

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

**UMA METODOLOGIA PARA A SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE
COMPRESSORES**

Dissertação submetida à

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

para a obtenção do grau de

MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

JOÃO BENTO ROVARIS

Florianópolis, março de 2004.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

**UMA METODOLOGIA PARA A SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE
COMPRESSORES**

JOÃO BENTO ROVARIS

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de

MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA

sendo aprovada em sua forma final.

Prof. César José Deschamps, PhD. – Orientador

Prof. José Antônio Bellini da Cunha Neto, Dr. - Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA

Prof. Cláudio Melo, PhD. – Presidente

Prof. Amir Antônio Martins de Oliveira Jr., PhD.

Francisco Frederico dos Santos Matos, Dr. Eng.

Aos meus pais, pelo esforço dispendido
na minha formação profissional.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor César José Deschamps, orientador e amigo, pelo apoio, incentivo e conhecimento fornecidos durante a realização deste trabalho.

Ao NRVA, pela infra-estrutura disponibilizada e pela oportunidade de convívio com os seus integrantes.

À EMBRACO S.A, pelo interesse demonstrado neste trabalho, e pelas informações fornecidas.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq, pelo suporte financeiro durante a elaboração deste trabalho.

Aos meus amigos Gustavo Coral Xavier, Rodrigo José Tasca, Wanderlei Amorim Júnior e Clóvis Raimundo Maliska Júnior, pela verdadeira amizade.

Seria difícil, ou mesmo injusto, tentar enumerar todos as pessoas que contribuíram para a realização deste trabalho. Desta forma, o agradecimento estende-se a todos os que influenciaram direta ou indiretamente a condução deste trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE TABELAS	x
SIMBOLOGIA	xi
RESUMO	xiv
ABSTRACT	xv
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Considerações iniciais	1
1.2 Tipos de compressores	3
1.3 Funcionamento de compressores alternativos.....	6
1.4 Sistema de válvulas.....	7
1.5 Escopo do trabalho.....	8
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	9
2.1 Introdução.....	9
2.2 Revisão dos trabalhos	9
2.3 Objetivos do trabalho	14
3 MODELAGEM MATEMÁTICA	15
3.1 Introdução.....	15
3.2 Dinâmica das válvulas	16
3.3 escoamento no cilindro e em válvulas - Formulação integral.....	18
3.4 escoamento no cilindro e em válvulas – Formulação diferencial	24
3.4.1 Modelo de turbulência μ_t constante	26
3.4.2 Modelo de turbulência algébrico	26
3.4.3 Modelo de turbulência RNG k- ϵ	28
3.4.4 Simulação de grandes escalas (SGE).....	30
4 METODOLOGIA DE SOLUÇÃO	34
4.1 Introdução.....	34
4.2 Formulação diferencial	35
4.2.1 Equações no sistema de coordenadas móvel	35
4.2.2 Discretização das equações governantes	39
4.2.3 Malha computacional	43
4.2.4 Condições de contorno	44
4.3 Formulação integral.....	49

4.4 Acoplamento das formulações	51
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	53
5.1 Introdução.....	53
5.2 Campos do escoamento	53
5.2.1 Modelo de viscosidade turbulenta constante.....	53
5.2.2 Modelo algébrico.....	60
5.2.3 Simulação de grandes escalas (SGE) (i) Metodologia de solução implícita.....	67
5.2.4 Simulação de grandes escalas (SGE) (ii) Metodologia de solução semi-explicita.....	72
5.3 Diagramas p-V e T-V	77
5.4 Dinâmica das válvulas	80
5.5 Análise comparativa dos modelos	83
6 CONCLUSÕES.....	87
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	89
APÊNDICES	94

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Arranjo dos componentes de um sistema de refrigeração por compressão de vapor	2
Figura 1.2 – Principais compressores de deslocamento positivo	3
Figura 1.3 – Compressor hermético alternativo. a) vista de topo. b) vista lateral.....	5
Figura 1.4 – Operação de um compressor alternativo	6
Figura 1.5 – Diagrama p – V para o ciclo de um compressor alternativo	6
Figura 2.1 – Abertura da válvula e força resultante sobre a válvula para o pistão com movimento periódico.....	11
Figura 2.2 – Domínio computacional utilizado por Matos et al. (2000).....	12
Figura 2.3 – Abertura da válvula e força resultante em função do tempo.....	13
Figura 3.1 – Diagrama de corpo livre da palheta com um grau de liberdade.....	16
Figura 3.2 – Bocal convergente com área de entrada igual a área do orifício de passagem. ...	21
Figura 3.3 – Geometria do problema.....	24
Figura 3.4 – Região do domínio que apresentam diferentes valores para o cálculo da viscosidade turbulenta	27
Figura 3.5 – Espectro de energia cinética turbulenta em função da frequência	31
Figura 3.6 – Decomposição das escalas de turbulência em SGE	32
Figura 4.1 – Sistema de coordenadas fixo.....	36
Figura 4.2 – Sistema de coordenadas móvel η	36
Figura 4.3 – Volume de controle elementar no domínio computacional	40
Figura 4.4 – Malha computacional empregada nas simulações com 110 x 90 volumes (direções axial e radial, respectivamente).....	43
Figura 4.5 – Volume de controle utilizado para prescrever a pressão na fronteira de saída	44
Figura 4.6 – Volume de controle utilizado para calcular a correção de pressão	47
Figura 4.7 – Modelo de bocal convergente usado para avaliar a vazão mássica através da válvula de sucção.....	50
Figura 4.8 – Acoplamento das formulações diferencial e integral	52

Figura 5.1 – Variação de pressão no cilindro durante a abertura da válvula de descarga, e posições utilizadas na análise do escoamento	55
Figura 5.2 – Variação do número de Reynolds através da válvula de descarga.....	55
Figura 5.3 – Linhas de corrente adimensionais (Ψ^*) para o modelo à viscosidade constante .	56
Figura 5.4 – Isobáricas durante a abertura da válvula de descarga	57
Figura 5.5 – Vetores velocidade do escoamento durante a abertura da válvula de descarga	58
Figura 5.6 – Instantes de tempo utilizados na análise do escoamento através da válvula de descarga para o modelo algébrico	60
Figura 5.7 – Curvas de níveis de linhas de corrente para o modelo algébrico	62
Figura 5.8 – Curvas de níveis de pressão para as posições (a), (b), (c) e (d)	63
Figura 5.9 – Campo de velocidade para as posições (a), (b), (c) e (d)	65
Figura 5.10 – Relação entre viscosidade turbulenta e absoluta para a posição (a) no modelo algébrico	66
Figura 5.11 – Comparação da curva de pressão média entre os modelos implementados para a região de sobrepressão	67
Figura 5.12 – Curvas de níveis de linhas de corrente para o modelo de SGE totalmente implícito nas posições (a), (b), (c) e (d).....	68
Figura 5.13 – Curvas de níveis de pressão para o modelo de SGE totalmente implícito nas posições (a), (b), (c) e (d)	69
Figura 5.14 – Campo de velocidade para as posições (a), (b), (c) e (d)	71
Figura 5.15 – Curvas de níveis de linhas de corrente para as posições (a), (b), (c) e (d).....	73
Figura 5.16 – Curvas de níveis de pressão para o modelo de SGE semi-explícito nas posições (a), (b), (c) e (d)	74
Figura 5.17 – Campo de velocidade para as posições (a), (b), (c) e (d)	76
Figura 5.18 – Diagramas p - V dos modelos utilizados no presente trabalho	78
Figura 5.19 – Região de sobrepressão no cilindro.....	78
Figura 5.20 – Comparação dos diagramas T - V para os modelos simulados.....	79
Figura 5.21 – Dinâmica das válvulas em função da pressão média dentro da câmara para o modelo à viscosidade constante.....	81
Figura 5.22 – Dinâmica das válvulas em função da pressão média dentro da câmara para o modelo algébrico	81
Figura 5.23 – Dinâmica das válvulas em função da pressão média dentro da câmara para o modelo de SGE totalmente implícito.....	82
Figura 5.24 – Dinâmica das válvulas em função da pressão média dentro da câmara para o modelo de SGE semi-explícito	82

Figura 5.25 – Comparação dos diagrama p x V numérico e experimental	84
Figura 5.26 – Região de descarga no diagrama p x V	84
Figura 5.27 – Detalhe dos segundos picos de pressão encontrados nos resultados numéricos.	85
Figura 5.28 – Comparação entre os diagramas T - V de Ussyk, Matos e do presente trabalho	86
Figura A.1 – Sistema de coordenadas utilizado para o cálculo da velocidade e da posição do pistão.....	95

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 – Perdas de eficiência volumétrica, segundo Sasano <i>et. al.</i>	7
Tabela 5.1 – Tempo de processamento computacional das metodologias implementadas.....	83
Tabela A.2 – Parâmetros utilizados para a simulação do compressor.....	98

SIMBOLOGIA

Alfabeto Latino:

A_{ee}	Área efetiva de escoamento	$[m^2]$
A_{ef}	Área efetiva de força	$[m^2]$
A_{or}	Área do orifício de passagem	$[m^2]$
A_{sc}	Área das paredes internas do cilindro	$[m^2]$
c	Velocidade do som	$[m/s]$
c_p	Calor específico a pressão constante	$[kJ/kg.K]$
c_v	Calor específico a volume constante	$[kJ/kg.K]$
C_{PMS}	Distância do ponto morto superior ao eixo de manivela	$[m]$
C	Coefficiente de amortecimento da válvula de descarga	$[N.s/m]$
C_{ij}	Tensor Cruzado	$[m^2/s^2]$
C_s	Coefficiente de amortecimento da válvula de sucção	$[N.s/m]$
d	Diâmetro do orifício de passagem	$[m]$
d_e	Distância do ponto de engaste da palheta ao centro do orifício de passagem	$[m]$
D	Diâmetro do cilindro	$[m]$
e	Comprimento do orifício de passagem	$[m]$
E	Energia total do gás	$[J]$
f	Frequência	$[Hz]$
F	Força sobre a válvula de descarga devido à diferença de pressão	$[N]$
F_{col}	Força de pré-carga na válvula de sucção	$[N]$
F_o	Força de pré-carga na válvula de descarga	$[N]$
F_s	Força sobre a válvula de sucção devido à diferença de pressão	$[N]$
h	Entalpia específica do gás	$[J/kg]$
h_s	Entalpia específica na câmara de sucção	$[J/kg]$
h_d	Entalpia específica na câmara de descarga	$[J/kg]$
k	Energia cinética turbulenta	$[m^2/s^2]$
K	Coefficiente de rigidez da válvula de descarga	$[N/m]$
K_s	Coefficiente de rigidez da válvula de sucção	$[N/m]$
l	Espaçamento da malha numa direção genérica	$[m]$
L_{ij}	Tensor de Leonard	$[m^2/s^2]$
m	Massa da válvula de descarga	$[kg]$

m_s	Massa da válvula de sucção	[kg]
\dot{m}_{ideal}	Fluxo de massa ideal de gás pela válvula de sucção	[kg/s]
\dot{m}_{real}	Fluxo de massa real de gás pela válvula de sucção	[kg/s]
M	Número de Mach	
n	Índice politrópico	
p	Pressão	[Pa]
p_d	Pressão de descarga	[Pa]
p_{cil}	Pressão na câmara de descarga	[Pa]
$p_{crítica}$	Pressão crítica na câmara de descarga	[Pa]
r	Coordenada cilíndrica na direção radial	[m]
R	Constante do gás	[J/kg.K]
Re	Número de Reynolds	
S_{ij}	Tensor taxa de deformação	[1/s]
S^ϕ	Termo fonte para a equação de transporte de uma propriedade genérica ϕ	
t	Tempo	[s]
T	Temperatura	[K]
T_d	Temperatura na câmara de descarga	[K]
T_s	Temperatura na câmara de sucção	[K]
u	Velocidade do fluido na direção axial	[m/s]
u_g	Velocidade da malha móvel	[m/s]
u_p	Velocidade do pistão	[m/s]
\tilde{u}	Velocidade do fluido em relação à malha na direção axial	[m/s]
\vec{V}	Vetor velocidade	[m/s]
v	Velocidade do fluido na direção radial	[m/s]
V	Volume	[m ³]
V_c	Volume morto	[m ³]
x	Coordenada na direção axial	[m]
y	Coordenada cartesiana na direção radial	[m]
$Z(\theta)$	Posição do pistão na direção axial	[m]

Alfabeto Grego:

α	Inverso do número de Prandtl turbulento	
δ	Símbolo usado para medidas de comprimento	[m]

δ_{ij}	Delta de Kronecker	
$\dot{\delta}$	Símbolo usado para medidas de velocidade	[m/s]
$\ddot{\delta}$	Símbolo usado para medidas de aceleração	[m/s ²]
ε	Dissipação da energia cinética turbulenta	[m ² /s ³]
ϕ	Variável genérica	
γ	Relação entre os calores específicos a pressão e volume constantes	
Γ^ϕ	Coeficiente de difusão da equação de transporte de uma propriedade genérica	
η	Coordenada adimensional no plano transformado na direção axial	
π_{ij}	Tensor de Reynolds sub-malha	[m ² /s ²]
ϑ	Volume específico	[m ³ /kg]
ρ	Massa específica	[kg/m ³]
μ	Viscosidade absoluta	[N.s/m ²]
μ_t	Viscosidade turbulenta	[N.s/m ²]
μ_{eff}	Viscosidade efetiva	[N.s/m ²]
θ	Coordenada cilíndrica na direção angular	[rad]
ω	Frequência angular	[rad/s]
κ	Condutividade térmica	[W/m.K]

Índices:

o valores iniciais.

RESUMO

O presente trabalho trata do desenvolvimento de uma metodologia para a simulação numérica de compressores alternativos de refrigeração. Em um compressor alternativo a pressão no cilindro varia de acordo com a posição do pistão, e de acordo com esta pressão as válvulas de descarga e sucção são acionadas. O entendimento detalhado do escoamento através das válvulas é muito importante no projeto de um compressor de alta eficiência, uma vez que o próprio escoamento atua nos seus movimentos de abertura e fechamento. A metodologia desenvolvida nesta dissertação combina duas formulações: i) a primeira é do tipo diferencial e é empregada para resolver o escoamento no cilindro e através da válvula de descarga, durante o processo de esvaziamento do cilindro; ii) a outra é escrita na forma integral e utilizada no restante do ciclo de compressão. O escoamento através da válvula de descarga é turbulento e para a sua solução foram testados diversos modelos de turbulência (viscosidade turbulenta constante, algébrico, modelo RNG k- ϵ e Simulação de Grande Escalas), com o objetivo de determinar o de menor custo computacional, sem que houvesse no entanto perda na precisão do resultado. A Simulação de Grandes Escalas foi testada em combinação com o modelo de sub-malha de Smagorinsky e se mostrou uma excelente alternativa. As equações do escoamento foram resolvidas tanto na forma implícita como na explícita, visando uma redução do tempo computacional, sendo que a forma explícita forneceu ganhos consideráveis de economia no tempo de processamento. Os resultados demonstram que a metodologia desenvolvida fornece detalhes importantes para o projeto de sistemas de válvulas e, considerando o custo computacional, é viável como ferramenta de projeto.

ABSTRACT

The present work deals with the development of a methodology for the numerical simulation of reciprocating compressors used in refrigeration. In a reciprocating compressor the difference pressure established by the position of the piston is the responsible one by the valves of discharge and suction are set in motion. A detailed understanding of the fluid flow through the valves is very important in the project of a high efficiency compressor, a time that the fluid flow by itself acts in the valve's opening and closing movement. The methodology developed in this work combines two formulations: i) the first one is the differential equations type and is used to solve the fluid flow in the cylinder and through the valve of discharge, during the compression process; ii) to another one is the integral equations type and used in the remain of the cycle. The fluid flow through the discharge valve is considered turbulent. Aiming to determine of lesser computational cost, without that it however had loss in the precision of the result, several models of turbulence had been tested (constant turbulent viscosity model, algebraic model, RNG k- ϵ model and Large Eddy Simulation - LES). The Large Eddy Simulation was tested in combination with the model of sub-grid scale of Smagorinsky and it showed an excellent alternative. The equations of the fluid flow had been solved in such a way in the implicit form as in the explicit one, aiming at a reduction of the computational time, being that the explicit form supplied considerable profits of economy in the processing time. The results demonstrate that the developed methodology supplies important details the project of systems of valves and, considering the computational cost, are viable as project tool.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Considerações iniciais

Durante as últimas décadas, os sistemas de refrigeração aumentaram significativamente a sua importância, deixando de ser equipamentos ineficientes e volumosos, com aplicações restritas às indústrias e estabelecimentos comerciais, para tornarem-se bens de consumo, indispensáveis em nosso cotidiano.

A grande maioria dos métodos de refrigeração, tanto em nível industrial quanto doméstico, usam o princípio da compressão mecânica de vapor para a produção de frio. Nestes sistemas, o efeito de refrigeração é produzido pela retirada de calor do ambiente através da evaporação de um líquido a baixas temperatura e pressão em um circuito fechado e pela ação de um compressor. Por razões econômicas, o sistema coleta o vapor de forma contínua e condensa-o para que possa ser usado repetidas vezes.

Este tipo de ciclo frigorífico opera com a utilização de cinco componentes fundamentais: um compressor, um condensador, um dispositivo de expansão, um evaporador e uma tubulação por onde circula o fluido de trabalho, denominado fluido refrigerante. Uma visão esquemática de um sistema assim composto é apresentada na Fig. 1.1. Independente do porte do sistema de refrigeração, estes componentes estarão sempre presentes em qualquer circuito que funcione por compressão mecânica de vapores.

Basicamente, o fluido refrigerante, no estado de vapor superaquecido e a baixa pressão, proveniente do evaporador, é comprimido elevando sua temperatura e pressão e em seguida é levado ao condensador. No condensador o gás é resfriado e condensa rejeitando calor para um meio externo. Sob a forma de líquido, o refrigerante passa pelo dispositivo de expansão, cuja função é reduzir a pressão de condensação até a pressão de vaporização. No evaporador, esta redução de pressão permite a evaporação do gás refrigerante a uma temperatura mais baixa que a da condensação. Durante a evaporação, calor é absorvido do ambiente ou da substância a refrigerar, e o efeito de refrigeração é produzido.

Basicamente, a tarefa do compressor é fornecer uma diferença de pressão entre as linhas de sucção e descarga, para que o fluido refrigerante percorra o circuito e realize as trocas de calor estabelecidas. Desta forma, fica evidente que o compressor possui uma função de suma importância em um sistema de refrigeração, justificando os exaustivos trabalhos realizados nesta área.

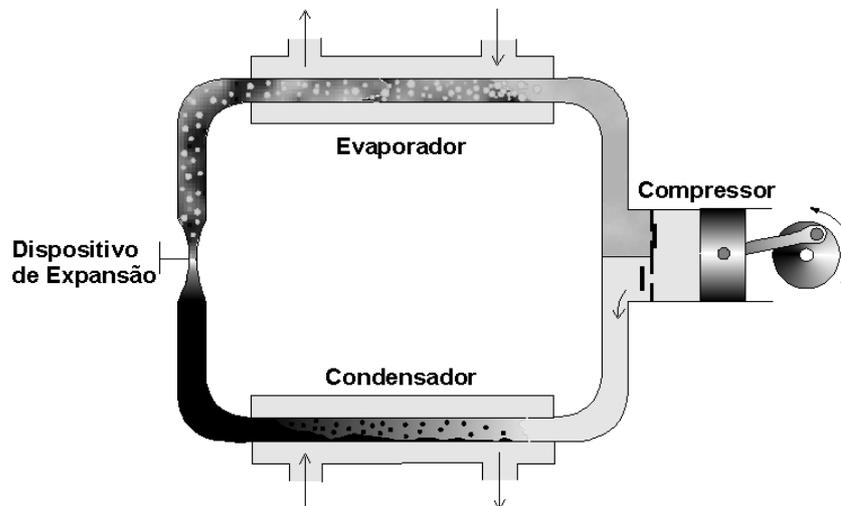


Figura 1.1. Arranjo dos componentes de um sistema de refrigeração por compressão de vapor; reproduzido de Matos (2002).

Cada componente do sistema de refrigeração apresenta um comportamento característico, que é influenciado pelas condições impostas pelos outros componentes, ou seja, o desempenho individual de cada componente afeta o desempenho global do sistema. Assim sendo, para o projeto de sistemas de refrigeração eficientes, deve-se otimizar o desempenho de todos os componentes (Stoecker e Jones, 1984).

Em sistemas de refrigeração de aplicação doméstica, bem como em outros sistemas de porte não muito elevado, os compressores herméticos são os mais empregados. A razão deste domínio está na facilidade com que alguns requisitos básicos são cumpridos, como por exemplo: pequeno volume ocupado pelo compressor, baixo nível de ruído e de consumo de energia elétrica, ausência de vazamentos, robustez estrutural dos componentes e facilidade de manuseio pelas montadoras de sistemas de refrigeração.

1.2 Tipos de compressores

Os compressores podem ser classificados, segundo seu aspecto construtivo, em dois grupos distintos: compressores de deslocamento positivo e compressores roto-dinâmico. A principal característica dos compressores centrífugos é fornecer quantidade de movimento ao fluido através do movimento rotativo de um rotor dotado de pás. Nos compressores de deslocamento positivo, o fluido refrigerante é submetido a uma variação de volume. Durante seu funcionamento um volume de gás é introduzido na câmara de compressão e comprimido até que sua pressão atinja um valor desejado, sendo em seguida liberado na linha de descarga. Desta forma, todo compressor de deslocamento positivo produz um escoamento pulsante e periódico. A Fig. 1.2 apresenta a classificação, segundo o tipo de mecanismo de compressão, dos principais tipos de compressores de deslocamento positivo. Nos compressores alternativos, o componente responsável pela compressão é um pistão, enquanto que nos compressores rotativos, a compressão é feita por uma palheta, “*roller*” ou um lóbulo.

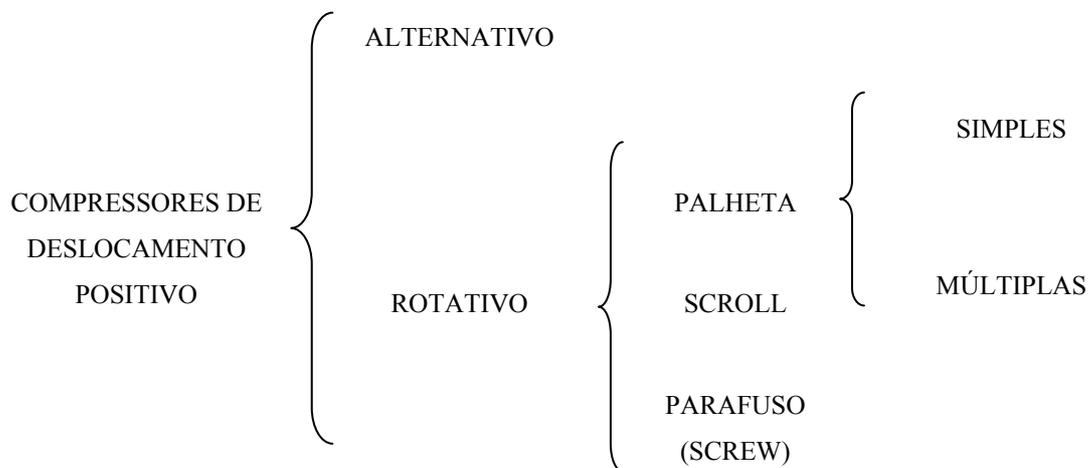
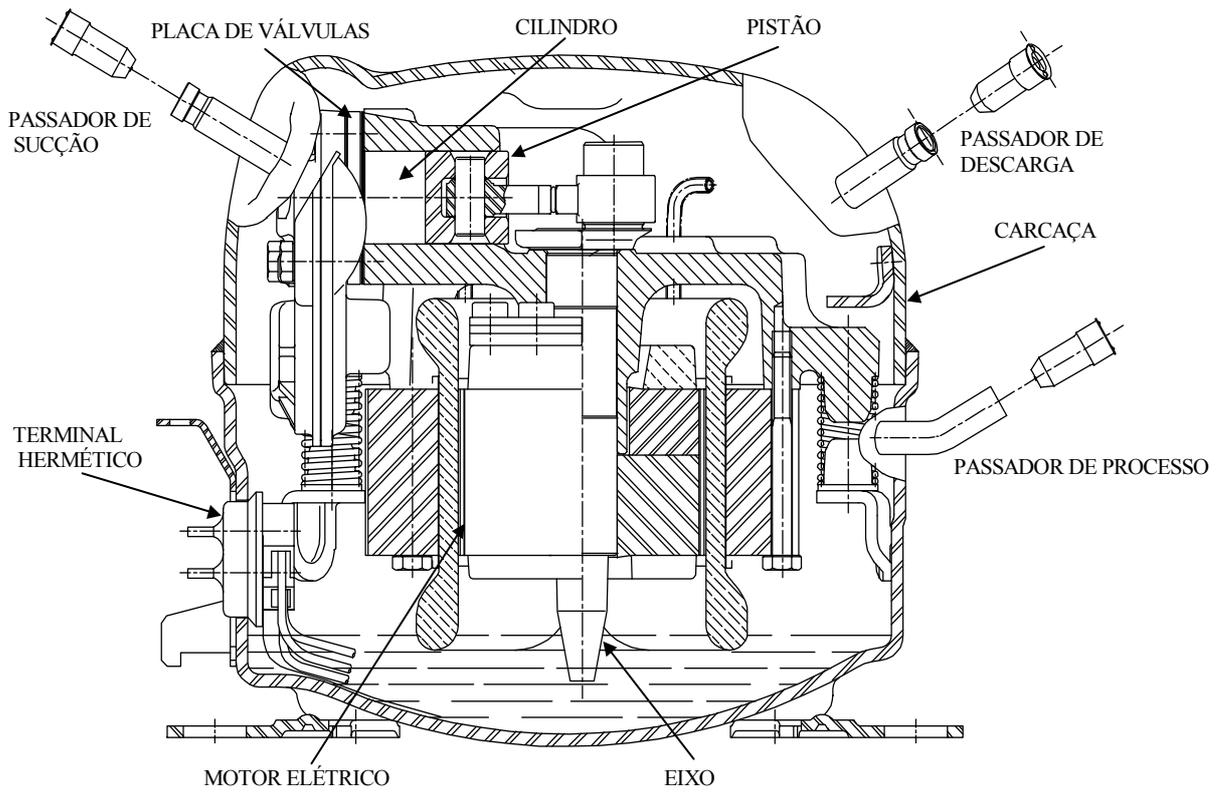


Figura 1.2. Principais compressores de deslocamento positivo.

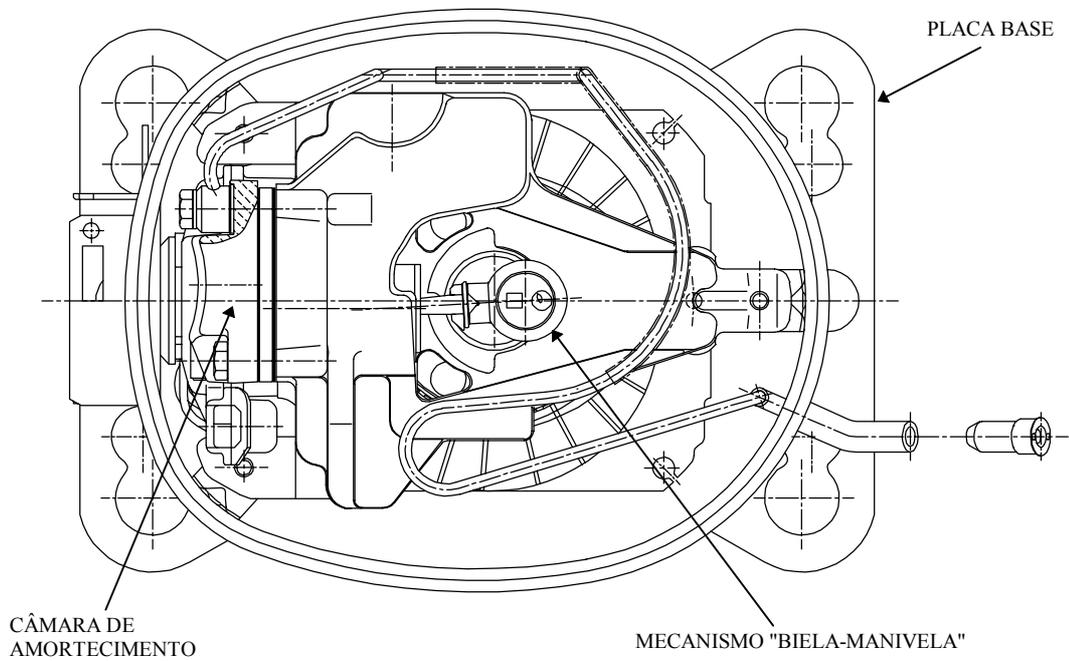
Entre os compressores indicados na Fig. 1.2, o alternativo é o de uso mais difundido nos sistemas de refrigeração e sua faixa de aplicação é muito ampla, estendendo-se de refrigeradores domésticos a grandes instalações industriais.

A Fig. 1.3 apresenta os principais componentes de um compressor alternativo, que será o foco deste trabalho. Os compressores alternativos são envoltos externamente por uma carcaça, que por sua vez, consiste de duas partes soldadas hermeticamente. Fixados à carcaça encontram-se: a placa base, cuja função é fixar o corpo do compressor ao equipamento de refrigeração; o terminal hermético, que faz a conexão elétrica entre o interior da carcaça e a rede; o limitador de oscilação, que evita danos durante o transporte; e os passadores de sucção, descarga e processo, que permitem que o gás seja succionado para dentro do compressor, descarregado para a linha de descarga e utilizado para carregar o sistema com gás refrigerante, respectivamente. Os componentes internos dividem-se em dois grupos fundamentais: parte mecânica (compressor) e parte elétrica (motor), conectados entre si por meio de um eixo.

A conversão do movimento rotativo do motor para movimento alternativo do pistão do compressor é executado por um mecanismo do tipo biela-manivela. O óleo lubrificante fica depositado no fundo do corpo e é conduzido às partes superiores do compressor através de rasgos no eixo de acionamento. O gás refrigerante entra no compressor pelo passador de sucção, onde uma pequena parcela do gás fica no ambiente interno, e o restante entra direto para a câmara de sucção, que por sua vez, é a própria câmara de amortecimento. Em seguida o gás entra no cilindro passando pela válvula de sucção, sofre a compressão e passa pela válvula de descarga até a câmara de descarga, e em seguida as câmaras de amortecimento. Na seqüência, o gás é conduzido por um tubo até o passador de descarga. Deve-se salientar que o fluxo de gás que transpõe as válvulas é controlado por palhetas flexíveis, confeccionadas em aço mola, e que, por sua vez, são controladas pelo diferencial de pressão atuante sobre estas. Constituindo-se, portanto, em peças vitais para o funcionamento do compressor.



(a)



(b)

Figura 1.3 Compressor hermético alternativo. a) vista de topo. b) vista lateral, reproduzido de Catto (1996).

1.3 Funcionamento de compressores alternativos

A Fig. 1.4 apresenta o princípio de funcionamento de um compressor alternativo. Quando o pistão se move de cima para baixo, chega a um ponto em que o vapor a baixa pressão é aspirado para dentro do cilindro através da válvula de sucção, que abre automaticamente devido ao diferencial de pressão pela qual ela está sujeita. O escoamento do vapor continua até que o pistão atinja o ponto morto inferior. O processo de sucção está representado no diagrama p - V da Fig. 1.5. O pistão começa a se mover no sentido oposto, e a partir deste ponto, a pressão aumenta até atingir uma pressão superior à da câmara de descarga, que é aproximadamente a pressão do condensador, quando então a válvula de descarga abre.

A abertura da válvula dá início ao processo de descarga do vapor, e continua até que o pistão alcance o ponto morto superior. Neste ponto a descarga do vapor deveria ser completa. No entanto, sempre existirá uma quantidade de vapor que permanecerá dentro do cilindro, pois é necessário que haja algum espaço para acomodar as válvulas e permitir sua abertura (sucção), além de permitir ajuste das peças durante a montagem. Esse volume é denominado volume morto e é da ordem de 0,3 a 5,0 % do volume total do cilindro.

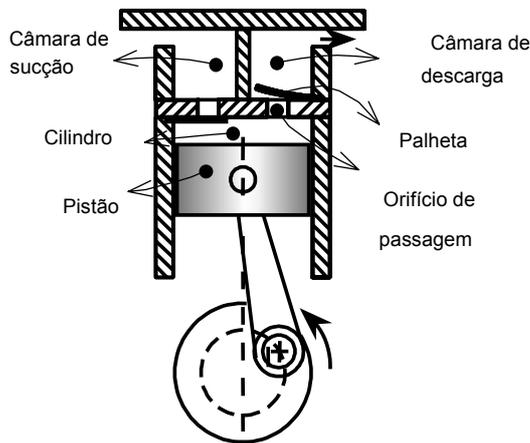


Figura 1.4. Operação de um compressor alternativo.

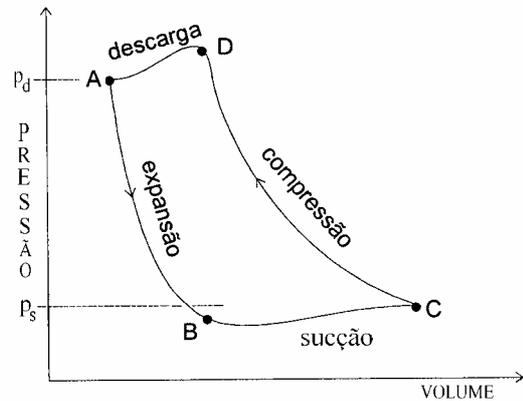


Figura 1.5. Diagrama p-V para o ciclo de um compressor alternativo.

À medida que o pistão se move de cima para baixo, o vapor contido no volume morto se reexpande, diminuindo sua pressão (processo AB). Quando o pistão atinge o ponto B, a pressão no cilindro é menor que a pressão na linha de admissão, dando início à sucção do vapor para dentro do cilindro (BC). O efeito resultante é que o pistão succiona um volume da

ordem de (VC-VB), quando deveria succionar (VC-VA), reduzindo a eficiência volumétrica do compressor. Os fatores que tendem a diminuir o volume de vapor deslocado da linha de baixa para de alta pressão são: volume morto, aquecimento do cilindro, vazamento entre a folga pistão/cilindro, refluxo nas válvulas etc.

