UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA

LÓGICA PARACLÁSSICA E VERDADE EMPÍRICA

Dissertação de Mestrado apresentada como requisito final para a obtenção do título de Mestre em Filosofia

Mestrando: Jaison Schinaider

Orientador: Prof. Dr. Décio Krause

FLORIANÓPOLIS

Abril/2006

“Arre, graças a Deus!”, pensou Tchítchicov, e preparou-se para ouvir. O coronel começou a ler:

- “Começando a meditar a respeito do encargo que me foi imposto por Vossa Excelência, tenho a honra de, por meio desta, informar o que segue:

“Em primeiro lugar, o próprio requerimento do Sr. Conselheiro de Estado e Cavaleiro Pável Ivánovitch Tchítchicov já contém um mal-entendido, pois, de maneira inadvertida refere-se às almas recenseadas como sendo mortas, presumindo-se que Sua Senhoria queria dizer próximas da morte mas não mortas. Aliás, a própria referência à morte já indica um estudo de ciências mais empírico, provavelmente limitado à escola paroquial, pois que a alma é imortal”. Que maroto! – disse Kochkariov complacentemente, interrompendo-se. – Aqui ele mexeu um pouco com o senhor. Mas, convenhamos, que pena afiada! “Em segundo lugar, não existem nesta propriedade almas recenseadas não empenhadas, não só próximas da morte, como tampouco quaisquer outras, pois todas elas, sem exceção, não só estão empenhadas, como reempenhadas, com acréscimo de cento e cinqüenta rublos por alma, além da pequena aldeia Gurmáilovka, que está em litígio por motivo de demanda com o *pomiêchtchik* Prêdichtchev, encontrando-se em vista disso interditada, o que consta de edital publico publicado no número quarenta e dois das *Notícias de Moscou.*”

- Mas porquê então o senhor não me declarou isso logo? Porquê me fez perder tempo com ninharias – disse Tchítchicov, irritado.

- Sim! Mas era preciso que o senhor tomasse conhecimento de tudo isso na forma da necessária emissão de papéis. De outra forma não é possível. Qualquer bobo pode ver as coisas inconscientemente – mas é necessário que elas sejam compreendidas conscientemente.

(Nikolai Gógol, *Almas Mortas,* 1842)

Dedico este trabalho:

Aos meus pais Guilherme e Maria e minha irmã Jaqueline, pelo apoio incondicional em todos os momentos da vida.

Aos que acreditam que a cultura possa ainda salvar a humanidade.

Aos que não acreditam em fantasmas.

Aos que duvidam.

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Décio Krause, que tive o privilégio de ter como orientador e como guia nos caminhos da ciência. Pela sua paciência, dedicação e confiança. E pela sua amizade.

Aos colegas e professores do curso de Pós-Graduação em Filosofia da UFSC.

A todos que contribuíram direta ou indiretamente, consciente ou inconscientemente, para a realização desse trabalho.

Aos meus verdadeiros amigos, aqueles que sempre estiveram presentes e que serviram de refúgio para os meus momentos de exaustão. Que a força esteja com vocês!

Resumo

O problema da verdade é um dos temas centrais em filosofia, sendo um dos que têm suscitado, historicamente, grandes discussões e produção bibliográfica extensa, além de ser, tal assunto, de suma importância em particular para filosofia da ciência, para epistemologia e para a lógica. Como se sabe, há várias *teorias da verdade*, mas essas teorias (correspondência, coerência, redundância, pragmática etc.) parecem não considerar diretamente uma característica muito intrigante da física a nível experimental, que são os erros de medida encontrados em qualquer procedimento empírico e com os quais o cientista tem que conviver no laboratório. De certa forma, a cada magnitude física a, medida em laboratório, associa-se um intervalo $b - \varepsilon \leq a \leq b + \varepsilon$ de 'valores aceitáveis' (ou possíveis) para a medida de a, que dependem de um parâmetro ε que expressa o 'erro de medida' ou a imprecisão do aparelho utilizado na medição. Um dos resultados mais interessantes relacionados a esse conceito é que uma lei física como $f = ma$, quando aplicada a um sistema físico s, pode ser tal que, devido aos intervalos considerados como aceitáveis para cada magnitude, as quantidades medidas de força, massa e aceleração podem acarretar que se encontrem valores f_1, m_1, a_1 e f_2, m_2, a_2 (todos aceitáveis como medidas de força, massa e aceleração) dentro de cada intervalo respectivo tais que $f_1 = m_1a_1$ mas $f_2 \neq m_2a_2$. Deste modo, $f = ma$ será tanto 'empiricamente verdadeira' quanto 'empiricamente falsa' para o sistema s adequadamente descrito. No entanto, obviamente não se pode ter que $f = ma \wedge f \neq ma$, pois não é possível encontrar valores f', a' e m' pertencentes a cada intervalo aceitável, tais que o produto de m' por a' dê exatamente f' e não dê ao mesmo tempo. Essa é uma maneira de se afirmar que uma contradição nunca se verifica experimentalmente para um mesmo sistema físico adequadamente considerado. A tentativa de se inserir em um mesmo quadro conceitual tanto a teoria física como as possíveis imprecisões de medida (ou seja, a experiência com seus erros) que conduzem a este estranho comportamento associado aos valores de medida encontráveis em laboratório, é uma das finalidades do conceito de *verdade empírica*, o qual permite aproximar bastante a ciência (ou seja, as construções científicas) daquilo que realmente realiza o cientista no laboratório. Neste trabalho, é feita uma apresentação detalhada desse conceito. Estuda-se a sua lógica subjacente, mostrando que tal problemática não pode ser alicerçada em uma lógica clássica , mas que pode ser devidamente fundamentada por meio de uma lógica paraconsistente chamada de lógica paraclássica. Além disso, é discutida a contraparte filosófica relacionada e esse conceito de verdade, tendo em vista a sua relevância filosófica e atualidade.

Palavras-chave: Epistemologia, Lógica, Teorias da Verdade.

Abstract

The problem of truth is one of the central issues in philosophy, one that has historically excited great debates and extensive bibliographical production, being also of the utmost importance in particular for philosophy of science, epistemology and logic. It is well known that there exist several *theories of truth*, but these theories (correspondence, coherence, redundancy, pragmatic, etc.) seem not to directly consider a very intriguing characteristic of the physics at its experimental level, which are the measurement errors found in any empirical procedure and with which the scientist has to deal in her laboratory. In a certain way, each physical magnitude a, measured in laboratory, is associated with an interval $b - \varepsilon \leq a \leq b + \varepsilon$ of 'acceptable (or possible) values' of the measurement of a that are dependent on a parameter ε expressing the 'measurement error' or the imprecision of the device used in the measurement. One of the most interesting results related to this concept is that when a physical law, such as $f = ma$, is applied to a physical system s, it may be such that, due to the intervals considered as acceptable for each magnitude, the measured amount of force, mass and acceleration might be the values f_1, m_1, a_1 and f_2, m_2, a_2 (all acceptable as measures of force, mass and acceleration) found inside each respective interval such that $f_1 = m_1a_1$ but $f_2 \neq m_2a_2$. In this way, $f = ma$ shall be 'empirically true ' as well as 'empirically false' for the adequately described system s. However, it is obvious that one cannot have $f = ma \wedge f \neq ma$, for it is not possible to find values f', a' and m' pertaining to each acceptable interval, such that the product of m' for a' is exactly f' and it is not f' at the same time. This is a way of affirming that a contradiction is never experimentally verified for the same adequately considered physical system. The attempt of inserting the physical theory as well as the possible imprecision of measurement (i.e., the experience along with its errors) that leads to this strange behavior, associated with the values of measurement found in laboratory, in the same conceptual framework is one of the aims of the concept of *empirical truth*, which allows sufficient approach of the science (i.e., the scientific constructions) to what the scientist really does in the laboratory. In this work, a detailed presentation of this concept is made and its underlying logic is studied, showing that such problem cannot be founded by a classical logic, but only by means of a paraconsistent one called paraclassic logic. Moreover, the philosophical counterpart related to this concept of truth is discussed in view of its philosophical relevance nowadays.

Key-words: Epistemology, Logic, Theories of Truth.

Sumário

Introdução

"Não há vinho que embriague mais que a verdade..."
Machado de Assis

O problema da verdade, como se sabe, é um dos temas centrais da filosofia, sendo um dos que têm suscitado, historicamente, grandes discussões e uma produção bibliográfica extensa, além de ser, tal assunto, de suma importância em particular para filosofia da ciência, para epistemologia e para a lógica. Como se sabe, há várias *teorias da verdade*[1]; como a teoria da verdade por correspondência. Grosso modo, segundo esta teoria, uma sentença é verdadeira quando 'concorda com a realidade', ou com os fatos, ou seja, se aquilo que ela asserta é "realmente o que é". Esta teoria, que aparentemente tem origem em Aristóteles (no livro Gama da Metafísica), foi estudada dentre outros por Tarski e utilizada por Russell e Wittgenstein, no período em que ambos aderiram ao atomismo lógico e, por fim, por Austin [*cf.* Haack, 1978, p. 86]). A teoria da verdade como coerência, por outro lado, estipula (dito brevemente) que a verdade de uma sentença depende de sua "coerência" com certos estados de coisas (como por exemplo com outras sentenças) e, em geral, essa coerência é entendida no sentido de ela ser consistente com tais sentenças. Esta idéia foi proposta, principalmente, por Bradley e também por alguns positivistas oponentes ao idealismo, como Neurath, Rescher e Dauer (*ibid.*). Há ainda a teoria da verdade pragmática, que segundo alguns remonta a Peirce, para quem a verdade de uma proposição está relacionada aos resultados "pragmáticos" que dela podem resultar, ou, como ele diz, "(...) consideremos que efeitos o objeto de nossa concepção possa ter, no tocante a resultados práticos. Então, nossa concepção desses efeitos é o total de nossa concepção [sobre a verdade] do objeto" ou, em outras palavras, "a opinião que é fadada a ser ultimamente aceita por todos que a investigam é o que significamos por verdade, e o objeto representado por essa opinião é o real" (Peirce (1965), *apud* da Costa (1999), p. 131). Uma teoria da verdade deste tipo foi proposta nos trabalhos de vários autores, como Peirce, Dewey e James e, até certo ponto, também na filosofia de Dummett (*Cf.* Hack, 1978, p. 87), para citar alguns

[1] Seria quase impossível fazermos aqui um levantamento completo de todos os livros e artigos publicados sobre as teorias da verdade em filosofia. Além das indicadas no texto, indicaremos apenas algumas outras obras com o intuito de dar ao leitor uma primeira indicativa onde podem ser encontrados tais assuntos: Tarski (1935), Young (2001), Mendelson (1979, p. 50ss), Mates (1974), Hodges (2001), Morgenbesser, S. (org.) (1975) – vários artigos, Dutra (2001), da Costa e French (2003), David (2002). Essas indicações são apenas sugestões e, de forma alguma, esgotam o assunto indicado.

exemplos. Porém, além de ter-se feito pouco no sentido de uma *real* aplicação dessas teorias às ciências empíricas, tais teorias parecem não considerar diretamente uma característica muito intrigante da física no domínio experimental, que são, a saber, os erros de medição encontrados em qualquer procedimento empírico, inerentes ao próprio aparelho utilizado para as medições, e com os quais o cientista tem que conviver constantemente no seu laboratório.

Além disso, sabe-se também que uma das principais razões para que a física clássica seja atualmente considerada objetiva ou empiricamente adequada, digamos assim, é de natureza experimental. De certa forma, guardando sua extensão, as fórmulas e teorias da física clássica, por exemplo, aparentemente se coadunam muito bem com o que encontramos no dia a dia do físico, em suas experiências em laboratório[2]. Porém, devido aos erros de medição inerentes ao próprio aparelho utilizado para medir um objeto (e do qual, como dito, até agora parece ser impossível de se evitar), a cada magnitude física *a,* medida em laboratório, podemos associar um intervalo de 'valores aceitáveis' (ou possíveis) para a medição de *a*, que dependem de um parâmetro ε que expressa o 'erro de medição' ou a imprecisão do aparelho utilizado na medição. Um dos resultados mais interessantes relacionados a esse conceito é que uma lei física como $f = ma$, quando aplicada a um sistema físico σ, pode ser tal que as quantidades medidas de força, massa e aceleração (devido aos intervalos considerados como aceitáveis para cada uma dessas magnitudes) podem acarretar que se encontrem valores (todos aceitáveis como medições de força, massa e aceleração), f_1, m_1, a_1 e f_2, m_2, a_2 (dentro de cada intervalo respectivo) tais que $f_1 = m_1a_1$ mas $\neg(f_2 = m_2a_2)$. Deste modo, $f = ma$ será (para o mesmo sistema σ adequadamente descrito) tanto 'empiricamente verdadeira' quanto 'empiricamente falsa'. No entanto, obviamente não se pode ter que $(f = ma) \wedge \neg(f = ma)$ (conjunção lógica) pois, para tanto, teríamos que encontrar valores para *f, m* e *a* que verificassem a igualdade e *não* a verificassem ao mesmo tempo, o que é impossível. A tentativa de se inserir em um mesmo quadro conceitual tanto a teoria física, bem como as possíveis imprecisões das medições (ou seja, a experiência com seus erros, que conduzem a este estranho comportamento associado aos valores de medição

---

[2] Vale observar que as "fórmulas e teorias da física clássica aparentemente se coadunam muito bem com o que encontramos nas experiências" desde que os objetos envolvidos nessas experiências não sejam de massa muito grande ou velocidades extremamente altas (nesse caso, devemos utilizar as teorias da Relatividade de Einstein) ou para objetos atômicos e as forças atuantes neste quadro (nesse caso, devemos utilizar a Mecânica Quântica).

encontráveis em laboratório) é uma das finalidades do conceito de *Verdade Empírica*, proposto por G. Toraldo di Francia e M. L. Dalla Chiara (1979) e G. Toraldo di Francia (1981), o qual permite aproximar bastante a ciência (ou seja, as construções científicas) daquilo que realmente realiza o cientista no laboratório.

Neste trabalho, é feita uma apresentação desse conceito tanto do ponto de vista técnico quanto filosófico. Estuda-se também a sua lógica subjacente, que não pode ser a clássica como veremos adiante, e associa-se então, para a idéia de Verdade Empírica, uma lógica paraclássica, que é um tipo de lógica paraconsistente. Com esta lógica podemos ter, em um mesmo sistema físico σ considerado e a partir de um conjunto Γ de sentenças, tanto uma dedução $\Gamma \vdash_\sigma \alpha$ (que poderia representar $f = ma$) e uma dedução $\Gamma \vdash_\sigma \neg\alpha$ (que poderia representar $\neg(f = ma)$, (ou seja, a mesma proposição acima levando em conta os erros de medição), não permitindo tal lógica, por sua vez, que possamos disso deduzir logicamente $\Gamma \vdash_\sigma \alpha \wedge \neg\alpha$, ou seja, uma contradição e, dessa contradição, obtermos uma trivialização do nosso sistema como aconteceria se a lógica que usássemos para fundamentar tal sistema fosse a clássica. (*Cf.* Capítulo 6).

A presente dissertação, por sua vez, está estruturada da seguinte forma. No primeiro capítulo será feita uma retomada histórica do método experimental em física e a linguagem das suas teorias. Será visto que o método experimental, nesta ciência, se inicia principalmente com os trabalhos de Galileu Galilei, no final da Idade Média, e se alastra, a partir desse momento, a toda física que foi sendo construída posteriormente. Sobre a linguagem das teorias científicas, serão explanados alguns problemas existentes nos conceitos empregados pelos cientistas em suas teorias e uma possível solução (ainda que não consensual), dada por certos pensadores, para estes problemas. No segundo capítulo, será feito um estudo sobre o conceito de definição operacional. De certa forma, uma quantidade física só se torna 'inteligível' se tivermos um (ou mais) procedimento(s) de medida bem definido(s) e aceito(s) pela comunidade científica em geral para medir o objeto em questão. Isto é essencial em física e pode-se dizer que até que não tenhamos uma idéia clara sobre quais os métodos aceitos para medir este ou aquele objeto, também podemos dizer que não temos uma teoria física bem definida. Além disso, o que também é interessante é que, por mais abstrato que seja um conceito, uma definição operativa nos permite, pelo menos em princípio, expressar o seu significado em um procedimento experimental e medir o seu valor. No terceiro capítulo é feita uma tentativa de explicação sobre o que significa, de um modo preciso, associar um número a um objeto ou fenômeno empírico. Em outras palavras, o que significa medir algo. Será apresentado, ainda que não de forma exegética, o algebrismo existente na chamada teoria da medição (ou mensuração), mostrando de que modo às relações e fenômenos empíricos podem ser associadas a uma estrutura matemática. Tal estrutura deve respeitar, entre outras coisas, a álgebra da teoria da medição, ou seja, respeitar os seus axiomas e postulados (como exemplo, podemos citar o axioma da ordenação: em poucas palavras quando medimos algum objeto, fazemos a medição com uma certa ordem sobre este objeto. Esta ordem é então, de certa forma, 'refletida' neste axioma). Também no terceiro capítulo, será feita uma explanação das unidades de medição que são aceitas em física, e como se deram seu aparecimento e definições. No quarto capítulo será feito um estudo sobre o problema do erro existente nas experiências em física e os limites de validade de uma lei física. Veremos onde 'nasce' o problema do erro nesta ciência, como não podemos evitá-lo, além de um estudo sobre o método empregado pelo cientista, em seu dia-a-dia no laboratório, para registrar e tratar estatisticamente as medições. Será feita então uma relação deste erro com a validade das leis físicas e é mostrado que os erros encontrados nas medições, que devem sempre acompanhar o valor expresso da medida, quando aplicados a uma lei física como $f = ma$, podem tornar a extensão da validade de tal lei alterada. No quinto capítulo é feita uma explanação sobre os modelos (matemáticos) físicos. Será visto que, quando aplicamos a lei acima indicada, por exemplo, juntamente com seu erro de medição, em um modelo físico em que a lógica subjacente é a clássica, deduzimos disso uma contradição, e logo também uma trivialização do nosso sistema. Além da explicação sucinta de onde realmente acontece o problema, será dada a definição, proposta pelos autores antes indicados, do que significa o conceito de Verdade Empírica. No Capítulo 6, por sua vez, será feito um estudo breve da lógica paraconsistente, tanto histórico como técnico. Serão apresentados conceitos importantes da lógica clássica e da lógica paraconsistente, além de apresentarmos também alguns conceitos essenciais da lógica de Jáskowski (uma lógica também paraconsistente, mas que utiliza, por sua vez, operadores modais de necessidade e possibilidade). Será apresentado então, em seqüência, mas no mesmo capítulo, a lógica paraclássica, pontuando maior atenção sobre esta última, já que é a que será utilizada para resolvermos nosso problema. Nesta seção, além da apresentação dos postulados fundamentais de tal arcabouço técnico, são feitas as provas de alguns teoremas fundamentais para o que estamos desenvolvendo aqui. Poderá ser visto que, diferentemente do que acontece na lógica clássica, podemos agora, nesta lógica, assumir duas proposições contraditórias dentro de um mesmo sistema físico, sem que, a partir disso, possamos deduzir logicamente uma contradição. A diferença primordial que subjaz entre a lógica clássica e a lógica paraclássica acima indicadas é que, na lógica clássica, como dito anteriormente, tal ligação é inseparável, ou seja, de duas proposições contraditórias, sempre é possível fazermos a conjunção lógica delas e, a partir disso, sempre obtermos uma contradição e logo uma trivialização do sistema (algo que também queremos evitar). Vale dizer que a lógica de Jáskowski, em alguns casos, também não permite a dedução da conjunção de proposições contraditórias mas, no presente trabalho, preferimos utilizar a lógica paraclássica que é, de certa forma, mais compreensível, mais fácil, aparentemente também que mais se ajusta com o dia a dia do físico e, além disso, não se compromete com modalidades e coisas do gênero. Após isso será feito, no mesmo capítulo, uma discussão sobre as relações entre o conceito de Verdade Empírica e lógica paraclássica, mostrando como podemos fundamentar o problema acima descrito em tal estrutura. No sétimo e último capítulo, por sua vez, são dados, a caráter ilustrativo, mais dois exemplos onde se usa as ferramentas que a(s) lógicas(s) nos oferecem para embasamento de teorias físicas e tornam mais claros alguns conceitos subjacentes. Será apresentado o sistema axiomático para a mecânica de partículas Newtoniana, apresentado por Suppes em seu livro de 1957, além da lógica de três valores de verdade proposta pela filósofa francesa Paulette Destouches-Février, em 1951. Esta última tenta captar, em uma estrutura lógica, o conceito cunhado por Bohr de “complementaridade” para o problema da dualidade onda/partícula em física e também se configura como sendo uma lógica *tipo* paraconsistente. Porém antes, no mesmo capítulo, será feita uma discussão sobre lógica pura e lógica aplicada, além de uma explicação de caráter geral sobre a noção de estrutura em matemática e em lógica.

Como será dito nas páginas posteriores, a abordagem que damos ao problema descrito anteriormente é muito mais uma *possibilidade* de resolução do que uma solução definitiva. De forma alguma podemos dizer que a abordagem que empregamos aqui é a única possível e/ou a única correta e que, tal problema, não possa ser visto a partir de outra perspectiva. De certa forma, se configura tal ‘solução’ em uma tentativa de aproximar um pouco mais a teoria física do que acontece no laboratório, no dia-a-dia do físico, como dito acima. Imaginamos que a discussão não se esgota nas páginas posteriores e, tal assunto, poderá ser retomado novamente para novas análises e discussões, talvez com a ligação de tais idéias com algum outro conceito filosófico, como por exemplo, o de “Verdade Parcial”, cunhado por da Costa *et. al.*, nos trabalhos indicados na bibliografia desta dissertação[3].

---

[3] Até o presente momento não se sabe de nenhum trabalho onde a relação entre os conceitos de Verdade Empírica e Verdade Parcial seja analisada, e se configura assim em algo inédito. Esta idéia, no momento, é apenas uma sugestão e não gostaríamos de nos comprometer com a possibilidade ou não de que algo realmente exista.

Capítulo 1

O Método Experimental e a Linguagem da Física

"Embora a ciência se construa com dados experimentais,
da mesma forma que uma casa se constrói com tijolos,
uma coleção de dados experimentais ainda não é ciência,
da mesma forma que uma coleção de tijolos não é uma casa."
Poincaré

À guisa de delinearmos o objetivo e os limites deste trabalho, seria útil, antes de tudo, tecermos algumas considerações históricas e epistemológicas sobre o método experimental utilizado em física. Ateremo-nos essencialmente a aspectos do método experimental utilizado na física em que se pode conjecturar hipóteses e fazer experimentos em laboratório (ou em campo aberto) para testar a validez ou falsidade de suas asserções. Isto fica mais compreensível quando confrontamos esta física, dita experimental, com a física presente nas teorias mais atuais (tais como super-cordas, p-branas, universos em n-dimensões etc.), teorias estas que estão ainda longe de permitirem uma comprovação experimental direta. Na verdade, pode-se dizer que tais teorias não estão ainda totalmente desenvolvidas, confirmadas por testes experimentais rigorosos e integralmente aceitas pela comunidade científica. Para citar um exemplo, a teoria das cordas tem uma estrutura teórica tão profunda e sofisticada que, mesmo com o progresso impressionante feito nas duas últimas décadas, devemos dizer que ainda temos muito que caminhar até podermos afirmar que conseguimos dominá-la. Assim, esta teoria tem de ser vista como um trabalho ainda em andamento e os físicos ainda não conseguem fazer as previsões com a precisão necessária para que elas possam ser confrontados com resultados experimentais. Ateremo-nos, como dito, a teorias físicas onde se podem fazer experimentos (e o motivo disto deverá ficar claro no decorrer desta dissertação), e não enfatizaremos o 'método experimental' para as teorias físicas mais recentes, citadas acima, ainda que acreditemos que tal método, no futuro, poderá igualmente se aplicar a essas teorias.

Segundo Toraldo di Francia (1981, p. 7), "o método científico [e sua história] não pode ser adequadamente discutido se for separado da ciência na qual ele se aplica". Desta forma, diz ele, se quisermos entender realmente o que é este método, devemos nos ater aos exemplos concretos, ou seja, às teorias físicas e ao modo em que elas foram sendo construídas e confirmadas através dos anos. De qualquer forma, não faremos aqui, é claro, um levantamento histórico de tais teorias (o que é função de um historiador da ciência), mas ficaremos restrito à metodologia utilizada pelos cientistas do início da física moderna (cerca de quatro séculos atrás), onde o exemplo mais notável talvez seja Galileu, até o cientista de hoje, que vai ao laboratório fazer experimentos para testar a validez de suas construções teóricas (respeitando sempre o 'limite' para a física que trabalharemos, expresso no primeiro parágrafo acima).

Com Galileu Galilei, talvez principalmente, uma nova era do conhecimento científico toma forma. Quando, por volta de 1609, Galileu inicia seus estudos sobre os corpos celestes e aponta seu telescópio para o céu, a visão de mundo e de homem se transforma radicalmente. Segundo Peduzzi (1998, p. 120),

> Muito mais do que uma síntese de resultados já obtidos no primeiro período de sua vida científica, os "Discursos"[4] apresentam as conclusões de Galileu sobre a sua ciência do movimento. Uma ciência que rompe com a tradição e estabelece as bases da moderna cinemática ao proceder a investigação da queda livre abstendo-se de considerar o mecanismo causal deste movimento. Assim, Galileu consegue obter a lei da queda dos corpos, estabelecendo a proporcionalidade das distâncias percorridas com os quadrados dos tempos envolvidos. Com a investigação deste tema, Galileu, definitivamente, introduz na ciência uma física quantitativa, inteiramente diferente da física das qualidades, de Aristóteles e seus seguidores, e da física do *impetus*[5], bastante confusa e vaga.

Principalmente após as pesquisas e descobertas de Galileu, a visão de que o discurso e a argumentação sobre o mundo (um traço forte do racionalismo científico/filosófico e/ou da metafísica especulativa) pudessem dar conta de explicar os eventos naturais perde, pouco a pouco, espaço para a visão de que o que confirma e valida uma teoria científica é seu caráter experimental visto e analisado pelo cientista, seja ele de qualquer crença, cor, credo ou nacionalidade. Quando Galileu observou as

---

[4] *"Discursos e demonstrações sobre os dois principais sistemas de mundo"*. Publicado em 1638, é a última grande obra de Galileu, antes da sua morte em 1642, em Arcetri, aos 78 anos de idade. Nesta obra, entre outras coisas, Galileu critica os princípios fundamentais da física aristotélica e o sistema ptolomaico, contesta as objeções físicas ao movimento da Terra, apresenta a teoria das marés que ele julgava, erradamente, ser uma prova conclusiva da mobilidade terrestre e enfatiza o resultado de suas descobertas astronômicas e suas conseqüências.

[5] O impetus (termo criado pelos escolásticos da Idade Média), é uma 'qualidade', 'força', 'impressão', 'potência', 'virtude motriz', que passa do movente ao móvel nos movimentos violentos e de que um corpo em movimento natural também fica impregnado. É através deste conceito, sugerido como explicação para a rotação da Terra ou da esfera das estrelas, que aparece, pela primeira vez, mesmo que de forma incipiente a idéia de uma única física para explicar eventos terrestres e celestes. (*Cf.* Peduzzi, 1998, p. 5).

manchas solares, derrubou (ainda que não de forma declarada, mas já minante) dois mil anos de uma visão filosófica (iniciada ainda com Aristóteles na Grécia antiga, ao afirmar que os corpos celestes eram perfeitos e incorruptíveis) e cristã, já que esta tese foi depois tomada como argumento pelos religiosos (principalmente os chamados "Escolásticos", *e.g.* Santo Tomás de Aquino (1227 – 1274), Alberto Magno (1193 ou 1206 - 1280), Guilherme de Occam (c. 1285 - 1349) etc.) da Idade Média para 'garantir' também racionalmente e não só por uma questão de fé, a perfeição divina e dos céus, onde, de certa forma, somente o mundo sublunar seria pensado como sendo imperfeito e corruptível. A mudança de uma visão científica leva, é claro, mesmo que sutilmente, a uma incipiente mudança da visão filosófica, teológica e interna do próprio homem frente às coisas e a si próprio frente ao universo, como de fato ocorreu neste caso. Porém, contra fatos, argumentos se enfraquecem. E contra as descobertas experimentais de Galileu, tanto no céu como na terra, não há retórica escolástica que as invalide.[6]

Em poucas palavras, o método utilizado por Galileu é um método experimental. Este consiste, basicamente, em ter a experiência como um guia, confirmando e refutando hipóteses e não como um procedimento com teorias abstratas *a priori* que não são baseadas na evidência experimental, ou com teorias *ad hoc,* por exemplo. Porém, para conseguirmos abordar esta característica inaugurada por Galileu, primeiro temos que fazer uma distinção entre observação e experimento. Antes de Galileu, o investigador ou o cientista natural, ao observar algum fenômeno, o fazia tendo um caráter de um espectador ou de uma testemunha. Dito de modo breve, praticamente ele só induzia teorias, (muitas vezes sem mesmo observar o fenômeno), já que acreditava que somente a razão conduziria realmente à verdade, sem necessitar de um apoio empírico. Após Galileu, o 'físico' "não somente escuta o que a natureza espontaneamente diz, mas a *interroga* também. Isto promove uma troca da observação pelo experimento e providencia a principal chave que abre a porta de moderna concepção de física: a natureza é interrogada e os humanos formulam as questões" (Toraldo di Francia, 1981, p. 8). Em outras palavras, o próprio cientista constrói a

[6] É interessante notar que somente no século XX, a igreja católica, na direção do Papa João Paulo II, perdoou Galileu pela sua defesa da mobilidade terrestre. Além disso, o que torna a história mais irônica ainda, Galileu foi obrigado, como parte de sua condenação, a tentar convencer toda e qualquer pessoa que ele travasse contato e que acreditasse, por sua vez, que a terra girasse em torno do sol, do contrário: que a terra está parada e seria o sol que se moveria ao seu redor. Um trabalho muito interessante (e que foge aos textos usuais de filosofia) sobre os problemas que Galileu enfrentou em sua época por causa de suas descobertas astronômicas pode ser encontrado em Brecht (1938-1939), 1991.

experiência e retorna a ela repetidas vezes, tirando-a e restituindo-lhe algo, testando inúmeras hipóteses, mudando as magnitudes dos termos e dos objetos envolvidos etc., (como atestam, por exemplo, as experiências de Galileu com o plano inclinado). Assim, a observação, mas também agora e mais importante, a experimentação, tornam-se o ponto de partida e ao mesmo tempo o teste crucial na formulação de leis naturais. A física, como ciência natural, parte de dados experimentais, os quais são hoje o juiz supremo da validade de qualquer teoria científica.

O próprio Kant discorreu sobre a revolução ocasionada na física, com a inauguração do método experimental nesta ciência. Na seqüência, reproduzimos a famosa passagem em que ele comenta essa sublevação, constante no prefácio da segunda edição da *Crítica da razão pura*:

> Quando Galileu fez rolar no plano inclinado as esferas com uma aceleração que ele próprio escolhera, quando Toricelli fez o ar suportar um peso, que antecipadamente sabia idêntico ao peso conhecido de uma coluna de água, ou quando, mais recentemente, Stahl transformou metais em cal e esta, por sua vez, em metal tirando-lhes e restituindo-lhes algo, foi uma iluminação para todos os físicos. Compreenderam que a razão só entende aquilo que produz segundo os seus próprios planos; que ela tem que tomar a dianteira com princípios, que determinam os seus juízos segundo leis constantes e deve forçar a natureza a responder às suas interrogações em vez de se deixar guiar por esta; de outro modo, as observações feitas ao acaso, realizadas sem plano prévio, não se ordenam segundo a lei necessária, que a razão procura e de que necessita. A razão, tendo por um lado os seus princípios, únicos a poderem dar aos fenômenos concordantes a autoridade de leis e, por outro, a experimentação, que imaginou segundo esses princípios, deve ir ao encontro da natureza, para ser por esta ensinada, é certo, mas não na qualidade de aluno que aceita tudo o que o mestre afirma, antes na de juiz investido nas suas funções, que obriga as testemunhas a responder aos quesitos que lhes apresenta. Assim, a própria física tem de agradecer a revolução, tão proveitosa, do seu modo de pensar, unicamente à idéia de procurar na natureza (e não imaginar), de acordo com o que a razão nela pôs, o que nela deverá aprender e que por si só não alcançaria saber; só assim a física enveredou pelo trilho certo da ciência após tantos séculos em que foi apenas simples tateio. (Kant, (1781), 1997, p. 18 (B XIII)).

Em seguida, Kant enuncia a interessante diferença da ciência experimental sobre a metafísica, "[a metafísica é um] conhecimento especulativo da razão completamente à parte e que se eleva inteiramente acima das lições da experiência, mediante simples conceitos (não como a matemática, aplicando os conceitos à intuição), devendo, portanto, ser discípula de si própria [...]". (*ibid.*, p.19 (BXIV)). Uma definição que parece se encaixar muito bem com a física aristotélica e, logo, também com a física escolástica.

Hoje, segundo as últimas abordagens, tanto de realistas como de empiristas ou racionalistas, é aceito que "um experimento representa uma questão que não é independente da natureza do questionador. Esta é formulada pelo observador e leva a uma resposta de acordo com o observador". (Toraldo di Francia, 1981, p.10). Porém, não devemos ter um mente que o observador insere, neste momento, alguma subjetividade no experimento ou coisa do gênero. O que acontece, na verdade, é que o observador seleciona alguns elementos da sua própria linguagem, para que se possa entender a natureza. Em suma, "a natureza 'deve'[7] falar a linguagem do observador" (*ibid.*) ou, como Kant muito bem observou, "*a razão só entende aquilo que produz segundo seus próprios planos".* De maneira um tanto análoga, W. Heisenberg fala, já no século XX, ter aprendido com Einstein que "é a teoria que diz o que pode ser observado" (Heisenberg, 1989, p.10).

Isto, também foi expresso pelo próprio Galileu em sua famosa passagem de *O ensaiador*[8]*,* em que ele diz:

> [A] Filosofia [Natural] do universo é escrita em um grande livro, o qual até mesmo mente perante nossos olhos. Mas não podemos entendê-lo se nós não aprendermos a linguagem e soubermos manipular os símbolos nos quais ele está escrito. Este livro é escrito numa linguagem matemática, e os símbolos são triângulos, círculos e outras figuras geométricas, tal que, sem a ajuda deles é humanamente impossível compreender uma pequena palavra deste livro, e sem os quais nós vagaremos em vão através de um negro labirinto.[9]

---

[7] A palavra *deve* é aplicada aqui no sentido de que é a única forma em que o observador consegue compreender o observado, no caso, a natureza. Assim, a natureza não 'deve' falar de alguma forma, mas o observador só consegue entendê-la de uma única forma, na qual 'deve' falar da natureza (que *ele* deve entendê-la). No caso, como se verá em seguida, esta forma de compreensão se firmou historicamente quando é feita "*usando caracteres matemáticos".*

[8] "*O ensaiador*", foi publicado por Galileu em 1623, em resposta a uma obra provocativa do padre Jesuíta Orazio Grasse, a saber, "*Balança astronômica e filosófica*". No "*Ensaiador*", Galileu não apenas rebate, uma a uma, as críticas e os argumentos apresentados por Grassi, como também o expõe ao ridículo, zombando com uma mordaz ironia dos conceitos defendidos por este homem, que depois se tornaria o principal adversário científico e institucional de Galileu.

