Adriano Luiz de Souza Lima

Quase-Verdade, Probabilidade Pragmática e Indução

Florianópolis, SC

Dezembro de 2006

Adriano Luiz de Souza Lima

Quase-Verdade, Probabilidade Pragmática e Indução

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia como um dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Filosofia.

Orientador:
Prof. Dr. Décio Krause

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA

Florianópolis, SC

Dezembro de 2006

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos aqueles que, de alguma forma, contribuiram para a realização deste trabalho, em especial:

- Ao Prof. Décio Krause pelo incentivo, orientação e amizade;
- Aos meus colegas de mestrado pela companhia e apoio;
- Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Filosofia pelo excelente trabalho em suas aulas e seminários;
- Aos Professores Marco Antônio Franciotti e Paulo Sérgio da S. Borges pela participação no exame de qualificação e por suas valiosas sugestões e correções à dissertação;
- Aos Professores Newton C. A. da Costa e Ítala Maria L. D'Ottaviano pela participação na banca de defesa e pelas preciosas observações apresentadas;
- À minha família e amigos que sempre me apoiaram incondicionalmente;
- A Adriana por seu amor, incentivo e paciência.

DEDICATÓRIA

À memória de meu pai.

RESUMO

Hume sustentou em suas investigações que não estamos autorizados pela razão a fazer inferências indutivas e muitos foram os que tentaram refutar esta posição (SALMON, 1979; BLACK, 1975). Não pretendemos neste trabalho oferecer uma resposta ao problema posto por Hume, mas tentar mostrar que, apesar de não serem inferências válidas, as induções nos trazem conclusões plausíveis quando partimos de premissas também plausíveis e obedecemos certas condições. Inicialmente, faremos uso da caracterização de da Costa que nos diz que uma lógica é "qualquer classe de cânones de inferência baseada num sistema de categorias" (DA COSTA, 1993, p.12), para tentar mostrar em que sentido é possível falarmos de *lógicas indutivas*. Para tanto, usaremos a caracterização desse autor para o conceito de indução como sendo uma inferência (relativa a uma dada lógica $\mathscr{L}$) que não é válida do ponto de vista de $\mathscr{L}$.[1] Como, em geral, não há como garantir a veracidade de conclusões obtidas indutivamente, mesmo sendo todas as premissas da inferência comprovadamente verdadeiras, associaremos as sentenças envolvidas no argumento indutivo com um tipo de probabilidade subjetiva, chamada *probabilidade pragmática*, desenvolvida por da Costa. Sem muitos detalhes, dizemos que a probabilidade pragmática de uma sentença é o grau de crença racional na *quase-verdade* desta sentença e que a *quase-verdade* é o quanto esta sentença se aproxima da "verdade absoluta". Serão estes dois conceitos de *probabilidade pragmática* e de *quase-verdade* que nos ajudarão a medir o *grau de plausibilidade* de uma inferência indutiva. Por fim, usaremos estes conceitos para também tratarmos de sentenças vagas. Assim, podemos tratar de situações em que as premissas e a conclusão de certas regras possam comportar alguma incerteza, ou vagueza, mas que a elas se possa conferir algum *grau de confiabilidade*. Utilizaremos um tipo de lógica paraconsistente, chamada de lógica anotada, para tratar a questão e proporemos uma regra de inferência, além da *Regra da Cautela*, já proposta por da Costa e Krause em (DA COSTA; KRAUSE, 2002).

Palavras-chave: Indução, quase-verdade, probabilidade pragmática, vagueza, confiança.

[1] Apesar de mencionarmos Hume e o celebérrimo *Problema da Indução*, o que é feito para dar a este trabalho um conteúdo mais abrangente e justo para com certos detalhes históricos, o que entenderemos por indução será indução no sentido descrito por da Costa.

ABSTRACT

Hume supported in his enquiry that we are not authorized by reason to make inductive inferences and many were those who tried to refute this statement (SALMON, 1979; BLACK, 1975). We do not intend to offer Hume an answer here, but we shall attempt to show that, although inductions are not valid inferences, they bring us plausible conclusions if we start with premises that are plausible as well and if we follow certain conditions. First, we will make use of da Costa's caracterization that says that a logic is "any class of canons of inference based on a system of categories" (DA COSTA, 1993, p.12) in order to try to show how it is possible to speak of inductive logics. To manage that, we will use this author's caracterization of induction as being an inference (relative to a give logic $\mathscr{L}$) that is not valid in $\mathscr{L}$. Since, in general, there is no way to ensure the truth of the conclusions that are inductively gotten, even if each premise is known to be true, we shall associate the sentences envolved in the argument with a type of subjetivist probability, called *pragmatic probability*, that was developed by da Costa. Without going deep into details, we say that the pragmatic probability of a sentence is the degree of rational belief in the *quasi-truth* of this sentence and that its quasi-truth is how close the sentece gets to the "absolute truth". These two concepts, of pragmatic probability and of quasi-truth, will help us measure the *degree of plausibility* of an inductive inference. At last, we shall use these concepts to also deal with vague sentences. This way, we can deal with situations in which, although the premises and the conclusion of certain rules can bear some uncertainty, or vagueness, we can still assign them some *degree of confidence*. We shall use a type of paraconsistent logic, called *annotated logic*, to deal with this matter and we shall offer an inference rule, besides the *Warning Rule*, already offered by da Costa and Krause in (DA COSTA; KRAUSE, 2002).

Keywords: Induction, quasi-truth, pragmatic probability, vagueness, confidence.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

O chamado *Problema da Indução* ainda hoje suscita muitas discussões filosóficas e permanece como um problema de grande relevância na filosofia da ciência (HEMPEL, 1970; POPPER, 1979; POLLOCK, 1987; DA COSTA, 1993; DA COSTA; FRENCH, 2003; MAKINSON, 2005). A origem deste problema remonta a Hume, ainda que ele não tenha empregado o termo "indução" em seus trabalhos, e está associada com o modo pelo qual formamos nossas crenças acerca de fatos não observados a partir daqueles observados e também com a justificação desse modo de proceder (HUME, 1978, 1994, 1996). No entanto, atualmente, há uma tendência em não se tentar propriamente encontrar uma 'justificativa' para a indução, mas simplesmente estudá-la como um fenômeno relevante para a atividade científica. Com efeito, é sabido que o cientista usa indução (entendendo este termo em seu sentido intuitivo) de várias formas, como, por exemplo, a analogia e a indução por simples enumeração (DA COSTA, 1993), assim como outras formas de raciocínio, que mais abaixo classificaremos também como *indutivos*, que vão muito além das formas de indução admitidas por Hume. Estaremos especialmente interessados nos *raciocínios derrotáveis* e nas *inferências não-monotônicas*, que epistemologicamente estão associados à revisão de crenças e mesmo de teorias (POLLOCK, 1987).

O objetivo deste trabalho é fazer um estudo dessa problemática sob uma ótica atual, destacando várias formas de *inferência indutiva*, dando ênfase a uma visão do *método hipotético-dedutivo*, ao qual todas as formas de *indução* aqui consideradas podem ser reduzidas de um certo modo. Para nós, uma *regra indutiva* qualquer será simbolizada abreviadamente do seguinte modo:

$$\frac{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n}{\beta}\ \Gamma, \tag{1}$$

para indicar que a conclusão β é plausível dada a veracidade das premissas $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ e dadas as condições subsidiárias em Γ (DA COSTA; FRENCH, 2003). Como é bem sabido, numa inferência deste tipo não há como garantir a verdade da conclusão β a partir da veracidade das premissas, mas defenderemos nesta dissertação que aceitar β como uma conclusão pode ser *plausível*, ou seja, uma vez aceitas as premissas e as condições subsidiárias agrupadas em Γ, aceitar também a conclusão constitui procedimento *racional*.

Neste estudo, analisaremos algumas formas de indução, na acepção que mais adiante trataremos de esclarecer, que aparecem freqüentemente na literatura e que têm importância filosófica. Em particular, daremos atenção àquelas que estão associadas aos conceitos de *quase-verdade* e de *probabilidade pragmática* (MIKENBERG; COSTA; CHUAQUI, 1986; DA COSTA, 1986, 1993; DA COSTA; FRENCH, 2003). Dito abreviadamente, estamos interessado em estudar aquelas inferências nas quais a *quase-verdade* das premissas implica a quase-verdade da conclusão com uma certa probabilidade pragmática (DA COSTA; FRENCH, 1989). Apresentaremos os detalhes dos conceitos envolvidos nessa idéia, e destacaremos algumas de suas aplicações na filosofia da ciência. Ademais, daremos um passo avante no sentido de associar induções com os raciocínios derrotáveis e não-monotônicos, que também classificaremos como indutivos, e consideraremos um caso específico de uma *regra de inferência indutiva* que permite tratar de raciocínios que levam em conta premissas e conclusões 'incertas', ou seja, que comportam algum grau de incerteza ou de vagueza, como parece importar em filosofia da ciência. Para isso, estudaremos uma regra indutiva batizada de *Regra da Cautela* (DA COSTA; KRAUSE, 2002), na qual a conclusão, que é uma *sentença vaga*, é inferida com um certo *grau de confiança*, a partir da *confiança* que se tem nas premissas, que também são sentenças vagas, e exploraremos algumas formas alternativas de formulá-la. Deste modo, acreditamos estar tratando de um tema importante e atual em filosofia da ciência, que envolve questões epistemológicas e lógicas e que pode ter interessantes aplicações em geral, em especial em inteligência artificial.

O trabalho está dividido em seis capítulos. No primeiro deles, caracterizaremos como entendemos a lógica e discorreremos brevemente a respeito da indução: algo da história do conceito será abordado, como a sua natureza, o *Problema da Indução*, alguns dos principais tipos de indução (na acepção que empregaremos este termo) que têm se mostrado relevantes para a filosofia da ciência, em que sentido podemos falar em lógicas indutivas, além do *Problema da Dedução*. No segundo capítulo, que será sobre probabilidade, apresentaremos uma breve revisão do cálculo de probabilidades, assim como algumas propostas de interpretação para esse cálculo, enfocando algumas interpretações subjetivas. No terceiro capítulo, serão apresentados os conceitos de *quase-verdade* e também de *probabilidade pragmática* introduzidos por da Costa. No quarto, discutiremos em que sentido podemos falar na plausibilidade das induções e, no quinto, defenderemos a importância dos conceitos de quase-verdade e de probabilidade pragmática para a indução, mostrando algumas aplicações dessas teorias em filosofia da ciência. Finalmente, o sexto capítulo conterá nossas considerações finais a respeito do tema.

1 A INDUÇÃO

Desde os gregos, que as sistematizaram em certa medida, as formas dedutivas de inferência têm sido consideradas como o modo de raciocínio mais confiável. Para Aristóteles, por exemplo, a ciência era puramente dedutiva e seus resultados eram derivados por argumentos dedutivos a partir de 'princípios primeiros' indemonstráveis. Em um raciocínio dedutivo, uma vez que as premissas sejam aceitas como verdadeiras, a conclusão será inevitavelmente verdadeira caso o argumento seja válido. De certo modo, costuma-se dizer que, em uma dedução, a veracidade da conclusão já está presente, de alguma forma, na veracidade das premissas (SALMON, 1979). Não obstante, é importante observar que o raciocínio humano não opera de forma puramente dedutiva. Em sua vida cotidiana, o ser humano se vale de outras formas de inferência pelo menos tão freqüentes quanto a dedução para habitar e conhecer o mundo.

Por bastante tempo, a 'prática científica', em muito baseada no ideal de ciência estabelecido pelos trabalhos de Aristóteles, operou de forma fundamentalmente dedutiva. No entanto, pelo menos a partir de Galileu, uma das tarefas mais importantes em ciência passou a ser o estabelecimento de leis gerais que explicassem o maior número possível de eventos naturais. E quando Bacon fez uma descrição sistemática do procedimento a adotar na busca destas leis, foi colocado em foco a importância da indução neste processo (MAGEE, 1973). Porém, quando Hume sustentou não ser possível derivar 'logicamente' qualquer conclusão obtida através de uma inferência indutiva, nem mesmo a conclusão de que o Sol nascerá amanhã em virtude das milhares de observações de que ele tem nascido todos os dias, os resultados alcançados pelas ciências empíricas ficaram seriamente ameaçados de carecer de uma 'justificação racional', da mesma forma como as deduções pareciam estar justificadas, uma vez que as inferências indutivas já se encontravam no cerne do desenvolvimento científico.

A partir das considerações acima, arriscamo-nos a dizer que qualquer estudo atual acerca da atividade racional estará incompleto caso não compreenda certos tipos de raciocínios não-válidos, mesmo sabendo-s e que nenhuma das inúmeras tentativas de dar uma resposta convincente a Hume parece ter gozado de ampla aceitação (ver (BLACK, 1975; SALMON, 1979)). Porém, desde que as lógicas não-clássicas começaram a ganhar certo destaque no cenário filosófico, trazendo com elas a possibilidade de ruptura no modo tradicional de se pensar a razão, o conhecimento e a própria lógica, juntamente com as pesquisas no campo da inteligência artificial, o interesse por formas de raciocínio não-dedutivos vem crescendo imensamente. Assim, as lógicas indutivas atuais parecem oferecer uma boa alternativa para a superação destas questões.

Se acompanharmos a tradição filosófica, que entende deduções como argumentos nos quais, sendo as premissas verdadeiras, a conclusão será verdadeira (argumentos válidos), e indução como argumentos nos quais a verdade das premissas não garante a verdade das conclusões, parece, então, não haver um argumento indutivo que nos permita inferir logicamente sentenças gerais a respeito de casos ainda não constatados, a partir de sentenças sobre o que já tenha sido constatado. Mas se nos permitirmos formular uma caracterização mais abrangente do conceito de indução, uma caracterização que faça mais sentido com respeito aos modos de proceder típicos das ciências empíricas, talvez então possamos falar em 'lógica indutiva' em um sentido preciso.

Nosso objetivo neste capítulo, é mostrar por que, devido aos avanços alcançados no último século no campo da lógica, faz sentido falar em *lógica indutiva*, ou até mesmo em uma infinidade delas, como algo lícito a ser considerado na atividade científica, ao contrário do que sustentou, por exemplo, Popper, que chegou a afirmar em um de seus trabalhos que "*isto de indução por repetição não existe*" (POPPER, 1979, p.7).

Neste capítulo discorreremos sobre a natureza da indução. Inicialmente, procuraremos caracterizar, ainda que sem muita profundidade, em que acepção usaremos o termo 'lógica' no restante deste trabalho e caracterizaremos inferências em um sentido segundo o qual podemos falar de deduções e induções de maneira bastante ampla e que nos possibilitará, mais tarde, falar de lógicas indutivas de maneira precisa. Em seguida, apresentaremos o *Problema da Indução*, formulado inicialmente por Hume, destacando que aquilo que filósofo britânico entendia por indução era algo mais restrito do que as formas de inferência que admitiremos deste trabalho. Depois disso, falaremos com mais detalhes a respeito de alguns tipos de indução e tentaremos mostrar que, apesar de não serem inferências válidas, trazem consigo algum tipo de 'correção' e mostraremos também como as inferências indutivas que consideraremos podem ser reduzidas a uma forma do método hipotético-dedutivo. Por último, falaremos do *Problema da Dedução*, ou seja, o que nos justifica usar certa lógica em detrimento de outras. Cabe mencionar que as idéias apresentadas neste capítulo seguem de perto as idéias de da Costa, principalmente aquelas desenvolvidas em (DA COSTA, 1993), que influenciou uma parte significativa do que escrevemos nesta dissertação.

1.1 Lógica Dedutiva

Ao investigar o mundo ao seu redor, o cientista procura perceber certas regularidades da natureza e generalizá-las em conceitos que o auxiliem a 'explicar' a ocorrência de uma classe completa de fenômenos, tenham sido eles observados ou não. Sob essa ótica, pelo menos uma parte do trabalho científico consiste, basicamente, em conceituar sobre as aparentes regularidades da natureza. Alguns desses conceitos, como os de relação e propriedade, são muito gerais, pertencendo a várias ciências, e outros, não tão gerais como força, carga elétrica e vida, são específicos de cada ciência em particular, como a mecânica, a eletricidade e a biologia.[1] Esses conceitos mais gerais são chamados de *categorias* e são "conceitos-chave do pensamento cognitivo em geral" (DA COSTA, 1980, p.2), pois são essenciais para uma compreensão organizada e eficiente da natureza.

Antes de fazermos quaisquer considerações a respeito de deduções e induções, é necessário

[1] Essas ciências foram propositadamente escolhidas por estarem, nos dias de hoje, razoavelmente assentadas sobre conceitos que alguns supõem estarem bem definidos, diferentemente de ciências como a sociologia, a antropologia e a moral. Com isso não queremos dizer, no entanto, que essas últimas também não tenham seus conceitos particulares.

que esclareçamos o que entendemos por 'lógica', uma vez que, para nós, não há sentido em se falar em inferências em sentido preciso se não tivermos de antemão um sistema lógico dado. Adotaremos, de início, uma caracterização geral de lógica como sendo "qualquer classe de cânones de inferência baseada num sistema de categorias" (DA COSTA, 1993, p.12). Então, sem violarmos essa caracterização, o termo "lógica" pode ser usado em pelo menos duas acepções: (a) como uma disciplina, ou ciência, que é constituída pelo conjunto dos resultados do trabalho e dos estudos daqueles profissionais que chamamos lógicos, e; (b) cada uma das várias estruturas lingüístico-formais estudadas nessa disciplina, chamadas "lógicas".

Os cânones de inferência de qualquer lógica são expressos por meio de uma linguagem. As linguagens naturais, como o português e o espanhol, que usamos para expressar os conceitos do nosso cotidiano, estão impregnadas de termos e expressões ambíguos e vagos e, por esse motivo, costumam se mostrar inadequadas para certos tipos de análise de domínios do conhecimento que exijam elevado rigor e precisão. Para se evitar que essas ambigüidades e vaguezas lingüísticas atrapalhem ou dificultem o entendimento destes domínios, bem como para reconstruir certos conceitos, por exemplo o conceito de *verdade*, da maneira como fez Tarski, faz-se necessário a utilização de linguagens formais, as quais usualmente encerram maior rigor.

Em geral, uma lógica, ou melhor, sua linguagem, pode ser caracterizada em pelo menos duas dimensões: a semântica e a sintática. A dimensão sintática de uma linguagem trata dos símbolos e de suas regras combinatórias, que são usadas para formar as expressões lingüísticas utilizadas pela lógica em tela, não levando em consideração, pelo menos em princípio, o que eles possam significar. É a dimensão semântica que trata dos significados atribuídos a estes símbolos e expressões, relacionando-os com objetos e fatos "fora" da linguagem.

Até mais ou menos o princípio do século XX, apenas uma lógica existia, aquela cujas origens remontam a Aristóteles e que teve G. Boole, G. Frege, G. Peano e B. Russell entre alguns de seus grandes sistematizadores. Essa lógica hoje é chamada de *lógica clássica* ou *ortodoxa*. Citando da Costa (1993, p.13), "a lógica clássica trata, essencialmente, do cálculo de predicados de primeira ordem, dito hoje clássico, com ou sem igualdade, e de alguns de seus subsistemas;

trata, também, de suas extensões a uma teoria de conjuntos ou a uma lógica de ordem superior". Em geral, considera-se que exista apenas uma disciplina que chamamos de lógica clássica, porém essa lógica pode ser apresentada na forma de diversas estruturas lingüístico-formais que, apesar de se diferenciarem entre si em suas simbologias, escolhas axiomáticas ou em seus símbolos primitivos, não apresentam uma diferença mais profunda no seu núcleo que, pode-se dizer, se equivale em todas elas. Assim, por exemplo, podemos apresentar várias formulações distintas do cálculo de predicados de primeira ordem clássico, todas elas originando as mesmas teses (ou teoremas). Não obstante, diferenças surgem quando se estende a lógica de primeira ordem usual a uma teoria de conjuntos ou a uma teoria de tipos, por exemplo, que podem ou não conter certos axiomas, como o da escolha ou da extensionalidade, que tornam estas lógicas incompatíveis.

Atualmente, quando analisadas de um ponto de vista matemático, as ciências da natureza fazem uso essencial da lógica clássica.[2] Apesar de alguns limites de aplicação da lógica clássica já serem conhecidos como, por exemplo, o fato de que ela, aparentemente, não se mostra muito apropriada para certas análises de relações em dimensões microscópicas, como aquelas relacionadas às questões da identidade e da individualidade das partículas elementares (FRENCH; KRAUSE, 2006), ela ainda se apresenta como uma disciplina muito fecunda e que continua em constante evolução.

Durante todo o século XX, vários outros tipos de lógica que diferem da lógica clássica começaram a ser desenvolvidos. Essas lógicas são comumente chamadas de *lógicas não-clássicas* ou *heterodoxas* (CARRION; DA COSTA, 1988, p.8). Uma lógica é dita heterodoxa se diferir de alguma forma da ortodoxa. Essa diferença pode estar no enriquecimento da linguagem da lógica clássica, em geral pela introdução de operadores que permitem uma maior capacidade de expressão do que aquela conseguida com os operadores clássicos, ou na derrogação de pelo menos um dos princípios centrais da lógica tradicional, como os princípios do terceiro excluído, da não-contradição e da identidade (DA COSTA, 1993, p.16). Assim, algumas lógicas, como a

[2]Sabemos que essa tese é bastante discutível. David Miller, por exemplo, defende em (MILLER, 1994) que a lógica clássica é aquela que melhor se adapta ao real e é, portanto, a única que deve ser usada na sua formalização. De qualquer modo, não é essa nossa posição, apesar de não desenvolvermos este ponto neste trabalho.

modal e a deôntica 'clássicas', são classificadas como heterodoxas por acrescentarem alguns operadores lógicos àqueles já existentes na lógica ortodoxa e esse acréscimo, em geral, exige uma nova interpretação semântica ou, no mínimo, um retoque na interpretação antiga. Nos exemplos mencionados acima, a lógica modal acrescenta operadores modais (necessidade, possibilidade, impossibilidade e contingência) e a lógica deôntica acrescenta operadores deônticos (proibido, permitido, indiferente, obrigatório) àqueles usualmente utilizados na lógica clássica. Outras lógicas, como as lógicas paracompleta, paraconsistente e não-reflexiva, também são heterodoxas, pois nelas não valem universalmente as leis do terceiro excluído, da não-contradição e da identidade respectivamente, da mesma forma que tais leis se aplicam na lógica ortodoxa. É claro que, após uma alteração numa dessas leis basilares da lógica clássica, também se faz necessário o uso de interpretações semânticas diferenciadas e apropriadas para cada uma dessas lógicas.

É comum separar as lógicas heterodoxas em dois grupos: o daquelas que são *complementares* à lógica clássica e o daquelas que são, de certo modo, suas *rivais*. Fazem parte do grupo das lógicas complementares aquelas que vêm a servir como uma extensão da lógica clássica, porém mantendo sua estrutura básica sem grandes alterações, principalmente no que diz respeito a suas leis nucleares, mas que têm sua linguagem acrescida de operadores extras que vêm a aumentar sua área de abrangência explanativa e dedutiva. São exemplo de lógicas heterodoxas complementares à lógica clássica a lógica modal, a lógica deôntica e a lógica do tempo ou cronológica, dentre outras. Já entre as lógicas que chamamos de rivais da ortodoxa, uma ou mais leis, como a do terceiro excluído, da não-contradição e da identidade, não valem ou têm sua aplicação restringida. Estas três leis têm sido aceitas e mantidas como universalmente válidas por pelo menos dois mil anos, pelo fato de terem sido consideradas durante todo esse tempo como fundamentais para a racionalidade humana. A edificação de lógicas onde alguma dessas leis não vale nos leva a algumas indagações filosóficas importantes como, por exemplo, se a atividade racional coincide, pelo menos em parte, com a atividade lógica ou em que medida os conceitos de 'racionalidade' e de 'logicidade' estão relacionados, daí sua relevância.[3]

[3]Para discussão do tema, ver (DA COSTA, 1980).

Entre as lógicas heterodoxas que são rivais da lógica clássica estão as lógicas paracompleta, paraconsistente e não-reflexiva. As lógicas rivais da lógica clássica assim são chamadas pois, ao derrogarem leis centrais da lógica clássica, em certo sentido se tornam incompatíveis com esta última. Em geral, elas foram "formuladas com o intuito de substituir a lógica clássica em todos ou em determinados contextos racionais" (DA COSTA, 1993, p.16).

Não obstante o que acabamos de dizer, sabemos que a classificação das lógicas heterodoxas em rivais ou complementares não pode ser muito rígida, pois vários sistemas paraconsistentes, como os cálculos $\mathscr{C}_n$ de da Costa (ver (DA COSTA; KRAUSE; BUENO, 2006)), incorporam a lógica clássica, que permanece válida para parte das sentenças consideradas por essa lógica. Assim, esses sistemas também são complementares no sentido apresentado acima. O mesmo ocorre com alguns sistemas paracompletos e não-reflexivos. Isso mostra que essa classificação não é rigorosa, primeiro porque há vários sistemas que podem ser enquadrados em ambas as categorias; depois, há lógicas, como a lógica *fuzzy* e algumas lógicas quânticas, que não cabem bem em nenhuma de tais categorias. No entanto, essa divisão 'didática' é útil em uma primeira aproximação e serve aos nossos propósitos.

