



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AMBIENTAL



Rodrigo do Carmo Barletta

**TESTE E APLICAÇÃO DE MODELOS PARABÓLICOS DE  
REFRAÇÃO-DIFRAÇÃO COM ÊNFASE NA PROPAGAÇÃO  
DE ONDAS SOBRE PARCÉIS**

Tese de Doutorado apresentada à Universidade Federal de  
Santa Catarina para a obtenção do título de Doutor em  
Engenharia Ambiental

Orientador: Professor Elói Melo Filho, PhD.  
Co-orientador: Professor Dávide Franco, Dr.

**FLORIANÓPOLIS, 2006**

BARLETTA, R. C.

**TESTE E APLICAÇÃO DE MODELOS PARABÓLICOS DE REFRAÇÃO-DIFRAÇÃO COM ÊNFASE NA PROPAGAÇÃO DE ONDAS SOBRE PARCÉIS.**  
FLORIANÓPOLIS, 11/04/2006

xviii, 137 p., 29,7 cm, figuras em cores, (CPGEA/UFSC, Dr., Engenharia Ambiental, 2006).

Tese – Universidade Federal de Santa Catarina.

1. Modelos Parabólicos de Refração-Difração.
2. Propagação de Ondas sobre Parcéis.
3. Interação Oceanografia Física e Geológica.

I. CPGEA/UFSC      II. Título (Série)

Este trabalho é dedicado aos meus pais Rose e Walter  
a minha esposa Fabiane e meus filhos Cainã e Cairê

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a:

Deus pela oportunidade de viver e de surfar. Aos meus pais que sempre me apoiaram, me ajudaram, e, acima de tudo, sempre acreditaram no meu potencial. A minha esposa e meus filhos, por me inspirarem, me agüentarem nestes anos de doutorado, pela compreensão e ajuda. Ao Professor Elói Melo pela orientação, amizade, confiança e pelos conhecimentos divididos durante essa longa jornada. Valeu professor pelas longas conversas científicas. Foi um prazer e um privilégio ter tido contato com sua vasta sabedoria e conhecimento dos processos relacionados às ondas e à zona costeira, seu estilo “cool” de surfista de alma, amante das ondas, sejam elas do mar ou sonoras. Obrigado por ter acreditado, mesmo sabendo das minhas limitações. Ao Professor Davide Franco pela amizade, confiança, orientação e pelos conhecimentos ensinados. Valeu pelas conversas, e pelo seu lado humano, apesar de até hoje eu achar que tu és meio máquina. Valeu também por acreditar no meu potencial. Ao Professor Lauro Calliari pela amizade, ensinamentos e orientação de sempre, valeu mestre, tu tens o “feeling”! Ao Professor Maurício Gobbi pela contribuição e ao Professor Jarbas Bonetti pela paciência e participação na banca desde a qualificação. Agradeço também a todos os colegas e amigos do Lahimar com quem convivi todos esses anos: Valeu Mara, Fabrício, Gilmar, Marco (valeu pelo Fortran, REF DIF e pelas boas risadas), valeu moçada da bóia, Daniel e Andrei. Obrigado César pelas batimetrias, valeu Henrique pelas conversas. Obrigado Guilherme pela paciência em me livrar dos problemas computacionais e ensinamentos. Valeu Roberto, pelo trabalho, amizade e convivência. Valeu Ana Paula pelo incentivo. Obrigado a todos pela amizade! Obrigado também a quem contribuiu para a realização deste trabalho e não foi citado.

Ao CNPq pelo apoio financeiro - bolsa.

À Feesc e Petrobrás pelo apoio financeiro - bolsa.

## SUMÁRIO

<b>Dedicatória</b>	iii
<b>Agradecimentos</b>	iv
<b>Sumário</b>	v
<b>Resumo</b>	vii
<b>Abstract</b>	viii
<b>Lista de Figuras</b>	ix
<b>Lista de Tabelas</b>	xvi
<b>Capítulo 1 - Introdução</b>	1
<b>Capítulo 2 – Fundamentos Teóricos de Modelos REF-DIF Parabólicos</b>	4
2.1 Introdução	4
2.2 REF-DIF Melo: Reapresentação e dedução da equação parabólica com aperfeiçoamentos	4
2.3 REF-DIF Kirby: obtenção da equação parabólica de Kirby a partir da equação parabólica “extendida”	12
2.4 REF-DIF Kirby não-linear, com correntes e dissipação de energia	14
2.5 REF-DIF Kirby Espectral	18
2.5.1 Introdução	18
2.5.2 Descrição do modelo REF-DIF espectral	19
2.6 Limitações dos modelos parabólicos	21
<b>Capítulo 3 – Aplicações para Ondas Monocromáticas: Testes e Comparações entre Modelos</b>	23
Introdução	23
3.1 Análise estatística de desempenho dos modelos	23
3.2 Rampa Plana	26
3.2.1 Resultados - Cortes de altura de onda	29
3.2.2 Discussão dos resultados	51

3.3 Parcel de Berkhoff	54
3.3.1 Resultados - Cortes de altura de onda - Experimento de Berkhoff	55
3.3.2 Discussão dos resultados	64
<b>Capítulo 4 – Aplicações do Modelo REF-DIF Espectral Sobre Parcéis Idealizados</b>	<b>66</b>
4.1 Experimento de Chawla	66
4.1.1 Resultados - Cortes de <i>Hsig</i>	69
4.1.2 Discussão dos resultados	78
4.2 Experimento de Vincent e Briggs	81
4.3 Apicacão a Parcéis Hipotéticos	82
4.3.1 Parcéis Hipotéticos sobre fundo plano	82
4.3.2 Resultados	84
4.3.3 Discussão dos resultados	91
4.3.4 Parcéis Hipotéticos sobre fundo inclinado	93
4.3.5 Resultados	97
4.3.6 Discussão dos resultados	101
<b>Capítulo 5 - Aplicação no Litoral Central do Rio Grande do Sul (RS)</b>	<b>102</b>
Introdução	102
5.1 Montagem da grade batimétrica	105
5.2 Estudo de caso: modelação da refração-difração de ondas para um mar de SE idealizado	109
5.3 Discussão dos resultados	126
<b>Capítulo 6 – Conclusões</b>	<b>131</b>
<b>7 - Referências Bibliográficas</b>	<b>134</b>

## RESUMO

### TESTE E APLICAÇÃO DE MODELOS PARABÓLICOS DE REFRAÇÃO-DIFRAÇÃO COM ÊNFASE NA PROPAGAÇÃO DE ONDAS SOBRE PARCÉIS

No presente trabalho foram realizados testes de diferentes versões de modelos “REF-DIF” parabólicos (REF-DIF Kirby e REF-DIF Melo). Para casos de ondas monocromáticas foram realizados 2 tipos de testes: a) rampas planas, onde os resultados numéricos de altura de onda foram comparados com uma solução analítica e b) calota de Berkhoff, onde resultados numéricos de altura de onda foram comparados com dados obtidos de um experimento de laboratório. Em seguida foi testado o desempenho das diferentes versões do modelo REF-DIF espectral de Kirby e Özkan (1994), na modelação de ondas irregulares sobre uma calota, fruto do experimento de Chawla (1995).

Na segunda parte do trabalho, a propagação de ondas monocromáticas e irregulares sobre parcéis hipotéticos de forma circular e elíptica foi estudada, usando o modelo de Kirby. Averiguaram-se os efeitos da forma dos parcéis e das características de ondas no campo de alturas. Em seguida escolheu-se o modelo espectral de melhor performance para realizar uma aplicação à região costeira do litoral central do Rio Grande do Sul, trecho onde existem muitos parcéis submersos em profundidades intermediárias e rasas e erosão costeira natural.

Para rampas planas, verificou-se que as versões numéricas dos modelos monocromáticos Kirby e Melo apresentaram desempenho semelhante. Verificou-se também que a orientação do sistema de coordenadas influencia os resultados dos modelos. Os ângulos máximos de incidência inicial são  $45^\circ$  para grade não rotacionada e aproximação de Padé, que podem ser extrapolados para ângulos maiores em grades rotacionadas. Os modelos com aproximação parabólica simples não conseguiram representar a evolução da altura da onda de forma precisa para ângulos diferentes de  $0^\circ$  em grades não rotacionadas. A mesma aproximação funcionou muito bem quando usada em grades rotacionadas. Modelos com aproximação Padé tiveram boa performance para ambas opções de grade, com ângulos de incidência inicial de até  $45^\circ$ . Para ângulos maiores que este, a acurácia é melhor com batimetrias rotadas.

Para o parcel de Berkhoff, observou-se que os modelos lineares Melo e Kirby apresentaram performance similar. Estes tiveram menor acurácia que os modelos fracamente não-lineares de Kirby. Já para o experimento espectral com o parcel de Chawla, viu-se que os modelos não-lineares foram levemente mais acurados que os lineares, porém com uma diferença quase insignificante. Para os parcéis hipotéticos, notou-se que o espalhamento direcional do espectro de ondas, a forma, profundidade e a distância que a onda refrata sobre o parcel determinam as características da focalização e da distribuição de alturas de onda atrás do parcel.

Na aplicação para a batimetria real, encontraram-se diferenças nas alturas e direções de onda calculadas com modelos monocromáticos e espectrais para águas rasas no litoral central do Rio Grande do Sul. Notou-se que a zona costeira a sudoeste da região do Farol da Conceição apresentou menores alturas de ondas e maior divergência de direções em relação a porção situada a nordeste, provavelmente induzida por padrões de refração de maior escala espacial, originados pela geomorfologia da plataforma interna do litoral central e sul do estado, ao invés do efeito puramente creditado à focalização de energia por parcéis, como se acreditava antes.

## ABSTRACT

### TEST AND APPLICATION OF REFRACTION-DIFRACTION PARABOLIC MODELS WITH ENFASYS ON WAVE PROPAGATION OVER SHOALS

Several performance tests comparing wave height results from different versions of parabolic REF-DIF models (“Kirby” and “Melo”) were performed in this work. For the monochromatic ones, 2 tests were done: a) plane ramp, where numeric results for wave heights were compared with an analytical solution and b) Berkhoff shoal, where the numerical results were compared with data from a laboratory experiment. After that, various versions of Kirby and Özkan (1994) Spectral REF DIF had their performance evaluated against data from an irregular waves propagation experiment over a shoal, done by Chawla (1995).

In the second part of this work, a study was performed with monochromatic and spectral waves being propagated over spherical and elliptical shoals, using Kirby’s model. The influence of the shoals shape in the wave field was evaluated. After that, a good overall performance model was chosen to be used in an application at the central coast of Rio Grande do Sul state, a region with plenty of submerged shoals in intermediate depths and natural erosion occurring at the coast line.

For the plane ramp, it was noticed that the numerical versions of Kirby’s and Melo’s monochromatic models presented similar performances. It was also noticed that the coordinate system orientation plays a role into the models results. The allowed maximum angle of incidence was  $45^\circ$  for the non-rotated grid and Padé approximation, but can be expanded to wider angles for the rotated grids. The models with the simple approximation could not represent the wave height accurately for initial angles different from  $0^\circ$  on non-rotated grids. The same approximation performed very well when used with rotated grids. Padé approximation models had good performance for both grid options with initial angles up to  $45^\circ$ . For wider angles, rotated grids give better results.

For the Berkhoff shoal, the linear models, Kirby and Melo, presented similar performances. They had less accuracy than the weakly non-linear (Kirby) models. Regarding the spectral experiment with Chawla’s shoal, it was seen that the weakly non-linear models were slightly more accurate, though this difference was not significant. For the hypothetical shoals, it was observed that the spectral directional spreading, the shoal shape, depth and the distance that the wave propagates over the shoal determines the focusing of wave heights characteristics behind the shoal.

For the application on real bathymetry, it was found that wave heights and directions calculated by the monochromatic and spectral models for shallow waters at the RS coast yielded different results. It was observed that the coastal zone located to the southwest from the Conceição Lighthouse presented smaller heights and direction divergence in relation to the area located to the northeast, probably because of greater spatial scale refraction, due to the central and south state innershelf geomorphology, and not by the focusing shoal effects, as it was previously indicated.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – As duas opções para orientação da direção dominante nos modelos REF-DIF parabólicos.	26
Figura 2 – Batimetrias usadas para os testes com rampas planas para: a) Opção 1: eixo - x coincidente com a normal a praia. b) Opção 2: eixo - x coincidente com direção de incidência de onda.	28
Figura 3 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $0^\circ$ - modelos RDM P e S opção 1.	29
Figura 4 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $0^\circ$ - modelos RDM Pex, Sex opção 1.	30
Figura 5 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $0^\circ$ - modelos RDK P e S opção 1.	30
Figura 6 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $0^\circ$ - modelos RDK wnSTHD P e S opção 1.	31
Figura 7 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $0^\circ$ - modelos RDK wnSTOK P e S opção 1.	31
Figura 8 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $15^\circ$ - modelos RDM P e S opções 1 e 2.	32
Figura 9 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $15^\circ$ - modelos RDM Pex e Sex opções 1 e 2.	33
Figura 10 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $15^\circ$ - modelos RDK P e S opções 1 e 2.	33
Figura 11 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $15^\circ$ - modelos RDK wnSTHD P e S opções 1 e 2.	34
Figura 12 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $15^\circ$ - modelos RDK wnSTOK P e S opções 1 e 2.	34
Figura 13 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $30^\circ$ - modelos RDM P e S opções 1 e 2.	36
Figura 14 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $30^\circ$ - modelos RDM Pex e Sex opções 1 e 2.	36
Figura 15 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $30^\circ$ - modelos RDK P e S opções 1 e 2.	
Figura 16 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $30^\circ$ - modelos RDK wnSTHD P e S opções 1 e 2.	37

Figura 17 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $30^\circ$ - modelos RDK wnSTOK P e S opções 1 e 2.	38
Figura 18 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $45^\circ$ - modelos RDM P e S opções 1 e 2.	40
Figura 19 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $45^\circ$ - modelos RDM Pex e Sex opções 1 e 2.	40
Figura 20 – Cortes de $H/H_0$ inicialmente incidindo com $45^\circ$ - modelos RDK P e S opções 1 e 2.	41
Figura 21 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $45^\circ$ - modelos RDK wnSTHD P e S opções 1 e 2.	42
Figura 22 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $45^\circ$ - modelos RDK wnSTOK P e S opções 1 e 2.	43
Figura 23 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $60^\circ$ - modelos RDM P e S opções 1 e 2.	44
Figura 24 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $60^\circ$ - modelos RDM Pex e Sex opções 1 e 2.	45
Figura 25 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $60^\circ$ - modelos RDK P e S opções 1 e 2.	46
Figura 26 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $60^\circ$ - modelos RDK wnSTHD P e S opções 1 e 2.	46
Figura 27 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $60^\circ$ - modelos RDK wnSTOK P e S opções 1 e 2.	47
Figura 28 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $75^\circ$ - modelos RDM P e S opções 1 e 2.	48
Figura 29 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $75^\circ$ - modelos RDM Pex e Sex opções 1 e 2.	48
Figura 30 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $75^\circ$ - modelos RDK P e S opções 1 e 2.	49
Figura 31 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas incidindo com $75^\circ$ - modelos RDK wnSTHD P e S opções 1 e 2.	49
Figura 32 – Cortes de $H/H_0$ - Ondas inicialmente incidindo com $75^\circ$ - modelos RDK wnSTOK P e S opções 1 e 2.	50
Figura 32b – Campos de altura de onda contaminados com ruído numérico.	52

Figura 33 – Batimetria de Berkhoff <i>et al.</i> (1982) usada para a bateria de testes 2.	54
Figura 34a – Campo de alturas e posições da superfície calculadas pelo RDM Pex para o Parcel de Berkhoff.	55
Figura 34b – Resultados dos modelos para o corte 1 na batimetria de Berkhoff, aproximação Padé e simples.	56
Figura 35 – Resultados dos modelos para o corte 2 na batimetria de Berkhoff, aproximação Padé e simples.	57
Figura 36 – Resultados dos modelos para o corte 3 na batimetria de Berkhoff, aproximação Padé e simples.	58
Figura 37 – Resultados dos modelos para o corte 4 na batimetria de Berkhoff, aproximação Padé e simples.	59
Figura 38 – Resultados dos modelos para o corte 5 na batimetria de Berkhoff, aproximação Padé e simples.	60
Figura 39 – Resultados dos modelos para o corte 6 na batimetria de Berkhoff, aproximação Padé e simples.	61
Figura 40 – Resultados dos modelos para o corte 7 na batimetria de Berkhoff, aproximação Padé e simples.	62
Figura 41 – Resultados dos modelos para o corte 8 na batimetria de Berkhoff, aproximação Padé e simples.	63
Figura 42a – Batimetria de Chawla <i>et al.</i> (1995) usada para a bateria de testes espectrais 1.	66
Figura 42b – Espectros TMA 5 e 6 de Chawla <i>et al.</i> (1995) usados para a bateria de testes espectrais.	68
Figura 43 – Cortes de Hs do caso espectral 5 de Chawla (1995) – Aferição do RDK versus RDK wnSTOK.	69
Figura 44 – Cortes de Hs do caso espectral 6 de Chawla (1995) – Aferição do RDK versus RDK wnSTOK.	70
Figura 45 – Cortes A-A e B-B (Caso espectral 5) de Hs – RDK versus RDK wnSTHD.	70
Figura 46 – Cortes C-C, D-D, E-E e F-F (Caso espectral 5) de Hs – RDK versus RDK wnSTHD.	71
Figura 47 – Cortes G-G (Caso 5) e A-A, B-B e C-C (Caso 6) de Hs – RDK versus RDK wnSTHD.	72

Figura 48 – Cortes D-D a G-G (Caso espectral 6) de Hs – RDK versus RDK wnSTHD.	75
Figura 49 – Contornos de Hs nas proximidades do Parcel (Testes 5 e 6) – RDK versus RDK wnSTHD.	79
Figura 50 – Espectros TMA reproduzidos de Vincent e Briggs (1989), usados para aferição espectral.	81
Figura 51 – Altura de onda normalizada para o corte 4, em $x = 12.2$ m – Parcel de Vincent e Briggs (1989).	82
Figura 52 – Batimetrias Hipotéticas usadas para os testes 1 de forma do parcel.	83
Figura 53 – Parcel Barletta A – Campos de altura de onda e localização dos cortes.	85
Figura 54 – Parcel Barletta A – Cortes de altura de onda 1, 2 e 3.	85
Figura 55 – Parcel Barletta B – Campos de altura de onda e localização dos cortes.	87
Figura 56 – Parcel Barletta B – Cortes de altura de onda 1, 2 e 3.	87
Figura 57 – Parcel Barletta AA – Campos de altura de onda e localização dos cortes.	88
Figura 58 – Parcel Barletta AA – Cortes de altura de onda 1a, 1b, 2 e 3.	88
Figura 59 – Parcel Barletta BB – Campos de altura de onda e localização dos cortes.	89
Figura 60 – Parcel Barletta BB – Cortes de altura de onda 1a, 1b, 2 e 3.	89
Figura 61 – Parcel Barletta AB – Campos de altura de onda e localização dos cortes.	90
Figura 62 – Parcel Barletta AB – Cortes de altura de onda 1a e 1b.	90
Figura 63 – Parcel Barletta AB – Cortes de altura de onda 2 e 3.	91
Figura 64 – Parcel Barletta AA2 – Campos de altura de onda e localização dos cortes.	92
Figura 65 – Parcel Barletta AA2 – Cortes de altura de onda 1a, 1b, 2 e 3.	92
Figura 66 – Localização do Parcel do Carpinteiro, Rio Grande do Sul.	94
Figura 67 – Profundidades do Parcel do Carpinteiro.	94
Figura 68 – Batimetrias Hipotéticas usadas para os testes 2 de forma de Parcel.	95
Figura 69 – Espectros TMA produzidos para bateria de testes hipotéticos 2.	96

Figura 70 – Distribuição de alturas de onda para bateria de testes hipotéticos com parcéis Z1.	97
Figura 71 – Cortes de Hs em y para os casos de onda propagados no parcel Barletta.	98
Figura 72 – Cortes de Hs em x para os casos de onda propagados no parcel Barletta Z1.	99
Figura 73 – Distribuição de alturas de onda para bateria de testes hipotéticos com parcéis Z2.	99
Figura 74 – Cortes de Hs em y para os casos de onda propagados no parcel Barletta Z2.	100
Figura 75 – Cortes de Hs em x para os casos de onda propagados no parcel Barletta Z2.	100
Figura 76 – Litoral Central do Rio Grande do Sul.	103
Figura 77 – Batimetria da Plataforma Costeira na região do Farol da Conceição.	103
Figura 78 – Afloramentos de turfa nas proximidades do Farol da Conceição.	104
Figura 79 – Pontos amostrais da batimetria para rodadas do modelo.	105
Figura 80 – Batimetria Base feita com “Mike Zero”.	107
Figura 81 – Batimetria 2 feita com “Mike Zero”, rotacionada 30°.	107
Figura 82 – Contornos batimétricos da Batimetria 2.	108
Figura 83 – Contornos batimétricos da Batimetria 3.	108
Figura 84 – Espectros TMA produzidos para rodada de modelos no Rio Grande do Sul.	110
Figura 85 – Propagação de onda monocromáticas sobre a Batimetria 3.	111
Figura 86 – Propagação de um espectro de onda com espalhamento direcional largo sobre a Batimetria 3.	112
Figura 87 – Propagação de um espectro de onda com espalhamento direcional estreito sobre a Batimetria 3.	113
Figura 88 – Propagação de ondas monocromáticas com dissipação turbulenta de energia sobre a Batimetria 3.	114
Figura 89 – Propagação de um espectro de onda com espalhamento direcional largo e dissipação turbulenta de energia sobre a Batimetria 3.	115

Figura 90 – Propagação de um espectro de onda com espalhamento direcional largo e dissipação turbulenta de energia sobre a Batimetria 3.	116
Figura 91 – Batimétricas de 10 e 5 m para a Batimetria 3 e para as localidades do Farol da Conceição.	117
Figura 92 – Alturas de onda na batimétrica de 10 m para toda a grade e todos os casos.	118
Figura 93 – Alturas de onda na batimétrica de 10 m para cada caso sem dissipação de energia.	118
Figura 94 – Alturas de onda na batimétrica de 10 m para cada caso com dissipação de energia.	119
Figura 95 – Diferença entre as alturas de onda em 10 m calculada pelos diferentes modelos sem dissipação.	120
Figura 96 – Diferença entre as alturas de onda em 10 m calculada pelos diferentes modelos com dissipação.	120
Figura 97 – Diferença entre as alturas calculadas sem e com dissipação de energia.	121
Figura 98 – Alturas de onda na batimétrica de 10 m no Farol da Conceição para todos os casos modelados.	122
Figura 99 – Alturas de onda na batimétrica de 5 m para toda a grade e todos os casos.	122
Figura 100 – Alturas de onda na batimétrica de 5 m para cada caso sem dissipação de energia.	123
Figura 101 – Alturas de onda na batimétrica de 5 m para cada caso com dissipação de energia.	123
Figura 102 – Diferença entre as alturas de onda em 5 m calculada pelos diferentes modelos sem dissipação.	124
Figura 103 – Diferença entre as alturas de onda em 5 m calculada pelos diferentes modelos com dissipação.	124
Figura 104 – Diferença entre as alturas calculadas sem e com dissipação de energia em 5m.	125
Figura 105 – Alturas de onda na batimétrica de 5 m no Farol da Conceição para todos os casos modelados.	126
Figura 106 – Representação da zona onde menores alturas de onda foram calculadas por todos os modelos.	127

Figura 107 – Direções calculadas sobre a batimétrica de 10 m para todos os casos com e sem dissipação. 128

Figura 108 – Direções calculadas sobre a batimétrica de 5 m para todos os casos com e sem dissipação. 129

Figura 109 – Fisiografia da batimetria da plataforma interna da área estudada. 129

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Erros e índices relativos para análise de desempenho dos modelos.	25
Tabela 2a – Comprimento de onda e profundidades.	27
Tabela 2b – Características das Batimetrias plano-paralelas.	27
Tabela 3 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para ondas com incidência normal – opção 1.	32
Tabela 4 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para onda incidindo com 15° – opção 1.	35
Tabela 5 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para onda incidindo com 15° – opção 2.	35
Tabela 6 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para onda incidindo com 30° – opção 1.	38
Tabela 7 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para onda incidindo com 30° – opção 2.	39
Tabela 8 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para ondas incidindo com 45° – opção 1.	41
Tabela 9 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para ondas incidindo com 45° – opção 2.	42
Tabela 10 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para ondas incidindo com 60° – opção 1.	44
Tabela 11 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para ondas incidindo com 60° – opção 2.	45
Tabela 12 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para ondas incidindo com 75° – opção 1.	47
Tabela 13 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos ondas incidindo com 75° – opção 2.	51
Tabela 14 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para experimento de Berkhoff – Corte 1.	56
Tabela 15 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para experimento de Berkhoff – Corte 2.	57
Tabela 16 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para experimento de Berkhoff – Corte 3.	59



Tabela 17 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para experimento de Berkhoff – Corte 4.	59
Tabela 18 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para experimento de Berkhoff – Corte 5.	61
Tabela 19 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para experimento de Berkhoff – Corte 6.	62
Tabela 20 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para experimento de Berkhoff – Corte 7.	62
Tabela 21 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para experimento de Berkhoff – Corte 8.	63
Tabela 22 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para experimento de Berkhoff – Geral.	64
Tabela 23a – Características dos espectros 5 e 6 de Chawla <i>et al.</i> (1998) modelados no presente trabalho.	68
Tabela 23b – Índices estatísticos de desempenho do modelo RDK P – Teste 5, experimento de Chawla.	74
Tabela 24 – Índices estatísticos de desempenho do modelo RDK wnSTHD P – Teste 5, experimento de Chawla.	74
Tabela 25 – Índices estatísticos de desempenho do modelo RDK S – Teste 5, experimento de Chawla.	74
Tabela 26 – Índices estatísticos de desempenho do modelo RDK wnSTHD S – Teste 5, experimento de Chawla.	74
Tabela 27 – Índices estatísticos de desempenho do modelo RDK P – Teste 6, experimento de Chawla.	77
Tabela 28 – Índices estatísticos de desempenho do modelo RDK wnSTHD P – Teste 6, experimento de Chawla.	77
Tabela 29 – Índices estatísticos de desempenho do modelo RDK S – Teste 6, experimento de Chawla.	77
Tabela 30 – Índices estatísticos de desempenho do modelo RDK wnSTHD S – Teste 6, experimento de Chawla.	77
Tabela 31 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos espectrais para os testes 5 e 6 – geral.	78
Tabela 32 – Casos do experimento de Vicent e Briggs (1989) para aferição espectral.	81

Tabela 33 – Características dos Parcéis Hipotéticos em fundos planos.	83
Tabela 34 – Características das ondas geradas para a bateria 1 de testes com Parcéis Hipotéticos.	84
Tabela 35 – Características dos Parcéis Hipotéticos em fundos inclinados.	95
Tabela 36 – Características das ondas geradas para a bateria 2 de testes com Parcéis Hipotéticos.	96
Tabela 37 – Características das ondas geradas para a modelagem no Rio Grande do Sul.	109
Tabela 38 – Resumo dos casos modelados.	109

## Capítulo 1 - Introdução

Modelos numéricos de propagação de ondas são ferramentas bem difundidas em estudos e projetos de engenharia costeira e oceanografia física e geológica. Ao longo dos anos, diferentes modelos foram propostos para determinar as transformações sofridas pelas ondas quando estas se propagam de águas profundas para zonas costeiras. De modo geral, estas transformações podem ser enquadradas em dois grupos. O primeiro grupo engloba processos conservativos como empinamento, refração, difração, reflexão e efeitos não-lineares, que não alteram o conteúdo de energia das ondas. O segundo grupo é o dos fenômenos não-conservativos que implicam em perdas e/ou ganhos de energia pelas ondas, como o “input” de energia pelo vento, arrebatamento, efeitos de fricção pelo fundo e outros. A importância relativa de cada um desses fenômenos depende das condições locais específicas, porém, via de regra, a interação das ondas com a plataforma continental põe em destaque a refração. Já para águas mais rasas, a difração, o empinamento, os efeitos não-lineares, a dissipação no fundo e a arrebatamento ganham importância maior.

O traçado de raios foi por muito tempo o método mais usado para calcular a refração das ondas sobre plataformas continentais, desde que a teoria da refração de ondas de gravidade foi desenvolvida a partir da década de 40. A teoria dos raios admite que a energia transportada pelas ondas se propaga ao longo de linhas imaginárias (raios), sendo o fluxo de energia conservado entre dois raios adjacentes. Em muitos casos, tal técnica se mostra eficaz para a função. Porém, o fenômeno da difração é totalmente ignorado neste método e a teoria fica comprometida com a ocorrência de cruzamentos de raios e o aparecimento de cáusticas. Nestas condições, efeitos de difração tornam-se significativos, como em costas com batimetrias complexas e acidentadas, na presença de ilhas, promontórios e outros obstáculos naturais ou artificiais.

Com o objetivo de desenvolver uma teoria que permitisse modelar simultaneamente os fenômenos da refração e da difração, Berkhoff (1972) deu o passo inicial. Baseado na hipótese de que a batimetria tenha variação lenta e gradual em relação a distâncias da ordem de um comprimento de onda, Berkhoff obteve uma equação diferencial bidimensional que descreve os fenômenos da refração-difração combinados para ondas harmônicas simples, chamada de Equação do Declive Suave (EDS), dada por:

$$\nabla_H \cdot (CC_g \nabla_H \phi) + k^2 CC_g \phi = 0 \quad (1)$$

Onde  $\phi(x, y)$  é o potencial de superfície e está relacionado com o deslocamento e posição da superfície livre  $\eta$  por:

$$\phi = \frac{-ig\eta}{\omega} \quad (2a) \quad \text{ou} \quad \eta(x, y) = \text{Re} \left( \phi(x, y) e^{-i\omega t} \right) \quad (2b)$$

$\nabla_H$  é o operador gradiente horizontal e  $C$  é a celeridade da onda (velocidade de fase) dada por  $C = \omega/k$ .  $C_g$  é a velocidade de grupo dada pela equação:

$$C_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{C}{2} \left( 1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \quad (3)$$

$k$  é o número de onda “localmente válido” que é relacionado com a profundidade local  $h$ , e a frequência angular  $\omega$  pela relação de dispersão:

$$\omega^2 = gk \tanh kh \quad (4)$$

Esta equação é válida para ondas lineares irrotacionais. Perdas de energia por fricção e quebra não constam na formulação, mas podem ser incorporadas de forma simplificada. Em profundidades constantes a EDS se reduz à equação de Helmholtz e no limite de águas rasas ela se torna a equação linearizada de águas rasas.

Uma das principais desvantagens da EDS é que ela é uma equação diferencial elíptica, cuja solução requer que as condições de contorno sejam prescritas em todo o perímetro do domínio. No caso de ondas propagando-se até a costa, uma das fronteiras do domínio é a zona de arrebenção que, além de não ter posição definida a priori, é uma região onde as condições de contorno não são bem conhecidas. Outra dificuldade reside no esforço computacional necessário para soluções numéricas em regiões extensas, já que a solução tem que ser obtida simultaneamente para todo o domínio.

As dificuldades acima restringiram o uso da EDS em estudos de refração-difração de ondas até o surgimento do método da aproximação parabólica, no final dos anos 70 e durante a década de 80. Este método converte a EDS elíptica em uma equação (ou um conjunto de equações) capaz de descrever um campo de ondas que se propaga numa direção preferencial, considerando também efeitos de difração na direção transversal.

Radder (1979) foi um dos pioneiros no uso de aproximações parabólicas para ondas de gravidade. Assumindo declividade suave, é razoável supor que a reflexão de ondas não seja um efeito significativo. Desta forma, Radder usou uma técnica de separação de matrizes na EDS para dividir o campo de ondas em campo transmitido e campo refletido.

$$\phi = \Phi^+ + \Phi^-$$

Desconsiderando o campo refletido ( $\Phi^-$ ), este autor deduziu equações a partir da EDS, de modo a resolver apenas o campo de ondas transmitido ( $\Phi^+$ ), abrindo mão da capacidade de resolver a reflexão. Essa modificação envolveu necessariamente uma mudança de “caráter” da equação, que passou a ser do tipo parabólico. A equação parabólica obtida por Radder tinha a forma :

$$\frac{\partial \Phi^+}{\partial x} = \left[ ik - \frac{1}{2kCCg} \frac{2kCCg}{\partial x} + \frac{i}{2kCCg} \frac{\partial}{\partial y} CCg \frac{\partial}{\partial y} \right] \Phi^+ \quad (5)$$

Esta técnica foi inspirada em problemas semelhantes encontrados em outros campos da física que já eram abordados por meio desta aproximação, como por exemplo, o trabalho de Leontovich e Fock (1965) com ondas de rádio na atmosfera.

Após Radder, evoluções foram realizadas para os modelos parabólicos. Algumas das mais significativas são brevemente descritas a seguir:

Booij (1983) melhorou a equação (5) introduzindo a chamada da aproximação de Padé, que possibilitou modelar ondas incidindo com ângulos maiores. Seqüencialmente, Kirby e Dalrymple (1983) desenvolveram um modelo parabólico fracamente não-linear usando resultados da teoria de Stokes. Até este período, o foco dos modelos de refração-difração era em ondas monocromáticas.

Goda (1985) foi um dos pioneiros à apontar as diferenças entre as a modelagem de ondas “regulares” (monocromáticas) e “irregulares” (espectrais). Sob a hipótese da linearidade, Panchang *et al.* (1990) adaptaram um modelo parabólico linear monocromático com aproximação binomial de maneira espectral por simples superposição dos efeitos. Posteriormente, Kirby e Özkan (1994) desenvolveram um modelo espectral a partir do modelo monocromático americano. O método utilizado no modelo é semelhante ao utilizado por Panchang *et al.* (1990). A diferença é que este tem como equação governante a equação parabólica não-linear de Stokes.

No Brasil, o professor Elói Melo foi pioneiro em trabalhar com modelos parabólicos de refração-difração. Melo desenvolveu seu próprio modelo durante seu doutorado na Califórnia (Melo 1990) e desde então tem dedicado esforços para o aperfeiçoamento do mesmo.

Tendo em vista dar mais uma contribuição ao desenvolvimento de modelos parabólicos, e principalmente fazer uma boa aplicação dos mesmos, o presente trabalho tem como objetivos:

Objetivos principais:

- (i) Testar o desempenho e comparar opções do modelo linear REF-DIF Melo monocromático com opções semelhantes do REF-DIF de Kirby.
- (ii) Testar o desempenho das diferentes opções de modelos REF DIF monocromáticos através da validação com soluções analíticas de altura de onda para rampas planas e com dados de altura de onda coletados em um experimento hidráulico realizado em um tanque com batimetria na forma de um parçél elíptico sobre uma rampa, realizado na Holanda. Para cada teste definir os modelos de melhor desempenho baseado na sua acurácia estatística.
- (iii) Testar o desempenho e comparar as diferentes opções do modelo REF-DIF S (espectral) através de dados de altura de onda de um experimento hidráulico realizado em um tanque contendo uma batimetria na forma de um parçél esférico sobre um fundo plano, realizado na Universidade de Delaware, USA.
- (iv) Testar o modelo espectral de melhor performance em batimetrias hipotéticas caracterizadas pela presença de um ou mais parçéis elípticos e esféricos, simulando situações simplificadas aproximadas da realidade, averiguando a influência das características espectrais e da forma dos parçéis nas alturas de onda em águas intermediárias a rasas.
- (v) Determinar o modelo parabólico REF-DIF espectral de melhor acurácia e aplicá-lo na plataforma continental central do Rio Grande do Sul, caracterizada por uma batimetria bem irregular, contendo muitos parçéis. Pretende-se averiguar a influência das características espectrais nas alturas de onda em águas intermediárias a rasas e com isso melhorar os trabalhos existentes para região, realizados até o presente com modelos monocromáticos de refração pela teoria dos raios.

## Capítulo 2 – Fundamentos Teóricos de Modelos REF-DIF Parabólicos

### 2.1 Introdução

A literatura apresenta diferentes maneiras de se obter equações parabólicas a partir da EDS (Radder (1979), Booij (1981, 1983), Darymple *et al.* (1984), Kirby (1986) e Liu *et al.* (1986), entre outros). Neste contexto, merece especial destaque o trabalho desenvolvido pelo professor James Kirby da Universidade de Delaware, o qual deu uma notável contribuição ao desenvolvimento de modelos parabólicos que resolvem Refração-Difração de ondas, apelidados de modelos “REF-DIF”. Na década de 90, a equação parabólica de Kirby passou a ser largamente utilizada pela comunidade científica, visto que este foi disponibilizado com código aberto através da internet.

Ainda na década de 80, um outro modelo REF-DIF parabólico foi desenvolvido pelo professor Eloi Melo durante seu trabalho de doutorado na UCSD (Melo 1990). Melo obteve sucesso na previsão do decaimento de ondas propagando-se no interior de um canal de navegação delimitado por guias-correntes na Califórnia. O modelo incluía efeitos difrativos causados pela intensa dissipação das ondas nos molhes (Melo e Guza 1990 a e b). O REF-DIF Melo foi subsequente usado por Rego (1992) em um estudo de ondas na costa do Rio de Janeiro, por Gobbi (1993) para modelar ondas num canal curvo (Melo e Gobbi, 1998) e por Romeu (2000) num aperfeiçoamento sobre a inclusão de ilhas como zonas dissipativas. Recentemente o REF-DIF Melo voltou a ser estudado pelo professor Melo e sua equipe, sendo alvo de um aperfeiçoamento teórico com a inclusão de um novo termo na equação. Esse “up grade” da equação parabólica tornou o REF-DIF Melo matematicamente equivalente ao REF-DIF Kirby. A principal diferença entre os modelos é que o Kirby utiliza uma equação parabólica obtida diretamente a partir da equação do declive suave (EDS). Já o modelo Melo foi desenvolvido a partir duma versão modificada da equação do declive suave, chamada EDS “reduzida”. A seção que segue visa re-apresentar detalhadamente a dedução da equação parabólica utilizada no REF-DIF Melo, de forma a mostrar com clareza a origem do novo termo e, a partir daí, mostrar a equivalência teórica dos modelos REF-DIF “Melo” e “Kirby”. O material apresentado foi reproduzido de Melo (2006 – em preparação).

### 2.2 REF-DIF Melo: Reapresentação e dedução da equação parabólica com aperfeiçoamentos.

O primeiro passo do método é fazer uma troca de variáveis, para transformar a equação do declive suave numa equação de Helmholtz com coeficiente variável, como em Radder (1979).

$$\xi = \sqrt{CC_g} \phi \quad (6)$$

De fato, em termos da nova função ( $\xi$ ), a EDS, equação (1) toma a forma:

$$\nabla^2 \xi + k_c^2 \xi = 0 \quad (7)$$

$$\text{Onde: } k_c^2 = k^2 - \frac{\nabla^2(\sqrt{CC_g})}{\sqrt{CC_g}} \quad (8)$$

e o termo  $-\frac{\nabla^2(\sqrt{CC_g})}{\sqrt{CC_g}}$  de ordem superior, para fundo de inclinação suave pode ser desprezado se comparado com  $k^2$ .

Então a equação (8) fica:

$$k_c^2 = k^2 \quad (9)$$

onde  $k = k(x, y)$ .

Admitindo que a direção  $x$  seja a direção preferencial de propagação do campo de ondas, (7) é então reescrita como:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + k_c^2 Q^2 \xi = 0 \quad (10)$$

onde  $Q$  é um operador pseudo-diferencial definido por:

$$Q = \left( I + \frac{1}{k_c^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^{1/2} \quad (11)$$

A seguir, separa-se o campo de ondas ( $\xi$ ) em um campo transmitido  $\xi_+$  (i.e. ondas propagando-se na *dir-x* positiva) e um refletido  $\xi_-$  (idem para *dir-x* negativa),

$$\xi = \xi_+ + \xi_- \quad (12)$$

Onde:

$$\xi_+ \propto e^{ik_c Qx}, \quad \xi_- \propto e^{-ik_c Qx} \quad (13)$$

A primeira e a segunda derivadas de (12) fornecem;

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = ik_c Q(\xi_+ - \xi_-) \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = ik_c Q \frac{\partial(\xi_+ - \xi_-)}{\partial x} + i \frac{\partial(k_c Q)}{\partial x} (\xi_+ - \xi_-) \quad (15)$$

Substituindo (15) em (10), tem-se,

$$ik_c Q \frac{\partial(\xi_+ - \xi_-)}{\partial x} + i \frac{\partial(k_c Q)}{\partial x} (\xi_+ - \xi_-) + k_c^2 Q^2 (\xi_+ + \xi_-) = 0 \quad (16)$$

Dividindo (16) por  $(ik_c Q)$  e usando (12), é possível escrever (16) como,

$$\frac{\partial \xi_+}{\partial x} - \frac{\partial \xi_-}{\partial x} + \frac{1}{k_c Q} \frac{\partial(k_c Q)}{\partial x} (\xi_+ - \xi_-) - ik_c Q (\xi_+ + \xi_-) = 0$$

Rearranjando, somando e subtraindo os termos entre colchetes tem-se,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \xi_+}{\partial x} + \frac{1}{k_c Q} \frac{\partial(k_c Q)}{\partial x} \xi_+ - ik_c Q \xi_+ + \left[ \frac{\partial \xi_+}{\partial x} - ik_c Q \xi_+ \right] = \\ & = \left\{ \frac{\partial \xi_-}{\partial x} + ik_c Q \xi_- + \left[ \frac{\partial \xi_+}{\partial x} - ik_c Q \xi_+ \right] \right\} + \frac{1}{k_c Q} \frac{\partial(k_c Q)}{\partial x} \xi_- \end{aligned} \quad (17)$$

O termo entre chaves do lado direito de (17) é nulo por (12), portanto,

$$\frac{\partial \xi_+}{\partial x} - ik_c Q \xi_+ + \frac{1}{2k_c Q} \frac{\partial(k_c Q)}{\partial x} \xi_+ = \frac{1}{2k_c Q} \frac{\partial(k_c Q)}{\partial x} \xi_- \quad (18a)$$

Procedendo de forma análoga para o campo refletido  $\xi_-$ , obtém-se:

$$\frac{\partial \xi_-}{\partial x} + ik_c Q \xi_- + \frac{1}{2k_c Q} \frac{\partial(k_c Q)}{\partial x} \xi_- = \frac{1}{2k_c Q} \frac{\partial(k_c Q)}{\partial x} \xi_+ \quad (18b)$$

As equações (18a e 18b) formam um par de equações parabólicas acopladas que descrevem o campo de ondas transmitido e refletido. Assim, como admitido por hipótese o campo refletido é considerado desprezível, chega-se à seguinte equação parabólica para o campo transmitido:

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} - ik_c Q + \frac{1}{2k_c Q} \frac{\partial(k_c Q)}{\partial x} \right) \xi_+ = 0 \quad (19)$$

O próximo passo consiste em conseguir uma forma aproximada para o operador  $Q$  [equação (11)]. Para tanto, admite-se que  $\xi_+$  varie lentamente na direção transversal e que o número de onda  $k$  também apresente variações lentas, ou seja:

$$O\left(\frac{1}{k_c^2} \frac{\partial k_c}{\partial x}\right) \approx O\left(\frac{1}{k_c^2} \frac{\partial k_c}{\partial y}\right) \approx O\left(\frac{1}{k_c^2} \frac{\partial^2 \xi_+}{\partial y^2}\right) = O(\varepsilon) \ll 1 \quad (20)$$

Chamando

$$\delta = \frac{1}{k_c^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$



Tem-se que:

$$Q = (1 + \delta)^{1/2} \quad (21)$$

Assim, para  $\delta < 1$ , é possível aproximar a equação (19) por meio de uma expansão binomial:

$$Q = (1 + \delta)^{1/2} \approx 1 + \frac{1}{2} \delta \quad (22)$$

Ou através da chamada aproximação racional ou de Padé, usada pela primeira vez para a aproximação parabólica da EDS por Booij (1981):

$$Q = (1 + \delta)^{1/2} \approx \frac{1 + \frac{3}{4} \delta}{1 + \frac{1}{4} \delta} \quad (23)$$

Em ambos os casos, para manter termos de ordem compatível com a desejada, considerar-se-á que  $Q^{-1} \approx 1$ .

Substituindo-se a expressão (22) em (19) obtém-se as seguintes aproximações para a equação parabólica que descreve o campo transmitido ( $\xi_+$ ):

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial x} - ik_c \left( 1 + \frac{1}{2k_c^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{2k_c} \frac{\partial}{\partial x} \left[ k_c \left( 1 + \frac{1}{2k_c^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right] \right\} \xi_+ = 0 \quad (24)$$

re-escrevendo a aproximação binomial tem-se:

$$\frac{\partial \xi_+}{\partial x} - ik_c \xi_+ - \frac{i}{2k_c} \frac{\partial^2 \xi_+}{\partial y^2} + \frac{1}{2k_c^2} \frac{\partial k_c}{\partial x} \xi_+ = 0 \quad (25)$$

Esta aproximação também é conhecida na literatura como aproximação simples, ou de baixa ordem, deduzida pela primeira vez na EDS por Radder (1979). Esta aproximação apresenta bons resultados para um setor de  $\pm 30^\circ$  em torno da direção principal de propagação da onda.

Substituindo-se a expressão (23) em (19) obtém-se a seguinte aproximação para a equação parabólica que descreve o campo transmitido ( $\xi_+$ ):

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial x} - ik_c \frac{1 + \frac{3}{4} \delta}{1 + \frac{1}{4} \delta} + \frac{1}{2k_c} \left( 1 - \frac{1}{2} \delta \right) \frac{\partial}{\partial x} \left[ k_c \left( \frac{1 + \frac{3}{4} \delta}{1 + \frac{1}{4} \delta} \right) \right] \right\} \xi_+ = 0 \quad (26)$$

Ou ainda,

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial x} - ik_c \frac{1 + \frac{3}{4}\delta}{1 + \frac{1}{4}\delta} + \frac{1}{2k_c(1 + O(\varepsilon))} \frac{\partial k_c(1 + O(\varepsilon))}{\partial x} \right\} \xi_+ = O(\delta^2) \quad (27)$$

No caso de  $k_c$  depender de  $x$ , a ordem de aplicação dos operadores  $\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)$  e  $\left(1 + \frac{1}{4k_c^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)$  afeta o resultado. Assim, há duas maneiras diferentes de seguir.

A primeira possibilidade, usada no REF-DIF Melo na sua versão original é a mesma utilizada por Liu (1990):

$$\left\{ \left(1 + \frac{1}{4}\delta\right) \frac{\partial}{\partial x} - ik_c \left(1 + \frac{3}{4}\delta\right) + \left(1 + \frac{1}{4}\delta\right) \left(\frac{1}{2k_c} \frac{\partial k_c}{\partial x}\right) \right\} \xi_+ = 0 \quad (28)$$

$$\left\{ \left(1 + \frac{1}{4k_c^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \frac{\partial}{\partial x} - ik_c \left(1 + \frac{3}{4k_c^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) + \left(1 + \frac{1}{4k_c^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \left(\frac{1}{2k_c} \frac{\partial k_c}{\partial x}\right) \right\} \xi_+ = 0 \quad (29)$$

$$\frac{\partial \xi_+}{\partial x} + \frac{1}{4k_c^2} \frac{\partial^3 \xi_+}{\partial x \partial y^2} - ik_c \xi_+ - \frac{3i}{4k_c} \frac{\partial^2 \xi_+}{\partial y^2} + \frac{1}{2k_c} \frac{\partial k_c}{\partial x} \xi_+ + \frac{1}{8k_c^3} \frac{\partial k_c}{\partial x} \frac{\partial^2 \xi_+}{\partial y^2} = O(\varepsilon^2) \quad (30)$$

Desprezando-se o último termo chega-se à forma que ficou conhecida como a aproximação Padé, ou de ordem superior:

$$\frac{1}{k_c} \frac{\partial \xi_+}{\partial x} - i \xi_+ + \frac{1}{4k_c^3} \frac{\partial^3 \xi_+}{\partial x \partial y^2} - \frac{3i}{4k_c^2} \frac{\partial^2 \xi_+}{\partial y^2} + \frac{1}{2k_c^2} \frac{\partial k_c}{\partial x} \xi_+ = O(\varepsilon^2) \quad (31)$$

Na segunda Possibilidade tem-se:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(1 + \frac{1}{4}\delta\right) - ik_c \left(1 + \frac{3}{4}\delta\right) + \frac{1}{2k_c} \frac{\partial k_c}{\partial x} \left(1 + \frac{1}{4}\delta\right) \right\} \xi_+ = 0 \quad (32)$$

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(1 + \frac{1}{4k_c^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) - ik_c \left(1 + \frac{3}{4k_c^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) + \frac{1}{2k_c} \frac{\partial k_c}{\partial x} \left(1 + \frac{1}{4k_c^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \right\} \xi_+ = 0 \quad (33)$$

$$\frac{\partial \xi_+}{\partial x} - \frac{1}{2k_c^3} \frac{\partial k_c}{\partial x} \frac{\partial^2 \xi_+}{\partial y^2} + \frac{1}{4k_c^2} \frac{\partial^3 \xi_+}{\partial x \partial y^2} - ik_c \xi_+ - \frac{3i}{4k_c} \frac{\partial^2 \xi_+}{\partial y^2} + \frac{1}{2k_c} \frac{\partial k_c}{\partial x} \xi_+ + \frac{1}{8k_c^3} \frac{\partial k_c}{\partial x} \frac{\partial^2 \xi_+}{\partial y^2} = O(\varepsilon^2) \quad (34)$$

$$\frac{\partial \xi_+}{\partial x} + \frac{1}{4k_c^2} \frac{\partial^3 \xi_+}{\partial x \partial y^2} - ik_c \xi_+ - \frac{3i}{4k_c} \frac{\partial^2 \xi_+}{\partial y^2} + \frac{1}{2k_c} \frac{\partial k_c}{\partial x} \xi_+ - \frac{3}{8k_c^3} \frac{\partial k_c}{\partial x} \frac{\partial^2 \xi_+}{\partial y^2} = O(\epsilon^2) \quad (35)$$

Esta forma coincide com a deduzida por Booi (1981) pelo método da matriz de separação. Como se pode verificar, (35) difere de (31) uma vez que (35) possui um termo extra (o último termo do lado esquerdo da equação). Conforme mostrado adiante, a inclusão deste termo melhora a capacidade do modelo em prever a refração, tornando portanto, a forma (35) mais acurada que a original (31). Usando procedimento análogo na aproximação binomial obtém-se uma equação com termo extra:

$$\frac{\partial \xi_+}{\partial x} - ik_c \xi_+ - \frac{i}{2k_c} \frac{\partial^2 \xi_+}{\partial y^2} + \frac{1}{2k_c} \frac{\partial k_c}{\partial x} \xi_+ - \frac{1}{4k_c^3} \frac{\partial k_c}{\partial x} \frac{\partial^2 \xi_+}{\partial y^2} = 0 \quad (36)$$

As formas (35) e (36) foram rotuladas no presente trabalho como “Padé Extendida” e aproximação “Simples Extendida”. Com as equações (24), (25), (31) e (35) determinadas, é ainda conveniente excluir a variação “rápida” de  $\xi_+$  expressando a solução na forma:

$$\xi_+(x, y) = A(x, y)e^{ik_0 x} \quad (37)$$

Onde:

$A(x, y)$  é a chamada “amplitude complexa”, e  $k_0$  um número de onda de referência. Encontram-se na literatura duas definições diferentes para  $k_0$ . Na primeira (Radder, 1979),  $k_0$  é tomado como o valor de  $k$  na fronteira externa do domínio (usualmente posta em águas profundas). Neste caso, portanto,  $k_0$  tem um valor *fixo* e essa definição é a maneira usada no modelo brasileiro.

Alternativamente, pode-se definir  $k_0$  como a média de  $k$  na direção transversal, tal qual Kirby (1986 b), ou seja,

$$k_0(x) = \frac{1}{B} \int_0^B k(x, y) dy \quad (38)$$

onde  $B$  é a largura do domínio, observa-se que, nesse caso,  $k_0$  varia em função de  $x$ . A escolha entre uma e outra forma é uma questão de preferência. Obviamente essa escolha afetará a própria definição da amplitude complexa  $A(x, y)$ .

Em resumo, as equações de amplitudes complexas utilizadas no modelo brasileiro são:

Para a Aproximação Binomial ou Aproximação de ordem inferior:

(i)-Obtida a partir da equação (24):

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \left[ i(k_0 - k_c) + \frac{1}{2k_c} \frac{\partial k_c}{\partial x} \right] A - \frac{i}{2k_c} \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0 \quad (39)$$

(ii)- Obtida a partir da equação (36), possui um termo extra em relação à (39):

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \left[ i(k_o - k_c) + \frac{1}{2k_c} \frac{\partial k_c}{\partial x} \right] A - \left[ \frac{i}{2k_c} - \frac{1}{4k_c^3} \frac{\partial k_c}{\partial x} \right] \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0 \quad (40)$$

Para a Aproximação Padé ou Aproximação de Ordem Superior

(iii)- Obtida a partir da equação (31):

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \left[ i(k_o - k_c) + \frac{1}{2k_c} \frac{\partial k_c}{\partial x} \right] A + \frac{1}{4k_c^2} \frac{\partial^3 A}{\partial x \partial y^2} + \left[ i \left( \frac{k_o}{4k_c^2} - \frac{3}{4k_c} \right) \right] \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0 \quad (41)$$

(iv)- Obtida a partir da equação (35), possui um termo extra em relação à (41):

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \left[ i(k_o - k_c) + \frac{1}{2k_c} \frac{\partial k_c}{\partial x} \right] A + \frac{1}{4k_c^2} \frac{\partial^3 A}{\partial x \partial y^2} + \left[ i \left( \frac{k_o}{4k_c^2} - \frac{3}{4k_c} \right) - \frac{3}{8k_c^3} \frac{\partial k_c}{\partial x} \right] \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0 \quad (42)$$

As equações (39), (40), (41) e (42) descrevem a evolução de  $A$ , a amplitude complexa de  $\xi_+$ . O potencial do campo de ondas transmitido ( $\phi_+$ ) é obtido de  $A$  invocando as equações (6) e (37):

$$\phi_+(x, y) = (CC_g)^{-1/2} A(x, y) e^{ik_o x} \quad (43)$$

A posição da superfície ( $\eta$ ) é determinada usando (2),

$$\eta(x, y, t) = \text{Re}[\phi_+(x, y) e^{i\sigma}] = \text{Re} \left[ (CC_g)^{-1/2} |A(x, y)| e^{i(\psi(x, y) + k_o x)} e^{i\sigma} \right] \quad (44)$$

Onde,  $|A|$  e  $\psi$  são, respectivamente, o módulo e a fase da amplitude complexa  $A$ , dados, por:

$$|A| = \sqrt{A_R^2 + A_I^2} \quad (45)$$

$$\Psi = \tan^{-1} \left( \frac{A_I}{A_R} \right) = \text{Im}[\ln A] \quad (46)$$

Sendo  $A_R$  e  $A_I$  as partes real e imaginária de  $A$ .

Portanto, a altura de onda  $H$  num ponto qualquer do domínio é obtida da variável  $A$  de acordo com:

$$H = (CC_g)^{-1/2} 2|A| \quad (47)$$

É possível também estimar num ponto qualquer do domínio uma “direção” para a onda. Observa-se, todavia, que o conceito de direção está intrinsecamente associado à

existência de ondas planas ou, pelo menos, aproximadamente planas. A especificação de uma “direção” para uma situação em que isso não se verifique pode produzir uma informação de difícil interpretação.

Admitindo que a onda apresente-se aproximadamente plana nas imediações do ponto  $(x,y)$ , é possível escrever a seguinte expressão a partir de (2), (43) e (44):

$$\eta(x, y, t) = \text{Re} \left[ \frac{H}{2} e^{i \left( \int_x k_c \cos \alpha dx + \int_y k_c \sin \alpha dy \right)} e^{i\sigma t} \right] = \text{Re} \left[ (CC_g)^{-1/2} |A| e^{i(\Psi(x,y)+k_0 x)} e^{i\sigma t} \right] \quad (48)$$

onde,  $\alpha$  é a estimativa de direção da onda obtida da aproximação parabólica no ponto em questão.

Da equação (45) obtém-se:

$$\int_x k_c \cos \alpha dx + \int_y k_c \sin \alpha dy = \Psi + k_0 x \quad (49)$$

O ângulo  $\alpha$  pode ser calculado a partir das derivadas de (49) em relação a  $x$  e  $y$  pela equação:

$$\alpha = \tan^{-1} \left[ \frac{\frac{\partial \Psi}{\partial y}}{\frac{\partial \Psi}{\partial x} + k_0} \right] \quad (50)$$

A condição inicial na fronteira externa para uma onda plana de altura  $H_0$  incidente segundo o ângulo  $\theta_0$  em relação a  $x$  é obtida da expressão (49) com  $x = 0$ ,  $k_c = k_0$  e  $\alpha = \theta_0$ .

$$|A(0, y)| = \frac{H_0}{2} (CC_g)^{1/2} \quad (51)$$

$$\Psi(0, y) = k_0 \sin \theta_0 y \quad (52)$$

Ou, alternativamente,

$$A_R(0, y) = \frac{H_0}{2} (CC_g)^{1/2} \cos(k \sin \theta_0 y) \quad (53)$$

e

$$A_I(0, y) = \frac{H_0}{2} (CC_g)^{1/2} \sin(k \sin \theta_0 y) \quad (54)$$

Finalmente, a posição da superfície é especificada por:

$$\eta(x, y, t) = \frac{H(x, y)}{2} \cos(\Psi(x, y) + k_0 x - \sigma t) \quad (55)$$

As equações (39), (40), (41) e (42), são as equações utilizadas no REF-DIF Melo para o cálculo das transformações sofridas pelas ondas na passagem sobre a plataforma continental e inclui os efeitos de empinamento, refração e difração.

### 2.3 REF-DIF Kirby: obtenção da equação parabólica de Kirby a partir da equação parabólica “extendida”

Kirby (1986a) deduziu sua equação parabólica para a EDS pelo método das escalas múltiplas, partindo diretamente da EDS original de Berkhoff (1), incluindo ainda o efeito de fraca não-linearidade, correntes e dissipação de energia. Nesta seção apresenta-se uma maneira alternativa para a dedução dessa equação no caso simplificado de ondas lineares, na ausência de correntes e dissipação de energia, rotulado aqui de “RDK”. A dedução é feita usando a equação parabólica Padé extendida (35) como ponto de partida. Os resultados desta seção também foram reproduzidos de Melo (2006 - em preparação). A equação abaixo é a equação (35) com o potencial transformado ( $\xi$ ) escrito em função do potencial original ( $\phi$ ) através da equação (6).

Adotando-se, por comodidade, a notação abreviada de derivadas em relação a  $x$  e  $y$  na qual os sub-índices  $x$  e  $y$  indicam derivação [ex.  $(\ )_x \equiv \frac{\partial(\ )}{\partial x}$ ], a equação acima pode ser escrita como:

$$\left(\sqrt{CC_g} \phi\right)_x + \frac{1}{4k_c^2} \left(\sqrt{CC_g} \phi\right)_{xyy} + \left(\frac{(k_c)_x}{2k_c} - ik_c\right) \sqrt{CC_g} \phi - \left(\frac{3i}{4k_c} + \frac{3(k_c)_x}{8k_c^3}\right) \left(\sqrt{CC_g} \phi\right)_{yy} = 0 \quad (56)$$

Operando as derivadas, tem-se,

$$\begin{aligned} \sqrt{CC_g} \phi_x + \frac{(CC_g)_x}{2\sqrt{CC_g}} \phi + \frac{1}{4k_c^2} \left[ \frac{(CC_g \phi_y)_{yx}}{\sqrt{CC_g}} - \frac{(CC_g)_x}{2(CC_g)^{3/2}} (CC_g \phi_y)_y \right] + \\ + \left(\frac{(k_c)_x}{2k_c} - ik_c\right) \sqrt{CC_g} \phi - \left(\frac{3i}{4k_c} + \frac{3(k_c)_x}{8k_c^3}\right) \frac{(CC_g \phi_y)_y}{\sqrt{CC_g}} = 0 \end{aligned} \quad (57)$$

Onde o termo  $\phi(\sqrt{CC_g})_{yy}$  foi desprezado de acordo com a hipótese usada na dedução da EDS. Multiplicando a equação (57) por  $k_c \sqrt{CC_g}$  tem-se,

$$\begin{aligned} k_c CC_g \phi_x + \frac{k_c (CC_g)_x}{2} \phi + \frac{1}{4k_c} \left[ (CC_g \phi_y)_{yx} - \frac{(CC_g)_x}{2CC_g} (CC_g \phi_y)_y \right] + \\ + k_c \left(\frac{(k_c)_x}{2k_c} - ik_c\right) CC_g \phi - \left(\frac{3i}{4} + \frac{3(k_c)_x}{8k_c^2}\right) (CC_g \phi_y)_y = 0 \end{aligned} \quad (58)$$

Operando novamente as derivadas, chega-se a,

$$\begin{aligned}
& k_c CC_g \phi_x + \left[ \frac{(k_c CC_g)_x}{2} - ik_c^2 CC_g \right] \phi + \frac{1}{4k_c} (CC_g \phi_y)_{yx} + \\
& + \left[ -\frac{(CC_g)_x}{8k_c CC_g} - \frac{3i}{4} - \frac{3(k_c)_x}{8k_c^2} \right] (CC_g \phi_y)_y = 0
\end{aligned} \tag{59}$$

Finalmente,

$$\begin{aligned}
& k_c CC_g \phi_x + \left[ \frac{(k_c CC_g)_x}{2} - ik_c^2 CC_g \right] \phi + \frac{1}{4k_c} (CC_g \phi_y)_{yx} + \frac{3i}{4} (CC_g \phi_y)_y \\
& - \frac{1}{4} \left[ \frac{(k_c)_x}{k_c^2} + \frac{(k_c CC_g)_x}{2k_c^2 CC_g} \right] (CC_g \phi_y)_y = 0
\end{aligned} \tag{60}$$

Observando que, na notação do modelo americano  $k_c=k$ , a equação (60) corresponde exatamente à equação (53) do trabalho de Kirby (1986a), reproduzida na equação (72) da próxima seção, sem o efeito de correntes, não-linearidades e dissipação de energia. Este autor define a amplitude complexa,  $A^*(x,y)$ , associada a sua equação parabólica em termos de um número de onda médio na direção transversal,  $\bar{k}(x)$ , da seguinte forma:

$$\phi(x, y) = A^*(x, y) e^{i \int \bar{k}(x) dx} \tag{61}$$

onde,

$$\bar{k}(x) = \frac{1}{B} \int_0^B k(x, y) dy \tag{62}$$

Sendo  $B$  a largura do domínio. Observa-se que, nesse caso,  $\bar{k}$  varia em função de  $x$ .

