

LUIS CARLOS SEELBACH

**ESTUDOS SOBRE DETALHAMENTO  
AUTOMÁTICO DE VIGAS DE CONCRETO  
ARMADO**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Área de Estruturas, Universidade Federal de Santa Catarina.  
Orientador Prof. Dr. Daniel D. Loriggio

Florianópolis  
2004

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**ESTUDOS SOBRE DETALHAMENTO AUTOMÁTICO DE  
VIGAS DE CONCRETO ARMADO**

**Luis Carlos Seelbach**

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina para  
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil - Área de Estruturas.  
Orientador: **Prof. Dr. Daniel D. Loriggio**

Florianópolis, junho de 2004.

# **ESTUDOS SOBRE DETALHAMENTO AUTOMÁTICO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO**

**LUIS CARLOS SEELBACH**

Esta dissertação foi julgada para obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, especialidade ENGENHARIA CIVIL e aprovada em sua forma final pelo programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.

---

Prof.Dr Daniel Domingues Loriggio (Orientador)

---

Profa. Henriette Lebre La Rovere, Phd (Coordenadora do Curso)

## **COMISSÃO EXAMINADORA**

---

Profa. Dra. Ângela do Valle (UFSC)

---

Prof. Dr. João Carlos Della Bella (USP)

---

Prof. Dr. Narbal Ataliba Marcelino (UFSC)

Florianópolis, 25 de junho de 2004.

## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	05
LISTA DE TABELAS.....	08
LISTA DAS PRINCIPAIS NOTAÇÕES.....	09
RESUMO.....	12
ABSTRACT.....	13
1. INTRODUÇÃO.....	14
2. DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO DE VIGAS, DE CONCRETO ARMADO, SEGUNDO A NBR 6118.....	17
2.1. Cálculo dos Esforços Internos Solicitantes.....	17
2.1.1. Método dos Esforços.....	17
2.1.2. Método dos Deslocamentos.....	18
2.2. Pré-Dimensionamento da Seção Transversal de Vigas.....	20
2.3. Dimensionamento da Armadura Longitudinal.....	21
2.3.1. Flexão Simples.....	26
2.4. Disposições Construtivas.....	32
2.5. Detalhamento da Armadura Longitudinal.....	38
2.5.1. Ancoragem e Emendas das Barras.....	38
2.5.2. Distribuição Longitudinal da Armadura.....	43
2.6. Dimensionamento da Armadura Transversal.....	46
2.6.1. Analogia Clássica de Treliça.....	46
2.6.2. Analogia Generalizada de Treliça.....	48
2.6.3. Tipos de Ruptura.....	51
2.6.4. Modelo de Bielas e Tirantes.....	52
2.6.5. Dimensionamento de Armadura Transversal Segundo a NBR 6118/2003.....	54
2.6.6. Disposições Construtivas.....	56
2.7. Detalhamento da Armadura Transversal.....	58
2.7.1. Tipos de Armaduras Transversais.....	58
2.7.2. Distribuição da Armadura Transversal no Interior dos Tramos das Vigas.....	59
3. PROCEDIMENTOS DE DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO AUTOMÁTICO.....	61
3.1. Apresentação de Alguns Programas de Cálculo Estrutural Existentes.....	62
3.1.1. Entrada de Dados nos Programas Eberick e CAD/TQS.....	62
3.1.2. Configuração dos Programas.....	63
3.1.3. Apresentação dos Resultados.....	67
3.2. Apresentação do Programa VigaCalc.....	67
3.2.1. Tela Principal.....	68
3.2.2. Entrada de Dados.....	70
3.2.3. Configuração dos Parâmetros.....	73
3.2.4. Cálculo dos Esforços Internos Solicitantes.....	75
3.2.5. Dimensionamento da Armadura Longitudinal e Transversal.....	79

3.2.6. Apresentação dos Resultados do Dimensionamento.....	83
3.2.7. Detalhamento da Seção.....	87
4. EXEMPLOS E COMPARAÇÕES.....	92
4.1. Exemplo 1.....	93
4.2. Exemplo 2.....	105
4.3. Exemplo 3.....	111
4.4. Exemplo 4.....	126
4.5. Exemplo 5.....	145
4.6. Exemplo 6.....	150
4.7. Exemplo 7.....	157
5. CONCLUSÕES e RECOMENDAÇÕES.....	163
6. ANEXOS.....	167
6.1. Anexo A – Resultados Obtidos no Estudo da Influência da Armadura de Compressão Sobre a Abertura de Fissuras.....	167
6.1.1. Viga 1.....	167
6.1.2. Viga 2.....	168
6.1.3. Viga 3.....	168
6.1.4. Viga 4.....	169
6.1.5. Viga 5.....	169
6.1.6. Viga 6.....	170
6.1.7. Viga 7.....	170
6.1.8. Viga 8.....	171
6.1.9. Viga 9.....	171
6.1.10. Viga 10.....	172
6.1.11. Viga 11.....	172
6.1.12. Viga 12.....	173
6.1.13. Viga 13.....	173
6.1.14. Viga 14.....	174
6.1.15. Viga 15.....	174
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	176
8. BIBLIOGRAFIA.....	178

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	- Exemplo estrutura – Método dos Esforços.....	18
Figura 2.2	- Exemplo estrutura – Método dos Deslocamentos.....	19
Figura 2.3	- Domínios de deformação.....	23
Figura 2.4	- Compatibilidade das deformações.....	27
Figura 2.5	- Viga de seção retangular e diagrama de tensões na seção solicitada – Armadura Simples.....	28
Figura 2.6	- Viga de seção retangular e diagrama de tensões na seção solicitada – Armadura Dupla.....	31
Figura 2.7	- Distância do Centro de Gravidade das Armaduras até o ponto da seção da armadura mais afastada da linha neutra.....	33
Figura 2.8	- Espaçamento entre barras longitudinais.....	34
Figura 2.9	- Concreto de envolvimento da armadura.....	36
Figura 2.10	- Geometria dos Ganchos.....	40
Figura 2.11	- Diagrama de momento fletor e distribuição da armadura longitudinal.....	43
Figura 2.12	- Detalhe comprimento de ancoragem – Processo Exato.....	44
Figura 2.13	- Detalhe comprimento de ancoragem – Processo Simplificado.....	45
Figura 2.14	- Treliça clássica de Morsch (diagonais comprimidas e estribos verticais).....	47
Figura 2.15	- Treliça clássica de Morsch (diagonais comprimidas e estribos inclinados).....	48
Figura 2.16	- Mecanismos alternativos de resistência à força cortante.....	49
Figura 2.17	- Efeito de arco.....	50
Figura 2.18	- Tipos de Ruptura.....	52
Figura 2.19	- Regiões contínuas e descontínuas.....	53
Figura 3.1	- Tela de Configuração para os Elementos do Projeto.....	64
Figura 3.2	- Tela de Configuração de Vigas – Detalhamento.....	64
Figura 3.3	- Tela de Configuração do Pavimento.....	65
Figura 3.4	- Tela de Configuração de Bitolas das Vigas.....	65
Figura 3.5	- Tela Edição dos Critérios de Desenho.....	66
Figura 3.6	- Tela Edição dos Critérios de Projeto.....	67
Figura 3.7	- Tela Inicial do Programa VigaCalc.....	68
Figura 3.8	- Tela Inicial da Entrada de Dados.....	70
Figura 3.9	- Tela da Entrada de Dados.....	71
Figura 3.10	- Esquema da viga exemplo.....	72
Figura 3.11	- Tela de Configuração.....	73
Figura 3.12	- Tela de Configuração Aço Armadura Longitudinal e Aço Armadura Transversal.....	75
Figura 3.13	- Tela de Listagem dos Dados dos Diagramas de Esforços Solicitantes .....	77
Figura 3.14	- Tela de Visualização dos Diagramas de Esforços Internos Solicitantes.....	78
Figura 3.15	- Tela de Visualização da Listagem dos Esforços Internos Solicitantes.....	79
Figura 3.16	- Representação da Distribuição dos Estribos.....	83
Figura 3.17	- Tela de Visualização da Listagem dos Resultados.....	84

Figura 3.18	- Tela de Visualização da Listagem dos Resultados Parciais.....	85
Figura 3.19	- Tela de Visualização da Armadura Seleccionada.....	86
Figura 3.20	- Tela de Visualização do Detalhamento.....	87
Figura 3.21	- Tela de Visualização do Detalhamento da Seção Transversal.....	88
Figura 4.1	- Dimensões e Carregamentos da Viga do Exemplo 1.....	94
Figura 4.2	- Gráficos Comparativos de Asw da Viga 01 – Apoio Esquerdo ( $f_{ck}$ 20MPa).....	96
Figura 4.3	- Gráficos Comparativos de Asw da Viga 01 – Apoio Direito ( $f_{ck}$ 20MPa).....	97
Figura 4.4	- Gráficos Comparativos Variação $f_{ck}$ Viga 01 – Apoio Esquerdo..	98
Figura 4.5	- Gráficos Comparativos Variação $f_{ck}$ Viga 01 – Apoio Direito.....	99
Figura 4.6	- Detalhamento Viga 01, realizado pelo VigaCalc.....	102
Figura 4.7	- Detalhamento Viga 01, realizado pelo Eberick.....	103
Figura 4.8	- Detalhamento Viga 01, realizado pelo CAD/TQS.....	104
Figura 4.9	- Dimensões e Carregamentos da Viga do Exemplo 2.....	105
Figura 4.10	- Detalhamento Viga 02, realizado pelo VigaCalc.....	108
Figura 4.11	- Detalhamento Viga 02, realizado pelo Eberick.....	109
Figura 4.12	- Detalhamento Viga 02, realizado pelo CAD/TQS.....	110
Figura 4.13	- Dimensões e Carregamentos da Viga do Exemplo 3.....	111
Figura 4.14	- Gráfico Comparativo de Peso Total das Vigas 03.....	114
Figura 4.15	- Detalhamento Viga 03.1, realizado pelo VigaCalc.....	115
Figura 4.16	- Detalhamento Viga 03.2, realizado pelo VigaCalc.....	116
Figura 4.17	- Detalhamento Viga 03.3, realizado pelo VigaCalc.....	117
Figura 4.18	- Detalhamento Viga 03.4, realizado pelo VigaCalc.....	118
Figura 4.19	- Detalhamento Viga 03.5, realizado pelo VigaCalc.....	119
Figura 4.20	- Detalhamento Viga 03.6, realizado pelo VigaCalc.....	120
Figura 4.21	- Detalhamento Viga 03.7, realizado pelo VigaCalc.....	121
Figura 4.22	- Detalhamento Viga 03.8, realizado pelo VigaCalc.....	122
Figura 4.23	- Detalhamento Viga 03.9, realizado pelo VigaCalc.....	123
Figura 4.24	- Detalhamento Viga 03, realizado pelo Eberick.....	124
Figura 4.25	- Detalhamento Viga 03, realizado pelo CAD/TQS.....	125
Figura 4.26	- Dimensões e Carregamentos da Viga do Exemplo 4.....	126
Figura 4.27	- Gráfico Comparativo de Peso Total das Vigas 04.....	128
Figura 4.28	- Detalhamento Viga 04.1, realizado pelo VigaCalc.....	131
Figura 4.29	- Detalhamento Viga 04.2, realizado pelo VigaCalc.....	132
Figura 4.30	- Detalhamento Viga 04.3, realizado pelo VigaCalc.....	133
Figura 4.31	- Detalhamento Viga 04.4, realizado pelo VigaCalc.....	134
Figura 4.32	- Detalhamento Viga 04.5, realizado pelo VigaCalc.....	135
Figura 4.33	- Detalhamento Viga 04.6, realizado pelo VigaCalc.....	136
Figura 4.34	- Detalhamento Viga 04.7, realizado pelo VigaCalc.....	137
Figura 4.35	- Detalhamento Viga 04.8, realizado pelo VigaCalc.....	138
Figura 4.36	- Detalhamento Viga 04.9, realizado pelo VigaCalc.....	139
Figura 4.37	- Detalhamento Viga 04.10, realizado pelo VigaCalc.....	140
Figura 4.38	- Detalhamento Viga 04.11, realizado pelo VigaCalc.....	141
Figura 4.39	- Detalhamento Viga 04.12, realizado pelo VigaCalc.....	142
Figura 4.40	- Detalhamento Viga 04, realizado pelo Eberick.....	143
Figura 4.41	- Detalhamento Viga 04, realizado pelo CAD/TQS.....	144
Figura 4.42	- Dimensões e Carregamentos da Viga do Exemplo 5.....	145
Figura 4.43	- Gráficos Comparativos Relação x/d Viga 05.....	147

Figura 4.44	- Gráficos Comparativos Relação $x/d$ Viga 05 – Armadura Total...	148
Figura 4.45	- Dimensões e Carregamentos da Viga do Exemplo 6.....	150
Figura 4.46	- Gráficos Comparativos de $A_{sw}$ da Viga 06 – $b= 15\text{cm}$ , $q= 40$ $\text{kN/m}$ , $f_{ck}$ 20 MPa.....	151
Figura 4.47	- Gráficos Comparativos de $A_{sw}$ da Viga 06 – $b= 15\text{cm}$ , $q= 40$ $\text{kN/m}$ , $f_{ck}$ 35 MPa.....	151
Figura 4.48	- Gráficos Comparativos de $A_{sw}$ da Viga 06 – $b= 15\text{cm}$ , $q= 40$ $\text{kN/m}$ , $f_{ck}$ 50 MPa.....	152
Figura 4.49	- Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 06 – base 15 cm .....	153
Figura 4.50	- Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 06 – base 20 cm.....	154
Figura 4.51	- Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 06 – base 25 cm.....	154
Figura 4.52	- Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 06 – base 30 cm.....	155
Figura 4.53	- Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 06 – base 35 cm.....	155
Figura 4.54	- Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 06 – $q = 20\text{kN/m}$ ....	156
Figura 4.55	- Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 06 – $q = 70\text{kN/m}$ ....	156
Figura 4.56	- Dimensões e Carregamentos da Viga do Exemplo 7.....	157
Figura 4.57	- Gráficos Comparativos de $A_{sw}$ da Viga 07 – $b= 15\text{cm}$ , $P= 80$ $\text{kN}$ , $f_{ck}$ 20 MPa.....	158
Figura 4.58	- Gráficos Comparativos de $A_{sw}$ da Viga 07 – $b= 15\text{cm}$ , $P= 80$ $\text{kN}$ , $f_{ck}$ 35 MPa.....	158
Figura 4.59	- Gráficos Comparativos de $A_{sw}$ da Viga 07 – $b= 15\text{cm}$ , $P= 80$ $\text{kN}$ , $f_{ck}$ 50 MPa.....	159
Figura 4.60	- Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 07 – base 15 cm.....	159
Figura 4.61	- Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 07 – base 20 cm.....	160
Figura 4.62	- Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 07 – base 25 cm.....	160
Figura 4.63	- Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 07 – $P = 60 \text{ kN}$ .....	161
Figura 4.64	- Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 07 – $P = 80 \text{ kN}$ .....	161
Figura 4.65	- Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 07 – $P = 150 \text{ kN}$ .....	162



## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	- Coeficientes de majoração das cargas.....	24
Tabela 2.2	- Coeficientes de minoração das resistências.....	24
Tabela 2.3	- Coeficientes de ponderação.....	25
Tabela 2.4	- Valores da taxa de armadura mínima.....	32
Tabela 2.5	- Correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento mínimo.....	35
Tabela 2.6	- Diâmetro interno dos ganchos.....	41
Tabela 2.7	- Diâmetro interno dos ganchos dos estribos.....	41
Tabela 2.8	- Limite de barras emendadas numa mesma seção.....	42
Tabela 2.9	- Valores do coeficiente $\alpha_{ot}$ .....	42
Tabela 3.1	- Listagem de Botões da Tela Principal com suas respectivas funções.....	69
Tabela 4.1	- Configurações Originais do VigaCalc.....	92
Tabela 4.2	- Resultados Armadura Longitudinal – Viga 01.....	94
Tabela 4.3	- Resultados Armadura Transversal – Viga 01.....	95
Tabela 4.4	- Resultados Armadura Transversal com variação $f_{ck}$ – Viga 01....	97
Tabela 4.5	- Valores Obtidos pelos Programas – Viga 01.....	100
Tabela 4.6	- Resultados Armadura Longitudinal – Viga 02.....	106
Tabela 4.7	- Resultados Armadura Longitudinal – Viga 03.....	112
Tabela 4.8	- Resultados Armadura Longitudinal – Viga 05.....	146
Tabela 4.9	- Resultados Armadura Longitudinal – Viga 05.....	148
Tabela 4.10	- Resultados Armadura Transversal – Viga 05.....	149

## LISTA DAS PRINCIPAIS NOTAÇÕES

### Letras Romanas

$[A_{ML}]$	Matriz de ações de extremidade de barras da estrutura fixa
$[A_{RL}]$	Matriz de reações de apoios da estrutura fixa
$[A_{MD}]$	Matriz de ações de extremidade de barras provocadas por deslocamentos unitários correspondentes aos D
$[A_{RD}]$	Matriz de reações de apoios provocadas por deslocamentos unitários correspondentes aos D
$[S]$	Matriz de rigidez de barra
$A'_S$	Área de aço comprimida
$A_{cri}$	Área da região de envolvimento protegida pela barra $\phi_i$ ;
$A_{D1}$	Ações externas aplicadas nos nós
$A_{DL}$	Ações de restrições da estrutura fixa
$a_h$	Espaçamento horizontal das barras longitudinais
$a_l$	Decalagem do diagrama
$A_R$	Reações externas
$A_S$	Área de aço tracionada
$A_{s,calc}$	Área de armadura calculada para resistir ao esforço solicitante;
$A_{s,ef}$	Área de armadura existente.
$A_{Smáx}$	Área de aço máxima
$A_{Smín}$	Área de aço mínima
$A_{Sp}$	Área de aço armadura de pele
$a_v$	Espaçamento vertical das barras longitudinais
$b_w$	Base viga
$c_{nom}$	Cobrimento nominal
D	- Deslocamentos reais - Matriz de deslocamentos unitários
$d$	Altura útil da viga de cálculo
$d'$	distância do centro de gravidade das armaduras comprimidas até a fibra comprimida mais afastada
$d''$	distância do centro de gravidade das armaduras tracionadas até a fibra tracionada mais afastada
$E_{si}$	Módulo de elasticidade do aço da barra $\phi_i$ considerada;
$f_{bd}$	Tensão de aderência de cálculo entre concreto e armadura passiva;

$f_c$	Resistência à compressão do concreto
$f_{cd}$	Resistência de cálculo à compressão do concreto
$f_{ck}$	Resistência característica à compressão do concreto
$f_{ct}$	Resistência do concreto à tração direta
$f_{ct,m}$	Resistência média à tração do concreto
$f_{ctd}$	Resistência de cálculo do concreto à tração
$f_{ctk,inf}$	Resistência característica inferior à tração do concreto
$f_{yd}$	Resistência de cálculo do aço
$h$	Altura viga
$l$	Vão teórico
$l_b$	Comprimento de ancoragem básico
$l_{b,nec}$	Comprimento de ancoragem necessário
$l_{oc}$	Comprimento do trecho de transpasse para barras comprimidas isoladas
$l_{ot}$	Comprimento do trecho de transpasse para barras tracionadas isoladas
$M_d$	Momento de cálculo
$M_{d,lim}$	Momento de cálculo limite
$N_d$	Força normal de cálculo
$R_{cc}$	Resultante de compressão do concreto
$R_{st}$	Resultante de tração no aço da armadura
$V_c$	Parcela de força cortante resistida por mecanismos complementares ao modelo em treliça
$V_d$	Força cortante de cálculo
$V_{Rd2}$	Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto
$V_{Rd3}$	Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal
$V_{Sd}$	Força cortante solicitante de cálculo
$V_{sw}$	Parcela de força cortante resistida pela armadura transversal
$x$	Posição da linha neutra
$x$	Distância da fibra comprimida mais afastada até a linha neutra
$x_{lim}$	Posição limite da linha neutra
$x_{lim}$	Valor da profundidade da linha neutra a partir do qual a armadura não atinge a tensão de cálculo $f_{yd}$
$y$	Altura da área comprimida de concreto

### Letras Gregas

$f$	Diâmetro das barras da armadura
$\gamma_c$	Coefficiente de minoração da resistência do concreto
$\sigma_c$	Tensão à compressão no concreto
$e_{cd}$	Encurtamento de cálculo
$\sigma_e$	Tensão de escoamento
$\gamma_f$	Coefficiente de majoração das cargas
$f_i$	Diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada;
$h_i$	Coefficiente de conformação superficial da armadura considerada, $\eta_1$ para passiva e $\eta_{p1}$ para ativa;
$f_{max}$	Diâmetro máximo
$r_{min}$	Taxa de armadura mínima
$\alpha_{ot}$	Coefficiente em função da porcentagem de barras emendadas na mesma seção, conforma tabela abaixo
$r_{ri}$	Taxa de armadura passiva ou ativa aderente (que não esteja dentro de bainha) em relação à área da região de envolvimento ( $A_{cri}$ );
$\gamma_s$	Coefficientes de minoração da resistência do aço
$\sigma_s$	Tensão atuante no aço
$e_{sd}$	Alongamento de cálculo
$s_{si}$	Tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no Estádio II;

## RESUMO

O dimensionamento e o detalhamento de vigas de concreto armado é um processo demorado e repetitivo, que consome muito tempo quando executado manualmente. Por este motivo, têm sido grandes os esforços no desenvolvimento de ferramentas computacionais capazes de agilizar esses procedimentos. Dessa forma, procurando incorporar uma série de avanços técnicos e conceituais nessa área, a NBR 6118/1980, passou por um processo de revisão que originou a nova NBR 6118/2003. Em virtude dessas alterações, tornou-se necessária a realização de estudos para facilitar, em alguns casos, a aplicação das novas tecnologias, no dia a dia dos profissionais. Para a realização de um estudo dessa natureza, foi necessário desenvolver um programa computacional, com base nas prescrições da NBR 6118/2003, que, após o fornecimento de informações relativas à geometria, carregamento e alguns parâmetros de cálculo, seja capaz de realizar o dimensionamento e o detalhamento de vigas de concreto armado. O programa permite ao usuário a visualização de todos os valores obtidos durante o processo, o que é de grande valia para se compreender os motivos pelos quais determinadas soluções foram ou não adotadas. Essas rotinas foram desenvolvidas em um ambiente de linguagem de programação Visual Basic. Os resultados de dimensionamento e detalhamento de sete vigas-exemplo são apresentados e comparados com resultados obtidos a partir de programas comerciais de cálculo estrutural, com o objetivo de verificar o impacto que as novas prescrições da NBR 6118/2003 tem sobre esses resultados. É importante ressaltar, ainda, que esse estudo deu maior ênfase na avaliação dos novos métodos de cálculo da armadura transversal e na imposição de uma nova posição da linha neutra sobre os apoios.

## **ABSTRACT**

Designing and detailing reinforced concrete beams is a very slow and repetitive procedure and demands a lot of time when performed manually. For this reason, the efforts in the development of efficient computational tools capable of performing these procedures have been significantly. In order to incorporate a series of conceptual and technical advances in this field, NBR 6118/1980 was revised, originating the new NBR 6118/2003. These adjustments demanded the development of this study that intends to help professionals in understanding these advances. In order to accomplish such objective, this study was based on the NBR 6118/2003 recommendations where, information related to the geometry, loads and design parameters is inputted and the computational program performs the design and detailing of the reinforced concrete beams. The program allows the user the visualization of all the design and detailing stages, what it is of great value to understanding the reasons for the adoption of certain solutions. These routines have been developed in Visual Basic. The results of designing and detailing of seven example-beams are presented and compared with results obtained from commercial structural design programs, with the objective of verifying the impact that the new NBR 6118/2003 recommendations have on these results. It is important to stand out, however, that this study has emphasized the evaluation of the new methods of calculation of the shear reinforcement and the limitation of the neutral axis position over the supports.

## 1. Introdução

O dimensionamento e o detalhamento de vigas de concreto armado é um processo demorado e repetitivo que consome muito tempo do engenheiro, tempo este que poderia ser empregado na otimização dessas estruturas.

Nos primórdios da engenharia estrutural, era mais fácil desenhar do que calcular, por isto nesta época os métodos gráficos imperavam. É deste período o Método de Cremona, utilizado para resolver treliças e o Método dos Pontos Fixos, para solucionar vigas contínuas. Com o advento das calculadoras, inverteu-se a situação, e passou a ser mais prático efetuar cálculos do que desenhos. Dessa forma, os métodos numéricos ganharam impulso, destacando-se como exemplo mais expressivo o Método de Cross. O Método dos Deslocamentos, apesar de bastante conhecido, era dificilmente empregado, pois necessitava de computadores com uma maior capacidade de processamento.

Finalmente, com o surgimento dos microcomputadores, os engenheiros estruturais passaram a ter uma poderosa ferramenta em suas mãos, a qual possibilitou a utilização de métodos de cálculo mais poderosos, como por exemplo o Método dos Deslocamentos e o Método dos Elementos Finitos, tornando corriqueira a análise estrutural de elementos tais como grelhas, pórticos planos e pórticos espaciais, com as quais até então nem se sonhavam.

A adoção destas metodologias permite, em muitos casos, que o engenheiro consiga simular com maior precisão o funcionamento da estrutura, obtendo desta forma, uma considerável melhora na fidelidade dos valores dos esforços e deslocamentos a que a estrutura estará sujeita. Como resultado desse processo, surgem estruturas dotadas de maior segurança e, em muitos casos, mais econômicas e com uma maior otimização.

Deve-se salientar que o processo de dimensionamento e detalhamento de peças de concreto armado, está cada vez mais complicado de ser executado manualmente, devido aos constantes avanços técnicos e conceituais, que a engenharia estrutural vem sofrendo. Estes avanços estão ligados aos aspectos que envolvem a durabilidade da estrutura, a sua estabilidade global, os efeitos de segunda ordem locais dentre outros. Além disso, esses avanços foram somente possíveis devido a toda essa evolução tecnológica, que ocorreu nas ferramentas que estão disponíveis para os profissionais da engenharia realizarem suas tarefas.

Devido a todos esses avanços que ocorreram e que ainda estão por vir, a Associação Brasileira de Normas Técnicas revisou e ampliou a NBR 6118 / 1980, que culminou na nova NBR 6118/2003, a qual está assimilando quase que totalmente os novos avanços técnicos e conceituais. Por esse motivo a nova NBR 6118/2003 apresenta uma grande preocupação em relação à durabilidade, estabilidade local e global, efeitos de segunda ordem dentre outros.

Este trabalho tem por objetivo a elaboração de procedimentos e rotinas computacionais para automatizar o dimensionamento e detalhamento de vigas isostáticas e hiperestáticas de concreto armado. Estas rotinas serão elaboradas com base no texto da nova NBR 6118/2003, para agilizar os serviços e fornecer uma ferramenta que sirva de complemento e de comparação para os programas de cálculo estrutural comerciais já existentes, e que permita também, aos profissionais da área, uma maior capacidade de estudar e aprimorar suas estruturas.

Pretende-se, também, estudar os dois modelos para dimensionamento ao cisalhamento, que estão sendo apresentados na nova NBR 6118, de modo a obter dimensionamentos mais econômicos e otimizados.

Além disso, tem-se a intenção de apresentar novas diretrizes para obter-se um melhor detalhamento automático das vigas dimensionadas.

Finalmente, pretende-se desenvolver um padrão alfanumérico para facilitar a operação de troca de informações, análise e armazenamento dos dados de detalhamento das vigas.



As rotinas computacionais foram desenvolvidas no ambiente de linguagem Visual Basic. Essas rotinas serão capazes de executar o cálculo dos esforços internos solicitantes e o dimensionamento e o detalhamento da armadura longitudinal e transversal. Isso tudo, a partir da entrada dos dados, que são: número de tramos, vãos, pré-dimensionamento da seção, cargas solicitantes e características dos materiais a serem utilizados.

Apresentam-se, ainda, alguns exemplos de vigas dimensionadas e detalhadas no programa desenvolvido e em alguns programas comerciais de cálculo estrutural, para fins comparativos.

## **2. Dimensionamento e Detalhamento de Vigas de Concreto Armado, segundo a NBR 6118/2003.**

### **2.1. Cálculo dos Esforços Internos Solicitantes.**

Esta seção apresentará os conceitos básicos dos Métodos dos Esforços (ou da Flexibilidade) e dos Deslocamentos (ou da Rigidez), os quais podem ser aplicados na determinação dos esforços internos solicitantes de todos os tipos de estruturas. Neste trabalho enfatiza-se o método dos deslocamentos, por se tratar do método mais empregado na solução automatizada de estruturas.

A apresentação é feita sob a forma matricial, uma vez que essa é a forma utilizada na programação das rotinas computacionais.

Deve-se ressaltar que, o objetivo principal deste trabalho não é a análise estrutural, mas estes conhecimentos serão utilizados na confecção de rotinas, que possibilitem ao programa, determinar os esforços solicitantes que atuam sobre a viga em estudo.

#### **2.1.1. Método dos Esforços.**

Constitui-se em um método geral que pode ser aplicado para qualquer tipo de estrutura de barra.

As principais características do método são, segundo Loriggio(2000):

- transformar a estrutura hiperestática em uma estrutura isostática fundamental;
- introduzir incógnitas hiperestáticas no local das vinculações liberadas ou das liberações internas dos esforços solicitantes;
- elaborar as equações de compatibilidade.

Como exemplo do método, apresenta-se:

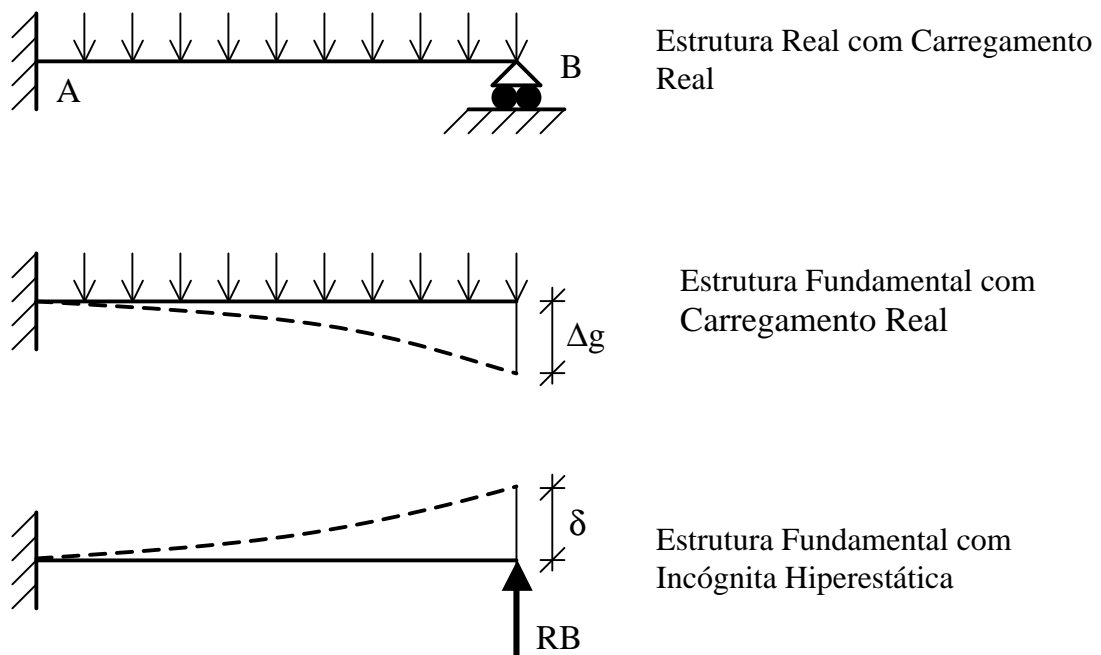


Figura 2.1 – Exemplo estrutura – Método dos Esforços. (adaptado de Loriggio 2000)

Onde a equação de compatibilidade fica sendo:

$$\Delta g + RB \cdot d \Rightarrow RB = -\Delta g/d \quad (2.1)$$

O inconveniente deste método para emprego em programas é fazer com que a escolha da estrutura fundamental seja feita automaticamente. Isso só é possível em alguns casos, por isso esse método é empregado em rotinas computacionais para resolver determinadas estruturas. Como é o caso da Equação dos Três Momentos, utilizada na resolução de vigas contínuas. (Loriggio, 2000)

### 2.1.2. Método dos Deslocamentos.

Este também é um método geral que pode ser aplicado em qualquer tipo de estrutura de barra, mas, ao contrário do Método dos Esforços, é um método bastante apropriado para o cálculo automatizado.

As principais fases do método, de acordo com Gere e Weaver (1987), são:

- determinação da estrutura fundamental;

- análise da estrutura restringida submetida ao carregamento;
- análise da estrutura restringida submetida aos deslocamentos unitários;
- determinação dos deslocamentos da estrutura real;
- determinação das ações de extremidade e reações.

Como exemplo do Método dos Deslocamentos, apresenta-se:

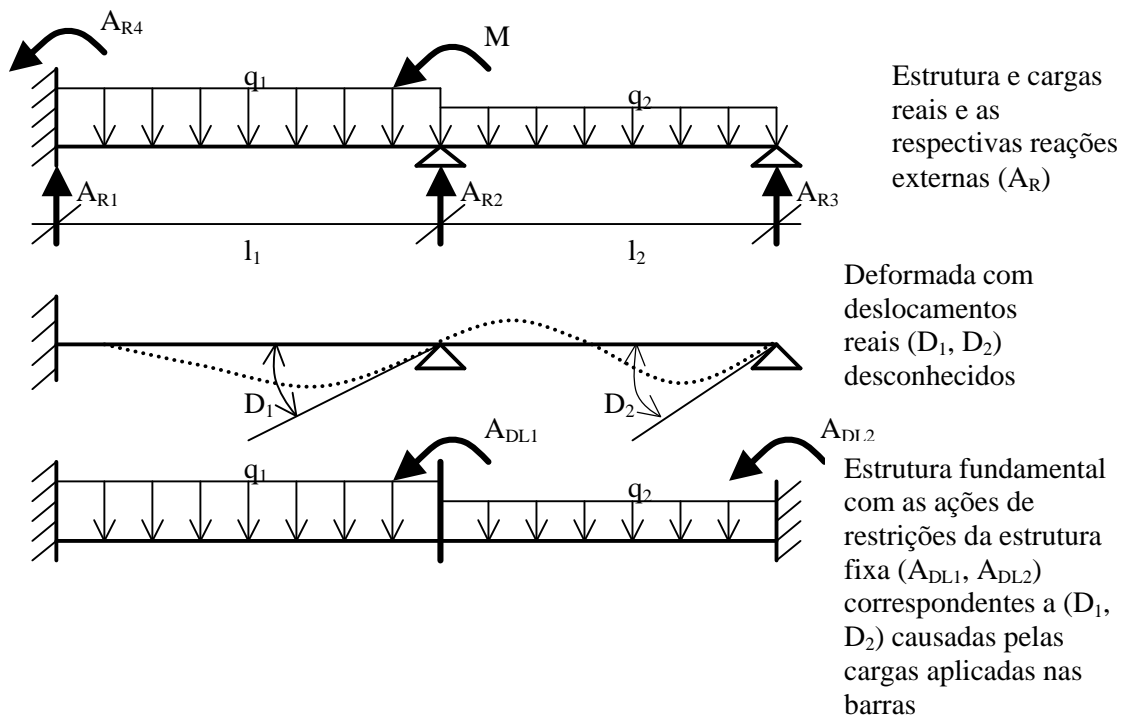


Figura 2.2 – Exemplo estrutura – Método dos Deslocamentos. (adaptado de Gere e Weaver 1987)

Sendo os deslocamentos da estrutura determinados através da equação 2.2:

$$[D] = [S^{-1}] \cdot ([A_D] - [A_{DL}]) \quad (2.2)$$

onde:

- $[D]$  – matriz de deslocamentos unitários;
- $[S]$  – matriz de rigidez;
- $[A_D]$  – matriz de ações externas reais aplicadas nos nós da estrutura;
- $[A_{DL}]$  – matriz de ações de restrição da estrutura;
- $[S^{-1}]$  – matriz inversa.

Sendo a matriz de rigidez da estrutura formada por submatrizes, conforme apresentado abaixo:

$$[S] = \begin{bmatrix} [S_{DD}] & [S_{DR}] \\ [S_{RD}] & [S_{RR}] \end{bmatrix}$$

onde:

- $[S]$  – matriz simétrica quadrada, que corresponde aos deslocamentos desconhecidos;  
 – matriz que contém as reações correspondentes às restrições de apoios, devido aos valores unitários dos deslocamentos correspondentes aos graus de liberdade;  
 $[S_{RD}]$  – representa reações correspondentes aos graus de liberdade causados por deslocamentos unitários nas restrições de apoio;  
 $[S_{DR}]$  – contém as reações correspondentes às restrições de apoio devido a deslocamentos unitários ao mesmo grupo de restrições.

Uma vez encontrados os valores dos deslocamentos, pode-se calcular as ações de extremidade de barras ( $A_M$ )=(M,V) e reações de apoios ( $A_R$ ), através das equações 2.3 e 2.4, respectivamente.

$$[A_M] = [A_{ML}] + [A_{MD}] \cdot [D] \quad (2.3)$$

$$[A_R] = [A_{RL}] + [A_{RD}] \cdot [D] \quad (2.4)$$

onde:

- $[A_{ML}]$  – matriz de ações de extremidade de barras da estrutura fixa;  
 $[A_{RL}]$  – matriz de reações de apoios da estrutura fixa;  
 $[A_{MD}]$  – matriz de ações de extremidade de barras provocadas por deslocamentos unitários correspondentes aos D;  
 $[A_{RD}]$  – matriz de reações de apoios provocadas por deslocamentos unitários correspondentes aos D.

## 2.2. Pré-Dimensionamento da Seção Transversal de Vigas.

No pré-dimensionamento da seção transversal de vigas, aplicam-se métodos aproximados para se avaliar suas dimensões [Margarido, 2001].

Em estruturas usuais, as vigas irão resistir, na maioria dos casos, a um carregamento uniformemente distribuído, constituído, principalmente, pelo seu peso próprio, reações das lajes, peso das paredes e sobrecargas impostas por normas.

O pré-dimensionamento das vigas é realizado tendo como base a sua deformabilidade.

Sob as condições acima expostas, a altura da viga de concreto armado corresponde à 1/10 da distância entre os pontos de momento nulo e a largura da viga é estimada em função da largura da parede que se apóia ou está sob ela.

No caso de vigas biapoiadas, quando os pontos de momento nulo forem os próprios apoios, a distância entre os pontos de momento nulo é igual ao próprio vão da viga.

Em se tratando de viga em balanço, considera-se a distância entre pontos de momento nulo como igual a duas vezes o vão do balanço, pois o momento do engaste é igual ao momento no centro do tramo de uma viga bi-apoiada, quando o comprimento do tramo for igual ao dobro do comprimento do balanço [Margarido, 2001].

No caso de vigas contínuas, considera-se que o momento nulo irá ocorrer nos apoios externos e a uma distância de 1/10 do vão entre os apoios internos, sendo que este é um valor a favor da segurança, uma vez que, ao se calcular o ponto de momento nulo, através da equação de momentos igualada a zero, obtém-se um valor aproximado de 1/25 do vão entre apoios. Com este valor adotado, pode-se determinar todos os outros obtendo, assim, a distância entre pontos de momento nulo, no caso de vãos externos igual a 0,9 do vão, e para vãos internos, 0,8 do vão. Em vigas engastadas considera-se que o ponto de momento nulo ocorre a 1/5 do vão correspondente.

Uma forma mais simples de avaliar previamente a altura da viga é o valor de 1/10 do vão, independente da viga ser simples, contínua ou engastada.

### 2.3. Dimensionamento da Armadura Longitudinal.

Conforme Santos (1977), em resumo, pode-se dizer que o concreto armado é obtido por intermédio da colocação da armadura passiva, em posição e quantidade devidamente calculadas, no interior das peças de concreto. Deve-se salientar ainda que o concreto armado só existe se os dois materiais trabalharem em conjunto, com real

solidariedade entre ambos, para que dessa forma possam resistir em conjunto, aos esforços a que forem submetidos.

A associação do concreto com o aço só é possível graças as seguintes características dos dois materiais:

1. elevada resistência à compressão do concreto e à tração do aço;
2. propriedades de aderência entre estes materiais;
3. coeficientes de dilatação térmica aproximadamente iguais;
4. capacidade do concreto de proteger o aço contra a corrosão.

O objetivo das etapas de dimensionamento e verificação da estrutura em concreto armado é garantir, a um só tempo, uma adequada segurança contra a ruptura provocada pelas solicitações e as devidas limitações das deformações oriundas das ações, de tal forma a não comprometer o seu próprio uso e finalmente, a adoção de providências, visando evitar a corrosão e garantir a sua durabilidade. Ou seja, deve-se garantir à obra, conforto, estabilidade e durabilidade.

Diz-se que uma estrutura se torna inviável para o uso, quando atinge um estado limite, situação em que não atende mais os requisitos de estabilidade, conforto e durabilidade.

Os estados limites são divididos em duas categorias:

- Estados Limites Últimos (ELU): correspondem ao esgotamento da capacidade portante da estrutura, em parte ou no todo;
- Estados Limites de Serviço (ELS): caracterizam-se pela impossibilidade de emprego da estrutura, em parte ou no todo, sem que a mesma tenha esgotado, necessariamente, sua capacidade portante.

O dimensionamento das peças de concreto armado está, geralmente, ligado a verificação do Estado Limite Último com a posterior verificação em relação ao Estado Limite de Serviço.

De acordo com as prescrições da NBR 6118/2003, para o dimensionamento das peças de concreto armado, admitem-se as seguintes hipóteses de cálculo:

1. As seções transversais planas, antes da aplicação do carregamento, permanecem planas até a ruptura;
2. Aderência perfeita entre os materiais;
3. Despreza-se a resistência do concreto à tração;
4. O encurtamento último do concreto é igual a 3,5 mm/m;
5. O alongamento último do aço é igual a 10,0 mm/m;
6. A distribuição das tensões do concreto na seção se faz de acordo com o diagrama parábola retângulo, permitindo-se a sua substituição por um diagrama retangular com altura igual a 80% da profundidade da linha neutra;
7. Domínios de Deformação:

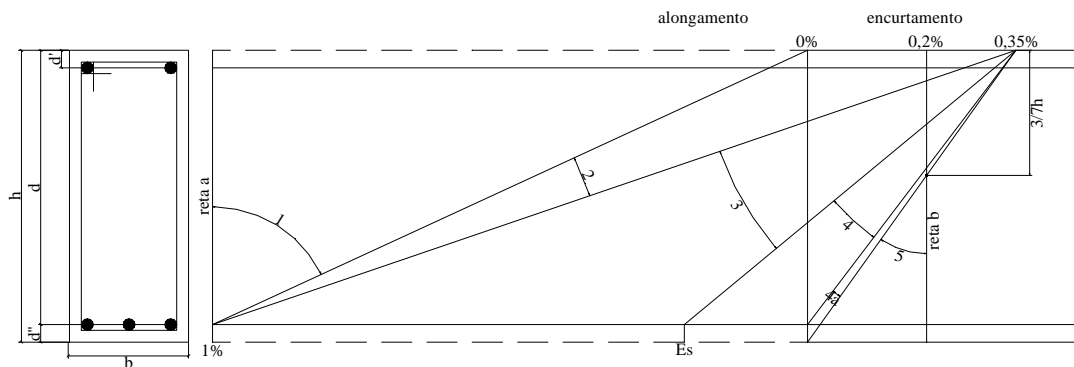


Figura 2.3 – Domínios de deformação.

Reta a: tração uniforme

Domínio 1: tração não uniforme, sem tensões de compressão.

Domínio 2: flexão simples ou composta, sem ruptura à compressão do concreto e com o máximo alongamento permitido na armadura.

Domínio 3: flexão simples ou composta, com simultaneidade de escoamento do aço e ruptura do concreto.

Domínio 4: flexão simples ou composta, com ruptura do concreto e sem escoamento do aço.

Domínio 4a : flexão composta com armaduras comprimidas.

Domínio 5: compressão não uniforme, sem tensões de tração.

Reta b: compressão uniforme.

O dimensionamento das vigas de concreto armado é realizado nos domínios 2, 3 e 4, contudo, é no domínio 3 que se alcança um melhor aproveitamento das resistências dos materiais. É importante ressaltar que no domínio 2, é possível alcançar-se uma maior ductilidade das peças, como é o caso das lajes.



O dimensionamento é realizado para o Estado Limite Último, portanto, as solicitações são majoradas e as resistências dos materiais são minoradas, para se simular a situação de ruína da estrutura com uma segurança adequada. A NBR 6118/2003 apresenta os seguintes coeficientes, para o dimensionamento no ELU, que são apresentados nas tabela 2.1 e 2.2:

Tabela 2.1 - Coeficientes de Majoração das Cargas ( $\gamma_f$ )

Combinações de ações	Cargas Permanentes		Cargas Variáveis		Recalques de apoios e Retração	
	Desf.	Fav.	Geral	Temp.	Desf.	Fav.
Normais	1,4	1,0	1,4	1,2	1,2	0
Especiais ou de Construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	0	0

Tabela 2.2 - Coeficientes de Minoração das Resistências:

Combinações de ações	Concreto ( $\gamma_c$ )	Aço ( $\gamma_s$ )
Normais	1,4	1,15
Especiais ou de Construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1,0

De acordo com Araújo (2003), a NBR 6118/2003 recomenda:

- combinação de ações normais quando estiver sendo utilizado o carregamento decorrente do uso previsto para a construção;
- combinação de ações especiais ou de construção quando se estiver utilizando carregamentos transitórios, que possuem uma duração muito pequena em relação a vida útil da estrutura;
- combinação de ações excepcionais quando se estiver utilizando carregamentos transitórios, que possuem uma duração extremamente pequena, que pode provocar efeitos catastróficos.

As ações de cálculo são obtidas através da aplicação dos coeficientes de segurança em seus valores característicos, em função das diversas combinações previstas na norma NBR 8681/2003, que prevê a utilização da equação 2.5, para estimar o esgotamento da capacidade resistente dos elementos estruturais de concreto armado.

$$F_d = g_g \cdot F_{gk} + g_{eg} \cdot F_{egk} + g_q \cdot (F_{q1k} + \sum y_{oj} \cdot F_{qjk}) + g_{eq} \cdot y_{oe} \cdot F_{eqk} \quad (2.5)$$

onde:

- $F_d$  - valor de cálculo das ações para combinação última;  
 $F_{gk}$  - representa as ações permanentes diretas;  
 $F_{egk}$  - representa as ações indiretas permanentes, como retração;  
 $F_{eqk}$  - representa as ações indiretas variáveis, como temperatura;  
 $F_{qk}$  - representa as ações variáveis diretas;  
 $\gamma_{oj}$  - coeficiente de ponderação das cargas acidentais;  
 $\gamma_{oe}$  - coeficiente de ponderação da variação de temperatura.

Na tabela 2.3 apresentam-se os coeficientes de ponderação que devem ser aplicados na equação 2.5, para realizar a redução das cargas secundárias.

Tabela 2.3 - Coeficientes de Ponderação:

Ações		$\gamma_0$	$\gamma_1$	$\gamma_2$
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem elevadas concentrações de pessoas	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas	0,7	0,6	0,4
	Bibliotecas, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3

A determinação da armadura longitudinal a ser utilizada, para que a peça de concreto armado possa suportar os esforços solicitantes de flexão, é realizada por intermédio do equilíbrio das duas componentes resistentes da peça, que são: a resultante no concreto comprimido e a resultante no aço tracionado.

A comissão revisora da NBR 6118 estava preocupada com a durabilidade que as estruturas de concreto armado estão apresentando, que está ficando aquém do que era esperado com a aplicação dos requisitos previstos na NBR 6118/1980. Por este motivo, faz-se necessário o aumento do cobrimento das peças, dentre outras providências.

O concreto possui um comportamento não-linear, dessa forma, os esforços obtidos através de uma análise linear não necessariamente representam o

comportamento da estrutura. Portanto, quando estes esforços são utilizados para dimensionar as estruturas, deve-se garantir uma ductilidade mínima para as peças.

Conforme mencionado na NBR 6118/2003, a capacidade de redistribuição dos esforços solicitantes é determinada pela posição da linha neutra no Estado Limite Último. Quanto menor for a relação entre a posição da linha neutra e a altura útil da viga ( $x/d$ ), maior será essa capacidade.

Portanto, para melhorar a ductilidade das estruturas nas regiões dos apoios, a NBR 6118/2003 fixa os seguintes limites: no caso de concretos com resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ )  $\leq 35$  MPa deve-se ter  $x/d \leq 0,50$  e quando  $f_{ck} > 35$  MPa deve-se ter  $x/d \leq 0,40$ .

Valores estes que deverão ser adotados em substituição ao valor de 0,628, utilizado atualmente no caso de estar se utilizando aço CA-50 e ao 0,585 no caso do CA-60.

Esta modificação no valor da posição limite da linha neutra ( $x_{lim}$ ), provoca a diminuição da área de concreto comprimido da seção transversal das vigas, que, em alguns casos, provocará um aumento na taxa de armadura longitudinal.

### 2.3.1. Flexão Simples.

Nas seções seguintes são apresentados os principais conceitos utilizados para realizar o dimensionamento das armaduras longitudinais de vigas de concreto armado, cujo estudo mais aprofundado pode ser realizado através da vasta bibliografia existente.

#### A) Estádios do Concreto.

Os estádios de concreto armado são modelos que representam situações de comportamento a que a seção transversal de concreto pode estar submetida. Como o comportamento elástico apresentado pelo concreto é diferente à tração e à compressão, divide-se o seu estudo em três fases elásticas, denominadas Estádio I, Estádio II e Estádio III.

Onde:

a) no Estádio I, não há fissuras e as deformações desaparecem quando são retiradas as cargas. Este estágio é importante no estudo do concreto protendido;

b) no Estádio II, surgem as primeiras fissuras, elas podem se fechar quando cessar o carregamento;

c) no Estádio III, tem-se o estado limite último, que é utilizado geralmente para dimensionar as vigas, onde se aplicam as hipóteses apresentadas anteriormente. (Rocha,1990)

### B) Domínios de Deformação e Equações de Compatibilidade das Deformações.

As deformações na flexão simples correspondem aos domínios 2, 3 e 4. Os valores da posição da linha neutra são obtidos através da equação de compatibilidade (2.6):

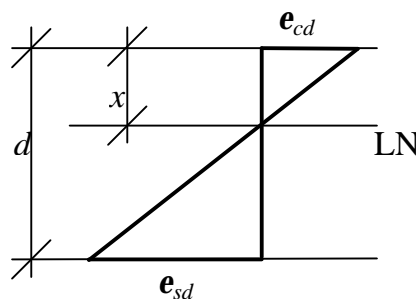


Figura 2.4 – Compatibilidade das deformações.

$$\frac{e_{cd}}{x} = \frac{e_{sd}}{d-x} \Rightarrow x = \left( \frac{e_{cd}}{e_{cd} + e_{sd}} \right) * d \quad (2.6)$$

onde:

- $d$  - altura útil de cálculo;
- $x$  - distância da fibra comprimida mais afastada até a linha neutra;
- $e_{cd}$  - encurtamento de cálculo;
- $e_{sd}$  - alongamento de cálculo.

De acordo com as prescrições da NBR 6118/2003, a posição limite da linha neutra pode ser determinada para cada limite entre domínios, através da equação 2.7.

$$x_{lim} = z_{lim} * d \quad (2.7)$$

onde:

Domínio 2-3  $x/d_{lim} = 0,259$

Domínio 3-4  $x/d_{lim} = 0,628$  para o aço CA50

Domínio 4-5  $x/d_{lim} = 1,000$

A NBR 6118/2003 estabelece, para o limite do domínio 3-4, um valor diferente dos apresentados acima para a relação  $x/d$  na região dos apoios, para garantir a ductilidade das estruturas nestas regiões.

### C) Dimensionamento de Seção Retangular.

#### Armadura Simples.

Diz-se que uma viga possui armadura simples, quando esta possuir armadura efetiva somente na sua zona tracionada.

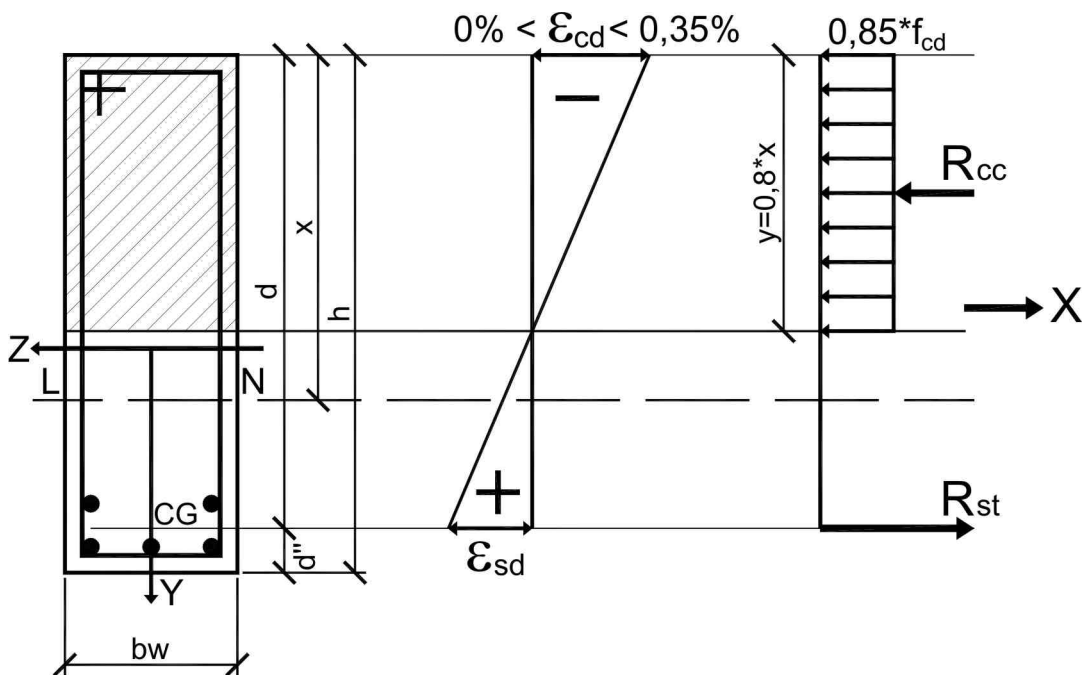


Figura 2.5 – Viga de seção retangular e diagrama de tensões na seção solicitada – Armadura Simples.

$$R_{cc} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot y \quad (\text{atua no eixo X}) \quad (2.8)$$

onde:

$R_{cc}$  - resultante de compressão do concreto;

$B_w$  - base viga;

$y$  - altura da área comprimida de concreto do diagrama simplificado.

Supõem-se as armaduras tracionadas ( $A_s$ ) atuando no seu Centro de Gravidade.

$$R_{st} = A_s \cdot f_{yd} \Rightarrow \text{a solução está sendo limitada para os domínios 2 e 3.}$$

onde:

- $R_{st}$  - resultante de tração no aço;  
 $A_s$  - área de armadura longitudinal tracionada.

#### Equação de Equilíbrio a Translação ( $\Sigma F_x = 0$ )

$$0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot y - A_s \cdot f_{yd} = 0 \quad (2.9)$$

#### Equação de Equilíbrio a Rotação ( $\Sigma M_z = 0$ )

$$M_d = R_{cc} \cdot z \quad \text{ou} \quad M_d = R_{st} \cdot z; \quad \text{onde} \quad z = d - 0,5 \cdot y$$

$$M_d = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot y \cdot (d - 0,5 \cdot y) \quad (2.10)$$

onde:  $M_d$  - momento de cálculo atuante na seção

Se o momento de cálculo for aumentado progressivamente, para a manutenção do equilíbrio devem aumentar, simultaneamente, a altura de concreto comprimido e a área de armadura longitudinal e, pela compatibilidade das deformações, diminuir o alongamento do aço. No instante em que a posição de linha neutra atingir seu valor limite ( $x_{lim}$ ); o momento de cálculo atuante passa a ser chamado de momento de cálculo limite ( $M_{dlim}$ ), que é o máximo momento que pode ser resistido pela seção com armadura simples.