No início desta seção condordamos que uma lógica é uma "classe de cânones de inferência". Isto quer dizer, em uma primeira aproximação, que aceitar uma lógica $\mathscr{L}$ qualquer é o mesmo que aceitar as regras que estabelecem quais inferências feitas em $\mathscr{L}$ são aceitas como válidas e quais não são. Dizemos que uma inferência é *válida em* $\mathscr{L}$ ou, em outras palavras, é $\mathscr{L}$*-válida*, se puder ser codificável em $\mathscr{L}$ e se estiver de acordo com suas regras de inferência. Chamaremos de $\mathscr{L}$*-dedução* uma inferência que seja $\mathscr{L}$-válida, e de $\mathscr{L}$*-paralogismo* caso contrário. Exemplificando, o princípio de redução ao absurdo é uma $\mathscr{L}$-dedução se $\mathscr{L}$ for a lógica clássica, mas é um $\mathscr{L}$-paralogismo se $\mathscr{L}$ for a lógica intuicionista. Já se $\mathscr{L}$ for a lógica positiva intuicionista, esse famoso princípio não pode nem mesmo ser codificável uma vez que não há qualquer símbolo de negação em tal lógica (DA COSTA, 1993, p.19). Cabe notar que ao procedermos desta forma, para nós não há um conceito de validade que seja único, como aqueles que da Costa chama de *dogmáticos em lógica* parecem defender, principalmente por que, em geral, eles aceitam apenas um tipo de lógica (DA COSTA, 1980, p.17). O conceito de validade e, por conseguinte, o conceito de dedução estão intimamente relacionado com a lógica em apreço, mudando sempre que esta última também mudar. Voltaremos a esta discussão no final deste capítulo.

Apesar dos $\mathscr{L}$-paralogismos não serem inferências $\mathscr{L}$-válidas, há entre eles aquelas inferências que possuem um certo grau de 'correção' ou de 'plausibilidade' e aquelas que são consideradas formas 'errôneas' de argumentação. Os $\mathscr{L}$-paralogismos corretos são as *$\mathscr{L}$-induções* e os incorretos as *$\mathscr{L}$-falácias*. Nas $\mathscr{L}$-induções, a verdade das premissas não garante a verdade da conclusão mas, dado um conjunto com algumas condições ou sentenças extras, que chamaremos de *condições auxiliares*, a aceitação desta conclusão pode ser considerada como plausível. Por exemplo, é altamente plausível aceitarmos que o Sol nascerá amanhã tendo em vista as condições de que não se conhece casos contrários, parece que sua trajetória não será interrompida nas próximas 24h, etc., ainda que não possamos derivar este fato dedutivamente das inúmeras vezes que ele nasceu no passado. Já as $\mathscr{L}$-falácias são argumentos incorretos que até podem parecer estar certos mas que não resistem a uma análise um pouco mais cuidadosa. Um exemplo de uma $\mathscr{L}$-falácia 'clássica' é a falácia da negação do antecedente, que pode ser representada abreviadamente da seguinte forma:

$$\frac{\alpha \rightarrow \beta, \neg\alpha}{\neg\beta} \tag{1.1}$$

Além de não ser uma inferência válida de acordo com sua lógica subjacente, uma $\mathscr{L}$-falácia aparentemente não apresenta qualquer correção intuitiva ou plausibilidade. Mais adiante, veremos alguns exemplos de $\mathscr{L}$-induções, considerando $\mathscr{L}$ como sendo a lógica clássica.

Com tudo o que já asseveramos, concluímos que as lógicas heterodoxas, assim como as lógicas indutivas, são lógicas tão legítimas quanto é a lógica ortodoxa, pois estão em conformidade com a caracterização de lógica apresentada no início desta seção. No entanto, é preciso observar que a escolha de alguma delas em geral não é feita de maneira arbitrária, mas seguindo critérios "pragmáticos" (facilitar as aplicações, ser mais intuitiva, etc.). Ainda assim, é comum encontrarmos aqueles que defendem que a lógica trata apenas das inferências válidas, deixando de fora outros assuntos que hoje são reconhecidos como pertencentes ao campo de estudos dos lógicos como, por exemplo, Teorema da Recursão, Fundamentação da Teoria Axiomática de Conjuntos, Teoria dos Modelos, entre outros. Contudo, se chamarmos de *lógica dedutiva* o estudo das $\mathscr{L}$-deduções e de *lógicas indutivas* estudos das $\mathscr{L}$-induções, facilmente percebemos que não há o porque dessa posição.

Deste ponto em diante, e até o final deste capítulo, a única lógica à qual nos referiremos será a lógica clássica, salvo aviso prévio em contrário. Assim sendo, para maior simplicidade, em vez dos termos $\mathscr{L}$-dedução, $\mathscr{L}$-paralogismo, $\mathscr{L}$-indução e $\mathscr{L}$-falácia, usaremos apenas os termos dedução, paralogismo, indução e falácia.

1.2 Lógica Indutiva

Em nossas vidas cotidianas, algumas inferências são facilmente aceitas como corretas por serem consideradas como evidentes pelo senso comum. Aparentemente, ninguém negaria a validade de um silogismo na forma Bárbara, por exemplo, mas acontece que não iríamos muito longe fazendo apenas inferências válidas. A todo momento nos valemos de inferências que não são válidas na acepção apresentada na seção anterior, mas que nem por isso nos deixam de parecer intuitivamente corretas e que muitas vezes nos levam aos resultados esperados. Os casos do sujeito que evita comer camarão porque, após tê-lo experimentado algumas vezes, sua pele se encheu de brotoejas e do outro que procura sempre estudar pela manhã, pois sabe que é quando se sente mais disposto, nos servem como ilustrações de inferências razoáveis mas que não são "deduções" na forma como as caracterizamos acima. Também não são "válidos", do ponto de vista dedutivo informal, especialmente tendo em vista a lógica clássica, aqueles raciocínios mais complexos que nos levam a apostar neste e não naquele cavalo numa corrida ou a mostrar determinada carta num jogo de pôquer, por exemplo.

No campo das ciências empíricas, o uso de certos tipos de raciocínios intuitivamente não-válidos também é de fundamental importância. Ao generalizar os resultados das suas experiências finitas para chegar a hipóteses e teorias de caráter geral e que parecem se aplicar em qualquer lugar ou em qualquer tempo, o cientista diz mais do que os seus dados iniciais lhe permitiriam em princípio inferir. Para formular suas famosas leis do movimento que, podemos dizer, têm aplicação universal quando certos limites são estabelecidos, Newton fez inferências que dificilmente poderíamos classificar como válidas no sentido em que estamos usando o termo. As teorias científicas nascem de raciocínios que não são unicamente raciocínios dedutivos, mas englobam também certos elementos de âmbito maios ou menos restrito, tais como intuições, hipóteses, leis, experiências anteriores, etc. (DA COSTA, 1993, p.22). Uma vez formuladas essas teorias, podemos assumir que há uma lógica subjacente a elas e, então, suas implicações e previsões podem ser derivadas por processos dedutivos mas, em geral, o que faz a ciência empírica expandir suas fronteiras são certas inferências que, de acordo com a lógica subjacente às teorias, não são válidas dedutivamente.

Portanto, parece ser patente a importância e a imprescindibilidade de se tentar esquematizar pelo menos algumas formas de 'raciocínio indutivo' que são costumeiramente utilizados tanto em nossa vida cotidiana, quanto no desenvolvimento do conhecimento científico e tecnológico. Em particular, parece razoável conjecturar que se desejamos que os computadores evoluam de forma a 'pensar' de modo semelhante ao ser humano, talvez não possamos ficar restritos a desenvolver máquinas que elaborem tão somente inferências dedutivas. Porém, este tipo de inferência só tem sido aceito pelos filósofos da ciência depois de feitas grandes ressalvas, quando muito. E, ainda sim, muitos desses filósofos, como David Miller, por exemplo, se recusariam a aceitar a indução como uma inferência 'racionalmente lícita'. Isso por que, defendem eles, não estaríamos *racionalmente justificados*, em um sentido que esclareceremos a seguir, a fazer este tipo de raciocínio.

1.2.1 O Problema da Indução

Como já mencionamos anteriormente, as conclusões obtidas por processos dedutivos têm sido as mais aceitas ao longo da história ocidental pelo menos desde os tempos de Aristóteles. Por serem aparentemente codificáveis como inferências válidas da lógica clássica, quando raciocinamos dedutivamente, devemos necessariamente aceitar a conclusão como verdadeira se todas as premissas também o forem; de outra maneira, dizemos que, numa inferência dedutiva válida feita na lógica ortodoxa, a conclusão é *conseqüência lógica* das premissas. No entanto, o mesmo não ocorre com a indução pois, numa inferência deste tipo, não se pode afirmar que a conclusão é verdadeira, mesmo sendo todas as premissas comprovadamente verdadeiras. Mas, como então garantirmos a veracidade de uma conclusão obtida através de uma indução? Ou, em outras palavras, como justificar a conclusão alcançada por um processo indutivo a partir de um conjunto de premissas se aquela não é uma conseqüência lógica destas? Esta questão ganha importância se considerarmos que uma grande parte do conhecimento que temos acerca do mundo, seja ele partilhado pelo senso comum, seja ele 'comprovado' por métodos científicos, foi construído através de raciocínios indutivos.

O problema de se justificar racionalmente a indução no sentido tradicional, de passar de casos constatados através da experiência para casos não constatados, ficou conhecido como o *Problema da Indução* ou também como o *Problema de Hume* (POPPER, 1980, p.34) por ter sido David Hume um dos primeiros a questionar e a investigar se "somos justificados a raciocinar partindo de exemplos [repetidos], dos quais temos experiência, para outros exemplos [conclusões], dos quais não temos experiência" (POPPER, 1979, p.4).[4]

Ao investigar acerca do entendimento humano, Hume, que era um empirista, defendia que algumas proposições que aceitamos como verdadeiras acerca do mundo que nos rodeia expressam dados que, anteriormente, recebemos tanto dos nossos sentidos quanto de nossa memória. Se vejo uma caneta sobre minha mesa, aceito como verdadeira a proposição afirmando que há uma caneta sobre minha mesa, se lembro que ontem eu vi essa mesma caneta no mesmo lugar, aceito como verdadeira a proposição que afirma que ontem ela realmente estava ali. No entanto, além daquelas proposições que expressam tão somente aquilo que nossos sentidos ou memória nos dizem, parece que também tomamos como verdadeiras muitas outras proposições; É comum considerarmos verdadeiras certas proposições que afirmam, por exemplo, que

[4] Talvez seja necessário salientar que não pretendemos, neste trabalho, fazer uma exegese ou crítica profunda dos trabalhos de Hume, Popper, ou qualquer outro autor que tenha tratado deste problema ao longo da história da filosofia, mas apenas explicitá-lo para que, mais adiante, possamos dialetizá-lo. Não obstante, não nos privaremos de, eventualmente, citar tais autores para fazer jus a alguns daqueles que, muito antes de nós, já se debruçavam sobre esta árdua tarefa. Além do mais, salientamos mais uma vez que usaremos o termo *indução* em uma acepção específica, como dito anteriormente.

o Sol nascerá amanhã e que ele nasce em terras distantes onde não podemos percebê-lo nascer ou, ainda, que todos os triângulos têm três lados e também que todos os seres humanos estão fadados a morrer.

De acordo com Hume, "todos os objetos da razão ou da investigação humanas podem dividir-se em dois gêneros" (HUME, 1996, p.47). O primeiro deles é o daquelas proposições que são confirmadas como 'verdaderas' "pela simples operação do pensamento" (HUME, 1996, p.48), através de análise puramente mental, sem a necessidade de recorrer a qualquer tipo de experiência sensível. Por exemplo, não é necessário examinar a forma de qualquer figura geométrica para sabermos que, se essa figura tem três lados retos a soma dos seus ângulos internos, na geometria euclidiana, será sempre igual a 180 graus, assim como não é necessário conhecer nenhuma pessoa solteira para saber que ela é não-casada. Proposições deste tipo expressam o que Hume chamou de *relações de idéias* e, quando raciocinamos de maneira correta, elas nos levam a proposições que devem ser necessariamente 'verdadeiras', pois, segundo ele, a negação de uma relação de idéias é impossível, auto-contraditória e inconcebível. Não obstante, apesar da 'garantia de verdade' das relações de idéias, proposições deste tipo nos dizem praticamente nada a respeito do mundo que conhecemos através dos sentidos. Podemos estar certos de que todos os solteiros são não-casados, mas não há como ter certeza de que a próxima pessoa com quem cruzarmos na rua será uma pessoa solteira. De acordo com o filósofo britânico, para conhecermos o mundo que nos cerca, como ele é e o que há nele, não temos outra alternativa a não ser recorrer à experiência que temos deste mundo por meio dos nossos sentidos. Hume chama essas proposições que expressam o que há no mundo e como ele é de *questões de fato* e a negação de uma proposição deste tipo é sempre tão possível quanto concebível. Pode nos parecer falso que exista algum ser humano que nunca morra, mas aceitar como verdadeira a proposição que afirma a existência de um homem imortal é tão perfeitamente concebível que não é difícil encontrá-la na literatura ou no cinema. Também, sem muito esforço, posso tomar como verdadeira a proposição que expressa a idéia de um dia em que o Sol não nascerá. Portanto, para sabermos se estamos diante de uma proposição que é uma relação de idéias ou uma questão de fato, basta considerarmos sua negação. A negação de uma proposição do tipo *relação de idéias* é, de acordo com Hume, estritamente impossível ou, o que para ele era sinônimo, auto-contraditória; não podemos nem mesmo concebê-la. Por outro lado, a negação de proposições do tipo *questões de fato* é sempre possível e concebível, mesmo que improvável.

Mas apenas o conhecimento daquelas questões de fato que experienciamos não é suficiente nem mesmo para nossa sobrevivência, muito menos para atividades mais sofisticadas como a científica e tecnológica. Por exemplo, se isso tudo fosse formulado no âmbito da lógica clássica, somente com os dados dos meus sentidos não haveria como saber se o pão que pretendo comer agora me alimentará, mesmo tendo comido centenas de outros pães semelhantes. Da mesma forma, se fosse ser absolutamente preciso, um cientista não teria a menor idéia do próximo resultado que seu experimento lhe apresentará, mesmo que, anteriormente, o tenha realizado diversas outras vezes. Certamente temos opiniões a respeito de questões de fato que não observamos, mas como chegamos a elas? A esta questão, Hume respondeu dizendo que buscamos conhecer o mundo do qual não temos experiência a partir de experiências passadas e através da indução. No entanto, Hume nos faz perceber que a conclusão, em uma inferência indutiva, não pode ser uma conseqüência lógica de suas premissas, uma vez que todas as premissas podem ser verdadeiras sem a conclusão também o ser. Por esse motivo, não há como garantir as conclusões alcançadas desta maneira. Isso quer dizer que, do ponto de vista lógico, não há como garantir que o próximo pão que comerei me alimentará ou que o Sol nascerá amanhã, mesmo que estes eventos já tenham se repetido inúmeras outras vezes no passado. Por não haver encontrado qualquer 'justificação lógica' para a indução, Hume concluiu, por fim, que nós fazemos esse tipo de inferência apenas por força do hábito (HUME, 1996).

Muitos consideraram tal constatação como um escândalo, pois se a indução como Hume a entendia não estava justificada racionalmente, grande parte dos raciocínios cotidianos e, por conseguinte muitas das ações humanas, também não estariam. Até mesmo a ciência estaria em dúvida, porque ela depende em grande parte das induções para fazer avançar o conhecimento científico. Um dos trabalhos da ciência, pelo menos é o que se supõe, é o de investigar o mundo, perceber suas regularidades através de fenômenos constatados e propor teorias para dar conta de explicar tanto as regularidades observadas, quanto aquelas que não foram observadas, que são os fenômenos repetidos dos quais não temos experiência. Diz Russell: "O escopo a que visa a ciência é o vir a encontrar uniformidades, tais como as leis do movimento e a lei da gravitação, as quais, em todo o âmbito da nossa experiência, não hajam de padecer exceção alguma" (RUSSELL, 1959, p.111). Como esse processo em geral não pode ser traduzido na forma de um argumento válido, as teorias científicas não estariam justificadas racionalmente, caso a indução também não estivesse, de certo modo colocando em xeque a base racional de grande parte da ciência empírica. Se aceitarmos esta posição, devemos aceitar também que os resultados positivos alcançados pela previsões científicas tenham sido conseguidos ao acaso, de modo similar a um jogo de azar pois, se não há uma justificação racional para a aceitação das teorias científicas como verdadeiras, pode-se dizer que também não há uma justificação racional para a aceitação das predições feitas por esse tipo de teoria. Segundo Black, "parece que se não pudermos justificar a indução, cabe dispensar, por infundada, a idéia de um *conhecimento* científico, pondo-se a Ciência no nível de quaisquer outras *crenças* desprovidas de base" (BLACK, 1975, p.221).

Antes de proceguir, vamos fixar alguma terminologia. Não seria possível discorrer extensivamente sobre 'o que é *racional*' porém, podemos proceder de modo alternativo, indicando alguns ítens do que se pode aceitar como um *procedimento racional*. Segundo da Costa (1980), um procedimento é dito ser racional se em um dado contexto (a) usa-se uma única lógica subjacente; (b) leva-se em conta o aspecto crítico de revisão de conhecimento; (c) abrange-se formas indutivas de raciocínio. Assim, para nós, a partir da constatação de que, em uma indução, a conclusão não se segue logicamente das premissas, não se pode concluir que ela seja um tipo de inferência que esteja à margem do que é racional. Ao que nos parece, isso seria como que reduzir a lógica subjacente (ou as lógicas subjacentes) à racionalidade humana à lógica clássica.

Quando raciocinamos dedutivamente, estamos procedendo de acordo com as regras de inferência de uma lógica subjacente ao nosso modo de raciocínio e que supostamente é codificável pela lógica clássica. Durante muito tempo, e ainda hoje, algumas das leis centrais da lógica ortodoxa, como as leis do terceiro excluído, da não-contradição e da identidade, por exemplo, têm sido aceitas como alguns dos princípios fundamentais da razão humana, sem os quais a possibilidade de um discurso racional aparentemente se destruiria (DA COSTA, 1980). Portanto, agir de forma a violar alguma destas leis tem sido considerado agir de forma 'irracional'. Como os cânones da racionalidade ocidental quase sempre estiveram estreitamente ligados às regras da lógica clássica, infringir tais regras tem sido considerado por muitos como proceder irracionalmente. Parece ter sido este o caso de todos os paralogismos, incluindo as induções, que acima definimos como sendo as formas corretas de paralogismos, (ou seja, inferências que não estão de acordo com as regras dedutivas da lógica dada, porém não são inferências que tradicionalmente são chamadas de 'falácias') visto que são inferências que estão fora do escopo da lógica clássica.

Para ilustrar, consideremos uma característica importante da lógica ortodoxa: suas regras de inferência são *monotônicas*. Isto quer dizer que, se de um conjunto Γ de sentenças deduzimos a conclusão β, não importa quantas nem quais premissas novas adicionarmos a Γ, deste novo conjunto estendido Γ' ($= \Gamma+$novas premissas) também continuaremos a deduzir β. No entanto, as induções não gozam da propriedade de serem monotônicas. Se de um outro conjunto Σ de sentenças inferimos indutivamente a conclusão γ, pode acontecer que, dependendo da premissa que adicionarmos a Σ, o que intuitivamente poderia significar uma nova observação ou um novo dado que se agrega a um campo de conhecimento já estabelecido, não possamos mais inferir γ deste novo conjunto estendido. Para exemplificar, tomemos uma proposição amplamente aceita como verdadeira pelo senso comum: a de que a água (sempre) sacia a sede. Desde que se passou a registrar a história humana, parece ser sempre o caso que aquele que beber água razoavelmente pura terá sua sede aliviada. Então, a partir dos inúmeros relatos de pessoas que, após beber uma quantidade suficiente de água, tiveram sua sede saciada, parece ser plausível se inferir indutivamente que o próximo que dela beber também terá sua sede saciada. No entanto, se adicionarmos às premissas um único caso de alguém que não teve sua sede aliviada após beber água (por ex.: água salgada do mar), não se pode mais ter tanta certeza de que a água sempre saciará a sede do próximo que ingeri-la.

É preciso sublinhar que, quando Hume tratou do problema da indução, o que ele tinha à sua disposição era apenas um esboço do que hoje chamamos de lógica clássica e que continuou a ser a única lógica conhecida até o início do século passado. O mesmo se pode dizer a respeito do tipo de argumento indutivo que ele considerou, bem mais restrito que as formas de indução que estamos considerando aqui (inferências que não são $\mathscr{L}$-válidas). Logo, era de se esperar que, durante esse tempo, se identificasse os princípios da racionalidade humana com os princípios basilares da lógica clássica. Parece ser por isso que, quando se percebeu que não seria possível tratar a indução dentro do padrão de racionalidade descrito pela lógica tradicional, as inferências indutivas passaram a ser consideradas como um tipo de raciocínio que estava 'fora' dos padrões de racionalidade. Mas, com o surgimento das lógicas heterodoxas, principalmente daquelas que acima chamamos de rivais da lógica clássica, permitiu-se, para alguns pensadores, que esses princípios fossem dialetizados, abrindo inclusive a possibilidade de se considerar 'logicamente' inferências indutivas. Para exemplificar o que acabamos de dizer, podemos citar a alegação aristotélica de que não haveria discurso racional em qualquer nível caso o princípio da não-contradição não fosse observado (ARISTÓTELES, 1969). Essa afirmação reguladora foi tomada como praticamente certa por cerca de dois mil anos, mas ela se viu seriamente ameaçada com o surgimento das lógicas paraconsistentes, nas quais este princípio não vale em geral e mesmo assim, pode-se dizer que um discurso 'racional' ainda se mantém.

Hoje em dia, o que consideramos como 'racional' vai muito além dos cânones da lógica clássica, englobando também muitas inferências não-válidas, como defenderemos no que se segue. Percebemos então que, apesar das induções, no sentido em que empregamos este termo, não serem argumentos válidos, ainda assim são muito importantes, tanto para o desenvolvimento da ciência, quanto para nossas ações cotidianas, motivo pelo qual acreditamos que devem ser estudadas de um ponto de vista lógico. E, como tentaremos mostrar neste trabalho, ainda sim é possível lhes atribuir algum 'grau de correção'.

Além disso, é importante observar que a indução tem uma natureza diversa da dedução. Enquanto que deduções corretas vão, via de regra, nos fornecer conclusões necessariamente verdadeiras se as premissas também o forem, induções nos darão conclusões apenas prováveis, quando muito. E pensamos ser um erro tentar transformar esta naquela, exigindo de ambas o mesmo tipo de 'justificação', até porque também há um problema de justificação da dedução, como mostraremos no final deste capítulo. E, como diz Black, "a indução, por definição, não é dedução: (...) Tentar converter um argumento indutivo em dedutivo é tão fútil quanto a tentativa de uma criança sustentar que o cavalo é uma vaca — apenas lhe faltariam os chifres" (BLACK, 1975, p.230).

1.2.2 Tipos de Indução

A seguir, apresentaremos alguns tipos comuns de formas de racioncínio que não se enquadrariam como "dedutivos" e que poderiam dar origem, se devidamente sistematizados, a argumentos "indutivos" so sentido em que estamos empregando esta palavra, ou seja, formas de inferência que escapam dos cânones das lógicas estritamente dedutivas. Estes exemplos são aqui mencionados simplesmente para tornar nossa argumentação sobre a necessidadede se considerar formas "indutivas" de inferência no escopo de sistemas lógicos mais plausível. Na verdade, toda esta seção é independente da argumentação desta dissertação. Pretendemos com esta exposição mostrar sua diversidade e começar a mostrar que inferências deste tipo, se consideradas de um ponto de vista rigoroso, podem ter um certo grau de correção.

1.2.2.1 Indução por Simples Enumeração

A indução por simples enumeração, também conhecida como indução simples, leva este nome por ser, talvez, o tipo mais simples de indução e provavelmente também o mais utilizado, principalmente pelo cidadão comum. Funciona da seguinte forma: "ao constatarmos uma amostra de indivíduos de uma mesma classe e percebermos que cada um deles tem a propriedade P, estaríamos justificados em afirmar que todos os indivíduos daquela classe têm a propriedade P" (DA COSTA, 1993). Por exemplo, se após a observação de um número significativo de cisnes não for encontrado nenhum cisne que não tenha a cor branca, conclui-se que todos os cisnes são brancos.

Assim como todas as outras formas de indução, a indução simples também está sujeita a erros, pois apenas um único contra-exemplo, no caso acima, de um cisne que não seja branco, torna a conclusão falsa. Uma das formas de tentar minimizar esses erros é o estabelecimento de algumas condições que, em conjunto com as premissas, contribua para aumentar a plausibilidade da inferência. Chamaremos estas condições de *condições auxiliares*, que devem sempre acompanhar qualquer indução, não somente induções por simples enumeração, para se evitar que conclusões inesperadas ou até mesmo bizarras surjam. No exemplo do parágrafo anterior, podem fazer parte do conjunto das condições auxiliares a exigência da observação de um número significativamente grande de indivíduos sob um número significativamente grande de variadas condições (diferentes locais, épocas do ano, etc.), e a de que nenhum contra-exemplo tenha sido observado. Teorias subjacentes ao raciocínio empregado, observações de caráter empírico e dados a respeito da inferência em questão, também contribuem para a correção da inferência. De qualquer modo, a presença de condições auxiliares não garante a eliminação total dos erros, mas nos mostram por que parece plausível aceitar a conclusão em questão.