Substituindo (61) em (60) chega-se, a aproximação Padé de Kirby (1986b) [equação (4.9) da publicação original].

$$\begin{aligned}
& A_x^* + \left[ i(\bar{k} - k_c) + \frac{(C_g)_x}{2C_g} \right] A^* + \frac{(CC_g A_y^*)_{yx}}{4k_c^2 CC_g} + \\
& + \frac{1}{k_c CC_g} \left[ i \left( \frac{\bar{k}}{4k_c} - \frac{3}{4} \right) - \frac{1}{4} \left( \frac{(k_c)_x}{k_c^2} + \frac{(C_g)_x}{2k_c C_g} \right) \right] (CC_g A_y^*)_y = 0
\end{aligned} \tag{63}$$

A posição da superfície é dada por,

$$\eta(x, y, t) = Re \left\{ A^*(x, y) e^{i \left( \int \bar{k}(x) dx - \sigma t \right)} \right\} \tag{64}$$

O procedimento semelhante ao feito para a aproximação binomial em (39) leva aos resultados abaixo,

$$k_c CC_g \phi_x + \left[ \frac{(k_c CC_g)_x}{2} - ik_c^2 CC_g \right] \phi + \frac{i}{2} (CC_g \phi_y)_y = 0 \quad (65)$$

e,

$$A_x^* + \left[ i(\bar{k} - k_c) + \frac{(C_g)_x}{2C_g} \right] A^* - \frac{i}{2k_c CC_g} (CC_g A_y^*)_y = 0 \quad (66)$$

Essa é forma original da equação parabólica com aproximação “simples” obtida por Radder (1979).

Admitindo que a definição do número de onda de referência não influencie o resultado final da aproximação parabólica, verifica-se que a aproximação parabólica de Padé com o termo extra (42), recentemente adicionado ao modelo REF-DIF Melo, é matematicamente equivalente à aproximação Padé (63) do modelo de Kirby. Encerra-se aqui a parte reproduzida de Melo (2006 – em preparação).

#### 2.4 REF-DIF Kirby não-linear, com correntes e dissipação de energia

Na seção anterior foi apresentada uma dedução alternativa das equações parabólicas de Kirby para o caso linear, sem correntes e sem dissipação de energia. No intuito de completar a descrição do modelo de Kirby, apresenta-se nessa seção as equações parabólicas completas, ou seja, incluindo fraca não linearidade, efeitos de corrente e dissipação de energia usadas por esta modelo, bem como um breve histórico das evoluções ocorridas.

Uma evolução importante foi alcançada por Yue e Mei (1980), que deduziram uma equação parabólica para a propagação de ondas de Stokes de terceira ordem, fracamente não-lineares, para uma determinada direção em profundidade constante. O resultado é a equação não-linear de Schrödinger dada por:

$$2ik_0 A_x + A_{yy} - k_0 K' |A|^2 A = 0 \quad (67)$$

Onde  $x$  é a direção principal de propagação,  $A$  é a amplitude complexa,  $k_0$  é o número de onda de referência (condição inicial) e  $K'$  é uma constante local dada por:

$$K' = k^3 \frac{C}{C_g} \frac{\cosh 4kh + 8 - 2 \tanh kh^2}{8 \sinh kh^4} \quad (68)$$

Kirby e Dalrymple (1983) aperfeiçoaram o modelo que governa a amplitude de uma onda de Stokes proposto por Yue e Mei para profundidades variáveis através da técnica de expansão por perturbação em escalas múltiplas, já citada anteriormente. A forma final da aproximação parabólica, escrita na mesma notação dos autores, é dada por:



$$2ikCC_g A_x + 2k(k - k_0)(CC_g)A + i(kCC_g)_x A + (CC_g A_y)_y - k(CC_g)K'|A|^2 A = 0 \quad (69)$$

Onde  $A$ ,  $k_0$  e  $K'$  são os mesmos já mencionados para (67). A amplitude  $A$  da onda de Stokes está relacionada ao potencial transmitido ( $\Phi^+$ ) por:

$$\Phi^+ = -\frac{ig}{2\omega_0} A(x, y) \exp[i(k_0 x - \omega_0 t)] \quad (70)$$

Simplificando para o caso de profundidade constante, essa equação torna-se a equação não linear de Schrödinger (67).

Kirby (1984) e Kirby e Dalrymple (1984) apresentaram uma equação parabólica para o caso com fraca não-linearidade e com a presença de correntes, dada por:

$$\begin{aligned} (C_g + U)A_x + VA_y + i(\bar{k} - k)(C_g + U)A + \frac{\sigma}{2} \left\{ \left( \frac{C_g + U}{\sigma} \right)_x + \left( \frac{V}{\sigma} \right)_y \right\} A \\ - \frac{i}{2\sigma} \left( (p - V^2)A_y \right)_y + i\sigma \frac{k^2}{2} D |A|^2 A = 0 \end{aligned} \quad (71)$$

Onde  $\sigma = \omega - kU$  é a componente de frequência,  $p = CC_g$  e  $\bar{k}$  é o número de onda de referência, obtido como número de onda médio já citado anteriormente.  $U$  e  $V$  é a velocidade média da corrente ambiente nas direções  $x$  e  $y$  respectivamente. O termo não linear inclui,

$D = \frac{(\cosh 4kh + 8 - 2 \tanh^2 kh)}{8 \sinh^4 kh}$  já mostrado anteriormente como parte da equação (68).

Kirby e Dalrymple (1984) testaram essa equação usando os dados do experimento de Berkhoff *et al.* (1982), enfatizando que as diferenças entre o modelo linear e os dados não ocorreram devido a imprecisões na técnica de modelagem, e sim devido a efeitos não-lineares que não eram considerados na versão linear. Finalmente, Kirby (1986a) re-deduziu a equação (71), usando uma aproximação que permitia escolher coeficientes para a aproximação desejada, resultando na seguinte equação:

$$\begin{aligned} (C_g + U)(A)_x - 2\Delta_1 V(A)_y + i(\bar{k} - a_0 k)(C_g + U)A + \left\{ \frac{\sigma}{2} \left( \frac{C_g + U}{\sigma} \right)_x - \Delta_1 \sigma \left( \frac{V}{\sigma} \right)_y \right\} A \\ + i\Delta' \left[ (CC_g - V^2) \left( \frac{A}{\sigma} \right)_y \right]_y - i\Delta_1 \left\{ \left[ UV \left( \frac{A}{\sigma} \right)_y \right]_x + \left[ UV \left( \frac{A}{\sigma} \right)_x \right]_y \right\} + \frac{w}{2} A + \alpha A \\ + \frac{-b_1}{k} \left\{ \left[ (CC_g - V^2) \left( \frac{A}{\sigma} \right)_y \right]_{yx} + 2i \left( \sigma V \left( \frac{A}{\sigma} \right)_x \right) \right\} \\ + b_1 \beta \left\{ 2i\omega U \left( \frac{A}{\sigma} \right)_x + 2i\sigma V \left( \frac{A}{\sigma} \right)_y - 2UV \left( \frac{A}{\sigma} \right)_{xy} + \left[ (CC_g - V^2) \left( \frac{A}{\sigma} \right)_y \right]_y \right\} \end{aligned}$$

$$-\frac{i}{k}b_1\left\{(\omega V)_y + 3(\omega U)_x\right\}\left(\frac{A}{\sigma}\right)_x - \Delta_2\left\{\omega U\left(\frac{A}{\sigma}\right)_x + \frac{1}{2}\omega U_x\left(\frac{A}{\sigma}\right)\right\} + ik\omega U(a_0 - 1)\left(\frac{A}{\sigma}\right) = 0 \quad (72)$$

Onde

$$\alpha = \frac{i\omega k^2}{2} D|A|^2$$

$$\beta = \frac{k_x}{k^2} + \frac{(kCC_g - U^2)_x}{2k^2(CC_g - U^2)}$$

$$\Delta_1 = a_1 - b_1$$

$$\Delta_2 = 1 + 2a_1 - 2b_1$$

$$\Delta' = a_1 - b_1 \frac{\bar{k}}{k}$$

Os coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$  e  $b_1$  dependem da “largura de abertura de ângulo” desejada, onde a combinação  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = -0.5$  e  $b_1 = 0$  retorna à aproximação Simples de Radder (1979). Para  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = -0.75$  e  $b_1 = -0.25$  temos a aproximação Padé mostrada por Booij (1981). A dedução de (71) em (72) efetuada por Kirby (1986a) teve o objetivo de aumentar a “largura de abertura” para ângulos maiores que  $45^\circ$  em (71), através da aproximação matemática chamada de Minimax, que possibilita determinar os coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$  e  $b_1$ . Para Minimax  $70^\circ$ , os valores dos coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$  e  $b_1$  são 0.994733, -0.890065 e -0.451641 respectivamente.

A relação de dispersão, que relaciona a frequência angular da onda com a profundidade e o número de onda, foi modificada para incluir o “Efeito Doppler” devido à presença de correntes,

$$\sigma^2 = (\omega - kU)^2 = gk \tanh kh \quad (73)$$

Onde a frequência absoluta  $\omega$  é relacionada com a frequência intrínseca por:

$$\omega = \sigma + kU \quad (74)$$

Sem a presença de correntes, (73) torna-se (4).

Uma das limitações do modelo parabólico não-linear de Kirby é que este é baseado na teoria de expansão da onda de Stokes, cuja validade da solução pode ser aferida pelo número de Ursell, definido por:

$$U_r = \frac{|A|}{h(kh)^2}$$

Quando  $U_r$  se aproxima ou é maior que uma unidade a teoria perde validade. Isto ocorre em águas rasas, o que pode ser um problema em diversas aplicações do método. Para suprir essa limitação, Kirby (1986a) incluiu no seu modelo a opção de uma relação de dispersão heurística desenvolvida por Hedges (1976), dada por:

$$\sigma^2 = gk \tanh(kh(1 + \frac{|A|}{h})) \quad (75)$$

Em águas rasas, essa equação se equivale para uma onda solitária, enquanto que em águas profundas ela se aproxima do resultado linear, desconsiderando efeitos dispersivos relacionados á amplitude da onda. Segundo os autores, essa opção teórica cobre uma variação maior de profundidades, amplitudes de onda e casos de aplicação, sendo apelidada como modelo de “teoria mista”.

Conforme mencionado anteriormente, dissipação de energia também foi incluída no modelo, podendo ocorrer de maneiras diferentes. Um termo de perda de energia incluído por Booij (1981) e expandido por Dalrymple *et al.* (1984), permite tratar as perdas de energia friccionais para fundos rígidos, porosos, viscosos e para camadas limite de superfície. O fator de dissipação,  $w$ , é dado por diferentes formas, dependentes da natureza da dissipação de energia. Para dissipação laminar na superfície o modelo inclui o fator de dissipação dado por Phillips (1966):

$$w = \frac{\sigma k \sqrt{(\nu / 2\sigma)}(1-i)}{\tanh kh} \quad (76)$$

Onde  $\nu$  é a viscosidade cinemática do fluido. O termo dentro da raiz quadrada é relacionado à espessura da camada limite, geralmente muito pequena. O fator dissipação pela camada limite de fundo é:

$$w = \frac{2\sigma k \sqrt{(\nu / 2\sigma)}(1-i)}{\sinh 2kh} \quad (77)$$

Para dissipação de camada limite turbulenta, Kirby utiliza no seu modelo um fator de fricção de Darcy-Weisbach ( $f$ ). O fator de dissipação neste caso é dado por:

$$w = \frac{2\sigma k f |A|}{3\pi \sinh 2kh \sinh kh} \quad (78)$$

Conforme pode ser visto em Dean e Dalrymple (1991). Para fundos porosos, o modelo americano usa a dissipação de Darcy para fluxo na areia. Para substratos caracterizados por um dado coeficiente de permeabilidade,  $C_p$ , o termo de dissipação é dado como:

$$w = \frac{gk C_p}{\cosh^2 kh} \quad (79)$$

Para dissipação por arrebentação de onda, o REF-DIF monocromático americano incorpora o termo de dissipação dado por Kirby e Dalrymple (1986a):

$$w = \frac{KC_g(1-(\gamma h/H)^2)}{h} \quad (80)$$

Onde  $K$  e  $\gamma$  são constantes empíricas iguais à 0.017 e 0.4 respectivamente, conforme mostram Dally *et al.* (1985) e  $H = 2|A|$  é a altura de onda. Usando esse modelo de dissipação e o índice de quebra ( $H > 0.78 h$ ) o REF-DIF Kirby ficou mais apto à representar ondas fora e dentro da zona de arrebentação. Esta é a mais recente versão do modelo monocromático americano disponibilizada na internet, no qual o usuário também pode escolher por usar uma versão linear.

## 2.5 REF-DIF Kirby Espectral

### 2.5.1 Introdução

Os modelos REF-DIF representaram, sem dúvida, um avanço em relação aos modelos de refração simples pela inclusão de efeitos difrativos em conjunto com a refração e pela inexistência de cáusticas. Estudos hidrodinâmicos costeiros, tradicionalmente, usam o expediente de representar um estado de mar (real) por uma onda monocromática “representativa”. Entretanto, as ondas irregulares do oceano raramente se aproximam de condições monocromáticas. Estudos têm mostrado que esta aproximação pode provocar grandes erros devido a dissimilaridades nos padrões de refração-difração de ondas monocromáticas e de ondas irregulares. Essas diferenças foram tratadas no livro de Goda (1985).

Vincent e Briggs (1989) conduziram um estudo experimental de propagação de ondas irregulares sobre uma “calota” elíptica. Estes autores compararam condições monocromáticas com casos de ondas irregulares provenientes de diferentes espectros direcionais. Os resultados mostram de forma clara a influência do espalhamento angular do espectro sobre a convergência de energia atrás do parcel, e também mostraram a deficiência do método monocromático para representar tal situação. Panchang *et al.* (1990), usando um modelo REF-DIF parabólico de caráter espectral sobre a mesma “calota” reproduziram com bons resultados o experimento de Vincent e Briggs (1989). O modelo espectral consistia de um modelo parabólico linear monocromático com aproximação binomial usado de maneira espectral, decompondo o espectro em componentes e determinando a transformação das ondas para cada componente. O resultado final foi obtido juntando novamente as componentes por superposição linear. Este método tem a vantagem de ser relativamente simples, com estimativas razoáveis do espectro, porém sempre que processos de interação não-linear entre ondas tornam-se significantes, os resultados tendem a piorar.

Kirby e Özkan (1994) desenvolveram um modelo espectral a partir do modelo monocromático. Sob a hipótese da linearidade, o modelo REF-DIF espectral consiste numa simples superposição de efeitos, no qual cada componente do espectro é propagada independentemente. Portanto, faz-se necessário decompor o espectro em componentes de frequência e direção discretas. Posteriormente Chawla *et al.* (1998) testou o modelo espectral comparando dados de um experimento hidráulico com resultados numéricos da propagação sobre um parcel esférico, obtendo bons resultados. O método utilizado no modelo é semelhante ao realizado por Panchang *et al.* (1990). A diferença é que este tem como equação governante a equação parabólica (72), deduzida por Kirby (1986a). Chamado de REF-DIF S, o modelo consiste em discretizar a energia

de um espectro bi-dimensional (condição inicial) em “bins” (espaços de alocação), onde a energia em cada “bin” é referente a uma componente de onda individual. Cada “bin” representando uma componente de onda tem sua frequência e direção. Posteriormente as componentes são superpostas estatisticamente para se obter as características espectrais. Esta discretização pode ser feita com o auxílio de um código pré-processador chamado Specgen que acompanha o código principal REF-DIF S.

### 2.5.2 Descrição do modelo REF-DIF espectral

O modelo foi inicialmente desenvolvido por Özkan e Kirby (1993) para prever a altura significativa ( $H_{1/3}$ ) de ondas no domínio, posteriormente modificado para obter o espectro de frequência ( $S(f)$ ) e o espectro direcional ( $S(f, \theta)$ ), além da direção média de propagação espectral ( $\bar{\theta}$ ). Admitindo a validade da distribuição de Rayleigh, a altura significativa é dada por:

$$H_{1/3} = 4\sqrt{m_0} \quad (81)$$

Onde  $m_0$  representa a quantidade de energia total, considerando todas as componentes de onda presentes.

$$m_0 = \sum_{i=1}^n \frac{|A_i|^2}{2} \quad (82)$$

O espectro de densidade de energia em frequência  $S(f)$  é obtido somando-se a energia de todas as componentes de uma mesma frequência com diferentes direções e dividindo o resultado pela largura da faixa de frequência utilizada ( $\delta f$ ).

$$S(f) = \frac{\sum_{i=1}^{n_\theta} |A(f, \theta_i)|^2}{2(\delta f)} \quad (83)$$

Observa-se que  $\delta f$  pode tomar diferentes valores para diferentes frequências, onde  $n_\theta$  é o número de componentes direcionais na frequência  $f$ , que normalmente é o mesmo para todas frequências.

O espectro direcional é dado por:

$$S(f, \theta) = \frac{\sum_{i=1}^{n_b} |A(f, \theta_i)|^2}{2(\delta f)(\delta \theta)} \quad (84)$$

Onde  $n_b$  é o número de componentes de onda em cada faixa direcional. Kirby e Özkan (1994) sugerem que o espectro direcional seja discretizado com  $\delta \theta = 5^\circ$ , fato que pode determinar o limite de precisão dos resultados.

Uma estimativa da direção associada a cada componente de onda por frequência pode ser obtida da equação (50) ou, equivalentemente, da parte imaginária da amplitude complexa através de:

$$\theta_i = \arctan \left( \frac{\frac{\partial \text{Im}(\ln A_i)}{\partial y}}{\frac{\partial \text{Im}(\ln A_i)}{\partial x} + \bar{k}} \right) \quad (85)$$

Kirby e Özkan (1994) propuseram estimar a direção média do espectro ( $\bar{\theta}$ ) com ajuda dos termos de tensões de radiação. A direção média em qualquer ponto é tomada como a direção que representa a tensão de radiação total naquele ponto para a frequência de pico e altura significativa do mesmo ponto. Assim o ângulo médio do espectro é dado por:

$$\bar{\theta} = \frac{1}{2} \arcsen \left( \frac{32S_{xy}}{n_p H_{1/3}^2} \right) \quad (86)$$

onde  $S_{xy}$  é a tensão de radiação dada por:

$$S_{xy} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n |A_i|^2 n_i \text{sen}^2(2\theta_i) \quad (87)$$

$H_{1/3}$  é a altura significativa,  $\bar{\theta}$  é a direção média e  $n_p$  é a taxa entre a velocidade de grupo e de fase para a frequência de pico, dada por:

$$n_i = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2k_i h}{\text{senh } 2k_i h} \right) \quad (88)$$

A dissipação de energia por quebra de ondas no modelo espectral foi modificada em relação à equação (81) do modelo monocromático. Primeiramente, para o caso da “teoria mista”, que usa a relação de dispersão heurística de Hedges (75), substituiu-se a amplitude complexa em (75) pela altura significativa do espectro na relação de dispersão em cada componente de onda  $n$ :

$$\sigma_n^2 = gk_n \tanh(k_n h (1 + H_{1/3} / 2h))$$

Para dissipação de energia por quebra de ondas, foi incorporado ao REF-DIF S o modelo de quebra de Thornton e Guza (1983), onde a dissipação é expressa como:

$$\frac{\partial (EC_g)_n}{\partial x} = -c_b \quad (89)$$

Onde a energia  $E$  e a dissipação de “macaréu”  $c_b$  são expressas como:

$$E = \frac{1}{8} \rho g H_{rms}^2 \quad (90)$$

$$c_b = \frac{3\sqrt{\pi}}{16} \frac{\rho g \bar{f} B^3}{\gamma^4 h^5} H_{rms}^7 \quad (91)$$

Onde  $\bar{f}$  é a frequência de pico do espectro de frequência,  $h$  é a profundidade local,  $B$  e  $\gamma$  são constantes com valores fixados em 1 e 0.6 respectivamente no modelo. A altura rms é relacionada à altura significativa por:

$$H_{rms} = \frac{1}{\sqrt{2}} H_{1/3} \quad (92)$$

A dissipação de energia ocorre diretamente no algoritmo usando um termo de quebra adicional. Não existem critérios definidos para ativar ou desativar a quebra, já que o termo de dissipação está ativo sempre. O coeficiente de dissipação  $\alpha$  é função da dissipação de “macaréu”  $c_b$  e tem magnitude muito pequena quando a quebra não acontece, porém atinge valores significativos assim que ocorre quebra de ondas.

$$\alpha = \frac{4c_b}{\rho g H_{rms}^2} = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \frac{\bar{f} B^3}{\gamma^4 h^5} H_{rms}^5 \quad (93)$$

Segundo Kirby e Özkan (1994), nenhuma modificação foi feita no modelo de quebra de Thornton e Guza (1983) para incluir efeitos direcionais. Uma modificação realizada diz respeito ao fluxo de energia ser somente considerado na direção  $x$  enquanto que o fluxo na direção  $y$  é considerado constante. Outra modificação feita pelos autores foi incluir a possibilidade da onda quebrar e reformar com o aumento da profundidade, porém poucos detalhes a esse respeito foram disponibilizados na literatura para o REF-DIF S.

## 2.6 Limitações dos modelos parabólicos

De uma maneira geral, a hipótese básica comum a todos os modelos descritos acima é que as variações de profundidades sejam “suaves” em distâncias da ordem de um comprimento de onda.

Para as versões que incluem efeitos não-lineares, admite-se fraca não-linearidade, baseada na teoria de Stokes, que é determinada pelo número de Ursell.

As soluções numéricas das equações parabólicas de todos os modelos descritos são realizadas pelo método de diferenças finitas com formulação de Crank-Nicolson. Estas são eficientes, implicando numa drástica redução do esforço computacional em relação às soluções da equação elíptica original (1). Além disso, a condição de contorno na fronteira onde se encontra a praia não é mais necessária, uma vez que a ordem da equação diferencial (em  $x$ ) foi reduzida.

Entretanto, como se pode verificar ao longo da dedução da equação parabólica, a aplicação do método está sujeita às seguintes restrições:

- (i) Existe uma direção dominante de propagação da onda (direção  $x$ ).
- (ii) A reflexão da onda no sentido contrário (sentido  $-x$ ) é desprezada.

A segunda condição é bem satisfeita no caso de costas com praias de areia, aonde se pode admitir que praticamente toda a energia vinda do oceano é dissipada na zona de arrebentação (não ocorrendo, portanto, reflexão).

Outra possível limitação dos modelos parabólicos reside no aparecimento da existência de ruído numérico que pode ocorrer em algumas aplicações dos modelos. Conforme relatado em Kirby (1986b), o erro numérico ocorre devido a violações localizadas de hipóteses da EDS parabólica, onde o ângulo entre o vetor número de onda da direção de propagação principal ( $x$ ) e o vetor número de onda da energia difratada para as laterais ( $y$ ) é muito grande. Segundo Kirby, o erro caracteriza-se por ondas espúrias de alta frequência geradas pelo método numérico empregado para a propagação dos cálculos na grade. Na maioria das vezes não têm amplitudes muito significativas, nem significado físico, sendo sempre superimpostas ao campo de alturas do domínio. Muitas vezes a magnitude deste erro encaixa-se dentro de uma faixa tolerável, podendo ser eliminada com filtragem, conforme aponta o autor supracitado.



## Capítulo 3 – Aplicações para Ondas Monocromáticas: Testes e Comparações entre Modelos

### Introdução

Os modelos REF-DIF são primordialmente usados para transformar condições de onda medidas ou previstas ao largo em condições de águas rasas ao longo da costa. Assim, é perfeitamente possível que o clima de ondas de uma certa região propicie a incidência de ondas provenientes de um amplo setor de direções. Como se viu no capítulo anterior, o método da aproximação parabólica, pela maneira como as equações são estabelecidas, impõe uma limitação com respeito ao ângulo de incidência das ondas, o qual não pode desviar-se muito da direção considerada como dominante (direção  $x$ ). Assim sendo, uma questão chave que se apresenta na utilização desse tipo de modelo é: qual a melhor maneira de se modelar ondas que se aproximam da costa obliquamente?

Adicionalmente, apesar dos 2 modelos REF-DIF serem matematicamente equivalentes, conforme demonstrado no capítulo anterior, resta saber se suas versões numéricas fornecem resultados comparáveis. Apesar dos métodos numéricos não serem o foco do presente trabalho, aproveitou-se a oportunidade para fazer comparações entre as diferentes versões dos dois modelos.

O presente capítulo, portanto, apresenta uma bateria de testes realizados com todas as versões disponíveis dos dois modelos para o caso de ondas monocromáticas incidentes (i) numa rampa plana – para a qual existe uma solução analítica bem conhecida – e (ii) para o caso de uma rampa plana com uma “calota” submersa – para o qual existe um detalhado estudo experimental. Os testes foram realizados para alturas de ondas. Testes com direção também foram realizados em rampas planas, porém os resultados não serão mostrados no presente trabalho, uma vez que verificou-se que, de uma maneira geral para casos monocromáticos, os modelos tiveram resultados sempre melhores para direções do que para alturas.

### 3.1 Análise estatística de desempenho dos modelos

Para a avaliação do desempenho dos modelos matemáticos acima citados, comparações estatísticas de altura de onda com soluções analíticas ou medições foram efetuadas. Alguns parâmetros estatísticos como os “*bias*” e o erro quadrático médio foram usados para se obter medições quantitativas para os desvios. O método utilizado foi sugerido por Willmott (1981), que discute diversos parâmetros estatísticos úteis no conhecimento da “*performance*” de um modelo. Este autor aponta que um só parâmetro não é suficiente para a descrição do desempenho de um modelo e também para se obter direções em como melhorar o modelo. Uma breve revisão da teoria dos parâmetros usados no presente trabalho segue abaixo:

Primeiramente são consideradas medições (ou soluções analíticas)  $x_i$  e previsões  $y_i$  (soluções do modelo em consideração),  $i = 1, \dots, n$ . As medições e soluções analíticas são supostas isentas de erros. Os parâmetros que são calculados são:

- 1 – A média e o desvio padrão de ambos  $x$  e  $y$ . Isto provê medidas uni-variadas.
- 2 – O desvio  $d_i (= y_i - x_i)$ , expresso em porcentagem e chamado de erro percentual ou erro bruto no presente trabalho.
- 3 – Os coeficientes  $a$  e  $b$  de uma regressão linear ordinária simples.
- 4 – Desvios, como erro absoluto médio (*mae*) e o erro quadrático médio (*rmse*).

5 – O “*bias*”, uma medida da tendenciosidade.

6 – Índices de concordância,  $d_1$  e  $d_2$ , como proposto por Willmott (1981).

A média  $\bar{x}$  e o desvio padrão  $s(x)$  são dados por:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_i x_i, \quad s(x) = \left[ \frac{1}{n-1} \sum_i (x_i - \bar{x})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (94)$$

e os erros médio absoluto e médio quadrático:

$$mae = \frac{1}{n} \sum_i |y_i - x_i| \quad (95)$$

$$rmse = \left[ \frac{1}{n} \sum_i (y_i - x_i)^2 \right]^{1/2} \quad (96)$$

O significado do erro médio absoluto é um índice de erro geral dos dados, em relação às medições ou soluções analíticas. Expressa o erro no respeito da média. O “*bias*”  $((\bar{y} - \bar{x})/\bar{x})$  é uma medida de erro entre as médias dos resultados do modelo e das medições ou soluções analíticas. Dá uma informação a respeito da tendenciosidade dos resultados. O parâmetro  $\hat{y}_i = a + b \cdot x_i$ , e  $a$  e  $b$  são os parâmetros obtidos da regressão linear de  $y$  no respeito de  $x$ . Willmott (1981) introduziu uma quantidade adimensional  $d_2$ , como um índice de concordância. Sob a hipótese inicial que  $x_i$  e também sua média  $\bar{x}$  são desprovidos de erro, a distância potencial máxima que um par  $(x_i, y_i)$  poderia estar afastado é dada por  $|y_i - \bar{x}| + |x_i - \bar{x}|$ . A variância potencial é definida como  $PE = \sum_i (|y_i - \bar{x}| + |x_i - \bar{x}|)^2$ .

Assim, parâmetros de erro relativo que refletem o grau geral no qual  $x$  é aproximado por  $y$  são definidos como:

$$d_2 = 1 - \frac{n \cdot rmse^2}{PE}, \quad \text{ou} \quad d_2 = 1 - \frac{\sum_i |y_i - x_i|^2}{\sum_i (|y_i - \bar{x}| + |x_i - \bar{x}|)^2} \quad (97)$$

Para  $d_2 = 1$  uma concordância perfeita é atingida. Um segundo índice de concordância  $d_1$ , introduzido por Willmott *et al.* (1985), é definido como:

$$d_1 = 1 - \frac{\sum_i |y_i - x_i|}{\sum_i (|y_i - \bar{x}| + |x_i - \bar{x}|)} \quad (98)$$

O índice  $d_1$  é mais sensível e quase sempre  $d_1 < d_2$ , pois medidas quadráticas são maiores que as correspondentes com expoente 1 (assim como  $mae < rmse$ ). A exceção é para casos negativos correspondentes da linha de regressão ( $b < 0$ ). No presente trabalho será considerado o conjunto de parâmetros estatísticos descritos

acima, além dos índices  $d_1$  e  $d_2$ . As medidas deste conjunto são medidas relativas. Os parâmetros que serão mostrados são *bias*, *mae* e *rmse*, todos relativos à  $\bar{x}$  e expressos como porcentagem. Além destes parâmetros, os conhecidos coeficientes de correlação ( $r$ ) e de determinação ( $r^2$ ) foram calculados, apesar de não serem muito apropriados para a avaliação de performance do modelo, segundo Willmott *et al.* (1985). O índice  $r$  pode ser facilmente obtido dos valores do primeiro conjunto de parâmetros,  $r = b \frac{s(x)}{s(y)}$ . O índice  $r^2$  geralmente é indicado como  $R^2$  na literatura, porém no presente trabalho será chamado de  $r^2$ . A tabela 1 resume os índices que serão usados no trabalho.

Tecendo algumas considerações sobre o significado físico destes índices que colaboram com a comparação estatística entre os modelos, os índices de concordância  $d_1$  e  $d_2$  mostram uma idéia estatística de distância entre valores, enquanto que os índices de correlação  $r$  e  $r^2$  já mostram uma idéia de quantidade estatística de energia (representada pelas ondas) explicada pelos modelos.

Para maiores informações teóricas ver Willmott (1981), Willmott *et al.* (1985), Dingemans (1997) ou mesmo Sutherland *et al.*(2004).

Tabela 1 – Erros e índices relativos para análise de desempenho dos modelos.

(1) Erro bruto ou percentual
(2) Erro médio absoluto ( <i>mae</i> )
(3) Erro quadrático médio ( <i>rmse</i> )
(4) A tendência - “ <i>bias</i> ”
(5) Os índices de concordância $d_1$ e $d_2$
(6) Os índices de correlação $r$ e $r^2$

### 3.2 Rampa Plana

A primeira bateria de testes refere-se à refração de ondas monocromáticas sobre uma rampa plana para a qual se conhece uma solução analítica baseada na lei de Snell. Os resultados numéricos dos modelos para altura de onda foram comparados com a solução analítica. O desempenho dos modelos foi quantificado a partir dessa comparação de acordo com a metodologia estatística apresentada no item 3.1. Os resultados dos testes são apresentados na forma de cortes de altura normalizada ( $H/H_0$ ), onde  $L_0$  é o comprimento de onda inicial. Para facilitar a inter-comparação dos modelos, adotou-se a seguinte nomenclatura abreviada:

Para o REF-DIF Melo:

- RDM P - Com a aproximação de Padé, original.
- RDM S - Com a aproximação simples, original.
- RDM Pex - Com a aproximação Padé estendida .
- RDM Sex - Com a aproximação simples estendida.

Para o REF DIF Kirby:

- RDK P - Aproximação Padé, linear.
- RDK S - Aproximação simples, linear.
- RDK wn STHD P - Aproximação Padé, fracamente não-linear, “teoria mista”.
- RDK wn STHD S - Aproximação simples, fracamente não-linear, “teoria mista”.
- RDK wn STOK P - Aproximação Padé, fracamente não-linear, teoria de Stokes.
- RDK wn STOK S - Aproximação simples, fracamente não-linear, teoria de Stokes.

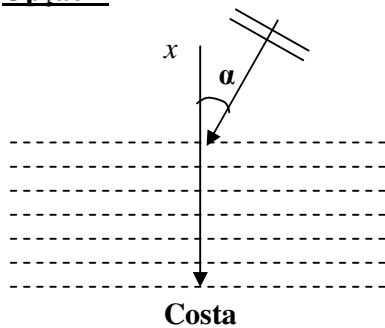
Teoria mista designa o Modelo parabólico de Stokes com relação de dispersão empírica de Hedges (1976), equação (75).

No contexto da Aproximação Parabólica da Equação do Declive Suave, que governa os modelos de refração-difração analisados, é necessário especificar a direção principal de propagação das ondas (direção  $x$ ). Assim, há duas maneiras de se abordar o problema de ondas monocromáticas obliquamente incidentes numa rampa plana:

Opção 1 - Considerar como direção principal a normal à praia.

Opção 2 - Considerar como direção principal a própria direção da onda ao largo.

#### Opção 1



#### Opção 2

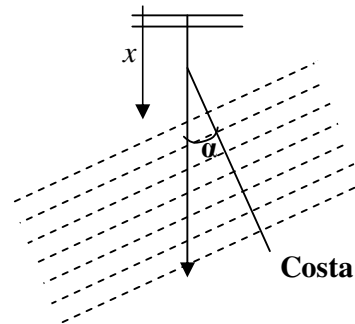


Figura 1 - As duas opções para orientação da direção dominante nos modelos REF-DIF parabólicos.

Como a direção do eixo- $x$  na opção 1 não corresponde à direção de propagação principal das ondas ao largo, é necessário modelar ondas que incidem segundo um ângulo  $\alpha$  em relação à direção dominante. Neste caso as linhas batimétricas coincidem com o eixo  $y$ .

A opção (2) considera como direção principal a própria direção da onda ao largo sendo o eixo- $x$ , portanto, coincidente com a direção inicial da onda. Assim sendo, não é mais necessário considerar ondas que incidem segundo um ângulo  $\alpha$  em relação à direção  $x$ . Entretanto, as linhas batimétricas não coincidem mais com o eixo  $y$ , já que a batimetria é que está rotacionada de  $\alpha$  em relação ao eixo  $x$ .

Em qualquer das duas opções, o problema físico é o mesmo e, portanto, a solução não pode depender do sistema de coordenadas utilizado. Assim, a questão fundamental em relação à modelação de ondas que incidem obliquamente à rampa, originou as seguintes variantes:

- (1) A orientação do sistema de coordenadas influencia os resultados dos modelos?
- (2) Qual o máximo ângulo aceitável em cada um dos casos?

Para responder a estas perguntas e simultaneamente analisar o desempenho de cada modelo nas duas opções, foram confeccionadas batimetrias plano-paralelas rotadas de  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $75^\circ$  (figura 2). A profundidade máxima de cada uma destas batimetrias é sempre de 80 metros. A onda monocromática usada neste teste tem altura inicial de 1 m e período de 10 segundos. Com este período esta onda está em regime de águas profundas a 80 m. A tabela 2a mostra o comprimento desta onda monocromática em 80 metros ( $L_0$ ) e em águas rasas, adotada aqui quando a profundidade  $h = 0.05 L$ , onde  $L$  é o comprimento de onda em uma dada profundidade.

Tabela 2a – Comprimento de onda e profundidades.

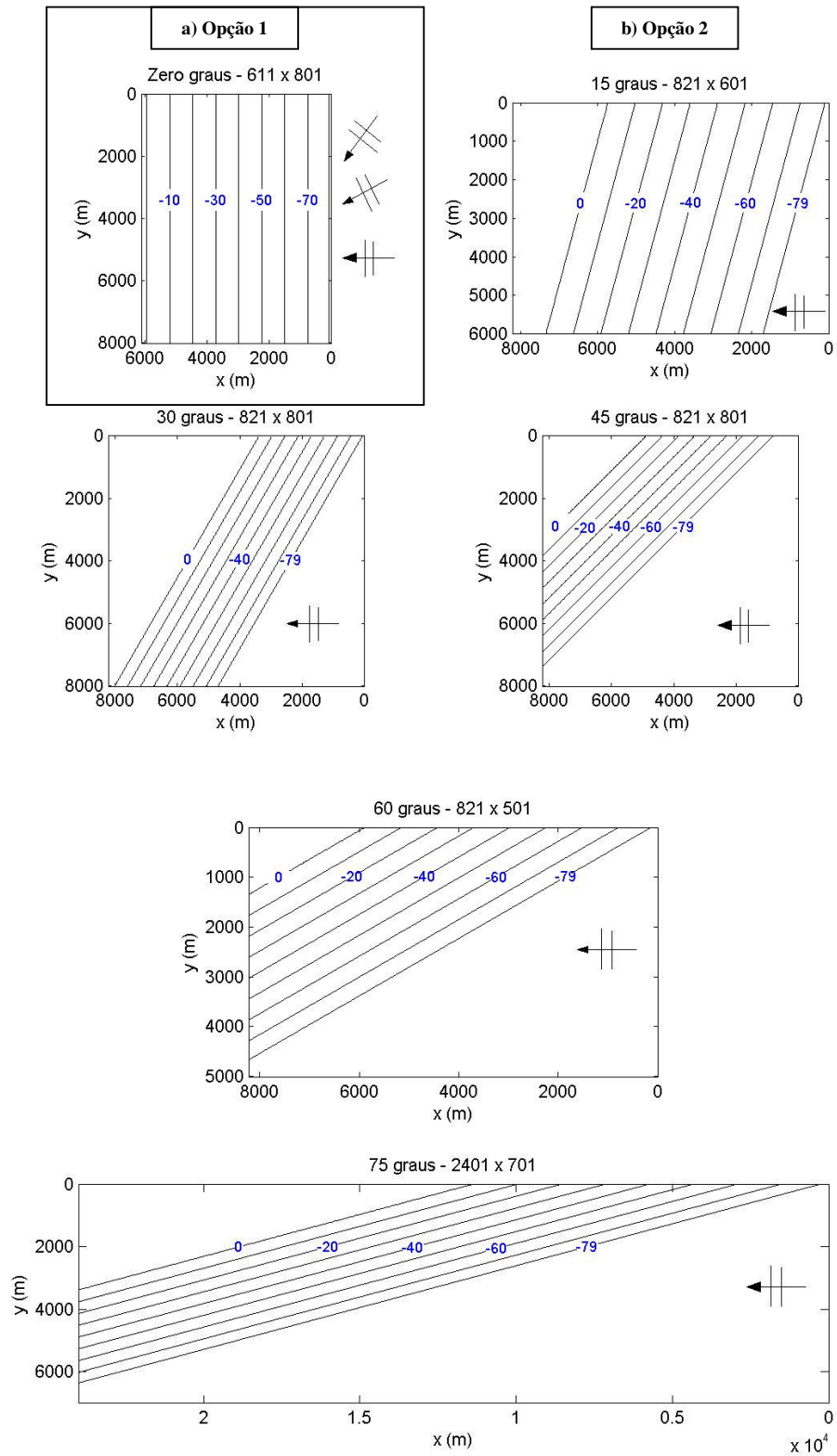
T (s)	10 segundos
$L_0$ (m)	Profundidade máxima em águas profundas = 80 m Comprimento de onda ( $L$ ) = 156 m
$h = 0.05 L$ (m)	Profundidade no limite entre águas intermediárias e águas rasas = 2,4 m Comprimento de onda ( $L$ ) = 47,74 m

As batimetrias plano-paralelas foram fornecidas aos modelos numéricos com espaçamento de 10 metros em  $x$  e  $y$  e, e com inclinação média de 1:74, atendendo a hipótese básica do declive suave (tabela 2b).

Tabela 2b – Características das Batimetrias plano-paralelas.

Batimetrias	Nº de pontos de grade
Zero graus – opção 1	611 (x) / 801 (y)
15 graus	821 (x) / 601 (y)
30 graus	821 (x) / 801 (y)
45 graus	821 (x) / 801 (y)
60 graus	821 (x) / 501 (y)
75 graus	2401 (x) / 701 (y)

Na batimetria “Zero graus”, que corresponde à opção 1, foram testadas ondas com as direções iniciais de  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $75^\circ$ . Para a opção 2, foram usadas as batimetrias rotadas, sendo a direção da onda incidente paralela ao eixo  $x$  de propagação sempre de  $0^\circ$  (ver figura 2). O espaçamento em  $x$  e  $y$  de cálculo numérico também foi de 10 m e as fronteiras laterais do domínio foram prescritas como “abertas” nos modelos numéricos.



**Figura 2 – Batimetrias usadas para os testes com rampas planas para:**  
**a) Opção 1: eixo - x coincidente com a normal a praia.**  
**(b) Opção 2: eixo - x coincidente com direção de incidência de onda.**

### 3.2.1 Resultados - Cortes de altura de onda

Como a solução analítica exata do problema não varia na direção paralela a costa, é possível analisar os resultados através apenas de cortes. Esta seção apresenta cortes de altura de onda em  $y$  constante, tomados ao longo da direção  $x$  em todas as opções de grade de cálculo. Para facilitar a comparação os valores de altura são apresentados em função da profundidade (adimensionalizada por  $L_0$ ) em lugar da distância. Cada corte estende-se desde águas profundas até um ponto de grade antes da quebra de onda. Foram usadas todas as opções de modelos nas duas opções de orientação de grade (1 e 2) anteriormente apresentadas. Para todos os casos fez-se a comparação estatística entre os resultados dos modelos e a solução analítica (exata). Isto pode caracterizar uma limitação do método no caso dos modelos fracamente não-lineares, já que a solução analítica da altura de onda através da Lei de Snell é para ondas lineares. Porém, Thornton e Guza (1983) mostraram empiricamente em seu trabalho que, as alturas de ondas reais propagando-se em direção a uma praia condizem com alturas obtidas em cálculos realizados através da teoria linear. O mesmo já não ocorre para direções. Levando em consideração este trabalho citado, a fraca não-linearidade e o uso freqüente destes modelos pela comunidade científica, decidiu-se manter a comparação dos resultados de altura dos modelos fracamente não-lineares com a solução analítica linear.

Para a batimetria não rotada (chamada de Zero Graus) e direção inicial de propagação  $0^\circ$ , a opção 1 de modelação é equivalente a opção 2. O sentido de propagação das ondas é da esquerda para direita em todas as figuras desta seção. Nas figuras (3 a 7) são mostrados os erros percentuais entre modelo e solução analítica.

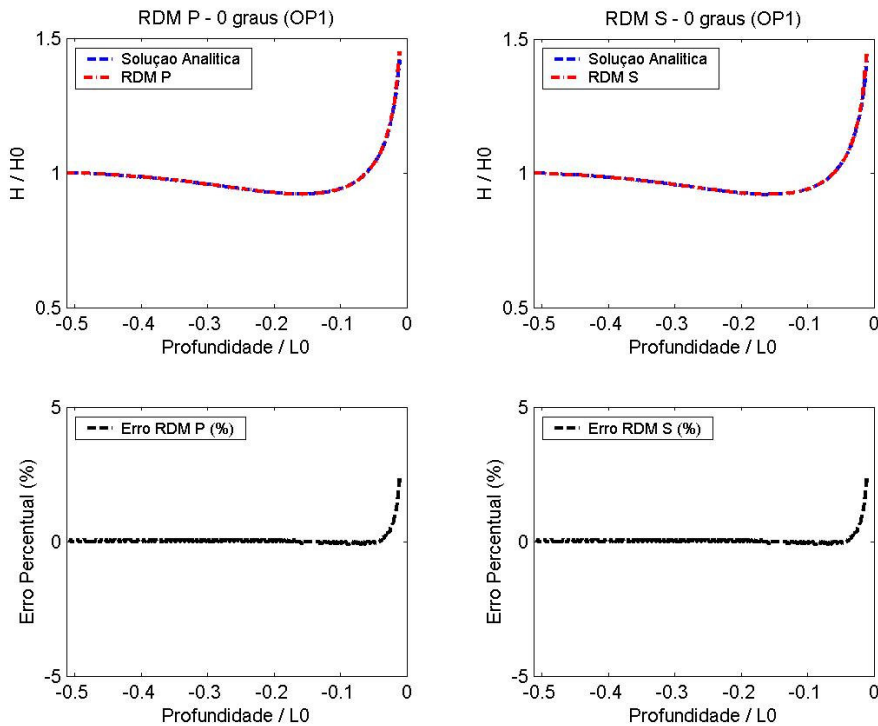


Figura 3 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $0^\circ$  - modelos RDM P e S opção 1.

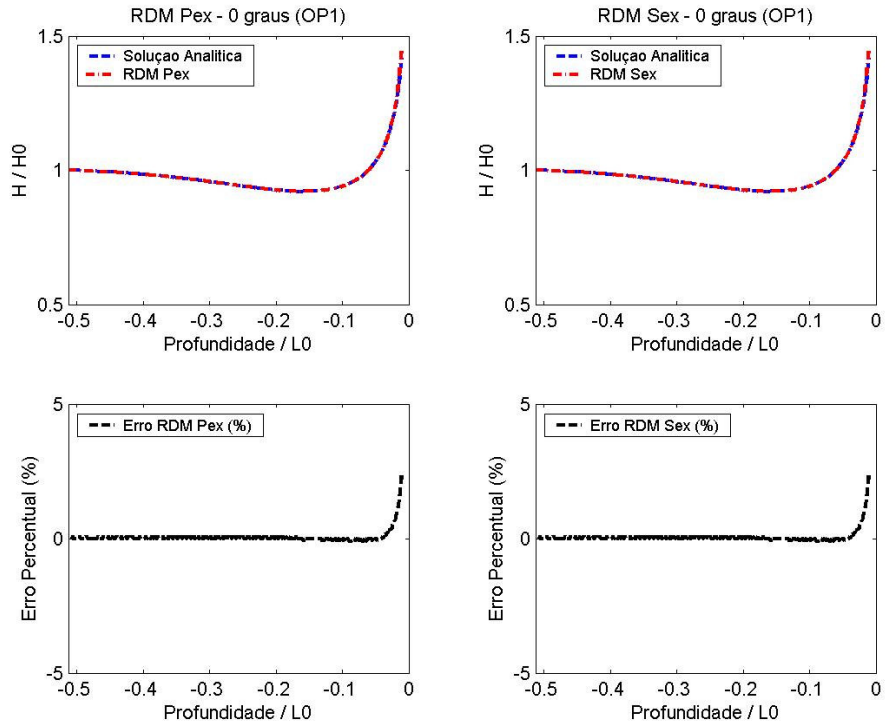


Figura 4 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $0^\circ$  - modelos RDM Pex, Sex opção1.

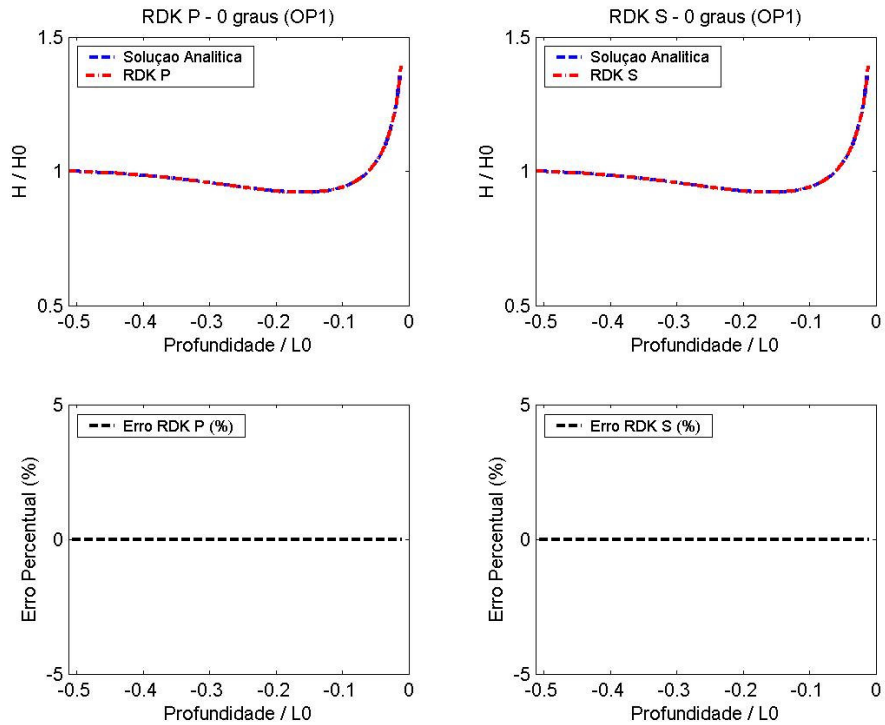


Figura 5 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $0^\circ$  - modelos RDK P e S opção 1.



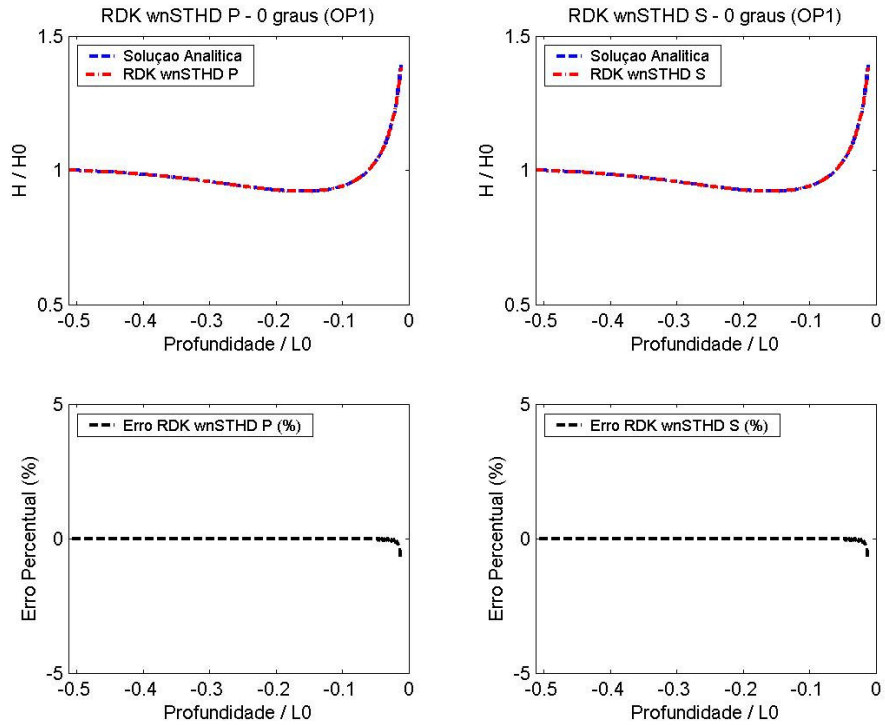


Figura 6 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $0^\circ$  - modelos RDK wnSTHD P e S opção 1.

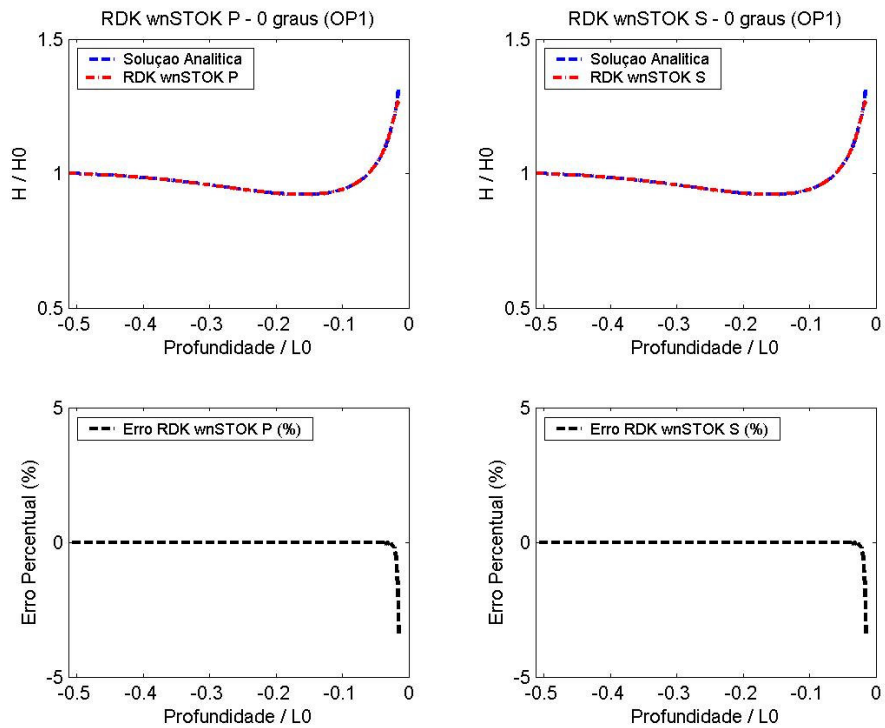


Figura 7 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $0^\circ$  - modelos RDK wnSTOK P e S opção 1.

Tabela 3 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para ondas com incidência normal - opção 1.

Modelos	n	bias (%)	mae (%)	rmse (%)	$d_2$	$d_1$	$r$	$r^2$
RDM P	581	0.06	0.07	0.30	0.9995	0.9913	0.9997	0.9994
RDM S	581	0.06	0.07	0.30	0.9995	0.9913	0.9997	0.9994
RDM Pex	581	0.06	0.07	0.30	0.9995	0.9913	0.9997	0.9994
RDM Sex	581	0.06	0.07	0.30	0.9995	0.9913	0.9997	0.9994
RDK P	580	0	0	0	1	1	1	1
RDK S	580	0	0	0	1	1	1	1
RDK wnSTHDP	580	-0.01	0.01	0.07	1	0.9987	1	0.9999
RDK wnSTHDS	580	-0.01	0.01	0.07	1	0.9987	1	0.9999
RDK wnSTOKP	576	-0.03	0.03	0.27	0.9994	0.9963	0.9992	0.9984
RDK wnSTOKS	576	-0.03	0.03	0.27	0.9994	0.9963	0.9992	0.9984

A tabela 3 mostra os índices estatísticos calculados para a análise do desempenho de cada modelo estudado para  $0^\circ$ . Para este primeiro caso, todos os modelos tiveram um bom desempenho, como já era esperado, pois neste caso só o que foi calculado foi o empinamento da onda. O erro bruto percentual calculado ao longo dos cortes ficou próximo a zero na maior parte da “extensão” dos vetores numéricos e parece não passar de 5% em todos os modelos. Os modelos RDK P e S obtiveram a melhor performance, com 0% de erro bruto. Isto pode ser confirmado também pela tabela 3, olhando os percentuais *bias*, o erro médio absoluto (*mae*) e o erro quadrático médio (*rmse*) com valores nulos e também pelos índices de concordância  $d_2$  e  $d_1$  e coeficientes de correlação  $r$  e  $r^2$ , todos com o valor máximo de 1. Em seguida o RDK wnSTHD P e S obtiveram a segunda melhor performance. Os erros observados no REF-DIF Melo em águas rasas deve-se ao espaçamento  $dx$  utilizado (10 m) que mostrou-se muito grande quando a profundidade diminui muito. Testes realizados (não mostrados nesse trabalho) com espaçamentos menores mostraram que o erro é bastante reduzido. Este teste mostrou a importância de se ter espaçamentos adequados. O modelo de Kirby faz uma subdivisão automática do espaçamento  $dx$  em águas rasas.

Para ondas incidentes com  $15^\circ$ , resultados para as opções 1 e 2 estão mostrados nas figuras 8 a 12.

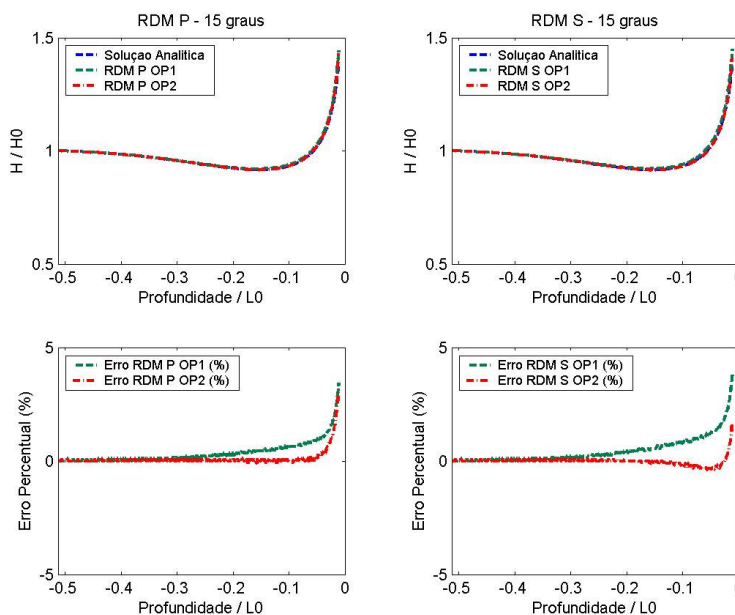


Figura 8 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $15^\circ$  - modelos RDM P e S opções 1 e 2.

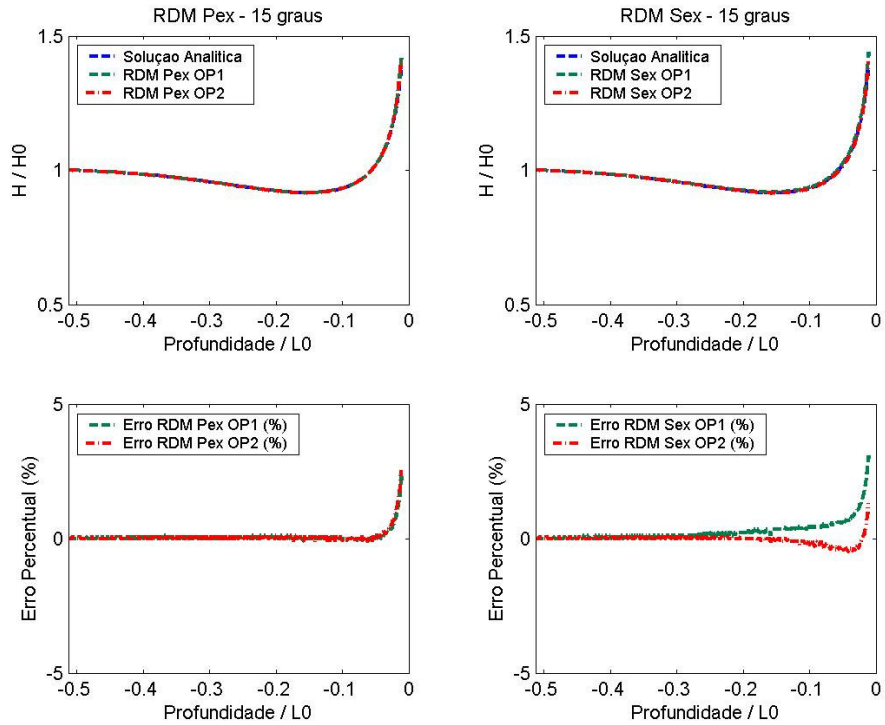


Figura 9 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $15^\circ$  - modelos RDM Pex e Sex opções 1 e 2.

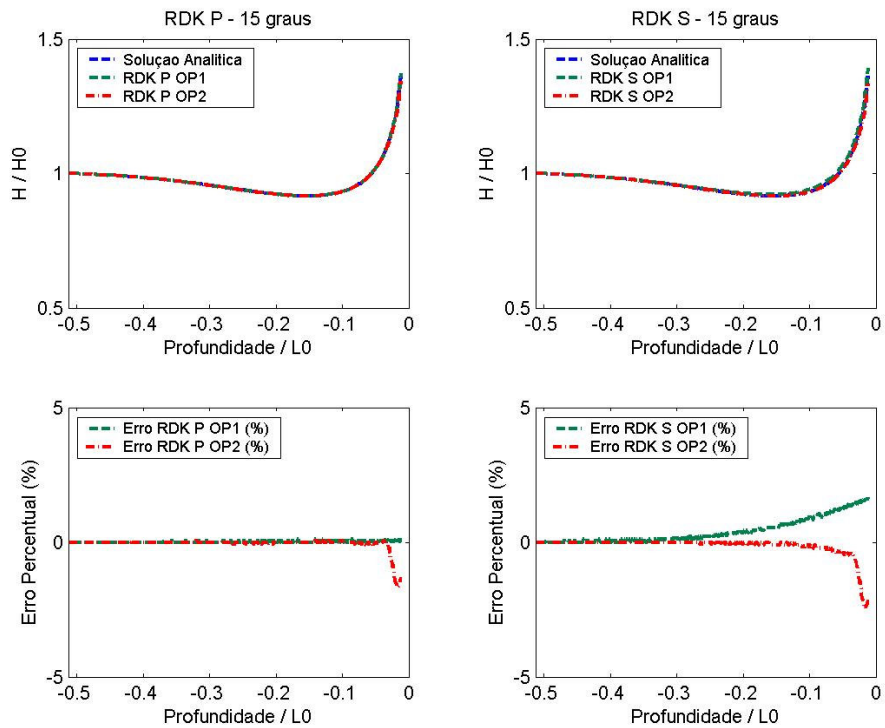


Figura 10 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $15^\circ$  - modelos RDK P e S opções 1 e 2.

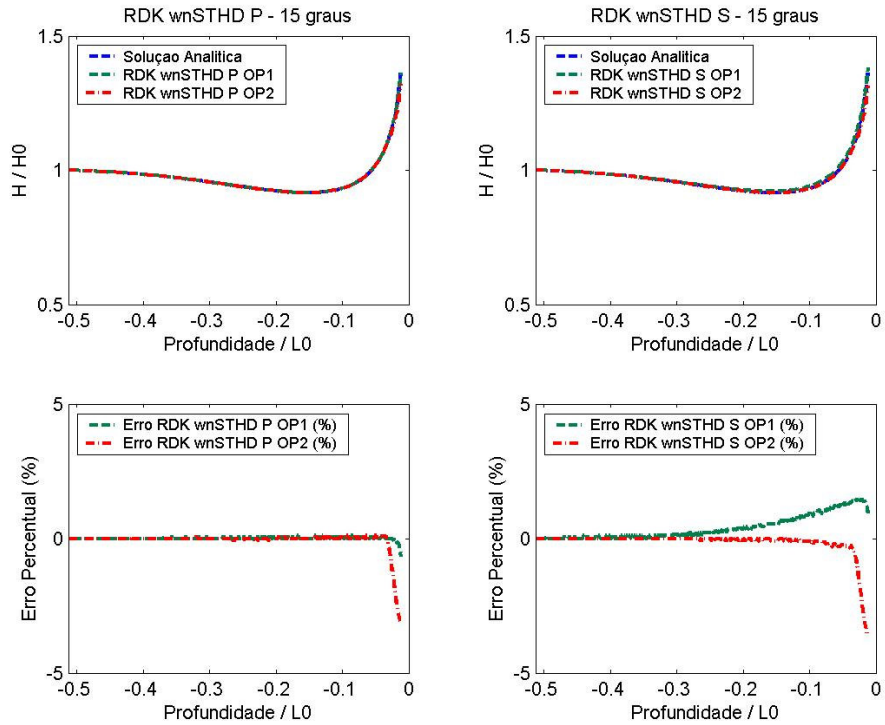


Figura 11 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $15^\circ$  - modelos RDK wnSTHD P e S opções 1 e 2.

