

DANIEL FONTAN MAIA DA CRUZ

**IMPLEMENTAÇÃO DA CINEMÁTICA INVERSA DE ROBÔS
REDUNDANTES OPERANDO EM AMBIENTES
CONFINADOS NO PROJETO ROBOTURB**

FLORIANÓPOLIS

2007

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

IMPLEMENTAÇÃO DA CINEMÁTICA INVERSA DE ROBÔS
REDUNDANTES OPERANDO EM AMBIENTES
CONFINADOS NO PROJETO ROBOTURB

Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

DANIEL FONTAN MAIA DA CRUZ

Florianópolis, Setembro de 2007.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**IMPLEMENTAÇÃO DA CINEMÁTICA INVERSA DE
ROBÔS REDUNDANTES OPERANDO EM AMBIENTES
CONFINADOS NO PROJETO ROBOTURB**

DANIEL FONTAN MAIA DA CRUZ

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia**, especialidade **Engenharia Mecânica**, sendo aprovada em sua forma final.

Prof. Raul Guenther, D.Sc.
Orientador (*In Memoriam*)

Prof. Daniel Martins, D.Eng.
Orientador

Prof. Fernando Cabral, PhD.
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Altamir Dias, D.Sc.
Presidente

Prof. Edson Roberto de Pieri, Dr.

Prof. Nelson Back, PhD.

Aos meus pais Julio e Tereza.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais Julio e Tereza, por me apoiarem sempre e por tornarem possível a concretização deste sonho. Tudo o que sou hoje devo a eles.

A minha noiva Samya que está sempre comigo e me apoia em todos os momentos.

Aos meus irmãos Julio e Daniela e meus cunhados Danyella e Rodrigo, pelo apoio e incentivo constante.

Ao meu professor de graduação Roberaldo Carvalho de Souza, pelos ensinamentos, apoio e incentivo.

Aos meus orientadores Raul Guenther (*In Memoriam*) e Daniel Martins, e aos amigos do grupo de robótica: André, Humberto, Ribeiro e Simas.

Aos grandes amigos da engenharia civil Carlos Leal, André Dória e Jerônimo Peixoto.

A todos os amigos, familiares e colegas que contribuíram direta ou indiretamente na realização deste trabalho.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Nível Superior - CAPES, pelo apoio financeiro.

Sumário

Lista de Figuras	p. xv
Lista de Símbolos	p. xxi
Resumo	p. xxiii
Abstract	p. xxv
1 Introdução	p. 1
1.1 Objetivo	p. 3
1.2 Estrutura da Dissertação	p. 3
2 Fundamentos Teóricos	p. 5
2.1 Introdução	p. 5
2.2 Método dos Deslocamentos de Helicóides Sucessivos	p. 5
2.2.1 Matriz de Transformação Homogênea	p. 5
2.2.2 Deslocamentos de Helicóides Sucessivos	p. 7
2.3 Representação do Movimento Instantâneo por Helicóides	p. 8
2.3.1 Matriz de Transformação de Coordenadas	p. 10
2.4 Método de Davies	p. 11
2.5 Representação de Cadeias Cinemáticas por Grafos	p. 12
2.5.1 Estrutura Cinemática	p. 13
2.5.2 Grafo de Acoplamento	p. 14
2.6 Cadeia Virtual de Assur	p. 15
2.6.1 Definição	p. 15

2.6.2	Cadeia Virtual de Assur Plana PPR	p. 15
2.6.3	Cadeia Virtual de Assur Plana RPR	p. 16
2.6.4	Cadeia Virtual de Assur Espacial PPPRRR	p. 17
2.7	Conclusão	p. 18
3	Cinemática Inversa	p. 19
3.1	Introdução	p. 19
3.2	Cinemática Diferencial Clássica	p. 20
3.2.1	Integração da Cinemática Diferencial	p. 21
3.3	Cinemática Diferencial Empregando Cadeias Virtuais de Assur	p. 25
3.3.1	Integração da Cinemática Diferencial Empregando Cadeias Virtuais de Assur	p. 27
3.3.1.1	Exemplo Numérico	p. 33
3.3.2	Aplicação em Robôs Seriais	p. 38
3.3.3	Implementação no Roboturb	p. 43
3.4	Conclusão	p. 49
4	Cinemática Inversa em Ambientes Confinados	p. 51
4.1	Introdução	p. 51
4.2	Metodologia	p. 52
4.2.1	A Descontinuidade Cinemática no Chaveamento	p. 59
4.2.2	Suavização da Descontinuidade Cinemática	p. 66
4.3	Conclusão	p. 73
5	Implementação no Roboturb - Numérica	p. 75
5.1	Introdução	p. 75
5.2	Manipulador Plano PRRR	p. 75
5.3	Roboturb	p. 83
5.4	Conclusão	p. 94

6	Implementação no Roboturb - Experimental	p. 95
6.1	Introdução	p. 95
6.2	Informações do Problema	p. 95
6.3	Resultados	p. 96
6.4	Conclusão	p. 105
7	Conclusão	p. 107
	Referências	p. 109

Lista de Figuras

1	Diagrama vetorial do deslocamento espacial de helicóide.	p. 6
2	Cadeia de dois corpos e os deslocamentos helicoidais correspondentes.	p. 7
3	Componentes do helicóide na representação cinemática.	p. 9
4	Transformação de coordenadas de helicóide.	p. 10
5	Mecanismo plano de 4 barras.	p. 13
6	Estrutura cinemática do mecanismo plano de 4 barras.	p. 14
7	Digrafo de acoplamento do mecanismo plano de 4 barras.	p. 14
8	Cadeia virtual de Assur PPR.	p. 15
9	Cadeia virtual de Assur RPR.	p. 16
10	Cadeia virtual de Assur PPPRRR.	p. 17
11	Desvio no espaço operacional.	p. 21
12	Visualização da atuação do ganho.	p. 23
13	Visualização da atuação de um ganho elevado.	p. 23
14	Diagrama de bloco do método de integração clássico.	p. 24
15	Mecanismo plano de 4 barras.	p. 25
16	Mecanismo plano de 4 barras - Abertura da cadeia em virtude do erro em q_s	p. 27
17	Mecanismo plano de 4 barras + cadeia virtual de erro RPR.	p. 28
18	Mecanismo plano de quatro barras mais cadeia virtual de erro PPR alinhada com o último corpo.	p. 29
19	Mecanismo plano de quatro barras mais cadeia virtual de erro PPR alinhada com o sistema de coordenadas.	p. 30
20	Mecanismo plano de 4 barras (exemplo numérico).	p. 33
21	Mecanismo plano de 4 barras + cadeia de erro (exemplo numérico).	p. 33
22	Erro de orientação e_{rz} do mecanismo 4 barras ($K = 10$).	p. 35

23	Erro de posição e_{px} do mecanismo 4 barras ($K = 10$).	p. 36
24	Erro de posição e_{py} do mecanismo 4 barras ($K = 10$).	p. 36
25	Resultado da cinemática inversa - Posições das juntas secundárias ($K = 10$). .	p. 37
26	Influência do ganho na convergência do erro - Mecanismo de quatro barras. .	p. 37
27	Manipulador Plano de 3 Elos.	p. 38
28	Manipulador plano de 3 barras acoplado a uma cadeia virtual de Assur PPR. .	p. 39
29	Manipulador plano de 3 barras acoplado a duas cadeias virtuais PPR.	p. 39
30	Configuração inicial do manipulador e trajetória a ser seguida.	p. 40
31	Resultado do seguimento de trajetória - Erro, posição e velocidade.	p. 41
32	Influência do ganho K na convergência do erro, utilizando de 1 a 4 iterações.	p. 42
33	Manipulador espacial do Roboturb.	p. 43
34	Manipulador espacial do Roboturb representado pelos eixos das juntas e seus helicóides.	p. 43
35	Estrutura cinemática do Roboturb acoplado a duas cadeias virtuais PPPRRR.	p. 44
36	Representação em grafo do manipulador do Roboturb acoplado a duas cadeias virtuais PPPRRR.	p. 44
37	Erro de posição e_{px} do manipulador do Roboturb.	p. 46
38	Erro de posição e_{py} do manipulador do Roboturb.	p. 46
39	Erro de posição e_{pz} do manipulador do Roboturb.	p. 47
40	Erro de orientação e_{rx} do manipulador do Roboturb.	p. 47
41	Erro de orientação e_{ry} do manipulador do Roboturb.	p. 48
42	Erro de orientação e_{rz} do manipulador do Roboturb.	p. 48
43	Manipulador plano PRRR.	p. 53
44	Manipulador plano PRRR acoplado a uma cadeia virtual PPR.	p. 53
45	Manipulador plano PRRR acoplado a duas cadeias virtuais PPR.	p. 54
46	Manipulador plano PRRR acoplado às cadeias virtuais PPR e RPR.	p. 55
47	Manipulador plano PRRR acoplado às cadeias virtuais PPR, RPR e 2 PPR de erro.	p. 55

48	Estrutura cinemática do robô planar PRRR acoplado às cadeias virtuais PPR, RPR e 2 PPR de erro.	p. 56
49	Representação em grafo do robô planar PRRR acoplado às cadeias virtuais PPR, RPR e 2 PPR de erro.	p. 56
50	Diagrama de bloco do algoritmo de cinemática inversa com chaveamento brusco.	p. 60
51	Robô planar PRRR (Exemplo Numérico).	p. 61
52	Resultado da cinemática inversa do robô planar PRRR - Posição.	p. 62
53	Resultado da cinemática inversa do robô planar PRRR - Velocidade.	p. 62
54	Resultado da cinemática inversa do robô planar PRRR - Aceleração.	p. 63
55	Resultado da cinemática inversa do robô planar PRRR - junta virtual P_r	p. 64
56	Resultado da cinemática inversa do robô planar PRRR - Posição (0 a 1s).	p. 64
57	Resultado da cinemática inversa do robô planar PRRR - Velocidade (0 a 1s).	p. 65
58	Resultado da cinemática inversa do robô planar PRRR - Aceleração (0 a 1s).	p. 65
59	Resultado da cinemática inversa do robô planar PRRR - junta virtual P_r (0 a 1s).	p. 66
60	Diagrama de bloco do algoritmo de cinemática inversa com chaveamento suave.	p. 69
61	Resultado da cinemática inversa do manipulador plano PRRR - Posição (Transição Suave).	p. 70
62	Resultado da cinemática inversa do manipulador plano PRRR - Velocidade (Transição Suave).	p. 71
63	Resultado da cinemática inversa do manipulador plano PRRR - Aceleração (Transição Suave).	p. 71
64	Resultado da cinemática inversa do manipulador plano PRRR - junta virtual P_r (Transição Suave).	p. 72
65	Manipulador plano PRRR acoplado a quatro cadeias virtuais PPR.	p. 76
66	Estrutura cinemática do manipulador plano PRRR acoplado a quatro cadeias virtuais PPR.	p. 76
67	Grafo do manipulador plano PRRR acoplado a quatro cadeias virtuais PPR.	p. 76
68	Configuração inicial - Manipulador plano PRRR.	p. 77

69	Resultado da cinemática inversa do manipulador plano PRRR - Posição.	p. 78
70	Resultado da cinemática inversa do manipulador plano PRRR - Velocidade.	p. 79
71	Resultado da cinemática inversa do manipulador plano PRRR - Aceleração.	p. 79
72	Resultado da cinemática inversa da junta virtual de evitamento de colisão P_{y2}	p. 80
73	Limite alcançado pela junta P_{y2}	p. 80
74	Resultado da cinemática inversa do manipulador plano PRRR - Posição (1 a 2.5s).	p. 81
75	Resultado da cinemática inversa do manipulador plano PRRR - Velocidade (1 a 2.5s).	p. 81
76	Resultado da cinemática inversa do manipulador plano PRRR - Aceleração (1 a 2.5s).	p. 82
77	Resultado da cinemática inversa da junta virtual P_{y2} do manipulador plano PRRR (1 a 2.5s).	p. 82
78	Estrutura cinemática do Roboturb acoplado às cadeias virtuais PPPRRR.	p. 83
79	Representação em grafo do manipulador do Roboturb acoplado às cadeias virtuais PPPRRR.	p. 83
80	Trajetória desejada.	p. 85
81	Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Posição (Juntas A, B, C e D).	p. 86
82	Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Posição (Juntas E, F e G).	p. 87
83	Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Velocidade (Juntas A, B, C e D).	p. 87
84	Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Velocidade (Juntas E, F e G).	p. 88
85	Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Aceleração (Juntas A, B, C e D).	p. 88
86	Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Aceleração (Juntas E, F e G).	p. 89
87	Resultado da cinemática inversa da junta virtual de evitamento de colisão P_{z2}	p. 89

88	Limite alcançado pela junta P_{z2}	p. 90
89	Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Posição (Juntas A, B, C e D) (0 a 0.7s).	p. 90
90	Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Posição (Juntas E, F e G) (0 a 0.7s).	p. 91
91	Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Velocidade (Juntas A, B, C e D) (0 a 0.7s).	p. 91
92	Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Velocidade (Juntas E, F e G) (0 a 0.7s).	p. 92
93	Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Aceleração (Juntas A, B, C e D) (0 a 0.7s).	p. 92
94	Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Aceleração (Juntas E, F e G) (0 a 0.7s).	p. 93
95	Resultado da cinemática inversa da junta virtual P_{z2} do manipulador espacial do Roboturb (0 a 0.7s).	p. 93
96	Configuração inicial.	p. 96
97	Resultado experimental - Posição (Juntas A, B, C e D).	p. 97
98	Resultado experimental - Posição (Juntas E, F e G).	p. 97
99	Resultado experimental - Velocidade (Juntas A, B, C e D).	p. 98
100	Resultado experimental - Velocidade (Juntas E, F e G).	p. 98
101	Resultado experimental - Aceleração (Juntas A, B, C e D).	p. 99
102	Resultado experimental - Aceleração (Juntas E, F e G).	p. 99
103	Resultado experimental da junta P_{z2}	p. 100
104	Limite alcançado no experimental pela junta P_{z2}	p. 100
105	Resultado experimental - Posição (Juntas A, B, C e D) (região de colisão).	p. 101
106	Resultado experimental - Posição (Juntas E, F e G) (região de colisão).	p. 101
107	Resultado experimental - Velocidade (Juntas A, B, C e D) (região de colisão).	p. 102
108	Resultado experimental - Velocidade (Juntas E, F e G) (região de colisão).	p. 102
109	Resultado experimental - Aceleração (Juntas A, B, C e D) (região de colisão).	p. 103

-
- 110 Resultado experimental - Aceleração (Juntas E , F e G) (região de colisão). . p. 103
- 111 Resultado experimental da junta P_{z2} (região de colisão). p. 104

Lista de Símbolos

r	Graus de liberdade de uma tarefa
n	Graus de liberdade do robô, ou número de juntas
P	Ponto no espaço operacional
θ	Rotação angular em torno de um eixo
s	Vetor unitário em direção ao eixo de helicóide
s_0	Vetor posição de um ponto sobre o eixo de helicóide
$R(\theta)$	Matriz de rotação correspondente a uma rotação θ em torno do eixo de helicóide
$d(\tau)$	Vetor deslocamento correspondente a translação τ ao longo do eixo de helicóide
σ	Corpo rígido
A	Matriz de transformação homogênea
$\$$	Helicóide
h	Passo do helicóide
ω	Velocidade angular
V_p	Velocidade linear de um ponto p que se move com o corpo e que coincide instantaneamente com a origem do sistema de coordenadas
τ	Velocidade paralela ao eixo de helicóide
S_0	Posição de qualquer ponto no eixo de helicóide representado vetorialmente no sistema de referência
\dot{q}	Magnitude do helicóide
$\hat{\$}$	Helicóide normalizado
S	Vetor normalizado paralelo ao eixo do helicóide
O	Origem do sistema de coordenadas
R	Matriz de rotação
W	Matriz anti-simétrica
T	Matriz de transformação de coordenadas de helicóides

N	Matriz de rede
N_p	Matriz de rede primária
N_s	Matriz de rede secundária
\dot{x}	Vetor velocidade no espaço operacional
J	Matriz Jacobiana
x_d	Configuração desejada
x	Configuração atual
e	Erro
K	Matriz de ganhos
F	Grau de liberdade de um mecanismo
λ	Grau de liberdade do espaço de trabalho
q_p	Movimento nas juntas primárias
q_s	Movimento nas juntas secundárias
N_e	Matriz de rede de erro
\dot{q}_e	Vetor das magnitudes de erro
K_e	Matriz de ganho de erro
ℓ_i	Comprimento do corpo i

Resumo

Esta dissertação apresenta um método para solução da cinemática inversa de robôs redundantes operando em ambientes confinados, baseado no método das restrições cinemáticas, no método de Davies, na teoria de helicóides e na utilização de cadeias virtuais de Assur.

As cadeias cinemáticas virtuais são adicionadas convenientemente à cadeia cinemática do manipulador para obter informações do movimento relativo entre elos do manipulador ou do movimento absoluto de um elo particular, por exemplo, do efetuador do manipulador. Adicionalmente, as cadeias cinemáticas virtuais podem impor movimentos à cadeia cinemática do manipulador através da introdução de restrições cinemáticas. O conjunto formado pela cadeia cinemática do manipulador e pela cadeia cinemática virtual é denominada cadeia cinemática modificada.

A aplicação do método de Davies à cadeia cinemática modificada permite estabelecer a sua equação de restrição. Esta equação de restrição relaciona as velocidades das juntas da cadeia cinemática modificada e, portanto, permite calcular as velocidades de um conjunto de juntas em função das velocidades de outro conjunto de juntas cujas velocidades são dadas.

A partir do método apresentado é possível obter um enfoque unificado para calcular a cinemática diferencial direta e inversa de manipuladores seriais e paralelos, mediante um mesmo procedimento. Adicionalmente, abre-se uma nova possibilidade de enfrentar questões como o desvio ou a ultrapassagem de singularidades, a detecção e o desvio de colisões e a cinemática inversa de robôs redundantes.

Utilizando o método apresentado, desenvolve-se uma metodologia de evitamento de colisão que suaviza o movimento entre a troca de sistemas de controle de movimento, evitando a geração de descontinuidades nas velocidades e nas acelerações, o que se torna fundamental para aplicações práticas do método.

Abstract

This dissertation presents a method to solve inverse kinematic problems of redundant robots working in a constrained workspace. The method is based on the method of kinematic constraint, on the Davies' method, on the screw theory and on the use of Assur virtual chains.

The Assur virtual chains are conveniently added to the kinematic chain of the manipulator to obtain information about the movement between the links or about the total movement of a link, for example, the end-effector. Furthermore, the Assur virtual chains can be used to monitoring or to impose movements on the links of the kinematic introducing kinematic constraints. The assemble of the original kinematic chain and the Assur virtual chain are called modified kinematic chain.

Applying the Davies' method to the modified kinematic chain it is possible to establish the kinematic constraint equation. This kinematic constrain equation relate the joints velocities of the modified kinematic chain. In addition, it is possible to calculate some joints velocities from the others.

Using the method proposed in this dissertation we generate a unified methodology to solve differential kinematics problem of serial and parallel robots. The methodology create new ways to solve problems like singularities and collision avoidance.

To complement the methodology, an avoidance collision method without generate kinematic discontinuities during the transition is developed. Moreover, this solution is necessary to apply the methodology in real experiments.

1 *Introdução*

Esta dissertação trata da cinemática inversa de robôs redundantes operando em ambientes confinados, ou seja, trata da relação entre as variáveis no espaço operacional e as variáveis no espaço das juntas, considerando o seguimento de trajetória e utilizando a redundância para o desvio de obstáculos sem o comprometimento da execução da tarefa.

O crescimento e popularização da robótica tem se evidenciado nos últimos anos. A robótica é uma área de pesquisa interdisciplinar que emprega ferramentas, metodologias e tecnologias inerentes a grandes áreas do conhecimento como a engenharia mecânica, engenharia mecatrônica, engenharia elétrica e eletrônica e engenharia da computação.

Os robôs industriais são utilizados para substituir a operação manual em tarefas repetitivas, para executar tarefas que exigem níveis de precisão elevados e para executar tarefas em geral que contenham algum nível de insalubridade ou que ofereçam risco ao ser humano.

As aplicações típicas dos robôs industriais incluem pintura, soldagem, montagem, movimentação de cargas, inspeção de produtos e realização de testes, as quais são realizadas com precisão, velocidade e robustez relativamente elevadas.

De acordo com a definição da ISO (*International Standardization Organization*), um robô industrial é um manipulador controlado automaticamente, multipropósito, programável e reprogramável em três ou mais eixos, que pode ser fixo numa base ou móvel, para uso em aplicações de automação industrial (ISO, 2007).

Segundo a RIA (*Robotic Industries Association*) existem atualmente mais de 171 mil robôs em uso industrial nos Estados Unidos, o que deixa o país em segundo lugar em número de robôs, perdendo apenas para o Japão (RIA, 2007). Até junho de 2007 foram vendidos 9.208 robôs industriais na América do Norte, totalizando um valor de 525 milhões de dolares. De acordo com UNECE (*The United Nations Economic Commission for Europe*) a robótica é uma indústria de 8 bilhões de dolares (globalmente) com crescimento esperado para 22,61 bilhões em 2010 (UNECE, 2007).

A utilização de robôs em ambiente industrial não é um assunto resolvido nem consiste apenas na integração de tecnologias existentes. Em ambiente industrial existem alguns desafios

que são motivados pela necessidade de fazer a interface com operadores humanos, visto que ambos terão de coexistir e cooperar entre si.

Nas fábricas modernas atuais, verifica-se uma grande mistura de trabalho humano e trabalho baseado em máquinas automáticas (robôs manipuladores, robôs móveis, máquinas ferramenta, equipamentos pneumáticos e hidráulicos, etc.), o que insere enormes desafios ao nível de dispositivos e software de interface homem-máquina, os quais não se encontram resolvidos e são tema atual de pesquisa e desenvolvimento.

Outro desafio na utilização de robôs em ambiente industrial consiste no desenvolvimento de robôs capazes de se adequar ao ambiente de trabalho e/ou realizar tarefas com a mínima ou nenhuma intervenção humana. Uma das maneiras de fazer com que um robô tenha autonomia durante a execução de uma tarefa é dotá-lo de uma capacidade de executar tarefas secundárias, ou seja, fazer com que o robô possa não só executar uma solda numa peça, por exemplo, mas também desviar de algum obstáculo que por ventura apareça em seu caminho, sem que isto comprometa a execução da soldagem.

Para que robôs executem tarefas secundárias é necessário que haja redundância no sistema. Robôs redundantes são classicamente definidos como robôs que possuem mais graus de liberdade do que a tarefa a ser executada exige (MARTINS; PIGA-CARBONI, 2006). Se uma tarefa exige um número r de movimentos e o robô possui n movimentos, a redundância é dada por $n - r$, ou seja, o robô possui $n - r$ graus de redundância.

A existência de graus de redundância implica em um número infinito de soluções para que o robô execute determinada tarefa. Com o aproveitamento da redundância é possível definir tarefas secundárias e tornar a solução única. Dentre as principais tarefas secundárias impostas, destacam-se: evitamento de interrupção de operações; otimização de seguimento de trajetória; e evitamento de colisão (SIMAS, 2005).

Uma aplicação industrial que utiliza um robô redundante para deposição de solda foi desenvolvida no projeto conhecido como *Projeto Roboturb* (GUENTHER; SIMAS; PIERI, 2000).

O projeto Roboturb consistiu no desenvolvimento de um sistema automatizado para recuperação *in loco* de pás de rotores de turbinas hidráulicas erodidos por cavitação. O projeto foi iniciado em 1998, sendo desenvolvido através de uma parceria entre a Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, o Instituto de Tecnologia para o Desenvolvimento - LACTEC e outros parceiros.

Para executar esta recuperação, foi desenvolvido um robô redundante capaz de realizar o mapeamento da superfície erodida e, automaticamente, depositar material por soldagem robotizada, de forma a restaurar a superfície original da pá do rotor com ligas resistentes à cavitação.

O espaço de trabalho do robô do Roboturb é considerado confinado, ou seja, o robô é fixado entre as pás do rotor e precisa ser posicionado adequadamente de modo que, durante a execução da tarefa de recuperação, não se choque com outras partes do rotor.

Com o intuito de automatizar ainda mais o processo de recuperação, se faz necessário o desenvolvimento de uma metodologia de evitamento de colisão para detectar e evitar a colisão do robô com as demais partes do rotor.

1.1 Objetivo

O objetivo desta dissertação é desenvolver uma metodologia de evitamento de colisão que permita ao robô desviar de obstáculos sem comprometer a execução da tarefa principal e nem gerar descontinuidades de movimentos nas juntas. A metodologia será validada através da implementação de um algoritmo de cinemática inversa para o robô do Roboturb, onde serão realizadas simulações numéricas e testes experimentais com o robô para comprovação de sua eficiência.

1.2 Estrutura da Dissertação

A estrutura da dissertação está dividida da seguinte maneira: no Capítulo 2 são apresentados os fundamentos teóricos necessários para o entendimento do conteúdo e das propostas contidas nos capítulos seguintes; no Capítulo 3 é apresentada uma nova abordagem para a solução da cinemática inversa de robôs baseada na utilização da teoria de helicóides e cadeias virtuais de Assur; no Capítulo 4 é exposta a metodologia de evitamento de colisão baseada no método das restrições cinemáticas; no Capítulo 5 são apresentados os resultados obtidos através de simulação numérica; no Capítulo 6 são mostrados os resultados experimentais obtidos em laboratório com o robô do Roboturb; e finalmente, no Capítulo 7 são apresentadas as conclusões finais e as sugestões para trabalhos futuros.

2 Fundamentos Teóricos

2.1 Introdução

Este capítulo apresenta sucintamente os fundamentos teóricos e as ferramentas básicas utilizadas durante o desenvolvimento deste trabalho. Primeiramente apresenta-se o método dos deslocamentos de helicóides sucessivos, em seguida a representação do movimento instantâneo pela teoria de helicóides e a matriz de transformação de coordenadas de helicóides. Em seguida é exposto o método de Davies (DAVIES, 1981), que é utilizado para obter a equação de restrição cinemática da cadeia cinemática e estabelecer a relação instantânea entre as velocidades de todas as juntas da cadeia cinemática fechada. Na continuação, uma ferramenta básica para obtenção da equação de restrição cinemática através da determinação da estrutura cinemática e do grafo de acoplamento da cadeia cinemática é mostrada. Por fim apresenta-se o conceito de cadeia virtual de Assur e sua aplicação (CAMPOS, 2004).

2.2 Método dos Deslocamentos de Helicóides Sucessivos

Nesta seção é apresentado um método de representar a localização de um corpo rígido em uma cadeia cinemática em relação a um sistema de coordenadas, baseado no conceito de deslocamento de helicóides sucessivos. Primeiramente, apresenta-se a matriz de transformação homogênea associada com o movimento helicoidal e, em seguida, o método dos deslocamentos de helicóides sucessivos.

2.2.1 Matriz de Transformação Homogênea

De acordo com o teorema de Chasles, o movimento de um corpo rígido no espaço pode ser representado por uma rotação sobre um eixo seguido de uma translação ao longo do mesmo eixo. Este movimento combinado de translação e rotação pode ser chamado de movimento helicoidal (BOTTEMA, 1979).

A teoria de helicóides é uma importante ferramenta na análise cinemática e estática de mecanismos (CAMPOS, 2004). A primeira formulação rigorosa da teoria de helicóide foi formulada

por Mozzi em 1763 (MOZZI, 1763). Tal formulação foi sistematizada por Ball em 1900 (BALL, 1900) e posteriormente aplicada à cinemática de mecanismos por Hunt (1978) e Tsai (1999).

A matriz de transformação homogênea, que serve para representar a transformação de coordenadas entre dois sistemas (SCIAVICCO; SICILIANO, 2004), pode ser utilizada de forma equivalente para representar o movimento helicoidal (TSAI, 1999), como mostrado a seguir.

Considere o ponto P de um corpo rígido (Fig. 1), sendo deslocado de uma posição inicial P_1 para uma segunda posição P_2 através de uma rotação θ em torno de um eixo de helicóide seguida de uma translação τ ao longo do mesmo eixo. A rotação leva P da posição P_1 para a posição P_2^r e a translação leva P da posição P_2^r para a posição P_2 . Na Fig. 1, $s = [s_x \ s_y \ s_z]^T$ representa o vetor unitário na direção do eixo de helicóide e $s_0 = [s_{0x} \ s_{0y} \ s_{0z}]^T$ representa o vetor posição de um ponto sobre o eixo de helicóide. A rotação θ e a translação τ são considerados os parâmetros do helicóide. Estes parâmetros juntamente com o eixo de helicóide definem completamente o movimento de um ponto em um corpo rígido, ou seja, definem completamente o movimento de um corpo rígido.

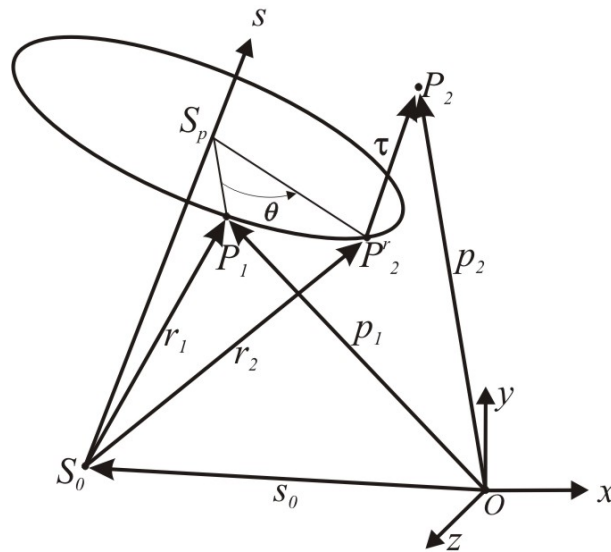


Figura 1: Diagrama vetorial do deslocamento espacial de helicóide.

Representando a posição inicial P_1 pelo vetor $p_1 = [p_{1x} \ p_{1y} \ p_{1z}]^T$ e a segunda posição P_2 pelo vetor $p_2 = [p_{2x} \ p_{2y} \ p_{2z}]^T$, o movimento helicoidal do corpo rígido pode ser dado pela fórmula de Rodrigues

$$p_2 = R(\theta)p_1 + d(\tau) \quad (2.1)$$

onde, $R(\theta)$ é a matriz de rotação correspondente a uma rotação θ em torno do eixo de helicóide e $d(\tau)$ é o vetor deslocamento correspondente a translação τ ao longo do eixo de helicóide.

Considerando os vetores em coordenadas homogêneas $\hat{p}_1 = [p_1^T \ 1]$ e $\hat{p}_2 = [p_2^T \ 1]$, o movi-

mento do corpo rígido (Equação 2.1) pode ser representado por uma transformação homogênea dada por:

$$\hat{p}_2 = A(\theta, \tau)\hat{p}_1 \quad (2.2)$$

onde,

$$A(\theta, \tau) = \begin{bmatrix} R(\theta) & d(\tau) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

e os elementos de $R(\theta)$ e $d(\tau)$, de acordo com (TSAI, 1999), são dados por:

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta + s_x^2(1 - \cos \theta) & s_y s_x(1 - \cos \theta) - s_z \sin \theta & s_z s_x(1 - \cos \theta) - s_y \sin \theta \\ s_x s_y(1 - \cos \theta) - s_z \sin \theta & \cos \theta + s_y^2(1 - \cos \theta) & s_z s_y(1 - \cos \theta) - s_x \sin \theta \\ s_x s_z(1 - \cos \theta) - s_y \sin \theta & s_y s_z(1 - \cos \theta) - s_x \sin \theta & \cos \theta + s_z^2(1 - \cos \theta) \end{bmatrix}$$

$$d(\tau) = \tau s + \left[I - R(\theta) \right] s_0$$

2.2.2 Deslocamentos de Helicóides Sucessivos

Utilizando a matriz de transformação homogênea é possível expressar a composição de dois ou mais movimentos helicoidais aplicados sucessivamente a um corpo rígido.

A Fig. 2 mostra um corpo rígido σ guiado a uma base fixa por dois pares cinemáticos, representados por \mathcal{S}_1 e \mathcal{S}_2 . O primeiro par cinemático conecta o primeiro corpo móvel à base fixa e o segundo par cinemático conecta o segundo corpo móvel (σ) ao primeiro.

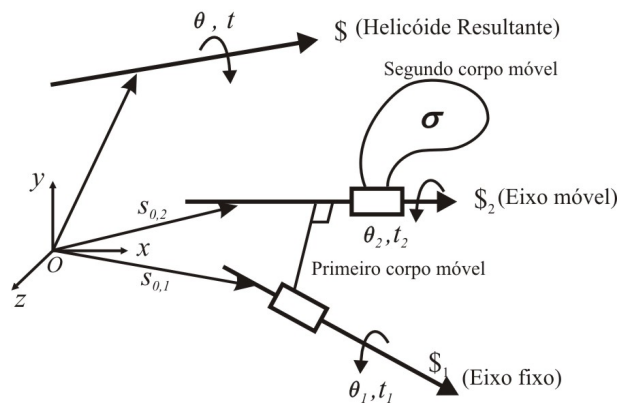


Figura 2: Cadeia de dois corpos e os deslocamentos helicoidais correspondentes.

Como o corpo rígido é rotacionado sobre e/ou translacionado ao longo dos dois eixos de juntas, a melhor maneira de obter o deslocamento resultante é deslocar o corpo rígido σ sobre ou ao longo do eixo fixo, e na sequência, deslocar o corpo sobre ou ao longo do eixo móvel. Dessa forma, a posição inicial do eixo móvel pode ser usada para determinar a matriz

de transformação homogênea $A_2(\theta_2, \tau_2)$, que representa o helicóide \mathcal{S}_2 , enquanto que o eixo fixo é usado para determinar a matriz $A_1(\theta_1, \tau_1)$, que representa o helicóide \mathcal{S}_1 (ver (TSAI, 1999) para mais detalhes).

A matriz resultante é então obtida pela pré-multiplicação dos dois deslocamentos helicoidais sucessivos:

$$A_r(\theta, \tau) = A_1(\theta_1, \tau_1)A_2(\theta_2, \tau_2) \quad (2.4)$$

2.3 Representação do Movimento Instantâneo por Helicóides

O teorema de Mozzi estabelece que o movimento diferencial de um corpo rígido no espaço pode ser representado por uma rotação diferencial sobre um eixo seguido de uma translação diferencial ao longo do mesmo eixo. Desta forma, as velocidades dos pontos de um corpo rígido em relação a um sistema inercial $O-xyz$ podem ser representadas por uma rotação diferencial ω em torno do eixo instantâneo do helicóide, seguido de uma translação diferencial τ ao longo do mesmo eixo. O movimento completo do corpo rígido, combinando translação e rotação, é chamado de movimento helicoidal.

Na cinemática, um helicóide (representado por \mathcal{S}) é um elemento geométrico composto por uma reta (*eixo*), por um parâmetro escalar com unidade de comprimento h (*passo*) e por uma magnitude com unidade de velocidade (rad/s ou m/s). Suas coordenadas são definidas por $\mathcal{S} = (\omega; V_p)^T$, onde $\omega = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ representa a velocidade angular do corpo em relação a um sistema de referência $O-xyz$ e $V_p = (V_{px}, V_{py}, V_{pz})$ representa a velocidade linear de um ponto p que se move com o corpo e que coincide instantaneamente com a origem do sistema de referência $O-xyz$. O vetor V_p é formado por duas componentes de velocidade: a) a componente de velocidade paralela ao eixo de helicóide e representada por $\tau = h \omega$; e b) a componente de velocidade normal ao eixo de helicóide representada por $S_0 \times \omega$, onde S_0 é a posição de qualquer ponto no eixo de helicóide representado vetorialmente no sistema de referência (Fig. 3).

Um helicóide pode ser representado pela sua magnitude \dot{q} e pelo seu helicóide normalizado $\hat{\mathcal{S}}$ por meio de

$$\mathcal{S} = \hat{\mathcal{S}} \dot{q} \quad (2.5)$$

onde, a magnitude \dot{q} é dada pela norma do vetor de velocidade angular $\|\omega\|$, se o movimento for de rotação pura ou rotação combinada com translação, ou pela norma do vetor velocidade linear $\|V_p\|$, se o movimento for de translação pura.

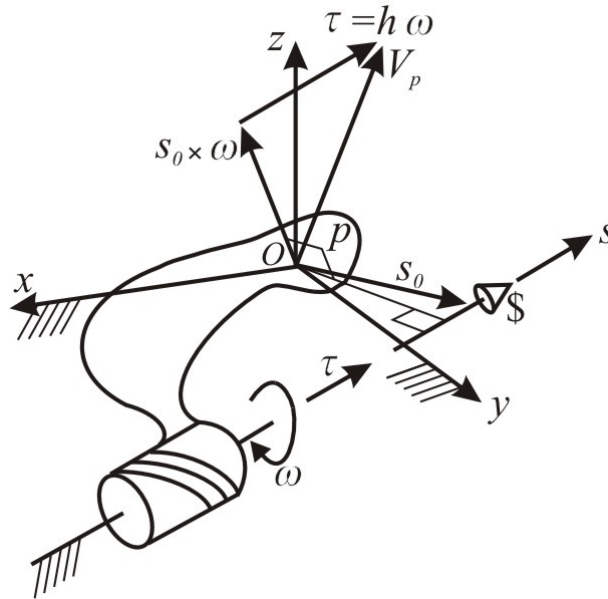


Figura 3: Componentes do helicóide na representação cinemática.

O helicóide normalizado é dado por:

$$\hat{\$} = \begin{bmatrix} S \\ S_0 \times S + hS \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

onde, S é o vetor normalizado paralelo ao eixo do helicóide.

O movimento entre dois corpos adjacentes pode ser representado por um helicóide. Neste caso, o helicóide representa o movimento do corpo (i) em relação ao corpo ($i - 1$).

Na robótica, os corpos são interligados por juntas, que podem ser atuadas ou não. Em geral se utiliza juntas rotativas ou prismáticas, onde as juntas rotativas realizam um movimento de rotação pura e as juntas prismáticas realizam um movimento de translação pura. Desta forma, na robótica, a utilização de helicóides se resume, basicamente, nos casos particulares de rotação pura e translação pura.

O movimento de rotação pura pode ser representado por um helicóide considerando um passo nulo $h = 0$, neste caso o helicóide normalizado se reduz a

$$\hat{\$} = \begin{bmatrix} S \\ S_0 \times S \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

O movimento de translação pura pode ser representado por um helicóide considerando um passo infinito $h = \infty$, neste caso o helicóide normalizado se reduz a

$$\hat{\$} = \begin{bmatrix} 0 \\ S \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

2.3.1 Matriz de Transformação de Coordenadas

As coordenadas do helicóide são função do sistema de referência onde ele é representado. Muitas vezes é necessário representar um helicóide em diferentes sistemas, para isso, se utiliza a matriz de transformação de coordenadas de helicóides, que transforma as coordenadas do helicóide de um sistema de referência para outro.

Considere os dois sistemas de referência (x_i, y_i, z_i) e (x_j, y_j, z_j) mostrado na Fig. 4.

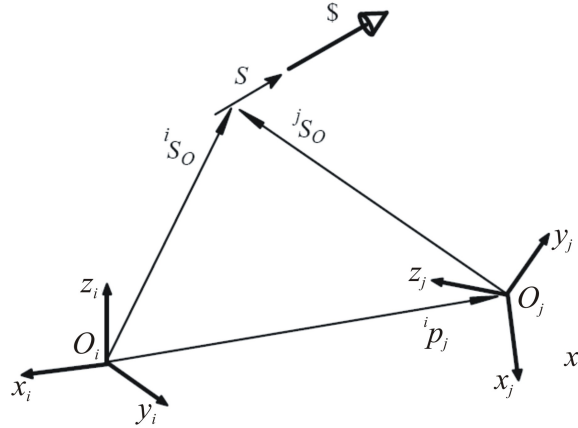


Figura 4: Transformação de coordenadas de helicóide.

A posição da origem O_j em relação ao sistema (x_i, y_i, z_i) é dada por ${}^i p_j = [p_x p_y p_z]^T$ e a orientação do sistema (x_j, y_j, z_j) em relação ao sistema (x_i, y_i, z_i) é dada pela matriz de rotação ${}^i R_j$. Um helicóide representado no sistema (x_i, y_i, z_i) é dado por ${}^i \mathcal{S}$ e o mesmo helicóide representado no sistema (x_j, y_j, z_j) é dado por ${}^j \mathcal{S}$.

De acordo com a definição de helicóide normalizado, tem-se:

$${}^i \hat{\mathcal{S}} = \begin{bmatrix} {}^i S \\ {}^i S_0 \times {}^i S + h {}^i S \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$${}^j \hat{\mathcal{S}} = \begin{bmatrix} {}^j S \\ {}^j S_0 \times {}^j S + h {}^j S \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Os vetores S e S_0 dos dois helicóides são relacionados pelas seguintes transformações:

$${}^i S = {}^i R_j {}^j S \quad (2.11)$$

$${}^i S_0 = {}^i p_j + {}^i R_j {}^j S_0 \quad (2.12)$$

Desta forma, a relação entre as coordenadas de um helicóide em sistemas de referência diferentes pode ser escrita por:

$${}^i\hat{\$} = {}^iT_j {}^j\hat{\$} \quad (2.13)$$

onde

$${}^iT_j = \begin{bmatrix} {}^iR_j & 0 \\ {}^iW_j {}^iR_j & {}^iR_j \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

é a matriz de transformação de coordenadas de helicóides (6×6), e

$${}^iW_j = \begin{bmatrix} 0 & -p_z & p_y \\ p_z & 0 & -p_x \\ -p_y & p_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

é uma matriz anti-simétrica (3×3) que representa o vetor ip_j (expresso no sistema de coordenadas i).

Uma vez que iW_j é anti-simétrica e iR_j é ortogonal, a inversa da matriz de transformação é dada por:

$${}^jT_i = \begin{bmatrix} {}^iR_j^T & 0 \\ {}^iW_j^T {}^iR_j^T & {}^iR_j^T \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Utilizando a matriz de transformação de coordenadas T é possível representar um helicóide dado no sistema j no sistema i aplicando a equação (2.14), ou vice versa, aplicando a equação (2.16).

2.4 Método de Davies

O método de Davies é uma maneira sistemática de relacionar as velocidades de todas as juntas de uma cadeia cinemática fechada. Davies desenvolveu uma solução para a cinemática diferencial de cadeias fechadas baseada na lei de circulação de Kirchhoff, que é comumente aplicada a circuitos elétricos. O resultado deste desenvolvimento resultou na lei de circulação de Davies, que estabelece que "A soma algébrica das velocidades relativas dos pares cinemáticos em uma cadeia fechada é nula"(DAVIES, 1981).

Como apresentado anteriormente, o movimento de um par cinemático pode ser representado por um helicóide, desta forma, considerando uma cadeia fechada, é possível escrever a lei

de circulação de Davies em termos da soma algébrica de helicóides:

$$\sum_{i=1}^n \$i = 0 \quad (2.17)$$

onde 0 é um vetor nulo com a mesma dimensão do helicóide $\$i$.

Utilizando o conceito de helicóide normalizado, a equação pode ser escrita como:

$$\sum_{i=1}^n \hat{\$}_i \dot{q}_i = 0 \quad (2.18)$$

onde $\hat{\$}_i$ e \dot{q}_i representam o helicóide normalizado e sua magnitude, respectivamente.

A equação (2.18) é a equação de restrição cinemática da cadeia cinemática, que também pode se escrita como:

$$N\dot{q} = 0 \quad (2.19)$$

onde $N = [\hat{\$}_1 \hat{\$}_2 \dots \hat{\$}_n]$ é a matriz de rede que contém os helicóides normalizados, cujos sinais dependem da definição do helicóide na orientação do circuito, e $\dot{q} = [\dot{q}_1 \dot{q}_2 \dots \dot{q}_n]$ é o vetor das magnitudes dos helicóides.

Em uma cadeia cinemática fechada existem as juntas controladas por atuadores, chamadas de juntas primárias (ativas), e as juntas sem atuadores, chamadas de juntas secundárias (passivas). A equação de restrição (equação 2.19) permite calcular as velocidades das juntas secundárias em função das juntas primárias. Para isso é feita uma reorganização da equação (2.19), separando-se as juntas primárias das juntas secundárias, o que resulta:

$$N_p \dot{q}_p + N_s \dot{q}_s = 0 \quad (2.20)$$

onde N_p e N_s são as matrizes de rede primária e secundária, respectivamente, e \dot{q}_p e \dot{q}_s são os vetores das magnitudes primárias e secundárias correspondentes, respectivamente.

2.5 Representação de Cadeias Cinemáticas por Grafos

Nesta seção apresenta-se uma ferramenta para representação de cadeias cinemáticas fechadas baseada na utilização de grafos. A utilização da representação por meio de grafos auxilia e facilita a obtenção da equação de restrição de cadeias cinemáticas complexas.

A teoria de grafos é uma teoria geral que pode ser aplicada em diversas áreas do conhecimento. Para um estudo mais aprofundado sobre a aplicação de grafos para mecanismos e cadeias cinemáticas veja (TSAI, 2001).

Neste trabalho será apresentado apenas uma noção de grafos aplicado à representação de cadeias cinemáticas, não se preocupando com os termos e definições exatas referentes a esta teoria. Considerando isso, pode-se dizer que o grafo consiste em um conjunto de vértices conectados por arestas, onde cada vértice representa um corpo da cadeia cinemática e cada aresta representa uma junta.

Com esta representação fica fácil visualizar como os corpos de uma cadeia cinemática estão interligados. Isto é fundamental para a determinação da equação de restrição cinemática. Em alguns casos, pode ser difícil determinar o grafo em virtude da complexidade da cadeia cinemática. Para isso, utiliza-se a representação da estrutura cinemática para servir como base para a determinação do grafo de acoplamento.

A seguir são apresentados a forma de representação da estrutura cinemática de mecanismos e, em seguida, a forma de determinação do grafo de acoplamento.

2.5.1 Estrutura Cinemática

A estrutura cinemática consiste na natureza das ligações entre os corpos de um robô ou mecanismo. A representação da estrutura cinemática visa identificar como os corpos estão interligados, qual junta conecta o corpo 1 ao corpo 2 e assim sucessivamente.

A diferença entre a estrutura cinemática e o grafo de acoplamento se dá no fato da estrutura cinemática representar a parte física da cadeia e, muitas vezes, isso facilita a visualização da cadeia cinemática como um todo. Na estrutura cinemática cada corpo é representado por uma aresta e cada junta é representada por um vértice.