1.2.2.2 Analogia

A indução por analogia, dito de forma breve, funciona da seguinte forma: "Ao vermos vários indivíduos de uma mesma classe e percebermos que todos aqueles que têm a propriedade P também têm a propriedade Q, estaríamos justificados em afirmar que todos os indivíduos daquela classe que tiverem a propriedade P também terão a propriedade Q". Exemplificando, após a percepção de que todos os animais conhecidos que possuem brânquias têm também respiração aquática, conclui-se que se for descoberto um novo animal com brânquias, ele também terá respiração aquática. Este tipo de inferência, muito semelhante à indução simples, também é muito importante e bastante usado na vida diária, na prática científica e tecnológica, pois auxilia a estabelecer relações entre indivíduos com propriedades similares. Assim como outros tipos de inferência, a observação das condições auxiliares é de bastante importância para se manter a plausibilidade da analogia.

1.2.2.3 Os Métodos de Eliminação

Os métodos de eliminação estudados por John Stuart Mill e desenvolvidos por von Wright podem ser usados para se estabelecer rigorosamente condições necessárias e suficientes de um fenômeno, dados certos requisitos como satisfeitos (DA COSTA, 1993). São eles o *método da* *concordância*, o *método da diferença*, a *combinação dos métodos da concordância e da diferença*, o *método dos resíduos* e o *método da variação concomitante*.

A aplicação do método da concordância nos ajuda a encontrar as condições necessárias para um fenômeno acontecer, e consiste em buscar nas ocorrências de um fenômeno aquelas condições que estão sempre presentes. Portanto, se, por exemplo, todas as vezes que se observou uma combustão, se verificou também a presença de oxigênio, o método nos leva a determinar o oxigênio como componente necessário para a combustão. Em geral, formula-se este método dizendo que, se duas ou mais ocorrências de um fenômeno sob investigação têm apenas uma circunstância em comum, caso esta circunstância seja a única que se verifica em todas as ocorrências, ela é a causa (ou efeito) deste fenômeno.

Já a aplicação do método da diferença nos ajuda a encontrar as condições suficientes para um fenômeno acontecer. É a procura pelas condições que estão presentes apenas na ocorrência de um determinado fenômeno. Assim, se após observarmos duas folhas de papel, ambas em contato com oxigênio, sendo que para apenas uma delas aumentamos progressivamente a temperatura, e percebermos que em apenas naquela cuja temperatura foi aumentada ocorre a combustão, somos levados a crer que a combustão só ocorre na presença de oxigênio e com a elevação da temperatura. A formulação do método da diferença é a seguinte: se o fenômeno sob investigação ocorre apenas quando há uma, e somente uma, circunstância que difere das outras ocorrências, esta circunstância é o efeito ou a causa, ou uma parte indispensável da causa, do fenômeno.

Então, a aplicação do método da concordância combinado com o método da diferença nos leva às causas necessárias e suficientes para a ocorrência de um determinado fenômeno. Os outros métodos, o dos resíduos e o da variação concomitante, "ajudam bastante na pesquisa de condições das quais dependem" o fenômeno investigado (DA COSTA, 1993, p.27), mas não serão recordados aqui.

1.2.2.4 Raciocínios Derrotáveis

Como já exposto anteriormente, uma característica importante da lógica dedutiva é o seu caráter monotônico, ou seja, se a partir de um conjunto de fórmulas Γ pode ser derivada uma fórmula α, é certo que a partir de qualquer outro conjunto de fórmulas Δ tendo como subconjunto o conjunto Γ, também podemos derivar α. Em outras palavras, não importa quantas e nem quais premissas novas forem adicionadas ao conjunto Γ, se α for dedutível de Γ, α será sempre dedutível de Γ acrescido de quaisquer premissas adicionais. Expressamos resumidamente essa idéia da seguinte maneira:

$$\text{Se } \Gamma \vdash \alpha \text{ e } \Gamma \subseteq \Delta, \text{ então } \Delta \vdash \alpha, \tag{1.2}$$

onde $\vdash$ é o símbolo usual de dedutibilidade e $\subseteq$ o da inclusão de conjuntos (no caso, conjuntos de fórmulas).

Acontece que nem sempre raciocinamos de maneira monotônica. Quando percebemos um objeto vermelho, não nos parece errado acreditar que este objeto seja realmente vermelho. Mas, ao sabermos que sob a luz vermelha alguns objetos se apresentam vermelhos, mesmo quando são de cores diferentes, deixamos de acreditar, ou pelo menos passamos a duvidar, que aquele objeto seja vermelho de fato. Assim, uma nova informação, por exemplo de que estamos em um ambiente com luz vermelha, pode fazer com que aquilo que incialmente tomamos como certo tenha que ser revisto. Colocando a situação na forma de um argumento dedutivo, o que aconteceu foi que tínhamos um argumento (uma ou mais premissas e uma conclusão) e, quando uma nova premissa logicamente consistente com as premissas do argumento foi adicionada, a conclusão deixou de ser uma conseqüência desse conjunto ampliado de premissas. Esse tipo de raciocínio é chamado de raciocínio não-monotônico, que tem como um de seus exemplos os raciocínios derrotáveis. John L. Pollock apresentou, em seu artigo *Defeasible Reasoning* (POLLOCK, 1987), alguns princípios gerais do raciocínio derrotável, que veremos abaixo.

Ao raciocinarmos, utilizamos regras de inferência para, a partir do que pode ser chamado de um *estado inicial* de conhecimento, formularmos proposições que aceitamos como verdadeiras. Este estado inicial pode ser constituido por proposições que expressam as informações que recebemos a respeito do mundo exterior através dos sentidos e também por outras proposições formuladas anteriormente que já foram aceitas como certas. Quando uma proposição é obtida de acordo com alguma dessas regras, dizemos que essa proposição está *justificada*. O problema da *justificação* daquelas proposições que tomamos como verdadeiras, em especial as científicas, é um problema complexo e por isso não tocaremos neste ponto aqui. Por este motivo, entenderemos justificação em seu sentido intuitivo. A noção geral de um raciocínio 'justificável' pode ser definida de vários modos, por exemplo, segundo Pollock, que diz:

(1) Estar nos estados $M_1,...,M_n$ é uma razão para um sujeito S aceitar uma proposição Q como verdadeira se e somente se é logicamente possível para S estar *justificado* em aceitar Q como verdadeira com base em estar nos estados $M_1,...,M_n$ (POLLOCK, 1987).

Grosso modo, existem dois tipos de raciocínios, os *derrotáveis* e os *não-derrotáveis*. Num raciocínio não-derrotável (dedutivo), da conjunção $\alpha \wedge \beta$ pode-se concluir β, por exemplo, e nenhuma outra informação que venha ser adicionada ao argumento vai alterar isso. Por conta desta característica, dizemos também que o raciocínio dedutivo é *conclusivo*. Um raciocínio derrotável é aquele onde a aceitação de P como verdadeira é um motivo para a aceitação de Q, mas a adição de alguma nova informação R, intuitivamente consistente com P, pode destruir a conexão entre premissas e conclusão. Assim, de acordo com (1), não importa se um sujeito se vale de raciocínios derrotáveis ou não-derrotáveis para derivar suas conclusões a partir de certos estados inicias; ele está justificado em aceitá-las apenas se for logicamente possível aceitá-las com base nesses estados. Enquanto que, no argumento não-derrotável, se o sujeito S está justificado em aceitar β com base em $\alpha \wedge \beta$, ele também está justificado em aceitar β com base em $\alpha \wedge \beta \wedge \gamma$, sendo γ uma sentença qualquer. No argumento derrotável, S está justificado em aceitar Q com base em P, mas não com base em $P \wedge R$. É dito, então, que P é uma razão *prima facie* para a crença em Q. Ou, como diz Pollock:

(2) P é uma razão *prima facie* para S aceitar Q como verdadeira se e somente se P é uma razão para S aceitar Q como verdadeira e existe um R tal que R é logicamente consistente com P mas $(P \wedge R)$ não é uma razão para S aceitar Q como verdadeira (POLLOCK, 1987).

Vejamos alguns exemplos. A observação de uma grande quantidade de corvos e a constatação de que eram todos negros (P) é uma razão *prima facie* para aceitarmos como verdadeiro que todos os corvos são negros (Q), mas, após a observação de um único corvo que não fosse negro (R) não poderíamos mais aceitar Q e este particular raciocínio estaria derrotado. Num outro exemplo, a sentença "O objeto X se apresenta vermelho para mim" (P) é uma razão *prima facie* para aceitar que "X é vermelho" (Q) é verdadeira. Porém, ao sabermos que objetos de outras cores também se parecem vermelhos quando expostos à luz vermelha (R), não podemos mais concluir que X seja vermelho, ou seja, mesmo R sendo logicamente consistente com P, da conjunção entre essas duas premissas não podemos mais concluir Q. As conexões entre "todos os corvos observados são negros" e "todos os corvos são negros", assim como entre "parecer ser vermelho" e "ser vermelho", são quebradas com a introdução de R. Chamemos R de *derrotador* do raciocínio.

(3) R é um *derrotador* para P como um razão *prima facie* para Q se e somente se P é uma razão para S aceitar Q como verdadeira e R é logicamente consistente com P mas $(P \wedge R)$ não é uma razão para S aceitar Q como verdadeira (POLLOCK, 1987).

Podem ser destacados dois tipos de derrotadores. No exemplo dos corvos, a introdução do derrotador "foi observado um corvo que não é negro" é um motivo para a aceitação da verdade de sua negação, ou seja, "não acontece que todos os corvos são negros". Quando o derrotador justificar a aceitação da negação da conclusão como verdadeira, ele será chamado de *derrotador contraditório*.

(4) R é um *derrotador contraditório* para P como uma razão *prima facie* para Q se e somente se R é um derrotador e R é uma razão para aceitar $\neg Q$ como verdadeira (POLLOCK, 1987).

No exemplo do objeto que é percebido vermelho, o derrotador "objetos se parecem vermelhos quando expostos à iluminação vermelha" apenas "quebra a conexão" entre a premissa e a conclusão, mas não é uma razão para a aceitação da negação da conclusão, no caso, "o objeto

X não é vermelho", já que objetos vermelhos também se parecem vermelhos sob a luz vermelha. Quando o derrotador apenas fizer com que a(s) premissa(s) não sejam mais razão para a aceitação da conclusão como verdadeira, ele terá o nome de *derrotador de corte*.

(5) *R* é um *derrotador de corte* para *P* como um razão *prima facie* para *S* aceitar *Q* como verdadeira se e somente se *R* é um derrotador e *R* é uma razão para negar que *P* não seria verdadeira a menos que *Q* fosse verdadeira (POLLOCK, 1987).

São razões *prima facie* e derrotadores que formam a base do raciocínio derrotável.

Atualmente, as pesquisas nesta área da lógica, que têm sido desenvolvidas em conjunto com as pesquisas em inteligência artificial, já estão bem mais avançadas. Várias lógicas não-monotônicas foram apresentadas à literatura, com inúmeras aplicações. Apesar disso, ainda há muito a ser feito, pois raciocinamos das mais diversas maneiras e com complexidades ainda indecifráveis e só a pesquisa e a investigação poderão nos dizer se conseguiremos traduzir em sistemas bem articulados todo seu trabalho mental.

1.2.2.5 Inferência Probabilística

Como em uma inferência indutiva não há como garantir a verdade da conclusão a partir de premissas verdadeiras, pode-se pelo menos considerar essa conclusão como 'provavelmente' verdadeira. Em uma inferência probabilística calcula-se, através do *cálculo de probabilidades*, a probabilidade da conclusão ser verdadeira, dada a probabilidade da veracidade das premissas. Considera-se então a inferência como correta se a probabilidade de sua conclusão ser verdadeira for alta, pelo menos maior do que $\frac{1}{2}$, por exemplo, e assim é possível construir lógicas indutivas de caráter probabilístico tendo como base o cálculo de probabilidades.

O cálculo de probabilidades, usado também para realizar as inferências probabilísticas, é uma ciência pura e que pode ser usado em estatística para se fazer inferências estatísticas. É uma ferramenta matemática poderosa e que pode nos fornecer resultados exatos quando os valores de entrada estão corretos. Porém a grande dificuldade está em interpretar esses valores de entrada de maneira adequada, como veremos no capítulo seguinte. Além disso, parece não haver um conceito de probabilidade que tenha caráter universal ou *a priori* como tentaram fornecer Reichenbach ou Carnap e que possa dar conta de todas as formas de inferência não-válidas (DA COSTA, 1993, p.30).

1.2.2.6 O Método Hipotético-Dedutivo

Sem nos atermos a detalhes, dizemos que o método hipotético-dedutivo encerra o modo pelo qual formulamos hipóteses ou leis com o objetivo de explicar os fenômenos particulares de uma certa classe. Essa formulação pode não ser fruto de um processo bem definido, pois nele intervém, em grande parte, a inspiração e o gênio do cientista, de certo modo aproximando-o de um artista. O importante é que essas hipóteses ou leis e, por conseguinte, o que delas se deriva, possam ser de alguma forma testáveis, e são mantidas apenas provisoriamente até que se tenha motivos suficientes para abandoná-las definitivamente ou, caso contrário, aceitá-las como praticamente certas e incorporá-las ao corpo do conhecimento.

Todas as outras formas de indução podem ser reduzidas de um certo modo ao método hipotético-dedutivo, que passaremos a chamar, como em (DA COSTA; FRENCH, 1989) de *método hipotético-dedutivo generalizado*. Para isso, deve-se tomar a conclusão da inferência indutiva como uma hipótese que se pretende testar e suas premissas como observações particulares ou como previsões derivadas desta hipótese, as quais servem como evidências em seu favor, contribuindo para sua plausibilidade. Em muitos casos, a derivação das evidências é feita dedutivamente. Quando isso ocorrer, dizemos que temos o *método hipotético-dedutivo estrito*, que é um caso particular do método generalizado. A título de ilustração, vejamos como dois tipos de inferências indutivas (indução simples e indução por analogia) podem ser reduzidos ao método hipotético-dedutivo ((DA COSTA; FRENCH, 1989, p.346), (DA COSTA; FRENCH, 2003)).

De um ponto de vista mais rigoroso podemos dizer que a indução por simples enumeração, ou indução simples, funciona da seguinte forma: a partir das premissas afirmando que um número finito de indivíduos x_i, com $1 \leq i \leq n$, que pertencem à classe A, também pertencem à classe B ($x \in A \rightarrow x \in B$), inferimos a conclusão de que todos os indivíduos que pertencerem à classe A também pertencerão à classe B ($\forall x(x \in A \to x \in B)$). Se as premissas forem, por exemplo, "o indivíduo x_i, que é corvo, é negro", o conjunto Γ de condições auxiliares deve conter informações como "o número de indivíduos amostrados foi suficientemente grande", "não se conhece nenhum indivíduo que seja A, mas que não seja B (nenhum corvo amostrado é não negro)", etc. Desta forma, este tipo de indução pode ser representado pelo esquema abaixo:

$$\frac{x_1 \in A \to x_1 \in B, x_2 \in A \to x_2 \in B, \ldots, x_n \in A \to x_n \in B}{\forall x(x \in A \to x \in B)} \quad \Gamma$$

Neste esquema, as premissas são instâncias da conclusão e, portanto, uma indução simples pode ser apresentada como uma instância do método hipotético-dedutivo estrito.

A indução por analogia parte de premissas do tipo "aqueles indivíduos x que têm a propriedade A também têm a propriedade B" e "y tem a propriedade A", também acompanhadas de um conjunto Γ que confere plausibilidade à inferência, para chegar à conclusão de que "y tem a propriedade B". Assim sendo, a analogia será representada pelo seguinte esquema:

$$\frac{y \in A}{y \in B} \quad \Gamma'$$

onde Γ' é Γ com a adição das sentenças '$x \in A$' e '$x \in B$'. Vemos assim que a analogia pode ser reduzida ao método hipotético-dedutivo generalizado.

Importante observar que a decisão sobre hipóteses não é feita de maneira arbitrária, o que tornaria o método em um procedimento irracional, mas deve ser feita levando-se em consideração as evidências em favor da conclusão, que se tem à disposição, (as premissas da indução) e um conjunto de condições auxiliares. A racionalidade do método vem da postura crítica que é tomada em relação às hipóteses e leis. Elas são aceitas apenas enquanto servirem para explicar aquilo que propõem. Quando falham ou são derrotadas, são substituídas por leis de maior abrangência. "Confiamos em uma teoria desconfiando" (DA COSTA, 1993, p.28), e nisso reside a racionalidade do método. Como se vê, entra em cena novamente o questão do grau de confiabilidade que se atribui a determinadas sentenças do discurso científico. Por esse ponto de vista, percebemos a extraordinária relevância que o método hipotético-dedutivo tem na atividade científica.

1.3 A Relatividade da Noção de Dedução

Nos últimos anos, vimos o surgimento de diversos tipos de lógica: lógicas que derrogam alguns dos princípios básicos da lógica clássica (princípio do terceiro excluído, da não-contradição, da identidade, entre outros), tais como as lógicas intuicionistas, paracompletas e paraconsistentes, e também lógicas que aumentam o poder de expressão da lógica clássica, por exemplo, lógicas modais aléticas, deônticas, temporais. Frente a essa enorme diversidade de lógicas que surgem a cada dia e o fato de que a dedução, como dada usualmente, i.e. no sentido de uma $\mathscr{L}$-dedução, é sempre relativa à lógica em apreço, nos parece razoável supor, seguindo da Costa em (DA COSTA, 1993), que, além do problema da indução, também existe um *problema da dedução*, pois não acreditamos que possamos defender a existência de uma lógica que reflita inteiramente a racionalidade (humana), de modo que suas regras sejam as únicas regras da 'boa inferência'. E temos alguns motivos para isso. Se houver tal lógica, como podemos saber qual é? Decerto não por meios dedutivos ou indutivos, uma vez que estes conceitos dependem da cada lógica em particular. Se dissermos que a lógica que melhor exprime um procedimento racional é a lógica clássica, o que dizer daquelas áreas da ciência das quais aparentemente esse tipo de lógica parece não dar conta, como a física quântica? Seria adequado dizer que a física quântica não é racional? "Qual a justificação para o emprego de determinado tipo de lógica?" (DA COSTA, 1993, p.39). Ou melhor, está a racionalidade intimamente relacionada com a logicidade, como defendiam os racionalistas?

Seria interessante, e a título de esclarecimento, dizermos em rápidas palavras em que consiste a *dedução*. Segundo da Costa (DA COSTA, 2006), uma lógica $\mathscr{L}$ pode ser visto como um par ordenado $\mathscr{L} = \langle \mathscr{F}, \mathscr{T} \rangle$ onde $\mathscr{F}$ é um conjunto não vazio cujos elementos são chamados *fórmulas*, e $\mathscr{T}$ é uma coleção de subconjuntos de $\mathscr{F}$, as teorias de $\mathscr{L}$. Os seguintes postulados devem ser obedecidos:

(i) $\mathscr{F} \in \mathscr{T}$;

(ii) Se $A_i \in \mathscr{T}$, $i \in I$, então $\bigcap_i A_i \in \mathscr{T}$.

Facilmente se introduz a noção de *dedutibilidade em* $\mathscr{L}$: se $\Gamma \in \mathscr{T}$ e $\alpha \in \mathscr{F}$, diremos que α é dedutível de Γ, em símbolos $\Gamma \vdash \alpha$, se e somente se toda teoria que contiver Γ, também conter α. É imediato que $\vdash$ tem as propriedades usuais (MENDELSON, 1987).

Por outro lado, podemos introduzir a *dedução paraclássica* $\vdash_P$ do seguinte modo: $\Gamma \vdash_P \alpha$ se e somente se existe um subconjunto $\Delta \subseteq \Gamma$, consistente de acordo com a lógica clássica, ou seja, não existe β tal que $\Delta \vdash \beta$ e $\Delta \vdash \neg\beta$, onde $\vdash$ é a dedução introduzida anteriormente (dedução 'clássica'), tal que $\Delta \vdash \alpha$. É fácil ver as diferenças entre $\vdash$ e $\vdash_P$. Por exemplo, uma teoria baseada em $\vdash_P$ pode conter teses contraditórias sem ser trivial, o que não ocorre com $\vdash$.

À lógica $\mathscr{L} = \langle \mathscr{F}, \mathscr{T} \rangle$, podemos acrescentar outros símbolos como, por exemplo, os conectivos usuais, obtendo $\mathscr{L} = \langle \mathscr{F}, \mathscr{T}, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow \rangle$ e, dependendo dos postulados que assumirmos, obtemos os variados sistemas lógicos, como a lógica positiva intuicionista, a lógica proposicional clássica, etc. Evidentemente, a estrutura acima pode ser enriquecida ainda mais com outros operadores, quantificadores, etc., de modo que postulados adequados modifiquem a particular lógica em questão, bem como a sua correspondente noção de dedução. Como veremos no capítulo 5 (Definição 4.1.2), este esquema pode servir inclusive para modificarmos as lógicas indutivas e o conceito de 'conseqüência indutiva' de um conjunto de premissas.

Este pequeno exemplo reforça o que estamos dizendo: não há apenas uma noção de dedutibilidade, esta noção depende da lógica dentro da qual ela está definida. Cada lógica, na verdade, corresponde a uma noção de dedutibilidade.

2 PROBABILIDADE

Como uma inferência indutiva, em geral, nos dá conclusões cuja veracidade não se segue da veracidade das premissas, a busca por um conceito de indução que possibilite a construção de lógicas indutivas, via de regra, parece passar pelo conceito de probabilidade. No presente capítulo, faremos uma breve apresentação do *cálculo de probabilidades* e de algumas das principais interpretações do conceito de probabilidade. Não pretendemos entrar a fundo nas diversas discussões sobre o tema, mas apenas preparar o campo para nossas investigações acerca de um tipo de probabilidade que será fundamental para nos aproximarmos do nosso intento de dar um modo de avaliar a plausibilidade de uma inferência indutiva.

Abaixo, apresentaremos uma versão do cálculo de probabilidades a partir da axiomatização de Kolmogorov e quatro das principais interpretações para este cálculo, a saber, a *interpretação clássica*, a *interpretação lógica*, a *interpretação freqüencial*, e a *interpretação subjetiva*, bem como algumas das dificuldades que cada uma dessas interpretações enfrentam para servir de base para uma lógica indutiva.

De acordo com Kyburg Jr. (KYBURG JR., 1970, p.3), no seu uso ordinário, o termo 'probabilidade' costuma ser identificado com alguns significados informais: grau de confirmação, aquilo que é apoiado pela evidência, aquilo que se distingue do que é certo, entre outros. No entanto, estes significados se mostram parciais e inadequados para nossas investigações. Na busca de um conceito de probabilidade que seja adequado, adotaremos um procedimento usual (como em (HÁJEK, 2003; KYBURG JR., 1970; SALMON, 1979; SUPPES, 1967), por exemplo) e dividiremos nossos estudos em duas partes. Na primeira delas estudamos sua contra-parte formal, o cálculo de probabilidades, onde é possível dar um sentido matemático preciso do conceito, e na outra parte estudamos como esse cálculo pode ser aplicado na previsão de eventos. O estudo do cálculo de probabilidades consiste basicamente na aceitação de seus axiomas e na demonstração de seus teoremas, e está intimamente relacionada com a matemática subjacente envolvida. Já o estudo a respeito da aplicabilidade deste cálculo consiste em interpretá-lo de forma tal que os eventos que se deseja prever possam ser convenientemente calculados.

Iniciaremos com uma breve apresentação do cálculo de um modo similar à axiomatização proposta por Kolmogorov.

2.1 Cálculo de Probabilidades

Apesar do amplo interesse da humanidade por jogos durante grande parte da sua história registrada, o estudo sistemático do que hoje conhecemos como probabilidade só foi inaugurado no século XVII com a correspondência entre Pascal e Fermat que, a pedido do Chevalier de Méré, discutiram a respeito da computação de chances em jogos de azar (SUPPES, 1967, p.3-35). Sua axiomatização, no entanto, não se estabeleceu antes da publicação do trabalho do matemático russo A. N. Kolmogorov intitulado "*Foundations of the Theory of Probability*" de 1933. Apesar dessa axiomatização hoje gozar de ampla aceitação, ela não é aceita de maneira universal. Não obstante, será essa uma variante dessa axiomatização que apresentaremos abaixo, por ser adequada para o que pretendemos desenvolver, e que se baseia em Keynes (1973).

Formalmente, identificaremos a noção de probabilidade com uma função P, chamada *função de probabilidade*. Como toda função, P tem um domínio e um contra-domínio. Adotaremos o contra-domínio de P como sendo o intervalo $[0,1]$ nos números reais.[1] É comum se adotar como domínio de P um *campo de conjuntos* arbitrário $\mathscr{F}$, preenchendo os seguintes requisitos, como em (KYBURG JR., 1970; SALMON, 1979):

1. $\mathscr{F}$ é uma família finita e não-vazia de subconjuntos de um conjunto X, que tem X como elemento; e

[1] Alguns autores adotam diferentes axiomatizações, como citado em (FITELSON; HáJEK; HALL, 2003).

2. $\mathscr{F}$ é fechado quanto às operações de complemento, união e interseção, ou seja, se os subconjuntos A e B de X pertencerem a $\mathscr{F}$, também pertencerão $X - A$, $A \cup B$ e $A \cap B$.

