elementos (EbFVM). Mas, para isso, é necessário que as equações diferenciais sejam discretizadas.

A discretização nada mais é do que a transformação das equações diferenciais em um conjunto de equações algébricas. Cada equação algébrica é o resultado de uma aproximação da equação diferencial em uma porção do domínio de solução. Então, quanto maior o número de divisões realizadas no domínio de solução, melhor será a aproximação, ao custo de um maior número de equações a serem resolvidas.

O método EbFVM pertence à classe dos métodos de volumes finitos, mas é concebido de forma a usufruir algumas das boas características do método de elementos finitos, como o emprego de malhas não-estruturadas e das funções de forma.

A utilização de malhas estruturadas, amplamente empregadas em simulações numéricas na área petrolífera, não permite representar fielmente a geometria de bacias complexas. Já a utilização de malhas não-estruturadas, além de eliminar o problema de representação da geometria, permite refinamentos locais em regiões de interesse.

Outra vantagem da utilização de malhas não-estruturadas pode ser vista na Figura 3.1. A Figura 3.1 (a) apresenta uma geometria representada com uma malha estruturada e a Figura 3.1 (b) traz a mesma geometria com malha não-estruturada de elementos triangulares. Note que na malha estruturada, como cada linha na direção horizontal deve iniciar na lateral esquerda e finalizar na direita, ocorre um refino de pouco interesse nas laterais da geometria, pois nestes cantos haverá pouca compactação. Embora a malha não-estruturada possua o mesmo número de elementos do que a malha estruturada (em torno de 360, neste caso), este refino nas laterais não ocorre, sendo que a maioria dos elementos possui dimensões semelhantes.

Com isso, consegue-se representar a mesma geometria com uma menor quantidade de nós (407 para a malha estruturada e 215 para a malha não-estruturada), resultando em um sistema linear de menor tamanho a ser resolvido.

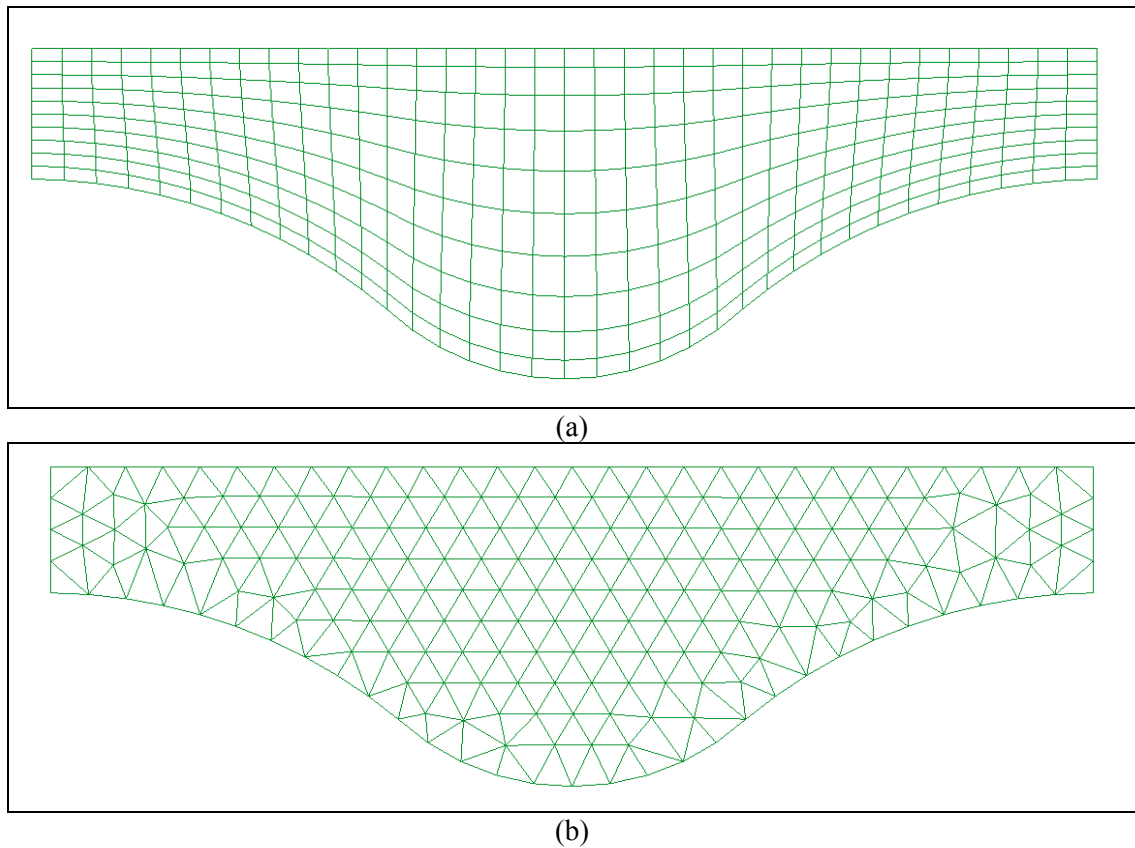


Figura 3.1 - Malha estruturada (a), com 407 nós e malha não-estruturada (b), com 215 nós.

O problema do refino local em regiões indesejadas encontradas em malhas estruturadas pode ser observado analisando a Figura 3.2, onde uma distribuição dos elementos em relação ao volume do mesmo é apresentada.

Na malha estruturada, 201 dos seus 360 elementos possuem um volume muito pequeno (entre 0,0501 e 0,0675 unidades de volume), como consta na Figura 3.2 (a). São justamente estes elementos com volumes pequenos que se encontram nas laterais onde o refino não é desejado.

Já na malha não-estruturada, 253 elementos dos 360 existentes possuem um volume maior (0,0836 unidades de volume), conforme Figura 3.2 (b). Com isso, pode-se mostrar a maior homogeneidade, em relação ao volume de cada elemento.

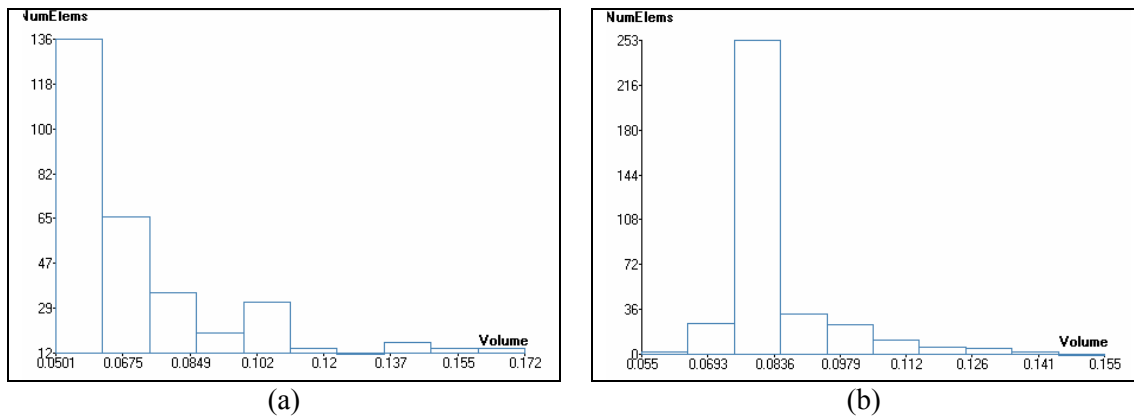


Figura 3.2 - Distribuição do número de elementos em relação ao seu volume, da malha estruturada (a) e não-estruturada (b).

O modelo de simulação de uma bacia sedimentar proposto é constituído basicamente de dois sistemas de equações, um para a descompactação e compactação das camadas e outro para o escoamento monofásico. Estes dois sistemas estão acoplados entre si, pois a porosidade presente na equação da compactação também aparece na equação do escoamento monofásico.

O processo de solução do problema necessita ser iterativo. Existem vários meios de realizar este acoplamento, sendo este estudo um dos objetivos deste trabalho.

3.1 - Aspectos gerais do método EbFVM

No método EbFVM a discretização do domínio de solução pode ser realizada através de uma malha não-estruturada formada por elementos, triângulos e/ou quadriláteros para 2D, que cobrem completamente o domínio sem uma ordenação estabelecida e sem se sobrepor ou deixar espaços vazios.

Os pontos onde serão calculados os valores das variáveis principais, os quais serão denominados de nós da malha, estão localizados nos vértices dos elementos (Figura 3.3). Os volumes de controles são construídos ao redor dos nós, unindo-se o centróide dos elementos com suas medianas (*cell vertex*). O volume de controle resultante é formado por porções (sub-volumes de controle - Svc) dos elementos da vizinhança.

Como pode ser observado na Figura 3.3, o volume de controle total é formado pela união dos sub-volumes de controle dos elementos ao redor do nó P .

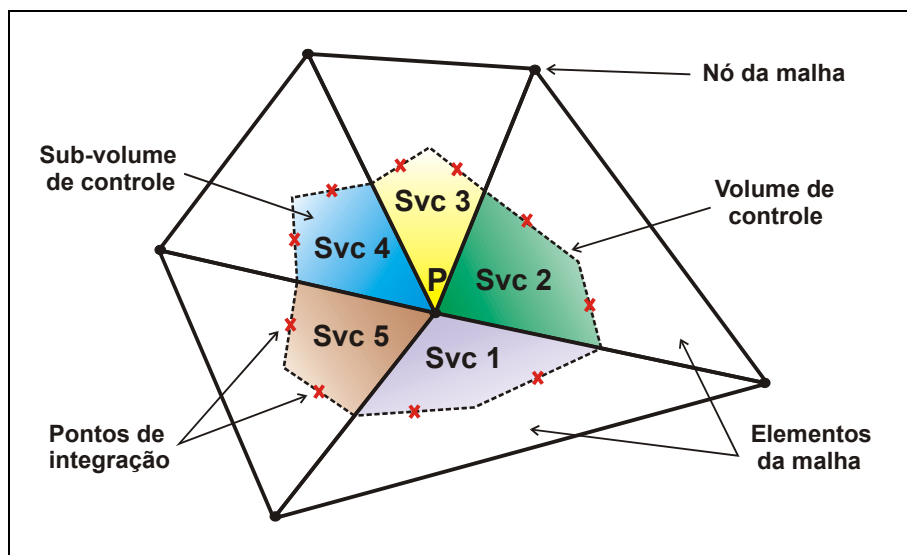


Figura 3.3 - Apresentação das entidades utilizadas no EbFVM.

No EbFVM as propriedades físicas são associadas aos elementos, em vez dos volumes de controle (Cordazzo, 2006). Já que os pontos de integração se encontram dentro de elementos, não há necessidade de nenhum método de interpolação para o cálculo, por exemplo, da permeabilidade nestes pontos, pois a permeabilidade é considerada constante em cada elemento. Neste caso, todos os fluxos calculados nos pontos de integração podem ser determinados utilizando apenas os dados dos elementos onde a integração acontece.

Outra peculiaridade do método é a forma como os elementos são tratados. Todos os fluxos necessários para construir as equações aproximadas são calculados elemento-por-elemento. Em seguida é realizado o balanço de todos os fluxos de cada ponto de integração pertencente a um volume de controle.

Neste método é utilizado um sistema de coordenadas locais (η e ξ). Este sistema local torna cada elemento um ente independente dos demais e, além disso, trata cada elemento da malha identicamente, não importando o quão distorcido ele se apresenta (Figura 3.4). Isso torna sua implementação computacional mais simples e intuitiva.

O plano físico possui um sistema de coordenada global e varia de acordo com o tamanho da bacia a ser simulada. Já o plano transformado para elementos triangulares possui um sistema de coordenadas locais que varia entre 0 e 1. Por definição, os nós no plano transformado devem ser numerados de 1 a 3 no sentido anti-horário, como na Figura 3.4, à direita.

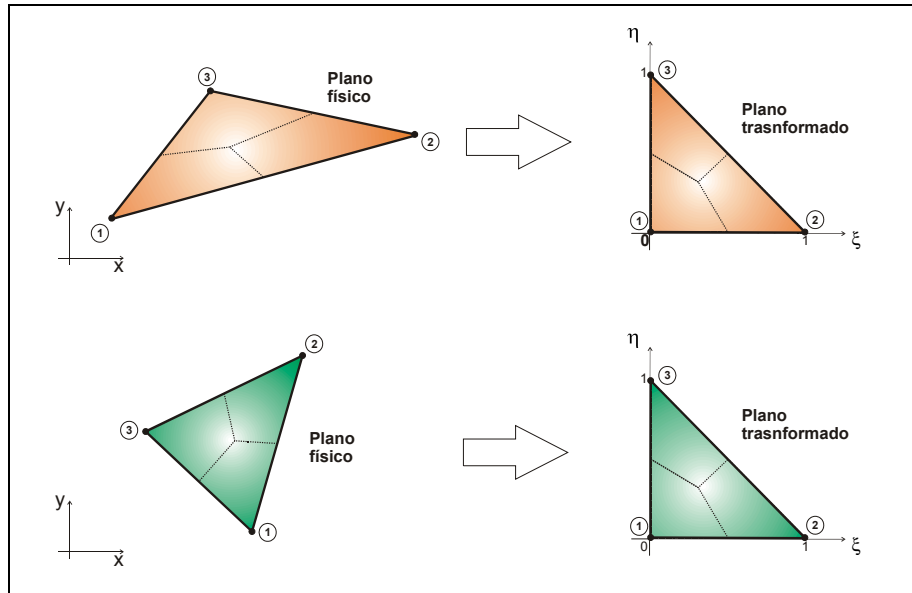


Figura 3.4 - Representação de elementos triangulares nos planos físico e transformado.

Entretanto, como as equações estão definidas com base nas coordenadas globais x e y , são necessárias relações matemáticas que façam a transformação para coordenadas locais. Esta transformação é realizada pelas funções de forma, que, para elementos triangulares, é dada por

$$\begin{cases} N_1(\xi, \eta) = 1 - \xi - \eta \\ N_2(\xi, \eta) = \xi \\ N_3(\xi, \eta) = \eta \end{cases} \quad (3.1)$$

Utilizando as funções de forma é possível expressar as coordenadas globais de um ponto qualquer no interior de um elemento através das seguintes relações de transformação

$$\begin{cases} x(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^3 N_i(\xi, \eta) x_i \\ y(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^3 N_i(\xi, \eta) y_i \end{cases} \quad (3.2)$$

onde x_i e y_i são os valores das coordenadas globais dos vértices do elemento, seguindo a orientação local.

Mas as funções de forma não servem apenas para a transformação das coordenadas globais em locais, elas podem ser utilizadas para interpolar uma propriedade genérica φ dentro do elemento

$$\varphi(\xi, \eta) \approx \sum_{i=1}^3 N_i(\xi, \eta) \varphi_i \quad (3.3)$$

Com base na aproximação dada pela Eq. (3.3), é possível expressar o gradiente desta variável genérica em termos das coordenadas locais. Para tanto basta diferenciar as equações em relação às coordenadas globais:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{\xi, \eta} = \sum_{i=1}^3 \left. \frac{\partial N_i}{\partial x} \right|_{\xi, \eta} \varphi_i \quad (3.4)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right|_{\xi, \eta} = \sum_{i=1}^3 \left. \frac{\partial N_i}{\partial y} \right|_{\xi, \eta} \varphi_i \quad (3.5)$$

Devido às funções de forma serem contínuas em coordenadas locais, elas podem ser derivadas em relação a tais coordenadas. Através da regra da cadeia, obtém-se:

$$\frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (3.6)$$

e

$$\frac{\partial N_i}{\partial \eta} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} \quad (3.7)$$

escrita na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \frac{\partial N_3}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

A matriz de dimensão 2x2 da Eq. (3.8) é conhecida como matriz jacobiana da transformada, usualmente denotada por

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

A matriz à esquerda da Eq. (3.8) é denominada matriz de derivadas das funções de forma:

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \frac{\partial N_3}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

que para elementos triangulares é definida como:

$$[D] = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

O jacobiano da transformação pode ser facilmente calculado derivando-se a Eq. (3.2) em relação às coordenadas locais. Considerando a definição do produto de duas matrizes, tem-se:

$$[J] = [D][Z]_e \quad (3.12)$$

onde $[Z]_e$ representa a matriz que contém as coordenadas dos nós que formam o elemento em questão, dado por

$$[Z]_e = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Através de uma manipulação algébrica da Eq. (3.8), também pode-se mostrar que

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial y} \end{bmatrix} = [J]^{-1}[D] \quad (3.14)$$

Utilizando as equações (3.4), (3.5) e (3.14) pode-se obter a forma matricial do gradiente de uma variável genérica φ :

$$\{\nabla \varphi\} = [J]^{-1}[D]\{\varphi\}_e \quad (3.15)$$

onde $\{\varphi\}_e$ representa o vetor com os valores nodais desta variável no elemento. De forma semelhante, todos os parâmetros geométricos necessários nas equações podem ser calculados.

A equação para a determinação do vetor área da face de um sub-volume de controle, necessária para a discretização da equação da conservação da massa do fluido, é dada em coordenadas locais (Hurtado, 2004) por

$$\{\Delta S\}_i = [R][J]_i^T \{\Delta\}_i \quad (3.16)$$

em que $\{\Delta S\}_i$ expressa vetor área da face de um sub-volume, i o ponto de integração localizado no centro da superfície que está sendo calculada e $[R]$ a matriz de rotação dada por

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

De acordo com a definição dos elementos padrões no plano transformado (Figura 3.5), as áreas da face dos sub-volumes de controle em coordenadas locais $\{\Delta\}_i$ para diferentes pontos de integração i para triângulos, são dadas por

$$\{\Delta\}_1 = \begin{Bmatrix} -1/3 \\ 1/6 \end{Bmatrix} \quad \{\Delta\}_2 = \begin{Bmatrix} 1/6 \\ -1/3 \end{Bmatrix} \quad \{\Delta\}_3 = \begin{Bmatrix} 1/6 \\ 1/6 \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$

A definição geométrica de cada uma destas áreas está diretamente relacionada à definição da posição do ponto C no interior do elemento (Figura 3.5). A posição deste ponto é arbitrária, mas tem sido definida no centróide do elemento, pois facilita a implementação computacional.

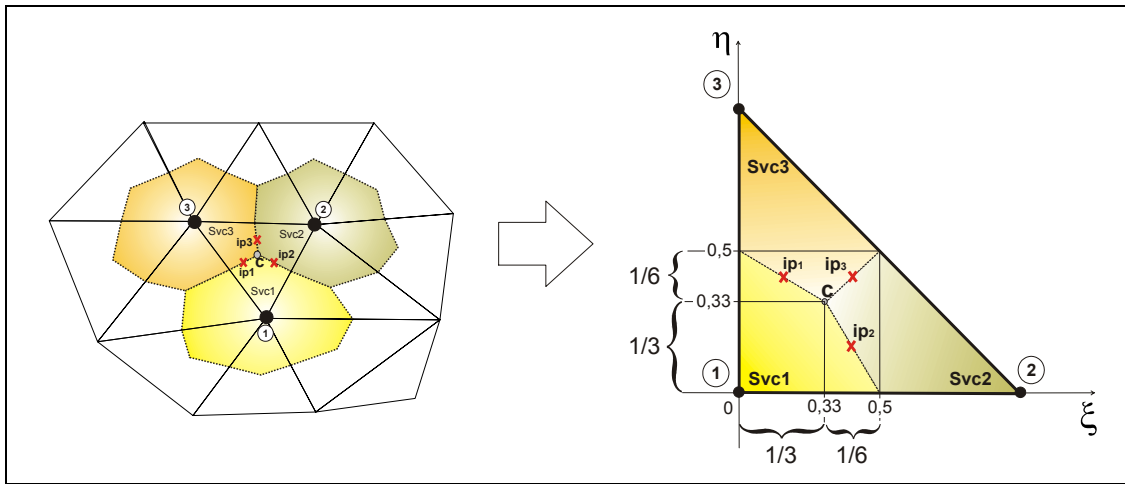


Figura 3.5 - Elemento triangular nos planos físico e transformado, demonstrando as áreas da face dos sub-volumes de controle e os pontos de integração (ip).

Logo, o produto escalar do gradiente de uma propriedade genérica e o vetor área da face é dado por

$$(\nabla \varphi \cdot \Delta S)_i = [\nabla \varphi]_i^T \{\Delta S\}_i \quad (3.19)$$

O produto escalar da Eq. (3.19) será necessário quando a equação que rege o escoamento do fluido for discretizada.

3.2 - Modelo numérico da descompactação e soterramento

O processo físico de deposição dos sedimentos é contínuo no tempo, o que o torna difícil de ser modelado. Por isso optou-se pela introdução discreta de sedimentos, ou seja, considera-se que todo o sedimento de um tipo de material, gerando uma camada, foi

introduzido de uma só vez num certo período de tempo, tornando o processo discreto no tempo.

O modelo adotado neste trabalho considera que a geometria aproximada pela malha computacional representa o estado atual da bacia sedimentar, ou seja, os sedimentos distribuídos nas diversas camadas do modelo geológico estão em equilíbrio hidrostático e compactados. A Figura 3.6 mostra a seção geológica de uma bacia hipotética nos dias atuais, onde cada camada foi introduzida em um período de tempo. Mas como a compactação é um processo que ocorre ao longo do tempo, a camada não pode ser inserida no estado de compactação em que se encontra hoje. Por este motivo, é necessário um procedimento de descompactação destas camadas.

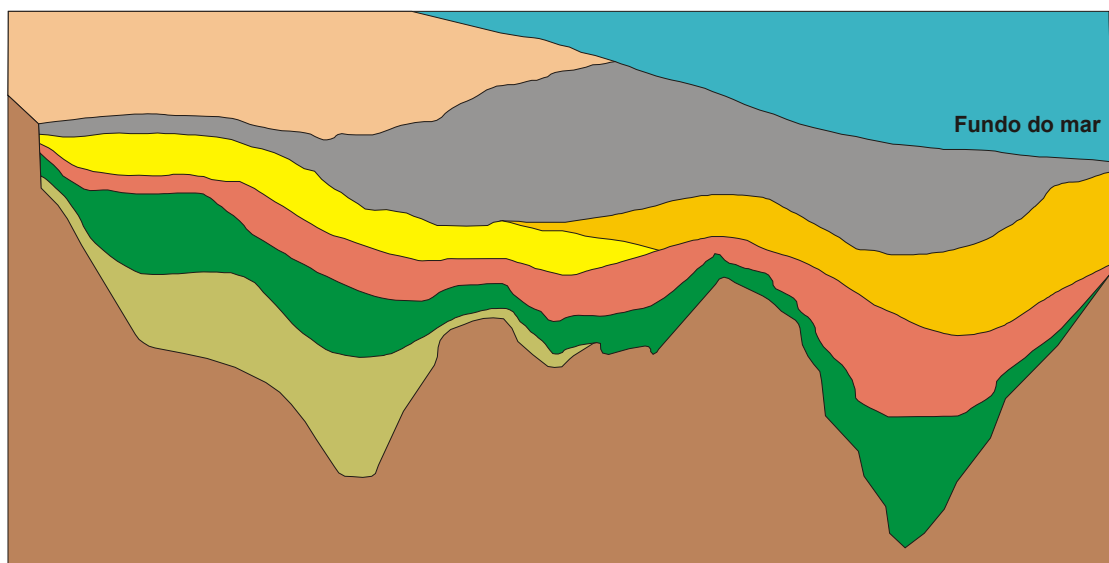


Figura 3.6 - Seção geológica esquemática de uma bacia hipotética, destacando as diferentes camadas.

O início de um processo de simulação de bacias sedimentares começa com a descompactação das camadas. A partir da Eq. (2.12) pode-se determinar a espessura que esta camada teve no início do processo levando-se em conta a conservação da massa do sólido.

Para a determinação da espessura da camada é necessário definir qual a distribuição de porosidade no momento em que a camada será depositada. Neste trabalho foi utilizado o modelo totalmente expandido, cuja espessura é determinada considerando-se uma distribuição de porosidade constante no interior da camada descompactada e igual à porosidade de referência da litologia associada à camada, geralmente a porosidade da camada do fundo do mar.

O processo de determinação da espessura da camada descompactada é baseado no conceito “backstripping”, em que o topo da camada é ajustado à batimetria (posição do fundo do mar em relação ao nível do mar) do período geológico correspondente e a espessura descompactada é determinada em função do tipo de deposição.

A Figura 3.7 retrata um esquema de descompactação de múltiplas camadas utilizando o conceito “backstripping”. Como pode ser observado, ocorre o alívio da carga (retirada das camadas 2 e 3) sobre a primeira camada e dependendo do método de descompactação utilizado, neste caso o totalmente expandido, a nova espessura da camada (expandida) é calculada. O processo é repetido nas camadas seguintes, ou seja, ocorre o alívio da carga sobre a camada 2 e ela é expandida e depositada sobre a camada 1, e assim por diante. Somente após a determinação da nova espessura a camada é inserida na batimetria da época soterrando as camadas depositadas anteriormente.

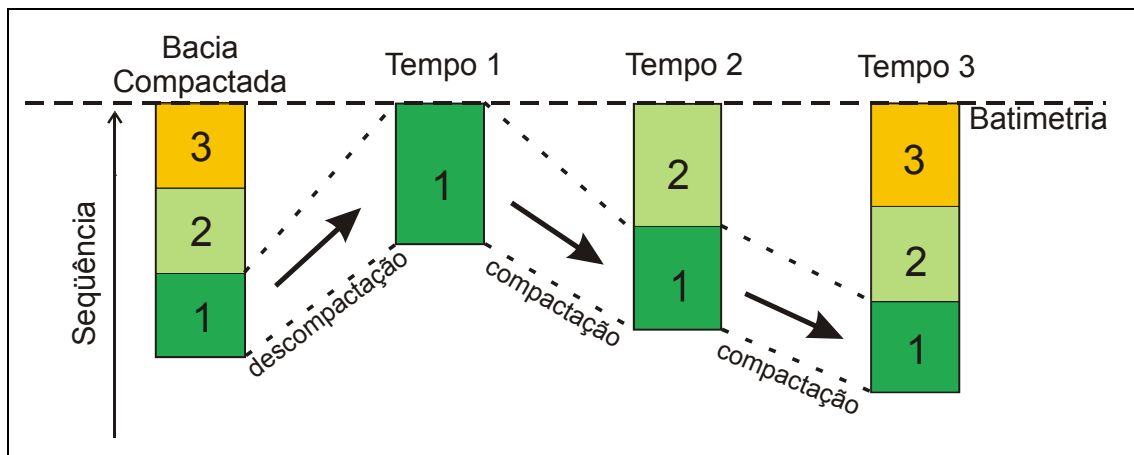


Figura 3.7 - Esquema de descompactação de múltiplas camadas baseada em “backstripping”.

Como o modelo de descompactação considera que o topo da camada mantém-se na batimetria do período, o trabalho de determinar a nova espessura resume-se em encontrar a nova posição de sua base, e por consequência dos nós no interior da geometria também. Para isso utiliza-se a equação da conservação da massa do sólido, já que foi assumido que os grãos de sedimentos são incompressíveis, resultando em um sistema linear que determina uma nova posição da coordenada z para cada nó.

O soterramento das camadas pré-depositadas é realizado após ser determinada a nova posição de cada nó da camada que está sendo expandida. As camadas previamente depositadas são encaixadas uma a uma de forma sucessiva, abaixo da descompactada, através de uma translação pura, porém, sem considerar a carga, devido ao peso da última.

3.3 - Discretização das equações no método EbFVM

Os métodos de volumes finitos em geral caracterizam-se pela discretização de equações que satisfazem a conservação das propriedades em nível de volumes de controle discretos (Maliska, 2004). O procedimento para a obtenção destas equações discretizadas inicia-se com a integração das equações diferenciais do modelo no tempo e no espaço, para um volume de controle arbitrário.

As equações que serão discretizadas utilizando a metodologia do EbFVM serão a equação da conservação da massa do sólido, Eq. (2.13) e a equação da conservação da massa do fluido, Eq. (2.27).

3.3.1 - Equação da compactação e descompactação

Por completeza, a equação da conservação da massa do sólido, que rege o fenômeno de compactação e descompactação, será repetida aqui.

$$\frac{\partial}{\partial t}((1-\phi)\rho_s) + \vec{\nabla} \cdot ((1-\phi)\rho_s \vec{V}_s) = 0 \quad (3.20)$$

O ponto de partida para a discretização é a integração da Eq. (3.20) em um volume de controle que tem a velocidade do sólido \vec{V}_s . Seja V_0 o volume de uma região do espaço no tempo zero e $V(t)$ o volume de controle que resulta, no instante t , movendo o volume V_0 com a velocidade \vec{V}_s . Assim, integrando a Eq. (3.20) no espaço e no tempo seguindo $V(t)$, resulta em

$$\iint_{t, V(t)} \left[\frac{\partial}{\partial t}((1-\phi)\rho_s) + \vec{\nabla} \cdot ((1-\phi)\rho_s \vec{V}_s) \right] dV dt = 0 \quad (3.21)$$

Considerando que a velocidade do sólido é igual a velocidade de movimentação da malha, pode-se integrar a Eq. (3.21) no tempo nos intervalos de t^n e t^{n+1} aplicando o teorema de transporte de Reynolds (Aris, 1989), assim obtém-se

$$\int_{V(t^{n+1})} ((1-\phi)\rho_s) dV - \int_{V(t^n)} ((1-\phi)\rho_s) dV = 0 \quad (3.22)$$

Note que esta consideração faz com que a velocidade do sólido desapareça da equação, sendo que a movimentação do sólido é realizada pela diferença das porosidades no tempo t^n e t^{n+1} .

Agora, integrando a Eq. (3.22) em um volume de controle P e considerando a densidade do sólido constante, tem-se

$$\left(((1-\phi)\Delta V)^{t^{n+1}} - ((1-\phi)\Delta V)^{t^n} \right)_P = 0 \quad (3.23)$$

A Eq. (3.23) representa a conservação da massa do sólido para um volume de controle P . Nesta equação, tanto o volume como a porosidade no tempo t^n são conhecidos, já no tempo t^{n+1} , através de uma estimativa, apenas a nova porosidade é conhecida. Assim, consegue-se, pelo método EbFVM, relacionar o volume do volume de controle com suas coordenadas z de cada elemento, já que o volume de controle é formado por sub-volumes de controles pertencentes a elementos distintos.

Um sistema linear relacionando todas as coordenadas z de cada nó é montado e resolvido, sendo que o resultado deste sistema linear é a posição z de cada nó no qual o volume de massa do sólido se conserve. O procedimento de montagem do sistema linear será demonstrado no capítulo seguinte.

As condições de contorno para este sistema linear constituem-se na prescrição das coordenadas z dos nós da superfície superior, por meio da informação da batimetria daquela época.

