

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**ANÁLISE NÃO LINEAR DE VIGAS DE
CONCRETO ARMADO REFORÇADAS COM
LAMINADOS DE PRFC**

ALEXANDRE DE ARAÚJO CHIMELLO

Florianópolis

2003

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**ANÁLISE NÃO LINEAR DE VIGAS DE
CONCRETO ARMADO REFORÇADAS COM
LAMINADOS DE PRFC**

ALEXANDRE DE ARAÚJO CHIMELLO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Estruturas

Orientadora: Prof^ª. Henriette Lebre La Rovere, Ph.D.

Florianópolis

2003

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

FOLHA DE APROVAÇÃO

Dissertação defendida e aprovada em 30 de maio de 2003, pela comissão examinadora:

Henriette Lebre La Rovere, Ph.D. - Orientadora - Moderador

Américo Campos Filho, Dr.

Daniel Domingues Loriggio, Dr

Ivo José Padaratz, PhD.

Jucilei Cordini, Dr - Coordenador PPGEC

À meus pais Oneide e Alba,
aos meus irmãos Oneide Jr. e Ricardo,
ao meu amor Daniela e
à minha prima Shéron (in memorian),

AGRADECIMENTOS

- À Professora Henriette Lebre La Rovere pela confiança, amizade e dedicação na transmissão de seus conhecimentos demonstrada durante a orientação desta dissertação;
- A todos os amigos da Stábile, pelo incentivo, ajuda e compreensão;
- Ao Professor Mauro Schulz, da Universidade Federal Fluminense, pela indicação das referências dos relatórios de pesquisa da U.C. Berkeley que contribuíram muito para o desenvolvimento do modelo desta dissertação;
- Aos pesquisadores Andriei José Beber, Vladimir Ferrari e Luis Filipe Juvandes pela utilização dos resultados experimentais realizados em seus trabalhos;
- Ao Corpo Docente do mestrado em especial aos professores: Henriette Lebre La Rovere, Daniel Domingues Loriggio, Ivo José Padaratz e Roberto Caldas de Andrade Pinto;
- Aos meus primos Carlos e Franciane que acompanharam e ajudaram no desenvolvimento deste trabalho;
- À colega Renata Stramandinoli pelo auxílio na revisão bibliográfica;
- A todos meus amigos que contribuíram para esse trabalho, registro nesta página meus mais profundos agradecimentos.

SUMÁRIO

	Página
LISTA DE FIGURAS	ix
LISTA DE TABELAS	xii
RESUMO	xiv
ABSTRACT	xv
1 INTRODUÇÃO	001
1.1 Reforço Estrutural	001
1.2 Justificativa	003
1.3 Objetivos	005
1.3.1 Objetivo Geral	005
1.3.2 Objetivos Específicos	005
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	007
2.1 Reforço com PRFC	007
2.1.1 Materiais Compósitos Avançados	007
2.1.2 Colagem de Laminados de PRFC	008
2.2 Modelos Utilizados para o Dimensionamento de Vigas Reforçadas	010
2.2.1 Verificação da Seção Transversal à Flexão	011
2.2.2 Descolamento	013
2.2.3 Cisalhamento	014
2.3 Método dos Elementos Finitos	014
2.3.1 Formulação do Método dos Elementos Finitos	015
2.4 Modelos de Análise Não Linear	017
3 FORMULAÇÃO DO ELEMENTO VIGA/COLUNA NÃO LINEAR	018
3.1 Hipóteses Básicas	018
3.2 Elemento Viga/Coluna Não Linear	019
3.2.1 Elemento de Treliça Linear	019

3.2.2	Elemento de Viga Linear	023
3.3	Elemento Viga/Coluna Não Linear	029
3.4	Método das Lamelas	038
3.5	Equações Constitutivas	041
3.5.1	Equação Constitutiva para o Aço à Tração e Compressão	041
3.5.2	Equação Constitutiva para o Concreto à Compressão	043
3.5.3	Equação Constitutiva para o Concreto à Tração	043
3.5.4	Equação Constitutiva para o Laminado de PRFC	045
3.6	Método de Newton-Raphson	046
4	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL	049
4.1	Módulos do Programa ANALEST	049
4.1.1	Módulo ESTRU	049
4.1.2	Módulo VIGANL	050
4.1.3	Módulo RESOLNL	050
4.1.4	Módulo RESOL	054
4.2	Arquivo de Entrada de Dados	054
5	ESTUDO PARAMÉTRICO	058
5.1	Número de Elementos	060
5.1.1	Descrição dos Modelos	060
5.1.2	Comparação dos Resultados	061
5.2	Número de Camadas da Seção de Concreto	068
5.2.1	Descrição dos Modelos	068
5.2.2	Comparação dos Resultados	068
5.3	Número de Camadas para Aplicação do Efeito <i>Tension-Stiffening</i> (α)	070
5.3.1	Descrição dos Modelos	070
5.3.2	Comparação dos Resultados	071
5.4	Coeficiente <i>Tension-Stiffening</i> (α)	072
5.4.1	Descrição dos Modelos	072
5.4.2	Comparação dos Resultados	073
5.5	Coeficiente Strain-Hardening (S_h)	075
5.5.1	Descrição dos Modelos	075
5.5.2	Comparação dos Resultados	075
5.6	Incremento de Carga	077

5.6.1	Descrição dos Modelos	077
5.6.2	Comparação dos Resultados	077
6	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS NUMÉRICOS x EXPERIMENTAIS.....	080
6.1	Vigas Ensaçadas por BEBER (1999)	081
6.1.1	Descrição do Modelo, Discretização e Parâmetros Utilizados no Modelo	081
6.1.2	Comparação entre Resultados Numéricos e Experimentais	085
6.2	Vigas Ensaçadas por FERRARI (2002)	091
6.2.1	Descrição do Modelo, Discretização e Parâmetros Utilizados no Modelo	091
6.2.2	Comparação entre Resultados Numéricos e Experimentais	095
6.3	Vigas Ensaçadas por JUVANDES (1999)	099
6.3.1	Descrição do Modelo, Discretização e Parâmetros Utilizados no Modelo	099
6.3.2	Comparação entre Resultados Numéricos e Experimentais	103
7	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	108
7.1	Conclusões	108
7.2	Recomendações	110
7.3	Trabalhos Futuros	111
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	113
	APÊNDICES	

LISTA DE FIGURAS

		Página
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	
Figura 1	Aplicação do Laminado de PRFC	009
Figura 2	Distribuição de tensões e deformações em uma seção retangular de concreto armado no estado limite último	012
3	FORMULAÇÃO DO ELEMENTO VIGA/COLUNA NÃO LINEAR.....	
Figura 3	Elemento de treliça de três nós	019
Figura 4	Elemento de viga de dois nós	023
Figura 5	Seção transversal após a deformação do elemento	024
Figura 6	Elemento de Viga/Coluna Não Linear	031
Figura 7	Seção transversal após a deformação do elemento	032
Figura 8	Seção discretizada em lamelas	038
Figura 9	Curva tensão deformação para o aço à tração e compressão	042
Figura 10	Curva tensão x deformação para o concreto à compressão	043
Figura 11	Curva tensão x deformação para o concreto à tração	045
Figura 12	Curva tensão x deformação para o Laminado de PRFC	046
4	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL.....	
Figura 13	Diagrama de blocos simplificado do módulo RESOLNL	053
5	ESTUDO PARAMÉTRICO.....	
Figura 14	Detalhamento da viga padrão utilizada no estudo paramétrico	058
Figura 15	Pontos de aplicação das cargas utilizadas nos modelos	059
Figura 16	Discretização dos elementos para o caso 1 de carregamento	060
Figura 17	Discretização dos elementos para o caso 3 de carregamento	060
Figura 18	Discretização dos elementos para o caso 2 de carregamento	061
Figura 19	Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento sem reforço – 4, 6, 12 e 24 elementos	063
Figura 20	Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento com reforço – 4, 6, 12 e 24 elementos	063
Figura 21	Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 2 de carregamento sem reforço – 2, 4, 8 e 16 elementos	064

Figura 22	Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 2 de carregamento sem reforço – 16,32 e 6 elementos	064
Figura 23	Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 2 de carregamento com reforço – 2, 4, 6, 8 e 16 elementos	065
Figura 24	Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 2 de carregamento – 16, 32 e 6 elementos	065
Figura 25	Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 3 de carregamento – 4, 8, 16 e 6 elementos	066
Figura 26	Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 3 de carregamento – 4, 8, 16 e 6 elementos	066
Figura 27	Número de camadas da seção transversal de concreto	068
Figura 28	Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento sem reforço – 6, 12, 24 e 48 camadas	069
Figura 29	Gráfico “Carga x Deslocamento” no meio do vão – caso 1 de carregamento – 6, 12, 24 e 48 camadas	069
Figura 30	Número de camadas para consideração do efeito <i>tension-stiffening</i> (α)	070
Figura 31	Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento sem reforço – 2, 4, 8 e 12 camadas	071
Figura 32	Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento com reforço – 2, 4, 8 e 12 camadas	072
Figura 33	Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento – coeficiente <i>tension-stiffening</i> (α)	074
Figura 34	Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento - coeficiente <i>tension-stiffening</i> (α)	074
Figura 35	Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento sem reforço – Coeficiente <i>strain-hardening</i>	076
Figura 36	Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento com reforço – Coeficiente <i>strain-hardening</i>	076
Figura 37	Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento sem reforço – incremento de carga	078
Figura 38	Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento com reforço – incremento de carga	078
6	ANÁLISE DOS RESULTADOS	
Figura 40	Dimensões e detalhamento das armações das vigas ensaiadas	081
Figura 41	Disposição do reforço das vigas ensaiadas	082
Figura 42	Discretização da viga e da seção utilizada no modelo analisado com o programa ANALEST	084
Figura 43	Gráfico Carga Total x Deslocamento Vertical no meio do vão das vigas VT1 / VT2	087
Figura 44	Gráfico Carga Total x Deslocamento Vertical no meio do vão das vigas VR3 /VR4	087
Figura 45	Gráfico Carga Total x Deslocamento Vertical no meio do vão das vigas VR5/VR6	088
Figura 46	Gráfico Carga Total x Deslocamento Vertical no meio do vão das vigas VR7 / VR8	088

Figura 47	Gráfico Carga Total x Deslocamento Vertical no meio do vão das vigas VR9 / VR10	089
Figura 48	Dimensões e detalhamento das armações das vigas VRE,VR7 e VR8	091
Figura 49	Disposição do reforço das vigas VR7 e VR8	092
Figura 50	Discretização do modelo numérico do programa “ANALEST”	094
Figura 51	Gráfico “Carga x Deslocamento Vertical” no meio do vão da viga VRE	097
Figura 52	Gráfico “Carga x Deslocamento Vertical” no meio do vão das vigas VR7/R8	097
Figura 53	Dimensões e detalhamento das vigas ensaiadas	099
Figura 54	Disposição do reforço das vigas VB.9 e VC.5	100
Figura 55	Discretização das vigas VB.4, VB.6 e VB.9	102
Figura 56	Discretização das vigas VC.3 e VC.5	103
Figura 57	Gráfico “Carga x Deslocamento Vertical” no meio do vão da viga VB.4	105
Figura 58	Gráfico “Carga x Deslocamento Vertical” no meio do vão da viga VB.6	105
Figura 59	Gráfico “Carga x Deslocamento Vertical” no meio do vão da viga VB.9	106
Figura 60	Gráfico “Carga x Deslocamento Vertical” no meio do vão da viga VC.3	106
Figura 61	Gráfico “Carga x Deslocamento Vertical” no meio do vão da viga VC.5	107

LISTA DE TABELAS

		Página
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	
Tabela 1	Comparação entre reforço com chapas de aço e PRFC (Fortes,2000)	010
5	ESTUDO PARAMÉTRICO.....	
Tabela 2	Propriedades dos materiais	059
Tabela 3	Carga de Ruína e Deslocamento Vertical na ruína – Caso 1	067
Tabela 4	Carga de Ruína e Deslocamento Vertical na ruína – Caso 2	067
Tabela 5	Carga de Ruína e Deslocamento Vertical na ruína – Caso 3	067
Tabela 6	Carga de Ruína e Deslocamento Vertical na ruína – 6, 12, 24 e 48 camadas	070
Tabela 7	Carga de Ruína e Deslocamento Vertical na ruína – 2, 4, 8 e 12 camadas	072
Tabela 8	Carga de Ruína e Deslocamento Vertical na ruína – coeficiente <i>tension-stiffening</i> (α)	073
Tabela 9	Carga de Ruína e Deslocamento Vertical na ruína – coeficiente <i>tension-stiffening</i> (α)	077
Tabela 10	Carga de Ruína e Deslocamento Vertical na ruína – incremento de carga	079
6	ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	
Tabela 11	Propriedades do concreto	082
Tabela 12	Propriedades do laminado de PRFC	082
Tabela 13	Propriedades do aço	083
Tabela 14	Comparação entre valores de cargas obtidos nos ensaios experimentais realizados por Beber e a análise numérica realizada com o programa ANALEST	089
Tabela 15	Comparação entre deslocamentos obtidos nos ensaios experimentais realizados por Beber e a análise numérica realizada com o programa ANALEST	090
Tabela 16	Propriedades do concreto	092
Tabela 17	Propriedades do laminado de PRFC	093
Tabela 18	Propriedades do aço	093
Tabela 19	Comparação entre ensaios experimentais realizados por Ferrari e análise numérica com o programa ANALEST	098

Tabela 20	Propriedades do concreto	100
Tabela 21	Propriedades do laminado de PRFC	101
Tabela 22	Propriedades do aço	101
Tabela 23	Comparação entre ensaios experimentais realizados por Juvandes e análise numérica com o programa ANALEST	107

RESUMO

Como alternativa aos métodos tradicionais de reforço, surgiram recentemente os polímeros reforçados com fibras, usualmente de carbono (PRFC), denominados materiais compósitos avançados. As vantagens deste material de reforço em relação aos tradicionais são a sua alta resistência e rigidez específica, além de ótima resistência à fadiga e facilidade de aplicação.

Para prever o comportamento estrutural de vigas reforçadas à flexão com laminados ou tiras de PRFC, foi desenvolvido neste trabalho um modelo numérico baseado no Método dos Elementos Finitos, admitindo que todos os materiais envolvidos tem aderência perfeita e levando em conta a sua não-linearidade física. No modelo utilizam-se elementos finitos de viga com 2 nós externos, tendo 3 graus de liberdade cada e um nó interno com apenas 1 grau de liberdade axial, incluído para capturar corretamente a variação da altura da linha neutra devido à não-linearidade dos materiais. Para integração da matriz de rigidez e do vetor de forças restauradoras são utilizados 3 pontos de Gauss ao longo do comprimento do elemento e discretizam-se as seções transversais em diversas lamelas, admitindo-se que cada lamela está em estado uniaxial de tensões.

Este modelo numérico foi implementado num programa computacional na linguagem FORTRAN 90, denominado ANALEST. Neste trabalho avaliam-se os resultados do modelo desenvolvido em função dos parâmetros utilizados na definição da malha e de coeficientes que conferem características ao comportamento não linear dos materiais envolvidos. Comparações entre resultados numéricos e experimentais, obtidos de ensaios de vigas de concreto armado à flexão, com e sem reforço de laminados de PRFC, são utilizados para verificação da validade do modelo numérico elaborado. Utilizaram-se os resultados experimentais de ensaios realizados por diferentes pesquisadores da Universidade Federal de Santa Catarina e da Universidade Federal do Rio Grande do Sul no Brasil e também da Universidade do Porto em Portugal. Ao final do trabalho são extraídas algumas conclusões e recomendações para utilização do modelo desenvolvido.

ABSTRACT

As an alternative to traditional methods, a new conception of advanced composite materials for strengthening structures has recently emerged. These composite materials are usually made of fiber reinforced polymer (FRP) laminates or prefabricated strips. Particularly carbon fibers embedded in an epoxy matrix (CFRP) have been predominantly employed. The advantages of such advanced materials as compared to the traditional ones are their high specific strength and stiffness, high corrosion and fatigue resistance, besides the ease of application.

To predict the flexural behavior of reinforced concrete beams strengthened by CFRP strips or laminates, a numerical model based on the Finite Element Method is developed in this work. Physical nonlinearity of all materials involved is considered and a perfect bond between concrete-steel and concrete-CFRP is assumed. A 2D finite element bar with two external nodes and three degrees of freedom each and one internal node with only one axial degree of freedom is employed. The internal node needs to be included to properly capture the variation of the neutral axis position due to material nonlinearities. For numerical integration of the element stiffness matrix and restoring force vector, three Gauss points are used along the length of the element, with its section discretized into layers, where each layer is assumed to be under a uniaxial stress-state.

This numerical model was implemented into a computational program called ANALEST, written in FORTRAN 90 language. A parametric study to investigate the effect of mesh size and number of layers and also the effect of material properties on the beam nonlinear behavior was then conducted. To validate the developed numerical model, comparisons between numerical and experimental results, obtained from flexural tests on reinforced concrete beams, with and without strengthening, were performed. Experiments conducted by different researchers from Federal University of Santa Catarina and from Federal University of Rio Grande do Sul in Brazil and also from the University of Porto in Portugal were selected for the comparison. Conclusions and a few recommendations regarding the numerical model application are given at the end of the work.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 – Reforço Estrutural

O período de vida útil das estruturas de concreto armado ou concreto protendido é estimado quando de sua concepção, em função de sua finalidade e da sua utilização em serviço.

Entretanto, este período de vida útil pode ser drasticamente reduzido devido a falhas ocorridas durante o processo construtivo (planejamento, projeto, produção de materiais e componentes e sua construção propriamente dita) e durante a utilização destas estruturas.

Salienta-se ainda que o avanço da tecnologia na construção civil tem permitido a utilização de estruturas mais arrojadas com o emprego de elementos estruturais mais esbeltos. Em especial na utilização de estruturas de concreto, o avanço tecnológico conseguido através das técnicas construtivas e a implementação de ferramentas mais sofisticadas para a análise das estruturas, tem exigido o envolvimento de profissionais com um grau de capacidade técnica mais elevada. Como nem sempre esta exigência é atendida satisfatoriamente, a probabilidade da ocorrência de falhas em umas das etapas do processo construtivo torna-se ainda muito maior.

No momento em que uma estrutura apresente a manifestação de alguma anomalia é necessário que a mesma seja analisada sob critérios que permitam estabelecer o seu grau de segurança, e em que condição deverá ou poderá ser utilizada. Em função desta análise serão tomadas as decisões sobre a conveniência da recuperação, do reforço ou mesmo da demolição da estrutura danificada.

Não são raros os casos em que surgem situações onde necessita-se adotar um sistema de intervenção para o aumento da capacidade portante das estruturas de concreto armado. Conforme JUVANDES (1999), a alteração da função principal, a subscrição a novas exigências normativas, a deficiência de projeto ou de construção, o aumento do efeito da ação atuante por eliminação de elementos estruturais e o aparecimento de anomalias causadas por degradação dos materiais com o tempo e por ações excepcionais (explosão, incêndio ou sismo, etc.) estão entre os principais fatores onde é prioritário efetuar a recuperação estrutural para níveis de segurança desejáveis.

Optando-se pelo reforço dos elementos constituintes do sistema estrutural, tem-se à disposição algumas técnicas tradicionais de intervenção, onde citam-se as seguintes:

- Colagem de perfis ou chapas metálicas;
- Encamisamento do elemento com adição de armaduras de aço;
- Incorporação de perfis metálicos;
- Reforço pela colocação de cabos protendidos aderentes e não aderentes;

Estas técnicas de reforço e recuperação de estruturas são atualmente as mais comumente utilizadas. Este fato deve-se em parte ao acúmulo de experiência e disseminação entre os profissionais da área das técnicas de aplicação e projeto destes sistemas.

Embora a utilização destas técnicas e materiais atendam à finalidade de reforço dos elementos estruturais, as mesmas apresentam ainda alguns inconvenientes. Para o caso dos reforços que utilizam chapas ou perfis metálicos existe uma preocupação permanente em evitar a corrosão destes materiais. Na técnica de protensão de cabos não aderentes existem dificuldades no estabelecimento dos sistemas de ancoragem e na necessidade de evitar corrosão dos cabos. No encamisamento das seções de

concreto armado, além das dificuldades de execução, o aumento da seção transversal interfere algumas vezes de maneira agressiva na arquitetura original da obra e aumenta em demasia o peso próprio da estrutura, o que acarreta problemas com as fundações.

Recentemente vários estudos vêm sendo realizados para a utilização dos materiais compósitos avançados, com a intenção de superar estas deficiências e inconvenientes.

Como alternativa aos métodos tradicionais de reforço de estruturas de concreto armado estão surgindo os novos materiais compósitos de Polímeros Reforçados com Fibras de Carbono (PRFC), designados de laminados de fibra de carbono. No caso das vigas, o reforço à flexão é realizado através da técnica de colagem destes laminados no banzo tracionado das mesmas. Quando estes laminados são pré-fabricados utilizando-se o processo de pultrusão e usualmente nas larguras de 5cm, são denominados de tiras de fibra de carbono.

Neste trabalho é elaborado um programa computacional utilizando o Método dos Elementos Finitos para análise não linear (física) de vigas reforçadas à flexão através de laminados de fibra de carbono. Apresenta-se também uma análise comparativa dos resultados do modelo teórico com resultados experimentais que utilizam laminados de fibra de carbono como elemento de reforço, através da qual pode-se verificar a validade do modelo. Posteriormente este modelo poderá ser facilmente implementado para outros tipos de reforço de materiais compósitos.

1.2 - Justificativa

Conforme já comentado, apesar das estruturas de concreto armado serem projetadas para um período de vida útil prolongado, muitas são as situações em que as mesmas necessitam de intervenções antes do término deste período.

A pesquisa de novos materiais que apresentem vantagens em relação aos materiais mais comumente utilizados em serviços de reforço estrutural torna-se assunto de grande interesse.

Os materiais compósitos de polímeros reforçados com fibras de carbono (PRFC) apresentam características que conferem a este material vantagens em relação aos materiais tradicionais. Assinala-se entre estas características a sua elevada resistência à tração e elevado módulo de elasticidade, o que combinado com seu baixo peso específico resulta em alta resistência e rigidez específica e ainda a sua facilidade de aplicação, através da colagem em regiões estratégicas das vigas de concreto armado.

Dada a novidade e a diversidade de formas desse produto, os critérios de projeto e execução destes reforços encontram-se ainda em um patamar de estudos e investigações, embora já se tenha disponível muitos resultados de pesquisas com relação a este material. Os modelos utilizados para análise baseiam-se em métodos analíticos e métodos numéricos. Com relação aos métodos analíticos, os mesmos adotam hipóteses simplificadas, tratando-se portanto de modelos que oferecem uma análise menos refinada com relação ao comportamento dos materiais. Quanto ao Método dos Elementos Finitos, têm sido utilizados modelos que adotam formulações de elementos planos e sólidos, no entanto, além destes modelos resultarem em um número excessivo de graus de liberdade, surgem por vezes problemas de estabilidade numérica devido ao fato de que alguns elementos sem armadura ao fissurar resultam em rigidez nula. Para vigas com comportamento e ruptura esperada devido à flexão, elementos finitos de viga têm apresentado boa aproximação do comportamento real. Elementos planos e sólidos devem ser utilizados para estruturas com outros tipos de ruptura, como por exemplo ruptura por cisalhamento ou ruptura combinada flexão e cisalhamento.

Surge então a necessidade de estudos para a elaboração de um modelo de análise de vigas reforçadas com laminados de PRFC, que seja ao mesmo tempo refinado, levando em conta a fissuração do concreto, o escoamento do aço e a

resistência do laminado de fibra de carbono, e que possua uma formulação simples, obtendo-se desta forma um modelo de fácil implementação e de boa estabilidade numérica, garantindo a correta análise das não-linearidades físicas analisadas.

1.3 - Objetivos

1.3.1 – Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho é a criação de um modelo de elementos finitos para a análise não linear (física) de vigas de concreto armado reforçadas à flexão através de laminados de fibra de carbono, e sua implementação computacional através da criação do programa ANALEST.

1.3.2 – Objetivos Específicos

Citam-se os seguintes objetivos específicos para este trabalho:

a) Fazer um estudo paramétrico do modelo teórico elaborado para vigas de concreto armado sem e com o reforço da tira de fibra de carbono, observando-se os modos de ruína, as cargas de início de fissuração e escoamento do aço e ainda a rigidez apresentada para as variações dos parâmetros em estudo;

b) Comparar os resultados experimentais de vigas de concreto armado reforçadas com laminados de fibra de carbono, e também de vigas de concreto armado sem a adição do reforço externo, com os resultados do modelo teórico elaborado. Esta análise comparativa será realizada apenas através da comparação do deslocamento vertical no meio do vão destas vigas;

c) Criar um ferramenta auxiliar para a previsão dos resultados de ensaios experimentais e para o dimensionamento de vigas reforçadas com laminados de fibra de carbono;

d) Aprimorar a análise de vigas reforçadas à flexão com a utilização de laminados de PRFC;

Apesar de neste trabalho o modelo ser aplicado apenas a vigas de concreto armado reforçadas com laminados de PRFC, pode ser aplicado também a outros tipos de reforço, tais como chapas de aço.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 - REFORÇO COM PRFC:

Procurando situar melhor este tema, parte integrante deste trabalho, descreve-se a seguir os principais aspectos que envolvem o reforço de estruturas de concreto armado através da utilização de Polímeros Reforçados com Fibra de Carbono (PRFC).

2.1.1 - Materiais Compósitos Avançados:

A utilização de materiais compósitos no campo da construção civil é ainda reduzida. Conforme JUVANDES (1999), as indústrias aero-espacial, automobilística, ferroviária e naval empregam, com frequência, estes materiais em seus produtos. Estes materiais são geralmente construídos a partir de fibras de alta resistência embebidas em uma matriz polimérica de resina. As fibras utilizadas podem ser de vidro, Kevlar[®], carbono, etc.

Segundo BEBER (1999), os polímeros reforçados com fibras apresentam vantagens únicas em muitas aplicações, onde os materiais convencionais não conseguem fornecer uma vida útil satisfatória. Entre as características que conferem a este material vantagens em relação aos tradicionais assinala-se a sua elevada resistência à tração e elevado módulo de elasticidade, o que combinado com seu baixo peso específico resulta em alta resistência e rigidez específica. Além disto os laminados de fibra de carbono apresentam ótima resistência à corrosão e a fadiga e são de fácil aplicação.

A utilização destes laminados de fibra de carbono como sistema de reforço para estruturas de concreto armado se dá pela técnica de colagem dos mesmos na

superfície dos elementos estruturais.

2.1.2 - Colagem de Laminados de PRFC:

Esta técnica, que faz parte do tema deste trabalho, é utilizada para o reforço de vigas (flexão e cisalhamento) e lajes (flexão), além de ser utilizada também em estruturas de pontes e viadutos, para reforçar pilares por confinamento da peça, proporcionando aumento considerável de resistência e, principalmente ductilidade.

Segundo SOUZA e RIPPER (1998) apud FORTES (2000), as fibras de carbono são obtidas pelo processo de carbonização de fibras orgânicas, sendo suas características mecânicas – como elevado módulo de elasticidade e resistência à tração - o resultado do arranjo da micro estrutura das fibras. O processamento da fibra de carbono é obtido em temperatura de cerca de 3000 °C. O agrupamento de milhares de átomos de carbono alinhados na direção da fibra original toma a dimensão de fio de cabelo, formando a fibra de carbono.

Além do sistema de laminados de fibra de carbono fabricado in loco (“hand lay-up”), existem outros três sistemas de reforço com PRFC, conforme Robery e Innes (1997):

- Chapas ou tiras pultrudadas, ou seja, chapas (ou tiras) de PRFC de elevada resistência impregnadas com resina epóxi ou poliéster, que resultam em perfis contínuos dos mais diversos formatos. O reforço se dá pela colagem destes perfis sobre a superfície de concreto;

- Fios de fibra de carbono, enrolados sob tensão, que são colados como filamentos sobre a superfície ou enrolados a seco e então curados a quente;

- lâminas pré-impregnadas (prepreg), com espessura inferior a 1mm, similar a do papel de parede, que são coladas sobre a superfície do concreto com resina. Como estas lâminas ajustam-se à curvatura do elemento, é possível a aplicação em cantos

“vivos”.

Segundo FORTES(2000), o procedimento de execução de um reforço com PRFC é dividido em duas etapas distintas, sendo a primeira a preparação da superfície e a segunda a aplicação do sistema de reforço.

A primeira etapa tem a finalidade de retirar a camada superficial, pouco resistente e impregnada de sujeira, preparando assim uma superfície que ofereça condições favoráveis à aplicação do reforço. Após a escarificação desta superfície de concreto deve-se proceder à limpeza cuidadosa retirando-se quaisquer sinais de partículas soltas ou poeira. Conclui-se esta etapa com a aplicação de um primer, regularizando e melhorando as características da camada superficial, facilitando desta forma a fixação do adesivo epoxídico.

Na segunda etapa é realizada a aplicação do reforço propriamente dito, seguindo-se diferentes procedimentos dependendo do sistema adotado.

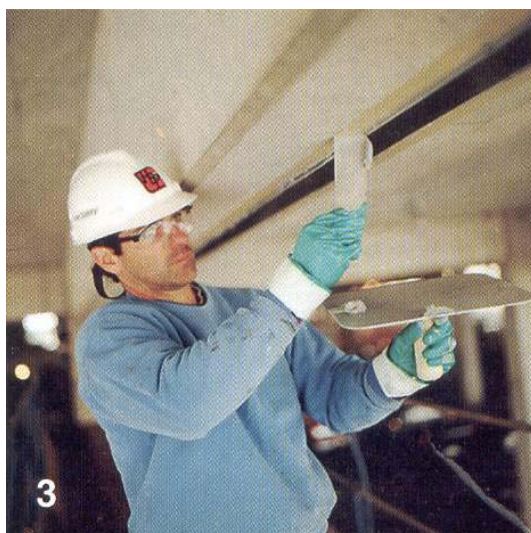


Figura 1 – Aplicação do Laminado de PRFC (MANUAL DA SIKA, 1998)

Tabela 1 – Comparação entre reforço com chapas de aço e PRFC (Fortes,2000)

Parâmetro	Fibra de Carbono	Chapa de Aço
Densidade (kg/m ³)	1800 (Baixa)	7850 (Alta)
Resistência à tração (MPa)	3800 (Muito Alta)	620 (Alta)
Módulo à tração (GPa)	227	200
Deformação na Ruína (%)	1,7	12
Corrosão	Não	Sim
Comprimento	Qualquer	Limitado
Manuseio e Aplicação	Fácil	Difícil
Resistência à Fadiga	Muito Boa	Adequada
Custo do Material	Alto	Baixo
Custo da Aplicação	Baixo	Alto
Espessura Final	Muito Baixa	Baixa

No decorrer deste trabalho se dará prosseguimento à pesquisa bibliográfica a respeito deste tema. A utilização das lâminas de PRFC é ainda muito recente, porém já existe uma diversidade muita grande de pesquisas publicadas e em andamento a respeito deste assunto, portanto, novas informações devem ser adquiridas ao longo do desenvolvimento da pesquisa.

2.2 - MODELOS UTILIZADOS PARA O DIMENSIONAMENTO DE VIGAS REFORÇADAS:

Os procedimentos de projeto que utilizam as laminados de carbono para o reforço à flexão são baseados nos princípios do estado limite.

Conforme BEBER(1999), a determinação do momento último de vigas retangulares de concreto armado reforçadas com lâminas de fibra de carbono passa, obrigatoriamente, pela verificação da seção transversal à flexão, ao descolamento e ao

cisalhamento.

2.2.1 - Verificação da Seção transversal à flexão:

A análise no estado limite último calcula a capacidade resistente da seção fazendo-se o equilíbrio de forças levando em conta a compatibilidade de deformações e as leis constitutivas dos materiais na ruptura.

Através de estimativas de tensões e deformações, é possível a determinação da carga de ruptura por flexão, por intermédio de um processo iterativo. São admitidas as seguintes hipóteses para a flexão simples:

- Até a ruptura, as seções transversais permanecem planas (hipótese de Bernoulli), portanto a distribuição de deformações específicas normais (ε) ao longo da altura da seção é linear, como mostra a Figura 2;
- O encurtamento de ruptura do concreto (ε_{cu}) é de 3,5 ‰;
- O alongamento máximo permitido para a armadura de tração (ε_{s1}) é de 10 ‰;
- É desprezada a resistência à tração do concreto;
- Ocorre uma aderência perfeita entre o elemento de reforço e o substrato de colagem;

A partir destas hipóteses, podem-se traçar os diagramas de deformações e tensões e forças resultantes em uma seção de concreto armado reforçada, como é mostrado para uma seção retangular na Figura 2.

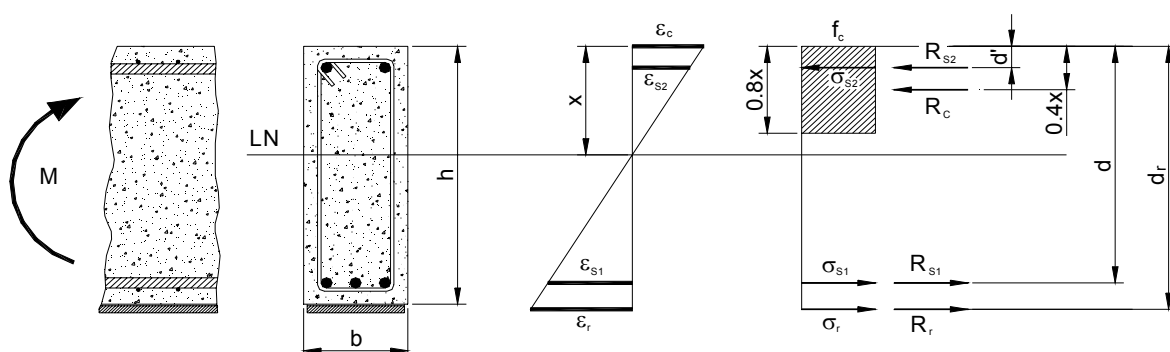


Figura 2 - Distribuição de tensões e deformações em uma seção retangular de concreto armado no estado limite último

Postuladas estas hipóteses inicia-se o processo iterativo que calcula a posição da linha neutra (x) através da determinação de sucessivos valores para as deformações específicas e tensões. Atingindo-se a convergência nestes valores, ou seja, atingindo o equilíbrio das forças ($R_r + R_{s1} = R_c + R_{s2}$), determina-se o momento último da seção transversal.

$$M_u = \sigma_{s1} A_{s1} d + \sigma_r A_r d_r - 0,32 b_w f_c x^2 - \sigma_{s2} A_{s2} d' \quad (1.1)$$

onde:

- A_{s1} área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada
- A_{s2} área da seção transversal da armadura longitudinal comprimida
- A_r área da seção transversal de reforço
- f_c resistência média à compressão do concreto
- σ_{s1} tensão na armadura longitudinal tracionada
- σ_{s2} tensão na armadura longitudinal comprimida
- σ_r tensão no reforço
- d distância do ponto de aplicação da resultante de tensões de tração na armadura longitudinal ao ponto de maior encurtamento da seção transversal fletida.

- d' distância do ponto de aplicação da resultante de tensões de compressão na armadura longitudinal ao ponto de maior encurtamento da seção transversal fletida.
- d_r distância do ponto de aplicação da resultante de tensões de tração no reforço ao ponto de maior encurtamento da seção transversal fletida.
- X altura da linha neutra a partir do topo da seção

2.2.2 - Descolamento:

Segundo BEBER(1999), o efeito do desprendimento da lâmina de reforço ou *peeling off* deve-se à alta concentração de tensões tangenciais na região próxima ao apoio. A tensão de tração no reforço é transmitida para o concreto através do adesivo ao longo de todo o comprimento de ancoragem (l_b). O comprimento de ancoragem é o valor mínimo necessário para que a lâmina de reforço transmita ao concreto o esforço normal, o qual está submetido, sem que a tensão de aderência supere o valor último (τ_{bu}). O valor do comprimento de ancoragem é determinado através da expressão:

$$l_b = \frac{f_r e}{\tau_{bu}} \quad (1.2)$$

onde:

- f_r resistência última do reforço à tração
- τ_{bu} tensão última de aderência
- e espessura do reforço

Entretanto, este valor será limitado pelo máximo comprimento de ancoragem imposto pelas características geométricas do protótipo e o esquema de aplicação da carga. A partir do valor da tensão de aderência e das características da lâmina de reforço, determina-se a força máxima admissível para o concreto, na interface concreto/lâmina, que pode ser expressa por:

$$F_{\max} = \tau_{bu} b l_b \quad (1.3)$$

onde:

b Largura da lâmina de reforço

2.2.3 - Cisalhamento:

A verificação da carga de ruptura por cisalhamento é de fundamental importância, principalmente para os elementos reforçados à flexão, uma vez que o aumento da capacidade de carga pode conduzir a uma mudança no modo de falha da peça. O valor do momento último, para a ruptura por cisalhamento, é calculado por:

$$M_u = 0,29 b_w d l \left(\frac{\sigma_{sw} A_{sw}}{b_w s} + \tau_c \right) \quad (1.4)$$

onde:

A_r área da seção transversal do reforço
 A_{sw} área da seção transversal de um estribo
 σ_{sw} tensão normal no estribo
 τ_c tensão tangencial absorvida pela seção transversal de concreto
 b_w Largura da viga
 s Espaçamento entre estribos
 l Comprimento do vão

2.3 - MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS:

Na prática, muitos problemas são complicados para terem uma solução matemática fechada. Os métodos clássicos descrevem os problemas com equações

diferenciais parciais, fornecendo respostas prontas para os casos mais comuns de carregamento e geometria. Entretanto diversos são os casos em que uma solução numérica é necessária, e um dos mais versáteis métodos para tal é o Método dos Elementos Finitos (MEF).

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um método aproximado em engenharia. Aplica-se em geral a problemas em que não é possível obter soluções satisfatórias por métodos analíticos. O MEF pode ser definido sob diferentes enfoques (LA ROVERE, 2001):

Enfoque matemático: O método pode ser interpretado como um método aproximado para a solução de equações diferenciais parciais ou Problemas de Valor de Contorno (PVC), assim como o Método das Diferenças Finitas.

Enfoque físico: O método pode ser caracterizado como um método de discretização, ou seja, transforma um sistema contínuo, com uma infinidade de pontos, em um sistema discreto com um número finito de pontos.

Enfoque variacional: O método é uma modificação do Método de Rayleigh-Ritz, em que o domínio de integração do funcional é subdividido em regiões.

Neste trabalho será utilizado o conhecido como Modelo Compatível do Método dos Elementos Finitos. Nesta formulação as incógnitas são deslocamentos e chega-se a um sistema de equações algébricas de equilíbrio de forças através do Princípio de Energia Potencial Mínima ou do Princípio dos Trabalhos Virtuais. Para análise não linear de estruturas deve-se aplicar o Princípio dos Trabalhos Virtuais.

2.3.1 - Formulação do Método dos Elementos Finitos:

Segundo SELKE e PEREIRA (1997) apud LA ROVERE (2001) no MEF o funcional exato de Energia Potencial Total (π) do problema é substituído por um funcional aproximado (π_p), onde as variáveis do problema são expressas em termos de

funções de interpolação, ponderadas por parâmetros a determinar. Tais parâmetros são normalmente associados com as variáveis do problema. O domínio é particionado em regiões e, sobre estas regiões, as variáveis do problema são expressas por combinações lineares das funções de interpolação, ponderadas pelos parâmetros a determinar.

Estas funções definem o comportamento aproximado das variáveis do problema sobre o elemento; a sua escolha constitui a principal etapa do método. Cada elemento é então considerado isolado dos demais. O comportamento individual de cada elemento é determinado em termos de uma relação entre cargas ou tensões e deslocamentos nodais, definidos como valores nodais das variáveis, aproximados pelas funções de interpolação. A escolha dos pontos nodais no contorno – ou eventualmente no interior – dos elementos é feita de forma que os parâmetros a determinar sejam os valores das variáveis do problema nestes pontos. O número de pontos nodais é determinado pelo número de parâmetros a determinar, chamados graus de liberdade do elemento, de forma que o número de equações lineares resultantes seja igual ao número de parâmetros a determinar.

Finalmente, após a organização destas relações na forma matricial, em termos dos coeficientes de rigidez, a interação entre cada parte do domínio permite estabelecer a solução em termos dos coeficientes a determinar, na forma de um sistema de equações algébricas lineares, também em termos dos coeficientes de rigidez.

O sistema de equações de equilíbrio de forças que fornece a solução da estrutura global é escrito na forma:

$$\underset{\sim}{K} \underset{\sim}{U} = \underset{\sim}{F} \quad (1.5)$$

onde:

$\underset{\sim}{K}$ é a matriz de rigidez da estrutura;

\tilde{U} é o vetor de deslocamentos nodais da estrutura e

\tilde{F} é o vetor de forças nodais da estrutura, que inclui forças aplicadas diretamente nos nós e forças equivalentes a cargas atuando nos elementos.

Na verdade, obtidos a matriz de rigidez e o vetor de cargas consistente de cada elemento, pode-se aplicar os métodos usuais de análise matricial de estruturas para formar a matriz de rigidez e o vetor de forças nodais da estrutura, somando-se a contribuição de todos os elementos. Aplicando-se as condições de contorno, ou seja restringindo-se a estrutura, resolve-se o sistema de equações resultante e obtém-se os deslocamentos nodais \tilde{U} ; a partir destes calcula-se o vetor \tilde{u}^e de deslocamentos u, v dentro de cada elemento e as deformações específicas e tensões em cada ponto (x,y) do elemento.

No caso em que a matriz de rigidez depende do vetor de deslocamentos, $\tilde{K} = \tilde{K}(\tilde{U})$ a equação (1.5) será não linear. Deve-se então aplicar um método iterativo para solução destas equações, conforme será visto com mais detalhes no Capítulo 3.

2.4 – MODELOS DE ANÁLISE NÃO LINEAR:

Uma revisão completa de modelos que consideram a não-linearidade física em estrutura de concreto armado encontra-se na referência STRAMANDINOLI (2003).

CAPÍTULO 3

FORMULAÇÃO DO ELEMENTO VIGA/COLUNA NÃO LINEAR

Neste Capítulo é apresentada a formulação proposta para o elemento viga/coluna não linear. O elemento de barra utilizado possui dois nós externos com três graus de liberdade e um nó interno com um grau de liberdade, o qual é condensado posteriormente, semelhante ao utilizado por CHAN (1982) e MARI (1984) . Nesta formulação é levado em conta o comportamento não linear físico dos materiais, sendo a não-linearidade geométrica das peças desconsiderada.

Será utilizado o Princípio dos Trabalhos Virtuais para a formulação do elemento, sendo o mesmo obtido pela superposição do elemento de treliça com o elemento de viga. Inicialmente considera-se o material elástico-linear, incluindo-se após a não linearidade de material.

3.1 – Hipóteses Básicas

Hipóteses básicas consideradas:

- estar trabalhando no limite dos pequenos deslocamentos;
- a hipótese de Bernoulli, ou seja, as seções permanecem planas após a ocorrência de carregamentos e as deformações são linearmente proporcionais à sua distância à linha neutra;
- são desconsideradas as deformações por cisalhamento nas peças;

- é considerada uma aderência perfeita entre o reforço e o substrato de concreto e entre a armadura e o concreto;
- admite-se que a estrutura apresenta ruptura por flexão.

3.2 – Elemento Viga/Coluna linear

A seguir são formulados separadamente os elementos de treliça com três nós e três graus de liberdade e o elemento de viga com dois nós e quatro graus de liberdade. Como já explicado inicialmente será considerado inicialmente o material como sendo elástico-linear.

3.2.1 – Elemento de Treliça Linear

Na Figura 3 ilustra-se o elemento de barra de comprimento L , seção transversal de área A e material de módulo de elasticidade E . Para este elemento de treliça serão considerados somente os deslocamentos horizontais u .