No entanto, para que nossa comparação com a lógica seja o mais transparente possível, ao invés de um campo de conjuntos, tomaremos como domínio de P um conjunto $\mathscr{S}$ de fórmulas booleanas, ou proposições, de uma linguagem proposicional clássica $\mathscr{L}$, como fazem da Costa (DA COSTA, 1993) e Makinson (MAKINSON, 2005), onde a negação, a conjunção, a disjunção, e a implicação e equivalência materiais $(\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow)$, assim como o símbolo de conseqüência lógica $(\vdash)$, estão definidos de maneira usual (tal como esboçado no final do capítulo precedente). Note-se que, com essa mudança, o cálculo que esboçaremos abaixo não difere de modo essencial daquele desenvolvido a partir de um campo de conjuntos, uma vez que, como todo campo de conjuntos é uma *álgebra booleana*, e inversamente, também o conjunto quociente de uma linguagem proposicional por uma adequada relação de equivalência pode ser dotada de uma estrutura de uma álgebra de Boole (MENDELSON, 1987), como é bem sabido.

Seguem abaixo os assim chamados axiomas de probabilidade que são adaptações daqueles propostos por Kolmogorov em 1933, onde as letras gregas α e β são fórmulas e $\mathbf{T}$ é uma tautologia da linguagem $\mathscr{L}$:

1. $0 \leq P(\alpha) \leq 1$;

2. $P(\mathbf{T}) = 1$;

3. $P(\alpha \vee \beta) = P(\alpha) + P(\beta)$, quando $\vdash \neg(\alpha \wedge \beta)$,

O axioma 1 limita os valores de probabilidade ao intervalo fechado $[0,1] \in \mathbb{R}$; o axioma 2 atribui às tautologias o máximo valor de probabilidade; e o axioma 3 nos diz que a probabilidade de uma proposição α ou uma proposição β é a soma do valor de probabilidade de cada uma delas, quando não for possível que a sua conjunção seja teorema de $\mathscr{L}$.

Chamamos $\langle \mathscr{S}, \mathscr{L}, P \rangle$ um *espaço de probabilidade*, $\mathscr{S}$ um *espaço amostral*, e cada proposição pertencente a $\mathscr{S}$ um *evento*. Estes conceitos serão importantes quando tratarmos das interpretações do cálculo. A axiomatização acima pode ser estendida para uma álgebra infinita de fórmulas, chamada de σ-*álgebra*, substituindo o axioma 3 pelo axioma $3'$ abaixo:

$$3' \;\; P\left(\bigvee_{i=1}^{\infty} \alpha_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(\alpha_i), \text{ quando } \vdash \neg(\alpha_i \wedge \alpha_j) \text{ para } i \neq j.$$

Definiremos a probabilidade condicional de uma proposição α, dada a proposição β, em símbolos, $P(\alpha|\beta)$, da seguinte forma:

Definição 2.1.1 (Probabilidade condicional de α dado β)

$$P(\alpha|\beta) = \frac{P(\alpha \wedge \beta)}{P(\beta)}, \textit{ desde que } P(\beta) \neq 0. \tag{2.1}$$

Intuitivamente, $P(\alpha|\beta) = p$ nos diz que, uma vez confirmada a verdade de β, a probabilidade de a proposição α ser verdadeira é p.

Definição 2.1.2 (Independência estocástica)

α *é estocasticamente independente de* β *se, e somente se:*

$$P(\beta) = 0, \textit{ ou } P(\alpha) = P(\alpha|\beta) \tag{2.2}$$

Note que, quando α não é estocasticamente independente de β, $P(\alpha|\beta) \neq P(\alpha)$. Neste caso, podemos dizer, intuitivamente, que o valor de probabilidade de α é 'alterado' quando a proposição β é verificada verdadeira. Em linguagem ordinária, é comum dizer que temos uma *hipótese* (α), cuja probabilidade é p, mas que se 'altera' para q quando descobrimos novas *evidências* (β). Em símbolos, $P(\alpha) = p \neq P(\alpha|\beta) = q$. Por esta razão, algumas vezes usaremos os termos 'hipótese' e 'evidência' nesta dissertação apesar de tais termos não estarem definidos de forma precisa; eles são nada mais do que elementos de $\mathscr{S}$.

Poder-se-ia tomar a probabilidade condicional como um conceito primitivo, em vez de $P(\alpha)$, e fazer a axiomatização a partir daí. De fato, se substituirmos a probabilidade $P(\alpha)$ pela probabilidade condicional $P(\alpha|\beta)$ (ou $P_\beta(\alpha)$ como preferem alguns autores (JOYCE, 2003; MAKINSON, 2005)), todos os axiomas acima são satisfeitos na forma seguinte:

$1''$ $0 \leq P(\alpha|\mathbf{T}) \leq 1$

$2''$ $P(\mathbf{T}|\mathbf{T}) = 1$

$3''$ $P(\alpha \vee \gamma|\mathbf{T}) = P(\alpha|\mathbf{T}) + P(\gamma|\mathbf{T})$, quando $\vdash \neg(\alpha \wedge \gamma)$.[2]

Antes de apresentarmos alguns teoremas, precisamos tornar explícitas certas propriedades que as operações entre proposições de $\mathscr{L}$ gozam, que são importantes para o desenvolvimento do cálculo.

(1) Comutatividade:

$$(\alpha \vee \beta) \leftrightarrow (\beta \vee \alpha)$$

$$(\alpha \wedge \beta) \leftrightarrow (\beta \wedge \alpha)$$

(2) Associatividade:

$$((\alpha \vee \beta) \vee \gamma) \leftrightarrow (\alpha \vee (\beta \vee \gamma))$$

$$((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) \leftrightarrow (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma))$$

(3) Distributividade:

$$(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) \leftrightarrow ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma))$$

$$(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) \leftrightarrow ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma))$$

(4) Leis de De Morgan:

$$(\neg(\alpha \vee \beta)) \leftrightarrow (\neg\alpha \wedge \neg\beta)$$

$$(\neg(\alpha \wedge \beta)) \leftrightarrow (\neg\alpha \vee \neg\beta)$$

A partir dos axiomas 1—$3'$ acima e da definição 2.1.1, alguns teoremas elementares, mas importantes, se seguem (para mais detalhes ver (DA COSTA, 1986; KYBURG JR., 1970; SALMON, 1979; SUPPES, 1967)):

Teorema 2.1.3

[2]Obviamente, também podemos encontrar uma expressão correspondente para as σ-álgebras.

a) $P(\neg\alpha) = 1 - P(\alpha)$

b) $P(\alpha \wedge \neg\alpha) = 0$

c) $P(\alpha \vee \beta) = P(\alpha) + P(\beta) - P(\alpha \wedge \beta)$

d) $P(\alpha \wedge \beta) = P(\beta) \times P(\alpha|\beta)$.[3]

Os ítens a), b) e c) são derivados facilmente a partir dos axiomas do cálculo, enquanto que o ítem d) é derivado a partir da definição 2.1.1.

Teorema 2.1.4 $P(\beta) = P(\alpha) \times P(\beta|\alpha) + P(\neg\alpha) \times P(\beta|\neg\alpha)$

Prova: A probabilidade de β é a probabilidade de $(\beta \wedge \alpha)$ ou $(\beta \wedge \neg\alpha)$, ou seja $P(\beta) = P((\beta \wedge \alpha) \vee (\beta \wedge \neg\alpha))$. Assim como $\vdash \neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$, também $\vdash \neg((\beta \wedge \alpha) \wedge (\beta \wedge \neg\alpha))$ e, portanto, podemos aplicar o axioma 3, onde temos $P(\beta) = P(\beta \wedge \alpha) + P(\beta \wedge \neg\alpha)$. Pelo teorema 2.1.3, ítem d), e fazendo as devidas substituições, temos $P(\beta) = P(\alpha) \times P(\beta|\alpha) + P(\neg\alpha) \times P(\beta|\neg\alpha)$. ∎

Teorema 2.1.5 *Se* $\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \ldots \wedge \alpha_n$ *e* $\vdash \neg(\alpha_i \wedge \alpha_j), i, j = 1, 2, \ldots, n, i \neq j$, *então*

$$P(\beta) = \sum_{i=1}^{n} P(\alpha_i) \times P(\beta|\alpha_i)$$

Prova: Como $\beta = \beta \wedge (\alpha \vee \neg\alpha)$ (ver onde) e $(\alpha \vee \neg\alpha) = \bigvee_{i=1}^{n} \alpha_i$, então $\beta = \beta \wedge (\bigvee_{i=1}^{n} \alpha_i) = \bigvee_{i=1}^{n} (\beta \wedge \alpha_i)$ e, logo, $P(\beta) = P(\bigvee_{i=1}^{n} (\beta \wedge \alpha_i))$. Aplicando o axioma $3'$, $P(\beta) = \sum_{i=1}^{n} P(\beta \wedge \alpha_i)$. Pelo teorema 2.1.3, ítem d), temos que $P(\beta) = \sum_{i=1}^{n} P(\alpha_i) \times P(\beta|\alpha_i)$. ∎

Teorema 2.1.6 $P(\alpha|\beta) = \dfrac{P(\alpha) \times P(\beta|\alpha)}{P(\beta)}$, *desde que* $P(\beta) \neq 0$

Prova: De acordo com a definição 2.1.1, a probabilidade de α dado β é $\dfrac{P(\alpha \wedge \beta)}{P(\beta)}$. Como $P(\alpha \wedge \beta) = P(\beta \wedge \alpha)$ e, novamente pela definição 2.1.1, temos $P(\beta \wedge \alpha) = P(\alpha) \times P(\beta|\alpha)$. Substituindo adequadamente chegamos no teorema 2.1.6. ∎

[3] Como já deve estar claro a esta altura, os símbolos $+, -, \times$ denotam respectivamente as operações de adição, subtração e multiplicação usuais nos números reais.

Teorema 2.1.7 $P(\alpha|\beta) = \dfrac{P(\alpha) \times P(\beta|\alpha)}{P(\alpha) \times P(\beta|\alpha) + P(\neg\alpha) \times P(\beta|\neg\alpha)}$

Prova: Substituindo $P(\beta)$ no denominador pela expressão à esquerda da igualdade do teorema 2.1.4 no teorema 2.1.6. ▮

Teorema 2.1.8 *Se uma e apenas uma das hipóteses* $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ *é verdadeira, então:*

$$P(\alpha_i|\beta) = \frac{P(\alpha_i) \times P(\beta|\alpha_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(\alpha_i) \times P(\beta|\alpha_i)}$$

Prova: Substituindo o teorema 2.1.5 no teorema 2.1.6. ▮

O teorema 2.1.6 acima é conhecido também como *Teorema de Bayes* na sua forma simplificada, que pode também ser apresentado na forma dos teoremas 2.1.7 e 2.1.8. O teorema foi batizado com esse nome por ter sido o clérigo britânico Thomas Bayes o primeiro a apreciá-lo em seu trabalho póstumo intitulado "*An Essay Toward Solving a Problem in the Doctrine of Chances*", de 1764 (JOYCE, 2003).

Apesar da sua simplicidade, o Teorema de Bayes tem gerado muita controvérsia no que tange à sua aplicação (ver (JOYCE, 2003)), embora não haja controvérsia alguma quanto ao seu status matemático, dentro do cálculo. Grande importância tem este teorema para algumas interpretações do cálculo de probabilidade, como veremos adiante, principalmente para as interpretações subjetivistas que, por esse motivo, são também conhecidas como Bayesianismo. O Teorema de Bayes é usado para calcular a mudança da probabilidade de uma hipótese frente a novas evidências. Discutiremos um pouco mais a respeito deste importante teorema na seção que trata das interpretações subjetivas para o cálculo de probabilidades.

Em geral, não há problemas na aceitação dos axiomas ao estilo de Kolmogorov e na derivação dos teoremas apresentados acima, uma vez que a álgebra subjacente tenha sido aceita. No entanto, há uma grande dificuldade na aceitação de uma interpretação dos correspondentes cálculos de modo que possam ser empregados pelas ciências empíricas na previsão de eventos.

2.2 Interpretações

Como visto na seção anterior, a partir do cálculo de probabilidades dado antes, podemos conhecer o valor de probabilidade apenas de uma contradição, por exemplo $P(\alpha \wedge \neg\alpha) = 0$, ou de uma tautologia, como $P(\alpha \vee \neg\alpha) = 1$, mas, no entanto, ele não diz qual deve ser a probabilidade inicial de uma proposição α qualquer, $P(\alpha)$, que esteja situada entre esses dois extremos. Esse valor de probabilidade depende de como $P(\alpha)$ é interpretado, e diferentes interpretações podem atribuir diferentes valores para uma mesma proposição α. A seguir, apresentaremos quatro das principais interpretações para o cálculo de probabilidades, a saber, a *interpretação clássica*, a *interpretação lógica*, a *interpretação freqüencial* e as *interpretações subjetivistas*.

2.2.1 Probabilidade Clássica

A *interpretação clássica* leva esse nome por ser a interpretação mais antiga da qual se tem notícia, sendo usada já na correspondência de Pascal e Fermat ((SUPPES, 1967), p.3-36). Essa interpretação, que teve grande parte de sua motivação com os jogos de azar, distribui valores de probabilidade, de maneira *a priori*, quando não há qualquer evidência em favor de algum dos eventos cujos valores de probabilidade estão sendo estimados ou quando todas as evidências em favor desses eventos estão igualmente balanceadas. É o que geralmente acontece quando calculamos a probabilidade de sair um dois no lançamento de um dado honesto ou a probabilidade de tirarmos um valete de um baralho convencional bem embaralhado. De acordo com a interpretação clássica, para se saber a probabilidade de um certo evento ocorrer, conta-se o número de eventos favoráveis a este evento e o divide pelo número total de eventos igualmente possíveis. No caso do dado, são seis os eventos igualmente possíveis, que são os seis lados do dado, e apenas um evento favorável ao número dois. Portanto a probabilidade de sair um dois é $\frac{1}{6}$. Já a probabilidade de tirarmos um valete é $\frac{1}{13}$, dado que há 52 eventos possíveis, pois há 52 cartas num baralho convencional, e 4 eventos favoráveis, uma vez que há 4 valetes nesse mesmo baralho.

A condição de que os eventos sejam *igualmente* possíveis é importante para se evitar que se tome, por exemplo, 'dois' e 'não-dois' como os únicos eventos possíveis em um lançamento de um dado, pois o evento 'não-dois' pode ser dividido em outros cinco eventos igualmente possíveis ao evento 'dois'. Além disso, também evita-se que os eventos possam ser divididos em coisas estranhas como 'dois em um dia chuvoso', 'dois em uma noite estrelada', 'dois quando se está com fome' e tantos outros, pois todos os outros eventos que são igualmente possíveis a 'dois' também poderiam ser divididos da mesma maneira (KYBURG JR., 1970, p.30). Porém, ao se estabelecer essa condição, a definição de probabilidade parece cair numa certa circularidade pois, neste caso, a expressão 'igualmente possível' parece significar o mesmo que 'igualmente provável'. É o que tenta negar Laplace com o seu célebre *princípio da indiferença* ao evitar fazer referência à 'probabilidade' na definição da expressão 'ser igualmente provável' (KYBURG JR., 1970, p.31). O princípio da indiferença diz que dois ou mais eventos são *igualmente possíveis* quando não há evidência em favor de um deles sobre o outro (FITELSON; HáJEK; HALL, 2003). Assim, em um dado honesto, os seis eventos possíveis são igualmente possíveis por que não há qualquer evidência que nos leve a preferir qualquer um deles.

No entanto, o problema da circularidade parece não se dissipar apenas evitando o uso da palavra 'provável' na definição de 'igualmente possível', como mostra Hájek em (HÁJEK, 2003). Se o princípio da indiferença puder ser aplicado é por que não há evidência que favoreça qualquer dos eventos possíveis, seja por que não há qualquer evidência a se considerar, seja por que as evidências conhecidas não favorecem qualquer dos eventos, ou seja, elas estão simetricamente balanceadas. Quando não há qualquer evidência a se considerar, de fato parece não haver circularidade alguma, mas esse é um caso que dificilmente aconteceria em situações reais pelo fato de que sempre podemos encontrar algum tipo de evidência em favor ou contra a ocorrência do evento considerado (experiências passadas, testemunho de outros, etc.). O problema da circularidade parece ressurgir no segundo caso, pois afirmar que as evidências em favor dos eventos possíveis estão simetricamente balanceadas talvez seja o mesmo que afirmar que as probabilidades de cada um dos eventos $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ acontecer, dada a evidência β, têm o mesmo valor, ou seja, $P(\alpha_1|\beta) = P(\alpha_2|\beta) = \ldots = P(\alpha_n|\beta)$, o que já pressupõe a idéia de probabilidade.

Outro grande problema enfrentado pelo princípio da indiferença é o aparecimento de inconsistências lógicas quando esse princípio é aplicado a magnitudes que se relacionam de maneira não linear, como massa e volume, comprimento e área, etc., pois, dependendo da maneira como o problema é colocado, os valores, ou faixa de valores, de cada magnitude pode receber valores de probabilidade diferentes. Para exemplificar, apresentaremos um exemplo do bastante conhecido *Paradoxo de Bertrand*, adaptado de (SUPPES, 1967). Imagine que uma caneca esteja cheia de café com leite. Sabemos que a razão de leite no café está entre 1 e 2 e nada mais sabemos a respeito da mistura. Se aplicarmos o princípio da indiferença a esta informação, podemos dizer que a probabilidade de que a concentração da mistura esteja entre 1 e 1,5 é $\frac{1}{2}$, que a probabilidade de que esteja entre $\frac{4}{3}$ e 2 é $\frac{2}{3}$ e assim por diante. Vejamos o mesmo problema, agora de outra maneira. Sabemos que a razão de café no leite está entre 0,5 e 1 e nada mais sabemos a respeito da mistura. Novamente aplicando o princípio da indiferença, afirmamos que a probabilidade de que a concentração da mistura esteja entre 0,5 e 0,75 é de $\frac{1}{2}$, etc. Assim chegamos a uma contradição, pois se a razão de $\frac{3}{4}$ de café no leite corresponde à razão de $\frac{4}{3}$ de leite no café, a probabilidade de que a razão de café no leite esteja entre $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ deve ser a mesma de que a razão de leite no café esteja entre $\frac{4}{3}$ e 2 ($\frac{1}{2} \leq \frac{C}{L} \leq \frac{3}{4} = \frac{4}{3} \leq \frac{L}{C} \leq 2$), mas não foi o que aconteceu quando aplicamos o princípio da indiferença acima. Para mais exemplos, ver (KYBURG JR., 1970; SALMON, 1979; HÁJEK, 2003).

Além dessas objeções ao princípio da indiferença, que é a alma da interpretação clássica para o cálculo de probabilidades, e outras, que podem ser encontradas em (KYBURG JR., 1970; HÁJEK, 2003), há ainda uma última dificuldade: sua aplicação a eventos de caráter empírico costuma ser extremamente difícil, porque muitas vezes não é possível descobrir quais são os eventos que constituem o conjunto daqueles que têm evidências simetricamente balanceadas. Se tomarmos como exemplo uma moeda assimétrica cuja probabilidade de tirar 'cara' é 0,53, quais seriam os 100 resultados possíveis dos quais 53 favorecem 'cara'? Os críticos da probabilidade clássica dizem que o princípio da indiferença tenta transformar ignorância em conhecimento, pois a aplicação do princípio a um conjunto de alternativas para as quais não há evidência alguma em favor de uma sobre a outra, ou melhor, não *conhecemos* evidência alguma em favor de uma sobre a outra, nos traria a probabilidade que cada uma tem de ocorrer (ver (HÁJEK, 2003) e (SALMON, 1979)). Como diz Salmon, “Isso é mágica epistemológica. Obviamente há maneiras de transformar ignorância em conhecimento — através de investigação adicional e acumulação de mais conhecimento. É o mesmo com toda ‘mágica’; para tirar o coelho da cartola primeiro você deve colocá-lo dentro. O princípio da indiferença tenta realizar uma ‘mágica *real*’ ” (SALMON, 1979, p.200).

2.2.2 Probabilidade Lógica

Uma outra maneira de distribuir valores de probabilidade a eventos possíveis, de maneira *a priori*, é através da *interpretação lógica*. No entanto, diferentemente da interpretação clássica, esta interpretação permite que probabilidades sejam calculadas, estando as evidências em favor dos eventos balanceadas ou não, assim como também permite que distintos valores de probabilidade sejam distribuídos entre os eventos possíveis. O valor de probabilidade de cada evento é estimado sempre se levando em consideração uma linguagem formal, bem definida, daí o nome deste tipo de probabilidade. Se em uma dedução as premissas *implicam* a conclusão, em uma indução as premissas, que podemos chamar também de evidências, apenas *confirmam* a conclusão, ou hipótese. A interpretação lógica fornece uma função que permite calcular o *grau de confirmação* da hipótese pelas evidências. Por esse motivo, a interpretação lógica é chamada também de *teoria da confirmação* por Suppes (SUPPES, 1967). Como este grau de confirmação é calculado dentro de uma linguagem lógica, diz-se que este valor é o quanto estamos racionalmente justificados a crer na hipótese e, por isso, esse grau de confirmação é chamado de *crença racional*. Essa interpretação foi inicialmente estudada por W. E. Johnson, J. M. Keynes e H. Jeffreys, mas foi R. Carnap quem, de longe, mais contribuiu para o seu desenvolvimento (HÁJEK, 2003).

Na sua formulação elementar da interpretação lógica, Carnap começou construindo linguagens formais muito simples com constantes individuais para indivíduos, predicados independentes para propriedades e os conectivos lógicos usuais. Nesta linguagem, pode-se formular sentenças que descrevam todos os indivíduos de maneira completa, ou seja, sentenças que afirmam de cada indivíduo se ele possui, ou não, cada uma das propriedades das quais a linguagem permite falar. Essas sentenças são chamadas de *descrições de estado* pois descrevem os possíveis estados em que o *mundo*, ou o domínio, do qual a linguagem fala pode se encontrar. Usemos como exemplo uma linguagem $\mathscr{L}$ com apenas três constantes individuais (a, b e c), o predicado monádico F e os conectivos $\wedge$ para a conjunção, $\vee$ para disjunção e $\neg$ para negação. Todos as oito possíveis descrições de estado nesta linguagem se seguem abaixo:

1. $Fa \wedge Fb \wedge Fc$	5. $\neg Fa \wedge \neg Fb \wedge Fc$
2. $\neg Fa \wedge Fb \wedge Fc$	6. $\neg Fa \wedge Fb \wedge \neg Fc$
3. $Fa \wedge \neg Fb \wedge Fc$	7. $Fa \wedge \neg Fb \wedge \neg Fc$
4. $Fa \wedge Fb \wedge \neg Fc$	8. $\neg Fa \wedge \neg Fb \wedge \neg Fc$

Eventos com sentido em $\mathscr{L}$ são expressos por disjunções de descrições de estado com os quais são logicamente compatíveis. Por exemplo, o evento 'a tem a propriedade F' é expresso em $\mathscr{L}$ pela disjunção entre as descrições 1, 3, 4 e 7. O evento 'pelo menos dois indivíduos são F' é expresso pela disjunção entre 5, 6, 7 e 8 e o evento 'todos são F' por 1 apenas. Chamaremos de *alcance* de um evento a disjunção de todas as descrições de estado que expressam este evento.

Qualquer evento que puder ser formulado em $\mathscr{L}$ pode ser considerado como hipótese assim como qualquer evento pode ser considerado como evidência. Para calcular o quanto uma evidência confirma uma hipótese, verificamos o quanto o alcance de cada um deles se relaciona e, para isso, usamos a definição 2.1.1 de probabilidade condicional, que nos permite conhecer a probabilidade da hipótese dada a probabilidade da evidência. Como a probabilidade condicional mede o grau de confirmação da hipótese pela teoria, passaremos a chamá-la nesta seção, seguindo o próprio Carnap (SUPPES, 1967; KYBURG JR., 1970; SALMON, 1979), de *função de confirmação* e a escreveremos do seguinte modo:

$$C(H,E) = \frac{M(E \wedge H)}{M(E)}, \tag{2.3}$$

onde $C(H,E)$ é o grau de confirmação de H por E e M é a medida de probabilidade dos eventos.

Se considerarmos que todas as descrições de estado têm o mesmo peso, seria como uma aplicação do princípio da indiferença, e o *valor de probabilidade* (ou medida de probabilidade, como em (HÁJEK, 2003)) de cada uma delas seria $\frac{1}{8}$, de modo que o valor da soma de todos eles seja 1. Essa condição é necessária para se evitar violar um dos axiomas do cálculo de probabilidades (o axioma 2) gerando, com isso, sistemas de apostas inconsistentes. No entanto, através da função C não e possível confirmar a hipótese pela evidência. Vejamos o seguinte exemplo: seja Fa a hipótese H e Fc a evidência E. A medida de probabilidade *a priori* de Fa é $M(Fa) = \frac{1}{2}$, pois Fa é a disjunção entre as descrições 1, 3, 4 e 7. A medida de probabilidade da evidência Fc também é $M(Fc) = \frac{1}{2}$ e a medida da conjunção entre Fa e Fc é $M(Fa \wedge Fc) = \frac{1}{4}$, uma vez que apenas as descrições 1 e 3 estão no alcance de $Fa \wedge Fc$. Logo, o grau de confirmação de Fa por Fc não aumenta, uma vez que $C(H,E) = \frac{1}{2}$, o mesmo valor da hipótese sozinha, antes de se considerar a evidência.

