

# **Holografia Digital Complexa Utilizando um Interferômetro Shearing**

*por*

Analucia Vieira Fantin

**Universidade Federal de Santa Catarina  
Pós-Graduação em Engenharia Mecânica  
Departamento de Engenharia Mecânica  
Laboratório de Metrologia e Automação**

Trabalho apresentado como parte dos requisitos para a obtenção do título de  
Doutor em Engenharia Mecânica na Universidade Federal de Santa Catarina,  
Florianópolis, Santa Catarina, Brasil.

Florianópolis, 25 de junho de 2003

# APROVAÇÃO

**Nome:** Analucia Vieira Fantin  
**Titulação:** Doutor em Engenharia Mecânica  
**Título da Tese:** Holografia Digital Complexa Utilizando um Interferômetro Shearing

## **Banca Examinadora:**

Mediador: Prof. Guillermo Kaufmann, Ph. D.

---

Prof. Frank Hrebabetzky, Dr. Rer. Nat.  
Dr. Primeiro Membro do Comitê  
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

---

Prof. Marco Antonio Martins Cavaco, Ph. D.  
Dr. Segundo Membro do Comitê  
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

---

Prof. Armando Albertazzi Gonçalves Jr., Dr. Eng.  
Orientador  
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

---

Prof. Mikiya Muramatsu, Ph. D.  
Examinador Externo  
Universidade de São Paulo (USP)

## Resumo

Recentemente a técnica denominada “digital phase shift holography” foi introduzida com o objetivo de melhorar a qualidade da imagem reconstruída numericamente, e eliminar algumas das limitações existentes na holografia digital. A intensidade e a fase de cada ponto do holograma são obtidas para cada pixel de uma câmera CCD (Charge Couple Device) de alta resolução. O resultado é um holograma digital complexo. Esta técnica está sendo aqui denominada de “holografia digital complexa”.

Na holografia clássica, assim como na holografia digital e na holografia digital complexa, um fator limitante que inviabiliza medições em campo é a elevada sensibilidade às perturbações externas do arranjo holográfico. É fundamental que o arranjo seja isolado de vibrações, o que torna a prática destas medições restrita ao ambiente de laboratório.

A nova configuração proposta neste trabalho utiliza um interferômetro “shearing” para produzir uma onda de referência implícita. Um dispositivo deslocador de fase é usado para variar a fase relativa entre cada par de imagens. Doze imagens são adquiridas e combinadas para formar um holograma digital complexo sem a necessidade de uma onda de referência explícita. Este tipo de interferômetro diminui os efeitos causados por vibrações externas, pois qualquer perturbação existente é sentida igualmente por ambas as ondas que interferem, mantendo estável a figura de interferência.

Este trabalho apresenta o princípio da nova configuração e detalhes sobre sua implementação experimental e os diferentes algoritmos utilizados para o cálculo do “*holograma digital complexo*”. Experimentos controlados demonstram a viabilidade da técnica, suas potencialidades e limitações.

# Abstract

Recently the so called “digital phase shift holography” was introduced as a way to improve the quality of the digitally reconstructed image and to reduce the resolution limitations of digital holography. Not only the light intensity of the hologram is recorded, but also the phase of each point of the hologram. As a result, a complex digital hologram is recorded. We prefer to call this principle as “complex digital holography”.

Both digital holography and digital complex holography are very sensitive to environmental disturbances. Those characteristics make both techniques difficult to be applied outside of a laboratory environment.

This work presents a new configuration that uses a shearing interferometer to produce an implicit reference wave in front of the CCD (Charge Couple Device) of a high-resolution camera. A phase shifting device is also used to change the relative phase between each shearing pair. Twelve different images are acquired and combined to form a complex digital hologram without an explicit reference wave. This configuration is almost not sensitive to external vibrations due to its quasi-equal-path configuration.

Details of the principle and of its practical implementation are presented. Some phase propagation algorithms to determine the phase hologram were developed and a comparative analyze is discussed. Well controlled experiments were carried out in order to verify the viability of the developed technique and to evaluate its possibilities and limitations.

O conhecimento faz do homem um ser crítico,  
enquanto o amor faz do ser crítico um ser  
humano completo.

# Agradecimentos

Sinceros agradecimentos:

- a Deus pelas pessoas que ele colocou à minha volta;
- aos meus pais Celso e Jane por serem a base de tudo;
- à minha irmã Luciana pelo amor e amizade;
- à minha avó Sara por ter compreendido minha ausência e ter rezado sempre;
- ao meu eterno namorado Carlos pelo constante apoio, amor e confiança que compartilhamos diariamente, seja em Floripa ou à distância;
- às minhas quase-irmãs Pri e Fê pela amizade, ajuda e companheirismo;
- ao Prof. Armando, pela convivência durante estes últimos seis anos em que pude compartilhar do seu conhecimento e amizade.
- à Rosana pela eficiência e dedicação com que cumpre suas tarefas;
- ao amigo Suterio por ser um grande conselheiro e ouvinte;
- aos futuros engenheiros Provin e Poletto, que de forma indireta e, às vezes direta, colaboraram para o desenvolvimento deste trabalho;
- a todos os amigos do LABMETRO que indiretamente colaboraram fazendo do nosso ambiente de trabalho um lugar agradável e produtivo;
- ao Fabrício e ao Danilo pelo incansável apoio na realização dos experimentos;
- ao amigo Daniel, vulgo Hemo, por me incentivar sempre.
- ao amigo João por ter sido sempre um grande amigo, mesmo quando eu não podia visitá-lo;
- ao “fratello” Rudolf pela amizade e companheirismo que foram fundamentais para a realização deste trabalho;

- aos professores e funcionários da Università degli studi di Ancona pela acolhida durante os 6 meses de estágio na Itália.
- à UFSC e ao Labmetro pela infra-estrutura disponibilizada;
- ao CNPq pelo apoio financeiro durante todo o período dedicado a esta pesquisa;
- à CAPES pela oportunidade e apoio financeiro durante os seis meses de estágio no exterior.

# Sumário

<b>Aprovação</b>	<b>i</b>
<b>Resumo</b>	<b>ii</b>
<b>Abstract</b>	<b>iii</b>
<b>Sumário</b>	<b>vii</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>x</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xiii</b>
<b>Capítulo 1</b>	
<b>Holografia digital complexa: uma promessa para o futuro</b>	<b>14</b>
1.1 Motivação .....	14
1.2 Objetivos .....	15
1.3 Como o trabalho está apresentado .....	15
<b>Capítulo 2</b>	
<b>Fundamentos da holografia</b>	<b>17</b>
2.1 Holografia clássica .....	18
2.1.1 Geração do holograma .....	18
2.1.2 Reconstrução da onda luminosa .....	20
2.1.3 Holografia interferométrica .....	21
2.1.4 Sensibilidade da holografia interferométrica .....	23
▪ Iluminação Simples .....	23
▪ Iluminação Dupla.....	23
2.2 Holografia digital.....	25
2.2.1 Teorema da amostragem.....	25
2.2.2 Reconstrução numérica de hologramas digitais .....	26

▪ Método da convolução .....	28
▪ Aproximação de Fresnel .....	29
2.2.3 O termo Dc.....	31
2.2.4 Condições para validade da transformada de Fresnel .....	32
2.2.5 Cálculo de fase .....	33
2.2.6 Holografia digital interferométrica .....	33
2.2.7 Cálculo de deslocamento .....	35
2.2.8 Exemplo de aplicação .....	35
2.3 Holografia digital complexa .....	39
<b>Capítulo 3</b>	
<b>Holografia digital complexa utilizando um interferômetro “shearing”</b>	<b>42</b>
3.1 Configuração básica.....	43
3.2 Obtenção do holograma digital complexo.....	44
3.2.1 Diferença de fase entre as frentes de onda .....	45
3.2.2 Diferença de fase lateral .....	46
3.2.3 Determinação das imperfeições do interferômetro .....	47
3.2.4 Diferença de fase entre pixels vizinhos .....	49
3.2.5 Propagação de fase do holograma digital complexo.....	49
3.3 Reconstrução numérica de um holograma digital .....	50
3.4 Verificação por simulação numérica.....	50
<b>Capítulo 4</b>	
<b>Algoritmos para a propagação de fase</b>	<b>54</b>
4.1 Algoritmo básico .....	55
4.2 Propagação através dos pontos vizinhos consistentes .....	55
4.3 Propagação através dos pontos vizinhos com maior pseudo-modulação espacial .....	57
4.4 Propagação por subimagens.....	58
4.4.1 Sobreposição de uma coluna/linha de duas subimagens.....	58
4.4.2 Sobreposição de subimagens .....	60
4.5 Propagação de fase por minimização dos erros quadráticos .....	61
4.6 Propagação de fase por minimização dos erros quadráticos com três diferenças de fase.....	65
4.7 Análise comparativa.....	68
<b>Capítulo 5</b>	
<b>Verificação experimental</b>	<b>72</b>
5.1 Componentes da bancada experimental .....	72
5.2 Procedimentos de calibração dos dispositivos piezos elétricos .....	73

5.2.1	Calibração do deslocamento de Fase .....	73
5.2.2	Calibração do deslocamento lateral da onda: “Efeito Shearing” .....	74
5.2.3	Verificação da não uniformidade entre rotação do espelho M2 e deslocamento lateral sobre o CCD .....	74
5.3	Determinação das Rampas de Fase .....	76
5.4	Melhoria da estabilidade do deslocamento de fase .....	78
5.5	Experimentos realizados .....	80
5.5.1	Reconstrução de uma onda esférica .....	81
5.5.2	Reconstrução de uma onda esférica deslocada .....	82
5.5.3	Reconstrução da onda originada por dois pontos luminosos .....	84
5.5.4	Reconstrução de uma linha luminosa .....	86
5.5.5	Reconstrução de uma onda esférica sem isolamento .....	88
<b>Capítulo 6</b>		
<b>Conclusões e considerações finais</b>		<b>90</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>		<b>95</b>
<b>Apêndice A</b>		
<b>Difração</b>		<b>100</b>
A.1	Difração de Fresnel e Fraunhofer .....	100
A.2	Formulação de Huygens-Fresnel para a Difração .....	101

## Lista de Figuras

Figura 2.1	Gravação de um holograma .....	18
Figura 2.2	Reconstrução da onda do objeto .....	20
Figura 2.3	Variação do caminho ótico [8] .....	22
Figura 2.4	Arranjo holográfico com iluminação dupla [8].....	24
Figura 2.5	Arranjo holográfico .....	25
Figura 2.6	Esquema básico da Holografia Digital de Fresnel [4].....	27
Figura 2.7	Alternativas para determinação da interferência de fase em Holografia Digital Interferométrica [12].....	34
Figura 2.8	Arranjo holográfico para medição de deslocamentos.....	36
Figura 2.9	Fase dos hologramas descritos na Tabela 2.1 .....	37
Figura 2.10	Interferências de fase moduladas em $2\pi$ calculadas diretamente dos hologramas digitais .....	38
Figura 2.11	Mapas de fase correspondentes aos deslocamentos (a) normal e (b) tangente à superfície da viga na direção horizontal.....	38
Figura 2.12	Mapas de fase correspondentes aos deslocamentos (a) normal e (b) tangente à superfície da viga na direção horizontal.....	39
Figura 2.13	Campo de deslocamento normal à superfície calculados por Holografia Digital.....	39
Figura 2.14	Arranjo holográfico para holografia digital com deslocamento de fase .....	40
Figura 3.1	Arranjo holográfico para a determinação de um holograma digital complexo utilizando um interferômetro “shearing” .....	43
Figura 3.2	: Interferômetro “shearing” .....	44

Figura 3.3 Sentidos de giro e deslocamento dos espelhos do interferômetro “shearing” .....	46
Figura 3.4 Câmera CCD sem lentes e deslocadores utilizados para produzir o efeito shearing e o deslocamento de fase .....	46
Figura 3.5 Frente de onda plana e colimada para determinação dos erros do interferômetro.....	48
Figura 3.6 Mapas de fase simulados e reconstrução do holograma digital complexo.....	51
Figura 3.7 Mapas de fase simulados e reconstrução do holograma digital complexo com centro deslocado .....	52
Figura 4.1 Relação entre 4 pixels vizinhos .....	55
Figura 4.2 : Propagação através dos pixels do holograma digital.....	56
Figura 4.3 Subimagens vizinhas contendo uma coluna de pixels em comum.....	59
Figura 4.4 Sequência de remoção dos saltos de fase entre as subimagens.....	59
Figura 4.5 Visualização 3D de um holograma digital de fase antes e depois da remoção do salto entre subimagens.....	60
Figura 4.6 Subimagens vizinhas contendo uma área em comum.....	60
Figura 4.7 Divisão da imagem em células com quatro regiões .....	62
Figura 4.8 :Célula da imagem com quatro regiões de quatro pixels cada.....	63
Figura 4.9 Etapas da propagação de fase por minimização dos erros quadráticos .....	65
Figura 4.10 Fronteiras de uma célula de quatro pixels da imagem .....	66
Figura 4.11 Diferenças de fase entre pixels vizinhos de um holograma digital: (a) direção x, (b) direção y e (c) direções x e y .....	68
Figura 4.12 Imagens simuladas com diferentes tipos de erros.....	69
Figura 4.13 Análise gráfica dos diferentes algoritmos de propagação.....	71
Figura 5.1 Bancada experimental .....	73
Figura 5.2 Ângulo de giro de um dos espelhos do interferômetro para uma distância típica.....	75
Figura 5.3 Efeito da distância utilizada entre interferômetro e CCD .....	76
Figura 5.4 Seqüência de aquisição de imagens .....	77
Figura 5.5 Programa de aquisição e processamento dos mapas de fase .....	77

Figura 5.6	Rampas de fase .....	78
Figura 5.7	Estrutura montada junto ao piezelétrico para diminuir a sensibilidade do deslocamento.....	79
Figura 5.8	Sensores virtuais distribuídos em uma imagem de interferência...	80
Figura 5.9	Onda esférica gerada a partir de um filtro espacial.....	81
Figura 5.10	Componentes de fase determinadas experimentalmente e a reconstrução de um ponto luminoso .....	82
Figura 5.11	Reconstrução de uma onda esférica deslocada .....	83
Figura 5.12	Holograma digital complexo e reconstrução de uma onda esférica deslocada.....	83
Figura 5.13	Geração de dois pontos luminosos a partir da reflexão de dois espelhos .....	84
Figura 5.14	Reconstrução dos dois pontos.....	85
Figura A.1	Variação na figura de difração com a variação da distância do ponto à abertura [4].....	101
Figura A.2	Difração de Kirchhoff em uma tela plana com abertura [19] .....	101
Figura A.3	Geometria de Difração [19] .....	103

## Lista de Tabelas

Tabela 2.1	Tabela de aquisição de imagens .....	37
Tabela 4.1	Análise quantitativa dos algoritmos de propagação de fase .....	70

# Capítulo 1

## Holografia digital complexa: uma promessa para o futuro

### 1.1 Motivação

A evolução das câmeras CCD (Charge Couple Device) e sistemas de processamento de imagens viabilizaram o desenvolvimento da Holografia Digital. O filme fotográfico pôde ser substituído por sensores CCD de elevada resolução, capazes de registrar os complexos padrões de interferência. A reconstrução do holograma é efetuada inteiramente de forma digital, sendo possível registrar com precisão pequenos campos de deslocamentos e deformações.

Porém a holografia digital herdou algumas limitações da holografia clássica. Um fator limitante que inviabiliza medições em campo é sua elevada sensibilidade às perturbações externas. É fundamental que o arranjo holográfico seja isolado de vibrações, o que torna a prática das medições restrita a um ambiente de laboratório.

Além disso, na holografia digital, o ângulo entre as ondas de referência e do objeto é limitado pela resolução espacial do CCD.

A reconstrução numérica realizada na holografia digital leva a visualização de três ordens de difração. A ordem +1 é referente à onda do

objeto, a ordem -1 é referente a onda conjugada do objeto e por último, a chamada difração de ordem zero é referente à própria onda de referência. A difração de ordem zero pode ser facilmente eliminada numericamente através de filtros como será discutido no capítulo 2, enquanto que a difração de ordem +1 pode ser somente separada da ordem -1 espacialmente, ou seja, através de um arranjo holográfico conhecido na literatura por “off-axis” [1].

A holografia digital complexa tem a capacidade de eliminar os indesejáveis termos presentes na reconstrução numérica. O deslocamento de fase permite determinar um holograma de fase que, junto ao holograma de intensidade, compõem o holograma digital complexo. Com este holograma é possível reconstruir a intensidade e a fase da onda do objeto, deixando de lado a onda conjugada.

## **1.2 Objetivos**

A nova configuração proposta neste trabalho utiliza um interferômetro “shearing” para produzir uma onda de referência implícita. Este tipo de interferômetro diminui os efeitos causados por vibrações externas, pois qualquer perturbação existente afeta igualmente ambas as ondas que interferem. O uso da referência implícita diminui também o problema causado pela restrição do ângulo entre as ondas de referência e do objeto, deixando a resolução do CCD limitar apenas a dimensão da peça a ser medida.

Assim como na holografia digital complexa, a informação de intensidade e a informação de fase são utilizadas para a reconstrução da frente de onda. Porém, diferentemente do que sempre aconteceu na holografia, o objetivo desta nova configuração é permitir que em um futuro muito próximo seja possível a medição de pequenos campos de deslocamentos fora do ambiente isolado de laboratório. Este trabalho mostra os primeiros passos deste caminho e algumas das dificuldades que devem ser superadas para se chegar a uma configuração robusta.

## **1.3 Como o trabalho está apresentado**

O capítulo 2 faz um breve relato sobre a evolução das diversas técnicas

holográficas, iniciando em 1948, quando surgiu a primeira publicação sobre o assunto. O capítulo inicia com alguns conceitos básicos da holografia clássica, passando para a teoria da holografia digital. O princípio da técnica digital e o modelo matemático são discutidos em detalhes e verificados experimentalmente através da medição de deslocamentos em uma viga engastada. O capítulo termina com uma rápida abordagem sobre a holografia digital complexa.

No terceiro capítulo, detalhes sobre a configuração básica da holografia digital complexa com referência implícita, e o modelo matemático da nova configuração, são discutidos e verificados por simulação numérica.

No quarto capítulo são descritos os diferentes algoritmos de propagação de fase utilizados no cálculo do holograma digital complexo, e uma comparação aponta o melhor método.

O quinto capítulo revela os componentes da bancada experimental e os procedimentos básicos para reconstrução das frentes de onda através do método proposto neste trabalho. Alguns experimentos simples e controlados permitem verificar conceitos desenvolvidos e discutidos no âmbito deste trabalho, e demonstram a viabilidade da técnica para futuras aplicações para a medição de deslocamentos.

Finalmente o último capítulo traz as conclusões deste trabalho.

## Capítulo 2

# Fundamentos da holografia

Holografia é uma palavra de origem grega, onde “holos” significa *todo* e “graphein” significa *escrever*. Ao contrário da fotografia em preto e branco, onde apenas a distribuição de intensidade da luz é registrada e reproduzida, na holografia é possível gravar e reconstruir toda a informação contida em uma onda luminosa, ou seja, sua fase e intensidade.

O primeiro trabalho sobre o assunto foi publicado em 1948 pelo cientista húngaro Dennis Gabor (1900-1979). O trabalho apresentava a formulação de um novo princípio chamado “A new microscopic principle” [2], posteriormente denominado holografia.

Somente a partir de 1963, após o aparecimento do LASER (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) os primeiros trabalhos práticos envolvendo holografia começaram a surgir. Desde então, a holografia tem sido utilizada como uma importante ferramenta em vários campos da mecânica experimental [3][1].

Este capítulo mostra a evolução da holografia através do tempo, e os princípios básicos de cada uma das técnicas de medição que surgiram a partir da holografia clássica.

O avanço tecnológico permitiu que a holografia se tornasse digital [4][5]. A partir de uma nova configuração ótica chega-se à holografia digital complexa, tema central deste trabalho.

## 2.1 Holografia clássica

O processo holográfico pode ser dividido em duas etapas: (a) gravar e (b) reconstruir a intensidade e a fase de uma onda de luz coerente.

### 2.1.1 Geração do holograma

Na holografia um feixe de luz coerente, geralmente originário de um laser, é dividido em dois: o feixe-referência e o feixe-objeto. O feixe-objeto é direcionado ao objeto cujo holograma será gravado. A onda luminosa refletida pelo objeto incide sobre uma superfície sensível à luz que também é simultaneamente iluminada pelo feixe-referência. Esta superfície, após o processamento fotográfico, é denominada holograma [1][6].

O material mais comum utilizado para a gravação de um holograma é uma emulsão fotográfica de prata (silver halide photographic emulsion). Este material é comercialmente disponível fixado em superfícies de vidro ou acetato, e possuem sensibilidade relativamente baixa, mas elevadíssima resolução espacial [7].

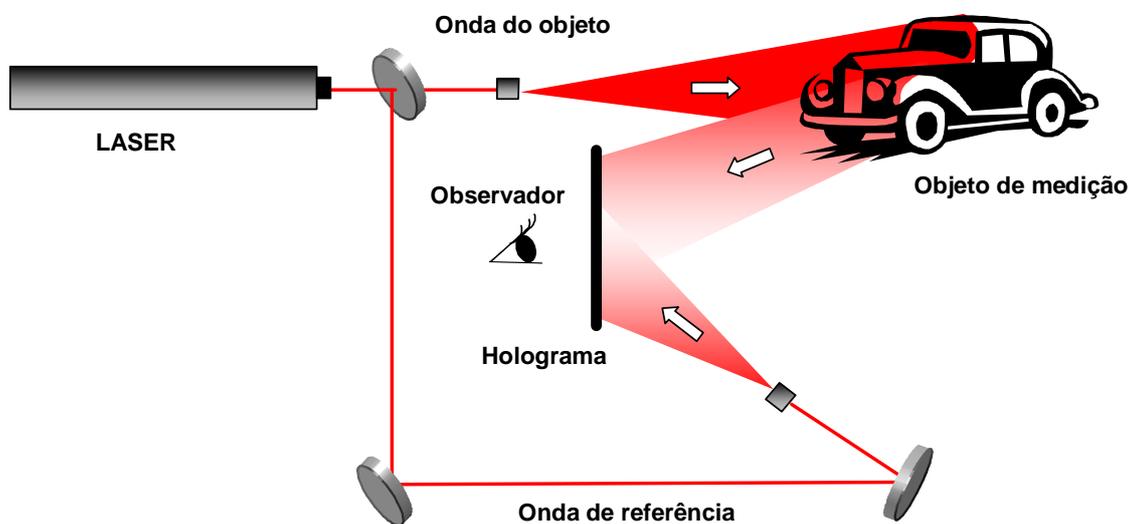


Figura 2.1 Gravação de um holograma

Desde que ambas as ondas sejam coerentes, e o objeto esteja imóvel, a diferença de fase resultante da interferência entre o feixe-referência e a onda do objeto se mantém constante durante a exposição. No processo interferométrico,

a diferença de fase é convertida em variação de intensidade ponto a ponto sobre o holograma, que é registrada pelo filme, pois este é sensível à intensidade de luz. Assim, após a revelação fotográfica, o holograma contém um complexo padrão de intensidade resultante da interferência entre o feixe-referência e a onda refletida pelo objeto.

Por questões de simplicidade, seja um sistema de coordenadas cujo plano  $z=0$  coincida com o plano do holograma. A amplitude complexa da onda  $\vec{O}$  (onda do objeto) a ser reconstruída sobre o holograma é dada por [6],

$$\vec{O} = |A_{(x,y)}| \exp(-i\phi_{(x,y)}) \quad (2.1)$$

e  $\vec{R}$ , a forma complexa da onda de referência neste mesmo plano, é:

$$\vec{R} = |B_{(x,y)}| \exp(-i\psi_{(x,y)}) \quad (2.2)$$

sendo:

$A(x,y)$ ,  $B(x,y)$ : amplitude das ondas do objeto e referência respectivamente

$\phi(x,y)$ ,  $\psi(x,y)$ : ângulo de fase das ondas do objeto e referência respectivamente

Ambas as ondas incidem simultaneamente no plano do holograma. A onda resultante da interferência destas ondas é dada por:

$$\vec{H}_{(x,y)} = \vec{O}_{(x,y)} + \vec{R}_{(x,y)} \quad (2.3)$$

A intensidade de uma radiação é dada pelo quadrado da sua amplitude, ou seja:

$$I_{(x,y)} = \vec{H}_{(x,y)} \cdot \vec{H}_{(x,y)}^* \quad (2.4)$$

onde o termo  $\vec{H}_{(x,y)}^*$  representa o complexo conjugado de  $\vec{H}_{(x,y)}$ .

Substituindo Equação 2.3 na Equação 2.4 tem se:

$$I_{(x,y)} = |A_{(x,y)}|^2 + |B_{(x,y)}|^2 + |A_{(x,y)}| |B_{(x,y)}| (e^{i(\phi-\psi)} + e^{-i(\phi-\psi)}) \quad (2.5)$$

ou simplesmente,

$$I_{(x,y)} = |A_{(x,y)}|^2 + |B_{(x,y)}|^2 + 2|A_{(x,y)}| |B_{(x,y)}| \cos(\phi - \psi) \quad (2.6)$$

Como o filme do holograma é sensibilizado de forma proporcional à intensidade de luz, a Equação 2.6 caracteriza o padrão de interferência no plano do holograma, que é impresso no filme fotográfico. A intensidade das

franjas é modulada pelo cosseno da diferença de fase entre ambas ondas incidentes.

### 2.1.2 Reconstrução da onda luminosa

Fisicamente a reconstrução da onda do objeto é mostrada na Figura 2.2.

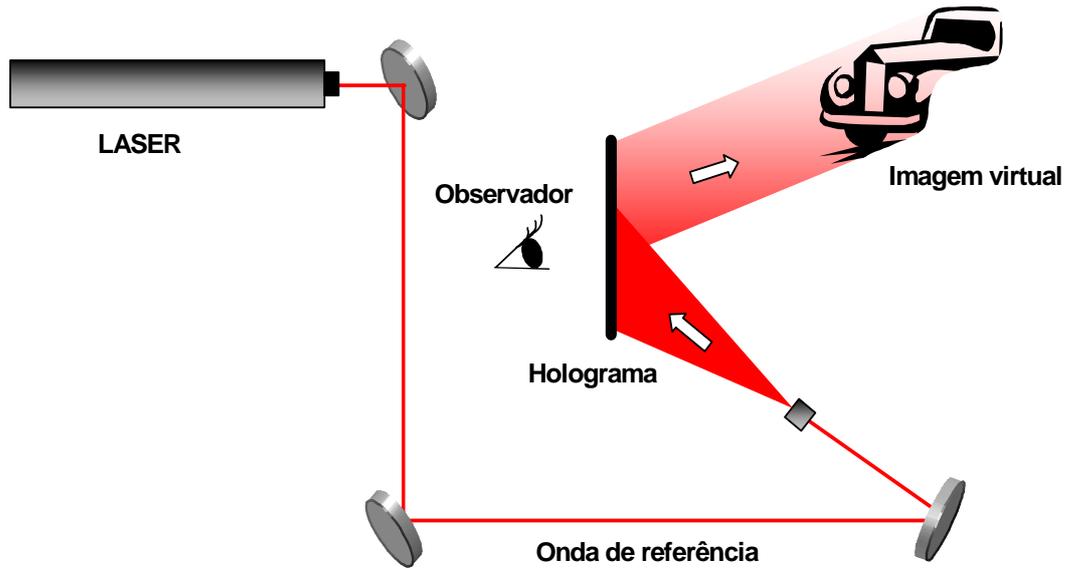


Figura 2.2 Reconstrução da onda do objeto

O holograma é iluminado pela mesma onda de referência utilizada durante a gravação, e uma imagem tridimensional é reconstruída na mesma posição onde estava o objeto. Esta imagem é chamada imagem virtual que, para o observador, parece estar situada atrás do holograma. Existe também uma imagem real formada do mesmo lado em que se coloca o observador, e que não pode ser vista da mesma forma por tratar-se de uma imagem focalizada. Contudo, ela poderá ser observada se uma tela for colocada na posição apropriada.

A equação da onda transmitida é função da onda incidente e da distribuição de intensidade do holograma [6][7]. É dada por:

$$\vec{H}_{t(x,y)} = I_{(x,y)} \vec{H}_{i(x,y)} \quad (2.7)$$

Onde:

$\vec{H}_{t(x,y)}$ : Onda transmitida

$I_{(x,y)}$ : Distribuição de intensidade do holograma

$\bar{H}_{1(x,y)}$ : Onda incidente

Assim, incidindo-se a mesma onda de referência no holograma, segundo o mesmo ângulo inicial, obtém-se da Equação 2.7:

$$\bar{H}_{t(x,y)} = I_{(x,y)} \bar{R}_{(x,y)} \quad (2.8)$$

Substituindo a Equação 2.2 e a Equação 2.6 na Equação 2.8:

$$\bar{H}_{t(x,y)} = |B_{(x,y)}| (|A_{(x,y)}|^2 + |B_{(x,y)}|^2) e^{i\psi} + |A_{(x,y)}| |B_{(x,y)}|^2 e^{i\phi} + |A_{(x,y)}| |B_{(x,y)}|^2 e^{-i(\phi-2\psi)} \quad (2.9)$$

O primeiro termo contém a mesma fase que a onda de referência, portanto é uma parcela que não sofreu difração. O segundo termo possui a mesma fase que a onda original  $\bar{O}$ , porém difere na amplitude em um fator multiplicativo. Esta parcela, portanto, a menos de um fator multiplicativo na intensidade, tem as mesmas propriedades da onda original, representando a reconstrução da onda  $\bar{O}$  do objeto. É também chamada imagem verdadeira. O terceiro termo dá origem à imagem conjugada. Embora não contenha a fase de nem uma das ondas, contém o resultado da interação de ambas. Esta parcela tem a propriedade de convergir e formar uma imagem real.

A análise acima é genérica, não há restrições quanto à forma da onda de referência nem da forma da onda do objeto. Assim, como a onda  $\bar{R}$  é utilizada para reconstrução da onda  $\bar{O}$ , o inverso também é válido, ou seja, a onda  $\bar{R}$  pode ser reconstruída a partir da onda  $\bar{O}$ .

### **2.1.3 Holografia interferométrica**

A onda luminosa emitida por um objeto pode ser reconstruída pela holografia de forma tão precisa, que pode ser comparada interferometricamente com a onda luminosa do próprio objeto em tempo real, ou mesmo com a reconstrução da onda luminosa a partir de outro holograma do mesmo objeto. Neste princípio está baseada a holografia interferométrica [1][7].