[9] O filósofo australiano Hugh Lacey tem uma visão um pouco dissonante de Galileu mas que, em suma, preserva a sua natureza. Segundo este autor, "a prática científica, desenhada da fusão das idéias de Galileu e Bacon, aparece como a prática de uma abordagem da ciência, uma em princípio sobre muitas, a qual emprega estratégias particulares – *estratégias materialistas* – simplificadamente, esta coage as teorias que são consideradas de modo que os fenômenos possam ser representados em termos que são criados a partir da geração de estruturas, processos e leis subjacentes; e que selecionam dados empíricos que podem ser suportados *[bear]* por tais teorias, especialmente dados que representam as conseqüências das operações de medida e experimentação em abstração dos contextos humanos e sociais de investigação. Seguindo as estratégias materialistas, temos tido um notável sucesso em identificar as

Desta forma, de todas as características e feições que a natureza apresenta a nós das mais diversas formas, o cientista quando trabalha, seleciona aquelas que possam ser entendidas matematicamente.

Existe também um outro aspecto essencial do método utilizado em física, também trazido da revolução de Galileu, que é a formulação das questões em uma forma quantitativa. Aqui o conceito de medição é introduzido, onde o cientista ataca os fenômenos e os traduz em uma forma que estes se espelham em quantidades[10]. Este fato, porém, não foi, como se pensa, algo natural ou usual. Representou, na verdade, um grande salto da concepção humana frente à natureza no século XVII. Como A. Koyré muito bem observou,

> Isto é muito estranho: dois mil anos atrás, Pitágoras proclamou que os números são a essência das coisas, e a Bíblia tem ensinado que Deus tem baseado o mundo sobre números, pesos e medidas. Todo mundo repete isto, ninguém acredita nisto. No mínimo, além de Galileu, ninguém tomou isso seriamente. Ninguém até mesmo tentou determinar estes números, estes pesos e medidas. Ninguém tentou aplicar o prático uso de números, pesos e medidas na imprecisão do dia a dia – contando os meses e animais, medindo distâncias e campos, pesando ouro e cereais – em ordem de transformar isto em um elemento de conhecimento preciso. (Koyre, 1961, *apud* Toraldo di Francia, 1981, p. 11).

Durante os séculos que se seguiram a Galileu, o caráter quantitativo da física se tornou, mais e mais, abrangente. Hoje, caso peguemos um livro de física moderna, poderá ser visto que há neste muitas equações diferenciais, integrais, que ajudam a 'representar' a natureza (os "caracteres matemáticos": uma clara herança Galileana). Em comparação, se pegarmos, por exemplo, o *Principia matemática* de Isaac Newton, veremos que, por sua vez, quase não há neste livro equações matemáticas e tudo se deduz na forma argumentativa, apesar de existirem nesta obra, axiomas e postulados e, a

---

"possibilidades materiais" do fenômeno, possibilidades estas que podem ser representadas em termos de um poder gerativo *[generative power]* de estruturas subjacentes, processos e leis." (Lacey, 1999, p.21). Nesta obra, Lacey retoma o tema em várias passagens e não teríamos como selecioná-las sob pena de não contemplarmos todas. Este tema também pode ser visto em Lacey (1998), principalmente no cap. 5. Outra filósofa que retoma este ponto é Nancy Cartwright. Segundo ela: "explicação em física envolve dois tipos diferentes de atividades. Primeiro, quando explicamos o fenômeno, declaramos suas causas. Tentamos providenciar abordagens detalhadas de como exatamente o fenômeno foi produzido. Segundo, encaixamos *[fit]* o fenômeno dentro de uma vasta estrutura teórica a qual providencia, junto com um conjunto de equações fundamentais, uma extensão de diferentes tipos de fenômenos" (Cartwright, 1983, p. 11).

[10] Pedimos ao leitor que leia novamente a nota 6 acima e perceba a ligeira semelhança entre essas idéias.

partir destes, a dedução de teoremas. Na verdade, Newton não queria usar os “métodos modernos” (leia-se a geometria analítica de Descartes). Ele se reportara aos “antigos” e pretendia demonstrar tudo via geometria somente e não via álgebra[11]. De qualquer forma, os “métodos modernos” são os que se firmaram como sendo uma tentativa mais frutífera de espelhar e entender a natureza.

Durante os séculos, desta forma, a precisão da linguagem utilizada em matemática foi ‘emprestada’ à física que, durante seu desenvolvimento histórico, se tornou cada vez mais apurada, precisa, coerente, econômica e universal. Como diz Toraldo di Francia “a matemática nunca cessou de ser a *indispensável* base da física [...]. O ponto central deste método é que cada fenômeno natural e suas quantidades físicas corresponde a um conjunto de números. Esta correspondência é posta em prática pelo método de *mensuração* [measurement][12]” (Toraldo di Francia, 1981, p. 12, *grifo meu*).

O método de mensuração, a que se refere Toraldo di Francia, utilizado em física e em qualquer outra disciplina que possua um caráter experimental, é bastante intuitivo: dado um objeto qualquer em que se queira medir deste alguma quantidade, se faz primeiro a medição e depois aplica-se uma unidade a tal quantidade encontrada. Por exemplo, para medirmos a velocidade de um corpo que percorre uma certa distância, medimos a distância (em metros) do ponto de origem até o ponto final e o tempo transcorrido para se alcançar tal distância (em segundos). Depois, aplica-se a fórmula (dada por definição) $v = d/t$ (velocidade igual à distância dividida pelo tempo) e, como resultado, temos uma medida em m/s. O resultado final representa a medição (ou o valor médio) da velocidade do corpo. (Evidentemente, vale ressaltar que poderiam ter sido usadas outras unidades de medição para representar tal resultado).

O importante a ser observado é que, em física, as relações entre os objetos, seus pesos, suas medições e suas propriedades naturais, como dito acima, podem ser representadas em termos de relações entre números que representam estas quantidades. A grande descoberta de Galileu, na verdade, consistiu em ter-se encontrado que as relações entre esses números são possíveis de serem representadas por meio de relações (ou seja, equações) matemáticas. Por exemplo, no caso de um corpo em queda livre,

[11] Além disso, é bom enfatizar que Newton escreveu o *Principia matemática* deste modo porque estava também preocupado com as críticas de seu público alvo.
[12] Sobre este tema, ver capítulo 3.

uma vez já medida anteriormente sua distância e o tempo, podemos notar que os números expressando valores de distância são proporcionais ao quadrado dos números representando os valores correspondentes de tempo[13]. Na verdade, o que dizemos é que os números de um certo conjunto (valores de distância) são proporcionais ao quadrado dos números de um outro conjunto (correspondente aos valores de tempo). Assim, Galileu, no estudo de seus fenômenos naturais, inaugurou mais uma característica do método científico, qual seja, fazer a abstração de um grande número de fatores secundários, concentrando a atenção apenas nos aspectos mais importantes. Na verdade, seria impossível chegar à formulação de leis naturais se procurássemos levar em conta desde o início, no estudo de cada fenômeno, todos os fatores que possam influenciá-lo, por menor que seja essa influência. A 'arte' do teórico está em saber o que e como abstrair o que é essencial e o que é acessório. O experimentador enfrenta problemas análogos: eliminar 'efeitos espúrios' e medir apenas o efeito desejado, o que já é extremamente difícil.

Assim, podemos dizer, em poucas palavras, que as duas mais salientes características (ou descobertas) do método Galileano foram colocar as questões em uma forma onde são representados apenas parâmetros essenciais, excluindo-se detalhes que apenas obscureciam estas questões e representar, tais questões, em uma forma quantitativa via relações e equações matemáticas.

Mas qual é, realmente, o valor do método de Galileu? Segundo Toraldo di Francia (*ibid.*, p.13), a característica essencial do método Galileano é o excelente modo em que ele permite trabalharmos:

> Many objections may be raised (and have actually been raised) to Galileo's approach. Some people may claim that it does not have a genuine cognitive value, because it does not bring us nearer to the intimate *reason of things.* Many physicists may be ready to accept this, within reason: as long as one does no attempt to derive an absurd conclusion such as that the method is void of *any* value whatever.
> The amazing point is that for the first time since the discovery of mathematics, a method has been introduced, the results of which have

[13] Esta descoberta se deve ainda a Galileu, com suas experiências com o plano inclinado. Para a medição do tempo era empregado, segundo as próprias palavras de Galileu, "um grande recipiente com água, colocado numa posição elevada; um cano de pequeno diâmetro foi soldado ao fundo do recipiente, deixando escoar um filete de água, que era coletado num copinho no decurso de cada descida, fosse ela ao longo de todo o canal ou apenas de uma parte dele; a água assim coletada era pesada, após cada descida numa balança de muita precisão; as diferenças e razões desses pesos nos davam as diferenças e razões dos tempos, e isto com tanta precisão que, embora a operação fosse repetida muitas e muitas vezes, não havia discrepância apreciável entre os resultados." (Galileu, 1935).

> an *intersubjective* value! One can argue considerably about the doubtful role of *consensus* in scientific theories. Nevertheless, the fact remains that after Galileo no sensible person who has taken an unbiased look at the experiments will affirm that a freely falling body does not cover distance proportional to the square of time. Intersubjectivity has often failed to be acknowledged because it was believed that physics could, or wanted to, solve a number of problems that fall outside its province, and therefore cannot be solved. *(grifo do autor)*.

Na verdade, todas as teorias físicas conhecidas sempre têm apresentado aplicações num certo domínio da experiência, ou seja, no domínio de validade da teoria. Desta forma, os problemas que a física pode resolver com seu método são de uma classe (ou de um domínio de validade) bem-definida (apesar de, como veremos a frente, no início da pesquisa os físicos muitas vezes não saberem qual a extensão de tal classe). Por exemplo, problemas éticos, políticos e metafísicos como a essência do ser, entre outros, não são problemas que a física se presta a resolver. Além disso, problemas químicos e biológicos, até certo ponto, também não são resolvíveis pelo método físico (apesar de existir neste caso a biofísica, por exemplo). As leis da mecânica clássica, por sua vez, são aplicáveis aos movimentos usuais de objetos macroscópicos, mas deixam de valer para velocidades muito altas (comparáveis à velocidade da luz) e para objetos na escala atômica. Assim, de certa forma, pode-se reconhecer que os resultados que a física geralmente encontra com seu método são bastante modestos, porém tais resultados também são bastante precisos. E o grande mérito de tais resultados é, como dito, predizer com certeza que alguns fenômenos, caracterizados por alguns conjuntos de números, são ligados com alguns outros fenômenos, caracterizados por alguns outros conjuntos de números.

Existe também em física, é claro, a consideração ao famoso problema da indução. Depois de Hume, principalmente, esta ‘dúvida’ tem sido expressa com freqüência e não pode ser, de toda a forma, ignorada. Por exemplo, a ‘certeza’ de que todos os corpos que contenham massa ‘caem’ em direção a um outro corpo com mais massa, já que está sujeito a uma atração gravitacional proporcional às massas envolvidas no sistema, se deve às constatações empíricas de tal acontecimento que tivemos durante séculos e séculos[14]. Porém, não podemos ter certeza absoluta que o próximo corpo que deixarmos cair de nossa mesa, ao invés de chegar ao chão, fique flutuando no ar. O que podemos ter, nestes casos, é somente uma *asserção provável* mas nunca uma certeza absoluta. De certa forma, dado que tal acontecimento sempre ocorreu, é *provável* que tal acontecimento irá acontecer novamente, dadas as mesmas condições iniciais e de contorno.

Hume notou que este processo indutivo pode ser, de certa forma, justificado usando o postulado da *uniformidade da natureza.* Porém, este conceito é um tanto obscuro e necessita uma análise um pouco mais apurada. Na verdade, mesmo dois séculos após David Hume, este problema não somente permanece não resolvido, como também tem-se tornado progressivamente controverso. Não obstante a ciência clamar a ser cada vez mais exata e construir afirmações objetivas e universais, suas construções baseadas principalmente sobre o processo da inferência indutiva não podem ser rigorosas em qualquer caso. É interessante notar que K. Popper, neste sentido, assume uma atitude 'anti-inducionista'. Para ele, leis cientificas e suas teorias não podem ser confirmadas, mas podem ser somente falsificadas, e a ciência experimental procede por sucessivas falsificações. No máximo, nós podemos falar de corroboração, quando a hipótese científica resiste a um ou mais falsificadores potenciais. (*Cf.* Toraldo di Francia, 1981, p. 292 e Popper, 1993).

Não iremos abordar mais profundamente esta característica da física aqui, por fugir aos objetivos do nosso capítulo. Por enquanto, iremos apenas apresentar uma forma limitada do postulado da uniformidade da natureza, sobre o qual a física se baseia. Este postulado é o da invariância do espaço-tempo o qual, em termos simples, pode ser declarado como: *fenômenos físicos têm uma forma em um dado lugar e em um dado tempo, exatamente como, sobre as mesmas condições, eles terão a mesma forma em qualquer outro lugar e em qualquer outro tempo.*

Apesar de parecer bastante intuitivo e natural, o postulado acima é de suma importância para nossa vida e transpassa os limites da própria física. Na verdade ele é, de certa forma, uma *condição necessária* (mas não suficiente, é claro) para nossa

[14] Esta teoria de que corpos com massas se atraem proporcionalmente ao quadrado da distância entre eles se deve a Isaac Newton, no século XVII, e é a famosa Lei da gravitação universal: $F_{atração} = m_1 \cdot m_2 \cdot G / r^2$. Onde G é a constante de gravitação universal = 6,67 x 10^{-11} $N.m^2/Kg^2$ e r representa a distância entre os corpos. Antes disso, já se sabia, é claro, que os corpos sempre caem, mas não se sabia porque.

existência; cada vez que bebemos, comemos, respiramos, andamos etc., temos em mente (ao menos intuitivamente) que tal postulado está certo, que podemos comer de tal alimento como fizemos no passado e que nenhuma surpresa nos espera. Inconscientemente acreditamos que as moléculas que sintetizam o oxigênio que respiramos, ou as proteínas que ingerimos, irão continuar a fazer o seu trabalho da mesma forma que estão fazendo desde quando nascemos. Além disso, cremos que os corpos que nos rodeiam se comportam hoje, neste lugar, da mesma forma como se comportaram anteriormente em outros lugares. Interessante notar que a extensão de tal postulado para todo o universo é uma generalização que já Galileu acreditava. Porém, naquela época, ele teve algumas 'dificuldades' para convencer alguns escolásticos de que as leis físicas do tempo/espaço são as mesmas no céu e na terra. (De certa forma, acreditava-se que o céu seria o 'domínio divino' e nesse os objetos deveriam se comportar de uma maneira diversa da terra. Na verdade, toda a constituição física do céu também era diferente, por exemplo, acreditava-se que o éter permeava todo o espaço, e que os corpos celestes eram condensações de éter; o elemento mais puro existente).

Mas a importância deste postulado para a história da constituição da ciência é ainda maior. Segundo Toraldo di Francia, (*ibid.*, p. 14):

> What is important to note is that the postulate of space-time invariance in conjunction with the Galilean precept that phenomena should depend on only a few easily controlled and essential parameters, has led physicists to discard the classical procedure of induction. It is sufficient to study how a *single* stone falls, to derive how *all* stones fall, and will fall. This is a feature of physics of which many people are still unaware. Its experiments are essentially *unique*. When a particular experiment is repeated, it is merely to improve precision, or to gather statistical information, and not to check the uniformity of nature, which is taken for granted. (grifo do autor).

Para finalizarmos esta seção, iremos tecer algumas considerações gerais sobre o postulado da uniformidade da natureza.

Qual o valor epistemológico de tal postulado? Podemos dizer que o seu valor é provado pelo fato de que os fenômenos físicos sempre se comportam desta maneira. Porém, esta 'prova' é falaciosa (na verdade, circular): para justificar a indução, usamos um argumento indutivo! (na verdade, vale notar que este argumento tem a mesma estrutura do postulado da uniformidade da natureza).

Parece que o valor de tal postulado é ter, o mesmo, uma estrutura que está de acordo com a estrutura da nossa mente. De certa forma, as estruturas que, segundo a teoria da cognição ou da epistemologia genética de Piaget, aparecem e são construídas na mente de uma criança quando a mesma começa a tomar contato com o mundo exterior levam a criar e acreditar na conformidade da natureza. (*Cf. ibid,* p.15).

Interessante notar que também não podemos enunciar que as leis lógicas e matemáticas têm um caráter privilegiado em comparação com as leis da física que utilizam, por sua vez, o postulado da conformidade da natureza ou da inferência indutiva. Até hoje em todos os pensamentos que tivemos, 1 + 1 sempre foi igual a 2, e sei que esta resposta seria dada por boa parte dos seres humanos. Porém, isto é verdade ao nível da aritmética dita *intuitiva*, ou no chamado modelo standard da matemática. Em certas estruturas, como a dos corpos finitos, 1 + 1 pode ser igual a 0.

Além disso, nada pode nos garantir que amanhã, fazendo o mesmo 'experimento', não iremos encontrar uma resposta diferente da que temos hoje. Com efeito, não podemos assegurar de qualquer forma que humanos vivendo em Marte, por exemplo, comecem a pensar que 1 + 1 = 3. "It is a question of faith, and of an ensuing postulate". (*ibid.*). Até mesmo a asserção de Leibniz de que as proposições matemáticas são verdadeiras em "todos os mundos possíveis" não funciona, já que, estritamente falando, em todos os mundos possíveis, também pode haver mundos em que os seres humanos pensam de maneira diferente!

Todavia, dizer que as leis da física não têm garantia alguma, por causa dos problemas apresentados, tem o mesmo valor que dizer que humanos não podem ter garantia de nada (*ibid.*, p.15). A partir disso, podemos é claro, aplicar aqui uma dose de ceticismo, apesar de que o ceticismo nunca impediu o ser humano de construir a ciência do modo que a vemos hoje. Com efeito, Bertrand Russell já havia pronunciado sobre este assunto: "contra o ceticismo absoluto nenhum argumento *lógico* [grifo do autor] se pode avançar. Fácil se vê, todavia, que o ceticismo de tal espécie é descabido". (Russell, 1959, p. 228).

Nesta seção não objetivamos aprofundamentos exegéticos sobre os assuntos tratados, nem considerações sobre todas as características históricas e epistemológicas da ciência, haja visto ser apenas uma introdução à parte principal desta dissertação, a saber, a que explana os conceitos lógicos e filosóficos da Verdade Empírica, que está intimamente ligada às experiências em física. De qualquer forma, podemos extrair da discussão acima, duas conclusões principais:

1) O método experimental em física se inicia, principalmente, a partir dos trabalhos de Galileu no século XVII, se tornando o *modus operandi* desta ciência e ganhando, a partir de então, um viés matemático, onde a principal característica é expressar as coisas em um modo quantitativo. Durante os séculos a matemática tornou-se a indispensável base para a física e condição *sine qua non* para poder existir teoria nesta ciência[15].

2) A indução, apesar de não nos dar certeza de nossas conclusões, está na base da ciência experimental. Nesta se postula que a natureza sempre irá se portar da mesma forma, a partir do postulado da uniformidade da natureza. Isto promove, uma certa economia: realizamos uma experiência e inferimos que todas elas, caso repetidas, se portarão da mesma forma. Na verdade, a repetição de um experimento, como visto, é feita somente com o intuito de se obter maior precisão das medições ou com a finalidade de se obter informações de cunho estatístico, e nunca para testar se o postulado da uniformidade da natureza realmente vai continuar funcionando. De qualquer forma, apesar de arriscado, o uso da indução ajudou a constituir a ciência na forma que ela existe hoje.

Além disso, de uma forma resumida podemos dizer que uma 'boa teoria' deve ser capaz de reduzir grande número de fenômenos diversos a um pequeno número de leis simples, mostrando que tais fenômenos podem ser deduzidos matematicamente a partir dessas leis básicas e que, tal teoria, deve ter um grande poder preditivo, ou seja, a partir de leis básicas, deve ser possível predizer fenômenos novos que possam ser comparados com a experiência.

A Linguagem da Física

A física, como toda e qualquer construção epistemológica humana, possui uma *linguagem específica*, onde se definem os conceitos e onde se trabalha com eles. Assim,

---

[15] Cabe observar, no entanto, que a física moderna atual (pelo menos segundo alguns) não tem, no momento, esta característica devido a dificuldade da realização de experimentos com entidades na escala de Planck (aproximadamente 10^{-36}cm) ou perto de buracos negros, por exemplo.

apesar de não tratarmos desse tema muito detalhadamente aqui (a linguagem), seria bom ilustrarmos alguns dos seus conceitos essenciais, aqueles que têm conexão com esta ciência. (Vale a pena lembrar que, nos capítulos iniciais desta dissertação, temos o objetivo primordial de tentar entender 'o que é a física' e o modo como ela trabalha e funciona).

Primeiramente, é necessário ressaltar que os termos da linguagem natural ordinária apresentam, normalmente, três tipos de problemas:

1. Algumas palavras têm diferentes significados, apesar de terem suas estruturas sintáticas (sua grafia) semelhantes (por exemplo, a palavra 'folha' em português, utilizada para expressar tanto a sentença 'a **folha** de papel em que escrevo agora' como também a sentença 'a **folha** da árvore que caiu no outono'; apesar de terem estruturas sintáticas idênticas, as 'duas' palavras, inseridas em contextos diferentes, reproduzem e interpretam objetos diferentes, ou seja, semanticamente são dissonantes e têm dois significados excludentes entre si);

2. Outras palavras, por sua vez, denotam conceitos obscuros, vagos e/ou não bem definidos (por exemplo, as palavras: alma, Deus, careca etc.) ou, alternativamente, conceitos para os quais é difícil estabelecer uma definição que leve em conta todas as possíveis significações para estes termos (por exemplo, as palavras: sentimento, lei, ética, amor etc.);

3. Muitas construções gramaticais são auto contraditórias; por exemplo o famoso paradoxo do mentiroso: "estou mentindo". Se essa sentença for verdadeira, ela própria será, ao mesmo tempo, falsa e vice e versa.

Como já podemos perceber, com uma linguagem deste tipo (que é a linguagem natural que conhecemos e usamos todos os dias) é obviamente impossível construirmos, sobre ela, uma ciência que tenha um alto grau de objetividade e precisão como é o caso da física. Com o objetivo de transpormos esta dificuldade, necessitamos, mais precisamente, de uma linguagem suscetível a abarcar a ciência e, por conseguinte, a física em particular.

Tal finalidade é, pelo menos em princípio, preenchida pela linguagem típica da matemática, que podemos aqui assumir sendo aquela de uma teoria de conjuntos como ZF (Zermelo-Fraenkel), que pode ser devidamente formalizada. Falando por alto, uma linguagem formal[16] consiste em um conjunto de símbolos (o seu alfabeto), e de uma coleção de regras de formação das sentenças. Além disso, pode-se supor que existam algumas regras de correspondência, que fazem os símbolos ou as seqüências de símbolos corresponderem a objetos observados ou a propriedades, o que dá à linguagem formal considerada uma interpretação. Finalmente, pode-se acrescentar algumas regras de dedução, que permitem passarmos de uma sentença (ou de um grupo de sentenças) a outra, em princípio sem cairmos em contradição ou deduzirmos sentenças incorretas (no sentido de sentenças não permitidas pelas regras de formação).[17]

Segundo alguns cientistas, a linguagem da ciência pode ser adequadamente capturada por tais linguagens formalizadas (por exemplo, pelo cálculo de predicados clássico de primeira ordem) devidamente suplementadas, com conceitos conjuntistas e específicos de cada domínio. Esta é, por exemplo, a visão dos empiristas lógicos do início do Século XX. Seguindo uma tradição bem forte desse período, tinha-se em mente que axiomatizar uma teoria científica consistia em definir uma linguagem artificial, normalmente fundada no cálculo de predicados de primeira ordem. Carnap, Hempel, Nagel e outros, desenvolveram um ponto de vista sobre as teorias científicas, condensado numa corrente que foi denominada de *empirismo lógico*, que aos poucos evoluiu no sentido de que toda a teoria deveria ser descrita em linguagem de primeira ordem, tendo por base a lógica clássica de predicados (de primeira ordem). Uma teoria científica, falando sem muito rigor, deveria ser vista então como um cálculo axiomático ao qual poderiam ser dadas interpretações observacionais parciais por meio de certas regras de correspondência. Havia assim, para esta escola, uma distinção fundamental entre termos lógicos ou matemáticos, termos teóricos e termos observacionais. A linguagem da teoria ficava então dividida em um cálculo lógico (descrito por uma

[16] As linguagens formais podem ser vistas em qualquer bom livro de lógica, como por exemplo em Mendelson, 1979, p.45ss. Veja também, neste sentido, o capítulo 6 da presente dissertação.

[17] É interessante notar que o lógico polonês Alfred Tarski, no fim de seu trabalho "*O conceito da verdade em linguagens formalizadas*" (1935), se mostra pessimista com "[...] toda a possibilidade de um uso consistente para a expressão 'sentença verdadeira' que esteja, ao mesmo tempo, em harmonia com as leis da lógica e o espírito das linguagens do dia a dia, parece ser questionável e conseqüentemente sujeita a ataques sobre uma definição correta dessa expressão". Na verdade, Tarski abandonou este problema de tratar a verdade nas linguagens coloquiais, restringindo sua atenção para as linguagens formalizadas, usadas em lógica e matemática e, por conseguinte, em qualquer ciência que utilize estas ferramentas. Para ele, em qualquer tentativa de algum tipo de 'método exato' para a semântica da linguagem diária, esta irá incorrer nos chamados paradoxos semânticos como, por exemplo, o paradoxo do mentiroso, indicado no texto. A 'solução' é fazer alguns 'ajustes' para a teoria poder lidar com estes problemas (paradoxos), o que levaria a mesma a se tornar mais e mais parecida com uma linguagem formalizada.

linguagem de primeira ordem) e uma parte que envolvia os termos não-lógicos (observacionais e teóricos). A linguagem observacional era então aquela parte da linguagem que não encerrava quantificadores ou modalidades, contendo unicamente termos observacionais mas não teóricos. O cálculo lógico dava origem a um sub-cálculo que deveria ter pelo menos um modelo finito. À linguagem observacional era então dada uma interpretação semântica que deveria ter, em seu domínio, eventos concretamente observáveis, e deveria ser tal que as propriedades resultantes da interpretação teriam de ser diretamente observáveis. Aos termos teóricos era dada uma interpretação por dois tipos de postulados: os teóricos, que eram os axiomas da teoria, e as regras de correspondência, que deveriam satisfazer determinadas condições, que não descreveremos aqui. (*Cf.* Krause, 2002)[18].

Este procedimento, que ficou conhecido como 'visão recebida' (received view), foi muito importante até a década de 1950, quando começou a receber diversas críticas, seja pela dificuldade em se conceituar precisamente tais regras de correspondência, seja pela difícil distinção entre termos teóricos e observacionais. Além disso, tratar teorias como a da mecânica de partículas, a relatividade restrita ou o cálculo de probabilidades deste modo seria uma tarefa muito difícil e sem grande significado já que este modo de proceder, na verdade, em nada contribuiria para o físico e nem para o filósofo da ciência: somente complicaria e mascararia uma atividade informal em que a intuição desempenha contraparte importante. Se tentássemos, por exemplo, adequar a teoria da relatividade ou a teoria da mecânica quântica à forma da 'received view', teríamos que fazer uma explicitação teórica da análise tensorial, da teoria das equações diferenciais parciais e da teoria de matrizes, para falarmos pouco. Isto tornaria a teoria praticamente inútil para o cientista que pretendesse utilizá-la, pois seria necessário axiomatizar todas estas teorias auxiliares, resultando que a teoria em questão teria um capítulo introdutório, que talvez fosse mais extenso que ela mesma. (*Cf.* Krause, 2002, p. 36, veja também Suppes, 1954).

Por estes e outros problemas, uma linguagem abstrata do tipo caracterizado acima não é utilizada (ou requerida), em geral, em física. Normalmente, é utilizada a própria linguagem matemática ordinária, na qual se procura (por consenso) designar um

---

[18] Uma discussão detalhada sobre o received view pode ser vista em Suppe (1979). Em Carnap (1934), pode ser visto uma explanação do chamado empirismo lógico 'ortodoxo', onde as idéias do received view são fortemente sugeridas.

significado inequívoco para cada termo utilizado na teoria. Desta forma, os termos designados na teoria podem ser subjugados ao processo chamado *explicação*. De *explicanda*, eles tornam-se *explicata* (*Cf.* Toraldo di Francia, 1981, p. 20). O que se objetiva com este tipo de explicação é tornar explícito qualquer coisa que esteja implícita em um conceito intuitivo. Esta terminologia latina é utilizada, desta forma, com o objetivo de mostrar que esta não é uma questão de explicação ordinária dos termos e conceitos, e que é possível manter, sim, de alguma forma, a precisão da linguagem que é utilizada na física. Com efeito, como será visto no próximo capítulo, a vantagem da definição operacional das quantidades físicas é principalmente mostrar o que tais quantidades realmente são e explaná-las de uma forma que seja intersubjetiva, ou seja, onde se possa definir um certo número de conceitos de modo que os estudantes ou cientistas possam conhecer o que está sendo discutido e possam discutir tais assuntos do mesmo modo com outros estudantes ou cientistas. Por exemplo, é óbvio que o conceito usual e ordinário de "tempo" é bem mais 'rico' que aquele definido operativamente, porém é também muito mais vago!. Também pode acontecer de algumas explicações serem válidas somente relativamente a um dado contexto, mas estas explicações devem incluir o fato de que certos conceitos podem mudar de teoria para teoria: com efeito, o conceito de 'tempo' nas teorias de Newton, por exemplo, não é idêntico ao conceito de tempo nas teorias da relatividade de Einstein.

Outra distinção bastante importante, que não tem sido claramente observada por todos os cientistas, é entre a *intensão* e a *extensão* de um predicado. Vamos mostrar esta característica usando um exemplo. A intensão do predicado "número racional" emprega o conjunto das propriedades que caracterizam os números racionais, por exemplo, "os números da forma a/b, com a e b inteiros e b $\neq$ 0". A extensão, por sua vez, é representada pelo conjunto de indivíduos que têm tal propriedade. No caso, o conjunto {1, 2, 3, 4, 1/5, 1/2, 1/7, 2/2, 2/1, ...}, ou seja, o conjunto dos racionais (denotado por **Q**). Em alguns casos especiais, a extensão de um predicado pode até mesmo consistir de um único indivíduo, por exemplo, este é o caso para a intensão "a equipe que foi vitoriosa na Copa do Mundo da Coréia/Japão em 2002", cuja extensão consiste apenas do conjunto cujo único elemento é Brasil. Em outro caso, podemos ter uma intensão perfeitamente admissível, mas uma extensão nula ou vazia. Por exemplo, a intensão "o conjunto das obras religiosas escritas por Kurt Gödel”, tem extensão vazia (pelo que tudo indica).

No caso da física especificamente, podemos construir muitas intensões, de acordo com nossos desejos, provendo apenas que elas sejam consistentes com as leis lógicas e com as conhecidas leis da física. Mas, muitas vezes, é um pouco difícil determinar a extensão correspondente a certas intensões em parte porque, com o objetivo de determinar uma extensão, é necessário sempre assumir uma boa porção da teoria. (*Cf.* Toraldo di Francia, p.21). Por exemplo, Frege falou das intensões “estrela da manhã” e “estrela da tarde”, que têm a mesma extensão (*i.e.*, o planeta Vênus). É óbvio, porém que, com o objetivo de conseguirmos obter esta identificação, devemos conhecer a teoria dos movimentos planetários (ou algo de certo modo equivalente).

Um ponto importante a ser salientado aqui é que, com a finalidade de caracterizar uma certa extensão, deve-se assumir que os indivíduos em consideração sejam *distinguíveis*. O interessante é que isto é usualmente correto na matemática (padrão), mas se torna um tanto problemático na física moderna. Com efeito, sabe-se do problema ocasionado pela indistinguibilidade das partículas subatômicas, como os elétrons, prótons, nêutrons etc. Segundo as teorias físicas mais recentes, não há como dizer, em todas as situações, que elétrons são diferentes entre si, mas que, em certas circunstâncias, ‘eles são todos iguais’ (ou seja, têm todos as mesmas propriedades). Poderíamos pensar, primeiramente, que a localização espacial poderia ser tomada como sendo uma propriedade que diferenciaria um elétron do outro, mas a maioria dos filósofos da ciência e físicos em geral não vêem com bons olhos essa alternativa. Isso porque a localização espacial seria como um ‘rótulo’ que é tirado e colocado no elétron a cada momento, com infinitas alterações, e não teria o mesmo caráter de uma propriedade intrínseca do mesmo, que é invariante, como é o caso da carga elétrica, valor absoluto de spin etc. Além disso, tentarmos diferenciar os elétrons de acordo com a sua localização no espaço-tempo, é impossível nos chamados estados de superposição. Isto acontece quando um elétron $\boldsymbol{A}$ e um elétron $\boldsymbol{B}$ estão a uma distância menor ou igual ao chamado *comprimento de onda de Broglie:* $\boldsymbol{\lambda = h / p}$ (onde $\boldsymbol{h}$ é a constante de Planck ($1{,}05 \times 10^{-27}$ g-cm^2/seg) e $\boldsymbol{p}$ é o *momentum* do elétron). Por exemplo, instantes antes de um elétron atingir uma tela de televisão e se encontrar com outro elétron, a distância entre eles é menor que o comprimento de onde de Broglie e acontece um estado de superposição[19]. Neste momento a individualidade é perdida e se promove uma séria violação do princípio da Identidade dos Indiscerníveis (PII)[20] de Leibniz, que diz, grosso modo, que objetos que têm todas as propriedades iguais são o mesmo objeto. Nestes casos, porém, não conseguimos dizer qual elétron é qual! Quando isso acontece, a extensão para tais objetos é *indeterminada.* (*Cf.* Toraldo di Francia e Dalla Chiara, 1993, p. 266-267 e Toraldo di Francia, 1981, p.21).

Desta forma, podemos notar que, apesar da ciência não utilizar uma linguagem formalizada, ela consegue trabalhar muito bem com a linguagem coloquial, restringindo seu discurso de forma que se evitem paradoxos e contradições. Com efeito, a linguagem realmente nunca foi um grande problema para a ciência e nunca evitou seu avanço, chegando à forma que a conhecemos hoje. Parece que, inconscientemente, os cientistas utilizam em sua linguagem própria um certo tipo de 'formalização', que os leva a construir suas teorias, ainda que grosso modo, de uma forma universal. Isso de certo modo mostra que se pode ser rigoroso, mesmo que procedendo informalmente, como foi salientado por alguns filósofos.

Não obstante a tudo isso, é interessante sabermos como é possível definir, de um modo rigoroso, as quantidades físicas obtidas experimentalmente e usadas nas teorias, como peso, volume, massa etc., e as relações que se dão entre elas. A forma como estas quantidades são prescritas encerra um conceito bastante interessante, a saber, o de *definição operacional.* Este estudo é tema do nosso próximo capítulo.

---

[19] Vale ressaltar que tal característica é verdadeira em modelos matemáticos onde os elétrons se comportam como onda e/ou partícula, ou seja, em modelos matemáticos que respeitam tal dualidade.

[20] Alguns pensadores acham que a perda de identidade para os objetos acima descritos não existe e é, na verdade, um pensamento dos físicos, digamos assim, e não um problema da física. Como bem ressaltado por van Fraassen (1991, p. 2): "An elementary particle is characterized first of all by certain constant features, which serve to classify it. Mass is such a constant: baryons have large mass, mesons intermediate, and lepton small. Other constants, such as charge, subdivide these classes. In terminology that philosophers dislike, physicists have often referred to particles characterized by all the same constants as 'identical'. In that sense, two particles can be identical, and yet be in different states of motion – so the identity is not strict numerical identity, or even strict qualitative identity. But it is also possible that two identical particles are in the same state. Then they are certainly qualitatively the same, in all the respects representable in quantum-mechanical models – yet still numerically distinct. If that is so, the particles are 'indistinguishable' in a sense going beyond that of 'identical' as used above. At this point, philosophical puzzles went beyond terminology. As we shall see, physicists too became uneasy, and began to speak of a 'loss of identity' ".