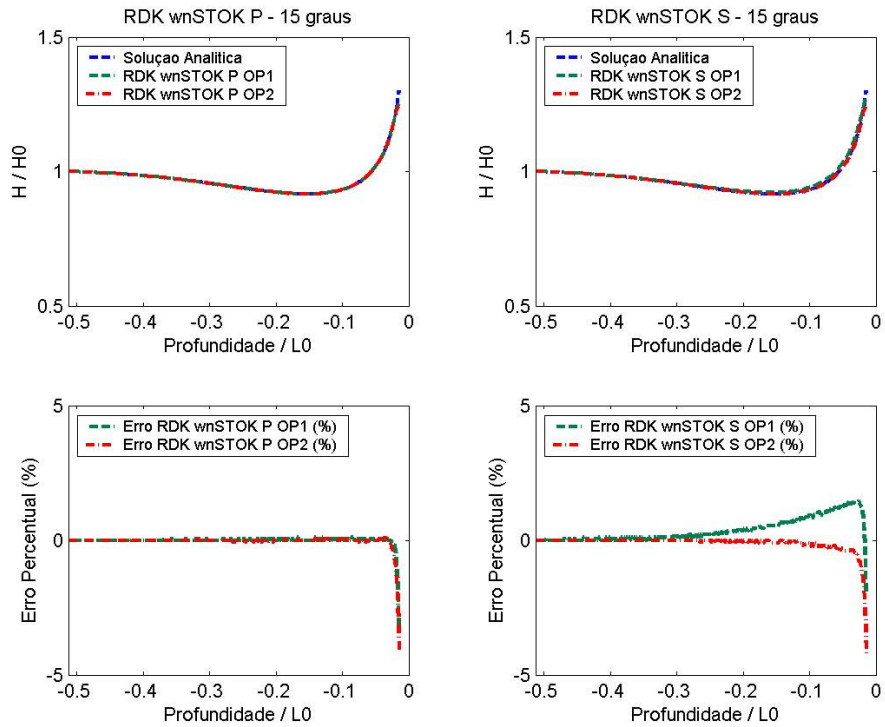


Figura 12 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $15^\circ$  - modelos RDK wnSTOK P e S opções 1 e 2.

Tabela 4 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para onda incidindo com 15° - opção 1.

Modelos	n	bias (%)	mae (%)	rmse (%)	$d_2$	$d_1$	r	$r^2$
RDM P	581	0.36	0.36	0.68	0.9975	0.9548	0.9985	0.9970
RDM S	581	0.46	0.46	0.83	0.9964	0.9424	0.9977	0.9955
RDM Pex	581	0.07	0.07	0.30	0.9995	0.9908	0.9997	0.9993
RDM Sex	581	0.27	0.27	0.54	0.9984	0.9665	0.9991	0.9982
RDK P	580	0.02	0.02	0.04	1	0.9979	1	1
RDK S	580	0.41	0.41	0.65	0.9975	0.9479	0.9979	0.9958
RDK wnSTHDP	580	0.01	0.02	0.07	1	0.9975	1	0.9999
RDK wnSTHDS	580	0.40	0.40	0.62	0.9977	0.9491	0.9979	0.9959
RDK wnSTOKP	576	-0.01	0.04	0.26	0.9995	0.9949	0.9992	0.9984
RDK wnSTOKS	576	0.37	0.39	0.60	0.9972	0.9474	0.9967	0.9934

Tabela 5 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para onda incidindo com 15° - opção 2.

Modelos	n	bias (%)	mae (%)	rmse (%)	$d_2$	$d_1$	r	$r^2$
RDM P	560	0.11	0.12	0.45	0.9989	0.9855	0.9995	0.9989
RDM S	560	-0.01	0.08	0.22	0.9997	0.9898	0.9996	0.9992
RDM Pex	560	0.08	0.08	0.33	0.9994	0.9897	0.9996	0.9993
RDM Sex	560	-0.04	0.09	0.19	0.9998	0.9892	0.9996	0.9992
RDK P	559	-0.06	0.06	0.31	0.9994	0.9920	0.9995	0.9991
RDK S	559	-0.15	0.15	0.49	0.9984	0.9809	0.9991	0.9982
RDK wnSTHDP	559	-0.09	0.10	0.54	0.9981	0.9868	0.9986	0.9971
RDK wnSTHDS	559	-0.16	0.16	0.65	0.9971	0.9791	0.9982	0.9964
RDK wnSTOKP	556	-0.04	0.05	0.36	0.9989	0.9933	0.9987	0.9973
RDK wnSTOKS	556	-0.11	0.11	0.43	0.9985	0.9846	0.9986	0.9972

As tabelas 4 e 5 mostram os índices estatísticos calculados. Para 15° de incidência de onda inicial, os modelos continuaram tendo um bom desempenho geral em ambas as opções. Observando as figuras e tabelas para 15°, notou-se uma melhora na performance dos modelos RDM Pex e Sex em relação aos seus antecessores RDM P e S. O RDM Pex teve resultados mais próximos ao RDK P. Já o RDM Sex teve resultados melhores que o RDK S em ambas opções, principalmente na 2. O erro bruto percentual calculado ao longo dos cortes não passou de 5% para ambos os modelos em ambas as opções de modelagem, mesmo próximo à região de águas rasas. Os modelos RDK P e RDK wnSTHD P obtiveram a melhor performance na opção 1, obtendo os menores valores de *bias*, *mae* e *rmse* e os maiores nos índices de concordância  $d_2$  e  $d_1$  e coeficientes de correlação *r* e  $r^2$ , com valor máximo de 1. Todos os modelos tiveram valores de erros muito pequenos e índices relativos de concordância muito bons para a opção 1. Porém, nesta opção o erro começa a ocorrer em profundidades da ordem de 0.3  $L_0$ , para a aproximação simples. Já para opção 2, isto não ocorre, pois o erro se intensifica nas proximidades de águas bem rasas. Para esta opção (2), os altos valores dos índices e pequenos valores de erros também mostram bom desempenho geral, com valores semelhantes para os diferentes modelos. Deve-se levar em conta a forte sensibilidade dos índices de concordância. Aliando este fato com o alto número amostral (n), todos os índices e parâmetros percentuais são apresentados com 4 dígitos após a vírgula, que podem expressar a diferença entre um nível de precisão aceitável ou não.

O mesmo padrão relatado para 15° pode ser observado para a modelagem com 30° de incidência inicial, ângulo limite para aproximação parabólica simples, mostrada

em detalhe nas figuras 13 a 17. A diferença é que a magnitude dos erros percentuais e relativos aumentou de uma maneira geral. Pode-se reafirmar a melhoria do modelo RDM Pex e Sex em relação aos anteriores RDM P e S.

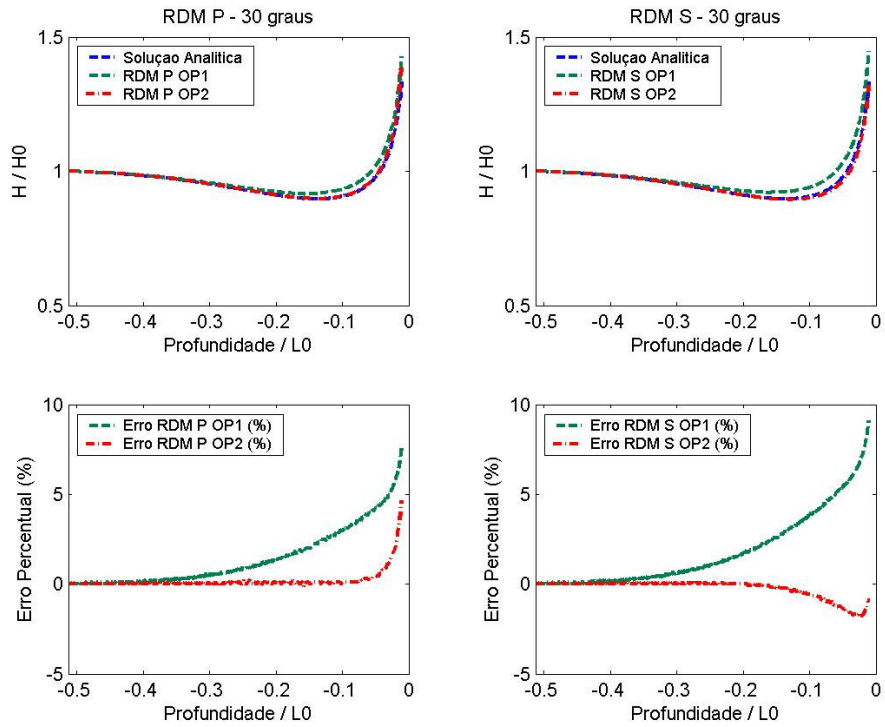


Figura 13 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com 30° - modelos RDM P e S opções 1 e 2.

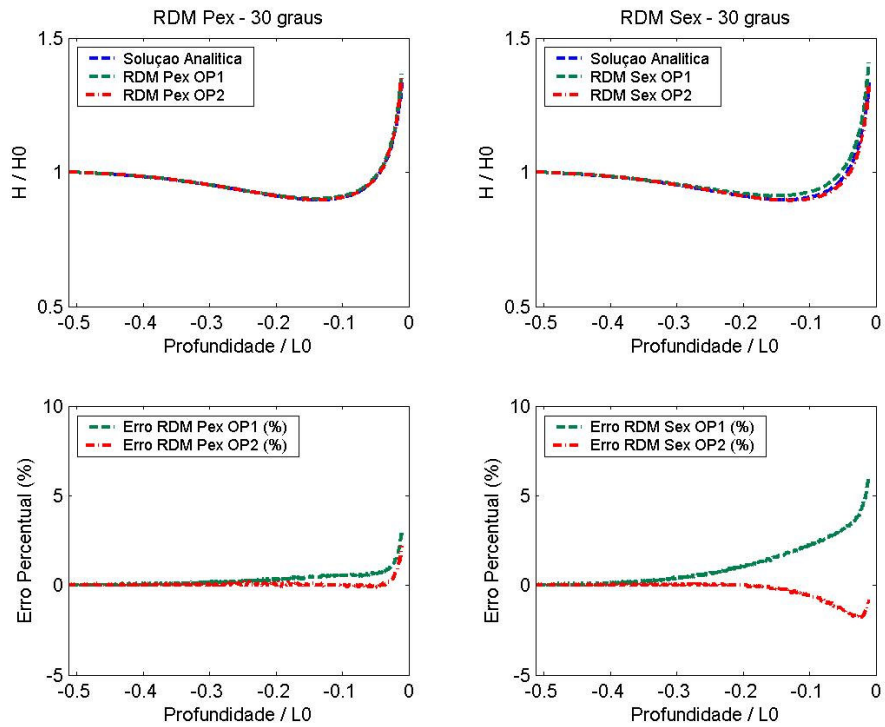


Figura 14 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com 30° - modelos RDM Pex e Sex opções 1 e 2

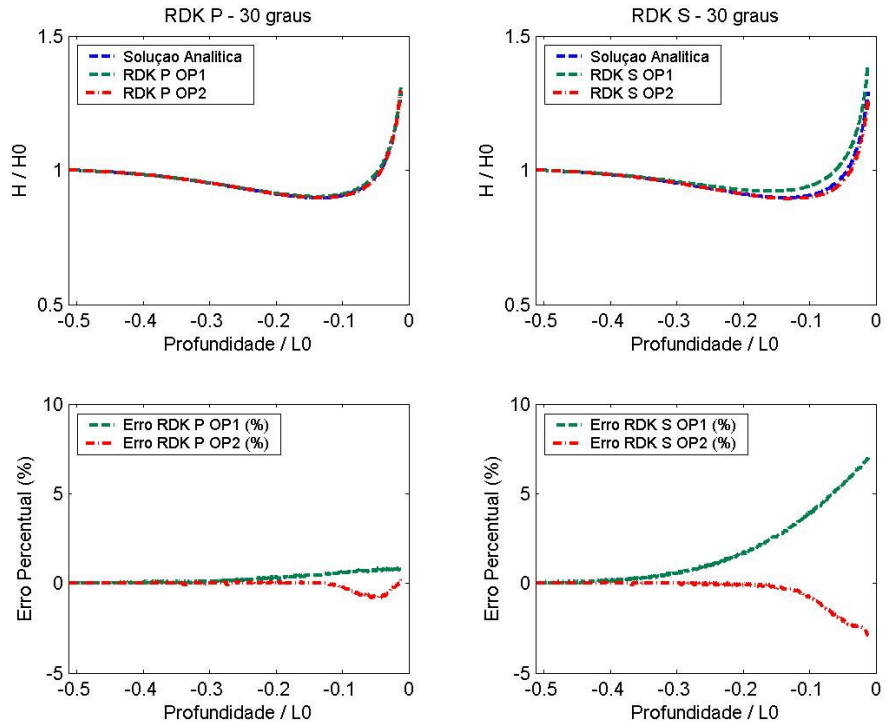


Figura 15 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $30^\circ$  - modelos RDK P e S opções 1 e 2

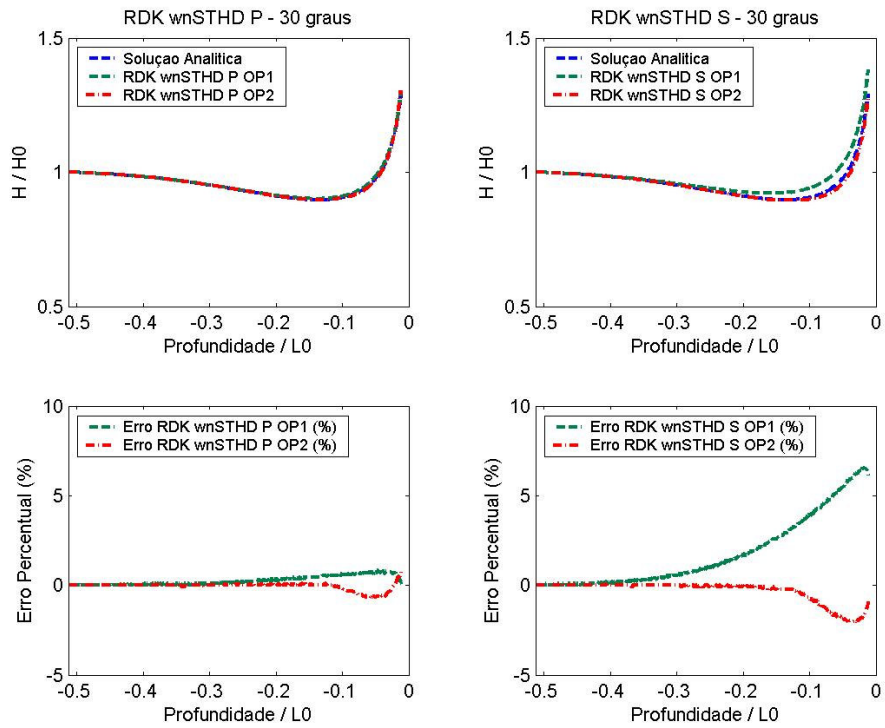


Figura 16 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $30^\circ$  - modelos RDK wnSTHD P e S opções 1 e 2.

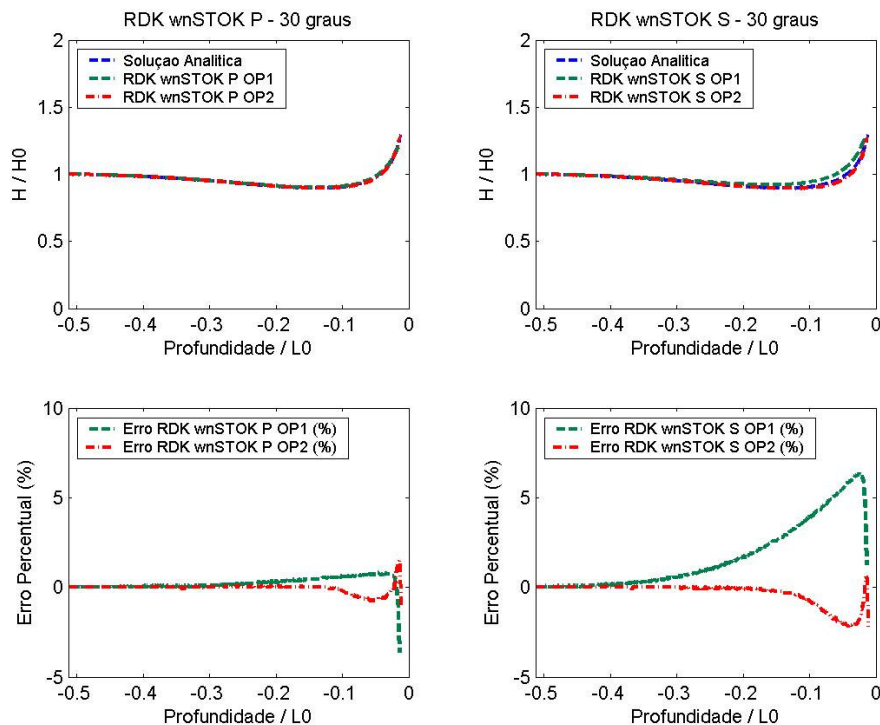


Figura 17 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $30^\circ$  - modelos RDK wnSTOK P e S opções 1 e 2.

O RDM Pex teve uma performance melhor que o RDM P nas duas opções de modelação, mantendo um erro bruto bem abaixo dos 3% ao longo de todo o corte, assemelhando-se aos RDK P e RDK wnSTHD P. Esta melhora e proximidade dos modelos Kirby também podem ser vistas através das tabelas 6 e 7 de índices estatísticos. O modelo Melo mais antigo, RDM P, apresentou erro percentual que começou por volta de  $0.4 L_0$  de profundidade, passando de 5% em águas mais rasas para a opção 1 de modelação, tendo um desempenho melhor na opção 2. Outra constatação é a melhor performance geral dos modelos na opção 2 (batimétrias rotadas), em relação à opção 1, para ambas as aproximações parabólicas testadas.

Tabela 6 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para onda incidindo com  $30^\circ$  - opção 1.

Modelos	n	bias (%)	mae (%)	rmse (%)	$d_2$	$d_1$	r	$r^2$
RDM P	581	1.45	1.45	2.30	0.9689	0.8249	0.9715	0.9439
RDM S	581	1.87	1.84	2.90	0.9524	0.779	0.9572	0.9162
RDM Pex	581	0.32	0.32	0.54	0.9981	0.962	0.9983	0.9966
RDM Sex	581	1.11	1.11	1.75	0.9814	0.8667	0.9827	0.9658
RDK P	580	0.27	0.27	0.38	0.9989	0.9674	0.9989	0.9979
RDK S	580	1.79	1.79	2.77	0.952	0.7806	0.9536	0.9094
RDK wnSTHDP	580	0.26	0.261	0.36	0.999	0.9686	0.999	0.9981
RDK wnSTHDS	580	1.78	1.78	2.74	0.9528	0.7818	0.9539	0.91
RDK wnSTOKP	577	0.23	0.27	0.43	0.9983	0.9661	0.998	0.996
RDK wnSTOKS	577	1.71	1.71	2.60	0.9467	0.7803	0.9436	0.8904



Tabela 7 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para onda incidindo com 30° - opção 2.

Modelos	n	bias (%)	mae (%)	rmse (%)	$d_2$	$d_1$	$r$	$r^2$
RDM P	330	0.22	0.22	0.72	0.9969	0.9747	0.9981	0.9961
RDM S	330	-0.25	0.29	0.60	0.9976	0.9658	0.9968	0.9936
RDM Pex	330	0.07	0.09	0.28	0.9995	0.9898	0.9996	0.9991
RDM Sex	330	-0.25	0.29	0.60	0.9976	0.9658	0.9968	0.9936
RDK P	329	-0.09	0.10	0.24	0.9996	0.9876	0.9993	0.9986
RDK S	329	-0.41	0.41	0.90	0.9936	0.9504	0.9921	0.9842
RDK wnSTHDP	329	-0.06	0.10	0.22	0.9996	0.9884	0.9994	0.9987
RDK wnSTHDS	329	-0.33	0.34	0.72	0.996	0.9595	0.9946	0.9891
RDK wnSTOKP	329	-0.06	0.12	0.30	0.9993	0.9858	0.9988	0.9976
RDK wnSTOKS	329	-0.34	0.35	0.74	0.996	0.9585	0.9938	0.9876

Os modelos com teoria fracamente não-linear de Stokes também apresentaram o mesmo padrão de performance, com baixos valores de erros percentuais e relativos e bons índices de concordância. A exceção ocorre pela proximidade de águas muito rasas, onde estes modelos perdem precisão, principalmente na opção 1. Para a aproximação simples é nítida a vantagem da segunda opção de modelação, onde todos tiveram erros percentuais abaixo dos 5%. Já para a opção 1 o erro passa desse valor e começa a apresentar-se em profundidades bem maiores. De acordo com as tabelas estatísticas, o modelo RDK wnSTHD P foi o que teve o melhor desempenho, com os menores erros percentuais e maiores valores dos índices de concordância para ambas as opções de modelação. Sequencialmente em termos de desempenho vêm os modelos RDK P e RDM Pex e RDK wnSTOK P. Para a aproximação simples o melhor desempenho foi para o RDM Sex, que melhorou bastante em relação à versão anterior (RDM S) e também foi melhor que todas as versões de REF-DIF de Kirby. De uma maneira geral, para 30° de incidência inicial, todos os modelos testados tiveram uma boa performance, com melhores resultados na segunda opção de modelação, onde o erro bruto por profundidade não passou de 5% em todos os casos (opções de modelação e aproximações parabólicas). Porém houve a ocorrência de propagação de ruído numérico nesta opção, o que não aconteceu na opção 1.

Para a aproximação parabólica simples, o limite de “abertura de ângulo” de 30° é ultrapassado com 45° de incidência inicial e está no limite máximo comumente recomendado para a aproximação parabólica de Padé. Através das figuras 18 a 22 pode-se ver o aumento do erro percentual nas alturas de onda por profundidade para este ângulo inicial (45°). Confirma-se mais uma vez a melhoria no rendimento do modelo Melo com aproximação Padé estendida (RDM Pex), em relação ao anterior RDM P. O RDM Pex apresentou erro bruto abaixo de 6 % para a opção 1 e abaixo de 5% para a opção 2. Assim, este modelo Melo aproxima-se dos RDK P e RDK wnSTHD P, que tiveram os erros percentuais por profundidade abaixo de 5% em ambas as opções de modelação. Isto pode ser confirmado através das tabelas 8 e 9, que mostram que estes três modelos apresentaram os menores valores de erro e os maiores índices relativos, com valores semelhantes entre os modelos, tanto na opção 1 quanto na 2. Confirmaram-se aqui os bons resultados para a opção de modelação 2, visto que a modelagem com 45° está no limite de abertura recomendado para a aproximação de Padé, porém observou-se que, nos cortes de altura para as batimetrias rotadas (opção 2), quanto maior o ângulo de rotação da batimetria mais ruído numérico é gerado e propagado para o domínio, sendo esta, aparentemente, uma das limitações desta opção de modelagem.

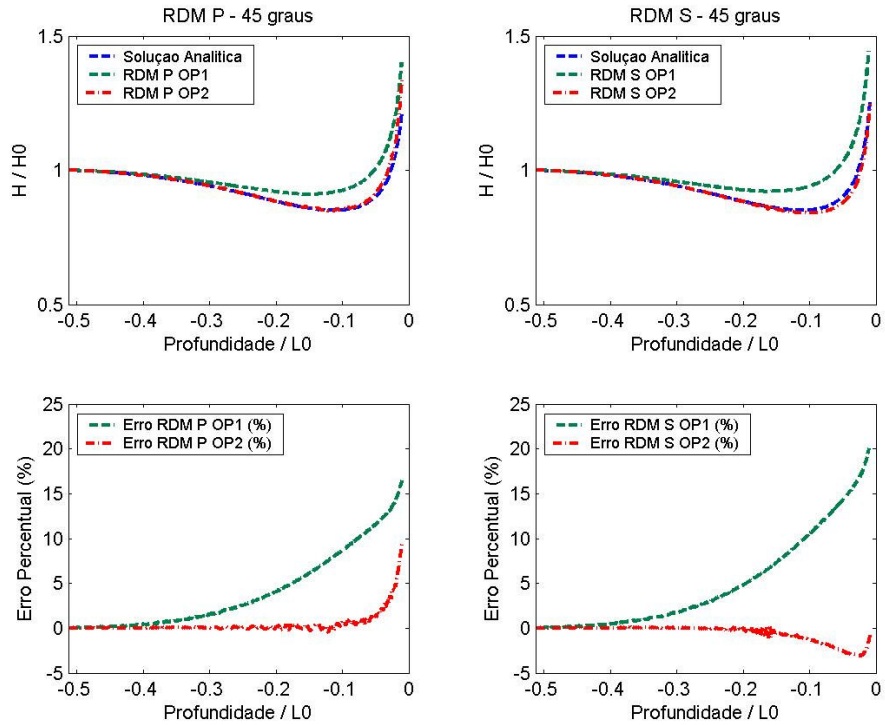


Figura 18 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $45^\circ$  - modelos RDM P e S opções 1 e 2.

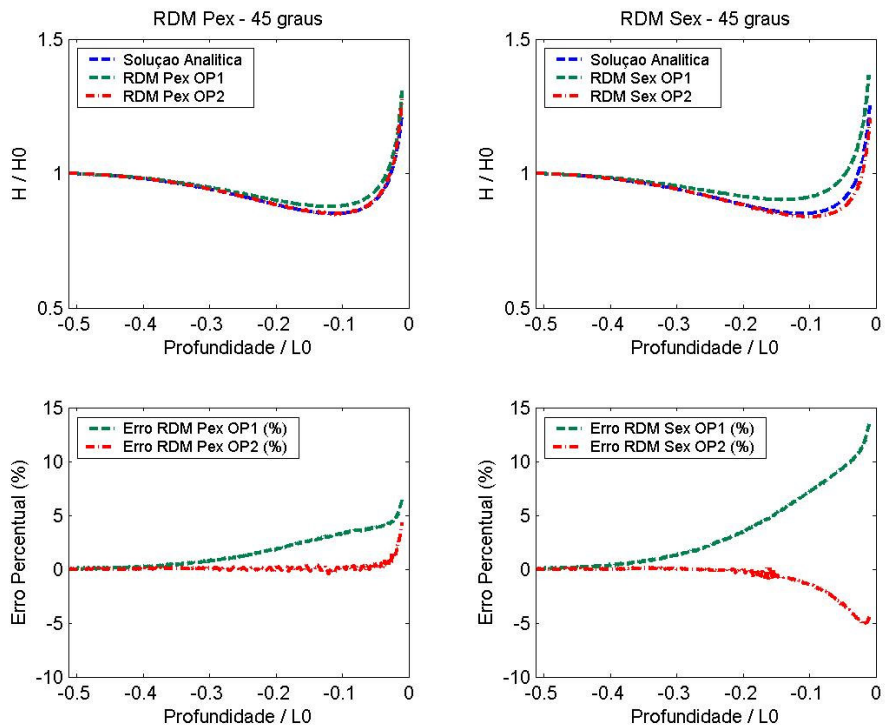


Figura 19 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $45^\circ$  - modelos RDM Pex e Sex opções 1 e 2.

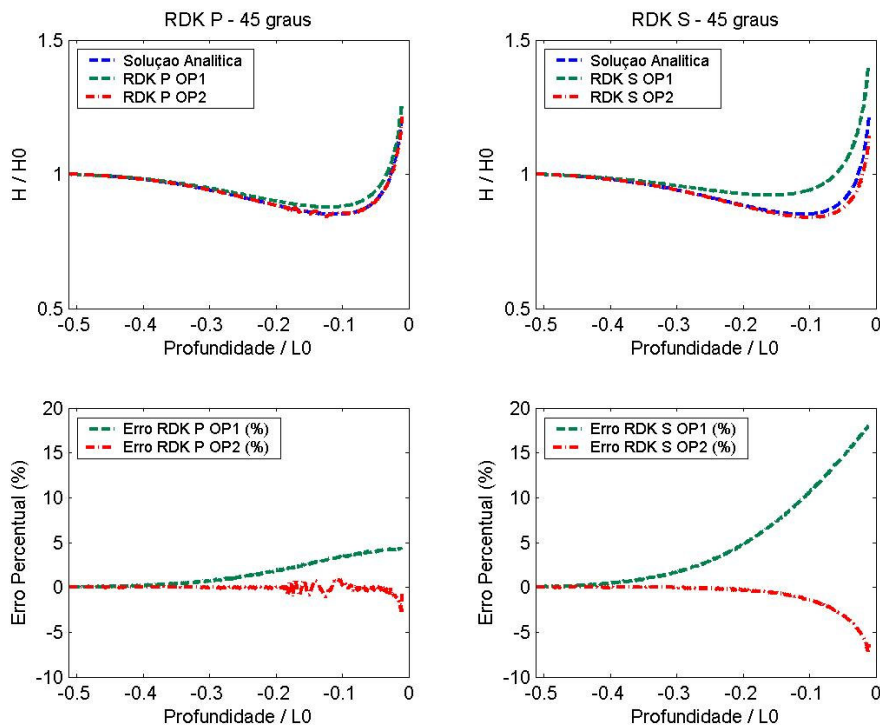


Figura 20 – Cortes de  $H/H_0$  inicialmente incidindo com  $45^\circ$  - modelos RDK P e S opções 1 e 2.

O ruído pode ser observado nos modelos RDM P, RDM Pex, RDK P, sendo um pouco mais expressivo para o modelo RDK wnSTHD P (figura 21). A influência do ruído na altura de onda para estes modelos fica bem abaixo dos 5% de erro, que pode ser considerada aceitável em muitos casos. Já para o modelo com teoria puramente de Stokes e aproximação Padé (RDK wnSTOK P), os resultados mostraram-se aceitáveis para a opção de modelação 1 ( $< 5\%$ ), porém na opção 2 o modelo tornou-se muito ruidoso, produzindo resultados comprometidos com muito erro, tornando-se assim inaproveitáveis, como pode ser visto na figura 22. Observando os índices relativos e erros percentuais estatísticos das tabelas 8 e 9 viu-se que os modelos de melhor desempenho para o ângulo de entrada de  $45^\circ$  foram os RDK P, RDK wnSTHD P, RDK wnSTOK P e o RDM Pex para a opção 1 de modelação. Para este ângulo inicial e opção de grade, os valores dos índices de concordância ( $d_2$  e  $d_1$ ) se diferenciam dos valores dos índices de correlação ( $r^2$  e  $r$ ).

Tabela 8 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para ondas incidindo com  $45^\circ$  - opção 1.

Modelos	n	bias (%)	mae (%)	rmse (%)	$d_2$	$d_1$	$r$	$r^2$
RDM P	581	3.93	3.93	5.84	0.8087	0.6144	0.7884	0.6216
RDM S	581	4.75	4.76	7.13	0.7421	0.5469	0.7096	0.5035
RDM Pex	582	1.56	1.56	2.17	0.9711	0.8482	0.9724	0.9456
RDM Sex	581	3.27	3.27	4.78	0.8625	0.675	0.8515	0.7251
RDK P	581	1.52	1.52	2.08	0.9713	0.8504	0.9752	0.9511
RDK S	580	4.711	4.71	7.04	0.73	0.5462	0.6921	0.4791
RDK wnSTHDP	581	1.50	1.50	2.05	0.9721	0.8518	0.9768	0.9541
RDK wnSTHDS	580	4.69	4.69	6.99	0.7311	0.5471	0.6934	0.4809
RDK wnSTOKP	577	1.46	1.46	1.99	0.9692	0.8513	1.0202	1.0407
RDK wnSTOKS	577	4.58	4.58	6.75	0.7073	0.547	0.6881	0.4735

Tabela 9 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para ondas incidindo com 45° - opção 2.

Modelos	n	bias (%)	mae (%)	rmse (%)	$d_2$	$d_1$	r	$r^2$
RDM P	405	0.46	0.49	1.51	0.9878	0.9551	0.9843	0.9689
RDM S	406	-0.52	0.55	1.05	0.9939	0.9508	0.9909	0.9819
RDM Pex	405	0.15	0.19	0.57	0.9981	0.9824	0.9975	0.9951
RDM Sex	406	-0.71	0.74	1.57	0.9859	0.9331	0.9778	0.9562
RDK P	405	-0.08	0.18	0.40	0.999	0.983	0.9983	0.9966
RDK S	405	-0.77	0.78	1.71	0.982	0.9292	0.9719	0.9445
RDK wnSTHDP	404	0.08	0.33	0.63	0.9975	0.9689	0.9951	0.9903
RDK wnSTHDS	405	-0.60	0.61	1.24	0.9908	0.9446	0.986	0.9722
RDK wnSTOKP	405	1.09	3.09	9.32	0.7099	0.7631	0.6625	0.439
RDK wnSTOKS	405	-0.66	0.88	1.80	0.9832	0.9231	0.9813	0.9629

As mesmas versões de modelos com a aproximação simples apresentaram erros brutos e relativos bem maiores para a opção 1. Para esta aproximação e opção de modelação, o modelo que teve melhor desempenho foi o RDM Sex, cuja performance foi realmente melhorada em relação aos demais com a inclusão do termo extra na equação (36). Para modelos com a aproximação simples, a opção 2 de modelação produziu resultados mais precisos, onde os erros *mae* e *rmse* e os índices de concordância assumiram valores próximos aos modelos com aproximação Padé, com exceção para o modelo RDK wnSTOK P, já comentado anteriormente. Notou-se que o ruído numérico também ocorreu para a aproximação simples na opção 2 de modelação nos modelos RDM S e Sex, porém em proporções bem menores.

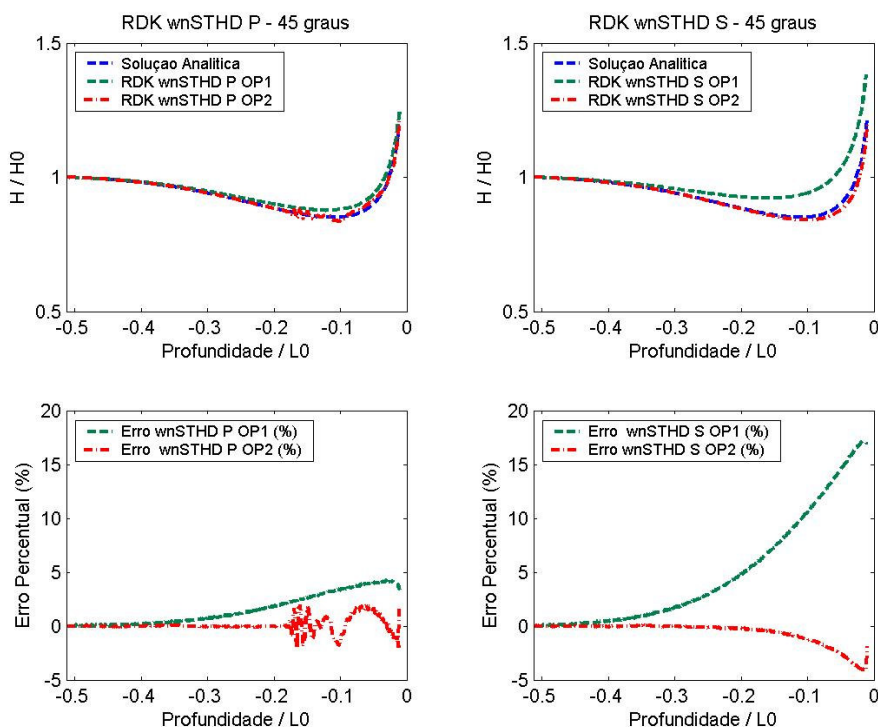


Figura 21 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com 45° - modelos RDK wnSTHD P e S opções 1 e 2.

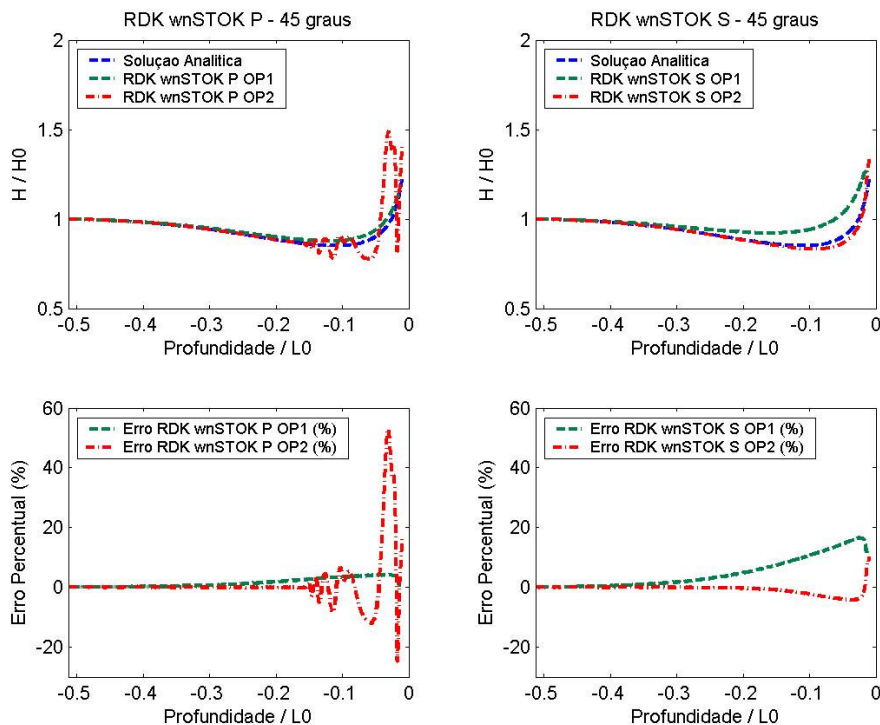


Figura 22 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $45^\circ$  - modelos RDK wnSTOK P e S opções 1 e 2.

As figuras 23 a 27 mostram resultados para ondas incidindo com  $60^\circ$ . Na opção 1 de modelação, o erro bruto de altura de onda por profundidade começa bem no início da propagação (em torno de  $0.4 L_0$ ) e aumenta em direção de águas rasas. Este padrão de erro é mais intenso ainda para os modelos com aproximação simples na opção 1 de grade, mas também tem valores acima do aceitável ( $\pm 5\%$ ) para a aproximação Padé, principalmente próximo a profundidades mais rasas (figuras 23 a 27).

Valores altos de erros relativos percentuais e baixos de índices de concordância mostrados na tabela 10 corroboram a pouca precisão da propagação com ângulo de incidência inicial de  $60^\circ$  na opção de grade batimétrica 1. Este desempenho ocorreu de uma maneira geral para ambas as aproximações testadas, embora o melhor desempenho foi dos modelos com aproximação Padé. Observou-se novamente que os RDM Pex e Sex foram melhores que seus precursores RDM P e S para opção 1 de modelação. O mesmo não ocorreu para opção 2, onde o RDM S trabalhou melhor que o RDM Sex, embora o erro bruto máximo tenha sido quase o mesmo para os dois, com valores máximos de 5% e 6% respectivamente.

Para os modelos com aproximação de Padé na opção 2, os erros tiveram valores menores e os índices relativos uma maior concordância (tabela 11). Mesmo obtendo melhor concordância para a opção 2, os resultados mostraram ruído numérico mais acentuado em relação aos menores ângulos de incidência inicial. A influência deste ruído na altura de onda mistura-se com o erro bruto (entre 5% e 10%). Nesta opção de modelação, o erro bruto dos modelos para as duas aproximações começa a passar de 5% em torno de  $-0.025 L_0$ , em águas bem rasas. As exceções são os modelos RDK wnSTOK P e S (figura 27), muito ruidosos e com resultados comprometidos, com valores altos de erros brutos ( $>100\%$ ) ao longo dos cortes de altura. O modelo RDK wnSTHD P é mais ruidoso que os lineares RDK P e RDM Pex.

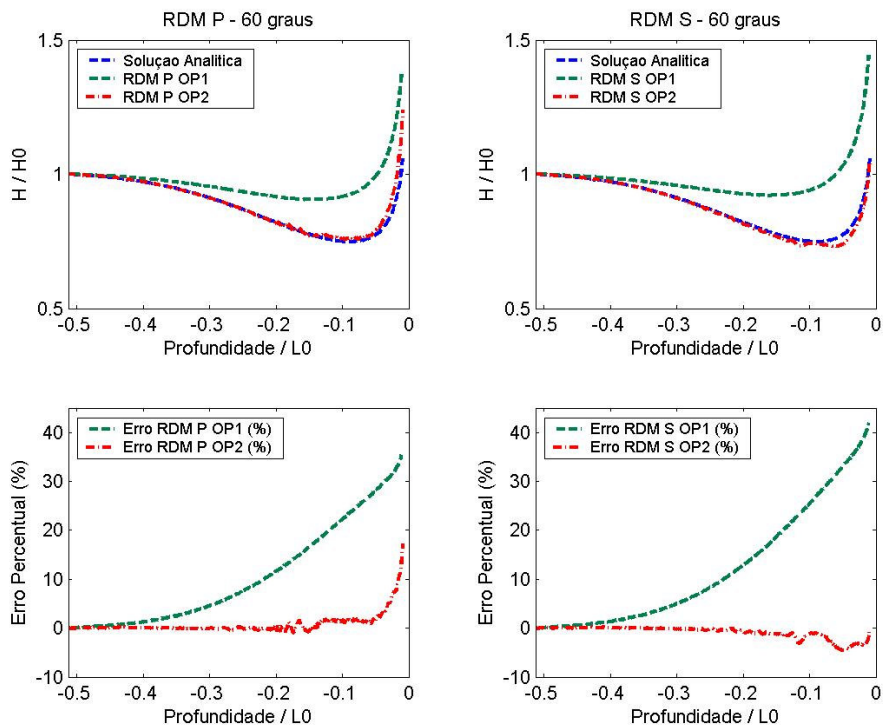


Figura 23 – Cortes de  $H/H_0$  Ondas incidindo com  $60^\circ$  - modelos RDM P e S opções 1 e 2.

Este último (RDM Pex) apresentou resultados bem melhores que a versão original RDM P para essa opção de modelação e junto com o RDK P teve a melhor performance geral entre todos os modelos testados para a opção 2, fato confirmado pelos índices  $d_2$  na tabela 11. Ainda para a opção 2 de modelação, resultados interessantes ocorreram para os modelos com aproximação simples, que apresentaram valores de erro bruto semelhantes e com mesma ordem de grandeza que os modelos com aproximação de Padé, com exceção aos modelos com teoria pura de Stokes já comentados anteriormente. Os valores de erros relativos e índices de concordância para os modelos com aproximação simples mostrados na tabela 11, comprovam esta constatação. Neste caso, o modelo de melhor desempenho foi o RDM S, seguido pelos modelos RDK wnSTHD S (teoria mista), RDK S e RDM Sex, todos com valores semelhantes de índice quadrático de concordância  $d_2$ .

Tabela 10 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para ondas incidindo com  $60^\circ$  - opção 1.

Modelos	n	bias (%)	mae (%)	rmse (%)	$d_2$	$d_1$	r	$r^2$
RDM P	581	9.63	9.63	13.31	0.573	0.4845	0.4638	0.2151
RDM S	581	10.99	10.99	15.41	0.5068	0.4517	0.285	0.0812
RDM Pex	582	5.78	5.78	7.51	0.8222	0.6442	0.9083	0.8249
RDM Sex	581	8.65	8.65	11.78	0.6265	0.5111	0.6057	0.3669
RDK P	581	5.72	5.74	7.46	0.8204	0.6442	0.9177	0.8421
RDK S	580	10.94	10.949	15.34	0.5009	0.4526	0.2687	0.0722
RDK wnSTHDP	581	5.72	5.72	7.43	0.8217	0.6451	0.9211	0.8485
RDK wnSTHDS	580	10.92	10.92	15.29	0.5021	0.453	0.2712	0.0735
RDK wnSTOKP	577	5.63	5.63	7.29	0.823	0.6473	0.9444	0.8918
RDK wnSTOKS	577	10.71	10.71	14.91	0.505	0.4575	0.2653	0.0704

Tabela 11 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para ondas incidindo com 60° - opção 2.

Modelos	n	bias (%)	mae (%)	rmse (%)	$d_2$	$d_1$	$r$	$r^2$
RDM P	573	0.72	0.85	2.2583	0.9875	0.9532	0.9778	0.956
RDM S	573	-0.76	0.79	1.3388	0.9959	0.9577	0.9968	0.9937
RDM Pex	573	0.28	0.43	1.0044	0.9975	0.9761	0.9954	0.9909
RDM Sex	573	-1.04	1.08	1.9896	0.991	0.943	0.9904	0.9809
RDK P	572	-0.00	0.47	1.0099	0.9975	0.9747	0.9951	0.9902
RDK S	573	-0.91	0.94	1.6949	0.9934	0.9499	0.9932	0.9864
RDK wnSTHDP	572	-0.08	0.76	1.5224	0.9944	0.9583	0.9896	0.9794
RDK wnSTHDS	573	-0.86	0.90	1.4806	0.995	0.9523	0.9965	0.9931
RDK wnSTOKP	572	4.34	8.57	19.3146	0.5007	0.6131	0.2624	0.0689
RDK wnSTOKS	573	4.17	6.01	20.0664	0.4914	0.7224	0.3542	0.1255

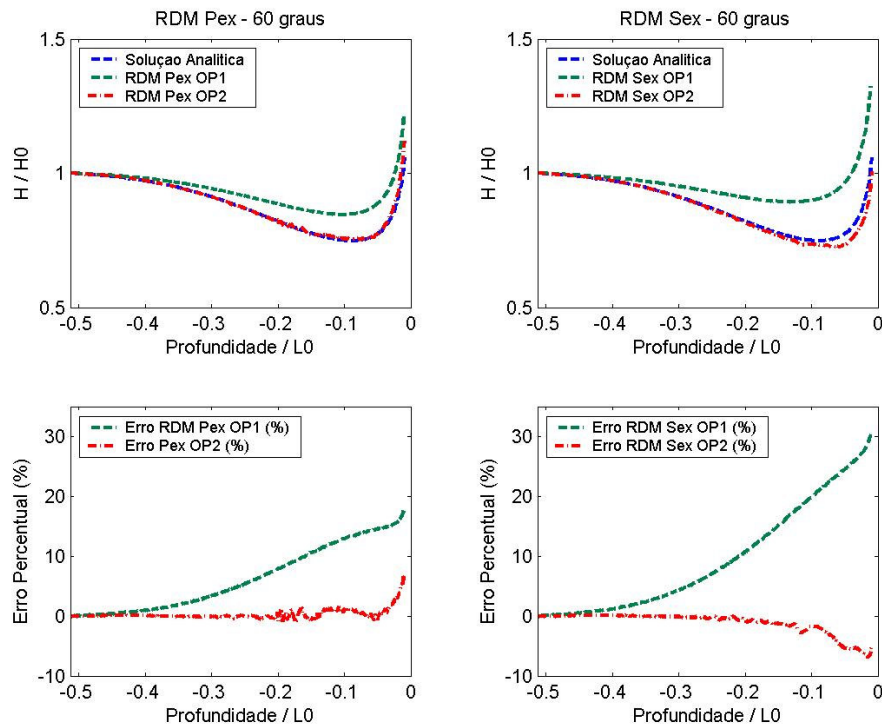


Figura 24 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com 60° - modelos RDM Pex e Sex opções 1 e 2.

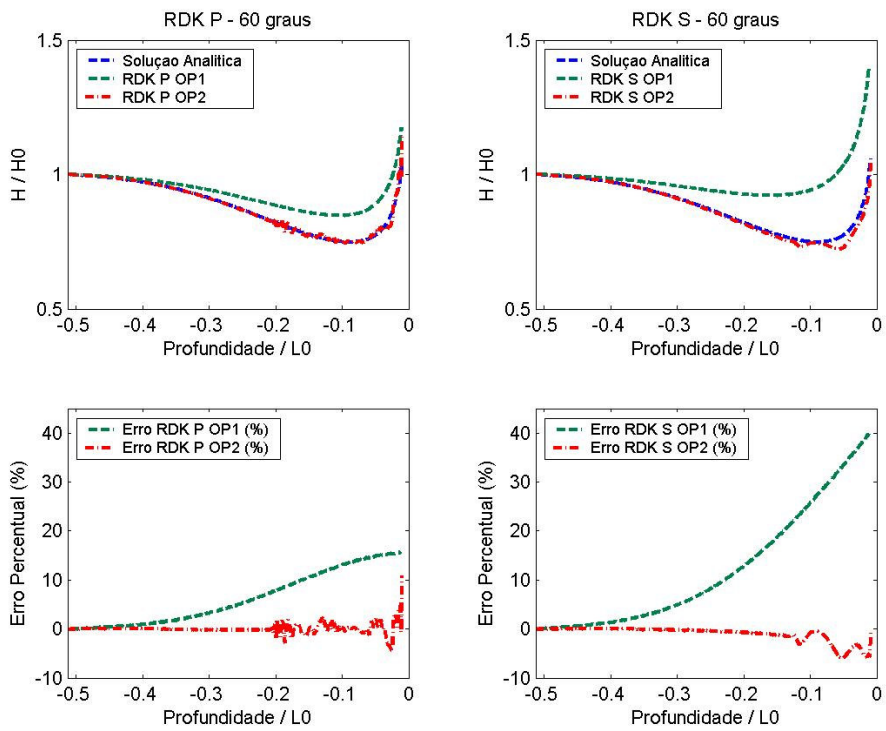


Figura 25 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $60^\circ$  - modelos RDK P e S opções 1 e 2.

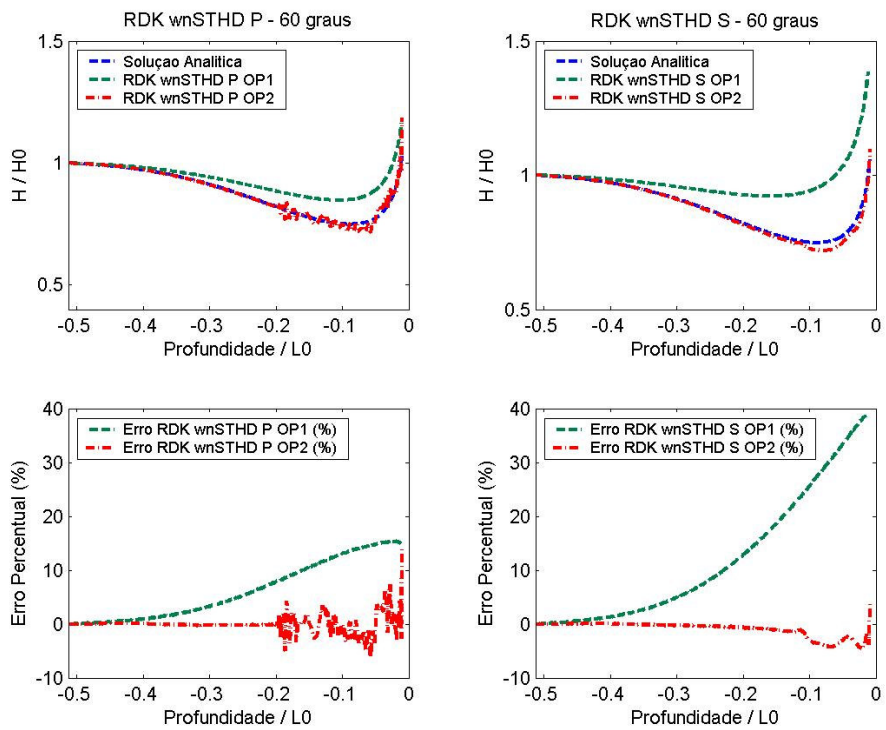


Figura 26 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $60^\circ$  - modelos RDK wnSTHD P e S opções 1 e 2.



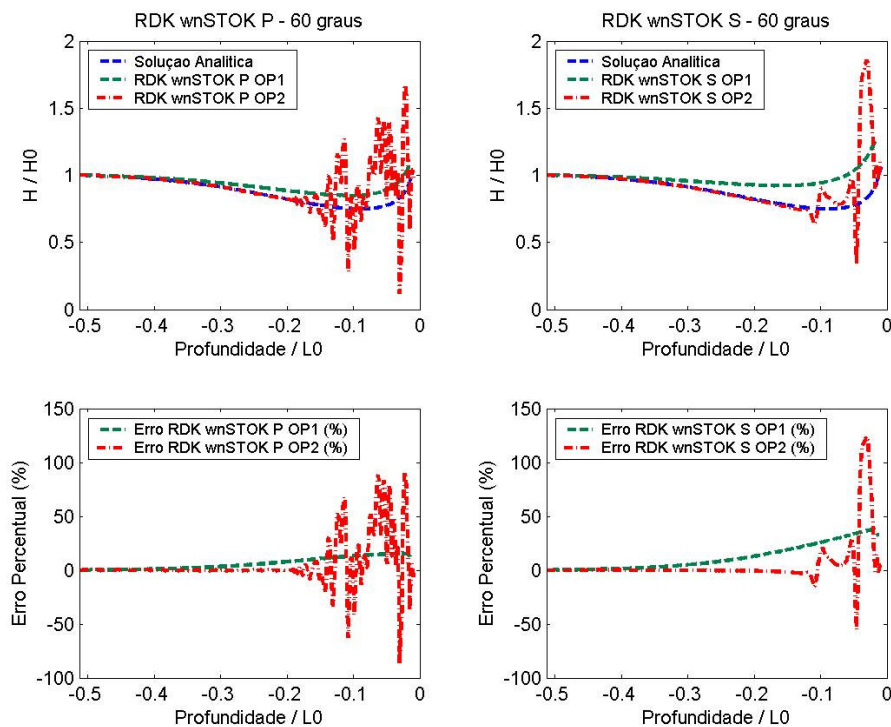


Figura 27 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $60^\circ$  - modelos RDK wnSTOK P e S opções 1 e 2.

A última modelação em rampas planas foi realizada com direção inicial de  $75^\circ$ , que excede os ângulos de aberturas máximos recomendados para a aproximação simples ( $30^\circ$ ) e para Padé ( $45^\circ$ ). Esta opção de ângulo de incidência inicial é extrema, e esperam-se resultados muito imprecisos, em vista das limitações matemáticas dos modelos parabólicos aqui testados. De uma maneira geral é isso que acontece para todos modelos na opção 1. Os erros percentuais por profundidade começaram desde o início da propagação e atingiram valores máximos entre 50 e 100% em águas rasas para todos os modelos, conforme mostram as figuras 28 a 32. Os altos valores de erros relativos percentuais junto com baixos valores de concordância mostrados na tabela 12 quantificam a pouca precisão conquistada com o uso destas aproximações parabólicas para  $75^\circ$  na opção de grade 1, mais tradicionalmente usada em modelagens numéricas de onda.

Tabela 12 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para ondas incidindo com  $75^\circ$  - opção 1.

Modelos	n	bias (%)	mae (%)	rmse (%)	$d_2$	$d_1$	r	$r^2$
RDM P	581	26.17	26.17	32.50	0.5066	0.4135	0.3347	0.112
RDM S	581	28.18	28.18	35.46	0.4643	0.3957	0.0914	0.0083
RDM Pex	582	20.58	20.58	24.52	0.6393	0.4723	0.8925	0.7966
RDM Sex	581	24.86	24.86	30.54	0.5367	0.426	0.519	0.2694
RDK P	581	20.53	20.53	24.47	0.6401	0.4735	0.9055	0.8198
RDK S	580	28.10	28.10	35.38	0.4636	0.3967	0.0845	0.0071
RDK wnSTHDP	581	20.51	20.51	24.44	0.6408	0.4737	0.9091	0.8265
RDK wnSTHDS	580	28.08	28.08	35.32	0.4644	0.397	0.0879	0.0077
RDK wnSTOKP	577	20.29	20.29	24.16	0.6467	0.4774	0.9396	0.8829
RDK wnSTOKS	577	27.72	27.72	34.75	0.4748	0.4007	0.1156	0.0134

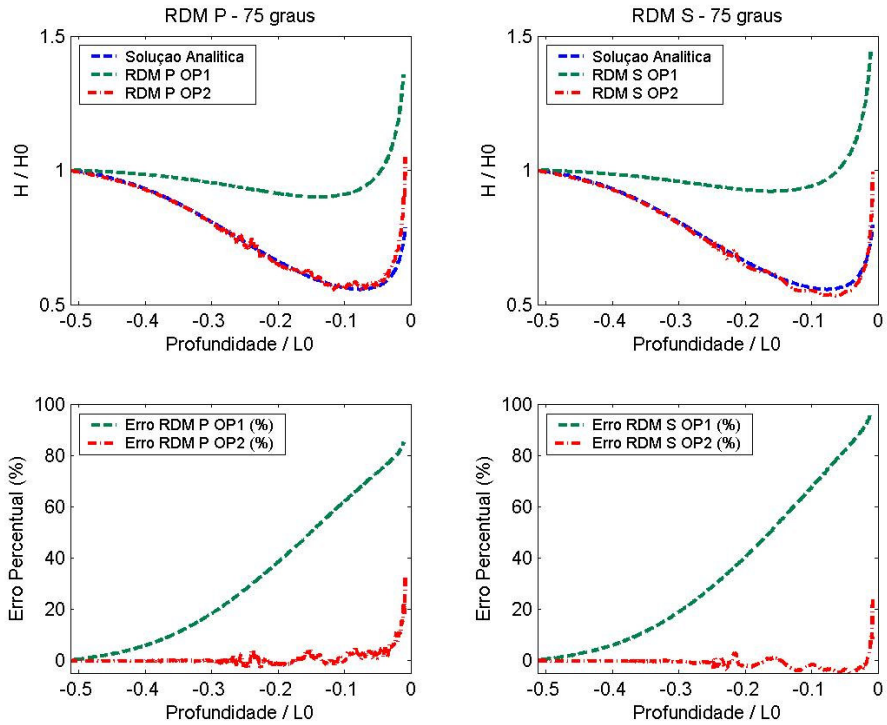


Figura 28 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $75^\circ$  - modelos RDM P e S opções 1 e 2.

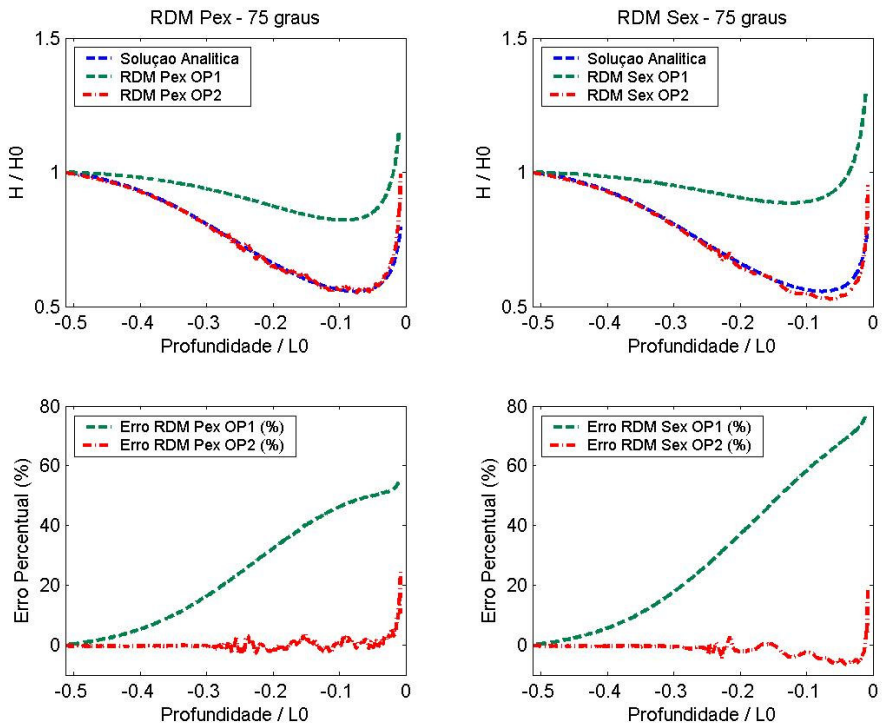


Figura 29 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $75^\circ$  - modelos RDM Pex e Sex opções 1 e 2.

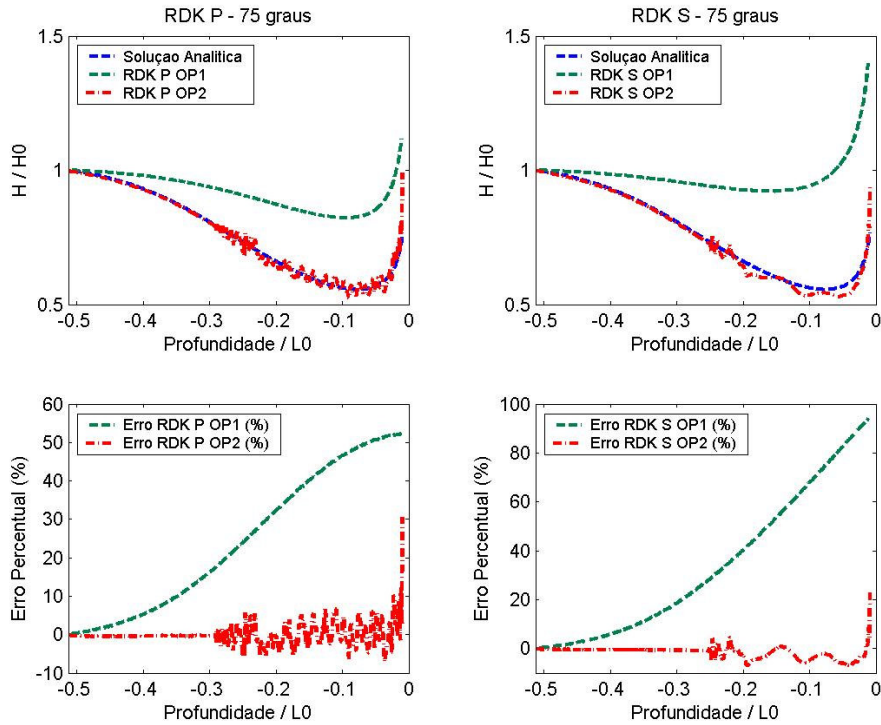


Figura 30 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $75^\circ$  - modelos RDK P e S opções 1 e 2.

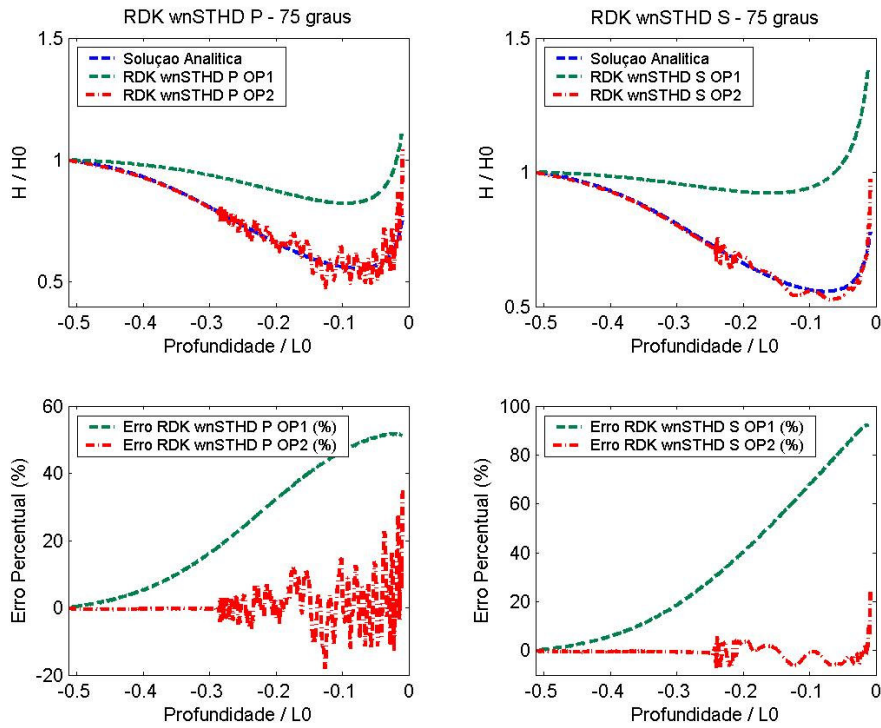


Figura 31 – Cortes de  $H/H_0$  - Ondas incidindo com  $75^\circ$  - modelos RDK wnSTHD P e S opções 1 e 2.