Dentro da metrologia, a holografia interferométrica é utilizada para medir deslocamentos a partir das franjas de interferência geradas pela superposição de duas ondas luminosas de um mesmo objeto em dois estados distintos.

A análise da formação das franjas de interferência e sua interpretação são baseadas no princípio de que qualquer ponto do holograma contém informações sobre cada ponto visível do objeto, em ambos os estados comparados interferometricamente. A Figura 2.3 mostra esquematicamente a disposição dos componentes utilizados na holografia interferométrica.

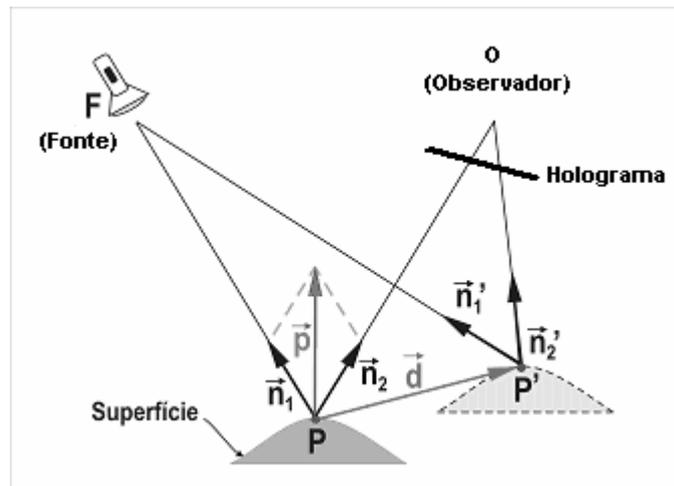


Figura 2.3 Variação do caminho óptico decorrente do deslocamento do objeto medido [8]

Seja F a posição da fonte de iluminação, O a posição do observador e H o holograma. O ponto P representa um ponto do objeto medido na posição inicial. O ponto P sofre um deslocamento  $\vec{d}$ , atingindo uma nova posição P' correspondente ao estado final de deformação. Os vetores unitários de direção são mostrados na figura. Quando as duas ondas luminosas, correspondentes ao estado inicial e final, são reconstruídas simultaneamente, a intensidade luminosa do ponto P é função da diferença de fase causada pela diferença entre os caminhos ópticos FPO e FP'O. Será mais intensa se as ondas estiverem em fase e pode se anular se estiverem completamente fora de fase.

A análise acima corresponde à intensidade resultante do ponto P, entretanto este efeito é simultâneo para todos os pontos do objeto. O efeito macroscópico resultante é o aparecimento de regiões claras e escuras denominadas de franjas de interferência. A diferença entre estes dois caminhos ópticos é relacionada com o vetor  $\vec{d}$  por [9]:

$$\Delta = \overline{FP} + \overline{OP} - (\overline{FP'} + \overline{OP'}) \quad (2.10)$$

$$\Delta = -(\overline{FP'} - \overline{FP}) + (\overline{OP} - \overline{OP'}) \quad (2.11)$$

$$\Delta = \vec{d} * \vec{n}_1 + \vec{d} * \vec{n}_2 = \vec{d} * (\vec{n}_1 + \vec{n}_2) = \vec{d} * \vec{p} \quad (2.12)$$

O vetor  $\vec{p}$  resulta da soma vetorial dos dois vetores unitários  $\vec{n}_1$  e  $\vec{n}_2$ , definidos a partir do ponto P, que apontam na direção da fonte de iluminação e do observador respectivamente. O vetor  $\vec{p}$  varia de ponto para ponto ao longo da superfície em análise, tanto em módulo, como em orientação. Este vetor é chamado *vetor sensibilidade*, pois representa a direção segundo a qual a holografia interferométrica tem maior sensibilidade e esta sensibilidade é proporcional ao módulo deste vetor.

#### 2.1.4 Sensibilidade da holografia interferométrica

Além do comprimento de onda da luz coerente utilizada, a sensibilidade de uma montagem holográfica depende do ângulo de iluminação do objeto e pode depender da posição do observador.

##### ■ Iluminação Simples

A Figura 2.3 mostra a configuração genérica de medição de deslocamentos com iluminação simples. Este tipo de montagem é mais adequada para a medição de deslocamentos normais, ou quase normal, à superfície iluminada. A direção do deslocamento na qual esta montagem é sensível é dada pelo vetor sensibilidade  $\vec{p}$ , resultante da soma de dois vetores unitários, ambos fixados no ponto P, um deles apontando para a posição da fonte de iluminação e o outro para o observador [6].

$$\vec{p} = \vec{n}_1 + \vec{n}_2 \quad (2.13)$$

Esta configuração é também referenciada como tendo sensibilidade “fora-do-plano”.

##### ■ Iluminação Dupla

Sciamarella em 1976 [10] mostrou que a medição de deslocamentos no plano pode ser implementada iluminando o objeto através de dois feixes de luz coerente, ambos incidindo sob um mesmo ângulo  $\varphi$  com a normal à superfície.

Cada um dos feixes gera seu próprio padrão de interferência e se combinam gerando um novo um padrão, este um tipo de configuração é denominado de dupla iluminação.

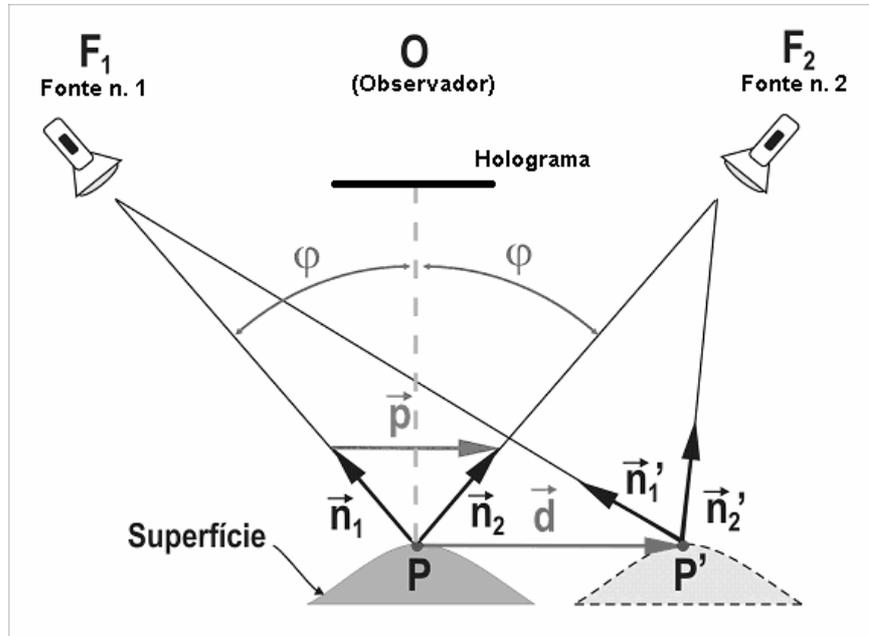


Figura 2.4 Arranjo holográfico com iluminação dupla [8]

Sejam  $\vec{n}_1$  e  $\vec{n}_2$  vetores unitários nas duas direções de iluminação apontando para o objeto e,  $\vec{n}_0$  um vetor unitário na direção de observação saindo do objeto. É possível mostrar que esta configuração é sensível a deslocamentos da superfície que ocorrem na direção da diferença dos vetores de iluminação [7], isto é:

$$\vec{p} = \vec{n}_1 - \vec{n}_2 \quad (2.14)$$

No caso particular em que  $\vec{n}_1$  e  $\vec{n}_2$  são orientados simetricamente em relação a normal à superfície do objeto, o vetor sensibilidade aponta em uma direção paralela à superfície do objeto.

Esta configuração de interferômetro é adotada para medir preferencialmente deslocamentos tangentes à superfície iluminada, situação referenciada também como tendo sensibilidade “no plano” do objeto.

## 2.2 Holografia digital

O avanço tecnológico e o surgimento de câmeras CCD de alta resolução, contribuíram para o aparecimento da Holografia Digital. Na Holografia Digital, os hologramas são gerados diretamente no CCD de uma câmera de alta resolução e armazenados na memória de um microcomputador. A reconstrução das ondas luminosas é feita numericamente. O cálculo para reconstrução das imagens baseia-se em uma aproximação da integral de difração.

A Figura 2.5 mostra uma possível configuração para gravar um holograma digital:

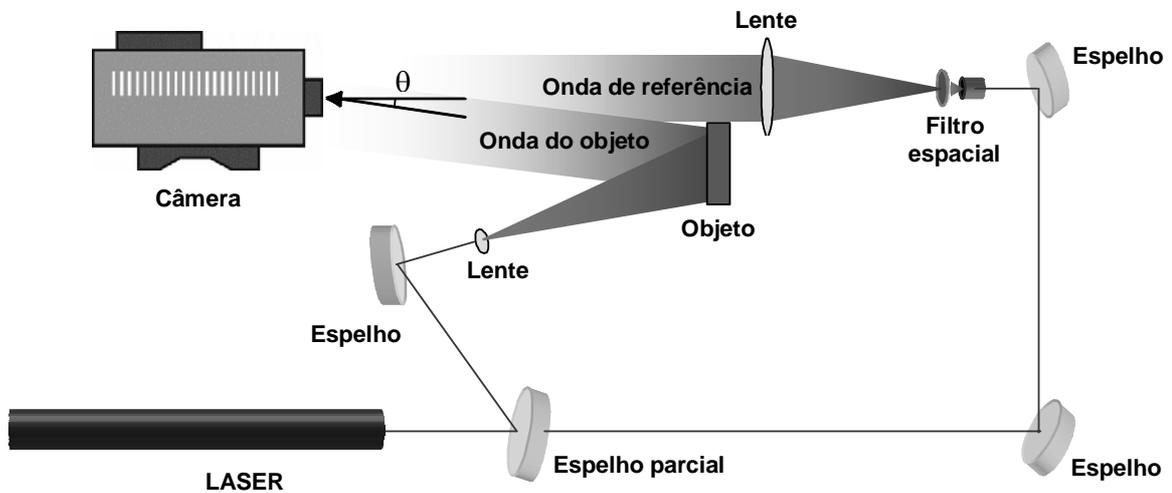


Figura 2.5 Arranjo holográfico

Na Holografia Digital não são utilizadas lentes, ou qualquer outro instrumento óptico para reconstrução da frente de onda, o processo é totalmente digital [12].

A principal vantagem da técnica de Holografia Digital é que, além da intensidade da frente de onda, os valores de fase são calculados diretamente no processo de reconstrução numérica. Isto significa que as alterações de fase associadas ao campo de deformações podem ser calculadas através da subtração das distribuições de fase das ondas reconstruídas [13][14][15].

### 2.2.1 Teorema da amostragem

A resolução do CCD é a principal limitação da Holografia Digital, sendo que esta só se tornou viável com o aparecimento dos CCD's de alta resolução.

O teorema da amostragem estabelece que cada período da variação espacial na distribuição de intensidade do holograma seja amostrado por pelo menos dois pixels do CCD, caso contrário esta frequência de onda não é fielmente reconstruída [16][17].

O espaçamento  $\delta$  entre duas franjas na figura de interferência que se forma sobre o CCD é dependente do comprimento de onda da luz  $\lambda$  e do ângulo  $\theta$  entre os vetores propagação da onda de referência e do objeto, veja Figura 2.5. Matematicamente este espaçamento é definido por [18]:

$$\delta = \frac{\lambda}{2\text{sen}(\theta/2)} \quad (2.15)$$

Para um CCD com dimensão do pixel igual a  $\Delta\xi$ , de acordo com o teorema da amostragem, deve-se ter  $2\Delta\xi < \delta$ . Esta desigualdade implica que um pequeno ângulo entre a onda do objeto e a onda de referência deve ser mantido. No caso de pequenos ângulos pode-se admitir que  $\text{sen}(\theta) \approx \theta$ .

Sendo assim, substituindo  $\text{sen}(\theta/2)$  por  $\theta/2$  e  $\delta$  por  $2\Delta\xi$  na Equação 2.15, o ângulo máximo admitido para geração de um padrão de interferência capaz de ser resolvido pelo CCD, fica definido como:

$$\theta < \frac{\lambda}{2\Delta\xi} \quad (2.16)$$

Ou seja, o máximo ângulo é delimitado pelo tamanho do pixel do CCD.

No caso de um CCD de 1024 x 1024 pixels com dimensão 6.8  $\mu\text{m}$ , utilizando-se um laser com comprimento de onda de 0.633  $\mu\text{m}$ , é admissível um ângulo máximo de 2.6° para se ter uma amostragem de acordo com o teorema [13].

Desde que o teorema da amostragem não seja violado qualquer onda de referência pode ser utilizada: colimada ou divergente, com incidência normal ou oblíqua ao CCD. A onda plana é preferivelmente utilizada em experimentos, pois é facilmente modelada para o cálculo de reconstrução numérica [19].

### **2.2.2 Reconstrução numérica de hologramas digitais**

A reconstrução da imagem na Holografia Digital [20] é realizada através de operações matemáticas envolvendo a teoria de difração. Estes princípios são discutidos no Apêndice A.

A partir da teoria de difração, segundo o Princípio de Huygens-Fresnel, o campo difratado pode ser calculado na Holografia Digital por [19][21]:

$$b_{(x,y)} = \frac{1}{i\lambda} \iint h_{(\xi,\eta)} r_{(\xi,\eta)} \frac{\exp(ik\rho_{(x,y,\xi,\eta)})}{\rho_{(x,y,\xi,\eta)}} \cos \theta \, d\xi d\eta \quad (2.17)$$

onde,

$h_{(\xi,\eta)}$ : intensidade do holograma digital

$r_{(\xi,\eta)}$ : função da onda de referência

$\lambda$ : comprimento de onda

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ : número de onda

$\rho$ : distância entre pontos do holograma e a imagem

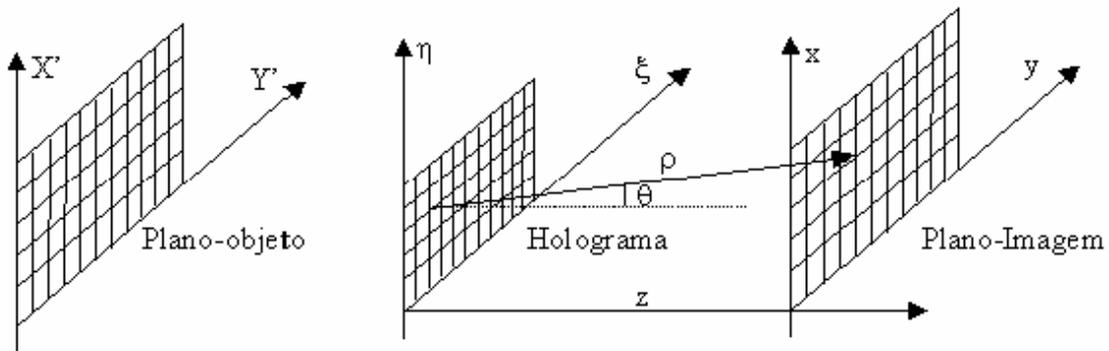


Figura 2.6 Esquema básico da Holografia Digital de Fresnel [4].

Onde:

$$\cos \theta = \frac{z}{\rho} \quad (2.18)$$

O princípio de Huygens-Fresnel pode ser re-escrito como:

$$b_{(x,y)} = \frac{z}{i\lambda} \iint h_{(\xi,\eta)} r_{(\xi,\eta)} \frac{\exp(ik\rho)}{\rho^2} d\xi d\eta \quad (2.19)$$

Onde  $\rho$  é igual a,

$$\rho = \sqrt{z^2 + (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2} \quad (2.20)$$

### ■ Método da convolução

Matematicamente um sistema linear é dito invariante no espaço se a resposta impulso de um sistema  $g_{(x,y,\xi,\eta)}$  depende somente das diferenças  $(x-\xi)$  e  $(y-\eta)$  [22].

No caso de um sistema óptico linear, ou mais especificamente, no caso da holografia, dizemos que o sistema óptico é espaço invariante se a função que descreve o comportamento da onda depende apenas das distâncias entre os pontos  $x, y$  da imagem e os pontos  $\xi, \eta$  do holograma. Desta maneira, pode-se escrever:

$$g_{(x,y,\xi,\eta)} = G_{(x-\xi,y-\eta)} \quad (2.21)$$

Analisando o integrando da Equação 2.19 observa-se que a função

$$g_{(x,y,\xi,\eta)} = \frac{\exp\left(ik\sqrt{z^2 + (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}\right)}{\sqrt{z^2 + (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}} \quad \text{se encaixa na situação descrita}$$

anteriormente. Portanto, a partir desta definição a integral da Equação 2.19 pode ser expressa na forma:

$$b_{(x,y)} = \frac{z}{i\lambda} \iint h_{(\xi,\eta)} r_{(\xi,\eta)} \frac{G_{(x-\xi,y-\eta)}}{\rho} d\xi d\eta \quad (2.22)$$

Em virtude da soma quadrática  $(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2$  ser pequena comparada ao valor de  $z$  é possível considerar  $\rho \approx z$ , ou seja,  $z/\rho \approx 1$ , e a integral:

$$b_{(x,y)} = \frac{1}{i\lambda} \iint h_{(\xi,\eta)} r_{(\xi,\eta)} G_{(x-\xi,y-\eta)} d\xi d\eta \quad (2.23)$$

Ou seja, a integral da Equação 2.23 resume-se a uma integral de convolução bidimensional [22].

$$[b] = \{[h][r]\} \otimes G \quad (2.24)$$

Onde  $[h]$ ,  $[r]$  e  $[G]$  são matrizes bidimensionais e  $\otimes$  é o operador para a convolução.

Este resultado permite a aplicações do Teorema da Convolução, o qual coloca que a transformada de Fourier da convolução de  $h(\xi,\eta)r(\xi,\eta)$  com  $G(x-\xi,y-\eta)$  é o produto das transformadas individuais  $\mathfrak{F}\{[h][r]\}$  e  $\mathfrak{F}\{G\}$ . Sendo assim,  $b(x,y)$  pode ser calculado a partir da transformada de Fourier inversa do

produto das transformadas individuais de Fourier de  $h(\xi,\eta)r(\xi,\eta)$  com  $G(x-\xi,y-\eta)$ :

$$[b] = \mathfrak{F}^{-1}\{\mathfrak{F}\{[h][r]\}\mathfrak{F}\{G\}\} \quad (2.25)$$

### ■ Aproximação de Fresnel

Para reduzir o Princípio de Huygens-Fresnel a uma expressão mais simples e útil, algumas aproximações devem ser introduzidas para a distância  $\rho$  da Figura 2.6. As aproximações são baseadas na expansão binomial da Equação 2.20 [5].

Seja  $b$  um número menor que uma unidade ( $b < 1$ ), então considere a expressão  $\sqrt{1+b}$ . A expansão binomial desta raiz quadrada é dada por:

$$\sqrt{1+b} = 1 + \frac{1}{2}b - \frac{1}{8}b^2 + \dots \quad (2.26)$$

onde o número de termos necessários para uma dada precisão depende da magnitude de  $b$ .

Para aplicar a expansão binomial à Equação 2.20 fatora-se o primeiro termo do radical para fora da raiz quadrada.

$$\rho = z \sqrt{1 + \left(\frac{x-\xi}{z}\right)^2 + \left(\frac{y-\eta}{z}\right)^2} \quad (2.27)$$

onde, neste caso, a quantidade  $b$  representa o segundo e terceiro termo do radical. Substituindo estes termos na Equação 2.26:

$$\rho = z \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \left(\frac{x-\xi}{z}\right)^2 + \left(\frac{y-\eta}{z}\right)^2 \right) - \frac{1}{8} \left( \left(\frac{x-\xi}{z}\right)^2 + \left(\frac{y-\eta}{z}\right)^2 \right)^2 + \dots \right] \quad (2.28)$$

Considerando apenas os dois primeiros termos da expansão binomial chega-se ao resultado:

$$\rho = z \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \left(\frac{x-\xi}{z}\right)^2 + \left(\frac{y-\eta}{z}\right)^2 \right) \right] \quad (2.29)$$

O problema agora consiste em avaliar quando devem ser considerados todos os termos desta aproximação ou quando apenas o primeiro termo é suficiente. Note que a quantidade  $\rho$  aparece duas vezes no integrando da Equação 2.19, uma delas no termo exponencial, e outra no denominador do integrando. Quando  $\rho$  aparece no denominador do integrando é suficiente aproximá-lo por  $z$ , porém quando aparece no termo exponencial devem-se

considerar os dois termos da aproximação, pois  $\rho$  aparece na exponencial multiplicado pelo valor  $k$ , no qual um valor típico seria  $10^7$  na região visível do espectro. Isto significa que qualquer pequena variação no termo  $\rho$  causaria erros críticos no valor da exponencial, gerando grandes variações no valor de fase resultante deste cálculo.

A expressão resultante para o campo da imagem  $(x,y)$  fica:

$$b_{(x,y)} = \frac{z}{i\lambda} \iint h_{(\xi,\eta)} r_{(\xi,\eta)} \frac{\exp(ikz \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \left( \frac{x-\xi}{z} \right)^2 + \left( \frac{y-\eta}{z} \right)^2 \right) \right])}{z^2} d\xi d\eta \quad (2.30)$$

Colocando o termo constante para a fora da integral e, simplificando o termo  $z$ :

$$b_{(x,y)} = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \iint h_{(\xi,\eta)} r_{(\xi,\eta)} \exp\left( ikz \left[ \frac{1}{2} \left( \left( \frac{x-\xi}{z} \right)^2 + \left( \frac{y-\eta}{z} \right)^2 \right) \right] \right) d\xi d\eta \quad (2.31)$$

Definindo a função:

$$G_{(x-\xi,y-\eta)} = \exp\left( ikz \left[ \frac{1}{2} \left( \left( \frac{x-\xi}{z} \right)^2 + \left( \frac{y-\eta}{z} \right)^2 \right) \right] \right) \quad (2.32)$$

e expandindo os termos quadrados da função  $G$ :

$$G_{(x-\xi,y-\eta)} = \exp\left( \frac{ik}{2z} (x^2 + y^2 - 2x\xi - 2y\eta + \xi^2 + \eta^2) \right) \quad (2.33)$$

$$G_{(x-\xi,y-\eta)} = \exp\left( \frac{ik}{2z} (x^2 + y^2) \right) \exp\left( \frac{ik}{2z} (\xi^2 + \eta^2) \right) \exp\left( \frac{-ki}{z} (x\xi + y\eta) \right) \quad (2.34)$$

Substituindo  $G$  na Equação 2.31, e sabendo que  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,

$$b_{(x,y)} = \frac{\exp(ikz) \exp\left( \frac{i\pi}{z\lambda} (x^2 + y^2) \right)}{i\lambda z} \iint h_{(\xi,\eta)} r_{(\xi,\eta)} \exp\left( \frac{i\pi}{z\lambda} (\xi^2 + \eta^2) \right) \exp\left( \frac{-2\pi i}{z\lambda} (x\xi + y\eta) \right) d\xi d\eta \quad (2.35)$$

Fazendo uma troca de variáveis,  $v=x/z\lambda$  e,  $\mu=y/z\lambda$ , o resultado anterior torna-se:

$$b_{(v,\mu)} = \frac{\exp(ikz) \exp(i\pi z\lambda(v^2 + \mu^2))}{i\lambda z} \iint h_{(\xi,\eta)} r_{(\xi,\eta)} \exp\left( \frac{i\pi}{z\lambda} (\xi^2 + \eta^2) \right) \exp(-2\pi i(v\xi + \mu\eta)) d\xi d\eta \quad (2.36)$$

Deste resultado conclui-se que o campo difratado  $b_{(v,\mu)}$  é a transformada de Fourier do holograma  $h_{(\xi,\eta)}$  multiplicada pela função da onda de referência

$r_{(\xi,\eta)}$  e a “chirp function”  $\exp\left(\frac{i\pi}{z\lambda}(\xi^2 + \eta^2)\right)$ , onde esta última função é uma aproximação quadrática da função de onda esférica.

O holograma digital consiste de  $N \times M$  valores discretos, cada um referente a um pixel do CCD de tamanho  $\Delta\xi \times \Delta\eta$ . Desta maneira, pode-se dizer que o número e o tamanho dos pixels do CCD definem a discretização:

$$b_{(n,m)} = \frac{e^{ikz} e^{\left(\frac{i\pi z\lambda}{N^2\Delta\xi^2 + M^2\Delta\eta^2}\right)}}{i\lambda z} \sum_{dx=0}^{N-1} \sum_{dy=0}^{M-1} h_{(\Delta\xi,\Delta\eta)} r_{(\Delta\xi,\Delta\eta)} e^{\left(\frac{i\pi}{z\lambda}(dx^2\Delta\xi^2 + dy^2\Delta\eta^2)\right)} e^{\left(-2\pi i\left(\frac{dx \cdot n}{N} + \frac{dy \cdot m}{M}\right)\right)} \quad (2.37)$$

Onde as dimensões do pixel no campo reconstruído são:

$$\Delta x = \frac{z\lambda}{N\Delta\xi} \quad e \quad \Delta y = \frac{z\lambda}{M\Delta\eta}$$

Note que o resultado dado pela Equação 2.37 é muito mais simples do que o resultado obtido utilizando a integral de convolução, pois a transformada de Fourier aparece apenas uma vez nesta formulação, o que computacionalmente implica em significativa redução do tempo de processamento. Além disso, o resultado obtido com a transformada de Fresnel é dado no domínio de frequência enquanto que o resultado obtido a partir da integral de convolução é dado no domínio espacial.

### 2.2.3 O termo Dc

O efeito dos termos quadrados  $|A(x,y)|^2$  e  $|B(x,y)|^2$  na Equação 2.6 na reconstrução digital gera um quadrado brilhante no centro da imagem. O significado físico deste quadrado, conhecido como termo dc, é a difração de ordem zero da onda de referência [23].

O termo dc pode ser eliminado do holograma  $H$  através da subtração dos termos  $|A(x,y)|^2$  e  $|B(x,y)|^2$ .

$$H' = H - |A|^2 - |B|^2 = H - |O| - |R| \quad (2.38)$$

Onde  $|O|$  é a intensidade de luz da onda do objeto e  $|R|$  a intensidade da onda de referência.

A desvantagem deste método de eliminar o termo dc é que o objeto não pode sofrer nenhum movimento enquanto o holograma original  $H$  e a onda do

objeto  $|O|$  são gravados.

Kreis e Jüptner [24] propõem outras maneiras de eliminar este termo de difração. A primeira delas sugere que o holograma modificado  $H'$  seja calculado a partir da subtração da média de intensidades dos pixels do holograma original  $H$ , ou seja,

$$H' = H - \frac{1}{NM} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} H(i, j) \quad (2.39)$$

Onde,  $N$  e  $M$  são o número de pixels na direção  $x$  e  $y$  da imagem. Este método de eliminar o termo dc pode ser interpretado como um filtro do tipo “passa alta”. Seguindo esta mesma interpretação outros tipos de filtros podem ser aplicados para se alcançar semelhante resultado.

Bons resultados foram alcançados com um filtro de pesos iguais de tamanho  $3 \times 3$ , onde o holograma original  $H$  é subtraído de um holograma filtrado:

$$H'(k, l) = H(k, l) - \frac{1}{9} [H(k-1, l-1) + H(k-1, l) + H(k-1, l+1) + H(k, l-1) + H(k, l) + H(k, l+1) + H(k+1, l-1) + H(k+1, l) + H(k+1, l+1)] \quad (2.40)$$

O holograma  $H'$ , que agora será utilizado na reconstrução digital da onda do objeto, possui intensidades positivas e negativas. Embora opticamente isto não faça sentido, matematicamente é possível fazê-lo.

#### 2.2.4 Condições para validade da transformada de Fresnel

Considerando as aproximações feitas na transformada de Fresnel, nota-se que a onda esférica  $\exp\left(ik\sqrt{z^2 + (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}\right)$ , que aparecia no integrando da formulação do Princípio de Huygens-Fresnel (Equação 2.19), foi substituída por uma função do tipo  $\exp\left(ikz\left[1 + \frac{1}{2}\left(\left(\frac{x-\xi}{z}\right)^2 + \left(\frac{y-\eta}{z}\right)^2\right)\right]\right)$ , chamada “chirp function” (Equação 2.31), que é uma aproximação quadrática da função de onda esférica. Os erros desta aproximação decorrem dos erros introduzidos por se ignorar termos de mais alta ordem na expansão binomial. Uma condição suficiente para garantir que estes erros sejam suficientemente pequenos é que a máxima

diferença de fase, resultante do fato de se ignorar o termo  $b^2/8$  na expansão binomial, seja muito menor que 1 radiano [19]. Sendo assim, o terceiro termo da exponencial  $kzb^2/8$ , que é ignorado na aproximação, deve ser muito menor que 1:

$$kz \frac{b^2}{8} = \frac{kz}{8} \left[ \frac{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}{z^2} \right]^2 \ll 1 \quad (2.41)$$

Simplificando a inequação:

$$z^3 \gg \frac{\pi}{4\lambda} [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]_{\max}^2 \quad (2.42)$$

Ou seja, a aproximação é válida se a distância  $z$  satisfaz a condição acima.

### 2.2.5 Cálculo de fase

O campo reconstruído pela transformada de Fresnel ou pelo Método da Convolução é complexo. A intensidade e a distribuição de fase são calculadas por [21]:

$$I(n, m) = b(n, m)b^*(n, m) \quad (2.43)$$

$$\phi(n, m) = \arctan \frac{\text{Im}(b(n, m))}{\text{Re}(b(n, m))} \quad (2.44)$$

### 2.2.6 Holografia digital interferométrica

Na holografia interferométrica clássica os campos de onda de dois estados de um objeto são reconstruídos simultaneamente, resultando em um interferograma. Na Holografia Digital a reconstrução numérica da adição de dois hologramas digitais de um mesmo objeto, em dois estados diferentes, gera um campo cujas intensidades contém as franjas de interferência [25].

