UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DETERMINAÇÃO DE CURVAS LIMITE DE CONFORMAÇÃO POR PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO PROCESSO DE ESTAMPAGEM

Dissertação submetida à

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

para obtenção do grau de

MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

MAURICIO CENTENO LOBÃO

Florianópolis, março de 2003

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DETERMINAÇÃO DE CURVAS LIMITE DE CONFORMAÇÃO POR PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO PROCESSO DE ESTAMPAGEM

MAURICIO CENTENO LOBÃO

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de

MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA

sendo aprovada em sua forma final.

Eduardo Alberto Fancello - Orientador

Carlos Augusto Silva de Oliveira – Co-Orientador

Prof. José A. Bellini da Cunha Neto - Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA

Edison da Rosa – Presidente

Paulo de Tarso R. Mendonça

Pedro Amedeo Nannetti Bernardini

"A vida é a arte de se encontrar" Vinícius de Moraes.

Aos meus pais, Paulo Roberto de Castro Lobão e Maria Aparecida Centeno Lobão. A minha bisavó e avó Lisellote Fleischfresser Centeno e Orieta de Castro Lobão. A minha noiva Sheila Miyuki Nakashima. As minhas irmãs Ana Paula Centeno Lobão, Cristiane Centeno Lobão e Marcia Centeno Lobão. Pelo amor, carinho e compreensão dado em toda minha vida.

AGRADECIMENTOS

Ao orientador e co-orientador professores Eduardo Alberto Fancello e Carlos Augusto de Oliveira pela excelente dedicação, amizade e orientação dadas durante a realização do mestrado. A Capes e a Posmec pelo apoio e confiança fornecidos para a realização deste trabalho.

Aos laboratórios Grante, LabConf, Labmetro, Usicon, Lmpt, Labcet, Labsolda, Labmat, da Universidade Federal de Santa Catarina, o LdTM da Universidade Federal do Rio Grande do Sul e ao Laboratório de Materiais da PUC-PR que contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores Paulo de Tarso, Edison da Rosa, Marcelo, Lauro, José Carlos, Karin, Lírio e Nixon pelo apoio e orientação dados durante o desenvolvimento deste trabalho.

Aos amigos Breno, Bruno, Rodrigo, Sideto e Pablo pelo incentivo, amizade e diversão nestes anos de convívio.

Ao amigo Sutério e toda sua família pelo apoio, amizade e diversão.

Aos colegas de convívio diário Márcio Silveira, Rodrigo, Jean, Cláudio, Oscar, Wagner, Camila, Luciano, Kleber, Diego, Thiago, André, Márcio, Sônia, Stefan e Daniel

Ao pessoal do futebol pelos momentos de distração Batata, Guto, Márcio, Eduardo, Daniel (Balde), Rafael (Baldinho), Marcos, Nildo, Sergio, Dudu, Deocleci, Mori.

A Sr. Vitor e Dona Olga pela moradia e pelo apoio dados durante estes todos estes anos.

Aos colegas João, Rafael, Juliano, Ricardo e Bassani pela amizade, distração e oportunidade de participar da competição de Aerodesign.

Enfim, a todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABELAS	vi
SIMBOLOGIA	vii
RESUMO	xi
ABSTRACT	xii
1 – INTRODUÇÃO	1
2 – OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES	4
3 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
3.1 – Aços para estampagem	6
3.2 – Estados de tensão e deformação no processo de estampagem	9
3.3 – Propriedades importantes na estampagem	10
3.3.1 – Anisotropia plástica	10
3.3.2 – Coeficiente de encruamento <i>n</i>	13
3.4 – Correlações entre microestrutura e estampabilidade	14
3.4.1 – Tamanho de grão	15
3.4.2 – Morfologia dos grãos ferríticos	16
3.4.3 – Textura cristalográfica	16
3.5 – Ensaios para avaliar a estampabilidade de chapas metálicas	17
3.5.1 – Ensaios de tração e anisotropia	17
3.5.2 – Ensaios de dureza	17
3.5.3 – Medida da rugosidade do material	17
3.5.4 – Ensaios simulativos	
3.6 – Curva limite de conformação	22
3.6.1 – Método de impressão dos círculos	24
3.6.2 – As grades	25
3.6.3 – Formas de medição da grade	25
3.6.4 – Critérios para determinação da falha	26
3.6.5 – Parâmetros que influenciam a CLC	27
3.7 – Elementos da mecânica do contínuo	
3.7.1 - Conceitos de cinemática dos meios contínuos	29