3.3.2 - Equação do escoamento monofásico

Nesta seção a equação da conservação da massa do fluido será discretizada. Por completeza esta equação também será repetida aqui,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho_f) + \vec{\nabla} \cdot (\phi\rho_f\vec{V}_s) - \vec{\nabla} \cdot (\rho_f\bar{k}\lambda(\vec{\nabla}p_f - \rho_f g\vec{\nabla}z)) = 0 \quad (3.24)$$

Da mesma forma como realizado para a equação da compactação, o ponto de partida para a discretização da Eq. (3.24) é a integração em um volume de controle que se desloca com a velocidade do sólido \vec{V}_s . Integrando a Eq. (3.24) no espaço e no tempo seguindo $V(t)$, tem-se:

$$\iint_{t,V(t)} \left[\frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho_f) + \vec{\nabla} \cdot (\phi\rho_f\vec{V}_s) \right] dVdt - \iint_{t,V(t)} \nabla \cdot [\rho_f\bar{k}\lambda(\vec{\nabla}p_f - \rho_f g\vec{\nabla}z)] dVdt = 0 \quad (3.25)$$

e, aplicando o teorema de transporte de Reynolds (Aris, 1989) para o primeiro termo, obtém-se

$$\int_{V(t^{n+1})} (\phi \rho_f) dV - \int_{V(t^n)} (\phi \rho_f) dV - \int_{V(t^{n+1})} \nabla \cdot \left[\bar{k} \lambda (\bar{\nabla} p_f - \rho_f g \bar{\nabla} z) \right] dV \Delta t = 0 \quad (3.26)$$

ou

$$\frac{(\phi \rho_f \Delta V)^{t^{n+1}} - (\phi \rho_f \Delta V)^{t^n}}{\Delta t} = \int_{V(t^{n+1})} \nabla \cdot \left[\bar{k} \lambda (\bar{\nabla} p_f - \rho_f g \bar{\nabla} z) \right] dV \quad (3.27)$$

Pelo teorema da divergência de Gauss, o termo do lado direito da Eq. (3.27) pode ser escrito por

$$\int_{V(t^{n+1})} \nabla \cdot \left[\bar{k} \lambda (\bar{\nabla} p - \rho_f g \bar{\nabla} z) \right] dV = \int_S \left[\bar{k} \lambda (\bar{\nabla} p - \rho_f g \bar{\nabla} z) \right] \cdot d\bar{S} \quad (3.28)$$

que representa a integral de superfície sobre todas as faces de um volume de controle. Esta integral pode ser aproximada utilizando o valor da função no ponto médio de cada segmento que forma esta superfície,

$$\int_S \left[\bar{k} \lambda (\bar{\nabla} p - \rho_f g \bar{\nabla} z) \right] \cdot d\bar{S} = \sum_{\forall i \in P} \left[\bar{k} \lambda (\bar{\nabla} p - \rho_f g \bar{\nabla} z) \cdot \Delta \bar{S} \right]_i \quad (3.29)$$

onde i representa estes pontos médios, denominados de pontos de integração.

Assim, a forma discretizada da equação para um volume de controle qualquer P é dada por

$$\frac{\left((\phi \rho_f \Delta V)^{t^{n+1}} - (\phi \rho_f \Delta V)^{t^n} \right)_P}{\Delta t} = \sum_{\forall i \in P} \left[\bar{k} \lambda (\bar{\nabla} p - \rho_f g \bar{\nabla} z) \cdot \Delta \bar{S} \right]_i \quad (3.30)$$

onde as grandezas calculadas nos centros do volume de controle (nós da malha) são identificados com o sub-índice P , e aquelas avaliadas nos pontos de integração são identificadas com o sub-índice i .

Logo, os produtos escalares do vetor área da face com o gradiente de pressão e com o gradiente na direção z , encontrados na Eq. (3.30), podem ser calculados da mesma forma como visto na Eq. (3.19).

Esta equação será colocada na forma de resíduos e um sistema linear será montado e resolvido. O procedimento de montagem deste sistema linear será demonstrado no capítulo seguinte.

3.4 - Esquema de avaliação das mobilidades

No método EbFVM as variáveis são armazenadas nos nós da malha, podendo-se obter valores interpolados em qualquer posição no interior de um elemento pela utilização das funções de forma, Eq. (3.3). Para problemas multifásicos este procedimento não se mostra adequado, pois o termo que contém a mobilidade pode ser considerado um termo advectivo da equação da saturação. Portanto, para conferir estabilidade ao método é necessário aplicar funções de interpolação baseadas no valor a montante (*upwind schemes*).

Neste trabalho, apesar de se tratar apenas de problemas monofásicos, pensou-se em uma implementação futura do modelo bifásico, e por isso este esquema baseado no valor a montante para a avaliação da mobilidade já foi implementado.

O esquema “upwind” empregado por Cordazzo (2006) para elementos triangulares e quadrangulares avalia a mobilidade, λ_{jk} , nas interfaces dos volumes de controle j e k (Figura 3.8) a partir da correta interpretação de qual é a direção a montante do escoamento nesta interface. Por isso será o esquema empregado aqui também, e baseia-se, simplesmente, na análise do sinal do seguinte produto escalar,

$$\begin{cases} \lambda_{jk} = \lambda_j & \text{se} & [(\nabla p - \rho_f g \nabla z) \cdot \Delta \vec{S}] \leq 0 \\ \lambda_{jk} = \lambda_k & & [(\nabla p - \rho_f g \nabla z) \cdot \Delta \vec{S}] \geq 0 \end{cases} \quad (3.31)$$

onde o nó j considerado nas expressões anteriores corresponde ao sub-volume de controle onde o vetor normal associado a $\Delta \vec{S}$ aponta para fora do volume de controle. O procedimento dado pela Eq. (3.31) assegura que as mobilidades utilizadas pelo esquema numérico sejam realmente aquelas obtidas a partir dos valores a montante, mesmo nos casos onde o meio é anisotrópico, isto é, em casos cujo vetor velocidade pode não estar alinhado na direção do vetor gradiente de potencial.

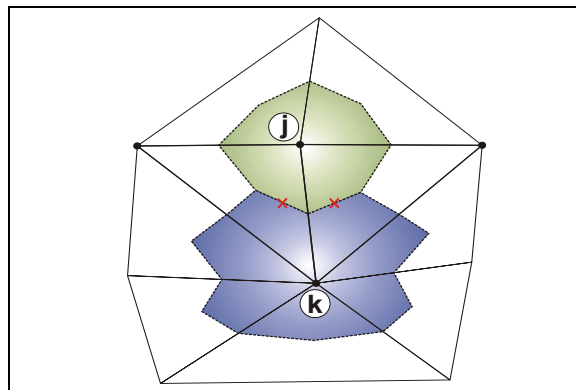


Figura 3.8 - Localização dos pontos de integração comuns ao volume de controle j e k

3.5 - Procedimento de formação da matriz de coeficientes por elementos e da matriz global

A filosofia do método EbFVM proposto consiste em calcular os fluxos em cada ponto de integração de um elemento utilizando apenas as informações daquele elemento de malha. Este procedimento permite utilizar uma estrutura de matrizes locais para cada elemento da malha, e, posteriormente, transferir estas informações para uma matriz global de coeficientes.

3.5.1 - Montagem por elementos da equação da descompactação e compactação

A equação discretizada para a equação da compactação e descompactação, provinda da equação da conservação da massa do sólido, é representada pela Eq. (3.23).

Como a equação discretizada resultante possui apenas o termo temporal da equação da conservação da massa do sólido, onde há apenas um balanço de volume em dois tempos distintos, o cálculo dos fluxos em cada ponto de integração não é realizado. O que é realizado é um balanço de massa em cada sub-volume de controle deste elemento, onde se conhece a porosidade, o volume no tempo anterior, t^n e a nova porosidade no tempo t^{n+1} . Com isso, consegue-se relacionar o volume no tempo t^{n+1} com suas coordenadas z da forma:

$$[A]_e \{z\}_e = \{V_{svc}\}_e \quad (3.32)$$

onde $[A]_e$ representa a matriz de coeficientes do elemento, $\{z\}_e$ as coordenadas do elemento e $\{V_{svc}\}_e$ o volume de cada sub-volume de controle do elemento.

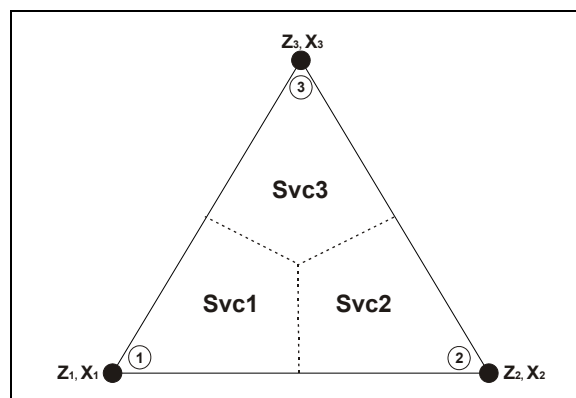


Figura 3.9 - Elemento qualquer dividido em sub-volumes.

Como apenas elementos triangulares são utilizados (Figura 3.9), o vetor $\{z\}_e$ possui 3 componentes, cada um referente a uma coordenada z do elemento

$$\{z\}_e = \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{Bmatrix} \quad (3.33)$$

A matriz $[A]_e$ é uma matriz 3x3 dada por

$$[A]_e = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

onde:

$$a_n = \frac{x_3 - x_2}{6} \quad (3.35)$$

$$b_n = \frac{x_1 - x_3}{6} \quad (3.36)$$

$$c_n = \frac{x_2 - x_1}{6} \quad (3.37)$$

onde n representa cada sub-volume de controle, podendo assumir valores de 1 a 3.

Já o vetor $\{V_{svc}\}_e$ é formado pelo volume de cada sub-volume de controle, da forma

$$\{V_{svc}\}_e = \begin{Bmatrix} V_{svc1} \\ V_{svc2} \\ V_{svc3} \end{Bmatrix} \quad (3.38)$$

onde

$$V_{svc\ n} = \frac{(1 - \phi_n^t)}{(1 - \phi_n^{t+1})} \frac{V_e^t}{3} \quad (3.39)$$

Como a porosidade é armazenada em cada sub-volume de controle, ela também recebe um sub-índice n .

O sistema linear para cada elemento da malha, na forma matricial, é dado por

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} V_{svc1} \\ V_{svc2} \\ V_{svc3} \end{Bmatrix} \quad (3.40)$$

em que cada linha deste sistema linear é referente a um sub-volume de controle do elemento.

É esta matriz local $[A]_e$ que será transferida para uma matriz global de coeficientes.

3.5.2 - Montagem por elementos da equação do escoamento monofásico

Utilizando as definições do produto escalar do gradiente de uma propriedade genérica ϕ com o vetor área, Eq. (3.19), fica fácil deduzir o mesmo produto escalar para o gradiente de pressão e para o gradiente de z . Com isso, pode-se mostrar que o termo de fluxo calculado em uma determinada interface de dois volumes de controle (em um ponto de integração), será dado por

$$\bar{k} \lambda (\nabla p \cdot \Delta \vec{S} - \rho_f g \nabla z \cdot \Delta \vec{S})_i = \lambda (\{H\}_i^T \{p\}_e - \{G\}_i^T \{\nabla z\}_e) \quad (3.41)$$

onde $\{H\}_i^T$ e $\{G\}_i^T$ representam vetores compostos pelos termos que dependem apenas da geometria e propriedades físicas constantes de cada elemento, dados por

$$\{H\}_i^T = \{\Delta S\}_i^T [k][J]_i^{-1} [D]_i \quad (3.42)$$

$$\{G\}_i^T = \rho_f g \{\Delta S\}_i^T [k][J]_i^{-1} [D]_i \quad (3.43)$$

onde, na convenção adotada neste trabalho, o sub-índice i refere-se à propriedade avaliada no ponto de integração.

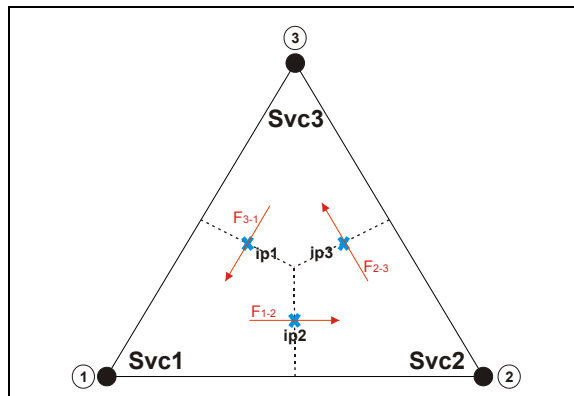


Figura 3.10 - Elemento qualquer dividido em sub-volumes, onde os fluxos através da interface dos sub-volumes de controle são mostrados.

Como pode ser observado na Figura 3.10, cada sub-volume de controle possui dois pontos de integração, onde os fluxos calculados nestes pontos estarão presentes no balanço

do volume de controle que ele contribui. Assim, a integral de superfície, Eq. (3.41), deverá ser aproximada nestas duas superfícies, ou mais precisamente em dois pontos de integração localizados no centro de cada superfície dos sub-volumes de controle que participam do balanço.

O processo de formação da matriz dos elementos pode ser sistematizado (Hurtado, 2005), de forma que o fluxo que atravessa as interfaces de cada sub-volume de controle (Figura 3.10) pode ser expresso como:

$$[A]_e \{p\}_e = \{q\}_e \quad (3.44)$$

onde, para elementos triangulares, a matriz $[A]_e$ é da ordem de 3x3 e dada por

$$[A]_e = \begin{bmatrix} F_{3-1} - F_{1-2} \\ F_{1-2} - F_{2-3} \\ F_{2-3} - F_{3-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{up} (\{H\}_1^T - \{G\}_1^T) - \lambda_{up} (\{H\}_2^T - \{G\}_2^T) \\ \lambda_{up} (\{H\}_2^T - \{G\}_2^T) - \lambda_{up} (\{H\}_3^T - \{G\}_3^T) \\ \lambda_{up} (\{H\}_3^T - \{G\}_3^T) - \lambda_{up} (\{H\}_1^T - \{G\}_1^T) \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

onde λ_{up} representa a mobilidade avaliada a montante, como discutida anteriormente.

3.5.3 - Procedimento geral de transferência dos coeficientes das matrizes locais para a matriz global

A determinação das matrizes locais por elementos permite que a matriz global de coeficientes seja montada elemento a elemento, transferindo cada valor destas matrizes para sua respectiva posição na matriz global.

A Figura 3.11 representa um esquema de formação da matriz global de coeficientes. Um maior detalhamento do processo de montagem pode ser obtido na literatura de elementos finitos (Hughes, 1987; Zienkiewicz e Taylor, 1989).

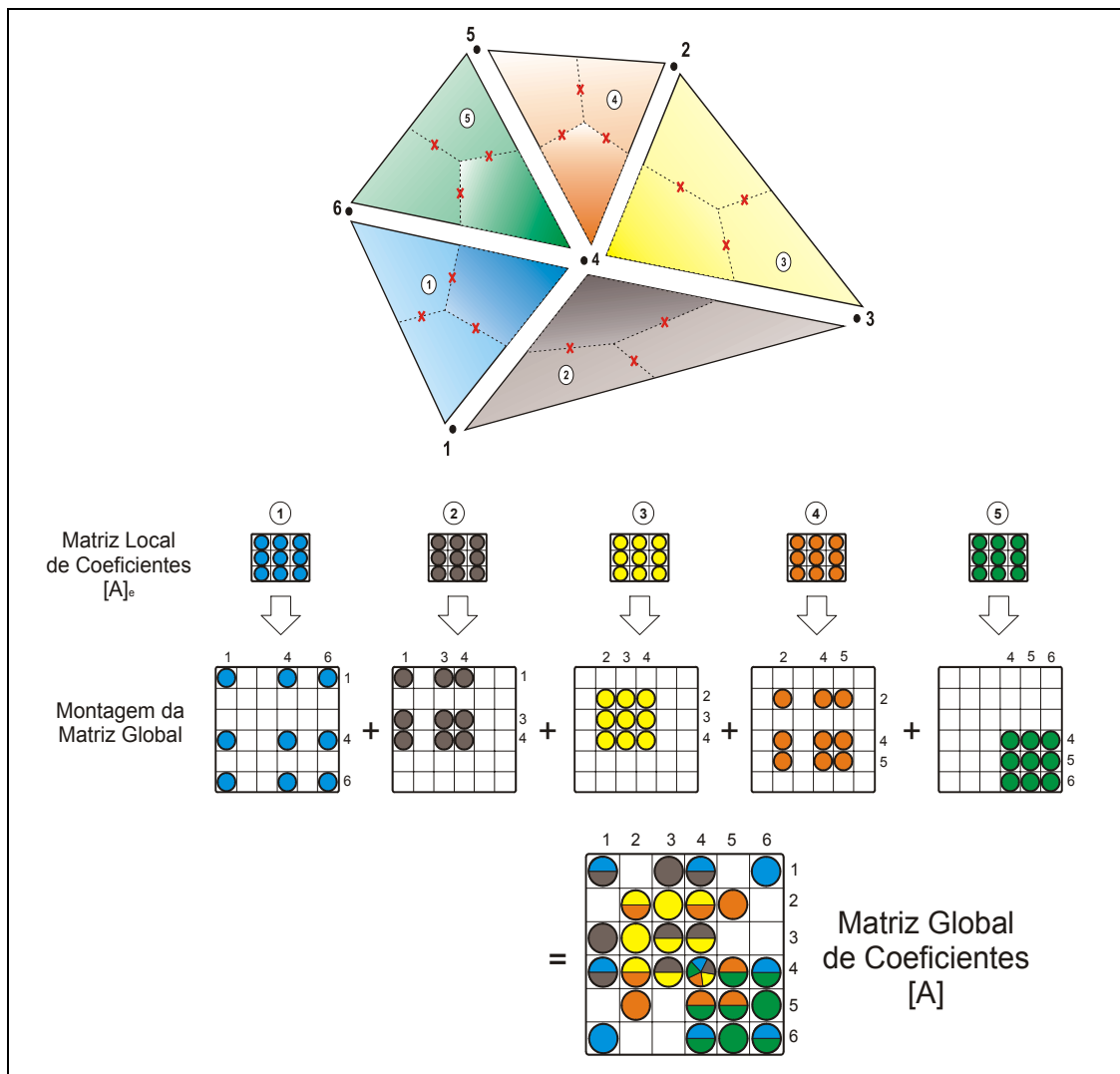


Figura 3.11 - Ilustração do processo de formação da matriz global de coeficientes em esquemas baseados em elementos, como o método EbFVM.

3.6 - Método totalmente implícito de solução do sistema de equações

Usualmente em problemas de escoamento em meios porosos dois métodos de solução das equações são utilizados. O primeiro método, denominado IMPES (*IMplicity Pressure Explicit Saturation*) calcula o campo de pressão implicitamente (através de um sistema linear) e o de saturação explicitamente (atualizado a cada passo de tempo utilizando os valores mais recentes do campo de pressão). Este método, por ser explícito, possui algumas restrições quanto ao passo de tempo utilizado, pois para manter a estabilidade do método este passo de tempo deve ser excessivamente pequeno, principalmente quando as malhas são muito refinadas (Aziz e Settari, 1979).

O segundo método, denominado de método totalmente implícito, é realizado através de métodos do tipo Newton, onde se resolve um sistema linear que permite avançar no tempo sem as excessivas restrições de passo do tempo inerentes ao método IMPES.

Note que para este problema, por se tratar apenas do escoamento monofásico, a matriz de solução do problema obtida é escalar, não se fazendo necessária a solução do escoamento via método de Newton, já que este é utilizado principalmente quando não-linearidades estão presentes. Mas já se pensando em uma futura implementação do modelo bifásico, este método foi utilizado.

No método de Newton as equações são escritas na sua forma residual. Para o caso da equação da conservação da massa do fluido, tem-se

$$R_T = \frac{-\phi\rho\Delta V + (\phi\rho\Delta V)^0}{\Delta t} + \sum_{v \in p} \left[k\lambda (\nabla p \cdot \Delta \vec{S} - \rho g \nabla z \cdot \Delta \vec{S}) \right]_i \quad (3.46)$$

O objetivo deste método é reduzir este resíduo, calculado em cada volume de controle, a um valor suficientemente pequeno em cada intervalo de tempo.

3.6.1 - Sistema linear resultante no método de Newton

Para a obtenção do sistema linear resultante no método de Newton, três passos básicos são necessários:

1. Primeiramente deve-se expandir o resíduo de uma equação em série de Taylor, desprezando os termos de maior ordem

$$R^{v+1} = R^v + \sum \left(\frac{\partial R}{\partial X} \right)^v \Delta X^{v+1} \quad (3.47)$$

2. Como o intuito é zerar o resíduo no final do passo de tempo, o resíduo da iteração $v+1$ é zerado

$$-R^v = \sum \left(\frac{\partial R}{\partial X} \right)^v \Delta X^{v+1} \quad (3.48)$$

3. Deve-se posteriormente aplicar a Eq. (3.48) para todos os volumes de controle, obtendo o seguinte sistema linear

$$[A]\{\Delta X\} = -\{R\} \quad (3.49)$$

onde $[A]$ é a matriz jacobiana.

No sistema monofásico adotado, este sistema matricial tem a forma

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial R_{T_1}}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial R_{T_1}}{\partial p_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial R_{T_n}}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial R_{T_n}}{\partial p_n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta p_1 \\ \vdots \\ \Delta p_n \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} R_{T_1} \\ \vdots \\ R_{T_n} \end{Bmatrix} \quad (3.50)$$

Por isso, o campo de pressão é atualizado a cada iteração na forma

$$\{p\}^{v+1} = \{p\}^v + \{\Delta p\}^{v+1} \quad (3.51)$$

Observe-se que por estarmos resolvendo um sistema com uma única incógnita a matriz resultante será escalar. Para um problema com mais variáveis teríamos uma matriz cujos elementos seriam sub-matrizes.

3.6.2 - Cálculo do vetor de resíduos

Como já comentado, a Eq. (3.24) deve ser representada na forma residual, que na forma discretizada é dada por

$$R_T = \frac{-\phi\rho\Delta V + (\phi\rho\Delta V)^0}{\Delta t} + \sum_{\forall i \in p} \left[\lambda k \nabla p \cdot \Delta \vec{S} - \lambda k \rho g \nabla z \cdot \Delta \vec{S} \right] \quad (3.52)$$

Para facilitar a implementação computacional, a equação residual foi dividida em duas parcelas, uma referente ao termo transiente, ou seja, de acumulação, e o outro referente ao fluxo entre volumes de controle,

$$R_T = R_{acum} + R_{fluxo} \quad (3.53)$$

onde

$$R_{acum} = \frac{-\phi\rho\Delta V + (\phi\rho\Delta V)^0}{\Delta t} \quad (3.54)$$

e

$$R_{fluxo} = \sum_{\forall i \in p} \left[\lambda k \nabla p \cdot \Delta \vec{S} - \lambda k \rho g \nabla z \cdot \Delta \vec{S} \right] \quad (3.55)$$

Ou utilizando a definição da Eq. (3.42) e (3.43), temos

$$R_{fluxo} = \left[\lambda_{up} \left(\{H\}_i^T \{p\} - \{G\}_i^T \right) - \lambda_{up} \left(\{H\}_j^T \{p\} - \{G\}_j^T \right) \right] \quad (3.56)$$

onde $\{H\}_i^T$ e $\{G\}_i^T$ já foram definidos na seção 3.3.3 e os sub-índices i e j são os pontos de integração localizados nas duas faces internas dos sub-volumes de controle. Assim, a

Eq. (3.56) representa a contribuição de um sub-volume de controle para o cálculo do resíduo do termo de fluxo em um volume de controle completo.

3.6.3 - Cálculo das derivadas dos resíduos

As derivadas dos resíduos são necessárias para a montagem da matriz da Eq. (3.50). Por se tratar de um modelo monofásico, as derivadas serão apenas em relação à pressão do fluido (água).

Da mesma forma que os resíduos da equação do escoamento monofásico foram divididos em duas partes, Eq. (3.53), as derivadas também o serão

$$\frac{\partial R_T}{\partial p} = \frac{\partial R_{acum}}{\partial p} + \frac{\partial R_{fluxo}}{\partial p} \quad (3.57)$$

onde

$$\frac{\partial R_{acum}}{\partial p} = -\frac{\rho \Delta V}{\Delta t} \frac{\partial \phi}{\partial p} \quad (3.58)$$

e

$$\frac{\partial R_{fluxo}}{\partial p} = \sum_{\forall i \in p} \left[\lambda k \frac{\partial \nabla p}{\partial p} \cdot \Delta \vec{S} \right] \quad (3.59)$$

Neste trabalho, a porosidade será considerada constante no momento da solução do escoamento, ou seja, a porosidade não depende do valor da pressão, sendo sua derivada igual a zero,

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = 0 \quad (3.60)$$

Devido ao problema ser apenas monofásico e isotérmico, a mobilidade foi considerada constante.

- Derivada do termo de acumulação

A derivada do termo de acumulação em relação à pressão será igual a zero, já que neste trabalho a porosidade não é função da pressão. Sendo assim,

$$\frac{\partial R_{acum}}{\partial p} = 0 \quad (3.61)$$

- Derivada do termo de fluxo

Já a derivada do termo de fluxo em relação à pressão é realizada analiticamente derivando a Eq. (3.56), obtendo-se

$$\frac{\partial R_{fluxo}}{\partial P} = \left[\lambda_{up} \{H\}_i - \lambda_{up} \{H\}_j \right] \quad (3.62)$$

onde todas as variáveis já foram definidas anteriormente.

3.6.4 - Critério de convergência

A solução obtida através do método de Newton para cada ciclo de compactação será considerada convergida quando a máxima variação da pressão entre dois níveis iterativos for menor que um valor estipulado pelo usuário, ou seja,

$$\left| p^{v+1} - p^v \right|_{\max} < \Delta p_{\max}^{user} \quad (3.63)$$

Este critério foi utilizado devido ao fato das variações de pressão ser da mesma ordem na maioria dos problemas analisados. Essas variações são maiores quando elementos com permeabilidade baixa são encontrados. Neste caso, se a variação da pressão perto destes elementos já estiver dentro da tolerância desejada, no restante dos volumes de controle também o estará.

O método de Newton será considerado divergido quando o número de iterações necessárias para a convergência exceder um número máximo estabelecido também pelo usuário, onde o valor padrão é normalmente 10.

3.7 - Avaliação numérica da carga sedimentar

No modelo empregado deve-se calcular a carga de sedimentos em cada nó da malha através da Eq. (2.15), repetida aqui por completeza

$$S = \int_{z_o}^z (\phi \rho_f + (1 - \phi) \rho_s) g dz \quad (3.64)$$

Como se trata de uma integral na direção vertical, ela tem origem no nó em questão, terminando no topo da bacia, como mostrado na Figura 3.12.

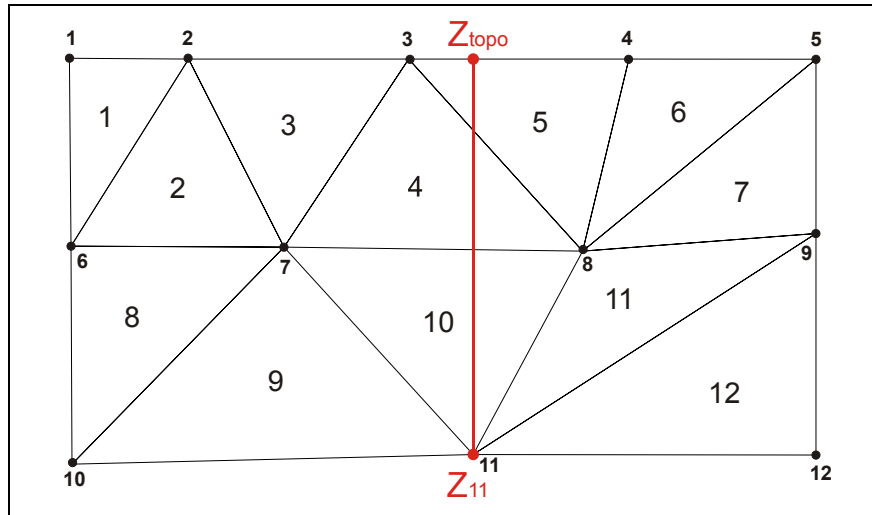


Figura 3.12 - Esquema ilustrando uma linha de integração.

A integral sobre esta linha vertical pode cruzar não apenas os nós da malha, onde as propriedades são armazenadas, mas também arestas (Figura 3.12). Nos casos em que a linha passar pelos nós, o próprio valor da propriedade é utilizado. Já nos casos onde a linha vertical cruza uma aresta, uma interpolação linear entre as propriedades dos nós que formam esta aresta é realizada.

A integral é discretizada para cada nó através de um somatório de todos os elementos intersectados pela linha vertical formada a partir do nó em questão até o topo da bacia,

$$S = \sum_{e_{\text{inter}}} \left[\left(\phi_{\text{inf}} \rho_f + (1 - \phi_{\text{inf}}) \rho_s \frac{\Delta z}{2} \right) + \left(\phi_{\text{sup}} \rho_f + (1 - \phi_{\text{sup}}) \rho_s \frac{\Delta z}{2} \right) \right] \quad (3.65)$$

onde e_{inter} representa todos os elementos intersectados pela linha vertical, Δz representa a distância entre a intersecção da linha vertical da aresta inferior até a intersecção da aresta superior do elemento em questão, ϕ_{inf} representa a porosidade na intersecção inferior do elemento e ϕ_{sup} representa a porosidade na intersecção superior do elemento, como mostrado na Figura 3.13.

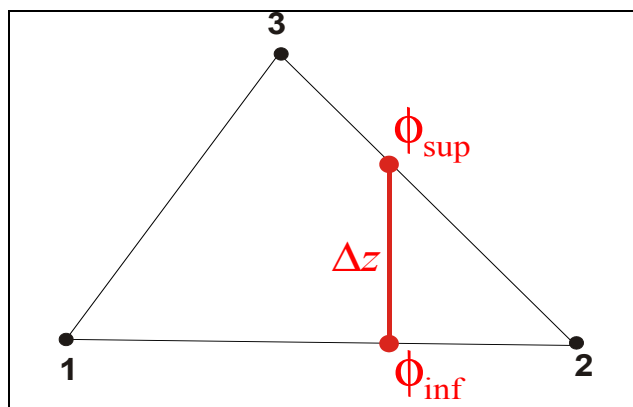


Figura 3.13 - Definição de propriedades e distâncias em um elemento.

Empregando este procedimento, pode-se calcular a carga sedimentar para cada nó da malha computacional.

3.8 - Estrutura da matriz de coeficientes

Nos métodos de volumes finitos tradicionais a discretização de um problema bidimensional com malha estruturada e ordenação em seqüência, utilizando apenas dois pontos para o cálculo dos fluxos nas quatro fronteiras, gera uma matriz pentadiagonal, onde o restante da matriz é preenchida com zeros, como indicado na Figura 3.14.

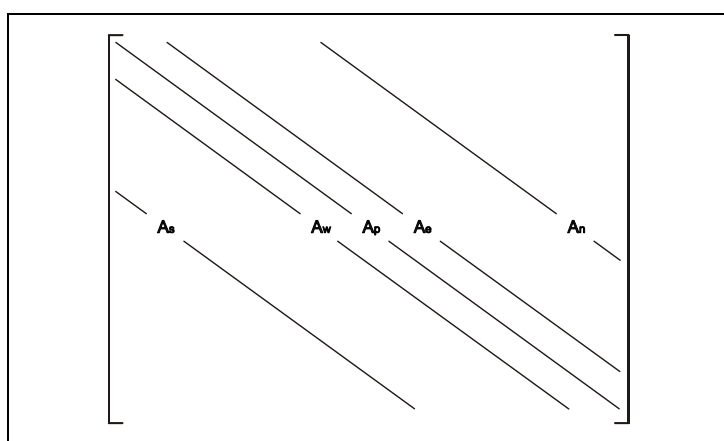


Figura 3.14 - Estrutura da matriz de coeficientes para malhas 2D estruturada com ordenação em seqüência.

Com este tipo de estrutura pode-se desenvolver um solver que trabalhe apenas com as diagonais não nulas (Maliska, 2004). Já no método EbFVM, onde se utiliza malhas não-estruturadas, pode-se ter diferentes números de vizinhos para cada volume, originando matrizes que possuem uma banda diagonal variável.