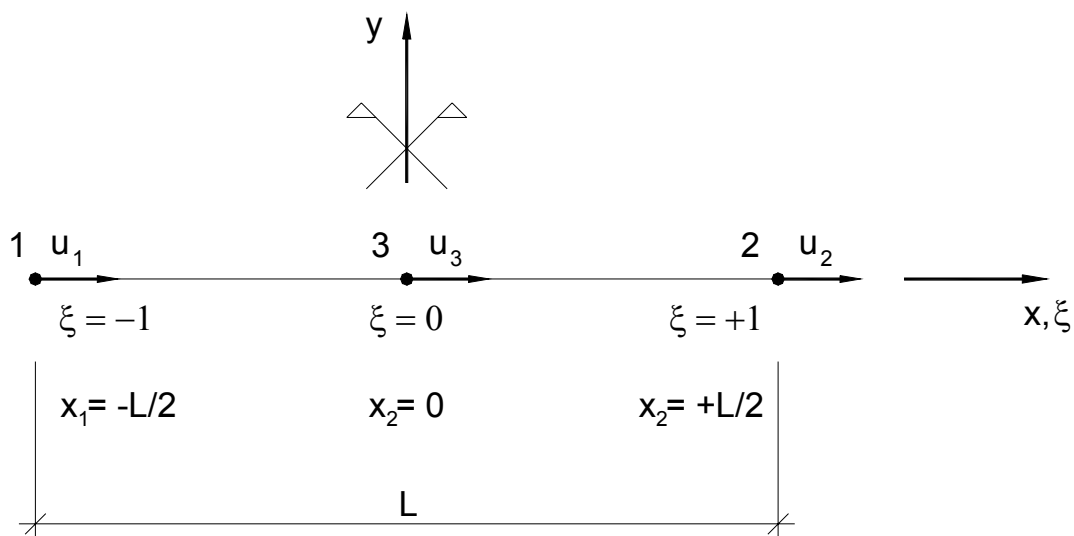


Figura 3 – Elemento de treliça de três nós

As funções de interpolação que descrevem o campo de deslocamentos são expressas em termos da coordenada natural (ξ) que varia sempre de -1 a $+1$:

$$N_1 = \frac{1-\xi}{2} \quad (3.1)$$

$$N_2 = \frac{1+\xi}{2} \quad (3.2)$$

$$N_3 = 1 - \xi^2 \quad (3.3)$$

As expressões que descrevem o campo de deslocamentos longitudinais na origem da ordenada “y” e a geometria do elemento são dadas por:

$$u_0(\xi) = N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 \alpha_1 \quad (3.4)$$

$$x = N_1 x_1 + N_2 x_2 \quad (3.5)$$

Substituindo-se (3.1), (3.2) e (3.3) em (3.4) tem-se:

$$u_0(\xi) = \frac{1-\xi}{2} u_1 + \frac{1+\xi}{2} u_2 + (1-\xi^2) \alpha_1 \quad (3.6)$$

Observa-se da expressão (3.6) que quando $\xi=0$ o valor do deslocamento neste ponto será obtido por:

$$u_3 = \frac{u_1 + u_2}{2} + \alpha_1 \quad (3.7)$$

Substituindo-se (3.1) e (3.2) em (3.5) tem-se:

$$x = \frac{(1-\xi)}{2} x_1 + \frac{(1+\xi)}{2} x_2 \quad (3.8)$$

O mapeamento, ou seja, a transformação de coordenadas cartesianas em coordenadas naturais, é obtido substituindo-se x_1 e x_2 em (3.6) obtendo-se:

$$\xi = \frac{2x}{L}, \quad \text{logo} \quad \frac{d\xi}{dx} = \frac{2}{L} \quad (3.9)$$

Derivando-se o campo de deslocamentos (3.4) em relação a x e com a aplicação da regra da cadeia encontram-se as deformações ε na direção x :

$$\varepsilon_0(\xi) = \frac{du_0}{dx} = \frac{du_0}{d\xi} \cdot \frac{d\xi}{dx} \quad (3.10)$$

A expressão (3.6) pode ser reescrita da forma matricial:

$$u_0(\xi) = \underset{\sim}{N} \underset{\sim}{U} \quad (3.11)$$

onde:

$$\underset{\sim}{N} = [N_1 \quad N_2 \quad N_3] \quad \text{e} \quad \underset{\sim}{U} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

Substituindo-se as equações (3.1), (3.2), (3.3) e (3.11) em (3.10) obtém-se o campo das deformações axiais ε_0 em qualquer ponto ξ no elemento sob a forma matricial:

$$\varepsilon_0 = \left[-\frac{1}{L} \quad +\frac{1}{L} \quad -\frac{4\xi}{L} \right] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} \quad \text{ou} \quad \varepsilon_0(\xi) = \underset{\sim}{B} \underset{\sim}{U} \quad (3.13)$$

A partir das deformações são obtidas as tensões em qualquer ponto ξ no elemento através da equação constitutiva para um material elástico-linear.

$$\sigma_0 = E \varepsilon_0 \quad (3.14)$$

Substituindo-se a expressão (3.13) em (3.14) vem, sob a forma matricial:

$$\underset{\sim}{\sigma} = \underset{\sim}{D} \underset{\sim}{\varepsilon} \quad \text{onde:} \quad \begin{cases} \underset{\sim}{\sigma} = \sigma_0 \\ \underset{\sim}{D} = E \\ \underset{\sim}{\varepsilon} = \varepsilon_0 \end{cases} \quad (3.15)$$

A matriz de rigidez do elemento será determinada com a utilização do Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV). Admitido-se um conjunto de deslocamentos virtuais nodais aplicados ao elemento e correspondentes forças nodais atuantes e sabendo-se do PTV que durante qualquer deslocamento virtual imposto ao elemento, o trabalho externo total realizado pelas forças nodais deve ser igual ao trabalho interno total realizado pelas forças internas, vem que:

$$\delta W^e = \delta W^i \quad (3.16)$$

As expressões que representam o trabalho das forças externas e o trabalho das forças internas serão dados respectivamente por:

$$\delta W^e = \delta \underset{\sim}{u}^t \underset{\sim}{k} \underset{\sim}{u} \quad (3.17)$$

$$\delta W^i = \int \delta \underset{\sim}{\varepsilon}^t \underset{\sim}{\sigma} dV \quad (3.18)$$

Igualando-se as equações (3.17) e (3.18) e introduzindo as expressões (3.13) e (3.15) tem-se que:

$$\delta \underset{\sim}{u}^t \underset{\sim}{k} \underset{\sim}{u} = \int_V \delta \underset{\sim}{u}^t \underset{\sim}{B}^t \underset{\sim}{D} \underset{\sim}{B} \underset{\sim}{u} dV \quad (3.19)$$

A matriz de rigidez do elemento de treliça será então obtida pela seguinte expressão:

$$k = \int_V \tilde{B}^t \tilde{D} \tilde{B} dV \quad (3.20)$$

Sabendo-se que $dV = A \frac{L}{2} d\xi$ tem-se então que:

$$k = \int_{-1}^{+1} \tilde{B}^t \tilde{D} \tilde{B} A \frac{L}{2} d\xi \quad (3.21)$$

Substituindo as matrizes \tilde{B} e \tilde{D} em (3.21), e efetuando os produtos e integrais, é obtida então a matriz de rigidez de um elemento de treliça de três nós:

$$k = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} +1 & -1 & 0 \\ -1 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{16}{3} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

3.2.2 – Elemento de Viga Linear

Para o elemento de viga será admitido também um elemento de barra de comprimento L , seção transversal A e material de módulo de elasticidade E , sendo que agora serão considerados os deslocamentos verticais v e as rotações em torno do eixo z . Este elemento está apresentado na Figura 4.

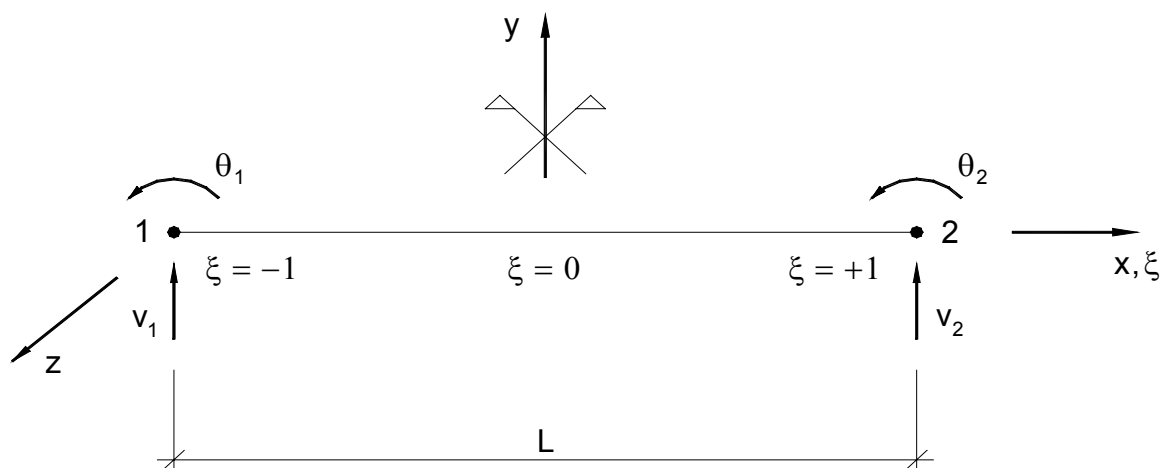


Figura 4 – Elemento de viga de dois nós

A partir da hipótese de Bernoulli e desprezando-se a deformação por cisalhamento, determina-se a expressão do deslocamento longitudinal de um ponto de abscissa y dentro da seção de ordenada x , conforme ilustrado na Figura 5.

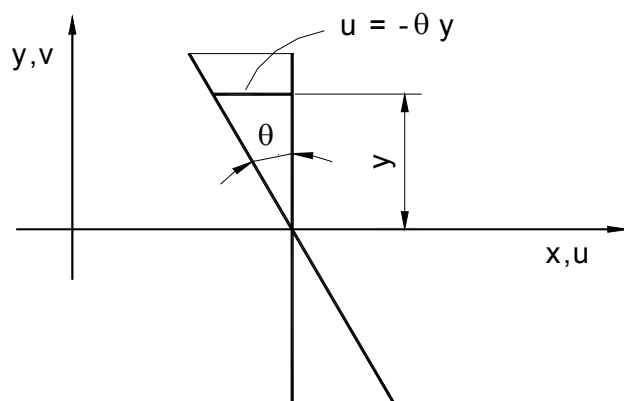


Figura 5 – Seção transversal após a deformação do elemento

Serão utilizadas as mesmas funções de interpolação usadas no elemento de treliça para descrever a geometria, enquanto que para descrever o campo de deslocamentos dentro do elemento de viga serão utilizados os polinômios cúbicos de Hermite, cujas expressões estão apresentadas a seguir:

$$N_1 = 1 - \frac{3}{4}(\xi + 1)^2 + \frac{1}{4}(\xi + 1)^3 \tag{3.23}$$

$$N_2 = \frac{L}{2}(\xi + 1) - \frac{L}{2}(\xi + 1)^2 + \frac{L}{8}(\xi + 1)^3 \tag{3.24}$$

$$N_3 = \frac{3}{4}(\xi + 1)^2 - \frac{1}{4}(\xi + 1)^3 \tag{3.25}$$

$$N_4 = -\frac{L}{4}(\xi + 1)^2 + \frac{L}{8}(\xi + 1)^3 \tag{3.26}$$

O campo de deslocamentos dentro do elemento viga será definido então pela seguinte expressão:

$$v = N_1 v_1 + N_2 \theta_1 + N_3 v_2 + N_4 \theta_2 \quad \text{ou} \quad v = \tilde{N} \tilde{d} \quad , \text{ onde: } \tilde{d} = \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (3.26)$$

Portanto, quando:

$$\xi = 1 \quad v = v_2$$

$$\xi = -1 \quad v = v_1$$

$$\xi = 1 \quad \frac{dv}{dx} = \theta_2$$

$$\xi = -1 \quad \frac{dv}{dx} = \theta_1$$

O campo de deslocamentos longitudinais será obtido a partir das rotações θ com a utilização da expressão definida na Figura 5. Tem-se então que:

$$\theta = \frac{dv}{dx}, \quad \text{logo}$$

$$u = -\frac{dv}{dx} y \quad (3.27)$$

Conforme já visto para o elemento de treliça, o campo das deformações ε na direção x será obtido derivando-se o campo de deslocamentos em relação a x .

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} = -\frac{d^2v}{dx^2} y \quad \text{ou} \quad \varepsilon_x(\xi, y) = -\varphi y, \quad \text{onde: } \varphi = \text{curvatura} \quad (3.28)$$

A expressão que descreve as rotações em qualquer ponto ξ é dada pela derivada de (3.26) em relação a x :

$$\theta(\xi) = \frac{dv}{dx} = \frac{dv}{d\xi} \frac{d\xi}{dx}, \quad \text{onde: } \frac{d\xi}{dx} = \frac{2}{L}, \quad \text{portanto: } \theta(\xi) = \frac{2}{L} \frac{dv}{d\xi} \quad (3.29)$$

Derivando-se as funções de interpolação (3.23), (3.24), (3.25) e (3.26) em relação a ξ tem-se:

$$N_1' = -\frac{3}{2}(\xi + 1) + \frac{3}{4}(\xi + 1)^2 \quad (3.30)$$

$$N_2' = \frac{L}{2} - L(\xi + 1) + \frac{3L}{8}(\xi + 1)^2 \quad (3.31)$$

$$N_3' = \frac{3}{2}(\xi + 1) - \frac{3}{4}(\xi + 1)^2 \quad (3.32)$$

$$N_4' = -\frac{L}{2}(\xi + 1) + \frac{3L}{8}(\xi + 1)^2 \quad (3.33)$$

Pode-se escrever então que:

$$\theta(\xi) = \frac{2}{L} [N_1'v_1 + N_2'\theta_1 + N_3'v_2 + N_4'\theta_2] \quad (3.32)$$

Para ser definida a expressão (3.28) é necessário ainda chegar-se à equação que descreve o campo das curvaturas ao longo do elemento, a qual é obtida derivando-se as rotações (3.32) em relação a x :

$$\varphi(\xi) = \frac{d\theta}{dx} = \frac{d\theta}{d\xi} \frac{d\xi}{dx}, \quad \text{onde: } \frac{d\xi}{dx} = \frac{2}{L}, \quad \text{portanto: } \varphi(\xi) = \frac{2}{L} \frac{d\theta}{d\xi} \quad (3.33)$$

Derivando-se as funções (3.30), (3.31), (3.32) e (3.33) em relação a ξ tem-se:

$$N_1'' = -\frac{3}{2}(\xi + 1) + \frac{3}{4}(\xi + 1)^2 \quad (3.34)$$

$$N_2'' = -L + \frac{3L}{4}(\xi + 1) \quad (3.35)$$

$$N_3'' = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}(\xi + 1) \quad (3.36)$$

$$N_4'' = -\frac{L}{2} + \frac{3L}{4}(\xi + 1) \quad (3.37)$$

Portando a expressão que descreve o campo das curvaturas para qualquer valor de ξ é dada por:

$$\varphi(\xi) = -\frac{4}{L^2} [N_1'' v_1 + N_2'' \theta_1 + N_3'' v_2 + N_4'' \theta_2] \quad (3.38)$$

Finalmente introduzindo-se a equação (3.38) em (3.29) obtém-se o campo das deformações sob a forma matricial:

$$\varepsilon_x(\xi, y) = - \left[\begin{array}{cc|cc} \frac{6\xi}{L^2} & \frac{1}{2}(3\xi - 1) & -\frac{6\xi}{L^2} & \frac{1}{L}(3\xi + 1) \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{array} \right\} y \quad \text{ou} \quad \underline{\varepsilon} = - \underline{\tilde{B}} \underline{\tilde{d}} y \quad (3.40)$$

onde: $\underline{\varphi} = \underline{\tilde{B}} \underline{\tilde{d}}$

A partir das deformações são obtidas as tensões em qualquer ponto ξ, y no elemento através da equação constitutiva para um material elástico-linear.

$$\sigma_x = E \varepsilon_x \quad (3.41)$$

Substituindo-se a expressão (3.40) em (3.14) vem, sob a forma matricial:

$$\underset{\sim}{\sigma} = \underset{\sim}{D} \underset{\sim}{\varepsilon} \quad \text{onde:} \quad \begin{cases} \underset{\sim}{\sigma} = \sigma_x \\ \underset{\sim}{D} = E \\ \underset{\sim}{\varepsilon} = \varepsilon_x \end{cases} \quad (3.42)$$

Aplicando-se o Princípio dos Trabalhos Virtuais, como já visto para o elemento de treliça, tem-se a equação 3.16:

As expressões que representam o trabalho das forças externas e o trabalho das forças internas serão dados respectivamente por:

$$\delta W^e = \delta \underset{\sim}{d}^t \underset{\sim}{f} \quad (3.43)$$

$$\text{onde:} \quad \underset{\sim}{f} = \begin{Bmatrix} V_1 \\ M_1 \\ V_2 \\ M_2 \end{Bmatrix}$$

$$\delta W^i = \int \delta \underset{\sim}{\varepsilon}^t \underset{\sim}{\sigma} dV \quad (3.44)$$

$$\text{onde:} \quad dV = A dx$$

Substituindo (3.42) e (3.40) em (3.44) vem que:

$$\delta W^i = \int_{-L/2}^{+L/2} \delta \tilde{d}^T \tilde{B}^T E \tilde{B} \tilde{d} dx \int_A y^2 dA \quad (3.45)$$

Sabendo-se que $f = k \tilde{d}$, $dx = \frac{L}{2} d\xi$ e $I = \int_A y^2 dA$ (momento de inércia da seção em relação ao eixo z), a expressão da matriz de rigidez para o elemento de viga proposto é obtida igualando-se as expressões (3.43) e (3.45), de onde vem:

$$k = \int_{-1}^{+1} \tilde{B}^T(\xi) EI \tilde{B}(\xi) \frac{L}{2} d\xi \quad (3.46)$$

Substituindo-se a matriz \tilde{B} em (3.46), e efetuando os produtos e integrais, é obtida então a matriz de rigidez de um elemento de viga de dois nós:

$$k = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

3.3 – Elemento Viga/Coluna não linear

Para o elemento não linear tem-se que $\tilde{D} = \tilde{D}(\varepsilon)$, ou seja, as deformações ε variam linearmente ao longo do eixo e da altura da seção transversal do elemento viga/coluna (ver equação 3.40), desta forma a matriz constitutiva \tilde{D} não será mais considerada constante ao longo do elemento como no caso do material elástico-linear, uma vez que as tensões não são mais proporcionais às deformações. Para a consideração na formulação proposta da não-linearidade dos materiais envolvidos é preciso agora estabelecer os procedimentos que permitam levar em conta a variação da matriz constitutiva ao longo do elemento.

Um dos procedimentos possíveis utilizando-se elementos finitos em uma análise não linear é dividir o elemento viga/coluna em uma série de sub-elementos, considerando-se nestes o momento fletor e conseqüentemente a curvatura constante (adota-se o valor da curvatura no centro do elemento para a determinação de \tilde{D}). Aumentando-se o número de sub-elementos melhora-se a precisão da solução.

No modelo estrutural proposto neste trabalho a matriz constitutiva \tilde{D} é avaliada para deformações localizadas nos pontos de integração de Gauss, mantendo-se a curvatura variando linearmente ao longo do eixo x ou ξ . Como no procedimento citado no parágrafo anterior, neste também a viga/coluna é dividida em elementos, entretanto, são necessários menos elementos para obter-se uma solução precisa, ou seja, o modelo estrutural proposto possibilita a utilização de uma malha mais grossa, reduzindo-se o esforço computacional da análise.

Como as deformações ε variam também ao longo da altura da seção transversal do elemento viga/coluna é necessário ainda integrar as tensões na ordenada y nos pontos de integração de Gauss. Para isto a seção transversal será discretizada através do Método das Lamelas a ser descrito no próximo item 3.4.

Obtida a matriz constitutiva em cada ponto de Gauss é possível então o cálculo dos esforços (forças restauradoras) e da matriz de rigidez do elemento como será visto com mais detalhes no item 3.6.

A formulação do elemento da viga/coluna considerando a não-linearidade do material está descrita a seguir.

Na Figura 6 a seguir estão mostrados os deslocamentos nodais do elemento viga/coluna (superposição do elemento de treliça e de viga) e sua geometria para um elemento de comprimento L .

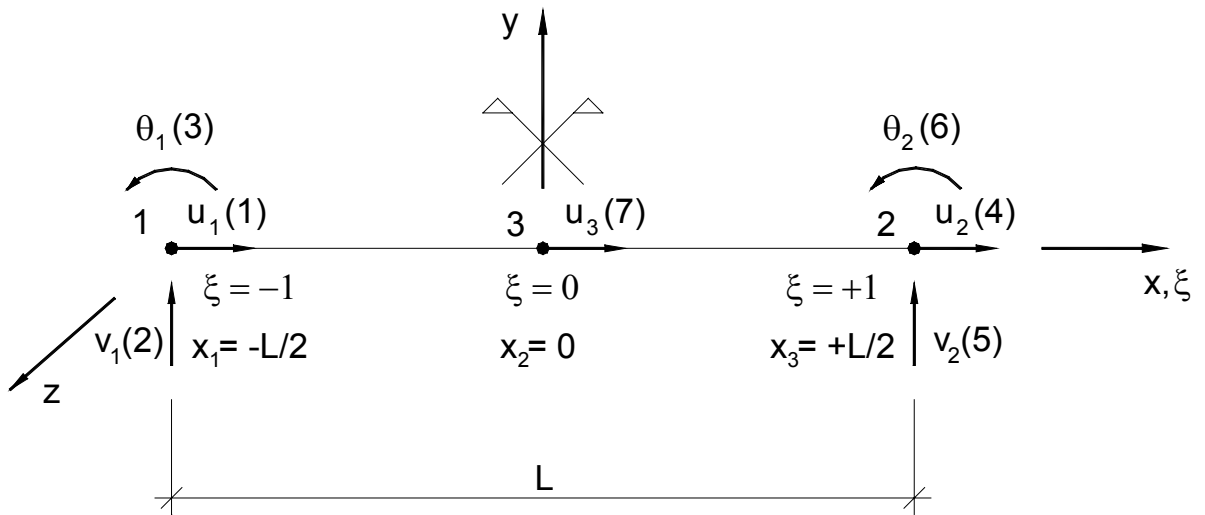


Figura 6 – Elemento de Viga/Coluna não linear

O campo de deslocamentos longitudinais no elemento é obtido pela superposição das equações (3.4) e (3.27):

$$u(\xi, y) = \frac{(1-\xi)}{2}u_1 + \frac{(1+\xi)}{2}u_2 + (1-\xi^2)\alpha_1 - y \frac{dv}{dx} \quad \text{ou}$$

$$u(\xi, y) = \frac{(1-\xi)}{2}u_1 + \frac{(1+\xi)}{2}u_2 + (1-\xi^2)\alpha_1 - y \frac{2}{L} \frac{dv}{d\xi} \quad (3.48)$$

Fazendo $u_0(\xi) = \frac{(1-\xi)}{2}u_1 + \frac{(1+\xi)}{2}u_2 + (1-\xi^2)\alpha$ tem-se então que:

$$u(\xi, y) = u_0(\xi) - y \frac{2}{L} \frac{dv}{d\xi} \quad (3.49)$$

Observa-se das equações (3.48) e (3.49) que, adicionando-se o nó 3 e este sétimo grau de liberdade, o campo de deslocamentos axial passa a ser parabólico e portanto compatível com os deslocamentos horizontais devido à flexão, uma vez que o campo de deslocamentos verticais (v) é cúbico.

O campo das deformações longitudinais é encontrado derivando-se a expressão (3.49) em relação a x:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{du}{dx} = \frac{2}{L} \frac{du}{d\xi} \\ \varepsilon_x &= \frac{u_2 - u_1}{L} - \frac{4\xi}{L} - y \frac{4}{L^2} \frac{d^2v}{d\xi^2} \end{aligned} \quad (3.50)$$

Chamando de $\varepsilon_0 = \frac{u_2 - u_1}{L} - \frac{4\xi}{L}$ a deformação axial na linha neutra (y=0) e lembrando que $\frac{4}{L^2} \frac{d^2v}{d\xi^2} = \frac{d^2v}{d\xi^2} = \varphi$ corresponde a curvatura da seção, pode-se reescrever a expressão (3.50) na forma:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_0 - y\varphi \quad (3.51)$$

que na forma matricial é representado por:

$$\varepsilon_x = [1 \quad -y] \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varphi \end{Bmatrix} = \underset{\sim}{A} \underset{\sim}{\varepsilon} \quad (3.52)$$

onde:

$$\underset{\sim}{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varphi \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad \underset{\sim}{A} = [1 \quad -y]$$

A Figura 7 esclarece os termos dessas expressões.

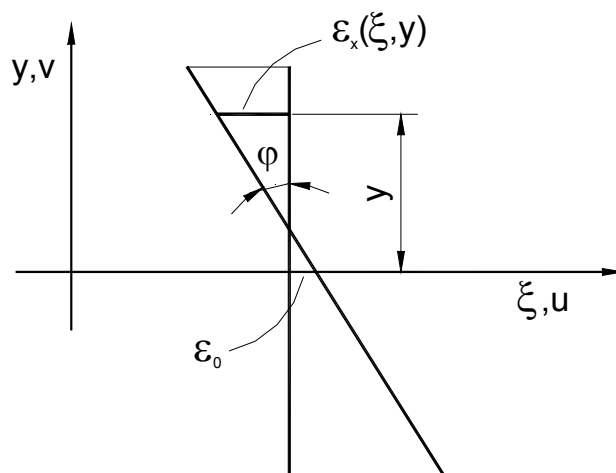


Figura 7 – Seção transversal após a deformação do elemento

Portanto a expressão (3.52) fornece a deformação longitudinal ε_x em qualquer ponto ξ (ou x) no eixo e ordenada y na seção transversal do elemento.

Fazendo:

$$\varepsilon = BU^e \tag{3.53}$$

onde:

$$U^{eT} = [u_1 \ v_1 \ \theta_1 \ u_2 \ v_2 \ \theta_2 \ u_3]$$

E introduzindo a equação (3.13) e (3.38) em (3.53) vem:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 & -\frac{4\xi}{L} \\ 0 & \frac{6}{L^2}\xi & \frac{1}{L}(3\xi - 1) & 0 & -\frac{6}{L^2}\xi & \frac{1}{L}(3\xi + 1) & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} \tag{3.54}$$

Substituindo a equação (3.53) em (3.52) vem que:

$$\varepsilon_x(x, y) = ABU^e \tag{3.55}$$

Como as deformações longitudinais variam linearmente ao longo do eixo x e ao longo da ordenada y da seção do elemento e tratando-se agora de uma formulação que leva em conta a não-linearidade dos materiais tem-se que:

$$\sigma_x = E(x, y)\varepsilon_x \tag{3.56}$$

Onde $E(\xi, y)$ é o módulo secante do material.

A matriz de rigidez é obtida então com a aplicação do Princípio dos Trabalhos Virtuais. A equação a seguir representa o trabalho realizado pelas forças externas.

$$\delta W^e = \delta \tilde{U}^{eT} \tilde{f}^e \quad (3.57)$$

onde $\tilde{f}^{eT} = [N_1 \quad V_1 \quad M_1 \quad N_2 \quad V_2 \quad M_2 \quad N_3]$ é o vetor de cargas externas.

E o trabalho realizado pelas forças internas é dado por:

$$\delta W^i = \int_V \delta \varepsilon_x \sigma_x dv \quad (3.58)$$

Igualando-se as expressões (3.57) e (3.58) e introduzindo (3.55) e (3.56) tem-se que:

$$\delta \tilde{U}^{eT} \tilde{f}^e = \int_V \delta \tilde{U}^{eT} \tilde{B}^T \tilde{A}^T E(x, y) \tilde{A} \tilde{B} \tilde{U}^e dV \quad (3.59)$$

Simplificando $\delta \tilde{U}^{eT}$ e sabendo-se que $\tilde{f}^e = k \tilde{U}^e$, onde:

$$k = \int_{-L/2}^{L/2} \tilde{B}^T \tilde{D} \tilde{B} dx \quad (3.60)$$

tem-se que:

$$\tilde{D} = \tilde{D}(x) = \int_A \tilde{A}^T E(x, y) \tilde{A} dA = \begin{bmatrix} EA & -ES \\ -ES & EI \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

onde \tilde{D} é denominada matriz constitutiva secante do material, (A) é a área total da seção, (S) é o momento estático da seção em relação ao eixo de referência e (I) é o momento de inércia em relação ao eixo de referência.

Na solução das equações de equilíbrio não lineares será utilizada a matriz de rigidez tangente, k^t do elemento, e não a matriz secante, desta forma pode-se escrever as equações (3.60) e (3.61) da seguinte forma:

$$\tilde{k}^t = \int_{-L/2}^{+L/2} \tilde{B}^T \tilde{D}^t \tilde{B} dx = \int_{-1}^{+1} \tilde{B}^T(\xi) \tilde{D}^t(\xi) \tilde{B}(\xi) \frac{L}{2} d\xi \quad (3.62)$$

$$\tilde{D}^t(\xi) = \int_A \tilde{A}^T E^t(\xi, y) \tilde{A} dA \quad (3.63)$$

onde E^t é o módulo tangente do material.

Formuladas as equações que representam a matriz de rigidez do elemento e sua matriz constitutiva, é necessário ainda ser obtida a expressão que determina as forças internas, denominadas forças restauradoras.

Estas forças restauradoras no início do processo iterativo da solução das equações não lineares não correspondem ao carregamento aplicado, mas correspondem a uma nova aproximação dos deslocamentos. O processo prossegue-se com a determinação de novas forças, iterativamente, até que estejam dentro de uma tolerância pré-estabelecida em relação as forças aplicadas.

As forças restauradoras podem ser calculadas a partir da equação (3.59) onde simplificando δU^{eT} obtém-se:

$$\tilde{r}^e = \int_{-L/2}^{+L/2} dA \int_A \tilde{B}^T \tilde{A}^T E(x, y) \tilde{A} \tilde{B} dx U^e \quad (3.64)$$

Aplicando as expressões (3.53) e (3.63) pode-se ter ainda:

$$\tilde{r}^e = \int_{-1}^{+1} \tilde{B}^T(\xi) \tilde{D}(\xi) \varepsilon(\xi) \frac{L}{2} d\xi \quad (3.65)$$

Onde $\tilde{D}(\xi)$ é a matriz constitutiva dada pela equação (3.61).

Fazendo

$$\tilde{\sigma}^e = \tilde{D} \tilde{\varepsilon} \quad (3.65)$$

e substituindo-se (3.66) em (3.65), obtém-se:

$$\tilde{r}^e = \int_{-1}^{+1} \tilde{B}^T(\xi) \tilde{\sigma}(\xi) \frac{L}{2} d\xi \quad (3.67)$$

O vetor $\tilde{\sigma}$ representa os esforços na seção em um ponto ξ :

$$\tilde{\sigma}(\xi) = \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (3.68)$$

Sendo N o esforço axial e M o momento fletor, obtidos a partir das deformações:

$$\tilde{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varphi \end{Bmatrix} \quad (3.69)$$

A integração exata da expressão (3.62) resulta na matriz de rigidez:

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & \frac{ES}{l} & -\frac{EA}{l} & 0 & -\frac{ES}{l} & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & -\frac{8ES}{l^2} \\ \frac{ES}{l} & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & -\frac{ES}{l} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & \frac{4ES}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & -\frac{ES}{l} & \frac{EA}{l} & 0 & \frac{ES}{l} & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{8ES}{l^2} \\ \frac{ES}{l} & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & -\frac{ES}{l} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & \frac{4ES}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & -\frac{ES}{l} & \frac{EA}{l} & 0 & \frac{ES}{l} & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{8ES}{l^2} \\ \frac{ES}{l} & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & -\frac{ES}{l} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & \frac{4ES}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & -\frac{ES}{l} & \frac{EA}{l} & 0 & \frac{ES}{l} & 0 \\ 0 & \frac{8ES}{l^2} & \frac{4ES}{l} & 0 & -\frac{8ES}{l^2} & -\frac{4ES}{l} & \frac{16EA}{3l} \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

Observa-se que no regime elástico, quando o eixo de referência coincide com o centróide da seção, tem-se para o momento estático (S) um valor nulo, obtendo-se assim, para a sub-matriz formada pelas primeiras seis linhas e colunas, a matriz de rigidez elástica de um elemento de barra (pórtico plano). Considerando a não-linearidade do material, como a fissuração do concreto e o escoamento da armadura, a linha neutra irá se deslocar fazendo com que o momento estático (S) em relação ao eixo de referência não seja mais igual a zero.

Da diferença entre as forças aplicadas e as forças restauradoras surgem então as forças residuais $\tilde{\psi}^e$, que devem ser dissipadas para restabelecer o equilíbrio do elemento.

$$\tilde{\psi}^e = \tilde{f}^e - \tilde{r}^e \quad (3.71)$$

Para dissipar estas forças residuais será utilizado o método de Newton-Raphson Tangente de acordo com COOK et al (1989). Para implementação computacional do modelo viga/coluna não linear, as integrais da matriz de rigidez tangente (3.62) e o vetor de forças (3.67) serão avaliadas numericamente pelas regras de integração de Gauss, ficando estas expressões definidas respectivamente por:

$$\tilde{k}^t = \sum_{i=1}^{ng} W_i \tilde{B}^T(\xi_i) \tilde{D}^t(\xi_i) \tilde{B}^T(\xi_i) \frac{L}{2} \quad (3.72)$$

e

$$\tilde{r}^e = \sum_{i=1}^{ng} W_i \tilde{B}^T(\xi_i) \tilde{\sigma}(\xi_i) \frac{L}{2} \quad (3.73)$$

Em que ng é o número de pontos de Gauss, W_i é o peso e ξ_i o ponto de Gauss. Neste trabalho são adotados três pontos de Gauss (ng=3). Desta forma, como já explicado, é possível capturar a não-linearidade dos materiais ao longo do elemento e conseqüentemente utilizar-se uma malha mais grossa de elemento.

Levando-se em conta a contribuição de todos os elementos, forma-se então o sistema de equações de equilíbrio da estrutura $\tilde{K} \tilde{U} = \tilde{F}$, onde $\tilde{K} = \sum_{e=1}^{nelms} \tilde{k}^e$, em que esta soma é feita somando-se os coeficientes que correspondem aos mesmos graus de

liberdade, \tilde{U} é o vetor de deslocamentos nodais e \tilde{F} é o vetor de forças da estrutura.

Para aplicação do processo iterativo forma-se o vetor de forças residuais da estrutura a partir do vetor de forças restauradoras onde $\tilde{R} = \sum_{e=1}^{nelms} \tilde{r}^e$ e $\tilde{\psi} = \tilde{F} - \tilde{R}$.

Para avaliação de \tilde{D}^t na expressão (3.72) e de $\tilde{\sigma}$ na expressão (3.73) em cada ponto de Gauss (ξ_i), será utilizado o método das lamelas, conforme explicado no próximo item.

3.4 – Método das Lamelas

Este método é utilizado neste trabalho para a obtenção da matriz constitutiva tangente e dos esforços (axial e momento fletor) em cada ponto de Gauss do elemento.

O método das lamelas consiste em dividir a seção transversal do elemento em um número discreto de camadas ou lamelas, conforme está ilustrado na Figura 8. A origem do eixo y deve coincidir com o centróide da seção, que é calculado levando-se em conta a presença das armaduras e do reforço.

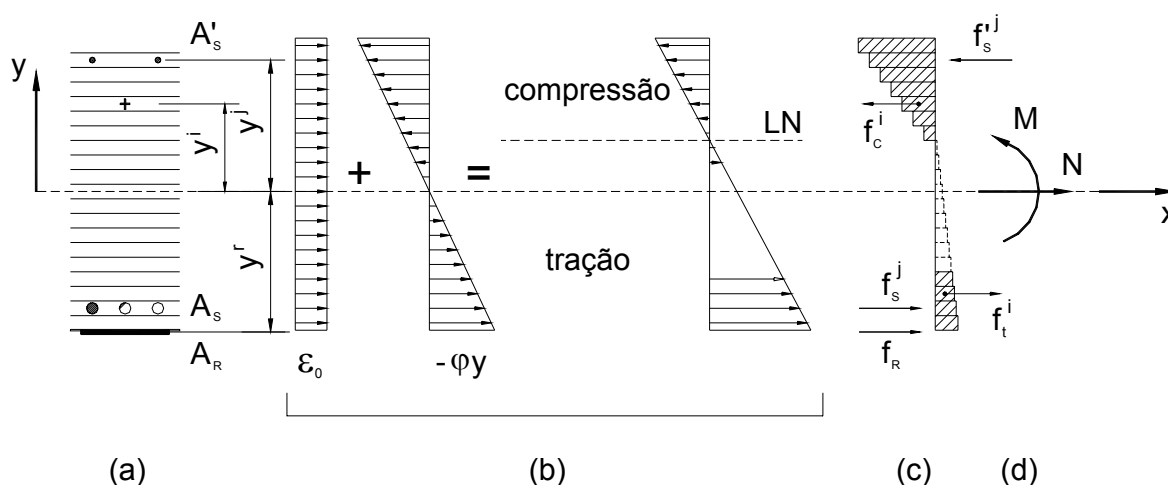


Figura 8 – Seção discretizada em lamelas

(a) discretização da seção;

(b) distribuição de deformações;

(c) distribuição de tensões;

(d) esforços;

Admite-se que cada lamela esteja submetida a um estado uniaxial de tensões normais à seção. A distribuição de deformações para uma dada seção em um ponto ξ do elemento viga/coluna é obtida através da equação (3.51), portanto, no centro de cada lamela i da seção de concreto, a deformação é dada por:

$$\varepsilon_c^i = \varepsilon_0 - y^i \varphi \quad (3.74)$$

Onde y^i é a distância do centro da lamela ao centróide da seção.

Da mesma forma é obtida a distribuição de deformações para cada nível de armadura e para o reforço à flexão do laminado de fibra de carbono:

$$\varepsilon_s^j = \varepsilon_0 - y^j \varphi \quad (3.75)$$

$$\varepsilon_R = \varepsilon_0 - y^r \varphi \quad (3.76)$$

Onde y^j é a distância do centro da armadura ao centróide da seção e y^r é a distância do centro do reforço ao centróide da seção.

Através das relações constitutivas para o concreto, aço e o reforço de fibra de carbono obtém-se as tensões f_c^i , no centro de cada lamela de concreto, as tensões f_s^j , no centro das armaduras, e as tensões f_R , no centro do reforço.

Os esforços N e M na seção são encontrados superpondo os esforços no concreto, os esforços nas armaduras e os esforços no reforço de fibra de carbono:

$$N = \sum_i A_c^i f_c^i + \sum_j A_s^j f_s^j + A_R f_R \quad (3.77)$$

$$M = -\sum_i A_c^i f_c^i y^i - \sum_j A_s^j f_s^j y^j - A_R f_R y^r \quad (3.78)$$

onde:

A_c^i = área de concreto da lamela i.

A_s^j = área de aço da armadura j.

A_R = área de reforço da tira de fibra de carbono.

Introduzindo as expressões (3.75) e (3.76) em (3.77) e (3.78) e utilizando os módulos secantes do concreto, do aço e do reforço de PRFC, vem que:

$$N = \sum_i (A_c^i E_c^i) (\varepsilon_0 - \varphi y^i) + \sum_j (A_s^j E_s^j) (\varepsilon_0 - \varphi y^j) + (A_R E_R) (\varepsilon_0 - \varphi y^r) \quad (3.79)$$

$$M = -\sum_i (A_c^i E_c^i y^i) (\varepsilon_0 - \varphi y^i) - \sum_j (A_s^j E_s^j y^j) (\varepsilon_0 - \varphi y^j) - (A_R E_R y^r) (\varepsilon_0 - \varphi y^r) \quad (3.80)$$

Escrevendo estas equações na forma matricial tem-se que:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varphi \end{Bmatrix} \quad (3.81)$$

onde:

$$D_{11} = \sum_i (A_c^i E_c^i) + \sum_j (A_s^j E_s^j) + (A_R E_R) \quad (3.82)$$

$$D_{12} = D_{21} = -\sum_i (A_c^i E_c^i) y^i - \sum_j (A_s^j E_s^j) y^j - (A_R E_R) y^r \quad (3.83)$$

$$D_{22} = \sum_i (A_c^i E_c^i) (y^i)^2 + \sum_j (A_s^j E_s^j) (y^j)^2 + (A_R E_R) (y^r)^2 \quad (3.84)$$

são os coeficientes da matriz constitutiva secante.

Analogamente obtém-se os coeficientes da matriz constitutiva tangente \tilde{D}^t reescrevendo as expressões (3.79) e (3.80) para esforços e deformações incrementais:

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11}^t & D_{12}^t \\ D_{21}^t & D_{22}^t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_0 \\ \Delta \varphi \end{Bmatrix} \quad (3.85)$$

onde:

$$D_{11}^t = \sum_i A_c^i (E_c^i)^t + \sum_j A_s^j (E_s^j)^t + (A_R E_R) \quad (3.86)$$

$$D_{12}^t = D_{21}^t = -\sum_i A_c^i (E_c^i)^t y^i - \sum_j A_s^j (E_s^j)^t y^j - A_R (E_R)^t y^r \quad (3.87)$$

$$D_{22}^t = \sum_i A_c^i (E_c^i)^t (y^i)^2 + \sum_j A_s^j (E_s^j)^t (y^j)^2 + A_R (E_R)^t (y^r)^2 \quad (3.88)$$

As expressões (3.77) e (3.78) definem os esforços na seção necessários para o cálculo das forças restauradoras dadas pela equação (3.67), já os coeficientes da matriz constitutiva tangente (3.86), (3.87) e (3.88) devem ser introduzidos na equação (3.62) para o cálculo da matriz de rigidez tangente.

Se ao invés de se utilizar o método das lamelas, as tensões fossem integradas ao longo da área da seção, poderia-se obter a matriz:

$$\tilde{D} = \begin{bmatrix} EA & -ES \\ -ES & EI \end{bmatrix}$$

Inserindo-se esta matriz na expressão (3.60) é obtida então a matriz de rigidez dada pela equação (3.70)

3.5 – Equações Constitutivas

3.5.1 – Equação Constitutiva para o Aço à Tração e Compressão

Para o aço serão adotadas as equações aproximadas apresentadas a seguir, que definem a curva tensão-deformação à compressão e à tração deste material. Para se evitar problemas de convergência e oscilações no processo iterativo, adota-se uma curva parabólica de interpolação entre os trechos retilíneos do regime elástico e plástico, no trecho entre 0.8 e $1.2\varepsilon_y$ (La Rovere, 1990):

Para $\varepsilon_s < 0,8 \times \varepsilon_y$:

$$f_s = E_s \times \varepsilon_s \quad (3.89)$$

$$E'_s = E_s \quad (3.90)$$

$$E^s_s = E_s \quad (3.91)$$

Para $0,8 \times \varepsilon_y \leq \varepsilon_s \leq 1,2 \times \varepsilon_y$:

$$f_s = E_s \times \left[(S_h - 1) \times \varepsilon_s \times \frac{\varepsilon_s}{0,8 \times \varepsilon_y} + (3 - 2 \times S_h) - \varepsilon_s - 0,8 \varepsilon_y (1 - S_h) \right] \quad (3.92)$$

$$E'_s = E_s \times \left[(2 \times S_h - 2) \frac{\varepsilon_s}{0,8 \times \varepsilon_y} + (3 - 2 \times S_h) \right] \quad (3.93)$$

$$E^s_s = \frac{f_s}{\varepsilon_s} \quad (3.94)$$

Para $\varepsilon_s > 1,2 \times \varepsilon_y$:

$$f_s = f_y + S_h \times E_s \times (\varepsilon_s - \varepsilon_y) \quad (3.95)$$

$$E'_s = S_h \times E_s \quad (3.96)$$

$$E^s_s = \frac{f_s}{\varepsilon_s} \quad (3.97)$$

onde S_h é o parâmetro de enrijecimento do aço após o escoamento.