Capítulo 2

Definições Operativas

> "Sempre afirmo que se você puder medir aquilo de que
> estiver falando e conseguir expressá-lo em números,
> você conhece alguma coisa sobre o assunto;
> mas quando você não pode expressá-lo em números
> seu conhecimento é pobre e insatisfatório"
> *Lord* Kelvin (1824-1907)

A ciência física faz uso de conceitos que, entre outras coisas, expressam quantidades físicas e relações existentes entre estas quantidades, como dito no capítulo anterior. Como exemplos de quantidades físicas, podemos citar as noções de distância, de velocidade, de volume, de tempo, de força, de carga elétrica, entre outras. Por sua vez, um exemplo de uma relação possível entre essas quantidades é a fórmula da velocidade média de um corpo: $v = d/t$, como foi visto anteriormente. Porém, quando tentamos definir estas entidades, constatamos que essa é uma tarefa extremamente difícil. Como diz Toraldo di Francia (1981, p. 16): "Try, for instance, to define length or time. You will soon be convinced that it is a tremendous problem. You may even conclude that physicists deal with entities for which they use terms of completely unknown meaning".

Este capítulo, desta forma, tem por objetivo primordial lançar luz sobre tal procedimento, a saber, esclarecer como se dá a 'criação' destas quantidades físicas utilizadas nas teorias; tema este pouco explorado pelos filósofos da ciência em geral. Seguiremos, neste intento, principalmente a obra citada acima no que se refere à contraparte 'filosófica' de tal problema. A contraparte técnica, por sua vez, está baseada principalmente no artigo de Toraldo di Francia e Dalla Chiara (1979).

Suponhamos porém, *ab initio*, que temos uma razoável definição de uma certa quantidade física. Aqui outro problema, ainda mais essencial, aparece: como podemos ter certeza que os procedimentos utilizados para medir tal quantidade física realmente são os procedimentos *necessários* para dar sentido a tal quantidade?

Como visto no capítulo anterior, o caráter quantitativo é essencial em física e se tornou, de certa forma, o âmago desta ciência que foi se construindo através dos séculos. Normalmente, as coisas são investigadas, em física, somente tanto quanto for possível medi-las e relacioná-las com alguma quantidade pré-definida. Quando isso não é possível, por ainda não se saber os métodos necessários para se efetuar a medição de uma certa quantidade física, podemos dizer que também não temos ainda uma teoria física bem definida, se nesta teoria estiver envolvida tal quantidade física. Além disso, o fato da física não se prestar a descobrir a 'essência final' dos objetos (e isso poderia ser uma tarefa dos metafísicos), não impossibilita estudarmos o objeto em questão desta forma quantitativa, como também vimos antes. O objetivo principal, nessas medições, é conseguir comparar algumas medições de alguns objetos com outras medições, e tentar descobrir alguma constante matemática nas relações entre elas. "Thus starting from the known results of some measurements, we may be able to predict the results of some [another] measurements" (Toraldo di Francia, 1981, p.16). Assim, se faz extremamente necessário que realmente definamos o que estamos medindo de algum modo ou que prescrevamos exatamente como estamos medindo tal coisa.

Para tanto, utilizamos o conceito de *definição operacional*, que significa, em poucas palavras, *que uma quantidade física é definida pela determinação das operações que são usadas para medi-la.* Assim, de certa forma, toda magnitude física (longitude, tempo, velocidade, aceleração etc.) vem completamente definida, descrevendo de maneira inequívoca o procedimento utilizado para medi-la. Trata-se assim de um tipo de definição que se chama "operativa" no que se refere ao conjunto de operações que devem ser seguidas pelo investigador. Pensa-se ter, desta forma, capturado a *essência* da magnitude que interessa no momento (apesar desta essência não se referir a algo metafísico). Pode-se dizer que em física as definições mais importantes são as operacionais, ou seja, as que pelo menos em princípio propiciam meios de medir aquilo que está sendo definido. Assim, por mais abstrato que seja um conceito, uma definição operativa nos permite expressar o seu significado em um procedimento experimental e medir o seu valor.

Desde o início do método experimental em física, com os trabalhos de Galileu, este conceito tem sido 'utilizado' (ao menos intuitivamente) e foi, de certa forma, necessário para a construção da física que é usualmente admitida. O conceito foi, também, aplicado por muito grandes físicos no passado, embora tenha atingido seu ápice somente no século XX, principalmente com os trabalhos de H. Dingler, A. S. Eddington e, especialmente, P. W. Bridgman (*Cf. ibid.*), principalmente em seu livro *"A lógica da Física moderna"*.

É interessante notar que o ponto de vista operacional não é pensado como sendo uma posição filosófica. Na verdade, ele representa apenas uma *metodologia*, que é, por sua vez, extremamente frutífera, e a qual é, muitas vezes, hábil para produzir um novo conhecimento, às vezes mais abstrato. Por exemplo, no primeiro artigo sobre relatividade, pela análise do modo com o qual o tempo é medido em dois diferentes sistemas inerciais, Einstein encontrou alguns resultados fundamentais, totalmente contraintuitivos e não visíveis no dia a dia. Com efeito, segundo Russell (1927, p. 60), "pode-se dizer, em sentido amplo, que a relatividade, como a física antiga, presumiu que quando diferentes observadores estão fazendo o que se chama de "observar o mesmo fenômeno", aqueles aspectos em que sua observação difere não pertencem ao fenômeno, mas somente aqueles em que sua observação concorda". Na verdade, diz o mesmo autor, um dos aspectos mais notáveis da teoria da relatividade, foi a fusão de espaço e de tempo em espaço-tempo, tendo como um dos objetivos tornar as leis da física as mesmas relativamente a dois sistemas quaisquer de coordenadas em movimento uniforme retilíneo relativo. Além disso,

> Tecnicamente falando, o todo da teoria [da relatividade] restrita está contido nas equações de transformação de Lorentz. Essa transformação tem a vantagem de tornar a velocidade da luz a mesma com respeito a dois corpos quaisquer que se estejam movendo de modo uniforme relativamente um ao outro, e, de modo mais geral, torna as leis dos fenômenos eletromagnéticos (equações de Maxwell) as mesmas com respeito a qualquer desses dois corpos. Em razão dessa vantagem é que ela foi originariamente apresentada; mas verificou-se, depois ter alcance maior e justificação mais geral. [...]" (Russell, *op. cit.*, p. 61).

Como se sabe, a "dilatação do tempo" e a "contração de Lorentz" (ou contração do espaço), são muito difíceis de ocorrer na vida cotidiana devido à necessidade de velocidades muito altas dos objetos envolvidos, para que tais fenômenos se tornem visíveis. Se vivêssemos em um mundo em que as coisas se movessem normalmente a velocidades próximas da luz, essas propriedades do espaço e do tempo seriam experimentadas constantemente e se tornariam tão visíveis e intuitivas que nem mereceriam discussão. Mas como não vivemos em tal mundo, estas características (a dilatação do tempo e a contração do espaço, entre outras) nos são estranhas. Com efeito, o *The Times*, na época da publicação da teoria da relatividade, descreveu as idéias de Einstein como uma "afronta ao bom senso" (*Cf.* Braben, 1996, p. 195). Porém, o que importa aqui é que, pela simples análise dos termos envolvidos na teoria, e utilizando certas operações matemáticas complexas, Einstein deduziu estes e outros fenômenos ainda mais contraintuitivos. Por isso, segundo Toraldo di Francia (1981, p. 17) “no brooding on a purely aprioristic time [and space] concept could have led to so much”. Analogamente, diz o mesmo autor, resultados de grande importância foram conquistados por W. Heisenberg, pela análise da medição simultânea de duas quantidades conjugadas, o que resultou, por sua vez, no princípio da incerteza de Heisenberg. (Não iremos, aqui, adentrar aos conceitos técnicos das duas teorias acima descritas, já que isso fugiria aos objetivos da presente dissertação. Nossa pretensão foi somente mostrar dois exemplos, entre inúmeros, em que a manipulação das operações e dos termos da teoria conduz a certas vantagens e levam à descoberta de fatos novos e de novas quantidades físicas, que podem nos levar, muitas vezes, ao abandono das nossas noções do senso comum).

É necessário também declarar que não se tem aqui o objetivo de eliminar todos os conceitos primitivos e intuitivos de distância, tempo, temperatura etc., que temos em mente e que existem nas teorias físicas em geral. Apenas deve-se enfatizar que estes conceitos de distância e tempo, por exemplo, não se tornam quantidades físicas, estritamente falando, enquanto não soubermos os procedimentos exatos para medi-los e relacioná-los. Para fazer um contraponto a esta característica, tomamos, por exemplo, o conceito de beleza. Posso discutir tal conceito, via uma teoria estética-filosófica, e abordá-lo de diversas formas, mas tal conceito nunca se tornará uma quantidade física pelo simples motivo de que não sabemos (ao menos até agora) como medir tal coisa. Desta forma, diz Toraldo di Francia (*ibid.*), é importante manter em mente que dificuldades e mal entendidos podem aparecer quando a definição operacional não é estritamente limitada a quantidades físicas, mas é estendida para todos os conceitos da física ou da ciência em geral.

Citando novamente Toraldo di Francia, *(ibid)*:

> What is meant by a physical concept? Sometimes the term is used to denote a general type of object of physics, such as a solid or liquid body. But this can, no doubt, be defined, where necessary, by requiring the values of certain quantities measured on the body (such as elasticity, viscosity, or compressibility) to fall within certain limits. But, in fact, this definitions, unlike those of physical quantities, have very little importance. No one is concerned by the fact that glass can be classified among either solids or liquids, according to the

> prescribed definition. Obviously, the discussion becomes more difficult when the object is an atom, a nucleus, or a photon.

Assim, novamente vemos a importância da definição correta e precisa das definições operativas que são necessárias para dar sentido a certas quantidades físicas. Disto resulta que, utilizando o exemplo acima, um corpo pode ser inserido na classe dos líquidos ou dos sólidos, de acordo com os métodos que são necessários para medir as propriedades específicas de tal corpo, e que imaginamos como sendo as que fornecem a certeza da alocação de tal objeto nesta ou naquela classe.

Outro ponto interessante é que algumas propriedades que podem ser pensadas como sendo, *prima facie*, qualitativas, na verdade são quantitativas, como por exemplo, no caso da proposição “a grama é verde”. Tal propriedade da grama pode muito bem ser especificada por medições. Na verdade, ao dizer que um objeto é verde (ou outra cor qualquer), estamos dizendo que a luz, ao incidir sobre tal objeto, está refletindo espectros de onda e que, tais espectros, têm um certo comportamento que podem ser medidos como uma função de onda da luz e do seu coeficiente de refração, que resulta, por assim dizer, no verde que vemos. O que acontece, em suma, é que a luz, refletida do objeto, pode ser ‘confinada’ em certos valores chamados (tecnicamente) de coordenadas tricromáticas. A escala de tais valores resulta, por assim dizer, nas cores que vemos. É claro que usualmente não falamos assim, já que isto não é conveniente e nem um pouco vantajoso do ponto de vista prático, com relação às conversas que temos no dia-a-dia ancoradas na linguagem comum. De qualquer forma, isto interessa principalmente aos físicos profissionais e não aos leigos, acostumados a explicações ingênuas, dadas pelo senso comum. (Com efeito, poucas pessoas saberiam explicar como as cores existem ou como são explicadas).

Existem, é claro, algumas objeções ao uso das definições operativas em física, com o fim de estipularmos as quantidades físicas. Uma delas concerne às quantidades que são, primeiramente, estimadas pela medição de um número de diferentes quantidades do objeto em questão e então, pela efetuação de algumas operações matemáticas sobre os valores obtidos desta forma, criam-se outras quantidades (*vide* o exemplo acima da teoria da relatividade de Einstein). Normalmente, se tenta minimizar o problema pela distinção, neste caso, entre quantidades primárias e secundárias. As quantidades primárias são aquelas baseadas sobre uma definição operacional direta, enquanto que as quantidades secundárias são os valores obtidos via operações matemáticas, a partir dos valores já obtidos anteriormente de outras quantidades. Porém, segundo Toraldo di Francia (*ibid.,* p. 18),

> This position is usually accepted by convection in spite of its inelegance and the essential arbitrariness with which each quantity is assigned to either category. It seems to me, however, that this dichotomy is void of any fundamental justification [...]. In principle, all physical quantities are to be conceived of as primary quantities, even though it may be *convenient* to derive the values of some of them form the values of other quantities.

Uma outra objeção, de caráter um pouco mais sério, é que a abordagem operacional é *circular*. Esta objeção foi levantada principalmente por Popper; diz ele que a circularidade da definição operacional de comprimento, por exemplo, pode ser vista dos seguintes fatos: (a) a definição operacional de comprimento envolve correções de temperatura, e (b) a definição operacional (usual) de temperatura envolve, por sua vez, medidas de comprimento. (*Cf. ibid.*). Porém, pode-se responder a tal crítica dizendo-se que, por exemplo, todo o dicionário também é circular, mas é usado para podermos empregar as palavras corretamente. Assim, de certa forma, o ‘dicionário da física’ também mantém uma certa circularidade, peculiar ao seu próprio campo de atuação.

De qualquer forma, por mais problemático que isto pareça ser, este tipo de circularidade personifica uma característica essencial da física. Como exemplo, iremos descrever um procedimento que é muito usual nesta ciência. Suponhamos que desejamos medir distância usando, para tanto, uma barra de ferro e desconhecendo primeiramente a temperatura da sala onde nos encontramos. Usamos então, em seguida, esta barra para medir a expansão térmica de algum fluido e assim construir uma escala para um termômetro. Com isto em mãos, usamos o termômetro para checar a temperatura da barra de modo a mantê-la constante. A barra é então usada para construir uma escala mais refinada para o termômetro, e assim por diante. Normalmente, a cada novo procedimento deste tipo, obtemos uma exatidão maior para o termômetro. Todavia, cada procedimento particular tem seu próprio valor e pode ser usado em física, sem precisarmos procurar pelo ‘próximo passo’. Segundo Toraldo di Francia (*ibid.,* p. 19), se isto não fosse verdadeiro, a física nunca poderia ser aplicada, já que, como é evidente, nós nunca poderíamos chegar ao procedimento final (ou ao passo final).

Existem também algumas críticas de escolásticos à definição operacional. Segundo tais pensadores, a definição operacional não seria algo vantajoso, já que não permite medir as coisas de modo a revelar sua essência íntima, mas que permite, porém, somente comparar os resultados das medições de forma a descobrir as relações matemáticas existentes entre os objetos. A esta objeção, alguns físicos afirmam que, apesar de modestos, os resultado proporcionados pelos procedimentos operacionais são certos e intersubjetivos e resultam, por assim dizer, no conhecimento que a física pode proporcionar. Esta intersubjetividade só pode ser alcançada pela definição operacional das quantidades físicas.

Assim, como visto, as operações necessárias para medir uma certa quantidade física de nosso interesse deve ser precisamente especificada. Estas operações são as que vão definir, de certa forma, esta quantidade. Em resumo, isto é o que tem sido chamado de definição operacional das quantidades físicas. Deste modo, como visto, podemos assegurar, tanto quanto possível, que nós conhecemos do que estamos falando, já que aceitamos que podemos aplicar tal método (a série de operações aceitas) para definir tais quantidades e que, além disso, quaisquer dois físicos podem ter certeza que estão falando sobre a mesma coisa, promovendo assim a intersubjetividade necessária à ciência.

Agora, tendo adotado que a definição operacional de uma quantidade física é representada pela descrição da seqüência de operações requeridas para medi-la, vamos tornar mais precisos e formais estes relevantes conceitos, usando para tanto o trabalho de Dalla Chiara e Toraldo di Francia (1979, p. 150ss).

Quantidades Físicas e 'Classes' de Definições Operativas

Suponha que temos definido uma quantidade física por uma seqüência de inequívocas operações. Como se sabe, esta seqüência não é única necessariamente, já que muitas seqüências de operações podem definir uma mesma quantidade física. Por exemplo, a distância pode ser medida por uma trena, por um radar ou por triangulação óptica, e com alguns ajustes nas unidades de medição, podemos obter, a partir de todos esses procedimentos, essencialmente o mesmo resultado. Todavia, segundo o ponto de vista tradicional da definição operacional que apresentamos acima, cada conjunto de procedimentos diferentes deveria definir uma quantidade física diferente, as quais, em princípio, deveriam ter, cada uma, um nome diferente.

Teoricamente, esta atitude parece ser perfeitamente correta. Porém, isto é extremamente inconveniente e impraticável. Esta visão, que não é muito popular entre os físicos, de forma nenhuma representa o modo pelo qual esses cientistas usualmente falam de quantidades físicas.

Segundo os autores supra citados, um modo mais usual de se definir quantidade física é identificá-la, grosso modo, com a *classe* de todos os procedimentos de medição diferentes, os quais resultam em um e o mesmo resultado para todas as medições, ou seja, uma quantidade física é definida pela classe de todas as suas possíveis definições operativas. Assim, é muito mais útil nos referirmos a uma definição operativa generalizada, que é o ponto de vista de quase todos os físicos, do que à idéia anterior de que cada forma de se medir algo produz, para o mesmo objeto, uma quantidade física diferente.

Desta forma (*ibid.*, p. 151), um sistema físico σ será representado por todas as entidades físicas existindo e uma região espacial $r = VT$, na qual V é o 'volume espacial', onde existem tais entidades e T o intervalo de tempo considerado durante a existência dessas entidades físicas. Um procedimento π irá ser representado por uma seqüência de operações de medição realizadas sobre σ. Quando π é aplicado à σ, temos um resultado $\pi(\sigma)$. Mais geralmente, um procedimento de medida π pode ser aplicado a diversas partes diferentes de um mesmo sistema físico σ (quando temos, por exemplo, a medição de diferentes massas ou cargas em σ), resultando assim em um número $n \geq 1$ de resultado diferentes, os quais serão indicados por $\pi_{(1)}(\sigma), ..., \pi_{(n)}(\sigma)$. Um procedimento π é, assim, definido com respeito a σ quando ele pode ser aplicado em σ, resultando em um conjunto não vazio de resultados $\pi_{(1)}(\sigma), ..., \pi_{(n)}(\sigma)$.

Suponha que Σ represente a classe de sistemas físicos. Iremos chamar $\Pi(\Sigma)$ a classe de todos os procedimentos que são definidos sobre todos os elementos σ de Σ. Sejam π e π', dois procedimentos de $\Pi(\Sigma)$. π e π' são equivalentes com respeito a Σ, se e somente se:

a) para todo σ pertencente a Σ, a aplicação de π e π' para as mesmas partes de σ resulta no mesmo número n de resultados $\pi_{(1)}(\sigma), ..., \pi_{(n)}(\sigma)$ e $\pi'_{(1)}(\sigma), ..., \pi'_{(n)}(\sigma)$, respectivamente;

b) Para todo par de elementos σ_1, σ_2 pertencentes a Σ, para os quais $\pi_{(i)}(\sigma_1)$ e $\pi_{(i)}(\sigma_2)$ representam resultados iguais (para todos os valores de *i*), também $\pi'_{(i)}(\sigma_1)$ e $\pi'_{(i)}(\sigma_2)$ representam resultados iguais.[21]

Assim, como é fácil ver, a relação acima definida é de equivalência sobre o conjunto dos procedimentos de medição. Ou seja, tal relação é reflexiva, simétrica e transitiva, de forma que chamando essa relação de R, para quaisquer π, π', π'' pertencentes a $\Pi(\Sigma)$, têm-se que:

1) $\pi \; R \; \pi$

2) $\pi \; R \; \pi' \rightarrow \pi' \; R \; \pi$

3) $\pi \; R \; \pi'$ e $\pi' \; R \; \pi'' \rightarrow \pi \; R \; \pi''$

Desta forma, tal relação especifica um conjunto de classes de equivalência C_a, C_b, ... contidas em $\Pi(\Sigma)$, ou seja, obtemos o conjunto quociente de Σ pela relação R, $(\Sigma/R) = \{C_a, C_b, ...\}$. Por abstração, C_a, C_b definirão as quantidades físicas Q_a, Q_b, ... Intuitivamente, isto significa o seguinte. Σ é a classe dos sistemas físicos e $\Pi(\Sigma)$ a classe dos procedimentos de medição sobre os elementos de Σ. A relação R, definida sobre $\Pi(\Sigma)$, sendo uma relação de equivalência, particiona o conjunto $\Pi(\Sigma)$ em subconjuntos C_a, C_b, ... , tais que dois elementos quaisquer π e π' de uma mesma classe de equivalência C_i 'fornecem' os mesmos resultados na medição de um sistema físico de Σ.

Segundo os autores (*ibid*., p. 151), podemos tomar como exemplo de procedimentos equivalentes a medição de temperatura da água por um termômetro de mercúrio (π) e um termômetro de álcool (π'). "A water thermometer is instead not equivalent to π (or π') in this range, for the volume of water increases both above and below 4 ^{o}C; hence, one and the same result obtained with a water thermometer can correspond to two different results of the mercury (or alcohol) thermometer".

Não obstante, uma observação se faz aqui importante. Como se sabe, em matemática, classes de equivalência distintas não têm elementos em comum. No entanto, em se tratando de nossas *classes de experimentos de medição* (às quais, segundo os autores que estamos acompanhando, tratamos como se fossem classes de equivalência *stricto sensu*), isso pode acontecer. Toraldo di Francia e Dalla Chiara ilustram o caso (*ibid*., p. 152): suponha que C_1 inclua todos os procedimentos que

[21] A noção de "resultado igual" é entendida aqui de um modo intuitivo. Por simplicidade, a distinção entre $\pi_{(1)}(\sigma)$, ..., $\pi_{(n)}(\sigma)$ será omitida em seqüência e iremos falar, simplesmente, de um único resultado $\pi(\sigma)$.

podem dar iguais resultados para o comprimento L_1 de um objeto no intervalo de 1m a 1km. A classe C_2 inclui todos os procedimentos que podem ser aplicados e que dão iguais resultados para a distância L_2 da Terra a qualquer objeto do sistema solar entre 10^5 e 10^{10}km. É evidente que, apesar de C_1 e C_2 não coincidirem, uma vez que, por exemplo, a distância Terra-Lua não pode ser medida com uma fita métrica, a sua intersecção não é nula, já que ambas as distâncias podem ser medidas por triangulação óptica. Assim, é preciso um pouco de cautela para interpretar as 'classes de equivalência' do modo definido acima, e lembrar que estamos no domínio experimental, no qual a matemática se configura como sendo apenas uma 'aproximação'. É, portanto, neste sentido que falaremos de intersecção não vazia no item a) da definição abaixo. (Veremos com mais detalhes este problema na próxima seção).

Podemos agora formular uma definição operacional generalizada de quantidade física (*ibid.*). Uma quantidade física Q é definida pela união $C = \cup \{C_k\}$ sobre o conjunto $\{C_k\}$ de classes de equivalência dos procedimentos de medição, tal que:

a) o conjunto $\{C_k\}$ é conexo, isto é, se $\{C_k\} = F \cup G$ e $F, G \neq \emptyset$, então $\cup F \cap \cup G \neq \emptyset$;

b) cada C_k é definido sobre todas as bem determinadas classes Σ_k de sistemas físicos e $\Sigma_k \neq \Sigma_l$ para $k \neq l$.

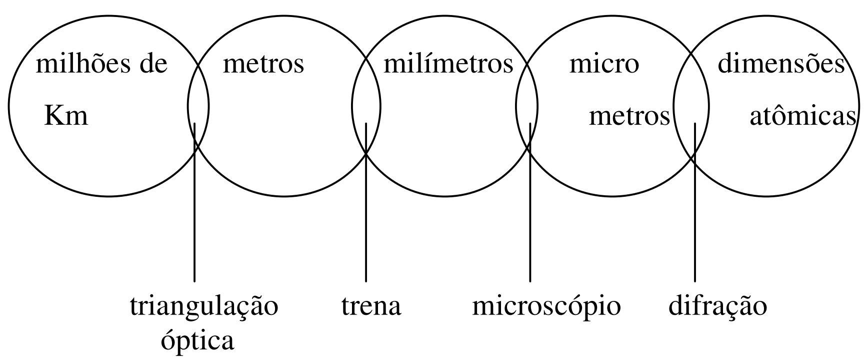
Desta forma, para os autores citados, uma quantidade física Q é definida com respeito a um sistema físico σ, quando a definição operacional de Q inclui a classe C_k de procedimentos associados à classe Σ_k de sistemas físicos e σ pertence a Σ_k. Como σ pertence a um Σ_k somente, e todos os procedimentos são equivalentes em C_k, podemos definir, de um modo formal e inequívoco, o *resultado* de Q sobre σ como sendo dado por $Q(\sigma) = \pi(\sigma)$, onde π representa qualquer um dos procedimentos de C_k, associados à classe Σ_k de sistemas físicos.

O que pertence à mesma 'Classe'?

Para finalizarmos esta seção, faremos um breve comentário sobre o fato de que o que define uma quantidade física é tomado aqui como sendo a classe de equivalência de todas as definições operacionais possíveis para a sua medição, resultando, como dito, numa definição operacional generalizada. Este conceito, por mais intuitivo que seja, também não é simples.

Por exemplo, não conseguimos medir a distância entre átomos com uma trena, nem tampouco, com este objeto, a distância entre a Terra e Marte. Porém, dizemos que a distância entre a Terra e Marte é de 56 milhões de Km, do mesmo modo que o tamanho da mesa na qual escrevo é de 2 metros ou 0,002km. A partir disso pode-se perguntar: estaremos discutindo a mesma quantidade física?

O tamanho de uma mesa pode ser medido de diferentes modos, como com uma trena ou com triangulação óptica, por exemplo. Assim, na classe de todos os modos possíveis para medir tal objeto, existe no mínimo um (no caso, a triangulação óptica) que também é valida para medir a distância da Terra ao Sol. Em outro caso, o método de comparação direta, de uma trena com uma mesa, por exemplo, poder ser usada para medir pequenas distâncias. Porém para distâncias extremamente pequenas, é necessário utilizar um microscópio. Desta forma, temos a situação ilustrada abaixo, onde as diversas classes de procedimento de medição de distância são representados com diagramas de Venn (cada círculo representa, simbolicamente, uma classe, e todo ponto interno representa um elemento da classe. A área em comum dos dois círculos representa a interseção de duas classes, que é, como definido em teoria de conjuntos usual, o conjunto de elementos pertencentes a ambas as classes):



(adaptado de Toraldo di Francia, 1981, p. 26)

Assim, cada classe contém todos os métodos de medição que, para distâncias pertencentes a certo intervalo, produz resultados idênticos. Uma classe contém, desta forma, o método válido para milhões de km, outra classe, o método válido para tamanhos da ordem de metro, outra para micro-metro, etc. Como visto, duas classes adjacentes têm uma intersecção não vazia, que é comum a ambas. O objeto pertencente a esta intersecção pode, desta forma, ser mensurado por dois modos, pelo menos.

De qualquer forma, segundo Toraldo di Francia (1981, p. 27), isto é bastante problemático já que nem sempre é possível a transição de macroscópico para microscópico. "Existem diversos procedimentos que resultam em um e o mesmo resultado quando aplicados para medir o diâmetro de uma bola de futebol, por exemplo, e que dão resultados diferentes quando aplicados, por sua vez, para medir o diâmetro de um átomo". Desta forma, devemos estar preparados para aceitar o fato de que, às vezes, diferentes procedimentos que são equivalentes em física clássica podem definir quantidades físicas diferentes. Isto, por sua vez, nos faria então retornar à nossa discussão inicial, qual seja, de que cada definição operativa particular produz uma quantidade física diferente e não poderíamos, assim, definir tal quantidade pela classe de equivalência de operações de medição requeridas para medi-la, como o fizemos aqui.

Como visto, o problema da definição operacional em física é maior do que se imagina. Não iremos adentrar mais profundamente a essa discussão por fugir aos objetivos da presente dissertação. Nossa finalidade foi mostrar que mesmo em coisas que são tomadas corriqueiras e intuitivas, alguns problemas bastante profundos podem vir à tona. Com efeito, existem mais mistérios entre tomar um objeto e medi-lo do que supõe a nossa vã filosofia.

Como conclusão a este capítulo, retomemos alguns pontos da discussão anterior ressaltando algumas vantagens e desvantagens do uso das definições operacionais em física, o que servirá para nos melhor situar em relação a este procedimento que é, como visto, essencial para esta ciência. Pode-se dizer que, com o uso das definições operativas, podemos ter certeza de que os modos como estamos medindo um objeto neste momento realmente são os procedimentos que darão sentido a tal quantidade. Isto é feito, como visto, descrevendo de maneira inequívoca os procedimentos para medir o objeto em questão. (Por exemplo, não medimos tempo com uma trena, já que as definições operativas para a medição de tempo não utilizam réguas, mas sim, relógios). A partir da aceitação de tais procedimentos de medição para certa propriedade do objeto, descrevemos como 'devemos' medir tal quantidade física, o que promove a intersubjetividade necessária a esta ciência, já que, agora, quaisquer dois cientistas (mesmo que localizados em dois laboratórios distantes) podem, seguindo a mesma seqüência de procedimentos de medição utilizado, estabelecer a mesma quantidade física, o que é vantajoso e extremamente necessário para o avanço da física, por exemplo. Apesar disso, tais métodos aceitos para medição das quantidades físicas relacionadas aos objetos não revelam a 'essência íntima' do objeto, o que seria importante de um ponto de vista metafísico, tornando-se então uma possível desvantagem das definições operativas. De qualquer forma, a física não se preocuparia em descobrir tal "essência", importando somente que, tais definições operativas sejam hábeis, por sua vez, a comparar as medições dos objetos e descobrir alguma constante matemática entre elas, o que permite muitas vezes predizer novas quantidades. Esta é que seria a tarefa da física que não teria, por sua vez, a preocupação metafísica enunciada acima. Além disso, como dito anteriormente, o ponto de vista operacional *não* é uma posição filosófica, mas sim uma metodologia, ou seja, uma forma, um método de trabalho. É interessante notar também que as definições operativas aceitas, ou seja, a seqüência de operações para medir um objeto, é que alocam o objeto em certa classe, fazendo com que ele seja definido como um líquido ou um sólido, por exemplo. Isto, em alguns casos específicos, também pode causar um certo problema: com efeito, até hoje existem inúmeras discussões sobre o fato do vidro ser um líquido ou um sólido. Porém, é bom que se diga que, por mais abstrato que seja um conceito físico podemos, a partir das definições operativas, torná-lo concreto e tangível, de forma que possamos, em laboratório e em nossas teorias, utilizá-lo de um modo inteligível. Não obstante, um dos pontos mais delicados da abordagem que fizemos aqui é o que se refere à definição de quantidade física a partir das classes de equivalência dos procedimentos de medição usados para medir tal quantidade. Esta construção teórica tem a aparente vantagem de capturar muito bem a forma intuitiva que o cientista fala de quantidades físicas e que as utiliza em suas teorias. Usando tal arcabouço evitamos o problema de que cada forma de medir um objeto produz uma quantidade física nova e diferente o que é, como visto, totalmente incoerente e impraticável. Porém, ao mesmo tempo criamos outro, que é o fato de que procedimentos de medição pertencentes a diferentes classes de equivalência podem, de acordo com o aparelho utilizado para medição, também pertencer à mesma classe. Isto é problemático pois sabe-se que, em matemática, objetos pertencentes a classe de equivalência diferentes não podem pertencer a uma mesma classe. Se isto acontecer, a construção das classes de equivalência a partir das relações de reflexividade, simetria e transitividade não pode ser feita. De qualquer forma, ressaltamos aqui que a matemática, neste caso em que tentamos fazê-la subjazer não a uma teoria física consumada mas sim a um procedimento laboratorial que o físico utiliza em seu dia-a-dia, é apenas uma aproximação. De forma alguma podemos dizer que a matemática, (que, como vimos no primeiro capítulo, é tão útil na construção das teorias físicas que usualmente admitimos), quando utilizada para tentar capturar 'ações' do físico em seu laboratório, é perfeita e não problemática. O que fizemos foi uma tentativa de uma formalização mais coerente das atitudes do físico em seus procedimentos empíricos, mas, como quase tudo em filosofia, a solução de um problema cria vários outros que, muitas vezes, demoram um pouco para serem resolvidos, quando isto acontece. Todavia, esta discussão que levantamos aqui já foge aos objetivos específicos deste capítulo, sendo que poderá ser abordada, futuramente, em outro trabalho.

De qualquer forma, agora que assumimos que o que define uma quantidade física é a classe de equivalência dos procedimentos de medição utilizados para medi-la, resta-nos saber como se dá a interpretação matemática de tais medições. Este procedimento leva em conta certos axiomas para a medição e certas estruturas onde se interpretam tais axiomas. Isto existe para podermos ter certeza de que o modo como estamos medindo um objeto, no mundo empírico, pode ser refletido em uma estrutura matemática e que tal estrutura continue preservando o que concebemos intuitivamente como medir um objeto. Este tema é abordado no próximo capítulo.

Capítulo 3

A Teoria da Mensuração e as Unidades de Medição

> "Penso que, sempre que idéias matemáticas surgem, seja na teoria do conhecimento, na geometria ou nas teorias das ciências naturais, é deixada à matemática a tarefa de investigar os princípios subjacentes a essas idéias e estabelecê-los sobre sistemas de axiomas simples e completos de forma que a precisão das novas idéias e a aplicação para deduções estejam em todos os aspectos de forma não inferior àquelas dos velhos conceitos aritméticos"
> D. Hilbert, *Mathematical Problems,* 1900.

Como vimos, a característica quantitativa (juntamente com a matemática) é, de certa forma, onde reside a essência da física. Esta característica quantitativa é posta em prática principalmente pelo método da mensuração (ou medição[22]). A teoria da mensuração, por sua vez, estuda os problemas advindos da associação de números com objetos e fenômenos empíricos, especificando, entre outras coisas, que relações entre objetos são representadas fielmente quando se indica quantidades, ou seja, valores numéricos para estes objetos. Além disso, explana também o modo em que diferentes medições de uma mesma quantidade são relacionadas com uma outra. Todavia, como diz Russell, "evidentemente não queremos dizer *qualquer* método de atribuir números a um conjunto de objetos; deve haver propriedades de importância relacionadas com os números atribuídos" (1927, p. 119). Além disso, diz o mesmo autor, deve haver uma conexão entre distâncias e relações ordinais, haver meios de somar distâncias, além de modos de inferir novas distâncias a partir de um certo número de dados.

Este capítulo tem por objetivo descrever alguns dos detalhes, tanto de caráter histórico, quanto filosófico e matemático, desta teoria que é pouco conhecida e estudada entre os filósofos da ciência em geral e é de suma importância para o trabalho que pretendemos desenvolver aqui, a saber, a *teoria da mensuração*. Com efeito, este estudo se justifica pelo fato da verdade empírica estar relacionada com o erro encontrado nas medições feitas em física. Logo, nada mais importante no momento, do que tentarmos

[22] Vale ressaltar que, em matemática, a "teoria da medida" é um tópico que tem um sentido diverso do apresentado aqui. Na presente dissertação "teoria da medida" e "teoria da mensuração" são tomadas como sinônimos.

descrever o que se entende por associar um número a um objeto ou fenômeno empírico.[23]

Segundo os autores supra citados, uma primeira teoria da medição, ainda prematura, porém relativamente abstrata e já extremamente sofisticada, foi desenvolvida no século IV a.C. por dois matemáticos, Eudoxus de Cnidus (408aC – 355aC), provavelmente um membro da Academia Platônica, e Theaetetus (417aC – 369aC), autor de um livro sobre sólidos regulares e um sobre números irracionais que consta nos Elementos de Euclides (315(?)aC – 255(?)aC). Evidências históricas sugerem que estes trabalhos foram feitos por motivos puramente teóricos, com a finalidade de dar conta das magnitudes incomensuráveis (conhecidas hoje como números irracionais) e/ou de resolver algum problema prático, como o da sobrevivência.