Outra consideração importante sobre a estrutura da matriz é em relação a sua esparsidade. Matrizes altamente esparsas possuem um alto número de valores nulos. Um

armazenamento de todos os seus coeficientes, sendo grande parte destes nulos, é inviável em termos computacionais. Assim, existem esquemas especiais de tratamento de matrizes esparsas nos quais são armazenados apenas os valores não-nulos da matriz quando se deseja uma solução direta do sistema linear.

A grande desvantagem da utilização de esquemas que armazenam apenas os elementos não-nulos da matriz se dá durante o processo de construção da matriz global, ou seja, quando os elementos são visitados e os valores das matrizes locais são transferidos para a matriz global. A dificuldade encontrada é identificar diretamente qual posição de um coeficiente no vetor de valores armazenados dando apenas seus índices da linha e coluna correspondentes da matriz cheia. No entanto existem bibliotecas numéricas, como a utilizada neste trabalho, denominada COI-lib (www.esss.com.br), que apresentam algoritmos muito eficazes que reduzem consideravelmente o trabalho de pesquisa da posição de um coeficiente no vetor de valores. Esta mesma biblioteca é utilizada para a solução dos sistemas lineares, onde o solver GMRES (Generalized Minimum Residual) é usado.

O código gerado neste trabalho foi desenvolvido na linguagem C++ orientado a objeto utilizando o *software* Microsoft Visual C++ .Net (www.microsoft.com/vstudio). O computador utilizado neste trabalho foi um Pentium 4 3.2 GHz e 2.0 Gb de memória RAM.

CAPÍTULO 4

Implementação computacional

Este capítulo tem por objetivo dar maior clareza aos aspectos computacionais implementados no código criado neste trabalho, mostrando os fluxogramas de como o processo de simulação de bacias acontece.

Sua importância reside no fato de que parte dos objetivos deste trabalho é o estudo de ciclos iterativos mais eficientes. O estudo das alternativas é de grande importância para o tempo de convergência e precisão da solução encontrada. Estes estudos serão apresentados no capítulo referente aos resultados. Assim, este capítulo apenas tem como objetivo demonstrar, de uma maneira geral, como as não-linearidades do problema são tratadas.

4.1 - Visão geral do programa

Nesta seção será mostrado de forma geral o procedimento realizado ao se iniciar o processo de simulação de uma bacia sedimentar. Algumas figuras que são importantes para o entendimento dos processos aqui descritos estão no capítulo 5, onde os resultados são apresentados.

Inicialmente, como aparece na Figura 4.1, a aquisição de dados é realizada. Como não é o objetivo deste capítulo mostrar todos os procedimentos realizados para o processo de simulação de bacias sedimentares, e sim mostrar os procedimentos de maior importância, o único comentário que será feito do módulo “Aquisição de dados” é que este é realizado a partir de leituras de cinco arquivos. O primeiro arquivo, com extensão “.grid”, está relacionado com a malha. O segundo arquivo, com extensão “.fluid”, contém informações do fluido utilizado. O terceiro arquivo, com extensão “.solid”, contém informações dos diferentes materiais utilizados. O quarto arquivo, com extensão “.param”, contém os parâmetros de simulação, como valores de convergência, vetor aceleração da gravidade e outros. Já o quinto arquivo, com extensão “.time”, contém informações dos tempos de deposição e a batimetria de cada nível de tempo.

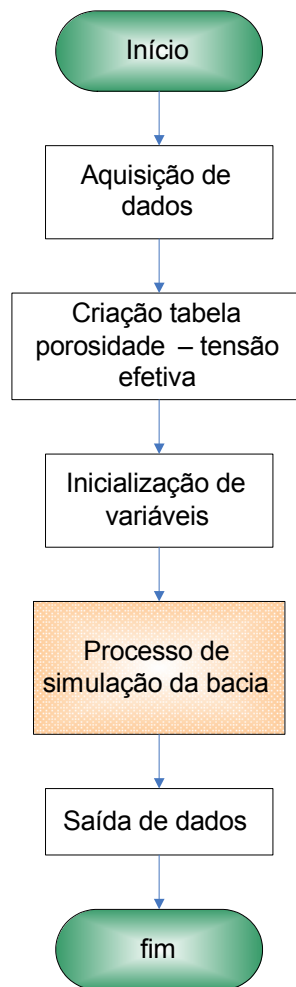


Figura 4.1 - Fluxograma básico do código gerado neste trabalho (Siba).

Já no módulo “Criação tabela porosidade-tensão efetiva”, uma tabela contendo cem pontos com valores de tensões efetivas e as porosidades referentes àquelas tensões é criada para cada material, como já comentado no capítulo 2.

No módulo “Processo de simulação da bacia” é onde realmente a bacia será reconstruída. Por este motivo, este item será estudado na próxima seção.

A saída de dados é realizada por uma função em que exporta os resultados obtidos para um arquivo no formato que possa ser lida no *software* TecPlot (www.tecplot.com). Após o procedimento de saída de dados, a simulação se dá por encerrada.

4.2 - Processo de simulação da bacia

A Figura 4.2 revela o fluxograma do processo de simulação de bacias sedimentares.

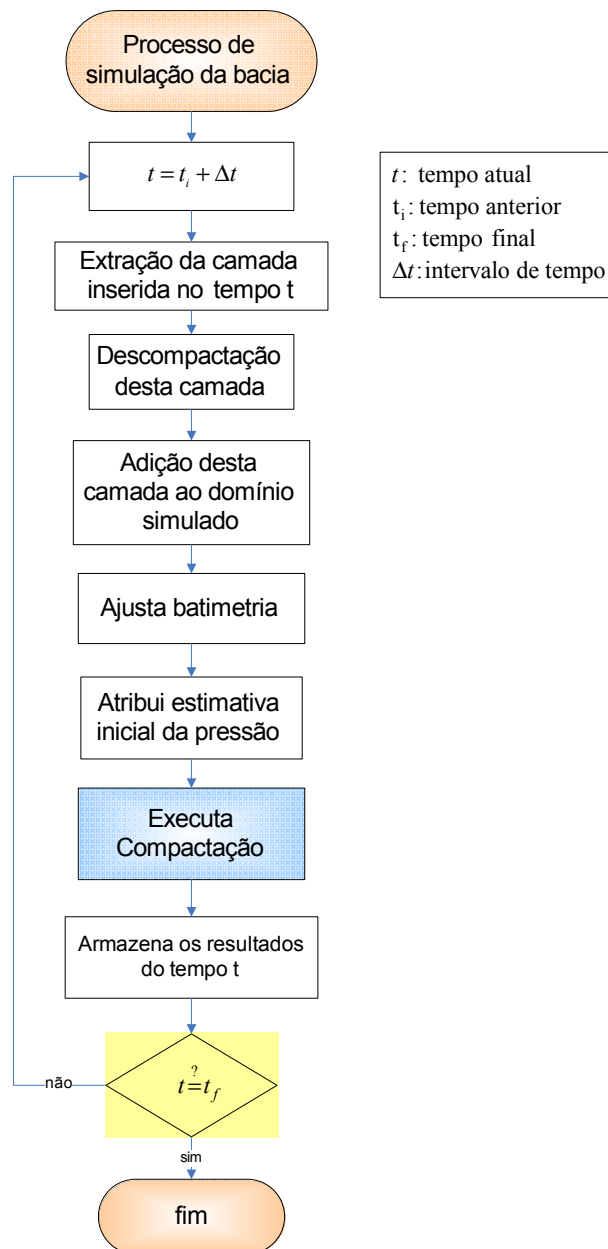


Figura 4.2 - Fluxograma básico do código gerado neste trabalho.

Este processo inicia-se com a extração da camada inserida no primeiro intervalo de deposição. Neste procedimento de extração a malha e todas as propriedades pertencentes a esta camada são extraídas.

Após a extração da camada, a próxima etapa se refere à descompactação desta camada. Neste código apenas a opção de descompactação totalmente expandida foi implementada, utilizando-se a conservação da massa do sólido para o cálculo da posição dos nós após a descompactação.

O próximo procedimento é a adição desta camada ao domínio de simulação. Como a idéia é reproduzir a bacia, é necessário um domínio de simulação onde todas as camadas, da primeira à última, sejam inseridas.

Após a adição da camada, é necessário posicionar o topo desta camada na batimetria da época para que a estimativa inicial da pressão (pressão hidrostática) para cada nó seja calculada. Este procedimento denominado “Ajusta batimetria”, translada os nós do topo para a batimetria da época e, como consequência, todos os nós do domínio de simulação são transladados proporcionalmente.

A próxima etapa, denominada “Atribui estimativa inicial da pressão” atribui a pressão hidrostática para os nós da camada introduzida. Com a introdução da nova camada, as camadas inseridas anteriormente são soterradas, sendo assim necessário um procedimento de compensação da pressão em cada nó. Esta compensação é realizada pela diferença de altura do nó antes e após a inserção da nova camada. Esta variação multiplicada pela densidade e pela gravidade fornece a variação da pressão de cada nó que deve ser corrigida.

A próxima etapa consiste na compactação propriamente dita. Tal procedimento será explicado com maiores detalhes na seção seguinte.

Na continuação, os resultados referentes ao processo de compactação daquele intervalo de deposição são armazenados, para posteriormente serem escritos em um arquivo, como já comentado na seção 4.1.

Neste ponto é verificado se o tempo corrente é igual ao tempo final. Caso não seja, significa que existem mais camadas a serem inseridas. Com isto, o ciclo volta ao ponto do fluxograma onde o tempo é incrementado e uma nova camada é extraída. Caso o tempo corrente seja igual ao final, este ciclo termina.

4.3 - Executa compactação

A Figura 4.3 apresenta o fluxograma do processo de compactação, que nada mais é do que a solução de um sistema linear para a coordenada z onde a conservação da massa do sólido é satisfeita. As condições de contorno para este sistema são os nós do topo da bacia, que devem permanecer na batimetria da época. O primeiro passo deste processo de compactação é extrair as coordenadas dos nós do topo da bacia, que serão utilizadas como condição de contorno na montagem do sistema linear. Este procedimento é realizado por intermédio da função “Extrai batimetria”.

Em seguida o escoamento monofásico é resolvido. A função que resolve este escoamento é denominada “Resolve escoamento” e será apresentada com maiores detalhes na seção 4.4.

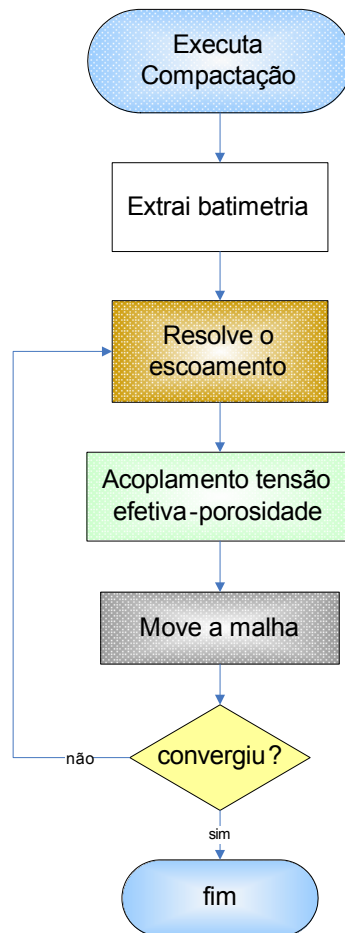


Figura 4.3 - Fluxograma do processo de compactação.

Depois de resolvido o escoamento, um novo campo de pressão está disponível. Então, o próximo passo é resolver o acoplamento entre a tensão efetiva e a porosidade. Este procedimento também será descrito mais à frente, mas, de forma simplificada, é este acoplamento que calcula a nova tensão efetiva utilizando a pressão calculada na função anterior e através da nova tensão efetiva uma nova porosidade para cada sub-volume de controle é obtida.

Com as novas porosidades obtidas pela função “Acoplamento tensão efetiva-porosidade”, consegue-se montar um sistema linear para a coordenada z em que a massa do sólido se conserva. Após a solução deste sistema linear a malha irá se mover, quando então é realizada a comparação das coordenadas z anteriores com as novas, obtendo dessa forma a máxima variação da coordenada z . Caso esta variação esteja dentro da tolerância desejada, o processo de compactação convergiu para aquele tempo, podendo assim voltar

ao ciclo anterior descrito na seção 4.2, onde novas camadas serão introduzidas. Caso contrário, o ciclo volta à função denominada “Resolve o escoamento”, até que o processo convirja para a tolerância de compactação z especificada.

A função “Executa compactação” é considerada a principal função no processo de simulação de bacias sedimentares, pois é nela que o acoplamento pressão, carga sedimentar, porosidade e movimentação da malha é realizado. Note que para a função “Resolve o escoamento” tanto a malha como a porosidade são mantidas constantes, para a função “Acoplamento tensão efetiva-porosidade” a pressão e a malha são mantidas fixas e já para a função “Move a malha” a porosidade e a pressão são mantidas constantes.

4.4 - Solução do escoamento

A Figura 4.4 mostra o fluxograma da solução do escoamento monofásico em um meio poroso.

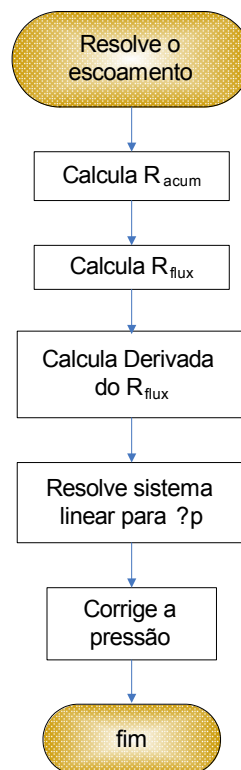


Figura 4.4 - Fluxograma da solução do escoamento.

A solução do escoamento é realizada pelo método de Newton, buscando a redução dos resíduos até um nível pré-determinado. Este fluxograma é bastante intuitivo, pois já foi demonstrado como é calculado cada um destes resíduos na seção 3.4 do capítulo 3. Primeiramente, o resíduo de acumulação é calculado, após esta função o resíduo de fluxo é

calculado. A próxima função executada calcula as derivadas dos resíduos dos termos de fluxo.

Estando todos os resíduos e derivadas calculadas, o sistema linear é montado e resolvido, obtendo como solução a correção da pressão. Como neste trabalho apenas o escoamento monofásico está sendo resolvido e a porosidade está sendo considerada constante para a solução do escoamento, o sistema montado é linear, ou seja, não existem não-linearidades nele, e a convergência da solução pelo método de Newton é dada na primeira iteração, não sendo necessário um processo iterativo para esta função.

4.5 - Acoplamento tensão efetiva-porosidade

A Figura 4.5 contém o fluxograma do acoplamento da tensão efetiva com a porosidade.

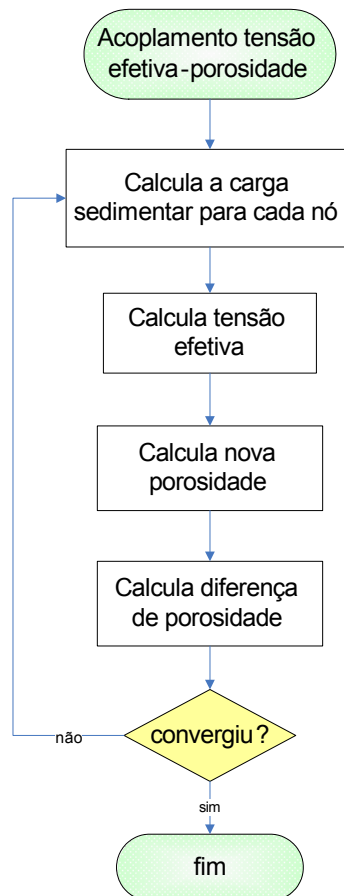


Figura 4.5 - Fluxograma da solução do escoamento.

Para o cálculo da nova porosidade é necessária a tensão efetiva. Para tal é necessário o valor da pressão, calculada através do fluxograma da seção 4.4, e a carga sedimentar. O cálculo da carga sedimentar é feito através da função “Calcula a carga

sedimentar para cada nó”, ou seja, uma integral de linha é realizada calculando o peso de todas as camadas acima deste nó. Após o cálculo da carga a tensão efetiva é calculada, que nada mais é que a diferença entre a carga sedimentar e a pressão, sendo este procedimento realizado na função “Calcula a tensão efetiva”.

No fluxograma da seção 4.1 existe uma função denominada “Criação tabelas porosidade”. Como foi comentado, para cada material é criada uma tabela com porosidades e sua tensão efetiva correspondente. Estas são as tabelas utilizadas neste momento, pois com uma nova tensão efetiva para cada nó, pode-se obter da tabela o valor de uma nova porosidade, realizado na função denominada “Calcula a porosidade”.

Após a obtenção de uma nova porosidade, pela função denominada “Calcula diferença entre porosidades”, é calculada a diferença da porosidade nova com a antiga, onde a máxima diferença calculada deve estar dentro de uma tolerância definida pelo usuário. Caso esteja, este ciclo termina e retorna para o ciclo de onde este foi chamado. Caso a tolerância não seja atingida, o ciclo retorna para a função “Calcula carga sedimentar” e todo o processo é repetido até a convergência ser alcançada.

4.6 - Movimentação da malha

O processo de movimentação da malha é realizado através da solução de um sistema linear onde as coordenadas z de cada nó são as incógnitas deste sistema. Mas devido às não-linearidades do problema, as coordenadas provindas da solução deste sistema devem possuir algum tipo de sub-relaxação para que a convergência seja conseguida. Caso não haja esta sub-relaxação, as variações de z são muito bruscas, principalmente no início da compactação de cada camada, e estas variações bruscas acabam trazendo instabilidades no processo de compactação. O fluxograma do processo de movimentação da malha pode ser visto na Figura 4.6.

Com a nova porosidade, provinda da função “Acoplamento tensão efetiva-porosidade” comentada na seção anterior, a função “Calcula novo volume” calcula o novo volume de cada elemento da malha.

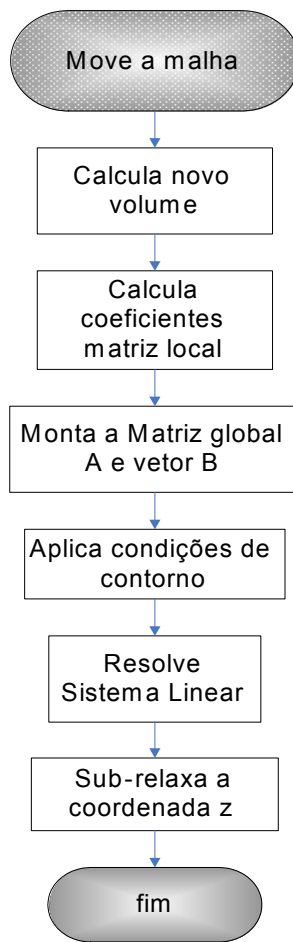


Figura 4.6 - Fluxograma do processo de movimentação da malha.

Posteriormente, os coeficientes da matriz local de cada elemento são calculados via função “Calcula coeficientes da matriz local”. Logo após, é realizada a montagem da matriz global A e do vetor B através da função “Monta matriz global A e vetor B”. A próxima função é chamada “Aplica as condições de contorno” e com isso o sistema é resolvido através da função “Resolve sistema linear”.

Em seguida as novas coordenadas são sub-relaxadas através da equação

$$z = (1 - \alpha) z_{novo} + \alpha z_{antigo} \quad (4.1)$$

sendo z_{novo} as novas coordenadas provindas do sistema linear, z_{antigo} as coordenadas anteriores e α o coeficiente de sub-relaxação, sendo o valor padrão deste coeficiente igual a 0,15. A análise do melhor valor para este coeficiente também fará parte dos estudos realizados neste trabalho, apresentados no capítulo 5.

CAPÍTULO 5

Resultados

Neste capítulo serão apresentados três grupos de resultados. O primeiro grupo é formado pelos exemplos de validação. Os exemplos de validação têm como objetivo comprovar a qualidade dos resultados obtidos com a formulação desenvolvida neste trabalho.

Uma vez demonstrada a eficiência desta formulação, o segundo grupo de exemplos será apresentado. Estes exemplos consistem em bacias hipotéticas com diferentes configurações, que especificam o processo de simulação da formação de bacias sedimentares e as potencialidades do método EbFVM.

O terceiro grupo de resultados diz respeito ao estudo de ciclos iterativos no processo de compactação de bacias sedimentares, em que alguns ciclos originais serão modificados e seus resultados comparados.

As condições de contorno utilizadas nestes problemas resumem-se em fronteiras laterais e inferior impermeáveis. Já na fronteira superior a condição de contorno é definida como fronteira aberta e também a coordenada z de cada nó desta fronteira é definida pela batimetria da época.

As malhas computacionais utilizadas neste trabalho foram criadas a partir do *software* comercial GiD (www.gidhome.com).

A fim de possibilitar que outros autores reproduzam os casos aqui estudados, os parâmetros e propriedades gerais utilizadas para todos os casos simulados serão apresentados na Tabela 5.1. Já os parâmetros e propriedades específicas de cada caso serão apresentados ao longo do texto em tabelas, imediatamente após sua citação.

Tabela 5.1 - Parâmetros e propriedades utilizadas.

Aceleração da gravidade	10 m/s^2
Densidade do fluido (água)	10^3 kg/m^3
Viscosidade do fluido (água)	10^{-3} Pa.s
Tolerância de Δz	10^{-3} m
Tolerância acoplamento $\phi - \sigma$	10^{-6} kPa
Tolerância para o método Newton	1 kPa

5.1 - Validação do modelo

O processo de formação de uma bacia sedimentar é complexo, envolvendo vários fenômenos físicos, por este motivo não se encontra na literatura uma solução analítica com a qual o modelo possa ser comparado e validado. Então, esta sessão será dividida em três sub-seções, onde nas duas primeiras serão realizados testes que demonstrem a consistência dos resultados obtidos. Já a terceira sub-seção irá comparar os resultados obtidos com um *software* de simulação de bacias.

O primeiro teste consiste em validar o modelo de compactação pela comparação da massa total de sólido no início da simulação, após a descompactação e a compactação. Como a equação da conservação da massa do sólido é utilizada neste processo de descompactação e compactação, a massa do sólido antes e após a descompactação e após a compactação deverá ser a mesma. Do ponto de vista físico isso é lógico, mas é importante mencionar que nesta área o método dos elementos finitos é muito empregado, e sabe-se que não satisfaz este requisito do ponto de vista discreto.

Já o segundo teste consiste em validar o escoamento monofásico através de um meio poroso. Como a bacia escolhida possui a mesma área no topo e na base, as velocidades calculadas pelo deslocamento dos nós da superfície inferior, no período total de deposição, devem ser iguais às velocidades do fluido na superfície superior. Sendo assim, pode-se utilizar estas velocidades como parâmetro de validação. O terceiro teste consiste em validar os resultados obtidos com um *software* de simulação de bacias desenvolvido pela Petrobras (SimBR).

5.1.1 - Validação do modelo de compactação

Neste primeiro teste de validação do código, apenas o processo de descompactação e compactação será realizado, ou seja, a equação de Darcy não será resolvida. Sendo assim, a pressão utilizada, em substituição à pressão que seria calculada pela equação de Darcy, será a pressão hidrostática.

A bacia considerada possui uma dimensão de 1000m x 1000m, possuindo apenas uma camada, podendo seu tempo de deposição ser visto na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Tempo de deposição da camada.

Camada 1	10 Ma
----------	-------

A malha computacional utilizada possui 25 nós e 32 elementos, como mostrado na Figura 5.1.

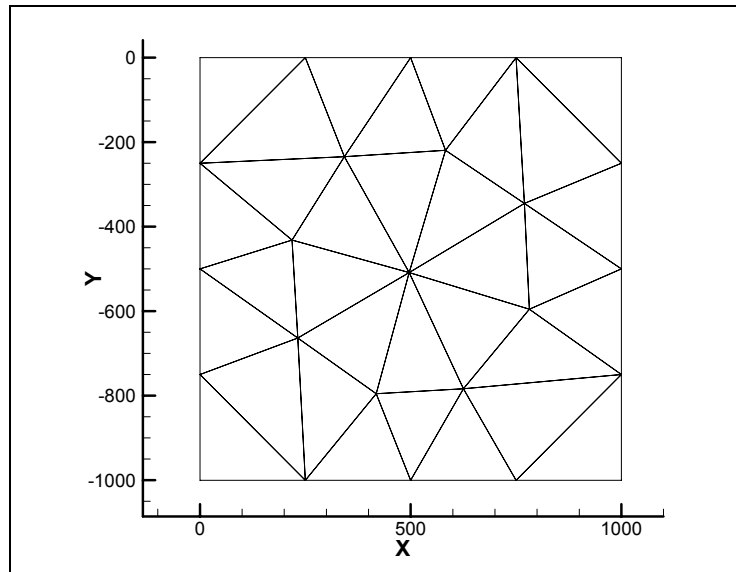


Figura 5.1 - Malha do problema-teste 1.

As propriedades do material utilizado nesta bacia podem ser vistas na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 - Propriedades físicas do material.

Material	Propriedades				
	Porosidade $\phi = Ae^{-Bz}$		Permeabilidade $k = 10^{A\phi+B}$ (m ²)		Densidade do sólido (kg/m ³)
	A	B	A	B	
1	0,5	5e-4	0,0	-16	2400

A malha computacional exibida na Figura 5.1 representa a situação inicial, ou seja, é um dado de entrada do problema. Nesta situação, a bacia encontra-se compactada e em equilíbrio hidrostático, sendo o campo de pressão hidrostático e da porosidade mostrado na Figura 5.2.

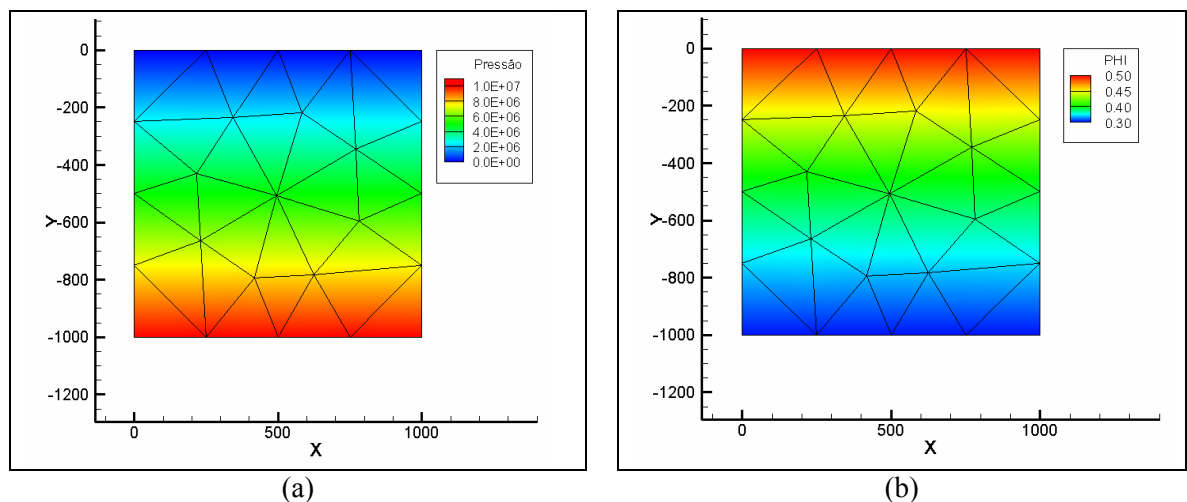


Figura 5.2 - Campo de pressão (a) e porosidade (b) da bacia fornecida pelos dados de entrada.

A idéia deste teste é calcular a massa de sólido desta camada compactada. Em seguida, proceder com a descompactação, utilizando o método totalmente expandido, e recalculer a massa de sólido. A Figura 5.3 representa o campo de pressão hidrostática e da porosidade resultante do processo de descompactação.

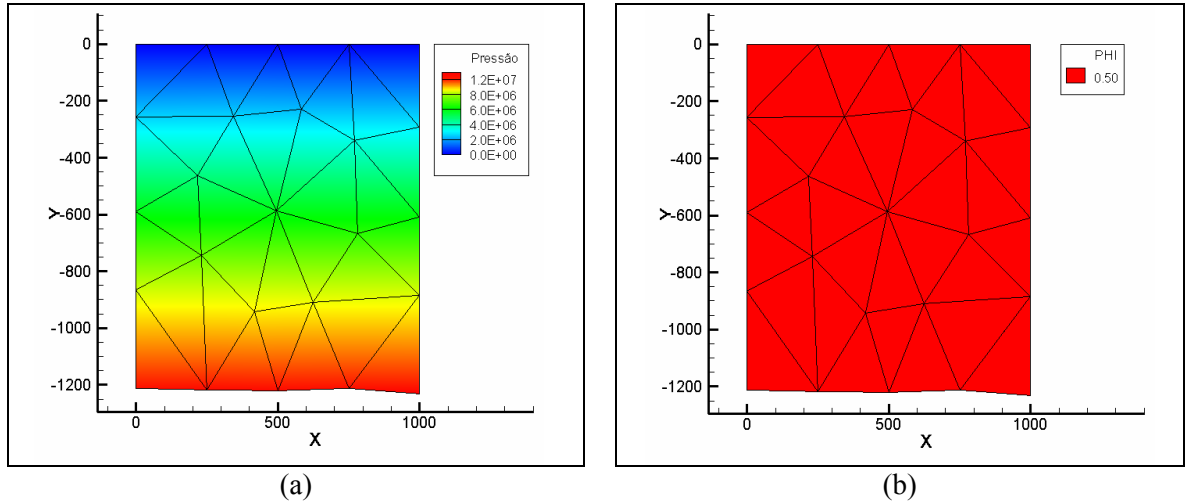


Figura 5.3 - Campo de pressão (a) e porosidade (b) da malha descompactada.

Note que a camada descompactou cerca de 200 metros, isto se deu por consequência do aumento da porosidade, que foi definida constante e igual à porosidade de referência para toda a bacia. Como a porosidade aumentou e a massa do sólido deve ser mantida a mesma, a única maneira disso acontecer é aumentando a espessura da camada.

A próxima etapa consiste em compactar a camada descompactada, sem resolver a equação de Darcy, ou seja, utilizando a pressão hidrostática. Nestas condições, a camada deverá voltar à posição inicial e, conseqüentemente, possuir a mesma massa de sólido inicial.

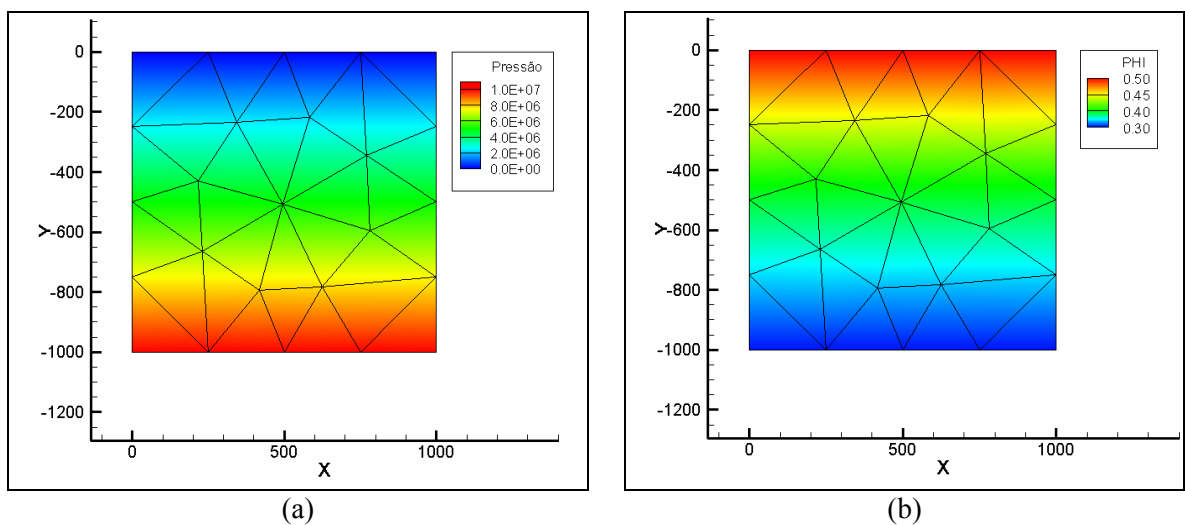


Figura 5.4 - Campo de pressão (a) e porosidade (b) da malha compactada.