Considere o mecanismo plano de 4 barras mostrado na Fig. 5. Este mecanismo é composto por 4 juntas (juntas A , B , C e D , representadas pelos helicóides $\$A$, $\$B$, $\$C$ e $\$D$) e por 4 corpos (corpos 1, 2, 3 e 4).

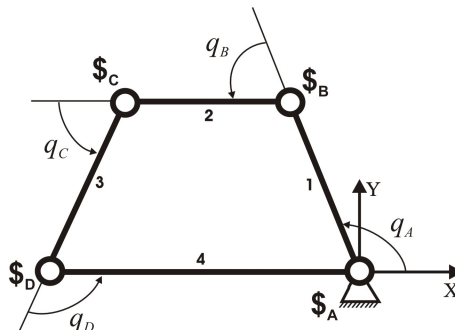


Figura 5: Mecanismo plano de 4 barras.

Para determinar a estrutura cinemática deste mecanismo basta representar cada corpo por uma aresta e cada junta por um vértice, como já é a própria estrutura do mecanismo. Dessa

forma, a representação da estrutura cinemática pode ser vista na Fig. 6.

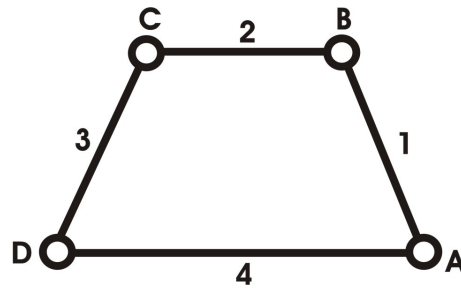


Figura 6: Estrutura cinemática do mecanismo plano de 4 barras.

2.5.2 Grafo de Acoplamento

O grafo de acoplamento representa cada corpo por um vértice e cada junta por uma aresta. Quando as arestas são orientadas, elas passam a ser chamadas de arcos e o grafo é denominado de digrafo (grafo direcionado). Um arco representa a velocidade relativa entre dois elos, ou seja, se o arco ligar o corpo 1 em direção ao corpo 2, ele representa a velocidade do corpo 2 em relação ao corpo 1.

O digrafo de acoplamento do mecanismo descrito anteriormente (Fig. 5) pode ser visto na Fig. 7.

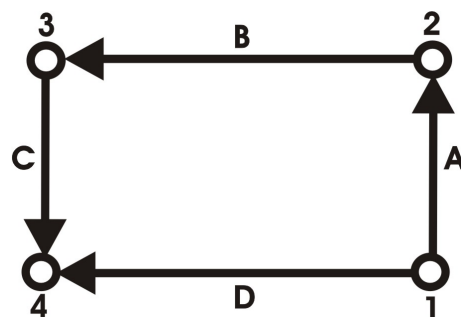


Figura 7: Digrafo de acoplamento do mecanismo plano de 4 barras.

O digrafo de acoplamento auxilia bastante a determinação da equação de restrição cinemática uma vez que mostra, além da interligação dos corpos, a direção do movimento que determina os sinais dos helicóides.

2.6 Cadeia Virtual de Assur

2.6.1 Definição

Cadeia virtual de Assur consiste basicamente de uma ferramenta para monitorar ou impor um movimento em uma cadeia cinemática (CAMPOS; GUENTHER; MARTINS, 2005).

O conceito de cadeia virtual de Assur foi introduzido por Campos em (CAMPOS, 2004). Uma cadeia virtual de Assur é uma cadeia cinemática composta por corpos (corpos virtuais) e juntas (juntas virtuais) que satisfaz às seguintes propriedades: a) é serial; b) contém juntas cujos helicóides normalizados são linearmente independentes; e c) não altera a mobilidade da cadeia cinemática real. Em outras palavras, a cadeia virtual de Assur é um grupo de Assur (BARANOV, 1985).

A seguir são apresentadas detalhadamente as três cadeias virtuais de Assur utilizadas neste trabalho.

2.6.2 Cadeia Virtual de Assur Plana PPR

A cadeia virtual de Assur PPR é composta por dois corpos virtuais (C_1 e C_2) conectados por duas juntas prismáticas, onde os movimentos ocorrem nas direções ortogonais x e y , e por uma junta rotativa, onde o movimento ocorre na direção z (Fig. 8). As juntas prismáticas são chamadas de p_x e p_y e a junta rotativa de r_z .

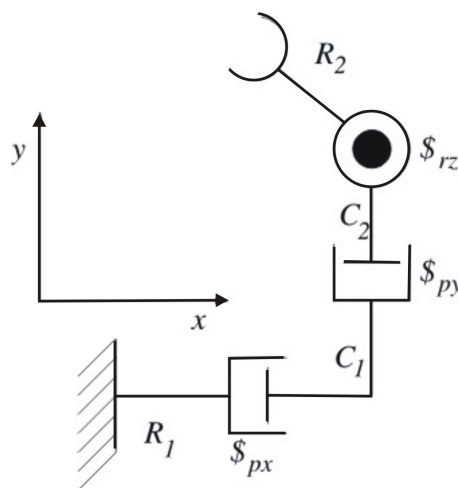


Figura 8: Cadeia virtual de Assur PPR.

A junta prismática p_x e a rotativa r_z são conectadas à cadeia cinemática real para serem analisadas. A junta p_x conecta o corpo real R_1 com o corpo virtual C_1 , a junta p_y conecta o corpo virtual C_1 com o corpo virtual C_2 e a junta r_z conecta o corpo virtual C_2 ao corpo real R_2 .

(Fig. 8).

Considerando que o helicóide $\$_{px}$ representa o movimento do corpo C_1 em relação ao corpo R_1 , que o helicóide $\$_{py}$ representa o movimento do corpo C_2 em relação ao corpo C_1 e que o helicóide $\$_{rz}$ representa o movimento do corpo R_2 em relação ao corpo C_2 , o movimento do corpo R_2 em relação ao corpo R_1 pode ser expresso por $\$_{px} + \$_{py} + \$_{rz}$.

Considerando o sistema de referência fixo no corpo C_2 na junta r_z e que o eixo da junta está alinhado com o eixo z do sistema de referência, os helicóides normalizados correspondentes as juntas virtuais são dados por:

$$\hat{\$}_{rz} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \hat{\$}_{px} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \hat{\$}_{py} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Deve-se observar que a cadeia virtual de Assur PPR representa os movimentos em um sistema cartesiano plano.

2.6.3 Cadeia Virtual de Assur Plana RPR

A cadeia virtual de Assur RPR é composta por dois corpos virtuais (C_1 e C_2) conectados por duas juntas rotativas, onde os movimentos ocorrem na direção z , e por uma junta prismática, onde o movimento ocorre na direção radial (Fig. 9). As juntas rotativas são chamadas de r_{z1} e r_{z2} e a junta prismática de p_r .

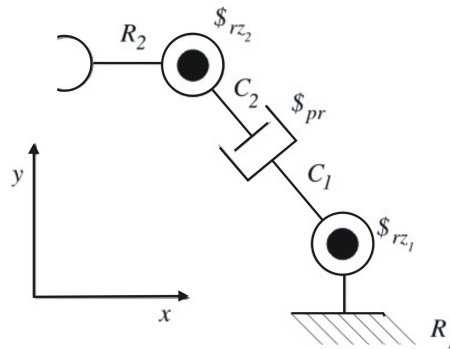


Figura 9: Cadeia virtual de Assur RPR.

As duas juntas rotativas r_{z1} e r_{z2} e a junta prismática p_r são conectadas a cadeia cinemática real para serem analisadas. A junta r_{z1} conecta o corpo real R_1 com o corpo virtual C_1 , a junta p_r conecta o corpo virtual C_1 com o corpo virtual C_2 e a junta r_{z2} conecta o corpo virtual C_2 ao corpo real R_2 (Fig. 9).

Considerando que o helicóide $\$_{rz1}$ representa o movimento do corpo C_1 em relação ao

corpo R_1 , que o helicóide $\$_{pr}$ representa o movimento do corpo C_2 em relação ao corpo C_1 e que o helicóide $\$_{rz2}$ representa o movimento do corpo R_2 em relação ao corpo C_2 , o movimento do corpo R_2 em relação ao corpo R_1 pode ser expresso por $\$_{rz1} + \$_{pr} + \$_{rz2}$.

Considerando o sistema de referência fixo no corpo C_2 na junta r_{z2} e que o eixo da junta está alinhado com o eixo z do sistema de referência, os helicóides normalizados correspondentes as juntas virtuais são dados por:

$$\hat{\$}_{rz1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ q_{pr} \end{bmatrix}; \hat{\$}_{pr} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \hat{\$}_{rz2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

onde q_{pr} é o deslocamento da junta p_r .

Deve-se observar que a cadeia virtual de Assur RPR também representa os movimentos em um sistema cartesiano plano.

2.6.4 Cadeia Virtual de Assur Espacial PPPRRR

A cadeia virtual de Assur PPPRRR é composta por três corpos virtuais (C_1 , C_2 e C_3) conectados por três juntas prismáticas, onde os movimentos ocorrem nas direções ortogonais x , y e z , e por três juntas rotativas e ortogonais (Fig. 10). As juntas prismáticas são chamadas de p_x , p_y e p_z e as juntas rotativas de r_x , r_y e r_z .

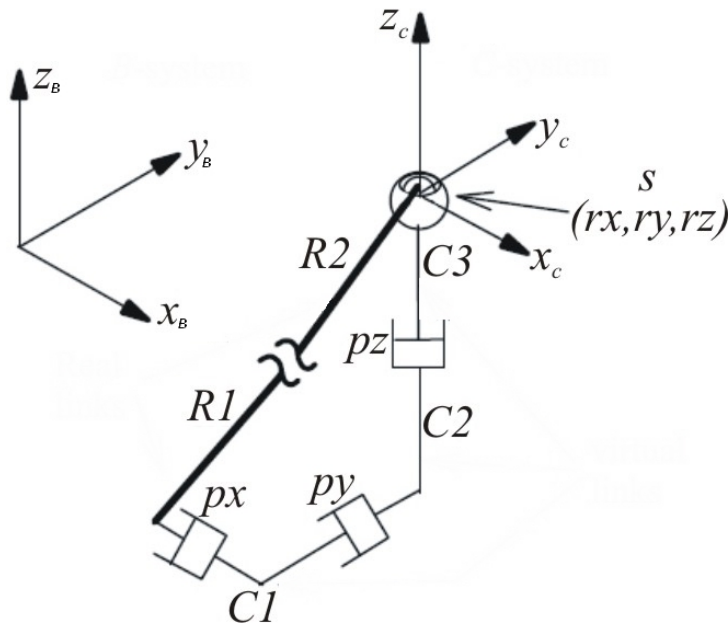


Figura 10: Cadeia virtual de Assur PPPRRR.

A junta prismática p_x e a rotativa r_z são conectadas a cadeia cinemática real para serem analisadas. A junta p_x conecta o corpo real R_1 com o corpo virtual C_1 , a junta p_y conecta o

corpo virtual C_1 com o corpo virtual C_2 , a junta p_z conecta o corpo virtual C_2 com o corpo virtual C_3 e as juntas r_x , r_y e r_z conectam o corpo virtual C_3 ao corpo real R_2 (Fig. 10).

Considerando que o helicóide $\$_{px}$ representa o movimento do corpo C_1 em relação ao corpo R_1 , que o helicóide $\$_{py}$ representa o movimento do corpo C_2 em relação ao corpo C_1 , que o helicóide $\$_{pz}$ representa o movimento do corpo C_3 em relação ao corpo C_2 e que os helicóides $\$_{rx}$, $\$_{ry}$ e $\$_{rz}$ representam o movimento do corpo R_2 em relação ao corpo C_3 , o movimento do corpo R_2 em relação ao corpo R_1 pode ser expresso por $\$_{px} + \$_{py} + \$_{pz} + \$_{rx} + \$_{ry} + \$_{rz}$.

Considerando o sistema de referência c fixo no corpo C_3 nas juntas r_x , r_y e r_z e que não há rotação entre o sistema c e b (sistema b fixo na base) e que as três juntas rotativas ortogonais estão alinhadas com os eixos x , y e z , os helicóides normalizados correspondentes as juntas virtuais são dados por:

$$\hat{\$}_{rz} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \hat{\$}_{ry} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \hat{\$}_{rx} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \hat{\$}_{px} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \hat{\$}_{py} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \hat{\$}_{pz} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Deve-se observar que a cadeia virtual de Assur PPPRRR representa os movimentos em um sistema cartesiano espacial. Outras cadeias virtuais de Assur podem ser encontradas em (CAMPOS, 2004) e em (CAMPOS; GUENTHER; MARTINS, 2005).

2.7 Conclusão

Os fundamentos teóricos e as ferramentas básicas apresentadas neste capítulo servem de base e são utilizados durante todo o desenvolvimento deste trabalho.

O capítulo a seguir apresenta uma metodologia inovadora para a solução da cinemática inversa de manipuladores seriais e paralelos aplicando as teorias e ferramentas discutidas neste capítulo.

3 *Cinemática Inversa*

3.1 Introdução

A cinemática direta de um manipulador fornece a posição e a orientação do efetuador no espaço operacional, uma vez que se conheça as variáveis de juntas. A cinemática inversa, por sua vez, consiste em determinar as variáveis de juntas correspondentes a uma dada posição e orientação do efetuador. A solução deste problema é de fundamental importância, pois permite transformar o movimento desejado no efetuador (definido no espaço operacional) no movimento desejado no espaço das juntas.

Comparado à cinemática direta, o problema da cinemática inversa é significativamente mais complexo de se resolver para robôs seriais, basicamente, pelas seguintes razões (SCIAVICCO; SICILIANO, 2004):

- As equações são geralmente não-lineares e muitas vezes não é possível encontrar uma solução fechada;
- Podem existir múltiplas soluções;
- Podem existir infinitas soluções (no caso de manipuladores redundantes);
- É possível que não haja solução em virtude da própria estrutura cinemática do manipulador.

Além destas razões, é bastante conhecido que problemas de cinemática inversa admitem soluções simples, de forma fechada, apenas para robôs que apresentam cadeias cinemáticas simples. Nos casos de robôs redundantes e robôs de cadeias cinemáticas complexas não é possível obter soluções fechadas devido a relação não-linear entre o espaço das juntas e o espaço operacional. Uma forma de solucionar este problema pode ser obtida a partir da integração das equações da cinemática diferencial.

Para a integração numérica das equações da cinemática diferencial podem ser utilizados diversos métodos e abordagens existentes. Neste trabalho utiliza-se métodos de integração ba-

seados na teoria de controle (SCIAVICCO; SICILIANO, 2004), que vem sendo muito empregados para o seguimento de trajetórias.

Primeiramente apresenta-se a cinemática diferencial clássica e suas limitações, e em seguida, a cinemática diferencial empregando cadeias virtuais de Assur, que pode ser utilizada tanto para a solução de robôs seriais como paralelos.

3.2 Cinemática Diferencial Clássica

A cinemática diferencial é a relação instantânea entre as velocidades no espaço das juntas e as velocidades no espaço operacional. De acordo com a abordagem clássica, sua equação pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\dot{x} = J(q)\dot{q} \quad (3.1)$$

onde \dot{x} é o vetor velocidade no espaço operacional, $J(q)$ é a matriz Jacobiana e \dot{q} é o vetor velocidade de juntas.

Considerando um movimento desejado atribuído ao efetuador em termos da velocidade \dot{x} no espaço operacional e da configuração inicial $q(0)$ (posição e orientação), a velocidade no espaço das juntas pode ser obtida a partir da inversão da matriz Jacobiana:

$$\dot{q} = J^{-1}(q)\dot{x} \quad (3.2)$$

desde que J seja uma matriz quadrada de posto completo.

Caso a matriz Jacobiana possua mais colunas do que linhas, é necessário formular o problema como um problema de otimização de restrição linear. Uma formulação é apresentada em (SCIAVICCO; SICILIANO, 2004).

Uma vez que a configuração inicial do manipulador é conhecida, as posições de juntas podem ser obtidas a partir da integração de (3.2) no tempo:

$$q(t) = \int_0^t \dot{q}(\delta)d\delta + q(0) \quad (3.3)$$

A integração pode ser realizada numericamente considerando um tempo discreto. A técnica mais simples de integração é baseada no método de integração de Euler. Dado um intervalo de integração Δt , se as posições e velocidades de juntas são conhecidas para o instante t_k , as posições de juntas para o instante t_{k+1} podem ser obtidas da seguinte maneira (SCIAVICCO; SICILIANO, 2004):

$$q(t_{k+1}) = q(t_k) + \dot{q}(t_k)\Delta t \quad (3.4)$$

Esta forma de solução possibilita a solução da cinemática inversa por meio de integração numérica, independentemente da estrutura cinemática do robô.

3.2.1 Integração da Cinemática Diferencial

Utilizando a nomenclatura clássica, substituindo \dot{q} da equação (3.2) na equação (3.4), tem-se as novas posições de juntas a partir das variáveis e do Jacobiano no **instante anterior**:

$$q(t_{k+1}) \cong q(t_k) + J^{-1}(q(t_k))\dot{x}_d(t_k)\Delta t \quad (3.5)$$

A utilização do estado no instante anterior (t_k), ou seja, $q(t_k)$ e $\dot{q}(t_k) = J^{-1}(q(t_k))\dot{x}_d(t_k)$, projeta o resultado na direção tangente à trajetória causando um desvio (*drift*) em relação ao resultado desejado. Tal desvio é causado pela aproximação linear de 1ª ordem mostrada na equação (3.5) e na Fig. 11.

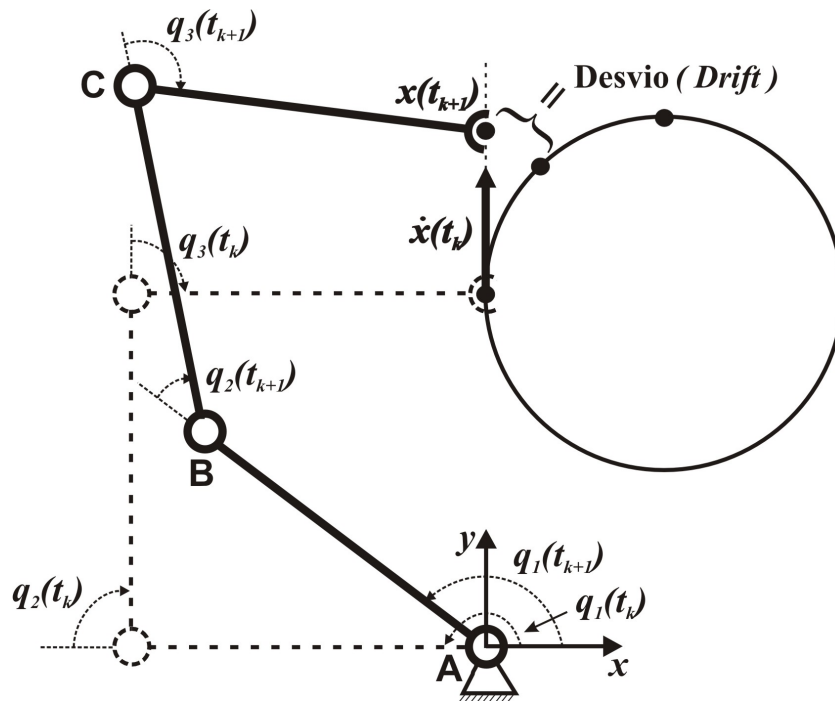


Figura 11: Desvio no espaço operacional.

Este desvio, ou erro, pode ser compensado, ou minimizado, se uma relação entre a configuração desejada x_d e a configuração atual x for utilizada como parâmetro de correção do sistema. A correção do erro é fundamental para que o efetuador consiga efetuar o seguimento de trajetória corretamente. Dessa forma, pode-se definir o erro por:

$$e = x_d - x \quad (3.6)$$

onde x_d é a posição desejada e x é a posição atual.

Derivando a equação (3.6) no tempo, resulta:

$$\dot{e} = \dot{x}_d - \dot{x} \quad (3.7)$$

Substituindo a equação (3.1) na equação (3.7), tem-se:

$$\dot{e} = \dot{x}_d - J(q)\dot{q} \quad (3.8)$$

Para utilizar o erro e no sistema, de modo que ele corrija a configuração obtida, é preciso que haja uma relação entre o vetor velocidade de juntas \dot{q} e o erro e de modo que a equação (3.8) resulte em uma equação diferencial que descreva o comportamento do erro ao longo do tempo (SCIAVICCO; SICILIANO, 2004). É necessário escolher uma relação entre \dot{q} e e que garanta a convergência do erro para zero.

Nos algoritmos de cinemática inversa, segundo este princípio, as variáveis de juntas correspondentes a uma configuração desejada x_d são obtidas com exatidão apenas quando o erro e é menor que uma tolerância admissível, ou seja, a exatidão da resposta depende do comportamento da equação diferencial do erro. Com isso, a escolha de diferentes relações entre \dot{q} e e resulta em algoritmos de cinemática inversa com diferentes desempenhos (SCIAVICCO; SICILIANO, 2004).

Sciavicco e Siciliano (2004) propõem que, considerando que o Jacobiano J é quadrado e não singular, a escolha da relação entre \dot{q} e e seja:

$$\dot{q} = J^{-1}(q)(\dot{x}_d + Ke) \quad (3.9)$$

Substituindo a equação (3.9) na equação (3.8) resulta o seguinte sistema linear:

$$\dot{e} + Ke = 0 \quad (3.10)$$

Se K é uma matriz positiva definida (normalmente diagonal), o sistema (3.10) é assintoticamente estável. O erro tende a zero ao longo da trajetória e a velocidade de convergência depende dos autovalores da matriz K . Quanto maiores os autovalores, mais rápida a convergência. Entretanto, dependendo do tempo de amostragem, existe um limite máximo para os valores de K onde a estabilidade assintótica não é mais garantida (SCIAVICCO; SICILIANO, 2004).

Os autovalores da matriz K , também conhecidos como "ganhos", devem ser ajustados em função do sistema, ou seja, devem ser calculados para cada sistema de modo a garantir uma exatidão em sua resposta. Para o caso onde a matriz K é diagonal, os autovalores são dados pelos próprios elementos da diagonal.

Os autovalores de matriz K atuam como variáveis auxiliares, com unidade de s^{-1} (segundo elevado a menos 1), e tornam a dimensão do produto Ke , na equação (3.9), compatível com a dimensão de velocidade. Além disso, os autovalores da matriz K ampliam e alteram o efeito e a direção de atuação do erro e , projetando o vetor resultante para uma configuração x mais próxima da configuração desejada x_d .

As Fig. 12 e 13 apresentam graficamente a atuação de K na convergência do sistema. A Fig. 12 apresenta a atuação do ganho K aproximando o sistema da configuração desejada e a Fig. 13, por sua vez, mostra que a utilização de um ganho elevado faz com que o sistema oscile em torno da trajetória desejada, ou seja, o vetor resultante $\dot{x}_d(t_k) + Ke$ aponta numa direção à direita de x_d em um instante e à esquerda no instante seguinte. Esta oscilação em torno da trajetória pode causar vibração na estrutura do robô e até mesmo a instabilidade do sistema.

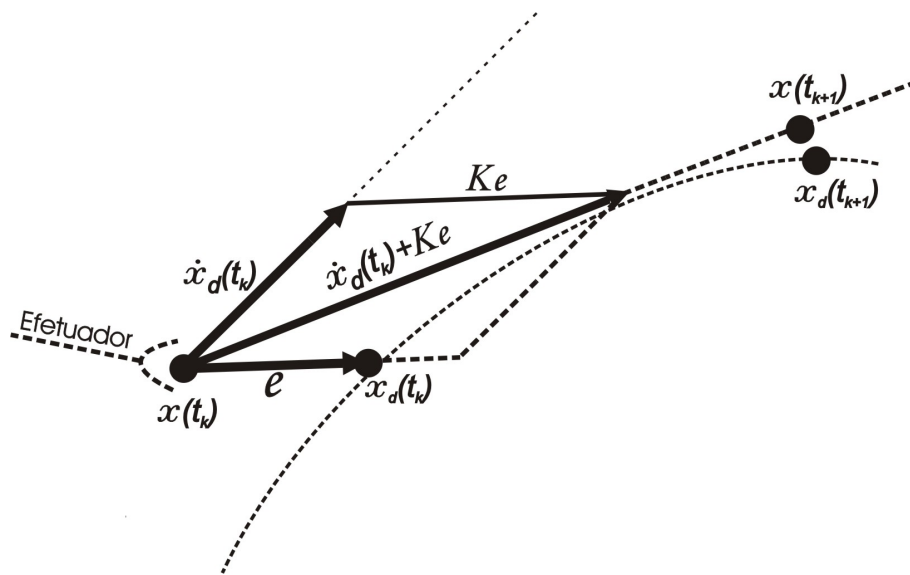


Figura 12: Visualização da atuação do ganho.

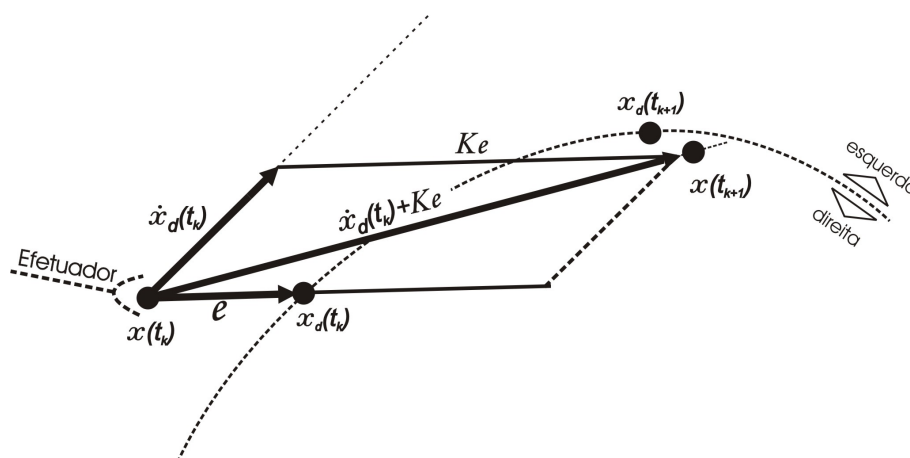


Figura 13: Visualização da atuação de um ganho elevado.

A equação principal para o cálculo das variáveis de juntas, baseada na equação (3.5) e na

escolha adotada em (3.9), fica:

$$q(t_{k+1}) = q(t_k) + J^{-1}(q(t_k))(\dot{x}_d(t_k) + Ke(t_k))\Delta t \quad (3.11)$$

A Fig. 14 mostra o diagrama de bloco correspondente a este método de integração (3.9). Este diagrama (Fig. 14) pode ser entendido como um sistema de controle realimentado onde o bloco $CD(q)$ representa a cinemática direta, necessária para o cálculo da configuração x (posição e orientação) do efetuador, e conseqüentemente o cálculo do erro e , enquanto que o bloco $J^{-1}(q)$ é introduzido para compensar o $J(q)$ e tornar o sistema linear (SCIAVICCO; SICILIANO, 2004).

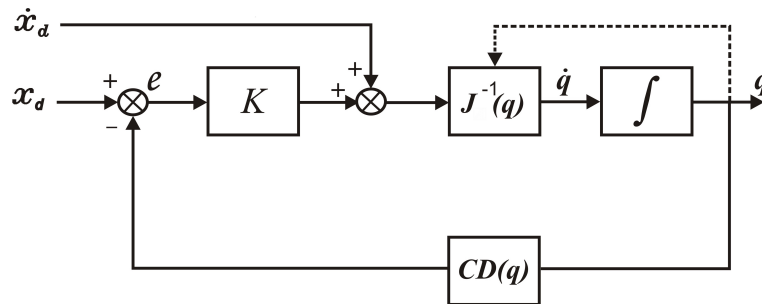


Figura 14: Diagrama de bloco do método de integração clássico.

Esta abordagem é bastante difundida na literatura para aplicação em robôs seriais (cadeia aberta), onde é necessário calcular a cinemática direta (bloco CD) para determinar a configuração x do efetuador e calcular o erro e que realimenta o sistema.

Para o caso de robôs seriais, o erro de integração causado pela aproximação linear da equação (3.5) resulta em erro nas variáveis de juntas. Calculando a cinemática direta com essas variáveis de juntas com erro, resulta numa configuração do efetuador diferente da desejada, ou seja, resulta num erro de posição e orientação entre o efetuador e a trajetória.

Para o caso de robôs paralelos (cadeia fechada), a utilização das variáveis de juntas com erro provoca, além do erro de posição e orientação entre o efetuador e trajetória, a abertura da cadeia cinemática. Neste caso, é necessário utilizar uma metodologia que garanta o seguimento de trajetória e mantenha a cadeia cinemática fechada, ou seja, que garanta um erro de fechamento da cadeia menor que uma tolerância admissível.

A cinemática diferencial segundo a abordagem clássica não contempla a solução de robôs de cadeias fechadas. O método empregado está restrito a solução de robôs seriais.

Para isto, apresenta-se a seguir uma nova abordagem teórica que pode ser utilizada tanto para robôs seriais como para robôs paralelos, que garante o seguimento de trajetória e o fechamento da cadeia cinemática.

3.3 Cinemática Diferencial Empregando Cadeias Virtuais de Assur

Esta nova abordagem é baseada no método dos helicóides sucessivos, na cinemática diferencial baseada em helicóides, no método de Davies e na utilização de cadeias virtuais de Assur, apresentados no capítulo 2.

Em robôs paralelos (cadeia fechada) nem todas as juntas têm movimento independentemente. Algumas são acionadas por atuadores enquanto outras realizam apenas movimentos passivos. As juntas acionadas por atuadores são chamadas de juntas primárias e as juntas sem atuadores são chamadas de secundárias.

Considere o mecanismo plano de 4 barras mostrado na Fig. 15. Este mecanismo é composto por 4 juntas (juntas A , B , C e D , cujas velocidades são representadas pelos helicóides $\$A$, $\$B$, $\$C$ e $\$D$) e por 4 corpos (*corpos 1, 2, 3 e 4*).

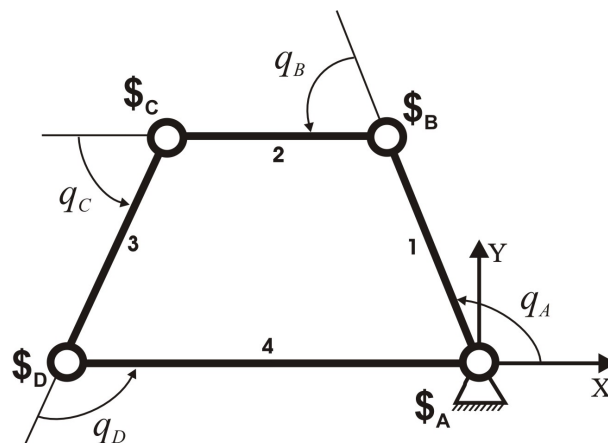


Figura 15: Mecanismo plano de 4 barras.

De acordo com Tsai (1999) o grau de liberdade de um mecanismo é dado pela seguinte equação:

$$F = \lambda(n - j - 1) + \sum_{i=1}^n f_i \quad (3.12)$$

onde F é o grau de liberdade do mecanismo, λ é o grau de liberdade do espaço de trabalho ($\lambda = 3$ no espaço plano e $\lambda = 6$ no espaço tridimensional), n é o número de corpos, j é o número de juntas e f_i é o grau de movimento relativo permitido pela junta i (ver (TSAL, 1999) para mais detalhes).

Aplicando a equação (3.12) para o mecanismo da Fig. 15, tem-se:

$$F = 3(4 - 4 - 1) + 4 = 1$$

O grau de liberdade deste mecanismo é igual a 1, ou seja, é possível impor apenas um movimento ou, em outras palavras, atuar em apenas uma junta. Se o movimento for imposto pela junta A , por exemplo, as juntas B , C e D se movimentam em virtude da restrição cinemática da cadeia, ou seja, realizam movimentos passivos.

Considerando que o movimento nas juntas primárias é representado pelo vetor deslocamentos nas juntas q_p e que o movimento nas juntas secundárias é representado pelo vetor q_s , a equação de restrição cinemática imposta pelos corpos pode ser escrita na forma geral como (TSAI, 1999):

$$f(q_p, q_s) = 0 \quad (3.13)$$

onde f é uma função implícita de q_p e q_s .

Diferenciando a equação (3.13) no tempo, obtém-se a relação entre as velocidades de juntas primárias e secundárias

$$N_p(q_p)\dot{q}_p + N_s(q_s)\dot{q}_s = 0 \quad (3.14)$$

onde

$$N_p(q_p) = \frac{\partial f}{\partial q_p} \quad e \quad N_s(q_s) = \frac{\partial f}{\partial q_s}$$

A equação (3.14) permite calcular as magnitudes das velocidades das juntas secundárias \dot{q}_s através de:

$$\dot{q}_s = -N_s^{-1}(q_s)N_p(q_p)\dot{q}_p \quad (3.15)$$

que representa a equação da cinemática diferencial que relaciona as velocidades das juntas primárias com as juntas secundárias.

As magnitudes das posições das juntas secundárias são obtidas integrando a equação (3.15)

$$q_s(t) - q_s(0) = \int_0^t \dot{q}_s dt = - \int_0^t N_s^{-1}(q_s)N_p(q_p)\dot{q}_p dt \quad (3.16)$$

Vale ressaltar que, utilizando esta abordagem, o cálculo das posições das juntas secundárias independe da estrutura cinemática do robô. É necessário, no entanto, que a matriz secundária $N_s(q_s)$ seja quadrada e de posto completo. No caso da matriz ter mais colunas do que linhas, existem infinitas soluções para a equação (3.15). Neste caso pode-se formular o problema como um problema de otimização de restrição linear, o que é comum na análise de manipuladores redundantes. Uma formulação para resolver a redundância e singularidades pode ser encontrada em (SCIAVICCO; SICILIANO, 2004).

Nesta abordagem a integração também é realizada numericamente considerando um tempo discreto e baseada no método de integração de Euler. Dado o intervalo de integração Δt e as posições e velocidades de juntas para o instante t_k , as posições de juntas para o instante t_{k+1} podem ser obtidas da seguinte maneira

$$q_s(t_{k+1}) \cong q_s(t_k) - N_s^{-1}(q_s(t_k))N_p(q_p(t_k))\dot{q}_p(t_k)\Delta t \quad (3.17)$$

A equação (3.17) é equivalente a equação (3.5) da abordagem clássica e gera um erro cumulativo em q_s em virtude da aproximação linear. Por se tratar de um mecanismo de cadeia fechada, o erro cumulativo em q_s provoca a abertura da cadeia cinemática gerando um erro de fechamento da cadeia, como mostrado na Fig. 16.

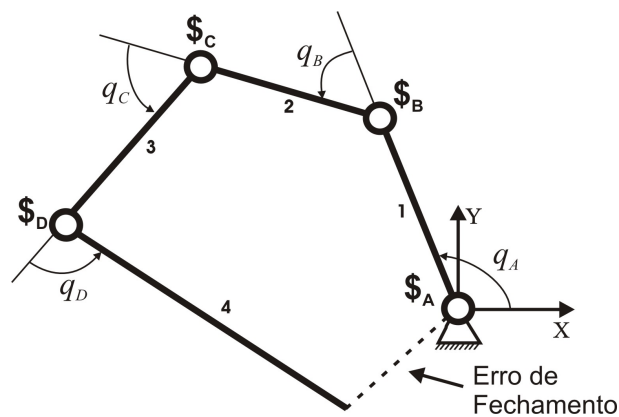


Figura 16: Mecanismo plano de 4 barras - Abertura da cadeia em virtude do erro em q_s .

Para resolver este problema, utiliza-se um método de integração que garanta o fechamento da cadeia, como é apresentado a seguir.

3.3.1 Integração da Cinemática Diferencial Empregando Cadeias Virtuais de Assur

Para realizar a integração de manipuladores paralelos, levando em consideração o erro de fechamento da cadeia, utiliza-se um método que pode ser descrito em dois passos.

O primeiro passo consiste na inserção de uma cadeia virtual de Assur para representar o erro de integração.

No espaço de trabalho plano, as duas cadeias virtuais de Assur mais utilizadas são: a cadeia virtual de Assur PPR e a cadeia virtual de Assur RPR, descritas nas seções 2.6.2 e 2.6.3, respectivamente.

Cadeia Virtual de Assur RPR

Primeiramente analisa-se a inserção de uma cadeia virtual de assur RPR para representar o erro de fechamento mostrado na Fig. 16. Para isso, insere-se uma cadeia virtual de Assur RPR conectando o corpo 4 à base do mecanismo 4 barras, como mostra a Fig. 17.

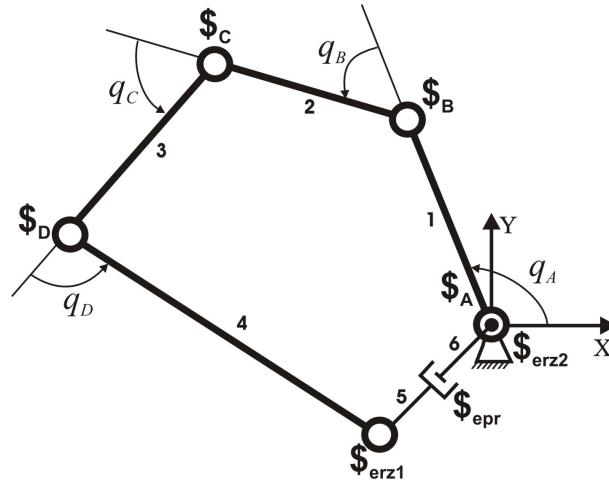


Figura 17: Mecanismo plano de 4 barras + cadeia virtual de erro RPR.

A equação de restrição cinemática diferencial da cadeia modificada resulta:

$$N_p(q_p)\dot{q}_p + N_s(\bar{q}_s)\dot{q}_s + N_e\dot{q}_e = 0 \quad (3.18)$$

onde $N_p(q_p)$ é a matriz de rede primária, definida anteriormente, $N_s(\bar{q}_s)$ é a matriz de rede secundária correspondente às variáveis de juntas secundárias obtidas na integração (\bar{q}_s), \dot{q}_p e \dot{q}_s são os vetores das magnitudes de juntas primárias e secundárias, respectivamente, N_e é a matriz de rede do erro e \dot{q}_e é o vetor das magnitudes de erro.

Neste caso, a matriz de rede do erro N_e é dada por:

$$N_e = \begin{bmatrix} \hat{\$}_{erz1} & \hat{\$}_{epr} & \hat{\$}_{erz2} \end{bmatrix}$$

$$N_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ y_{erz1} & \frac{-x_{erz1}}{\sqrt{(-x_{erz1})^2 + (-y_{erz1})^2}} & 0 \\ -x_{erz1} & \frac{-y_{erz1}}{\sqrt{(-x_{erz1})^2 + (-y_{erz1})^2}} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

onde x_{erz1} e y_{erz1} são as coordenadas da junta virtual e_{rz1} no sistema de coordenadas XY , cujas magnitudes são obtidas a partir da utilização do método dos deslocamentos de helicóides sucessivos (seção 2.2).

A inserção da cadeia de erro permite atuar o erro de modo a fechar a cadeia, ou seja, o objetivo é zerar o erro ou torná-lo menor que uma tolerância admissível.

Observando a Fig. 17, é possível perceber que a medida que a magnitude da junta e_{pr} tende a zero, as duas juntas rotativas e_{rz1} e e_{rz2} tendem a se sobrepor. Quando isto acontece, a primeira e a terceira coluna da matriz N_e (equação 3.19) se igualam, fazendo com que a matriz se torne singular.

De acordo com as observações anteriores, conclui-se que a utilização da cadeia virtual de Assur RPR não é adequada para este caso.

Cadeia Virtual de Assur PPR

Uma outra cadeia de erro que pode ser utilizada é a cadeia virtual de Assur PPR. Neste caso, insere-se a cadeia virtual de Assur PPR posicionada como mostra a Fig. 18.

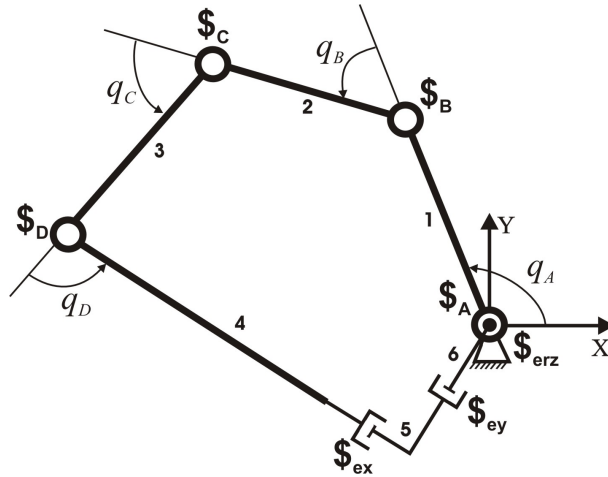


Figura 18: Mecanismo plano de quatro barras mais cadeia virtual de erro PPR alinhada com o último corpo.

Dessa forma, a matriz de rede do erro N_e é dada por:

$$N_e = \begin{bmatrix} \hat{\$}_{ex} & \hat{\$}_{ey} & \hat{\$}_{erz} \end{bmatrix}$$

$$N_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \cos(q_A + q_B + q_C + q_D) & \frac{-x_D}{\sqrt{(-x_D)^2 + (-y_D)^2}} - \cos(q_A + q_B + q_C + q_D) & 0 \\ \sin(q_A + q_B + q_C + q_D) & \frac{-y_D}{\sqrt{(-x_D)^2 + (-y_D)^2}} - \sin(q_A + q_B + q_C + q_D) & 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

onde as variáveis q_A , q_B , q_C e q_D são os deslocamentos em radianos das juntas A, B, C e D, respectivamente, e as variáveis x_D e y_D representam as coordenadas da junta D no sistema de coordenadas XY, cujas magnitudes são obtidas a partir da utilização do método dos deslocamentos de helicóides sucessivos (seção 2.2).

A vantagem de se utilizar a cadeia virtual de Assur PPR é que a matriz de rede do erro

N_e é não singular por ser paralela à base canônica do sistema de coordenadas, como mostra a equação (3.20).

Outra forma de posicionar a cadeia PPR é mostrada na Fig. 19, ou seja, em que as juntas prismáticas virtuais estão alinhadas com os eixos do sistema de coordenadas XY .

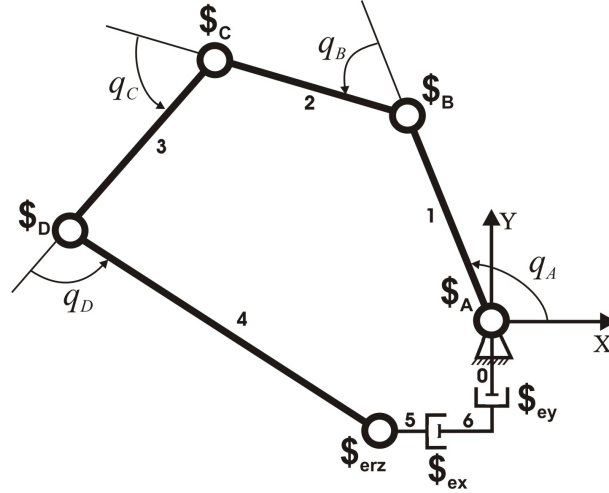


Figura 19: Mecanismo plano de quatro barras mais cadeia virtual de erro PPR alinhada com o sistema de coordenadas.

Neste caso, a matriz de rede do erro N_e é dada por:

$$N_e = \begin{bmatrix} \hat{\$}_{erz} & \hat{\$}_{ex} & \hat{\$}_{ey} \end{bmatrix}$$

$$N_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ e_y & 1 & 0 \\ -e_x & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Considerando a simplicidade para a obtenção da matriz de rede N_e , mostrada na equação 3.21, adota-se o posicionamento da cadeia de erro como mostrado na Fig. 19.

Vale ressaltar que em casos onde seja necessário representar as coordenadas dos helicóides da cadeia de erro em outro sistema de coordenadas, basta utilizar a matriz de transformação de coordenadas de helicóides (seção 2.3.1).

Uma vez inserida adequadamente a cadeia de erro, passa-se para o segundo passo do método de integração.

O segundo passo consiste em substituir a equação (3.15) por

$$\dot{q}_s = -N_s^{-1}(\bar{q}_s)N_p(q_p)\dot{q}_p + N_s^{-1}(\bar{q}_s)N_eK_eq_e \quad (3.22)$$

onde K_e é uma matriz de ganho escolhida para ser positiva definida e q_e é o vetor erro de

posição.

Reescrevendo a equação (3.17), as posições de juntas no instante t_{k+1} são obtidas por:

$$q_s(t_{k+1}) \cong q_s(t_k) - N_s^{-1}(\bar{q}_s)N_p(q_p)\dot{q}_p(t_k)\Delta t + N_s^{-1}(\bar{q}_s)N_eK_eq_e\Delta t \quad (3.23)$$

Estabilidade do Método:

A estabilidade do método pode ser verificada substituindo a equação (3.22) na equação (3.18), que resulta:

$$N_e\dot{q}_e + N_eK_eq_e = 0 \quad (3.24)$$

Como N_e , equação (3.21), tem posto completo, multiplica-se todos os termos da equação (3.24) por N_e^{-1} , obtendo:

$$\dot{q}_e + K_eq_e = 0 \quad (3.25)$$

Se a matriz de ganho K_e é positiva definida, a equação (3.25) estabelece que $q_e \rightarrow 0$ a medida que $t \rightarrow \infty$.

Vetor Erro de Posição:

O deslocamento helicoidal de um corpo numa cadeia cinemática pode ser expresso por uma matriz homogênea e o deslocamento helicoidal resultante de um corpo j pode ser calculado pelo método dos helicóides sucessivos (ver seção 2.2) através da pré-multiplicação de matrizes homogêneas correspondentes aos movimentos de juntas precedentes, isto é:

$$A_j = \prod_{i=1}^{j-1} A_i \quad (3.26)$$

Considerando que:

- em uma cadeia fechada o último corpo e o primeiro são o mesmo;
- os corpos estão interligados sequencialmente em um circuito fechado;
- a orientação e a posição de um corpo em relação a ele mesmo é dada por uma matriz homogênea igual a uma matriz identidade (4×4);

a equação (3.26) em uma cadeia cinemática fechada com np juntas primárias e ns juntas secundárias resulta:

$$\prod_{i=1}^{np} [A_p]_i \prod_{i=1}^{ns} [A_s]_i = I \quad (3.27)$$

onde $[A_p]_i$ ($i = 1 \dots np$) são as matrizes homogêneas correspondentes às juntas primárias e $[A_s]_i$ ($i = 1 \dots ns$) são as matrizes homogêneas correspondentes às juntas secundárias.