Carnap percebeu que com a distribuição de valores de probabilidade iguais às descrições de estado não seria possível o aprendizado pela experiência, uma vez que a descoberta de novas evidências não aumentava o grau de confirmação da hipótese, e propôs a medida M^* com o intuito de sanar este problema (SALMON, 1979). Neste sistema, as descrições de estado são divididas em *descrições de estrutura*. Carnap alega que não é uma diferença de rótulo e sim uma diferença qualitativa que distingue de maneira significativa os indivíduos de uma linguagem (SALMON, 1979). Desta forma, dentro de cada descrição de estrutura, as descrições de estado que a compõem podem ser obtidas por permutações entre os nomes dos seus indivíduos. No exemplo acima, as descrições de estado 2, 3 e 4 pertencem à mesma descrição de estrutura pois em cada uma delas dois objetos possuem a propriedade F, enquanto apenas um não a possui. Da mesma forma, as descrições 5, 6 e 7 estão na mesma estrutura por que apenas um objeto possui a propriedade F, enquanto que dois não a possuem. Cada uma das descrições 1 e 8 formam, sozinhas, uma descrição de estado. O sistema M^* apresenta quatro estruturas diferentes, que são mostradas na Tabela 1 abaixo.

Aplicando o princípio da indiferença, atribuímos a cada uma das quatro descrições de estrutura o valor $\frac{1}{4}$. Aplicando o princípio mais uma vez, dentro das estruturas II e III, atribuímos o valor $\frac{1}{12}$ a cada uma das descrições de estado. As descrições de estado 1 e 8 permanecem

Descrição de estado	**Descrição de estrutura**	**Peso**	M^*
1. $Fa \wedge Fb \wedge Fc$	I. Todos são F	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
2. $\neg Fa \wedge Fb \wedge Fc$			$\frac{1}{12}$
3. $Fa \wedge \neg Fb \wedge Fc$	II. Dois Fs, um $\neg F$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$
4. $Fa \wedge Fb \wedge \neg Fc$			$\frac{1}{12}$
5. $\neg Fa \wedge \neg Fb \wedge Fc$			$\frac{1}{12}$
6. $\neg Fa \wedge Fb \wedge \neg Fc$	III. Um F, dois $\neg Fs$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$
7. $Fa \wedge \neg Fb \wedge \neg Fc$			$\frac{1}{12}$
8. $\neg Fa \wedge \neg Fb \wedge \neg Fc$	IV. Todos são $\neg F$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Tabela 1: Sistema M^*

com valor $\frac{1}{4}$ pois são as únicas dentro de suas descrições de estrutura. Desta maneira, podemos aprender com a experiência se usarmos a nova função de confirmação C^*:

$$C^*(H,E) = \frac{M^*(E \wedge H)}{M^*(E)} \tag{2.4}$$

Vejamos como ocorre a confirmação da hipótese pela evidência através do mesmo exemplo apresentado anteriormente: seja Fa a hipótese H e Fc a evidência E. A medida de probabilidade *a priori* de Fa continua sendo $M^*(Fa) = \frac{1}{2}$, assim como a medida de probabilidade da evidência Fc, mas a medida da conjunção entre Fa e Fc agora é $M^*(Fa \wedge Fc) = \frac{1}{3}$, o que acarreta na confirmação de Fa por Fc, dado que $C^*(H,E) = \frac{2}{3}$, que é maior do que $M^*(Fa) = \frac{1}{2}$.

Uma questão que Carnap parece não ter conseguido responder ((HÁJEK, 2003; SALMON, 1979; SUPPES, 1967)) foi como justificar o uso da medida M^*, e conseqüentemente a função C^*, em detrimento de uma infinidade de outras possíveis. Essa arbitrariedade na escolha de M^* parece distanciar a interpretação lógica de uma “crença racional”.

Outra objeção que pode ser levantada ao sistema apresentado por Carnap é que em uma linguagem com infinitas constantes individuais, o grau de confirmação oferecido por C^* é zero. Desta forma, nenhuma lei universal pode ser confirmada através de C^* (SUPPES, 1967). Para outras objeções à interpretação lógica, ver (SUPPES, 1967; HÁJEK, 2003).

2.2.3 Probabilidade Freqüencial

Um tipo de interpretação que parece ser, à primeira vista, mais compatível com o tipo de probabilidade empregado em muitas ciência empíricas, tais como a biologia e a estatística, pois tem origem empírica, é a *interpretação freqüencial*. Ao invés de identificar probabilidade com a razão entre o número de eventos favoráveis e o número total de eventos possíveis, a interpretação freqüencial assinala valores de probabilidade dividindo o número de eventos favoráveis pelo número total de eventos obtidos em uma seqüência. Desta forma, a probabilidade é identificada com a proporção de eventos favoráveis dentro de uma *classe de referência*, que é a seqüência total dos eventos.

A primeira dificuldade aparece ao se tentar estabelecer exatamente que tipo de seqüencia forma a classe de referência. Uma versão simples do freqüentismo é aquele que toma a classe de referência como sendo uma seqüência finita e atual de eventos. Surgem, então, os primeiros problemas. Como a classe de referência é composta por eventos que se atualizam, classes vazias, ou seja, seqüências que não ocorreram, não dão valor de probabilidade a evento algum. Neste caso, qual é a probabilidade de tirarmos uma das faces de um dado que nunca foi jogado? Parece ser o mesmo que dizer que esse mesmo dado não tem volume pelo fato dele nunca ter sido medido. Se formos um pouco mais além e jogarmos esse dado uma única vez apenas, chegamos ao que Hájek chama de "problema do único caso" (FITELSON; HáJEK; HALL, 2003). Um experimento que tenha sido realizado uma só vez tem a probabilidade 1, caso o resultado tenha sido favorável, ou 0, caso contrário. Desse modo, como dar valores diferentes de 0 ou 1 para as probabilidades de eventos históricos, como o Descobrimento do Brasil ou o Massacre de Canudos? Ainda, o problema do único caso pode ser estendido para "problema dos dois casos" e assim sucessivamente, gerando uma certa *granularidade*, pois não importa o quão longa seja a seqüência, ele sempre produzirá uma probabilidade com granularidade $\frac{1}{n}$, onde n é um número natural, deixando de fora valores de probabilidade irracionais, como os utilizados em importantes campos da física.

Para evitar essas dificuldades, pode-se tomar a classe de referência como sendo uma seqüência infinita de resultados possíveis e a probabilidade como o limite tendendo ao infinito dos casos favoráveis. Parece claro não ser possível encontrar uma seqüência infinita no mundo atual e que tais seqüencias não passam de idealizações. Assim, a interpretação freqüencial perde o seu caráter empírico. Outra dificuldade é que uma seqüência infinita pode ser reordenada de tal modo que o evento em consideração possa obter qualquer valor de probabilidade dentro do intervalo $[0,1]$ nos números reais. Quanto a isso, pode-se contestar que, para se conseguir uma probabilidade adequada, a ordenação da seqüência deve ser a mais natural possível, por exemplo, seguindo uma ordem temporal. Mas, que ordem considerar quando pode haver mais de uma ordem natural, cada uma delas levando a valores diferentes?

Da mesma forma como a interpretação freqüencial parece não conseguir dar valores de probabilidade adequados para eventos históricos irrepetíveis, o mesmo também ocorre ao atribuir probabilidade alguma para teorias científicas de caráter universal.

2.2.4 Probabilidades Subjetivas

Nas *interpretações subjetivas*, a probabilidade está intuitivamente relacionada com o grau de *crença racional* atual que um sujeito está disposto a conferir à verdade de uma sentença, ou algo como o quanto este sujeito está disposto a apostar no acontecimento de um determinado evento. Mas, se considerarmos o grau de crença que um sujeito qualquer tem em uma sentença α qualquer, teremos, então, "o grau de crença do sujeito S_1 em α", "o grau de crença do sujeito S_2 em α", "o grau de crença do sujeito S_3 em α", etc. Ainda, é freqüente encontrar pessoas que tenham crenças contraditórias. Desta forma, não são todos os graus de crenças que podem ser igualmente aceitáveis como ponto de partida para a computação de probabilidade (KYBURG JR., 1970).

Um sujeito pode fazer apostas que o levem a perder, não importando o resultado. Quando isso ocorrer, diremos que o sujeito teve uma '*anotação holandesa*'(Dutch Book). Se ele aposta 4:1 na ocorrência de α, e 2:3 na ocorrência de $\neg\alpha$, ele receberá R$ 1 e pagará R$ 2, caso α ocorra, e receberá R$ 3 e pagará R$ 4, caso α não ocorra, ou seja, ele sempre perde R$ 1, não importando o resultado. Um maneira de se evitar isso é distribuir suas crenças de maneira que a soma delas não seja maior do que 1, ajustando, desta maneira, suas crenças ao cálculo de probabilidades, pois "uma condição necessária e suficiente para não se ter uma anotação holandesa é que os graus de crença sejam coerentes." (argumento *Dutch Book* de Isaac Levi (KYBURG JR., 1970)). Um conjunto de crenças é dito ser *coerente* caso a soma da crença em uma proposição α com a crença na sua negação $(\neg\alpha)$ não seja maior do que 1, evitando, como isso, violar algum dos axiomas do cálculo de probabilidades.

Nem todos têm um conjunto de crenças que seja coerente, nem todos ajustam suas crenças ao cálculo de probabilidade, por isso, na interpretação subjetiva, probabilidade deve ser identificada com grau de crença que seja coerente, que é o grau de crença de um sujeito perfeitamente racional, e essa é a única restrição feita pela interpretação ao tipo de crença a ser aplicada. O grau de crença de um sujeito perfeitamente racional em um dado tempo t será coerente, pois se ajustará ao cálculo de probabilidades.

O grande 'atrativo' da interpretação subjetiva é que ela fornece um método para que as crenças de um sujeito sejam atualizadas frente a novas evidências, mostrando-se adequada para inferências indutivas. Essa atualização é feita através do Teorema de Bayes e é por essa razão que a teoria subjetivista é também conhecida por *Bayesianismo*.

No Teorema de Bayes (teorema 2.1.8), as α_i são interpretadas como *hipóteses* mutuamente exclusivas e exaustivas que explicam uma dada evidência (dado empírico) β, sendo que uma destas hipóteses oferece a melhor explicação relativa. $P(\alpha_i)$ é chamada de *probabilidade anterior* de α_i, enquanto que a probabilidade condicional $P(\beta|\alpha_i)$ é chamada de *plausibilidade* de β dado α_i. A probabilidade condicional $P(\alpha_i|\beta)$ é chamada de *probabilidade final* da hipótese α_i frente à evidência β (SUPPES, 1967).

Nessa interpretação, é aceitável que dois sujeitos diferentes tenham graus de crença diferentes em um mesmo momento t. No entanto, caso os dois venham a ter acesso às mesmas evidências, seus graus de crenças tenderão a se encontrar, após sucessivas aplicações do Teorema de Bayes, tornando o caráter subjetivo da probabilidade cada vez menos relevantes (KYBURG

JR., 1970, p.72). O importante é que a probabilidade de cada uma das evidências seja estimada de maneira objetiva, o que mantém a importância de outras interpretações como a freqüencial e a clássica na estimativa de certas probabilidades.

Talvez a grande dificuldade encarada pelos defensores de cada um dos conceitos de probabilidade apresentados e discutidos acima ao lidar com o problema da indução seja ao se tentar estimar o valor de probabilidade que deve ser atribuído a teorias científicas que, em geral, têm no seu corpo teórico sentenças de caráter universal. Em outras palavras, a dificuldade está em responder à indagação: "Qual a probabilidade da teoria *X* ser verdadeira?" Se levarmos em consideração os escritos de Popper (ver (POPPER, 1979, 1980)), é possível que essa pergunta nunca possa ser respondida. Segundo o filósofo austríaco, ao refutarmos uma teoria e a substituirmos por outra, que seja melhor que sua antecessora, no sentido popperiano, estamos dando um passo em direção à verdade. Não obstante, por não ser possível confirmarmos empiricamente a verdade de qualquer teoria científica, nunca poderemos saber, se ela é verdadeira ou não. E, mesmo que concordemos com Popper e aceitemos que a cada superação de uma teoria científica por outra nos aproximamos mais da verdade, talvez ainda estejamos deveras distante do nosso foco, visto que não podemos saber o quão próximos estamos da verdade.

Mesmo quando uma teoria científica é adotada por uma comunidade e tida como aquela que melhor explica os fenômenos em comparação com outras teorias 'rivais', dificilmente alguém defenderia que aquela teoria é verdadeira estrito senso. De fato, que valor de probabilidade atribuir a uma teoria *X*, que é um caso possível de ser verdadeiro sobre uma infinidade de outras teorias concorrentes possíveis que também podem ser verdadeiras? Talvez seja preciso entendermos melhor que significa dizer que 'uma teoria científica é verdadeira'. É o que faremos no próximo capítulo.

3 QUASE-VERDADE E PROBABILIDADE PRAGMÁTICA

A seguir, pretendemos apresentar uma interpretação alternativa para o cálculo de probabilidade que nos possibilite a construção de lógicas indutivas. Tal interpretação tem como um de seus conceitos centrais o conceito de *quase-verdade*. Portanto, dividiremos esse capítulo em duas partes principais. Na primeira, apresentaremos de maneira formal, mas simplificada, o conceito de quase-verdade e como esse conceito se aproxima do tipo de verdade que as ciências empíricas almejam e, na segunda, apresentaremos como nossa interpretação do cálculo de probabilidade pode ser desenvolvida a partir deste conceito.

A exposição da Teoria da Quase-Verdade e da Probabilidade Pragmática que será feita nesse capítulo se baseia nos livros (DA COSTA, 1993, cap.6) e (DA COSTA; FRENCH, 2003, cap.1 e 7) e nos artigos (MIKENBERG; COSTA; CHUAQUI, 1986), (DA COSTA, 1986), (DA COSTA; FRENCH, 1989) e (DA COSTA; BUENO, 1997).

Como visto no capítulo anterior ao analisarmos as principais interpretações do cálculo de probabilidade, nenhuma delas parece nos prover um conceito de probabilidade que sirva como base para uma fundamentação de certas inferências indutivas. Foi com o intuito de tentar resolver esse problema que da Costa desenvolveu um tipo novo de interpretação do conceito de probabilidade. Essa interpretação, que é um tipo de probabilidade subjetiva, foi chamada *probabilidade pragmática*.

Dito de maneira breve, a probabilidade subjetiva *standard* de uma proposição representa mais ou menos o quanto um sujeito está disposto a aceitar essa proposição como verdadeira. Em outras palavras, a probabilidade subjetiva, intuitivamente falando, consiste no grau de crença racional na verdade de uma proposição. Essa interpretação encontra alguns problemas difíceis de serem resolvidos, como já visto. Uma das suas principais dificuldades é que o único grau de crença racional razoável na verdade de uma teoria, hipótese ou lei científica é zero, ou extremamente baixo, uma vez que nenhuma teoria deve ser aceita como estritamente verdadeira para sempre; mais cedo ou mais tarde será substituída por outra. Mas se lançarmos mão do conceito de quase-verdade, parece que podemos alcançar melhores resultados. Foi o que fez da Costa (1986, 1993) e, mais tarde, da Costa e French (1989, 2003), associando este conceito ao cálculo de probabilidade subjetiva e obtendo uma interpretação que eles chamaram de Probabilidade Pragmática. Segundo essa teoria, a probabilidade pragmática de uma proposição consiste no grau de crença racional na sua quase-verdade, diferentemente da probabilidade subjetiva *standard*, relacionada com o grau de crença na sua verdade *tout court*.

A probabilidade pragmática de uma proposição expressa o grau em que ela merece ser aceita como hipótese, para ser testada e considerada criticamente. Falando sem muito rigor, a quase-verdade de uma proposição traduz o quanto ela se aproxima da 'verdade absoluta' dentro de certos limites. Ou seja, feitas certas restrições, ela funciona 'como se fosse verdadeira' no sentido da teoria semântica usual de Tarski. Vejamos a seguir como o conceito de quase-verdade pode ser caracterizado de uma maneira rigorosamente precisa.

3.1 Quase-Verdade

Em 1933, no artigo "*The Concept of Truth in Formalized Languages*", o matemático polonês Alfred Tarski buscou apresentar, de maneira rigorosa, uma caracterização de verdade que captasse a idéia de verdade por correspondência, em seu sentido clássico, para certas linguagens formalizadas contendo quantificadores. No entanto, apesar de ter sido bem sucedida quando aplicada a domínios bem determinados, a teoria semântica da verdade de Tarski aparentemente não captura o conceito de verdade utilizado pelas linguagens semanticamente fechadas, que são aquelas linguagens que expressam seus próprios conceitos semânticos, nem tampouco aquele utilizado pelas ciências empíricas. Citando da Costa e French, “apesar do grande avanço da lógica e filosofia, o conceito de verdade formulado por Tarski, não é rico o suficiente para capturar todas as características da ‘verdade’ empregada pelas práticas cotidianas e científicas” (DA COSTA; FRENCH, 2003, p.11).

Parece-nos razoável afirmar que teorias científicas não devem ser aceitas como absolutamente verdadeiras, pois muitas teorias bem sucedidas, mais cedo ou mais tarde, acabam por se mostrar estritamente falsas. Não obstante, algumas dessas ‘falsas’ teorias científicas, como a mecânica newtoniana por exemplo, continuam a ser utilizadas em alguns domínios limitados do conhecimento e, surpreendentemente, dentro desses domínios elas funcionam, o que nos permite dizer que essas teorias funcionam ‘como se fossem verdadeiras’ quando aplicadas a domínios bem determinados e limitados. No entanto, para que a idéia do ‘como se fosse verdadeira’ possa ser aproveitada dentro de um sistema formal, é preciso dar a ela uma caracterização precisa.

Em 1986, Mikenberg, da Costa e Chuaqui publicam o artigo “*Pragmatic Truth and Approximation to Truth*”, onde tentam capturar essa idéia de ‘tudo passa como se fosse verdade’ de uma maneira precisa. Um dos conceitos centrais para se entender a quase-verdade é o das estruturas parciais, que mais tarde (em (DA COSTA; FRENCH, 1989)) foram chamadas de *estruturas pragmáticas simples* ou, simplesmente, *eps*.

Tomemos Δ como um certo campo do conhecimento, por exemplo, a genética humana. A Δ, associaremos um conjunto A de objetos, ou indivíduos, de Δ. Os elementos de A podem ser tanto objetos ‘reais’ (seres humanos), quanto objetos ‘ideais’ (cromossomos), sendo esses últimos de grande auxílio na sistematização de Δ. A questão de se os objetos ‘ideais’ correspondem a entidades físicas em Δ constitui um dos pontos de separação entre realistas e anti-realistas. Seja $\{R_k\}$, com $k \in K$, uma coleção de relações parciais, de aridade n_k, entre os membros de A. As relações em $\{R_k\}$ são parciais pelo fato de não estarem necessariamente definidas para todas as n_k-uplas de A. De maneira mais formal, cada relação parcial R_k pode ser caracterizada por uma tripla ordenada $\langle R_1, R_2, R_3 \rangle$, onde R_1, R_2 e R_3 são conjuntos disjuntos e $R_1 \cup R_2 \cup R_3 = A^n$, de tal forma que R_1 é o conjunto das n-uplas que pertencem à relação R_k, R_2 é o conjunto daquelas que não pertencem a R_k, e R_3 é o conjunto das n-uplas para as quais não está definido se pertencem a R_k ou não. Quando R_3 for vazio, a relação R_k fica caracterizada por R_1, caindo-se, então, na definição extensional usual de relação n-ária.

Para falarmos a respeito dos elementos de A, usaremos uma linguagem de primeira ordem com igualdade que, por simplicidade, não conterá símbolos funcionais. Chamaremos essa linguagem de $\mathscr{L}$. Assumimos fazer parte de $\mathscr{L}$ um conjunto P, que é entendido como o conjunto daquelas proposições que são assumidas como verdadeiras sobre Δ ou que são, de fato, verdadeiras de acordo com a teoria clássica da verdade por correspondência. Podem ser elementos de P tanto leis e teorias, quanto proposições observacionais. Novamente, é também ponto de separação entre realistas e anti-realistas se leis e teorias pertencem a P ou não.[1]

A partir dos conceitos acima, estamos aptos a introduzir o conceito de estrutura parcial, ou estrutura pragmática simples (*eps*), $\mathscr{A}$, que é a tripla ordenada $\langle A, R_k, P \rangle_{k \in K}$. Podemos dizer que $\mathscr{A}$ é a estrutura que modela parcialmente Δ.

Dizemos que a linguagem $\mathscr{L}$ é interpretada em uma estrutura parcial $\mathscr{A}$ se:

1. Cada constante individual de $\mathscr{L}$ está associada com um elemento do universo A de $\mathscr{A}$; e

2. Cada símbolo de predicado de $\mathscr{L}$, de aridade n, está associado à relação R_k, $k \in K$, da mesma aridade n, e essa última associação é sobrejetiva.

Definição 3.1.1 *Seja $\mathscr{L}$ e $\mathscr{A} = \langle A, R_k, P \rangle_{k \in K}$ respectivamente uma linguagem, como caracterizado acima, e uma* eps *tal que $\mathscr{L}$ está interpretada em $\mathscr{A}$. Seja ainda $\mathscr{B}$ uma estrutura total, da qual as relações de aridade n estão definidas para todas as n-uplas de elementos de seu universo, diferentemente de $\mathscr{A}$, e supomos $\mathscr{L}$ estar também interpretada em $\mathscr{B}$. Então, $\mathscr{B}$ é dita ser $\mathscr{A}$-*normal *se possui as seguintes propriedades:*

[1]Não é nosso objetivo entrar na disputa entre realistas e anti-realistas, mas vale a pena salientar a importância das estruturas pragmáticas neste debate, pois podem trazer novos elementos à disputa, como no mostram da Costa e Bueno em (DA COSTA; BUENO, 1997).

1. *O universo de $\mathscr{B}$ é o mesmo de $\mathscr{A}$, ou seja, A;*

2. *As relações totais de $\mathscr{B}$ estendem as relações parciais correspondentes de $\mathscr{A}$;*

3. *Se c é uma constante individual de $\mathscr{B}$, então em ambos $\mathscr{A}$ e $\mathscr{L}$, c é interpretada pelo mesmo elemento;*

4. *Se $\alpha \in P$, então $\mathscr{B} \models \alpha$, onde $\mathscr{B} \models \alpha$ indica que α é verdadeira em $\mathscr{B}$ de acordo com a teoria usual de Tarski.*

Pode acontecer que uma *eps* $\mathscr{A}$ seja tal que não possa ser estendida a estruturas $\mathscr{A}$-normais. No artigo original (MIKENBERG; COSTA; CHUAQUI, 1986), condições necessárias e suficientes para que uma *eps* $\mathscr{A}$ possa ser estendida a uma estrutura $\mathscr{A}$-normal $\mathscr{B}$ são apresentadas. Aqui, essas condições não serão explicitadas, bastando-nos saber que há tais condições.

Definição 3.1.2 *Dizemos que α é* quase-verdadeira *na* eps *$\mathscr{A}$, de acordo com $\mathscr{B}$, se $\mathscr{A}$ é uma* eps*, $\mathscr{B}$ é uma estrutura $\mathscr{A}$-normal e α é verdadeira no sentido usual em $\mathscr{B}$. Se α não for quase-verdadeira na* eps *$\mathscr{A}$, de acordo com $\mathscr{B}$, dizemos que α é* quase-falsa *na* eps *$\mathscr{A}$, de acordo com $\mathscr{B}$.*

O conceito de quase-verdade captura a noção de 'tudo se passa como se fosse verdade' pois, se a proposição α for quase-verdadeira em $\mathscr{A}$, descreve parte do domínio em questão 'como se fosse verdadeira' no sentido usual de Tarski no caso da estrutura parcial $\mathscr{A}$ ser estendida à estrutura completa $\mathscr{B}$ e isso é consistente com o que sabemos ser verdadeiro, ou seja, com as sentenças de *P*. Em outras palavras, α é quase-verdadeira se não é incompatível com nenhum elemento de *P*.

Algumas aplicações importantes do conceito de quase-verdade estão no debate entre realistas e anti-realistas, fornecendo um conceito de verdade que seja mais adequado com aquele utilizado pelas ciências empíricas, e também no desenvolvimento de uma lógica indutiva, pois se associarmos o conceito de quase-verdade com os axiomas do cálculo de probabilidades subjetiva, temos um tipo de probabilidade subjetiva chamada Probabilidade Pragmática que, como dissemos, aparentemente serve de alicerce para lógicas indutivas. É esta última aplicação que buscaremos. Cabe mencionar, finalmente, que o conceito de quase-verdade foi extensamente estudado e aplicado a vários tópicos em filosofia da ciência, como apontam os trabalhos citados anteriormente. Porém, para os nossos propósitos, essa simples conceituação é suficiente.

