

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO**

ROBERTA SCHNORR BUEHRING

**ANÁLISE DE DADOS NO INÍCIO DA ESCOLARIDADE:
UMA REALIZAÇÃO DE ENSINO POR MEIO DOS
REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA**

Dissertação de mestrado

**FLORIANÓPOLIS
2006**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

“ANÁLISE DE DADOS NO INÍCIO DA ESCOLARIDADE: UMA REALIZAÇÃO DE ENSINO
POR MEIO DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA”

Dissertação submetida ao Colegiado
do Curso de Mestrado em Educação
Científica e Tecnológica em
cumprimento parcial para a
obtenção do título de Mestre em
Educação Científica e Tecnológica

APROVADA PELA COMISSÃO EXAMINADORA em 07/04/2006

Dr. Mérciles Thadeu Moretti (Orientador)
Dr. Saddo Ag Almouloud (Examinador)
Dra. Cláudia Regina Flores (Examinadora)
Dra. Edel Ern (Suplente)

Dr. José André Peres Angotti
Coordenador do PPGET

Roberta Schnorr Buehring
Florianópolis, Santa Catarina, abril de 2006

BUEHRING, Roberta Schnorr.

Análise de dados no início da escolaridade: uma realização de ensino por meio dos registros de representação semiótica. 2006
133f.

Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica).
Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina.

1. Análise de Dados. 2. Registros de Representação Semiótica. 3. Primeira Série do Ensino Fundamental

Nada pode ser estudado e conhecido, que
não tenha sido antes sonhado.

BACHELARD

Dedico este trabalho aos que sempre deixaram e deixam no coração os registros que não se apagam:

- ♥ meus pais Aurélio e Erica;
- ♥ meus meninos Leandro e Marcelo

AGRADECIMENTOS

Acho que eu gosto de desafios...

Sem desafios as coisas perdem o sabor.

Se isto tudo não fosse um desafio, não haveria vitória.

Se isto tudo não fosse um desafio eu não precisaria da ajuda de tantas pessoas.

Neste caminho de desafios descobri minhas capacidades, e nelas, minhas limitações.

Nas limitações descobri amigos de verdade:

Marcelo, meu filho, que foi um sonho, um projeto e é uma linda realidade. Que faz parte da minha vida há tão pouco tempo, mas já é o motivo dela.

Leandro, meu esposo, que me incentivou, acompanhou e compreendeu todos os momentos deste desafio, dividindo tudo comigo. Sem o seu amor, nada seria possível.

Aurélio e Erica, meus pais, por terem me educado para o gosto pelos estudos e estarem sempre ao meu lado, apoiando e incentivando com uma mão segura e amiga. Obrigada pelo brilho nos olhos cada vez que afirmavam “minha filha faz mestrado” e por virem de tão longe para cuidar do Marcelo enquanto eu estudava.

Leonardo (Mano), por ter sido meu primeiro aluninho, há tantos anos, quando o quadro-negro era a parede da casa. Obrigada por sempre valorizar o meu trabalho, pela troca de boas idéias e amizade.

Lady, Guido e Bruna, meus sogros e sobrinha, que sempre me apoiaram e deram uma “mãozinha” para cuidar do Marcelo nas horas em que eu mais precisava

Aline, cunhada e amiga, pela troca de idéias e experiências.

Leci, cunhada e amiga, por saber ouvir e estar sempre disponível.

Cátia Letícia, amiga e revisora de texto.

Sandra Regina, amiga e colega da Prefeitura de Florianópolis que me ajudou e incentivou com carinho de mãe.

Regina Damm, que incentivou e auxiliou nos estudos para a elaboração do pré-projeto deste trabalho.

Professora Ana Maria e seus alunos por estarem sempre dispostos a participar e me ensinar tantas coisas.

Professores (tios) do PPGECT, *Neri*, *Cláudia*, *Edel*, *Nadir*, *Arden*, *Peduzzi* e *Pinho*, pelos bons conselhos e pela compreensão com aquela aluna de “barrigão” e depois, com um bebê nos braços.

Colegas do PPGECT, principalmente a “turminha da matemática” – *Cristine*, *Ivone*, *Janecler*, *Joceli*, *Josiane*, *Júlio* e *Karina* – que me adotou com muito carinho.

Méricles, meu orientador, pela tranquilidade e seriedade, por confiar no meu trabalho e na minha capacidade de superação.

Deus, meu amigo, obrigada pelos amigos, pelas capacidades, pelos desafios, pela força e pela vida.

RESUMO

Tendo em vista a crescente necessidade social de compreensão de dados apresentados em forma de gráficos e tabelas, este estudo teve como objetivo desenvolver uma seqüência didática de ensino das noções básicas de Análise de Dados para a primeira série do Ensino Fundamental, utilizando e coordenando diferentes registros de representação semiótica. A questão orientadora da pesquisa foi: De que forma é possível elaborar uma seqüência de ensino de noções básicas de Análise de Dados, para alunos da primeira série do Ensino Fundamental, que utiliza e coordena diferentes registros de representação semiótica?

Antes de buscar respostas a essa questão, procuramos situar nossa problemática no ensino atual, nos documentos oficiais e nas pesquisas brasileiras. Nessa investigação, encontramos boas contribuições e verificamos que há certa deficiência em relação ao ensino e aprendizagem da Análise de Dados.

Com base nessas constatações e das análises de uma pré-experimentação, desenvolvemos uma seqüência didática para tratar as noções básicas de Análise de Dados na primeira série do Ensino Fundamental. A seqüência foi elaborada primando pela utilização de dois ou mais registros de representação e a coordenação entre eles. Foi desenvolvida com alunos de uma primeira série do Ensino Fundamental de uma Escola Municipal do Município de Florianópolis. As análises quantitativas e qualitativas dessa realização, assim como as análises prévias das atividades, foram embasadas na teoria dos Registros de Representação Semiótica.

A partir dessa pesquisa, percebemos a importância de ensinar Análise de Dados desde o início da escolaridade a fim de o aluno ter em mãos mais meios de comunicação, visualização e pensamento matemáticos.

Palavras-chave: Análise de Dados, Registros de Representação Semiótica, Primeira Série do Ensino Fundamental

ABSTRACT

Based on the growing social need of understanding data presented by graphics and tables, this study has had as its objective developing a didactical teaching sequence of the basic notions of Data Analysis for the first grade of the Elementary School, using and coordinating different records of semiotic representation. The guiding question of the research was: How is it possible to elaborate a teaching sequence of the basic notions of Data Analysis for first grade of the Elementary School students that uses and coordinates different records of semiotic representation?

Before searching for answers to this question, we have tried to place our problematic in current teaching, official documents and Brazilian research. On this investigation, we have found valuable contribution and verified there is some deficiency concerning teaching and learning Data Analysis. After these evidences and the analysis of a pre-experiment, we have developed a didactic sequence to deal with the basic notions of Data Analysis in the first grade of Elementary School.

The sequence has been created focused on using two or more records of representation and the coordination between/among them. It has been developed with students of the first grade of a public school in the city of Florianópolis. The quantitative and qualitative analysis as well as the previous analysis of the activities have been based on the theory of the Records of Semiotic Representation.

From this research, we have realized the importance of teaching Data Analysis since the beginning of school in order to provide the students with more means of mathematic communication, viewing and thinking.

Key-words: Data Analysis, Records of Semiotic Representation, First Grade of Elementary School

SUMÁRIO

RESUMO	7
ABSTRACT	8
INTRODUÇÃO	10
1 ANÁLISE DE DADOS NO ENSINO ATUAL: CONTEXTUALIZANDO O PROBLEMA DE PESQUISA	14
1.1 O ENSINO ATUAL.....	14
1.2 OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS.....	17
1.3 PROPOSTA CURRICULAR DO ESTADO DE SANTA CATARINA.....	21
1.4 LIVROS DIDÁTICOS E PROFESSORES.....	22
1.5 ESTUDOS BRASILEIROS SOBRE ANÁLISE DE DADOS.....	26
1.5.1 Resumo das Pesquisas.....	27
1.5.2 Algumas Considerações.....	33
2 FUNDAMENTOS DA PESQUISA	35
2.1 A ENGENHARIA DIDÁTICA COMO METODOLOGIA.....	35
2.2 OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA.....	38
3 UMA REALIZAÇÃO DE ENSINO	46
3.1 PRÉ-EXPERIMENTAÇÃO.....	46
3.1.1 Aula I.....	46
3.1.2 Aula II.....	48
3.1.3 Aula III.....	50
3.1.4 Aula IV.....	52
3.1.5 Considerações Sobre as Atividades.....	54
3.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	56
3.2.1 Atividade 1.....	57
3.2.1.1 Atividade proposta.....	57
3.2.1.2 Análise prévia.....	58
3.2.1.3 Relato e análise da experimentação.....	63
3.2.2 Atividade 2.....	69
3.2.2.1 Atividade proposta.....	70
3.2.2.2 Análise prévia.....	71
3.2.2.3 Relato e análise da experimentação.....	74
3.2.3 Atividade 3.....	79
3.2.3.1 – Atividade proposta.....	80
3.2.3.2 Análise prévia.....	81
3.2.3.3 Relato e análise da experimentação.....	85
3.2.4 Atividade 4.....	91
3.2.4.1 Atividade proposta.....	91
3.2.4.2 Análise prévia.....	92
3.2.4.3 Relato e análise da experimentação.....	97
3.3 ASPECTOS COMPARATIVOS DAS ATIVIDADES.....	103
REFLEXÕES FINAIS E PERSPECTIVAS	112
REFERÊNCIAS	114
ANEXOS	118

INTRODUÇÃO

Cada vez mais, a análise de dados é incluída no cotidiano dos meios de comunicação de massa. A exposição de dados através de gráficos e tabelas faz parte da linguagem universal matemática e sua compreensão é requisito básico para a leitura de informações que geralmente se apresentam de forma a facilitar uma visualização e compreensão rápida das informações. No entanto, para um receptor não alfabetizado em Análise de Dados, a facilidade aparente dos dados semiotizados pode se tornar uma dificuldade, uma vez que o não entendimento, a interpretação intuitiva ou equivocada da análise dos dados pode ser uma das formas de exclusão do indivíduo da sua cidadania, tornando-o um sujeito mais facilmente manipulável.

Fenelon (1981) ilustra a Análise de Dados como sendo regida por paixões humanas:

Todas as paixões encomendaram o desenvolvimento da Análise de Dados. A paixão pelo poder originou a Estatística, a paixão pelo jogo a Probabilidade, a paixão pela matemática a Matemática Estatística. Caminhamos hoje para uma única paixão do conhecer? ¹(p.65)

Pensamos que a paixão pelo conhecimento pode reger a Análise de Dados. Assim, entendemos por Análise de Dados² um conjunto de procedimentos de coleta, organização, leitura e interpretação que utiliza ferramentas da matemática estatística, da probabilidade e da lógica para descobrir, conhecer e interpretar a realidade das coisas para resolver situações de dúvida e tomar decisões frente a um quadro de dados. Sabemos que a Análise de Dados é uma ciência que abrange um grande leque de

¹ Texto original: Toutes les passions ont commandé le développement de l'Análises des Données. Passion du pouvoir à l'origine de la Statistique, passion du jeu en Probabilités, passion des mathématiques en Statistique Mathématique. Entrons-nous aujourd'hui dans la seule passion du connaître?

² Há autores que utilizam outras terminologias para definir "Análise de Dados":
TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO – termo adotado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, engloba estatística, probabilidade e combinatória (BRASIL, 1997, p. 56)
ESTOCÁSTICA – termo europeu utilizado especificamente para Estatística e Probabilidade (LOPES, 1998, p. 6)
ESTATÍSTICA – parte de Matemática que trata da coleta, organização e análise de dados numéricos relativos a uma população ou a um conjunto de seres ou fatos quaisquer. (XIMENES, 2000)

conhecimentos, mas como aqui trataremos de ensino para crianças no início da escolaridade, ao falarmos em Análise de Dados estaremos nos referindo a apenas uma parte dela: a coleta, organização através de gráficos de colunas e tabelas simples, leitura e análise dos dados.

De acordo com as minhas experiências anteriores, como Pedagoga e professora das séries iniciais do Ensino Fundamental, acredito ser possível que a criança compreenda, interprete e elabore gráficos e tabelas desde a primeira série, iniciando o conhecimento sobre a Análise de Dados.

O fato de o objeto de estudo da Matemática não ser “real” ou “físico”, mas criado pelo homem, como afirma Duval (1993, p.3), pode acarretar o distanciamento da ligação matemática-cotidiano. No entanto, o vínculo de elementos oriundos do contexto social com o saber matemático pode levar o aluno a realizar suas primeiras descobertas matemáticas, propiciando a produção de conclusões lógicas sobre o conhecimento matemático. Com a construção, visualização e interpretação de diferentes representações gráficas, existe a oportunidade de realizar diferentes tratamentos matemáticos frente a diversas representações semióticas, podendo tornar seu objeto de estudo acessível ao aluno de primeira série. De acordo com o pensamento de Duval, é necessário que se utilizem diferentes representações semióticas no ensino da Matemática, sendo que o de trânsito de uma representação a outra favorece a aprendizagem e o desenvolvimento das capacidades do aluno:

...o objetivo do ensino da matemática, em formação inicial, não é nem formar futuros matemáticos, nem dar aos alunos instrumentos que só lhes serão eventualmente úteis muito mais tarde, e sim contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização. (DUVAL, 2003, p.11)

O contato do aluno com a análise de dados desde a primeira série, de forma a valorizar a passagem de ida e vinda entre diferentes tipos de registros, proporciona ao aluno visualizar um mesmo objeto matemático sob diferentes formas, evitando que se forme um “enclausuramento de registros”, que segundo Duval (1993,p.12), leva o indivíduo a “ver” um objeto matemático de apenas uma maneira e não conseguir pensar diferente. A capacidade de visualizar e analisar dados, além de exigir a leitura lógica dos dados sob diferentes formas, requer que os alunos quantifiquem e representem dados estatísticos presentes

no seu dia-a-dia, atividade que mobiliza conceitos de comparação, mensuração, adição, subtração, entre outros.

Para Barreto (2003, p.2), “As atividades com estatística descritiva nas séries iniciais são de grande importância para o espírito de investigação e servem como um rico contexto para o estudo do número, visto que propicia o contato com problemas reais”. Essa fala nos mostra que, além de ensinar a Análise de Dados e mobilizar diferentes conceitos para esta atividade, a estatística pode servir também de contexto para ensinar tais conceitos. Podemos observar que há variadas possibilidades para o ensino da Análise de Dados. Entretanto, deparamo-nos com outros problemas: o professor sabe como trabalhar a Análise de Dados nas séries iniciais? Os livros didáticos trazem subsídios sobre a Análise de Dados? Como os documentos oficiais tratam o assunto? Existem pesquisas brasileiras sobre o ensino da Análise de Dados? Que caminho seguir para ensinar Análise de Dados para crianças no início da escolaridade?

Sendo assim, nossa problemática de investigação configura-se na seguinte questão:

De que forma é possível elaborar uma seqüência de ensino de noções básicas de Análise de Dados, para alunos da primeira série do Ensino Fundamental, que utiliza e coordena diferentes registros de representação semiótica?

Para desenvolver a investigação dessa questão de pesquisa o objetivo geral que pretendemos buscar é:

Desenvolver uma seqüência didática de ensino das noções básicas de Análise de Dados para a primeira série do Ensino Fundamental, utilizando e coordenando diferentes registros de representação semiótica.

Para atender a esse objetivo, será necessário perseguir outros objetivos mais específicos, que irão nortear nossa pesquisa:

– Situar a presente pesquisa nos Parâmetros Curriculares Nacionais, na Proposta Curricular do Estado de Santa Catarina, nas publicações, teses e dissertações e na realidade do ensino da primeira série do Ensino Fundamental.

– Elaborar uma seqüência didática e aplicar a alunos de primeira série do Ensino Fundamental de uma escola municipal de Florianópolis, possibilitando que os alunos transitem por diversos registros de representação semiótica de análise de dados.

O primeiro capítulo tem por função situar o problema de pesquisa na realidade do ensino atual de Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Para isso, faremos um breve resgate histórico da estatística para após comentarmos a situação do ensino atual de modo geral. Em seguida, verificaremos o que os documentos oficiais e os livros didáticos trazem sobre o assunto, bem como qual a concepção dos professores de primeira série sobre o ensino da Análise de Dados. Complementaremos esta contextualização do problema de pesquisa com um estudo das pesquisas brasileiras sobre o assunto. Pensamos que observando como o conhecimento estatístico chega até o aluno, poderemos compreender melhor o que acontece com ele. Os instrumentos para a análise serão os parâmetros curriculares nacionais, a proposta curricular do Estado de Santa Catarina, entrevistas com professoras, observação dos livros didáticos mais utilizados pelas escolas e estudo das publicações e pesquisas já realizadas sobre o assunto. Não temos a intenção de realizar uma análise exaustiva, mas firmar bases para fazer um estudo teórico e elaborar uma seqüência didática de acordo com a realidade da escola.

O segundo capítulo pretende fundamentar teoricamente esta pesquisa, bem como delinear a metodologia a ser seguida.

O terceiro capítulo apresentará a experimentação deste trabalho, composta de uma pré-experimentação e uma seqüência didática com atividades de análise de dados voltadas para crianças da primeira série do Ensino Fundamental (7-8 anos). A pré-experimentação será organizada em quatro aulas que pretendem identificar as possibilidades e maiores dificuldades das crianças, a fim de fundamentar a seqüência didática. Na seqüência didática, de quatro aulas, apresentaremos a análise prévia de todas as atividades fundamentados na teoria dos Registros de Representação Semiótica para, posteriormente, relatar e analisar as experiências de sala de aula. Ao final, apresentaremos os principais resultados obtidos, analisando-os à luz da teoria de Duval.

1 ANÁLISE DE DADOS NO ENSINO ATUAL: CONTEXTUALIZANDO O PROBLEMA DE PESQUISA

1.1 O ENSINO ATUAL

Ensinar e aprender Matemática no Ensino Fundamental para resolver problemas e compreender o mundo, levando o aluno a ser mais consciente de sua realidade, tem motivado muitas discussões e incertezas entre os profissionais da educação. Particularmente, a crescente exigência social de inserção do aluno às tecnologias, já nas séries iniciais do Ensino Fundamental, traz maior preocupação por parte das instituições de ensino, governo e professores. Essas preocupações são positivas tratando-se de mudança no ensino, pois evidenciam o que afirma Duval (2003, p.11), que a Matemática precisa contribuir para o desenvolvimento geral das capacidades de raciocínio, de análise e visualização do aluno.

Na primeira série do Ensino Fundamental das escolas públicas, é iniciada a sistematização e abstração numérica. Observa-se que as operações de contagem, agrupamento e classificação de objetos são comumente utilizadas na prática de ensino-aprendizagem do conceito de número. Muitas vezes, isso ocorre mecanicamente, apenas com exercícios para relacionar quantidades de figuras com o número correspondente, ou materiais manipulativos que apenas imitam exercícios tradicionais de repetição. O uso de tabelas e de gráficos raramente faz parte do cotidiano de sala de aula da primeira série do Ensino Fundamental.

Antes do nascimento de Cristo, a Análise de Dados já existia, sendo que nos seus primórdios, estava ligada ao Estado, tanto que a palavra estatística deriva de *statu* (estado, em latim), sendo usada para conhecer melhor determinadas características da população. Essas características determinavam leis sobre impostos e informavam o número de homens disponíveis para combater. Com o tempo, os diferentes ramos do saber passaram a depender da análise de dados. Seu campo de aplicação alargou-se às diversas áreas do conhecimento. A análise de dados passou, então, a fazer

parte da comunicação diária das pessoas, tendo grande importância em sua persuasão. No entanto, a utilização deste tipo de linguagem e sua compreensão nem sempre caminharam juntas, pois segundo os dados do INAF³, que veremos neste capítulo, grande parte da população não sabe ler os dados que visualiza em forma de gráficos e tabelas. Acreditamos que esse fato leva ao caminho de um novo marco histórico na Análise de Dados: o seu ensino a crianças desde o início da escolaridade.

Pensamos que a escola deva se adequar à realidade, pois não há como fugir à enxurrada de informações através de gráficos e tabelas que atingem crianças a adultos diariamente. Essa inserção às questões sociais e econômicas através de dados estatísticos é, segundo Lopes (2004, p.189), cada vez mais precoce e “requer que a escola possibilite a seus alunos uma formação de conceitos que os auxiliem no exercício da cidadania.”

Isso retrata a atual expectativa social de que a escola forneça ferramentas para o aluno exercer a sua cidadania, o que ocorre desde o início da escolarização, pois a criança é vista como protagonista de uma sociedade que, cada vez mais, exige a resolução crítica e consciente dos problemas sociais. Lopes (2004, p.9) ainda lembra que ensinar os conceitos estatísticos e probabilísticos apenas no Ensino Médio seria uma forma de privar o estudante das condições de entendimento da realidade e participação social, visto que uma minoria da população chega ao Ensino Médio. Também lembra da necessidade do ensino da Análise de Dados pelo fato de que os jovens de 16 anos já são chamados a votar, momento em que são “bombardeados” com estatísticas relacionadas à formação de opinião.

Assim, ensinar Análise de Dados desde a primeira série não é apenas inserir um novo conteúdo nos currículos escolares, mas passar a ver, também na escola, essa forma de comunicação visual e reflexão da realidade social. Essa inserção da Análise de Dados nos currículos deveria ocorrer de maneira interdisciplinar, favorecendo a compreensão da realidade nas diversas áreas do conhecimento através da leitura e análise de dados matemáticos.

³ INAF – 2002 (Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional), Instituto Paulo Montenegro

A Análise de Dados, considerada como habilidade que requer a leitura da língua materna e matemática que exige as capacidades de visualização, análise, comparação e interpretação, a qual o aluno usará para situações de incertezas, passa a ser uma condição para a compreensão da realidade e de tomadas de decisões perante ela. A compreensão de gráficos e tabelas é uma exigência para o ato de ler e de escrever que remete à compreensão do contexto. Segundo Soares (1998, p. 19), nos dias atuais, “não basta apenas ler e escrever, é preciso também fazer uso do ler e do escrever, saber responder às exigências de leitura e de escrita que a sociedade faz continuamente”. Sendo assim, não podemos considerar alfabetizada uma pessoa que não saiba ler e compreender as informações contidas em demonstrativos estatísticos. O novo conceito de alfabetismo funcional, (FONSECA, 2004), define como alfabetizada funcional a pessoa capaz de utilizar a leitura/escrita para fazer frente às demandas do seu contexto social e usar essas habilidades para continuar aprendendo e se desenvolvendo ao longo da vida. Este conceito vem a reforçar nossa compreensão sobre a necessidade da alfabetização em Análise de Dados.

No ano de 2002, o INAF avaliou as habilidades matemáticas de duas mil pessoas de 15 a 64 anos, decorrentes de diferentes classes sociais e níveis de escolaridade. Uma das conclusões desta pesquisa foi a indicação de que apenas 21% da população consegue compreender informações a partir de gráficos e tabelas freqüentemente estampados nos veículos de comunicação. Isto nos remete a pensar que grande parte dos brasileiros encontra-se privada de uma participação efetiva na vida social e que existe a necessidade de haver uma reflexão sobre a formação estatística que se tem possibilitado a nossa população, pois de acordo com Lopes (2004), o raciocínio estatístico e a cidadania estão intimamente ligados:

Possibilitar o desenvolvimento do raciocínio estatístico das pessoas é atribuir-lhes o exercício da autonomia de pensamento crítico, ampliando suas possibilidades de estabelecer relações entre problemáticas distintas e de elaborar propostas que contribuam para o universo social em que vive. (p.196)

1.2 OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS

Nas décadas de sessenta e setenta, o ensino da Matemática foi influenciado por um movimento chamado Matemática Moderna, que considerava essa ciência como via de acesso privilegiado para o pensamento científico e tecnológico. Aproximando a Matemática escolar da Matemática pura, centrando o ensino em estruturas rígidas, percebeu-se a necessidade de reformular os currículos da época, o que desencadeou maior preocupação e o aumento das pesquisas em Educação Matemática.

Esse movimento começou a decair, e, em 1980, o *National Council of Teachers of Mathematics*, nos Estados Unidos, apresentou recomendações para o ensino de Matemática, enfocando a resolução de problemas. Essas idéias influenciaram reformas curriculares que ocorreram mundialmente entre 1980/1995. Dentre elas, destacamos a seguir um ponto de convergência mundialmente reconhecido na Educação Matemática:

importância de se trabalhar com um amplo espectro de conteúdos, incluindo-se, já no ensino fundamental, elementos de estatística, probabilidade e combinatória, para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos. (BRASIL, 1997, v.3 p.22)

No Brasil, as reformas curriculares tiveram a sua frente os Parâmetros Curriculares Nacionais, elaborados pela Secretaria de Educação Fundamental do Ministério da Educação e do Desporto, pretendendo ser uma referência curricular nacional. Esse documento está dividido em dez volumes, cada um de uma disciplina, mais um de introdução, Temas Transversais e Ética, Meio Ambiente e Saúde, e Pluralidade Cultural e Orientação Sexual.

Voltaremos nosso olhar para os conteúdos de “Tratamento da Informação” presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais das Séries Iniciais do Ensino Fundamental, considerando que o sistema educacional de um país reflete as suas necessidades sócio-econômicas, culturais e políticas (LOPES, 1998) e que o currículo não é um conjunto neutro de conhecimentos. Ao nos referirmos sobre o ano de escolaridade, falaremos em *ciclos*, pois é assim que os Parâmetros Curriculares Nacionais sugerem que as séries sejam organizadas: primeiro ciclo (primeira e segunda séries), segundo ciclo (terceira e quarta séries).

A Análise de Dados passou a ser alvo dos educadores e dos livros didáticos a partir da distribuição dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental, em 1997, pois em seu terceiro volume (destinado à Matemática) um dos princípios norteadores reconhece a importância das diferentes formas de representar as informações matemáticas e a sua relação significativa com a realidade do aluno:

– No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a 'falar' e a 'escrever' sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados. (BRASIL, 1997, v.3, p.19)

Nesse princípio, podemos observar a relevância atribuída à Matemática como uma representação do mundo, e, em particular, o papel do tratamento de dados, na construção e organização dos dados.

Os conteúdos de Matemática apresentados estão divididos em quatro blocos:

- 1) Números e operações
- 2) Espaço e forma
- 3) Grandezas e medidas
- 4) Tratamento da Informação

O último bloco, que é o que nos interessa mais especificamente nesta pesquisa, se refere ao estudo de noções de estatística, de probabilidade e de combinatória.

Com relação à estatística, a finalidade é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para **coletar, organizar, comunicar e interpretar dados**, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente em seu dia-a-dia. (BRASIL, 1997, v.3, p.56) (grifo nosso).

As justificativas para que o Tratamento da Informação seja estudada no Ensino Fundamental vão desde a constante utilização na sociedade atual, necessidade do aluno compreender informações, até tomar decisões tanto na vida pessoal como comunitária. Afirma que o posicionamento crítico do

estudante pode ser desenvolvido com a estatística, bem como o desenvolvimento do raciocínio.

Antes de apresentar os conteúdos inseridos em cada bloco, o documento orienta o professor na “organização de conteúdos” a estabelecer conexão entre diferentes blocos de conteúdos articulando seus múltiplos aspectos. Da mesma forma, orienta que o professor faça a ligação da Matemática com o cotidiano do aluno e também com as outras áreas do conhecimento. Ressalta que a ênfase maior ou menor a este ou aquele conteúdo deve ser dada de acordo com a demanda social. Para os Parâmetros Curriculares Nacionais, o nível de aprofundamento dos conteúdos deve estar de acordo com as possibilidades de compreensão dos alunos. Enfatiza que mesmo os conteúdos estando detalhados, não devem ser transpostos imediatamente para a sala de aula, pois é preciso reinterpretá-los de acordo com a realidade de cada estado ou escola.

Como “Conteúdos conceituais e procedimentais” para o primeiro ciclo, no bloco tratamento da informação, os Parâmetros Curriculares Nacionais (v.3, p.74, 75) sugerem:

- Leitura e interpretação de informações contidas em imagens.
- Coleta e organização de informações.
- Criação de registros pessoais para comunicação das informações coletadas.
- Exploração da função do número como código na organização de informações (linhas de ônibus, telefones, placas de carros, registros de identidade, bibliotecas, roupas, calçados).
- Interpretação e elaboração de listas, tabelas simples, de dupla entrada e gráfico de barra para comunicar a informação obtida.

O próprio documento diz que o bloco de conteúdos “Tratamento da Informação” poderia estar incorporado nos demais, no entanto, o mesmo ganhou lugar de destaque devido a crescente demanda social deste assunto. Segundo Lopes (1998), poderia ser dado maior destaque ao tema:

Pensamos que os parâmetros deveriam ter posto em maior evidência as questões relativas ao ensino da Probabilidade e da Estatística, considerando que tais temas nunca foram antes abordados em propostas curriculares brasileiras, além de não terem feito parte da formação inicial do professor. (LOPES, 1998, p.118)

Essa afirmação também se evidencia no capítulo de “Orientações Didáticas”, que se encontra no final do volume, na qual não é dada nenhuma orientação sobre o ensino de Tratamento da Informação. De acordo com a idéia de Lopes, pensamos que o bloco de conteúdos “Tratamento da Informação” fica realmente esquecido em sala de aula, principalmente pela falta de formação do professor. Mesmo havendo o apelo para a importância da probabilidade e estatística, esse documento deixa grandes pontos de interrogação sobre o que seria e como o tratamento da informação poderia ser levado às salas de aula do primeiro ciclo do Ensino Fundamental. Sabemos que os professores não têm uma formação voltada para o ensino da Análise de Dados, ou que quando têm ela é insuficiente e esse documento de âmbito nacional pouco vem a auxiliar para que ocorra alguma mudança efetiva.