Surpreendentemente, para a segunda opção de grade (opção 2), os cortes de altura de onda aproxima-se bem da solução analítica, a menos da presença marcante de ruído numérico que propagou-se pelo domínio. Os modelos com teoria de Stokes pura (RDK wnSTOK P e S) foram muito ruidosos nesta condição, apresentando erros percentuais máximos com valores entre 300 e 400% como mostra a figura 32. Estes foram descartados de qualquer consideração. Os modelos RDK P e RDK wnSTHD P também foram muito ruidosos na opção 2, com erros brutos da ordem de 10 e 20% respectivamente ao longo do corte, que passaram de 30% em regiões com profundidades rasas. Os modelos RDM P e Pex não tiveram tanto ruído numérico, com erros brutos menores que 5% ao longo de quase todo o corte, aumentando para 30 e 20% respectivamente em águas bem rasas. Mais uma vez é interessante notar que para a aproximação simples na opção 2 os resultados foram surpreendentemente razoáveis a bons para quase todos os modelos, com exceção os puramente de Stokes. O erro bruto se manteve em torno dos 5% ao longo do corte para os modelos lineares RDM S, Sex, RDK S e aumentou para 20% em águas bem rasas. Já para o mais ruidoso e fracamente não-linear RDK wnSTHD S (teoria mista), o erro atingiu valores de 10% ao longo do corte e também aumentou para 20% na profundidade de  $0.025 L_0$ . A tabela 13 mostra os erros estatísticos e os índices relativos de concordância e correlação. Os índices de concordância e correlação tem valores muito bons, inclusive para os mais ruidosos como o RDK wnSTHD P. Isto é incoerente com o que se vê nas figuras de corte de altura de onda versus solução analítica e erro bruto. Este fato pode ser explicado para este caso pelo alto número amostral ( $n$ ). Considerando que o vetor de cálculo sobre uma batimetria rotada de  $75^\circ$  (batimetria bem maior que as demais) tem mais de 1000 pontos de grade, e que a onda só comece a “sentir” o fundo significativamente após um bom trecho da propagação, a primeira parte de águas mais profundas, com maior concordância entre solução analítica e resultado numérico, entra no cálculo estatístico, contribuindo assim para suavizar as diferenças e aumentar valores dos índices estatísticos.

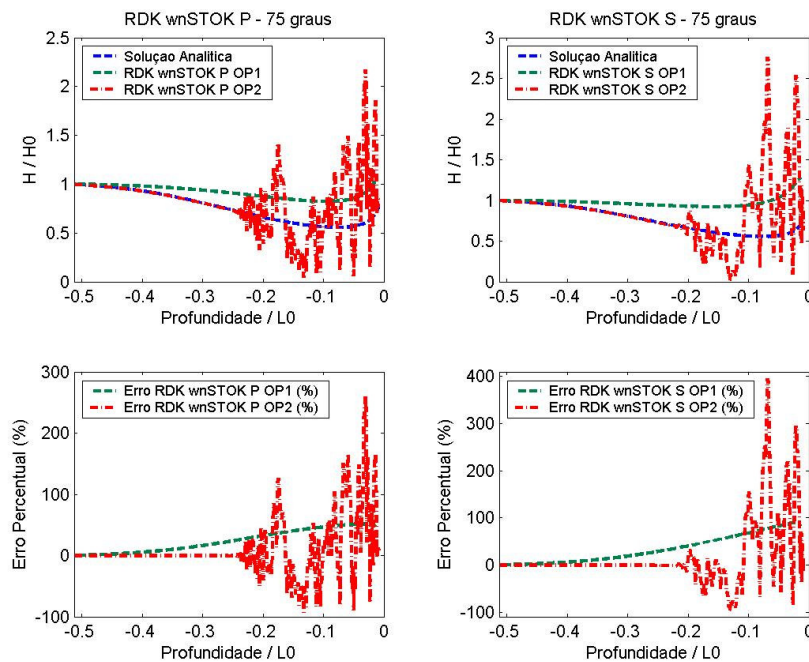


Figura 32 – Cortes de  $H/H_0$  inicialmente incidindo com  $75^\circ$  - modelos RDK wnSTOK P e S opções 1 e 2.

Tabela 13 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos ondas incidindo com 75° - opção 2.

Modelos	n	bias (%)	mae (%)	rmse (%)	$d_2$	$d_1$	r	$r^2$
RDM P	1108	0.50	1.28	2.80	0.9951	0.9648	0.991	0.982
RDM S	1109	-0.95	1.29	1.98	0.9977	0.9656	0.9971	0.9942
RDM Pex	1109	0.12	0.92	1.89	0.9978	0.9747	0.9958	0.9916
RDM Sex	1109	-1.23	1.39	2.01	0.9977	0.963	0.998	0.9961
RDK P	1105	-0.18	1.41	2.21	0.997	0.9617	0.9942	0.9884
RDK S	1106	-1.36	1.62	2.33	0.9969	0.957	0.997	0.994
RDK wnSTHDP	1106	0.28	2.55	4.34	0.9885	0.9301	0.9774	0.9553
RDK wnSTHDS	1107	-0.82	1.47	2.22	0.9971	0.9606	0.9954	0.9909
RDK wnSTOKP	1107	6.21	18.07	35.21	0.5866	0.6067	0.3753	0.1409
RDK wnSTOKS	1107	10.80	22.44	51.08	0.3979	0.5555	0.1485	0.0221

Mesmo com alto valor amostral influenciando sobre o resultado final, destaca-se o desempenho razoável dos modelos na opção 2 de propagação, para ângulos grandes de incidência inicial que excedem muito o limite dos métodos de aproximação parabólica testados no presente trabalho. Também foi visto que quanto maior o ângulo de rotação de grade, maior o ruído numérico propagado para o domínio.

### 3.2.2 Discussão dos resultados

Pôde-se verificar que, com exceção dos modelos simples, os modelos testados apresentaram desempenho razoável para a opção 1 de modelação para ângulos até 45°. Porém a maioria apresentou desempenho bom a muito bom na maior parte dos testes realizados para a opção 2, inclusive com ângulos de 75°. Voltando para a opção 1, observou-se características notáveis no desempenho dos modelos. Um deles é o fato de que todos os modelos parabólicos simples não conseguiram representar com precisão a evolução da altura da onda na rampa para ângulos diferentes de 0°. Este fato foi observado pela primeira vez por Johnson e Poulin (2000), a partir de testes com modelos parabólicos semelhantes aos testados aqui, chamado Mike 21 PMS, baseado nas equações de Kirby (1986 b) e desenvolvido no DHI. Estes autores apontam que o termo de refração é identicamente zero para todos os ângulos se a aproximação simples for usada, devido ao coeficiente  $b_1$  da equação (72) na forma linearizada ser sempre 0. Assim, propagações com ângulos iniciais diferentes de zero não levam em consideração efeitos de refração. Entretanto, passou despercebido por aqueles autores o fato da aproximação simples funcionar muito bem quando usada na segunda opção de grade batimétrica, aspecto curioso sobre o qual não há nenhum artigo na literatura.

Respondendo às perguntas formuladas antes da realização da primeira bateria de testes, chega-se à constatação que a orientação do sistema de coordenadas influencia sim os resultados dos modelos REF-DIF. Essa influência é muito importante no caso da aproximação simples, que não funcionou bem na opção 1 de grade batimétrica e funcionou muito bem na opção 2. Para a Aproximação Padé, a análise dos resultados mostrou que para um ângulo de incidência de até 30°, a precisão dos modelos é praticamente semelhante para as duas opções de grade. Entretanto para ângulos iguais ou maiores a 45°, o comportamento observado para a aproximação simples se manifestou novamente: os resultados da Aproximação Padé foram melhores para a grade na opção 2, resultado que também não foi discutido na literatura e merece investigação minuciosa. Cabe lembrar que os modelos RDK P, wnSTHD P e STOK P trabalharam com margens de erro máximas abaixo dos 5% para a opção 1 e 45° de direção inicial, enquanto que o RDM Pex teve valores máximos abaixo dos 6%.

Resumidamente, tentando responder qual o máximo ângulo aceitável em cada um dos casos, viu-se que, para a grade na opção 1, ondas com ângulos de incidência de  $30^\circ$  são muito bem modeladas pela Aproximação Padé. O erro para ângulos de  $45^\circ$  nessa grade já começa a ser significativo para alguns modelos, sendo o limite máximo de uso para esta opção de modelação. Deve-se ter muito cuidado em considerar o uso destes modelos no limite máximo do ângulo de onda incidente, pois no caso de batimetrias com geometria muito complexa, erros graves podem ser introduzidos na modelação. Na opção batimétrica 2, quase todos os modelos testados com as diferentes aproximações parabólicas (simples e Padé) tiveram resultados muito bons para ângulos de incidência de até  $45^\circ$ , com exceção ao fracamente não-linear puramente de Stokes. Para ângulos até  $60^\circ$  na opção 2, a maioria dos modelos teve desempenho razoável com as duas aproximações, onde o erro máximo ocorreu em águas próximas a rasas e teve influência de forte ruído numérico, principalmente para os modelos de Kirby. Já para a opção 1, ângulos maiores que  $60^\circ$  resultaram em pouca precisão. Para a opção 1, Kirby (1986b) e Johnson e Poulin (2000) indicam que para ângulos maiores que  $45^\circ$ , seria adequado o uso de aproximações parabólicas como as aproximações de Minimax, que não foram testadas neste trabalho. Outra possibilidade seria usar a opção 2, mas nesse caso seria interessante aplicar alguma técnica para diminuir ou eliminar o ruído numérico.

Um fato surpreendente que emergiu dos presentes testes foi o resultado dos modelos REF-DIF parabólicos quando usados na opção 2. A menos da contaminação por ruído numérico, os resultados, inclusive com a aproximação simples, se aproximam muito da solução analítica para ângulos bem grandes. A modelagem de grandes ângulos de propagação, portanto, pode ser viável com os modelos existentes se o ruído numérico puder ser minimizado ou, se possível evitado. Para melhor compreender de onde provem tal ruído no caso em questão, a figura 32 b mostra o campo completo de altura de onda para toda a grade de cálculo, para alguns casos analisados na opção 2.

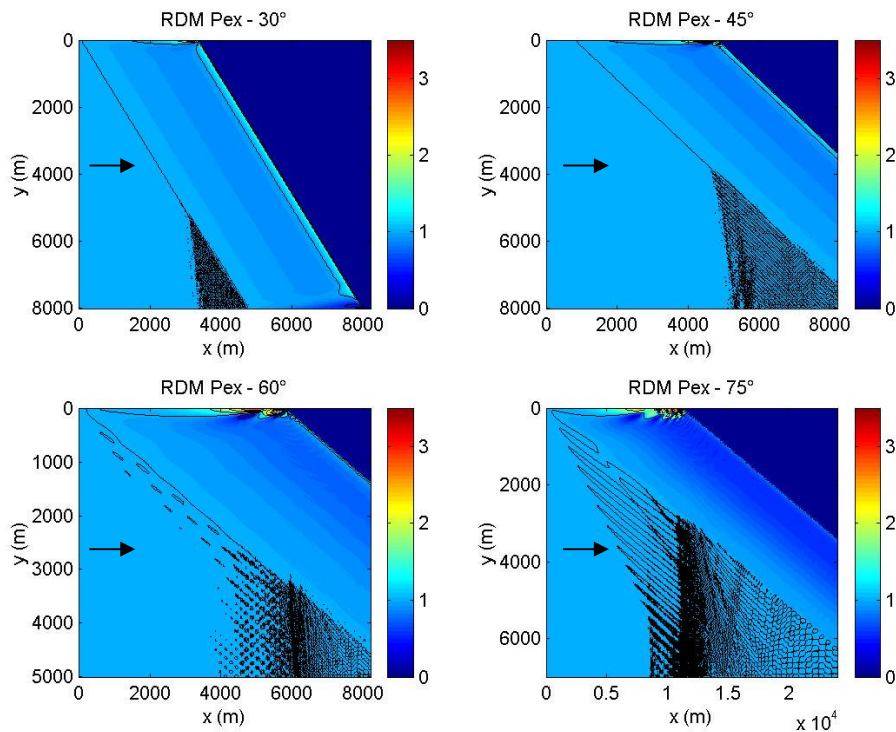


Figura 32b – Campos de altura de onda contaminados com ruído numérico.

Pode-se notar que quanto maior o ângulo de rotação batimétrica maior a propagação do ruído. O ruído surgiu no flanco raso, quando a onda começa a quebrar e consiste de uma oscilação rápida na altura da onda que se propaga rapidamente para todo o domínio a partir do ponto de arrebentação e também do início da rampa. A fonte do ruído parece estar associada a variações bruscas na altura da onda como as que ocorrem quando esta arrebentasse na rampa. Uma possibilidade de amenizar o aparecimento do ruído seria evitar que a onda arrebente, mantendo, por exemplo, uma profundidade constante a partir de certo ponto em águas rasas. Outra possibilidade seria aplicar técnicas de filtragem. Há ainda outros aspectos que também podem causar ruído como as condições de contorno laterais e talvez o desvio de direções da onda. Apesar da importância, esta questão foge do foco deste trabalho e esta sendo investigada na UFSC.

A análise dos testes com modelos lineares mostrou que o desempenho do modelo RDM Pex é comparável com a versão linear de Kirby, além de ser um pouco menos ruidoso. O REF DIF Kirby se mostrou um pouco mais preciso que o Melo em águas mais rasas. Um possível motivo dessa maior precisão pode ser o fato do modelo de Kirby usar o número de onda de referência variável em  $x$  [e.g.  $\bar{k}(x)$ ], enquanto o modelo Melo usa  $k_0 = const$ . Adicionalmente, o modelo Kirby também tem um esquema de interpolação automática que coloca no mínimo 5 pontos de grade por comprimento de onda na grade de cálculos, o que melhora o desempenho em águas bem rasas. Este recurso ainda não foi implementado no modelo Melo, porém testes com espaçamentos bem pequenos mostram uma melhora substancial dos resultados em águas rasas.

Em relação aos erros relativos, notou-se que os índices de concordância entre resultado numérico e solução analítica foram aptos a medir as diferenças, pois apontaram que modelos que apresentaram erros na parte final da propagação tinham metade da concordância possível. Essa metade é representada pela parte do corte na altura de onda que estava em águas profundas e intermediárias e tinha boa concordância com a solução analítica. Nestes mesmos cortes, viu-se que a medida em que ondas interagiam mais significativamente com o fundo, os erros aumentavam e a concordância decaía. Outro aspecto relacionado aos erros relativos foi o fato do *bias* e do *mae* terem os mesmos valores para quase todos os ângulos de onda propagados em batimetrias na opção 1. Isto significa que os modelos na opção 1 tem tendência a superestimar as alturas de onda pelo valor da diferença entre modelo e solução analítica para cada ponto de grade do corte. Em outras palavras, a tendência entre as médias das alturas calculadas pelos mesmos é ser sempre o maior que a média das solução analítica.

Adotou-se analisar estes índices relativos ( $d_1$ ,  $d_2$ ,  $r$  e  $r^2$ ) com 4 casas após a vírgula, já que grandes trechos dos cortes comparados continham poucos erros e entraram no cálculo de performance. A baixa sensibilidade desses índices foi atestada em casos que a melhor performance de um modelo em relação a outro foi definida na terceira casa após a vírgula. Outros exemplos são resultados que claramente continham erros (visualmente mostrados pelas figuras) e se arredondados em duas casas após a vírgula assumiam valor máximo de concordância (1). Após as análises, constatou-se que uma possível forma de se mostrar mais claramente o que é bom e o que é ruim seria definir uma profundidade comum onde os erros comecem ao longo da rampa e fazer a análise estatística a partir deste ponto. Neste caso os valores de uma boa e má acurácia seriam mais distanciados. Para estes casos onde os erros foram maiores, os índices de correlação apontaram valores muito baixos, mostrando a baixa energia explicada em relação à solução analítica. Já para valores baixos de erro, estes índices apontaram forte energia de ondas explicada pela previsão numérica dos modelos em relação à solução analítica.

### 3.3 Parcel de Berkhoff

A segunda bateria de testes com ondas monocromáticas, foi realizada com o experimento hidráulico de Berkhoff *et al.* (1982). Após testar os modelos em situações onde a refração era o processo mais importante, o objetivo principal desta nova bateria de testes foi averiguar o comportamento e o desempenho dos modelos lineares e não-lineares com ambas as aproximações em situações onde processos difrativos e não-lineares tornam-se mais importantes. Estes testes também visaram avaliar como os modelos brasileiros se saíam nesta nova situação.

Para tanto, os resultados numéricos de altura de onda dos modelos “REF DIF Melo e Kirby” foram comparados estatisticamente com dados do experimento, disponibilizados em Dingemans (1997). O experimento consistiu na propagação de ondas monocromáticas em um tanque experimental. A batimetria consistia de um parcel elíptico sobre uma rampa plano-paralela rotada de 20 graus com declividade 1:50 (figura 33). Em uma das extremidades do tanque, onde a profundidade era máxima (0,45 cm), um batedor gerou ondas com alturas iniciais de 4,64 cm e com período de 1 segundo. Na outra extremidade as ondas espalhavam e perdiam energia em uma praia artificial de seixos. O espaçamento do sistema coletor de dados (sensores) foi de 0,25 ou 0,5 m para  $x$  e  $y$ . Como este trabalho é bem divulgado e de fácil acesso na literatura, as fórmulas que descrevem a batimetria não serão disponibilizadas aqui. Para maiores detalhes sobre o experimento ver Berkhoff *et al.* (1982) ou Kirby e Dalrymple (1984).

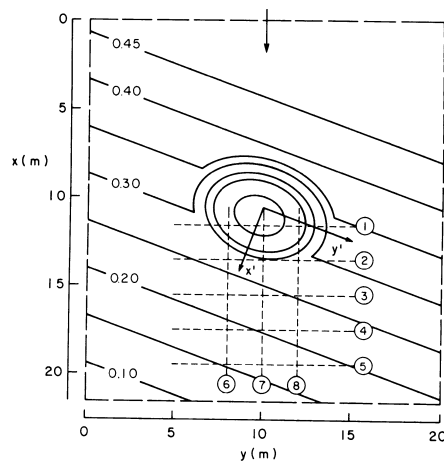


Figura 33 – Batimetria de Berkhoff *et al* (1982) usada para a bateria de testes 2.

A computação dos modelos parabólicos estudados foi realizada com um domínio computacional de 22 x 20 metros, com espaçamento  $dx = dy$ , 0.25 x 0.25 m. As fronteiras laterais foram “transmissivas” na modelagem. Os dados do experimento medidos ao longo dos cortes 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8 (figura 3), foram comparados com os resultados numéricos dos modelos REF-DIF para os mesmos cortes. Para isso foi ajustado o mesmo espaçamento do experimento, no qual as colunas da grade numérica coincidisse com os “transects” de dados. Além da comparação corte por corte, foram feitas comparações com os resultados numéricos de todos os cortes em  $x$  e  $y$  juntos contra todos os dados, para cada modelo. Isto foi feito para aumentar estatisticamente o número de dados e também para se obter uma medida mais geral de desempenho dos modelos, em relação ao domínio, já que os dados existentes restringem-se às posições dos sensores posicionados nos cortes de coleta de dados.



### 3.3.1 Resultados - Cortes de altura de onda - Experimento de Berkhoff

A título de ilustração, a figura 34a mostra o resultado do modelo RDM Pex para o campo de altura de onda e para a posição da superfície. Observa-se nas figuras uma região de amplificação da onda na retaguarda do parcel que, nos modelos de refração simples corresponderia a uma zona de cáustica.

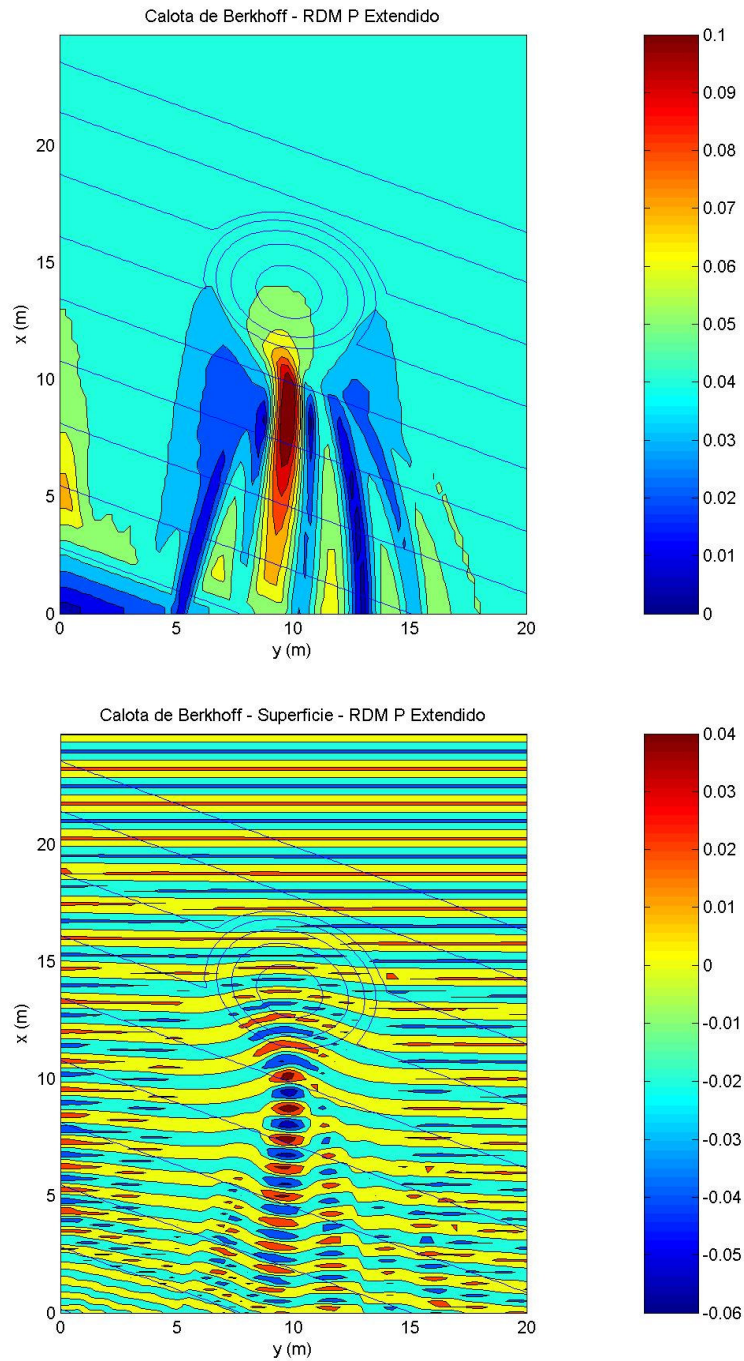


Figura 34a – Campo de alturas e posições da superfície calculadas pelo RDM Pex para o Parcel de Berkhoff.

As análises dos resultados de performance dos modelos REF DIF monocromáticos para o experimento de Berkhoff foram realizadas usando como base cortes individuais de altura de ondas feitos nas seções mostradas na figura 33. Os cortes paralelos ao eixo  $x$  de propagação representam locais de medições de altura de onda. A onda começa a se propagar na parte superior da grade e vai passando pelos locais onde posicionaram os sensores, do 1 ao 5. Os cortes paralelos ao eixo  $y$  da grade mostram a altura da onda vista de perfil, e vão do 6 ao 8 nas posições representadas na figura 33.

Para as aproximações simples e Padé, os resultados do corte 1 são mostrados na figura 34b e as comparações estatísticas expressas na tabela 14. A partir daqui os índices de correlação  $r$  e  $r^2$  foram desconsiderados, visto que o número amostral ( $n$ ) de cada corte é bem pequeno e o índice de concordância  $d_1$  junto com sua versão quadrática  $d_2$  são capazes de passar uma informação consistente sobre o desempenho dos modelos.

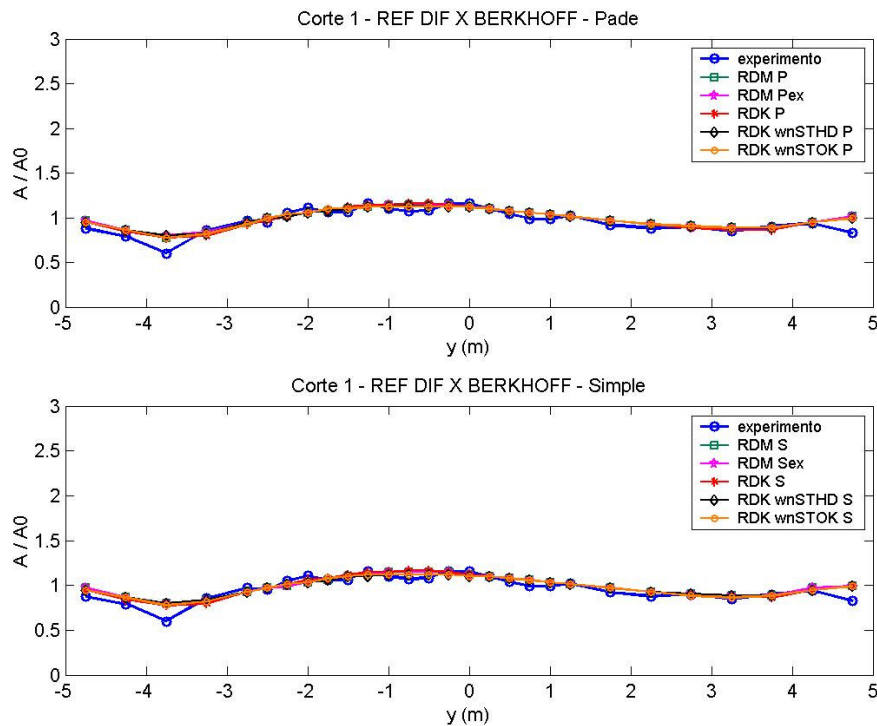


Figura 34b – Resultados dos modelos para o corte 1 na batimetria de Berkhoff, aproximação Padé e simples.

Tabela 14 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para experimento de Berkhoff – Corte 1.

Modelos	$n$	$bias$ (%)	$mae$ (%)	$rmse$ (%)	$d_2$	$d_1$
RDM P	28	3.04	4.88	6.53	0.9212	0.7555
RDM S	28	2.72	5.06	6.70	0.914	0.741
RDM Pex	28	3.12	4.96	6.80	0.9142	0.7506
RDM Sex	28	2.72	5.06	6.70	0.914	0.741
RDK P	28	2.57	5.00	6.48	0.9279	0.7598
RDK S	28	1.62	4.72	6.26	0.9295	0.7677
RDK wnSTHDP	28	2.65	4.80	6.42	0.921	0.7566
RDK wnSTHDS	28	2.1739	4.8273	6.4999	0.9151	0.75
RDK wnSTOKP	28	2.5669	4.7204	6.1426	0.9291	0.7634
RDK wnSTOKS	28	2.0168	4.7613	6.2281	0.9262	0.7593

Para o corte em  $x$  número 1, os índices de concordância e os erros percentuais mostraram valores bem semelhantes. Estes indicaram uma boa concordância entre os resultados numéricos e dados para todos os modelos e aproximações de uma maneira geral, o que pode ser visualizado na figura 34. As alturas de onda não cresceram muito neste corte, sobre o parcel, se comparadas ao corte 2 (figura 35). Para este “transect”, gradientes transversais de alturas de onda já começam a se mostrar mais intensos e o desempenho dos modelos Kirby fracamente não-lineares foi melhor em relação aos demais, principalmente se comparado com as mesmas versões lineares (RDK P e S). Já os modelos lineares Melo tiveram um desempenho semelhante aos de Kirby não-lineares, porém um pouco pior. Observou-se também boa performance da aproximação simples para o corte 2, visualizável na figura 35 com certa dificuldade devido aos vários cortes superpostos dos diferentes modelos testados. Porém os índices e erros mostrados na tabela 15 corroboram com estas constatações.

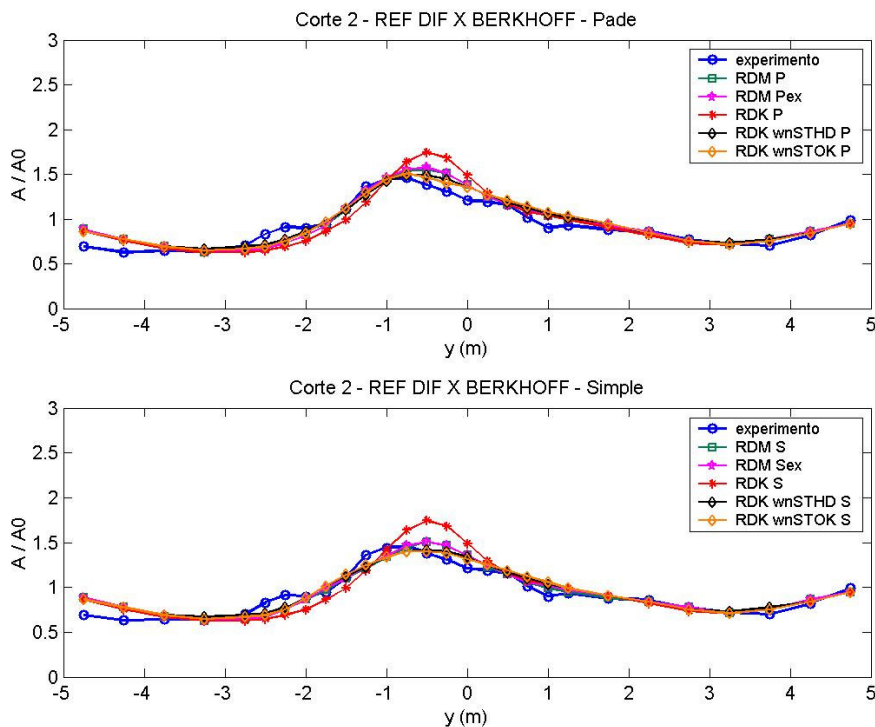


Figura 35 – Resultados dos modelos para o corte 2 na batimetria de Berkhoff, aproximação Padé e simples.

Tabela 15 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para experimento de Berkhoff – Corte 2.

Modelos	n	bias (%)	mae (%)	rmse (%)	$d_2$	$d_1$
RDM P	28	3.21	7.98	10.35	0.9646	0.828
RDM S	28	1.22	7.10	9.41	0.9678	0.8403
RDM Pex	28	3.69	8.11	10.52	0.9641	0.8265
RDM Sex	28	1.86	7.29	9.40	0.9684	0.837
RDK P	28	3.05	11.59	15.534	0.9309	0.7646
RDK S	28	0.82	9.47	12.48	0.9493	0.7972
RDK wnSTHDP	28	3.61	7.26	9.01	0.9712	0.8389
RDK wnSTHDS	28	2.10	6.90	8.56	0.9716	0.8421
RDK wnSTOKP	28	3.45	7.43	9.23	0.9701	0.8385
RDK wnSTOKS	28	1.78	6.97	8.70	0.9711	0.8429

De uma maneira geral, todos os modelos testados tiveram desempenho muito bom para o corte 2. Para o corte 3 a maior acurácia observada para os modelos fracamente não-lineares se mostra mais evidente junto com o aumento do gradiente lateral de alturas de onda. A figura 36 mostra essa superioridade, como também a maior habilidade do RDK não-linear de prever os “lóbulos laterais” de altura de onda (que acompanham a maior focalização do centro do corte) se comparados aos modelos lineares. Isto ocorre principalmente com modelos com a aproximação de Padé.

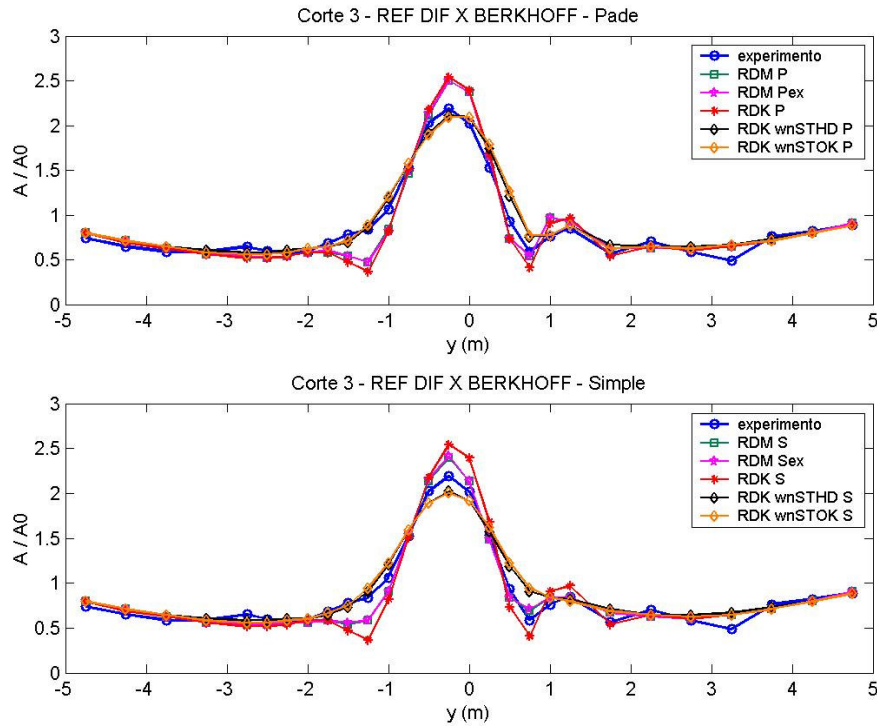


Figura 36 – Resultados dos modelos para o corte 3 na batimetria de Berkhoff, aproximação Padé e simples.

Para esta última aproximação (Padé), os modelos lineares superestimaram as alturas no centro do corte, enquanto os modelos não-lineares fizeram uma melhor previsão dos dados experimentais. Para a aproximação simples, a superestimação das alturas máximas continuou ocorrendo nos modelos lineares, enquanto que os não-lineares subestimaram os valores. Os índices de concordância e erros relativos da tabela 16 dão uma idéia melhor de performance do que constatações visuais. Interessante observar que os modelos lineares com aproximação simples (destaque para o RDM S e Sex), tiveram menor erro e maior concordância com os dados que os lineares com aproximação Padé. Modelos com aproximação simples tiveram desempenho estatístico comparável aos não-lineares com ambas aproximações. De uma maneira geral todos os modelos continuaram a ter um bom desempenho para este corte. Outra característica geral observada para a propagação é que a energia de onda não se focalizou exatamente acima da “calota elíptica” de Berkhoff, mas foi focalizada na área do domínio atrás do parcel, após passar pelo mesmo.

Para o corte 4 ocorreu uma intensificação no gradiente de alturas laterais, conforme mostra a figura 37. As diferenças entre os modelos lineares e os não lineares aumentaram em relação ao corte 3. Isto mostrou que processos não-lineares vão tornando-se mais importantes do corte 1 para os demais e que os modelos não-lineares

Tabela 16 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para experimento de Berkhoff – Corte 3.

Modelos	n	bias (%)	mae (%)	rmse (%)	$d_2$	$d_1$
RDM P	28	-0.29	12.59	16.73	0.9778	0.847
RDM S	28	-0.96	9.14	11.68	0.9882	0.8843
RDM Pex	28	-0.12	12.59	16.84	0.9776	0.8473
RDM Sex	28	-0.62	9.31	11.84	0.988	0.8822
RDK P	28	-1.47	13.89	19.23	0.9719	0.8363
RDK S	28	-2.06	10.13	14.28	0.9833	0.8762
RDK wnSTHDP	28	4.09	8.08	10.73	0.9891	0.8945
RDK wnSTHDS	28	3.42	8.95	12.04	0.9851	0.8789
RDK wnSTOKP	28	4.00	8.73	12.18	0.986	0.8871
RDK wnSTOKS	28	3.50	9.60	13.23	0.9823	0.872

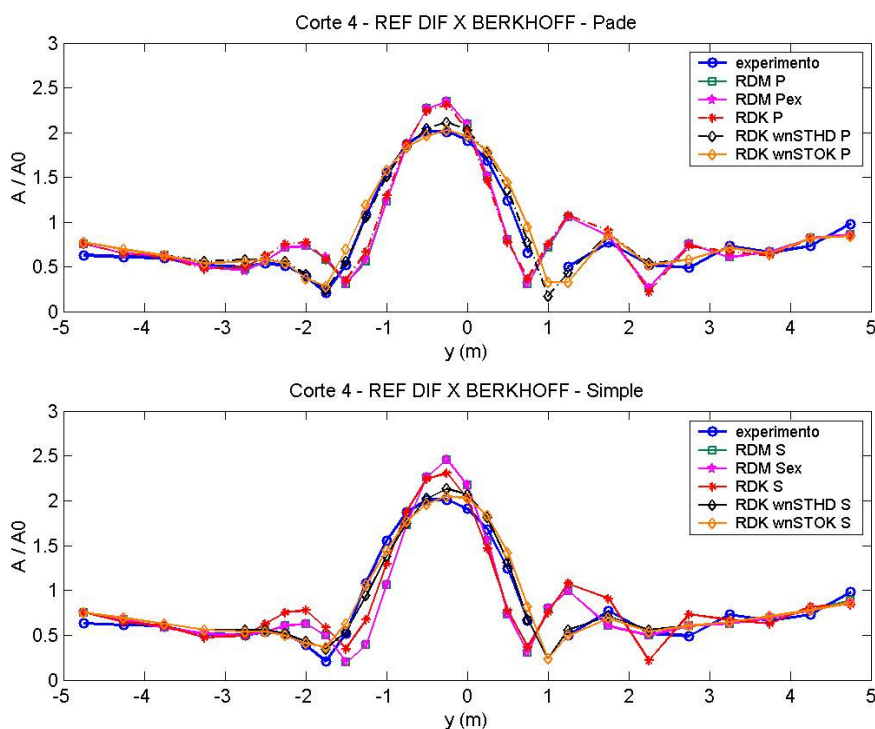


Figura 37 – Resultados dos modelos para o corte 4 na batimetria de Berkhoff, aproximação Padé e simples.

Tabela 17 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para experimento de Berkhoff – Corte 4.

Modelos	n	bias (%)	mae (%)	rmse (%)	$d_2$	$d_1$
RDM P	27	1.19	22.44	28.50	0.9454	0.773
RDM S	27	-2.52	22.61	30.55	0.9392	0.7773
RDM Pex	27	1.28	22.53	28.47	0.9455	0.7719
RDM Sex	27	-2.61	22.70	30.59	0.9391	0.7766
RDK P	27	2.25	21.89	27.57	0.9476	0.775
RDK S	27	-1.82	21.72	28.71	0.9451	0.7842
RDK wnSTHDP	27	4.45	7.28	8.48	0.9951	0.9268
RDK wnSTHDS	27	2.86	8.49	10.03	0.993	0.9139
RDK wnSTOKP	27	5.16	8.94	11.67	0.9905	0.9101
RDK wnSTOKS	27	3.66	8.44	10.19	0.9927	0.9147

são mais aptos a prever o processo físico da focalização de energia nestas condições. Os índices relativos de concordância suportam esta constatação, o que é bem evidente se olharmos principalmente o não-quadrático  $d_1$ . Os menores erros absoluto e quadrático médio dos modelos fracamente não-lineares também atestam as melhores performances destes. Para este corte, os modelos lineares tiveram poucas diferenças de desempenho entre si, acontecendo o mesmo para os não-lineares. De uma maneira geral, o desempenho foi bom e ótimo respectivamente para estas duas categorias de modelos parabólicos (lineares e não-lineares) e o melhor desempenho ocorreu para modelos com aproximação de Padé. Cabe ressaltar a falta de dados em um ponto amostral deste corte 4 devido a uma falha ocorrida no experimento. Este ponto localiza-se em + 1 m em  $y$  e entrou no cálculo estatístico como um “NaN”, o que pode colaborar com alguma pequena distorção nos resultados. Porém não invalida os mesmos, pois a estatística computacional foi realizada através de rotinas aptas a lidar com tal situação. O melhor desempenho para este corte foi obtido pelo RDK wnSTHD P, de teoria mista.

Para o corte 5, a focalização no centro do corte diminui em relação ao corte 4, mas ainda existe um gradiente transversal bem definido de alturas de onda, com cavas e cristas secundárias ocorrendo na direção  $y$ , lateralmente à focalização central. Mais uma vez a maior habilidade dos modelos fracamente não-lineares de prever a distribuição de alturas ao longo deste corte se faz presente, com melhor precisão que as versões lineares em ambas aproximações parabólicas (figura 38). Observando os índices apontados na tabela 18, constata-se que ambos os valores de  $d_1$  e  $d_2$  mostram uma grande diferença de performance entre os mesmos. Os erros relativos percentuais  $mae$  e  $rmse$  também mostram claramente essa diferença e a melhor precisão dos modelos não-lineares. Destaque para a melhor performance dos modelos lineares com aproximação Simple em relação aos com aproximação Padé, conforme já observado para o corte 3. O modelo de melhor desempenho foi novamente o fracamente não-linear RDK wnSTHD P.

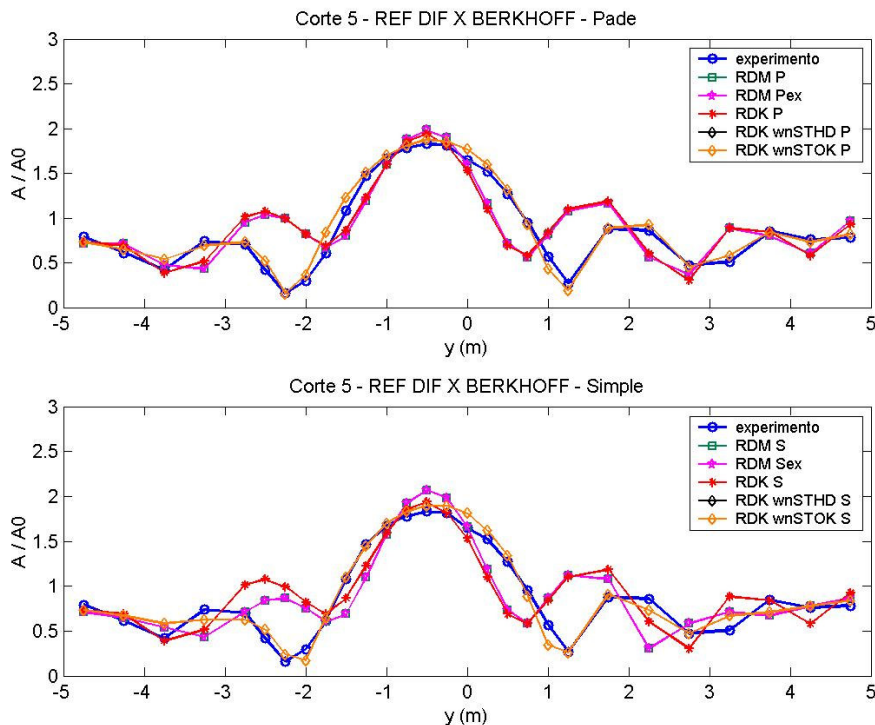


Figura 38 – Resultados dos modelos para o corte 5 na batimetria de Berkhoff, aproximação Padé e simples.

Tabela 18 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para experimento de Berkhoff – Corte 5.

Modelos	n	bias (%)	mae (%)	rmse (%)	$d_2$	$d_1$
RDM P	28	6.47	29.79	38.02	0.8509	0.6364
RDM S	28	3.20	28.32	36.72	0.8672	0.664
RDM Pex	28	6.38	29.71	37.96	0.8515	0.6378
RDM Sex	28	3.20	28.32	36.72	0.8672	0.664
RDK P	28	6.38	29.29	38.43	0.844	0.6385
RDK S	28	3.95	27.82	36.52	0.8635	0.6636
RDK wnSTHDP	28	3.62	6.79	8.68	0.9938	0.9258
RDK wnSTHDS	28	1.19	8.72	10.51	0.9912	0.9069
RDK wnSTOKP	28	5.54	9.73	14.54	0.9816	0.8925
RDK wnSTOKS	28	2.95	9.63	11.94	0.9881	0.8961

Para os cortes em y, observando os resultados de altura no corte 6, reafirma-se a melhor precisão dos modelos não-lineares. Novamente estes modelos foram mais capazes de prever o comportamento do campo de ondas atrás do parcel elíptico para as duas aproximações parabólicas testadas, conforme mostra a figura 39. Os modelos lineares não conseguiram prever uma cava formada em 8 metros a partir do início do corte, apresentando erros bem maiores e valores de concordância muito inferiores aos modelos com fraca não-linearidade, como pode ser visto na tabela 19. Mais uma vez a melhor performance geral para o corte ficou com o RDK wnSTHD P, mostrando eficácia da “teoria mista” implementada para estes modelos parabólicos nesta situação de modelação. Outro fato que ocorreu novamente foi a maior concordância e menores erros para modelos lineares com aproximação simples no corte 6, padrão que continuou acontecendo também para o corte 7 (figura 40), como pode ser confirmado pelos valores expostos na tabela 20.

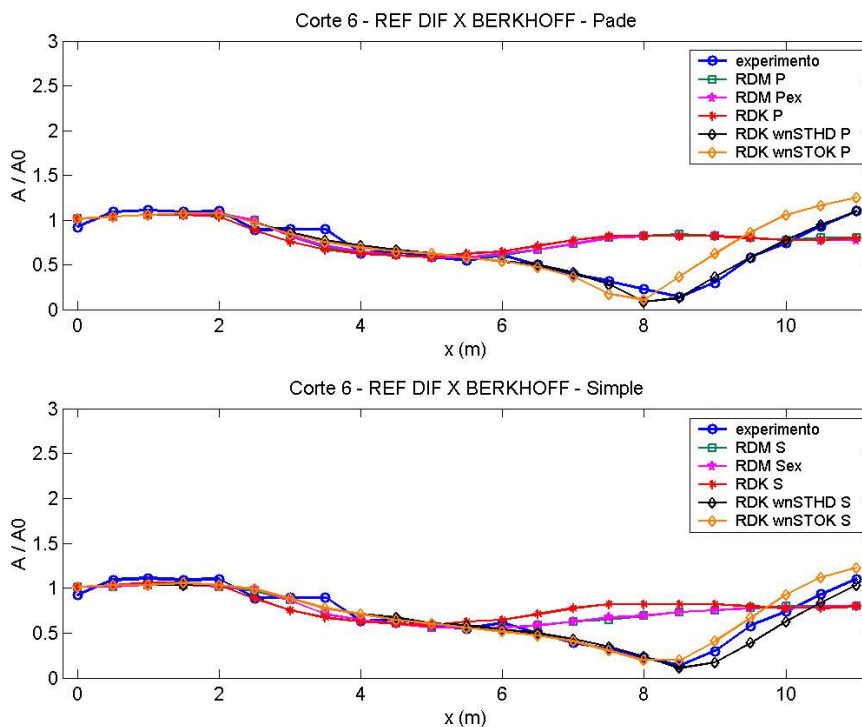


Figura 39 – Resultados dos modelos para o corte 6 na batimetria de Berkhoff, aproximação Padé e simples.

Tabela 19 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para experimento de Berkhoff – Corte 6.

Modelos	n	bias (%)	mae (%)	rmse (%)	$d_2$	$d_1$
RDM P	23	14.25	26.25	38.68	0.6494	0.5485
RDM S	23	9.34	22.67	31.88	0.7433	0.603
RDM Pex	23	14.25	26.17	38.46	0.6503	0.5461
RDM Sex	23	9.48	22.80	32.10	0.7395	0.5997
RDK P	23	13.72	27.37	39.43	0.6215	0.5163
RDK S	23	9.08	23.53	32.82	0.7158	0.5781
RDK wnSTHDP	23	-0.60	6.50	8.42	0.9902	0.9113
RDK wnSTHDS	23	-4.18	9.24	11.27	0.9819	0.8736
RDK wnSTOKP	23	6.69	15.84	21.03	0.9389	0.7896
RDK wnSTOKS	23	3.25	9.98	12.42	0.9784	0.866

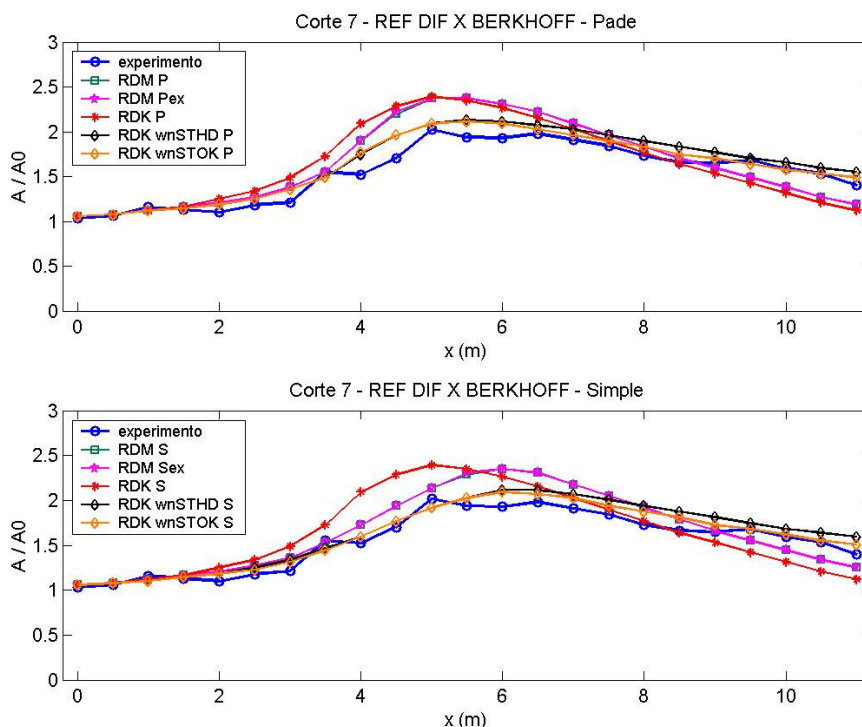


Figura 40 – Resultados dos modelos para o corte 7 na batimetria de Berkhoff, aproximação Padé e simples.

Tabela 20 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para experimento de Berkhoff – Corte 7.

Modelos	n	bias (%)	mae (%)	rmse (%)	$d_2$	$d_1$
RDM P	23	6.18	11.65	14.84	0.9078	0.7276
RDM S	23	6.18	9.99	12.251	0.9343	0.7595
RDM Pex	23	6.24	11.71	14.97	0.9064	0.7265
RDM Sex	23	6.24	10.06	12.36	0.9334	0.7583
RDK P	23	6.12	13.54	17.25	0.8731	0.6854
RDK S	23	5.81	11.53	13.62	0.918	0.7249
RDK wnSTHDP	23	6.42	7.00	8.27	0.9651	0.8207
RDK wnSTHDS	23	5.63	7.02	7.98	0.9666	0.818
RDK wnSTOKP	23	4.48	5.39	7.00	0.9736	0.8563
RDK wnSTOKS	23	3.51	5.02	5.79	0.9816	0.8645



Para este corte (7), o desempenho dos modelos lineares foi mais próximo dos não-lineares, embora estes últimos tiveram performance melhor. Neste caso, os modelos não-lineares com teoria pura de Stokes tiveram melhor performance, seguidos dos modelos de teoria mista. Já para o corte 8, ilustrado na figura 41, as melhores performances foram dos não-lineares RDK wnSTOK S e RDK wnSTHD S respectivamente, conforme mostrado na tabela 21. Para a aproximação Padé, as concordâncias tiveram valores semelhantes e os melhores resultados dos modelos não-lineares com aproximação Simples não se repetiram para as versões lineares.

Uma segunda maneira de se analisar estatisticamente os resultados foi juntar todos os resultados computacionais e comparar “globalmente” com todos os dados do experimento. A intenção foi aumentar o número amostral (n), ampliando a percepção de desempenho em relação ao domínio e assim poder apontar o modelo com melhor performance geral.

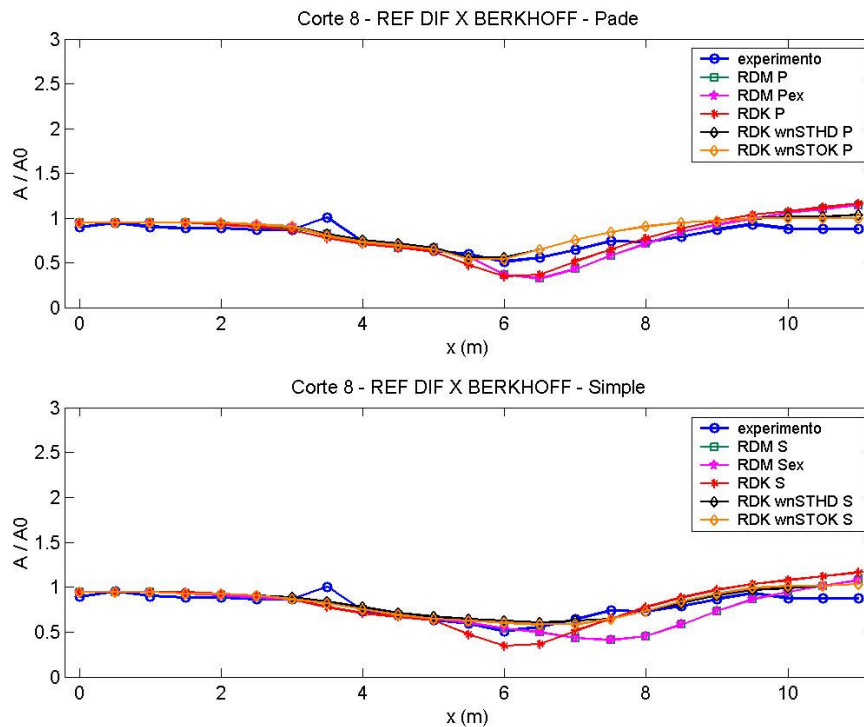


Figura 41 – Resultados dos modelos para o corte 8 na batimetria de Berkhoff, aproximação Padé e simples.

Tabela 21 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para experimento de Berkhoff – Corte 8.

Modelos	n	bias (%)	mae (%)	rmse (%)	$d_2$	$d_1$
RDM P	23	0.58	11.64	15.55	0.8729	0.697
RDM S	23	-4.60	11.68	16.71	0.8245	0.6801
RDM Pex	23	0.82	11.87	15.62	0.8724	0.6928
RDM Sex	23	-4.60	11.68	16.71	0.8245	0.6801
RDK P	23	1.76	12.57	16.09	0.8667	0.6768
RDK S	23	-3.54	10.90	15.73	0.8483	0.7027
RDK wnSTHDP	23	7.87	10.30	12.21	0.877	0.6835
RDK wnSTHDS	23	4.23	7.28	9.28	0.9239	0.7669
RDK wnSTOKP	23	6.70	9.63	11.78	0.886	0.7044
RDK wnSTOKS	23	3.52	7.37	9.70	0.9229	0.7726

Tabela 22 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos para experimento de Berkhoff – Geral.

Modelos	n	bias (%)	mae (%)	rmse (%)	$d_2$	$d_1$
RDM P	208	4.09	15.18	22.24	0.9392	0.7778
RDM S	208	1.95	13.89	20.76	0.9472	0.7983
RDM Pex	208	4.22	15.23	22.26	0.9392	0.7772
RDM Sex	208	2.09	13.97	20.82	0.947	0.7974
RDK P	208	4.03	16.23	23.41	0.933	0.7643
RDK S	208	1.80	14.39	21.09	0.9455	0.7921
RDK wnSTHDP	208	4.19	7.14	9.12	0.99	0.8968
RDK wnSTHDS	208	2.56	7.55	9.52	0.9889	0.8907
RDK wnSTOKP	208	4.62	8.23	11.28	0.9841	0.8803
RDK wnSTOKS	208	3.00	7.46	9.59	0.9884	0.8914

A tabela 22 mostra a performance geral dos modelos, onde o RDK wnSTHD P foi o modelo de melhor desempenho para a propagação sobre a calota, de acordo com quase todos os índices, seguido de perto pelas outras versões não-lineares. Observando os valores dos erros e índices de concordância, confirma-se o melhor desempenho geral dos modelos lineares com aproximação simples em contrapartida aos modelos com aproximação Padé. Porém, para a versão linear, todos os modelos com ambas as aproximações parabólicas obtiveram performance semelhante. Este fato ocorreu também para os não-lineares, que trabalharam sempre em um patamar mais alto de precisão.

### 3.3.2 Discussão dos resultados

Após esta bateria de testes com modelos monocromáticos, ficou clara a superioridade geral dos modelos parabólicos de Kirby fracamente não-lineares. Isto já tinha sido observado antes, conforme mostrado por Kirby e Dalrymple (1984). Porém, um maior detalhamento das diferenças entre as duas opções existentes do modelo de Kirby fracamente não-linear (puramente Stokes e teoria mista) não existe na literatura. Foi possível evidenciar uma boa performance para os modelos de teoria mista (RDK wnSTHD) e também desempenho semelhante para modelos com teoria pura de Stokes, neste caso da calota de Berkhoff. Para o corte 1, este melhor desempenho não foi evidente, fato que os autores acima citados creditam na incapacidade das equações parabólicas não-lineares em prever a rápida focalização inicial de maneira mais realística. Estes autores ainda comentam que as discrepâncias entre os resultados dos modelos são largamente explicadas pelos efeitos de processos não-lineares ignorados pelos modelos lineares, ao invés de imprecisões na técnica de modelagem. Kirby e Dalrymple calcularam o número de Ursell no campo de ondas no início da propagação, no topo do parcel de Berkhoff e na região de máximas alturas na zona de focalização, achando valores de 0.014, 0.29, e 0.213 respectivamente. Os valores no topo do parcel e no campo de ondas representam efeitos não-lineares não muito fortes, porém estes efeitos não são desprezíveis, corroborando para a melhor performance dos modelos fracamente não-lineares.

Em relação às duas aproximações parabólicas testadas, Dingemans (1997) já apontava a leve melhor atuação da aproximação simples para testes realizados com modelos parabólicos com este mesmo experimento hidráulico, feitos na Holanda. Dingemans, que também testou modelos não-lineares contra lineares, aponta que esse resultado não deve ser considerado muito importante, pois para condições reais de mar a aproximação de Padé dava resultados mais precisos. Os testes feitos em rampas planas

mostraram claramente a boa performance geral dos modelos com aproximação simples em rampas rotadas (opção 2). Um detalhe curioso que pode estar colaborando para o bom desempenho da aproximação simples no teste de Berkhoff é o fato do parcel elíptico estar posicionado sobre uma rampa plana rotada de 20°. Ou seja, o experimento foi realizado num arranjo que corresponde a grade na opção 2.

Pode-se dizer também que, embora não tão precisos quanto os não-lineares, os modelos lineares tiveram um desempenho bom e aceitável para este teste. Chawla (1995) também reforça que, para este experimento, a profundidade do topo do parcel não era muito rasa e as ondas sobre o mesmo eram fracamente não-lineares, com baixo número de Ursell. Este fato corrobora com a boa performance das versões lineares testadas e com o fato de que a deformação e focalização do campo de ondas ocorreram após a propagação sobre o parcel, e não exatamente sobre o mesmo.

Outra interpretação possível desta boa performance dos modelos lineares é a capacidade destes de lidar com processos onde a difração é mais importante. Este fato mostra que para certas situações os modelos parabólicos REF-DIF são otimizados, lembrando que os mesmos tem mais dificuldade de tratar processos de refração, principalmente quando a onda já entra na grade com um ângulo, conforme a observação feita por Johnson e Poulin (2000) para os testes com rampas na opção 1. Através deste experimento (Berkhoff), não foi possível notar grandes melhoras dos lineares RDM P e S em relação aos mais recentemente modificados RDM Pex e Sex, como foi claramente visto para as rampas planas. O desempenho dos modelos de Melo foi semelhante para cada aproximação parabólica usada. Porém ficou claro o desempenho semelhante e em alguns casos até melhor que os modelos lineares RDK P e S. Com os resultados das rampas planas e do experimento de Berkhoff atestou-se a qualidade do modelo RDM, que apesar de não ter artifícios extras, como o sub-espacamento automático de grade de cálculo em  $x$ , é comparável ao REF-DIF Kirby. Melhoramentos, como um sub-espacamento automático, estão sendo implementados para aperfeiçoar a versão Melo de modelos REF DIF.

## Capítulo 4 – Aplicações do Modelo REF-DIF Espectral Sobre Parcéis Idealizados

A partir deste capítulo, os modelos monocromáticos são deixados de lado e o foco passa a ser no modelo REF DIF parabólico espectral de Kirby e Özkan (1994) denominado de REF-DIF S.

### 4.1 Experimento de Chawla

Para a primeira bateria de testes espectrais (i.e. ondas irregulares), o experimento de Chawla *et al.* (1998) foi modelado numericamente com os modelos espectrais RDK linear e os fracamente não-lineares RDK wnSTHD e RDK wnSTOK para as aproximações Padé e simples, opções do pacote REF DIF S versão 1.2. A análise do desempenho de cada modelo foi feita, como anteriormente, através da comparação estatística dos resultados de altura significativa de onda com os dados medidos por Chawla (1995). Os resultados desta seção complementam o trabalho de Chawla (1995), uma vez que esse autor usou apenas a versão linear com aproximação Padé.

Ondas irregulares foram geradas e propagadas sobre um fundo horizontal que continha um parcel esférico (figura 42a). O tanque tinha aproximadamente 18 x 18,2 metros, com um baterdor de ondas tridimensional em uma extremidade e dissipação de energia forçada por uma praia artificial de seixos no outro extremo. O centro do parcel foi colocado em  $x = 5$  m e  $y = 8,98$  m. A equação do perímetro do parcel é dada por:

$$(x-5)^2 + (y-8.98)^2 = (2.57)^2 \quad (99)$$

e a batimetria é dada por:

$$z = -(h+8.73) + \sqrt{82.81 - (x-5)^2 - (y-8.98)^2} \quad (100)$$

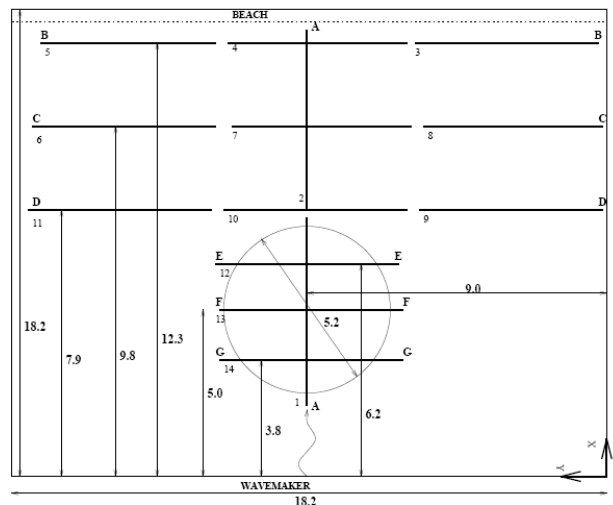


Figura 42a – Batimetria de Chawla *et al* (1995) usada para a bateria de testes espectrais 1.

Onde  $h$  é a profundidade fora do parcel. A profundidade mínima no topo do parcel é de 3 cm e a profundidade do fundo plano 40 cm. Através de uma régua móvel contendo 10 sensores de capacitância, dados de  $H_s$  foram medidos para diferentes testes espectrais, com posições localizadas sobre os cortes A-A, B-B, C-C, D-D, E-E, F-F e G-G (figura 42). A propagação, como mostra essa figura, começa na parte inferior do corte, com cristas de onda paralelas ao eixo  $x$  da grade, passando primeiramente por G-G, depois F-F, E-E, D-D, C-C e B-B. De D-D a B-B, a coleta de dados foi maior do que de F-F a E-E, onde só foram medidos cortes em cima do parcel. O corte A-A foi o único em  $y$  constante e posiciona-se bem no meio da grade numérica. No presente trabalho, os testes números 5 e 6 de Chawla *et al.* (1998) foram computacionalmente reproduzidos e os resultados numéricos de  $H_s$  ao longo dos cortes foram comparados estatisticamente com os dados. Além da comparação corte por corte também foi efetuada uma comparação de modelos usando todos os cortes juntos, conforme realizado anteriormente para o parcel de Berkhoff, porém usando altura significativa agora.