3.7.1.1 - Medidas de deformação	30
3.7.1.2 - Taxa de deformação	34
3.7.2 – Conservação da massa	34
3.7.3 – Conservação do momento. Equação de equilíbrio	35
3.7.4 – Primeiro e segundo princípio da termodinâmica. Lei constitutiva	39
3.7.5 – Princípio dos trabalhos virtuais. Forma fraca	41
3.8 – Método dos elementos finitos (MEF)	42
3.8.1 – Interpolação por elementos finitos	43
3.9 – Procedimentos de elementos finitos incrementais	44
3.9.1 – Função constitutiva incremental	44
3.9.2 – Problema de valor de contorno incremental	45
3.9.3 – Discretização da equação de equilíbrio por elementos finitos	45
3.9.4 – Método de Newton-Raphson. Linearização.	46
3.10 – Modelos hiperelásticos-plásticos	47
3.11 – Modelos hipoelásticos-plásticos	49
3.12 – Critérios clássicos de escoamentos	50
3.12.1 – Critério de escoamento de von Mises	50
3.12.2 – Critério de escoamento de Hill	52
3.13 – Lei de encruamento	54
3.14 – Condições de contato e atrito	55
4 – METODOLOGIA EXPERIMENTAL E NUMÉRICA	59
5 – PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICOS	62
5.1 – Análise metalográfica	62
5.2 – Ensaios de tração e anisotropia	62
5.3 – Determinação da força na chapa em função do torque aplicado no parafuso	64
5.4 – Ensaio simulativo Nakazima	65
5.4.1 – Marcação da grade	67
5.4.2 – Conformação das chapas	68
5.4.3 – Medição e cálculo das deformações	68
5.4.4 – Obtenção da curva limite de conformação (CLC)	70
5.5 – Simulação numérica	71
5.5.1 – Modelamento e geração da malha	71
5.5.2 – Condições de contorno	71

5.5.3 – Definição das propriedades geométricas e mecânicas dos materiais73
5.5.4 – Condições de contato e atrito73
5.5.5 – Condições de carregamento73
5.5.6 – Formulações
6 – RESULTADOS E DISCUSSÕES75
6.1 – Análise metalográfica
6.2 – Ensaios de tração e anisotropia
6.3 – Determinação da força na chapa em função do torque aplicado no parafuso
6.4 – Ensaio simulativo Nakazima
6.5 – Simulação numérica do processo de estampagem
7 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS
7.1 – Conclusões
7.2 – Sugestões para trabalhos futuros
8 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS
9 – APÊNDICE 1 – FERRAMENTAL UTILIZADO NO ENSAIO NAKAZIMA

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Desenho esquemático dos equipamentos utilizados no processo de conformação1
Figura 1.2 – Principais variáveis no processo de conformação e suas inter relações2
Figura 3.1 – Estados de tensões e deformações em um copo
Figura 3.2 – Limite de escoamento para um material isotrónico $(r = 1)$ e para um material com
$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
anisotropia ($r > 1$)
Figura 3.3 – A deformação máxima na região crítica de uma peça conformada é mais
uniformemente distribuída para aços com coeficientes de encruamento mais altos.
Figura 3.4 – Variação do coeficiente de anisotropia em relação ao tamanho de grão para chapas
de aço baixo-carbono15
Figura 3.5 – Ferramental do ensaio Erichsen
Figura 3.6 – Ferramental do ensaio Swift
Figura 3.7 – Ferramental do ensaio Fukui
Figura 3.8 – Ferramental do ensaio Jovignot
Figura 3.9 – Ferramental do ensaio Nakazima
Figura 3.10 – Ferramental do ensaio Marciniak
Figura 3.11 – Curva limite de conformação (diagrama de Keeler-Goodwin)23
Figura 3.12 - Curva limite de conformação para o aço 1008 acalmado ao alumínio e laminado a
frio. Diferença entre os pontos avaliados na estricção ou fratura e sem falha.
Influência da variação da lubrificação e da espessura na CLC27
Figura 3.13 – Influência do coeficiente de encruamento e da espessura na CLC
Figura 3.14 – Deformação de uma partícula
Figura 3.15 – Deformação de uma fibra <i>dX</i>
Figura 3.16 – Tensão nominal ou de engenharia (configuração de referência) e tensão de Cauchy
ou real (configuração atual). Problema unidimensional
Figura 3.17 – Forças de superfície nas configurações de referência $\overline{f_t}$ e atual f_t
Figura 3.18 – Definição das fronteiras de deslocamentos $\partial \Omega_u$, tração $\partial \Omega_t$ e contato $\partial \Omega_c$
Figura 3.19 – Aproximações numéricas. Redução do problema de valor de contorno inicial para
um conjunto de equações incrementais por elementos finitos