Para posição limite tem-se:

$$\text{Se o } f_{ck} = 35 \text{ MPa então } z_{lim} = X_{lim}/d \leq 0,50 \text{ e se } f_{ck} > 35 \text{ MPa então}$$

$$z_{lim} = X_{lim}/d \leq 0,40.$$

$$y_{lim} = 0,8 \cdot X_{lim} = 0,8 \cdot z_{lim} \cdot d$$

Substituindo na equação 2.10

$M_{d\lim} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot y_{\lim} \cdot (d - 0,5 \cdot y_{\lim})$  , substituindo-se  $y_{\lim}$  obtém-se:

$M_{d\lim} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,8 \cdot z_{\lim} \cdot d \cdot (d - 0,5 \cdot (0,8 \cdot z_{\lim} \cdot d))$  , simplificando-se

$$M_{d\lim} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,8 \cdot z_{\lim} \cdot (d - 0,4 \cdot z_{\lim}) \quad (2.11)$$

Obs: se o momento de cálculo atuante for maior que o momento de cálculo limite ( $M_{d\lim}$ ), pode-se dimensionar a peça com armadura dupla.

⇒ o dimensionamento pode ser feito no domínio 4, só que a tensão atuante no aço será inferior a sua tensão de escoamento ( $f_{yd}$ );

⇒ para armaduras positivas, a relação  $x/d$  deverá ser menor do que 0,628, no caso de aço CA 50;

⇒ para armaduras negativas, esse limite passa a ser 0,4 ou 0,5, dependendo do  $f_{ck}$  utilizado.

#### Armadura Dupla: ( Final do Domínio 3 ).

Quando o momento de cálculo que atua na seção é maior que o momento de cálculo limite, o problema é resolvido fixando-se a altura de compressão em seu valor limite e introduzindo-se uma armadura de compressão ( $A'_s$ ), localizada na zona comprimida e o mais afastada possível da Linha Neutra (para proporcionar um maior braço de alavanca ( $z$ )).

Esta armadura de compressão e uma armadura adicional de tração, fornecem respectivamente as forças de compressão e de tração que constituem um binário capaz de absorver a diferença entre o momento de cálculo e o momento de cálculo limite.

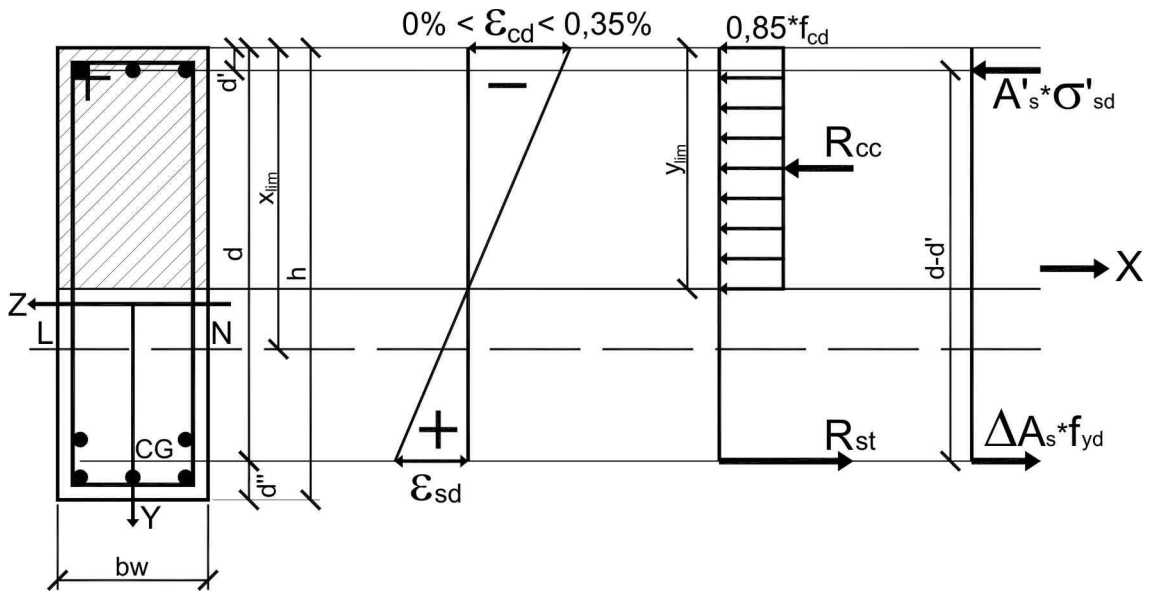


Figura 2.6 – Viga de seção retangular e diagrama de tensões na seção solicitada – Armadura Dupla.

As equações de equilíbrio para os problemas de dimensionamento são:

$$0,85 \cdot b_w \cdot y_{lim} \cdot f_{cd} + A'_s \cdot \sigma'_{sd} - A_s \cdot f_{yd} = 0 \quad (2.12)$$

onde:  $\sigma'_{sd}$  - tensão atuante no aço de compressão.

$$M_d = M_{d\lim} + A'_s \cdot \sigma'_{sd} \cdot (d - d') \quad (2.13)$$

A tensão atuante no aço deve ser determinada através do diagrama tensão – deformação do aço empregado, calculando-se a deformação do aço a partir da compatibilidade das deformações, com a linha neutra em sua posição limite.

Deve-se fazer, sobre a tensão atuante no aço, as seguintes observações:

a) excepcionalmente, nos casos práticos, em peças duplamente armadas com aço classe A, a tensão atuante no aço é menor que sua tensão de escoamento de cálculo à compressão. Isto ocorre apenas no caso de peças de pequena altura, com grande cobrimento da armadura de compressão ( $A'_s$ ).

b) nas peças armadas com aço classe B, a tendência da tensão atuante é ser menor que sua tensão de escoamento de cálculo à compressão e sempre deve ser determinada no diagrama tensão-deformação do aço após o cálculo da deformação do aço pela compatibilidade das deformações. Geralmente os valores da tensão atuante no aço estão no trecho curvo do diagrama de tensão deformação do aço.



## 2.4. Disposições Construtivas.

Na seqüência serão apresentadas as principais disposições construtivas impostas pela NBR 6118/2003 para as armaduras longitudinais de vigas de concreto armado.

A) Armadura Mínima de Tração na Flexão (item 17.3.5.2.1- NBR 6118/2003):

$A_{S\min} = r_{\min} \cdot b_w \cdot d$  , onde  $r_{\min}$  - taxa de armadura mínima em percentagem.

Tabela 2.4 – Valores da taxa de armadura mínima (Tab. 17.3, NBR 6118/2003).

Valores de $\rho_{\min}$ para CA 50, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$								
Forma da Seção	$f_{ck}$ $\omega_{\min}$	20	25	30	35	40	45	50
Retangular	0,035	0,150	0,150	0,173	0,201	0,230	0,259	0,288
T (mesa comp.)	0,024	0,150	0,150	0,150	0,150	0,158	0,177	0,197
T (mesa trac.)	0,031	0,150	0,150	0,153	0,178	0,204	0,229	0,255
Circular	0,070	0,230	0,288	0,345	0,403	0,460	0,518	0,575

B) Armadura Máxima de Tração na Flexão (item 17.3.5.2.4 – NBR 6118/2003):

$A_{S\max} = 4\% \cdot b_w \cdot d$  , pois do contrário poderão aparecer ninhos de concretagem

## C) Armadura de Pele (item 17.3.5.2.3 – NBR 6118/2003):

Quando a altura da viga for superior a 60cm, deverá ser colocada, em cada face da alma da viga, uma armadura adicional composta por barras de alta aderência, com espaçamento não maior que 20 cm.

$$\text{Para cada face: } A_{sp} = 0,10\% \cdot b_w \cdot h.$$

No caso de utilização de barras de pequeno diâmetro ( $\phi < 8$  mm), que não tenham alta aderência, deve-se dobrar essa quantidade de armadura.

## D) Simplificação Quanto à Posição das Armaduras (item 17.2.4.1 – NBR 6118/2003):

Os esforços nas armaduras de tração e compressão, só podem ser considerados no centro de gravidade da armadura de compressão, ou da armadura de tração, se a distância deste centro ao ponto da seção da armadura mais afastada da linha neutra, medido normalmente a ela, for menor que 10% da altura da viga. Se for maior que 10% da altura da viga é necessário calcular a tensão e a deformação camada por camada.

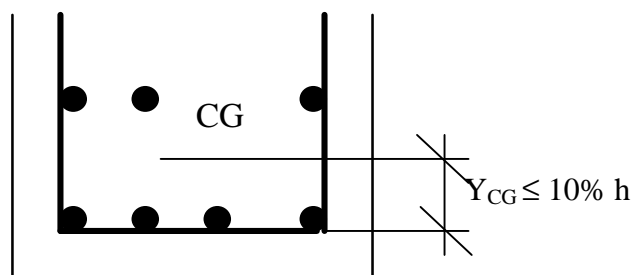


Figura 2.7 – Distância do Centro de Gravidade das Armaduras até o ponto da seção da armadura mais afastada da linha neutra.

E) Distribuição Transversal - Espaçamento entre barras (item 18.3.2.2 – NBR 6118/2003):

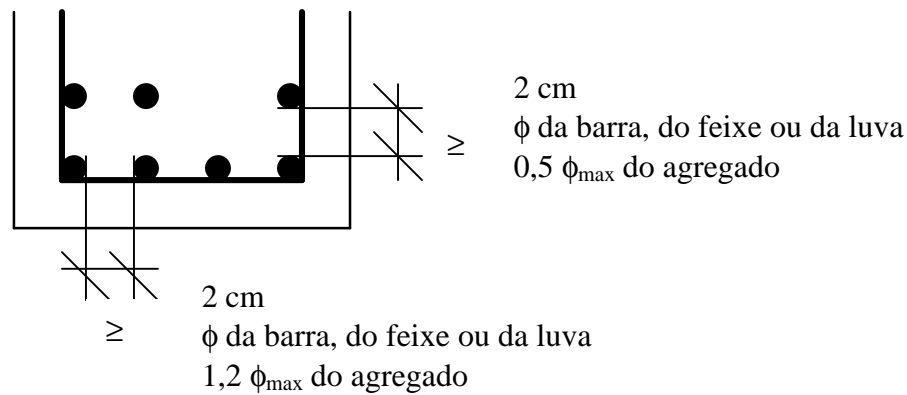


Figura 2.8 – Espaçamento entre barras longitudinais.

Onde para feixes de barras deve-se considerar o diâmetro do feixe

$$f_n = f \cdot \sqrt{n}$$

Esses valores também se aplicam às regiões de emendas por transpasse das barras.

F) Dimensão Mínima das Vigas (item 13.2.2 – NBR 6118/2003):

A seção transversal das vigas não deve apresentar largura menor que 12 cm. Esse limite pode ser reduzido, respeitando-se um mínimo absoluto de 10 cm naqueles casos excepcionais onde se avalia criteriosamente:

- condição de alojamento das armaduras e suas interferências com as armaduras de outros elementos estruturais e
- condições adequadas de lançamento e vibração do concreto.

## G) Cobrimento Nominal Mínimo (item 7.4.7.5 – NBR 6118/2003):

Os cobrimentos nominais e mínimos são sempre referidos à superfície da armadura externa, em geral a face externa do estribo. O cobrimento nominal de uma determinada barra deve sempre ser:

$$c_{\text{nom}} \geq \phi \text{ barra}$$

$$c_{\text{nom}} \geq \phi \text{ feixe} = f_n = f \cdot \sqrt{n} \phi_n$$

$$c_{\text{nom}} \geq 0,5 \phi \text{ bainha}$$

Tabela 2.5 - Correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento mínimo

$c_{\text{nom}}$ cm	Classe de Agressividade Ambiental segundo NBR 6118/2003			
	<b>I</b> (fraca)	<b>II</b> (média)	<b>III</b> (forte)	<b>IV</b> (muito forte)
VIGAS	2,5	3,0	4,0	5,0

## H) Fissuração (item 17.3.3 – NBR 6118/2003):

Deve-se garantir que as fissuras não ultrapassem o limite a elas impostas por norma, para que não comprometam as condições de serviço e de durabilidade. A NBR 6118/2003, em seu item 13.4.2, diz que: “a abertura máxima característica das fissuras, desde que não exceda valores da ordem de 0,2 mm a 0,4 mm (conforme tabela 13.3), sob ação das combinações freqüentes, não tem importância significativa na corrosão das armaduras passivas”.

A verificação da segurança, em relação aos estados limites de abertura de fissuras, deve ser feita avaliando-se o valor da abertura das fissuras conforme as equações 2.14 e 2.15.

Para cada elemento ou grupo de elementos das armaduras passiva e ativa aderente (excluindo-se os cabos protendidos que estejam dentro de bainhas), que controlam a fissuração da peça, deve ser considerada uma área,  $A_{\text{cr}}$ , do concreto de envolvimento, constituída por um retângulo cujos lados não distam mais de  $7\phi$  do contorno do elemento da armadura como pode ser observado na figura 2.9.

É conveniente que toda a armadura de pele  $\phi_i$  da viga, na sua zona tracionada, limite à abertura de fissuras na região  $A_{cri}$  correspondente.

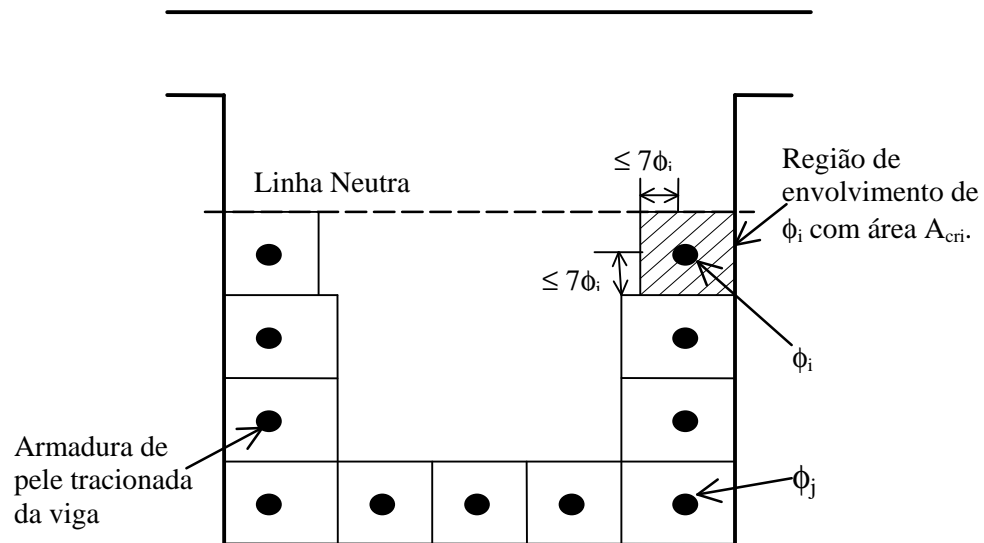


Figura 2.9 – Concreto de envolvimento da armadura (Fig. 17.3, NBR 6118/2003)

A grandeza da abertura de fissuras,  $w$ , determinada para cada parte da região de envolvimento, é dada pelo menor valor dentre aquelas obtidas pelas equações 2.14 e 2.15.

$$w = \frac{f_i}{12,5h_i} \cdot \frac{s_{si}}{E_{si}} \cdot \frac{3s_{si}}{f_{ct,m}} \quad (2.14)$$

$$w = \frac{f_i}{12,5h_i} \cdot \frac{s_{si}}{E_{si}} \cdot \left( \frac{4}{r_{ri}} + 45 \right) \quad (2.15)$$

Onde:

- $A_{cri}$  - área da região de envolvimento protegida pela barra  $\phi_i$ ;
- $E_{si}$  - módulo de elasticidade do aço da barra  $\phi_i$  considerada;
- $f_i$  - diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada;
- $r_{ri}$  - taxa de armadura passiva ou ativa aderente (que não esteja dentro de bainha) em relação à área da região de envolvimento ( $A_{cri}$ );
- $s_{si}$  - tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no Estádio II;
- $h_i$  - coeficiente de conformação superficial da armadura considerada,  $\eta_1$  para passiva e  $\eta_{p1}$  para ativa;
- $f_{ct,m}$  - resistência média do concreto à tração.

Nas vigas usuais, com altura menor que 1,2 m, pode-se considerar atendida a condição de abertura de fissuras em toda a armadura de pele tracionada, se a abertura

de fissuras calculada na região das barras mais tracionadas for verificada e existir uma armadura lateral que atenda ao item 17.3.5.2.3 da NBR 6118/2003.

A determinação da tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no Estádio II, pode ser feita através das equações 2.16, 2.17, 2.18 e 2.19, conforme demonstra Gobetti(1980).

$$\sigma_{si} = \frac{Mk}{A_s \cdot z} \quad ; \quad r_{ri} = \frac{A_s}{A_{cri}} \quad ; \quad f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

Para o caso de armadura simples:

$$x = \left[ -\mathbf{a} \cdot \mathbf{r} + \sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{r} \cdot (2 + \mathbf{a} \cdot \mathbf{r})} \right] \quad (2.16)$$

$$z = d - \frac{x}{3} \quad (2.17)$$

Para o caso de armadura dupla:

$$x = \left\{ \left[ \mathbf{a} \cdot \mathbf{r} + (\mathbf{a} - 1)\mathbf{r}' \right] + \sqrt{\left[ \mathbf{a} \cdot \mathbf{r} + (\mathbf{a} - 1)\mathbf{r}' \right]^2 + 2 \cdot \left[ \mathbf{a} \cdot \mathbf{r} + (\mathbf{a} - 1)\mathbf{r}' \right] \cdot \frac{d'}{d}} \right\} \cdot d \quad (2.18)$$

$$z = \left[ \frac{3 \cdot (x/d)^2 - (x/d)^3 + 6 \cdot (\mathbf{a} - 1) \cdot \mathbf{r}' \cdot (x/d - d'/d) \cdot (1 - d'/d)}{3 \cdot (x/d)^2 + 6 \cdot (\mathbf{a} - 1) \cdot \mathbf{r}' \cdot (x/d - d'/d)} \right] \cdot d \quad (2.19)$$

Onde, nos dois casos:  $\mathbf{a} = \frac{E_s}{E_{cs}}$

$$E_{cs} = 0,85 \cdot 5600 \cdot f_{ck}^{1/2}$$

$$\mathbf{r} = \frac{A_s}{(b \cdot d)}$$

$$\mathbf{r}' = \frac{A'_s}{(b \cdot d)}$$

## 2.5. Detalhamento da Armadura Longitudinal.

### 2.5.1. Ancoragem e Emendas das Barras.

Deve-se transferir as tensões atuantes no aço para o concreto, o que é denominado ancoragem e, para que isso seja possível, é necessário prover a armadura de um comprimento adicional, denominado comprimento de ancoragem reto ( $l_b$ ).

A ancoragem só pode ser possível se a aderência entre o aço e o concreto for adequada, para desta forma evitar o deslizamento das barras no interior do concreto, assegurando a transmissão dos esforços das armaduras para o concreto. De uma forma geral a ancoragem é realizada por um dos seguintes dispositivos:

- prolongamento reto das barras;
- ganchos;
- armaduras transversais soldadas;
- dispositivos especiais.

O comprimento de ancoragem básico é determinado por meio da equação 2.20.

$$l_b = \frac{\mathbf{f} \cdot f_{yd}}{4 \cdot f_{bd}} \quad (2.20)$$

onde:

- $l_b$  - comprimento reto de ancoragem básico;
- $f_{bd}$  - tensão de aderência de cálculo entre concreto e armadura passiva;
- $f_{yd}$  - valor de cálculo da resistência à tração do aço.

O item 9.3.1 a NBR 6118 /2003 diz que: considera-se em boa situação de aderência os trechos de barras que estiverem em uma das seguintes condições:

- com inclinação maior que  $45^\circ$  sobre a horizontal;
- horizontais ou com inclinação menor que  $45^\circ$  sobre a horizontal, desde que:

- para peças com altura inferior a 60 cm, localizadas no máximo 30 cm acima da face inferior ou da junta de concretagem mais próxima;
- para peças com altura igual ou superior a 60 cm, localizadas no mínimo 30 cm abaixo da face superior da peça ou da junta de concretagem mais próxima.

Os trechos das barras em outras posições devem ser considerados em má situação de aderência.

Conforme estabelece a NBR 6118/2003, todas as barras devem ser ancoradas de forma que os esforços a que estão submetidas sejam integralmente transmitidos ao concreto, seja por meio da aderência, ou de dispositivos mecânicos, ou ainda através da combinação de ambos.

Consideram-se dois tipos básicos de ancoragem:

- Por Aderência: quando os esforços são ancorados por meio de um comprimento reto ou com grande raio de curvatura, seguido ou não de gancho (comprimento de ancoragem  $l_b$ ). À exceção das regiões situadas sobre apoios diretos, as ancoragens por aderência devem ser confinadas por armaduras transversais, ou pelo próprio concreto, considerando-se este caso quando o cobrimento da barra ancorada for maior ou igual a  $3\phi$  e a distância entre barras ancoradas for maior ou igual a  $3\phi$ .
- Por Meio de Dispositivos Mecânicos: quando os esforços a ancorar são transmitidos ao concreto por meio de dispositivos mecânicos acoplados à barra.

A) Ancoragem por Aderência.

As barras tracionadas podem ser ancoradas ao longo de um comprimento reto ou com gancho em sua extremidade, de acordo com as condições a seguir:

- a) obrigatoriamente com gancho para barras lisas;
- b) sem gancho nas que tenham alternância de sollicitação, de tração e compressão; e
- c) com ou sem gancho nos demais casos, não sendo recomendado o gancho para barras de  $\phi \geq 32$  mm ou para feixes de barras.

O comprimento de ancoragem necessário ( $l_{b,nec}$ ) pode ser calculado por:

$$l_{b,nec} = a_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,min} \quad (2.21)$$



onde:

- $a_l$  - 1,0 para barras sem gancho;  
- 0,7 para barras tracionadas com gancho, com cobrimento no plano normal ao do gancho  $\geq 3\phi$ ;
- $A_{s,calc}$  - área de armadura calculada para resistir ao esforço solicitante;
- $A_{s,ef}$  - área de armadura existente.
- $l_{b,mín}$  é o maior valor entre  $0,3l_b$ ,  $10\phi$  e  $10\text{ cm}$

Permite-se, em casos especiais, considerar outros fatores redutores do comprimento de ancoragem necessário, conforme indicam os Comentários Técnicos do IBRACON, 2001.

### B) Ganchos da Armadura de Tração.

Os ganchos das extremidades das barras da armadura longitudinal de tração podem ser:

- semi-circulares, com ponta reta de comprimento não inferior a  $2\phi$ ;
- em ângulo de  $45^\circ$  (interno), com ponta reta de comprimento não inferior a  $4\phi$ ; ou
- em ângulo reto, com ponta reta de comprimento não inferior a  $8\phi$ .

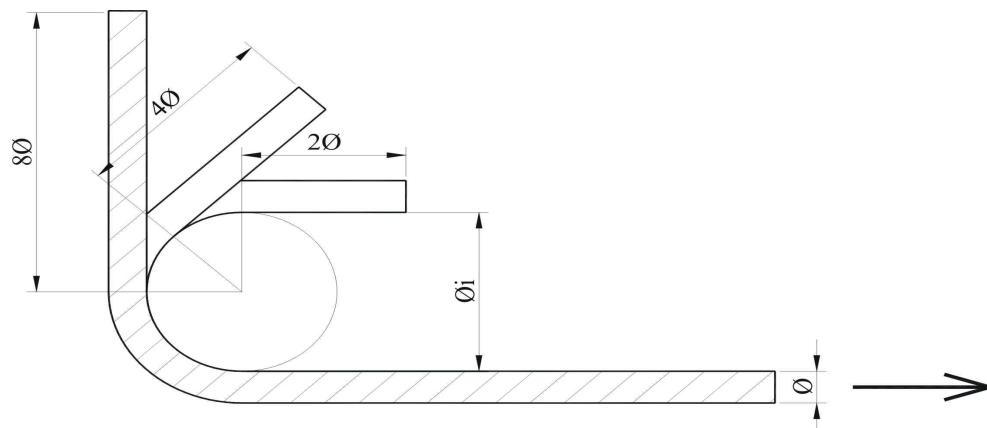


Figura 2.10 – Geometria dos Ganchos. (adaptado de Carvalho e Figueiredo Filho/2001)

Para as barras lisas, os ganchos devem ser semi-circulares.

O diâmetro interno da curvatura dos ganchos das armaduras longitudinais de tração deve ser pelo menos igual a:

Tabela 2.6 – Diâmetro interno dos ganchos ( $\phi_i$ ).

Bitola	CA 25	CA 50	CA 60
$\phi < 20$	4 $\phi$	5 $\phi$	6 $\phi$
$\phi \geq 20$	5 $\phi$	8 $\phi$	-

## C) Ganchos dos Estribos.

Os ganchos dos estribos podem ser:

- semi-circulares ou em ângulo de  $45^\circ$  (interno), com ponta reta de comprimento igual a  $5\phi_t$ , porém não inferior a 5 cm; ou
- em ângulo reto, com ponta reta de comprimento maior ou igual a  $10\phi_t$ , porém não inferior a 7 cm (este caso não é permitido para barras e fios lisos).

O diâmetro interno da curvatura dos estribos deve ser, no mínimo, igual ao indicado na tabela 2.7, sendo  $\phi_t$  o diâmetro da barra do estribo.

Tabela 2.7 – Diâmetro interno dos ganchos dos estribos.

Bitola	CA 25	CA 50	CA 60
$\leq 10$	3 $\phi_t$	3 $\phi_t$	3 $\phi_t$
$< 20$	4 $\phi_t$	5 $\phi_t$	6 $\phi_t$
$\geq 20$	5 $\phi_t$	8 $\phi_t$	-

Normalmente se faz necessário, a execução de emenda de barras de aço no interior das peças de concreto armado, seja devido ao fato de se precisar de barra com comprimento superior a 12 m, que é o maior comprimento de barras fornecido comercialmente, ou por qualquer outro motivo. Quando isto for necessário deve-se respeitar as prescrições a NBR 6118/2003, que permite emendas:

- por transpasse;
- por luvas com preenchimento metálico ou rosqueadas;
- por solda;
- por outros dispositivos devidamente justificados.

No âmbito desse trabalho são discutidas somente as emendas por transpasse que, segundo a norma:

- não podem ser utilizadas para bitola superior a 32 mm;
- não podem ser empregadas em peças lineares totalmente tracionadas (por exemplo tirantes);
- possuem um limite máximo de barras emendadas numa mesma seção transversal, conforme tabela 2.8.

Tabela 2.8 – Limite de barras emendadas numa mesma seção.

(Tab. 9.3, NBR 6118/2003)

Tipo de Barra	Situação	Tipo de Carregamento	
		Estático	dinâmico
Alta Aderência	em uma camada	100%	100%
	em mais de uma camada	50%	50%
Lisa	$\phi < 16 \text{ mm}$	50%	25%
	$\phi \geq 16 \text{ mm}$	25%	25%

Onde, consideram-se como na mesma seção transversal as emendas alinhadas ou cujas extremidades mais próximas estejam afastadas em uma distância menor do que 20% do comprimento do trecho de transpasse. E quando as barras têm diâmetros diferentes, o comprimento de transpasse deve ser calculado pela barra de maior diâmetro.

No caso de barras tracionadas podem ocorrer as seguintes situações:

a) quando a distância livre entre barras emendadas estiver compreendida entre 0 e  $4\phi$ , o comprimento do trecho de transpasse para barras tracionadas ( $l_{ot}$ ) deve ser:

$$l_{ot} = \alpha_{ot} \cdot l_{b,nec} \geq l_{ot,min} \quad (2.22)$$

onde:

$\alpha_{ot}$  - coeficiente em função da porcentagem de barras emendadas na mesma seção, conforme tabela abaixo;

$l_{ot,min}$  - é igual ao maior valor entre  $0,3 \cdot \alpha_{ot} \cdot l_b$ ,  $15\phi$ , 20 cm.

b) quando a distância livre entre barras emendadas for maior que  $4\phi$ . Nesse caso, permitindo apenas por imposição da geometria da peça ou por razões construtivas, ao comprimento calculado em (a) deverá ser acrescida à distância livre entre barras emendadas.

Tabela 2.9 – Valores do coeficiente  $\alpha_{ot}$ . (Tab. 9.4, NBR 6118/2003)

Porcentagem de barras emendadas na mesma seção				
$\leq 20\%$	25%	33%	50%	$>50\%$
$\alpha_{ot} = 1,2$	$\alpha_{ot} = 1,4$	$\alpha_{ot} = 1,6$	$\alpha_{ot} = 1,8$	$\alpha_{ot} = 2,0$

Quando as barras estiverem comprimidas, adota-se a expressão:

$$l_{oc} = l_{b,nec} \geq l_{oc,min} \quad (2.23)$$

onde:  $l_{oc,min}$  – é igual ao maior valor entre  $0,6 l_b$ ,  $15 \phi$  e  $20 \text{ cm}$ .

### 2.5.2. Distribuição Longitudinal da Armadura.

Um dos métodos para a distribuição das armaduras longitudinalmente na peça consiste em dividir o momento máximo positivo e o negativo pelo número de barras de forma proporcional à área de aço a ser utilizada para resistir a cada parcela do momento.

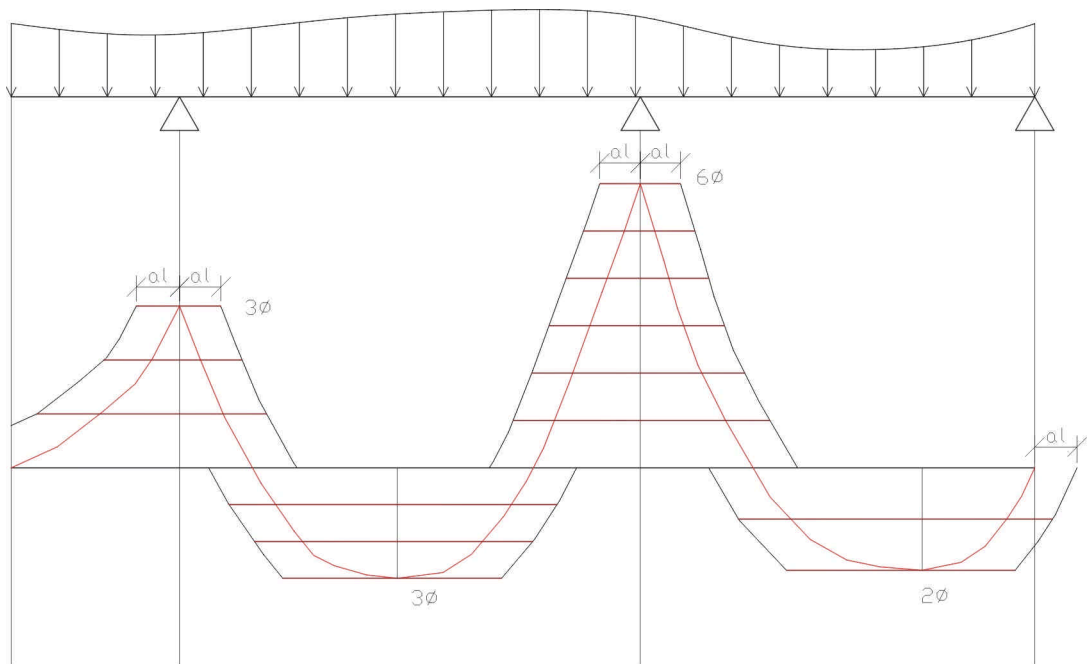


Figura 2.11 – Diagrama de momento fletor e distribuição da armadura longitudinal

O diagrama de momento fletor deve ser deslocado de um valor  $a_l$ , que depende do modelo adotado para dimensionar a armadura transversal, no caso:

Do Modelo de Cálculo I, que admite a biela comprimida de concreto com inclinação de  $45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal da peça, temos:

$$a_l = d \cdot \left( \frac{V_d}{2 * (V_d - V_c)} \cdot (1 + \cot g \alpha) - \cot g \alpha \right) \quad (2.24)$$

onde:

- $a_1 \geq 0,5 \cdot d$  caso geral  
 $0,2 \cdot d$  para estribos inclinados a  $45^\circ$ .  
 $\alpha$  - inclinação dos estribos em relação à horizontal.

Do Modelo de Cálculo II, que admite as diagonais comprimidas com inclinação diferente de  $45^\circ$ , compreendida entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal da peça, tem-se:

$$a_1 = 0,5 \cdot d \cdot (\cot g\mathbf{q} - \cot g\mathbf{a}) \quad (2.25)$$

onde:

- $a_1 \geq 0,5 \cdot d$  caso geral  
 $0,2 \cdot d$  para estribos inclinados a  $45^\circ$ .  
 $\mathbf{q}$  - inclinação da biela de compressão em relação à horizontal.

Todas as barras da armadura devem ser ancoradas no concreto de modo a garantir que possam resistir, com a segurança prevista, aos esforços para os quais foram dimensionadas.

O trecho da extremidade da barra de tração considerado como de ancoragem, tem início na seção onde sua tensão  $\sigma_s$  começa a diminuir, (o esforço da armadura começa a ser transferido para o concreto) e deve prolongar-se pelo menos  $10 \cdot f$  além do ponto teórico de tensão nula (que é a projeção da barra anterior), não podendo em nenhum caso ser inferior ao comprimento de ancoragem  $l_b$  calculado.

Na figura 2.12 apresenta-se o processo exato de determinação do ponto de corte das barras longitudinais.

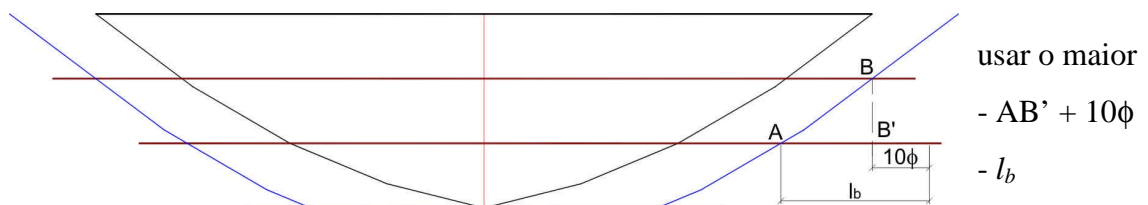


Figura 2.12 – Detalhe comprimento de ancoragem – Processo Exato.

Na figura 2.13, apresenta-se um processo simplificado, que consiste em determinar o ponto de corte das armaduras longitudinais, através do acréscimo do comprimento de ancoragem necessário após o ponto teórico de tensão nula. Dessa

forma, obtém-se um detalhamento a favor da segurança, com aumento no consumo de aço. (Süssekind, 1993)

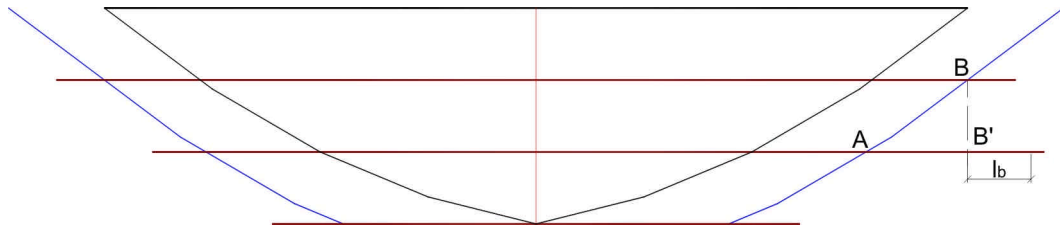


Figura 2.13 – Detalhe comprimento de ancoragem – Processo Simplificado.

Se o ponto A estiver na face do apoio ou além dela e a força de tração da armadura ( $R_{st}$ ) diminuir em direção ao centro do apoio, o trecho de ancoragem deve ser medido a partir dessa face e deve obedecer ao disposto abaixo:

Os esforços de tração junto aos apoios de vigas simples ou contínuas devem ser resistidos por armaduras longitudinais que satisfaçam a mais severa das seguintes condições:

- no caso de ocorrência de momentos positivos, as armaduras obtidas através do dimensionamento da seção;
- em apoios extremos, para garantir ancoragem da diagonal de compressão, armaduras capazes de resistir a uma força de tração:

$$R_{st} = \frac{a_l}{d} \cdot V_d + N_d \quad ; \text{ onde } V_d \text{ é a força cortante no apoio e } N_d \text{ é a força de tração eventualmente existente} \quad (2.26)$$

- em apoios extremos e intermediários, por prolongamento de uma parte da armadura de tração do vão ( $A_{s,v\tilde{a}o}$ ), correspondente ao máximo momento positivo do tramo ( $M_{v\tilde{a}o}$ ) de modo que:

- $A_{s,apoi} \geq 1/3 (A_{s,v\tilde{a}o})$  se  $M_{apoi}$  for nulo ou negativo e de valor absoluto  $|M_{apoi}| \leq 0,5 M_{v\tilde{a}o}$  ;
- $A_{s,apoi} \geq 1/4 (A_{s,v\tilde{a}o})$  se  $M_{apoi}$  for negativo e de valor absoluto  $|M_{apoi}| > 0,5 M_{v\tilde{a}o}$ .

Quando se tratar do caso (a), as ancoragens devem obedecer aos critérios usuais de detalhamento.

Para os casos (b) e (c), em apoios extremos, as barras das armaduras devem ser ancoradas a partir da face do apoio, com comprimentos iguais ou superiores ao maior dos seguintes valores:

- $l_{b,nec}$ ;
- $(r + 5,5\phi)$ , onde  $r$  é o raio de curvatura interno do gancho;
- 6 cm.

Quando houver cobrimento da barra no trecho do gancho, medido normalmente ao plano do gancho, de pelo menos 7 cm e as ações acidentais não ocorrerem com grande frequência com seu valor máximo, o primeiro dos três valores anteriores pode ser desconsiderado, prevalecendo as duas condições restantes.

Para os casos (b) e (c), em apoios intermediários, o comprimento de ancoragem pode ser igual a  $10\phi$ , desde que não haja qualquer possibilidade da ocorrência de momentos positivos nessa região, provocados por situações imprevistas, particularmente, por efeitos de vento e eventuais recalques.

Quando essa possibilidade existir, as barras devem ser contínuas ou emendadas sobre o apoio.

## 2.6. Dimensionamento da Armadura Transversal.

### 2.6.1. Analogia Clássica de Treliça.

No início do século XX, Ritter e Mörsch apresentaram a Analogia da Treliça Clássica, que é uma das concepções mais duradouras da história do Concreto Armado. Essa concepção vem sendo utilizada desde então como base para o dimensionamento das armaduras transversais e parâmetro para interpretação dos mecanismos de ruptura das vigas de concreto armado. Após décadas de pesquisas, apenas pequenas modificações e aperfeiçoamentos em sua teoria inicial foram sugeridas, preservando-se seu aspecto fundamental: a analogia entre uma viga de concreto armado após a fissuração e uma treliça.

Quando a Armadura Transversal for constituída somente por estribos verticais, como pode ser observado na figura 2.14, tem-se a seguinte definição para os elementos de treliça:

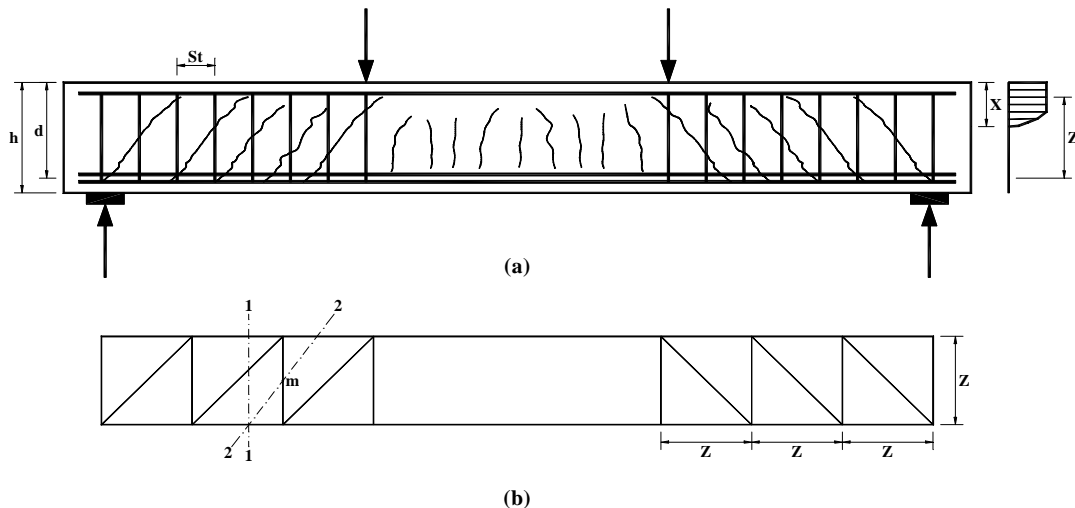


Figura 2.14 – Treliça clássica de Morsch (diagonais comprimidas e estribos verticais).

- Banzo comprimido é formado pela zona comprimida de altura  $x$ ;
- Banzo tracionado é constituído pelas barras da armadura longitudinal de tração da viga;
- Montantes tracionados (tirantes) são formados pela reunião dos estribos contidos na distância  $z$ , num único estribo equivalente;
- Diagonais comprimidas são formadas pela reunião das bielas de compressão contidas na distância  $z$ .

Cujas hipóteses básicas são:

- a treliça assim formada é isostática;
- as diagonais comprimidas têm inclinação de  $45^\circ$ ;
- os banzos são paralelos;
- nas seções transversais, as resultantes do concreto comprimido ( $R_{cc}$ ) e de tração na armadura ( $R_{st}$ ) são iguais.

No caso da Armadura Transversal ser constituída por barras inclinadas, como pode ser observado na figura 2.15, as hipóteses básicas permanecem as mesmas. Contudo, altera-se, apenas, a definição dos elementos da treliça, onde o montante



tracionado passa a ser uma diagonal tracionada (formada pela reunião das barras contidas no segmento  $Z \cdot (1 + \cot \alpha)$ ), como pode ser observado na figura 2.15.

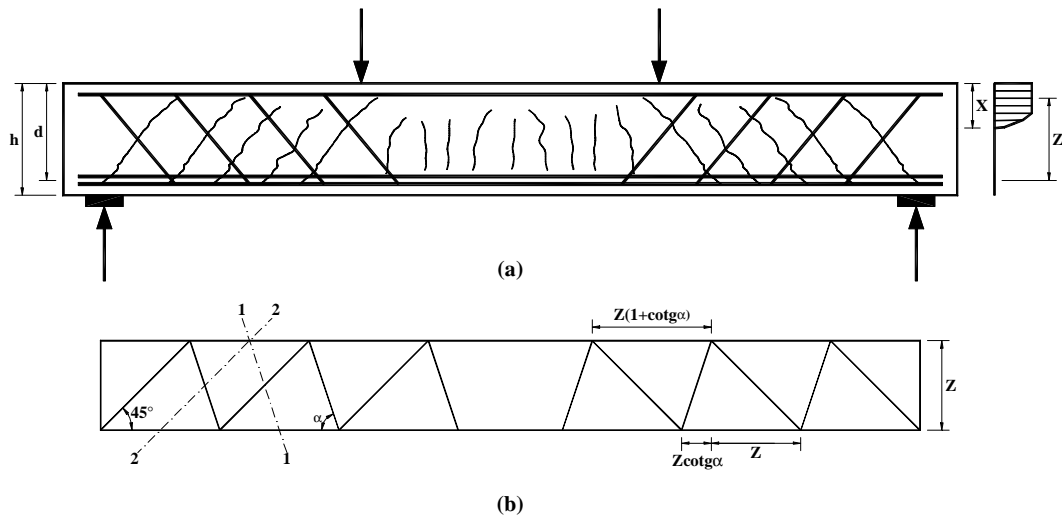


Figura 2.15 – Treliça clássica de Morsch (diagonais comprimidas e estribos inclinados).

### 2.6.2. Analogia Generalizada de Treliça.

Leonhardt & Mönning, no final da década de 1970, realizaram uma grande quantidade de ensaios, onde constataram que a treliça clássica conduz a uma taxa de armadura transversal um pouco elevada. Isto ocorre devido à tensão nela medida ser menor do que a calculada. Os fatores principais que influenciam a diferença entre os resultados teóricos e experimentais são:

- O banzo comprimido é inclinado, o que possibilita a absorção direta de uma parcela da força cortante;
- As fissuras têm uma inclinação  $\theta < 45^\circ$  nos trechos mais solicitados pelo esforço cortante.

Conforme Silva & Giongo (2000), com os resultados obtidos nas experiências de Leonhardt & Mönning, ficou clara a necessidade de se aprimorar o modelo utilizado para se dimensionar as armaduras transversais, surgindo com isto a analogia generalizada de treliça, na qual adota-se como modelo uma treliça com banzo comprimido inclinado e bielas com inclinação  $\theta$  menor ou igual a  $45^\circ$ . Entretanto, faz-se

necessário observar o eventual esmagamento das bielas de compressão, uma vez que este novo modelo acarreta um aumento nas tensões atuantes nestas. Além disso, deve-se observar, ainda, o dimensionamento das armaduras longitudinais, pois a resultante de concreto comprimido, agora inclinada nas proximidades dos apoios, faz com que o braço de alavanca, entre esta e a resultante de tração, seja menor, provocando um aumento na área da seção transversal da armadura longitudinal.

Existem ainda mecanismos complementares ao da treliça, capazes de transmitir os esforços entre as seções transversais, os quais são: o efeito de arco, o engrenamento dos agregados e o efeito de pino da armadura longitudinal.

No caso de vigas de concreto armado, com armadura transversal estes são considerados mecanismos alternativos, já no caso contrário são os únicos responsáveis pela resistência da peça ao cisalhamento.

Segundo Fusco (1984), o engrenamento dos agregados ocorre ao longo das fissuras do concreto, possibilitando a transmissão de forças oblíquas por meio das próprias fissuras. E devido à maior rigidez do aço em relação ao concreto, as barras das armaduras longitudinais funcionam como pinos de ligação que solidarizam as partes da viga de concreto separadas pelas fissuras. A soma desses efeitos contribui com uma parcela importante da resistência de uma viga a força cortante.

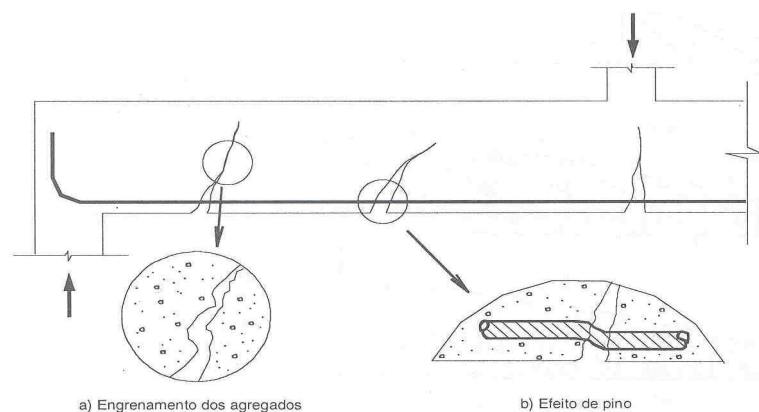


Figura 2.16 – Mecanismos alternativos de resistência à força cortante. (Fig. 3.3 , Silva & Giongo/2000)

O efeito de arco ocorre nas proximidades dos apoios, para onde as forças são conduzidas diretamente por intermédio de um campo de tensões de compressão, que possuem a forma de um arco. Este efeito de arco pode ser simplificado por uma biela de compressão com ângulo de inclinação  $\theta_1$ , diferente da inclinação  $\theta$  das outras bielas, conforme figura 2.17.

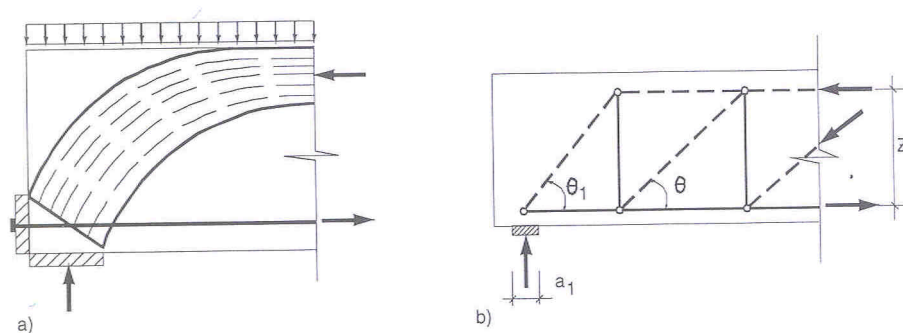


Figura 2.17 – Efeito de arco. (Fig. 3.5, Silva & Giongo/2000)

Nas vigas usuais, o efeito de arco pode absorver parte das ações atuantes. Segundo Leonhardt & Mönning (1978), esse efeito provoca um aumento da resistência ao cisalhamento em vigas compactas ( $2 \leq l/h \leq 8$ ) e quando uma força atuar próxima ao apoio, parte desta será transmitida diretamente para o apoio, com isso provocando uma redução na solicitação sobre os montantes tracionados da treliça, resultando em uma menor área de armadura transversal. Contudo, ressalta-se que o arco deve apoiar-se em um banzo tracionado bastante rígido. Schafer & Schlaich (1988) sugerem, para o cálculo da inclinação dessa biela inclinada, a equação 2.27:

$$\cot g\theta_1 = \frac{a_1}{2 \cdot Z} + \frac{\cot g\theta}{2} \quad (2.27)$$

onde:

- $\theta_1$  - ângulo de inclinação da biela (arco);
- $\theta$  - ângulo de inclinação das bielas internas;
- $a_1$  - largura do apoio;
- $Z$  - braço de alavanca.

Fusco (1984) comenta que as vigas de alma mais espessa somente apresentam tensões diagonais coerentes com o modelo de treliça nos estágios em que as ações são mais elevadas. Pode-se concluir que nessas vigas, primeiramente agem os mecanismos resistentes alternativos, cuja ação se reduz progressivamente com o aumento da fissuração da peça. Logo, conclui-se que a resistência das peças se deve a ação conjunta dos efeitos e dos mecanismos alternativos acima descritos.

### 2.6.3. Tipos de Ruptura.

Os tipos de ruptura das vigas de concreto armado, submetidas a forças cortantes, podem ser classificados da seguinte forma [Silva & Giongo, 2000; Fusco, 1984]:

a) Ruptura força cortante-compressão: esse tipo de ruptura é típico de peças superarmadas transversalmente, nas quais ocorre esmagamento do concreto das bielas sem aviso prévio. No passado, garantia-se a segurança considerando-se que a tensão tangencial de referência ( $\tau_{wd}$ ) não ultrapassasse a tensão última ( $\tau_{wu}$ ). Atualmente, a segurança é garantida quando a força cortante solicitante for menor ou igual à força cortante resistente, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

b) Ruptura força cortante-tração: modo de ruptura típico de peças subarmadas transversalmente, isto é, aquelas cuja armadura transversal atinge o escoamento. Nesse caso, ocorrem grandes deformações na armadura transversal e fissuração excessiva. Evita-se esse tipo de ruptura pelo emprego de armadura transversal em quantidade suficiente;

c) Ruptura força cortante-flexão: ocorre quando as fissuras diagonais de cisalhamento cortam uma parte do banzo comprimido da peça. A diminuição da espessura do banzo pode provocar o esmagamento do concreto. A seção de ruptura usualmente localiza-se nas proximidades de forças concentradas elevadas. A segurança nesse caso é garantida por meio de dimensionamento e detalhamento adequados da viga à flexão;

d) Ruptura por flexão da armadura longitudinal: decorre de deficiências localizadas da armadura longitudinal de tração que impede o funcionamento como treliça. A atenção aos critérios de arranjo das armaduras, principalmente no que se refere ao espaçamento e à ancoragem dos estribos, garante a segurança contra esse tipo de ruptura.

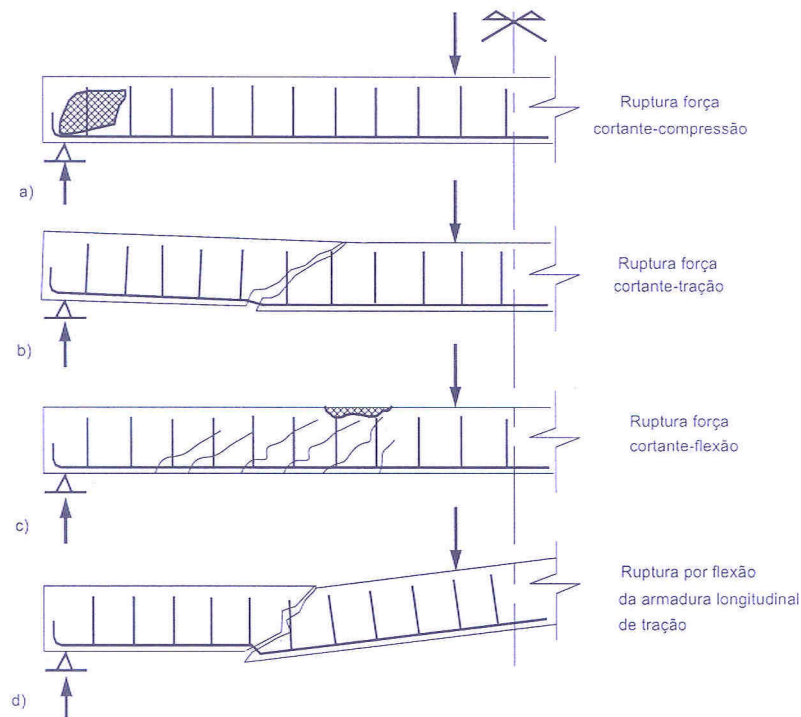


Figura 2.18 – Tipos de Ruptura. (Fig. 3.4, Silva & Giongo/2000)

#### 2.6.4. Modelo de Bielas e Tirantes.

Conforme Silva & Giongo (2000) “os modelos de bielas e tirantes são representações discretas dos campos de tensões nos elementos estruturais de concreto armado. As bielas são idealizações dos campos de tensão de compressão no concreto e os tirantes, campos de tensão de tração que podem ser absorvidos por uma ou várias camadas de armadura. O modelo idealizado, que é uma estrutura de barras, concentra todas as tensões em barras comprimidas e tracionadas, ligando-as por meio de nós.”

As tensões de tração também podem ser absorvidas pelo concreto e, conhecido um modelo, as forças atuantes nas bielas e nos tirantes são facilmente determinadas pelas equações de equilíbrio.

As estruturas são divididas em regiões contínuas e descontínuas, sendo as contínuas aquelas que apresentam distribuição linear de deformações ao longo de sua seção transversal. Regiões descontínuas são aquelas que não apresentam distribuição linear de deformações.

As regiões descontínuas, podem ser produzidas por discontinuidades estáticas e/ou geométricas, como por exemplo as regiões de apoio e ação de cargas concentradas e; as aberturas em vigas e nós de pórticos, respectivamente.

O modelo usual de treliças pode ser utilizado para projetar as regiões contínuas, contudo não são apropriados para o caso das regiões descontínuas, onde o fluxo de tensões é melhor representado pelo modelo de bielas e tirantes.

Quando utilizado, o modelo de bielas e tirantes, pode-se dimensionar de forma unificada as duas regiões. Isto se deve ao fato de que o modelo de treliça nada mais é do que um caso particular do modelo de bielas e tirantes.

Cabe ressaltar que, modelar a estrutura inteira na forma de bielas e tirantes é uma tarefa complexa, sendo mais conveniente realizar uma análise estrutural e dividir a estrutura em regiões contínuas e descontínuas. O dimensionamento das regiões contínuas pode ser feito com a utilização dos modelos de treliças e, para as regiões descontínuas, deve-se conhecer os esforços solicitantes no contorno dessas regiões, os quais são obtidos da análise estrutural e do projeto das regiões contínuas adjacentes.

As vigas usuais são constituídas principalmente por regiões contínuas, mas nas proximidades dos apoios e dos pontos de aplicação de cargas ocorrem regiões descontínuas, como pode ser visualizado na figura 2.19, onde as regiões descontínuas estão indicadas por um D e as contínuas por um B.

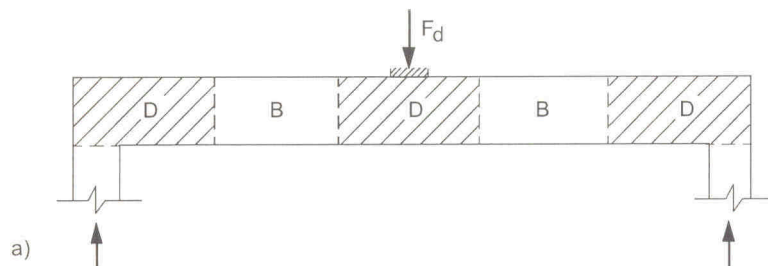


Figura 2.19 – Regiões contínuas e descontínuas. (Fig.3.1 a, Silva & Giongo/2000)

Quando o modelo de bielas e tirantes é aplicado às vigas, é normalmente chamado de modelo de treliças, o qual é constituído pelos mesmos elementos que a treliça clássica de Mörsch, onde a principal diferença é que o modelo de treliça considera que as bielas podem ter uma inclinação variável, entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$ , enquanto que a treliça clássica considera essa inclinação fixa, com valor de  $45^\circ$ .