A Figura 5.4 mostra o campo de pressão e porosidade da camada após ser compactada. Como a equação utilizada tanto para a descompactação como para a compactação é a equação da conservação da massa do sólido, a massa de sólido inicial e as massas calculadas pós a descompactação e compactação devem ser as mesmas. A Tabela 5.4 demonstra a massa de sólido inicial, após a descompactação e depois da compactação.

Tabela 5.4 - Massa total de sólido.

Massa inicial	$1,45426 \times 10^9$ kg
Massa após a descompactação	$1,45426 \times 10^9$ kg
Massa após a compactação	$1,45426 \times 10^9$ kg

Com estes dados, podemos constatar que o método proposto cumpre seu trabalho de conservar a massa do sólido utilizando malhas não-estruturadas. Mais uma vez vale comentar que estes resultados parecem triviais, mas deve ser lembrado novamente que mostram a característica conservativa do método, na maioria das vezes não observada. Quando problemas 3D são resolvidos esta característica se torna ainda mais importante.

5.1.2 - Validação do escoamento monofásico

O problema-teste criado para validar o escoamento monofásico consiste na mesma bacia simulada anteriormente, mas agora com uma malha diferente, contendo 97 nós e 148 elementos, como pode ser visto na Figura 5.5.

Os dados necessários para simular este problema-teste são os mesmos utilizados no problema-teste anterior.

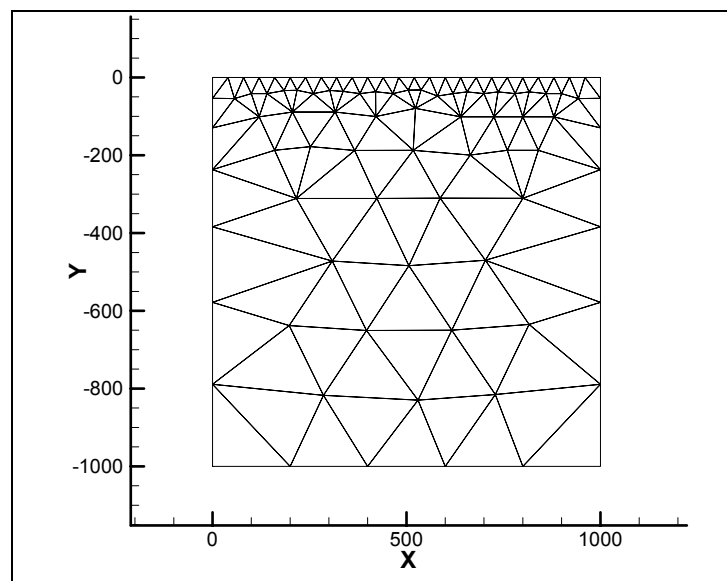


Figura 5.5 - Malha do problema-teste 2.

A malha da Figura 5.5 possui um refinamento na parte superior, pois o objetivo deste teste é calcular a velocidade do fluido, a partir da equação de Darcy, no topo da bacia, e como esta velocidade é dada pelo gradiente da pressão, ela é calculada no elemento. Então, quanto menor for o elemento no topo da bacia melhor a representação da velocidade do fluido que está saindo nesta superfície.

A idéia deste teste consiste em simular numericamente esta bacia, e após a descompactação, a espessura da camada a ser compactada é conhecida, ou seja, sabe-se o quanto esta camada irá compactar. Também é conhecido o tempo, em milhões de anos, que esta camada levou para compactar. Com estas duas informações pode-se calcular a velocidade de movimentação dos nós na base da bacia. Sabendo-se que a área superior e inferior são as mesmas, estas velocidades devem ser as mesmas do fluido no topo da bacia, já que a água expulsa do meio poroso é proporcional à diminuição do poro da bacia sedimentar.

Na Figura 5.6 (a) pode-se ver a malha após o processo de descompactação, e à direita pode-se ver a malha após o processo de compactação. O nó que será utilizado como referência é o localizado no canto direito da superfície inferior, e o valor da coordenada z deste nó pode ser visualizada nesta figura.

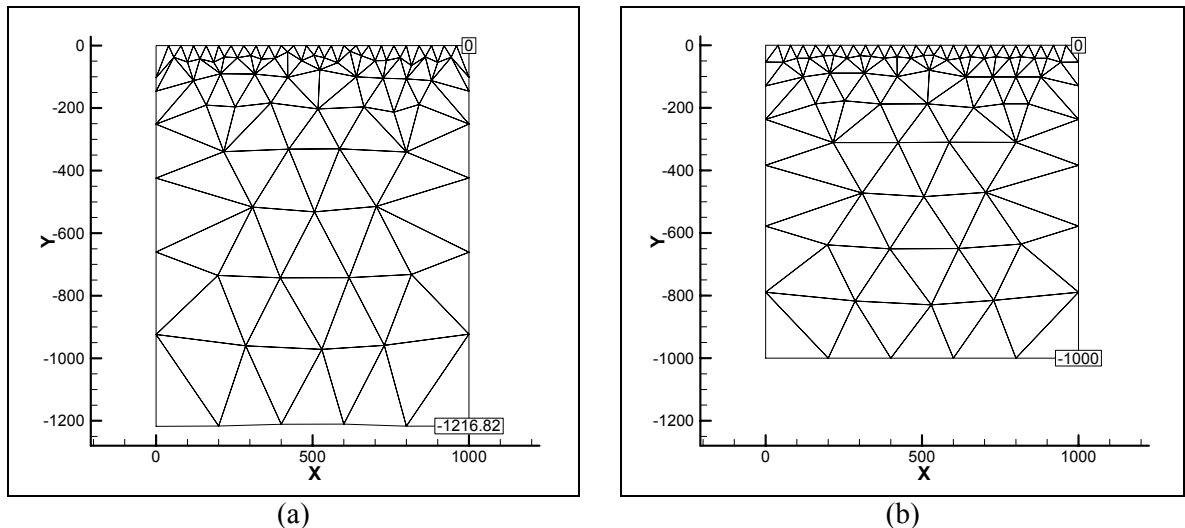


Figura 5.6 - Malha antes (a) e após (b) do processo de compactação com a coordenada z do nó do lado direito da superfície inferior em destaque.

A partir dos dados contidos na Tabela 5.2, referente ao tempo de deposição, e pelas coordenadas do nó destacado na base direita da Figura 5.6 (a) e (b), pode-se concluir que a velocidade de movimentação deste nó é dada por,

$$v_{nó} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{216,82}{10000} = 0,021682 \text{ m/Kanos} \quad (5.1)$$

A Figura 5.7 mostra uma ampliação do canto direito da superfície superior da bacia simulada, onde o campo de velocidade é mostrado.

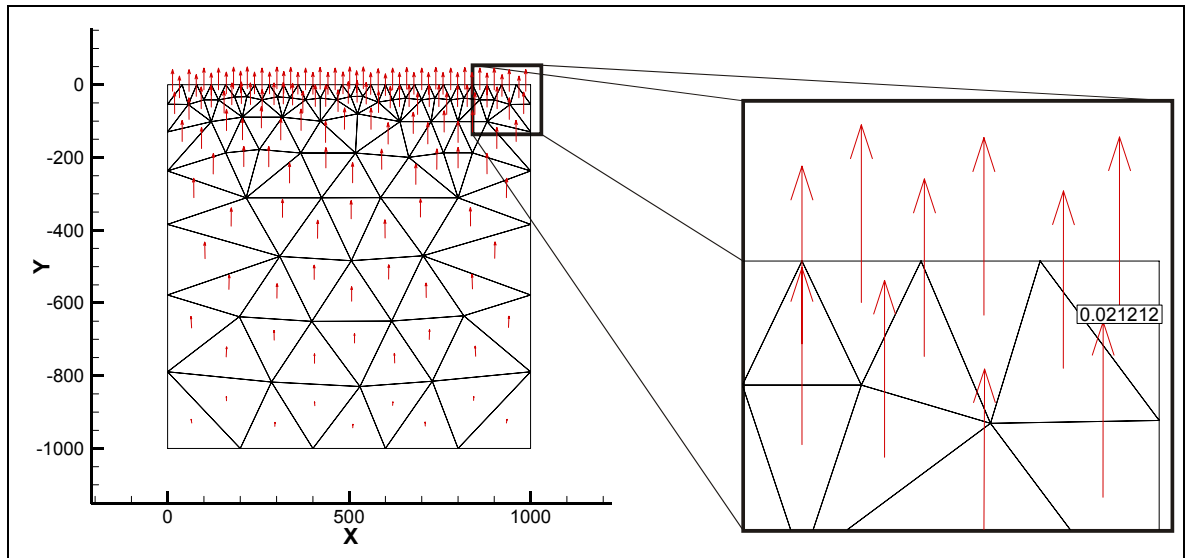


Figura 5.7 - Zoom do campo de velocidade na superfície superior.

Note que o campo de velocidade mostrado na Figura 5.7, à esquerda, é fisicamente coerente, já que as maiores velocidades estão na superfície superior. Como todas as outras fronteiras são impermeáveis, toda a água expulsa deve passar pela superfície superior.

É interessante observar que na Figura 5.7, à direita, o módulo da velocidade de um dos elementos é mostrada. Comparando este valor com o valor calculado na Eq. (5.1) nota-se que estas não são idênticas, mas são próximas. Como comentado anteriormente, isso se deve ao fato de que a velocidade necessária para a comparação seria a velocidade na superfície superior, mas como a velocidade é calculada no elemento, isso fica impossível. Por isso, foi necessário um refino localizado nesta região, e, mesmo assim, não foi possível representar a velocidade exatamente na superfície.

Caso um refino maior fosse aplicado nesta superfície superior, o valor da velocidade se aproximaria ainda mais do valor do nó calculado, mas, devido à proximidade dos valores destes resultados, não se faz necessário um maior refinamento de malhas.

5.1.3 - Validação do modelo com um *software* de simulação de bacias

Com o intuito de demonstrar a confiabilidade dos resultados obtidos no código criado neste trabalho, um problema-teste foi elaborado para permitir a comparação dos resultados deste estudo com os obtidos num *software* desenvolvido pela Petrobras,

denominado SimBR, que emprega malhas não-estruturadas, sendo possível, portanto, usar a mesma malha nos dois *softwares*. Esta comparação só foi possível devido à colaboração da Petrobras que gentilmente disponibilizou o *software* para esta simulação.

Apesar de existirem outros *softwares* comerciais de simulação de bacias sedimentares, tais como o Petromod (www.ies.de) e Temis (www.ifp.fr), nenhum desses citados utiliza malhas não-estruturadas, ficando difícil a realização de uma comparação quantitativa, já que não seria possível utilizar a mesma malha. Mas, para uma comparação qualitativa, o mesmo problema, com uma malha diferente, foi simulado no Petromod e os resultados comparados.

Inicialmente pensou-se reproduzir o mesmo problema-teste usado na seção 4.1.1, mas desta vez utilizando a equação de Darcy para o cálculo da pressão, comparando os resultados com os obtidos no SimBR. Mas, devido à simplicidade daquele problema-teste, onde a bacia possui apenas uma camada, decidiu-se que um problema mais elaborado seria construído.

Como o intuito da simulação de bacias sedimentares é a descoberta de regiões potencialmente retentoras de petróleo, os reservatórios, e para tanto é necessária, como comentado no capítulo 1, uma rocha selante, nada seria mais coerente do que criar um problema-teste cuja geometria da bacia tenha uma rocha com esta característica impermeável, ou seja, selante. Com isso poder-se-ia observar a acumulação de hidrocarbonetos nesta região. Mas como este trabalho só resolve o escoamento monofásico, os resultados obtidos mostram apenas as velocidades referentes à movimentação da água nesta região. Este problema também foi elaborado dentro dos desenvolvimentos do SimBR, da Petrobras, e é usado frequentemente como problema-teste.

A geometria criada consiste em uma bacia com dez camadas, possuindo 556 nós e 1029 elementos, conforme consta na Figura 5.8.

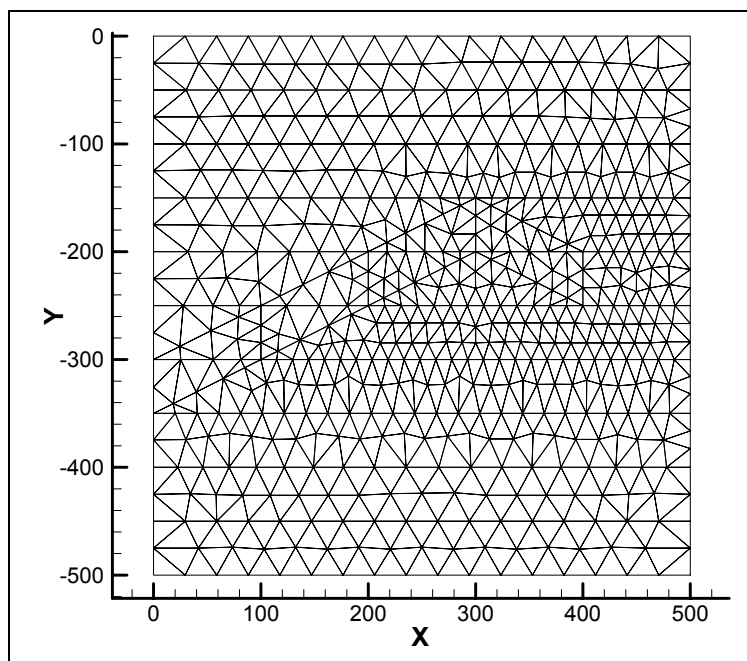


Figura 5.8 - Malha utilizada neste problema-teste.

Os materiais utilizados neste problema podem ser vistos na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 - Propriedades físicas dos materiais.

Materiais	Propriedades				
	Porosidade $\phi = Ae^{-Bz}$		Permeabilidade $k = 10^{A\phi+B}$ (m ²)		Densidade do sólido (kg/m ³)
	A	B	A	B	
1	0,5	$5,0 \times 10^{-4}$	0,5	-16	2400
2	0,05	$5,0 \times 10^{-9}$	0,0	-25	2400

A Figura 5.9 (a) aponta como foram definidos os materiais nos elementos da malha. A definição do material 2, com baixa permeabilidade, nos elementos da malha computacional teve como intuito bloquear a passagem de água através destes elementos.

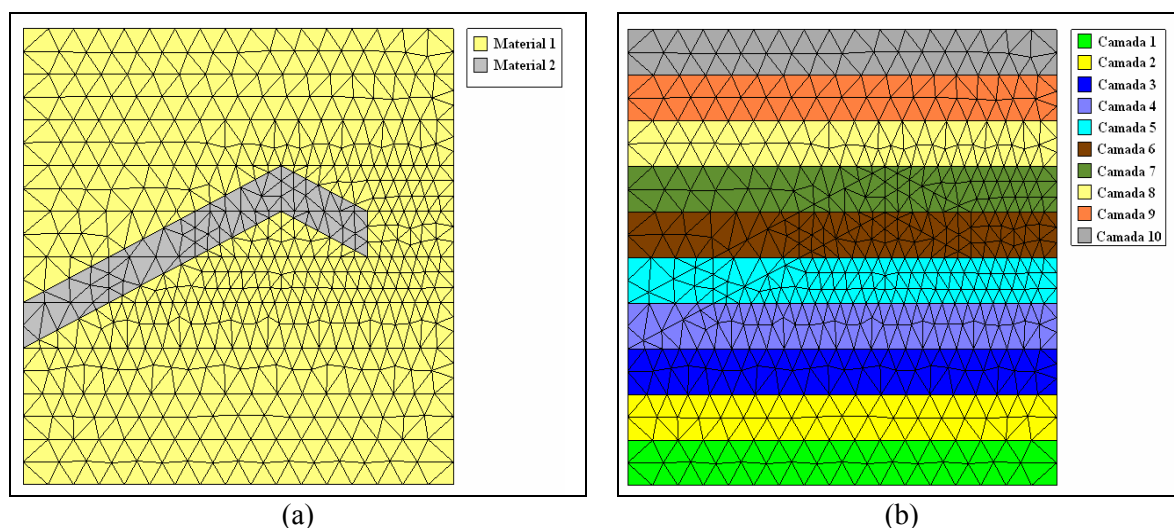


Figura 5.9 - Especificação dos materiais (a) e camadas (b).

Já a Figura 5.9 (b) traz a definição de cada camada, sendo que o tempo de deposição para todas as camadas pode ser observado na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 - Tempo de deposição das camadas.
Para todas as camadas 5 Ma

A Figura 5.10 e Figura 5.11 mostram o campo de velocidade da água obtido com o *software* Petromod, mas, como já comentado, serve apenas de comparação qualitativa. É importante notar que neste *software*, para representar adequadamente a geometria, foi necessário um refino local de uma grande parte da malha, como indica a Figura 5.11. Isso se deve ao emprego de malhas estruturadas, o que demanda refinar regiões sem necessidade, quando se quer apenas representar melhor o escoamento em uma parte pequena do domínio.

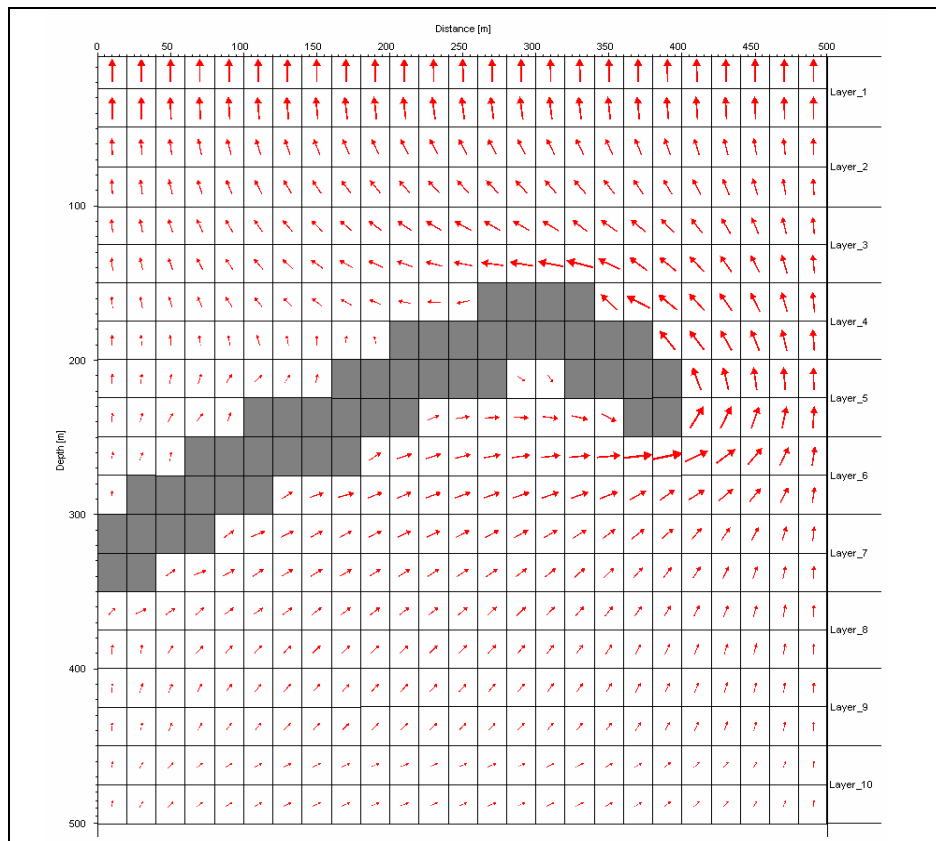


Figura 5.10 - Resultado obtido com o *software* Petromod, sem refino local.

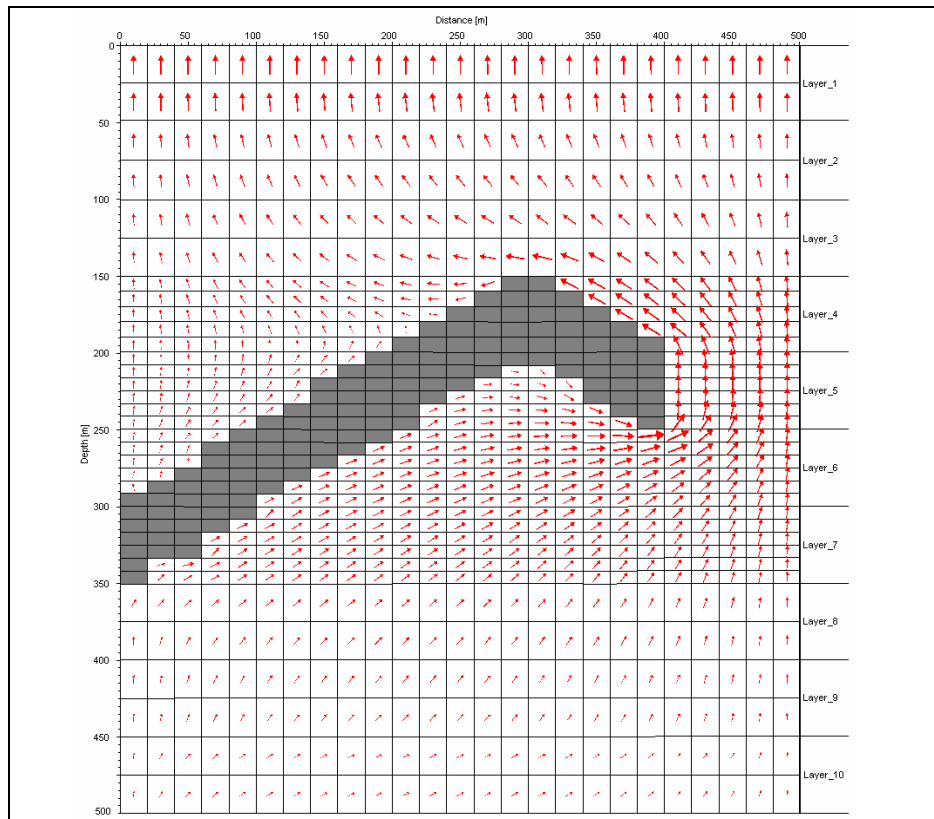


Figura 5.11 - Resultado obtido com o *software* Petromod, com refino na região da camada selante.

A Figura 5.12 e Figura 5.13 ilustram o campo de velocidades obtido com o *software* desenvolvido neste trabalho e pelo SimBR, respectivamente.

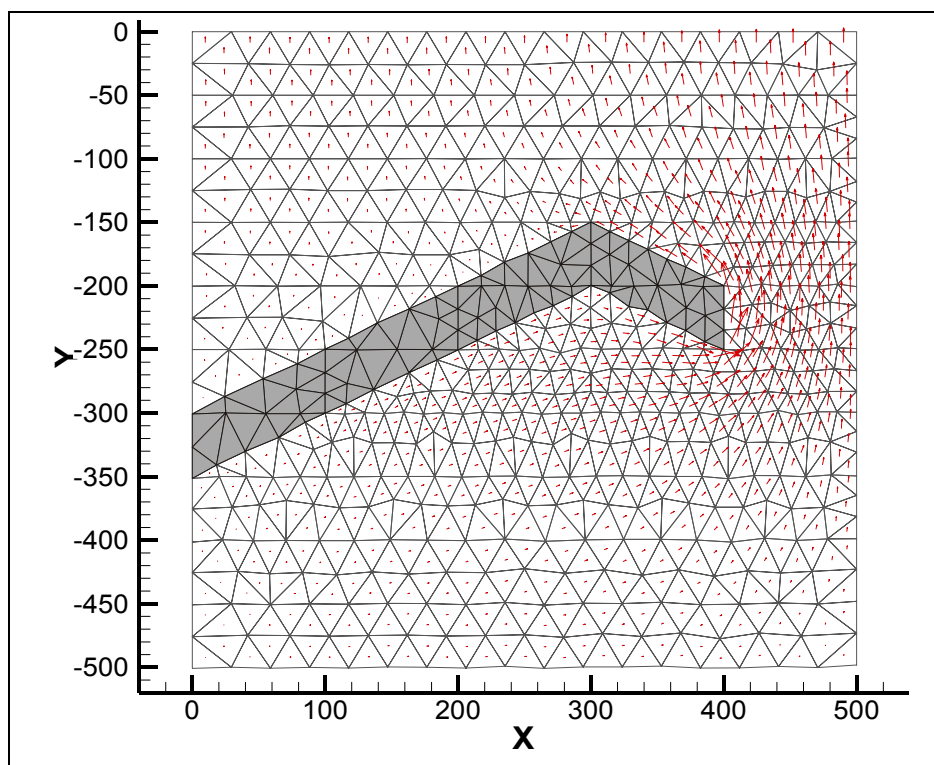


Figura 5.12 - Resultado obtido com o código desenvolvido neste trabalho.

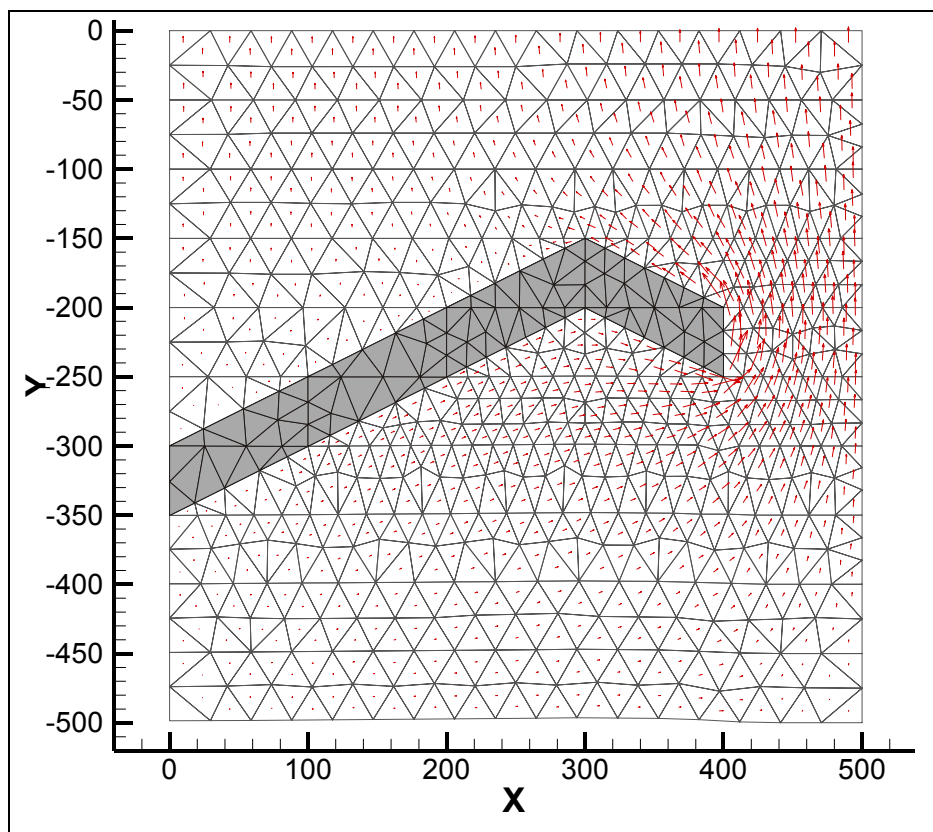


Figura 5.13 - Resultado obtido com o *software* SimBR.

Com a existência de uma rocha impermeável, definida pelos elementos especificados com o material 2, o escoamento desvia desta rocha. Assim, pode-se observar um maior fluxo mássico na região onde a rocha impermeável termina, pois toda a água expulsa abaixo desta rocha precisa sair por esta região. Por este motivo, esta região foi selecionada, como pode ser observado na Figura 5.14 e ampliada.

A ampliação foi realizada para os resultados obtidos com o código deste trabalho, Figura 5.15, e com o *software* SimBR, Figura 5.16. Comparando a Figura 5.15 com a Figura 5.16, pode-se notar que a direção e o sentido dos vetores nesta região são bastante parecidos.

Também comparando as malhas resultantes do processo de simulação (Figura 5.12 e Figura 5.13) com a malha original fornecida como dado de entrada (Figura 5.8), pode-se notar que a malha obtida com o código desenvolvido neste trabalho se encontra mais distorcida, já a malha obtida através do *software* SimBR é mais próxima da original. Isso se deve ao fato de que no código desenvolvido neste trabalho um sistema linear é montado para as coordenadas z dos nós em que a massa de cada volume de controle se conserve, sem forçar o retorno do nó na mesma posição inicial.

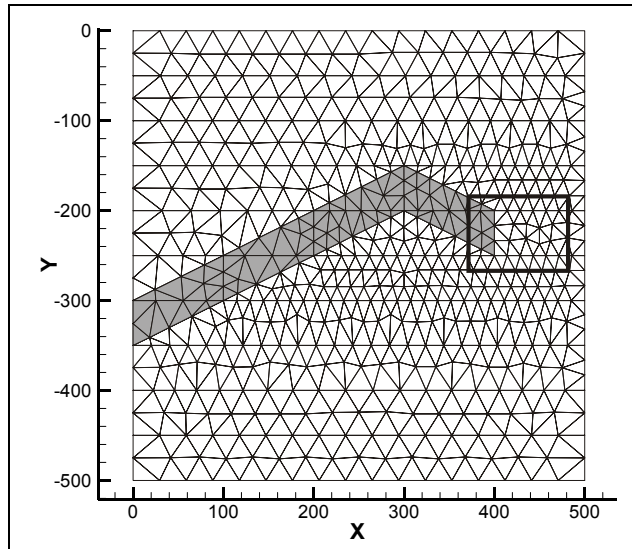


Figura 5.14 - Destaque na região onde será ampliada.

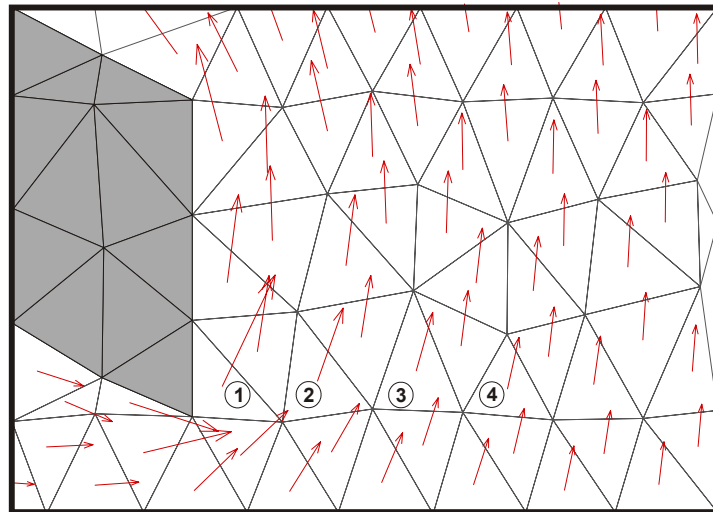


Figura 5.15 - Ampliação da região obtida com o código desenvolvido neste trabalho (Siba).