De acordo com Pavlin (1995), dada uma cadeia fechada onde existe uma cadeia de erro como a ilustrada na Fig. 19, o erro de fechamento pode ser representado por uma matriz homogênea E . Neste caso, a cadeia cinemática fechada é dada por:

$$\left\{ \prod_{i=1}^{np} [A_p]_i \prod_{i=1}^{ns} [A_s]_i \right\} E = I \quad (3.28)$$

e o erro de fechamento pode ser calculado por:

$$E = \left\{ \prod_{i=1}^{np} [A_p]_i \prod_{i=1}^{ns} [A_s]_i \right\}^{-1} = \begin{bmatrix} R_e & p_e \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

onde $p_e = \begin{bmatrix} e_{px} & e_{py} & e_{pz} \end{bmatrix}^T$ é o vetor do erro de posição e R_e é a matriz de rotação do erro.

Considerando a matriz R_e dada por:

$$R_e = \begin{bmatrix} r_{e11} & r_{e12} & r_{e13} \\ r_{e21} & r_{e22} & r_{e23} \\ r_{e31} & r_{e32} & r_{e33} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

é possível obter as magnitudes dos erros angulares para e_{ry} no intervalo de $(-\pi/2, \pi/2)$ por:

$$e_{rx} = \text{atan2}(r_{e32}, r_{e33}) \quad (3.31)$$

$$e_{ry} = \text{atan2}\left(-r_{e31}, \sqrt{(r_{e32})^2 + (r_{e33})^2}\right) \quad (3.32)$$

$$e_{rz} = \text{atan2}(r_{e21}, r_{e11}) \quad (3.33)$$

onde $\text{atan2}(Y, X)$ é uma função existente em quase todas as bibliotecas matemáticas que retorna o valor do arcotangente de (Y/X) , com a determinação do quadrante.

O erro de "posição" (erro de configuração que envolve posição e orientação) é então dado por um vetor erro de posição $q_e = \begin{bmatrix} e_{rx} & e_{ry} & e_{rz} & e_{px} & e_{py} & e_{pz} \end{bmatrix}^T$, que representa as magnitudes das juntas da cadeia de erro.

3.3.1.1 Exemplo Numérico

Para ilustração do método, é apresentada a solução da cinemática inversa do mecanismo de 4 barras mostrado na Fig. 15. Os comprimentos dos corpos l_i , definidos pela distância entre os eixos das juntas, são dados por: $l_1 = 0,5\text{m}$, $l_2 = 1,2\text{m}$, $l_3 = 0,8\text{m}$ e $l_4 = 1,6\text{m}$.

Considera-se uma configuração inicial arbitrária de modo que haja um erro inicial de fechamento da cadeia. Desta forma, utiliza-se como configuração inicial o seguinte:

$$q_0 = [q_A \ q_B \ q_C \ q_D]$$

$$q_0 = \left[\frac{\pi}{4} \quad -\frac{\pi}{4} \quad -\frac{3\pi}{4} \quad -\frac{\pi}{5} \right] \quad (3.34)$$

como mostra a Fig. 20.

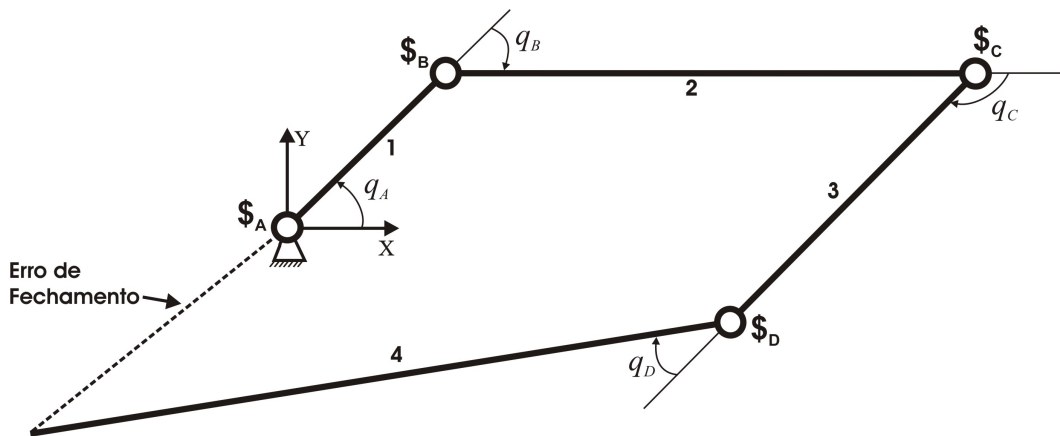


Figura 20: Mecanismo plano de 4 barras (exemplo numérico).

O primeiro passo consiste na inserção de uma cadeia virtual de Assur para representar o erro (Fig. 21).

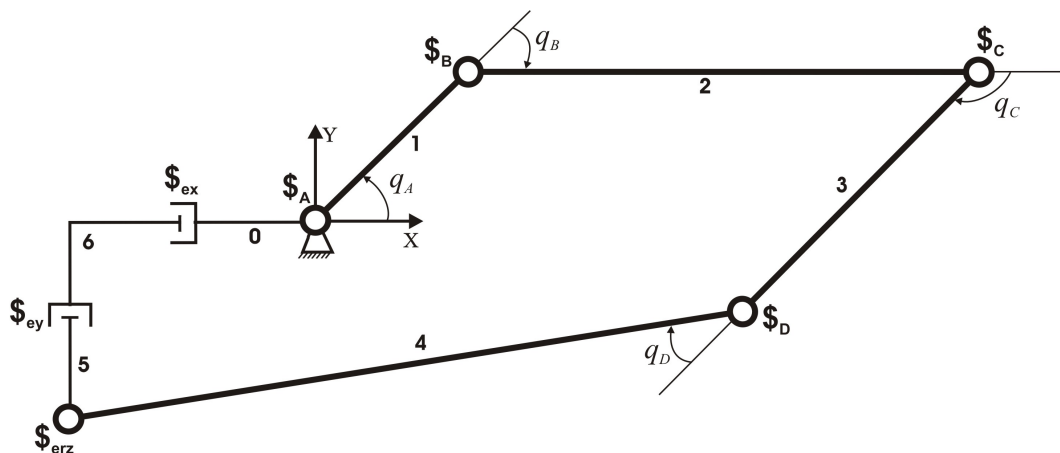


Figura 21: Mecanismo plano de 4 barras + cadeia de erro (exemplo numérico).

O segundo passo consiste em utilizar a equação (3.22) para determinar \dot{q}_s . Para isso, é necessário: separar as juntas primárias das juntas secundárias, determinar as matrizes de rede N_p , N_s e N_e e definir a matriz de ganho K_e .

No exemplo escolhido, a junta A é definida como primária e seu movimento é dado por:

$$q_p(t) = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} \sin\left(\frac{\pi t}{8}\right) \quad (3.35)$$

$$\dot{q}_p(t) = \frac{\pi^2}{32} \cos\left(\frac{\pi t}{8}\right) \quad (3.36)$$

para t variando de 0 a 4s.

Considerando o sistema de referência na base do mecanismo, as matrizes de rede são calculadas por:

$$N_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ e_y & 1 & 0 \\ -e_x & 0 & 1 \end{bmatrix}; N_p = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; N_s = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ y_B & y_C & y_D \\ -x_B & -x_C & -x_D \end{bmatrix}$$

onde as variáveis e_x , e_y , x_B , y_B , x_C , y_C , x_D e y_D são as coordenadas da junta virtual e_{rz} e das juntas B , C e D , respectivamente, no sistema de coordenadas XY , cujas magnitudes são obtidas a partir da utilização do método dos deslocamentos de helicóides sucessivos (seção 2.2).

Seus valores na configuração inicial são:

$$N_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,3641 & 1 & 0 \\ 0,6575 & 0 & 1 \end{bmatrix}; N_p = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; N_s = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0,3536 & 0,3536 & -0,2121 \\ -0,3536 & -1,5536 & -0,9875 \end{bmatrix}$$

A matriz de ganho é definida por $K_e = K I_{3 \times 3}$, onde K é um escalar positivo e $I_{3 \times 3}$ é uma matriz identidade. Inicialmente utiliza-se $K = 10$ e, na seqüência, varia-se K de 10 a 500 para mostrar sua influência nos resultados.

Solução:

As variáveis secundárias de juntas são obtidas pela equação (3.23) e os resultados são comparados com a solução analítica apresentada em (WALDRON; KINZEL, 1999), dada pelas seguintes equações:

$$H = 2l_1l_4 - 2l_2l_4 \cos(q_A)$$

$$M = -2l_2l_4 \sin(q_A)$$

$$G = \ell_1^2 + \ell_2^2 + \ell_4^2 - \ell_3^2 - 2\ell_1\ell_2 \cos(q_A)$$

$$q_D = -2 \left(\frac{-M - \sqrt{M^2 - G^2 + H^2}}{G - H} \right) \quad (3.37)$$

$$Y = \left(\frac{\ell_4 \sin(-q_D) - \ell_2 \sin(q_A)}{\ell_1 + \ell_4 \cos(-q_D) - \ell_2 \cos(q_A)} \right)$$

$$q_C = -(\pi + q_D + \text{atan2}(\sin(Y), \cos(Y))) \quad (3.38)$$

$$q_B = -(q_A - \text{atan2}(\sin(Y), \cos(Y))) \quad (3.39)$$

Resultados:

As Fig. 22, 23 e 24 apresentam o comportamento do erro de orientação e_{rz} , do erro de posição e_{px} e do erro de posição e_{py} , respectivamente, utilizando $K = 10$. Pode-se notar que os comportamentos dos erros condizem com a equação 3.25, onde suas magnitudes tendem exponencialmente para zero à medida que o tempo tende a infinito. De fato, o erro é praticamente nulo a partir de 0,75s.

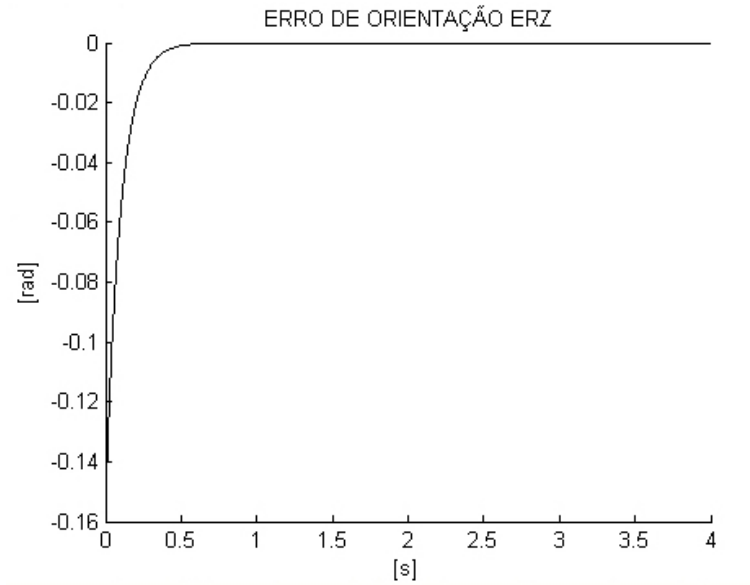


Figura 22: Erro de orientação e_{rz} do mecanismo 4 barras ($K = 10$).

A Fig. 25 apresenta as magnitudes das juntas secundárias obtidas através da integração da cinemática diferencial, onde são comparadas com as magnitudes obtidas pelas equações analíticas (3.37), (3.38) e (3.39).

A velocidade de convergência do erro depende da magnitude de K , porém, na prática, existe uma limitação física para esta magnitude. Uma alternativa de contornar essa limitação

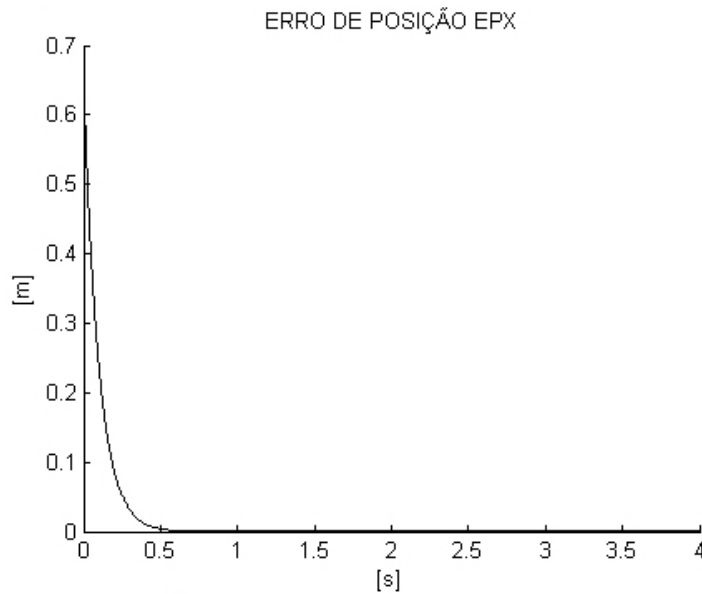


Figura 23: Erro de posição e_{px} do mecanismo 4 barras ($K = 10$).

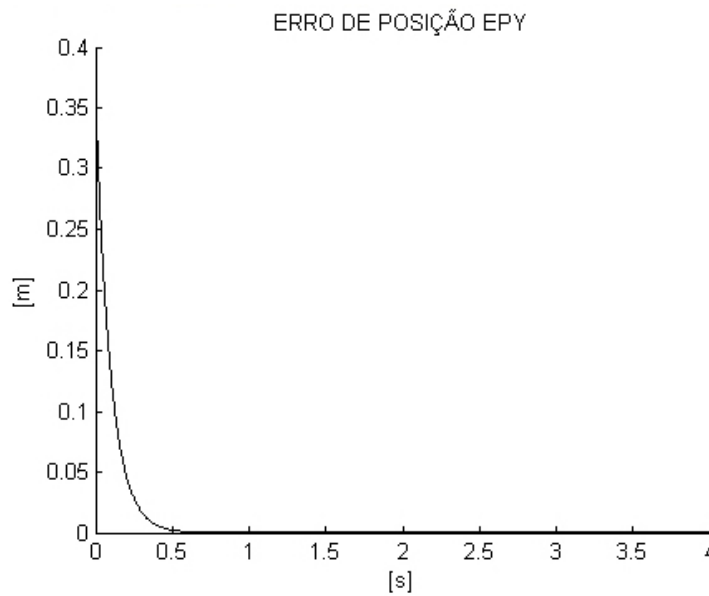


Figura 24: Erro de posição e_{py} do mecanismo 4 barras ($K = 10$).

e aumentar a velocidade de convergência do erro é a realização de iterações, ou seja, fazer um controle do erro por meio de iterações de modo que este erro seja tão pequeno quanto necessário. A limitação neste caso é o tempo computacional do processamento das outras iterações.

Para realizar mais iterações basta repetir o cálculo com a equação (3.23) quantas vezes forem necessárias, mantendo $q_p(t_{k+1})$ constante, até que as magnitudes do vetor q_e seja menor que uma tolerância admissível.

Para ilustrar a influência do ganho K no resultado, apresenta-se um gráfico que mostra a norma do erro máximo em função dos valores de K , realizando de 1 a 4 iterações (Fig. 26).

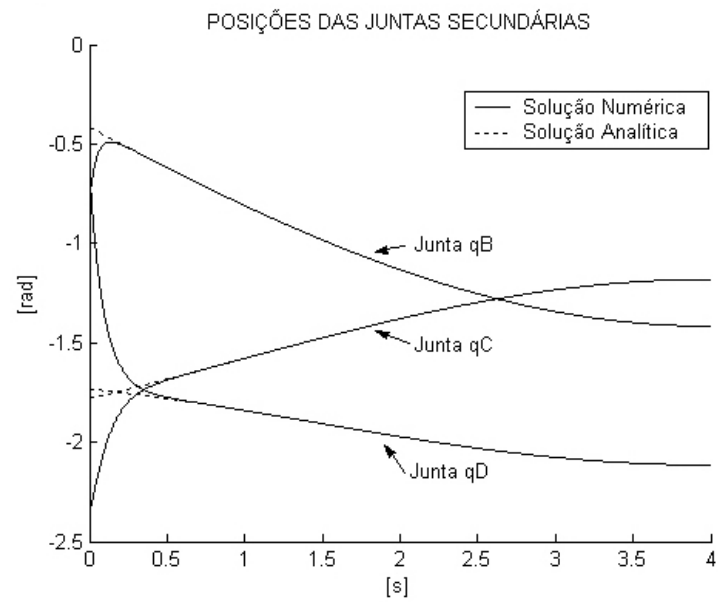


Figura 25: Resultado da cinemática inversa - Posições das juntas secundárias ($K = 10$).

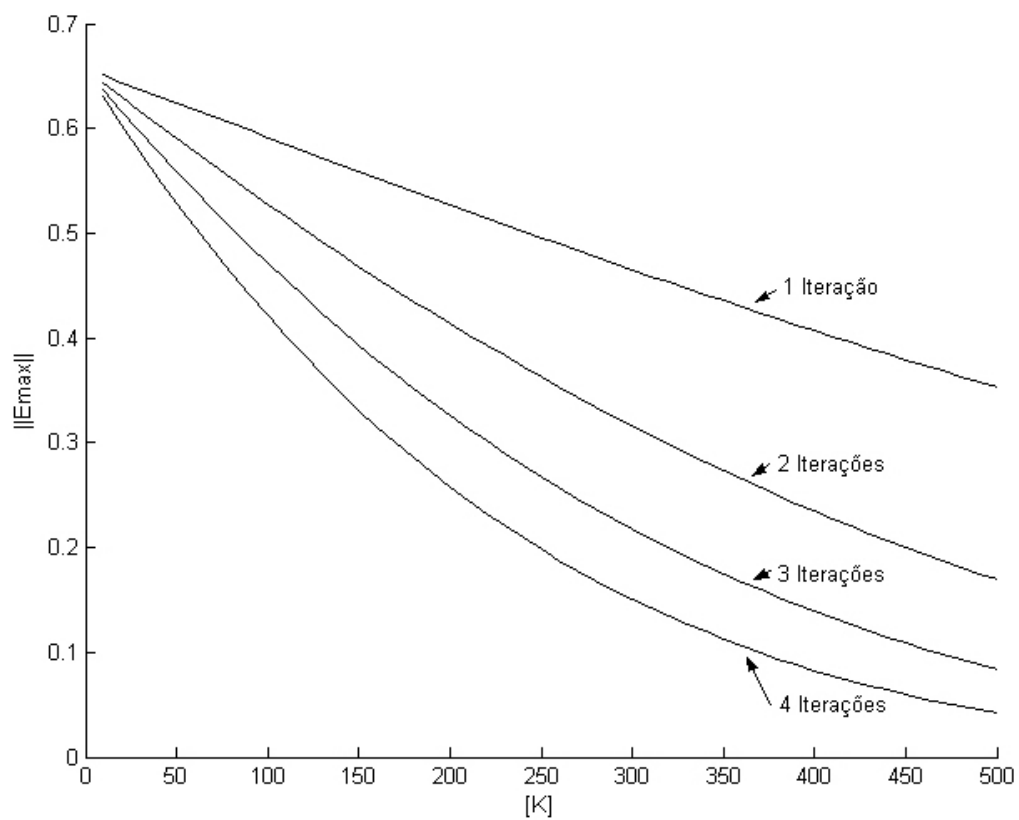


Figura 26: Influência do ganho na convergência do erro - Mecanismo de quatro barras.

3.3.2 Aplicação em Robôs Seriais

Esta abordagem também pode ser utilizada para a solução da cinemática inversa de robôs seriais (cadeia aberta) tanto não-redundantes como redundantes. Isto é possível a partir da introdução de uma cadeia virtual de Assur conectando a base ao efetuador do robô. A introdução da cadeia virtual fecha a cadeia cinemática e a solução pode ser obtida da mesma forma descrita anteriormente.

A seguir, apresenta-se um exemplo numérico para demonstrar o procedimento para o caso de robôs seriais.

Exemplo Numérico:

Considere o manipulador plano de 3 elos mostrado na Fig. 27, cujos comprimentos dos corpos são $\ell_1 = \ell_2 = \ell_3 = 0,5\text{m}$.

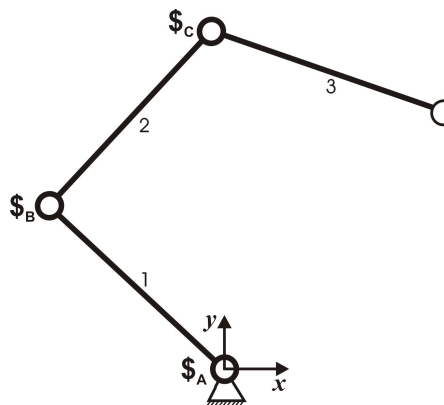


Figura 27: Manipulador Plano de 3 Elos.

Para o caso de robôs seriais, a metodologia é realizada em três passos. O primeiro, consiste na inserção de uma cadeia virtual de Assur para representar a configuração desejada no espaço operacional (Fig. 28). Observa-se, que dada uma configuração inicial arbitrária, é gerado um erro de fechamento da cadeia (Fig. 28).

O segundo passo consiste na inserção de uma cadeia virtual de Assur para representar o erro de fechamento (Fig. 29).

O terceiro passo consiste em utilizar a equação (3.22) para determinar \dot{q}_s . Para isso, é necessário separar as juntas primárias das juntas secundárias, determinar as matrizes de rede N_p , N_s e N_e e definir a matriz de ganho K_e .

Neste caso, as juntas primárias são definidas pelas juntas p_x , p_y e r_z , que representam o

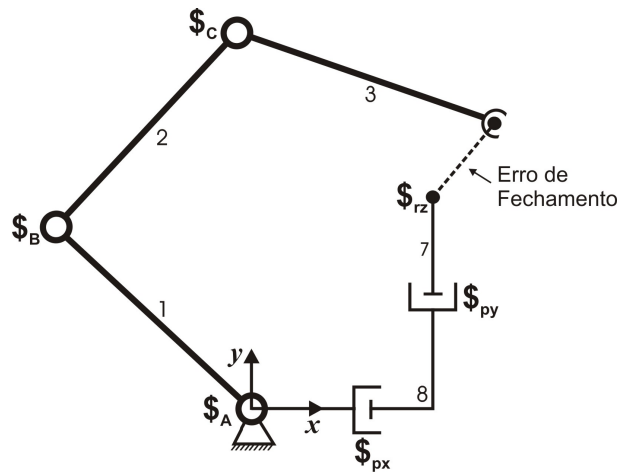


Figura 28: Manipulador plano de 3 barras acoplado a uma cadeia virtual de Assur PPR.

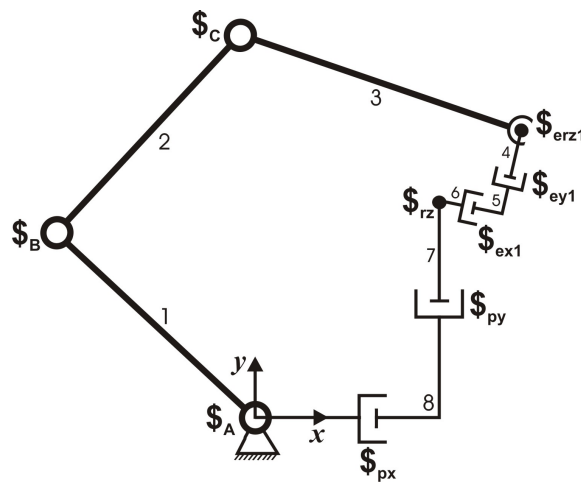


Figura 29: Manipulador plano de 3 barras acoplado a duas cadeias virtuais PPR.

movimento desejado no espaço operacional, dado por:

$$\begin{bmatrix} q_{px}(t) \\ q_{py}(t) \\ q_{rz}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,25(1 - \cos(\pi t)) \\ 0,25(2 + \sin(\pi t)) \\ \sin\left(\frac{\pi}{24}t\right) \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_{px}(t) \\ \dot{q}_{py}(t) \\ \dot{q}_{rz}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,25\pi \sin(\pi t) \\ 0,25\pi \cos(\pi t) \\ \frac{\pi}{24} \cos\left(\frac{\pi}{24}t\right) \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

que corresponde a trajetória dada por um círculo de raio $0,25m$ e centro em $(0,25,0,5)m$ (Fig. 30).

A configuração inicial é a mesma mostrada na Fig. 30, dada por:

$$q_s = [q_A \ q_B \ q_C]$$

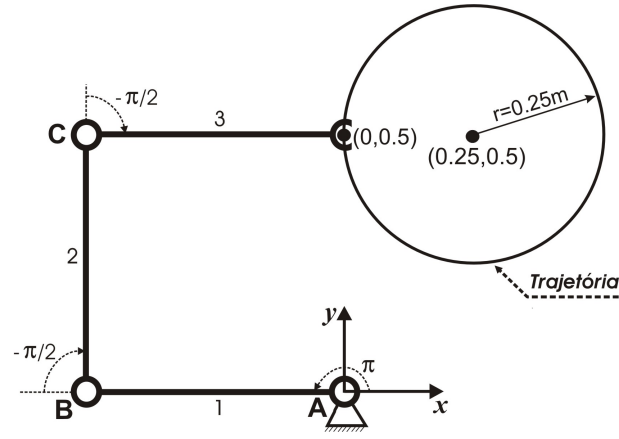


Figura 30: Configuração inicial do manipulador e trajetória a ser seguida.

$$q_s = \left[\pi \quad -\frac{\pi}{2} \quad -\frac{\pi}{2} \right] \quad (3.42)$$

Considerando o sistema de referência na base do mecanismo, as matrizes de rede são calculadas por:

$$N_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \cos(q_{rz}) & \sin(q_{rz}) & e_{r_{zy}} \\ \sin(q_{rz}) & \cos(q_{rz}) & -e_{r_{zx}} \end{bmatrix}; N_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ p_y & 1 & 0 \\ -p_x & 0 & 1 \end{bmatrix}; N_s = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ y_B & y_C & y_D \\ -x_B & -x_C & -x_D \end{bmatrix}$$

onde as variáveis $e_{r_{zx}}$, $e_{r_{zy}}$, p_x , p_y , x_B , y_B , x_C , y_C , x_D e y_D são as coordenadas das juntas virtuais e_{rz} e r_z e das juntas B , C e D , respectivamente, no sistema de coordenadas XY , cujas magnitudes são obtidas a partir da utilização do método dos deslocamentos de helicóides sucessivos (seção 2.2).

Seus valores na configuração inicial são:

$$N_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; N_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; N_s = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0,5 & 0,5 \end{bmatrix}$$

Como matriz de ganho K_e , utiliza-se a mesma definida por Sciavicco em (SCIAVICCO; SICILIANO, 2004), dada por:

$$K_e = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 500 & 0 \\ 0 & 0 & 500 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Solução:

As posições das juntas secundárias são obtidas pela equação (3.23), utilizando um intervalo de integração $\Delta t = 0,001s$.

Os resultados são comparados com o obtidos em (SCIAVICCO; SICILIANO, 2004), onde é apresentado o mesmo exemplo numérico.

Resultados:

A Fig. 31 apresenta os resultados obtidos com a integração numérica para o manipulador planar de 3 elos. São apresentados a norma do erro de posição, o erro de orientação, as posições e velocidades das juntas secundárias. Observa-se que o resultado é o mesmo obtido em (SCIAVICCO; SICILIANO, 2004), o que valida a utilização do método também para robôs seriais.

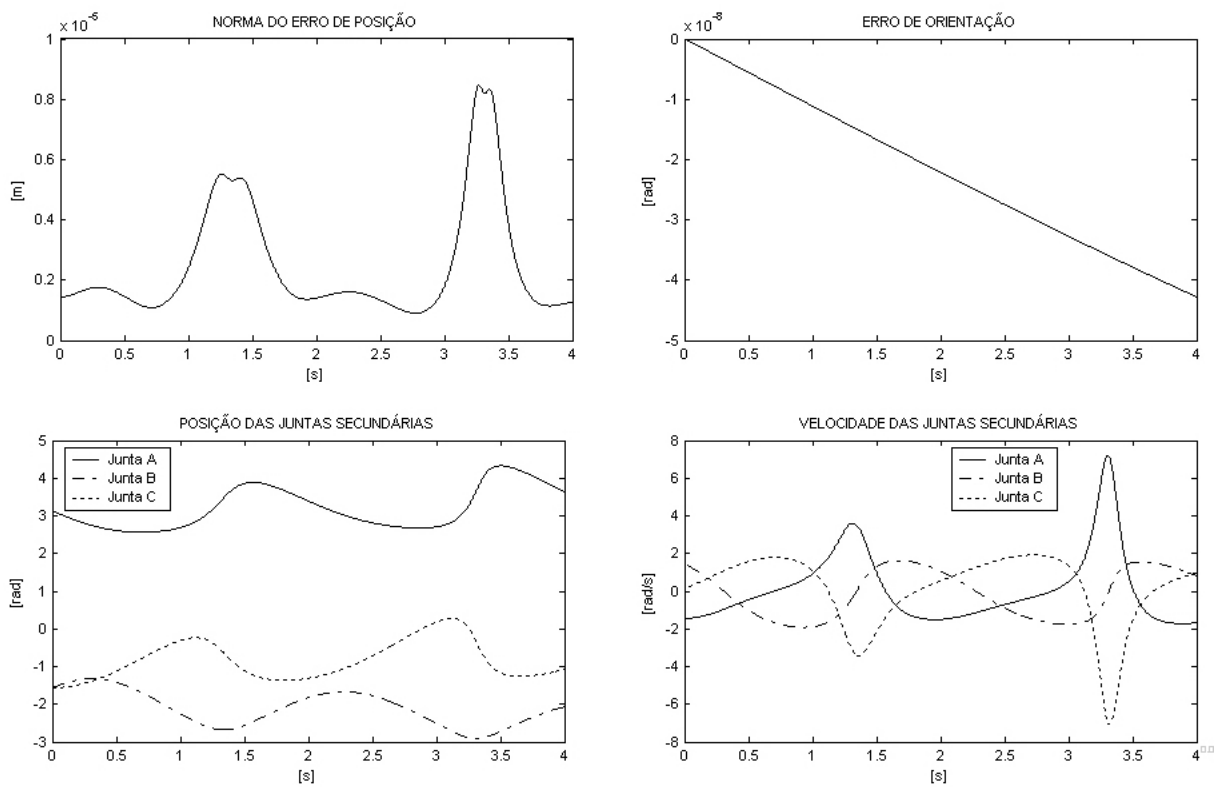


Figura 31: Resultado do seguimento de trajetória - Erro, posição e velocidade.

Fazendo $K_e = K I_{3 \times 3}$, onde K é um escalar positivo e $I_{3 \times 3}$ é uma matriz identidade, e variando K de 10 a 500, é possível verificar a influência do ganho na convergência do erro, como mostra a Fig. 32.

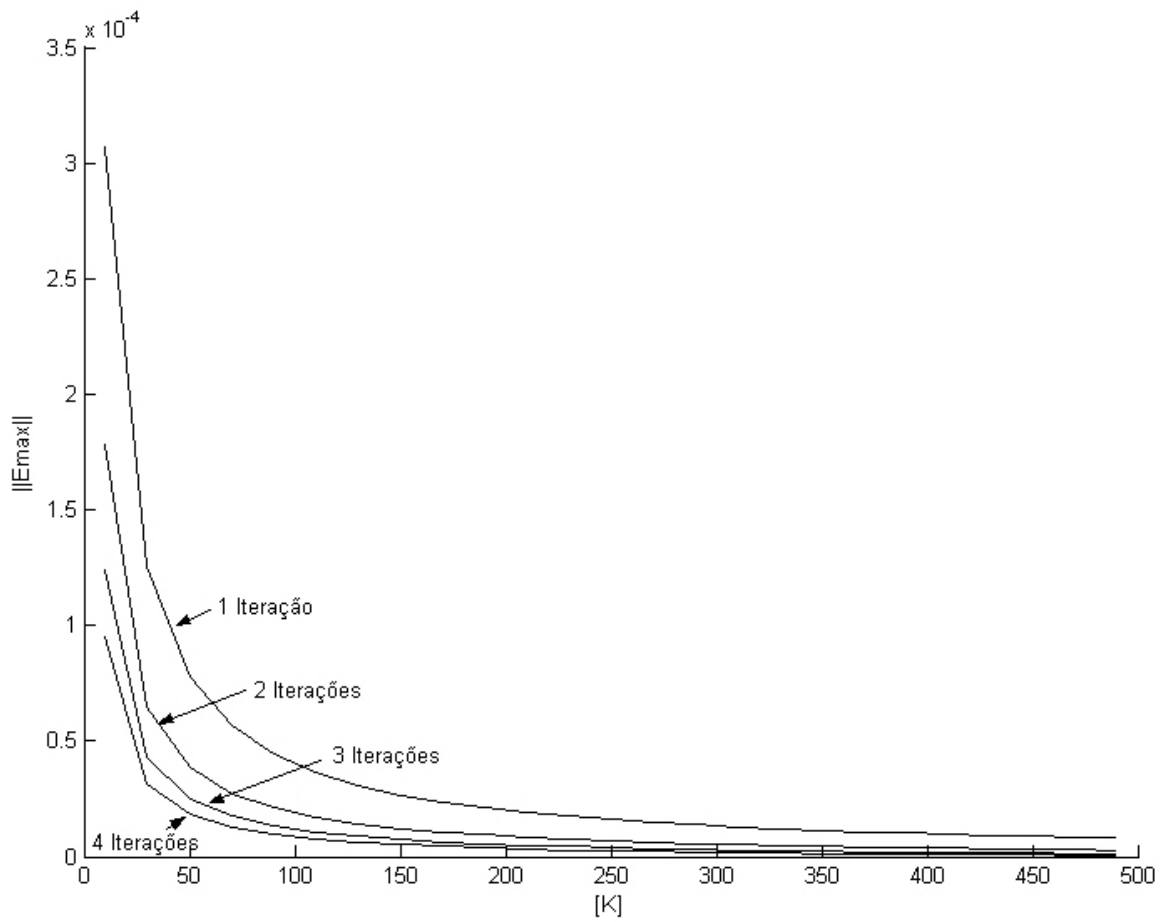


Figura 32: Influência do ganho K na convergência do erro, utilizando de 1 a 4 iterações.

3.3.3 Implementação no Roboturb

Para a implementação da metodologia de solução da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb (Fig. 33), utiliza-se o exemplo numérico a seguir.

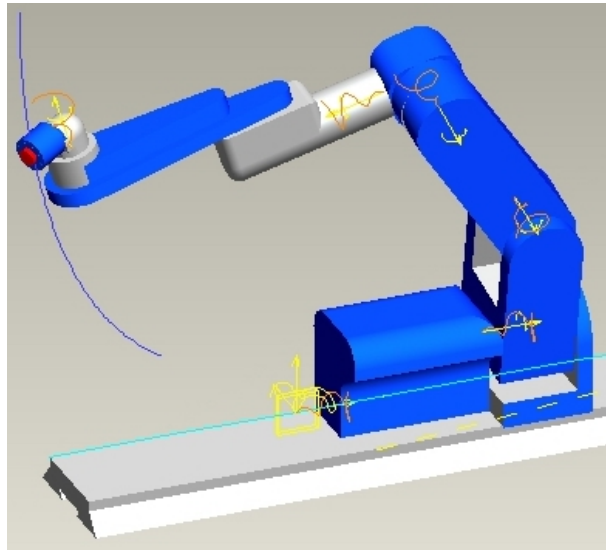


Figura 33: Manipulador espacial do Roboturb.

Exemplo Numérico:

O manipulador espacial do Roboturb contém 1 junta prismática (trilho) e 6 juntas rotativas, como pode ser visto na Fig. 34, representado pelos eixos das juntas e seus helicóides correspondentes.

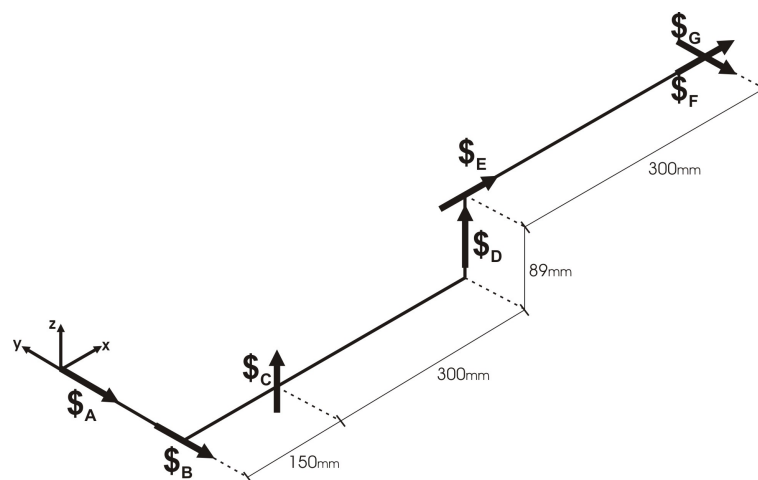


Figura 34: Manipulador espacial do Roboturb representado pelos eixos das juntas e seus helicóides.

Como primeiro passo, insere-se uma cadeia virtual de Assur para representar a configuração desejada no espaço operacional. Por se tratar do espaço tridimensional é necessário inserir uma cadeia virtual de 6 graus de liberdade (PPRRR).

O segundo passo consiste na inserção de uma cadeia virtual de Assur para representar o erro de fechamento. Neste caso, também é necessário inserir uma cadeia virtual de 6 graus de liberdade (PPRRR).

Sua estrutura cinemática e seu grafo correspondente são apresentados nas Fig. 35 e 36, respectivamente.

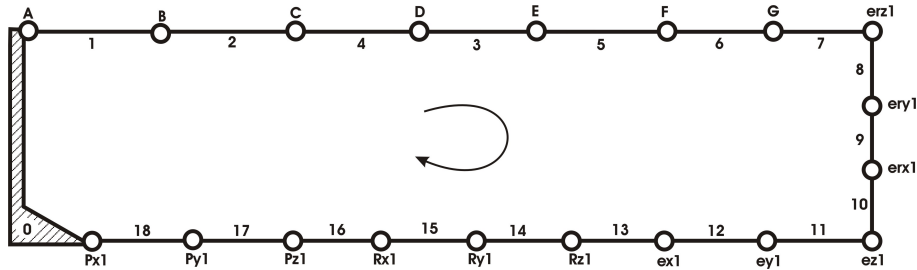


Figura 35: Estrutura cinemática do Roboturb acoplado a duas cadeias virtuais PPPRRR.

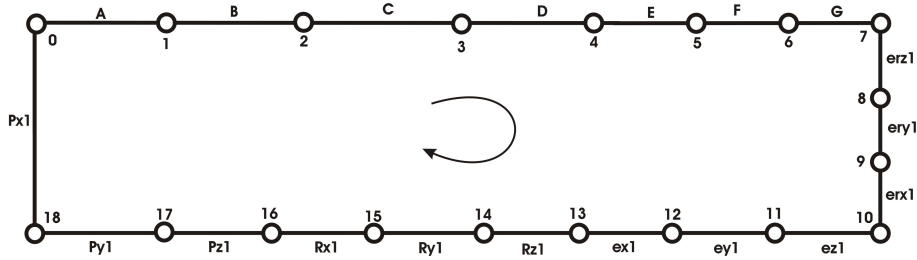


Figura 36: Representação em grafo do manipulador do Roboturb acoplado a duas cadeias virtuais PPPRRR.

O terceiro passo consiste em utilizar a equação (3.22) para determinar \dot{q}_s . Para isso, é necessário separar as juntas primárias das juntas secundárias, determinar as matrizes de rede N_p , N_s e N_e e definir a matriz de ganho K_e .

No Roboturb, a redundância é resolvida a partir da atuação da junta prismática q_A (trilho). Sua magnitude é determinada pela projeção da velocidade no espaço operacional na direção da junta prismática. Ver (SIMAS, 2005) para mais detalhes.

Neste caso, as juntas primárias são definidas pelas juntas q_A , P_{x1} , P_{y1} , P_{z1} , R_{x1} , R_{y1} e R_{z1} , que representam o movimento desejado no espaço operacional, dado por:

$$\begin{bmatrix} q_{px}(t) \\ q_{py}(t) \\ q_{pz}(t) \\ q_{rx}(t) \\ q_{ry}(t) \\ q_{rz}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,443 - 20 \cos\left(\frac{2\pi t - \pi}{2}\right) \\ -0,404 + 30 \sin\left(\frac{2\pi t - \pi}{2}\right) \\ -154 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

As magnitudes de velocidade das juntas primárias são obtidas por:

$$\dot{q}_p(t_k) = \frac{q_p(t_{k+1}) - q_p(t_k)}{\Delta t} \quad (3.45)$$

Sua configuração inicial é dada por:

$$q_s = \begin{bmatrix} q_A & q_B & q_C & q_D & q_E & q_F & q_G \end{bmatrix}$$

$$q_s = \begin{bmatrix} 0,5413 & 0,1685 & 1,2143 & 4,4915 & 4,0270 & 2,3397 & 0,7072 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Considerando o sistema de referência na base do manipulador, as matrizes de rede são calculadas por:

$$N_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ P_{y1} & -P_{z1} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -P_{x1} & 0 & P_{z1} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & P_{x1} & -P_{y1} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$N_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & P_{y1} & -P_{z1} & 0 & 1 & 0 \\ q_A & -P_{x1} & 0 & P_{z1} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & P_{x1} & -P_{y1} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$N_s = \begin{bmatrix} S_{q_B} & S_{q_C} & S_{q_D} & S_{q_E} & S_{q_F} & S_{q_G} \\ S_{0_{q_B}} \times S_{q_B} & S_{0_{q_C}} \times S_{q_C} & S_{0_{q_D}} \times S_{q_D} & S_{0_{q_E}} \times S_{q_E} & S_{0_{q_F}} \times S_{q_F} & S_{0_{q_G}} \times S_{q_G} \end{bmatrix}$$

Como matriz de ganho K_e , utiliza-se a seguinte:

$$K_e = \begin{bmatrix} 50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

Resultados:

As Fig. 37 - 42 apresentam o comportamento do erro deste exemplo. Pode-se comprovar que os comportamentos dos erros condizem com a equação 3.25, onde suas magnitudes tendem exponencialmente para zero a medida que o tempo tende a infinito. Na verdade, as magnitudes dos erros são praticamente zero a partir do instante 0,1 s.

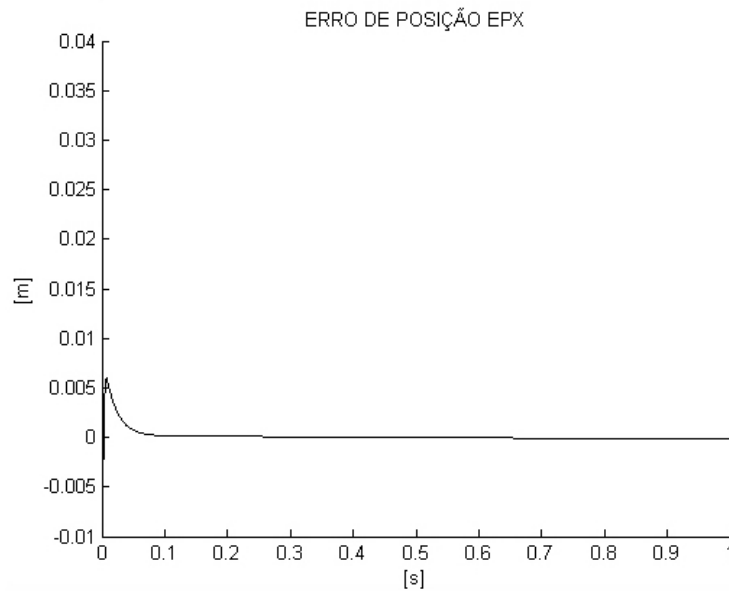


Figura 37: Erro de posição e_{px} do manipulador do Roboturb.

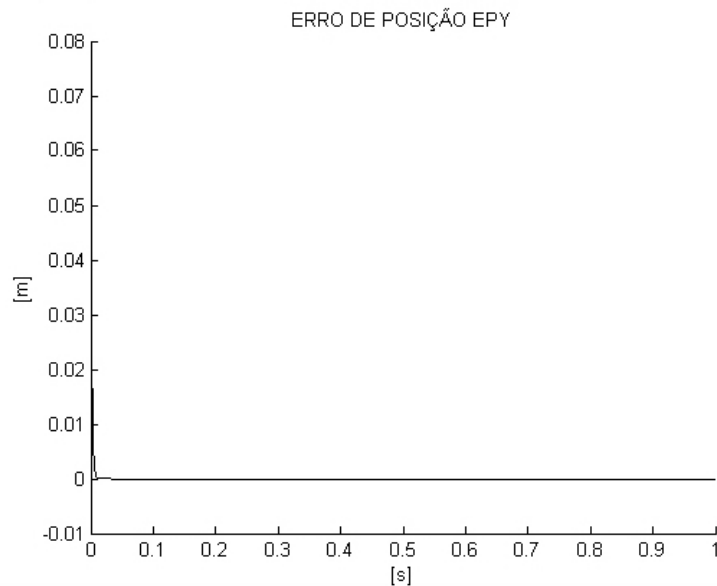
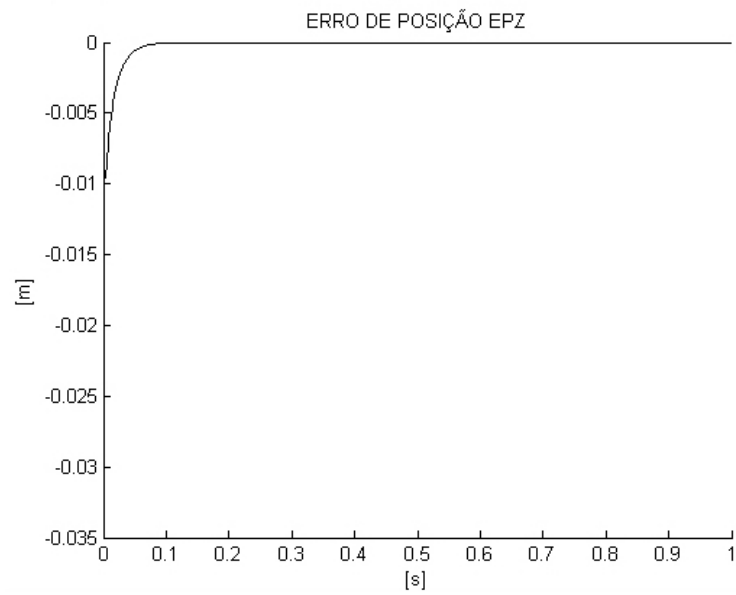
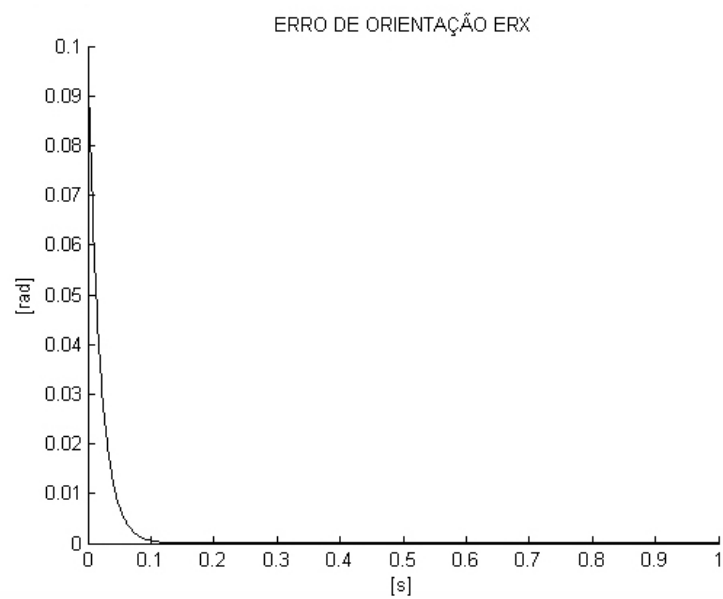


Figura 38: Erro de posição e_{py} do manipulador do Roboturb.