Organizar e tratar dados, Matemática para a construção da cidadania, são palavras que, após a publicação dos Parâmetros, passaram a fazer parte do discurso de propostas curriculares e de professores, mas raramente da prática de sala de aula. Afinal, pouco se pode esperar de docentes formados na Matemática Moderna, com difíceis condições de trabalho e raras oportunidades de capacitações ou formações continuadas. Gómez-Granell (1997), afirma que “a Matemática, um dos conhecimentos mais valorizados e necessários nas sociedades modernas altamente ‘tecnologizadas’ é, ao mesmo tempo, dos mais inacessíveis para a maioria da população, confirmando-se assim como um filtro seletivo do sistema educacional” e mostra uma realidade na qual a Matemática escolar distancia-se cada vez mais do aluno, suas necessidades e o seu mundo.

Esta ciência sempre foi utilizada ao longo da história para resolver ou compreender problemas diários, porém, nas escolas, a Matemática geralmente é vista como “o problema”. Acreditamos que o maior obstáculo no processo de ensino e de aprendizagem dessa disciplina é a sua comunicação e formas de representação. Por isso, é relevante que aconteçam mudanças na forma de ensiná-la.

Pensamos que a Análise de Dados pode ser uma das formas de amenizar esse “problema”, pois pode trazer o conhecimento matemático para a sala de aula de forma contextualizada e ativa pelo fato de o aluno estar constantemente envolvido na coleta, organização e interpretação de dados. Acreditamos que incluir o “Tratamento da Informação” nos Parâmetros Curriculares Nacionais, como bloco de conteúdos, foi um grande passo para que a Análise de Dados passasse a ser reconhecida nacionalmente como conteúdo das séries iniciais do Ensino Fundamental. No entanto, fazer parte de um documento e do consenso dos professores não garante a ação diária de sala de aula, no que se refere ao ensino e a aprendizagem da Matemática contextualizada.

1.3 PROPOSTA CURRICULAR DO ESTADO DE SANTA CATARINA

A proposta curricular do Estado de Santa Catarina organiza os conteúdos de Matemática em quatro campos de conhecimento: Numéricos, Algébricos, Geométricos e Estatística e Probabilidades. Propõe como metodologia que os temas sejam articulados, evitando a linearidade.

Apresenta quadros para a distribuição dos conteúdos dos temas nas diversas séries, desde a pré-escola, até o Ensino Médio orientando a leitura dos quadros da seguinte forma:

A passagem gradativa da cor branca para a cor preta, em cada conteúdo, corresponde a uma também gradativa passagem de um tratamento assistemático para sistemático. Tratar assistematicamente um conteúdo significa abordá-lo enquanto noção ou significação social, sem preocupação em defini-lo simbólica ou formalmente.” (SANTA CATARINA, 1998, p.107)

Mesmo com a maneira linear de apresentar os conteúdos no quadro, a proposta deixa claro que a gradação da passagem deve ficar a critério do professor, levando em conta as condições dos alunos com os quais trabalha. Afirma que o professor pode iniciar uma sistematização antes dela aparecer no quadro e que, depois de ser realizada, deverá ser sempre retomada, de acordo com as necessidades.

FIGURA 1

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADES	PRÉ	ENSINO FUNDAMENTAL								ENSINO MÉDIO			
		1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	1ª	2ª	3ª	
1. ESTATÍSTICA													
• Produção histórico-cultural													
• Noções Básicas													
2. LEITURA, INTERPRETAÇÃO E CONSTRUÇÃO DE TABELAS E GRÁFICOS													
3. PROBABILIDADES													
4. PARÂMETROS ESTATÍSTICOS (média, mediana, moda e desvio padrão)													

Quadro para a distribuição dos conteúdos do tema nas diversas séries

(SANTA CATARINA, 1998, p.109)

Depois de apresentar a tabela com a abordagem dos conteúdos, a Proposta Curricular apresenta breves orientações didáticas, dentre as quais nada é dito sobre estatística.

Mais uma vez, podemos constatar a definição de um documento sobre a necessidade do trabalho com Análise de Dados desde o início da escolaridade, mas há falta de orientação metodológica sobre essa ação. O quadro acima pode ser considerado vago pelo fato de não haver um momento em que explique, por exemplo, o que é “Estatística – produção histórico-cultural”. Nos demais itens, ocorre o mesmo problema. Seria necessário definir as nomenclaturas usadas para clarear o trabalho do professor que deseja seguir essa proposta.

1.4 LIVROS DIDÁTICOS E PROFESSORES

A sugestão dos documentos oficiais e a crescente utilização da Análise de Dados no cotidiano impulsionou que o seu ensino para as crianças, desde o período de alfabetização, se tornasse uma necessidade social. Utilizando este argumento, o Ministério da Educação e Cultura, com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental, em 1997, sugeriu que o “Tratamento da Informação” fosse ensinado nas aulas de Matemática desde o início da escolaridade, e a Análise de Dados passou, então, a ser alvo de alguns livros didáticos.

As publicações didáticas são a principal fonte de pesquisa dos professores, porque as bibliotecas das escolas possuem uma grande variedade delas, o que torna seu acesso fácil e abundante. Levando em conta que o livro

adotado para os alunos da primeira série é usado em sala de aula, e que cada criança possui o “seu” livro, podendo realizar os seus registros no próprio, consideramos que esse é um meio de grande atuação nas aulas e, portanto, influência no processo de ensino e aprendizagem.

Por isso, fomos a uma escola municipal de Florianópolis (a mesma em que realizaremos a experimentação desta pesquisa) e de lá trouxemos todos os livros didáticos de Matemática da primeira série do Ensino Fundamental disponíveis na biblioteca, sala dos professores e o adotado para os alunos. Somando o total de quinze livros diferentes, organizamos uma tabela (em anexo), com questões relacionadas ao conteúdo de Análise de Dados e a teoria dos registros de representações semióticas.

Constatamos que a maioria dos livros didáticos ainda não incluiu a Análise de Dados como parte do conteúdo de Matemática, e os que incluem o assunto em seus conteúdos, fazem-no de forma desvinculada com a realidade, com dados prontos, sem que o aluno precise coletar, organizar e interpretar.

Nos livros que apresentam o conteúdo, os tratamentos são muito valorizados e as conversões são esquecidas. Um exemplo que ilustra esse fato é a grande importância dada à organização de um gráfico, coletando e analisando seus dados mecanicamente, mas a inexistência de um momento em que o gráfico possa ser visto de outra forma, ou com outro tipo de representação, como um texto ou a transformação desse numa tabela.

As tabelas aparecem sob diversas formas, em todos os livros, mas em grande parte deles, ela está a serviço de outro conteúdo, para organizar pontos de um jogo, informar dados para a resolução de um problema, organizar lista de preços, separar o valor posicional dos números, etc. A maioria dessas tabelas já vêm prontas, com os dados organizados. O aluno não possui qualquer função de coleta, organização ou comunicação de informações, não há qualquer tipo de questionamento ou interpretação. Por esse motivo, na tabela demonstrativa de livros didáticos aparecem livros que consideramos “não apresentar conteúdo de Análise de Dados”, no entanto, existem tabelas no decorrer dos mesmos.

Pensamos que as tabelas e gráficos podem servir como recurso de visualização e organização de dados de qualquer assunto. No entanto, devem ser vistas também como conteúdo de Análise de Dados e fazer parte da habilidade matemática de ler dados e interpretá-los, ou coletar informações e construir uma tabela para organizá-las.

A quase ausência de mudança de sentido das transformações entre registros, observadas nos livros didáticos, mostra que o pouco que se fala em ensino de Análise de Dados ainda aparece de forma mecânica, como a maioria dos conteúdos dessa disciplina. Também percebemos uma falta de consenso desses livros que abordam a Análise de Dados, sobre o que ensinar. Podemos exemplificar com o fato de alguns livros trabalharem somente com tabelas, outros com tabelas e gráficos, outros com coordenadas, dando noções de sistema cartesiano e outros com a idéia de combinatória. Isso nos mostra que a sugestão dos Parâmetros Curriculares Nacionais de trabalhar com estatística não é suficiente, pois dependendo do livro didático, ou do professor, o assunto pode ser tratado de diversas formas, podendo ser desvinculada da realidade e dos demais saberes considerados na escola.

Pensamos que os livros precisam valorizar a Análise de Dados e deixar claro que ensiná-la não pode ser uma simples repetição de tabelas e gráficos prontos, mas a participação ativa do aluno em todo o processo de coleta, organização e análise de dados, bem como a articulação constante do seu pensamento, o que é possível quando há conversões entre registros de representação e mudanças de sentido entre eles.

Uma pesquisa realizada no ano de 2003⁴, com 78 professores de Matemática do Ensino Fundamental e Médio de escolas públicas e particulares, constatou que apenas 39% dos professores desenvolviam os conteúdos de estatística em suas aulas de Matemática. Dentre os professores que não abordavam o conteúdo, 39,6% destacou que seus programas da disciplina não determinavam conteúdos de estatística.

Como os dados da pesquisa mencionada acima abrangem o Ensino Fundamental e Médio, também realizamos entrevistas com professoras de

⁴ Bayer, Arno & Echeveste, Simone. O desenvolvimento dos conteúdos de estatística no ensino fundamental e médio. II Congresso Internacional de Matemática. Canoas 2003.

primeira série das redes municipal, estadual e particular (anexo 4) com a finalidade de compreender melhor como vem ocorrendo o ensino da Análise de Dados na primeira série do Ensino Fundamental e a relação desses professores com o livro didático. Pudemos ver com clareza o reflexo da falta de consideração à Análise de Dados nos documentos oficiais e livros didáticos. As falas, tanto dos que possuem o livro para auxiliar e não o usam, quanto das que são “obrigadas” a utilizá-lo, ou das que utilizam o livro como recurso, mostraram que o trabalho com gráficos e tabelas está longe de ser relevante no Ensino da Matemática e é visto como simples complemento para as atividades principais da primeira série: os números e as quatro operações.

Observamos que a confusão sobre o quê e como trabalhar também ocorre entre as professoras que, em sua maioria, confundem o que é um gráfico ou tabela. Apesar de afirmarem que não sentem dificuldades na realização do trabalho, muitas mostram que não sabem conceitos básicos de estatística.

De acordo com essas educadoras, o trabalho com gráficos e tabelas não tem um propósito, ele encerra com perguntas orais, sem que o aluno tome decisões frente aos dados ou conclua uma nova informação e, se observarmos a tabela da página 132, podemos constatar que, apesar de alguns livros utilizarem os gráficos e tabelas sob diferentes registros de representação e realizarem a mudança de sentido entre um e outro, o professor diz que o livro não apresenta nada sobre o assunto, ou que ainda não teve oportunidade de trabalhar.

As professoras entrevistadas sabem que é preciso trabalhar com gráficos e tabelas e reconhecem a importância desse conteúdo. Porém, as falas “uso muito o concreto” e “fazemos oralmente” demonstra a falta de registros sobre o conteúdo, provavelmente reflexo da dificuldade sobre como proceder diante dele, ou compreender o *que* estão ensinando com ele. A falta de percepção de que a estatística apresenta dados da realidade que devem ser tratados, interpretados e registrados, resulta num trabalho banal, com ponto de partida (coleta de dados), mas sem um ponto de chegada (interpretação, trânsito entre registros, compreensão).

Podemos, assim, ter uma idéia de como os conteúdos relacionados à Análise de Dados estão chegando às salas de aula e perceber que os

professores necessitam de maiores orientações sobre o assunto, a fim de que esse conteúdo possa realmente fazer alguma diferença na formação do aluno, não vindo a ser apenas mais um amontoado de símbolos sem sentido, com resoluções mecânicas das quais ele não sabe de onde vieram nem para onde vão.

Na nossa seqüência didática, levaremos em conta essa necessidade de conhecimento do professor que provavelmente estará refletida na ausência de trabalhos sobre tratamento de dados. Baseados na observação dos livros didáticos e nas conversas com professores, podemos esperar que, para os alunos com os quais faremos nossa realização de ensino, esta será a primeira experiência formal mediante a Análise de Dados.

1.5 ESTUDOS BRASILEIROS SOBRE ANÁLISE DE DADOS

Como vimos, os Parâmetros Curriculares Nacionais e a Proposta Curricular do Estado de Santa Catarina sugerem o “Tratamento da Informação” – que inclui estatística, probabilidade e combinatória – como um conteúdo a ser ensinado nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Porém, os estudos brasileiros sobre o assunto são muito recentes. A fim de situar nossa pesquisa na comunidade acadêmica e ressaltar a sua importância, levando em conta o baixo número de pesquisas e publicações sobre o assunto, realizamos um levantamento de trabalhos brasileiros sobre Análise de Dados nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Não localizamos artigos sobre o assunto nas revistas para professores. O que nos trouxe maiores subsídios foram publicações em livros, anais de congressos, dissertações de mestrado e teses de doutorado. Apesar de termos encontrado uma publicação datada de 1997, sobre estatística no Ensino Fundamental, partiremos nosso estudo do ano de 1998, pois segundo Lopes, (1998), “Constatamos a ausência de pesquisas brasileiras acerca do tema.” (p.14).

1.5.1 Resumo das Pesquisas

Embasada na concepção do professor reflexivo (visão freireana), a educadora e pesquisadora Celi Lopes, da Universidade Estadual de Campinas, publicou artigos e realizou sua dissertação de mestrado e tese de doutorado enfocando a formação do professor e a organização curricular acerca da estatística nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Sua dissertação de mestrado, **“A probabilidade e a estatística no Ensino Fundamental: uma análise curricular”** (1998), teve como objetivo investigar e analisar o ensino da Probabilidade e da Estatística dentro do currículo de Matemática na Escola Fundamental, nas propostas curriculares de Matemática dos estados de Minas Gerais, São Paulo, Santa Catarina e nos Parâmetros Curriculares Nacionais, levando em conta a concepção de Estatística e Probabilidade subjacentes a essas propostas; a seleção de noções estatísticas e probabilísticas feita por essas propostas para serem “transpostas” para o plano escolar; o modo como as propostas sugerem o tratamento dessas noções junto aos estudantes e as finalidades da abordagem de tais noções, junto aos estudantes, explicitadas, ou não, pelas propostas.

A professora justifica o estudo da probabilidade e estatística no Ensino Fundamental como importante contribuição à formação dos estudantes, por possibilitar a ruptura com uma visão determinista da Matemática. Acredita que, realizando observações, registros e representações de dados, os estudantes estarão aptos à leitura e interpretação de informações diferenciadas. Pensando que os conceitos estatísticos são importantes “ferramentas” para a resolução de problemas, acredita que o trabalho com a probabilidade auxiliará os alunos na tomada de decisões. Com isso, enfatiza a necessidade de haverem situações de aprendizagem que possibilitem o desenvolvimento do pensamento estatístico e do pensamento probabilístico para a formação de um indivíduo que exerça consciente e criticamente sua cidadania.

Em seu artigo **“A Probabilidade e a Estatística no Currículo de Matemática do Ensino Fundamental Brasileiro”** (1999), publicado nos anais de artigos selecionados para a Conferência Internacional: Experiências e Perspectivas do Ensino da Estatística – Desafios para o século XXI, apresenta uma síntese da análise do ensino da probabilidade e estatística focalizada no

currículo de matemática do Ensino Fundamental brasileiro. Complementa o assunto no seu artigo “Crianças e professoras desvendando as idéias probabilísticas e estatísticas na educação de infância” (2000) nos anais do PROFMAT na Ilha da Madeira em Portugal. Nesse, defende a necessidade dos alunos e professores pensarem criticamente sobre os conceitos estatísticos e probabilísticos, não apenas utilizando-os como ferramenta de forma mecânica e alienada. Pensando na crescente exigência de habilidades e competências matemáticas, considera os conhecimentos estatísticos e probabilísticos indispensáveis desde o início da formação dos cidadãos. No entanto, aponta para a dificuldade na formação de professores e a necessidade de repensar o papel do professor, se a proposta for formar estudantes habituados a raciocinar em estatística e probabilidade. Fala que o ensino da probabilidade e estatística deve ser sempre interdisciplinar e destaca as vantagens de ser um trabalho conjunto professor-aluno: diálogo, reflexões frente a uma situação problema, atitude de respeito aos saberes que os estudantes trazem à escola, atualização constante. Para a autora, o professor pode aceitar o desafio de ensinar probabilidade e estatística na Educação Infantil e fazer da criação das situações didáticas a construção de seu conhecimento.

A tese de doutorado **“O Conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na educação infantil”** (LOPES, 2003) investiga as contribuições que o estudo, a vivência e a reflexão sobre conceitos de Estatística e Probabilidade podem trazer para o desenvolvimento profissional e a prática pedagógica de um grupo de professoras da Educação Infantil. A investigadora se faz presente junto às educadoras, na instituição educacional em que elas atuam e realiza intervenção planejada que se constituiu em produção colaborativa, a qual possibilita a ampliação do conhecimento profissional das educadoras referente à Matemática e Estatística, do currículo e do processo de ensino e aprendizagem.

O trabalho de Lopes permitiu que as próprias educadoras refletissem sobre seus conhecimentos em probabilidade e estatística e os aplicassem em sala de aula, observando e discutindo os resultados obtidos. Assim, a autora defende um processo de formação que valoriza o saber dessas educadoras, que provoque reflexão sistemática sobre as questões em curso, que as habilite

a serem pesquisadoras de suas próprias práticas e que lhes dê condições para investirem na produção coletiva do conhecimento.

Outro artigo importante da professora Cely Lopes, intitulado “**Literacia estatística e o INAF 2002**”, foi publicado no livro “Letramento no Brasil: habilidades matemáticas”. Nesse, a autora faz uma análise das habilidades necessárias para o pensamento estatístico e sua relação com o letramento. Segundo Lopes, os dados do INAF 2002 – Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional – mostram a pequena intimidade da população brasileira com a leitura de dados estatísticos e representações gráficas freqüentes na mídia. Isso deve levar o educador a refletir sobre a formação estatística que esta população está recebendo. Enfatiza que ensinar estatística não é apenas coletar dados desvinculados de um contexto, organizar tabelas ou gráficos, mas investigar, formular hipóteses, planejar e interpretar a realidade através da estatística, para formar um aluno de pensamento e postura críticos, com autonomia para tomar decisões frente aos dados apresentados. Um trabalho como o de Lopes, num país como o nosso, em que a estatística geralmente não faz parte dos currículos das séries iniciais do Ensino Fundamental, e, se faz, não é tratada com a devida atenção pelos professores, é de grande importância, pois é um impulso para a reflexão e percepção da necessidade de se trabalhar com estatística e probabilidade nas séries iniciais.

Além das publicações de Lopes, a professora Suely Scherer do Centro Universitário de Jaraguá do Sul, publicou um livro de apoio a uma disciplina de Educação à Distância sobre Estatística Aplicada a Educação e defendeu sua tese de doutorado sobre o tema no ano passado. O livro “**Estatística Aplicada à Educação**” traz informações conceituais e práticas (cotidianas) sobre a estatística e questiona o leitor sobre como aplicar tais conceitos em sala de aula do Ensino Fundamental. Os questionamentos e discussões ocorrem numa perspectiva de compreensão do mundo através da matemática. A publicação destaca a história da estatística, conceitos, procedimentos e metodologias para o ensino e aprendizagem da estatística, levando em conta a intenção de aproximar a Matemática para a cidadania aos saberes e fazeres da escola e da sociedade.

A tese de doutorado da professora Suely, defendida na PUC de São Paulo, “Uma estética possível para a educação bimodal: aprendizagem e comunicação em ambientes presenciais e virtuais. Uma experiência em estatística aplicada à educação...” discute movimentos de aprendizagem e comunicação em ambientes presenciais e virtuais de alunas e professora da disciplina de Estatística Aplicada à Educação do curso de Pedagogia da Universidade de Jaraguá do Sul. Tendo como teoria de aprendizagem a Epistemologia Genética e referindo-se freqüentemente à educação dialógica de Paulo Freire, a pesquisadora aponta, em um dos capítulos, para a importância de um ambiente desafiador, dialógico e libertador no ensino da estatística para educadores.

A professora Maria de Fátima Teixeira Barreto realizou uma pesquisa na Universidade Federal de Goiás (2003), “**Gráficos e tabelas e pesquisa de campo – o número em contexto significativo**”, visando trabalhar a Matemática nas salas de aula da primeira fase do Ensino Fundamental a partir de temas geradores de discussão, utilizando tabelas, gráficos e pesquisas de campo como instrumentos de contextualização do conhecimento matemático. Objetivou tratar em sala de aula o número em seu uso e função social, permitindo ao aluno conhecer, interpretar o mundo vivido e, a partir da reflexão, perceber-se inserido numa sociedade de contradições, podendo lutar por mudanças que resultem numa melhor qualidade de vida para todos que nela vivem. Realizou sua pesquisa com turmas de pré-alfabetização e terceira série do Ensino Fundamental, buscando a aprendizagem do conceito de número e proporcionalidade, constando que o desenvolvimento de atividades estatísticas nas séries iniciais do Ensino Fundamental é necessário e possível.

A pesquisadora Simone da Silva Dias Caetano defendeu sua dissertação, “**Introduzindo a estatística nas séries iniciais do Ensino Fundamental a partir de material manipulativo: uma intervenção de ensino**” em 2004. O objetivo dessa foi investigar o desenvolvimento da leitura e interpretação de gráficos e o conceito de média aritmética por crianças da 4ª série do Ensino Fundamental, por meio de uma intervenção de ensino com o uso de material manipulativo, a fim de responder à seguinte questão de pesquisa: “Quais as contribuições de uma intervenção de ensino com o uso de

material manipulativo para o ensino-aprendizagem de conceitos elementares de Estatística nas séries iniciais do Ensino Fundamental?” Para tanto, foi desenvolvida uma pesquisa com alunos de duas classes de 4ª série do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública. Concluiu que a associação da intervenção de ensino com o material manipulativo possibilitou o desenvolvimento de estratégias para a resolução das situações apresentadas e permitiu o estabelecimento de importantes relações entre os dois conteúdos abordados, as quais, por sua vez, influenciaram na ampliação do conhecimento do aluno sobre o “Tratamento da Informação”.

A dissertação "**A formação do professor não especialista em conceitos elementares do bloco Tratamento da Informação: um estudo de caso no ambiente computacional**", defendida em 2003 na PUC - SP por Sandra da Silva Santos, objetivou investigar as possibilidades oferecidas pelo ambiente computacional do *Tabletop* no processo de formação dos conhecimentos elementares de estatística, a fim de responder a seguinte questão de pesquisa: “Como se dá o processo de formação e desenvolvimento de conceitos matemáticos referentes ao bloco de conteúdos ‘Tratamento da Informação’, por parte do professor, com auxílio do ambiente computacional?” Para tanto, desenvolveu um estudo de caso com uma professora das séries iniciais do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública, sendo que a pesquisa de campo contemplou dois grandes momentos: a formação da professora e sua atuação com alunos. Concluiu que a coleta e organização dos dados em tabelas representam uma importante etapa no estudo de um conjunto de dados, e que o computador pode contribuir de forma significativa para o entendimento dos gráficos e tabelas extraídas da manipulação desses dados. Porém, o uso inadequado dos recursos tecnológicos pode atrapalhar o estudo de uma representação dos dados e o desenvolvimento de outros conceitos.

A pesquisadora da Universidade Federal de Pernambuco, Maria Patrícia Freitas de Lemos, publicou um artigo nos anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) sobre **A formação de professores através da análise a priori de atividades em interpretação de gráficos de barra** no qual, embasada em diversos autores, afirmou que os professores sentem dificuldades na compreensão de gráficos e não se sentem preparados para

trabalhar conteúdos de estatística em sala de aula. A fim de contribuir para a formação de alunos do Curso de Pedagogia, a professora realizou uma intervenção de ensino, verificando os elementos em que o processo de análise a priori de atividades de interpretação de gráficos de barras e de colunas contribuiriam na formação conceitual didático-metodológica de alunos deste Curso. Ao final da investigação, concluiu que o “ato de realizar análise a priori de atividades sobre interpretação de gráficos de barras e colunas contribui para que os sujeitos obtenham um maior conhecimento conceitual sobre o conteúdo trabalhado”.

A **leitura de gráficos com crianças da quarta série do ensino fundamental** é o título da pesquisa de Rosana C.R. de Lima, da PUC/SP, publicada nos anais do VIII ENEM. A pesquisadora cita estudos de variados autores que constataram que a leitura e interpretação de gráficos não é uma atividade automática, mas que requer processos cognitivos relacionados a conhecimentos matemáticos, bem como às experiências prévias das pessoas. Para investigar a leitura de gráficos realizadas por alunos de quarta série, LIMA realizou uma intervenção de ensino em ambiente informático. A autora confirmou suas expectativas sobre a fácil identificação dos alunos em relação aos pontos extremos do gráfico, bem como a constatação de que as atividades de intervenção, que utilizaram diferentes escalas na resolução de problemas, minimizaram as dificuldades de leitura de dados.

A pesquisadora Simone Echeveste e outros professores da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA) publicaram o artigo “**Estatística Divertida: trabalhando com gráficos na escola**”, que enfatiza a importância da capacidade do aluno saber ler criticamente as informações estatísticas provenientes dos meios de comunicação. Defendendo a inclusão do trabalho com estatística nas escolas, apresenta os diferentes tipos de gráficos, com explicações sobre sua utilização, e atém-se a diversas sugestões de atividades com gráficos para o Ensino Fundamental e Médio.

No artigo “**A importância da estatística no ensino fundamental, médio e superior**”, nos anais do III Congresso Internacional do Ensino da Matemática, a doutora Clayde Regina Mendes da PUC de Campinas discute a necessidade de repensar a formação do futuro professor de Matemática e a

capacitação do professor em exercício. Segundo ela, para que esses possam trabalhar com segurança os conteúdos de estatística, é preciso que se sintam aptos a discutir e interpretar corretamente os dados, podendo, assim, motivar os seus alunos a fazerem interpretações e discussões coerentes. Diante dessa realidade, a autora considera essencial a contribuição dos educadores estatísticos no desenvolvimento de pesquisas que aproximem e integrem o conhecimento acadêmico às experiências e aos anseios dos professores no cotidiano da escola e na formação do futuro professor.

Louise Miron Roloff, graduada em Matemática na Universidade Federal de Santa Catarina, realizou seu trabalho de conclusão de curso sobre **“Gráficos e tabelas: análise do funcionamento cognitivo e representacional em atividades de matemática do livro didático”**. Analisou o funcionamento cognitivo e representacional de atividades empregadas em exercícios matemáticos envolvendo gráficos e tabelas de um determinado livro didático de sétima série do Ensino Fundamental a partir dos estudos de Raymond Duval sobre os registros de representação semiótica. Roloff concluiu que “a aprendizagem de gráficos e tabelas no Ensino Fundamental só complementarará a formação dos alunos de forma significativa considerando-se situações familiares a eles, situações que sejam contextualizadas, investigadas e analisadas, a fim de garantir a possibilidade de desenvolvimento de uma visão estatística e probabilística expressiva” e ressaltou a importância do professor realizar uma análise dos funcionamentos representacionais e cognitivos que implicam as atividades com gráficos e tabelas.

1.5.2 Algumas Considerações

Nesta busca de artigos, pesquisas, dissertações e teses sobre a estatística nas séries iniciais do Ensino Fundamental, observamos que o assunto não foi sistematicamente tratado antes de 1997. A partir de 1998, pesquisas de maior consistência foram realizadas, sendo que grande parte delas está concentrada nos últimos anos, de 2003 em diante.

Talvez os Parâmetros Curriculares Nacionais (publicados em 1997), tenham sido um dos fatores para que, a partir dessa data, houvesse uma maior preocupação acerca do “Tratamento da Informação”. Podemos entender que ao se deparar com a sugestão dos Parâmetros Curriculares Nacionais como um

importante bloco de conteúdos, os educadores passaram a pensar sobre como estavam ensinando, ou não, a Análise de Dados nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Outro fator que podemos considerar é a crescente percepção dos professores à necessidade de um ensino interdisciplinar, e o fato de a estatística ser um conteúdo matemático capaz de trabalhar com dados de diversas disciplinas é um aliado para que ela seja lembrada pelos educadores - pesquisadores.

Vimos que os trabalhos coletados falam sobre organização de dados, currículo escolar, atividades práticas, formação do professor, exploração de contexto significativo, leitura e interpretação, uso de material manipulativo e da informática no ensino de Análise de Dados nas primeiras séries do Ensino Fundamental, também sobre a importância do ensino da estatística no Ensino Fundamental e Médio e a estatística nos livros didáticos. Todos os tópicos são extremamente significativos para compreendermos como está sendo tratado o Ensino da Análise de Dados no Brasil sob diversos aspectos, e, principalmente, que há um campo aberto para novas pesquisas. Neste ponto, vemos que existe um lugar para o nosso trabalho sobre Análise de Dados na primeira série do Ensino Fundamental, salientando que entre os trabalhos relatados acima, nenhum deles utilizou a teoria dos Registros de Representação Semiótica como embasamento teórico para uma seqüência didática em Análise de Dados.