O estado de mar espectral foi gerado e discretizado através do código Specgen.for, usando uma espectro TMA de espalhamento em frequência (Bouws *et al.*, 1985) dado por:

$$E(f, h) = \alpha g^2 (2\pi)^{-4} f^{-5} \exp(-5/4(f/f_p)^{-4}) \exp[\ln(\gamma) \exp(-(f-f_p)^2 / 2\sigma^2 f_p^2)] \Phi(\omega) \quad (101)$$

onde  $f_p$  é a frequência de pico,  $\omega$  a frequência angular ( $\omega = 2\pi f$ ),  $\alpha$  é uma constante linear que pode ser escalonada para se obter a energia ( $H_s$ ) desejada,  $\gamma$  é o fator que determina o espalhamento espectral em frequência,  $\sigma$  depende da frequência  $f$ :

$$\sigma = \begin{cases} 0.07 & f \leq f_p \\ 0.09 & f \geq f_p \end{cases} \quad (102a)$$

e  $\Phi$  é dado por:

$$\Phi = \begin{cases} 0.5 \omega^2 & \omega \leq 1 \\ 1.0 & \omega \geq 2 \\ 1 - 0.5(2 - \omega)^2 & 1 < \omega < 2 \end{cases} \quad (102b)$$

O espalhamento direcional foi obtido através de uma função de espalhamento direcional fechada normal (Borgman, 1984) dada por:

$$D(\theta) = \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^j \left\{ \exp\left[-\frac{(j\sigma_m)^2}{2}\right] \cos j(\theta - \theta_m) \right\} \quad (103)$$

onde  $\theta_m$  é a direção média de onda,  $j$  é o número de termos na série e  $\sigma_m$  é o parâmetro que determina a largura do espalhamento direcional. Trata-se de uma formulação de similaridade espectral deduzida a partir de um espectro Pierson-Moskowitz contendo termos de dissipação de energia relacionados com a profundidade, para águas intermediárias a rasas. Estas fórmulas de similaridade espectral foram

testadas com dados de 3 grandes experimentos (Texel, Marsen e Arsloe) em águas intermediárias e rasas, realizados no Mar do Norte e no Oceano Atlântico. Para maiores informações sobre o experimento ver Bouws *et al.* (1985) e para uma revisão teórica completa sobre o espectro TMA ver Hughes (1984).

Os espectros TMA têm diferentes espalhamentos direcionais, estreito no caso 5 ( $\pm 11^\circ$ ) e largo no 6 ( $\pm 45^\circ$ ), conforme o parâmetro  $\sigma_m$ . O espalhamento em frequência foi fixado com o mesmo valor  $\gamma_m = 10$  e a direção média espectral  $\theta_m = 0$  (figura 42b). As características de onda estão na tabela 23a.

Tabela 23a – Características dos espectros 5 e 6 de Chawla *et al.* (1998) modelados no presente trabalho.

Teste	$H_0$ (Hs inicial - cm)	$T_p$ (s)	$\gamma_m$	$\sigma_m$	$\theta_m$	Discretização em Frequência (bins)	Discretização em Direção (bins)
5	2.33	0.73	10	5	0	30	30
6	2.49	0.71	10	20	0	30	30

Embora o espaçamento  $dx$  e  $dy$  utilizado no referido trabalho não foi divulgado, os espaçamentos de grade batimétrica e de cálculo computacional, atribuídos no trabalho atual foram de 10 x 10 cm para  $x$  e  $y$ . As fronteiras laterais foram configuradas fechadas, conforme o trabalho original. Em ambos os casos ocorre quebra de onda no topo do parcel, visto que todos os testes espectrais demonstrados por estes autores têm quebra de onda. Para detalhes do experimento, ver Chawla (1995).

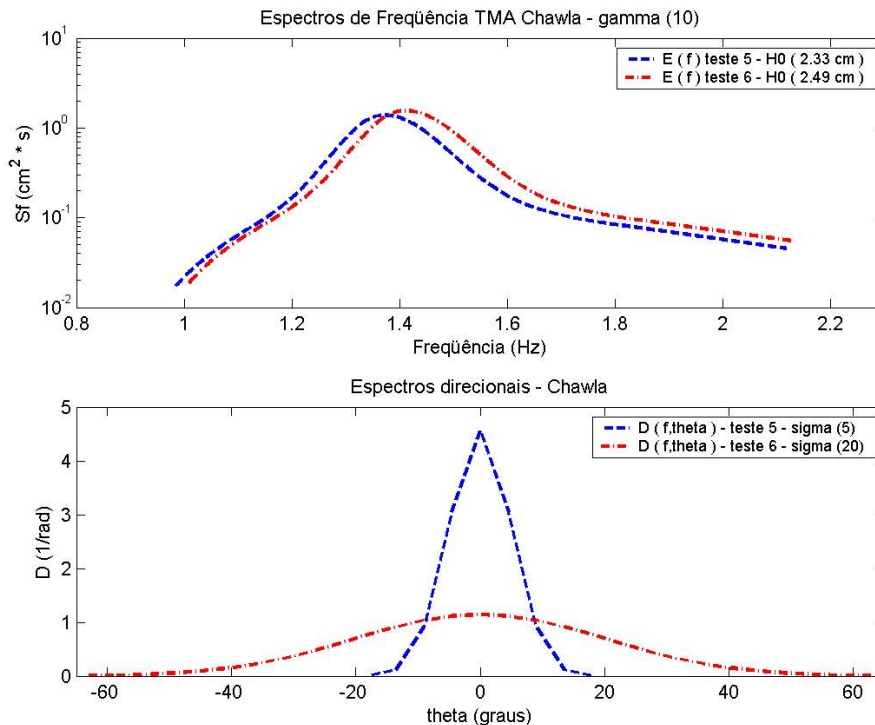


Figura 42b – Espectros TMA 5 e 6 de Chawla *et al.* (1995) usados para a bateria de testes espectrais.

#### 4.1.1 Resultados - Cortes de $H_{sig}$

Realizando uma modelagem numérica do experimento hidráulico com o REF DIF espectral linear com aproximação de Padé, Chawla (1995) afirmou, porém não mostrou, que os resultados do modelo linear eram iguais ao modelo de Stokes. O autor atribuiu isto ao fato do modelo trabalhar com o princípio da superposição e as alturas das componentes individuais de onda serem muito pequenas.

Assim, o primeiro passo nos testes espectrais do presente trabalho foi comparar os resultados do modelo de Stokes com o linear para os casos testados. A figura 43 mostra a confirmação dessa igualdade dos modelos espectrais lineares (RDK P e S espectral) e de teoria pura de Stokes (RDK wnSTOK P e S) para o caso espectral 5, com espalhamento direcional estreito.

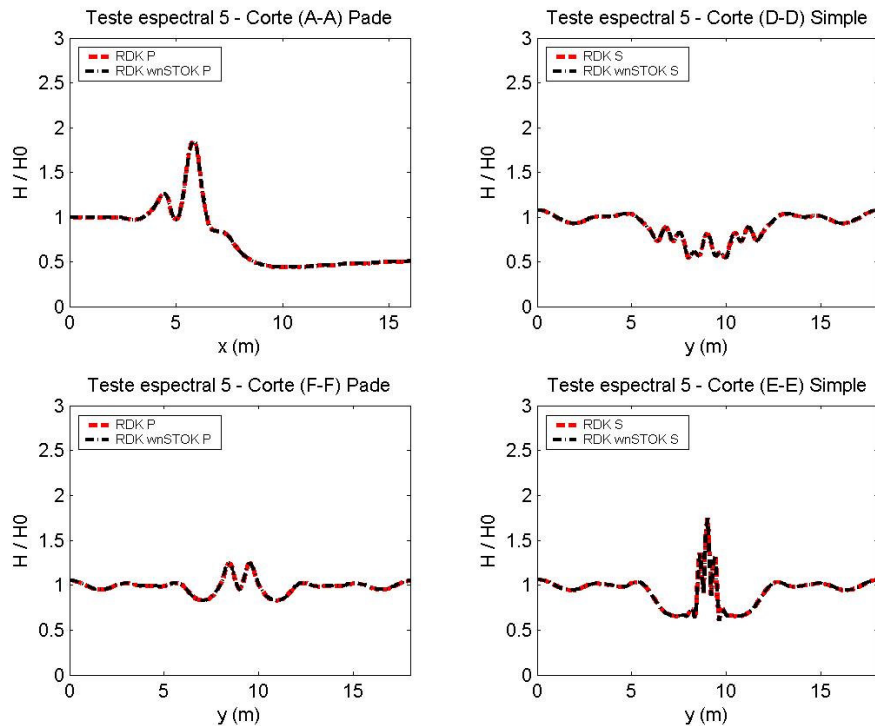


Figura 43 – Cortes de  $H_s$  do caso espectral 5 de Chawla (1995) – Aferição do RDK versus RDK wnSTOK.

Também foi observado este mesmo comportamento para o caso espectral 6, com espalhamento direcional largo, como mostrado pela figura 44. Posteriormente testou-se também o modelo espectral de teoria mista (RDK wnSTHD) com ambas aproximações simples e Padé. Como um dos objetivos era determinar o modelo espectral de melhor desempenho, foi necessário saber se existiam diferenças entre os modelos espectrais fracamente não-lineares de teoria mista com respeito ao modelo linear, já que isto não foi determinado ou mostrado por Chawla *et al.* (1998).

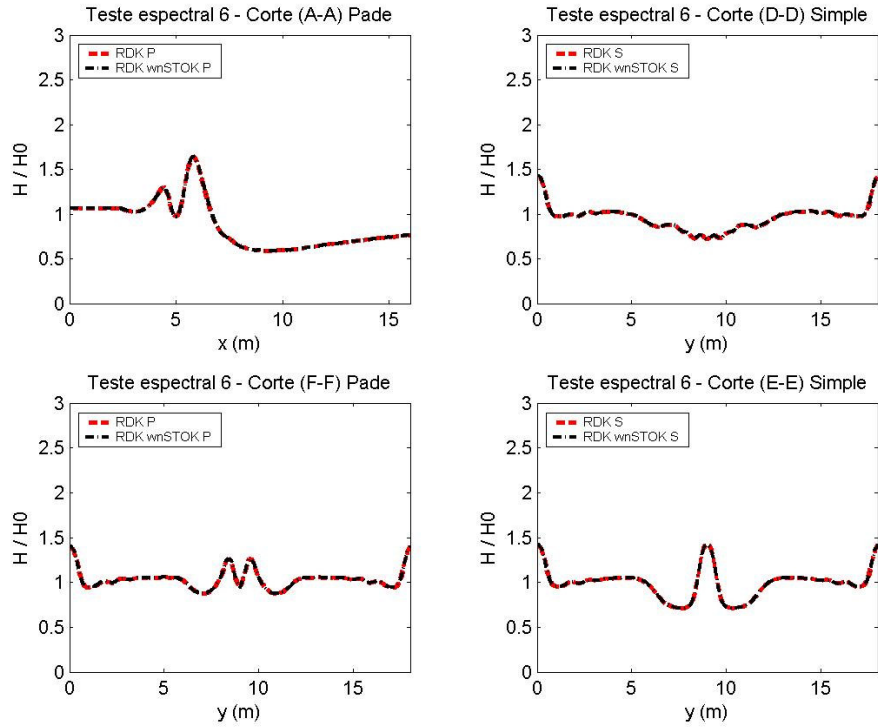


Figura 44 – Cortes de  $H_s$  do caso espectral 6 de Chawla (1995) – Aferição do RDK versus RDK wnSTOK.

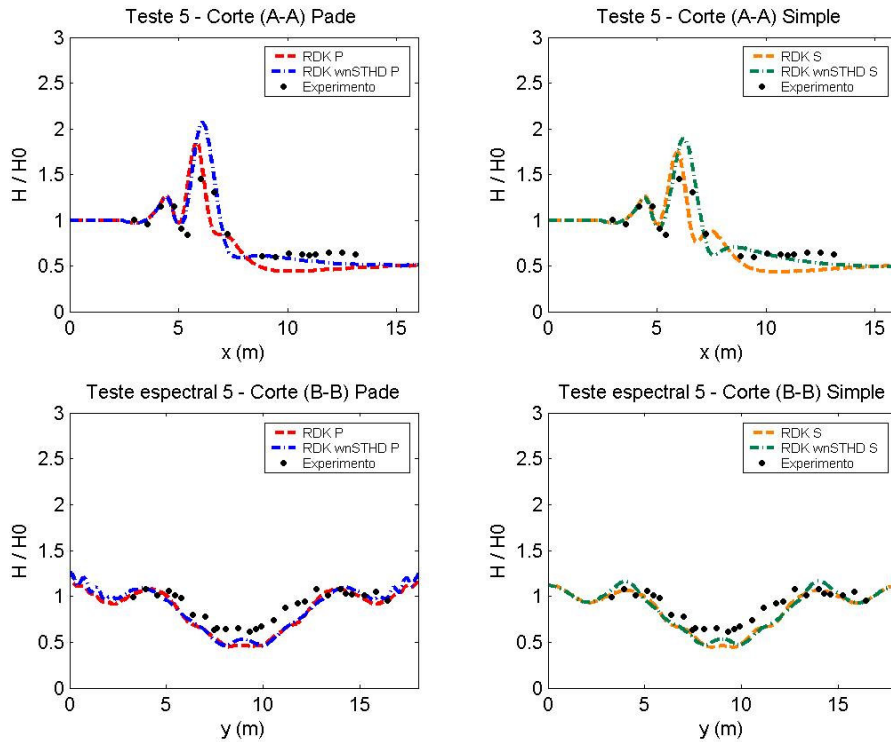


Figura 45 – Cortes A-A e B-B (Caso espectral 5) de  $H_s$  – RDK versus RDK wnSTHD.



As figuras 45 a 48 ilustram os cortes A-A, B-B, C-C, D-D, E-E, F-F e G-G para os dois casos espectrais testados (5 e 6). Para cada caso espectral foram comparados os dois modelos e as duas opções parabólicas testadas desde o início, mostrando que realmente existiu diferença dos resultados entre o RDK e a versão não-linear RDK wnSTHD. O corte A-A (figura 45), único corte em  $x$  para o teste espectral 5

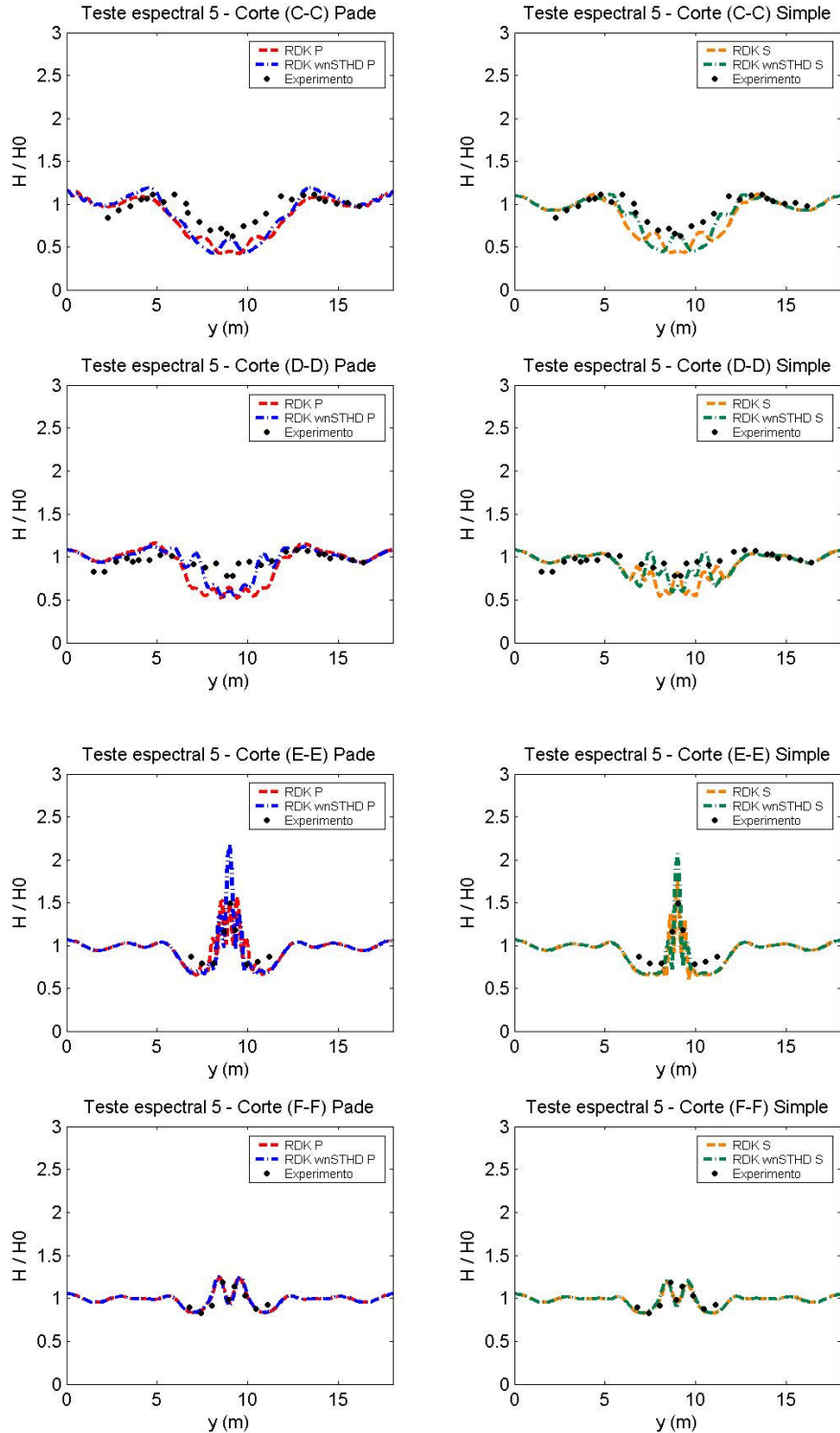


Figura 46 – Cortes C-C, D-D, E-E e F-F (Caso espectral 5) de  $H_s$  - RDK versus RDK wnSTHD.

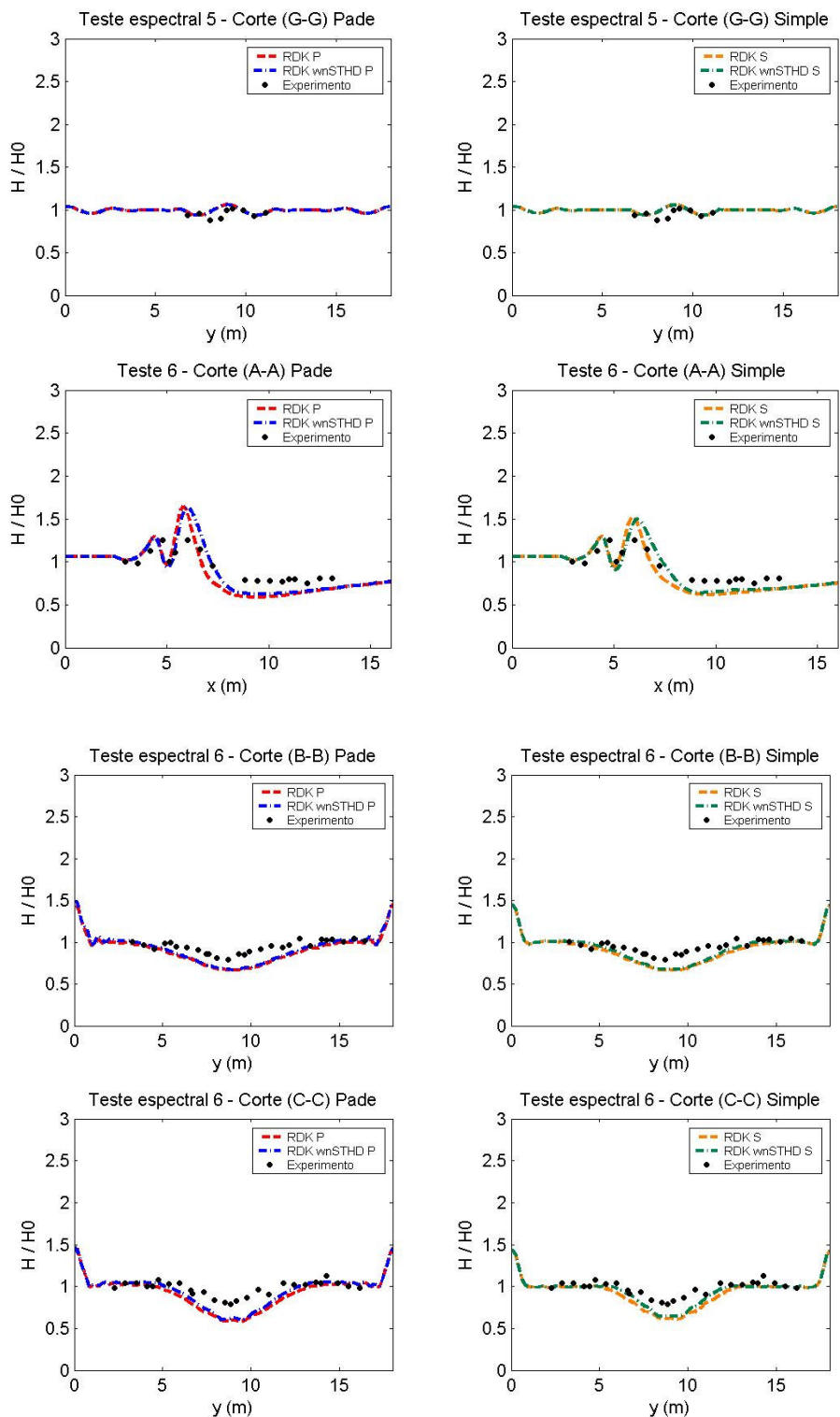


Figura 47 – Cortes G-G (Caso 5) e A-A, B-B e C-C (Caso 6) de  $H_s$  – RDK versus RDK wnSTHD.

do experimento de Chawla, mostrou aparentemente que os modelos foram capazes de prever o foco de altura de onda razoavelmente bem para ambas as aproximações. Após o foco, os modelos não-lineares tiveram valores mais próximos dos dados, porém superestimaram mais as alturas sobre o parcel, se comparados aos modelos lineares. As

tabelas 23, 24, 25 e 26 mostram o desempenho dos cortes individuais através dos índices de concordância e erros relativos percentuais definidos anteriormente.

Para o corte A-A, o melhor desempenho foi dos modelos não lineares, primeiramente para o de aproximação simples, que foi razoavelmente superior a Padé. Entre os lineares, o modelo com aproximação simples obteve performance levemente melhor, porém com valores de concordância semelhantes ao que tinha o modelo com a aproximação de Padé. Os valores percentuais do *bias*, *mae* e *rmse* confirmam os desempenhos de cada modelo citado acima (tabelas 23 a 26).

O corte B-B representa o “transect” em *y* mais longe do parcel, já no final do domínio. As alturas laterais elevadas são originárias das fronteiras fechadas da modelagem, padrão que se repete para outros cortes em *y* devido à reflexão. Pela figura 45 é meio difícil identificar grandes diferenças entre os modelos para este corte, porém os índices e erros da tabelas 23 a 26 nos ajudam nesse sentido: a melhor concordância foi para o RDK P, seguido pelo RDK S, RDK wnSTHD S e por último para o RDK wnSTHD P. Porém todos esses modelos tiveram valores de concordância e erros quase iguais para este corte, confirmando o que já tinha se visto na figura 45.

O corte C-C mostrado na figura 46 também segue este padrão de resultados semelhantes para os diferentes modelos, embora o RDK wnSTHD S pareça estar mais próximo dos dados, o que é confirmado nas tabelas 23 a 26 através dos maiores índices de concordância  $d_1$  e  $d_2$  e dos menores erros absoluto médio (*mae*) e quadrático médio (*rmse*). Para os demais modelos a melhor performance ficou por conta do também não-linear RDK wnSTHD P, porém todos estes tiveram valores de erros e de concordância muito semelhante.

Para o corte D-D, este padrão de performance semelhante entre os modelos parece ter se repetido, de acordo com a figura 46. Porém uma notável não concordância com os dados, principalmente no centro do corte, se faz presente. Este corte foi um dos o que apresentou piores índices de concordância por parte dos modelos, onde a melhor performance foi para o modelo não-linear com aproximação Padé, seguido pelo similar com aproximação simples. Estes modelos tiveram performance bem superior aos lineares para este corte.

Para o corte E-E (figura 46), anterior ao D-D em relação ao sentido de propagação de onda sobre a batimetria, os modelos aparentemente conseguiram reproduzir a focalização da altura significativa na parte central do mesmo. Observa-se que os modelos previram distribuições de alturas em forma de picos, havendo uma superestimação de energia de maneira geral nesta focalização. De acordo com os índices e erros das tabelas 23a a 26, o modelo linear RDK S teve desempenho significativamente melhor que os demais para este corte. Seqüencialmente os índices de desempenho foram melhores para os modelos RDK P, RDK wnSTHD P e S. Nota-se o melhor desempenho dos modelos lineares neste corte. Para F-F (figura 46), o mesmo padrão se repetiu, porém a melhor performance geral foi para o RDK P. Para este corte notou-se a boa performance geral dos modelos e aproximações.

Já para G-G (figura 47), primeira região do parcel medida em relação à direção média de propagação do espectro de onda, observou-se menores índices de concordância, apesar de terem ocorrido erros percentuais pequenos, se comparados aos resultados dos demais cortes. Este resultado mostra que o baixo número amostral (*n*) dos cortes E-E, F-F e G-G influencia a concordância dos resultados. Os poucos pontos que tiveram valores distantes dos dados no corte G-G, conforme mostrados na figura 47, contribuíram para um menor concordância, embora o erro seja pequeno, correspondente a dois ou três pontos distantes.

Tabela 23b – Índices estatísticos de desempenho do modelo RDK P – Teste 5, experimento de Chawla.

Cortes	n	<i>bias</i> (%)	<i>mae</i> (%)	<i>rmse</i> (%)	$d_2$	$d_1$
A-A	18	-7.64	20.34	25.32	0.8799	0.6869
B-B	27	-11.58	13.04	15.37	0.8891	0.6834
C-C	27	-12.47	15.41	19.57	0.7921	0.5725
D-D	27	-5.81	14.76	19.15	0.5618	0.4008
E-E	9	4.61	12.86	17.59	0.8852	0.7229
F-F	9	-1.47	4.75	6.07	0.9326	0.7694
G-G	9	3.80	5.02	6.71	0.5715	0.4101

Tabela 24 – Índices estatísticos de desempenho do modelo RDK wnSTHD P – Teste 5, experimento de Chawla.

Cortes	n	<i>bias</i> (%)	<i>mae</i> (%)	<i>rmse</i> (%)	$d_2$	$d_1$
A-A	18	0.64	13.45	21.41	0.9209	0.7887
B-B	27	-10.34	12.71	14.89	0.8944	0.6912
C-C	27	-7.99	15.60	18.90	0.8146	0.5932
D-D	27	-1.69	10.62	14.36	0.6747	0.4835
E-E	9	-5.50	21.46	28.37	0.84	0.6069
F-F	9	-1.86	6.61	7.72	0.8771	0.6729
G-G	9	3.70	4.92	6.59	0.5714	0.415

Tabela 25 – Índices estatísticos de desempenho do modelo RDK S – Teste 5, experimento de Chawla.

Cortes	n	<i>bias</i> (%)	<i>mae</i> (%)	<i>rmse</i> (%)	$d_2$	$d_1$
A-A	18	-8.88	19.49	24.44	0.8874	0.6964
B-B	27	-11.00	12.14	14.57	0.8976	0.7008
C-C	27	-11.59	13.42	18.30	0.8083	0.6172
D-D	27	-6.09	10.07	14.47	0.5471	0.4348
E-E	9	-5.89	13.66	15.08	0.94	0.7497
F-F	9	-3.97	5.59	6.42	0.9147	0.7086
G-G	9	3.65	4.87	6.52	0.5742	0.4175

Tabela 26 – Índices estatísticos de desempenho do modelo RDK wnSTHD S – Teste 5, experimento de Chawla.

Cortes	n	<i>bias</i> (%)	<i>mae</i> (%)	<i>rmse</i> (%)	$d_2$	$d_1$
A-A	18	1.29	11.56	14.99	0.9555	0.8061
B-B	27	-8.94	13.63	14.91	0.896	0.6726
C-C	27	-8.23	10.41	14.51	0.8641	0.6788
D-D	27	-4.01	9.29	11.88	0.664	0.4312
E-E	9	-12.42	25.73	31.18	0.8032	0.5618
F-F	9	-3.97	6.47	7.84	0.8639	0.6657
G-G	9	3.60	4.82	6.49	0.5708	0.42

Para o teste espectral 6, com espalhamento angular mais largo, pôde-se notar uma característica geral de distribuição de alturas mais suavizadas ao longo dos cortes. Isto pode ser notado nas figuras 47 (A-A, B-B e C-C) e 48 (D-D, E-E, F-F e G-G).

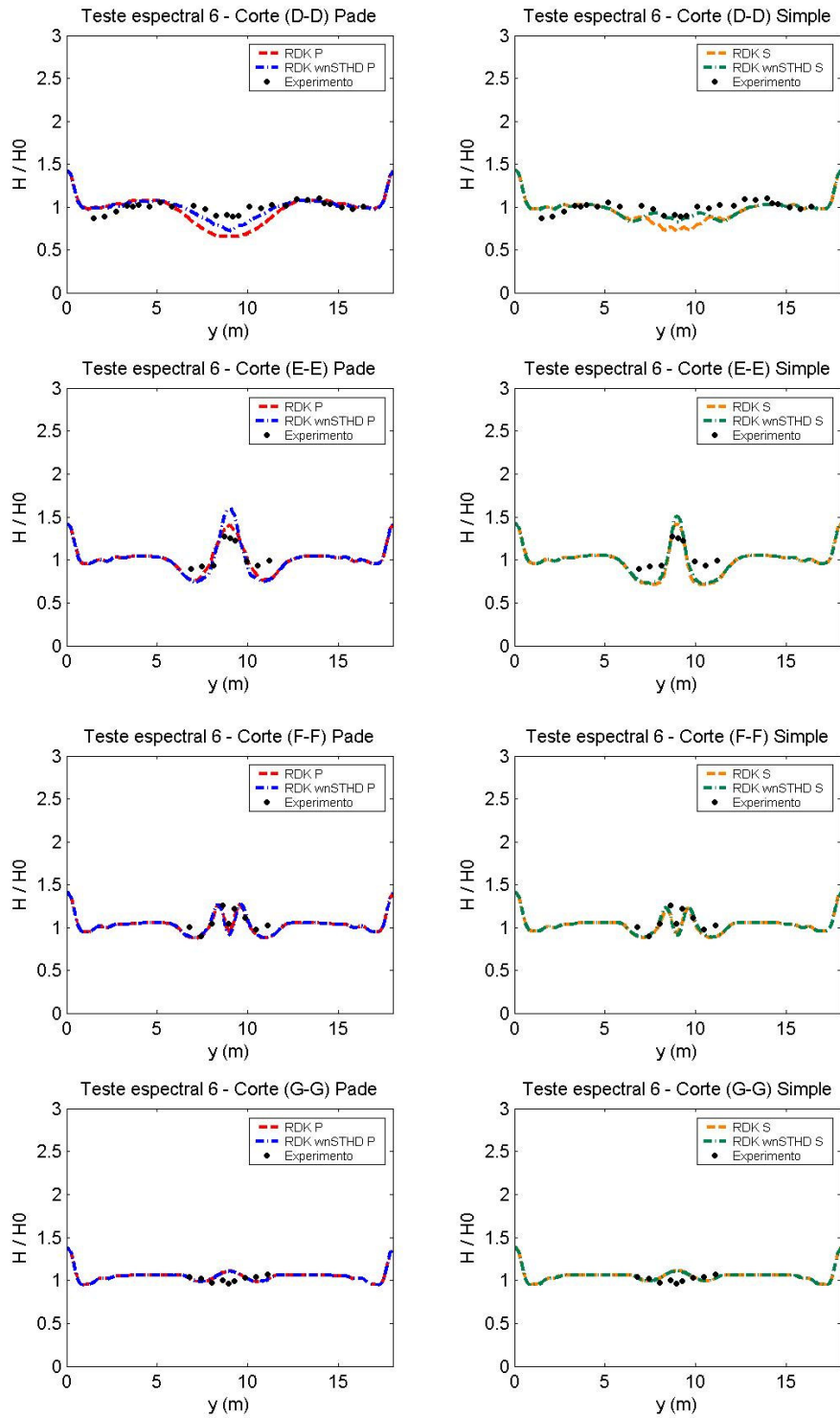


Figura 48 – Cortes D-D a G-G (Caso espectral 6) de  $H_s$  – RDK versus RDK wnSTHD.

Para o corte em  $x$  A-A do teste espectral 6 (figura 47), tal suavização é bem evidente se comparado com os resultados do experimento 5, para todos os modelos e aproximações. Neste corte, os modelos novamente foram capazes de prever o foco de altura de onda razoavelmente bem, inclusive uma focalização primária anterior à principal, com destaque para o modelo não-linear de aproximação Simples. Na área adjacente ao parcel, após a focalização, todos os modelos tiveram valores distantes dos dados e novamente ocorreu uma superestimação das alturas sobre o parcel. Outra característica geral vista para o teste 6 no corte A-A, já evidenciada anteriormente para o teste 5, é a menor superestimação de energia dos modelos com aproximação Simples (figura 47) sobre o parcel. As tabelas 27 a 30 quantificam o desempenho individual de cada modelo para cada corte.

De acordo com os resultados destas tabelas, o melhor desempenho para o corte A-A foi do modelo não linear seguido do linear, ambos com aproximação Simples. O mesmo ocorreu para a aproximação de Padé, com o modelo não linear sendo melhor que o linear neste “transect”. Os valores *mae* e *rmse* confirmam tais desempenhos. Neste corte, a concordância de todos os modelos foi boa.

Para o corte em  $y$  B-B, mais uma vez foi difícil interpretar visualmente as diferenças entre os modelos (figura 47), mas os índices e erros das tabelas 27 a 30 mostram que o melhor desempenho foi do RDK wnSTHD S. Os demais modelos tiveram valores bem semelhantes de concordância e de erro para este corte, com desempenho razoável. O corte C-C, mostrado na figura 47, apresentou semelhante padrão para os resultados, também similares ao teste espectral 5, onde o RDK wnSTHD S teve os maiores índices de concordância  $d_1$  e  $d_2$  e os menores erros. Os demais modelos tiveram valores de erros e de concordância muito semelhantes.

Os resultados para o corte D-D (figura 48) também repetiram o padrão do teste anterior, porém apresentaram índices de concordância piores. Novamente para esta região do domínio situada atrás do parcel, o modelo não-linear com aproximação Padé teve performance bem melhor em relação aos demais, que desempenharam de maneira similar. Para E-E, os modelos conseguiram reproduzir o foco, com destaque visível na figura 48 para o RDK P linear, que obteve a melhor concordância e menores erros, seguido pelo RDK wnSTHD S, RDK S e por último o não-linear RDK wnSTHD com aproximação Padé.

Observou-se que este foi um padrão que se repetiu nos diferentes testes espectrais, onde a concordância com os dados decaiu até D-D, ao longo da propagação do espectro com direção média no sentido A-A, indo de F-F a C-C. Após essa região (D-D), o desempenho dos modelos melhorou novamente, apontando para esta região onde se localiza o corte D-D, atrás do parcel, os modelos tendem a ter mais erros. Para F-F (figura 48), novamente a melhor performance geral também creditada para o RDK P, porém com valores de concordância piores que para E-E. Para este corte notou-se a boa performance geral dos modelos e aproximações. Já para G-G, observou-se índices muito ruins de concordância para todos os modelos e aproximações, provavelmente corroborado pelo já comentado baixo número amostral ( $n$ ) neste corte.

Para se obter uma visão geral da performance dos modelos no domínio, juntou-se todos os cortes numéricos de cada modelo e comparou-se estatisticamente com todos os dados juntos, conforme já realizado para o experimento monocromático de Berkhoff. Aumentou-se assim o número amostral ( $n$ ), objetivando-se estimativas menos tendenciosas, para evitar que poucos pontos amostrais assumam um peso muito grande na determinação dos erros e da performance geral de um determinado modelo. Os resultados podem ser vistos na tabela 31. Para o teste espectral 5, o melhor desempenho geral foi do modelo RDK wnSTHD S, seguido pelo RDK S.

Tabela 27 – Índices estatísticos de desempenho do modelo RDK P – Teste 6, experimento de Chawla.

Cortes	n	<i>bias</i> (%)	<i>mae</i> (%)	<i>rmse</i> (%)	$d_2$	$d_1$
A-A	18	-7.99	16.27	17.80	0.8632	0.629
B-B	27	-11.36	11.36	13.11	0.6702	0.4111
C-C	27	-10.82	11.77	14.74	0.7192	0.463
D-D	27	-5.58	10.47	14.30	0.557	0.3943
E-E	9	-0.03	11.70	12.39	0.8908	0.6582
F-F	9	-6.85	7.21	9.05	0.8071	0.6065
G-G	9	2.19	6.33	7.44	0.0171	0.0356

Tabela 28 – Índices estatísticos de desempenho do modelo RDK wnSTHD P – Teste 6, experimento de Chawla.

Cortes	n	<i>bias</i> (%)	<i>mae</i> (%)	<i>rmse</i> (%)	$d_2$	$d_1$
A-A	18	-5.00	13.88	16.39	0.8845	0.6752
B-B	27	-9.51	9.91	11.90	0.7166	0.4772
C-C	27	-7.36	9.26	12.09	0.789	0.5637
D-D	27	-2.12	6.51	8.36	0.7332	0.5106
E-E	9	2.43	16.54	18.87	0.8297	0.5983
F-F	9	-7.07	8.69	10.47	0.7395	0.5449
G-G	9	2.10	6.23	7.28	0.0179	0.0361

Tabela 29 – Índices estatísticos de desempenho do modelo RDK S – Teste 6, experimento de Chawla.

Cortes	n	<i>bias</i> (%)	<i>mae</i> (%)	<i>rmse</i> (%)	$d_2$	$d_1$
A-A	18	-7.56	13.51	14.96	0.8926	0.6741
B-B	27	-10.16	10.36	12.35	0.7007	0.4496
C-C	27	-9.58	9.71	12.38	0.7623	0.4942
D-D	27	-6.27	8.86	10.96	0.5818	0.3503
E-E	9	-10.67	15.32	16.95	0.8376	0.6315
F-F	9	-8.46	8.46	10.18	0.7536	0.5428
G-G	9	2.99	6.09	7.54	0.0731	0.1127

Tabela 30 – Índices estatísticos de desempenho do modelo RDK wnSTHD S – Teste 6, experimento de Chawla.

Cortes	n	<i>bias</i> (%)	<i>mae</i> (%)	<i>rmse</i> (%)	$d_2$	$d_1$
A-A	18	-5.12	12.87	13.85	0.9044	0.684
B-B	27	-8.01	9.01	10.98	0.7484	0.5098
C-C	27	-7.25	7.37	9.69	0.8227	0.5644
D-D	27	-3.63	6.23	8.00	0.6026	0.4341
E-E	9	-7.75	15.32	16.68	0.8473	0.6315
F-F	9	-8.42	8.90	11.37	0.6916	0.5249
G-G	9	2.85	5.95	7.32	0.0772	0.1151

Entre os modelos com a aproximação parabólica de Padé, o melhor desempenho foi do não-linear RDK wnSTHD seguido pelo RDK. Os menores erros confirmaram a melhor performance geral dos modelos com aproximação Simples neste teste espectral 5, porém de uma maneira geral pode-se dizer que todos os modelos testados tiveram boa performance, mostrando que embora existam diferenças entre os modelos não-lineares de teoria mista e os lineares com diferentes aproximações, essas diferenças não foram muito significantes na modelação deste experimento hidráulico espectral.

Tabela 31 – Índices estatísticos de desempenho dos modelos espectrais para os testes 5 e 6 - geral.

Modelos – Teste 5	n	bias (%)	mae (%)	rmse (%)	$d_2$	$d_1$
RDK P	126	-6.87	13.66	17.97	0.8448	0.6306
RDK wnSTHD P	126	-4.44	12.60	17.23	0.8663	0.6567
RDK S	126	-7.78	12.01	16.13	0.8708	0.6577
RDK wnSTHD S	126	-5.32	11.42	15.32	0.8805	0.6641
Modelos – Teste 6	n	bias (%)	mae (%)	rmse (%)	$d_2$	$d_1$
RDK P	126	-7.32	11.26	13.78	0.794	0.5273
RDK wnSTHD P	126	-4.89	9.72	12.32	0.8322	0.5744
RDK S	126	-7.77	10.24	12.44	0.8117	0.5388
RDK wnSTHD S	126	-5.72	8.83	10.98	0.8398	0.5736

Para o teste 6, com espalhamento direcional largo, o resultado foi semelhante, porém neste caso os modelos não-lineares tiveram o melhor desempenho, primeiramente para o modelo com aproximação Simples seguido de Padé. Para os modelos lineares o RDK S também foi melhor que o RDK P. Apesar de tais diferenças, os modelos trabalharam de maneira semelhante neste teste 6, conforme já ocorrido no teste 5.

#### 4.1.2 Discussão dos resultados

Embora o parcel de Chawla tivesse menor profundidade no topo e que houvesse arrebenção de onda e supostamente efeitos não lineares mais intensos, a superioridade dos modelos não-lineares observada no experimento de Berkhoff para ondas monocromáticas, não ocorreu no caso espectral. Em ambos os testes 5 e 6, a melhor performance foi dos não-lineares com aproximação Simples, porém a diferença entre os 4 modelos testados não foi muito significativa. Isso realmente corrobora a afirmação de Chawla (1995), no que concerne aos modelos não-lineares se comportarem igualmente aos lineares. Com estes testes foi possível ver que os modelos com teoria pura de Stokes (RDK wnSTOK) foram equivalentes aos lineares. Os modelos de teoria mista (RDK wnSTHD) foram diferentes, porém com diferença pouco significativa. Além dos cortes de altura significativa de onda, estas diferenças podem ser visualizadas na figura 49, onde contornos de altura significativa adimensional de onda para diferentes modelos são mostrados. Outra característica observada que voltou a acontecer nestes testes espectrais não enfatizados na literatura, foi a boa performance dos modelos com aproximação Simples.

Uma observação importante atenta para o fato dos resultados de índice de concordância  $d_2$  encontrados neste trabalho não serem iguais aos resultados encontrados por Chawla (1995) e Chawla *et al.* (1998). Ocorreram algumas grandes discrepâncias, como no corte G-G para o teste 6, onde o índice de concordância foi extremamente baixo (0.0179) no presente trabalho e foi muito bom (0.7691) para o trabalho original



dos autores citados anteriormente. Porém isso pode ser explicado através de algumas observações. Nos trabalhos de Chawla (1995) e Chawla *et al.* (1998), os autores não especificaram as dimensões da grade batimétrica numérica utilizada na modelação.

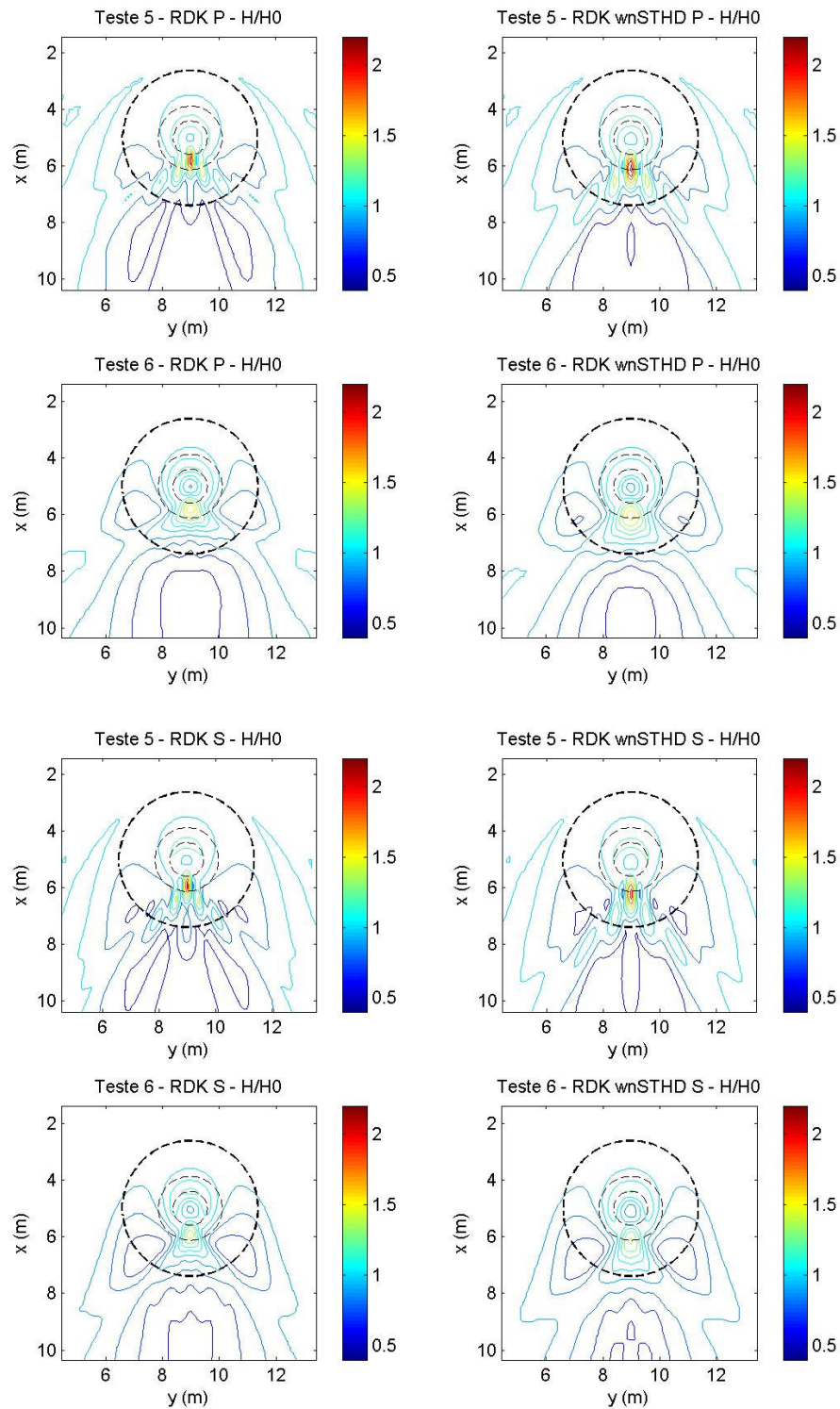


Figura 49 – Contornos de  $H_s$  nas proximidades do Parcel (Testes 5 e 6)– RDK versus RDK wnSTHD.

Chawla e colaboradores também não mostraram qual foi o espaçamento de grade e de cálculo utilizados. Por isso, não é garantido que a modelagem numérica do presente trabalho tenha sido feita exatamente igual à anterior. Isso pode representar diferenças entre as duas modelagens, embora comparando as figuras dos cortes deste trabalho com as do original pode-se ver grande semelhança das mesmas.

Outra limitação, não divulgada nem explorada nos trabalhos originais, reside no fato de que os sensores posicionados em uma régua no experimento numérico de Chawla não eram equi-espaçados, como por exemplo, no experimento de Berkhoff. Para este último, o uso para a modelagem do mesmo espaçamento que foi utilizado no experimento, fez com que cada ponto de grade numérica, comparado com um dado, se posicionasse exatamente no local do sensor. Já para o experimento espectral, foram testados vários espaçamentos antes da realização da modelagem final e em nenhuma das tentativas possíveis todos os pontos de grade numéricos eram posicionados exatamente no mesmo ponto do sensor. De acordo com o método numérico de cálculo utilizado nos modelos parabólicos em questão, nem o trabalho original teve os pontos de grade e de cálculo na posição exata dos sensores. Em muitos pontos de grade existiu uma diferença de 1 a 3 cm de distância do ponto amostral para ambos os trabalhos originais e o presente trabalho. Assim o espaçamento, que não se sabe se foi igual, aliado as diferenças de posicionamento dos pontos de grade com pontos amostrais, junto com o baixo número amostral (9) de alguns cortes, são fatores que claramente levariam a diferenças nos resultados dos trabalhos. Olhando com detalhe o corte G-G (figura 47), é possível notar que os resultados estão condizentes com os dados. Porém, estatisticamente só 9 pontos amostrais foram comparados. Destes 9, somente 3 estão próximos aos dados, o que contribuiu para um baixo valor de concordância para os modelos, visto que a influência de um único ponto amostral neste corte tem um peso muito grande. Por isso, justificou-se fazer uma comparação geral, onde este alto poder de influência causado por poucos pontos amostrais tratados foi absorvido na análise e dimensionado com outro peso.

Tais limitações não invalidam os testes realizados aqui, já que todos os modelos testados tiveram as mesmas configurações de espaçamento de grade batimétrica, de cálculo e de fronteiras laterais, além dos cortes terem sido feitos nos exatos mesmos locais para cada uma das análises. Utilizando as mesmas condições na modelagem e tendo o trabalho original como referência, foi possível levantar as diferenças entre os modelos. Apesar de existirem diferenças entre os resultados dos trabalhos, o mesmo padrão de concordância do espectro se propagando ao longo de  $x$  e passando pelas posições dos cortes foi identificada para ambos os testes 5 e 6 e para ambos os trabalhos. De uma maneira geral, para o corte A-A, uma ótima concordância foi encontrada. Os primeiros cortes G-G, F-F e E-E, localizados onde começa a ocorrer focalização de energia até a quebra, a concordância começa baixa e aumenta. Na região do corte D-D, a concordância decai de novo, o que foi explicado por Chawla (1995) com exemplos de modelos de raios, mostrando que neste ponto, para parte das frequências individuais dos espectros testados, as direções refrataram muito, ocasionando uma zona onde os modelos REF-DIF tiveram dificuldade de prever com precisão as alturas. Após este ponto a concordância aumentou generalizadamente.

Resumindo, os modelos espectrais fracamente não-lineares tiveram desempenho, comparável e semelhante com os lineares, para ambas as aproximações. A diferença entre os fracamente não-lineares de teoria mista com os lineares existiu, mas tiveram pouca significância. Foram obtidos bons resultados com o uso de aproximação Simples. A suavização das alturas no teste 6 indicou a influencia do espalhamento direcional na determinação das características de onda em casos espectrais.

## 4.2 Experimento de Vincent e Briggs

Já foi mostrado em outros trabalhos que, diferenças no campo de ondas espectrais são mais dependentes do espalhamento direcional do que da distribuição em frequência. Para aferir esta constatação, foi reproduzido computacionalmente o experimento hidráulico de Vincent e Briggs (1989), com modelos monocromáticos (RDK P e RDK wnSTHD P) e com o espectral RDK wnSTHD P. Estes autores foram pioneiros em mostrar erros ocasionados por aproximar estados de mares espectrais com ondas monocromáticas. Eles fizeram isto através de um experimento hidráulico onde propagaram ondas monocromáticas e espectrais sobre um parcel elíptico posicionado sobre um fundo plano. Os dados deste experimento são de difícil acesso na literatura, porém foram reproduzidas as mesmas dimensões de grade e também as mesmas características espectrais do trabalho publicado. As características dos espectros usados na aferição são mostradas na tabela 32 e a distribuição em frequência e direção mostradas na figura 50. Os resultados de altura de onda do corte 4 ( $x = 12.2$  m) do referido experimento, único “transect” de dados demonstrado na literatura, são mostrados na figura 51. Para maiores detalhes deste experimento de laboratório ver Vincent e Briggs (1989) e Kirby e Özkan (1994).

Tabela 32 – Casos do experimento de Vincent e Briggs (1989) para aferição espectral.

Caso	$H_0$ (cm)	$T_p$ (s)	$\gamma_m$	$\sigma_m$ (graus)
N3 (estreito)	2.54	1.3	2	10
N4 (estreito)	2.54	1.3	20	10
B3 (largo)	2.54	1.3	2	30
B4 (largo)	2.54	1.3	20	30

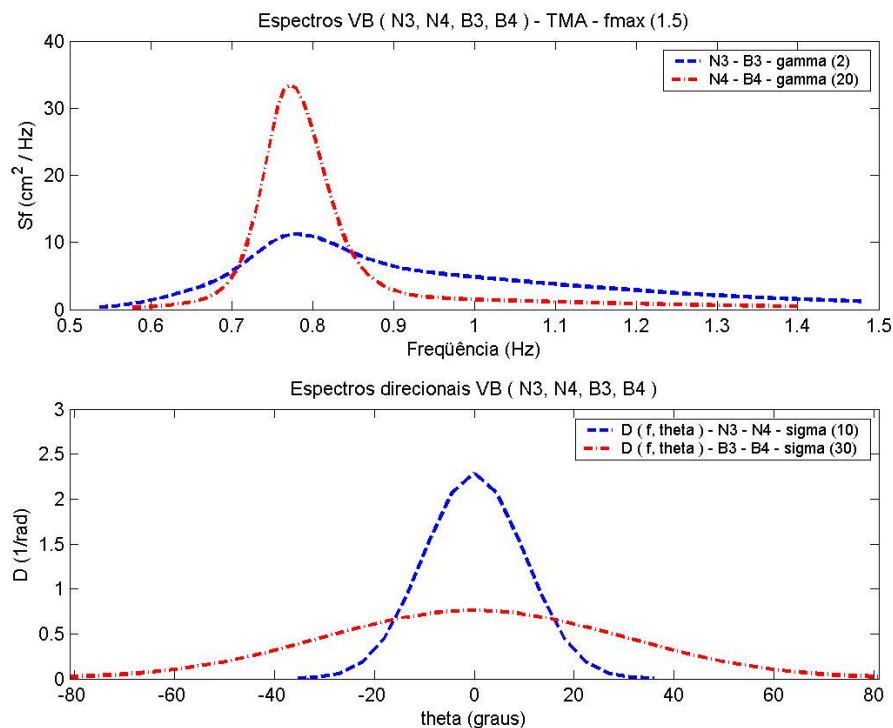


Figura 50 – Espectros TMA reproduzidos de Vincent e Briggs (1989), usados para aferição espectral.

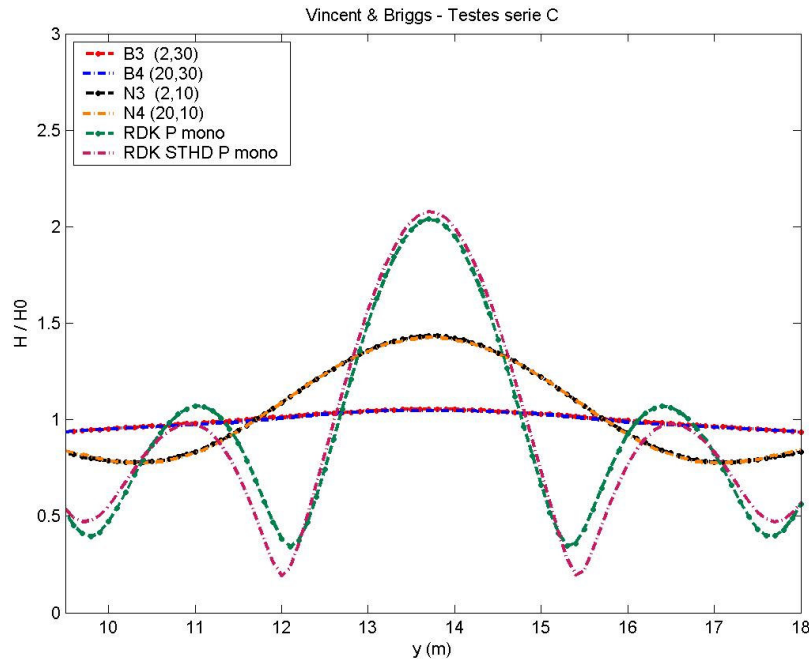


Figura 51 – Altura de onda normalizada para o corte 4, em  $x = 12.2$  m - Parcel de Vincent e Briggs (1989).

Como se pode observar na figura 51, a altura de onda no corte 4 dos casos B3 e B4 foi a mesma, com espalhamento em direção fixa ( $\sigma_m = 30$ ). O mesmo aconteceu com os casos N3 e N4 ( $\sigma_m = 10$ ). A variação da distribuição em frequência não se mostrou importante, justificando assim a fixação do parâmetro de espalhamento em frequência gamma ( $\gamma_m$ ) para os testes a seguir, feitos com as calotas hipotéticas e espectros parecidos aos de Chawla (1995). Pode-se notar também na figura 51, a diferença do corte de altura de onda monocromática com a espectral.

### 4.3 Aplicação a Parcéis Hipotéticos

Após a comparação dos modelos espectrais com o experimento descrito na seção anterior, batimetrias de parcéis, chamadas de “Parcéis Hipotéticos”, foram computacionalmente confeccionadas para a modelagem da propagação de ondas com os modelos RDK wnSTHD P monocromático e espectral, devido ao bom desempenho geral dos mesmos. O objetivo desta seção é verificar a influência da forma do parcel no campo de ondas e ao mesmo tempo comparar resultados monocromáticos e espectrais.

#### 4.3.1 Parcéis Hipotéticos sobre fundo plano

A primeira categoria de batimetrias hipotéticas consistem em parcéis esféricos e elípticos simplificados sobre fundos planos, em uma profundidade de 45 cm. Batimetrias combinando dois parcéis com formas iguais e diferentes também foram estudadas. A geometria inicial dos parcéis, as dimensões, a profundidade e o espaçamento de grade numérica foram feitos de forma semelhante ao parcel de Chawla (mesma ordem de grandeza), porém a fórmula usada para a confecção foi à de um parcel elíptico. No sistema de coordenadas cartesianas, o limite externo do perímetro é definido por:

$$(x/ax)^2 + (y/by)^2 = 1 \quad (104)$$

onde  $ax$  e  $by$  são os valores máximos dos eixos  $x$  e  $y$  do parcel (da elipse), respectivamente. A batimetria no parcel é dada por:

$$z = d\sqrt{1 - ((x/ax)^2 + (y/by)^2)} \quad (105)$$

onde  $d$  é a altura máxima no topo do parcel, fixada em 37 cm para todos os casos. As dimensões de grade e parâmetros da fórmula geral que descrevem os diferentes parcéis são mostradas na tabela 33. A forma é ilustrada na figura 52.

Tabela 33 – Características dos Parcéis Hipotéticos em fundos planos.

Batimetrias	$ax$ (m)		$by$ (m)		Centro em $x$ (m)		Centro em $y$ (m)		Dimensões de grade (x,y) (m)	$dx, dy$ (cm)	Ptos de grade (x,y)
<i>Barletta A</i>	2.57		2.57		5		8.98		18.04 x 18.04	0.11 x 0.11	164 x 164
<i>Barletta B</i>	1		2.57		5		8.98		18.04 x 18.04	0.11 x 0.11	164 x 164
Batimetrias Duplas	$ax$ P1	$ax$ P2	$by$ P1	$by$ P2	P1	P2	P1	P2	Dimensões de grade (x,y) (m)	$dx, dy$ (cm)	Ptos de grade (x,y)
<i>Barletta dupla AA</i>	2.57	2.57	2.57	2.57	5	5	8.98	17.96	27.5 x 27.5	0.11 x 0.11	250 x 250
<i>Barletta dupla BB</i>	1	2.57	1	2.57	5	5	8.98	17.96	27.5 x 27.5	0.11 x 0.11	250 x 250
<i>Barletta dupla AB</i>	2.57	2.57	1	2.57	5	5	8.98	17.96	27.5 x 27.5	0.11 x 0.11	250 x 250
<i>Barletta dupla AA2</i>	2.57	2.57	2.57	2.57	5	5	9.98	16.96	27.5 x 27.5	0.11 x 0.11	250 x 250

Os valores de  $x$  e  $y$  na tabela 4 correspondem a posição do centro do parcel ou dos parcéis em relação ao eixo  $x$  e  $y$  do domínio. Para batimetrias com 2 parcéis (duplas), P1 e P2 designam respectivamente o primeiro e o segundo parcel na mesma batimetria.

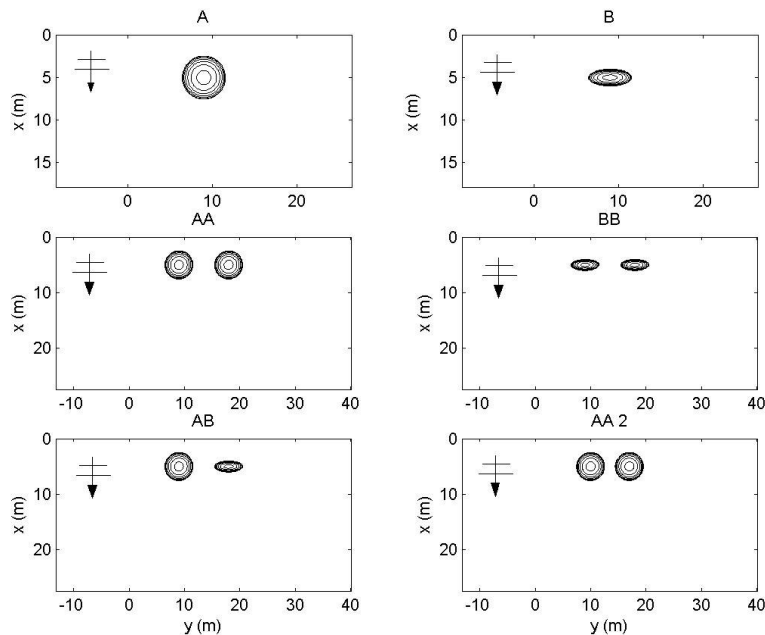


Figura 52 – Batimetrias Hipotéticas usadas para os testes 1 de forma do parcel.

Para a geração de espectros de onda, decidiu-se usar espectros semelhantes ao do experimento de Chawla, onde o espalhamento em frequência é fixo, e o espalhamento direcional variado. A geração e discretização dos espectros foram feitas através do programa Specgen.for (kirby e Özkan, 1994). Foram discretizados dois espectros TMA com espalhamento direcional estreito ( $\pm 11^\circ$ ) e largo ( $\pm 45^\circ$ ). A discretização foi de 30 intervalos de frequências por 30 intervalos direcionais, dando um total de 900 ondas computadas por ponto de grade por espectro simulado. Também foram propagados casos com ondas monocromáticas com período igual ao período de pico dos casos espectrais e mesma  $H_s$  inicial. As características de ondas são mostradas na tabela 34.

Tabela 34 – Características das ondas geradas para a bateria 1 de testes com Parcéis Hipotéticos.

Ondas	$H_0$ ( $H_s$ inicial - cm)	$T_p$ (s)	$\gamma_m$	$\sigma_m$	$\theta_m$	Discretização em Frequência (bins)	Discretização em Direção (bins)
Monocromáticas	4	0.75	-	-	-	-	-
Espectro estreito	4	0.75	10	5	0	30	30
Espectro amplo	4	0.75	10	20	0	30	30

Após a propagação, características do campo de ondas após os parcéis foram visualmente comparados através de cortes perpendiculares à direção  $x$  e  $y$  da grade numérica, assim como os outros testes realizados anteriormente neste trabalho. As fronteiras laterais foram configuradas abertas na modelagem, e não houve quebra de onda para as condições de onda modeladas.