### 2.6.5. Dimensionamento de Armadura Transversal Segundo a NBR 6118/2003.

A NBR 6118/2003 apresenta dois métodos de cálculo para a determinação da armadura transversal, que pressupõem a analogia com modelo em treliça, de banzos paralelos, associados a mecanismos resistentes complementares desenvolvidos no interior do elemento estrutural e traduzidos por uma componente adicional  $V_c$ . O primeiro método admite que as diagonais de compressão tenham inclinação de  $45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal da peça, e que  $V_c$  é suposto constante. O segundo método admite que as diagonais de compressão tenham inclinação diferente de  $45^\circ$ , compreendida no intervalo de  $30^\circ$  a  $45^\circ$ , e considera a parcela  $V_c$  com valores reduzidos.

A NBR 6118/1980, por sua vez, recomenda a utilização da treliça clássica de Mörsch, que conduz a uma armadura transversal um pouco exagerada, conforme foi constatado em ensaios realizados por Leonhardt & Mönning.

É válido salientar ainda que o primeiro método proposto na NBR 6118/2003 é bastante parecido com o método adotado no NBR 6118/1980, a diferença é que na norma antiga as verificações eram feitas em função das tensões, enquanto que no texto da nova norma, as verificações são feitas em termos de forças atuantes nas bielas de concreto e armadura transversal.

Já o segundo método leva em consideração o fato de que as bielas têm uma inclinação menor que  $45^\circ$ , conforme constatado nos ensaios realizados, e observou-se também, que a inclinação das bielas é influenciada pela largura da alma e pela taxa de armadura transversal.

As condições relativas aos esforços solicitantes, reduções nos esforços cortantes para seções próximas aos apoios e peças de altura variável, foram mantidas idênticas às da NBR 6118/1980.

A NBR 6118/2003 diz:

“A resistência da peça numa determinada seção transversal é satisfatória quando verificadas, simultaneamente, as seguintes condições”:

$$V_{Sd} < V_{Rd2} \quad (2.28)$$

$$V_{Sd} < V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (2.29)$$

Onde:

$V_{Sd}$  é a força cortante solicitante de cálculo, na seção;

$V_{Rd2}$  é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$  é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal, onde  $V_c$  é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça e  $V_{sw}$  a parcela absorvida pela armadura transversal.

No modelo de cálculo I, a resistência da peça é assegurada pela verificação da compressão diagonal do concreto e pelo cálculo da armadura transversal, conforme as equações 2.30 e 2.31, respectivamente:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \mathbf{a}_v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d, \text{ com: } \mathbf{a}_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \quad (2.30)$$

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\sin \mathbf{a} + \cos \mathbf{a}), \text{ em que:} \quad (2.31)$$

$V_c = 0$ , nas peças tracionadas quando a linha neutra se situa fora da seção:

$V_c = V_{co}$ , na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

$$V_c = (V_{co} + V_{co} \cdot (M_o / M_d)) \leq 2 \cdot V_{co}, \text{ na flexo-compressão com:} \quad (2.32)$$

$$V_{co} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d;$$

Sendo:

$M_o$  = momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção;

$M_{d,max}$  = momento fletor de cálculo máximo no trecho em análise;



$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{g_c}, \text{ sendo } f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ctm} \text{ e } f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \text{ (} f_{ck} \text{ em MPa).}$$

onde:  $f_{ctd}$  = resistência de cálculo à tração do concreto;

$f_{ctk,inf}$  = resistência característica inferior à tração do concreto;

$f_{ctm}$  = resistência média do concreto à tração direta;

Quando é utilizado o modelo de cálculo II, a resistência da peça é assegurada pela verificação da compressão diagonal do concreto e pelo cálculo da armadura transversal, conforme expressões 2.33 e 2.34, respectivamente:

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot a_v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot \sin^2 \alpha \cdot (\cot \alpha + \cot \beta) \quad (2.33)$$

$$V_{sw} = \left( \frac{A_{sw}}{s} \right) \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\cot \alpha + \cot \beta) \cdot \sin \alpha, \text{ em que:} \quad (2.34)$$

$V_c = 0$ , nas peças tracionadas quando a linha neutra se situa fora da seção;

$V_c = V_{c1}$ , na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

$$V_c = (V_{c1} + V_{c1} \cdot (M_o / M_d)) \leq 2 \cdot V_{c1}, \text{ na flexo-compressão com:} \quad (2.35)$$

$V_{c1} = V_{co}$ , quando  $V_{Sd} = V_{co}$  e

$V_{c1} = 0$ , quando  $V_{Sd} = V_{Rd2}$ , interpolando-se linearmente pra valores intermediários.

### 2.6.6. Disposições Construtivas.

A) Armadura Transversal Mínima (item 17.4.1.1.1) – NBR 6118/2003):

Os elementos lineares fletidos, submetidos à ação de força cortante, devem possuir uma armadura transversal mínima constituída por estribos, com taxa geométrica dada por:

$$r_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w} \cdot s \cdot \sin \alpha \geq 0,2 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}}$$

B) Espaçamento Entre Estribos (item 18.3.3.2 – NBR 6118/2003):

Os espaçamentos mínimos entre estribos, medido segundo o eixo longitudinal da peça, devem ser suficientes para permitir a passagem do vibrador, garantindo um bom adensamento do concreto. O espaçamento máximo deve atender às seguintes condições:

$$\text{Se } V_d \leq 0,67 \cdot V_{Rd2}, \text{ então } s_{\max} = 0,6 \cdot d \leq 30\text{cm}$$

$$\text{Se } V_d > 0,67 \cdot V_{Rd2}, \text{ então } s_{\max} = 0,3 \cdot d \leq 20\text{cm}$$

O espaçamento transversal entre ramos sucessivos da armadura constituída por estribos não deve exceder aos seguintes valores:

$$\text{Se } V_d \leq 0,20 \cdot V_{Rd2}, \text{ então } s_{t,\max} = d \leq 80\text{cm}$$

$$\text{Se } V_d > 0,20 \cdot V_{Rd2}, \text{ então } s_{t,\max} = 0,6 \cdot d \leq 35\text{cm}$$

C) Diâmetro Máximo e Mínimo (item 18.3.3.2 – NBR 6118/2003):

O diâmetro máximo da barra que constitui o estribo não deve exceder a 1/10 da largura da alma da viga. E no caso da barra ser lisa, o seu diâmetro não poderá ser superior a 12 mm.

O diâmetro mínimo da barra que constitui o estribo deve ser maior ou igual a 5 mm.

D) Porta Estribo (item 18.3.3.2 – NBR 6118/2003):

A norma apenas recomenda que, quando a face oposta do estribo em relação à armadura longitudinal de tração, puder estar tracionada, o estribo deve ter o ramo horizontal nessa região, ou ser complementado por meio de barra adicional.

E) Cargas Próximas aos Apoios (item 17.4.1.2.1 – NBR 6118/2003):

A NBR 6118/2003 fixa, ainda, as seguintes condições relativas aos esforços solicitantes, as quais não se aplicam à verificação da resistência à compressão diagonal do concreto:

No caso de cargas próximas aos apoios: para o cálculo da armadura transversal, no caso de apoio direto (se a carga e a reação de apoio forem aplicadas em faces opostas da peça, comprimindo-a), valem as seguintes prescrições:

- a força cortante oriunda de carga distribuída pode ser considerada, no trecho entre o apoio e a seção situada à distância  $d/2$  da face do apoio, constante e igual à dessa seção;

- a força cortante devida a uma carga concentrada aplicada a uma distância  $a \leq 2 \cdot d$  do eixo teórico do apoio pode, nesse trecho de comprimento  $a$ , ser reduzida multiplicando-a por  $a/2 \cdot d$ ; esse eixo teórico é definido a partir do vão teórico; todavia, essa redução não se aplica às forças cortantes provenientes dos cabos inclinados de protensão.

## 2.7. Detalhamento da Armadura Transversal

### 2.7.1. Tipos de Armaduras Transversais:

As armaduras transversais podem ser compostas por estribos e barras dobradas. As barras dobradas por muito tempo foram consideradas como as armaduras mais recomendáveis para resistir aos esforços oriundos das forças cortantes. Entretanto, o uso dos cavaletes causava uma falsa impressão de segurança, que decorria das antigas regras de armar as estruturas, as quais ignoravam as possíveis conseqüências da excessiva concentração de esforços nas bielas diagonais e da tendência ao fendilhamento do concreto no plano das barras dobradas. Este fendilhamento, ao contrário do que acontece com os estribos, não pode ser impedido pelas tensões de

compressão de flexão nem pela compressão diagonal das bielas resistentes às forças cortantes [Fusco, 1995]

Devido a este motivo, a NBR 6118/2003 exige que pelo menos 40% dos esforços transversais sejam absorvidos por estribos. Esta exigência deve-se à comprovação, por intermédio de ensaios, que, se a peça possuir apenas barras dobradas para combater o cisalhamento, esta terá sua ruína alcançada com uma carga inferior à teoricamente prevista.

Já os estribos apresentam como vantagem a sua disposição nos planos transversais da peça de concreto armado, sendo que os mesmos podem ser colocados nos planos das seções transversais e nos planos inclinados em relação ao eixo da peça, porém perpendiculares ao plano médio da peça. Devido a esta disposição, há uma proteção contra o fendilhamento que pode decorrer das dobras dos estribos [Fusco, 1995].

Os estribos podem ser divididos em abertos e fechados, sendo que os estribos abertos são tão eficientes quanto os fechados, mas deve-se salientar que devido aos esforços secundários na estrutura, torna-se recomendável à colocação de armadura suplementar de fechamento, mesmo do lado comprimido da peça [Fusco, 1995]. Devido a razões construtivas, o lado fechado é sempre colocado no fundo da forma, independentemente de este ser o lado comprimido ou tracionado da peça. Se o lado aberto do estribo ficar na região tracionada, a colocação da armadura suplementar de fechamento do estribo é de colocação obrigatória [Fusco, 1995].

Quando são empregados estribos múltiplos, os ramos horizontais devem ser sobrepostos parcialmente, a fim de impedir a fissuração longitudinal do banzo tracionado [Fusco, 1995].

### 2.7.2. Distribuição da Armadura Transversal no Interior dos Tramos das Vigas.

Os estribos devem ser distribuídos ao longo dos tramos das vigas de concreto. Geralmente os estribos são distribuídos ao longo de faixas, com espaçamentos

idênticos. Adotam-se normalmente três faixas, um trecho central em que se utiliza armadura mínima e, nos extremos, a armadura necessária para absorver o esforço cortante máximo atuante no trecho.

No caso de vigas solicitadas por carga distribuída e/ou por cargas concentradas, localizadas nas proximidades dos apoios, segundo Süsskind (1993) estas não precisariam ser armadas contra o cisalhamento nestes trechos. A NBR 6118/2003, por sua vez, permite a redução do valor do esforço cortante nos apoios, devido a cargas diretas localizadas próximas ao apoio.

Caso exista o cruzamento de vigas é usual que sejam colocados os estribos da viga principal, interrompendo-se os estribos da viga secundária. No caso da viga suportada possuir sua base em posição inferior a base da viga suporte, é indispensável à utilização de armadura adicional denominada de armadura de suspensão, que possui a finalidade de transferir o carregamento para a parte superior da viga que serve de suporte.

Também para o caso da base da viga suportada estar em posição superior à base da viga suporte, pode ser necessário utilizar estribos que possuam a mesma finalidade da armadura de suspensão do caso anterior. Isto se faz necessário, pois o conceito do comportamento de treliças para as vigas de concreto armado, está baseada em vigas carregadas superiormente e apoiadas inferiormente.

### **3. Procedimentos de Dimensionamento e Detalhamento Automático.**

Neste capítulo apresentam-se alguns programas comerciais de cálculo estrutural e seus respectivos processos de entrada de dados, configuração e apresentação de resultados. Além disso, apresenta-se, também, todo o processo de implementação do programa desenvolvido nessa dissertação, o VigaCalc. Finalmente, são apresentadas as telas, as funções e os procedimentos adotados, durante seu desenvolvimento.

Para a realização deste trabalho foi necessário o desenvolvimento de um programa computacional, que executasse o dimensionamento e o detalhamento de vigas de concreto armado segundo as prescrições da NBR 6118/2003 e que permitisse, ainda, a realização de uma série de estudos. Isso não poderia ser feito através dos programas comerciais empregados nesta dissertação, pois os mesmos ainda seguem as disposições da NBR 6118/1980 e não fornecem uma série de valores que são necessários para uma análise mais profunda dos resultados obtidos e, na maioria dos casos, não possibilitam uma maior interação entre os usuários e suas rotinas.

A concepção das rotinas do VigaCalc consumiu um grande período de tempo, que foi destinado a estudos de como seriam realizadas suas operações, pois alguns procedimentos ainda não haviam sido implementados em outros programas e também pela necessidade de definição criteriosa dos parâmetros a serem utilizados pelo programa desenvolvido.

Deve-se salientar que através da realização desta dissertação desenvolveu-se uma ferramenta computacional muito importante que permitirá, ainda, a implementação de uma série de trabalhos futuros.

As rotinas computacionais foram desenvolvidas no ambiente de linguagem Visual Basic, devido ao fato de ser uma linguagem com uma grande quantidade de recursos, e de fácil aplicação e por ser a linguagem utilizada por muitos pesquisadores

que atuam no Laboratório de Análise de Estruturas (LAE) da Universidade Federal de Santa Catarina.

### 3.1. Apresentação de Alguns Programas de Cálculo Estrutural Existentes

Atualmente, em nosso país, existem, comercialmente disponíveis, diversos programas de cálculo estrutural, como por exemplo: Engecal, Eberick, CypeCad e CAD/TQS.

Cada um apresenta formas de configuração, entrada de dados, listagem de resultados e detalhamentos diferentes, mas todos buscam o mesmo ideal, que é atender as necessidades dos projetistas estruturais.

Em virtude do elevado custo dos programas comerciais de cálculo estrutural, neste trabalho utilizam-se os programas Eberick e CAD/TQS, uma vez que o autor desta dissertação dispõe de acesso facilitado a esses programas.

Os programas comerciais serão utilizados para se fazer uma comparação entre os detalhamentos das vigas dimensionadas através do programa desenvolvido para a realização desta dissertação. A partir dessas comparações, poderão ser definidos novos parâmetros para realização dos detalhamentos automáticos.

#### 3.1.1. Entrada de Dados nos Programas Eberick e CAD/TQS

Ambos os programas permitem ao usuário realizar a entrada dos dados das vigas através de uma interface gráfica, onde o operador informa os dados de geometria da seção transversal e carregamento das vigas por meio de formulários específicos e as demais informações, tais como vãos dos tramos e pontos de apoios, diretamente por meio gráfico.

O programa CAD/TQS além do modo gráfico, permite ainda que todos os dados sejam informados por intermédio de formulários, onde se faz a digitação de todas as informações da viga.

### 3.1.2. Configuração dos Programas

Cada um dos programas possui sua forma de configuração, feita por meio do preenchimento de lacunas ou pela seleção de uma entre várias opções apresentadas pelos mesmos. A seguir apresentam-se algumas telas de configuração de cada programa.

#### A ) Telas de Configuração do Eberick

A configuração do Eberick é feita por intermédio das telas principais apresentadas nas figuras 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4, onde se informam os valores necessários em caixas de texto ou procedendo-se à escolha dos valores desejados entre a listagem de dados previamente cadastrados. Nessas telas informa-se: a taxa máxima de armadura longitudinal, relação máxima entre altura e o centro de gravidade das armaduras, cobertura das armaduras, abertura máxima de fissuras, resistência à compressão do concreto, bitolas a serem utilizadas no detalhamento, entre outros.



**Configurações para os Elementos do Projeto**

Pilares | **Vigas** | Lajes | Sapatas | Blocos

Relação máxima entre altura e CG da armadura: 5 %

Dimensionamento com redução por Tc

Aviçar para flecha > L /: 300

Tensão mínima para considerar torção: 5 % Ttu

Armadura de pele

Dímetro mínimo: 5.0

Espaçamento máximo: 15 cm

Altura inicial: 60 cm

Apoios sobre pilares extremos

Usar armadura mínima para apoios com largura superior a 12 cm

Ancoragem dentro da viga

Largura máxima de desenho: 50 cm

Desenho

Desenhar apoios na forma

Cotar apoios

Cotagem da barra até a face do apoio

Fator de espaçamento vertical: 1.0

Coeficientes... Estribos... Detalhamento...

OK Cancelar

Figura 3.1 – Tela de Configuração para os Elementos do Projeto

**Vigas - Detalhamento**

Tipo de ancoragem das barras: Reta

Diâmetro mínimo da armadura de compressão: 10.0

Diâmetro mínimo da armadura de torção: 8.0

Espaçamento máximo da armadura de torção: 45 cm

Diâmetro do vibrador: 3 cm

Diâmetro da armadura construtiva: <=t

Ponta reta mínima das barras ancoradas na extremidade: 50 cm

Ajustar escala do corte quando necessário

Indicar texto da seção em cada vão

Indicar texto da seção ao lado do nome

Indicação de camada: c

Sobreposição das barras construtivas: 10 cm

Sobreposição máxima entre barras negativas: 50 cm

Espaçamento máximo para igualar barras: 20 cm

Detalhamento com barras escalonadas

Arredondar espaçamento entre barras

Unir barras positivas entre vãos

Permitir viga maior apoiando em menor

Esperas para pilares

Caso a altura seja menor que a ancoragem do pilar: Não detalhar

OK Cancelar

Figura 3.2 – Tela de Configuração de Vigas - Detalhamento

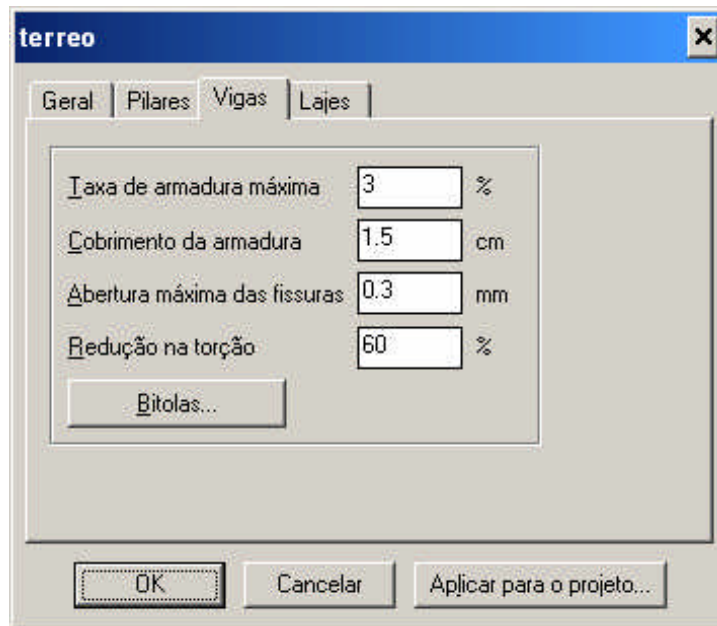


Figura 3.3 – Tela de Configuração do Pavimento



Figura 3.4 – Tela de Configuração de Bitolas das Vigas

## B ) Telas de Configuração do CAD/TQS

Os critérios de configuração do CAD/Vigas, módulo do CAD/TQS que processa o dimensionamento e detalhamento das vigas, estão separados em dois grandes grupos: o primeiro, são os critérios de projeto e o segundo, os critérios de desenho.

Nos critérios de projetos são definidas as configurações referentes à parte do processamento de dimensionamento das armaduras longitudinais e transversais da viga. Ou seja, nessa etapa são definidos os valores de  $f_{ck}$ , cobrimento, coeficiente de majoração das solicitações, coeficiente de minoração da resistência do concreto, coeficiente de minoração da resistência do aço, abertura máxima de fissuras, bitolas de flexão, bitolas de cisalhamento, dentre outros.

Nos critérios de desenho são definidas as configurações referentes ao detalhamento das armaduras, tais como: posição do detalhamento das armaduras, forma de indicar a seção transversal da viga no detalhamento, forma de arredondar as barras, etc.

Ao todo, o módulo de vigas do CAD/TQS possui mais de 100 critérios para serem configurados pelo usuário.

Apresentam-se, nas figuras 3.5 e 3.6, as telas iniciais dos critérios de projeto e de desenho do CAD/VIGAS, as quais dão acesso a outras.

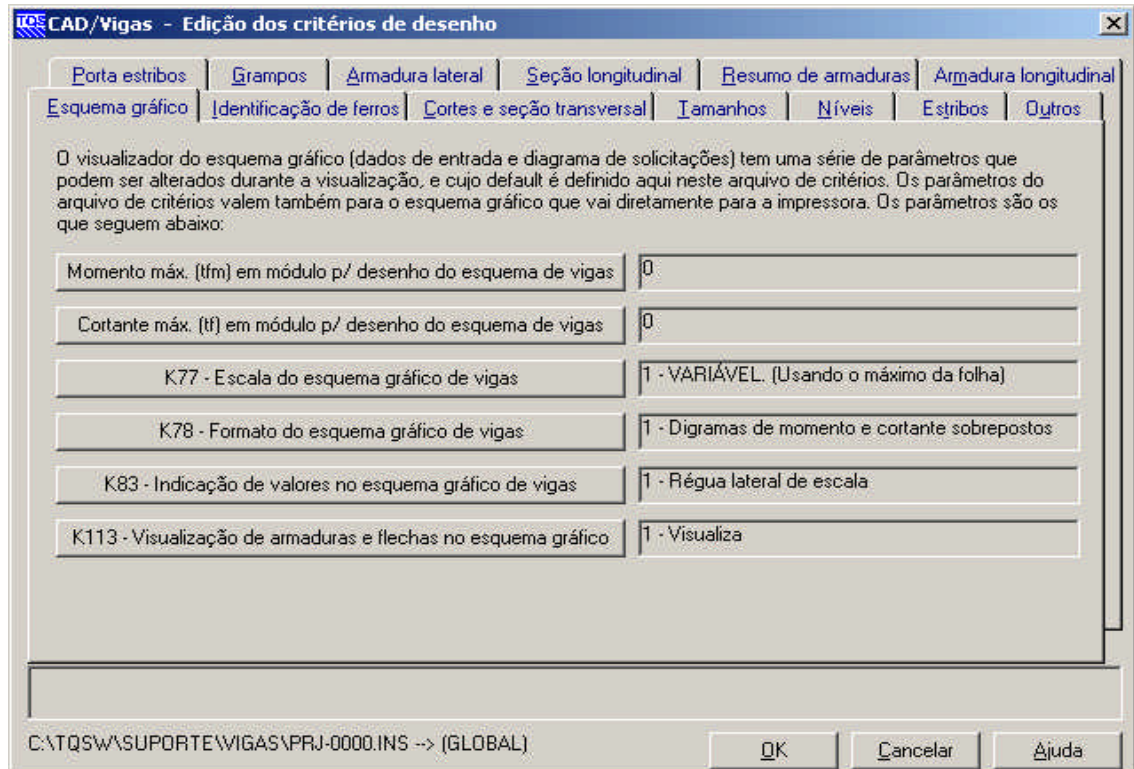


Figura 3.5 – Tela Edição dos Critérios de Desenho

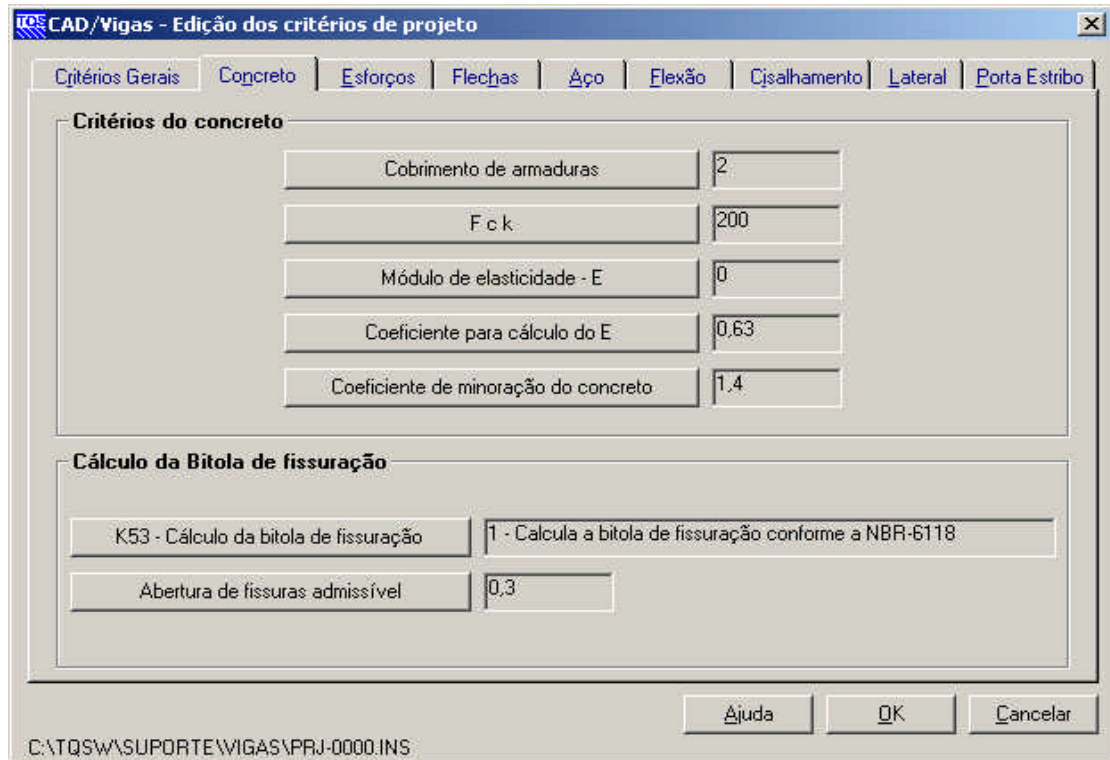


Figura 3.6 – Tela Edição dos Critérios de Projeto

### 3.1.3. Apresentação dos Resultados

Os dois programas possuem duas formas de apresentar os resultados do dimensionamento das vigas, a primeira é na forma de detalhamento gráfico, a qual é a forma mais usual e muitas vezes a mais simples de interpretar os resultados. A segunda, é através de relatórios, onde são listados os valores dos esforços solicitantes, as áreas das armaduras, os vãos de cada tramo, dimensões dos apoios, dimensões da viga, dentre outros resultados. No entanto, a forma de apresentar os relatórios difere entre os programas. No Eberick os relatórios são apresentados em forma de tabelas, enquanto que, o CAD/TQS utiliza arquivos texto para apresentar seus relatórios.

## 3.2. Apresentação do Programa VigaCalc

Conforme mencionado no início deste capítulo, desenvolveu-se um programa computacional para realizar o dimensionamento e o detalhamento de vigas de concreto armado segundo a NBR 6118/2003.

Apresentam-se, na seqüência, as telas e os procedimentos adotados pelas rotinas do VigaCalc.

### 3.2.1. Tela Principal

É através da tela principal do programa que se tem acesso a todas as funções do programa, tais como configuração, leitura de dados, entrada de dados, listagem da configuração, ajuda, e outras mais, que serão apresentadas neste capítulo.

Ao iniciar-se o programa, este apresenta a tela da figura 3.7, na qual estão visíveis, previamente, apenas as seguintes funções: configuração, ler dados, entrada ou modificação de dados, listar configurações, ajuda, limpar dados de vigas e sair. Após a entrada ou leitura dos dados de uma viga, a tela inicial passa a ter a forma apresentada na figura 3.7, que então passa a permitir o acesso a todas as funções.



Figura 3.7 – Tela Principal do Programa VigaCalc

Na tabela 3.1 apresentam-se os botões da tela principal com suas respectivas funções:

Tabela 3.1 – Listagem de Botões da Tela Principal com suas respectivas funções:

Botão:	Função:
<i>Configuração</i>	dá acesso aos parâmetros de configuração, permitindo alterá-los;
<i>Ler Dados</i>	chama a rotina que faz a leitura da entrada de dados por intermédio de um arquivo texto;
<i>Entrada ou Modificação de Dados</i>	inicia a rotina que permite a entrada de dados manualmente ou a alteração dos dados já informados;
<i>Listar Configurações</i>	lista as configurações impostas ao programa;
<i>Ajuda</i>	abre uma tela de ajuda, a qual explica de maneira sucinta a forma de operar o programa;
<i>Limpar Dados de Viga</i>	apaga os seguintes dados da viga: número de tramos, base, altura, comprimento do tramo, largura dos apoios, tipo dos apoios, cargas, ponto inicial da carga e final;
<i>Sair</i>	encerra a execução do programa;
<i>Listar Entrada de Dados</i>	faz com que o programa liste os dados da viga;
<i>Cálculo dos Esforços Solicitantes</i>	chama a rotina que apresenta a listagem das seções de cada tramo, com os respectivos momentos, esforços cortantes e posição;
<i>Listar Esforços</i>	faz a listagem dos esforços calculados da viga;
<i>Listar Resultados</i>	inicia a rotina que faz a listagem dos resultados obtidos pelo programa;
<i>Listar Resultados Parciais</i>	aciona a rotina que apresenta os resultados de forma parcial;
<i>Detalhar Viga</i>	ativa a rotina de detalhamento gráfico da viga;
<i>Gerar Arquivo Alfanumérico</i>	inicia a rotina que cria um arquivo texto, o qual descreve o detalhamento da viga em forma de formulário.

Apresenta-se a seguir um exemplo de arquivo alfanumérico.

Tramo: 1 Base: 15cm Altura: 60cm

Larg. do Apoio Esquerdo: 35cm Distância entre Apoios: 550cm

Larg. do Apoio Direito: 25cm

Armadura Longitudinal

Armadura Negativa

N3 2 fi 5 mm - 560

Ponto Inicial Barra: 30,0cm - Comprimento Reto da Barra: 560cm

Ancoragem Esquerda: Reta - Gancho Esq.: 0cm Ancoragem

Direita: Reta - Gancho Dir.: 0cm

Número de Camadas: 1

Armadura Positiva

N1 2 fi 12,5 mm - 609

Ponto Inicial Barra: 18,6cm - Comprimento Reto da Barra: 588cm  
Ancoragem Esquerda: Reta - Gancho Esq.: 0cm Ancoragem  
Direita: Laço - Gancho Dir.: 21cm

N2 2 fi 12,5 mm - 515

Ponto Inicial Barra: 68,6cm - Comprimento Reto da Barra: 515cm  
Ancoragem Esquerda: Reta - Gancho Esq.: 0cm Ancoragem  
Direita: Reta - Gancho Dir.: 0cm

Número de Camadas: 2

Laço Apoio Direito: 5 fi 5mm - 64

Ponto Inicial do Laço: 2,5cm - Comprimento Ancoragem: 27cm

Armadura Transversal

Trecho: 1 Início Trecho: 0,0cm Final Trecho: 550,0cm

21 fi 5 mm c. 27 Comprimento Trecho: 550,0cm

### 3.2.2. Entrada de Dados

A Entrada de Dados pode ser feita de duas maneiras. A primeira forma é a Entrada ou Modificação de Dados, onde se informa através da digitação dos dados nas seguintes telas: na primeira tela, que é apresentada na figura 3.8, informa-se o número de tramos que a viga possui.

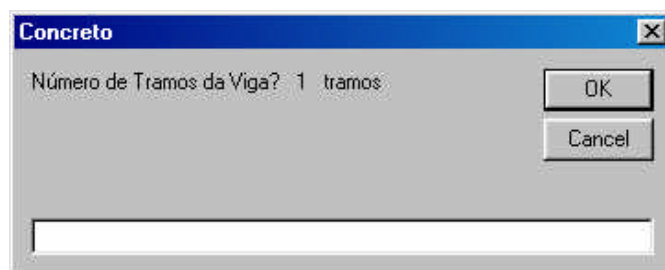


Figura 3.8 – Tela Inicial da Entrada de Dados.

Após esta informação surge a segunda tela, apresentada na figura 3.9, onde se informam os demais dados necessários.

Tramo: 1

Dimensões da Viga

Base:  cm

Altura:  cm

Comprimento Entre Apoios:  cm

Apoios:

Apoio Esquerdo

Livre

Apoiado

Largura do Apoio:  cm

Apoio Direito:

Livre

Apoiado

Largura do Apoio:  cm

Cargas Aplicadas:

Peso Próprio	<input type="text"/> kN/m	Início: <input type="text"/> m	Término: <input type="text"/> m
Carga -01	<input type="text"/> kN/m	Início: <input type="text"/> m	Término: <input type="text"/> m
Carga -02	<input type="text"/> kN/m	Início: <input type="text"/> m	Término: <input type="text"/> m
Carga -03	<input type="text"/> kN/m	Início: <input type="text"/> m	Término: <input type="text"/> m
Carga -04	<input type="text"/> kN/m	Início: <input type="text"/> m	Término: <input type="text"/> m
Carga -05	<input type="text"/> kN/m	Início: <input type="text"/> m	Término: <input type="text"/> m

Proximo Tramo      Retornar

Figura 3.9 – Tela da Entrada de Dados.

No campo Dimensões da Viga, informa-se: a dimensão da base e da altura e o comprimento do vão entre apoios, sendo as medidas em centímetros.

O campo Apoios possui dois subcampos, sendo estes, Apoio Direito e Apoio Esquerdo, onde é informado se o apoio é livre, apoiado ou engastado, e no caso deste ser apoiado ou engastado define-se, ainda, a largura do apoio em centímetros.

No campo Cargas Aplicadas informam-se até cinco cargas adicionais que atuam no tramo, sendo que o peso próprio e o vão teórico são calculados automaticamente. O peso próprio é determinado pela seguinte expressão:  $pp = bw \cdot h \cdot l \cdot 25$ , onde:  $bw$  é a base,  $h$  é a altura,  $l$  é o vão teórico, determinado pela adição de meia largura dos apoios com o comprimento entre apoios, previamente informados.

O valor das cargas deve ser informado em kN e os pontos de início e término de aplicação da carga em metros. No caso dos pontos de início e término, serem idênticos, o programa interpreta esta carga como sendo concentrada e caso contrário, como uma carga uniformemente distribuída.



A segunda forma de realizar-se a entrada dos dados é através de um arquivo texto, que possui a seguinte formatação: na primeira linha informa-se o número de tramos, e nas linhas seguintes informam-se os dados dos tramos, sendo um tramo por linha.

As linhas com os dados de cada tramo seguem o seguinte esquema de apresentação dos dados: base, altura, comprimento do vão, apoio direito se engastado(E), apoiado(A) ou livre(L), largura do apoio, apoio esquerdo se engastado(E), apoiado(A) ou livre(L), largura do apoio, primeira carga adicional, seu ponto de início e término, segunda carga adicional, seu ponto de início e término, terceira carga adicional, seu ponto de início e término, quarta carga adicional, seu ponto de início e término e quinta carga adicional, seu ponto de início e término, se forem necessárias.

Para uma melhor compreensão do arquivo, apresenta-se o exemplo da figura 3.10:

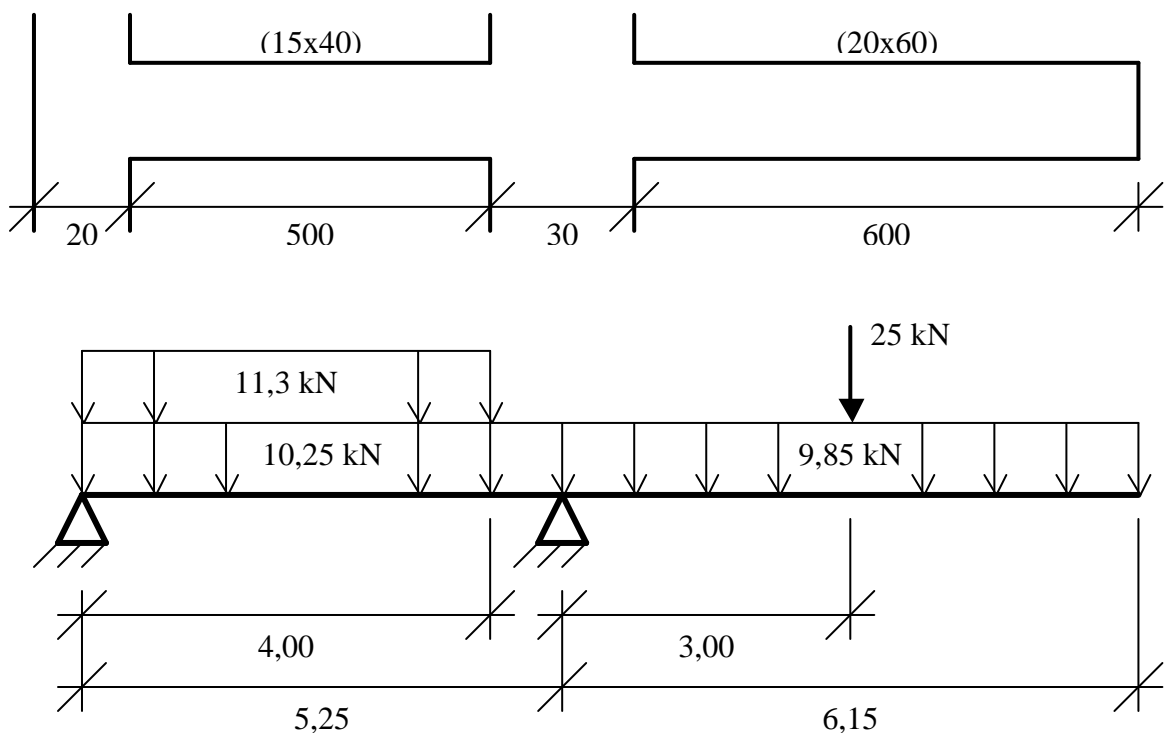


Figura 3.10 – Esquema da viga exemplo.

Cujo arquivo alfanumérico é apresentado à seguir:

```

2
15,40,500,"A",20,"A",30,10.25,0,5.25,11.3,0,4
20,60,600,"A",30,"L",0,9.85,0,6.15,25,3,3

```

Este arquivo texto pode ser digitado em um editor de texto, ou criado no próprio programa desenvolvido, onde, após ser realizada a entrada dos dados pela tela já apresentada, estes podem ser salvos por meio do comando *Gravar Dados*.

As rotinas utilizam os dados informados para calcular os Esforços Internos Solicitantes e para dimensionar as armaduras necessárias.

### 3.2.3. Configuração dos Parâmetros

A configuração dos parâmetros a serem utilizados pelas rotinas é feita através da tela apresentada na figura 3.11, que apresenta os seguintes valores previamente configurados.

A imagem mostra a interface de configuração de um software. O título da janela é "Configuração".

- Coeficientes de Segurança:**
  - Coeficiente de Minoração da Resistência do Aço:  1,15 - Casos Gerais
  - Coeficiente de Minoração da Resistência do Concreto:  1,3 - Peças Pré-moldadas,  1,4 - Casos Gerais,  1,5 - Demais Casos
  - Coeficiente de Majoração das Cargas:  1,2 - Deformações Impostas,  1,4 - Cargas Acidentais e Permanentes
- Resistência Característica do Concreto:** 20 MPa
- Agregado Graudo:**  Brita 0,  Brita 2,  Brita 4,  Brita 1,  Brita 3
- Distância do CG da Armadura até:**
  - Crista da Viga: 4 cm
  - Base da Viga: 5 cm
  - Altura Útil:  Exata,  Adotada
- Módulo de Elasticidade do Aço:** 210000 MPa
- Tipos de Aço:** Armadura Longitudinal, Armadura Transversal
- Cobrimento:**  2,5 cm,  3,0 cm,  4,0 cm,  5,0 cm
- Fissura Máxima:**  0,1 mm,  0,3 mm,  0,2 mm,  0,4 mm
- Valor de x/d:** Entre com o valor da relação x/d, para ser utilizado nas seções dos apoios: x/d = 0,5.  x/d - apenas nos apoios,  x/d - em todo tramo,  x/d - não utilizar
- Espaçamento Entre Estribos:** Espaço Mínimo: 5 cm
- Núm. Seções Para EIS:**  12 Seções,  3600 Seções,  60 Seções,  6000 Seções,  120 Seções,  8400 Seções,  600 Seções,  10000 Seções,  1200 Seções
- Det. Barras Longitudinais Proc.:**  Exato,  Simplificado
- Det. Barras Longitudinais de:**  1 barra,  3 barras,  2 barras,

Botão "Retornar" na parte inferior direita.

Figura 3.11 – Tela de Configuração.

A mesma possui o campo denominado Coeficientes de Segurança, que é composto pelos subcampos: Coeficiente de Minoração da Resistência do Aço,

Coefficiente de Minoração da Resistência do Concreto e Coeficiente de Majoração das Cargas.

Nos campos Distância do CG da Armadura até, Crista da Viga e Base da Viga, informam-se respectivamente os valores da distância do centro de gravidade da armadura superior até a crista da viga e a distância do centro de gravidade da armadura inferior até a base da viga. Neste campo opta-se pelo método de cálculo da altura útil.

No campo Valor de  $x/d$  informa-se o valor limite da relação  $x$  por  $d$ , que será utilizada no dimensionamento das seções, conforme seleção efetuada no mesmo campo.

No campo Num. Seções para EIS (Esforços Internos Solicitantes) opta-se pelo número de seções que as rotinas de cálculo dos esforços internos solicitantes irão dividir o tramo para calcular e traçar os diagramas de esforços.

Pode-se configurar ainda: o diâmetro do agregado graúdo, o módulo de elasticidade do aço, o cobrimento, o valor da fissura máxima, a resistência característica do concreto e o espaçamento dos estribos, em seus respectivos campos.

No campo Tipos de Aço existem dois botões que permitem que se opte pelas bitolas que serão utilizadas no detalhamento das armaduras longitudinais e transversais, as telas são apresentadas na figura 3.12.

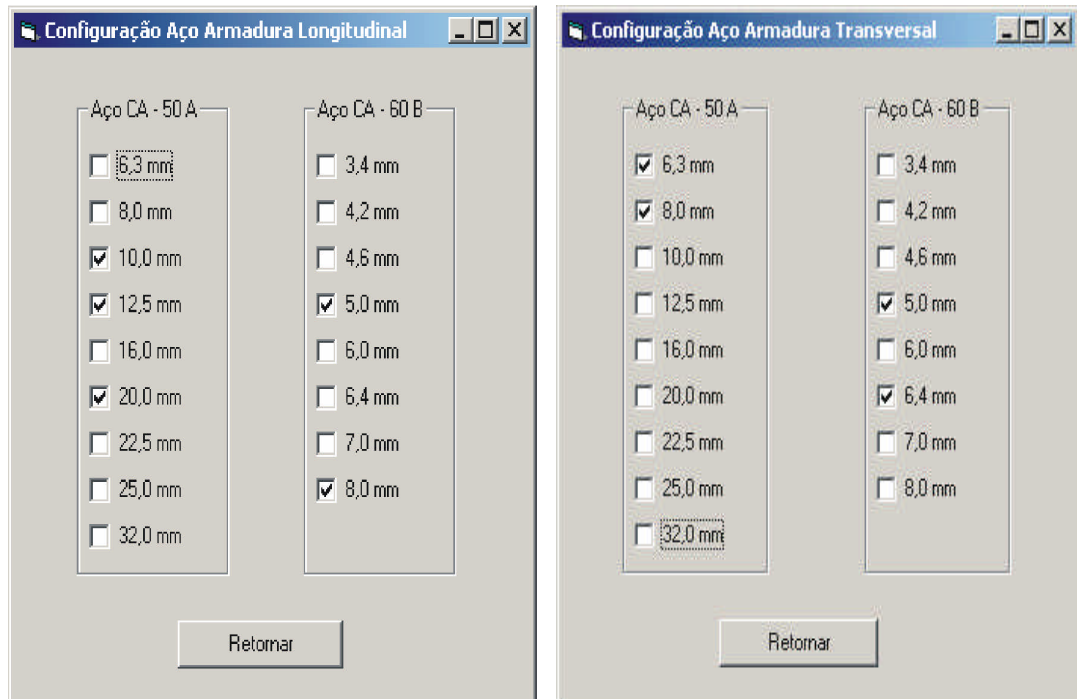


Figura 3.12 – Telas de Configuração Aço Armadura Longitudinal e Aço Armadura Transversal.

No campo Detalhamento Barras Longitudinais Processo, opta-se por qual processo se realizará a distribuição das barras para execução do corte. Pode-se utilizar o processo exato ou simplificado, que foram explicados no capítulo 2.

No campo Detalhar Barras Longitudinais, indica-se o número de barras a agrupar no detalhamento. Deve-se ressaltar, porém, que esta opção não afeta as barras que devem ir de apoio a apoio.

### 3.2.4. Cálculo dos Esforços Internos Solicitantes

O cálculo dos Esforços Internos Solicitantes é realizado através do Método dos Deslocamentos, o qual é composto pelas seguintes etapas [Rovere, 2001].

1. Montagem das Matrizes: Matriz de Reações de Engastamento Perfeito dos Elementos, Matriz de Rigidez dos Elementos, Matriz de Rigidez da Estrutura e Matriz de Reações de Engastamento Perfeito da Estrutura.
2. Reordenação das Matrizes.

3. Subdivisão das Matrizes.

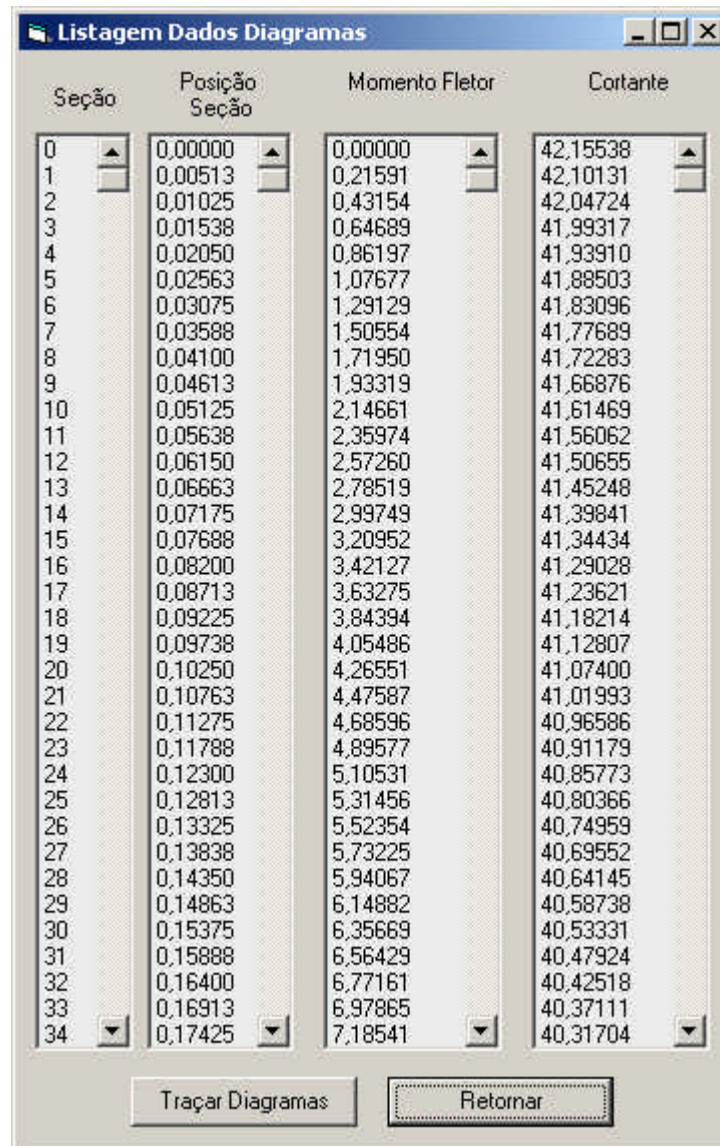
4. Solução Sistema.

A ) Apresentação dos Esforços Solicitantes.

Após o cálculo dos esforços internos solicitantes, estes podem ser visualizados pelo usuário de três formas distintas.

A primeira maneira de se analisar os esforços calculados, é através do botão *Cálculo Esforços Solicitantes*, que se encontra na tela principal do programa, o qual abre a tela da figura 3.13.

Nela encontramos as seguintes informações: na coluna *Seção* apresenta-se o número da seção em estudo, *Posição Seção* mostra a posição da seção em relação ao extremo esquerdo do tramo em estudo, *Momento Fletor* e *Cortante* são respectivamente os valores de momento fletor e esforço cortante que atua na referida seção.



The screenshot shows a software window titled "Listagem Dados Diagramas". It contains a table with four columns: "Seção", "Posição Seção", "Momento Fletor", and "Cortante". The table lists data for 35 sections (0 to 34). At the bottom of the window, there are two buttons: "Traçar Diagramas" and "Retornar".

Seção	Posição Seção	Momento Fletor	Cortante
0	0,00000	0,00000	42,15538
1	0,00513	0,21591	42,10131
2	0,01025	0,43154	42,04724
3	0,01538	0,64689	41,99317
4	0,02050	0,86197	41,93910
5	0,02563	1,07677	41,88503
6	0,03075	1,29129	41,83096
7	0,03588	1,50554	41,77689
8	0,04100	1,71950	41,72283
9	0,04613	1,93319	41,66876
10	0,05125	2,14661	41,61469
11	0,05638	2,35974	41,56062
12	0,06150	2,57260	41,50655
13	0,06663	2,78519	41,45248
14	0,07175	2,99749	41,39841
15	0,07688	3,20952	41,34434
16	0,08200	3,42127	41,29028
17	0,08713	3,63275	41,23621
18	0,09225	3,84394	41,18214
19	0,09738	4,05486	41,12807
20	0,10250	4,26551	41,07400
21	0,10763	4,47587	41,01993
22	0,11275	4,68596	40,96586
23	0,11788	4,89577	40,91179
24	0,12300	5,10531	40,85773
25	0,12813	5,31456	40,80366
26	0,13325	5,52354	40,74959
27	0,13838	5,73225	40,69552
28	0,14350	5,94067	40,64145
29	0,14863	6,14882	40,58738
30	0,15375	6,35669	40,53331
31	0,15888	6,56429	40,47924
32	0,16400	6,77161	40,42518
33	0,16913	6,97865	40,37111
34	0,17425	7,18541	40,31704

Figura 3.13 – Tela de Listagem dos Dados dos Diagramas de Esforços Solicitantes.

Nesta tela, existem ainda os botões *Traçar Diagramas* e *Retornar*, onde o primeiro permite que se visualize os diagramas de esforços internos solicitantes. Na tela apresentada na figura 3.14, é a segunda maneira de se analisar os esforços. Na tela anterior o segundo botão faz com que se retorne à tela principal do programa.

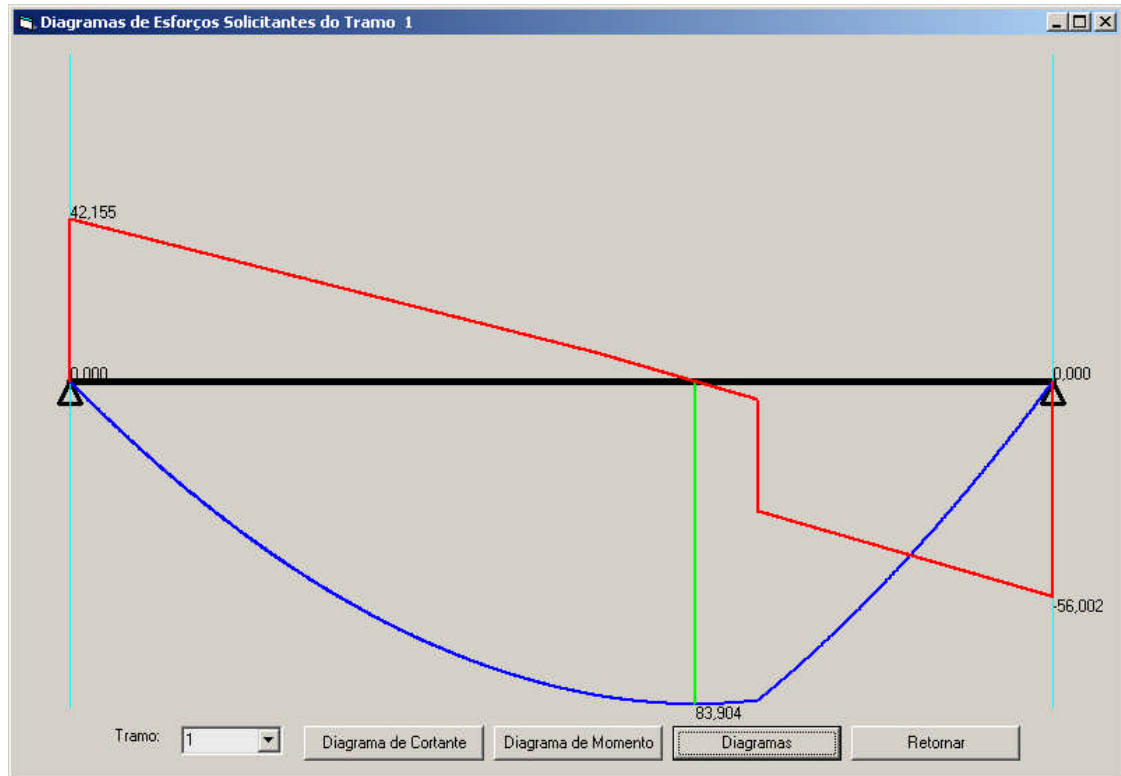


Figura 3.14 – Tela de Visualização dos Diagramas de Esforços Internos Solicitantes.

Esta janela permite que se analisem os diagramas de momentos fletores e esforços cortantes de maneira gráfica por tramo e é permitido visualizá-los individualmente ou em conjunto.

Finalmente, a terceira forma de visualização dos esforços faz-se por intermédio da tela apresentada na figura 3.15, a qual é acionada pelo botão *Listar Esforços* que se localiza na tela inicial do programa.

Esta tela faz a listagem dos Momentos Fletores nas três posições principais de cada tramo da viga: nos extremos ocorrem os máximos momentos negativos e no meio, normalmente, ocorre o máximo momento positivo, podendo-se visualizar ainda, os valores dos Esforços Cortantes nos extremos.

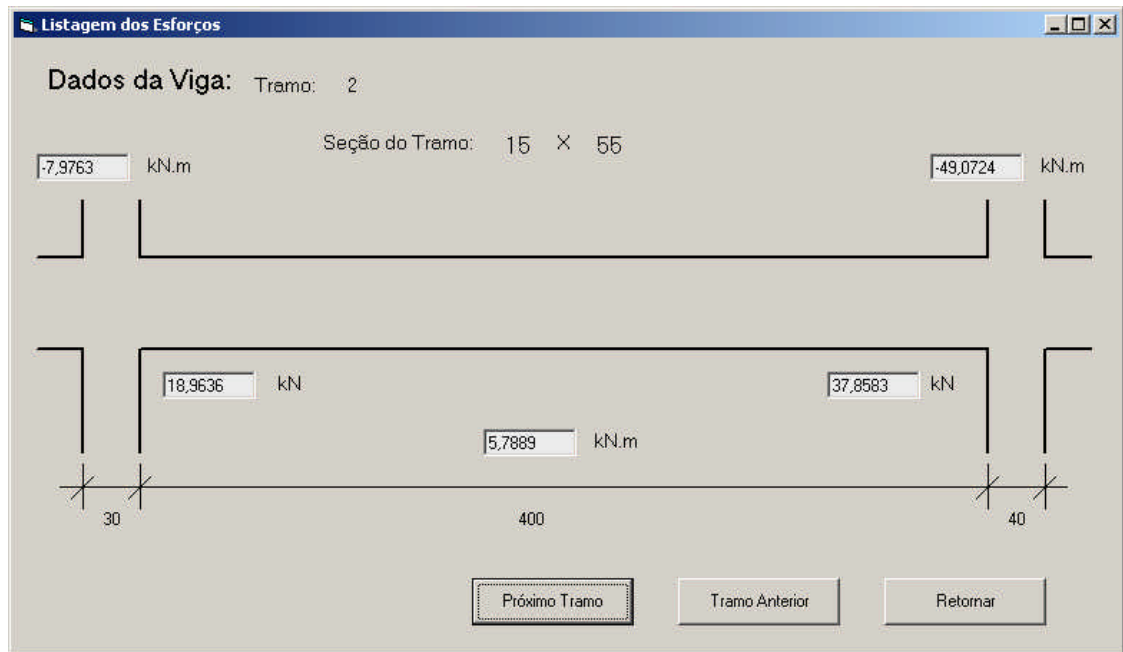


Figura 3.15 – Tela de Visualização da Listagem dos Esforços Internos Solicitantes.