Figura 39: Erro de posição e_{pz} do manipulador do Roboturb.Figura 40: Erro de orientação e_{rx} do manipulador do Roboturb.

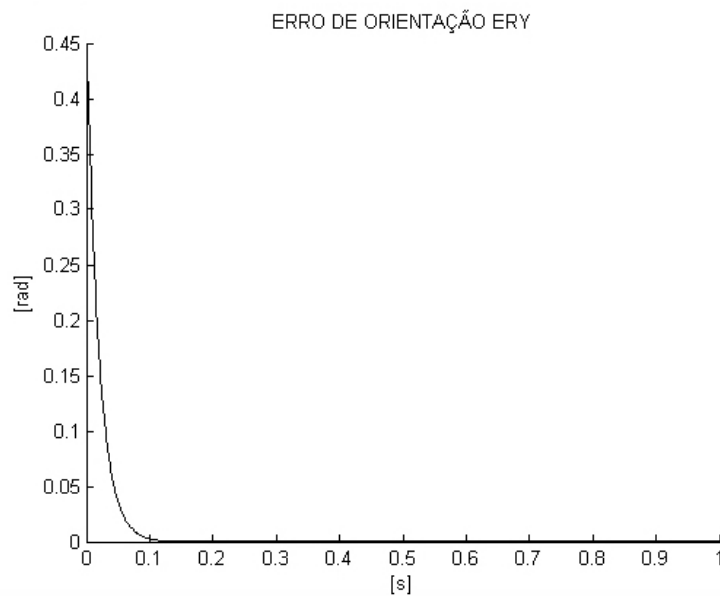


Figura 41: Erro de orientação e_{ry} do manipulador do Roboturb.

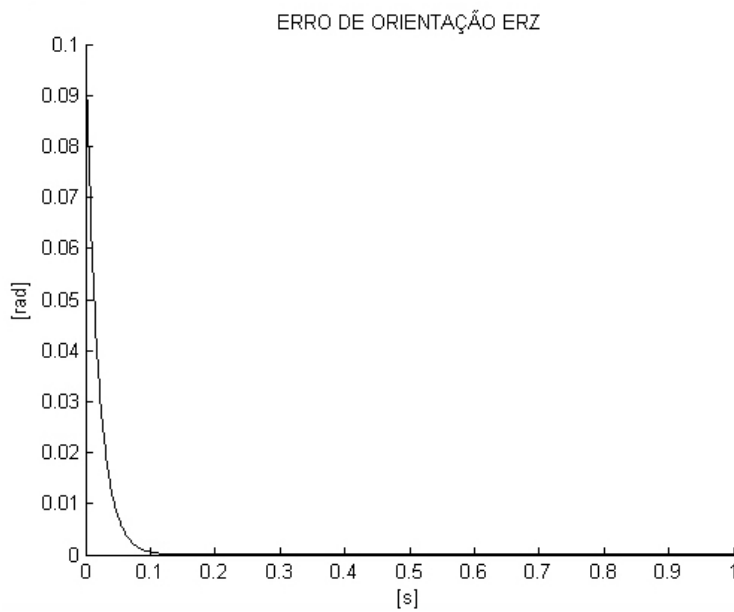


Figura 42: Erro de orientação e_{rz} do manipulador do Roboturb.

3.4 Conclusão

A obtenção da cinemática inversa de posição a partir da integração da cinemática diferencial, segundo a nova abordagem apresentada, pode ser aplicada em robôs de cadeias cinemáticas simples, complexas e até mesmo em robôs redundantes, uma vez que sua utilização independe da estrutura cinemática do robô.

A utilização da nova abordagem de solução, aplicando a teoria de helicóides, permite expandir o número de aplicações desta metodologia tanto para robôs seriais como robôs paralelos, independente do número de circuitos da cadeia cinemática do robô. Isso se mostra como um grande diferencial em relação a outras metodologias, principalmente pela garantia da estabilidade do método e pela convergência exponencial do erro, como mostram os resultados obtidos por simulação.

A sistematização da metodologia para determinação da equação de restrição cinemática, tanto de robôs paralelos como seriais, é outra vantagem desta nova abordagem, o que demonstra a generalidade de aplicações e a capacidade de expansão para qualquer tipo de cadeia cinemática.

4 *Cinemática Inversa em Ambientes Confinados*

4.1 Introdução

Por diversas razões, tais como: segurança, economia e confiabilidade, se faz necessário desenvolver robôs capazes de executar tarefas complexas com a mínima, ou nenhuma, intervenção humana. O desenvolvimento de metodologias e algoritmos que tornem os robôs capazes de trabalharem em ambientes confinados, desviando de obstáculos enquanto realizam uma tarefa, representa um avanço significativo neste sentido.

Existem vários métodos descritos na literatura que tratam do desvio de obstáculos. A maioria deles são aplicados a robôs móveis. No caso de manipuladores, a estrutura cinemática do robô aumenta consideravelmente a complexidade da solução (SOUCY M.; PAYEUR, 2005). Dentre os principais métodos empregados, destacam-se os seguintes: os métodos baseados em campos potenciais; os métodos baseados em lógica fuzzy (difusa); e os métodos baseados em redes neurais.

Os métodos baseados em campos potenciais têm sido os mais estudados na última década devido a sua relativa simplicidade e eficiência (SOUCY M.; PAYEUR, 2005). Campos potenciais, utilizados na robótica, geralmente consistem em campos de atração, que direcionam o robô para seu objetivo, e campos de repulsão, que afastam o robô de obstáculos. As abordagens de solução que utilizam estes conceitos são muito variadas, como pode ser visto em (MULLER, 2004), (BARRAQUAND J.; LATOMBE, 1990), (CASELLI S.; REGGIANI; SBRAVATI, 2002), (CHANG, 1996), (LALIBERTE; GOSSELIN, 1994) e (PIAGGIO; SGORBISSA, 1999). Geralmente estas abordagens não oferecem uma solução para robôs de arquitetura genérica (SOUCY M.; PAYEUR, 2005), além disso, a característica não determinística do método não garante o controle de dificuldades cinemáticas (tais como singularidades).

Os métodos baseados em lógica Fuzzi e redes neurais são métodos mais complexos e, comumente são combinados com a utilização dos conceitos de campos potenciais, como pode ser visto em (SOUCY M.; PAYEUR, 2005), (NEDUNGADI, 1992), (SOUCY, 2005) e (TIAN; MAO,

2002). Em (SOUCY M.; PAYEUR, 2005) é apresentada uma abordagem para o planejamento de trajetória de robôs manipuladores com evitamento de colisão, onde são combinados campos potenciais discretos com a lógica fuzzy. Neste trabalho são utilizadas principalmente duas fases: uma fase de planejamento de trajetória global, que determina a trajetória do efetuador final; e uma fase de planejamento local, que determina uma configuração ótima do restante dos braços do manipulador de modo a evitar uma colisão.

As abordagens baseadas nos métodos supracitados consistem, normalmente, em determinar a trajetória do efetuador final de modo que ele saia de uma posição inicial e se dirija a uma posição final, evitando os obstáculos em seu caminho, ou seja, o efetuador não segue uma trajetória pré-definida e não realiza nenhuma tarefa. Além disso, lógica Fuzzi e redes neurais também são consideradas metodologias não determinísticas, onde não é possível prever o seu comportamento nem tão pouco provar estabilidade para qualquer situação.

Para o caso do ROBOTURB, onde o robô manipulador realiza o seguimento de trajetórias pré-definidas, foi necessário desenvolver uma metodologia própria para o evitamento de colisão. Para isso, foi desenvolvido uma metodologia de evitamento de colisão baseada na utilização de restrições cinemáticas (SIMAS, 2005).

4.2 Metodologia

A metodologia de evitamento de colisão proposta consiste em introduzir uma cadeia virtual entre um ponto desejado da cadeia cinemática e o obstáculo, cuja função é:

- Monitorar a possibilidade de colisão;
- Impor uma restrição ao movimento que desvie da colisão (quando constatada a possibilidade de colisão).

O monitoramento é feito mediante a integração da cinemática diferencial de acordo com o método de integração empregando cadeias virtuais de Assur (seção 3.3), onde as juntas virtuais de evitamento de colisão são resolvidas como juntas secundárias. O monitoramento permite identificar o momento em que a magnitude, ou as magnitudes das juntas, atingem limites pré-estabelecidos.

A restrição do movimento é feita alterando-se a equação de restrição cinemática, impondo um movimento na junta virtual de evitamento de colisão. Isto é feito alterando-se o conjunto de juntas primárias e secundárias, onde uma junta virtual secundária, que estava sendo monitorada, se torna primária e é atuada para restringir o movimento. Vale ressaltar, que a cadeia virtual deve

ser inserida convenientemente de modo que a imposição da restrição do movimento desvie a cadeia cinemática do obstáculo.

Para apresentar a metodologia de evitamento de colisão utiliza-se como exemplo o manipulador plano PRRR que contém 1 junta prismática, inclinada a 45° em relação ao eixo "X", e 3 juntas rotativas como mostra a Figura 43, cujos comprimentos dos elos são: $\ell_2 = \ell_3 = 2\text{m}$ e $\ell_4 = 1\text{m}$.

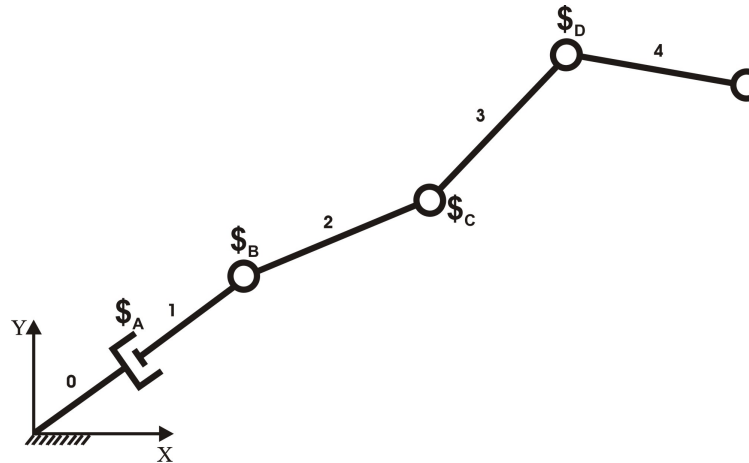


Figura 43: Manipulador plano PRRR.

Como apresentado na seção 3.3.2, o primeiro passo consiste em inserir uma cadeia virtual de Assur para representar a configuração desejada no espaço operacional, como mostra a Fig. 44. Em virtude da configuração inicial ser arbitrária, é gerado um erro de fechamento entre a cadeia virtual de Assur PPR e o efetuador (Fig. 44).

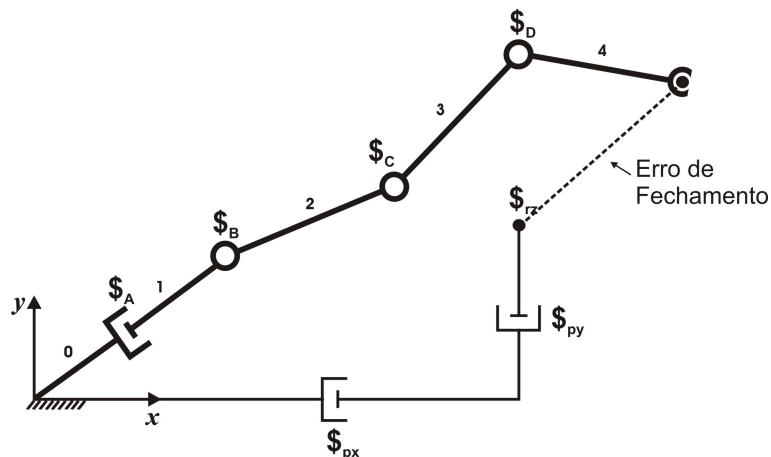


Figura 44: Manipulador plano PRRR acoplado a uma cadeia virtual PPR.

O segundo passo consiste em inserir uma cadeia virtual de Assur para representar o erro de fechamento, como mostra a Fig. 45.

Em seguida, utilizando a equação (3.22) para determinar \dot{q}_s , separa-se as juntas primárias das juntas secundárias e determina-se as matrizes de rede N_p , N_s e N_e , definindo-se uma matriz

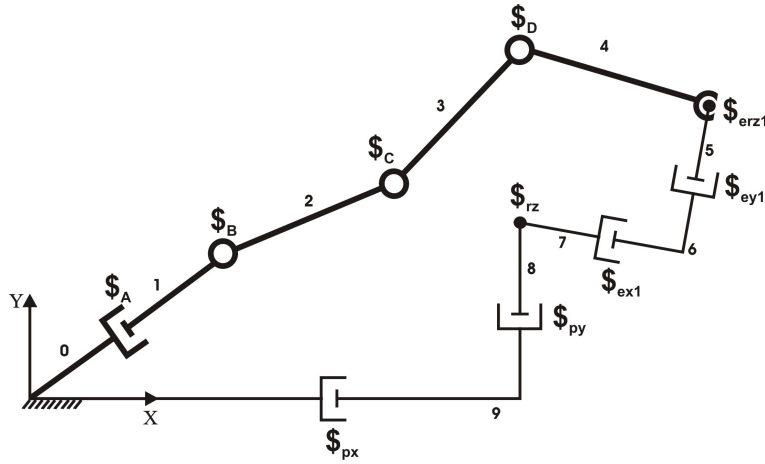


Figura 45: Manipulador plano PRRR acoplado a duas cadeias virtuais PPR.

de ganho K_e .

Por se tratar de um manipulador redundante, utiliza-se uma técnica de solução da redundância baseada no método das restrições cinemáticas, como descrito em (SIMAS, 2005). Neste caso, as juntas primárias são definidas pelas juntas p_x , p_y e r_z , que representam o movimento desejado no espaço operacional, e pela junta prismática A .

Considerando o sistema de referência na base do manipulador, as matrizes de rede são calculadas por:

$$N_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \cos(q_{rz}) & \sin(q_{rz}) & e_{rzy1} \\ \sin(q_{rz}) & \cos(q_{rz}) & -e_{rzx1} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$N_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) & p_y & 1 & 0 \\ \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) & -p_x & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$N_s = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ y_B & y_C & y_D \\ -x_B & -x_C & -x_D \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

onde as variáveis e_{rzx1} , e_{rzy1} , p_x , p_y , x_B , y_B , x_C , y_C , x_D e y_D são as coordenadas das juntas virtuais e_{rz1} e r_z e das juntas B , C e D , respectivamente, no sistema de coordenadas XY , cujas magnitudes são obtidas a partir da utilização do método dos deslocamentos de helicóides sucessivos (seção 2.2).

Para o emprego da metodologia de evitamento de colisão, considerando um obstáculo pontual localizado numa região próxima aos *corpos* 2 e 3, insere-se uma cadeia virtual de Assur

(RPR) ligando o *corpo 2* ao obstáculo, como mostra a Fig. 46.

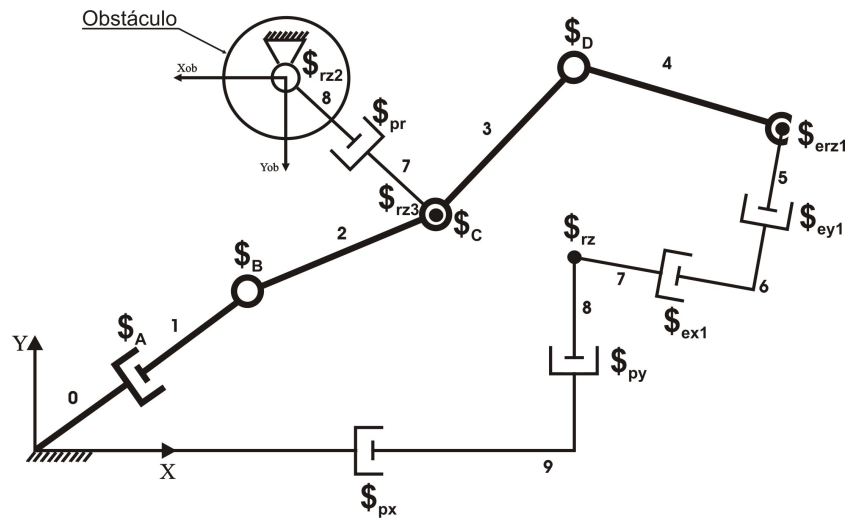


Figura 46: Manipulador plano PRRR acoplado às cadeias virtuais PPR e RPR.

A inserção da cadeia virtual RPR adiciona 1 (um) circuito à cadeia cinemática do manipulador, onde é necessário inserir outra cadeia virtual de Assur para o controle do erro de integração deste novo circuito (Fig. 47).

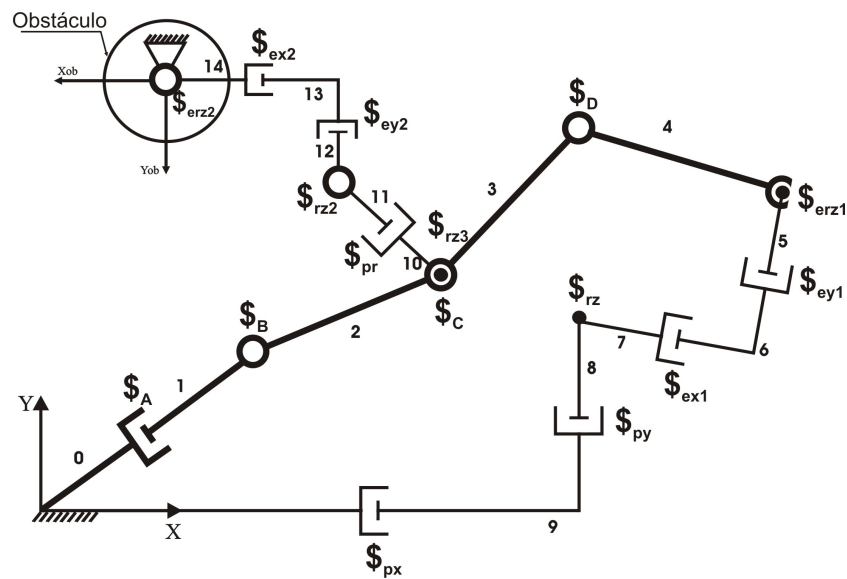


Figura 47: Manipulador plano PRRR acoplado às cadeias virtuais PPR, RPR e 2 PPR de erro.

As Fig. 48 e 49 apresentam a estrutura cinemática do manipulador PRRR e a representação correspondente em grafo, respectivamente.

Da mesma forma, utiliza-se a equação (3.22) para determinar \dot{q}_s , onde é necessário separar as juntas primárias das juntas secundárias, determinar as matrizes de rede N_p , N_s e N_e e definir uma matriz de ganho K_e .

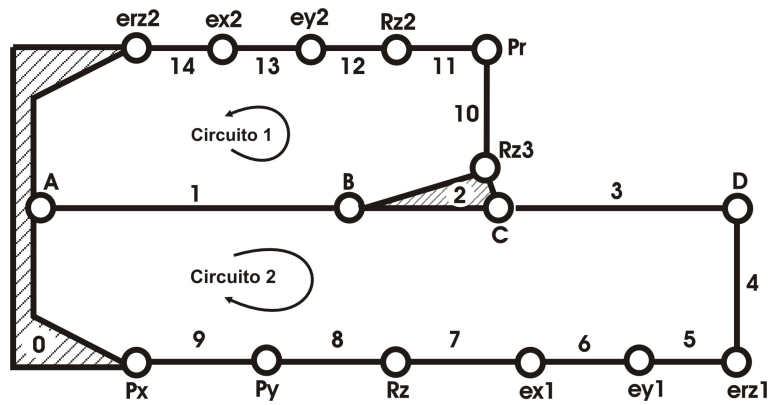


Figura 48: Estrutura cinemática do robô planar PRRR acoplado às cadeias virtuais PPR, RPR e 2 PPR de erro.

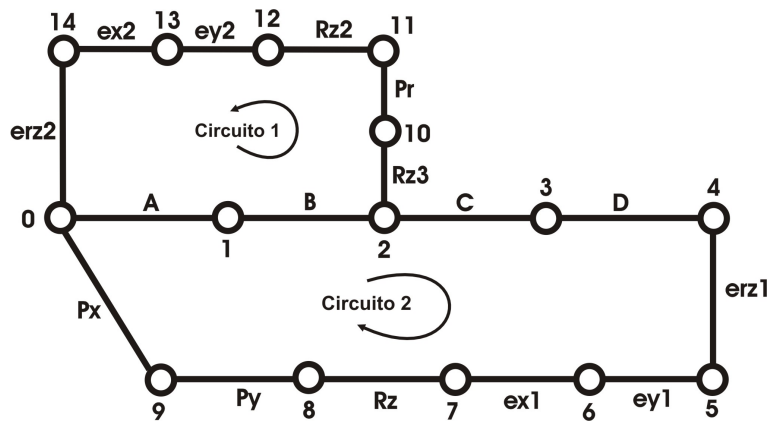


Figura 49: Representação em grafo do robô planar PRRR acoplado às cadeias virtuais PPR, RPR e 2 PPR de erro.

Durante o monitoramento da possibilidade de colisão, as juntas primárias são definidas pelas juntas p_x , p_y e r_z , que representam o movimento desejado no espaço operacional, e pela junta prismática A .

Na representação de helicóides a equação (3.22), correspondente a fase de monitoramento de colisão, pode ser escrita por:

$$\dot{q}_s = -N_s^{-1} N_p \dot{q}_p - N_s^{-1} N_e K_e q_e \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{q}_B \\ \dot{q}_C \\ \dot{q}_D \\ \dot{q}_{R_{z3}} \\ \dot{q}_{P_r} \\ \dot{q}_{R_{z2}} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} \hat{\$}_B & \hat{\$}_C & \hat{\$}_D & 0 & 0 & 0 \\ \hat{\$}_B & 0 & 0 & \hat{\$}_{R_{z3}} & \hat{\$}_{P_r} & \hat{\$}_{R_{z2}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\$}_A & \hat{\$}_{R_z} & \hat{\$}_{P_y} & \hat{\$}_{P_x} \\ \hat{\$}_A & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_A \\ \dot{q}_{R_z} \\ \dot{q}_{P_y} \\ \dot{q}_{P_x} \end{bmatrix} \\
&- \begin{bmatrix} \hat{\$}_B & \hat{\$}_C & \hat{\$}_D & 0 & 0 & 0 \\ \hat{\$}_B & 0 & 0 & \hat{\$}_{R_{z3}} & \hat{\$}_{P_r} & \hat{\$}_{R_{z2}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\$}_{e_{rz1}} & \hat{\$}_{e_{y1}} & \hat{\$}_{e_{x1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{\$}_{e_{y2}} & \hat{\$}_{e_{x2}} & \hat{\$}_{e_{rz2}} \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} Ke_{rz1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Ke_{y1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Ke_{x1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Ke_{y2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Ke_{x2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Ke_{rz2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{e_{rz1}} \\ q_{e_{y1}} \\ q_{e_{x1}} \\ q_{e_{y2}} \\ q_{e_{x2}} \\ q_{e_{rz2}} \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (4.5)$$

Considerando o sistema de referência na base do manipulador, as matrizes de rede são calculadas por:

$$N_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_{r_{zy1}} & \sin(q_{rz}) & \cos(q_{rz}) & 0 & 0 & 0 \\ -e_{r_{zx1}} & \cos(q_{rz}) & \sin(q_{rz}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\left(\frac{\pi}{2} + q_B + q_{rz3} + q_{rz2}\right) & \sin\left(\frac{\pi}{2} + q_B + q_{rz3} + q_{rz2}\right) & e_{r_{z2y}} \\ 0 & 0 & 0 & \sin\left(\frac{\pi}{2} + q_B + q_{rz3} + q_{rz2}\right) & \cos\left(\frac{\pi}{2} + q_B + q_{rz3} + q_{rz2}\right) & -e_{r_{z2x}} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$N_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) & p_y & 1 & 0 \\ \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) & -p_x & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) & 0 & 0 & 0 \\ \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$N_s = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ y_B & y_C & y_D & 0 & 0 & 0 \\ -x_B & -x_C & -x_D & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ y_B & 0 & 0 & y_{rz3} & \cos\left(\frac{\pi}{2} + q_B + q_{rz3}\right) & y_{rz2} \\ -x_B & 0 & 0 & -x_{rz3} & \sin\left(\frac{\pi}{2} + q_B + q_{rz3}\right) & -x_{rz2} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

onde as variáveis $e_{r_{zx1}}$, $e_{r_{zy1}}$, $e_{r_{zx2}}$, $e_{r_{zy2}}$, p_x , p_y são as coordenadas das juntas virtuais e_{rz1} , e_{rz2} e r_z , respectivamente, no sistema de coordenadas XY . As variáveis x_i , y_i , para $i = B, C, D, rz2, rz3$ também representam as coordenadas das juntas correspondentes no sistema de coordenadas XY . Suas magnitudes são obtidas a partir da utilização do método dos deslocamentos de helicóides

sucessivos (seção 2.2). As variáveis q_j , para $j = B, rz, rz2, rz3$, representam as magnitudes das juntas em radianos.

Uma vez constatada a possibilidade de colisão impõem-se o movimento na junta prismática virtual Pr de modo a fazer a cadeia cinemática desviar do obstáculo. Desta forma, a equação (3.22), de acordo com a representação de helicóides, se torna:

$$\dot{q}_s = -N_s^{-1} N_p \dot{q}_p - N_s^{-1} N_e K_e q_e \quad (4.9)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_A \\ \dot{q}_B \\ \dot{q}_C \\ \dot{q}_D \\ \dot{q}_{Rz3} \\ \dot{q}_{Rz2} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \hat{\$}_A & \hat{\$}_B & \hat{\$}_C & \hat{\$}_D & 0 & 0 \\ \hat{\$}_A & \hat{\$}_B & 0 & 0 & \hat{\$}_{Rz3} & \hat{\$}_{Rz2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & \hat{\$}_{Rz} & \hat{\$}_{Py} & \hat{\$}_{Px} \\ \hat{\$}_{Pr} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{Pr} \\ \dot{q}_{Rz} \\ \dot{q}_{Py} \\ \dot{q}_{Px} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$- \begin{bmatrix} \hat{\$}_A & \hat{\$}_B & \hat{\$}_C & \hat{\$}_D & 0 & 0 \\ \hat{\$}_A & \hat{\$}_B & 0 & 0 & \hat{\$}_{Rz3} & \hat{\$}_{Rz2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\$}_{e_{rz1}} & \hat{\$}_{e_{y1}} & \hat{\$}_{e_{x1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{\$}_{e_{y2}} & \hat{\$}_{e_{x2}} & \hat{\$}_{e_{rz2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ke_{rz1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Ke_{y1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Ke_{x1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Ke_{y2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Ke_{x2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Ke_{rz2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{e_{rz1}} \\ q_{e_{y1}} \\ q_{e_{x1}} \\ q_{e_{y2}} \\ q_{e_{x2}} \\ q_{e_{rz2}} \end{bmatrix}$$

Considerando o sistema de referência na base do manipulador, as matrizes de rede são calculadas por:

$$N_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_{rzy1} & \sin(q_{rz}) & \cos(q_{rz}) & 0 & 0 & 0 \\ -e_{rzx1} & \cos(q_{rz}) & \sin(q_{rz}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\left(\frac{\pi}{2} + q_B + q_{rz3} + q_{rz2}\right) & \sin\left(\frac{\pi}{2} + q_B + q_{rz3} + q_{rz2}\right) & e_{rz2y} \\ 0 & 0 & 0 & \sin\left(\frac{\pi}{2} + q_B + q_{rz3} + q_{rz2}\right) & \cos\left(\frac{\pi}{2} + q_B + q_{rz3} + q_{rz2}\right) & -e_{rz2x} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$N_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & p_y & 1 & 0 \\ 0 & -p_x & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} + q_B + q_{rz3}\right) & 0 & 0 & 0 \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} + q_B + q_{rz3}\right) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$N_s = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) & y_B & y_C & y_D & 0 & 0 \\ \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) & -x_B & -x_C & -x_D & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) & y_B & 0 & 0 & y_{rz3} & y_{rz2} \\ \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) & -x_B & 0 & 0 & -x_{rz3} & -x_{rz2} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

onde as variáveis $e_{rx1}, e_{rzy1}, e_{rx2}, e_{rzy2}, p_x, p_y$ são as coordenadas das juntas virtuais e_{rz1}, e_{rz2} e r_z , respectivamente, no sistema de coordenadas XY . As variáveis x_i, y_i , para $i = B, C, D, rz2, rz3$ também representam as coordenadas das juntas correspondentes no sistema de coordenadas XY . Suas magnitudes são obtidas a partir da utilização do método dos deslocamentos de helicóides sucessivos (seção 2.2). As variáveis q_j , para $j = B, rz, rz2, rz3$, representam as magnitudes das juntas em radianos.

Para o manipulador plano PRRR da Fig. 46, segundo a metodologia de evitamento de colisão proposta, utiliza-se a equação (4.5) para a obtenção da solução do sistema, fazendo-se o monitoramento constante da junta P_r . Uma vez que a junta P_r se aproxima da colisão, ou seja, sua magnitude se aproxima de um limite pré-definido, a solução do sistema passa a ser obtida pela equação (4.10). Em resumo, existe um chaveamento de sistemas que se alternam em função da possibilidade de colisão. A forma de realizar o chaveamento é apresentada a seguir.

4.2.1 A Descontinuidade Cinemática no Chaveamento

Como mencionado anteriormente, quando o sistema de solução de uma cadeia cinemática apresenta a possibilidade de colisão, é necessário fazer o chaveamento de sistemas de modo a restringir o movimento e evitar a colisão. Entretanto, a troca brusca de um sistema para o outro gera uma mudança brusca nos movimentos, ou seja, os deslocamentos das juntas sofrem variações acentuadas e isto causa descontinuidades nas magnitudes das velocidades e nas acelerações das juntas, além de movimentos bruscos no manipulador.

A descontinuidade cinemática ocorre devido a interrupção do movimento natural do cadeia cinemática caso não houvesse obstáculo a ser desviado. Dessa forma, define-se percurso natural como o movimento realizado pela cadeia cinemática durante o seguimento de trajetória, desconsiderando o desvio de obstáculo.

A Fig. 50 apresenta o diagrama de bloco correspondente ao algoritmo de cinemática inversa com chaveamento brusco, considerando o monitoramento de uma junta prismática virtual P_r para o desvio do obstáculo. Sua magnitude deve ser superior a um limite pré-estabelecido que representa o obstáculo.

A seguir, apresenta-se um exemplo numérico para comprovar o efeito do chaveamento

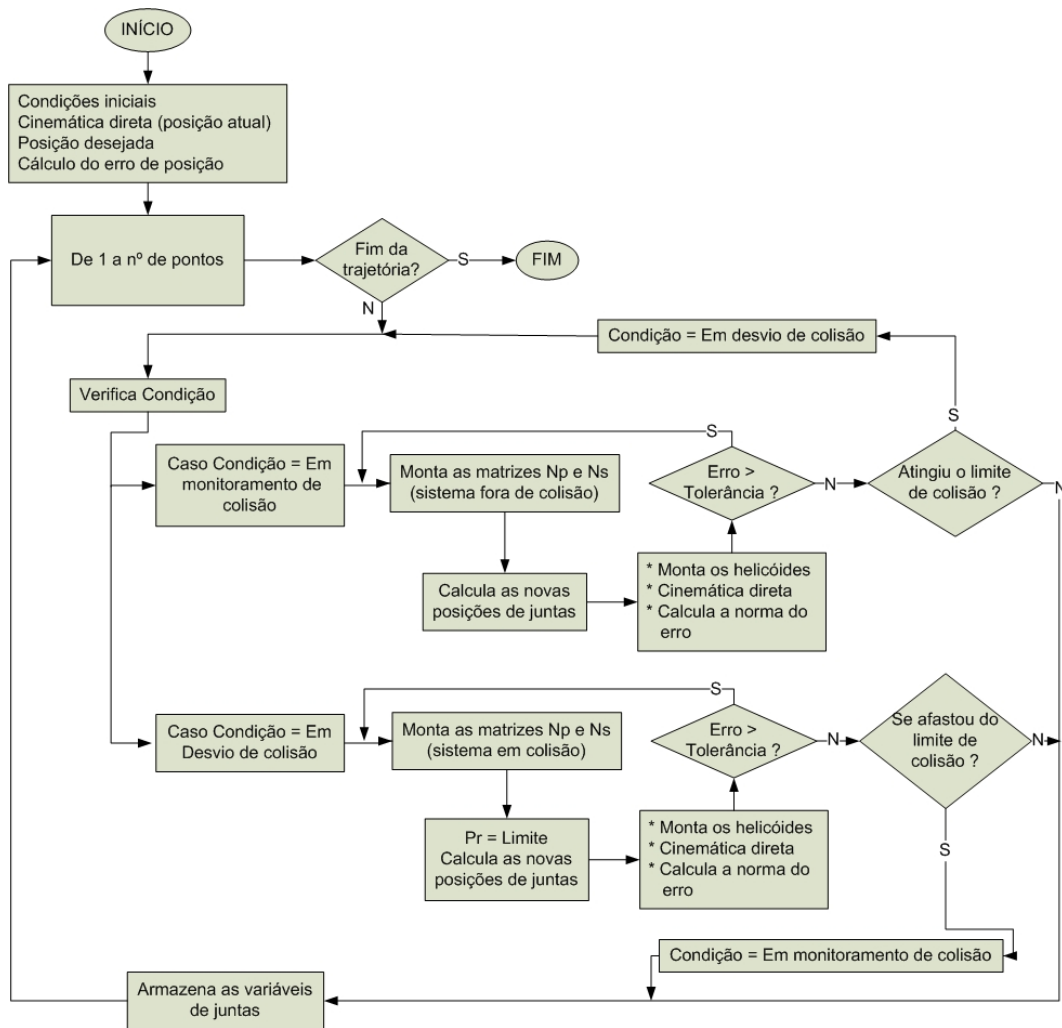


Figura 50: Diagrama de bloco do algoritmo de cinemática inversa com chaveamento brusco.

brusco nas magnitudes das juntas de um manipulador.

Exemplo Numérico:

Seja o manipulador planar PRRR mostrado na Fig. 51, onde o comprimento do *corpo* 1 é dado pela magnitude da junta prismática A e os demais dado por: $l_2 = l_3 = 2\text{m}$ e $l_4 = 1\text{m}$.

A configuração inicial do manipulador mostrada na Fig. 51 é

$$q_0 = \begin{bmatrix} q_A & q_B & q_C & q_D & q_{R_{z3}} & q_{P_r} & q_{R_{z2}} \end{bmatrix}$$

$$q_0 = \begin{bmatrix} 1,3582 & 0,9253 & -1,3325 & -0,64 & 0,7128 & 0,9441 & 1,5035 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

que corresponde a seguinte posição e orientação do efetuador final no espaço operacional

$$p = \begin{bmatrix} 4,5 \\ 0,9 \end{bmatrix} m, \quad \phi = -\frac{\pi}{3} rad \quad (4.15)$$

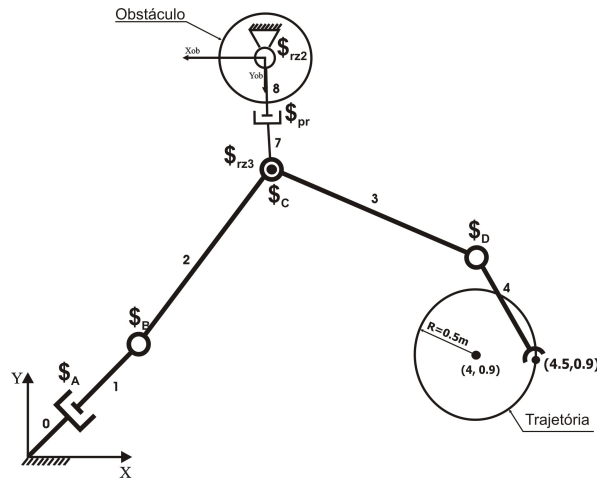


Figura 51: Robô planar PRRR (Exemplo Numérico).

A tarefa atribuída ao efetuador é percorrer uma trajetória dada por um círculo de raio $0,5m$ e centro em $(4, 0,9)m$ (Fig. 51). O movimento desejado sobre a trajetória deve ter as seguintes especificações:

$$p_d(t) = \begin{bmatrix} 4 + 0,5 \cos(\frac{\pi}{2}t) \\ 0,9 + 0,6 \sin(\frac{\pi}{2}t) \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$\phi_d(t) = -\frac{\pi}{3} - 0,4 \sin(\frac{\pi}{2}t) \quad (4.17)$$

que correspondem ao efetuador final completar um círculo a cada $4s$.

O obstáculo a ser desviado pelo robô é definido pelo círculo de raio $0,8m$ e centro em $(2, 1; 3, 5)m$ (Fig. 51).

Solução:

A seguir são apresentados os resultados da cinemática inversa obtidos a partir da implementação numérica dos sistemas (4.5) e (4.10), de acordo com a nova abordagem (3.3), utilizando um intervalo de integração de $\Delta t = 0,001s$.

As figuras a seguir apresentam a solução da cinemática inversa desprezando-se o evitamento de colisão (sem desvio de obstáculo), ou seja, a implementação apenas do sistema (4.5) e a solução levando-se em consideração o evitamento de colisão (com desvio de obstáculo), ou seja, fazendo-se o chaveamento entre os sistemas (4.5) e (4.10).

As Fig, 52, 53 e 54 apresentam os resultados da cinemática inversa para as juntas reais do robô. É possível observar na Fig. 52, para o caso onde há evitamento de colisão, que as magnitudes das juntas sofrem um desvio em relação ao movimento natural do robô (Sem desvio de Obstáculo). Este desvio, causado pelo chaveamento brusco entre os sistemas, gera

uma descontinuidade nas magnitudes das velocidades das juntas (Fig. 53), que por sua vez, causa uma descontinuidade nas magnitudes das acelerações, que tendem a infinito à medida que o intervalo de integração tende a zero $\Delta t \rightarrow 0$ (Fig. 54).

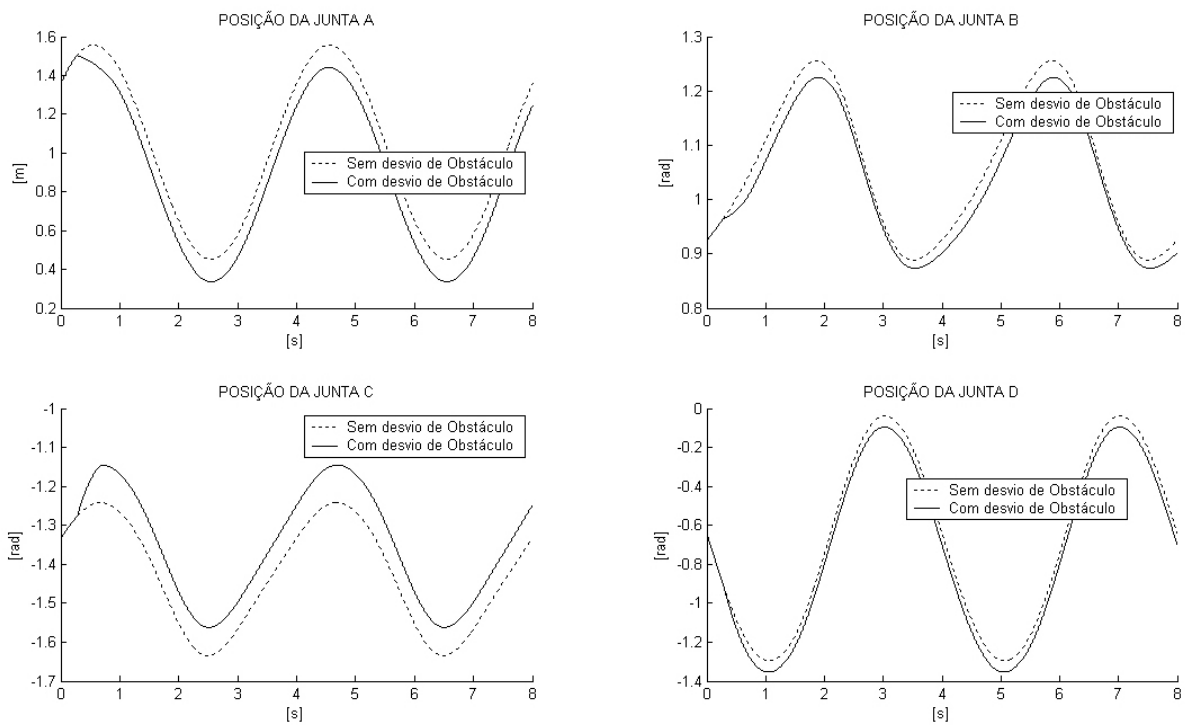


Figura 52: Resultado da cinemática inversa do robô planar PRRR - Posição.

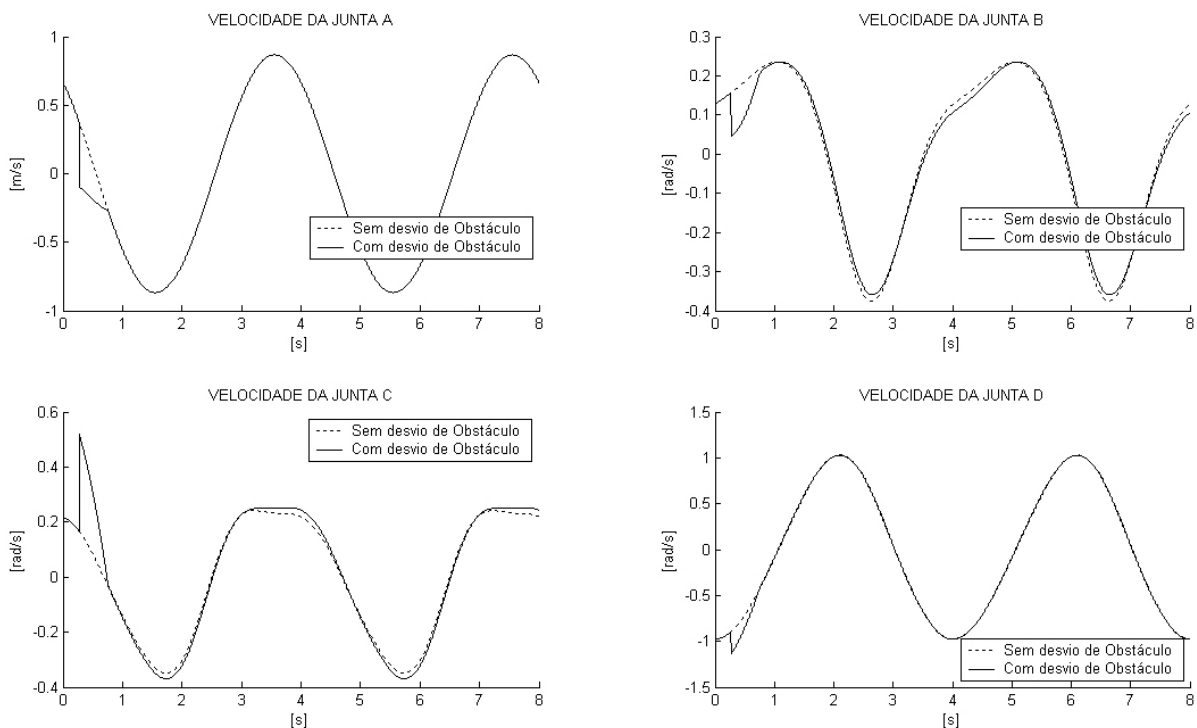


Figura 53: Resultado da cinemática inversa do robô planar PRRR - Velocidade.