Segundo Sasano *et al.*(1997), as principais perdas nos compressores alternativos são divididas em duas categorias: perda de eficiência volumétrica e perda de potência elétrica. A primeira é da ordem de 32% da capacidade teórica de refrigeração, e compreendem as perdas por reexpansão do gás confinado no volume morto, perdas por vazamento e perdas nas trocas de calor, e subdividem-se de acordo com a Tab. 1.1.

Tabela 1.1 Perdas de eficiência volumétrica, segundo Sasano *et. al* (1997).

Reexpansão	~ 36 %
Calor trocado	~ 34 %
Vazamentos	~ 13 %
outros	~ 17 %

A segunda é da ordem de 44% da potência total fornecida ao compressor, e subdivide-se em: perdas por atrito, que ocorrem nos mecanismos de transmissão mecânica, perdas no motor elétrico (efeito Joule), perdas por sobre ou subpressão, que dependem das características elásticas das válvulas.

1.4 Sistema de válvulas

A eficiência volumétrica de um compressor depende em grande parte do funcionamento adequado do sistema de válvulas. Para a melhoria de um item específico que possa diminuir as perdas, é necessário verificar o ganho em desempenho e o custo da modificação associada. O presente trabalho dará ênfase ao estudo do sistema de válvulas de um compressor de deslocamento positivo do tipo alternativo. Nesses compressores, o movimento das válvulas é comandado inicialmente pelo diferencial de pressão existente entre a câmara de sucção, cilindro e câmara de descarga, originadas pelo movimento do pistão. A partir do momento em que as válvulas estão abertas, o agente responsável passa a ser o próprio campo de pressão do escoamento do fluido refrigerante. Por esta razão, para o projeto adequado de um sistema de válvulas é fundamental o conhecimento dos fenômenos que ocorrem quando o fluido está escoando através das válvulas.

Os fatores mais importantes para tornar a válvula de sucção mais eficiente são: obtenção de uma resposta dinâmica adequada (rápida) e redução da perda de carga (redução da subpressão). Para obter-se uma resposta rápida, algumas modificações têm sido implementadas, principalmente nos últimos 10 anos.

Diferentemente do que ocorre com a válvula de sucção, o projeto da válvula de descarga tem sido atacado por uma grande quantidade de pesquisadores, que visam aumentar os ganhos da eficiência. Por estes motivos, as válvulas são consideradas parte chave do projeto de um compressor, já que representam uma fonte significativa da perda de energia.

1.5 Escopo do trabalho

Apesar de possuírem funcionamento simples, as válvulas do compressor possuem uma descrição matemática complexa e exigem assim uma série de simplificações. O valor de qualquer modelo numérico está na fidelidade com que eventos reais, descritos de forma simplificada, são representados.

O objetivo geral do presente trabalho é contribuir para a modelagem da dinâmica de válvulas do tipo palheta através de modelos matemáticos precisos e de baixo custo computacional.

O capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica, visando a fundamentação teórica e a definição do escopo da presente dissertação.

Os modelos matemáticos do escoamento através das válvulas e da dinâmica da palheta são descritos em detalhes no capítulo 3, para as formulações diferencial e integral adotadas. Os procedimentos numéricos de solução das equações desses modelos encontram-se documentados no capítulo 4.

O capítulo 5 traz uma análise dos resultados obtidos com os diversos modelos, focando tanto aspectos físicos do problema bem como questões de tempo de processamento computacional. Finalmente, no capítulo 6, são apresentadas as principais conclusões e indicadas algumas possíveis direções para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Introdução

Como citado no capítulo 1, o projeto adequado de válvulas possui significativa importância na eficiência de compressores. A modelação matemática é uma alternativa interessante para a análise do comportamento e das perdas dos elementos de um compressor. Alguns dos trabalhos mais significativos em relação à modelação do escoamento em válvulas são revisados a seguir, com ênfase na previsão da dinâmica da palheta. Para uma revisão mais abrangente, os trabalhos de MacLaren (1972, 1982), Salinas (1999) e Matos (2002) são recomendados.

2.2 Revisão dos trabalhos

Segundo Ussyk (1984), Costagliola (1950) foi o primeiro pesquisador a obter sucesso na busca da descrição dos fenômenos que ocorrem no compressor. Em sua análise, duas equações diferenciais não-lineares foram resolvidas, uma para o movimento das válvulas, e outra para o fluxo de massa através destas. A solução dessas equações era obtida via procedimento gráfico e, apesar dos bons resultados, consistia em um processo de cálculo extenuante, distante das necessidades da indústria.

Trella e Soedel (1974a) desenvolveram uma metodologia para a análise do comportamento não-linear de um sistema de válvula de descarga de um compressor alternativo, considerando o escoamento compressível e transiente. A solução acoplada do escoamento compressível e do movimento da válvula foi obtida a partir das equações da

conservação da massa e da quantidade de movimento, na suas formas integrais, e aplicada sobre quatro volumes de controle distintos. Fica evidente no trabalho a importância da resolução da dinâmica da palheta em conjunto com o escoamento que passa através da mesma. A aplicação da metodologia foi realizada em Trella e Soedel (1974b) e os resultados comparados com aqueles obtidos através de um modelo quasi-estático. Devido à inexistência de dados experimentais, a validação dos resultados foi incompleta. Apesar disto, os autores exploraram a influência do diâmetro da válvula, da rigidez e da frequência natural sobre a dinâmica da mesma, demonstrando que os transientes devem ser considerados na descrição do funcionamento da válvula.

Ussyk (1984) desenvolveu um programa para simulação de um compressor alternativo, considerando as válvulas como lâminas flexíveis e incluindo o efeito do batente sobre a movimentação das válvulas. Além disto, admitiu o vazamento de gás refrigerante através da folga existente entre o pistão e o cilindro. Os resultados apresentaram boa concordância quando comparados com dados experimentais, permitindo identificar a influência individual de cada parâmetro sobre o desempenho do compressor. Como limitações do código computacional, citam-se o fato de que a simulação não considera a pulsação dos gases na entrada e saída dos cilindros, além de fazer uso de um índice politrópico médio ao longo de todo o ciclo, o que dificulta a análise dos processos de perda de energia ocorridos durante o funcionamento do compressor. Ussyk (1984) verificou também que a influência da válvula de sucção sobre o desempenho do compressor é muito mais significativa do que a da válvula de descarga.

Lopes (1996) analisou numericamente o escoamento laminar em regime transiente em difusores radiais concêntricos, resolvendo a dinâmica do disco frontal segundo um modelo de um grau de liberdade. Para caracterizar o movimento cíclico do pistão, uma variação senoidal da vazão foi imposta na entrada do orifício de passagem. A metodologia de malhas móveis foi validada a partir de dados experimentais de Ishizawa *et al.* (1987).

Salinas *et al.* (1999) analisaram numericamente, com validação experimental, o escoamento turbulento tridimensional incompressível em difusores radiais com discos inclinados. O modelo de turbulência utilizado foi o RNG $k-\epsilon$ e os resultados apresentados concordaram bem com os dados experimentais. Os autores mencionam o fato de que o desempenho deste modelo está associado à previsão mais precisa dos níveis de turbulência em regiões de recirculação, estagnação e curvatura de linhas de corrente, exatamente o que acontece na região de entrada do difusor.

Matos *et al.* (1999) investigaram numericamente o comportamento dinâmico do disco frontal de um difusor com discos paralelos e concêntricos, para a situação de escoamento laminar bidimensional incompressível. Os autores fizeram uso da metodologia numérica empregada por Lopes (1996) mas, ao invés de adotar uma vazão variável no orifício de passagem, adotaram uma condição de pressão (Δp) variando de forma periódica:

$$\Delta p = 1000 \left[\frac{5}{6} + \text{sen}(\omega t) \right], \quad \omega = 2\pi f, f = 60 \text{ Hz.} \quad (2.1)$$

Os autores observaram que a abertura da válvula fica defasada em relação à força resultante que atua sobre a mesma, ou seja, elevados valores para a força ocorrem para pequenos afastamentos da palheta, e vice-versa, conforme pode ser observado na Figura 2.1. A validação numérica foi realizada com base no experimento de Ishizawa *et al.* (1987).

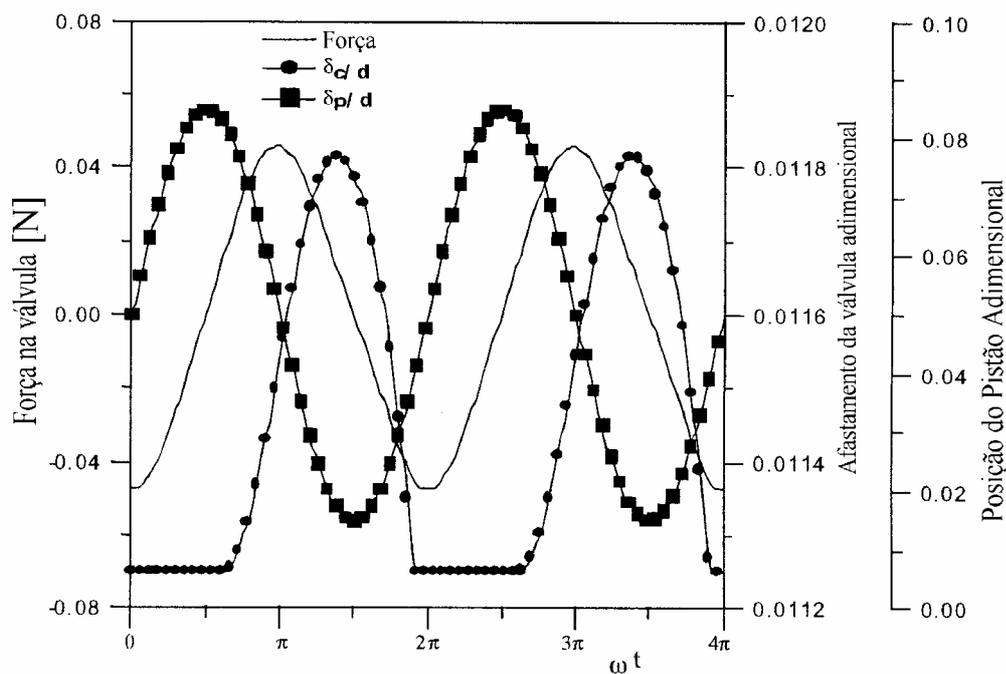


Figura 2.1 Abertura da válvula e força resultante sobre a válvula para o pistão com movimento periódico.

Considerando a mesma geometria de seu trabalho anterior, Matos *et al.* (2000) investigaram a influência da inclinação entre os discos sobre o escoamento. Devido à inclinação, fez-se necessário o uso de um modelo tridimensional que levasse em conta a

variação no tempo do domínio computacional, conforme ilustrado na Figura 2.2. O novo domínio de cálculo inclui a face do pistão, e, ao invés de prescrever uma diferença de pressão periódica, define a velocidade do pistão (δ_p) como:

$$\delta_p = 0.05d[1 + 0.7\text{sen}(\omega t)] , \omega = 2\pi f , \quad (2.2)$$

onde d é o diâmetro do orifício de passagem.

A metodologia de cálculo foi validada com auxílio de dados experimentais de distribuição de pressão na palheta, obtidos por Possamai *et al.* (1994). Matos *et al.* (2000) concluíram que os efeitos de turbulência e de compressibilidade devem ser incluídos no modelo para descrever os fenômenos que ocorrem no problema.

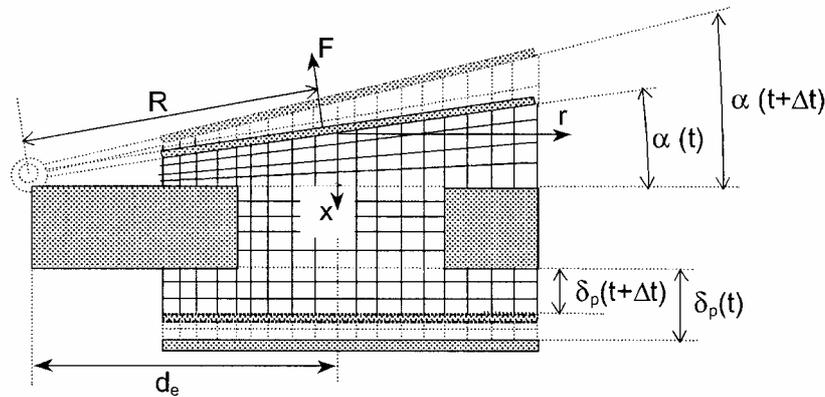


Figura 2.2. Domínio computacional utilizado por Matos *et al.* (2000).

Salinas (2001) analisou numericamente o escoamento turbulento incompressível pulsante em um difusor com discos paralelos fixos, com a vazão variando segundo uma função senoidal. As simulações foram realizadas para várias relações de diâmetros (D/d), afastamentos (s/d) e números de Reynolds, bem como para vários modelos de turbulência. A principal conclusão do trabalho foi que o escoamento não é afetado pelas condições de pulsação.

Matos *et al.* (2001) analisaram a dinâmica de uma válvula tipo palheta de um compressor alternativo a partir da situação de escoamento turbulento incompressível axissimétrico. Os autores prescreveram um fluxo de massa no orifício de passagem de acordo com a variação periódica da componente axial da velocidade $u(t)$, dada por:

$$u(t) = \frac{\mu \overline{Re}}{\rho d} [1 + 0,9 \sin(\omega t)] , \omega = 2\pi f, f = 60 \text{ Hz e } \overline{Re} = 25000 ; \quad (2.3)$$

onde d é o diâmetro do orifício de passagem, ρ é a densidade e μ a viscosidade cinemática do fluido de trabalho. Os autores contornaram as simplificações empregadas em seus trabalhos anteriores e os resultados de abertura da válvula de descarga, fluxo de massa e força resultante (Figura 2.3) mostraram-se fisicamente consistentes.

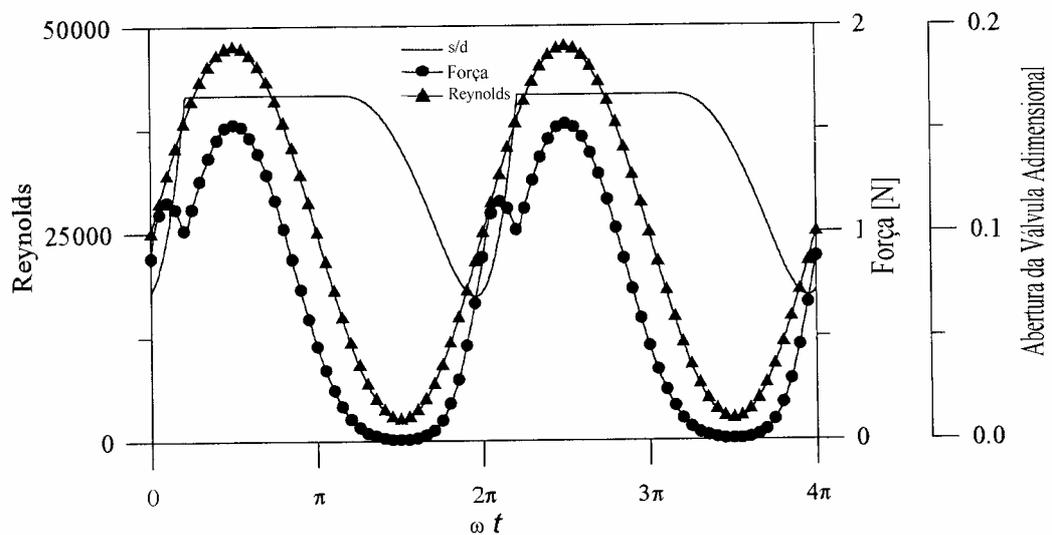


Figura 2.3. Abertura da válvula e força resultante em função do tempo.

Matos (2002) desenvolveu um modelo bidimensional para a solução do escoamento turbulento compressível através de válvulas, resolvendo também a região do cilindro com o movimento do pistão. O trabalho trouxe um aprimoramento considerável aos modelos matemáticos usados até então, obtendo uma representação muito próxima para os fenômenos físicos envolvidos no funcionamento de compressores de refrigeração. Por outro lado, o tempo de processamento computacional mostrou-se elevado em demasia e Matos (2002) sugere trabalhos que tratem esta questão, de tal forma a tornar a metodologia mais adequada como ferramenta de projeto.

2.3 Objetivos do trabalho

Da revisão bibliográfica constata-se que os trabalhos seguem linhas de pesquisa distintas, podendo ser divididas em três áreas. Uma delas investiga o escoamento através da válvula de forma experimental. A segunda linha analisa a dinâmica das válvulas a partir de dados experimentais de parâmetros globais de eficiência, tais como áreas efetivas de escoamento e de força. Finalmente, a terceira vertente desenvolve modelos matemáticos para a dinâmica de válvulas, acoplando o seu movimento ao escoamento.

O presente trabalho se enquadra na terceira forma de análise e toma como ponto de partida o trabalho de Matos (2002). A principal motivação é desenvolver um modelo que possa resolver o esvaziamento do cilindro do compressor, incluindo a dinâmica da válvula de descarga, de forma precisa e a um custo computacional baixo. Para alcançar este objetivo geral, é definida uma série de objetivos específicos:

- i) Desenvolver uma metodologia para a análise da dinâmica de válvulas de compressores, considerando escoamento turbulento compressível, combinando formulações integral e diferencial para o ciclo de compressão;
- ii) Implementação e análise de modelos de turbulência de baixo custo computacional para a solução do escoamento;
- iii) Implementação de metodologias numéricas de solução do sistema de equações para redução do tempo de processamento computacional;
- iv) Analisar o esvaziamento do cilindro do compressor, considerando efeitos transientes da válvula de descarga.

CAPÍTULO 3

MODELAGEM MATEMÁTICA

3.1 Introdução

Os fenômenos físicos envolvidos no escoamento através das válvulas possuem uma grande complexidade aliada ao fato de que ocorrem em um curto espaço de tempo; desta forma, a maioria dos estudos encontrados na literatura faz uso de uma geometria simplificada na análise do problema. O modelo de compressor analisado neste trabalho apresenta uma válvula para a sucção do gás refrigerante e uma para a descarga.

A válvula de descarga apresenta um batente para limitar o seu deslocamento, além de incorporar um *booster*, cuja função é aumentar a rigidez e o amortecimento da válvula em um certo ponto após a sua abertura, evitando que ocorra um choque com o batente. O escoamento através desta válvula será analisado com o auxílio de uma metodologia diferencial desenvolvida por Matos (2002) que será descrita mais adiante.

O escoamento do gás através da válvula de sucção será analisado através de uma metodologia integral (Ussyk, 1984), combinando um conjunto de equações termodinâmicas e de dados experimentais.

O compressor simulado é um modelo produzido pela EMBRACO S. A., e o fluido refrigerante é o R 134a. O Apêndice 2 apresenta os parâmetros envolvidos nesta simulação.

Este capítulo é dedicado à modelação matemática do problema para uma formulação de escoamento turbulento bidimensional (axissimétrico) compressível.

3.2 Dinâmica das válvulas

O modelo utilizado na análise do comportamento dinâmico de válvulas do tipo palheta assume que estas válvulas são corpos rígidos e que seu movimento ocorre segundo um sistema com um grau de liberdade. Estas válvulas são fabricadas em aço mola, e sua modelação faz uso de uma constante efetiva de mola K [N/m]. O amortecimento causado pela combinação da resistência do fluxo e do amortecimento interno do próprio material é expresso por um coeficiente de amortecimento C [N.s/m]. Baseado no diagrama de corpo livre apresentado na Figura 3.1, e aplicando a segunda Lei de Newton, obtém-se a seguinte equação para o movimento da palheta:

$$m\ddot{\delta} + C\dot{\delta} + K\delta = F - F_0, \quad (3.1)$$

onde m é a massa da palheta [kg] e F_0 é a força de pré-carga, que se deve a existência de óleo entre a palheta e a placa de válvulas, e que atua apenas enquanto as válvulas estiverem fechadas. As quantidades δ , $\dot{\delta}$ e $\ddot{\delta}$ são, respectivamente, o afastamento, a velocidade e a aceleração da palheta em relação ao assento.

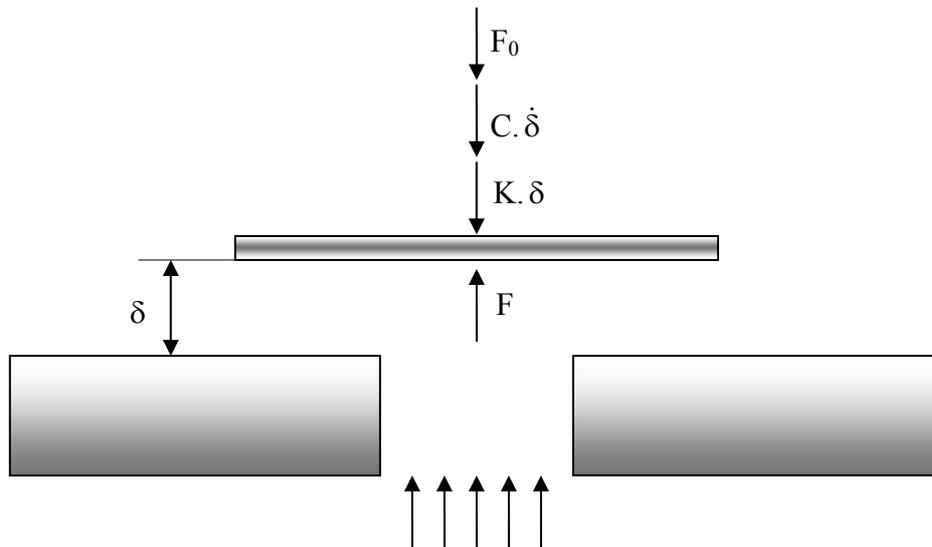


Figura 3.1. Diagrama de corpo livre da palheta com um grau de liberdade.

A força F resulta da ação do escoamento sobre a válvula, representada pela distribuição de pressão na superfície da palheta. Basicamente, dois procedimentos podem ser adotados para quantificar esta força. O mais tradicional consiste na obtenção experimental de

correlações empíricas, geralmente denominadas áreas efetivas de força, as quais relacionam a força com a queda de pressão através da válvula. Uma outra possibilidade é resolver o escoamento através da válvula e obter o campo de pressão p associado.

A força F sobre a palheta pode então ser obtida através da integração deste campo ao longo de sua superfície:

$$F = \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} p|_{x=0} r dr d\theta, \quad (3.2)$$

onde o sistema de coordenadas utilizado é o cilíndrico (x,r,θ) .

No presente trabalho, áreas efetivas são usadas para a válvula de sucção, enquanto que para a válvula de descarga obtém-se o campo de pressão da própria solução do escoamento. Maiores detalhes dessas metodologias serão fornecidos neste capítulo.

É importante salientar que a força F varia com o tempo. Para não tornar o problema iterativo, considerou-se a força constante ao longo do intervalo de tempo de integração das equações do modelo. Assim, a Eq. (3.1) passa a ter a seguinte solução analítica, obtida pelo método dos coeficientes a determinar (Kreyszig, 1993):

$$\delta = e^{-\alpha^* \Delta t} \left[x_c \cos(\omega^* \Delta t) + \frac{\alpha^* x_c + \dot{\delta}^0}{\omega^*} \sin(\omega^* \Delta t) \right] + \frac{F - F_0}{K}, \quad (3.3)$$

onde:

$$\alpha^* = \frac{C}{2m},$$

$$x_c = \delta^0 - \frac{F - F_0}{K} e$$

$$\omega^* = \frac{\sqrt{4mK - C^2}}{2m}.$$

Os termos $\dot{\delta}^0$ e δ^0 são a velocidade e o afastamento da palheta no instante de tempo anterior. A seguir apresentam-se as metodologias integral e diferencial para a solução do escoamento e da transferência de calor no interior do cilindro e através das válvulas do compressor.

3.3 Escoamento no cilindro e em válvulas – formulação integral

Um modelo matemático integral para a descrição do ciclo de operação de um compressor foi desenvolvido por Ussyk (1984), na forma de quatro equações acopladas e cinco conjuntos de dados experimentais. O sistema de equações que permite avaliar o desempenho de um compressor é representado por:

- i) Equação para o volume do cilindro, relacionando o volume da câmara de compressão em função do ângulo de manivela;
- ii) Equações termodinâmicas que fornecem a massa, a pressão e a temperatura instantânea do gás refrigerante;
- iii) Equação do escoamento de gás através da válvula de sucção;
- iv) Equação da dinâmica das válvulas que define, a qualquer instante, a abertura da válvula.

Os dados experimentais necessários são:

- i) Áreas efetivas de escoamento para avaliar a vazão de massa que entra/sai do cilindro através das válvulas;
- ii) Áreas efetivas de força para calcular a força do escoamento atuando sobre a válvula;
- iii) Freqüência natural e modo de vibração da válvula;
- iv) Índices politrópicos de compressão e expansão;
- v) Coeficiente de amortecimento das válvulas.

O volume no cilindro $V(\theta)$ é calculado pela soma de um volume fixo (volume morto V_c) e um volume variável, volume deslocado pelo pistão. O volume morto considera o espaço restante acima da cabeça do pistão quando este se encontra no ponto morto superior (PMS). O volume instantâneo pode ser representado pela seguinte equação:

$$V(\theta) = V_c + \left(\frac{\pi D^2}{4} \right) Z(\theta), \quad (3.4)$$

onde D é o diâmetro do cilindro.

Tanto a formulação integral quanto a diferencial, calculam o volume da mesma forma, como uma função da posição do pistão na direção axial $Z(\theta)$, que é determinada pelo ângulo de manivela θ . O desenvolvimento desta equação é claramente demonstrado no Apêndice 1.

Na dedução das equações termodinâmicas que descrevem os processos dentro do cilindro, algumas hipóteses simplificativas devem ser consideradas:

- i) O gás comporta-se com um gás ideal;
- ii) As propriedades do gás no interior do cilindro propagam-se instantaneamente através do cilindro, ou seja, são uniformes;
- iii) O fluido sofre mudanças de um estado para o outro segundo um processo politrópico;
- iv) Fluxo unidimensional na entrada e na saída do cilindro.

Assumindo-se o processo politrópico, a pressão no cilindro é encontrada a partir da relação politrópica pressão-densidade, como mostra a equação seguinte:

$$\frac{p(\theta)}{\rho(\theta)^n} = \frac{p_0}{\rho_0^n}, \quad (3.5)$$

onde: $p(\theta)$ é a pressão média no cilindro, $\rho(\theta)$ é a densidade mássica média, p_0 e ρ_0 são valores de referência e n é o índice politrópico. O índice politrópico pode demonstrar que alguma transferência de calor está acontecendo, e pode assumir valores diferentes para compressão e expansão, ou ainda, pode ser função do ângulo de manivela θ .

Por definição sabemos que:

$$\rho(\theta) = \frac{m(\theta)}{V(\theta)}, \quad (3.6)$$

e substituindo esta equação na Eq. (3.4), temos:

$$p(\theta) = p_0 \left[\frac{m(\theta)}{\rho_0 V(\theta)} \right]^n. \quad (3.7)$$

Desta forma, conhecendo-se a massa instantânea $m(\theta)$ no cilindro e o volume instantâneo $V(\theta)$ do cilindro, a pressão média instantânea $p(\theta)$ pode ser calculada, bem como a temperatura $T(\theta)$ através de:

$$T(\theta) = T_0 \left[\frac{\rho(\theta)}{\rho_0} \right]^{\frac{n-1}{1}} \quad (3.8)$$

De uma forma geral, processos termodinâmicos que envolvam expansões através de válvulas de sucção e descarga resultam em um fluxo de massa para dentro e para fora do volume de controle do cilindro, além disso, deve ser admitida a possibilidade de refluxo através das válvulas. Devido à complexidade de tal escoamento, algumas hipóteses devem ser adotadas para a dedução das equações do fluxo de massa através da válvula de sucção:

- i) Fluxo unidimensional e isentrópico;
- ii) Condições à montante da válvula podem ser consideradas como condições de estagnação;
- iii) Equações para escoamentos em regime permanente são utilizadas para o cálculo de um valor instantâneo em um escoamento transiente;
- iv) A válvula aberta é tratada em cada instante como um bocal convergente.

A equação, em regime permanente, para o fluxo de massa através do sistema de válvulas, conforme a Figura 3.2, é deduzida com o emprego da seguinte nomenclatura:

p_d – pressão à jusante da válvula, [Pa];

p – pressão a montante da válvula, [Pa];

ρ_d – densidade do fluido à jusante, [kg/m³];

A_{or} – área do orifício de passagem, [m²];

T – temperatura a montante da válvula, [K];

T_d – temperatura à jusante da válvula, [K];

M – número de Mach;

V – velocidade do fluido, [m/s];

h – entalpia de estagnação, [J/kg];

h_d – entalpia à jusante da válvula, [J/kg];

$r = p_d / p$;

$R = c_p - c_v$ – constante do gás [J/kg.K];

$\gamma = c_p / c_v$ - relação entre calores específicos;

$r_c = p_d / p$ para $M = 1$ no orifício (fluxo crítico)

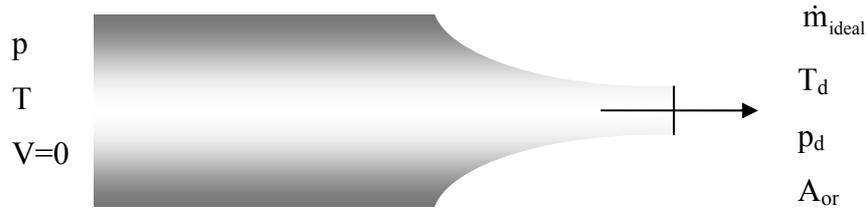


Figura 3.2: Bocal convergente com área de entrada igual à área do orifício de passagem.

Da Primeira lei da termodinâmica, e considerando as condições de estagnação a montante, tem-se:

$$h = h_d + \frac{V^2}{2}. \quad (3.9)$$

Para um gás perfeito

$$h - h_d = c_p(T - T_d), \quad (3.10)$$

e

$$c_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R. \quad (3.11)$$

Substituindo-se a Eq. (3.10) na Eq. (3.9), obtém-se:

$$c_p(T - T_d) = \frac{V^2}{2}. \quad (3.12)$$

Introduzindo a Eq. (3.11) na Eq. (3.12), chega-se a:

$$\frac{\gamma R}{\gamma - 1}(T - T_d) = \frac{V^2}{2}. \quad (3.13)$$

Para um gás ideal, a velocidade do som é dada por:

$$c = \sqrt{\gamma R T_d} , \quad (3.14)$$

e o número de Mach é então, a partir das Eqs. (3.14) e (3.13):

$$M = \frac{V}{c} = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left(\frac{T}{T_d} - 1 \right)} . \quad (3.15)$$

Para um processo adiabático e reversível através de um bocal, considerando-se gás ideal, tem-se:

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \text{cte} ; \quad (3.16)$$

e, ainda para um gás ideal, pode-se escrever:

$$\frac{T}{T_d} = \left(\frac{p}{p_d} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} . \quad (3.17)$$

Substituindo a Eq. (3.17) na Eq. (3.16), tem-se:

$$M = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left[\left(\frac{p}{p_d} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} . \quad (3.18)$$

O fluxo de massa através do orifício é dado por:

$$\dot{m}_{\text{ideal}} = \rho_d A_{\text{or}} V , \quad (3.19)$$

onde $V = M c$. Assim, fixando-se as condições de pressão e temperatura na passagem às condições de descarga da válvula, e substituindo-se as Eqs.(3.14) e (3.18) na Eq. (3.19), obtém-se:

$$\dot{m}_{\text{ideal}} = \rho_d A_{\text{or}} \sqrt{\frac{2 \gamma R T_d}{(\gamma - 1)} \left[\left(\frac{p}{p_d} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]}. \quad (3.20)$$

A partir da Eq. (3.16) e com auxílio da equação dos gases perfeitos, chega-se a:

$$\rho_d = \left(\frac{p}{R T} \right) \left(\frac{p_d}{p} \right)^{\frac{1}{\gamma}}. \quad (3.21)$$

Substituindo a Eq. (3.21) na Eq. (3.20), obtém-se:

$$\dot{m}_{\text{ideal}} = \frac{p A_{\text{or}}}{R T} \left(\frac{p_d}{p} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{2 \gamma R T_d}{(\gamma - 1)} \left[\left(\frac{p}{p_d} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]}. \quad (3.22)$$

Introduzindo a Eq. (3.18) na equação anterior, chega-se a:

$$\dot{m}_{\text{ideal}} = p A_{\text{or}} \sqrt{\frac{2 \gamma}{(\gamma - 1) R T_d} \left[\left(\frac{p_d}{p} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_d}{p} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}. \quad (3.23)$$

Esta equação é válida quando a condição de fluxo subcrítico for atingida, ou seja, $V < c$, ou então, quando $p_d > p_{\text{crítico}}$. Para o fluxo crítico e fazendo $M = 1$ na Eq. (3.18), obtém-se:

$$\frac{p_{\text{crítico}}}{p} = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = r_c. \quad (3.24)$$

Para ambos os fluxos, crítico e subcrítico, supõe-se que $p_d = p$, e a relação crítica de pressões r_c é constante para um dado γ , desta forma o fluxo será sônico para relações de pressão menores que a relação crítica. Nestas condições o fluxo de massa é:

$$\dot{m}_{\text{ideal}} = p A_{\text{or}} \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma-1)R T_d} \left[(r_c)^{\frac{2}{\gamma}} - (r_c)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}. \quad (3.25)$$

As Eqs. (3.23) e (3.25) são expressões gerais para a vazão de massa nas condições crítica e subcrítica, respectivamente. Estas equações podem ser aplicadas tanto para a válvula de descarga quanto para a de sucção, considerando também em ambos os casos a possibilidade de fluxo reverso.

3.4 Escoamento no cilindro e válvulas – formulação diferencial

O modelo matemático adotado para a solução do escoamento e da transferência de calor no cilindro e através da válvula de descarga é composto pelas equações de conservação da massa, energia, quantidade de movimento linear e uma auxiliar representada pela equação dos gases perfeitos.