Como pode-se observar, a tela possui três botões, os quais são *Próximo Tramo*, *Tramo Anterior* e *Retornar*, que permitem a visualização dos vários tramos da viga e o retorno à tela principal do programa.

Deve-se ressaltar que, como não se teve uma maior preocupação com a análise estrutural durante a realização deste trabalho, não foi implementada a adoção do momento mínimo positivo e nem a adoção do momento mínimo negativo nos extremos da viga.

### 3.2.5. Dimensionamento da Armadura Longitudinal e Transversal.

O dimensionamento das armaduras é feito por intermédio das fórmulas apresentadas no Capítulo 2 e em função da configuração realizada. O programa irá calcular a área de aço necessária para resistir aos esforços que solicitam a estrutura.

Para cada momento solicitante e para todas as bitolas selecionadas na configuração, o programa irá dimensionar a quantidade de aço necessária, e posteriormente verificar se cada solução encontrada atende ou não às disposições construtivas. Caso nenhuma bitola selecionada atenda às prescrições de norma, o



programa emite mensagem solicitando que se altere a altura da viga e sugerindo um novo valor para a altura da peça.

Quando, na configuração dos parâmetros iniciais, faz-se a opção pela utilização do valor da altura útil adotada; a rotina adota como altura útil, o valor da altura da viga subtraído do valor informado da distância do centro de gravidade das armaduras até a extremidade da viga.

No caso da adoção do cálculo exato da altura útil da viga, as rotinas percorrem um “loop”, que determina de maneira exata o valor do centro de gravidade da armadura resultante.

Para tanto procede-se a comparação entre os valores encontrados entre duas iterações sucessivas. Se estes coincidirem, encerra-se o processo. Caso contrário, o programa utiliza o novo valor da altura útil encontrado como valor inicial e refaz todo o dimensionamento da armadura longitudinal e transversal. Durante a fase de desenvolvimento das rotinas todos os exemplos testados convergiram.

Como este procedimento é feito na região dos apoios e na de maior momento positivo, encontram-se três valores de altura útil de viga normalmente distintos, onde cada um correspondente a uma região do tramo da viga.

Logo, encontra-se dificuldade no momento da utilização do valor da altura útil da viga, pois este afeta diretamente os valores da decalagem, do esforço cortante absorvido pela armadura mínima e da armadura transversal. Devido a esta influência, fez-se necessário a adoção de um valor fixo, para fins de simplificação. Adotou-se, como valor da altura útil da viga a ser utilizado nos demais processos das rotinas, o valor encontrado durante o processo de dimensionamento da armadura longitudinal referente ao momento do meio do tramo.

Tal opção deveu-se, principalmente, devido a dois fatores: o primeiro, de que este é o valor que atua na maior parte de cada tramo das vigas; e o segundo, porque o valor da altura útil da viga varia pouco ao longo dos tramos da viga.

Outro parâmetro que tem grande influência sobre a armadura longitudinal e a ductilidade das peças, é a relação  $x/d$ . Quanto menor esta relação, maior será a área de aço necessária, em algumas situações, devido ao fato dessa relação estar diretamente

relacionada com o máximo valor de momento resistido pela viga com armadura simples, ou seja, sem armadura de compressão.

As primeiras disposições construtivas analisadas durante o dimensionamento das armaduras longitudinais são as armaduras mínimas e máximas. No caso da área de aço determinada ser inferior à mínima prescrita, automaticamente as rotinas adotam a mínima. Por sua vez, se a área for superior à máxima permitida, a bitola é desconsiderada. Verifica-se também a posição do centro de gravidade das armaduras. Se o limite não for respeitado, a bitola é desconsiderada, uma vez que não se implementou a possibilidade de calcular-se a força atuante no aço por camadas. Finalmente, verifica-se a fissuração.

Para desenvolver a rotina de verificação da fissuração, realizou-se um estudo da influência da área da armadura de compressão sobre o valor da tensão do aço, calculada no Estádio II, que por sua vez interfere nos resultados da abertura de fissuras. Esta influência ocorre, uma vez que a tensão do aço depende de características geométricas da seção transversal e do momento solicitante, conforme apresentado no sub item H do item 2.4.

Este estudo consistiu na elaboração de diversas vigas com armadura dupla, onde se variou a área de aço da armadura de compressão e manteve-se fixa a de tração. Os resultados obtidos estão apresentados no anexo A.

Desse estudo chegou-se à conclusão de que a área da armadura de compressão apresenta uma influência insignificante sobre o valor da abertura de fissuras. Devido a esta conclusão, na verificação da fissuração, não é considerada a área efetiva da armadura de compressão, mas sim, a área necessária determinada pelo dimensionamento. No caso da armadura de tração, considera-se a área efetiva.

As armaduras longitudinais são selecionadas em função da menor diferença entre armadura necessária e efetiva. O diâmetro adotado é selecionado dentre as diversas bitolas configuradas para utilização e que atendam a todas as disposições construtivas.

A distribuição das barras longitudinais é feita em diversas camadas, se necessário, respeitando os espaçamentos mínimos impostos pela NBR 6118/2003.

A armadura transversal é dimensionada na seqüência. As rotinas fazem o dimensionamento da armadura pelos dois Modelos propostos pela NBR 6118/2003, sendo que no caso do Modelo II, o dimensionamento é feito para o intervalo de 30° a 45°, subdividido de grau em grau. Após o término do dimensionamento, as rotinas adotam o menor valor de armadura obtido, e, conseqüentemente, o modelo a esta armadura relacionada.

Deve-se salientar que, para o dimensionamento das armaduras transversais, as rotinas utilizam os valores de esforços cortantes reduzidos (válido apenas para cargas diretas), determinados conforme preconiza a NBR 6118/2003.

A seleção das armaduras transversais é realizada também levando em consideração a menor relação entre armaduras efetivas e necessárias, utilizando-se as bitolas configuradas para esta finalidade.

A distribuição dos estribos é feita em três faixas, se necessário, sendo as duas faixas externas referentes ao esforço cortante máximo que atua nestes trechos; se estes forem maiores que o absorvido pela armadura mínima. No caso de os esforços cortantes serem superiores ao mínimo, as faixas de estribos correspondentes se estendem desde a ligação viga-pilar até o ponto na viga onde atua o esforço cortante absorvido pela armadura mínima.

Em relação à distribuição dos estribos nas faixas, estudaram-se duas alternativas diferentes. Na primeira, os estribos teriam início na face do pilar e término na seção do cortante mínimo. Na segunda, os estribos seriam distribuídos na faixa a partir da distância de meio espaçamento da face do pilar, até meio espaçamento da seção do esforço cortante mínimo, conforme figura 3.16.

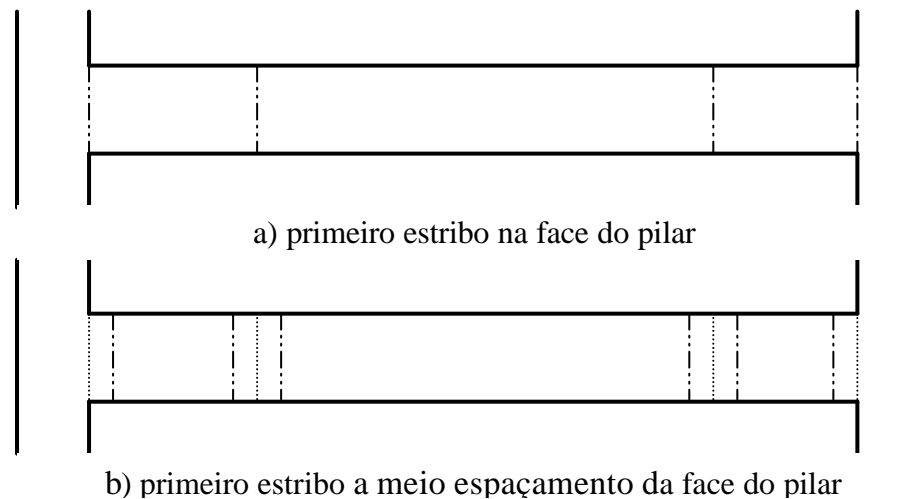


Figura 3.16 – Representação da Distribuição dos Estribos.

Realizadas uma série de detalhamentos com diversas configurações de faixas, concluiu-se que a melhor solução seria a primeira forma de distribuição dos estribos, pois esta possui uma maior simplicidade de execução da armação no canteiro de obras.

### 3.2.6. Apresentação dos Resultados do Dimensionamento.

Os resultados do dimensionamento das armaduras da viga podem ser visualizados de duas maneiras distintas: utilizando o botão *Listar Resultados*, onde se apresentam os resultados do dimensionamento que atendem às disposições construtivas fixadas na NBR 6118/2003 e os parâmetros configurados; e o botão *Listar Resultados Parciais*, que permite a análise de todos os resultados obtidos durante o dimensionamento da viga. Essa segunda alternativa, permite também a verificação do porquê de alguma bitola não ter sido utilizada no dimensionamento.

A seguir apresentam-se as janelas acionadas por ambos os comandos.

A ) Apresentação dos Resultados do Dimensionamento.

A figura 3.17, apresenta a tela de listagem dos resultados.

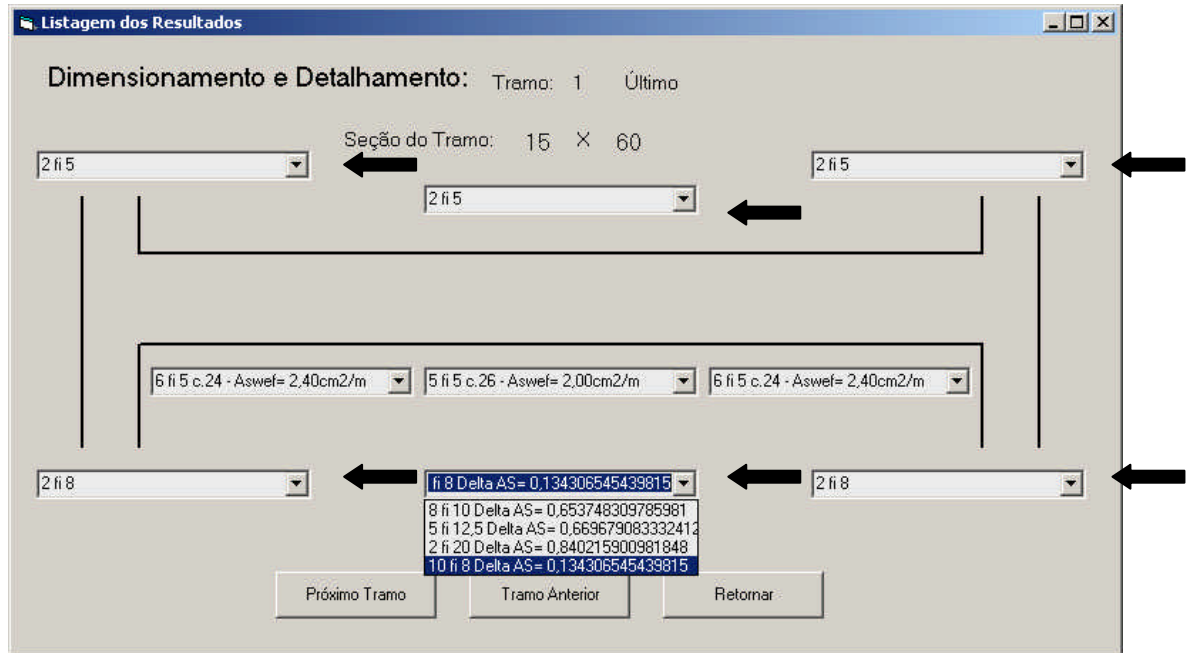


Figura 3.17 – Tela de Visualização da Listagem dos Resultados.

Esta tela mostra as armaduras adotadas pelo programa a serem utilizadas no detalhamento da viga. Pode-se observar que há na tela, nove campos, dos quais seis apresentam a solução adotada no caso da armadura longitudinal indicados pelas setas. Os demais campos, apresentam a solução utilizada no caso da armadura transversal.

Cada campo possibilita ao usuário adotar uma solução diferente da utilizada pelas rotinas. O programa está configurado para adotar a solução que utiliza a menor relação entre a área de aço calculada e a área a ser utilizada. A opção feita pelo operador é gravada no momento em que este passa para outro tramo ou retorna para a tela principal.

## B ) Listagem dos Resultados Parciais.

Na figura 3.18, apresenta-se à tela da listagem dos resultados parciais.

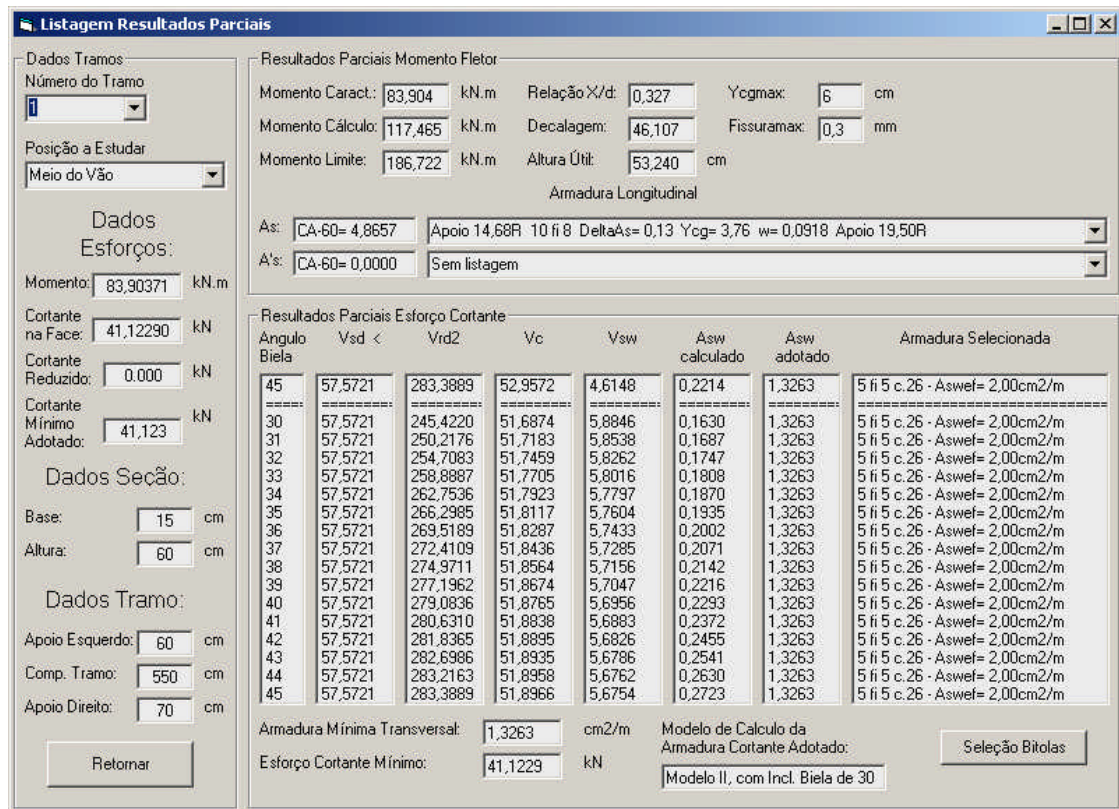


Figura 3.18 – Tela de Visualização da Listagem dos Resultados Parciais.

A tela inicia mostrando os dados do meio do primeiro tramo e possibilita ainda que se analise tanto o meio dos tramos como as extremidades de todos os tramos da viga.

Nesta janela podem-se visualizar os esforços utilizados no dimensionamento da peça: momento fletor; esforço cortante na face do pilar; esforço cortante reduzido e o esforço cortante mínimo adotado; os dados da seção base e altura, e os dados do tramo largura dos apoios e distância entre estes.

No campo Resultados Parciais Momento Fletor, podem-se analisar os valores do momento característico, do momento de cálculo, do momento limite, da relação  $x/d$  utilizada, da decalagem, da altura útil, da posição máxima do centro de gravidade das armaduras, o valor máximo de abertura de fissuras permitido e os dados correspondentes à cada bitola verificada durante o dimensionamento. Os dados das bitolas são: comprimento de ancoragem, número de barras, diâmetro da barra utilizada, diferença entre área de aço necessária e utilizada (DeltaAs), posição do centro de gravidade das armaduras (Ycg) e abertura das fissuras (w).

O campo Resultados Parciais Momento Fletor permite que se adote uma outra solução dentre as encontradas durante o dimensionamento. Ao proceder a escolha de uma alternativa diferente da apresentada, o programa refaz o dimensionamento e passa a apresentar os novos valores obtidos.

No campo Resultados Parciais Esforço Cortante, visualizam-se os valores da inclinação da biela comprimida do concreto, valores do esforço cortante de cálculo ( $V_{sd}$ ), do esforço cortante resistente de cálculo ( $V_{Rd2}$ ), da parcela de força cortante absorvida pelos mecanismos complementares ( $V_c$ ), da parcela de força cortante resistida pela armadura transversal ( $V_{sw}$ ), área de aço calculada ( $A_{sw}$ ), área de aço adotada ( $A_{sw}$  adotado), armadura selecionada, valor de armadura mínima, esforço cortante absorvido pela armadura mínima e modelo de cálculo da armadura cortante adotado.

O botão *Seleção Bitolas* abre a tela apresentada na figura 3.19, na qual é possível visualizar as bitolas e os espaçamentos necessários adotados para combater o cisalhamento, em cada um dos modelos. No caso do modelo II, em cada uma das inclinações analisadas da biela, possibilita ainda a análise das demais bitolas configuradas com seus respectivos espaçamentos.

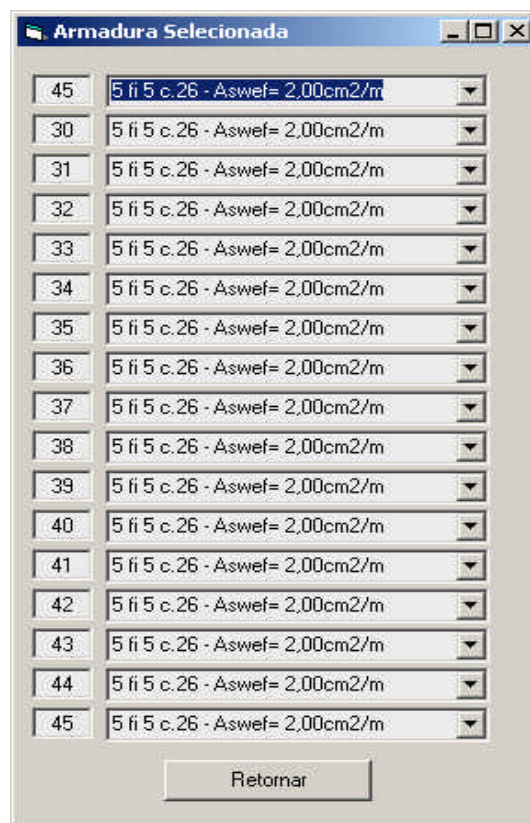


Figura 3.19 – Tela de Visualização da Armadura Seleccionada.

### 3.2.7. Detalhamento da Seção

O detalhamento das armaduras é acionado pelo botão *Detalhar Viga*, que abre a tela mostrada na figura 3.20.

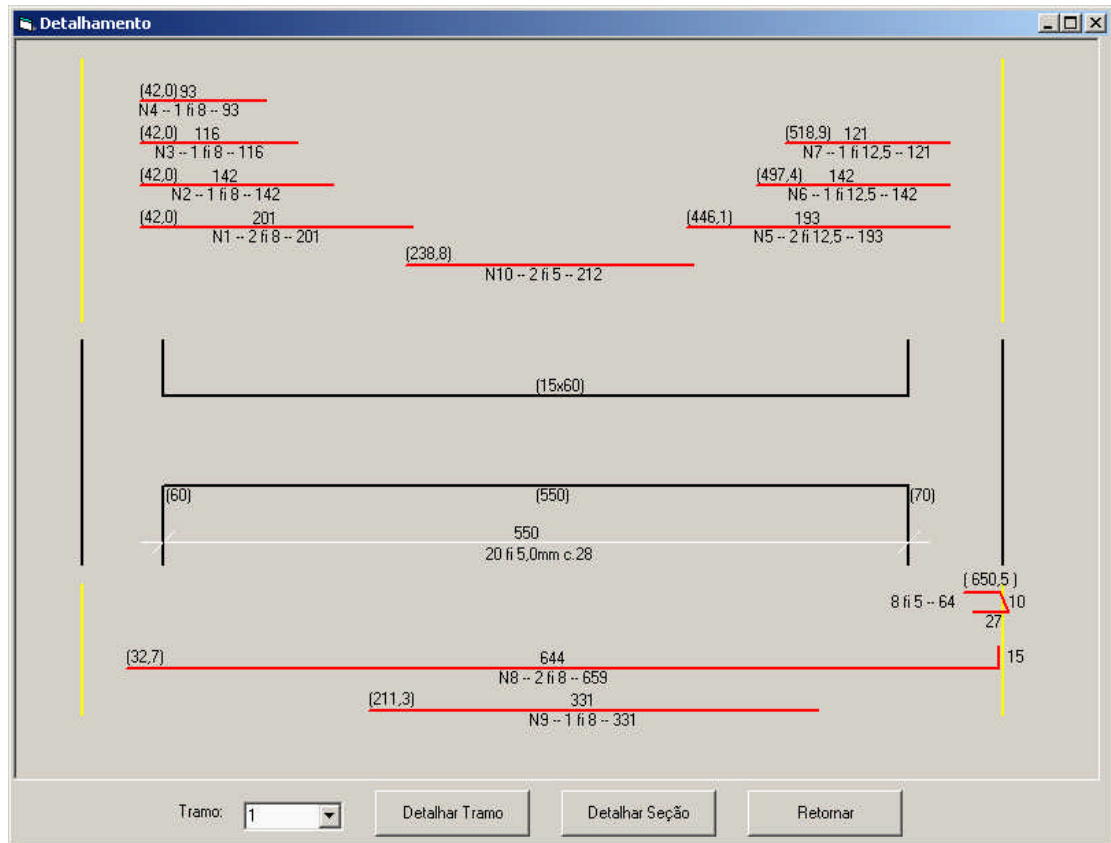


Figura 3.20 – Tela de Visualização do Detalhamento.

Nesta tela pode-se visualizar o detalhamento de cada um dos tramos da viga, onde o tramo pode ser alterado na caixa de seleção e o detalhamento executado através do botão *Detalhar Tramo*. O detalhamento transversal é ativado pelo botão *Detalhar Seção*, que abre a janela da figura 3.21.



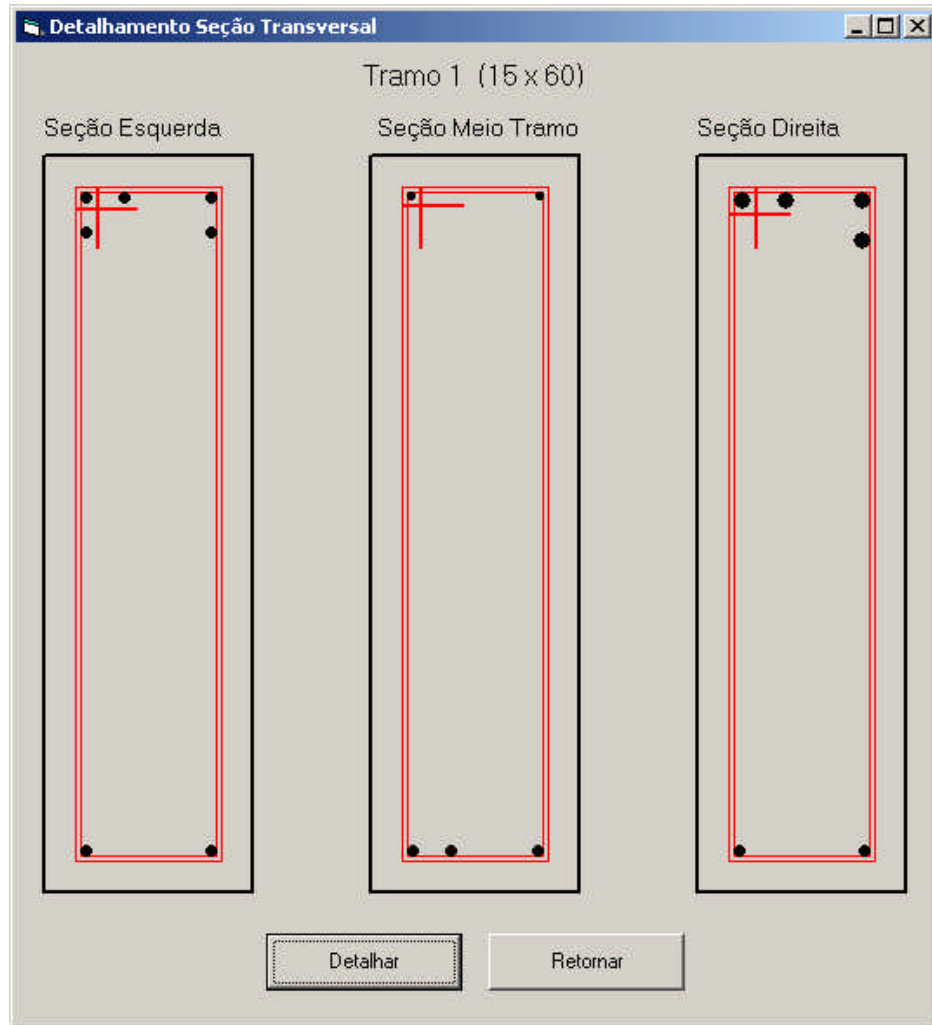


Figura 3.21 – Tela de Visualização do Detalhamento da Seção Transversal.

#### A ) Detalhamento das Armaduras Longitudinais.

O detalhamento das armaduras longitudinais segue a lista de procedimentos a seguir:

- i ) Determinação do comprimento das barras;
- ii ) Definição do número de barras que irão de apoio a apoio;
- iii ) Cálculo dos comprimentos de ancoragem;
- iv ) Determinação do comprimento total das barras e de seu ponto de início na viga;
- v ) Verificação de respeito ao cobrimento mínimo;
- vi ) Detalhamento das armaduras de forma gráfica.

O comprimento das barras é calculado através do diagrama de momentos fletores, onde, primeiramente, define-se o número de trechos em que se dividirá o diagrama, em função do número de barras adotado. Com o número de trechos definido,

tem-se o valor do momento correspondente a cada trecho. Com estes determinam-se os pontos de ocorrência dos mesmos ao longo do tramo e conseqüentemente os comprimentos parciais das barras em relação ao momento máximo.

A determinação do número de barras que devem ir de apoio a apoio é feita em função do número de barras que possuem o ponto A na face ou além desta, o qual é comparado com o número de barras que devem ser prolongadas até os apoios, segundo disposição da NBR 6118/2003, adotando-se o maior dos dois valores.

Os comprimentos de ancoragem são definidos em função das barras serem ou não ancoradas nos apoios, e em boa ou má situação de ancoragem.

O comprimento total das barras é obtido através da soma dos comprimentos parciais com o valor da decalagem e com os respectivos comprimentos de ancoragem. Em seguida, faz-se a comparação do ponto de corte obtido com o prolongamento de pelo menos  $10\phi$  além do ponto B, conforme item 18.3.2.3.1 da NBR 6118/2003, valor este que pode ser aumentado se o diagrama resistente linearizado não cobrir integralmente o diagrama solicitante nos pontos intermediários aos pontos A e B.

Essa determinação é feita através da comparação entre diversas ordenadas dos dois diagramas, referentes aos diversos momentos calculados para as seções existentes entre o ponto de início de ancoragem da barra e o seu ponto teórico de tensões nulas. Caso seja constatado que o diagrama resistente não cubra o solicitante, aumenta-se em um diâmetro o valor e repete-se o processo até que se confirme a sobreposição do diagrama solicitante pelo resistente. Quando isto ocorrer, adota-se este valor em substituição aos  $10\phi$ .

Determinados o comprimento total e o ponto inicial das barras procede-se a verificação destes, para evitar-se que as barras desrespeitem o cobrimento mínimo. Caso isto não ocorra, as rotinas adotam a ancoragem em gancho e caso o problema persista, as rotinas utilizam os ganchos combinados com grampos.

No detalhamento das barras na forma gráfica, indicam-se o número de barras idênticas, os comprimentos, diâmetros e posição inicial. O detalhamento gráfico é feito por tramo, onde as barras negativas são interrompidas no tramo em detalhamento e

---

posteriormente conclui-se o seu detalhamento no tramo adjacente. As barras positivas são detalhadas por tramos, ou seja, têm seu início e fim no mesmo tramo.

O número de barras idênticas é definido na configuração do programa e irá afetar apenas as barras que não vão de apoio a apoio.

#### B ) Detalhamento das Armaduras Transversais.

O detalhamento das armaduras transversais é feito no máximo em três faixas distintas, somente se o esforço cortante nos extremos do tramo não forem inferiores ao esforço cortante absorvido pela armadura mínima. Em todas as situações, os estribos serão distribuídos de face a face de pilares.

O detalhamento das armaduras transversais é iniciado pela determinação do número de faixas necessárias em função do valor dos esforços. Em seguida, define-se o início e término das faixas de distribuição dos estribos, que é feito através da comparação do valor do esforço cortante mínimo com os valores dos esforços em cada seção calculada, para traçar o diagrama de esforços cortantes, ficando definido como ponto final da primeira faixa e ponto inicial da terceira faixa as seções que possuem valores idênticos ou inferiores ao esforço cortante mínimo, respectivamente.

Com a determinação dos pontos iniciais e finais das faixas, pode-se então determinar os comprimentos das faixas. De posse destes, passa-se à determinação do número de estribos de cada faixa.

Quando forem necessárias três faixas, as rotinas procedem da seguinte forma: na primeira e na terceira faixas, determina-se o número de estribos necessários e soma-se mais um, pois as faixas iniciam e terminam com um estribo. Com o número de estribos destas, define-se o novo comprimento de cada faixa e reduz-se o comprimento da faixa central. Com este novo comprimento da faixa central, determina-se o número de estribos e reduz-se um, pois o início e o fim da faixa já possuem estribos.

Quando forem necessárias duas faixas, as rotinas procedem da seguinte forma: na primeira, determina-se o número de estribos necessários e soma-se mais um, pois a faixa inicia e termina com um estribo. Com o número de estribos desta, define-se

o seu novo comprimento e reduz-se o comprimento da segunda faixa. Com este novo comprimento da faixa, determina-se o número de estribos desta segunda faixa.

Finalmente, no caso de uma faixa, as rotinas determinam o número de estribos necessários e somam mais um, pois a faixa deve iniciar e terminar com estribos.

#### 4. Exemplos e Comparações.

Neste capítulo são apresentados diversos exemplos de vigas dimensionadas e detalhadas com as rotinas desenvolvidas (VigaCalc) e nos programas comerciais de cálculo estrutural: Eberick da AltoQi e CAD/TQS da TQS.

Nos programas comerciais são utilizadas as configurações fornecidas pelas empresas, já que os programas comerciais possuem uma grande quantidade de critérios que influenciam os detalhamentos gerados. No caso do VigaCalc são utilizadas as configurações originais, listadas na tabela 4.1. No caso destas configurações serem alteradas, as modificações são listadas no início de cada exemplo.

Tabela 4.1 – Configurações Originais do VigaCalc

Coeficientes de seguranças adotados:	$\gamma_s = 1,15$ $\gamma_c = 1,4$ $\gamma_f = 1,4$
Resistência característica do concreto:	20 MPa
Agregado graúdo adotado:	Brita 1
Distância CG Armadura:	até crista da viga= 4 até base da viga= 5
Processo altura útil:	exato
Modulo Elasticidade do Aço:	210.000 MPa
Cobrimento:	2,5cm
Fissura máxima:	0,3mm
Espaçamento Min. Estribos:	5cm
Número de seções para EIS.:	1200
Detalhar Barras em grupo de:	1 barra
Detalhamento Barras Longitudinais Proc.:	exato
Valor relação $x/d$ =	0,5
Aplicar:	apenas nos apoios
Armadura Longitudinal, bitolas adotadas:	CA-50 – 10,0mm; 12,5mm; 20,0mm CA-60 – 5,0mm; 8,0mm
Armadura Transversal, bitolas adotadas:	CA-50 – 6,3mm; 8,0mm CA-60 – 5,0mm; 6,4mm

Nos exemplos 1 e 2, as vigas estudadas são semelhantes, alterando-se as cargas atuantes sobre a peça; e também variou-se o valor da resistência característica à compressão do concreto entre os valores 20MPa e 50MPa, para analisar a sua influência sobre a armadura transversal.

Nos exemplos 3 e 4 foram processadas vigas, com mais de um tramo, nas quais foram realizadas variações nas configurações do programa e alterações no detalhamento das barras, diferentes dos adotados automaticamente, para tentar determinar qual seria o detalhamento mais funcional sem perder de vista o aspecto econômico.

No exemplo 5 foi realizada uma avaliação da influência da relação  $x/d$  sobre o valor da armadura longitudinal da viga.

Nos exemplos 6 e 7 realizam-se estudos sobre a influência que a largura das vigas, os carregamentos e a resistência do concreto têm sobre a armadura transversal.

Todos os estudos aqui realizados, foram possíveis e fáceis de serem concluídos graças à série de recursos que o programa desenvolvido disponibiliza para os usuários.

#### **4.1. Exemplo 1.**

O exemplo 1 consiste em uma viga biapoiada, com dimensões e carregamento conforme figura 4.1, que correspondem a dimensões e carregamentos usuais em edificações.

Apesar do desenho representar uma ligação monolítica de viga com os pilares de extremidade, a viga foi analisada como apoiada nas suas extremidades. Este caso corresponde, por exemplo, ao caso de viga apoiada em vigas nas suas extremidades.

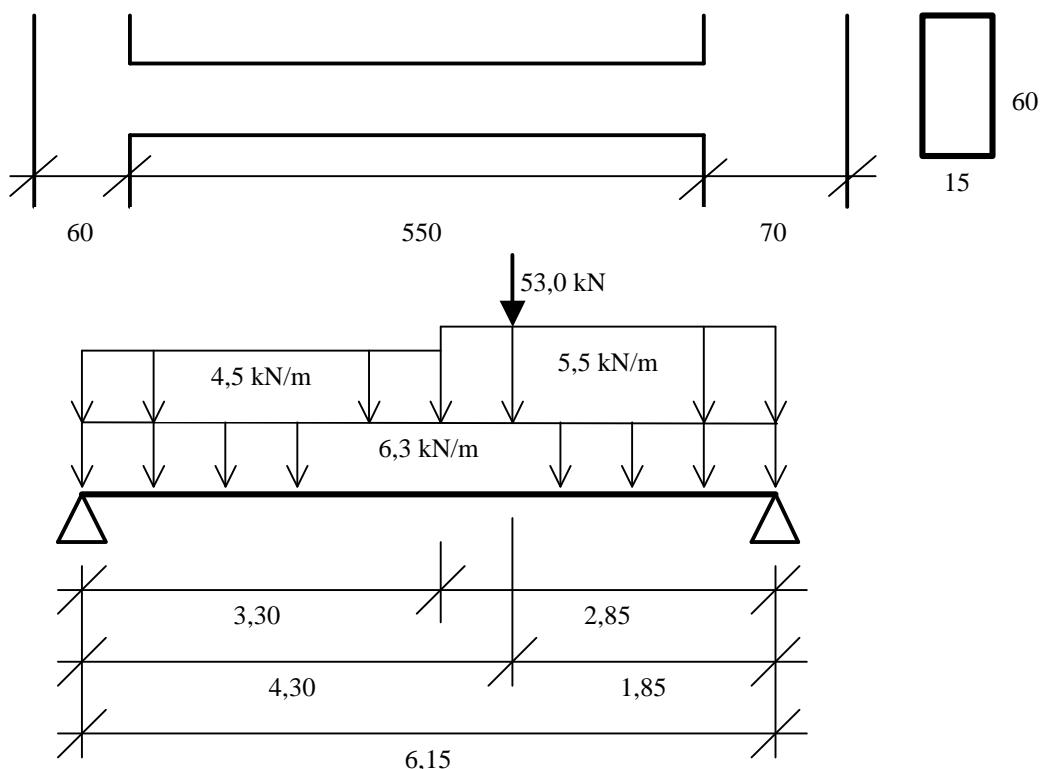


Figura 4.1 – Dimensões e Carregamentos da Viga do Exemplo 1.

Depois de fornecidos os dados da viga e configurado o programa, obtêm-se os resultados apresentados nas tabelas 4.2, 4.3, 4.4 e 4.5.

Os valores obtidos para a armadura longitudinal estão listados na tabela 4.1:

Tabela 4.2 – Resultados Armadura Longitudinal – Viga 01.

Armadura de tração – $m_k = 122,806 \text{ kN.m}$ – meio tramo									
Bitola (mm)	$A_s$ ( $\text{cm}^2$ )	Quant	$\Delta A_s$ ( $\text{cm}^2$ )	$y_{CG}$ (cm)	w	x/d	$a_i$ (cm)	d (cm)	Dupla ( $\text{cm}^2$ )
5,0	9,976	50	0,02	14,65	0,0552	0,585	36,68	42,35	3,722
8,0	8,571	18	0,43	7,40	0,0641	0,585	42,95	49,60	0,524
10,0	10,020	13	0,38	5,58	0,0598	0,585	44,53	51,42	
12,5	9,326	8	0,67	3,47	0,0677	0,585	46,36	53,53	
20,0	9,003	3	0,45	2,33	0,1319	0,585	47,34	54,67	

Na tabela acima, observa-se que as bitolas de 5,0mm e 8,0mm necessitam de armadura dupla, possuem um número elevado de barras e a distância do centro de gravidade destas ao ponto da seção da armadura mais afastada da linha neutra é superior a 10% da altura da viga. Em virtude do VigaCalc não estar programado para fazer o cálculo das tensões atuantes no aço por camadas, este rejeita as bitolas de 5,0mm e 8,0mm.

A barra de aço com diâmetro de 10,0mm foi adotada como solução pelo VigaCalc, pois é a bitola com a menor diferença entre armadura calculada e armadura efetiva.

Constata-se também que, com o aumento do diâmetro das barras de uma mesma classe, ocorre o aumento no valor estimado das fissuras.

Na tabela 4.3 são apresentados os resultados obtidos para armadura transversal nos apoios esquerdo e direito, onde o modelo I é apresentado na linha seguinte ao título do apoio da tabela, pois este prevê inclinação fixa de 45° para a biela comprimida, e o modelo II nas demais, pois possui inclinação variando entre 30° e 45° para a biela comprimida, sendo os resultados apresentados de grau em grau.

Tabela 4.3 – Resultados Armadura Transversal – Viga 01.

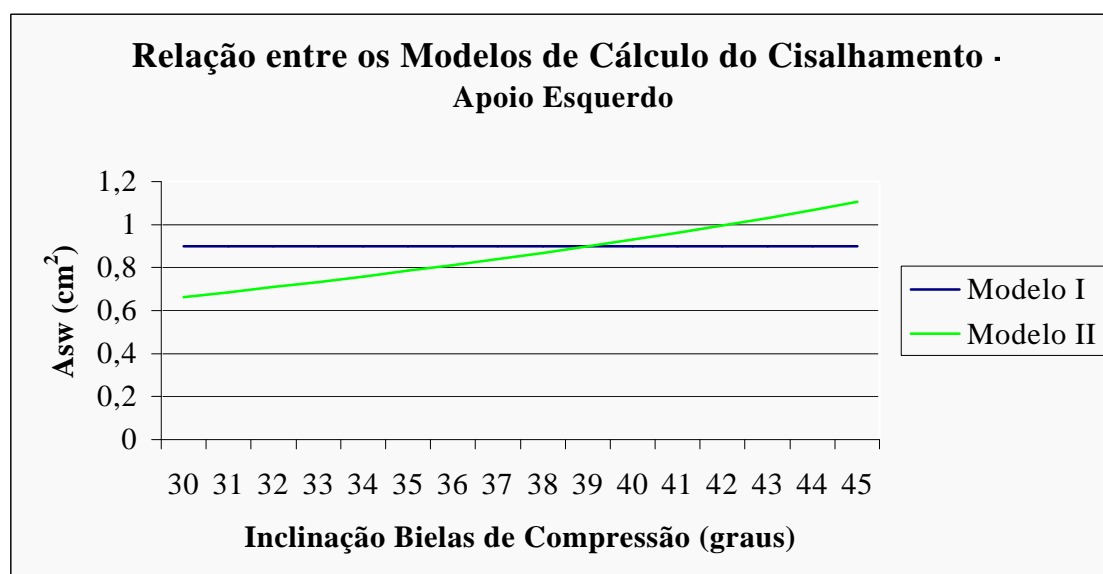
<b>Apoio Esquerdo</b> – $V_{sd}=69,247$ kN e $d = 51,423$ cm					
$\theta$	$V_{Rd2}$ (kN)	$V_c$ (kN)	$V_{sw}$ (kN)	$A_{sw}$ calc (cm <sup>2</sup> )	$A_{sw}$ adot (cm <sup>2</sup> )
45	273,72	51,15	18,10	0,899	1,326
30	237,05	46,17	23,08	0,662	1,326
31	241,68	46,29	22,95	0,685	1,326
32	246,02	46,40	22,85	0,709	1,326
33	250,05	46,50	22,75	0,734	1,326
34	253,79	46,58	22,66	0,759	1,326
35	257,21	46,66	22,59	0,786	1,326
36	260,32	46,72	22,52	0,813	1,326
37	263,11	46,78	22,46	0,841	1,326
38	265,59	46,83	22,41	0,870	1,326
39	267,74	46,88	22,37	0,900	1,326
40	269,56	46,91	22,33	0,931	1,326
41	271,05	46,94	22,31	0,963	1,326
42	272,22	46,96	22,28	0,997	1,326
43	273,05	46,98	22,27	1,032	1,326
44	273,55	46,99	22,26	1,068	1,326
45	273,72	46,99	22,26	1,106	1,326



Tabela 4.3 – Resultados Armadura Transversal – Viga 01 Apoio Direito.

<b>Apoio Direito</b> – $V_{sd}=99,183$ kN e $d = 51,423$ cm					
$\theta$	$V_{Rd2}$ (kN)	$V_c$ (kN)	$V_{sw}$ (kN)	$A_{sw}$ calc (cm <sup>2</sup> )	$A_{sw}$ adot (cm <sup>2</sup> )
45	273,72	51,15	48,03	2,386	2,386
30	237,05	37,93	61,25	1,756	1,756
31	241,68	38,25	60,93	1,819	1,819
32	246,02	38,54	60,64	1,882	1,882
33	250,05	38,80	60,39	1,948	1,948
34	253,79	39,03	60,16	2,016	2,016
35	257,21	39,23	59,96	2,085	2,085
36	260,32	39,40	59,78	2,157	2,157
37	263,11	39,56	59,62	2,232	2,232
38	265,59	39,69	59,49	2,309	2,309
39	267,74	39,81	59,38	2,388	2,388
40	269,56	39,90	59,28	2,471	2,471
41	271,05	39,98	59,21	2,557	2,557
42	272,22	40,04	59,15	2,645	2,645
43	273,05	40,08	59,11	2,738	2,738
44	273,55	40,10	59,08	2,834	2,834
45	273,72	40,11	59,07	2,934	2,934

Com os valores da tabela anterior traçaram-se os gráficos da figura 4.2 e 4.3, que relacionam o valor da armadura transversal necessária com a inclinação das bielas. Como o modelo I de cálculo não prevê a variação da inclinação das bielas de compressão, este está representado nos gráficos na forma de uma linha reta cuja abscissa corresponde ao valor necessário de armadura transversal. Enquanto que, no caso do modelo II, foi feita a relação entre o valor da armadura transversal necessária e a inclinação das bielas.

Figura 4.2 – Gráficos Comparativos de  $A_{sw}$  da Viga 01 – Apoio Esquerdo ( $f_{ck}$  20MPa).

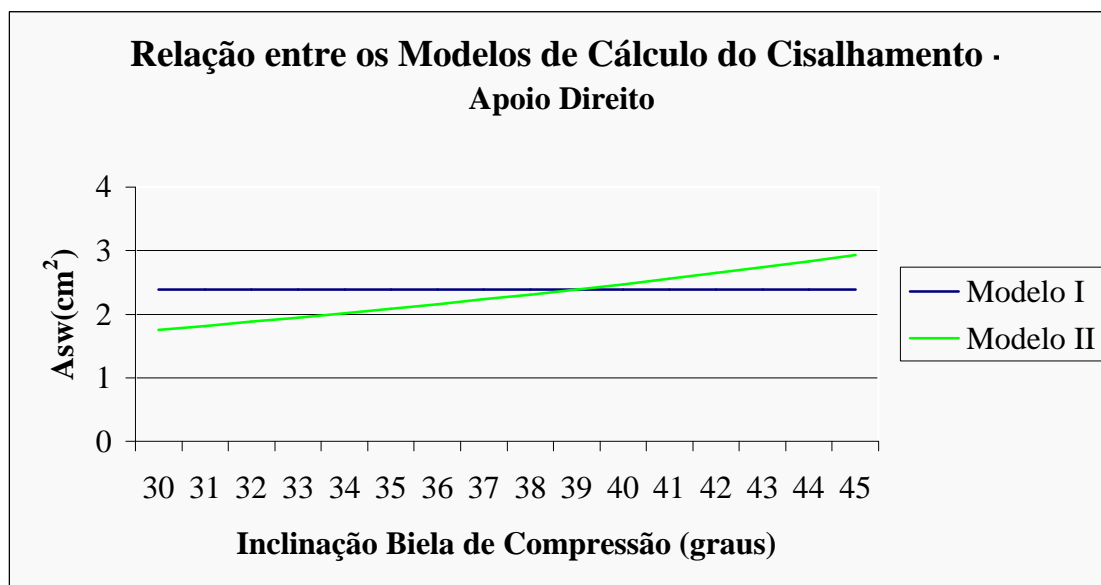


Figura 4.3 – Gráficos Comparativos de  $A_{sw}$  da Viga 01 – Apoio Direito ( $f_{ck}$  20MPa).

Na análise dos gráficos acima, observa-se que o modelo II fornece um valor de armadura transversal inferior ao modelo I, até uma inclinação da biela comprimida compreendida entre 39° e 40°.

Nas tabelas 4.4, apresentam-se os resultados da armadura transversal do exemplo 1, quando se varia a resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ).

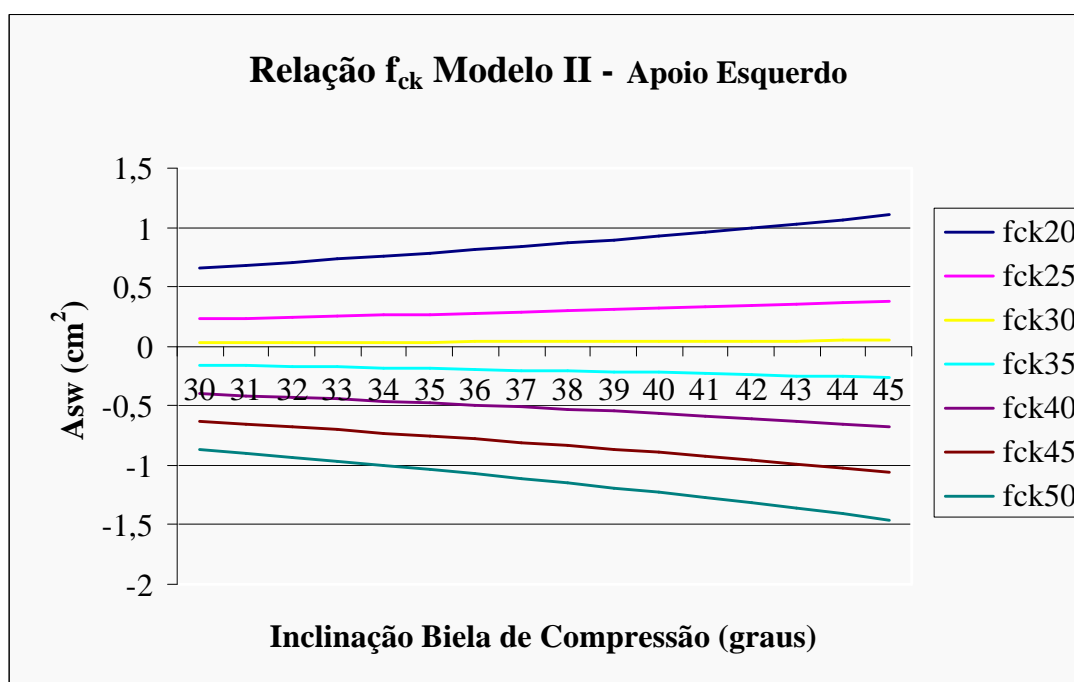
Tabela 4.4 – Resultados Armadura Transversal com variação do  $f_{ck}$  – Viga 01

?	Apoio Esquerdo						
	20 MPa	25 MPa	30 MPa	35 MPa	40 MPa	45 MPa	50 MPa
45	0,899	0,313	0,041	-0,222	-0,563	-0,893	-1,230
30	0,662	0,227	0,030	-0,157	-0,400	-0,632	-0,869
31	0,685	0,235	0,031	-0,162	-0,415	-0,655	-0,900
32	0,709	0,243	0,032	-0,168	-0,430	-0,679	-0,933
33	0,734	0,252	0,033	-0,174	-0,445	-0,703	-0,966
34	0,759	0,261	0,034	-0,180	-0,461	-0,728	-1,000
35	0,786	0,270	0,035	-0,187	-0,477	-0,753	-1,035
36	0,813	0,279	0,037	-0,193	-0,493	-0,780	-1,072
37	0,841	0,289	0,038	-0,200	-0,511	-0,807	-1,109
38	0,870	0,299	0,039	-0,207	-0,528	-0,835	-1,148
39	0,900	0,309	0,040	-0,214	-0,547	-0,864	-1,188
40	0,931	0,320	0,042	-0,222	-0,566	-0,894	-1,229
41	0,963	0,331	0,043	-0,229	-0,586	-0,925	-1,272
42	0,997	0,343	0,045	-0,237	-0,606	-0,958	-1,317
43	1,032	0,355	0,046	-0,246	-0,627	-0,991	-1,363
44	1,068	0,367	0,048	-0,254	-0,649	-1,026	-1,411
45	1,106	0,380	0,050	-0,263	-0,672	-1,063	-1,461

Tabela 4.4 – Resultados Armadura Transversal com variação do  $f_{ck}$  – Viga 01

?	Apoio Direito						
	20 MPa	25 MPa	30 MPa	35 MPa	40 MPa	45 MPa	50 MPa
45	2,386	1,726	1,500	1,280	0,936	0,607	0,262
30	1,757	1,253	1,079	0,914	0,666	0,430	0,185
31	1,819	1,298	1,117	0,947	0,690	0,445	0,192
32	1,882	1,343	1,157	0,981	0,714	0,461	0,199
33	1,948	1,391	1,198	1,016	0,740	0,478	0,206
34	2,016	1,440	1,240	1,052	0,766	0,495	0,213
35	2,085	1,490	1,283	1,088	0,793	0,512	0,221
36	2,157	1,542	1,328	1,126	0,821	0,530	0,228
37	2,232	1,595	1,374	1,166	0,849	0,549	0,236
38	2,309	1,651	1,422	1,206	0,879	0,568	0,245
39	2,388	1,708	1,471	1,248	0,909	0,588	0,253
40	2,471	1,767	1,522	1,292	0,941	0,608	0,262
41	2,557	1,828	1,575	1,337	0,974	0,629	0,271
42	2,645	1,892	1,630	1,383	1,008	0,651	0,281
43	2,738	1,958	1,687	1,432	1,043	0,674	0,291
44	2,834	2,027	1,747	1,482	1,080	0,698	0,301
45	2,934	2,099	1,809	1,535	1,118	0,723	0,311

Novamente, com os valores da tabela acima, traçaram-se os gráficos da figura 4.4 e 4.5, onde relacionaram-se os valores da armadura transversal necessária com a inclinação das bielas de compressão, o que foi feito para os seguintes valores de resistência característica a compressão do concreto: 20 MPa, 25 MPa, 30 MPa, 35 MPa, 40 MPa, 45 MPa e 50 MPa.

Figura 4.4 – Gráficos Comparativos Variação  $f_{ck}$  Viga 01 – Apoio Esquerdo.

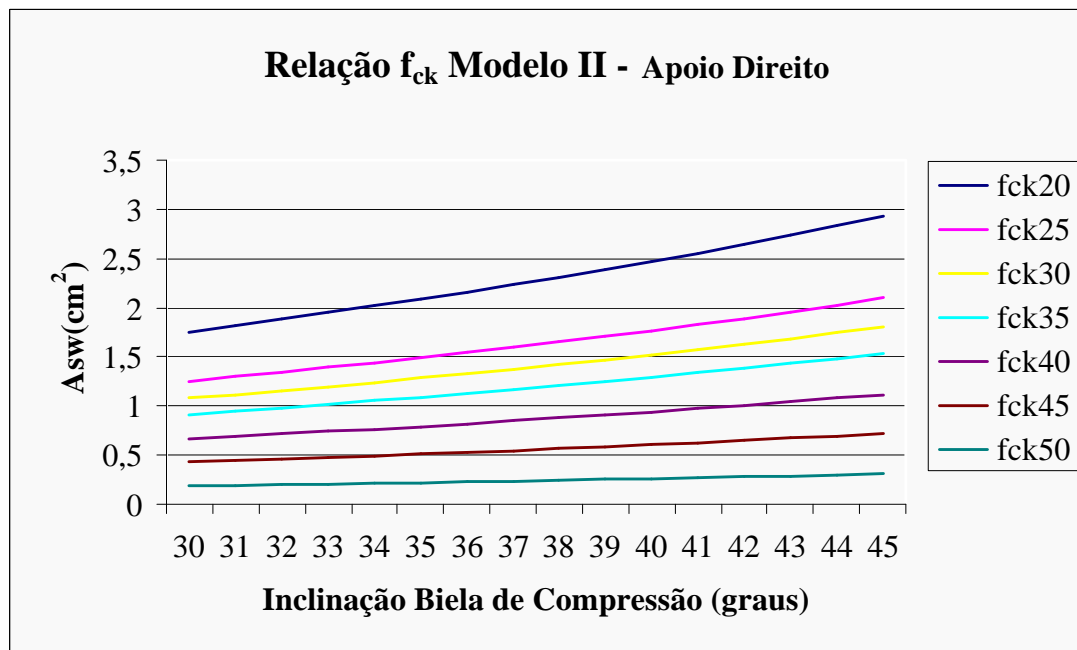


Figura 4.5 – Gráficos Comparativos Variação  $f_{ck}$  Viga 01 – Apoio Direito.

Ao analisar os gráficos acima, observa-se que o valor da armadura transversal diminui com o aumento do valor do  $f_{ck}$ . Outro detalhe que chama atenção no gráfico referente ao apoio esquerdo, é que, a partir do  $f_{ck}$  35MPa o valor da armadura transversal torna-se negativo. Isto deve-se ao fato de que, com um  $f_{ck}$  igual ou superior a 35MPa, os mecanismos complementares ao de treliça são superiores à força cortante solicitante, tornando-se desnecessário o uso de armadura.

Outro fato observado durante a realização deste exemplo, foram as bielas que resistiram com bastante folga, como pode ser facilmente comprovado através da tabela 4.3, ao comparar-se o valor da força cortante solicitante de cálculo ( $V_{sd}$ ) com o valor da força cortante resistente de cálculo ( $V_{Rd2}$ ).

Os detalhamentos finais apresentados pelos programas comerciais e pelo VigaCalc são mostrados em forma de tabela (tabela 4.5) e na forma gráfica, (figuras 4.6, 4.7 e 4.8). Essas soluções estão diretamente relacionadas com as configurações utilizadas em cada um dos programas.

Tabela 4.5 – Valores Obtidos pelos Programas – Viga 01.