2. FUNDAMENTOS DA PESQUISA

2.1 A ENGENHARIA DIDÁTICA COMO METODOLOGIA

A Engenharia Didática é uma forma particular de organizar procedimentos metodológicos da pesquisa em Didática da Matemática, cuja experimentação deve ocorrer na ação didática, em sala de aula. Artigue (1988) faz uma analogia entre o trabalho do pesquisador e o do engenheiro quanto à concepção, planejamento e execução de um projeto.

aquela que era comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apóia nos conhecimentos científicos do seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico mas, ao mesmo tempo, se encontra obrigado a trabalhar sobre objetos muito mais complexos do que os objetos depurados da ciência, e portanto a estudar de uma forma prática, com todos os meios ao seu alcance, problemas de que a ciência não quer ou ainda não é capaz de se encarregar. (ARTIGUE, 1988, p.193)

De acordo com Pais (2002, p.99), a Engenharia Didática é um meio para aproximar a ação acadêmica à realidade imediata do sistema de ensino, pois, ciente de que o modelo teórico não é suficiente para suprimir os desafios da complexidade que é educar, mantém a ciência e a técnica articuladas. Artigue destaca o caráter experimental da engenharia didática e cita as realizações didáticas que podem ser ligação entre a teoria e a prática na Engenharia Didática.

A engenharia didática, vista como metodologia de pesquisa, se caracteriza, em primeiro lugar, por ser um esquema experimental baseado em realizações didáticas em classe, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de seqüências de ensino. (ARTIGUE apud PAIS, 2002, p. 104)

Com esse enfoque, pretendemos realizar esta pesquisa, que será o estudo para a organização de uma seqüência didática e a aplicação pela própria pesquisadora em sala de aula de primeira série de uma escola municipal de Florianópolis. A engenharia didática é o método de pesquisa que consideramos mais adequado no estudo das relações teóricas e práticas de sala de aula na educação Matemática. No entanto, algumas particularidades desse trabalho, como a atividade com crianças no início da escolaridade e a

preocupação com a fluência deste texto, farão com que não sigamos a todos os passos deste método com rigidez.

Como metodologia de pesquisa, a engenharia didática organiza-se em quatro fases que são: análises preliminares; análise *a priori*; experimentação; análise *a posteriori* e validação.

Na primeira fase, as **análises preliminares**, é realizado o estudo do referencial teórico, a análise do ensino usual e seus efeitos e a análise das concepções dos alunos. É recomendável proceder a uma descrição das principais dimensões que definem o fenômeno a ser estudado e que se relacionam com o sistema de ensino, tais como a epistemológica, cognitiva e didática.

Considerada um embasamento para a engenharia, esta fase poderá ser retomada e aprofundada no decorrer do trabalho.

A **análise a priori das situações didáticas** caracteriza-se pelo estudo de referencial teórico e a definição das variáveis a serem consideradas na experimentação, com base nas análises preliminares e no referencial teórico. Segundo Artigue (1988) é possível distinguir dois tipos de variáveis:

- variáveis *macro-didáticas* ou globais estão ligadas à organização global da engenharia;

- variáveis *micro-didáticas* ou locais estão ligadas à organização local, ou seja, à organização de uma sessão ou de uma fase.

É sobre o conjunto dessas variáveis que se inicia a análise a priori, cujo objetivo é determinar quais são as variáveis escolhidas sobre as quais se torna possível exercer algum tipo de controle, relacionando o conteúdo estudado com as atividades que os alunos podem desenvolver para apreensão dos conceitos em questão.

Essa fase comporta uma parte de descrição e outra de previsão e poderá ocorrer, em alguns momentos, concomitante à primeira.

A **experimentação** constitui-se, efetivamente, na parte experimental da pesquisa. Uma *seqüência didática* é formada por um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações

de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática. A seqüência de ensino é voluntariamente organizada para provocar a aprendizagem de um determinado conhecimento.

Algumas pesquisas exigem a observação direta dos alunos em atividades, possibilitando a obtenção de um maior número de informações; ressalta-se que as condições reais das atividades devem ser descritas no relatório final da pesquisa.

Na **análise a posteriori e validação**, o último momento da pesquisa, reúnem-se todas as informações colhidas na experimentação e, muitas vezes, são necessários dados complementares como questionários, entrevistas, gravações, diálogos ou pós-testes para que se chegue o mais perto possível da realidade da produção dos alunos e suas formas de raciocínio. Segundo Machado (2002, p.208), a validação da Engenharia Didática ocorre internamente, verificando se as hipóteses levantadas no início da engenharia se validam ou se refutam após a confrontação entre as análises a priori e a posteriori.

2.2 OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Emoções, acontecimentos, pensamentos, informações... tudo o que desejarmos comunicar a um interlocutor deve ser representado de alguma forma. Nesta pesquisa, pretendemos tomar por base a teoria de Raymond Duval, que afirma que na Matemática tanto a *comunicação* como o *pensamento* dependem de representações, pois essa ciência (Duval, 1993, p.38), que não trata de objetos “reais” ou “físicos”, necessita representar semioticamente os seus objetos, a fim de que eles se tornem acessíveis ao sujeito.

Um mesmo objeto matemático pode ser representado através de registros de representações muito diferentes (Duval, 2004, p14) sem perder a referência, sendo que, de acordo com Duval (2004), “duas expressões tendo uma mesma referência podem ser trocadas uma pela outra, em uma frase ou fórmula, sem que o valor da verdade mude” (p.118). Isso ocorre na Matemática porque ela permite uma grande variedade de representações: sistemas de

numeração, figuras geométricas, escritas algébricas e formais, representações gráficas e língua natural:

As representações semióticas são conscientes e externas, permitem ver o objeto através da percepção de estímulos (pontos, traços, caracteres,...) que têm o valor de “significantes”. (DUVAL, 2004, P.35)

Segundo Duval (2004, p.36), não podemos reduzir o emprego das representações semióticas à função de expressão, pois as representações podem preencher quatro funções cognitivas do pensamento, que são: comunicação, tratamento, objetivação e identificação. A função de *comunicação* seria a de transmitir uma mensagem ou informação entre indivíduos; a de *tratamento* seria a transformação de uma representação em outra dentro de um mesmo sistema semiótico; a função de *objetivação* seria conhecer algo que até então não se sabia e, finalmente, a de *identificação* que permite encontrar ou reencontrar um dado ou informação entre outras, para recuperar a memória. As três primeiras funções são indispensáveis para o funcionamento cognitivo, e, a última, para o tratamento da informação, sendo que todas auxiliam no processo de educação matemática:

“O interesse pelo conhecimento da existência deste mundo das representações semióticas não se dá, tão somente, pela possibilidade de entendimento cognitivo para a aprendizagem matemática, mas pelas funções cognitivas que estas representações preenchem e que, portanto, auxiliam no processo da educação matemática.” (Flores e Moretti, 2005, p.3)

Um dos papéis primordiais da representação é a possibilidade de assumir funções cognitivas diferentes, dependendo do sistema semiótico⁵ em que está inserida. Outro, é produzir conhecimentos por meio das transformações entre registros e do trânsito de ida e vinda entre eles, favorecendo o pensamento, permitindo a economia de tratamento, complementaridade de registros e a conceitualização.

Sobre a *economia de tratamento* Duval (1993) diz que a diversidade de registros “tem por objetivo permitir a realização de tratamentos de uma maneira mais econômica e poderosa”, pois aumenta as possibilidades de troca entre eles, permitindo a escolha do tratamento mais eficaz. Segundo Duval (1993,

⁵ Os sistemas semióticos permitem que se cumpram as três atividades cognitivas inerentes a toda representação: constituir uma marca/signo/registro ou conjunto de marcas de acordo com regras próprias do sistema e transforma-las.

p.52), uma representação é parcial àquilo que ela quer representar. Então, o contato com as diferentes possibilidades que um sistema semiótico ou outro permite a *complementaridade de registros*. Registros de natureza diversa são complementares, pois oferecem diferentes possibilidades e cada registro é considerado parcial pelo fato de que em cada tipo de representação sobressai-se uma determinada informação. Duval (1993, p 49, 50) afirma que a ausência da coordenação entre registros não impede toda a compreensão, mas a limita ao contexto semiótico de um só registro, não favorecendo em nada as transferências e as aprendizagens ulteriores: “ela rende conhecimentos adquiridos pouco ou não mobilizados em todas as situações nas quais elas deveriam realmente ser utilizadas.” Essa idéia justifica a importância das transformações e coordenação entre registros quando o objetivo é a *conceitualização*, pois a apreensão conceitual está intimamente relacionada a essa coordenação.

Para Duval (2003) “A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de, ao menos, dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar, a todo momento, de registro de representação.” (p.14)

Essas trocas entre registros são caracterizadas em dois tipos de transformações semióticas que são totalmente diferentes: os tratamentos e as conversões. O *tratamento* é a transformação da representação no próprio sistema de registro em que foi formada inicialmente, ou seja, é interna. Os tratamentos são atividades de “produção” (Duval, 2004, p.42), como por exemplo, a produção de uma resposta, sendo que existem regras internas ao tratamento de cada registro.

O cálculo é um tratamento interno ao registro de uma escrita simbólica de cifras ou de letras: substitui, no mesmo registro de escrita de números, expressões novas por expressões dadas. (DUVAL, 2004, p.44)

Por outro lado, a *conversão* (Duval, 1993,p.42) é um tipo de transformação que ocorre entre registros mudando a forma ou sistema de representação pela qual o objeto é representado, mas conservando totalmente, ou em parte, o objeto matemático da representação inicial. Por exemplo, transformar os dados de uma tabela em um gráfico de colunas seria uma atividade de conversão, pois estaríamos mudando a forma de representação

em tabela para outra forma: o gráfico; ao mesmo tempo que estaríamos conservando o objeto representado: os dados.

A conversão (Duval, 1993,p.4) não pode ser confundida com a codificação (transcrição de uma representação num outro sistema semiótico que aquele dado) ou com a interpretação (requer mudança de contexto, o que não implica a mudança de registro). As conversões podem ser ilustrações (conversão lingüística para figural), traduções (conversões lingüísticas de uma língua para outra) e descrições (conversões de representações não verbais para representações lingüísticas).

Segundo Duval, (2003, p.16) “a conversão intervém somente para escolher o registro no qual os tratamentos a serem efetuados são mais econômicos, mais potentes, ou para obter um segundo registro que serve de suporte ou de guia aos tratamentos que se efetuam em um outro registro.” Isso quer dizer que as conversões não têm papel de justificação ou prova dos processos matemáticos (elas se fazem baseadas em tratamentos). No entanto, tratando-se de aprendizagem, a conversão é essencial, pois está diretamente ligada à compreensão, “aparece como atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão” (DUVAL, 2003, p.16)

Para Duval, existem dois fenômenos observáveis em qualquer tipo de conversão:

1 – As *variações de congruência e não congruência*: quando o registro de chegada está muito próximo ao de saída, a conversão está próxima a uma codificação, então diz-se que há congruência. Em seus estudos, Duval (1988) apresenta a diferença semântica entre os registros de representações semióticas, isso quer dizer que os registros podem representar um mesmo objeto, mas mudar a forma de expressão. A não congruência da significação traria conseqüências positivas para o ensino, pois aquilo que não é óbvio levaria o aluno a pensar e aprender realmente. Neste caso, o professor, conhecendo seus alunos, deve variar a rede semântica utilizada, sem que o salto entre uma representação congruente e outra não-congruente seja intransponível. Posteriormente, na seqüência didática deste trabalho, teremos exemplos de atividades congruentes e não-congruentes.

Duval define diferentes fenômenos das conversões: as que possuem *congruência semântica*⁶ (economia cognitiva) e as *não congruentes* (que exigem maior custo cognitivo), sendo que, para haver aprendizagem, é necessário que os dois tipos de conversões sejam usados, um para exigir que o aluno coordene mais o pensamento e, outro, para que haja capacidade de simplificação, sem correr o risco de haver bloqueios do conteúdo.

2 – A heterogeneidade dos dois sentidos de conversão: Duval (2003, p.20) diz que, geralmente, no ensino, um sentido de conversão é privilegiado, acreditando-se que o “treinamento” em um sentido estaria automaticamente treinando a conversão no outro sentido. As mudanças de sentido da representação semiótica levam a um custo cognitivo maior ou menor da representação, ou seja, para o funcionamento do pensamento, um tipo de tratamento pode ser mais econômico, levando a uma compreensão ou resolução mais fácil.

Segundo Duval (2004, p.49), a conversão pode favorecer a coordenação dos registros de representação, sendo que “a compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representação semiótica” (DUVAL, 2003, p.15). O funcionamento cognitivo (DUVAL,1993) depende da coordenação entre a produção de uma representação semiótica e a apreensão conceitual do objeto.

Observando que a diversidade de registros, sua conversão e coordenação estão intimamente ligadas à compreensão, podemos concluir que o ensino deve levar essas idéias para suas metodologias, visando o acesso do aluno ao objeto matemático e a sua compreensão. No entanto, utilizar a variedade de registros de representação de que a Matemática dispõe não é

⁶ As leis criteriosas de congruência são:

- a possibilidade de uma correspondência “semântica” de elementos significantes: a cada unidade significativa simples de uma das representações podemos associar uma unidade elementar.
- A univocidade “semântica” terminal: a cada unidade significativa elementar da representação de partida, só corresponde uma única unidade significativa elementar no registro da representação de chegada.
- A organização das unidades significantes: as organizações respectivas das unidades significantes de duas representações comparadas conduz em apreender as unidades em correspondência semântica segundo a mesma ordem nas duas representações. O critério de correspondência na ordem de uma ordenações das unidades que compõem cada uma das duas representações só é pertinente quando estas apresentam o mesmo número de dimensão.

Estes três critérios permitem determinar o caráter congruente ou não congruente da conversão e efetuar entre duas representações semióticas diferentes e representando, ao menos parcialmente, o mesmo conteúdo. Permitem, igualmente, determinar um grau de não congruência. (Duval, 1993)

uma prática comum nas escolas, sendo que (Duval, 2004, p.48) os tratamentos são privilegiados e o espaço dado às conversões é quase nulo.

Os monorregistros (DUVAL, 2003, p.21) garantem o “sucesso” na aprendizagem de muitos alunos. Entretanto, quando esses são solicitados a utilizar outras formas de registros, os fracassos ou bloqueios são evidentes, principalmente se as conversões requeridas forem não-congruentes. O tratamento de apenas um tipo de registro leva o aluno ao enclausuramento de registro, que, segundo Duval (2003, p.21), o impede de reconhecer o mesmo objeto matemático em duas de suas representações bem diferentes.

Diante dos estudos de Duval, acreditamos que o sujeito que aprende precisa contatar com diferentes tipos de registros de representações semióticas e ser capaz de passar de um a outro, pois dependendo da situação problema, um determinado registro pode tornar-se mais eficiente do que outro. Esta passagem e coordenação são essenciais para que haja clareza na diferença entre o registro de representação e o objeto representado e, conseqüentemente, para haver compreensão do objeto matemático.

Mas, será possível que crianças no início da escolaridade não confundam o objeto matemático com sua representação, uma vez que as representações são o único meio de acesso a esse objeto? Assim constitui-se um paradoxo no que diz respeito às representações mentais (conjunto de imagens, conceitualizações sobre um objeto, situação e suas associações) e às representações semióticas (produções constituídas pelo emprego de signos sobre um objeto):

Este paradoxo pode constituir-se num grande círculo para a aprendizagem. Como sujeitos, em fase de aprendizagem, poderiam não confundir os objetos matemáticos com suas representações semióticas se eles só podem negociar com as representações semióticas? (DUVAL, 1993, p.38).

A resposta a esta questão constitui-se na hipótese fundamental de Duval:

A compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação e esta coordenação manifesta-se pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão (DUVAL, 1993, p.51)

Diante dessa hipótese, pensamos que a utilização de diferentes registros de representações semióticas pode ser uma “metodologia de ensino” que o professor usa quando busca a conceitualização, a aquisição de conhecimentos. Essa metodologia demandaria na utilização de diversos registros de representação, em constantes conversões entre eles, realização de tratamentos a partir de cada sistema semiótico utilizado, possibilitando a aprendizagem do objeto matemático sob diversas formas.

Segundo Duval (2004, p.49), de acordo com “observações em classe, análises de resultados, assim como experiências de aprendizagem mostram que a conversão das representações semióticas constitui a atividade cognitiva menos espontânea e mais difícil de adquirir para a maioria dos alunos.” Se a coordenação entre registros não é uma atividade espontânea, mas é condição para o funcionamento cognitivo, nesse ponto está o papel principal do professor: permitir o contato do aluno com variados registros de representações semióticas e levar à passagem de um registro a outro, compreendendo a diferença entre o registro de representação e aquilo que se quer representar.

A teoria de Duval será o caminho que utilizaremos para favorecer a aprendizagem da Análise de Dados na primeira série do Ensino Fundamental. No entanto, pensamos que ainda é necessário especificar as representações gráficas, as funções e características dos seus registros (gráficos e tabelas), uma vez que são objeto do nosso estudo.

De acordo com Flores e Moretti (2005, p.4), “A representação gráfica constitui-se num importante recurso para a análise de dados e tratamento da informação”, o que fez com que esse tipo de representação passasse a ser objeto de ensino da Matemática, ponto que já observamos neste trabalho ao analisar os documentos oficiais, livros didáticos e as falas de professores. Porém, o papel das representações gráficas não é de apenas comunicar ou organizar dados. Por isso, é fundamental que aquele que pretende ensinar gráficos e tabelas saiba analisar o funcionamento cognitivo e semiótico das representações gráficas a serem utilizadas.

A função de identificação destaca-se no trabalho com gráficos e tabelas, pois neles, podemos encontrar informações e, a partir delas, realizar

comparações, buscar novos conhecimentos e tomar decisões. A análise de dados permite mobilizar as quatro funções cognitivas mas, segundo Flores e Moretti, “Particularmente, no ensino, privilegia-se muito mais a tarefa de leitura e identificação de dados retirados de representações gráficas para fins de comunicação em detrimento de outras atividades, tais como a própria construção destas representações.” (2005, p.11). Nesse trabalho, também percebemos esse fato ao observar os livros didáticos. Veremos, a seguir, que os gráficos e tabelas podem assumir funções semelhantes, mas possuem funcionamento semiótico diferente.

As tabelas são organizadas representacionalmente em linhas e colunas e possibilitam uma leitura pontual (de forma separada) e global (mas finita) dos dados, possuindo, assim, um funcionamento semiótico particular. Para Flores e Moretti (2005, p.5), as tabelas são uma forma de representação gráfica que parece simples e direta; porém, “esta simplicidade de acesso às informações, a homogeneidade visual e a forma organizada de distribuição de dados, só são aparentes”, pois fatores diversos influenciam na leitura de uma tabela, como “aqueles requeridos na organização representacional e visual, bem como aqueles ligados aos processos cognitivos” (p.5). Acreditando que, apesar de parecerem iguais, as tabelas não implicam nos mesmos empreendimentos cognitivos, nem nas mesmas possibilidades de tratamentos (Flores e Moretti, p. 8), Duval (2002) define dois grandes grupos de classificação para análise semiótica e cognitiva de tabelas: o de banco de dados (consulta rápida, identificação) e o de novos dados (inferência, relação de elementos não conhecidos ou considerações até então não percebidas).

Os gráficos de coluna são organizados representacionalmente em dois eixos, um vertical (y) e um horizontal (x), nos quais dispõem-se colunas verticais, sendo que a altura dessas colunas são proporcionais a suas respectivas frequências. Essa organização possibilita uma impressão global, rápida e direta dos dados, e de característica infinita.

...diferença entre a característica finita das tabelas e a característica potencialmente infinita dos gráficos cartesianos diz respeito aos objetos representados e não ao princípio sobre o qual o sistema de representação se funda. Esse princípio repousa sobre uma disposição espacial bidimensional em vista de separar e de localizar dados. (Duval, 2002, p.11)

A leitura de um gráfico induz para a leitura global, e, segundo Duval, “Os gráficos cartesianos se prestam a operações de interpolação e extrapolação, mas não as tabelas que se prestam a operações de operação e permutação de linhas e colunas” (2002, p.11).

Assim, os gráficos cartesianos, bem como os gráficos de barra, são representações gráficas que possibilitam o aparecimento de formas visuais tais como retas, curvas, contornos de superfície. Este fato não ocorre nas tabelas pois não é possível reagrupar, ou fusionar os dados de cada casa de modo que se tenha o desenho de uma forma. (FLORES E MORETTI, 2005, p.6)

Tendo em vista as particularidades das funções e possibilidades de cada uma destas representações: tabelas e gráficos, podemos observar, mais uma vez, a importância do uso de diferentes representações semióticas no ensino. A característica complementar da correspondência tabela-gráfico pode levar a uma leitura mais abrangente das informações e a coordenação de um a outro modo de representação semiótica requer a compreensão de cada um deles, bem como dos tratamentos possíveis de uma tabela e um gráfico. Flores e Moretti (2005, p.11) afirmam que a conversão entre os registros é que possibilitará uma leitura global das representações gráficas. Sabendo que essa conversão não é uma atividade natural, mas que dela depende a compreensão do objeto matemático, pensamos que devemos levá-la ao ensino como uma atividade essencial para a aprendizagem.

3. UMA REALIZAÇÃO DE ENSINO

3.1 PRÉ-EXPERIMENTAÇÃO

Para conhecer as possibilidades de trabalho com crianças da primeira série do Ensino Fundamental, aplicamos uma pré-sequência didática composta de quatro aulas, com duração de uma hora e meia cada aula. Os objetivos das atividades de pré-experimentação baseiam-se em observar algumas dificuldades que possivelmente poderão surgir e verificar as idéias que as crianças construirão sobre conceitos básicos de análise de dados. Pensamos que essas observações e sua relação com o referencial teórico poderão auxiliar ou nortear as atividades da seqüência didática.

As aulas ocorreram no mês de novembro de 2004, em quatro dias seguidos e duraram cerca de uma hora e meia, numa escola municipal de Florianópolis.

A seguir, apresentamos o que foi planejado para a aula e após, o relato da mesma. Ao final, faremos considerações gerais sobre o material coletado nas quatro aulas.

3.1.1 Aula I

Atividades propostas: perguntar aos alunos seus nomes, pedir que os escrevam numa ficha. Combinar coletivamente uma cor para os meninos pintarem a ficha e uma cor para as meninas pintarem a ficha. Pedir que todos os alunos cole suas fichas num papel pardo em frente ao quadro, mas antes disso, conversar sobre qual a melhor maneira de organizá-las para que sejam visualizadas com maior facilidade. Perguntar às crianças quantos meninos tem na sala, e quantas meninas, e deixar que registrem o resultado a sua maneira nas folhas (Anexo 1) para completar sobre a quantidade de alunos na sala. Conversar com os alunos sobre como eles obtiveram os dados para a resposta ao questionamento. Questionar novamente sobre a quantidade de meninos e meninas na sala e confrontar os resultados individuais da turma com o das fichas coladas no papel pardo para averiguar sua correção.

Relato:

Depois de entrar em consenso quanto as cores das fichas e pintá-las, pedi que as crianças as colassem no papel pardo, mas organizando de alguma maneira, para que não ficassem todas em desordem no cartaz. Algumas das sugestões das crianças foram: colar as fichas uma ao lado da outra, colar as que têm nomes parecidos próximas. Na hora de colar, deixei que se organizassem por si, e dois meninos tomaram a frente, pedindo que os meninos colassem na parte de cima do papel e as meninas na parte de baixo, uma ficha ao lado da outra.

Na primeira atividade da folha, os alunos iniciaram a contagem “um a um” dos meninos e meninas, mas houve um problema: várias crianças não conseguiam fazer porque os colegas levantavam de seus lugares para contar a quantidade de meninos e de meninas, e outros, esqueciam de contar a si próprios.

Um aluno sugeriu que apenas um contasse para todos, mas todos queriam ser este “um” responsável pela contagem. Passei a questionar “Será que não tem outra forma de contar?” “O que foi que vocês acabaram de fazer com as fichas coladas no papel?” Até que o J. sugeriu que poderiam contar as fichas coladas no papel pardo. Todos queriam ir até a frente da sala para apontar a contagem até que a S. disse que seria melhor que cada um contasse do seu lugar, contando as fichas na “sua mente”.

Depois de concluída a tarefa, conferimos coletivamente a quantidade de meninos e meninas da sala, e o total. Os alunos perceberam que a quantidade de fichas coladas estava de acordo com o número de crianças na sala.

Para resolver a próxima tarefa da folha, pedi que levantassem o dedo os alunos com 6, 7, 8 e 9 anos. Cada aluno teria que descobrir a quantidade de crianças com estas idades na sala, mas, desta vez, sem ajuda do gráfico. Para essa tarefa, alguns alunos pegaram uma folha de rascunho e saíram anotando, pedindo um a um suas idades; outros escreveram o nome de cada colega com tal idade, outros tentaram contar nos dedos.

3.1.2 Aula II

Atividades propostas:

Retomar oralmente o trabalho realizado na aula anterior.

Pedir que os alunos registrem em tabelas (Anexo 2) os dados obtidos na aula passada sobre as idades das crianças. Realizar o mesmo trabalho coletivo de colagem dos dados a respeito dos alunos em papel pardo e posterior comparação dos dados.

Relato:

Para iniciar, retomei oralmente com as crianças as atividades da aula passada, mostrei novamente o trabalho da colagem dos nomes no papel.

Os alunos foram outra vez questionados sobre a quantidade de meninos e meninas na turma. Poucos começaram a contar os próprios colegas, a maioria foi direto ao quadro e contou o número de fichas de meninos e meninas. Aqueles que estavam contando os colegas, logo lembraram que poderiam ver as quantidades no gráfico com as fichas. Todos os alunos registraram o resultado da contagem através de algarismos:

Ao questionar quantos alunos tinham 6, 7 ou 8 anos na turma, logo sugeriram que fizéssemos novas fichas para colar e contar, seria mais fácil. Surgiu o impasse de como organizar as fichas. Uns achavam que deveriam colar 6 anos na parte superior do quadro, 7 anos no meio e 8 anos embaixo. Outros, achavam que os de 8 anos deveriam colar em cima, por serem mais altos... até que um aluno sugeriu que colasse lado a lado, os de 6, 7 e 8 anos.

No momento de fazer as fichas, alguns alunos queriam saber se era necessário escrever o seu nome e idade na ficha. Devolvi a pergunta a eles, e uma aluna disse que não seria necessário, pois havíamos combinado cores e cada cor representava uma idade e os nomes não eram necessários. Os colegas concordaram, mas todos quiseram escrever seus nomes. Mesmo assim, alguns ainda escreveram sua idade.

O resultado final deste trabalho ficou cheio de “remendos” pois alguns alunos queriam colar as fichas no sentido horizontal e os outros descolavam para arrumar, colocando no vertical, como havia sido combinado.

O registro individual também foi numérico:

FIGURA 2

TABELA DAS IDADES DA TURMA.

IDADE	QUANTIDADE
6 ANOS	1
7 ANOS	14
8 ANOS	9
9 ANOS	
TOTAL	24

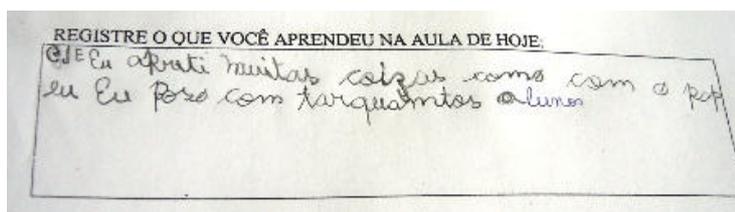
TABELA DAS MENINAS E SUAS IDADES:

IDADE	QUANTIDADE
6 ANOS	
7 ANOS	10
8 ANOS	2
9 ANOS	
TOTAL	12

No momento de cruzar os dados meninos e idades, meninas e idades, avisei que não usaríamos o quadro com fichas; seria necessário que arrumassem outra maneira. Então, um menino foi até o quadro de idades que constava os nomes nas fichas e contou em voz alta quantos tinham em cada idade. Depois, o mesmo foi feito com as meninas. Os colegas prestavam atenção e ficavam pedindo para o menino repetir os dados, pois alguns ainda tinham dúvidas quanto ao preenchimento das tabelas.

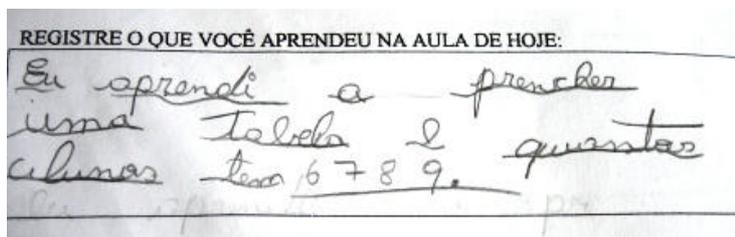
Exemplos da última tarefa:

FIGURA 3



“Hoje eu aprendi muitas coisas como com o papel eu posso contar quantos alunos.”

FIGURA 4



“Eu aprendi a preencher uma tabela e quantos alunos tem 6, 7, 8 e 9 anos.”