3.2 Probabilidade Pragmática

De acordo com o que foi dito acima, não parece razoável aceitar uma teoria científica como sendo 'absolutamente verdadeira' ou verdadeira no sentido usual de Tarski (TARSKI, 1944), dado que, mais cedo ou mais tarde, ela deverá ser substituída por outra. Ou, poder-se-ia argumentar, não há como 'provar' que ela seja realmente verdadeira, ou seja, nunca poderemos saber se uma sentença realmente corresponde à realidade em certas situações não óbvias. Ainda, mesmo que uma certa teoria continue obtendo sucesso nas suas predições e também continue a resistir às tentativas de falsificação, no sentido popperiano, não há como estabelecer sua verdade (ver (POPPER, 1979)), quiçá nem mesmo sua falsidade; de certo modo, essa sentenças são *indecidíveis*. Por esse motivo, talvez a única probabilidade de uma teoria ser verdadeira estrito senso seja zero. No entanto, uma boa teoria, que seja bem testada, continua funcionando 'como se fosse verdadeira' quando feitas certas restrições. Um exemplo é a teoria de Ptolomeu, que é quase-verdadeira se nos limitarmos a observações feitas a olho nu, ou seja, feita essa restrição, *tudo se passa como* se ela fosse verdadeira estrito senso. Por esse motivo, estamos aptos a dizer que ela é quase-verdadeira com probabilidade 1, ou próxima a isso, o que é o mesmo que dizer que a *probabilidade pragmática* dessa teoria é de aproximadamente 1. Estendendo essa idéia para a indução em geral, parece razoável afirmar que algumas sentenças universais resultantes de raciocínios indutivos também podem chegar a ter probabilidade pragmática próxima a 1. A seguir, desenvolveremos essa idéia com mais detalhes.

Um conceito fundamental para a teoria que desejamos apresentar é aquele de *proposição pragmática*. Uma proposição pragmática α é uma sentença, pertencente a uma meta-linguagem de $\mathscr{L}$, digamos, $\mathscr{L}'$, que afirma que outra proposição β de $\mathscr{L}$ é quase-verdadeira, em uma *eps*

$\mathscr{A}$, em um domínio Δ. Aqui, $\mathscr{L}$ é a mesma linguagem usada na seção precedente, onde se definiram as estruturas pragmáticas simples, no caso uma linguagem de primeira ordem com igualdade e sem símbolos funcionais. Se α for uma proposição pragmática afirmando que β é quase-verdadeira, então a probabilidade pragmática de β é o grau de crença racional *standard* em α.

O conceito de probabilidade apresentado acima se mostra bastante útil pois nos permite que, em $\mathscr{L}'$, possamos introduzir um parâmetro temporal para transformarmos proposições pragmáticas que sejam indecidíveis em proposições decidíveis. Neste caso, uma proposição pragmática α afirmando que β é quase-verdadeira, e que seja indecidível, pode ser transformada em uma proposição α' decidível afirmando que β é quase-verdadeira durante um certo tempo t. Através desse dispositivo, podemos afirmar de algumas teorias científicas que elas são quase-verdadeiras durante um tempo t extremamente alto, próximo do ideal.

O conjunto de proposições pragmáticas $\{\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n\}$ fechado pelos conectivos usuais constitui uma álgebra de Boole e o cálculo de probabilidade pragmática pode ser encaixado dentro do cálculo de probabilidade subjetiva usual, como veremos mais adiante.

Há três conceitos de probabilidade pragmática: o *qualitativo não-comparativo*, o *comparativo*, e o *quantitativo*, e discutiremos cada um deles no que se segue. Para facilitar nossa exposição, de agora em diante o único conceito de probabilidade que consideraremos será o de probabilidade pragmática. Portanto, daqui para frente, onde se ler "probabilidade", entenda-se "probabilidade pragmática".

3.2.1 Probabilidade Qualitativa

A probabilidade qualitativa diz respeito àquelas sentenças que julgamos merecer alguma consideração, constituindo hipóteses plausíveis. São exemplos deste tipo de probabilidade desde sentenças do nosso cotidiano, como "provavelmente vai chover", ou "provavelmente irei ao teatro", até sentenças relacionadas com domínios mais específicos, como "essa teoria é provavelmente certa". Aqui, mesmo sem compararmos a sentença, ou hipótese, em consideração diretamente com qualquer outra sentença, não nos parece conveniente dizer de uma hipótese que ela é provável sem termos de antemão algum tipo de 'suporte' ou 'evidência' em seu favor. Neste sentido, pretendemos formalizar a seguinte afirmação: "tomando α como uma proposição já aceita, vale a pena aceitar provisoriamente a proposição β como hipótese." Por esse motivo, interpretaremos uma inferência indutiva do tipo "se p, logo q" como "se p, logo provavelmente q". E a inferência se diz *correta* se, e somente se, a segunda formulação for verdadeira (DA COSTA, 1993, p.66).

Independentemente do tipo de probabilidade que adotarmos, iniciaremos nossa investigação supondo que $\mathscr{S}$ é um conjunto de proposições pragmáticas de uma linguagem $\mathscr{L}'$, que é a metalinguagem da linguagem formal $\mathscr{L}$ considerada acima, e que $\mathscr{S}$ seja fechado para os conectivos lógicos usuais $(\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow)$.[2] Consideraremos também que o símbolo de conseqüência sintática em $\mathscr{L}(\vdash)$ esteja definido de maneira usual em $\mathscr{L}'$. Denotaremos os elementos de $\mathscr{S}$ pelas letras gregas minúsculas. Essa nossa conceituação inicial será usada para todos os três tipos de probabilidade uma vez que o conceito de probabilidade qualitativa é o mais fundamental dos três e a partir dele as probabilidades comparativa e quantitativa se desenvolvem, sendo essa últimas apenas um 'refinamento' da primeira (DA COSTA, 1993, p.66).

Para formalizar as idéias buriladas no primeiro parágrafo dessa seção, vamos definir uma função $v : \mathscr{S} \times \mathscr{S}' \longrightarrow \{p,n\}$, onde $\mathscr{S}'$ é o conjunto das proposições pragmáticas cujas negações não sejam teoremas de $\mathscr{L}'$, ou seja, das proposições α tal que não ocorra $\vdash \neg\alpha$. Em outras palavras, são elementos de $\mathscr{S}'$ aquelas sentenças que não são falsas em $\mathscr{L}'$. Intuitivamente, $v(\beta,\alpha) = p$ quer dizer "se α, então provavelmente β", e $v(\beta,\alpha) = n$ quer dizer não é o caso que "se α, então provavelmente β". Chamaremos a função v de *probabilidade qualitativa*. Seguem abaixo as condições que a função v deve satisfazer (DA COSTA, 1993, p.67).

1. Se $\vdash \beta$, então $v(\beta,\alpha) = p$;

2. Se $\vdash \neg\beta$, então $v(\beta,\alpha) = n$;

[2]Usaremos a notação $\mathscr{L}'$ para identificar a linguagem onde estarão definidas as funções de probabilidade que utilizaremos, com aquela onde foram definidas acima as proposições pragmáticas.

3. Se $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n/\beta$ for instância de uma regra válida de $\mathscr{L}'$ e se $v(\alpha_i, \gamma) = p$, para $i = 1, 2, ..., n$, então $v(\beta, \gamma) = p$;

4. Se $v(\beta_1, \alpha) = p$ ou $v(\beta_2, \alpha) = p$, então $v(\beta_i \vee \beta_2, \alpha) = p$;

5. Se $\vdash \alpha_1 \leftrightarrow \alpha_2$ e $\vdash \beta_1 \leftrightarrow \beta_2$, então $v(\beta_1, \alpha_1) = v(\beta_2, \alpha_2)$.

Teorema 3.2.1 *A função v de probabilidade qualitativa goza, dentre outras, das seguinte propriedades* (DA COSTA, 1993, p.67)*:*

a) *Se* $v(\beta \to \gamma, \alpha) = p$ *e* $v(\beta, \alpha) = p$ *, então* $v(\gamma, \alpha) = p$*;*

b) *Sobre qualquer* $\mathscr{L}'$ *existem sempre funções v possuindo as propriedades 1—5.*

Por vezes, pode-se pretender dizer que uma proposição é provável sem fazer referência a alguma outra proposição que lhe dê suporte. Assim, podemos definir "β é provável", denotada por $\mathbb{P}(\beta)$, da seguinte maneira: $\mathbb{P}(\beta) = v(\beta, \alpha)$, onde α seja tal que se tenha $\vdash \alpha$. Portanto, a função $\mathbb{P} : \mathscr{S} \longrightarrow \{p, n\}$ depende da função v, logo cada v dá origem a uma função $\mathbb{P}$ diferente, conforme o teorema abaixo (DA COSTA, 1993, p.68):

Teorema 3.2.2 *A função* $\mathbb{P}$ *satisfaz as seguintes condições:*

1. *Se* $\vdash \beta$*, então* $\mathbb{P}(\beta) = p$*;*

2. *Se* $\vdash \neg\beta$*, então* $\mathbb{P}(\beta) = n$*;*

3. *Se* $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m/\beta$ *for instância de uma regra válida de* $\mathscr{L}'$ *e* $\mathbb{P}(\alpha_i) = p$*, para* $i = 1, 2, ..., m$*, então* $\mathbb{P}(\beta) = p$*;*

4. *Se* $\mathbb{P}(\alpha) = p$ *ou* $\mathbb{P}(\beta) = p$*, então* $\mathbb{P}(\alpha \vee \beta) = p$*;*

5. *Se* $\mathbb{P}(\alpha) = p$ *e* $\mathbb{P}(\alpha \to \beta) = p$*, então* $\mathbb{P}(\beta) = p$*;*

6. *Se* $\alpha \leftrightarrow \beta$*, então* $\mathbb{P}(\alpha) = \mathbb{P}(\beta)$*;*

7. *Sobre qualquer* $\mathscr{L}'$ *existem funções satisfazendo 1—6.*

3.2.2 Probabilidade Comparativa

A probabilidade comparativa é usada para comparar as probabilidades de duas proposições, ou mais, sem levar em consideração o valor numérico dessas probabilidades. Fazem parte sentenças do tipo "A teoria de Einstein é mais provável que a de Newton".

O conceito de probabilidade comparativa se dá naturalmente com a introdução de uma relação binária entre os elementos de $\mathscr{S}$, que denotaremos por $\leq$, e que lemos "menos provável que ou igualmente provável a". De uma maneira mais formal, a relação $\leq$ é um subconjunto dos pares ordenados $\langle x, y \rangle$ de $\mathscr{S}$, onde a probabilidade pragmática de x é menor do que ou igual à probabilidade pragmática de y. Os postulados da probabilidade comparativa são os que seguem, onde as letras gregas α, β e γ denotam proposições, e os conectivos lógicas, assim como os símbolo de conseqüência sintática ($\vdash$) são definidos do modo habitual:

1. $\alpha \leq \alpha$
2. Se $(\alpha \leq \beta$ e $\beta \leq \gamma)$, então $\alpha \leq \gamma$.
3. Se $(\vdash \alpha_1 \leftrightarrow \alpha_2, \vdash \beta_1 \leftrightarrow \beta_2$ e $\alpha_1 \leq \beta_1)$, então $\alpha_2 \leq \beta_2$
4. Se $\vdash \alpha$, então $\beta \leq \alpha$
5. Se $\vdash \neg\alpha$, então $\alpha \leq \beta$
6. Se $\vdash \alpha \rightarrow \beta$, então $\alpha \leq \beta$
7. $\alpha \leq \alpha \vee \beta$
8. $\alpha \wedge \beta \leq \alpha$
9. Se $\alpha \leq \beta$, então $\neg\beta \leq \neg\alpha$

As definições das relações 'menos provável ou igualmente provável a' e de equiprobabilidade (em símbolos, $\geq$ e $\equiv$ respectivamente) são introduzidas da seguinte maneira:

Definição 3.2.3

a) $\alpha \geq \beta =_{def} \beta \leq \alpha$

b) $\alpha \equiv \beta =_{def} (\alpha \leq \beta) \wedge (\beta \leq \alpha)$

Podemos ainda facilmente alterar a relação $\leq$ para que possamos comparar conjuntos de proposições em vez de apenas duplas de proposições. Essa modificação aumentaria as aplicações da probabilidade comparativa pois nos permitiria comparar a probabilidade de teorias científicas em vez de comparar somente proposições.

A importância do conceito de probabilidade pragmática comparativa reside no fato de nos permitir comparar a probabilidade de proposições sem termos que atribuir-lhes valores numéricos. Tal conceito pode mostrar bastante útil, por exemplo, no problema de escolha entre teorias, principalmente quando as teorias candidatas ainda forem um tanto quanto recentes, visto elas ainda não possuírem muitos casos corroboradores, tornando difícil uma atribuição precisa de valores de probabilidade. Ademais, pode ocorrer que essa atribuição não seja realmente necessária e neste caso a probabilidade comparativa simplificaria bastante o processo de comparação.

3.2.3 Probabilidade Quantitativa

A probabilidade quantitativa pode ser usada para atribuir pesos, traduzidos em valores numéricos, à leis, hipóteses e teorias científicas.

Identificaremos, de uma maneira formal, *probabilidade quantitativa* com uma função $P : \mathscr{S} \longrightarrow [0,1]$, onde $\mathscr{S}$ é o conjunto das proposições pragmáticas, e $[0,1]$ é o intervalo fechado entre 0 e 1 nos números reais. A seguir apresentamos os axiomas da probabilidade quantitativa:

(A1) $P(\alpha) \geq 0$

(A2) $P(\alpha \vee \neg\alpha) = 1$

(A3) Se $\vdash \alpha \leftrightarrow \beta$, então $P(\alpha) = P(\beta)$

(A4) Se $\vdash \neg(\alpha \wedge \beta)$, então $P(\alpha \vee \beta) = P(\alpha) + P(\beta)$

Note que os axiomas acima são os mesmos axiomas da probabilidade subjetiva usual. Como já dissemos, a probabilidade pragmática de uma proposição α de $\mathscr{L}$ é a probabilidade subjetiva de uma proposição pragmática β de $\mathscr{L}'$. Assim, ao invés de calcularmos a probabilidade pragmática das proposições de $\mathscr{L}$, calculamos a probabilidade subjetiva usual das proposições pragmáticas correspondentes de $\mathscr{L}'$, encaixando a probabilidade pragmática dentro da probabilidade subjetiva usual.

A partir dos axiomas acima podemos derivar o seguinte teorema, cuja prova é análoga àquela que se encontra no capítulo anterior:

Teorema 3.2.4

a) $P(\neg\alpha) = 1 - P(\alpha)$

b) $P(\alpha \wedge \neg\alpha) = 0$

c) $\vdash \alpha \Rightarrow P(\alpha) = 1; \vdash \neg\alpha \Rightarrow P(\alpha) = 0$

d) $P(\alpha \vee \beta) = P(\alpha) + P(\beta) - P(\alpha \wedge \beta)$

e) $P(\alpha \vee \beta) \geq P(\alpha); P(\alpha \vee \beta) \geq P(\beta)$

f) $P(\alpha \wedge \beta) \leq P(\alpha); P(\alpha \wedge \beta) \leq P(\beta)$

A definição da probabilidade condicional também é obtida da mesma forma:

Definição 3.2.5 (Probabilidade condicional de α dado β)

$$P(\alpha|\beta) = \frac{P(\alpha \wedge \beta)}{P(\beta)}, \textit{ desde que } P(\beta) \neq 0.$$

A partir da definição de probabilidade condicional, e fazendo as devidas substituições, temos as instâncias do Teorema de Bayes aplicado à probabilidade pragmática:

Teorema 3.2.6 (Teorema de Bayes aplicado à probabilidade pragmática)

a) $P(\alpha|\beta) = P(\alpha)\dfrac{P(\beta|\alpha)}{P(\beta)}$

b) $P(\alpha_i|\beta) = \dfrac{P(\beta|\alpha_i)P(\alpha_i)}{\Sigma P(\beta|\alpha_i)P(\alpha_i)}$

Assim como nas outras teorias subjetivas da probabilidade, o Teorema de Bayes também tem importância central para a lógica indutiva que esboçaremos no capítulo seguinte, pois serve como um instrumento efetivo para se calcular as mudanças da probabilidade da hipótese frente a novas evidências.

Como pudemos ver, aplicando o conceito de quase-verdade e o conceito de probabilidade pragmática à teorias científicas ou a sentenças universais, podemos atribuir-lhes valores de probabilidade diferentes de 0, em muitos casos podemos mesmo dizer que teorias como a física newtoniana é quase-verdadeira com probabilidade 1 pois, restringindo seu domínio de aplicação àquele onde esta teoria tem sido bem corroborada, sem ser falsificada, ela funciona como se fosse verdadeira, e possivelmente continuará funcionando no futuro.

No capítulo seguinte, veremos porque é plausível aceitarmos a conclusão de uma inferência indutiva, assim como, leis científicas quando elas tiverem uma alta probabilidade pragmática.

4 PLAUSIBILIDADE DA INDUÇÃO

Como já foi discutido em capítulos anteriores, é patente a importância da indução tanto na vida ordinária quanto para o desenvolvimento da ciência e da tecnologia. No entanto, para prosseguirmos, vamos revisar como temos entendido esse tipo de inferência até aqui. Até o momento, temos seguido da Costa em (DA COSTA, 1993), onde indução, ou melhor $\mathscr{L}$-indução é um tipo de $\mathscr{L}$-paralogismo que goza de uma certa correção. Não obstante, estenderemos o conceito de indução, como faz o próprio da Costa, em conjunto com French em (DA COSTA; FRENCH, 1989, 2003), e, a partir de agora, para nós, indução será entendida em um sentido mais amplo, reunindo todas as formas de inferências não demonstrativas de acordo com as regras de inferência da lógica dada. Neste sentido, todos os tipos de $\mathscr{L}$-paralogismos são um tipo de indução, incluindo as $\mathscr{L}$-falácias. Doravante, não mais falaremos em $\mathscr{L}$-falácias, logo toda inferência que não for uma $\mathscr{L}$-dedução será uma $\mathscr{L}$-indução.

Dada uma lógica $\mathscr{L}$ qualquer, inferências lógicas, em geral, podem ser representadas pelo seguinte esquema:[1]

$$\frac{\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n}{\beta}$$

onde $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ são as premissas, e β é a conclusão do argumento. Quando $(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n) \rightarrow \beta$ for logicamente válido, de acordo com as regras da lógica dada, o argumento é válido, caso contrário é inválido. Chamaremos de *deduções* às inferências válidas, e de *induções* às inferências não-válidas (sempre de acordo com a lógica dada).[2]

[1]Em algumas lógicas, é possível fazer inferências a partir de um conjunto infinito de premissas, como, por exemplo, nas lógicas infinitárias. No entanto, para simplificar nossa exposição, usaremos apenas conjuntos com um número finito de premissas.

[2]Nos capítulos anteriores, usamos a notação *$\mathscr{L}$-deduções* e *$\mathscr{L}$-induções* para explicitar que o conceito de validade deve ser relativo às regras de inferência da lógica em apreço. Não obstante, como, em geral, a lógica

Para o que pretendemos fazer, existem diferenças fundamentais entre dedução e indução que devem ser realçadas. A primeira delas é que, de um ponto de vista semântico, a dedução preserva a verdade das premissas na conclusão, ou seja, uma vez verificada a verdade das premissas, a verdade da conclusão está assegurada caso a inferência seja válida, mas o mesmo não ocorre com a indução, pois não há como garantir com absoluta certeza a verdade da conclusão, mesmo sendo todas as premissas comprovadamente verdadeiras. Outra diferença importante é que a inferência indutiva é geralmente feita na presença de um conjunto de condições auxiliares que dão suporte e, por assim dizer, conferem uma maior ou menor plausibilidade à conclusão. Portanto, enquanto as condições auxiliares são essenciais para indução, a dedução não depende de tais condições. Parece-nos ser conveniente destacar ainda uma terceira diferença: a tarefa principal da indução é a busca da quase-verdade de sentenças, e não da sua verdade no sentido tarskiano, como ocorre na dedução, dada a quase-verdade das premissas (DA COSTA; FRENCH, 2003). Isso quer dizer que, apesar de talvez nunca conseguirmos estabelecer a verdade da conclusão por um processo indutivo, muitas vezes é possível estabelecer sua quase-verdade, se as premissas e o conjunto das condições auxiliares forem bem escolhidos. Percebemos, então, uma característica importante da indução: ela tem um caráter local, no sentido de que em cada inferência devem ser considerados apenas aqueles dados que lhe são relevantes. Voltaremos a esse assunto mais adiante.

Sob a luz dessas considerações, para que uma indução seja representada adequadamente, precisamos alterar o esquema acima de modo a abarcar também o conjunto Γ de condições auxiliares. Fazem parte de Γ aquelas proposições que contribuem para a 'plausibilidade' da inferência, tais como evidências empíricas em favor da conclusão e o que já é sabido a respeito da inferência em apreço (DA COSTA, 1986; DA COSTA; FRENCH, 2003), assim como aquelas restrições às quais a inferência está sujeita:[3]

$$\frac{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n}{\beta} \quad \Gamma$$

utilizada está subentendida, nos referiremos simplesmente a *deduções* e *induções*, salvo quando houver risco de confusão. Quando nada se disser explicitamente, supõe-se que $\mathscr{L}$ é a lógica clássica.

[3]Até aqui, estamos falando de "plausibilidade" no seu sentido intuitivo, ainda sem muita preocupação com o rigor. Mas adiante tentaremos caracterizar, de uma modo mais preciso, o que entendemos quando dizemos que uma inferência indutiva "é plausível".

Este novo esquema pode ser visto como a redução de uma inferência indutiva ao *método hipotético-dedutivo generalizado* no sentido já apontado anteriormente. De acordo com tal método, cabe recordar, o conjunto das premissas $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ confere plausibilidade à conclusão β, também denominada hipótese, sob a luz do conjunto de condições auxiliares Γ. Quando a conjunção das premissas se segue logicamente da hipótese e das condições auxiliares, temos o caso particular do *método hipotético-dedutivo estrito*. Se considerarmos, como o próprio método sugere, que a conclusão de uma indução seja como uma hipótese que se torna plausível na presença das premissas e das condições auxiliares, qualquer indução pode ser vista como uma aplicação do método que, neste sentido, pode ser visto como a forma básica de todas as inferências indutivas. A grande vantagem que este tipo de redução nos traz é a possibilidade de usarmos o cálculo de probabilidades de maneira sistemática para avaliarmos qualquer tipo de inferência indutiva (DA COSTA; FRENCH, 2003).

Como já mencionado anteriormente (pág. 62), dizemos que uma indução do tipo 'se *p*, logo *q*' é correta se, e somente se, *q* tiver alta probabilidade pragmática, dado *p*. Portanto, se tomarmos *p* como sendo o conjunto das premissas mais o conjunto de condições auxiliares, e *q* como a conclusão da indução, entendemos como a probabilidade pragmática e o método hipotético-dedutivo podem nos auxiliar a fazer inferências indutivas, uma vez que eles nos fornecem instrumentos para que valores de probabilidade possam ser atribuídos às proposições em apreço e calculados convenientemente.

No entanto, é perfeitamente possível que, de um conjunto de premissas e condições auxiliares, se tire indutivamente duas proposições contraditórias entre si, por exemplo β e $\neg\beta$, se a lógica subjacente for, por exemplo, a lógica clássica.[4] Neste caso, é importante termos algum tipo de regra que nos indique qual proposição, dentre aquelas inferidas no argumento, devemos escolher. Nossa resposta é que devemos aceitar como conclusão aquela proposição que tiver a maior probabilidade pragmática dadas as premissas e o conjunto de condições auxiliares.

[4]Mas não $(\beta \wedge \neg\beta)$ pois, caso isso ocorresse, teríamos um caso de *redução ao absurdo*, o que nos levaria a refutar uma ou mais das premissas. Há certas lógicas paraconsistentes nas quais podemos ter β e $\neg\beta$ como teses, mas $(\beta \wedge \neg\beta)$ não é uma tese, o que não acontece com a lógica clássica e com as lógicas em geral (veja-se (DA COSTA; KRAUSE,)).

4.1 Princípio de Bayes

Como visto no capítulo 3, sobre probabilidades, o Teorema de Bayes é o instrumento que nos permite calcular e comparar a probabilidade de duas ou mais hipóteses diferentes, frente às evidências que lhes dão suporte.

Se o argumento indutivo significa que a partir da quase-verdade das premissas e de um conjunto de condições auxiliares, inferimos a quase-verdade da conclusão, algumas hipóteses diferentes devem ser formuladas e comparadas de modo a tornar a aplicação do método hipotético-dedutivo mais confiável. Em alguns casos, é possível compararmos a hipótese com sua negação apenas. O instrumento principal para tal comparação é o Teorema de Bayes aplicado à probabilidade pragmática, que serve de base para a seguinte regra, que da Costa e French chamam de *Princípio de Bayes* (DA COSTA; FRENCH, 2003):

Definição 4.1.1 (Princípio de Bayes)
Sejam $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ proposições pragmáticas, cuja verdade está envolvida em uma investigação conectada com a estrutura pragmática $\mathscr{A}$, que sistematiza um determinado domínio do conhecimento Δ, e vamos ainda supor que cada α_i, $1 \leq i \leq n$, tem uma probabilidade inicial diferente de zero. Então dada uma nova evidência α que é também uma proposição pragmática, devemos aceitar (temporariamente) a α_i, $1 \leq i \leq n$, que tem a mais alta probabilidade final.

Em muitos casos temos simplesmente $n = 2$.