Se os dois hologramas são individualmente reconstruídos e, suas distribuições de fase  $\phi_1$  e  $\phi_2$  são calculadas, então a diferença de fase modulada em  $2\pi$  pode ser determinada por [26]:

$$\Delta\phi(n, m) = \begin{cases} \phi_2(n, m) - \phi_1(n, m) & \text{se } \phi_2(n, m) \geq \phi_1(n, m) \\ \phi_2(n, m) - \phi_1(n, m) + 2\pi & \text{se } \phi_2(n, m) < \phi_1(n, m) \end{cases} \quad (2.45)$$

ou equivalentemente,

$$\Delta\phi(m, n) = \arctan 2 \frac{\text{Im}(b_2(n, m)b_1^*(n, m))}{\text{Re}(b_2(n, m)b_1^*(n, m))} \quad (2.46)$$

A seguir é apresentado um esquema para a determinação da interferência de fase segundo Kreis [12]. São consideradas duas avaliações, uma considera o cálculo individual de fase dos dois hologramas e, uma segunda com os hologramas somados. Lembrando que a reconstrução numérica da onda pode ser feita através da transformada de Fresnel ou por Convolução.

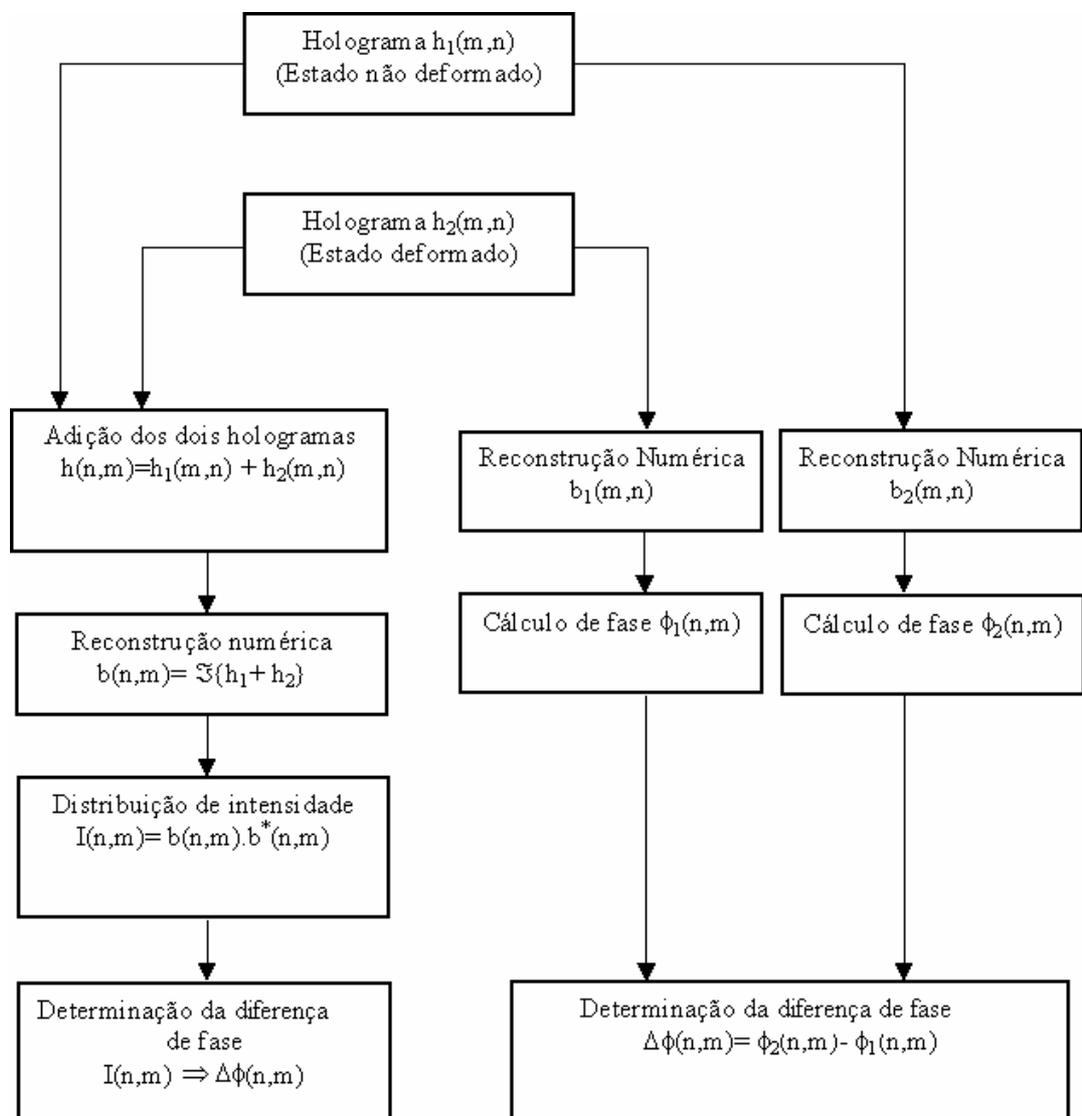


Figura 2.7 Alternativas para determinação da interferência de fase em Holografia Digital Interferométrica [12].

Na holografia interferométrica o termo em frente a integral da Equação 2.37 pode ser omitido. Este termo não depende do holograma  $h(\xi, \eta)$  e, sua contribuição ao valor de fase é a mesma para os dois estados do objeto (deformado e não deformado). Conseqüentemente este termo não modifica em nada o cálculo da diferença de fase.

### 2.2.7 Cálculo de deslocamento

O deslocamento do objeto é calculado a partir da diferença da fase reconstruída para cada ponto da superfície do objeto determinada para cada estado do objeto (não deformado e deformado). A partir da Equação 2.47 são calculados os valores de deslocamento para cada ponto na superfície do objeto [27]:

$$\vec{d} \cdot \vec{p} = \frac{\lambda \Delta\phi}{2\pi} \quad (2.47)$$

Onde  $\vec{d}$  descreve o vetor deslocamento,  $\vec{p}$  o vetor sensibilidade que depende da geometria do arranjo holográfico e,  $\Delta\phi$  a diferença de fase resultante da diferença de caminho óptico percorrido pela luz entre os dois estados do objeto, calculada a partir da Equação 2.46.

Como o ângulo entre as ondas de referência e do objeto deve ser muito pequeno, no caso da iluminação incidir normalmente à superfície do objeto, é possível considerar o vetor sensibilidade normal ou quase normal a superfície medida.

### 2.2.8 Exemplo de aplicação

O objeto em medição é uma viga engastada de aproximadamente 101 mm de comprimento. Um deslocamento de 0,05 mm foi aplicado na viga através de um parafuso micrométrico localizado a 5,8 mm da extremidade livre. Com o propósito de limitar o ângulo entre a onda de referência e a onda do objeto, somente uma pequena parte da viga próxima ao engaste, cerca de 18 mm, foi iluminada. A distância utilizada entre a viga e o CCD foi de 1,03 m.

Para a iluminação foi utilizado um laser He-Ne de 30 mW de potência e comprimento de onda de 633 nm.

A configuração básica utilizada no experimento está na Figura 2.8.

Nesta configuração dois feixes de laser iluminam o objeto em duas direções simétricas.

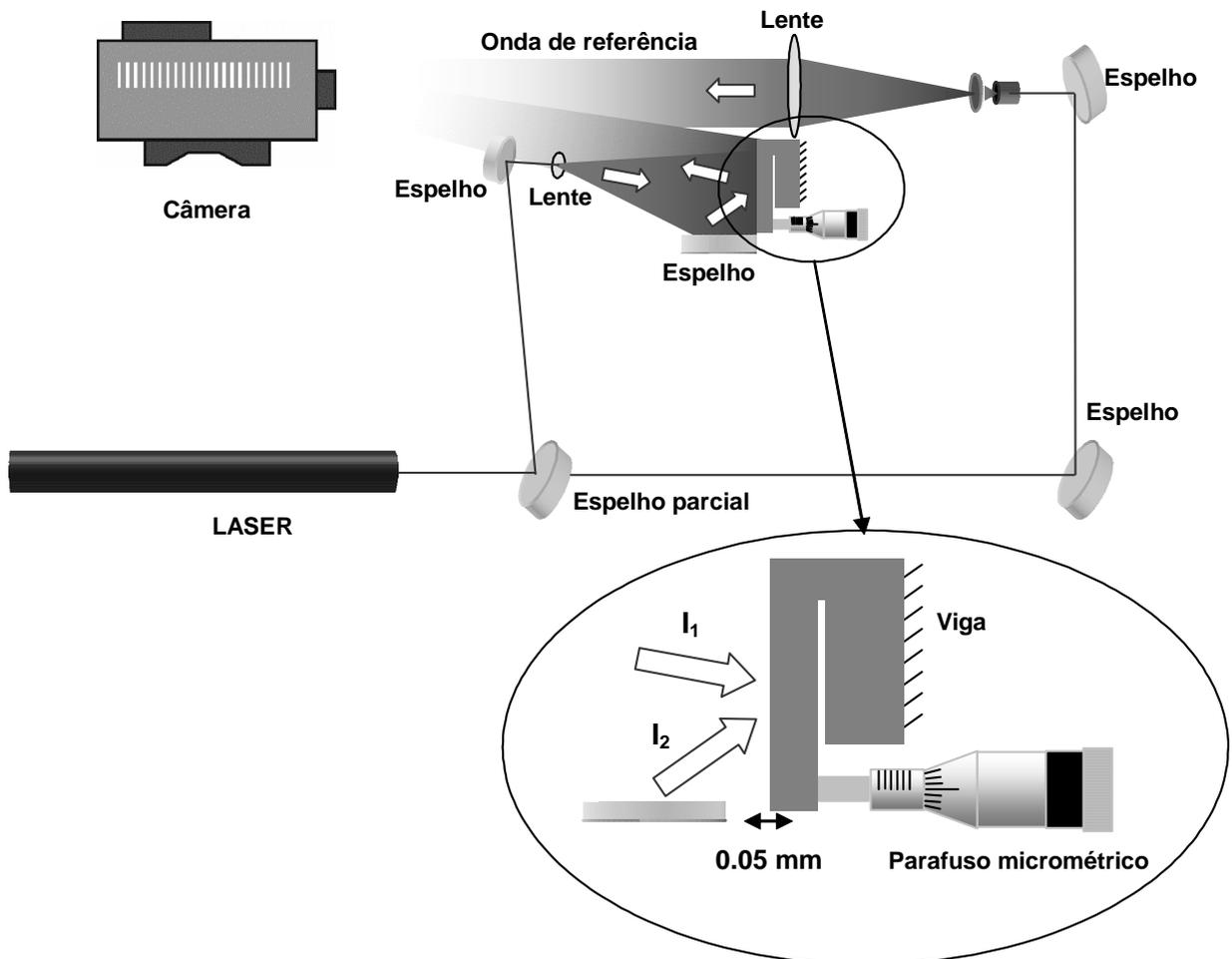


Figura 2.8 Arranjo holográfico para medição de deslocamentos

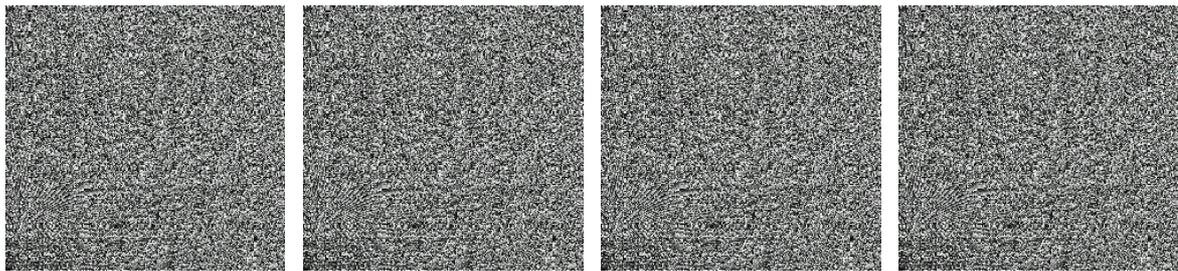
O feixe de laser foi dividido em uma onda de referência e duas ondas que iluminam o objeto. A onda de referência foi expandida por um conjunto de lentes e ilumina diretamente o CCD. A imagem da câmera produz um sinal de saída contendo 1024 x 1024 pixels e 256 níveis de cinza por pixel.

Para a medição de deslocamentos no plano e fora do plano foram adquiridos quatro hologramas do objeto, cada um referente a um estado do objeto e, uma direção de iluminação  $I_1$  ou  $I_2$ , como mostra a Figura 2.8. A tabela a seguir mostra a seqüência com que as imagens foram adquiridas:

Tabela 2.1 Tabela de aquisição de imagens

<b>Imagens</b>	<b>Interferência</b>	<b>Estado do Objeto</b>	<b>Holograma</b>
1	<i>Iluminação 1 + Referência</i>	<i>Não deformado</i>	$H_1$
2	<i>Iluminação 2 + Referência</i>	<i>Não deformado</i>	$H_2$
3	<i>Iluminação 1 + Referência</i>	<i>Deformado</i>	$H_3$
4	<i>Iluminação 2 + Referência</i>	<i>Deformado</i>	$H_4$

A fase das ondas, reconstruída a partir dos hologramas, para cada um dos estados da viga, considerando cada uma das iluminações, foi determinada a partir do cálculo de reconstrução numérica.



(a) Fase de  $H_1$

(b) Fase de  $H_2$

(c) Fase de  $H_3$

(d) Fase de  $H_4$

Figura 2.9 Fase dos hologramas descritos na Tabela 2.1

A subtração destes mapas de fase das ondas reconstruídas resultam nas interferências mostradas na Figura 2.10. A diferença de fase das ondas reconstruídas a partir dos hologramas  $H_1$  e  $H_3$  resultam na interferência referente à iluminação 1, e, idem para as ondas reconstruídas a partir dos hologramas  $H_2$  e  $H_4$  são referentes à iluminação 2.

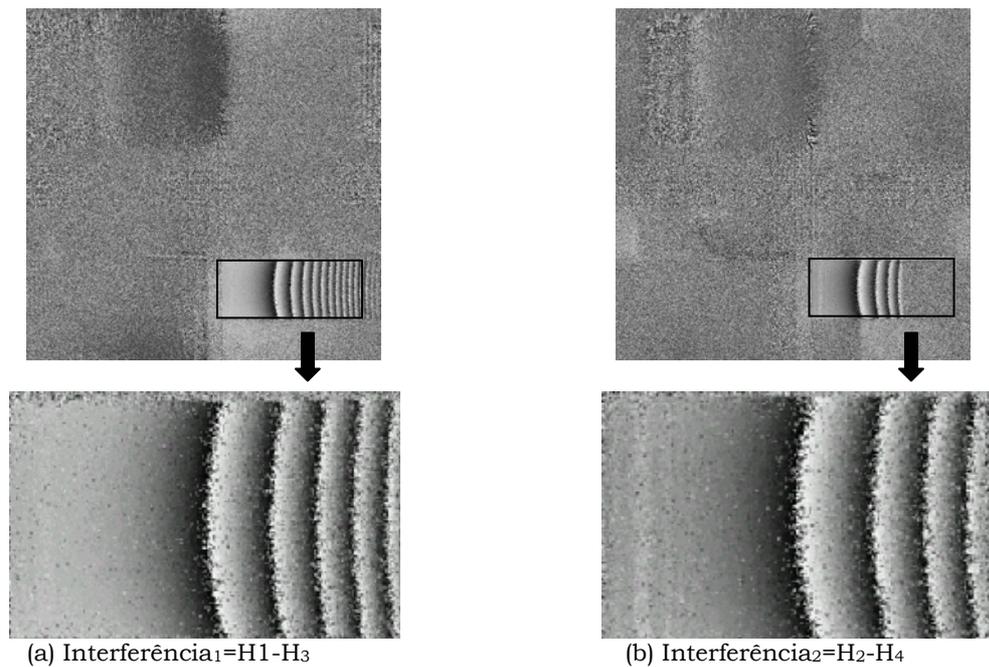


Figura 2.10 Interferências de fase moduladas em  $2\pi$  calculadas diretamente dos hologramas digitais

Os deslocamentos normal (fora do plano) e tangente à superfície da viga (no plano) foram determinados a partir da soma e subtração das interferências (a) e (b) da Figura 2.10.

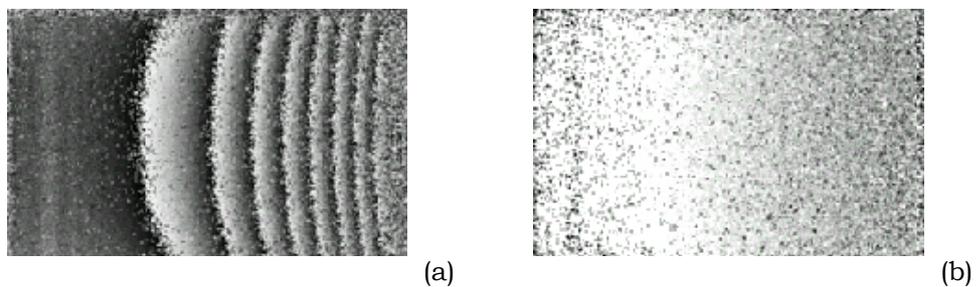


Figura 2.11 Mapas de fase correspondentes aos deslocamentos (a) fora do plano e (b) no plano da superfície da viga

O mapa de fase correspondente ao deslocamento tangente à superfície da viga mostra que um deslocamento de 0,050 mm na extremidade livre da viga gera um deslocamento na região próxima ao engaste significativamente maior na direção normal do que na direção tangente à superfície. A Figura 2.12 mostra um outro ensaio com a mesma viga, onde foi introduzido um deslocamento de 0,15 mm na sua extremidade livre.

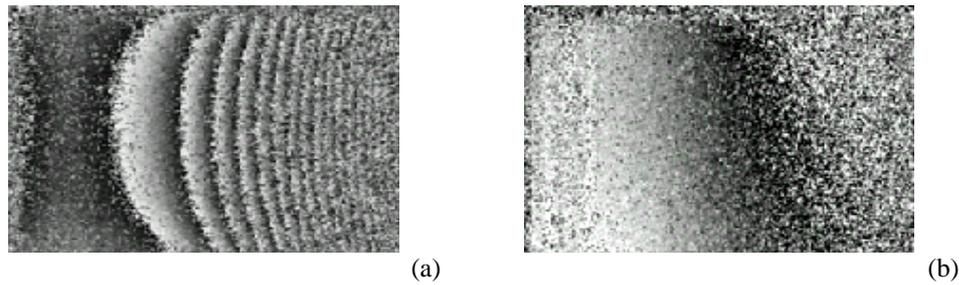


Figura 2.12 Mapas de fase correspondentes aos deslocamentos (a) fora do plano e (b) no plano da superfície da viga

O salto de fase do mapa mostrado na Figura 2.12(a) foi removido [29] e o deslocamento foi calculado a partir da Equação 2.47. A Figura 2.13 mostra graficamente o campo de deslocamento obtido com Holografia Digital, referente a um deslocamento de 0,050 mm na extremidade livre da viga.

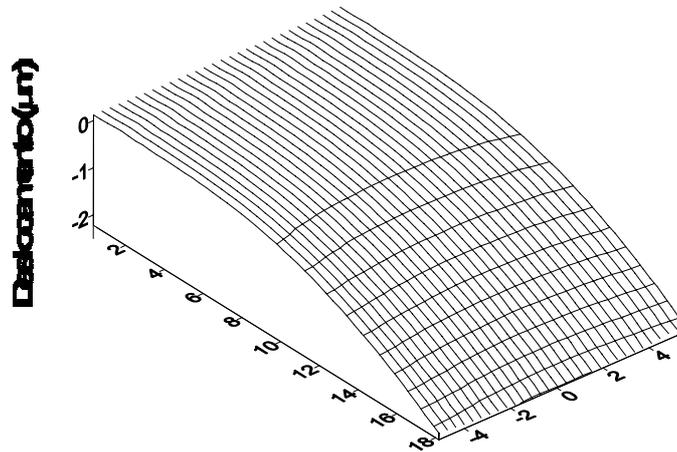


Figura 2.13 Campo de deslocamento normal à superfície calculados por Holografia Digital

### 2.3 Holografia digital complexa

Recentemente a Holografia Digital Complexa foi introduzida com o objetivo de melhorar a qualidade das imagens reconstruídas e diminuir a limitação causada pela resolução das imagens digitais.

Na Holografia Clássica e Digital somente a intensidade de luz registrada no holograma é gravada e utilizada para reconstruir com precisão a frente de onda de interesse. A grande vantagem destas técnicas é que a reconstrução da frente de onda é feita com apenas uma imagem.

A Holografia Digital Complexa propõe um passo a mais: utilizar não somente a informação de intensidade, mas também a informação de fase do holograma para a reconstrução da frente de onda. O holograma resultante deste processo é aqui denominado Holograma Digital Complexo.

Yamaguchy [30] propôs o uso do deslocamento de fase para o cálculo de fase do holograma digital. O arranjo holográfico é mostrado a seguir:

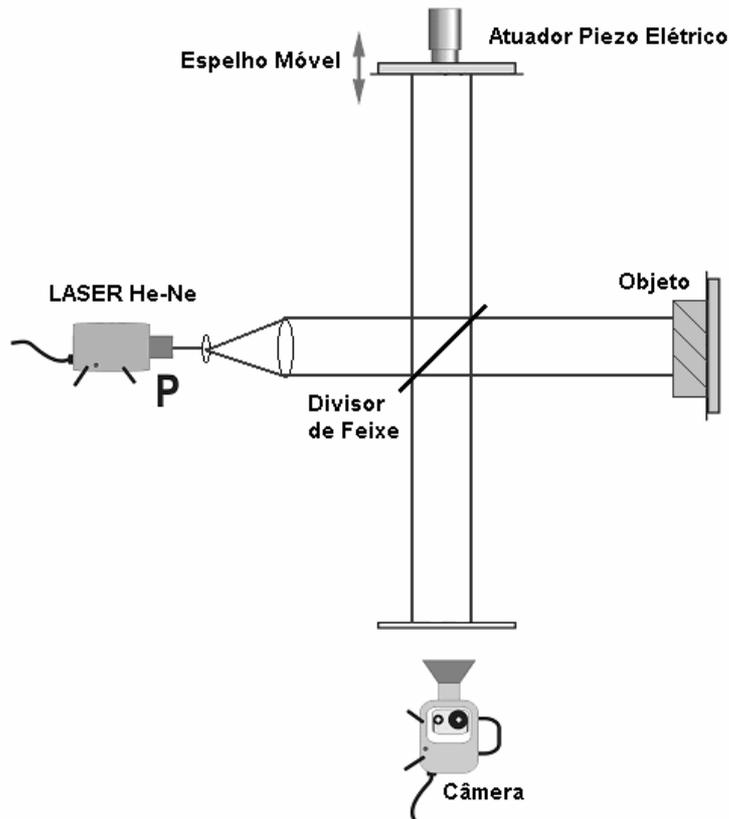


Figura 2.14 Arranjo holográfico para holografia digital com deslocamento de fase

A onda do objeto e a onda de referência são refletidas por um espelho acoplado a um atuador piezoelétrico controlado por um micro computador. Quatro hologramas defasados em  $\pi/2$  são adquiridos. A fase do holograma pode ser calculada por:

$$\phi_{(x,y)} = \arctan 2 \left[ \frac{I_{(x,y,3\pi/2)} - I_{(x,y,\pi/2)}}{I_{(x,y,0)} - I_{(x,y,\pi)}} \right] \quad (2.48)$$

Onde  $I(x,y)$  são os valores de intensidade dos hologramas defasados em  $\pi/2$ .

E sendo assim o holograma digital complexo é definido como:

$$h(\xi, \eta) = I_{(x,y,0)} (\cos \phi_{(x,y)} + i \operatorname{sen} \phi_{(x,y)}) \quad (2.49)$$

Assim como na Holografia Digital, a reconstrução numérica é feita através do Princípio de Huygens-Fresnel, com a diferença de que o holograma, neste caso, possui informação de fase e intensidade, ou seja, são valores complexos. As mesmas simplificações utilizadas na holografia digital valem aqui, podendo-se utilizar a Transformada de Fresnel ou o Método da Convolução para se calcular a frente de onda reconstruída.

## **Capítulo 3**

# **Holografia digital complexa utilizando um interferômetro “shearing”**

Na holografia clássica, assim como na Holografia Digital e na Holografia Digital Complexa, um fator limitante que praticamente inviabiliza medições em campo é a elevada sensibilidade às perturbações externas do arranjo holográfico. É fundamental que o arranjo seja isolado de perturbações externas, o que torna a prática destas medições quase que restrita a um ambiente de laboratório.

Porém existem outras possibilidades no mundo digital. A nova configuração proposta neste trabalho utiliza um interferômetro “shearing” [31] para produzir uma onda de referência implícita. A onda coerente refletida pelo objeto é direcionada para um divisor de feixe e as duas componentes são refletidas por dois espelhos M1 e M2, como é mostrado na Figura 3.1. Estas ondas são recombinadas e a interferência ocorre no plano do CCD de uma câmera de alta resolução.

Este tipo de arranjo é muito mais robusto que o original. As duas ondas que interferem percorrem quase o mesmo caminho ótico e são igualmente afetadas pelas perturbações externas. Esta condição produz uma figura de

interferência estável, produzindo um holograma digital bem definido mesmo na presença destas perturbações [32].

Sendo a onda de referência uma porção da onda refletida pelo objeto, a sua forma não é simples e, portanto, exige um esforço computacional adicional para ser determinada.

Este capítulo explica em detalhes a nova configuração proposta neste trabalho.

### 3.1 Configuração básica

O arranjo holográfico utilizado para determinação do holograma de fase é mostrado na Figura 3.1.

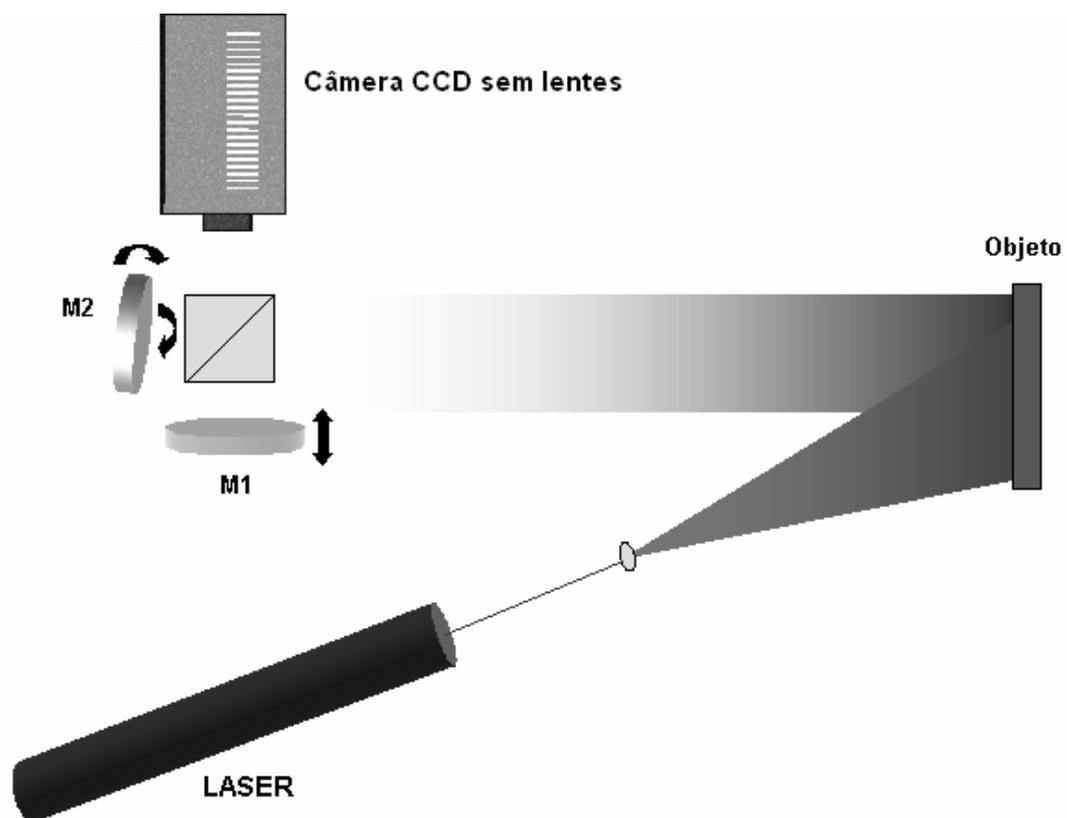


Figura 3.1 Arranjo holográfico para a determinação de um holograma digital complexo utilizando um interferômetro “shearing”

Para produzir o efeito “shearing”, ou seja, para produzir a interferência entre duas imagens lateralmente deslocadas, o espelho M2 pode ser

rotacionado em torno dos eixos Y e Z através de atuadores piezelétricos. Esta rotação produz um deslocamento lateral na onda que incide em M2 e é dirigida para o CCD (Figura 3.2). A rotação em torno do eixo Y produz deslocamento lateral na direção do eixo X, enquanto que a rotação de M2 em torno do eixo Z produz deslocamento lateral na direção de Y. Adicionalmente, o espelho M1 pode ser movido perpendicularmente ao seu plano, produzindo o deslocamento de fase em toda a imagem.

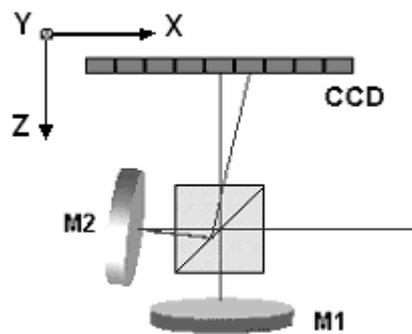


Figura 3.2 : Interferômetro “shearing”

No total doze imagens são adquiridas: (a) quatro imagens sem shearing defasadas em  $90^\circ$ , (b) quatro imagens com shearing em x defasadas em  $90^\circ$  (c) quatro imagens com shearing em y defasadas em  $90^\circ$ . Estas imagens são combinadas e resultam em três mapas de fase: (a) diferença de fase entre as duas frentes de onda sem shearing, (b) diferença de fase entre dois pixels vizinhos na direção de x (c) diferença de fase entre dois pixels vizinhos na direção de y.

A partir destes três mapas de fase, e a menos de uma mesma constante aditiva, o verdadeiro valor de fase pode ser calculado para cada pixel do holograma digital complexo através de um algoritmo de propagação de fase.

A partir do holograma digital complexo a fase e a intensidade da onda do objeto podem ser reconstruídas numericamente.

### **3.2 Obtenção do holograma digital complexo**

O holograma digital complexo possui informação de fase e intensidade da onda do objeto [30]. A informação de intensidade é facilmente adquirida pela

câmera CCD com o bloqueio de uma das ondas que interferem. A informação de fase exige um pouco mais de esforço para ser determinada.