A visão da teoria das magnitudes proposta por Euclides continuou relevante até o século XVIII, e foi utilizada por Isaac Newton (1643-1727) em seu livro *Arithmetica universalis*. Na modernidade, por sua vez, um tratamento axiomático da teoria da medição foi proposto em 1887, no trabalho "*Zählen und messen erkenntnistheorestisch betrachtet*" (Contagem e medição considerados do ponto de vista da teoria do conhecimento) de Hermann von Helmholtz (1821-1894), físico e fisiologista alemão. Em 1901, um avanço considerável foi dado pelo clássico trabalho de Ludwig Otto Hölder (1859-1937), matemático alemão, intitulado "*Die axiome der quantität und die lehre vom mass*" (Os axiomas da quantidade e a teoria da medição). Neste trabalho, Hölder estipula dois conjuntos de axiomas: um para medição (ou para "quantidade") de atribuições diretas como massa, por exemplo; e outro conjunto de axiomas para atribuições envolvendo a medição de intervalos, como a temperatura ou distância. A tradição de Helmholtz e Hölder tem sido de importância primária em ciências físicas. (*Cf. ibid.*)

Como apontam Suppes e Luce, o primeiro problema, é claro, para qualquer teoria deste tipo é justificar como se dá à prescrição de números para objetos ou fenômenos, ou seja, como é possível passarmos de procedimentos empíricos e 'operações' empíricas para a sua respectiva representação numérica, além de como ter certeza de que esta passagem é feita corretamente. Segundo os autores acima:

---

[23] Utilizaremos, para tanto, principalmente o artigo *Measurement theory*, de Suppes e Luce (1987). Uma discussão mais detalhada de alguns problemas e características inerentes a esta teoria pode ser vista em Humphreys (ed.), 1994, pp. 219-299.

> From an axiomatic standpoint, the problem – known as the representation problem – is first to characterize the formal or abstract properties of these procedures and observations and then to show mathematically that these axioms permit the construction of a numerical assignment in which familiar abstract relations and operations, such as "is greater than or equal to" (symbolized $\geq$) and "plus" (+), correspond structurally to the empirical (or concrete) relations and operations.

Em outro trabalho, Patrick Suppes, (1975, p. 114), indica que,

> O objetivo primordial de uma dada teoria da medida [ou medição] é mostrar, de maneira precisa, como passar de observações qualitativas para asserções quantitativas que se fazem necessárias em estágios teóricos mais elaborados da Ciência. Análise de como pode ser feita essa passagem do qualitativo para o quantitativo é proporcionada pela axiomatização de álgebras apropriadas [que representem] operações e relações experimentalmente verificáveis. Dada uma teoria axiomatizada da medição de alguma quantidade empírica, tal como a distância, a massa ou a força, a tarefa do matemático é de demonstrar um teorema de representação para modelos da teoria, através do qual se estabeleça, falando em termos vagos, que qualquer modelo empírico é isomorfo a algum modelo numeral [*i.e.*, numérico] da teoria. A existência desse isomorfismo entre modelos justifica a aplicação de números às coisas.
>
> Não podemos tomar um número em nossas mãos e aplicá-lo a um objeto físico. O que podemos fazer é mostrar que a estrutura de um conjunto de fenômenos, relativamente a certas operações empíricas, é idêntica à estrutura de algum conjunto de números com referência a operações e relações aritméticas. [...].

A partir de 1981, uma classificação geral de estruturas de mensuração foi proposta, com base na idéia acima de isomorfismo entre estruturas. Informalmente, um isomorfismo entre duas estruturas existe quando é possível estabelecer uma correspondência bijetora entre seus domínios, de forma que as operações e relações dessas estruturas sejam 'preservadas'. Como é possível fazer abstração desses elementos e da sua natureza, um isomorfismo acaba por reconhecer a existência de uma "mesma estrutura", em conjuntos de elementos diferentes. Além disso, como dito acima, é necessário que se prove um teorema de representação que demonstre que o "modelo empírico" da teoria é isomorfo a algum "modelo matemático" (numérico) da mesma. Com isso em mãos, é possível mostrar que as estruturas algébricas do modelo empírico são isomorfas às estruturas algébricas do modelo matemático, ou seja, são ‘iguais’, e assim, representam fielmente a nossa medição no domínio matemático.

O segundo problema que aparece é com relação à singularidade da medição, isto é, como representar (como fazer) as medições de uma forma única e universal. Aqui, com o objetivo de simplicidade, utilizamos a definição dada no capítulo anterior de que a classe de equivalência dos procedimentos de medição para o objeto é que define, de certa forma, a quantidade física de tal objeto. Assim, podemos dizer que a medição de massa, por exemplo, é única (ou seja, a classe é única) em todas as formas, exceto com relação à escolha de unidades: a representação numérica de massa de um dado objeto somente irá diferir na escolha de libras ou grama para as unidades. Do mesmo modo, a medida da temperatura é única em todos os aspectos, exceto pela escolha da unidade e origem do ‘ponto zero’: as escalas Celsius e Fahrenheit diferem não somente com relação ao tamanho da unidade mas também com relação ao ‘ponto zero’. Estudos envolvendo a singularidade das medições físicas foram feitos, principalmente, em análise dimensional. Nesta disciplina, há uma tentativa de explicar porque as várias medições físicas exibem relações simples nas equações fundamentais da física clássica. “If length, time, and mass are taken to be the fundamental dimensions of mechanics, for example, then all other quantities, such as force or momentum, can be represented simply as products of powers of these dimensions – a fact that has strong implications for the forms of physical laws” (*ibid.*).

Não obstante, há para esta teoria, como visto, uma abordagem que tenta capturar axiomaticamente o que entendemos intuitivamente por medir um objeto. Além disso, as estruturas isomorfas devem, de certa forma, obedecer esses axiomas. Os diferentes sistemas axiomáticos para a mensuração diferem, entre eles, na importância e no tipo de estrutura que os caracterizam. Todos incluem a relação de ordenação, mas esta sozinha não é suficiente para formular muitas leis científicas (*Cf.* Suppes & Luce, 1987, p. 793). Desta forma, estruturas adicionais e uma singularidade de tipos de estruturas aparecem quando temos uma operação empírica de adição, por exemplo.

Um primeiro axioma, neste sentido, é o de ordenação. Quando uma medição é realizada, ela é feita com alguma ordem induzida sobre os objetos e esta ordem, dada pela medição prescrita, deve ser a mesma que é obtida sobre a operação empírica em questão. Ou seja, a representação matemática tem a mesma ordem da ‘descoberta’ empírica. Tais medições (ou operações) são ditas serem de preservação de ordem (ou de seqüência). Desta forma, toda representação numérica de uma medição é transitiva (*i.e.*, se $x \geq y$ e $y \geq z$ então $x \geq z$) e conectada (*i.e.*, temos $x \geq y$ ou temos $y \geq x$). Assim, é necessário que a ordenação empírica seja transitiva e conectada em seqüência, de modo que a representação seja possível. Segundo os autores, uma relação exibindo estas duas propriedades é geralmente chamada de ordem fraca [*weak-order*]. Uma segunda propriedade independente dos números, a qual deve tornar-se expressa no modelo empírico é que números racionais admitem uma ordem-densa (*i.e.,* eles são tais que entre quaisquer dois números racionais distintos, encontra-se um número racional) e contável (*i.e.*, que pode ser colocado em correspondência um-a-um com os números naturais).

Um segundo axioma, e mais importante, é o da extensão e concatenação. Para muito atributos físicos (como por exemplo massa, distância, duração de tempo etc.), os objetos ou eventos exibindo algum atributo deste tipo podem ser combinados, ou concatenados, para formar novos objetos ou eventos que também exibem esse atributo. Por exemplo, os objetos continuam tendo massa mesmo após terem passado por certas operações empíricas. Desta forma, pode-se denotar a concatenação de a e b por $a \circ b$. Além disso, a prescrição (denotada por φ) de um dado conjunto de números para os objetos é chamada de uma representação aditiva. A ordem é também preservada nesta operação aditiva, de modo que $\varphi(a \circ b) = \varphi(a) + \varphi(b)$. Atributos que têm uma operação para as quais uma representação aditiva existe, são chamados extensivos (*Cf. ibid.*).

Segundo os autores,

> Theories that are intended to account for the existence of such numerical representations must state empirical laws about ordering and concatenation separately, as well as how they interrelate. The key property of an empirical ordering is that it is a weak order, and that of a concatenation is that it is insensitive to the order of combination – concatenation is weakly commutative (*i.e.*, its order can be reversed), $a \circ b \sim b \circ a$, and weakly associative (i.e., its terms can be regrouped), $(a \circ b) \circ c \sim a \circ (b \circ c)$ - in which ~ indicates an equivalence relation. The key property relating them, weak monotonicity, is that the empirical order $a \geq b$ holds if and only if the ordering of its concatenation with any object c, $a \circ c \geq b \circ c$, also holds. As in ordinal measurement, a further and more subtle property, called Archimedean, is needed. This property is formally analogous to the numerical Archimedean property that *if* $x > y > 0$, then for some integer n, $ny \geq x$ (meaning y is not "infinitesimally" small relative to

> x). With these stipulation, the numerical representation can be constructed.

A idéia básica desta representação numérica para as medições é bastante simples e, um pouco modificada, leva a cabo a idéia da mensuração. Para mostrar como isto se dá, vamos utilizar um exemplo: a medição de um objeto *a* (uma mesa, ou qualquer outra coisa mensurável), com uma precisão correspondente a algum (pequeno) objeto *u* (por exemplo, a décima parte de um centímetro marcado em uma trena[24]), dá-se da seguinte forma. Conta-se o número, *m*, de cópias de *u* que estão enfileiradas e em correspondência com *a* de modo que $(m+1)\ u \geq a \geq mu$. Isto equivale à encontrar o número *m(n)* de cópias de *u* que é aproximadamente igual à medição de *a*. O limite no qual *m(n)/n* tende, com *n* aproximando-se de *a,* é definido como sendo $\varphi(a)$, e é a medição procurada, que é aditiva e preserva a ordem. Seqüências da forma *n = 1, 2, ...,* às quais se tornam usuais nas medições, são chamadas seqüências padrão. Como exemplos, temos o peso em múltiplos de grama e o metro, em múltiplos de milímetros.

O terceiro axioma é o da diferença. Por exemplo, distância, mas não massa, pode ser tratada em termos de intervalos *(a, b)* sobre uma linha. Aqui a ordenação empírica é quartenária, já que envolve a comparação de dois pares de dois pontos, ou seja, quatro pontos. A concatenação é definida somente para intervalos adjacentes, *i. e.,* $(a, b) \circ (b, c) = (a, c)$. Uma importante representação neste sentido é a de diferença absoluta, na qual uma ordenação empírica existe se, e somente se, os valores absolutos (representados por | ... |) de tais diferenças são ordenados, *i. e.,* $(a, b) \geq (c, d) \leftrightarrow |\ \varphi\ (a) - \varphi\ (b)\ | \geq |\ \varphi\ (c) - \varphi\ (d)\ |$. Estas representações são chamadas de escalas de intervalos porque elas são únicas em todos os aspectos, exceto para as possibilidades de multiplicação por uma constante positiva e adição de uma constante, ou seja, tanto a unidade como o 'ponto zero' de uma medição é arbitrária, e a igualdade dos intervalos é preservada em todas as transformações geradas pela alteração destas duas escalas de fatores. (*Cf. ibid.*)

O quarto tipo de axioma faz uso dos axiomas e resultados da geometria. Historicamente, representações numéricas e teoremas da geometria têm tido uma grande importância para a mensuração. Desde a descoberta da geometria analítica no século XVII, por René Descartes (1596 - 1650), a representação de um ponto geométrico por

[24] É necessário, é claro, que esta trena seja rígida, indeformável e livre de perturbações enquanto se faz a medida do objeto.

um par de números (as coordenadas), no caso de um plano, ou uma tripla de números no caso do espaço, tem sido de importância fundamental, não somente em geometria, mas também em muito nas ciências físicas. A visão de que a adequação formal dos teoremas da geometria é estabelecida pela prova de um teorema da representação tornou-se explícito nos últimos anos do século XIX, principalmente com o clássico trabalho de David Hilbert (1862-1943); *Grundlagen der geometrie (Os fundamentos da geometria, 1899).* (*Cf. ibid.*). Desta forma, segundo os autores supra citados, "today the distinctive feature of geometric measurement is that the representation is made in terms of pairs or triples or, in some applications in the social sciences, n-tuples of numbers, rather than in terms of simple numbers, as in extensive, difference, or concatenation measurement."

Não obstante as características axiomáticas da teoria da medição, vale ressaltar que o desenvolvimento de conceitos centrais da física clássica – como por exemplo, massa, força, momento, energia cinética etc. – está intimamente ligado com o desenvolvimento de procedimentos para a medição quantitativa de propriedades ligadas aos fenômenos associados com cada tipo de conceito correlacionado. A prática extensiva de medições, a teoria das dimensões por sua vez e as unidades de medição (que podem ser vistas abaixo), têm alcançado um enorme desenvolvimento principalmente no contexto da física clássica. Uma das mais importantes crenças associadas às medições feitas nesta ciência, subsiste na afirmação de que, com suficiente empenho, e com a precisão da medição cada vez mais refinada, erros de medição podem ser diminuídos (ou até mesmo eliminados) em princípio, resultando no fato de que as teorias podem ser colocadas em teste e suas construções podem ser assim validadas 'totalmente'. Enquanto esse refinamento não acontece a um ponto tão sutil, continuamos encontrando erros nas medições e, por conseguinte, de certa forma, encontrando também disparidades na aplicação da teoria à natureza, como poderá ser visto mais detalhadamente nos próximos capítulos desta dissertação.

De qualquer forma, como visto, a teoria da mensuração faz uso de certos axiomas para que possamos ter certeza que o que está sendo representado em uma estrutura matemática também representa fielmente a forma como estamos medindo tal objeto em nosso laboratório. Por isso, tais axiomas são importantes e necessários. Só com eles conseguimos transformar uma medição empírica em uma operação matemática. Com efeito, segundo Suppes (*op. cit.*) "não podemos aplicar um número a um objeto”, mas podemos mostrar que certas estruturas dos números também podem ser manipuladas para terem as mesmas ‘características’ das estruturas das descobertas empíricas (via isomorfismo).

Unidades de Medição

Para finalizarmos este capítulo, faremos uma breve descrição das unidades de medição utilizadas em física clássica, já que não podemos tratar adequadamente quantidades físicas sem aplicarmos unidades aos números encontrados nos procedimentos de medição. Como se sabe, escolher as unidades de medição envolve um grande problema e muitos comitês internacionais têm trabalhado nisto por mais de um século. Iremos, desta forma, fazer alguns comentários sobre isto, já que esta característica da física também é interessante.

Historicamente, houve uma completa liberdade e arbitrariedade com que as unidades de medição foram sendo estabelecidas. Esta ‘liberdade’ existiu em todas as culturas civilizadas e expressou-se pela seleção de unidades de tamanho-humano (ou, seja, com relação a alguma parte da anatomia humana) como, por exemplo, pé, polegada, braça etc. Com esta escolha, as propriedades dos objetos do dia-a-dia que vemos e tocamos, puderam ser medidos por números não muito longos, isto é, por números que não têm muitas partes decimais, já que são ordens de magnitude das coisas no nível humano, como dito.

Isto, porém, cria um certo problema: essas unidades, que podem ser ditas *antropométricas*, não são precisas, determinadas unicamente e reproduzíveis. Com efeito, um pé humano pode ter vários tamanhos! Isto resultou, em diferentes tempos e lugares, numa enorme variedade de diferentes sistemas métricos e unidades de medição.

O trabalho de unificação das medições iniciou-se na Revolução Francesa, com uma equipe constituída por J. C. Borda, A. Condorcet, G. L. Lagrange, P. S. Laplace e G. Monge, em 1790 (*Cf.* Toraldo di Francia, 1981, p. 45.). A assinatura do decreto que estabeleceu o Sistema Métrico foi feita em 7 de abril de 1795, e se tornou uma das mais significativas contribuições da Revolução Francesa. Depois de alguns aceites e discordâncias, o sistema métrico foi adotado por um considerável número de países. Não obstante, nos países de língua inglesa, onde a revolução francesa não teve alcance e onde a revolução industrial já estava em progresso, as unidades de medições permaneceram ancoradas em um quadro menos conveniente e racional. Somente recentemente tais nações estão gradualmente adotando o sistema métrico.

As diferenças de sistemas e unidades, concernindo somente à vida do dia-a-dia e as aplicações práticas, há muito tempo parou de causar problemas à física. Nesta ciência, o sistema métrico tem sido adotado universalmente. Da última codificação desse sistema, surgiu o *Sistema Internacional* (Système Internationale) ou SI, adotado em 1960, e que também foi sendo aceito gradualmente pela maioria dos países. Apesar disso vale ressaltar, porém, que ao se desenvolver atividades experimentais, os resultados das medições nem sempre estão expressos de acordo com esse sistema. Normalmente, é sugerido nesses casos que se deva então transformar as unidades dessas medições, escrevendo-as no padrão do SI.

Assim, de acordo com o SI, as principais unidades da mecânica, em física, são o metro (m) para comprimento, distância e tamanho, por exemplo, o kilograma (kg) para massa de um corpo, e o segundo (s) para o tempo, resultando no chamado sistema MKS. Às vezes é usado, principalmente em microfísica, um submúltiplo do metro e um submúltiplo do kilograma, adotando o sistema centímetro (cm), grama (g), segundo (s), ou CGS. De qualquer forma, o sistema MKS é o sistema adotado universalmente com mais freqüência principalmente por causa das unidades de medições da eletricidade. Para este fim, é incluída uma quarta unidade, o Ampère (A) para medições de corrente elétrica, tornando-se o sistema MKSA. Além disso, também se utilizam Kelvin (K) para temperatura termodinâmica, (mol) para quantidade de substância e candela (cd) para intensidade luminosa, perfazendo assim as chamadas sete unidades básicas do SI.

Como dito acima, a seleção das unidades de medição e seus padrões tem sido totalmente arbitrárias. Exemplo disso é o metro, que foi originalmente definido como sendo 10^{-7} parte da distância entre o pólo e o equador terrestre, ou seja, o seu meridiano. Esta distância foi marcada sobre uma barra de platina iridiada, e se tornou o "metro-padrão", que está guardado no Bureau Internacional de Pesos e Medidas, em Sévres, na França. Como resultado, toda nova e mais precisa medição do meridiano provocava uma mudança na padronização do metro. Este procedimento foi abandonado em 1875 e hoje compara-se o meridiano com o metro-padrão e não o contrário. Além disso, apesar do metro-padrão ser facilmente reproduzível, apresentava um inconveniente: o manuseio constante poderia provocar desgaste, fazendo o padrão variar com o tempo.

Com o progresso da ciência, físicos concluíram que é possível, de algum modo, estabelecer alguns padrões naturais, o quais provaram-se ser mais estáveis e mais suscetíveis a reprodução do que os padrões acima descritos. Uma terceira definição de metro foi então introduzida, a qual é representada pelo comprimento igual a 1 650 763,73 vezes o comprimento de onda no vácuo da radiação correspondente à mudança entre os níveis $2p_{10}$ e $5d_5$ do átomo de Criptônio 86. Este padrão aparentemente estranho é facilmente reproduzido em qualquer lugar do mundo, e não apresenta desgaste. Todavia, em 1986, atendendo a recomendações da 17ª Conferência Internacional de Pesos e Medidas, abandonou-se a definição do metro-atômico e adotou-se a definição metro-luz, que é o padrão oficial nos dias de hoje: "metro é a 299 792 458ª. parte da distância percorrida pela luz no vácuo em um segundo". Além disso, estabeleceu-se que 1 segundo é igual a 9 192 631 770 vezes o período de vibração da radiação emitida pelo metal alcalino Césio (mais precisamente, pelo isótopo Césio 133) em uma particular transição.

A massa, por sua vez, ainda continua difícil de ser padronizada via um padrão natural. Deve-se a isso o fato de que é difícil termos uma 'massa-padrão' a partir da massa de uma partícula elementar, como o próton ou o elétron, por exemplo, já que a exatidão com relação à medição dessas massas mínimas continua insatisfatória para render uma operação conveniente. Assim, o kilograma permanece fixado ao padrão irídio-platina, um cilindro preservado pelo Bureau Internacional de Pesos e Medidas que 'pesa' 1 Kg.

Outra característica é a de expressar as medições em ordem da magnitude das quantidades físicas. Por exemplo, a massa de um elétron é igual a 0, 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 911kg, e a massa do sol é de 1 990 000 000 000 000 000 000 000 000 000kg, podem ser escritos, respectivamente, como sendo $9{,}11 \times 10^{-31}$kg e $1{,}99 \times 10^{30}$kg. As suas ordens de magnitude são, assim, 10^{-31} e 10^{30}. A freqüência modulada (FM) de uma emissora de rádio, por sua vez, é da ordem de 10^{7}Hz (Hertz), e o diâmetro de um átomo é da ordem de 10^{-11}m. O Bureau Internacional de Pesos e Medidas recomenda os prefixos da tabela abaixo, para representar a ordem de grandeza das unidades:

Ordem de Grandeza	Prefixo	Abreviatura
10^{-18}	Atto	a
10^{-15}	Femto	f
10^{-12}	Pico	p
10^{-9}	Nano	n
10^{-6}	Micro	µ
10^{-3}	Mili	m
10^{-2}	Centi	c
10^{-1}	Deci	d
10^{1}	Deca	da
10^{2}	Hecto	h
10^{3}	Quilo	k
10^{6}	Mega	M
10^{9}	Giga	G
10^{12}	Terá	T
10^{15}	Peta	P
10^{18}	Exa	E

Em geral, um número real qualquer pode ser representado por um número entre 1 e 10, multiplicado por uma potência de 10. Segundo Toraldo di Francia, (*ibid.,* p. 28) "the important thing, and what measures the order of magnitude, is the *expoent* that is given to 10. It is therefore, by *convention*, an integer. One can say, then, that *a physical quantity has the order of magnitude of the number that measures it* (with a convenient unit)." Na verdade, quanto mais sabemos sobre a estrutura do mundo físico, mais reconhecemos a importância da ordem da magnitude. Segundo o mesmo autor, o universo parece ser estruturado sobre um número de níveis quantitativos e o que distingue um nível de outro é a ordem de magnitude. De qualquer forma, a escolha de potências de 10 é contingente e advém, provavelmente, do fato de termos 10 dedos. Se tivéssemos 12 dedos, provavelmente teríamos uma numeração duodecimal e a base poderia ser 12. Por exemplo, os Astecas e os Maias 'adicionavam' os dedos dos pés com os das mãos, e usavam base 20; já os Sumérios e os Babilônicos usavam base 60. Apesar de não analisarmos esse ponto aqui, podemos ver que isto novamente confere arbitrariedade na escolha da base acima enunciada.

Capítulo 4

O Problema do Erro e os Limites de Validade de uma Lei Física

"He utters his opinions like one perpetually groping and never like one who believes he is in possession of definite truth".
A. Einstein on N. Bohr
(*Apud* A. Pais, *Niels Bohr Times,* Oxford Un. Press, 1991)

Não obstante a todas as características históricas e epistemológicas da física apontadas anteriormente, o método experimental propriamente dito, nesta ciência, tem algumas peculiaridades bastante interessantes. Uma delas, que encerra um grande problema, se refere à precisão da medição (ou das medições) feitas em laboratório em qualquer experiência. Como dito anteriormente, um dos principais objetivos de qualquer ciência experimental é determinar o valor quantitativo de uma grandeza. Esta análise quantitativa é realizada a partir da medição dos valores das grandezas relacionadas à propriedade alvo da pesquisa, utilizando as definições operacionais. Para isto, o experimentador faz uso de instrumentos de medida cuja complexidade varia de acordo com a natureza da grandeza a ser mensurada. Porém, não basta simplesmente registrar o resultado das medições feitas durante uma experiência; é necessário também dar uma idéia da confiabilidade da medição, ou seja, os dados experimentais devem ser acompanhados de um posterior tratamento matemático que permita uma avaliação da confiabilidade dos resultados obtidos, isto é, o quanto eles estão corretos, são aceitáveis ou mesmo infundados. Além disso, como poderia se pensar, o grau de sofisticação e/ou de precisão do aparelho utilizado não livra o operador da existência de erros ao realizar a medição. Em suma, deve-se sempre expressar, anexo ao valor da medição, *o valor do erro encontrado na medição*[25].

---

[25] Lembramos aqui que esta dissertação acompanha, digamos assim, os termos que a física, ou que os físicos, aparentemente utilizam em seu dia-a-dia. Desta forma, preferimos manter o termo "erro da medição" para esta característica do método experimental nesta ciência. Na realidade, filosoficamente, este termo "erro" precisaria ser qualificado já que pressupõe, neste caso, o valor de uma medição correta, coisa que de certa forma não existe (o que existe como medição 'certa' ou 'correta' é a média do somatório de todas as medições feitas sobre o objeto em questão). Poderíamos, ao invés de usar a palavra "erro", usar um termo como 'desvio padrão da medição' ou 'desvio da medição' (ou coisa do gênero), como será expresso na página 55, adiante. De qualquer forma, mantemos e utilizamos aqui o termo "erro da medição" pelo motivo exposto.

A tarefa para determinar a confiabilidade de uma medição (ou seja, seu erro), na prática, não é muito simples e, na verdade, necessitamos de diversos procedimentos para poder estimá-la. A maior dificuldade desses procedimentos reside no fato de que as medições sofrem a influência de um grande número de fatores, que influem de forma decisiva no seu resultado. Como exemplo desses fatores, podemos citar a influência do próprio aparelho utilizado para realizar as medições, o tipo e o número de medições feitas, assim como o método de medição empregado pelo experimentador. Portanto, é necessário fazer um estudo dessas interações para poder dar uma indicação da confiabilidade da medição. Não fazemos tal estudo aqui de uma forma detalhista, mas somente descrevemos algumas características que são importantes para este capítulo. (Não obstante, é bom salientar que, devido à natureza de qualquer fenômeno em estudo, assim como aos próprios processos que acompanham a medição, na prática usual do cientista, o resultado desta é apenas *aproximado*, sendo impossível analisar ou indicar todos os fatores que atuam sobre a mesma. Na verdade, também o erro 'verdadeiro' da medição permanece desconhecido, sendo possível somente uma estimativa do erro máximo aceitável para o processo em questão).

Além disso, o aparelho de medição deve ser 'adequado' à medição que se está fazendo. Com efeito, usando por exemplo uma trena comum, dividida em centímetros e metros, não é possível medirmos qualquer distância com uma precisão de um milésimo de um milímetro (1/1000 mm), medida esta que é chamada de micrômetro (ou de mícron), e denotada como μm. Podemos utilizar uma métrica padrão (ou seja, uma unidade de medição padrão como metro, centímetro etc. na qual as medições serão expressas) e um bom microscópio, mas até mesmo deste modo, uma precisão da ordem de 10^{-8} cm (precisão esta concernente às dimensões atômicas) não pode ainda ser obtida. Isto mostra que necessitamos ter cuidado, já que devemos sempre utilizar aparelhos que sejam propícios à medição do objeto em questão.

Também devemos ressaltar que, em se tratando de aparelhos de medição, em qualquer aparelho deste tipo utilizado para se fazer uma medição em física (seja ele uma trena, um micrômetro, um paquímetro, um cronômetro, um termômetro, um densímetro etc.) possui, gravado neste, o erro concernente à medição que se está fazendo utilizando tal aparelhagem (ou seja, o erro de escala do instrumento, como veremos à frente). Uma trena comum, por exemplo, dividida em milímetros, centímetros e metros, possui um erro de 0,5 mm.[26]

A classificação dos erros usados nas teorias de observação tem sido de grande importância, tanto no contexto histórico quanto prático, especialmente em astronomia. (*Cf.* Luce e Suppes, 1987, p. 795). Apesar do desenvolvimento, um tanto cedo, de medições astronômicas precisas, nenhuma teoria sistemática de erros observacionais parece ter sido criada até o século XVIII, primeiramente com o artigo de Thomas Simpson, um matemático inglês, em 1757 e depois no trabalho de dois matemáticos franceses, Joseph-Louis e Pierre-Simon, este último também astrônomo, no seu trabalho fundamental *Traité de méchanique celeste* (Tratado de mecânica celeste), escrito entre 1798 e 1827. Hoje, como dito anteriormente, qualquer medição significativa em física é rotineiramente expressa com alguma indicação do erro provável, e teorias são testadas para serem confirmadas com os erros de medição. Segundo os autores acima, na teoria da relatividade geral de Albert Einstein, por exemplo, as discrepâncias entre predições e observações, ajustaram-se perfeitamente com os estimados erros de medição, calculados anteriormente.

Quando se realiza uma medição, faz-se a 'mesma' várias vezes e cometem-se os mais variados tipos de erro. Desta forma, o erro associado a uma medição é definido como a soma de todos eles[27]. Por exemplo, no livro *Introdução ao laboratório de física* (Piacentini *et. al.*, 1998, p.23), existem algumas classificações de erros encontradas na literatura. A nomenclatura também é variada, sendo que o mesmo tipo de erro é denominado de forma diferente dependendo do autor. Neste livro citado, os autores optam por classificar os diversos tipos de erro em três categorias principais:

a) *Erro de Escala:* é o máximo erro aceitável cometido pelo operador, devido ao limite de resolução da escala do instrumento de medição.
b) *Erro Sistemático:* é aquele que, sem praticamente variar durante a medição, entra de igual modo em cada resultado desta, fazendo com que seu valor se afaste do valor real em um sentido definido. O erro sistemático é o que

---

[26] O erro enunciado para este tipo de trena advém da fórmula: erro = menor divisão da escala do instrumento de medição, dividida por 2. Veja mais detalhes sobre este cálculo a frente.

[27] Entretanto, não se deve confundir este tipo de erro aqui enunciado com engano, também chamado erro grosseiro, pois este é devido a fatores como inabilidade, inexperiência ou distração por parte do experimentador. Estes erros são facilmente eliminados, ou pelo menos, identificados e compensados.

aparece seguindo alguma regra definida; descoberta sua origem, é possível eliminá-lo.

c) *Erro Aleatório:* é aquele que decorre de perturbações estatísticas imprevisíveis, ocorrendo, portanto, em qualquer sentido. Os erros aleatórios não seguem qualquer regra definida. Assim sendo, não se pode evitá-los.

Alguns autores utilizam o termo acidental ao invés de aleatório. Porém, segundo M. Bassiere e E. Gaignebet,[28] "o termo acidental parece particularmente uma má escolha. Ele lembra acidentes que se produzem de tempos em tempos, que caem ao acaso, mas ele não implica que a média dos acidentes seja nula. Ele evoca mais o erro dito parasita (grosseiro), grave confusão de dois valores, que as mínimas oscilações desordenadas em torno de um valor médio".

Por definição, o erro máximo na medição, também chamado *desvio da medição*, **(Δx)**, como dito, é a soma de todos os erros, ou seja:

$$\mathbf{E = \Delta x = E_{sistemático} + E_{aleatório} + E_{escala}}$$

Além disso, é bom salientar que algumas grandezas podem ser medidas tanto na forma direta como indireta. Por exemplo, se uma massa desconhecida m_x é comparada com uma massa padrão m_p em uma balança de pratos, o resultado desta comparação é uma medição direta da massa m_x. Se ao invés da balança de pratos for utilizada uma balança de molas, o resultado será a medição indireta de m_x, pois neste caso a comparação foi feita entre a elongação da mola, produzida por m_x, e a elongação produzida pela massa padrão $m_{p.}$ Outro exemplo de medição indireta são as medições de temperatura. A variação da temperatura em um termômetro de mercúrio é obtida através da variação do comprimento da coluna de mercúrio, causada pela variação da temperatura.

Para estes casos, outra classificação de erros existe e envolve também a divisão destes em erros diretos e indiretos. Se um pesquisador, por exemplo, mede os ângulos de um triângulo, erros diretos podem advir da medição dos primeiros dois ângulos. Estes erros são 'produzidos' quando o valor padrão (uma trena, por exemplo) é

[28] Bassiere, M. e Gaignebet, E., *Métrologie generale*, Paris, Dunod, 1966, a*pud Introdução ao laboratório de física*, Piacentini, J. J. *et al.* Editora da UFSC, 1998. p. 23.

comparado diretamente com um valor desconhecido da mesma grandeza. Todavia, estes erros irão induzir erros de medição indiretamente, no valor do terceiro ângulo, que irá ser calculado ao invés de medido diretamente. Na prática científica moderna, um grande número de erros de medição são indiretos, já que teorias sofisticadas e uma grande variedade de medições auxiliares 'entram' na medição de quantidades significativas, tais como a velocidade da luz ou a massa da Terra. (*Cf.* Luce e Suppes, 1987, p. 796).

Apesar de não adentrarmos a este assunto aqui, é bom que se diga que quando uma medição é repetida com o objetivo de aumentar o refinamento ou de diminuir o erro ε, são feitos cálculos de distribuição de erro via uma teoria estatística de tratamento de dados experimentais. Atualmente, nenhum campo das ciências exatas que utiliza os dados de uma experiência pode deixar de aplicar tais métodos estatísticos de tratamento de dados experimentais apesar de se aceitar que a estatística matemática, particularmente no campo de sua aplicação ao tratamento do resultado das medições, não pode ser considerada perfeita (*Cf.* Luce e Suppes, 1987, p. 797). Em casos concretos, surgem diferentes dificuldades que nem sempre são possíveis de serem superadas. Assim, pois, até agora não existem recomendações universalmente aceitas com respeito à representação dos resultados das investigações experimentais e, a forma como descrevemos o tratamento matemático dos resultados das medições no decorrer deste capítulo é a mais freqüentemente encontrada nos livros da área, podendo até mesmo diferir em alguns autores, como dito anteriormente.

Vale ressaltar que, nesta dissertação, optamos por trabalhar somente com o erro de escala, já que este tipo de erro, como visto, encontra-se em qualquer medição pois é inerente à escala do instrumento utilizado para efetuá-la. Além disso, segundo o livro Introdução ao laboratório de física (p. 28), *para uma única medição não há sentido em se falar na existência do erro aleatório, e o erro sistemático, caso exista, pode ser eliminado quando sua origem for conhecida. (grifo meu).* Em poucas palavras, estes erros que são 'eliminados' representam, meramente, erros na aplicação das regras operacionais estabelecidas, e geralmente, se devem a um engano na 'construção' do aparato experimental, imprecisão de ajuste da trena ao objeto, por exemplo, ou o uso impróprio dos instrumentos.

O erro de escala, do modo acima descrito, é determinado através da expressão (dada por definição):

$$E_{esc} = \pm \frac{\text{menor divisão da escala}}{2} = \pm \frac{MDE}{2}$$

Além disso, o resultado de uma medição **(M)** é constituído por três itens:

a) um número, representado por **m**;
b) uma unidade, representada por **u;**
c) uma indicação da confiabilidade da medição, representada pelo erro provável da medição **m,** e denotada por **Δm.** Freqüentemente, esta confiabilidade é negligenciada no resultado final; porém ela é tão importante quanto os dois primeiros itens.

O modo formal de expressarmos este fato, em qualquer relatório laboratorial, segue esta forma: existe um número real ***a*** (com uma infinidade de partes decimais) que representa a 'verdade' ou a medição exata. Porém, a toda expressão da medição devemos acrescentar um erro, advindo dos motivos acima apresentados. Desta forma, toda a medição feita em física é (ou deveria ser) expressa do seguinte modo:

$$M = (m \pm \Delta m)\ u \quad \text{ou}$$

$$\text{Medição} = a \pm \varepsilon\ (u)$$

onde ε representa um pequeno número positivo e ***u*****,** como dito, a unidade da medição. Na verdade, o que dizemos é que o valor da medição é ***a****,* com um erro ε ***(ou 2*** ε***).*** Assim, encontramos um certo número ***b***, o qual chamamos de valor da quantidade da medição, e dizemos que a medição real ***a*** está entre $b - \varepsilon$ e $b + \varepsilon$, do seguinte modo, onde ε representa um 'pequeno' número positivo:

$$b - \varepsilon \leq a \leq b + \varepsilon$$

Por exemplo, tomemos a segunda lei da dinâmica (ou segunda lei de Newton), $f = ma$. Em cada situação experimental concreta, medir as três magnitudes força, massa e aceleração produz três intervalos reais, cuja amplitude depende da precisão dos procedimentos de medição utilizados. Temos, desta forma, uma medição do seguinte tipo:

$$\mathbf{f \pm \varepsilon = (m \pm \delta) \,.\, (a \pm \zeta)}$$

Onde **ε, δ,** e **ζ,** representam, é claro, os erros de cada medição. (É necessário observar que existem regras para a propagação dos erros em qualquer operação matemática que se faça, já que, às vezes, é necessário medir varias grandezas físicas iguais ou diferentes, com aparelhos de classes de precisão diferentes, e reuni-las através de uma única equação matemática de forma a obter o valor da grandeza procurada. De qualquer forma, não adentramos a este ponto aqui, por não interessar aos nossos objetivos específicos. Mais detalhes podem ser vistos no livro "Introdução ao laboratório de física" antes citado).