O princípio acima no oferece um método para 'escolhermos' qual conclusão, dentre as várias possíveis, devemos aceitar. Como em uma inferência indutiva, diversas conclusões podem ser derivadas a partir do mesmo conjunto de premissas, o Princípio de Bayes se mostra um auxiliar bastante útil na escolha das conclusões, pois nos diz que devemos aceitar aquela conclusão que tiver maior probabilidade pragmática. Importante notar que nem todas as inferências não-válidas carecem de um tratamento probabilístico. Este é o caso da *Regra da Cautela*, de da Costa e Krause (DA COSTA; KRAUSE, 2002), que é uma regra indutiva dentro de um sistema de lógica anotada.[5] Não obstante, qualquer que seja a regra indutiva, é importante que tenhamos em mãos algum método que nos auxilie a dar plausibilidade à conclusão. Com isso podemos dizer que a escolha de uma conclusão que tenha uma alta probabilidade pragmática, que podemos chamar também de hipótese, se levarmos em consideração o método hipotético-dedutivo, é racional desde que essa hipótese seja aceita apenas provisoriamente, apenas enquanto não houver outra hipótese melhor (com mais alta probabilidade pragmática) a ser escolhida por este mesmo método. É nesse sentido que podemos dizer que uma proposição α é uma conclusão plausível a partir das premissas e das condições auxiliares de uma inferência indutiva.

Vamos agora estender o conceito de conseqüência sintática de forma a permitir que inferências indutivas possam ser feitas dentro de uma linguagem $\mathscr{L}$ adequada. Para isso, vamos estender também o conceito de indução que temos utilizado até agora, que passará a contemplar também as inferências dedutivas, que serão vistas como um caso particular das indutivas. Essa idéia se tornará clara no que se segue. Antes, é conveniente enfatizar que podemos ter uma lógica $\mathscr{L}$ que encerre tanto regras dedutivas como indutivas (um exemplo será dado abaixo). A definição seguinte é baseada em (DA COSTA, 2006).

Definição 4.1.2 (Conseqüência Indutiva)

Dada uma lógica $\mathscr{L}$, da qual Δ é um conjunto de fórmulas e α é uma fórmula, dizemos que α é uma conseqüência indutiva de Δ, em símbolos $\Delta \mid\!\sim \alpha$, se existe uma seqüencia finita de fórmulas $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ tal que, para todo i, $1 \leq i \leq n$, tem-se:

1. *α_i é um axioma de $\mathscr{L}$; ou*
2. *$\alpha_i \in \Delta$; ou*
3. *α_i é uma conseqüência dedutiva das fórmulas que a precedem na seqüencia por uma regra de inferência dedutiva de $\mathscr{L}$; ou*
4. *α_i é aceita como conseqüência das fórmulas que a precedem na seqüencia por uma regra de inferência indutiva de $\mathscr{L}$; e*

[5] Falaremos mais sobre lógica anotada e a referida regra no capítulo seguinte.

5. α_n *é* α*; e*

6. *Se alguma aplicação de uma regra indutiva na seqüencia* $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ *estiver sujeita à restrição* γ*, então* γ *deve ser respeitada; em particular, se* γ *estiver formulada em* $\mathscr{L}$*, devemos ter que* $\Delta \nvdash \neg\gamma$*; e*

7. *Para todo* Γ *tal que* $\Delta \subset \Gamma \subset \{\alpha : \Delta \mid\!\sim \alpha\}$*, se segue que* $\{\delta : \Gamma \mid\!\sim \delta\} \subset \{\alpha : \Delta \mid\!\sim \alpha\}$.

Agora, com o conceito de conseqüência indutiva à nossa disposição, podemos, em princípio, associar a qualquer lógica $\mathscr{L}$ uma lógica indutiva $\mathscr{L}_{\mathscr{I}}$ se pudermos estender o conceito de conseqüência sintática $\vdash_{\mathscr{L}}$ em $\mathscr{L}$ ao conceito de conseqüência indutiva $\mid\!\sim_{\mathscr{L}}$. Além disso, se em lógica dedutiva qualquer, simplesmente substituirmos a conseqüência sintática pela conseqüência indutiva, não haverá uma alteração significativa uma vez que $\mid\!\sim$ se reduz a $\vdash$ quando não há regras de inferências indutivas. Mais abaixo faremos algumas indicações para o desenvolvimento de uma lógica indutiva, dentre uma infinidade de lógicas possíveis.

Algumas características de um sistema de lógica indutiva é que ele é *tentativo*, ou seja, o objetivo da indução é atingir algum tipo de julgamento tentativo, expresso na forma de hipótese e, assim, a indução pode ser vista como uma aplicação do método hipotético-dedutivo; ele é *local* pois cada indução individual deve ser analisada considerando-se suas peculiaridades relevantes, que mudam quando o conjunto de premissas muda, exigindo uma nova análise; e ele é também *instrumental* no sentido que a indução deve ser considerada apenas como um instrumento para se alcançar a quase-verdade. Outros sistemas podem ser formulados, desde que a escolha entre eles seja feita como base em considerações lógicas e/ou pragmáticas.

4.2 Indicações para uma Lógica Indutiva

Feitas essas considerações, vamos esboçar a contra-parte sintática de um tipo de lógica indutiva de predicados de primeira ordem, que chamaremos de $\mathscr{L}_{\mathscr{I}}$. Não desenvolveremos a contra-parte semântica aqui, sabendo que ela deverá ser consideravelmente mais complexa que a de uma lógica dedutiva.

Inicialmente, tomemos uma lógica de primeira ordem, com linguagem (símbolos lógicos e não-lógicos) e fórmulas dadas de forma usual, de maneira similar a (MENDELSON, 1987), exceto que, ao invés da conseqüência sintática usual ($\vdash$), usaremos a conseqüência indutiva ($\mid\!\sim$), de modo a permitir codificar as inferências não-válidas dentro de $\mathscr{L}_{\mathscr{I}}$. Ainda, às regras dedutivas de $\mathscr{L}_{\mathscr{I}}$, a única regra indutiva que adicionaremos será a indução simples (IS), que codificaremos do seguinte modo:

Indução Simples:

$$\frac{A(t_1) \to B(t_1), A(t_2) \to B(t_2), ..., A(t_n) \to B(t_n)}{\forall x(A(x) \to B(x))} \quad \Gamma$$

onde t_i é termo e x é uma variável individual, ambos definidos de maneira usual em $\mathscr{L}$, com a condição de que as restrições, de que n seja finito e de que não exista um x que tenha a propriedade A, mas não tenha a propriedade B (em símbolos, $\neg\exists x(A(x) \to \neg B(x))$), estejam em Γ. Na verdade, IS não é regra única, mas uma família de regras.

Nosso sistema lógico conta também com uma função $P : \mathscr{F} \longrightarrow [0,1]$, de probabilidade pragmática, onde $\mathscr{F}$ é o conjunto de todas fórmulas de $\mathscr{L}_{\mathscr{I}}$, que atribui a cada fórmula um valor de probabilidade entre 0 e 1, inclusive.

Com a aplicação do Princípio de Bayes, induções são feitas de uma maneira natural dentro de $\mathscr{L}_{\mathscr{I}}$. A tarefa de desenvolver esta lógica e de explorar de suas propriedades será postergado para um trabalho futuro.

5 APLICAÇÕES

Aqui apresentaremos algumas das aplicações da probabilidade pragmática, tais como investigações da Filosofia da Ciência e o auxílio no tratamento dos conceitos de incerteza e vagueza, constituindo um exemplo de um sistema como $\mathscr{L}_{\mathscr{I}}$delineado no final do capítulo anterior.

5.1 Confiança e Vagueza

Se em uma inferência indutiva dizemos que sua conclusão é plausível e a aceitarmos apenas enquanto ela tiver a maior probabilidade pragmática, isso parece ser equivalente a dizer que 'confiamos' na conclusão, por exemplo, como uma boa hipótese a ser utilizada. Esse 'passo indutivo' pode se explicado com a ajuda do seguinte esquema: a partir de premissas nas quais 'confiamos' de algum modo, obtemos uma 'conclusão', que será nossa hipótese ou lei científica, na qual também podemos 'confiar'. Porém, essa confiança não pode ser arbitrária para que não se perca o caráter de objetividade da atividade científica. O grau de confiança que depositamos na conclusão (ou nossa hipótese) deve ser racional, e a probabilidade pragmática é um bom dispositivo para 'medir' esse grau. Um outro exemplo: há algumas áreas nas quais precisa-se confiar em sentenças que contenham algum grau de vagueza como, por exemplo, no departamento de controle de qualidade de alguma empresa que necessite realizar uma pesquisa de satisfação de seus cliente, ou no controle de estoque de algum supermercado que precisa estar constantemente checando o nível de seus estoques. Se um cliente diz "O produto X é bom", ou se o encarregado pelo estoque diz "Falta açúcar", eles não estão sendo muito precisos em suas afirmações, e dizemos que essas sentenças são vagas. No entanto, muitas vezes sentenças vagas são tudo o que temos e, a partir deste tipo de sentenças decisões precisam ser tomadas.

A seguir, vamos apresentar um tipo de lógica paraconsistente, chamada lógica anotada, para lidar com sentenças vagas nas quais podemos ter um certo grau de confiança, e vamos ver como a probabilidade pragmática pode nos ajudar a fazer inferências indutivas como esse tipo de sentenças.

O conteúdo que se segue é, essencialmente, o de um artigo que está sendo preparado em conjunto entre o autor dessa dissertação e seu orientador, e que deverá ser publicado em breve. Tal artigo é fruto de nossas pesquisas durante o mestrado.

5.1.1 Vagueza

Antes de apresentar nosso sistema é preciso esclarecer em que sentido entendemos o que é uma 'sentença vaga'. Não pretendemos discutir aqui se "vagueza" é algo que se pode encontrar apenas na linguagem ou se há no mundo objetos que são vagos, mas parece-nos razoável afirmar que existem alguns predicados que se aplicam claramente a alguns indivíduos enquanto que não é assim tão claro se se aplicam a outros. Um exemplo é o predicado 'ser velho' Existem algumas pessoas das quais podemos facilmente dizer "Fulano é velho", ou "Beltrano não é velho", mas existem outras pessoas das quais não é tão fácil afirmas se elas são velhas ou não. Vamos dizer que um predicado desse tipo é *vago* e vamos assumir que predicados vagos podem ter diferentes graus de vagueza, como tentaremos esclarecer mais adiante. Usando tais predicados, podemos formar *sentenças vagas*, isto é, sentenças às quais podemos (pelo menos em princípio) atribuir graus de vagueza. Ademais, podemos supor que, dada uma sentença, pode-se 'confiar' nela apesar da sua vagueza. Tal 'grau de confiança' parece ter, é claro, uma contra-parte subjetiva.

Após considerarmos tais idéias, podemos perguntar se é possível fazer inferências com sentenças vagas às quais um certo grau de confiança é atribuído.

A seguir, apresentaremos um certo tipo de lógica paraconsistente, chamada lógica anotada, que nos permitirá trabalhar com sentenças vagas, no sentido exposto acima, às quais poderemos em seguida fixar graus de confiança.

5.1.2 Lógica Anotada

A lógica anotada é um tipo de lógica paraconsistente que foi desenvolvida para servir de base para uma linguagem computacional que pudesse trabalhar com banco de dados inconsistente. Ela foi primeiramente apresentada por H. Blair e V. S. Subrahmanian em 1987 como uma lógica de cláusulas (ver (BLAIR; SUBRAHMANIAN, 1989b, 1989a; SUBRAHMANIAN, 1987)) e, mais tarde, da Costa e Subrahmanian, juntamente com outros autores edificaram a lógica anotada propriamente dita. Até o presente momento, lógicas anotadas têm sido aplicadas nos mais diferentes domínios (veja (DA COSTA; KRAUSE; BUENO, 2006) para referências atualizadas). Aqui, esboçaremos um núcleo mínimo de uma lógica anotada indutiva que servirá para nossos propósitos, a saber, lidar com proposições vagas às quais podemos atribuir graus de confiança.

5.1.2.1 Linguagem

Seja $\mathscr{I}_\tau$ uma lógica proposicional anotada cuja linguagem tem os seguintes símbolos primitivos: um conjunto enumerável $\mathscr{P}$ de letras proposicionais $(p,q,\ldots)$; os elementos μ_i, $i \in I$, de um reticulado completo τ, ordenado por $\leq$;[1] e os conectivos lógicos usuais $(\neg, \wedge, \vee, \rightarrow)$. Usaremos ainda os parênteses como símbolos auxiliares. O conceito de fórmula em $\mathscr{I}_\tau$ é apresentado a seguir:

1. Se p é uma letra proposicional e $\mu \in \tau$, então $p : \mu$ é uma fórmula de $\mathscr{I}_\tau$ (fórmula atômica);

2. Se α e β são fórmulas, então $\neg\alpha$, $\alpha \wedge \beta$, $\alpha \vee \beta$, $\alpha \rightarrow \beta$ são fórmulas;[2]

3. Qualquer fórmula é obtida somente a partir de uma das duas cláusulas acima.

Além disso, empregaremos a maneira padrão de eliminar parênteses, e as letras gregas maiúsculas para denotar coleções de fórmulas. É importante notar que os elementos μ_i, $i \in I$, do

[1] Para as aplicações que temos em mente, podemos tomar τ como sendo o intervalo $[0,1] \subseteq \mathbb{R}$, ordenado de maneira usual. Mas é claro que podemos admitir situações mais gerais.

[2] $\alpha \leftrightarrow \beta$ é definida de maneira usual, e suporemos que os parênteses e demais convenções sintáticas são usados de maneira habitual.

reticulado τ são assinalados apenas às variáveis proposicionais, assim expressões do tipo

$$((p:\mu_1)\vee(q:\mu_2)):\mu$$

não são fórmulas no nosso sistema.

Definição 5.1.1 *Se p é uma letra proposicional e $\mu \in \tau$, então:*

a) $\neg^0 p:\mu$ *significa* $p:\mu$

b) $\neg^1 p:\mu$ *significa* $\neg(p:\mu)$

c) $\neg^k p:\mu$ *significa* $\neg(\neg^{k-1}(p:\mu))$*, onde k é um número natural, $k \neq 0$*

d) *Seja $\sim:\tau \longrightarrow \tau$ uma função fixa.*[3] *Escreveremos $\sim\mu$ ao invés de $\sim(\mu)$ de agora em diante. Se $\mu \in \tau$, então:*

   (i) $\sim^0\mu$ *significa* μ

   (ii) $\sim^1\mu$ *significa* $\sim\mu$

   (iii) $\sim^k\mu$ *significa* $\sim(\sim^{k-1}\mu)$*, onde k é um número natural, $k \neq 0$*

Expressões do tipo $p:\mu$ são chamadas *átomos anotados*, enquanto que $\neg^k(p:\mu)$ são *hiper-literais* de ordem k ($k \geq 0$); as outras fórmulas são chamadas *complexas*.

5.1.2.2 Semântica

Interpretaremos a linguagem acima da seguinte maneira. Cada letra proposicional p é assinalada com um elemento $\mu \in \tau$ e, para essa tarefa, suporemos que existe uma função $h:\mathscr{P} \longrightarrow \tau$. A imagem da proposição p pela função h será denotada $p:\mu$, com $\mu \in \tau$. Como, para nossa aplicações, tomaremos μ como denotando o *grau de vagueza* da proposição p, diremos intuitivamente que $p:\mu$ quer dizer que 'p tem grau de vagueza μ'. Em outras palavras,

[3] A definição específica desta função depende de cada aplicação particular. Por exemplo, se tomarmos τ como sendo o intervalo $[0,1] \subseteq \mathbb{R}$ e $\sim(x) =_{def} 1-x$, a introdução de raciocínios 'fuzzy' pode ser feita dentro do escopo das lógicas anotadas (ver (DA COSTA; SUBRAHMANIAN; VAGO, 1991))

a uma certa sentença p, digamos "João é careca", atribuiremos um baixo grau de vagueza caso João seja claramente careca, e um alto grau de vagueza caso seja difícil afirmar se João é careca ou não (a escolha do reticulado τ, e do valor μ em particular, certamente não é uma questão de lógica).

Agora, nas proposições vagas também podemos ter 'confiança' em diferentes graus. Então suporemos que existe uma função C que atribui a cada fórmula atômica de $\mathscr{I}_\tau$ um elemento λ de outro reticulado δ.[4] Chamaremos C de *função de confiança*, e interpretaremos o valor $\mathsf{C}(p:\mu) \in \delta$ como sendo o *grau de confiança* que temos na proposição p, que tem um grau de vagueza μ. Intuitivamente, o grau de confiança nos diz o quanto estamos inclinados a aceitar a proposição p como uma 'boa' hipótese, apesar de sua vagueza μ. Mais adiante apresentaremos como esse grau de confiança pode ser 'medido' através da probabilidade pragmática. Vamos retornar aos detalhes formais.

A cada função de vagueza h e a cada função de confiança C, associaremos uma terceira função $v_h : \mathscr{F} \longrightarrow \{0,1\}$, onde $\mathscr{F}$ é o conjunto de fórmulas de $\mathscr{I}_\tau$, como se segue:

Definição 5.1.2 *Se* h *é como definido acima,* p *é uma letra proposicional e* α *e* β *denotam fórmulas, então:*

a) $v_h(p:\mu) = 1$ *se e somente se* $\mu < \mathsf{C}(p:\mu)$;[5]

b) $v_h(\neg^k(p:\mu)) = v_h(\neg^{k-1}(p:\sim\mu))$, *onde* $k \neq 0$;

c) $v_h(\alpha \wedge \beta) = 1$ *se e somente se* $v_h(\alpha) = v_h(\beta) = 1$;

d) $v_h(\alpha \vee \beta) = 1$ *se e somente se* $v_h(\alpha) = 1$ *ou* $v_h(\beta) = 1$;

e) $v_h(\alpha \rightarrow \beta) = 1$ *se e somente se* $v_h(\alpha) = 0$ *ou* $v_h(\beta) = 1$;

f) *Se* α *é uma fórmula complexa, então* $v_h(\neg\alpha) = 1$ *se e somente se* $v_h(\alpha) = 0$.

[4] Podemos tomar δ como sendo também o intervalo $[0,1] \subseteq \mathbb{R}$ ordenado pela relação de ordem usual $\leq$ em $\mathbb{R}$. Este será o caso que interessa considerar aqui.

[5] Esta cláusula nos pede para comparar, pela relação $<$, valores de dois reticulados, um para μ e o outro para $\mathsf{C}(p:\mu)$. Por esse motivo tomamos ambos os reticulados como sendo $[0,1]$, mas é claro que poderíamos ter usado reticulados diferentes com as qualificações adequadas.

Talvez possamos esclarecer nossa idéias da seguinte maneira. Vamos colocar os reticulados τ e δ em um sistema ortogonal como na Figura 1, onde os elementos $\mu_i \in \tau$ (graus de vagueza) estão sobre o eixo horizontal, e os elementos $\lambda_i \in \delta$ (graus de confiança) estão sobre o eixo vertical. Podemos facilmente identificar quatro pontos notáveis distintos (A, B, C e D). O ponto A é onde podemos encontrar aquelas proposições que são precisas ($\mu = 0$), mas às quais atribuímos o menor dos graus de confiança (ou confiança nenhuma). Exemplos desse tipo de proposições são as contradições clássicas, como $\alpha \wedge \neg\alpha$. As proposições precisas que merecem toda nossa confiança como, por exemplo, a tautologia $\alpha \vee \neg\alpha$ (para um 'lógico clássico'), estão localizadas no ponto B. Ponto C é onde estão localizadas aquelas proposições nas quais, apesar de serem completamente vagas ($\mu = 1$), confia-se completamente. Dependendo das crenças religiosas de certo indivíduo, a proposição "Deus existe" pode ser um exemplo de uma proposição que está no ponto C. E finalmente, no ponto D podemos encontrar aquelas proposições que são completamente vagas e (talvez por essa razão) nas quais não há qualquer confiança, como, por exemplo, "os duendes são criaturas amáveis". Novamente, dependendo da interpretação, podemos inverter os pontos C e D.

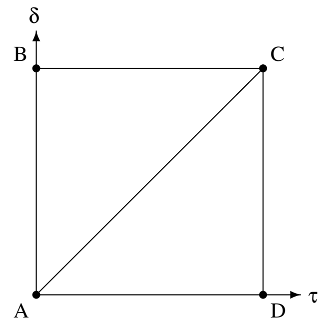

Figura 1

Acima do segmento AC estão aquelas proposições que têm graus de confiança maiores que seus graus de vagueza ($\mu < \lambda$), e as tomamos como sendo aquelas proposições nas quais confiamos apesar de sua vagueza. A interpretação dada acima (função v_h) atribui a essas proposições valor 1, que intuitivamente significa que elas merecem ser aceitas como hipóteses para serem consideradas criticamente e testadas.

Note que todas as proposições precisas ($\mu = 0$) estão localizadas ao longo do eixo vertical.

Exemplos de tais proposições são proposições da matemática e da lógica. As proposições da lógica proposicional clássica, em especial, estão localizadas ou em A ou em B uma vez que elas são decidíveis, isto é, a verdade e a falsidade dessas proposição podem ser estabelecidas de maneira efetiva. Assim, nossos graus de confiança nestas proposições são 1 ou 0, para proposições verdadeiras e falsas respectivamente, reduzindo nosso sistema a uma álgebra booleana, como era de se esperar.

Poderíamos estender nossa discussão se considerássemos a idéia de que graus de confiança estão geralmente associados a *quem* afirma as proposições vagas, isto é, geralmente temos um grau de confiança maior em uma proposição que tenha sido afirmada por um especialista no assunto do que se tivesse sido afirmada por um aprendiz, por exemplo. Este 'grau de especialidade', como o chamaremos, mostra sua utilidade em possíveis aplicações relacionadas com controle de qualidade, ou qualquer outra na qual dados provenientes de diferentes fontes precisem ser avaliados. Para que possamos clarificar essa idéia, vamos supor que sentenças da lógica $\mathscr{I}_\tau$ sejam formuladas por um grupo de analistas, aos quais diferentes graus de especialidade são atribuídos, de acordo com a experiência anterior, a formação acadêmica, etc., de cada um deles. Parece sensato aceitar sentenças afirmadas pelos especialistas, mesmo que essas sentenças não sejam tão claras ou sensatas para nós, pelo simples fato de que 'confiamos' neles.[6] Com isso em mente, graus de especialidade poderiam ser introduzidos em nosso sistema através da mudança das condições de aceitação das proposições vagas expressas no primeiro item da Definição 5.1.2. A ideía de introduzir um terceiro eixo e, de maneira mais geral, de se trabalhar com dimensões ainda maiores foi elaborada por D. Krause e usada em aplicações por Martins (2003). De qualquer forma, não pretendemos desenvolver essas idéias aqui, mas em um artigo futuro.

Assim como em algumas aplicações das lógicas anotadas, a figura acima se mostra útil em muitas outras interpretações relativas ao modo como lemos os valores em μ e λ (veja alguns dos artigos sobre o assunto nas referências, onde os valores μ e λ são lidos de maneira distinta).

[6] Aqui temos um claro exemplo de um Argumento de Autoridade, que é um caso particular de uma inferência indutiva.

Se $v_h(\alpha) = 1$, dizemos que v_h *satisfaz* α, e que não satisfaz α quando $v_h(\alpha) = 0$. Se Γ é um conjunto de fórmulas, dizemos que uma fórmula α é uma *conseqüência semântica* de (das fórmulas de) Γ, e escrevemos $\Gamma \models \alpha$, se, e somente se, para toda valoração v_h tal que $v_h(\beta) = 1$ para cada $\beta \in \Gamma$, então $v_h(\alpha) = 1$. Uma fórmula α é válida se, e somente se, $v_h(\alpha) = 1$ para toda v_h.

De maneira usual, dizemos que uma valoração v_h é um *modelo* para o conjunto Γ de fórmulas se, e somente se, $v_h(\beta) = 1$ para toda $\beta \in \Gamma$. Em particular, v_h é um modelo de α se, e somente se, $v_h(\alpha) = 1$.

5.1.2.3 Os Postulados de $\mathscr{I}_\tau$

Se α, β e γ são fórmulas e p é uma letra proposicional, então os postulados (esquemas de axiomas e regras de inferências) de $\mathscr{I}_\tau$, são os seguintes:

1. Todos os postulados da lógica positiva clássica, ou seja:

   i. $\alpha \to (\beta \to \alpha)$

   ii. $(\alpha \to (\beta \to \gamma)) \to ((\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \gamma))$

   iii. $\dfrac{\alpha \to \beta, \alpha}{\beta}$ [Modus Ponens]

   iv. $((\alpha \to \beta) \to \alpha) \to \alpha$ [Lei de Peirce]

   v. $\alpha \wedge \beta \to \alpha$

   vi. $\alpha \wedge \beta \to \beta$

   vii. $\alpha \to (\beta \to (\alpha \wedge \beta))$

   viii. $\alpha \to (\alpha \vee \beta)$

   ix. $\beta \to (\alpha \vee \beta)$

   x. $(\alpha \to \gamma) \to (\beta \to \gamma) \to (\alpha \vee \beta \to \gamma)$

Se α e β são fórmulas complexas, e γ é uma fórmulas qualquer, então as fórmulas seguintes são axiomas (na verdade, esquemas de axiomas):

2. $(\alpha \to \beta) \to ((\alpha \to \neg\beta) \to \neg\alpha)$

3. $\alpha \vee \neg\alpha$

4. $\alpha \to (\neg\alpha \to \gamma)$

Assim, a lógica clássica se mantém para fórmulas complexas. Esses postulados são tais que a presença de inconsistências será permitida apenas no nível das fórmulas atômicas. Para darmos uma idéia mais precisa do que isso significa, antes de apresentarmos aqueles axiomas que tratam das inconsistências, é importante esclarecer como esse conceito pode ser aqui entendido. Com efeito, a partir da Definição 5.1.1, da negação, e da função v_h vemos que $\mathscr{I}_\tau$ é inconsistente, pois ambas α e $\neg\alpha$ podem assumir o valor de verdade 1 se α for uma fórmula atômica. Tomemos, por exemplo, $\sim(\mu) =_{def} 1 - \mu$. Se $v_h(p:\mu) = 1$, com $\mu = 0,5$, então $v_h(\neg(p:\mu))$ também assume o valor 1 uma vez que $v_h(\neg(p:\mu)) = v_h(p:\sim\mu)$ e $\sim\mu = 0,5 = \mu$.