### 3.2.1 Diferença de fase entre as frentes de onda

A intensidade de luz resultante da interferência das ondas que incidem no CCD é descrita por:

$$I_{(i,j)} = (O_{M1(i,j)} + O_{M2(i,j)})(O_{M1(i,j)}^* + O_{M2(i,j)}^*) \quad (3.1)$$

Podendo ser reescrita como:

$$I_{(i,j)} = I_{M1(i,j)} + I_{M2(i,j)} + 2\sqrt{I_{M1(i,j)}I_{M2(i,j)}} \cos(\Phi_{M1(i,j)} - \Phi_{M2(i,j)}) \quad (3.2)$$

Sendo:

$I_{M1(i,j)}$  e  $I_{M2(i,j)}$  são as intensidades das ondas refletidas pelos espelhos M1 e M2 no pixel (i, j) do CCD.

$\Phi_{M1(i,j)}$  e  $\Phi_{M2(i,j)}$  são as fases das ondas refletidas pelos espelhos M1 e M2 no pixel (i, j) do CCD.

Fazendo o deslocamento de fase em quatro passos [33] é possível calcular a diferença de fase entre  $\Phi_{M1(i,j)}$  e  $\Phi_{M2(i,j)}$ :

$$\Delta\Phi_{(i,j)} = \Phi_{M1(i,j)} - \Phi_{M2(i,j)} = \tan^{-1} \left\{ \frac{I_{270^\circ(i,j)} - I_{90^\circ(i,j)}}{I_{0^\circ(i,j)} - I_{180^\circ(i,j)}} \right\} \quad (3.3)$$

Onde:

$$\text{Se } \Delta\Phi'_{(i,j)} \leq 0 \text{ então } \Delta\Phi'_{(i,j)} = \Delta\Phi'_{(i,j)} + 2\pi$$

$$\text{Se } \Delta\Phi'_{(i,j)} \geq 2\pi \text{ então } \Delta\Phi'_{(i,j)} = \Delta\Phi'_{(i,j)} - 2\pi$$

Deste modo  $\Delta\Phi'_{(i,j)}$  é mantido dentro do intervalo  $[0 \ 2\pi]$ .

Teoricamente esta diferença de fase  $\Delta\Phi_{(i,j)}$  deveria ser zero para todos os pontos que interferem, mas como os espelhos não são perfeitos e nem estão perfeitamente alinhados, um pequeno erro residual de fase aparece. Sendo assim a Equação 3.3 deve ser modificada para:

$$\Delta\Phi'_{(i,j)} = \Phi_{M1(i,j)} - \Phi_{M2(i,j)} + \varepsilon_{(i,j)} = \tan^{-1} \left\{ \frac{I_{270^\circ(i,j)} - I_{90^\circ(i,j)}}{I_{0^\circ(i,j)} - I_{180^\circ(i,j)}} \right\} \quad (3.4)$$

O valor  $\varepsilon_{(i,j)}$  é o erro de fase no pixel (i, j) do CCD devido ao desalinhamento dos espelhos e imperfeições dos componentes ópticos.

### 3.2.2 Diferença de fase lateral

Para produzir o efeito “shearing” o espelho M2 é girado de forma que a frente de onda seja deslocada em um pixel no plano do CCD.

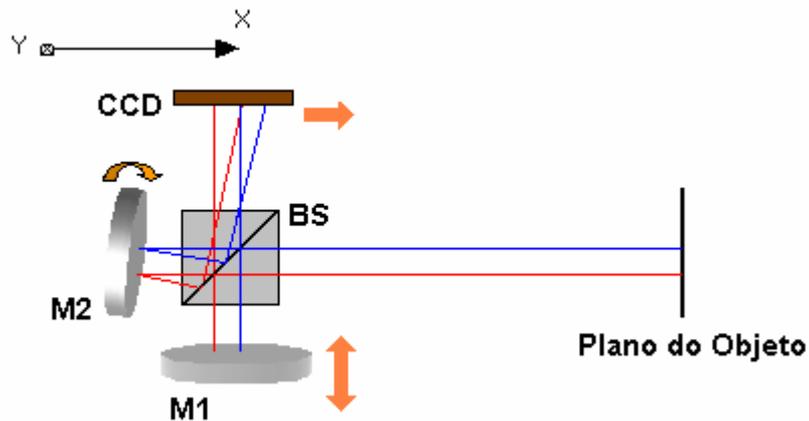


Figura 3.3 Sentidos de giro e deslocamento dos espelhos do interferômetro “shearing”

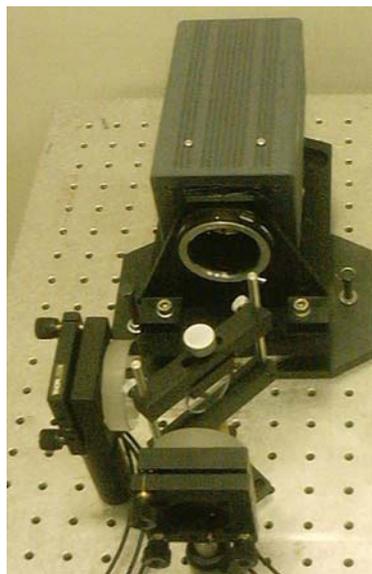


Figura 3.4 Câmera CCD sem lentes e deslocadores utilizados para produzir o efeito shearing e o deslocamento de fase

Quando o espelho M2 é girado da quantidade apropriada em torno do eixo Y, a porção da onda refletida pelo espelho M1 que chega ao pixel (i,j) interfere com a onda refletida pelo espelho M2 que originalmente chegaria ao pixel vizinho (i+1,j). Sendo assim, após o deslocamento do espelho M2 a intensidade de luz no pixel (i,j) é calculada por:

$$I_{\Delta X(i,j)} = I_{M1(i,j)} + I_{M2(i+1,j)} + 2\sqrt{I_{M1(i,j)}I_{M2(i+1,j)}} \cos(\Phi_{M1(i,j)} - \Phi_{M2(i+1,j)}) \quad (3.5)$$

Como no caso anterior (Equação 3.3), a diferença de fase entre dois pixels adjacentes  $\Delta\Phi_{X(i,j)}$  pode ser calculada através do deslocamento de fase em 4 passos:

$$\Delta\Phi_{X(i,j)} = \Phi_{M1(i,j)} - \Phi_{M2(i+1,j)} = \tan^{-1} \left\{ \frac{I_{\Delta X 270^\circ} - I_{\Delta X 90^\circ}}{I_{\Delta X 0^\circ} - I_{\Delta X 180^\circ}} \right\} \quad (3.6)$$

Na prática alguns termos adicionais devem ser considerados. Não somente as imperfeições dos componentes óticos e o desalinhamento dos espelhos devem ser corrigidos, mas também uma rampa de fase linear que surge em função da rotação do espelho M2.

Estes termos serão aqui combinados em um único termo que representa o correspondente erro de fase:  $\gamma_{x(i,j)}$ . Sendo assim, a Equação 3.6 deve ser modificada para:

$$\Delta\Phi'_{X(i,j)} = \Phi_{M1(i,j)} - \Phi_{M2(i+1,j)} + \gamma_{x(i,j)} = \tan^{-1} \left\{ \frac{I_{\Delta X 270^\circ} - I_{\Delta X 90^\circ}}{I_{\Delta X 0^\circ} - I_{\Delta X 180^\circ}} \right\} \quad (3.7)$$

Onde  $\gamma_{x(i,j)}$  é o termo de fase devido aos desalinhamentos e imperfeições dos componentes e rotação do espelho M2.

Da mesma forma para direção y:

$$\Delta\Phi_{Y(i,j)} = \Phi_{M1(i,j)} - \Phi_{M2(i,j+1)} = \tan^{-1} \left\{ \frac{I_{\Delta Y 270^\circ} - I_{\Delta Y 90^\circ}}{I_{\Delta Y 0^\circ} - I_{\Delta Y 180^\circ}} \right\} \quad (3.8)$$

que é modificada para:

$$\Delta\Phi'_{Y(i,j)} = \Phi_{M1(i,j)} - \Phi_{M2(i,j+1)} + \gamma_{y(i,j)} = \tan^{-1} \left\{ \frac{I_{\Delta Y 270^\circ} - I_{\Delta Y 90^\circ}}{I_{\Delta Y 0^\circ} - I_{\Delta Y 180^\circ}} \right\} \quad (3.9)$$

Doze imagens são suficientes para calcular  $\Delta\Phi'$ ,  $\Delta\Phi'_X$  e  $\Delta\Phi'_Y$ . Entretanto, para determinar a fase da frente de onda para cada pixel do holograma digital complexo é necessário antes determinar e compensar os termos  $\varepsilon_{(i,j)}$ ,  $\gamma_{x(i,j)}$  e  $\gamma_{y(i,j)}$ .

### 3.2.3 Determinação das imperfeições do interferômetro

Uma onda plana e colimada é utilizada para a determinação dos termos  $\varepsilon_{(i,j)}$ ,  $\gamma_{x(i,j)}$  e  $\gamma_{y(i,j)}$ . Esta onda é direcionada para o interferômetro “shearing” como mostrado na Figura 3.5.

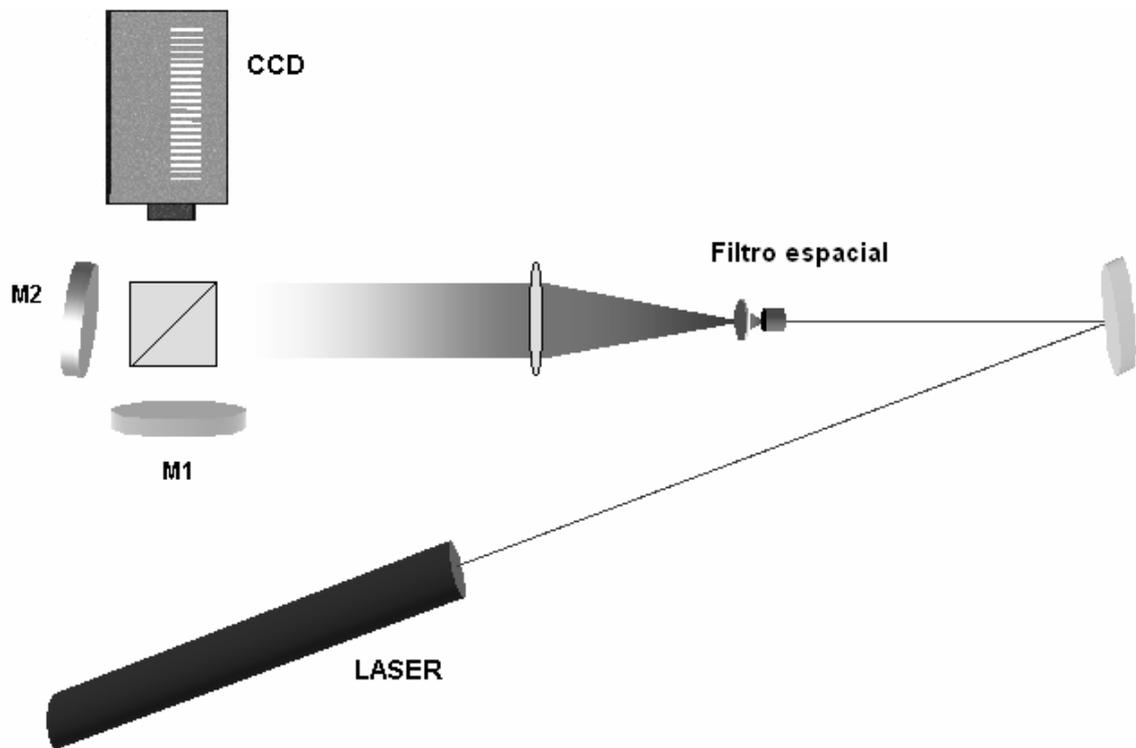


Figura 3.5 Frente de onda plana e colimada para determinação dos erros do interferômetro

Experimentalmente não é difícil produzir uma onda plana de boa qualidade com um filtro espacial e um duplete otimizado.

Também aqui, doze imagens são adquiridas: (a) quatro imagens sem shearing defasadas em  $90^\circ$ , (b) quatro imagens com shearing em  $x$  defasadas em  $90^\circ$  (c) quatro imagens com shearing em  $y$  defasadas em  $90^\circ$ . Estas imagens são combinadas e resultam em três mapas de fase: (a) diferença de fase entre as duas frentes de onda sem shearing, (b) diferença de fase entre dois pixels vizinhos na direção de  $x$  (c) diferença de fase entre dois pixels vizinhos na direção de  $y$ .

Exceto por um pequeno desalinhamento entre o interferômetro e o vetor de propagação da onda plana, pode-se assumir que a fase da onda plana é constante em toda a imagem e a diferença de fase entre dois pixels vizinhos é zero. A partir destas considerações pode-se determinar, de uma só vez, os efeitos dos desalinhamentos, das imperfeições e rotações dos espelhos substituindo  $\Delta\Phi_{(i,j)} = \text{Constante}$ ,  $\Delta\Phi_{x(i,j)} = 0$  e  $\Delta\Phi_{y(i,j)} = 0$  nas equações 3.4, 3.7 e 3.9:

$$\begin{aligned}\Delta'\Phi F_{(i,j)} &= \varepsilon_{(i,j)} \\ \Delta'\Phi F_{x(i,j)} &= \gamma_{x(i,j)} \\ \Delta'\Phi F_{y(i,j)} &= \gamma_{y(i,j)}\end{aligned}\quad (3.10)$$

Onde “F” representa a fase da frente de onda plana colimada.

### 3.2.4 Diferença de fase entre pixels vizinhos

A Equações 3.7 e 3.4 podem ser combinadas com a Equação 3.10 para calcular a diferença de fase entre dois pixels vizinhos na direção X. A diferença entre  $\Delta\Phi'_x$  e  $\Delta\Phi'$  elimina a componente refletida por um dos espelhos e com isso a parcela referente ao desalinhamento entre os dois espelhos:

$$\Delta\Phi'_{x(i,j)} - \Delta\Phi'_{(i,j)} = (\Delta\Phi_{x(i,j)} + \gamma_{x(i,j)}) - (\Delta\Phi_{(i,j)} + \varepsilon_{(i,j)}) \quad (3.11)$$

inserindo as Equações 3.3 e 3.6 na Equação 3.11:

$$\Delta\Phi'_{x(i,j)} - \Delta\Phi'_{(i,j)} = (\Phi_{M1(i,j)} - \Phi_{M2(i,j)} + \gamma_{x(i,j)}) - (\Phi_{M1(i,j)} - \Phi_{M2(i+1,j)} + \varepsilon_{(i,j)}) \quad (3.12)$$

$$\Delta\Phi'_{x(i,j)} - \Delta\Phi'_{(i,j)} = \Phi_{M2(i+1,j)} - \Phi_{M2(i,j)} + \gamma_{x(i,j)} - \varepsilon_{(i,j)} \quad (3.13)$$

Os termos  $\varepsilon_{(i,j)}$  e  $\gamma_{x(i,j)}$  referentes aos erros podem ser eliminados através das Equações 3.10 tal que a diferença de fase da frente de onda refletida pelo espelho M2 entre dois pixels vizinhos é:

$$\Delta\Phi_{x(i,j)} = \Phi_{M2(i+1,j)} - \Phi_{M2(i,j)} = (\Delta\Phi'_{x(i,j)} - \Delta\Phi'_{(i,j)}) - (\Delta\Phi'F_{x(i,j)} - \Delta\Phi'F_{(i,j)}) \quad (3.14)$$

Similarmente para a direção Y:

$$\Delta\Phi_{y(i,j)} = \Phi_{M2(i,j+1)} - \Phi_{M2(i,j)} = (\Delta\Phi'_{y(i,j)} - \Delta\Phi'_{(i,j)}) - (\Delta\Phi'F_{y(i,j)} - \Delta\Phi'F_{(i,j)}) \quad (3.15)$$

As Equações 3.14 e 3.15 são a diferença de fase entre dois pixels nas direções X e Y do CCD respectivamente.

### 3.2.5 Propagação de fase do holograma digital complexo

As Equações 3.14 e 3.15 são utilizadas para calcular o valor absoluto da fase de cada pixel no holograma digital complexo. Existem algumas possibilidades de se determinar os valores de fase do holograma a partir de um valor inicial que pode ser arbitrado a um dos pixels. A partir deste pixel os demais valores de fase são calculados por propagação.

Na Seção 3.4 , através de uma simulação, será verificado que este valor de fase inicialmente arbitrado resulta apenas na adição de um valor constante à fase da frente de onda reconstruída.

No próximo capítulo são discutidos diferentes algoritmos para propagação da fase.

### 3.3 Reconstrução numérica de um holograma digital

A reconstrução numérica de hologramas digitais complexos é muito similar à reconstrução na holografia digital convencional (Equação 2.17) [28]. Neste último caso a reconstrução é feita a partir de um holograma de intensidade.

No caso da holografia digital complexa cada elemento do holograma possui um valor de fase distinto [30]. O holograma digital complexo é definido como:

$$h(\xi, \eta) = I_{(x,y)} (\cos \phi_{(x,y)} + i \sin \phi_{(x,y)}) \quad (3.16)$$

Onde  $\phi_{(x,y)}$  é a fase determinada a partir do algoritmo de propagação de fase e  $I_{(x,y)}$  é a intensidade registrada no CCD da câmera a partir do bloqueio de uma das ondas do interferômetro (Figura 3.1).

### 3.4 Verificação por simulação numérica

O efeito de se arbitrar um valor inicial de fase a um pixel para a propagação de fase, assim como o efeito causado pelo desalinhamento entre o vetor de propagação da onda colimada e os eixos do interferômetro foram investigados através de uma simulação numérica.

A Figura 3.6 mostra os mapas de fase de uma onda esférica simulada a 1,0 m do interferômetro, onde o eixo de propagação da onda esférica está alinhado com o eixo do interferômetro. As Figuras 3.6(a) e (b) mostram as diferenças de fase  $\Delta\Phi_x$  e  $\Delta\Phi_y$  entre dois pixels vizinhos nas direções X e Y do CCD respectivamente. A Figura 3.6(c) mostra a componente de fase do holograma digital complexo calculada a partir da propagação de fase (Equação 3.14 e Equação 3.15). Finalmente a Figura 3.6(d) mostra a imagem reconstruída de um holograma digital complexo. Como era esperado, mostra

apenas um ponto luminoso reconstruído no centro da imagem (511, 511).

Uma segunda simulação foi realizada, onde uma constante igual a cinco foi somada a todos os pixels em  $\Delta\Phi_y$  para investigar o efeito do desalinhamento entre o vetor de propagação da onda colimada, e os eixos do interferômetro. A diferença de fase  $\Delta\Phi_x$  foi mantida. O efeito resultante está apresentado na Figura 3.7. Observe que o centro da imagem na Figura 3.7(b) foi deslocado em 5 pixels em toda a imagem. O efeito correspondente na imagem propagada é mostrado na Figura 3.7(c): O centro dos anéis concêntricos foi deslocado alguns pixels acima e a imagem reconstruída (Figura 3.7(d)) ainda mostra um ponto, porém deslocado no eixo y.

Os resultados destas simulações mostram que tanto os efeitos provocados pelo desalinhamento do interferômetro, como aqueles provocados ao se arbitrar um valor inicial de fase ao algoritmo de propagação, não são relevantes. Nas medições de deslocamento estes efeitos, que aparecem igualmente nas duas imagens de fase calculadas para diferentes estados do objeto sob teste, a menos de uma constante aditiva, são cancelados quando as imagens de fase são subtraídas.

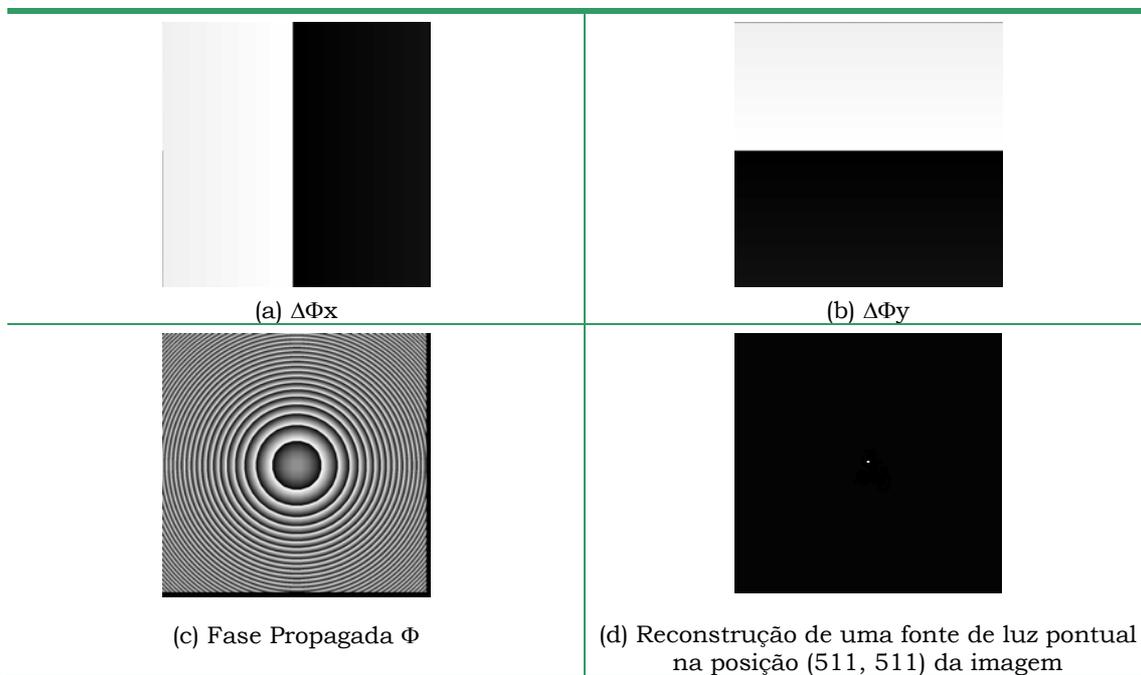


Figura 3.6 Mapas de fase simulados e reconstrução do holograma digital complexo

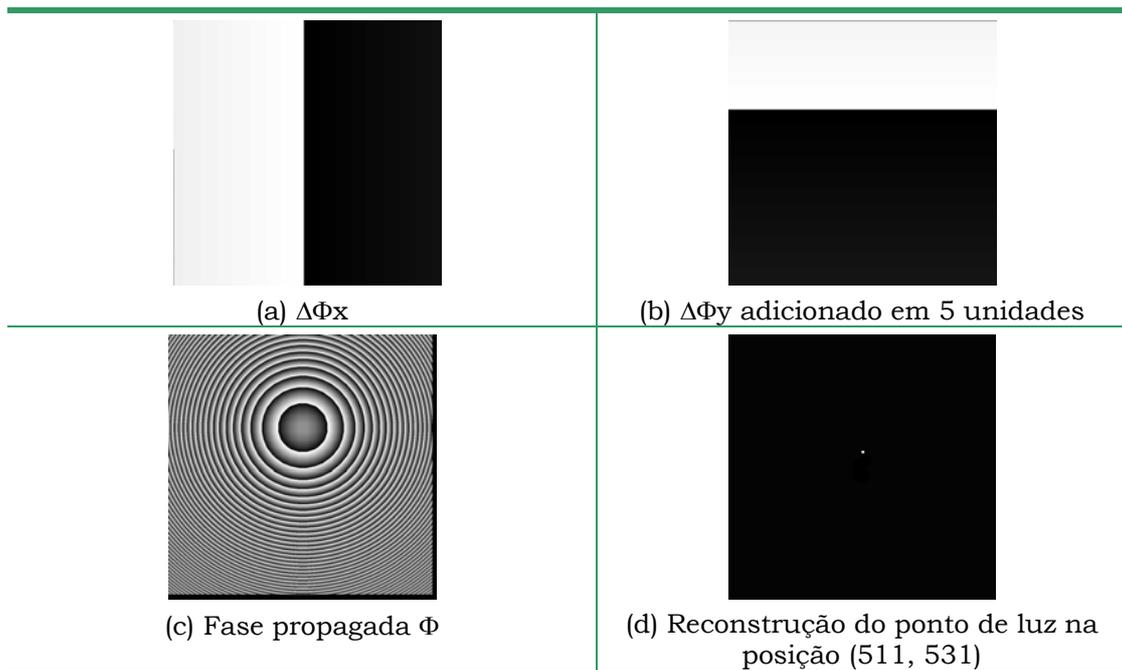


Figura 3.7 Mapas de fase simulados e reconstrução do holograma digital complexo com centro deslocado

Foram experimentados diferentes valores de fase para inicializar o algoritmo de propagação. A Figura 3.8(c) mostra a imagem de um quadrado iluminado que foi simulada para fazer esta verificação. As Figuras 3.8(a) e (b) mostram os hologramas de fase da imagem simulada, onde o primeiro holograma foi propagado a partir de um valor inicial de fase igual a zero e o segundo holograma com um valor inicial de fase igual a 128. A diferença entre estes dois hologramas de fase é um valor constante, ou seja, representa apenas um deslocamento na fase do holograma complexo. Durante a reconstrução, o mesmo deslocamento de fase existente no holograma resulta na onda reconstruída (Figura 3.8(c)). Não foi detectada nenhuma diferença na reconstrução de intensidade destes hologramas, somente uma pequena defasagem na fase da região reconstruída.

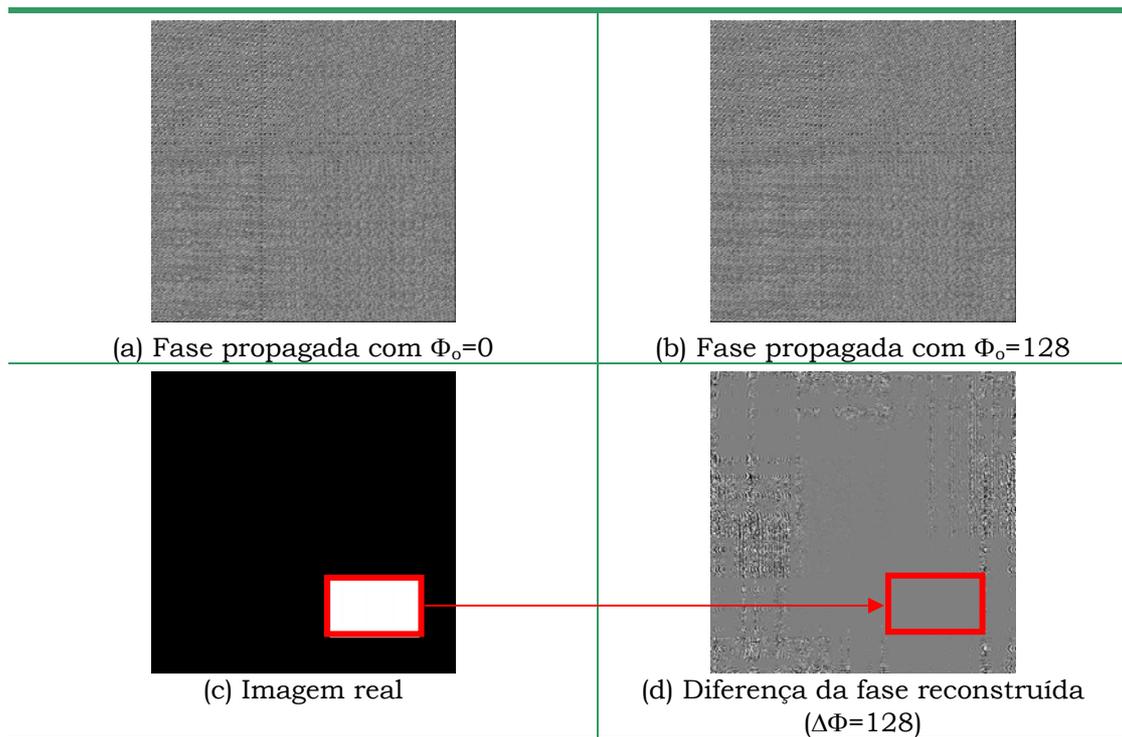


Figura 3.8 Mapas de fase de dois hologramas defasados de um valor constante

## Capítulo 4

# Algoritmos para a propagação de fase

A idéia central dos algoritmos que serão discutidos neste capítulo é, além de calcular os valores absolutos de fase do holograma digital complexo, minimizar os erros deste cálculo que é feito por propagação dos valores de fase através dos pixels do holograma digital. Estes erros não existiriam se as diferenças de fase entre pixels vizinhos fossem conhecidas exatamente. Porém, erros aleatórios estão presentes em ambas as diferenças de fase laterais. Seus efeitos sobre o mapa de fase propagado são cumulativos e podem vir a ser catastróficos em muitos casos se algoritmos apropriados não forem utilizados.

Em todos os algoritmos um pixel é inicialmente escolhido como ponto de partida e a ele é arbitrado um valor de fase. A partir deste pixel todos os outros valores de fase são calculados por propagação através da imagem. A ordem com que acontece esta propagação dentro da imagem, e os critérios utilizados para que ela aconteça, são os diferenciais de cada algoritmo.

Alguns dos critérios utilizados aqui foram inspirados em algoritmos para a remoção do salto de fase [29] e outros são completamente novos. Para se remover o salto de fase de uma imagem é preciso selecionar, ou arbitrar, um valor de fase para o ponto de partida, e a partir deste, calcular todos os demais valores de fase.

Diferentemente da remoção do salto de fase, não se encontrou na

literatura nenhuma referência a algoritmos específicos para propagação de fase a partir das diferenças laterais. Os algoritmos aqui apresentados foram desenvolvidos no âmbito deste trabalho.

Este capítulo descreve o princípio dos algoritmos desenvolvidos, e, através de uma análise comparativa mostra, o comportamento de cada um diante de imagens com diferentes níveis de ruído.

## 4.1 Algoritmo básico

Seja  $P_{(ip, jp)}$  um pixel qualquer no holograma digital de fase e  $\Phi_{P_{(ip, jp)}}$  o seu valor de fase. A diferença de fase entre dois pixels vizinhos, dada pelas equações 3.14 e 3.15, é utilizada para calcular  $\Phi_{P_{(ip+1, jp)}}$  e  $\Phi_{P_{(ip, jp+1)}}$ :

$$\begin{aligned}\Phi_{P_{(ip+1, jp)}} &= \Phi_{P_{(ip, jp)}} + \Delta\Phi_{x_{(ip, jp)}} \\ \Phi_{P_{(ip, jp+1)}} &= \Phi_{P_{(ip, jp)}} + \Delta\Phi_{y_{(ip, jp)}}\end{aligned}\quad (4.1)$$

Esta relação pode ser aplicada sucessivamente para os pixels vizinhos e o valor de fase, teoricamente, pode ser determinado por propagação para todos os pixels da imagem.