Assim, a expressão o *"valor verdadeiro de a"*, onde *a* representa um número real de uma medição, não tem qualquer significado em física e é, desta forma, evitado, já que todo valor de *a* 'carrega' consigo um erro. Na verdade, devemos dizer que ε não declara o erro, mas sim a precisão da medição do instrumento utilizado ou do método utilizado na medição. Assim, dizemos que a quantidade da medição é *a*, com a precisão *ε ou 2ε.* Assim podemos, e é preferível, ao invés de declarar a medida como o *"valor verdadeiro de a",* expressá-la como o *"valor provável de a"*.

Uma medição qualquer, desta forma, produz não só um número real *a*, mas um intervalo contínuo de números, dos quais $b - \varepsilon$ e $b + \varepsilon$ são o "lower and upper bounds" (Toraldo di Francia, 1981, p. 27), ou de outra forma, os limites inferior e superior da medição. Ainda segundo este autor, "*somente convencionalmente* podemos dizer que a medição verdadeira *a* pode ser qualquer valor deste intervalo e que ε declara o erro da medição" (*ibid*., *grifo meu*). Quando repetimos a medição com algum instrumento que tenha uma precisão maior, ou seja, que tem um erro ε menor, o novo intervalo fica dentro do intervalo antigo.

Descrevemos agora, de um modo mais formal, o que é um resultado em física, com seu erro, utilizando, para tanto, o trabalho de Dalla Chiara e Toraldo di Francia (1979, p. 151-159). Na verdade, a descrição que fazemos adiante é uma expansão da formalização dada no capítulo 2, no caso das definições operativas, incluindo agora o erro inerente às medições feitas nesta ciência.

Primeiro, é necessário que se diga que trabalhamos somente com as quantidades chamadas determinísticas que são, a saber, aquelas que podem ser expressas através de números reais, juntamente com o 'erro' que depende, como visto, da precisão dos instrumentos usados em um procedimento de medição π.

Assim, como dito anteriormente, a aplicação de um procedimento π de medição, a um sistema físico σ, resulta em um número real, juntamente com o erro ε (que depende tanto de σ como de π) e é expresso como

$$\pi(\sigma) = a \pm \varepsilon$$

onde, como dito acima, ε é um número real positivo. Assim, $\pi(\sigma)$ produz um intervalo de números reais de 'distância' ε, com 'centro' em a.

Seguindo os autores acima, dizemos que dois números reais r_1 e r_2 são ε-iguais se, e somente se, $| r_1 - r_2 | \leq \varepsilon$. Neste caso escreveremos $r_1 =_\varepsilon r_2$.

Além disso, dois intervalos de números reais I_1 e I_2 são ditos ε-iguais ($I_1 =_\varepsilon I_2$) se, e somente se, (see) existe um intervalo de tamanho ε que contém ambos. Assim;

$I_1 =_\varepsilon I_2$ see para qualquer que seja x pertencente a I_1, e qualquer que seja y pertencente a I_2, temos $x =_\varepsilon y$, e

$r_1 =_\varepsilon r_2$ see para qualquer $\varepsilon' > \varepsilon$, temos $r_1 =_{\varepsilon'} r_2$, onde ε' representa o erro encontrado em uma segunda medição.

Se π e π' representam dois procedimentos de medição pertencentes à classe $\Pi(\Sigma)$, π e π' são ditos ε-equivalentes com respeito a Σ see:

a') para todo $\sigma \in \Sigma$, a aplicação de π e π' para as mesmas partes de σ, resulta no mesmo número n de resultados $\pi_{(1)}(\sigma), ..., \pi_{(n)}(\sigma)$ e $\pi'_{(1)}(\sigma), ..., \pi'_{(n)}(\sigma)$, respectivamente e,

b') para todo par $\sigma_1, \sigma_2 \in \Sigma$, para os quais $\pi_{(i)}(\sigma_1) =_\varepsilon \pi_{(i)}(\sigma_2)$ (para todos os valores de i), também temos $\pi'_{(i)}(\sigma_1) =_\varepsilon \pi'_{(i)}(\sigma_2)$ e vice-versa.

Como se pode perceber facilmente a relação a') e b') acima constitui um caso particular de a) e b), expressa no capítulo 2, logo é também uma relação de equivalência. Ou seja, a relação agora definida de ε-equivalência, também é reflexiva, simétrica e transitiva e define, para cada valor, de ε um número de classes de equivalência $C_a^\varepsilon, C_b^\varepsilon, ... \subset \Pi(\Sigma)$. (*Cf. ibid.*).

Assim, a definição de uma quantidade física, dada no capítulo 2 como sendo a classe de equivalência dos procedimentos de medição, depende também agora da precisão das medições envolvidas em tais procedimentos. Segundo os autores (*ibid.*, p. 155), “this is the *largest* value of the precisions of the instruments used in all procedures π of the set that defines the quantity. But, of course, in practical applications, one will be interested in setting this largest value as small as possible.”

É claro que a precisão usada para definir as classes C_a^{ε}, C_b^{ε}, ..., é dependente do estado atual dos nossos aparelhos de medição, ou de outra forma, do estado atual da nossa tecnologia que permite construirmos aparelhos de medição mais refinados. Com o avanço da tecnologia, poderemos encontrar um $\varepsilon' < \varepsilon$, que poderá definir uma mesma quantidade.

Como dito, a precisão ε é dependente das especificações do sistema físico σ e dos procedimentos de medição π, para a quantidade física Q. Desta forma, os autores definem a precisão ε neste sistema como sendo *a precisão canônica de Q com respeito a σ.* Segundo eles (*ibid*, p. 159),

> A result obtained with this precision is a *proper* result. Of course, in many cases one can use results of less than canonical precision. This can happen, either because the capability of the apparatus has not been fully exploited, or because the results are derived from merely theoretical information. In this case we will talk of *improper* results. A typical example is represented by trivial results (as for instance $D(\sigma) = (-\infty, +\infty)$)
>
> The association of a (proper or improper) result to a physical system σ and a physical quantity Q represents a *measurement*. A *proper measurement* will be the application of a procedure $\pi \in C_k$ to a system $\sigma \in \Sigma_k$, with the canonical precision.

Devemos notar que a especificação do erro ε deve ser implícita ou explicitamente acompanhada do resultado da medição. É claro que, quando o erro encontrado em uma medição já é usual para o físico, podemos dispensar a explícita especificação deste, ou seja, o erro implícito já está bastante claro. Por exemplo, se medimos a distância entre dois lugares com uma trena em que a menor divisão da escala desta trena é feita em metros, o valor encontrado pode ser expresso como sendo 285Km, quando o correto é 285,00000 ± 0,00005Km. De qualquer forma, esta é uma atitude ‘incorreta’ do físico: a rigor todas as medições devem ser expressas com seus respectivos erros. Também é convenção declarar sempre o menor valor de ε encontrados nas medidas. Desta forma, entre dois aparelhos de medição, prefere-se sempre o que tem o menor valor de ε, ou seja, o que tem o menor erro. Por exemplo, para medirmos um objeto de 30 cm, utilizamos uma trena dividida em milímetros e não em metros, já que a primeira possui um erro menor.

É interessante notar que existe uma exceção, para o caso do erro, quando alguma medição consiste na atitude de contar. Suponha, por exemplo, que desejamos saber quantos botões cabem em uma dada caixa. O resultado será um número inteiro, exato. Desta forma, na física clássica, podemos assumir que o resultado da contagem é um número inteiro com erro zero, ou seja, $\varepsilon = 0$.

Os Limites de Validade de uma Lei Física

Iremos agora explorar um ponto que ainda não ressaltamos. Como se sabe, uma lei típica da física consiste em uma relação matemática, que expressa algo que supostamente deve ser constantemente encontrado entre as medições de várias quantidades que são parte de um fenômeno. Por exemplo, segundo Toraldo di Francia (1981, p.29), "sejam A e B representantes de duas quantidades envolvidas em um fenômeno, e **a** e **b** suas respectivas medidas. Se nós encontramos, por um experimento, que os números **a**, **b** são vinculados pela relação

$$\mathbf{a} = \mathbf{b}, \tag{1}$$

podemos dizer que esta equação incorpora uma *lei física*". (É necessário observar que, para o próprio autor acima, este exemplo é um simplório tipo de lei encontrada em física, tomada apenas como exemplificação da possível relação matemática existente entre duas grandezas).

Este exemplo, é claro, parece bastante trivial. Porém, devemos ter em mente que, em tais casos, estão incluídas todas as leis fundamentais de conservação de energia e matéria em física. Desta forma, *a* e *b* da equação acima representam uma e a mesma quantidade, antes e depois de um certo fenômeno ter ocorrido. Por exemplo, podemos pensar na massa, antes e depois de uma reação química ter acontecido.

Segundo o mesmo autor (*ibid.*, p.30), a tradicional equação (1) acima é totalmente ingênua e uma ilusão. Assim, "seria conveniente perguntarmos com que procedimento podemos estabelecer que esta equação é válida". Como visto acima, quaisquer que sejam as medições de *a* e *b*, elas sempre trazem consigo dois intervalos $a' \pm \varepsilon_a$, $b' \pm \varepsilon_b$, onde ε_a e ε_b representam a precisão dos instrumentos utilizados.

Considerando agora um intervalo $\varepsilon = | b' - a' | \pm (\varepsilon_a + \varepsilon_b)$, representando o intervalo mínimo que inclui ambos intervalos originais. O resultado da medição é consistente com a equação

$$\text{(2)} \qquad \mathbf{a} = \mathbf{b} \pm \varepsilon.$$

Assim, podemos dizer **a = b***, com a precisão* ε*.* (Por exemplo, suponha que **b** = 2 e ε = 0,02. Isso significa, intuitivamente, que **a** = 1,998 ou **a** = 2,002 ou qualquer valor entre esses. Grosso modo, experimentalmente, podemos dizer que '1,998 = 2 com precisão ±0,002').

Segundo o autor supra citado, a relação expressa na equação do tipo (2) acima é a forma legítima que pode ser expressa por uma lei física, enquanto que a equação (1) expressa a igualdade de dois números reais; o resultado exato de duas medições, *não pode ter qualquer significado nesta ciência*. Com efeito, vemos que esta relação (1) pode ser corretamente empregada quando estamos tratando com objetos e relações matemáticas puras[29]. Quando tentamos expandir tais relações para o mundo físico (aplicar tais resultados em uma teoria física), devemos levar em conta o erro e, desta forma, a equação (1) 'perde espaço' para a equação (2), mais suscetível a expressar corretamente o mundo natural.

Ainda segundo Toraldo di Francia, (*ibid*):

> The specification of the *limits of validity* of the law, or of the precision ε with which it has been verified represents an integral and essential part of the physical method. Strictly speaking, in no serious paper on physics should a law such as equation (1) be stated without a indication of the limits of its validity. In practice, such an indication can be omitted when (a) the law is well known and everyone is acquainted with the limits within it has been verified or (b) the law is new but those who are familiar with the instruments used can readily figure out what degree of precision has been reached by the experimenter.
> The assimilation of these concepts can effectuate a profound change in attitude toward physics for many people. One must overcome the traditional misconception whereby physics is closely associated with

[29] A este tipo de equação poderíamos atribuir, é claro, algum atributo metafísico. Porém isto, como vimos antes, não é a finalidade da física.

> mathematics in its method, instead of being simply associated with it as a user. In many cases, faulty teaching in high school is responsible for such misconceptions.

Como resultado de tais abordagens, podemos dizer que as leis da física, quando aplicadas em laboratório, nunca resultam exatas ou nunca obtêm certeza absoluta. Leis do tipo expresso na equação (1) acima, na verdade, nunca podem ser exatamente verificadas por causa do erro que nelas não está expresso ou, no mínimo, esta relação não é confiável. Leis físicas, quando expressas deste tipo, na verdade *mentem*[30], já que expressam relações exatas, coisa nunca encontrada na física experimental. Equações do tipo (2), por sua vez, estabelecem relações exatamente verificáveis. Esta equação se deduz de um procedimento correto em física e expressa, desta forma, uma verdade ao menos muito maior que da equação (1). "The proposition synthesized by equation (2) states precisely that *every time measurements are carried out with a given apparatus, two numbers a, b, are found which differ by less than ε.* It is a *true* sentence [...]." (*ibid.*, p. 31, *grifo do autor*).

É interessante notar que, mesmo com um aparato experimental mais refinado, a lei (2) acima continua com maior probabilidade de ser verdadeira, em detrimento à lei (1). É claro que, como dito anteriormente, com a evolução do aparato experimental tornando-o mais acurado, talvez possamos um dia determinar medições sem erros e declarar leis universalmente reconhecidas. Até lá (e tudo leva a crer que isto, se acontecer, ainda irá demorar), as leis que escrevemos em física teórica, na forma a = b, espelham uma clara incongruência com o que encontramos na vida real, ou seja, no laboratório e/ou na física experimental. Além disso, como visto, quando refinamos nosso aparelho experimental de modo a obter um erro menor, o 'novo' erro fica dentro do intervalo antigo, ou seja, a lei $\mathbf{a} = \mathbf{b} \pm \varepsilon$, continua correta mesmo após este refinamento. Segundo o autor, leis que não expressam o erro ε, tais como a da equação

[30] Utilizamos aqui uma paráfrase ao texto de Nancy Cartwright: "*How the laws of physics lie*". Segundo este texto, as leis físicas são verdadeiras somente quando estão interpretadas em um modelo e este modelo, por sua vez, interpreta a natureza, ou os seus fenômenos. Na verdade, o que acontece é que temos um domínio do conhecimento Δ das ciências empíricas a investigar. O que fazemos? Elaboramos um "modelo matemático" de Δ, digamos *M.* Passamos agora a trabalhar com *M,* deduzindo coisas, por exemplo, e o que se deriva em *M* somente indiretamente se refere a Δ. O cientista trabalha com *M* que é um modelo matemático. A forma usual que se entende a ciência, de que as leis físicas interpretam diretamente os fenômenos é falsa principalmente pelo motivo acima apresentado e por uma série de outras razões que a autora aponta, mas que não enunciaremos aqui. É por isso, basicamente, que as leis físicas, segundo ela, "mentem".

(1), não podem ter nenhum significado em física e, desta forma, não podem representar uma verdade (intuitiva).

Para finalizar esta seção, devemos ressaltar que além da equação (2) referir-se a um dado fenômeno no qual as quantidades A e B estão envolvidas, esta equação é também aplicada a uma classe P de fenômenos, atrelada à classe σ de sistemas físicos. A especificação desta classe é também necessária para se declarar o limite de validade de uma lei física.

Usualmente, P é especificado por descrever qualitativamente um tipo de fenômeno e designar os limites dos valores *a* e *b*, bem como todos os parâmetros relevantes envolvidos. Por exemplo, para as fórmulas no caso da mecânica clássica Newtoniana serem válidas para certos valores de ε, as velocidades envolvidas não devem exceder um certo limite. Mais precisamente, as falhas da mecânica clássica (ou seja, o erro ε, se torna muito grande), acontecem quando as velocidades dos corpos envolvidos atingem cerca de 10% da velocidade da luz, tornando-se mais acentuadas à medida que as velocidades aumentam. Para estes casos, quando a velocidade dos corpos envolvidos é muito grande (no caso das partículas atômicas como elétrons e prótons, por exemplo), é necessário usar, por exemplo, a teoria da relatividade geral de Albert Einstein.

Neste sentido é interessante apontar o que diz Toraldo di Francia, (*ibid.*, p. 33):

> Regarding class P, one could repeat word for word what has been said about ε. Sometimes one is able to perform experiments in a novel situation, not included in the original class P. If the new law is still found to be valid, then one simply says that class P turns out to be larger than was first thought and also includes the new experiment. Otherwise the new experiment is not part of class P; it exceeds the limits of validity of the law so that a new law must be sought for it. Once the new law has been found, it may happen that all the phenomena in class P satisfy the law. In this case we say that the new law has a class of validity P' ⊃ P, larger than that of the old law. Thus it should be clear that it is unwise to assert that the new experiment has *refuted* or *falsified* the old law. It should be said, instead, that the new experiment falls outside the domain of validity of the old law, which still remains perfectly valid for class P.

Algumas vezes, necessitando de melhor informação (ou seja, no início da pesquisa), podemos assumir provisoriamente que a lei, verificada na classe P, também é válida 'fora' da classe P. Isto é chamado de *extrapolação* e, normalmente, oferece uma ferramenta heurística bastante útil. De qualquer forma, os físicos sabem que isto não é um procedimento muito rigoroso e os físicos são, algumas vezes, acusados de extrapolar suas leis (deliberadamente), para campos onde elas não podem ser aplicadas. Esta característica normalmente é baseada em uma carência de informação: "extrapolation may sometimes be used carelessly by writers, philosophers, historians, politicians, and so on; not by physicists (at least not by good ones!)." (*ibid.,* p. 34).

No próximo capítulo, tentaremos mostrar como esta característica da física experimental, ou seja, esse 'erro' que parece ser inevitável já que está atrelado ao próprio aparelho de medição, pode se tornar problemática quando considerada à luz da teoria dos modelos baseada em uma lógica clássica.

Capítulo 5

Modelos Físicos e Verdade Empírica

"[Na realidade o] melhor candidato para o que é 'verdadeiro' acerca de uma teoria física é o seu aspecto estrutural abstrato"
M. Redhead, *"Quantum Field Theory and the Philosopher"*, *in* Cao, T. Y., 1999.

Devido às características apresentadas no capítulo anterior, ou seja, o erro advindo das típicas experiências em física e o qual, aparentemente, não podemos evitar (já que está implícito no aparelho de medição), muitas pessoas colocaram em xeque a validade das asserções deduzidas nesta ciência. Como diz Bertrand Russell (1927, p. 19ss)[31]:

> [...] a aplicação da Física ao mundo empírico, trata-se, claramente, de problema vital: embora a Física possa ser estudada como Matemática Pura, não é como Matemática Pura que a Física é importante. [...] *Acredita-se que as leis da Física sejam pelo menos aproximadamente verdadeiras, embora não logicamente necessárias; a evidência, no caso delas, é empírica.* Toda evidência empírica consiste, em última análise, de percepções; assim, o mundo da Física deve ser, de certo modo, contínuo em relação ao mundo de nossas percepções, visto que são estas últimas que nos dão a prova das leis da Física. No tempo de Galileu, esse fato não parecia suscitar problemas muito difíceis, visto que o mundo da Física não se tinha tornado ainda tão abstrato e remoto como o pensamento subseqüente o transformou. Mas já na filosofia de Descartes o problema moderno está implícito, e com Berkeley ele se torna explícito. O problema surge porque o mundo da Física é, *prima facie*, tão diferente do mundo da percepção que se torna difícil ver como um pode proporcionar evidência para o outro; além do mais, *a própria física e a Fisiologia parecem dar base para supor que a percepção não pode ensejar informação muito precisa quanto ao mundo exterior, e assim enfraquecem as proposições obre as quais se erguem.* (*Grifo meu).*

Ou, como dizem Dalla Chiara e Toraldo di Francia (1979, p. 163),

> Ironically, they may be ready to wage their life on a number of facts predicted by physics, while affirming that physics is able to reach at best *approximate truth.* Alternatively, they are likely to say that the laws of physics could be exact, were it not for the act that they can

[31] É claro que muitos outros filósofos, principalmente contemporâneos, alertam para este fato. Tomamos apenas este exemplo, de um filósofo renomado como Russell, como uma indicação. Outros não serão tratados aqui até porque uma tal revisão histórica fugiria ao tema principal desta seção.

> only be approximately verified. This paradoxical situation arises largely because the precisions ε are ordinarily *kept out of the theory*. The theories of physics are then thought to be perfect forms of a Platonic world of ideas, which are inevitably marred in the passagem to this mortal world of ours. In other words, the theory is never expected to perfectly agree with the facts! (grifo dos autores).

Assim, devemos partir do fato de que, em se tratando de medições, devemos considerar a imprecisão ε já mencionada no capítulo anterior. Mas, se há tal inevitável imprecisão, como fica o problema da verdade? Em outras palavras, se as medições físicas são realizadas sem que se tenha precisão total, como nos certificar que as proposições que dizem respeito aos sistemas físicos realmente se coadunam ao que ocorre? Por esse motivo, precisa-se 'incorporar' a imprecisão ε como algo que faça parte da teoria. De certa forma, devemos conseguir 'interpretar' todos os valores que estão no intervalo de erro de uma medição feita em um mesmo sistema físico, (e não só os valores ideais, como será visto abaixo), sem que isso se torne problemático do ponto de vista da lógica em que fundamentamos tal teoria, ou seja, sem que isso nos leve a uma contradição, por exemplo. É o que tentaremos fazer a partir de agora.

Primeiramente, porém, é necessário que façamos uma breve descrição do que é um modelo físico. (Estes conceitos foram adaptados do trabalho de Dalla Chiara e Toraldo di Francia, 1979, p. 163ss; 2001, p. 88ss, e da Costa e Krause, 2003 [2]).

A partir dos anos 1950, (principalmente com os trabalhos pioneiros do lógico polonês Alfred Tarski sobre teoria dos modelos), tem sido elaborada uma sofisticada teoria de modelos que funciona muito bem para o caso das teorias matemáticas usuais de 1ª ordem. Normalmente, a lógica que alicerça tal teoria é a lógica clássica (donde se deriva a teoria 'clássica' dos modelos). Existem algumas expansões interessantes também para lógicas não-clássicas, mas não iremos tratar deste ponto aqui. Quando aplicamos a teoria dos modelos, que funciona muito bem para os objetos abstratos da matemática, às ciências empíricas, os objetos destes modelos devem ser interpretados em situações experimentais concretas, e obtemos então os chamados *modelos físicos*.

Como vimos anteriormente, as leis físicas podem ser expressas como tendo a seguinte formulação lingüística abreviada: afirmam que uma certa relação matemática dada existe entre os valores de certas magnitudes físicas. Como exemplo, retomamos a segunda lei de Newton expressa anteriormente: $f= ma$ (força de um corpo é igual à massa desse corpo multiplicada pela aceleração do mesmo). Desta forma, a força *(f)* é uma função da massa *(m)* e da aceleração *(a)* ou, em outras palavras, o valor da força *(f)* é dependente dos valores da massa *(m)* e da aceleração *(a)*.

Uma lei física não se refere a sistemas determinados. Porém, quando perguntamos sobre o significado e o valor de verdade de uma certa proposição física, torna-se inevitável nos referirmos a classes de sistemas físicos em estados determinados. Tudo isto leva em conta uma metalinguagem adequada para descrever experimentos e procedimentos de medição. Na verdade temos que estabelecer, como visto, certas definições operativas (como feito no capítulo 2), para que as magnitudes físicas relevantes em respeito ao fenômeno estudado se tornem compreensíveis.

Em um contexto semântico do tipo usual, é possível introduzir uma noção de "modelo físico", em respeito ao qual uma proposição pode ser verdadeira ou falsa. Um modelo físico pode ser caracterizado como sendo uma estrutura (*Cf.* Dalla Chiara e Toraldo di Francia, 2001, p. 89):

M = <MAT, EXP, TRA>

constituída de uma parte matemática **MAT**, uma parte experimental **EXP** e uma função de tradução **TRA**, que associa uma interpretação matemática aos elementos da parte experimental, de modo análogo que interpretamos as constantes, as variáveis individuais e os símbolos de predicado em uma linguagem de 1ª ordem, por exemplo.

A parte matemática do modelo pode identificar-se com um modelo de uma teoria matemática (no sentido habitual da teoria abstrata dos modelos), ou uma "espécie de estruturas" (ver capítulo 7 desta dissertação). Por exemplo, **MAT** poderia representar um modelo da teoria dos números inteiros, ou dos números complexos etc. A parte experimental **EXP**, por sua vez, é constituída por uma classe σ de sistemas físicos em estados determinados e por uma sucessão finita de magnitudes físicas definidas operativamente. Isto significa, como dito anteriormente, que cada magnitude está associada a uma classe de procedimentos adequados para calcular os valores da magnitude em questão com uma certa precisão característica.

Podemos definir o conceito de "verdade física" da seguinte forma, seguindo um estilo Tarskiano (*Cf. ibid.*, p. 90) [fornecemos aqui uma versão simplificada da definição proposta por esses autores]:

Uma proposição $A(g_1, ..., g_n)$[32] é verdadeira com respeito a um sistema físico σ, pertencente ao domínio experimental **EXP** do modelo **M**, se e somente se, os resultados de uma medição π em σ, π(σ), das magnitudes representadas por $g_1, ..., g_n$, admitem n valores ideais que satisfaçam, no modelo matemático **MAT**, a relação matemática de A.

Por exemplo, a lei $f = ma$ é verdadeira (em sentido intuitivo) em um sistema físico σ, quando os três intervalos reais que representam os três resultados de uma medida π em σ das magnitudes força, massa e aceleração contém respectivamente três números reais a, b, c tais que a igualdade $a = bc$ resulte matematicamente verdadeira.

Agora, podemos definir o conceito de verdade com respeito a um modelo. Ocupamo-nos, por simplicidade, exclusivamente de proposições do tipo $A(g_1, ..., g_n)$ e de modelos **M** nos quais magnitudes a que se referem $g_1, ..., g_n$ estão definidas operativamente (ou seja, que temos definido de um modo preciso a classe de procedimentos de medição para tal objeto) para ao menos um sistema físico pertencente a **M**.

Assim, uma proposição $A(g_1, ..., g_n)$ é verdadeira com respeito a um modelo **M** quando é verdadeira com respeito a todos os sistemas físicos σ de **M** para os quais as magnitudes representadas por $g_1, ..., g_n$ estão definidas.

Segundo os autores (1979, p. 163):

> In our opinion, this kind of idealization of the concept of "Scientific Theory", which, so far, has been mainly applied to the logical analysis of mathematical theories, admits of an interesting application also in the case of physical theories. However, in order to obtain a somewhat realistic description of "concrete" physical theories, one has to take into account some specific features of such theories. To this end, it appears necessary to render explicit a number of formal aspects of physical theories, which are ordinarily neglected in standard model theory.

Em seguida, é necessário que seja caracterizado o conceito de uma sentença α ser verdadeira com respeito a uma situação física σ ∈ **EXP**. Primeiramente, α deve ser definida com respeito a σ, que intuitivamente significa que α "tem um significado com

[32] Esta é outra forma de expressar a relação de uma grandeza em função de outra, como por exemplo a relação $f = ma$, exemplificada no texto.

respeito a σ" (*ibid.*, p. 165). Isto significa que, supondo que α é a proposição $A(g_1, ..., g_n)$, então cada magnitude ocorrendo em α determina uma quantidade física $G_i (i = 1, 2, ..., n)$ que pode ser medida em σ. Então, os resultados da medição de σ destas quantidades físicas devem admitir *n* valores $g_1, ..., g_n$ que, na contraparte matemática **MAT** do modelo, seja satisfeita a relação *A* com uma certa precisão ε, já calculada anteriormente. Quando este é o caso, dizemos que α é verdadeira com respeito a σ, e escrevemos $\models_\sigma \alpha$. α, por sua vez, é verdade no modelo **M**, em símbolos, $\mathbf{M} \models \alpha$ se, e somente se, α é definida para no mínimo um σ ∈ **EXP,** como dito.

Por exemplo, vamos tomar novamente a segunda lei de Newton $f = m.a$. As três variáveis físicas aparecem nesta equação correspondendo às três quantidades físicas determinadas *força (f), massa (m)* e *aceleração (a)*, as quais aceitam valores com respeito a uma certa situação física σ, com respectivamente três intervalos $[f_1, f_2] \subseteq \Re$ (reais), $[m_1, m_2] \subseteq \Re$, $[a_1, a_2] \subseteq \Re$, cada um deles expressando uma certa precisão ε das medições (ou seja, o erro ε). Então, temos $\models_\sigma f = m.a$ quando existe três números reais $p_1 \in [f_1, f_2]$, $q_1 \in [m_1, m_2]$ e $r_1 \in [a_1, a_2]$, tais que $p_1 = q_1.r_1$. Desta forma, segundo os autores, poderíamos ter três valores ditos 'ideais', tais que $\models_\sigma p_1 = q_1.r_1$ ou $\models_\sigma f = m.a$.

Entretanto, o que se torna problemático é que devido à imprecisão ε, podem existir também outros três números reais p_2, q_2 e r_2, cada um dos quais em seu respectivo intervalo de erro (ou seja $p_2 \in [f_1, f_2]$, $q_2 \in [m_1, m_2]$ e $r_2 \in [a_1, a_2]$), tal que $\neg(p_2 = q_2.r_2)$, e estes números também são *valores aceitáveis* para a medição de uma correspondente quantidade física, já que estão dentro do 'intervalo de erro', como dito. Então, também temos em um mesmo modelo físico $\models_\sigma \neg(f = m.a)$ (quando interpretamos os valores 'com erro') que é a negação da lei de Newton e a qual deve ser também 'verdadeira' com respeito ao mesmo sistema físico σ onde estamos trabalhando. Deste modo, devido ao erro ε, podemos ter para uma sentença α e uma mesma situação física σ ∈ **EXP**, ambos $\models_\sigma \alpha$ e $\models_\sigma \neg\alpha$ mas, importante enfatizar, não temos, é claro, $\models_\sigma \alpha \wedge \neg\alpha$.. (Ou seja, podemos ter $\models_\sigma (f = m.a)$ e $\models_\sigma \neg(f = m.a)$, mas certamente não teremos $\models_\sigma (f = m.a) \wedge \neg(f = m.a)$ [conjunção lógica], para uma mesma situação física σ). Isto porque, se fosse este o caso, deveriam existir três números reais *p', q'* e *r'*, cada um pertencente ao seu respectivo intervalo, tais que $\models_\sigma (p' = q'.r') \wedge \neg(p' = q'r')$, ou $\models_\sigma (f' = m'.a') \wedge \neg(f' = m'.a')$ o que é impossível.

Segundo os autores, de um ponto de vista intuitivo, a noção de verdade que desta forma foi definida, representa um tipo de ***Verdade Empírica***, e podemos notar que, tal conceito, tem algumas propriedades que não estão presentes na noção de verdade clássica ou padrão, como a verdade não funcional dos conectivos lógicos, no sentido de que a verdade da conjunção não é em função da verdade de suas fórmulas componentes. Vale ressaltar, porém, que o termo *Verdade Empírica* aqui utilizado do modo explicitado acima, foi cunhado pelos autores indicados e dos quais adotamos esta terminologia. Poderíamos pensar que tal problema não seria um problema da 'verdade' propriamente, mas sim da *objetividade* das constatações empíricas ou coisa do gênero (em poucas palavras, o objetivismo é uma tese filosófica que prega que há realmente um mundo real, independente da nossa própria consciência ou existência, e a física daria conta de explicá-lo de alguma forma)[33]. Na verdade, podemos tomar o conceito de verdade empírica aqui exposto de dois pontos de vista. O primeiro poderia ser dito ser propriamente um 'refinamento' do objetivismo científico já que, agora, de certa forma introduzimos o erro das medições em um quadro que faça parte da própria teoria. Por outro lado, o que encerra o segundo ponto, tal idéia também pode ser vista como ser um refinamento do conceito filosófico de adequação empírica das teorias científicas (em poucas palavras, esta idéia prega que não podemos afirmar que as teorias científicas refletem realmente o real ou um mundo independente de nós já que, na verdade, não podemos nem mesmo afirmar que existe tal mundo. No máximo podemos dizer que, tais teorias, são empiricamente adequadas, ou seja, funcionam: de certa forma dão conta de explicar os fenômenos), pelo mesmo motivo acima exposto, qual seja, a possibilidade de se interpretar os erros de medição na própria teoria. Assim, o conceito de verdade empírica da forma aqui exposta, parece não se comprometer especificamente com nenhuma dessas idéias em particular, mas com ambas, ou com nenhuma, de forma que este conceito parece ser independente deste tipo de discussão. De qualquer modo, esta discussão já foge aos limites do problema que pretendemos enfrentar aqui e, talvez, seja abordado futuramente em outro trabalho.

Não obstante, o conceito de verdade física do modo caracterizado abreviadamente acima, levanta questões filosoficamente relevantes sob vários pontos de

[33] Agradeço ao Prof. Celso Reni Braida por ter chamado a minha atenção para este fato.

vista. Vamos ressaltar algumas delas, em especial o que se refere à lógica subjacente a tal problemática.

Como visto, pode-se ter o caso de uma fórmula (que aqui expressa uma lei física) como $f = ma$ ser tal que, para um dado sistema físico σ pertencente a **EXP,** e dado um modelo **M**, tenhamos $\mathbf{M} \models_\sigma f{=}ma$ e $\mathbf{M} \models_\sigma \neg(f = ma)$ (que podemos tomar como sendo uma abreviação para $(f \neq m.a)$), sem que, no entanto, possamos ter $\mathbf{M} \models_\sigma (f = ma) \wedge \neg(f = m.a)$. Em outras palavras, queremos ter sentenças contraditórias (entendidas do modo acima) em nosso sistema, mas não queremos obter a conjunção (e, logo, a *contradição formal*) dessas sentenças. *A lógica subjacente a tal situação não pode ser a clássica,* uma vez que, na lógica clássica, de α e $\neg\alpha$ sempre podemos derivar $\alpha \wedge \neg\alpha$, o que não é pretendido neste caso. Além disso, a natureza do problema também reside no fato de que, se tomarmos agora na lógica clássica a fórmula derivada $\alpha \wedge \neg\alpha$, disso derivamos 'tudo' pois $(\alpha \wedge \neg\alpha) \rightarrow \beta$ é teorema (lei de Scotus).

Assim, somos levados a analisar a possibilidade de se fundar tal semântica em um sistema paraconsistente (na verdade, um outro 'tipo' de lógica paraconsistente, a saber, a paraclássica), como apontado em da Costa e Krause, 2003 [1] e [2]. Utilizando uma lógica deste tipo podemos ter ambos $\mathbf{M} \models_\sigma \alpha$ e $\mathbf{M} \models_\sigma \neg\alpha$, (ou $\mathbf{M} \models_\sigma (f = m.a)$ e $\mathbf{M} \models_\sigma \neg(f = m.a)$) sem que, a partir disso, seja possível derivar uma conjunção dessas duas sentenças (e, logo, uma contradição) e disso derivarmos então uma trivialização do sistema (ou seja, que *toda* sentença formulada na linguagem é verdadeira).

Este assunto, a saber, a possibilidade de fundamentarmos tal problemática em uma lógica distinta da clássica, é tema de discussão do próximo capítulo.