Figura 3.20 – Superfícies de Tresca e von Mises no espaço de tensões principais	51
Figura 3.21 – Eixos de anisotropia	52
Figura 3.22 – Representação dos modelos de encruamento	55
Figura 3.23 - Representação da superfície de encruamento dos modelos isotrópico	(a) e
cinemático (b) respectivamente	56
Figura 3.24 – Modelo de atrito de Coulomb	58
Figura 3.25 – Modelo de atrito de Coulomb modificado. ($f_n = 1, C = RVCNST$)	58
Figura 4.1 – Linha utilizada para a análise das desformações	61
Figura 5.1 – Dimensão dos corpos de prova utilizados no ensaio de tração (1) e anisotropia ((2), de
acordo com as normas ASTM E 8M-97 e ASTM E 517-96a respectivamente	63
Figura 5.2 – Extensômetros fixados no parafuso formando um ângulo de 180º entre si	65
Figura 5.3 – Ferramental utilizado no ensaio Nakazima	66
Figura 5.4 – Equipamentos utilizados na marcação da grade de quadrados	67
Figura 5.5 – Foto da região de falha com os 4 quadrados analisados da chapa de 195x215m	nm do
aço CD EM Bf ZnBR	68
Figura 5.6 - Desenho esquemático das medidas realizadas em um único quadrado impresso,	antes
e após a deformação do mesmo	69
Figura 5.7 - Condições de contorno aplicada nos modelos onde foram utilizados element	tos de
sólido de revolução, casca e sólido 3D respectivamente	72
Figura 5.8 – Formato original da chapa e formato utilizado na simulação devido à substituiç	ção do
"drawbead" por uma condição de contorno	72
Figura 6.1 – Micrografia do aço CD EEP na condição de como recebido (laminado a Ataque: Nital 2%	frio). 75
Figura 6.2 – Micrografia do aço BC G2 L na condição de como recebido (laminado a	frio).
Ataque: Nital 2%	76
Figura 6.3 – Micrografia do aço CD EM Bf ZnBR na condição de como recebido (lamin	ado a
frio). Ataque: Nital 2%	76
Figura 6.4 – Micrografia do aço CD EM Bf ZnBR na condição de como recebido (lamin	iado a
frio). Ataque: Nital 2%	77
Figura 6.5 - Curva tensão de engenharia x deformação de engenharia dos aços	78

Figura 6.6 –	Variação da deformação de engenharia em função do torque aplicado no parafu Ensaio 1	150. 80
Figura 6.7 –	 Variação da deformação de engenharia em função da força aplicada no parafu Ensaio 2. 	iso. 81
Figura 6.8 -	 Variação da deformação do parafuso durante o processo de estampagem sen utilização de molas prato 	n a .81
Figura 6.9 –	Variação das tensões para uma mesma variação de deformação, considerando d valores de rigidez distintos	lois 82
Figura 6.10 -	 Variação da deformação durante o processo de estampagem com e sem a utilizad de molas 	ção .82
Figura 6.11 -	- Pontos obtidos em chapas com diferentes larguras no aço CD EM Bf ZnBR	83
Figura 6.12	- CLC do aço CD EM Bf ZnBR de estampagem média determinada em todos	os
	pontos (com e sem falha) e em pontos sem falha. Ensaio 1	84
Figura 6.13	- CLC do aço CD EM Bf ZnBR de estampagem média determinada em todos	os
	pontos (com e sem falha) e em pontos sem falha. Ensaio 2	84
Figura 6.14	- CLC do aço CD EM Bf ZnBR de estampagem média determinada em todos	os
	pontos (com e sem falha) e em pontos sem falha. Ensaio 3	85
Figura 6.15 -	- Comparação entre as CLC`s do aço CD EM Bf ZnBR de estampagem média	86
Figura 6.16	- CLC do aço CD EEP de estampagem extra-profunda sem adição de lubrificar	nte.
	Ensaio 1	87
Figura 6.17	- CLC do aço CD EEP de estampagem extra-profunda com adição de lubrificar	nte.
	Ensaio 2	87
Figura 6.18	- Influência da adição de lubrificante nas CLC's do aço CD EEP de estampag	gem .88
Figura 6.19	extra-profunda	
	 – CLC do aço BC G2 L de estampagem extra-profunda peça crítica com fixado 	or e
	 extra-profunda – CLC do aço BC G2 L de estampagem extra-profunda peça crítica com fixado sem adição de lubrificante. Ensaio 1 	or e .89
Figura 6.20	 extra-profunda – CLC do aço BC G2 L de estampagem extra-profunda peça crítica com fixado sem adição de lubrificante. Ensaio 1 – CLC do aço BC G2 L de estampagem extra-profunda peça crítica com fixado 	or e .89 or e
Figura 6.20	 – CLC do aço BC G2 L de estampagem extra-profunda peça crítica com fixado sem adição de lubrificante. Ensaio 1 – CLC do aço BC G2 L de estampagem extra-profunda peça crítica com fixado sem adição de lubrificante. Ensaio 2 	or e .89 or e .89
Figura 6.20 Figura 6.21	 extra-profunda – CLC do aço BC G2 L de estampagem extra-profunda peça crítica com fixado sem adição de lubrificante. Ensaio 1 – CLC do aço BC G2 L de estampagem extra-profunda peça crítica com fixado sem adição de lubrificante. Ensaio 2 – CLC do aço BC G2 L de estampagem extra-profunda peça crítica com fixado sem adição de lubrificante. Ensaio 2 	or e .89 or e .89 or e
Figura 6.20 Figura 6.21	 extra-profunda CLC do aço BC G2 L de estampagem extra-profunda peça crítica com fixado sem adição de lubrificante. Ensaio 1 CLC do aço BC G2 L de estampagem extra-profunda peça crítica com fixado sem adição de lubrificante. Ensaio 2 CLC do aço BC G2 L de estampagem extra-profunda peça crítica com fixado sem adição de lubrificante. Ensaio 3 	or e .89 or e .89 or e .90
Figura 6.20 Figura 6.21 Figura 6.22	 - CLC do aço BC G2 L de estampagem extra-profunda peça crítica com fixado sem adição de lubrificante. Ensaio 1 - CLC do aço BC G2 L de estampagem extra-profunda peça crítica com fixado sem adição de lubrificante. Ensaio 2 - CLC do aço BC G2 L de estampagem extra-profunda peça crítica com fixado sem adição de lubrificante. Ensaio 3 - Influência do fixador nas CLC`s do aço BC G2 L de estampagem extra-profunda 	or e .89 or e .89 or e .90 nda