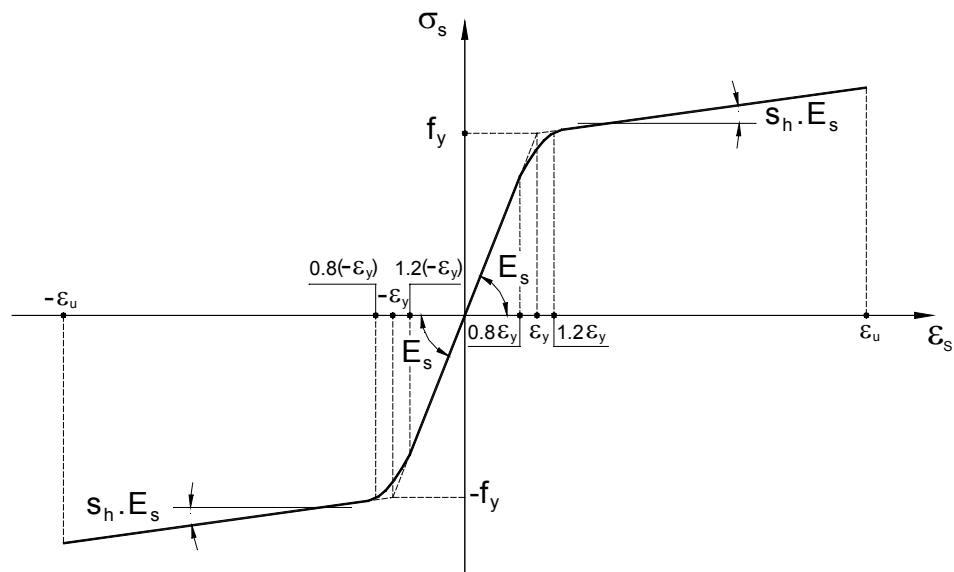


Figura 9 – Curva tensão deformação para o aço à tração e compressão

3.5.2 – Equação Constitutiva para o Concreto à Compressão

Para a definição da curva tensão x deformação à compressão do concreto serão utilizadas as expressões a seguir:

Quando $\varepsilon_c \leq \varepsilon_0$ tem-se:

$$f_c = f_{cm} \times \left[2 \times \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (3.98)$$

$$E_c^t = 2 \times f_{cm} \times \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right) \quad (3.99)$$

$$E_c^s = \frac{f_c}{\varepsilon_c} \quad (3.100)$$

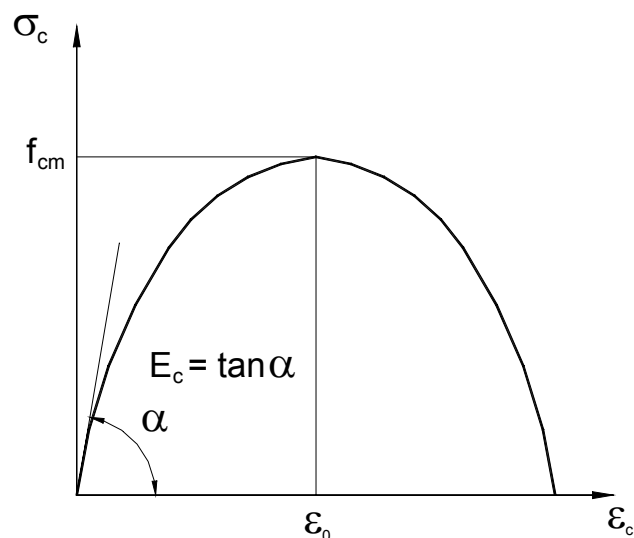


Figura 10 – Curva tensão x deformação para o concreto à compressão

3.5.3 – Equação Constitutiva para o Concreto à Tração

Para o concreto à tração admite-se que o mesmo comporta-se como um material elástico-linear até atingir a tensão máxima de tração, após o concreto atingir esta tensão é levado em conta ainda no comportamento deste material a sua resistência à tração entre as fissuras, efeito este conhecido como *“tension-stiffening”*.

Para o módulo de elasticidade adota-se o módulo tangente na origem da curva tensão x deformação do concreto à compressão, para evitar descontinuidades.

A seguir são apresentadas as expressões que definem a curva tensão x deformação para o concreto à tração:

Quando $\varepsilon_t \leq \varepsilon_{t0}$ tem-se:

$$f_t = E_c \times \varepsilon_t \quad (3.101)$$

$$E_c^t = E_c^s = E_c \quad (3.102)$$

Quando $\varepsilon_{t0} > \varepsilon_t \leq \varepsilon_y$:

$$f_t = \overline{f}_t \times e^S \quad (3.103)$$

$$E_c^s = \frac{f_t}{\varepsilon_t} \quad (3.104)$$

$$E_c^t = 0 \quad (3.105)$$

onde:

ε_y = deformação correspondente ao início do escoamento do aço

$S = -\alpha \times \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_{t0}}{\varepsilon_{t0}}$, \overline{f}_t = resistência média à tração do concreto e α = coeficiente

de *tension-stiffening*.

Neste trabalho adota-se o intervalo de valores do coeficiente α de 0,02 a 0,06, baseando-se no modelo utilizado por La Rovere (1990) e sugerido por MAESTRINI (1987). MAESTRINI (1987) ensaiou lajes ou painéis armados bidirecionalmente com diferentes taxas de armaduras para estudar este efeito.

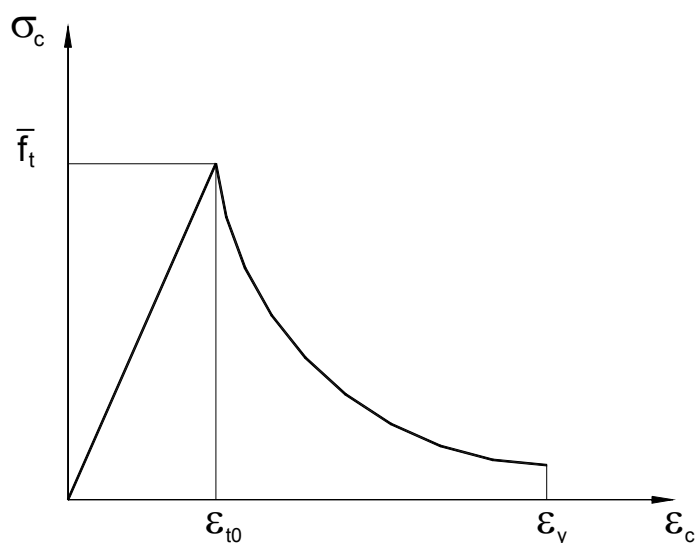


Figura 11 – Curva tensão x deformação para o concreto à tração

3.5.4 – Equação Constitutiva para o Laminado de PRFC:

Para o Laminado de Fibra de Carbono adota-se a relação constitutiva com ruptura frágil. Sua curva tensão-deformação fica assim definida:

$$f_r = E_r \times \varepsilon_r \quad ; \quad \varepsilon_f \leq \varepsilon_u \quad (3.106)$$

$$E_r^t = E_r^s = E_r \quad ; \quad \varepsilon_f \leq \varepsilon_u \quad (3.107)$$

O módulo de elasticidade (E_r) pode ser obtido através de ensaios experimentais em laminados de fibra de carbono, ou através da Regra das Misturas, desprezando-se o volume de vazios:

$$E_r = V_f E_f + (1 - V_f) E_m \quad (3.108)$$

onde:

E_f = módulo de elasticidade da fibra (carbono)

E_m = módulo de elasticidade da matriz (resina épxi)

V_f = proporção de fibras em volume

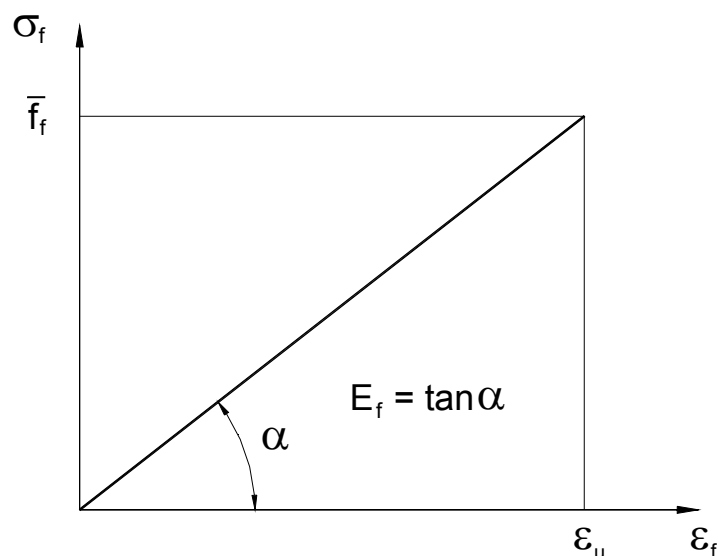


Figura 12 – Curva tensão x deformação para o Laminado de PRFC

3.6 – Método de Newton-Raphson:

Conforme já exposto, será utilizado o Método de Newton-Raphson para a solução da equação não linear $\underline{K} \underline{U} = \underline{F}$, onde a matriz de rigidez depende do vetor de deslocamentos $\underline{K} = \underline{K}(\underline{U})$. Aplica-se o vetor de cargas (\underline{F}) incrementalmente em etapas, e a cada etapa aplica-se um processo iterativo para a convergência do equilíbrio das forças.

COOK (1989) et al explica este método através de uma mola não linear. Supondo uma mola não linear, com um grau de liberdade, de rigidez k , composta por um termo constante k_0 e um termo k_n que depende da deformação. O deslocamento u é causado por uma força P e é dado pela equação:

$$(k_0 + k_n)u = P \text{ onde } k_n = f(u) \quad (3.109)$$

Supõe-se que se aplica uma força P_a e de alguma maneira determina-se o deslocamento correspondente u_a . Logo:

$$(k_0 + k_{na})u_a = P_a \text{ onde } k_{na} = f(u_a) \quad (3.110)$$

A carga agora é aumentada para um valor P_b e deseja-se calcular o deslocamento correspondente u_b . Uma expansão em série de Taylor, truncada, de $P = f(u)$ em relação a u_a é:

$$f(u_a + \Delta u_1) = f(u_a) + \left(\frac{dP}{du} \right)_a \Delta u_1 \quad (3.111)$$

onde

$$\frac{dP}{du} = \frac{d}{du}(k_0 u + k_n u) = k_0 + \frac{d}{du}(k_n u) = k_t \quad (3.112)$$

e k_t é chamada de rigidez tangente.

Procura-se o valor de Δu_1 para o qual $f(u_a + \Delta u_1) = P_b$. Portanto com $f(u_a) = P_a$ e k_t avaliado em a , tem-se a partir da equação (3.113):

$$P_b = P_a + (k_t)_a \Delta u_1 \text{ ou } (k_t)_a \Delta u_1 = P_b - P_a \quad (3.113)$$

onde $P_b - P_a$ pode ser interpretado como uma carga residual, que é a diferença entre a carga aplicada P_b e a força $P_a = (k_0 + k_{na})u_a$ na mola quando é esticada de u_a .

Depois de calculado o valor de Δu_1 , atualiza-se o deslocamento estimado $u_1 = u_a + \Delta u_1$. Para a próxima iteração, obtém-se uma nova rigidez tangente $(k_t)_1$ usando a equação (3.114), fazendo $u = u_1$, obtém-se uma nova carga residual $P_b - P_1$, onde P_1 é calculado para $u = u_1$. O deslocamento estimado atualizado é $u_2 = u_1 + \Delta u_2$, onde Δu_2 é obtido resolvendo $(k_t)_1 \Delta u_2 = P_b - P_1$.

Este método pode ser estendido para múltiplos graus de liberdade, onde $k = k_0 + k_n$ torna-se $[K] = [K_0 + K_n]$, P torna-se $\{F\}$ e u torna-se $\{U\}$. Neste caso com vários graus de liberdade, repete-se o cálculo para as equações $[K_t]_i \{\Delta U\}_{i+1} = \{\Delta F\}_{i+1}$,

onde a matriz de rigidez tangente e a carga residual $\{\Delta F\}$ são atualizadas a cada iteração. A solução do processo procura reduzir a carga residual, e conseqüentemente $\{\Delta U\}$, para zero.

CAPÍTULO 4

IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

O modelo numérico para análise não linear de vigas de concreto armado reforçadas com laminados de fibra de carbono foi implementado computacionalmente na linguagem FORTRAN 90 em um programa desenvolvido denominado de ANALEST.

O programa ANALEST foi baseado no programa NOPLAN, desenvolvido por LA ROVERE (1990), e é subdividido em módulos ou sub-programas, que utilizam arquivos binários, para possibilitar a comunicação interna entre estes módulos, e também bibliotecas (*“runtime libraries”*) estáticas para otimizar o processamento. Além dos arquivos binários são gerados também arquivos de saída formatados, estes utilizados pelo usuário para visualização dos dados de entrada lidos pelo programa e dos resultados obtidos na sua análise não linear.

Nesta primeira etapa do programa ANALEST será considerado um padrão de carregamento que inclui cargas concentradas aplicadas diretamente nos nós dos elementos e carga uniformemente distribuída nos elementos devido ao peso próprio da viga. Este carregamento possibilitará comparações dos resultados obtidos na análise numérica com os resultados experimentais de vigas reforçadas com laminados de PRFC.

4.1 – Módulos do Programa ANALEST

4.1.1 – Módulo ESTRU

Inicialmente este módulo lê as definições da estrutura, sua geometria, condições de contorno e restrições nodais fornecidas pelo usuário. Existindo também a possibilidade do usuário gerar coordenadas para o caso de nós igualmente espaçados, bem como o de gerar as restrições nodais. Neste módulo os nós são internamente renumerados para minimizar a largura de banda da matriz de rigidez, que é armazenada em perfil (Eliminação de Gauss).

A partir do valor lido no separador Estrutura (ver item 4.2) define-se se será realizada análise elástica linear ou não linear. Para $ANAL=0$ são executados posteriormente os módulos VIGANL e RESOL e para $ANAL=1$ executam-se os módulos VIGANL e RESOLNL.

Para visualização dos dados lidos pelo programa neste módulo é gerado o arquivo formatado de extensão .ANE.

4.1.2 – Módulo VIGANL

Neste módulo são lidas as propriedades dos materiais e geométricas das seções dos elementos do modelo a ser analisado. Estes dados são fornecidos pelo usuário no arquivo de entrada de dados, conforme será visto no item 4.2.

Apenas para o cálculo da matriz de rigidez inicial calcula-se a seção transformada equivalente levando-se em consideração a presença das armaduras e do reforço através dos correspondentes módulos de elasticidade. Posteriormente é encontrada a posição do centróide, da área e momento de inércia da seção equivalente. Esta rotina desenvolvida neste módulo foi denominada de “CENTROIDE”. Desta forma, com o eixo de referência passando pelo centróide a matriz de rigidez do elemento é idêntica à matriz de elástica usual do elemento de pórtico plano, ficando assim mais fácil proceder a uma análise elástico-linear (ver módulo RESOL).

Além de calcular a matriz de rigidez dos elementos (matriz elástico-linear) calcula-se neste módulo o vetor de cargas nodais equivalentes devido ao peso próprio do modelo analisado, os quais serão utilizados para a primeira etapa e iteração do problema.

Os resultados obtidos neste módulo são gerados em um arquivo formatado de extensão .VNL.

4.1.3 – Módulo RESOLNL

A solução do problema não linear propriamente dito é realizada a partir deste módulo. Inicialmente são lidos, do arquivo de entrada de dados fornecido pelo usuário, o número de etapas, a tolerância para convergência e o fator de incremento de carga, sendo que este fator de incremento de carga pode variar em diferentes etapas de acordo com a escolha do usuário. O usuário define ainda o tipo de algoritmo de Newton-Raphson a ser utilizado (ver item 4.2)

Antes de ser iniciado o *loop* das etapas ($I=1, N_{STEPS}$) lê-se do arquivo binário gerado pelo módulo VIGANL a matriz de rigidez dos elementos (k^0) e vetor de cargas nodais dos elementos referentes ao peso próprio (F^0), utilizados estes para a primeira etapa e iteração do problema ($\psi^0 = F^0$).

O *loop* das iterações ($J=1, N_{ITER}$) corresponde a solução da equação não linear $\tilde{K}\tilde{U} = \tilde{F}$ com a aplicação do Método de Newton-Raphson. Como já explicado, para a primeira etapa e iteração do problema é utilizado a matriz de rigidez elástica linear obtida a partir das matrizes dos elementos calculadas no módulo VIGANL.

Na sub-rotina “SUBSOL” é calculado o valor do incremento de deslocamento (ΔU^J) a partir da carga residual (ψ^{J-1}) e da matriz de rigidez tangente (K_T^{J-1}) obtida na iteração anterior. O vetor de deslocamentos da estrutura (\tilde{U}^J) é então atualizado, para cada iteração do problema a partir da sub-rotina “UPDATE”.

Obtidos os deslocamentos da estrutura e através das operações realizadas nas sub-rotinas “STATE” e “RESID” (ver Figura 13) é calculado o vetor de forças residuais a partir do qual é possível testar a convergência do processo iterativo de acordo com a tolerância fornecida pelo usuário. Esta verificação é realizada pela rotina “CONUND”, extraída de OWEN e HINTON (1980).

O *loop* de iterações é executado até que as forças residuais sejam minimizadas pela tolerância informada a priori. Após esta convergência passa-se ao próximo

incremento de carga, até que não seja mais possível obter a convergência ao chegar-se à ruptura do modelo.

É apresentado na Figura 13 um diagrama de blocos ilustrando de maneira simplificada a implementação computacional do módulo RESOLNL descrita neste ítem.

Neste módulo são gerados ainda os arquivos formatados que apresentam as seguintes informações:

- Extensão .P01: apresenta os resultados do par de valores deslocamento x carga para o nó de grau de liberdade definido pelo usuário para posterior traçado do gráfico;
- Extensão .N01: neste arquivo são visualizadas as informações fornecidas pelo usuário tais como, número de etapas, número máximo de iterações e tolerância adotada. São impressos os resultados dos valores dos deslocamentos e forças aplicadas em cada grau de liberdade e das deformações (ε_0, φ) calculadas nos pontos de integração de Gauss obtidos no final de cada etapa. Informam-se ainda o número de iterações necessários até a convergência de cada etapa e a norma de forças residuais de cada uma das iterações realizadas. Foi implementado ainda no programa a possibilidade do usuário selecionar os nós e elementos e em quais etapas serão impressos os resultados;
- Extensão .S01: são fornecidos neste arquivo os valores das deformações e tensões obtidas nos elementos em cada camada e em cada ponto de integração de Gauss obtidas nas etapas realizadas pelo programa.

É apresentado em anexo um exemplo de cada um dos arquivos formatados gerados pelo programa ANALEST. Os resultados apresentados nestes arquivos correspondem a análise não linear aplicada no estudo das vigas VR7 e VR8 do item 6.1.

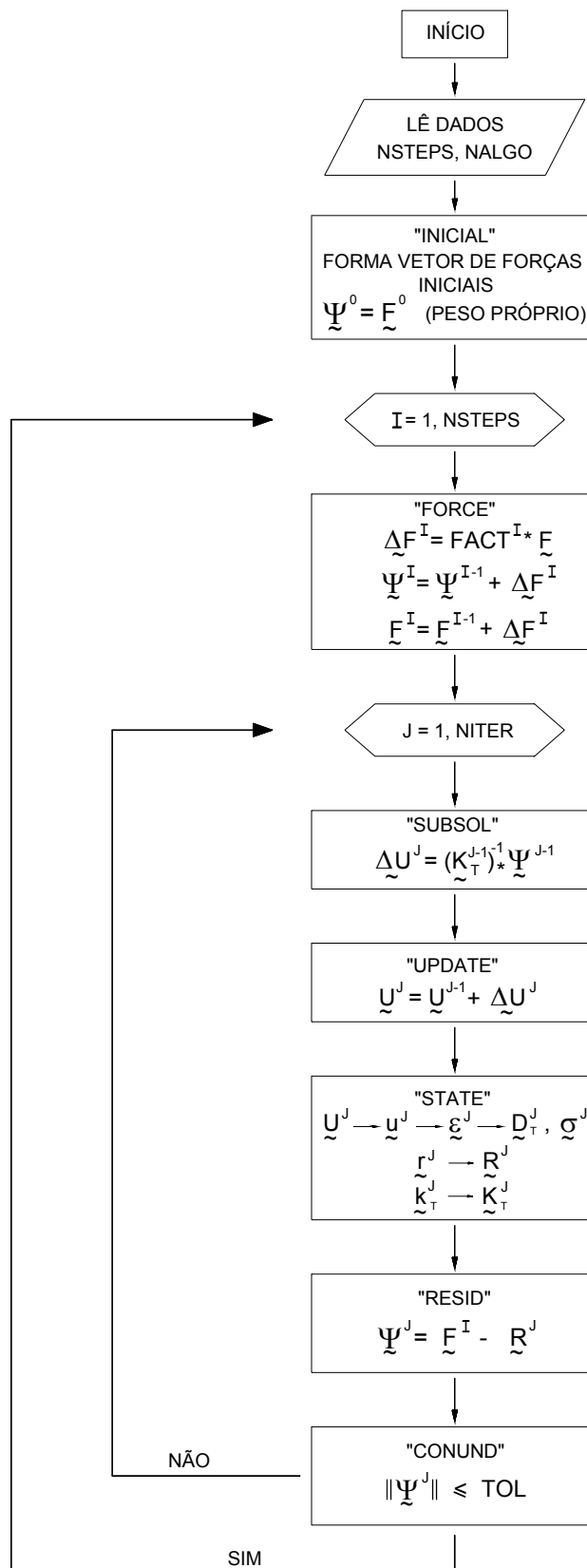


Figura13 - Diagrama de blocos simplificado do módulo RESOLNL

4.1.4 – Módulo RESOL:

O módulo RESOL corresponde a implementação computacional a partir da qual é obtido a solução para a equação $\tilde{K} \tilde{U} = \tilde{F}$ considerando o material elástico linear. Para averiguar o funcionamento deste módulo, e também dos módulos ESTRU e VIGANL, foram comparados os deslocamentos obtidos pelo programa com os obtidos por outros programas de análise linear. Desta forma, antes de se iniciar a programação do módulo RESOLNL, teve-se a certeza de que os módulos ESTRU e VIGANL estavam implementados corretamente.

Conforme já exposto, é possível ao usuário escolher no arquivo de entrada de dados o tipo de análise que o programa deva executar (análise linear ou não linear).

4.2 – Arquivo de Entrada de Dados

Apresenta-se a seguir uma descrição da formatação dos separadores utilizados no arquivo de entrada de dados de extensão .DAT. Este arquivo é lido por todos os módulos do programa ANALEST.

Está incluído em anexo, também para a análise realizada no estudo dos protótipos VR7 e VR8 do item 6.1, o arquivo de entrada de dados utilizado pelo programa ANALEST nesta análise.

“ESTRUTURA”

NOS=*número de nós da estrutura*

ANAL= *tipo da análise*

(0=análise linear;1=análise não linear)

“COORDENADAS”

{número do nó} X=*coordenada x do nó*

“CONTORNO”

N1,N2,N3

N1 = número do nó inicial em caso de geração

N2 = número do nó final em caso de geração

N3 = incremento nodal em caso de geração

{número do nó} G=letra 1, letra 2, letra 3

letra 1 = L(livre) ou F(fixo) na translação em x

letra 2 = L(livre) ou F(fixo) na translação em y

letra 3 = L(livre) ou F(fixo) na rotação

“VIGA”

{número do elemento} {nó inicial} {nó final} S=S1

* ***G=G1,G2,G3,G4***

(G=geração automática de elementos)

S1=número do tipo da seção

G1=número de elementos

G2=incremento nó inicial

G3=incremento nó final

G4=incremento no número do elemento

“MATERIAL”

número de tipos de aço,consideração de reforço (0=sem reforço;1=com reforço)

E=EA F=FA H=SH S=EU

EA =módulo de elasticidade do aço (E_s)

FA =tensão média de escoamento do aço (f_y)

SH =coeficiente *strain-hardening* (S_h)

EU =deformação última do aço (ϵ_u)

F=FC O=EC T=T1 W=W1 A=A1

FC =resistência média à compressão do concreto (f_{cm})

EC =deformação do concreto correspondente a f_{cm} (ϵ_0)

T1 =resistência média à tração do concreto (f_{tm})

W1 =peso específico do concreto

A1 =coeficiente *tension-stiffening* (α)

$E=ER$ $F=FR$

ER =módulo de elasticidade do laminado de PRFC

FR =resistência à tração do laminado de PRFC

“SECAO”

{número de tipos de seção}

$N1,N2,N3,N4$

N1 =número de camadas de concreto

N2 =número de camadas de aço

N3 =camada inicial para consideração do efeito *tension-stiffening* (α)

N4 =camada final para consideração do efeito *tension-stiffening* (α)

$B=B1$ $H=H1$ $L=L1$ $E=E1$

B1 =largura da viga

H1 =altura da viga

L1 =largura do laminado de PRFC

E1 =espessura do laminado de PRFC

$A=A1$ $Y=Y1$ $O=O1$ (para cada camada n)

A1 =área total de aço na camada n

Y1 =distância da face inferior a camada n

O1 =tipo de aço

“CARREGAMENTO”

$N1,N2,N3$

N1 =número do nó inicial em caso de geração

N2 =número do nó final em caso de geração

N3 =incremento nodal em caso de geração

{número do nó} $CAR=C1,C2,C3$

C1 =carga concentrada aplicada na direção x

C2 =carga concentrada aplicada na direção y

C3 =momento aplicado no nó

“NAOLINEAR”**R=R1 S=S1**

R1=a cada R1 etapas são salvas todas as informações para continuar a análise (posteriormente pode-se modificar dados de algoritmo, número de iterações, etc)

S1=número da análise sendo executada

N3, N4, N5, N6,N7

N3=número máximo de etapas

N4=número máximo de iterações por etapa

N5=número do tipo de algoritmo

(1=Newton-Raphson; 2=Newton-Raphson Modificado (rigidez tangente atualizada apenas ao final das iterações); 3=Newton-Raphson Inicial)

N6= *flag* para impressão de resultados

(0=imprime só forças; 1=imprime forças e deslocamentos)

N7=Imprime resultados a cada N7 etapas

TOL=tolerância do processo iterativo de Newton-Raphson**O=N8 N=N9, N10 F=N11,N12**

N8 = *flag* para impressão de resultados

(0=imprime resultados em todos os nós e elementos; 1=imprime resultados em nós e elementos selecionados)

N9 =nó selecionado para impressão no arquivo .P01 (ver item 4.1.3)

N10=direção selecionada para impressão no arquivo .P01 (ver item 4.1.3)

(1=direção x; 2=direção y, 3=rotação em torno de z)

N11 =fator multiplicador de deslocamento para impressão no arquivo .P01

N12 =fator multiplicador de carga para impressão no arquivo .P01

SE O=1

M1,M2

M1=número de nós selecionados

M2=número de elementos selecionados

NOS=nós selecionados**ELEM=elementos selecionados****{N13} FACT=N14**

N13 =número de etapas para o fator de incremento de carga especificado

N14 =fator de incremento de carga

CAPÍTULO 5

ESTUDO PARAMÉTRICO

O estudo paramétrico desenvolvido neste capítulo tem como finalidade estabelecer alguns critérios que auxiliarão na definição dos modelos que serão utilizados no programa ANALEST, além de também avaliar o funcionamento deste programa utilizando diferentes discretizações de malhas (número de elementos e camadas) e também de diferentes faixas de valores para os coeficientes *tension-stiffening* (α) e *strain-hardening* (S_h), valores estes que influem diretamente no comportamento não linear dos materiais concreto e aço.

Todos os resultados do estudo paramétrico referem-se à viga padrão ilustrada na Figura 14, na qual estão representadas as características geométricas, o detalhamento das armações e a disposição e dimensões do laminado de PRFC na viga idealizada. Considerou-se, no estudo do parâmetro número de elementos, a carga aplicada em dois pontos, caso 1, em um ponto, caso 2 e em três pontos, caso 3, conforme mostra a Figura 15. Para os demais estudos paramétricos utilizou-se a carga aplicada apenas em dois pontos (caso 1).

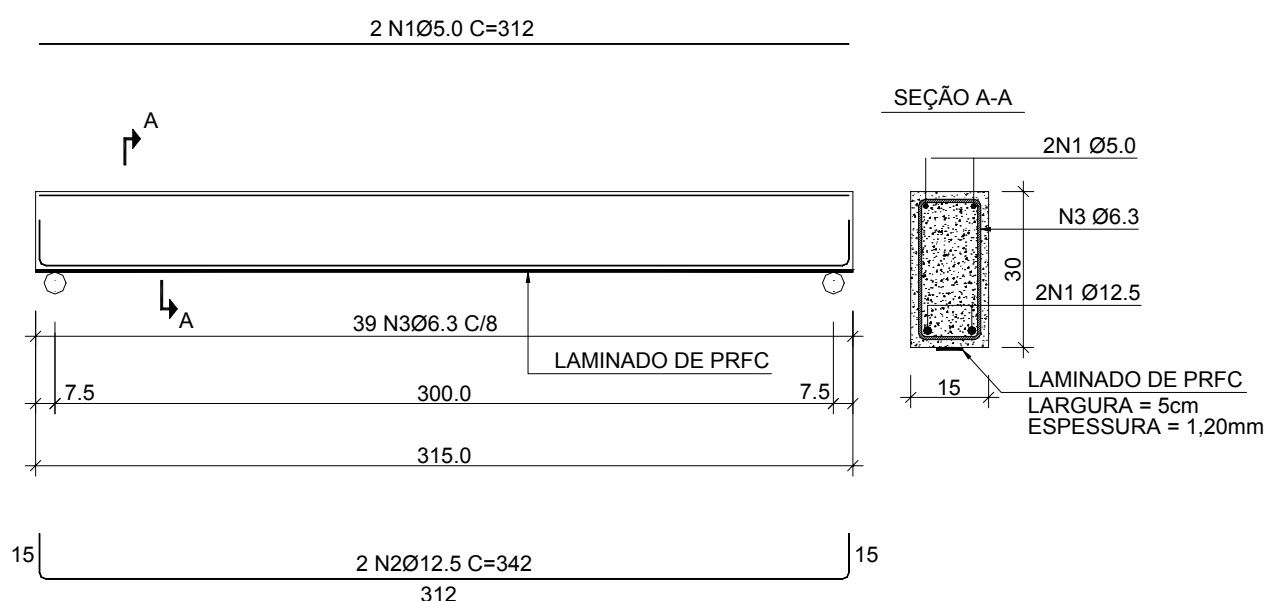


Figura 14 – Detalhamento da viga padrão utilizada no estudo paramétrico

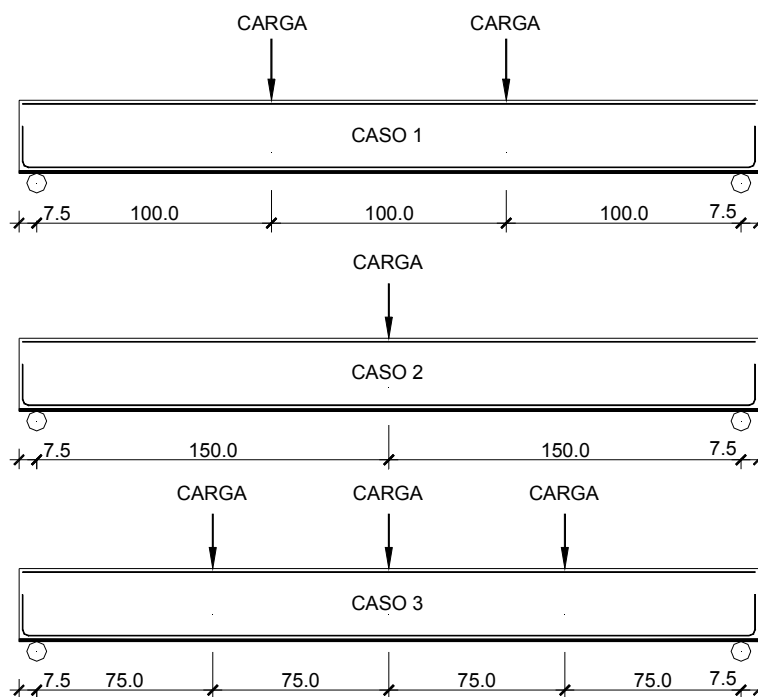


Figura 15 – Pontos de aplicação das cargas utilizadas nos modelos

A Tabela 2 abaixo apresenta as propriedades dos materiais utilizadas na entrada de dados do programa ANALEST. Estas propriedades foram adotadas em todos os modelos utilizados no estudo paramétrico desenvolvido neste capítulo.

Tabela 2 – Propriedades dos materiais

Concreto			Aço				Laminado de PRFC	
f_{cm} (KN/m ²)	f_{tm} (KN/m ²)	ϵ_c	f_v (KN/m ²) ϕ 12,5mm	f_v (KN/m ²) ϕ 6,3mm	E_s (KN/m ²)	ϵ_{rup}	f_f (KN/m ²)	E_f (KN/m ²)
30000	2912	0,002	500000	600000	210000000	0,015	3100000	160000000
tension-stiffening = 0,04 (10 cm)			Strain-hardening = 0,025					

A seguir são apresentados os modelos e análises realizados para o estudo dos parâmetros selecionados. Os resultados obtidos são representados através de gráficos *carga vertical total aplicada (em KN) versus deslocamento vertical no meio do vão (em mm)* e de tabelas com os valores finais de cargas e deslocamentos gerados em cada modelo elaborado. Em todos os estudos foram utilizadas vigas com e sem o reforço de laminados de PRFC.

5.1 – Número de Elementos:

5.1.1 – Descrição dos modelos:

Para a avaliação do número de elementos elaborou-se modelos com 4, 6, 12 e 24 elementos para o caso 1 de carregamento, 2, 4, 6, 8, 16 e 32 elementos para o caso 2 de carregamento e 4, 6, 8 e 16 para o caso 3 de carregamento. Nas Figuras 16, 17 e 18 são mostrados os elementos adotados para os casos 1, 3 e 2 respectivamente.

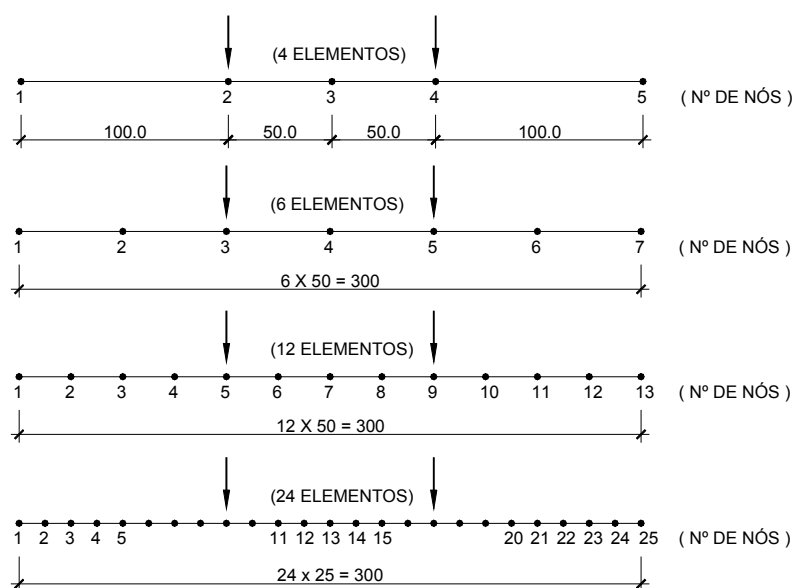


Figura 16 – Discretização dos elementos para o caso 1 de carregamento

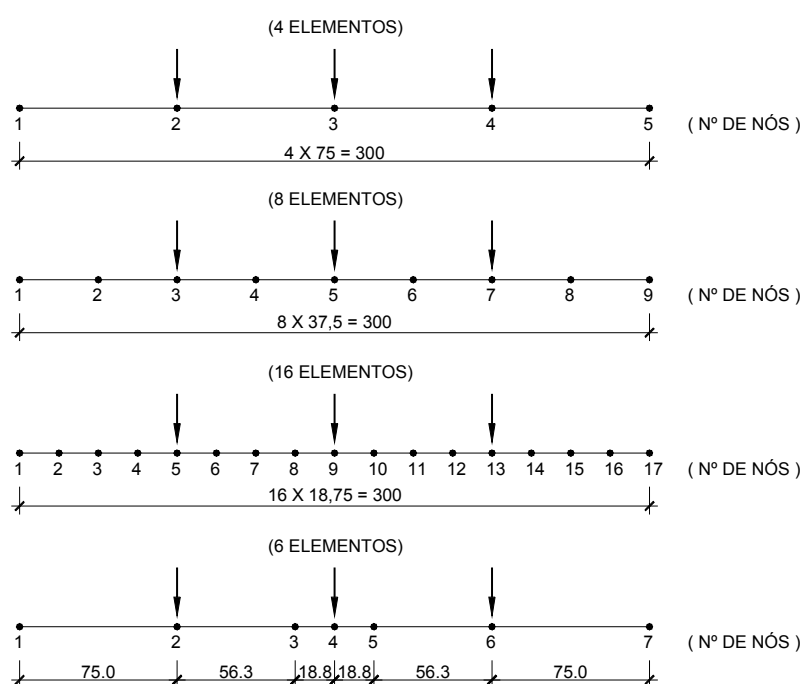


Figura 17 – Discretização dos elementos para o caso 3 de carregamento

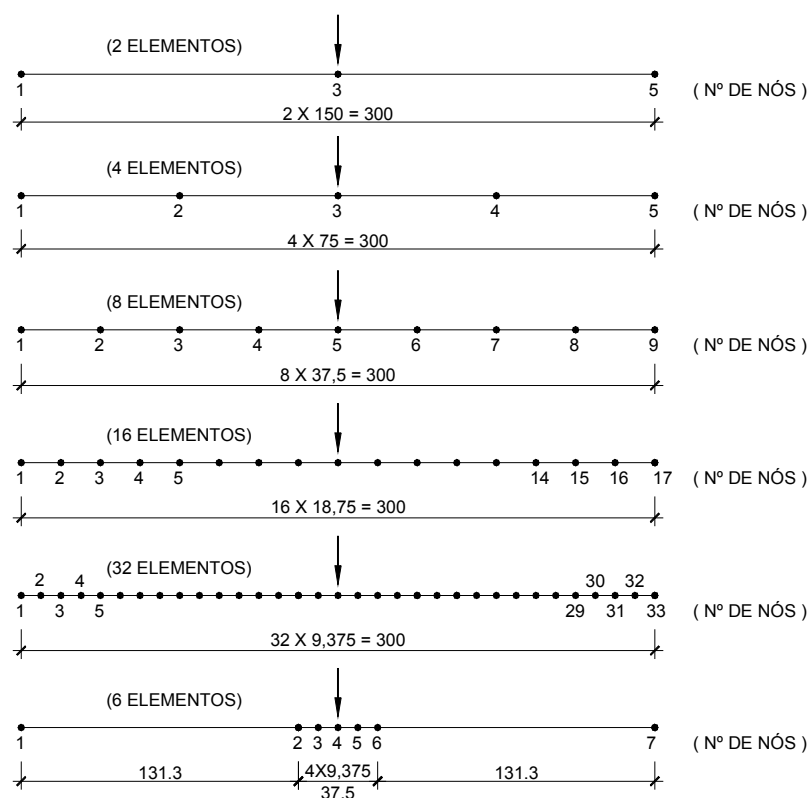


Figura 18 – Discretização dos elementos para o caso 2 de carregamento

5.1.2 – Comparação dos Resultados:

Os resultados dos modelos numéricos elaborados, conforme já explicado, estão apresentados na forma de gráficos *carga vertical aplicada (KN) versus deslocamentos vertical no meio do vão (mm)* nas Figuras 19 a 26, e também através das Tabelas 3 a 5 nas quais são comparados os valores das cargas e deslocamentos obtidos nas análises.

Observa-se em todos os gráficos gerados que até o início do escoamento do aço as curvas de todos os modelos ficaram muito próximas, indicando que o refinamento da malha, ou seja, aumentando-se o número de elementos, o comportamento da viga praticamente não é alterado neste trecho.

Para o caso 1 de carregamento (ver Figuras 19 e 20) os resultados obtidos com

o programa ANALEST até a carga de ruína apresentaram uma diferença muito pequena entre os quatro modelos elaborados. A carga de ruína, tanto para as vigas com e sem o reforço do laminado de PRFC, apresentaram os mesmo valores. A diferença entre o deslocamento vertical máximo dos modelos com 4 e 24 elementos foi maior para a viga sem reforço, mesmo assim esta diferença foi de apenas 5% (ver Tabela 3).

No caso 2 de carregamento, pela análise das Figuras 21 a 24, observa-se que os valores para carga de ruína das vigas sem reforço diminuem a medida em que a malha vai sendo mais refinada, atingido a partir de 8 elementos valores já muito próximos. Observa-se entretanto que o modelo com 6 elementos, no qual adotou-se uma malha mais refinada apenas na região central da viga, obteve-se um comportamento mais próximo ao modelo com 32 elementos do que o modelo elaborado com 16 elementos. Para as vigas com reforço observa-se um comportamento semelhante, muito embora a convergência dos valores é verificada com um número menor de elementos, apresentando uma coincidência muito boa entre as curvas dos modelos já a partir de 4 elementos.

Já para o caso 3 de carregamento observa-se que a partir da malha com 4 elementos os valores ao longo de todo o trecho da curva *carga x deslocamento* são muito semelhantes. A carga de ruína obtida para os modelos com 8, 16 e 6 elementos foi exatamente a mesma. Para o modelo com 6 elementos, o qual refinou-se a malha na região central da viga, os valores obtidos praticamente coincidem com o modelo discretizado com 16 elementos. Estas análises foram observadas tanto para as vigas com reforço como para as vigas sem reforço.