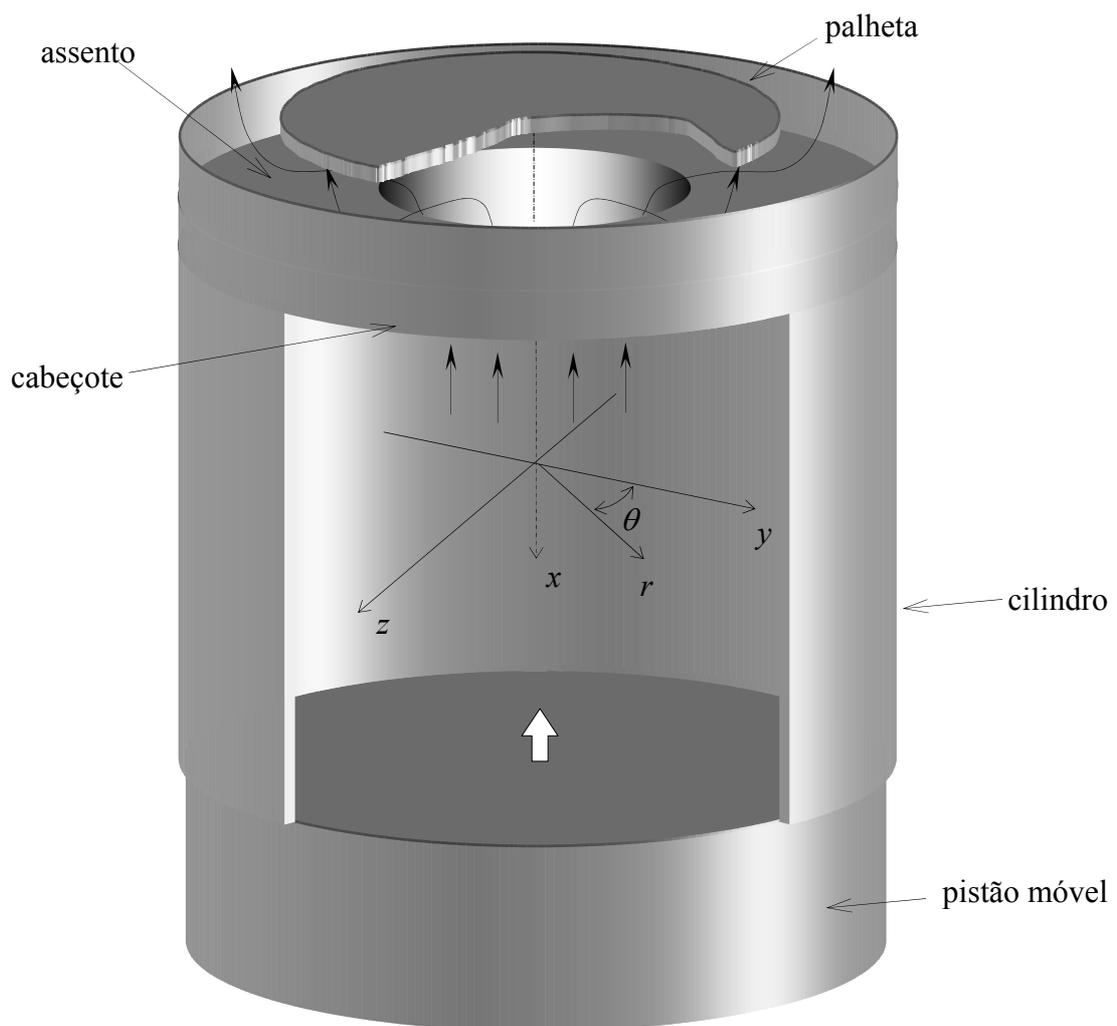


Figura 3.3. Geometria do problema; reproduzida de Matos (2002).

A formulação do problema considera uma geometria cilíndrica axissimétrica (Figura 3.3), de tal forma que as equações governantes do escoamento turbulento compressível em coordenadas cilíndricas podem ser escritas como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r v) = 0, \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r v u) = & -\frac{\partial}{\partial x} \left(p + \frac{2}{3} \rho k \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \\ & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu_{ef} r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu_t r \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} (\mu_{ef} \vec{\nabla} \cdot \vec{V}) + \\ & - \frac{\partial}{\partial x} (\mu_t \vec{\nabla} \cdot \vec{V}) \end{aligned}, \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u v) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r v v) = & -\frac{\partial}{\partial r} \left(p + \frac{2}{3} \rho k \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{ef} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \\ & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu_{ef} r \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{\mu_{ef} v}{r^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_t \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu_t r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial r} (\mu_{ef} \vec{\nabla} \cdot \vec{V}) + \\ & - \frac{\partial}{\partial r} (\mu_t \vec{\nabla} \cdot \vec{V}) \end{aligned}, \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u T)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v T)}{\partial r} = & -p \vec{\nabla} \cdot \vec{V} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{\kappa}{c_v} + \alpha_T c_p \frac{\mu_t}{c_v} \right) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{\kappa}{c_v} + \alpha_T c_p \frac{\mu_t}{c_v} \right) \frac{\partial T}{\partial r} \right] \end{aligned}. \quad (3.29)$$

As grandezas escalares u e v representam as componentes de velocidade nas direções x e r , ρ é a massa específica do fluido, T é a temperatura, μ é a viscosidade absoluta, p é a pressão média, μ_{eff} ($=\mu + \mu_t$) é a viscosidade efetiva, κ é a condutividade térmica do fluido e α_T é o número de Prandtl turbulento.

Para completar o sistema de equações a ser resolvido, o fluido é tratado como gás perfeito, com a sua equação de estado na seguinte forma:

$$p = \rho R T. \quad (3.30)$$

Nas equações acima aparece o coeficiente de difusão turbulenta, μ_t , que pode ser originado aplicando-se o conceito de média de Reynolds (1894) ou de um filtro conforme a estratégia da Simulação de Grandes Escalas. Naturalmente, a solução deste sistema de equações passa pela avaliação da viscosidade turbulenta μ_t . Neste trabalho, buscou-se um modelo de turbulência para o cálculo de μ_t , que fornecesse precisão e baixo custo computacional. Cada uma das alternativas testadas é explicada a seguir.

3.4.1 Modelo de turbulência μ_t constante

Naturalmente, a forma mais simples de representar o aumento das taxas de transferência de calor e quantidade de movimento, devido ao movimento turbulento, é a prescrição de um valor constante para μ_t em todo o domínio de solução. Fazendo-se desta forma, não há a necessidade da resolução de equações adicionais. Por outro lado, não se leva em consideração as variações significativas de μ_t em certas regiões do escoamento, tais como junto às paredes sólidas. O valor a ser atribuído a μ_t depende em grande parte da experiência do usuário e, por esta razão, não obstante a sua simplicidade, o modelo de viscosidade turbulenta constante não possui a generalidade requerida para a análise de problemas com geometrias variadas.

Neste trabalho foram investigadas a aplicabilidade de relações entre viscosidade turbulenta e viscosidade molecular (μ_t/μ) iguais a 100, 50, 25, 10 e 1. Os resultados associados a este modelo são apresentados no capítulo 5.

3.4.2 Modelo de turbulência algébrico

Prandtl (1924) desenvolveu a Hipótese do Comprimento de Mistura (MLH) e propôs com base nela um modelo algébrico de turbulência, imaginando que para um escoamento turbulento ao longo de uma parede, porções de fluido se juntam e movimentam-se através de um determinado comprimento ℓ_m sem alterar sua quantidade de movimento. Em analogia ao que é realizado para a teoria cinética dos gases, Prandtl (1924) assumiu que a viscosidade turbulenta ν_t ($=\mu_t/\rho$) fosse proporcional a uma escala característica de velocidade u e uma escala de comprimento ℓ_m , ou seja: $\nu_t = c_K u \ell_m$, com c_K sendo uma constante de proporcionalidade. A expressão para o comprimento de mistura varia de acordo com o tipo de escoamento. Para uma consulta sobre os valores adequados de ℓ_m para diversas situações de escoamento turbulento recomenda-se Launder e Spalding (1972).

No presente trabalho, adota-se a linha de raciocínio de Prandtl e desenvolve-se um modelo algébrico para a simulação do escoamento no cilindro e através da válvula de descarga, a partir de uma escala de velocidade u e de uma escala de comprimento L , fornecendo $v_t = C u L$. Devido às características geométricas distintas do escoamento, as escalas de comprimento L são escritas de forma diferenciada para cada região do compressor:

i) Região do difusor, entre a palheta e o assento:

$$v_t = 0,1 \cdot |\vec{V}| \cdot \delta_1; \quad (3.31)$$

ii) Orifício de passagem:

$$v_t = 0,1 \cdot |\vec{V}| \cdot d_{\text{orif}}; \quad (3.32)$$

iii) Cilindro:

$$v_t = 0,1 \cdot |\vec{V}| \cdot C_{\text{PMS}}; \quad (3.33)$$

onde, C_{PMS} é a distância instantânea do pistão ao cabeçote, d_{orif} é o diâmetro do orifício de passagem e δ_1 é a distância instantânea entre a palheta e o assento, conforme ilustra a figura 3.4. Por outro lado, $|\vec{V}|$ é a magnitude da velocidade local, obtida da solução do escoamento.

A maior limitação do modelo algébrico é o fato do mesmo não levar em consideração os mecanismos de transporte (advecção e difusão) sobre o nível de turbulência. Além disto, a estimativa de uma escala de comprimento de mistura não se constitui em tarefa trivial.

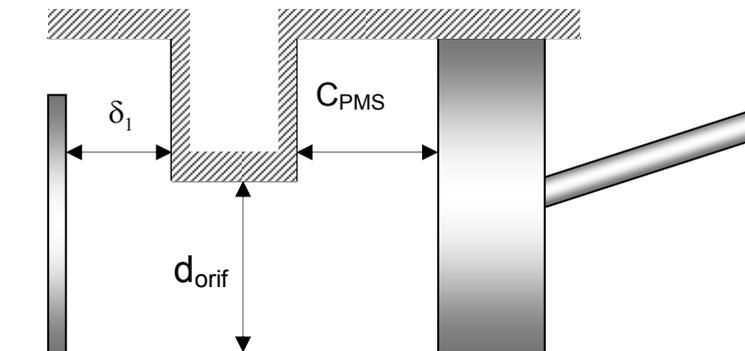


Figura 3.4 Regiões do domínio que apresentam diferentes valores para o cálculo da viscosidade turbulenta.

3.4.3 Modelo de turbulência RNG $k-\varepsilon$

No modelo RNG $k-\varepsilon$ de Orzag *et al.* (1993), e modificado por Matos (2002), a viscosidade turbulenta e as equações para as grandezas turbulentas k e ε são descritas a seguir:

$$\mu_{\text{eff}} = \mu \left[1 + \sqrt{\frac{\rho C_{\mu}}{\mu}} \frac{k}{\sqrt{\varepsilon}} \right]^2, \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u k) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r v k) = \frac{\partial}{\partial x} \left[(\mu + \alpha \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r(\mu + \alpha \mu_t) \frac{\partial k}{\partial r} \right] + \\ + \mu_t S^2 - \rho \varepsilon - \rho \varepsilon 2M_t^2 \end{aligned}, \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u \varepsilon) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r v \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x} \left[(\mu + \alpha \mu_t) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r(\mu + \alpha \mu_t) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right] + \\ + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \mu_t S^2 - C_{\varepsilon 2} \frac{\rho \varepsilon^2}{k} - \rho R + C_{\varepsilon 3} \rho \varepsilon \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \end{aligned}. \quad (3.36)$$

Os valores de C_{μ} , $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$ são iguais a 0,0844, 1,42 e 1,68, respectivamente. As funções α e R são escritas como:

$$\left| \frac{\alpha - 1.3929}{\alpha_0 - 1.3929} \right|^{0.6321} \left| \frac{\alpha + 2.3929}{\alpha_0 + 2.3929} \right|^{0.3679} = \frac{\mu}{\mu_{\text{eff}}}, \quad (3.37)$$

e

$$R = \frac{C_{\mu} \xi^3 (1 - \xi / \xi_0) \varepsilon^2}{1 + \beta \xi^3} \frac{1}{k}, \quad (3.38)$$

onde $\alpha_0 = 1,0$, $\beta = 0,012$, $\xi = Sk/\varepsilon$, $\xi_0 \approx 4,38$ e S^2 é o módulo da taxa de deformação, o qual para situação de escoamento compressível é dado por:

$$S^2 = 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{v}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} + \frac{\rho}{\mu_t} k \right) \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}. \quad (3.39)$$

Os três primeiros termos no lado direito da Eq. (3.39) referem-se aos efeitos de cisalhamento, enquanto que o último termo está relacionado a efeitos de dilatação. Os efeitos de compressão são introduzidos na equação da dissipação ε (Eq. 3.36) através do termo $C_{\varepsilon 1} \mu_t S^2 \varepsilon / k$. Como consequência, quando o fluido é comprimido há um aumento da escala de comprimento da turbulência. De fato, qualquer modelo usando a equação de ε com este termo pode gerar valores de escalas de comprimento maiores do que o espaço físico ao qual se encontra confinado. Por outro lado, no modelo RNG k - ε de Orzag *et al.* (1993), o termo $-\rho R$ pode conter o aumento da escala de comprimento da turbulência, uma vez que R também decresce com a compressão do fluido. Devido a ausência de trabalhos que explorem a influência do termo $-\rho R$ no escoamento compressível, adiciona-se aqui, de acordo com Reynolds (1980) e El Tahry (1983), e seguindo o que foi feito no trabalho de Matos (2002), na equação de ε o termo $C_{\varepsilon 3} \varepsilon \vec{\nabla} \cdot \vec{V}$, onde o valor recomendado para $C_{\varepsilon 3}$ é $-0,373$.

Para escoamentos com altos números de Mach, a compressibilidade afeta a turbulência através da dilatação, dando origem a uma elevação dos níveis de dissipação da turbulência, a qual é normalmente desprezada na modelação do escoamento incompressível. Desprezando este efeito, o modelo de turbulência falha na previsão do decaimento da taxa de espalhamento com o aumento do número de Mach. Para contornar essa falha, Sarkar e Balakrishnan (1990) propuseram a adição do termo $\rho \varepsilon 2M_t^2$ na equação de k , onde M_t é o número de Mach turbulento, definido como:

$$M_t = \sqrt{\frac{k}{c^2}}, \quad (3.40)$$

onde $c (= \sqrt{\gamma RT})$ é a velocidade do som.

A Eq. (3.29) requer uma expressão para o cálculo de α_T . Semelhantemente à Eq. (3.37), a Teoria de Renormalização fornece uma expressão para α_T em termos da viscosidade efetiva, μ_{eff} , como:

$$\left| \frac{\alpha_T - 1.3929}{\alpha_{mol} - 1.3929} \right|^{0.6321} \left| \frac{\alpha_T + 2.3929}{\alpha_{mol} + 2.3929} \right|^{0.3679} = \frac{\mu}{\mu_{eff}}, \quad (3.41)$$

onde $\alpha_{mol} = \kappa / (c_p \mu)$ é o inverso do número de Prandtl molecular. Usando as Eqs. (3.40) e (3.41) o presente modelo pode ser aplicado para o cálculo da transferência de calor nas paredes sem o uso de funções parede. Isto pode ser feito devido a Eq. (3.41) prever facilmente a variação do número de Prandtl turbulento (α_T) para uma faixa de valores que variam desde o número de Prandtl molecular, dentro da subcamada limite viscosa, até o número de Prandtl turbulento, nas regiões onde o escoamento é completamente turbulento.

3.4.4 Simulação de Grandes Escalas (SGE)

A Simulação de Grandes Escalas (SGE) é uma metodologia alternativa às modelagens convencionais da turbulência que empregam médias temporais. Na SGE, ao invés de separar o campo do escoamento em propriedades médias e de flutuação, adota-se um processo de filtragem para separar as estruturas turbulentas de acordo com uma frequência de corte. Fazendo desta forma, uma parcela das estruturas turbulentas dependentes do tempo é resolvida, enquanto que as menores escalas de movimento, denominadas escalas sub malha, são avaliadas por um modelo apropriado.

Tanto do ponto de vista de estrutura conceitual, quanto de aplicabilidade, a SGE consiste em uma metodologia intermediária à Simulação Numérica Direta (SND) e à simulação via equações médias de Reynolds. A modelação das menores escalas é baseada na hipótese de equilíbrio universal, proposta por Kolmogorov, indicando que as menores estruturas turbulentas apresentam uma tendência à isotropia, homogeneidade e independência em relação às condições de contorno. Por outro lado, as grandes escalas são altamente anisotrópicas, difíceis de serem modeladas, detentoras da maior parte da energia cinética turbulenta, e na SGE são calculadas diretamente.

Segundo Mayer (2003), a SGE pode ser dividida em quatro passos:

i) o emprego de um operador que recebe o nome de filtro, que promove a decomposição do campo de velocidades, dado por $\vec{u}(\vec{x}, t)$, em uma parcela filtrada, denotada por $\vec{U}(\vec{x}, t)$, e outra, denominada como parcela residual (ou parcela de sub-malha), denotada por $\vec{u}'(\vec{x}, t)$;

ii) a aplicação do operador filtro às equações de Navier-Stokes, que permite a obtenção das equações de evolução para a parcela filtrada do campo de velocidades (ou campo de velocidades filtrado) e modelação dos tensores residuais;

iii) a obtenção de uma relação constitutiva para os tensores residuais através de emprego de um modelo de viscosidade turbulenta;

iv) a escolha da estratégia e resolução numérica das equações de Navier-Stokes filtradas para a obtenção do campo de velocidades filtrado.

Ao contrário da SND, onde o campo de velocidades é resolvido em todas as escalas até alcançar a escala dissipativa de Kolmogorov, a SGE aplica um filtro de corte f_c sobre o campo de velocidades para que o campo filtrado possa ser resolvido em uma malha relativamente grosseira. A Figura 3.5 ilustra a distribuição de energia cinética turbulenta em função da frequência. Um dos requisitos mais importantes em SGE é que a frequência f_c até a qual as escalas serão resolvidas diretamente, que está relacionada com a malha utilizada, deve estar o mais próximo possível das escalas dissipativas.

As funções a serem filtradas, são decompostas da seguinte maneira, conforme representado na Figura 3.6:

$$f(\vec{x}, t) = \bar{f}(\vec{x}, t) + f'(\vec{x}, t), \quad (3.42)$$

onde $\bar{f}(\vec{x}, t)$ corresponde a parte dita de grandes escalas e $f'(\vec{x}, t)$ é a parte dita sub-malha. De uma forma geral, a escolha do filtro está relacionada à parcela do espectro de frequências associadas ao campo de velocidades a ser resolvido, e ao método numérico utilizado para resolução das equações filtradas.

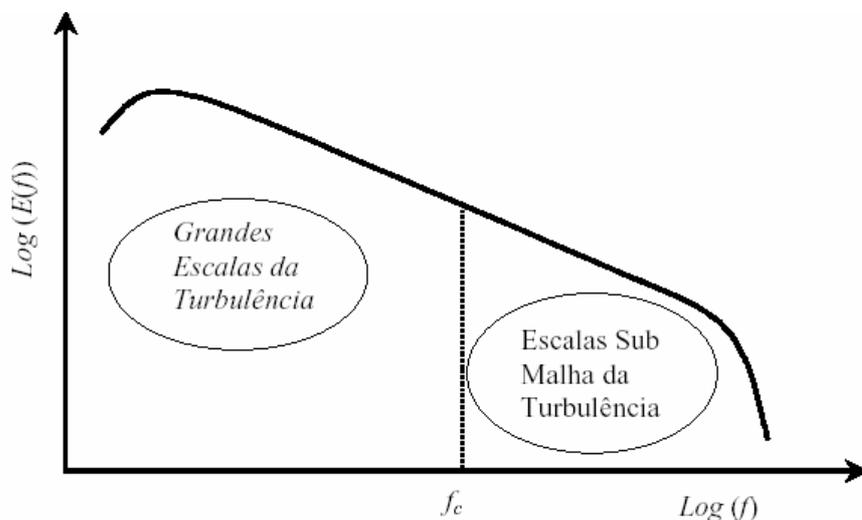


Figura 3.5 – Espectro de energia cinética turbulenta em função da frequência, reproduzido de Mayer (2003).

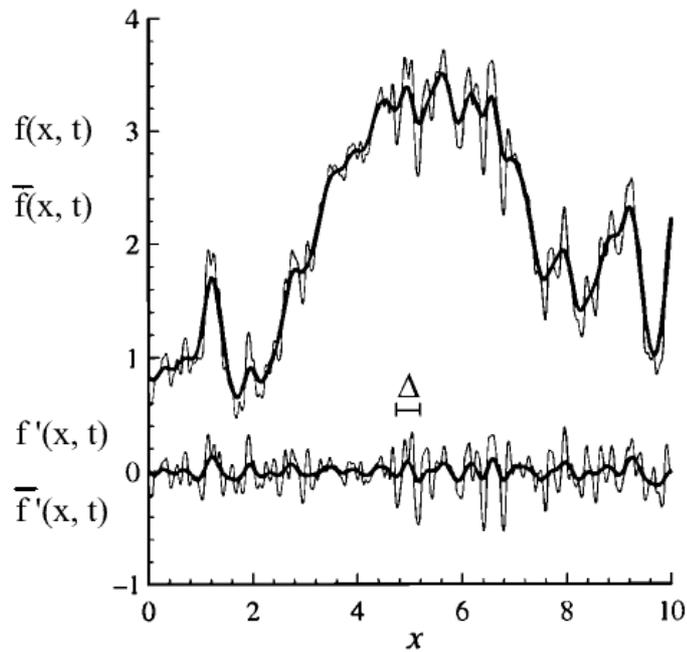


Figura 3.6. Decomposição das escalas de turbulência em SGE.

A contribuição do movimento de sub-malha pode ser avaliado de forma análoga ao realizado para o tensor de Reynolds em modelos convencionais de turbulência, sendo também necessária a determinação da viscosidade turbulenta.

O modelo de Smagorinsky (1963) para a viscosidade turbulenta baseia-se na hipótese de equilíbrio local para as pequenas escalas, isto é, que a produção da energia cinética turbulenta em nível de sub-malha é igual a dissipação ε , ou seja:

$$\rho \overline{-u_i u_j S_{ij}} = 2\nu_t S_{ij} S_{ij}. \quad (3.43)$$

A dissipação pode ser escrita em função de escalas de velocidade e de comprimento característicos da turbulência sub-malha:

$$\varepsilon = -\alpha \frac{(\overline{u_i u_i})^2}{l}. \quad (3.44)$$

Da mesma forma, supõe-se ainda que a viscosidade turbulenta sub-malha seja proporcional a essas duas escalas:

$$\nu_t = \alpha l \overline{u_i u_i} . \quad (3.45)$$

Utilizando-se este conjunto de equações pode-se exprimir a viscosidade turbulenta em função da taxa de deformação e da escala de comprimento, como segue:

$$\nu_t = (C_s l)^2 \sqrt{S_{ij} S_{ij}} . \quad (3.46)$$

O comprimento característico l é geralmente uma medida da dimensão local da malha de discretização. Segundo Deardoff (1970), para malhas que apresentam um grau fraco de anisotropia, o comprimento característico l pode ser definido como a média geométrica da malha computacional, ou seja:

$$l = \sqrt{\Delta x \Delta r} . \quad (3.47)$$

A constante de Smagorinsky $C_s = 0,18$ foi determinada analiticamente por Lilly (1967) para turbulência homogênea e isotrópica e está relacionada à transferência de energia das grandes escalas para as menores./

CAPÍTULO 4

METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

4.1 Introdução

Este capítulo traz os detalhes da metodologia de solução numérica das equações apresentadas no capítulo 3. Inicialmente, considera-se a formulação diferencial, fornecendo detalhes da discretização das equações, de condições de contorno e da malha computacional. Posteriormente, são então fornecidas as informações essenciais para o entendimento da solução das equações associadas à formulação integral.

Em essência, o procedimento de solução é alternando entre a formulação diferencial e a formulação integral sendo que o usuário pode escolher o momento em que isto dever ocorrer. Na presente dissertação o escoamento começa a ser resolvido um pouco antes da abertura da válvula de descarga. Daí em diante os campos de velocidade, pressão e temperatura são calculados, permitindo que a dinâmica da palheta e o esvaziamento do cilindro sejam avaliados sem necessidade de correlações de áreas efetivas de força e de escoamento. Após o fechamento da válvula de descarga, o problema passa a ser resolvido pela formulação integral, incluindo a força e a vazão para a válvula de sucção.

Naturalmente, o usuário possui a flexibilidade de determinar os pontos de troca de metodologia de acordo com o nível de detalhamento desejado para a solução do escoamento, mas levando também em consideração o aumento do tempo de processamento decorrente.

4.2 Formulação diferencial

4.2.1 Equações no sistema de coordenadas móvel

O modelo numérico deve ser capaz de se adaptar a um domínio de solução que se altera com o tempo. Desta forma, as equações governantes do problema são transformadas do sistema original de coordenadas fixo (x, r, t) para um sistema de coordenadas móvel (η, r, t) . Para tal, a coordenada x , na região do difusor e do cilindro é adimensionalizada pelos afastamentos δ_1 e δ_3 da palheta em relação ao assento e do pistão em relação ao cabeçote, respectivamente, dando origem a nova coordenada η móvel. Esta transformação foi desenvolvida por Watkins (1977) e utilizada nos trabalhos de Lopes (1996) e Matos (2002). Os sistemas de coordenadas podem ser relacionados pelas seguintes expressões:

$$\eta = \frac{x(t)}{\delta_1(t)}, \quad 0 \leq x \leq \delta_1(t); \quad (4.1)$$

$$\eta = x, \quad \delta_1 < x \leq (\delta_1 + \delta_2); \quad (4.2)$$

$$\eta = \frac{x(t) - [\delta_1(t) + \delta_2(t)]}{\delta_3(t)}, \quad (\delta_1 + \delta_2) < x \leq (\delta_1 + \delta_2 + \delta_3); \quad (4.3)$$

onde o subscrito 1 corresponde à região do difusor, o 2 ao orifício de passagem e o 3 à região do cilindro, conforme ilustram as Figura 4.1 e 4.2. A coordenada móvel η varia de 0 a 1 na região do difusor, de δ_1 a $(\delta_1 + \delta_2)$ no orifício de passagem e de 0 a 1 na região do cilindro. Embora η seja constante para uma superfície qualquer da malha, estas se movimentam em relação a uma referência inercial fixa, assim aplica-se o conceito de derivada material, escrita para a coordenada η como:

$$\frac{d\eta}{dt} = \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{r,t} \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_{\eta,r} + \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)_{x,r} = 0, \quad (4.4)$$

onde: $\left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_{\eta,r}$ é a velocidade instantânea da malha u_g obtida derivando-se as Eq. (4.1) a (4.3),

dependendo do domínio desejado, ou seja.

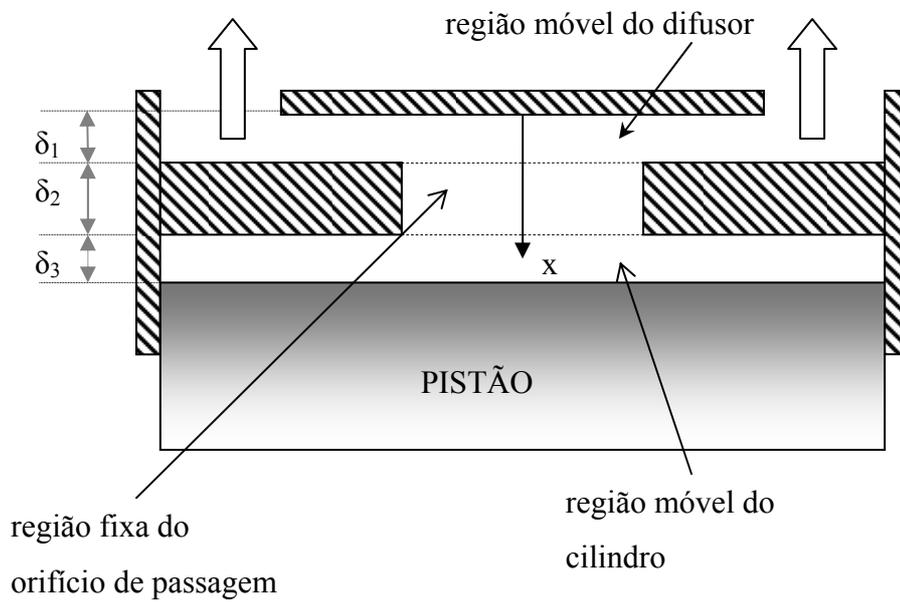


Figura 4.1. Sistema de coordenadas fixo.

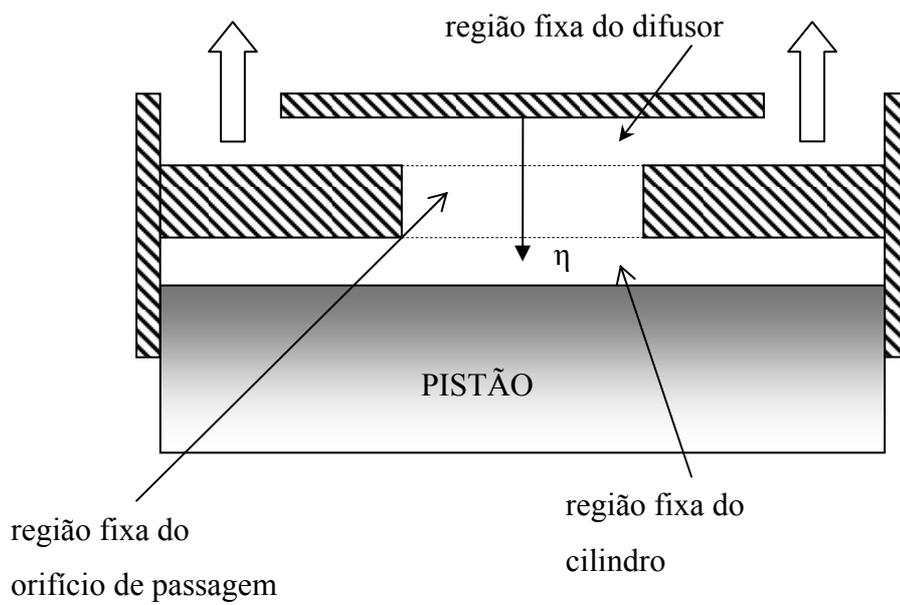


Figura 4.2. Sistema de coordenadas móvel η .

$$\mathbf{u}_g = \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \right)_{\eta,r} = \eta \frac{\partial \delta_1}{\partial t} = \eta \dot{\delta}_1, \quad (4.5)$$

$$\mathbf{u}_g = 0, \quad (4.6)$$

$$\mathbf{u}_g = \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \right)_{\eta,r} = \eta \frac{\partial \delta_3}{\partial t} = \eta \dot{\delta}_3, \quad (4.7)$$

onde $\dot{\delta}_1$ é a velocidade instantânea da palheta e $\dot{\delta}_3$ é a velocidade do pistão.

A velocidade de uma partícula de fluido em relação ao sistema de coordenadas fixo é dada pela soma da velocidade local da malha u_g com a velocidade do escoamento em relação à malha \tilde{u} .

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_g + \tilde{\mathbf{u}}. \quad (4.8)$$

Definida a transformação de coordenadas, pode-se expressar as derivadas parciais do sistema de coordenadas (x,r,t) no sistema móvel (η,r,t) , como segue:

$$\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \right)_{r,t} = \left(\frac{\partial}{\partial \eta} \right)_{r,t} \left(\frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{x}} \right)_{r,t}, \quad (4.9)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} \right)_{x,t} = \left(\frac{\partial}{\partial r} \right)_{\eta,t}, \quad (4.10)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} \right)_{x,r} = \left(\frac{\partial}{\partial \eta} \right)_{r,t} \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)_{x,r} + \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)_{\eta,r}, \quad (4.11)$$

onde $\left(\frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{x}} \right)_{r,t}$ e $\left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)_{x,r}$ são obtidos das equações 4.1 a 4.4.

Aplicando-se as relações definidas pelas Eq. (4.9) a (4.11), na equação de transporte para uma variável genérica, obtém-se a nova equação para o sistema de coordenadas móvel:

$$\frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \delta \varphi) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho \tilde{u} \varphi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v \varphi) = \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\Gamma^\varphi}{\delta} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma^\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \overline{S^\varphi}. \quad (4.12)$$

Nesta equação δ assume os seguintes valores: igual a δ_1 na região do difusor (Eq. 4.1), δ_2 (=1) no orifício de passagem e a δ_3 na região do cilindro, que é a distância entre o pistão e o cabeçote. Para a equação da conservação da massa, tem-se que $\varphi = 1$ e $\Gamma^1 = \overline{S^1} = 0$. Para a equação da quantidade de movimento na direção axial, temos: $\varphi = u$ e $\Gamma^u = \mu_{\text{eff}}$, enquanto que para a componente radial, temos: $\varphi = v$ e $\Gamma^v = \mu_{\text{eff}}$. Para a equação da conservação da energia, $\varphi = T$ e $\Gamma^T = \frac{k}{c_v} + \alpha_T c_p \frac{\mu_t}{c_v}$, onde o termo α_T é proveniente da Teoria da

Renormalização. Os termos fontes para as equações de u , v e T , são respectivamente:

$$\begin{aligned} \overline{S^u} = & -\frac{1}{\delta} \frac{\partial p}{\partial \eta} + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu_t \frac{1}{\delta} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_t \frac{1}{\delta} \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{3\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu_{\text{eff}} \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \right) \\ & - \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu_t \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \right), \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} \overline{S^v} = & -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu_t \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_t \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{\mu_{\text{eff}} v}{r^2} - \frac{\mu_t v}{r^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu_{\text{eff}} \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu_t \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \right), \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\overline{S^T} = -p \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}, \quad (4.15)$$

e o termo da taxa de deformação é reescrito como:

$$S^2 = 2 \left(\frac{1}{\delta} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{v}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{\delta} \frac{\partial v}{\partial \eta} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}. \quad (4.16)$$

4.2.2 Discretização das equações governantes

As equações diferenciais que governam o escoamento do fluido, agora expressa na forma de um escalar geral φ (Eq. 4.12), são integradas nos volumes elementares (Figura 4.3) que subdividem o domínio computacional, e darão origem a um sistema algébrico de equações que relacionam o valor de uma variável dependente em função dos seus pontos vizinhos. Este procedimento é fundamentado no método dos volumes finitos de Patankar (1980), e a aproximação do termo transiente da Eq. (4.12) será feita através de uma formulação totalmente implícita ao longo do tempo. Enquanto que a integração no volume será feita com o uso de um sistema de coordenadas móvel, onde a expressão para o volume é a seguinte:

$$\Delta V = r \delta \Delta \eta \Delta r . \quad (4.17)$$

A integração da Eq. 4.12 no volume de controle P ao longo do intervalo de tempo Δt fornece:

$$\frac{M_P \varphi_P - M_P^o \varphi_P^o}{\Delta t} + \dot{M}_e \varphi_e - \dot{M}_w \varphi_w + \dot{M}_n \varphi_n - \dot{M}_s \varphi_s = r_P \Delta r \left[\frac{\Gamma^\varphi}{\delta} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right]_e - r_P \Delta r \left[\frac{\Gamma^\varphi}{\delta} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right]_w + \delta \Delta \eta \left[r \Gamma^\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right]_n - \delta \Delta \eta \left[r \Gamma^\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right]_s + L \left[S^\varphi \right] , \quad (4.18)$$

onde:

$$M_P = \rho_P r_P \Delta r \delta \Delta \eta ; \quad (4.19)$$

$$M_P^o = \rho_P^o r_P \Delta r \delta^o \Delta \eta ; \quad (4.20)$$

$$\dot{M}_e = \rho_e \tilde{u}_e r_P \Delta r ; \quad (4.21)$$

$$\dot{M}_w = \rho_w \tilde{u}_w r_P \Delta r ; \quad (4.22)$$

$$\dot{M}_n = \rho_n r_n v_n \delta \Delta \eta ; \quad (4.23)$$

$$\dot{M}_s = \rho_s r_s v_s \delta \Delta \eta ; \quad (4.24)$$

e onde os superíndice “o” representam o valor da variável no instante de tempo anterior.