<b>VigaCalc</b>		
<b>Armadura Longitudinal:</b>		
Negativa		
Extremidade Esquerda	Meio Tramo	Extremidade Direita
2 $\phi$ 5,0mm	2 $\phi$ 5,0mm	2 $\phi$ 5,0mm
Positiva		
Extremidade Esquerda	Meio Tramo	Extremidade Direita
5 $\phi$ 10,0mm	13 $\phi$ 10,0mm	5 $\phi$ 10,0mm
<b>Armadura Transversal:</b>		
Extremidade Esquerda	Meio Tramo	Extremidade Direita
1 $\phi$ 5,0mm c.25	1 $\phi$ 5,0mm c.25	1 $\phi$ 5,0mm c.21
<b>CAD/TQS</b>		
<b>Armadura Longitudinal:</b>		
Negativa		
Extremidade Esquerda	Meio Tramo	Extremidade Direita
2 $\phi$ 10,0mm	2 $\phi$ 6,3mm	2 $\phi$ 10,0mm
Positiva		
Extremidade Esquerda	Meio Tramo	Extremidade Direita
2 $\phi$ 20,0mm	3 $\phi$ 20,0mm	2 $\phi$ 20,0mm
<b>Armadura Transversal:</b>		
Extremidade Esquerda	Meio Tramo	Extremidade Direita
1 $\phi$ 5,0mm c.17,5	1 $\phi$ 5,0mm c.17,5	1 $\phi$ 5,0mm c.12,5
<b>EBERICK</b>		
<b>Armadura Longitudinal:</b>		
Negativa		
Extremidade Esquerda	Meio Tramo	Extremidade Direita
2 $\phi$ 10,0mm	2 $\phi$ 10,0mm	2 $\phi$ 10,0mm
Positiva		
Extremidade Esquerda	Meio Tramo	Extremidade Direita
3 $\phi$ 20,0mm	3 $\phi$ 20,0mm	3 $\phi$ 20,0mm
<b>Armadura Transversal:</b>		
Extremidade Esquerda	Meio Tramo	Extremidade Direita
1 $\phi$ 5,0mm c. 28	1 $\phi$ 5,0mm c. 28	1 $\phi$ 5,0mm c. 20

Observando-se os detalhamentos gerados pelos programas, pode-se notar claramente que o VigaCalc, apresentou uma solução para o detalhamento com um grande número de barras. Isto ocorre em virtude de se ter adotado, como parâmetro principal para a seleção das bitolas, o fator de menor diferença entre área de aço necessária e área de aço efetiva. Tal opção, na maioria dos casos, é atendida pelas barras de menor diâmetro, que geram detalhamentos com um grande número de barras.

Já os programas Eberick e CAD/TQS apresentaram detalhamentos com um número menor de barras. Isto foi possível pois estes programas possuem ferramentas que permitem uma ampla variedade na escolha das bitolas. Essa opção é necessária em virtude de preferências individuais dos projetistas.

Verifica-se, entretanto, que o programa VigaCalc poderia utilizar outro detalhamento final, chegando a resultados muito próximos daqueles apresentados pelos programas comerciais.

Analisando-se a figura 4.6, observa-se que as barras N2 e N3 possuem um trecho maior de barra no interior do apoio direito do que as barras N1. Isto ocorre em função da interpretação realizada dos itens 18.3.2.3 e 18.3.2.4 da NBR 6118/2003, que tratam da ancoragem das barras.

No desenvolvimento das rotinas do VigaCalc os itens referentes à ancoragem das barras nos apoios extremos, foram implementados da forma apresentada a seguir:

Para determinar o corte das barras N1, que devem ir até os apoios e possuem o ponto de início de ancoragem além da face do apoio, foi utilizado o item 18.3.2.4.1 da NBR 6118/2003, que prescreve uma ancoragem igual ou superior ao maior dos seguintes valores:  $l_{bnc}$ ,  $(r + 5,5f)$ , 60mm.

Já no caso das barras N2 e N3, por possuírem seu ponto A fora do apoio, tem seu comprimento de ancoragem medido a partir do diagrama decalado, o que acabou fornecendo a estas barras um ponto de corte mais no interior do pilar do que o ponto de corte das barras N1. Este procedimento está adequado quando fornecer comprimentos de ancoragem dentro do pilar, inferiores aos das barras N1. No caso em questão bastaria ancorar N2 e N3 com os mesmos comprimentos do item 18.3.2.4.1. Como estas barras estariam auxiliando na ancoragem da força  $R_{sd}$ , isto poderia promover uma redução no comprimento  $l_{bnc}$  de todas as barras que chegam no apoio.

# Vig-01

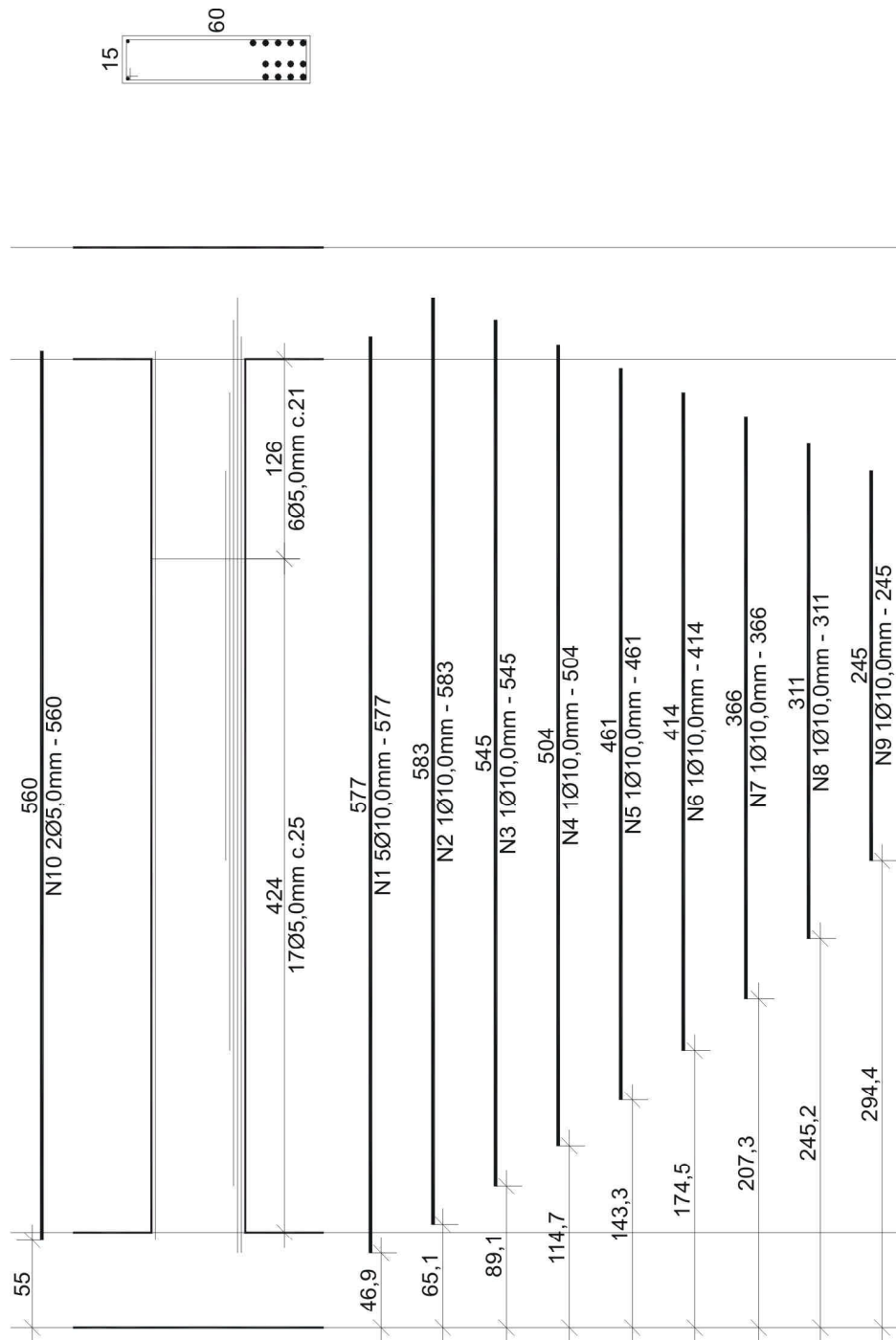


Figura 4.6 – Detalhamento Viga 01, realizado pelo VigaCalc.

# Vig-01

## SEÇÃO A-A

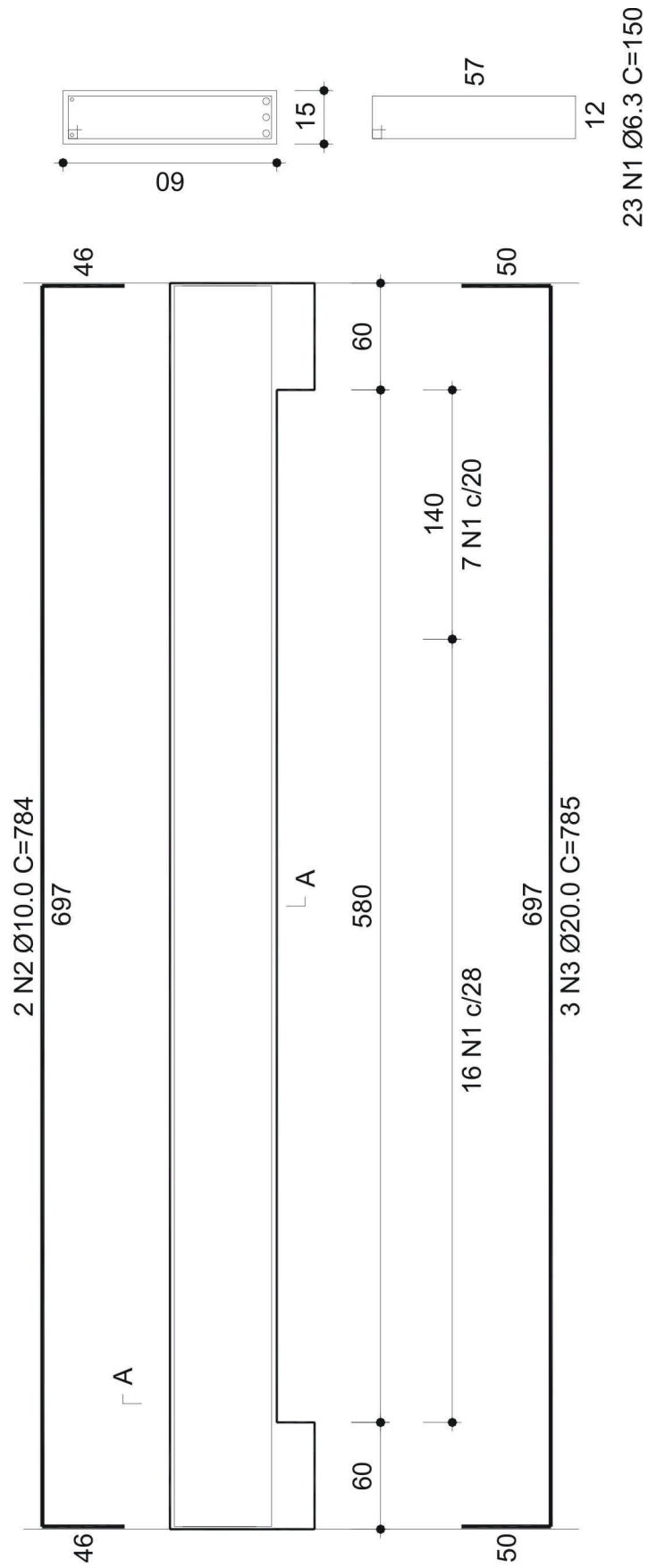


Figura 4.7 – Detalhamento Viga 01, realizado pelo Eberick.



# Vig-01

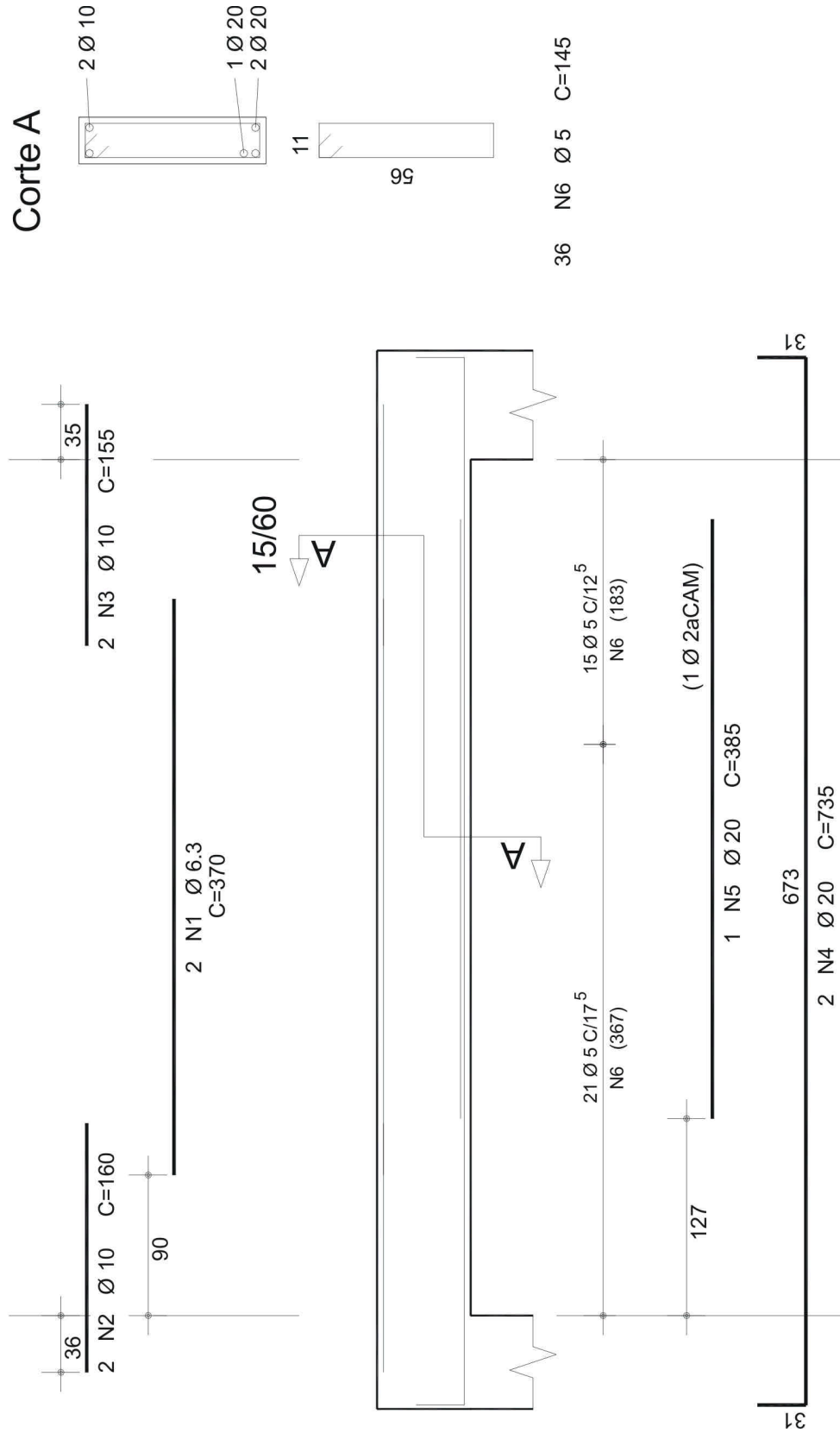


Figura 4.8 – Detalhamento Viga 01, realizado pelo CAD/TQS.

## 4.2. Exemplo 2.

Este exemplo é praticamente idêntico ao exemplo 1, onde se alterou o valor do carregamento, conforme mostra a figura 4.9, pretendendo-se com isto analisar as modificações que tais mudanças provocam no dimensionamento e no detalhamento da viga em estudo.

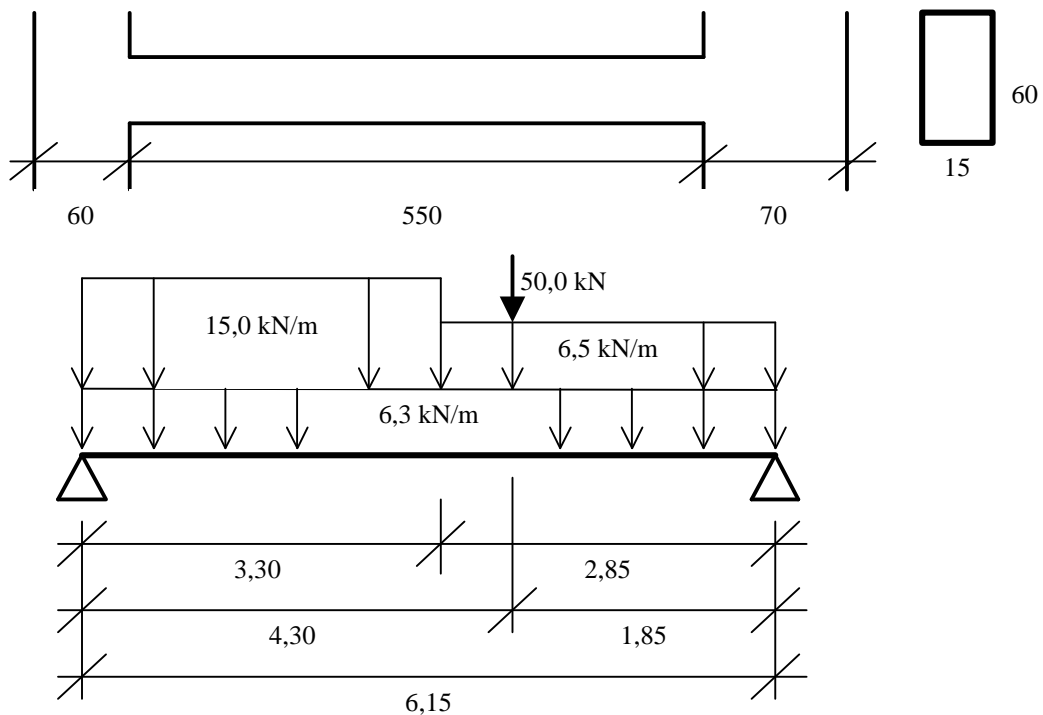


Figura 4.9 – Dimensões e Carregamentos da Viga do Exemplo 2.

A tabela 4.6 apresenta os valores obtidos para a armadura de tração, independentemente da bitola adotada pelo programa. Na parte inferior da tabela estão listados apenas os dados da armadura de compressão utilizada, em função da bitola adotada para a armadura de tração. Pode-se observar que os valores  $A_s$  obtidos foram bastante afetados pelo diâmetro da armadura longitudinal de tração em função da variação do centro de gravidade dessa armadura que conseqüentemente alterou significativamente o valor de  $d$ .

No caso deste exemplo, o programa adotou como solução para armadura de tração, barras com diâmetro de 12,5mm, que necessitam de uma armadura de compressão com área de 0,501 cm<sup>2</sup>. Em virtude desta escolha os valores apresentados na parte inferior da tabela 4.6 referem-se a armadura de tração de área igual a 0,501 cm<sup>2</sup>.

Tabela 4.6 – Resultados Armadura Longitudinal – Viga 02.

<b>Armadura de tração</b> – $m_k = 142,421 \text{ kN.m}$ – meio tramo									
Bitola (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	Quant	$\Delta A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$y_{CG}$ (cm)	w	x/d	$a_l$ (cm)	d (cm)	$A'_s$ (cm <sup>2</sup> )
5,0	11,969	60	0,03	17,75	0,0520	0,585	35,60	41,10	6,527
8,0	9,900	20	0,10	8,38	0,0681	0,585	42,11	48,62	2,217
10,0	11,837	15	0,16	6,50	0,0550	0,585	43,73	50,50	1,203
12,5	11,551	10	0,95	4,53	0,0616	0,585	45,44	52,48	0,501
20,0	11,330	4	1,27	3,00	0,0956	0,585	46,77	54,00	
<b>Armadura de compressão</b>									
Bitola (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	Quant	$\Delta A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$y_{CG}$ (cm)	w	x/d	$a_l$ (cm)	d (cm)	$A'_s$ (cm <sup>2</sup> )
5,0	0,501	3	0,10	0,25		0,585			
8,0	0,501	2	0,50	0,40		0,585			
10,0	0,501	2	1,10	0,50		0,585			
12,5	0,501	2	2,00	0,63		0,585			
20,0	0,501	2	5,80	1,00		0,585			

Ao realizar a análise da tabela acima, observa-se que as bitolas de 5, 8, 10 e 12,5mm necessitam de armadura dupla e as barras de 5, 8 e 10,0mm são rejeitadas. A distância do centro de gravidade destas, ao ponto da seção da armadura mais afastada da linha neutra é superior a 10% da altura da viga. Sendo o aço com diâmetro de 12,5mm adotado como solução pelo VigaCalc, pois é a bitola com a menor diferença entre armadura calculada e armadura efetiva. E constata-se novamente o mesmo comportamento do valor da abertura das fissuras.

Ao proceder-se a análise dos resultados obtidos para a armadura transversal, constata-se que a única alteração que ocorreu, em relação ao exemplo anterior, foi o aumento no valor da área de aço necessária. Ou seja, observou-se novamente que o modelo II forneceu um valor de armadura transversal inferior ao modelo I, até uma inclinação da biela comprimida compreendida entre 39° e 40°. E comprovou-se, mais uma vez, que o valor da armadura transversal diminui com o aumento do valor do  $f_{ck}$ .

Dentre os diversos valores obtidos durante os dimensionamentos, os programas adotaram as seguintes soluções, que são demonstradas nos detalhamentos apresentados nas figuras 4.10, 4.11 e 4.12.

Cabe salientar ainda que, ao observar os detalhamentos apresentados, nota-se novamente que o VigaCalc chegou a uma solução com um grande número de barras e realizou a ancoragem de forma idêntica à descrita no exemplo 4.1.

# Vig-02

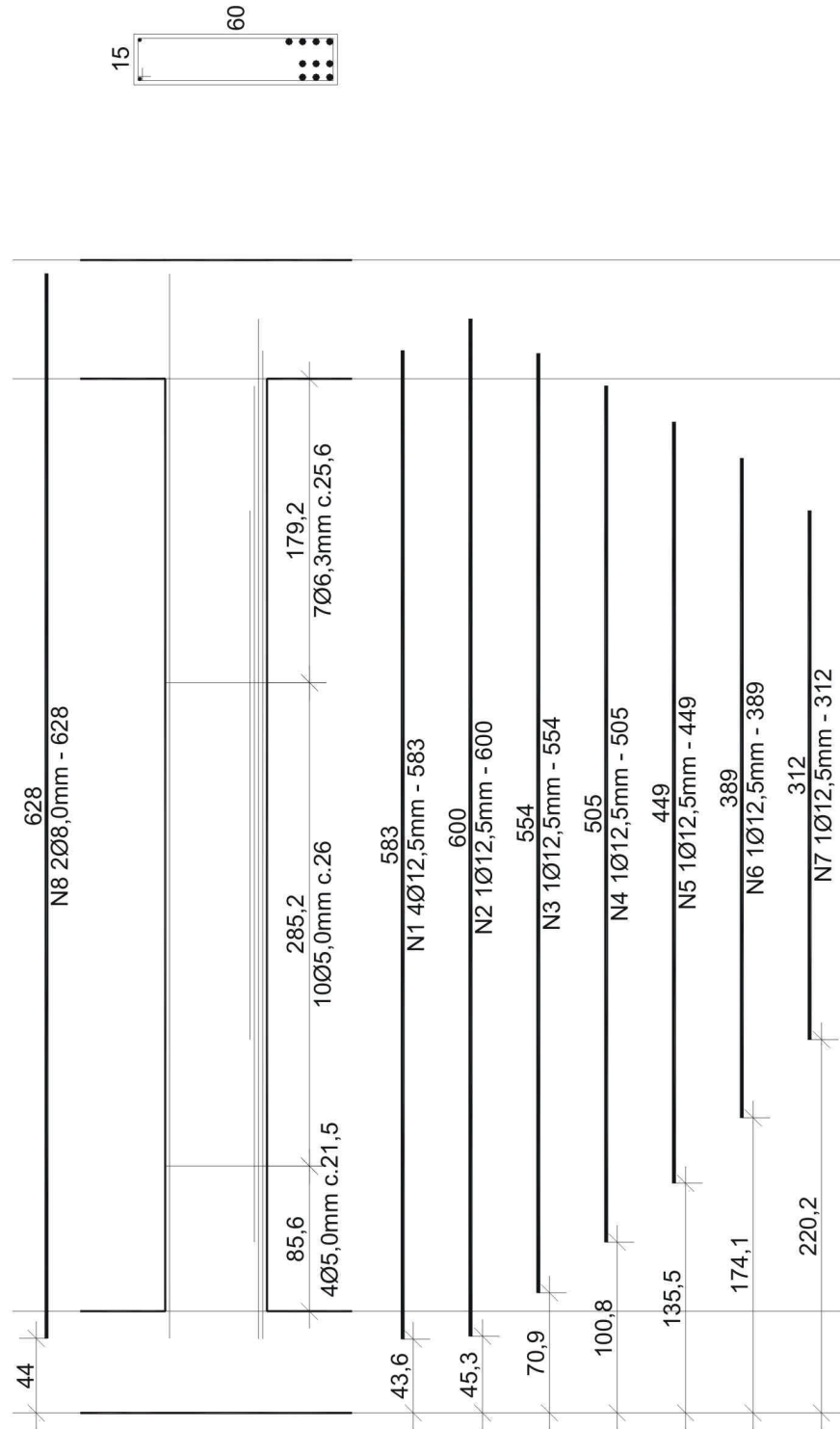


Figura 4.10 – Detalhamento Viga 02, realizado pelo VigaCalc.

# Vig-02

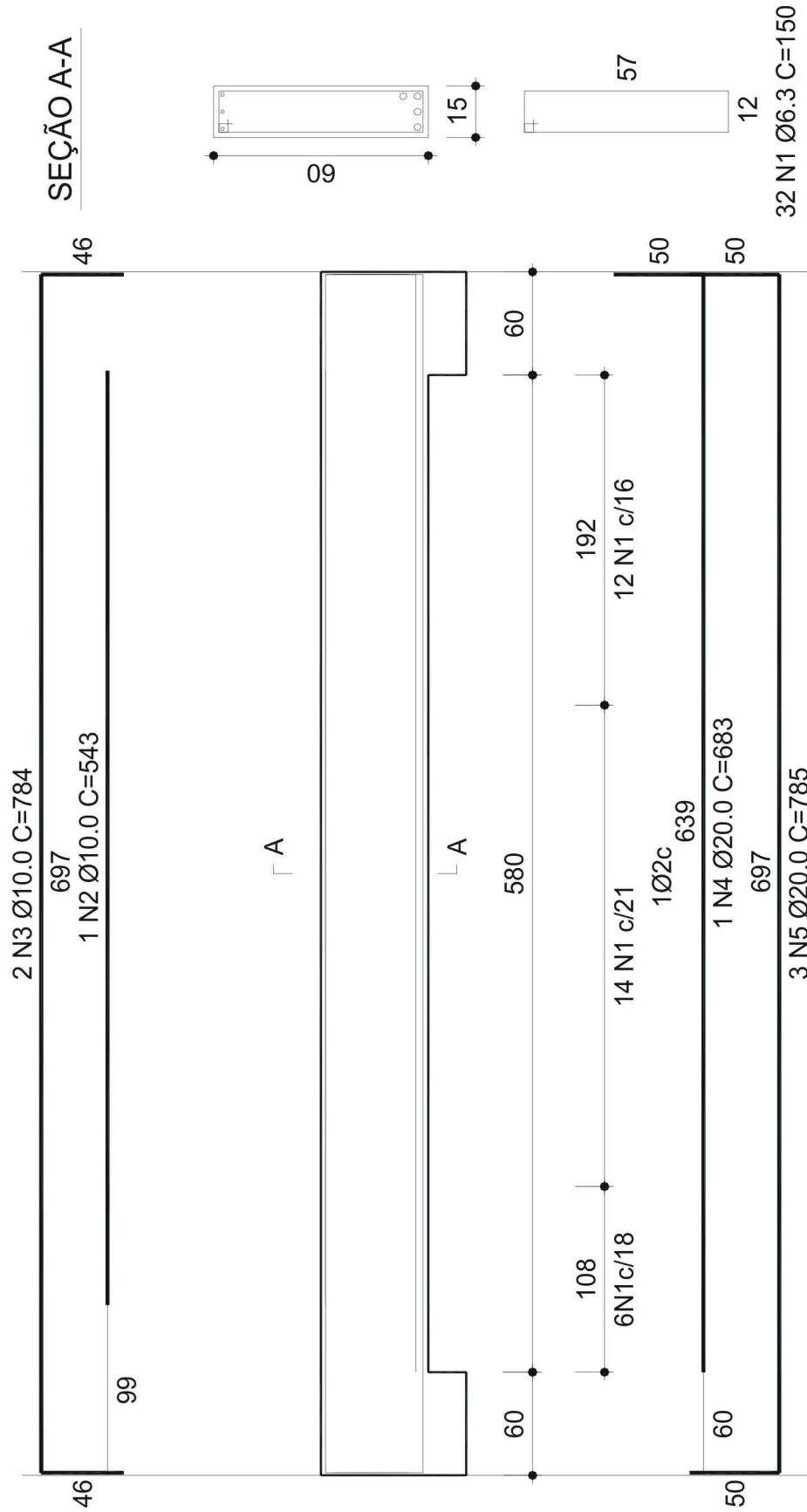


Figura 4.11 – Detalhamento Viga 02, realizado pelo Eberick.

# Vig-02

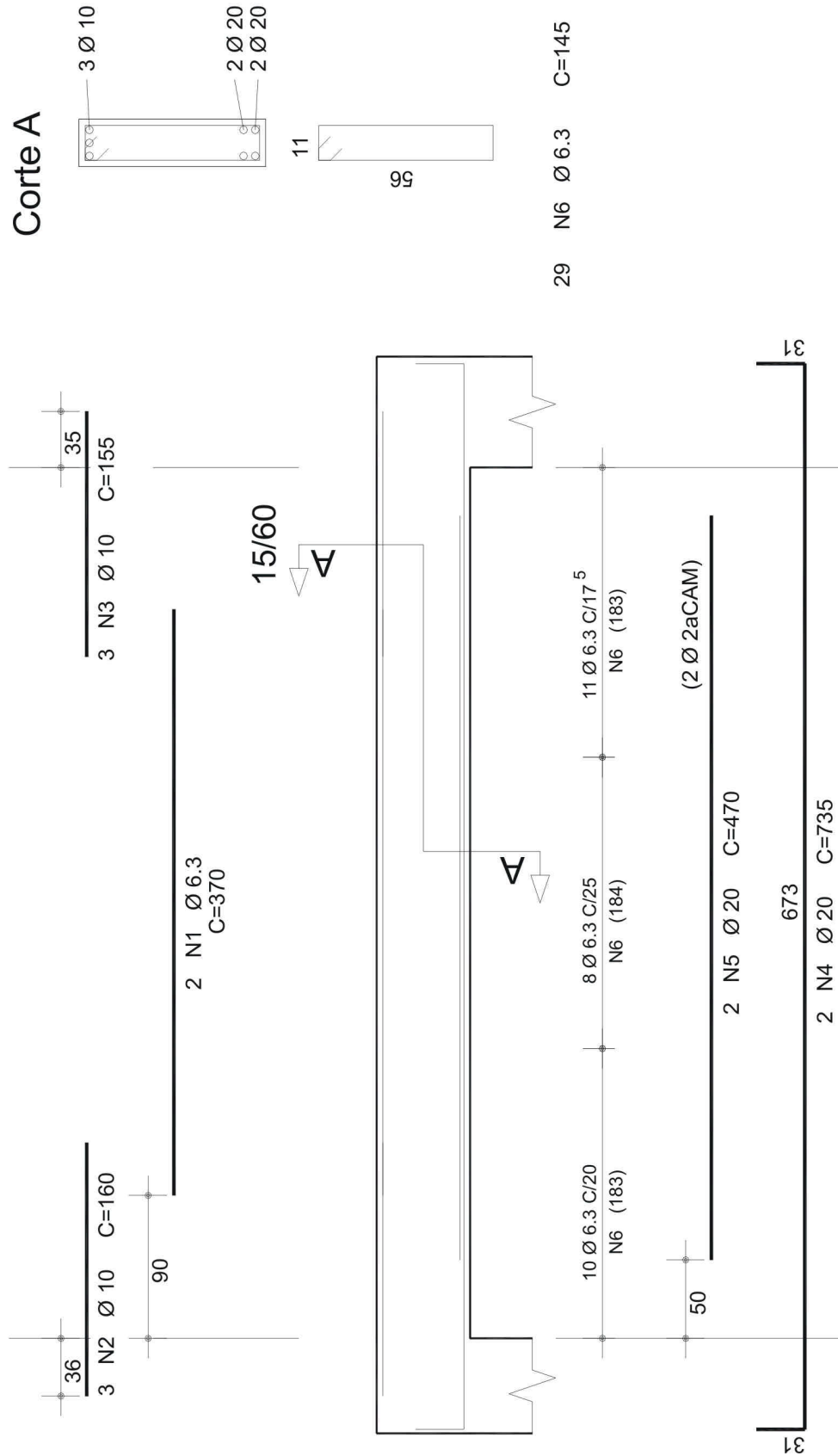


Figura 4.12 – Detalhamento Viga 02, realizado pelo CAD/TQS.

### 4.3. Exemplo 3.

Este exemplo consiste em uma viga de dois tramos, simplesmente apoiada, com dimensões e carregamento, apresentados na figura 4.13.

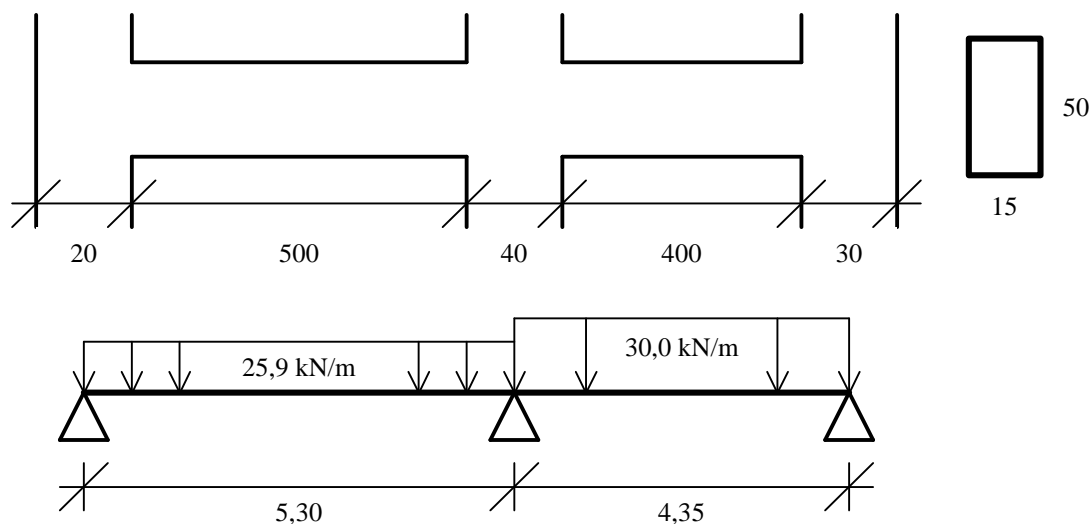


Figura 4.13 – Dimensões e Carregamentos da Viga do Exemplo 3.

Neste exemplo é estudado o efeito do agrupamento das barras no detalhamento, utilizando detalhamento com barras isoladas e agrupamentos de duas em duas barras e de três em três barras. Foram estudadas, também, as seguintes opções para a determinação das bitolas: menor diferença entre armadura necessária e efetiva, maior diferença entre armadura necessária e efetiva e uma concepção do autor de melhor detalhamento.

Nas rotinas desenvolvidas, a opção pela menor diferença entre as armaduras necessárias e efetivas é automática e as demais foram obtidas manualmente, ou seja, procedeu-se à escolha das bitolas a serem utilizadas no detalhamento, na tela Listagem dos Resultados, apresentada na figura 3.17.

Para realizar o detalhamento, considerado como a melhor opção, foram levados em consideração os seguintes fatores: menor número de barras e de camadas, diâmetros que apresentam melhor condição de manuseio e maior uniformização possível das bitolas utilizadas.

Configurações alteradas para a realização dos estudos foram:

Detalhar Barras em grupo de: conforme apresentado nos detalhamentos.



Armadura Longitudinal, bitolas adotadas: CA-50 – 10,0mm; 12,5mm; 16,0mm; 20,0mm e CA-60 – 5,0mm; 8,0mm.

Na tabela 4.7 são apresentados os valores obtidos pelas rotinas desenvolvidas no dimensionamento da viga em questão, em três posições distintas. Na primeira parte da tabela, apresentam-se os resultados referentes ao meio do primeiro tramo da viga, na segunda parte, os valores referentes ao apoio central da viga e, na última parte, os dados do meio do segundo tramo.

Tabela 4.7 – Resultados Armadura Longitudinal – Viga 03.

<b>Armadura de tração</b> – $m_k = 58,663 \text{ kN.m}$ – meio 1 tramo									
Bitola (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	Quant	$\Delta A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$y_{CG}$ (cm)	w	x/d	$a_l$ (cm)	d (cm)	$A'_s$ (cm <sup>2</sup> )
5,0	4,652	24	0,15	6,50	0,0620	0,340	35,85	40,50	
8,0	4,160	9	0,34	3,20	0,0825	0,340	38,24	43,80	
10,0	4,906	7	0,69	2,64	0,0766	0,340	38,97	44,36	
12,5	4,733	4	0,27	1,44	0,1096	0,340	39,46	45,56	
16,0	4,812	3	1,19	2,00	0,1190	0,340	38,97	45,00	
20,0	4,673	2	1,63	1,00	0,1312	0,340	39,84	46,00	
<b>Armadura de tração</b> – $m_k = -87,549 \text{ kN.m}$ – apoio central									
Bitola (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	Quant	$\Delta A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$y_{CG}$ (cm)	w	x/d	$a_l$ (cm)	d (cm)	$A'_s$ (cm <sup>2</sup> )
5,0	8,472	43	0,13	12,46	0,0548	0,500	35,85	35,16	4,760
8,0	6,925	14	0,08	5,60	0,0766	0,500	38,24	41,40	1,297
10,0	8,155	11	0,64	4,59	0,0617	0,500	38,97	42,41	1,049
12,5	7,920	7	0,83	2,95	0,0738	0,500	39,46	44,05	0,538
16,0	7,875	4	0,13	2,60	0,1088	0,500	38,97	44,40	0,434
20,0	7,840	3	1,61	2,33	0,1160	0,500	39,84	44,67	0,355
<b>Armadura de compressão</b>									
Bitola (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	Quant	$\Delta A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$y_{CG}$ (cm)	w	x/d	$a_l$ (cm)	d (cm)	$A'_s$ (cm <sup>2</sup> )
5,0	1,049	6	0,15	1,08		0,500			
8,0	1,049	3	0,45	0,40		0,500			
10,0	1,049	2	0,55	0,50		0,500			
12,5	1,049	2	1,45	0,63		0,500			
16,0	1,049	2	3,57	0,80		0,500			
20,0	1,049	2	5,25	1,00		0,500			

Tabela 4.7 – Resultados Armadura Longitudinal – Viga 03.

<b>Armadura de tração</b> – $m_k = 37,974 \text{ kN.m}$ – meio 2 tramo									
Bitola (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	Quant	$\Delta A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$y_{CG}$ (cm)	w	x/d	$a_l$ (cm)	d (cm)	$A'_s$ (cm <sup>2</sup> )
5,0	2,532	13	0,07	3,13	0,0873	0,191	38,32	43,87	
8,0	2,426	5	0,07	1,52	0,1244	0,191	39,39	45,48	
10,0	2,891	4	0,31	1,25	0,1109	0,191	39,62	45,75	
12,5	2,845	3	0,91	0,63	0,0966	0,191	40,16	46,38	
16,0	2,858	2	1,14	0,80	0,1301	0,191	40,01	46,20	
20,0	2,872	2	3,43	1,00	0,0755	0,191	39,84	46,00	

Analisando a tabela acima observa-se que, no meio dos tramos, não foi necessário utilizar armadura dupla. Por outro lado, na região do apoio central se fez necessária a adoção de armadura de compressão.

Constata-se também, que o valor da abertura estimada das fissuras é inversamente proporcional à taxa da armadura longitudinal de tração e diretamente proporcional ao diâmetro das barras de mesma resistência à tração.

Novamente, ao analisarem-se os valores referentes ao dimensionamento das armaduras transversais, observa-se que o modelo II fornece um valor de armadura transversal inferior ao modelo I, até uma inclinação da biela comprimida compreendida entre 39° e 40°.

Os nove detalhamentos da Viga 03, apresentados nas figuras 4.15 a 4.23 foram obtidos com as seguintes configurações:

- Vig-03.1 – menor delta  $A_s$  e grupo de 2 barras;
- Vig-03.2 – maior delta  $A_s$  e grupo de 2 barras;
- Vig-03.3 – “melhor concepção” e grupo de 2 barras;
- Vig-03.4 – menor delta  $A_s$  e grupo de 1 barra;
- Vig-03.5 – maior delta  $A_s$  e grupo de 1 barra;
- Vig-03.6 – “melhor concepção” e grupo de 1 barra;
- Vig-03.7 – menor delta  $A_s$  e grupo de 3 barras;
- Vig-03.8 – maior delta  $A_s$  e grupo de 3 barras;
- Vig-03.9 – “melhor concepção” e grupo de 3 barras.

Os detalhamentos obtidos com o Eberick e com o CAD/TQS são apresentados respectivamente nas figuras 4.24 e 4.25.

Na figura 4.14, apresenta-se um gráfico, onde se compara o peso total de aço utilizado em cada um dos detalhamentos realizados para a viga 03, com o peso total de aço utilizado nos nove detalhamentos realizados.

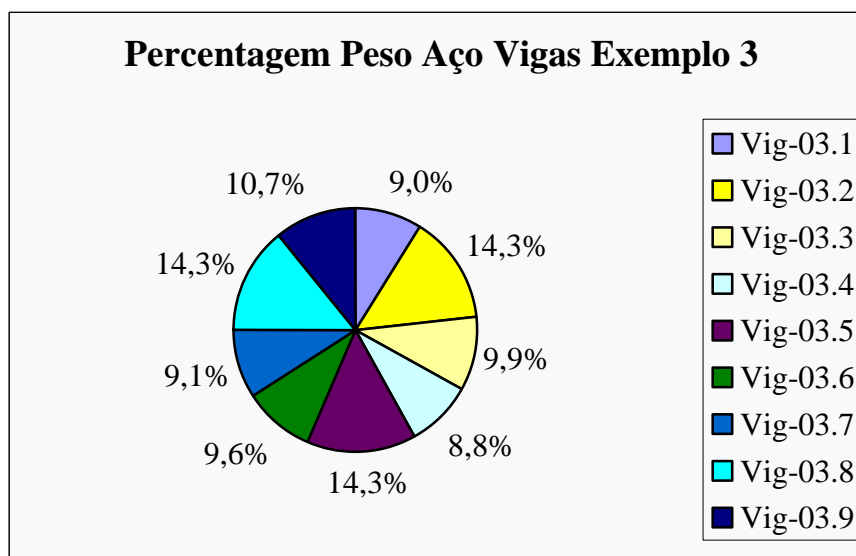


Figura 4.14 – Gráfico Comparativo de Peso Total das Vigas 03.

O gráfico da figura 4.14 mostra que, dos nove detalhamentos apresentados, o mais econômico em relação à quantidade de aço utilizado foi o Vig-03.4, no qual utilizaram-se os grupos de uma barra e a opção pela menor diferença entre armadura necessária e efetiva. Constata-se também que, mesmo ao adotarem-se as opções de maior delta  $A_s$  e “melhor concepção”, os detalhamentos mais econômicos foram obtidos quando se utilizou o agrupamento de barra em barra no detalhamento das barras longitudinais.

Nos detalhamentos realizados pelo VigaCalc, observa-se que este coloca barras adicionais na região inferior do apoio central, devido à necessidade de armadura de compressão nesta região. Esta foi a solução adotada durante o desenvolvimento do VigaCalc, uma vez que, com a realização deste trabalho, não se pretendia resolver todos os problemas de detalhamento, mas sim dar início a uma série de trabalhos nesta área.

Para esta situação, a melhor solução seria um aproveitamento das armaduras já existentes. Esse aproveitamento pode ser feito de duas maneiras: emenda por transpasse, no caso das barras existentes em cada um dos tramos serem de diâmetros diferentes; e se as barras forem do mesmo diâmetro, pode-se detalhar estas de forma contínua, ou seja atravessando completamente o apoio.

# Vig-03.1

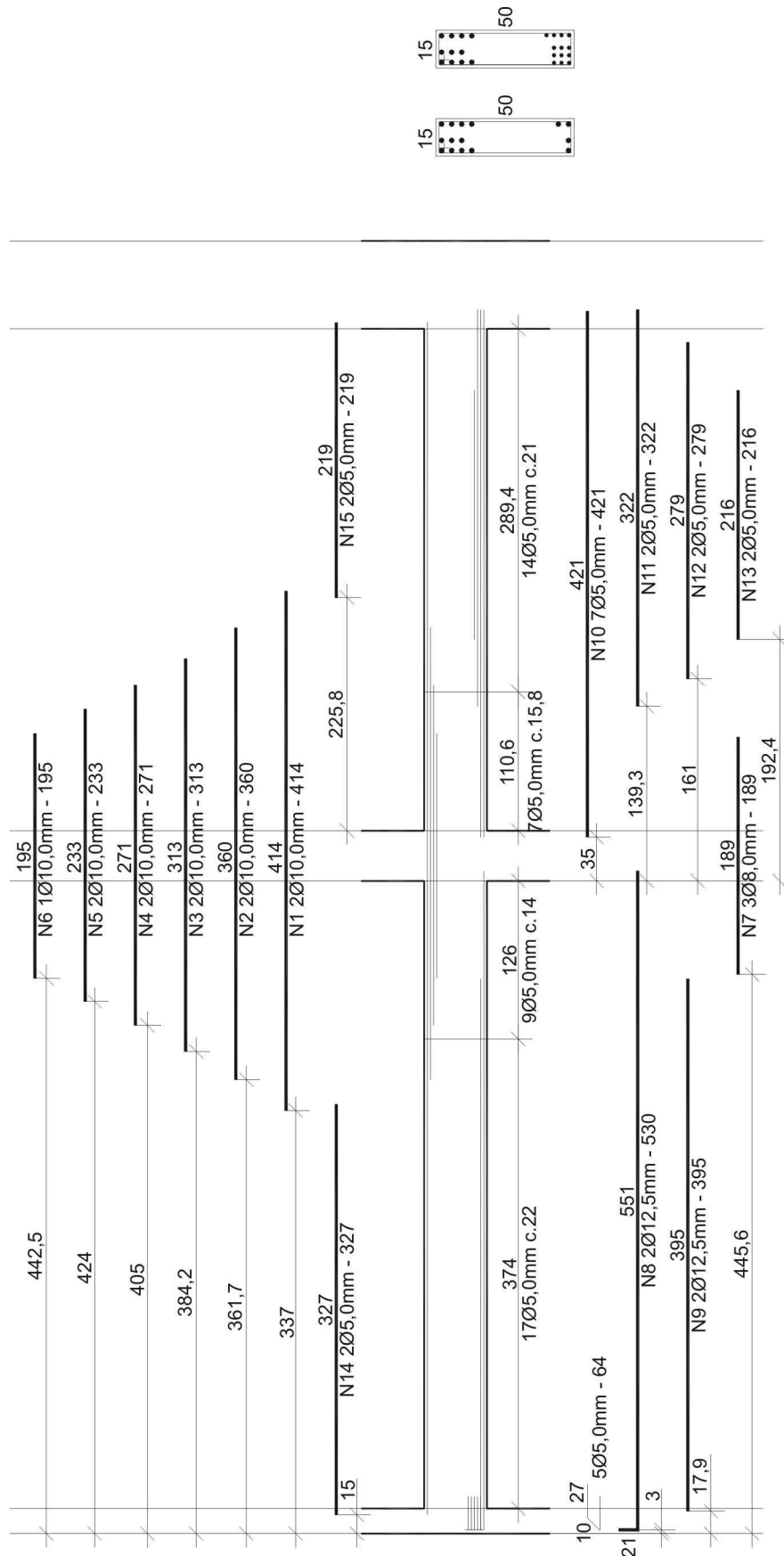


Figura 4.15 – Detalhamento Viga 03.1, realizado pelo VigaCalc.

# Vig-03.2

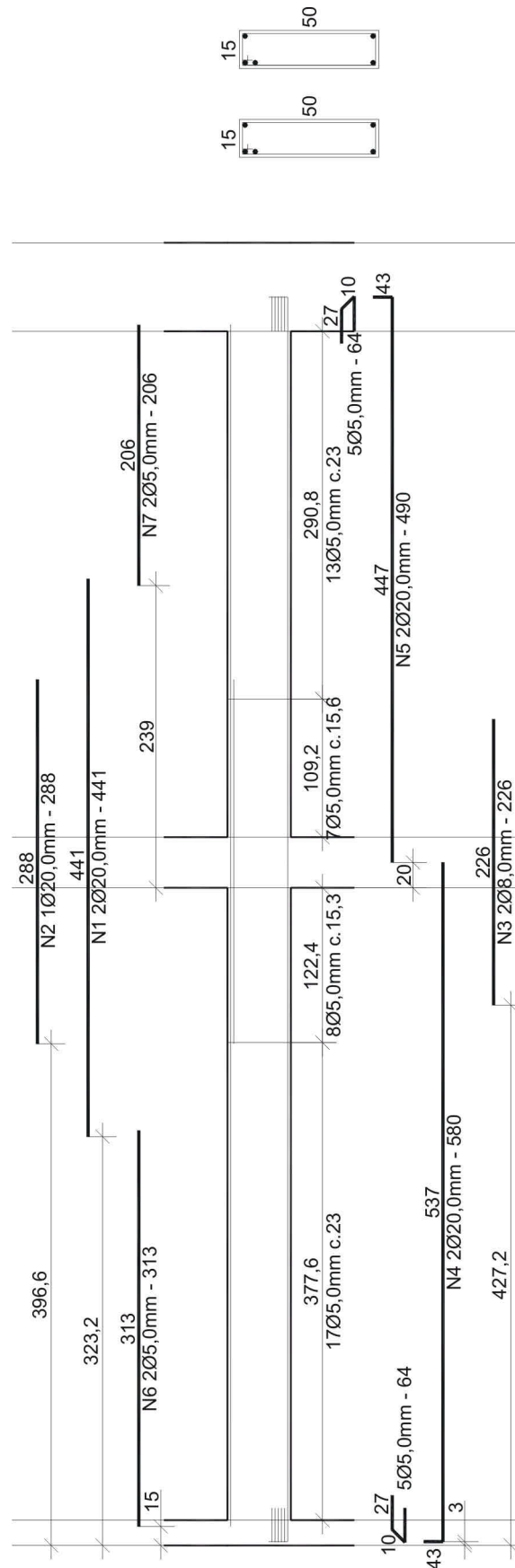


Figura 4.16 – Detalhamento Viga 03.2, realizado pelo VigaCalc.

# Vig-03.3

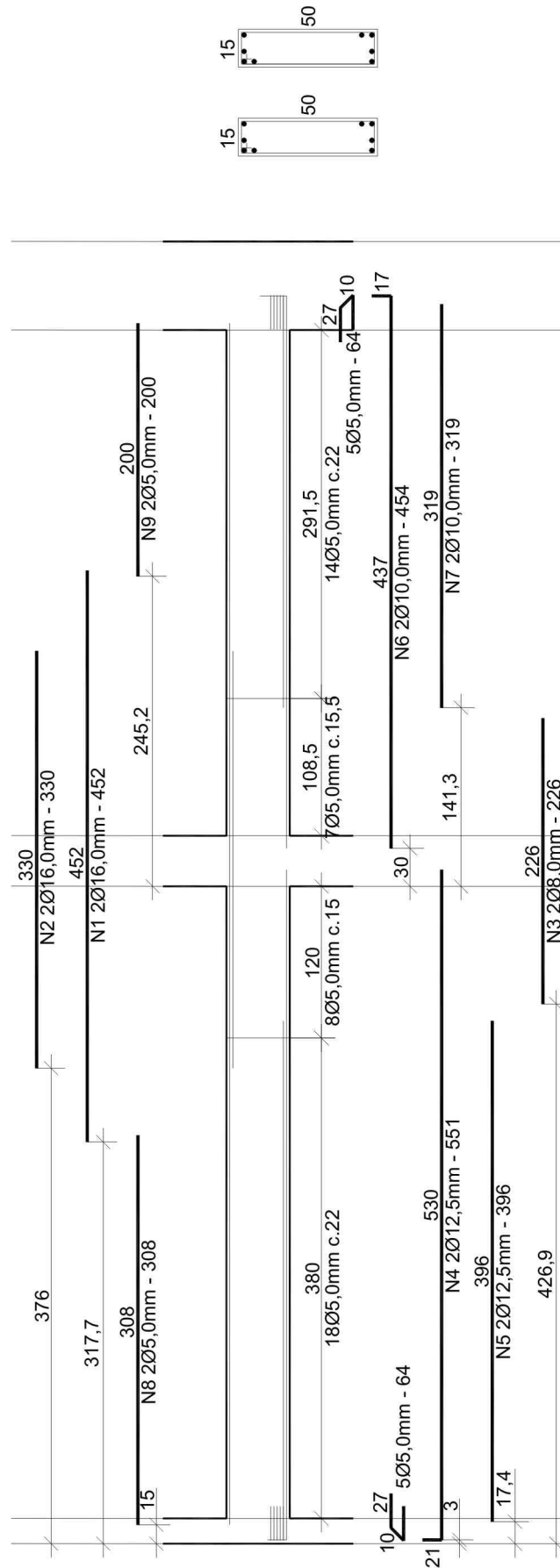


Figura 4.17 – Detalhamento Viga 03.3, realizado pelo VigaCalc.

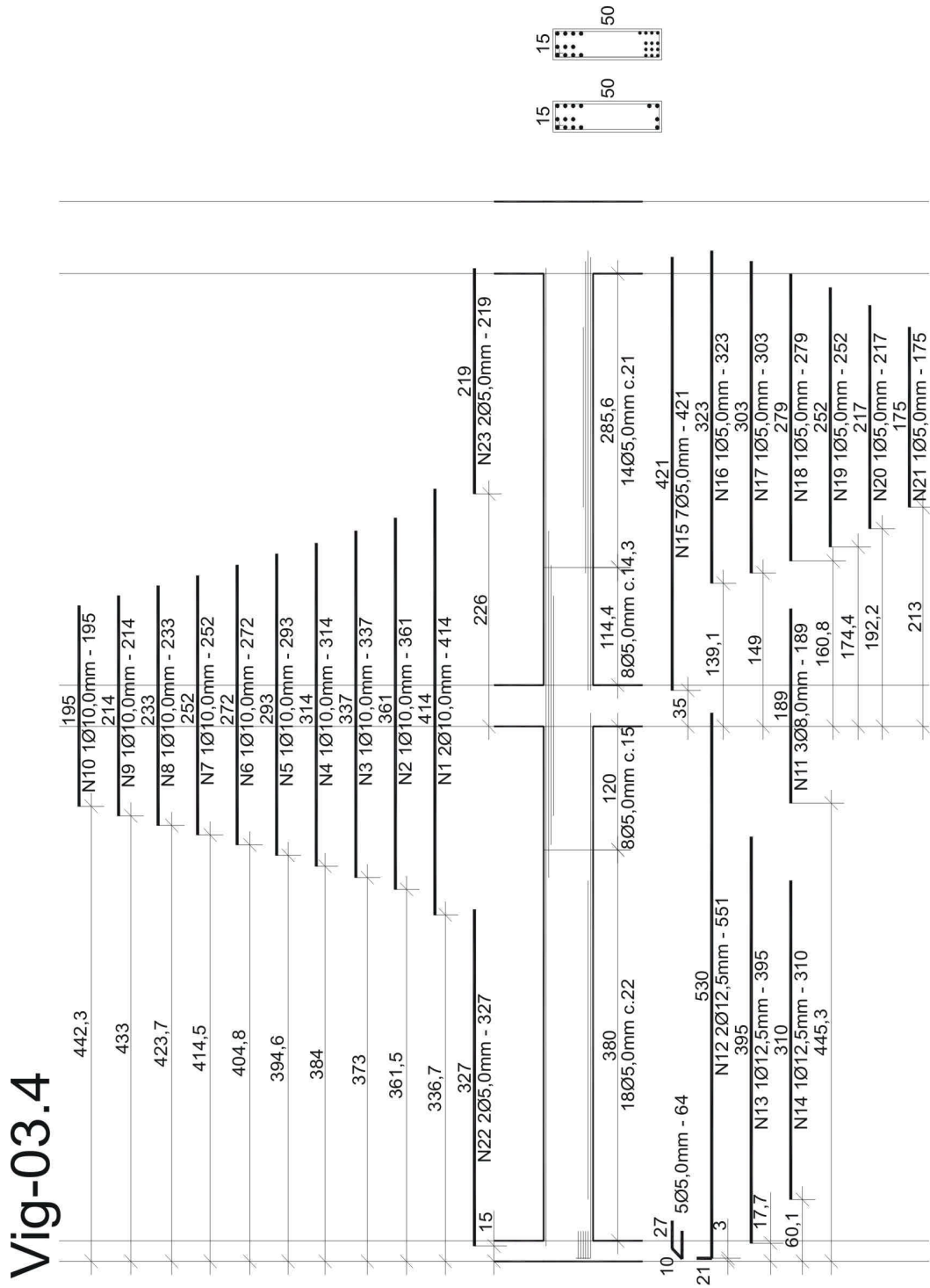


Figura 4.18 – Detalhamento Viga 03.4, realizado pelo VigaCalc.