Entretanto, é interessante que se diga que o físico, em geral, não está preocupado com este tipo de problema (pelo menos aqueles que não são afeitos à lógica e à filosofia da ciência em geral). No laboratório, tudo se passa 'normalmente', como se houvesse apenas uma e única medição em questão. Porém, se passearmos em um laboratório onde está sendo realizada uma mesma experiência, com as mesmas condições iniciais e de contorno, por diversos grupos de cientistas, pode-se ver, por exemplo que, para cada grupo, a terna $\langle a, b, c \rangle$ que representa, é claro, uma lei física do tipo $a = b.c,$ terá uma magnitude diferente. Como dito, para o físico em geral isso não constitui um problema. Este, na sua maneira 'informal' de tratar as experiências, toma este fato como uma simples característica da sua ciência. Como se sabe, uma verificação experimental consiste de uma operação que visa a observação de uma certa propriedade (p. ex. se um certo corpo tem ou não uma certa massa). Acontece que, por causa da imprecisão da medição, (devido ao próprio aparelho utilizado pelo experimentador), dificilmente duas medições consecutivas dão exatamente o mesmo resultado. O cientista aceita então como sendo a medição, qualquer quantidade que pertença ao intervalo $(b - \varepsilon, b + \varepsilon)$, o que se torna, como visto acima, epistemologicamente (e logicamente) problemático. Como o cientista não se preocupa muito com tais características, haja visto este tema fugir de suas funções, cabe ao matemático, ao lógico e ao filósofo da ciência tal análise. Para o filósofo, principalmente, preocupado com questões de fundamento, esta característica é de suma importância haja visto promover, de certa forma, um paradoxo: temos uma contradição 'informal' da teoria em relação ao modelo físico. Intuitivamente, porém, boa parte dos filósofos pensa que na natureza não há contradições (ou pelo menos elas não foram registradas até o momento!). Isto nos faz colocar então a atenção, a partir de agora, na lógica subjacente ao modelo físico apresentado acima. Como visto, tal lógica deverá permitir que deduzamos, de um mesmo sistema físico σ definido operativamente, duas sentenças contraditórias sem que seja permitido que deduzamos, por sua vez, uma contradição formal dessas duas sentenças. Como ressaltado anteriormente, este problema parece que pode ser facilmente resolvido se utilizarmos, para tanto, a lógica paraclássica como vemos adiante.

Capítulo 6

Lógicas Paraconsistentes: Origem, História e Desenvolvimentos Técnicos

“Contradição. Porque justo este fantasma?
Isto é mesmo muito suspeito.”
Wittgenstein, *Foundations* III-56.

As lógicas paraconsistentes são aquelas que fundamentam sistemas lógico-dedutivos onde podem haver inconsistência neste sistema (por exemplo, quando temos duas proposições contraditórias α e $\neg\alpha$, ou uma contradição ($\alpha \wedge \neg\alpha$)[34]), mas que, por sua vez, nem toda a fórmula bem formada é teorema deste sistema (não trivialidade, ou em outras palavras, quando não se pode, deste sistema, provar ‘qualquer coisa’ exprimível em sua linguagem), como aconteceria na lógica clássica, onde essa ligação é inseparável[35]. Dito por alto, uma lógica paraconsistente é uma lógica que pode alicerçar sistemas inconsistentes mas não-triviais. Uma teoria dedutiva, por sua vez, é dita ser paraconsistente se a lógica que fundamenta tal construção é uma lógica paraconsistente. Desta forma, a lógica paraconsistente também é a lógica em que não vale, em geral, o princípio chamado *ex contradictione quodlibet (ECQ),* ou seja, de uma contradição tudo se segue. Neste capítulo damos uma visão geral sobre tal lógica, bem como sobre lógicas ‘derivadas’ desta idéia geral acima, a saber, lógicas como a paraclássica e a de Jáskowski, que seguem a mesma idéia principal, pontuando maior atenção sobre a lógica paraclássica, que é utilizada para resolver nosso problema de medição.

A origem das lógicas paraconsistentes é relativamente recente, mas o seu arcabouço técnico mostrou-se importante tanto no domínio filosófico, como no lógico, e hoje em dia tem aplicações em várias áreas como pode ser visto adiante. Iniciou-se, tal história, com estudos que envolviam a possibilidade de rejeitar ou restringir a lei (ou princípio) da contradição (ou da não-contradição), a qual, em uma das possíveis formulações, diz que uma fórmula e sua negação não podem ser ambas verdadeiras ao

[34] Vale ressaltar que, em algumas lógicas (como, por exemplo, a paraclássica), de α e $\neg\alpha$ nem sempre podemos obter a conjunção (lógica) ($\alpha \wedge \neg\alpha$). Isto poderá ser visto com mais detalhes à frente.

[35] Com efeito, na lógica clássica, temos que $\alpha \wedge \neg\alpha \rightarrow \beta$, ou seja, de $\alpha \wedge \neg\alpha$ derivamos β, para β qualquer, de forma que uma contradição implica trivialidade. A recíproca é óbvia: se em um sistema derivamos ‘tudo’ (expresso em sua linguagem), derivamos em particular uma contradição. Desta forma, *módulo* a lógica clássica, uma teoria é inconsistente se, e somente se, é trivial.

mesmo tempo. Esta lei, pressuposta ainda por Aristóteles, é uma das leis tradicionais da lógica clássica, juntamente com a lei do terceiro excluído (entre duas proposições, uma sendo contraditória à outra, uma delas é verdadeira, resultando que a outra é falsa; ou seja, não existe uma terceira 'possibilidade' entre o verdadeiro e o falso) e a lei da identidade (todo objeto é igual a si próprio), ainda que não sejam essas três as únicas leis que fundamentam a lógica clássica como usualmente se pensa. O princípio da não-contradição é de extrema importância já que, como se sabe, na lógica clássica (e também na maioria dos sistemas lógicos conhecidos, como a lógica intuicionista, por exemplo), uma contradição leva à trivialização do sistema, podendo deste se derivar qualquer fórmula, como explicado anteriormente.[36]

Não obstante a isto, a importância de tais lógicas também se dá na prática, quando atrelada à ciência em geral, onde muitas vezes temos que tratar inconsistências e não desejamos, é claro, que tais inconsistências conduzam a uma trivialização do nosso sistema, ou da nossa teoria. Como exemplo disso, podemos tomar a teoria do átomo de Bohr que, como se sabe, é 'construída' via premissas contraditórias e que, em poucas palavras, funciona da seguinte forma. Por um lado, segundo a teoria da estrutura da matéria da mecânica quântica, um elétron que orbita o núcleo de um átomo não deve irradiar energia. Entretanto, de acordo com a teoria eletromagnética de Maxwell, um elétron que estiver em órbita deve obrigatoriamente irradiar energia. Então Bohr propôs 'o seu átomo' juntando as duas teorias. Com efeito, segundo da Costa e French (2003, p. 145):

> [...] Bohr actually presented three different treatments of the hydrogen atom but what they all have in common is the postulate that an electron in such atom is restricted to one or other of a discrete set of orbits or 'stationary states'. [...] emphasizes the point that classical mechanics was taken to apply to the dynamics of the electron in its stationary state, while quantum theory was broken into play when the transition between discrete states was considered – this discreteness contradicting classical physics, of course – and this certainly does seem to mesh nicely with non-adjunctive view. However, it is not only in the discreteness of the states that we have conflict between quantum and classical physics but also in what has been called 'one of the most audacious postulates ever seen in physics', namely the assertion that the ground state was stable, so that an electron in such a state would not radiate energy and spiral into the nucleus as

[36] Até o presente momento não se sabe de nenhuma aplicação possível para um sistema trivial, daí a aversão a algo deste tipo. Algo diferente, por sua vez, aconteceria com um sistema que permite a contradição mas não permite a trivialização deste sistema, como pode ser visto no decorrer do texto.

> determined by classical physics. *This* is the central inconsistency of the Bohr model but it is there right in the heart of the context in which the governing principles are those of classical dynamics. [...] (Grifo dos autores).

Por esse motivo, segundo B. Brown, "this combination of classical and non-classical principles is a logically risky game. *Whatever form of commitment to these principles Bohr was proposing, it was not a commitment closed under classical consequence relation* [...]"[37]. (Grifo meu).

Assim, caso utilizemos a lógica clássica para fundamentar tal teoria, com sua clássica relação de conseqüência, rigorosamente falando obtemos a inconsistência e, assim, trivializamos esta teoria como visto acima: como conclusão, deduzimos 'qualquer comportamento para o elétron'. Porém, não é possível (e nem desejável!) que 'qualquer comportamento para o elétron' possa ser derivado da teoria (o que significaria a trivialização desta teoria), já que o elétron, na natureza, não tem 'todo e qualquer' comportamento. Isso claramente mostra que devemos alicerçar tal teoria física em uma lógica paraconsistente (*Cf.* Priest e Tanaka, 2004). Outro exemplo de teoria onde aparentemente devemos tolerar a inconsistência mas não a trivialização é o cálculo infinitesimal Newtoniano[38] ou, como visto, a problemática apontada nos capítulos anteriores desta dissertação, a saber, que o erro encontrado nas medições em física pode tornar uma teoria verdadeira, de acordo com certos valores 'ideais' de medição, mas também 'falsa', se tomarmos então os valores 'aceitáveis' de medição, num mesmo sistema físico já antes definido. Como já enfatizado, caso a lógica subjacente a isto seja a clássica, obtemos disto a dedução de uma contradição e uma trivialização do sistema.

Assim, para garantir que a inconsistência encontrada nas teorias não nos leve à sua 'explosão'[39], necessitamos não eliminar a inconsistência (já que tal modo de proceder parece ser o mais correto), mas sim, utilizarmos uma lógica onde podemos tratar tal problemática, ou seja, uma lógica paraconsistente. Desta forma, o estudo da possibilidade de fundamentarmos tais teorias em uma lógica distinta das usuais (aquelas

---

[37] Brown, B. (1993), *Old quantum theory: a paraconsistent approach*, Philosophy of science association, V. 2, 1992, pp. 397-411 *apud* da Costa e French, 2003, p. 141.

[38] Neste sentido é útil lembrar o chamado princípio de l'Hospital, que claramente é paraconsistente: "duas quantidades finitas que diferem por uma pequena quantidade infinitesimal são iguais". Assim, são distintos pois diferem de um infinitésimo, mas são 'iguais' para todos os efeitos do cálculo.

[39] O termo "explosão" é tomado, por alguns autores, como sendo sinônimo para "trivialidade". Sobre este assunto ver a subseção "Lógica Clássica" abaixo.

que têm como base, dentre outros, os três pilares clássicos mencionados acima), adquire importância fundamental na ciência e, por conseguinte, na filosofia. Além disso, o desenvolvimento da lógica em geral, desde o final do século XIX, tem mostrado que esta disciplina é fundamental em praticamente todo e qualquer campo de conhecimento, como filosofia da ciência, metafísica, ética, matemática, economia, ciência da computação e tecnologia, como na robótica e, é claro, em fundamentação de questões epistemo-científicas.

Com relação à sua história, os precursores da lógica paraconsistente foram, principalmente, o lógico polonês Jean Lukasiewicz (1876-1965) e o lógico russo Nicolau I. Vasiliev (1880-1940) que, independentemente, sugeriram em 1910 e 1911, que lógicas não-Aristotélicas deveriam ser pensadas, rejeitando a princípio a lei da não-contradição. Lukasiewicz não construiu qualquer sistema de lógica paraconsistente, mas suas idéias sobre a negação do princípio da não-contradição de Aristóteles influenciaram seu aluno Stanislaw Jáskowski (1906 – 1965). Este, por sua vez, construiu um sistema de lógica discursiva em 1948, que já utilizava um prenúncio de uma lógica paraconsistente restringindo-se, tal sistema, somente ao âmbito proposicional sem utilizar a quantificação. As motivações de Jáskowski para construir tal sistema vieram de 1) interesses de sistematizar teorias em que a contradição é causada pela vaguidade dos termos envolvidos; 2) fundamentar sistemas dialéticos que contêm contradições e 3) estudar teorias empíricas onde os postulados ou hipóteses de tais teorias são contraditórias. Também anteriormente, em 1911, 1912 e 1913, Vasiliev construiu sistemas lógicos (que ele chamou de lógicas imaginárias) não aristotélicos, onde o principio da não-contradição não era válido em geral, o que permitiria criar uma lógica 'não-Aristotélica', do mesmo modo que a violação do 5º. postulado da geometria de Euclides (postulado das paralelas) levaria, posteriormente, à criação de geometrias não-Euclideanas. Segundo consta (da Costa, Krause e Bueno, 2004, p. 2), Vasiliev não acreditava que existiam contradições reais na natureza, mas somente em 'mundos possíveis' criados pela imaginação humana.

A partir de 1958, o brasileiro Newton C. A. da Costa, independentemente de Jáskowski (cujos trabalhos haviam sido publicados em polonês, em periódicos sem circulação internacional), iniciou diversos estudos sobre sistemas paraconsistentes em seminários dados na Universidade Federal do Paraná. Motivado por certo problemas matemáticos e filosóficos, este autor definiu uma hierarquia com uma infinidade de sistemas lógicos, o qual ficou conhecido como sistemas C_n, $1 \leq n \leq w$, ou as "lógicas-C", que se estenderam muito além do âmbito proposicional. Deste então, da Costa tem trabalhado com vários sistemas paraconsistentes, mostrando como é possível lidarmos com inconsistências de variados tipos e a partir de diferentes perspectivas, construindo cálculos de predicados paraconsistentes com e sem igualdade, cálculos paraconsistentes com descrições, teorias paraconsistentes de conjuntos, matemática paraconsistente etc. Hoje, Newton C. A. da Costa, devido a ser o primeiro a criar sistemas quantificacionais paraconsistentes e a publicar seus trabalhos em periódicos internacionais, é mundialmente considerado o criador das lógicas paraconsistentes. O termo paraconsistente (algo como 'ao lado da consistência'), por sua vez, só foi cunhado em 1976 por F. Miró Quesada, numa conferência pronunciada durante o III Simpósio Latino-Americano de Lógica Matemática, realizado na Universidade Estadual de Campinas. Até essa época usou-se o termo "lógica para sistemas formais inconsistentes", introduzido por da Costa em 1963.

Desde então, o interesse mundial em lógicas que dão um possível tratamento para a inconsistência, tornou-se cada vez maior. Hoje, estudos envolvendo sistemas lógicos paraconsistentes estão em andamento na Polônia, Austrália, Estados Unidos, Argentina, Bélgica, Equador, Peru, Japão, entre outros. Outros dois fatos contribuíram para a popularização deste tópico: primeiro é que, em 1990, o Mathematical Reviews – uma publicação da American Mathematical Society, que traz resenhas (descritivas ou críticas) do que se considera a matemática atualmente, e que apresenta uma detalhada subdivisão da matemática nas suas diversas áreas - adicionou um novo tópico em sua tabela de assuntos, 03B53, chamado "Paraconsistent Logic", passando então a contar com uma seção sobre lógica paraconsistente. Em 2000, esta seção foi alterada para "Logics admiting inconsistency (paraconsistent logics, discussive logics etc.)", agregando uma variedade maior de sistemas. O segundo fato é que, desde 1997, tem sido realizado periodicamente o Congresso Mundial de Paraconsistência (o primeiro congresso deste tipo foi realizado em Gent, Bélgica em 1997, o segundo em São Sebastião, São Paulo em Maio de 2000 e o terceiro foi realizado em Tolouse, França, em Julho de 2003. Um quarto congresso está programado para ser realizado na Austrália, em breve), cada um deles atraindo um número maior de pesquisadores e demais entusiastas da paraconsistência. Isto contribuiu ainda mais para que este assunto tenha se tornado um ‘campo de conhecimento’ e levou-o a se tornar um dos mais conhecidos sistemas de lógica atualmente existentes.

Porém, é bom que se diga que não queremos aqui defender a idéia de que devemos, em algum sentido, ‘eliminar’ a lógica clássica. Ela continua sendo válida e é, como foi provado até hoje, uma ferramenta muito poderosa e, em certas aplicações, seu uso ainda deve ser fortemente apoiado. Nem desejamos dizer que a lógica clássica está errada ou qualquer coisa do gênero, e que deve ser substituída por alguma outra. O que enfatizamos somente é que, em certos domínios do conhecimento, a lógica clássica parece não abarcar todas as particularidades existentes em tal campo e, assim, uma lógica como a paraconsistente pode ser mais adequada em expressar tais características pontuadas. Além disso, uma lógica que utilize preceitos paraconsistentes pode tornar mais explícitas algumas estruturas, as quais (pelo menos aparentemente), parecem não ser muito visíveis se utilizarmos a lógica clássica. Desta forma, podemos dizer que, na verdade, o que é necessário é restringir o campo de aplicação da lógica clássica se desejarmos entender melhor certos aspectos importantes de alguns domínios do conhecimento humano. Assim, em certos casos, continuamos utilizando a lógica clássica ou outro tipo de lógica. Em outros, de acordo com a conveniência e necessidade, a lógica paraconsistente pode suportar melhor tal quadro conceitual e deve ser então utilizada em detrimento a outras. Também é válido mencionar que a lógica paraconsistente não ‘valida’ contradições no nosso mundo ou, de outra forma, não invalida o princípio da não-contradição de Aristóteles. Isso é explícito pelo fato de muitas das lógicas paraconsistentes serem, na verdade, ‘extensões’ da lógica clássica, ou seja, em uma possível acepção, ela é ‘simplesmente’ uma extensão da nossa ferramenta para conseguirmos tratar bem inconsistências sem o perigo da trivialização.

Assim, lógicas paraconsistentes permitem que tenhamos a contradição lógica ($\alpha \wedge \neg\alpha$), mas ‘controlam’ a trivialidade de variadas formas. Lógicas triviais, por sua vez, são inconsistentes. O que distingue uma lógica paraconsistente de uma lógica trivial é que na lógica trivial é permitido qualquer inferência, ou seja, deduz-se qualquer fórmula, como dito anteriormente. Assim, podemos enunciar um outro modo de se definir uma lógica paraconsistente, além das definidas acima: *uma lógica é* *paraconsistente se é inconsistente mas não trivial.*(*Cf.* Carnielli, Coniglio e Marcos, 2005).

O pensamento de criar sistemas lógicos onde se pode tratar a inconsistência sem, no entanto, sermos levado à trivialidade resultou, por assim dizer, em vários 'tipos' de lógicas paraconsistentes, como visto. Não obstante a sua história, a partir de agora, damos alguns detalhes técnicos de alguns desses sistemas.

Lógica Clássica

Primeiramente, faremos uma breve explanação de alguns conceitos básicos da lógica clássica. Uma lógica, num contexto abstrato, pode ser caracterizada como sendo um par ordenado L = < F, $\vdash$ >, sendo F um conjunto não-vazio cujos elementos são chamados de fórmulas, e $\vdash$ o operador de dedução, que permite passarmos de fórmulas, ou conjunto de fórmulas, para outras fórmulas (da forma que definimos adiante).

Por exemplo, podemos obter uma lógica L, chamada de cálculo de predicados clássico de primeira ordem (ou cálculo quantificacional clássico, CQC), do seguinte modo. Sua linguagem, por meio da qual especificamos o que são suas fórmulas, é constituída pelos seguintes símbolos:

- Os símbolos $\neg$ (não), $\rightarrow$ (se ... então), $\leftrightarrow$ (se, e somente se), $\wedge$ (e), $\vee$ (ou) são chamados conectivos proposicionais. Qualquer sentença construída com estes conectivos tem um valor de verdade que depende do valor de verdade das sentenças constituintes[40].

- Um conjunto enumerável de constantes individuais, com subscritos caso necessário (a, b, c, ..., a_1, a_2, ...);

- Um conjunto enumerável de símbolos de predicados, com subscritos caso necessário (A, B, C, ..., A_1, B_1, ...), cada um de aridade $n \geq 0$.

3 – Um conjunto enumerável de variáveis individuais, com subscritos caso necessário (x, y, z, ..., x_1, x_2, ...);

5 – Quantificadores ($\forall$ (para todo termos), $\exists$ (existe termo));

6 – Sinais de pontuação (vírgula e parênteses);

---

[40] Na verdade, vale ressaltar que os conectivos lógicos $\wedge$, $\vee$ e $\leftrightarrow$ podem ser introduzidos a partir dos outros, via definição, da seguinte forma: $\alpha \wedge \beta =_{def} \neg(\alpha \rightarrow \neg\beta)$, $\alpha \vee \beta =_{def} (\neg\alpha \rightarrow \beta)$ e $\alpha \leftrightarrow \beta =_{def} (\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$.

7 – Símbolos para funções ou letras funcionais (*f, g, h,* etc.), cada uma de aridade $n > 0$.

Os símbolos para funções, aplicadas a variáveis e constantes individuais geram os termos, isto é:

(a) Variáveis e constantes individuais são termos;

(b) Se *f* é uma função e $t_1, ..., t_n$ são termos, então $f(t_1, ..., t_n)$ é um termo;

(c) Uma expressão é um termo somente se for construída de acordo com as cláusulas (a) e (b) acima.

Uma expressão desta linguagem é uma seqüência finita de símbolos da linguagem. Uma fórmula para este cálculo é definida abaixo.

Os símbolos para predicado aplicado a termos geram as *fórmulas atômicas,* isto é, se A é um símbolo para predicado e $t_1, ..., t_n$ são termos, então $A(t_1, ..., t_n)$ é uma fórmula atômica.

Uma fórmula bem-formada (fbf), por sua vez, é definida como se segue:

(a) toda a fórmula atômica é uma fbf;

(b) Se α e β são fórmulas, então $\neg\alpha$, $(\alpha \vee \beta)$, $(\alpha \wedge \beta)$, $(\alpha \rightarrow \beta)$ e $(\alpha \leftrightarrow \beta)$ são fbf;

c) Se x é uma variável e α é uma fórmula na qual x ocorre, então $\forall x\alpha$ e $\exists x\alpha$ são fbf.

d) Nada mais é uma fbf.

É escolhido um conjunto de fbf para serem os axiomas desta teoria (não serão expressos aqui). Normalmente podemos decidir efetivamente[41] quando uma dada fórmula bem-formada é um axioma. Neste caso, a teoria é chamada de teoria axiomática.

Existe um conjunto finito $R_1, ..., R_n$ de relações sobre as fbf, chamado de conjunto de regras de inferência. Admitimos somente uma regra dedução (ou de inferência) para este cálculo chamado Modus Ponens (MP): se temos α, e temos $\alpha \rightarrow \beta$, podemos deduzir β (sendo α e β fbf). Existem outras regras de inferência que podem ser reduzidas à regra acima, como por exemplo, a chamada regra da conjunção (C): tendo α

[41] Em poucas palavras, o termo 'efetivo' utilizado aqui significa que tal característica pode ser verificada por um computador.

e tendo β, podemos inferir $\alpha \wedge \beta$. 'Reduzir' esta e outras regras à MP significa que podemos encontrar a conjunção $\alpha \wedge \beta$ usando somente MP.

Uma prova é uma seqüência $\alpha_1, ..., \alpha_n$ de fbf tal que, para cada *i*, temos que α ou é um axioma da teoria, ou é conseqüência direta de uma alguma fórmula obtida anteriormente via alguma regra de inferência. Se Γ é um conjunto qualquer de fórmulas e α é uma fórmula, dizemos que α é conseqüência lógica de Γ, denotado por $\Gamma \vdash \alpha$ se há uma dedução de α a partir de Γ. Em particular, podemos ter uma dedução a partir de um conjunto vazio de fórmulas. Neste caso denotamos como $\emptyset \vdash \alpha$, ou simplesmente, $\vdash \alpha$. Assim, chegamos à uma lógica $L = < F, \vdash >$, com F e $\vdash$ especificados da forma dada.

Um teorema desta teoria, por sua vez, é uma fbf α da teoria para a qual existe uma prova.

As seguintes leis, entre outras, são válidas em lógica clássica:

1) $\alpha \in \Gamma \Rightarrow \Gamma \vdash \alpha$ (Reflexividade)

2) $(\Delta \vdash \alpha \text{ e } \Delta \subseteq \Gamma) \Rightarrow \Gamma \vdash \alpha$ (Monotonicidade)

3) $(\Delta \vdash \alpha \text{ e } \Gamma, \alpha \vdash \beta) \Rightarrow \Delta, \Gamma \vdash \beta$ (Regra do Corte)

Um subconjunto Γ de fórmulas da linguagem *l* é uma teoria se é fechado pela dedução $\vdash$, ou seja, se todas as deduções obtidas a partir de fórmulas desse conjunto ainda pertencem a ele.

Assim, sendo Γ uma teoria da linguagem *l,* dizemos que Γ é contraditório se, e somente se, existe um α tal que:

$$\Gamma \vdash \alpha \text{ e } \Gamma \vdash \neg\alpha$$

Além disso, tendo ($\Gamma \vdash \alpha$ e $\Gamma \vdash \neg\alpha$), podemos derivar, em lógica clássica, a conjunção ($\Gamma \vdash \alpha \wedge \neg\alpha$) como visto anteriormente, o que é uma contradição.

Uma teoria Γ é dita ser explosiva (ou trivial) se satisfaz a seguinte condição, para um Γ contraditório:

$$\Gamma \vdash \beta, \text{ para toda } \beta \text{ pertencente à linguagem.}$$

O que é importante é que uma teoria, que tenha por base a lógica clássica, se contraditória é trivializável. (veja Mendelson, 1979, p. 34, teorema 'c'). Este fato é uma das características essenciais da lógica clássica, ou seja, na lógica clássica, quando obtemos uma contradição no sistema obtemos uma trivialização do mesmo, como já visto.

Passamos agora a enunciar alguns postulados e resultados fundamentais das lógicas de da Costa e das lógicas de Jáskowski e Paraclássica. Com relação às duas primeiras, não nos preocupamos com a prova de teoremas ou deduções em geral e ficamos restritos somente a enunciá-los, já que isto pode ser visto, com mais detalhes, nos trabalhos indicados na bibliografia. Ateremo-nos com mais atenção à lógica paraclássica, provando alguns teoremas fundamentais, já que esta lógica, como dito, é a que utilizamos para 'resolver' a problemática enunciada nos capítulos anteriores acerca da Verdade Empírica.

Um Sistema Paraconsistente de 'da Costa': o Cálculo C_1

Com relação à lógica paraconsistente, existem algumas alterações (ou 'expansões') nas leis clássicas enunciadas acima. Para da Costa, por exemplo, uma lógica é paraconsistente se nela podemos derivar duas proposições contraditórias, mas não uma trivialização do sistema. Além disso, no cálculo paraconsistente C_1, para da Costa, deve-se aceitar a maior parte dos esquemas e regras válidos no cálculo proposicional clássico obedecendo, porém, as seguintes condições *(cf.* da Costa, Krause e Bueno, 2004, p. 7)[42]:

I) em C_1 não deve ser geralmente válido o princípio da contradição (ou da não-contradição)[43];

II) de duas proposições contraditórias, isto é, uma sendo a negação da outra, não deve ser possível deduzir qualquer proposição.

da Costa também dividiu o conjunto de fórmulas da linguagem C_1 em dois tipos: as chamadas fórmulas 'bem comportadas' que obedecem o princípio da não-contradição

[42] Nesta dissertação, com relação ao cálculo C_1, ficaremos restrito somente a nível proposicional. Caso interessado, o leitor pode ver a construção do cálculo de predicados de primeira ordem paraconsistente, no trabalho indicado.
[43] O cálculo C_1 é o primeiro de uma hierarquia de cálculos, como veremos a frente, e exemplifica muito bem a idéia básica de paraconsistência.

e as demais regras da lógica clássica, e as 'mal-comportadas' que não obedecem tal princípio e, por conseguinte, $(\alpha \wedge \neg\alpha)$ pode ser teorema deste cálculo.

Os seguintes axiomas e regras de inferência são válidos em C_1, que são os axiomas da lógica positiva intuicionista[44] (*Cf. ibid.*):

$$\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$$

$$(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))$$

$$\alpha \wedge \beta \rightarrow \alpha$$

$$\alpha \wedge \beta \rightarrow \beta$$

$$\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha \wedge \beta)$$

$$\alpha \rightarrow (\alpha \vee \beta)$$

$$\beta \rightarrow (\alpha \vee \beta)$$

$$(\alpha \rightarrow \gamma) \rightarrow ((\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \vee \beta \rightarrow \gamma)$$

Aceitarmos $\neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$ significa que α satisfaz a lei da contradição, ou seja, como dito acima, α é uma fórmula *bem-comportada* (denotada por 'α^0'). Se não for o caso, isto é, se $(\alpha \wedge \neg\alpha)$ vale, então α é *mal-comportada*. α^0, então é, por definição $\neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$. Além disso, a axiomática é tal que as fórmulas obtidas a partir de fórmulas bem-comportadas são também bem-comportadas.

Além dos nove axiomas acima enunciados para o cálculo paraconsistente, os seguintes também são válidos, incluindo agora a negação:

$$\beta^0 \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \neg\beta) \rightarrow \neg\alpha))$$

$$\alpha^0 \wedge \beta^0 \rightarrow (\alpha \wedge \beta)^0 \wedge (\alpha \vee \beta)^0 \wedge (\alpha \rightarrow \beta)^0$$

$$\alpha \vee \neg\alpha$$

$$\neg\neg\alpha \rightarrow \alpha$$

Em C_1 também temos os seguintes metateoremas:

a) $\alpha \vdash \alpha$ (Reflexividade)

[44] Em poucas palavras, a lógica positiva intuicionista é a lógica intuicionista sem o uso do símbolo de negação ($\neg$) neste sistema.

b) $\Gamma \vdash \alpha \Rightarrow \Gamma \cup \Delta \vdash \alpha$ (Monotonicidade)

c) se $\Gamma \vdash \gamma$ para qualquer $\gamma \in \Delta$ e $\Delta \vdash \alpha$, então $\Gamma \vdash \alpha$. (Regra do Corte)

Os seguintes esquemas, por sua vez, não são válidos em C_1, provando que as condições I e II acima, das quais C_1 deve obedecer, são de fato verificadas (*Cf. ibid.,* p. 10)*:*

$$1.\ \neg\alpha \to (\alpha \to \beta)$$

$$2.\ \neg\alpha \to (\alpha \to \neg\beta)$$

$$3.\ \alpha \to (\neg\alpha \to \beta)$$

$$4.\ \alpha \to (\neg\alpha \to \neg\beta)$$

$$5.\ \alpha \wedge \neg\alpha \to \beta$$

$$6.\ \alpha \wedge \neg\alpha \to \neg\beta$$

$$7.\ (\alpha \to \beta) \to ((\alpha \to \beta) \to \neg\alpha)$$

$$8.\ \alpha \to \neg\neg\alpha$$

$$9.\ (\alpha \leftrightarrow \neg\alpha) \to \beta$$

$$10.\ (\alpha \leftrightarrow \neg\alpha) \to \neg\beta$$

$$11.\ \neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$$

$$12.\ \alpha \wedge \neg\alpha \to \neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$$

É bom ressaltar que entre tais esquemas (ou teoremas) que não são válidos em C_1, estão aqueles que permitiriam de uma contradição deduzirmos 'qualquer coisa', ou seja, um β qualquer, como acontece na lógica clássica. Neste sentido, pedimos que se pontue maior atenção principalmente aos teoremas 1 a 6 e 9 a 12 acima.

Além disso, em C_1, também temos os seguintes metateoremas além dos enunciados acima:

(a) [Teorema da dedução] $\Gamma, \alpha \vdash \beta \Rightarrow \Gamma \vdash \alpha \to \beta$

(b) [Modus Ponens] $\alpha, \alpha \to \beta \vdash \beta$

(c) $\alpha, \beta \vdash \alpha \wedge \beta$; $\alpha, \beta \vdash \alpha$; $\alpha, \beta \vdash \beta$

(d) $\alpha \vdash \alpha \vee \beta$; $\beta \vdash \alpha \vee \beta$

(e) [Prova por casos] $\Gamma, \alpha \vdash \gamma$ e $\Gamma, \beta \vdash \gamma \Rightarrow \Gamma, \alpha \vee \beta \vdash \gamma$

(f) [Redução ao absurdo paraconsistente] $\Gamma \vdash \beta^0$, $\Gamma, \alpha \vdash \beta$ e $\Gamma, \alpha \vdash \neg\beta \Rightarrow \Gamma \vdash \neg\alpha$

(g) [Eliminação da dupla negação] $\neg\neg\alpha \vdash \alpha$.

A partir disso pode-se provar uma série de regras, teoremas e metateoremas válidos e não-válidos em C_1, inclusive um resultado muito interessante que comprova que a lógica positiva intuicionista também está contida em C_1.

O cálculo C_1, porém, não é o único que satisfaz as condições I e II. Entre outras soluções possíveis, existe uma que representa uma hierarquia de cálculos que satisfazem tais condições, com exceção do primeiro deles, o qual é tomado, por simplicidade, como sendo o cálculo proposicional clássico. A hierarquia C_n, $0 \leq n \leq w$ é a seguinte:

$$C_0, C_1, C_2, ..., C_n, ..., C_w$$

onde C_0, como dito, é o cálculo proposicional clássico e os restantes são caracterizados como segue:

i) $\alpha^{(1)} =_{def} \alpha^0$

ii) $\alpha^{(n)} =_{def} \alpha^{n-1} \wedge (\alpha^{(n-1)})^0$, $2 \leq n \leq w$.

A partir disso é possível encontrar alguns resultados importantes, como o fato de cada um dos cálculos da hierarquia acima ser estritamente mais forte que o seguinte. Como já dito, não nos ocupamos com tais provas aqui, desejando somente dar um caráter geral de tal lógica. Passamos agora à lógica de Jáskowski.

Lógica de Jáskowski

Damos agora uma visão geral da chamada "lógica de Jáskowski", na qual, de duas proposições α e $\neg\alpha$, em geral, não se deriva a sua conjunção $\alpha \wedge \neg\alpha$. Este sistema pode igualmente fundamentar o conceito de verdade empírica como mostrado por da Costa e Dória (1995). O que fazemos adiante, no entanto, é mostrar que o mesmo pode ser feito por meio da lógica paraclássica com uma grande vantagem: a de maior simplicidade. É essencialmente para mostrar isso que expomos agora os traços principais da lógica de Jáskowski.

O sistema de Jáskowski é baseado no sistema modal S5 de Lewis, que aqui tratamos unicamente do ponto de vista proposicional. O sistema S5 é um sistema modal, tomando como base a linguagem do cálculo proposicional clássico, acrescentando os seguintes axiomas e regras próprias para os operadores modais $\Diamond$ (é possível que) e $\Box$ (é necessário que), que são tomados como primitivos:

I) Regra LP (de 'lógica proposicional'): em qualquer momento de uma prova, pode-se inserir α, onde α é uma tautologia qualquer.

II) Df. $\Diamond$: $\Diamond\, \alpha =_{def} \neg\Box\neg\alpha$

III) [Axioma da distribuição]: $\Box\, (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\Box\alpha \rightarrow \Box\beta)$

IV) $\Box\alpha \rightarrow \alpha$

V) $\Diamond\alpha \rightarrow \Box\Diamond\alpha$

Sendo *J* o cálculo proposicional discursivo de Jáskowski, juntamente com o sistema S5, definimos $\Diamond\Gamma =_{def} \{\Diamond\alpha : \alpha \in \Gamma\}$. Então *J* pode ser definido semanticamente como sendo $\Gamma \models_J \alpha$ se e somente se $\Diamond\Gamma \models_{S5} \Diamond\alpha$. Os seguintes teoremas são imediatamente provados (*Cf.* da Costa, Krause e Bueno, 2004, p. 52):

1) $\models_J \alpha$ see $\models_{S5} \Diamond\alpha$

2) $\Gamma \models_J \alpha$ see existem $\gamma_1, ..., \gamma_n$ em Γ tal que $\models_{S5} \Diamond\gamma_1 \wedge ... \wedge \Diamond\gamma_n \rightarrow \Diamond\alpha$

Existem diversas axiomatizações para o sistema *J* de Jáskowski, que capturam a intencionalidade de sua lógica. A seguinte axiomatização é apresentada na obra citada acima:

(J1) Se α é uma axioma de S5, então $\Box\alpha$

(J2) $\Box\alpha, \Box(\alpha \rightarrow \beta) / \Box\beta$

(J3) $\Box\alpha / \alpha$

(J4) $\Diamond\alpha / \alpha$

(J5) $\Box\alpha / \Box\Box\alpha$

Alguns resultados importantes podem ser provados a partir da axiomatização acima. Apesar de não efetuarmos a prova aqui (tais provas podem ser vistas na obra indicada anteriormente), iremos enunciar alguns mais interessantes:

a) Se $\vdash_J \alpha$ significa que α tem uma prova em *J*, então se $\vdash_J \alpha$, então $\models_{S5} \Diamond\alpha$.

b) Se $\models_{S5} \alpha$, então $\vdash_J \Box\alpha$

c) $\Gamma \vdash_J \alpha$ see $\Gamma \models_J \alpha$

d) Modus Ponens não é válido em *J*.

e) As regras $\alpha, \beta \vdash_J \alpha \wedge \beta$ e $\alpha, \neg\alpha \vdash_J \beta$ não são válidas em *J*.

f) O teorema da dedução $\Gamma, \alpha \vdash_J \beta \Rightarrow \Gamma \vdash_J \alpha \rightarrow \beta$ não é verdadeiro em *J*.