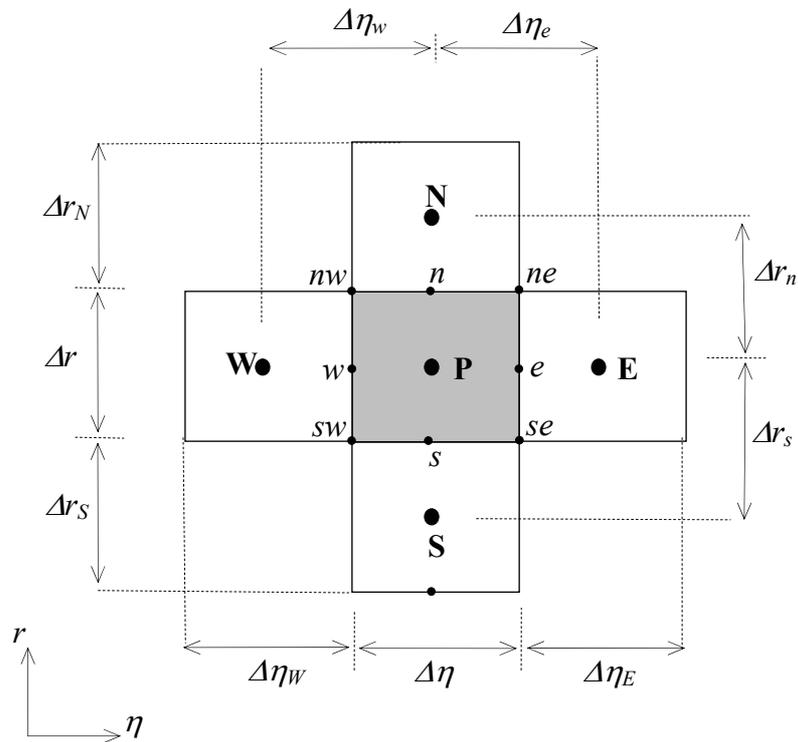


Figura 4.3. – Volume de controle elementar no domínio computacional.

Na Eq. (4.18) evidencia-se a necessidade de avaliação dos valores de ϕ e de suas derivadas nas interfaces dos volumes de controle, para tal, deve-se empregar um método de interpolação adequado. Este trabalho utiliza três esquemas de interpolação diferentes, onde cada um deles possuem limitações, relacionadas a precisão, e vantagens, relacionadas a simplicidade de implementação.

Para as equações da energia e conservação da massa, optou-se pelos esquemas mais difundidos na literatura, como o PLDS (*Power Law Differencing Scheme*) e pelo UDS (*Upstream Differencing Scheme - UPWIND*), que são esquemas de primeira ordem e de fácil implementação, ambos disponíveis na literatura, como em Patankar (1980) e Veerstag e Malalasekera (1994). Para as equações da quantidade de movimento, a escolha foi pelo esquema QUICK de Hayase *et al.* (1992), método considerado de segunda ordem e que apresenta um precisão mais elevada. Maiores detalhes sobre o esquema QUICK podem ser encontrados em Matos (2002), pg 218.

Seguindo a convenção adotado por Patankar (1980), a equação final discretizada para o volume P , indicado na Figura 4.3, torna-se:

$$A_P \phi_P = A_e \phi_E + A_w \phi_W + A_n \phi_N + A_s \phi_S + B_P, \quad (4.25)$$

onde:

$$A_e = \text{MAX}[0, -\dot{M}_e] + \text{DIF}_e, \quad (4.26)$$

$$A_w = \text{MAX}[0, \dot{M}_w] + \text{DIF}_w, \quad (4.27)$$

$$A_n = \text{MAX}[0, -\dot{M}_n] + \text{DIF}_n, \quad (4.28)$$

$$A_s = \text{MAX}[0, \dot{M}_s] + \text{DIF}_s, \quad (4.29)$$

e

$$A_P = A_e + A_w + A_n + A_s + \frac{M_P^0}{\Delta t}, \quad (4.30)$$

$$B_P = L(\overline{S^\phi}) + \frac{M_P^0 \phi_P^0}{\Delta t} + \text{SQ}^\phi, \quad (4.31)$$

$$\text{DIF}_e = \frac{r_P \Delta r \Gamma_e^\phi}{\delta \Delta \eta_e}, \quad (4.32)$$

$$\text{DIF}_w = \frac{r_P \Delta r \Gamma_w^\phi}{\delta \Delta \eta_w}, \quad (4.33)$$

$$\text{DIF}_n = \frac{r_n \delta \Delta \eta \Gamma_n^\phi}{\Delta r_n}, \quad (4.34)$$

$$\text{DIF}_s = \frac{r_s \delta \Delta \eta \Gamma_s^\phi}{\Delta r_s}, \quad (4.35)$$

e os termos $L(\overline{S^\phi})$, para cada equação de conservação, são descritos abaixo:

$$\begin{aligned} L(\overline{S^u}) = & -[(p_e) - (p_w)] r_P \Delta r - \left[\frac{\mu_t^e}{\delta^2 \Delta \eta_e \Delta \eta} + \frac{\mu_t^w}{\delta^2 \Delta \eta_w \Delta \eta} \right] \Delta V u_P + \frac{\mu_t^e \Delta V}{\delta^2 \Delta \eta_e \Delta \eta} u_E + \\ & \frac{\mu_t^w \Delta V}{\delta^2 \Delta \eta_w \Delta \eta} u_W + \frac{r_n \mu_t^e}{(\delta \Delta \eta)(r \Delta \Delta)} \Delta V (v_{ne} - v_{nw}) - \frac{r_s \mu_t^s}{(\delta \Delta \eta)(r \Delta \Delta)} \Delta V (v_{se} - v_{sw}) - \\ & \frac{2}{3} \left[\frac{\mu_t^e \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_e - \mu_t^w \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_w}{\delta \Delta \eta} \right] \Delta V + \frac{1}{3} \left[\frac{\mu_t^e \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_e - \mu_t^w \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_w}{\delta \Delta \eta} \right] \Delta V \end{aligned}, \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned}
\overline{L(S^V)} = & -[(p_n) - (p_s)]r_P \delta \Delta \eta - \left[\frac{\mu_p}{r_P^2} + 2 \frac{\mu_t^P}{r_P^2} + \frac{r_n \mu_t^n}{r_P \Delta r \Delta r_n} + \frac{r_s \mu_t^s}{r_P \Delta r \Delta r_s} \right] \Delta \Delta v_P \\
& + \frac{r_n \mu_t^n \Delta V}{r_P \Delta r \Delta r_n} v_N + \frac{r_s \mu_t^s \Delta V}{r_P \Delta r \Delta r_s} v_S + \frac{\mu_t^e \Delta V}{\delta \Delta \eta \Delta r} (u_{ne} - u_{se}) - \frac{\mu_t^w \Delta V}{\delta \Delta \eta \Delta r} (u_{nw} - u_{sw}) , \quad (4.37) \\
& - \frac{2}{3} \left[\frac{\mu_t^n \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_n - \mu_t^s \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_s}{\Delta r} \right] \Delta V + \frac{1}{3} \left[\frac{\mu_t^n \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_n - \mu_t^s \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_s}{\Delta r} \right] \Delta V
\end{aligned}$$

$$\overline{L(S^T)} = -\rho_P^0 R_c T_P^0 \left[\left(\frac{u_e - u_w}{\delta \Delta \eta} \right) + \left(\frac{v_n - v_s}{\Delta r} \right) \right] \Delta V . \quad (4.38)$$

Para a equação da conservação da massa, o termo $\overline{L(S^I)}$ é nulo, e o termo SQ^ϕ que aparece na Eq. (4.33) é proveniente do esquema de interpolação QUICK, que para duas dimensões é:

$$\begin{aligned}
SQ^\phi = & -\max[0, \dot{M}_e] S_e^+ + \max[0, -\dot{M}_e] S_e^- \\
& + \max[0, \dot{M}_w] S_w^+ - \max[0, -\dot{M}_w] S_w^- \\
& - \max[0, \dot{M}_n] S_n^+ + \max[0, -\dot{M}_n] S_n^- , \quad (4.39) \\
& + \max[0, \dot{M}_s] S_s^+ - \max[0, -\dot{M}_s] S_s^-
\end{aligned}$$

onde os termos S_e^+ , S_e^- , S_w^+ , S_w^- , S_n^+ , S_n^- , S_s^+ e S_s^- , originam-se de uma interpolação quadrática do escalar nas faces do volume de controle P , e podem ser obtidos com maiores detalhes no trabalho de Matos (2002).

Depois de realizada a discretização das equações governantes, dispõe-se de um sistema de equações algébricas lineares resolvido de forma iterativa e segregada, porém, é necessário que cada variável possua uma equação evolutiva para que possa-se avançar no tempo. Para a obtenção de uma equação evolutiva para a pressão, há a necessidade da realização de um acoplamento entre os campos de pressão e velocidade. A forma mais tradicional para tratar este acoplamento é o SIMPLEC de Van Doormal e Raithby (1984), apresentado de forma detalhada por Maliska (1994). Na aplicação deste método adotou-se o arranjo desencontrado para o armazenamento das variáveis na malha computacional, e para a solução das equações algébricas resultantes foi utilizado o algoritmo TDMA (*Tridiagonal Matrix Algorithm*).

4.2.3 Malha computacional

A malha empregada para discretizar o domínio apresenta 110 x 90 volumes nas direções axial e radial, respectivamente, conforme ilustrado na Figura 4.4. Detalhes sobre o refino empregado podem ser obtidos em Matos (2002), e detalhes sobre as dimensões do domínio podem ser encontradas no Apêndice 2.

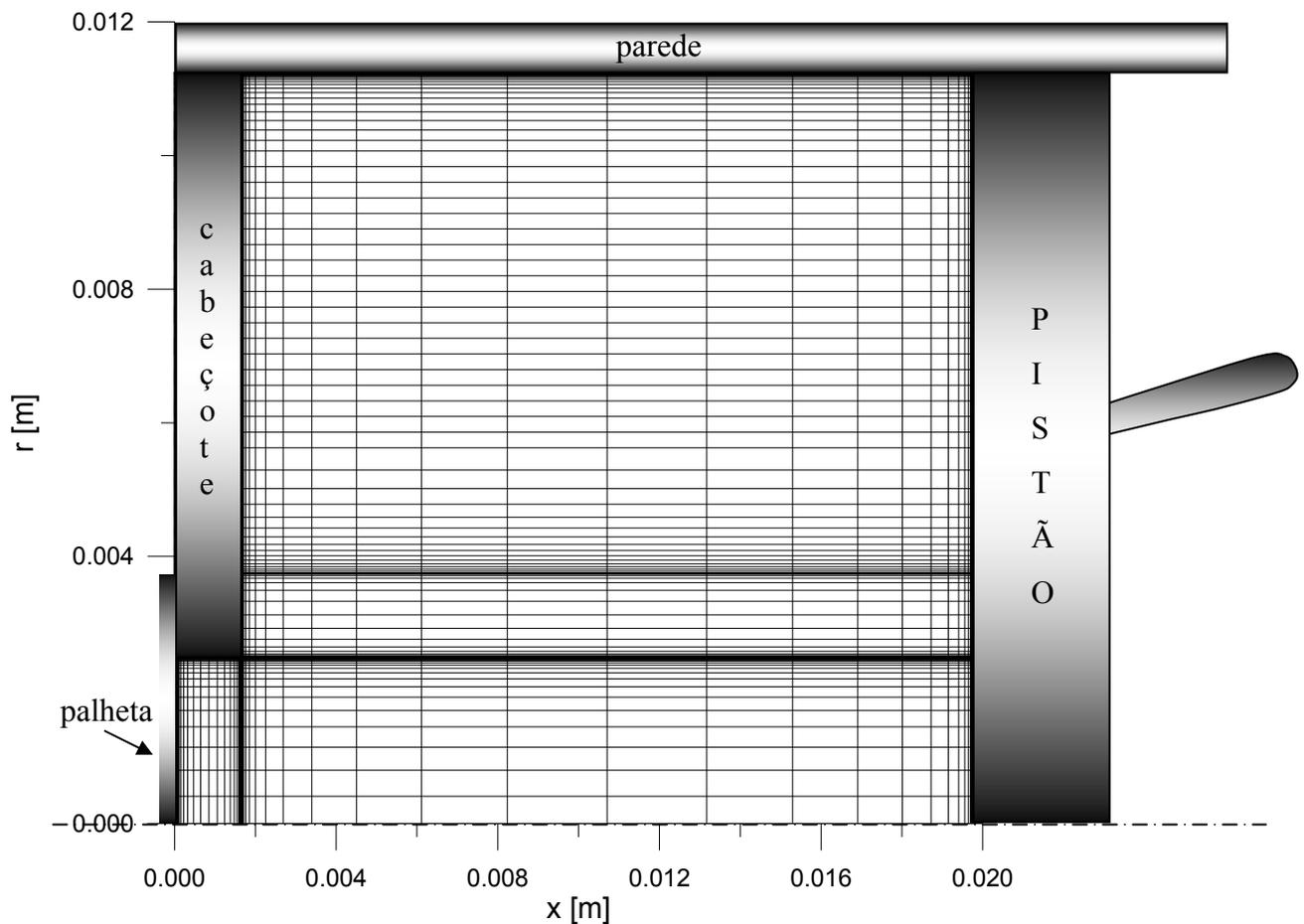


Figura 4.4. Malha computacional empregada nas simulações com 110 x 90 volumes (direções axial e radial, respectivamente)

4.2.4 Condições de contorno

Nas paredes que correspondem às superfícies do assento da válvula, do orifício de passagem e da parede do cilindro, empregaram-se as condições de não deslizamento, de impermeabilidade e de parede isotérmica. Caso o fluido esteja saindo do domínio de solução, a condição de escoamento parabólico para a temperatura foi utilizada. Caso esteja entrando, as temperaturas são prescritas com os valores da câmara de sucção e de descarga.

Na região de simetria, a escolha natural são as condições de velocidade radial nula e derivada nula para a componente axial da velocidade, além de derivada nula para a temperatura. Para a fronteira adjacente ao pistão, é utilizada a condição de não escorregamento para a componente radial, e para a componente axial adota-se a velocidade do pistão, calculada segundo um mecanismo biela-manivela.

Para a fronteira adjacente à válvula de descarga, utiliza-se a condição de não escorregamento para a componente radial, e para a axial assume-se que o fluido possui a mesma velocidade da válvula, obtida derivando-se a equação (3.3) no tempo.

Para a região de saída do difusor, devido à complexidade do escoamento nesta região, utilizou-se uma condição de pressão prescrita aplicada às equações de Navier-Stokes em combinação com o algoritmo SIMPLEC. Esta metodologia foi desenvolvida por Marcondes (1988) e é apresentada na seqüência. Para o volume de controle mostrado na Fig. 4.5, a integração da equação de Navier-Stokes na direção η é escrita como:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \delta u) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho u u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v u) = - \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(p + \frac{2}{3} \rho k \right) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\mu_{\text{eff}}}{\delta} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) + \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_{\text{eff}} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu_t \frac{1}{\delta} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_t \frac{1}{\delta} \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{3\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu_{\text{eff}} \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \right) - \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu_t \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \right) \end{aligned} \quad (4.40)$$

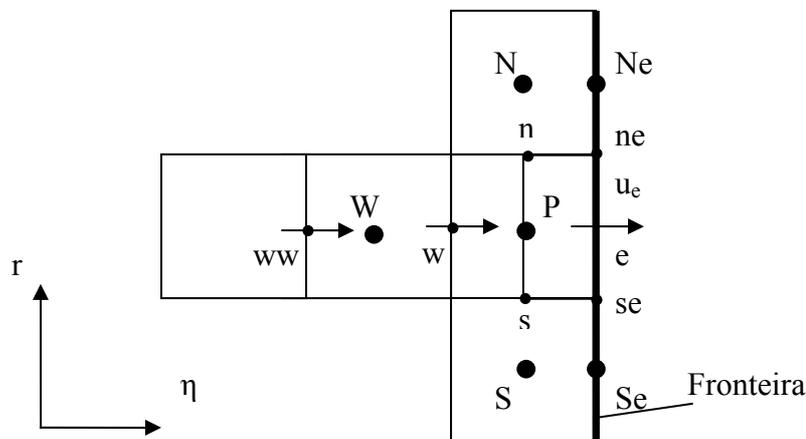


Figura 4.5 Volume de controle utilizado para prescrever a pressão na fronteira de saída.

Seguindo o procedimento do item 4.2.2., a Eq. (4.40) é integrada no volume de controle hachurado da Figura 4.5, resultando na seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \frac{M_r u_e - M_e^0 u_e^0}{\Delta t} + \dot{M}_e u_e - \dot{M}_p u_p + \dot{M}_n u_{ne} - \dot{M}_s u_{se} = r_p \Delta r \left[\frac{\mu_{\text{eff}}}{\delta} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right]_e - \\ r_p \Delta r \left[\frac{\mu_{\text{eff}}}{\delta} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right]_p + \delta \Delta \eta \left[r \mu_{\text{eff}} \frac{\partial u}{\partial r} \right]_n - \delta \Delta \eta \left[r \mu_{\text{eff}} \frac{\partial u}{\partial r} \right]_s - (p_e - p_p) r_p \Delta r + L(S^u) \end{aligned} \quad (4.41)$$

A derivada no ponto e é calculada com uso dos pontos e e P . E através do ajuste de uma parábola nos pontos ww , w e e , obtém-se a velocidade utilizada no cálculo do fluxo de massa \dot{M}_p no ponto P . A derivada no ponto P é obtida com o uso dos pontos w e e .

As derivadas nos pontos ne e se são calculadas através de uma aproximação linear entre os pontos Ne e e , e entre os pontos e e Se , respectivamente. Como o arranjo das velocidades utilizado é desencontrado, os fluxos nas faces n e s devem ser calculados de maneira que contribuam no volume de controle hachurado e isso é feito através das velocidades médias entre os pontos n e ne para \dot{M}_n , e s e se para \dot{M}_s . Já as velocidades u_{ne} e u_{se} que deveriam se encontrar no ponto médio entre n e ne para u_{ne} , e s e se para u_{se} são consideradas na fronteira como uma aproximação. Interpolando as propriedades nas faces P , se e ne , através do esquema Power Law; e adicionando a equação de conservação da massa discretizada para o volume de controle, obtém-se:

$$A_e u_e = A_p u_p + A_n u_{Ne} + A_s u_{Se} + \overline{S}_e, \quad (4.42)$$

onde:

$$\begin{aligned} A_p &= \text{máx} [0, \dot{M}_p] + \text{DIF}_p \cdot F(\text{Pe}_p), \\ A_n &= \text{máx} [0, -\dot{M}_n] + \text{DIF}_n \cdot F(\text{Pe}_n), \\ A_s &= \text{máx} [0, \dot{M}_s] + \text{DIF}_s \cdot F(\text{Pe}_s) \quad ; \end{aligned}$$

$$A_e = A_p + A_n + A_s + \dot{M}_e + \frac{M_e^0}{\Delta t} + \frac{1}{\delta} \frac{0,5 \mu_{\text{eff}}^e r_p \Delta r_p}{\Delta \eta_{p-e}} + \frac{1}{\delta} \frac{\mu_{\text{eff}}^p r_p \Delta r}{\Delta \eta_{w-e}} + \frac{1}{\delta} \frac{0,5 \mu_{\text{eff}}^e r_p \Delta r}{\Delta \eta_{p-e}}$$

$$DIF_P = \frac{1}{\delta} \frac{r_P \mu_{\text{eff}}^P \Delta r}{\Delta \eta_{P-e}}, \quad DIF_n = \frac{r_n \mu_{\text{eff}}^n \Delta \eta_{P-e}}{\Delta r_n} \quad \text{e} \quad DIF_s = \frac{r_s \mu_{\text{eff}}^s \Delta \eta_{P-e}}{\Delta r_s};$$

$$Pe_P = \frac{\dot{M}_P}{DIF_P}, \quad Pe_n = \frac{\dot{M}_n}{DIF_n} \quad \text{e} \quad Pe_s = \frac{\dot{M}_s}{DIF_s};$$

$$F(Pe_P) = \text{MAX}\left[0, (1 - 0,1|Pe_P|)^5\right], \quad F(Pe_s) = \text{MAX}\left[0, (1 - 0,1|Pe_s|)^5\right] \quad \text{e};$$

$$F(Pe_n) = \text{MAX}\left[0, (1 - 0,1|Pe_n|)^5\right]$$

$$\begin{aligned} \bar{S}_e = & (p_P - p_e) r_P \Delta r + \mu_{\text{eff}}^e r_e \Delta r_P \left(\frac{1}{\delta} \frac{u_e - 0,5u_w}{\Delta \eta_{P-e}} \right) + \frac{M_e^o}{\Delta t} + \left(\frac{1}{\delta} \frac{\mu_t^P r_P \Delta r}{\Delta \eta_{w-e}} - \frac{1}{\delta} \frac{0,5\mu_t^e r_P \Delta r}{\Delta \eta_{P-e}} \right) u_P + \\ & \frac{1}{\delta} \frac{\mu_t^e r_P \Delta r}{\Delta \eta_{P-e}} u_e + r_n \mu_t^{ne} (v_{ne} - v_n) - r_s \mu_t^{se} (v_{se} - v_s) - \frac{2}{3} \left(\mu_t^e \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}_e - \mu_P^w \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}_P \right) \Delta r + \\ & \frac{1}{3} \left(\mu^e \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}_e - \mu_P^w \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}_P \right) \Delta r \end{aligned}$$

Assim, cada face na fronteira possui uma equação algébrica onde as velocidades são calculadas pelo método de solução de equação TDMA. Na dedução do algoritmo SIMPLEC obtém-se uma equação para a correção da pressão, p' para cada volume de controle do domínio. É conveniente salientar que, conforme Maliska (1994), com a implementação da condição de pressão prescrita na fronteira, não é necessário uma correção para a pressão nessa mesma fronteira, uma vez que esta é conhecida. Por outro lado, as velocidades internas ao domínio necessitam desta propriedade corrigida, de forma que aquelas satisfaçam a conservação da massa. Portanto, a correção para a velocidade u_e na fronteira do volume mostrado na Fig. 4.6 é escrita da seguinte forma:

$$u_e = u_e^* - \left[\left(\frac{2r_e \delta \Delta r \Delta \eta}{A_e - \sum A_{\text{viz}} u_{\text{viz}}} \right) (p'_e (=0) - p'_P) \right] = u_e^* + \left(\frac{2r_e \delta \Delta r \Delta \eta}{A_e - \sum A_{\text{viz}} u_{\text{viz}}} \right) p'_P. \quad (4.43)$$

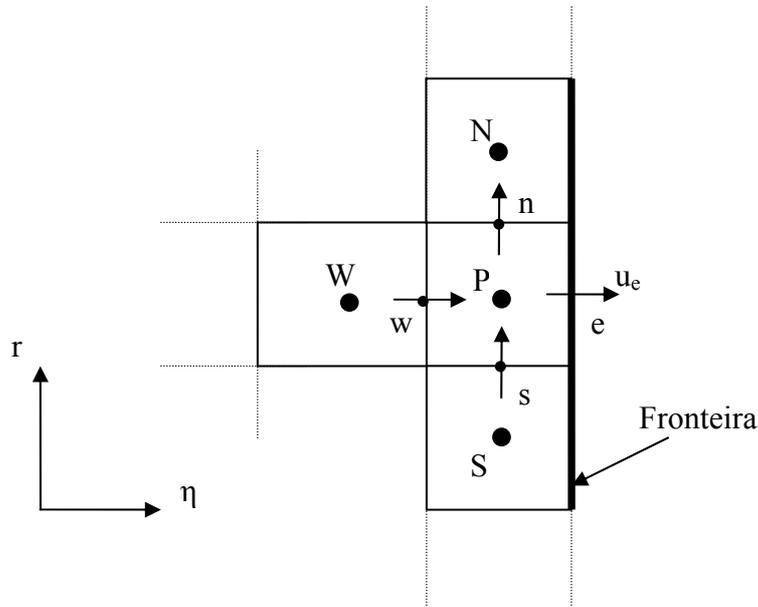


Figura 4.6. Volume de controle utilizado para calcular a correção de pressão.

Desta forma, quando a Eq. (4.43) for substituída na equação da conservação da massa, teremos um termo extra acrescentado no coeficiente de p'_P . Para essa condição de pressão estática prescrita considerou-se apenas a velocidade perpendicular à fronteira. Como a inclinação do vetor velocidade é desconhecida, é necessário que se adote para a componente de velocidade paralela à fronteira, uma condição de velocidade nula.

Segundo a metodologia utilizada por Salinas (2001), foi utilizado um refino de malha nas proximidades da parede a fim de resolver a subcamada limite viscosa. Desta forma, nas paredes sólidas k é prescrito como nulo, enquanto que para ε uma condição de não equilíbrio é usada no volume adjacente à parede da seguinte forma:

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{2\mu k}{\rho y_p^2}, & \text{para } y_p < y_v \\ \frac{k^{\frac{3}{2}}}{C_1 y_p}, & \text{para } y_p > y_v \end{cases}, \quad (4.44)$$

onde o sub-índice P representa o centro do volume adjacente à parede, y_v é a espessura da sub-camada limite viscosa e $C_1 = \kappa C_\mu^{\frac{3}{4}}$, onde κ é a constante de Von Kármán ($\kappa = 0,42$).

Quando o fluido está entrando no domínio de solução não há informações disponíveis sobre os valores de k e ε . No entanto, testes computacionais realizados por Deschamps *et al.* (1996), indicam que não há uma mudança significativa na solução do escoamento quando a

intensidade de turbulência varia entre 3 e 6 % na entrada. A intensidade de turbulência é definida como:

$$I = \frac{\sqrt{\frac{\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}}{3}}}{U}, \quad (4.45)$$

onde: u' , v' , w' e U são, respectivamente, as flutuações de velocidade e a velocidade média.

Para a condição de isotropia, $\overline{u'^2} = \overline{v'^2} = \overline{w'^2}$, tem-se:

$$I = \frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{U}. \quad (4.46)$$

Assumindo um valor de 3% para I , e usando a definição da Eq. (4.45), tem-se que:

$$k = \frac{\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}}{3} = \frac{3}{2} \overline{u'^2} = \frac{3}{2} I^2 U^2 = 1,35 \times 10^{-3} U^2. \quad (4.47)$$

Para a dissipação de energia cinética turbulenta ε , na fronteira de entrada do domínio é estimada adotando-se uma condição de equilíbrio local, segundo Deschamps (1998), definida como:

$$\varepsilon = C_{\mu}^{\frac{3}{4}} \frac{k^{\frac{3}{4}}}{l_m}, \quad (4.48)$$

onde o comprimento de mistura l_m , pode ser calculado usando-se um coeficiente empírico para escoamentos turbulentos em tubos:

$$l_m = 0,07 \frac{d_{orif}}{2}, \quad (4.49)$$

onde d_{orif} é o diâmetro do orifício de passagem.

Quando o fluido está saindo do domínio de solução, a condição de escoamento parabólico pode ser assumida para k e ε , ou seja:

$$\frac{\partial k}{\partial \hat{n}} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \hat{n}} = 0, \quad (4.50)$$

onde \hat{n} é o vetor unitário normal à fronteira de saída.

4.3 Formulação integral

A principal vantagem de se resolver o escoamento no cilindro e através da válvula de sucção utilizando uma formulação integral, está na simplicidade das equações a serem resolvidas. No entanto, para modelar a dinâmica da válvula sem resolver o escoamento são necessários dados experimentais acoplados a um conjunto de equações indicado na seção 3.3.

Sobre o ponto de vista da dinâmica das válvulas de um compressor alternativo, a válvula de sucção apresenta as mesmas características da válvula de descarga, ambas são consideradas válvulas automáticas, o que significa que a diferença de pressão existente entre a região do cilindro e a da câmara de sucção é responsável pela sua movimentação. Desta forma, o movimento da palheta pode ser modelado como um sistema massa-mola amortecido, conforme indica a equação seguinte:

$$m_s \ddot{\delta}_s(t) + C_s \dot{\delta}_s(t) + K_s \delta_s(t) = F_s(t) - F_{col}, \quad (4.51)$$

onde, m_s é a massa da válvula, $\ddot{\delta}_s(t)$ é a aceleração, C_s é o coeficiente de amortecimento, $\dot{\delta}_s(t)$ é a velocidade, K_s é o coeficiente de rigidez, $\delta_s(t)$ é o deslocamento, F_{col} é a força de colamento que atua entre a válvula e o assento e $F_s(t)$ é a força que atua na válvula e é devido ao carregamento de pressão. A força $F_s(t)$ pode ser calculada através do conceito de área efetiva de força:

$$F_s(t) = A_{ef} \cdot (p_{suc} - p_{cil}), \quad (4.52)$$

onde, p_{suc} é a pressão de sucção e p_{cil} é a pressão média no interior do cilindro. A área efetiva de força é dada através da seguinte correlação disponibilizada em Matos (2002):

$$A_{ef}(t) = 3,2 \times 10^{-5} - 5,15 \times 10^{-2} \delta_s + 88,3 \delta_s^2 - 6,48 \times 10^4 \delta_s^3 + 1,63 \times 10^7 \delta_s^4. \quad (4.53)$$

Considerando a força instantânea sobre a válvula constante no intervalo de tempo onde todas as equações são resolvidas, a Eq. (4.51) é resolvida analiticamente para fornecer o deslocamento e a velocidade da válvula de sucção.

O escoamento de gás através da válvula é modelado como um escoamento compressível através de um bocal convergente com condição de estagnação à montante e com uma área efetiva de escoamento A_{ee} na saída, conforme indica a Fig. 4.7.

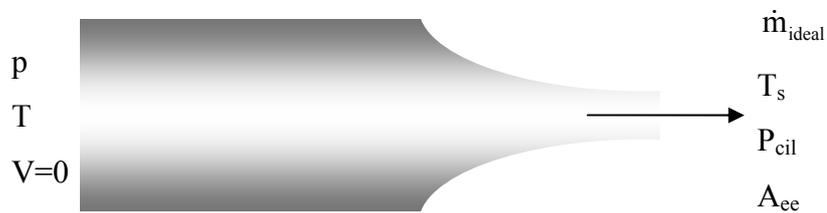


Figura 4.7. Modelo de bocal convergente usado para avaliar a vazão de massa através da válvula de sucção.

Novamente, este trabalho utilizará uma correlação apresentada em Matos (2002):

$$A_{ee}(t) = 5,22 \times 10^{-2} \delta_s - 65,44 \delta_s^2 + 5,02 \times 10^4 \delta_s^3 - 1,45 \times 10^7 \delta_s^4. \quad (4.54)$$

Conhecendo-se o valor da área efetiva de escoamento, pode-se obter o fluxo de massa real \dot{m}_{real} na válvula, através da seguinte expressão:

$$A_{ee}(t) = \frac{\dot{m}_{real}}{\dot{m}_{ideal}} A_{or}, \quad (4.55)$$

onde, \dot{m}_{ideal} é o fluxo de massa na ausência de perdas de carga, dadas pelas Eqs. (3.32) e (3.34) e A_{or} é a área do orifício de passagem da válvula.

4.4 Acoplamento das formulações

Como descrito nos itens anteriores, as formulações diferem pela forma como a física envolvida no problema é abordada. Desta forma, para permitir o acoplamento destas, faz-se necessário alguns cuidados com relação às grandezas físicas calculadas. Desta maneira, optou-se por iniciar a simulação no Ponto Morto Inferior (PMI) utilizando-se a formulação integral, conforme ilustra a Figura 4.8. A grandeza utilizada como referência para a troca de formulações é a pressão média. Durante a compressão, fixou-se uma pressão de 12 [bar], e os campos médios transferidos são: pressão (P), temperatura (T) e densidade (ρ). Também são passadas informações sobre a posição do pistão (wt) e o volume instantâneo (V). Como a formulação diferencial calcula o campo de velocidades, fixou-se um campo de velocidades inicial nulo para o cálculo das componentes axial e radial. Para as propriedades de cunho turbulento, como viscosidade turbulenta (μ_t), energia cinética turbulenta (k), dissipação viscosa da energia cinética turbulenta (ε) e o termo de produção de energia cinética (P_k), foram utilizados valores médios para 12 posições distintas do domínio, de um campo convergido por Matos (2002).

A pressão de retorno para a formulação integral foi fixada em 8,5 [bar], e as variáveis que retornam para esta formulação são: pressão, temperatura, densidade, posição do pistão (ângulo de manivela) e o volume instantâneo.

Por se tratar de uma abordagem transiente, a formulação integral faz uso de um *time-step* (Δt) da ordem de 0,01 [rad], enquanto que a formulação diferencial utiliza um *time-step* de 0,0008 [rad].