Agora podemos introduzir os outros postulados que tratam das inconsistências no sentido apresentado acima:

5. $p:\mu_i \to p:\mu_j$, com $\mu_j \leq \mu_i$.

6. $\neg^k(p:\mu) \leftrightarrow \neg^{k-1}(p:\sim\mu)$, com $k \neq 0$.

7. Se $\alpha \to (p:\mu_i), i \in I$, então $\alpha \to (p:\bigsqcup_{i\in I}\mu_i)$, onde $\bigsqcup$ é a operação de 'soma' do reticulado. No nosso caso, podemos usar **+**.

Se τ é um reticulado finito, então 7 pode ser substituído por:

7'. $p:\mu_1 \wedge \ldots \wedge p:\mu_n \to \bigsqcup p:\mu_i$

Definição 5.1.3 (Negação Forte) $\neg^*\alpha =_{\mathsf{def}} \alpha \to ((\alpha \to \alpha) \wedge \neg(\alpha \to \alpha))$

Como indicado em (DA COSTA; KRAUSE; BUENO, 2006), $\neg^*$ tem todas as propriedades da negação clássica; em particular, os seguintes resultados são verdadeiros:

a) *Redução ao absurdo:* $((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \neg^*\beta) \rightarrow \neg^*\alpha))$

b) *Lei do terceiro excluído:* $(\alpha \vee \neg^*\alpha)$

Ademais, $(\neg\alpha \leftrightarrow \neg^*\alpha)$ é válido para fórmulas complexas, mas não é válido em geral para hiper-literais.

O conceito de conseqüência sintática, $\Gamma \vdash \alpha$, e, em particular o de teorema, $\vdash \alpha$, são introduzidos como de costume.

Sem dificuldade, podemos provar o seguinte teorema:

Teorema 5.1.4

a) *Se* $\Gamma, \alpha \vdash \beta$*, então* $\Gamma \vdash \alpha \rightarrow \beta$ (Teorema da Dedução)

b) *Se* $\Gamma \vdash \alpha$ *e* $\Gamma \vdash \alpha \rightarrow \beta$*, então* $\Gamma \vdash \beta$

c) $\alpha \wedge \beta \vdash \alpha$*;* $\alpha \wedge \beta \vdash \beta$*;* α*,* $\beta \vdash \alpha \wedge \beta$

d) $\alpha \vdash \alpha \vee \beta$*;* $\beta \vdash \alpha \vee \beta$

e) *Se* Γ*,* $\alpha \vdash \gamma$ *e* Γ*,* $\beta \vdash \gamma$*, então* Γ*,* $\alpha \vee \beta \vdash \gamma$ (Prova por Casos)

f) *Se* Γ*,* $\alpha \vdash \beta$ *e* Γ*,* $\alpha \vdash \neg^*\beta$*, então* $\Gamma \vdash \neg^*\alpha$ (Redução ao Absurdo)

g) α*,* $\neg^*\alpha \vdash \beta$*;* $\neg^*\neg^*\alpha \vdash \alpha$*;* $\alpha \vdash \neg^*\neg^*\alpha$

h) *Se* α *é complexa, então* $\neg^*\alpha \leftrightarrow \neg\alpha$

i) $(p : \mu_i)_{i\in I} \vdash p : \bigsqcup_{i\in I} \mu_i$

j) *Se* $\Gamma \vdash \alpha$*, então* $\Gamma \models \alpha$ (Teorema da Correção)

Definição 5.1.5

a) $\overline{\Gamma} =_{def} \{\alpha : \Gamma \vdash \alpha\}$. *Chamaremos* $\overline{\Gamma}$ *de conjunto das conseqüências de* Γ,

b) Γ *é trivial se, e somente se,* $\overline{\Gamma} = \mathscr{F}$, *onde* $\mathscr{F}$ *é um conjunto de fórmulas de* $\mathscr{I}_\tau$; *caso contrário,* Γ *é não-trivial.*

c) Γ *é inconsistente se, e somente se, existe* α *tal que ambos* α *e* $\neg\alpha$ *pertencem a* $\overline{\Gamma}$; *caso contrário,* Γ *é consistente.*

d) Γ *é fortemente inconsistente se, e somente se existe* α *tal que ambos* α *e* $\neg^*\alpha$ *pertencem a* $\overline{\Gamma}$; *caso contrário,* $\overline{\Gamma}$ *é fortemente consistente.*

Definição 5.1.6 *Suponha que* Γ *seja um conjunto de fórmulas tal que o conjunto de constantes anotadas ocorrendo em* Γ *seja finito (*Γ *por si só pode ser infinito). Neste caso,* Γ *é dito ter a* propriedade de anotação finita.

Teorema 5.1.7 (Completude Finitária) *Seja* $\Gamma \cup \{A\}$ *um conjunto de fórmulas de* $\mathscr{I}_\tau$. *Então, se* μ *é finito ou se* $\Gamma \cup \{\alpha\}$ *tem a propriedade de anotação finita, então* $\Gamma \models \alpha$ *acarreta* $\Gamma \vdash \alpha$.

Prova: Estendendo a prova do fragmento proposicional apresentado em (DA COSTA; SUBRAHMANIAN; VAGO, 1991).∎

5.1.3 Calculando os Graus de Confiança

5.1.3.1 Os Postulados da Função Confiança

Abaixo apresentaremos os axiomas da função C, que mapeia os aspectos intuitivos apresentados acima. Seja δ um reticulado com menor e maior elementos denotados por $\perp$ e $\top$ respectivamente. As operações algébricas dentro do reticulado são denotadas por $\sqcap$ e $\sqcup$, e a ordem parcial correspondente por $\leq$. Se $\mathscr{F}$ é o conjunto de fórmulas da lógica $\mathscr{I}_\tau$, seja $\mathsf{C} : \mathscr{F} \to \delta$ uma função satisfazendo os seguintes postulados, onde α e β denotam proposições anotadas quaisquer:[7]

[7]No caso particular mencionado acima, $\delta = [0,1]$, com $\perp = 0$ e $\top = 1$, e com $\sqcap = \times$ e $\sqcup = +$.

C1 $\mathsf{C}(\alpha \wedge \neg^{*}\alpha) = \perp$

C2 $\mathsf{C}(\alpha \vee \neg^{*}\alpha) = \top$

C3 $\mathsf{C}(\bigvee_{i\in I}\alpha_i) \geq \bigsqcup_{i\in I}\mathsf{C}(\alpha_i)$, com I finito.

C4 $\mathsf{C}(\bigwedge_{i\in I}\alpha_i) \leq \bigsqcap_{i\in I}\mathsf{C}(\alpha_i)$, com I finito.

C5 Se $\alpha \vdash \beta$, então $\mathsf{C}(\alpha) \leq \mathsf{C}(\beta)$.

5.1.3.2 Interpretando a Função Confiança

Com um reticulado δ adequado, podemos desenvolver o cálculo de probabilidades subjetivista como um caso particular da função confiança C de modo que os graus de confiança, como veremos, possam ser convenientemente calculados pela probabilidade pragmática. Como já dito, a probabilidade pragmática de uma proposição consiste no grau de crença racional na sua quase-verdade. Não obstante, para o que pretendemos fazer, desenvolveremos uma interpretação distinta daquela apresentada por da Costa *et al.* Em vez de pensarmos em termos de probabilidade, nossa função confiança permitirá calcular o grau de confiança nas proposições vagas da linguagem de $\mathscr{I}_\tau$, e assim desenvolver um tipo de 'lógica da confiança', que é uma lógica indutiva sobre as proposições vagas de $\mathscr{I}_\tau$, pois ela abarcará não somente as inferências válidas de $\mathscr{I}_\tau$ mas também aquelas inferências que são 'plausíveis' mesmo que não sejam dedutivamente válidas e, até mesmo por essa razão, às quais poderemos atribuir valores de confiança diferentes de 0 ou 1. Vejamos como o cálculo de probabilidade pragmática pode ser desenvolvido neste sentido.

5.1.3.3 Probabilidade Pragmática

Empregaremos o conceito de probabilidade pragmática para dar sentido à seguinte sentença: *a probabilidade pragmática atribuirá o grau de confiança que podemos ter em uma dada proposição com um dado grau de vagueza*. O caso relevante é quando a proposição é a conclusão de uma indução, da qual as premissas também têm graus de vagueza e confiança. Para fazermos isso, trabalharemos na metamatemática, com a lógica e a matemática tradicionais, na qual a linguagem da lógica anotada pode ser interpretada. Assim, a função C que apresentaremos a partir deste ponto é, tecnicamente, um nome na metalinguagem para a função de confiança definida anteriormente. Não obstante, por facilidade, usaremos a mesma notação, a saber, C.

Seja δ o intervalo fechado $[0,1]$, com $\perp = 0$ e $\top = 1$, e as operações algébricas $\sqcup$ e $\sqcap$ interpretadas como soma (+) e produto (.) usuais sobre os números reais. Logo, os axiomas do cálculo de probabilidade subjetiva que apresentaremos a seguir se tornam instâncias dos axiomas da função de confiança apresentados anteriormente.

A1 $\mathsf{C}(\alpha) \geq 0$

A2 $\mathsf{C}(\alpha \vee \neg\alpha) = 1$

A3 Se $\vdash \alpha \leftrightarrow \beta$, então $\mathsf{C}(\alpha) = \mathsf{C}(\beta)$.

A4 Se $\vdash \neg(\alpha \wedge \beta)$, então $\mathsf{C}(\alpha \vee \beta) = \mathsf{C}(\alpha) + \mathsf{C}(\beta)$.

A partir destes axiomas, podemos provar os seguintes resultados, que são teoremas elementares do cálculo de probabilidade:

Teorema 5.1.8

a) $\mathsf{C}(\neg\alpha) = 1 - \mathsf{C}(\alpha)$

b) $\mathsf{C}(\alpha \wedge \neg\alpha) = 0$ (C1)

c) Se $\vdash \alpha$, então $\mathsf{C}(\alpha) = 1$; se $\vdash \neg\alpha$, então $\mathsf{C}(\alpha) = 0$

d) $\mathsf{C}(\alpha \vee \beta) = \mathsf{C}(\alpha) + \mathsf{C}(\beta) - \mathsf{C}(\alpha \wedge \beta)$

e) $\mathsf{C}(\alpha \vee \beta) \geq \mathsf{C}(\alpha)$; $\mathsf{C}(\alpha \vee \beta) \geq \mathsf{C}(\beta)$

f) $\mathsf{C}(\alpha \wedge \beta) \leq \mathsf{C}(\alpha)$; $\mathsf{C}(\alpha \wedge \beta) \leq \mathsf{C}(\beta)$

Definição 5.1.9 (Confiança condicional em α dado β)

$$\mathsf{C}(\alpha|\beta) = \frac{\mathsf{C}(\alpha \wedge \beta)}{\mathsf{C}(\beta)}, \text{ quando } \mathsf{C}(\beta) \neq 0.$$

A partir da definição de confiança condicional, e substituindo adequadamente, podemos provar, os seguintes resultados:

Teorema 5.1.10

a) $\mathsf{C}(\alpha|\beta) = \mathsf{C}(\alpha)\dfrac{\mathsf{C}(\beta|\alpha)}{\mathsf{C}(\beta)}$

b) $\mathsf{C}(\alpha) = \mathsf{C}(\beta)\mathsf{C}(\beta|\alpha) + \mathsf{C}(\neg\beta)\mathsf{C}(\neg\beta|\alpha)$

c) $\mathsf{C}(\alpha_i|\beta) = \dfrac{\mathsf{C}(\beta|\alpha_i)\mathsf{C}(\alpha_i)}{\sum \mathsf{C}(\beta|\alpha_i)\mathsf{C}(\alpha_i)}$ (Teorema de Bayes)

Assim como em outras teorias subjetivas da probabilidade, o Teorema de Bayes também tem importância central na nossa lógica da confiança, pois pode ser usado como um instrumento efetivo para calcular mudanças nos graus de confiança nas hipóteses, dadas novas evidências.

5.1.3.4 Vagueza e Confiança

Podemos enriquecer nosso sistema com algumas regras indutivas, tais como a Regra da Cautela, adaptada de (DA COSTA; KRAUSE, 2002), e a Regra da Ousadia, que nos permite lidar com os conceitos de vagueza e confiança simultaneamente. É claro que outras regras indutivas podem ser introduzidas, o que mostra a flexibilidade da nossa lógica da confiabilidade. Escreveremos $p : \mu : \lambda$ em vez de $\mathsf{C}(p : \mu) = \lambda$.

$$\frac{p : \mu_i : \lambda_i, p : \mu_j : \lambda_j}{p : \mu_i \sqcap \mu_j : \lambda_i \sqcap \lambda_j} \;\Gamma \quad (Regra\ da\ Cautela) \tag{5.1}$$

$$\frac{p : \mu_i : \lambda_i, p : \mu_j : \lambda_j}{p : \mu_i \sqcup \mu_j : \lambda_i \sqcup \lambda_j} \;\Gamma \quad (Regra\ da\ Ousadia) \tag{5.2}$$

onde Γ é o conjunto de condições auxiliares para a aplicação das regras, determinadas pela teoria ou por outras fontes. Intuitivamente, a Regra da Cautela nos diz que é mais ‘cauteloso’ aceitar a proposição p com o menor dos graus de vagueza, e o menor dos graus de confiança, de tal forma que a p o valor 1 (verdadeiro) é atribuído somente quando seu grau de vagueza for menor que seu grau de confiança, enquanto que a Regra da Ousadia nos diz intuitivamente que pode-se ‘ousar’ e aceitar a proposição p com o maior dos graus de vagueza, e também com o maior dos graus de confiança nas premissas de modo que se tenha uma alta confiança em p com alto grau de vagueza.

Ambas as regras se mostram muito úteis para lidar com situações como a que apresentaremos abaixo. Não obstante, outras regras podem ser adicionadas ao sistema ou substituir estas que apresentamos.

5.1.3.5 Aplicações

Desde o fim dos anos 80, lógicas anotadas têm sido aplicadas em diversas situações implementando sistemas especialistas. A possibilidade de interpretar os elementos de reticulados associados possibilita uma gama de outras situações, como o caso que apresentaremos nos mostra. Assim, seguindo as linhas traçadas por cientistas da computação, cremos que o sistema apresentado acima permite que um sistema inteligente possa lidar com dados vindos de duas (ou mais) fontes de informação diferentes, que podem ser lidos como graus de vagueza e de confiança que o sistema atribuirá a eles. Por exemplo, um robô, se movendo em um ambiente cheio de obstáculos, pode atribuir graus de confiança a cada informação colhida por seus sensores. Ao mesmo tempo, dependendo da posição, ou qualquer outro fato que interfira no funcionamento apropriado destes sensores, a informação recebida pode ser vaga (ou imprecisa). Sabendo que o ambiente onde o robô se move é inóspito, o controlador do robô determina que ele deva se mover cautelosamente, usando a Regra da Cautela, de forma que apenas dados (proposições) com baixo grau de vagueza serão aceitos. Analogamente, a Regra da Ousadia pode ser usada quando o robô se move num ambiente reconhecidamente seguro, que faria sua movimentação mais fácil uma vez que um número maior de dados podem ser aceitos.

É claro que as possibilidades de aplicações são enormes, e como não é nossa finalidade desenvolver esses pontos aqui, deixamos essa tarefa para os cientistas aplicados ou engenheiros. Talvez nosso sistema possa ser útil para eles.

5.2 Filosofia da Ciência

Segundo Magee (1973), dentro do chamado 'método científico tradicional', na formulação de hipóteses e leis científicas, o cientista geralmente procede do seguinte modo. A partir de experimentos que permitam ao cientista fazer observações controladas e medi-las adequadamente, ele começa a perceber certas regularidades em suas observações. Depois de divulgar seus resultados e, talvez, compará-los com os de outros cientistas, propõe-se hipóteses de caráter geral, que se assemelham, ainda que apenas superficialmente, com leis universais. Em seguida, o cientista retorna ao laboratório para, com novos dados empíricos, verificar a plausibilidade da sua hipótese e corrigi-la, aperfeiçoá-la onde ainda seja necessário. Depois que esse processo é feito algumas vezes, e por algumas pessoas da comunidade científica, uma nova lei é descoberta. Este 'método científico tradicional' mencionado por Magee remonta a Bacon e foi criticado no século XX, em especial por Popper. Heisenberg também concluiu (segundo ele devido a uma sugestão de Einstein) que não é simplesmente colecionando dados da observação que uma teoria progride.

Esse 'passo indutivo' das observações à lei científica pode ser explicado com a ajuda do esquema apresentado na seção anterior: a partir de premissas vagas, mas nas quais 'confiamos' de algum modo, obtemos uma conclusão, que será nossa hipótese ou lei científica. Porém, isso não pode ser arbitrário para que não se perca o caráter de objetividade da atividade científica. O grau de confiança que depositamos na conclusão (ou nossa hipótese) deve ser racional, e a probabilidade pragmática é um bom dispositivo para 'medir' esse grau.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, nosso objetivo foi o de tentar mostrar que, mesmo sendo um tipo de inferência diversa da dedução, a formalização de algumas formas de indução é bastante factível, além de ser muito útil. Ademais, tentamos afastar a idéia de que a indução carece de racionalidade: muitas vezes, agir indutivamente pode ser uma atitude racional, tudo dependendo de como a conclusão é justificada racionalmente. O que fizemos foi, de certo modo, dar algum critério objetivo para se atribuir um "grau de plausibilidade" à indução. Para isso, foi necessário que considerássemos este tipo de inferência de uma maneira distinta daquela tradicionalmente adotada.

Muitos daqueles que se ocuparam com o *Problema da Indução* ao longo da história tinham como modelo de justificação a forma como a dedução estava justificada e tentaram adequar a indução a esse modelo, talvez sem se darem conta que era preciso pensar a indução e a dedução como dois tipos bastante distintos de inferência e que, por causa disto, 'carecem de justificações' diferentes. Ainda, como tentamos mostrar, também o modo como a dedução parece estar justificada apresenta problemas quase tão difíceis quanto aqueles postos por Hume. Encarando a indução desta maneira, que destoa daquele modo defendido por Hume e pelos filósofos em geral, foi possível aceitar a indução mais facilmente, nos possibilitando falar até mesmo de lógicas indutivas. É claro que a 'aplicação' destas lógicas é mais difícil do que a aplicação de lógicas dedutivas, já bastante conhecidas. Mas, assim como aconteceu e tem acontecido com as várias lógicas apresentadas no século passado, é acreditamos que essas lógicas se desenvolverão com a pesquisa e o trabalho sério.

De qualquer maneira, sabemos que muito pouco foi feito e que ainda há muito por se fazer.

É preciso apresentar uma lógica, de fato, e também fundamentá-la numa metamatemática forte. Talvez seja possível estender o cálculo de seqüêntes de Gentzen (KLEENE, 1952) de modo que ele comporte também inferências não-monotônicas. No entanto, este é um trabalho que deverá ser desenvolvido com a continuidade de nossos estudos em um futuro curso de doutorado.

REFERÊNCIAS

ARISTÓTELES. Livro Γ. In: ____. *Metafísica*. Porto Alegre: Editora Globo, 1969. cap. IV.

BLACK, M. Justificação da indução. In: ____. *Filosofia da Ciência*. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1975. p. 219–230.

BLAIR, H. A.; SUBRAHMANIAN, V. S. Paraconsistent foundations of logic programming. *The Journal of Non Classical Logic*, n. 5, p. 44–73, 1989.

BLAIR, H. A.; SUBRAHMANIAN, V. S. Paraconsistent logic programming. *Theoretical Computer Science*, n. 68, p. 135–154, 1989.

CARRION, R.; DA COSTA, N. C. A. *Introdução à Lógica Elementar*. Porto Alegre: Editora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1988.

DA COSTA, N. C. A. *Ensaio Sobre os Fundamentos da Lógica*. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1980.

DA COSTA, N. C. A. Pragmatic probability. *Erkenntnis*, n. 25, p. 141–162, 1986.

DA COSTA, N. C. A. *Lógica Indutiva e Probabilidade*. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1993.

DA COSTA, N. C. A. Abstract logics. Em preparação. 2006.

DA COSTA, N. C. A.; BUENO, O. Quase-verdade e ciência. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, v. 7, n. 1, jan-jun 1997.

DA COSTA, N. C. A.; FRENCH, S. Pragmatic truth an the logic of induction. *The British Journal for the Philosophy of Science*, v. 40, p. 333–356, 1989.

DA COSTA, N. C. A.; FRENCH, S. *Science and Partial Truth: A Unitary Approach to Models and Scientific Reasoning*. Oxford: Oxford University Press, 2003.

DA COSTA, N. C. A.; KRAUSE, D. Complementarity and logic.

DA COSTA, N. C. A.; KRAUSE, D. An inductive annotated logic. In: CARNIELLI, W. A.; CONIGLIO, M. E.; D'OTTAVIANO, I. M. L. (Ed.). *Paraconsistency: the logical way to the inconsistent, Proceedings of the Second World Congress on Paraconsistency*. Nova Iorque: Marcel Dekker, 2002. p. 213–225.

DA COSTA, N. C. A.; KRAUSE, D.; BUENO, O. Paraconsistent logic and paraconsistency. Forthcoming at. 2006.

DA COSTA, N. C. A.; SUBRAHMANIAN, V. S.; VAGO, C. The paraconsistent logic $\mathsf{P}\mathscr{T}$. *Zeitschr. f. math. Logik und Grundlagen d. Math.*, n. 37, p. 139–148, 1991.

FITELSON, B.; HáJEK, A.; HALL, N. Probability. In: ____. *Philosophy of Science: An Encyclopedia*. Nova Iorque: Routledge Press, 2003.

FRENCH, S.; KRAUSE, D. *Identity in Physics*. Oxford: Oxford University Press, 2006.

HÁJEK, A. Interpretations of probability. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2003. Disponível em: `http://plato.stanford.edu/archives/sum2003/entries/probability-interpret/`. Acesso em: 6 de maio de 2005.

HEMPEL, C. G. *Filosofia da Ciência Natural*. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1970.

HUME, D. *A Treatise of Human Nature*. Oxford: Oxford Press, 1978.

HUME, D. *Resumo de Um Tratado da Natureza Humana*. Rio de Janeiro: Ed. Paraula, 1994.

HUME, D. Investigação acerca do entendimento humano. In: *Os Pensadores*. São Paulo: Ed. Nova Cultural, 1996.

JOYCE, J. Bayes' theorem. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2003. Disponível em: `http://plato.stanford.edu/archives/win2003/entries/bayes-theorem/`. Acesso em: 1 de agosto de 2004.

KEYNES, J. M. *A Treatise on Probability*. Londres: The MacMillan Press, 1973.

KLEENE, S. *Introduction to Metamathematics*. [S.l.]: Van Nostrand, 1952.

KYBURG JR., H. E. *Probability and Inductive Logic*. Londres: The Macmillan Company, 1970.

MAGEE, B. *As Idéias de Popper*. São Paulo: Editora Cultrix, 1973.

MAKINSON, D. *Bridges from Classical to Nonmonotonical Logic*. Londres: King's College London, 2005.

MARTINS, H. G. *A Lógica Paraconsistente Anotada de Quatro Valores - LPA4v aplicada em Sistema de Raciocínio Baseado em Casos para o Restabelecimento de Subestações Elétricas*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2003.

MENDELSON, E. *Introduction to Mathematical Logic*. 3. ed. Monterey: Wadsworth & Brooks, 1987.

MIKENBERG, I.; COSTA, N. C. A. da; CHUAQUI, R. Pragmatic truth and approximation to truth. *The Journal of Symbolic Logic*, n. 51, p. 201–221, 1986.

MILLER, D. *Critical Rationalism: a restatement and defence*. [S.l.]: Opencourt, 1994.

POLLOCK, J. L. Defeasible reasoning. *Cognitive Science*, n. 11, 1987.

POPPER, K. R. *Objetive Knowledge*: An evolucionary approach. Nova Iorque: Oxford University Press, 1979.

POPPER, K. R. *The Logic of Scientific Discovery*. Londres: Routledge, 1980.

RUSSELL, B. *Os Problemas da Filosofia*. Coimbra: Armínio Amado, Ed., 1959.

SALMON, W. C. *Foundations of Scientific Inference*. Pittsburgh: University of Pittsburgh Press, 1979.

SUBRAHMANIAN, V. S. On the semantics of quantitative logic programs. In: *Proc. 4th IEEE Symposium on Logic Programming*. Washington, D.C.: Computer Society Press, 1987. p. 173–182.

SUPPES, P. *Set Theoretical Structures in Science*. Stanford: Stanford University, 1967. Notas mimeografadas.

TARSKI, A. The semantic conception of truth: and the foundations of semantics. *Philosophy and Phenomenological Research*, n. 4, p. 341–376, 1944.