#### 4.3.2 Resultados

O primeiro parcel analisado foi o *Barletta A*, esférico com dimensões bem semelhantes ao parcel de Chawla *et al.* (1998), porém com profundidade maior no topo do mesmo (figura 53). Os modelos usados foram os RDK wnSTHD P monocromático e espectral, já citados anteriormente como os modelos utilizados nesta parte do trabalho em diante. A posição dos cortes de altura de onda ( $H_s$ ) é mostrada na figura 53 e os cortes na figura 54. Para o espalhamento direcional estreito, observaram-se alturas de onda mais de 100% maiores na zona de foco, em relação às condições iniciais, o que não ocorreu para um espalhamento largo. Já para o modelo monocromático, as alturas foram maiores na frente do parcel, com um padrão não-uniforme de alturas, possíveis de serem observadas no campo de ondas do domínio posterior ao parcel (corte 3). Em contrapartida, os modelos espectrais calcularam alturas bem mais suavizadas ao longo deste corte. Cortes mais distantes que este não foram realizados porque se notou uma maior influência das fronteiras laterais na forma de padrões de reflexão de onda.

Para os cortes 1 e 2, a diferença é nítida entre o espectro mais espalhado, com alturas menores e mais suavizadas em relação ao espectro com espalhamento estreito. Este gera distribuições de ondas com comportamento mais parecido com uma onda monocromática. Para estes dois últimos exemplos, a  $H_s$  na região de foco passou de 100% do valor inicial, enquanto que o espectro bem espalhado teve aumento máximo de 50%. O modelo monocromático mantém a altura da onda focalizada por mais tempo, após propagar-se sob o parcel na direção  $x$ . Foi bem evidente a formação de áreas de menor altura de ondas nas áreas laterais ao foco central para todas condições modeladas.

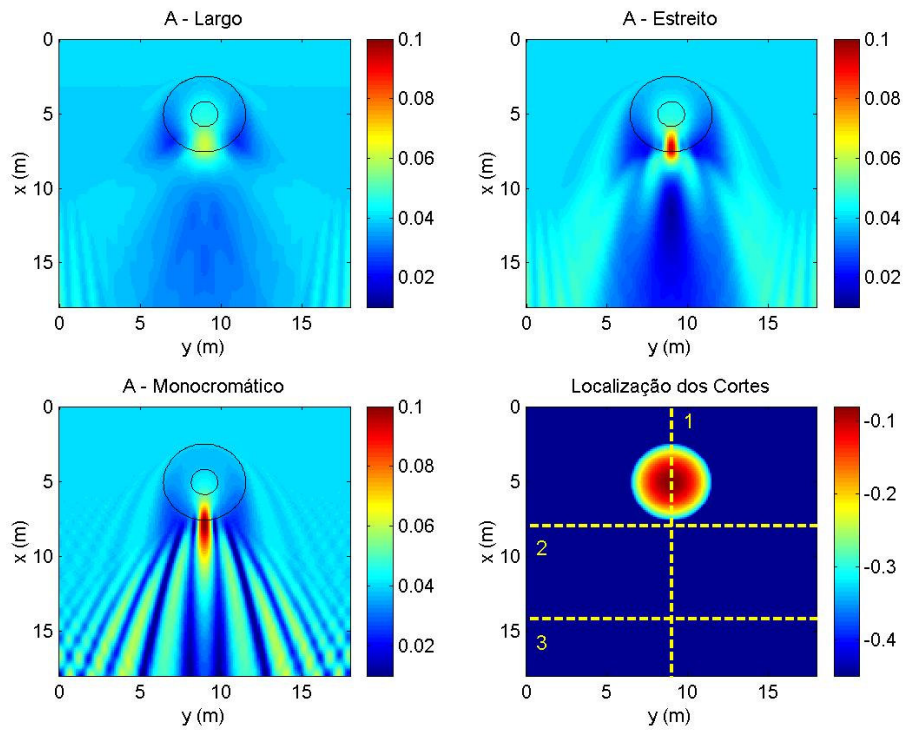


Figura 53 – Parcel Barletta A - Campos de altura de onda e localização dos cortes.

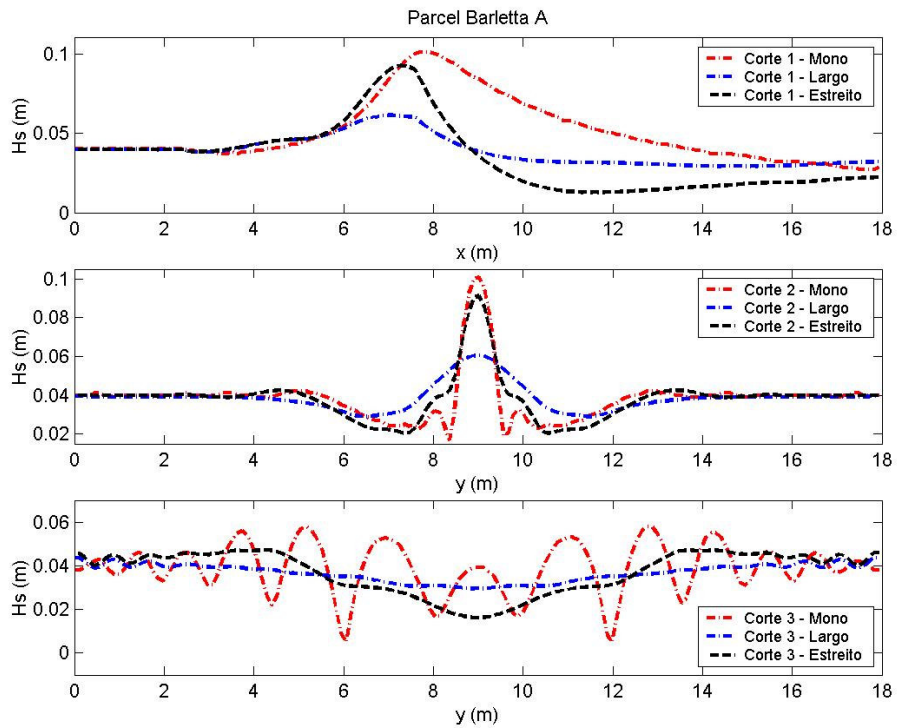


Figura 54 – Parcel Barletta A – Cortes de altura de onda 1, 2 e 3.

No parcel *Barletta B*, com forma mais elíptica e íngreme, observou-se menores alturas focalizadas em relação ao parcel esférico *A* (figura 55). Neste caso, o modelo monocromático e o modelo espectral com espalhamento estreito calcularam alturas semelhantes, embora o modelo espectral tenha gerado alturas maiores que o monocromático. A focalização de energia gerou alturas com valores próximos a 90% acima dos valores iniciais para o modelo com espalhamento estreito. Para o modelo monocromático o aumento teve valores por volta de 50% e para o modelo pouco espalhado direcionalmente os valores das alturas focalizadas foram em torno dos 25% a mais. Para o corte 3, se viu o padrão desigual de distribuição de alturas calculado pelo monocromático. Trata-se do aparecimento de “franjas”, resultado de ondas que se cruzam. Estes dois testes iniciais já foram o bastante para elucidar a influência da forma do parcel no campo de alturas de onda e focalização de energia. Para a calota esférica a focalização foi mais intensa, gerando maiores alturas, enquanto que para calota elíptica o efeito da focalização se deu de forma mais suave, com resultados mais próximos entre o modelo espectral pouco espalhado e o modelo monocromático.

Em seguida foram modelados espectros sobre duas “calotas” esféricas juntas, no Parcel *Barletta AA* (figura 57). Formou-se um foco extra, entre os dois focos simétricos principais do campo de altura de ondas, como pode ser visto na figura 58. O modelo monocromático voltou a gerar maiores alturas, padrão descontínuo de distribuição e também uma maior zona de focalização em  $x$ , conforme ocorrido para o parcel simples com mesma forma. Nesta zona também foram observadas “franjas” no modelo monocromático, resultado da interação entre ondas vindas de direções antagônicas devido à forte refração experimentada nos parcéis. Os resultados do espectro com espalhamento estreito mostraram proximidade com os monocromáticos, porém foram mais suavizados na região distante do parcel.

O intuito de se testar dois parcéis atuando em um campo de ondas ao mesmo tempo é simular situações hipotéticas que tentam aproximar características da natureza, onde a existência de dois ou mais parcéis em uma aérea costeira não é incomum. Para a batimetria *Barletta BB*, com dois parcéis elípticos, foram observadas características de onda semelhantes ao parcel *B*, onde as alturas de onda para os 3 casos modelados foram bem menores e tinham distribuição mais suavizada, em relação ao parcel duplo *Barletta AA*. Isto é mostrado nas figuras 59 e 60, onde o modelo monocromático novamente produziu alturas menores que o espectral com espalhamento direcional estreito. A focalização extra (corte 2) entre os dois focos principais continuou a ocorrer para todos os casos modelados e a distribuição irregular no campo de ondas distante do parcel no domínio (corte 3) para o modelo monocromático também. Porém isto ocorreu de maneira bem mais suavizada para o modelo, com o espectro com espalhamento estreito, que gerou distribuições de alturas semelhantes.

Já para a batimetria com forma mista, um esférico e um elíptico chamado de *Barletta AB* (figura 61), ocorreu um padrão misturado no campo de ondas, com características da propagação sobre o parcel *Barletta A* e também do *Barletta B*. Para o foco gerado pela calota esférica (corte 1a, figura 62), o modelo monocromático calculou as maiores ondas, o que não ocorreu no foco da calota elíptica ao lado, onde o espectro direcionalmente estreito focalizou maiores alturas que o monocromático (corte 1b, figura 62). O espectro largo em direção manteve sempre um padrão suave de distribuição de alturas. A focalização intermediária ocorreu como esperado e o parcel esférico focalizou maiores alturas para todas as características de ondas analisadas. Interessante notar que para parcéis como o *A*, *B* e *AA*, a região do corte 3 apresenta menores alturas justamente onde antes (corte 2) ocorreram as focalizações principais. O foco para esses parcéis se posiciona em frente ao foco intermediário.



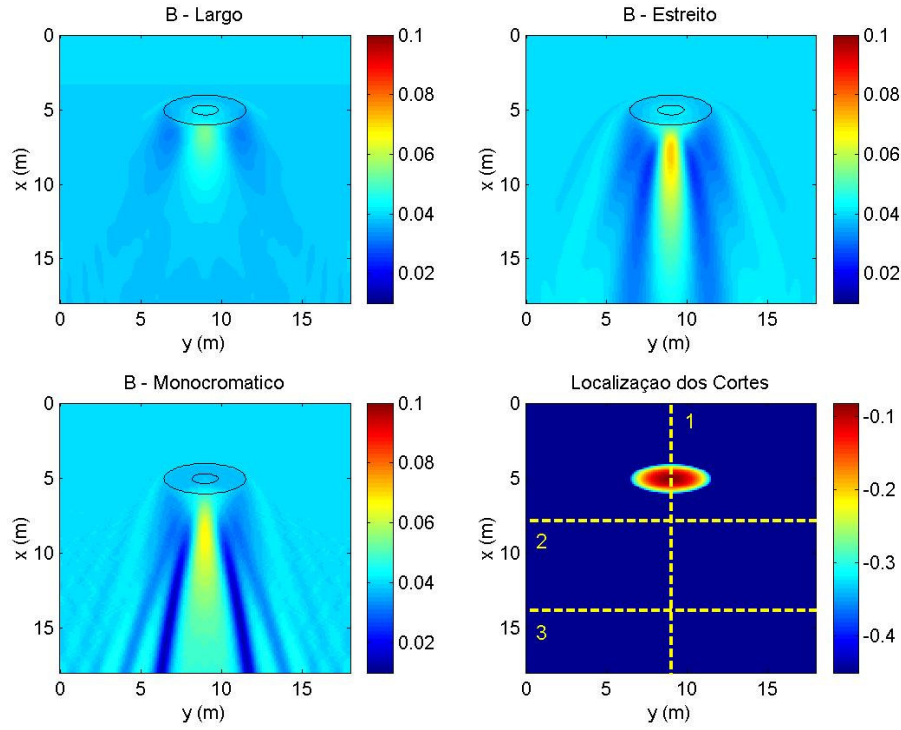


Figura 55 – Parcel *Barletta B* - Campos de altura de onda e localização dos cortes.

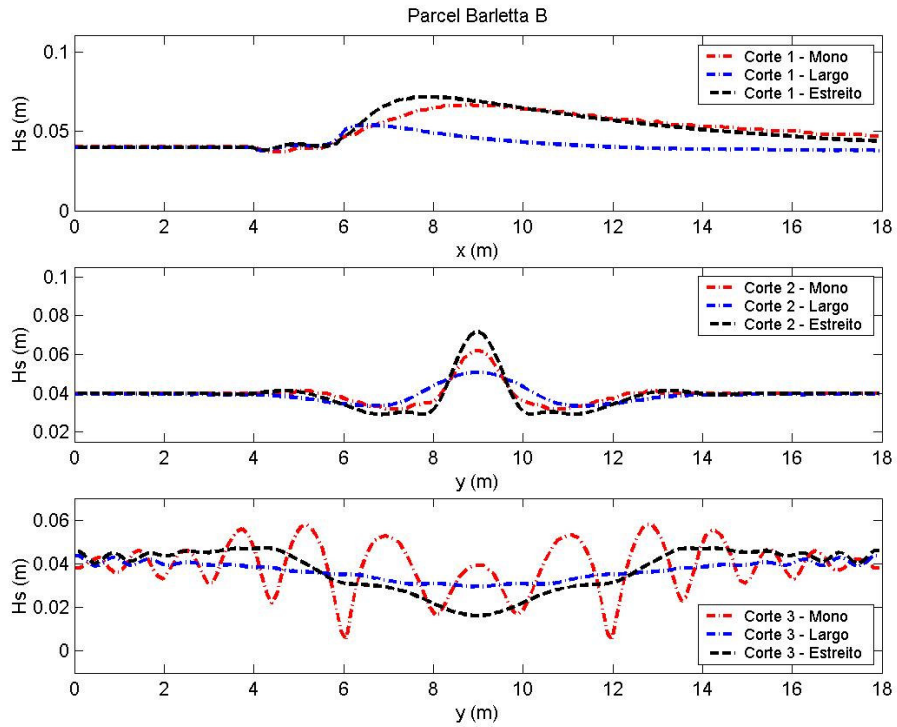


Figura 56 – Parcel *Barletta B* – Cortes de altura de onda 1, 2 e 3.

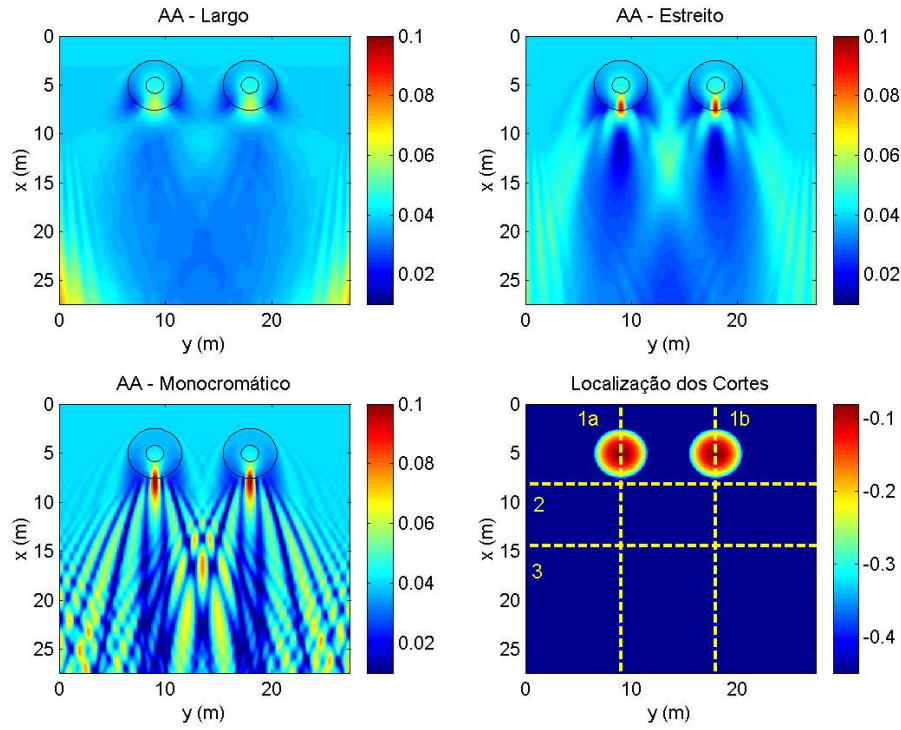


Figura 57 – Parcel *Barletta* AA - Campos de altura de onda e localização dos cortes.

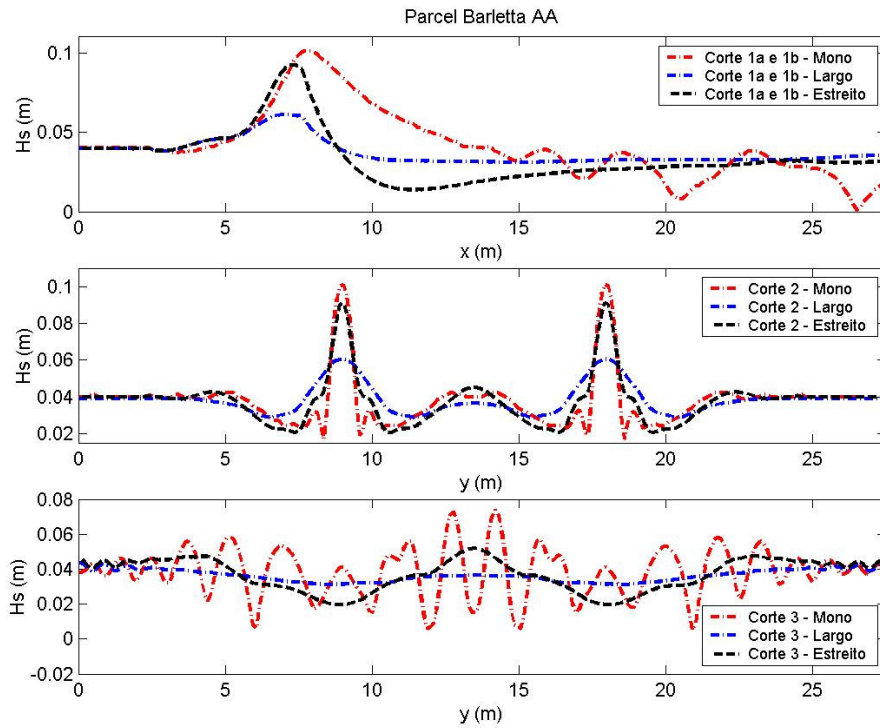


Figura 58 – Parcel *Barletta* AA – Cortes de altura de onda 1a, 1b, 2 e 3.

Para outros casos, como da “calota” *BB*, o padrão de distribuição de alturas seguiram o do corte 2, próximo ao parcel. Para *Barletta AB*, ocorreram as duas situações, focalização no corte 3 em frente à calota elíptica e menores alturas em frente à esférica.

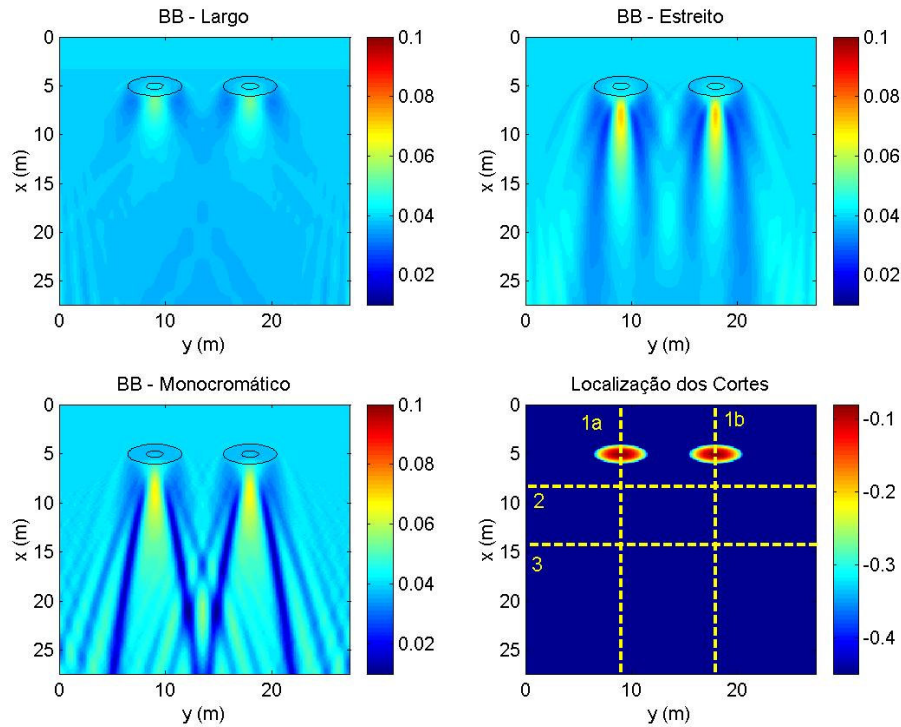


Figura 59 – Parcel *Barletta BB* - Campos de altura de onda e localização dos cortes.

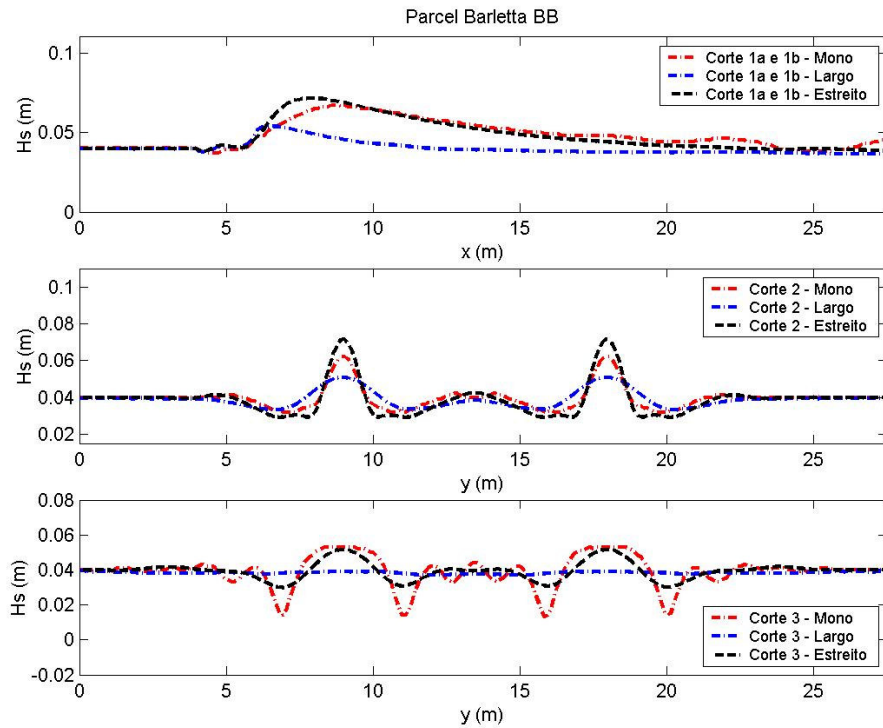


Figura 60 – Parcel *Barletta BB* – Cortes de altura de onda 1a, 1b, 2 e 3.

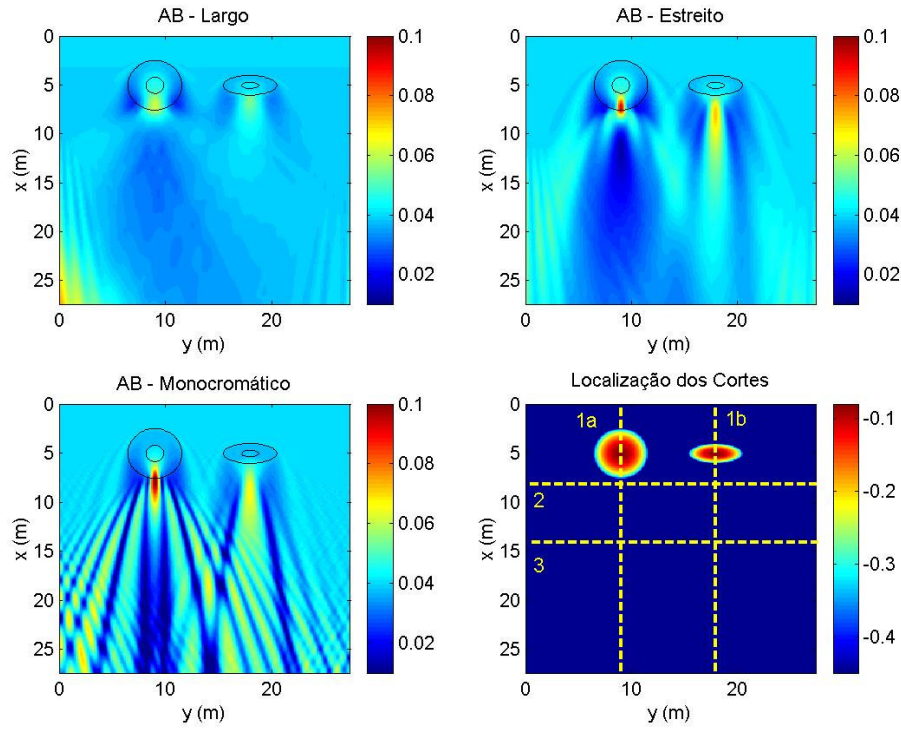


Figura 61 – Parcel Barletta AB - Campos de altura de onda e localização dos cortes.

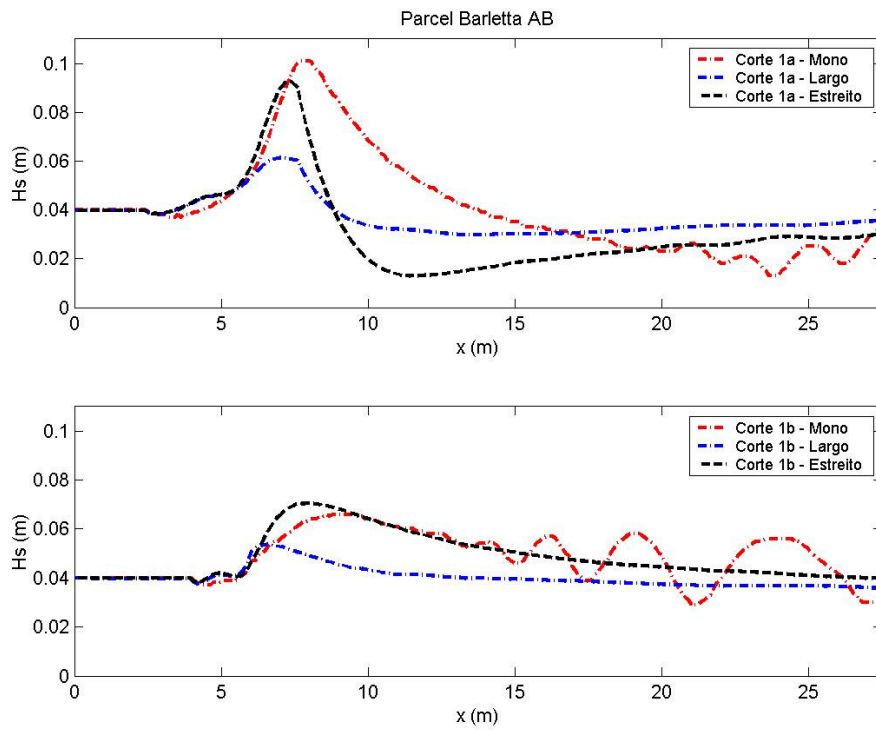


Figura 62 – Parcel Barletta AB – Cortes de altura de onda 1 a e 1 b.

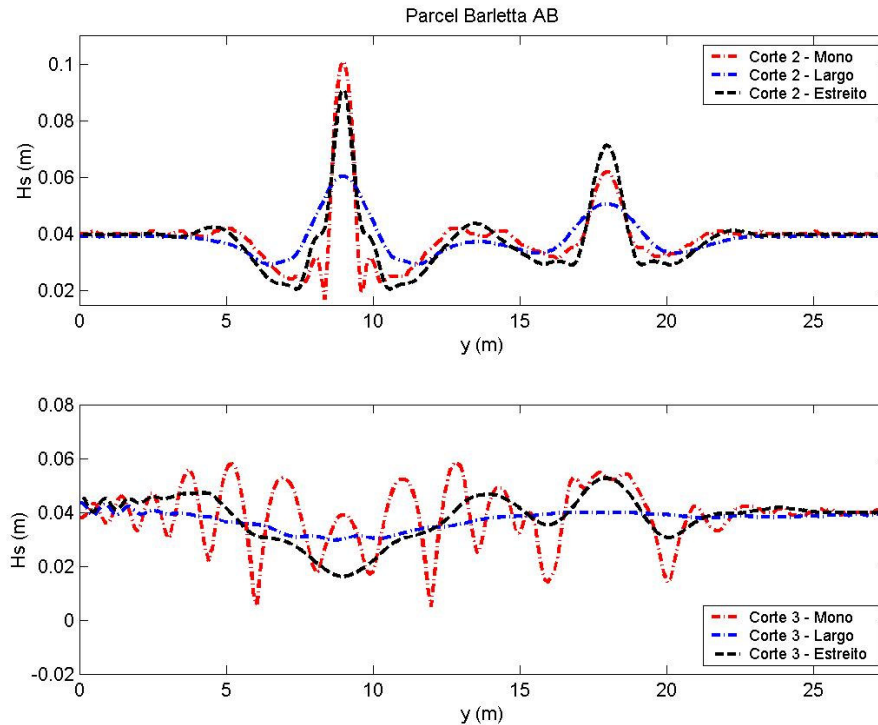


Figura 63 – Parcel *Barletta AB* – Cortes de altura de onda 2 e 3.

Este fato contribuiu para uma maior semelhança do modelo espectral pouco espalhado com o monocromático no corte 3, onde a distribuição das alturas ocorreu de forma não uniforme para ambos, porém sempre de uma forma mais suave para o modelo espectral. O campo de ondas causado pela batimetria *AB* demonstra bem a influência da forma do parcel no mesmo, mostrada na figura 62. Para batimetrias duplas, foram observadas franjas geradas pelo modelo monocromático nos cortes 1a e 1b (figura 62), mostrando interferência de ondas vindas de diferentes direções.

Para o parcel *Barletta AA2*, mostrado na figura 64, os dois parcéis esféricos foram aproximados na tentativa de descobrir se a distância entre os parcéis poderia de alguma maneira afetar a focalização. O que se viu foi um comportamento bem próximo ao obtido no parcel *Barletta AA*, exceto por uma menor amplificação entre os focos principais no corte 2 e também no corte 3, fato que mostra que a distância entre dois parcéis afeta os padrões de interferência das ondas que passaram sobre as calotas, não apenas no nível das amplificações como também na posição das franjas. Talvez neste caso, a distância modificada em relação à primeira não tenha sido muito significativa, por isso as diferenças serem poucas, ficando este tema em aberto para futuras investigações mais detalhadas.

#### 4.3.3 Discussão dos resultados

Os testes com estas “calotas” hipotéticas de formatos simples demonstraram a grande combinação possível que existe na natureza para a definição de características de ondas atrás de parcéis ou feições naturais que induzam na focalização de energia de onda. Um dos elementos de maior importância é o espalhamento angular espectral. Diferenças de espalhamento determinam grandes diferenças nos campos de altura de onda na intensidade de concentração de energia.

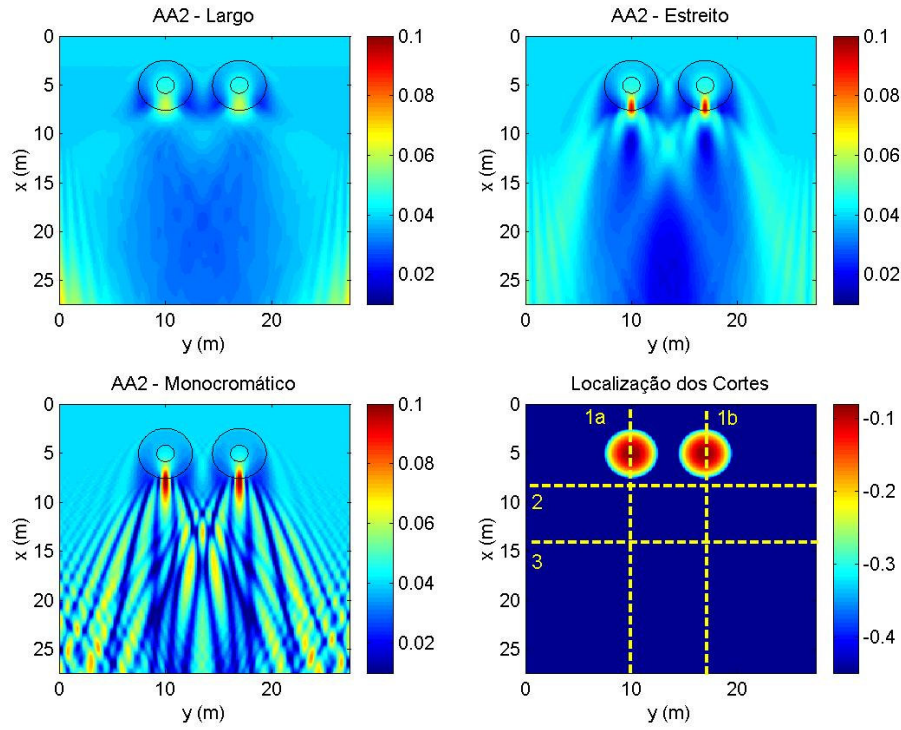


Figura 64 – Parcel Barletta AA2 - Campos de altura de onda e localização dos cortes.

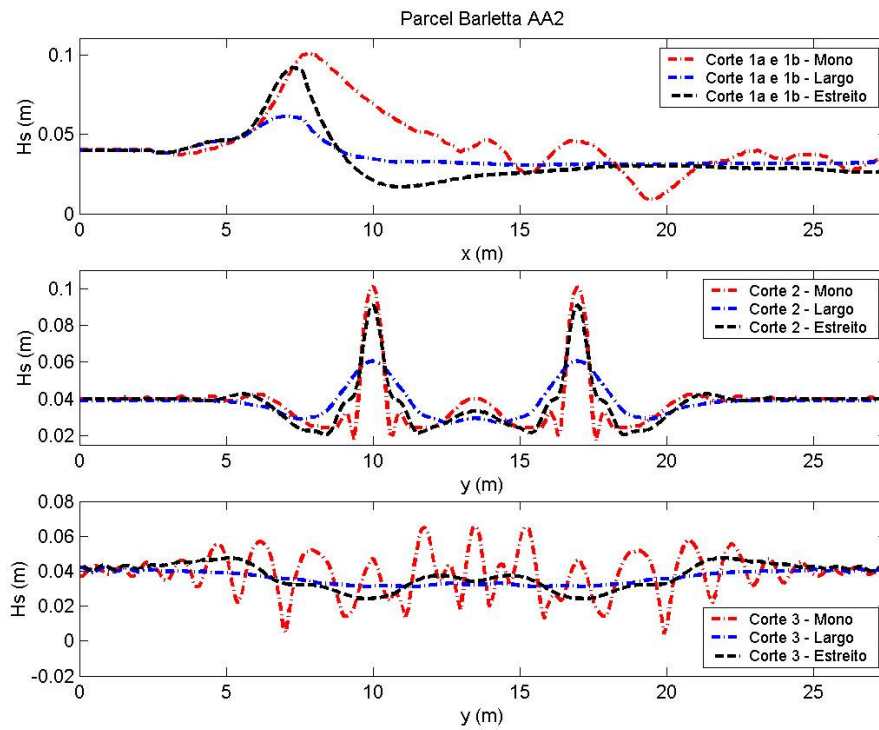


Figura 65 – Parcel Barletta AA2 – Cortes de altura de onda 1a, 1b, 2 e 3.

Outro fator que se mostrou importante é a forma dos parcéis. Os mais íngremes e elípticos mostraram nos testes hipotéticos que, tem um maior poder de diminuição de energia de ondas. Isto se deve à sua característica fisiográfica, de maior pendente. Provavelmente a focalização foi mais fraca neste caso, porque as ondas dispunham de uma menor distância em relação a um comprimento de onda  $L$  para refratar sobre o parcel. Para o parcel esférico as ondas foram mais focalizadas, pois dispunham de uma maior distância em relação a  $L$  para refratar. Para o caso espectral com espalhamento estreito, que previu alturas maiores que o modelo monocromático, possivelmente algumas componentes incidem obliquamente sobre a calota elíptica e, talvez, a focalização seja fortificada em comparação com ondas monocromáticas por este efeito.

Ficou clara nesta seção a influência do formato dos parcéis nas alturas de onda e também dos possíveis erros cometidos pelo uso de modelos estritamente monocromáticos para aplicações reais. Estes modelos geraram distribuições de alturas superestimadas com padrões descontínuos, picosos e com presença de “franjas” superimpostas que certamente incluiriam erros em um projeto de aplicação.

#### 4.3.4 Parcéis Hipotéticos sobre fundo inclinado

Uma segunda configuração de parcéis hipotéticos foi feita para simular de maneira simplificada uma condição mais próxima à realidade. Tomou-se como referência o Parcel do Carpinteiro, situado a alguns km a leste da desembocadura da Laguna dos Patos (figura 66), em  $32^{\circ} 15' S$  e  $51^{\circ} 45' W$ , na plataforma costeira central do Rio Grande do Sul, o qual será alvo de investigação no capítulo 5.

As profundidades em volta do parcel podem ser visualizadas na figura 67, que mostra o relevo 3D fora de escala. Essa batimetria foi feita com dados coletados de 100 em 100 metros pela Marinha do Brasil em 2004 e interpolados computacionalmente de 10 em 10 metros. Na tentativa de simular de forma aproximada características gerais do Carpinteiro, foram gerados dois parcéis elípticos sobre rampas que tem ordem de grandeza próxima à deste parcel natural. O primeiro tem a forma mais suave e elíptica, tendendo a um parcel esférico (semelhante ao parcel *Barletta A*), chamado de Parcel *Barletta Z1*. O segundo tem uma forma mais elíptica achatada, com flancos íngremes (mais abrupto que o parcel *Barletta B*), chamado de Parcel *Barletta Z2*. Neste caso (*Z2*), pode ocorrer o não cumprimento da hipótese do declive suave, porém o caso é testado levando em consideração o desempenho do modelo em possíveis casos de parcéis íngremes existentes na natureza. A rampa tem profundidade máxima de 80 metros de profundidade, adequada para se modelar a propagação de espectros com período de pico de 10 segundos. A profundidade e a declividade da rampa são dadas por:

$$rampa = z - 0.0061(-1 * xd + x) \quad (106)$$

onde  $z$  é a profundidade máxima (80 m) e  $xd$  é a distância do centro do parcel (em  $x$ ) até a batimétrica de 80 metros, fixada em 9.239 km para ambos os parcéis (*Z1* e *Z2*). A batimetria dos parcéis é definida pela fórmula geral:

$$z = 41 - (50 \sqrt{1 - ((x/ax)^2 + (y/by)^2)}) \quad (107)$$

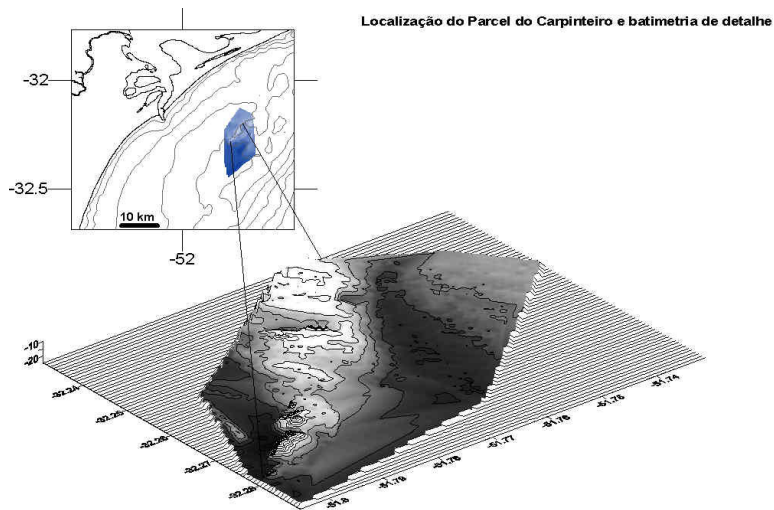


Figura 66 – Localização do Parcel do Carpinteiro, Rio Grande do Sul (Fonte: Buchmann *et al.* 2001).

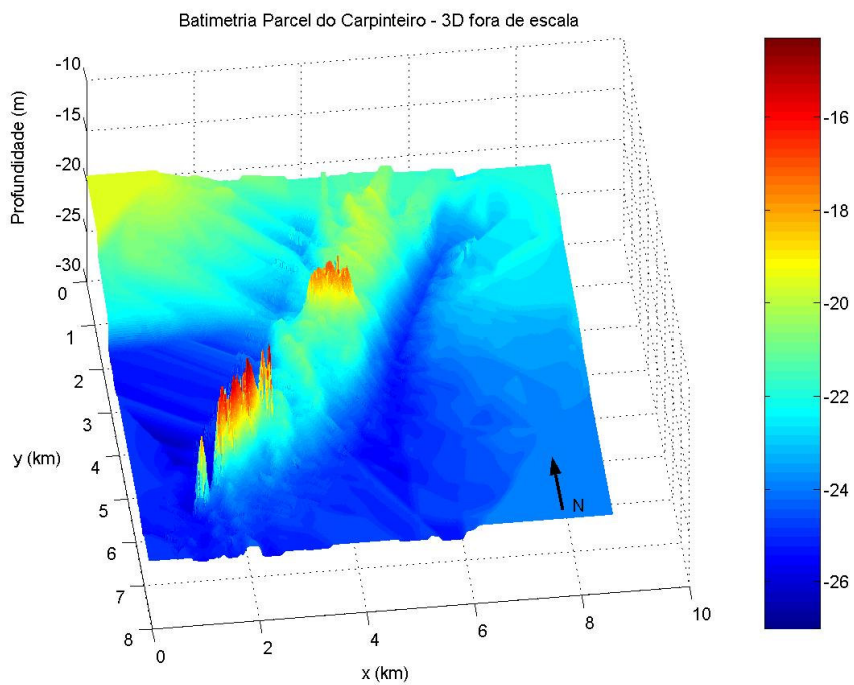


Figura 67 – Profundidades do Parcel do Carpinteiro.



As dimensões de grade e parâmetros da fórmula geral que descrevem os dois parciais são mostradas na tabela 35 e a forma dos parciais é bem ilustrada na figura 68.

Tabela 35 – Características dos Parciais Hipotéticos em fundos inclinados.

Batimetrias	$a_x$ (m)	$B_y$ (m)	Centro em $x$ (m)	Centro em $y$ (km)	Dimensões de grade (x,y) (km)	$dx, dy$ (m)	Ptos de grade (x,y)	Declividade da rampa
Barletta Z1	600	700	9.5	7.5	14 x 15	10 x 10	1401 x 1501	1:164
Barletta Z2	200	1100	9.5	7.5	14 x 15	10 x 10	1401 x 1501	1:164

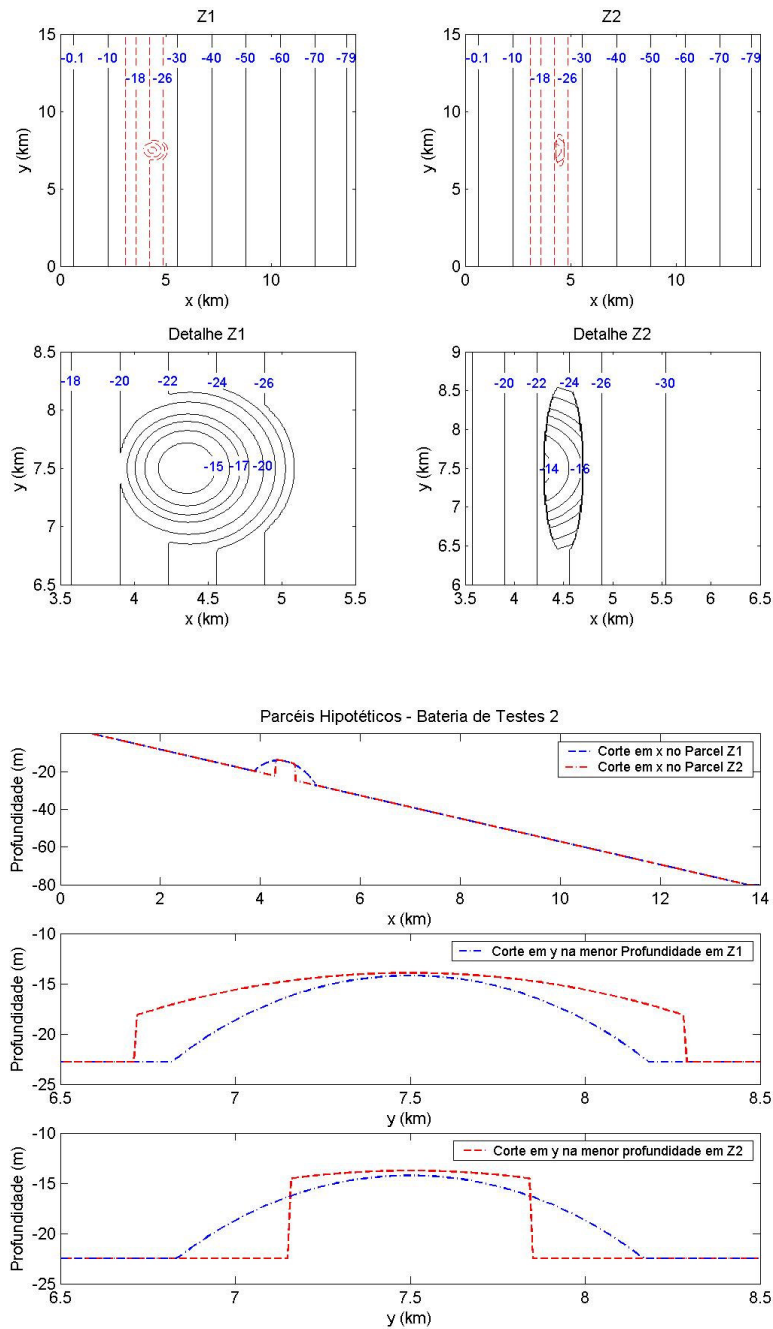


Figura 68 – Batimetrias Hipotéticas usadas para os testes 2 de forma de Parcel.

Para esta segunda bateria de testes, foram utilizados dois espectros hipotéticos TMA com espalhamento direcional estreito ( $\pm 11^\circ$ ) e largo ( $\pm 45^\circ$ ), com direção principal normal a costa. A discretização foi de 15 intervalos de frequências por 20 intervalos direcionais, dando um total de 300 ondas computadas para simular o espectro. Tentou-se usar espectros com características próximas aos encontrados na natureza. Também foram estudados casos com ondas monocromáticas de período igual ao período de pico dos casos espectrais e mesma  $H_s$  inicial. As características de ondas são mostradas na tabela 36. A figura 69 mostra as formas dos espectros usados.

Tabela 36 – Características das ondas geradas para a bateria 2 de testes com Parcéis Hipotéticos.

Ondas	$H_0$ ( $H_s$ inicial - m)	$T_p$ (s)	$\gamma_m$	$\sigma_m$	$\theta_m$	Discretização em Frequência (bins)	Discretização em Direção (bins)
Monocromáticas	1	10	-	-	-	-	-
Espectro estreito	1	10	10	5	0	15	20
Espectro amplo	1	10	10	20	0	15	20

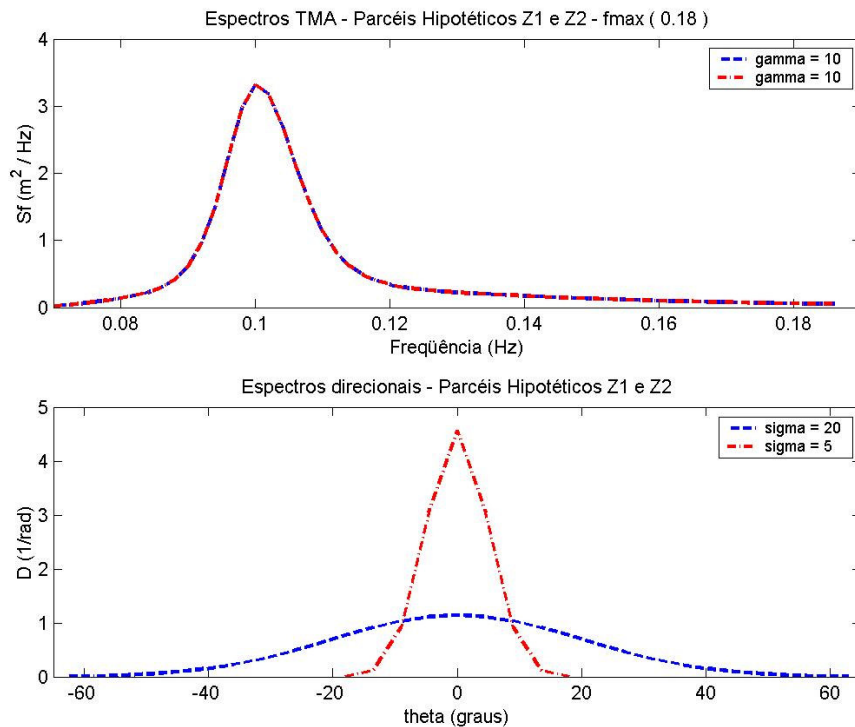


Figura 69 – Espectros TMA produzidos para bateria de testes hipotéticos 2.

### 4.3.5 Resultados

Os resultados obtidos para os parcéis sobre uma rampa não apresentaram grandes diferenças em relação aos testes com Parcéis Hipotéticos 1 em fundos planos, no que se refere aos padrões de focalização de energia. A figura 70 mostra os dois casos espectrais e também o monocromático, confirmando a maior focalização ocorrida com o uso de modelos monocromáticos. Para o caso de um espectro estreito em direção, a focalização acontece de maneira mais suavizada que no caso monocromático, porém com mais intensidade se comparada a um espectro com espalhamento direcional largo. A figura 70 mostra também a posição dos cortes de altura significativa das 3 condições de ondas modeladas para este parcel, plotadas na figura 71. Para o corte 1, que passa exatamente no centro do parcel em  $y$ , nota-se a maior elevação causada pelo parcel junto com o empinamento natural da onda subindo a rampa em direção a águas mais rasas. Notou-se a grande diferença de altura em relação ao espectro estreito em direção.

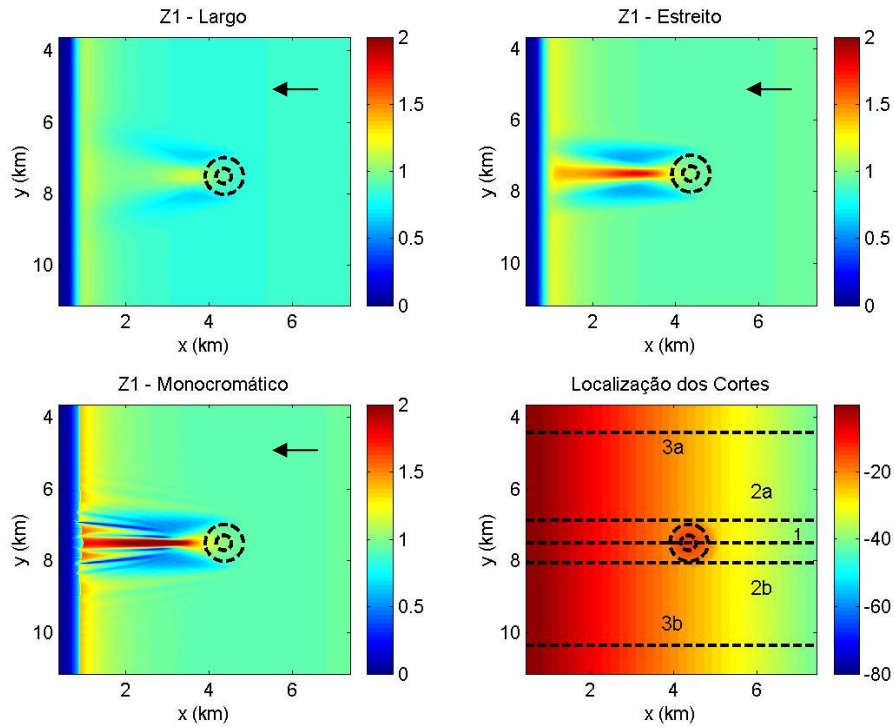


Figura 70 – Distribuição de alturas de onda para bateria de testes hipotéticos com parcéis Z1.

Para o espectro com espalhamento direcional largo, a focalização se deu de maneira mais amena, porém foi perfeitamente perceptível. Para o corte 2a e 2b (simétricos) tentou-se mostrar a diminuição das alturas que ocorrem nas laterais da zona de foco. Neste caso o padrão se seguiu, com as alturas mais baixas sendo computadas pelo modelo monocromático, seguido do modelo com espectro estreito e mais suavizada pelo modelo com espectro espalhado. Para o corte 3a e 3b (simétricos) tentou-se mostrar uma seção mais distante da zona de focalização, onde, aparentemente tem-se apenas a situação de uma onda subindo uma rampa.

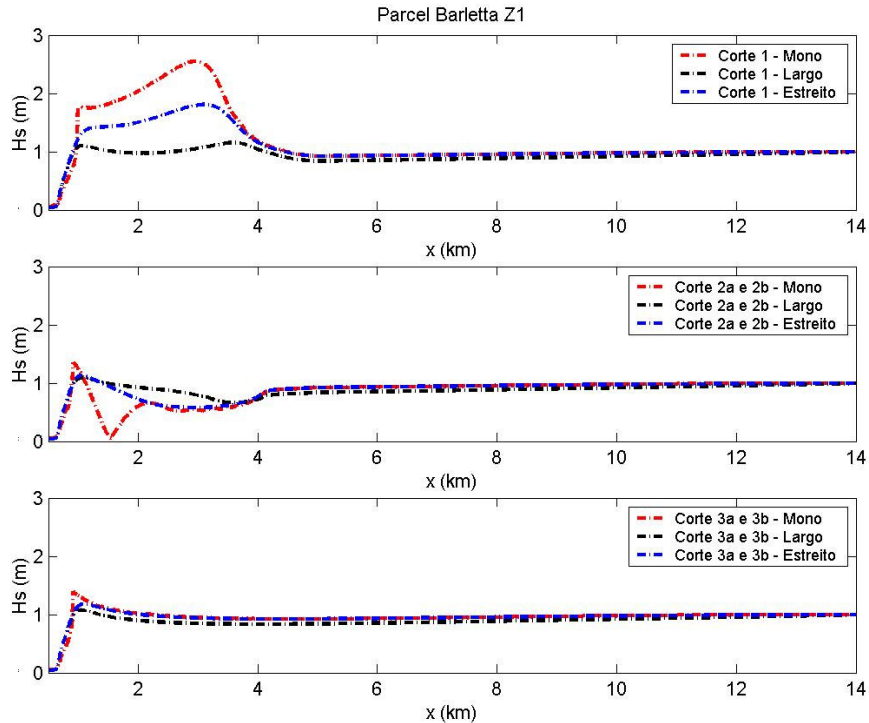


Figura 71 – Cortes de  $H_s$  em y para os casos de onda propagados no parcel *Barletta Z1*.

A figura 72 mostra os cortes em y posicionados no centro do parcel e nas profundidades de 15, 10 e 5 metros. A intenção aqui é mostrar a influência que um parcel situado a uma certa distância da costa acarreta no campo de ondas em águas mais rasas. Nota-se que para este caso, o campo de onda não focaliza bem em cima do parcel, e sim na zona adjacente atrás do mesmo, em direção à praia. Este é um caso onde a profundidade não é muito rasa no local do parcel, e, portanto é possível fazer uma analogia com o experimento de Berkhoff. Viu-se que a maior focalização ocorreu em 15 metros de profundidade e foi decaindo em direção à costa. Mesmo assim, na profundidade de 5 metros, a zona de foco ainda se apresenta com intensidade, principalmente para ondas monocromáticas. Para o caso do espectro espalhado em direção, o foco em 5 metros existe, porém bem mais suavizado, conforme já visto anteriormente para outros casos. Já para um espectro direcionalmente estreito, o gradiente transversal de alturas na zona do foco e vizinhança é bem maior, aproximando-se mais ao caso monocromático.

A figura 73 mostra os mesmos casos de onda para o parcel hipotético *Barletta Z2*. Como neste caso as alturas de onda focalizadas pelo parcel são menores do que as calculadas para o *Z1*, foi usada uma paleta de cores diferente para a ilustração, com o objetivo de realçar a região do foco. Novamente o parcel mais estreito, elíptico e íngreme causou menor focalização para todos os casos modelados, semelhante ao que já tinha sido mostrado nos parcéis hipotéticos 1. Isto pode ser visto na figura 74, pelos cortes batimétricos. No corte 1, que passa sobre o centro do parcel em y, nota-se o mesmo padrão do foco causado pelo parcel *Z1*, com o modelo monocromático apresentando maiores alturas, seguido bem de perto pelo modelo espectral com espalhamento estreito e com menores alturas o modelo com espectro espalhado. A focalização neste corte ocorre até a praia, fundindo-se com o empinamento da onda até a zona de quebra. Nesta batimetria, as alturas são bem menores que para *Z1*.

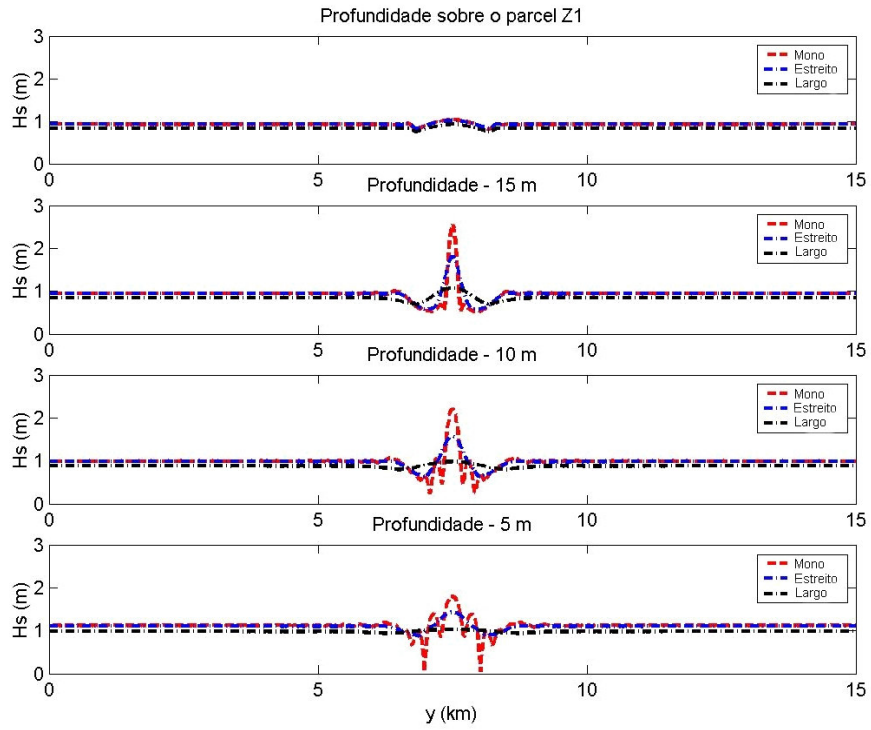


Figura 72 – Cortes de  $H_s$  em  $x$  para os casos de onda propagados no parcel Barletta Z1.

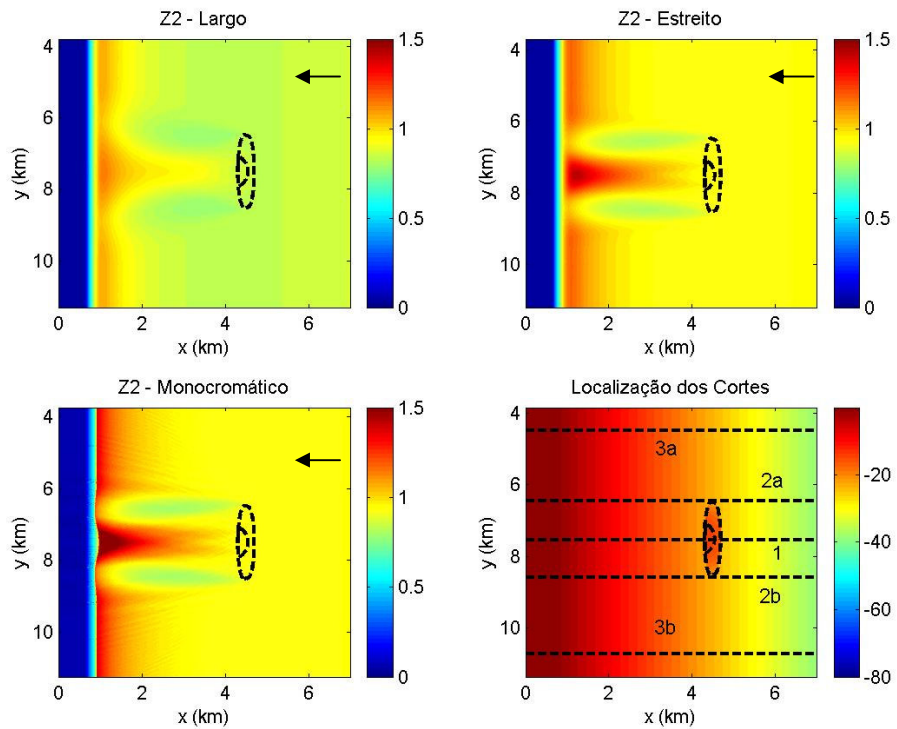


Figura 73 – Distribuição de alturas de onda para bateria de testes hipotéticos com parcéis Z2.

No corte 2 é possível de se ver os locais com diminuição da altura de ondas, lateralmente á zona de foco, também bem suavizados em relação ao teste anterior. O corte 3 representa áreas longe do foco, que teoricamente não estão sobre influência do mesmo, contando somente os processos de empinamento.

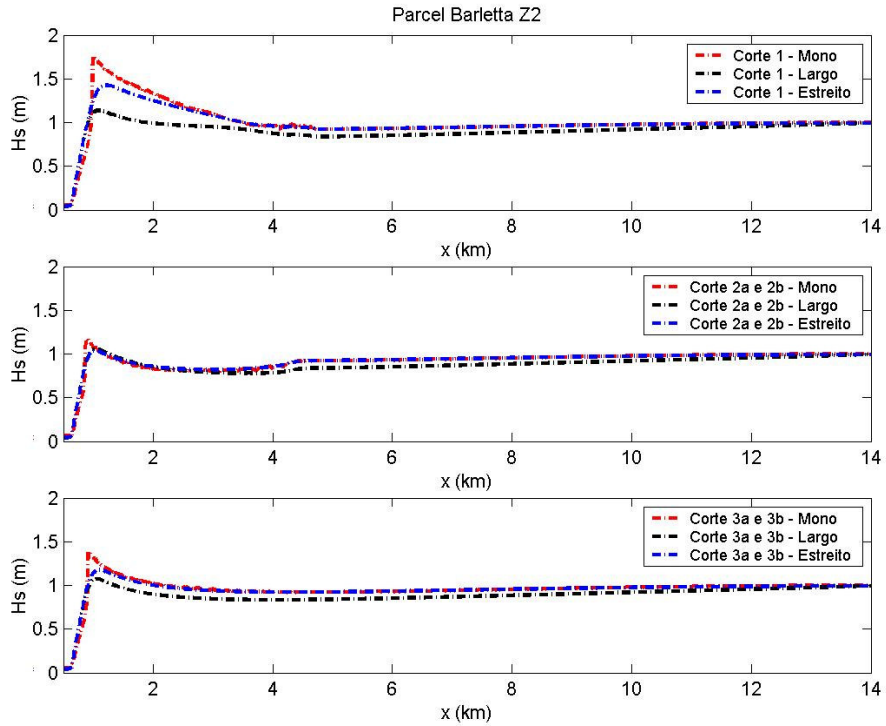


Figura 74 – Cortes de  $H_s$  em  $y$  para os casos de onda propagados no parcel Barletta Z2.