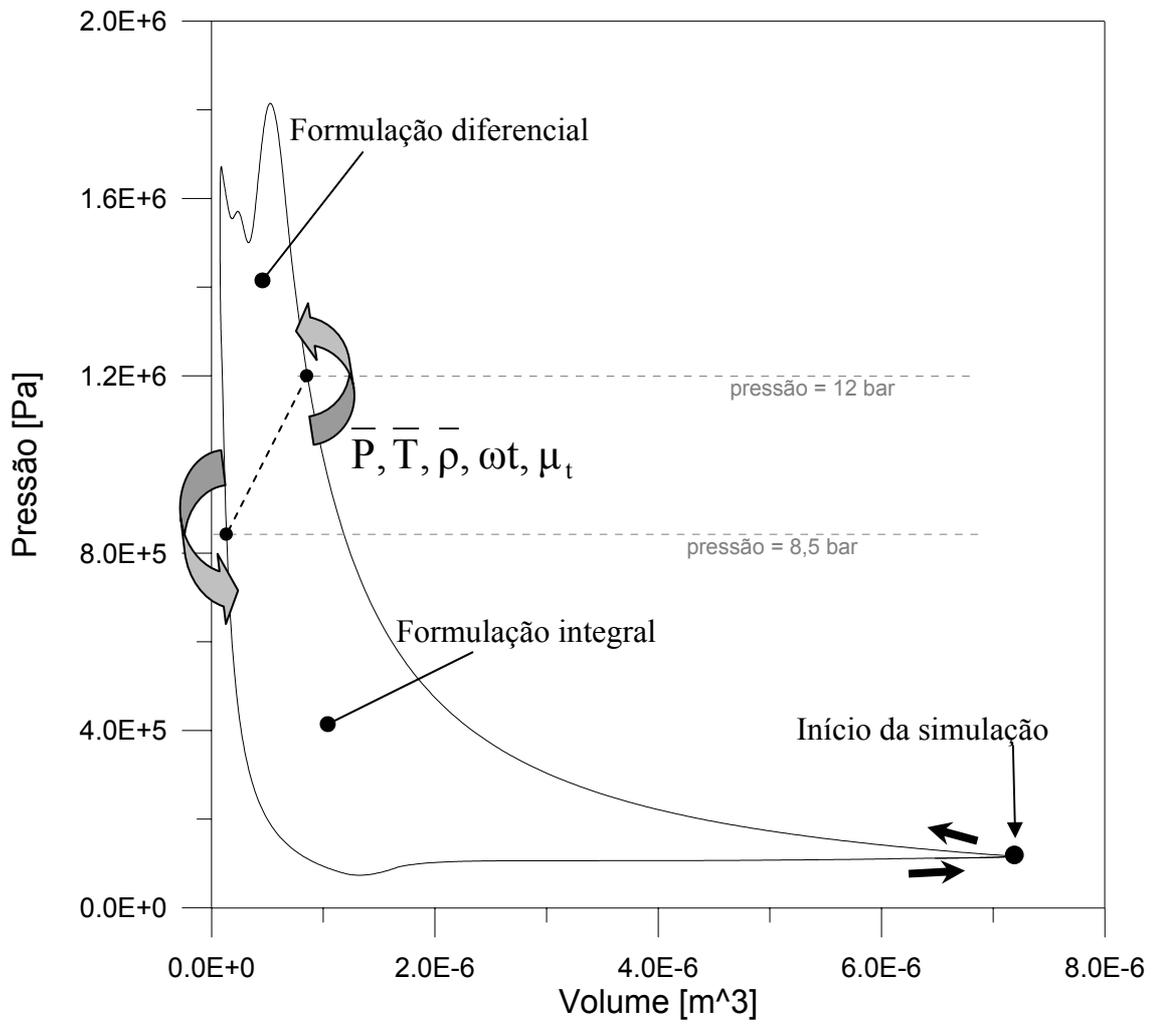


Figura 4.8. Acoplamento das formulações diferencial e integral.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 Introdução

Este capítulo apresenta os resultados da simulação numérica do ciclo de operação de um compressor de geometria simplificada.

A análise do desempenho dos diversos modelos de turbulência descritos no capítulo 3 é realizada a partir de resultados de campos de velocidade e de pressão. Além da modelação da turbulência, uma metodologia de solução explícita é testada para a equação da conservação da quantidade de movimento, com o objetivo de reduzir o tempo de processamento computacional.

Finalmente, os modelos desenvolvidos são comparados entre si e com dados disponíveis na literatura, em relação ao custo computacional e à qualidade dos resultados.

5.2 Campos do escoamento

5.2.1 Modelo de viscosidade turbulenta constante

O objetivo principal deste trabalho é reduzir o esforço computacional na simulação do ciclo de compressão de compressores. Desta forma, uma alternativa natural para a modelação da turbulência é prescrever um valor constante para a viscosidade turbulenta. Por se tratar de um modelo simples e de fácil implementação numérica, esse modelo exige um esforço computacional bem menor do que aquele associado a modelos de turbulência clássicos como, por exemplo, o modelo RNG $k-\varepsilon$ com duas equações de transporte. Em contrapartida, é de se esperar que a aplicação do modelo não gere resultados de grande qualidade.

As Eq. 3.4 a 3.7 descrevem o problema e para este modelo estão associadas a quantidades médias. Relações de viscosidades (ν_t / ν) iguais a 100, 50, 25, 10 e 1 foram testadas. Observou-se que à medida que a relação de viscosidades era reduzida, o custo computacional aumentava consideravelmente mas, por outro lado, quando comparados com

dados da literatura, os resultados apresentavam melhor concordância. Assim, a relação $v_t/v = 10$ foi escolhida como aquela de melhor compromisso.

Os resultados a seguir são apresentados para quatro ângulos de manivela (wt): (a) $wt = 2,67$ [rad] ($=147^\circ$); (b) $wt = 2,80$ [rad] ($=160,43^\circ$); (c) $wt = 2,99$ [rad] ($=171,31^\circ$) e (d) $wt = 3,13$ [rad] ($=179,34^\circ$). As Figs. 5.1 e 5.2 mostram estes instantes de tempo identificados por pontos sobre curvas de variação de pressão no cilindro e de número Reynolds na válvula, de acordo com o ângulo de manivela. Essas posições representam: (a) válvula de descarga abrindo e próxima ao primeiro pico de pressão; (b) válvula abrindo e próxima ao primeiro vale de pressão; (c) válvula fechando e próxima do segundo pico de pressão e (d) válvula retornando ao assento.

A sobrepressão ilustrada na Fig. 5.1 pode ser, *a priori*, associada à força de colamento existente entre o batente e a válvula de descarga. Após a abertura da válvula a pressão apresenta um aumento quase linear devido ao pequeno afastamento existente entre a válvula e assento, o que causa uma grande restrição ao escoamento do gás. Tal efeito pode ser visualizado a partir de linhas de corrente adimensionais Ψ^* ($= \Psi/\dot{m}$) na Fig. 5.3 (a). Quando a pressão média atinge o primeiro pico, a válvula está abrindo e se movimentando em direção ao afastamento máximo, e a partir deste ponto, a pressão cai, fato visualizado pela Fig. 5.3 (b).

Na seqüência a pressão volta a subir até que o segundo pico de pressão seja alcançado. Isso ocorre por duas razões: i) aumento do atrito viscoso sofrido pelo gás que está confinado dentro da câmara; e ii) o fato da válvula de descarga estar retornando ao assento, e desta forma, haver uma redução da área de passagem. Esta restrição ao escoamento provoca uma perda de carga adicional, causando portanto, o segundo pico de pressão, conforme a Fig. 5.3 (c).

Para este modelo de compressor simulado, o ponto morto superior (PMS) é alcançado para o ângulo de biela-manivela da ordem de $177,89^\circ$. Como o ponto (d) apresenta resultados para um ângulo da ordem de $179,34^\circ$, nesta posição o pistão já iniciou o processo de expansão do gás, provocando uma queda abrupta da pressão e ocasionando um fechamento mais rápido da válvula de descarga, conforme mostra a Fig. 5.3 (d). Nesta posição o número de Reynolds atinge valores negativos (Fig. 5.2), caracterizando refluxo de gás através da válvula de descarga.

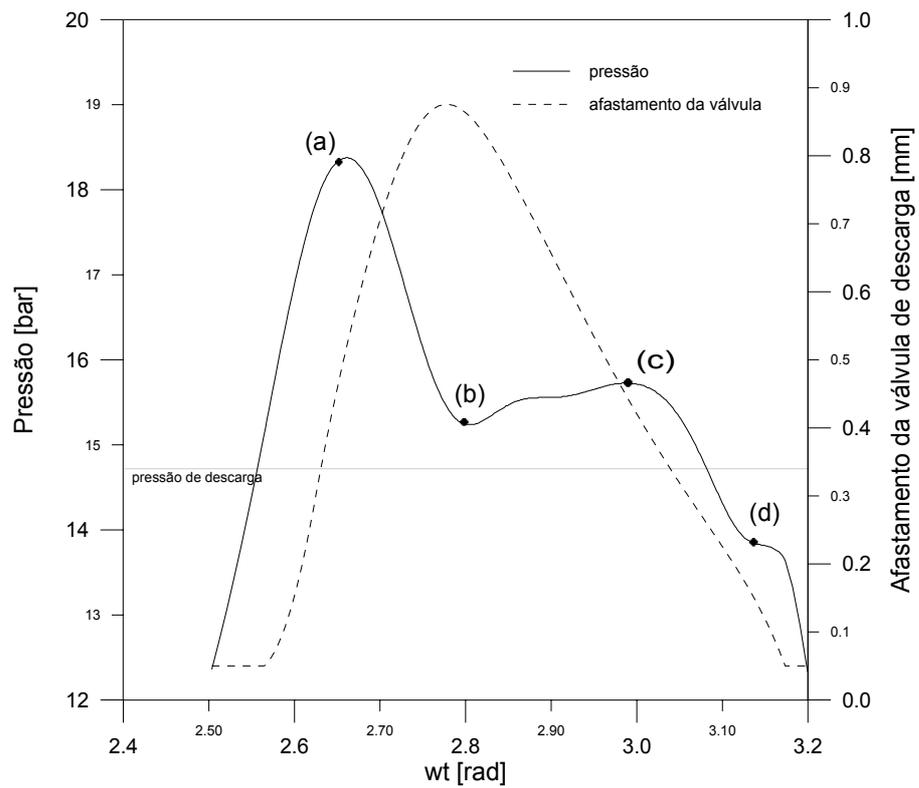


Fig 5.1. Variação de pressão no cilindro durante a abertura da válvula de descarga e posições utilizadas na análise do escoamento.

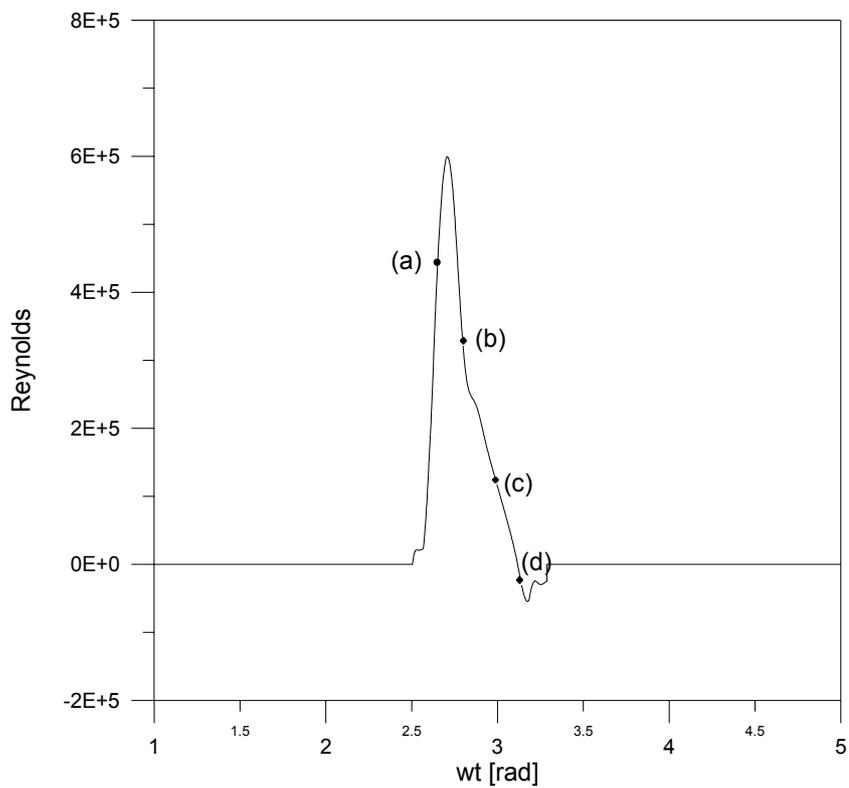
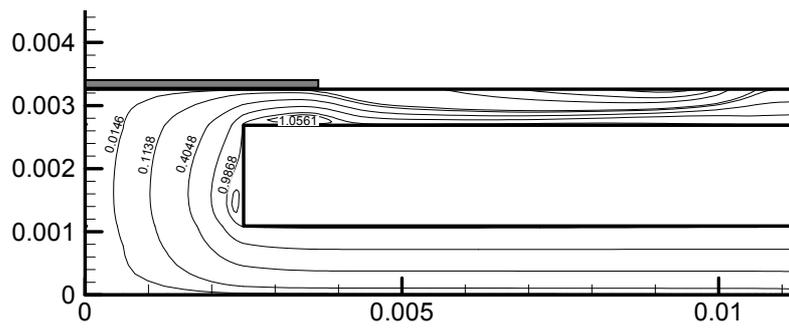
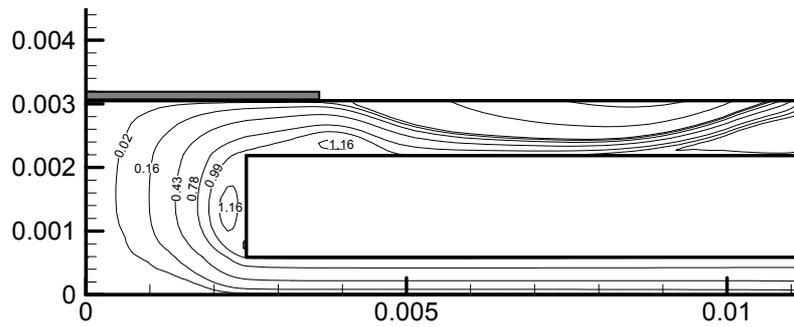


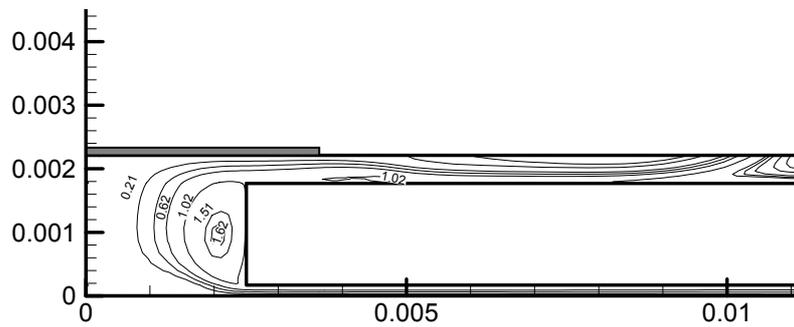
Fig. 5.2: Variação do número de Reynolds através da válvula de descarga.



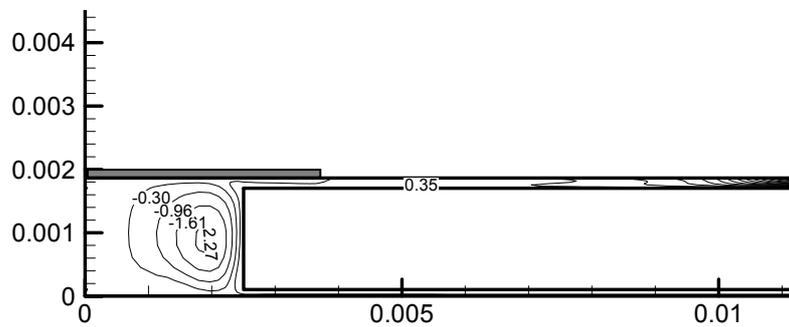
(a) $wt = 2,67$ [rad]



(b) $wt = 2,80$ [rad]



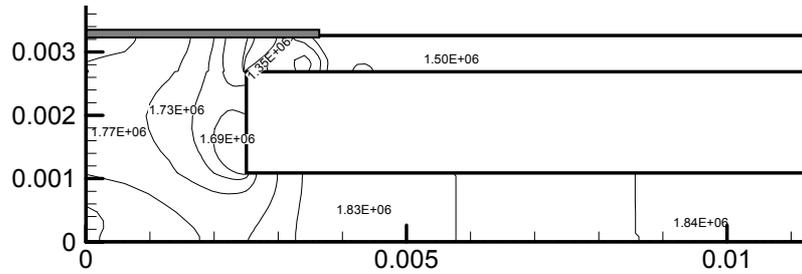
(c) $wt = 2,99$ [rad]



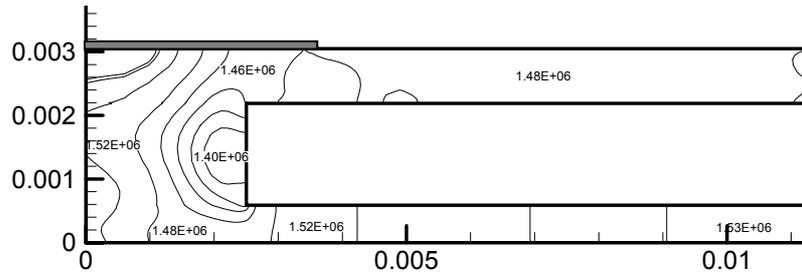
(d) $wt = 3,13$ [rad]

Figura 5.3: Linhas de corrente adimensionais (Ψ^*) para o modelo à viscosidade constante.

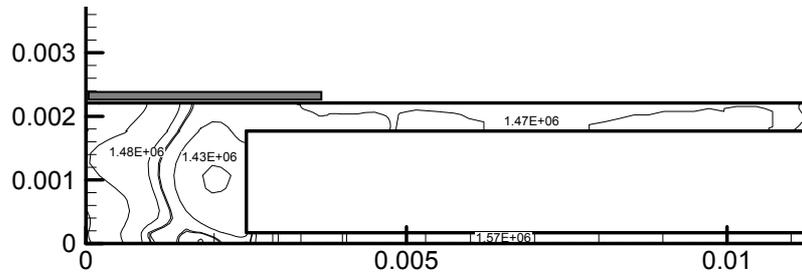
A Fig. 5.4 apresenta isobáricas no cilindro e na válvula, evidenciando os fenômenos ocorridos durante o processo de descarga. A Fig. 5.5 apresenta os campos de velocidade para os instantes de tempos identificados na Fig. 5.1, fornecendo detalhes importantes do escoamento na válvula, tais como regiões de recirculação e até mesmo refluxo através da válvula (Fig. 5.5 d).



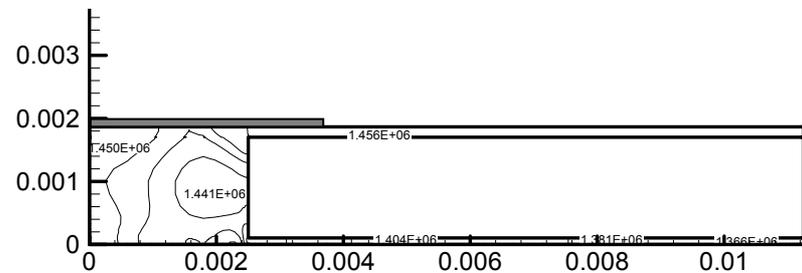
(a) $wt = 2,67$ [rad]



(b) $wt = 2,80$ [rad]

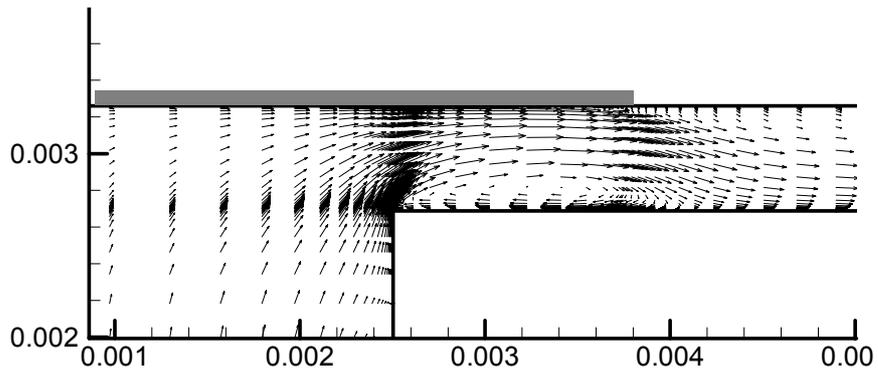
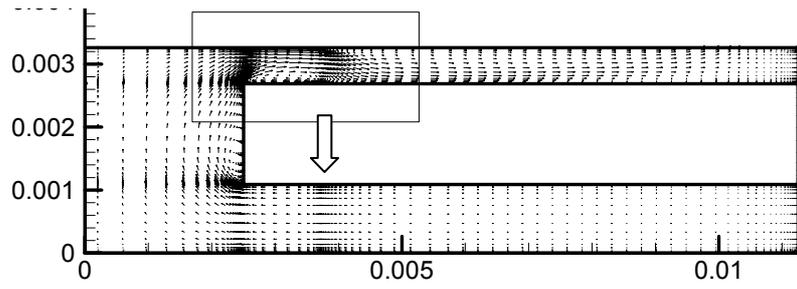


(c) $wt = 2,99$ [rad]

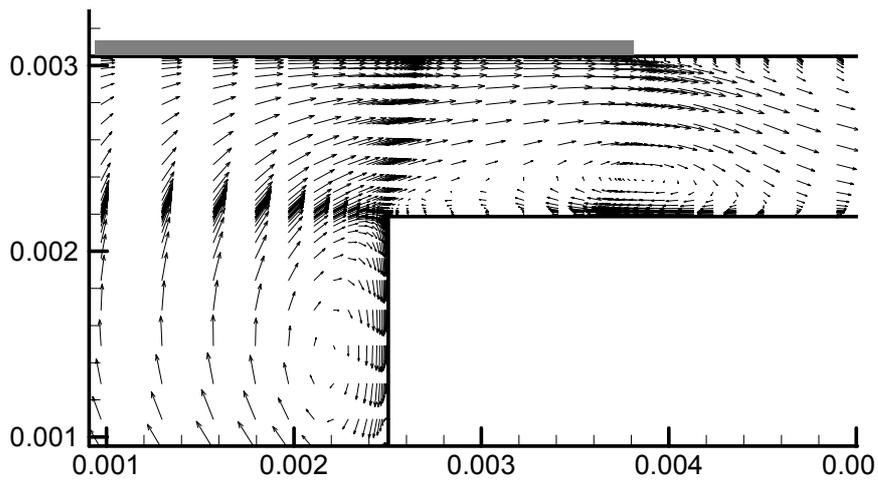
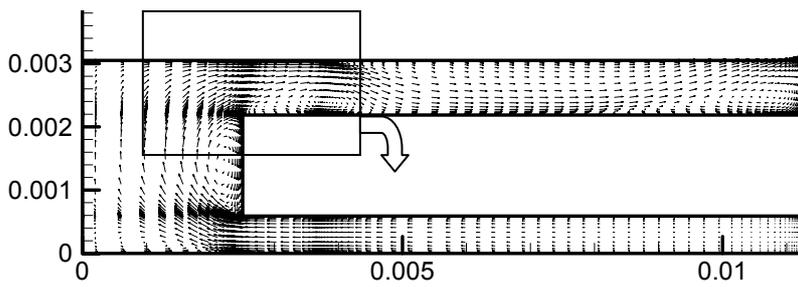


(d) $wt = 3,13$ [rad]

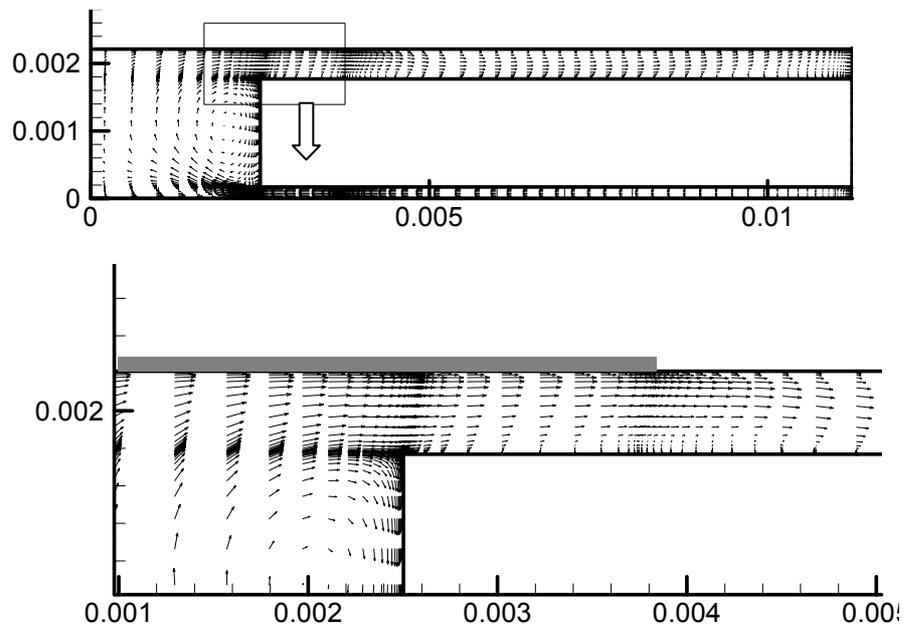
Figura 5.4: Isobáricas durante a abertura da válvula de descarga.



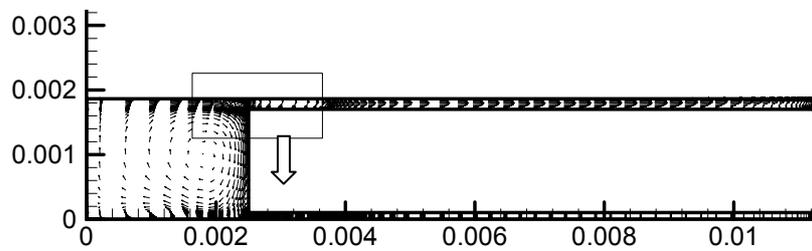
(a) $wt = 2,67$ [rad]



(b) $wt = 2,80$ [rad]



(c) $wt = 2,99$ [rad]



(d) $wt = 3,13$ [rad]

Figura 5.5: Vetores velocidade do escoamento durante a abertura da válvula de descarga.

5.2.2 Modelo algébrico

As equações 3.4 a 3.7 governam este problema e são complementadas pelas expressões algébricas 3.31 a 3.33 para a viscosidade turbulenta. Apesar de suas limitações, pelo fato de não levar em consideração mecanismos de transporte sobre o nível de turbulência e pela dificuldade de se obter uma estimativa para as escalas de comprimento e de velocidade, o modelo algébrico mostrou-se satisfatório para a modelação deste escoamento.

A fim de permitir uma análise comparativa do desempenho dos diversos modelos, serão utilizadas as mesmas posições de manivela, descritas do item 5.2.1. A Fig. 5.6 apresenta o diagrama de pressão e afastamento da válvula de descarga para essas posições.

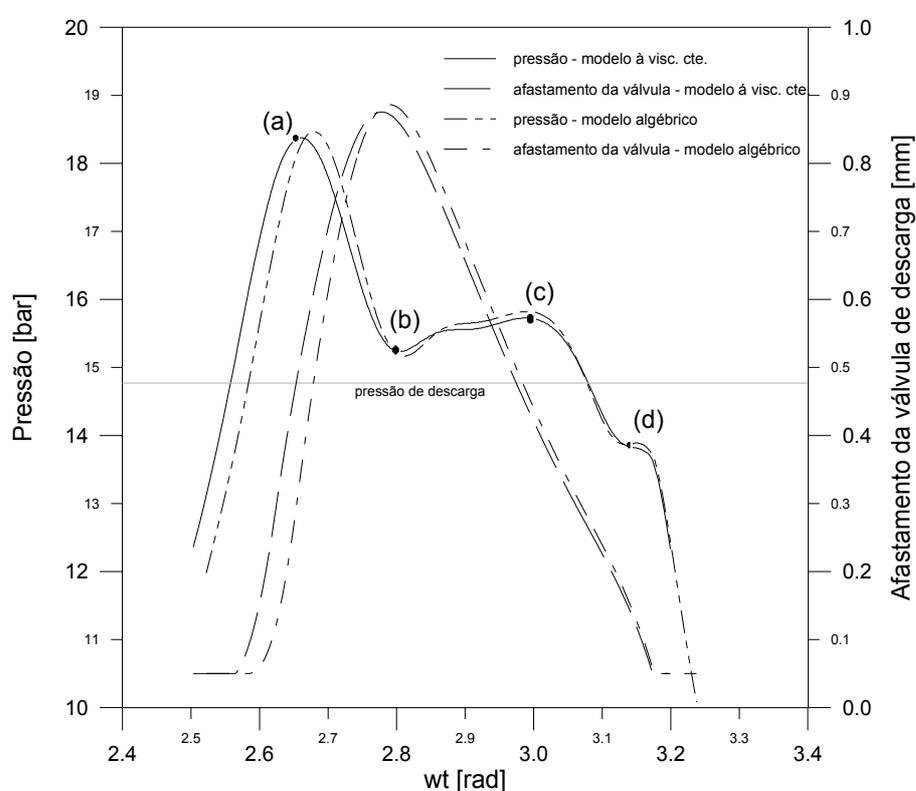


Fig. 5.6. Instantes de tempo utilizados na análise do escoamento através da válvula de descarga para o modelo algébrico.

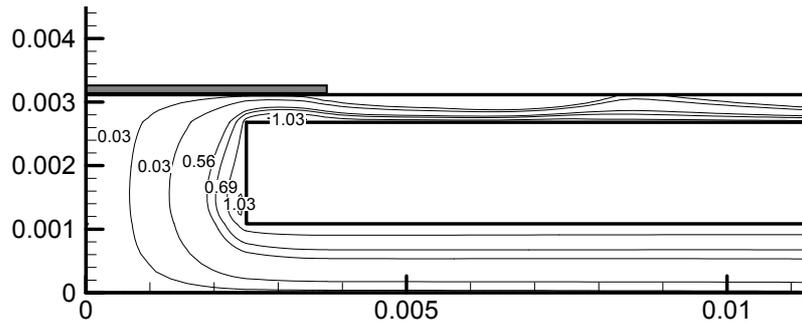
Observa-se pela figura 5.6 que as curvas de pressões dos dois modelos de turbulência são semelhantes para esta parte do ciclo. De fato, com exceção do pico de pressão representado em (a), os outros pontos estão praticamente sobrepostos. A explicação para os fenômenos físicos que ocorrem durante a descarga são as mesmas fornecidas para o modelo à viscosidade constante.

A Fig. 5.7 apresenta linhas de corrente adimensionais do modelo algébrico para as posições (a), (b), (c) e (d), onde se podem visualizar regiões de recirculação que influenciam

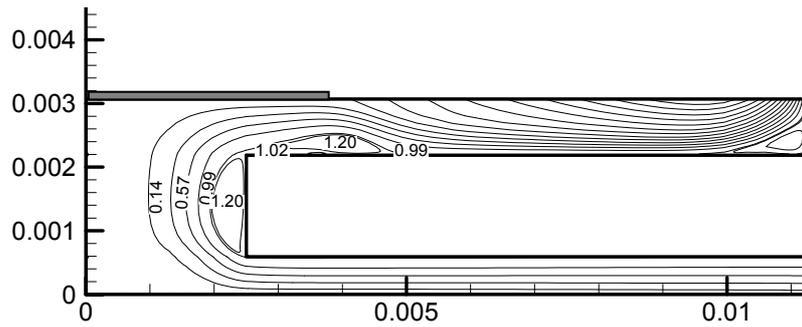
em muito o comportamento dinâmico da válvula de descarga e, como consequência, o esvaziamento do cilindro.

As Figs. 5.8 e 5.9 apresentam resultados para isobáricas e vetores velocidade do modelo algébrico nas posições (a) a (d).

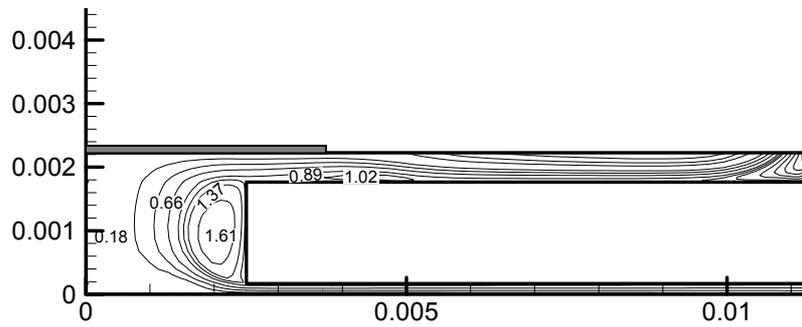
Uma apreciação dos níveis de turbulência previstos pelo modelo algébrico pode ser obtida a partir dos resultados de isolinhas de viscosidade turbulenta da Fig. 5.10, adimensionalizada pela viscosidade molecular (μ_t/μ). Os resultados confirmam algo que já era de certa forma esperado: a previsão de níveis excessivos de turbulência em regiões de velocidade elevada, como na entrada do difusor formado pelas superfícies da palheta e do assento da válvula.