A Fig. 55 apresenta os resultados de posição, velocidade e aceleração da junta prismática

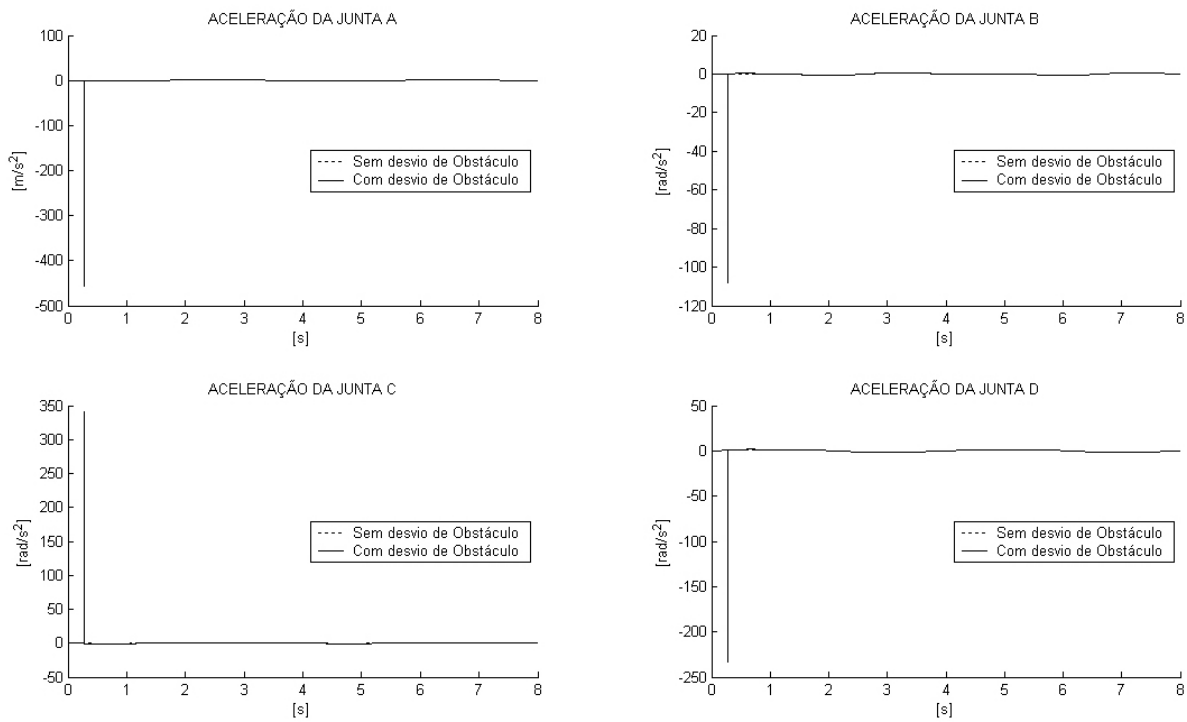


Figura 54: Resultado da cinemática inversa do robô planar PRRR - Aceleração.

virtual P_r . Esta junta é responsável por restringir o movimento da cadeia cinemática, ou seja, limitando sua magnitude é possível fazer com que o manipulador desvie do obstáculo. Pode-se observar na Fig. 55 que no momento em que a junta atinge $0,8m$, ela é forçada a se manter nesta posição enquanto a condição de colisão for mantida. Em outras palavras, quando a junta atinge o limite pré-estabelecido, sua velocidade passa automaticamente para zero e ela se mantém nesta condição até se desviar do obstáculo (Fig. 55). A parada brusca do movimento causa descontinuidade na velocidade e na aceleração, como pode ser visto também na Fig. 55.

Durante a simulação foi imposto o movimento de 0 a 8 segundos, que representa o robô executar duas voltas completas sobre a trajetória desejada. No gráfico de posição da Fig. 55, é possível observar que no movimento natural do robô, sem desvio de obstáculo, a magnitude da junta P_r é inferior a $0,8m$ em alguns momentos ao longo do tempo. Com o evitamento de colisão, observa-se que uma vez que o sistema evita a colisão ele não retorna a esta condição durante a execução da mesma tarefa. Isto ocorre devido a uma reconfiguração do manipulador durante o desvio de obstáculo, fazendo com que ele não se colida novamente com o obstáculo durante a execução da mesma tarefa.

As Fig. 56, 57, 58 e 59 apresentam os mesmos resultados das Fig. 52, 53, 54 e 55, respectivamente. Porém, plotados de 0 a 1s para proporcionar uma observação mais detalhada dos resultados, uma vez que entre 0 e 1s representa o intervalo de tempo onde ocorre o chaveamento.

A presença de descontinuidade nas magnitudes de velocidade e aceleração nas juntas do manipulador, como mostrado nas Figuras anteriores, impede que a metodologia seja utilizada

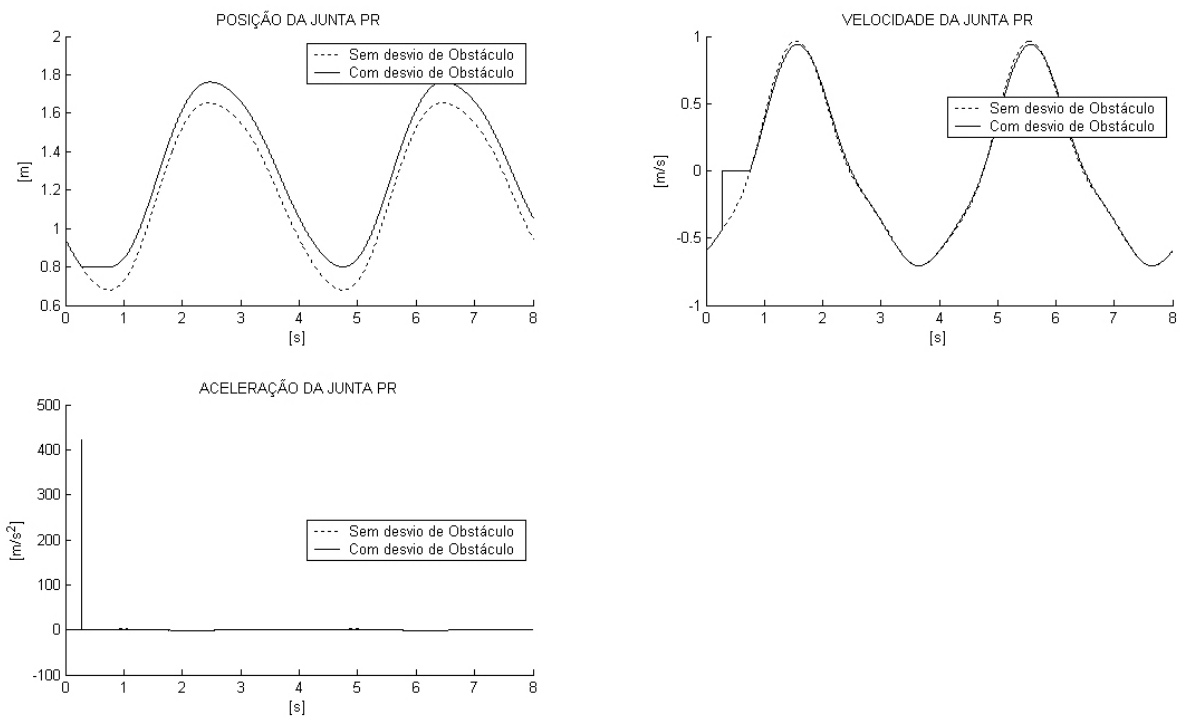


Figura 55: Resultado da cinemática inversa do robô planar PRRR - junta virtual P_7 .

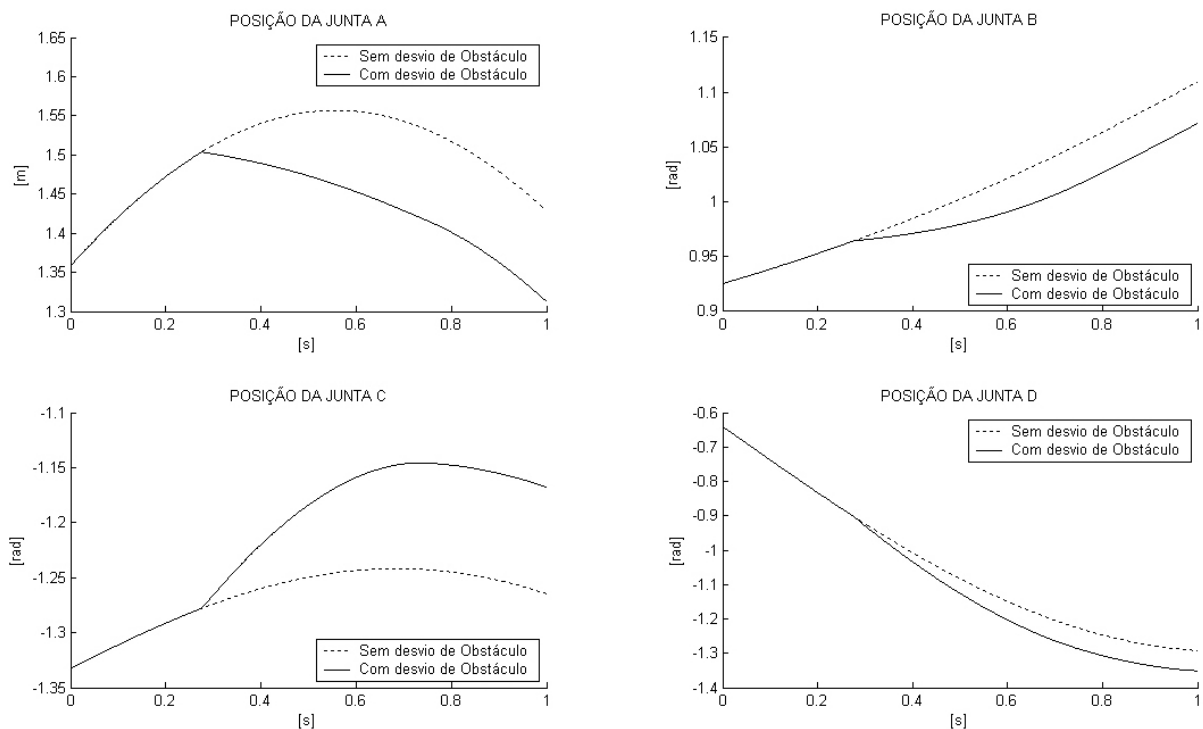


Figura 56: Resultado da cinemática inversa do robô planar PRRR - Posição (0 a 1s).

na prática. Para realização de simulações numéricas não há problema, uma vez que não se tem atuadores reais impondo movimento nas juntas.

Para que o desvio de obstáculos possa ser implementado na prática é extremamente necessário desenvolver uma metodologia que evite ou elimine as descontinuidades. Diante disso, a maior contribuição deste trabalho está no desenvolvimento de tal metodologia, que será apre-

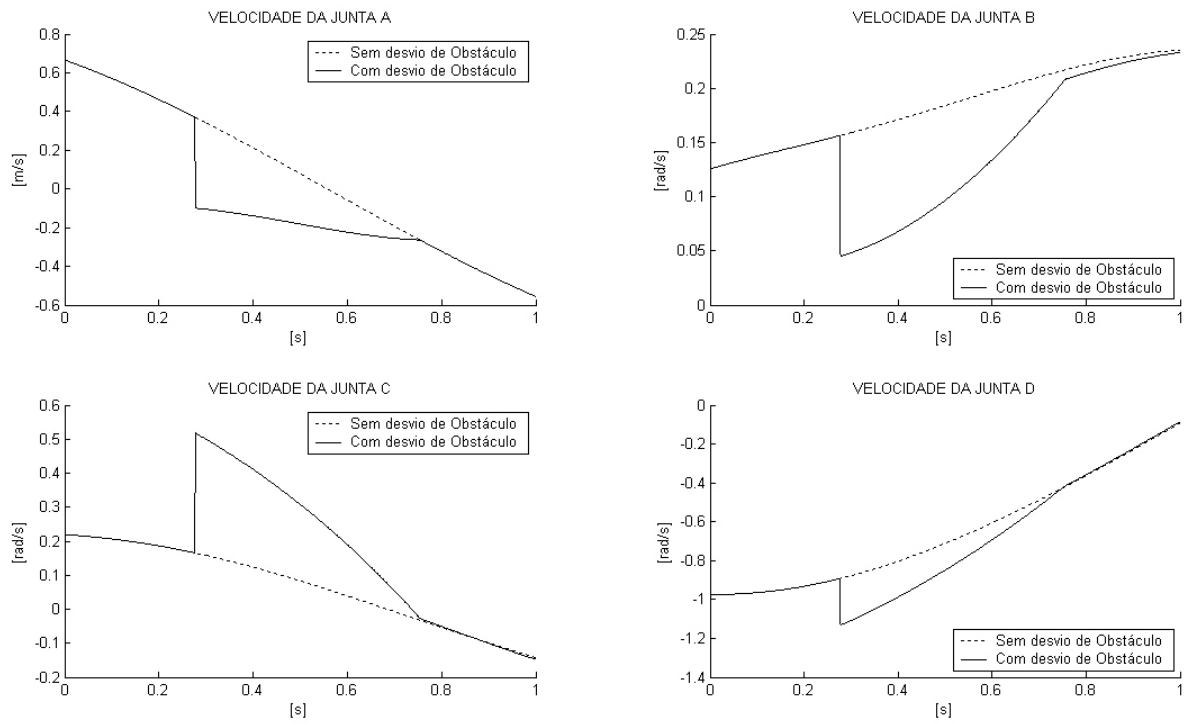


Figura 57: Resultado da cinemática inversa do robô planar PRRR - Velocidade (0 a 1s).

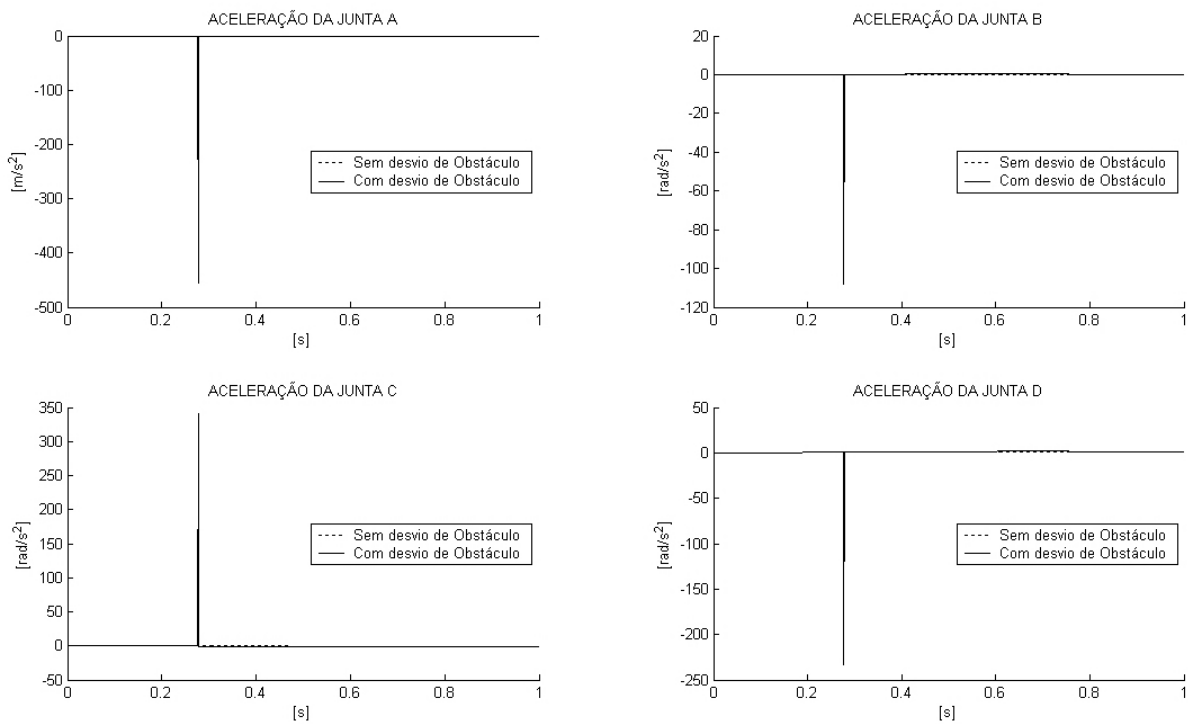


Figura 58: Resultado da cinemática inversa do robô planar PRRR - Aceleração (0 a 1s).

sentada a seguir.

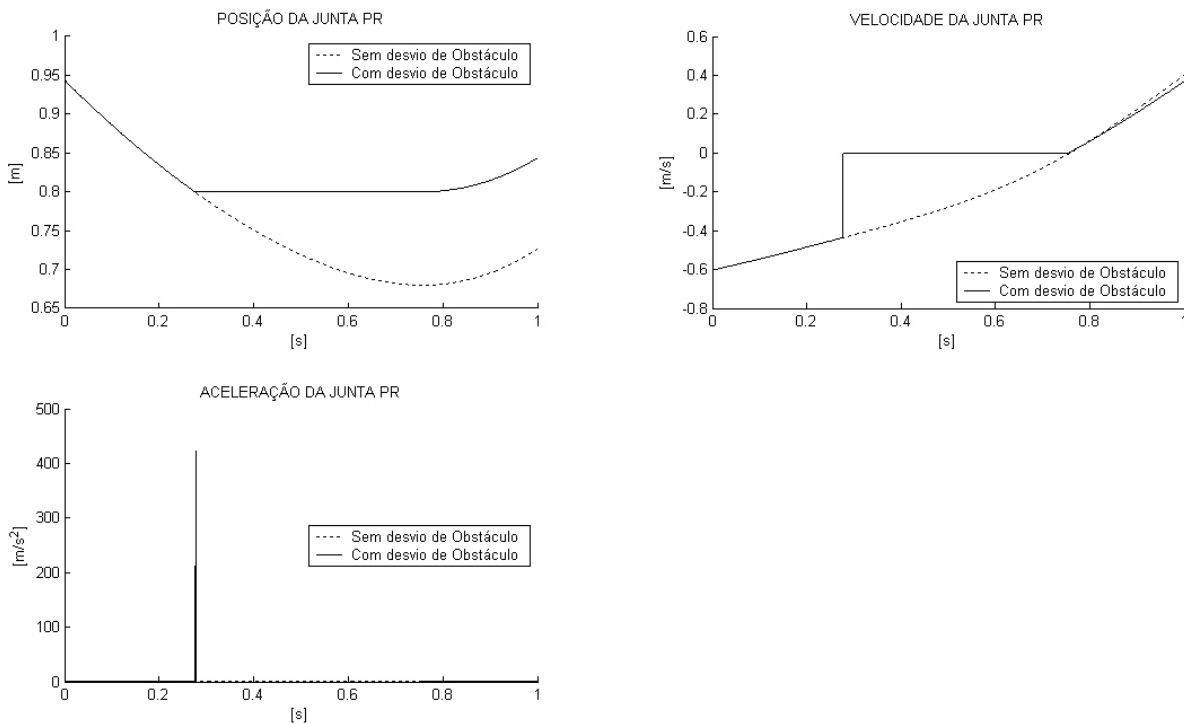


Figura 59: Resultado da cinemática inversa do robô planar PRRR -junta virtual P_r (0 a 1s).

4.2.2 Suavização da Descontinuidade Cinemática

Para resolver o problema do chaveamento brusco entre os sistemas e evitar as descontinuidades, a solução foi desenvolver uma metodologia de suavização da descontinuidade.

A solução encontrada para a suavização da descontinuidade consiste na definição de etapas intermediárias para o controle do movimento, ou seja, etapas que promovem a transição suave do sistema *monitoramento de colisão* para o sistema *desvio de colisão* e vice-versa.

Cada etapa do movimento pode ser definida como uma **condição de movimento** da cadeia cinemática. Para que haja a transição suave entre os sistemas, tanto no momento de aproximação quanto no momento de afastamento do obstáculo, é necessário definir quatro condições de movimento distintas.

As quatro condições de movimento são:

- Monitoramento de colisão;
- Transição de entrada;
- Desvio de colisão;
- Transição de saída.

A condição *Monitoramento de colisão* representa o momento onde não existe aproximação

do obstáculo suficiente para causar uma colisão. Em outras palavras, esta condição representa a solução do sistema como se não houvesse obstáculo.

Durante a condição *Monitoramento de colisão* é necessário se fazer uma previsão de colisão, ou seja, verificar se existe a possibilidade de colisão caso o movimento continue seu percurso natural, em outras palavras, a previsão de colisão detecta se determinada parte do robô está se movimentando na direção do obstáculo, ou seja, em rota de colisão.

Uma vez definida a distância limite entre um corpo do robô e o obstáculo é possível, através da previsão de colisão, detectar o momento em que o corpo do robô ultrapassa tal distância limite. Como no manipulador da Fig. 46, a distância entre o corpo que se deseja evitar a colisão e o obstáculo é determinada pela magnitude da junta prismática P_r , basta fazer o monitoramento de sua magnitude para detectar o momento em que o corpo do robô ultrapassa o limite pré-definido.

Dado um limite pré-definido para a junta P_r , a solução do sistema é obtida pela equação (4.5), onde se monitora constantemente a magnitude da junta prismática P_r para detectar o momento em que sua magnitude é inferior ao limite do obstáculo.

Quando a magnitude da junta prismática P_r é inferior ao limite do obstáculo, ou $P_r < P_{r_{limite}}$ (Fig. 46), a condição de movimento deixa de ser *Monitoramento de colisão* e passa para *Transição de entrada*. Este momento é considerado o momento da detecção da proximidade de colisão.

Quando se utiliza o chaveamento brusco, no momento em que se detecta a proximidade de colisão, impõe-se como magnitude da junta prismática P_r o limite do obstáculo. Esta imposição brusca causa descontinuidade na velocidade e na aceleração da junta P_r , e como consequência, causa descontinuidade no movimento de todas as outras juntas.

Para suavizar a descontinuidade, a condição *Transição de entrada* faz a transição suave entre o sistema (4.5) e o sistema (4.10). Em outras palavras, a transição de entrada impõe um movimento suave para a junta P_r , obtida a partir do sistema (4.10), de modo que não ocorra descontinuidade nem na velocidade nem na aceleração.

O movimento suave da junta P_r é obtido através de uma interpolação polinomial de 5ª ordem, onde a posição, a velocidade e a aceleração são utilizadas como condições de contorno do polinômio. Como utiliza-se um polinômio de 5ª ordem é possível fornecer 6 condições de contorno, que são: a posição, a velocidade e a aceleração no instante da detecção de colisão e a posição, a velocidade e a aceleração no final da transição de entrada. Como o objetivo é parar a junta P_r , de modo a evitar a colisão com o obstáculo, tem-se como consequência as condições de contorno no final da transição: velocidade e aceleração iguais a 0 (zero) e a posição igual ao limite pré-definido. Ressalta-se que a posição, a velocidade e a aceleração no início da transição

já são conhecidas.

A condição *Transição de entrada* deve durar o tempo suficiente para que a suavização do movimento não gere acelerações nos atuadores que ultrapassem os limites máximos pré-estabelecidos. Definindo o instante da detecção da colisão como t_i e o intervalo de tempo durante a transição de entrada como t_{trans} , a interpolação polinomial deve ocorrer entre os instantes t_i e $t_i + t_{trans}$.

De acordo com a nomenclatura utilizada, as condições de contorno utilizadas para a obtenção do polinômio de 5ª ordem são: $q_{pr}(t_i)$, $\dot{q}_{pr}(t_i)$ e $\ddot{q}_{pr}(t_i)$ no início da transição e $q_{pr}(t_i + t_{trans}) = P_{r_{limite}}$, $\dot{q}_{pr}(t_i + t_{trans}) = 0$ e $\ddot{q}_{pr}(t_i + t_{trans}) = 0$ no final da transição.

Ao término da transição de entrada a condição passa para *Desvio de colisão*. Nesta condição, a solução é obtida pelo sistema (4.10), onde a magnitude da junta P_r se mantém a mesma do final da transição ($P_r = P_{r_{limite}}$).

Durante a condição *Desvio de colisão* é necessário se fazer uma previsão de afastamento de obstáculo, ou seja, verificar se o corpo tem a tendência de se afastar do obstáculo caso o movimento continue seu percurso natural. Esta previsão de afastamento é similar a previsão de colisão que acontece na condição *Monitoramento de colisão*, basta monitorar a magnitude da junta P_r para verificar quando sua magnitude é superior ao limite pré-estabelecido.

Quando a magnitude da junta P_r é superior ao limite do obstáculo, a condição do movimento passa para *Transição de saída*. Este instante caracteriza o instante da detecção do afastamento de obstáculo.

Para não haver descontinuidade na transição de saída é necessário impor um movimento suave na magnitude da junta atuada. A diferença da transição de saída para a transição de entrada é que na condição *Transição de saída* a junta a ser atuada suavemente é a junta A (trilho), ou seja, a suavização deve ocorrer sempre na junta que está se tornando primária.

A condição *Transição de saída* faz a transição suave entre o sistema (4.10) e o sistema (4.5). Em outras palavras, a transição de entrada impõe um movimento suave para a junta A , obtida a partir do sistema (4.5), de modo que não cause descontinuidade nem na velocidade nem na aceleração.

O movimento suave da junta A é obtido através de uma interpolação polinomial de 4ª ordem, onde a posição, a velocidade e a aceleração são utilizadas como condições de contorno do polinômio. Neste caso, não é possível utilizar um polinômio de 5ª porque a posição do trilho no final da transição de saída é indeterminada. Utiliza-se então um polinômio de 4ª ordem, onde é possível fornecer 5 condições de contorno, que são: a posição, a velocidade e a aceleração no instante do afastamento de obstáculo e a velocidade e a aceleração no final da transição de

saída. É possível obter a velocidade e a aceleração da junta A no final da transição de saída já que são calculadas pelas projeções do movimento na direção longitudinal do trilho.

Assim como na transição de entrada, a condição *Transição de saída* deve durar o tempo suficiente para que a suavização do movimento não gere acelerações nos atuadores que ultrapassem os limites máximos pré-estabelecidos. Definindo o instante da detecção de afastamento de obstáculo como t_i e o intervalo de tempo durante a transição de entrada como t_{trans} , a interpolação polinomial deve ocorrer entre os instantes t_i e $t_i + t_{trans}$.

Ao final da transição de saída a condição retorna para *Monitoramento de colisão* e todo o ciclo recomeça.

A Fig. 60 apresenta o diagrama de bloco correspondente ao algoritmo de cinemática inversa com chaveamento suave.

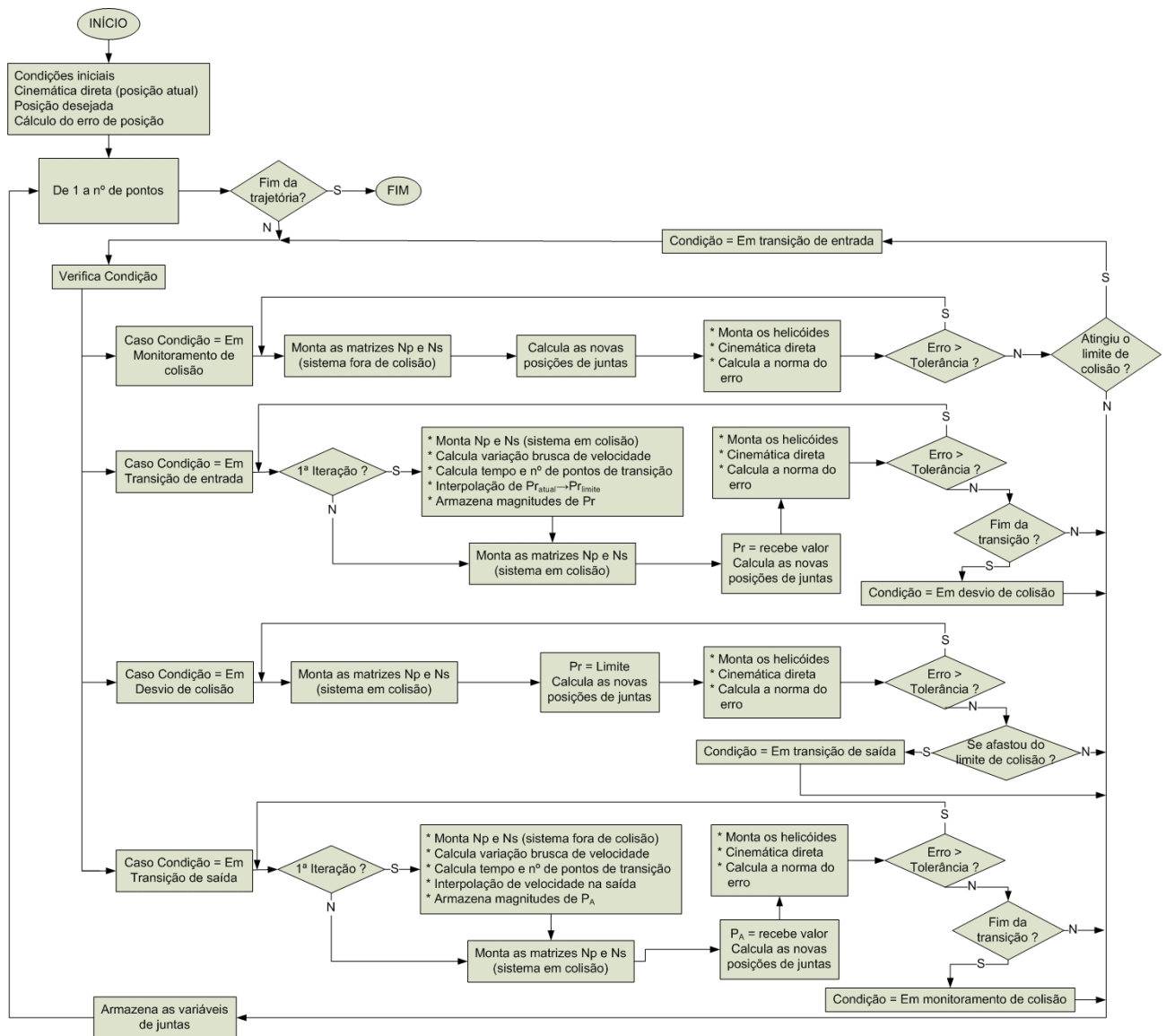


Figura 60: Diagrama de bloco do algoritmo de cinemática inversa com chaveamento suave.

Resultados de Simulação:

A seguir apresenta-se os resultados de simulação obtidos com este algoritmo para o mesmo exemplo apresentado na seção (4.2.1). Para efeito de comparação, os resultados anteriores também são impressos.

São apresentados os resultados de simulação até o instante 1s (um segundo), já que o desvio de colisão acontece neste intervalo. As Fig. 61, 62 e 63 apresentam os resultados da cinemática inversa para as juntas reais do robô, onde é possível observar as 4 condições distintas de movimento.

A Fig. 61 mostra a suavização de 5^a ordem no movimento das juntas durante a transição de entrada e de 4^a ordem no movimento das juntas durante a transição de saída. Na transição de saída, por se tratar de um intervalo de tempo pequeno, não é possível perceber tal suavização.

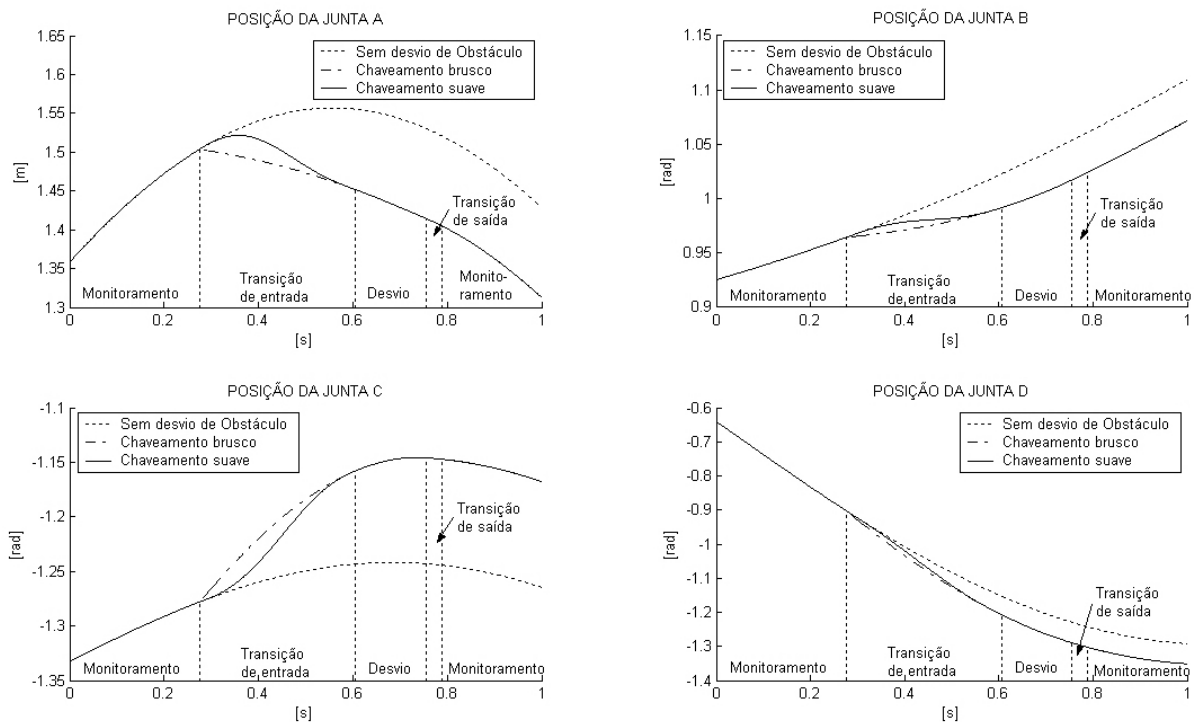


Figura 61: Resultado da cinemática inversa do manipulador plano PRRR - Posição (Transição Suave).

Na Fig. 62 são apresentadas os resultados de velocidade obtidos com este algoritmos. O chaveamento suave faz com que a transição de velocidade seja suavizada e evita as descontinuidades geradas com a transição brusca. Não havendo descontinuidade nas velocidades das juntas, não há descontinuidade nas acelerações, como pode ser visto na Fig. 63. Durante a transição de entrada, a velocidade é suavizada por um polinômio de 4^a ordem e a aceleração por um polinômio de 3^a ordem e na transição de saída a velocidade é suavizada por um polinômio de 3^a ordem e a aceleração por um polinômio de 2^a ordem, como mostrado na Fig. 62 e 63.

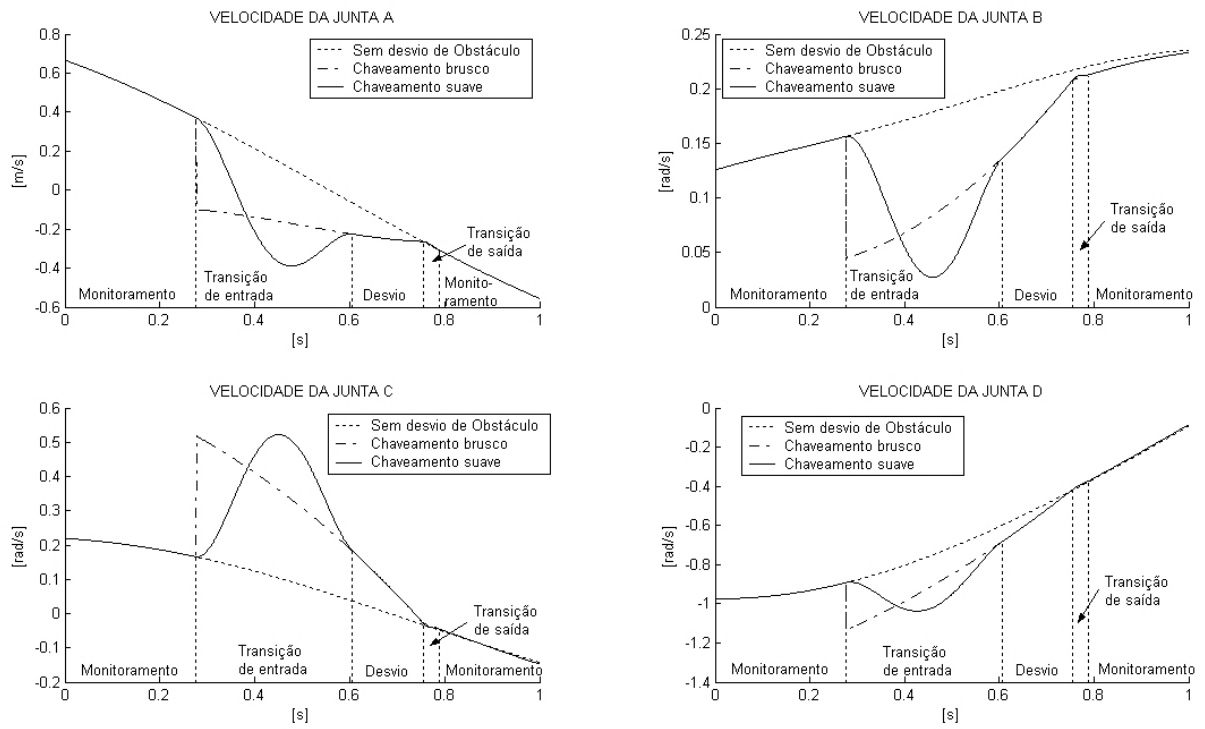


Figura 62: Resultado da cinemática inversa do manipulador plano PRRR - Velocidade (Transição Suave).

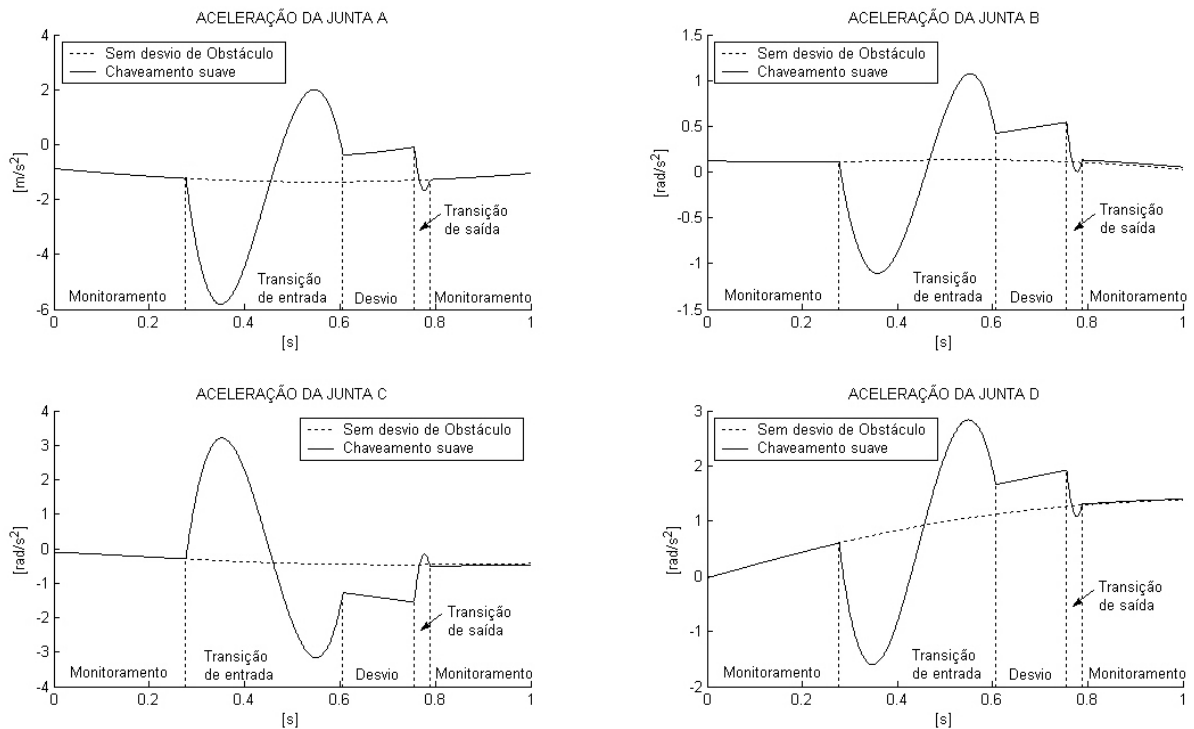


Figura 63: Resultado da cinemática inversa do manipulador plano PRRR - Aceleração (Transição Suave).

A Fig. 64 apresenta os resultados de posição, velocidade e aceleração da junta prismática virtual P_r com o chaveamento suave. Pode-se observar que no momento em que a junta atinge 0,8m a transição se inicia. A transição gera um movimento suave de modo a garantir variações

de velocidades e acelerações aceitáveis nas juntas reais do manipulador. Neste caso, o limite definido como 0,8m representa um limite de segurança anterior ao limite real do obstáculo (0,75m). Este limite serve para permitir que a junta possa variar suavemente retornando ao limite de segurança ao final da transição e permanecendo parada até o fim da colisão. O movimento da junta prismática P_r é suavizado de modo que não haja descontinuidade de velocidade nem de aceleração, como pode ser visto nos outros gráficos da Fig. 64.

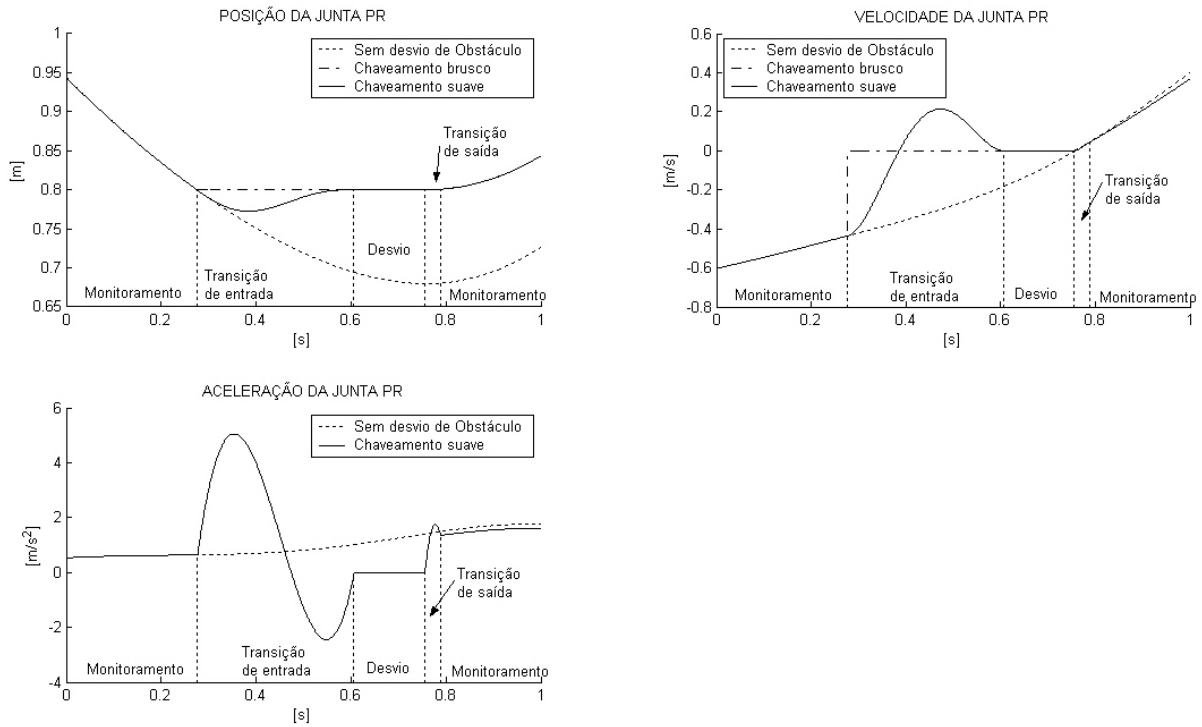


Figura 64: Resultado da cinemática inversa do manipulador plano PRRR - junta virtual P_r (Transição Suave).

4.3 Conclusão

Os resultados obtidos em simulação para o manipulador plano PRRR mostram a transição suave entre os sistemas de controle do movimento, onde a junta prismática virtual é utilizada para a detecção da proximidade de colisão, sendo atuada suavemente para não gerar descontinuidade nos movimentos.

Na prática, as juntas robóticas operam dentro de limites finitos de velocidade e aceleração. Por esta razão, as descontinuidades que extrapolem esses limites devem ser evitadas ao máximo, pois podem causar danos sérios tanto aos robôs, como às aplicações e até mesmo ao homem (operador).

O desenvolvimento da metodologia de evitamento de colisão que suaviza o movimento durante a troca de sistemas, sem gerar descontinuidades nas velocidades nem nas acelerações, torna de fato o método das restrições cinemáticas baseados na utilização de cadeias virtuais de Assur aplicável na prática. Além disso, a metodologia permite ainda fazer o controle das acelerações dentro de limites pré-estabelecidos, o que é fundamental.

5 *Implementação no Roboturb - Numérica*

5.1 Introdução

Além do manipulador espacial do Roboturb, foi idealizado por Simas (2005) um manipulador plano PRRR que é considerado equivalente ao Roboturb no plano. O Manipulador plano PRRR é o mesmo utilizado anteriormente para descrever a metodologia de evitamento de colisão proposta neste trabalho (seção 4.2) e serve para o entendimento amplo da metodologia, uma vez que demonstra a aplicação da metodologia para robôs planos.

Desta forma, apresenta-se além da implementação da metodologia para o manipulador espacial do Roboturb, a implementação para o manipulador plano PRRR. Porém, como a solução do manipulador plano PRRR já foi implementada para um obstáculo pontual, apresenta-se neste capítulo a solução tendo como obstáculo uma reta no plano.

A seguir são apresentadas a solução numérica do manipulador plano PRRR e do manipulador espacial do Roboturb.

5.2 Manipulador Plano PRRR

O manipulador plano PRRR utilizado nesta implementação será o mesmo da Fig. 43, cujos comprimentos dos elos são: $l_2 = l_3 = 2m$ e $l_4 = 1m$.

Para a implementação da metodologia de evitamento de colisão, insere-se, além da cadeia virtual para o controle do efetuador (PPR), uma cadeia virtual para o desvio de obstáculos e duas cadeias virtuais para o controle do erro (PPR). Como neste caso, o obstáculo será representado por uma reta no plano, insere-se uma cadeia virtual PPR para o desvio de obstáculos, como mostra a Fig. 65.

A representação da estrutura cinemática deste manipulador e seu grafo de acoplamento correspondente podem ser vistos nas Fig. 66 e 67.