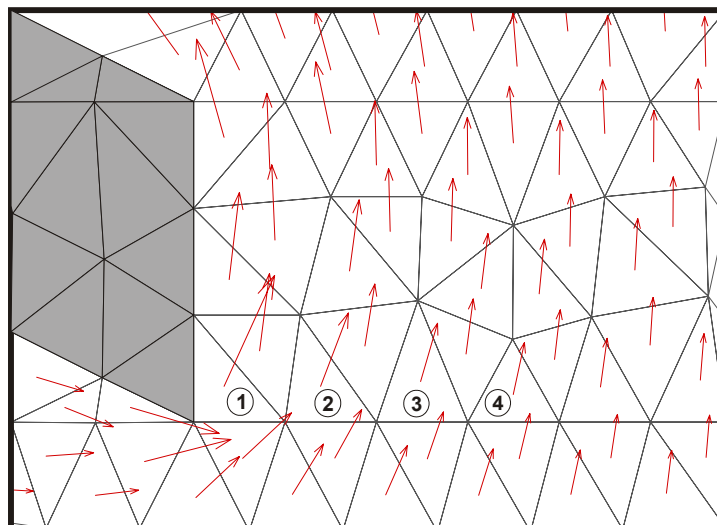


Figura 5.16 - Ampliação da região obtida com o *software* SimBR.

A Tabela 5.7 apresenta a magnitude das velocidades em alguns elementos escolhidos arbitrariamente, atestando que as diferenças são bem pequenas, mostrando que o escoamento monofásico está bem resolvido.

Tabela 5.7 - Comparação das velocidades obtidas com o SimBR e Siba.

Elemento	Veloc. Siba (m/kanos)	Veloc. SimBR (m/kanos)	Diferença (%)
1	$7,60 \times 10^{-3}$	$7,80 \times 10^{-3}$	2,5
2	$4,90 \times 10^{-3}$	$4,89 \times 10^{-3}$	0,2
3	$3,79 \times 10^{-3}$	$3,83 \times 10^{-3}$	1,0
4	$3,31 \times 10^{-3}$	$3,33 \times 10^{-3}$	0,6

Outra comparação realizada diz respeito ao tamanho final da bacia simulada. Como a bacia possui uma dimensão máxima de 500 metros na direção z, e os nós superiores da bacia possuem uma coordenada z igual a zero, espera-se que os nós inferiores da bacia após a simulação estejam em torno de -500 metros.

A Figura 5.17 especifica uma seção ampliada da superfície inferior da bacia, onde os nós pertencentes a esta superfície foram numerados.

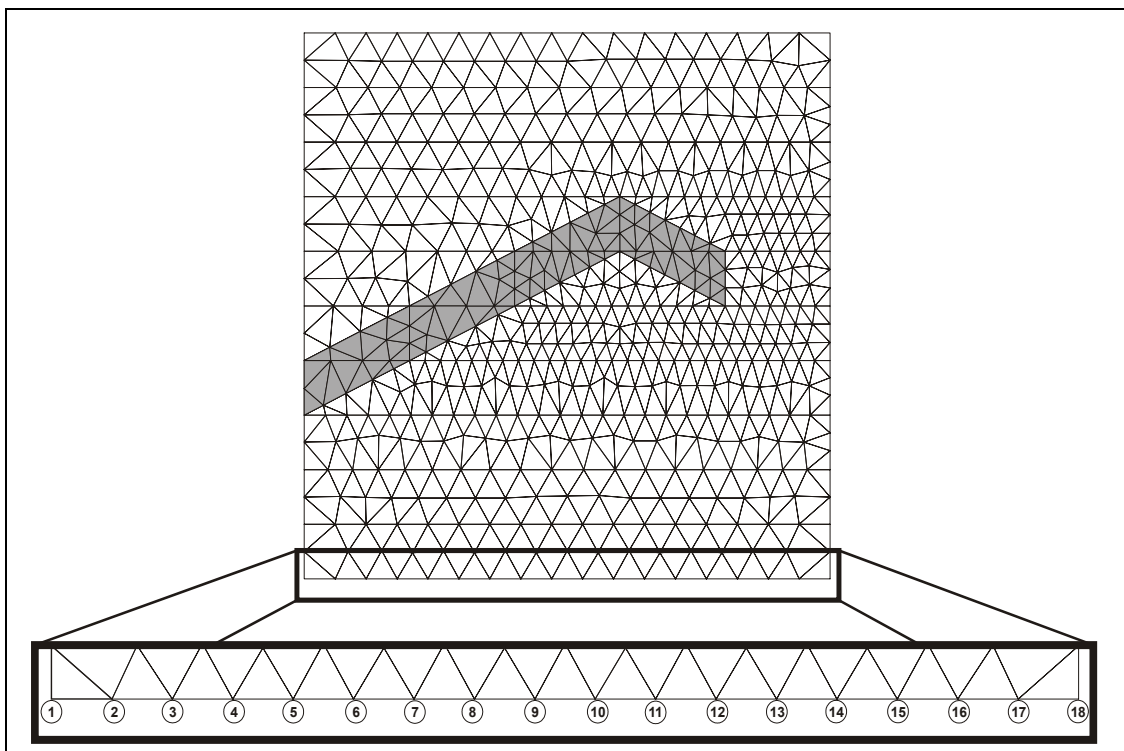


Figura 5.17 - Destaque dos dezoito nós da superfície inferior.

A Tabela 5.8 retrata as coordenadas z dos nós obtidos ao término do processo de simulação de bacias sedimentares, juntamente com as médias aritméticas destes nós.

Tabela 5.8 - Coordenadas z dos nós obtidas pelo *software* SimBR e Siba.

Nº nó	Coordenada z (SimBR, Petrobras)	Coordenada z (este trabalho)
1	-498,5957	-500,8270
2	-498,3943	-499,9230
3	-498,2134	-500,6910
4	-498,0256	-500,1110
5	-497,8155	-500,4810
6	-497,5626	-499,6230
7	-497,3483	-499,9720
8	-497,1209	-500,5230
9	-496,8657	-499,1900
10	-496,6093	-500,8610
11	-496,3242	-499,7000
12	-496,5221	-499,6810
13	-496,7587	-499,0460
14	-497,7349	-500,5580
15	-499,3492	-500,4190
16	-499,9213	-499,3080
17	-499,9193	-500,1780
18	-499,9209	-498,1750
Média	-497,9445	-499,9593

Observando a Tabela 5.8 pode-se notar que o *software* desenvolvido neste trabalho, denominado Siba, obteve uma média de todos os nós mais próxima do valor verdadeiro (-500 metros). Além disso, também obteve a menor diferença entre os valores destes nós com os valores tomados como verdadeiros. O Siba apresentou uma máxima diferença no nó número 18 de 1,825 m. Já o SimBR obteve uma máxima diferença no nó 11 de 3,68 m.

Apesar deste autor não possuir muitas informações sobre o *software* SimBR, acredita-se que esta diferença esteja relacionada com a maneira como as camadas são descompactadas e compactadas. O SimBR utiliza uma integral na direção vertical para o cálculo da descompactação e compactação. Desta maneira não se garante que a massa do sólido se conserve. Já o Siba, como comentado anteriormente, utiliza a equação da conservação da massa do sólido na sua forma conservativa, tanto para a descompactação como para a compactação, garantindo, assim, a mesma massa de sólido antes e após a simulação.

Com este problema-teste e com os outros dois realizados nas seções 5.1.1 e 5.1.2, conclui-se que o EbFVM, utilizado neste trabalho, obtém resultados fisicamente coerentes fazendo uso de malhas não-estruturadas de elementos triangulares.

5.2 - Resultados de problemas específicos

Nesta seção algumas bacias hipotéticas foram criadas e simuladas com o intuito de mostrar as potencialidades do Método de Volumes Finitos Baseado em Elementos. O primeiro caso, mostrado na seção 4.2.1, tem como intuito demonstrar passo a passo como o processo de simulação de bacias sedimentares acontece.

Já o segundo caso, mostrado na seção 4.2.2, tem como propósito demonstrar o comportamento do escoamento de fluido quando elementos com permeabilidade muito baixa são introduzidos na bacia.

O terceiro caso tenta reproduzir um caso real com uma geometria complexa, demonstrando a vantagem da utilização de malhas não-estruturadas.

5.2.1 - Bacia hipotética com duas camadas

Primeiramente uma bacia hipotética com apenas duas camadas será apresentada. Nesta bacia será mostrado passo a passo todo o processo da simulação de bacias sedimentares, contendo todos os cálculos realizados em sua seqüência lógica.

A bacia em consideração possui uma dimensão de 500m x 300m, possuindo duas camadas que foram depositadas em tempos geológicos diferentes, conforme Tabela 5.9.

Tabela 5.9 - Tempos de deposição.

Camada 1	10 Ma
Camada 2	30 Ma

A malha computacional é constituída por 111 nós e 188 elementos, como pode ser observado na Figura 5.18.

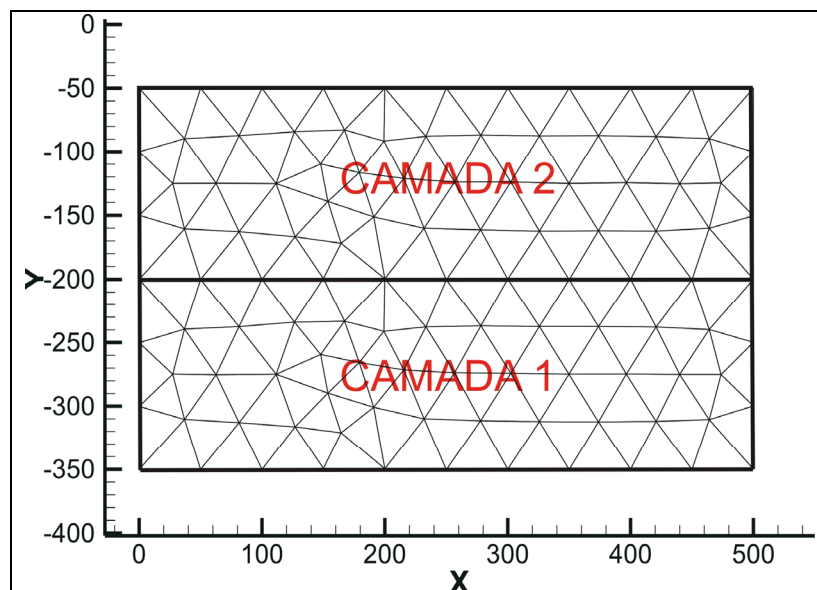


Figura 5.18 - Malha utilizada destacando as duas camadas presentes.

A definição da quantidade de camadas e onde ocorre a transição de uma a outra é um dado de entrada fornecido por geólogos, e normalmente cada camada possui características de sedimentos diferentes. Neste caso, cada camada é representada por um material, sendo denominados material 1 todos os elementos pertencentes à camada 1 e material 2 os pertencentes à camada 2. As propriedades destes materiais constam na Tabela 5.10.

Tabela 5.10 - Propriedades físicas dos materiais.

Materiais	Propriedades				
	Porosidade $\phi = Ae^{-Bz}$		Permeabilidade $k = 10^{A\phi+B}$ (m ²)		Densidade do sólido (kg/m ³)
	A	B	A	B	
1	0,5	$5,0 \times 10^{-4}$	0,0	-14	2400
2	0,45	$5,0 \times 10^{-4}$	0,2	-15	2600

Antes de iniciar o processo de simulação de uma bacia sedimentar, é necessário definir alguns conceitos para que fique mais claro como o processo de simulação de bacias sedimentares acontece. Será denominada bacia sedimentar inicial aquela fornecida pelos dados de entrada. É desta bacia que as camadas serão extraídas, uma-a-uma, e descompactadas para que sejam introduzidas na bacia sedimentar que está sendo simulada, denominada bacia sedimentar atual.

Após estas definições, pode-se começar com o processo de simulação de bacias sedimentares.

O processo de simulação inicia-se com a extração da primeira camada da bacia inicial, como ilustra a Figura 5.19.

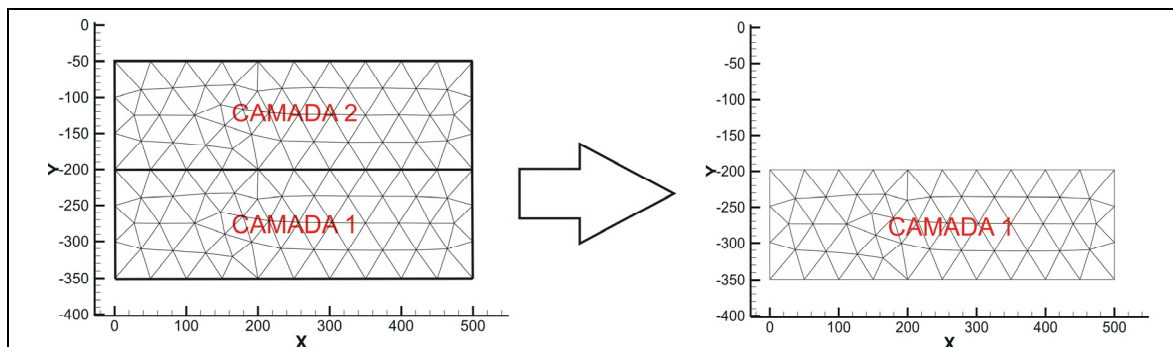


Figura 5.19 - Extração da camada 1 da bacia inicial.

A extração da camada não se resume apenas à extração da malha, mas também de algumas propriedades como porosidade e permeabilidade. Após a extração da camada 1, é necessário realizar a sua descompactação. Para tanto utiliza-se o método “totalmente expandido”, já comentado anteriormente, ou seja, o campo de porosidade é constante e igual à porosidade de referência (definida pelo valor da letra A da equação de Athy). A Figura 5.20 retrata a malha computacional da camada 1 antes e após a descompactação.

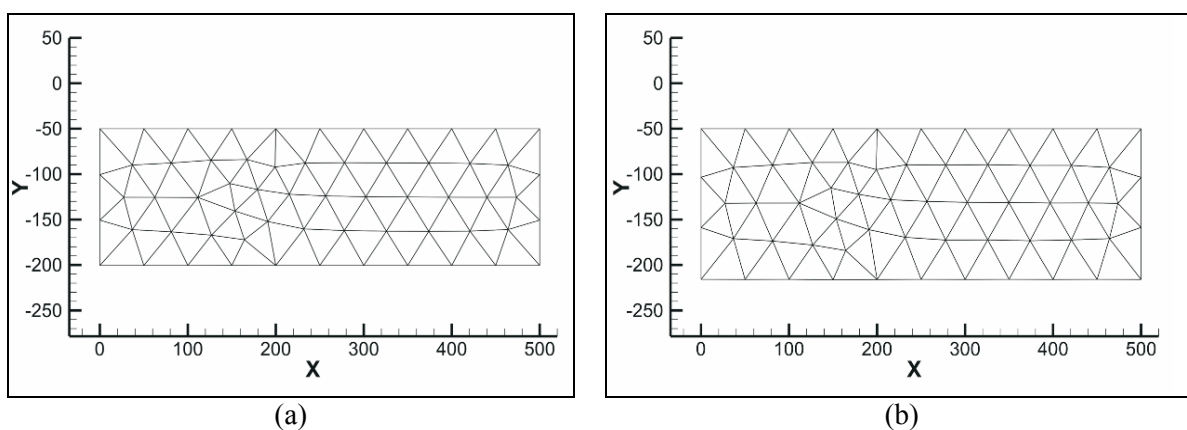


Figura 5.20 - Malha da camada 1 compactada (a) e após a descompactação (b).

Na seqüência, a camada descompactada é inserida na bacia atual, sendo seu topo colocado na batimetria da época, neste caso definida a um nível de 50 metros abaixo do mar.

Após este procedimento prossegue-se com a compactação da bacia atual. Sendo esta camada a primeira camada da bacia, ela se compactará apenas devido ao seu próprio peso. Neste ponto é calculada a carga sedimentar S e a pressão do fluido p_f sobre cada nó da malha. Através da Eq. (2.14), pode-se calcular a tensão efetiva necessária para o cálculo da nova porosidade. A Figura 5.21 revela os campos da carga sedimentar, pressão, tensão efetiva e porosidade após o processo de compactação já convergido.

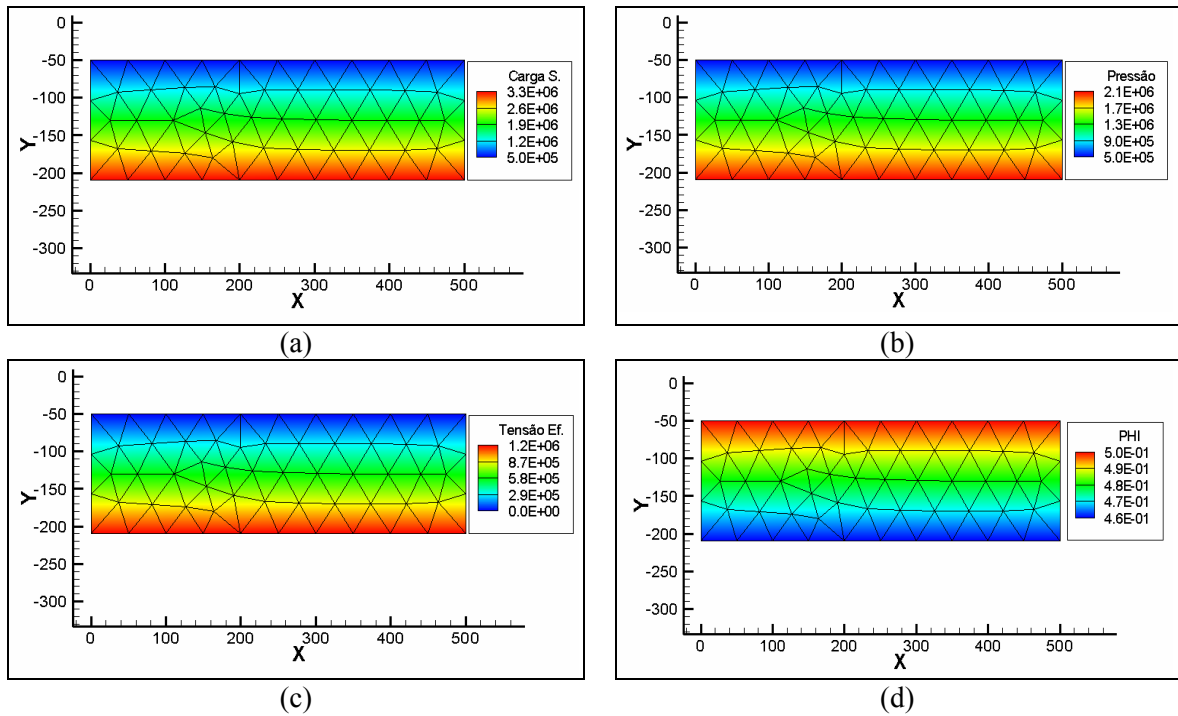


Figura 5.21 - (a) Campo de carga sedimentar, (b) campo de pressão, (c) campo de tensão efetiva e (d) campo de porosidade após a compactação.

Os valores do campo de pressão e da carga sedimentar sobre o topo da bacia são idênticos, já que tudo acima da bacia é água. Note que não faz diferença a coluna de água acima da bacia, como pode ser observado na Figura 5.21 (a) e Figura 5.21 (b), cujo topo da bacia se encontra 50 metros abaixo do nível do mar. O importante para o cálculo da porosidade é a diferença entre elas, a tensão efetiva, que sempre no topo da bacia vai ser zero, conforme Figura 5.21 (c).

A Figura 5.22 mostra o campo de velocidade da água resultante do processo de compactação. Aqui os vetores na superfície superior possuem um módulo maior, já que toda a água expulsa do meio poroso, devido à diminuição da porosidade, deve sair pela superfície superior.

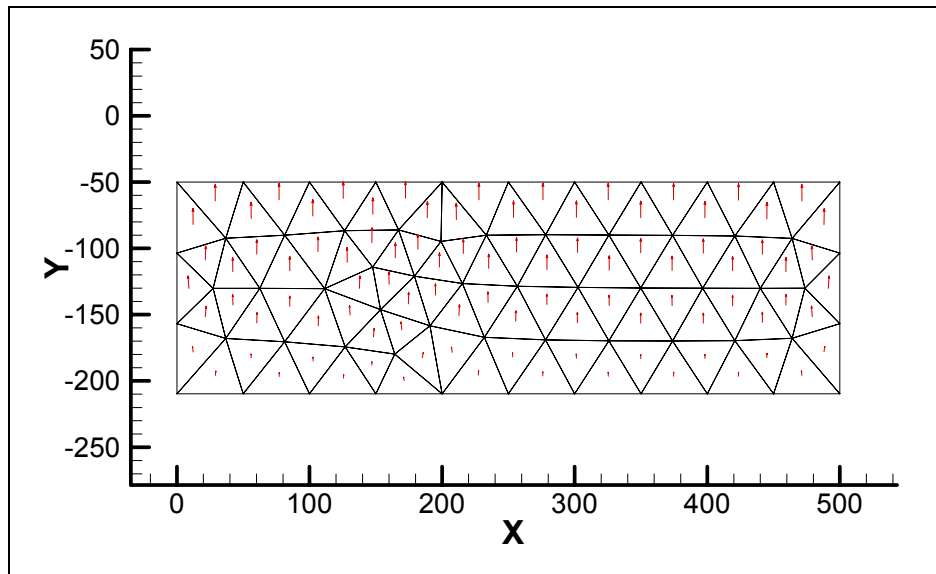


Figura 5.22 - Vetor velocidade resultante da compactação da camada 1.

Na seqüência, depois de realizada a compactação da primeira camada, é necessário extrair a segunda camada da bacia inicial, como pode ser visto na Figura 5.23.

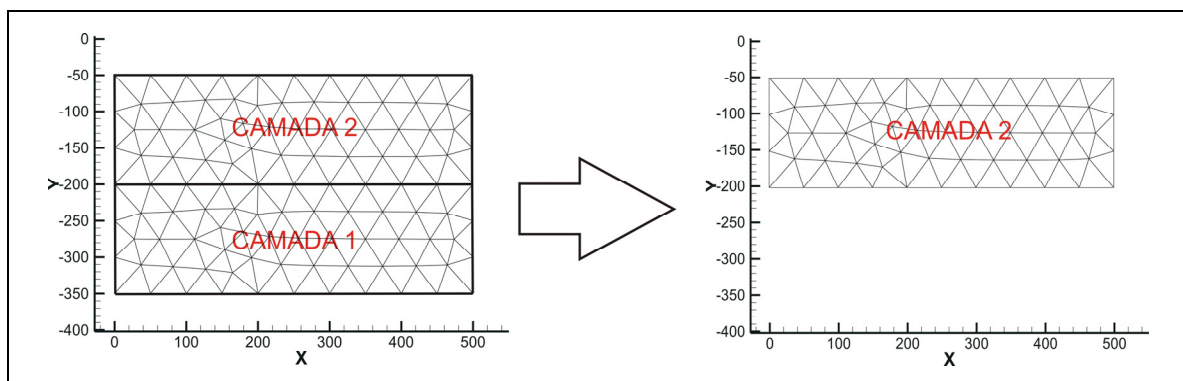


Figura 5.23 - Extração da camada 2 da bacia inicial.

De maneira idêntica à camada 1, a camada 2 é descompactada e inserida na bacia atual, já na batimetria desta época, conforme Figura 5.24.

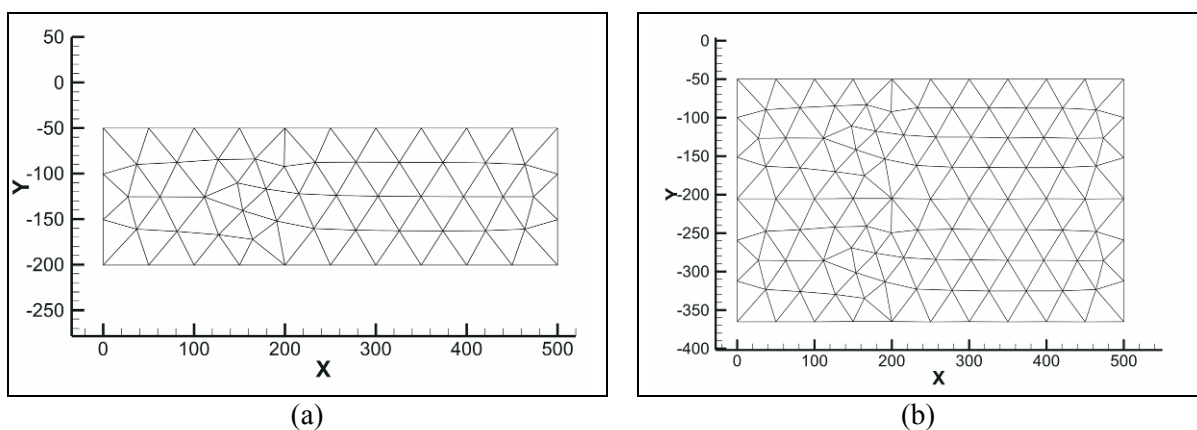


Figura 5.24 - Camada 2 da bacia inicial (a) e camada inserida na bacia atual após descompactação (b).

Novamente o processo de compactação é realizado, com o cálculo da carga sedimentar, pressão, tensão efetiva e porosidade até o momento em que a malha não se compacte dentro de uma tolerância especificada. Neste ponto, a camada introduzida se compacta devido ao próprio peso, mas ao mesmo tempo compacta a primeira camada, que se encontra abaixo dela, devido ao aumento da carga sedimentar sobre esta primeira camada. Observe que a primeira camada já havia sido compactada pelo próprio peso e agora sofre mais compactação pelo peso da segunda camada que foi adicionada sobre ela. A Figura 5.25 mostra os campos da carga sedimentar, pressão, tensão efetiva e porosidade após o processo de compactação.

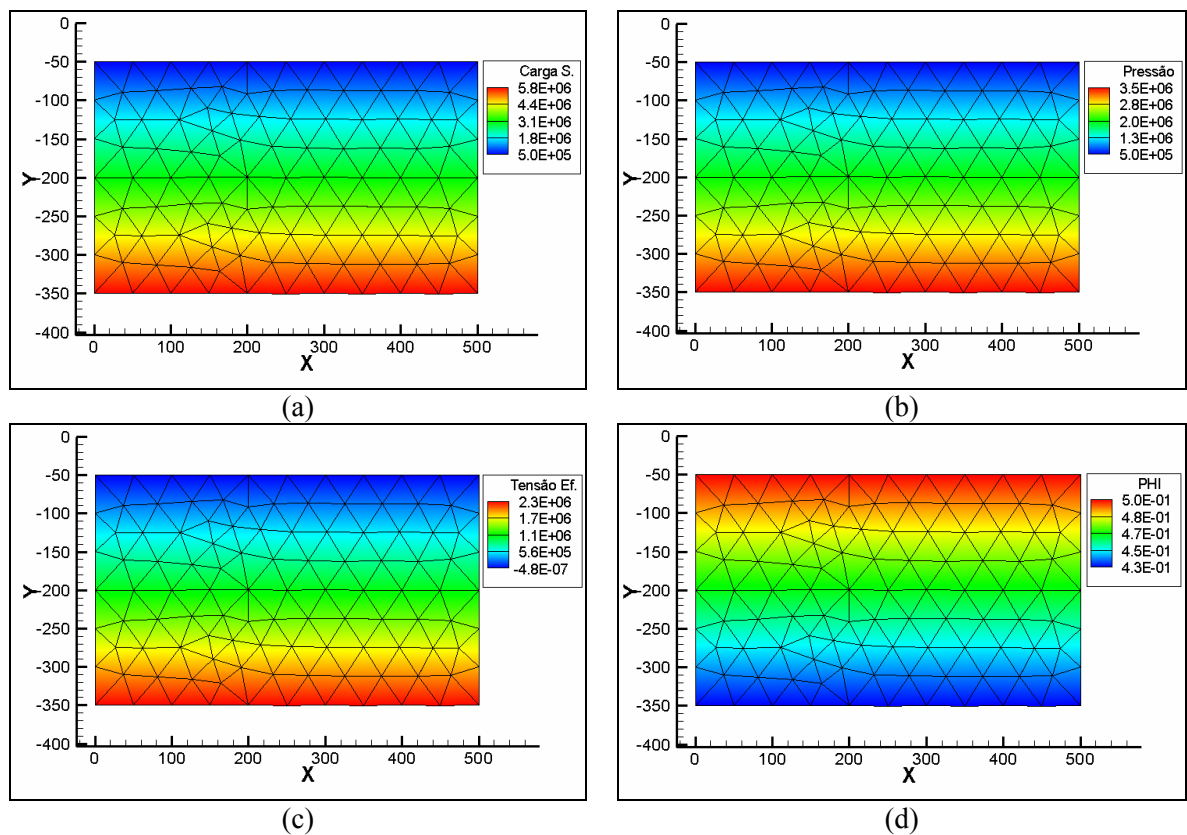


Figura 5.25 - (a) Campo de carga sedimentar, (b) campo de pressão, (c) campo de tensão efetiva e (d) campo de porosidade após a compactação.

A Figura 5.26 indica o campo de velocidade da água resultante do processo de compactação. Note que os vetores na superfície superior possuem um módulo ainda maior do que da Figura 5.22, já que neste ponto as duas camadas foram compactadas, proporcionando uma maior quantidade de água sendo expulsa do meio poroso, devido à diminuição da porosidade nas duas camadas.

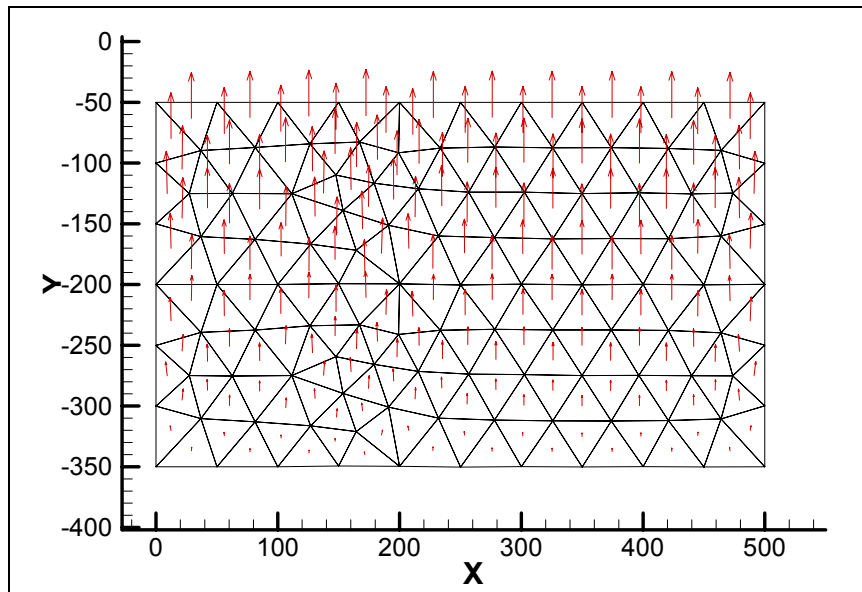


Figura 5.26 - Vetor velocidade resultante da compactação da bacia atual.

Como a bacia sedimentar simulada só possuía duas camadas, após esta compactação a bacia simulada retorna à situação inicial, que era o objetivo inicial. Neste ponto a simulação é encerrada. Quando tivermos um problema real sendo resolvido, uma destas camadas será de uma rocha geradora de óleo e o escoamento será bifásico, água/óleo, mas com todo o processo de compactação e procedimento de solução idêntico ao aqui apresentado para o escoamento monofásico.