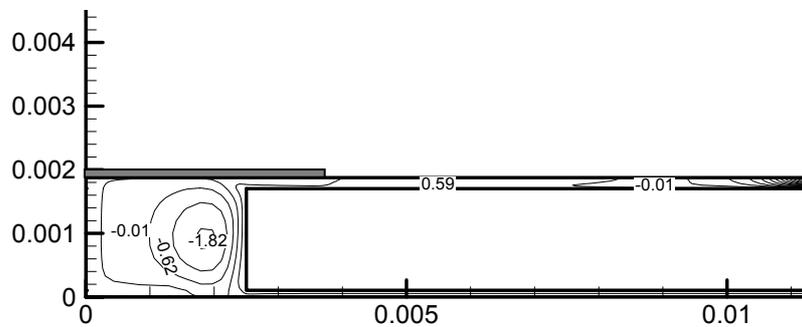
(a) $wt = 2,67$ [rad]



(b) $wt = 2,80$ [rad]

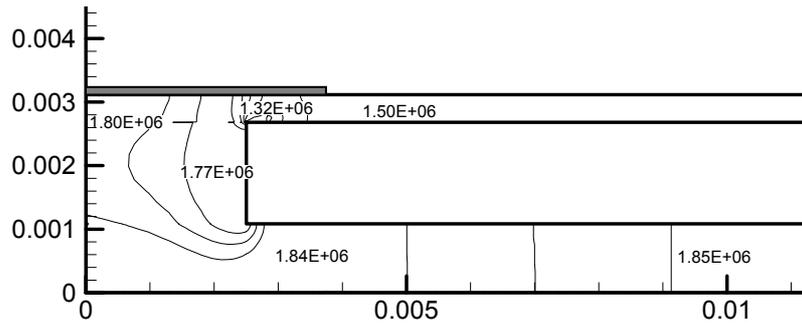


(c) $wt = 2,99$ [rad]

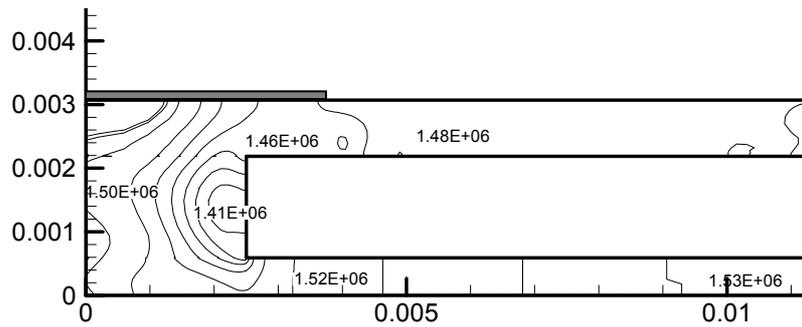


(d) $wt = 3,13$ [rad]

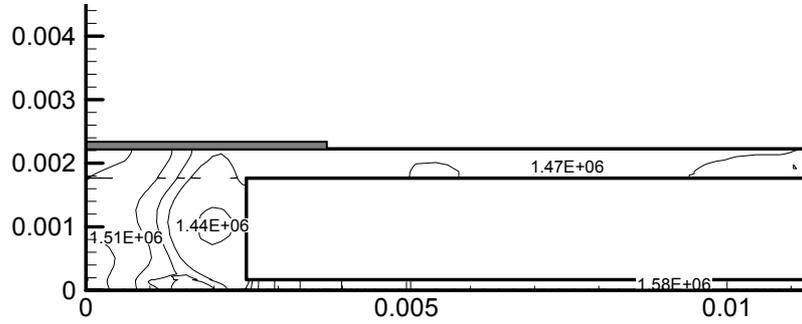
Figura 5.7. Curvas de níveis de linhas de corrente para o modelo algébrico.



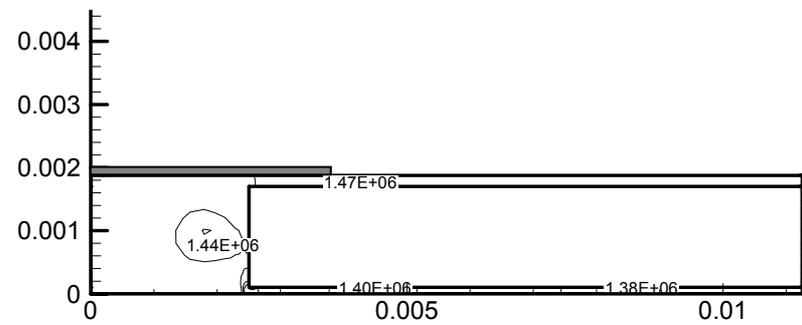
(a) $wt = 2,67$ [rad]



(b) $wt = 2,80$ [rad]

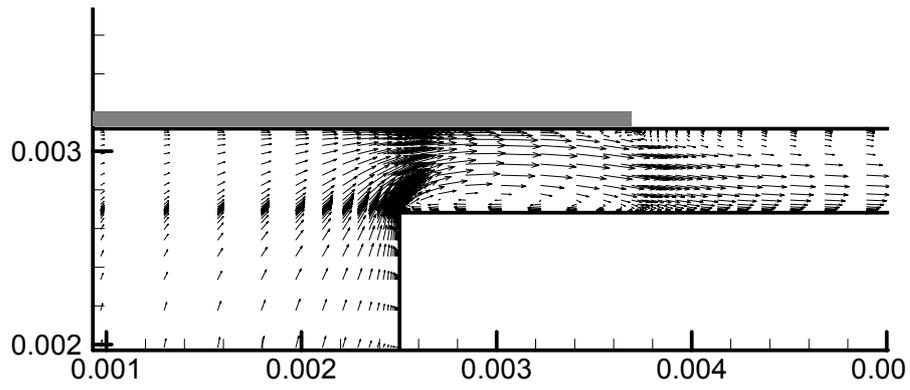
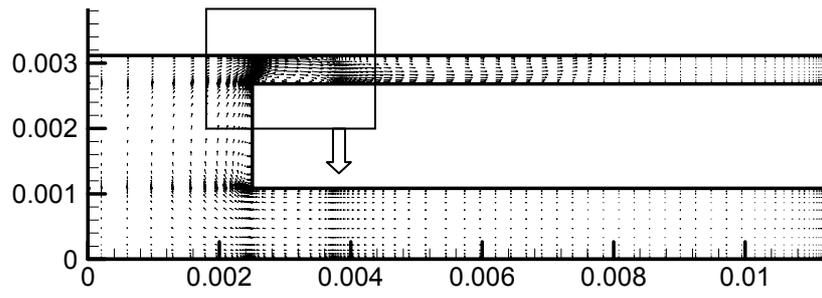


(c) $wt = 2,99$ [rad]

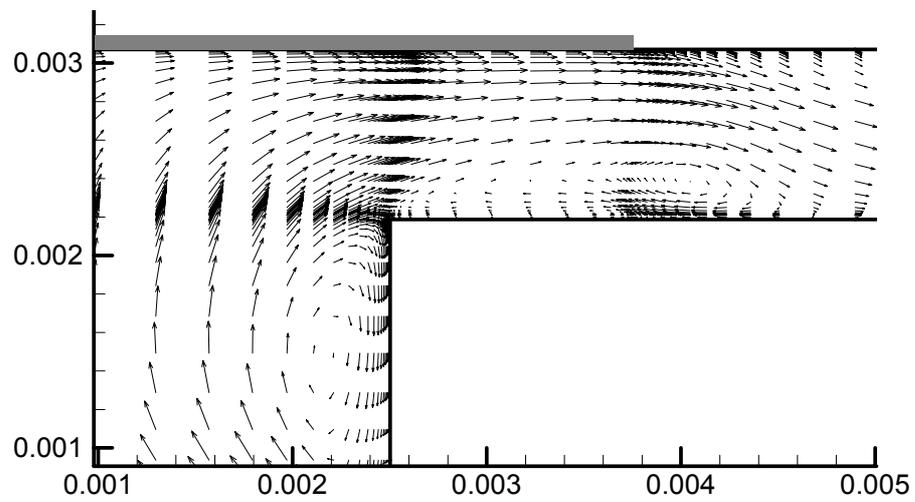
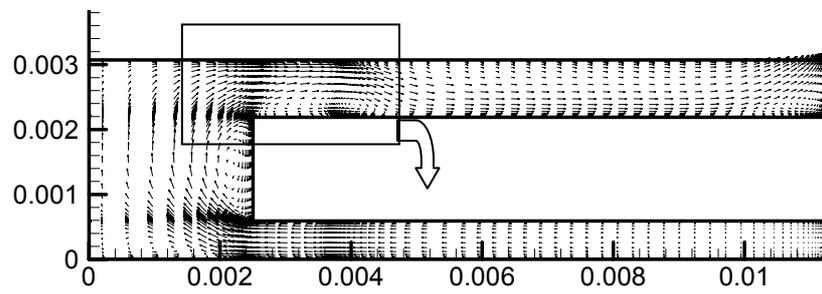


(d) $wt = 3,13$ [rad]

Figura 5.8. Curvas de níveis de pressão para as posições (a), (b), (c) e (d).



(a) $wt = 2,67$ [rad]



(b) $wt = 2,80$ [rad]

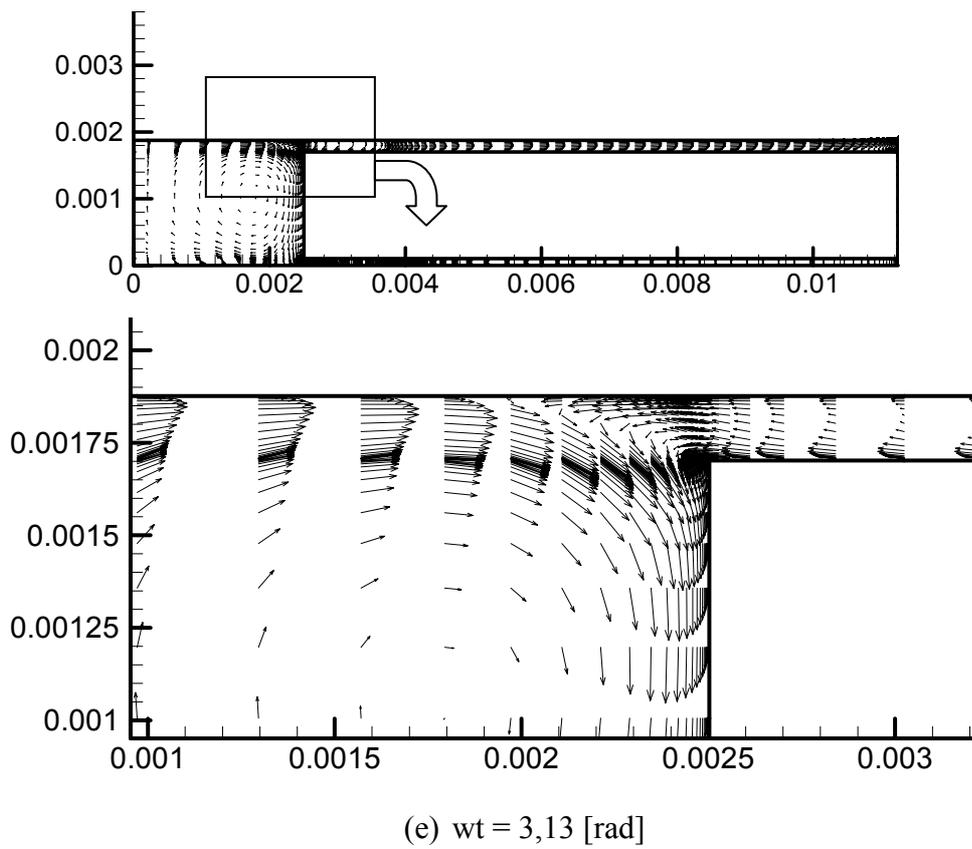
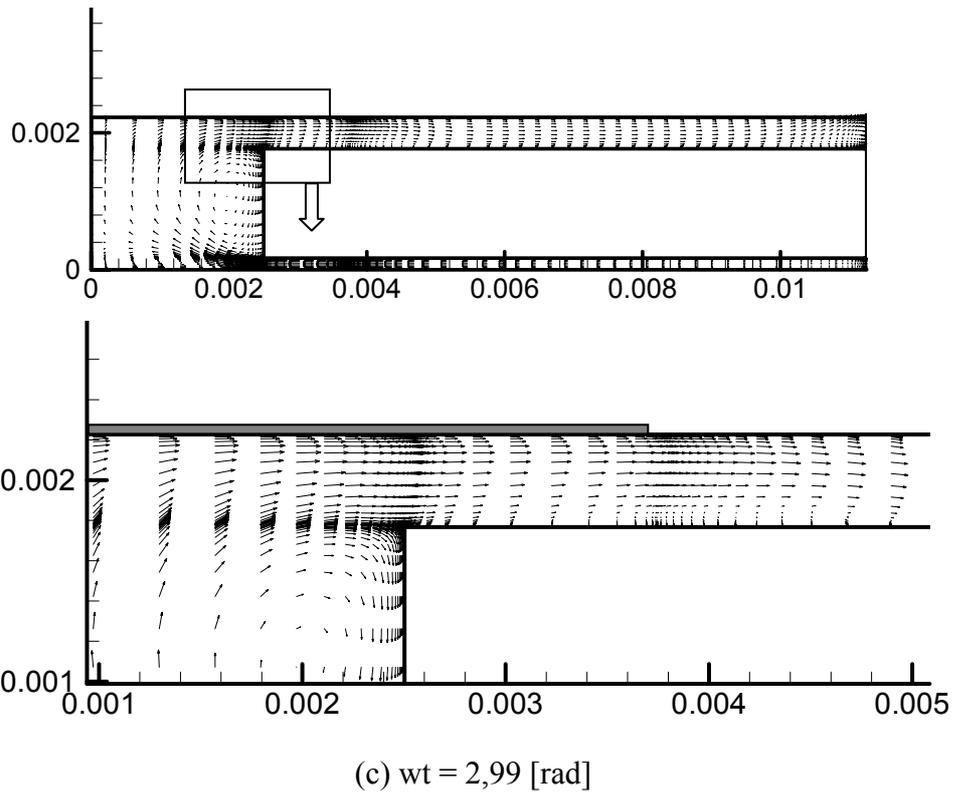


Figura 5.9. Campo de velocidade para as posições (a), (b), (c) e (d).

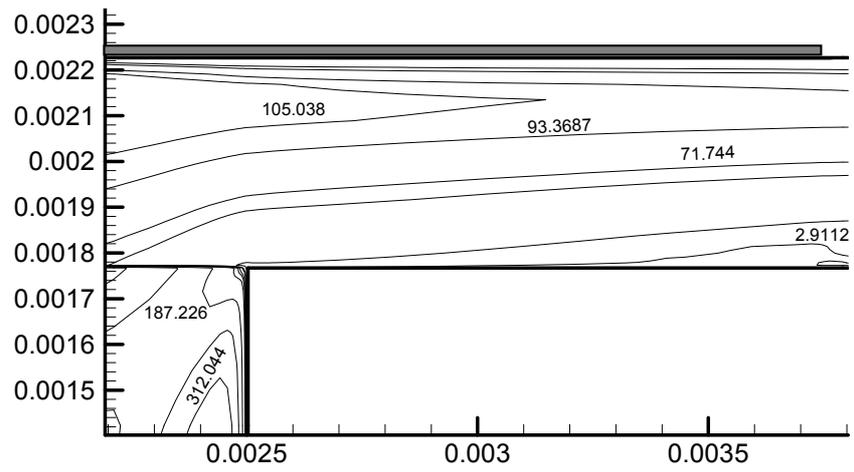


Figura 5.10. Relação entre viscosidade turbulenta e absoluta para a posição (a) no modelo algébrico.

5.2.3 Simulação de Grandes Escalas (SGE)

O terceiro modelo utilizado para a solução deste escoamento corresponde à simulação das grandes escalas da turbulência. Detalhes do modelo são fornecidos no capítulo 3. Para esta fase da simulação do escoamento, decidiu-se também avaliar a eventual redução no tempo de processamento computacional originada pela solução explícita das equações da conservação de quantidade de movimento. Naturalmente, busca-se uma metodologia que seja de menor custo mas que forneça resultados de qualidade comparável aos obtidos através da solução implícita. A presente seção contempla a análise da SGE de acordo com essas duas metodologias de solução.

i) Metodologia de solução implícita

A Fig. 5.11 compara as curvas de variação pressão no cilindro e do afastamento da válvula de descarga, em relação ao ângulo de manivela, obtidas com a SGE e com o modelo à viscosidade constante.

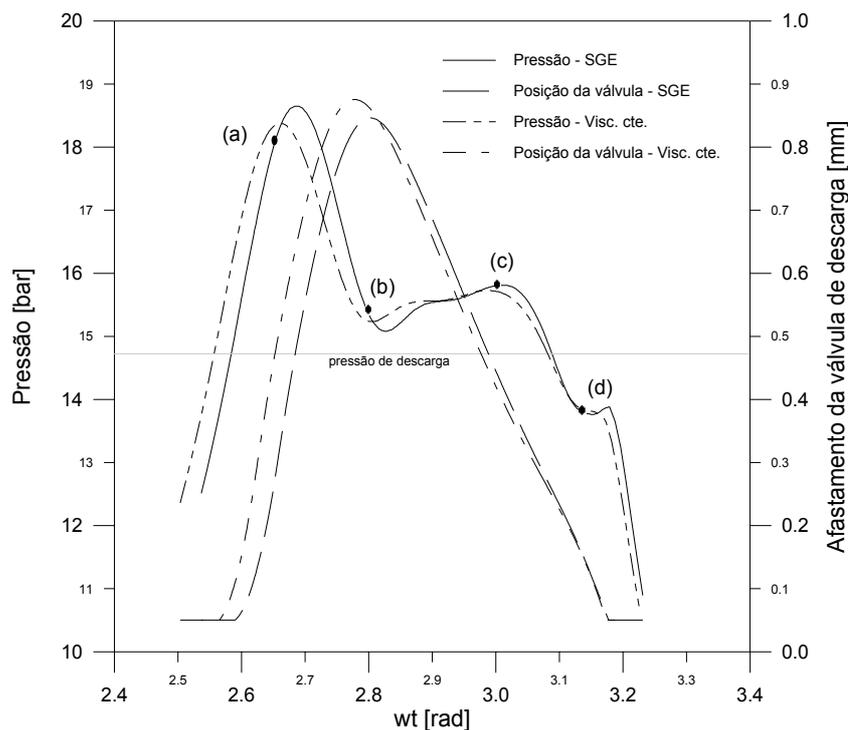
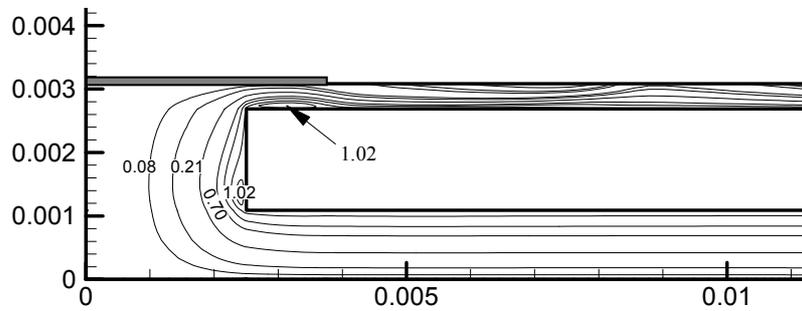


Figura 5.11. Comparação da curva de pressão média entre os modelos implementados para a região de sobrepressão.

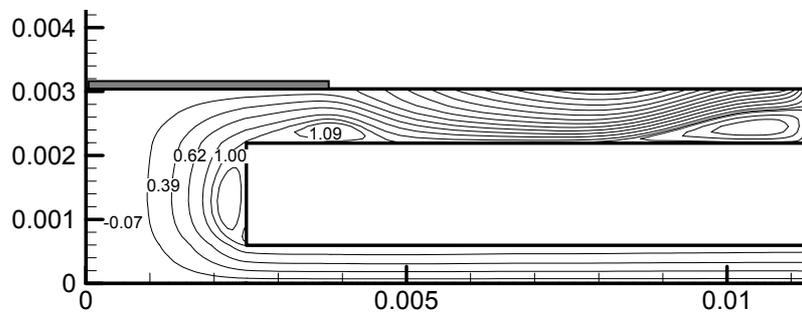
Os resultados mostram boa concordância com aqueles dos outros modelos, sendo possível visualizar os picos e vales de pressão que caracterizam este escoamento e descritos no item 5.2.1. A maior diferença observada no resultado da SGE em relação aos demais

modelos está no terceiro pico de pressão, alcançado momentos antes da válvula de descarga fechar. Isto pode ser explicado pelo maior refluxo de gás oriundo da região do difusor.

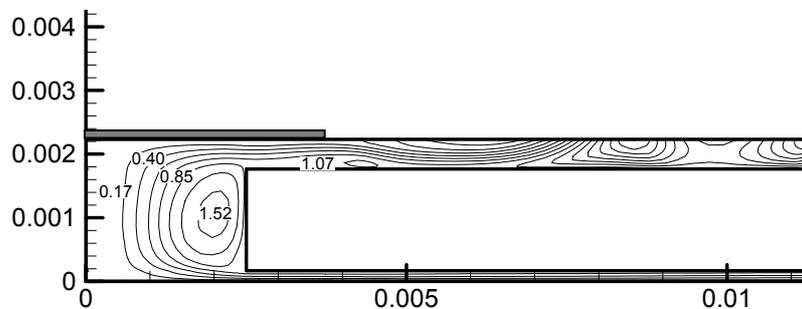
Para complementar a análise, a Fig. 5.12 apresenta linhas de corrente adimensionais (Ψ^*) para as posições chaves. Adicionalmente, as Figs. 5.13 e 5.14 trazem resultados para isobáricas e vetores velocidade do escoamento.



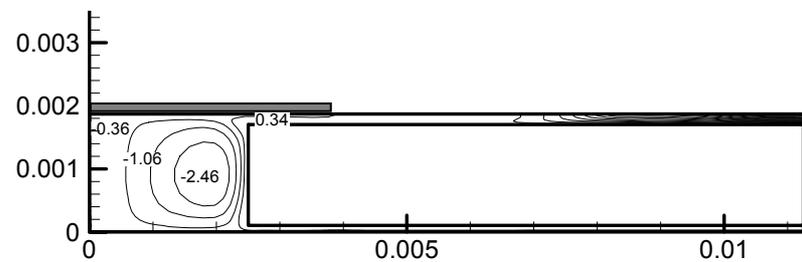
(a) $wt = 2,67$ [rad]



(b) $wt = 2,80$ [rad]

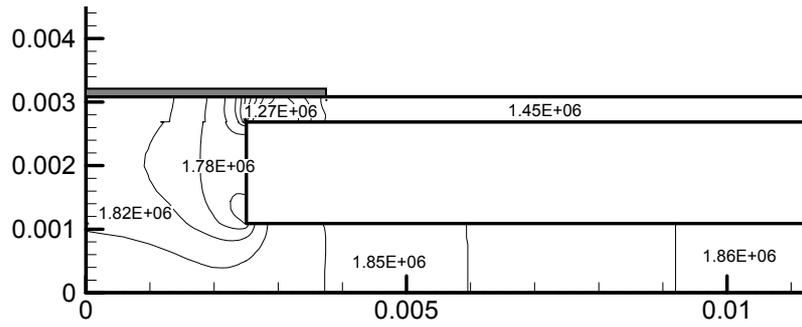


(c) $wt = 2,99$ [rad]

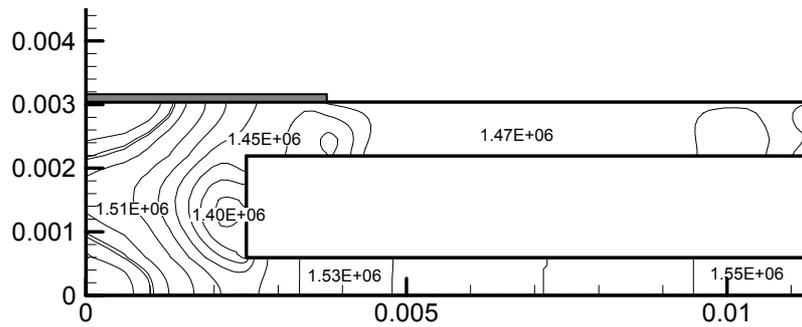


(d) $wt = 3,13$ [rad]

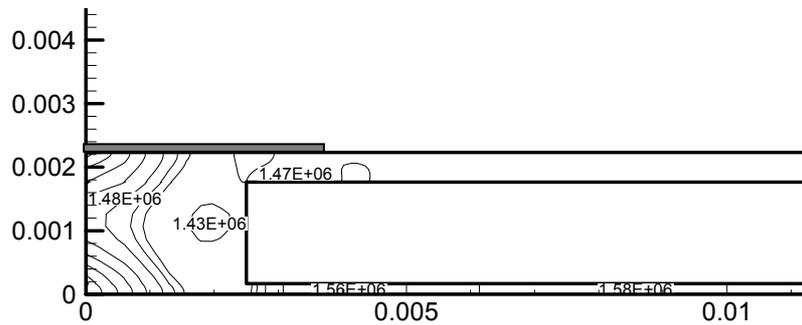
Figura 5.12. Curvas de níveis de linhas de corrente para o modelo de SGE totalmente implícito nas posições (a), (b), (c) e (d).



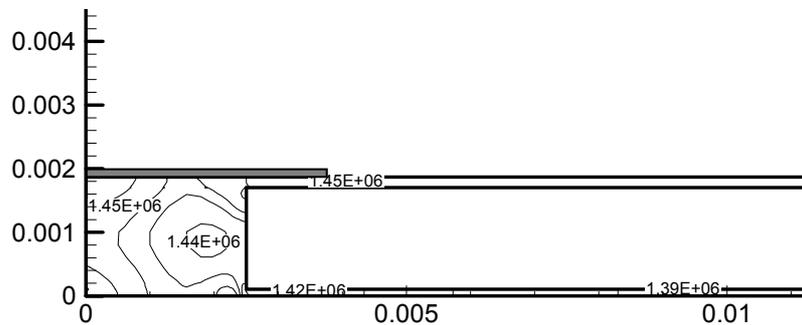
(a) $wt = 2,67$ [rad]



(b) $wt = 2,80$ [rad]

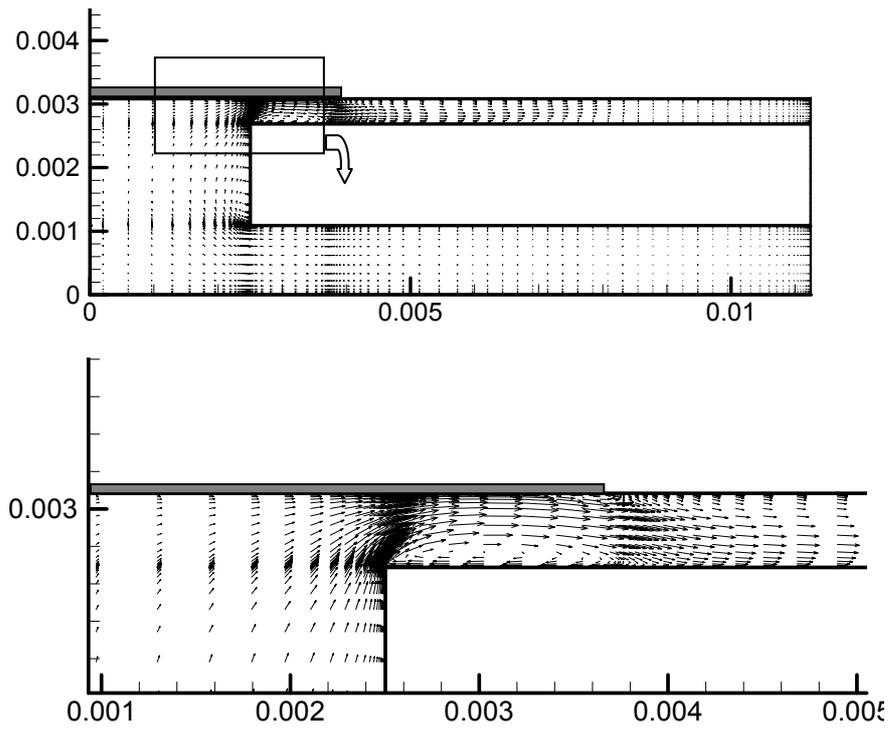


(c) $wt = 2,99$ [rad]

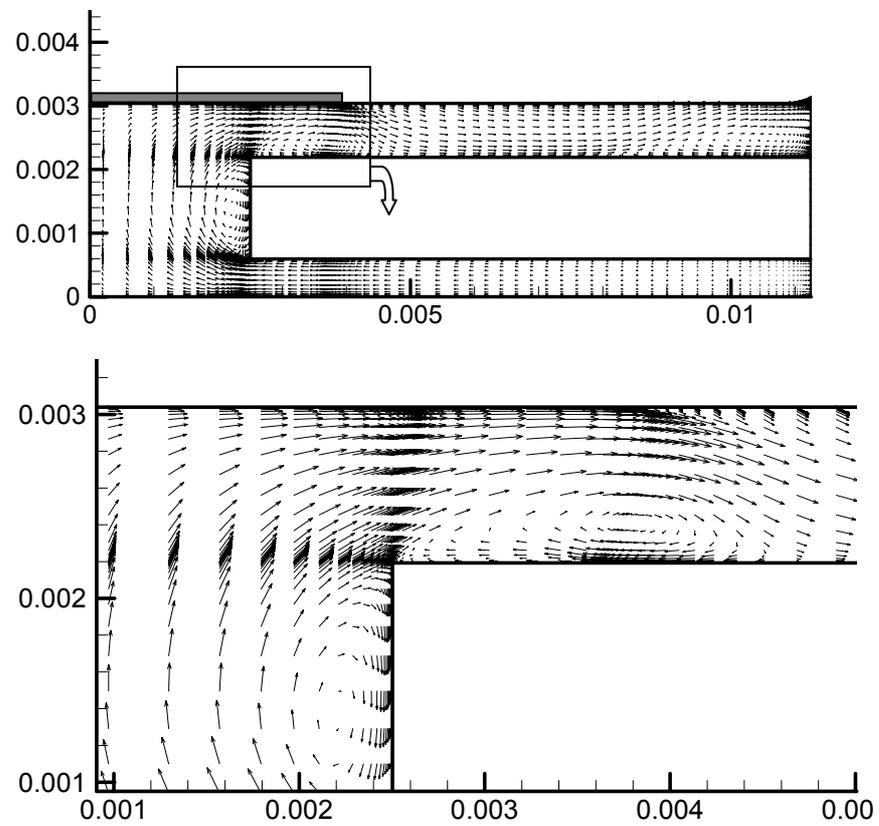


(d) $wt = 3,13$ [rad]

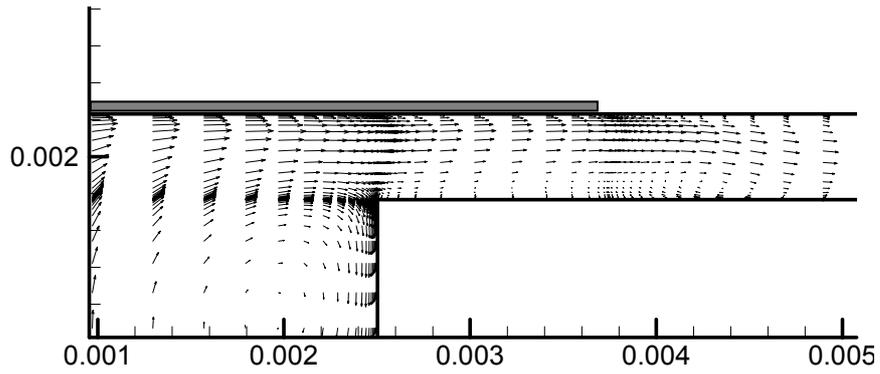
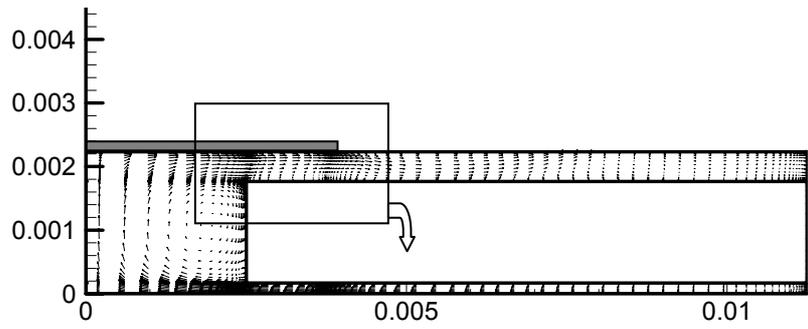
Figura 5.13. Curvas de níveis de pressão para o modelo de SGE totalmente implícito nas posições (a), (b), (c) e (d).



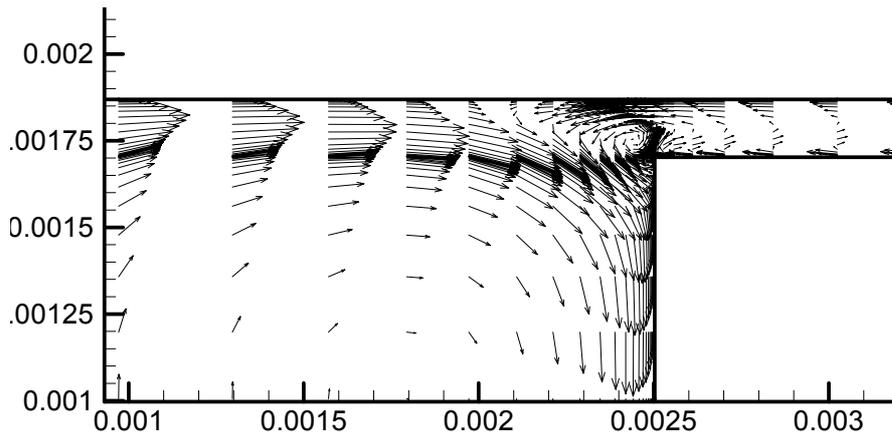
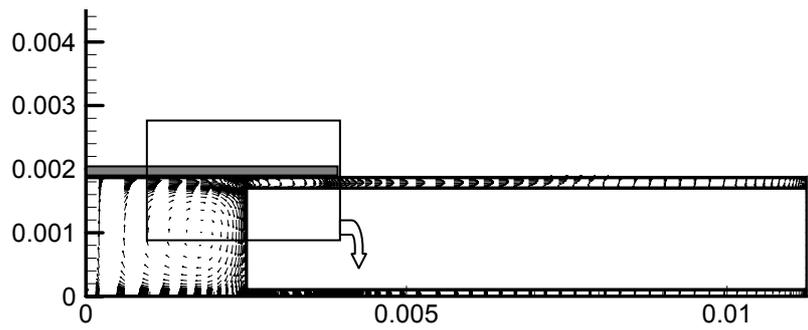
(a) $wt = 2,67$ [rad]



(b) $wt = 2,80$ [rad]



(c) $wt = 2,99$ [rad]



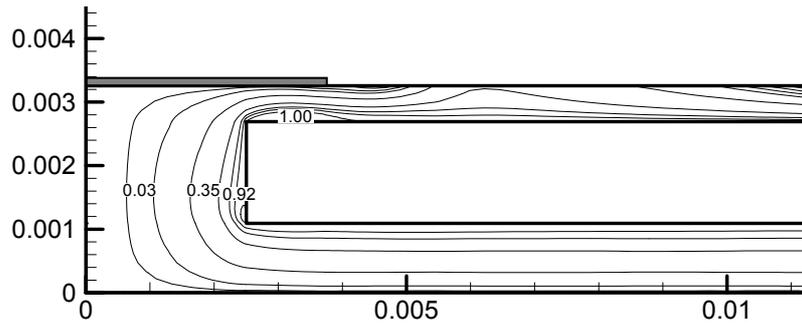
(d) $wt = 3,13$ [rad]

Figura 5.14. Campo de velocidade para as posições (a), (b), (c) e (d).