FIGURA 5

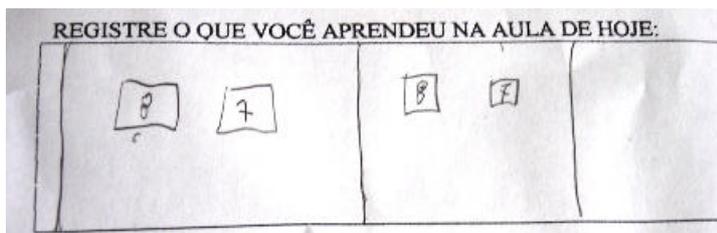
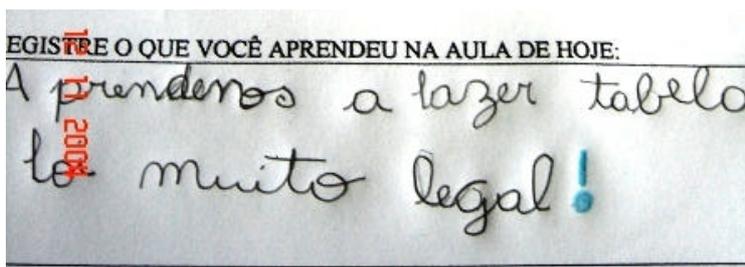


FIGURA 6



“Aprendemos a fazer tabela foi muito legal!”

3.1.3 Aula III

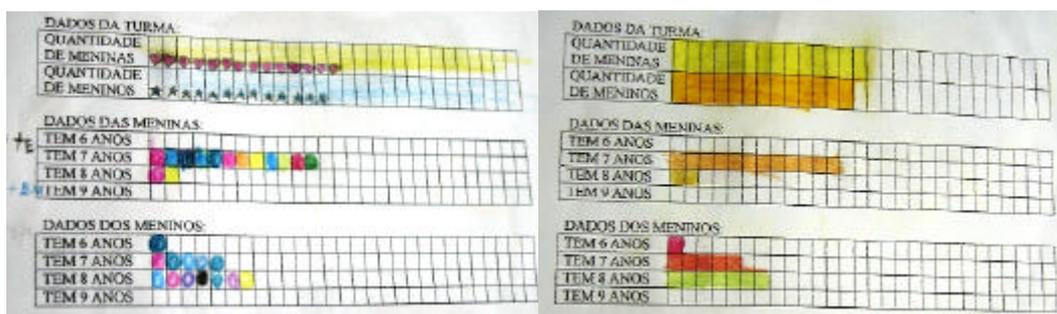
Atividades propostas:

Retomar os dados das aulas anteriores e passá-los para malhas quadriculadas, formando gráficos de coluna (Anexo 3). Apresentar os mesmos dados registrados em cartazes com gráficos de diferentes tipos feitos anteriormente pela professora-pesquisadora. Pedir que alguns alunos se manifestem para a turma sobre o que podem ver de semelhanças e diferenças entre os gráficos, o que percebem sobre os dados apresentados nos mesmos. Discussão coletiva sobre o conteúdo apresentado nos gráficos.

Relato:

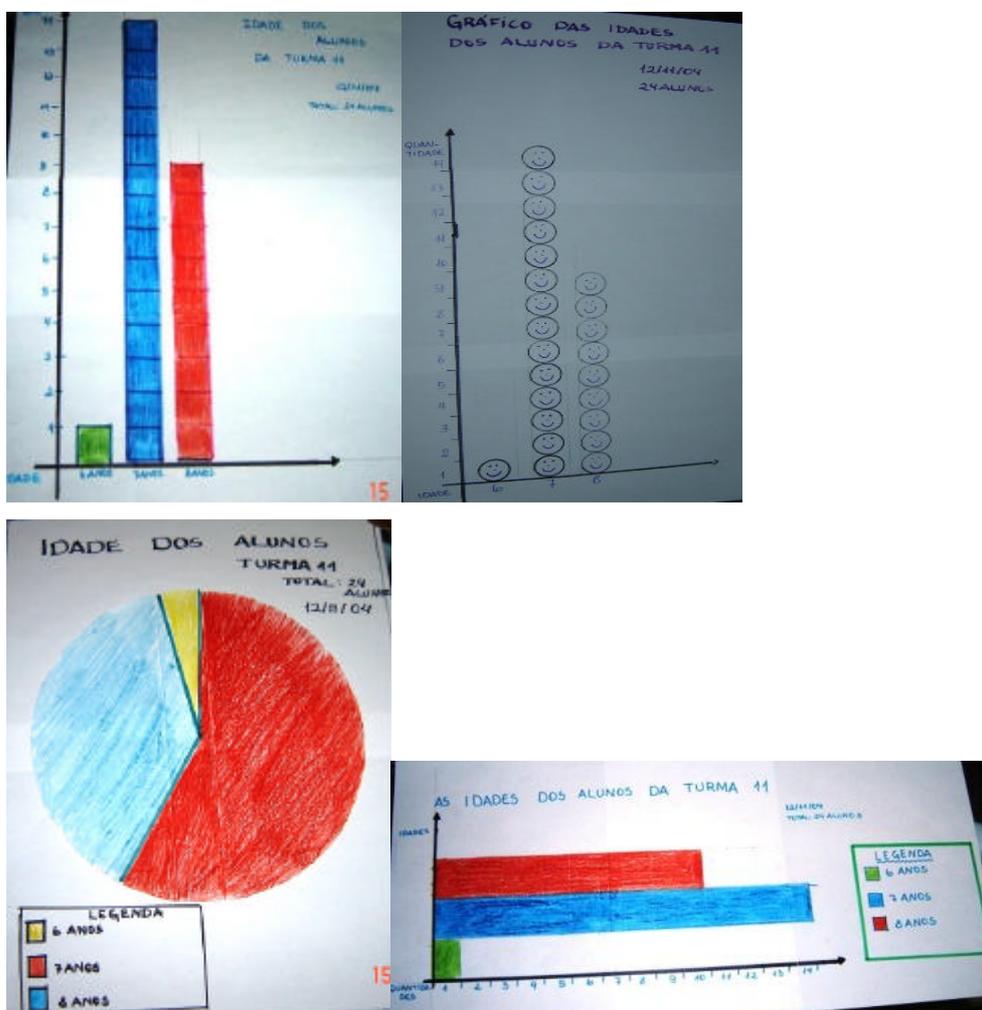
Após retomar as aulas anteriores, os alunos foram convidados a realizar um registro da última aula em forma de gráfico. Puderam conferir os trabalhos anteriores para realizá-lo. Observei que todos os alunos já perceberam que podem contar a quantidade de alunos através do registro anterior. Para formar os gráficos de barra, a maioria das crianças pintou os quadrinhos, outras os preencheram com símbolos:

FIGURA 7



Após conferir os dados coletivamente, mostrei aos alunos os seguintes gráficos e perguntei o que eles tinham em comum com o registro que acabaram de realizar.

FIGURA 8



Os alunos observaram que alguns gráficos eram parecidos com os outros: o pictograma parecido com o gráfico de colunas e este com o gráfico de

barras. Perceberam que comunicavam as mesmas informações. Algumas crianças disseram que o gráfico de setores não tinha “nada a ver” com os demais e, mesmo com a professora e os colegas explicando, não compreenderam que se tratava da mesma informação.

Segundo os alunos, o gráfico mais fácil de compreender foi aquele em que aparecem figuras de rostos de crianças.

Chamei alguns alunos para dizer o que haviam aprendido com a comparação dos gráficos. Falaram que “aprendi que estes gráficos querem dizer a mesma coisa, só que com figuras diferentes” e “aprendi que todos estes gráficos têm as idades dos alunos da sala”.

Questionei as crianças se elas já haviam visto, em algum lugar, gráficos como estes; muitos disseram que viram na televisão.

3.1.4 Aula IV

Atividades propostas:

Lembrar o que foi realizado nas aulas anteriores, pedir que alguns alunos definam o que é gráfico ou tabela. Distribuir revistas e jornais e pedir que os alunos encontrem gráficos ou tabelas nos mesmos, recortem e coleem num quadro, separando os tipos de gráficos semelhantes. Dizer e escrever individualmente o que aprenderam nas quatro aulas.

Relato:

Na quarta aula, depois de retomar as anteriores, foi pedido aos alunos que dissessem o que são gráficos e tabelas. Eles foram convidados a procurar, em jornais e revistas, gráficos e tabelas. No momento de definição houve dificuldade. Os alunos souberam definir gráficos e tabelas somente de acordo com as experiências que haviam passado nas últimas 3 aulas: “é um jeito de marcar quantos alunos tem na sala, quantos anos eles têm”, “é pra saber quantos são meninos e meninas na sala, colando papezinhos e anotando para a gente olhar e logo lembrar”.

A tarefa foi realizada em duplas e não foi difícil. Rapidamente, a maioria encontrou gráficos e tabelas e, quando encontravam, eu questionava sobre a função dos mesmos, pedindo que lessem os títulos desses. Os alunos

encontraram diversos tipos de representações gráficas e, por isso, solicitei que as colassem de forma organizada num papel pardo. Eles próprios fizeram a separação entre gráficos, tabelas, gráficos de barras, de colunas, de setores, e até de mapas. Foi curioso perceber que muitos alunos também recortaram mapas (que são representações gráficas, mas não matemáticas). Apesar da grande quantidade de tabelas existentes nos jornais e revistas, os gráficos apareceram em maior quantidade no trabalho dos alunos. Eles eram encontrados com maior facilidade, talvez por chamarem mais atenção visualmente.

Depois, pedi que alguns alunos explicassem para a turma o que havia sido realizado naquele trabalho e eles souberam concluir que existem muitos tipos de gráficos e tabelas, que eles são muito usados nos jornais, revistas e na televisão, e servem para dizer “quanto tem” de alguma coisa.

Ao final, os alunos foram solicitados a escrever o que haviam aprendido no decorrer dessas quatro aulas e o que mais apareceu nesses textos foi “foi bom aprender o que são gráficos” ou “foi legal completar as tabelas”... Nessa tarefa, os alunos não se empenharam muito, na verdade estavam querendo “terminar logo” e se referiram mais à última aula, esquecendo as outras três.

FIGURA 9



Podemos ver que alguns gráficos foram recortados sem seus títulos e quando os alunos foram questionados sobre o que esses queriam dizer, não souberam responder. Os alunos organizaram os gráficos da seguinte forma: 1 – tabelas, 2 – gráficos de barras e colunas, 3 – gráficos de linhas, 4 – mapas, 5 – gráficos de setores.

3.1.5 Considerações sobre as atividades

Nas atividades, os alunos realizaram conversões e foi notável que isso não foi uma atividade “natural”, teve de ser provocada pela professora-investigadora.

“A coordenação de diferentes registros de representação ligados à objetivação e ao tratamento dos conhecimentos não se dá espontaneamente, inclusive no decorrer de um ensino que mobiliza essa diversidade de registros.”(DUVAL, 2004, p.75)

Passar do real para a representação nas fichas, na primeira aula, foi a parte mais custosa. Notou-se que, apesar de terem realizado a tarefa de pintar uma ficha com seu nome e colar no papel pardo, somente após muitos questionamentos as crianças perceberam que cada ficha representava uma criança, e que contar os alunos ou as fichas levava ao mesmo resultado, mas com caminhos de representantes diferentes. Já nas demais aulas, os alunos passaram a usar as representações como ferramentas para realizar as tarefas pedidas, pois logo queriam fazer fichas e colar, de modo melhor organizado do que a primeira vez, para realizar a contagem de crianças.

Cada sistema semiótico utilizado nas aulas era tratado de uma maneira diferente, sendo que as tabelas foram as que trouxeram maiores questionamentos por parte dos alunos, sobre onde e como marcar as quantidades, em qual ordem, em qual quadrinho. Nestas tabelas, deixei livre o tipo de representação a ser usado; então, alguns alunos pintaram, outros representaram iconicamente e outros numericamente. Como a diversidade foi grande, senti a necessidade de que as crianças olhassem o que os colegas haviam feito, para notar que a tabela poderia receber diversos tipos de tratamento. Nos gráficos, os alunos logo conseguiam visualizar a informação pedida, talvez isso também tenha ocorrido porque muitos ainda não sabiam ler e identificavam os dados pelas suas cores.

A coleta de dados para o preenchimento de tabelas, quando não havia o auxílio dos gráficos, foi curiosa, pois como os alunos estavam livres para realizá-la, a mesma ocorreu sob diferentes formas de representação: icônicas (anotando um risquinho para cada criança, um círculo para cada criança, uma carinha para cada criança...) e numéricas. Notou-se a evolução dos alunos nessa atividade, pois percebiam que um colega anotava de uma forma mais

fácil ou econômica e, imediatamente, modificavam seu registro para aquele mais eficiente, que muitas vezes imitava um gráfico.

Há uma pluralidade de registros de representação de um mesmo objeto, e a articulação desses diferentes registros é condição para a compreensão em Matemática, embora várias abordagens didáticas não levem em conta esse fato. É enganosa a idéia de que todos os registros de representação de um mesmo objeto tenham igual conteúdo ou que se deixem perceber uns nos outros. (DUVAL, 2003, p.31)

Foi bom presenciar que muitas aprendizagens ocorreram na troca entre os alunos e nas comparações entre registros de representação utilizados por eles. Os conteúdos de seus registros eram diferentes, pois cada tipo de registro apresenta uma faceta do objeto, no entanto, a ação de comparar e ver que um registro poderia ser mais eficiente do que o outro permitiu que os alunos percebessem a possibilidade de realizar diversos registros para um mesmo objeto.

A passagem entre os diferentes tipos de registros de representação semiótica tornou as atividades mais ricas. Os alunos notaram que os diferentes tipos de gráficos e tabelas poderiam servir para representar uma mesma informação e que essa também podia ser convertida para a língua natural, sempre mudando o sentido das conversões.

Mesmo sendo atividades muito primárias sobre noções de Análise de Dados, percebe-se, claramente, que é possível tratar do tema na primeira série do Ensino Fundamental, pois, em muitos momentos de sua escolaridade e de sua vida, o aluno necessitará dessas informações básicas e, nada melhor que isso ocorra junto as suas primeiras aprendizagens, como mais uma linguagem a ser utilizada cientificamente e heurísticamente. O que ocorreu nessas quatro aulas destinou-se à aprendizagem de um conhecimento matemático que pode ser aplicado nas atividades pessoais dos alunos e “contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização” (DUVAL, 2003, p.11)

Acreditamos que essa breve experimentação poderá impulsionar uma seqüência didática mais elaborada, sendo possível embasá-la no referencial teórico de Raymond Duval, pois vimos aqui que muito de sua teoria pode ser aplicada e observada.

3.2 SEQÜÊNCIA DIDÁTICA

Para a seqüência didática, elaboramos atividades básicas sobre Análise de Dados para crianças no início da escolaridade. As atividades propostas seguiram a hipótese fundamental de Duval, que sugere que se utilize e coordene sempre dois ou mais tipos de representações semióticas para alcançar a compreensão de conceitos envolvidos à Análise de Dados.

Pensando nos estudos feitos nos capítulos anteriores, bem como as experiências da pré-experimentação, optamos por elaborar essa seqüência didática levando em conta as possibilidades de compreensão sobre Análise de Dados para alunos no início da escolaridade que nunca tiveram algum contato sistematizado (em situação de ensino) referente ao assunto. Por esse motivo, trataremos atividades que consideramos básicas para a compreensão de análise de dados através de histogramas, gráficos, tabelas e língua natural.

A seqüência didática foi desenvolvida com 26 alunos de uma turma de primeira série do Ensino Fundamental de uma escola municipal de Florianópolis, Santa Catarina.

Construída em quatro atividades (ver tabela 1 a seguir), o desenvolvimento de cada uma delas foi organizado em “passos”. Descrevemos os passos planejados para as atividades, e fizemos uma análise prévia das mesmas a fim de situá-las em nosso referencial teórico, expor nossos objetivos e expectativas. O relato da atividade virá depois da análise prévia e procura relacionar os objetivos da atividade com seu resultado prático e o referencial teórico, constituindo-se numa análise a posteriori.

TABELA 1: Atividades da seqüência didática

ENCONTRO	DATA	DURAÇÃO	ATIVIDADE
1º	20/09/05	2 horas	Construção de histograma e tabela; atividade de compreensão sobre o que um gráfico ou tabela representa ou pode representar.
2º	30/09/05	3 horas	Elaboração de gráfico e tabela sobre opiniões dos alunos da turma; atividade de conversão entre tabela, gráfico e língua natural.
3º	04/11/05	4 horas	Coleta de dados em duas turmas da escola, contagem e registro livre dos dados, depois em tabelas. Construção de gráficos sobre os mesmos dados, leitura e interpretação.
4º	29/11/05	2 horas	Análise do total dos dados.

3.2.1 Atividade 1

Idéia central da atividade: Organização de dados referentes à quantidade de alunos da sala de aula em forma de histograma estatístico. Conversão do registro desses dados para uma tabela; leitura e interpretação desses na língua natural.

3.2.1.1 Atividade proposta

I - Perguntar oralmente aos alunos quantas crianças tem na sala, quantos são os meninos e quantas são as meninas.

II - Entregar a cada criança uma caixinha de fósforo e pedir que escrevam seu nome na caixa e a decorem utilizando giz de cera.

III – Questionar novamente (oral) sobre a quantidade de alunos da turma.

IV - Pedir que os alunos venham à frente da sala e coloquem a caixinha sobre uma cartolina, de forma que possam organizá-las a fim de “ver” a quantidade de meninos e de meninas.

V - Perguntar oralmente, mais uma vez, quantos alunos tem na turma, quantos são os meninos e as meninas e como obtiveram esta ou aquela resposta.

VI - Completar a tabela de acordo com os dados do histograma:

TABELA 2: Quantidade de alunos da turma

SEXO	QUANTIDADE DE CRIANÇAS
MASCULINO (MENINO)	
FEMININO (MENINA)	
TOTAL	

VII - Entregar o questionário individual e lembrar aos alunos que podem basear suas respostas em qualquer um dos tipos de representação, o gráfico ou o histograma. Explicar o funcionamento do questionário:

FIGURA 10: Questões para análise dos dados da primeira atividade

RESPONDA ÀS QUESTÕES:	E MARQUE UM X PARA IDENTIFICAR ONDE VOCE PROCUROU A RESPOSTA:	
	Tabela 	Histograma 
1) QUANTAS MENINAS TEM NA TURMA?		
2) QUANTOS MENINOS TEM NA TURMA?		
3) QUANTAS MENINAS TEM A MAIS DO QUE MENINOS?		
4) QUANTAS MENINAS TEM A MAIS DO QUE MENINOS?		
5) SE TODOS OS MENINOS SAISSEM DA SALA, QUANTOS ALUNOS FICARIAM?		
6) SE TODAS AS MENINAS FALTASSEM A AULA, QUANTOS ALUNOS ESTARIAM PRESENTES?		

VII - Depois de cada questão, perguntar como os alunos pensaram para resolver, de onde obtiveram dados para as respostas e pedir que assinalem com um X numa tabela, que estará ao lado das questões, dizendo se usaram os dados da tabela ou do histograma, ou os dois, para responder às questões.

3.2.1.2 Análise prévia

Na pré-experimentação que realizamos neste trabalho, verificamos que a passagem dos dados da realidade para a língua materna e depois para representações matemáticas foi um trabalho custoso a se realizar com crianças da primeira série do Ensino Fundamental. Isso confirma a idéia de Duval (2004, p.49) que o trânsito entre representações não é uma atividade natural, sendo a conversão das representações semióticas a atividade cognitiva menos espontânea e mais difícil de adquirir para a grande maioria dos alunos. Por esse motivo, repensamos a primeira atividade com a intenção de trabalhar de uma maneira mais simples a idéia de que um gráfico representa dados coletados no meio.

Primeiramente, questionaremos os alunos sobre a quantidade de meninos e de meninas e o total de alunos na sala, para que encontrem meios

próprios para identificar a resposta. Pensamos que, provavelmente, os alunos contarão seus colegas um por um, e isso demandará em contagens equivocadas, faltando a inclusão do próprio aluno que conta, ou esquecendo de contar algum colega. Tomando por base as experiências que obtivemos no pré-teste, essa será uma situação de dúvida, ou até de discussão entre os alunos devido, a resultados conflitantes a respeito da quantidade deles na turma.

A utilização de material como caixinhas de fósforos foi uma idéia que pareceu atrativa para auxiliar na visualização do que se pretende representar no histograma, pois cada aluno terá uma caixinha (na qual colocará sua marca pessoal), que o representará no histograma. Tendo como base a afirmação de Duval (2004), “A formação de uma representação semiótica é o recurso a um símbolo para atualizar a visão de um objeto ou para substituir a visão desse objeto.” (p.43), acreditamos que a imagem das caixinhas organizadas pelos próprios alunos poderá substituir a visão de “alunos” e assumir sua função.

O histograma envolverá os conceitos matemáticos de grandeza (mais, menos), de proporção (a mais que, a menos que), de ordem e de medida (maior que, menor que). A organização gráfica do histograma contribuirá para que o aluno visualize rapidamente se tem mais meninos ou mais meninas na turma, quantos tem a mais, ou a menos, e o número total de crianças. Essa representação assumirá a função de objetivação, de comunicação e de identificação, pois estará informando dados e permitindo a recuperação de informações que não estão disponíveis na memória. Através dela, os alunos poderão descobrir, afinal, a quantidade de meninos e de meninas da turma e seu total. O histograma assumirá a função de tratamento pelo fato de o aluno ter a possibilidade de mover as caixinhas, de organizá-las de forma a visualizar os dados da melhor maneira possível e de tirar conclusões, de fazer inferências a partir da leitura do histograma.

A tabela acionará os conceitos matemáticos de ordem, de grandeza (mais, menos), de proporção (a mais que, a menos que) e de adição (total). Esse elemento semiótico demandará a função de comunicação e de identificação, pois permitirá a informação de dados e a localização dos dados coletados. A função de tratamento será mobilizada no momento de somar o

total de meninos e de meninas e a de objetivação no fato de tomar consciência desta totalidade.

Na passagem do histograma para uma representação gráfica em forma de tabela, os alunos terão uma maneira diferente de organizar e ver os dados: representados por meio das caixinhas serão passados para uma representação gráfica que utilizará signos (algarismos) para representar a quantidade de alunos.

De acordo com Duval (2004, p.28), observou-se que para muitos alunos de diferentes níveis de ensino, a troca da forma de uma representação é uma operação difícil ou até impossível e isso ocorre pela grande distância de significado entre o representado e o representante.

A substituição de uma expressão relevante de uma rede semântica a uma expressão de outra rede semântica aparece, às vezes, como um salto dificilmente transponível (DUVAL, 1988, p.3)

A preocupação de Duval sobre a dificuldade dos alunos nas atividades de conversão torna-se nossa neste momento. Com a intenção de realizar uma ponte entre redes semânticas, nesse caso a língua natural, o histograma e a tabela, faremos questionamentos, que, a nosso entender, levarão o aluno a perceber que, para responder as questões, poderá utilizar uma ou outra representação, ou até mesmo duas, conjuntamente. De acordo com Duval (2004), as conversões podem assumir a função de economia heurística, permitindo que se tome a decisão de qual o tipo de representação mais adequado ou eficiente em determinada situação. Por esse motivo, os alunos serão questionados sobre como pensaram e como obtiveram as informações para as respostas dadas. Pensamos que tais questionamentos induzirão o aluno a perceber que é possível usar um ou outro tipo de representação matemática, que uma representação pode oferecer economia de tratamento em determinadas situações.

Cada sistema de representação possui suas especificidades, com maior ou menor complexidade, e diferentes possibilidades de percepção, que, de acordo com Duval (2003), dependem do tipo de função cognitiva que assumem: comunicação, tratamento, objetivação e identificação. Na atividade a

que nos propomos, estaremos evidenciando dois sistemas de representações semióticas matemáticas: o histograma e a tabela.

As conversões de duplo sentido, histograma-tabela e tabela-histograma, ocorrerão nos momentos em que o aluno passará os dados do histograma para a tabela. Pretendemos trabalhar com essas conversões porque temos a intenção de permitir a visualização de dois tipos de representações de um mesmo objeto, podendo o aluno efetuar diferentes tratamentos sobre elas, percebendo, ao mesmo tempo, que estaremos tratando dos mesmos dados, ou o mesmo objeto matemático.

O questionário individual pretende registrar a compreensão do aluno sobre os dados apresentados no histograma e tabelas e o uso realizado por eles dos diferentes tipos de representações semióticas. Na pré-experimentação não realizamos esse tipo de questionário com apresentação dos registros utilizados para responder as questões. Sentimos a falta de dados mais concretos sobre a leitura e interpretação feita pelos alunos diante dos dados apresentados nos diferentes registros. Acreditamos que esse questionário possa auxiliar o aluno em sua aprendizagem e percepção da possibilidade de utilizar diversos registros para um mesmo conceito matemático. Também contribuirá com o professor-pesquisador no momento de averiguar a compreensão dos alunos diante das atividades de Análise de Dados e do uso de diferentes registros de representação.

Faremos, a seguir, a análise prévia de cada uma das questões, levando em conta os conteúdos matemáticos acionados nas mesmas e as funções exigidas das representações em cada uma das perguntas:

Questão 1: Quantas meninas tem na turma?

Questão 2: Quantos meninos tem na turma?

As duas primeiras questões pedem que o aluno identifique quantidades no histograma ou no gráfico. Para obter a resposta, o aluno poderá contar as unidades do histograma uma a uma, nas colunas designadas para “meninos” ou para “meninas”, ou poderá ler na tabela o número na linha “meninos”, ou “meninas”.

Nessas questões, podemos ver que o uso da tabela seria o passo mais econômico cognitivamente, pois os dados já se encontram resumidos, no entanto,

...ler uma tabela, um diagrama, não é tarefa tão imediata. A leitura exige por parte do leitor certa intimidade, e também domínio, do modo de representação utilizado (FLORES e MORETTI, 2005)

Levando em conta a pouca intimidade dos alunos com esse tipo de representação, sabemos que a leitura da tabela provavelmente representará um custo cognitivo maior para essas crianças que, segundo nossas expectativas, utilizarão mais o histograma para responder a esta questão. Para esta atividade, os registros de representação histograma e tabela assumem a função de identificação, de comunicação e de objetivação, pois o aluno necessitará encontrar os dados na tabela ou no histograma, tomar consciência deles e comunicá-los respondendo ao questionamento.

Questão 3: Quantas meninas tem a mais do que meninos?

Os conhecimentos matemáticos envolvidos nessa questão são contagem, comparação de grandezas, ordem, medida e conceitos de adição e de subtração. Para responder a essa questão, o aluno poderá identificar a quantidade de meninos e de meninas na tabela e subtrair o menor do maior, ou visualizar no gráfico em qual coluna tem mais ou menos, qual coluna é maior ou mais comprida e contar quantas unidades a coluna “meninas” tem a mais do que a coluna “meninos”. O histograma e a tabela, além das mesmas funções da questão anterior, estarão assumindo a função de tratamento, pois além da identificação, tomada de consciência e comunicação, o aluno deverá tratar os dados através de uma comparação ou subtração para chegar à resposta de “quantos a mais”.

Questão 4: Qual o total de alunos da turma?

Aqui, pretendemos verificar se o aluno já consegue perceber que contando todas as caixinhas que representam os alunos poderá concluir o total de alunos da turma, ou que a tabela apresenta esse dado pronto, sendo necessária apenas a leitura. No caso de consulta ao histograma, o conceito matemático envolvido será o de contagem e de adição, pois o aluno poderá

contar todas as caixinhas ou contar as dos meninos, das meninas e somar tudo. Se a consulta for à tabela, poderá apenas identificar na linha destinada ao “total”, a quantidade de alunos, mas mesmo apenas identificando o total, a compreensão do que isso significa demanda do conceito matemático de adição.

É muito importante a forma como se usa um registro de representação pois “a possibilidade de efetuar tratamentos sobre os objetos matemáticos depende diretamente do sistema de representação semiótico utilizado.” (DUVAL, 1993, p.38). Assim, a multiplicidade de registros de representações semióticas tem caráter complementar, pois cada tipo de representação utilizada pode proporcionar possibilidades diferentes de tratamento e, até mesmo, conteúdos.

Questão 5: Se todos os meninos saíssem da sala, quantos alunos ficariam?

Questão 6: Se todas as meninas faltassem à aula, quantos alunos estariam presentes?

Aqui, apresentamos dois questionamentos para serem resolvidos utilizando os sistemas de representação gráfica, e, para responder, o aluno precisará ter noção do que é o “total” para dele subtrair a quantidade de meninos ou de meninas. Outra forma de resolução seria a visualização do gráfico ou da tabela e consideração apenas da quantidade de alunos que ficaria na sala, por exemplo, observar o número de meninos e concluir que esse seria o total de alunos se todas as meninas faltassem. Em qualquer uma das formas de resolução, estará acionando os conceitos matemáticos de contagem, de adição e de subtração e de comparação de grandezas. Novamente, as representações em forma de gráfico e de tabela estarão cumprindo com as quatro funções cognitivas: identificação, objetivação, tratamento e comunicação.

3.2.1.3 Relato e análise da experimentação

No primeiro passo da atividade, perguntei à turma, quantos eram meninos e quantas eram meninas. Todos passaram a contar as crianças da sala, uma a uma, e houve controvérsia no resultado; alguns diziam que havia

12 meninas, outros que havia 13; ao contarem os meninos, diziam que havia 11 ou 12. Formou-se uma discussão entre as crianças e deixei claro a eles que estávamos numa situação de incerteza: afinal, quem tinha razão? Ao questionar sobre o total de alunos ocorreu, o mesmo impasse, o que foi produtivo para a seqüência do trabalho, deixando os alunos motivados a descobrir a resposta “certa”.