Figura 6.23 – Comparação da estampabilidade	dos aços de estampagem média, extra-profunda e
extra-profunda peça crítica	
Figura 6.24 – Deformações reais totais principa	is máximas na chapa, sendo esta representada por
elementos do tipo sólido de revolu	ução e sem atrito94
Figura 6.25 – Deformações reais totais principa	is máximas na chapa, sendo esta representada por
elementos do tipo casca e sem atr	ito94
Figura 6.26 – Deformações reais totais principa	is máximas na chapa, sendo esta representada por
elementos do tipo sólido 3D e sen	n atrito95
Figura 6.27 - Comparação entre as deformaçõ	es reais totais principais máximas ao longo da
chapa na direção de laminação ol	otidas com elementos do tipo sólido de revolução,
casca e sólido 3D. Sem atrito	
Figura 6.28 – Deformações reais totais principa	is máximas na chapa, sendo esta representada por
elementos do tipo sólido de revolu	ıção e com atrito96
Figura 6.29 – Deformações reais totais principa	is máximas na chapa, sendo esta representada por
elementos do tipo casca e com atr	ito97
Figura 6.30 – Deformações reais totais principa	is máximas na chapa, sendo esta representada por
elementos do tipo sólido 3D e cor	n atrito97
Figura 6.31 - Comparação entre as deformaç	ões reais totais principais máximas ao longo da
chapa na direção de laminação ol	otidas com elementos do tipo sólido de revolução,
casca e sólido 3D. Com atrito	
Figura 6.32 – Deformações reais totais principa	is máximas na chapa, sendo esta representada por
elementos do tipo sólido 3D e cor	n atrito de 0,499
Figura 6.33 - Comparação entre as deformaç	ões reais totais principais máximas ao longo da
chapa na direção de laminação ol	otidas com elementos do tipo sólido de revolução,
casca e sólido 3D. Com coeficien	tes de atrito 0, 0,1, 0,2, 0,3 e 0,4100
Figura 6.34 – Deformações reais totais principa	is máximas na chapa, sendo esta representada por
elementos do tipo sólido 3D, co	m propriedades ortotrópicas do aço BC G2 L e
coeficiente de atrito 0,1	
Figura 6.35 - Comparação das deformações n	reais totais principais máximas (ε_2) na chapa na
obtidas através de modelamento	numérico e procedimento experimental. Ensaio 3.
Aço BC G2 L	
Figura 6.36 – Comparação da força x deslocar	nento do punção obtido através de modelamento
numérico e procedimento experin	nental. Ensaio 3. Aço BC G2 L104

- Figura 6.38 Comparação da força x deslocamento do punção obtido através de modelamento numérico e procedimento experimental. Ensaio 3. Aço BC G2 L......105

- Figura 6.42 Comparação da força x deslocamento do punção obtido através de modelamento numérico e procedimento experimental. Ensaio 2. Aço CD EEP......106

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Composição química das chapas metálicas	62
Tabela 5.2 – Condições de realização dos ensaios	66
Tabela 6.1 – Dados obtidos no ensaio de tração para o aço BC G2 L	77
Tabela 6.2 – Dados obtidos no ensaio de tração para o aço CD EEP	78
Tabela 6.3 – Dados obtidos no ensaio de tração para o aço CD EM Bf ZnBR	78
Tabela 6.4 – Dados obtidos no ensaio de anisotropia para os aços BC G2 L e CD EEP	79
Tabela 6.5 – Propriedades mecânicas do aço BC G2 L para o caso isotrópico	93
Tabela 6.6 – Pontos da curva de encruamento do aço BC G2 L para o caso isotrópico	93
Tabela 6.7 – Tempo de processamento requerido. Sem atrito	95
Tabela 6.8 – Tempo de processamento requerido. Com atrito	98
Tabela 6.9 – Propriedades mecânicas dos aços BC G2 L e CD EEP para o caso ortotrópico	.101
Tabela 6.10 - Pontos da curva de encruamento dos aços BC G2 L e CD EEP para o	caso
ortotrópico	.102
Tabela 6.11 – Deslocamentos totais do punção nos ensaios 2 e 3 do aço BC G2 L e nos ensa	ios 1
e 2 do aço CD EEP, conforme indicados anteriormente na Tabela 5.2	.103