# Vig-03.5

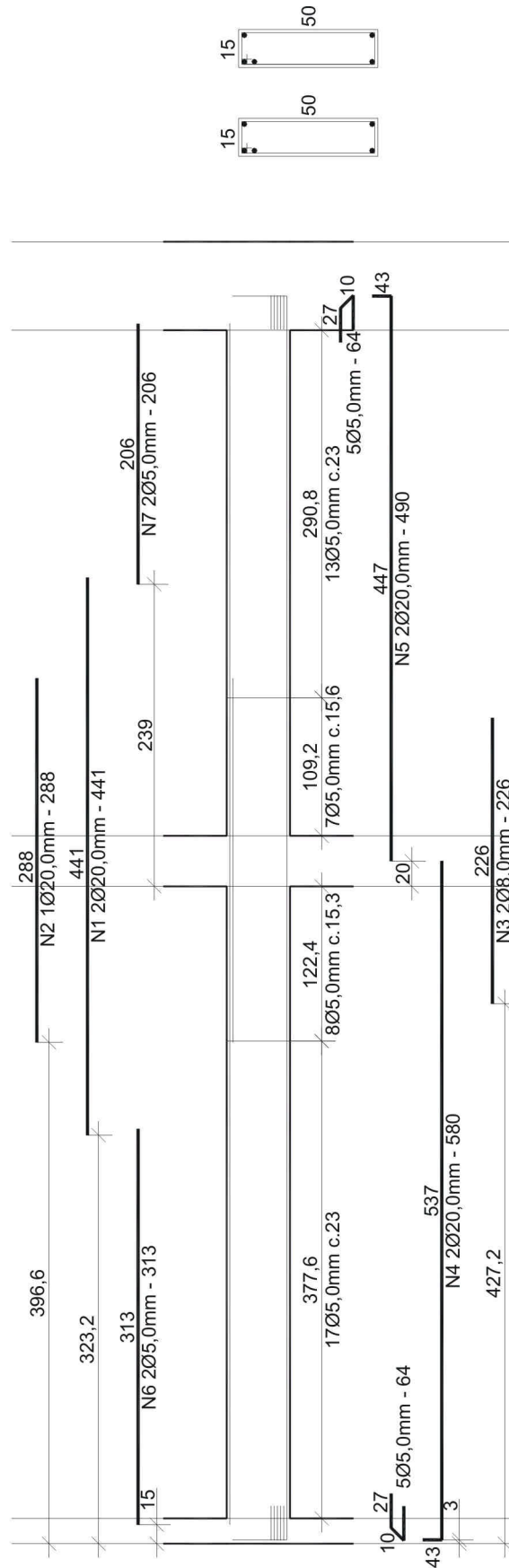


Figura 4.19 – Detalhamento Viga 03.5, realizado pelo VigaCalc.



# Vig-03.6

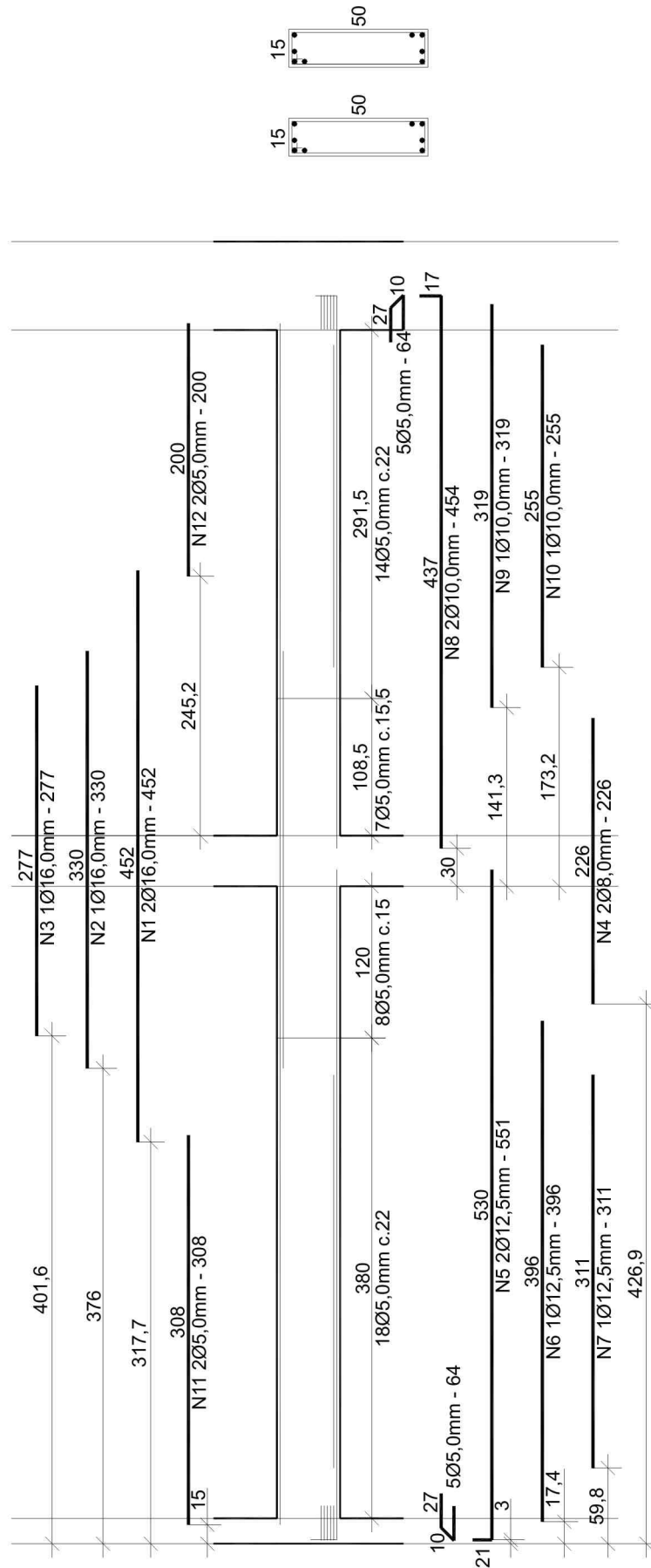


Figura 4.20 – Detalhamento Viga 03.6, realizado pelo VigaCalc.

# Vig-03.7

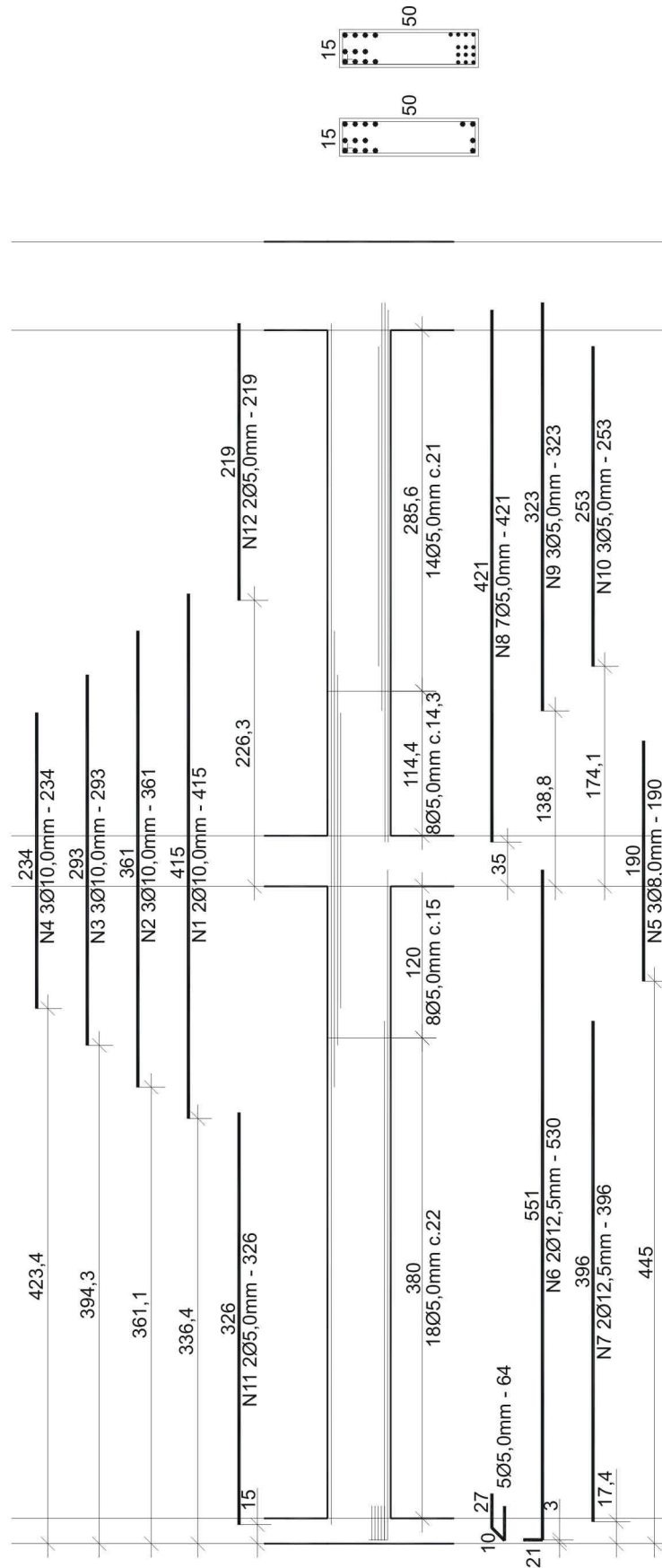


Figura 4.21 – Detalhamento Viga 03.7, realizado pelo VigaCalc.

# Vig-03.8

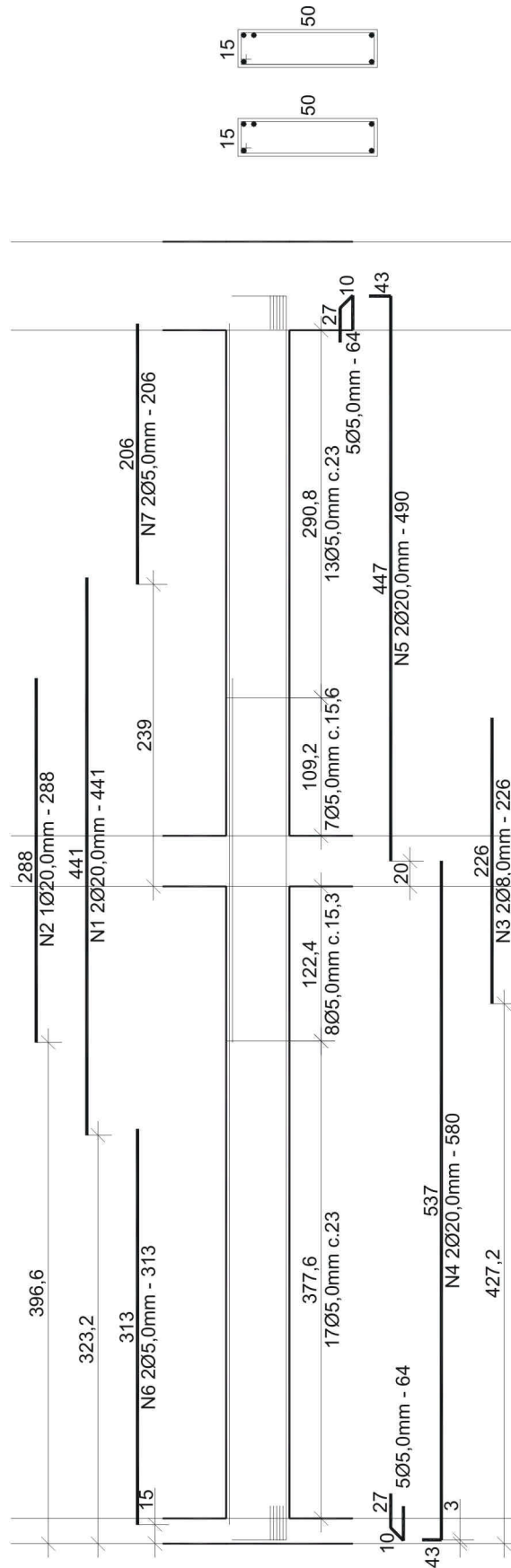


Figura 4.22 – Detalhamento Viga 03.8, realizado pelo VigaCalc.

# Vig-03.9

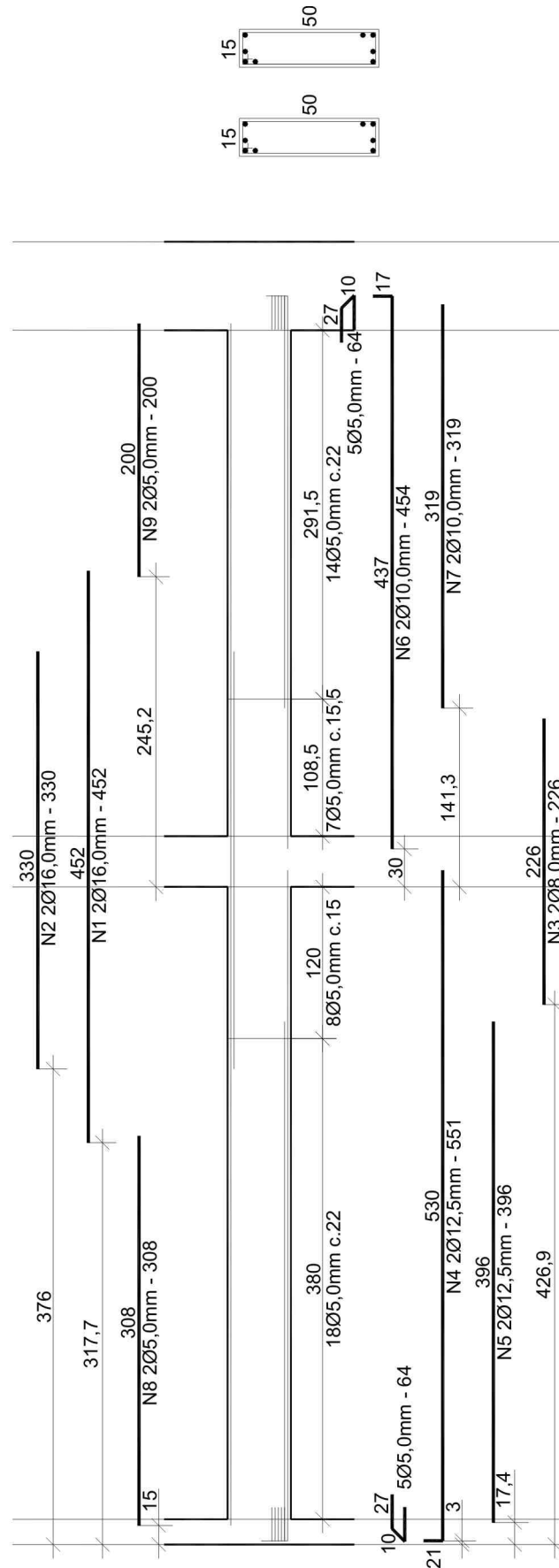


Figura 4.23 – Detalhamento Viga 03.9, realizado pelo VigaCalc.

# Vig-03

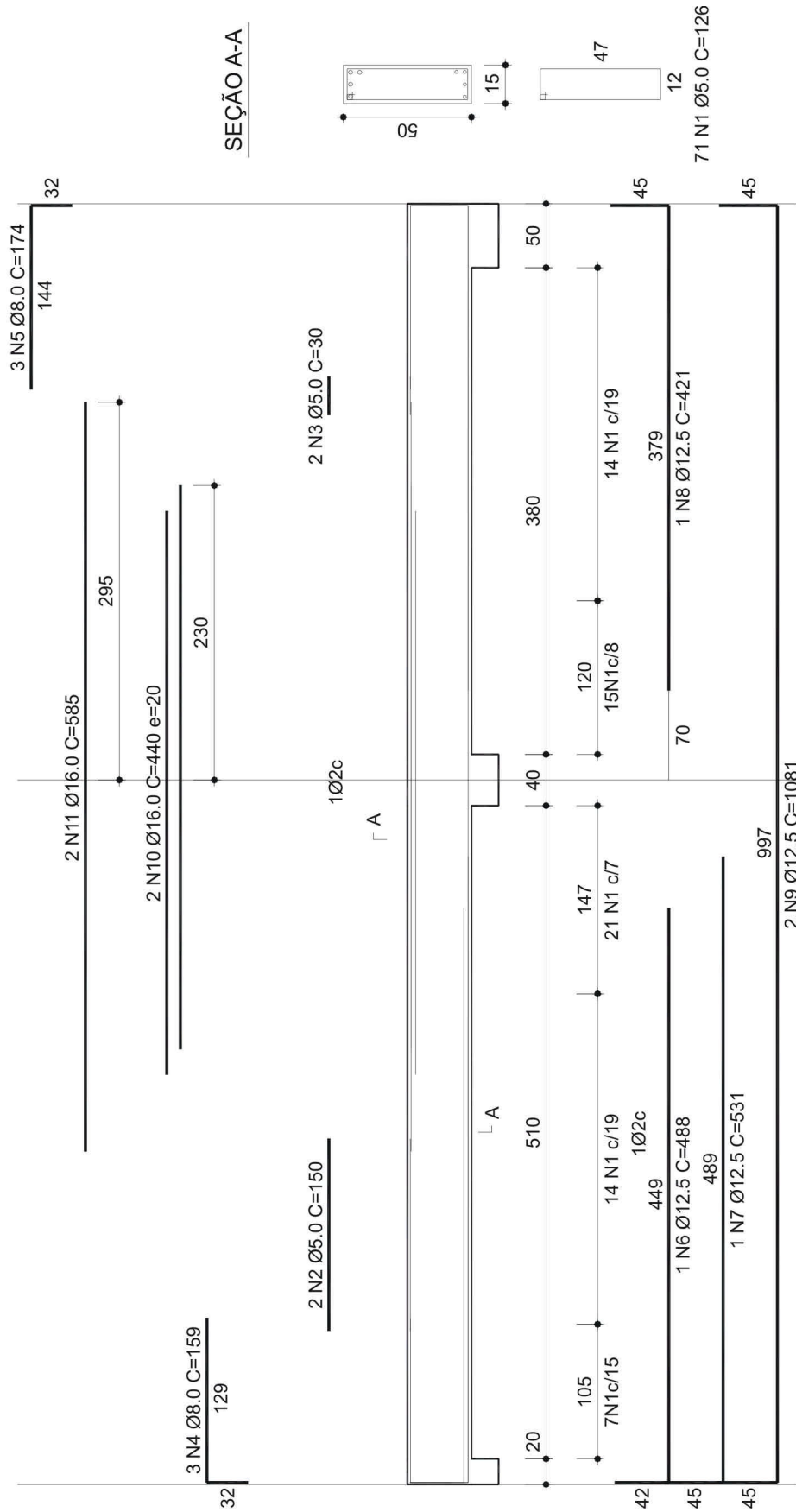


Figura 4.24 – Detalhamento Viga 03, realizado pelo Eberick.

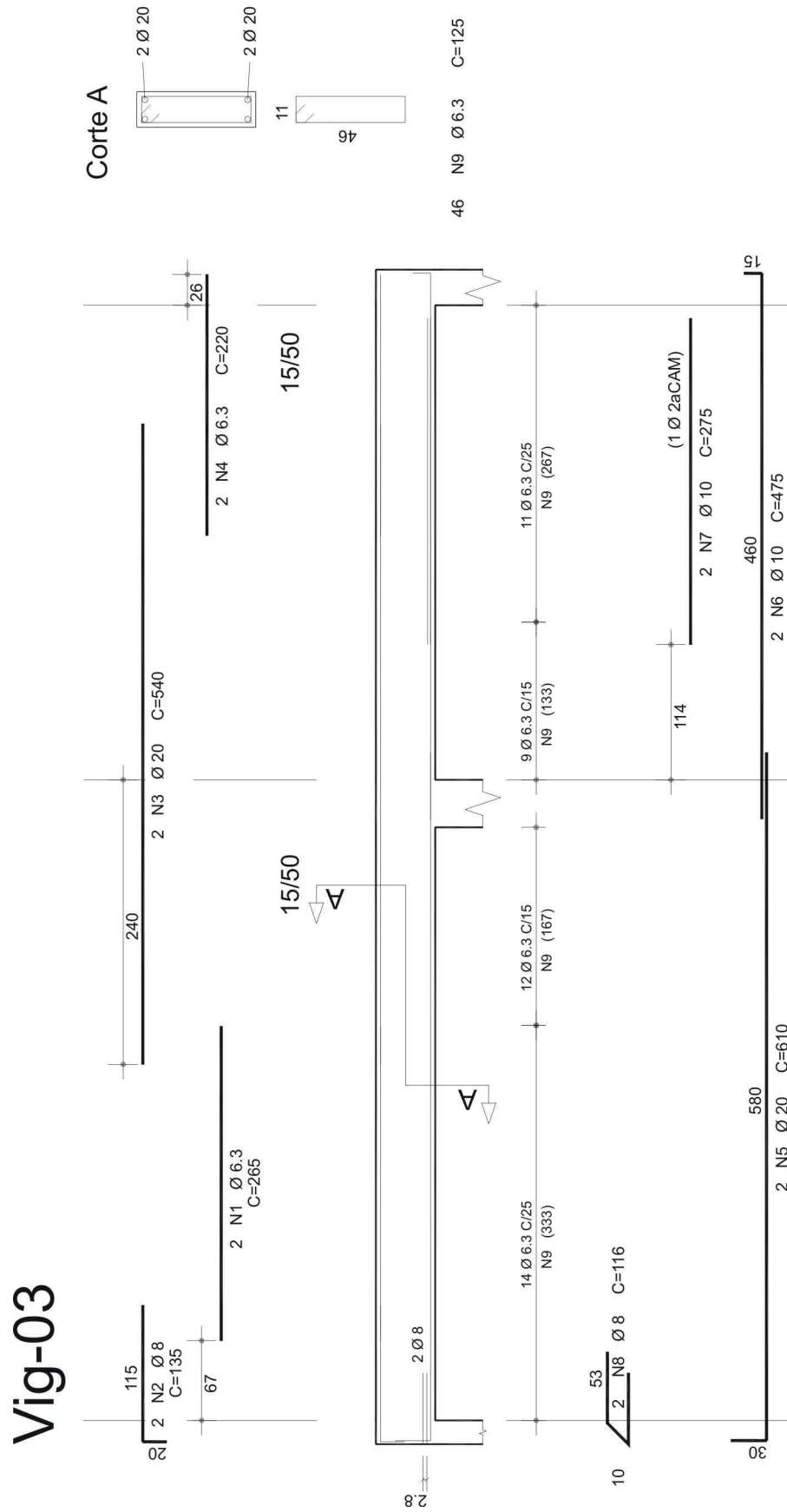


Figura 4.25 – Detalhamento Viga 03, realizado pelo CAD/TQS.

#### 4.4. Exemplo 4.

Neste exemplo estuda-se uma viga de três tramos, simplesmente apoiada, com dimensões e carregamento, conforme apresentado na figura 4.26.

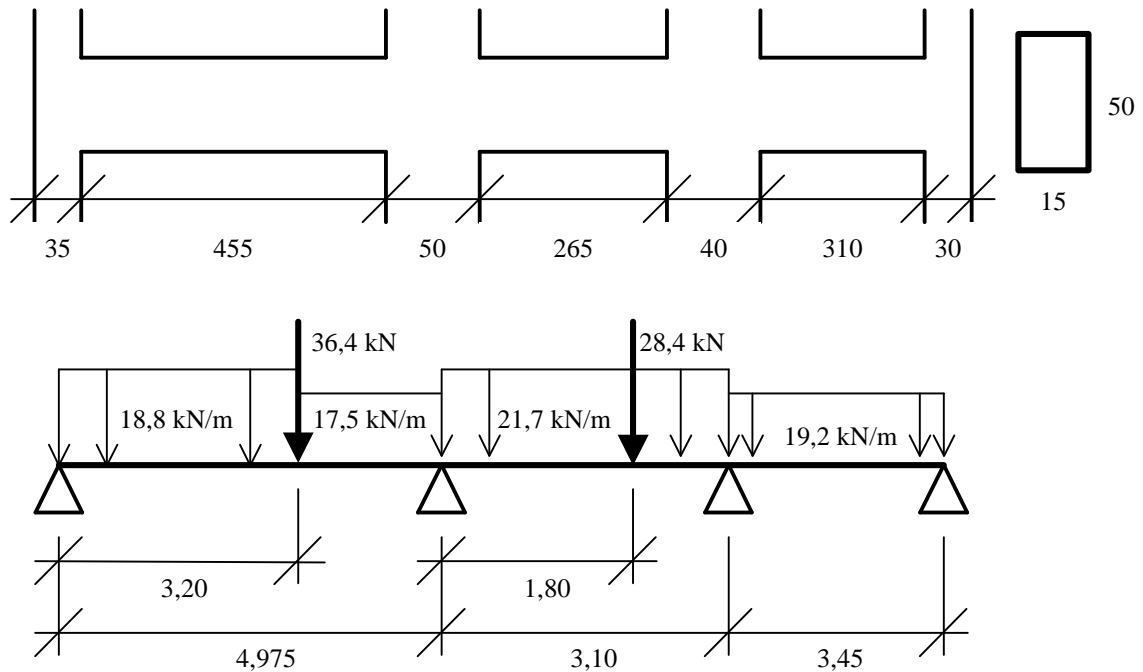


Figura 4.26 – Dimensões e Carregamentos da Viga do Exemplo 4.

Para a realização deste estudo, variou-se o processo utilizado para fazer o detalhamento das barras longitudinais e a forma de determinação da altura útil da viga, para as seguintes opções de bitolas utilizadas: menor diferença entre armadura necessária e efetiva, maior diferença entre armadura necessária e efetiva e proposta do autor de melhor concepção de detalhamento.

As configurações alteradas para realizar os estudos foram:

Processo altura útil: conforme apresentado nos detalhamentos;

Detalhar Barras em grupo de 2 barras;

Det. Barras Longitudinais Proc.: conforme apresentado nos detalhamentos.

Os doze detalhamentos da viga 04 foram obtidos com as seguintes configurações:

Vig-04.1 – menor delta  $A_s$ , altura útil exata e proc. exato;

Vig-04.2 – maior delta  $A_s$ , altura útil exata e proc. exato;

- Vig-04.3 – “melhor concepção”, altura útil exata e proc. exato;
- Vig-04.4 – menor delta As, altura útil exata e proc. simplificado;
- Vig-04.5 – maior delta As, altura útil exata e proc. simplificado;
- Vig-04.6 – “melhor concepção”, altura útil exata e proc. simplificado;
- Vig-04.7 – menor delta As, altura útil adotada e proc. exato;
- Vig-04.8 – maior delta As, altura útil adotada e proc. exato;
- Vig-04.9 – “melhor concepção”, altura útil adotada e proc. exato;
- Vig-04.10 – menor delta As, altura útil adotada e proc. simplificado;
- Vig-04.11 – maior delta As, altura útil adotada e proc. simplificado;
- Vig-04.12 – “melhor concepção”, altura útil adotada e proc. simplificado.

No caso da altura adotada, os valores configurados foram: distância do centro de gravidade das Armaduras até crista da viga igual a 4cm e até base da viga igual a 5cm.

A diferença entre o processo exato e simplificado, para o detalhamento das barras longitudinais, pode ser resumida como sendo a seguinte: no processo simplificado determina-se o ponto de corte das barras simplesmente marcando-se o comprimento de ancoragem necessário após o ponto teórico de tensões nulas, com isto eliminar-se-ia a necessidade da verificação do comprimento de  $10 \cdot f$  que deve ser feito segundo o item 18.3.2.3.1 da NBR 6118/2003. Já no processo exato, a ancoragem inicia-se no ponto onde a tensão na barra começa a diminuir.

Na figura 4.27 apresenta-se um gráfico, onde se compara o peso total do aço utilizado em cada um dos detalhamentos realizados para a viga 04 com todo o aço utilizado para os doze detalhamentos.



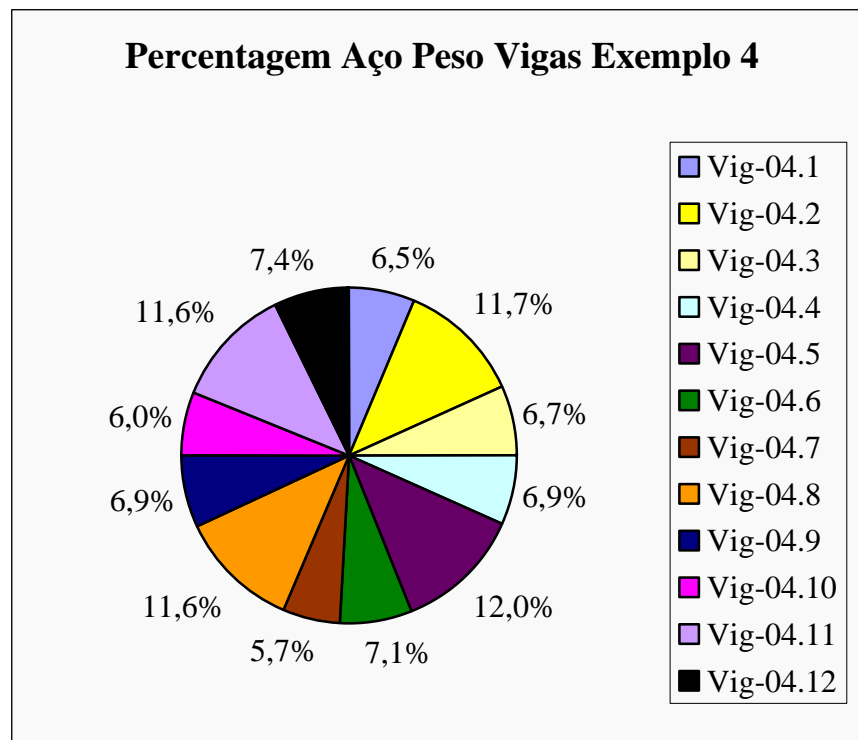


Figura 4.27 – Gráfico Comparativo de Peso Total das Vigas 04.

No gráfico da figura 4.27, pode-se constatar que, dos doze detalhamentos apresentados o mais econômico, em relação à quantidade de aço utilizado foi o Vig-04.7, quando se utiliza o menor delta  $A_s$ , a altura útil adotada da viga e o processo exato para gerar o detalhamento da armadura Longitudinal. E o Vig-04.1, quando se utiliza a altura útil exata da viga, menor delta  $A_s$  e o processo exato para detalhamento. Constata-se também que se obtém um detalhamento mais econômico quando se utiliza o processo exato para detalhar as barras longitudinais.

Cabe ressaltar que, quando se faz o detalhamento utilizando-se a altura útil adotada, pode-se estar adotando uma altura útil superior à real, que resultaria em uma menor área de aço que a necessária, ou uma altura útil inferior à real, que acarretaria em uma área de aço superior à necessária, resultando em peças antieconômicas.

Nos detalhamentos gerados pelo VigaCalc, apresentados nas figuras 4.28 a 4.39, pode-se constatar que a maior parte dos detalhamentos é similar, apresentando, principalmente, diferenças nos pontos de início das barras e nos comprimentos destas. Estas diferenças estão relacionadas, basicamente, com o processo de detalhamento das barras longitudinais adotado e com a altura útil das vigas adotada.

O processo de detalhamento das barras longitudinais tem influência sobre o ponto inicial e o comprimento da barra, em virtude do que foi exposto no capítulo 2, no item 2.5.2. Distribuição Longitudinal da Armadura. Ou seja, conforme o processo de detalhamento da armadura longitudinal selecionado, este interfere de forma direta sobre o ponto de início e fim das barras. Já a altura útil influencia diretamente no valor da decalagem do diagrama, que também está relacionada diretamente ao ponto inicial e ao comprimento das barras.

Deve-se salientar que a adoção do processo simplificado para o detalhamento das barras longitudinais é desaconselhável quando da utilização de ferramentas computacionais, pois este processo gera peças com um maior consumo de aço. Esse processo só teria vantagem em um detalhamento manual por ser mais simples de realizar.

Outras diferenças que podem ser observadas são:

- a opção por diâmetros diferentes em mesmas posições: isto ocorre em virtude da altura útil utilizada para o dimensionamento das peças, pois valores de alturas diferentes resultam em área de aço diferente para um mesmo momento, que para melhor satisfazê-las teve-se que adotar bitolas diferentes;
- tipos de ancoragens diferentes, ocorrem em função do ponto inicial das barras e de seus comprimentos, que são influenciados pela altura útil e ou pelo processo de detalhamento utilizado, conforme exposto anteriormente;
- número maior de barras em uma mesma seção, este fato acontece também em função da altura útil adotada, da mesma forma em que ocorre no caso de diâmetros diferentes;
- espaçamentos diferentes entre estribos, pois estes variam com a altura útil das vigas.

As diferenças acima citadas podem ser observadas ao se comparar as seguintes vigas:

- Vig-04.1 com Vig-04.4, Vig-04.7 e Vig-04.10 diferem-se em função do ponto inicial e comprimento das barras, e no caso de Vig-04.7 e Vig-

04.10 diferem-se ainda no diâmetro de algumas barras adotadas e no espaçamento entre alguns estribos em alguma posição;

- Vig-04.2 com Vig-04.5, Vig-04.8 e Vig-04.11 diferenciam-se também quanto ao ponto inicial e ao comprimento das barras, e os detalhamentos Vig-04.8 e Vig-04.11 diferenciam em função ao número de barras em determinadas regiões;
- Vig-04.3 com Vig-04.6, Vig-04.9 e Vig-04.12 apresentam diferença também entre os pontos de início e comprimento das barras, e os detalhes Vig-04.6 e Vig-04.12 apresentam ancoragem diferente em alguns apoios.

Ao compararem-se os detalhamentos do Eberick e do CAD/TQS, apresentados nas figuras 4.40 e 4.41 respectivamente, percebe-se que estes apresentam uma similaridade entre si e com alguns dos detalhamentos gerados pelo VigaCalc, sendo que é o detalhamento do CAD/TQS que apresenta uma semelhança maior com os detalhamentos do VigaCalc.

# Vig-04.1

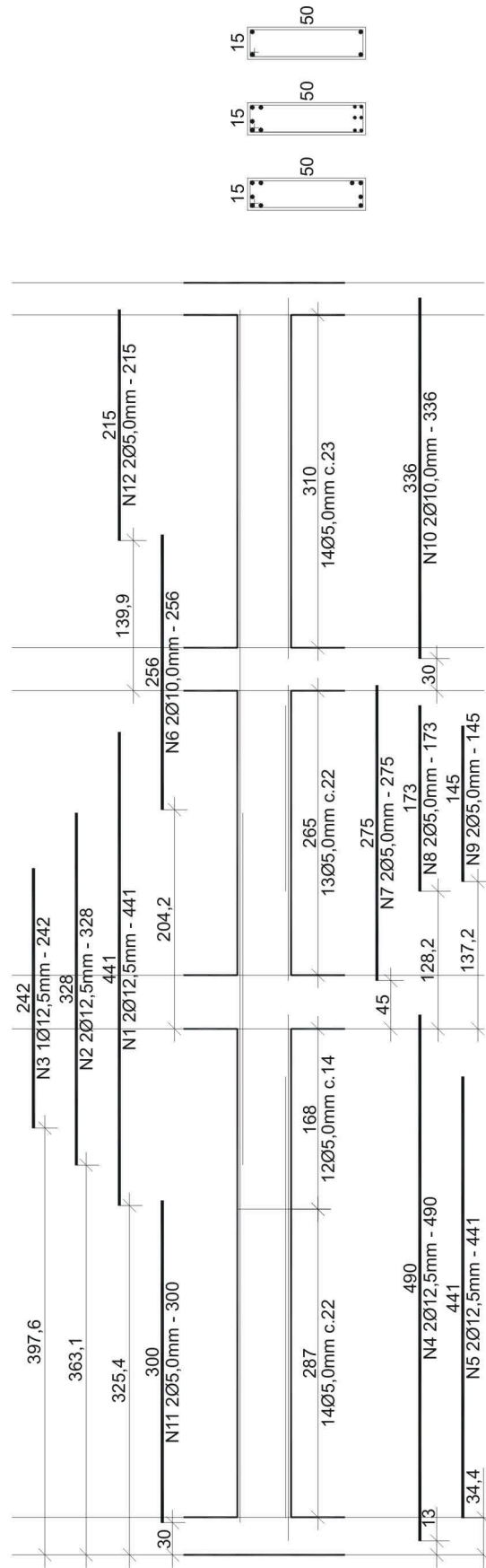


Figura 4.28 – Detalhamento Viga 04.1, realizado pelo VigaCalc.

# Vig-04.2

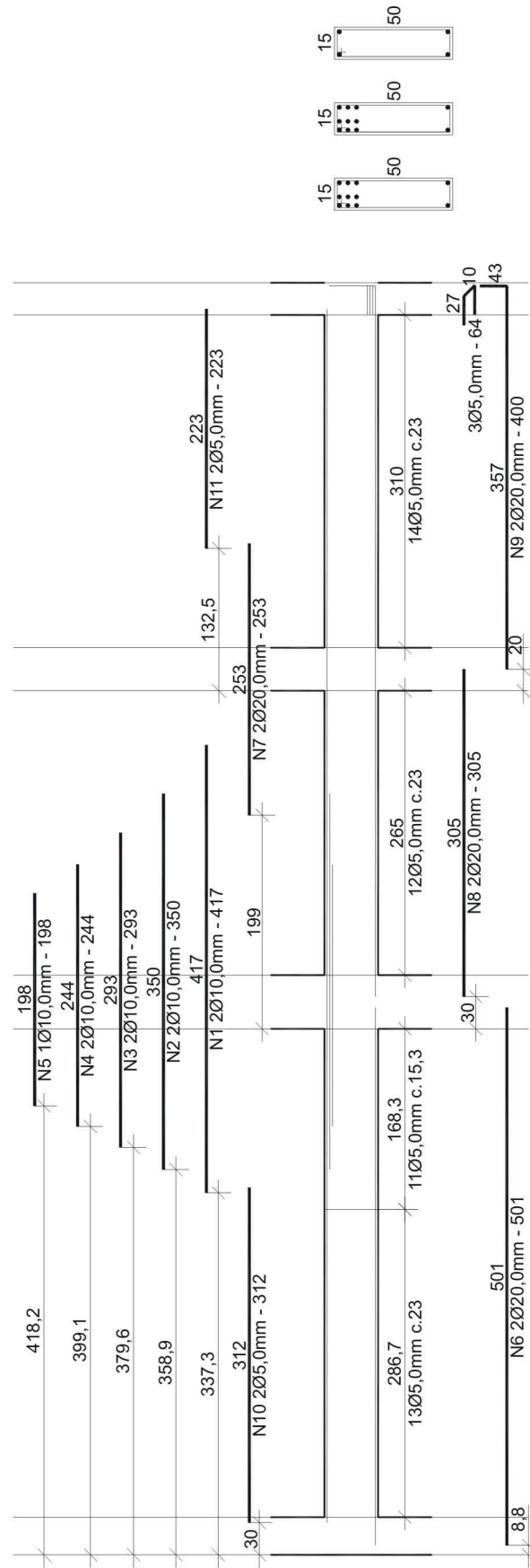


Figura 4.29 – Detalhamento Viga 04.2, realizado pelo VigaCalc.

# Vig-04.3

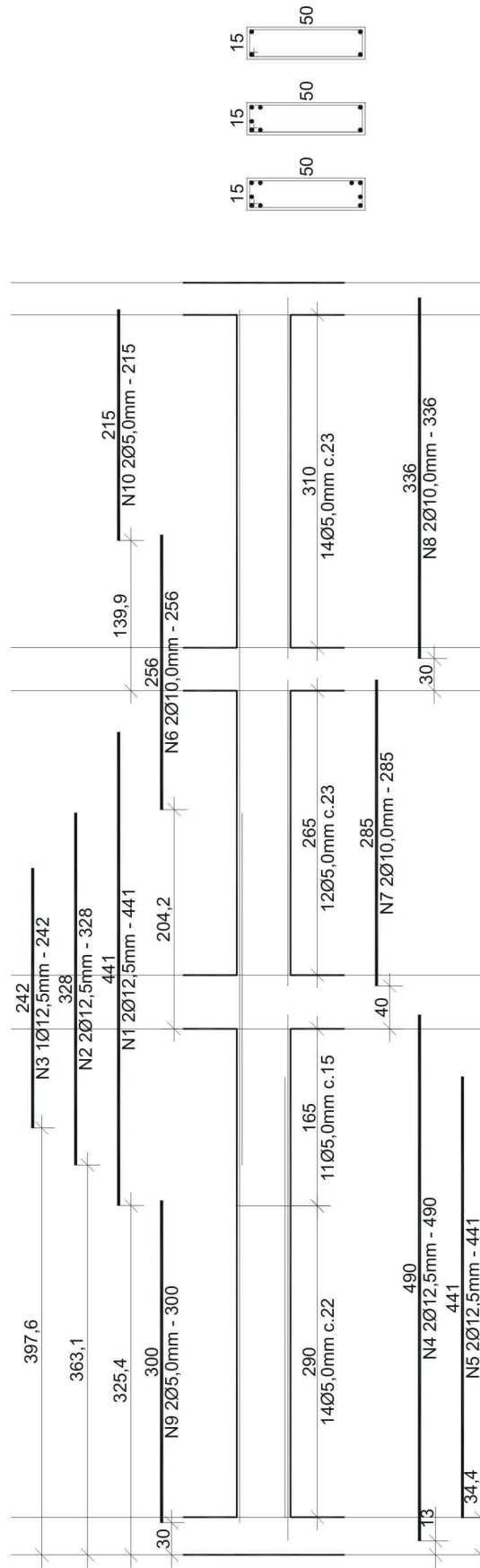


Figura 4.30 – Detalhamento Viga 04.3, realizado pelo VigaCalc.

# Vig-04.4

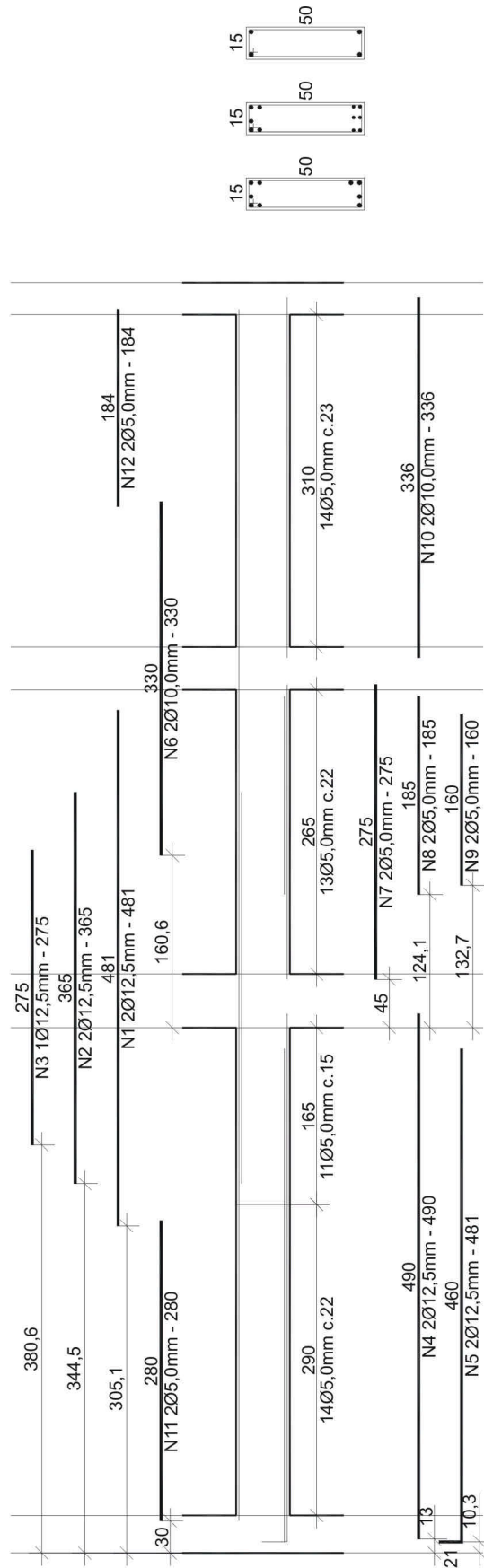


Figura 4.31 – Detalhamento Viga 04.4, realizado pelo VigaCalc.

# Vig-04.5

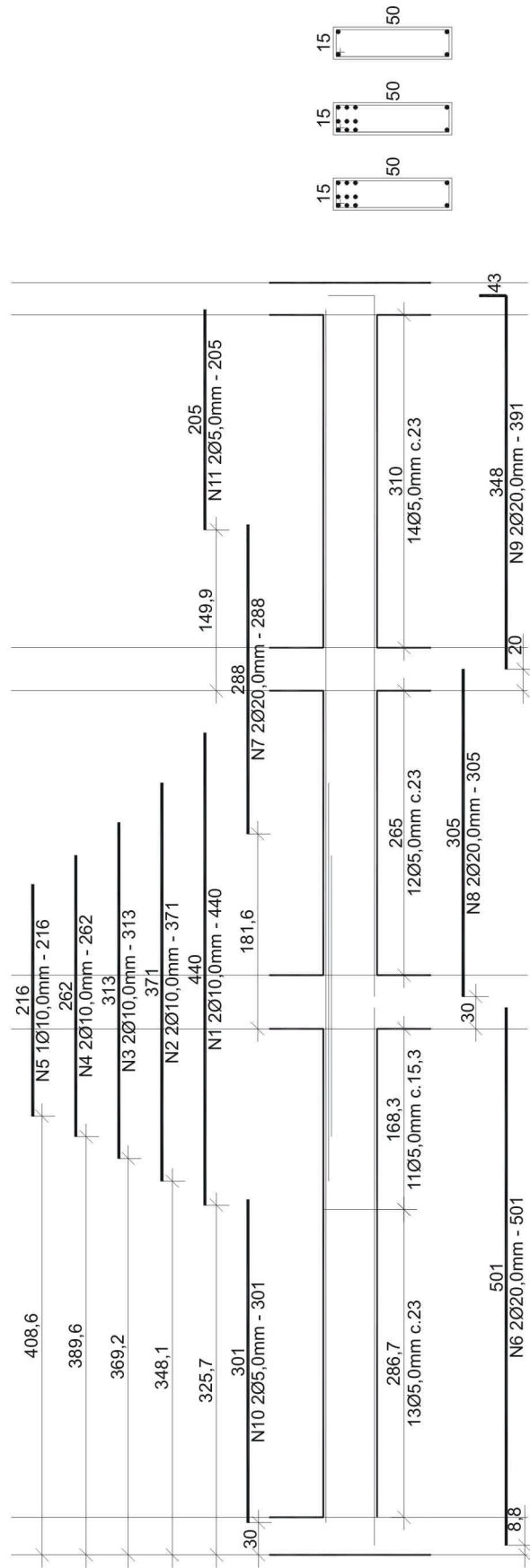


Figura 4.32 – Detalhamento Viga 04.5, realizado pelo VigaCalc.



# Vig-04.6

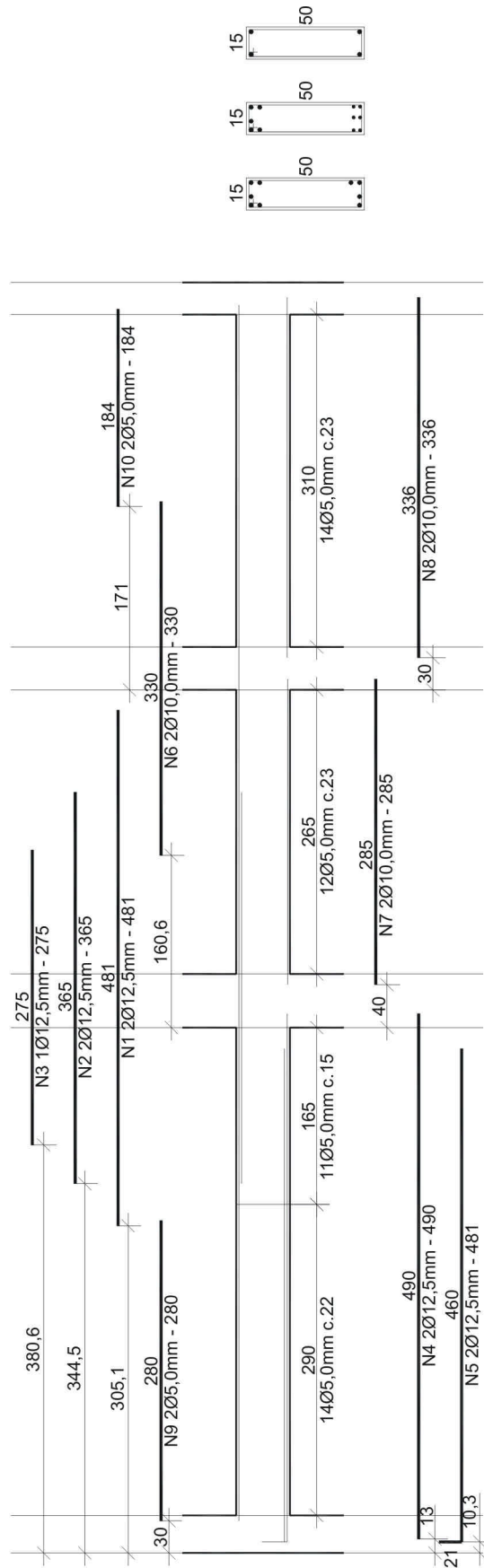


Figura 4.33 – Detalhamento Viga 04.6, realizado pelo VigaCalc.

# Vig-04.7

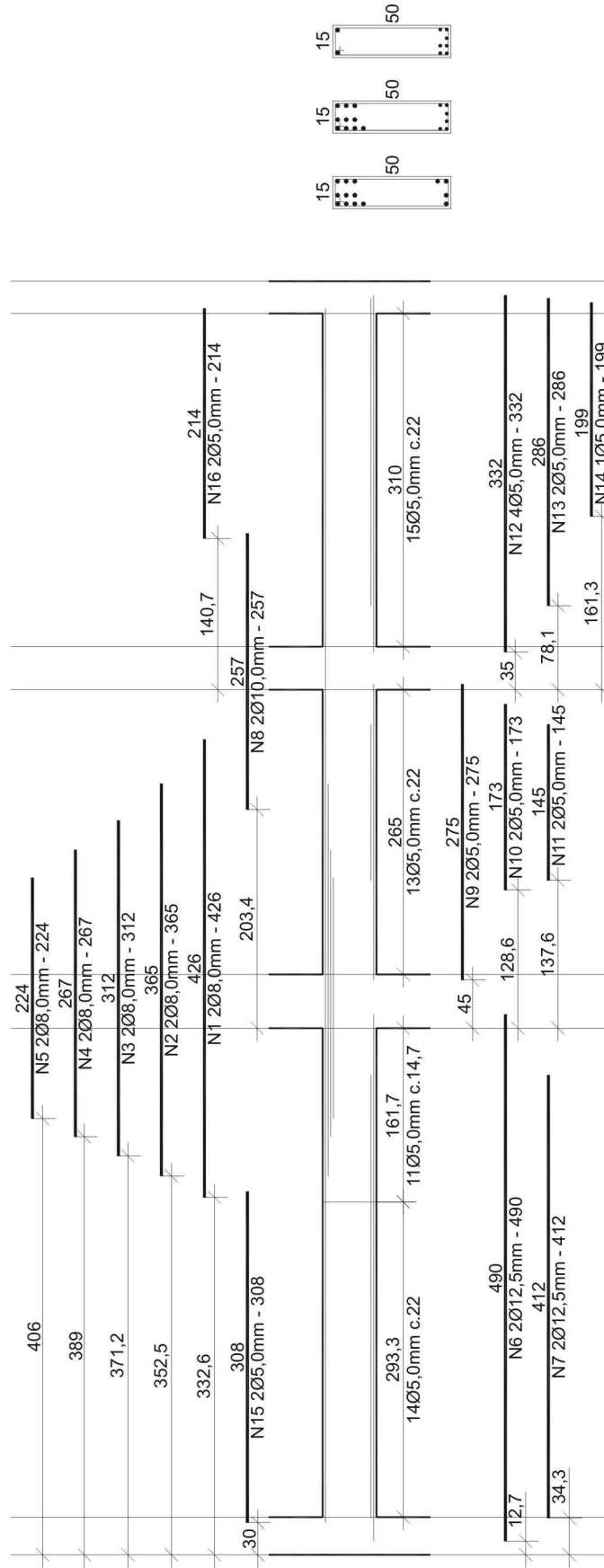


Figura 4.34 – Detalhamento Viga 04.7, realizado pelo VigaCalc.

# Vig-04.8

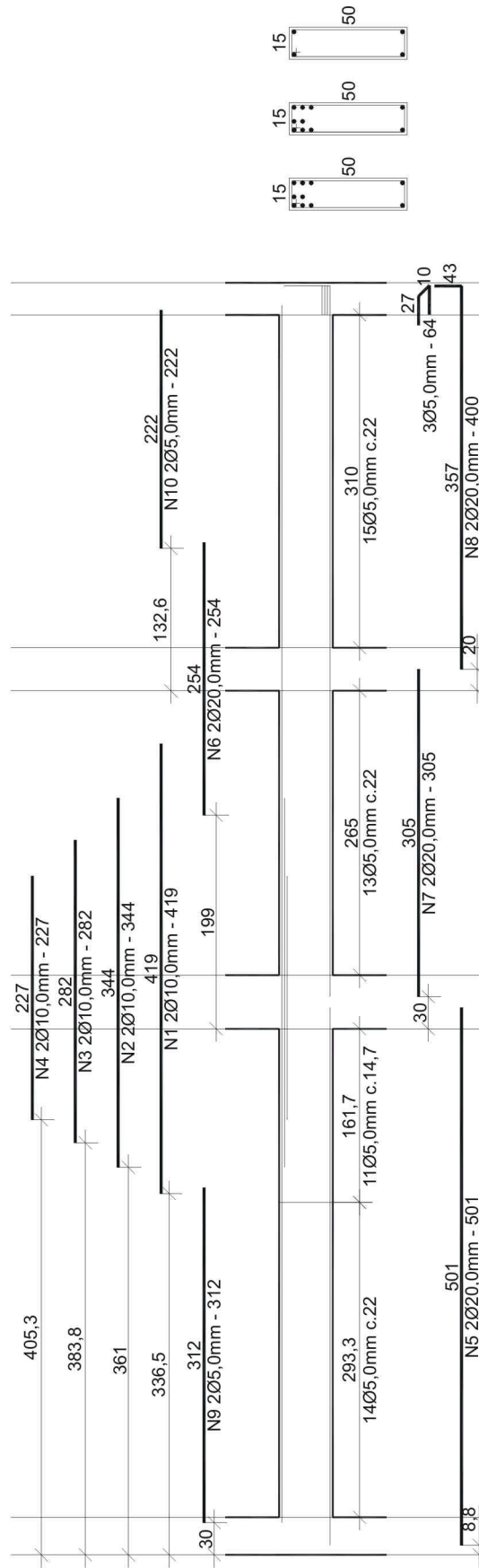


Figura 4.35 – Detalhamento Viga 04.8, realizado pelo VigaCalc.