Dizendo que eu gostaria de saber seus nomes e conhecer sua criatividade, pedi que escrevessem seus nomes nas caixas de fósforo e as deixassem bem enfeitadas e, enquanto faziam essa tarefa, perguntei se havia outra forma de saber a quantidade de alunos na sala. A aluna B. respondeu que poderíamos juntar as caixinhas e contar, então outros já pediram que os meninos fossem primeiro levar suas caixas num monte e depois as meninas. No quarto passo, sugeri que organizassem as caixas de algum modo que fosse mais fácil para contar a quantidade de meninos e meninas. Então, as colocaram em filas, depois em colunas, sendo que a última foi a que decidiram ser a definitiva, então foram coladas dessa maneira.

FIGURA 11

a)



b)



(a) Os alunos organizaram e contaram as caixinhas. (b) As caixinhas foram coladas desta maneira.

Ao efetuar essa tarefa, os alunos puderam se certificar do total de crianças, bem como o número de meninos e de meninas. Mesmo antes de contar as caixas, já perceberam que as meninas representavam número maior, pois seu monte de caixinhas era mais alto do que o dos meninos. Aqui, os conceitos de grandeza, de ordem e de medida já foram sendo trabalhados.

Os meninos, inconformados por representarem número menor do que as meninas, disseram que se os dois colegas que haviam faltado à aula viessem, estariam “empatados”. Sobre esta fala e análise se a mesma era procedente, a turma trabalhou com os conceitos matemáticos de subtração e igualdade que não haviam sido previstos por nós. O comentário de um aluno levou toda a turma a extrapolar os objetivos previstos para a aula, além de realizar uma interpretação além dos dados (Curcio, 1987), o que requer previsões e inferências baseadas nos dados sobre informações que não estejam apresentadas diretamente no gráfico. Com esse exemplo, pudemos verificar que o trabalho com Análise de Dados exige uma postura pedagógica que valoriza o diálogo e a troca de idéias entre alunos e professor, possibilitando o pensamento crítico para inferir sobre os dados matemáticos.

Ao perguntar novamente a quantidade de meninos, de meninas e total de alunos da turma, a grande maioria contou as caixas de fósforo; apenas duas crianças contaram seus colegas um a um. Comparando essa atividade com a primeira realizada no pré-teste, na qual as crianças custaram a perceber que os dados do gráfico representavam os alunos da sala, podemos concluir que o trabalho com o histograma foi mais eficiente, pois a maioria das crianças logo visualizou as caixinhas do histograma como representantes dos alunos da sala.

De acordo com Duval, para haver compreensão em matemática, é importante que o aluno saiba a diferença entre a representação do objeto matemático e do próprio objeto. No entanto, podemos dizer que antes de fazer a distinção entre o representante (histograma) e o representado (alunos da turma), o aluno precisa perceber que o representante está no lugar do representado, exercendo uma determinada função. Essa relação de correspondência um a um entre caixinhas de fósforo e alunos, pôde ser trabalhada no histograma. No entanto, para Duval (1993), os objetos matemáticos não devem ser confundidos com a representação que se faz dele, assim, para ser possível diferenciar a representação do objeto matemático com o próprio objeto, foi necessária a próxima atividade (tabela), com outro tipo de representação dos mesmos dados, que ofereceu possibilidades diferentes de compreensão.

A tabela possibilitou a visão dos dados do histograma registrados em forma de algarismos, organizados em colunas e linhas conforme as variáveis e suas respectivas quantidades. Por se tratarem de formas distintas de representar os dados, a diferença de possibilidades de representação entre o histograma e a tabela mostrou que “toda representação é cognitivamente parcial em relação ao que ela representa e que em um registro e outro não estão os mesmos aspectos do conteúdo de uma situação que são representados” (DUVAL, 1993, p.49-50). O trabalho com mais de um registro para representar os mesmos dados também permitiu visualizar a idéia de complementaridade de registros (Duval, 1993).

Os tratamentos subjacentes ao histograma renderam muitos questionamentos entre as crianças, sobre como organizar os dados nas colunas e linhas. Mas, ao perceber que era apenas ler sobre o que tratava a coluna ou a linha, e conferir o resultado no histograma, a maior parte das crianças anotou os dados rapidamente.

Podemos considerar que a conversão dos dados do histograma para a tabela foi uma atividade fácil para os alunos, pois 80% passaram todos os dados corretamente para a tabela; 12% das crianças anotaram algum dado equivocado e 8% dos alunos não realizaram a atividade. Nessa atividade, houve o trânsito de ida e volta entre as representações de histograma e de tabela, pois os alunos contavam as caixas do histograma, anotavam na tabela e conferiam os resultados de uma e outra representação.

Observando que 80% dos alunos converteram os dados do histograma para a tabela corretamente, podemos ver que a nossa preocupação prévia, em relação ao salto intransponível (Duval, 1988) entre duas representações, foi superada. Isso mostra que atividades de conversão entre registros no início da escolaridade e com as noções básicas de algum conteúdo são possíveis de serem trabalhadas, desde que mantenham certo nível de congruência semântica, para que exista uma ponte entre dois tipos de sistemas semióticos diferentes. Podemos traduzir essa afirmação dizendo que, após conhecer o nível em que está a turma de alunos, as atividades proporcionadas não podem ser tão óbvias que o aluno não precise pensar, mas nem tão difíceis que sejam impossíveis de resolver:

A dificuldade da conversão de uma representação depende do grau de não-congruência entre a representação de partida e a representação de chegada. (Duval, 2004, p.53).

O questionário de interpretação, sétimo passo da atividade, foi resolvido individualmente pelos alunos, sendo que dezenove dos vinte e quatro alunos presentes responderam a todas as questões corretamente.

No momento de responder as questões, não havia nenhum aluno contando seus colegas, todos olhavam em suas tabelas ou conferiam os dados no histograma. Considerando esse fato, e a grande quantidade de respostas corretas, podemos dizer que os alunos compreenderam o que o histograma e a tabela estavam representando. Duval (2004, p.42) diz que a primeira atividade cognitiva inerente à representação de um conceito é “a formação de representações em um registro semiótico particular, para ‘expressar’ uma representação mental, ou para ‘evocar’ um objeto real”. Essa atividade inicial veio a contribuir especialmente neste sentido: permitir que o aluno perceba como um registro pode se formar para representar algo.

A tabela a seguir apresenta o desempenho dos alunos em suas respostas e o tipo de representação utilizada pelos alunos para chegar a estas respostas.

TABELA 3 : Interpretação de dados da atividade 1 e o tipo de representação utilizada para encontrar as respostas.

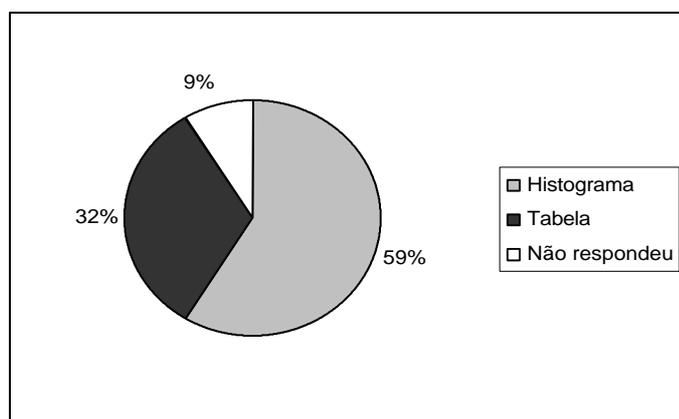
QUESTÃO	RESULTADO			PROCEDIMENTO UTILIZADO		
	RESPOSTA CERTA	RESPOSTA ERRADA	NÃO RESPONDEU	TABELA	HISTOGRAMA	NÃO RESPONDEU
1) Quantos meninos tem na turma?	21	1	2	8	18	2
2) Quantas meninas tem na turma?	21	0	3	9	16	2
3) Quantas meninas tem a mais do que meninos?	19	1	4	7	16	2
4) Qual o total de alunos da turma?	19	2	3	9	14	2
5) Se todos os meninos saíssem da sala, quantos alunos ficariam?	20	0	4	8	14	3
6) Se todas as meninas faltassem à aula, quantos alunos haveriam na sala?	20	0	4	8	14	3
TOTAL PARCIAL	83%	3%	14%	32%	59%	9%

Em algumas questões, podemos observar que os totais do uso de tabela e histograma não fecham com o número de alunos, pois muitas crianças usaram tabela e histograma concomitantemente para responder a uma única questão, por isso, marcaram o X nos dois tipos de representação.

Vale lembrar que, por tratarmos de ensino para crianças no início da escolaridade, não é possível levar “ao pé da letra” os dados presentes nas tabelas e gráficos que apresentaremos no decorrer desta pesquisa, porque como o trabalho que realizamos não é uma atividade comum às crianças, podem haver alguns equívocos em relação ao preenchimento dos questionários. Outro ponto importante é que nem todos os dados que serão apresentados aqui estarão representados numericamente, em forma de gráficos ou de tabelas, porque boa parte dos dados coletados foi realizada coletivamente ou oralmente.

O gráfico a seguir confirma a análise prévia desta atividade, na qual afirmamos que, para as crianças, a visualização dos dados seria mais fácil no histograma do que na tabela:

GRÁFICO 1: Tipo de representação utilizada pelos alunos para responder aos questionamentos da atividade 1



Para a leitura pontual dos dados, como na primeira, segunda e quarta questão, a consulta na tabela seria mais eficiente, pois aponta diretamente ao resultado numérico, sem necessitar de uma contagem. Mesmo assim, a maioria preferiu consultar o histograma em todos os questionamentos. Acreditamos que isso tenha ocorrido porque a representação pode substituir a visão do objeto (Duval, 2004, p.43), e, sendo assim, os alunos conseguiram visualizar a correspondência um a um existente no histograma entre caixinha e aluno, por isso, confiaram nessa representação, preferindo contar novamente, uma por uma das caixas para responder aos questionamentos.

Pensamos que, no decorrer das atividades, os alunos passarão a “ver” também na tabela os dados coletados, utilizando, realizando tratamentos e interpretações.

3.2.2 Atividade 2

Idéia central da atividade: Coleta e organização de dados de opiniões da própria turma de alunos sobre “De que você tem medo” em gráfico e tabela, percepção do significado dos dados do gráfico e da tabela, fazendo a conversão entre os mesmos e a língua natural.

3.2.2.1 Atividade proposta

I - Conversar com as crianças sobre:

O que é medo?

Por que temos medo?

O que acontece quando sentimos medo?

Todos sentem medo?

De que temos medo?

II - Pedir que cada aluno desenhe numa ficha, entregue pela professora, qual o seu maior medo

III - Pedir que cada um apresente “seu medo” aos colegas e o cole num papel pardo que estará colado no quadro. Organizar a colagem dos papéis em forma de gráfico de colunas, sendo que os medos que forem iguais serão colados uns sobre os outros, formando colunas.

IV – Escolher, oralmente e com os alunos, um título para o trabalho, anotar a data e população, explicar aos alunos que o que fizeram é um gráfico e perguntar o que eles podem ler nesse gráfico.

V – Entregar uma folha com a seguinte tabela e pedir que a organizem individualmente e completem de acordo com os dados do gráfico recém feito:

TABELA 4: Os medos da turma

MEDO	QUANTIDADE DE CRIANÇAS
X	
Y	
Z	
TOTAL	

VI - Com base no gráfico exposto na sala e na tabela individual, questionar os alunos oralmente, depois individualmente e por escrito:

FIGURA 12: questionamentos sobre os dados da atividade 2

RESPONDA ÀS QUESTÕES:	E MARQUE UM X PARA IDENTIFICAR ONDE VOCÊ PROCUROU A RESPOSTA:	
	Tabela	Gráfico
1) DE QUE OS ALUNOS DESTA TURMA SENTEM MAIS MEDO?		
2) DE QUE OS ALUNOS DESTA TURMA SENTEM MENOS MEDO?		
3) QUANTOS ALUNOS SENTEM MEDO DE BARATA?		
4) OS ALUNOS DESTA TURMA SENTEM MAIS MEDO DE JACARE OU DE E.T.?		
5) QUANTOS ALUNOS TÊM A TODO NESTA TURMA?		
6) ESCREVA ALGUMA COISA DE QUE OS ALUNOS DESTA TURMA NÃO TEM MEDO.		

VII - Questionar os alunos sobre o que a tabela e o gráfico estão informando e se são a mesma coisa.

VIII - Pedir que os alunos falem o que a tabela e o gráfico estão informando, enquanto a professora escreve um texto coletivo no quadro sobre as conclusões dos alunos. Pedir que copiem o texto abaixo da tabela.

3.2.2.2 Análise prévia

A fim de inserir o trabalho que segue num contexto, realizaremos uma conversa com as crianças sobre o que é medo e quais os seus medos. Segundo Barreto (2003), os gráficos, as tabelas e as pesquisas de campo levam à contextualização significativa do ensino dos números, pois permitem a interação do aluno com uma das funções sociais do número: a divulgação de informações. A atividade que segue permitirá que o aluno vivencie uma situação de organização, de leitura e de interpretação de dados, que agora serão a opinião dos próprios alunos da turma sobre os seus medos.

Os registros realizados nessa aula representarão dados da realidade do aluno, que não são físicos, o que precisará de certa compreensão prévia sobre a função de uma representação em forma de gráfico ou tabela. Saber a quantidade de meninos ou de meninas é uma tarefa mais “concreta” do que

saber a opinião dessas crianças. Pensamos que a aula anterior já deu uma base aos alunos sobre o fato dos registros matemáticos (histograma e tabela) representarem dados coletados no meio. Por isso, agora, o objeto representado, ou a representação de partida (a opinião dos alunos), está um pouco mais distante da representação de chegada (gráfico ou tabela), aumentando um pouco o grau de não-congruência semântica. Duval diz que “a dificuldade de conversão de uma representação depende do grau de não congruência entre a representação de partida e a representação de chegada” (2004, p.53) Por isso, entendemos que esta atividade estará um passo a frente no que diz respeito à dificuldade, em relação à atividade da aula anterior. Também acreditamos que os alunos terão capacidade de compreendê-la.

O desenho é um tipo de representação comumente usado pelas crianças. Elas costumam representar, através deles, objetos, ações e emoções do seu cotidiano. Por isso, pedimos que os alunos desenhassem seus medos em fichas retangulares de papel, a fim de representar seus pensamentos/opiniões. Elas serão válidas para que haja uma relação mais clara do gráfico com aquilo que ele pretende representar. Isso mostra, mais uma vez, nossa preocupação com a passagem “suave” entre uma rede semântica e outra, aqui da língua natural para o desenho, do desenho para o gráfico, proporcionando uma passagem “transponível” (Duval, 1988) entre uma representação e outra.

Na pré-experimentação já realizamos uma experiência de confecção de gráfico utilizando fichas coloridas e de tamanhos iguais. Ao final daquela atividade, vimos que os alunos foram capazes de visualizar as fichas do gráficos como representantes deles mesmos, e essa conversão de duplo sentido, gráfico-realidade e realidade-gráfico. Pensando nisso, consideramos válido repetir esta atividade, porém agora, induzindo o aluno a já organizar os dados no eixo x e y, porque, na ocasião da pré-experimentação, vimos que deixar o aluno para colar os dados livremente no papel não resultou num gráfico, mas em conjunto de dados.

Podemos prever que a atividade com o gráfico será mais congruente para os alunos do que a tabela ou o texto em língua natural. Isso pelo fato de conter o desenho dos medos das crianças, que torna o trabalho muito pessoal.

Mesmo se tratando de opiniões abstratas, a visualização dos desenhos propiciará melhor compreensão do que o gráfico estará representando. O gráfico de colunas demandará os conceitos matemáticos de ordem, de medida e de grandeza e acionará as funções semióticas de comunicação, de objetivação e de identificação, pois estará transmitindo uma mensagem que utiliza códigos comuns entre indivíduos, informando dados antes não conhecidos e permitindo encontrar e reencontrar dados. A passagem dos dados do gráfico para a tabela e os questionamentos sobre os mesmos estarão acionando a função de tratamento.

A relação entre dados, tabela, gráfico e discurso não é óbvia para as crianças. Flores e Moretti afirmam que “Ler, interpretar, analisar e julgar ou organizar dados em gráficos e tabelas significa, antes de tudo, dominar o próprio funcionamento representacional” (2005,p.2). Mas, pensamos que o ir e vir entre os tipos de representações presentes nos questionamentos entre professor e aluno levarão à necessidade de utilização destas representações, visando a compreensão de suas noções básicas de funcionamento cognitivo. Essa atividade de questionamento estará intimamente ligada à tentativa de mostrar ao aluno que existem diferentes formas de representar um objeto e que esse objeto não pode ser confundido com a sua representação. (Duval, 2004, p.31)

Objetivamos que o aluno remeta que o que estará representado na tabela e no gráfico à realidade existente na sala de aula, e vice-versa. Os questionamentos, visando à conversão em duplo sentido auxiliarão na compreensão do objeto matemático, bem como sua interpretação, pois existem elementos que podemos “ver” nas representações gráficas e outros que são “ocultos”. No trabalho com gráficos e tabelas existem dados explícitos e outros dados que vão além do que os registros mostram, que dependem de uma leitura e interpretação, levando em conta aspectos diversos do meio em que os dados estão inseridos e o cruzamento dos mesmos.

A função de revezamento, tal como definida por Barthes, é uma forma de complementaridade entre a imagem e as palavras, o que consiste em dizer o que a imagem dificilmente pode mostrar (Joly, 1996, p.119)

De acordo com Joly, percebemos que as palavras são indispensáveis para “ver” o que o gráfico ou a tabela não podem mostrar. Por isso, a interpretação através de questionamentos, de texto coletivo e de discussão sobre o que as imagens mostram levam à compreensão do que está além dessas representações, conectando o objeto de estudo com fatos da realidade. O revezamento entre palavra e representação será uma importante ferramenta para a economia de tratamento, pois, para Duval (1993), “em Matemática, a economia de tratamento é geralmente avançada ao encontro da língua natural” (p.10)

Acreditamos que, mesmo se tratando do ensino para crianças no início da escolaridade, a interpretação de dados com uma visão “além” será possível, pois as crianças trazem experiências de sua realidade, passíveis de serem confrontadas com os dados coletados.

3.2.2.3 Relato e análise da experimentação

Ao falarem sobre seus medos, as crianças ficaram animadas. Todos tinham histórias para contar, sobre a cobra que já viu, sobre o que um lobisomem é capaz de fazer, sobre um cachorro muito feroz da sua rua, entre outras. Alguns alunos tentavam convencer seus colegas de que aquilo que sentiam medo era muito mais assustador do que os medos dos outros. Os desenhos das crianças representaram seus pensamentos e deram uma marca pessoal ao trabalho:

FIGURA 23



a)um aluno com medo de bandido desenhou um bandido armado dentro de uma casa e na figura 12

b)uma criança registrou seu medo de espírito, desenhou-se dormindo e um espírito “voando” em volta de sua cama.

Ao concluírem seus desenhos, as crianças os colaram no papel pardo, organizando “colunas de medos iguais”. Enquanto colavam, já iam contando

para ver qual o medo que iria “ganhar”, qual coluna ficaria mais comprida. Quando pensamos numa contextualização ao planejar essa atividade, era nisto que pensávamos: os alunos fazendo contagens, comparações de quantidades e de comprimentos de maneira espontânea, com entusiasmo para ver “qual medo iria ganhar” e realizando representações gráficas contextualizadas à realidade.

A escolha do título para o gráfico foi rapidamente realizada, e os alunos concordaram sobre a necessidade de anotar data, fonte e população, a fim de que um provável leitor compreenda do que se trata.

FIGURA 14: Gráfico feito pelos alunos sobre os dados da atividade 2



A passagem dos dados do gráfico para a tabela foi uma tarefa fácil para a maioria dos alunos, pois dentre os 24 presentes, 16 registraram todos os dados corretamente, 5 registraram alguns dados incorretos e 3 não realizaram a tarefa.

A conversão do gráfico e da tabela para a língua natural foi cansativa para as crianças. Muitos reclamaram que não queriam mais fazer, consideraram uma tarefa desnecessária. Pensamos que nas próximas atividades devemos realizar conversões apenas com dois tipos de representações, para que não se tornem cansativas.

FIGURA 15: Texto coletivo da atividade 2

TEXTO COLETIVO
 O GRÁFICO É SOBRE OS MEDOS DA NOSSA TURMA
 A COBRA É O MAIOR MEDO DOS
 COLEGAS, POIS OITO TÊM MEDO
 DE COBRA - OUTROS: MEDOS DOS ALUNOS SÃO
 PITBUL, E.T., BARATA, TOURO, RATO, GAVIÃO, BARATA,
 TOURO, RATA, GAVIÃO, LOBISOMEM, ESPÍRITO, JACARÉ,
 BANDIDO E HIPOPÓTAMO.

“O gráfico é sobre os medos da nossa turma: a cobra é o maior medo dos colegas, pois oito têm medo de cobra. Outros medos dos alunos são: pitbul, E.T., barata, touro, rato, gavião, barata, touro, rato, gavião, lobisOMEM, espírito, jacaré, bandido e hipopótamo.”

Antes de entregar o questionário individual, conversei com os alunos sobre as perguntas do mesmo e, nessa conversa, surgiram outras questões em relação às respostas dos gráficos. Algumas crianças questionaram seus colegas sobre o porquê de ter medo de gavião ou de hipopótamo, argumentando que o gavião não fazia nenhum mal e o hipopótamo nem “tinha por aí”. Nesse questionamento instalou-se grande polêmica e foi possível perceber a necessidade de outros conhecimentos, ou de uma pesquisa sobre o habitat, sobre hábitos alimentares e sobre defesa natural do hipopótamo e do gavião. Questionei os alunos sobre o porquê de sentir medo de lobisOMEM, bruxa ou espírito e todos consentiram em afirmar que estes “personagens” eram muito maus. Percebi então, a grande influência das lendas na opinião das crianças. Os alunos contaram sobre seu medo do cão pitbul devido a um colega que foi mordido, seu medo de cobra porque muitos já ouviram muitas histórias de seus parentes em relação a elas... Nessa breve conversa, foi possível encontrar muitos dados da realidade das crianças implícitos ao gráfico e o importante é que os próprios alunos se deram por conta deles.

Na análise prévia desta atividade esperávamos que isso acontecesse e, agora, podemos afirmar que crianças no início da escolaridade podem interpretar gráficos e trazer dados de seus conhecimentos prévios para essa interpretação, sendo capazes de ir além do que os dados apresentam

explicitamente. Verificamos também que essa percepção do que vai além ao gráfico e à tabela não seria possível sem o auxílio da língua natural, ou das palavras, que apontaram as diferentes facetas do objeto em estudo. No quadro abaixo, mostraremos o que o gráfico realizado nesta atividade mostra e não mostra, levando em conta que todos os itens foram apontados pelas crianças ou mediante os questionamentos da pesquisadora:

TABELA 5: o que o gráfico mostra e não mostra

O que o gráfico mostra:	O que o gráfico não mostra:
Os maiores medos dos alunos da turma	O que é medo, o que as pessoas sentem quando têm medo.
A quantidade de alunos com medo de cobra, bruxa, barata, lobisomem, bandido, etc.	Os motivos de sentir este ou aquele medo.
O medo que mais ocorre na turma.	As coisas passíveis de causar medo, mas que nenhum aluno tem medo.
Os medos que menos ocorrem na turma.	O porquê do medo de pitbul, a irresponsabilidade de alguns donos de cães.
O total de alunos presente na turma no dia em que o gráfico foi construído.	A relação do medo de bandido com a incidência de criminalidade no bairro.
	A relação existente entre os medos de bruxa, lobisomem e espírito e as lendas ouvidas pelas crianças.
	O porquê da cobra ser o medo que mais ocorre entre as crianças.
	O medo de hipopótamo e a improbabilidade de deparar-se com um.

Ao relacionarmos o que é implícito ou explícito ao gráfico, podemos observar uma infinidade de considerações ou relações existentes que vão além dos dados explícitos. Neste espaço anotamos apenas algumas delas, pois tudo depende da realidade e dos conhecimentos prévios dos alunos e suas capacidades cognitivas de realizar tais inferências. Já na coluna, “o que o gráfico mostra”, há uma relação limitada de itens, pois é o que é possível ler no gráfico.

A leitura dos dados que aparecem no gráfico ou tabela é uma atividade anterior a qualquer outra de comparação ou interpretação. Porém, a análise dos dados implícitos é tão ou mais importante que a atividade de ler os dados explícitos. Devemos pensar assim quando visualizamos um ensino contextualizado com a realidade do aluno e entre as diferentes disciplinas, pois é na interpretação dos dados que vão além do gráfico, ou da tabela, que

acontece a ponte da Análise de Dados com o mundo. No entanto, é bom ressaltar que isso só é possível quando tratamos com dados oriundos da realidade, o que não é possível quando tratam-se com dados prontos, fictícios, provenientes de livros didáticos como pudemos constatar no primeiro capítulo deste trabalho.

Após a conversa, o questionário de interpretação individual de dados foi respondido totalmente correto pela metade dos alunos. As perguntas de identificação de dados foram as que os alunos mais acertaram, a quarta questão, de comparação entre dados, foi a que os alunos mais erraram, pois queriam responder com um número, da mesma maneira que a terceira questão, a totalização dos dados também apresentou algumas dificuldades.

A última questão levantava dados implícitos ao gráfico ou à tabela. Seis alunos não responderam, provavelmente por pensar que isso não era possível de ver no gráfico.

A tabela que segue mostra os acertos e erros das respostas dadas pelos alunos e as representações que os mesmos utilizaram para chegar a essas conclusões:

TABELA 6: Interpretação dos dados da atividade 2 e o tipo de representação utilizada para identificar as respostas

QUESTÃO	RESULTADO			PROCEDIMENTO UTILIZADO		
	RESPOSTA CERTA	RESPOSTA ERRADA	NÃO RESPONDEU	GRÁFICO	TABELA	NÃO RESPONDEU
1)De que os alunos desta turma sentem mais medo?	22	0	2	17	5	2
2)Qual o medo que poucos alunos desta turma têm?	16	5	3	11	11	2
3)Quantos alunos sentem medo de barata?	20	0	4	13	8	3
4)Os alunos desta turma sentem mais medo de e.t. ou de jacaré?	12	6	6	15	6	3
5)Quantos alunos tem ao todo nesta turma?	15	4	5	12	7	5
6)Escreva alguma coisa de que os alunos desta turma não têm medo.	15	3	6	8	6	10
TOTAL PARCIAL	70%	12%	18%	53%	30%	17%

Depois dos trabalhos de confecção de gráfico, de tabela, de texto coletivo e de conversão entre eles, por meio de questionamentos, os alunos perceberam que os diferentes tipos de representação estavam informando os mesmos dados, apenas tinham uma forma diferente de se apresentar.

3.2.3 Atividade 3

Idéia central da atividade: coleta de dados em duas turmas da escola, contagem e registro livre dos dados, depois registro em tabelas. Construção de gráficos sobre os mesmos dados, leitura e interpretação.

3.2.3.1 Atividade proposta

I – Dividir a turma em dois grupos de alunos e levar cada grupo até uma sala de aula escolhida previamente por eles.

II – Apresentação dos próprios alunos à turma entrevistada, explanação de seus objetivos, de como proceder para o preenchimento das fichas e entrega de fichas para assinalar o seu maior medo, sendo que o último item se destina aos que querem anotar outro medo que não consta na lista:

<p>Pesquisa de opinião</p> <p>DE QUE VOCÊ TEM MAIS MEDO?</p> <p>Assinale um X no item de que você mais sente medo:</p> <p>() cobra</p> <p>() fantasma ou assombração</p> <p>() ladrão ou bandido</p> <p>() bruxa</p> <p>() lobisomem</p> <p>() escuro</p> <p>() barata</p> <p>() rato</p> <p>() jacaré</p> <p>()</p>
--

III – De volta à sala, contagem dos dados pelos grupos. Anotação livre e individual dos resultados.

IV – Entrega de uma tabela em branco para que a organizem as variáveis e os dados e transcrevam o registro de dados já feito.

V - Pedir que cada grupo de alunos confeccione um gráfico sobre os dados que coletou. Orientar quanto ao tipo de gráfico, uso de legenda, de cores, de recorte de cartões em tamanho igual, de colagem e de organização na folha do gráfico. Para esse trabalho, os alunos receberão pronta uma folha grande de papel pardo com os eixos x e y do gráfico traçado. Depois da colagem dos cartões representando os dados, a professora anota o título, organiza a legenda, identifica os eixos x e y, enumera a reta y e anota a fonte, tudo mostrando como está fazendo e questionando os alunos.

VI - Colocar os dois gráficos prontos lado a lado para realizar a leitura dos dados: pedir que alguns alunos digam o que este gráfico está dizendo.

3.2.3.2 Análise prévia

Muitas vezes as atividades ou tarefas de matemática são monótonas, repetitivas e sem sentido para os alunos. Por isso, pensamos que a dúvida e a curiosidade podem levá-los a se envolver com o trabalho e a procurar respostas coletando dados de ordem qualitativa e quantitativa, e desenvolvendo sua *habilidade estatística*. Lopes (2004) afirma que para adquirir habilidades estatísticas é necessário o pensamento estatístico, que consiste em:

...uma combinação de idéias sobre dados e incerteza, que conduzem uma pessoa a fazer inferências para interpretá-los e, ao mesmo tempo, apropriar-se de conceitos e idéias estatísticas como a distribuição de freqüências, medidas de posição e dispersão, incerteza, acaso e amostra. (p.188)

Novamente, o espírito investigativo estará presente na aula, desencadeado pela dúvida “de que os alunos têm mais medo?”. A totalidade das respostas a essa pergunta, seguida de uma análise, levará os alunos a conhecerem melhor a sua realidade e a pensar se é preciso, realmente, sentir medo de tal coisa.