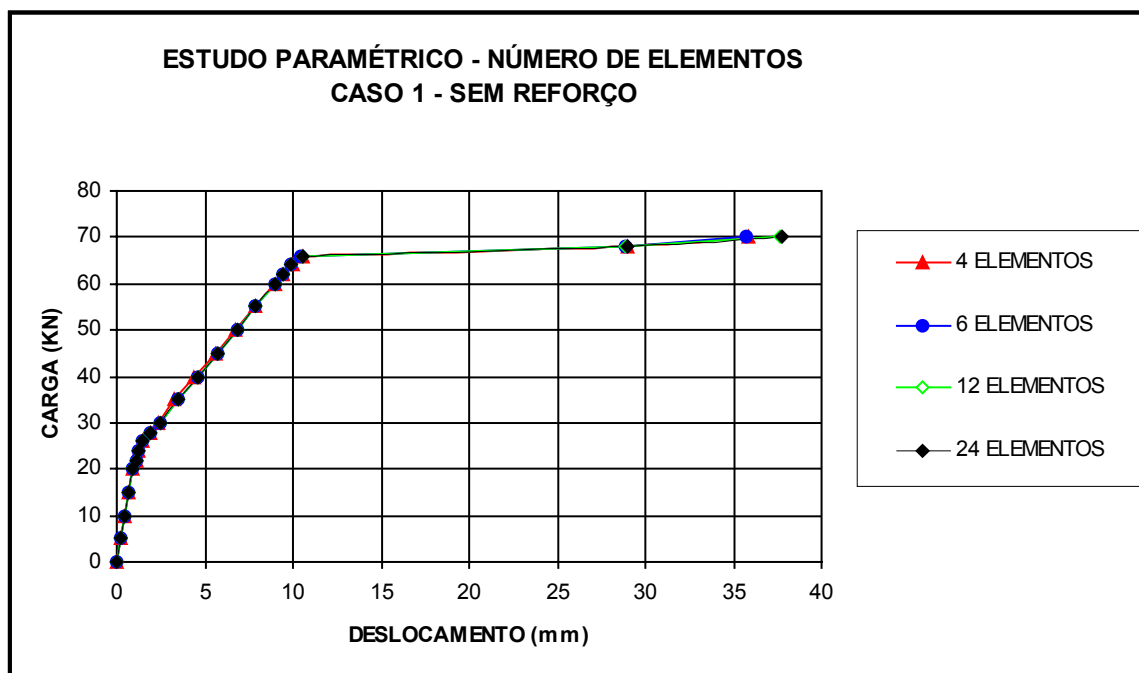


Figura 19 – Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento sem reforço – 4, 6, 12 e 24 elementos

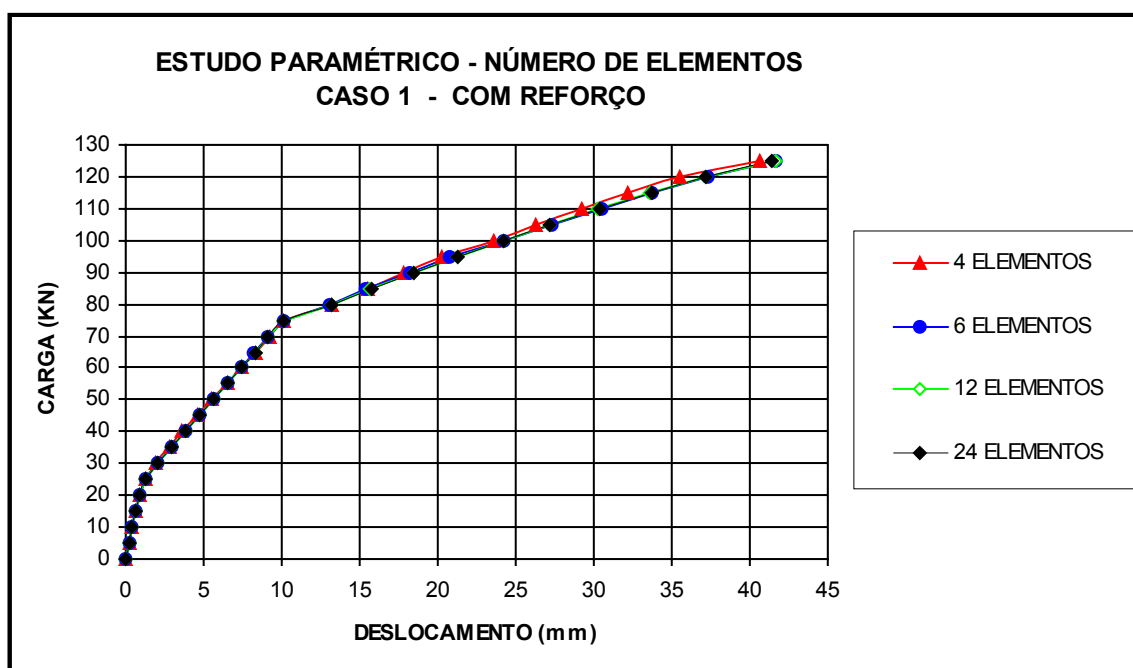


Figura 20 – Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento com reforço – 4, 6, 12 e 24 elementos

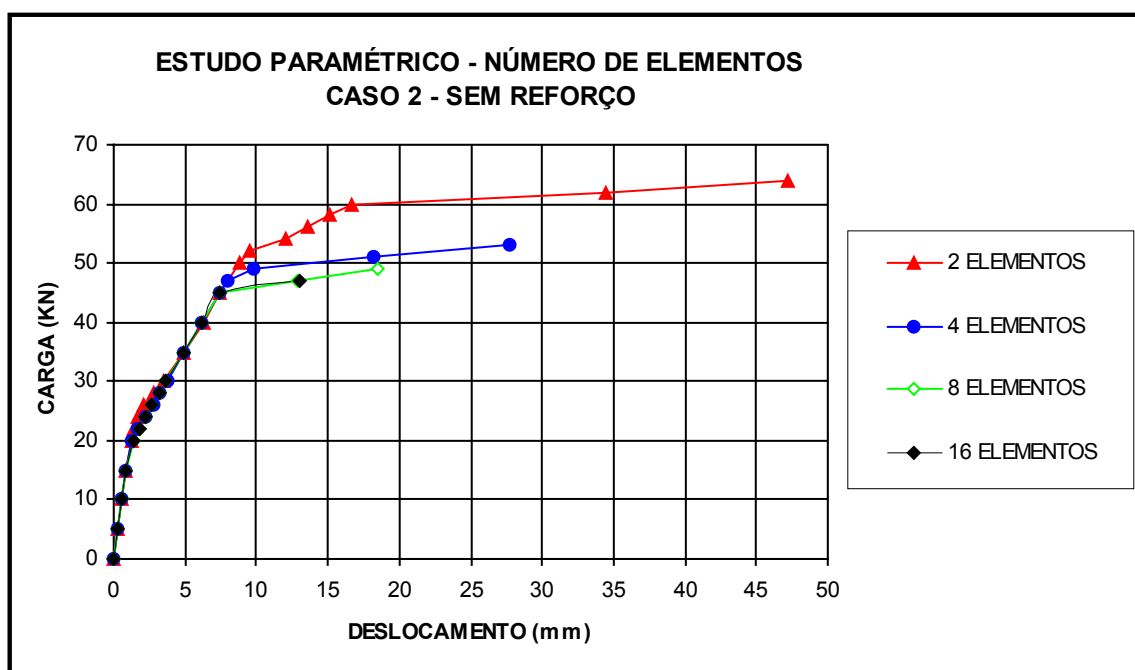


Figura 21 – Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 2 de carregamento sem reforço – 2, 4, 8 e 16 elementos

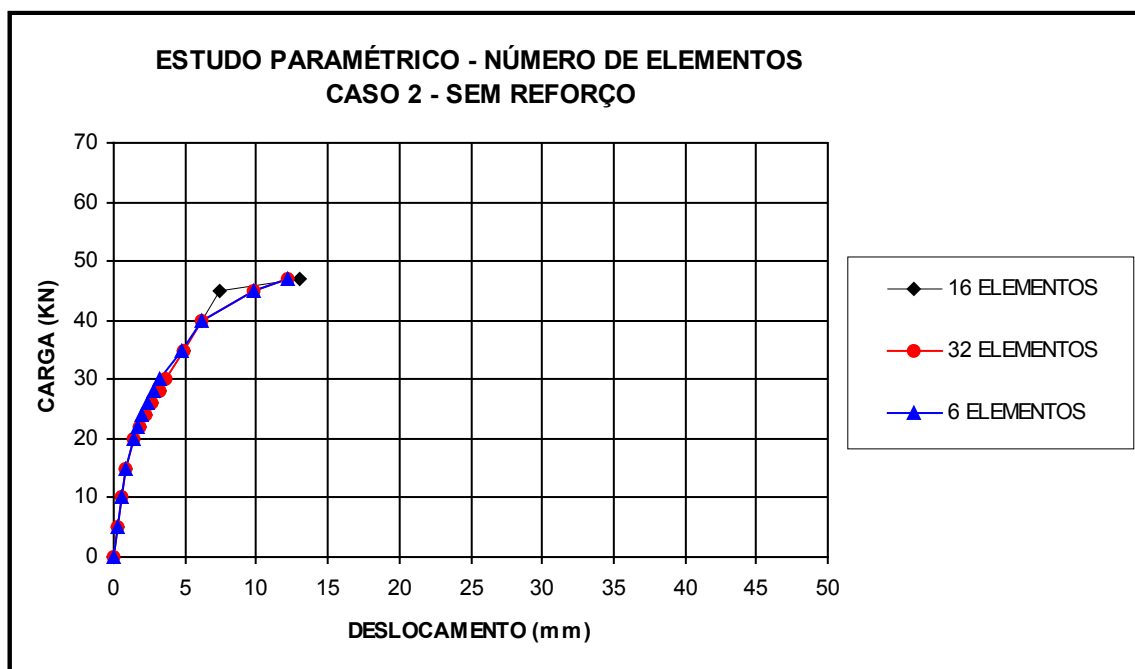


Figura 22 – Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 2 de carregamento sem reforço – 16, 32 e 6 elementos

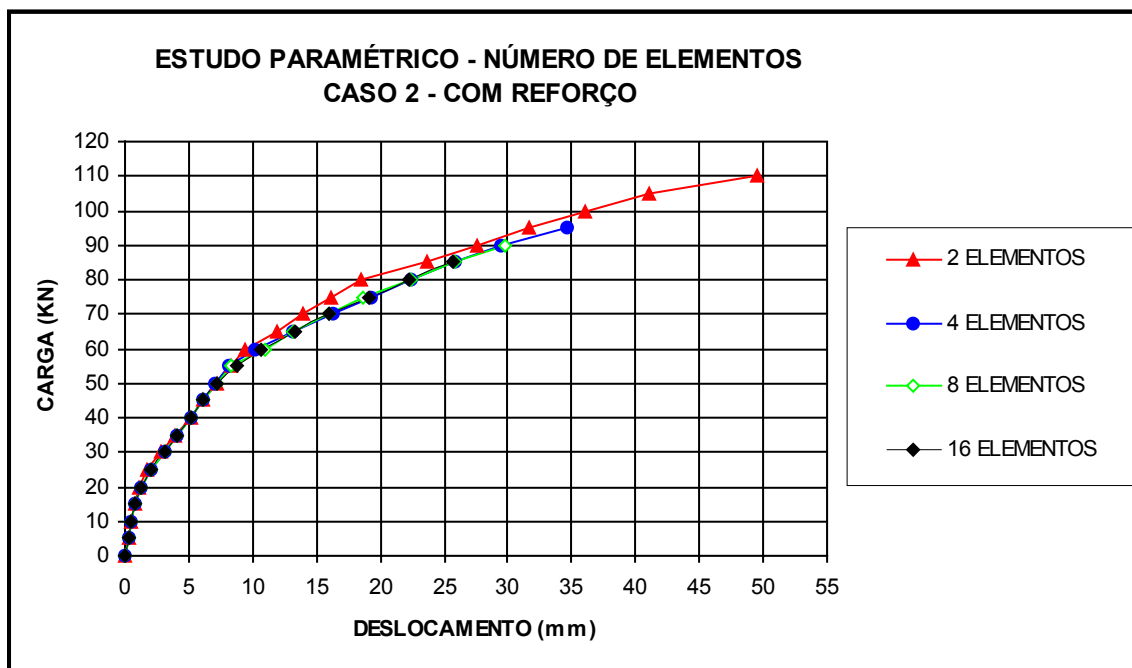


Figura 23 – Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 2 de carregamento com reforço – 2, 4, 6, 8 e 16 elementos

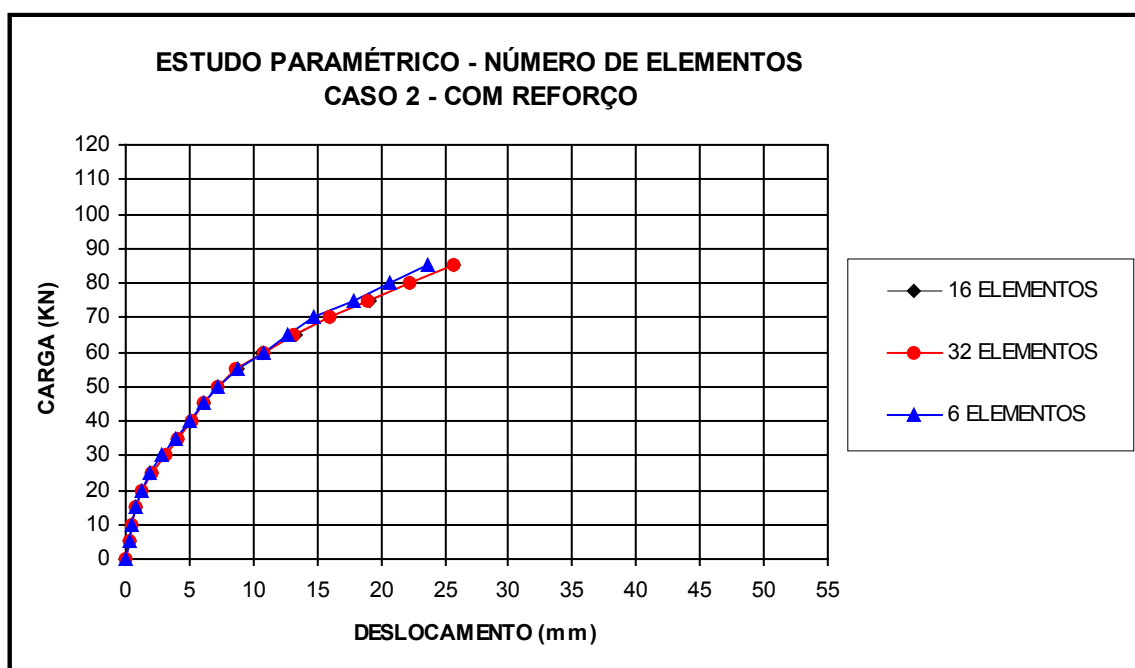


Figura 24 – Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 2 de carregamento – 16, 32 e 6 elementos

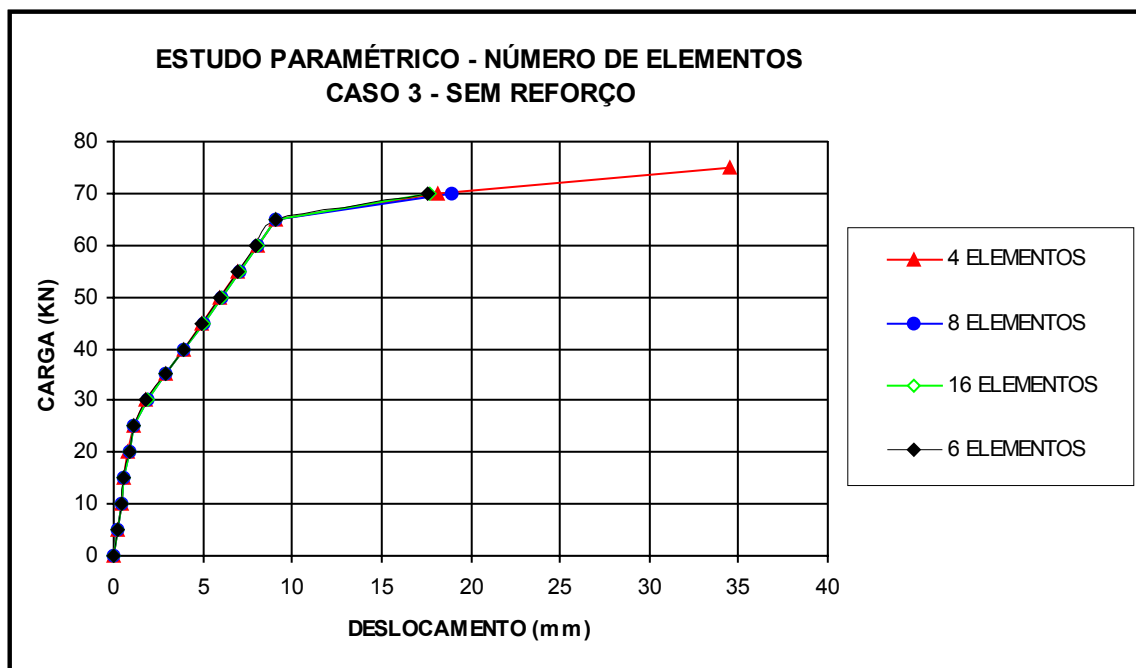


Figura 25 – Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 3 de carregamento – 4, 8, 16 e 6 elementos

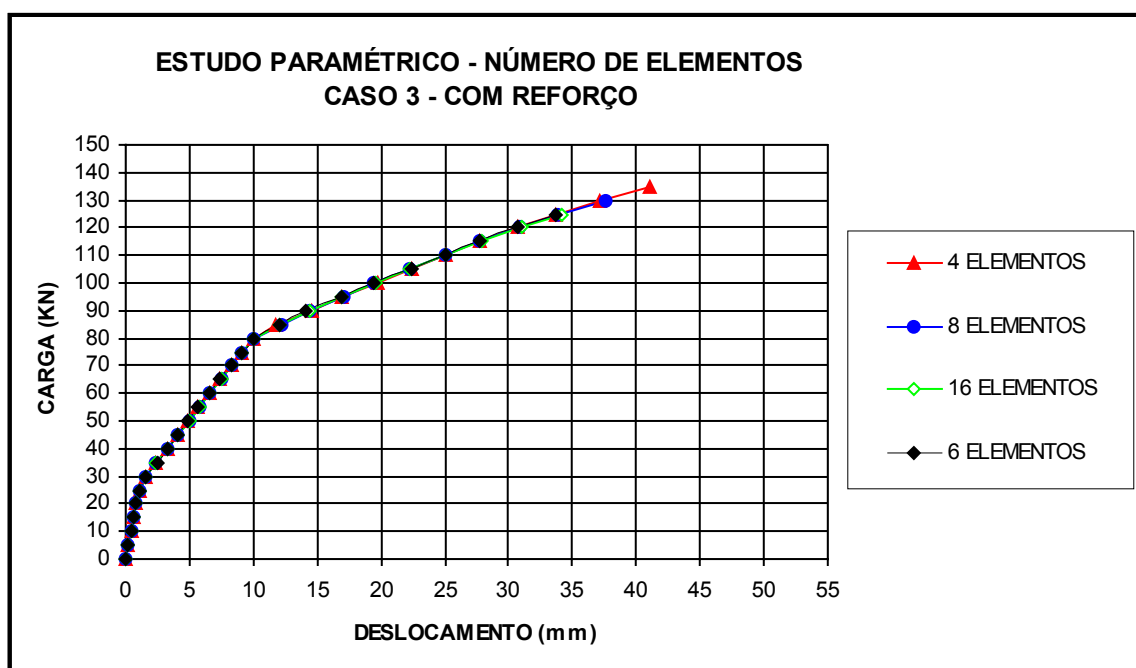


Figura 26 – Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 3 de carregamento – 4, 8, 16 e 6 elementos

Tabela 3 – Carga de Ruína e Deslocamento Vertical na ruína – Caso 1

Modelo		Caso 1 – Sem Reforço	Caso 1 – Com Reforço
Carga de Ruína (KN)	4 Elementos	70,0	125,0
	6 Elementos	70,0	125,0
	12 Elementos	70,0	125,0
	24 Elementos	70,0	125,0
Deslocamento Vertical na ruína (mm)	4 Elementos	35,787	40,679
	6 Elementos	35,745	41,699
	12 Elementos	37,685	41,684
	24 Elementos	37,797	41,365

Tabela 4 – Carga de Ruína e Deslocamento Vertical na ruína – Caso 2

Modelo		Caso 2 – Sem Reforço	Caso 2 – Com Reforço
Carga de Ruína (KN)	2 Elementos	64,0	110,0
	4 Elementos	53,0	95,0
	6 Elementos	49,0	90,0
	8 Elementos	47,0	85,0
	16 Elementos	47,0	85,0
	32 Elementos	47,0	85,0
Deslocamento Vertical na ruína (mm)	2 Elementos	47,148	49,552
	4 Elementos	27,708	34,702
	6 Elementos	12,215	23,649
	8 Elementos	18,553	29,794
	16 Elementos	12,981	25,696
	32 Elementos	12,176	25,744

Tabela 5– Carga de Ruína e Deslocamento Vertical na ruína – Caso 3

Modelo		Caso 1 – Sem Reforço	Caso 1 – Com Reforço
Carga de Ruína (KN)	4 Elementos	75,0	135,0
	6 Elementos	70,0	125,0
	8 Elementos	70,0	130,0
	16 Elementos	70,0	125,0
Deslocamento Vertical na ruína (mm)	4 Elementos	34,550	40,998
	6 Elementos	17,646	33,695
	8 Elementos	18,921	37,607
	16 Elementos	17,664	34,189

5.2 – Número de Camadas da Seção de Concreto:

5.2.1 – Descrição dos modelos:

Adotou-se o modelo com 6 elementos e no qual foi aplicado o caso 1 de carregamento (ver Figura 16) para o estudo da influência no número de camadas da seção transversal no comportamento da viga analisada pelo programa ANALEST. Este parâmetro foi estudado para variações com 6 camadas, 12 camadas, 24 camadas e 48 camadas. Na Figura 27 são ilustradas as seções transversais destes modelos analisados pelo programa ANALEST.

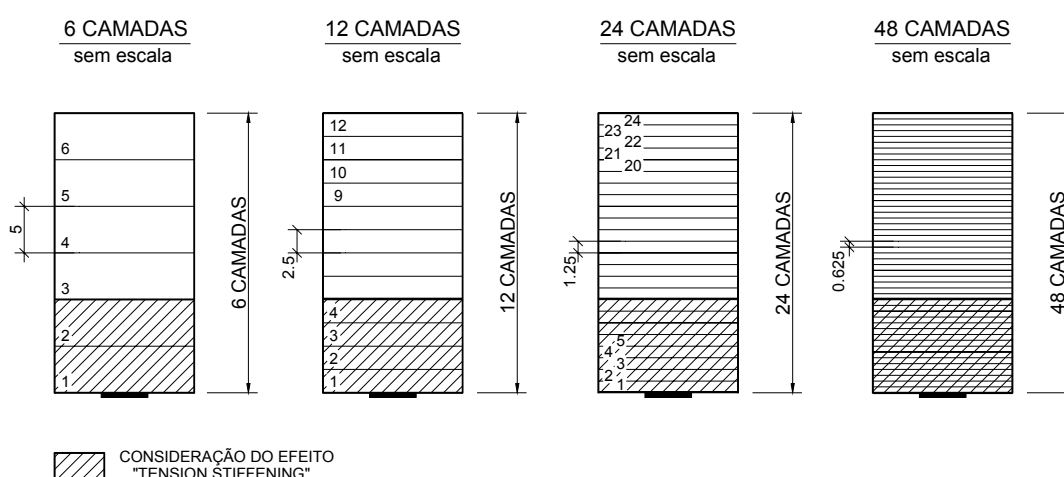


Figura 27 – Número de camadas da seção transversal de concreto

5.2.2 – Comparação dos Resultados:

Observa-se pelos resultados apresentados que o número de camadas da seção de concreto praticamente não alterou o comportamento da viga idealizada ao longo de todos os trechos da curva obtida através do modelo numérico. Nota-se ainda que apenas para a viga com 6 camadas e sem reforço obteve-se uma diferença da carga de ruína em relação aos outros modelos analisados com uma seção transversal de concreto discretizada com mais camadas.

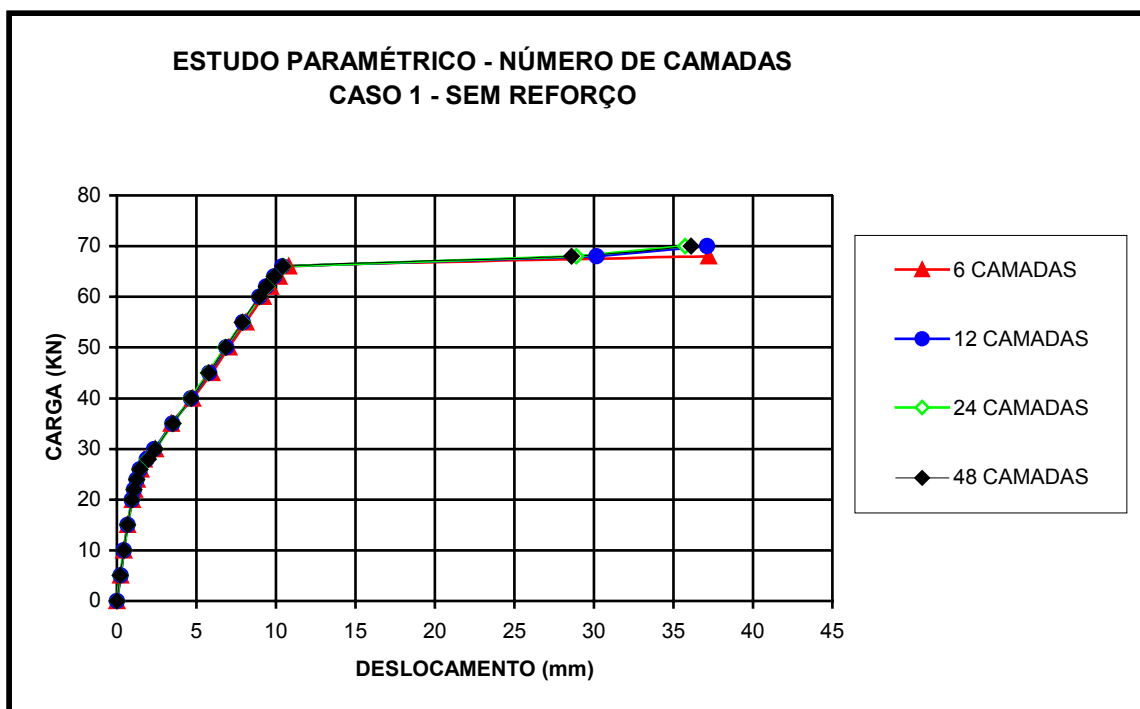


Figura 28 – Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento sem reforço – 6, 12, 24 e 48 camadas

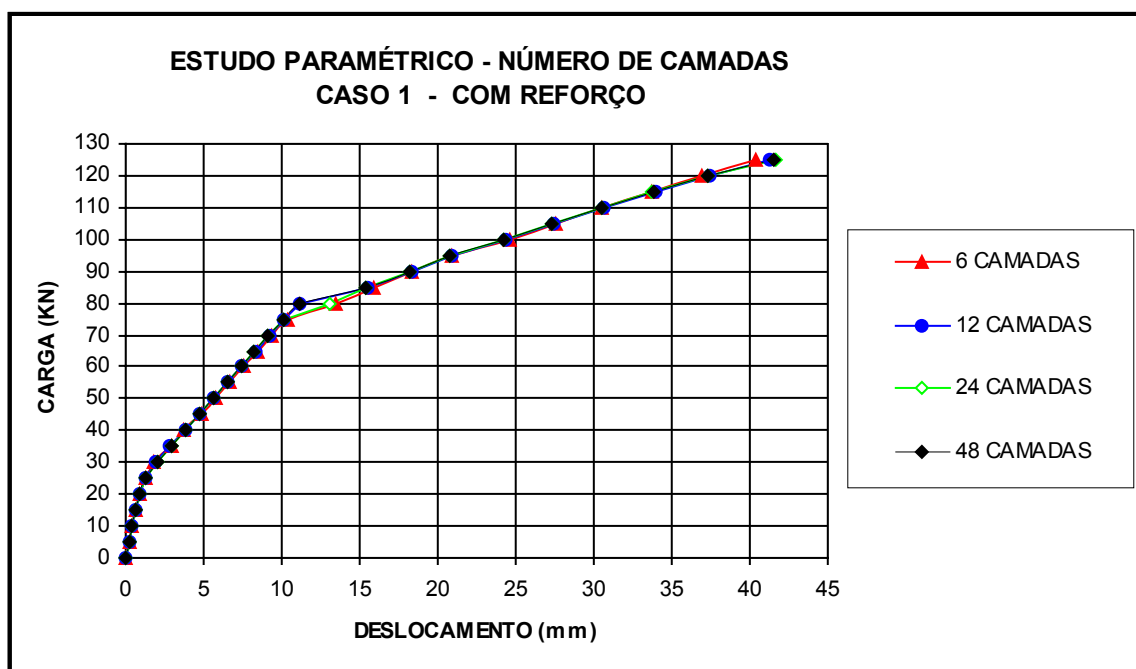


Figura 29 – Gráfico “Carga x Deslocamento” no meio do vão – caso 1 de carregamento – 6, 12, 24 e 48 camadas

5.3.2 – Comparação dos Resultados:

A influência que o número de camadas em que é considerado o efeito tension-stiffening (α) ocasiona no modelo numérico pode ser observada nos gráficos apresentados nas Figuras 31 e 32.

Nestes gráficos fica claro que com um menor número de camadas existe uma maior perda de rigidez para a viga após a fissuração do concreto. Embora ocorra também uma redução no valor da carga em que o aço inicia o escoamento, a carga de ruína capturada em todos os modelos foi idêntica.

Para os modelos em que foi adicionado o reforço com laminado de PRFC observa-se que mesmo com a não coincidência das curvas após a fissuração do concreto existiu um tendência, após o início do escoamento do aço, a todos os modelos atingirem o mesmo ponto de equilíbrio para uma mesma carga.

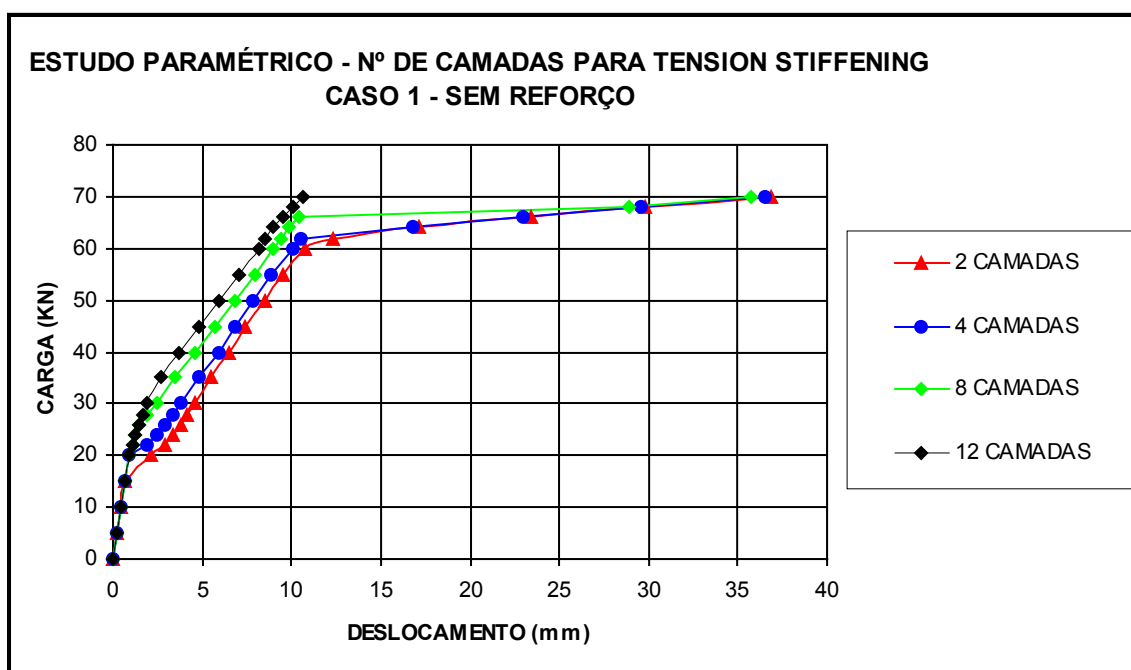


Figura 31 – Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento sem reforço – 2, 4, 8 e 12 camadas

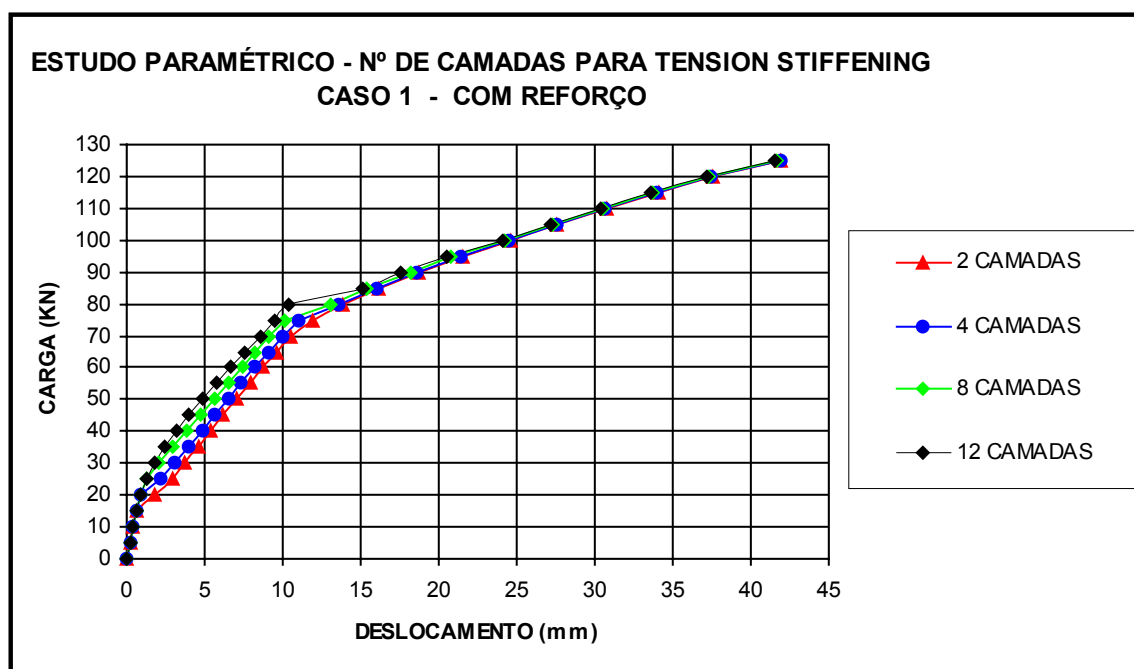


Figura 32 – Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento com reforço – 2, 4, 8 e 12 camadas

Tabela 7– Carga de Ruína e Deslocamento Vertical na ruína – 2, 4, 8 e 12 camadas

Modelo		Caso 1 – Sem Reforço	Caso 1 – Com Reforço
Carga de Ruína (KN)	2 Camadas	36,857	41,947
	4 Camadas	36,567	41,861
	8 Camadas	35,745	41,699
	12 Camadas	10,647	41,575
Deslocamento Vertical na ruína (mm)	2 Camadas	70,0	125,0
	4 Camadas	70,0	125,0
	8 Camadas	70,0	125,0
	12 Camadas	70,0	125,0

5.4 – Coeficiente tension-stiffening (α):

5.4.1 – Descrição dos modelos:

Adotou-se o mesmo modelo utilizado no item 5.3, fixando-se no estudo deste parâmetro 8 camadas para a consideração do efeito *tension-stiffening* (α). Os modelos comparados foram analisados com os valores de 0; 0,02; 0,04 e 0,06 para o valor deste coeficiente.

5.4.2 – Comparação dos resultados:

Pela análise dos gráficos das Figuras 33 e 34 observa-se um comportamento semelhante ao encontrado no item 5.3, ou seja, fica muito evidente a perda de rigidez do modelo elaborado quando é reduzido ou desprezado a resistência do concreto à tração entre as fissuras.

O modelo sem reforço e com o valor de $\alpha=0,02$ foi o único que apresentou uma carga de ruína diferente das demais de seu grupo, muito embora esta carga não foi nem mesmo superior a 5% da obtida para os demais modelos. Como observado também no item 5.3, nas vigas com o reforço do laminado de PRFC, houve uma tendência, após o escoamento do aço, de ser atingido o mesmo ponto para a carga de ruína.

Salienta-se ainda que com a aplicação da faixa de valores adotada por LA ROVERE (1990), a partir do modelo de *tension-stiffening* proposto por MAESTRINI (1987), a rigidez dos modelos após a fissuração do concreto tem pouca variação e praticamente não existe alteração da carga de ruína para as vigas analisadas neste estudo, muito embora foram encontrados diferentes valores para a carga em que o aço inicia o escoamento.

Tabela 8– Carga de Ruína e Deslocamento Vertical na ruína – coeficiente *tension-stiffening* (α)

Modelo		Caso 1 – Sem Reforço	Caso 1 – Com Reforço
Carga de Ruína (KN)	$\alpha=0$	70,0	125,0
	$\alpha=0,02$	72,0	125,0
	$\alpha=0,04$	70,0	125,0
	$\alpha=0,06$	70,0	125,0
Deslocamento Vertical na ruína (mm)	$\alpha=0$	37,133	42,037
	$\alpha=0,02$	43,852	41,624
	$\alpha=0,04$	35,745	41,699
	$\alpha=0,06$	36,230	41,764

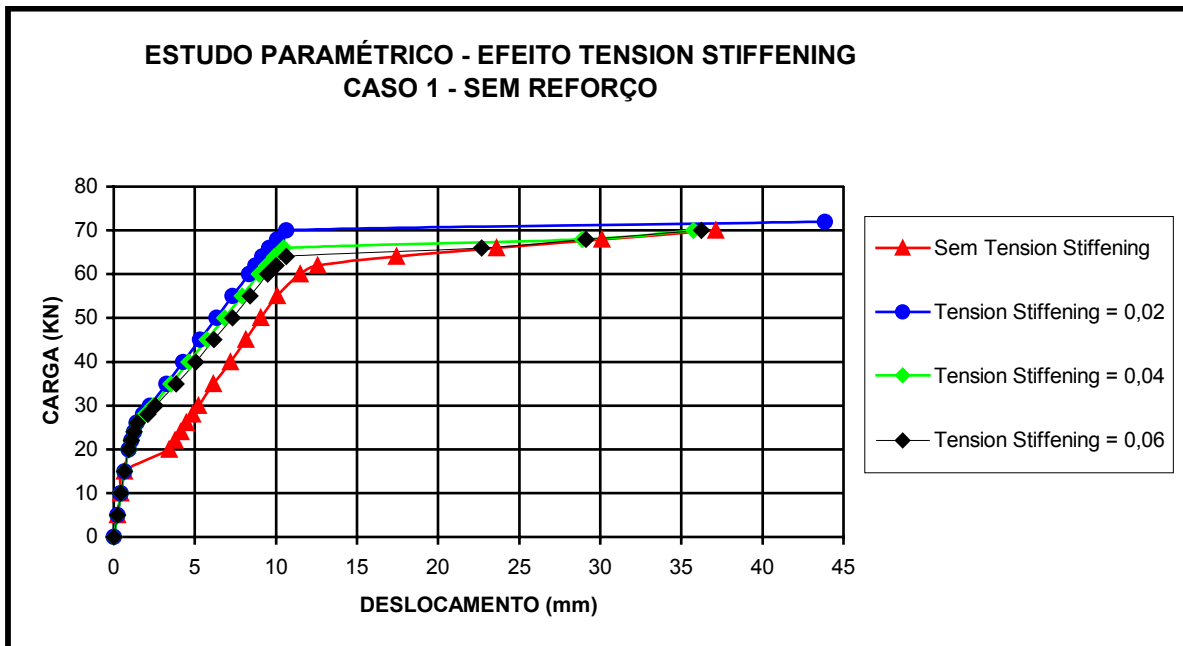


Figura 33 – Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento – coeficiente *tension-stiffening* (α)

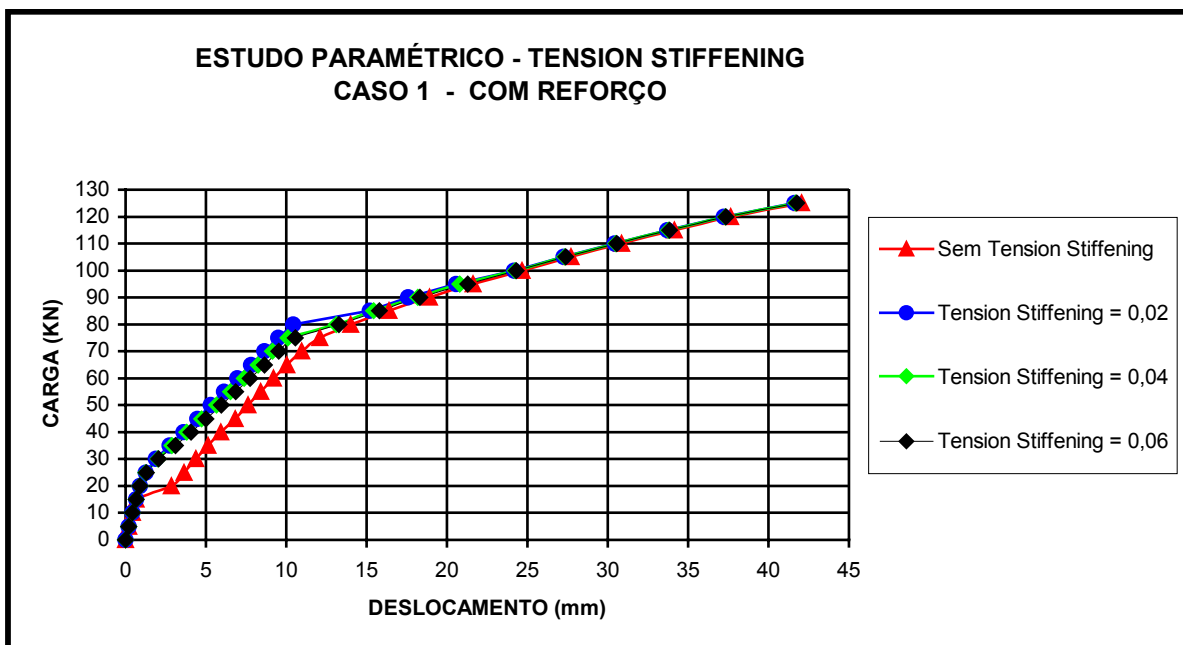


Figura 34 – Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento - coeficiente *tension-stiffening* (α)

5.5 – Coeficiente *strain-hardening* (S_h):

5.5.1 – Descrição dos modelos:

Tendo-se como modelo para este estudo a viga do item 5.4 e adotando-se para o coeficiente *tension-stiffening* (α) o valor de 0,04, aplicou-se na análise numérica os valores 0; 0,010; 0,025 e 0,050 para o coeficiente *strain-hardening* utilizando também vigas com e sem o reforço do laminado de PRFC.

5.5.2 – Comparação dos Resultados:

Como era de se esperar todas as curvas dos gráficos *carga x deslocamento* na seção central da viga analisada, verificadas através das Figuras 35 e 36, coincidiram no trecho elástico e pós-fissuração do concreto mantendo-se coincidentes até o início do escoamento do aço.

Percebe-se que para as vigas sem reforço ocorreu uma maior variação na rigidez destas após o escoamento do aço em função dos diferentes valores adotados para o coeficiente *strain-hardening*, influenciando assim o valor final para a carga de ruína. A diferença para a carga de ruína entre a viga analisada com $S_h = 0,01$ e a analisada com $S_h = 0,05$ foi de -17% .

Com relação às vigas em que foi aplicado o reforço do laminado de PRFC, as diferenças entre as cargas finais obtidas nas análises foi inferior a 5%. A rigidez destas vigas após o escoamento do aço foram mais próximas do que as apresentadas nas vigas sem reforço.

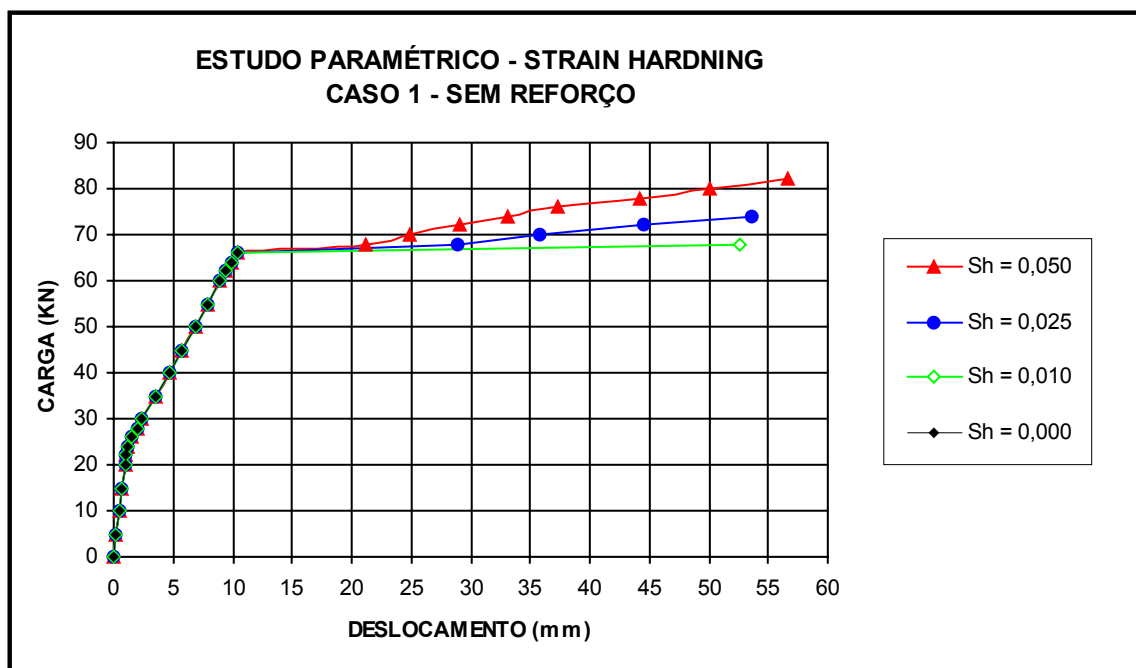


Figura 35 – Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento sem reforço – Coeficiente *strain-hardening*

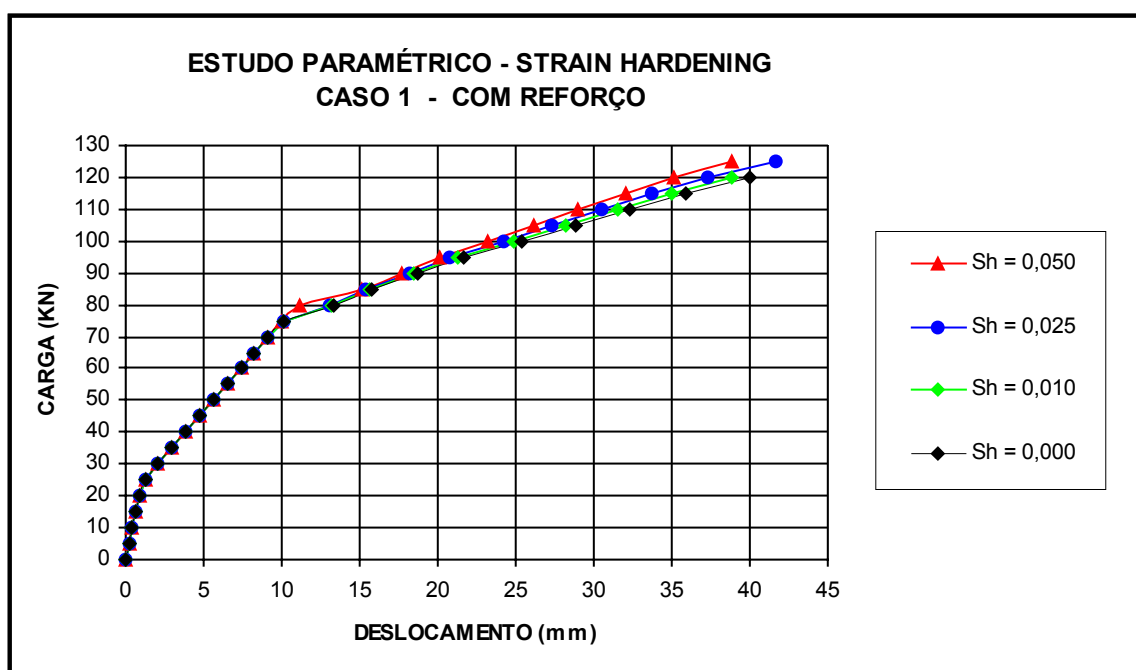


Figura 36 - Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento com reforço – Coeficiente *strain-hardening*

Tabela 9– Carga de Ruína e Deslocamento Vertical na ruína – coeficiente *tension-stiffening* (α)

Modelo		Caso 1 – Sem Reforço	Caso 1 – Com Reforço
Carga de Ruína (KN)	$S_h=0$	66,0	120,0
	$S_h=0,010$	68,0	120,0
	$S_h=0,250$	74,0	125,0
	$S_h=0,500$	82,0	125,0
Deslocamento Vertical na ruína (mm)	$S_h=0$	10,480	39,936
	$S_h=0,010$	52,657	38,805
	$S_h=0,250$	53,531	41,699
	$S_h=0,500$	56,571	38,808

5.6 – Incremento de Carga:

5.6.1 – Descrição dos modelos:

Como nos itens anteriores utilizou-se para esta análise o modelo com 6 elementos com a aplicação do caso 1 de carregamento. As cargas foram aplicadas nos modelos numéricos com os valores de 5KN, 10KN e 20KN.