5.2.2 - Bacia hipotética com bloqueios

Nesta seção será simulada uma bacia constituída por quatro camadas, inseridas em tempos geológicos distintos, conforme Tabela 5.11.

Tabela 5.11 - Tempos de deposição.

Camada 1	50 Ma
Camada 2	40 Ma
Camada 3	100 Ma
Camada 4	80 Ma

A bacia possui uma dimensão aproximada de 470m x 360m. Já a malha computacional possui 61 nós e 91 elementos, sendo também observada, com destaque para as divisões das camadas, na Figura 5.27.

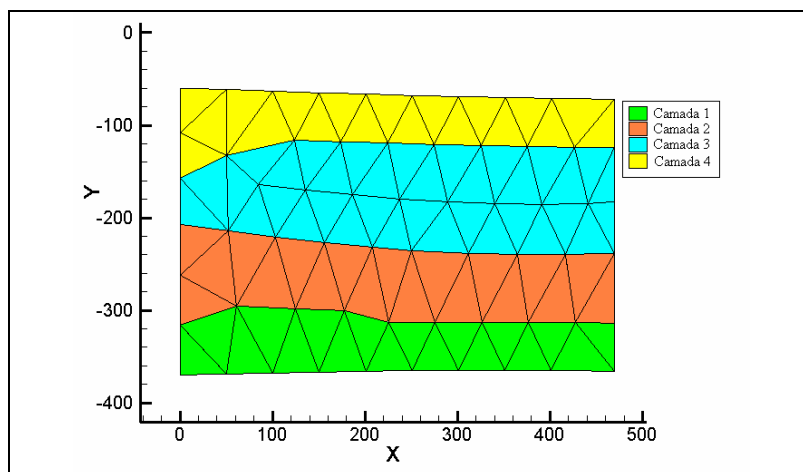


Figura 5.27 - Representação da malha computacional em camadas.

O intuito deste exemplo é mostrar como a compactação e o escoamento de água proveniente desta compactação se comporta quando defrontados com um material com permeabilidade absoluta muito baixa. Os materiais utilizados para a definição deste problema podem ser observados na Tabela 5.12.

Tabela 5.12 - Propriedades físicas dos materiais.

Materiais	Propriedades				
	Porosidade $\phi = Ae^{-Bz}$		Permeabilidade $k = 10^{A\phi+B} \text{ (m}^2\text{)}$		Densidade do sólido (kg/m ³)
	A	B	A	B	
1	0,5	$5,0 \times 10^{-4}$	0,5	-16	2400
2	0,5	$5,0 \times 10^{-4}$	0,5	-25	3800

A definição do material 2, com baixa permeabilidade, nos elementos da malha computacional teve como escopo bloquear a passagem de água através deles. Esta configuração dos materiais definidos para cada elemento aparecem na Figura 5.28.

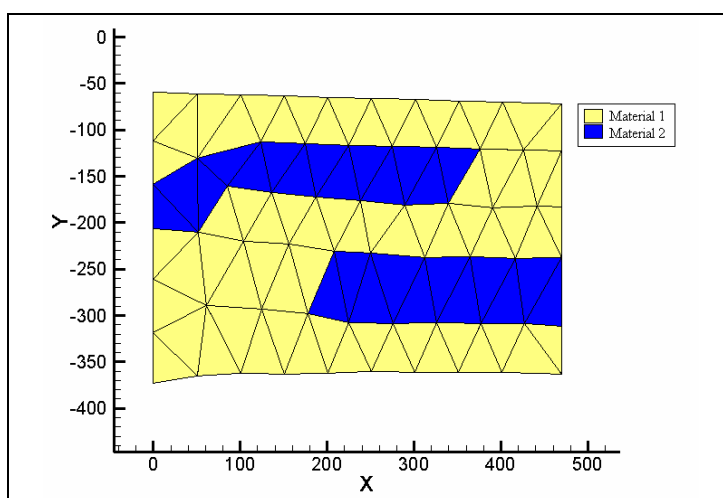


Figura 5.28 - Representação da malha computacional em camadas.

A simulação da bacia segue os mesmos procedimentos realizados no problema da seção anterior, ou seja, cada camada é extraída da bacia inicial e após ser descompactada é inserida na bacia atual, onde o processo de compactação ocorre.

A Figura 5.29 mostra o campo de velocidade resultante ao final do processo de compactação de cada intervalo de deposição. Pode-se notar que na Figura 5.29 (a) as velocidades, apesar de pequenas devido à pouca compactação, encontram-se alinhadas verticalmente. À medida que a camada com o material de baixa permeabilidade é introduzida, no segundo intervalo de deposição, Figura 5.29 (b), a velocidade do fluido altera sua direção e contorna este material, sendo um caso análogo ao de uma resistência elétrica onde o caminho de menor resistência é realizado. O mesmo acontece quando a terceira e quarta camadas são introduzidas, Figura 5.29 (c) e (d).

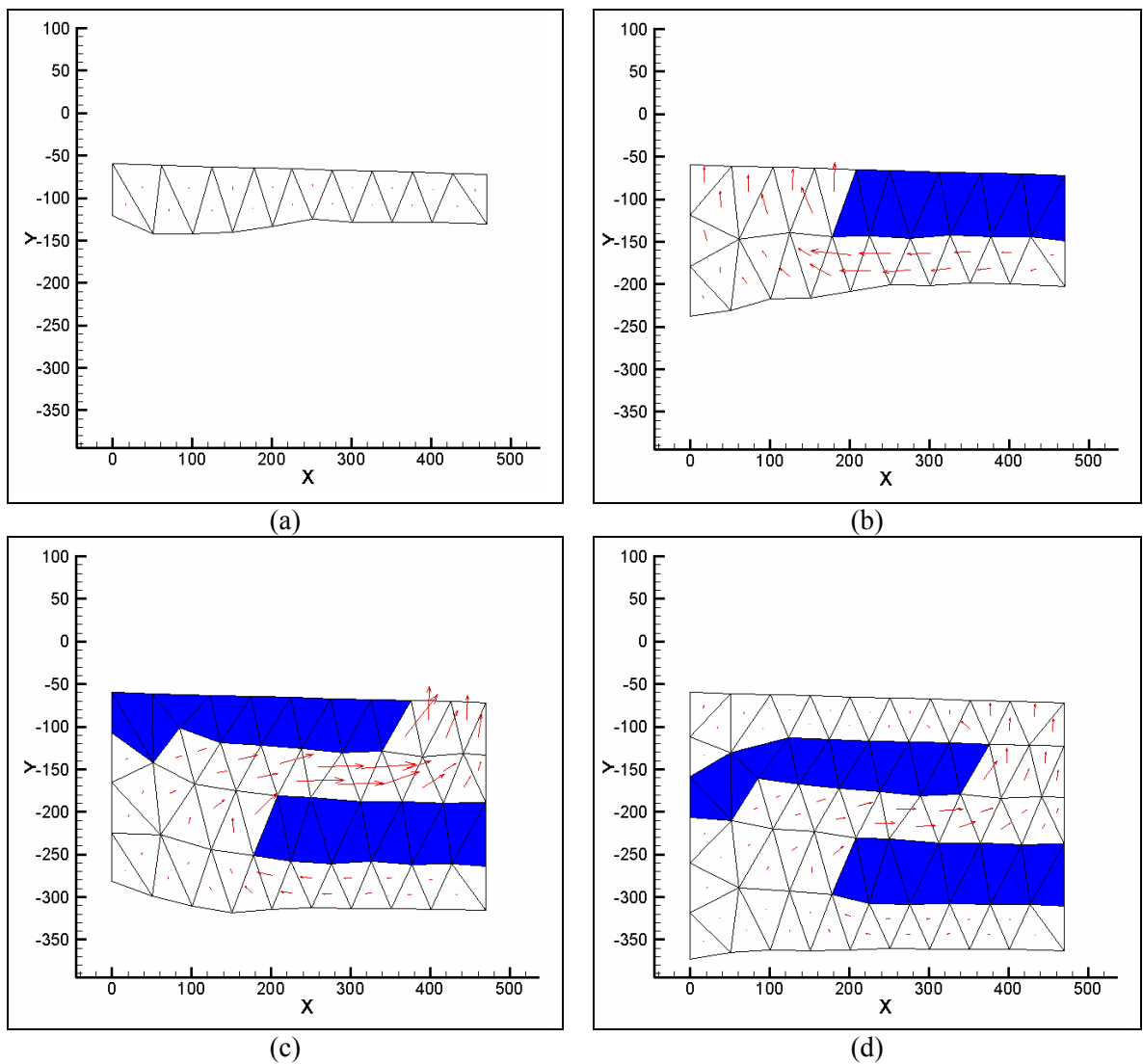


Figura 5.29 - Campo de velocidades resultante ao final de cada passo de tempo.

Já os campos da carga sedimentar, pressão, tensão efetiva no final da simulação podem ser analisados na Figura 5.30.

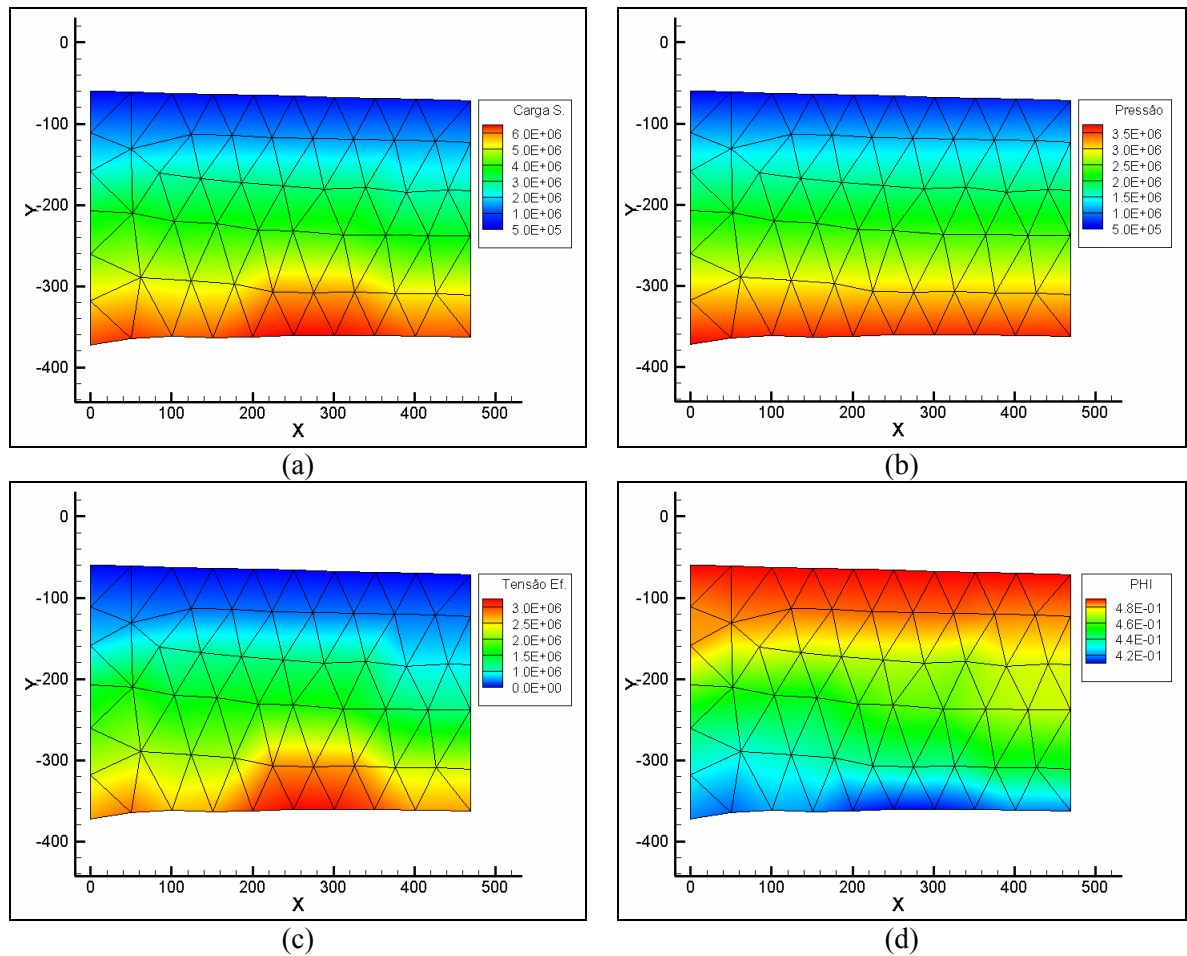


Figura 5.30 - (a) Campo de carga sedimentar, (b) campo de pressão, (c) campo de tensão efetiva e (d) campo de porosidade após a compactação.

Analisando a Figura 5.30 (d), pode-se notar que o campo de porosidade neste caso não tem uma variação linear como nos outros casos simulados. Isso se deve a um fato já comentado na seção 2.2.3, devido à utilização da tensão efetiva em vez de apenas a lei de Athy. Caso apenas a lei de Athy fosse utilizada, mesmo a bacia possuindo materiais com densidades diferentes, como neste caso, o gradiente de porosidade não-linear não seria observado.

Para utilizar a tensão efetiva para o cálculo da porosidade é necessário, além da pressão, o cálculo da carga sedimentar. Analisando a Figura 5.30 (a), pode-se notar que a maior carga se localiza na região inferior central da bacia. Isso ocorre devido à densidade do material 2 ser maior do que a do material 1, pois o cálculo da carga para cada nó da malha é feito pela integração em uma linha vertical até a superfície superior. Neste caso, um maior número de elementos definidos com o material 2 será encontrado, resultando

uma carga sedimentar maior. Isto explica porque a tensão efetiva, que é a diferença entre a carga sedimentar e a pressão, também foi maior nesta região, gerando por consequência uma região com porosidades menores, como aparece na Figura 5.30 (d).

5.2.3 - Bacia com geometria complexa

As dimensões de uma bacia sedimentar normalmente são grandes, podendo assumir milhares de quilômetros de extensão. Para uma simulação de uma bacia normalmente se extraem seções desta grande bacia, que são simuladas. Estas seções são definidas e interpretadas por geólogos a partir de dados sísmicos e fragmentos de rochas retirados de perfurações em regiões desta bacia.

A Figura 5.31 apresenta a seção geológica de uma bacia sedimentar nas proximidades da costa terrestre, onde as camadas inseridas em tempos geológicos distintos são ilustradas em diferentes cores. Deve ser observado que esta bacia tem camadas que vão acima do nível do mar.

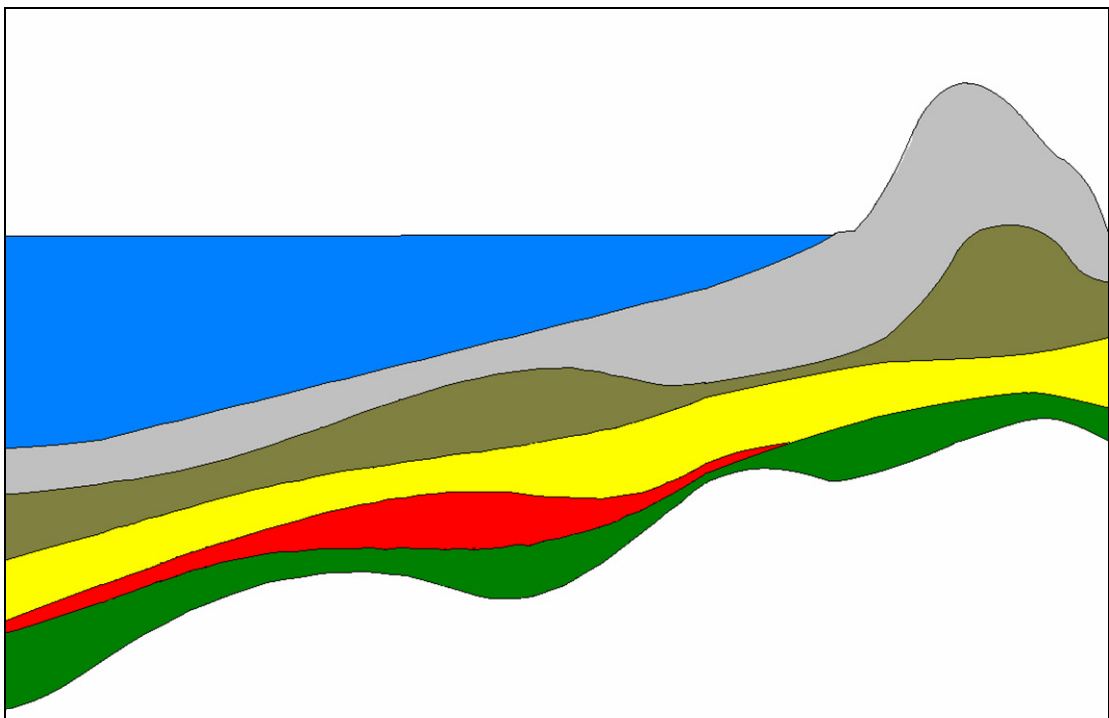


Figura 5.31 - Seção geológica de uma bacia sedimentar.

Devido às suas dimensões, ainda não é viável a simulação de toda a bacia. Normalmente simula-se parte dela, obtendo-se os dados da região de interesse e simulando esta região com o intuito de se verificar a possível existência de petróleo. Neste caso

apenas uma seção desta bacia será simulada. A seção escolhida foi delimitada por uma linha de cor preta e pode ser vista na Figura 5.32.

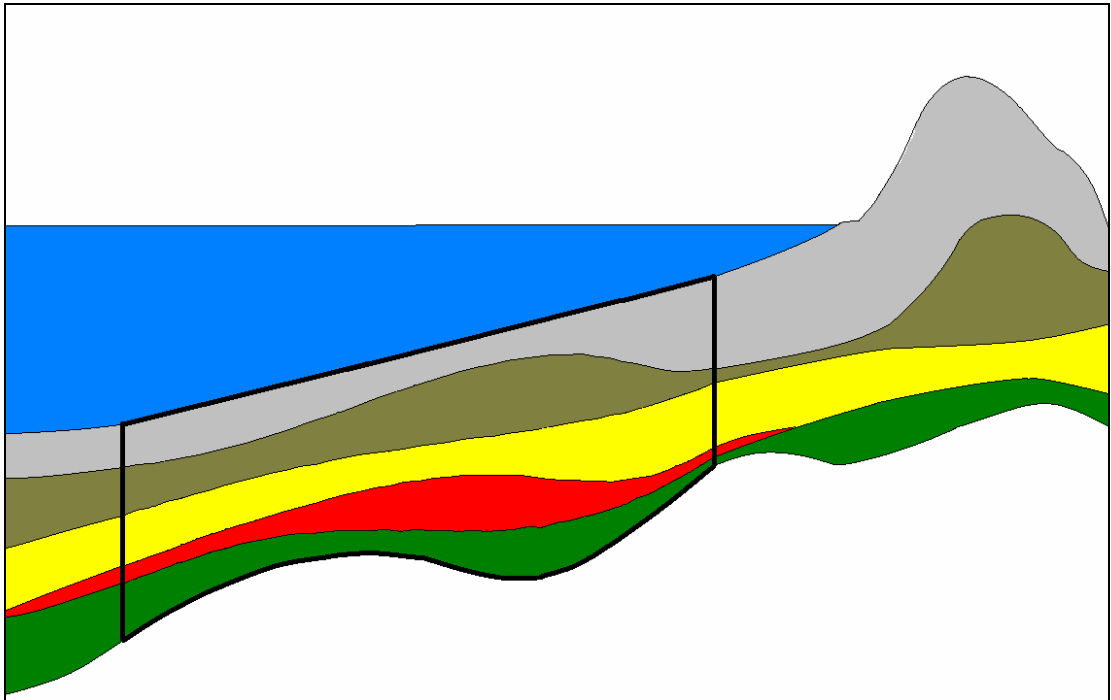


Figura 5.32 - Destaque da região da seção geológica de uma bacia sedimentar que será simulada.

Neste ponto inicia-se o processo de geração da malha utilizando a geometria selecionada na Figura 5.32. A malha contém 527 nós e 945 elementos triangulares, como consta na Figura 5.33.

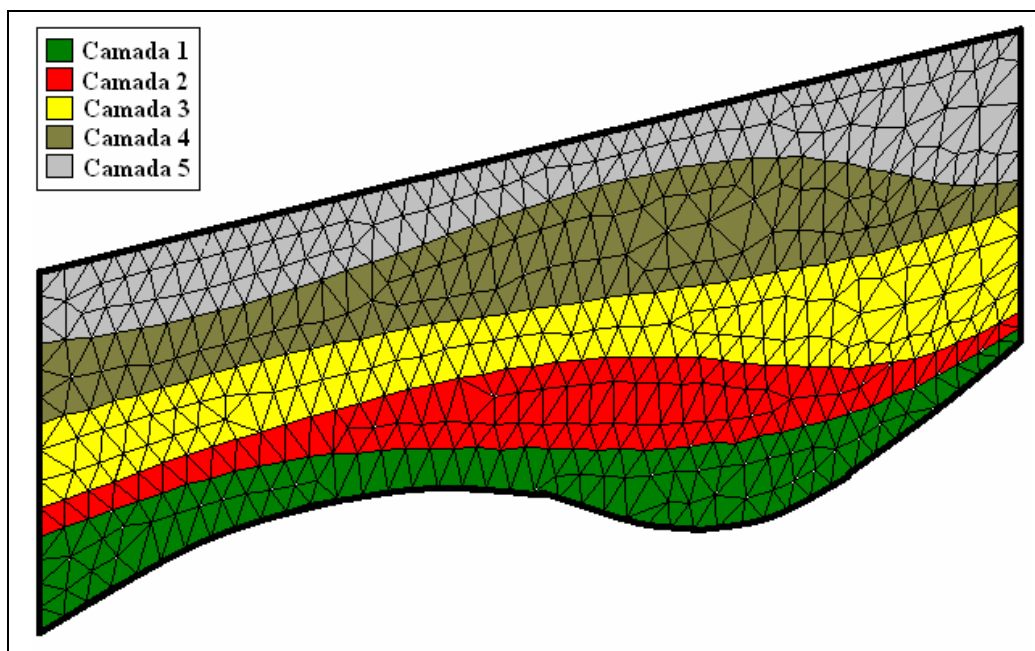


Figura 5.33 - Malha computacional da seção geológica que será simulada.

Como comentado anteriormente, cada camada possui seu período de deposição. No caso analisado, todos os tempos envolvidos estão listados na Tabela 5.13.

Tabela 5.13 - Tempos de deposição.

Camada 1	50 Ma
Camada 2	40 Ma
Camada 3	50 Ma
Camada 4	60 Ma
Camada 5	50 Ma

Neste caso, cada camada é constituída por um material distinto, isto é, com propriedades diferentes, sendo que a numeração das camadas corresponde à dos materiais. Suas propriedades constam na Tabela 5.14.

Tabela 5.14 - Propriedades físicas dos materiais.

Materiais	Propriedades				
	Porosidade $\phi = Ae^{-Bz}$		Permeabilidade $k = 10^{A\phi+B}$ (m ²)		Densidade do sólido (kg/m ³)
	A	B	A	B	
1	0,50	3,0x10 ⁻⁴	2,0	-16	2700
2	0,55	4,5x10 ⁻⁴	6,0	-18	2650
3	0,45	5,0x10 ⁻⁴	0,5	-15	3800
4	0,50	5,0x10 ⁻⁴	0,0	-15	2800
5	0,55	4,5x10 ⁻⁴	1,0	-17	3000

A partir deste ponto serão analisados os resultados obtidos mediante a simulação numérica da seção geológica selecionada para o estudo. Normalmente a variação do fundo do mar de uma era para outra é muito pequena, e para efeito de comparação dos resultados, a batimetria de cada era foi considerada constante para toda a simulação.

A Figura 5.34 aponta o campo da carga sedimentar (a), pressão (b), tensão efetiva (c) e porosidade (d). É importante comentar que no primeiro instante imagina-se que o campo de porosidade seria menor no ponto mais distante do nível do mar, pois, como consta na Figura 5.34 (a), o ponto de maior carga sedimentar se encontra no canto direito inferior. Mas como a pressão hidrostática neste ponto também é maior, Figura 5.34 (b), a maior tensão efetiva, que é a diferença destas duas grandezas, não está localizado nesta região, como exibido na Figura 5.34 (c). Como a porosidade é função da tensão efetiva, consegue-se observar que o menor campo de porosidade está na superfície inferior, à direita da Figura 5.34 (d). Os efeitos da carga sedimentar e da pressão sobre a porosidade são claros. A pressão, advinda da solução do escoamento, seja ele monofásico ou não, tem a tendência de abrir o poro, enquanto a carga sedimentar tem o efeito de diminuir o poro, sendo que a tensão efetiva, justamente, leva em conta estes efeitos.

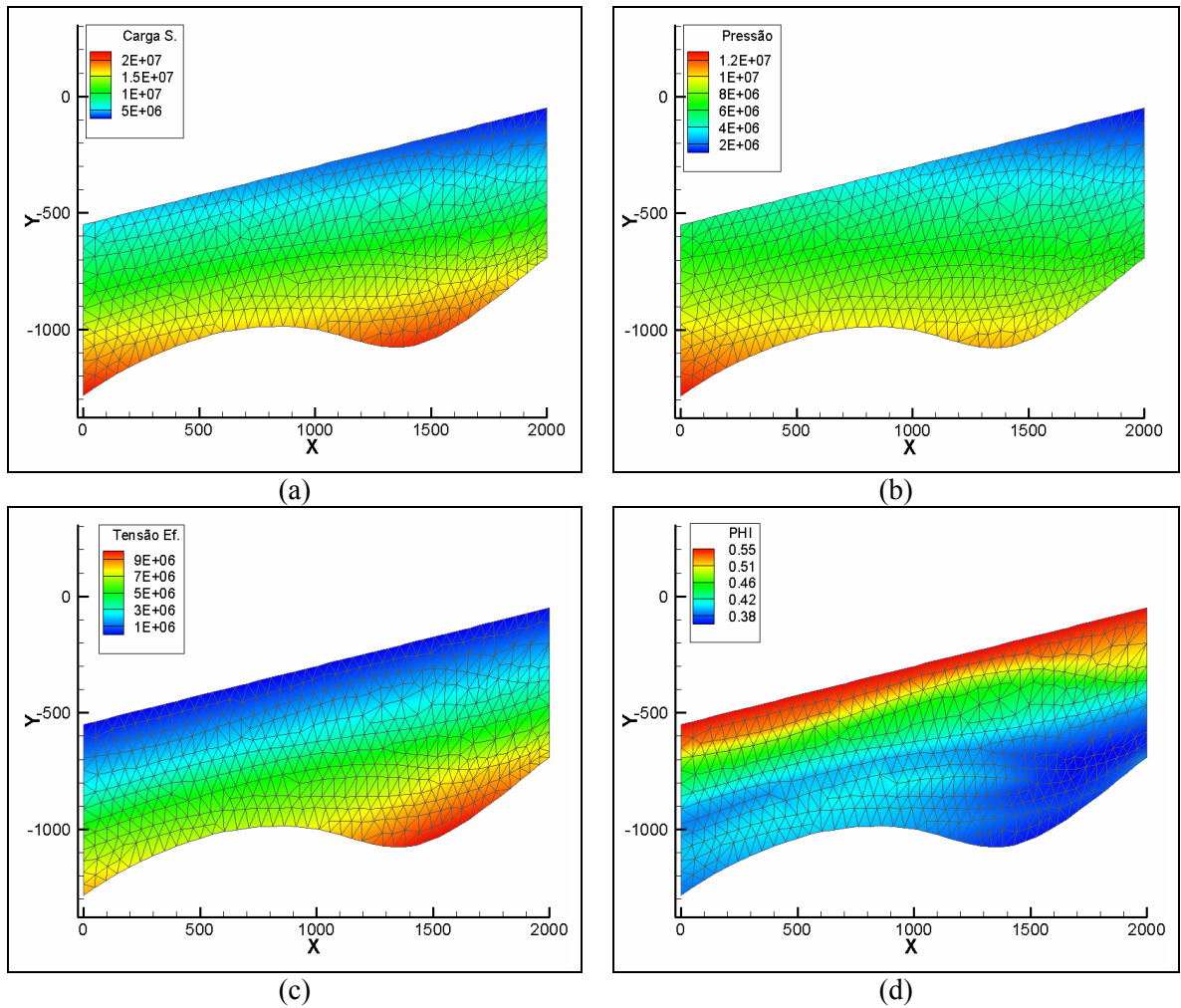


Figura 5.34 - (a) Campo de carga sedimentar, (b) campo de pressão, (c) campo de tensão efetiva e (d) campo de porosidade após a compactação.

O campo de velocidades resultante do processo de compactação após a inserção de cada camada em sua era geológica pode ser visto a partir da Figura 5.35 a Figura 5.39.

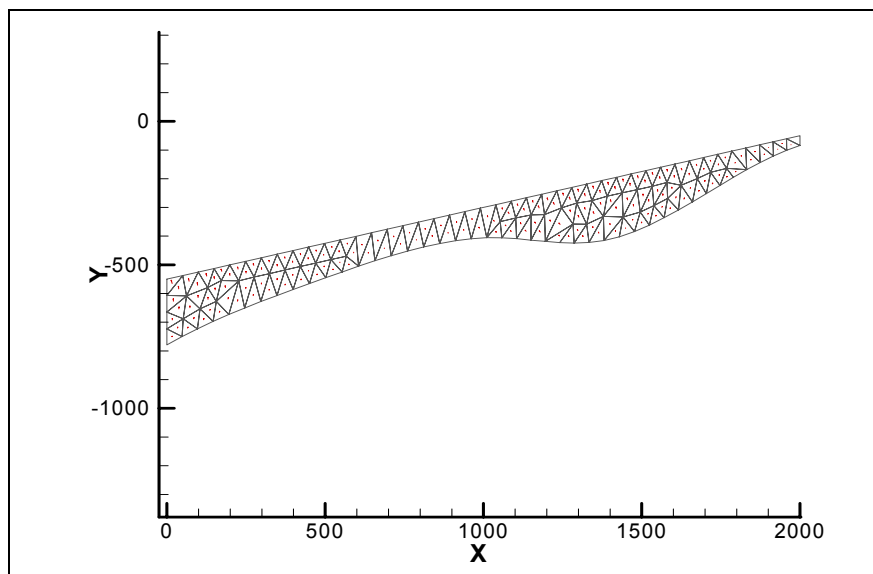


Figura 5.35 - Campo de velocidade resultante do processo de compactação da camada 1.

Note-se que tanto na Figura 5.35 como na Figura 5.36, as maiores velocidades em módulo se encontram na faixa de 1000 a 1700 metros do eixo x . Tal acontece porque nesta região existe uma maior quantidade de sólido depositado, e como o processo de descompactação utiliza uma porosidade igual para todos os elementos, no processo de compactação esta região se compacta mais do que as outras, originando velocidades maiores em módulo.