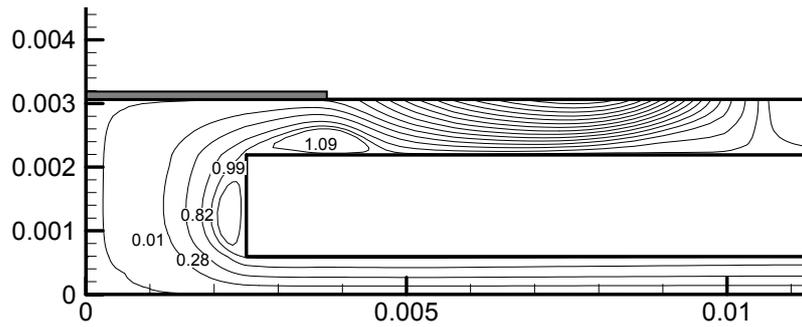
ii) Metodologia de solução semi-implícita

Nesta metodologia de solução a integração no tempo das equações de Navier-Stokes é realizada de forma explícita. O método é dito semi-implícito pois as equações da correção da pressão e da conservação da energia continuam sendo resolvidas de forma implícita. Embora a equação da energia pudesse também ser resolvida explicitamente, a equação da correção da pressão visa encontrar um campo de pressão que satisfaça a conservação da massa, sendo de suma importância para que os resultados do código apresentem consistência física.

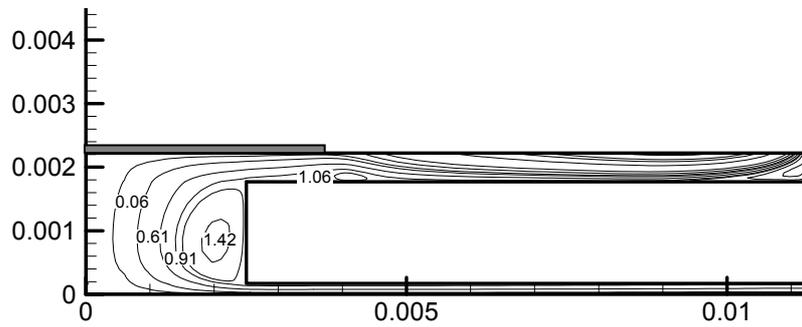
A Fig. 5.15 a 5.17 apresenta resultados para linhas de corrente (Ψ^*), isobáricas e vetores velocidade para as quatro posições monitoradas ao longo da abertura da válvula de descarga. De forma geral, os resultados são similares aos obtidos com a formulação totalmente implícita, embora algumas diferenças possam ser observadas nos campos de pressão. Este detalhe será analisado na próxima seção, onde são apresentados diagramas p-V (pressão-volume) e T-V (temperatura-volume).



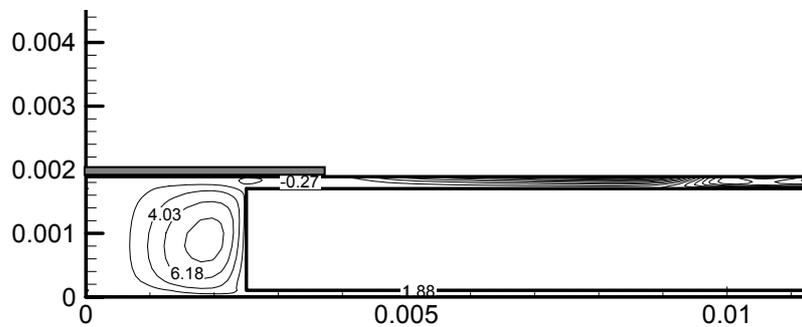
(a) $wt = 2,67$ [rad]



(b) $wt = 2,80$ [rad]

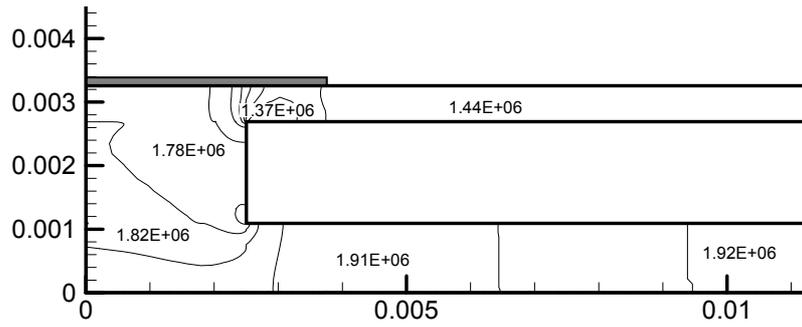


(c) $wt = 2,99$ [rad]

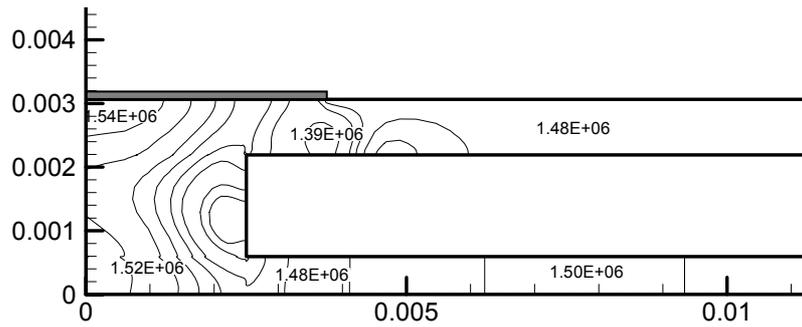


(d) $wt = 3,13$ [rad]

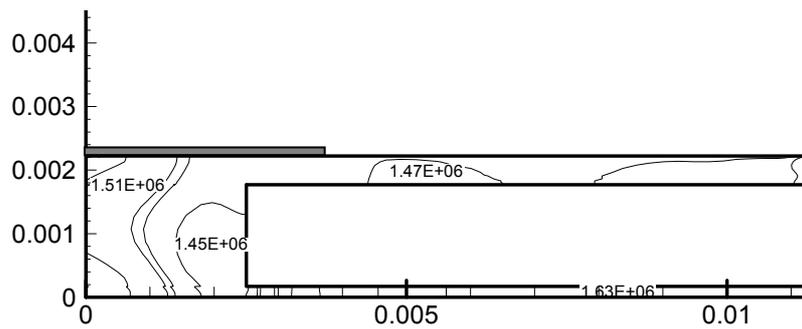
Figura 5.15. Curvas de níveis de linhas de corrente para as posições (a), (b), (c) e (d).



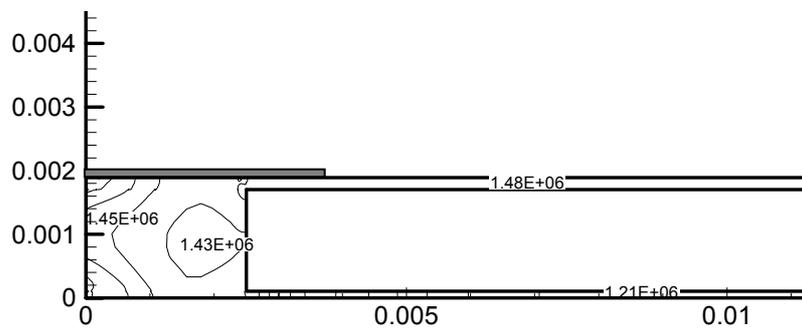
(a) $wt = 2,67$ [rad]



(b) $wt = 2,80$ [rad]

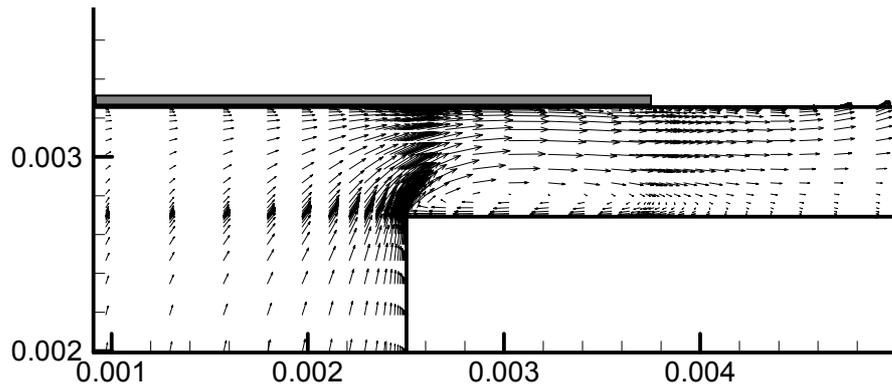
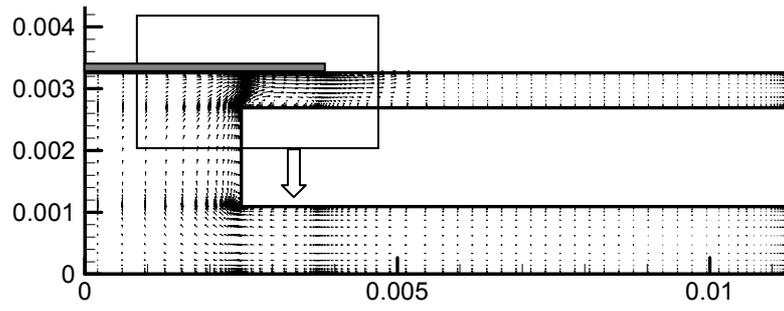


(c) $wt = 2,99$ [rad]

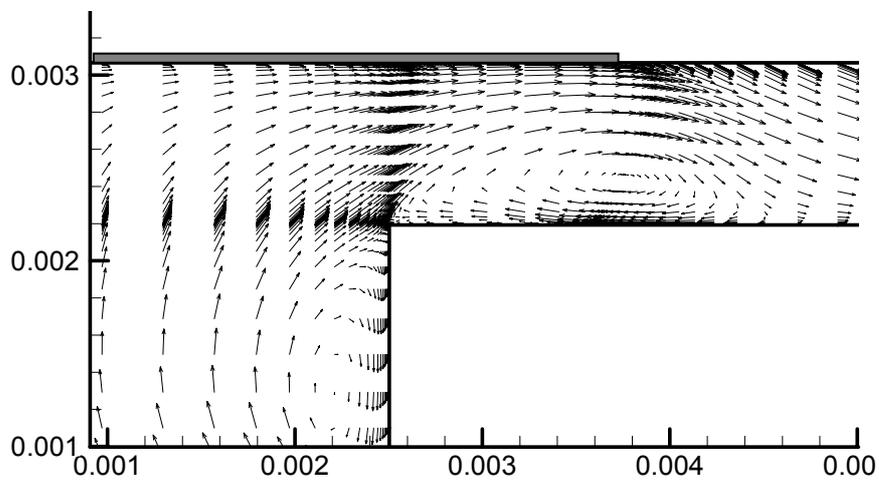
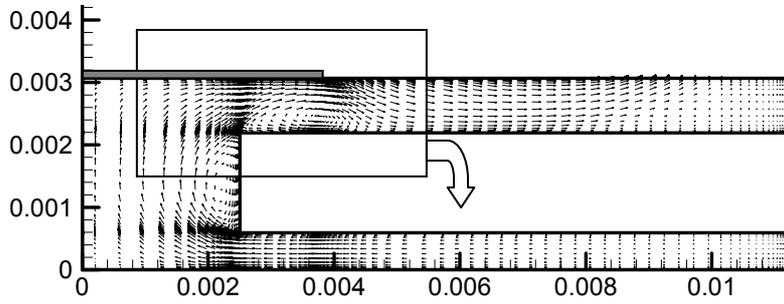


(d) $wt = 3,13$ [rad]

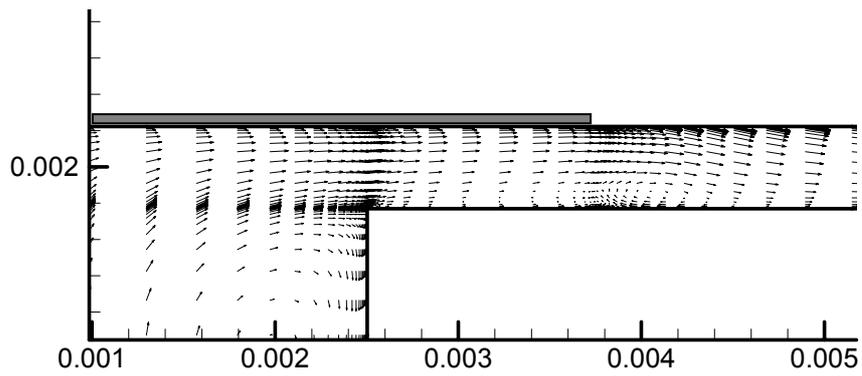
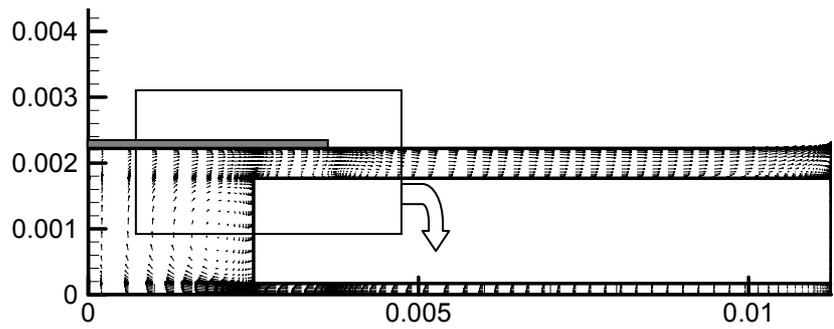
Figura 5.16. Curvas de níveis de pressão para o modelo de SGE semi-implícito nas posições (a), (b), (c) e (d).



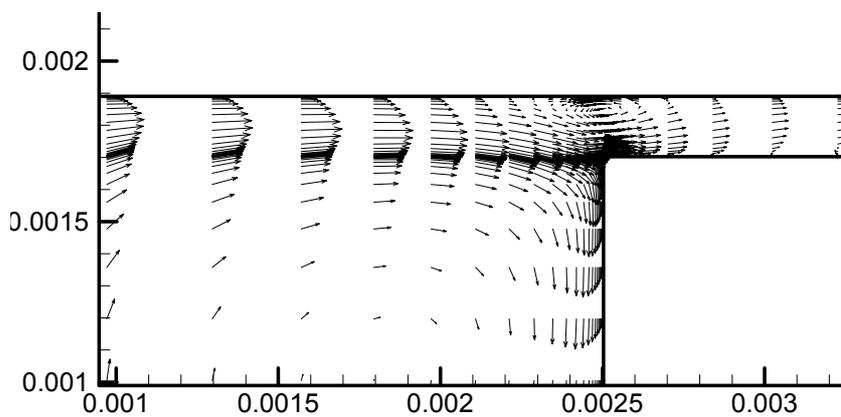
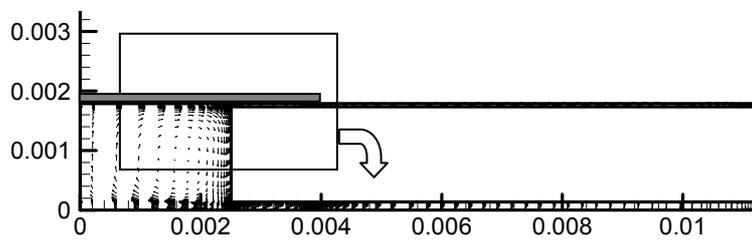
(a) $wt = 2,67$ [rad]



(b) $wt = 2,80$ [rad]



(c) $wt = 2,99$ [rad]



(d) $wt = 3,13$ [rad]

Figura 5.17. Campo de velocidade para as posições (a), (b), (c) e (d).

5.3 Diagramas p-V e T-V

A Fig. 5.18 apresenta a comparação dos diagramas p-V (pressão-volume) obtido com os quatro modelos numéricos adotados neste trabalho. Percebe-se a semelhança entre as metodologias quando se analisa a região de sobrepressão da câmara de compressão (Fig. 5.19). A pressão de descarga para este modelo de compressor situa-se na faixa de 14,7 [bar], conforme dados fornecidos pela EMBRACO S.A.. A sobrepressão na compressão do gás pode ser associada à quatro fatores distintos: i) força de colamento existente entre o batente e a válvula de descarga; ii) inércia da válvula de descarga; iii) aumento da rigidez e da frequência natural causado pelo encontro da válvula com o *booster* e iv) características do escoamento através da válvula. Os dois primeiros fatores agem quando a válvula ainda está tocando o assento. Para todos os modelos de turbulência implementados, a válvula de descarga iniciou seu movimento quando a pressão atingiu 15,0 [bar]. Os outros fatores agem durante praticamente todo percurso percorrido pela válvula. Deve ser mencionado que o afastamento máximo da palheta é 0,9 mm, enquanto que o booster entra em ação quando a palheta alcança 0,3 mm de abertura.

A Fig. 5.20 traz uma comparação de diagramas T-V (temperatura-volume). Apesar dos resultados serem bastante semelhantes, os mesmos não refletem os fenômenos que ocorrem dentro da câmara de compressão. Tal fato é devido às simplificações adotadas na metodologia integral, baseada em Ussyk (1985), que serão detalhadas no item 5.5.

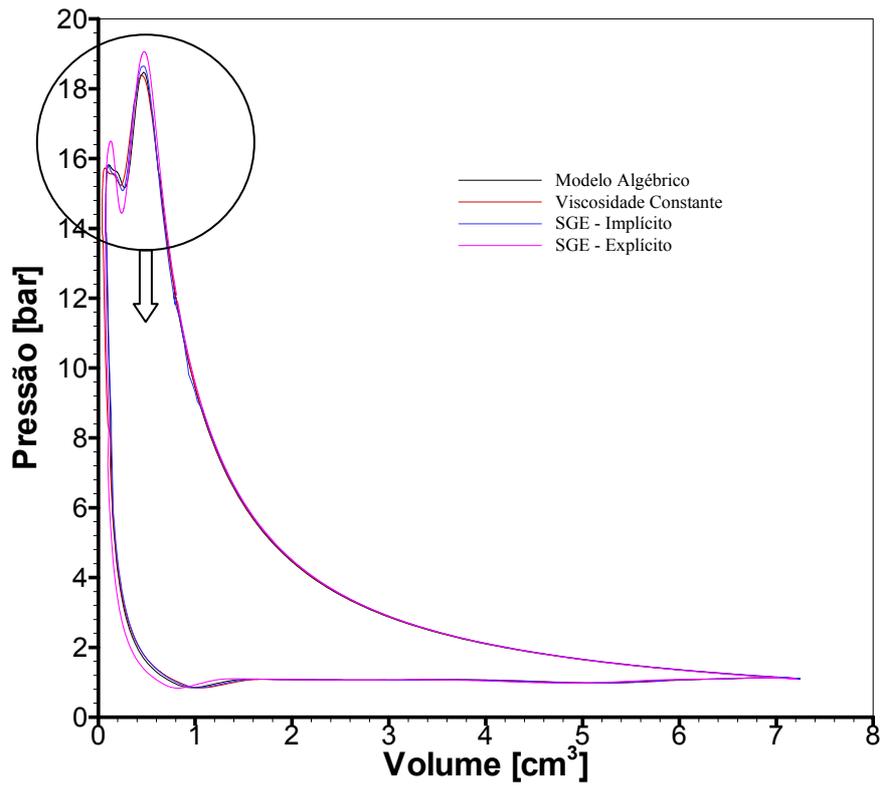


Fig. 5.18. Diagramas p - V dos modelos utilizados no presente trabalho.

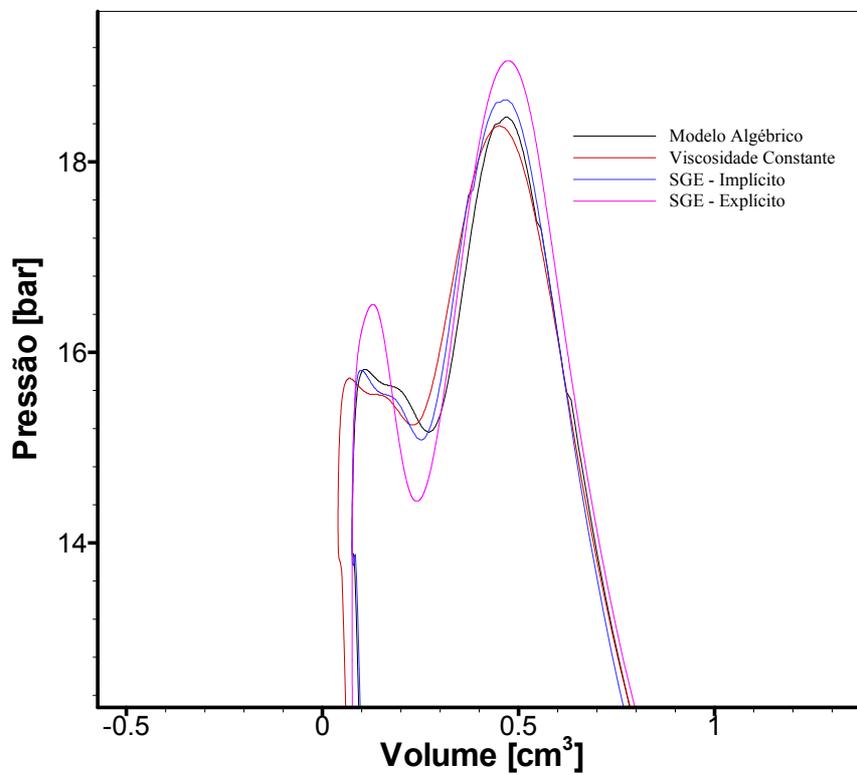


Fig. 5.19 Região de sobrepressão no cilindro.

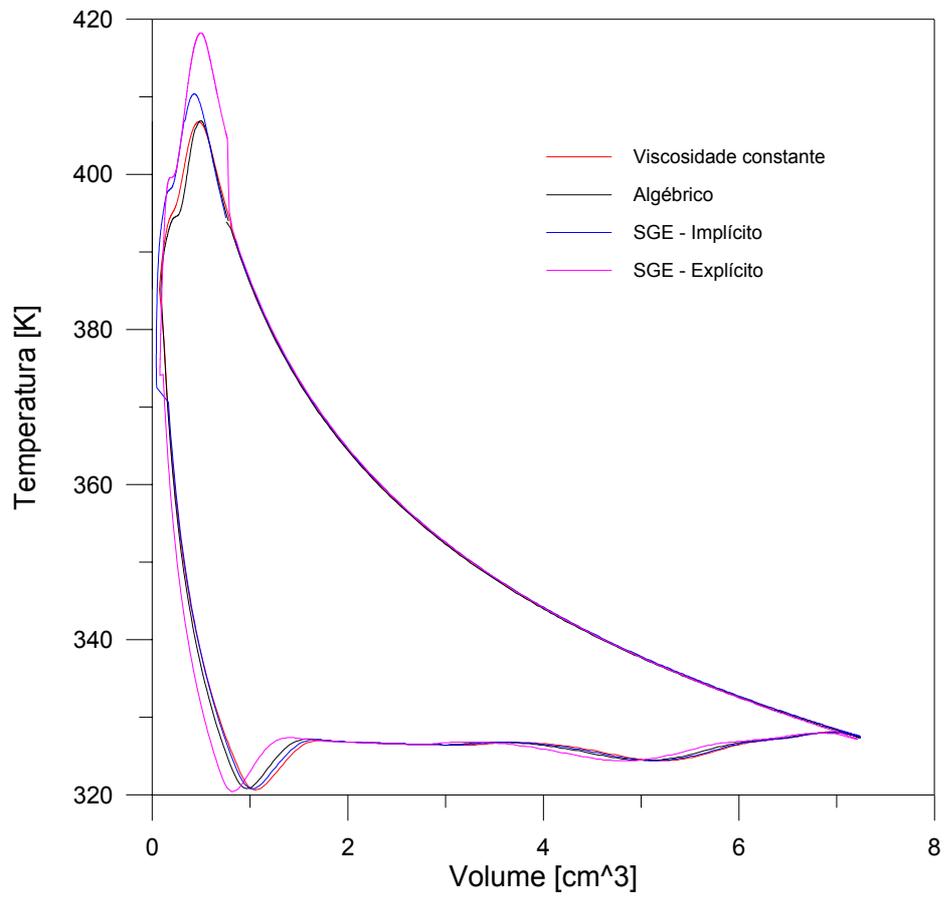


Fig. 5.20 Comparação dos diagramas T - V para os modelos simulados.

5.4 Dinâmica das Válvulas

Outro resultado muito importante para a análise do escoamento, é a sobreposição do resultado de pressão no cilindro com o comportamento dinâmico das válvulas. Fazendo desta forma, é possível visualizar o momento em que as válvulas abrem, e associar seus movimentos com a pressão média dentro da câmara de compressão. A Fig. 5.21 apresenta este resultado para o modelo de viscosidade constante. Pode-se notar a presença de dois picos de pressão. O primeiro é justificado pela força de colamento existente entre a válvula e o assento. Esta força ocorre geralmente devido à formação de uma película de fluido lubrificante entre os dois elementos supracitados, e que origina uma tensão superficial que precisa ser vencida pela pressão exercida pelo sistema. O segundo pico de pressão forma-se devido a características do escoamento que passa através da válvula. Durante a abertura da válvula de descarga, a pressão no interior do cilindro está bem elevada devido à sobrepressão da câmara, e continua a se elevar em função da ainda pequena abertura da válvula. Quando a válvula atinge valores maiores de abertura, a pressão começa a cair. Observando-se a Fig. 5.21, percebe-se que a única forma da pressão voltar a aumentar é através do atrito viscoso do escoamento entre o cabeçote e o pistão e através da válvula; neste último caso devido à palheta estar ainda aberta e próxima ao batente. A perda de carga imposta pelo atrito viscoso causa o segundo pico de pressão, que pode ser verificado em todos os modelo implementados (Fig. 5.22, Fig. 5.23 e Fig. 5.24).

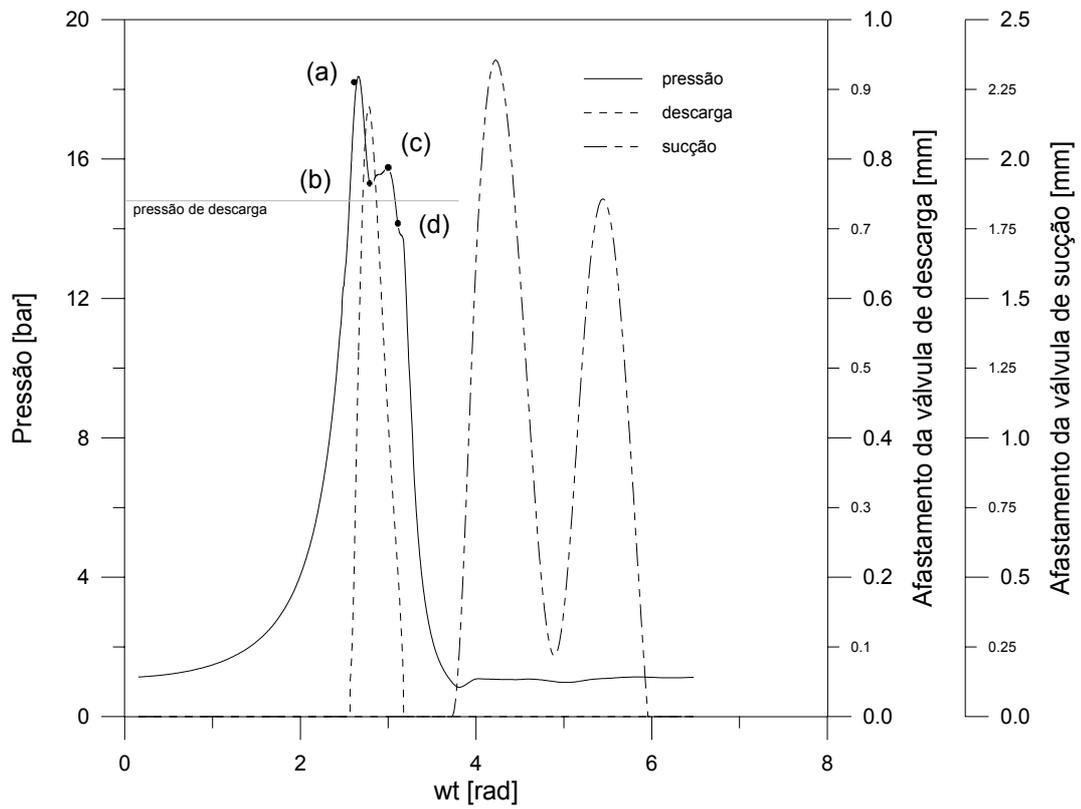


Fig. 5.21. Dinâmica das válvulas em função da pressão média dentro da câmara para o modelo à viscosidade constante.

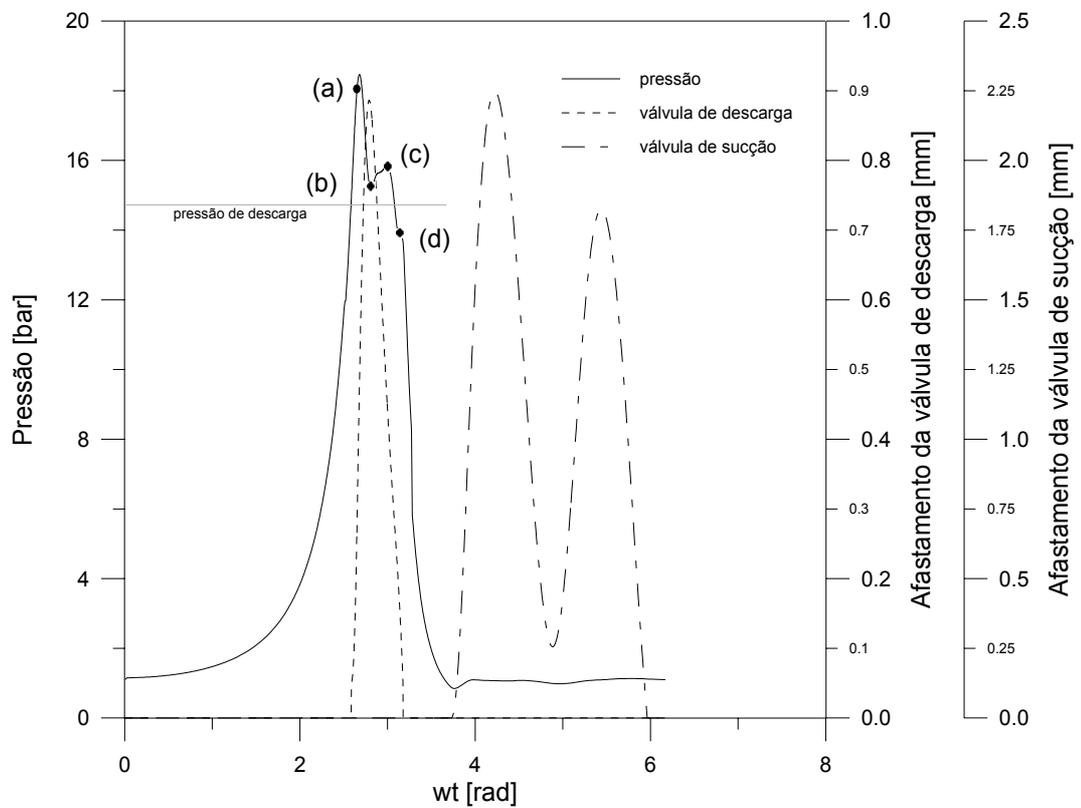


Fig. 5.22. Dinâmica das válvulas em função da pressão média dentro da câmara para o modelo algébrico.

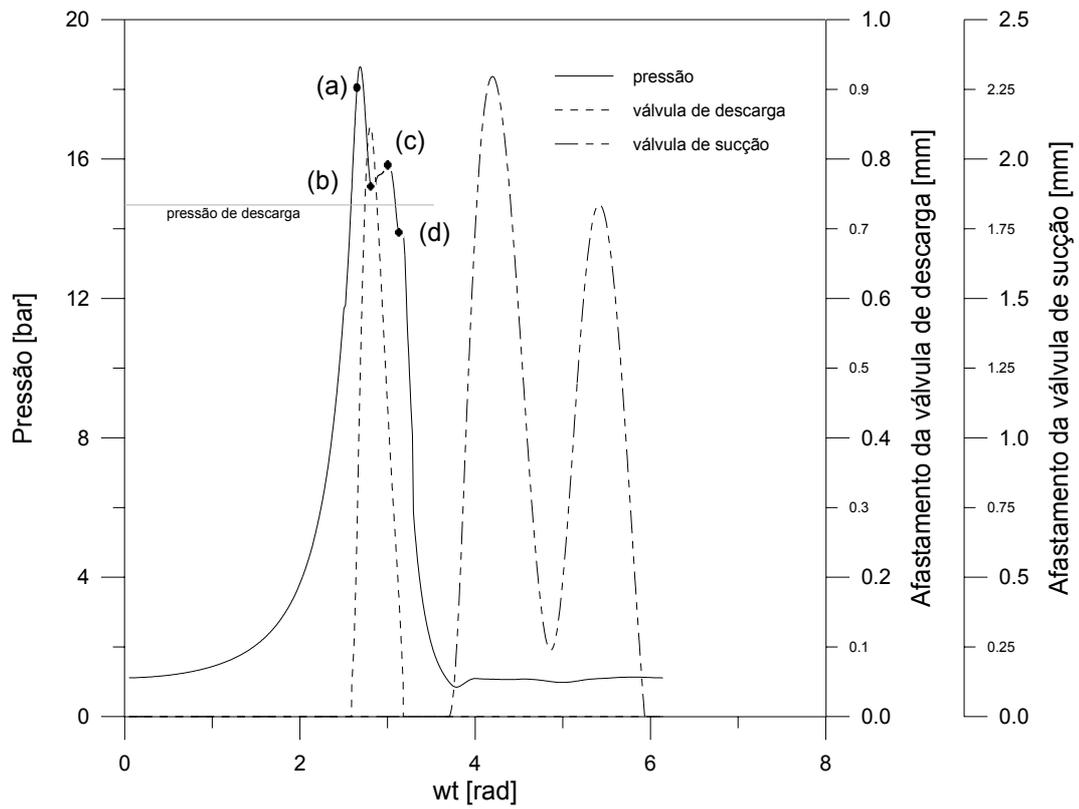


Fig. 5.23. Dinâmica das válvulas em função da pressão média dentro da câmara para o modelo de SGE totalmente implícito.