5.6.2 – Comparação dos Resultados:

Percebe-se pelos gráficos das Figuras 37 e 38 que a carga do início do escoamento do aço não é corretamente capturada para o modelo em que foi utilizado um incremento de carga de 20 KN, isto ocorrendo tanto para o modelo com reforço como para o sem reforço.

Quanto à carga em que iniciam as primeiras fissuras no concreto, embora esta tenha sido idêntica em todos os modelos, fica claro que em outras situações para diferentes incrementos de carga esta também não será corretamente avaliada para maiores valores deste incremento.

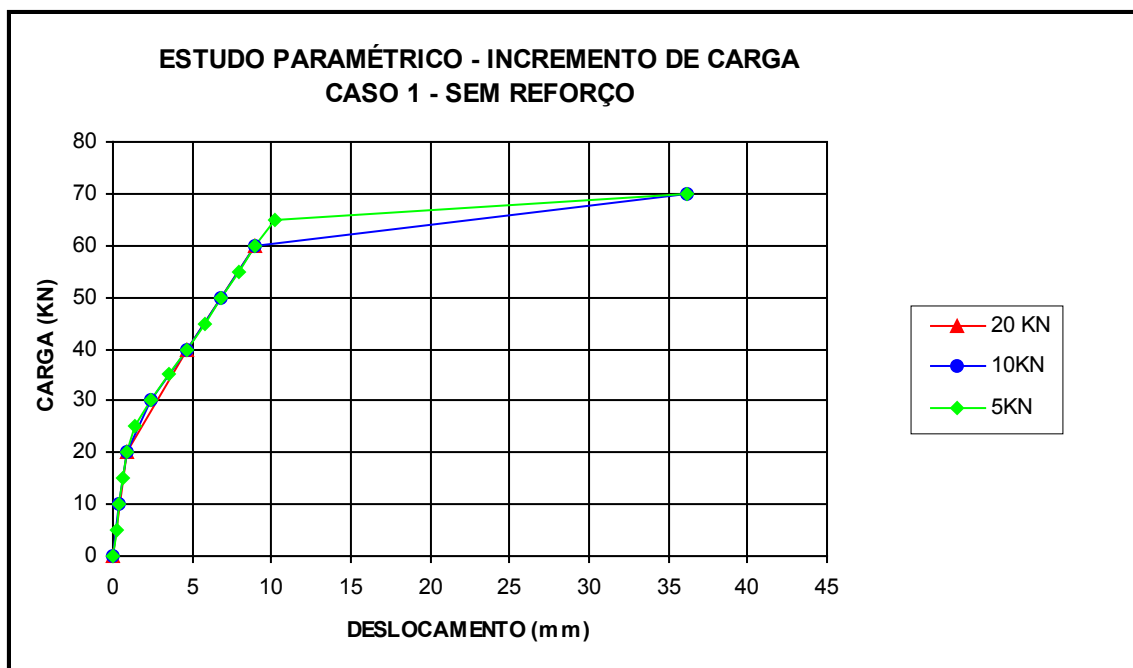


Figura 37 – Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento sem reforço – incremento de carga

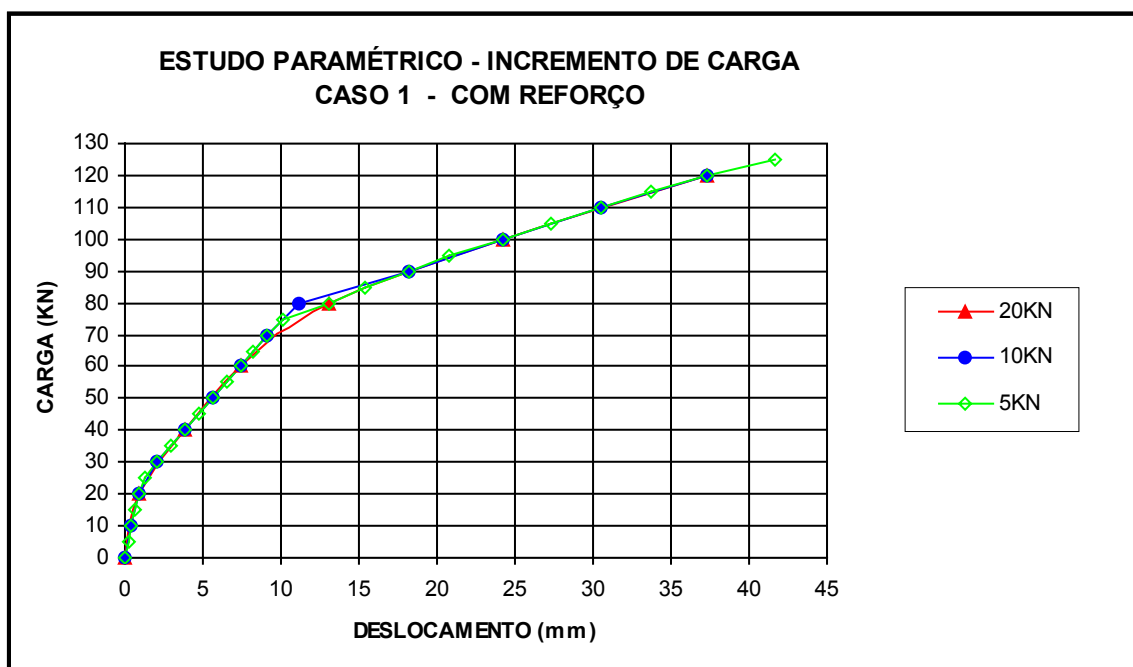


Figura 38 – Gráfico “Carga x Deslocamento vertical” no meio do vão – caso 1 de carregamento com reforço – incremento de carga

Tabela 10 – Carga de Ruína e Deslocamento Vertical na ruína – incremento de carga

Modelo		Caso 1 – Sem Reforço	Caso 1 – Com Reforço
Carga de Ruína (KN)	5 KN	70,0	125,0
	10 KN	70,0	120,0
	20 KN	60,0	120,0
Deslocamento Vertical na ruína (mm)	5 KN	36,220	41,699
	10 KN	36,217	37,303
	20 KN	8,959	37,302

CAPÍTULO 6

COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS NUMÉRICOS x EXPERIMENTAIS

Para avaliar os resultados gerados pelo programa ANALEST, apresenta-se neste capítulo uma análise comparativa dos resultados obtidos com o modelo numérico, elaborado neste trabalho, com os resultados de ensaios experimentais de vigas de concreto armado com e sem o reforço de laminados de PRFC.

Selecionou-se para este estudo os resultados experimentais obtidos por pesquisadores de três universidades distintas, procurando-se desta forma ampliar esta análise para pesquisas que apresentem diferentes particularidades entre si. Entre estas particularidades pode-se citar: quantidade e tipos de ensaios aplicados aos materiais envolvidos, dimensionamento e detalhamento das armações dos protótipos ensaiados, pontos de aplicação das cargas, tipo da instrumentação utilizada para leitura das deformações, objetivos da pesquisa experimental, tipo do laminado de PRFC adotado, entre outros.

Os resultados experimentais utilizados nesta pesquisa foram extraídos dos trabalhos desenvolvidos por BEBER (1999), na UFRGS, FERRARI (2002), na UFSC, e JUVANDES (1999), na Universidade do Porto.

Todos os trabalhos acima mencionados tiveram como objetivo a investigação do uso de laminados de PRFC como elemento de reforço para vigas de concreto armado. Estas pesquisas contribuem de forma significativa, através de suas análises e caracterização do comportamento das vigas reforçadas com laminados de PRFC, para expandir o conhecimento sobre esta nova técnica já em uso em grande número de estruturas. O comportamento geral das estruturas reforçadas com PRFC, seus modos de ruína, a ligação entre o concreto, o adesivo e o compósito, levando-se em conta a aderência da ligação em termos de ancoragem, são alguns dos temas abordados nestes trabalhos.

6.1 – Vigas Ensaçadas Por BEBER (1999):

6.1.1 – Descrição dos ensaios, discretização e parâmetros utilizados no modelo:

Analisa-se inicialmente as vigas de concreto armado ensaiadas sob flexão a quatro pontos por BEBER (1999) na UFRGS, que consistiam de 10 protótipos: 2 testemunhos sem reforço (VT1 e VT2); protótipos reforçados com uma lâmina (VR3 e VR4); com quatro lâminas (VR5 e VR6), com sete lâminas (VR7 e VR8) e com dez lâminas (VR9 e VR10).

As lâminas de reforço utilizadas eram compostas de mantas (pré-impregnadas) de fibra de carbono e de resina. A Figura 40 indica o detalhamento da armação adotado, além da posição dos apoios e da aplicação das cargas no dispositivo de ensaio. Para os protótipos das vigas testemunho e para a reforçada com uma camada aplicou-se um carregamento com incremento de carga de 4 kN, para as demais o incremento de carga foi de 5 kN. Na Figura 41 é ilustrada a disposição da manta de fibra de carbono, as dimensões geométricas da seção transversal e o número de camadas aplicado em cada protótipo ensaiado.

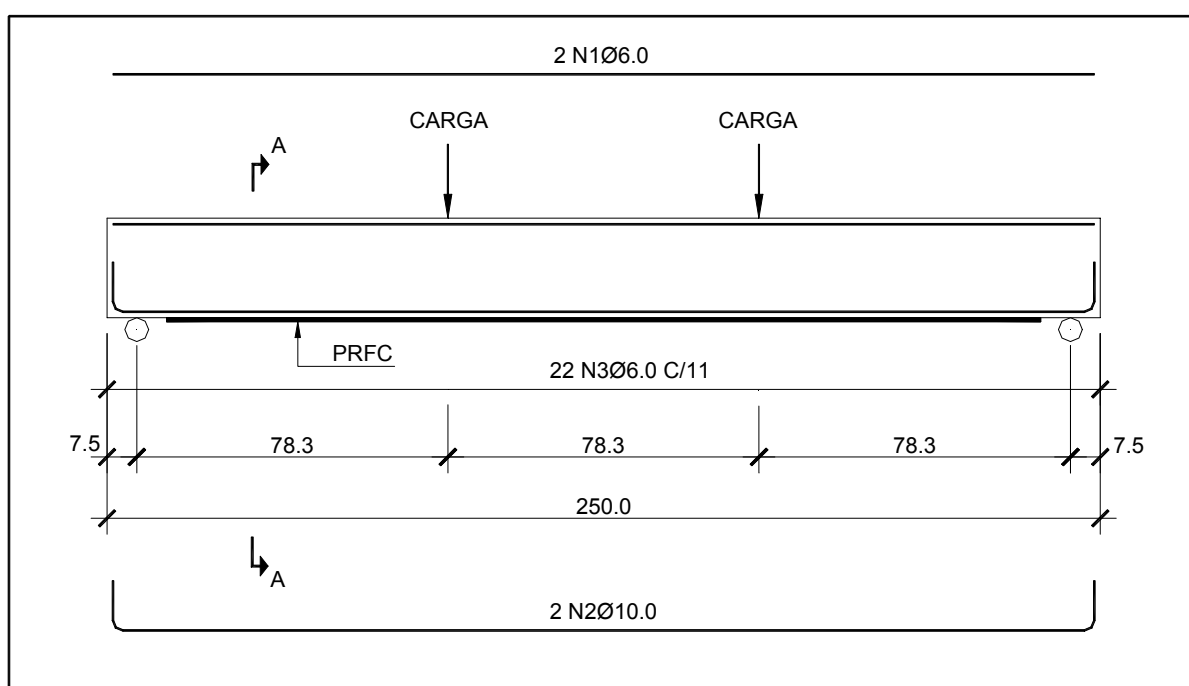


Figura 40 – Dimensões e detalhamento das armações das vigas ensaiadas

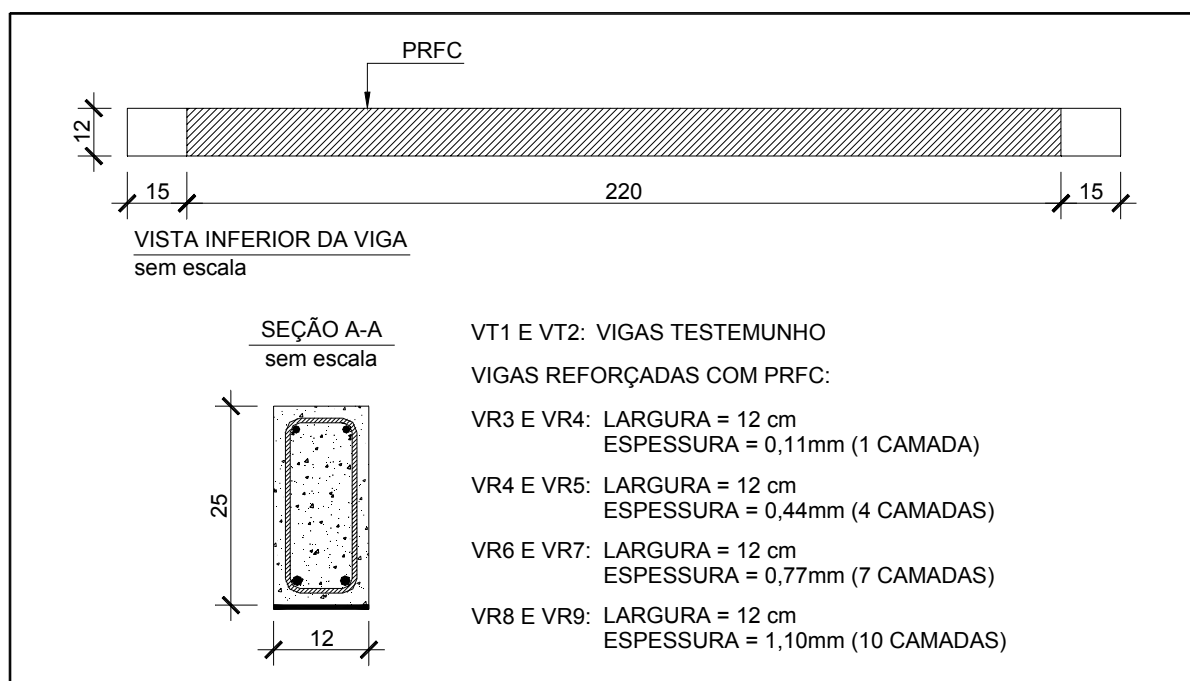


Figura 41 – Disposição do reforço das vigas ensaiadas

As Tabelas de 11 a 13 apresentam os valores das propriedades e parâmetros dos materiais envolvidos utilizados na entrada de dados do programa ANALEST para a análise não linear. Nestas tabelas os valores em negrito foram extraídos diretamente dos resultados dos ensaios realizados por BEBER (1999).

Tabela 11 – Propriedades do concreto

Viga	f_{cm} (KN/m ²)	ϵ_c	f_{tm} (KN/m ²)	Tension Stiffening (α)
Todas as vigas	33580	0,002	3139	0,045

Tabela 12 – Propriedades do laminado de PRFC

Viga	f_R (KN/m ²)	E_R (KN/m ²)	ϵ_R	Largura (mm)	Espessura (mm)
VR3/VR4	3400000	230000000	0,015	120	0,11
VR5/VR6	3400000	230000000	0,015	120	0,44
VR7/VR8	3400000	230000000	0,015	120	0,77
VR9/VR10	3400000	230000000	0,015	120	1,10

Tabela 13 – Propriedades do aço

Viga	Aço	F_y (KN/m ²)	E_s (KN/m ²)	ϵ_{rup}	Strain Hardening (S_h)
Todas as vigas	6.0mm	738000	214830000	0,02	0,016
	8.0mm	565000	214830000	0,02	0* e 0,0115

(*) apenas no caso das vigas VT1 e VT2

Com referência aos valores apresentados nas tabelas acima observam-se os seguintes itens:

- Em cada etapa do ensaio das vigas, que consistia na execução de dois protótipos, foram moldados nove corpos de prova do tipo 10x20 cm. As rupturas à compressão simples destes corpos de prova foram realizadas na data dos ensaios dos protótipos;
- Na ausência de ensaios experimentais, adotou-se para o concreto à compressão $\epsilon_0 = 0,002$ e para determinação de sua resistência à tração utilizou-se a equação 6.1 proposta pelo CEB-FIP1990 (1993), em função da resistência à compressão;

$$f_{tm} = 1,4 \times \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{2/3} \quad (6.1)$$

- Para determinação da tensão de escoamento (f_y) das barras de aço utilizadas foram ensaiadas à tração três amostras de cada tipo de aço;
- Para o laminado de PRFC foram utilizados os valores fornecidos pelo fabricante do mesmo;
- Para determinação do parâmetro *tension stiffening* (α), adotado no modelo simplificado para levar em conta a resistência à tração do concreto entre as fissuras, não existe ainda uma equação que forneça diretamente este valor pela taxa de armadura. A faixa de valores recomendados de 0,02 a 0,06 foram obtidos a partir de ensaios de lajes ou painéis armados biidirecionalmente. Neste

trabalho o valor de α foi adotado a partir de um ajuste da curva obtida pelo modelo numérico à curva obtida experimentalmente nas vigas sem reforço ou referência, mantendo-se depois constante este valor para a análise das vigas reforçadas. O efeito de *tension stiffening* só foi considerado nas camadas adjacentes à armadura longitudinal tracionada (ver Figura 42);

- Como não havia informações referentes aos valores de f_u e ε_u dos ensaios das armaduras de aço, adotou-se para o parâmetro *strain-hardening* os mesmos valores obtidos para o aço ensaiado por FERRARI (2002), como será visto mais adiante no item 6.3, visto tratarem-se do mesmo tipo de aço, ou seja, aço CA-50A (armadura inferior) e CA-60B (armadura superior);

Estabelecidos os valores para as propriedades e parâmetros dos materiais o modelo numérico fica então definido pela escolha da malha. A definição do comprimento do elemento foi feita com base nos resultados do estudo paramétrico realizado no capítulo 5 deste trabalho, resultando em um modelo de 6 elementos, ilustrado na Figura 42. A seção foi discretizada em 20 camadas baseada nos resultados obtidos nos estudos paramétricos apresentados também no capítulo 5.

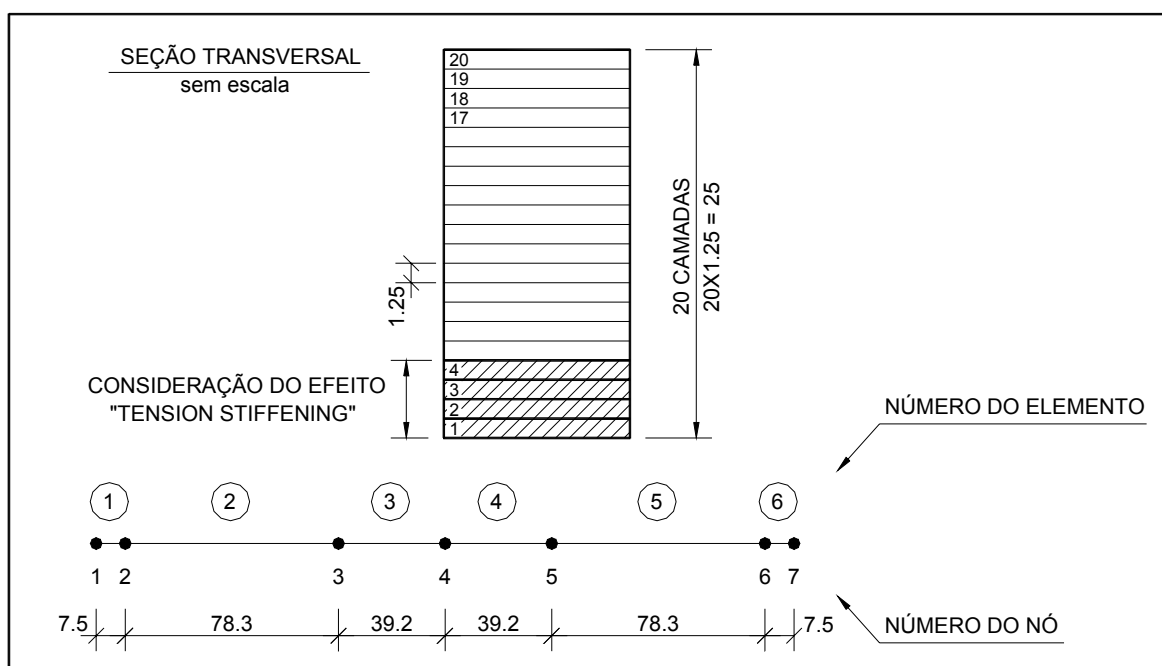


Figura 42 – Discretização da viga e da seção utilizada no modelo analisado com o programa ANALEST

6.1.2 – Comparação entre resultados numéricos e experimentais:

A Figura 43 ilustra o gráfico *carga vertical total aplicada* (em kN) versus *deslocamento vertical* no meio do vão (em mm) obtido para as vigas de referência VT1 e VT2, sem reforço, e as Figuras 44, 45, 46 e 47 mostram os gráficos obtidos para as vigas reforçadas, VR3 e 4, VR5 e 6, VR7 e 8 e VR9 e 10, respectivamente. Nas tabelas 14 e 15 a análise dos resultados é complementada pela comparação da carga de início de escoamento do aço, carga de ruína e deslocamento vertical correspondente da viga em sua seção central e modo de ruína.

Analisando-se inicialmente as vigas não reforçadas, VT1 e VT2, observa-se que o modelo consegue capturar perfeitamente o ramo ascendente da curva, tanto no regime elástico como no trecho pós-fissuração, adotando-se $\alpha = 0,045$ como parâmetro de *tension-stiffening* (ver Figura 44). O início do escoamento foi capturado exatamente pelo modelo (a 44 kN), entretanto, após o escoamento, não foi possível continuar a análise considerando-se horizontal o patamar de escoamento do aço ($s_h = 0$), enquanto que, considerando $s_h = 0,0115$, conseguiu-se aplicar mais um incremento de carga (ruptura a 48 kN), porém o deslocamento correspondente foi muito maior do que o valor experimental, indicando que ou no ensaio a armadura inferior escoou mas não atingiu grandes deformações, ou então estas não foram medidas devido ao dispositivo de ensaio (controle de carga).

Para todas as vigas reforçadas, a diferença nas curvas analíticas ao variar-se o parâmetro de *strain-hardening* é muito pequena, portanto mostram-se apenas as curvas para $s_h = 0,0115$ (na armadura inferior).

Comparando-se agora as curvas obtidas dos ensaios das vigas VR3 e 4 (1 lâmina de reforço) com a curva obtida pelo programa ANALEST (ver Figura 44), observa-se novamente uma ótima aproximação da curva analítica em relação às experimentais para o ramo ascendente da curva, até o escoamento da armadura inferior (a 48 kN). O modelo também fornece uma boa aproximação para a rigidez do trecho pós-escoamento (um pouco mais flexível), no entanto a carga de ruptura não é

bem capturada, sendo que nos ensaios a VR3 rompeu por escoamento da armadura (Tipo 1) e a VR4 por ruptura do laminado (Tipo 2), talvez devido a uma ruptura localizada.

Pode-se perceber ainda pelos valores apresentados na Tabela 14 o ganho em capacidade última das vigas reforçadas em relação às não reforçadas. Das Figuras 44 a 46 observa-se que, para as vigas reforçadas com 4, 7 e 10 lâminas, obtém-se uma ótima aproximação do modelo analítico em relação aos experimentos, sendo melhor a aproximação quanto maior o número de lâminas. Ressalta-se que nos ensaios estas vigas romperam um pouco prematuramente, com o destacamento dos laminados de reforço, enquanto que a análise com o programa ANALEST continua até a ruptura dos laminados.

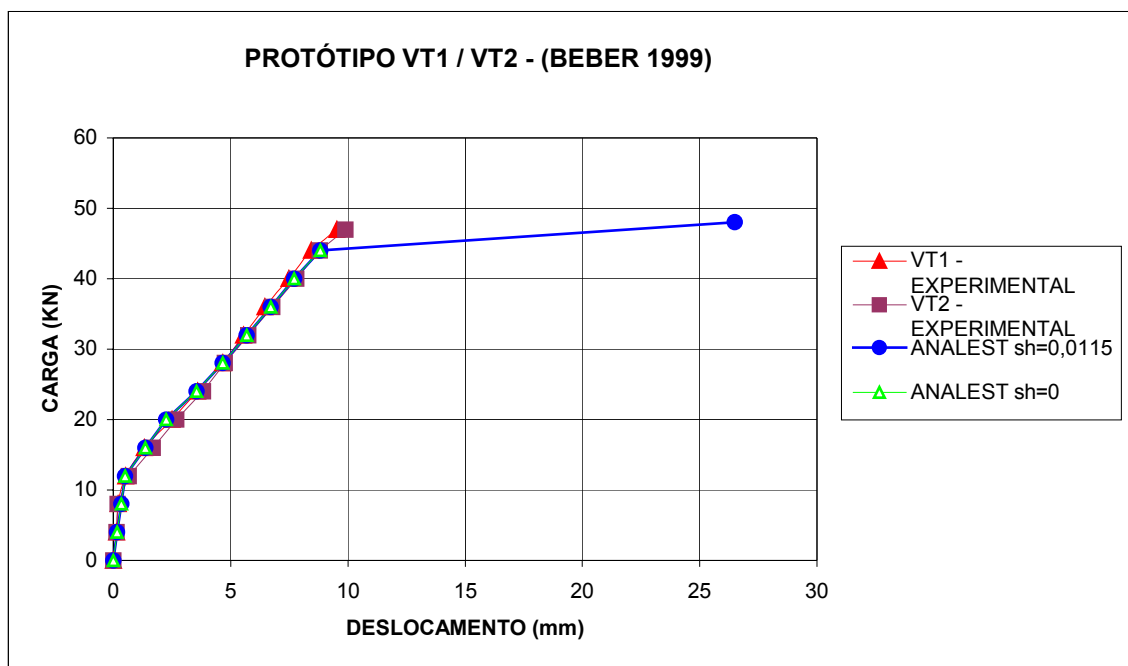


Figura 43 – Gráfico Carga Total x Deslocamento Vertical no meio do vão das vigas VT1 / VT2

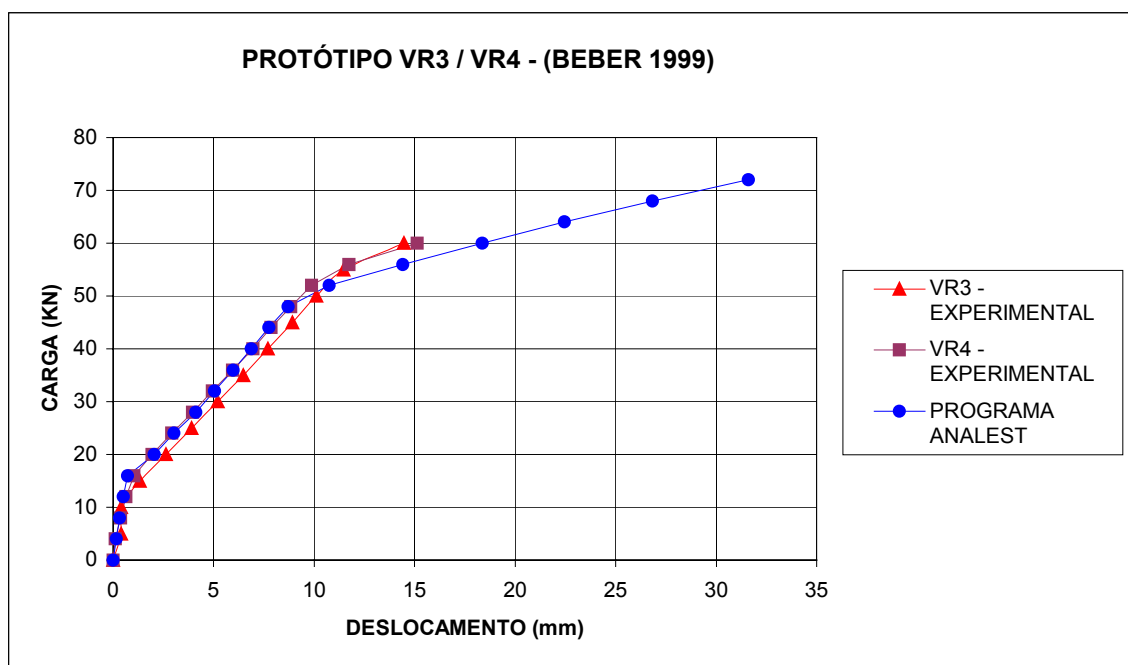


Figura 44 - Gráfico Carga Total x Deslocamento Vertical no meio do vão das vigas VR3 /VR4

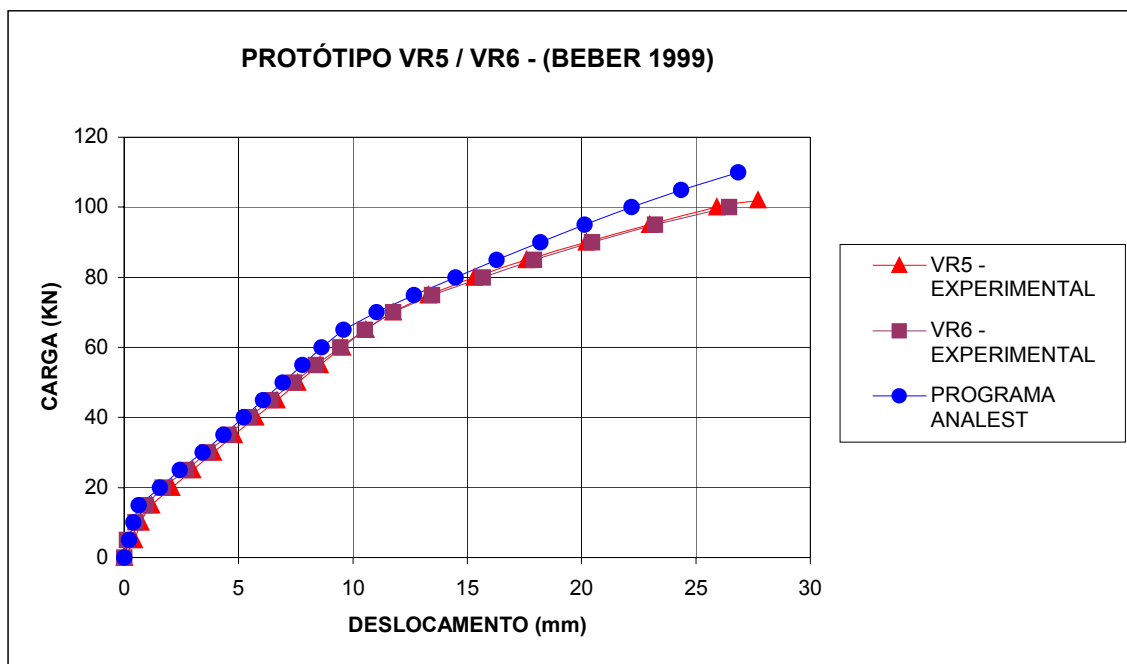


Figura 45 - Gráfico Carga Total x Deslocamento Vertical no meio do vão das vigas VR5/VR6

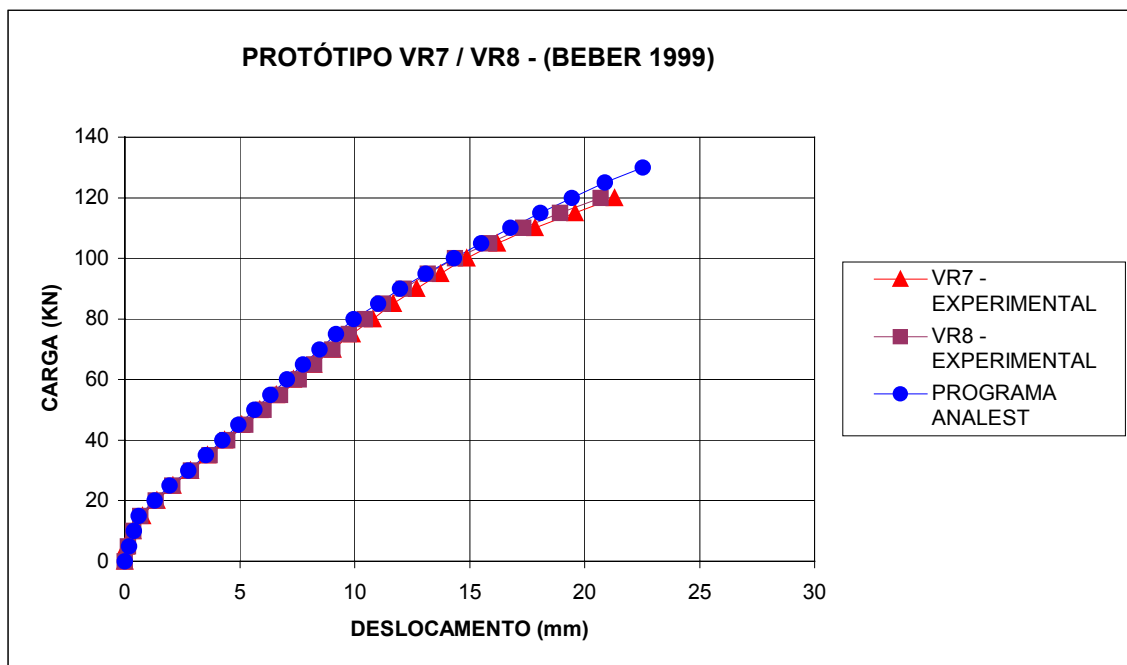


Figura 46 - Gráfico Carga Total x Deslocamento Vertical no meio do vão das vigas VR7 / VR8

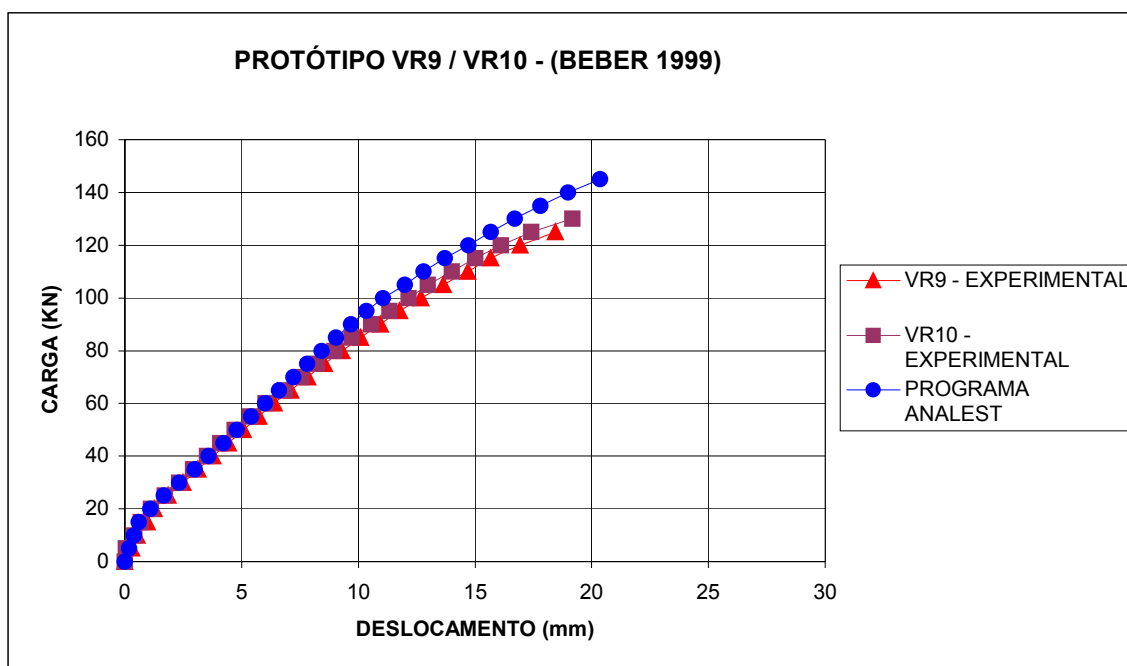


Figura 47 - Gráfico Carga Total x Deslocamento Vertical no meio do vão das vigas VR9 / VR10

Tabela 14 – Comparação entre valores de cargas obtidos nos ensaios experimentais realizados por Beber e a análise numérica realizada com o programa ANALEST

Viga	VT1	VT2	VR3	VR4	VR5	VR6	VR7	VR8	VR9	VR10
Carga de Ruína (KN) Experimental	47,4	47,0	65,2	62,0	102,2	100,6	124,2	124,0	129,6	137
Carga de Ruína (KN) ANALEST: $s_h = 0$	44,0		-		-		-		-	
Carga de Ruína (KN) ANALEST: $s_h = 0,0115$	48,0		72,0		110,0		130,0		145,0	
Difer. Relativa (%) $s_h = 0$	-7,2	-6,4								
Difer. rel. (%) $s_h = 0,0115$	+1,2	+2,1	+10,4	+16,1	+7,6	+9,3	+4,7	+4,8	+11,9	+5,8
Modo de Ruína Experimental	1	1	1	2	3	3	3	3	3	3
Modo de Ruína Programa ANALEST	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
Carga no início do escoamento do aço (KN) Experimental	44,0	44,0	47,9	48,0	60,0	60,1	80,1	85,1	90,0	95,0
Carga no início do escoamento do aço (KN) Programa ANALEST	44,0		48,0		65,0		85,0		105,0	
Diferença relativa (%)	0	0	+0,2	0	+8,3	+8,1	+6,1	-0,1	+16,7	+10,5

- 1 – Deformação excessiva da armadura longitudinal de tração
- 2 – Ruptura da lâmina de reforço
- 3 – Desprendimento do reforço

Tabela 15 – Comparação entre deslocamentos obtidos nos ensaios experimentais realizados por Beber e a análise numérica realizada com o programa ANALEST

Viga	VT1	VT2	VR3	VR4	VR5	VR6	VR7	VR8	VR9	VR10
Desl. Vertical na ruína (mm) Experimental	9,5	9,9	14,4	15,1	27,7	26,4	21,3	20,7	18,4	19,2
Deslo. vert. Na ruína (mm) – ANALEST: $s_h = 0$	8,8		-		-		-		-	
Deslo. vert. Na ruína (mm) – ANALEST: $s_h = 0,0115$	26,5		31,6		26,8		22,54		20,37	
Difer. Relativa (%): $s_h = 0$	-7,4	-11,1								
Difer. rel. (%): $s_h = 0,0115$	+178,9	+167,7	+119,4	+109,3	-3,2	+1,3	+5,8	+8,9	+10,7	+6,1

6.2 – Vigas Ensaadas Por FERRARI (2002):

6.2.1 – Descrição dos ensaios, discretização e parâmetros utilizados no modelo:

Este item apresenta a análise das vigas ensaiadas sob flexão a quatro pontos por FERRARI (2002) na UFSC. O objetivo geral de Ferrari em seu programa experimental foi o de estudar o comportamento de vigas de concreto armado reforçadas com mantas de fibra de carbono para diferentes mecanismos de incremento de ancoragem.

Como o modelo numérico deste trabalho considera uma aderência perfeita entre o elemento de reforço e a peça de concreto, optou-se em utilizar o grupo de vigas ensaiadas por FERRARI (2002) em que o modo de ruína deu-se pela ruptura do reforço e não pelo desprendimento do mesmo. Elegeram-se então as vigas denominadas de VRE, VR7 e VR8, onde a primeira é a viga de referência, sem reforço, e as outras duas são as vigas reforçadas cujo mecanismo externo de fixação para melhorar a aderência do sistema de reforço apresentou melhor desempenho.

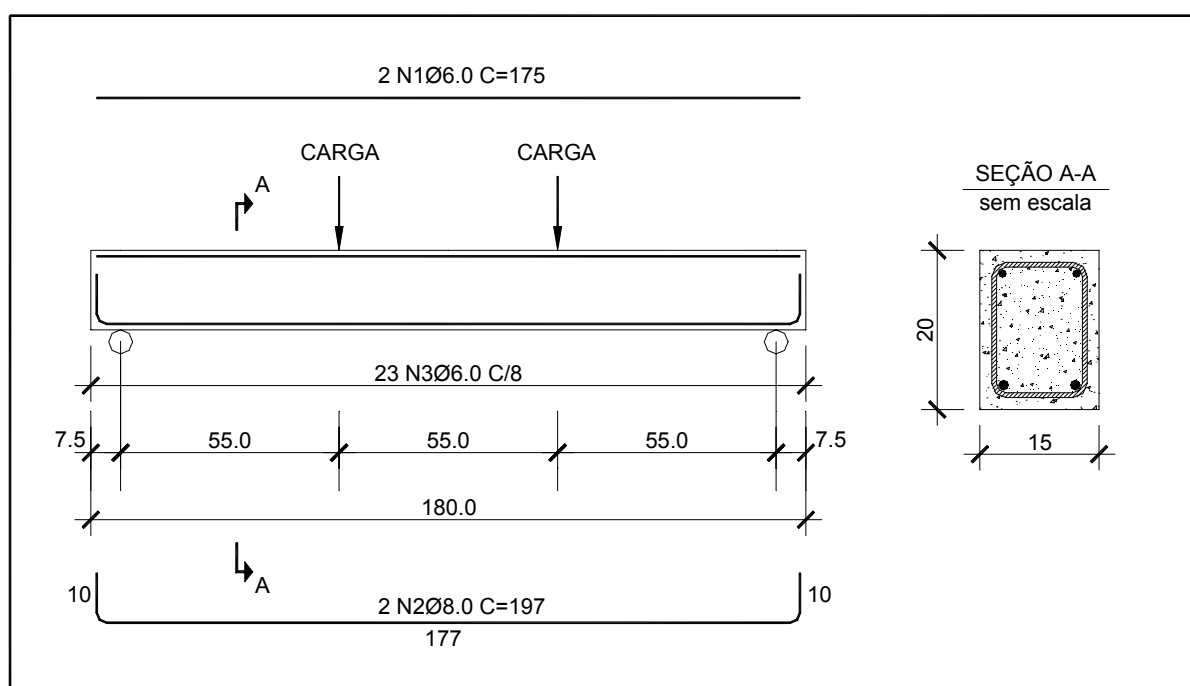


Figura 48 - Dimensões e detalhamento das armações das vigas VRE, VR7 e VR8

A Figura 48 indica as dimensões e o detalhamento da armação adotado para todas as vigas ensaiadas. A Figura mostra também a posição dos apoios e da aplicação das cargas no dispositivo de ensaio. Nas análises numéricas as cargas foram aplicadas conforme nos ensaios, com incrementos de 2 kN, para todas as vigas.