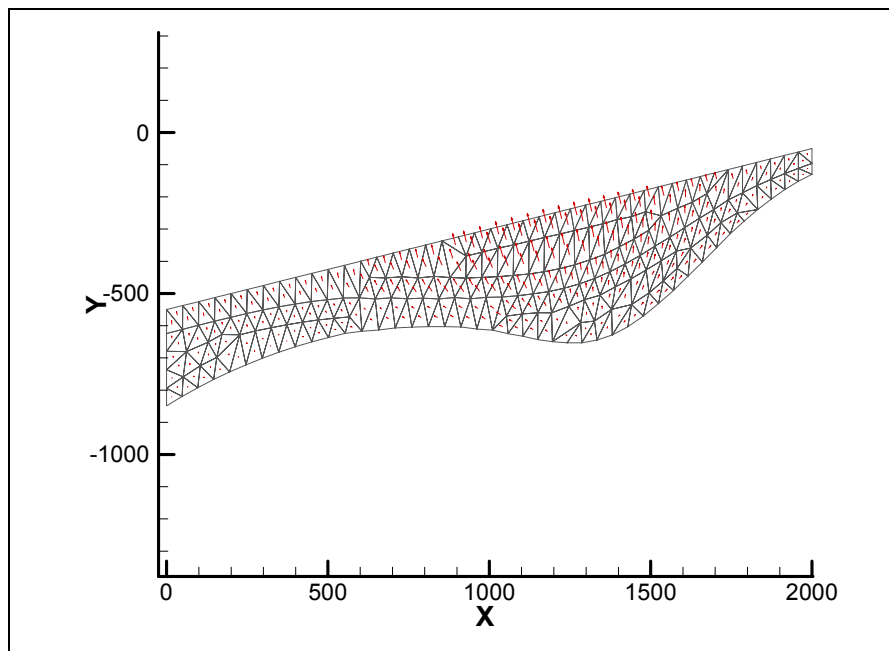


Figura 5.36 - Campo de velocidade resultante do processo de compactação após a inserção da camada 2.

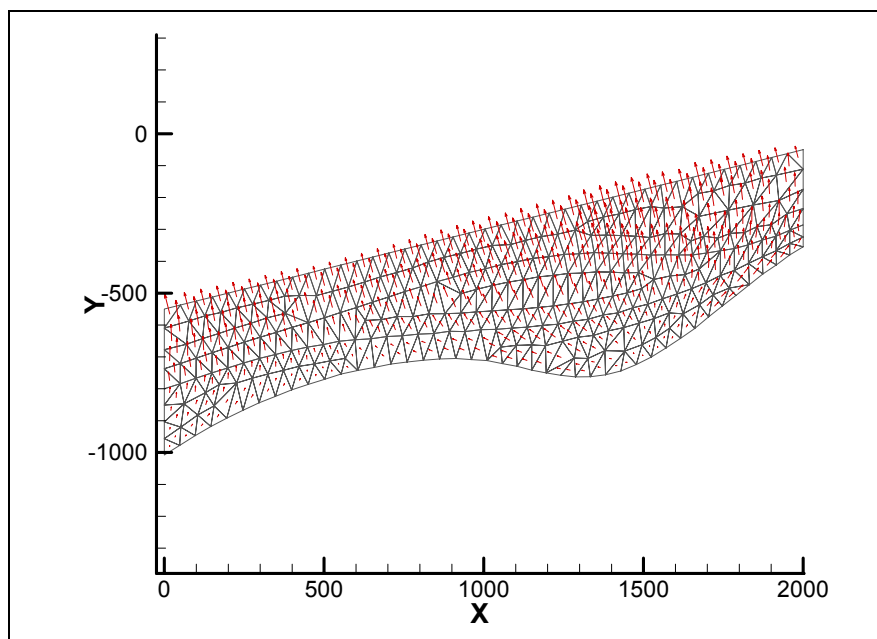


Figura 5.37 - Campo de velocidade resultante do processo de compactação após a inserção da camada 3.

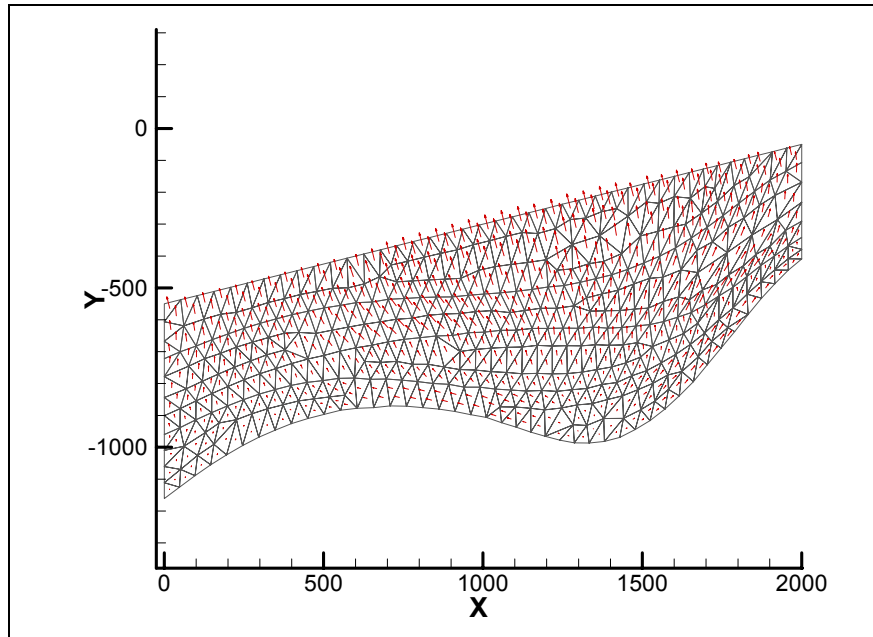


Figura 5.38 - Campo de velocidade resultante do processo de compactação após a inserção da camada 4.

Observando a região à direita da Figura 5.39, pode-se notar que o campo de velocidade é desviado da vertical. Desvio como este ocorreram nos exemplos onde existia um material com permeabilidade muito baixa (rocha selante), mas neste caso esta rocha não existe.

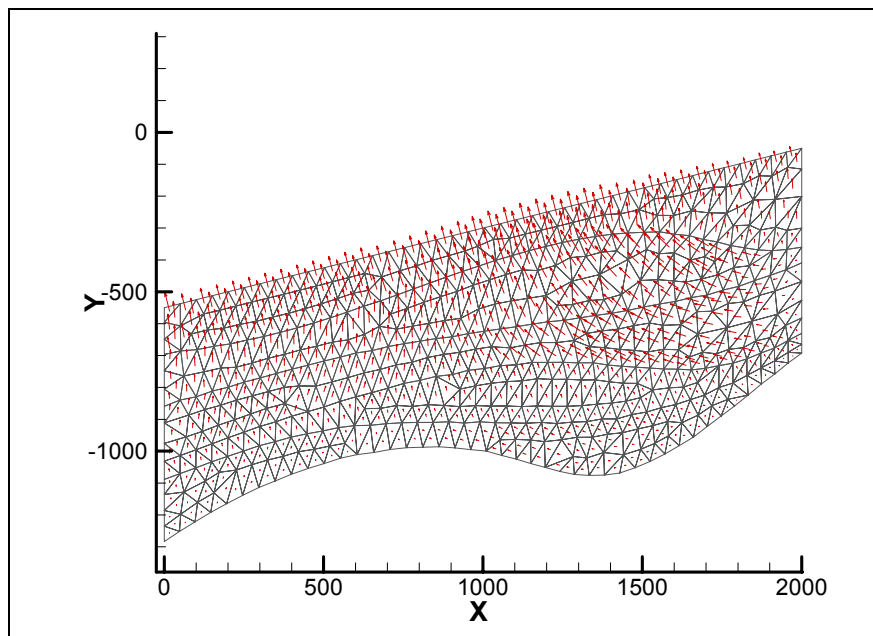


Figura 5.39 - Campo de velocidade resultante do processo de compactação após a inserção da camada 5.

Este fenômeno fica difícil de ser explicado observando apenas a Figura 5.39 e os campos escalares de carga sedimentar, pressão, tensão efetiva e porosidade constantes na

Figura 5.34. Para o esclarecimento desta questão, é necessário apresentar o campo de velocidade juntamente com o campo de permeabilidade absoluta resultante, como indicado na Figura 5.40.

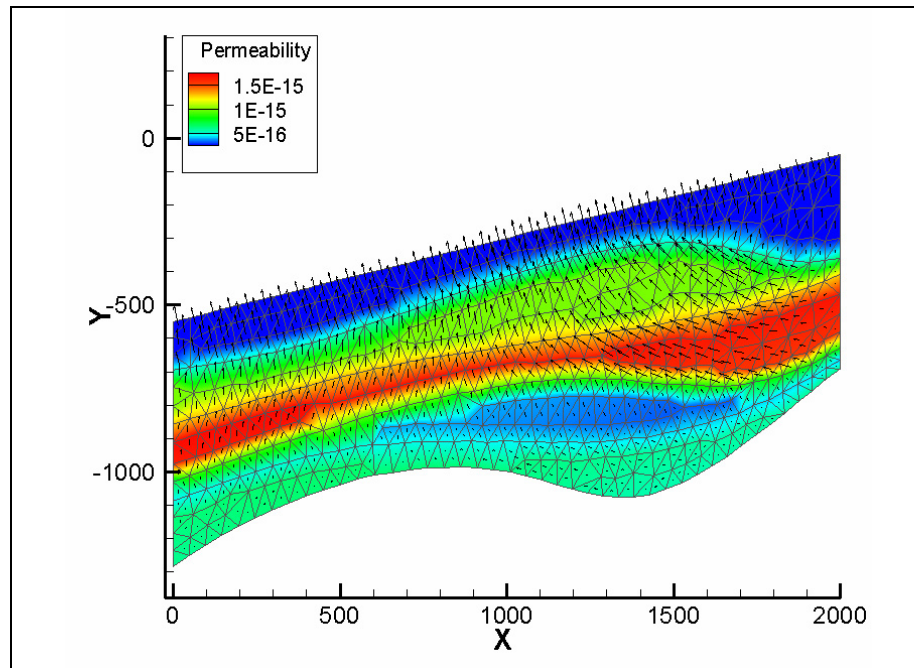


Figura 5.40 - Campo de velocidade resultante do processo de compactação após a inserção da camada 5 e campo de permeabilidade absoluta na direção y .

Observando a Figura 5.40, pode-se notar que, comparando com as outras camadas, a última depositada possui a menor permeabilidade absoluta e, além disso, na região central desta camada há menos material depositado. Por isso, o fluido escoou pela região de menor resistência. Como a região entre 1700 m a 2000 m na direção x possui uma quantidade maior de material menos permeável, o fluido desvia desta região para uma região mais permeável. É por isso que velocidades quase horizontais são encontradas nesta região.

5.3 - Estudo dos ciclos iterativos e parâmetros eficientes

Esta seção tem como objetivo entender um pouco mais os ciclos e os parâmetros utilizados neste trabalho com o intuito de diminuir o tempo total de simulação. Com este objetivo em mente, foram realizados testes com os ciclos iterativos presentes no código desenvolvido neste trabalho para tentar determinar operações do processo que fossem computacionalmente mais custosas e tentar minimizá-las.

Nestes testes foi constatado que grande parte do custo computacional era de responsabilidade da função “Executa compactação”, apresentado na seção 4.3 do capítulo 4. O fluxograma desta função será repetido aqui por completeza.

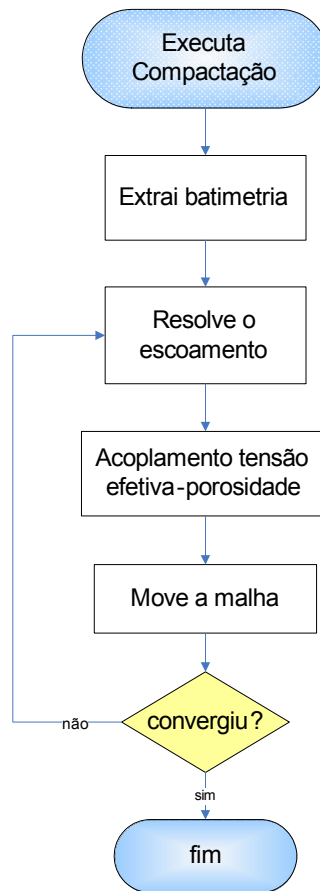


Figura 5.41 - Função “Executa compactação” original.

Analisando o fluxograma da Figura 5.41 e medindo os tempos de cada função constatou-se que os tempos de execução das funções “Resolve escoamento”, “Acoplamento tensão efetiva-porosidade” e “Move a malha” eram equivalentes.

Com este estudo também constatou-se que o tempo da função “Resolve o escoamento” não poderia ser diminuído, pois nesta função uma nova pressão é calculada e esta é necessária para se calcular uma nova porosidade. O tempo decorrente da função “Move a malha” também não poderia ser diminuído, pois esta função só resolve o sistema linear e precisa ser executado toda vez que uma nova porosidade é calculada.

Avaliando a função “Acoplamento tensão efetiva-porosidade”, pode-se constatar que a cada chamada desta função a carga sedimentar era calculada. Com esta carga e a nova pressão consegue-se calcular uma nova tensão efetiva e, por conseqüência, uma nova porosidade. O custo computacional do cálculo da carga sedimentar aumenta à medida que o problema aumenta (maior números de nós), pois o cálculo é realizado para cada nó

através de uma integral numérica na vertical onde é preciso interpolar valores das porosidades para cada aresta interceptada.

Como o resultado fisicamente consistente é obtido apenas após a convergência da malha, ou seja, quando a máxima variação da coordenada z da malha em uma dada iteração for menor do que a tolerância estipulada pelo usuário, com o intuito de diminuir o tempo desta função pensou-se em calcular a carga sedimentar não a cada iteração, mas sim a cada k iterações, como indicado no fluxograma da Figura 5.42.

É importante comentar que cada vez que houver movimentação da malha é consistente calcular a nova carga sedimentar. Mas como a pressão muda pouco de uma iteração para a outra, a porosidade também não varia muito, podendo assim manter a carga fixa por algumas iterações e com isso diminuir os tempos de computação, sem que o resultado físico seja alterado no fim do intervalo de tempo.

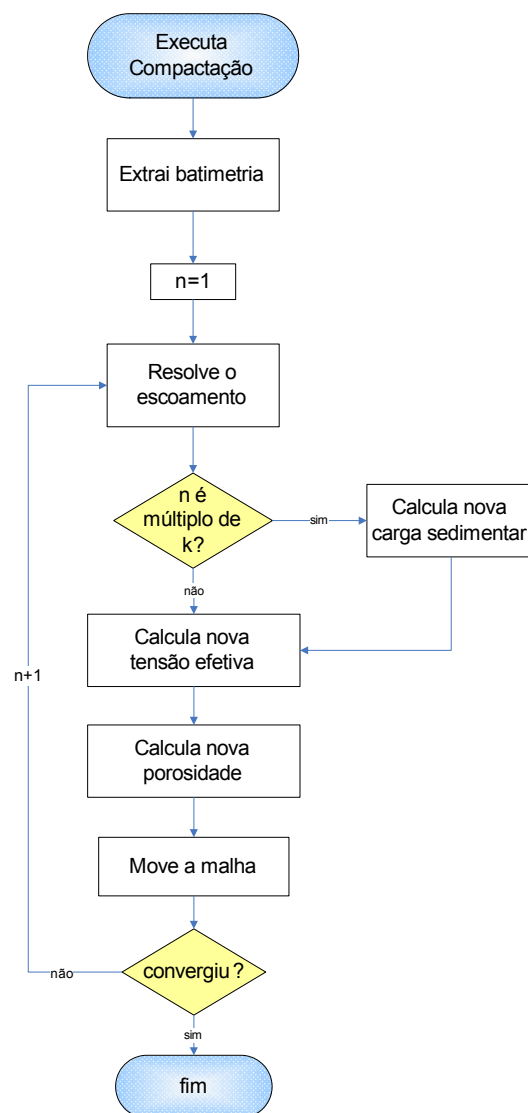


Figura 5.42 - Função “Executa compactação” modificada.

Este fluxograma representa a função “Executa compactação” modificada, cuja carga sedimentar não é mais calculada a cada iteração e sim quando a iteração n seja um múltiplo de k . O problema agora é a definição do parâmetro k , pois este pode assumir valores arbitrários. Então para isso foi necessário realizar um estudo deste parâmetro para diferentes malhas em que o tempo computacional foi comparado, como explicado na seção 5.3.1.

5.3.1 - Comparação dos resultados com o ciclo original e o modificado

Para a comparação dos resultados do ciclo original e o modificado foram simulados quatro casos. Em cada caso foi utilizada uma malha com diferentes quantidades de nós. A Tabela 5.15 relaciona o número de nós e elementos de cada malha.

Saliente-se que o objetivo deste estudo é avaliar o comportamento da carga sedimentar neste acoplamento e não comparar os resultados aqui obtidos com outros acoplamentos existentes na literatura.

Tabela 5.15 - Número de nós e elementos das malhas utilizadas.

Casos	Número de nós	Número de elementos
Malha 1	283	514
Malha 2	3277	6372
Malha 3	6458	12614
Malha 4	11388	22374

O parâmetro k foi variado de 1 a 10 para cada malha, e quando k assume o valor 1 o ciclo iterativo modificado volta a ser o ciclo iterativo original. Para cada parâmetro k foi medido o tempo computacional e um gráfico do tempo de computação *versus* k para cada caso foi criado.

A Figura 5.43 mostra este gráfico para o primeiro caso. O intuito da criação de um ciclo modificado veio da constatação de que a função “Calcula carga sedimentar” era muito custosa para ser realizada em cada iteração. Mas isso só se torna verdade à medida que o número de incógnitas (nós) do problema aumenta.

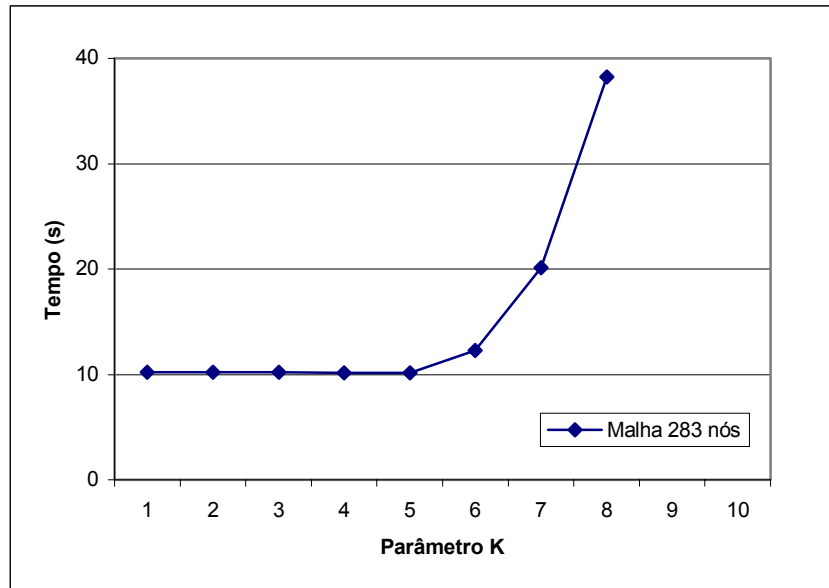


Figura 5.43 – Gráfico tempo de computação *versus* parâmetro k .

Neste caso com o aumento do parâmetro k pouco se ganhou em tempos computacionais, e a partir de k igual a 5 começaram a ocorrer oscilações numéricas, aumentando o tempo de convergência. Já quando k assumiu valores iguais a 9 e 10, o problema não convergiu. Isso se deve pelo grande número de iterações em que a carga sedimentar não foi atualizada, sendo as soluções obtidas entre estes intervalos onde a carga não foi calculada muito longe da solução correta. Assim, cada vez que ocorre esta atualização a máxima variação da coordenada z fica oscilando entre valores negativos e positivos.

A Figura 5.44 mostra o gráfico do tempo de computação *versus* k para o segundo caso, no qual o número de nós é maior do que no primeiro caso. Neste gráfico pode-se notar que houve diminuição do tempo computacional à medida que o parâmetro k foi aumentando, até assumir o valor igual a 5. A partir disso o tempo computacional voltou a aumentar, devido às oscilações numéricas, semelhantemente ao caso 1. Quando k assumiu valores iguais a 9 e 10, o problema novamente não convergiu.

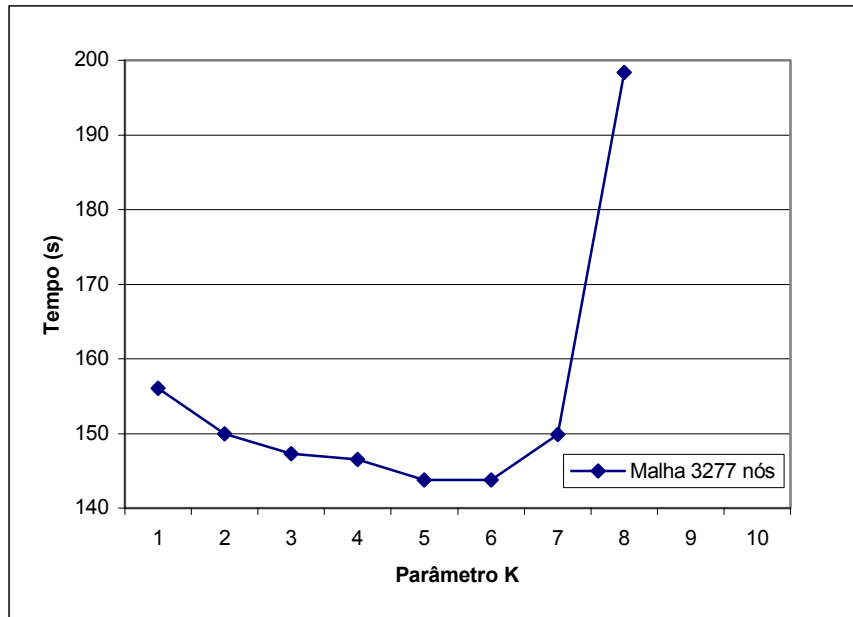


Figura 5.44 - Gráfico tempo de computação versus parâmetro k.

No terceiro caso, no qual o número de nós é ainda maior, o tempo computacional também caiu à medida que o valor de k aumentou. O menor tempo foi encontrado quando k assumiu o valor igual a 6, conforme Figura 5.45. A partir deste valor o tempo começou a aumentar, devido às oscilações numéricas já comentadas anteriormente.

Diferentemente dos dois primeiros casos, o terceiro caso convergiu quando k assumiu valores de 9 e 10, mas com tempos de simulação elevados comparados com o valor mínimo obtido.

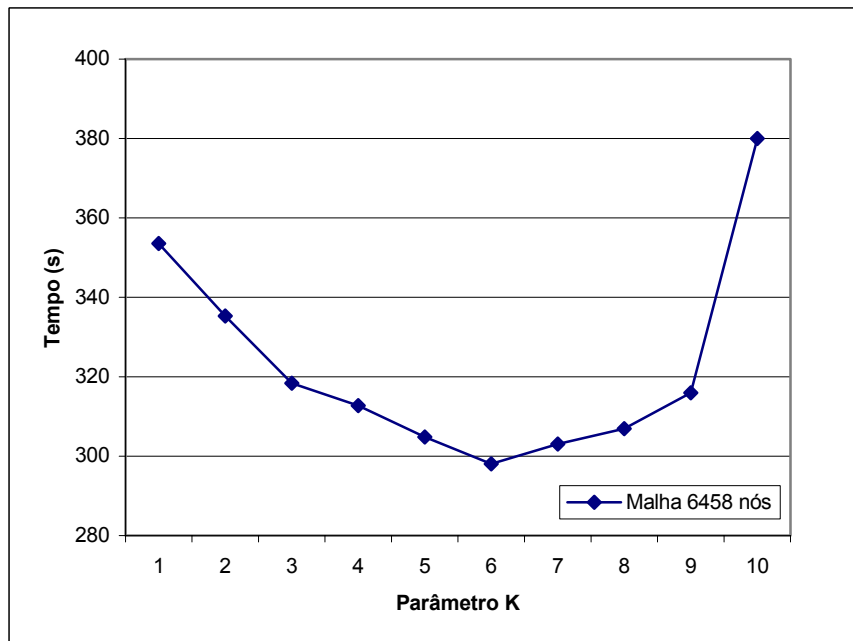


Figura 5.45 - Gráfico tempo de computação *versus* parâmetro k .

O último caso simulado também apresentou a mesma lógica dos casos anteriores, conforme Figura 5.46. O menor tempo foi encontrado quando k assumiu o valor igual a 5 ou 6. A partir deste valor o tempo começa a aumentar novamente. Quando k assumiu valores iguais a 9 e 10, o problema não convergiu.

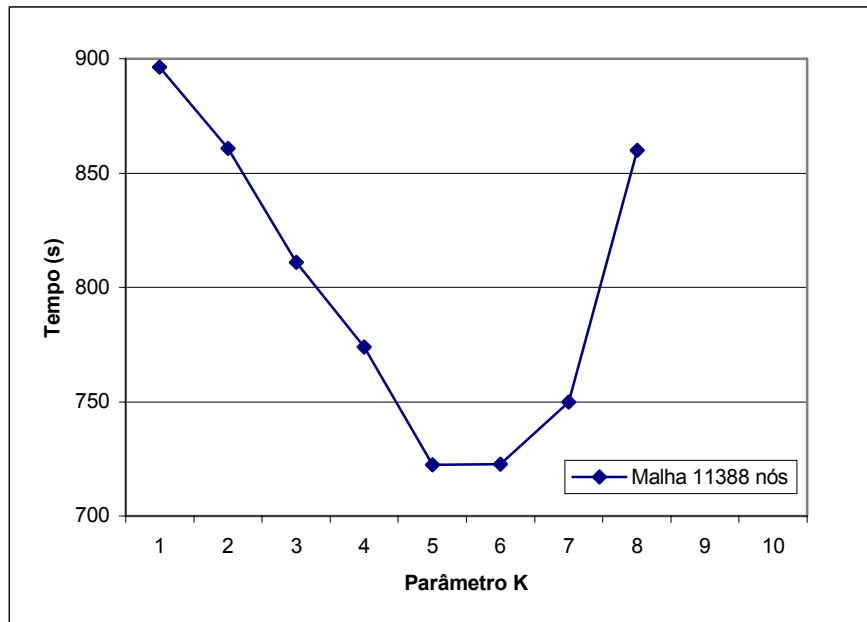


Figura 5.46 - Gráfico tempo de computação *versus* parâmetro k .

A Tabela 5.16 evidencia a máxima diminuição do tempo do ciclo modificado com o ciclo original, bem como o melhor parâmetro k para cada caso simulado.

Tabela 5.16 - Melhor parâmetro k e máxima diminuição do tempo para cada caso simulado.

Casos	Melhor parâmetro k	Diminuição do tempo (%)
Malha 1	5	0,5
Malha 2	5	7,9
Malha 3	6	15,7
Malha 4	5	19,4

Observando a Tabela 5.16, pode-se concluir que o ciclo modificado começa a diminuir o tempo computacional na proporção que o número de nós aumenta. Como já comentado, isso acontece porque a função “Calcula carga sedimentar” começa a ser muito custosa computacionalmente à medida que o número de nós aumenta, já que nesta função é calculada a carga acima de todos os nós da malha por uma integral numérica.

Para os casos simulados nesta seção constatou-se que o parâmetro k teve seu melhor desempenho quando assumiu valores em sua maioria igual a 5. Isso significa que a variação da carga é pequena a cada 5 iterações, por isso não se faz necessário o cálculo da carga sedimentar a cada iteração, diminuindo, conseqüentemente, o tempo computacional.

5.3.2 - Estudo do coeficiente de sub-relaxação α

Como comentado na seção 4.6 do capítulo 4, a coordenada z precisa ser sub-relaxada através de um parâmetro α , para evitar problemas de oscilação numérica. Este parâmetro é extremamente ligado com o tempo de simulação, pois se este for muito pequeno para o problema que está sendo resolvido haverá muitas iterações até a convergência de cada camada. Já, se for muito grande também haverá muitas iterações, pois o problema ficará oscilando até a convergência e em alguns casos divergindo.

Para o estudo deste parâmetro foram utilizados os mesmos casos simulados no estudo do parâmetro k , com uma variação do parâmetro α de 0,1 até 0,5, sendo que o padrão que estava sendo utilizado até então era de 0,15. É importante salientar que, como esperado, todos os resultados obtidos tiveram a mesma solução, diferenciando apenas nos tempos de simulação.

Para este estudo o ciclo iterativo utilizado foi o original, ou seja, o parâmetro k assumiu valor igual a 1. Posteriormente, um breve estudo da interação do parâmetro k com o fator α será apresentado.

O primeiro caso simulado tem 283 nós, e, diferentemente do estudo do parâmetro k , neste caso, variando α , obteve-se uma redução considerável no tempo para α igual a 0,25, como aparece na Figura 5.47. Quando o parâmetro α assumiu valores superiores a 0,4, a variação da coordenada z foi muito grande, fazendo com que a correção desta coordenada oscilasse entre valores positivos e negativos até sua convergência, aumentando assim o tempo de convergência.

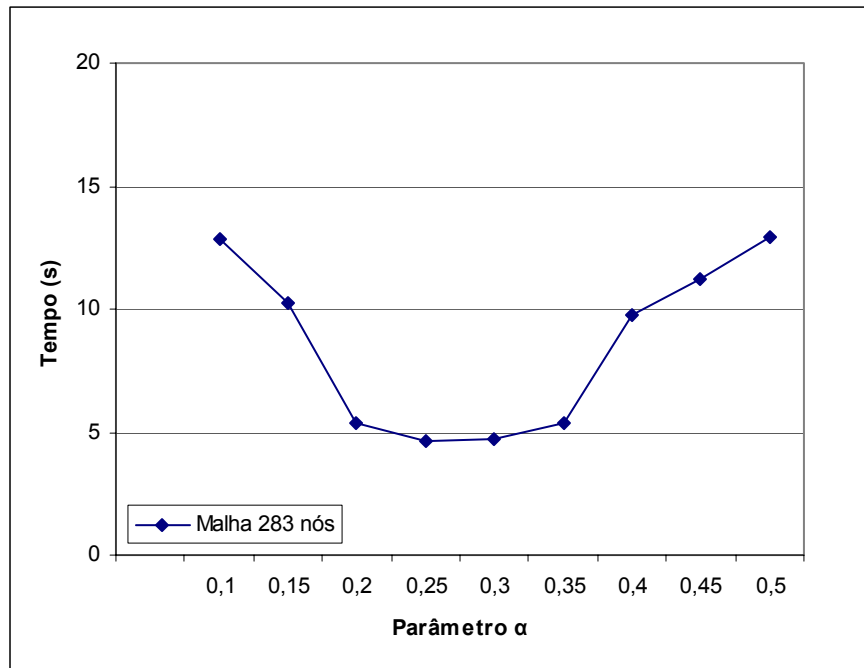


Figura 5.47 - Caso 1: gráfico do tempo de computação *versus* parâmetro α .

No segundo caso, bem como no terceiro e quarto, os resultados se comportaram da mesma forma do primeiro. A maior diminuição no tempo ocorreu quando α assumiu valores iguais a 0,35, como consta na Figura 5.48 a Figura 5.50.