Pensando na possibilidade de permitir que o aluno passe a utilizar a Análise de Dados como ferramenta para interpretar o mundo em que vive, realizamos essa atividade de coleta de dados fora da sala de aula. Acreditamos que levar o aluno a uma situação em que será responsável pela coleta dos dados o tornará mais participante do trabalho de organização e Análise dos Dados. Tornar o aluno responsável pela coleta e organização dos dados também o conduzirá a utilizar a linguagem matemática, que pode ser manifestada através da língua natural, dos registros numéricos e simbólicos. O uso desta linguagem levará o aluno a procurar a melhor forma de organizar e tratar os dados, a fim de comunicá-los com maior eficiência.

Segundo Flores e Moretti (2005), “Para o aluno, não é suficiente que ele saiba “ler” um gráfico, é necessário também que ele saiba organizar e operar de forma objetiva sobre os dados contidos neste modo de representação” (p.5). Isso nos faz crer que para o aluno desenvolver a habilidade de leitura, de organização e de tratamento de um gráfico, é necessário que vivencie

experiências de coleta de dados, de planejamento, de organização e de interpretação de dados.

Por isso, após coletarem os dados nas salas escolhidas, as próprias crianças resolverão como fazer para contá-los e registrarão essa contagem. Isso será definido nos dois grupos em que a turma será dividida, mas cada aluno terá o seu registro individual. Para realizar essa tarefa, os alunos deverão ser capazes de organizar as categorias que nortearão a organização dos dados, o que ficará a critério deles mesmos, podendo aparecer listagem de dados através de palavras, de letras, de ícones; registro das quantidades através de algarismos, de desenhos, etc.

Baseados na pré-experimentação, acreditamos que nesse passo da atividade apareça uma variedade de registros de representação e que os alunos observarão as representações usadas por seus colegas e, alguns deles, resolvam mudar de registro, julgando que o do colega é mais eficiente do que o seu. Repetimos esse exercício de registro livre de dados porque consideramos esta percepção (pela própria criança) da variedade de registros muito valiosa cognitivamente para os alunos. Queremos, também, observar qual será a relação que o aluno estabelecerá entre as variáveis e suas respectivas quantidades: se as colocará lado a lado numa lista, em grupos ou conjuntos, se numa tabela ou gráfico.

...a escola se preocupa em elaborar e criar novas formas de representação. Cabe, então, a questão: para um determinado conceito em Matemática existe uma boa representação que leve de forma suficiente à sua compreensão? (Moretti, 2002,p.344)

A resposta que o próprio autor dá a essa pergunta é “não”, pois, com base em Duval (2004, p. 69), para não confundir um objeto e sua representação, quando a intuição direta do próprio objeto não é possível, é necessário dispor de várias representações semioticamente heterogêneas a esse objeto e coordená-las. Pensando nesta afirmação, podemos sugerir que na escola, não só o professor, mas também os alunos estejam empenhados na criação de novas formas de representação para a própria compreensão. Essa procura de representações pelos próprios alunos poderá acontecer nesta atividade.

Os registros de representação utilizados nesta atividade de registro livre assumirão as funções de objetivação e identificação. A função de objetivação se dará pelo fato de o aluno estar tomando consciência de algo que ainda não conhecia até então, que é “o maior medo dos alunos de tal turma”, e a função de identificação acontecerá no fato de o aluno registrar os dados de alguma forma, para poder retomá-los na atividade posterior, como um auxílio à memória.

Os tratamentos realizados no registro livre e na tabela serão diferentes, pois provavelmente estarão inseridos em sistemas semióticos diferentes e, segundo Duval (1993), cada sistema semiótico oferece possibilidades diferentes. Da mesma forma, os conceitos mobilizados na tabela e no registro livre serão diferentes, apesar de tratarem sobre os mesmos dados; isso ocorre porque cada tipo de representação pode apresentar mais enfaticamente esta ou aquela faceta do objeto que se quer representar. Para Moretti (2002,p.347), mesmo que as representações possuam as mesmas informações do objeto matemático referido, do ponto de vista cognitivo, um certo tipo de informação sobressai mais em uma do que em outra forma.

A conversão dos dados para uma tabela em branco tem a intenção de ver se os alunos percebem que é possível registrar os dados de outra maneira, fazendo relação entre as variáveis e os dados. O registro na tabela é algo mais convencional do que um registro livre, pois exige um tratamento com regras já estabelecidas. Retomando a atividade dois da pré-experimentação, podemos prever que essa tarefa de registro na tabela demandará dúvidas sobre a organização espacial da mesma. Vimos, na oportunidade da pré-experimentação, certa dificuldade inicial sobre “como localizar-se” na tabela. Porém, os próprios colegas se ajudaram mutuamente para compreender seu uso, que, depois de uma vez compreendido, tornou-se fácil. Pensando nessa hipótese, mesmo os registros sendo individuais, os alunos estarão reunidos em grupos de trabalho, o que propiciará a troca de informações sobre o uso da tabela.

Os conceitos que o aluno mobilizará ao converter os dados do registro livre para a tabela serão de contagem, pois deverá contar os dados pontuais para anotar na tabela e também a soma do total de dados; de classificação e

seleção das variáveis qualitativas, nesse caso, os medos das crianças; e relação entre as variáveis na disposição dada em linhas e colunas.

A representação em forma de tabela estará preenchendo as funções cognitivas de tratamento, de objetivação, de comunicação e de identificação. Isso porque os alunos poderão tratar seus dados de maneira a tirar conclusões sobre os totais e dados pontuais, assim como poderão tomar conhecimento de informações ainda não conhecidas, encontrar ou reencontrar dados e, finalmente, comunicar os resultados.

Até este ponto da atividade, é evidente nossa preocupação em utilizar diferentes registros de representação semiótica no ensino de crianças, e ela está intimamente relacionada ao paradoxo que, segundo Duval (1993), pode constituir-se num grande círculo para a aprendizagem: “Como sujeitos, em fase de aprendizagem, poderiam não confundir os objetos matemáticos com suas representações semióticas se eles só podem negociar com as representações semióticas?” (p.38-39). Trazer a questão que Duval nos coloca para a atividade que pretendemos realizar seria perguntar: Afinal, se os alunos estão tratando com representações (gráficos, tabelas, anotações, discursos), como seriam capazes de não confundi-las com seu objeto matemático (os dados)?

A resposta a essa pergunta, como já mencionamos no capítulo dois deste trabalho, seria a hipótese fundamental de Duval (1993), que afirma que a compreensão de um conceito está na coordenação de, ao menos, dois registros de representação. Por esse motivo, até este momento da atividade que estamos analisando, já planejamos a utilização de diversas formas de representação: registro livre dos dados e registro através de tabela, sendo que ainda pretendemos registrar os mesmos dados em forma de gráficos. Esta diversidade de registros terá a função de mostrar que um determinado registro não “é” o dado registrado, mas apenas uma das formas de representá-lo a fim de realizar tratamentos sobre ele, Comunicar, anotar para auxílio da memória e tomar consciência de informações novas; tudo para auxiliar a aprendizagem:

De maneira mais geral, o trânsito entre registros constitui uma variável fundamental em didática: facilita consideravelmente a aprendizagem, pois oferece procedimentos de interpretação. (DUVAL, 2004, p.62)

Tendo em vista a facilidade de visualização de dados que um gráfico permite e sua importância para uma posterior interpretação e o indispensável trânsito entre registros para a atividade cognitiva, continuamos esta atividade com o quinto passo: a conversão dos dados da tabela para o gráfico. Nessa tarefa, a professora-pesquisadora orientará os grupos de trabalho a elaborar gráficos de coluna, mas cada um com tratamentos diferenciados.

Acreditando na possibilidade do aluno “ver” os dados em diversos tipos de representação, induziremos os grupos a realizar registros diferentes sobre a coleta de dados. Nosso objetivo será permitir que as crianças aprendam a tratar com diferentes tipos de gráficos e que consigam visualizar os dados em suas diversas representações. Veremos apenas no relato e análise da experimentação os tratamentos efetuados nos gráficos, os conceitos acionados e suas funções cognitivas, pois lá teremos figuras do resultado final desses gráficos, o que facilitará a compreensão.

Na pré-experimentação aplicamos uma atividade em que os alunos visualizavam diferentes tipos de gráficos sobre os mesmos dados e eram solicitados a dizer o que podiam “ler” nos gráficos. Vimos, naquela ocasião, que, após os questionamentos orais, os alunos percebiam que os mesmos dados poderiam ser representados sob diferentes formas. Por isso, como fechamento da atividade, pediremos que alguns alunos leiam o gráfico aos seus colegas, que falem, espontaneamente, o que estão vendo nos dois gráficos confeccionados pela turma.

3.2.3.3 Relato e análise da experimentação

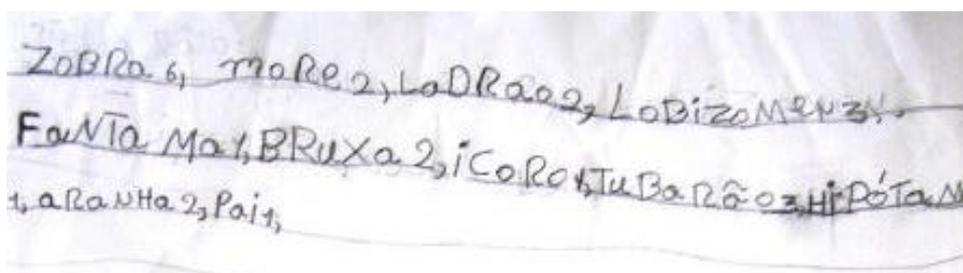
Os alunos foram até as duas salas de aula às quais havíamos combinado. Estavam muito ansiosos para entrar numa sala de aula e falar sobre a pesquisa que pretendiam fazer, em entregar e recolher bilhetinhos. Antes de entrar nas turmas, combinaram quem seria o responsável por cada tarefa: bater na porta, pedir licença, falar de seus objetivos, explicar como preencher os bilhetinhos, entregar e recolher os papéis.

Ao voltar para a sala de aula com os dados em mãos, os grupos se reuniram para realizar a contagem. Primeiramente, um aluno lia os bilhetes em voz alta, enquanto os demais anotavam sua leitura. Essa maneira de contagem

não foi eficiente, pois alguns alunos anotavam rapidamente e solicitavam a leitura de mais dados enquanto outros pediam que a leitura fosse mais vagarosa. Então, os alunos começaram a ler os bilhetes e a agrupar as respostas iguais em montinhos, para, depois, contar e ditar o nome do medo e a quantidade de pessoas que havia votado nele.

As anotações individuais foram realizadas pelos alunos de maneiras diferentes:

FIGURA 16



Escreveu o nome do medo e a quantidade de votos com algarismos, separando os medos com uma vírgula.

FIGURA 17

PAI 1-2	TO CARÃO 1	lobisomem 2 lobisomem 2 lobisomem 3
mare 1	Cadela 1 Cada 2 Cada 8	macuto 2
aranha 2	mitototama 1 2 3	ma 1
bruxa 2	ladrao 2	fantasma 1

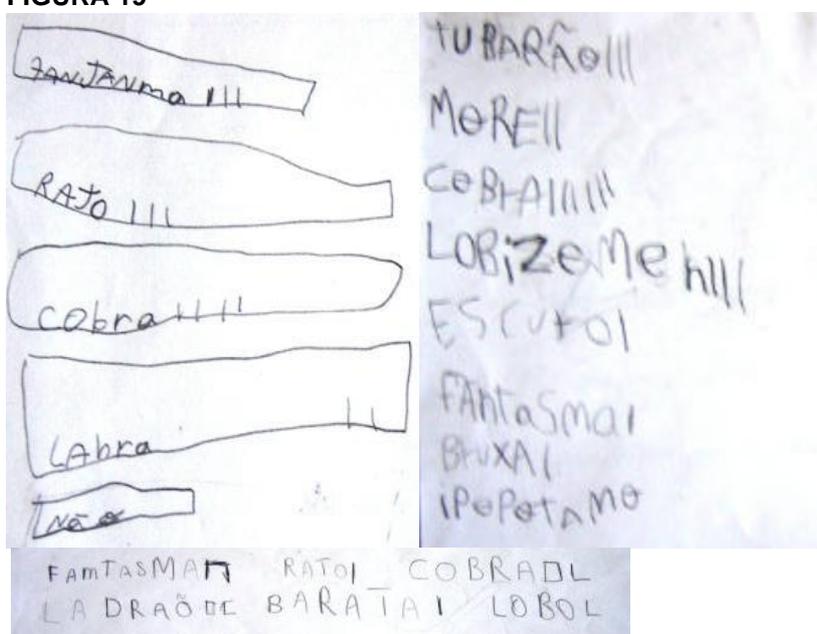
Usou algarismos para identificar a quantidade de votos para cada medo e tentou organizar numa tabela.

FIGURA 18



Outra forma de tentativa de organização na tabela, aqui o aluno anotou a quantidade de apenas dois medos, através de “risquinhos”

FIGURA 19



a) o aluno usou riscos para representar as quantidades e utilizou conjuntos para separar as variáveis b)) mostra listas de variáveis com riscos para representar as quantidades de alunos, sendo que a segunda lista apresenta os riscos em forma de quadrado para facilitar a contagem.

Na anotação livre, a metade dos alunos traçou uma tabela para organizar os dados, mas não soube como fazer essa organização. Esse fato nos mostrou que as crianças lembravam de experiências prévias, que havia um modo convencional de organizar as informações, e que sentiram a necessidade de organizar os dados, mas não sabiam exatamente como utilizá-los. Muitas vezes, pensamos que os alunos “já sabem usar tabelas” quando as entregamos prontas para preencher. Entretanto, deixar que organizassem sozinhos mostrou que essa ainda não é uma atividade “natural” e há necessidade de trabalhar ainda mais sobre a organização dos dados em tabelas. Com essa atividade de anotação livre dos dados, pudemos constatar a

importância de proporcionar aos alunos momentos em que precisem procurar meios para organizar os dados, a fim de que percebam a necessidade de haver uma forma convencional de organização de dados, que é apenas mais uma forma de representação, mas pode proporcionar economia cognitiva em determinadas situações.

Como prevíamos, o registro livre e a tabela foram realizados em sistemas semióticos diferentes. No registro livre, a maioria dos alunos utilizou a língua natural (palavras), os algarismos e os ícones (risquinhos) organizados sob diversas formas: listas, conjuntos, textos e algumas tentativas de tabela. Nessas formas de organização, apenas as listas separaram as variáveis e as respectivas quantidades em colunas distintas, mas, em nenhuma delas, houve uma denominação das colunas “medo” e “quantidade de alunos”.

A tabela em branco induziu uma nova forma de organização dos dados, pois exigiu que as colunas e linhas fossem destinadas às variáveis e suas respectivas quantidades de alguma maneira lógica. A passagem dos dados das anotações dos alunos para a tabela já traçada foi uma tarefa difícil apenas no início, pois as crianças tiveram dúvidas sobre os espaços que deveriam ocupar dentro da tabela. Depois de questionar a professora, ou até os colegas, 21 dos 26 alunos prosseguiram a conversão dos dados do registro livre para a tabela corretamente.

FIGURA 20

m
m 87
Linda

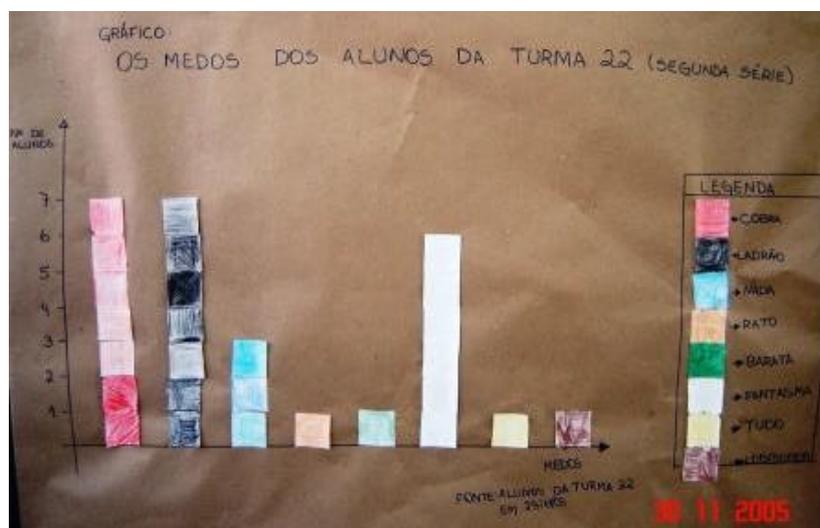
TABELA DOS MEDOS DA TURMA.....

M. Medo	Numero
labirinto	3
aranha	2
luta	2
do meu Pai	1
medo do meu Pai	1
cobra	6
maré	2
loda	2
fantasma	1
escuridão	1
libertação	3
impotência	1

Nas tabelas, observamos que todos os alunos registraram a quantidade de crianças utilizando algarismos, e não ícones, como fizeram no registro livre. Isso nos faz crer que a decisão de muitos alunos por utilizar “risquinhos” em suas anotações serviu para facilitar a relação um a um entre a contagem dos dados e o seu registro, assumindo a função de economia heurística (Duval,2004). Nessa atividade, vimos o mesmo fato ocorrido na pré-experimentação: crianças olhando os registros dos colegas, constatando maior economia cognitiva e modificando seus registros a fim de ficarem mais eficazes. Esses momentos espontâneos de percepção da variedade de registros e de sua complementaridade só são possíveis quando o trabalho em sala de aula é realizado em grupos nos quais os alunos podem trocar idéias e dialogar.

A conversão das tabelas para gráficos não foi uma tarefa fácil, principalmente porque se tratava de um trabalho em grupo. Por esse motivo, essa atividade teve orientação mais efetiva da professora-pesquisadora. Dentro dos grandes grupos, pequenos grupos foram formados, os responsáveis por determinadas variáveis que precisavam de uma tabela em mãos para conferir a quantidade de representantes de sua variável. No gráfico dos “medos dos alunos da turma 22”, por exemplo, os responsáveis pela variável “cobra” conferiram a quantidade de alunos com medo de cobra; recortaram e colaram 7 fichas quadradas pintadas de cor igual (escolhida por eles) e, depois, colaram suas fichas umas acima das outras no eixo do gráfico.

FIGURA 21: gráfico dos medos dos alunos da turma 22



O gráfico da figura 21 demandou num tratamento diferente dos demais já trabalhados, pois os alunos organizaram os dados de uma forma que necessita identificar as cores na legenda para compreender o significado das colunas. As funções cognitivas que esse gráfico pode assumir para os alunos que o confeccionaram foram de tratamento e de identificação, pois tratarão os dados do gráfico, que servirá como auxílio para a memória no momento dos questionamentos. Para um possível leitor desse gráfico, também podem ser acionadas as funções de comunicação e de objetivação, pois o gráfico estará transmitindo uma mensagem e informando algo ainda não conhecido.

No gráfico da figura 22 os subgrupos responsáveis pelas variáveis, também foram formados, mas não precisaram definir cores, apenas conferiram as quantidades na tabela, desenharam rostos de crianças sentindo medo no interior dos círculos, os recortaram e os colaram em colunas. A professora-pesquisadora identificou as variáveis abaixo de cada coluna.

FIGURA 22: Gráfico dos medos dos alunos da turma 12



Apesar dos dois gráficos serem de colunas, as formas de representar as unidades de crianças são diferentes, e os tratamentos ou procedimentos realizados em cada um deles e seus custos também são diferentes, pois “a possibilidade de efetuar tratamentos sobre os objetos matemáticos depende diretamente do sistema de representação semiótico utilizado.”(DUVAL, 2004, p.15)

No momento da leitura dos gráficos, os seus dois modos de organização, mesmo com significados operatórios diferentes e demandando

tratamentos diferentes, permitiram que os alunos respondessem rapidamente aos questionamentos da professora e lessem com naturalidade o gráfico que possuía legenda ou não. Entre as tabelas, isto também foi observado: os alunos passaram de uma a outra sem problemas, utilizando tipos de registros diferentes.

3.2.4 Atividade 4

Idéia central da atividade: Análise e interpretação de todos os dados referentes aos medos dos alunos.

3.2.4.1 Atividade proposta

I – Expor na sala de aula os gráficos e tabelas (ampliadas) confeccionados nos encontros anteriores, com os dados referentes aos medos dos alunos.

II – Questionar oralmente sobre os gráficos e as tabelas

- solicitar a leitura de dados pontuais
- solicitar a leitura de dados sobre os pontos extremos
- comparar dados de uma mesma turma
- somar e obter a diferença entre dados de uma mesma turma
- comparar dados entre as turmas
- questionar sobre dados não presentes nas tabelas e gráficos apresentados

II – Entregar folhas individuais para responder às perguntas de interpretação dos dados

FIGURA 23: Questionário de interpretação de dados da atividade 4

RESPONDA ÀS QUESTÕES:	E MARQUE UM X PARA IDENTIFICAR ONDE VOCÊ PROCUROU A RESPOSTA:	
	Tabela 	Gráfico 
1) QUAL O MAIOR MEDO DOS ALUNOS DAS 1ª E 2ª SÉRIES?		
2) QUANTOS ALUNOS DA 2ª SÉRIE TEM MEDO DE LADRAO?		
3) QUANTOS ALUNOS DA TURMA 12 TEM MEDO DE BRUXA?		
4) OS ALUNOS DA 2ª SÉRIE TEM MAIS MEDO DE RATO OU FANTASMA?		
5) QUAL O TOTAL DE ALUNOS ENTREVISTADOS NAS 3 TURMAS?		
6) ESCREVA ALGUMA COISA DE QUE OS ALUNOS DAS 1ª E 2ª SÉRIES NÃO TÊM MEDO:		

3.2.4.2 Análise prévia

Como início da atividade, pensamos na retomada dos gráficos e tabelas anteriores para situar as crianças no trabalho, já utilizando os registros de representação semiótica como recurso de comunicação de dados, que, segundo Flores e Moretti (2005), é a função de transmissão de uma mensagem, encontrada nos gráficos e tabelas de jornais e revistas.

Na pré-experimentação deste trabalho, encerramos as atividades com uma tarefa de procurar gráficos e tabelas em revistas ou jornais, a fim de o aluno perceber a diversidade e grande quantidade dessas representações nos meios de comunicação. Nessa atividade também pretendemos que ele perceba a diversidade de registros, mas agora utilizaremos apenas os gráficos e tabelas confeccionados por eles, porque vimos que esses possuem um significado para os alunos, pois foram confeccionados e tratados por eles, sendo que os gráficos e as tabelas de jornais e revistas têm assunto tão diversificado que acaba ficando difícil ler e comentar cada um deles com os alunos. Como nosso tempo de pesquisa não permitiria isso, não realizamos mais esse tipo de

trabalho, acreditando que ele seria importante e possível para um planejamento elaborado no decorrer do ano.

Na análise prévia da segunda atividade deste trabalho, afirmamos que, segundo Joly (1996), as palavras são indispensáveis para dizer o que as imagens não podem mostrar. Faremos uma análise dos questionamentos orais sobre os dados representados nos gráficos e tabelas com base nessa idéia de complementaridade entre representação e discurso e nos níveis de análise de dados apresentados por Curcio (1987):

- a) “Ler os dados”: esse nível de compreensão requer uma leitura literal do gráfico, não se realiza a interpretação da informação contida nela mesma.
- b) “Ler entre os dados”: inclui a interpretação e integração dos dados do gráfico, requer habilidades para comparar quantidades e o uso de outros conceitos e de destrezas matemáticas.
- c) “Ler além dos dados”: requer que o leitor realize previsões e inferências a partir dos dados sobre informações que não estejam refletidas diretamente no gráfico.

Em primeiro lugar, para responder aos questionamentos orais, os alunos deverão ter a capacidade de identificar sobre qual dos gráficos ou tabelas a professora estará questionando, ou se a pergunta se refere a todos eles. Esse tipo de atividade ainda não foi realizada com a turma. Pensamos que, no início, possa ocorrer certa dificuldade para situar a pergunta em relação ao gráfico ou tabela que representa os dados para sua resposta.

O primeiro bloco de questionamentos, referente a dados pontuais, estará enfocando somente a leitura de dados, envolvendo o conceito matemático de contagem e acionando as funções de identificação e comunicação das representações, pois estarão exigindo que os alunos encontrem e transmitam informações explícitas e baseadas nos dados dos gráficos e das tabelas expostos na sala de aula.

Os questionamentos que seguem, sobre os pontos extremos das tabelas e gráficos, além da leitura, exigem a comparação entre os dados para que seja possível identificar o maior ou o menor. Isso requer conceitos matemáticos de contagem, de ordem (maior, menor), de grandeza e de medida (maior, menor). As representações semióticas em questão (gráficos e tabelas) estarão cumprindo as funções de tratamento: o aluno deverá tratar a informação presente nas representações gráficas a fim de distinguir a maior ou a menor.

Objetivação: o aluno estará tomando consciência de informações sobre as maiores e as menores quantidades, o que, necessariamente, ainda não havia feito. Identificação: os gráficos e tabelas permitem que se encontre e reencontre as informações sobre seus pontos extremos.

A comparação dos dados de uma mesma turma, entre as turmas, a adição e a diferença entre elas requer a interpretação e integração dos dados, podendo enquadrar essa atividade no nível “ler entre os dados” apresentado por Curcio (1987). Os conceitos matemáticos de contagem, de ordem, de grandeza e de medida serão necessários, mas essa atividade também solicitará os conceitos de adição e de subtração. A função de comunicação estará presente pois os gráficos e tabelas estarão comunicando aos alunos a resposta aos questionamentos. A identificação estará presente para encontrar as informações necessárias, e a função de objetivação permitirá a realização de operações (adição, subtração) entre os dados.

Finalizando o questionamento oral, traremos informações não diretamente presentes nos gráficos e tabelas, a fim de proporcionar uma interpretação das informações relacionadas ao contexto em que elas estão inseridas. Pensamos que, neste momento, os próprios alunos poderão trazer questões sobre os dados e apresentar conjecturas sobre eles. O revezamento entre as palavras e os dados, contido nas representações gráficas, terá grande importância para que seja possível ir “além do gráfico” nesta atividade de interpretação.

O questionário individual tem a intenção de registrar a compreensão do aluno sobre os dados apresentados nos gráficos e tabelas e o uso realizado por eles nos diferentes tipos de representações semióticas. Em relação às atividades anteriores, esse último questionário apresenta um custo cognitivo mais elevado, pois, além da leitura, da compreensão e da interpretação dos dados dos gráficos e tabelas, exige a identificação sobre qual dos gráficos estaremos tratando, pois os alunos estarão frente a três gráficos e três tabelas, cada um deles contendo informações sobre uma das turmas pesquisadas.

A ação de aumentar o custo cognitivo das atividades, gradativamente, está ligada à nossa preocupação em, cada vez mais, levar o aluno a realizar tratamentos nas diferentes representações, e converter uma representação a

outra, permitindo a compreensão que um mesmo objeto pode ser representado sob diferentes formas. Afirmamos essa ligação entre custo cognitivo e utilização de diferentes registros porque, como afirmamos no capítulo dois deste trabalho, para Duval (2003,p.21), os “monorregistros” garantem o “sucesso” na aprendizagem de muitos alunos, porque os registros tornam-se mecanizados e repetitivos e isso vem garantir os acertos dos alunos. Pensando assim, atividades “fáceis”, que não exigem coordenação cognitiva, levam o aluno a fechar-se em apenas um tipo de registro, impedindo (Duval 2003, p21) o reconhecimento do mesmo objeto matemático em representações diferentes.

De acordo com Duval (2004), o ensino privilegia as ações mecanizadas e repetitivas, às quais nos referimos anteriormente e não está preocupado com as conversões, que são primordiais para a atividade cognitiva: “O ensino privilegia a aprendizagem das regras que dizem respeito à formação das representações semióticas e as que concernem ao seu tratamento” (p.48).

Em contrapartida, nossa pesquisa baseia-se na utilização de diferentes registros para o desenvolvimento cognitivo. Por isso, nas questões que analisaremos a seguir, observaremos os conteúdos matemáticos acionados em cada uma delas, as funções exigidas das representações em cada uma das perguntas, levando em conta o tipo de representação utilizada pelo aluno para chegar à resposta:

Questão 1: Qual o maior medo dos alunos das primeiras e segundas séries?

O aluno deverá identificar o ponto extremo de todas as tabelas ou gráficos, sendo capaz de comparar quantidades, grandezas (maior, menor) e medidas (maior, menor). Apesar da questão não solicitar a quantidade total de alunos com medo de cobra, ele deverá dispor de noções de adição para concluir qual o medo que mais aparece na totalidade das representações apresentadas. As funções de identificação, de objetivação, de tratamento e de comunicação são mobilizadas nesta tarefa, pois os gráficos e tabelas estarão informando uma mensagem que, até então não era necessariamente conhecida. Por isso, ocorre sua tomada de consciência, ao mesmo tempo em que deverá ocorrer tratamento de dados presentes nos registros, ao mesmo tempo em que estarão cumprindo o papel de encontrar e reencontrar dados.

Questão 2: Quantos alunos da segunda série tem medo de ladrão?

Questão 3: Quantos alunos da turma 12 tem medo de bruxa?