Pedimos atenção para a regra e) acima, que mostra que tal cálculo pode ser usado para fundamentar sistemas modais em que haja um conjunto de premissas inconsistentes, sem permitir com isto a trivialização do nosso sistema. Com efeito, esta lógica, também é paraconsistente. Além disso, nessa lógica, não é possível, em geral, derivarmos $(\alpha \wedge \neg\alpha)$. Isto porque, deduzido de $\Gamma \vdash_J \alpha$ podemos deduzir $\Diamond\Gamma \vdash_{S5} \Diamond\alpha$ e deduzido $\Gamma \vdash_J \neg\alpha$ podemos deduzir $\Diamond\Gamma \vdash_{S5} \Diamond\neg\alpha$. Porém, a partir disso, não podemos deduzir $\Diamond\Gamma \vdash_{S5} \Diamond(\alpha \wedge \neg\alpha)$.

Como se vê, por meio dessa pequena digressão, o sistema de Jáskowski é razoavelmente complicado. Por este motivo preferimos, para as nossas finalidades, trabalhar com a lógica paraclássica, que vemos na seqüência, com a qual podemos explorar mais facilmente as conseqüências filosóficas que nos interessam.

Lógica Paraclássica

Devido à problemática apresentada nos capítulos anteriores desta dissertação, é desejável que se possa ter, em nosso sistema lógico, tanto α como $\neg\alpha$, mas que não seja possível deduzir a conjunção lógica dessas duas fórmulas, ou seja, derivarmos $(\alpha \wedge \neg\alpha)$. Assim, para um dado sistema físico σ, pertencente a **EXP,** e um dado modelo **M**, precisamos que se tenha $\mathbf{M} \models_\sigma (f = ma)$ e $\mathbf{M} \models_\sigma \neg(f = ma)$, sem que, no entanto, tenhamos $\mathbf{M} \models_\sigma (f = ma) \wedge \neg(f = ma)$. (*Cf.* Capítulo 5). O sistema de da Costa permite que tenhamos certas contradições, não permitindo, por sua vez, que o sistema alicerçado em tais lógicas exploda, o que de certa forma não resolve nosso problema[45]. Precisamos ter, para resolver o problema apresentado, α e $\neg\alpha$, em um mesmo sistema físico (e lógico), mas que não seja possível deduzir a conjunção destas duas fórmulas , o que resulta que a nossa lógica não pode permitir a dedução da fórmula $(\alpha \wedge \neg\alpha)$ (ou, $\mathbf{M} \models_\sigma (f = ma) \wedge \neg(f = ma)$. Além disso, utilizando uma lógica deste tipo podemos ter ambos $\models_\sigma \alpha$ e $\models_\sigma \neg\alpha$, sem trivializar o sistema, ou seja, sem que do fato de termos $(f = m.a)$ e $\neg(f = m.a)$ sejamos levados a deduzir uma contradição e concluir que *toda* sentença formulada na linguagem é verdadeira. Com efeito, a causa do problema ocorre nas medições 'com erro' que são feitas e de certa forma 'internalizadas' no sistema físico através das definições operativas, como visto nos capítulos 2 e 4, e não queremos, por

---

[45] Apesar de não adentrarmos esse ponto aqui, é bom que se diga que, no(s) sistema(s) de da Costa, se tivermos $\alpha^0 \wedge \neg^*\alpha^0$, o sistema explode, onde $\neg^*\alpha$ é a chamada negação forte: $\neg^*\alpha =_{def} \neg\alpha \wedge \alpha^0$.

causa disto, defender uma possível ‘contradição real’, coisa que seria expressa através da fórmula $(\alpha \wedge \neg\alpha)$.

Desta forma, como dito acima, defendemos aqui uma proposta mais simples que a da utilização da lógica Paraconsistente e Jáskowski: usamos, como alicerce ao problema da verdade empírica, a lógica paraclássica que poderá ser vista abaixo. Podemos dar, assim, uma outra ‘interpretação lógica’ para a verdade empírica, mais acessível e talvez mais próxima da intuição que o físico faz uso em seu dia-a-dia. Desta forma, não nos comprometemos com a lógica de Jáskowski que utiliza modalidades e coisas do gênero para tratar este problema, apesar de também podermos utilizar tal lógica para resolvê-lo, como dito.

Um sistema que utilize a lógica paraclássica pode ser definido da seguinte forma (*Cf.* da Costa e Krause, 2003 [2]):[46]

Seja C um sistema axiomático do cálculo proposicional clássico (com sua linguagem particular). Assumimos que o conceito de dedução em C é o usual e usamos o símbolo $\vdash$ para denotar uma dedução em C.

Definição 1: Seja Γ um conjunto de fórmulas de C e seja α uma fórmula (da linguagem de C). Então, dizemos que α é uma P-consequência (sintática) de Γ, e escrevemos $\Gamma \vdash_P \alpha$, se, e somente se:

(P1) $\alpha \in \Gamma$, ou

(P2) α é uma tautologia da lógica clássica, ou

(P3) Existe um subconjunto consistente (de acordo com a lógica clássica) $\Delta \subseteq \Gamma$, tal que $\Delta \vdash \alpha$ (na lógica clássica)[47].

Definição 2: P é a lógica na qual a linguagem é a de C e na qual a relação de conseqüência é uma P-consequência. Tal lógica é chamada *paraclássica.*[48]

---

[46] Com relação a conceitos como completude, correção, decidibilidade etc., sugerimos consulta à obra de Mendelson, 1979.

[47] A lógica paraclássica pode ser estendida para o nível quantificacional, lógicas de ordem superior etc. Porém, para os propósitos do presente trabalho, o sistema proposicional P apresentado aqui se configura suficiente.

[48] Vale ressaltar que uma análise semântica para o cálculo P, inclusive com o teorema da completude, foi obtida no trabalho de da Costa e Vernengo, 1999.

Teorema 1: Se α é um teorema do cálculo proposicional clássico C e se Γ é um conjunto de fórmulas de C, então $\Gamma \vdash_P \alpha$; em particular, $\vdash_P \alpha$.

Prova: Se α é um teorema do cálculo proposicional clássico, pelo teorema da correção, ele é uma tautologia. Então, por (P2) acima e pela monotonicidade do cálculo proposicional clássico, temos que $\Gamma \vdash_P \alpha$. Além disso, sendo α um teorema (e, logo, uma tautologia) da lógica clássica, ele pode ser, em um caso particular, um teorema deduzido de um conjunto vazio de premissas, logo podemos ter, neste caso particular, que $\vdash_P \alpha$. ■

Teorema 2: Se Γ é consistente (de acordo com C), então $\Gamma \vdash \alpha$ (em C) se, e somente se, $\Gamma \vdash_P \alpha$ (em P).

Prova: Se existe um subconjunto consistente (de acordo com a lógica clássica) Γ, tal que $\Gamma \vdash \alpha$, este conjunto respeita o postulado (P3) e α se torna também uma P-consequência (sintática) de Γ, denotado por $\Gamma \vdash_P \alpha$ (*Cf.* definição 1). ■

Teorema 3: Se $\Gamma \vdash_P \alpha$ e se $\Gamma \subseteq \Delta$, então $\Delta \vdash_P \alpha$ (A noção de P-consequência é monotônica).

Prova: Como visto, a noção de P-Consequência é uma extensão da noção de dedução da lógica clássica, já que mantém suas principais características. Além disso, a noção de dedução (ou de conseqüência) em lógica clássica é monotônica: se começarmos com um argumento dedutivamente válido, então, independentemente das premissas que acrescentarmos, temos no fim um argumento dedutivamente válido, ou seja, se α é provado de um conjunto Γ de premissas, então, se adicionarmos mais premissas, α continua sendo provado. Em símbolos, se $\Gamma \subseteq \Delta$ e $\Gamma \vdash \alpha$, então $\Delta \vdash \alpha$. Devido a isso e com a utilização do postulado (P3) acima, está provado o teorema. ■

Teorema 4: Se as teses de P (ou seja, as fórmulas válidas de P) são aquelas de C, então P é decidível.

Prova: Um sistema formal é dito decidível quando existe um método efetivo (de certa forma, que pode ser feito por uma máquina, ou seja, um algoritmo) para saber se uma dada fbf é um teorema ou não deste sistema. No cálculo C em questão há tal método (pelas tabelas verdade e pelo teorema da completude que diz que se α é uma tautologia, logo α é um teorema). Logo, se as teses de P são aquelas de C, então C é decidível. ■

Definição 3: Um conjunto de fórmulas de Γ é P-trivial se, e somente se, $\Gamma \vdash_P \alpha$ para toda fórmula α. Se não for o caso, Γ é P-não-trivial.

Definição 4: Um conjunto de fórmulas Γ é P-inconsistente see existe uma fórmula α tal que $\Gamma \vdash_P \alpha$ e $\Gamma \vdash_P \neg\alpha$. Se não for o caso, Γ é P-consistente.

Teorema 5: Se $\{\alpha, \neg\alpha\} \subseteq \Gamma$, então Γ é P-inconsistente mas P-não-trivial.

Prova: Da definição 4 acima, se Γ contiver $\{\alpha, \neg\alpha\}$, é P-inconsistente. Porém, ao mesmo tempo, Γ, pela definição 3, é P-não-trivial, já que de acordo com o postulado (P3) não podemos obter um subconjunto Δ, do cálculo C, tal que $\Delta \subseteq \Gamma$, que contenha $\{\alpha \wedge \neg\alpha\}$ e seja, ao mesmo tempo, consistente. Logo, se não podemos obter tal conjunto, não podemos deduzir nada a partir dele e, pela definição 3, ele é P-não-trivial. ■

Teorema 6: Se um conjunto de fórmulas de Γ é P-trivial, então ele é trivial (no cálculo C). Se Γ é não-trivial, então ele é P-não-trivial.

Prova: Utilizando as definições 3 e 4 e do fato de ser, o cálculo P, uma extensão do cálculo C, onde vale a definição de trivialidade ($\alpha \wedge \neg\alpha \vdash \beta$). ■

Teorema 7: Se Γ é P-inconsistente, então é inconsistente de acordo com o cálculo C. Se Γ é consistente, de acordo com o cálculo C, então Γ é P-consistente.

Prova: O cálculo C é inconsistente se $\alpha \wedge \neg\alpha$ é teorema deste cálculo. Assim, já que o cálculo P é uma extensão do cálculo C, e de acordo com a definição 4 acima, fica provado o teorema. ■

Verdade Empírica, Lógica Paraclássica e Física

Como visto, se T é um sistema (teoria) fundamentado na lógica paraclássica P, então podemos ter $\Gamma \vdash_P \alpha$ e $\Gamma \vdash_P \neg\alpha$ sem que possamos disso deduzir $\Gamma \vdash_P (\alpha \wedge \neg\alpha)$. (*Cf.* Postulado (P3)), e disto a trivialização do sistema.

Retomando nossa discussão anterior, supondo que $\mathbf{M} \models_\sigma (f{=}ma)$ (que representa os valores 'ideais' de medição) seja a proposição α e $\mathbf{M} \models_\sigma \neg(f = ma)$ (que representa os valores 'aceitáveis', ou seja, com os erros, da medição) seja a proposição $\neg\alpha$, podemos agora ter $\Gamma \vdash_P \alpha$ e $\Gamma \vdash_P \neg\alpha$, em um mesmo sistema físico σ, sem que seja permitida, pela lógica paraclássica subjacente, que utilizamos para fundamentar tal sistema, deduzirmos a conjunção $\Gamma \vdash_P \alpha \wedge \neg\alpha$, o que representaria $\mathbf{M} \models_\sigma (f = ma) \wedge \neg(f = ma)$. Com efeito, isto acontece porque não existe, de acordo com a lógica clássica C, um subconjunto consistente de fórmulas $\Delta \subseteq \Gamma$ tal que $\Delta \vdash \alpha \wedge \neg\alpha$. Se fosse o caso, teríamos uma violação do postulado (P3) da lógica paraclássica. De certa forma, de acordo com o teorema 6 provado anteriormente, podemos dizer que os sistemas físicos em que tal problemática ocorra, a saber, todos os sistemas físicos onde existem erros de medição, são sistemas físicos P-inconsistentes, já que temos α e $\neg\alpha$, mas são, por sua vez, P-não-triviais.

Portanto, podemos dizer que a lógica subjacente ao conceito de verdade empírica pode ser também paraclássica. De qualquer forma, é bom que se enfatize, trata-se também de uma lógica paraconsistente, como visto.

A importância filosófica do que foi feito acima pode ser considerada a partir da possibilidade de obtermos sistemas inconsistentes mas não-triviais. Como visto, numa teoria em que a lógica subjacente é a paraclássica, podemos obter teoremas contraditórios (ou seja, $\Gamma \vdash_P \alpha$ e $\Gamma \vdash_P \neg\alpha$) sem a possibilidade de fazermos a conjunção lógica destes e, desta forma, sem reduzir nosso sistema à trivialidade (*Cf.* Postulado (P3) e Teorema 5). No caso dos sistemas físicos com o erro ε acima considerado, a situação não é diferente: proposições contraditórias podem ser ambas 'verdadeiras' sem no entanto reduzirmos isso a uma contradição ou uma trivialização do nosso sistema. Desta forma, a lógica paraclássica pode ser usada para providenciar um *'framework'* mais refinado para a caracterização das possíveis 'inconsistências do nosso conhecimento' sobre a realidade (ou do que podemos obter dela), e se torna, assim, uma alternativa extremamente frutífera de um ponto de vista heurístico.

É bom que se diga que não queremos aqui defender que a física deva, em todos os casos, *obrigatoriamente* demandar uma lógica distinta da clássica, ou que, na natureza, existam contradições reais, como dito anteriomente. O que fizemos nessa dissertação foi muito mais uma alternativa para resolver um problema apresentado. Como quase tudo em filosofia, esta alternativa se configura numa *possibilidade*: a de usarmos, de um modo que parece 'permitido' pela própria física, uma lógica distinta da clássica para fundamentar um problema. Muitos pensadores (como von Neumann) acham que a física quântica, por exemplo, com suas mais diversas facetas e características, deve demandar uma lógica distinta da clássica, como visto no início deste capítulo. Outros, como Quine, por exemplo, acreditam que a lógica clássica resolve muito bem todos os problemas apresentados até agora e, caso não resolva, é porque ainda não se encontraram meios para abarcar tal problema dentro da estrutura conceitual desta lógica e que, mais cedo ou mais tarde, isto vai ser resolvido (sempre com lógica clássica)[49]. Não queremos defender que uma ou outra visão é a certa e que, tal visão, deve ser seguida e a outra abandonada. Defendemos que, como dito, se uma ciência parece necessitar de certas ferramentas que a lógica clássica não fornece, perguntamos porque não procurar estas ferramentas em outra lógica? Por acaso seria a lógica clássica mais um dos "raciocínios analíticos", a priori, de Kant, que não são passíveis de modificações durante a nossa existência? Esta questão parece ter uma resposta negativa. De certa forma, a lógica clássica é a lógica que capta o que temos por intuitivo, mas isso não quer dizer que tal arcabouço técnico seja o único possível e/ou o único correto. (Com efeito, muitas outras vezes a intuição humana já se mostrou errada). Pensamos que a lógica clássica seria um primeiro estágio, necessário para um primeiro entendimento das coisas a partir deste ponto de vista, e que parece espelhar muito bem a nossa intuição. Porém, usando uma paráfrase a Nietszche, "subimos mais a montanha" e aqui de cima a lógica clássica não nos fornece mais o suporte necessário à nossa caminhada.

Muitos pensadores argumentam que, caso mudemos a lógica que fundamenta a física, mudamos também a própria física. De certa forma, não há problema nisso quando a própria física parece permitir (e solicitar!) que façamos uso de lógicas destoantes da

[49] Apesar de ser um ferrenho defensor da exclusividade da lógica clássica como ferramenta para embasamento de questões epistemo-cientifícas, Quine, no final de sua vida, também abriu a possibilidade e começou a admitir que a mecânica quântica talvez demandasse uma lógica distinta da clássica.

clássica para fundamentá-la. Não estaremos modificando nada da física se ela mesma pede para que utilizemos um arcabouço racional diferente, talvez até permitindo contradições (como no exemplo do átomo do Bohr dado acima). Esses problemas são problemas da lógica (e não da natureza, ou seja, da física), e estaremos sim mudando a lógica que fundamenta a física mas talvez não a física em si, já que esta, em seu âmago, parecer ser um pouco diferente do modo pelo qual estamos acostumados a vê-la. Por esses e outros motivos, talvez seja agora a hora de visualizarmos a física a partir do ponto de vista da paraconsistência. Além disso, nas lógicas paraconsistentes, a maioria dos resultados encontrados em lógica clássica são mantidos, sendo que a primeira se configura como uma extensão da segunda. Assim, nada agora é mais produtivo do que iniciarmos a exploração da 'selva' da paraconsistência: talvez lá achemos argumentos para que a racionalidade científica seja mantida e, desta forma, a própria física seja 'salva', evitando paradoxos e contradições que, dito novamente, muitas vezes não parecem estar na física mas sim na lógica que estamos utilizando para fundamentá-la. Fazendo uso aqui de uma metáfora (que sempre é uma boa ferramenta de compreensão), é como se nunca saíssemos de casa (nunca subíssemos mais a montanha!) porque achamos que a lei (no caso aqui, a física) não permite o ir e vir livremente das pessoas. Depois de algum tempo saímos de casa (subimos a montanha) - desrespeitando assim a lei que temos como certa - e perguntamos porque não podemos fazer sempre isso, começando a advogar que tal coisa deva ser permitida, já que não se vê nela maiores problemas. Porém, não sabemos que a lei (no caso, a física) nunca proibiu tal coisa! Este quadro acima é muito parecido com a discussão que tivemos anteriormente.

Como dito também anteriormente, o físico em geral não se preocupa com isso. Ele trata as 'inconsistências' encontradas como uma simples característica das imprecisões da sua ciência. O problema se volta então para a lógica com a qual fundamentamos as teorias. Como dito, se a natureza parece solicitar uma lógica diferente, o que nos impede de utilizá-la? Na certa a resposta a esta questão não repousa sobre problemas existentes no arcabouço técnico desta ou daquela lógica que fazemos uso, já que isto, para as teorias lógicas já sacramentadas, parece não existir. A resposta, (normalmente negativa que se encontra para esta pergunta) está provavelmente vinculada muito mais a uma questão de 'hábito' do que de qualquer outra coisa: de certa forma a utilização da lógica clássica é muito mais um costume ou uma tradição, ancorada ainda em um quadro conceitual do início do século XX onde não havia se encontrado, em física, os paradoxos indicados nesta dissertação. Porém, os paradoxos estão aí, como se diz coloquialmente, "para quem quiser ver". Talvez a próxima geração (ou a nossa mesmo) seja mais afeita ao uso de lógicas diferentes, e isso se torne uma coisa natural. Com efeito, Brian Greene, em seu livro *O universo elegante*, relata o fato de que, para os nossos filhos, as implicações e paradoxos da relatividade geral de Einstein, por exemplo, serão bem mais intuitivos e naturais do que para nós e, talvez para eles, os resultados 'insólitos' desta teoria serão tomados como coisa corriqueira, sem maiores problemas. Para a nossa geração, a relatividade geral ainda é uma teoria que gera resultados 'estranhos', mas para eles talvez sejam resultados totalmente racionais e naturais. Com a lógica talvez o quadro se configure da mesma forma: para nós ainda é difícil aceitar o uso de lógicas que destoam da clássica. Os nossos filhos talvez perguntem porque não iniciamos esta 'revolução' antes.

No próximo e último capítulo, com vista a finalizarmos nossas explanações sobre a interpenetrabilidade da lógica e da física, fazemos uma discussão sobre dois 'ramos' da lógica: a lógica pura (em poucas palavras, quando não fazemos ligações da lógica com eventos empíricos e ficamos apenas manipulado a simbologia do sistema) e a lógica aplicada (onde se interpreta os conceitos dos sistemas formais em algum problema concreto). Mostramos mais dois exemplos, ambos de lógica aplicada, em que são utilizados os conceitos da lógica para ajudar a melhor visualizar algumas características que estão ocultas nos sistemas físicos (leia-se teorias físicas) construídas. Com tal ferramenta, podemos muitas vezes obter uma visão mais ampla e significativa do que realmente é uma teoria física.

Capítulo 7

Lógica e Física

> "O matemático deverá levar em conta não apenas aquelas teorias que se aproximaram da realidade, mas também, como na geometria, todas as que são logicamente possíveis, e deve sempre estar atento para obter um levantamento completo das conseqüências implicadas pelo sistema de axiomas formulado"
> (D. Hilbert, *Mathematical problems*, 1901)

Motivado pela discussão anterior, especialmente a que subjaz aos dois últimos capítulos, fazemos aqui uma análise breve de algumas relações mais gerais entre lógica e física.

Nos dias de hoje, sabe-se do uso abrangente que se faz dos conceitos da lógica para o estudo de questões de fundamento em diversas ciências, bem como na filosofia em geral. Vários domínios do conhecimento, seja a física, a computação, ou até mesmo a filosofia da ciência, a metafísica, ou a teoria do conhecimento, foram alterados (ou ao menos 'tangidos') pelo uso de ferramentas conceituais oferecidas pelas teorias lógicas correntes. Neste último, exploramos alguns exemplos de teorias físicas em que um arcabouço lógico (às vezes distinto do usual) pode ser utilizado com a intenção de tornar mais claro os conceitos subjacentes de tais teorias ou, até mesmo, o seu possível entendimento intuitivo.

Primeiramente é útil mencionar que, como se sabe, a lógica por si própria é tradicionalmente tomada em sua natureza como sendo uma 'ciência' particular, independente da experiência, já que seu caráter *a priori* é totalmente abstrato[50]. De certa forma, poder-se-ia dizer que as leis lógicas, subjacentes aos seus vários sistemas formais estabelecidos, seriam compatíveis com quaisquer estados de coisas que possam ocorrer. (*Cf.* da Costa, Béziau e Bueno, 1998, p. 122). No entanto, a lógica pode hoje ser tomada como sendo um campo do conhecimento com o mesmo status da matemática (neste sentido veja, por exemplo, a criação da subdivisão lógica paraconsistente, do Mathematical Reviews, dado no capítulo anterior), e muitas das suas descobertas podem ser colocadas no mesmo patamar das descobertas matemáticas (veja, por exemplo, os

[50] Esta opinião, no entanto, não é unânime. Há quem defenda um 'caráter empírico' da lógica, como P. – D. Février (1951), de quem falamos à frente.

teoremas de Gödel de incompletude e indecidibilidade). Não obstante, mesmo abstrata e *a priori*, a lógica também poderia ser utilizada de um ponto de vista 'aplicado'.

A lógica pura, da mesma forma que a matemática pura, é aquela que pode, em princípio, ser desenvolvida em abstrato, independentemente de suas possíveis aplicações. Pode-se, desta forma, estudar a lógica paraconsistente ou a intuicionista, por exemplo, explorando somente suas propriedades matemáticas abstratas, como se isto constituísse um simples 'jogo', que segue certas regras pré-estabelecidas. Assim, na criação de um sistema lógico, o lógico, procedendo da forma acima descrita, pode ir ao encontro do pensamento de Hilbert, constante na epígrafe deste capítulo, qual seja, de se levar em conta não somente as teorias que estão próximas à realidade, mas também as *logicamente possíveis*. Consoante com este pensamento, é possível criarmos sistemas lógicos abstratos onde, por exemplo, um ou mais princípios da lógica clássica são violados, como o de que de "uma contradição tudo se segue". A 'quebra' deste princípio levou à criação de lógicas destoantes da clássica, como a paraconsistente, ou a de Jáskowski, como visto no capítulo anterior. Também, no desenvolvimento de lógicas puras, nada impede que o lógico desenvolva um sistema formal 'a partir do nada', digamos assim, e fique somente manipulando sua simbologia, como dito anteriormente, como forma de entender algumas das características específicas de tal lógica e da extensão do sistema formal construído de tal modo, o que, no entanto, não é muito usual.

Por outro lado, (o que parece mais interessante e produtivo) também podemos fazer com que nossos sistemas lógicos tenham uma conotação aplicada. Para tanto, tendo em mãos algum domínio do conhecimento[51], utilizamos uma lógica que intuitivamente percebemos poder ser usada para descrevê-lo de um modo mais rigoroso e que possa espelhar, no sistema formal construído, a mesma estrutura de tal campo de conhecimento via inferências dedutivas. Nesse sentido, talvez um dos exemplos mais conhecido seja a criação da lógica quântica, por Birkhoff e von Neumann. Tais autores sugeriram que a mecânica quântica deveria demandar uma lógica distinta da clássica, e criaram um novo 'campo de investigação', que depois foi denominado "Lógica Quântica". Nesta 'lógica', certos preceitos da lógica clássica são 'desrespeitados', como

[51] Neste sentido podemos tomar, como exemplo, a presente dissertação, onde o 'domínio do conhecimento' utilizado foi a física, em particular, o problema de dar um possível embasamento teórico para os erros encontrados em medições feitas nessa ciência.

a lei distributiva da conjunção em relação à disjunção. (*Cf.* da Costa, Krause e Bueno, 2004, p. 4).

Consoante com a utilização de uma lógica de forma aplicada, percebemos assim que quando estamos utilizando uma lógica para fundamentar certa área do conhecimento humano, devemos realmente fazer uso da que mais se ajusta às características desta área. Desta forma, devemos ter em mente que se desejamos utilizar uma lógica para fundamentar alguma ciência, muitas vezes o uso da lógica clássica pode não ser a que mais se coaduna com algumas características do que estamos investigando, como enfatizado no capítulo anterior[52]. Como dito também anteriormente, devemos então procurar em nossa 'caixa de ferramentas' aquela(s) lógica(s) que mais se harmoniza(m) com as características pontuadas (nesta dissertação, como visto, foi escolhida a lógica paraclássica). Novamente enfatizamos que não desejamos, com isso, declarar que a lógica clássica está errada ou que deva ser substituída por outra. *A questão aqui é muito mais pragmática (e até mesmo heurística) do que propriamente teórica.* Neste sentido, a utilização de uma lógica particular, de certa forma, pode depender do domínio do conhecimento que estamos investigando, implicando que a análise de diferentes domínios poderia também sugerir a utilização de lógicas diferentes, muitas vezes discrepantes entre si. (*Cf.* Krause, 2002, p. 179). Damos à lógica, assim, uma conotação parcialmente empírica, onde as estruturas então criadas consigam captar (ou ajudar a captar), aos menos parcialmente, os fenômenos em questão. Isso poderia justificar a eventual necessidade de uso de lógicas alternativas à clássica que "poderiam ser originadas também de análises de campos do conhecimento próprios das ciências reais como a física, e não somente do puro interesse teórico do investigador em analisar sistemas resultantes de eventuais 'desvios' ou 'complementos' da lógica clássica". (*ibid.*, p. 180). Tais idéias lembram a célebre frase de Cantor de que a natureza da matemática reside em sua mais completa liberdade. O mesmo certamente ocorre com a lógica.

Também não estamos aqui defendendo que se deva, obrigatoriamente, proceder tal investigação como se esta fosse uma *necessidade* da física ou de qualquer ciência que queira utilizar uma lógica da forma aplicada. Isto faria com que todo físico ou todo matemático, por exemplo, tivesse que estudar lógica para desenvolver sua ciência, o que

---

[52] Novamente, este ponto é polêmico. Neste sentido veja a nota 49, p. 99, da presente dissertação.

é, de certa forma, um despropósito: se físicos fizessem isso, provavelmente eles deixariam de estudar a ciência em que estão inseridos. (Além disso, lembramos que - como expresso no capítulo 1 desta dissertação -, muitas das críticas à Received View consistiam (e consistem) precisamente no fato de que esta abordagem exigiria um tratamento axiomático detalhado de todas as 'teorias auxiliares' à teoria considerada, aumentando a dificuldade e a complexidade do sistema resultante). Parece então que este tipo de trabalho é tarefa dos lógicos e *filósofos* da ciência, os quais em geral se preocupam mais com questões de fundamento, ou para os físicos que têm esta índole. Os que não estão incluídos em tal domínio, continuarão tentando encontrar alternativas para exprimir os problemas da física no interior da lógica e da matemática clássica. Não obstante, uma série de novas teorias e de desenvolvimentos se originaram das investigações em lógica e em fundamentos da matemática (p.ex., matemáticas não-cantorianas, ou matemáticas fundamentas em lógicas distintas da clássica etc.), o que também pode ocorrer no caso da física. "A análise 'lógica' da ciência, [...] pode trazer à luz novas questões e mesmo novas teorias matemáticas [...]. Esta simples possibilidade já justifica seu desenvolvimento." (*ibid.,* p. 185).

Abaixo, fazemos a apresentação de dois exemplos, ambos vistos como sendo de 'lógica aplicada', onde os conceitos lógicos foram utilizados com vista a dar uma visão um pouco mais abrangente sobre certas teorias da física. O primeiro desses exemplos, o qual é um caso típico do uso da lógica clássica, é a axiomatização feita por Suppes, McKinsey e Sugar, em 1953, da mecânica de partículas newtoniana. No segundo exemplo, apresentamos brevemente a lógica apresentada em 1951 por Paulette Destouches-Février, onde há a tentativa de se embasar problemas como o da dualidade onda-partícula em física via uma lógica com 3 valores de verdade. Vemos, neste último exemplo, que esta lógica também pode ser alicerçada em um quadro teórico paraconsistente, o que a torna ainda mais interessante e justifica sua inclusão nesta dissertação, já que está consoante com a idéia de que algumas áreas da física demandariam uma lógica distinta da usual, no caso aqui, a paraconsistente. Porém, antes disso, devemos explicitar alguns conceitos sobre estruturas matemáticas e predicados de Suppes.

Espécies de Estruturas e Predicados de Suppes

O conceito de estrutura é uma das noções mais importantes na matemática moderna e, desta forma, também em uma ciência que tem por base a matemática clássica, como é o caso da física tradicional. De acordo com uma posição que foi acentuada principalmente a partir da década de 30, com os trabalhos de um grupo de matemáticos com o pseudônimo de Nicolas Bourbaki, a matemática pode ser dita como sendo uma disciplina que se ocupa do estudo de certos tipos de estruturas, já que todas as teorias matemáticas clássicas podem ser, segundo a opinião desse grupo, de certa forma reduzidas à noção de estrutura. No caso das disciplinas científicas, o conceito de estrutura se tornou fundamental a partir da chamada abordagem semântica às teorias científicas, que substituiu a Received View, como é bem sabido.

O grupo de matemáticos acima descrito, principalmente franceses, com o objetivo de redigir um tratado sobre os fundamentos da análise matemática, fez uso sistemático do conceito de estrutura para tentar alcançar uma visão unificada desta disciplina. Mesmo após três décadas de estudo e cerca de uma centena de trabalhos publicados, a primeira parte de sua obra sobre estruturas fundamentais da análise não chegou ao término, face à complexidade de tal tema. Porém Bourbaki evidenciou a importância da noção de estrutura e colocou-a como fundamental para relacionar os domínios básicos da matemática, assentando-a na teoria de conjuntos. Com efeito, segundo Krause (1987):

> O processo de axiomatização de teorias visa distinguir as suposições e os princípios sobre os quais elas se alicerçam e, deste modo, pode-se fazer uma idéia mais clara acerca de sua estrutura. Segundo Bourbaki, a partir desta constatação as teorias devem ser classificadas de acordo com sua estrutura e surgem justamente quando uma ou mais estruturas são combinadas em um certo sentido preciso. Deste ponto de vista, as estruturas tornam-se os únicos objetos da matemática [...].

De acordo com proposta de Bourbaki, de um modo geral uma estrutura, intuitivamente, é caracterizada utilizando-se a linguagem da teoria de conjuntos. Grosso modo, é obtida a partir de uma seqüência de conjuntos (conjuntos base) – que podem ser reduzidos a um só – e de relações sobre tais conjuntos e seus elementos, que podem ser, tais relações, de uma natureza variada. Bourbaki então introduziu, inicialmente, a idéia de escala de conjuntos: dados dois conjuntos base distintos E_1 e E_2, por exemplo, podemos obter os conjuntos $E_1 \times E_2$, $P(E_1)$, $P(E_2)$, $P(E_1) \times P(E_2)$, ... (*Cf. ibid.*), onde P(x) representa o conjunto das partes do conjunto x.

Um exemplo é a estrutura de grupo. Tomemos um conjunto base G. Obtemos então G e os produtos cartesianos deste conjunto, ou seja, $G \times G$, $G \times G \times G$ e $P(G \times G \times G)$ (coleção de coleções de triplas ordenadas de elementos de G), de sorte que possamos escolher um elemento $\bullet \in P(G \times G \times G)$ que cumpre os seguintes requisitos:

1) [Associatividade] todo x, y e z de G, tem-se que $x \bullet (y \bullet z) = (x \bullet y) \bullet z$;
2) [Existência de elemento neutro] existe um elemento $e \in G$, tal que para todo $x \in G$, tem-se que $(x \bullet e) = (e \bullet x) = x$
3) [Existência do 'inverso'] para todo $x \in G$, existe um elemento $x' \in G$ tal que $(x \bullet x') = (x' \bullet x) = e$.

Um grupo, desta forma, pode ser expresso como sendo uma estrutura $< G, \bullet >$ que obedece 1), 2) e 3).

Assim sendo, uma estrutura nada mais é do que uma n-upla ordenada que contém alguns conjuntos base e elementos de uma escala de conjuntos que têm como base os conjuntos dados, ou seja, algo da forma

$$E = < A_1, \ldots, A_k, s_1, \ldots, s_m >,$$

Onde A_i são os conjuntos base da estrutura e os s_j são elementos de conjuntos de base A_i. Estes elementos s_j devem satisfazer algumas condições $AX_1, \ldots, AX_n$: os axiomas da estrutura. Segundo Bourbaki (*ibid.*), as estruturas fundamentais a partir das quais as demais poderão ser obtidas (as chamadas "estruturas mães") são de três espécies: algébricas (que introduzem a noção de operação), de ordem (que introduzem as noções de ordenação) e as topológicas (que permitem um tratamento de noções como limite, continuidade e vizinhança).

Uma espécie de estruturas na teoria de Bourbaki é definido do seguinte modo: Seja M um conjunto em uma escala que tem E_1 e E_2 como base. Dada uma certa propriedade para um elemento qualquer de M, temos como T a intersecção (não vazia) dos subconjuntos de M definidos por estas propriedades. Um elemento $\pi \in T$, assim, define uma estrutura de espécie T sobre E_1 e E_2. (*Cf. ibid.*).

Vale dizer, porém, que o tratamento bourbakista das teorias matemáticas, a partir do conceito de estrutura, é puramente sintático, não havendo preocupação com o tratamento da contraparte semântica. No entanto, o conceito de espécie de estrutura, mostrou-se útil também para axiomatizações de teorias das ciências empíricas, indo ao encontro de uma possível 'solução' para o chamado 6º problema de Hilbert, o que se refere ao tratamento matemático (leia-se aqui, axiomático) das teorias das ciências empíricas.