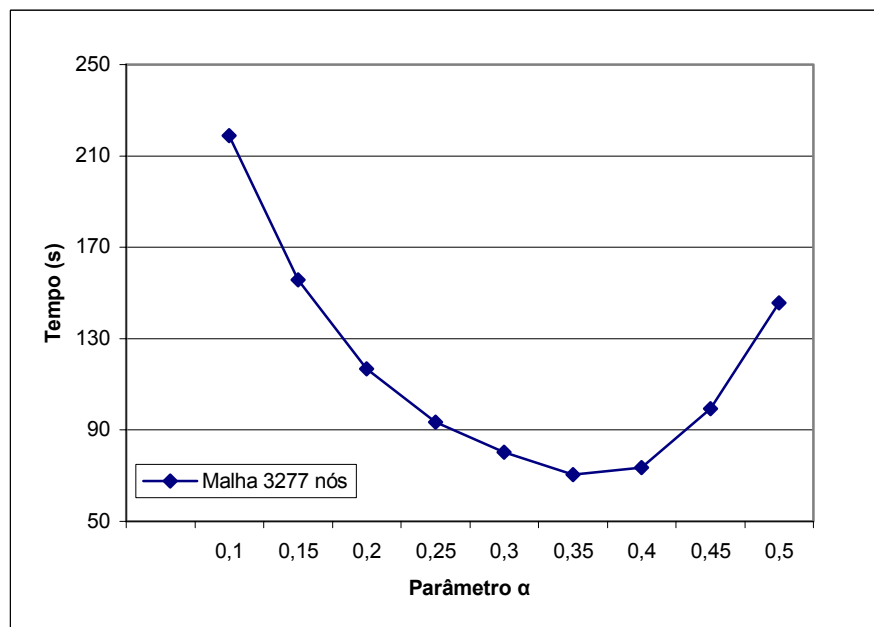


Figura 5.48 - Caso 2: gráfico do tempo de computação *versus* parâmetro α .

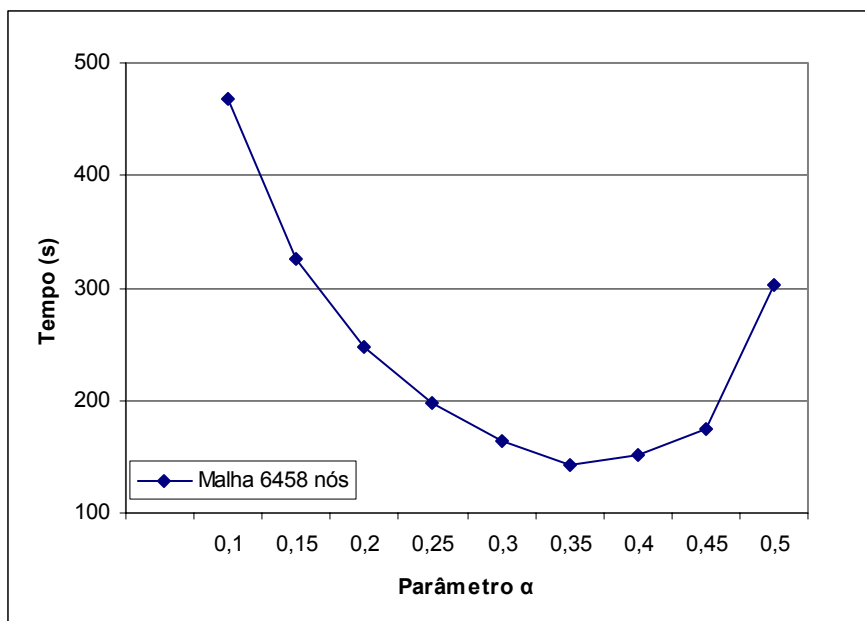


Figura 5.49 - Caso 3: gráfico do tempo de computação *versus* parâmetro α .

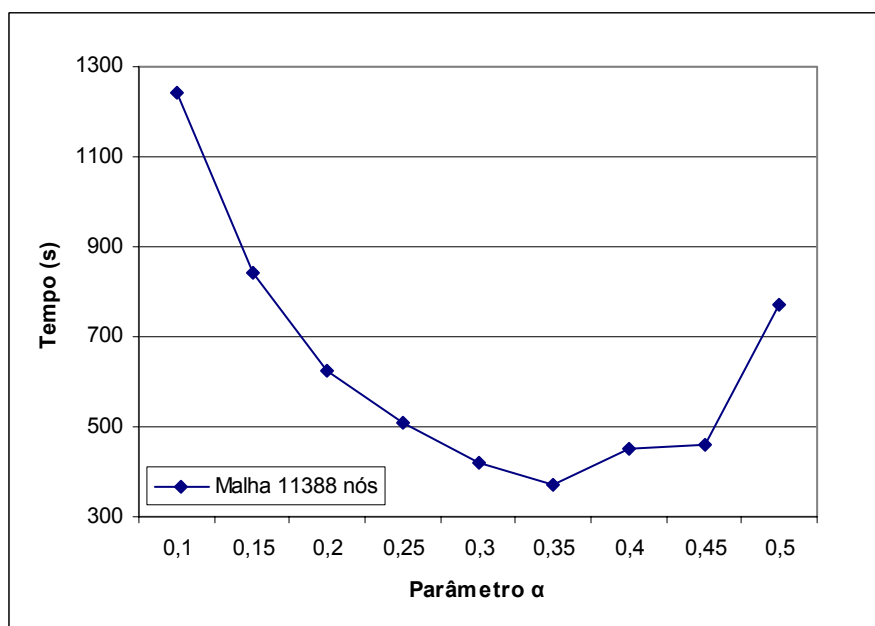


Figura 5.50 - Caso 4: gráfico do tempo de computação *versus* parâmetro α .

A Tabela 5.17 assinala a máxima diminuição do tempo e o parâmetro α que proporcionou esta diminuição para cada caso executado em relação ao valor padrão de α igual a 0,15.

Tabela 5.17 - Melhor parâmetro α e máxima diminuição do tempo para cada caso simulado.

Casos	Melhor parâmetro α	Diminuição do tempo (%)
Malha 1	0,25	63,9
Malha 2	0,35	67,8
Malha 3	0,35	69,6
Malha 4	0,35	69,9

Observando a Tabela 5.17, nota-se que a mudança do parâmetro α acarreta uma diminuição do tempo acima de 60% para os casos estudados, comparados com o valor padrão.

Apesar da diminuição do tempo proporcionado por este parâmetro, o uso de um parâmetro α só se faz necessário quando um sistema linear é resolvido para calcular a nova posição da coordenada z dos nós, onde a massa do sólido é conservada, como neste trabalho. Nos *softwares* comerciais existentes de conhecimento do autor, o cálculo da posição da nova coordenada z é realizado através de uma integral em uma linha vertical do nó em questão até a superfície, da mesma maneira como acontece para o cálculo da carga sedimentar, sem a necessidade de solução de um sistema linear. Neste procedimento não ocorre a conservação da massa do sólido pois cada coordenada é calculada através desta integral, independentemente dos nós ao seu redor.

Já o parâmetro k , apesar de propiciar uma menor diminuição de tempo, pode ser implementado na maioria dos códigos de simulação de bacias, já que o ciclo de compactação é basicamente o mesmo para todos os códigos.

5.3.3 - Interação do parâmetro α e com o parâmetro k

O intuito desta seção é a realização do estudo da interação do parâmetro α e o parâmetro k . Para isso foram realizados alguns testes onde para certos valores de α foram utilizados diferentes valores de k .

Os casos simulados foram os mesmos utilizados no estudo do parâmetro α e k . A combinação dos parâmetros usados para os testes está na Tabela 5.18.

Tabela 5.18 - Parâmetros utilizados para cada caso simulado.

Casos (1, 2, 3, 4)	$\alpha=0,15$	$\alpha=0,25$	$\alpha=0,35$
	$k=1$	$k=1$	$k=1$
	$k=3$	$k=3$	$k=3$
	$k=5$	$k=5$	$k=5$

Para cada caso foram realizados 9 testes, totalizando 36 testes para os 4 casos. Para cada caso um gráfico foi construído visando verificar o comportamento do parâmetro k para cada α utilizado.

A Figura 5.51 mostra o gráfico do primeiro caso. É interessante notar que o único parâmetro α onde houve melhora, embora pouca, à medida que o parâmetro k aumentava, foi o valor igual a 0,15. Com os outros dois valores de α , à medida que o parâmetro k

aumenta, o mesmo acontece com o tempo. Como se pode perceber na Figura 5.51, o menor tempo de computação foi encontrado quando α é igual a 0,25 e k igual a 1.

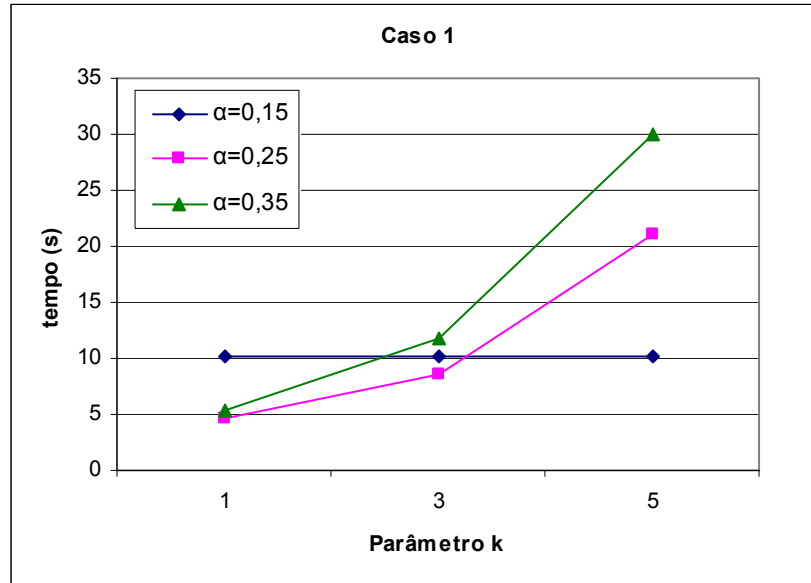


Figura 5.51 - Tempo computacional em relação ao parâmetro k para diferentes valores de α .

Nos casos seguintes simulados, Figura 5.52 a Figura 5.54, a mesma situação foi encontrada. O tempo computacional diminuiu à medida que k aumentou para α igual a 0,15, e aumentou para α igual a 0,25 e 0,35.

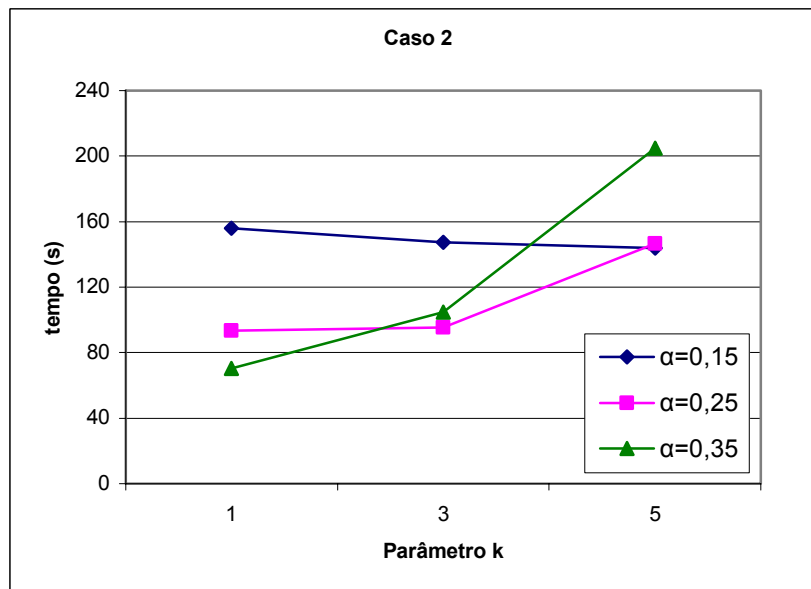


Figura 5.52 - Tempo computacional em relação ao parâmetro k para diferentes valores de α .

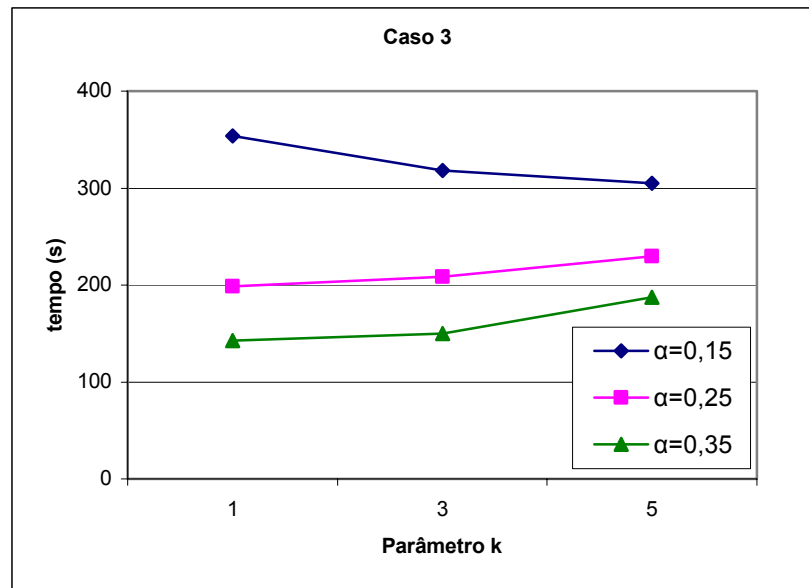


Figura 5.53 - Tempo computacional em relação ao parâmetro k para diferentes valores de α .

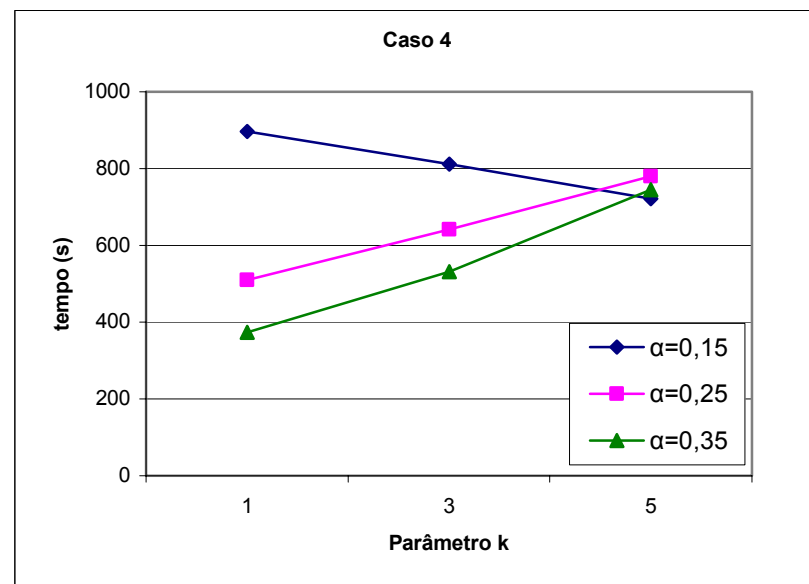


Figura 5.54 - Tempo computacional em relação ao parâmetro k para diferentes valores de α .

Este aumento do tempo para valores de α maiores que 0,15 podem ser explicados lembrando o significado do parâmetro α no processo de compactação. Este parâmetro foi introduzido para que a coordenada z não variasse muito a cada iteração, fazendo com que o problema não oscilasse. Com um valor de α pequeno a coordenada z não varia muito a cada iteração e por este motivo não se faz necessário o cálculo da carga sedimentar a cada iteração. Mas à medida que α aumenta de valor a variação da coordenada é maior e, se o cálculo da carga não for realizado a cada iteração, ocorrem oscilações numéricas, aumentando assim o tempo de computação.

CAPÍTULO 6

Conclusões

Este trabalho teve como intuito contribuir para o maior entendimento do processo de simulação de bacias sedimentares e para a construção de um simulador monofásico bidimensional utilizando o Método de Volumes Finitos baseado em Elementos (EbFVM). Este método se torna propício para simulações de bacias sedimentares, pois a discretização de geometrias complexas destas bacias podem ser realizadas de uma forma não-estruturada, utilizando elementos triangulares e quadrangulares (neste trabalho apenas triangulares). Além disso, este método também proporciona a conservação da massa do sólido e do fluido, já que as equações discretizadas foram obtidas pela integração da equação diferencial na forma conservativa em volumes de controle.

Em relação aos resultados obtidos, os mesmos mostraram coerência com os fenômenos físicos que regem o processo de formação de bacias sedimentares. Quando comparado com o *software* desenvolvido pela Petrobras, SimBR, foi constatado que a utilização da equação da conservação da massa do sólido na sua forma conservativa para o processo de descompactação e compactação fez com que a geometria final provinda do processo de simulação chegasse mais próximo da geometria fornecida como dados de entrada do problema. Esta conservação da massa do sólido não ocorre no SimBR, pois o processo de compactação é realizado nó-a-nó, onde a nova coordenada z é obtida por integrais numéricas em linhas verticais do nó em questão até a superfície. Este procedimento não garante conservação, para que no final do processo de simulação possa existir uma maior ou menor quantidade de sólido do que na bacia utilizada como dado de entrada do problema.

Apesar das bacias sedimentares mostradas neste trabalho possuírem dimensões reduzidas, outros problemas com dimensões maiores também foram simulados, apresentando o mesmo comportamento na estabilidade.

O estudo de ciclos iterativos eficientes indicou que é possível a diminuição do tempo computacional sem comprometer a solução do problema. O estudo do parâmetro k apontou que à medida que o número de incógnitas do problema aumenta, ou seja, quando a

quantidade de nós da malha é maior, o cálculo da carga sedimentar em cada iteração começa a ser muito custoso. Para solucionar este problema foi estudado um parâmetro k onde a função que calcula a carga sedimentar só fosse realizada caso a iteração n fosse um múltiplo de k . Com isso se conseguiu uma diminuição de até 19% para o caso com maior número de incógnitas quando k assumiu valor igual a cinco. Isso significa que a variação da coordenada z em cinco iterações é pequena, não comprometendo a solução do problema quando a carga sedimentar não é atualizada e, como consequência, diminuindo o tempo computacional.

Já o estudo do parâmetro α , utilizado para sub-relaxar a coordenada z em cada iteração, mostrou que é possível reduzir o tempo de computação em mais de 60% não apenas para casos onde o número de incógnitas é elevado. O uso deste parâmetro se faz necessário pois a solução da nova coordenada z é realizada dentro de um ciclo iterativo, e caso a coordenada z variasse muito de uma iteração para a outra, as propriedades que foram avaliadas na iteração anterior estariam muito erradas, fazendo com que na próxima iteração a solução tentasse resolver este problema expandindo tudo aquilo que foi compactado.

Com isso, o problema ficaria oscilando entre compactação e descompactação sem atingir a convergência. Então o parâmetro α atua como se fosse uma marcha no tempo até que a convergência da coordenada z seja atingida. Caso este parâmetro α seja muito pequeno, são necessárias muitas iterações para convergir o problema. Mas quando o parâmetro é muito grande, ocorre o problema de oscilação numérica, como já comentado, que também eleva o tempo computacional. Este estudo serviu para mostrar que para os casos simulados neste trabalho com o parâmetro α igual a 0,35 conseguiu-se diminuir em mais de 60% o tempo de simulação se comparado com o valor padrão utilizado igual a 0,15.

Apesar do parâmetro α ter apresentado um maior percentual de diminuição no tempo computacional do que o parâmetro k , ele é estritamente ligado ao procedimento utilizado para a compactação das camadas. Caso as camadas fossem compactadas pela integração numérica na vertical, como usado em alguns modelos, o parâmetro α não seria necessário. Já o ciclo iterativo onde aparece o parâmetro k é bastante genérico, sendo parecido na maioria dos códigos computacionais de simulação de bacias. Apesar de o parâmetro k ter apresentado uma menor diminuição no tempo, tal não tira sua importância no processo. Mas é importante salientar que as conclusões dos parâmetros estudados neste

trabalho valem apenas para os problemas aqui apresentados, não podendo ser generalizados.

Finalmente, um breve estudo da interação dos parâmetros k e α foi realizado, concluindo-se que à medida que o parâmetro α aumenta maior será a diferença da coordenada z atual da iteração anterior, fazendo-se necessária a solução da função “Calcula carga sedimentar” a cada iteração. Já o parâmetro k significa, em outras palavras, quantas iterações a carga sedimentar pode ser mantida constante, diminuindo-se os tempos de computação sem introduzir dificuldades de convergência. Caso o parâmetro α for pequeno, menor será a diferença de z em cada iteração, e uma maior quantidade de iterações podem ser feitas sem a atualização da carga sedimentar, ou seja, maior é o parâmetro k . Mas, à medida que α aumenta, maior será a diferença da coordenada z de uma iteração para outra. Por este motivo, o parâmetro k não pode ser aumentado, pois ocorrem oscilações numéricas, aumentando o tempo de computação.

6.1 - Sugestões para trabalhos futuros

A primeira sugestão diz respeito, logicamente, à implementação do modelo bifásico, já que o modelo monofásico foi implementado levando em consideração uma futura implementação bifásica, como, por exemplo, o esquema de avaliação da mobilidade a montante, como discutido na seção 3.4 e a utilização do método de Newton para a solução do escoamento. Com o modelo bifásico implementado, pode-se pensar em novos ciclos iterativos eficientes, com o objetivo novamente de diminuir o tempo de simulação.

Além do escoamento bifásico, deve-se pensar na implementação da equação da energia e de um modelo de geração de hidrocarboneto. Para o aparecimento de hidrocarbonetos, o modelo de geração leva em consideração os efeitos de pressão e temperatura, fazendo-se necessária a solução da equação da energia.

Finalmente, recomenda-se o estudo mais aprofundado dos parâmetros α e k para outros problemas além dos testados neste trabalho, pois com estes parâmetros conseguiu-se uma diminuição significativa no tempo de computação.

Referências bibliográficas

- Aris, R. "Vectors, Tensors and Basic Equations of Fluid Mechanics". Dover, 1989.
- Athy, L. F. "Density, porosity, and compaction of sedimentary rocks". Bulletin of the American Association of Petroleum Geologists, v. 14, p. 1-24, 1930.
- Aziz, K. and Settari, A. "Petroleum reservoir Simulation". Applied Science Publishers, London, 1979.
- Baliga, B. R. and Patankar, S. V. "A control-volume finite-element method for two-dimensional fluid flow and heat transfer". Numerical Heat Transfer, Vol. 6, p. 245-261, 1983.
- Bethke, C. M. "A numerical model of compaction-driven groundwater flow and heat transfer and its application to the paleohydrology of intracratonic sedimentary basins". Journal of Geophysical Research, v. 90, 6817-6828, 1984.
- Bour, O. and Lerche, I. "Numerical modeling of abnormal fluid pressures in the Navarin Basin, Bering Sea". Marine and Petroleum Geology, 11, 491-500, 1994.
- Bredehoeft, J. D., Wesley, J. B., Fouch, T. D. "Simulations of the origin of fluid pressure, fracture generation, and the movement of the fluid in the Uinta Basin". Utah AAPG Bulletin, 1729-47, 1994.
- Chen, Z., Ewing, R. E., Lu, H., Lyons, S. L., Maliassonv, S., Ray, M. B., Sun, T. "Integrated two-dimensional modeling of fluid flow and compaction in a sedimentary basin". Computational Geosciences, 6, 545-564, 2002.
- COI-Lib. "Biblioteca de Classes e Objetos para Desenvolvimento Científico". ESSS (www.esss.com.br).
- Cordazzo, J., Maliska, C. R., Silva, A. F. C. e Hurtado, F. S. V. "Representação de Reservatórios Heterogêneos e com Falhas Geológicas em Malhas Não-Estruturadas". CILAMCE – XXV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, Recife, Pernambuco, Brasil, 2004a.
- Cordazzo, J., Maliska, C. R., Silva, A. F. C., and Hurtado, F. S. V. "The Negative Transmissibility Issue When Using CVFEM in Petroleum Reservoir Simulation

- Theory”, Proceedings of the 10th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering – ENCIT, 2004b.
- Cordazzo, J. “An Element Based Conservative Scheme using Unstructured Grids for Reservoir Simulation”. Paper presented at the 2004 SPE International Student Paper Contest at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Houston, Texas, 26-29 September 2004c.
- Cordazzo, J. “Element-based Finite Volume Method Applied to Reservoir Simulation”. Ph.D. Thesis in Portuguese, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brazil, 2006.
- Darcy, H., 1856. *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*. Paris (reprinted in Hubbert, 1969).
- Forbes, A., Ungerer, P., Mudford, B. S. “A two dimensional model of overpressure development and gas accumulation in Venture Field, Eastern Canada”. *AAPG Bulletin*, 76, 318-38, 1992.
- Forsyth, P. A. “A Control-Volume, Finite-Element Method for Local Mesh Refinement in Thermal Reservoir Simulation”. SPE paper 18415, (Nov.): 561-566, 1990.
- Fung, L. S. K., Buchanan, W. L. and Sharma, R. “Hybrid-CVFE Method for Flexible Grid Reservoir Simulation”. SPE paper 25266 presented at the 12th SPE Symposium on Reservoir Simulation, New Orleans, LA, February 28-March 3, 1993.
- Fung, L. S., Hiebert, A. D. and Nghiem, L. “Reservoir Simulation With a Control-Volume Finite-Element Method”. SPE paper 21224 presented at the 11th SPE Symposium on Reservoir Simulation, Anaheim, California, February 17-20, 1991.
- GiD. “Personal pre and post processor”. International Center for Numerical Methods in Engineering (www.gidhome.com).
- Gordon, D. S., Flemings, P. B. “Generation of overpressure and compaction-driven fluid flow in a Plio-Pleistocene growth-faulted basin, Eugene Island 330, offshore Louisiana”. *Basin Research*, 10, 177-96, 1998.
- Gottardi, G. and Dall’Olio, D. “A Control-Volume Finite-Element Model for Simulating Oil-Water Reservoirs”. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 8, 29-41, Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam, 1992.
- Helmig, R. “Multiphase Flow and Transport Process in the Subsurface: a Contribution to the Modeling of Hydrosystems”. New York, Springer-Verlag, 1997.

- Hirasaki, G. J. and O'Dell, P. M. "Representation of reservoir geometry for numerical simulation". SPE Journal, December, 393-404, 1970.
- Hurtado, F. S. V. "An Element-based Finite Volume Formulation for Numerical Simulation of Two-Phase Immiscible Displacement in Porous Media". Master Thesis in Portuguese, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brazil, 2005.
- Hughes, T. J. R. "The Finite Element Method, Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis". Prentice Hall, New Jersey, 1987.
- Hubbert, M. K. and Rubey, W. W. "Role of fluid pressure in mechanics of fluid-filled porous solids and application to over thrust faulting". Geol. Soc. Am. Bull., 70, 115-166, 1959.
- Juanes, R. "Displacement theory and multiscale numerical modeling of three-phase flow in porous media". Ph.D. Thesis. University of California, Berkeley, 2003.
- Lee, M. K. and Williams, D. D. "Paleohydrology of the Delaware Basin, Western Texas: overpressure development, hydrocarbon migration and ore genesis". AAPG Bulletin, 84, 961-74, 2000.
- Maliska, C. R. Computational Heat Transfer and Fluid Flow, 2nd Edition. Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro, 2004 (in Portuguese).
- Maliska, C. R., Cunha, A. R., Livramento, M. A. and Silva, A. F. C. "Tridimensional Petroleum Reservoir Simulation Using Generalized Curvilinear Grids". In proceedings do V ENCIT, São Paulo, Dezembro, p. 363-366, 1994.
- Maubeuge, F. and Lerche, I. "A north Indonesian basin: geo, thermal and hydrocarbon generation histories". Marine and Petroleum Geology, 10, 231-45, 1993.
- Maubeuge, F. and Lerche, I. "Geopressure evolution and hydrocarbon generation in a north Indonesian basin: two-dimensional quantitative modeling". Marine and Petroleum Geology, 104, 104-15, 1994.
- Mello, U. T., Karner, G. D. and Anderson, R. N. "A physical explanation for the positioning of the depth to the top of overpressure in shale-dominated sequences in the Gulf Coast Basin". Journal of Geophysical Research, v. 99 (B2), 2775-2789, 1994.
- Microsoft Visual C++ .Net, Microsoft (www.microsoft.com/vstudio).

- Mota, M. A. A. “Simulação Numérica de Reservatórios de Petróleo Utilizando Coordenadas Generalizadas e Esquema de Interpolação TVD”. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, UFSC, Florianópolis, SC, 1994.
- Perry, R. H., Green, D. W., Maloney, J. O. Perry’s Chemical Engineers Handbook. 7. ed. New York, McGraw-Hill, 1997.
- Person, M. and Garven, G. “Hydrologic constraints on petroleum generation within continental rift basins: theory and application to the Rhine Graben”. AAPG Bulletin, 76, 468-88, 1992.
- Person, M. Toupin, D., Eadington, P. “One-dimensional models of groundwater flow, sediment thermal history and petroleum generation within continental rift basin”. Basin Research, 7, 81-96, 1995.
- Petromod. “Petroleum Systems Modeling Software & Services”. Integrated Exploration Systems – IES (www.ies.de).
- Roberts, S. J. and Nunn, J. “Episodic fluid expulsion from geopressed sediments”. Marine and Petroleum Geology, 12, 195-204, 1995.
- Rozon, B. J. “A Generalized Finite Volume Discretization Method for Reservoir Simulation”. SPE paper 18414 presented at the Reservoir Simulation Symposium, Houston, Texas February 6-8, 1989.
- Schneider, F. “Basin Modeling in complex area: Examples from Eastern Venezuelan and Canadian Foothills”. Oil & Gas Science and Technology, v. 58, n. 2, p. 313-324, 2003.
- Schneider, G. E. and Raw, M. “A skewed positive influence coefficient upwinding procedure for control volume-based finite element convection-diffusion computations”. Numerical Heat Transfer, v. 9, p. 1-26, 1986.
- Schneider, G. E. and Zedan, M. “Control-Volume-Based Finite Element Formulation of the heat conduction equation”. Spacecraft Thermal Control, Design and Operation, Prog. Astronaut. Aeronaut., v. 86, p. 305-327, 1983.
- Schneider, F., Wolf, S., Faille, I., Pof, D. “A 3D basin model for hydrocarbon potential evaluation: Application to Congo offshore”. Oil & Gas Science and Technology, v. 55, n. 1, p. 3-13, 2000.
- Schubert Jr., E., Hurtado, F. S. V., Cordazzo, J. e Maliska, C. R. “Modelo Numérico do Processo de Deposição e Compactação de Bacias Sedimentares Utilizando Malhas Não-Estruturadas”. Rio Oil & Gas 2006 Expo and Conference, Rio de Janeiro, 2006.

- Sweeney, J. J. and Burnham, A. K. "Evaluation of a simple model of vitrinite reflectance based on chemical kinetics". Bulletin of American Association of Petroleum Geologists, v. 74 (10), p. 1559-1570, 1990.
- SimBR. "Simulador de bacias geológicas da Petrobras". Petróleo Brasileiro S.A – Petrobras, projeto sigiloso.
- Terzaghi, K. "Die Berechnung der durchlässigkeitsziffer des tones aus dem verlauf des hydrodynamischen spannungserscheinungen". Szgber Akad. Wiss. Vien, Math-Naturwiss. Klasse IIa, 132(3-4): 125-138, 1923.
- Temis. "Sedimentary Basin Modeling". Institut Français du Pétrole (www.ifp.fr).
- Tissot B. P., Welte D. H. "Petroleum formation and occurrence". Ed. Springer-Verlag, New York, p. 601-604, 1984.
- Tuncay, K. and Ortovela, P. "Quantitative basin modeling: present state and future developments towards predictability". Geofluids, 4, 23-39, 2004.
- Ungerer, P, Burrus, J., Doligez, B., Chenet, P. Y., Bessis, F. "Basin evaluation by integrated two-dimensional modeling of heat transfer, fluid flow, hydrocarbon generation, and migration". AAPG Bulletin, 74, 309-35, 1990.
- Wieck, J., Person, M., Strayer, L. "A finite element method for simulating fault block motion and hydrothermal fluid flow within rifting basins". Water Resources Research, 31, 3241-58, 1995.
- Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L. "The Finite Element Method. V. I. Basic Formulation and Linear Problems". London: McGraw-Hill, 1989.