Este algoritmo funcionaria bem se as diferenças laterais de fase do holograma fossem perfeitas e não possuíssem ruídos e pontos falhos. Se no caminho da propagação de fase existir um erro (ponto não modulado, ruído eletrônico, etc), este erro se propagará através da imagem para todos os pontos sucessivos.

## 4.2 Propagação através dos pontos vizinhos consistentes

A Figura 4.1 a seguir mostra as relações existentes entre as fases de quatro pixels vizinhos em um holograma complexo.

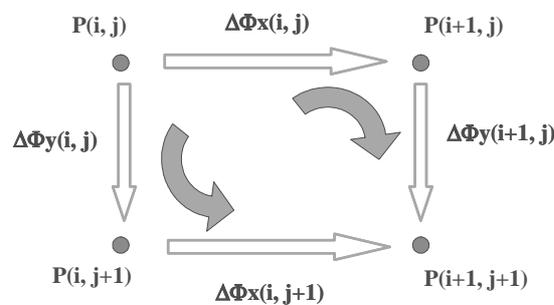


Figura 4.1 Relações entre as fases de quatro pixels vizinhos do holograma complexo

A diferença de fase do ponto  $P_{(i+1, j+1)}$  em relação ao ponto  $P_{(i, j)}$  pode ser calculada a partir de dois caminhos distintos, de tal modo que a Equação 4.2 deve ser satisfeita:

$$\Phi_{P_{(i+1, j+1)}} - \Phi_{P_{(i, j)}} = \Delta\Phi x_{(i, j)} + \Delta\Phi y_{(i+1, j)} = \Delta\Phi y_{(i, j)} + \Delta\Phi x_{(i, j+1)} \quad (4.2)$$

Deste modo chega-se a seguinte propriedade:

$$\Delta\Phi x_{(i, j)} - \Delta\Phi x_{(i, j+1)} + \Delta\Phi y_{(i+1, j)} - \Delta\Phi y_{(i, j)} = 0 \quad (4.3)$$

A Equação 4.3 mostra que a diferença de fase para um ciclo fechado de quatro pixels vizinhos deve ser zero. Caso esta propriedade não seja satisfeita, significa que pelo menos uma das quatro diferenças de fase não é consistente.

O algoritmo que foi implementado para avaliar a integridade de cada pixel dentro do algoritmo de propagação de fase procura pontuar cada um dos pixels dentro de ciclos fechados de quatro pixels. Cada pixel pertence simultaneamente a quatro diferentes ciclos de quatro pixels cada, como mostra a Figura 4.2. Se todos os quatro ciclos a que o pixel pertence obedecem a Equação 4.3 (ciclos representados pela cor verde na Figura 4.2), então o pixel recebe pontuação máxima igual a 4. Se somente 3 destes ciclos obedecem a propriedade, então o pixel possui pontuação igual a 3, e assim por diante. A pontuação é realizada sobre todos os pixels do holograma digital.

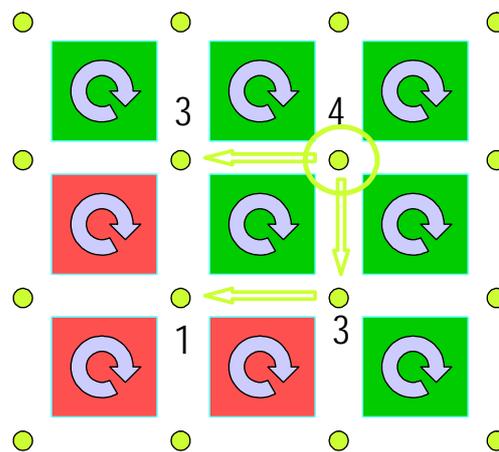


Figura 4.2 Pontuação dos pixels do holograma complexo digital

Finda a etapa de pontuação, o algoritmo de propagação de fase inicia. A propagação da fase tem início em um pixel selecionado por ter a pontuação máxima (4). Usando a fase inicial deste pixel como referência, a fase é

propagada para todos os pixels vizinhos com pontuação 4 e daí para os vizinhos dos vizinhos com pontuação 4 e daí para ... etc. Não sendo mais possível continuar a propagação para os pixels com pontuação 4, a propagação é feita para os pixels com pontuação 3, tendo, sempre que possível, a fase de um pixel com pontuação 4 como referência. O processo continua até que se esgotem os pixels com pontuação 3, quando os pixels com pontuação 2 são envolvidos. Ao final, as fases dos pixels com pontuação 1 são finalmente calculadas e os com pontuação 0 por último. O algoritmo funciona tentando encontrar o melhor caminho de propagação para os pixels remanescentes tendo como referência os valores já calculados com a pontuação mais alta possível.

### **4.3 Propagação através dos pontos vizinhos com maior pseudo-modulação espacial**

Uma outra propriedade que pode ser utilizada para qualificar os pontos a partir das diferenças laterais de fase é a *pseudo-modulação espacial*. A pseudo-modulação espacial exprime, de certa forma, a homogeneidade local de um mapa de fases. Se a vizinhança do pixel é suave, um valor elevado é obtido. Ao contrário, se um forte ruído aleatório localizado está presente, a pseudo-modulação espacial resulta em um pequeno valor. Matematicamente esta propriedade é definida por [34]:

$$PM_{(i,j)} = \frac{255}{9} * \sqrt{\left( \sum_{r=i-1}^{i+1} \sum_{s=j-1}^{j+1} \cos \Delta\Phi_{(r,s)} \right)^2 + \left( \sum_{r=i-1}^{i+1} \sum_{s=j-1}^{j+1} \sin \Delta\Phi_{(r,s)} \right)^2} \quad (4.4)$$

Onde  $PM_{(i,j)}$  pode variar de 0 a 255. Quando o pixel  $(i,j)$  possui uma ótima pseudo-modulação espacial o valor de  $PM_{(i,j)}$  é 255, e quando não modula o valor de  $PM_{(i,j)}$  é zero. São calculados valores de pseudo-modulação espacial para todos os pixels nas diferenças de fase laterais  $\Delta\Phi_x_{(i,j)}$  e  $\Delta\Phi_y_{(i,j)}$ .

O algoritmo utiliza os valores de pseudo-modulação espacial para pontuar e ordenar os pontos para a propagação de fase. Assim como no item anterior, o algoritmo tem início em um pixel com máxima pseudo-modulação espacial e segue a mesma estratégia de propagação.

## **4.4 Propagação por subimagens**

A experiência com os algoritmos anteriores revelou que o erro cumulativo é maior nos pontos mais distantes da vizinhança do ponto inicial. Na tentativa de obter um resultado melhor, foi desenvolvida uma família de algoritmos que efetuam a propagação da fase dentro de pequenas regiões da imagem, chamadas subimagens. A propagação é independente dentro de cada uma das subimagens, e por isso podem existir saltos (descontinuidades) de fase na imagem global resultante, especialmente nas regiões que correspondem às fronteiras entre as subimagens vizinhas.

A seguir estão descritos dois diferentes algoritmos para minimizar os saltos de fase.

### **4.4.1 Sobreposição de uma coluna/linha de duas subimagens**

A primeira possibilidade para remover os saltos de fase entre as subimagens é fazer com que duas subimagens vizinhas, com mesmas dimensões  $m \times n$ , possuam uma coluna ou uma linha de pixels em comum. A imagem é dividida de forma que a última coluna (ou última linha) de uma subimagem coincida com a primeira coluna (ou primeira linha) da subimagem vizinha (Figura 4.3).

A propagação dentro de cada subimagem pode ser realizada através de um dos algoritmos descritos nas Seção 4.2 ou Seção 4.3.

A Figura 4.3 mostra uma coluna de pixels comum a duas subimagens, onde estes pixels possuem valores diferentes de fase em cada uma. Idealmente a diferença entre estes valores de fase deveria ser constante para todos os pixels da coluna, porém devido às falhas do algoritmo de propagação dentro das subimagens, esta diferença não é sempre constante. Uma possibilidade para contornar este problema é utilizar o valor mediano destas diferenças ( $C_M$ ), ou seja, o valor central dentro do vetor ordenado.

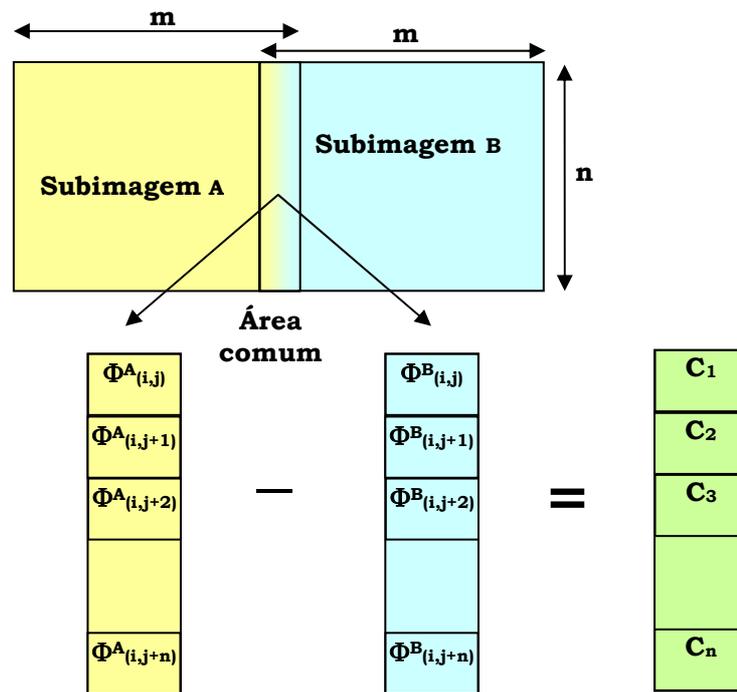


Figura 4.3 Subimagens vizinhas contendo uma coluna de pixels em comum

O salto de fase entre duas subimagens vizinhas verticalmente é determinado a partir do mesmo procedimento, porém uma linha comum as duas subimagens é considerada.

Para a remoção do salto em toda a imagem, uma subimagem deve ser inicialmente selecionada, e define uma referência para todas as demais (Figura 4.4).

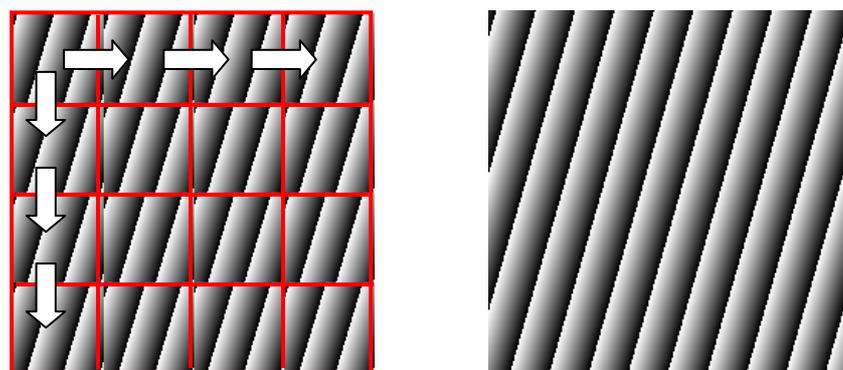


Figura 4.4 Sequência de remoção dos saltos de fase entre as subimagens

A Figura 4.5 mostra a vista espacial do holograma de fase antes e depois da remoção dos saltos.

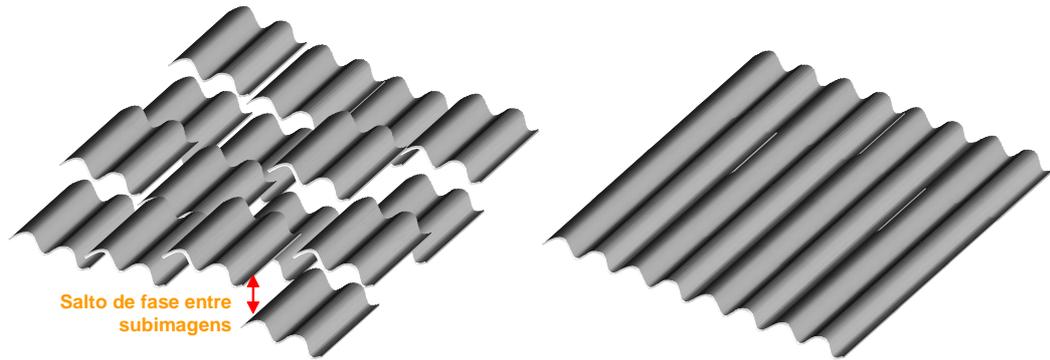


Figura 4.5 Visualização 3D de da fase de um holograma digital complexo antes e depois da remoção do salto entre subimagens

#### 4.4.2 Sobreposição de subimagens

Neste caso a imagem é dividida de forma que, não apenas uma linha ou uma coluna de pixels seja comum as duas subimagens vizinhas, mas uma parte maior da área das subimagens.

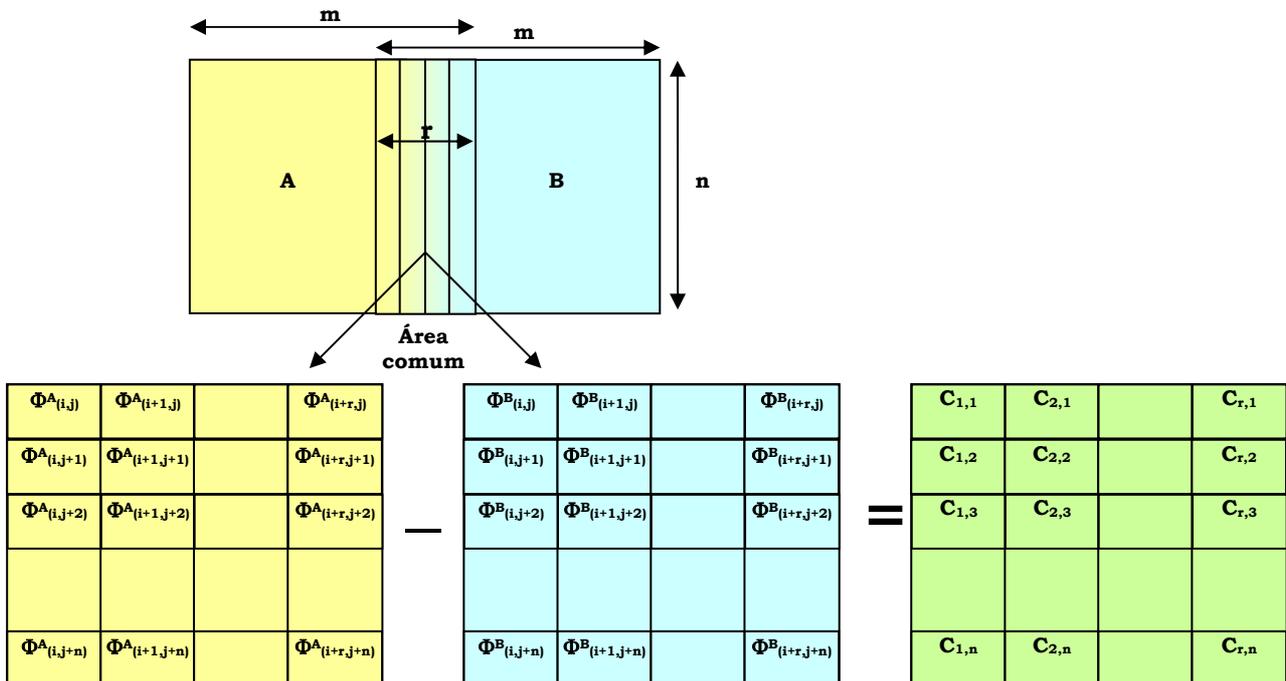


Figura 4.6 Subimagens vizinhas contendo uma área em comum

A remoção do salto de fase entre duas subimagens vizinhas procede da mesma forma como aquele descrito na subseção anterior, porém o número de

pixels comum as duas subimagens é agora maior. O valor mediano da matriz de diferenças de fase é determinado, e este valor é somado a todos os pixels da subimagem vizinha que ainda não teve o salto de fase compensado.

#### **4.5 Propagação de fase por minimização dos erros quadráticos**

Este algoritmo utiliza uma função erro quadrático [35] para minimizar os erros, e simultaneamente propagar a fase, através da imagem.

Ao contrário dos demais algoritmos, este não foi baseado em nenhum algoritmo para a remoção do salto de fase. Como “efeito colateral” a idéia desenvolvida aqui pode servir de base para um novo tipo de algoritmo robusto para a remoção do salto de fase.

Partindo de uma região de quatro pixels vizinhos no holograma digital de fase, idealmente tem-se que:

$$\begin{aligned}
 \Phi_{(i+1,j)} - \Phi_{(i,j)} - \Delta\Phi x_{(i,j)} &= 0 \\
 \Phi_{(i,j+1)} - \Phi_{(i,j)} - \Delta\Phi y_{(i,j)} &= 0 \\
 \Phi_{(i+1,j+1)} - \Phi_{(i+1,j)} - \Delta\Phi y_{(i+1,j)} &= 0 \\
 \Phi_{(i+1,j+1)} - \Phi_{(i,j+1)} - \Delta\Phi x_{(i,j+1)} &= 0
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Em função da qualidade dos dados, é natural esperar erros nestas diferenças fazendo com que algumas destas equações deixem de ser nulas, trazendo uma inconsistência localizada. Para minimizar os efeitos desta inconsistência é possível determinar três constantes  $a$ ,  $b$ , e  $c$  que, quando somadas a  $\Phi_{(i+1,j)}$ ,  $\Phi_{(i,j+1)}$  e  $\Phi_{(i+1,j+1)}$  respectivamente, minimizam a seguinte função erro quadrático:

$$\begin{aligned}
 E = & (\Phi_{(i+1,j)} + a - \Phi_{(i,j)} - \Delta\Phi x_{(i,j)})^2 + (\Phi_{(i,j+1)} + b - \Phi_{(i,j)} - \Delta\Phi y_{(i,j)})^2 + \\
 & (\Phi_{(i+1,j+1)} + c - (\Phi_{(i+1,j)} + a) - \Delta\Phi y_{(i+1,j)})^2 + (\Phi_{(i+1,j+1)} + c - (\Phi_{(i,j+1)} + b) - \Delta\Phi x_{(i,j+1)})^2
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Esta função expressa a soma quadrática dos erros de cada par de pixels adjacentes contidos em uma célula de quatro pixels da imagem e deve ser minimizada. A Figura 4.7 mostra uma célula da imagem com quatro regiões O, A, B e C, e suas fronteiras em vermelho. Nesta primeira iteração cada região esta sendo formada por apenas um pixel.

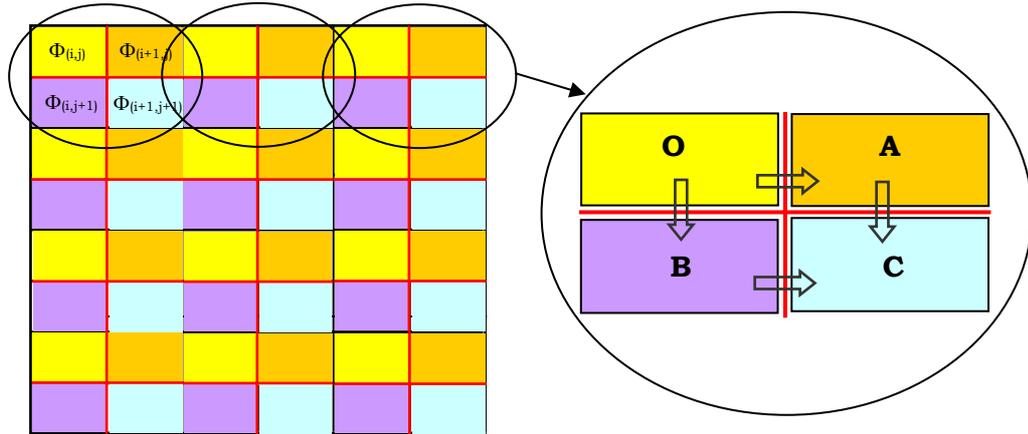


Figura 4.7 Divisão da imagem em células com quatro regiões

Derivando a função erro e igualando suas derivadas a zero, chega-se a um sistema linear de equações. Resolvendo este sistema por Mínimos Quadrados é possível determinar os valores para as constantes  $a$ ,  $b$  e  $c$  que minimizam a função erro:

$$a = \Phi_{(i,j)} - \Phi_{(i+1,j)} + \frac{1}{4} * (3\Delta\Phi x_{(i,j)} + \Delta\Phi y_{(i,j)} + \Delta\Phi x_{(i,j+1)} - \Delta\Phi y_{(i+1,j)}) \quad (4.7)$$

$$b = \Phi_{(i,j)} - \Phi_{(i,j+1)} + \frac{1}{4} * (3\Delta\Phi y_{(i,j)} + \Delta\Phi x_{(i,j)} - \Delta\Phi x_{(i,j+1)} + \Delta\Phi y_{(i+1,j)}) \quad (4.8)$$

$$c = \Phi_{(i,j)} - \Phi_{(i+1,j+1)} + \frac{1}{2} * (\Delta\Phi x_{(i,j)} + \Delta\Phi y_{(i,j)} + \Delta\Phi x_{(i,j+1)} + \Delta\Phi y_{(i+1,j)}) \quad (4.9)$$

Determinados os valores das constantes  $a$ ,  $b$  e  $c$ , os novos valores de fase passam a ser:

$$\Phi'_{(i+1,j)} = \Phi_{(i+1,j)} + a = \Phi_{(i,j)} + \frac{1}{4} * (3\Delta\Phi x_{(i,j)} + \Delta\Phi y_{(i,j)} + \Delta\Phi x_{(i,j+1)} - \Delta\Phi y_{(i+1,j)}) \quad (4.10)$$

$$\Phi'_{(i,j+1)} = \Phi_{(i,j+1)} + b = \Phi_{(i,j)} + \frac{1}{4} * (3\Delta\Phi y_{(i,j)} + \Delta\Phi x_{(i,j)} - \Delta\Phi x_{(i,j+1)} + \Delta\Phi y_{(i+1,j)}) \quad (4.11)$$

$$\Phi'_{(i+1,j+1)} = \Phi_{(i+1,j+1)} + c = \Phi_{(i,j)} + \frac{1}{2} * (\Delta\Phi x_{(i,j)} + \Delta\Phi y_{(i,j)} + \Delta\Phi x_{(i,j+1)} + \Delta\Phi y_{(i+1,j)}) \quad (4.12)$$

Arbitra-se  $\Phi_{(i,j)} = 0$  para cada uma das células e os valores de fase para os três pixels remanescentes são calculados pelas equações acima. Ao final desta iteração, valores de fase que minimizem os erros quadráticos são encontrados dentro de cada célula de quatro pixels. No próximo passo é necessário conectar, de forma apropriada, células vizinhas.

Em uma segunda iteração, as células de quatro pixels são agora aglutinadas, dobrando as suas dimensões lineares. Cada célula da imagem é agora formada por quatro regiões (O, A, B e C) cada uma contendo quatro pixels. Novos valores para as constantes  $a$ ,  $b$  e  $c$  devem ser determinados, desta vez sendo uma mesma constante para cada célula de quatro pixels. A Figura 4.8 mostra a nova divisão.

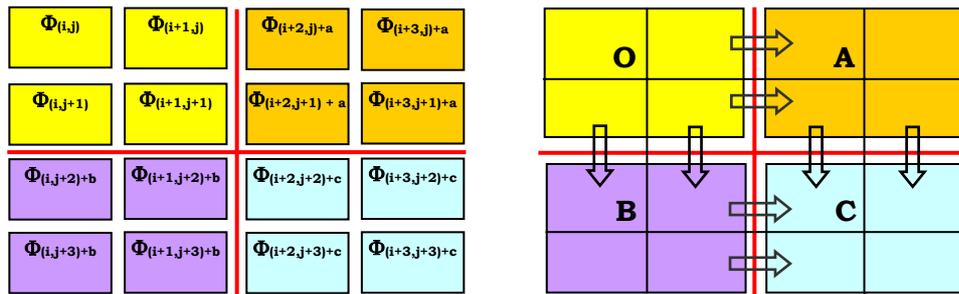


Figura 4.8 Célula da imagem com quatro regiões de quatro pixels cada

Para calcular  $a$ ,  $b$  e  $c$  que minimizem as discontinuidades de fase entre células vizinhas, uma nova função erro é definida a partir da diferença de fase dos pontos de fronteira das regiões O, A, B e C:

$$E = \sum_{i=0}^1 (\Phi_{(2,i)} - \Phi_{(1,i)} - \Delta\Phi_{x(1,i)} + a)^2 + \sum_{i=2}^3 (\Phi_{(2,i)} - \Phi_{(1,i)} - \Delta\Phi_{x(1,i)} + c - b)^2 + \sum_{i=0}^1 (\Phi_{(i,2)} - \Phi_{(i,1)} - \Delta\Phi_{y(i,1)} + b)^2 + \sum_{i=2}^3 (\Phi_{(i,2)} - \Phi_{(i,1)} - \Delta\Phi_{y(i,1)} + c - a)^2 \quad (4.13)$$

Novamente, derivando a função erro e igualando suas derivadas a zero, chega-se a um sistema linear. Resolvendo este sistema por Mínimos Quadrados é possível determinar os valores para  $a$ ,  $b$  e  $c$ , e os novos valores de fase são calculados.

$$\Phi'_{(i,j)} = \Phi_{(i,j)} + a \text{ para } 2 \leq i \leq 3 \cap 0 \leq j \leq 1 \quad (4.14)$$

$$\Phi'_{(i,j)} = \Phi_{(i,j)} + b \text{ para } 0 \leq i \leq 1 \cap 2 \leq j \leq 3 \quad (4.15)$$

$$\Phi'_{(i,j)} = \Phi_{(i,j)} + c \text{ para } 2 \leq i, j \leq 3 \quad (4.16)$$

Onde os valores de  $\Phi_{(i,j)}$  são àqueles calculados na iteração anterior.

Adicionando a cada célula as constantes assim calculadas, os saltos de fase existentes nas fronteiras entre cada célula de quatro pixels vizinhos, são

*Algoritmos para a propagação de fase*

minimizados. Assim, cada célula de 16 pixels teve o seu erro quadrático minimizado em duas etapas. É necessário prosseguir, desta vez, para aglutinar as células de 16 pixels em células de 64 pixels.

Este processo é repetido sucessivamente, aumentando-se o tamanho da célula em progressão geométrica a cada nova iteração. O processo termina quando uma única célula for capaz de conter todos os pontos da imagem. Obviamente este algoritmo pressupõe imagens quadradas, cujo tamanho do lado seja uma potência inteira de 2.

A função erro quadrático em cada iteração pode ser generalizada pela equação:

$$E = \sum_{i=0}^p (\Phi_{(q,i)} - \Phi_{(p,i)} - \Delta\Phi x_{(p,i)} + a)^2 + \sum_{i=q}^{L-1} (\Phi_{(q,i)} - \Phi_{(p,i)} - \Delta\Phi x_{(p,i)} + c - b)^2 + \sum_{i=0}^p (\Phi_{(i,q)} - \Phi_{(i,p)} - \Delta\Phi y_{(i,p)} + b)^2 + \sum_{i=q}^{L-1} (\Phi_{(i,q)} - \Phi_{(i,p)} - \Delta\Phi y_{(i,p)} + c - a)^2 \quad (4.17)$$

Sendo:

L: número de pixels em uma linha ou coluna da célula.

$$p = \frac{L}{2} - 1$$

$$q = \frac{L}{2}$$

E, a partir desta função erro, é possível determinar valores genéricos para  $a$ ,  $b$  e  $c$  de cada célula dentro de uma iteração.

$$a = -\frac{1}{2L} \left\{ \sum_{i=0}^p K1_{(i)} + 3K2_{(i)} + \sum_{i=q}^{L-1} K2_{(i)} - K1_{(i)} \right\} \quad (4.18)$$

$$b = -\frac{1}{2L} \left\{ \sum_{i=0}^p 3K1_{(i)} + K2_{(i)} + \sum_{i=q}^{L-1} K1_{(i)} - K2_{(i)} \right\} \quad (4.19)$$

$$c = -\frac{1}{L} \left\{ \sum_{i=0}^p K1_{(i)} + K2_{(i)} \right\} \quad (4.20)$$

Sendo:

$$K1_{(i)} = \Phi_{(i,q)} - \Phi_{(i,p)} - \Delta\Phi y_{(i,p)} \quad (4.21)$$

$$K2_{(i)} = \Phi_{(q,i)} - \Phi_{(p,i)} - \Delta\Phi x_{(p,i)} \quad (4.22)$$

E assim os valores de fase para cada ponto da célula em uma iteração são calculados de acordo com a região em que se encontram dentro da célula:

$$\Phi'_{(i,j)} = \Phi_{(i,j)} + a \text{ para } q \leq i \leq L-1 \cap 0 \leq j \leq p \quad (4.23)$$

$$\Phi'_{(i,j)} = \Phi_{(i,j)} + b \text{ para } 0 \leq i \leq p \cap q \leq j \leq L-1 \quad (4.24)$$

$$\Phi'_{(i,j)} = \Phi_{(i,j)} + c \text{ para } q \leq i, j \leq L-1 \quad (4.25)$$

A fase de um holograma digital complexo de uma onda esférica, com 1024 x 1024 pixels, foi simulada para exemplificar o funcionamento do algoritmo. A Figura 4.9 mostra os valores de fase calculados a cada nova iteração.