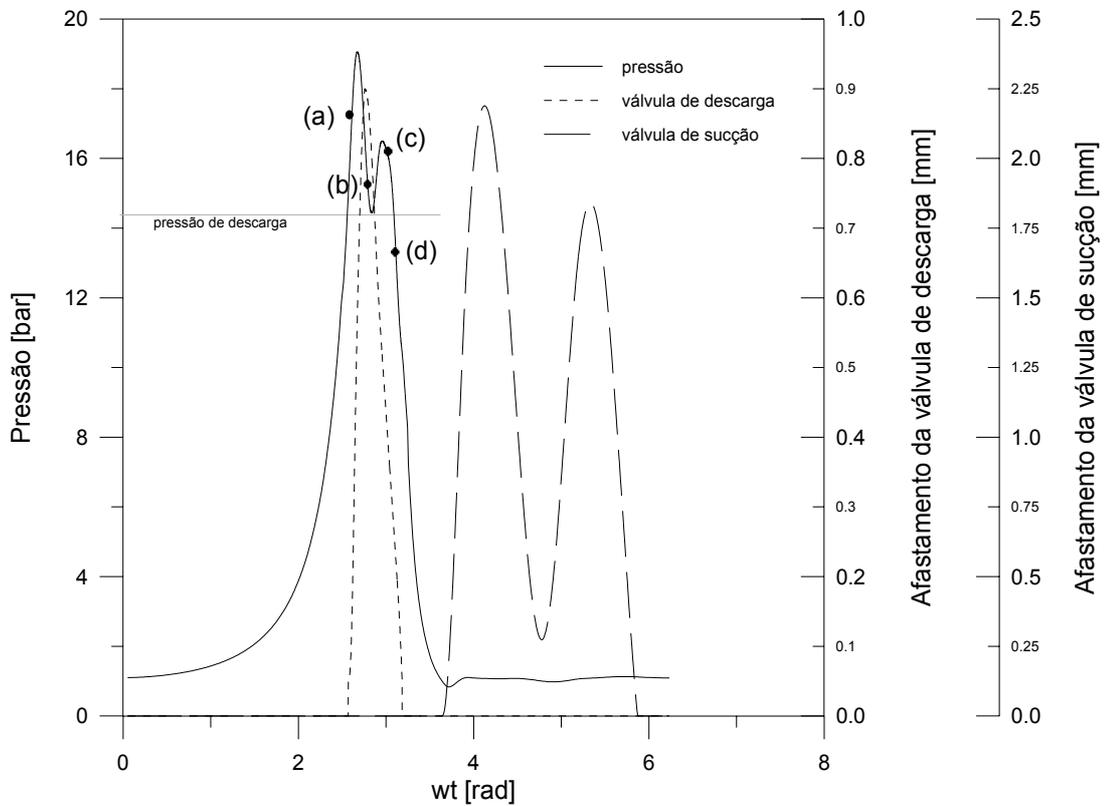


Fig. 5.24. Dinâmica das válvulas em função da pressão média dentro da câmara para o modelo de SGE semi-implícito.

5.5 Análise comparativa dos modelos

O objetivo geral deste trabalho é o de obter uma metodologia precisa para a simulação de compressores alternativos que tenha um custo computacional aceitável. Assim, além da necessidade de que os resultados concordassem com dados experimentais, a metodologia resultante deveria apresentar uma redução do tempo de processamento computacional que permitisse que o código se tornasse uma ferramenta de trabalho confiável e rápida. A tabela 5.1 apresenta o tempo de processamento computacional associado às diversas metodologias implementadas. Pode-se observar que a SGE, combinada com a formulação semi-explicita, fornece a alternativa mais promissora para a simulação do compressor.

Tabela 5.1. Tempo de processamento computacional das metodologias implementadas.

Modelo	Malha	Tempo CPU (h)
RNG k- ϵ (Matos, 2002)	80 x 90	150 (~ 6,2 dias)
Viscosidade constante ($\nu_t / \nu = 10$)	110 X 90	80 (~ 3,3 dias)
Viscosidade constante ($\nu_t / \nu = 25$)	110 X 90	78 (~ 3,2 dias)
Viscosidade constante ($\nu_t / \nu = 100$)	110 x 90	60 (~ 2,5 dias)
Algébrico	110 x 90	69 (~ 2,9 dias)
SGE - Totalmente Implícito	110 X 90	39 (~ 1,6 dias)
SGE – Semi Explícito	110 X 90	6 (~ 0,25 dia)

Para avaliar o código desenvolvido como ferramenta para a simulação de compressores, nada mais natural do que escolher as metodologias desenvolvidas em trabalhos anteriores. Por exemplo, o código RECIP desenvolvido por Ussyk (1984) é amplamente utilizado pela EMBRACO S.A. na simulação do funcionamento de compressores. Da mesma forma, o código REED desenvolvido por Matos (2002) é uma ferramenta CFD importante no estudo do esvaziamento do cilindro. Este trabalho simulou o funcionamento de um compressor com dimensões e características de um modelo produzido pela EMBRACO S.A., conforme especificações apresentadas no Apêndice B. As Figs. 5.25 a 5.27 comparam os diagramas p-V com os resultados obtidos por Matos (2002), Ussyk (1984) e dados experimentais. Os resultados numéricos referem-se ao quarto ciclo de compressão, a fim de garantir a periodicidade dos ciclos de compressão.

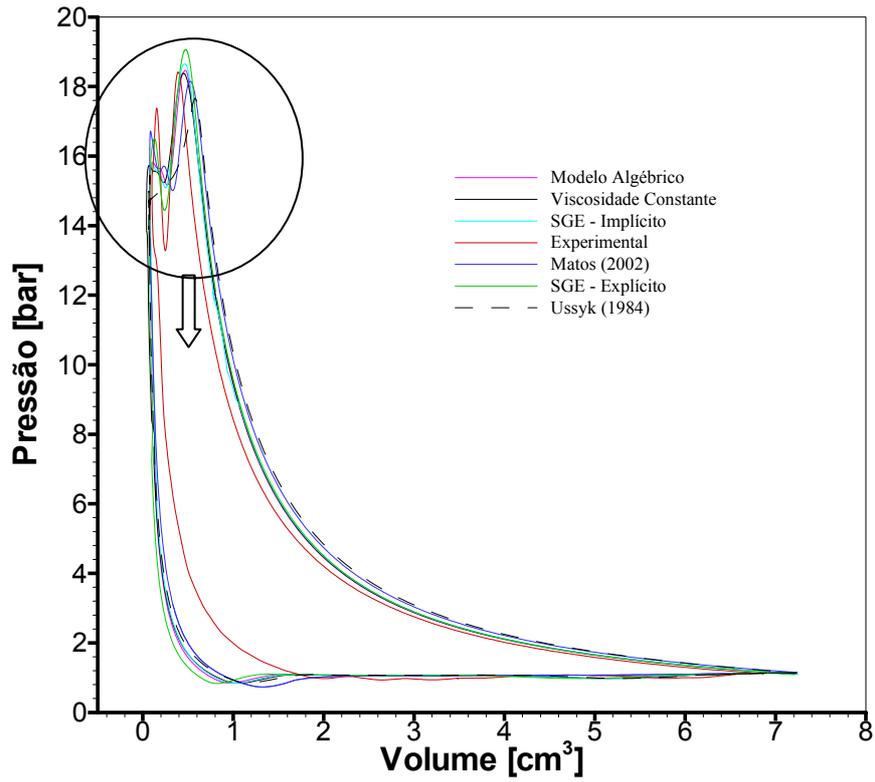


Fig. 5.25. Comparação dos diagrama p x V numérico e experimental.

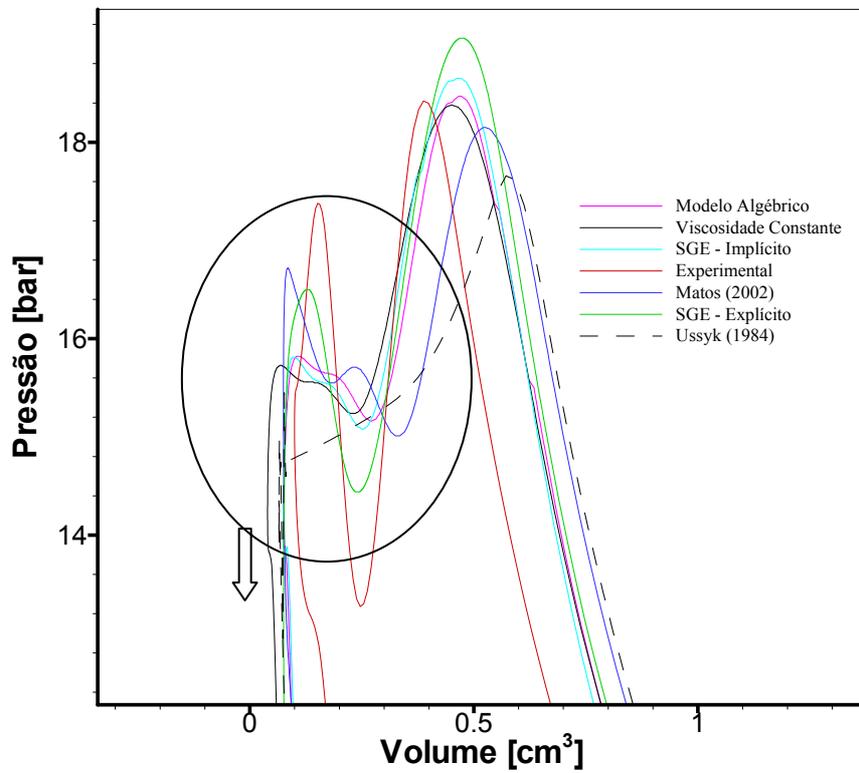


Fig. 5.26. Região de descarga no diagrama p x V.

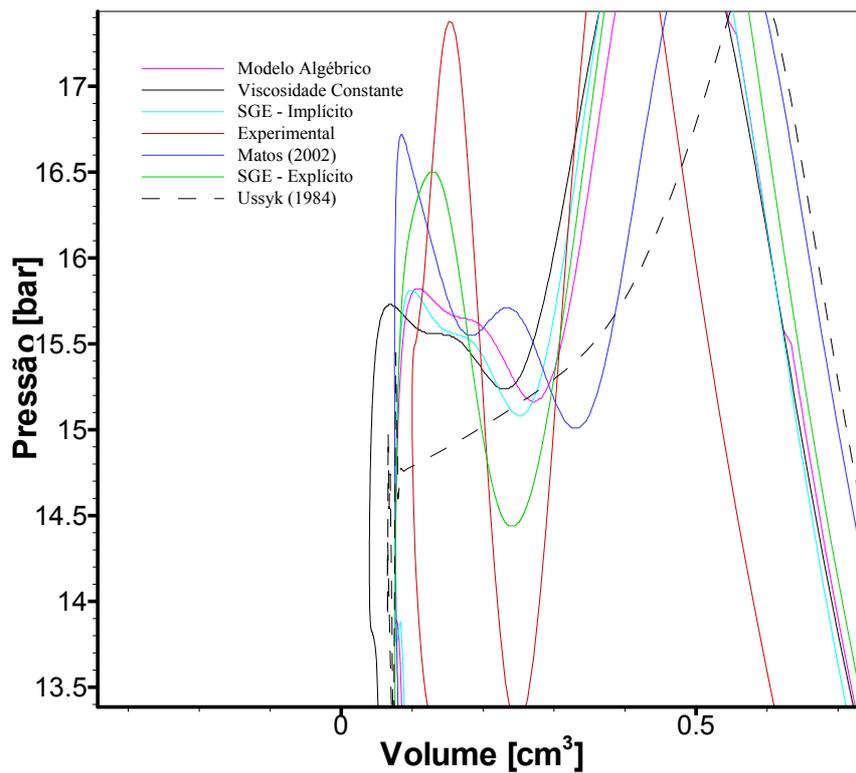


Figura 5.27. Detalhe dos segundos picos de pressão encontrados nos resultados numéricos.

A Fig. 5.28 mostra que a temperatura média no interior do cilindro, para o modelo de SGE totalmente implícito, apresenta resultados intermediários entre os resultados de Matos (2002) e de Ussyk (1984). Esta diferença deve-se ao fato de que a presente metodologia combina a formulação de Ussyk (1984) de um índice politrópico fixo para todo o ciclo de compressão, com a solução da equação da conservação da energia empregada por Matos (2002).

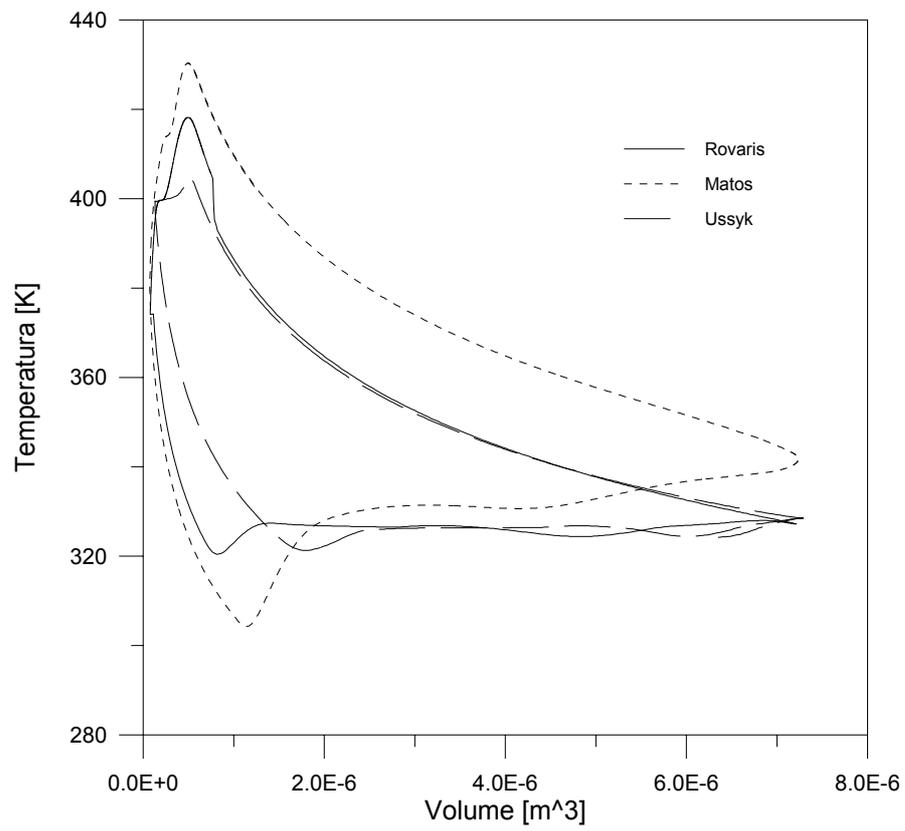


Fig. 5.28 Comparação entre os diagramas T - V de Ussyk, Matos e do presente trabalho.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou o desenvolvimento de uma metodologia para a simulação numérica de compressores, com especial atenção à solução da dinâmica de válvulas do tipo palheta. O procedimento emprega uma formulação integral para a análise do escoamento através da válvula de sucção e uma diferencial para o escoamento na válvula de descarga. A primeira contribuição do trabalho foi acoplar essas duas formulações tal que parte do ciclo de compressão possa ser resolvido de forma integral e outra com o nível de detalhamento associado à solução das equações governantes na forma diferencial.

A segunda contribuição se deu através de uma análise de diferentes modelos de turbulência e de técnicas numéricas que permitissem uma redução do custo de processamento computacional, sem no entanto prejudicar a qualidade dos resultados.

Com relação aos modelos de turbulência, pode-se afirmar que todos forneceram resultados satisfatórios no que diz respeito à consistência física, sendo que alguns são claramente menos dispendiosos computacionalmente.

Com base nos resultados, pode-se afirmar que a Simulação de Grandes Escalas, com o modelo de sub-malha de Smagorinsky, fornece resultados fisicamente. Características presentes neste tipo de escoamento, tais como os picos de pressão na câmara e a presença de refluxo, puderam ser evidenciadas por esta metodologia.

A utilização de uma formulação semi-implícita para a resolução das equações governantes do problema, em conjunto com a SGE, mostrou-se uma ferramenta de grande valor para este tipo de simulação, com uma redução drástica no custo computacional, permitindo a utilização do código com recursos computacionais relativamente modestos.

Para o prosseguimento do trabalho sugerem-se as seguintes atividades:

- i) Implementação de esquemas de discretização temporal de ordem superior, como por exemplo Adams-Bashforth de 2º ordem, a fim de fornecer resultados mais precisos;
- ii) Emprego outros modelos de turbulência sub-malha, como o modelo dinâmico, para a Simulação de Grandes Escalas;
- iii) Implementação de técnicas numéricas que visem à aceleração da convergência do procedimento iterativo, como correção por blocos e esquema Multigrid;

- iv) Implementação de uma técnica que permita que a malha computacional aumente ou diminua o número de volumes de controle de acordo com a região onde estão sendo resolvidas as equações, por exemplo na região do difusor e no cilindro;
- v) Aplicação da Primeira Lei da Termodinâmica na formulação integral, para se obter um equação para a conservação da energia, e assim, substituir o índice politrópico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CATTO, A. G. **Modelagem Numérica do Escoamento e de Transferência de Calor no Interior do Cilindro de um Compressor Alternativo**. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, SC, 1996.

CLARK, R. A.; FERZIGER, J. H.; REYNOLDS, W. C. **Evaluation of Sub-Grid-Scale Models Using an Accurately Simulated Turbulent-Flow**. Journal of Fluid Mechanics, vol. 91, p 1-16, 1979.

COSTAGLIOLA, M. **The Theory of Spring Loaded Valves for Reciprocating Compressor**. ASME Journal of Applied Mechanics, v. 17, n. 4, p. 415-420, 1950.

DEARDOFF, J. M. **A Numerical Study of Three-Dimensional Turbulent Channel Flow at large Reynolds Number**. Journal of Fluid Mechanics, vol. 41, p. 453-480, 1970.

DESCHAMPS, C. J. **Escoamento Laminar Através de Válvula de Compressores**. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, SC, 1987.

DESCHAMPS, C. J.; PRATA, A. T.; FERREIRA, R. T. S. **Turbulent Flow Through Reed Type Valves of Reciprocating Compressors**. ASME Int. Mech. Eng. Congress and Exhibition, Atlanta, v. 36, p. 151-161, 1996.

DESCHAMPS, C. J. **Modeling of Turbulent Flow Through Radial Diffuser**. I Escola de Primavera: Transição e Turbulência, Rio de Janeiro, RJ, v. 1, p. 21, 21 -25 set. 1998.

EL TAHRY, S. H. **Kappa-Epsilon-Equation Model for Compressible Reciprocating-Engine Flows**, Journal of Energy, v. 7, n. 4, p. 345-353, 1983.

FINDIKAKIS, A.N.; STREET, R. L. **Algebraic Model for Sub grid-Scale Turbulence in Stratified Flows**. Journal of Atmospheric Science, v. 36, p. 1934-1949, 1979.

HAYASE, T.; HUMPHREY, J. A. C.; GREIF, R. **A Consistently Formulated QUICK Scheme for Fast and Stable Convergence Using Finite-Volume Iterative Calculation Procedures**. Journal of Computational Physics, v. 98, p. 108-118, 1992.

KREYSZIG, E. **Advanced Engineering Mathematics**, John Wiley & Sons, Inc., 1993.

LAUNDER, B. E.; SPALDING, D. B. **Lectures in Mathematical Models of Turbulence**, Academic Press, London, 1972.

LILLY, D. K. **The Representation of Small-Scale Turbulence in Numerical Simulation Experiments**. Proc. of the IBM Scientific Computing Symposium on Environmental Sciences, Goldstine, H. H. ed., p 195-210, IBM Form n. 320-1951, 1967.

LOPES, M. N. **Uma Metodologia Numérica para a Análise do Comportamento Dinâmico de Válvulas tipo Palheta em Escoamentos Periódicos**. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, SC, 1996.

MACLAREN, J. F. T. **A Review of Simple Mathematical Models of Valves in Reciprocating Compressor**. Proc. Purdue Compressor Technology Conference, p. 180-187, 1972.

MACLAREN, J. F. T. **The Influence of Computers of Compressor Technology**. Proc. Purdue Compressor Technology Conference, p. 1-12, 1982.

MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional – Fundamentos e Coordenadas Generalizadas**. Rio de Janeiro, LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1995.

MARCONDES, F. **Solução Numérica do Problema Elíptico da Convecção Natural em Canais Abertos**. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, SC, 1988.

MATOS, F. F. S., PRATA, A. T., DESCHAMPS, C. J. **Numerical Analysis of the Dynamic Behavior of Plate Valves in Reciprocating Compressor**. International Conference on Compressor and Their Systems, p. 453-462, London, 1999.

MATOS, F. F. S., PRATA, A. T., DESCHAMPS, C. J. **A Numerical Methodology for the Analysis of Valve Dynamics**. Proceedings of the 2000 International Compressor Engineering Conference, p 383-390, v. I, Purdue, 2000.

MATOS, F. F. S., PRATA, A. T., DESCHAMPS, C. J. **Modeling of the Dynamics of Reed Type Valve**. Proceedings of the 4th International Conference on Compressors and Coolants, p. 24-31, Smolenice, 2001.

MATOS, F. F. S. **Análise Numérica do Comportamento Dinâmico de Válvulas Tipo Palheta em Compressores Alternativos**. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, SC, 2002.

MAYER, E. **Previsão Numérica do Ruído Gerado por Jatos Turbulentos**. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, SC, 2003.

ORZAG, S. A.; YAKHOT, V.; FLANNERY, W. S.; BOYSAN, F.; CHOUDHURY, D.; MARUSEWSKI, J.; PATEL, B. **Renormalization Group Modeling and Turbulence Simulations**. New-Wall Turbulent Flows, Elsevier Science Publisher, 1993.

PATANKAR, S. V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**. New York, Hemisphere Publishing Corporation, 1980.

PRANDTL, L. **Berich Über Untersuchungen Zur Ausgebildeten Turbulenz**. ZAMM, p. 5-136, 1925.

RECIP, 2001, Empresa Brasileira de Compressores S.A. (EMBRACO), Rua Rui Barbosa 1020, CEP 89219-901, Joinville, SC.

REED, 2002, Empresa Brasileira de Compressores S.A. (EMBRACO), Rua Rui Barbosa 1020, CEP 89219-901, Joinville, SC.

REYNOLDS, W. C. **Modeling of Fluid Motions in Engines** – An Introductory Overview, in: MATTAVI, J.N.; AMANN, C. A. (eds.), *Combustion Modeling in Reciprocating engines*, Plenum Press, p. 41-68, 1980.

SALINAS, C. D. A., DESCHAMPS, C. J., PRATA, A. T. **Turbulent Flow through a Valve with Inclined Reeds**. International Conference on Compressor and Their Systems, p. 443-452, London, 1999.

SALINAS, C. D. A. **Análise Numérica do Escoamento Turbulento em Válvulas Automáticas de Compressores**, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, SC, 2001.

SASANO, H.; YAMAMOTO, K.; KUBOTA, A.; OGAWA, K.; SASAKI, K. **Efficiency Improvement of Reciprocating Compressor by the Optimal Designs**. International Compressor Technique Conference, p. 37-42, Japan, 1997.

SHAANAN, S.; FERZIGER, J. H.; REYNOLDS, W. C. **Numerical Simulation of Turbulence in Presence of Shear**. Rep. TF-6, Dept. Mechanical Engineering Stanford University, 1975.

SILVEIRA NETO, A.; GRAND, D.; METAIS, O.; LESIUR, M. **A Numerical Investigation of the Coherent Structures of Turbulence Behind a Backward-Facing Step**. International Journal of Fluid Mechanics, v. 256, p. 1-25, 1993.

SMAGORINSKY, J. S. **General Circulation Experiments with the Primitive Equations: I. The Basic Experiment**. Mon. Weath. Rev., 91, 99-163, 1963.

STOECKER, W. F., JONES, J. W. **Refrigeração e Ar Condicionado**. Editora McGraw-Hill do Brasil, São Paulo, 1985.

TRELLA, T. J.; SOEDEL, W. **Effect of Valve Port Gas Inertia on Valve Dynamics – Part I: Simulation of Poppet Valve**. Proc. Purdue Compressor Technology Conference, p. 190, 1974.

TRELLA, T. J.; SOEDEL, W. **Effect of Valve Port Gas Inertia on Valve Dynamics – Part II: Simulation of Poppet Valve**. Proc. Purdue Compressor Technology Conference, p. 190, 1974.

USSYK, M. S. **Simulação Numérica do Desempenho de Compressores Herméticos Alternativos**. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, SC, 1984.

VAN DOORMAAL, J. P.; RAITHBY, G. D. **Enhancements of the Simple Method for Predicting Incompressible Fluid Flows**. Numerical Heat Transfer, v. 7, p. 147-163, 1984.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics**. Longman Scientific & Technical, 1995.

WATKINS, A. P. **Flow and Heat Transfer in Piston/Cylinder Assemblies**. PhD. Thesis, University of London, Imperial College of Science and Technology, 1977.

APÊNDICES

APÊNDICE 1

CÁLCULO DA POSIÇÃO E VELOCIDADE DO PISTÃO NA DIREÇÃO AXIAL

O presente trabalho considera que os movimentos na direção radial (Y_1) são pequenos quando comparados com os da direção axial (X_1), desta forma, assume-se movimento unidimensional do pistão.

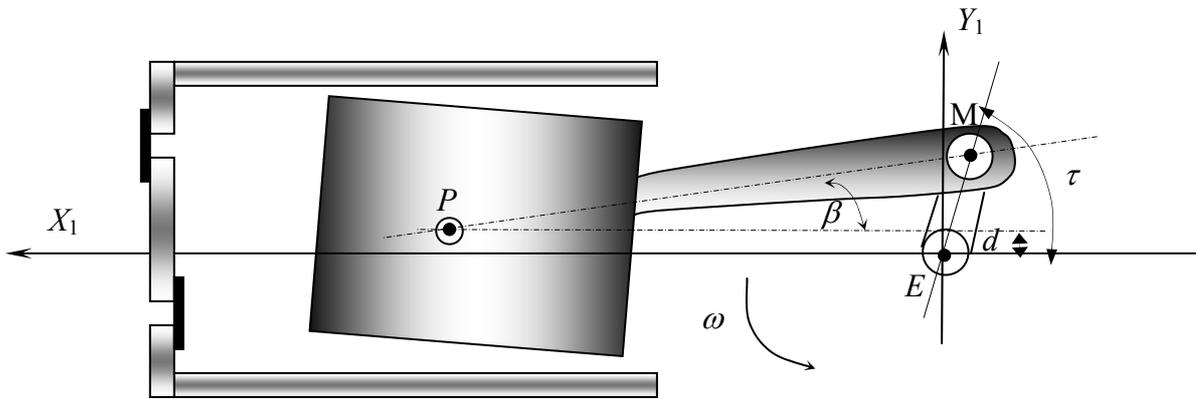


Figura A.1. Sistema de coordenadas utilizado para o cálculo da velocidade e da posição do pistão.

Inicialmente define-se um sistema de referência fixo no eixo de manivela, (X_1, Y_1, Z_1), com vetores unitários correspondentes aos eixos e definidos por \hat{i} , \hat{j} e \hat{k} , respectivamente, conforme Fig. A.1. O vetor unitário correspondente à direção Z_1 , \hat{k} , é perpendicular ao plano (X_1, Y_1), com o sentido de fora para dentro.

A posição do pistão é dada por:

$$\vec{r}_P = \vec{r}_M + \vec{r}_{PM} \quad (\text{A.1.1})$$

onde \vec{r}_M é o vetor posição do ponto M e \vec{r}_{PM} , o vetor posição do ponto P em relação a M .

Decompondo dos vetores nas direções X_1, Y_1 tem-se, para \vec{r}_P :

$$\vec{r}_P = X_1 \hat{i} + d \hat{j}, \quad (\text{A.1.2})$$

onde X_1 é a posição do ponto P no eixo X_1 . E para \vec{r}_M , tem-se:

$$\vec{r}_M = C_{ME} \left(-\cos\tau \cdot \hat{i} + \text{sen}\tau \cdot \hat{j} \right), \quad (\text{A.1.3})$$

onde C_{ME} é igual à distância \overline{ME} , e \vec{r}_{PM} pode ser escrito como:

$$\vec{r}_{PM} = -C_{MP} \left(-\cos\beta \cdot \hat{i} + \text{sen}\beta \cdot \hat{j} \right), \quad (\text{A.1.4})$$

onde C_{MP} é a distância \overline{MP} . Rearranjando a Eq. A.1.1., e fazendo uso das Eqs. A.1.2., A.1.3. e A.1.4., tem-se:

$$X_1 \hat{i} + d \hat{j} = C_{ME} \left(-\cos\tau \cdot \hat{i} + \text{sen}\tau \cdot \hat{j} \right) - C_{MP} \left(-\cos\beta \cdot \hat{i} + \text{sen}\beta \cdot \hat{j} \right). \quad (\text{A.1.5})$$

Somando-se separadamente os termos nas direções X_1 e Z_1 na Eq. A.1.5, tem-se, para a direção Y_1 :

$$d = C_{ME} \text{sen}\tau - C_{MP} \text{sen}\beta, \quad (\text{A.1.6})$$

e para a direção X_1 ,

$$X_1 = -C_{ME} \cos\tau + C_{MP} \cos\beta. \quad (\text{A.1.7})$$

Da Eq.A.1.6., tem-se que:

$$C_{MP} \text{sen}\beta = C_{ME} \text{sen}\tau - d. \quad (\text{A.1.8})$$

Por Pitágoras, tem-se:

$$(C_{MP} \cos\beta)^2 = C_{MP}^2 - (C_{ME} \text{sen}\tau - d)^2. \quad (\text{A.1.9})$$

Substituindo o termo $C_{MP} \cos\beta$ da Eq. A.1.9. na Eq. A.1.7., obtém-se:

$$X_1 = -C_{ME} \cos \tau + \left[C_{MP}^2 - (C_{ME} \sin \tau - d)^2 \right]^{1/2}. \quad (\text{A.1.10})$$

A Eq. A.1.10. foi deduzida para o sistema de coordenadas (X_1, Y_1) . Para se utilizar o sistema (x, r) , usa-se a seguinte expressão:

$$\delta_3 = X_{PMS} + C_{PMS} - X_1, \quad (\text{A.1.11})$$

onde δ_3 é a distância entre o cabeçote e o pistão, X_{PMS} é distância do ponto morto superior ao topo do cilindro, e C_{PMS} é distância do ponto morto superior ao eixo da manivela.

Substituindo a Eq. A.1.10. na Eq. A.1.11., e fazendo $\tau = 2\pi N t$, tem-se a posição δ_3 do pistão no sistema (x, r) de acordo com a seguinte expressão:

$$\delta_3(t) = C_{PMS} - \left\{ \left[C_{MP}^2 - (C_{ME} \sin 2\pi N t - d)^2 \right]^{1/2} - C_{ME} \cos 2\pi N t \right\} + X_{PMS}. \quad (\text{A.1.12})$$

E para o cálculo da velocidade do pistão, deriva-se a Eq. A.1.12. em função do tempo, e chega-se a:

$$u_p = 2\pi N \cdot C_{ME} \left\{ \begin{array}{l} \cos(2\pi N t) [C_{ME} \sin(2\pi N t) - d] \left[C_{MP}^2 - (C_{ME} \sin(2\pi N t) - d)^2 \right]^{-1/2} + \\ - \sin(2\pi N t) \end{array} \right\}. \quad (\text{A.1.13})$$

APÊNDICE 2

PARÂMETROS UTILIZADOS PARA A SIMULAÇÃO

Tabela A.2. Parâmetros utilizados para a simulação do compressor.

Diâmetro do cilindro	D_{cil}/d	4,5
Excentricidade	CME/d	1,8
Comprimento da biela	CMP/d	9,088
Afastamento entre os eixos pistão-rotor	d_a/d	0,4
Afastamento mínimo entre o pistão e o cabeçote	$XPMS/d$	0,02
Rotação		3520 [rpm]
Pressão de descarga	P_{des}	1,4701 [MPa]
Pressão de sucção	p_{suc}	115,22 [kPa]
Temperatura de descarga	T_{des}	353,15 [K]
Temperatura de sucção	T_{suc}	328,5 [K]
Propriedades do Gás R134a		
Constante do gás	R	89,6 [J/kg.K]
Calor específico do gás	c_p	970 [J/kg.K]
Viscosidade molecular do gás	μ	$1,667 \times 10^{-5}$ [Pa.s]
Condutibilidade térmica do gás	κ	0,01879 [W/m.K]
Válvula de Descarga		
Diâmetro do orifício de passagem	d	5 [mm]
Comprimento do orifício de passagem	e	1,6 [mm]
Relação de diâmetros	D/d	1,5
Altura do booster		0,3 [mm]
Altura do batente		0,9 [mm]
Força de colamento	F_0	2 [N]
Rigidez da válvula antes do booster (depois)	K	300 [N/m] (2 800 [N/m])
Frequência natural de vibração no primeiro modo antes do tocar o booster (depois)	f_n	250 [Hz] (550 [Hz])
Razão de amortecimento		0,999

Válvula de sucção		
Diâmetro do orifício de passagem		6,383 [mm]
Rigidez da válvula	K_s	385 [N/m]
Frequência natural de vibração no primeiro modo	f_n	321 [Hz]
Força de colamento	F_0	1 [N]
Razão de amortecimento		0,425