SIMBOLOGIA

Alfabeto Latino:

A	Conjunto das forças termodinâmicas de encruamento
ARBL	Aços alta resistência e baixa liga
asim []	Parte anti-simétrica da matriz ou tensor
b	Força de corpo por unidade de volume deformado
В	Tensor deformação de Cauchy-Green à esquerda
\overline{b}	Força de corpo por unidade de volume indeformado
С	Tensor deformação de Cauchy-Green à direita
CLC	Curva limite de conformação
СР	Corpo de prova
D	Tensor taxa de deformação
det []	Determinante de uma matriz ou tensor
div []	Divergente de uma medida
dx	Fibra infinitesimal na configuração de atual
dX	Fibra infinitesimal na configuração de referência
е	Deformação infinitesimal ou de engenharia
Ε	Tensor deformação de Green-Lagrange
e_i	Energia interna por unidade de volume deformado
\dot{e}_i	Taxa de energia interna por unidade de volume deformado
E_{α}	Módulo de elasticidade para cada ângulo 0°, 45°, 90°, formado com a direção de
	laminação no plano da chapa
F	Gradiente de deformação
Ė	Taxa do gradiente de deformação
f_t	Força de superfície por unidade de área atual
\widetilde{f}_t	Trações prescritas
$\overline{f_t}$	Força de superfície por unidade de área de referência
g	Gradiente espacial de temperatura
G	Módulo de cisalhamento
h_0	Espessura inicial do CP
h_f	Espessura final do CP

IE	Índice de ductilidade Erichsen
J	Jacobiano
$J_2[]$	segundo invariante de um tensor de tensão
K_T	Matriz de rigidez tangente global
K _u	Conjunto dos deslocamentos cinematicamente admissíveis
K_V	Módulo volumétrico
L	Gradiente de velocidade
l_0	Comprimento inicial
l_f	Comprimento final
т	Auto-vetores do tensor de estiramento à esquerda
MEF	Método dos elementos finitos
п	Coeficiente de encruamento
Ν	Matriz das funções de interpolação
$N_{(i)}$	Funções de interpolação
n_t	Normal a superfície na configuração atual
$\overline{n_t}$	Normal à superfície na configuração de referência
р	Componente hidrostática da pressão
Р	Primeiro tensor tensão de Piola-Kirchhoff, ou tensão nominal ou de engenharia
\tilde{P}	Segundo tensor tensão de Piola-Kirchhoff
P _{eα}	Tensão limite de engenharia para cada ângulo 0°, 45°, 90°, formado com a direção de
	laminação no plano da chapa
P_r	Tensão limite de resistência
P.T.V.	Princípio dos trabalhos virtuais
q	Fluxo de calor
r	Coeficiente de anisotropia
R	Tensor rotação local
\bar{r}	Coeficiente de anisotropia normal
<i>r</i> _c	Produção de calor por unidade de volume deformado
r_0^{o}	Coeficiente de anisotropia na direção longitudinal de laminação
r_{45}^{o}	Coeficiente de anisotropia formando um ângulo de 45° com a direção de laminação
r_{90}^{o}	Coeficiente de anisotropia formando um ângulo de 90° com a direção de laminação
S	Entropia por unidade de volume deformado

Componente deviatórica da tensão
Taxa de entropia por unidade de volume deformado
Parte simétrica da matriz ou tensor
Tempo
Deslocamento
Tensor de estiramento à direita
Vetor de parâmetros de deslocamentos
Deslocamento prescrito
Aceleração da partícula
Velocidade de um ponto material
Tensor de estiramento à esquerda
Volume final
Volume inicial
Tensor <i>spin</i>
Largura final do CP
Largura inicial do CP
Coordenadas espaciais
Coordenadas materiais

Alfabeto Grego:

α_k	Conjunto de variáveis internas
$\widehat{\alpha_k}$	Função constitutiva incremental das variáveis internas
\dot{lpha}_k	Variação do conjunto de variáveis internas no tempo
γ̈́	Multiplicador plástico
З	Deformação verdadeira ou logarítmica ou real
\mathcal{E}_h	Deformação verdadeira ao longo da espessura do corpo de prova de tração
\mathcal{E}_{W}	Deformação verdadeira ao longo da largura do corpo de prova de tração
η	Vetor de parâmetros de deslocamentos virtuais
θ	Temperatura
$\dot{ heta}$	Variação de temperatura no tempo
λ	Auto-valores do tensor de estiramento à esquerda
ρ	Massa específica do corpo na configuração atual