Na Figura 49 a seguir, ilustra-se a disposição da manta de fibra de carbono e a localização do seu mecanismo externo de fixação para as vigas VR7 e VR8.

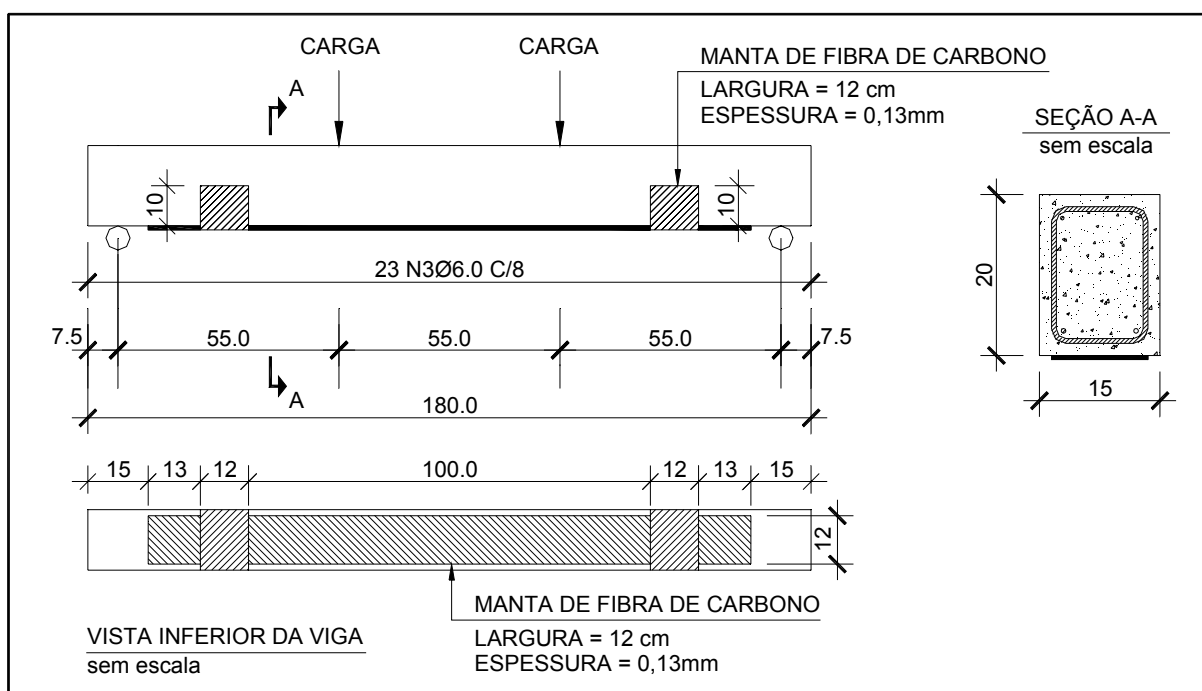


Figura 49 - Disposição do reforço das vigas VR7 e VR8

As Tabelas de 16 a 18 a seguir apresentam os valores das propriedades e parâmetros dos materiais envolvidos utilizados na entrada de dados do programa ANALEST para a análise não linear. Nestas tabelas os valores em negrito foram extraídos diretamente dos resultados dos ensaios dos materiais realizados por FERRARI (2002).

Tabela 16 – Propriedades do concreto

Viga	f_{cm} (KN/m ²)	f_t (KN/m ²)	Tension Stiffening (α)
VRE	30700	2957	0,045
VR7	31000	2976	0,045
VR8	32000	3040	0,045

Tabela 17 – Propriedades do Laminado de PRFC

Viga	f_f (KN/m ²)	E_f (KN/m ²)	ε_{rup}	Largura (mm)	Espessura (mm)
VR7/VR8	3123000	230000000	0,015	120	0,13

Tabela 18 – Propriedades do aço

Viga	Aço	f_y (KN/m ²)	f_u (KN/m ²)	E_s (KN/m ²)	ε_{rup}	Strain Hardening (Sh)
VRE	6.0mm	767500	992667	210000000	0,020	0,016
VR7/VR8	8.0mm	545750	732117	210000000	0,020	0* e 0,0115

(*) apenas no caso da viga VRE

Com relação aos ensaios realizados por FERRARI (2002) e à determinação dos demais parâmetros e propriedades físicas dos materiais que não foram obtidos diretamente pelos ensaios realizados, destaca-se o seguinte:

- O ensaio de compressão nos corpos de prova de concreto foi realizado na idade de 100 dias, sendo utilizado um, dois e um corpos de provas respectivamente para as vigas VRE, VR7 e VR8. O ensaio das vigas foi realizado também com a idade de 100 dias;
- Como no item anterior, na ausência de ensaios experimentais adotou-se para o concreto à compressão $\varepsilon_0 = 0,002$ e para determinação de sua resistência à tração utilizou-se a equação 5.1 proposta pelo CEB-FIP1990 (1993), em função da resistência à compressão;
- Para as barras de aço os valores da tensão de escoamento (f_y) e da tensão máxima (f_u) foram obtidos através de ensaio de tração deste material;
- Já para a manta de fibra de carbono sua resistência à tração foi estimada através do ensaio de três corpos de prova. Salienta-se que o valor médio encontrado de 3123 MPa difere em 12% do valor fornecido pelo fabricante – 3500 MPa;
- Com relação ao parâmetro *tension stiffening* (α), na falta de uma relação em função da taxa de armadura baseada em resultados experimentais, novamente

adotou-se para α o valor que melhor descreveu o comportamento do concreto para a viga sem reforço. Obteve-se o mesmo valor (0,045) encontrado para as vigas de Beber, apesar da taxa de armadura destas últimas ser um pouco superior (0,52% em comparação com 0,33%). O efeito *tension stiffening* só foi considerado nas camadas adjacentes à armadura longitudinal inferior (ver Figura 50)

- Para o cálculo do parâmetro que estabelece o enrijecimento do aço após seu escoamento (*strain hardening*), s_h , utilizaram-se os valores de f_y e f_u (ver tabela 8) obtidos dos ensaios de FERRARI (2002), e adotou-se o valor de 210 GPa para o módulo de elasticidade do aço e os valores de deformação última igual a 8% para o aço CA-50A e 7% para o aço CA-60B. Para a viga sem reforço, VRE, considerou-se ainda um patamar horizontal de escoamento, $s_h=0$ para a armadura inferior (ver Tabela 18).

A definição da malha e comprimento do elemento foi feita também com base nos estudos paramétricos realizados no capítulo 5, resultando em um modelo de 6 elementos, ilustrado na Figura 50. A seção foi discretizada em 16 camadas, mantendo-se a altura da camada igual a 1,25cm, conforme realizado anteriormente no item 6.1.

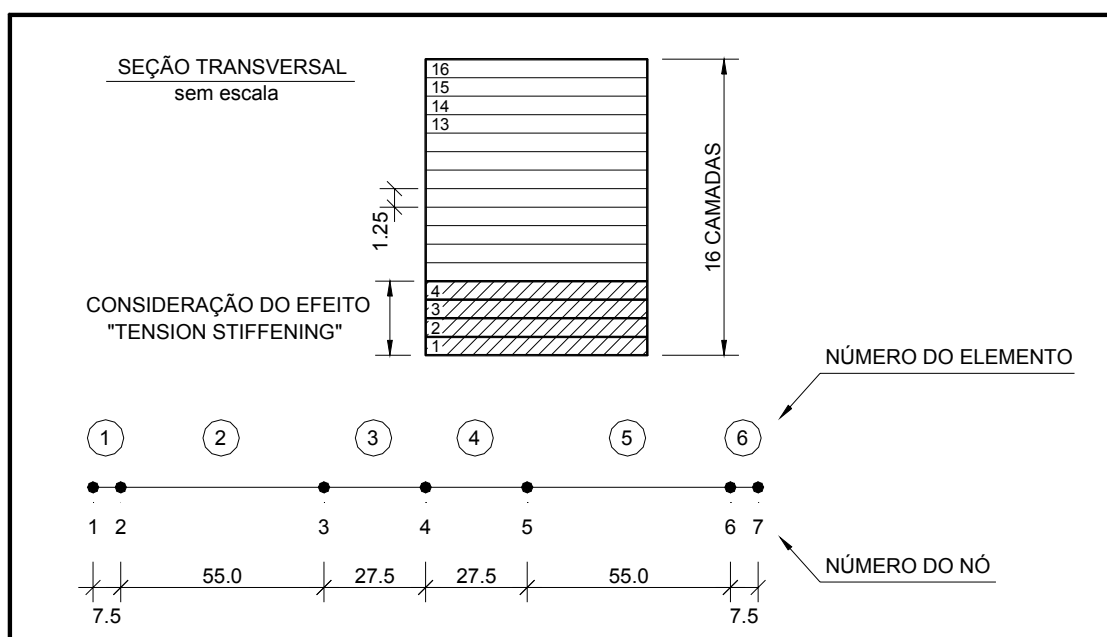


Figura 50 - Discretização do modelo numérico do programa "ANALEST"

6.2.2 – Comparação entre resultados numéricos e experimentais:

A comparação entre os resultados do modelo desenvolvido, através do programa ANALEST, com os resultados experimentais, é realizada através de gráficos *carga vertical total aplicada* (em kN) versus *deslocamento vertical* (em mm) no meio do vão (seção central) da viga. A Figura 51 mostra o gráfico obtido para a viga de referência VRE, sem reforço, e a Figura 52 o gráfico obtido para as vigas reforçadas, VR7 e VR8. A análise dos resultados é complementada ainda pela comparação da carga de início de escoamento do aço, carga de ruína e deslocamento vertical correspondente da viga em sua seção central além do modo de ruína apresentados na Tabela 19.

Analisando-se inicialmente a viga não reforçada, VRE, observa-se que até o escoamento da armadura inferior as curvas analítica e experimental praticamente coincidem adotando-se $\alpha = 0,045$ como parâmetro de *tension-stiffening* (ver Figura 51).

O modelo também conseguiu capturar corretamente o início do escoamento das barras de aço com uma diferença de apenas 3% em relação ao experimento, como pode-se observar na Tabela 19. Novamente, considerando-se no modelo um patamar horizontal de escoamento do aço ($s_h = 0$) não foi possível prosseguir a análise, tendo em vista que no programa ANALEST foi utilizado o Método de Newton-Raphson Tangente com aplicação de incrementos de carga (com deslocamentos prescritos seria possível prosseguir a análise). Já adotando-se um coeficiente de *strain-hardening* $s_h = 0,0115$, conseguiu-se aplicar mais um incremento de carga, porém o deslocamento correspondente foi muito maior do que o valor experimental, indicando que ou no ensaio a armadura inferior escoou mas não atingiu grandes deformações, ou então estas não foram medidas devido ao dispositivo de ensaio (controle de carga e não de deslocamento).

Ressalta-se que, apesar de que seria ideal utilizar-se no modelo a curva *tensão* × *deformação* real do aço tipo A, com um patamar de escoamento horizontal inicialmente e um enrijecimento posterior, isto traria problemas de convergência ao se

utilizar o algoritmo de Newton-Raphson, que não admite sistemas com enrijecimento. É por isto que neste trabalho adota-se uma curva aproximadamente bi-linear para o modelo constitutivo do aço.

Quanto à carga de ruína, tanto o modelo como o ensaio apresentaram valores próximos ao nível de carga correspondente ao início da plastificação do aço. Observa-se ainda para esta viga a rigidez um pouco maior apresentada pela curva experimental em relação à analítica, após o escoamento do aço.

Como nas vigas reforçadas diminuem as deformações sofridas pela armadura longitudinal inferior, devido à transferência de tensões para os laminados do reforço, passa a ter menos influência o coeficiente de *strain-hardening*. Portanto para a análise das vigas reforçadas considerou-se apenas o coeficiente $s_h = 0,0115$ para o aço da armadura inferior. A partir da Figura 52 pode-se observar novamente uma ótima aproximação da curva analítica em relação às experimentais para o ramo ascendente da curva, até o escoamento da armadura inferior. O modelo também fornece uma boa aproximação para a rigidez do trecho pós-escoamento, desta vez um pouco mais flexível do que o obtido nos ensaios experimentais. Tanto para a carga correspondente ao início da plastificação do aço, como para a carga de ruína, o modelo analítico forneceu valores inferiores aos obtidos experimentalmente, como pode ser observado da Tabela 19. Nota-se, entretanto, que se o início de escoamento do aço fosse representado corretamente pelo modelo, a curva analítica se aproximaria mais da experimental.

Pode-se observar ainda, tanto das Figuras 51 e 52 como da Tabela 19, o ganho substancial de capacidade última das vigas com a aplicação do reforço de laminados de PRFC, onde o valor final da carga de ruína praticamente dobra o seu valor.

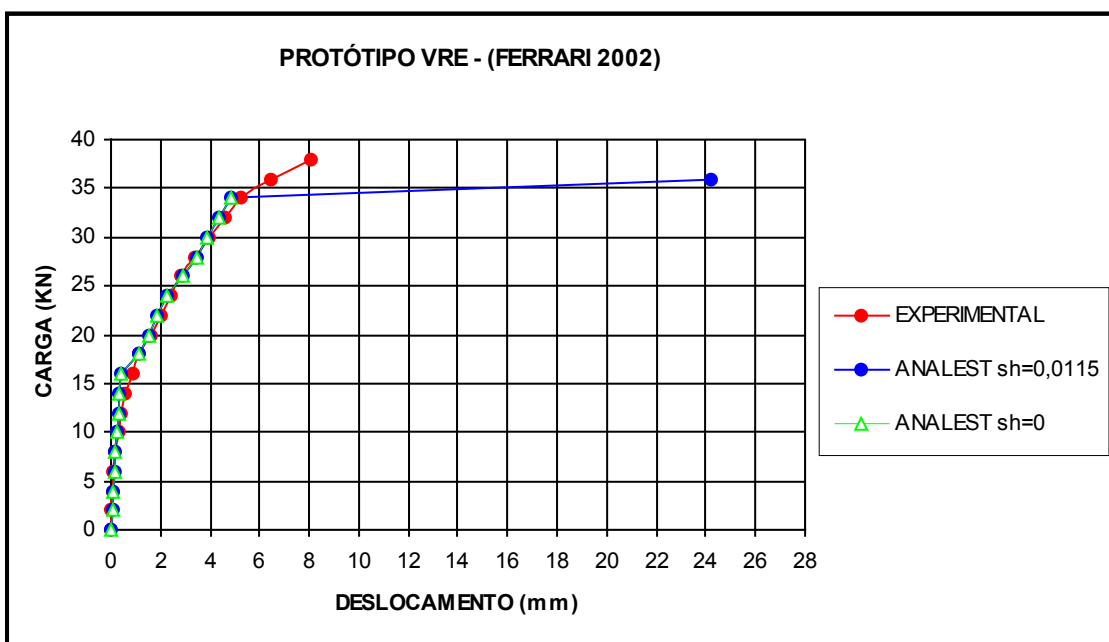


Figura 51 - Gráfico “Carga x Deslocamento Vertical” no meio do vão da viga VRE

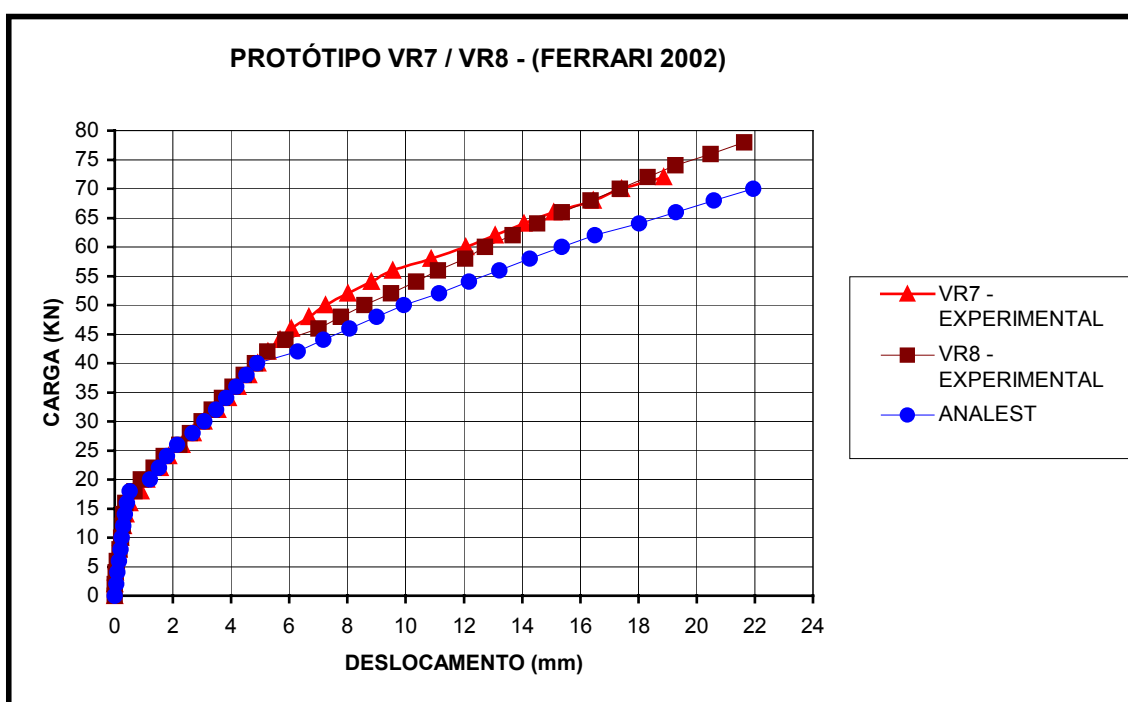


Figura 52 - Gráfico “Carga x Deslocamento Vertical” no meio do vão das vigas VR7/R8

Tabela 19 – Comparação entre ensaios experimentais realizados por Ferrari e análise numérica com o programa ANALEST

Viga	VRE	VR7	VR8
Carga de Ruína (KN) - Experimental	38,0	72,0	78,0
Carga de Ruína (KN) - ANALEST: $s_h=0,0115$	36,0	70,0	
Carga de Ruína (KN) - ANALEST: $s_h=0$	34,0	-	-
Diferença relativa (%): $s_h=0,0115$	- 5,3	- 2,8	- 10,3
Diferença relativa (%): $s_h=0$	- 10,5	-	-
Modo de Ruína – Experimental	1	2	2
Modo de Ruína – Programa ANALEST	1	2	2
Carga no início do escoamento do aço (KN) Experimental	33,0	48,0	44,0
Carga no início do escoamento do aço (KN) Programa ANALEST	34,0	40,0	
Diferença (%)	+ 3,0	- 16,7	- 9,1
Deslocamento vertical na ruína (mm) Experimental	8,1	18,9	21,6
Deslocamento vertical na ruína (mm) Programa ANALEST : $s_h=0,0115$	24,2	21,9	
Deslocamento vertical na ruína (mm) Programa ANALEST : $s_h=0$	4,9	-	
Diferença (%) : $s_h=0,0115$	+ 198,8	+ 15,9	+ 1,4
Diferença (%) : $s_h=0$	- 39,5	-	-

1 – Deformação excessiva da armadura longitudinal de tração

2 – Ruptura da lâmina de reforço

6.3 – Vigas Ensaçadas Por JUVANDES (1999):

6.3.1 – Descrição dos ensaios, discretização e parâmetros utilizados no modelo:

A seguir analisam-se um grupo de vigas ensaiadas por JUVANDES (1999) na Universidade do Porto. Entre as vigas ensaiadas foram efetuadas variações quanto a geometria, armação e pontos de aplicação da carga (ensaio a quatro e a três pontos). Estes protótipos ensaiados por JUVANDES (1999) complementam o estudo comparativo dos resultados do programa ANALEST com ensaios experimentais realizadas neste trabalho.

As vigas foram reforçadas com laminados pré-fabricados unidirecionais de PRFC (tiras de fibra de carbono). O adesivo utilizado nas colagens da interface concreto-laminado é do tipo epoxídico e são constituídos por dois componentes (A-Principal e B-endurecedor).

Na Figura 53 a seguir são ilustrados os pontos de aplicação das cargas, a posição dos apoios no dispositivo de ensaio, as dimensões geométricas e a armação adotada nas vigas analisadas.

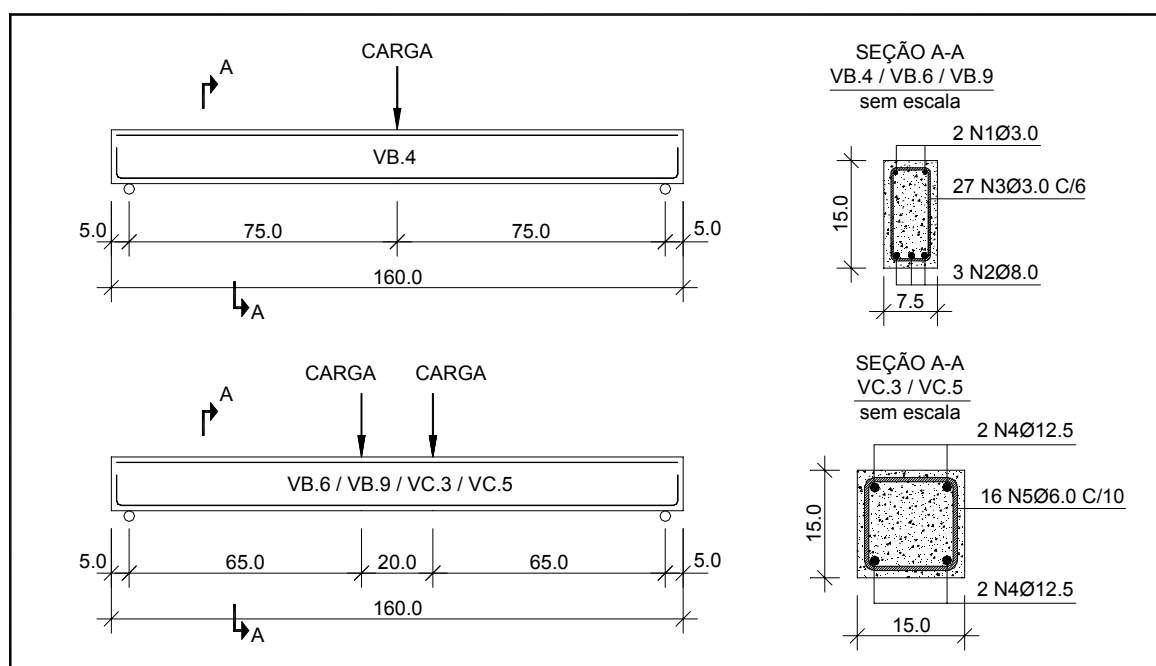


Figura 53 – Dimensões e detalhamento das vigas ensaiadas

As vigas VB.4, VB.6 e VC.3 não foram reforçadas, sendo utilizadas portanto, como vigas de referência. A Figura 54 mostra a disposição das tiras de fibra de carbono aplicadas nas vigas reforçadas.

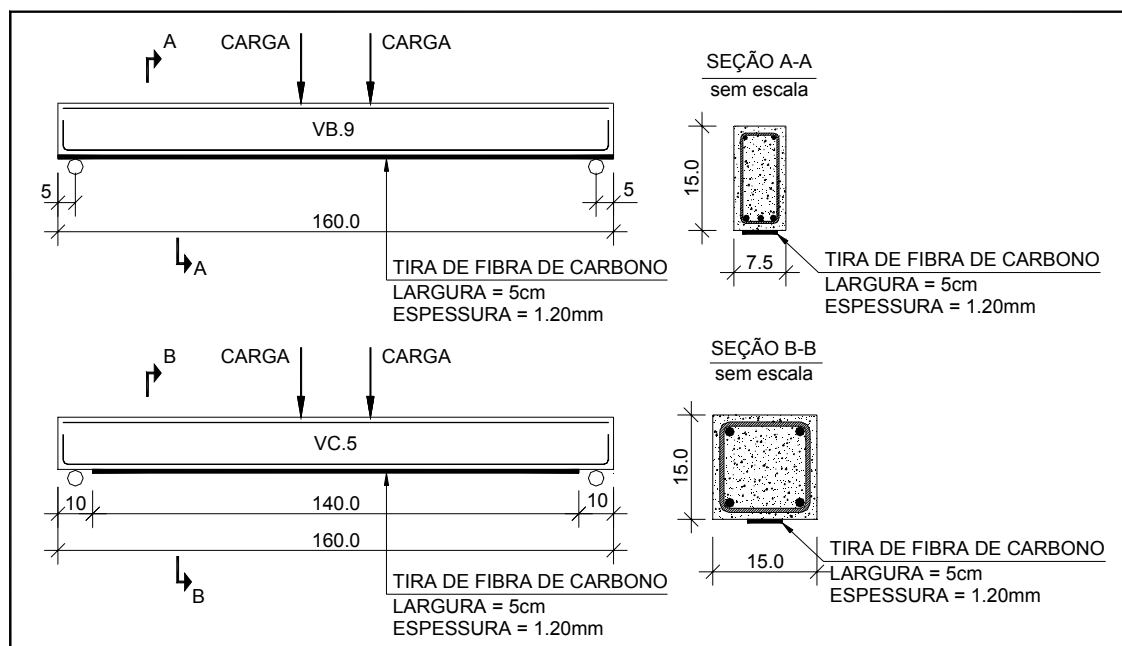


Figura 54 – Disposição do reforço das vigas VB.9 e VC.5

Apresentam-se nas Tabelas de 20 a 22 os valores das propriedades e parâmetros dos materiais envolvidos utilizados na entrada de dados do programa ANALEST para análise não linear. Como adotado nos itens 6.1 e 6.2, os valores em negrito destas tabelas foram extraídos diretamente dos resultados dos ensaios dos materiais realizados por JUVANDES (1999).

Tabela 20 – Propriedades do concreto

Viga	f_{cm} (KN/m ²)	ϵ_{σ}	f_{tm} (KN/m ²)	Tension Stiffening (α)
VB4	38100	0,002	3600	0,045
VB6	37900	0,002	3600	0,045
VB9	35800	0,002	4400	0,045
VC3	20700	0,002	2000	0,060
VC5	20700	0,002	2000	0,060

Tabela 21 – Propriedades do laminado de PRFC

Viga	f_f (KN/m ²)	E_f (KN/m ²)	ε_{rup}	Largura (mm)	Espessura (mm)
VB9/VC5	3100000	160000000	0,0194	50	1,20

Tabela 22 – Propriedades do aço

Viga	Aço	f_y (KN/m ²)	f_u (KN/m ²)	E_s (KN/m ²)	ε_{rup}	Strain Hardening (Sh)
VC5	12.0mm	507400	579700	184600000	0,27	0,0161
VB4/VB6/ VB9	3.0mm	192300	307100	195000000	0,53	0
	8.0mm	497100	654300	174000000	0,22	0,0414

Em relação aos ensaios realizados nos materiais e os critérios adotados na determinação dos parâmetros utilizados, citam-se os ítems a seguir:

- A resistência do concreto à compressão e à tração apresentada na Tabela 20 para as vigas VB4 e VB6 foi estimada por JUVANDES (1999) para a data do ensaio destas vigas. Estes valores basearam-se nos valores de ensaios realizados em corpos de prova na idade de 28 dias. Para as vigas VB9, VC3 e VC5 estes valores foram obtidos diretamente dos valores médios experimentais na data do ensaio;
- Adotou-se para o concreto à compressão $\varepsilon_0 = 0,002$;
- Os valores apresentados na Tabela 22 para o aço referem-se aos valores médios obtidos nos ensaios de três amostras de barras de aço para cada lote. Cada lote corresponde a um dado diâmetro utilizado no detalhamento das vigas;
- Para o laminado pré-fabricado efetuaram-se três ensaios de tração. Os valores médios obtidos para a resistência à tração, módulo de elasticidade e deformação última foram praticamente iguais aos fornecidos pelo fabricante. Os valores adotados para a análise foram os recomendados por JUVANDES (1999), que considerou para o módulo de elasticidade e deformação última valores ligeiramente superiores aos apresentados no catálogo do fabricante ($E_f =$

160GPa e $\varepsilon_{rup} = 0,0019$);

- Para o parâmetro *tension stiffening* (α) adotou-se o mesmo valor de 0,045 dos ensaios anteriores para as vigas VB4, VB6 e VB9, visto que as curvas carga x deslocamento obtidas pelo modelo numérico nas vigas sem reforço em comparação ao ensaio experimental apresentaram um bom desempenho. Para as vigas VC.3 e VC.5 o melhor ajuste foi obtido com o valor de $\alpha=0,06$. O efeito *tension stiffening* só foi considerado nas camadas adjacentes à armadura longitudinal (ver Figura 55);
- Os valores para o parâmetro *strain hardening* foram calculados a partir dos valores experimentais apresentados na tabela 22;

Seguindo os mesmos critérios adotados para a definição da malha dos ensaios anteriores, teve-se o modelo numérico para as vigas ensaiadas por JUVANDES (1999). Nas Figuras 55 e 56 é mostrada a discretização dos protótipos analisados, os quais apresentam, como nos ensaios anteriores, 6 elementos e 1,25 cm de espessura para cada camada, totalizando portanto, 12 camadas.

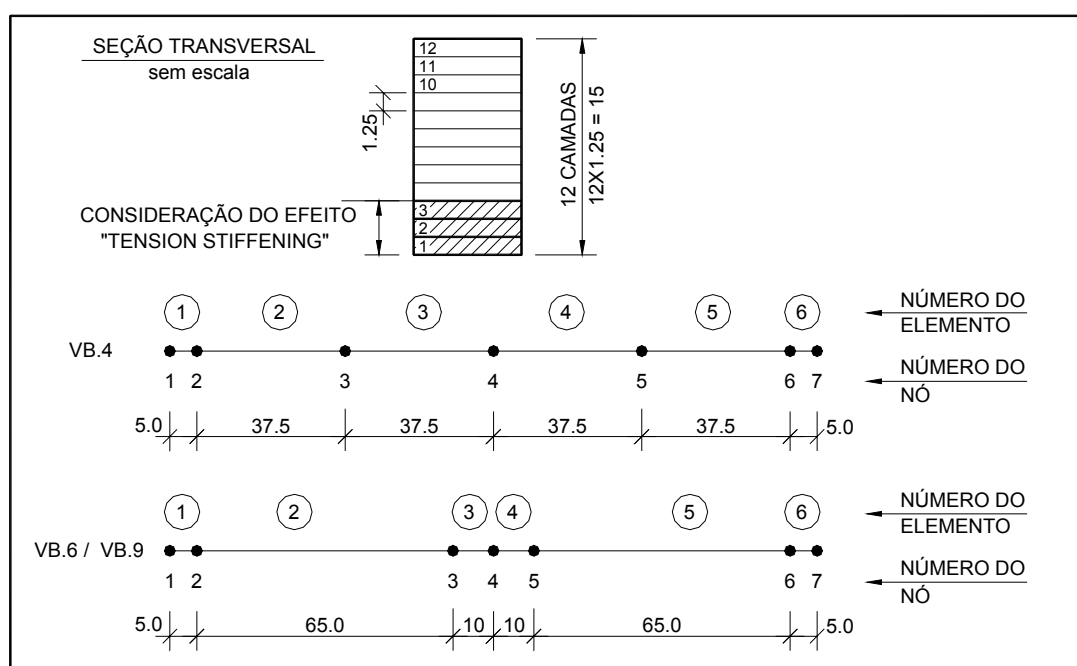


Figura 55 – Discretização das vigas VB.4, VB.6 e VB.9

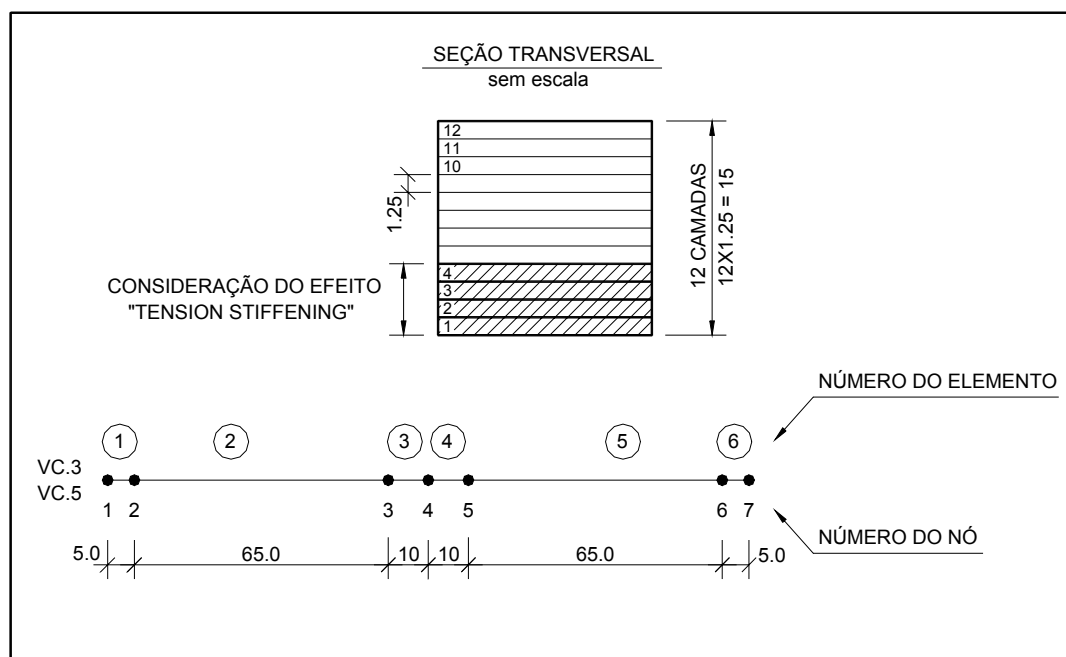


Figura 56 – Discretização das vigas VC.3 e VC.5

6.3.2 – Comparação entre resultados numéricos e experimentais:

Nas Figuras 57, 58 e 60 são mostrados os gráficos carga vertical total aplicada (em KN) versus deslocamento vertical no meio do vão (em mm) para as vigas sem reforço VB.4, VB.6 e VC.3, e as Figuras 59 e 61 mostram os gráficos obtidos para as vigas reforçadas VB.9 e VC.5. Um resumo com a comparação entre o modelo numérico e o ensaio experimental apresentando carga de ruína, carga de início de escoamento do aço, deslocamento vertical correspondente da viga em sua seção central e modo de ruína é apresentado na Tabela 23.

Analisando-se inicialmente os resultados das vigas sem reforço, VB.4, VB.6 e VC.3, observa-se que o comportamento do trecho elástico foi corretamente capturado pelo modelo para as vigas VB.4 e VB.6, enquanto que para a viga VC.3 o modelo numérico apresentou-se mais rígido, embora ainda com aproximação razoável em relação ao ensaio experimental. Para o trecho pós-fissuração da viga VB.4, onde foi aplicado o valor para $\alpha = 0,045$ como parâmetro de *tension-stiffening*, a curva gerada pelo programa ANALEST apresentou neste trecho uma menor rigidez. Para as vigas VB.6 ($\alpha=0,045$) e VC.3 ($\alpha=0,060$) percebe-se que neste mesmo intervalo de cargas,

entre o início da fissuração do concreto e o início do escoamento do aço, ambas as curvas do modelo teórico descreveram o comportamento da viga de maneira correta. Observa-se que a viga VB.4 possui a mesma seção e detalhamento de armação, ou seja, mesma taxa de armadura, da viga VB.6, diferindo desta apenas no modo em que foi aplicada a carga no ensaio (ver Figura 53).

Para o trecho da curva após o início do escoamento do aço, analisando-se ainda as vigas sem reforço, o enrijecimento do patamar de escoamento do aço para as vigas VB.4 e VB.6, cuja armação inferior é de 3 ϕ 8,0mm, foi bem representado pelo modelo teórico. Já para a viga VC.3, que apresenta uma armação inferior de 2 ϕ 12,5mm, observa-se que o modelo teórico apresentou uma rigidez, para este trecho, inferior ao obtido no ensaio experimental. Os valores para o parâmetro *strain-hardening* foram calculados diretamente através dos resultados experimentais obtidos por JUVANDES (1999).

Em relação aos resultados apresentados na Tabela 23 para as vigas sem reforço, em referência aos valores de carga de ruína e carga no início do escoamento do aço, obteve-se uma aproximação muito boa do modelo em relação ao estudo experimental.

Analisando-se as vigas reforçadas com o laminado pré-fabricado de PRFC ($e=1,20\text{mm}$), observa-se que com a adição deste material o modelo numérico elaborado neste trabalho capturou perfeitamente o comportamento dos protótipos ensaiados em todo o trecho da curva carga x deslocamento.

Para a viga VB.9, cujo modo de ruína obtido com o programa ANALEST se deu pelo esmagamento do concreto com uma carga final 14% abaixo do valor experimental, observa-se que JUVANDES (1999) descreve em seu trabalho que a ruína experimental ocorreu de modo brusco com o destacamento do laminado, mas depois de ser instalado um certo grau de esmagamento na camada superior de compressão do concreto.