Essas questões têm o mesmo custo cognitivo, requerem os mesmos conteúdos matemáticos e preenchem as mesmas funções cognitivas. Comentaremos mais especificamente a questão dois: ela exige apenas que o aluno identifique o gráfico referente à segunda série e conte a quantidade de unidades na coluna de cor preta, que, segundo a legenda, diz respeito ao número de crianças que têm medo de ladrão. Se o aluno consultar a tabela (que neste caso é mais econômica cognitivamente), necessitará identificar a linha referente a ladrão e ler o algarismo ao lado, que se refere à quantidade de crianças que têm medo de ladrão. Nessa pergunta, as funções mobilizadas pelos gráficos e tabelas serão as mesmas da questão acima, exceto a função de tratamento. Podemos observar que, quando estamos apenas “lendo os dados”, a função de tratamento não é acionada pelo fato da não necessidade de realizar inferências sobre os dados.

Questão 4: Os alunos da segunda série têm mais medo de rato ou de fantasma?

Para responder a esta pergunta, os alunos precisarão localizar o gráfico ou tabela referente à segunda série, identificar a quantidade de crianças que têm medo de rato e de barata, para, depois, comparar e concluir a quantidade maior. Sendo assim, as representações estarão assumindo as funções de identificação, de comunicação, de tratamento e de objetivação. Essa atividade requer os conceitos matemáticos de contagem, de medida (maior, menor), de grandeza (maior, menor) e de ordem.

Questão 5: Qual o total de alunos entrevistados nas três turmas?

A forma mais econômica de resolução desta questão seria somar os totais de cada uma das tabelas. Mas, se os alunos consultarem os gráficos, terão de contar uma por uma as suas representações de unidades de alunos. Pensando assim, podemos dizer que os conceitos matemáticos envolvidos são os de contagem e de adição. Os gráficos ou tabelas estarão novamente cumprindo com as quatro funções possíveis: identificação, objetivação, tratamento e comunicação.

Questão 6: Escreva alguma coisa de que os alunos das primeiras e segundas séries não têm medo:

Antes de pensar em alguma coisa que não aparece nas tabelas e gráficos, o aluno deverá conferir “o que” aparece. Depois precisará idealizar algo que pode representar um medo, mas que não aparece entre os medos dos entrevistados. Essa questão leva a pensar em informações implícitas aos registros de representações de dados e requer lógica e habilidade de classificar possibilidades. Pensamos nessa questão para verificar se os alunos já conseguem transportar-se mentalmente para dados que vão além do que os gráficos ou as tabelas mostram.

3.2.4.3 Relato e análise da experimentação

No primeiro passo da atividade, questionei os alunos sobre o que havíamos feito na aula anterior. Expus os gráficos e as tabelas das atividades anteriores e realizei os questionamentos previstos. Nesses, percebi um nível de respostas maior do que o das outras aulas, pois os alunos já estavam utilizando as representações gráficas como recurso para resolver os problemas aos quais se deparavam. Exemplo disso, foi o questionamento sobre quantas crianças havia ao todo na turma doze. Os alunos prontamente responderam “vinte e cinco”; então, perguntei como eles sabiam disso, e a maioria mostrou a tabela, na linha do total 25. Vimos, nas primeiras atividades dessa experimentação, que as crianças preferiam contar uma a uma as unidades das colunas de um gráfico ou histograma a ler diretamente o total de uma tabela. Isto ocorria pela falta de intimidade com este tipo de representação, pois, segundo Flores e Moretti (2005), “ler uma tabela, um diagrama não é uma tarefa tão imediata. A leitura exige por parte do leitor certa intimidade, e também domínio do modo de representação utilizado” (p.2) A pronta resposta a esse questionamento foi um ótimo começo para a seqüência de questões orais, pois os alunos já perceberam a economia cognitiva que a tabela pode proporcionar neste momento.

Ao questionar sobre quantos alunos da segunda série, turma 22, tinham medo de fantasma, rapidamente responderam “seis”. Perguntei como haviam chegado àquela conclusão e mostraram o gráfico, explicando que a legenda dizia que a cor branca era do fantasma. Então, os seis quadradinhos brancos

do gráfico representavam as seis crianças com medo de fantasma. Disseram que aquela linha com os números era como uma régua, e se a “fila” terminava no seis, era porque tinham seis crianças com medo de fantasma.

Um aluno perguntou por que estava escrito “turma 12” no gráfico se a turma era 13? Os próprios colegas souberam responder que estava escrito “gráfico dos medos da turma 12” porque era sobre a entrevista que fizemos com aquela turma. Esse questionamento do aluno foi importante para situá-lo diante dos gráficos e compreender a função de seus títulos, o que é muito primordial quando ocorre a utilização de vários gráficos num mesmo trabalho.

Enfim, todos os questionamentos orais mostraram que as crianças usavam os dois tipos de representação concomitantemente, indo e vindo entre elas para responder aos questionamentos. A complementaridade entre as representações proporcionou que os alunos pudessem utilizar uma e outra para conjecturar, para formular hipóteses sobre o assunto pesquisado.

No último bloco de questões orais previstas, contendo informações “além dos dados” presentes nos gráficos e tabelas, questionei sobre o que os alunos da segunda e primeira série não tinham medo. As respostas foram diversas, e os próprios alunos conferiam se estavam corretas, observando nos gráficos os medos presentes. Também questionei o porquê do medo de cachorro “pitbul” aparecer somente na turma 13. Então, me responderam que era porque um dos alunos havia sido mordido por um cão dessa raça. Questionei o motivo do medo de hipopótamo, presente em pequeno número, mas em duas turmas, e os próprios alunos responderam que não era preciso ter medo de hipopótamo, pois nem havia hipopótamos “por aí”. Os próprios alunos disseram que “achavam” que o medo de lobisomem estava presente nos gráficos porque o programa de televisão “Sítio do Pica-Pau Amarelo” estava apresentando um episódio sobre o lobisomem. As crianças também comentaram sobre a violência no bairro, por isso o medo de ladrão e bandido, e tiveram pena da criança que tem medo do pai, pois “deve ter um pai muito severo”. Frente a esses comentários, pudemos confirmar nossa previsão de que, após ler os dados e compará-los, os próprios alunos passariam a realizar conjecturas e interpretações, relacionando os dados ao contexto das crianças.

Como vimos na análise prévia desta atividade, o questionário individual realizado nessa aula teve um custo cognitivo maior do que os das atividades anteriores. Afinal, as crianças estavam diante de três gráficos diferentes e três tabelas que representavam dados diferentes em sistemas semióticos distintos, enquanto nas outras atividades eles estavam diante de apenas um gráfico e uma tabela, ou um histograma e uma tabela que representavam os mesmos dados. Mesmo apresentando um custo cognitivo mais elevado, podemos observar na tabela a seguir um bom desempenho dos alunos em suas respostas:

TABELA 8: Interpretação dos dados da atividade 6 e o tipo de representação utilizada para chegar à resposta

QUESTÃO	RESULTADO			PROCEDIMENTO UTILIZADO		
	Resposta certa	Resposta errada	Não respondeu	Usou gráfico	Usou tabela	Não respondeu
1) Qual o maior medo dos alunos das 1ª e 2ª séries?	26	0	0	19	7	0
2) Quantos alunos da 2ª série tem medo de ladrão?	24	1	1	18	7	1
3) Quantos alunos da turma 12 tem medo de bruxa?	23	1	2	19	7	0
4) Os alunos da 2ª série têm mais medo de rato ou de fantasma?	21	1	4	18	6	2
5) Qual o total de alunos entrevistados nas três turmas?	13	9	4	14	10	3
6) Escreva alguma coisa de que os alunos das 1ª e 2ª séries não têm medo.	14	3	9	14	3	9
TOTAL PARCIAL	78%	9%	13%	65%	25%	10%

Na tabela oito, podemos observar que na questão número um, que exigia a identificação do valor extremo de cada um dos gráficos ou tabelas, os

alunos obtiveram 100% de acerto. Lima (2004, p. 11) afirma que os alunos de quarta série do Ensino Fundamental possuem certa facilidade na identificação dos pontos extremos do gráfico. Baseados nas respostas dos alunos de primeira série, podemos confirmar este fato: apesar da necessidade de identificação de informações em três gráficos, todas as crianças acertaram ao questionamento sobre os seus pontos extremos, devido a facilidade de visualização que essa representação semiótica possibilita, principalmente tratando-se dos pontos extremos. Referimo-nos aqui apenas à utilização de gráficos, porque, nessa mesma questão, a maioria dos alunos (73%) consultou o gráfico para obter a resposta.

Na segunda questão, 92% das crianças obtiveram acerto. Com isso, podemos verificar, mais uma vez, a fácil identificação do ponto extremo do gráfico de colunas, sendo que a mesma quantidade de alunos da questão anterior consultou o gráfico. A questão três, que exigia apenas a identificação do gráfico a que estávamos nos referindo, e a leitura de um dado pontual, também apresentou grande número de acertos.

A quarta questão exigiu a comparação entre os dados de uma mesma tabela ou gráfico, o que não foi difícil para os alunos que, dentre as questões respondidas, apenas uma foi incorreta. Para essa comparação, o uso dos recursos visuais é mais eficiente, pois basta “olhar” a coluna mais comprida: a que representa os alunos com medo de rato, ou com medo de fantasma. Observamos que os alunos perceberam isso, pois grande parte utilizou o gráfico como meio para obter a resposta.

Consideramos, na análise prévia, que a questão cinco exigiria a mobilização de mais conhecimentos do que apenas a leitura pontual do gráfico ou da tabela e, provavelmente, por esse motivo, 30% dos erros desse questionário se concentrou nessa questão.

Observamos que foi nessa resposta que os alunos mais utilizaram a tabela em relação às outras questões – 25% do total de consultas em tabela do questionário ocorreu na questão 5. Muitos alunos perceberam que, nessa questão, a utilização da tabela seria mais econômica pela possibilidade de somar os totais. Mesmo assim, houve alunos que erraram devido a pouca intimidade com as somas de três parcelas. Os alunos que usaram os gráficos

para responder a questão contaram uma por uma das unidades do gráfico, o que levou ao grande número de erros, pois muitas vezes se perdiam na contagem, que deveria totalizar 76 unidades. Também houve um aluno que utilizou a soma de dois totais da tabela e contou no gráfico as demais unidades.

Classificamos essa questão número 5 como a que ofereceu maior custo cognitivo em comparação às demais desse questionário.

Como já afirmamos no capítulo dois deste trabalho, a não congruência da significação traria conseqüências positivas para o ensino, pois aquilo que não é óbvio levaria o aluno a pensar e a aprender realmente. No entanto, questões de não-congruência podem ser consideradas “difíceis ou complicadas” quando o salto entre uma representação de chegada e de partida é intransponível. Para exemplificar, veremos a seguir a questão número cinco da maneira como a aplicamos e outras sete formas de realizar a mesma pergunta, mas com níveis de congruência semântica distintos.

Questão aplicada: Qual o total de alunos entrevistados nas três turmas?

Outras formas de fazer a mesma pergunta:

1. Considerando as três turmas entrevistadas, qual foi o total de alunos no momento da entrevista?
2. Quantos alunos estavam presentes nas três turmas no momento em que foram entrevistadas?
3. Identifique a quantidade de alunos entrevistados das turmas 12, 13 e 22 e some o total.
4. Some a quantidade de alunos das primeiras e segunda séries que entrevistamos.
5. Se colocássemos todos os alunos entrevistados numa sala de aula, quantos alunos seriam?
6. Se colocássemos todos os alunos entrevistados numa sala de aula, quantas cadeiras seriam necessárias para que todos pudessem sentar?

7. A turma 12 tem ... alunos, a turma 13 tem 26 alunos e a turma 22 tem ... alunos. Qual o total de alunos das três turmas juntas?

O simples fato de trocar a ordem do enunciado, modificar uma ou outra palavra pode exigir do aluno um custo cognitivo maior ou menor. Podemos considerar que as supostas perguntas 1, 5 e 6 demandam maior custo cognitivo em relação à questão que foi efetivamente aplicada. Porém, isso é o que “nós consideramos”, pois a compreensão maior ou menor deste ou daquele enunciado depende das experiências e capacidades de cada indivíduo, ou seja, não existe regra para a não-congruência:

Não tem nenhuma regra que possa determinar a priori todos os casos de não-congruência entre as representações de dois registros determinados. Os obstáculos ligados ao fenômeno de não-congruência são dificuldades não conceituais. (DUVAL, 1993, p.53)

Pensamos que as perguntas 2, 3, 4 e 7 impõem menor dificuldade em relação à questão que aplicamos, pois indicam ao aluno uma ordem sobre “como proceder” para obter a resposta. Mas, para ter certeza dessas relações de congruência semântica seria uma pesquisa muito aprofundada nesse sentido, o que não é o objetivo do nosso trabalho. Com esses exemplos, queremos apenas salienta a importância de aumentar, gradativamente, o custo cognitivo das atividades propostas, visto que o professor que conhece sua turma tem noção do nível de não-congruência que sua turma pode alcançar, podendo variar de rede semântica, sem que o salto entre os registros de chegada e de partida seja intransponível.

Na aplicação da questão número cinco do questionário, observamos que os alunos precisaram mobilizar diferentes tipos de representações e realizar conversões entre os registros para obter a resposta. Este trânsito entre registros não seria necessário se, por exemplo, tivéssemos aplicado a pergunta 7 presente na listagem anterior.

Podemos afirmar que atividades sempre congruentes induzem à utilização de um registro apenas e à mecanização do pensamento matemático, mas são válidas em certos momentos. Atividades não-congruentes são necessárias para desenvolver as capacidades cognitivas do aluno, indo além ao que ele já conhece, mas levando em conta que “quando não há

congruência, não somente a conversão torna-se custosa em tempo de tratamento, mas ela pode criar um problema diante do qual o sujeito se sente desarmado.” (DUVAL, 1993, p.13). Isso nos mostra que, para que ocorra a aprendizagem, é importante trabalhar com diferentes níveis de congruência semântica, mas levando em consideração as capacidades dos alunos para que eles não se sintam desarmados diante dos tratamentos exigidos pelos questionamentos.

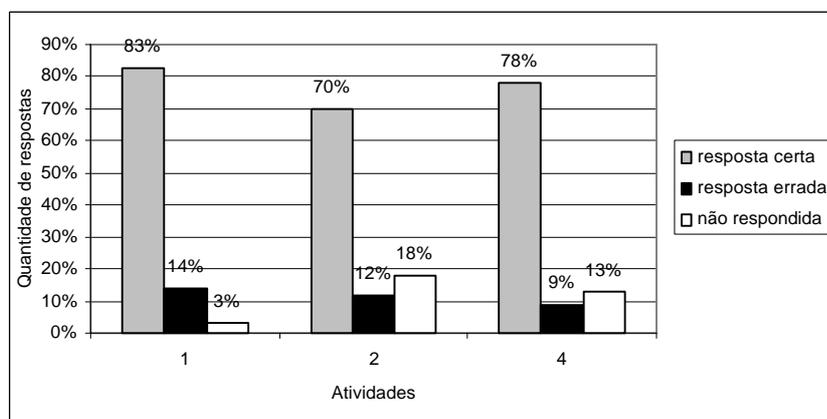
Voltando à análise das questões, temos a última que repete o que já perguntamos nas atividades anteriores: qual o medo que os alunos entrevistados não sentem. A tabela nove nos mostra que essa foi a questão que apresentou maior número de “não-respostas” desse questionário. Podemos atribuir isso à necessidade de extrapolação das informações contidas no gráfico e à dificuldade de interpretação do enunciado devido à negação existente no mesmo.

3.3 ASPECTOS COMPARATIVOS DAS ATIVIDADES

Pretendemos realizar uma leitura global dos resultados das atividades da seqüência didática, estabelecendo relações de comparação e de análise de dados, a fim de estabelecer as bases para as considerações finais deste trabalho, que virão posteriormente.

Observando os acertos dos alunos, podemos constatar que a primeira atividade, na qual trabalhamos com o histograma o número de respostas certas, foi maior do que nas demais.

GRÁFICO 2: Desempenho dos alunos na interpretação das representações gráficas



Desde a pré-experimentação, notamos que ver os dados da realidade representados graficamente é uma tarefa custosa. O trabalho com o histograma, em que cada aluno podia se ver representado por uma caixinha de fósforo, propiciou aos alunos que fizessem a relação entre o conceito matemático e seu representante mais espontaneamente. Nas atividades posteriores não utilizamos outro histograma e pudemos ver uma queda média de 11% na quantidade de acertos da interpretação das atividades. Constatando isso, podemos afirmar que, numa prática de ensino, seria necessária a repetição de atividades diversas com representações em forma de histograma para ficar mais viva a relação existente entre o objeto que se pretende representar e sua representação. Lopes descreve atividades propostas no currículo da França para crianças do primeiro ano (6 a 7 anos), nas quais podemos constatar a valorização dos histogramas no início da escolaridade:

Ao colocarem caixas de fósforo, uma sobre as outras, elas estarão simbolizando histogramas estatísticos, como por exemplo: cada criança constrói uma coluna comportando tantas caixas quantos forem os membros de sua família. Sugere-se, ainda, a construção e leitura de tabelas e interpretação de uma seqüência de símbolos. (1998, p.61)

Levando em conta que a atividade francesa descrita por Lopes é a única atividade de análise de dados sugerida para crianças de primeiro ano e observando sua semelhança com a que realizamos nessa experimentação, podemos dizer que no trabalho efetivo com as crianças seria importante explorar mais vezes atividades envolvendo histogramas.

A primeira atividade foi a que apresentou o menor número de não-respostas. Podemos atribuir dois motivos a esse fator. O primeiro é a questão do histograma ser um forte aliado para a visualização dos dados nas formas de representação. Acreditamos que isso tenha encorajado as crianças a “tentar responder” a todas as questões. O segundo motivo é o envolvimento dos alunos com a pesquisa, ou seja, na primeira tarefa tudo era novidade; os alunos estavam curiosos e, nas demais atividades esse envolvimento foi se dissipando.

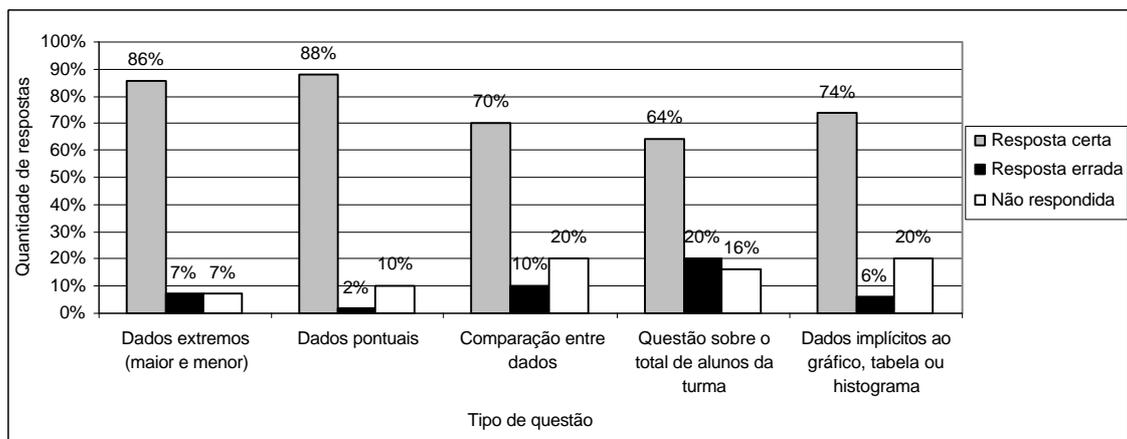
Constatamos que a atividade dois é a que apresenta maior número de não-respostas, provavelmente pela dificuldade de ver os dados no gráfico e na tabela, pois foi a primeira vez que os alunos trabalharam com esse tipo de representação. Essa dificuldade diminuiu um pouco na última atividade, quando

os alunos já haviam realizado mais atividades com gráficos e tabelas sob diversos tipos de representação e, provavelmente, estavam mais familiarizados com elas.

Observamos que a dificuldade dos alunos em encontrar as respostas da interpretação de dados da atividade número dois levou 30% dos alunos a utilizarem a tabela para responder às questões. Podemos ver que, dentre as demais atividades, esta foi a que os alunos mais utilizaram a tabela. Constatamos que a dificuldade de encontrar respostas induziu os alunos a procurarem outros recursos além do gráfico para visualização dos dados. Pensamos que se não trabalhássemos com mais de um tipo de representação a quantidade de erros seria ainda maior.

Para comparar a frequência de acertos e de erros dos alunos, em relação ao tipo de pergunta sobre as representações gráficas construímos o gráfico a seguir:

GRÁFICO 3: Tipo de questão e a quantidade de acertos, erros e não-respostas de todas as atividades:



O tipo de questão mais fácil para os alunos foi o referente a dados extremos e a dados pontuais. Já esperávamos esse resultado, pois embasados na pesquisa de Lemos e Gitiara (2004), pensávamos que, para os alunos, as atividades de interpretação das representações gráficas mais triviais seriam localizar pontos isolados e visualizar as maiores ou menores barras do gráfico (pontos extremos).

A comparação entre dados foi o tipo de questão no qual houve maior frequência de não-respostas. Isso aconteceu porque os alunos achavam que deveriam responder a questões do tipo “os alunos têm mais medo de e.t. ou de

jacaré” com Algarismos. Percebemos que muitos dos que não responderam foi pelo motivo de não entenderem como poderiam dar a resposta sem usar números.

Podemos considerar que as questões referentes ao total de alunos entrevistados estavam implícitas nos gráficos e no histograma, mas explícitas nas tabelas. Por isso, separamos esse tipo de questão das consideradas “dados implícitos”. Observamos desde a pré-experimentação a dificuldade dos alunos em “ver” nas representações gráficas a totalidade dos dados. Essa dificuldade nos faz pensar em como podem as crianças perceberem dados pontuais, extremos, comparar dados e até notar dados implícitos aos gráficos e tabelas mais facilmente do que totalizar a quantidade de alunos representada nessa mesma representação. A respeito dos motivos dessa dificuldade, podemos pensar na hipótese que o tipo de enunciado “Quantos alunos tem ao todo na turma”, ou “Qual o total de alunos entrevistados”, remete aos dados reais, e não diretamente ao registro desses dados, como por exemplo na pergunta “Quantos alunos estão representados no gráfico?”. Estariam essas indagações levando as crianças a pensar “Como posso saber quantos alunos tem naquela turma se não contei quantos tinham”, esquecendo da possibilidade de substituir cada aluno por uma unidade presente no gráfico ou na tabela. Podemos perceber, aqui, um “vício” que os alunos adquirem por estarem habituados a realizar apenas tratamentos e não coordenar registros diferentes para obter uma resposta, pois, segundo Duval (2004), “O ensino privilegia a aprendizagem das regras que dizem respeito à formação das representações semióticas e a seus tratamentos.” (p.48), o que leva a esse “vício” de prender-se a um registro e não conseguir pensar de maneira diferente. Pensamos que atividades mais seguidas sobre o total de alunos entrevistados e a necessidade das crianças utilizarem diferentes registros poderia aumentar a compreensão dos alunos sobre essa questão, visto que a coordenação entre registros deve ser provocada:

Nos indivíduos em período de desenvolvimento e de formação inicial, o progresso de aquisição de conhecimentos matemáticos depende da coordenação de registros de representação semiótica. Essa coordenação não é espontânea, mas deve ser levada em conta na apropriação de cada um dos sistemas semióticos. (DUVAL, 2003, p.29)

Nas perguntas sobre o total de alunos entrevistados, a representação mais utilizada foi o gráfico ou o histograma, mas, ao mesmo tempo e comparando com as demais, foi a questão em que a tabela foi mais utilizada. Pensamos que a visão não óbvia dos dados desta questão provocou nos alunos a procura por outros meios para respondê-la, que nesse caso foi a utilização coordenada do gráfico e da tabela. De acordo com a afirmação de Duval (2003, p.29), observamos que essa coordenação não é espontânea, mas pode ser provocada nas situações de aprendizagem para que o aluno precise realizar a conversão entre as representações e, conseqüentemente, compreenda a diferença entre o conteúdo e sua representação.

As questões consideradas “dados implícitos” são aquelas sobre o que não aparece nos gráficos e tabelas, e as que problematizam a partir dos dados. É curioso ver que os alunos têm mais dificuldade de enxergar o total de alunos entrevistados do que os dados que não estão presentes na tabela ou gráfico.

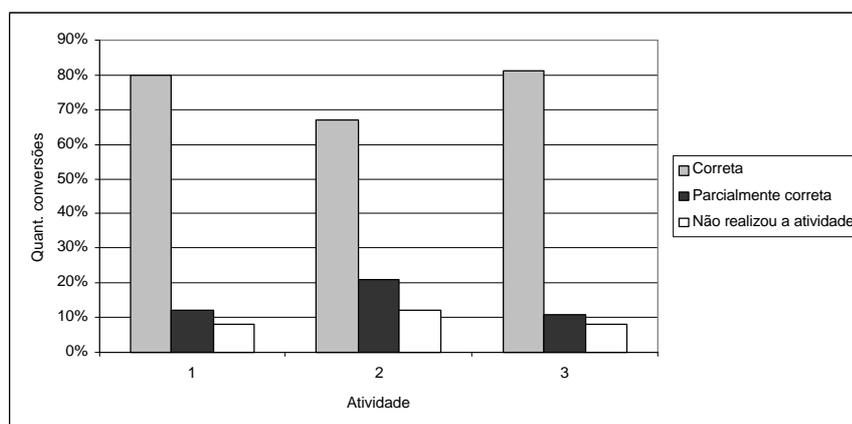
As conversões realizadas desde o pré-teste deste trabalho foram bem diversificadas e seguiram em diferentes sentidos: gráfico-tabela, tabela-gráfico, histograma-tabela, tabela-língua natural, gráfico-língua natural, etc. No entanto, não temos como avaliar o desempenho dos alunos em todas as conversões realizadas, pois muitas se deram oralmente, em atividades de equipe ou de produção de texto, mas observamos as seguintes conversões:

Atividade 1: conversão dos dados do histograma para a tabela

Atividade 2: conversão do gráfico para a tabela

Atividade 3: conversão do registro livre para a tabela

GRÁFICO 4: Desempenho dos alunos nas atividades de conversão:



Da maioria das conversões que provocamos em nossas atividades, não temos registros numéricos. Mas, das três atividades de conversão realizadas que possuímos registro numérico, constatamos uma média de 76% de acertos na atividade de conversão. Vale salientar que consideramos “corretas” somente as conversões em que todos os dados foram passados de um registro a outro com correção, as que possuíam vários acertos, mas alguns equívocos, nós consideramos “parcialmente corretas”.

Mesmo com esse grande número de acertos nas conversões, continuamos concordando com a afirmação de Duval que a conversão não é uma atividade natural, pois vimos, neste trabalho, que todas as conversões tiveram de ser provocadas pela professora-pesquisadora. Em seus escritos, Duval (2004, p.50) afirma que a atividade de conversão é menos imediata e menos simples do que se tem a tendência de crer. Ora, sabendo que ela é essencial para a aprendizagem, como ensinar Matemática sem conversões entre registros?

A resposta está em ensinar provocando conversões entre registros, mas evitar que se dê um salto intransponível entre uma ou outra representação. As conversões devem manter certo grau de congruência semântica entre a representação de partida e a de chegada para que haja uma ponte entre as representações. Seríamos pretensiosos em dizer que nossos alunos, nas quatro aulas que compuseram esta pesquisa, teriam chegado a um estágio de coordenação espontânea entre representações semioticamente heterogêneas de que Duval fala:

É necessário que um sujeito tenha chegado ao estágio de coordenação de representações semioticamente heterogêneas para que possa discriminar o representante e o representado, ou a representação e o conteúdo conceitual que essa representação expressa ou ilustra.(DUVAL, 2004, p.63)

Pensamos que a conversão entre diferentes registros é uma habilidade a ser construída ao longo da escolaridade e, como qualquer aprendizagem, deve iniciar-se em algum momento. Acreditamos que não há momento melhor para isso do que no início das experiências escolares.

Observamos que a atividade número dois foi a mais difícil para os alunos, não somente pela quantidade de erros na interpretação dos dados,

mas, principalmente, por ter sido a atividade que mais apresentou equívocos na conversão.