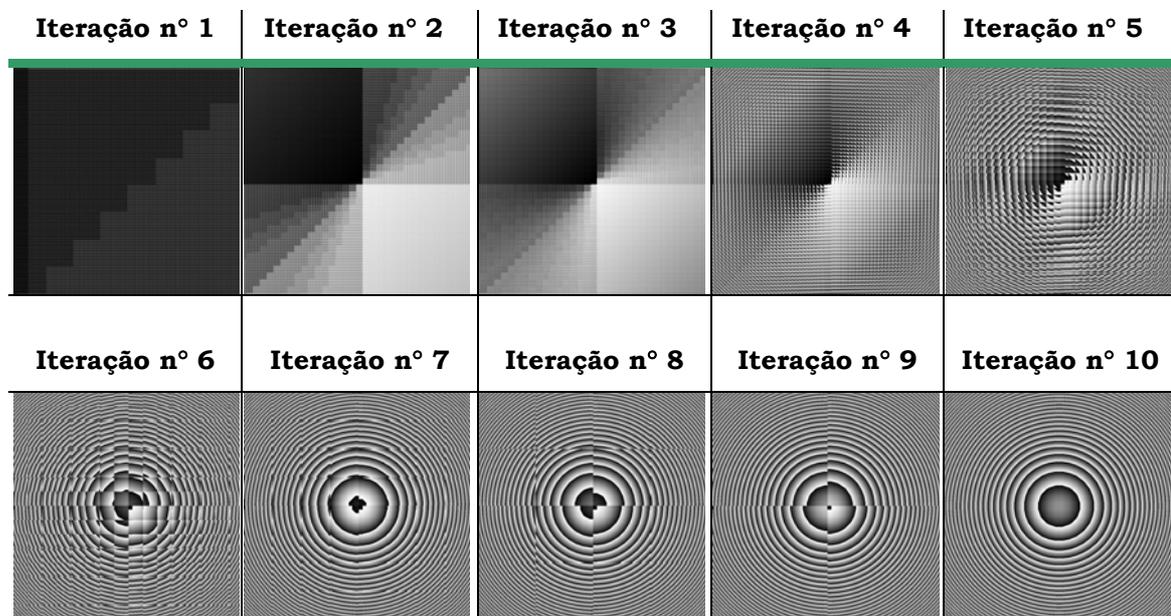


Figura 4.9 Etapas da propagação de fase por minimização dos erros quadráticos

## 4.6 Propagação de fase por minimização dos erros quadráticos com três diferenças de fase

Este algoritmo é baseado no mesmo princípio do algoritmo descrito na seção anterior, porém considera uma informação a mais no cálculo de aproximação dos erros quadráticos. Uma terceira diferença de fase  $\Delta\Phi_{xy(i,j)}$ , referente à diferença de fase entre dois pixels diagonais, é considerada. Esta diferença é obtida girando o espelho M2 simultaneamente nos dois eixos, e é dada por:

$$\Delta\Phi_{xy(i,j)} = \Phi_{(i+1,j+1)} - \Phi_{(i,j)} \quad (4.26)$$

Como no algoritmo anterior, inicialmente a imagem é dividida em células de quatro pixels. Dentro de cada célula tem-se a relação:

$$\begin{aligned} \Phi_{(i+1,j)} + a - \Phi_{(i,j)} - \Delta\Phi_{x(i,j)} &= 0 \\ \Phi_{(i,j+1)} + b - \Phi_{(i,j)} - \Delta\Phi_{y(i,j)} &= 0 \\ \Phi_{(i+1,j+1)} + c - \Phi_{(i+1,j)} - a - \Delta\Phi_{y(i+1,j)} &= 0 \\ \Phi_{(i+1,j+1)} + c - \Phi_{(i,j+1)} - b - \Delta\Phi_{x(i,j+1)} &= 0 \\ \Phi_{(i+1,j+1)} + c - \Phi_{(i,j)} - \Delta\Phi_{xy(i,j)} &= 0 \end{aligned} \quad (4.27)$$

Onde a última equação refere-se a diferença de fase entre dois pixels diagonais, onde  $\Phi_{(i,j)}$  pertence a região O e  $\Phi_{(i+1,j+1)}$  pertence a região C, como mostra a Figura 4.10.

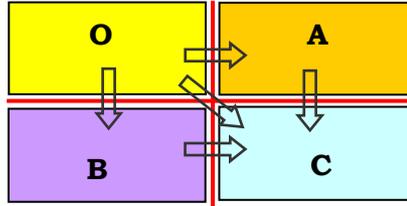


Figura 4.10 Fronteiras de uma célula de quatro pixels da imagem

Neste caso a função erro quadrático é definida por:

$$\begin{aligned} E = & (\Phi_{(i+1,j)} + a - \Phi_{(i,j)} - \Delta\Phi_{x(i,j)})^2 + (\Phi_{(i,j+1)} + b - \Phi_{(i,j)} - \Delta\Phi_{y(i,j)})^2 + \\ & (\Phi_{(i+1,j+1)} + c - \Phi_{(i+1,j)} - a - \Delta\Phi_{y(i+1,j)})^2 + (\Phi_{(i+1,j+1)} + c - \Phi_{(i,j+1)} - b - \Delta\Phi_{x(i,j+1)})^2 \\ & + (\Phi_{(i+1,j+1)} + c - \Phi_{(i,j)} - \Delta\Phi_{xy(i,j)})^2 \end{aligned} \quad (4.28)$$

A partir desta função erro, como já foi descrito na seção anterior, é possível determinar os valores para as constantes  $a$ ,  $b$  e  $c$ :

$$a = \Phi_{(i,j)} - \Phi_{(i+1,j)} + \frac{\Delta\Phi_{xy(i,j)}}{4} + \frac{1}{8} * (5\Delta\Phi_{x(i,j)} - 3\Delta\Phi_{y(i+1,j)} + \Delta\Phi_{y(i,j)} + \Delta\Phi_{x(i,j+1)}) \quad (4.29)$$

$$b = \Phi_{(i,j)} - \Phi_{(i,j+1)} + \frac{\Delta\Phi_{xy(i,j)}}{4} + \frac{1}{8} * (5\Delta\Phi_{y(i,j)} - 3\Delta\Phi_{x(i,j+1)} + \Delta\Phi_{x(i,j)} + \Delta\Phi_{y(i+1,j)}) \quad (4.30)$$

$$c = \Phi_{(i,j)} - \Phi_{(i+1,j+1)} + \frac{\Delta\Phi_{xy(i,j)}}{2} + \frac{1}{4} * (\Delta\Phi_{x(i,j)} + \Delta\Phi_{y(i,j)} + \Delta\Phi_{x(i,j+1)} + \Delta\Phi_{y(i+1,j)}) \quad (4.31)$$

*Algoritmos para a propagação de fase*

E os valores de fase dentro de cada célula são calculados por:

$$\Phi'_{(i+1,j)} = \Phi_{(i+1,j)} + a = \Phi_{(i,j)} + \frac{\Delta\Phi_{xy(i,j)}}{4} + \frac{1}{8} * (5\Delta\Phi_{x(i,j)} - 3\Delta\Phi_{y(i+1,j)} + \Delta\Phi_{y(i,j)} + \Delta\Phi_{x(i,j+1)}) \quad (4.32)$$

$$\Phi'_{(i,j+1)} = \Phi_{(i,j+1)} + b = \Phi_{(i,j)} + \frac{\Delta\Phi_{xy(i,j)}}{4} + \frac{1}{8} * (5\Delta\Phi_{y(i,j)} - 3\Delta\Phi_{x(i,j+1)} + \Delta\Phi_{x(i,j)} + \Delta\Phi_{y(i+1,j)}) \quad (4.33)$$

$$\Phi'_{(i+1,j+1)} = \Phi_{(i+1,j+1)} + c = \Phi_{(i,j)} + \frac{\Delta\Phi_{xy(i,j)}}{2} + \frac{1}{4} * (\Delta\Phi_{x(i,j)} + \Delta\Phi_{y(i,j)} + \Delta\Phi_{x(i,j+1)} + \Delta\Phi_{y(i+1,j)}) \quad (4.34)$$

Onde arbitra-se  $\Phi_{(i,j)} = 0$  em cada célula de 4 pixels da imagem.

Genericamente para as demais iterações do algoritmo tem-se que os valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$ , são calculados por:

$$c = -\frac{K5}{L} - \frac{1}{2L} \left\{ \sum_{i=0}^p K1_{(i)} + K2_{(i)} + \sum_{i=0}^{p-1} K3_{(i)} + K4_{(i)} + \sum_{i=q}^{L-1} K1_{(i)} + K2_{(i)} + \sum_{i=q}^{L-2} K3_{(i)} + K4_{(i)} \right\} \quad (4.35)$$

$$a = \frac{c}{2} - \frac{1}{2(L-1)} \left\{ \sum_{i=0}^p K2_{(i)} - \sum_{i=q}^{L-1} K1_{(i)} + \sum_{i=0}^{p-1} K3_{(i)} - \sum_{i=q}^{L-2} K4_{(i)} \right\} \quad (4.36)$$

$$b = \frac{c}{2} - \frac{1}{2(L-1)} \left\{ \sum_{i=0}^p K1_{(i)} - \sum_{i=q}^{L-1} K2_{(i)} + \sum_{i=0}^{p-1} K4_{(i)} - \sum_{i=q}^{L-2} K3_{(i)} \right\} \quad (4.37)$$

Sendo:

$$K1_{(i)} = \Phi_{(i,q)} - \Phi_{(i,p)} - \Delta\Phi_{y(i,p)} \quad (4.38)$$

$$K2_{(i)} = \Phi_{(q,i)} - \Phi_{(p,i)} - \Delta\Phi_{x(p,i)} \quad (4.39)$$

$$K3_{(i)} = \Phi_{(q,i+1)} - \Phi_{(p,i)} - \Delta\Phi_{xy(p,i)} \quad (4.40)$$

$$K4_{(i)} = \Phi_{(i+1,q)} - \Phi_{(i,p)} - \Delta\Phi_{xy(i,p)} \quad (4.41)$$

$$K5 = \Phi_{(q,q)} - \Phi_{(p,p)} - \Delta\Phi_{xy(p,p)} \quad (4.42)$$

E os valores de fase para cada ponto da célula são então determinados em função da região da célula em que se encontram:

$$\Phi'_{(i,j)} = \Phi_{(i,j)} + a \text{ para } q \leq i \leq L-1 \cap 0 \leq j \leq p \quad (4.43)$$

$$\Phi'_{(i,j)} = \Phi_{(i,j)} + b \text{ para } 0 \leq i \leq p \cap q \leq j \leq L-1 \quad (4.44)$$

$$\Phi'_{(i,j)} = \Phi_{(i,j)} + c \text{ para } q \leq i, j \leq L-1 \quad (4.45)$$

Como no algoritmo apresentado na seção anterior, este processo é repetido sucessivamente, e termina quando uma única célula contiver todos os pontos da imagem. Também aqui o formato da imagem tem que ser quadrado e o tamanho do lado uma potência inteira de 2.

## 4.7 Análise comparativa

Uma análise comparativa foi realizada para avaliar o comportamento de cada algoritmo mediante a presença de erros aleatórios nas imagens de diferença de fase laterais e diagonais.

As Figura 4.11(a), (b) e (c) mostram imagens simuladas de diferenças de fase entre pixels vizinhos de um holograma digital complexo de uma onda esférica. A componente de fase do holograma digital complexo de uma onda esférica matematicamente perfeita pode ser vista na Figura 3.6(c).

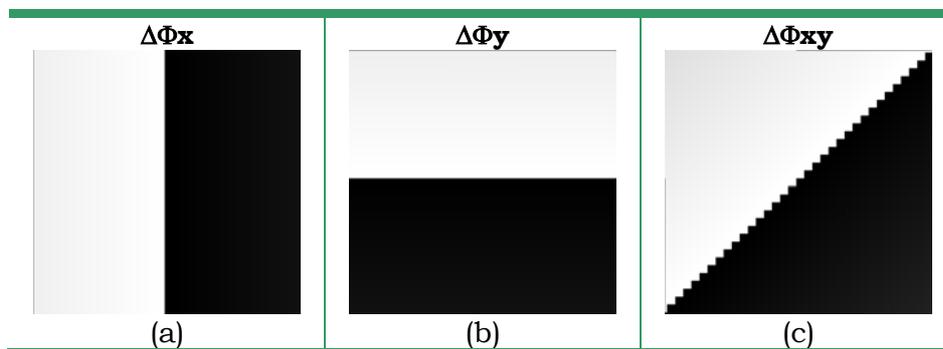


Figura 4.11 Diferenças de fase ideais entre pixels vizinhos de um holograma digital sintético: (a) direção x, (b) direção y e (c) direções x e y

Para a análise foram adicionados três níveis de erros aleatórios a estas imagens de diferenças de fase. O erros adicionados às imagens das diferenças de fase foram gerados a partir de uma distribuição normal com média zero e desvios padrão de 1, 5 e 10 níveis de cinza.

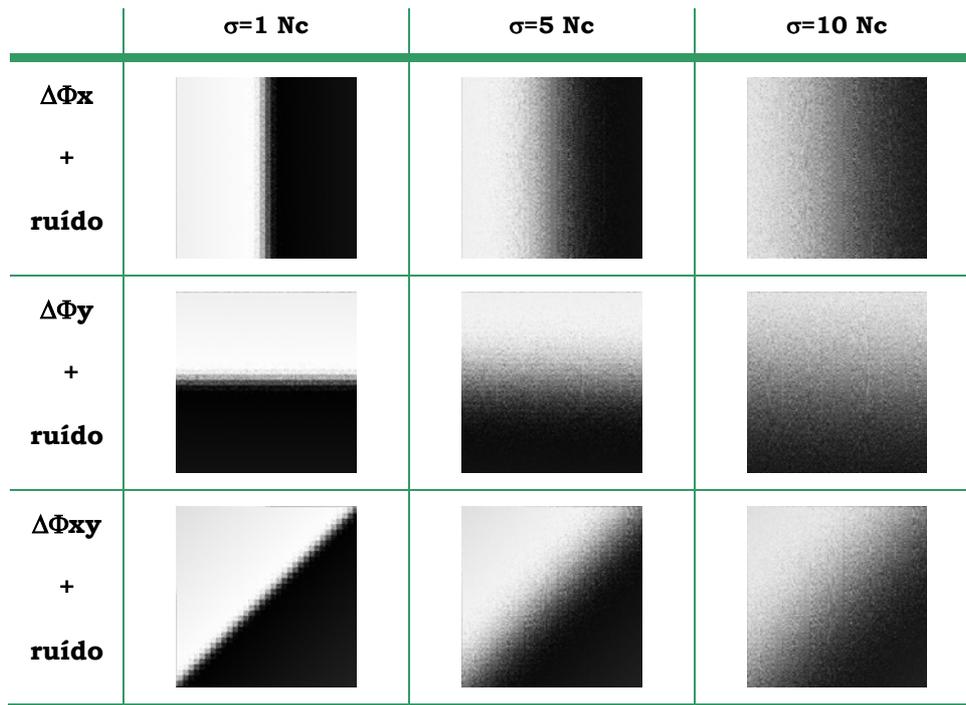


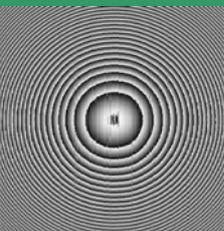
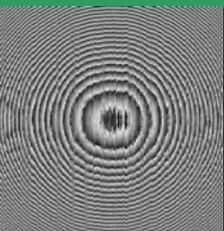
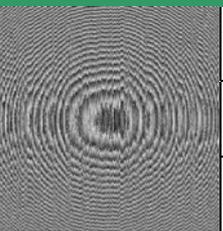
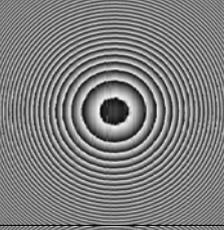
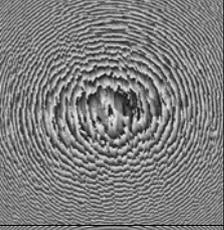
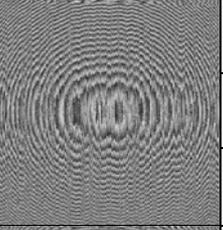
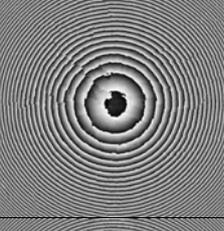
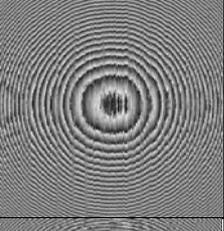
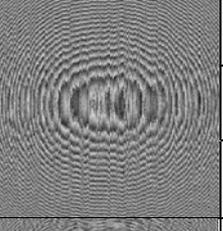
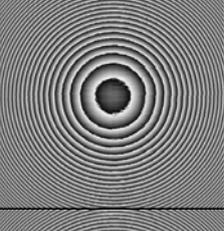
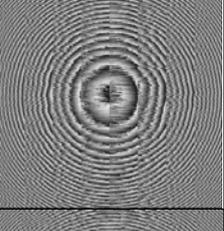
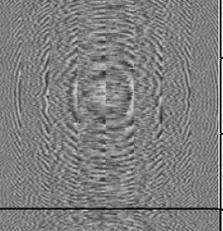
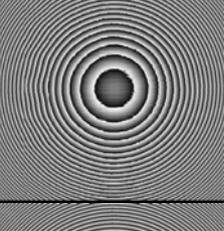
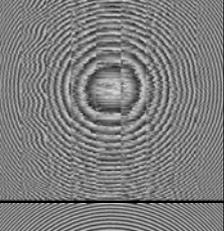
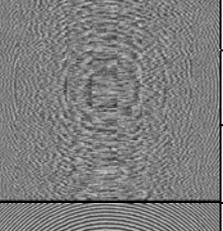
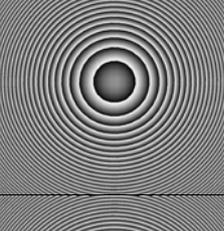
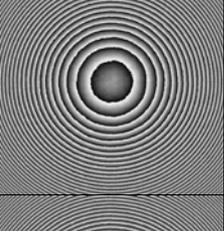
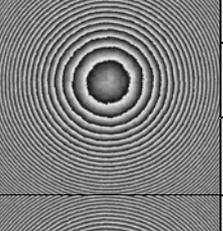
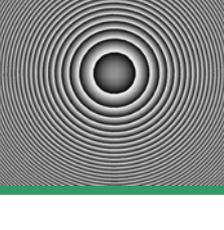
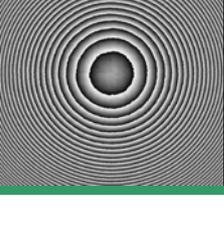
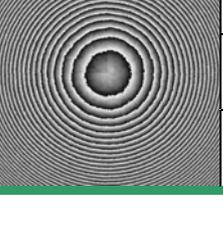
Figura 4.12 Imagens simuladas com diferentes tipos de erros

A Tabela 4.1 mostra o resultado da propagação de fase das imagens simuladas com diferentes níveis de erros aleatórios. Todos os algoritmos foram testados e avaliados através de uma análise quantitativa da fase dos hologramas digitais complexos resultantes e das diferenças laterais calculadas a partir da fase destes hologramas.

O índice  $E_h$  na Tabela 4.1 é o desvio padrão da imagem resultante da diferença entre o holograma ideal (matematicamente perfeito) e o holograma calculado a partir da propagação das imagens de diferenças de fase com ruído. Este índice reflete os níveis de erros presentes na fase do holograma digital complexo.

O segundo índice  $E_x$  é o desvio padrão da imagem resultante da diferença entre  $\Delta\Phi_x$  real e  $\Delta\Phi_x$  simulada com ruído. E finalmente,  $E_y$  é o desvio padrão da imagem resultante da diferença entre  $\Delta\Phi_y$  real e  $\Delta\Phi_y$  simulada com ruído. Estes últimos índices fornecem apenas a informação sobre os erros aleatórios.

Tabela 4.1 Análise quantitativa dos algoritmos de propagação de fase

Algoritmos	Ruído 1		Ruído 2		Ruído 3	
<b>Básico</b>		Eh=14,5		Eh=58,3		Eh=71,1
		Ex=7,8		Ex=20,5		Ex=30,7
		Ey=20,2		Ey=57,0		Ey=62,0
<b>Pseudo-modulação</b>		Eh=15,5		Eh=47,0		Eh=60,1
		Ex=9,7		Ex=18,0		Ex=26,5
		Ey=18,5		Ey=22,3		Ey=31,7
<b>Vizinhos Consistentes</b>		Eh=14,9		Eh=54,4		Eh=70,2
		Ex=7,8		Ex=20,7		Ex=31,0
		Ey=20,1		Ey=56,9		Ey=62,0
<b>Subimagens conectadas por colunas</b>		Eh=27,1		Eh=46,2		Eh=61,0
		Ex=3,4		Ex=17,3		Ex=26,8
		Ey=4,7		Ey=34,8		Ey=54,1
<b>Subimagens sobrepostas</b>		Eh=27,9		Eh=35,7		Eh=65,0
		Ex=3,4		Ex=14,2		Ex=23,3
		Ey=4,5		Ey=35,0		Ey=55,3
<b>MMQ com 2 imagens</b>		Eh=1,1		Eh=4,9		Eh=9,7
		Ex=1,2		Ex=5,0		Ex=10,0
		Ey=1,2		Ey=5,0		Ey=10,0
<b>MMQ com 3 imagens</b>		Eh=1,1		Eh=4,3		Eh=8,6
		Ex=1,2		Ex=5,1		Ex=10,1
		Ey=1,2		Ey=5,1		Ey=10,1

*Algoritmos para a propagação de fase*

Através dos números observados na Tabela 4.1 e do gráfico da Figura 4.13, fica evidente que os algoritmos de propagação de fase por minimização dos erros quadráticos possuem o melhor comportamento para o tipo de imagem simulada. Observe que os índices alcançados pelos algoritmos de minimização mesmo no pior caso, que seria o ruído com maior nível, são ainda menores que os índices alcançados pelos demais algoritmos no melhor caso. Os métodos por minimização eliminam o risco de se propagar o erro proveniente de um único ponto, e suavizam os erros considerando todas as regiões da imagem. A pequena diferença de desempenho dos algoritmos por minimização não compensa o esforço adicional em acrescentar mais imagens ao processo, e por isso o método por minimização com duas imagens é mais vantajoso.

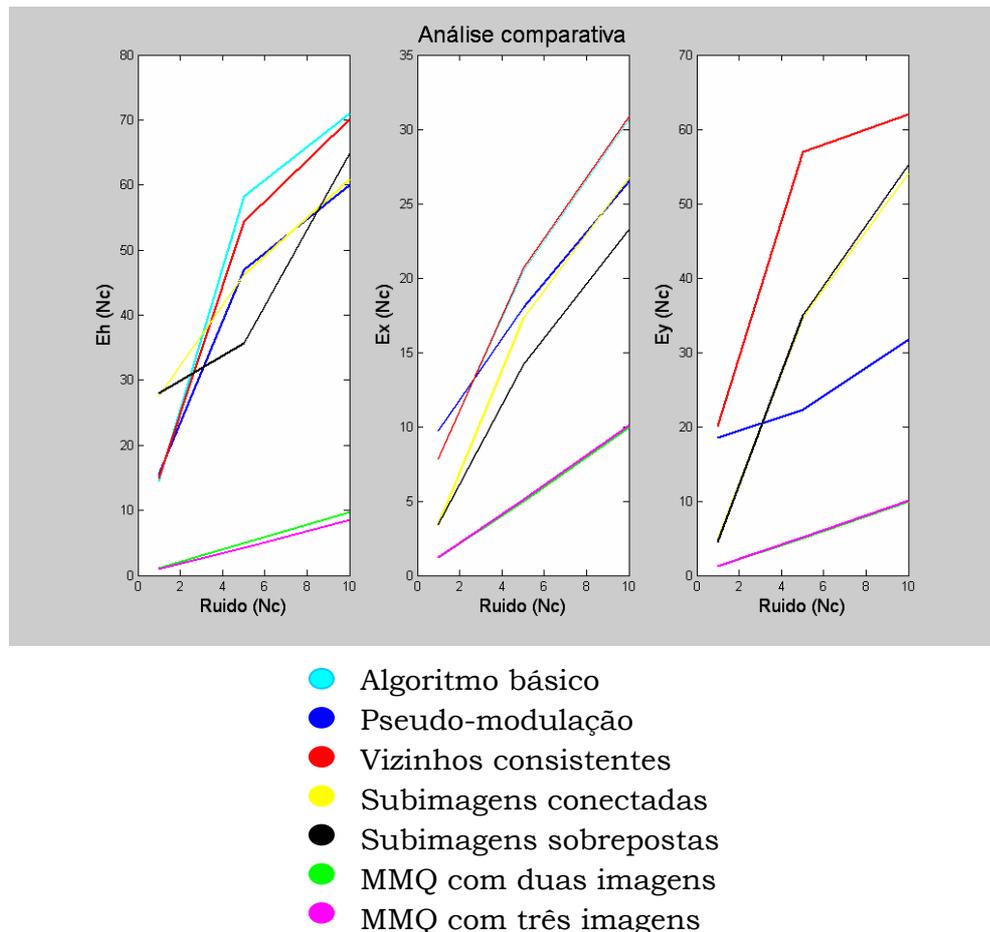


Figura 4.13 Análise gráfica dos diferentes algoritmos de propagação

## **Capítulo 5**

# **Verificação experimental**

Neste capítulo é demonstrada experimentalmente a validade dos princípios e conceitos definidos neste trabalho. São apresentados detalhes sobre a implementação física da bancada, os procedimentos para calibração do deslocamento dos espelhos do interferômetro, assim como detalhes sobre a seqüência de aquisição e processamento das imagens. Experimentos controlados, envolvendo a gravação e reconstrução de frentes de ondas conhecidas usando um interferômetro shearing, são apresentados como forma de verificar a validade do método desenvolvido e avaliar alguns aspectos característicos do desempenho.

### **5.1 Componentes da bancada experimental**

A bancada experimental, mostrada na Figura 5.1, é composta por um LASER He-Ne com 30 mW de potência e comprimento de onda de 632,8 nm, um divisor de feixe, três atuadores piezelétricos acoplados aos espelhos M1 e M2 do interferômetro e o controlador dos atuadores piezelétrico (Physic) com três canais independentes e comunicação serial (RS232) com o microcomputador. Para a aquisição das imagens foi utilizada uma câmera CCD monocromática PULNIX de alta resolução (1008x1016 pixels) conectada ao microcomputador através de uma placa de aquisição modelo PULSAR/Matrox. Para o processamento das imagens um microcomputador com processador de

1.8 GHz e 256 Mb de memória RAM foi utilizado.

A bancada experimental foi montada sobre uma mesa que possui um sistema de ar comprimido localizado sobre os seus quatro pés. Este sistema isola o experimento de vibrações externas.

O software para aquisição e processamento das imagens foi desenvolvido dentro do âmbito deste trabalho em Visual Basic [36].

## 5.2 Procedimentos de calibração dos dispositivos piezos elétricos

Uma calibração prévia é necessária para determinar a rotação do espelho M2, responsável pelo efeito “shearing” nas direções x e y do CCD, e do espelho M1, responsável pelo deslocamento de fase. Para a calibração destes deslocamentos uma onda plana colimada é gerada e direcionada ao interferômetro, como mostra a Figura 5.1.

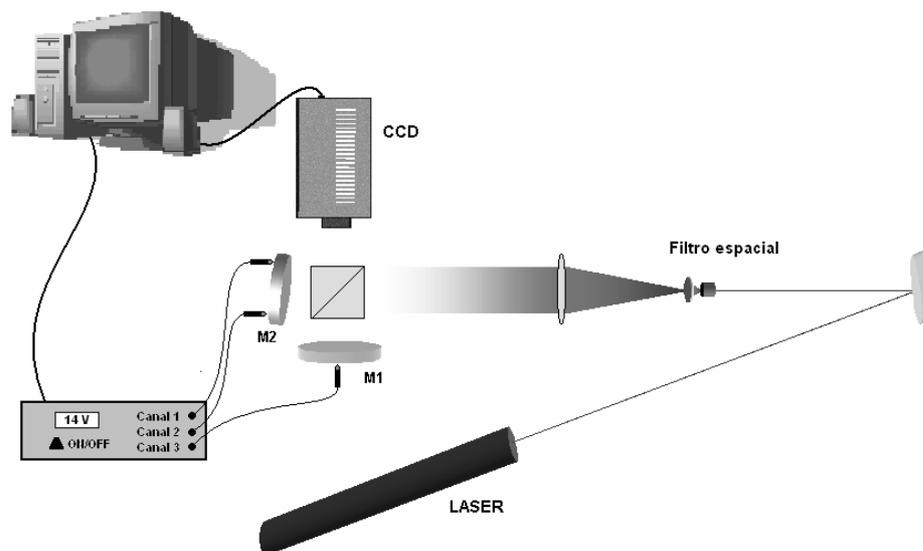


Figura 5.1 Bancada experimental

### 5.2.1 Calibração do deslocamento de Fase

Para a calibração do deslocamento de fase uma imagem das franjas de interferência é adquirida como referência. A calibração envolve a observação do resultado da subtração da imagem de referência das imagens ao vivo

adquiridas enquanto o espelho M1 é movimentado, através do atuador piezolétrico, na direção normal a superfície do CCD. O efeito deste procedimento é observado na tela do computador, onde as franjas de interferência são movidas até que a franja de ordem  $i$  ocupe a posição da franja de ordem  $i+1$ . Neste momento uma nova imagem escura é obtida. Este deslocamento é equivalente a um ciclo de fase ( $360^\circ$ ), e o valor da tensão elétrica aplicada sobre o atuador piezolétrico é adotada como constante de calibração.

### **5.2.2 Calibração do deslocamento lateral da onda: “Efeito Shearing”**

Para a calibração do efeito “shearing” apenas uma das ondas do interferômetro é utilizada. O espelho M1 é bloqueado e apenas a onda refletida pelo espelho M2 é direcionada ao CCD. Dois piezolétricos são acoplados ao espelho M2 de forma a produzir um pequeno giro capaz de movimentar independentemente a onda refletida nas direções  $x$  e  $y$  do CCD.

Antes da calibração uma imagem de referência deve ser adquirida e é deslocada digitalmente em um pixel na direção e sentido correspondente à movimentação do atuador piezolétrico.

A calibração é feita observando o resultado da subtração da imagem de referência das imagens ao vivo adquiridas enquanto o espelho é deslocado através do atuador. O efeito deste procedimento é observado na tela do computador até que uma imagem escura seja obtida. Este deslocamento é equivalente a um pixel do CCD.

Esta calibração é realizada na direção  $x$  e igualmente repetida para a direção  $y$ . Apesar do CCD possuir pixels quadrados, foi observado que este valor pode variar ligeiramente para as duas direções, provavelmente em função da inclinação da câmera em relação ao interferômetro.

### **5.2.3 Verificação da não uniformidade entre rotação do espelho M2 e deslocamento lateral sobre o CCD**

O deslocamento lateral da onda de luz sobre o plano do CCD não é perfeitamente uniforme quando uma rotação é aplicada no espelho M2. Este efeito é mais ou menos acentuado de acordo com a distância entre o

interferômetro e o CCD.

Para uma distância típica de 260 mm entre o interferômetro e o CCD, o ângulo de giro do espelho M2 para o deslocamento da onda em um pixel com dimensão de 0,009 mm é de aproximadamente  $0,2 \cdot 10^{-4}$  rad.