$\overline{\rho}$	Massa específica do corpo na configuração de referência
σ	Tensor tensão de Cauchy, tensão real ou verdadeira
$\hat{\sigma}$	Função constitutiva incremental do tensor tensão de Cauchy
τ	Tensor tensão de Kirchhoff
$\varphi(X,t)$	Função movimento ou deformação
Ψ	Energia livre de Helmholtz no tempo
ψ̈́	Variação de energia livre de Helmholtz no tempo
Δr	Coeficiente de anisotropia planar;
Φ	Função de escoamento
9	Espaço dos deslocamentos virtuais do corpo
Ω	Domínio do corpo
$arOmega_t$	Posição atual de um corpo
Ψ	Potencial de fluxo plástico

Símbolos Matemáticos

$\partial \Omega$	Fronteira do corpo
$\partial arOmega_f$	Fronteira de contato do corpo
$\partial arOmega_t$	Fronteira de tração do corpo
$\partial \Omega_u$	Fronteira de deslocamento do corpo

Índices:

[] ^e	Parcela elástica
^h []	Subconjunto de dimensão finita
$\left[\right]^{k}$	Iteração
[]n	Incremento atual
[] _{n+1}	Próximo incremento
[] ^p	Parcela plástica
[] ^T	Transposta da matriz
[] ^{-T}	Inversa da transposta da matriz
[]α	Representa os ângulos 0°, 45°, 90°, formados com a direção de laminação no plano da
	chapa
[] ⁻¹	Inversa da matriz

RESUMO

O presente trabalho consiste na determinação das Curvas Limite de Conformação por procedimentos experimentais e simulação numérica do processo de estampagem.

Na determinação das Curvas Limite de Conformação (CLC), utiliza-se o ensaio Nakazima, o qual possibilita a obtenção dos diferentes estados de deformações presentes no processo de estampagem com a utilização de um único ferramental. Este permite também analisar as deformações ao longo da direção de laminação na chapa e a variação da força em função do deslocamento do punção, para posterior comparação com os resultados obtidos através da simulação numérica. Os aços utilizados no procedimento experimental são BC G2 L, CD EEP, CD EM Bf ZnBR.

A melhor estampabilidade é apresentada pelo aço BC G2 L, devido sua maior espessura e coeficiente de encruamento, embora a diferença em relação ao aço CD EEP tenha sido pequena, o que não era esperado. A estampabilidade do aço CD EM Bf ZnBR mostra-se muito ruim, sendo o revestimento de zinco um dos fatores responsáveis, uma vez que, este diminui o coeficiente de anisotropia.

A simulação numérica do processo de estampagem utilizando o Método dos Elementos Finitos (FEA) é realizada utilizando o código comercial *MSC Marc*. Nesta, são analisados aspectos relacionados à capacidade de reprodução qualitativamente e quantitativamente da deformação ao longo da direção de laminação da chapa e a influência do coeficiente de atrito.

A análise realizada utilizando elementos de casca apresenta uma certa diferença em comparação as realizadas com o sólido de revolução e ao sólido 3D, principalmente, próxima à região do centro da chapa, devido a uma razão de aspecto ruim dos elementos nesta região.

O aumento do coeficiente de atrito torna a estricção mais localizada e afasta a região de maior deformação do centro do punção, devido ao contato entre ferramenta e chapa restringir o escoamento desta nestas regiões.

Nas regiões próximas a falha, os resultados da simulação numérica apresentam uma grande diferença em comparação aos experimentais, porém nas regiões mais afastadas da falha, os resultados são comparáveis qualitativamente e quantitativamente. A incorporação de modelos que levam em conta o dano sofrido pelo material e permitem um refinamento automático da malha a partir de determinado nível de deformação nas regiões de falha tendem a diminuir esta diferença.

xi

ABSTRACT

The present work is concerned with the experimental determination of the Forming Limit Diagram (FLD) and the numerical simulation of the forming process.

The forming limits diagram (FLD) is determined by Nakazima's test, which makes it possible to obtain the different strain fields present in the forming process using only one tool rack. It can be used to determine the distribution of the strains in the laminated direction of the sheet and the variation of force as a function of the punch displacement. Finally, the FLD's are compared with the numerical simulation results. The steels used in the experimental process are BC G2 L, CD EEP and CD EM Bf ZnBR.

BC G2 L steel has the highest formability, with the highest width and hardening coefficient. The difference in the formability compared to CD EEP steel is small; this is an unexpected finding. The formability of the CD EM Bf ZnBR is shown to be poor; the zinc covering is one of the main factors responsible, since, it decreases the anisotropy coefficient.