No sistema *sem o desvio de obstáculo*, as juntas primárias (ativas) são definidas pela cadeia

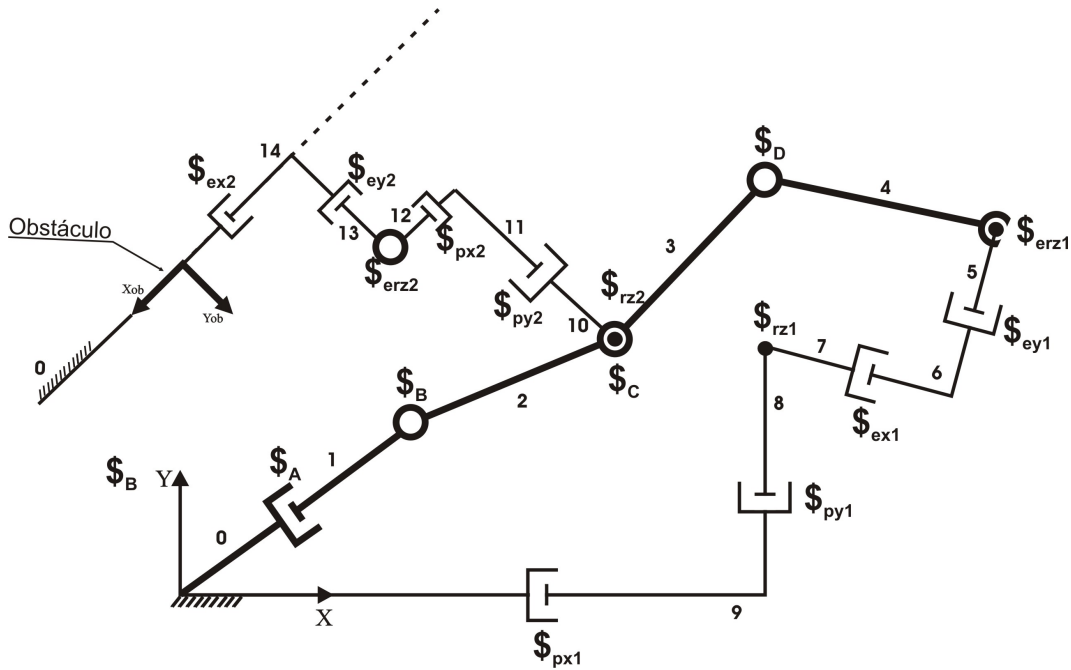


Figura 65: Manipulador plano PRRR acoplado a quatro cadeias virtuais PPR.

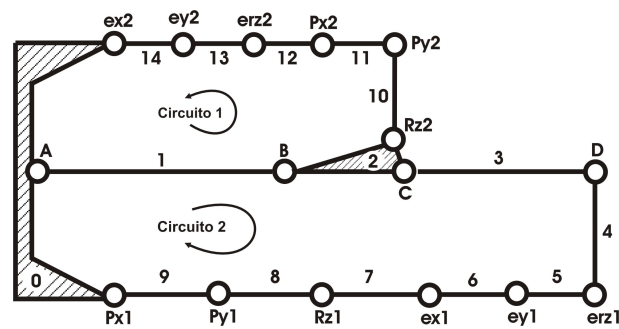


Figura 66: Estrutura cinemática do manipulador plano PRRR acoplado a quatro cadeias virtuais PPR.

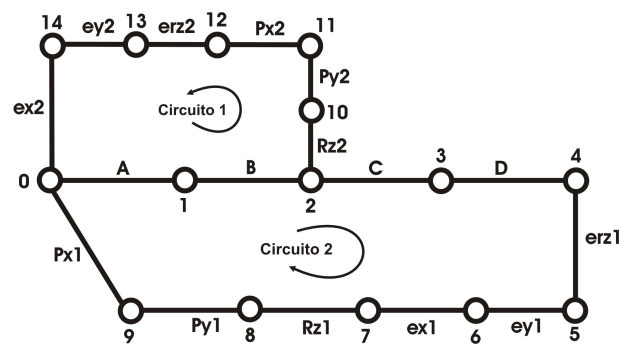


Figura 67: Grafo do manipulador plano PRRR acoplado a quatro cadeias virtuais PPR.

virtual PPR (juntas P_{x1} , P_{y1} e R_{z1}), pelas cadeias virtuais de erro (juntas er_{z1} , e_{y1} , e_{x1} , er_{z2} , e_{y2} e e_{x2}) e pela junta prismática A, permanecendo todas as outras como secundárias. No sistema *com desvio de obstáculo*, a junta prismática A passa a ser secundária e a junta prismática P_{y2} se torna primária. Isto permite limitar o deslocamento de P_{y2} para que seja inferior ou igual ao limite que define o obstáculo.

Sua configuração inicial, mostrada na Fig. 68, é:

$$q_0 = \begin{bmatrix} q_A & q_B & q_C & q_D & q_{Rz2} & q_{P_{y2}} & q_{P_{x2}} \end{bmatrix}$$

$$q_0 = \begin{bmatrix} 1,3582 & 0,9254 & -1,3325 & -0,6400 & 1,4308 & 0,7110 & 0,4910 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

que corresponde a seguinte posição e orientação do efetuador no espaço operacional

$$p = \begin{bmatrix} 4,5 \\ 0,9 \end{bmatrix} m, \quad \phi = -\frac{\pi}{3} rad \quad (5.2)$$

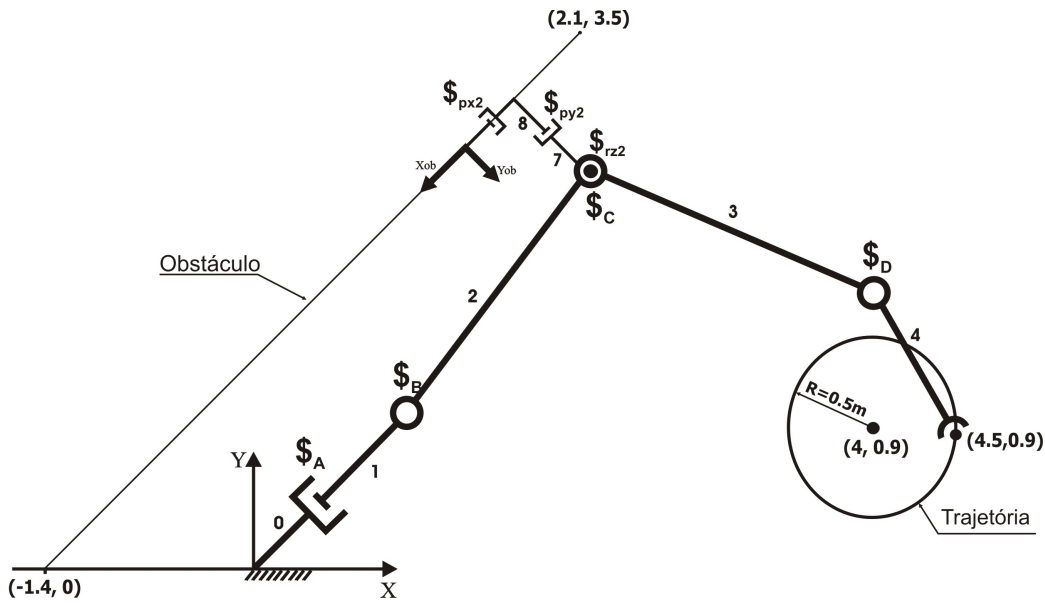


Figura 68: Configuração inicial - Manipulador plano PRRR.

A tarefa atribuída ao efetuador é percorrer uma trajetória dada por um círculo de raio $0,5m$ e centro em $(4; 0,9)m$ (Fig. 68). O movimento desejado sobre a trajetória deve ter as seguintes especificações:

$$p_d(t) = \begin{bmatrix} 4 + 0,5 \cos(\frac{\pi}{2}t) \\ 0,9 + 0,6 \sin(\frac{\pi}{2}t) \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$\phi_d(t) = -\frac{\pi}{3} - 0,4 \sin(\frac{\pi}{2}t) \quad (5.4)$$

que correspondem ao efetuador completar um círculo a cada $4s$.

O obstáculo a ser desviado pelo manipulador é definido por uma reta contendo os pontos $(-1,4; 0)m$ e $(2,1; 3,5)m$ (Fig. 68). A distância entre o manipulador e o obstáculo não pode ser inferior a $0,15m$, ou seja, o limite do obstáculo é dado por $q_{P_{y2}} > 0,15m$. Adotando uma margem de segurança de $0,05m$, o limite de segurança do obstáculo é $q_{P_{y2}} > 0,2m$.

Resultados:

A seguir são apresentados os resultados da cinemática inversa obtidos a partir da implementação numérica de acordo com a nova abordagem (seção 3.3), utilizando um intervalo de integração $\Delta t = 0,001s$.

Em cada gráfico é apresentado o resultado de simulação de três situações distintas: cinemática inversa sem desvio de obstáculo; cinemática inversa com desvio de obstáculo por chaveamento brusco; e cinemática inversa com desvio de obstáculo por chaveamento suave.

As Fig. 69, 70 e 71 apresentam os resultados da cinemática inversa para as juntas reais do manipulador.

Na Fig. 69 é possível observar a suavização de 5ª ordem no movimento das juntas durante a transição de entrada. Na transição de saída, a suavização de 4ª ordem é difícil de ser observada por se tratar de um intervalo de tempo pequeno.

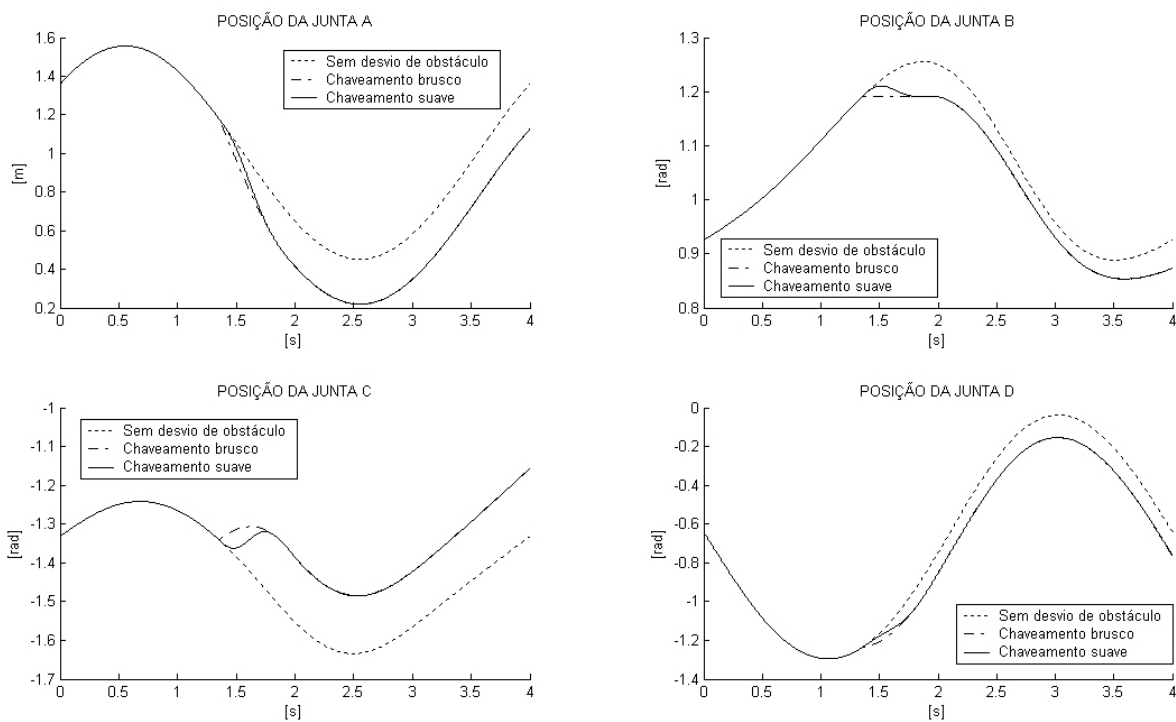


Figura 69: Resultado da cinemática inversa do manipulador plano PRRR - Posição.

Na Fig. 70 é possível observar que o chaveamento suave faz com que a transição de velocidade seja suavizada não gerando descontinuidades na aceleração (Fig. 71).

A Fig. 72 apresenta os resultados de posição, velocidade e aceleração da junta prismática virtual P_{y2} . É possível observar que a transição se inicia no momento em que a magnitude da junta atinge 0,2m, que é o valor definido como o limite de segurança. O menor valor alcançado pela junta foi de $q_{P_{y2}Minimo} = 0,1648m$, como mostra a Fig. 73.

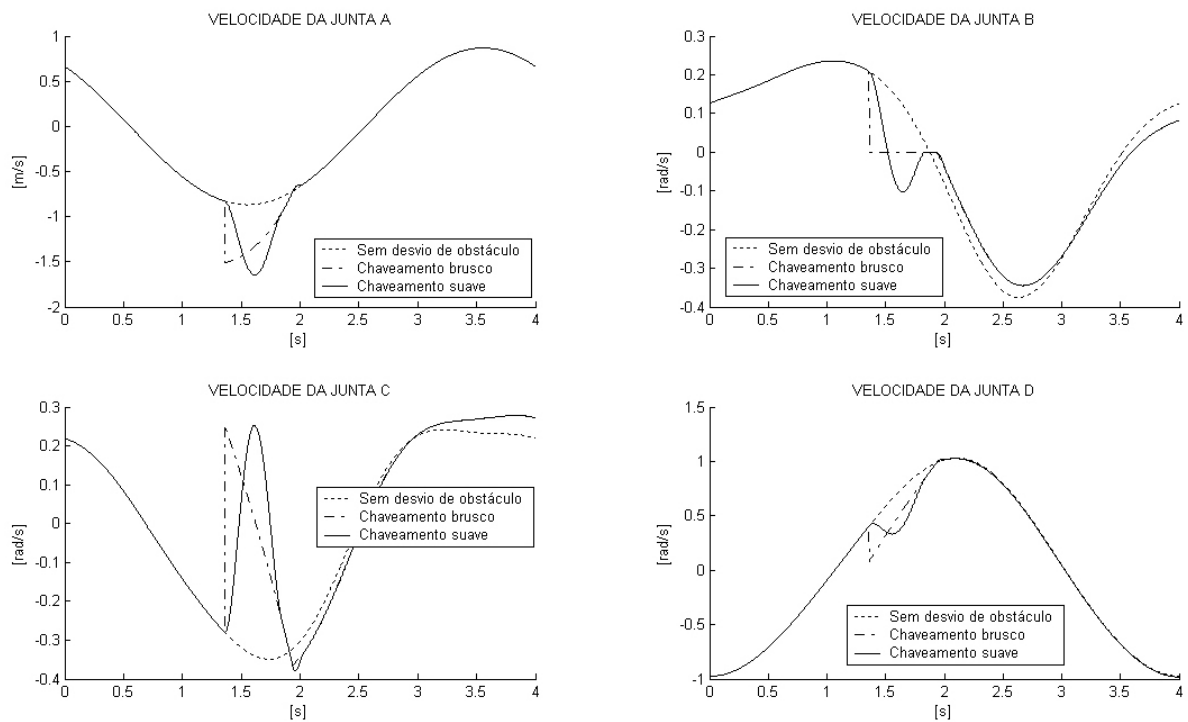


Figura 70: Resultado da cinemática inversa do manipulador plano PRRR - Velocidade.

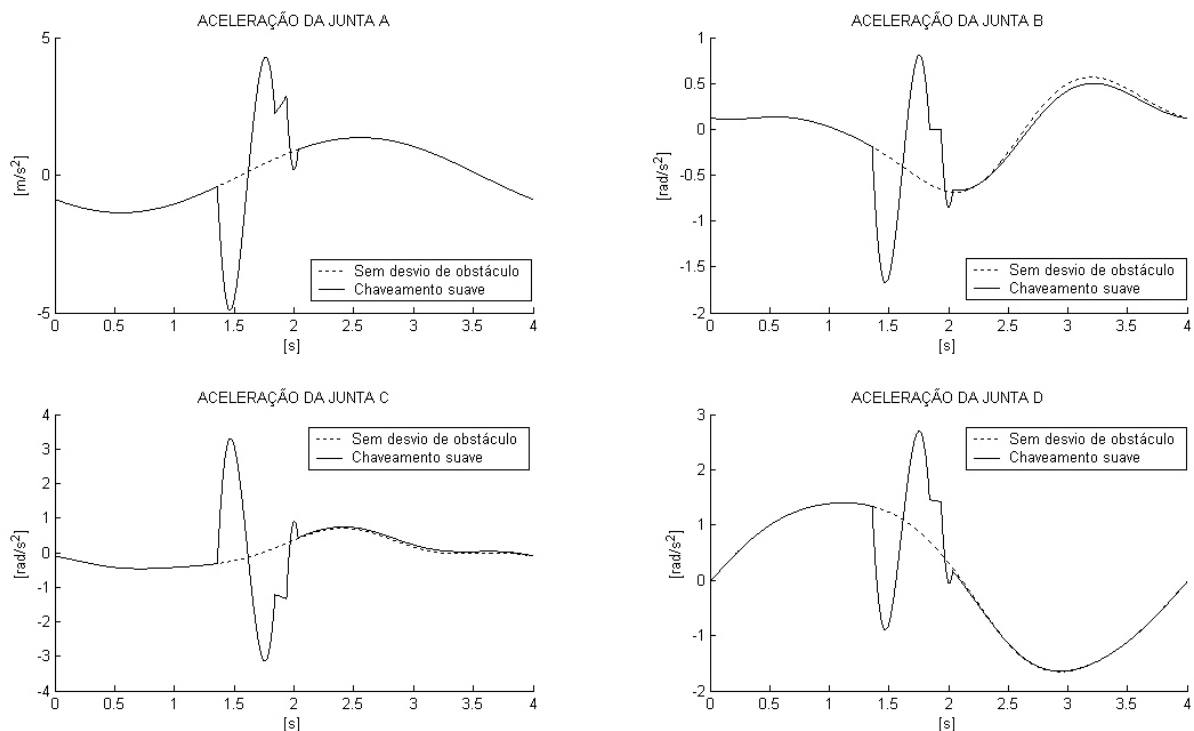


Figura 71: Resultado da cinemática inversa do manipulador plano PRRR - Aceleração.

As Fig. 74, 75, 76 e 77 apresentam os mesmos resultados das Fig. 69, 70, 71 e 72, respectivamente, mostrados de 1 a 2,5s, para proporcionar uma observação mais detalhada dos resultados, uma vez que entre 1 e 2,5s representa o intervalo de tempo onde ocorre o desvio do obstáculo. Além disso, são apresentados os intervalos de tempo onde ocorrem as mudanças das

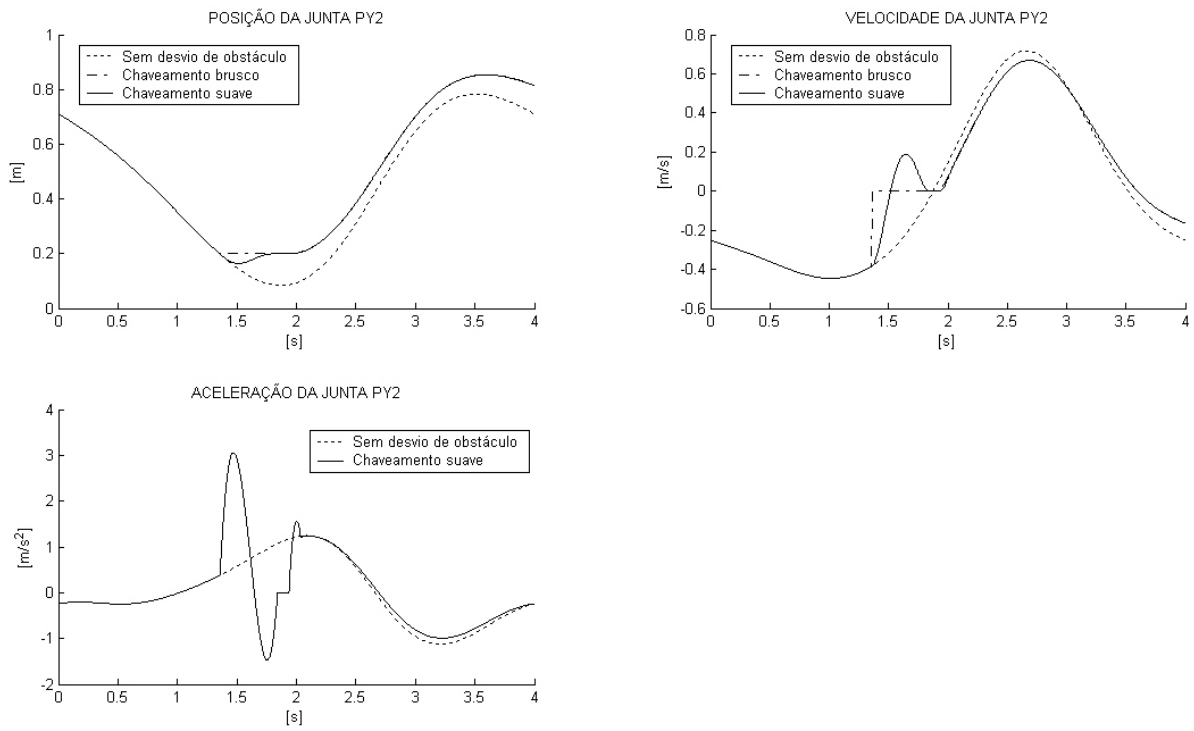


Figura 72: Resultado da cinemática inversa da junta virtual de evitamento de colisão P_{y2} .

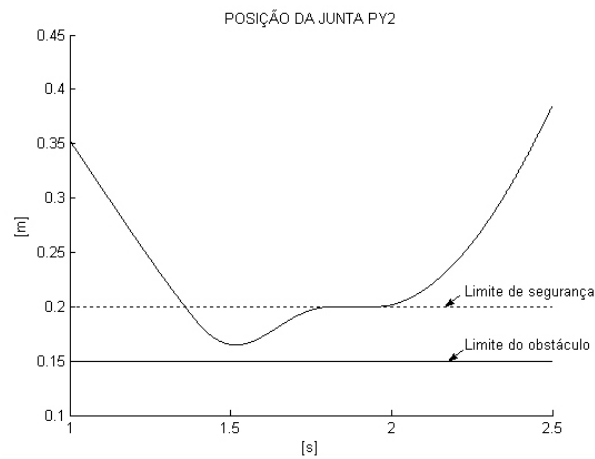


Figura 73: Limite alcançado pela junta P_{y2} .

condições de movimento, que são: monitoramento, transição de entrada, desvio e transição de saída.

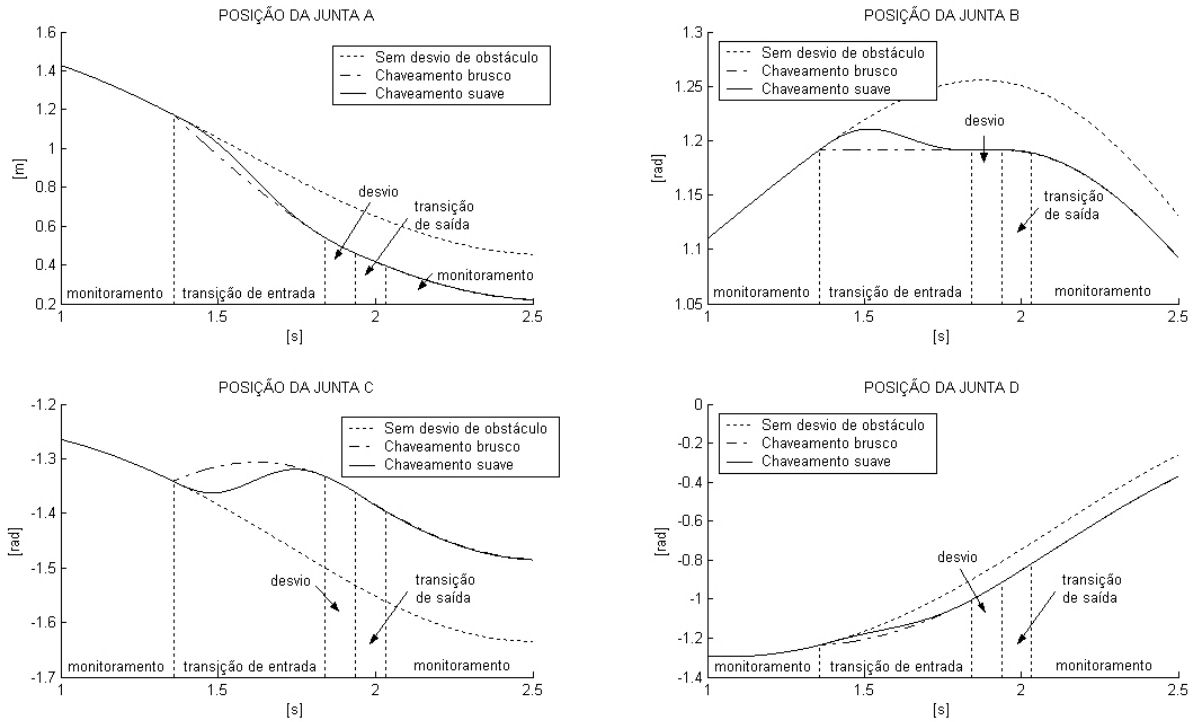


Figura 74: Resultado da cinemática inversa do manipulador plano PRRR - Posição (1 a 2.5s).

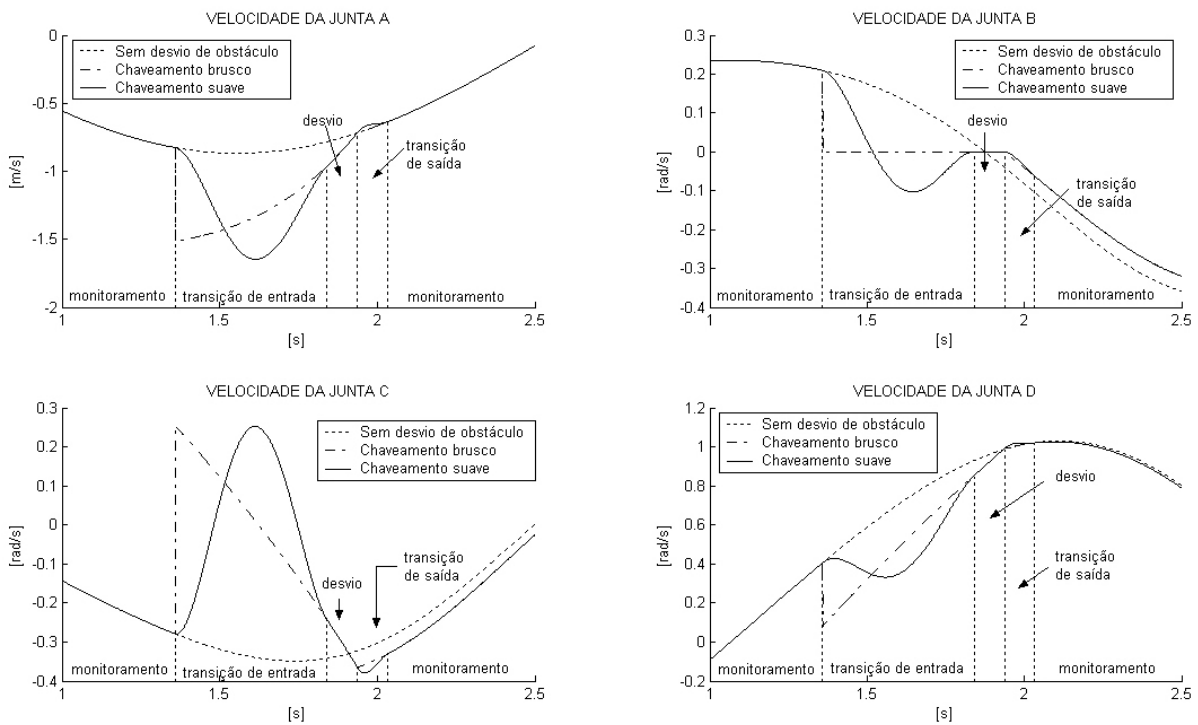


Figura 75: Resultado da cinemática inversa do manipulador plano PRRR - Velocidade (1 a 2.5s).

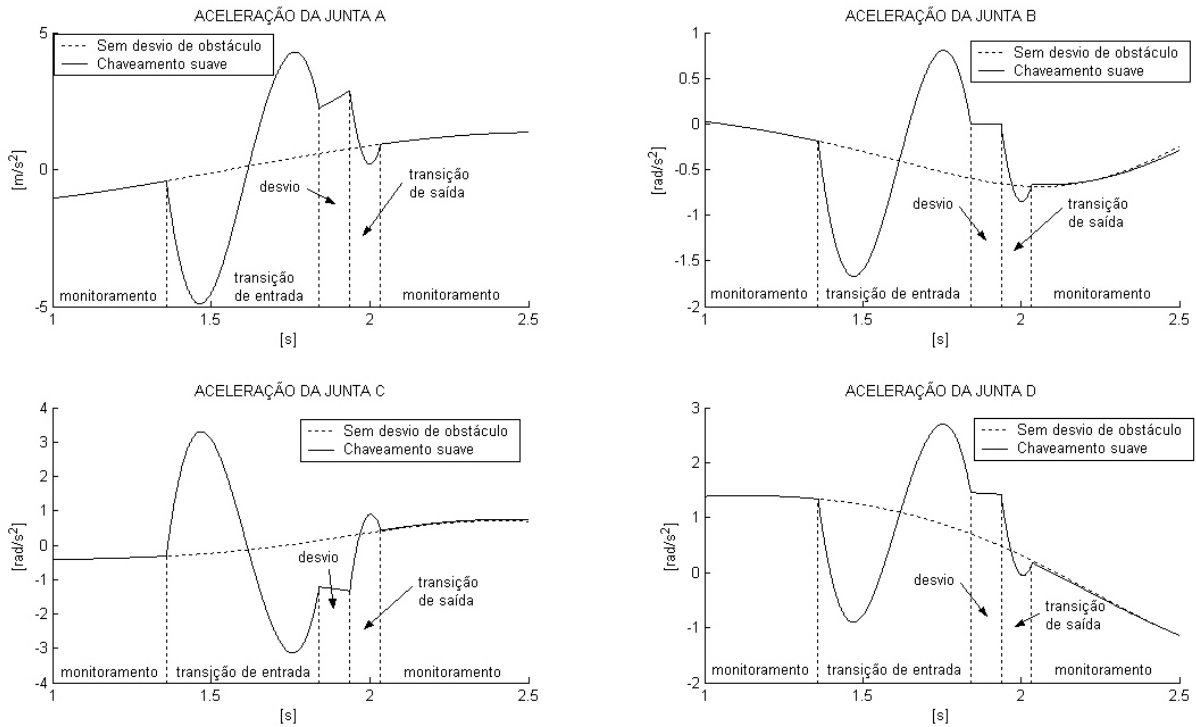


Figura 76: Resultado da cinemática inversa do manipulador plano PRRR - Aceleração (1 a 2.5s).

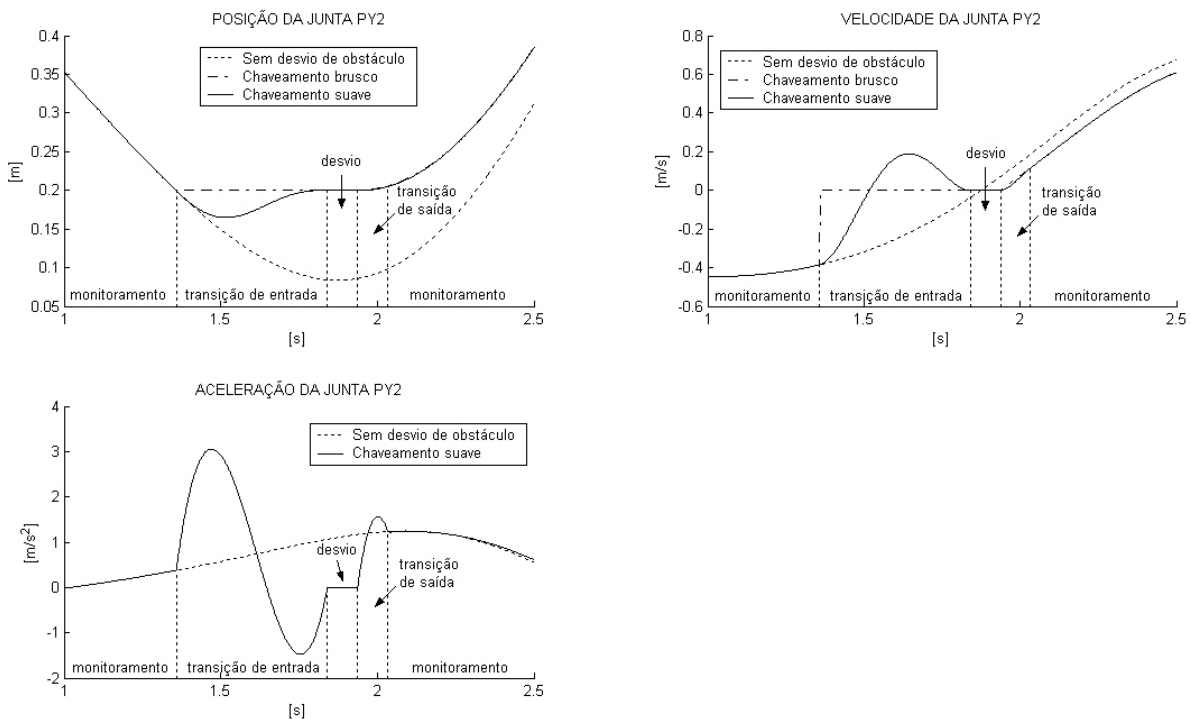


Figura 77: Resultado da cinemática inversa da junta virtual P_{y2} do manipulador plano PRRR (1 a 2.5s).

5.3 Roboturb

Para a implementação da metodologia de evitamento de colisão no manipulador espacial do Roboturb insere-se uma cadeia virtual (PPPRRR) à sua cadeia cinemática, além da cadeia virtual para controle do efetuador e das cadeias virtuais de erro. A cadeia virtual para evitamento de colisão é inserida no terceiro corpo do manipulador, denominado cotovelo, uma vez que esse corpo pode se chocar com a pá do rotor durante a recuperação da superfície cavitada.

A representação da estrutura cinemática do Roboturb nesta nova configuração e seu grafo correspondente, podem ser vistos nas Fig. 78 e 79.

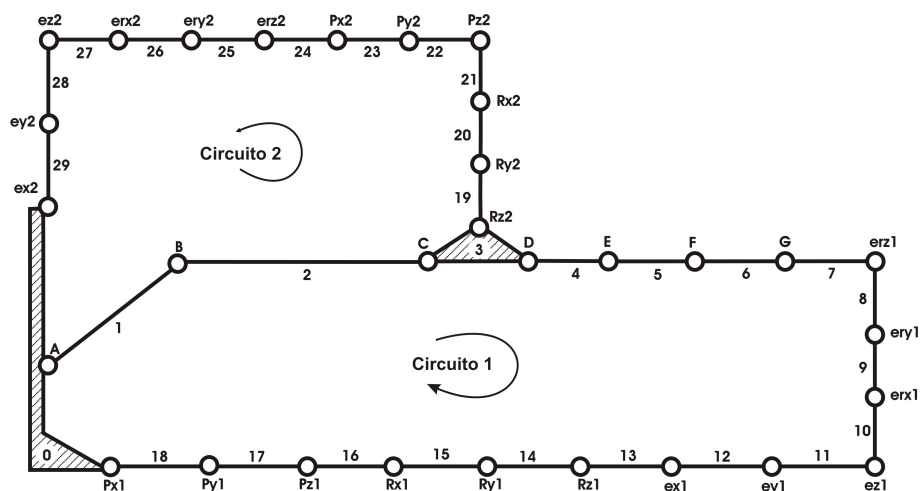


Figura 78: Estrutura cinemática do Roboturb acoplado às cadeias virtuais PPPRRR.

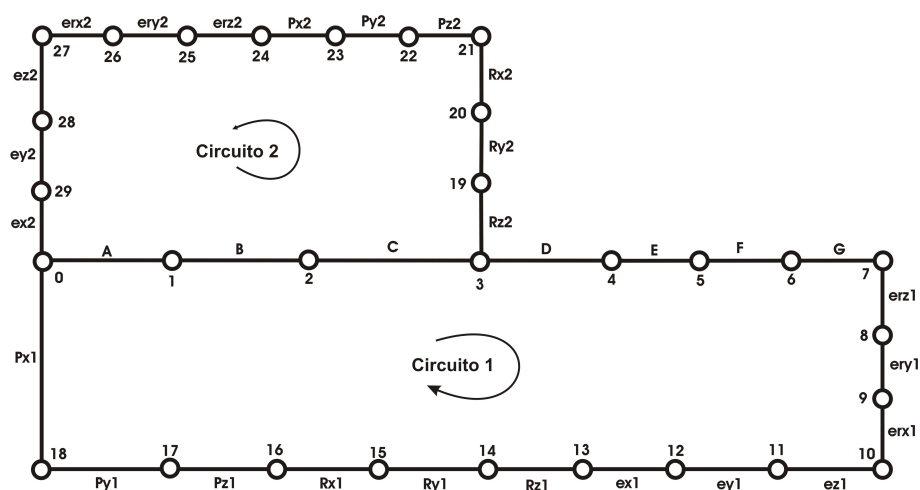


Figura 79: Representação em grafo do manipulador do Roboturb acoplado às cadeias virtuais PPPRRR.

No sistema *sem o desvio de obstáculo*, as juntas primárias (ativas) são definidas pela cadeia virtual PPPRRR (juntas P_{x1} , P_{y1} , P_{z1} , R_{x1} , R_{y1} e R_{z1}), pelas cadeias virtuais de erro (juntas e_{rz1} , e_{ry1} , e_{rx1} , e_{z1} , e_{y1} , e_{x1} , e_{rz2} , e_{ry2} , e_{rx2} , e_{z2} , e_{y2} , e_{x2}) e pela junta prismática A (trilho), permanecendo todas as outras como secundárias. No sistema *com o desvio de obstáculo*, a

junta prismática A passa a ser secundária e a junta prismática P_{z2} se torna primária. Isto permite limitar o deslocamento de P_{z2} para que seja superior ou igual ao limite que define o obstáculo. No caso do Roboturb o obstáculo é representado por uma superfície no espaço (pá do rotor). O posicionamento das juntas prismáticas virtuais para o evitamento de colisão ocorrem de modo que a direção normal ao plano coincida com a direção da junta prismática P_{z2} . Por esta razão é a junta prismática P_{z2} que é atuada de modo que afaste o cotovelo do obstáculo.

Sua configuração inicial é:

$$q_{0reais} = \begin{bmatrix} q_A & q_B & q_C & q_D & q_E & q_F & q_G \end{bmatrix}$$

$$q_{0reais} = \begin{bmatrix} 0,5413 & 0,1685 & 1,2143 & 4,4915 & 4,0270 & 2,3397 & 0,7072 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$q_{0virtuais} = \begin{bmatrix} q_{R_{z2}} & q_{R_{y2}} & q_{R_{x2}} & q_{P_{z2}} & q_{P_{y2}} & q_{P_{x2}} \end{bmatrix}$$

$$q_{0virtuais} = \begin{bmatrix} 1,2038 & 1,3753 & -2,3459 & 0,1528 & -0,0027 & -0,0003 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

que corresponde a seguinte posição e orientação do efetuador no espaço operacional

$$p = \begin{bmatrix} 0,443 \\ -0,434 \\ -0,154 \end{bmatrix} m, \quad \phi = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} rad \quad (5.7)$$

A tarefa atribuída ao efetuador é percorrer a trajetória mostrada na Fig. 80, cujo movimento segue as seguintes especificações:

$$p_d(t) = \begin{bmatrix} 0,443 - (20 + 5t) \cos\left(\frac{2\pi t - \pi}{2}\right) \\ -0,404 + (30 + 5t) \sin\left(\frac{2\pi t - \pi}{2}\right) \\ -154 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$\phi_d(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

O obstáculo a ser desviado pelo manipulador é definido por uma superfície espacial gerada através de uma representação matricial. Ver (SIMAS, 2005) para mais detalhes sobre a geração de superfícies espaciais.

A superfície espacial representa a pá do rotor que o manipulador espacial do Roboturb

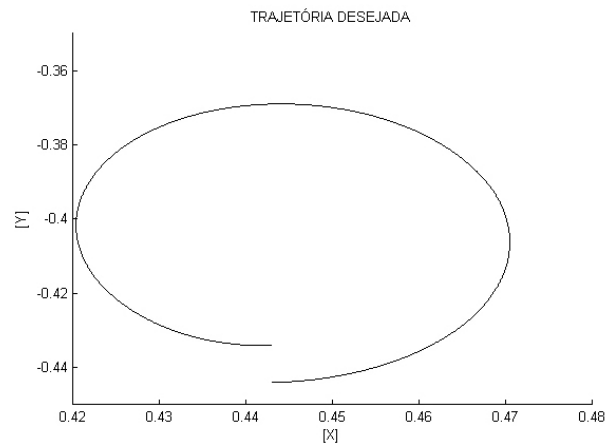


Figura 80: Trajetória desejada.

deve evitar se chocar durante uma aplicação real. Os pontos utilizados na geração da superfície espacial, são:

$$s_x = \begin{bmatrix} 0,30 & 0,30 & 0,30 & 0,30 & 0,30 \\ 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,25 \\ 0,20 & 0,20 & 0,20 & 0,20 & 0,20 \\ 0,15 & 0,15 & 0,15 & 0,15 & 0,15 \\ 0,10 & 0,10 & 0,10 & 0,10 & 0,10 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

$$s_y = \begin{bmatrix} -0,01 & -0,01 & -0,01 & -0,01 & -0,01 \\ -0,06 & -0,06 & -0,06 & -0,06 & -0,06 \\ -0,11 & -0,11 & -0,11 & -0,11 & -0,11 \\ -0,16 & -0,16 & -0,16 & -0,16 & -0,16 \\ -0,21 & -0,21 & -0,21 & -0,21 & -0,21 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

$$s_z = \begin{bmatrix} 0,10 & 0,05 & 0,00 & -0,05 & -0,10 \\ 0,10 & 0,05 & 0,00 & -0,05 & -0,10 \\ 0,10 & 0,05 & 0,00 & -0,05 & -0,10 \\ 0,10 & 0,05 & 0,00 & -0,05 & -0,10 \\ 0,10 & 0,05 & 0,00 & -0,05 & -0,10 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Para a simulação, adota-se uma distância mínima entre o manipulador e o obstáculo de 0,135m, ou seja, o limite é dado por $q_{P_{z2}} > 0,135\text{m}$. Adotando uma margem de segurança de 0,05m, o limite de segurança do obstáculo passa a ser $q_{P_{z2}} > 0,140\text{m}$.

Resultados:

A seguir são apresentados os resultados da cinemática inversa obtidos a partir da implementação numérica de acordo com a nova abordagem (3.3), utilizando um intervalo de integração $\Delta t = 0,001s$.

Em cada gráfico é apresentado o resultado de simulação de três situações distintas: cinemática inversa sem desvio de obstáculo; cinemática inversa com desvio de obstáculo por chaveamento brusco; e cinemática inversa com desvio de obstáculo por chaveamento suave. Apenas nos gráficos de aceleração, não são impressos os valores obtidos com o chaveamento brusco, devido as descontinuidades elevadas que impedem a visualização dos outros resultados.

As Fig. 81, 82, 83, 84, 85 e 86 apresentam os resultados da cinemática inversa para as juntas reais do manipulador.

Nas Fig. 81 e 82 é possível observar a suavização de 5^a ordem no movimento das juntas durante a transição de entrada. Na transição de saída, a suavização de 4^a ordem é difícil de ser observada por se tratar de um intervalo de tempo pequeno.

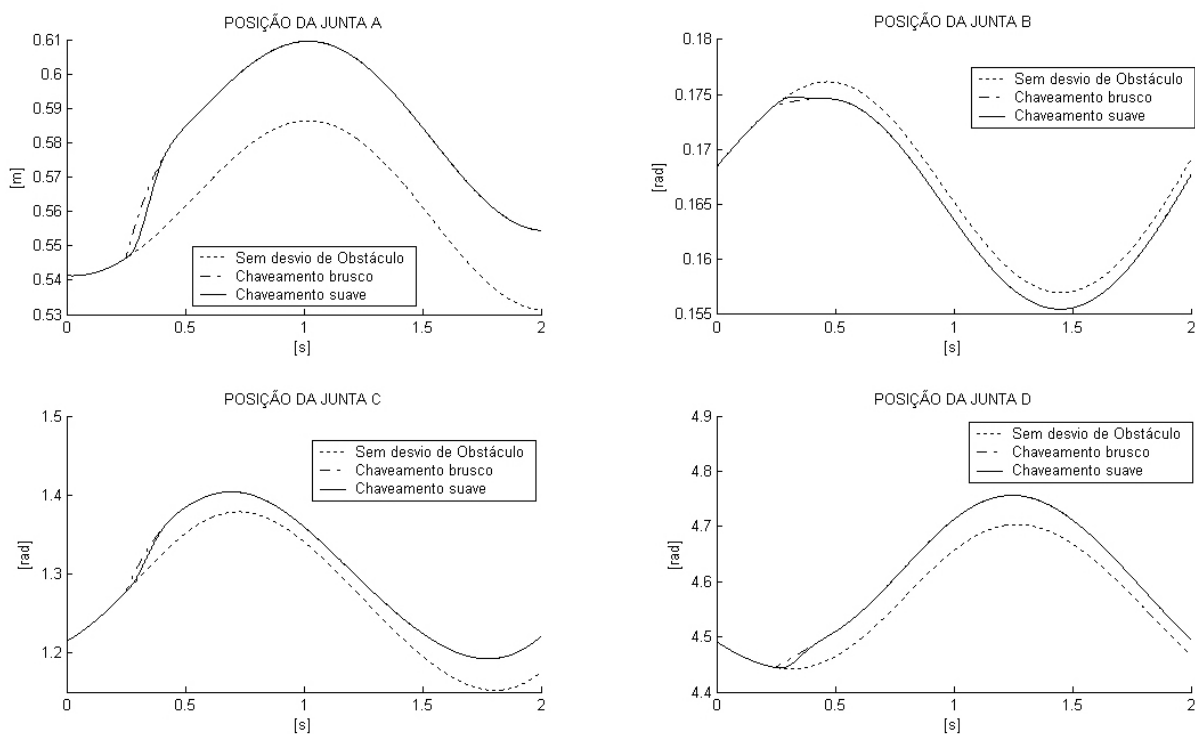


Figura 81: Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Posição (Juntas A, B, C e D).

Nas Fig. 83 e 84 é possível observar que o chaveamento suave faz com que a transição de velocidade seja suavizada não gerando descontinuidades na aceleração (Fig. 85 e 86).