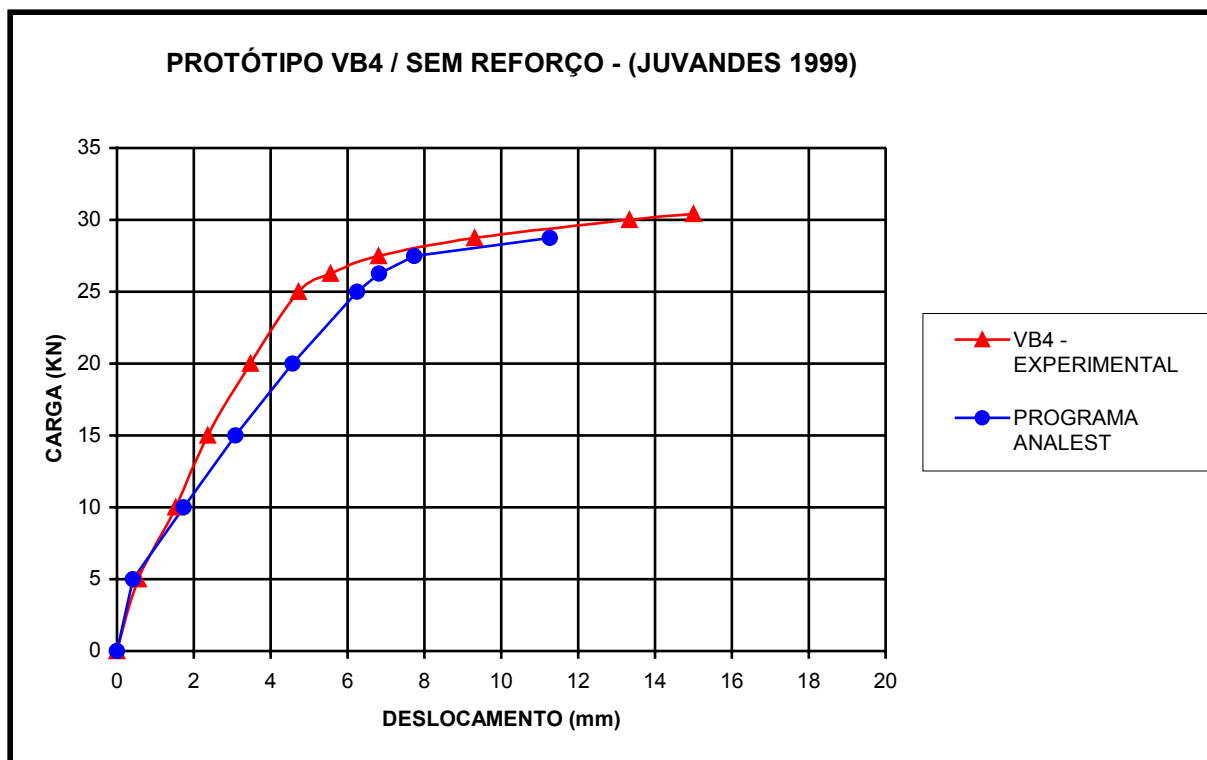


Figura 57 – Gráfico “Carga x Deslocamento Vertical” no meio do vão da viga VB.4

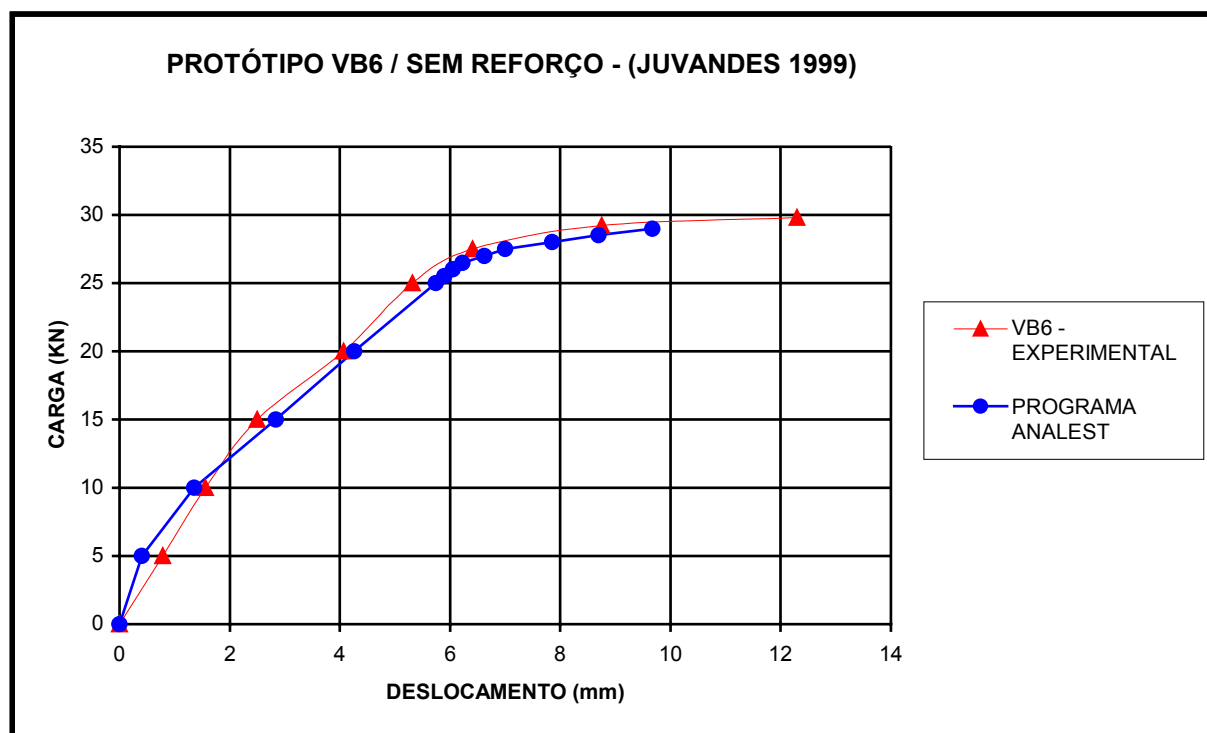


Figura 58 – Gráfico “Carga x Deslocamento Vertical” no meio do vão da viga VB.6

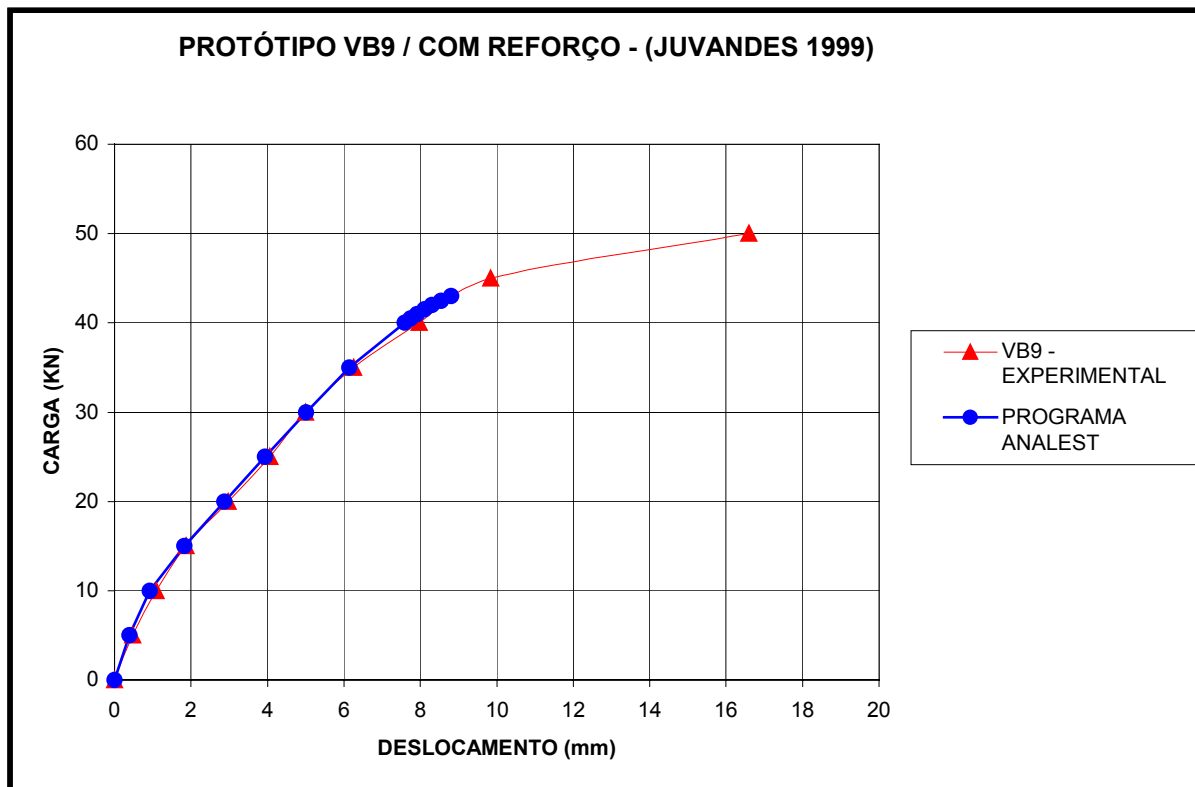


Figura 59 – Gráfico “Carga x Deslocamento Vertical” no meio do vão da viga VB.9

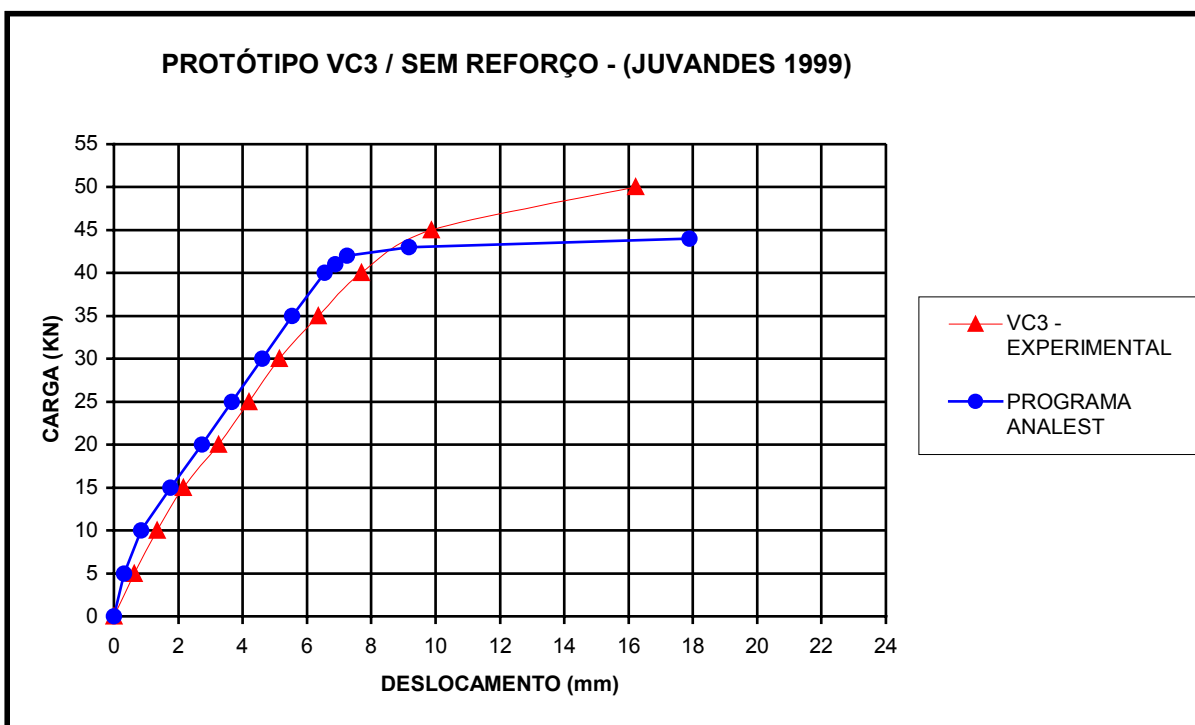


Figura 60 – Gráfico “Carga x Deslocamento Vertical” no meio do vão da viga VC.3

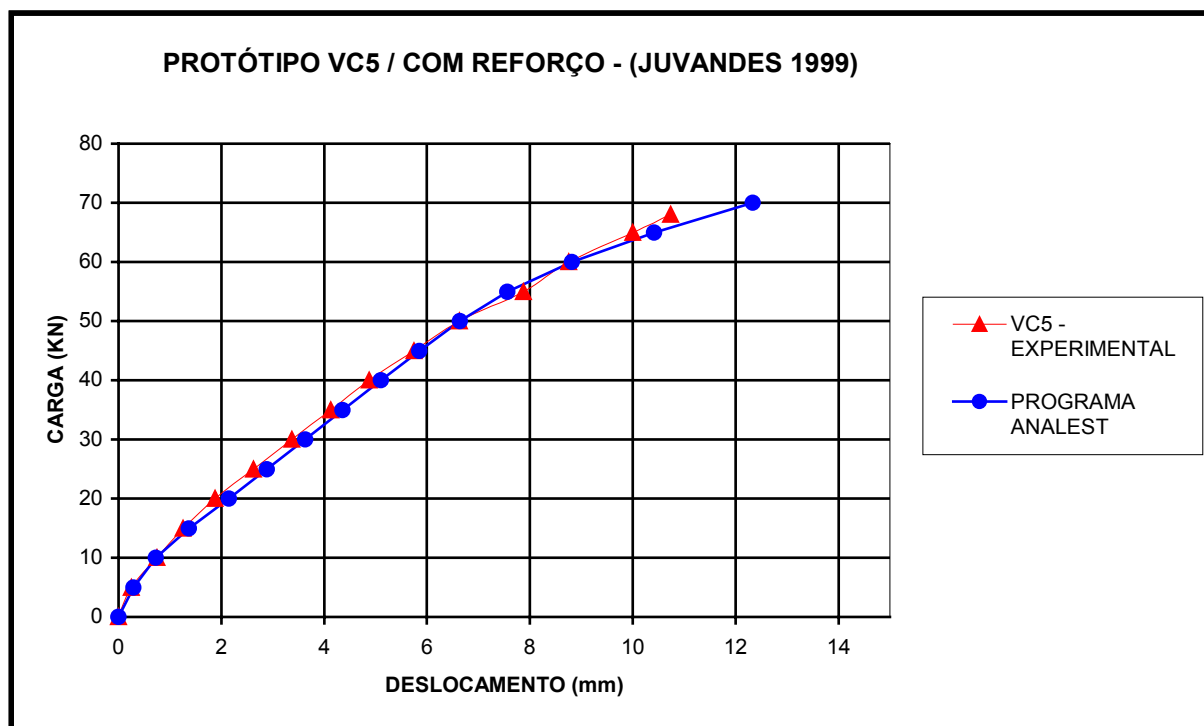


Figura 61 – Gráfico “Carga x Deslocamento Vertical” no meio do vão da viga VC.5

Tabela 23 – Comparação entre ensaios experimentais realizados por Juvandes e análise numérica com o programa ANALEST

Viga	VB4	VB6	VB9	VC3	VC5
Carga de Ruína (KN) - Experimental	30,4	29,8	50,0	50,0	68,0
Carga de Ruína (KN) - Programa ANALEST	28,7	29,0	43,0	44,0	70,0
Diferença relativa (%)	- 5,4	- 2,7	- 14,0	- 12,0	+ 2,9
Modo de Ruína – Experimental	2	2	1	3	1
Modo de Ruína – Programa ANALEST	2	2	2	5	2
Carga no início do escoamento do aço (KN) Experimental	25,0	25,0	35,0	40,0	50,0
Carga no início do escoamento do aço (KN) Programa ANALEST	25,0	25,0	35,0	41,0	55,0
Diferença (%)	0,0	0,0	0,0	+ 2,5	+ 10,0
Deslocamento vertical na ruína (mm) Experimental	15,0	12,3	16,6	16,2	10,7
Deslocamento vertical na ruína (mm) Programa ANALEST	11,3	9,7	8,8	17,9	12,3
Diferença (%)	- 24,9	- 21,4	- 47,0	+ 10,4	+ 14,9

- 1 – Descolamento do reforço
- 2 – Esmagamento do Concreto
- 3 – Ruína da seção direita ao corte
- 4 – Ruptura do reforço
- 5 – Deformação excessiva da armadura longitudinal de tração

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

7.1 – Conclusões:

Neste trabalho desenvolveu-se um modelo de elementos finitos de viga/coluna para a análise de vigas de concreto armado reforçadas à flexão com laminados de PRFC, considerando a não-linearidade física dos materiais. O modelo foi implementado em um programa computacional denominado ANALEST e foi verificado em comparação com ensaios experimentais realizados na UFRGS, na UFSC e na Universidade do Porto.

Com base nos estudos e comparações realizadas neste trabalho as principais conclusões são:

a) Com relação às vigas sem reforço que apresentam ruptura por escoamento da armadura, ensaiadas por Beber e Ferrari, os resultados analíticos fornecidos pelo programa ANALEST apresentaram uma precisão confiável, tanto para descrever o comportamento da viga no regime elástico como no pós-fissurado até o início do escoamento da armadura. No entanto, após a plastificação do aço os resultados analíticos dependem do modelo constitutivo utilizado para este material, variando de acordo com o coeficiente de *strain-hardening* adotado. Observando-se ainda que em ensaios experimentais com controle de carga existe uma dificuldade inerente a este tipo de ensaio em capturar corretamente o deslocamento vertical último nas vigas com tipo de ruína em questão, dificultando uma correta análise do deslocamento obtido no modelo numérico. Quanto a avaliação da carga de ruína destes modelos o programa ANALEST apresentou um desempenho muito bom, sendo obtidos resultados muito próximos aos dos ensaios experimentais;

b) Para as vigas sem reforço ensaiadas por Juvandes, cujo modo de ruína deu-

se predominantemente pelo esmagamento do concreto, o comportamento capturado pelo modelo teórico na curva *carga x deslocamento* não foi tão preciso quanto os anteriores, muito embora os valores encontrados para a carga de ruína foram também bem próximos aos resultados experimentais;

c) Para as vigas reforçadas com laminados de PRFC o modelo desenvolvido foi muito eficiente ao longo de toda a curva *carga x deslocamento*, apresentando no regime elástico e pós-fissurado das vigas e ainda na sua rigidez após o escoamento do aço uma aproximação muito boa em relação aos ensaios experimentais. Os resultados para a carga analítica de ruína obtidos para os três ensaios estão coerentes com o fato do modelo numérico considerar uma aderência perfeita entre o laminado e o substrato de concreto, houve porém, na carga final obtida, pequenas diferenças em relação aos valores experimentais. Para as vigas reforçadas ensaiadas por Beber e Juvandes, cujo mecanismo de ruína ocorreu por desprendimento do reforço, todas as cargas obtidas com o programa ANALEST ficaram ligeiramente superiores aos valores descritos no ensaio experimental. Com relação às vigas ensaiadas por Ferrari, em que a ruína deu-se pela ruptura do laminado de reforço, a carga final do programa ANALEST apresentou valores inferiores aos resultados experimentais;

d) Para as vigas ensaiadas por Beber, verificou-se que aumentando-se o número de lâminas do reforço de PRFC melhora-se a precisão dos resultados analíticos em relação aos experimentais ao longo de toda a curva *carga x deslocamento*. Este fato deve-se a maior distribuição das tensões de tração entre o laminado de PRFC (material perfeitamente elástico) e o aço (material elasto-plástico), diminuindo assim a influência da não-linearidade deste último material. Desta forma quanto maior a proporção da área de reforço em relação a área de aço, melhor será a precisão do programa ANALEST;

e) A utilização de uma malha mais refinada (maior número de elementos) apenas na região de esforços máximos, ou seja, no local em que as não-linearidades dos materiais envolvidos são mais evidentes, é suficiente para uma resposta precisa do modelo em função da discretização de sua malha, evitando assim que toda a viga

seja discretizada com uma malha fina de elementos de mesmo comprimento;

f) Com relação ao número de camadas, houve diferença significativa nos resultados entre os modelos com seções discretizadas com 5 e 12 camadas, mas para seções com 12 ou mais camadas não ocorrem diferenças significativas nos modelos analisados com ou sem reforço;

g) A aplicação da faixa de valores utilizada para o coeficiente *tension-stiffening* de 0,02 a 0,06 não representa uma variação significativa na rigidez das vigas no trecho após o início de fissuração do concreto, fato este observado no estudo paramétrico realizado no Capítulo 5. Já a definição no número de camadas em que deve ser aplicado este efeito, ou seja, a altura da viga em que deve ser considerada a resistência à tração do concreto entre as fissuras, esta sim apresenta diferenças consideráveis entre os modelos em que variou-se este parâmetro, muito embora houve uma tendência após o escoamento do aço a todos os modelos atingirem a mesma carga de ruína. Esta característica ficou mais evidente nas vigas sem reforço;

h) O programa ANALEST mostrou-se bem eficiente possibilitando a utilização de poucos elementos para discretização das vigas estudadas, resultando em um esforço computacional muito pequeno para obtenção dos resultados finais. Desta forma a sua utilização pode ser ampliada para a análise de estruturas maiores tipo pórticos planos e espaciais, levando-se em conta também o efeito de confinamento dos estribos e a não-linearidade geométrica.

7.2 – Recomendações:

Pela análise dos resultados obtidos no programa ANALEST, baseando-se no estudo paramétrico e na análise comparativa com ensaios experimentais, pode-se citar as seguintes recomendações para a utilização da formulação proposta:

a) Recomenda-se a aplicação do coeficiente *tension-stiffening* nos modelos analisados nas camadas situadas entre 20 a 25% da altura da seção da viga em sua

zona tracionada;

b) Na ausência de valores para definir o parâmetro *tension-stiffening* em relação à taxa de armadura e a resistência do concreto recomenda-se que seja adotado o valor para este coeficiente de $\alpha=0,04$;

c) A seção transversal da viga deve ser discretizada em pelo menos 12 camadas, que apresentem pelo menos 1,25cm de altura;

d) Utilizar sempre um incremento de carga menor nas etapas que coincidam com o início da fissuração do concreto e com o início do escoamento do aço até a carga de ruína, garantindo assim a correta captura destes pontos no comportamento das vigas.

7.3 – Trabalhos Futuros:

Visando aprimorar e estender o uso do programa ANALEST desenvolvido neste trabalho, apresenta-se a seguir sugestões para futuros trabalhos e de novas implementações a serem introduzidas no programa:

a) Realização de mais estudos para vigas (com e sem reforço) que apresentam ruína por deformação excessiva das barras de aço (escoamento da armadura) buscando aprimorar o modelo constitutivo do aço. Este estudo deve basear-se em valores experimentais que descrevam a curva tensão x deformação completa do material e possibilite o cálculo mais preciso do coeficiente *strain-hardening*. Utilizar preferencialmente resultados experimentais de vigas ensaiadas com controle de deslocamentos, garantindo desta forma uma maior precisão do deslocamento vertical obtido no momento da ruína;

b) Realizar estudos do comportamento não linear de vigas de concreto armado (com e sem reforço) com a utilização do programa ANALEST para vigas contínuas;

c) Para que seja possível uma determinação mais precisa dos valores para o coeficiente *tension-stiffening* em função da taxa de armadura e da resistência do concreto, sugere-se que sejam realizadas pesquisas que utilizem ensaios de tração em tirantes de concreto armado com diferentes taxas e distribuição de armadura e também de resistência do concreto, tornando possível assim obter-se uma correlação para estes parâmetros;

d) Implementação de novos tipos de padrões de carregamento;

e) Implementação de programas pré e pós-processadores que otimizem a entrada de dados do programa e permitam a visualização de todos os recursos de saída dos resultados gerados na análise;

f) Estender a formulação do programa ANALEST para estruturas tipo pórticos planos e espaciais, incluindo ainda a não-linearidade geométrica e o confinamento dos estribos. Nos resultados apresentados, onde utilizaram-se poucos elementos para a discretização das vigas analisadas, o programa mostrou-se estável numericamente e obteve resultados satisfatórios em comparação aos dos ensaios experimentais, indicando assim uma formulação confiável para a utilização em estruturas maiores.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

ACI Committee 440F. **Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures**. American Concrete Institute, 2000.

BEBER, A. J., CAMPOS FILHO, A., CAMPAGNOLO, J. L. **Avaliação do Desempenho de Vigas de Concreto Armado Reforçadas com Lâminas de Fibra de Carbono**. 41^o Congresso Brasileiro do Concreto. São Paulo, IBRACON, 1999.

BEBER, A. J. **Avaliação do Desempenho de Vigas de Concreto Armado Reforçadas com Lâminas de Fibra de Carbono**. Dissertação de Mestrado (Engenharia Civil), CPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 108 p, 1999.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990**. London, Thomas Telford, 1993.

COOK, R.D., MALKUS, D.S., PLESHA, M.E. **Concepts and Applications of Finite Element Analysis**. John Wiley & Sons, third edition, 1989.

CRISFIELD, M.A. **Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures**, Vol. 1. New York: Wiley, 1991.

FERRARI, V. J. **Reforço à Flexão em Vigas de Concreto Armado com Manta de Fibras de Carbono: Mecanismos de Incremento de Ancoragem**. Dissertação de Mestrado (Engenharia Civil). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 157p., 2002.

FORTES, A. S. **Vigas de Concreto Armado Reforçadas com Fibras de Carbono**. Dissertação de Mestrado (Engenharia Civil). Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis: 224 p., 2000.

JUVANDES, L.F.P. **Reforço e Reabilitação de Estruturas de Betão Usando Materiais Compósitos de “CFRP”**. Dissertação de Doutorado (Engenharia Civil). Universidade do Porto. Porto, Portugal: p., 1999.

La ROVERE, H. L. **Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Masonry Walls under Simulated Seismic Loadings**. Ph.D. Dissertation (Structural Engineering), University of California, San Diego : 191p., 1990.

La ROVERE, H. L. **EE-08 – Utilização do Método dos Elementos Finitos em Projetos de Estruturas**. Apostila do Curso de Especialização em Projeto de Estruturas, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis: 133p, 2001.

MAESTRINI, S. R. **Membrane Behavior of Reinforced Concrete Shell Elements Including Tension-Stiffening**. Ph.D. Dissertation (Civil Engineering), North Carolina State University, Raleigh : 200p., 1987.

OWEN, D.R.J., HINTON, E. **Finite Elements in Plasticity**. Swansea, U.K., Pineridge Press Limited, 1980.

STRAMANDINOLI, R.S.B. **Proposta de Exame de Qualificação de Doutorado** (Engenharia Civil), Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis: 98p. 2003.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA:

AURICH, M., CAMPOS FILHO, A. **Estudo da Ligação entre Elementos de Reforço e Peças de Concreto Armado Utilizando o Método dos Elementos Finitos**. 3rd International Conference on the Behavior of Damaged Structures, DAMSTRUC, Rio de Janeiro, RJ, 2002.

CÁNOVAS, M. F. **Patologia e Terapia do Concreto Armado**. São Paulo: Editora Pini, 1998.

CHAN, E. C. **Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent Analysis of Reinforced Concrete Shells with Edge Beams**. Ph.D. Dissertation (Structural Engineering and Structural Mechanics), University of California, Berkeley : 361p., 1982.

FILHO, A. A. **Elementos Finitos: a Base da Tecnologia CAE**. São Paulo: Editora Érica, 2000

FORTES, A. S., PADARATZ, I. J., La ROVERE, H. L.. **Reinforced Concrete Beams Strengthened with Carbon Fiber Reinforced Polymeric Strips**. 2nd International Conference on the Behavior of Damaged Structures, DAMSTRUC, Niterói, RJ, 2000.

GERE, J. M., WEAVER Jr., W. **Análise de Estruturas Reticuladas**. Trad. Carlos M. P. Ferreira Pinto. Rio de Janeiro: Editora Guanabara, 1987

GUÍAS DE DISEÑO E INSTALACIÓN. **Reforzamiento com Sistema de Fibras de Carbono (CRFP) para Estructuras de Concreto y Madera**. Santa Fé de Bogotá, D.C. Colômbia: Sika Andina S.A., 1998.

KABA, S. A., MAHIN, S. A. **Refined Modelling of Reinforced Concrete Columns for Seismic Analysis**. Report No.UCB/EERC-84/03, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, 1984.

LORIGGIO, D. D. – **Análise Matricial e Modelagem de Estruturas**. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis: 2000

LORIGGIO, D. D. – **Notas de Aula “Estruturas em Regime Elasto-Plástico” do Curso de Pós-Graduação em Estruturas**, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

MACHADO, A. de P. **Reforço de Estruturas de Concreto Armado com Fibras de Carbono**. São Paulo: Editora Pini, 2002.

MACHADO, M. A. S. **Aplicação do Método dos Elementos Finitos para a Análise Elasto-viscoplástica de Peças de Concreto Armado e Protendido, Submetidas a**

Estado Plano de Tensão. Dissertação de Mestrado (Engenharia Civil). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 150 p., 2002.

MARI, A. R. **Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent Analysis of Three Dimensional Reinforced and Prestressed Concrete Frames.** Report No.UCB/SESM-84/12, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, 1984.

MICROSOFT Corporation. **Compilador FORTRAN 90 - Microsoft Power Station - Professional Edition, Versão 4.0,** 1996.

PAZ, C. N. M. **Modelo Computacional para Análise Não-linear de Vigas e Pilares de Concreto Armado com Confinamento na Zona Plástica.** Dissertação (Mestrado em Engenharia). Universidade Federal Fluminense. Niterói: 137p, 1995.

PONTES, V.M. **Análise Não-Linear de Estruturas Externamente Protendidas.** Dissertação de Mestrado (Engenharia Civil). Universidade Federal Fluminense. Niterói:153p, 2000.

SOUZA, V. C. de Patologia, Recuperação e Reforço de Estruturas de Concreto. São Paulo: Editora Pini, 1998.

SÜSSEKIND, J. C. **Curso de Concreto, Volume 1.** Rio de Janeiro: Editora Globo, 1987.

APÊNDICE 1/6

Arquivo de Entrada de Dados
Viga VR7/VR8 do item 6.1

ESTRUTURA
NOS=7 ANAL=1

COORDENADAS
1 X=0
2 X=0.075
3 X=0.858
4 X=1.2495
5 X=1.6410
6 X=2.424
7 X=2.50

CONTORNO
2 GL=L, F, L
6 GL=F, F, L

VIGA
1 1 2 S=1 G=5,1,1,1

MATERIAL
2,1
E=2.14828E+08 F=565000 H=0.0115 S=0.020
E=2.14828E+08 F=738000 H=0.0160 S=0.020
F=33580 O=0.002 T=3139 W=0 A=0.045
E=2.3E+08 F=3400000

SECAO
1
20,2,1,4
B=0.12 H=0.25 L=0.12 E=0.00077
A=1.6E-04 Y=0.036 O=1
A=0.56E-04 Y=0.221 O=2

CARR
3 CAR=0,-50.
5 CAR=0,-50.

NAOLINEAR
R=0 S=1
80,30,1,2,1
TOL=0.001
O=0 N=4,2 F=-1000,-1
80 FACT=0.05

APÊNDICE 2/6

Arquivo de Saída de Extensão .ANE
Viga VR7/VR8 do item 6.1

CONDICOES DE CONTORNO

NO	U(X)	U(Y)	U(Z)	R(X)	R(Y)	R(Z)
----	------	------	------	------	------	------

1	L	L				L
2	L	F				L
3	L	L				L
4	L	L				L
5	L	L				L
6	F	F				L
7	L	L				L

CONDICOES DE CONTORNO E NUMERACAO DAS EQUACOES

NO	U(X)	U(Y)	U(Z)	R(X)	R(Y)	R(Z)
----	------	------	------	------	------	------

1	1	2	0	0	0	3
2	4	0	0	0	0	5
3	6	7	0	0	0	8
4	9	10	0	0	0	11
5	12	13	0	0	0	14
6	0	0	0	0	0	15
7	16	17	0	0	0	18

Termino do programa ANALEST. Execute o programa VIGANL.

APÊNDICE 3/6

Arquivo de Saída de Extensão .VNL
Viga VR7/VR8 do item 6.1

```

*****
**
**          A N A L E S T - V I G A N L          **
**          =====                              **
**
**          Versao 1.0 : Julho 2001              **
*****

```

```

* * * * *
* * * * * D A D O S   D E   E N T R A D A   -   V I G A N L * * * * *
* * * * *

```

```

NUMERO DE TIPOS DE ACO = 2
NR. DE TIRAS DE REFORCO = 1

```

PROPRIEDADES DO ACO

```

MODULO DE ELASTICIDADE DO ACO ----- = .214828E+09
TENSAO DE ESCOAMENTO DO ACO ----- = .565000E+06
PARAMETRO DA CURVA TENSAO-DEFORMACAO -- = .115000E-01
DEFORMACAO ESP. LIMITE DO ACO ----- = .200000E-01

```

PROPRIEDADES DO ACO

```

MODULO DE ELASTICIDADE DO ACO ----- = .214828E+09
TENSAO DE ESCOAMENTO DO ACO ----- = .738000E+06
PARAMETRO DA CURVA TENSAO-DEFORMACAO -- = .160000E-01
DEFORMACAO ESP. LIMITE DO ACO ----- = .200000E-01

```

PROPRIEDADES DO CONCRETO

```

RESISTENCIA A COMPRESSAO ----- = .335800E+05
DEFORMACAO CORRESPONDENTE A FC ----- = .200000E-02
RESISTENCIA A TRACAO ----- = .313900E+04
COEFICIENTE DE TENSION STIFFENING----- = .450000E-01
PESO ESPECIFICO ----- = .000000E+00

```

PROPRIEDADES DO REFORCO

```

MODULO DE ELASTICIDADE DO MATERIAL ---- = .230000E+09
RESISTENCIA A TRACAO ----- = .340000E+07

```

NR. DE TIPOS DE SECAO = 1

PROPRIEDADES DA SECAO

LARGURA DA VIGA ----- = .12
ALTURA DA VIGA ----- = .25
LARGURA DA TIRA DE REFORCO ----- = .12
ESPESSURA DA TIRA DE REFORCO ----- = .00

NR. DE CAMADAS DE CONCRETO ----- = 20
NR. DE CAMADAS DE ARMADURA ----- = 2
CAMADA INICIAL PARA TENSION STIFFENING = 1
CAMADA FINAL PARA TENSION STIFFENING-- = 4

CAMADA DE ARMADURA NR. 1
AREA DA ARMADURA ----- = .160000E-03
POSICAO DA ARMADURA (Y) ----- = .360000E-01
TIPO DE ACO DA ARMADURA ----- = 1

CAMADA DE ARMADURA NR. 2
AREA DA ARMADURA ----- = .560000E-04
POSICAO DA ARMADURA (Y) ----- = .221000E+00
TIPO DE ACO DA ARMADURA ----- = 2

PROPRIEDADES GEOMETRICAS DA SECAO

MODULO DE ELASTICIDADE DO CONCRETO (EC) = .335800E+08
POSICAO DO CENTROIDE ----- = .121000E+00
AREA EQUIVALENTE DA SECAO ----- = .317987E-01
MOMENTO DE INERCIA EQUIVALENTE ----- = .175317E-03

CONNECTIVIDADE DOS ELEMENTOS

NUMERO DO ELEMENTO	J	NO K	NUMERO DA SECAO
1	1	2	1
2	2	3	1
3	3	4	1
4	4	5	1
5	5	6	1
6	6	7	1

NUMERO DE ELEMENTOS PROCESSADOS = 6
PESO TOTAL DA ESTRUTURA = .000000E+00

APÊNDICE 4/6

Arquivo de Saída de Extensão .P01
Viga VR7/VR8 do item 6.1

ARQUIVO DE SAIDA: DESLOCAMENTO X CARGA

NO = 4 DIRECAO = 2

FATOR MULT.DESLOCAMENTO = -1000.000 FATOR MULT.CARGA = -1.000

.195	.000
.391	.000
.606	.000
1.309	.000
1.943	.000
2.766	.000
3.524	.000
4.242	.000
4.942	.000
5.647	.000
6.343	.000
7.059	.000
7.757	.000
8.462	.000
9.185	.000
9.953	.000
11.024	.000
11.972	.000
13.079	.000
14.314	.000
15.508	.000
16.768	.000
18.072	.000
19.434	.000
20.888	.000
22.539	.000

APÊNDICE 5/6

Arquivo de Saída de Extensão .N01
Viga VR7/VR8 do item 6.1

 * * * * P R O G R A M A A N A L E S T - R E S O L N L * * * *
 *

ESTE E O COMECO DE UMA ANALISE S = 1

NUMERO DE ETAPAS = 80
 MAX. NUMERO DE ITERACOES = 30
 TIPO DE ALGORITMO = 1
 NO. TIPO DE RESULTADOS DE SAIDA = 2
 RESULTADOS A CADA ... ETAPAS = 1
 TOLERANCIA = .0010

CARGAS APLICADAS INCREMENTALMENTE - FATORES MULT.:

ETAPAS FATOR
 80 .500E-01

CARGAS ACIDENTAIS - FORCAS APLICADAS OU DESLOCAMENTOS PRESCRITOS

NO	F(X)	F(Y)	FORCAS M(Z)
3	.000E+00	-.500E+02	.000E+00
5	.000E+00	-.500E+02	.000E+00

 SOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES NAO-LINEARES - ETAPA = 1

ITERACAO NUMERO = 1
 CODIGO DE CONVERGENCIA = 1 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
 .440945E-01

ITERACAO NUMERO = 2
 CODIGO DE CONVERGENCIA = 0 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
 .366469E-06

DESLOCAMENTOS "U" e ROTACOES "R"

NO	U(X)	U(Y)	U(Z)
1	.2263E-06	.1944E-04	-.2592E-03
2	.2263E-06	.0000E+00	-.2592E-03

3	.1746E-06	-.1692E-03	-.1297E-03
4	.1131E-06	-.1946E-03	-.7470E-19
5	.5166E-07	-.1692E-03	.1297E-03
6	.0000E+00	.0000E+00	.2592E-03
7	.1034E-24	.1970E-04	.2592E-03

FORCAS APLICADAS E REACOES NOS NOS COM DESLOCAMENTO PRESCRITO

JOINT	F (X)	F (Y)	M (Z)
1	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
2	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
3	.0000E+00	-.2500E+01	.0000E+00
4	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
5	.0000E+00	-.2500E+01	.0000E+00
6	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
7	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00

ELEMENTO # 1

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

 DEFORMACAO AXIAL = .187E-23 CURVATURA = -.867E-18

 ESFORCO AXIAL = -.231E-15 MOMENTO FLETOR= -.514E-14

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

 DEFORMACAO AXIAL = .000E+00 CURVATURA = .000E+00

 ESFORCO AXIAL = .000E+00 MOMENTO FLETOR= .000E+00

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

 DEFORMACAO AXIAL = -.187E-23 CURVATURA = .173E-17

 ESFORCO AXIAL = .464E-15 MOMENTO FLETOR= .103E-13

ELEMENTO # 2

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

 DEFORMACAO AXIAL = -.662E-07 CURVATURA = .371E-04

 ESFORCO AXIAL = -.602E-01 MOMENTO FLETOR= .220E+00

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

 DEFORMACAO AXIAL = -.660E-07 CURVATURA = .165E-03

 ESFORCO AXIAL = -.661E-02 MOMENTO FLETOR= .979E+00

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

DEFORMACAO AXIAL = -.657E-07 CURVATURA = .294E-03

ESFORCO AXIAL = .706E-01 MOMENTO FLETOR= .174E+01

ELEMENTO # 3

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

DEFORMACAO AXIAL = -.157E-06 CURVATURA = .331E-03

ESFORCO AXIAL = .994E-06 MOMENTO FLETOR= .196E+01

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

DEFORMACAO AXIAL = -.157E-06 CURVATURA = .331E-03

ESFORCO AXIAL = .994E-06 MOMENTO FLETOR= .196E+01

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

DEFORMACAO AXIAL = -.157E-06 CURVATURA = .331E-03

ESFORCO AXIAL = .994E-06 MOMENTO FLETOR= .196E+01

ELEMENTO # 4

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

DEFORMACAO AXIAL = -.157E-06 CURVATURA = .331E-03

ESFORCO AXIAL = .994E-06 MOMENTO FLETOR= .196E+01

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

DEFORMACAO AXIAL = -.157E-06 CURVATURA = .331E-03

ESFORCO AXIAL = .994E-06 MOMENTO FLETOR= .196E+01

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

DEFORMACAO AXIAL = -.157E-06 CURVATURA = .331E-03

ESFORCO AXIAL = .994E-06 MOMENTO FLETOR= .196E+01

ELEMENTO # 5

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

DEFORMACAO AXIAL = -.657E-07 CURVATURA = .294E-03

ESFORCO AXIAL = .706E-01 MOMENTO FLETOR= .174E+01

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

DEFORMACAO AXIAL = -.660E-07 CURVATURA = .165E-03

ESFORCO AXIAL = -.661E-02 MOMENTO FLETOR= .979E+00

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

DEFORMACAO AXIAL = -.662E-07 CURVATURA = .371E-04

ESFORCO AXIAL = -.602E-01 MOMENTO FLETOR= .220E+00

ELEMENTO # 6

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

DEFORMACAO AXIAL = -.430E-21 CURVATURA = -.867E-18

ESFORCO AXIAL = -.695E-15 MOMENTO FLETOR= -.515E-14

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

DEFORMACAO AXIAL = .136E-23 CURVATURA = .000E+00

ESFORCO AXIAL = .146E-17 MOMENTO FLETOR= .365E-21

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

DEFORMACAO AXIAL = .433E-21 CURVATURA = .000E+00

ESFORCO AXIAL = .465E-15 MOMENTO FLETOR= .116E-18

SOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES NAO-LINEARES - ETAPA = 2

ITERACAO NUMERO = 1

CODIGO DE CONVERGENCIA = 1 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.116314E-01

ITERACAO NUMERO = 2

CODIGO DE CONVERGENCIA = 0 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.628878E-06

DESLOCAMENTOS "U" e ROTACOES "R"

NO	U(X)	U(Y)	U(Z)
1	.6516E-06	.3902E-04	-.5202E-03
2	.6516E-06	.0000E+00	-.5202E-03
3	.5087E-06	-.3396E-03	-.2605E-03
4	.3258E-06	-.3906E-03	-.9704E-19
5	.1429E-06	-.3396E-03	.2605E-03
6	.0000E+00	.0000E+00	.5202E-03
7	-.4136E-24	.3954E-04	.5202E-03

FORCAS APLICADAS E REACOES NOS NOS COM DESLOCAMENTO PRESCRITO

JOINT	F(X)	F(Y)	M(Z)
1	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
2	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
3	.0000E+00	-.5000E+01	.0000E+00
4	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
5	.0000E+00	-.5000E+01	.0000E+00
6	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
7	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00

ELEMENTO # 1

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

 DEFORMACAO AXIAL = -.106E-20 CURVATURA = .173E-17

 ESFORCO AXIAL = -.671E-15 MOMENTO FLETOR= .103E-13

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

 DEFORMACAO AXIAL = .000E+00 CURVATURA = .000E+00

 ESFORCO AXIAL = .000E+00 MOMENTO FLETOR= .000E+00

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

 DEFORMACAO AXIAL = .106E-20 CURVATURA = .000E+00

 ESFORCO AXIAL = .114E-14 MOMENTO FLETOR= .284E-18

ELEMENTO # 2

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

 DEFORMACAO AXIAL = -.923E-07 CURVATURA = .741E-04

 ESFORCO AXIAL = -.753E-01 MOMENTO FLETOR= .439E+00

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

 DEFORMACAO AXIAL = -.182E-06 CURVATURA = .332E-03

 ESFORCO AXIAL = -.268E-01 MOMENTO FLETOR= .196E+01

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

 DEFORMACAO AXIAL = -.273E-06 CURVATURA = .589E-03

 ESFORCO AXIAL = .118E+00 MOMENTO FLETOR= .347E+01

ELEMENTO # 3

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

DEFORMACAO AXIAL = -.467E-06 CURVATURA = .665E-03

ESFORCO AXIAL = .383E-05 MOMENTO FLETOR= .391E+01

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

DEFORMACAO AXIAL = -.467E-06 CURVATURA = .665E-03

ESFORCO AXIAL = .383E-05 MOMENTO FLETOR= .391E+01

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

DEFORMACAO AXIAL = -.467E-06 CURVATURA = .665E-03

ESFORCO AXIAL = .383E-05 MOMENTO FLETOR= .391E+01

ELEMENTO # 4

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

DEFORMACAO AXIAL = -.467E-06 CURVATURA = .665E-03

ESFORCO AXIAL = .383E-05 MOMENTO FLETOR= .391E+01

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

DEFORMACAO AXIAL = -.467E-06 CURVATURA = .665E-03

ESFORCO AXIAL = .383E-05 MOMENTO FLETOR= .391E+01

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

DEFORMACAO AXIAL = -.467E-06 CURVATURA = .665E-03

ESFORCO AXIAL = .383E-05 MOMENTO FLETOR= .391E+01

ELEMENTO # 5

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

DEFORMACAO AXIAL = -.273E-06 CURVATURA = .589E-03

ESFORCO AXIAL = .118E+00 MOMENTO FLETOR= .347E+01

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

DEFORMACAO AXIAL = -.182E-06 CURVATURA = .332E-03

ESFORCO AXIAL = -.268E-01 MOMENTO FLETOR= .196E+01

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

DEFORMACAO AXIAL = -.923E-07 CURVATURA = .741E-04

ESFORCO AXIAL = -.753E-01 MOMENTO FLETOR= .439E+00

ELEMENTO # 6

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

DEFORMACAO AXIAL = .380E-21 CURVATURA = -.694E-17

ESFORCO AXIAL = -.146E-14 MOMENTO FLETOR= -.412E-13

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

DEFORMACAO AXIAL = -.544E-23 CURVATURA = .000E+00

ESFORCO AXIAL = -.585E-17 MOMENTO FLETOR= -.146E-20

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

DEFORMACAO AXIAL = -.391E-21 CURVATURA = .694E-17

ESFORCO AXIAL = .144E-14 MOMENTO FLETOR= .412E-13

SOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES NAO-LINEARES - ETAPA = 3

ITERACAO NUMERO = 1
CODIGO DE CONVERGENCIA = 1 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.178782E+00

ITERACAO NUMERO = 2
CODIGO DE CONVERGENCIA = 1 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.114587E-01

ITERACAO NUMERO = 3
CODIGO DE CONVERGENCIA = 0 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.342695E-03

PRIMEIRA FISSURA

DESLOCAMENTOS "U" e ROTACOES "R"

NO	U(X)	U(Y)	U(Z)
1	-.5356E-06	.6013E-04	-.8017E-03
2	-.5356E-06	.0000E+00	-.8017E-03
3	-.7201E-06	-.5258E-03	-.4090E-03
4	-.2678E-06	-.6058E-03	-.1602E-18
5	.1845E-06	-.5258E-03	.4090E-03
6	.0000E+00	.0000E+00	.8017E-03
7	-.2585E-24	.6093E-04	.8017E-03

FORCAS APLICADAS E REACOES NOS NOS COM DESLOCAMENTO PRESCRITO

JOINT	F(X)	F(Y)	M(Z)
1	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
2	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
3	.0000E+00	-.7500E+01	.0000E+00
4	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
5	.0000E+00	-.7500E+01	.0000E+00
6	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
7	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00

ELEMENTO # 1

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

 DEFORMACAO AXIAL = -.363E-20 CURVATURA = .000E+00

 ESFORCO AXIAL = -.390E-14 MOMENTO FLETOR= -.975E-18

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

 DEFORMACAO AXIAL = -.169E-20 CURVATURA = .000E+00

 ESFORCO AXIAL = -.182E-14 MOMENTO FLETOR= -.455E-18

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

 DEFORMACAO AXIAL = .240E-21 CURVATURA = .000E+00

 ESFORCO AXIAL = .258E-15 MOMENTO FLETOR= .644E-19

ELEMENTO # 2

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

 DEFORMACAO AXIAL = -.143E-07 CURVATURA = .109E-03

 ESFORCO AXIAL = .225E-01 MOMENTO FLETOR= .645E+00

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

 DEFORMACAO AXIAL = -.236E-06 CURVATURA = .501E-03

 ESFORCO AXIAL = .642E-01 MOMENTO FLETOR= .296E+01

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

 DEFORMACAO AXIAL = -.457E-06 CURVATURA = .894E-03

 ESFORCO AXIAL = -.125E+00 MOMENTO FLETOR= .519E+01

ELEMENTO # 3

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

DEFORMACAO AXIAL = .116E-05 CURVATURA = .104E-02

ESFORCO AXIAL = -.256E-02 MOMENTO FLETOR= .587E+01

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

DEFORMACAO AXIAL = .116E-05 CURVATURA = .104E-02

ESFORCO AXIAL = -.256E-02 MOMENTO FLETOR= .587E+01

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

DEFORMACAO AXIAL = .116E-05 CURVATURA = .104E-02

ESFORCO AXIAL = -.256E-02 MOMENTO FLETOR= .587E+01

ELEMENTO # 4

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

DEFORMACAO AXIAL = .116E-05 CURVATURA = .104E-02

ESFORCO AXIAL = -.256E-02 MOMENTO FLETOR= .587E+01

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

DEFORMACAO AXIAL = .116E-05 CURVATURA = .104E-02

ESFORCO AXIAL = -.256E-02 MOMENTO FLETOR= .587E+01

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

DEFORMACAO AXIAL = .116E-05 CURVATURA = .104E-02

ESFORCO AXIAL = -.256E-02 MOMENTO FLETOR= .587E+01

ELEMENTO # 5

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

DEFORMACAO AXIAL = -.457E-06 CURVATURA = .894E-03

ESFORCO AXIAL = -.125E+00 MOMENTO FLETOR= .519E+01

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

DEFORMACAO AXIAL = -.236E-06 CURVATURA = .501E-03

ESFORCO AXIAL = .642E-01 MOMENTO FLETOR= .296E+01

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

DEFORMACAO AXIAL = -.143E-07 CURVATURA = .109E-03

ESFORCO AXIAL = .225E-01 MOMENTO FLETOR= .645E+00

ELEMENTO # 6

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

DEFORMACAO AXIAL = -.706E-21 CURVATURA = .000E+00

ESFORCO AXIAL = -.758E-15 MOMENTO FLETOR= -.190E-18

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

DEFORMACAO AXIAL = -.340E-23 CURVATURA = .000E+00

ESFORCO AXIAL = -.366E-17 MOMENTO FLETOR= -.914E-21

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

DEFORMACAO AXIAL = .699E-21 CURVATURA = -.694E-17

ESFORCO AXIAL = -.111E-14 MOMENTO FLETOR= -.412E-13

SOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES NAO-LINEARES - ETAPA = 26

ITERACAO NUMERO = 1
CODIGO DE CONVERGENCIA = 1 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.645597E-01

ITERACAO NUMERO = 2
CODIGO DE CONVERGENCIA = 1 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.231409E-01

ITERACAO NUMERO = 3
CODIGO DE CONVERGENCIA = 1 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.950796E-02

ITERACAO NUMERO = 4
CODIGO DE CONVERGENCIA = 1 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.395558E-02

ITERACAO NUMERO = 5
CODIGO DE CONVERGENCIA = 1 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.170275E-02

ITERACAO NUMERO = 6
CODIGO DE CONVERGENCIA = 0 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.729411E-03

DESLOCAMENTOS "U" e ROTACOES "R"

NO	U (X)	U (Y)	U (Z)
1	-.3161E-02	.2120E-02	-.2827E-01
2	-.3161E-02	.0000E+00	-.2827E-01
3	-.2476E-02	-.1936E-01	-.1624E-01
4	-.1581E-02	-.2254E-01	-.1127E-16
5	-.6856E-03	-.1936E-01	.1624E-01
6	.0000E+00	.0000E+00	.2827E-01
7	-.1499E-23	.2148E-02	.2827E-01

FORCAS APLICADAS E REACOES NOS NOS COM DESLOCAMENTO PRESCRITO

JOINT	F (X)	F (Y)	M (Z)
1	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
2	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
3	.0000E+00	-.6500E+02	.0000E+00
4	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
5	.0000E+00	-.6500E+02	.0000E+00
6	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
7	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00