The numerical simulation of the forming process using the Finite Element Method (FEM) is performed using *MSC Marc*'s software. It can be used qualitatively and quantitatively reproduce the strains on steel sheet and the influence of the friction coefficient.

The analysis performed using shell elements shows some differences compared with axisymmetric and 3-D solid elements. The differences are mainly, near the area of punch center this is because, the elements near this area have bad aspect ratios.

Increasing the friction coefficient makes the necking more localized and it moves the area of higher strains away from the punch center. This is because of the contact between the sheet and the tool, which restricts the yield of material in these areas.

Comparing the numerical simulation to the experimental results shows that there is a great difference in the failure region. However, moving away from the failure region the results are qualitatively and quantitatively similar. The incorporation of models that account for materials damage and permit an automatic refinement of the failure areas tends to decrease this difference.

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

A estampagem de chapas de aço apresenta grande aplicação nas indústrias automobilísticas, eletrodomésticos, aeronáuticas e outras. Sua utilização se deve em geral às boas propriedades mecânicas, facilidade de associação (ligas), custos relativamente baixos, ser reciclável e principalmente pela capacidade de adquirir formas complexas.

O processo de estampagem faz com que chapas planas adquiram a forma desejada, pela ação imposta por um punção, como mostrado na Figura 1.1. Este envolve uma combinação dos processos de embutimento e estiramento.

O sucesso do processo de conformação depende da estampabilidade das chapas, do projeto da peça a ser fabricada, do estampo, das condições da superfície da chapa, da seleção e aplicação de lubrificantes e velocidade de processo [Newby, 1988].



Figura 1.1: Desenho esquemático dos equipamentos utilizados no processo de conformação [Evangelista, 2000].

Uma das principais etapas da estampagem é o projeto da peça / processo de conformação mecânica. A seguir são mostrados os principais fatores necessários para um bom projeto [Kobayashi, 1989]:

- Determinação das relações cinemáticas (forma, velocidades de processo, taxa de deformação e deformações) entre as partes envolvidas no processo;
- Determinação dos limites de conformabilidade, isto é, o estabelecimento de um critério de falha que possa ser utilizado como parâmetro na determinação da viabilidade do projeto, de

forma tal que sejam evitados problemas como estricções, enrugamentos e fraturas nas chapas metálicas.

 Predição das forças e tensões no processo de conformação. Este item é essencial no projeto da ferramenta e seleção do equipamento, de maneira a atender as solicitações requeridas.

Todavia, é de fundamental importância para o processo de conformação conhecer as interrelações entre as principais variáveis, Figura 1.2. Estas permitem, por exemplo, avaliar os parâmetros afetados devido a modificações realizadas na velocidade de conformação.



Figura 1.2 – Principais variáveis no processo de conformação e suas inter-relações [Kobayashi, 1989].

Nos dias atuais, o avanço tecnológico tem permitido a simulação dos processos de conformação de chapas metálicas, o que tem aumentado a velocidade e a qualidade do processo de projeto assim como diminuído seus custos.

As principais etapas dos processos de simulação são [Belytschko, 2000]:

- a) Desenvolvimento de um modelo (mecânico);
- b) Formulação das equações governantes (modelo matemático);
- c) Discretização das formulações (modelo numérico);

d) Solução de equações;

e) Interpretação dos resultados.

O conhecimento dos fenômenos associados à conformação (plasticidade, grandes deslocamentos e deformações, contato e atrito, dano, etc), e dos modelos matemáticos numéricos que os descrevem são fundamentais para permitir a simulação criteriosa de problemas reais utilizando códigos numéricos. Assim, o conhecimento tanto do fenômeno quanto dos modelos que a reproduzem devem fornecer subsídios para:

- Escolhas adequadas dos modelos;
- Identificação dos dados necessários para o modelo escolhido;
- Verificar possíveis fontes de erro, checar e estimar suas magnitudes, limitações e confiabilidade dos vários algoritmos.
- Escolher adequadamente a forma e parâmetros de resolução das equações discretizadas.
 Uma escolha inapropriada resultará em longos tempos de cálculos, impedindo o analista de obter os resultados dentro de um tempo previsto ou até falta de convergência destes.
- Interpretação dos resultados. Os modelos para simulação de problemas de conformação são dependentes de um grande número de parâmetros de origem física e numérica. Por isso, é apropriada uma análise quantitativa e qualitativa dos resultados obtidos na simulação para saber se estes representam corretamente aqueles obtidos na prática.

Por todos estes motivos a utilização de procedimentos experimentais associados à simulação numérica possibilita um melhor entendimento e compreensão dos diversos fatores encontrados no processo de conformação.

CAPÍTULO 2 OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES

No estudo da estampabilidade dos aços são utilizadas Curvas Limites de Conformação (CLC) para determinação das regiões de falha (estricção) em peças fabricadas por processo de conformação. Através do seu emprego é possível analisar as deformações nas chapas metálicas, servindo de auxílio nas investigações e melhorias dos processos de estampagem.