A Fig. 87 apresenta os resultados de posição, velocidade e aceleração da junta prismática virtual P_{22} . É possível observar que a transição se inicia no momento em que a magnitude

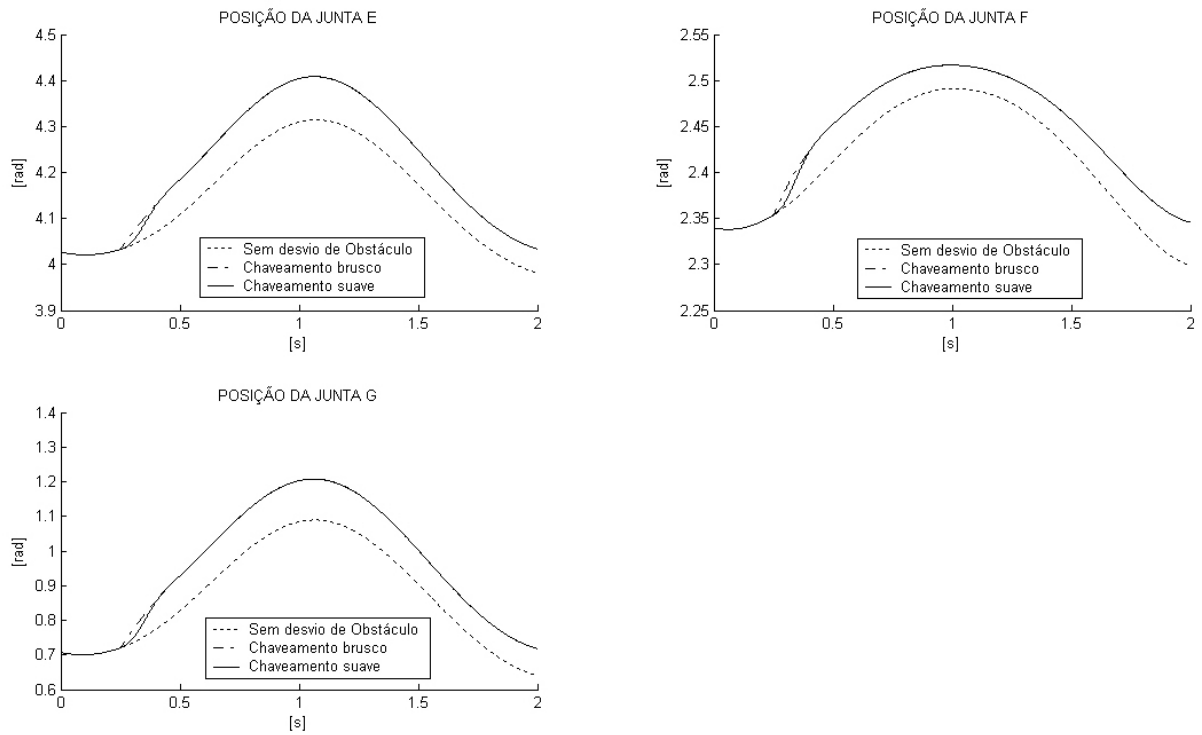


Figura 82: Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Posição (Juntas *E*, *F* e *G*).

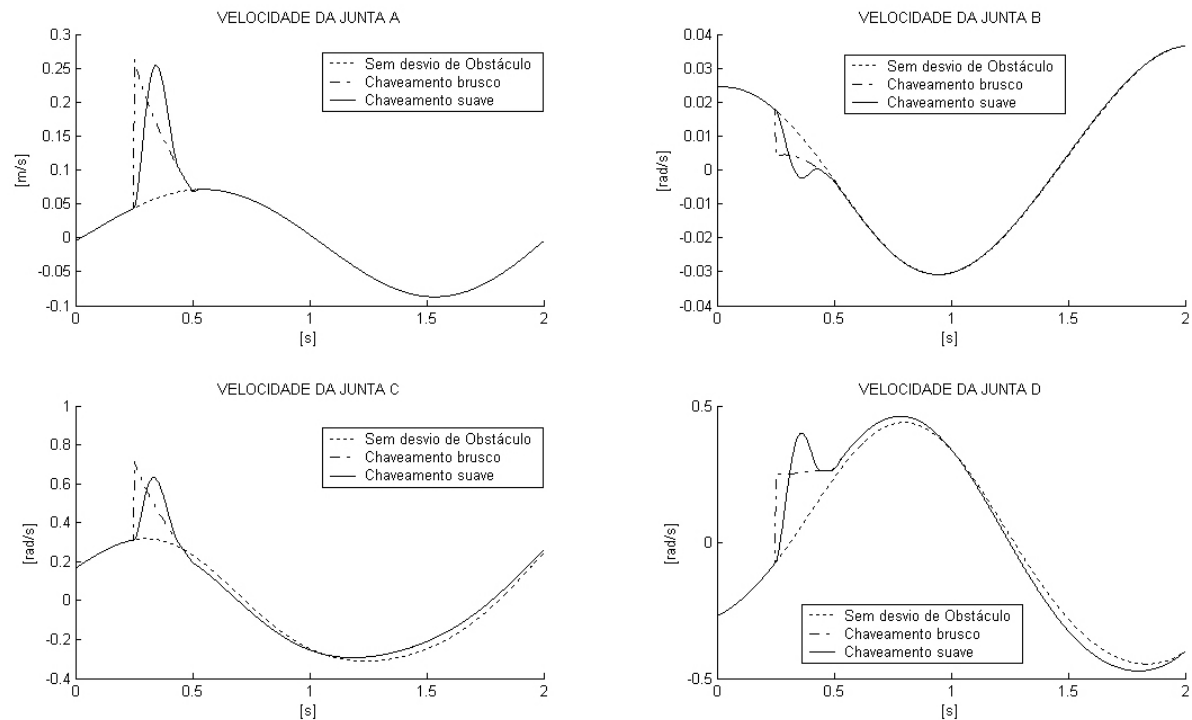


Figura 83: Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Velocidade (Juntas *A*, *B*, *C* e *D*).

da junta atinge $0.140m$, que é o valor definido como o limite de segurança. O menor valor alcançado pela junta foi de $q_{P_{z2}Minimo} = 0.1388m$, como mostra a Fig. 88.

As Fig. 89, 90, 91, 92, 93, 94 e 95 apresentam os mesmos resultados das Fig. 81, 82,

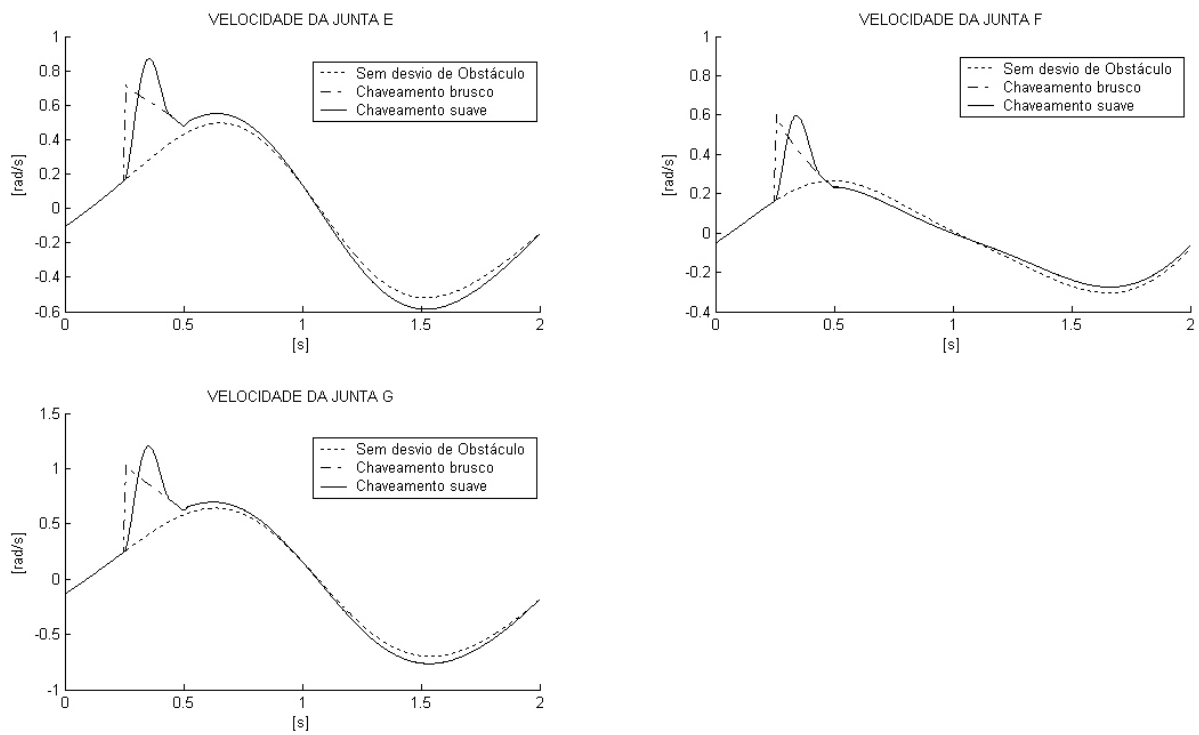


Figura 84: Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Velocidade (Juntas *E*, *F* e *G*).

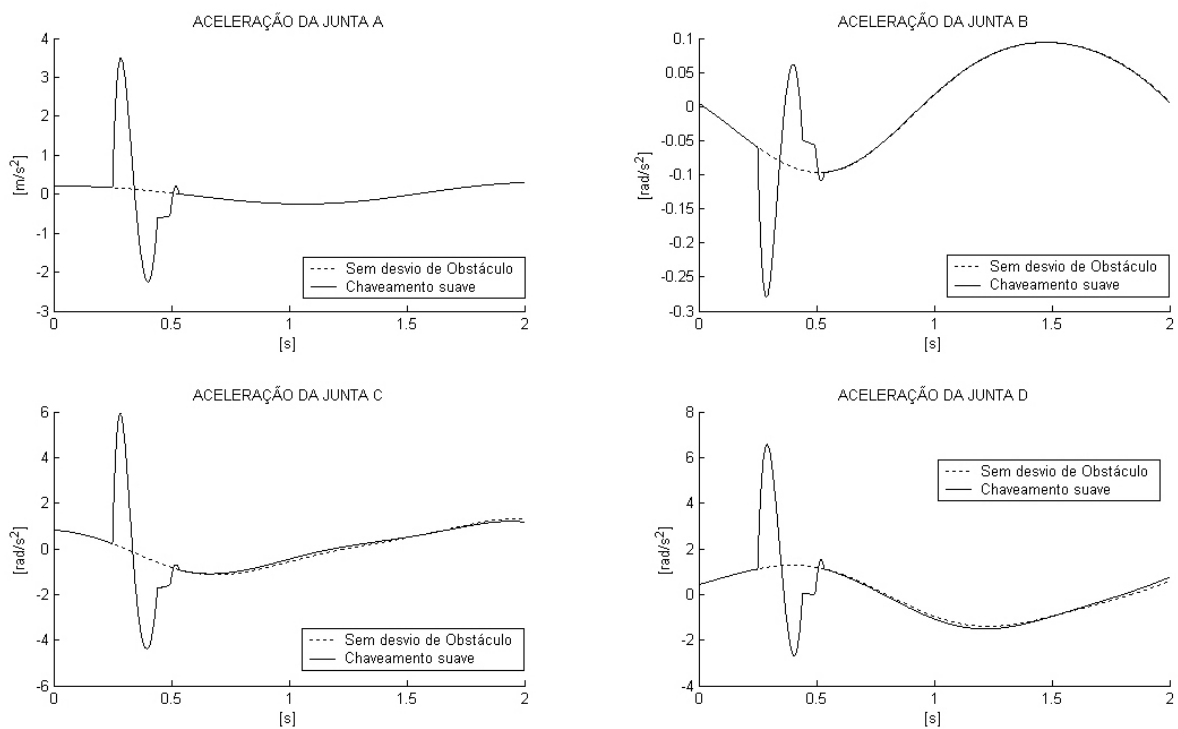


Figura 85: Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Aceleração (Juntas *A*, *B*, *C* e *D*).

83, 84, 85, 86 e 87, respectivamente, mostrados de 0 a 0.7s, para proporcionar uma observação mais detalhada dos resultados, uma vez que neste intervalo é onde ocorre o desvio do obstáculo. Além disso, são apresentados os intervalos de tempo onde ocorrem as mudanças das condições

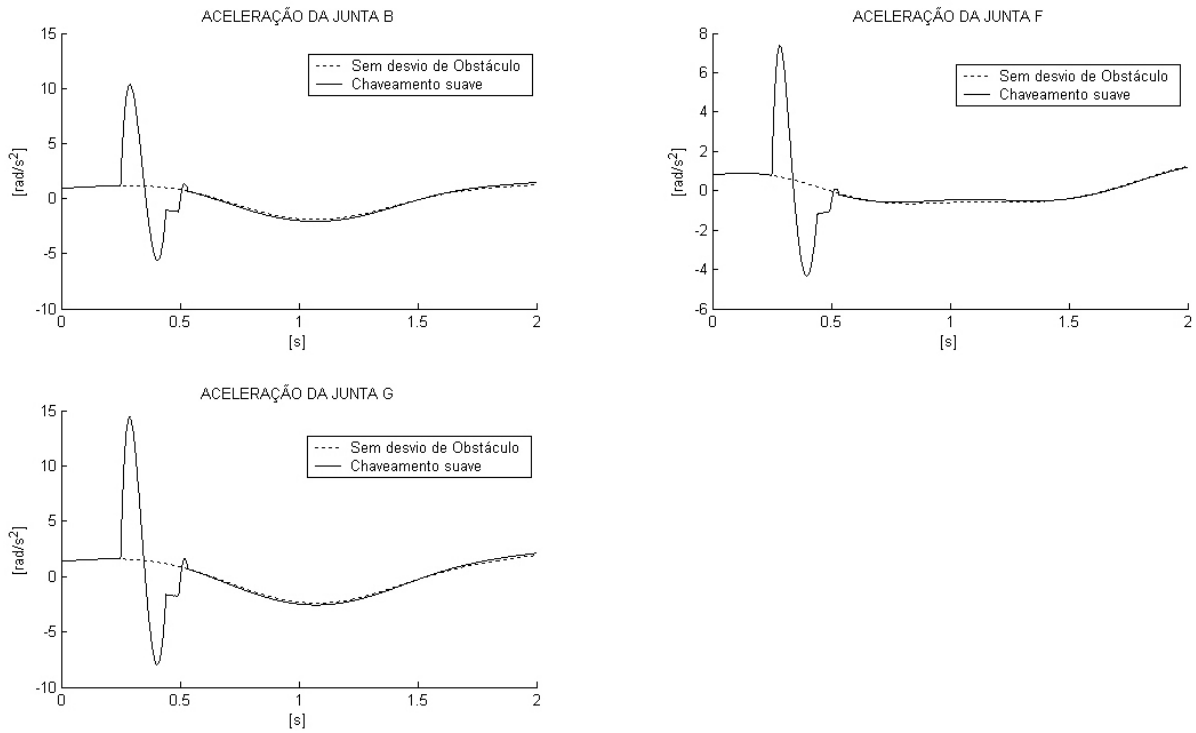


Figura 86: Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Aceleração (Juntas E , F e G).

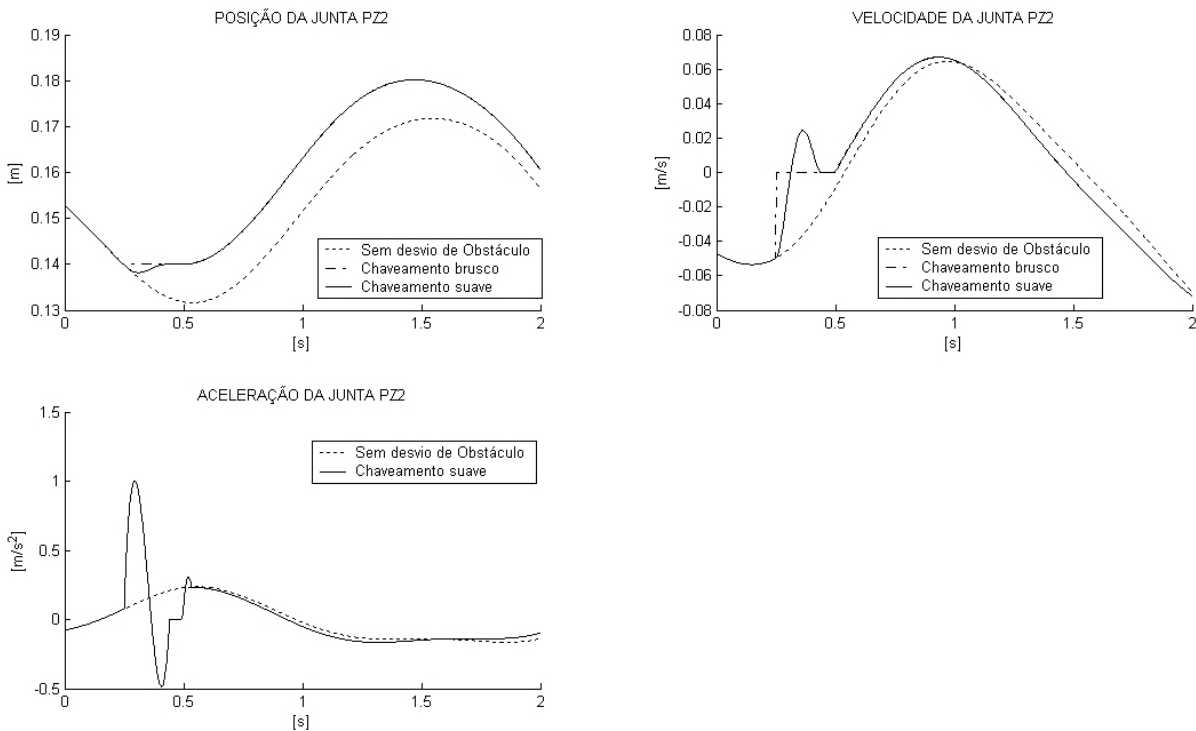


Figura 87: Resultado da cinemática inversa da junta virtual de evitamento de colisão P_{z2} .

de movimento, que são: monitoramento, transição de entrada, desvio e transição de saída.

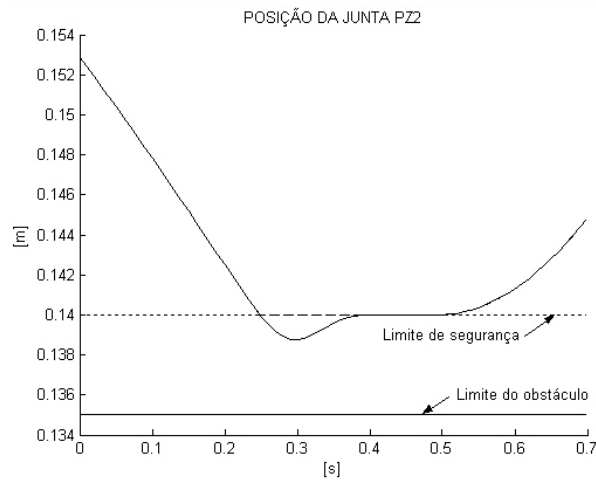


Figura 88: Limite alcançado pela junta P_{z2} .

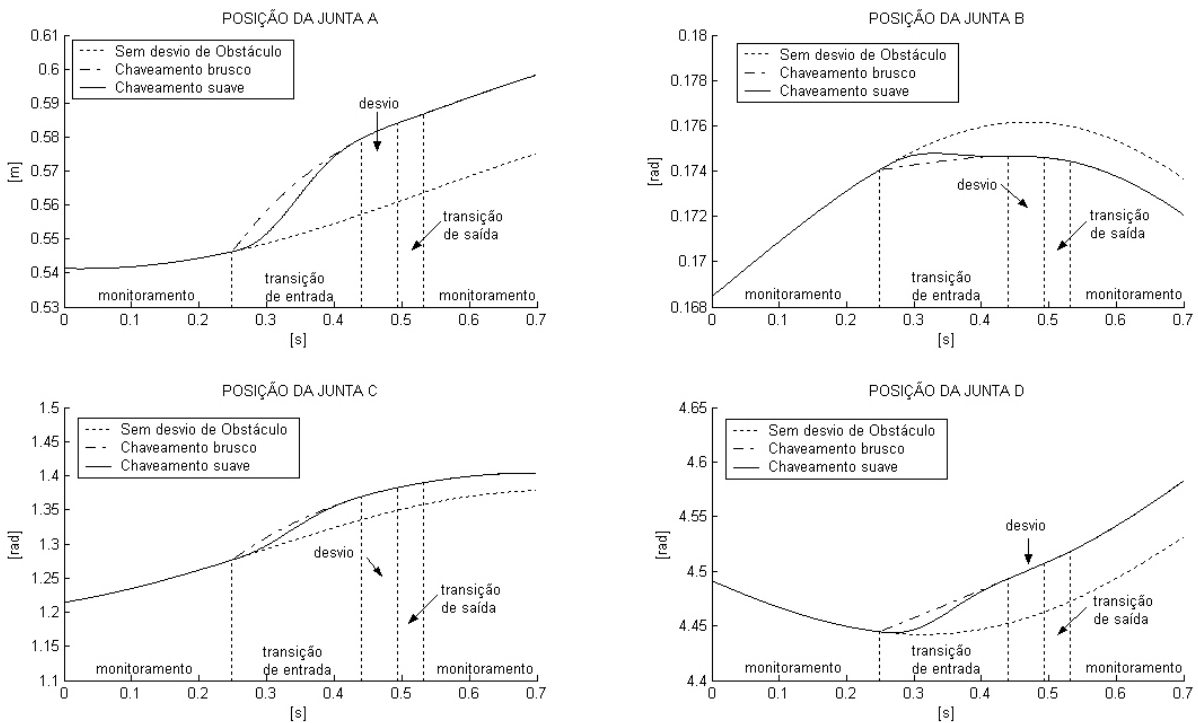


Figura 89: Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Posição (Juntas A, B, C e D) (0 a 0.7s).

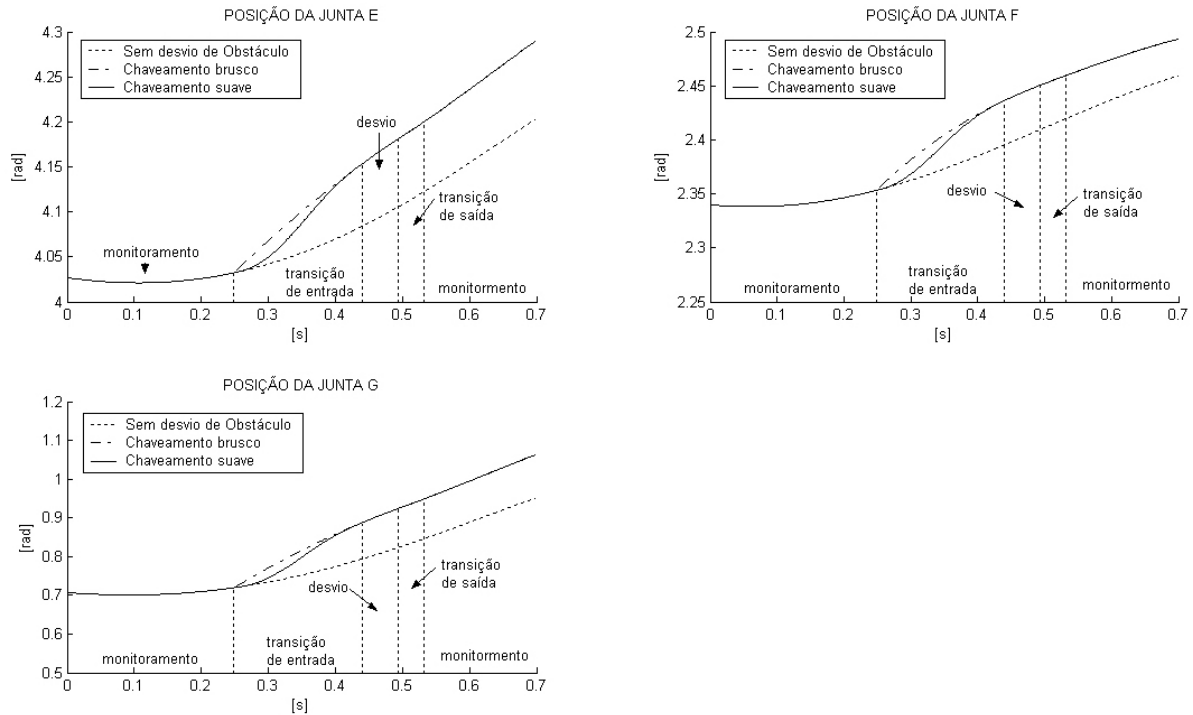


Figura 90: Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Posição (Juntas *E*, *F* e *G*) (0 a 0.7s).

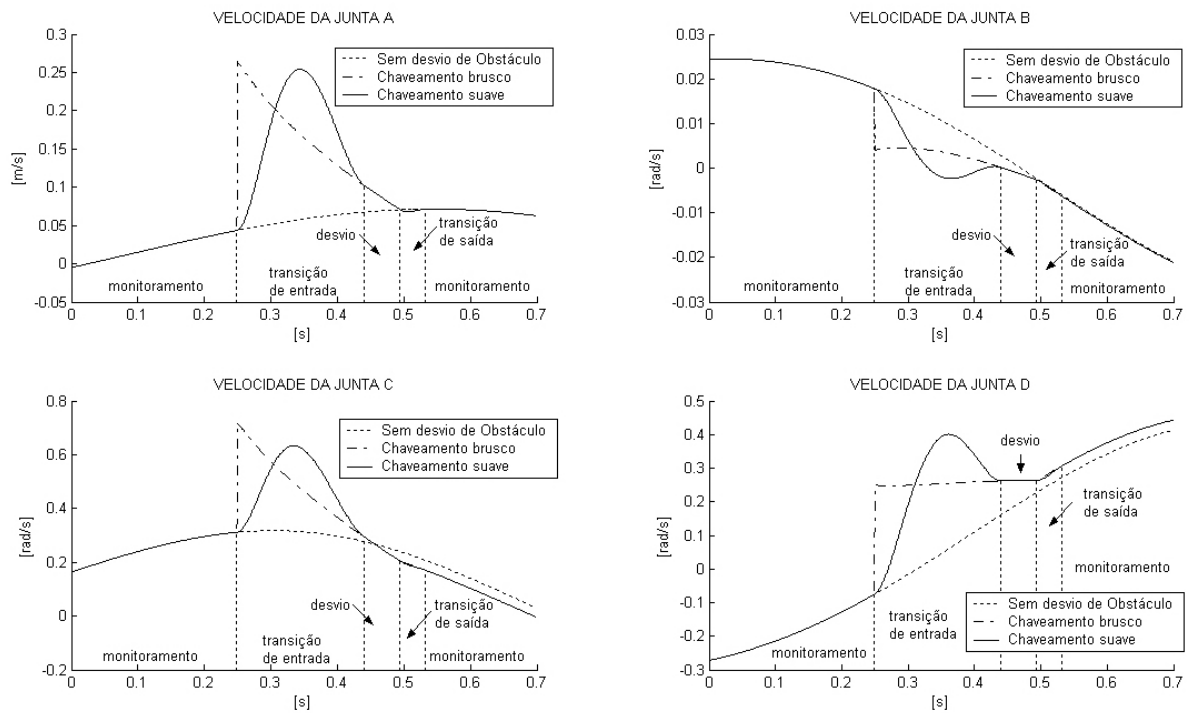


Figura 91: Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Velocidade (Juntas *A*, *B*, *C* e *D*) (0 a 0.7s).

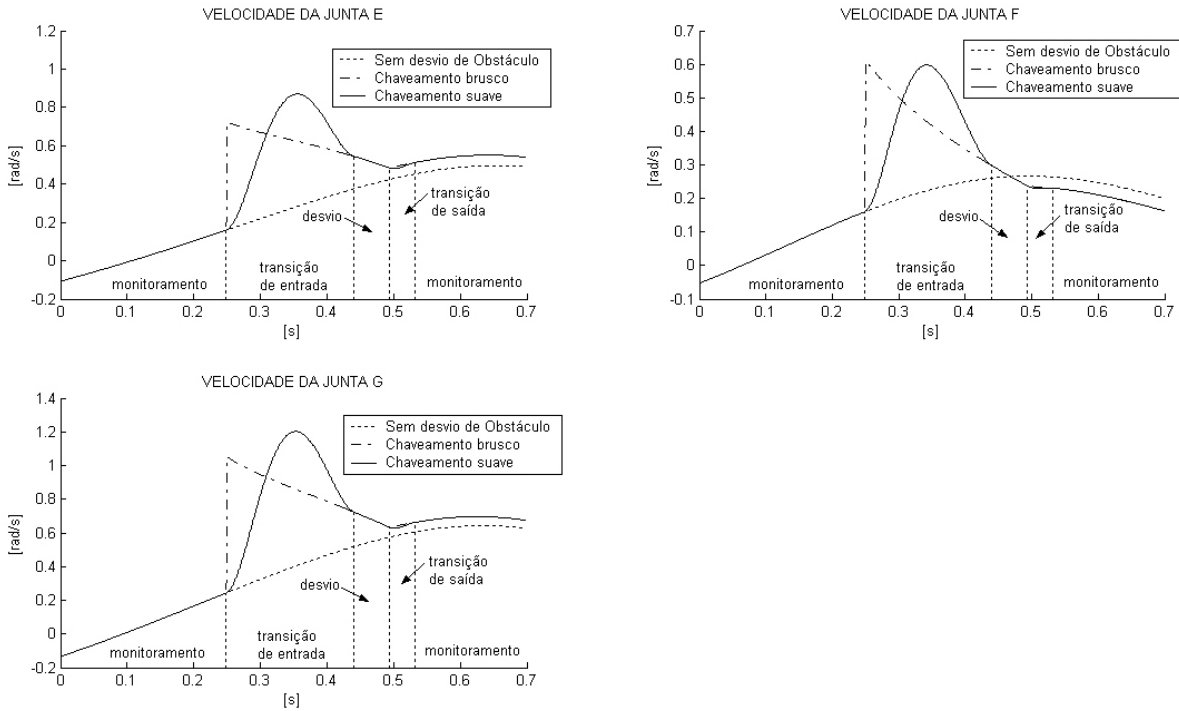


Figura 92: Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Velocidade (Juntas E, F e G) (0 a 0.7s).

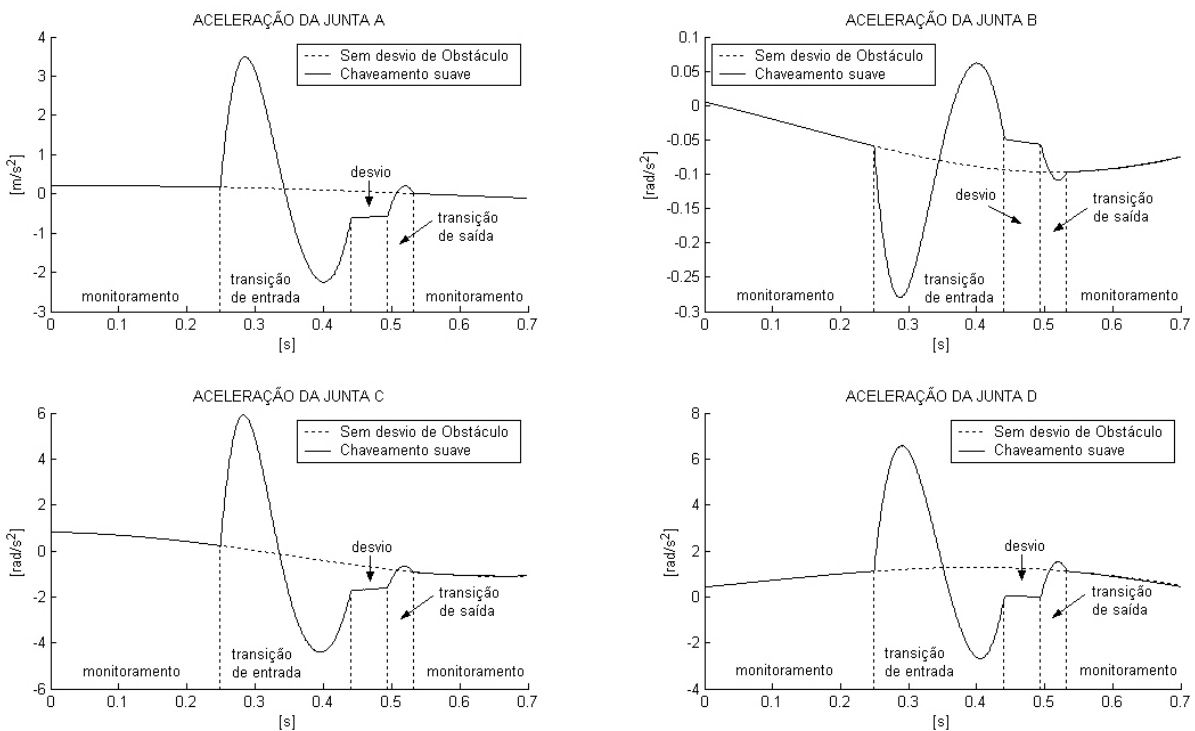


Figura 93: Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Aceleração (Juntas A, B, C e D) (0 a 0.7s).

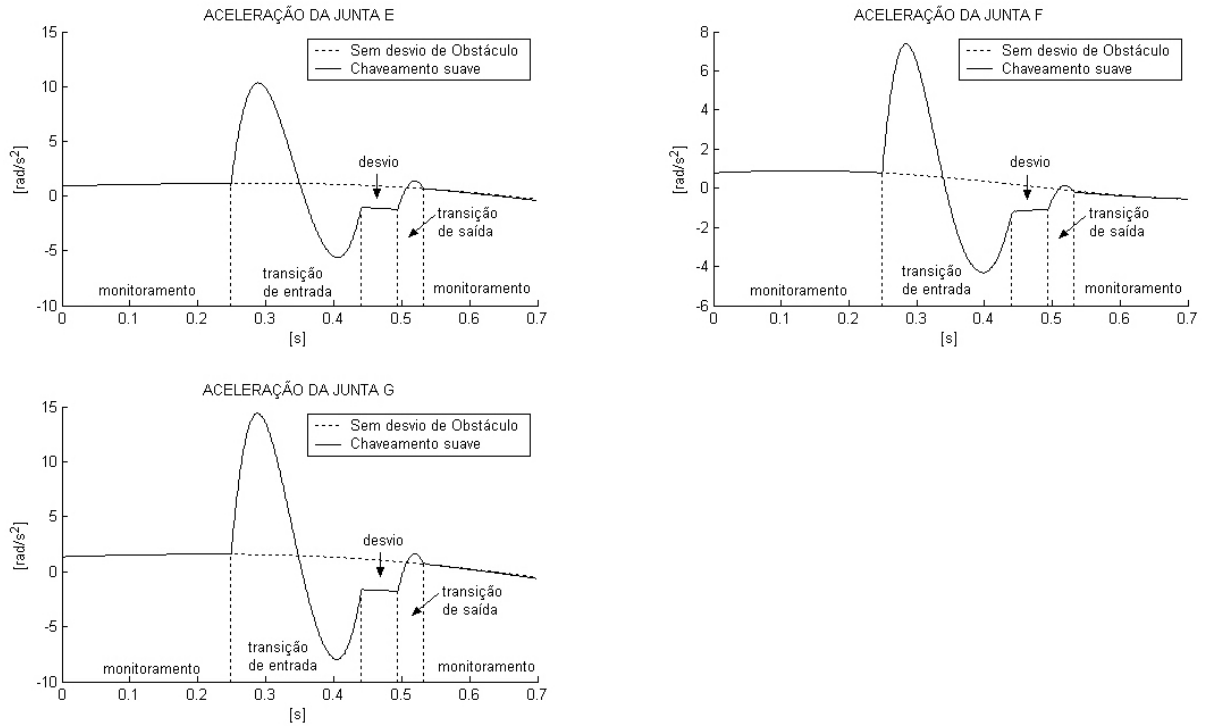


Figura 94: Resultado da cinemática inversa do manipulador espacial do Roboturb - Aceleração (Juntas *E*, *F* e *G*) (0 a 0.7s).

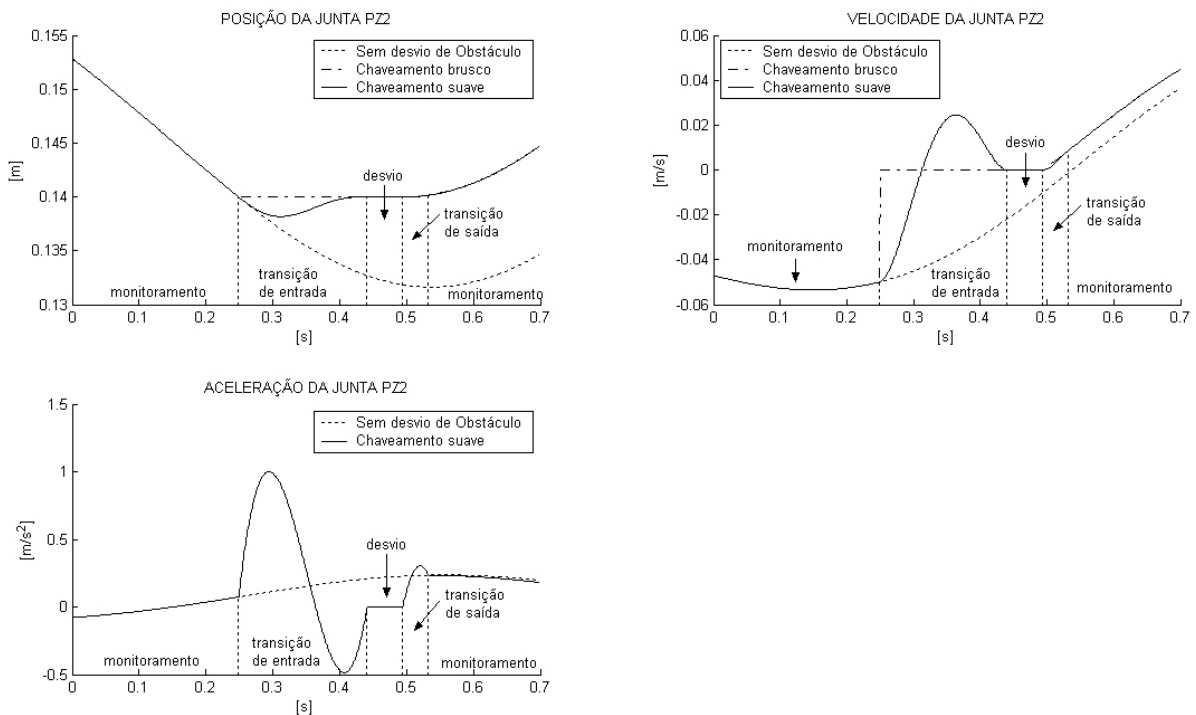


Figura 95: Resultado da cinemática inversa da junta virtual P_{z2} do manipulador espacial do Roboturb (0 a 0.7s).

5.4 Conclusão

Os resultados da cinemática inversa obtidos a partir da implementação da metodologia de evitamento de colisão, baseada no método das restrições cinemáticas, apresentaram excelentes resultados tanto para o manipulador plano PRRR como para o manipulador espacial do Roboturb. O desvio do obstáculo foi realizado sem causar descontinuidades nas magnitudes das acelerações das juntas.

6 *Implementação no Roboturb - Experimental*

6.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os resultados experimentais obtidos em laboratório com o manipulador espacial do Roboturb.

Os ensaios experimentais foram realizados nas instalações do projeto Roboturb, onde o manipulador do Roboturb fica instalado. O ambiente confinado foi criado através da inserção de obstáculos para que o robô desviasse durante a realização de uma dada tarefa.

A seguir são apresentadas as informações do problema e em seguida os resultados obtidos.

6.2 Informações do Problema

A configuração inicial do manipulador foi a seguinte:

$$q_{0_{reais}} = \begin{bmatrix} q_A & q_B & q_C & q_D & q_E & q_F & q_G \end{bmatrix}$$

$$q_{0_{reais}} = \begin{bmatrix} -0,297 & 0,336 & 0,794 & -1,669 & 1,309 & -1,783 & -2,473 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

que corresponde a seguinte posição e orientação do efetuador no espaço operacional (Fig. 96)

$$p = \begin{bmatrix} 0,566 \\ -0,471 \\ -0,137 \end{bmatrix} m, \quad \phi = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} rad \quad (6.2)$$

A tarefa atribuída ao efetuador foi de contornar uma trajetória de soldagem definida por 92 (noventa e dois) pontos (Fig. 96).

O obstáculo a ser desviado pelo manipulador foi definido por um plano posicionado de modo que o cotovelo do manipulador se choque com ele ao executar o contorno da trajetória



Figura 96: Configuração inicial.

(Fig. 96).

Para o ensaio experimental, adotou-se uma distância mínima entre o eixo da junta do manipulador (cotovelo) e o obstáculo de 0,15m, ou seja, o limite é dado por $q_{P_{z2}} > 0,15m$. Adotando uma margem de segurança de 0,05m, o limite de segurança passa a ser $q_{P_{z2}} > 0,20m$.

6.3 Resultados

A seguir são apresentados os resultados da cinemática inversa obtidos no ensaio experimental.

Em cada gráfico é apresentado o resultado de três situações distintas: cinemática inversa sem desvio de obstáculo; cinemática inversa com desvio de obstáculo por chaveamento brusco; e cinemática inversa com desvio de obstáculo por chaveamento suave.

As Fig. 97, 98, 99, 100, 101 e 102 apresentam os resultados da cinemática inversa para as juntas reais do manipulador.

Nas Fig. 97 e 98 é possível observar a suavização de 5ª ordem no movimento das juntas durante a transição de entrada e de 4ª ordem na transição de saída, fazendo com que não sejam geradas mudanças bruscas nas magnitudes das juntas.

Nas Fig. 99 e 100 observa-se que o chaveamento suave faz com que a transição de velocidade seja suavizada evitando descontinuidades elevadas na aceleração (Fig. 101 e 102).

A Fig. 103 apresenta os resultados de posição, velocidade e aceleração da junta prismática virtual P_{z2} . É possível observar que a transição se inicia no momento em que a magnitude da junta atinge 0,20m, que é o valor definido como o limite de segurança. O menor valor alcançado pela junta foi de $q_{P_{z2}Minimo} = 0,17m$, como mostra a Fig. 104.

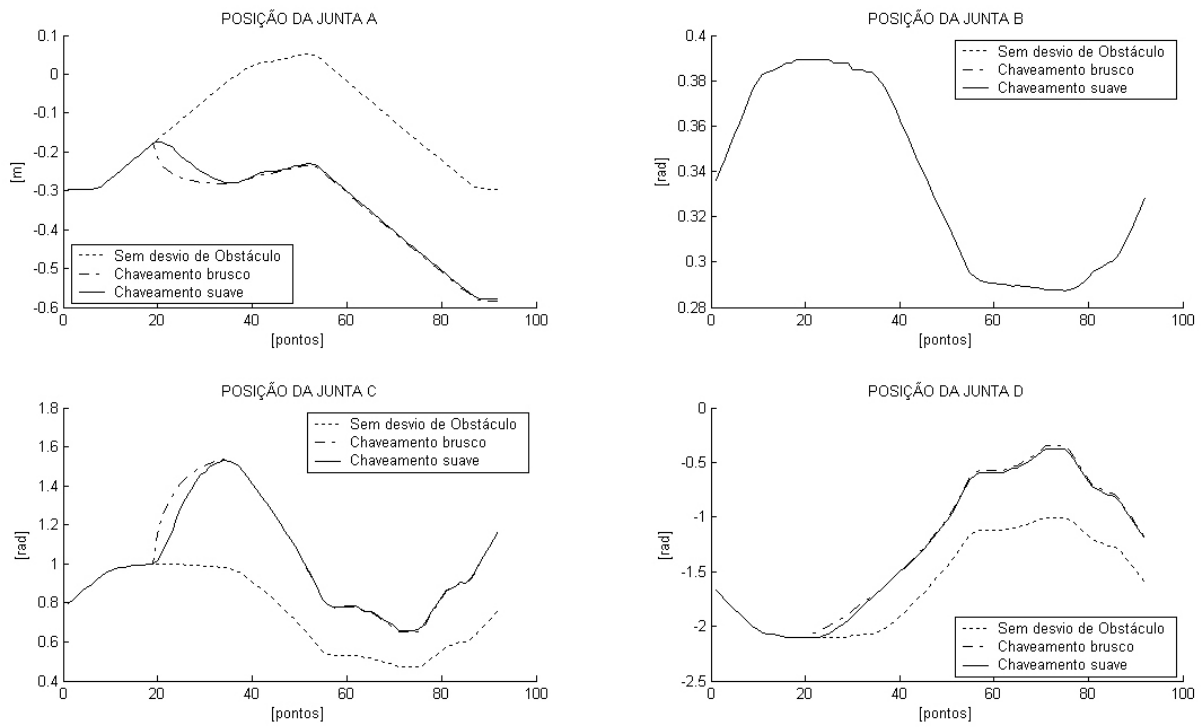


Figura 97: Resultado experimental - Posição (Juntas A, B, C e D).

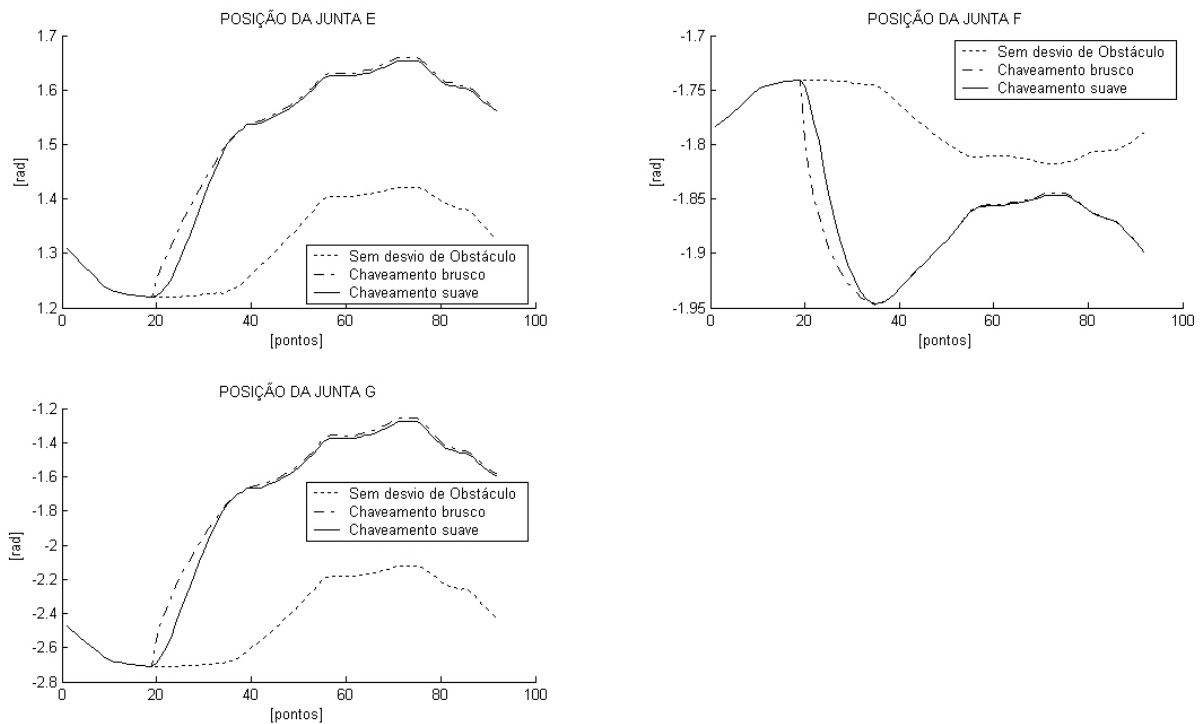


Figura 98: Resultado experimental - Posição (Juntas E, F e G).