# Vig-04.9

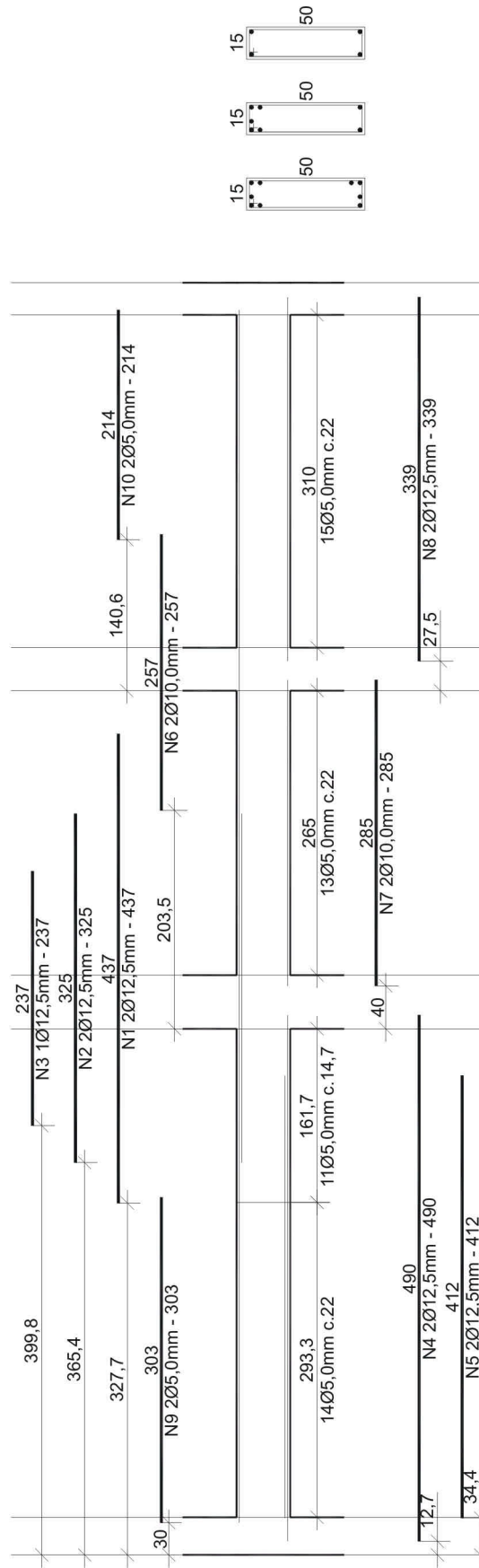


Figura 4.36 – Detalhamento Viga 04.9, realizado pelo VigaCalc.

# Vig-04.10

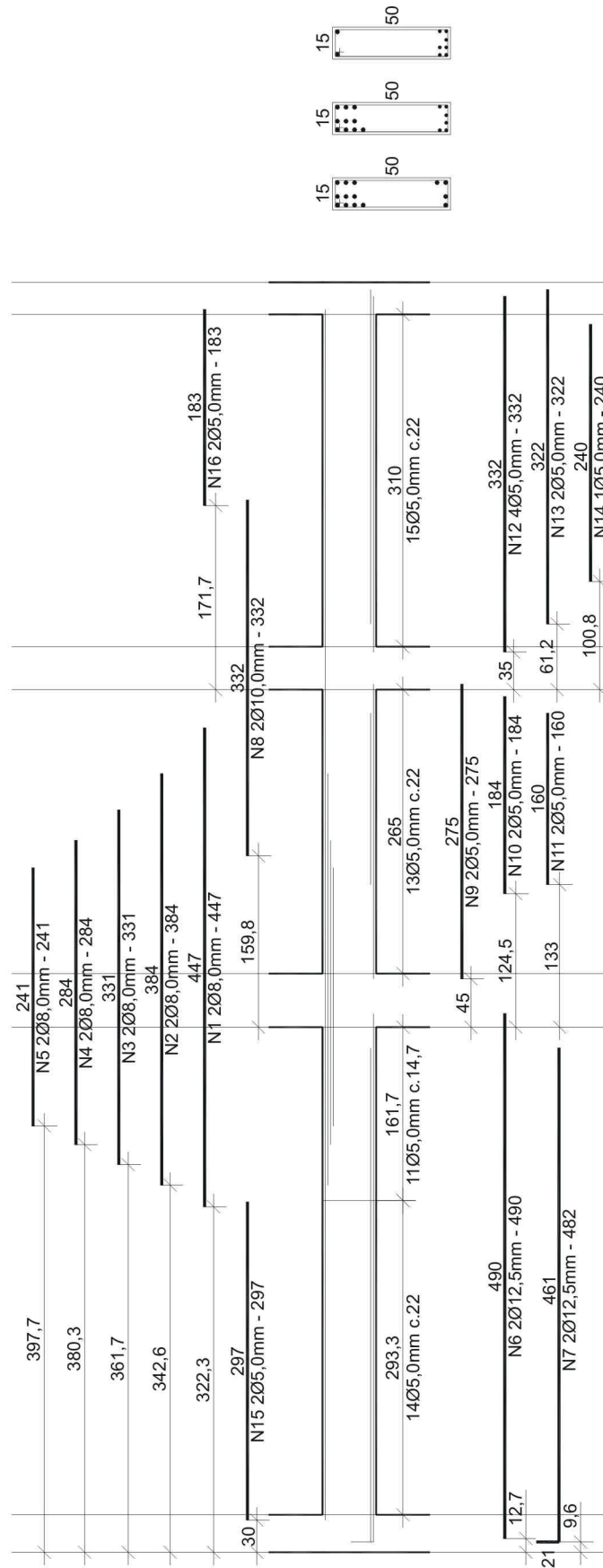


Figura 4.37 – Detalhamento Viga 04.10, realizado pelo VigaCalc.

# Vig-04.11

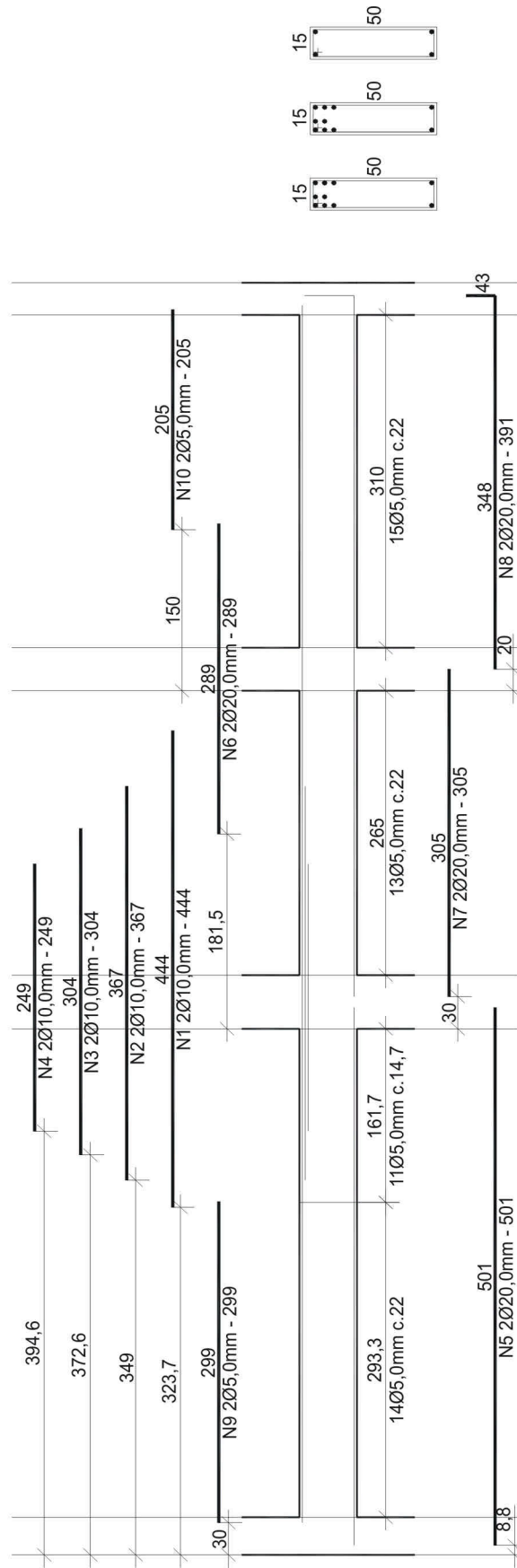


Figura 4.38 – Detalhamento Viga 04.11, realizado pelo VigaCalc.

# Vig-04.12

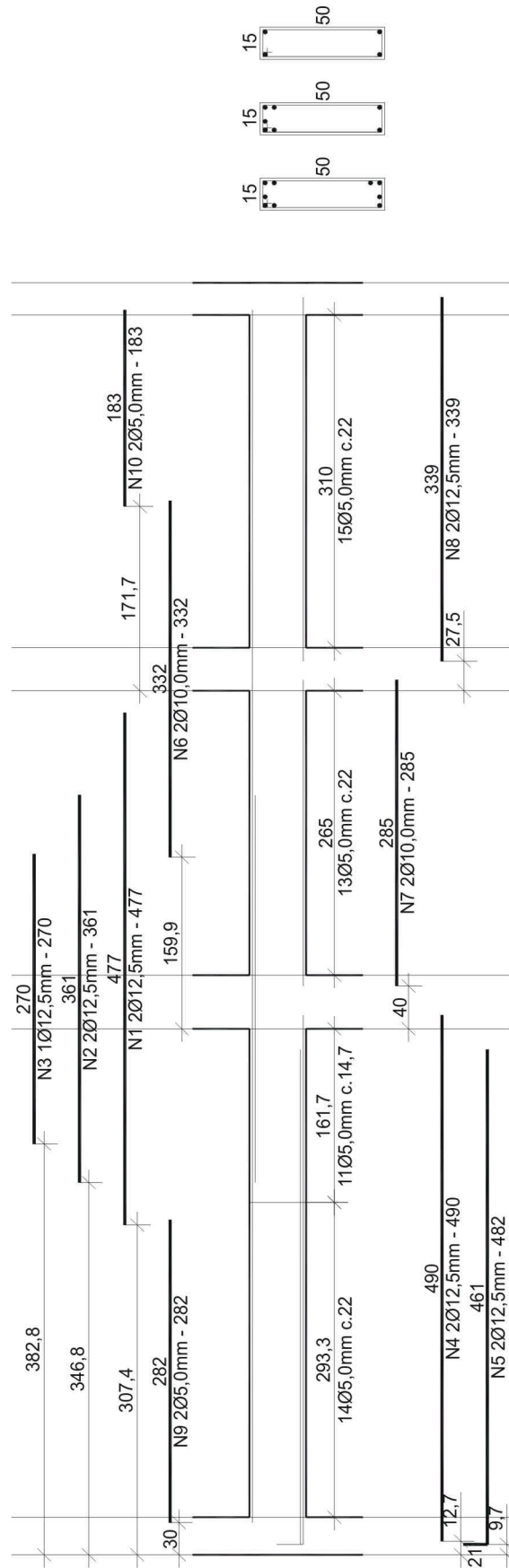


Figura 4.39 – Detalhamento Viga 04.12, realizado pelo VigaCalc.

Vig-04

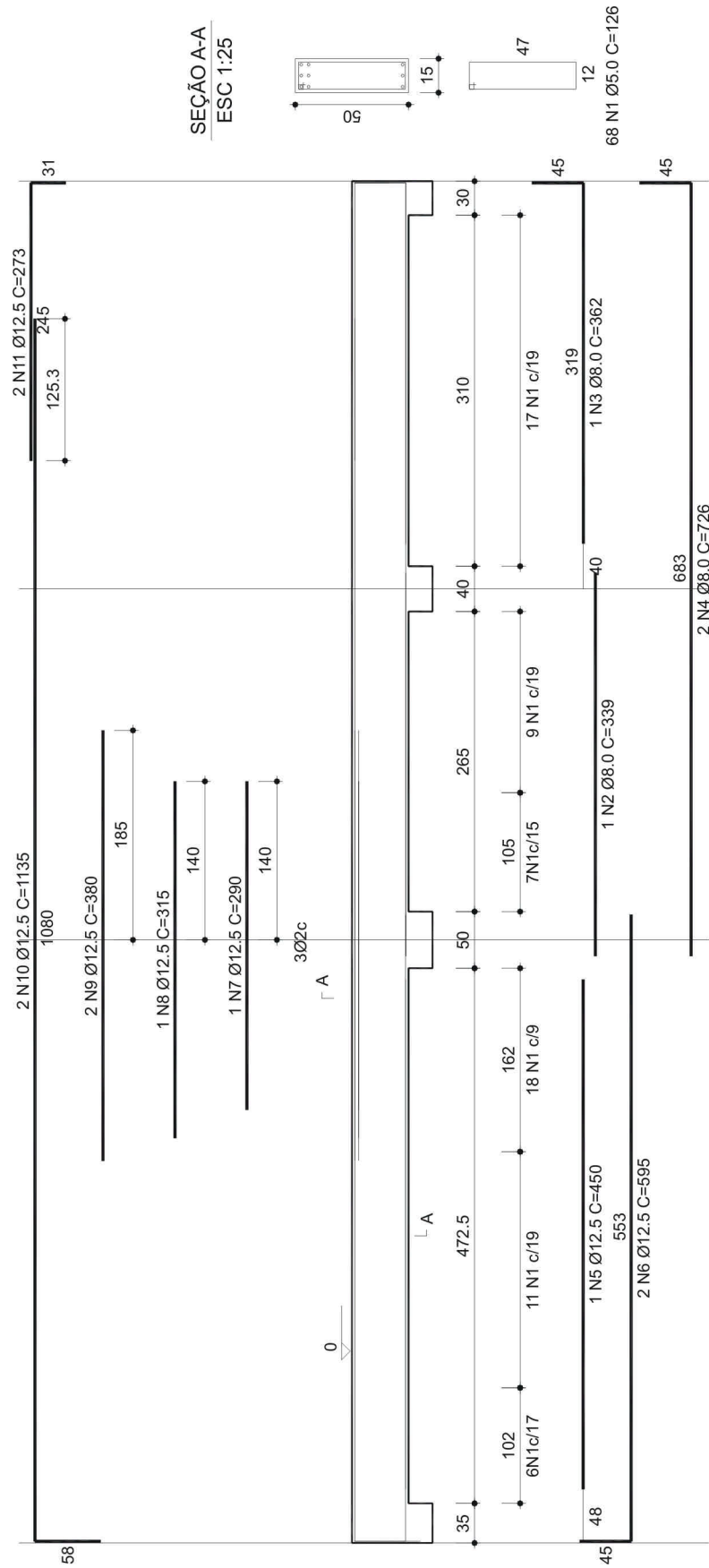


Figura 4.40 – Detalhamento Viga 04., realizado pelo Eberick.



Vig-04

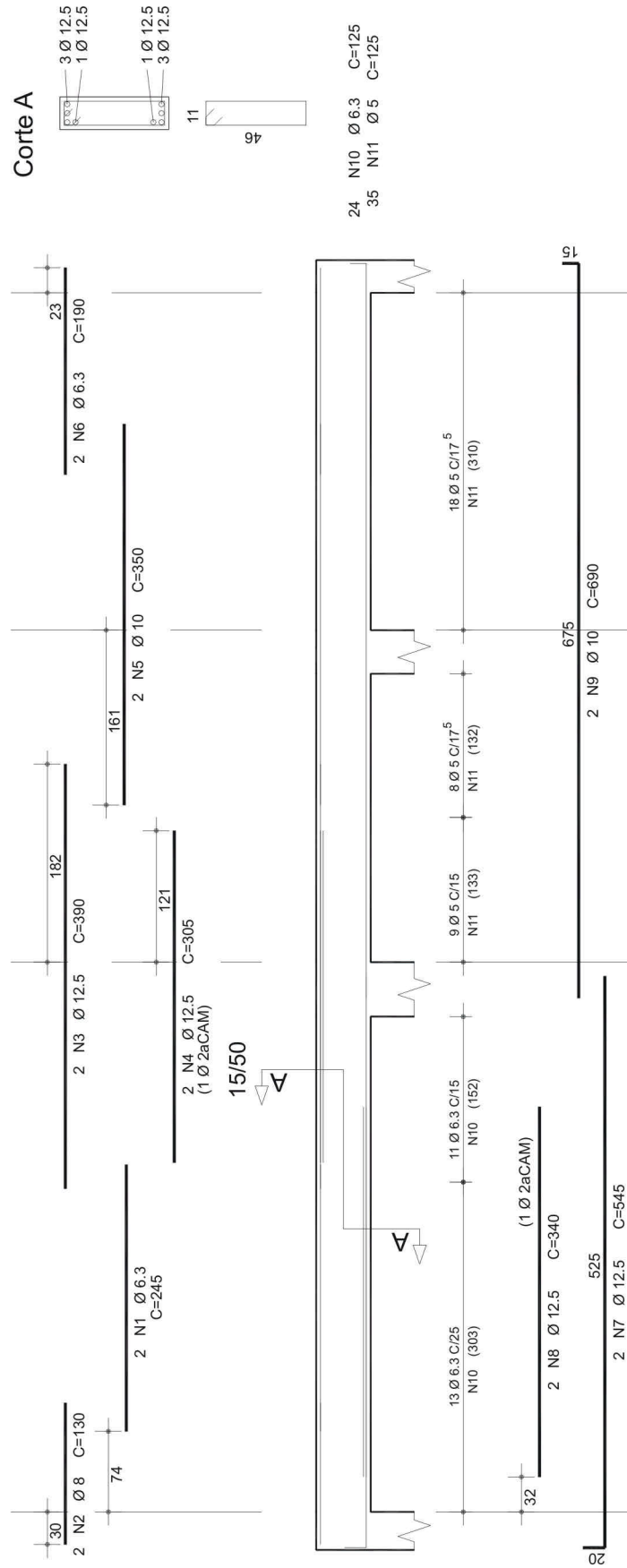


Figura 4.41 – Detalhamento Viga 04, realizado pelo CAD/TQS.

### 4.5. Exemplo 5.

O exemplo 5 foi realizado com uma viga engastada em uma extremidade e apoiada na outra, com dimensões e carregamento, segundo figura 4.42.

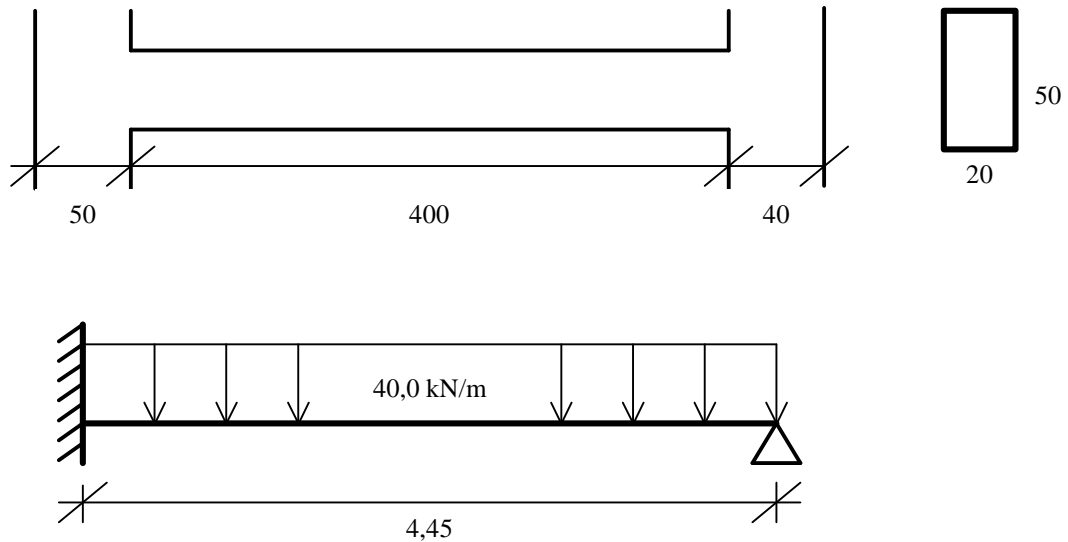


Figura 4.42 – Dimensões e Carregamentos da Viga do Exemplo 5.

Foram alteradas as seguintes configurações para realizar os estudos:

Detalhar Barras em grupo de 3 barra;

Armadura Longitudinal, bitolas adotadas: CA-50 – 10,0mm; 12,5mm; 20,0mm.

Neste exemplo são alterados os valores da relação  $x/d$ , conforme indicado na tabela 4.7, para determinar-se qual a influência que a relação  $x/d$  tem sobre o valor da armadura longitudinal.

São apresentados, na tabela 4.8 e nos gráficos das figuras 4.43 e 4.44, os resultados obtidos para a armadura longitudinal da Viga 05, no apoio esquerdo, conforme alterações feitas no valor da relação de  $x/d$ .

Tabela 4.8 – Resultados Armadura Longitudinal – Viga 05.

<b>Relação <math>x/d= 0,5</math> ; aplicada apenas nos apoios.</b>									
<b>Armadura de tração – <math>m_k = -105,201</math> kN.m – apoio esquerdo</b>									
Bitola (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	Quant	$\Delta A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$y_{CG}$ (cm)	w	x/d	$a_l$ (cm)	d (cm)	$A'_s$ (cm <sup>2</sup> )
10,0	9,810	13	0,59	3,96	0,0679	0,433	39,40	43,04	0,194
12,5	9,300	8	0,70	2,25	0,0745	0,433	40,16	44,75	
20,0	8,908	3	0,54	1,00	0,1438	0,433	39,84	46,00	
<b>Relação <math>x/d= 0,4</math> ; aplicada apenas nos apoios.</b>									
<b>Armadura de tração – <math>m_k = -105,201</math> kN.m – apoio esquerdo</b>									
Bitola (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	Quant	$\Delta A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$y_{CG}$ (cm)	w	x/d	$a_l$ (cm)	d (cm)	$A'_s$ (cm <sup>2</sup> )
10,0	9,141	12	0,46	3,50	0,0674	0,400	39,40	43,50	1,366
12,5	8,925	8	1,08	2,25	0,0740	0,400	40,16	44,75	0,926
20,0	8,723	3	0,73	1,00	0,1432	0,400	39,84	46,00	0,501
<b>Armadura de compressão</b>									
Bitola (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	Quant	$\Delta A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$y_{CG}$ (cm)	w	x/d	$a_l$ (cm)	d (cm)	$A'_s$ (cm <sup>2</sup> )
10,0	1,366	2	0,23	0,50		0,400			
12,5	1,366	2	1,13	0,63		0,400			
20,0	1,366	2	4,93	1,00		0,400			
<b>Relação <math>x/d= 0,30</math> ; aplicada apenas nos apoios.</b>									
<b>Armadura de tração – <math>m_k = -105,201</math> kN.m – apoio esquerdo</b>									
Bitola (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	Quant	$\Delta A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$y_{CG}$ (cm)	w	x/d	$a_l$ (cm)	d (cm)	$A'_s$ (cm <sup>2</sup> )
10,0	8,667	11	0,13	3,23	0,0770	0,300	39,40	43,77	2,799
12,5	8,449	7	0,30	2,02	0,0915	0,300	40,16	44,98	2,419
20,0	8,289	3	1,16	1,00	0,1416	0,300	39,84	46,00	2,122
<b>Armadura de compressão</b>									
Bitola (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	Quant	$\Delta A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$y_{CG}$ (cm)	w	x/d	$a_l$ (cm)	d (cm)	$A'_s$ (cm <sup>2</sup> )
10,0	2,799	4	0,40	0,50		0,300			
12,5	2,799	3	0,59	0,63		0,300			
20,0	2,799	2	3,50	1,00		0,300			

Na tabela acima constata-se que, ao utilizar-se a relação  $x/d$  igual a 0,5 o programa VigaCalc adota como solução a bitola de 20,0mm. Quando se utiliza a relação  $x/d$  igual a 0,4 este adota como solução a bitola 10,0mm, que, no caso da relação ser igual a 0,3, novamente adota a bitola de 10,0mm como solução. Observa-se também que quando utilizada a relação  $x/d$  igual a 0,5 seria necessário a utilização de armadura dupla somente no caso da adoção da barra de 10,0mm como solução e, no caso das outras relações de  $x/d$  estudadas, fez-se necessária a adoção de armadura dupla para todas as bitolas configuradas.

Comprovam-se, novamente, as relações entre o valor da abertura estimada das fissuras e o diâmetro das barras de mesma resistência a tração e a taxa de armadura longitudinal de tração.

Nas figuras 4.43 e 4.44 apresentam-se os gráficos da relação entre o valor da área de armadura e da relação  $x/d$ . Na figura 4.43 são apresentados dois gráficos distintos, onde, no primeiro, apresenta-se a relação entre a armadura de tração e o valor  $x/d$  e, no segundo, a relação entre a armadura de compressão e o valor  $x/d$ . Na figura 4.44 apresenta-se o relação entre a área total de armadura e o valor de  $x/d$ .

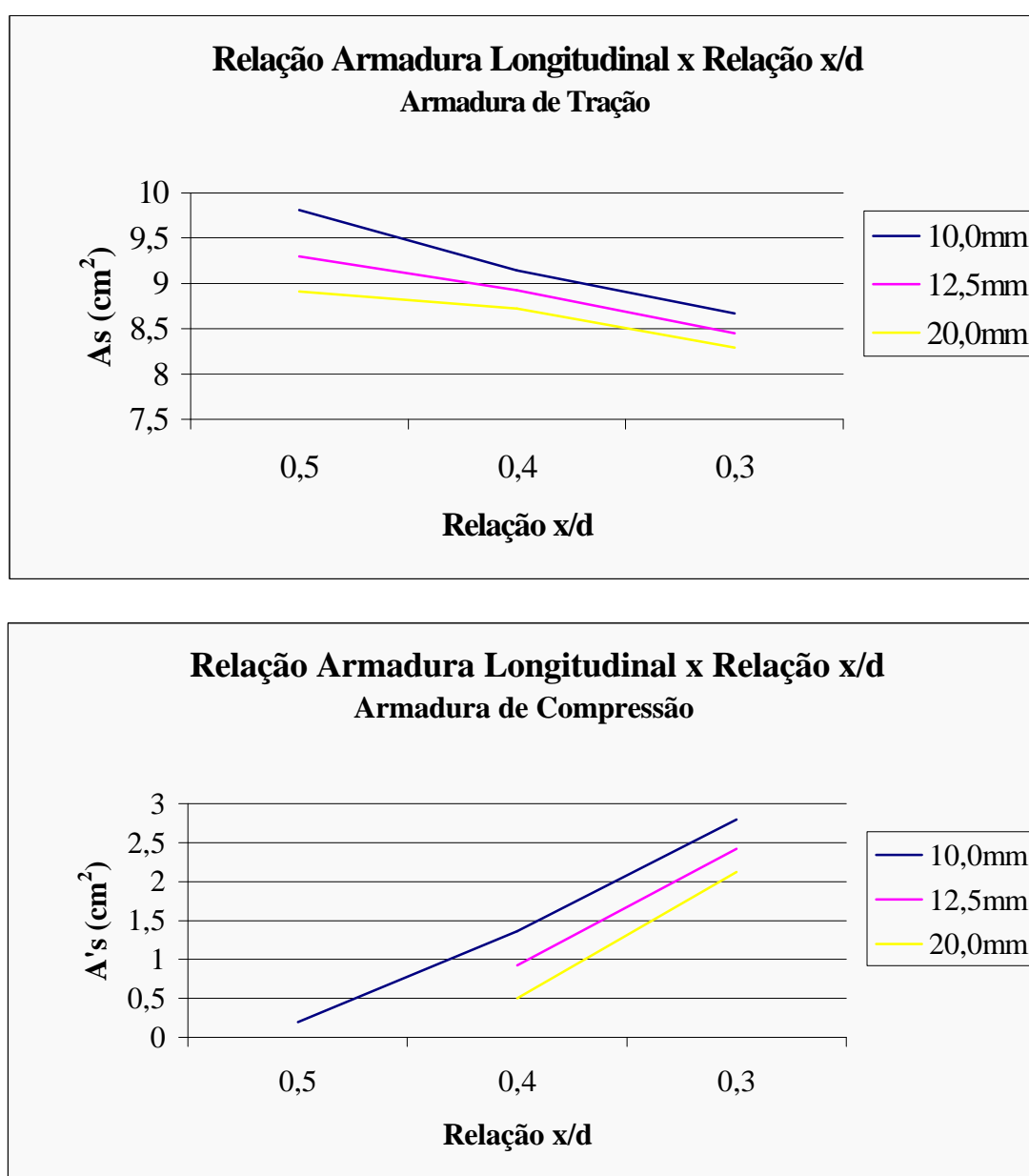


Figura 4.43 – Gráficos Comparativos Relação  $x/d$  Viga 05.

Da análise dos gráficos acima pode-se concluir que, no caso da armadura longitudinal de tração, esta sofre uma redução em seu valor em virtude da diminuição do valor da relação  $x/d$ . No caso da armadura longitudinal de compressão ocorre o inverso, ou seja, esta tem seu valor aumentado com a redução do valor de  $x/d$ .

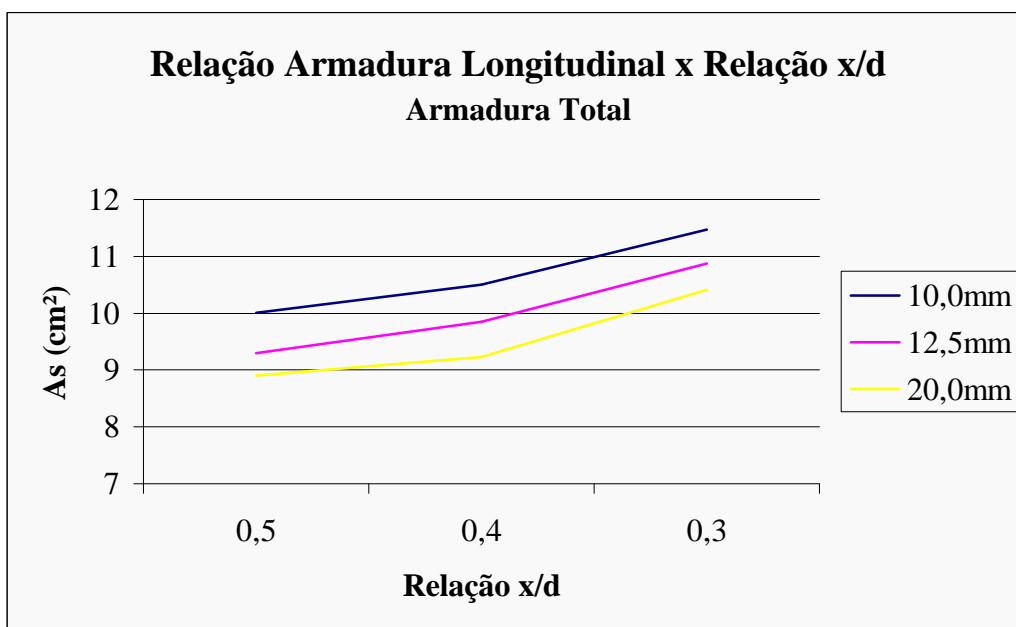


Figura 4.44 – Gráficos Comparativos Relação  $x/d$  Viga 05 – Armadura Total.

No gráfico da figura 4.44 constata-se que a armadura total da viga aumenta à medida que se reduz o valor da relação  $x/d$ . Sendo que, ao passar-se de uma relação  $x/d$  de 0,5 para 0,4 a área de aço sofre um acréscimo aproximado de 5%; quando a relação for de 0,5 para 0,3, o acréscimo será de 16%; e, ao ir-se da relação de 0,4 para 0,3, o aumento na área de aço será da ordem de 11%. Salienta-se que estas porcentagens apresentaram uma variação em função da bitola estudada, mas com pequenas variações em torno da média.

Os valores da armadura longitudinal, referente ao meio do tramo, mantiveram-se constantes durante as alterações impostas à relação  $x/d$ , valores estes apresentados na tabela 4.9.

Tabela 4.9 – Resultados Armadura Longitudinal – Viga 05.

Armadura de tração – $m_k = 59,175 \text{ kN.m}$ – meio tramo									
Bitola (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	Quant	$\Delta A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$y_{CG}$ (cm)	w	$x/d$	$a_l$ (cm)	d (cm)	$A'_s$ (cm <sup>2</sup> )
10,0	4,6050	6	0,20	1,50	0,1054	0,221	39,40	45,50	
12,5	4,4996	4	0,50	0,63	0,1129	0,221	40,16	46,38	
20,0	4,5441	2	1,76	1,00	0,1653	0,221	39,84	46,00	

O mesmo ocorreu com os valores da armadura transversal. Alguns resultados obtidos para armadura transversal nos apoios esquerdo e direito, são apresentados na tabela 4.10.

Tabela 4.10 – Resultados Armadura Transversal – Viga 05.

<b>Apoio Esquerdo</b> – $V_{Sd} = 137,073$ kN e $d = 45,500$ cm					
$\theta$	$V_{Rd2}$	$V_c$	$V_{sw}$	$A_{sw}$ calc	$A_{sw}$ adot
45	322,92	60,34	76,73	4,307	4,307
30	279,66	39,23	97,84	3,171	3,171
35	303,45	41,30	95,77	3,765	3,765
39	315,86	42,22	94,85	4,312	4,312
40	318,01	42,38	94,70	4,461	4,461
45	322,92	42,71	94,36	5,297	5,297
<b>Apoio Direito</b> – $V_{Sd} = 73,854$ kN e $d = 45,500$ cm					
$\theta$	$V_{Rd2}$	$V_c$	$V_{sw}$	$A_{sw}$ calc	$A_{sw}$ adot
45	322,92	60,34	13,51	0,758	1,768
30	279,66	56,63	17,23	0,558	1,768
35	303,45	56,99	16,86	0,663	1,768
39	315,86	57,15	16,70	0,759	1,768
40	318,01	57,18	16,67	0,785	1,768
45	322,92	57,24	16,61	0,933	1,768

#### 4.6. Exemplo 6.

No exemplo 6 apresenta-se uma viga biapoiada, com dimensões e carregamento, segundo a figura 4.45. Neste exemplo busca-se determinar qual a influência que a base, o carregamento e a resistência característica do concreto tem sobre os valores obtidos no dimensionamento da armadura transversal da viga.

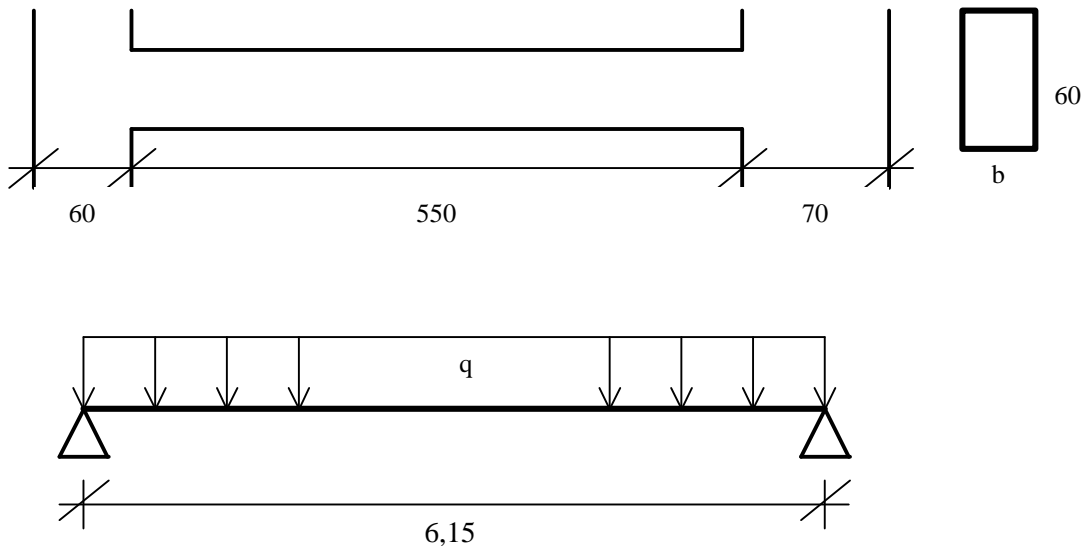
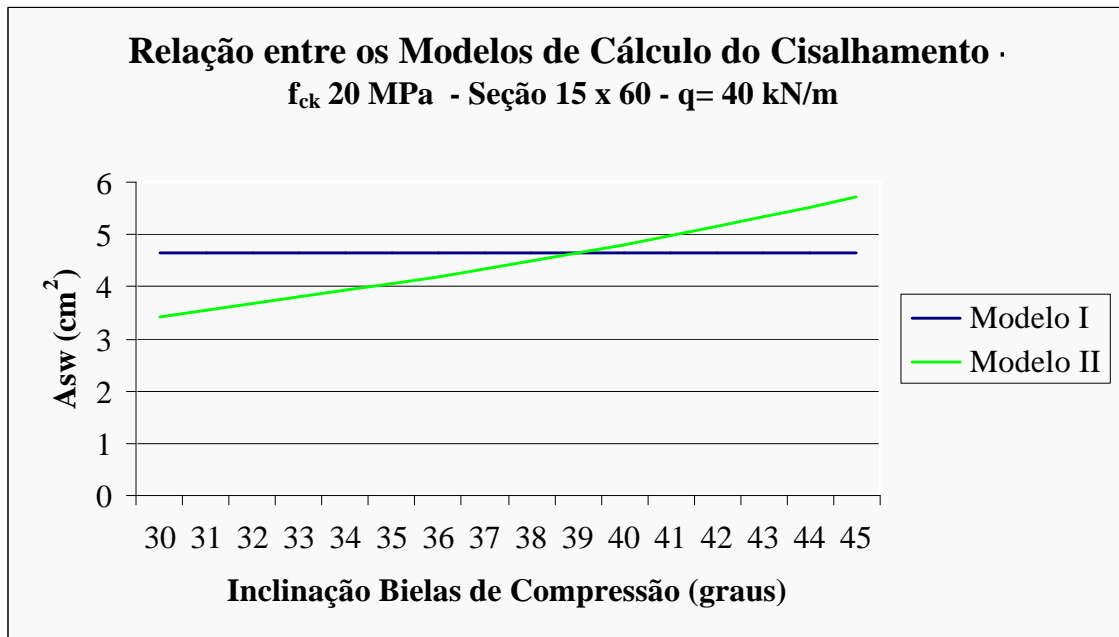
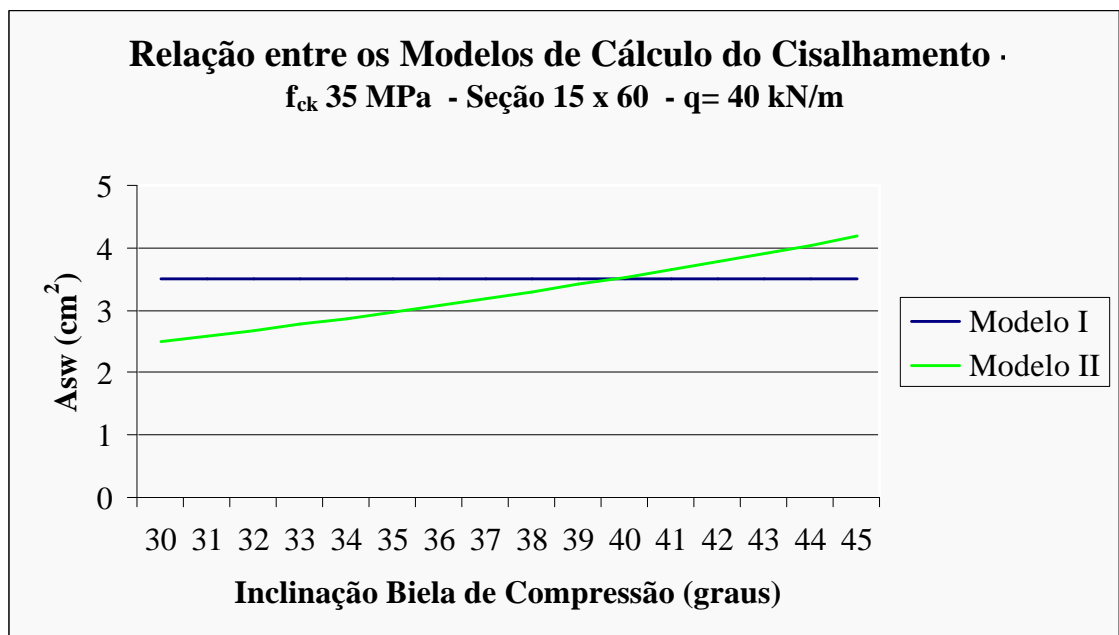


Figura 4.45 – Dimensões e Carregamentos da Viga do Exemplo 6.

Nas figuras 4.46, 4.47 e 4.48 apresentam-se três gráficos da relação entre os modelos de cálculo do cisalhamento, onde se estudou uma viga com seção 15x60cm, com carregamento de 40kN/m e nos quais variou-se o valor da resistência característica do concreto.

Figura 4.46 – Gráfico Comparativo de  $Asw$  Viga 06 –  $b=15$ cm,  $q= 40$ kN/m,  $f_{ck}$  20 MPa.Figura 4.47 – Gráfico Comparativo de  $Asw$  Viga 06 –  $b=15$ cm,  $q= 40$ kN/m,  $f_{ck}$  35 MPa.



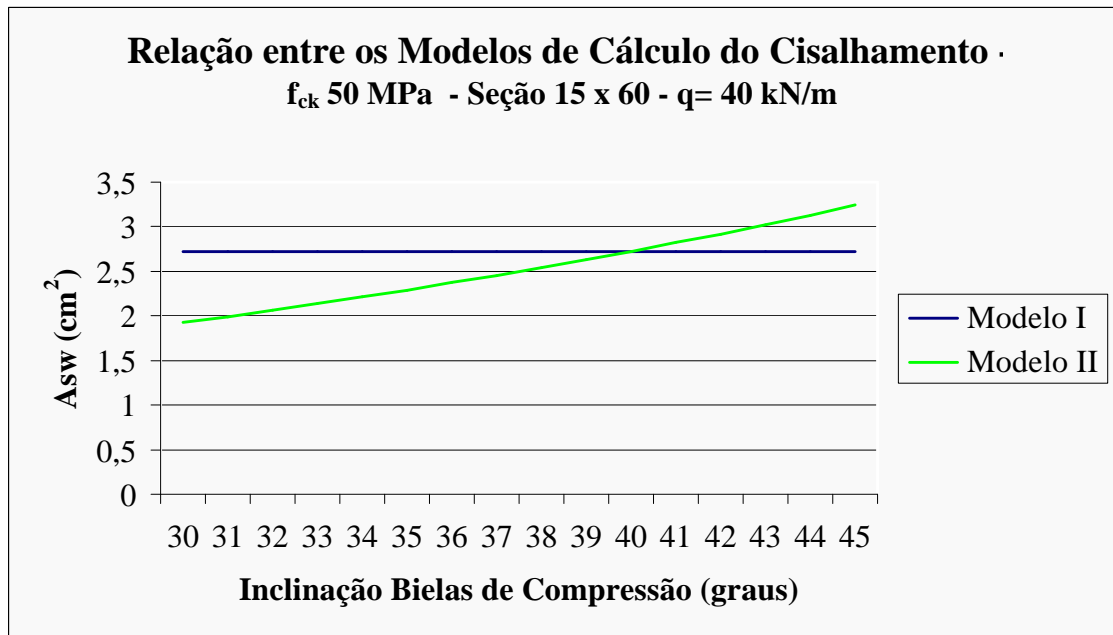


Figura 4.48 – Gráfico Comparativo de  $A_{sw}$  Viga 06 –  $b=15$ cm,  $q= 40$ kN/m,  $f_{ck}$  50 MPa.

Da análise dos três gráficos acima, constata-se novamente que o valor da armadura transversal necessária sofre redução com o aumento do valor do  $f_{ck}$ . Além disso, o modelo II é mais econômico que o modelo I, até uma inclinação da biela comprimida compreendida entre  $38^\circ$  e  $41^\circ$ .

Com base nos resultados obtidos para o exemplo 6, quando este foi processado para uma viga com base de 15 cm, carregamento variando entre 20 kN/m e 50 kN/m e com a resistência do concreto variando entre 20 MPa e 50 MPa, traçou-se o gráfico da figura 4.53. Nesse diagrama, relaciona-se a inclinação da biela de compressão do modelo II, que fornece um valor de armadura transversal aproximadamente igual ao valor obtido no modelo I, com a resistência característica do concreto, para os diferentes valores da carga aplicada.

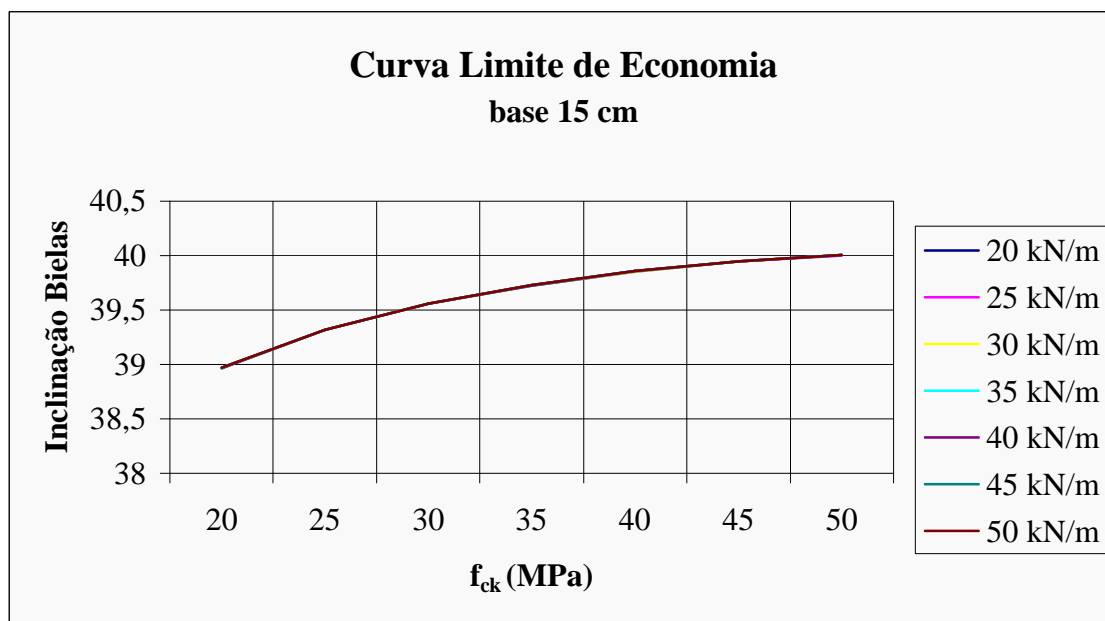


Figura 4.49 – Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 06 – base 15 cm.

No gráfico acima, observa-se que a inclinação da biela, onde ocorre a mudança no fator econômico entre os dois modelos, sofre um acréscimo, conforme aumenta-se o valor do  $f_{ck}$ . Para os diferentes carregamentos, a inclinação da biela, onde ocorre a inversão do fator econômico, praticamente não varia. Isto faz com que as curvas relativas aos diversos carregamentos praticamente coincidam.

Ao realizar-se o mesmo estudo, mas alterando-se a seção da viga entre os valores 20x60, 25x60, 30x60 e 35x60; observa-se um comportamento idêntico ao obtido na viga com seção 15x60. conforme se constata nos gráficos das figuras 4.50, 4.51, 4.52, 4.53.

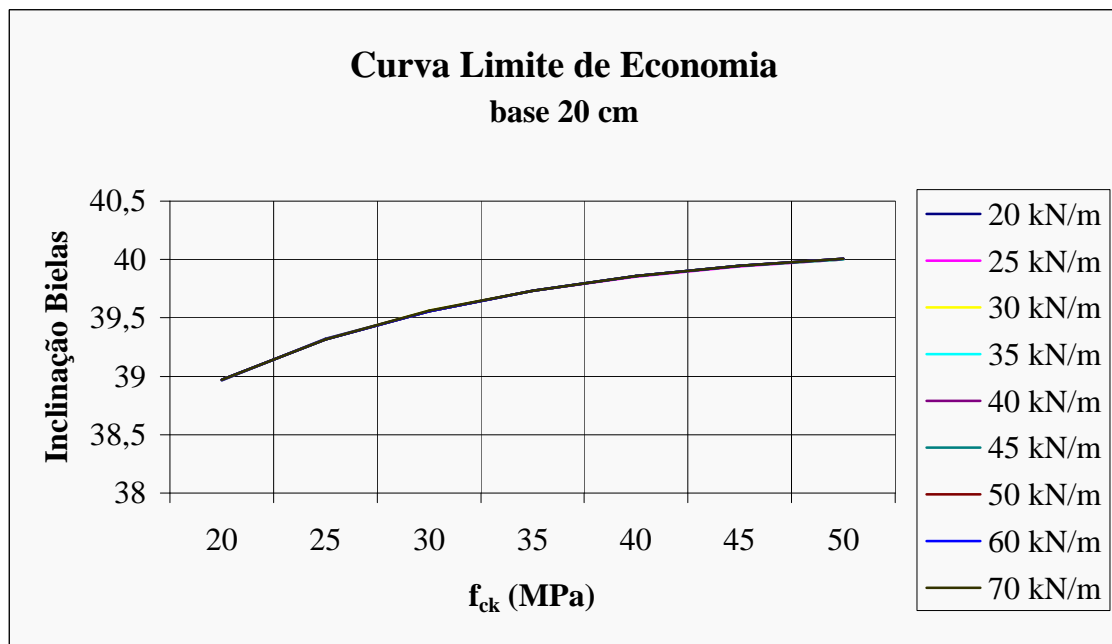


Figura 4.50 – Gráfico Curva Limite de Economia de Viga 06 – base 20 cm.

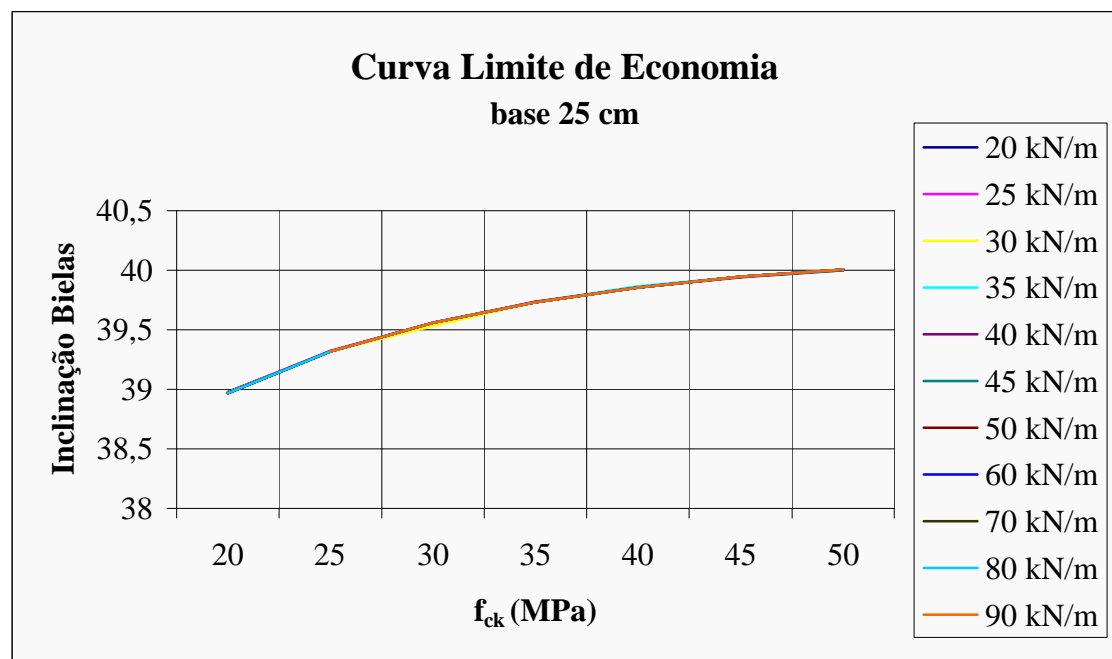


Figura 4.51 – Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 06 – base 25 cm.

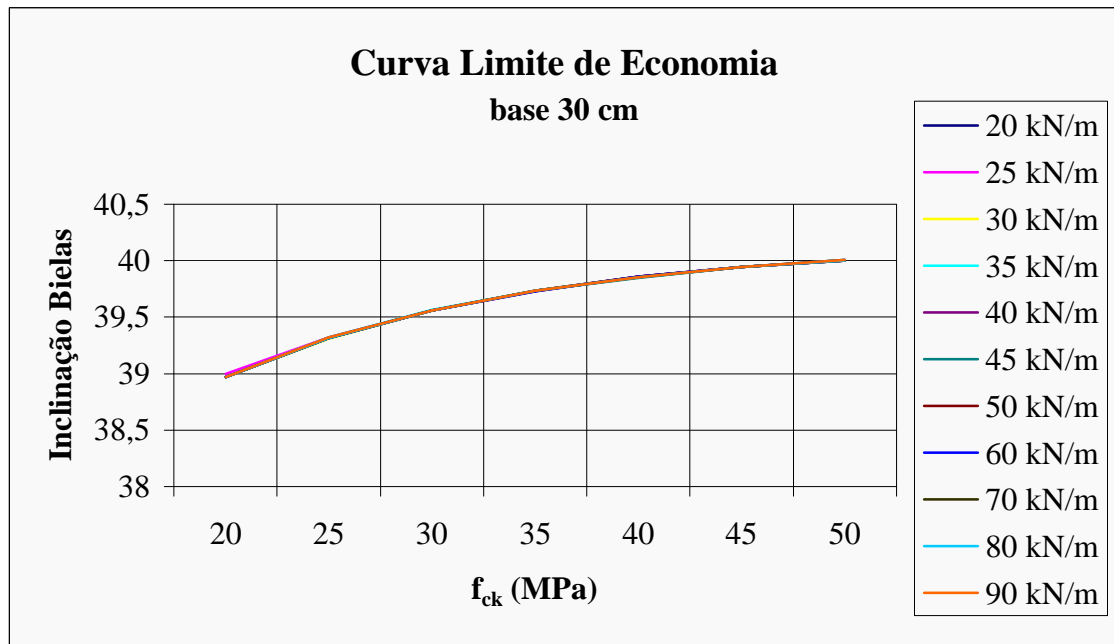


Figura 4.52 – Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 06 – base 30 cm.

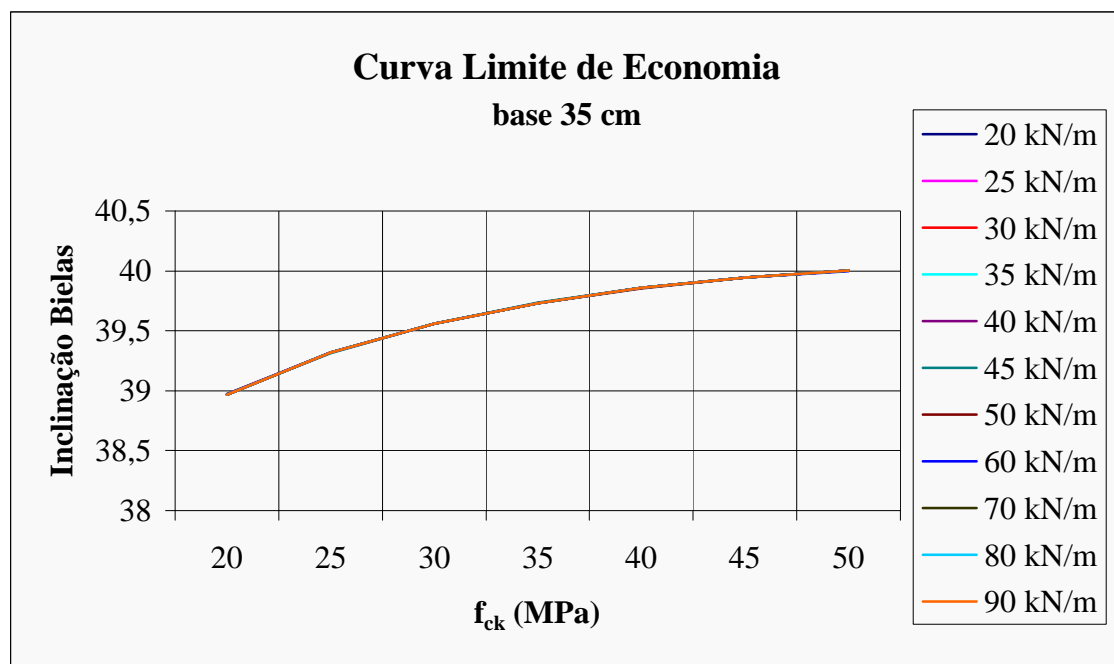


Figura 4.53 – Gráfico Curva Limite de Economia de Viga 06 – base 35 cm.

Ao realizar-se a comparação entre as diversas curvas limite de economia apresentadas, em função das diversas bases adotadas, observa-se que todas apresentam um mesmo padrão. A inclinação aumenta com o incremento do valor do  $f_{ck}$  e de que o valor destas inclinações varia muito pouco também entre os diversos carregamentos aplicados. Isso pode ser constatado nos gráficos das figuras 4.54 e 4.55, nos quais

traçaram-se os gráficos de curva limite de economia para carregamentos fixos da viga com bases diferentes, onde as curvas, mais uma vez, praticamente coincidem..