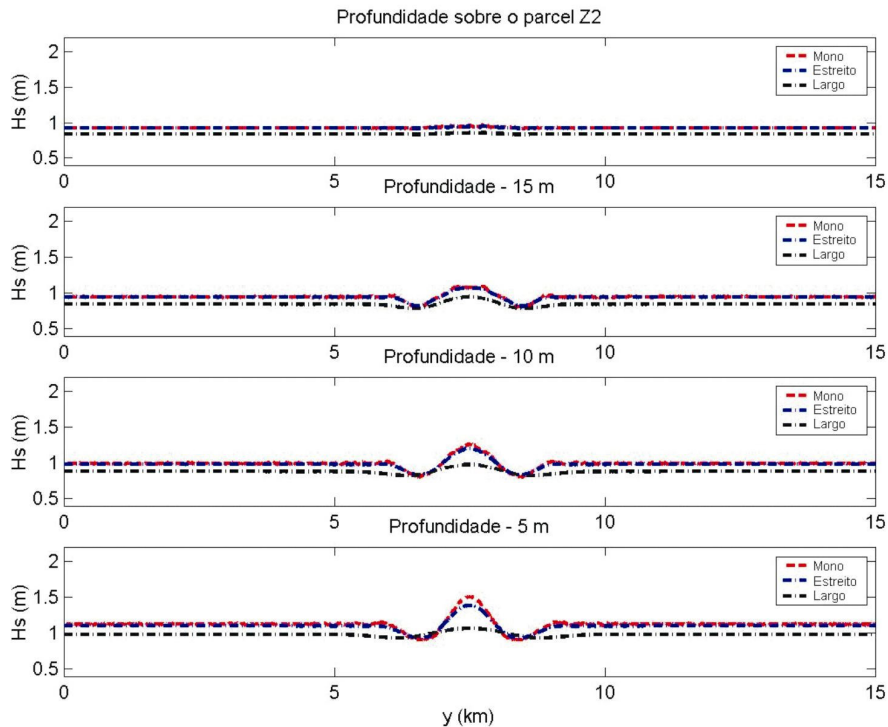


Figura 75 – Cortes de  $H_s$  em  $x$  para os casos de onda propagados no parcel Barletta Z2.

A figura 75 mostra os cortes em  $x$  para as mesmas profundidades mostradas anteriormente na figura 72. Para este caso notou-se que o foco cresceu progressivamente do parcel até a praia, diferentemente do caso do parcel Z1, porém o gradiente transversal de alturas foi muito mais suavizado.

#### 4.3.6 Discussão dos resultados

Os testes com os parcéis Z1 e Z2, juntamente com os testes anteriores com Parcéis Hipotéticos mostraram possíveis erros que podem ocorrer com a aplicação de modelos REF-DIF para situações reais.

Para estudos de linhas de costa e plataformas costeiras com batimetrias complicadas, que contenham muitos parcéis e feições geomorfológicas que induzam a focalização de energia de onda, a aproximação de estados de mar por ondas monocromáticas incluiria muitos erros na estimação de alturas de onda na costa. Estados de mar reais, com espectros com espalhamento estreito, concentram sua energia em uma gama menor de direções, o que faz com que uma parte menor desta se espalhe, se comparado a espectros com espalhamento direcional mais largo. Isto não é novidade, porém cabe deixar claro a necessidade de se ter informações sobre as características espectrais, além dos parâmetros classicamente usados ( $H_s$ ,  $T_p$  e direção de pico) do clima de ondas da região onde será feita a aplicação destas ferramentas numéricas.

Os exemplos estudados inspirados no parcel do Carpinteiro, mostram que parcéis atuam na focalização de energia de ondas em situações de ondulações intensas. Este parcel localiza-se relativamente distante da costa, classificado por Buchmann *et al.* (2001) como parcel intermediário por se situar em profundidades intermediárias. Os parcéis Z1 e Z2 foram construídos tendo o Carpinteiro como referência, embora tenham menor distância da costa. Estes exemplos mostraram que parcéis em águas intermediárias já contribuem com focalizações de energia e padrões complicados do campo de ondas em águas mais rasas. Para uma costa com parcéis em águas mais rasas, situação bem comum na realidade, esta influência seria maior ainda, onde padrões descontínuos e gradientes transversais de altura de onda próximos à praia induziriam a formação de áreas com mais energia de ondas e outras com menos, que por sua vez facilitariam a formação de correntes e transporte de sedimentos das áreas de maior energia para áreas de menores ondas. Isto são suposições baseadas nos resultados obtidos, porém trabalhos com maior interação entre os modelos hidrodinâmicos e modelos de transporte de sedimentos seriam necessários para a validação destas afirmações.

## Capítulo 5 - Aplicação no Litoral Central do Rio Grande do Sul (RS)

### Introdução

O Rio Grande do Sul (RS), estado mais ao sul do Brasil, tem aproximadamente 620 km de costa caracterizada por praias arenosas. Diferentemente dos outros estados brasileiros, a colonização no RS foi mais intensa no interior do que no litoral. O litoral central do estado, zona que se estende da desembocadura da Lagoa dos Patos até 200 km ao norte, apresenta características nativas, de campos e praias com pouquíssima ocupação (figura 76).

A plataforma continental de águas intermediárias a rasas do litoral central do Rio Grande do Sul apresenta uma batimetria com geomorfologia bastante complexa (figura 77). A feição geral mais característica são bancos arenosos lineares (“sand ridges”), identificados na literatura pela primeira vez por Figueredo Jr. (1975). Trata-se de bancos com a presença de alguns parcéis com forma alongada linear, posicionados em profundidades entre 7 e 28 metros. Os parcéis são formados por areia quartzosa, material biodetrítico e carbonático consolidado (arenito de praia - “beach rock”).

Estes “sand ridges”, podem atingir até 220 km de comprimento e tem orientação aproximada de 35° em relação ao norte, de acordo com Figueredo Jr. (1975). Porções de arenito mais elevadas destas formações são parcéis conhecidos para quem navega nestas águas. Para o trecho de ante-praia do litoral central do Rio Grande do Sul, os mais conhecidos e significantes são o parcel do Carpinteiro (mostrado na seção anterior), o banco Minuano e o Parcel da Lagoa do Peixe. Nas imediações do Farol da Conceição, a 80 km ao norte da desembocadura da Lagoa dos Patos, localiza-se o banco Capela, situado em profundidades mais rasas (isóbatas de 7 a 9), sendo que ao largo deste local existem outros parcéis não nomeados nas Cartas Náuticas.

A existência destes parcéis influencia as características das ondas e provavelmente o transporte de sedimentos na costa. Para esta área de praias, nas adjacências do Farol da Conceição, observa-se a ocorrência de erosão costeira acentuada em um trecho de aproximadamente 30 a 50 km de costa. Esta erosão pode ser facilmente evidenciada por feições geomorfológicas, como contínuos afloramentos de turfa na zona de dunas frontais, que por sua vez não tem mais características de dunas frontais e sim de cordões litorâneos erodidos e dunas escarpadas (figura 78). No sopé das dunas escarpadas, na berma e na praia existem altas concentrações de minerais pesados, outro indício geológico de erosão.

O recuo significativo da linha de costa no Farol da Conceição em um curto período de tempo (décadas), vem sendo reportado por diversos autores que estudam a geologia e geomorfologia costeira do Rio Grande do Sul. Com base em saídas de campo e análise de fotografias, Tomazelli *et al.* (1998) estimam a retração de 50 metros das dunas frontais entre 1975 e 1995, com taxa média de 2,5 m/ano para este ponto da costa. Esses autores associaram as causas desta erosão a elevações do nível relativo do mar que estariam ocorrendo na costa do RS nos tempos atuais. Dillemburg *et al.*, (2000) sugerem que o que pode estar ocorrendo é um reajuste da linha de costa ao clima de ondas reinante na atualidade, baseado na utilização de dados de furos de sondagens, datações de C<sup>14</sup> e a aplicação de modelos geomorfológicos de translação de ilhas-barreira.



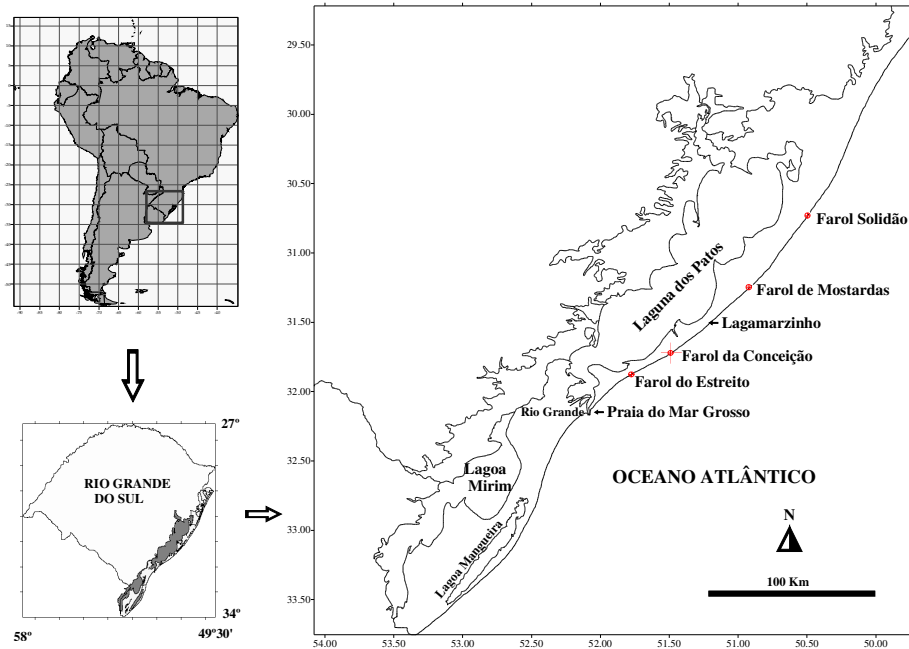


Figura 76 - Litoral Central do Rio Grande do Sul (Fonte: Barletta e Calliari, 2001).

Estes autores apontam que a localidade do Farol da Conceição é um dos setores de retração da linha de costa do RS, e que esse processo vem ocorrendo nos últimos cinco mil anos. Existem trechos de progradação e a transição entre um setor e outro seriam pontos da costa que estariam estáveis nos últimos milênios. Assim, segundo Dillemburg e colaboradores, a tendência evolutiva histórica do litoral na região do Farol da Conceição atua em escalas de curto e longo período. Este fenômeno é muito interessante por se tratar de erosão natural, sem a influência de ações antrópicas.

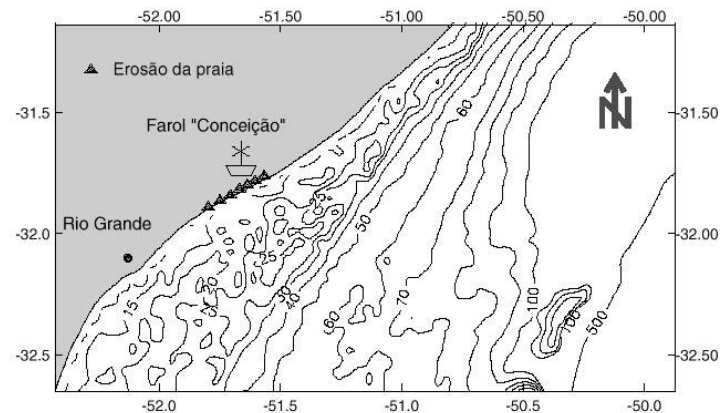


Figura 77 - Batimetria da Plataforma Costeira na região do Farol da Conceição (Fonte: Calliari *et al.* 1998b).

Outros autores conduziram pesquisas sobre a erosão da região central do RS com enfoque em uma escala de tempo não geológica, onde o maior interesse estaria nos processos físicos e geológicos atuais responsáveis pelo fenômeno. Calliari *et al.*, (1998a) relatou a queda do Farol da Conceição em 1993, durante uma forte tempestade com características meteorológicas e oceanográficas peculiares que ocorreu na região.

Através de monitoramento de perfis praias, Barletta e Calliari (2001) verificaram o déficit de areia de  $100\text{m}^3/\text{m}$  e uma taxa média de retração da escarpa praial de 3,6 m/ano para o Farol da Conceição entre 1996 e 1999. Trabalhos preliminares de modelagem numérica foram realizados na tentativa de elucidar os agentes físicos que pudessem ter relação com esta erosão localizada. Siegle (1996), foi um dos primeiros a estudar a refração de ondas no litoral central do RS, através do traçado de raios para ondas monocromáticas. Calliari *et al.*, (1998b) estudaram a refração de ondas na região e aprimoraram um modelo matemático de refração pela técnica de traçado de raios sugerido por Griswold (1963). Estes autores associaram a erosão natural verificada com a ocorrência de um “foco semi-estável” de energia de ondas que varia (migra) para o norte ou sul do Farol da Conceição respondendo as direções e períodos de ondas incidentes.



Figura 78 - Afloramentos de turfa nas proximidades do Farol da Conceição (Foto: Daniel Loebman).

Apesar dos avanços conseguidos, ainda existem lacunas no que se refere à determinação da ação das ondas sobre a plataforma costeira do litoral em questão. Por exemplo, as modelagens até o presente para esta plataforma consideram somente ondas monocromáticas, levando em consideração somente a refração (traçados de raios). A escala das distâncias entre os raios foi da ordem de vários Km. Em vista da complexidade batimétrica da plataforma há grande interesse em realizar um estudo mais detalhado sobre as ondas nesse trecho da costa brasileira. Uma averiguação mais detalhada, com espaçamento da ordem de metros, colaboraria com o pouco que se sabe sobre as diferenças nos padrões de alturas de onda ao longo desta costa. Sob um ponto de vista científico, a região apresenta-se como um laboratório natural para o estudo dos processos governantes da dinâmica das ondas e também da dinâmica sedimentar da zona costeira. Sob um enfoque social e governamental (planejamento e gerenciamento costeiro), sabe-se que esta região litorânea está em fase de recente urbanização. Previsões indicam o aumento da demanda populacional pela perspectiva de conclusão da BR-101, já em fase avançada de construção. Esta estrada facilitará substancialmente o acesso da população que habita centros urbanos maiores, como Porto Alegre, Canoas, etc. Estima-se que nas próximas décadas, a região costeira ao norte da desembocadura da Lagoa dos Patos estará em pleno processo de ocupação. São necessários estudos

científicos que corroborem com um plano de gerenciamento costeiro para regulamentar a futura ocupação deste litoral, em função de suas características e vulnerabilidades naturais (erosão, inundação) associadas a possíveis impactos antrópicos.

Neste contexto, o último capítulo deste trabalho visa dar uma pequena contribuição aos estudos já realizados, investigando de forma minuciosa o efeito da batimetria na transformação das ondas nesse trecho de costa. Para tanto, utilizar-se-á o modelo REF-DIF espectral de Kirby e Özkan (RDK wnSTHD P) para estudar a refração-difração de ondas para condições de mar mais próximas das condições reais do oceano. Tentou-se verificar a influencia do espalhamento direcional espectral no campo de alturas de ondas em águas intermediárias a rasas na plataforma interna do litoral central gaúcho. Também foram realizadas comparações com simulações de ondas monocromáticas bem como o efeito da dissipação de energia. A escolha do modelo foi determinada levando em conta o desempenho do mesmo nos testes feitos nas secções anteriores e nas condições de modelação realizadas.

### 5.1 Montagem da grade batimétrica

O primeiro passo foi confeccionar batimetrias da Plataforma costeira do Rio Grande do Sul. Estas foram geradas com dados das cartas náuticas 90, 2100, 2110 e 2140 da Marinha do Brasil (Diretoria de Hidrografia e Navegação - DHN), além da batimetria em detalhe do Parcel do Carpinteiro feita pela Marinha em 2004. Isto pode representar uma limitação, já que a maioria destes dados foi coletada há muitos anos e com um espaçamento amostral grande, porém é uma das poucas fontes de dados para a região. A carta 2140 foi usada para inserir a Lagoa dos Patos como referência, para futuramente ser possível a localização visual fácil do Farol da Conceição.

A interpolação dos pontos e confecção das batimetrias foi realizada com o pacote computacional Mike Zero (DHI). Primeiramente todos pontos batimétricos amostrados foram colocados em uma grade computacional e esta grade foi diminuída no ato da interpolação pelo método de “kriging”, conforme mostra a figura 79.

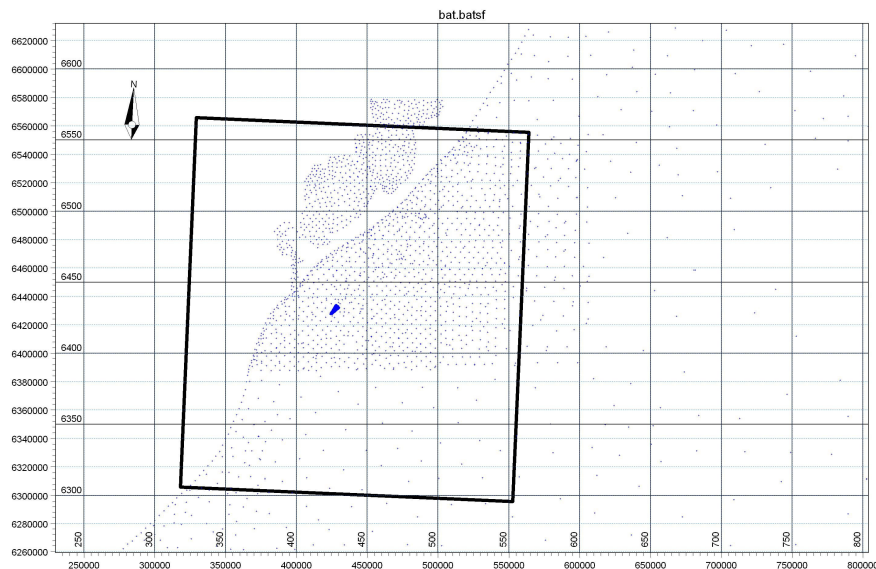


Figura 79 – Pontos amostrais da batimetria para rodadas do modelo (Saída do software em UTM nesta fase).

A segunda etapa foi a confecção da batimetria Base (figura 80), posicionada tal qual a carta náutica 2100, referência para futuras batimetrias que poderiam ser construídas como opção para as rodadas dos modelos. O espaçamento de interpolação de grade foi 100 x 100 metros para  $x$  e  $y$ , mínimo espaçamento computacionalmente tolerado por PCs (AMD 64, 1Ghz RAM) pelo programa “Mike Zero”, em relação à quantidade de número de pontos de grade gerados.

No terceiro passo de confecção de batimetrias, decidiu-se tentar posicionar a batimetria de uma maneira em que, a direção de propagação inicial fosse paralela ao eixo  $x$  de grade. Para isso a batimetria base foi rotada em aproximadamente  $30^\circ$  (figura 81), de modo que uma onda vinda do quadrante SE, situação comum para esta costa, entraria com direção inicial aproximadamente paralela ao eixo  $x$  da grade batimétrica e também de cálculo. Esta grade rotacionada foi chamada de batimetria 2. Esta decisão foi tomada levando-se em consideração a simulação do caso mais simples da batimetria na opção 1, onde a direção de propagação inicial teria  $0^\circ$ . É claro que isso não se aplica totalmente para um espectro com espalhamento direcional, principalmente se este espalhamento é largo. Um espalhamento direcional largo pode causar grandes ângulos de direção em relação ao eixo  $x$  da grade, mesmo sendo a direção média de propagação espectral  $0^\circ$ . Estes erros foram mostrados neste trabalho nos testes com rampas plano-paralelas e modelos monocromáticos, podendo ter grande influência também em casos espectrais, principalmente sobre batimetrias complicadas.

As batimétricas da Batimetria 2 podem ser melhor visualizadas na figura 82. Nota-se que o fato desta batimetria as batimétricas entre 70 e 110 metros não eram retilíneas. Outras observações para esta batimetria é que em águas muito profundas as batimétricas pareciam mostrar erros, com feições caracterizadas por formas quadradas (figura 82). Isto deve ocorrer porque para águas profundas, abaixo de 110 m, existem poucos dados nas cartas batimétricas usadas para a confecção destas batimetrias. Além disso, esta batimetria era muito grande, com 2051 x 2601 pontos de grade.

Para rodar o modelo espectral para uma batimetria desta dimensão nos computadores do Lahimar era necessário um esforço computacional extremo ( $\cong$  10 dias, Athlon 64, 3.2 GHz, 1.5 G RAM), fato que impossibilitava a modelagem. Com base nestes fatos, após rotar a batimetria Base transformando-a em Batimetria 2, suas dimensões foram diminuídas. Cortou-se a Batimetria 2 entre as batimétricas de 60 e 50 m e também foram cortadas partes em terra e ao sul em relação a  $y$ . Assim a área de interesse foi mais focalizada, apesar de se ter tido o cuidado de deixar área o bastante para que as fronteiras laterais do domínio não exercessem influência na área de estudo, como mostrada na figura 83. Esta nova batimetria para a modelagem foi chamada de Batimetria 3, e uma nova paleta de cores foi usada para realçar as profundidades. A batimetria foi cortada no local onde as batimétricas se aproximam de uma plano-paralela, para no caso da modelagem com um espectro com espalhamento direcional largo, as direções não se espalhassem muito logo no início da propagação.

Desta maneira, a Batimetria 3 representa a batimetria utilizada para a aplicação dos modelos REF-DIF na costa do Rio Grande do Sul. Nesta batimetria, a intenção foi rodar espectros com direção média de propagação  $0^\circ$ , que no sistema de referência dos modelos parabólicos significa uma onda entrando paralela ao eixo  $x$  da grade numérica, conforme mostrado nos testes com rampas plano-paralelas. Ondas monocromáticas também foram configuradas para direção inicial de  $0^\circ$ . Como esta batimetria foi rotacionada de aproximadamente  $30^\circ$ , este é um caso de opção 2 de grade. Com esta grade menor, e com a geração de um espectro de ondas hipotético discretizado em poucas frequências e direções, simulando um espectro real, foi computacionalmente viável a realização da modelação com os PCs disponíveis.

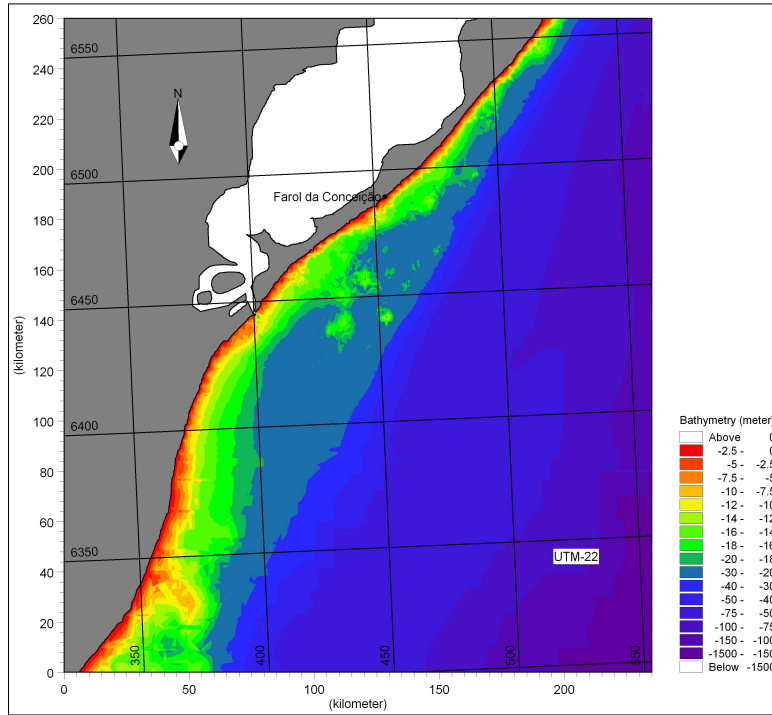


Figura 80 – Batimetria Base feita com “Mike Zero” (Saída do software em UTM e Km nesta fase).

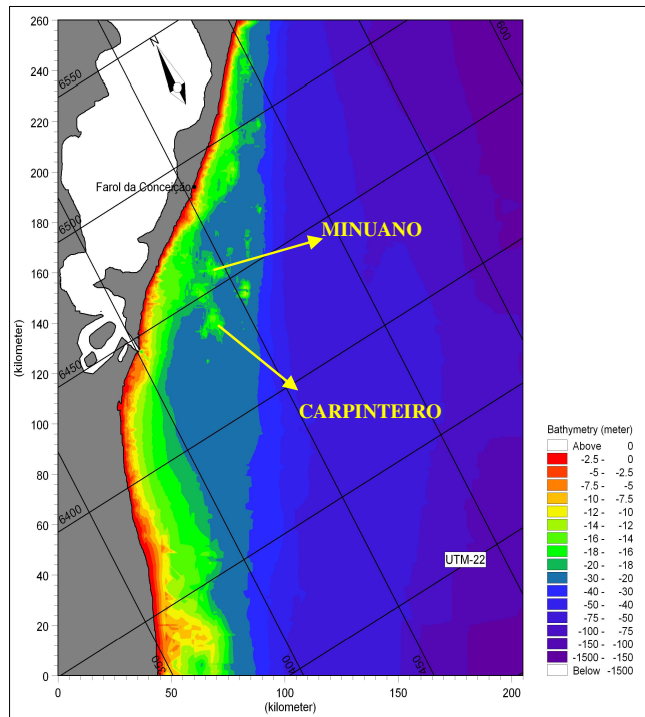


Figura 81 – Batimetria 2 feita com “Mike Zero”, rotacionada 30° (Saída do software em UTM e Km nesta fase).

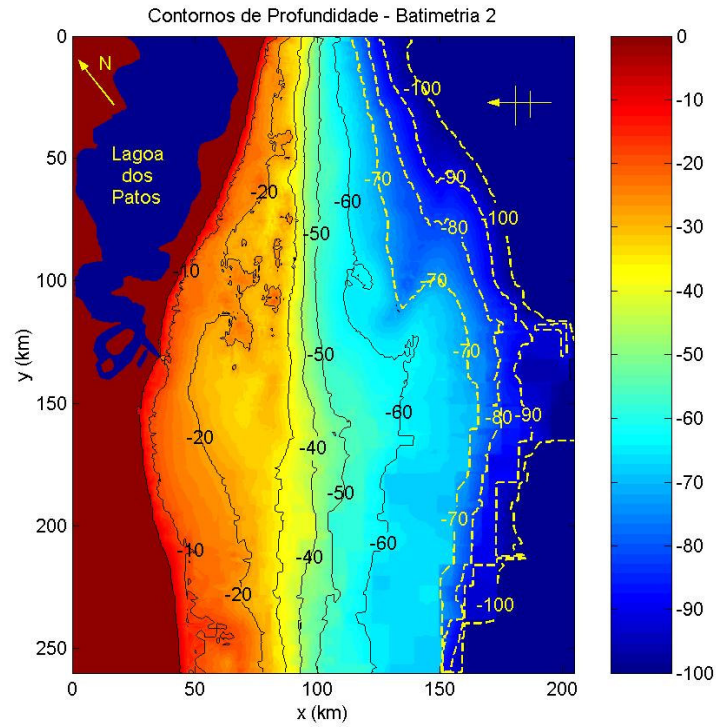


Figura 82 – Contornos batimétricos da Batimetria2 (Saída do MAT LAB em distância - Km).

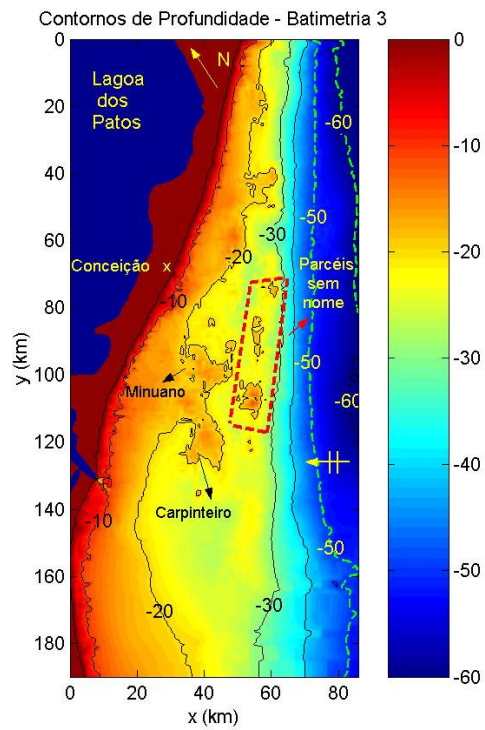


Figura 83 – Contornos batimétricos da Batimetria 3 (Saída do MAT LAB em distância - Km).

## 5.2 Estudo de caso: modelação da refração-difração de ondas para um mar de SE idealizado

Para a propagação de ondas na plataforma costeira do Rio Grande do Sul, tentou-se simular um mar idealizado que representasse uma condição real existente para aquele trecho de costa em questão. Tomou-se como exemplo um mar com altura significativa de 1 m, período de pico de 10 s e direção em águas profundas de SE, conforme já comentado quando da confecção da batimetria. Essa condição é representativa conforme pode ser visto em Tozzi e Calliari (2000), Coli (2000) e Barletta e Calliari (2001). As características de ondas são mostradas na tabela 37.

Tabela 37 – Características das ondas geradas para a modelagem no Rio Grande do Sul.

Ondas	$H_0$ ( $H_s$ inicial - m)	$T_p$ (s)	$\gamma_m$	$\sigma_m$	$\theta_m$	Discretização em Frequência (bins)	Discretização em Direção (bins)
Monocromáticas	1	10	-	-	-	-	-
Espectro estreito	1	10	10	5	0	10	10
Espectro amplo	1	10	10	20	0	10	10

A geração e discretização dos espectros foram feitas através do programa Specgen.for. Novamente, foram discretizados dois espectros TMA com espalhamento direcional estreito ( $\pm 11^\circ$ ) e largo ( $\pm 45^\circ$ ). A discretização foi de 10 intervalos de frequências por 10 intervalos direcionais, dando um total de 100 ondas computadas por ponto de grade por espectro simulado. Os espectros foram gerados para profundidade inicial de 60 m. O espaçamento de cálculo foi automático, com no mínimo 5 pontos de grade por comprimento de onda na direção  $x$  e fixado em 20 m na direção  $y$  de grade numérica.

Casos com ondas monocromáticas tiveram mesmo período de pico e mesma  $H_s$  inicial que os casos espectrais. Para os casos espectrais e também monocromáticos, foi rodada a mesma situação com dissipação de energia turbulenta, com o objetivo de se ter uma idéia da perda de energia de onda na camada limite de fundo ao longo da propagação. Os espectros tem a mesma característica dos propagados nos Parcéis Hipotéticos 2, com a diferença na discretização, que neste caso foi menor em número de direções para diminuir o esforço computacional. A forma espectral é mostrada na figura 84.

As figuras 85 a 90 mostram as imagens das alturas de onda propagadas sobre o domínio computacional da Batimetria 3. A tabela 38 resume os casos modelados. Através destas figuras é possível observar diferenças nas alturas de onda. Em alguns locais ocorre focalização desde a batimétrica de 50 m, e provavelmente se este espectro fosse propagado a partir de águas mais profundas, alguns focos se originariam antes.

Tabela 38 – Resumo dos casos modelados.

(1) Monocromáticas	(4) Monocromáticas com dissipação
(2) Espectro com espalhamento estreito	(5) Espectro com espalhamento estreito e com dissipação
(3) Espectro com espalhamento amplo	(6) Espectro com espalhamento amplo e com dissipação

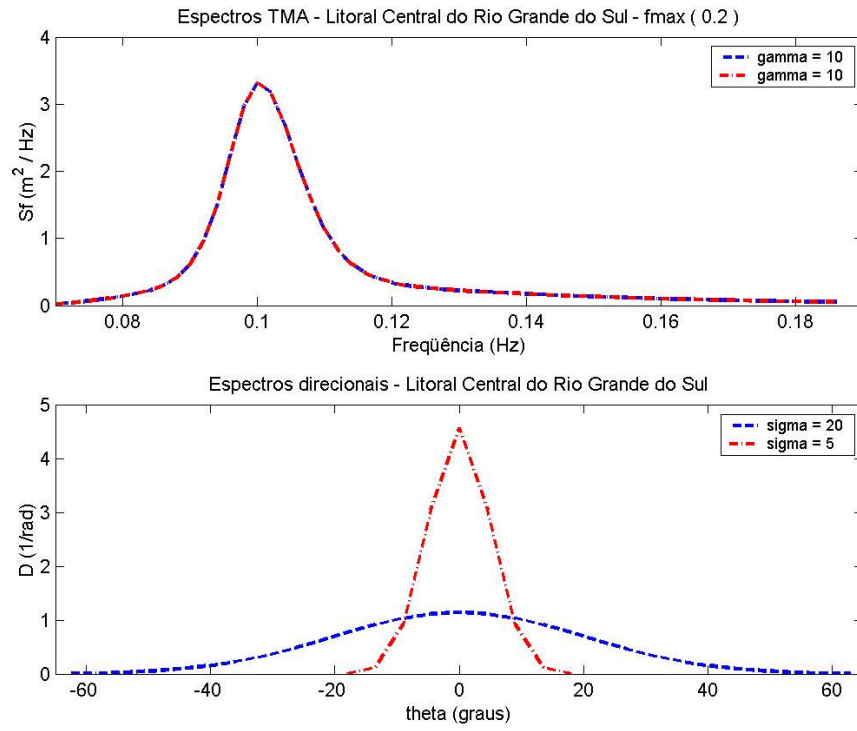


Figura 84 – Espectros TMA produzidos para rodada de modelos no Rio Grande do Sul.



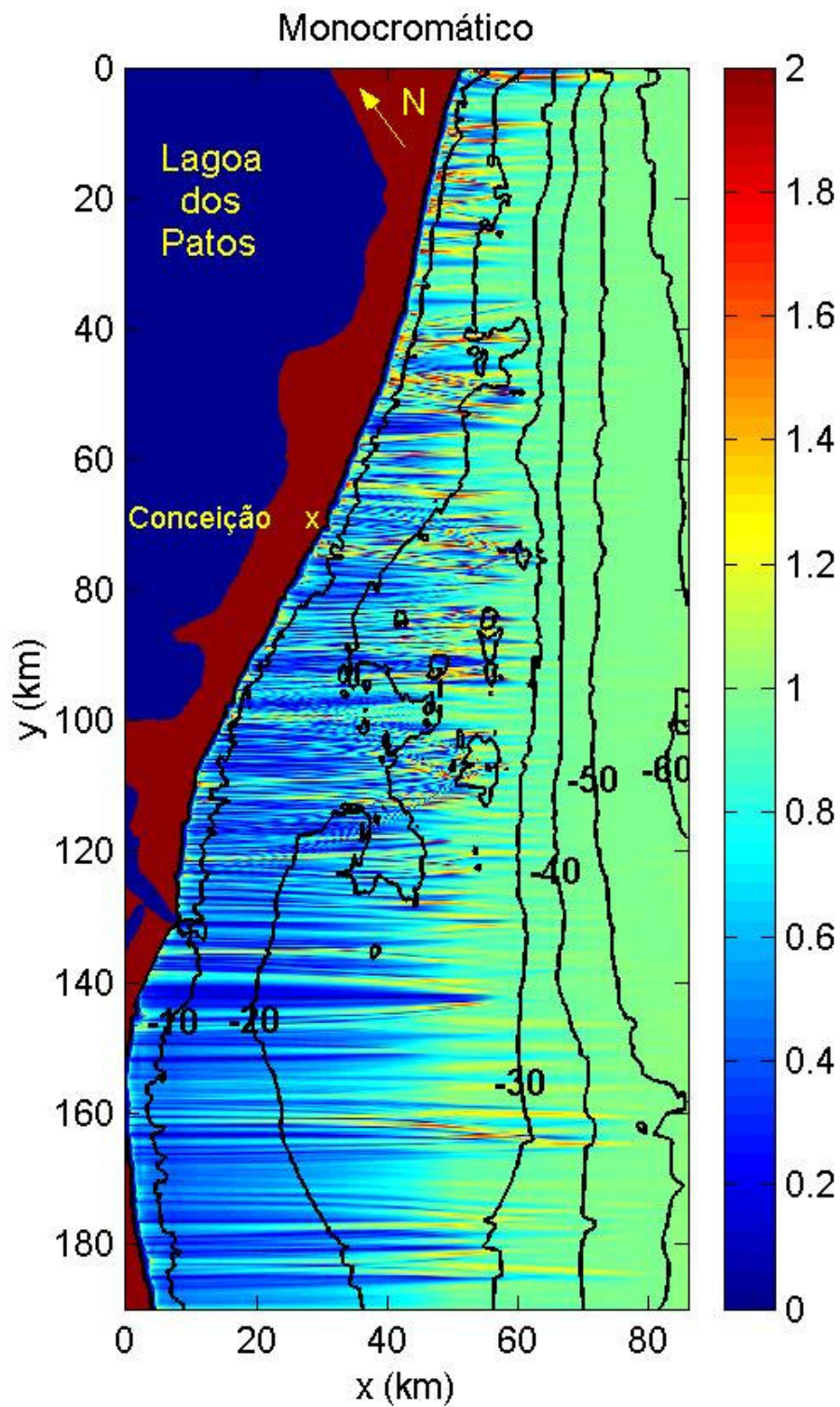


Figura 85 – Propagação de ondas monocromáticas sobre a Batimetria 3.

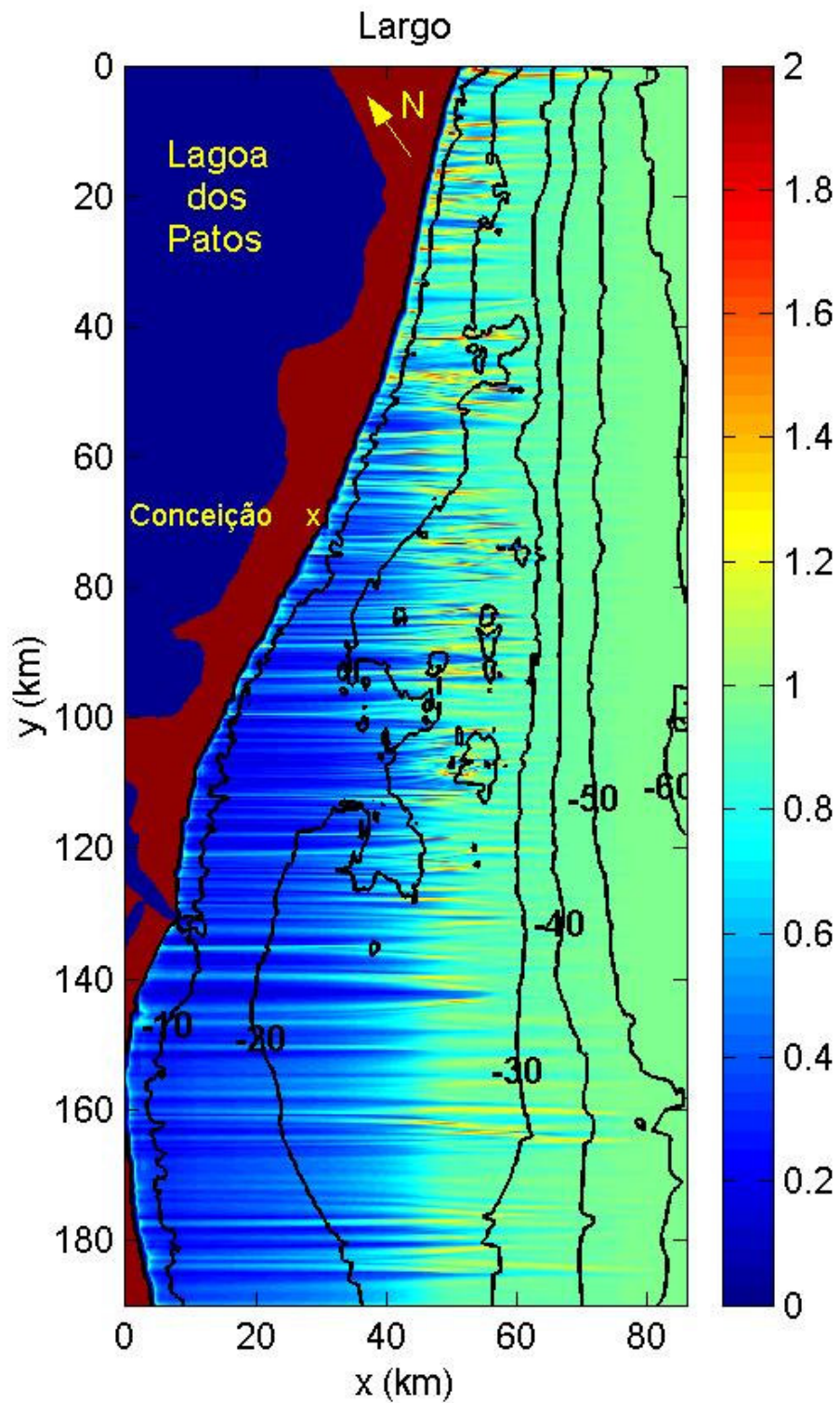


Figura 86 – Propagação de um espectro de onda com espalhamento direcional largo sobre a Batimetria 3.

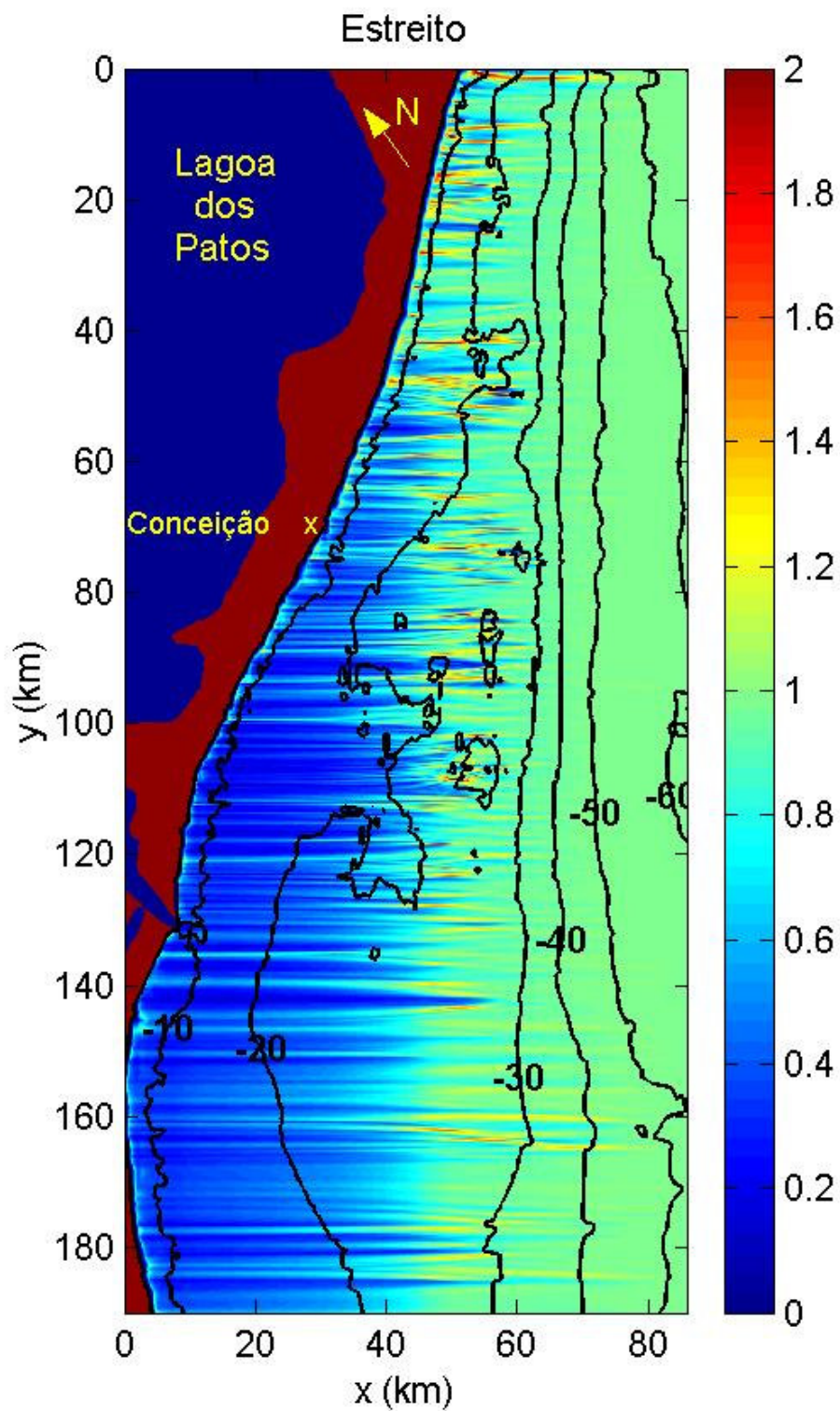


Figura 87 – Propagação de um espectro de onda com espalhamento direcional estreito sobre a Batimetria 3.

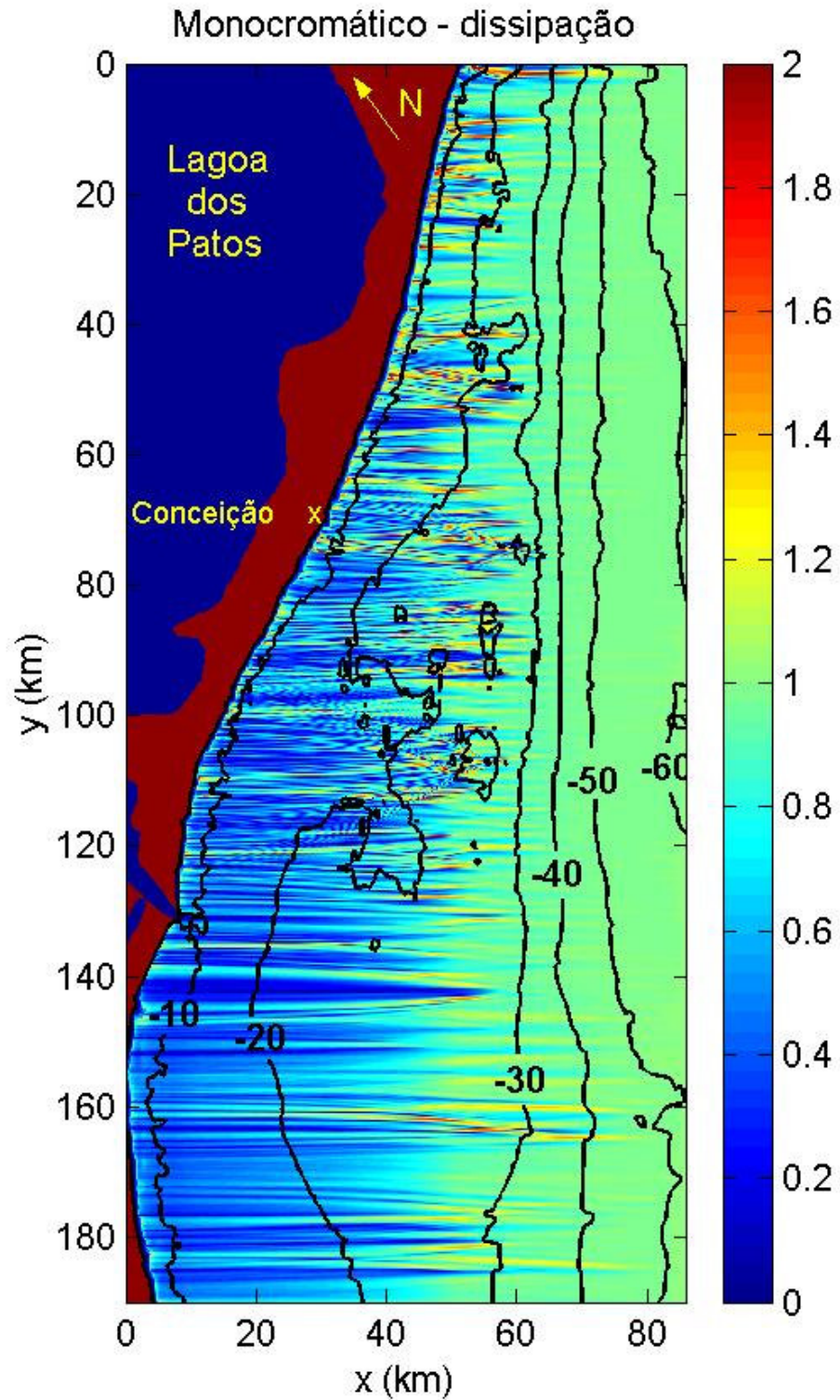


Figura 88 – Propagação de ondas monocromáticas com dissipação turbulenta de energia sobre a Batimetria 3.

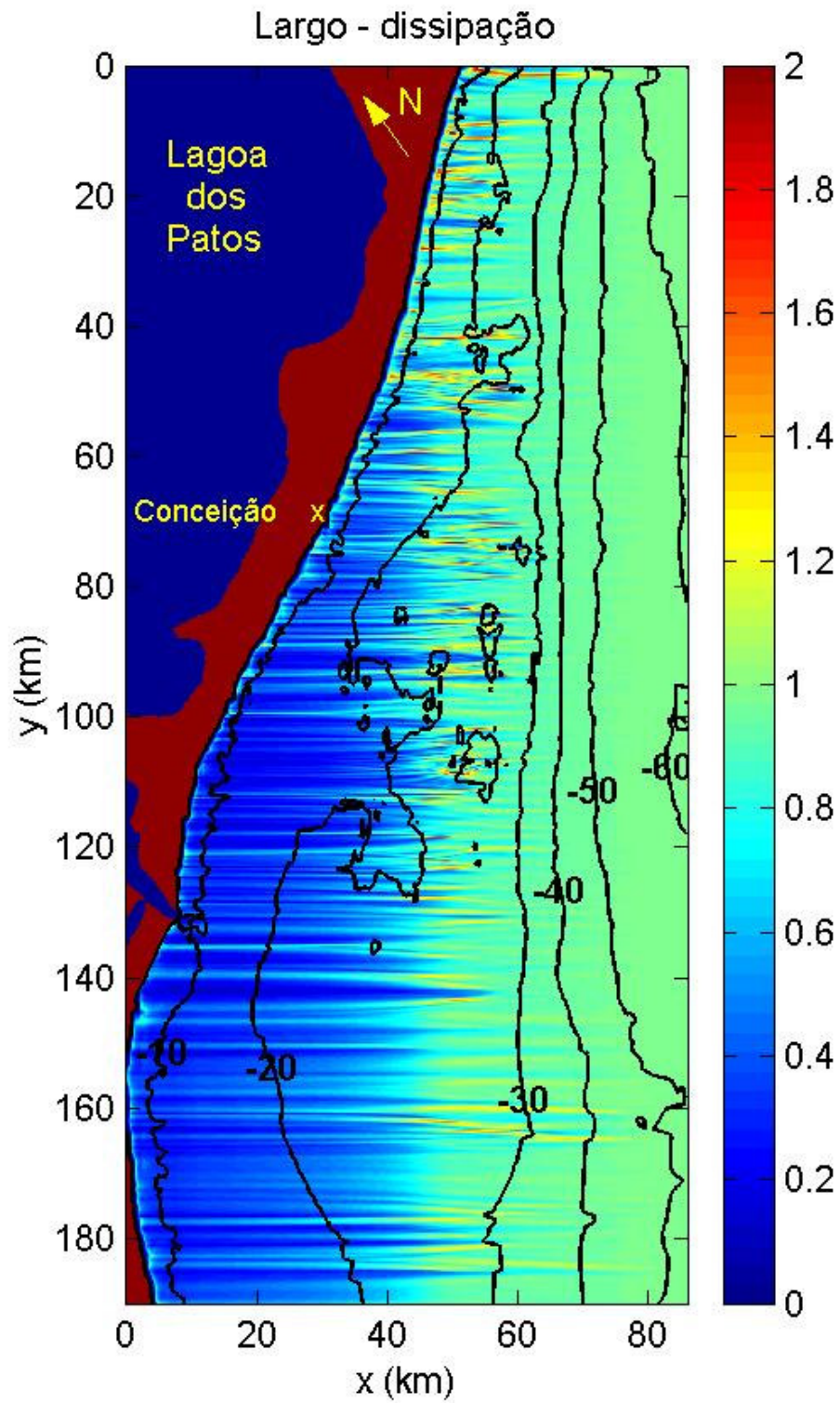


Figura 89 – Propagação de um espectro de onda com espalhamento direcional largo e dissipação turbulenta de energia sobre a Batimetria 3.

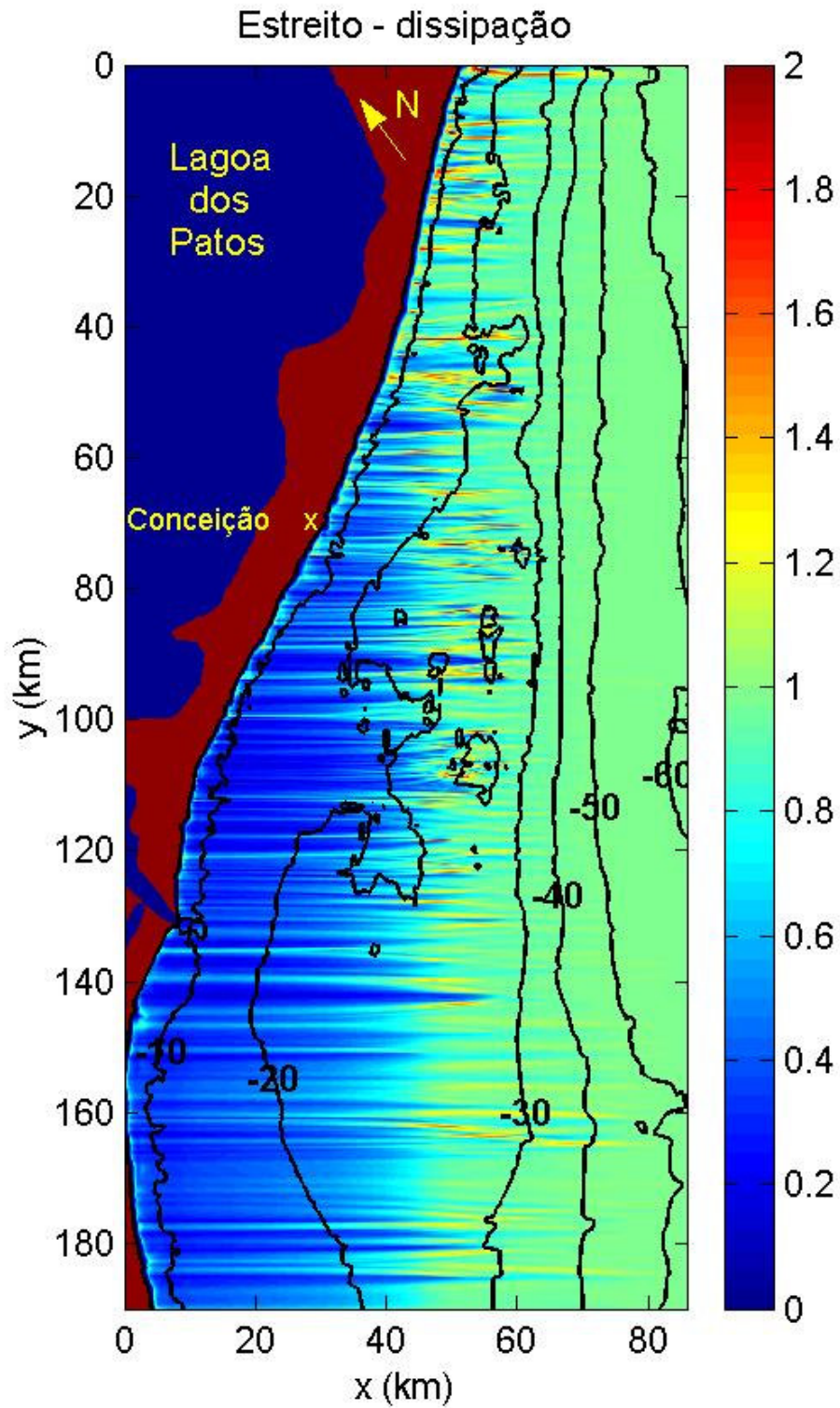


Figura 90 – Propagação de um espectro de onda com espalhamento direcional largo e dissipação turbulenta de energia sobre a Batimetria 3.

Através destas imagens, é possível notar que as propagações de ondas monocromáticas, com e sem dissipação, geraram alturas maiores que os casos espectrais. Já para estes últimos, não é possível identificar visualmente grandes diferenças entre os mesmos. Outra característica geral observada foi a focalização de energia de ondas pelos diversos parcéis existentes, principalmente na área à nordeste da desembocadura da Lagoa dos Patos, litoral central. A modelação também indicou para todos os casos, a ocorrência de alturas de onda maiores na região entre o Farol da Conceição e a parte norte da grade. As alturas decaem em uma grande área do Conceição em direção à parte sul da grade.

Para se ter uma idéia melhor do comportamento das ondas em profundidades mais próximas à praia, calculou-se as alturas sobre as batimétricas de 10 e 5 metros para cada caso simulado. Isto foi feito, primeiramente para toda a grade numérica e, em um segundo estágio, para as proximidades do Farol da Conceição. A figura 91 mostra a posição das batimétricas para ambas as análises.

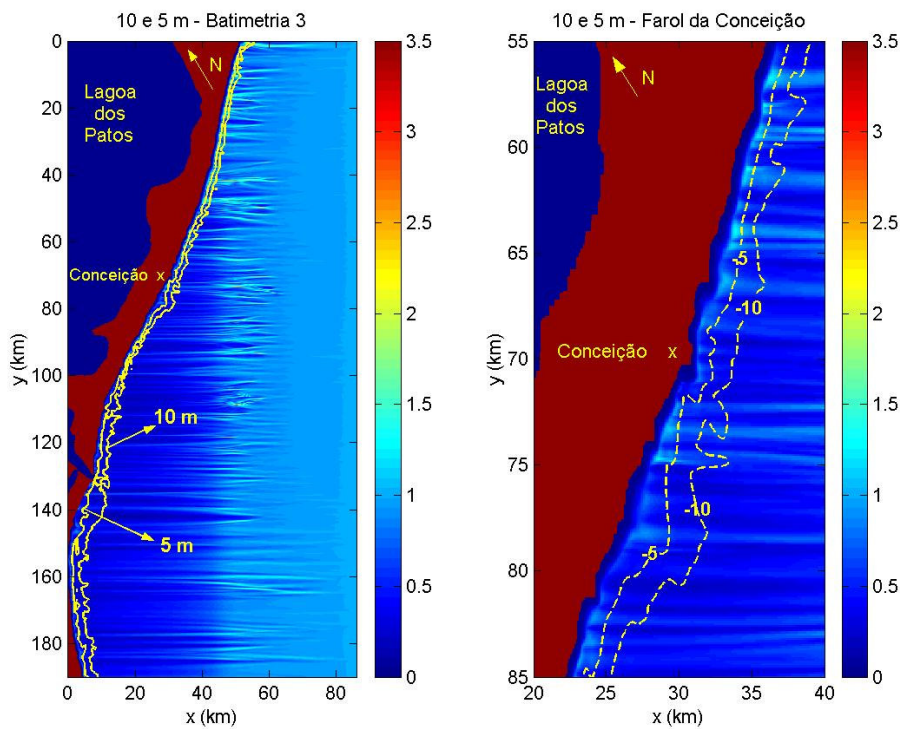


Figura 91 – Batimétricas de 10 e 5 m para a Batimetria 3 e para as localidades do Farol da Conceição.

A figura 92 mostra as alturas de onda sobre a batimétrica de 10 metros para todos os casos. Nesta figura é possível confirmar a existência de maiores alturas na área superior da grade numérica.

Os modelos monocromáticos, com e sem dissipação, calcularam maiores alturas de onda em relação aos modelos espectrais. Para a condição monocromática, foi possível visualizar diferenças entre o caso sem e com dissipação de energia. Para este último, as alturas calculadas foram um pouco menores de uma maneira geral. A condição espectral com espalhamento angular estreito (vermelho na figura 92) forneceu alturas maiores que o espectro com espalhamento largo, porém com pouca diferença de. As figuras 93 e 94 mostram com mais detalhe as alturas de onda sobre a batimétrica de 10 m, calculadas para cada caso modelado, onde, novamente, se pode confirmar as observações feitas inicialmente através da figura 92.

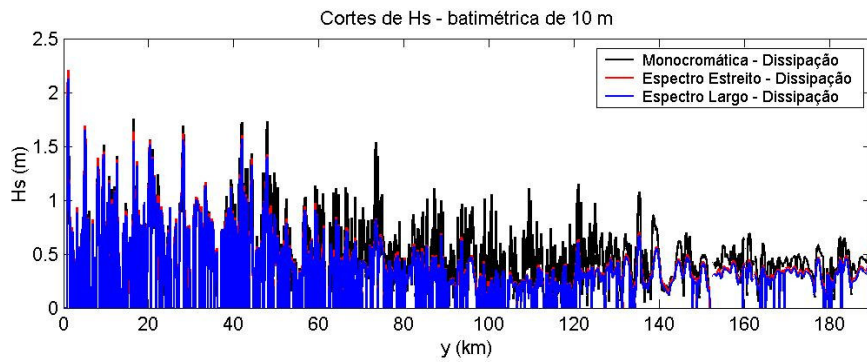
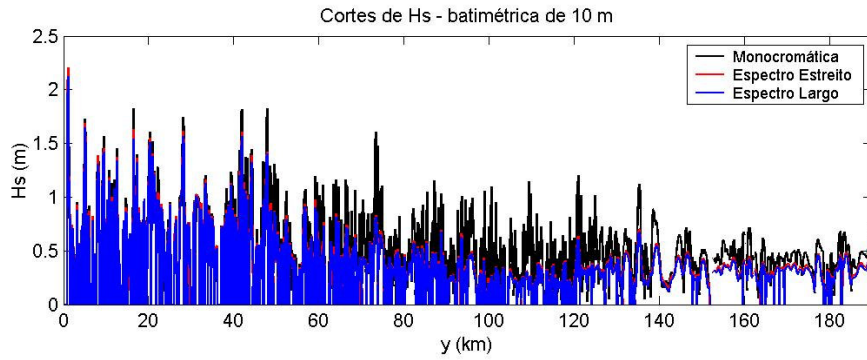


Figura 92 – Alturas de onda na batimétrica de 10 m para toda a grade e todos os casos.