ELEMENTO # 1

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

 DEFORMACAO AXIAL = -.658E-19 CURVATURA = .222E-15

 ESFORCO AXIAL = -.111E-13 MOMENTO FLETOR= .132E-11

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

 DEFORMACAO AXIAL = .000E+00 CURVATURA = .000E+00

 ESFORCO AXIAL = .000E+00 MOMENTO FLETOR= .000E+00

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

 DEFORMACAO AXIAL = .658E-19 CURVATURA = -.222E-15

 ESFORCO AXIAL = .111E-13 MOMENTO FLETOR= -.132E-11

ELEMENTO # 2

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

 DEFORMACAO AXIAL = .602E-04 CURVATURA = .695E-03

 ESFORCO AXIAL = .477E+02 MOMENTO FLETOR= .284E+01

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

DEFORMACAO AXIAL = .876E-03 CURVATURA = .154E-01

ESFORCO AXIAL = .785E+00 MOMENTO FLETOR= .284E+02

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

DEFORMACAO AXIAL = .169E-02 CURVATURA = .300E-01

ESFORCO AXIAL = -.152E+02 MOMENTO FLETOR= .437E+02

ELEMENTO # 3

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

DEFORMACAO AXIAL = .229E-02 CURVATURA = .415E-01

ESFORCO AXIAL = .472E-01 MOMENTO FLETOR= .509E+02

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

DEFORMACAO AXIAL = .229E-02 CURVATURA = .415E-01

ESFORCO AXIAL = .472E-01 MOMENTO FLETOR= .509E+02

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

DEFORMACAO AXIAL = .229E-02 CURVATURA = .415E-01

ESFORCO AXIAL = .472E-01 MOMENTO FLETOR= .509E+02

ELEMENTO # 4

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

DEFORMACAO AXIAL = .229E-02 CURVATURA = .415E-01

ESFORCO AXIAL = .472E-01 MOMENTO FLETOR= .509E+02

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

DEFORMACAO AXIAL = .229E-02 CURVATURA = .415E-01

ESFORCO AXIAL = .472E-01 MOMENTO FLETOR= .509E+02

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

DEFORMACAO AXIAL = .229E-02 CURVATURA = .415E-01

ESFORCO AXIAL = .472E-01 MOMENTO FLETOR= .509E+02

ELEMENTO # 5

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

DEFORMACAO AXIAL = .169E-02 CURVATURA = .300E-01

ESFORCO AXIAL = -.152E+02 MOMENTO FLETOR= .437E+02

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

DEFORMACAO AXIAL = .876E-03 CURVATURA = .154E-01

ESFORCO AXIAL = .785E+00 MOMENTO FLETOR= .284E+02

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

DEFORMACAO AXIAL = .602E-04 CURVATURA = .695E-03

ESFORCO AXIAL = .477E+02 MOMENTO FLETOR= .284E+01

ELEMENTO # 6

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

DEFORMACAO AXIAL = -.189E-18 CURVATURA = .167E-15

ESFORCO AXIAL = -.159E-12 MOMENTO FLETOR= .988E-12

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

DEFORMACAO AXIAL = -.197E-22 CURVATURA = .000E+00

ESFORCO AXIAL = -.212E-16 MOMENTO FLETOR= -.530E-20

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

DEFORMACAO AXIAL = .189E-18 CURVATURA = -.222E-15

ESFORCO AXIAL = .144E-12 MOMENTO FLETOR= -.132E-11

SOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES NAO-LINEARES - ETAPA = 27

ITERACAO NUMERO = 1
CODIGO DE CONVERGENCIA = 1 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.110305E+00

ITERACAO NUMERO = 2
CODIGO DE CONVERGENCIA = 1 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.832724E-01

ITERACAO NUMERO = 3
CODIGO DE CONVERGENCIA = 1 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.752175E-01

ITERACAO NUMERO = 4

CODIGO DE CONVERGENCIA =999 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.818977E-01

ITERACAO NUMERO = 5
CODIGO DE CONVERGENCIA =999 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.146890E+00

ITERACAO NUMERO = 6
CODIGO DE CONVERGENCIA =999 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.152040E+00

ITERACAO NUMERO = 7
CODIGO DE CONVERGENCIA =999 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.224699E+00

ITERACAO NUMERO = 8
CODIGO DE CONVERGENCIA =999 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.369146E+00

ITERACAO NUMERO = 9
CODIGO DE CONVERGENCIA =999 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.637303E+00

ITERACAO NUMERO = 10
CODIGO DE CONVERGENCIA =999 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.100438E+01

ITERACAO NUMERO = 11
CODIGO DE CONVERGENCIA =999 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.204201E+01

ITERACAO NUMERO = 12
CODIGO DE CONVERGENCIA =999 NORMA DA RAZAO DE FORCAS RESIDUAIS =
.352054E+01

ELEMENTO # 3 MATRIZ DE RIGIDEZ TANGENTE NAO E POSITIVA

APÊNDICE 6/6

Arquivo de Saída de Extensão .S01
Viga VR7/VR8 do item 6.1

ETAPA = 1

ELEMENTO # 1

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	-.737E-19	-.158E-10	0	0
2	.867E-19	.186E-10	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	-.995E-19	-.334E-11	0	0
2	-.887E-19	-.298E-11	0	0
3	-.778E-19	-.261E-11	0	0
4	-.670E-19	-.225E-11	0	0
5	-.562E-19	-.189E-11	0	0
6	-.453E-19	-.152E-11	0	0
7	-.345E-19	-.116E-11	0	0
8	-.236E-19	-.794E-12	0	0
9	-.128E-19	-.430E-12	0	0
10	-.195E-20	-.655E-13	0	0
11	.889E-20	.299E-12	0	0
12	.197E-19	.663E-12	0	0
13	.306E-19	.103E-11	0	0
14	.414E-19	.139E-11	0	0
15	.523E-19	.175E-11	0	0
16	.631E-19	.212E-11	0	0
17	.739E-19	.248E-11	0	0
18	.848E-19	.285E-11	0	0
19	.956E-19	.321E-11	0	0
20	.106E-18	.358E-11	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO LAMINADO	RUPTURA
-.105E-18	-.242E-10	0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.000E+00	.000E+00	0	0
2	.000E+00	.000E+00	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.000E+00	.000E+00	0	0
2	.000E+00	.000E+00	0	0
3	.000E+00	.000E+00	0	0
4	.000E+00	.000E+00	0	0
5	.000E+00	.000E+00	0	0
6	.000E+00	.000E+00	0	0
7	.000E+00	.000E+00	0	0
8	.000E+00	.000E+00	0	0
9	.000E+00	.000E+00	0	0
10	.000E+00	.000E+00	0	0
11	.000E+00	.000E+00	0	0

12	.000E+00	.000E+00	0	0
13	.000E+00	.000E+00	0	0
14	.000E+00	.000E+00	0	0
15	.000E+00	.000E+00	0	0
16	.000E+00	.000E+00	0	0
17	.000E+00	.000E+00	0	0
18	.000E+00	.000E+00	0	0
19	.000E+00	.000E+00	0	0
20	.000E+00	.000E+00	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO LAMINADO RUPTURA
.000E+00 .000E+00 0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM. DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO ACO ESCOAMENTO RUPTURA
1 .147E-18 .317E-10 0 0
2 -.173E-18 -.373E-10 0 0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSÃO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.199E-18	.668E-11	0	0
2	.177E-18	.596E-11	0	0
3	.156E-18	.523E-11	0	0
4	.134E-18	.450E-11	0	0
5	.112E-18	.377E-11	0	0
6	.906E-19	.304E-11	0	0
7	.690E-19	.232E-11	0	0
8	.473E-19	.159E-11	0	0
9	.256E-19	.859E-12	0	0
10	.390E-20	.131E-12	0	0
11	-.178E-19	-.597E-12	0	0
12	-.395E-19	-.133E-11	0	0
13	-.612E-19	-.205E-11	0	0
14	-.828E-19	-.278E-11	0	0
15	-.105E-18	-.351E-11	0	0
16	-.126E-18	-.424E-11	0	0
17	-.148E-18	-.497E-11	0	0
18	-.170E-18	-.569E-11	0	0
19	-.191E-18	-.642E-11	0	0
20	-.213E-18	-.715E-11	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO LAMINADO RUPTURA
.211E-18 .484E-10 0

ELEMENTO # 2

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM. DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO ACO ESCOAMENTO RUPTURA
1 .309E-05 .664E+03 0 0
2 -.378E-05 -.812E+03 0 0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSÃO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.419E-05	.141E+03	0	0

2	.373E-05	.125E+03	0	0
3	.327E-05	.110E+03	0	0
4	.280E-05	.941E+02	0	0
5	.234E-05	.785E+02	0	0
6	.187E-05	.629E+02	0	0
7	.141E-05	.473E+02	0	0
8	.945E-06	.317E+02	0	0
9	.481E-06	.162E+02	0	0
10	.173E-07	.582E+00	0	0
11	-.447E-06	-.150E+02	0	0
12	-.911E-06	-.306E+02	0	0
13	-.137E-05	-.461E+02	0	0
14	-.184E-05	-.617E+02	0	0
15	-.230E-05	-.773E+02	0	0
16	-.277E-05	-.928E+02	0	0
17	-.323E-05	-.108E+03	0	0
18	-.369E-05	-.124E+03	0	0
19	-.416E-05	-.140E+03	0	0
20	-.462E-05	-.155E+03	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO LAMINADO RUPTURA
.444E-05 .102E+04 0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSÃO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.140E-04	.301E+04	0	0
2	-.166E-04	-.357E+04	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSÃO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.189E-04	.635E+03	0	0
2	.169E-04	.566E+03	0	0
3	.148E-04	.496E+03	0	0
4	.127E-04	.427E+03	0	0
5	.106E-04	.357E+03	0	0
6	.858E-05	.288E+03	0	0
7	.651E-05	.219E+03	0	0
8	.444E-05	.149E+03	0	0
9	.237E-05	.797E+02	0	0
10	.306E-06	.103E+02	0	0
11	-.176E-05	-.591E+02	0	0
12	-.383E-05	-.128E+03	0	0
13	-.590E-05	-.198E+03	0	0
14	-.797E-05	-.267E+03	0	0
15	-.100E-04	-.336E+03	0	0
16	-.121E-04	-.405E+03	0	0
17	-.142E-04	-.474E+03	0	0
18	-.162E-04	-.543E+03	0	0
19	-.183E-04	-.612E+03	0	0
20	-.204E-04	-.681E+03	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO LAMINADO RUPTURA
.200E-04 .460E+04 0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.249E-04	.535E+04	0	0
2	-.294E-04	-.632E+04	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.336E-04	.113E+04	0	0
2	.300E-04	.101E+04	0	0
3	.263E-04	.883E+03	0	0
4	.226E-04	.760E+03	0	0
5	.190E-04	.637E+03	0	0
6	.153E-04	.513E+03	0	0
7	.116E-04	.390E+03	0	0
8	.794E-05	.267E+03	0	0
9	.427E-05	.143E+03	0	0
10	.595E-06	.200E+02	0	0
11	-.308E-05	-.103E+03	0	0
12	-.675E-05	-.226E+03	0	0
13	-.104E-04	-.349E+03	0	0
14	-.141E-04	-.472E+03	0	0
15	-.178E-04	-.594E+03	0	0
16	-.214E-04	-.716E+03	0	0
17	-.251E-04	-.838E+03	0	0
18	-.288E-04	-.959E+03	0	0
19	-.325E-04	-.108E+04	0	0
20	-.361E-04	-.120E+04	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO LAMINADO	RUPTURA
.356E-04	.819E+04	0

ELEMENTO # 3

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.280E-04	.602E+04	0	0
2	-.333E-04	-.715E+04	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.379E-04	.127E+04	0	0
2	.337E-04	.113E+04	0	0
3	.296E-04	.993E+03	0	0
4	.254E-04	.854E+03	0	0
5	.213E-04	.715E+03	0	0
6	.172E-04	.576E+03	0	0
7	.130E-04	.437E+03	0	0
8	.887E-05	.298E+03	0	0
9	.473E-05	.159E+03	0	0
10	.588E-06	.198E+02	0	0
11	-.355E-05	-.119E+03	0	0
12	-.769E-05	-.258E+03	0	0
13	-.118E-04	-.396E+03	0	0
14	-.160E-04	-.534E+03	0	0
15	-.201E-04	-.672E+03	0	0
16	-.243E-04	-.810E+03	0	0
17	-.284E-04	-.947E+03	0	0

18	-.325E-04	-.108E+04	0	0
19	-.367E-04	-.122E+04	0	0
20	-.408E-04	-.136E+04	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO LAMINADO	RUPTURA
.401E-04	.921E+04	0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.280E-04	.602E+04	0	0
2	-.333E-04	-.715E+04	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.379E-04	.127E+04	0	0
2	.337E-04	.113E+04	0	0
3	.296E-04	.993E+03	0	0
4	.254E-04	.854E+03	0	0
5	.213E-04	.715E+03	0	0
6	.172E-04	.576E+03	0	0
7	.130E-04	.437E+03	0	0
8	.887E-05	.298E+03	0	0
9	.473E-05	.159E+03	0	0
10	.588E-06	.198E+02	0	0
11	-.355E-05	-.119E+03	0	0
12	-.769E-05	-.258E+03	0	0
13	-.118E-04	-.396E+03	0	0
14	-.160E-04	-.534E+03	0	0
15	-.201E-04	-.672E+03	0	0
16	-.243E-04	-.810E+03	0	0
17	-.284E-04	-.947E+03	0	0
18	-.325E-04	-.108E+04	0	0
19	-.367E-04	-.122E+04	0	0
20	-.408E-04	-.136E+04	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO LAMINADO	RUPTURA
.401E-04	.921E+04	0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.280E-04	.602E+04	0	0
2	-.333E-04	-.715E+04	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.379E-04	.127E+04	0	0
2	.337E-04	.113E+04	0	0
3	.296E-04	.993E+03	0	0
4	.254E-04	.854E+03	0	0
5	.213E-04	.715E+03	0	0
6	.172E-04	.576E+03	0	0
7	.130E-04	.437E+03	0	0
8	.887E-05	.298E+03	0	0
9	.473E-05	.159E+03	0	0

10	.588E-06	.198E+02	0	0
11	-.355E-05	-.119E+03	0	0
12	-.769E-05	-.258E+03	0	0
13	-.118E-04	-.396E+03	0	0
14	-.160E-04	-.534E+03	0	0
15	-.201E-04	-.672E+03	0	0
16	-.243E-04	-.810E+03	0	0
17	-.284E-04	-.947E+03	0	0
18	-.325E-04	-.108E+04	0	0
19	-.367E-04	-.122E+04	0	0
20	-.408E-04	-.136E+04	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO LAMINADO RUPTURA
.401E-04 .921E+04 0

ELEMENTO # 4

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM. DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO ACO ESCOAMENTO RUPTURA
1 .280E-04 .602E+04 0 0
2 -.333E-04 -.715E+04 0 0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO CONCRETO FISSURA COMPRESSÃO
1 .379E-04 .127E+04 0 0
2 .337E-04 .113E+04 0 0
3 .296E-04 .993E+03 0 0
4 .254E-04 .854E+03 0 0
5 .213E-04 .715E+03 0 0
6 .172E-04 .576E+03 0 0
7 .130E-04 .437E+03 0 0
8 .887E-05 .298E+03 0 0
9 .473E-05 .159E+03 0 0
10 .588E-06 .198E+02 0 0
11 -.355E-05 -.119E+03 0 0
12 -.769E-05 -.258E+03 0 0
13 -.118E-04 -.396E+03 0 0
14 -.160E-04 -.534E+03 0 0
15 -.201E-04 -.672E+03 0 0
16 -.243E-04 -.810E+03 0 0
17 -.284E-04 -.947E+03 0 0
18 -.325E-04 -.108E+04 0 0
19 -.367E-04 -.122E+04 0 0
20 -.408E-04 -.136E+04 0 0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO LAMINADO RUPTURA
.401E-04 .921E+04 0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM. DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO ACO ESCOAMENTO RUPTURA
1 .280E-04 .602E+04 0 0
2 -.333E-04 -.715E+04 0 0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.379E-04	.127E+04	0	0
2	.337E-04	.113E+04	0	0
3	.296E-04	.993E+03	0	0
4	.254E-04	.854E+03	0	0
5	.213E-04	.715E+03	0	0
6	.172E-04	.576E+03	0	0
7	.130E-04	.437E+03	0	0
8	.887E-05	.298E+03	0	0
9	.473E-05	.159E+03	0	0
10	.588E-06	.198E+02	0	0
11	-.355E-05	-.119E+03	0	0
12	-.769E-05	-.258E+03	0	0
13	-.118E-04	-.396E+03	0	0
14	-.160E-04	-.534E+03	0	0
15	-.201E-04	-.672E+03	0	0
16	-.243E-04	-.810E+03	0	0
17	-.284E-04	-.947E+03	0	0
18	-.325E-04	-.108E+04	0	0
19	-.367E-04	-.122E+04	0	0
20	-.408E-04	-.136E+04	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO LAMINADO	RUPTURA
.401E-04	.921E+04	0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.280E-04	.602E+04	0	0
2	-.333E-04	-.715E+04	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.379E-04	.127E+04	0	0
2	.337E-04	.113E+04	0	0
3	.296E-04	.993E+03	0	0
4	.254E-04	.854E+03	0	0
5	.213E-04	.715E+03	0	0
6	.172E-04	.576E+03	0	0
7	.130E-04	.437E+03	0	0
8	.887E-05	.298E+03	0	0
9	.473E-05	.159E+03	0	0
10	.588E-06	.198E+02	0	0
11	-.355E-05	-.119E+03	0	0
12	-.769E-05	-.258E+03	0	0
13	-.118E-04	-.396E+03	0	0
14	-.160E-04	-.534E+03	0	0
15	-.201E-04	-.672E+03	0	0
16	-.243E-04	-.810E+03	0	0
17	-.284E-04	-.947E+03	0	0
18	-.325E-04	-.108E+04	0	0
19	-.367E-04	-.122E+04	0	0
20	-.408E-04	-.136E+04	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO LAMINADO	RUPTURA
.401E-04	.921E+04	0

ELEMENTO # 5

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.249E-04	.535E+04	0	0
2	-.294E-04	-.632E+04	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.336E-04	.113E+04	0	0
2	.300E-04	.101E+04	0	0
3	.263E-04	.883E+03	0	0
4	.226E-04	.760E+03	0	0
5	.190E-04	.637E+03	0	0
6	.153E-04	.513E+03	0	0
7	.116E-04	.390E+03	0	0
8	.794E-05	.267E+03	0	0
9	.427E-05	.143E+03	0	0
10	.595E-06	.200E+02	0	0
11	-.308E-05	-.103E+03	0	0
12	-.675E-05	-.226E+03	0	0
13	-.104E-04	-.349E+03	0	0
14	-.141E-04	-.472E+03	0	0
15	-.178E-04	-.594E+03	0	0
16	-.214E-04	-.716E+03	0	0
17	-.251E-04	-.838E+03	0	0
18	-.288E-04	-.959E+03	0	0
19	-.325E-04	-.108E+04	0	0
20	-.361E-04	-.120E+04	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO LAMINADO	RUPTURA
.356E-04	.819E+04	0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.140E-04	.301E+04	0	0
2	-.166E-04	-.357E+04	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.189E-04	.635E+03	0	0
2	.169E-04	.566E+03	0	0
3	.148E-04	.496E+03	0	0
4	.127E-04	.427E+03	0	0
5	.106E-04	.357E+03	0	0
6	.858E-05	.288E+03	0	0
7	.651E-05	.219E+03	0	0
8	.444E-05	.149E+03	0	0
9	.237E-05	.797E+02	0	0
10	.306E-06	.103E+02	0	0
11	-.176E-05	-.591E+02	0	0
12	-.383E-05	-.128E+03	0	0
13	-.590E-05	-.198E+03	0	0
14	-.797E-05	-.267E+03	0	0
15	-.100E-04	-.336E+03	0	0

16	-.121E-04	-.405E+03	0	0
17	-.142E-04	-.474E+03	0	0
18	-.162E-04	-.543E+03	0	0
19	-.183E-04	-.612E+03	0	0
20	-.204E-04	-.681E+03	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO LAMINADO	RUPTURA
.200E-04	.460E+04	0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.309E-05	.664E+03	0	0
2	-.378E-05	-.812E+03	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.419E-05	.141E+03	0	0
2	.373E-05	.125E+03	0	0
3	.327E-05	.110E+03	0	0
4	.280E-05	.941E+02	0	0
5	.234E-05	.785E+02	0	0
6	.187E-05	.629E+02	0	0
7	.141E-05	.473E+02	0	0
8	.945E-06	.317E+02	0	0
9	.481E-06	.162E+02	0	0
10	.173E-07	.582E+00	0	0
11	-.447E-06	-.150E+02	0	0
12	-.911E-06	-.306E+02	0	0
13	-.137E-05	-.461E+02	0	0
14	-.184E-05	-.617E+02	0	0
15	-.230E-05	-.773E+02	0	0
16	-.277E-05	-.928E+02	0	0
17	-.323E-05	-.108E+03	0	0
18	-.369E-05	-.124E+03	0	0
19	-.416E-05	-.140E+03	0	0
20	-.462E-05	-.155E+03	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO LAMINADO	RUPTURA
.444E-05	.102E+04	0

ELEMENTO # 6

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	-.742E-19	-.159E-10	0	0
2	.863E-19	.185E-10	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	-.100E-18	-.336E-11	0	0
2	-.891E-19	-.299E-11	0	0
3	-.783E-19	-.263E-11	0	0
4	-.674E-19	-.226E-11	0	0
5	-.566E-19	-.190E-11	0	0

6	-.457E-19	-.154E-11	0	0
7	-.349E-19	-.117E-11	0	0
8	-.241E-19	-.808E-12	0	0
9	-.132E-19	-.444E-12	0	0
10	-.238E-20	-.800E-13	0	0
11	.846E-20	.284E-12	0	0
12	.193E-19	.648E-12	0	0
13	.301E-19	.101E-11	0	0
14	.410E-19	.138E-11	0	0
15	.518E-19	.174E-11	0	0
16	.627E-19	.210E-11	0	0
17	.735E-19	.247E-11	0	0
18	.844E-19	.283E-11	0	0
19	.952E-19	.320E-11	0	0
20	.106E-18	.356E-11	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO LAMINADO RUPTURA
-.106E-18 -.243E-10 0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSÃO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.136E-23	.292E-15	0	0
2	.136E-23	.292E-15	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSÃO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.136E-23	.457E-16	0	0
2	.136E-23	.457E-16	0	0
3	.136E-23	.457E-16	0	0
4	.136E-23	.457E-16	0	0
5	.136E-23	.457E-16	0	0
6	.136E-23	.457E-16	0	0
7	.136E-23	.457E-16	0	0
8	.136E-23	.457E-16	0	0
9	.136E-23	.457E-16	0	0
10	.136E-23	.457E-16	0	0
11	.136E-23	.457E-16	0	0
12	.136E-23	.457E-16	0	0
13	.136E-23	.457E-16	0	0
14	.136E-23	.457E-16	0	0
15	.136E-23	.457E-16	0	0
16	.136E-23	.457E-16	0	0
17	.136E-23	.457E-16	0	0
18	.136E-23	.457E-16	0	0
19	.136E-23	.457E-16	0	0
20	.136E-23	.457E-16	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO LAMINADO RUPTURA
.136E-23 .313E-15 0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSÃO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.433E-21	.929E-13	0	0
2	.433E-21	.929E-13	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.433E-21	.145E-13	0	0
2	.433E-21	.145E-13	0	0
3	.433E-21	.145E-13	0	0
4	.433E-21	.145E-13	0	0
5	.433E-21	.145E-13	0	0
6	.433E-21	.145E-13	0	0
7	.433E-21	.145E-13	0	0
8	.433E-21	.145E-13	0	0
9	.433E-21	.145E-13	0	0
10	.433E-21	.145E-13	0	0
11	.433E-21	.145E-13	0	0
12	.433E-21	.145E-13	0	0
13	.433E-21	.145E-13	0	0
14	.433E-21	.145E-13	0	0
15	.433E-21	.145E-13	0	0
16	.433E-21	.145E-13	0	0
17	.433E-21	.145E-13	0	0
18	.433E-21	.145E-13	0	0
19	.433E-21	.145E-13	0	0
20	.433E-21	.145E-13	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO LAMINADO	RUPTURA
.433E-21	.995E-13	0

ETAPA = 26

ELEMENTO # 1

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.188E-16	.404E-08	0	0
2	-.223E-16	-.478E-08	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.254E-16	.853E-09	0	0
2	.226E-16	.760E-09	0	0
3	.199E-16	.667E-09	0	0
4	.171E-16	.574E-09	0	0
5	.143E-16	.481E-09	0	0
6	.115E-16	.387E-09	0	0
7	.876E-17	.294E-09	0	0
8	.598E-17	.201E-09	0	0
9	.321E-17	.108E-09	0	0
10	.434E-18	.146E-10	0	0
11	-.234E-17	-.786E-10	0	0
12	-.512E-17	-.172E-09	0	0
13	-.789E-17	-.265E-09	0	0
14	-.107E-16	-.358E-09	0	0
15	-.134E-16	-.451E-09	0	0
16	-.162E-16	-.545E-09	0	0

17	-.190E-16	-.638E-09	0	0
18	-.218E-16	-.731E-09	0	0
19	-.245E-16	-.824E-09	0	0
20	-.273E-16	-.917E-09	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO LAMINADO	RUPTURA
.269E-16	.618E-08	0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.000E+00	.000E+00	0	0
2	.000E+00	.000E+00	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.000E+00	.000E+00	0	0
2	.000E+00	.000E+00	0	0
3	.000E+00	.000E+00	0	0
4	.000E+00	.000E+00	0	0
5	.000E+00	.000E+00	0	0
6	.000E+00	.000E+00	0	0
7	.000E+00	.000E+00	0	0
8	.000E+00	.000E+00	0	0
9	.000E+00	.000E+00	0	0
10	.000E+00	.000E+00	0	0
11	.000E+00	.000E+00	0	0
12	.000E+00	.000E+00	0	0
13	.000E+00	.000E+00	0	0
14	.000E+00	.000E+00	0	0
15	.000E+00	.000E+00	0	0
16	.000E+00	.000E+00	0	0
17	.000E+00	.000E+00	0	0
18	.000E+00	.000E+00	0	0
19	.000E+00	.000E+00	0	0
20	.000E+00	.000E+00	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO LAMINADO	RUPTURA
.000E+00	.000E+00	0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	-.188E-16	-.404E-08	0	0
2	.223E-16	.478E-08	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	-.254E-16	-.853E-09	0	0
2	-.226E-16	-.760E-09	0	0
3	-.199E-16	-.667E-09	0	0
4	-.171E-16	-.574E-09	0	0
5	-.143E-16	-.481E-09	0	0
6	-.115E-16	-.387E-09	0	0
7	-.876E-17	-.294E-09	0	0
8	-.598E-17	-.201E-09	0	0

9	-.321E-17	-.108E-09	0	0
10	-.434E-18	-.146E-10	0	0
11	.234E-17	.786E-10	0	0
12	.512E-17	.172E-09	0	0
13	.789E-17	.265E-09	0	0
14	.107E-16	.358E-09	0	0
15	.134E-16	.451E-09	0	0
16	.162E-16	.545E-09	0	0
17	.190E-16	.638E-09	0	0
18	.218E-16	.731E-09	0	0
19	.245E-16	.824E-09	0	0
20	.273E-16	.917E-09	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO LAMINADO RUPTURA
-.269E-16 -.618E-08 0

ELEMENTO # 2

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM. DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO ACO ESCOAMENTO RUPTURA
1 .119E-03 .256E+05 0 0
2 -.931E-05 -.200E+04 0 0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO CONCRETO FISSURA COMPRESSÃO
1 .140E-03 .307E+04 1 0
2 .131E-03 .308E+04 1 0
3 .123E-03 .310E+04 1 0
4 .114E-03 .311E+04 1 0
5 .105E-03 .000E+00 1 0
6 .965E-04 .000E+00 1 0
7 .878E-04 .295E+04 0 0
8 .792E-04 .266E+04 0 0
9 .705E-04 .237E+04 0 0
10 .618E-04 .207E+04 0 0
11 .531E-04 .178E+04 0 0
12 .444E-04 .149E+04 0 0
13 .357E-04 .120E+04 0 0
14 .270E-04 .907E+03 0 0
15 .183E-04 .615E+03 0 0
16 .963E-05 .323E+03 0 0
17 .943E-06 .317E+02 0 0
18 -.775E-05 -.260E+03 0 0
19 -.164E-04 -.550E+03 0 0
20 -.251E-04 -.838E+03 0 0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO LAMINADO RUPTURA
.145E-03 .333E+05 0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM. DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO ACO ESCOAMENTO RUPTURA
1 .218E-02 .468E+06 0 0
2 -.660E-03 -.142E+06 0 0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.264E-02	.922E+03	1	0
2	.245E-02	.101E+04	1	0
3	.225E-02	.111E+04	1	0
4	.206E-02	.122E+04	1	0
5	.187E-02	.000E+00	1	0
6	.168E-02	.000E+00	1	0
7	.149E-02	.000E+00	1	0
8	.129E-02	.000E+00	1	0
9	.110E-02	.000E+00	1	0
10	.910E-03	.000E+00	1	0
11	.718E-03	.000E+00	1	0
12	.526E-03	.000E+00	1	0
13	.334E-03	.000E+00	1	0
14	.142E-03	.000E+00	1	0
15	-.497E-04	-.165E+04	0	0
16	-.242E-03	-.763E+04	0	0
17	-.434E-03	-.130E+05	0	0
18	-.626E-03	-.177E+05	0	0
19	-.818E-03	-.218E+05	0	0
20	-.101E-02	-.253E+05	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO LAMINADO	RUPTURA
.274E-02	.630E+06	0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.424E-02	.569E+06	1	0
2	-.131E-02	-.282E+06	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.514E-02	.000E+00	1	0
2	.476E-02	.000E+00	1	0
3	.439E-02	.000E+00	1	0
4	.401E-02	.000E+00	1	0
5	.364E-02	.000E+00	1	0
6	.326E-02	.000E+00	1	0
7	.288E-02	.000E+00	1	0
8	.251E-02	.000E+00	1	0
9	.213E-02	.000E+00	1	0
10	.176E-02	.000E+00	1	0
11	.138E-02	.000E+00	1	0
12	.101E-02	.000E+00	1	0
13	.633E-03	.000E+00	1	0
14	.257E-03	.000E+00	1	0
15	-.118E-03	-.384E+04	0	0
16	-.493E-03	-.145E+05	0	0
17	-.868E-03	-.228E+05	0	0
18	-.124E-02	-.288E+05	0	0
19	-.162E-02	-.324E+05	0	0
20	-.199E-02	-.336E+05	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO LAMINADO	RUPTURA
.534E-02	.123E+07	0

ELEMENTO # 3

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.581E-02	.573E+06	1	0
2	-.186E-02	-.400E+06	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.705E-02	.000E+00	1	0
2	.653E-02	.000E+00	1	0
3	.601E-02	.000E+00	1	0
4	.549E-02	.000E+00	1	0
5	.497E-02	.000E+00	1	0
6	.445E-02	.000E+00	1	0
7	.394E-02	.000E+00	1	0
8	.342E-02	.000E+00	1	0
9	.290E-02	.000E+00	1	0
10	.238E-02	.000E+00	1	0
11	.186E-02	.000E+00	1	0
12	.134E-02	.000E+00	1	0
13	.824E-03	.000E+00	1	0
14	.305E-03	.000E+00	1	0
15	-.213E-03	-.678E+04	0	0
16	-.732E-03	-.201E+05	0	0
17	-.125E-02	-.289E+05	0	0
18	-.177E-02	-.331E+05	0	0
19	-.229E-02	-.329E+05	0	1
20	-.281E-02	-.281E+05	0	1

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO LAMINADO	RUPTURA
.732E-02	.168E+07	0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.581E-02	.573E+06	1	0
2	-.186E-02	-.400E+06	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.705E-02	.000E+00	1	0
2	.653E-02	.000E+00	1	0
3	.601E-02	.000E+00	1	0
4	.549E-02	.000E+00	1	0
5	.497E-02	.000E+00	1	0
6	.445E-02	.000E+00	1	0
7	.394E-02	.000E+00	1	0
8	.342E-02	.000E+00	1	0
9	.290E-02	.000E+00	1	0
10	.238E-02	.000E+00	1	0
11	.186E-02	.000E+00	1	0
12	.134E-02	.000E+00	1	0
13	.824E-03	.000E+00	1	0
14	.305E-03	.000E+00	1	0

15	-.213E-03	-.678E+04	0	0
16	-.732E-03	-.201E+05	0	0
17	-.125E-02	-.289E+05	0	0
18	-.177E-02	-.331E+05	0	0
19	-.229E-02	-.329E+05	0	1
20	-.281E-02	-.281E+05	0	1

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO LAMINADO	RUPTURA
.732E-02	.168E+07	0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.581E-02	.573E+06	1	0
2	-.186E-02	-.400E+06	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.705E-02	.000E+00	1	0
2	.653E-02	.000E+00	1	0
3	.601E-02	.000E+00	1	0
4	.549E-02	.000E+00	1	0
5	.497E-02	.000E+00	1	0
6	.445E-02	.000E+00	1	0
7	.394E-02	.000E+00	1	0
8	.342E-02	.000E+00	1	0
9	.290E-02	.000E+00	1	0
10	.238E-02	.000E+00	1	0
11	.186E-02	.000E+00	1	0
12	.134E-02	.000E+00	1	0
13	.824E-03	.000E+00	1	0
14	.305E-03	.000E+00	1	0
15	-.213E-03	-.678E+04	0	0
16	-.732E-03	-.201E+05	0	0
17	-.125E-02	-.289E+05	0	0
18	-.177E-02	-.331E+05	0	0
19	-.229E-02	-.329E+05	0	1
20	-.281E-02	-.281E+05	0	1

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO LAMINADO	RUPTURA
.732E-02	.168E+07	0

ELEMENTO # 4

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.581E-02	.573E+06	1	0
2	-.186E-02	-.400E+06	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.705E-02	.000E+00	1	0
2	.653E-02	.000E+00	1	0
3	.601E-02	.000E+00	1	0
4	.549E-02	.000E+00	1	0

5	.497E-02	.000E+00	1	0
6	.445E-02	.000E+00	1	0
7	.394E-02	.000E+00	1	0
8	.342E-02	.000E+00	1	0
9	.290E-02	.000E+00	1	0
10	.238E-02	.000E+00	1	0
11	.186E-02	.000E+00	1	0
12	.134E-02	.000E+00	1	0
13	.824E-03	.000E+00	1	0
14	.305E-03	.000E+00	1	0
15	-.213E-03	-.678E+04	0	0
16	-.732E-03	-.201E+05	0	0
17	-.125E-02	-.289E+05	0	0
18	-.177E-02	-.331E+05	0	0
19	-.229E-02	-.329E+05	0	1
20	-.281E-02	-.281E+05	0	1

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO LAMINADO RUPTURA
.732E-02 .168E+07 0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSÃO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.581E-02	.573E+06	1	0
2	-.186E-02	-.400E+06	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSÃO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.705E-02	.000E+00	1	0
2	.653E-02	.000E+00	1	0
3	.601E-02	.000E+00	1	0
4	.549E-02	.000E+00	1	0
5	.497E-02	.000E+00	1	0
6	.445E-02	.000E+00	1	0
7	.394E-02	.000E+00	1	0
8	.342E-02	.000E+00	1	0
9	.290E-02	.000E+00	1	0
10	.238E-02	.000E+00	1	0
11	.186E-02	.000E+00	1	0
12	.134E-02	.000E+00	1	0
13	.824E-03	.000E+00	1	0
14	.305E-03	.000E+00	1	0
15	-.213E-03	-.678E+04	0	0
16	-.732E-03	-.201E+05	0	0
17	-.125E-02	-.289E+05	0	0
18	-.177E-02	-.331E+05	0	0
19	-.229E-02	-.329E+05	0	1
20	-.281E-02	-.281E+05	0	1

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO LAMINADO RUPTURA
.732E-02 .168E+07 0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSÃO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.581E-02	.573E+06	1	0

2 -.186E-02 -.400E+06 0 0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.705E-02	.000E+00	1	0
2	.653E-02	.000E+00	1	0
3	.601E-02	.000E+00	1	0
4	.549E-02	.000E+00	1	0
5	.497E-02	.000E+00	1	0
6	.445E-02	.000E+00	1	0
7	.394E-02	.000E+00	1	0
8	.342E-02	.000E+00	1	0
9	.290E-02	.000E+00	1	0
10	.238E-02	.000E+00	1	0
11	.186E-02	.000E+00	1	0
12	.134E-02	.000E+00	1	0
13	.824E-03	.000E+00	1	0
14	.305E-03	.000E+00	1	0
15	-.213E-03	-.678E+04	0	0
16	-.732E-03	-.201E+05	0	0
17	-.125E-02	-.289E+05	0	0
18	-.177E-02	-.331E+05	0	0
19	-.229E-02	-.329E+05	0	1
20	-.281E-02	-.281E+05	0	1

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO LAMINADO	RUPTURA
.732E-02	.168E+07	0

ELEMENTO # 5

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.424E-02	.569E+06	1	0
2	-.131E-02	-.282E+06	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.514E-02	.000E+00	1	0
2	.476E-02	.000E+00	1	0
3	.439E-02	.000E+00	1	0
4	.401E-02	.000E+00	1	0
5	.364E-02	.000E+00	1	0
6	.326E-02	.000E+00	1	0
7	.288E-02	.000E+00	1	0
8	.251E-02	.000E+00	1	0
9	.213E-02	.000E+00	1	0
10	.176E-02	.000E+00	1	0
11	.138E-02	.000E+00	1	0
12	.101E-02	.000E+00	1	0
13	.633E-03	.000E+00	1	0
14	.257E-03	.000E+00	1	0
15	-.118E-03	-.384E+04	0	0
16	-.493E-03	-.145E+05	0	0
17	-.868E-03	-.228E+05	0	0
18	-.124E-02	-.288E+05	0	0
19	-.162E-02	-.324E+05	0	0
20	-.199E-02	-.336E+05	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO LAMINADO	RUPTURA
.534E-02	.123E+07	0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.218E-02	.468E+06	0	0
2	-.660E-03	-.142E+06	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.264E-02	.922E+03	1	0
2	.245E-02	.101E+04	1	0
3	.225E-02	.111E+04	1	0
4	.206E-02	.122E+04	1	0
5	.187E-02	.000E+00	1	0
6	.168E-02	.000E+00	1	0
7	.149E-02	.000E+00	1	0
8	.129E-02	.000E+00	1	0
9	.110E-02	.000E+00	1	0
10	.910E-03	.000E+00	1	0
11	.718E-03	.000E+00	1	0
12	.526E-03	.000E+00	1	0
13	.334E-03	.000E+00	1	0
14	.142E-03	.000E+00	1	0
15	-.497E-04	-.165E+04	0	0
16	-.242E-03	-.763E+04	0	0
17	-.434E-03	-.130E+05	0	0
18	-.626E-03	-.177E+05	0	0
19	-.818E-03	-.218E+05	0	0
20	-.101E-02	-.253E+05	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO LAMINADO	RUPTURA
.274E-02	.630E+06	0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	.119E-03	.256E+05	0	0
2	-.931E-05	-.200E+04	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSAO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	.140E-03	.307E+04	1	0
2	.131E-03	.308E+04	1	0
3	.123E-03	.310E+04	1	0
4	.114E-03	.311E+04	1	0
5	.105E-03	.000E+00	1	0
6	.965E-04	.000E+00	1	0
7	.878E-04	.295E+04	0	0
8	.792E-04	.266E+04	0	0
9	.705E-04	.237E+04	0	0
10	.618E-04	.207E+04	0	0
11	.531E-04	.178E+04	0	0
12	.444E-04	.149E+04	0	0

13	.357E-04	.120E+04	0	0
14	.270E-04	.907E+03	0	0
15	.183E-04	.615E+03	0	0
16	.963E-05	.323E+03	0	0
17	.943E-06	.317E+02	0	0
18	-.775E-05	-.260E+03	0	0
19	-.164E-04	-.550E+03	0	0
20	-.251E-04	-.838E+03	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO LAMINADO RUPTURA
.145E-03 .333E+05 0

ELEMENTO # 6

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = -.775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM. DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO ACO ESCOAMENTO RUPTURA
1 .140E-16 .300E-08 0 0
2 -.168E-16 -.362E-08 0 0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO CONCRETO FISSURA COMPRESSÃO
1 .189E-16 .635E-09 0 0
2 .168E-16 .565E-09 0 0
3 .148E-16 .496E-09 0 0
4 .127E-16 .426E-09 0 0
5 .106E-16 .356E-09 0 0
6 .851E-17 .286E-09 0 0
7 .643E-17 .216E-09 0 0
8 .435E-17 .146E-09 0 0
9 .227E-17 .761E-10 0 0
10 .185E-18 .622E-11 0 0
11 -.190E-17 -.637E-10 0 0
12 -.398E-17 -.134E-09 0 0
13 -.606E-17 -.203E-09 0 0
14 -.814E-17 -.273E-09 0 0
15 -.102E-16 -.343E-09 0 0
16 -.123E-16 -.413E-09 0 0
17 -.144E-16 -.483E-09 0 0
18 -.165E-16 -.553E-09 0 0
19 -.185E-16 -.623E-09 0 0
20 -.206E-16 -.693E-09 0 0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO LAMINADO RUPTURA
.200E-16 .461E-08 0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .000

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM. DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO ACO ESCOAMENTO RUPTURA
1 -.197E-22 -.424E-14 0 0
2 -.197E-22 -.424E-14 0 0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO CONCRETO FISSURA COMPRESSÃO
1 -.197E-22 -.662E-15 0 0
2 -.197E-22 -.662E-15 0 0

3	-.197E-22	-.662E-15	0	0
4	-.197E-22	-.662E-15	0	0
5	-.197E-22	-.662E-15	0	0
6	-.197E-22	-.662E-15	0	0
7	-.197E-22	-.662E-15	0	0
8	-.197E-22	-.662E-15	0	0
9	-.197E-22	-.662E-15	0	0
10	-.197E-22	-.662E-15	0	0
11	-.197E-22	-.662E-15	0	0
12	-.197E-22	-.662E-15	0	0
13	-.197E-22	-.662E-15	0	0
14	-.197E-22	-.662E-15	0	0
15	-.197E-22	-.662E-15	0	0
16	-.197E-22	-.662E-15	0	0
17	-.197E-22	-.662E-15	0	0
18	-.197E-22	-.662E-15	0	0
19	-.197E-22	-.662E-15	0	0
20	-.197E-22	-.662E-15	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO LAMINADO RUPTURA
-.197E-22 -.454E-14 0

DEFORMACOES E TENSOES NO PT.DE INTEG.: CSI = .775

MATERIAL: ACO

CAMADA DE ARM.	DEFORMACAO AXIAL	TENSÃO NO ACO	ESCOAMENTO	RUPTURA
1	-.187E-16	-.401E-08	0	0
2	.224E-16	.481E-08	0	0

MATERIAL: CONCRETO

CAMADA	DEFORMACAO AXIAL	TENSÃO NO CONCRETO	FISSURA	COMPRESSÃO
1	-.253E-16	-.849E-09	0	0
2	-.225E-16	-.756E-09	0	0
3	-.197E-16	-.663E-09	0	0
4	-.170E-16	-.570E-09	0	0
5	-.142E-16	-.476E-09	0	0
6	-.114E-16	-.383E-09	0	0
7	-.864E-17	-.290E-09	0	0
8	-.586E-17	-.197E-09	0	0
9	-.309E-17	-.104E-09	0	0
10	-.310E-18	-.104E-10	0	0
11	.247E-17	.828E-10	0	0
12	.524E-17	.176E-09	0	0
13	.802E-17	.269E-09	0	0
14	.108E-16	.362E-09	0	0
15	.136E-16	.456E-09	0	0
16	.163E-16	.549E-09	0	0
17	.191E-16	.642E-09	0	0
18	.219E-16	.735E-09	0	0
19	.247E-16	.828E-09	0	0
20	.274E-16	.922E-09	0	0

MATERIAL: LAMINADO

DEFORMACAO AXIAL TENSÃO NO LAMINADO RUPTURA
-.268E-16 -.616E-08 0