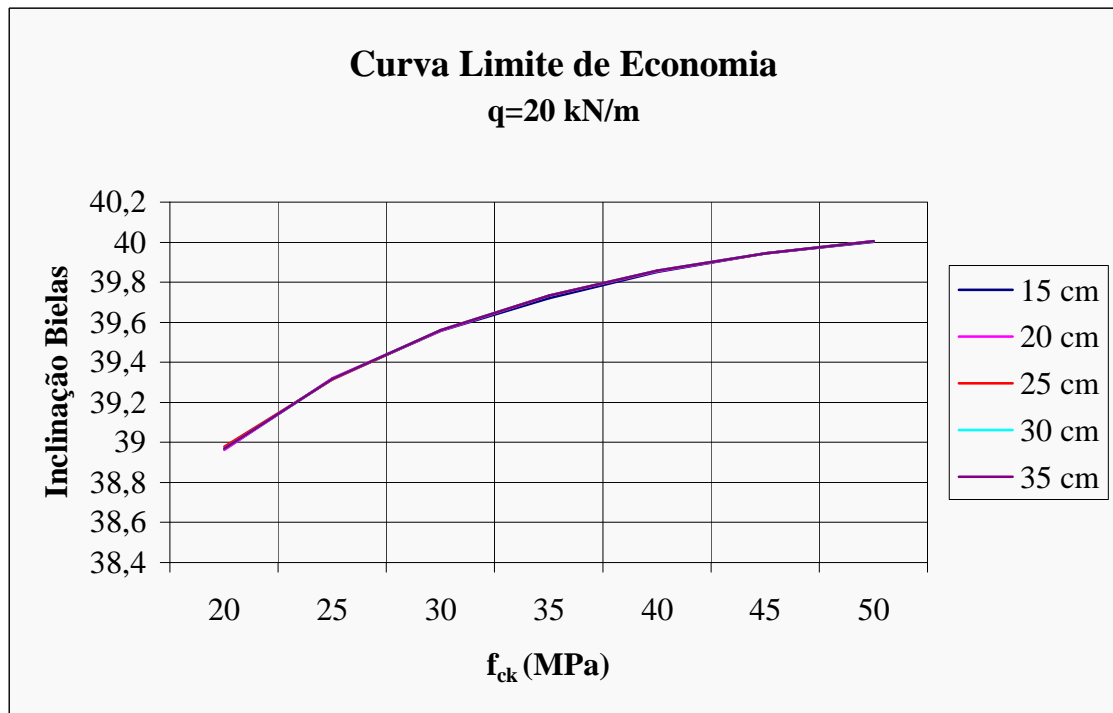


Figura 4.54 – Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 06 –  $q = 20 \text{ kN/m}$ .

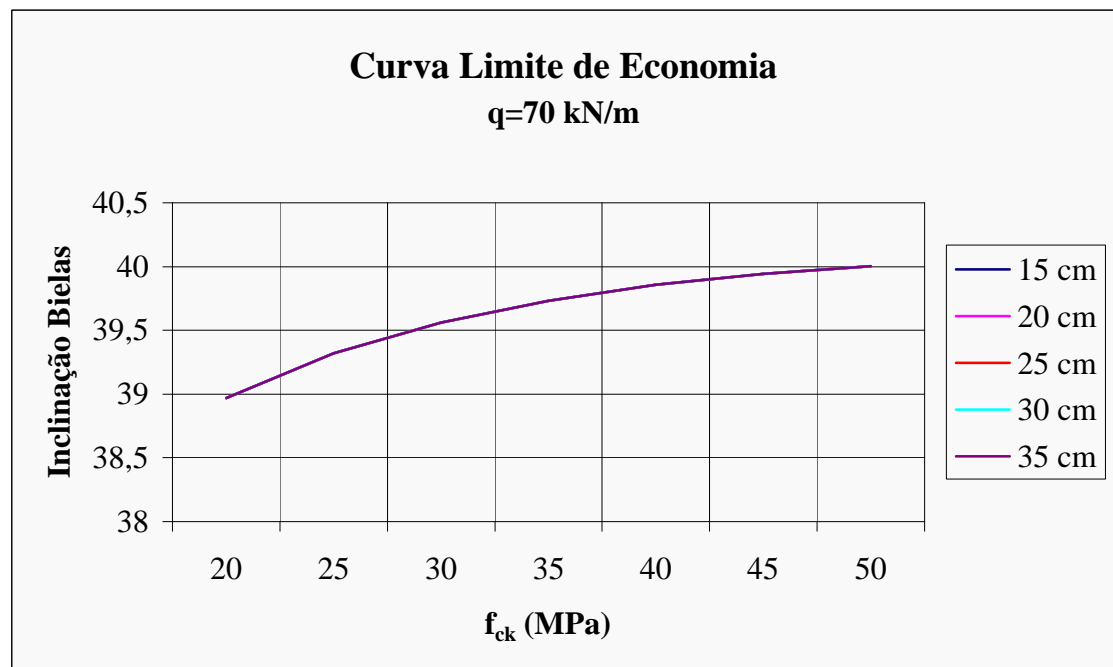


Figura 4.55 – Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 06 –  $q = 70 \text{ kN/m}$ .

#### 4.7. Exemplo 7.

Este exemplo é idêntico ao exemplo 6, em relação à geometria, alterando-se apenas o carregamento a que esta está sujeita, conforme figura 4.56, incluindo duas cargas concentradas.

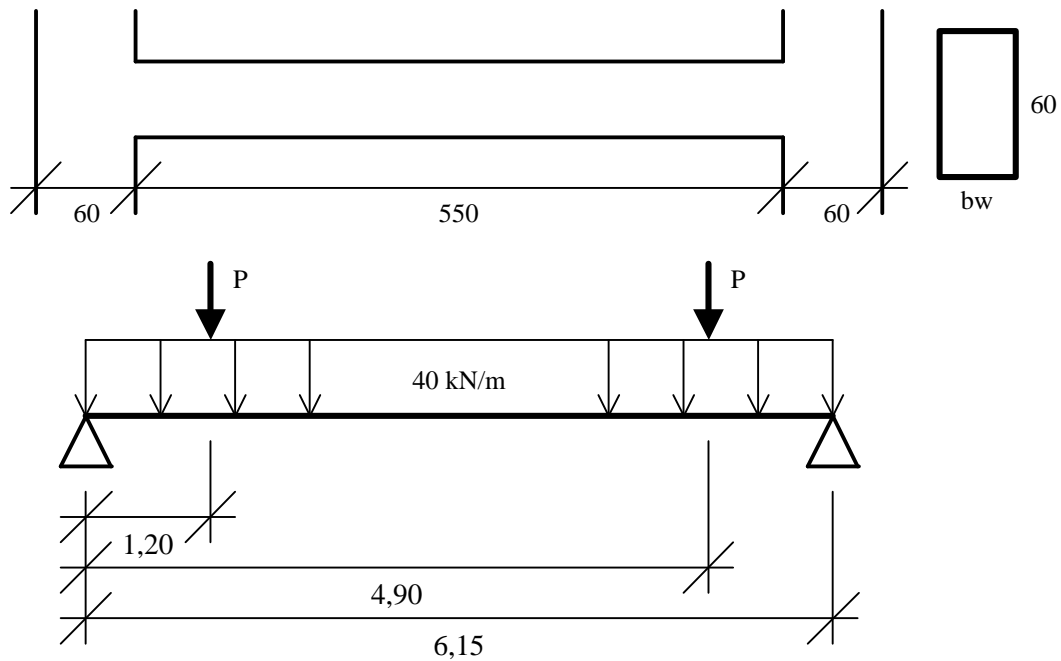


Figura 4.56 – Dimensões e Carregamentos da Viga do Exemplo 7.

Neste exemplo também houve alterações das configurações iniciais, onde selecionaram-se as seguintes bitolas para serem utilizadas no detalhamento das armaduras longitudinais: CA-50 – 10,0mm; 12,5mm; 20,0mm; 22,5mm; 25,0mm; 32,0mm e CA-60 – 5,0mm; 8,0mm.

Durante a realização deste estudo, obtém-se os resultados apresentados nos gráficos a seguir. Nestes listam-se os resultados da armadura transversal do exemplo 7, no qual varia-se o carregamento (P), base da viga (bw) e a resistência característica do concreto.

Nas figuras 4.57, 4.58, 4.59 e 4.60 apresentam-se resultados referentes à viga com seção 15x60.

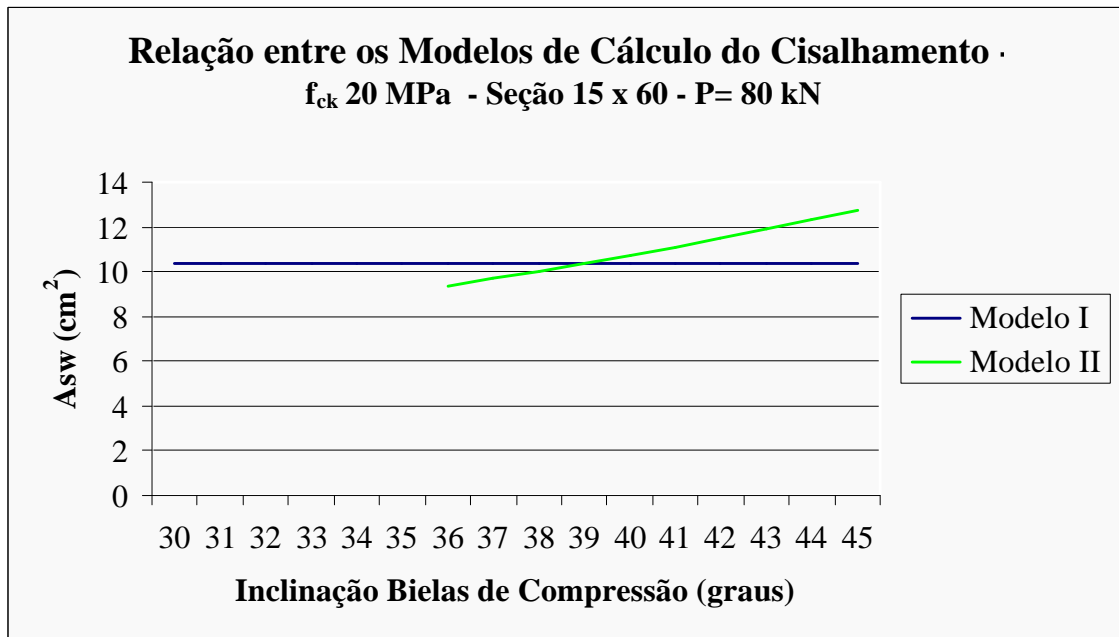


Figura 4.57 – Gráfico Comparativo de Asw Viga 07 – b=15cm, P= 80kN,  $f_{ck}$  20 MPa.

No gráfico acima observa-se que entre 30° e 36° de inclinação da biela comprimida, não existe valor de armadura transversal, isto se deve ao fato de que, neste intervalo, a força cortante solicitante de cálculo é superior à força resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto, fazendo com que o dimensionamento não seja possível neste intervalo. Observa-se também que após os 36° de inclinação o comportamento dos modelos é idêntico aos demais casos apresentados neste capítulo.

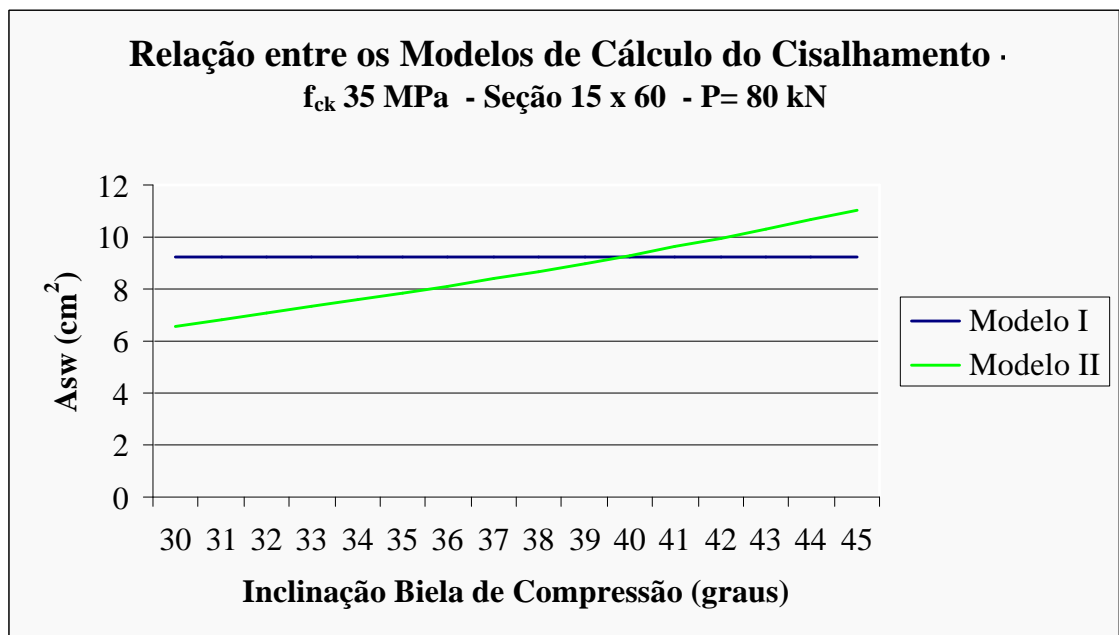


Figura 4.58 – Gráfico Comparativo de Asw Viga 07 – b=15cm, P= 80kN,  $f_{ck}$  35 MPa.

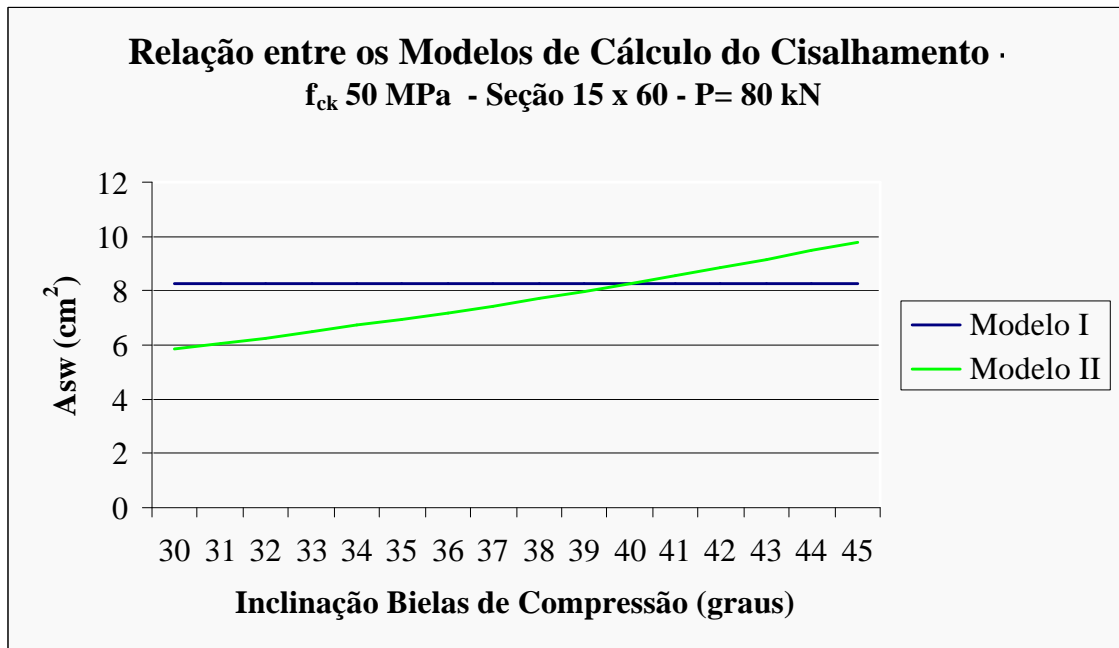


Figura 4.59 – Gráfico Comparativo de  $A_{sw}$  Viga 07 –  $b=15cm$ ,  $P= 80kN$ ,  $f_{ck}$  50 MPa.

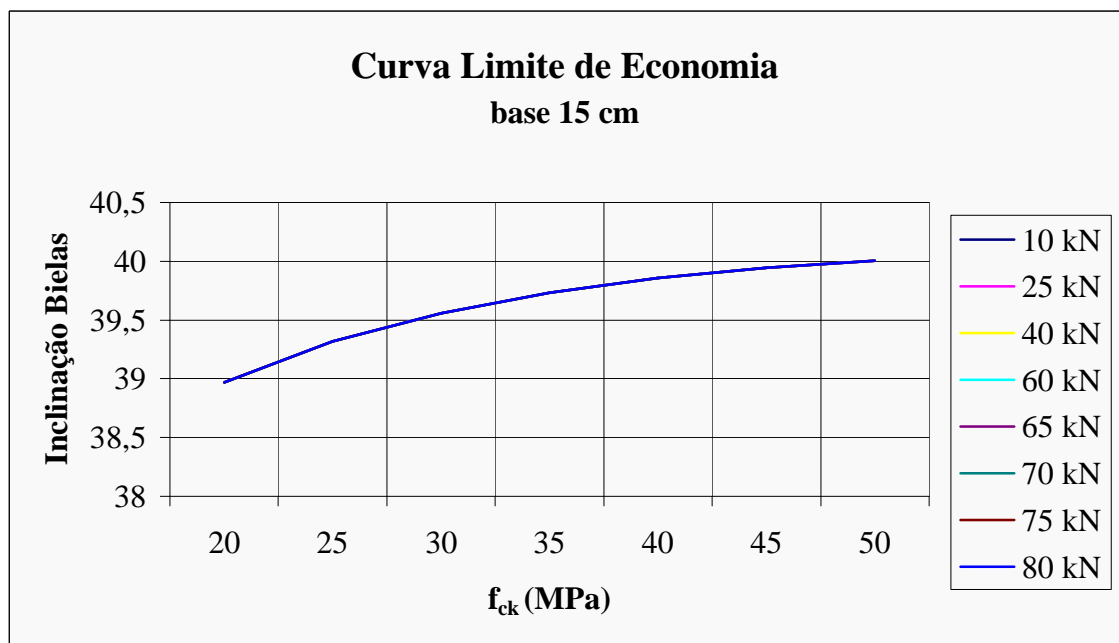


Figura 4.60 – Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 07 – base 15 cm.

Conforme constatado no exemplo 6, ao realizar-se o mesmo estudo para as seções de viga igual a 20x60 e 25x60, obtém-se o mesmo comportamento observado no caso da seção 15x60, o que pode ser constatado nas figuras 4.61 e 4.62.



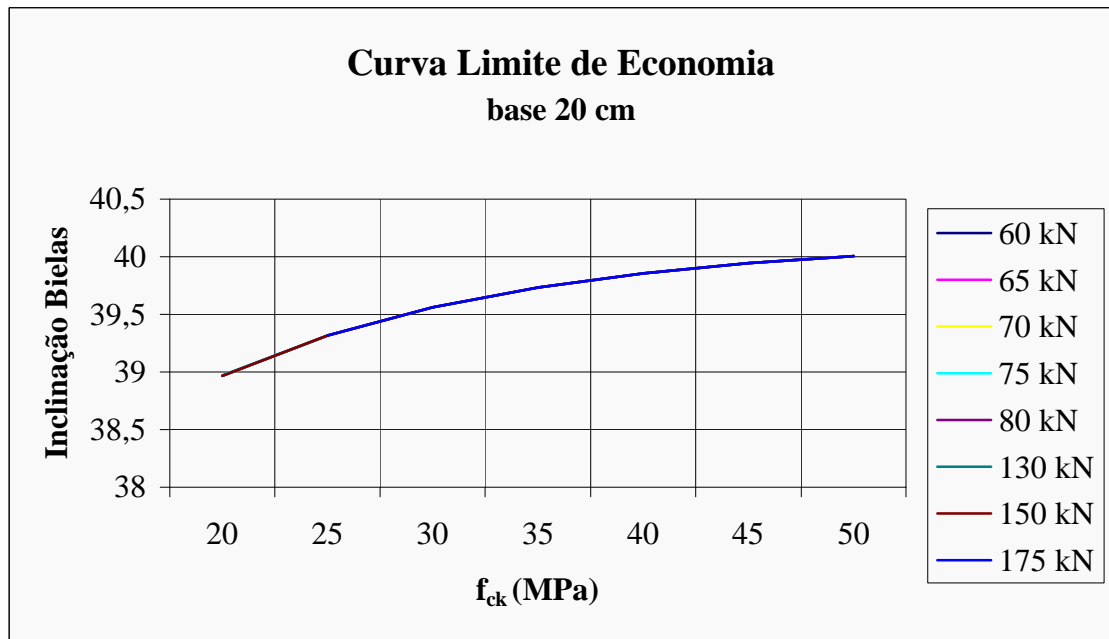


Figura 4.61 – Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 07 – base 20 cm.

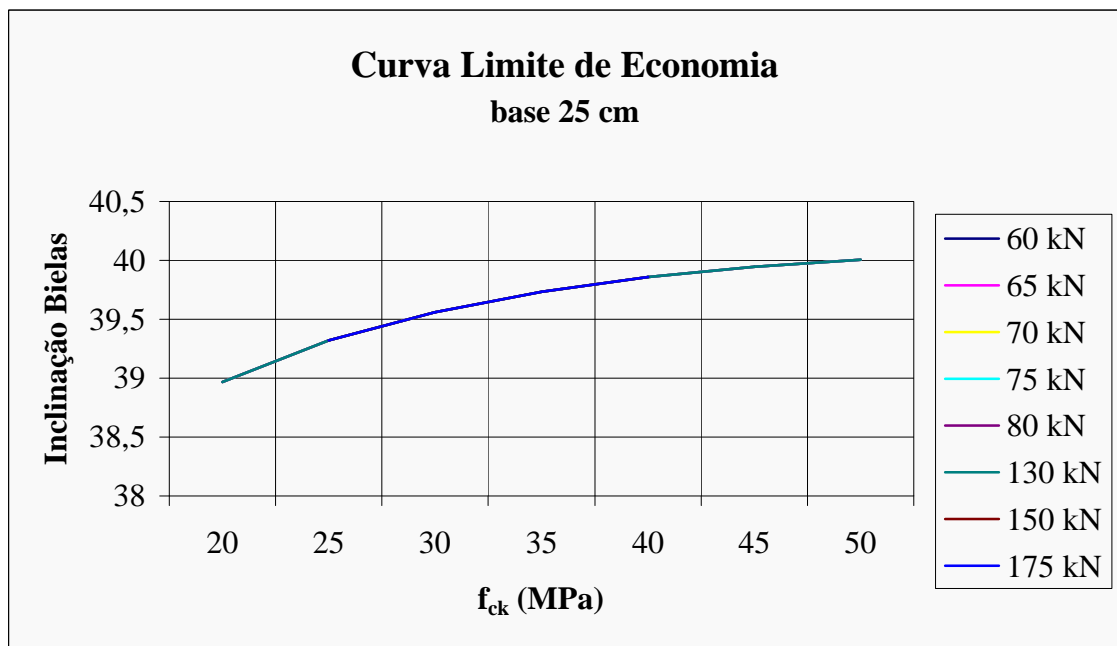


Figura 4.62 – Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 07 – base 25 cm.

Ao fazer-se a comparação entre as curvas da relação  $f_{ck}$  e inclinação correspondente à transição econômica entre a armadura transversal dos dois modelos de cálculo, em função das três bases adotadas, observa-se novamente que todas apresentam o mesmo padrão observado no exemplo 6. A inclinação aumenta com o incremento do valor do  $f_{ck}$  e de que o valor destas inclinações varia muito pouco entre os diversos carregamentos aplicados, como pode-se constatar nos gráficos das figuras 4.63, 4.64 e

4.65. Nestes, traçaram-se os gráficos, curva limite de economia, para carregamentos fixos da viga com bases diferentes.

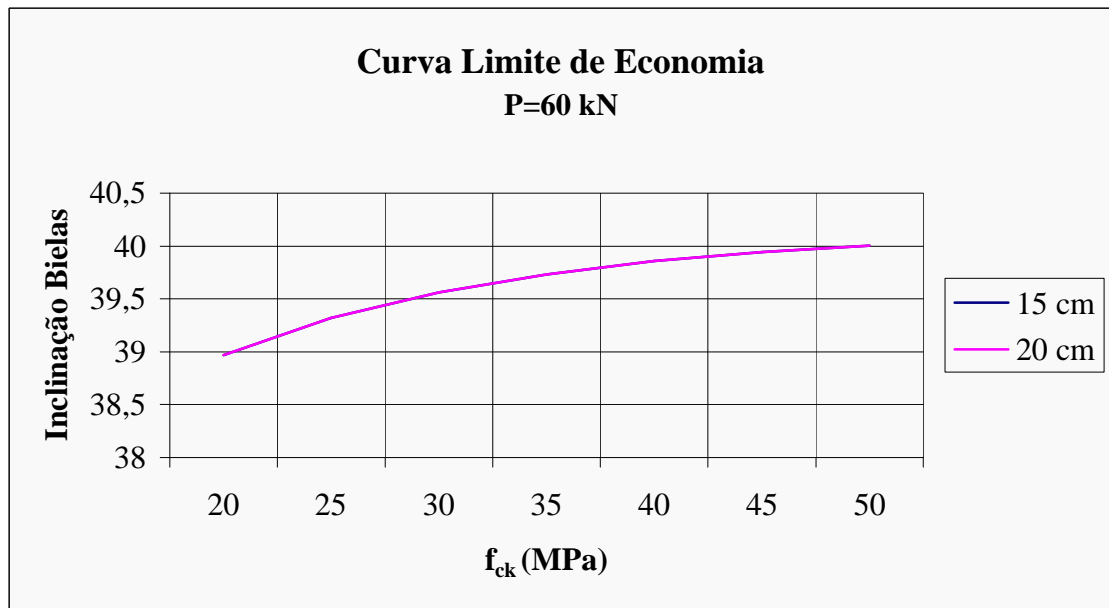


Figura 4.63 – Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 07 – P = 60 kN.

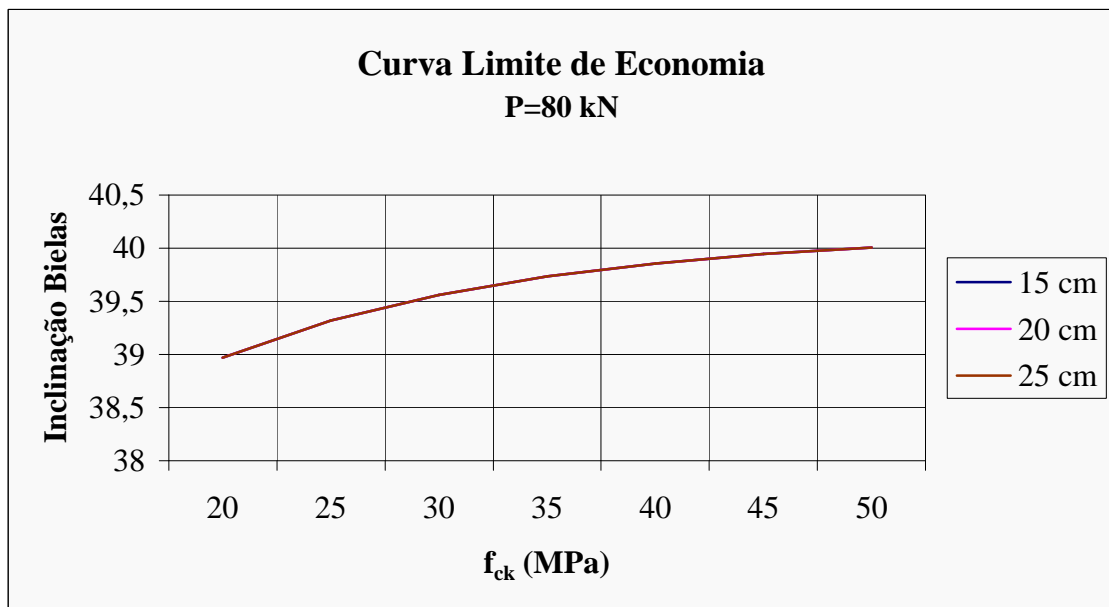


Figura 4.64 – Gráfico Curva Limite de Economia da Viga 07 – P = 80 kN.

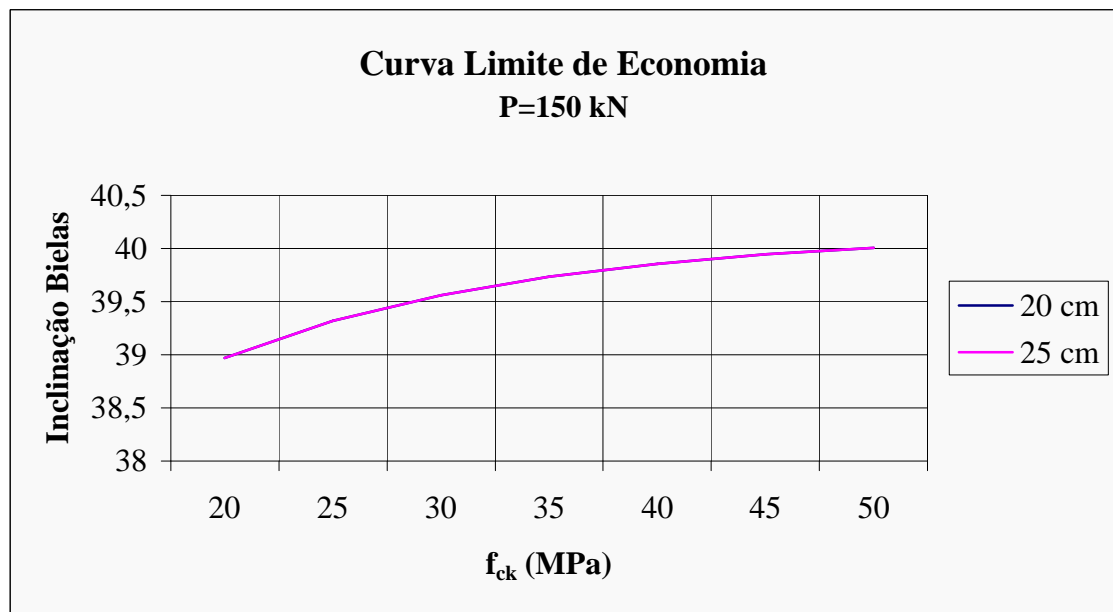


Figura 4.65 – Gráfico Curva Limite de Economia de Viga 07 – P = 150 kN.

Outro fato constatado durante a realização deste ensaio, ao dimensionarem-se as vigas com as seguintes características: seção 15 x 60 cm,  $f_{ck}$  50 MPa, carregamento de 70 kN e seção 25 x 60, com  $f_{ck}$  45 MPa, carregamentos de 250 kN e 260 kN, as rotinas não conseguiram realizar os dimensionamentos. Para que estes fossem possíveis, seria necessário o aumento da altura das vigas.

## 5. Conclusões e Recomendações.

Atualmente existem muitos programas computacionais voltados para o cálculo de estruturas de Concreto Armado. No entanto, a grande maioria, ainda não se encontra adequada à nova NBR 6118/2003, que está introduzindo uma série de novos conceitos e disposições construtivas, que necessitam de um estudo mais aprofundado para facilitar a sua utilização por parte dos profissionais da área de projeto estrutural.

Diante desse quadro, desenvolveram-se as rotinas computacionais para realizar o dimensionamento e detalhamento automático de vigas de concreto armado, com base nas prescrições da NBR 6118/2003. Deve-se salientar, ainda que, o programa desenvolvido no estágio em que se encontra, necessita de diversas melhorias. Porém, apresenta a vantagem de ter suas rotinas totalmente abertas, o que facilita sua aprimoração e complementação.

Este programa poderá ser utilizado nas escolas de Engenharia Civil, para a realização de estudos futuros e para auxiliar no processo de aprendizagem da disciplina Concreto Armado, pois o mesmo permite ao usuário a visualização de todos os valores obtidos pelo programa, podendo desta forma, compreender mais facilmente o porquê da adoção ou não de determinada solução. Isso geralmente não é possível nos programas comerciais, pois estes, normalmente só apresentam os resultados referentes aos valores adotados e validados.

Na realização de estudos dos impactos causados por algumas das alterações introduzidas pela NBR 6118/2003 no processo de dimensionamento e detalhamento de vigas, deu-se maior ênfase na parte referente aos Modelos de Cálculo para o Dimensionamento do Esforço Cortante, e realizou-se uma comparação da utilização de diferentes relações entre posição da linha neutra e altura útil da viga ( $x/d$ ).

No estudo dos Modelos de Cálculo do Cisalhamento, pôde-se constatar que na grande maioria dos casos o modelo mais econômico é o modelo II, com inclinação da biela comprimida igual a  $30^\circ$ . Verificou-se também, que o modelo I torna-se mais econômico do que o modelo II, quando se utiliza uma inclinação de biela comprimida

compreendida aproximadamente entre  $39^\circ$  e  $40^\circ$ . Inclinação esta que é influenciada diretamente pela resistência característica do concreto.

Constatou-se ainda que, com a ruptura da biela comprimida nas primeiras inclinações, a partir das inclinações que passam a oferecer resistência suficiente às bielas, estas apresentam o mesmo comportamento observado no outro caso. Estes dados podem ser verificados através dos valores obtidos durante a resolução das vigas-exemplo, analisadas no capítulo 4.

Em virtude dos resultados obtidos, recomenda-se que, no dimensionamento de armaduras transversais referentes ao cisalhamento, adote-se o Modelo de Cálculo II, com a menor inclinação da biela comprimida possível. No caso desta estar próxima a  $39^\circ$ , deve-se realizar uma verificação do valor obtido com o Modelo de Cálculo I, para obter-se o dimensionamento mais econômico possível.

Observou-se ainda que, quando da realização do dimensionamento manual das vigas, a aplicação do Modelo I de cálculo é mais fácil, pois neste, não se faz necessária a interpolação de valores para a determinação do valor da parcela do esforço cortante absorvida pelos mecanismos complementares. Isto torna a determinação do valor do esforço absorvido pela armadura mínima muito mais simples.

No caso do Modelo II, para determinar-se o valor exato do esforço absorvido pela armadura mínima, faz-se necessário a adoção de um trabalho repetitivo, uma vez que o valor do esforço cortante absorvido pelos mecanismos complementares é influenciado pelo valor do esforço absorvido pela armadura mínima, e este, por sua vez, influencia diretamente o valor do esforço absorvido pela armadura mínima, conduzindo a um processo iterativo na determinação deste, até que os valores obtidos em operações sucessivas sejam idênticos; alcançando-se, assim, o valor correto do esforço absorvido pela armadura mínima.

Durante o estudo da influência da relação entre a posição da linha neutra e a altura útil da viga, pode-se constatar que, quanto menor for esta relação, maior será a área de aço necessária para absorver os esforços de flexão atuantes sobre as vigas, e que esta relação não terá grande influência sobre a armadura transversal. Contudo, excetua-se o caso de ocorrer uma mudança no valor da posição do centro de gravidade das

armaduras longitudinais, pois ao ocorrer tal fato, este afetará o valor da altura útil da viga, que por sua vez interferirá no cálculo da armadura transversal.

Realizou-se também um estudo do detalhamento longitudinal das armaduras, onde, com a alteração de alguns parâmetros de detalhamento obteve-se uma série de resultados diferentes. Com estes, pode-se concluir que quando se procede ao agrupamento de barras no detalhamento, há um aumento no consumo de aço, que é diretamente proporcional ao número de barras agrupadas. Outro fato que provoca um consumo maior de aço é a utilização do processo simplificado, apresentado por Süssekind (1993), para determinar os pontos de corte das armaduras.

A utilização da altura útil exata da viga no processo manual é algo bastante trabalhoso, pois este valor é influenciado pelo centro de gravidade das armaduras, que, por sua vez, é influenciado pela área de aço utilizada, a qual é alterada diretamente pela altura útil da viga. Ou seja, para se determinar o valor exato da altura útil da viga faz-se necessário a realização de um trabalho repetitivo, até que se encontre um valor que seja constante ao longo do processo. Por isso, geralmente adota-se um valor para a altura útil da viga, procedimento este que, normalmente, conduz a uma área de armadura longitudinal e transversal superior à efetivamente necessária.

No trabalho apresentado, a seleção das bitolas a serem utilizadas no detalhamento das vigas foi feita em função da menor diferença entre a armadura necessária e a adotada. Tal procedimento deveu-se ao fato de que existe uma grande quantidade de fatores que influenciam os projetistas estruturais no momento de tomarem esta decisão. Dentre os quais podem-se destacar:

- diferença entre a armadura necessária e a adotada;
- número de barras;
- número de camadas;
- diâmetro das barras;
- a facilidade de execução das armações, devido à adoção de bitolas menores;
- redução na abertura das fissuras.

Devido a esta grande quantidade de fatores, que influenciam no momento desta decisão, seria necessário um enorme tempo de pesquisa e estudos para

determinar-se qual seria a melhor solução computacional para resolver tal problema. Por esse motivo, optou-se em deixar este trabalho indicado para um futuro estudo.

O desenvolvimento de rotinas que permitam a comunicação entre os diversos programas de cálculo estrutural existentes no mercado representa uma tarefa bastante complexa. Sendo assim, o arquivo alfanumérico do programa desenvolvido nessa dissertação foi concluído em parte, pois até o presente momento ele é apenas criado, conforme modelo apresentado no capítulo 3. Tal implementação poderá ser objeto de trabalhos futuros.

Para trabalhos futuros indica-se ainda a complementação das rotinas desenvolvidas durante a realização deste trabalho, com os seguintes temas principais:

- dimensionamento de vigas com seção variável;
- consideração da ligação da viga com os pilares extremos e intermediários;
- detalhamento de vigas calculadas a partir de modelos de pórticos espaciais;
- emendas das barras positivas e negativas;
- avaliação do estado limite de deformações excessivas;
- utilização de barras com bitolas diferentes para uma mesma região;
- aprimoramento do detalhamento das ancoragens nos apoios;
- aproveitamento das armaduras inferiores para o detalhamento de armaduras duplas nos apoios.

## 6. Anexos.

### 6.1. Anexo A – Resultados Obtidos no Estudo da Influência da Armadura de Compressão Sobre a Abertura de Fissuras.

Para realizar o estudo manteve-se constante o valor da área de aço tracionado ( $A_s$ ) e variou-se a área do aço comprimido ( $A'_s$ ), na viga estudada. Tal procedimento foi adotado para determinar a influência da armadura comprimida no valor da abertura de fissuras.

#### 6.1.1. Viga 1

Dados da viga estudada:

$b_w =$	15 cm	$c_{ob} =$	2,5cm	$w_{m\acute{a}x} =$	0,3 mm
$h =$	50 cm	$f_{ck} =$	20 MPa	$m_k =$	109,375 kN.m
$d'' =$	4cm	$\phi_{est} =$	5,0 mm	$v_k =$	87,500 kN

$$A_s = 9,30 \text{ cm}^2$$

$f_{adotado}$	$A'_s$								
	1,593	1,89	2,00	1,60	2,50	4,00	6,30	8,00	10,00
6,3	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
8,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
10,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
12,5	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
16,0	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,08
20,0	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,13	0,13	0,13
22,5	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
25,0	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,15	0,15	0,15	0,15
32,0	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,10	0,10	0,10



## 6.1.2. Viga 2

Dados da viga estudada:

$b_w =$	15 cm	$cob =$	2,5cm	$w_{m\acute{a}x} =$	0,3 mm
$h =$	50 cm	$f_{ck} =$	20 MPa	$mk =$	121,169 kN.m
$d'' =$	4cm	$\phi_{est} =$	5,0 mm	$vk =$	127,452 kN

$$A_s = 10,06 \text{ cm}^2$$

$f_{adotado}$	$A'_s$								
	2,19	2,21	2,50	2,40	2,50	4,00	6,30	8,00	16,00
6,3	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,04
8,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,05	0,05	0,05
10,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
12,5	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
16,0	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
20,0	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09
22,5	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,11
25,0	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,09
32,0	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,11	0,11

## 6.1.3. Viga 3

Dados da viga estudada:

$b_w =$	15 cm	$cob =$	2,5cm	$w_{m\acute{a}x} =$	0,3 mm
$h =$	50 cm	$f_{ck} =$	20 MPa	$mk =$	121,169 kN.m
$d'' =$	4cm	$\phi_{est} =$	5,0 mm	$vk =$	127,452 kN

$$A_s = 8,39 \text{ cm}^2$$

$f_{adotado}$	$A'_s$								
	2,07	2,21	2,50	2,40	2,50	4,00	6,30	8,00	16,00
6,3	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
8,0	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
10,0	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,07	0,07
12,5	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,09	0,09	0,09	0,09
16,0	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,09	0,09	0,09
20,0	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,14
22,5	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,11
25,0	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,16
32,0	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,11	0,11

## 6.1.4. Viga 4

Dados da viga estudada:

$b_w =$	15 cm	$cob =$	2,5cm	$w_{m\acute{a}x} =$	0,3 mm
$h =$	50 cm	$f_{ck} =$	15 MPa	$mk =$	121,169 kN.m
$d'' =$	4cm	$\phi_{est} =$	6,3 mm	$vk =$	127,452 kN

$$A_s = 9,82 \text{ cm}^2$$

$f_{adotado}$	$A'_s$								
	<b>3,91</b>	<b>4,10</b>	<b>4,00</b>	<b>4,00</b>	<b>5,00</b>	<b>4,00</b>	<b>6,30</b>	<b>8,00</b>	<b>16,00</b>
<b>6,3</b>	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,04
<b>8,0</b>	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
<b>10,0</b>	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
<b>12,5</b>	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,07	0,07	0,07
<b>16,0</b>	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,10
<b>20,0</b>	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09
<b>22,5</b>	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,11
<b>25,0</b>	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,16
<b>32,0</b>	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,11	0,11

## 6.1.5. Viga 5

Dados da viga estudada:

$b_w =$	15 cm	$cob =$	2,5cm	$w_{m\acute{a}x} =$	0,3 mm
$h =$	50 cm	$f_{ck} =$	25 MPa	$mk =$	121,169 kN.m
$d'' =$	4cm	$\phi_{est} =$	5,0 mm	$vk =$	127,452 kN

$$A_s = 10,31 \text{ cm}^2$$

$f_{adotado}$	$A'_s$								
	<b>0,47</b>	<b>0,63</b>	<b>1,00</b>	<b>1,60</b>	<b>2,50</b>	<b>4,00</b>	<b>6,30</b>	<b>8,00</b>	<b>16,00</b>
<b>6,3</b>	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
<b>8,0</b>	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,05	0,05	0,05
<b>10,0</b>	0,07	0,07	0,07	0,07	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
<b>12,5</b>	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
<b>16,0</b>	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
<b>20,0</b>	0,10	0,10	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09
<b>22,5</b>	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,11
<b>25,0</b>	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,09
<b>32,0</b>	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,11	0,11	0,11

## 6.1.6. Viga 6

Dados da viga estudada:

$b_w =$	15 cm	$cob =$	2,5cm	$w_{m\acute{a}x} =$	0,3 mm
$h =$	50 cm	$f_{ck} =$	14 MPa	$mk =$	121,169 kN.m
$d'' =$	4cm	$\phi_{est} =$	5,0 mm	$vk =$	127,452 kN

$$A_s = 9,77 \text{ cm}^2$$

$f_{adotado}$	$A'_s$								
	4,25	4,41	4,50	4,80	5,00	6,00	6,30	8,00	16,00
6,3	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,04
8,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
10,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
12,5	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,07	0,07	0,07	0,07
16,0	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,09	0,09
20,0	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09
22,5	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,11
25,0	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,16
32,0	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,21	0,11	0,11

## 6.1.7. Viga 7

Dados da viga estudada:

$b_w =$	15 cm	$cob =$	2,5cm	$w_{m\acute{a}x} =$	0,3 mm
$h =$	60 cm	$f_{ck} =$	20 MPa	$mk =$	137,187 kN.m
$d'' =$	4cm	$\phi_{est} =$	5,0 mm	$vk =$	102,396 kN

$$A_s = 9,79 \text{ cm}^2$$

$f_{adotado}$	$A'_s$								
	0,40	0,63	1,00	1,60	2,50	4,00	6,30	8,00	16,00
6,3	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
8,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,05	0,05
10,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
12,5	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
16,0	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,08
20,0	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,08	0,08	0,08
22,5	0,12	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
25,0	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,15	0,15
32,0	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,10

## 6.1.8. Viga 8

Dados da viga estudada:

$b_w =$	15 cm	$cob =$	2,5cm	$w_{m\acute{a}x} =$	0,3 mm
$h =$	60 cm	$f_{ck} =$	20 MPa	$mk =$	137,187 kN.m
$d'' =$	4cm	$\phi_{est} =$	5,0 mm	$vk =$	102,396 kN

$$A_s = 8,16 \text{ cm}^2$$

$f_{adotado}$	$A_s$								
	<b>0,37</b>	<b>0,63</b>	<b>1,00</b>	<b>1,60</b>	<b>2,50</b>	<b>4,00</b>	<b>6,30</b>	<b>8,00</b>	<b>16,00</b>
<b>6,3</b>	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
<b>8,0</b>	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,06
<b>10,0</b>	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
<b>12,5</b>	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,08
<b>16,0</b>	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,08
<b>20,0</b>	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,13
<b>22,5</b>	0,12	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
<b>25,0</b>	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,15	0,15
<b>32,0</b>	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,10

## 6.1.9. Viga 9

Dados da viga estudada:

$b_w =$	15 cm	$cob =$	2,5cm	$w_{m\acute{a}x} =$	0,3 mm
$h =$	60 cm	$f_{ck} =$	15 MPa	$mk =$	137,187 kN.m
$d'' =$	4cm	$\phi_{est} =$	5,0 mm	$vk =$	102,396 kN

$$A_s = 9,42 \text{ cm}^2$$

$f_{adotado}$	$A_s$								
	<b>2,39</b>	<b>2,52</b>	<b>2,50</b>	<b>2,40</b>	<b>2,50</b>	<b>4,00</b>	<b>6,30</b>	<b>8,00</b>	<b>16,00</b>
<b>6,3</b>	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
<b>8,0</b>	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
<b>10,0</b>	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
<b>12,5</b>	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
<b>16,0</b>	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,08
<b>20,0</b>	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,13
<b>22,5</b>	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
<b>25,0</b>	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,15	0,15
<b>32,0</b>	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,10

## 6.1.10. Viga 10

Dados da viga estudada:

$b_w =$	15 cm	$cob =$	2,5cm	$w_{m\acute{a}x} =$	0,3 mm
$h =$	60 cm	$f_{ck} =$	10 MPa	$mk =$	137,187 kN.m
$d'' =$	4cm	$\phi_{est} =$	5,0 mm	$vk =$	102,396 kN

$$A_s = 9,06 \text{ cm}^2$$

$f_{adotado}$	$A'_s$								
	4,37	4,41	4,50	4,80	5,00	6,00	6,30	8,00	16,00
6,3	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
8,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
10,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
12,5	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
16,0	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,08
20,0	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,13
22,5	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
25,0	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,15	0,15
32,0	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,10

## 6.1.11. Viga 11

Dados da viga estudada:

$b_w =$	15 cm	$cob =$	2,5cm	$w_{m\acute{a}x} =$	0,3 mm
$h =$	40 cm	$f_{ck} =$	20 MPa	$mk =$	60,000 kN.m
$d'' =$	4cm	$\phi_{est} =$	5,0 mm	$vk =$	60,000 kN

$$A_s = 6,49 \text{ cm}^2$$

$f_{adotado}$	$A'_s$								
	0,29	0,63	1,00	1,60	2,50	4,00	6,30	8,00	16,00
6,3	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
8,0	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,06
10,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
12,5	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,06
16,0	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,08
20,0	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,09	0,09	0,09
22,5	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,13	0,13	0,13	0,13
25,0	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,10
32,0	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,07	0,07	0,07	0,07

## 6.1.12. Viga 12

Dados da viga estudada:

$b_w =$	15 cm	$cob =$	2,5cm	$w_{m\acute{a}x} =$	0,3 mm
$h =$	40 cm	$f_{ck} =$	15 MPa	$mk =$	60,000 kN.m
$d'' =$	4cm	$\phi_{est} =$	5,0 mm	$vk =$	60,000 kN

$$A_s = 6,33 \text{ cm}^2$$

$f_{adotado}$	$A_s$								
	1,68	1,89	2,00	2,40	2,50	4,00	6,30	8,00	16,00
6,3	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
8,0	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,06
10,0	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,07	0,07	0,07	0,07
12,5	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,06
16,0	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,08
20,0	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,09	0,09	0,09
22,5	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,13	0,13	0,13	0,13
25,0	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,10
32,0	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,07	0,07	0,07	0,07

## 6.1.13. Viga 13

Dados da viga estudada:

$b_w =$	15 cm	$cob =$	2,5cm	$w_{m\acute{a}x} =$	0,3 mm
$h =$	40 cm	$f_{ck} =$	10 MPa	$mk =$	60,000 kN.m
$d'' =$	4cm	$\phi_{est} =$	5,0 mm	$vk =$	60,000 kN

$$A_s = 6,17 \text{ cm}^2$$

$f_{adotado}$	$A_s$								
	3,07	3,15	3,50	3,20	3,75	4,00	6,30	8,00	16,00
6,3	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
8,0	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,06
10,0	0,08	0,08	0,08	0,08	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
12,5	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09
16,0	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,08
20,0	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,16	0,16	0,16
22,5	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,13	0,13	0,13	0,13
25,0	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,10
32,0	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,07	0,07	0,07

## 6.1.14. Viga 14

Dados da viga estudada:

$b_w =$	15 cm	$cob =$	2,5cm	$w_{m\acute{a}x} =$	0,3 mm
$h =$	40 cm	$f_{ck} =$	18 MPa	$mk =$	60,000 kN.m
$d'' =$	4cm	$\phi_{est} =$	5,0 mm	$vk =$	60,000 kN

$$A_s = 6,43 \text{ cm}^2$$

$f_{adotado}$	$A'_s$								
	<b>0,85</b>	<b>0,95</b>	<b>1,00</b>	<b>1,60</b>	<b>2,50</b>	<b>4,00</b>	<b>6,30</b>	<b>8,00</b>	<b>16,00</b>
<b>6,3</b>	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
<b>8,0</b>	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,06
<b>10,0</b>	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
<b>12,5</b>	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,06
<b>16,0</b>	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,08
<b>20,0</b>	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,09	0,09	0,09
<b>22,5</b>	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,13	0,13	0,13	0,13
<b>25,0</b>	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,10
<b>32,0</b>	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,07	0,07	0,07	0,07

## 6.1.15. Viga 15

Dados da viga estudada:

$b_w =$	15 cm	$cob =$	2,5cm	$w_{m\acute{a}x} =$	0,3 mm
$h =$	60 cm	$f_{ck} =$		$mk =$	137,187 kN.m
$d'' =$	4cm	$\phi_{est} =$	5,0 mm	$vk =$	102,396 kN

Nesta viga adotou-se valores de  $f_{ck}$  que resultaram em vigas sem armadura de compressão.

---

$f_{\text{adotado}}$	$f_{\text{ck}}$	30 MPa	35 MPa	45 MPa	50 MPa
	$A_s$	9,99	9,65	9,27	9,15
6,3		0,05	0,05	0,05	0,05
8,0		0,06	0,06	0,07	0,07
10,0		0,07	0,07	0,07	0,07
12,5		0,08	0,08	0,08	0,08
16,0		0,10	0,10	0,10	0,10
20,0		0,10	0,09	0,15	0,15
22,5		0,12	0,12	0,12	0,12
25,0		0,18	0,17	0,17	0,17
32,0		0,12	0,12	0,12	0,11



## 7. Referências Bibliográficas

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6118 / 1978, Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado.

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6118 / 2003, Projeto de Estruturas de Concreto.

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas. Projeto de Revisão NB 1 / 2000, Projeto de Estruturas de Concreto.

ALTO QI, Manual do Eberick Master.

CARVALHO, Roberto Chust & FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado: Segundo a NBR-6118 (NB1/80) e a proposta de 1999 (NB1/99)**. São Carlos: EdUFSCar, 2001.

FUSCO, Péricles Brasiliense. **Estruturas de Concreto: Solicitações Tangenciais**. São Paulo: EPUSP, 1984.

FUSCO, Péricles Brasiliense. **Técnica de Armar as Estruturas de Concreto**. São Paulo: Pini, 1995.

GERE, James M. e WEAVER Jr. William. **Análise de Estruturas Reticuladas**. Editora Guanabara S.A., Rio de Janeiro, 1987.

GOBETTI, Leda C. W. **Fissuração: Processos Para a Determinação da Abertura de Fissuras em Peças de Concreto Armado**. Porto Alegre: Caderno Técnico Pós-Graduação em Eng. Civil, 1980.

Instituto Brasileiro do Concreto. **Prática recomendada IBRACON: comentários técnicos NB-1**. São Paulo: IBRACON, 2003.

KALMUS, Simpson Simao; LUNARDI JUNIOR, Eurimaco. **Estabilidade das Construções**. 3.ed. São Paulo: Nobel, 1984.

LEONHARDT, Fritz & MÖNNIG, Eduardo. **Construções de Concreto**, vol. 3. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

LORIGGIO, Daniel D. **Análise Matricial e Modelagem de Estruturas**. Florianópolis, 2000.

MARGARIDO, Aluizio Fontana. **Fundamentos de Estruturas: Um Programa Para Arquitetos e Engenheiros que se Iniciam no Estudo das Estruturas**. São Paulo, Zigurate Editora, 2001.

MICROSOFT PRESS. **Microsoft Visual Basic 6.0 – Guia do Programador**. Makron Books, São Paulo, 1990.

ROVERE, Henriette Lebre La. **Análise Matricial de Estruturas**. Florianópolis, 2001.

RUDOLF, Édimo Celso. **Anotações de Aula de Concreto Armado**. Blumenau, 1995.

SANTOS, Lauro Modesto dos. **Cálculo de Concreto Armado**, vol. 1. São Paulo: LMS, 1983.

SILVA, Reginaldo Carneiro da & GIONGO, José Samuel . **Modelos de Bielas e Tirantes Aplicados a Estruturas de Concreto Armado**. São Paulo: EESC-USP, 2000.

SÜSSEKIND, José Carlos. **Curso de Concreto**, vol. I. São Paulo: Globo, 1993.

TQS, Manual dos Sistemas CAD/TQS.

## 8. Bibliografia

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6118 / 2003, Projeto de Estruturas de Concreto.

ADÃO, Francisco Xavier; HEMERLY, Adriano Chequetto. **Concreto Armado**: novo milênio: cálculo prático e econômico. Rio de Janeiro: Interciência, 2002.

ARAÚJO, José Milton de. **Curso de Concreto Armado**. 2.ed. Rio Grande : Dunas, 2003. 4v.

FLORES, Jose Ubirajara Martins; GOMES, Newton Soares. **Concreto Armado**. Santa Maria: Ed. da UFSM, 1984.

FUSCO, Pericles Brasiliense. **Estruturas de Concreto**. São Paulo: Ed. da Univ. de São Paulo : McGraw-Hill do Brasil, 1976. 3v.

GUERRIN, A; LAVOUR, Roger-Claude. **Tratado de Concreto Armado**. São Paulo: Hemus. 6v.

LANGENDONCK, Telemaco van. **Calculo de Concreto Armado**. São Paulo: Associação Brasileira de Cimento Portland, 1962.

LEONHARDT, Fritz; MONNIG, Eduardo. **Construções de Concreto**. Rio de Janeiro: Interciência, 1977-1983. 6v.

MAGNANI, Roberto. **Calculo e Desenho de Concreto Armado**. Araraquara: Ed. RM, 1999.

Microsoft Corporation. **Microsoft Visual Basic 6.0**: guia do programador. São Paulo: Makron Books, c1999.

PFEIL, Walter. **Concreto armado**. 5.ed. Rio de Janeiro : Livros Técnicos e Científicos, 1988-89. 3v.

---

PFEIL, Walter. **Concreto Armado**. Rio de Janeiro: LTC, 1983. 4v.

POLILLO, Adolpho. **Dimensionamento de Concreto Armado**. Rio de Janeiro: Cientifica, 1973. 3v.

ROCHA, Aderson Moreira da. **Concreto Armado**. 25.ed. Sao Paulo : Nobel, 1995. 4v.

ROCHA, Aderson Moreira da. **Novo Curso Prático de Concreto Armado**. Rio de Janeiro: Cientifica, 1972-1974.

RUSCH, Hubert. **Concreto Armado e Protendido: Propriedades dos Materiais e Dimensionamento**. Rio de Janeiro: Campus, 1981.

SANCHEZ FILHO, Emil de Souza. **Nova Normalização Brasileira para o Concreto Estrutural**. Juiz de Fora: UFJF, 1999.

SANTOS, Lauro Modesto dos. **Cálculo de Concreto Armado**. São Paulo: E. Blucher, c1977. 2v.

SILVA JUNIOR, Jayme Ferreira da. **Concreto Armado**. Belo Horizonte: Ed. Engenharia e Arquitetura, 1975.