As Fig. 105, 106, 107, 108, 109, 110 e 111 apresentam os mesmos resultados anteriores, mostrados entre os pontos 15 e 50, para uma observação mais detalhada dos resultados na região onde ocorre o desvio do obstáculo. Além disso, são delimitados os intervalos onde ocorrem as mudanças das condições de movimento, que são: monitoramento, transição de entrada, desvio

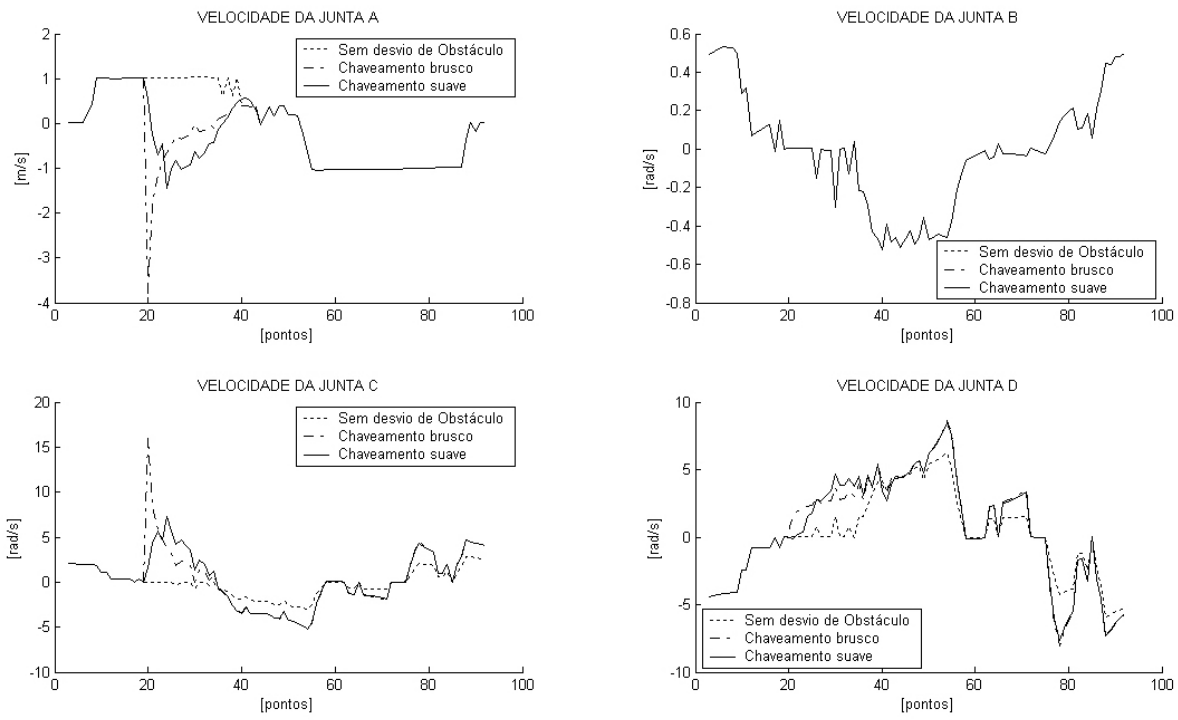


Figura 99: Resultado experimental - Velocidade (Juntas A, B, C e D).

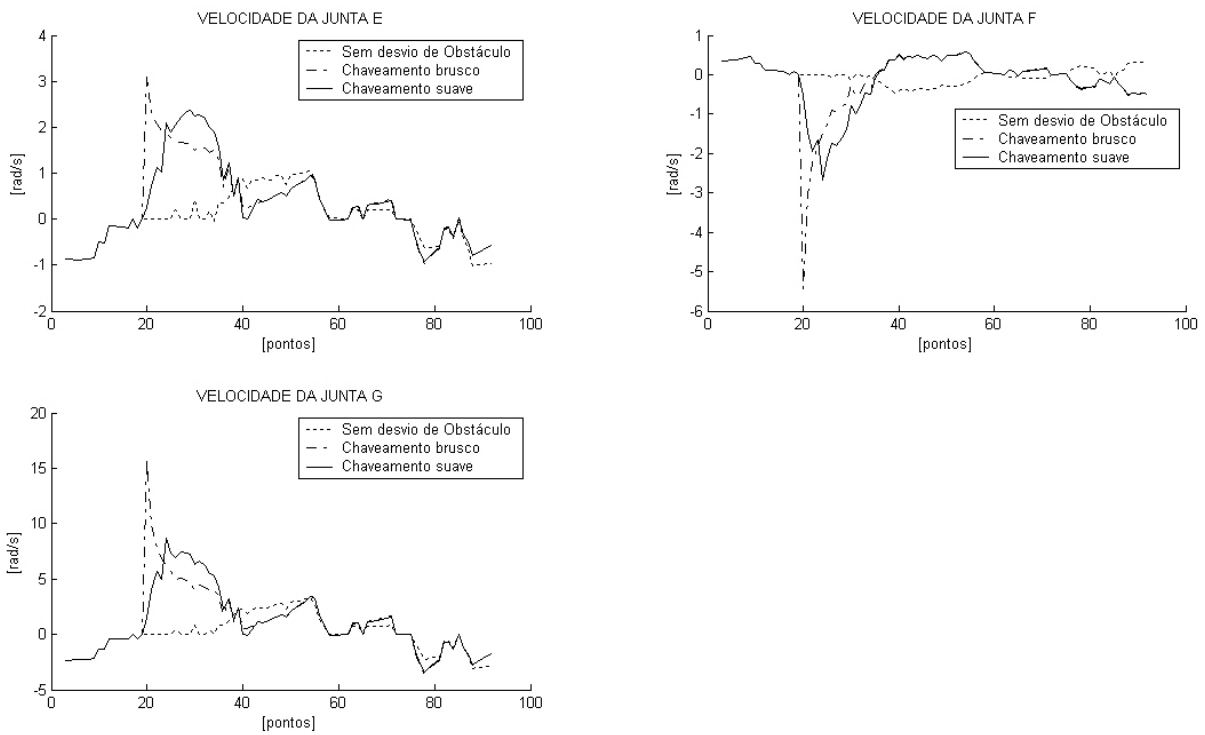


Figura 100: Resultado experimental - Velocidade (Juntas E, F e G).

e transição de saída.

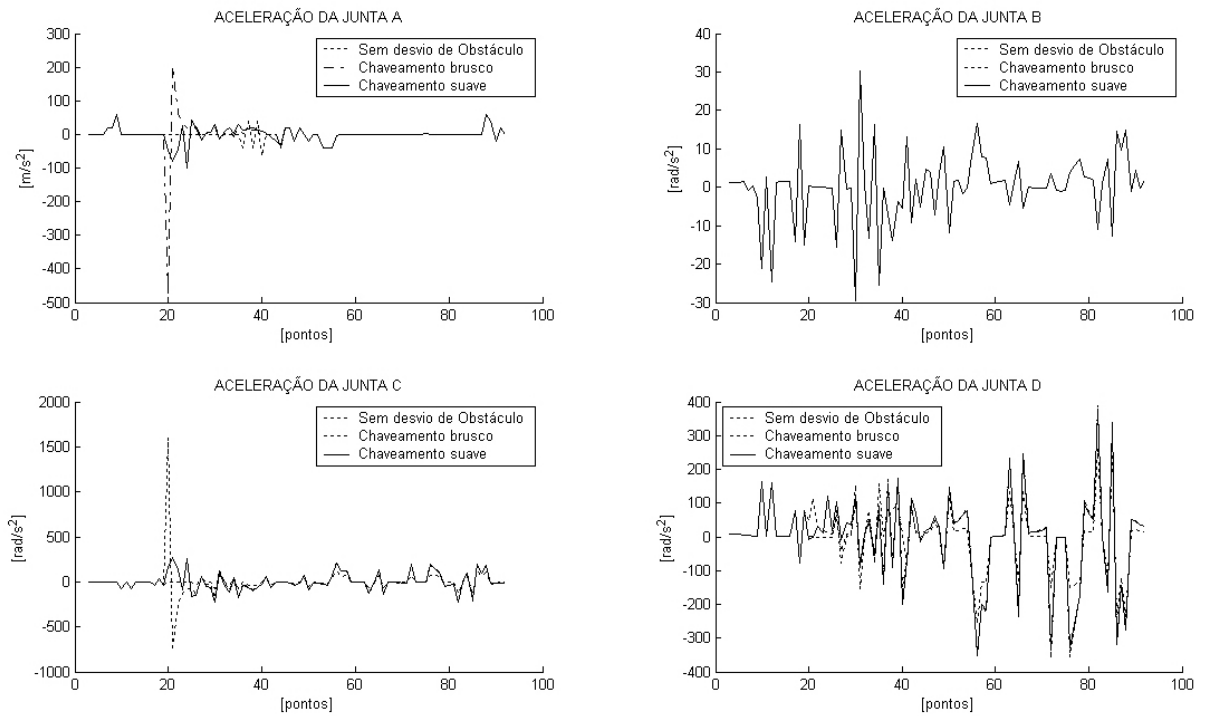


Figura 101: Resultado experimental - Aceleração (Juntas A, B, C e D).

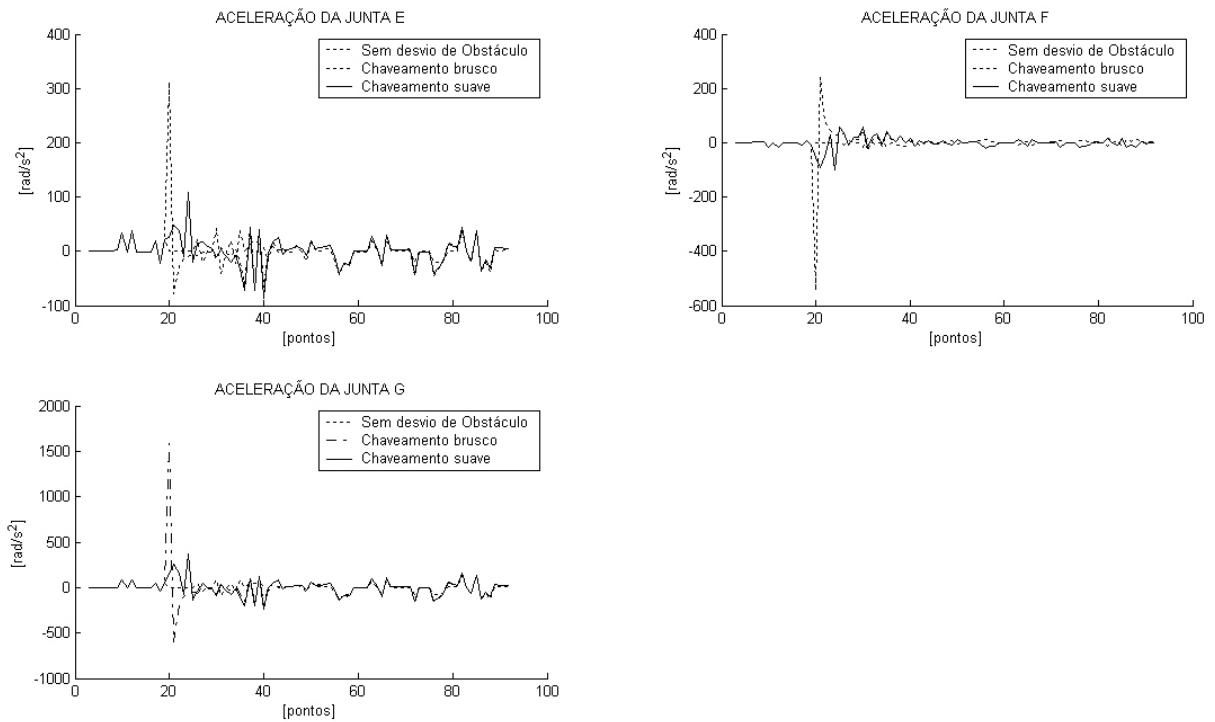


Figura 102: Resultado experimental - Aceleração (Juntas E, F e G).

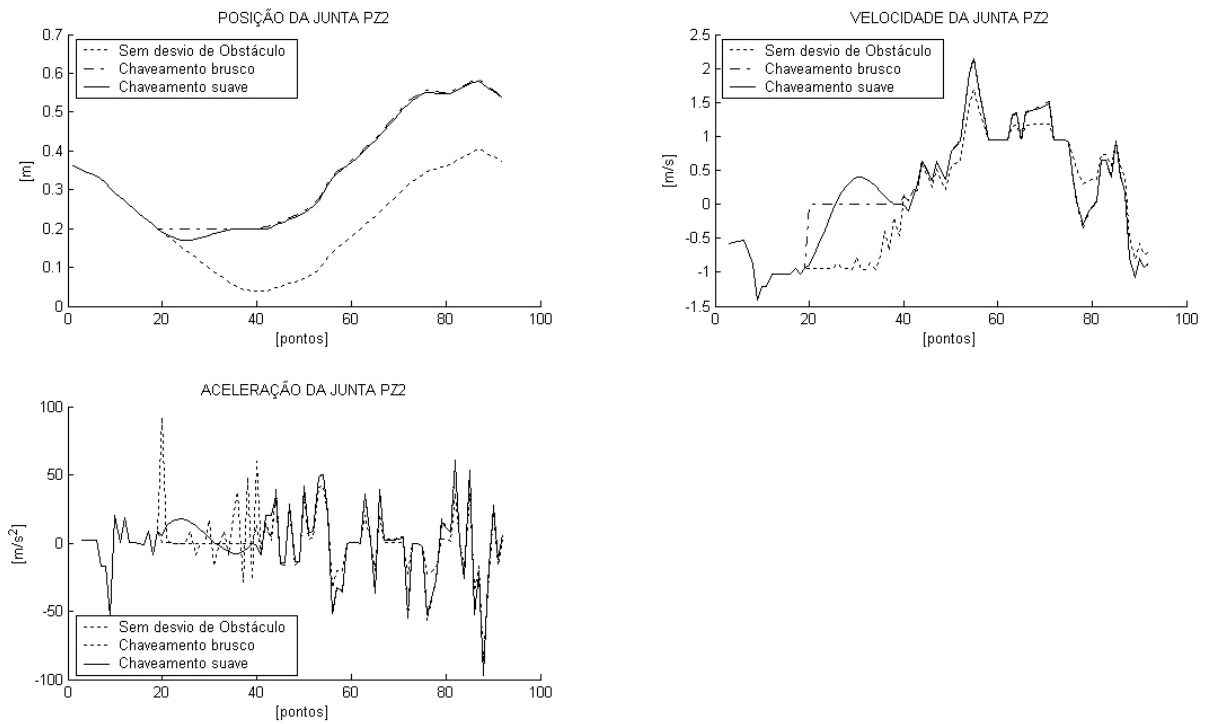


Figura 103: Resultado experimental da junta P_{z2} .

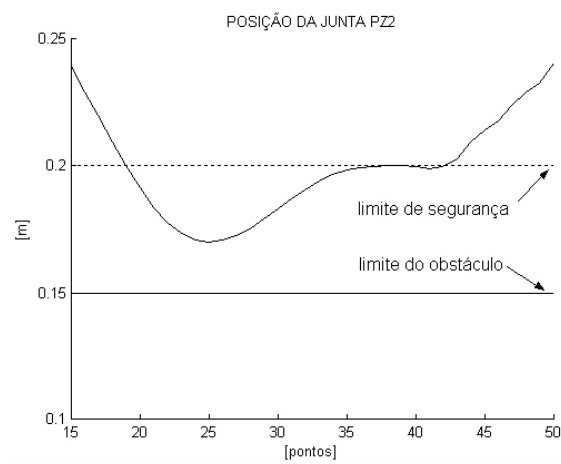


Figura 104: Limite alcançado no experimental pela junta P_{z2} .

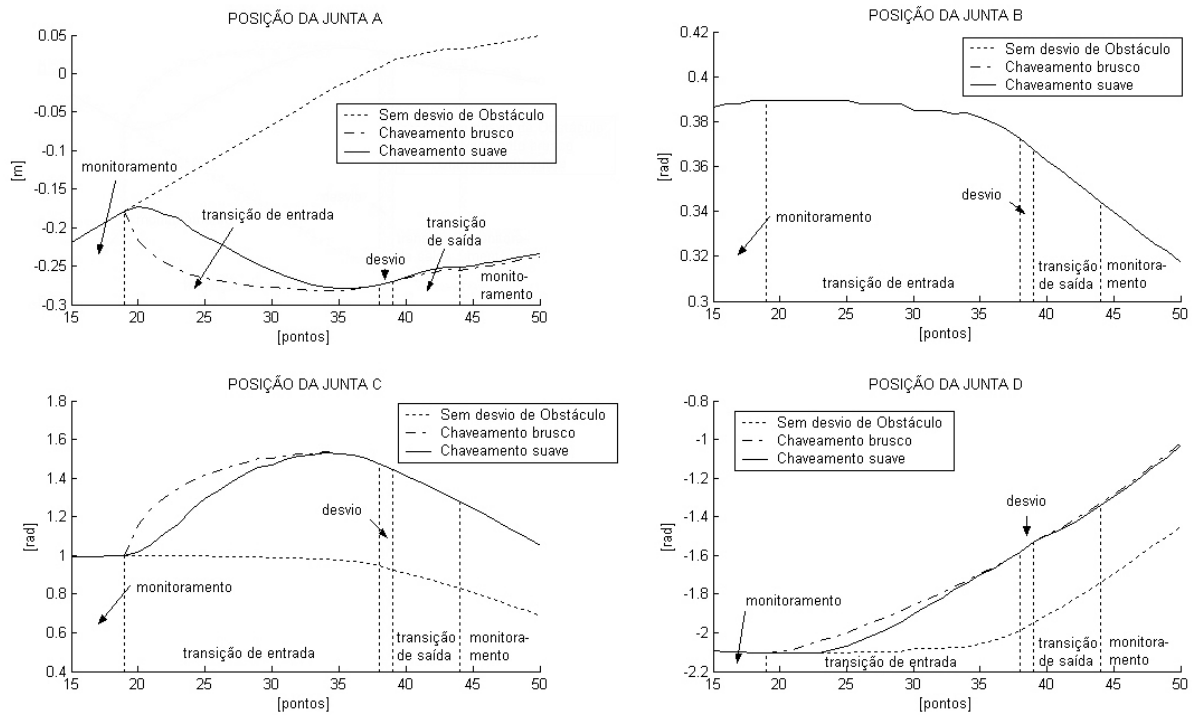


Figura 105: Resultado experimental - Posição (Juntas *A*, *B*, *C* e *D*) (região de colisão).

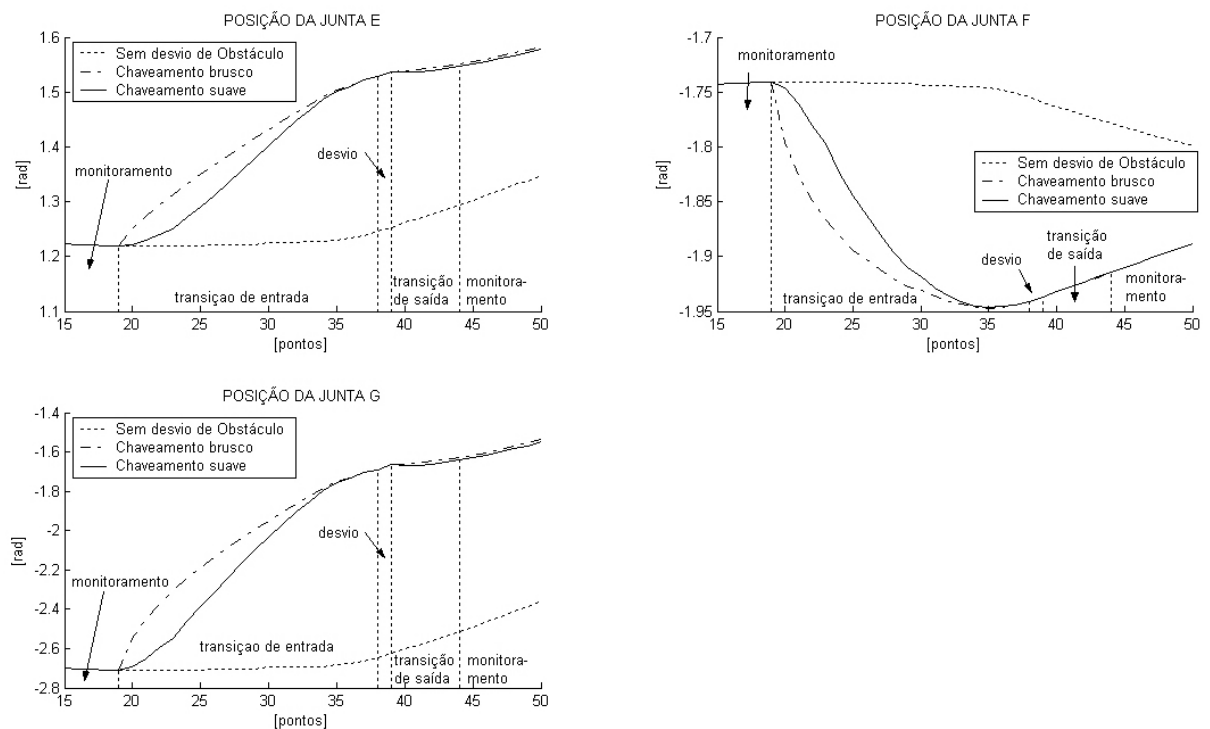


Figura 106: Resultado experimental - Posição (Juntas *E*, *F* e *G*) (região de colisão).

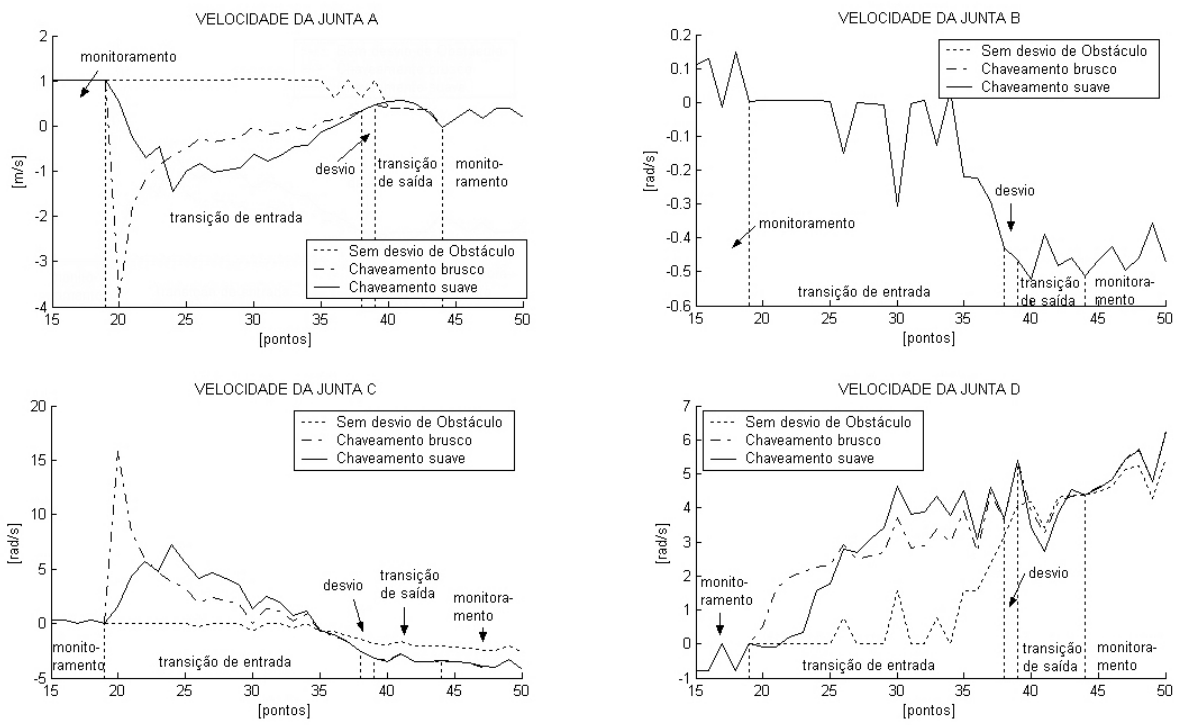


Figura 107: Resultado experimental - Velocidade (Juntas A, B, C e D) (região de colisão).

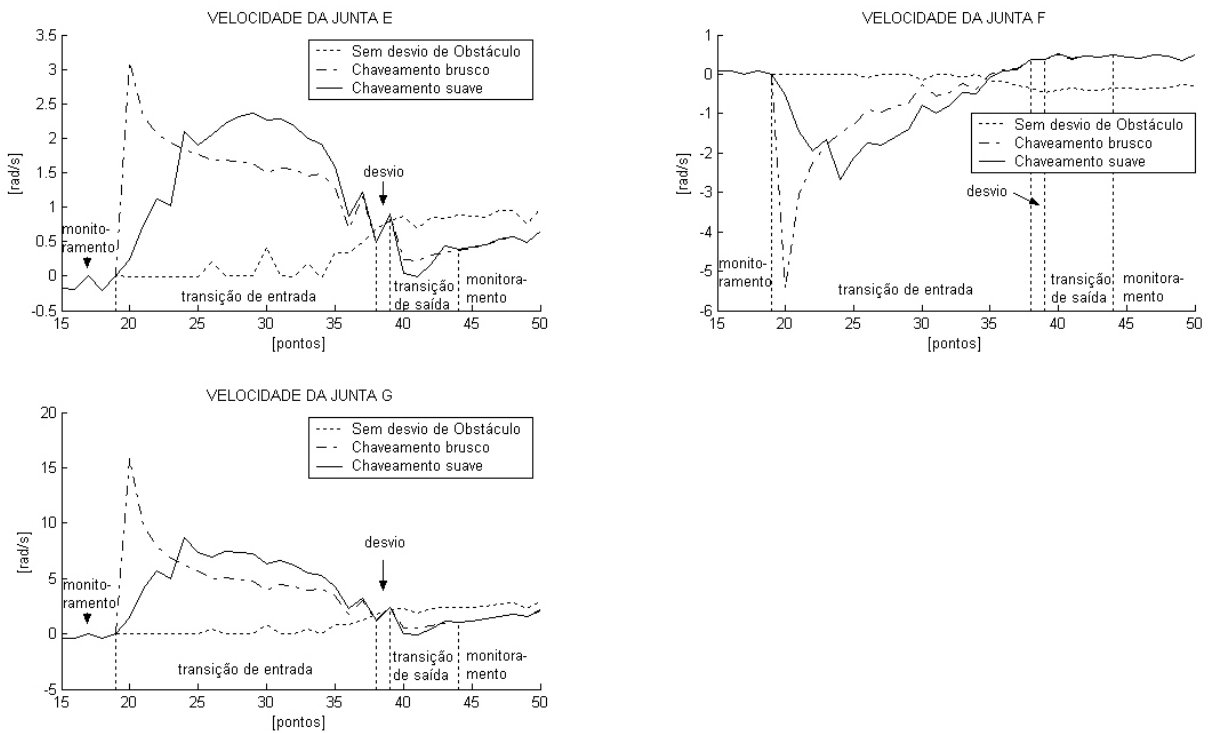


Figura 108: Resultado experimental - Velocidade (Juntas E, F e G) (região de colisão).

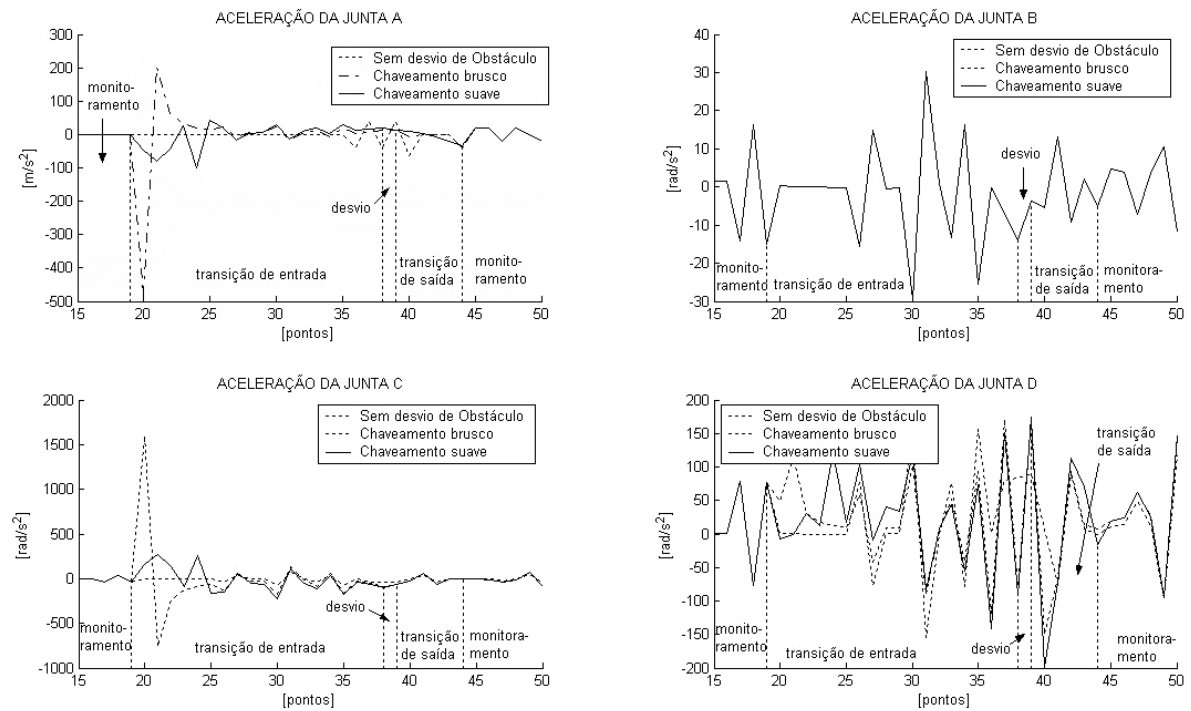


Figura 109: Resultado experimental - Aceleração (Juntas A, B, C e D) (região de colisão).

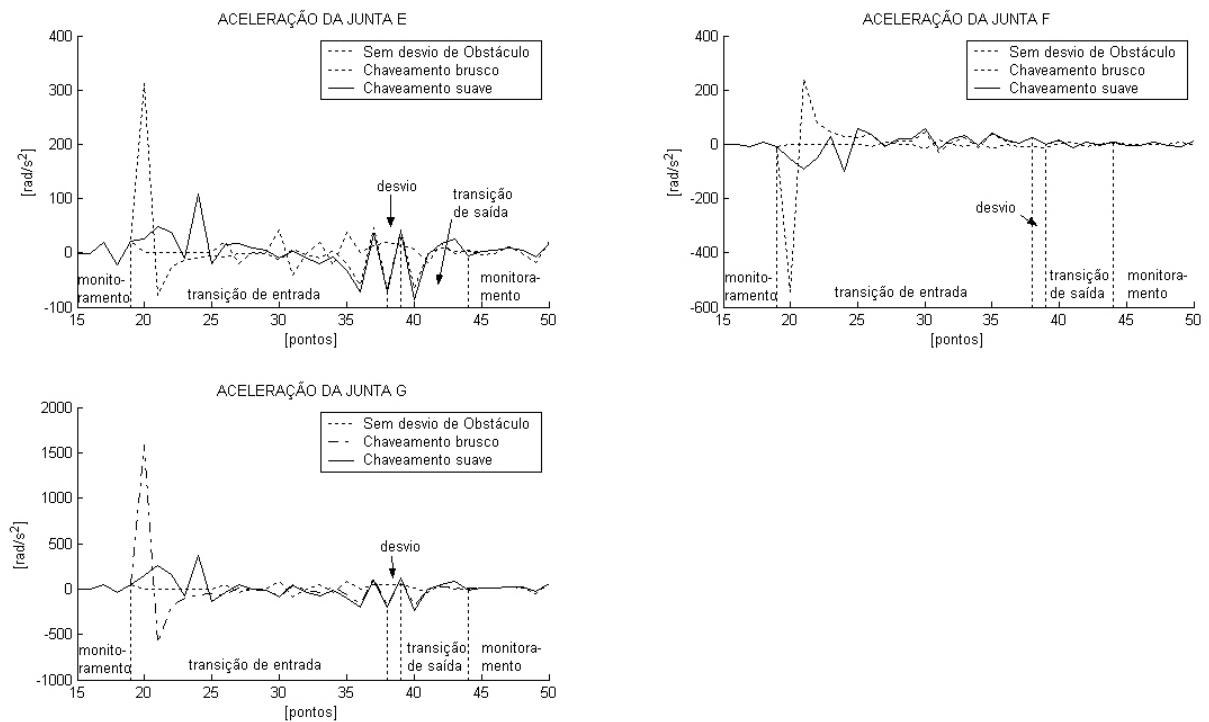


Figura 110: Resultado experimental - Aceleração (Juntas E, F e G) (região de colisão).

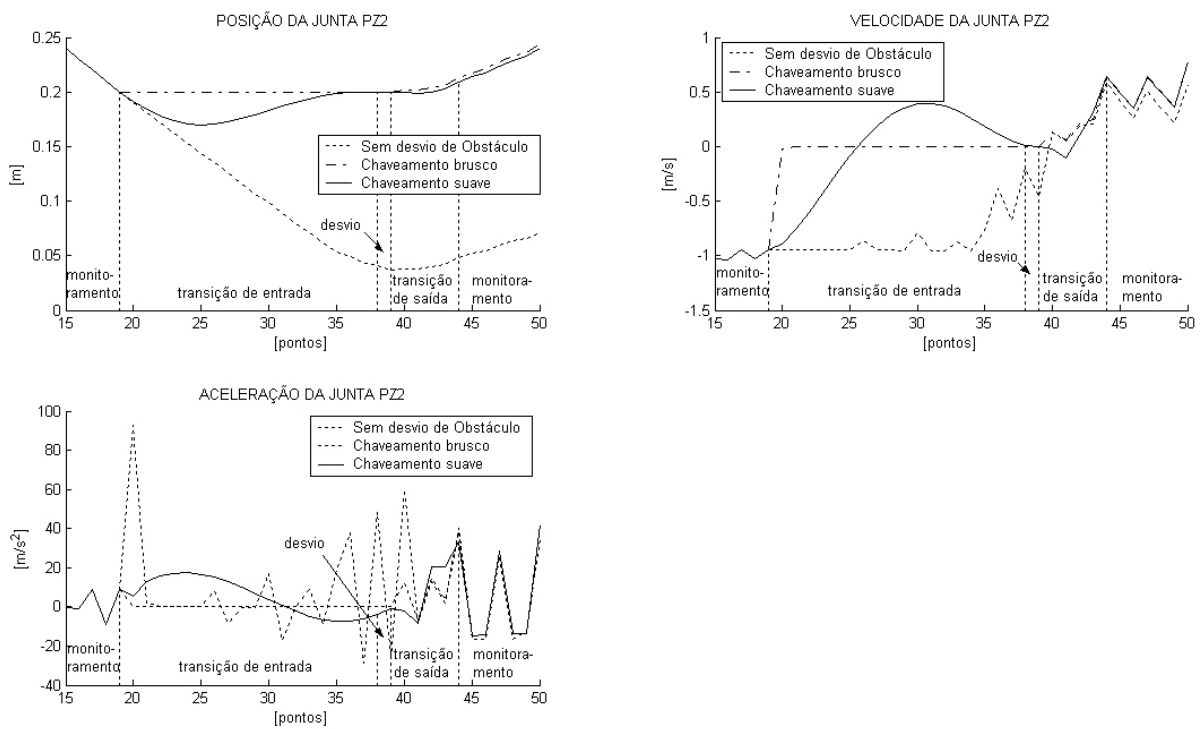


Figura 111: Resultado experimental da junta P_{z2} (região de colisão).

6.4 Conclusão

Os resultados da cinemática inversa obtidos no ensaio experimental atenderam as expectativas, onde a suavização do movimento durante o evitamento de colisão foi obtida com sucesso. Além dos resultados apresentados nos gráficos anteriores, a mudança suave entre os sistemas foi perceptível a todos os presentes no laboratório, comparando com o resultado do chaveamento brusco.

Com o ensaio experimental comprova-se a eficiência e aplicabilidade da metodologia proposta, tornando-a uma ferramenta importante para o desenvolvimento de robôs que operam em ambientes confinados.

7 *Conclusão*

Neste trabalho foi apresentada uma nova metodologia de evitamento de colisão aplicada a robôs redundantes que permite o robô desviar de obstáculos sem causar discontinuidades nas magnitudes das juntas. A metodologia é baseada na utilização de um método sistemático de solução da cinemática inversa que pode ser aplicado tanto a robôs seriais como a robôs paralelos. Além disso, a metodologia se baseia também na utilização da teoria de helicóides, no método de Davies, na utilização de cadeias virtuais de Assur e no método das restrições cinemáticas.

A solução da cinemática inversa de posição é obtida a partir da integração da cinemática diferencial e pode ser aplicada tanto em robôs de cadeias cinemáticas simples como em robôs de cadeias cinemáticas complexas, pois sua utilização independe da estrutura cinemática do robô. A utilização da teoria de helicóides e do método de Davies permite expandir o número de aplicações desta metodologia e facilita na determinação da equação de restrição cinemática de qualquer cadeia, independentemente do número de circuitos da cadeia cinemática do robô. Isso se mostra como um grande diferencial em relação a outras metodologias.

A estabilidade do método é provada, onde se obtém uma convergência exponencial do erro, como mostram os resultados obtidos por simulação. Além disso, é possível realizar um controle do erro por meio de iterações de modo a obter uma magnitude de erro dentro de uma tolerância admissível sem a necessidade de utilizar ganhos muito elevados.

A utilização da metodologia de evitamento de colisão modifica a cadeia cinemática original do robô através da inserção de cadeias virtuais de Assur para representar o ambiente confinado. As cadeias virtuais de Assur servem para monitorar ou impor movimento à cadeia cinemática do robô, dessa forma, é possível controlar o movimento de modo a desviar de obstáculos. A metodologia é aplicada a robôs redundantes para que seja possível desviar de obstáculos sem alterar a execução da tarefa principal, ou seja, o desvio de obstáculo é definido como uma tarefa secundária do robô redundante.

A metodologia de evitamento de colisão proposta neste trabalho permite atuar o sistema de controle de movimento do robô de duas maneiras diferentes: com o robô fora de colisão e com o robô em colisão. Além disso, a metodologia permite fazer o chaveamento suave entre

os sistemas de controle de movimento de modo a evitar descontinuidades nas magnitudes das juntas do robô durante o desvio de um obstáculo sem que haja alteração na execução da tarefa principal.

A solução proposta resolve o problema do chaveamento brusco, eliminando as descontinuidades nas magnitudes das juntas durante o desvio de obstáculo. As descontinuidades podem causar danos aos atuadores do robô devido às acelerações elevadas, causar movimentos bruscos e, principalmente, colocar em risco a vida dos operadores que trabalham próximo ao robô. A ausência de descontinuidades nas magnitudes das juntas durante o desvio de obstáculo torna a metodologia aplicável na prática.

A metodologia foi aplicada experimentalmente ao manipulador espacial do Roboturb, onde se obteve um excelente resultado. O desvio de obstáculo foi realizado de forma suave, sem gerar descontinuidades nas magnitudes das juntas. As vibrações da estrutura do manipulador foram reduzidas consideravelmente, durante o desvio de obstáculo, quando comparado com a solução aplicando-se o chaveamento brusco. O que ressalta a importância da suavização das descontinuidades para a aplicação da metodologia na prática.

Como sugestão de trabalhos futuros ficam as seguintes questões: um estudo aprofundado do tempo de transição entre a troca dos sistemas, para se determinar um maior controle das magnitudes das acelerações das juntas durante a transição, ou seja, verificar sua influência nas magnitudes das acelerações e desacelerações; um estudo sobre a margem de segurança que deve ser utilizada entre o limite físico do obstáculo e o limite virtual, uma vez que a velocidade de aproximação do obstáculo pode variar em função da trajetória e da estrutura cinemática do manipulador; um estudo sobre as cadeias virtuais de Assur adequadas a cada obstáculo, deve-se verificar se há efeito sobre o sistema de coordenadas utilizado para definir as cadeias virtuais; e uma aplicação do método em um robô paralelo e/ou híbrido real, para validar a metodologia na prática também para robôs de estruturas cinemáticas não convencionais.

Referências

ISO. *International Standardization Organization*. 2007. Disponível em: <<http://www.iso.org>>. Acesso em: 05/09/2007.

RIA. *Robotic Industries Association*. 2007. Disponível em: <<http://www.roboticonline.com/public/articles/articlesdetails.cfm?id=3085>>. Acesso em: 05/09/2007.

UNECE. *The United Nations Economic Commission for Europe*. 2007. Disponível em: <<http://www.unece.org>>. Acesso em: 05/09/2007.

MARTINS, D.; PIGA-CARBONI, A. Variety and connectivity in kinematic chains. *Mechanism and Machine Theory*, December 2006. Accepted.

SIMAS, H. *Planejamento de Trajetórias de Soldagem para Robôs Redundantes Operando em Ambientes Confinados*. Tese (Exame de Qualificação) — Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, 2005. [Trabalho Não Publicado].

GUENTHER, R.; SIMAS, H.; PIERI, E. R. de. Concepção cinemática de um manipulador para volumes de trabalho restritos. In: *Proceedings of the Congresso Nacional de Engenharia Mecânica*. [S.l.: s.n.], 2000. in CDROM. In English : *Kinematic conception of a manipulator for constrained workspaces*.

DAVIES, T. H. Kirchhoff's circulation law applied to multi-loop kinematic chain. *Mechanism and Machine Theory*, v. 16, p. 171–173, 1981.

CAMPOS, A. *Cinemática Diferencial de Manipuladores empregando Cadeias Virtuais*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2004.

BOTTEMA, O. O. *Theoretical kinematics / O. Bottema, B. Roth*. Amsterdam ; New York : New York: North-Holland Pub. Co. ; sole distributors for the U.S.A. and Canada, Elsevier/North-Holland,, 1979. Includes index.;Bibliography: p. 533-544. ISBN 0444851240.

MOZZI, G. *Discorso matematico sopra il rotamieto momentaneo dei corpi*. Naples: Stamperia di Donato Campo, 1763.

BALL, R. S. *A Treatise on the Theory of Screws*. Cambridge: Cambridge University Press, 1900. ISBN 0521636507 -reedicao 1998.

SCIAVICCO, L.; SICILIANO, B. *Modelling and Control of Robot Manipulators*. [S.l.]: Springer, 2004. (Advanced Textbooks in Control and Signal Processing). ISBN 1-85233-221-2.

TSAI, L.-W. *Robot Analysis: the Mechanics of serial and parallel manipulators*. New York: John Wiley & Sons, 1999. ISBN 0-471-32593-7.

TSAI, L.-W. *Mechanism Design: Enumeration of Kinematic Structures According to Function*. [S.l.: s.n.], 2001.

- CAMPOS, A.; GUENTHER, R.; MARTINS, D. Differential kinematics of serial manipulators using virtual chains. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, SciELO Brasil, v. 27, p. 345–356, 2005.
- BARANOV, G. G. *Curso de la Teoría de Mecanismos y Máquinas*. second. moscow: mir, 1985. Spanish translation. Russian original.
- WALDRON, K. J.; KINZEL, G. L. *Kinematics, Dynamics, and Design of Machinery*. New York: wiley, 1999. ISBN 0471583995.
- SOUCY M.; PAYEUR, P. Flexible fuzzy logic control for collision-free manipulator operation. In: . Niagara Falls, Canada: Mechatronics and Automation, 2005 IEEE International Conference, 2005. v. 2, p. 723–728.
- MULLER, A. Collision avoiding continuation method for the inverse kinematics of redundant manipulators. In: . New Orleans, LA: Proceedings of the IEEE Internacional Conference on Robotics & Automation, 2004. v. 2, p. 1593–1598.
- BARRAQUAND J.; LATOMBE, J. C. A monte-carlo algorithm for path planning with many degrees of freedom. In: . Cincinnati, OH: Proceedings of the IEEE Internacional Conference on Robotics & Automation, 1990. v. 3, p. 1712–1717.
- CASELLI S.; REGGIANI, M.; SBRAVATI, R. Parallel path planning with multiple evasion strategies. In: . Washington, DC: Proceedings of the IEEE Internacional Conference on Robotics and Automation, 2002. p. 260–266.
- CHANG, H. A new technique to handle local minimum for imperfect potencial field based motion planning. In: . Minneapolis, MN: Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1996. p. 108–112.
- LALIBERTE, T.; GOSSELIN, C. M. Efficient algorithms for the trajectory planning of redundant manipulators with obstacle avoidance. In: . San Diego, CA: Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1994. p. 2044–2049.
- PIAGGIO, M.; SGORBISSA, A. Ai-cart: an algorithm to incrementally calculate artificial potencial fields in real-time. In: . Monterey, CA: Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1999. p. 238–243.
- NEDUNGADI, A. A fuzzy robot controller - hardware implementation. In: . San Diego, USA: Proceedings of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 1992. p. 1325–1331.
- SOUCY, M. *Manipulator Path Planning with Multi-Resolution Potencial Fields and Fuzzy Logic Control*. Dissertação (Mestrado), University of Ottawa, March 2005.
- TIAN, L.; MAO, Z. Fuzzy neuro controller for a two-link rigid-flexible manipulator system. In: . Singapore: Proceedings of the International Conference on Neural Information Processing, 2002. p. 1867–1871.