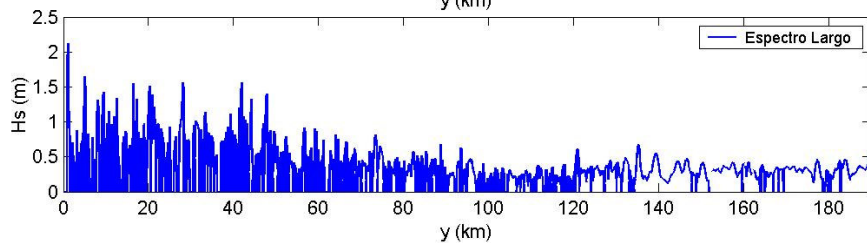
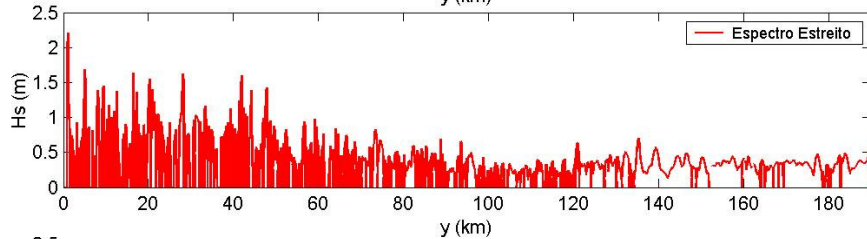
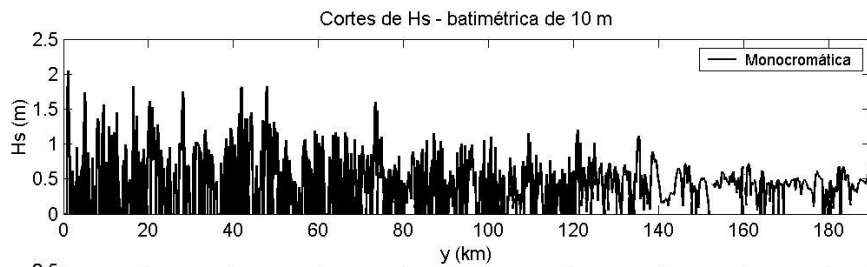


Figura 93 – Alturas de onda na batimétrica de 10 m para cada caso sem dissipação de energia.



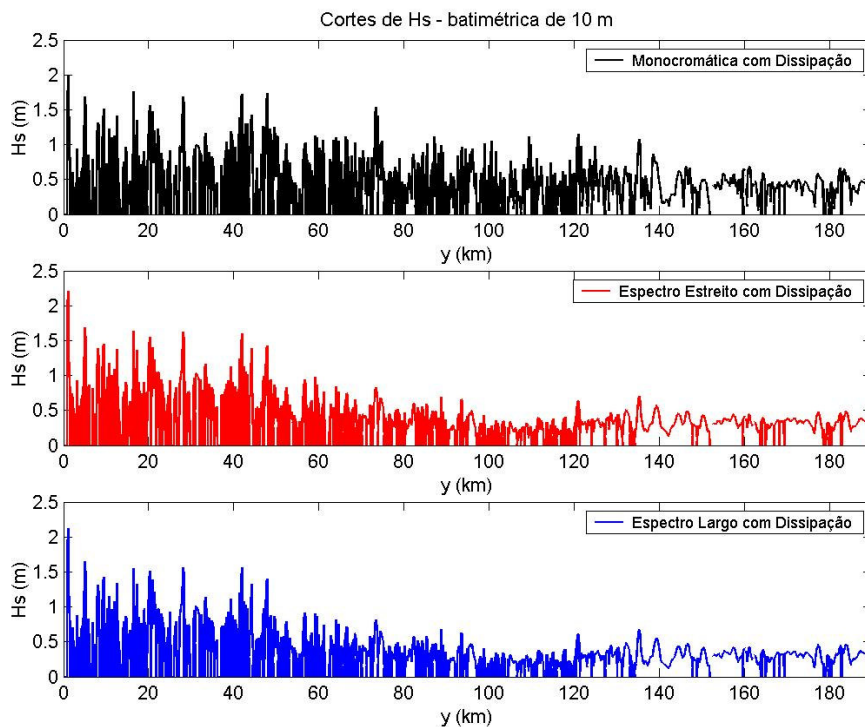


Figura 94 – Alturas de onda na batimétrica de 10 m para cada caso com dissipação de energia.

Para se ter uma idéia mais detalhada das diferenças entre os casos monocromático e espectrais, calculou-se a diferença entre as alturas monocromáticas e alturas significativas do espectro estreito, do espectro largo e também a diferença entre o espectro estreito e o largo. O caso sem dissipação é mostrado na figura 95. Para o caso monocromático menos o espectro largo, na maioria dos pontos da costa as ondas monocromáticas tiveram alturas maiores (eixo positivo de  $H_s$ ), chegando a ter diferenças de 1 m a mais. Em alguns pontos o modelo com espectro largo calculou alturas maiores (eixo negativo de  $H_s$ ). Para as alturas monocromáticas diminuídas das alturas do espectro com espalhamento estreito, ocorreu quase o mesmo. Já para as alturas do modelo espectral com espalhamento estreito diminuídas pelas alturas do espectro bem espalhado, observou-se diferenças variando entre 5 e 20 cm com alturas significativas maiores para o espectro estreito. Em alguns poucos pontos na parte superior do domínio o espectro largo calculou alturas maiores que o estreito. Para os casos com dissipação de energia (figura 96), o comportamento entre os modelos foi praticamente o mesmo, ressaltando a diferença dos resultados de altura entre os modelos monocromáticos e os espectrais.

Para uma verificação do efeito da dissipação turbulenta da energia de onda na profundidade de 10 metros para os diferentes casos, fez-se a diferença entre os modelos de mesma categoria com e sem dissipação de energia. A figura 97 mostra esse resultado, onde é possível notar que a dissipação foi mais influente no caso monocromático, onde o modelo sem dissipação calculou alturas no máximo 10% maiores que o modelo sem dissipação. Para os casos espectrais essa diferença foi bem pouco expressiva, quase inexistente. Para o espectro estreito a diferença teve valores da ordem de milímetros e foi menor ainda para espectros largos.

As alturas de onda na batimétrica de 10m, em um trecho de 30 km de costa na região litorânea do Farol da Conceição, são mostradas na figura 98.

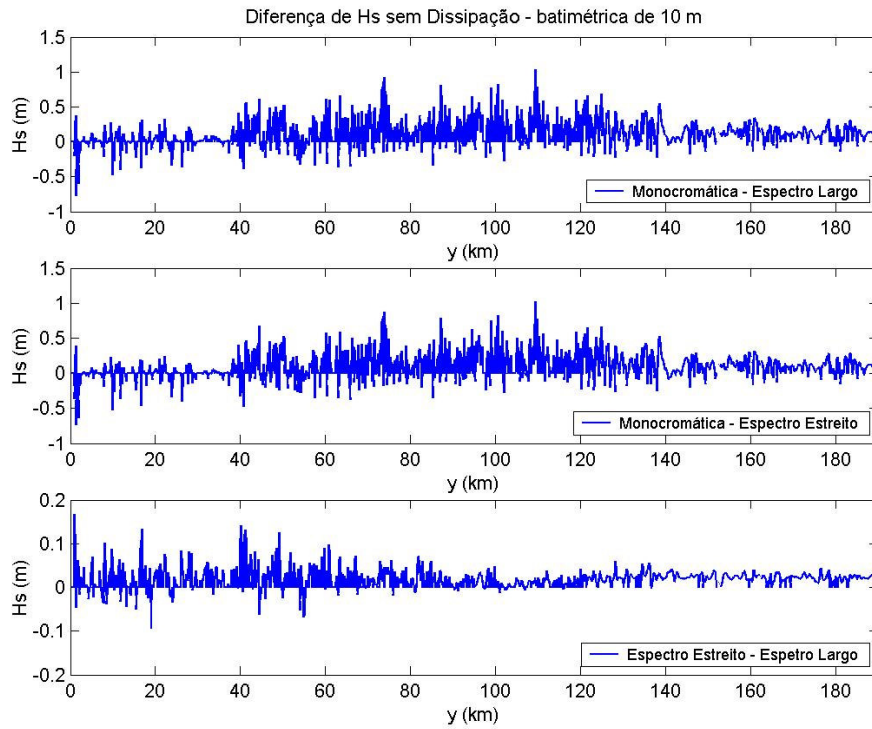


Figura 95 – Diferença entre as alturas de onda em 10 m calculada pelos diferentes modelos sem dissipação.

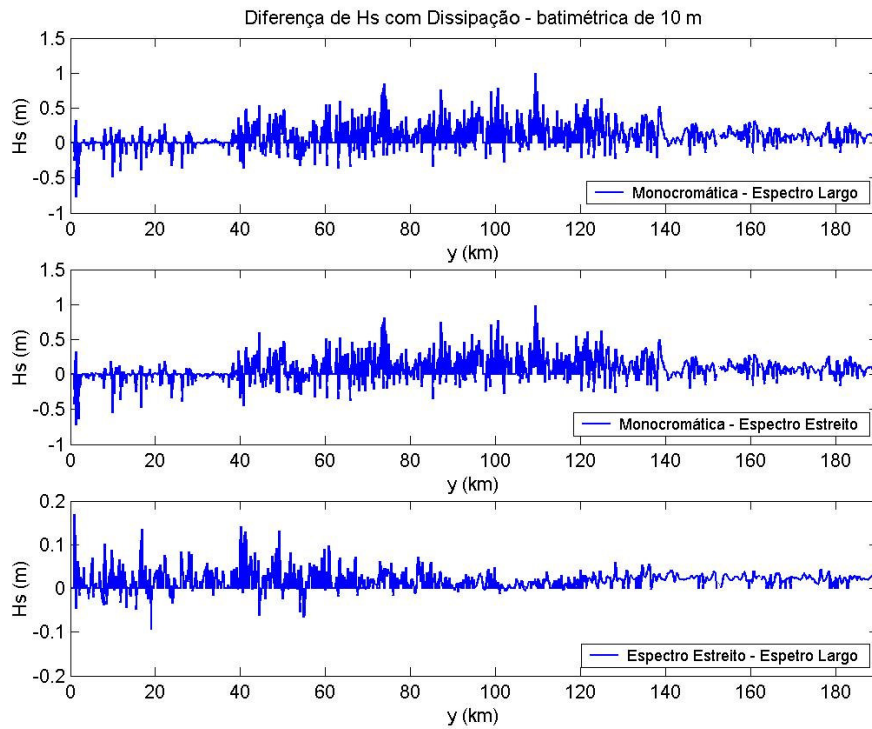


Figura 96 – Diferença entre as alturas de onda em 10 m calculada pelos diferentes modelos com dissipação.

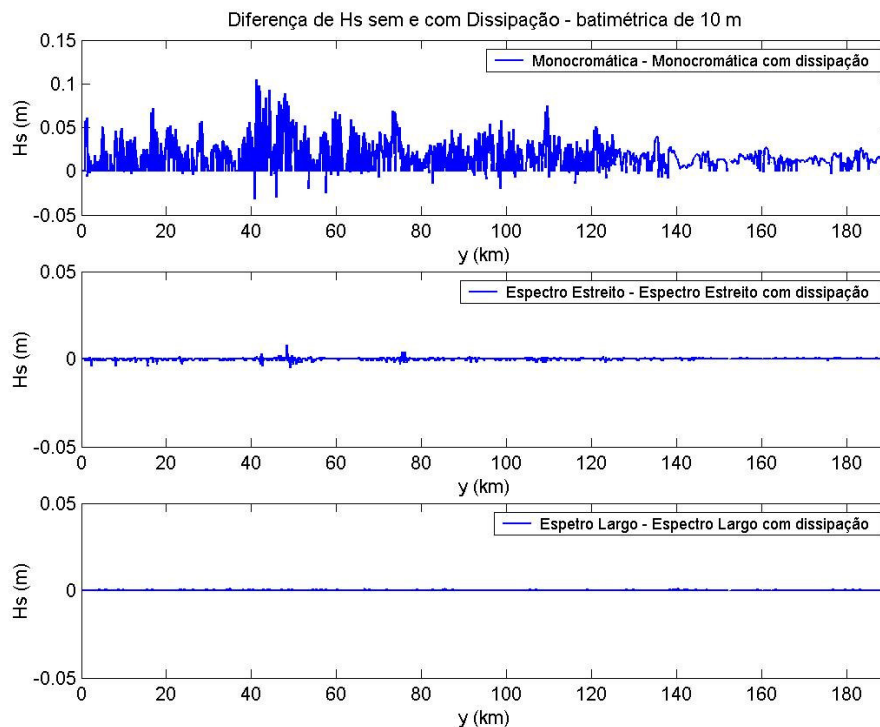


Figura 97 – Diferença entre as alturas calculadas sem e com dissipação de energia.

Podem-se notar as maiores alturas calculadas pelos modelos monocromáticos em detalhe. O farol situa-se aproximadamente no km 70 da grade numérica e observa-se que para esta condição de onda inicial propagada, a variação de altura ao longo da costa é bem variada, com zonas de focalização e zonas com alturas bem pequenas para casos com e sem dissipação de energia.

As alturas de onda sobre a batimétrica de 5 m são mostradas na figura 99. O empinamento da onda nesta batimétrica contribui para o aparecimento de maiores alturas em relação à batimétrica de 10 m para todos os modelos com e sem dissipação. Aqui também são visíveis as maiores alturas calculadas para a porção superior do domínio numérico, do km 0 a 80, aproximadamente. Maiores detalhes do cálculo das alturas para cada modelo a 5 m de profundidade são mostrados nas figuras 100 e 101.

As diferenças entre as alturas monocromáticas, alturas do espectro estreito, do espectro largo e também a diferença entre o espectro estreito e o largo sem dissipação são mostradas na figura 102. Para 5 m de profundidade, as alturas monocromáticas foram de modo geral maiores que as ondas calculadas do espectro largo. Valores máximos desta diferença maiores que 100% foram observados em alguns trechos da costa, porém em alguns poucos pontos o modelo espectral calculou ondas maiores. Para a diferença das alturas monocromáticas em relação às alturas do espectro com espalhamento estreito, ocorreu novamente o mesmo. Já para a diferença de alturas entre modelo espectral com espalhamento estreito e as alturas do espectro bem espalhado, observou-se diferenças levemente maiores do que ocorrido em 10 m, com valores variando entre 5 e 20 cm com alturas significativas maiores para o espectro estreito. Em alguns poucos pontos na parte superior do domínio o espectro largo calculou alturas maiores que o estreito, conforme visto para 10 m. Para os casos com dissipação de energia (figura 103), o comportamento entre os modelos foi semelhante às rodadas sem dissipação.

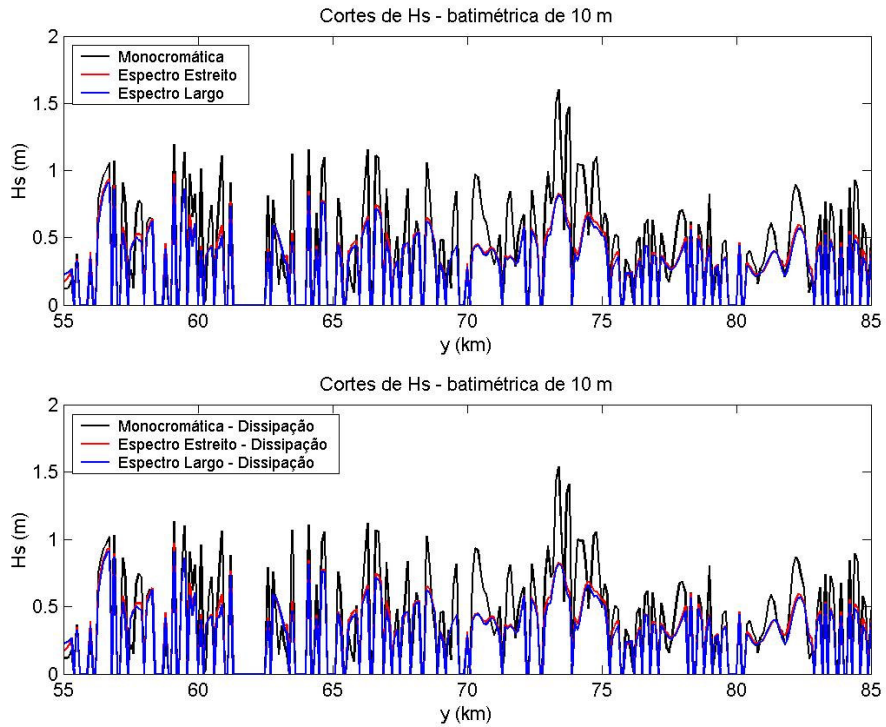


Figura 98 – Alturas de onda na batimétrica de 10 m no Farol da Conceição para todos os casos modelados.

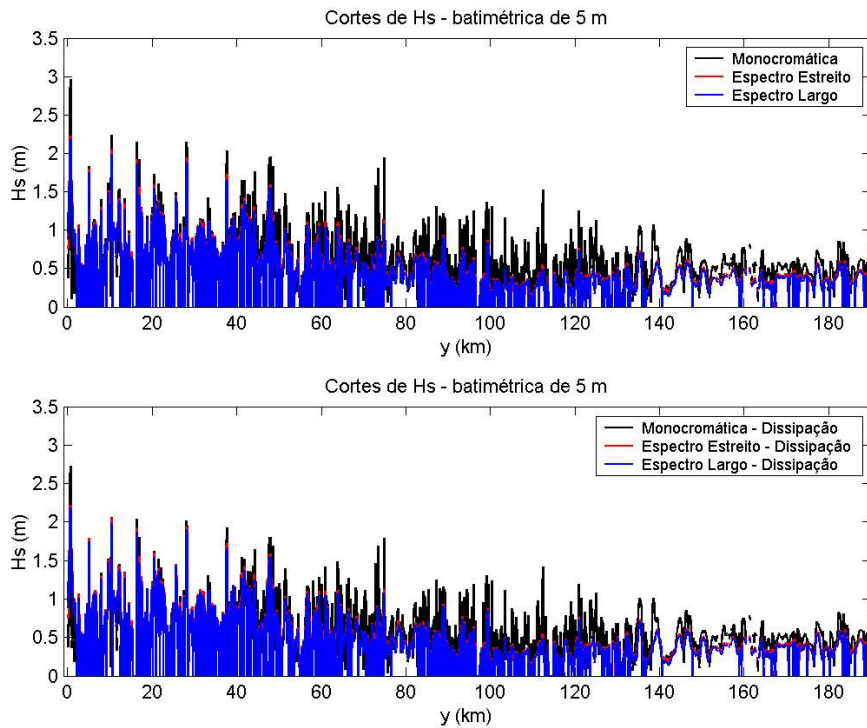


Figura 99 – Alturas de onda na batimétrica de 5 m para toda a grade e todos os casos.

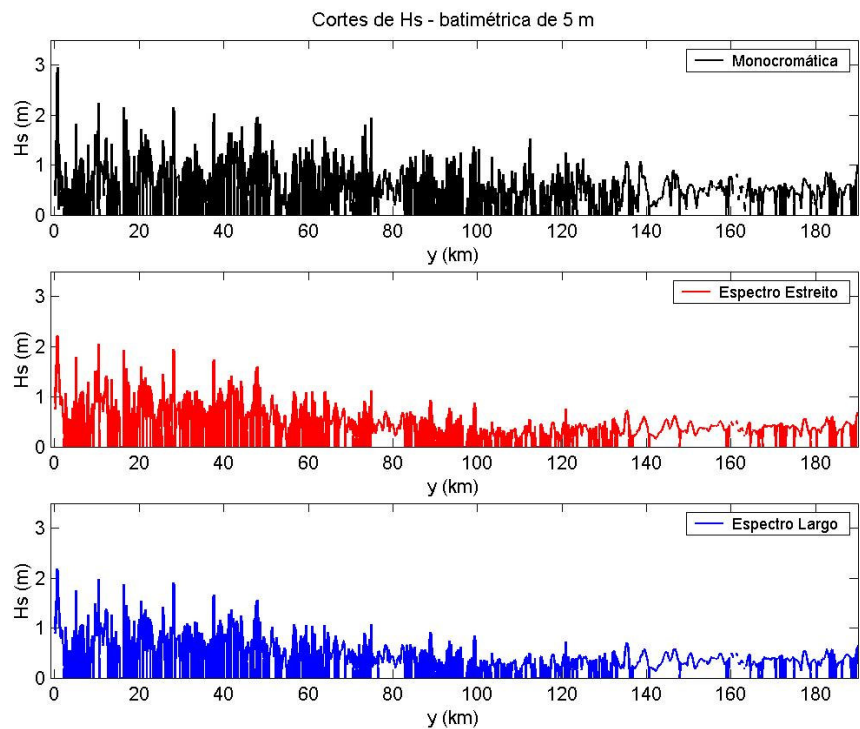


Figura 100 – Alturas de onda na batimétrica de 5 m para cada caso sem dissipação de energia.

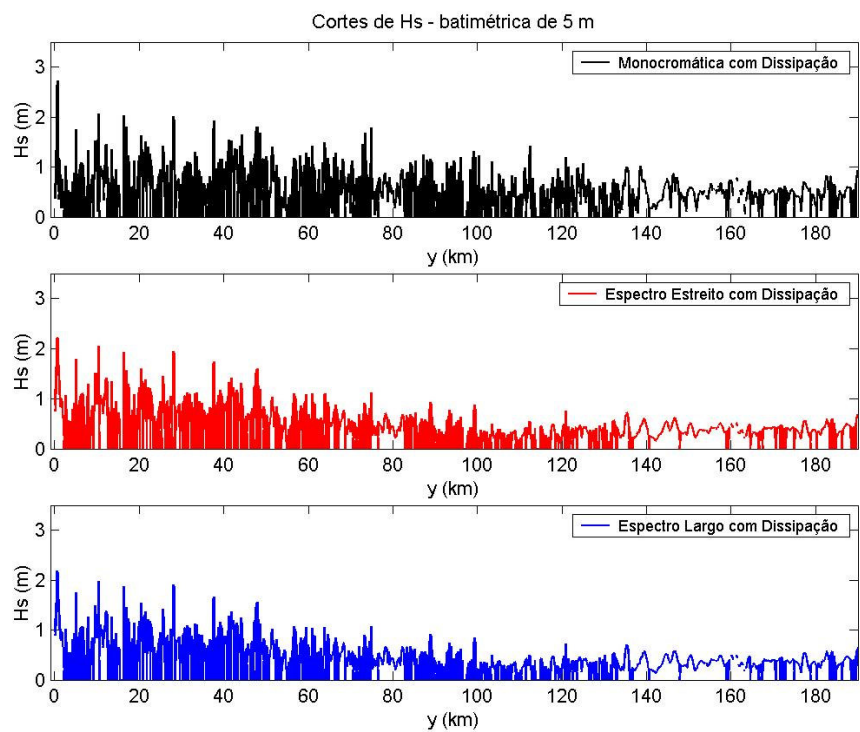


Figura 101 – Alturas de onda na batimétrica de 5 m para cada caso com dissipação de energia.

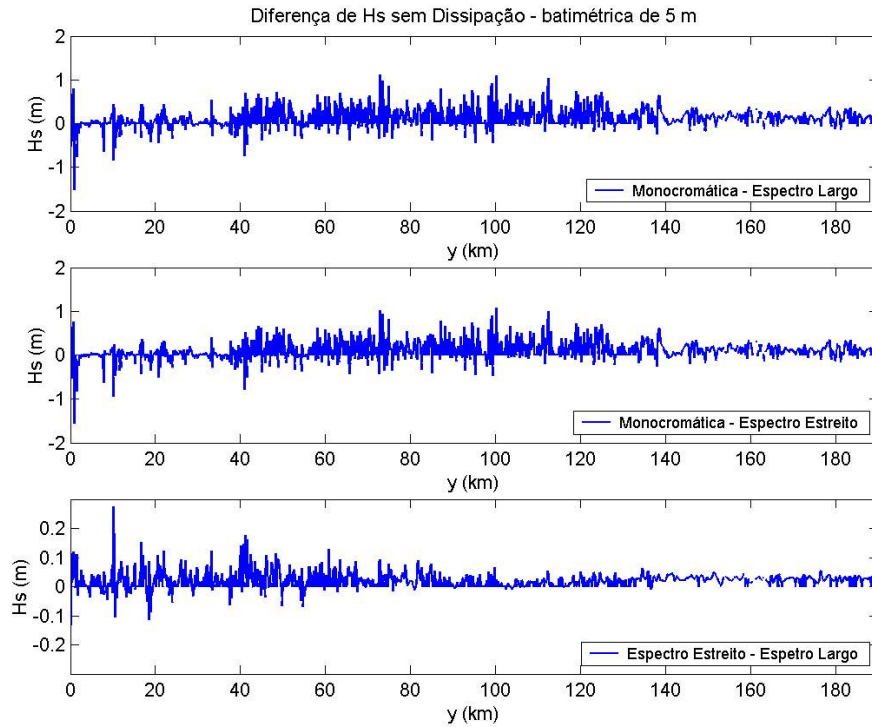


Figura 102 – Diferença entre as alturas de onda em 5 m calculada pelos diferentes modelos sem dissipação.

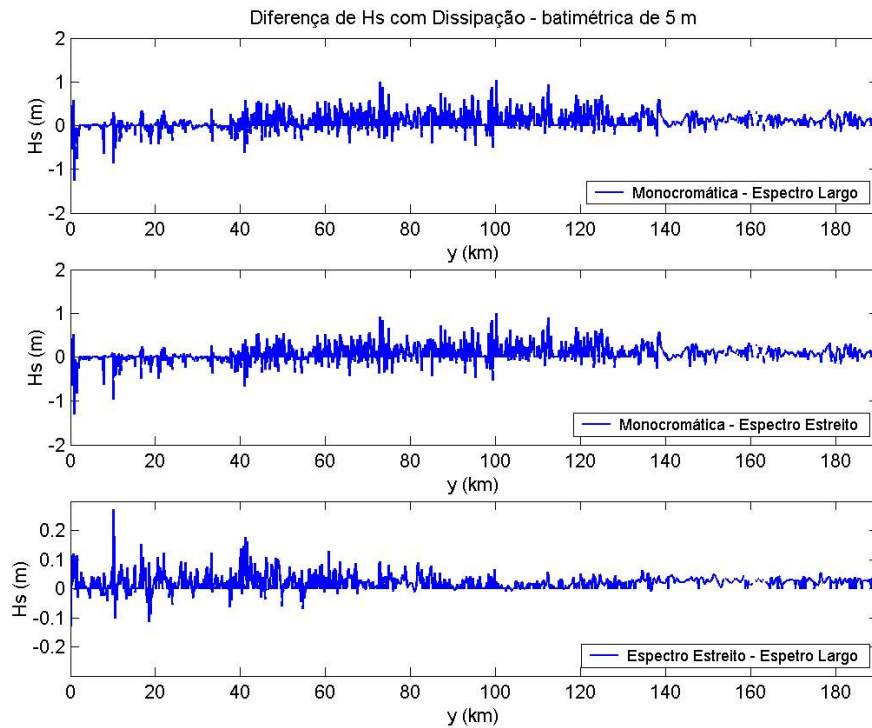


Figura 103 – Diferença entre as alturas de onda em 5 m calculada pelos diferentes modelos com dissipação.

A influência da dissipação turbulenta da energia de onda na propagação até a profundidade de 5 m é quantificada na figura 104. No caso monocromático, o modelo sem dissipação apresentou maiores diferenças entre as alturas dos modelos com dissipação em relação à batimétrica de 10. Para os casos espectrais essa diferença foi bem pouco expressiva, quase inexistente novamente em 5 m de profundidade.

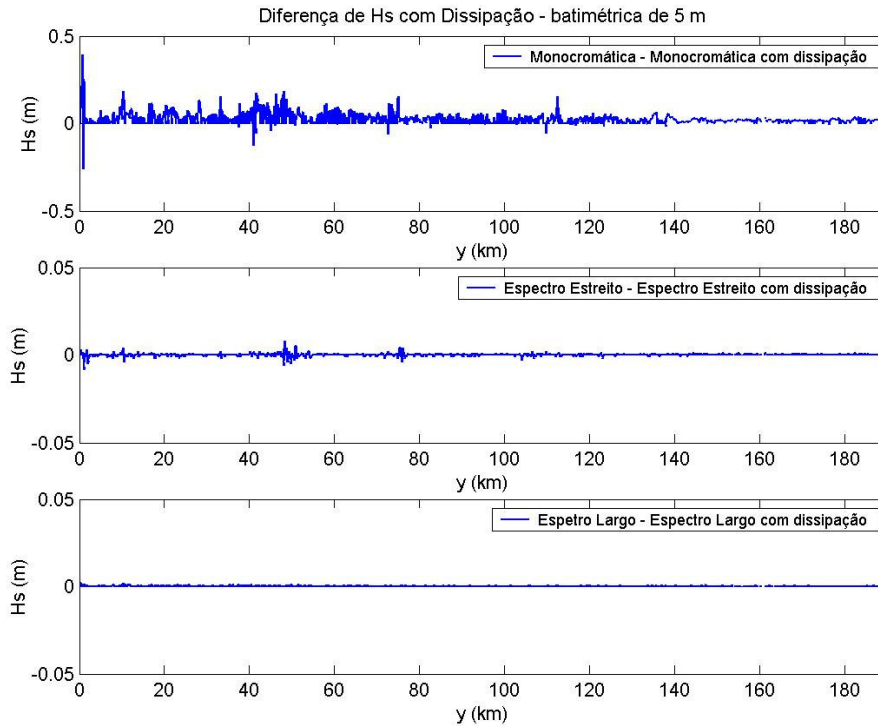


Figura 104 – Diferença entre as alturas calculadas sem e com dissipação de energia em 5m.

Nas adjacências do Farol da Conceição (figura 105), sobre a batimétrica de 5 m, podem-se notar as alturas de onda bem maiores que para a batimétrica de 10 m. Essa diferença atinge valores da ordem de 100 % em alguns pontos, principalmente para as alturas calculadas pelo modelo monocromático. Também ficou clara a existência de gradientes laterais de altura de onda, exemplificada pelas maiores alturas no trecho entre 55 e 75 km da grade numérica e menores alturas entre os quilômetros 75 e 85. Ressalte-se, mais uma vez, para a superestimação da energia de ondas pelo emprego de modelos monocromáticos, como se vê no exemplo da figura 105 para esta região nas proximidades do Farol da Conceição.

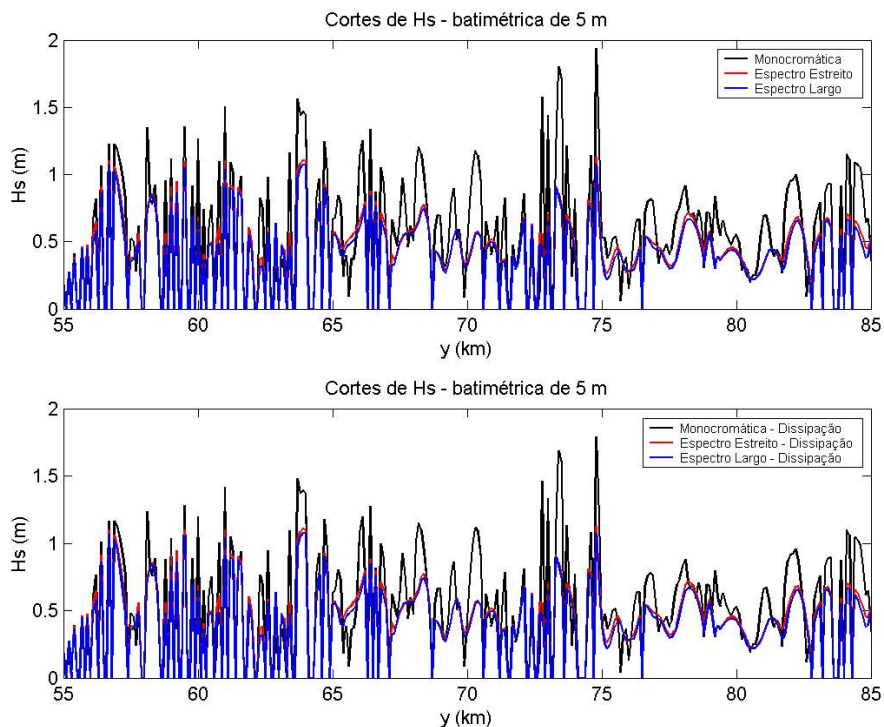


Figura 105 – Alturas de onda na batimétrica de 5 m no Farol da Conceição para todos os casos modelados.

### 5.3 Discussão dos resultados

Comparando resultados monocromáticos e espectrais, de uma maneira geral pode-se verificar uma grande superestimação de alturas de ondas calculadas com os modelos monocromáticos. Foi possível verificar também que a região que contém parcéis na plataforma interna ao norte da desembocadura da Lagoa dos Patos contribui significativamente com focalizações pontuais de energia de onda em vários pontos da costa.

Nunca é demais ressaltar as limitações deste estudo: Primeiramente os dados batimétricos obtidos através das cartas náuticas, como já mencionado anteriormente, foram coletados pela Marinha do Brasil há vários anos atrás e, portanto podem estar desatualizados em relação à fisiografia atual do fundo. Esta já pode ter se modificado por processos costeiros de escala de tempo atual, principalmente em águas bem rasas. Um interessante exemplo disso, foi informado por Buchmann, através de comunicação pessoal, que realizando mergulhos autônomos na região do Banco Capela, parcel próximo a praia do Farol da Conceição em profundidades de 7 a 9 m, não conseguiu localizar o mesmo. Este autor já mergulhou em vários parcéis do litoral central do RS, amostrando pedaços destes, datando estas amostras e relacionando com os fósseis também datados existentes na praia que são depositados por ondas em regime de alta energia. Assim, Buchmann relaciona a dinâmica hidráulica das ondas com o transporte de materiais inconsolidados provenientes destes parcéis do litoral do RS, como pode ser visto em Buchmann e Tomazelli (2003). Não tendo achado o Banco Capela, o autor infere que processos sedimentares possam ter tapado o parcel com sedimento ou até mesmo o parcel ter sido destruído por processos erosivos que estão ocorrendo nesta linha de costa. Além destes dados batimétricos serem antigos, o espaçamento amostral é grande para a aplicação dos modelos REF-DIF e, por isso, a batimetria computacional



passa por uma interpolação matemática que provavelmente inserem diferenças na reprodução de feições batimétricas reais.

Uma segunda limitação diz respeito à profundidade de início dos cálculos (da ordem de 60 m). Essa escolha implica em admitir que em profundidades maiores que esta, a batimetria era homogênea, como uma rampa plano-paralela, de forma que o campo de ondas pudesse ser considerado uniforme ao longo de toda fronteira externa da grade de cálculo antes de 60 m.

Foi estudado somente um caso de ondas existente para o litoral gaúcho. Na verdade isso decorre do fato que este estudo não se propõe a fazer descrição climática de ondas em águas rasas para o litoral gaúcho. Para isso, trabalhos mais avançados sobre o clima de ondas em águas profundas para a região seriam necessários, como etapa anterior à inferências sobre as transformações sofridas por estas ondas e uma definição o clima de ondas em águas intermediárias a rasas para este litoral. Mesmo assim, esta característica de ondas simulada é representativa para uma das ondulações dominantes na costa do RS: Um swell de 10 segundos de período de pico vindo de SE com altura significativa de 1m é uma condição bem comum para esta costa.

Ficou claro que a dissipação turbulenta de energia de ondas na camada limite tem maior influência em águas quase rasas para modelos monocromáticos, e que no caso espectral o efeito é muito pequeno devido às pequenas alturas de cada componente de onda computada. Como uma alternativa para diminuir um pouco a superestimação de alturas pelos modelos monocromáticos o uso de dissipação pode ser uma alternativa (um tanto arbitrária), porém não resolve o problema.

Já com os resultados para a característica de ondas simuladas, pode-se observar um fato notável nas figuras de imagem de alturas de onda para a costa em questão. Foi possível identificar uma maior altura de ondas para a porção superior da grade numérica de uma maneira geral, e uma zona com menores alturas, começando entre o km 60 e intensificando-se até o km 190 da grade numérica, como mostrada na figura 106.

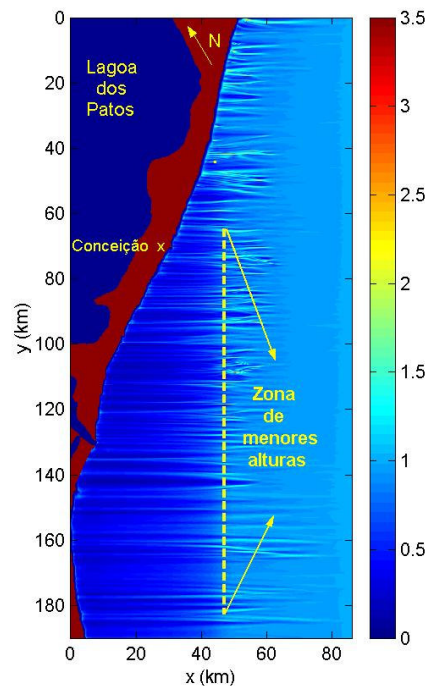


Figura 106 – Representação da zona onde menores alturas de onda foram calculadas por todos os modelos.

Este padrão de distribuição de alturas foi uma característica geral calculado pelos modelos com e sem dissipação, para ondas monocromáticas e espectrais, como foi mostrado pelas alturas de ondas nas batimétricas de 10 e 5 m plotadas anteriormente.

Mesmo não tendo mostrado resultados de transformações de direções propagando-se de águas profundas para águas rasas neste trabalho, decidiu-se plotar as direções nas batimétricas de 10 e 5 m para uma melhor compreensão do que poderia estar ocorrendo.

A figura 107 mostra as direções sobre a batimétrica de 10 metros para todos casos simulados com e sem dissipação de energia. De acordo com o esquema numérico de referência dos modelos REF-DIF norte americanos, valores negativos mostram uma direção indo para o norte, ou para a parte superior de nossa grade numérica. Valores negativos mostram uma onda se direcionando para partes ao sul da grade numérica.

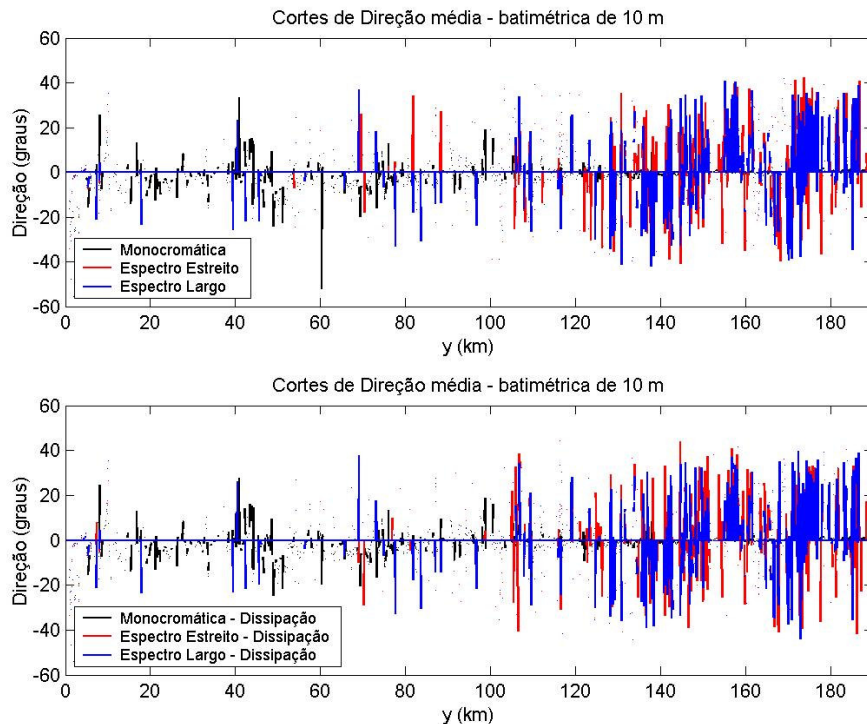


Figura 107 – Direções calculadas sobre a batimétrica de 10 m para todos os casos com e sem dissipação.

Nota-se que para a parte sul (do km 100 a 180) da grade numérica, local onde se viu menores alturas, também ocorreu maior variação de direções para todos os modelos com e sem dissipação. Na porção superior da grade, o modelo monocromático apresentou menos variação de direção, o que é fácil de se entender devido a não haver um espalhamento direcional superimposto à direção média de propagação das ondas. Para os casos espectrais, a diferença da variabilidade direcional entre a parte superior de grade e a inferior é nítida, fato que ocorreu também para a batimétrica de 5 metros, conforme pode ser visualizado na figura 108.

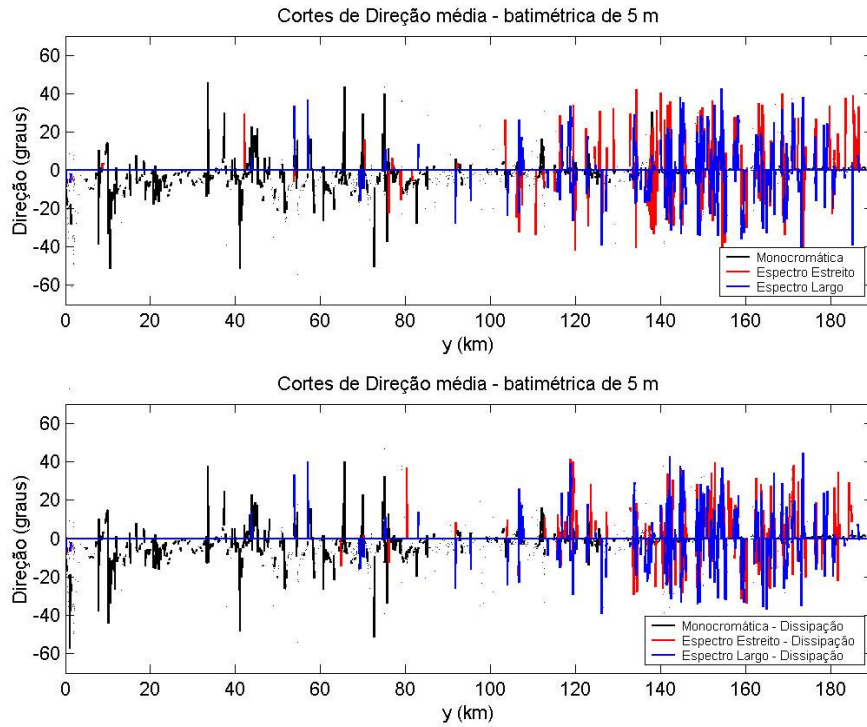


Figura 108 – Direções calculadas sobre a batimétrica de 5 m para todos os casos com e sem dissipação.

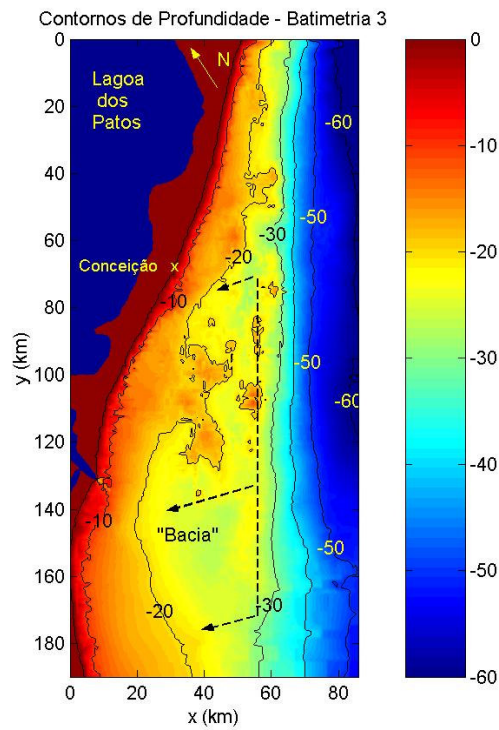


Figura 109 – Fisiografia da batimetria da plataforma interna da área estudada.

Esta maior variabilidade de direções para a parte inferior da grade pode ser parte da explicação da existência de menores alturas de onda calculadas para esta porção. Olhando a forma da linha de costa e das batimétricas em águas intermediárias a rasas é possível ver um grande embaiamento a partir de profundidades em torno de 20 m, como se fosse uma grande “bacia”, melhor mostrada na figura 109. Para a porção superior da grade, a batimétrica de 20 metros é bem mais próxima da costa do que para a região inferior (“bacia”), onde esta se apresenta com uma longa curvatura. Parece que esta forma geomorfológica influi na refração das ondas de uma maneira a espalhar a energia de ondas em águas mais rasas, na parte do embaiamento. Para a parte superior o efeito parece ser o contrário. Estes resultados são condizentes com observações visuais realizadas pelo autor em vários anos de trabalho neste litoral, que as alturas de onda são sempre menores nesta região da costa do RS, onde o modelo calculou menores alturas de onda, do que mais para Nordeste e mais para sudoeste (a linha de costa tem orientação real SW-NE).

Especulando um pouco sobre uma possível conexão desse resultado com os processos erosivos que ocorrem na região, parece que a área do Farol da Conceição fica em um ponto de inflexão desta curva da linha de costa e batimetria que separa a região de ondas maiores e menores, e que, portanto, é um local propício a efeitos de trocas de sedimento como resposta à adaptação desta ao clima de ondas em águas rasas. Esta suposição aponta na mesma direção daquela indicada por Dillemburg *et al.* (2000), na qual a costa “estaria sofrendo efeitos de processos com diferentes escalas de magnitude espacial e de tempo geológico”. Estes autores comentam que a área do Farol se situa em um ponto onde a linha de costa estaria se adaptando às condições de energia de ondas. Porém a confirmação desta suposição necessitaria muitos estudos complementares.

O trabalho não teve fins operacionais, mas um esquema numérico para o estudo das ondas na costa em questão foi montado. Com a metodologia apresentada, diferentes condições de onda podem ser simuladas para se ter uma idéia mais detalhada das características destas em águas rasas, que, associados a modelos de transporte de sedimentos simplificados poderiam dar subsídios para uma melhor interpretação da erosão costeira verificada.

## Capítulo 6 – Conclusões

A presente tese investigou vários aspectos relativos a modelos parabólicos de refração-difração, incluindo uma análise teórica simplificada dos modelos “Melo” e “Kirby”, vários testes e comparações entre diferentes versões desses modelos, aplicações ao caso de paracéus submersos e, finalmente, uma aplicação prática utilizando o modelo de Kirby para a costa do Rio Grande do Sul.

De acordo com a fundamentação teórica mostrada, concluiu-se que, a inclusão de um termo extra nas equações parabólicas do REF-DIF “Melo” com aproximação Padé tornou este modelo matematicamente equivalente ao REF-DIF “Kirby”.

Os testes com modelos monocromáticos em rampas planas permitiram concluir que a orientação do sistema de coordenadas (opção 1- eixo  $x$  normal a costa e opção 2 – eixo  $x$  coincidente com a direção inicial da onda) influencia os resultados dos modelos REF-DIF. Modelos baseados na aproximação simples não conseguem modelar corretamente ondas monocromáticas com ângulo de incidência diferente de  $0^\circ$  na opção 1 de grade, mas dão resultados muito bons quando usados na opção 2. Modelos monocromáticos com aproximação Padé tiveram precisão semelhante nas duas opções de grade até  $45^\circ$ . Para ângulos de incidência maiores que  $45^\circ$ , estes modelos são melhores se usados com a opção 2.

De maneira geral, o máximo ângulo inicial de modelação aceitável na opção 1 é  $45^\circ$  enquanto que para a opção 2 o ângulo máximo pode ser bem maior. A limitação neste caso não é o ângulo, e sim o ruído numérico. Achando maneiras de suprimir o ruído, provavelmente o ângulo máximo aceitável seja bem grande, ou esse ângulo nem mesmo exista na opção 2. Esta propensão da opção 2 de modelação de desenvolver ruído numérico ainda está sob investigação e não há conclusão final neste trabalho.

As atualizações teóricas feitas nas equações governantes do modelo parabólico Melo melhoraram o desempenho do mesmo nos testes de aplicação. Assim, os modelos parabólicos Melo (lineares e monocromáticos) fornecem resultados tão precisos quanto os lineares e monocromáticos Kirby no caso da rampa plana.

Para os testes monocromáticos com o experimento de Berkhoff, de uma maneira geral, conclui-se que todos os modelos tiveram boa performance na validação feita através do experimento de Berkhoff conclui-se que, de uma maneira geral, os modelos parabólicos monocromáticos fracamente não-lineares deram resultados tão precisos quanto os lineares em condições onde efeitos não-lineares ganham importância. Em situações onde a não-linearidade é desprezível, os modelos monocromáticos lineares tiveram um ótimo desempenho, conseguindo reproduzir com sucesso efeitos difrativos.

Os modelos monocromáticos lineares de Melo tiveram performance semelhante aos fracamente não-lineares e foram levemente superiores que os lineares de Kirby nos testes com o parcel de Berkhoff. De uma maneira geral, modelos que usaram a aproximação parabólica simples tiveram desempenho um pouco melhor que os modelos com aproximação de Padé para este teste.

Através dos testes espectrais com o experimento de Chawla concluiu-se que os modelos espectrais lineares tiveram desempenho levemente pior que os não-lineares. Os modelos espectrais com teoria de Stokes pura tiveram desempenho exatamente igual aos lineares. Modelos espectrais com teoria mista tiveram desempenho diferente dos lineares, porém esta diferença foi insignificante. Modelos com aproximação Simples foram melhores que os modelos com aproximação Padé neste caso, onde novamente essa diferença não foi significativa. Assim, pode-se concluir que a inclusão de efeitos não-lineares não trouxe melhoras significativas ao modelo espectral.

Para testes espectrais nos Parcéis Hipotéticos, conclui-se que o espalhamento direcional do espectro tem influência direta na determinação de alturas de ondas e na focalização de energia causada por estes parcéis. Ondas monocromáticas geram focalização muito intensa e gradientes laterais abruptos de distribuição de alturas de ondas, com aparecimento de franjas de alturas de ondas atrás dos parcéis devido ao cruzamento de ondas provenientes de diferentes direções. Espectros com espalhamento direcional largo geram focalização e padrões suaves de distribuição de alturas de onda atrás dos parcéis. Espectros com espalhamento direcional estreito geram focalização e gradientes laterais de distribuição de alturas de ondas atrás dos parcéis mais abruptos que para espectros largos. A forma dos parcéis é um fator muito importante na determinação da focalização. Para ondas incidindo ortogonalmente ao eixo elíptico principal do parcel, formas mais elípticas focalizam menos energia do que formas mais esféricas. A focalização é dependente da distância em que a onda se propaga sobre o parcel. Combinações de mais de um parcel contribuem para a configuração de campos de alturas de ondas atrás dos mesmos pouco homogêneos, com maiores diferenças e gradientes laterais de altura.

Mesmo não tendo mostrado outras configurações de parcéis, foi possível inferir que os fatores que regulam a focalização de energia no campo de onda atrás de um parcel em uma rampa são: a profundidade e a forma do parcel, o espalhamento direcional do espectro, o ângulo em que a onda incide sobre parcel e a distância deste até a costa.

Para a aplicação na plataforma costeira do Rio Grande do Sul, as conclusões foram as seguintes:

Em relação ao único caso estudado, o uso de ondas monocromáticas em batimetrias reais provocou superestimação de alturas de ondas em águas rasas e intermediárias, em relação aos casos espectrais. Espectros com espalhamento direcional largo geraram distribuições mais uniformes de alturas em águas rasas, enquanto espectros direcionalmente estreitos induziram um campo de alturas mais parecido com o caso monocromático. Efeitos de dissipação de energia mostraram-se mais importantes em simulações com modelos monocromáticos. A inclusão da dissipação de energia turbulenta nas simulações com ondas irregulares (casos espectrais) não teve efeitos significativos para a plataforma costeira do Rio Grande do Sul.

A condição de mar estudada indicou um fato curioso, qual seja, o aparecimento de duas regiões com alturas de onda bem diferenciadas: uma região ao norte (em relação a grade) do Farol da Conceição com alturas maiores e outra mais ao sul do Farol com alturas menores. Os parcéis atuam na focalização de energia em áreas mais “pontuais” em vários locais ao longo da costa e não apenas nas vizinhanças do Farol. A configuração geomorfológica da linha de costa e da plataforma continental interna (aproximadamente até 25 m), com forma de “bacia”, influencia o padrão de refração do campo de ondas em uma escala maior de distâncias. Esta feição mais do que a focalização pontual de energia causada pelos parcéis parece ser responsável pelas maiores alturas na parte superior da grade e menores na parte inferior. Provavelmente esse padrão de alturas ocorre devido à divergência de direções principais de propagação de ondas causada pela configuração da plataforma interna na refração das ondas, sugerindo que a direção de propagação das ondas desempenha papel importante para a interpretação deste efeito (maiores alturas no norte da grade numérica).

Logo, uma conclusão preliminar é que a refração causada pela morfologia da antepraia teria uma participação determinante na distribuição de alturas e direções de ondas ao longo de grandes trechos desta costa, e que a focalização pelos parcéis atuaria

de modo mais pontual. Para generalizar essa conclusão para diferentes direções de incidência ao largo é necessário estudar se outras condições de mar vão acarretar variações substanciais no padrão de distribuição de alturas e direções em águas rasas.

Entretanto, observando a plataforma interna numa escala espacial maior, é possível ver que a forma de embaiamento se estende até o litoral sul do estado (ver na figura 82). Embora não se tenha feito nenhuma outra simulação, é possível supor que esta forma de “bacia” tenderia a manter o mesmo padrão com menores alturas no trecho inferior da grade 3 para diferentes direções de propagação. Confirmando-se essa hipótese, poder-se-ia inferir que a região do Farol da Conceição se situa em uma zona de transição entre regiões de costa com maior e menor alturas (e conseqüentemente energia) de ondas. Tal gradiente de energia seria, entretanto, de escala espacial bem maior do que a de focos causados por parcéis.

## 7 - Referências Bibliográficas:

- Barletta, R. C. and Calliari, L. J., 2001. Determinação da intensidade das tempestades que atuam no litoral do Rio Grande do Sul, Brasil. *Pesquisas em Geociências*, 28(2), 117-124.
- Berkhoff, J. C. W., 1972. Computation of Combined Refraction-Diffraction. Proc. 13<sup>th</sup> International Conference on Coastal Engineering, Vancouver. 471-490
- Berkhoff, J. C. W., Booij, N. and Radder, A. C., 1982. Verification of numeric wave propagation models for simple harmonic linear water waves. *Coastal Engineering*, 6; 255-279.
- Booij, N., 1981. Gravity waves on water with non uniform depth and current. Communication on Hydraulics, Dept. of Civil Engng., Delft University of Technology, Netherlands, Report N°. 81-1.
- Booij, N., 1983. A note on the accuracy of the mild slope equation. *Coastal Engineering*, pp 191-203.
- Borgman, L. E., 1984. Directional spectrum estimation for the S xy gages. Technical Report, Coastal Engrg. Res. Center, Vicksburg, 1-104.
- Bouws, E., Gunther, H., Rosenthal, W. and Vincent, C., 1985. Similarity of the wind wave spectrum in finite depth water, *J. Geophys. Res.*, 90(C1), 975- 986.
- Buchmann, F. S. C. E., Seeliger, M., Zanella, L. R., Madureira, L. S. P., Tomazelli, L. J. e Calliari, L. J., 2001. Análise batimétrica e sedimentológica no estudo do Parcel do Carpinteiro, uma paleolinha de praia pleistocênica na antepraia do Rio Grande do Sul, Brasil. *Revista Pesquisas, Porto Alegre*, v. 28, n. 2, pp 109-115.
- Buchmann, F. S. C. E. and Tomazelli, L. J. 2003. Relict nearshore shoals of Rio Grande do Sul, Southern Brazil: Origin and effects on nearby modern beaches. *Journal of Coastal Research*, Itajaí, v. 35, pp 318-322.
- Calliari, L. J.; Tozzi, H. A. M. & Klein, A. H. F., 1998a. Beach Morphology and coastline erosion associated with storm surges in Southern Brazil - Rio Grande to Chuí, RS. *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, 70 (2); 231-247.
- Calliari, L. J.; Speransky, N. & Boukareva, I., 1998b. Stable focus of wave rays as a reason of local erosion at the Southern Brazilian Coast. *Journal of Coastal Research*, SI (26); ICS's 1998 Proceedings; 19-23.
- Chawla, A., 1995. Wave transformation over a submerged shoal, Master's Thesis, University of Delaware, USA. 240 p.
- Chawla, A. C., Özkan, H. T. And Kirby, J. T., 1998. Spectral models for wave transformation and breaking over irregular bathymetry, *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, pp 189-198.



- Coli, A. B., 2000. Estudo do Clima de Ondas em Rio Grande – RS. Dissertação de Mestrado em Engenharia Oceânica. Departamento de Física, FURG, Rio Grande, RS. 76 p.
- Dally, W. R., R. G. Dean and R. A. Dalrymple, 1985. Wave height variations across beaches of arbitrary profile, *Journal of Geophysical Research*, 90, pp 11917-11927.
- Dalrymple, R. A., Kirby, J. T. and Hwang, P. A. 1984a. Wave diffraction due to areas of energy dissipation. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 110(1); 67-79.
- Dean, R. G. & Dalrymple, R. A., 1991. *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 343 p.
- Dillemburg, S. R., Roy, P. S., Cowell, P. J., and Tomazelli, L. J., 2000. Influence of antecedent topography on coastal evolution as tested by the shoreface translation-barrier model (STM). *Journal of Coastal Research*, 16 (1); 71-81.
- Dingemans, M.,W., 1997. *Water Wave Propagation over Uneven Bottoms*. Advanced Series on Ocean Engineering, Vol. 13, World Scientific, 967 pp
- Figueiredo Jr., A. G., 1975. Geologia dos depósitos calcáreos biodetríticos da plataforma continental do Rio Grande do Sul. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Geociências, UFRGS, 72 p.
- Gobbi, M. F., 1993. Propagação de ondas em canais curvos. Dissertação de Mestrado. Pós graduação em Engenharia Costeira, COPPE/UFRJ.
- Goda, Y., 1985. *Random Seas and Design of maritime structures*. University of Tokyo Press, Tokyo, 323p.
- Griswold, G. M., 1963. Numerical Calculation of Wave Refraction. *Journal of Geophysical Research*, 8 (6); 1715-1723.
- Hedges, T. S., 1976. An empirical modification to linear wave theory. *Proc Inst Civ Engrg*, Part 2, 612, pp 575-579.
- Hughes, S. A., 1984. The TMA shallow-water spectrum description and applications. Tech. Rept. CERC-84-7, Coast. Engrg. Res Center, Waterways Experiment Station, Vicksburg, Miss. 42 p.
- Johnson, H. K. & Poulin, S., 2000. On the Accuracy of Parabolic Wave Models. Proc. 26<sup>th</sup> International Conference on Coastal Engineering, Copenhagen, Denmark. 13 p.
- Kirby, J. T., 1984. A note on linear surface wave-current interaction over slowly varying topography. *J. Geophys. Res.*, 89, pp 745-747.

- Kirby, J. T., 1986a. Higher-order approximation in the parabolic equation method for water waves. *Journal of Geophysical Research*, 91N. C1, pp 933-952.
- Kirby, J. T., 1986b. Rational approximations in the parabolic equation method for water waves, *Coastal Engineering*, 10, pp 355-378.
- Kirby, J. T. and Dalrymple, R. A., 1983. A parabolic equation for combined refraction of stokes waves by mildly varying topography. *J. Fluid Mech*, vol 136, pp 453-466.
- Kirby, J. T. and Dalrymple, R. A., 1984. Verification of a parabolic Equation for Propagation of Weakly Nonlinear Waves. *Coastal engineering*, 8; pp 219-232.
- Kirby, J. T. And Dalrymple, R. A., 1986a. A parabolic equation for water waves, *J. Geophys. Res.*, 91, pp 933-952.
- Kirby, J. T. And Özkan, H. T., 1994. Combined Refraction/Diffraction model for spectral wave conditions, Documentation and User's Manual, Dept. of Civil Engrg., University of Delaware, report n°. CACR-92-06. 128 p.
- Leantovich, M. A. And Fock, V. A., 1965. Solution of the problem of propagation of electromagnetic waves along the earth's surface by the method of parabolic equations. *Electromagnetic diffractions and propagation problems*, Pergamon press, New york.
- Liu, P. L., Yoon, S. B. And Dalrymple, R. A., 1986. Wave reflection from energy dissipation region. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 112(6); pp 632-644.
- Liu, P. L., 1990. Wave transformation. *The Sea*, vol 9 part A, John Wiley and Sons inc, New York, pp 27-63.
- Melo, E., 1990. Wave propagation in a jettied entrance channel. Tese de Doutorado, University Of California, San Diego. 82 p.
- Melo, E., 2006. Revisão da teoria de modelos lineares de propagação de ondas. (em preparação).
- Melo, E., and Guza, R. T., 1991a. Wave propagation in jettied entrance channels. I: Models. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering.*, ASCE, 117(5), 471-492.
- Melo, E., and Guza, R. T., 1991b. Wave propagation in jettied entrance channels. II: Observations. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering.*, ASCE, 117(5), 493-509.
- Melo, E. and Gobbi, F. M., 1998. Wave propagation in circular jettied channels. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 124(1); pp 7-15.

- Özkan, H. T. and Kirby, J. T., 1993. Evolution of breaking directional spectral waves in the nearshore zone. Proceedings of the Second International Symposium, New Orleans, pp 849-863.
- Panchang, V. G.; Wei, G.; Pearce, B. R. & Briggs, M. J., 1990. Numerical Simulation of Irregular Wave Propagation over a Shoal. Journal of Waterways, Port, Coastal and Ocean Engineering, 116(3); 324-340.
- Phillips, O. M., 1966. The dynamics of the upper ocean, Cambridge University Press, Cambridge.
- Radder, A., C., 1979. On the parabolic equation method for water wave propagation. Journal of Fluid Mechanics, 95; 159-176.
- Rego, V., 1992. Refração-difração de ondas irregulares: aplicação à praia de Ipanema-Leblon. Tese de Mestrado, Programa Engenharia Oceânica, Coppe/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ.
- Romeu, R. M., 2000. Refração-difração de ondas: Inclusão de ilhas por meio de áreas de dissipação de energia. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental, UFSC, Florianópolis, SC. 87 p.
- Siegle, E., 1996. Distribuição dos Sedimentos Litorâneos entre o Farol da Conceição e Farol do Chuí, RS, e Fatores Condicionantes. Monografia de Graduação, Curso de Graduação em Oceanologia, Departamento de Geociências, FURG, RS. 91 p.
- Sutherland, J., Peet, A. H., Soulsby R. L., 2004. Evaluating performance of morphological models. Coastal engineering, 51; 917-939.
- Tomazelli, L. J.; Villwock, J. A.; Dillemburg, S. R.; Bachi, F. A.; and Dehnhardt, B. A., 1998. Significance of present-day coastal erosion and marine transgression, Rio Grande do Sul, Southern Brazil. Anais da Academia Brasileira de Ciências, 70 (2); 221-229.
- Thornton, E. B. and Guza, R. T., 1983. Transformations of wave height distribution, J. Geophys. Res., 88, pp 5925-5938.
- Tozzi, H.A.M. and Calliari, L.J., 2000. Morfodinâmica da Praia do Cassino, RS. Pesquisas em Geociências, 27(1), pp 24-33.
- Willmott, C.J., 1981. On the Validation of Models. Physical Geography, 2, pp 184-194.
- Willmott, C. J., S. G. Ackleson, R. E. Davis, J. J. Feddema, K. M. Klink, D. R. Legates, J. O'Donnell and C. M. Rowe, 1985. Statistics for the Evaluation and Comparison of Models. Journal of Geophysical Research, 90(c5), pp 8995-9005.
- Vincent, C. L. & Briggs, M. J., 1989. Refraction-Diffraction of Irregular Waves over a Mound. Journal of Waterways, Port, Coastal and Ocean Engineering, 115(2); pp 269-284.
- Yue, D. K. P. and Mei, C. C., 1980. Forward diffraction of stokes waves by a thin wedge. J. Fluid Mech, vol 99, pp 33-52.