As representações mais utilizadas para obter as respostas de análise e interpretação de dados foram os gráficos e o histograma. Pensamos que isto se deve pelo fato da estratégia de visualizar os dados representados em barras ou caixinhas ser mais imediata aos alunos do que observar números dispostos em colunas e linhas:

GRÁFICO 5: Tipo de representação usada para responder as questões de interpretação de todas as atividades da seqüência didática:

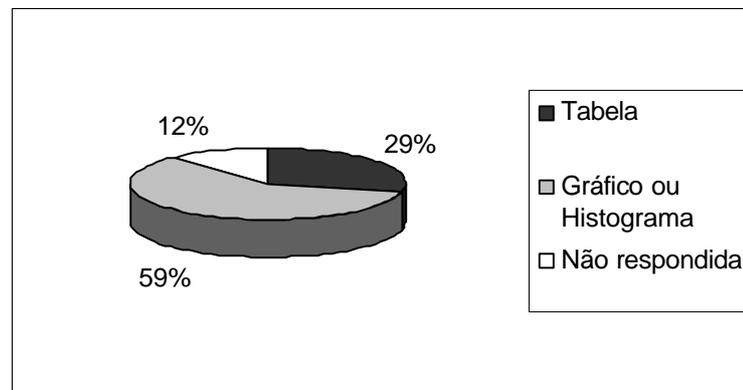
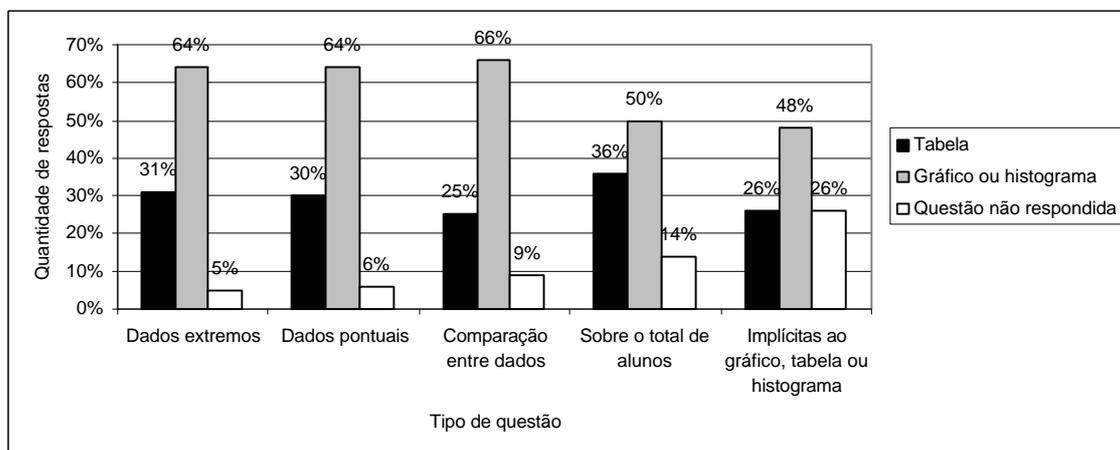


GRÁFICO 6: Tipo de questão e a representação utilizada para obter a resposta:



Na questão sobre o total de alunos na sala, a tabela oferece menor custo cognitivo, pois apresenta o total de crianças entrevistadas no ponto de cruzamento final dos dados. Mesmo assim, a metade das respostas dos alunos ainda foi dada com base nos gráficos ou histograma. Já afirmamos, na análise particular das atividades, que isso se deve ao fato do aluno confiar naquelas representações em que consegue estabelecer mais diretamente a relação

termo a termo entre as unidades do gráfico e os alunos que entrevistou. No entanto, também podemos ver que esse tipo de questão, em comparação às outras, foi na que os alunos mais utilizaram a tabela. Provavelmente isso ocorreu porque alguns alunos perceberam a economia cognitiva que a tabela ofereceu nessa questão.

A comparação entre dados, realmente, é muito mais econômica de se realizar apenas visualizando o gráfico ou histograma e comparando a altura desta e daquela coluna para identificar a maior ou a menor, podendo, inclusive, ver quantas unidades a mais ou a menos as colunas apresentam.

O gráfico e o histograma também oferecem uma visualização rápida para identificar os dados extremos do gráfico ou da tabela. Nos dados pontuais, podemos considerar que a tabela oferece melhor visualização pois, simplesmente, pode-se localizar o dado que se está procurando e olhar na coluna ao lado a quantidade de alunos representada em algarismos. Já no gráfico ou no histograma, a localização do dado pontual exige que se realize, após, uma contagem das unidades da coluna, uma a uma.

Vimos que as questões sobre dados implícitos foram as que a maior parte dos alunos não soube o que responder ao pensar no tipo de representação usada. Consideramos que isso ocorreu porque, como se tratavam de dados que não estavam presente explicitamente na tabela, gráfico ou histograma, o aluno pensou que não havia usado nenhuma dessas representações e optou por não responder. No entanto, sabemos que antes de saber o que “não” tem na representação, devemos verificar o que tem e para isto é necessário conferir em algum lugar. Nesse caso, o gráfico, a tabela ou o histograma oferecem os dados de forma clara, igualmente.

Analisando os tipos de representações usadas pelos alunos, podemos constatar que, apesar deles fixarem-se muito à utilização do gráfico ou do histograma, as crianças começaram a perceber que poderiam usar mais de um tipo de representação para demonstrar um conceito. Considerando que estas atividades ocorreram em apenas quatro encontros, podemos crer que se um maior número de atividades de Análise de Dados, envolvendo diferentes registros de representação semiótica, fossem realizadas, os alunos habituariam-se a usar diferentes registros, dependendo a situação e sua

melhor adequação. Também percebemos que, nos questionamentos que realizamos oralmente, aos poucos, os alunos foram se familiarizando com os diferentes tipos de representações gráficas e aprendendo a utilizá-los, nas diferentes situações, com maior rapidez:

“A compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de, ao menos, dois registros de representação e essa coordenação manifesta-se pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão” (Duval, 1993, p.51)

REFLEXÕES FINAIS E PERSPECTIVAS

“Aqui chegamos ao ponto de que talvez devêssemos ter partido. O do inacabamento do ser humano. Na verdade, o inacabamento do ser ou sua inconclusão é próprio da experiência vital. Onde há vida há inacabamento” (FREIRE, 1998, p.32)

Cientes da condição humana de inacabamento, não pretendemos “concluir” esta pesquisa, mas rever os resultados a que chegamos e apontar algumas perspectivas tendo em vista as experiências nela vivenciadas.

A cada passo deste trabalho, observamos, na riqueza das pequenas experiências de sala de aula, a possibilidade de ensinar as noções básicas de Análise de Dados para crianças da primeira série do Ensino Fundamental. A metodologia utilizada nos permitiu ver como a Análise de Dados é tratada no ensino atual, nos documentos e publicações, vivenciar uma pré-experimentação e relacionar nossa experimentação com essas realidades e o referencial teórico. Essa forma de organizar a pesquisa trouxe contextualização e embasamento teórico a cada ação, ocorrendo o diálogo entre teoria e prática, o que mostrou que é possível elaborar uma seqüência didática de noções básicas de Análise de Dados para alunos de primeira série do Ensino Fundamental quando se utilizam e se coordenam atividades com diferentes registros de representação semiótica que permitem visualizar a realidade do aluno sob diversas formas de registros.

A intimidade que as crianças, aos poucos, foram adquirindo com as representações gráficas e sua utilização frente às facetas de cada um dos diversos registros utilizados nos fez confirmar a importância de ensinar Análise de Dados desde o início da escolaridade. Essa forma de ensino contribui para que os alunos tenham em mãos, além das habilidades de leitura e escrita, comumente adquiridas nesse período, os recursos de coleta, organização, leitura, análise e interpretação de dados, a fim de conhecer melhor sua realidade.

Na realização de ensino, que foi parte essencial desta pesquisa, percebemos a capacidade dos alunos em transitar e coordenar diferentes registros de representação, além do crescimento da sua capacidade de ler e interpretar dados. De qualquer forma, não podemos dizer que o trabalho está “pronto”, pois acreditamos na educação como um processo, e o ensino da Análise de Dados como mais uma forma de leitura, compreensão e comunicação da realidade, o que deve ocorrer permeando as demais disciplinas escolares e ao longo do ano letivo em todas as séries. Por isso, também não podemos afirmar que este trabalho serve de modelo, pois cada turma de alunos, o espaço e o tempo em que o trabalho ocorre devem ser considerados na educação, para que as atividades sejam adaptadas a eles.

Diante dessas constatações, e no pensamento de que somos responsáveis por aquilo que cativamos (Saint-Exupery,1944), repousa nossa responsabilidade em levar essas idéias de inserção da Análise de Dados numa perspectiva de conhecimento e registro da realidade para as escolas, a fim de que elas passem, efetivamente a fazer parte dos currículos escolares. Nessa possibilidade está inserido nosso desejo de que este estudo sirva como fonte para outros contextos de pesquisa como o da formação de professores e do estudo de currículo.

Sabemos que este trabalho mostra apenas uma possibilidade para a introdução efetiva da Análise de Dados nas escolas. Por isso, em futuras investigações, e na volta à sala de aula, pretendemos dar continuidade a este trabalho, elaborando, juntamente com professores de séries iniciais, currículos para o ensino da Análise de Dados, tendo como metodologia a utilização e coordenação de diferentes registros de representações semióticas.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M. **Ingénierie didactique**. Recherches em Didactique dês Mathématiques, v.9, n.3, pp281-308. Grenoble, La Pensée Sauvage Éditions, 1988.

BARRETO, Maria de Fátima Teixeira. Gráficos, tabelas e pesquisa de campo – o número em contexto significativo. **Anais do II SIPEM**. Santos, São Paulo, 2003.

BAYER, A . ECHEVESTE, S. **O desenvolvimento dos conteúdos de estatística no ensino fundamental e médio**. II Congresso Internacional de Ensino da Matemática. Canoas, 2003.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**/Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

CAETANO, Simone S. D. **Introduzindo a Estatística nas séries iniciais do Ensino Fundamental a partir de material manipulativo: uma intervenção de Ensino**. Dissertação de Mestrado. PUC – SP, 2004

CURCIO F.R. (1987). Comprehension of mathematical relationship expressed in graphs. **Journal for Research in Mathematics Education**, 18, 382-393.

DUVAL, R. **Écarts sémantiques et cohérence mathématique: introduction aux problèmes de congruence**. Annales de Didactique et de Sciences cognitives, vol. 1, p 7-25, IREM de Strasbourg, 1988.

_____. **Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée**. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. Strosbourg: IREM – ULP, 1993.

_____. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. P.11-33. in MACHADO, Silvia D.A. de (org). Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

_____. **Comment analyser le fonctionnement représentationner des tableaux et leur diversité?** In: Séminaires de Recherche “Conversion et articulation des représentations” Vol II. Éditeur Raymond Duval, IUFM Nord-Pas de Calais, 2002.

_____. **Approche cognitive des problèmes de géométrie em termes de congruence.** Annales de didactique et sciences cognitives, v.1, p.57-74, IREM de Strasbourg, 1988.

_____. **Semiosis y Pensamiento Humano:** Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales. 2ed. Santiago de Cali: Universidade del Valle, 2004

ECHEVESTE, S. BAYER, A. ROCHA, J. **Estatística Divertida: Trabalhando com gráficos na escola.** III Congresso Internacional de Ensino da Matemática. Canoas, 2005

FENELON, Jean-Pierre. **Qu'est-ce que L'analyse des données?** Paris: LEFONEN, 1981

FLORES, Cláudia R., MORETTI, Mércles T. **O Funcionamento Cognitivo e Semiótico das Representações Gráficas:** ponto de análise para a aprendizagem matemática. Anais da 28ª Reunião da ANPEd: Caxambu, MG, 2005

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis (org). **Letramento no Brasil:** habilidades matemáticas: reflexões a partir do INAF 2002. São Paulo: Global: Ação Educativa Assessoria, Pesquisa e Informação: Instituto Paulo Montenegro, 2004.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia:** Saberes necessários à prática educativa. 8ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1998.

GÓMEZ-GRANELL, Carmem. **A aquisição da linguagem matemática:** símbolo e significado. 2ed . São Paulo: Ática, 1997. In: TEBEROSKY, Ana. TOLCHINSKY, Liliana (org). Além da alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática.

JOLY, Martine. **Introdução à análise da linguagem.** São Paulo: Papyrus, 1996.

LEMOS, M., GITIRANA, V. **A formação de professores através da análise a priori de atividades de interpretação de gráficos de barra.** VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife, 2004

LIMA, R., MAGINA, S. **A leitura de gráficos com crianças da 4ª série do ensino fundamental.** VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife, 2004.

LOPES, Celi A. E. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental:** uma análise curricular. Dissertação de Mestrado. FE/UNICAMP, julho/1998.

_____. **A probabilidade e a estatística no Currículo de Matemática no Ensino Fundamental Brasileiro.** Artigo publicado nos anais de artigos selecionados para a Conferência Internacional: Experiências e Perspectivas do Ensino da Estatística –Desafios para o século XXI. (p. 157-166) Florianópolis, 20,21 e 22 de setembro de 1999.

_____. **Literacia Estatística e INAF 2002.** in FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis (org). Letramento no Brasil: habilidades matemáticas: reflexões a partir do INAF 2002. São Paulo: Global: Ação Educativa Assessoria, Pesquisa e Informação: Instituto Paulo Montenegro, 2004.

_____. **O Conhecimento Profissional dos Professores e Suas Relações com Estatística e Probabilidade na Educação Infantil.** Tese de Doutorado. Campinas: UNICAMP, 2003.

MACHADO, Sílvia Dias Alcântara. **Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica.** Campinas, SP: Papyrus, 2003.

MENDES, Clayde Regina. **A importância da educação estatística no ensino fundamental, médio e superior.** III Congresso Internacional de Ensino da Matemática. Canoas, 2005

MORETTI, Mércles Thadeu. **O Papel dos Registros de Representação na Aprendizagem de Matemática.** Contrapontos, ano 2 nº 6, p.343-362. Itajaí, 2002.

PAIS, L.C. **Didática da Matemática; uma análise da influência francesa.** Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

ROLOFF, Louise Miron. **Gráficos e tabelas: análise do funcionamento cognitivo e representacional em atividades de matemática do livro didático.** Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

SAINT-EXUPÉRY, Antoine de. **Le petit prince.** Paris: Éditions Gallimard, 1944.

SANTA CATARINA, Secretaria do Estado da Educação e do Desporto. **Proposta Curricular de Santa Catarina: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Médio: Disciplinas curriculares.** Florianópolis: COGEN, 1998.

SANTOS, Sandra da Silva. **A formação do professor não especialista em conceitos elementares do bloco Tratamento da Informação: um estudo de caso no ambiente computacional.** Dissertação de Mestrado. PUC – SP 2003

SOARES, Magda. **Letramento: um tema em três gêneros.** Belo Horizonte, Autêntica, 1998.

SCHERER, Suely. **Estatística aplicada à educação**. Centro Universitário de Jaraguá do Sul – Jaraguá do Sul: UNERJ, 2004.

_____. **Uma estética possível para a educação bimodal:** aprendizagem e comunicação em ambientes presenciais e virtuais. Uma experiência em estatística aplicada à educação. Tese de Doutorado. PUC – SP 2005.

XIMENES, Sérgio. **Minidicionário** Ediouro da Língua Portuguesa. 2ed. São Paulo:Ediouro, 2000.

ANEXOS

ANEXO 1	ATIVIDADE 1 DA PRÉ-EXPERIMENTAÇÃO	119
ANEXO 2	ATIIDADE 2 DA PRÉ-EXPERIMENTAÇÃO	121
ANEXO 3	ATIVIDADE 3 DA PRÉ-EXPERIMENTAÇÃO	123
ANEXO 4	ENTREVISTAS COM PROFESSORES	125
ANEXO 5	TABELA: ANÁLISE DE DADOS NOS LIVROS DE PRIMEIRA SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL	131

ANEXO 1 – ATIVIDADE 1 DA PRÉ-EXPERIMENTAÇÃO

NOME: _____ DATA _____

1ª SÉRIE, TURMA _____

DESCUBRA QUANTOS ALUNOS HÁ NA SALA E REGISTRE A SUA MANEIRA:

1) SÃO MENINOS:

2) SÃO MENINAS:

3) TEM 6 ANOS:

4) TEM 7 ANOS:

5) TEM 8 ANOS:

6) TEM 9 ANOS:

QUAL O TOTAL DE ALUNOS NA SALA?

BOM TRABALHO !!!

ANEXO 2 – ATIVIDADE 2 DA PRÉ-EXPERIMENTAÇÃO

NOME: _____ DATA _____
 1ª SÉRIE, TURMA _____

REGISTRE NAS TABELAS:

TABELA DOS MENINOS E DAS MENINAS DA TURMA:

SEXO	QUANTIDADE
MASCULINO	
FEMININO	
TOTAL	

TABELA DAS IDADES DA TURMA:

IDADE	QUANTIDADE
6 ANOS	
7 ANOS	
8 ANOS	
9 ANOS	
TOTAL	

TABELA DAS MENINAS E SUAS IDADES:

IDADE	QUANTIDADE
6 ANOS	
7 ANOS	
8 ANOS	
9 ANOS	
TOTAL	

TABELA DOS MENINOS E SUAS IDADES:

IDADE	QUANTIDADE
6 ANOS	
7 ANOS	
8 ANOS	
9 ANOS	
TOTAL	

REGISTRE O QUE VOCÊ APRENDEU NA AULA DE HOJE:

ANEXO 3 – ATIVIDADE 3 DA PRÉ-EXPERIMENTAÇÃO

ANEXO 4 – ENTREVISTAS COM PROFESSORES

ENTREVISTAS COM PROFESSORES

Sobre as entrevistas...

Os documentos oficiais, graduações, livros didáticos e a forma de utilizar os conhecimentos neles adquiridos dependem do professor, que pode aceitar, ou não, o desafio de ensinar Análise de Dados. Saber como o professor leva para a sala de aula, ou não, as atividades envolvendo gráficos e tabelas, é essencial para nossa pesquisa, a fim de que possamos compreender o que está ocorrendo nos ambientes de ensino. Por isso, conversamos com professores de primeira série do Ensino Fundamental das redes públicas estadual (Santa Catarina) e municipal (Florianópolis) e de escolas particulares, questionando sobre suas experiências a respeito da Análise de Dados.

Para a realização das entrevistas, seguimos o roteiro abaixo, no qual podemos observar que as palavras gráficos e tabelas foram utilizadas no lugar da palavra “Análise de Dados”, por exemplo, para não haver distorções quanto à compreensão de cada um sobre o significado da mesma.

- 1) Você já trabalhou com gráficos e tabelas com seus alunos?
- 2) Descreva como foi esse trabalho: - utilizou quais tipos de gráficos e tabelas?
 - Mudou de um tipo de representação a outro?
 - O que fez com os gráficos e as tabelas?
- 3) Você sente alguma dificuldade para trabalhar com gráficos e tabelas?
- 4) Qual o livro didático que você usa?
 - Ele a auxilia no trabalho com gráficos e tabelas?
 - Você o utiliza como ferramenta em suas aulas, ou como material de pesquisa?
- 5) O trabalho com gráficos e tabelas está inserido no Projeto Político Pedagógico ou Plano Anual da escola?

Relato das entrevistas...

– *Professora A*

A primeira professora entrevistada é pedagoga, especialista em Séries Iniciais, trabalha numa escola municipal e tem experiência de 21 anos na profissão. Disse que já trabalhou com gráficos e tabelas na primeira série, mas neste ano ainda não. Fez o gráfico das idades dos alunos e descreveu o trabalho da seguinte forma: “Nós escrevemos as idades até 10 embaixo e para cada criança que tinha a idade, aumentava uma linha no caderno. Eu fiz no quadro e eles no caderno. Só usei gráfico de barras, tabela não. Depois, passei o gráfico para o papel pardo e eles viram que tinha crianças fazendo aniversário. Os alunos pediram para atualizar o gráfico, porque eles faziam aniversário. Aí, fizemos outros para comparar, mas o primeiro ficava em destaque.”

Na descrição da professora e no questionamento que seguiu, evidenciei que não houve algum registro da interpretação oral realizada e nem sobre a comparação entre os gráficos das idades feitos no início do ano e os posteriores.

A professora afirmou que não sente dificuldades para trabalhar com gráficos, e que nunca trabalhou com tabelas na primeira série, deixa para a segunda.

Utiliza o livro *Convivendo com a Matemática*, de Juliana Sosso e comentou que não participou da escolha, foram professoras substitutas. Não aprova o livro, por isso não o “segue”, apenas usa algumas atividades. Ele traz trabalho com gráficos, mas a professora “ainda não chegou lá”, afirmou que ainda não viu o momento certo para trabalhar.

Disse que procura orientações e sugestões de atividades em outros livros, tem vários em casa, nos quais lê e pesquisa.

A professora achou que não havia conteúdo de estatística no Projeto Político Pedagógico da escola, verificou e constatou que aparecia apenas na segunda “interpretação de tabela e gráfico”.

– Professora B

A segunda professora com a qual conversei, cursou o Ensino Médio de Magistério. É graduada em Ciências Sociais e tem 13 anos de experiência na profissão.

Afirmou que costuma trabalhar com gráficos e tabelas, explorando a realidade das crianças: idades, datas de aniversários e preferências. Disse que faz isso porque gosta de “trabalhar no concreto, se não, leva muito tempo até abstraírem...”. O tipo de gráfico que utiliza é o de barras (pintam um quadrinho para cada unidade), faz primeiro o gráfico em conjunto com a turma, que depois passa o registro para o caderno; às vezes, os alunos fazem a tarefa em pequenos grupos. Usa tabelas no mesmo estilo de trabalho, mas nunca usa um gráfico e uma tabela para representar um mesmo dado e não relaciona os dois tipos de representações em suas aulas. Quando perguntei sobre isso, a professora comentou “é mesmo, eu poderia usar uma tabela e um gráfico para organizar uma mesma pesquisa, mas a gente não lembra disso...”. Falou que depois dos gráficos ou das tabelas ficarem prontos, realiza questões orais do tipo “onde tem mais, onde tem menos?”, sem qualquer tipo de registro. Como exemplo, descreveu “fizemos um gráfico das figuras geométricas encontradas na escola, eles saíram procurando círculos, quadrados e triângulos e anotando as quantidades. Depois, fizemos um gráfico para ver a figura que mais aparecia.”

Ao questionar se a professora sente alguma dificuldade na realização do trabalho com tabelas e gráficos, ela disse que sente, “penso que poderia trabalhar mais com gráficos e tabelas, é um trabalho que envolve a turma, eu poderia usar mais, envolvendo os outros conteúdos; mas os alunos não sentiram dificuldade nenhuma, visualizaram bem, foi prazeroso.”

O livro didático “Novo Tempo” de Imenes, Kajubo e Lelis, é utilizado pela professora, mas não diariamente. Disse que não se prende ao livro, usa-o como suporte. Afirmou que o mesmo não traz muita coisa sobre gráficos e tabelas e que, para planejar suas aulas, utiliza diversos livros didáticos e a internet. Em relação ao Projeto Político Pedagógico da escola, disse que a “estatística” faz parte do conteúdo de primeira série e que, no início do ano, foi combinado e “frisado bastante para a gente trabalhar”.

– Professora C

Da mesma escola que a anterior, a professora “C” é graduada em Pedagogia e pós-graduada em Psicopedagogia, possuindo 29 anos de experiência na profissão.

Disse que “trabalho com gráficos na primeira série, com tabelas não”. Não soube explicar muito bem o tipo de gráficos que utiliza. Isto mostrou a confusão da professora sobre o que é um gráfico: “fizemos o gráfico das idades porque eles não têm noção de tempo, o que vem antes ou depois, por isso é bom comparar a idade, então fizemos o gráfico por números, desde o ano que o mais velho nasceu até o mais novo: Ana: 1996

Pedro: 1997

Karina: 1998.

Depois desse gráfico pronto, perguntei quantos anos a Ana tem? Mostrei que tínhamos que contar do ano em que estamos até 1994, quantas mãos preciso para chegar lá. Tenho que sempre usar o concreto para eles entenderem...”

E continuou dizendo “Depois, também fizemos o gráfico das medidas, para comparar o mais alto, o mais baixo. Fiz um cartaz com o nome de cada um e a medida do lado, em fila, do maior para o menor, e os alunos copiaram esse gráfico”

A professora afirmou que o trabalho posterior ao gráfico é “muito na conversa e no concreto”, sem registro individual ou utilização de diferentes tipos de registros. Comentou que não sente dificuldade para realizar esse trabalho, mas que nem tudo que planeja sai como espera e que a dificuldade, ou não, dos alunos em relação a esse trabalho depende do interesse de cada um.

Utiliza o mesmo livro didático que a professora anterior, mas afirma que este livro não trabalha com tabelas e gráficos. Comentou que é um livro complicado e fora da realidade, por isto, usa outros livros seus para preparar suas aulas. Esse livro não é usado diariamente na sala de aula, “passo muito para deveres”.

A professora disse que este ano foi pedido para trabalhar com gráficos e tabelas, mas bem para o final do ano na primeira série.

– *Professora D*

A quarta professora com a qual conversei atua numa escola particular, é pedagoga, com dez anos de experiência em sala de aula. Disse que costuma trabalhar gráficos e tabelas com seus alunos, porque a apostila do Positivo pede. Usa gráficos de barras e tabelas para organizar os dados como datas de aniversários, quantos aniversariantes têm em cada mês, cores dos olhos e cabelos dos alunos da turma, a quantidade de meninos e meninas da sala, etc. Segundo ela, o livro apresenta tabelas já organizadas, para completar e depois passar para o gráfico em quadros quadriculados nos quais os alunos devem pintar os quadrinhos de acordo com as quantidades levantadas.

Ao solicitar se a professora utiliza tabelas e gráficos para representar um mesmo levantamento de dados, e se ela faz a passagem do gráfico para a tabela e da tabela para o gráfico, ela pediu um parêntese: “espera aí, acho que eu estou me confundindo, gráfico é aquele assim e tabela é assim?” (fez um desenho para explicar). Ao afirmar que ela estava certa, continuou dizendo que a passagem existente era apenas da tabela para o gráfico e, ao findar a organização dos dados, o livro sugere uma leitura induzida dos gráficos e tabelas, oral e em conjunto. Comentou mais uma vez que realiza o seu trabalho de acordo com a apostila e que considera que essa traz atividades demais sobre gráficos e tabelas em todas as disciplinas, disse que pensa que “esse exagero é uma perda de tempo, poderíamos estar trabalhando outra coisa”.

A professora afirmou não sentir dificuldades para realizar o trabalho com gráficos e tabelas, mas que, para as crianças, é muito confuso: “pintam o quadrinho que não é para pintar...”.

Ao falar sobre o Projeto Político Pedagógico, disse que os gráficos e tabelas fazem parte do conteúdo da primeira série, mas que isso não fica claro, “a gente trabalha, mas lá não está explícito”.

ANEXO 5 – TABELA: A ANÁLISE DE DADOS NOS LIVROS DIDÁTICOS DE
PRIMEIRA SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL

TABELA: A Análise de Dados nos livros didáticos de primeira série do Ensino Fundamental

LIVROS

QUESTIONAMENTOS	A	B	C	D	E	F	G
O conteúdo "Análise de Dados" aparece?	1	0	1	1	1	1	1
Com quais tipos de representações?	TG	T	TG	TG	T	TG	TG
Há mudança de sentido entre as representações?	1	0	1	0	0	0	0
Como o conteúdo é inserido?	i	L	L	L	F	F	F
O assunto é contextualizado?	1	0	1	1	0	1	1
O aluno participa da coleta de dados?	1	0	0	1	0	0	0
O aluno precisa organizar os dados?	1	0	0	1	0	0	0
Os dados já vêm prontos?	1	1	1	10	1	1	1
Há interpretação de dados?	0	0	1	1	0	1	0

Continuação

LIVROS

QUESTIONAMENTOS	H	I	J	K	L	M	N	O
O conteúdo "Análise de Dados" aparece?	0	0	0	0	0	0	0	0
Com quais tipos de representações?	T	TG	T	T	T	T	T	T
Há mudança de sentido entre as representações?	0	0	0	0	0	0	0	0
Como o conteúdo é inserido?	L	F	F	L	L	L	L	L
O assunto é contextualizado?	0	0	0	0	0	0	0	0
O aluno participa da coleta de dados?	0	0	1	0	0	0	0	0
O aluno precisa organizar os dados?	0	0	1	0	0	0	0	0
Os dados já vêm prontos?	0	1	0	1	0	1	1	1
Há interpretação de dados?	0	0	0	0	0	0	0	0

LEGENDA

1 – sim	T – tabelas	i – no início
0 – não	G - gráficos	F – no fim
		L – ao longo

Livros analisados

A - PADOVAN, Daniela; GUERRA, Isabel C. F.; MILAN, Ivonildes dos S. **Matemática 1ª série**. São Paulo, Moderna, 2003.

B - SOARES, Eduardo Sarquis. **Matemática com o Sarquis**. Belo Horizonte, Formato, 2001.

C - SOSSO, Juliana. **Convivendo com a Matemática 1: A construção do conhecimento e da cidadania**. São Paulo, Atual, 2001.

D - PIRES, Célia. **Matemática no Planeta Azul, 1**. São Paulo: FTD, 2003.

E - PASSOS, Ângela. **De olho no futuro Matemática 1**. São Paulo: Quinteto Editorial, 2001.

F - GUELLI, Oscar. **Matemática 1**. São Paulo: Ática, 1999.

G - WAKABAYZSHI, Jukie K. **É divertido aprender Matemática**. São Paulo: FTD, 1997.

- H** - BONJORNO, José R. BONJORNO, Maria A. **Pode contar comigo:** Matemática 1ª série. São Paulo: FTD, 1997.
- I** - DANTE, Luiz R. **Matemática:** vivência e construção. São Paulo: Àtica, 2003.
- J** - IMENES, Luiz M. P. JAKUBOVIC, José. LELLIS, Marcelo. **Matemática ao vivo:** 1ª série. São Paulo: Scipione, 2000.
- K** - MARISCO, Maria T. **Marcha Criança: Matemática.** São Paulo: Scipione, 1997.
- L** - AZEVEDO, Maria Verônica R. **Matemática Através de Jogos.** São Paulo: Atual, 2000.
- M** -GRASSESCHI, Maria Cecília. ANDRETTA, Maria Capucho. SANTOS, Aparecida Borges dos. **PROMAT1:** Projeto Oficina de Matemática. São Paulo: FTD, 2002.
- N** - GIOVANNI, José Ruy. **Viva a vida:** Matemática, v.1. São Paulo: FTD, 1997.
- O** - MARISCO, Maria T. **Caracol:** Matemática: 1ª série. São Paulo: Scipione, 2003.