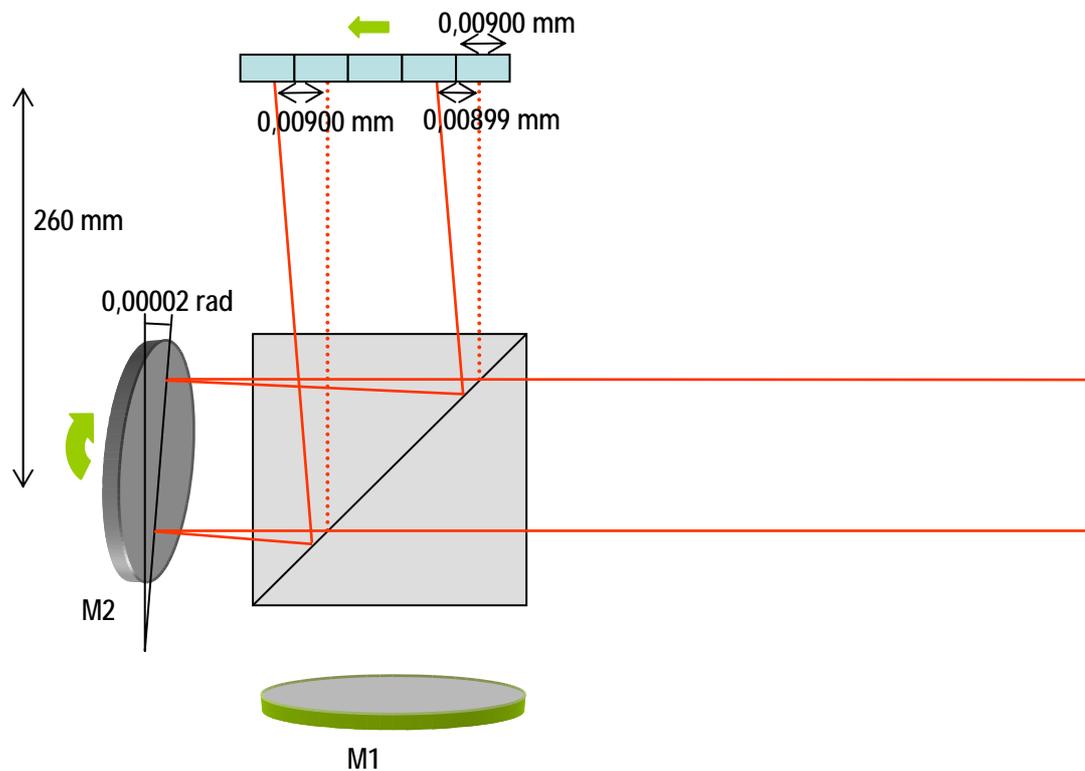


Figura 5.2 Ângulo de giro de um dos espelhos do interferômetro para uma distância típica

Considerando um CCD de 11 mm (1024 pixels) o deslocamento no último pixel seria 0,00899 mm, ou seja, um erro equivalente a apenas 0,00007% em relação ao primeiro pixel que desloca 0,00900 mm.

O gráfico da Figura 5.3 mostra a curva do erro percentual do deslocamento no último pixel do CCD em função das possíveis distâncias utilizadas entre o interferômetro e o CCD.

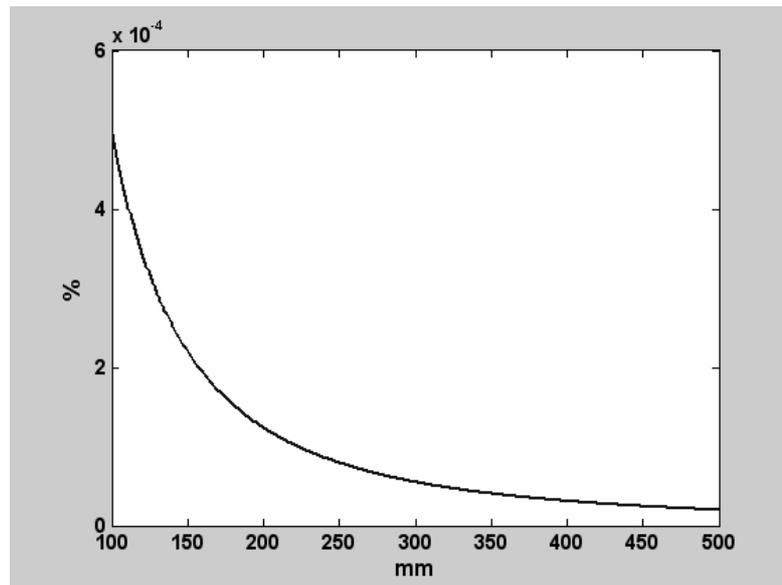


Figura 5.3 Efeito da distância utilizada entre interferômetro e CCD

O gráfico mostra que mesmo para pequenas distâncias o erro percentual não é relevante podendo este efeito ser desconsiderado para distâncias típicas de 260 mm ou superiores.

### 5.3 Determinação das Rampas de Fase

A rampa de fase linear, que surge em função da rotação do espelho M2, é determinada através da mesma onda plana colimada utilizada para a calibração dos deslocamentos dos atuadores piezelétricos.

A seqüência de aquisição das imagens é mostrada na Figura 5.4. O algoritmo de Hariharan [37], que utiliza cinco imagens de interferência, foi utilizado para calcular os mapas de diferença de fase. Este algoritmo foi preferido, em detrimento do de quatro passos, por ser praticamente insensível a eventuais erros na calibração do deslocamento de fase.

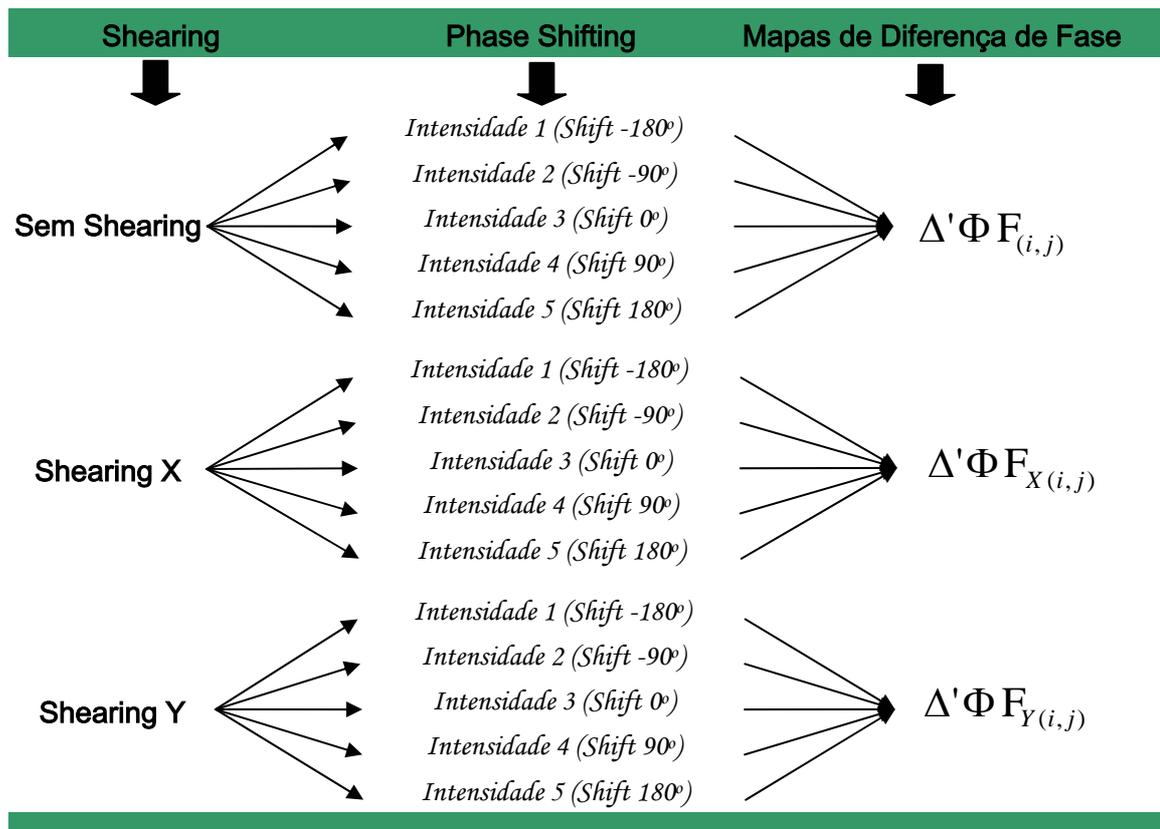


Figura 5.4 Seqüência de aquisição de imagens

O software implementado em Visual Basic adquire e processa as imagens automaticamente.

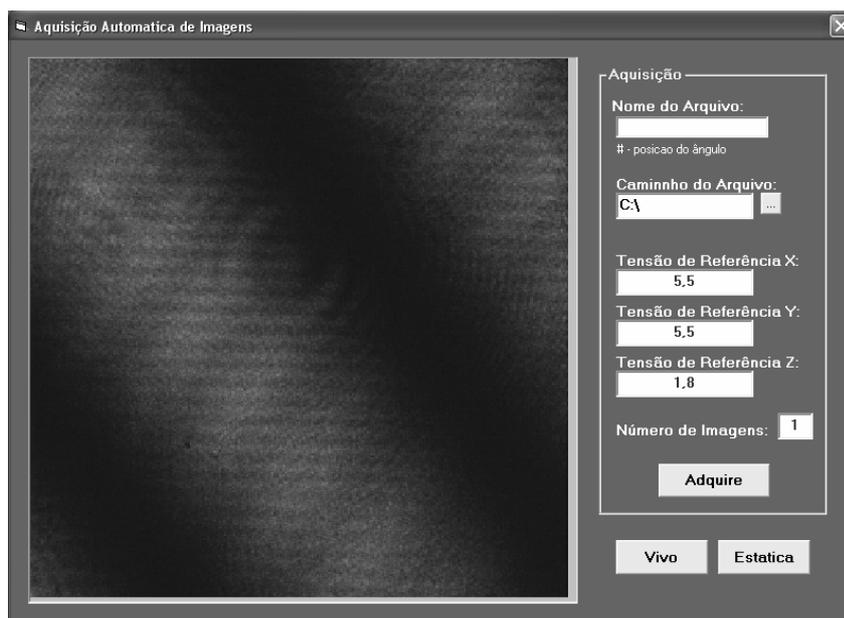


Figura 5.5 Programa de aquisição e processamento dos mapas de fase

A Figura 5.6 mostra imagens típicas das rampas de fase calculadas para as direções x e y.

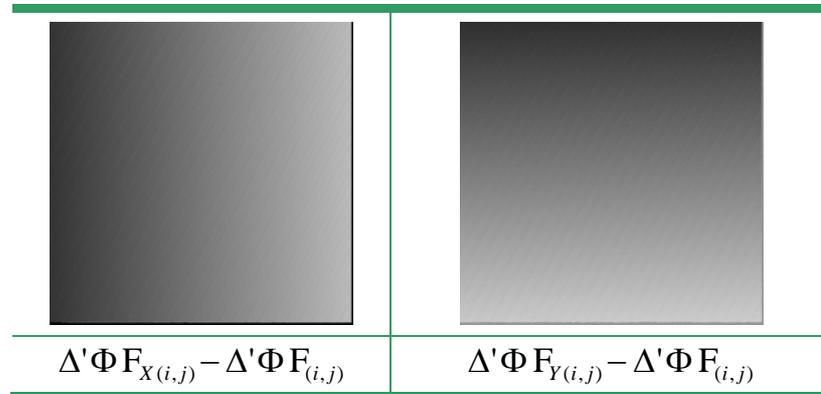


Figura 5.6 Rampas de fase

#### **5.4 Melhoria da estabilidade do deslocamento de fase**

O atuador piezelétrico acoplado ao espelho M1, utilizado para fazer o deslocamento de fase, funciona em “malha fechada”, ou seja, utiliza um circuito de realimentação de tensão proporcional ao deslocamento com melhor exatidão e repetitividade, e menos histerese. Porém, isso não é suficiente para manter estável um deslocamento equivalente a um quarto de um ciclo de fase, cujos valores são muito pequenos (da ordem de 318 nm). Dois artifícios foram utilizados para melhorar a estabilidade do deslocamento da fase: um mecânico e outro por software.

Para deixar o sistema mais estável, optou-se por diminuir a sensibilidade ao deslocamento do atuador piezelétrico, que foi montado junto a um braço equivalente a uma alavanca, como mostra a Figura 5.7.

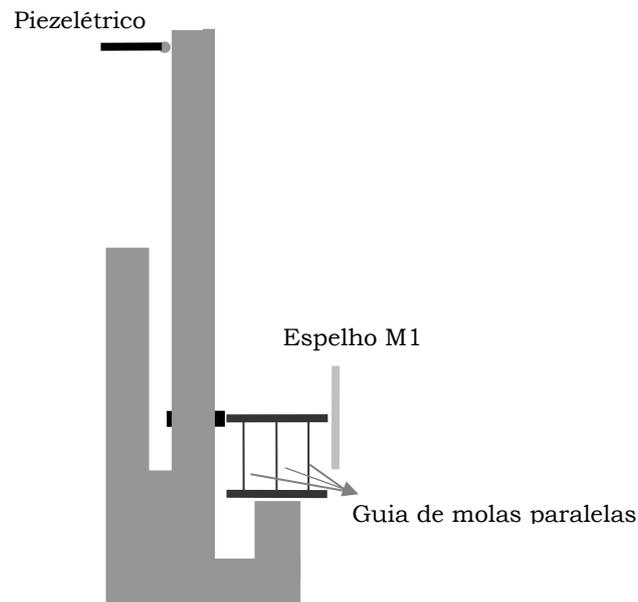


Figura 5.7 Estrutura montada junto ao atuador piezelétrico para diminuir a sua sensibilidade do deslocamento

Para reduzir a sensibilidade ao deslocamento, o atuador piezelétrico é montado para deslocar a extremidade livre da viga engastada. O espelho M1 é colado a uma guia de molas paralelas, que imprime ao espelho um movimento suave e com direção bem definida. Esta guia é apoiada sobre uma peça fixada na região do engaste da viga, onde quase não há deslocamento. Este sistema tipo “alavanca” redutora permite diminuir a sensibilidade do atuador piezelétrico sem comprometer a qualidade do deslocamento de fase.

O segundo artifício envolveu o controle de fase das franjas via software [38]. Pequenos sensores virtuais são distribuídos entre duas franjas consecutivas de um mapa de franjas de interferência. Informações são extraídas da imagem destes cinco pontos para obter um sinal do deslocamento de fase efetivamente aplicado na imagem. A Figura 5.8 mostra uma imagem com cinco sensores virtuais de dimensões 11x11 pixels cada um.

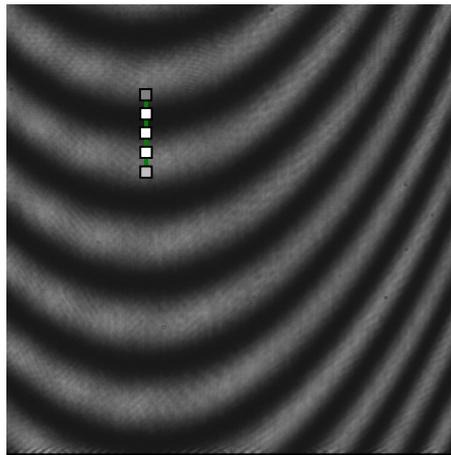


Figura 5.8 Sensores virtuais distribuídos em uma imagem de interferência

Um valor médio de intensidade é obtido para cada um dos cinco “sensores virtuais”. Essas informações são combinadas e um valor de fase é calculado para esta franja pelo algoritmo de Hariharan [37]. Este valor de fase é comparado ao valor do deslocamento de fase desejado. Enquanto esta diferença for, em módulo, maior que uma certa tolerância o atuador piezelétrico é movimentado no sentido de minimizá-la. Quando esta diferença estiver dentro da tolerância estabelecida, a respectiva imagem é definitivamente adquirida. O processo é repetido para obter imagens com os demais deslocamentos de fase desejados.

Este algoritmo minimiza problemas provocados por instabilidades diversas, que podem deslocar lateralmente as franjas de interferência, e prejudicar a medição da fase associada a cada ponto da imagem.

O procedimento é o mesmo para o cálculo das imagens de fase sem “shearing” e com “shearing”. Um novo sensor deve ser re-posicionado na imagem a cada novo cálculo de fase, pois o “shearing” modifica as direções das franjas.

## **5.5 Experimentos realizados**

Seis experimentos controlados foram realizados no âmbito deste trabalho para verificar a validade de alguns dos conceitos aqui apresentados. Estes experimentos estimam a qualidade da onda reconstruída através de um holograma digital complexo obtido a partir do método proposto neste trabalho,

e mostram algumas dificuldades práticas que devem ser contornadas.

### 5.5.1 Reconstrução de uma onda esférica

Uma onda esférica foi gerada com um filtro espacial, colocado a cerca de 1 m do interferômetro, como mostra a Figura 5.9.

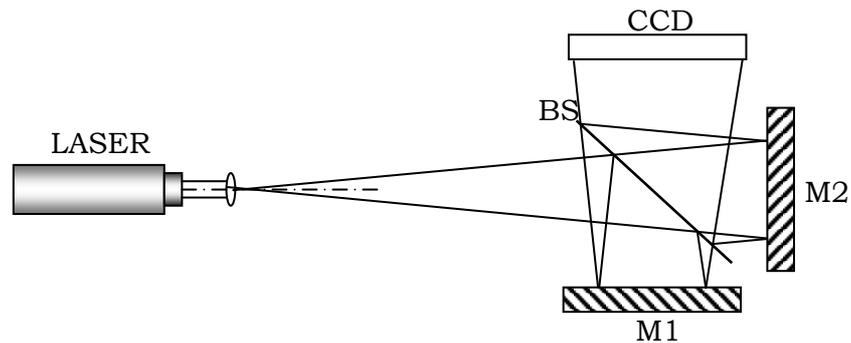


Figura 5.9 Onda esférica gerada a partir de um filtro espacial

Quinze imagens foram adquiridas de acordo com o esquema mostrado na Figura 5.4. Os mapas de fase  $\Delta'\Phi_{(i,j)}$ ,  $\Delta'\Phi_{X(i,j)}$  e  $\Delta'\Phi_{Y(i,j)}$  foram calculados a partir do esquema mostrado na Figura 5.4. Os mapas das diferenças de fase entre pixels vizinhos  $\Delta\Phi_{X(i,j)}$  e  $\Delta\Phi_{Y(i,j)}$ , determinados a partir das Equações 3.14 e 3.15, são mostrados na Figura 5.10(a) e (b). A fase do holograma propagado com o algoritmo MMQ (com duas imagens) é mostrada na Figura 5.10(c) e finalmente na Figura 5.10(d) é mostrada a reconstrução da imagem do ponto que corresponde à fonte de luz da onda esférica.

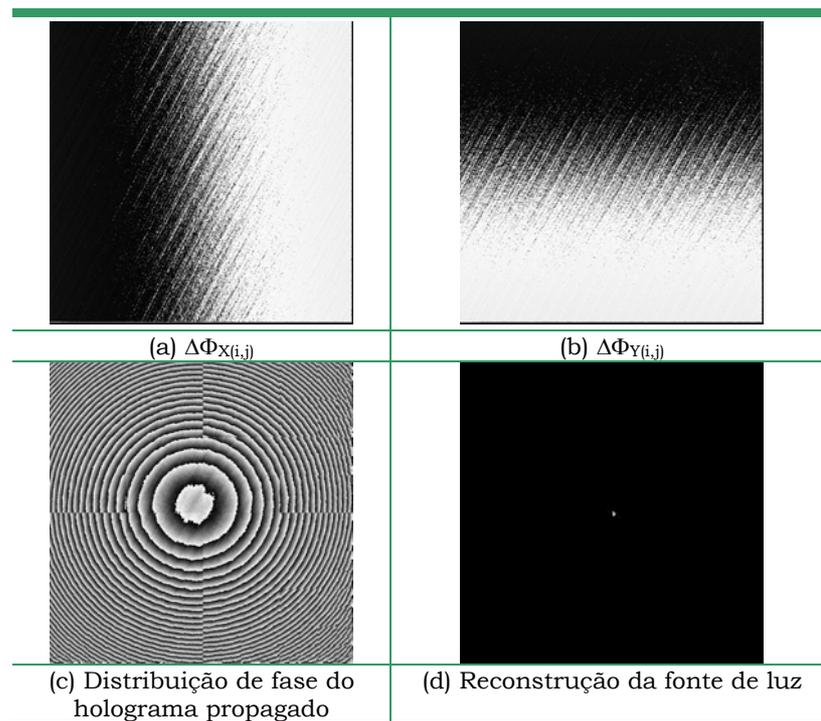


Figura 5.10 Componentes de fase determinadas experimentalmente e a reconstrução de um ponto luminoso

O experimento para a reconstrução da onda esférica foi realizado sob condições semelhantes àsquelas consideradas na simulação apresentada na Figura 3.6. Os mapas de diferenças laterais (Figura 5.10(a) e (b)) são semelhantes aos simulados e o número de franjas do holograma de fase da Figura 5.10 coincide com o número de franjas do holograma de fase simulado. Existem pequenas quebras nas franjas do holograma de fase provavelmente provocadas pela limitação da repetitividade do deslocamento dos piezelétricos utilizados para girar o espelho M2. Apesar destas pequenas quebras, o resultado é muito próximo do idealmente esperado.

### 5.5.2 Reconstrução de uma onda esférica deslocada

O experimento anterior foi repetido com uma onda esférica deslocada do eixo do interferômetro. Dois espelhos foram utilizados para desviar a onda esférica como mostra a Figura 5.11

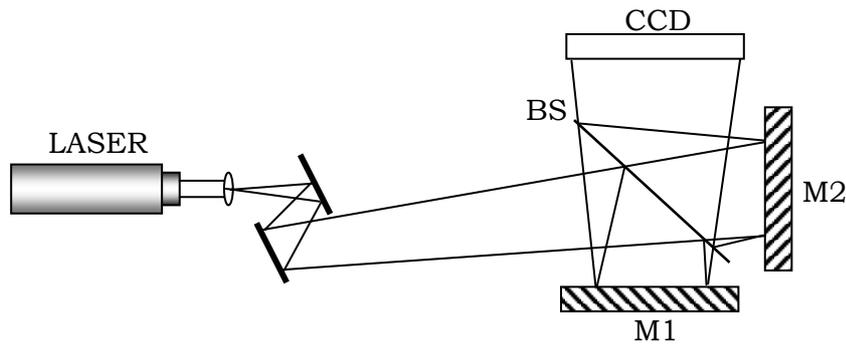


Figura 5.11 Reconstrução de uma onda esférica deslocada

Em função do ângulo mais acentuado, o holograma de fase da onda esférica deslocada possui franjas muito mais densas. A reconstrução do holograma digital complexo, como esperado, resulta no mesmo ponto que representa a fonte de luz, porém numa posição deslocada.

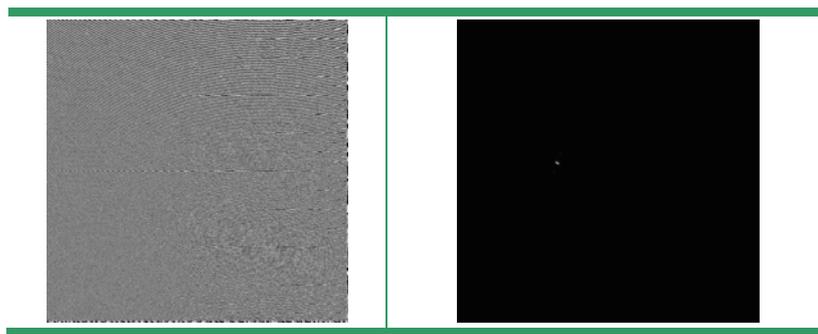


Figura 5.12 Distribuição de fase do holograma digital complexo e reconstrução de uma onda esférica deslocada

É interessante notar que o deslocamento da onda esférica em relação ao eixo central do interferômetro pode ser corrigido via software através da subtração do valor médio dos mapas de diferenças de fase laterais  $\Delta\Phi_{X(i,j)}$  e  $\Delta\Phi_{Y(i,j)}$ . Este valor, conhecido como “nível médio”, corrige o ângulo médio entre os eixos de propagação da onda esférica e os eixos do interferômetro, como mostra a Figura 5.13.

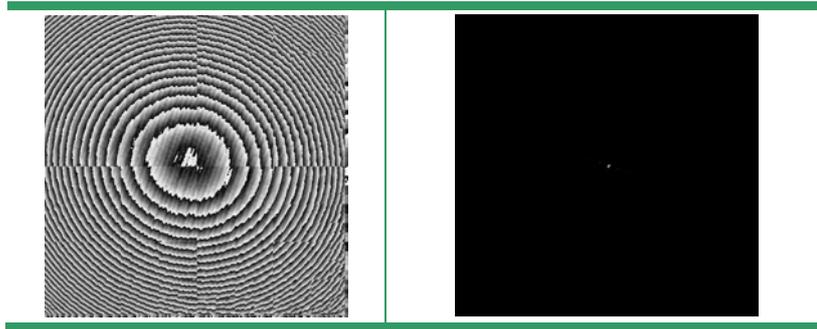


Figura 5.13 Distribuição de fase do holograma digital complexo e reconstrução de uma onda esférica deslocada com eixos corrigidos

### 5.5.3 Reconstrução da onda originada por dois pontos luminosos

Um terceiro experimento foi realizado com dois pontos luminosos. Em frente ao filtro espacial um espelho foi acrescentado para desviar a onda esférica para outros dois espelhos E1 e E2, distanciados 50 mm, como mostra a Figura 5.14. A onda refletida por estes dois espelhos é direcionada ao interferômetro.

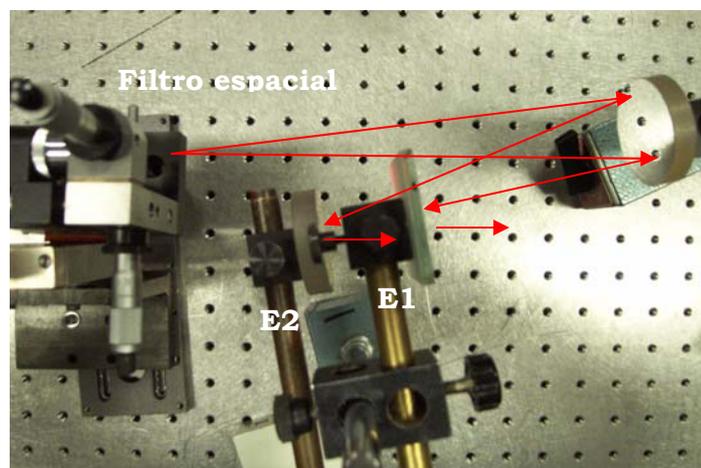


Figura 5.14 Geração de dois pontos luminosos

A Figura 5.15(a) mostra o mapa de amplitudes das duas ondas esféricas e a Figura 5.15(b) mostra a ampliação de uma pequena região deste mapa.

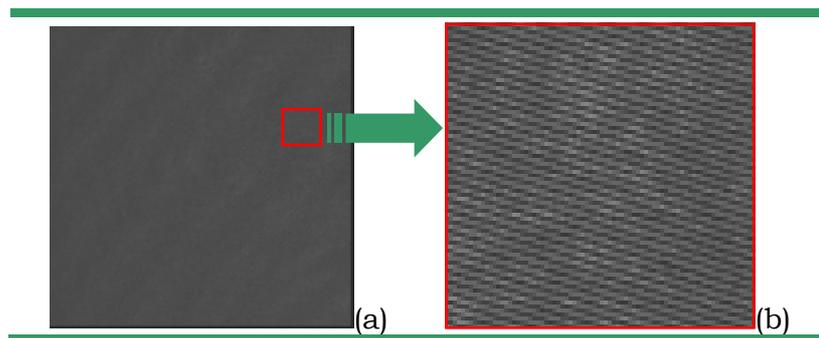


Figura 5.15 (a) Imagem com a distribuição de amplitude da interferência de duas ondas esféricas, (b) Região ampliada da imagem

Observe que a interferência das duas ondas esféricas gera franjas paralelas muito densas que quase não podem ser observadas sem a ampliação da imagem.

A Figura 5.16 mostra o mapa de distribuição de fase.

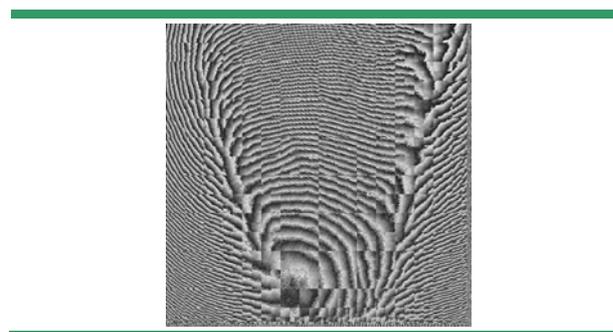


Figura 5.16 Holograma de fase de duas ondas esféricas

A Figura 5.17 mostra a reconstrução das ondas a uma distância de 1200 mm e 1300 mm respectivamente.

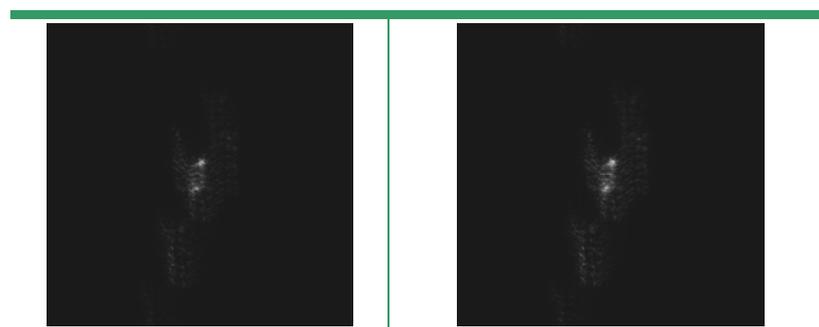


Figura 5.17 Reconstrução de dois pontos luminosos

Existe uma sutil diferença no foco entre as duas reconstruções. A primeira imagem, reconstruída a uma distância menor, está focalizada no ponto superior, o qual foi refletido pelo espelho E1. A segunda imagem foi

reconstruída a 1300 mm do CCD de modo a focalizar o ponto inferior, aquele refletido pelo espelho E2.

As reconstruções ainda possuem distorções causadas provavelmente pela limitação dos piezelétricos em repetir os deslocamentos de fase durante a aquisição das imagens e a histerese presente nos piezelétricos responsáveis pelo shearing. Além disso, neste caso os pontos luminosos foram gerados a partir da reflexão de três espelhos simples que possuem distorções e defeitos, ao contrário do experimento mostrado na Seção 5.5.1, onde o ponto luminoso foi gerado a partir de um filtro espacial.