Consoante com as idéias acima descritas, tomemos então L como sendo a linguagem da teoria de conjuntos. Um predicado em L é uma fórmula com uma única variável livre. Suponha que P seja um predicado definido do seguinte modo, sendo X a variável livre:

$$P(X) \leftrightarrow \exists X_1 \ldots \exists Xk \exists Y1 \ldots \exists Y_m (X = <X_1, \ldots., X_k, Y_1, \ldots, Y_m> \wedge AX_1, \ldots, AX_n).$$

Onde $X_1 \ldots X_k, Y_1 \ldots Y_m$, são os conjuntos base da estrutura, e $AX_1, \ldots, AX_n$, fórmulas de L que correspondem aos axiomas a que os elementos de X estão sujeitos, e que devem cumprir algumas condições adicionais. As estruturas que satisfazem tal predicado são os *modelos* do predicado dado. Este tipo de predicado, que nada mais é do que uma fórmula da linguagem da teoria de conjuntos, é denominado *Predicado de Suppes*. A identificação deste tipo de predicado, aqui exibido de forma resumida, pode ser feita com o conceito de *espécies de estruturas* no sentido de Bourbaki.

Uma estrutura que satisfaça P é dita ser então uma *estrutura de espécie P*, ou seja, uma *P-estrutura.* Desta forma, um predicado de Suppes caracteriza uma família de estruturas que são os modelos dos axiomas AX_i, assim como uma tal família pode ser caracterizada por vários predicados (equivalentes entre si). Como sugeriu Suppes, axiomatizar uma teoria matemática é exibir a sua espécie de estruturas, ou seja, um determinado predicado (expresso por uma fórmula) erigido na linguagem da teoria de conjuntos. Citando novamente Suppes "axiomatizar uma teoria é apresentar um predicado conjuntista". (Suppes, 1957, p. 249).

Uma Axiomatização para a Mecânica de Partículas

Patrick Suppes, desde a década de 50, tem insistido nas vantagens de se axiomatizar as diversas teorias das ciências empíricas, utilizando-se, para isso, a teoria de conjuntos. Em geral, quando se pensa em axiomatizar uma teoria científica, tem-se em vista definir uma linguagem artificial, normalmente fundada no cálculo de predicados de primeira ordem. Não obstante, tratar teoria como a mecânica de partículas, a relatividade restrita ou o cálculo de probabilidades desse modo seria uma tarefa hercúlea e sem grande significado. Nas ciências físicas, por exemplo, este modo de proceder não contribuiria em nada para o físico e nem para o filósofo da ciência; somente complicaria e mascararia uma atividade informal, em que a intuição desempenha contraparte saliente. O aporte capital de Suppes foi de evidenciar que as axiomatizações deveriam ser feitas, como dito, na teoria de conjuntos. Por tal caminho, obtêm-se axiomáticas manipuláveis significativas. A tarefa de axiomatização pode, então, contribuir para a elucidação da tessitura lógica da rede conceitual empregada pelo cientista para aprender o real. No entanto, em certas situações, como por exemplo quando se pensa ser necessária uma mudança da lógica ou da teoria subjacente, a explicação e explicitação de tais teorias subjacentes ao sistema se tornam imprescindíveis.

Apresentamos a seguir uma axiomatização para a mecânica clássica não-relativística de partículas feita por McKinsey, Sugar e Suppes em 1953, na forma apresentada por Suppes em seu livro de 1957 (Cap. 12).

Segundo esses autores, um sistema de mecânica de partículas pode ser descrito como sendo uma estrutura da forma

$$P = < P, T, s, m, f, g >,$$

onde,

- P é um conjunto não-vazio e finito, cujos elementos são chamados de partículas;
- T é um conjunto que desempenha o papel de intervalo de instantes de tempo, geralmente tomado como sendo um conjunto de números reais (um intervalo fechado, por exemplo);

- s é uma função tal que, para cada $p \in P$ e cada $t \in T$, associa um vetor $s(p, t)$ (ou $s_p(t)$), $\in \Re^3$ que é fisicamente interpretado como a posição da partícula p no instante t, de forma que se pode falar para cada $p \in P$, em sua *função posição*;
- se $p \in P$, então $m(p)$ tem um valor numérico que representada a massa da partícula p;
- dados $p, q \in P$ e $t \in T$, $f(p, q, t)$ representa a força interna do sistema que a partícula q exerce sobre p no tempo t;
- desta forma, $g(p, t)$ é a força externa agindo sobre p no instante t.

Essas noções estão sujeitas aos seguintes axiomas:

(A1) O conjunto P é finito e não-vazio.

(A2) T é um intervalo de números reais.

(A3) Para cada $p \in P$, a função s_p é duas vezes diferenciável em relação a t.

(A4) Para cada $p \in P$, $m(p)$ é um número real positivo.

(A5) Para cada $p, q \in P$ e cada $t \in T$, $f(p, q, t) = -f(q, p, t)$.

(A6) Para cada $p, q \in P$ e cada $t \in T$, $s(p, t) \times f(p, q, t) = -s(q, t) \times f(q, p, t)$.

(A7) Para cada $p \in P$ e cada $t \in T$, $m(p) \,.\, D^2 s_p(t) = \sum_{q \in P} f(p, q, t) + g(p, t)$.

Em termos dos predicados de Suppes, mostrados no tópico anterior, a estrutura acima é um exemplo típico do que seria um modelo para tal predicado, dado de forma esquemática.

Existem, é claro, certas razões para cada um dos axiomas assumidos acima, como a finitude de P garantir, como explica Suppes, que a massa e a energia cinética do sistema como um todo sejam bem definidas. Uma idealização é posta no terceiro axioma, pois a dupla diferenciabilidade de s_p é usada no sétimo axioma (onde D^2 indica a derivada segunda), que expressa a segunda lei do movimento de Newton, a saber que o produto da massa pela aceleração (a derivada segunda da função posição) é igual à soma das forças que atuam sobre o sistema. Os demais axiomas expressam os seguintes fatos: a massa de uma partícula é um número real maior do que zero (axioma quatro). Os axiomas (A5) e (A6) expressam a terceira lei do movimento de Newton, ou seja, que a toda ação corresponde uma reação de igual intensidade mas em sentido contrário (A5), e que as direções das forças exercidas por *p* sobre *q* coincidem (A6), apesar de terem sentidos opostos (o '×' indica o produto vetorial) em $\Re^3$.

Em seguida, como no texto de Suppes, é possível definir sistemas newtonianos, por exemplo, e derivar uma série de teoremas que dão sentido a se dizer que a axiomática apresentada representa o estudo da mecânica clássica de partículas, ou seja, as teorias que explicam o movimento onde os corpos envolvidos têm massa não excessivamente grandes ou pequenas para os nossos parâmetros e movendo-se a velocidades bem inferiores à da luz.

Críticas ao procedimento usado por Suppes *et. al.,* para axiomatizar a mecânica de partículas foram feitas, principalmente sobre a opinião do alcance do método axiomático nas ciências empíricas. A principal delas é que seria uma ingenuidade pensar que uma determinada axiomatização pode captar todos os aspectos de uma disciplina desta ciência. A essas críticas, poder-se-ia responder dizendo que tal axiomática não tentou captar todas as características existentes nas ciências empíricas, mas é, sim, muito mais uma técnica para no futuro se efetuar uma possível axiomatização (para tais casos a estrutura acima mencionada teria que ser 'enriquecida'). Porém, as objeções à possibilidade de axiomatizarmos teorias científicas não é explorada aqui sob pena de fugirmos ao tema principal do presente capítulo, ficando ao leitor, caso interessado, a possibilidade de se aprofundar no assunto nas indicações bibliográficas presentes no texto.

Graças aos esforços de Suppes, seus discípulos e outros pesquisadores, várias teorias foram axiomatizadas pela introdução de predicados conjuntistas. Convém insistir que a axiomatização mostrou-se de enorme utilidade como instrumento sistematizador e como processo de esclarecimento técnico-matemático e filosófico. Como o conhecimento científico é conceitual e como as operações e relações conjuntistas refletem bem as operações e relações conceituais, verifica-se que a teoria dos conjuntos constitui-se em ferramenta imprescindível para a atividade conceitual, racional, da ciência.

Vale ressaltar que tal axiomática, dada aqui a caráter ilustrativo, é feita tendo por base a lógica clássica. Esta axiomatização foi incluída aqui para o leitor ter uma primeira idéia de como se poderia proceder em tal caso. Não necessariamente a lógica que subjaz a uma teoria científica é a clássica, como já apontado anteriormente nessa dissertação. Na próxima seção, expomos um exemplo em que um arcabouço lógico paraconsistente também pode ser utilizado.

A Lógica da Complementaridade de Février[53]

O conceito de complementaridade foi introduzido na Mecânica Quântica por Niels Bohr, em 1927, para dar uma possível interpretação que espelhasse o problema da dualidade onda-partícula em física. Como se sabe, um elétron (e na verdade todas as partículas subatômicas), por exemplo, pode ser tomado como onda e/ou como partícula. Porém, muitas vezes não podemos dizer que o elétron é uma onda no presente momento ou é uma partícula, mas, de certa forma, as 'duas coisas ao mesmo tempo'. O conceito de onda e de partícula são, desta forma, segundo um termo cunhado por Bohr, 'complementares'. Não adentramos aos detalhes desta teoria, mas basta dizer que as conseqüências desta idéia foram fundamentais para o desenvolvimento da chamada interpretação de Copenhagem da Mecânica Quântica, e se tornou uma das mais significativas contribuições para o desenvolvimento da teoria quântica no século XX.

Não obstante a isso, a própria idéia de Bohr sobre a complementaridade é bastante confusa e parece não existir uma concordância geral sobre seu significado. Apesar de alguns autores terem desenvolvido idéias que ajudaram a elucidar, de um ponto de vista lógico, qual o significado do 'Princípio da Complementaridade', suas idéias não se tornaram bem aceitas pela comunidade científica. (Exemplos podem ser vistos nas bibliografias indicadas).

Em 1951, porém, Paulette Destouches-Février publicou um livro[54], que reunia uma série de seus trabalhos, onde há a construção de uma lógica proposicional com três valores de verdade[55]. Se tenta assim, a partir desta construção, dar uma possível abordagem via lógica para proposições que podem ser tomadas como 'complementares'. Este sistema, conhecido como $L_{c,3}$, tem a idéia central de que a conjunção de proposições complementares não tem um valor de verdade 'totalmente

---

[53] A presente seção tem com base bibliográfica os trabalhos de da Costa e Krause, 2003, [1] e [2]. Outras referências podem ser encontradas nos dois trabalhos indicados.

[54] Février, P.-D., *La structure des théories physiques,* Presses universitaires de France, 1951. Embora frequentemente mencionado na literatura, o sistema de Février não tem sido estudado e considerado em detalhes. Provavelmente isto se deve ao fato de que seu sistema nunca foi apresentado de um modo sistemático.

[55] Como se sabe, na lógica proposicional clássica há apenas dois valores de verdade: (V)erdadeiro e (F)also.

verdadeiro’ ou ‘totalmente falso’, mas sim ‘algo’ entre o verdadeiro e o falso. O conectivo binário ‘&’ é usado para conjunção, mas esta conjunção se ‘divide’ em dois modos: ‘$\&_c$’ para proposições que podem ser conjugadas ou ‘compostas’ e ‘$\&_i$’ para proposições que não podem ser reunidas, ou seja, as que são ‘incompostas’. Tais conectivos são caracterizados semanticamente pelo chamado ‘método das matrizes’[56], definindo-se as tabelas-de-verdade dos conectivos, como pode ser visto adiante. As proposições incompostas, quando conjugadas, resultam em um terceiro valor de verdade, distinto do verdadeiro e do falso, nomeadas como *absolutamente falsas*. Isto indica, intuitivamente, que tais conjunções não podem ser feitas em nenhum sentido. Segundo ela “em uma teoria onde a complementaridade de Bohr é introduzida, é impossível usarmos a lógica clássica para o cálculo de proposições experimentais; é necessário [neste caso] usar a lógica da complementaridade”[57].

Desta forma, seguindo a terminologia de Février, temos como primitivos os seguintes conectivos: $\&_c$ (primeira conjunção), $\&_i$ (segunda conjunção), ► (disjunção exclusiva), $\vee_c$ (primeira disjunção), $\vee_i$ (segunda disjunção), $\equiv$ (primeira equivalência), $\cong$ (segunda equivalência), $\rightarrow$ (implicação), **N** (primeira negação) e ~ (segunda negação), definidos, semanticamente, do seguinte modo:

$\&_c$	**V**	**F**	**A**		**$\&_i$**	**V**	**F**	**A**		**►**	**V**	**F**	**A**
V	V	F	A		**V**	A	A	A		**V**	A	V	V
F	F	F	A		**F**	A	A	A		**F**	V	A	F
A	A	A	A		**A**	A	A	A		**A**	V	F	A
$\vee_c$	**V**	**F**	**A**		**$\vee_i$**	**V**	**F**	**A**		**$\equiv$**	**V**	**F**	**A**
V	V	V	V		**V**	A	V	V		**V**	V	F	F
F	V	F	F		**F**	V	A	F		**F**	F	V	F
A	V	F	A		**A**	V	F	A		**A**	F	F	V
$\cong$	**V**	**F**	**A**		**$\rightarrow$**	**V**	**F**	**A**		**p**	**V**	**F**	**A**
V	V	F	F		**V**	V	F	F		**Np**	F	V	A
F	F	V	V		**F**	V	V	F		**~p**	F	V	V
A	F	V	V		**A**	V	V	V					

[56] Existem vários modos de se definir uma lógica, por exemplo os seguintes: dando sua linguagem, regras de formação de fórmulas, axiomas, teoremas etc., ou pelo chamado Método das matrizes (também conhecido como Model theoretical logic): a lógica é assim caracterizada semanticamente pela definição das tabelas-de-verdade de seus conectivos.
[57] Février, *op.cit*., *apud* da Costa e Krause [1].

Os seguintes fatos são imediatamente derivados (semanticamente) em $L_{c,3}$ (não faremos tal prova aqui), entre outros que podem ser vistos na bibliografia indicada:

$\models p \rightarrow \sim\sim p$

$\models p \,\&_i \sim p \rightarrow q$

$\models p \,\&_i Np \rightarrow q$

$\models \sim(p \,\&_c \sim p)$

$\models \sim(p \,\&_i Np)$

$\models \sim(p \,\&_c Np)$

$\models (p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow \sim q) \rightarrow p)$

$\models p \vee_i \sim p$

$\models p \rightarrow (q \rightarrow p)$

$\models p \,\&_c q \rightarrow p$

$\models p \,\&_i q \rightarrow p$

O teorema da dedução tem a seguinte forma: se Γ, $p \models q$, então $\Gamma \models p \rightarrow q$.

Modus Pones é uma regra semântica de inferência válida. Outras duas regras semânticas de inferência válidas são: $p, \sim p \vee_c q \models q$ e $\sim p, p \vee_i q \models q$.

Existem, é claro, algumas críticas a esta abordagem. Segundo Nagel[58], não se pode providenciar nenhum critério para distinguir entre proposições que podem e que não podem ser compostas. Para isso, Février adota algumas meta-regras que não indicamos aqui. Em 1954, McKinsey e Suppes[59] também fizeram um *review* do livro de Février, e fizeram diversas críticas sobre o emprego de sua lógica para fundamentar a física, em particular, sobre o uso de uma lógica com mais do que dois valores de verdade para fundamentar a física moderna. Não adentramos a essas críticas mais profundamente, mas vale dizer que o review feito por McKinsey e Suppes foi importante tanto pela discussão das teses de Février como também por indicar vários outros argumentos sobre a relação entre lógica e física.

---

[58] Nagel, E., *Review of P.-D. Février's 'Les relations d'Incertude de Heisenberg et la logique'* in *Journal of symbolic logic* 2 (10), 1937, p. 88.
[59] McKinsey, J. C. C. e Suppes, P., *Review of P. -D. Févrie's 'La structure des théories physiques'* in *Journal of symbolic logic* 19 (1), 1954, pp.52-54.

Vale ressaltar, como conclusão desta seção, que em da Costa e Krause [1] é mostrado que a lógica $L_{c,3}$ dada acima também pode ser caracterizada como sendo uma "lógica paraconsistente de três valores-de-verdade complementar". Para tanto, é definida uma lógica, chamada $L^{p}_{c,3}$ com a mesma linguagem da lógica $L_{c,3}$, e dando aos conectivos a mesma caracterização semântica mostrada acima, com a diferença de que agora definimos V e A como o conjunto de 'valores de verdade distinguidos'[60]. Assim, temos a seguinte matriz, com as mesmas tabelas-de-verdade dadas anteriormente:

$$\mathcal{M} = < \{V, F, A\}, \{V, A\}, \&_c, \&_i, \blacktriangleright, \vee_c, \vee_i, \equiv, \cong, \rightarrow, N, \sim >$$

A noção de conseqüência semântica de um conjunto de fórmulas é introduzida de modo usual: uma proposição p é conseqüência de um conjunto Γ de proposições, em símbolos $\Gamma \models p$, se, e somente se, para todas as valorações nas quais as proposições de Γ tem um valor distinguido, p também tem um valor distinguido.

Assim, segundo os autores (*op. cit.*):

> It is easy to see that $p \;\&_i \sim p$ is a tautology of $L^{p}_{c,3}$ (that is, it has always a designated value, namely, A), but not every proposition of its language is a tautology, for instance, $p \;\&_c \sim p$ is not. Hence, $L^{p}_{c,3}$ is consistent (perhaps we should say '~-inconsistent', for this inconsistency is related to the second negation ~) though it is not trivial and, as it is easy to see, can be the underlying logic of inconsistent but non trivial theories; that is, it is paraconsistent.

Em seguida, os autores também utilizam a lógica paraclássica para fundamentar este problema, do mesmo modo que foi feito no capítulo anterior desta dissertação, provando teoremas e resultados fundamentais para a teoria acima descrita. Isto se constitui em mais um exemplo, dado aqui em caráter ilustrativo, do uso de lógicas destoantes da clássica para fundamentar teorias físicas, tornando-se assim de importância para nosso estudo, já que analisando outros exemplos podemos obter maior clareza sobre o nosso próprio trabalho.

Desta forma, a lógica proposicional $L^{p}_{c,3}$ pode nos ajudar a entender melhor os fundamentos da mecânica quântica, do mesmo modo que acontece com a lógica $L_{c,3}$. (Da mesma forma, a lógica paraclássica nos fez entender de um modo mais claro o problema da Verdade Empírica.) De qualquer forma, é bom que se enfatize que se trata,

[60] Normalmente (apesar de não ser o caso aqui), os membros do conjunto de 'valores-de-verdade distinguidos' são tomados, intuitivamente, como sendo 'verdadeiros'.

novamente, de uma lógica paraconsistente. Vemos assim que é lícito que a lógica em geral possa ter uma contraparte empírica, tornando-se um ramo da lógica aplicada, como dito antes. É claro que não queremos com isso declarar que devemos sempre utilizar a lógica em um caráter aplicado. A lógica pura também é importante, mas qualquer sistema lógico sempre possui uma dimensão *a priori* e uma *a posteriori.* (*Cf. ibid.*).

De qualquer forma, vemos que a lógica paraconsistente em especial (que é a lógica que endossa o que fizemos até aqui), realmente pode nos ajudar numa melhor compreensão das teorias físicas mais modernas, ajudando a esclarecer certas estruturas conceituais muitas vezes obscuras e não tão intuitivas, como foi ressaltado neste e no capítulo anterior da presente dissertação. O exemplo acima novamente mostra isso.

Considerações Finais e Projetos Futuros

"É preferível aprender coisas úteis
a aprender coisas admiráveis."
Santo Agostinho

Podemos agora concluir que o trabalho aqui apresentado foi relevante por várias razões. Como indicação para trabalhos futuros sobre este tema, e como considerações finais sobre o que fizemos aqui, indicamos algumas delas. Apesar disso, vale dizer que não adentramos, agora, muito profundamente na análise de cada um destes tópicos em especial, ficando tal análise exegética para um futuro doutoramento no assunto.

Um dos primeiros pontos a ser ressaltado (e um dos mais importantes) é o que se refere ao uso de lógica paraconsistente em detrimento à lógica clássica. Como visto no texto, a partir do arcabouço teórico paraconsistente, podemos obter sistemas inconsistentes (e/ou contraditórios) mas, por sua vez, não-triviais. Claro se vê que isto se configura como um avanço com relação à lógica, que pode ser usada para fundamentar nossas teorias. Além de agora podermos manipular sentenças contraditórias dentro de um mesmo sistema físico, evitamos também a trivialidade deste sistema, o que resulta que a racionalidade científica, em casos como o explorado no texto precedente, pode ser salva evitando os problemas que mostramos anteriormente. Podemos, assim, dar um outro caráter à ciência, a saber, um caráter mais flexível e mais afeito à sua própria natureza, onde a contradição das sentenças científicas não se torna mais problema. Todavia, devemos ressaltar que, no problema apresentado nesta dissertação, também não queríamos a dedução da contradição propriamente dita dentro do nosso sistema físico (queríamos ter as sentenças contraditórias mas não a dedução da conjunção delas). Logo, a ferramenta que utilizamos, por sua vez, foi a lógica paraclássica (que é um 'tipo' de lógica paraconsistente). Com ela, como vimos, podemos ter duas sentenças contraditórias em um mesmo conjunto Γ, sem obter a dedução da conjunção lógica delas e sem reduzir, com isso, nosso sistema à trivialidade, como ocorreria com a lógica clássica, dentre outras. Na verdade é importante dizer que no problema que exploramos não temos, *ab ovo,* a contradição das sentenças do nosso sistema. Esta contradição só ira 'aparecer' se a lógica que usamos para fundamentá-lo seja a lógica clássica. Com a lógica paraclássica evitamos tal contradição e podemos ter agora estas sentenças contraditórias sem a dedução da contradição formal propriamente dita delas, e sem deduzir disto que toda a sentença formulada no sistema seja verdadeira, ou seja, a trivialização do sistema. Além disso, é importante dizer que as duas sentenças consideradas (α, que representa ($f = ma$) e $\neg\alpha$ ou $\neg(f = ma)$) estão no mesmo conjunto Γ de sentenças porque foram, tais proposições, internalizadas no nosso sistema físico σ usando as mesmas definições operativas (*Cf.* Capítulo 2). É isto que nos habilita a incluir estas sentenças contraditórias no mesmo conjunto Γ e, caso a lógica subjacente seja a clássica, obtermos a conjunção lógica delas e então uma contradição formal como dito e, posteriormente, a *explosão*. Na verdade o que acontece é que utilizamos a lógica paraclássica para *evitar* a dedução da contradição das nossas sentenças (o que não seria possível se utilizássemos a lógica clássica, como dito) e não para, tendo a contradição, 'resolvê-la' de algum modo. Isto promoveu, como observamos durante nossa discussão, um *framework* mais refinado para tratar possíveis sentenças contraditórias das nossas verificações experimentais. Podemos inclusive afirmar agora que o conceito de Verdade Empírica cunhado pelos autores utilizados é paraclássico.

Outro ponto a ser destacado nesta conclusão se refere aos erros de medição encontrados em qualquer procedimento experimental. Como visto, tais erros são inevitáveis já que são inerentes aos próprios aparelhos utilizados para se fazer as medições no laboratório. No futuro, talvez com o uso de novas técnicas e equipamentos mais refinados para se medir os objetos, consigamos encontrar medições perfeitas e sem erro. Hoje isto ainda parece ser impossível. De qualquer forma, a partir deste trabalho, pensamos que esta característica (pelo menos no que tange a ligação entre teoria e experimento, passando pela lógica subjacente a esta ligação) não seja mais problema. Agora, como vimos, podemos trabalhar muito bem com todos os valores que estão no intervalo de erro e conseguimos evitar o paradoxo que indicamos no texto.

Também este trabalho foi importante por relacionar vários domínios da lógica em geral e as relações subjacentes a tais domínios. Vimos, apesar de rapidamente, tópicos relacionados à lógica clássica, lógica paraconsistente, lógica de Jáskowski e, por fim, lógica paraclássica. Deste estudo podemos observar que as lógicas paraconsistentes em geral são extensões da lógica clássica, pois nas primeiras as leis da lógica clássica são, de certa forma, apenas expandidas e não abdicadas. Podemos concluir com isto que realmente o uso de lógicas que destoam da clássica para fundamentar certos problemas (como os que apresentamos aqui) realmente é válido já que, somente com elas, conseguimos resolvê-los ou torná-los, de certa forma, inteligíveis e manipuláveis.

Devemos dizer também que a abordagem que demos ao problema antes apresentado foi, durante toda a sua construção, uma tentativa de aproximar a filosofia da ciência do que o físico faz em seu dia-a-dia em seu laboratório e em suas teorias. Isto causou algumas outras dificuldades como, por exemplo, o fato de procedimentos de medições poderem, às vezes, pertencer a classes de equivalência diferentes (*Cf.* Capítulo 2), o que não é permitido depois da 'construção' das classes de equivalência dos procedimentos de medição. Isto invalida, por sua vez, estas classes de equivalência, fazendo-nos retornar ao problema inicial de que qualquer procedimento de medição diferente cria uma quantidade física diferente, o que é totalmente impraticável e de modo algum reflete as atitudes do físico. Na verdade, porém, isto só se torna visível quando tentamos aplicar a matemática às atitudes de físico (onde, como dito anteriormente, a matemática agora se torna apenas uma aproximação), e não só as suas teorias. Se no segundo caso uma gama de problemas clássicos já aparece, no primeiro não poderia ser diferente. De qualquer forma este 'paradoxo' demanda uma reflexão um pouco mais aprofundada, coisa que não fazemos aqui, e se configura como uma ótima fonte de pesquisa para trabalhos futuros.

Outra característica bastante interessante do nosso trabalho foi o fato de abordarmos um certo assunto com alguma originalidade. No nosso caso, o problema primordial, a saber, o que expressa as incongruências entre teoria e medições com erros, foi levantado pelos autores Toraldo di Francia e Dalla Chiara nos trabalhos apresentados durante o texto. Porém, o fato de usarmos lógica paraclássica para 'resolver' este problema é inédito até o presente momento. Não se sabe, até agora, de nenhum autor que tenha tentado fazer o que pretendemos aqui, a partir da utilização da lógica paraclássica (da Costa e Dória (1995) como dito, propuseram uma solução a partir de lógica de Jáskowski). Sendo esta fundamentação teórica algo original, promovemos assim a evolução da ciência e da filosofia e não ficamos apenas discutindo questões históricas, que giram sobre o mesmo ponto, e as quais muitas vezes são de difícil solução. Fizemos, como dito, algo novo e nos afastamos do caráter simplesmente histórico da filosofia. Não pensamos, porém, que tais estudos históricos não devam ser embrenhados; também eles são importantes já que somente conhecendo nosso passado é que podemos entender o que somos presentemente e nos projetar para o futuro. Todavia, o estudo de questões novas e concretas, como a que abordamos nesta dissertação, talvez seja até mais importante e interessante e promova o avanço necessário ao conhecimento humano que nós tanto almejamos.

Por fim, deve-se dizer que também foi possível, neste trabalho, relacionar vários domínios não só da lógica, mas também do conhecimento em geral. Como visto, intercalamos no texto questões da física, da história da ciência, da filosofia, da matemática, da lógica e da sua filosofia, e da verdade, principalmente. Com efeito, esta interconexão é de suma importância e extremamente necessária: *não se faz física sem filosofia e não se faz filosofia da física sem física*. Cada uma delas está intricada à outra, sendo que a separação em campos diferentes e o estudo exclusivo de cada uma, pode se tornar um disparate e levar a conclusões inconcebíveis (apesar de termos dito, anteriormente, que o físico não deveria necessariamente aprender lógica. Acreditamos, de certa forma, que esta tarefa deva ser então executada pelos filósofos da ciência). Estas relações entre as ciências humanas que, durante a história da humanidade, parecem que foram se perdendo, se apresenta hoje como útil e necessária e nos faz voltar aos primórdios da nossa evolução, onde havia somente a filosofia e onde as outras ciências eram todas partes dela. Com o desenvolvimento da humanidade, e com o aprofundamento cada vez maior em cada campo de conhecimento, a física, por exemplo, se tornou uma matéria à parte, excluindo-se do ‘tronco’ filosófico. De qualquer forma, vimos nessa dissertação que o ‘retorno’ da união entre física e filosofia deve ser retomada e fortemente sugerida.

Bibliografia

Braben, D., *Ser cientista: o espírito de aventura em ciência e tecnologia,* Papirus, 1996.

Brecht, B. (1938-1939), *Vida de Galileu* in *Bertold Brecht: teatro completo em 12 volumes*, V. 6, pp. 51-171, Paz e Terra S.A., 1991.

Bridgman, P. W., *The logic of modern physics,* Macmillan, 1927.

Cartwright, N., *How the laws of physics lie,* Oxford University Press, 1983.

Carnap, R., *On the character of philosophic problems* in *Philosophy of science,* V. 1, N. 1, Jan. de 1934, pp. 5-19.

Carnielli, W., Coniglio, M. E. e Marcos, J., *Logic of formal inconsistency* in *CLE e-Prints,* V. 5 (1), 2005. (www.cle.unicamp.br/e-prints/articles.html). Capturado em 14/10/2005.

da Costa, N. C. A., *On the theory of inconsistent formal systems* in *Notre Dame journal of formal logic,* V. XV, N. 4, Out. 1974, pp. 497 – 510.

________, *O conhecimento científico,* Discurso Editorial, 1999.

da Costa, N. C. A., Béziau, J.-Y., e Bueno, O., *Elementos de teoria paraconsistente de conjuntos,* Coleção CLE (Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência), V. 23, Campinas, 1998.

da Costa, N. C. A. e Dória, F. A., *On Jáskowski discoursive lógic* in *Studia lógica*, N. 54, 1995, pp. 36 – 60.

da Costa, N. C. A., e French, S. *Science and partial truth: a unitary approach to models and scientific reasoning,* Oxford Un. Press, 2003.

da Costa, N. C. A., Krause, D. e Bueno, O. (2004), *Paraconsistent logics and paraconsistency: technical and philosophical developments,* a aparecer em Dale Jacquette (ed.), *Handbook of the philosophy of logic,* Elsevier.

da Costa, N. C. A. e Krause, D. [1], *Remarks on the applications of paraconsistent logic to physics,* pré publicações do departamento de filosofia da Universidade Federal de Santa Catarina, Ano VIII, N. 62, Ago. de 2003.

_______[2], *The logic of complementarity:* pré publicações do departamento de filosofia da Universidade Federal de Santa Catarina, Ano VIII, N. 63, Ago. de 2003.

da Costa N. C. A. e Vernengo, R. J., *Sobre algunas lógicas paraclássicas y el análises del razonamiento jurídico,* Doxa, N. 19, 1999, pp. 183 – 200.

David, M., *The correspondence theory of truth*, The Stanford Encyclopedia of Philosophy (summer 2002 edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/sum2002/entries/truth-correspondence/>.

Dutra, L. H. de A., *Verdade e investigação: o problema da verdade na teoria do conhecimento,* E.P.U., 2001

Dalla Chiara, M. L., *Some foundational problems in mathematics suggested by physics* in *Synthese 62* (1985), D. Reidel Publishing Company.

Galilei, G., *O ensaiador,* Nova Cultural, 1996.

_______, *Duas novas ciências,* Nova Stella Editorial, 1935.

Greene, B., *O universo elegante: supercordas, dimensões ocultas e a busca da teoria definitiva,* Companhia das Letras, 2001.

Haack, S., *Philosophy of logics,* Cambridge University Press, 1978

Heisenberg, W., *Encounters with Einstein and other essays on people, places and particles,* Princeton Un. Press, 1989.

Hodges, W., *Tarski's truth definitions*, The Stanford Encyclopedia of Philosophy (winter 2001 edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/win2001/entries/tarski-truth/>.

Humphreys, P. (ed.), *Patrick Suppes: scientific philosopher; Vol. 2 – philosophy of physics, theory structure and measurement theory,* Kluwer Academic Publishers, 1994, pp. 219-299.

Introdução ao laboratório de física, Piacentini, J. J. *et al.,* Editora da UFSC, 1998.

Kant, I. (1781), *Crítica da razão pura,* Ed. da fundação Calouste Gulbenkian, 1997.

Koyré, A., *Du monde de l' "à-peu-prés" à l'univers de la precision,* Collin, 1961.

Krause, D., *Introdução aos fundamentos axiomáticos da ciência*, E.P.U., 2002.

_______, http://www.cfh.ufsc.br/~dkrause/pg/cursos/Andamento.htm

_______, *O conceito bourbakista de estrutura* in *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática*, V. 8, N. 1, Abril de 1987, pp. 77 – 102.

Lacey, H., *Valores e atividade científica,* Discurso Editorial, 1998.

_______, *Is science value free?*, Routledge, 1999.

Luce, R. D. e Suppes. P., *Measurement theory,* The New Encyclopaedia Britannica, 15th ed, 1987, V. 23, pp. 792-798.

Mates, B. (1974), *Austin, Strawson, Tarski and truth*, in L. Henkin *et. al*. (eds.), *Proceedings of the Tarski symposium*, American Mathematical Society, 1974: 385-396.

McKinsey, J. C. C., Sugar, A. C. e Suppes, P., *Axiomatic foundations of classical particle mechanics* in *Journal of rational mechanics and analysis,* N. 2, pp. 253-272, 1953.

Mendelson, E., *Introduction to mathematical logic*, Wadsworth Advanced Books & Software, 2a ed., 1979.

Morgenbesser, S. (org.), *Filosofia da ciência*, Editora da USP (Cultrix), 1975.

Newton, I., *Principia mathematica philosophiae naturalis,* Ed. Abril, 1979 (Ed. Os Pensadores).

Nussenzweig, H. M., *Curso de física básica 1 – mecânica,* Ed. Edgard Blücher, 1981.

Peduzzi, L. O. Q., *As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de Mecânica – Livro 2; força e movimento: de Thales a Galileu*, Tese de doutoramento em educação: ensino de ciências naturais, UFSC, 1998.

Popper, K., *A Lógica da pesquisa científica,* Cultrix, São Paulo, 1993, 9aed.

Priest, G. e Tanaka, K., *Paraconsistent Logic*, The Stanford Encyclopedia of Philosophy (winter 2004 edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/win2004/entries/logic-paraconsistent/>.

Resnick, R., e Halliday, D., *Física 1*, LTC Livros Técnicos e Científicos Editora, 1983, 4a. Ed.

Russell, B., *Os problemas da filosofia,* Arménio Amado Ed, 1959.

________ (1927), *Análise da matéria,* Zahar Editores, 1978

Suppe, F. (ed.), *The structure of scientific theories*, Un. Ilinois Press, 1979

Suppes, P., *O que é uma teoria científica*, in Morgenbesser, S. *et al.* (eds.) *Filosofia da ciência,* Cultrix, editora da Universidade de São Paulo, 1975.

__________, *Set-theoretical structures in science,* Notas, Universidade de Stanford, 1967.

__________, *Introduction to logic,* Van-Nostrand, 1957.

__________, *Some remarks on problems and methods in the philosophy of science* in *Philosophy of science,* V. 21, N. 3, Julho de 1954, pp. 242-248.

Tarski, A. (1935), *The concept of truth in formalized language* in A. Tarski, *Logic, semantics, metamathematics: papers from 1923 to 1938*, Clarendon Press, 1956, pp. 152-278.

Toraldo di Francia, G., *The investigation of the physical world,* Cambridge University Press, 1981.

Toraldo di Francia, G. e Dalla Chiara, M. L., *Formal analysis of physical theories* in Toraldo di Francia, G. (ed.), *Problems in the foundations of physics,* North Holland, 1979, pp. 134-201.

__________, *Individuals, kinds and names in physics,* in G. Corsi *et al.* (eds.), *Bridging the gap: philosophy, mathematics and physics*, Kluwer Academic Publishers, 1993, pp. 161-183

__________, *Confines: introducción a la filosofía de la ciencia,* Editorial Crítica, 2001.

van Fraassen, B., *Quantum Mechanics: an empiricist view,* Claredon Un. Press, 1991.

Young, J. O., *The coherence theory of truth*", The Stanford Encyclopedia of Philosophy (summer 2001 edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/sum2001/entries/truth-coherence/>.