#### **5.5.4 Reconstrução de uma linha luminosa**

Um plano de luz foi gerado com a ajuda de uma lente cilíndrica colocada em frente ao feixe de LASER. Este plano de luz foi focalizado sobre uma superfície branca produzindo uma linha luminosa como mostra a Figura 5.18.



Figura 5.18 Linha luminosa gerada com um plano de luz

A Figura 5.19(a) mostra a reconstrução desta linha luminosa.

A lente cilíndrica foi girada em  $90^\circ$  e uma linha horizontal foi gerada. A Figura 5.19(b) mostra o resultado da reconstrução desta linha luminosa horizontal.

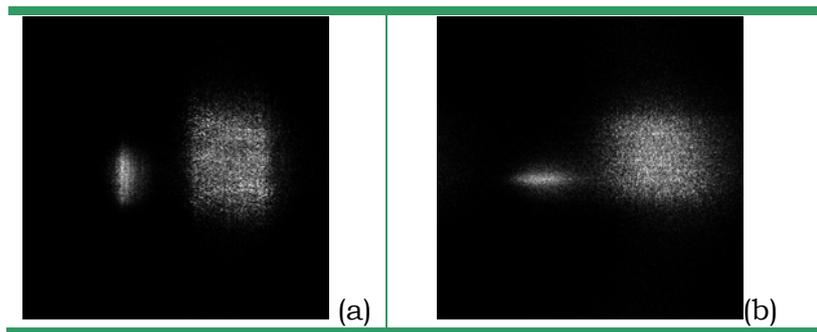


Figura 5.19 (a) Reconstrução de uma linha luminosa vertical (b) reconstrução de uma linha luminosa horizontal

O quadrado brilhante presente à direita das duas imagens pode ter sido causado pela existência de uma rampa de fase residual nas imagens de diferenças laterais. Este plano é normalmente eliminado com a subtração das rampas de fase nas imagens de diferenças laterais, porém quando imagens com dimensões maiores são envolvidas, é possível que este efeito não seja totalmente eliminado.

Ao subtrair o nível médio das imagens de diferenças laterais, estão sendo alinhados os eixos de propagação da onda e do interferômetro, e com isso levando as duas figuras ao centro da imagem. Observe que na Figura 5.20 parte do quadrado luminoso foi eliminado ao subtrair o nível médio das imagens de diferenças laterais, mas uma discreta sombra permanece no centro da imagem reconstruída.

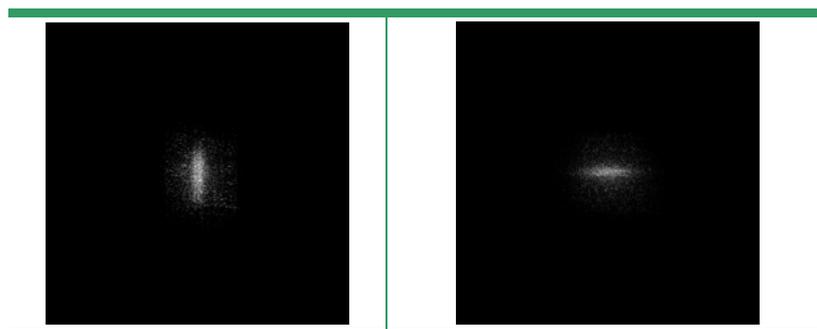


Figura 5.20 Reconstrução das linhas luminosas sem nível médio

Apesar da imagem ainda ter problemas de nitidez e o nível médio ainda não ter sido totalmente eliminado, a forma da imagem reconstruída é coerente com a forma luminosa original.

### 5.5.5 Reconstrução de uma onda esférica sem isolamento

No início deste trabalho foi comentado que o uso de uma referência implícita diminui os efeitos causados por vibrações externas, pois as perturbações agem de forma muito similar nas duas ondas que interferem, mantendo praticamente invariáveis as figuras de interferência.

Para validar esta afirmação o feixe de LASER foi direcionado a uma superfície localizada fora da mesa com isolamento pneumático. Uma lente colimadora foi utilizada para focalizar um ponto de luz sobre a superfície que reflete a onda na direção do interferômetro. A superfície foi montada sobre um tripé através de um eixo como mostra a Figura 5.21. Este tripé está posicionado ao lado da mesa e não possui qualquer isolamento contra vibrações.



Figura 5.21 Ponto de luz refletido por uma superfície sem isolamento contra vibrações

Como nos outros casos, 15 imagens foram adquiridas e os mapas de diferenças de fase laterais foram calculados. O holograma de fase resultante é mostrado na Figura 5.22(a). A Figura 5.22(b) mostra o holograma de fase resultante do mesmo experimento, porém com o LASER incidindo sobre uma superfície isolada, disposta sobre a mesa com isolamento pneumático.

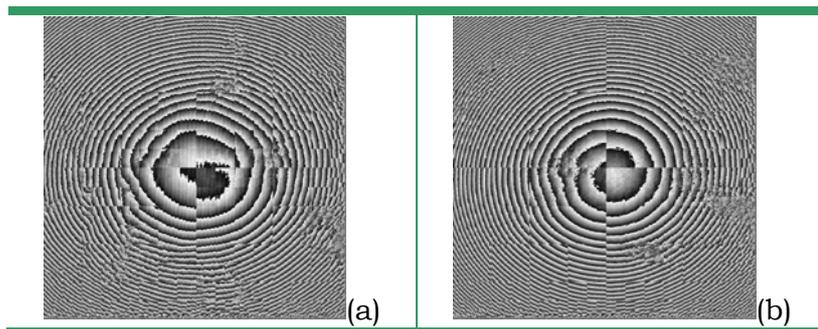


Figura 5.22 Hologramas de fase: (a) superfície não isolada (b) superfície isolada

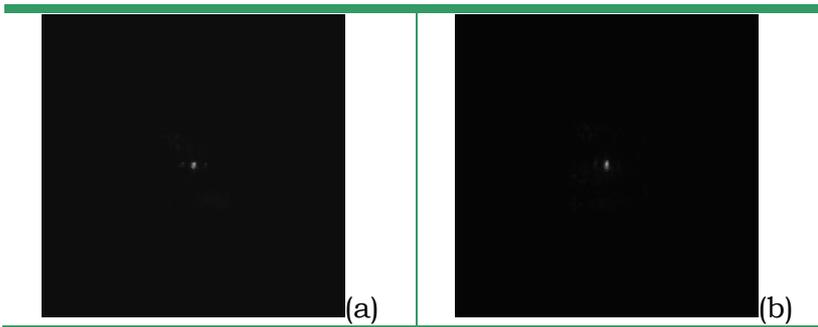


Figura 5.23 Reconstrução de um ponto luminoso: (a) refletido por uma superfície não isolada (b) refletido por uma superfície isolada

Nos dois casos os mapas de distribuição de fase ainda apresentam algumas irregularidades. Estas irregularidades decorrem provavelmente devido à rugosidade da superfície da peça e do tamanho finito do ponto luminoso que, ao contrário daquele gerado com um filtro espacial, possui mais do que alguns micrometros de diâmetro.

O importante, neste caso, é que os resultados de ambas medições foram muito semelhantes, ou seja, não é possível detectar nenhuma piora ou melhora do resultado quando a superfície medida deixa de estar isolada de vibrações. Esta verificação permite dizer que o método é altamente promissor para realização de medidas holográficas em campo.

## Capítulo 6

# Conclusões e considerações finais

No âmbito deste trabalho foi desenvolvida uma nova forma de gravar e reconstruir um holograma digital complexo utilizando um interferômetro “shearing”. Como nenhuma onda de referência explícita é necessária, e os caminhos óticos do interferômetro são quase iguais, a configuração é potencialmente robusta a ponto de permitir a sua utilização fora do ambiente de laboratório.

Os conceitos básicos da nova configuração foram apresentados e o modelo matemático foi desenvolvido. Simulações numéricas foram utilizadas para verificar algumas propriedades das várias etapas de obtenção do holograma digital complexo.

A validade dos princípios desenvolvidos neste trabalho foi confirmada através de experimentos controlados.

No conjunto, as avaliações efetuadas ao longo do trabalho permitiram a extração de algumas conclusões:

(a) Quanto aos princípios:

- A viabilidade de obter um holograma digital complexo com referência implícita usando um interferômetro tipo shearing foi demonstrada pela primeira vez.
- A potencialidade para medir em ambientes instáveis e expostos a perturbações diversas é um ponto positivo da metodologia

desenvolvida, que pode servir de base para o desenvolvimento de uma nova geração de medidores portáteis.

- Embora seja possível medir em ambientes com algum grau de instabilidade, apenas medições estáticas podem ser efetuadas.
- O método desenvolvido envolve uma certa complexidade e elevado esforço computacional quando comparado com outras técnicas. Este aspecto limitante tende a se atenuar com a rápida evolução dos sistemas computacionais.

(b) Quanto aos aspectos experimentais:

- A estabilidade dos atuadores piezelétricos mostrou ser um fator de grande influência na repetitividade das medidas e na qualidade do holograma digital obtido. Uma grande melhoria no desempenho do sistema foi obtida quando a montagem especial foi modificada para melhorar a estabilidade da movimentação do atuador piezelétrico responsável pelo deslocamento de fase.
- O deslocamento necessário para promover o “shearing” de um valor equivalente a um pixel do CCD é cerca de três vezes maior que o deslocamento referente a uma variação de  $360^\circ$  em fase. Embora este deslocamento não seja tão crítico quanto o do deslocamento de fase, ainda é um fator crítico que merece uma grande atenção no projeto e operacionalização da bancada óptica.
- O uso de uma onda colimada para corrigir as imperfeições dos componentes ópticos, desalinhamentos e determinar as rampas que compensam as variações de fase devido às rotações do espelho M2 se mostrou uma estratégia adequada, mas exige dois cuidados adicionais: (1) a qualidade da colimação tem que ser muito boa, pois, caso contrário, erros e distorções estariam presentes no holograma complexo, (2) o alinhamento relativo entre a onda colimada e os eixos do interferômetro deve ser garantido. Este último efeito não é tão crítico, pois pode ser compensado removendo o nível médio de cada um dos mapas das diferenças laterais de fase.
- O alinhamento entre os espelhos M1 e M2 (Figura 5.1) não é uma

tarefa muito difícil e pode ser feita visualmente observando as franjas de interferência resultantes. Pequenas incorreções no alinhamento entre estes espelhos são absorvidas pelo sistema como imperfeições e estarão automaticamente incluídas nas rampas de fase.

- Um cuidado adicional deve ser tomado para fazer com que os eixos X e Y do CCD coincidam com as direções X e Y segundo as quais o “shearing” é aplicado.
- A distância entre o interferômetro e o CCD possui alguns efeitos sobre o desempenho do sistema. A qualidade do holograma complexo e da imagem reconstruída melhora quando essa distância cresce até um certo valor.

(c) Quanto ao software de aquisição e processamento das imagens:

- A aquisição das imagens com controle ativo de fase se mostrou uma ferramenta eficaz para corrigir a histerese e as instabilidades ambientais e do atuador piezelétrico utilizado no deslocamento de fase. O controle ativo de fase por software consome um tempo maior durante a aquisição, porém este fator é compensado pela melhor qualidade dos resultados.
- O algoritmo por minimização dos erros quadráticos provou ser o mais robusto para a propagação de fase. Ao contrário dos demais algoritmos, onde a propagação de fase inicia de um ponto ou região da imagem, este algoritmo envolve a participação de todas as regiões da imagem simultaneamente, o que resulta na minimização e melhor distribuição dos erros ao longo da imagem.
- As simulações mostram que tanto os efeitos provocados pelo desalinhamento do interferômetro, como aqueles provocados ao se arbitrar um valor inicial de fase ao algoritmo de propagação, não são relevantes.
- O grande volume de processamento computacional envolvido e a quantidade de memória necessária, embora expressivos, não são obstáculos para os modernos computadores pessoais, cujo desempenho evolui com grande velocidade. Hoje o tempo total

para aquisição das 15 imagens, considerando o software e hardware descritos no Capítulo 5, é de cerca de 1 minuto, e de aproximadamente 2 minutos para o processamento das imagens (cálculo e reconstrução do holograma digital complexo).

(d) Quanto aos resultados:

- O experimento para a reconstrução da onda esférica foi realizado sob condições semelhantes àquelas consideradas na simulação. O número de franjas do holograma de fase real coincidiu com o número de franjas do holograma de fase simulado. O experimento se mostrou compatível com o modelo teórico.
- A reconstrução de um ponto de luz deslocado mostrou que o desalinhamento da onda esférica, em relação ao eixo central do interferômetro, pode ser corrigido via software através da subtração do nível médio das imagens de diferenças laterais de fase.
- O experimento realizado com o plano de luz em duas diferentes direções verificou que é possível gravar e reconstruir imagens de artefatos não pontuais. Apesar da imagem reconstruída ainda apresentar problemas de nitidez, foi possível reconhecer claramente as linhas horizontal e vertical na imagem reconstruída.
- A reconstrução de um ponto luminoso refletido por uma superfície sem isolamento contra vibrações demonstrou a robustez da nova configuração holográfica e a sua grande potencialidade para realização de medidas holográficas em campo.

O método que foi descrito neste trabalho é uma proposta inédita, onde a principal motivação foi encontrar um caminho que leve a holografia digital para fora do ambiente de laboratório. Embora um grande passo tenha sido dado, o trabalho ainda não está completo. Dentro das limitações de tempo e de recursos disponíveis não foi possível aperfeiçoar a bancada experimental para melhorar a qualidade das imagens reconstruídas e, aplicá-la na medição de

objetos. Entretanto, resultados animadores foram obtidos e mostraram que um caminho correto foi trilhado.

O assunto não se esgota com a conclusão desta tese. Pelo contrário, apenas iniciou. Há muito trabalho a ser feito. Dentro deste universo, é possível apresentar algumas sugestões de aspectos que devem ser considerados em trabalhos futuros:

- Melhorar a estabilidade e repetitividade dos atuadores piezelétricos utilizados para movimentar os espelhos do interferômetro.
- Utilizar a câmera CCD em modo digital como forma de melhorar o ruído eletrônico das imagens.
- Trabalhos anteriores relacionados a holografia digital mostram que uma das limitações do método é provocada pelo ângulo entre os eixos de propagação da onda de referência e da onda do objeto. Acredita-se que estas limitações sejam menores com o método aqui desenvolvido, pois esta é somente dependente da abertura angular da onda do objeto. Uma investigação mais cuidadosa deve verificar as reais limitações desta configuração.
- O algoritmo desenvolvido no âmbito deste trabalho para a propagação de fase pode ser explorado em futuros trabalhos. Existe uma grande possibilidade deste algoritmo funcionar bem para remoção do salto de fase de imagens muito ruidosas.
- A compactação do interferômetro visando o desenvolvimento de uma unidade de medição portátil deve ser explorada como a base de uma possível nova família de sistemas ópticos de medição.

# Referências Bibliográficas

- [1] Th. Kreis. "Holographic Interferometry: Principles and Methods". Akademie-Verlag, Berlin, and VCH Publisher Inc., New York, 1996.
- [2] D. Gabor. "A New Microscope Principle". NATURE. Vol. 161, 777-778, 1948.
- [3] A. S. Kobayashi. "Handbook on Experimental Mechanics". Society for Experimental Mechanics Inc, Prentice-Hall Inc., 1989.
- [4] Th. Kreis, M. Adams, W. Jüptner. "Methods of Digital Holography: A Comparison". Conf. On Optical Inspection and Micromeas. II, Proc. SPIE Vol. 3098, 224-233, 1997.
- [5] Th. Kreis, W. Jüptner. "Principles of Digital Holography". Proc. of Fringe 97, 3<sup>rd</sup> Intern. Workshop on Automatic Processing of Fringe Patterns, 353-363, 1997.
- [6] A.A.Gonçalves Jr.. "Automatização da Medição de Deslocamentos pela Holografia Interferométrica". Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Mecânica. UFSC, 1984.
- [7] C. M. Vest. M. "Holographic Interferometry". John Wiley & Sons, Inc., 1979.
- [8] D. P. Willemann. "Desenvolvimento de uma Roseta Óptica para Medições de Tensões e Deformações utilizando Holografia Eletrônica".

Dissertação de Mestrado. Pós-graduação em Metrologia Científica e Industrial. UFSC, 2002.

- [9] G. Cloud. "Optical Methods of Engineering Analysis". Cambridge University Press. EUA, 1998.
- [10] C. A. Sciamarella e J. Gilbert. "Holographic Moiré Technique to Obtain Separated Patterns for Components of Displacements". *Experimental Mechanics*, 215-220, Junho, 1976.
- [11] J. Boettger. "Desenvolvimento de um Sistema Portátil para Medição de Tensões Residuais em Campo Utilizando a Holografia Eletrônica e o Método do Furo". Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Mecânica. UFSC, 1998.
- [12] Th. Kreis, W. Jüptner and J. Geldmacher. "Principles of Digital Holographic Interferometry". *Laser Interferometry IX: Techniques and Analysis, Proc. SPIE. Vol. 3478*, 45-54, 1998.
- [13] S. Seebacher, W. Osten and W. Jüptner. "Measuring Shape and Deformation of Small Objects using Digital Holography". *Laser Interferometry IX: Techniques and Analysis, Proc. SPIE, Vol. 3479*, 104-115, 1998.
- [14] U. Schnars. "Direct Phase Determination in Hologram Interferometry with use of Digitally Recorded Holograms". *J. Opt. Soc. Amer. A*, 11, 2011-2015, 1994.
- [15] U. Schnars e W. Jüptner. "Direct Recording of Holograms by CCD Target and Numerical Reconstruction". *Applied Optics. Vol. 33, No 2*, 179-181, 1994.
- [16] E. Carcolé, J. Campos and S. Bosch. "Diffraction Theory of Fresnel Lenses Encoded in Low-Resolution Devices". *Applied Optics, Vol. 33, No 2*, 162-174, 1994.

- [17] M. Jacquot, P. Sandoz, G. Tribillon. "High Resolution Digital Holography". *Optic Communication*, Vol. 190, 87-94, 2001.
- [18] P. Tipler. "Ótica e Física Moderna – Vol. 4". 3º edição, Ed. LTC, Rio de Janeiro, 1995.
- [19] J. W. Goodman. "Introduction to Fourier Optics". McGraw-Hill Companies, Inc., New York, 2<sup>nd</sup> Edit., 1996.
- [20] S. Lai, M. A. Neifeld. "Digital Wave Front Reconstruction and its application to image encryption". *Optics Communication*, Vol. 178, 283-289, 2000.
- [21] E. Hacht, A. Zajac. "OPTICS". Addison-Wesley Publishing Company. EUA, 1974.
- [22] K. Ogata. "Engenharia de Controle Moderno". Ed. LTC, 3º edição, 1998.
- [23] U. Schnars, Th. M. Kreis, W. P. Jüptner. "Digital Recording and Numerical Reconstruction of Holograms Reduction of the Spatial Frequency Spectrum". *Opt. Eng.*, 35(4), 977-982, 1996.
- [24] Th. Kreis e W. Jüptner. "Supression of dc Term in Digital Holography". *Opt. Eng.*, 36, 2357-2360, 1997.
- [25] G. Pedrini, et al. "In-Line Digital Holographic Interferometry". *Applied Optics*, Vol. 37, No 26, 6262-6269, 1998.
- [26] Th. Kreis e W. Jüptner. "Fourier-Transform evaluation of interference patterns: demodulation and sign ambiguity", in *Laser Interferometry IV: Computer Aided Interferometry*, R. J. Pryputniewicz, ed., Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. 1553, 263-273, 1991.
- [27] B. Nilsson e T. Carlsson. "Simultaneous Measurement of Shape and Deformation using Digital Light-in-Flight Recording by Holography". *Opt. Eng.* Vol. 39(1), 244-253, 2000.

- [28] S. De Nicola, P. Ferraro, A. Finizio, G. Pierattini. "Wave front reconstruction of Fresnel off-axis holograms with compensation of aberrations by means of phase shifting digital holography". *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 37, 331-340, 2001.
- [29] D.W. Robinson. "Phase Unwrapping Methods". *Interferogram*, Cap. 6, Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 1993.
- [30] I. Yamaguchi, S. Ohta, J. Kato. "Surface Contouring by phase-shifting digital holography". *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 36, 417-428, 2000.
- [31] S. P. Waldner. "Quantitative Strain Analysis with Image Shearing Speckle Pattern Interferometry". Doctor Thesis - Swiss Federal Institute of Technology Zurich. Swiss, 2000.
- [32] A. A. Gonçalves Jr., A. V. Fantin. "Digital complex holography using a shearing interferometer: principles and early results". *Interferometry: Principles and Analysis*. SPIE's, Vol. 4777. Seattle, July, 2002.
- [33] K. Creath. "Temporal Phase Measurement Methods". *Interferogram*, Cap. 4, Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 1993.
- [34] A. A. Gonçalves Jr., "A Robust Phase-Unwrapping Algorithm for Discrete Meshes". 1999 SEM Annual Conference, pp. 343-346, June 7-9, 1999. Cincinnati, Ohio, USA.
- [35] D. C. Montgomery. "Design and Analysis of Experiments". John Wiley and Sons, EUA, 4<sup>th</sup> edition, 1997.
- [36] B. Siler e J. Spotts. "Usando Especial Visual Basic 6". Tradução Vandenberg Dantas de Souza – Rio de Janeiro. Ed. Campus, 1999.
- [37] W. H. Press, et al. "Numerical recipes in C". Cambridge University Press, 1995.

- [38] A. A. Gonçalves Jr, F. Hrebabetzky, C. L. Veiga. "Camera-Based Active Phase Stabilization for Electronic Holography". International Symposium on Laser Metrology for Precision Measurement and Inspection in Industry, LASER METROLOGY 1999. , v.1. p.4.58 - 4.64, 1999, Florianópolis-SC.
- [39] M. Alonso, E. Finn. "Física, um Curso Universitário". Vol II - Campos e Ondas. Ed. Edgard Blücher LTDA, 1972.

# Apêndice A

## Difração

A difração é um fenômeno característico do movimento ondulatório que é observável quando uma onda é deformada por um obstáculo que tem dimensões comparáveis ao comprimento de onda da mesma [21][39].

### A.1 Difração de Fresnel e Fraunhofer

O modelo matemático da difração de Fraunhofer [19], supõe que os raios incidentes são paralelos e que a figura de difração é observada a uma distância suficientemente grande, de forma que os raios que chegam ao anteparo são efetivamente paralelos. O modelo de difração de Fresnel [19] ocorre quando ou a fonte pontual das ondas incidentes ou, o ponto de observação dos quais são vistas, ou ambos estão a uma distância finita do obstáculo. Os cálculos matemáticos para a difração de Fresnel são muito mais complicados do que os cálculos na difração de Fraunhofer, mas as idéias físicas permanecem as mesmas.

Para uma fenda retangular, à medida que o anteparo é afastado da fenda a figura de difração muda gradualmente de uma figura de Fresnel para uma figura de Fraunhofer, como indica a Figura A.1.

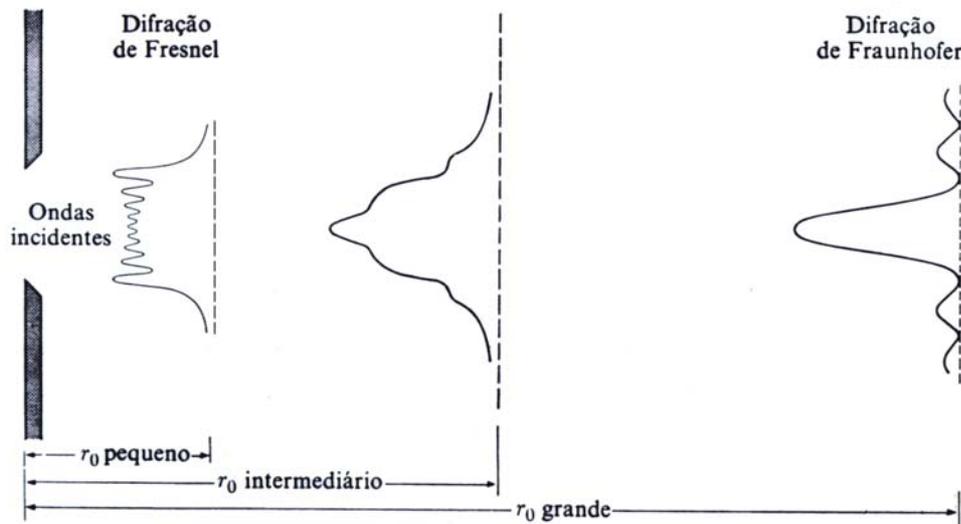


Figura A.1 Variação na figura de difração com a variação da distância do ponto à abertura [4].

## A.2 Formulação de Huygens-Fresnel para a Difração

Em 1860, Maxwell identificou a luz como uma onda eletromagnética, um passo que seria de enorme importância para formulação da teoria da difração. Em 1882, fazendo uso das equações de Maxwell e da teoria escalar [19], Gustav Kirchhoff desenvolveu uma sólida formulação matemática das idéias de Huygens e Fresnel sobre a distribuição da luz em um padrão de difração .

Considere a configuração mostrada na figura a seguir onde a luz incide pelo lado esquerdo da tela e deseja-se calcular o campo de luz no ponto  $P_0$ , atrás da tela.

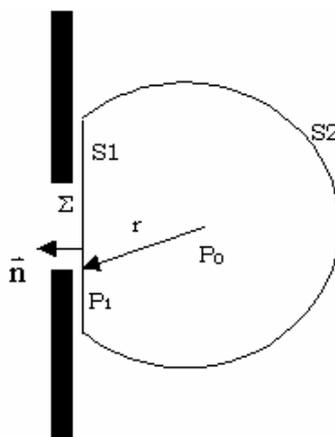


Figura A.2 Difração de Kirchhoff em uma tela plana com abertura [19]

O campo de luz, imediatamente atrás da tela, é calculado pela formulação de Kirchhoff [19]:

$$U_{(P_0)} = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_1} \left( \frac{\partial U}{\partial n} G - \frac{\partial G}{\partial n} U \right) dS \quad (\text{A.1})$$

onde :

U: função da onda incidente

G: função de Green

$\vec{n}$  : vetor normal à superfície do plano

Baseado nesta formulação matemática, Kirchhoff desenvolveu duas hipóteses sobre o efeito no campo de incidência da luz causado por um obstáculo colocado no caminho de sua propagação. As hipóteses, também conhecidas como condições de contorno de Kirchhoff [19], são:

- Através da abertura  $\Sigma$ , os valores do campo U, assim como as derivadas  $\frac{\partial U}{\partial n}$  seriam exatamente os mesmos na ausência da tela.
- A região de S1 que encontra-se na sombra da tela, o campo U e as suas derivadas  $\frac{\partial U}{\partial n}$  são nulas.

A partir destas hipóteses o resultado da equação anterior reduz-se a:

$$U_{(P_0)} = \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \left( \frac{\partial U}{\partial n} G - \frac{\partial G}{\partial n} U \right) dS \quad (\text{A.2})$$

Apesar destas hipóteses simplificarem o resultado, mais tarde foram provadas ser de natureza inconsistente por Poincaré, em 1892 e, Sommerfeld em 1894. A presença da tela inevitavelmente perturba o comportamento do campo de distribuição da luz. Porém, se as dimensões da abertura são grandes comparadas ao comprimento de onda da fonte de luz, as condições de contorno podem ser consideradas verdadeiras e, a formulação de Kirchhoff pode ser utilizada para gerar resultados muito próximos dos encontrados experimentalmente.

Como consequência destes fatos, a teoria de Kirchhoff foi considerada como uma primeira aproximação, sendo mais tarde modificada por Sommerfeld, que eliminou uma das hipóteses mencionadas, e fez uso da teoria

das funções de Green [19][39] para determinação da amplitude da luz no padrão de difração. A formulação encontrada por Sommerfeld foi chamada primeira solução de Rayleigh-Sommerfeld, sendo também conhecida como Princípio de Huygens-Fresnel e, é definida matematicamente como [21]:

$$U_{(P_0)} = \frac{1}{i\lambda} \iint_{\Sigma} \frac{U_{(P_1)} \exp(ik\rho)}{\rho} \cos\theta dS \quad (\text{A.3})$$

onde,

$\lambda$ : comprimento de onda.

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ : número de onda.

$\rho$ : distância entre  $P_0$  e  $P_1$ .

$\theta$ : ângulo entre o vetor normal à superfície e  $\rho$ .

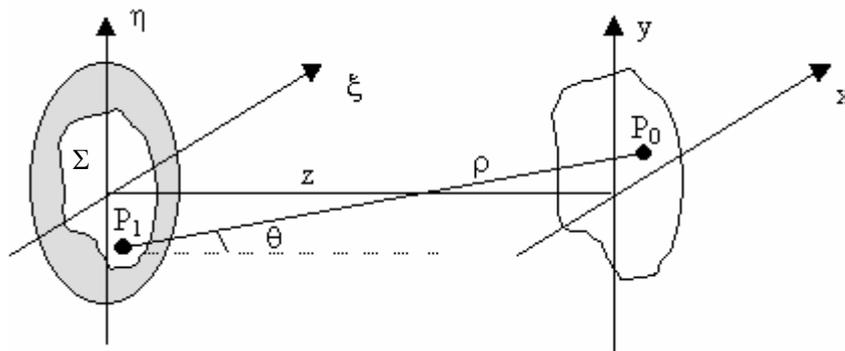


Figura A.3 Geometria de Difração [19]

A integral na Equação A.3 expressa o campo difratado  $U_{(P_0)}$  como uma superposição das ondas esféricas divergentes  $\exp(ik\rho)/\rho$  originárias das fontes localizadas em cada um dos pontos  $P_1$  da abertura  $\Sigma$ . O comportamento da luz em  $\Sigma$  pode ser imaginado como uma série de fontes pontuais que possuem as seguintes propriedades [19]:

- Possuem amplitude complexa proporcional à amplitude da onda incidente. Esta propriedade é consequência do fato da propagação da luz ser um fenômeno linear.
- Possuem amplitude inversamente proporcional a  $\lambda$ .
- Possui uma defasagem de  $\pi/2$  em relação à onda incidente. Esta defasagem está representada na equação pelo fator complexo  $1/i$ .

- Cada fonte pontual gera um padrão de intensidade diretamente relacionado com a direção de propagação da onda. Esta direção é representada na equação pelo fator  $\cos(\theta)$ .