Existem diversos ensaios para determinação da CLC, porém no presente trabalho foi escolhido o ensaio Nakazima, pois este utiliza um único ferramental, e sua metodologia permite a medição da distribuição de deformações ao longo dos corpos de prova. Esta característica o torna particularmente atrativo, pois, permite a comparação destes valores com os correspondentes obtidos por simulação numérica, isto é. permite estudar diferentes modelos matemáticos/numéricos em relação à capacidade de simular o processo e verificar a sensibilidade de diferentes parâmetros como propriedades do material, condições de contorno e atrito, entre outros.

A curva limite de conformação se revela particularmente útil quando aliada à simulação numérica no projeto do processo de estampagem de peças. A simulação fornece dentre outros parâmetros a distribuição de deformações/tensões na peça durante a conformação. A comparação desta informação com as CLC`s experimentais permite identificar a viabilidade do processo. A existência de regiões com valores de deformações que superam os valores fornecidos pelas CLC`s indica falha na estampagem. Assim, para que esta comparação seja possível, é preciso um mínimo de confiabilidade nos resultados de simulação.

Devido a estes fatores descritos acima, o objetivo deste trabalho é:

✓ Projetar e fabricar o ferramental utilizado no ensaio Nakazima para determinação das CLC`s.

✓ Determinar e comparar as CLC`s para os aços BC G2 L, CD EEP e CD EM Bf ZnBR e analisar a influência dos diferentes aspectos envolvidos na sua obtenção, como: efeito da lubrificação e influência do fixador ("drawbead").

✓ Simulação do processo de conformação usando diferentes tipos de elementos: sólido de revolução, casca e sólido 3D. E comparação entre as análises realizadas com os diferentes tipos de elementos.

✓ Analisar a influência do atrito nas deformações reais principais máximas ocorridas na direção de laminação das chapas.

✓ Obter diferentes dados experimentais e numéricos do processo de conformação como distribuição das deformações reais principais máximas ocorridas na direção de laminação das chapas, e força de conformação e deslocamento durante o processo.

✓ Comparar os dados experimentais com os resultados obtidos através de simulação numérica.

CAPÍTULO 3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo será apresentado um estudo dos diferentes aspectos relevantes ao processo de estampagem, abordando tanto aspectos experimentais como da simulação numérica. Estes aspectos serão abordados da seguinte forma:

 Experimental: aços para estampagem, estados de tensão e deformação no processo de estampagem, propriedades importantes na estampagem, correlações entre microestrutura e estampabilidade, ensaios para avaliar a estampabilidade de chapas metálicas e curva limite de conformação.

 Simulação numérica: elementos da mecânica do contínuo, método dos elementos finitos, procedimento de elementos finitos incrementais, modelos hiperelásticos-plásticos, modelos hipoelásticos-plásticos, critérios clássicos de escoamento, leis de encruamento e condições de contato e atrito.

3.1 Aços para estampagem

Nos processos de estampagem é de fundamental importância o conhecimento da estampabilidade dos aços. Esta avalia a capacidade do material se deformar sem o surgimento de falhas (fratura ou estricção). Devido à boa estampabilidade e propriedades mecânicas adequadas ao desempenho da peça em serviço, normalmente são utilizados aços baixo carbono na estampagem.

Os aços para estampagem geralmente são acalmados ao alumínio e/ou silício e têm teores de manganês abaixo de 0,4%. Existem também, elementos residuais inerentes ao processo de fabricação, que devem ser mantidos em teores mais baixos possíveis. Entre estes elementos podese citar o enxofre, fósforo e nitrogênio. Em algumas aplicações, entretanto, há necessidade de melhores características (propriedades) da peça produzida tornando importante a adição de elementos de liga. Os elementos de liga comumente adicionados aos aços para estampagem são o nióbio e o titânio.

Os principais elementos químicos encontrados no aço serão mostrados a seguir:

a) Carbono

A quantidade de carbono em chapas para estampagem é geralmente limitada a 0,10% ou menos para maximizar a estampabilidade. A adição de carbono no aço aumenta o limite de resistência e de escoamento e, diminui o alongamento, consequentemente diminuindo sua estampabilidade. Estes efeitos são causados pela formação de cementita / perlita.

b) Manganês

Teores típicos de manganês estão na faixa de 0,2% a 0,4% para aços de estampagem, embora em aços de alta resistência e baixa liga (ARBL) quantidades acima de 2% possam ser utilizadas [Newby, 1988]. A adição de manganês no aço melhora as características de trabalho a quente, facilita o desenvolvimento do tamanho de grão desejado e evita os efeitos fragilizantes do enxofre em temperaturas elevadas. Quando a porcentagem de enxofre no aço é muito baixa, o teor de manganês pode ser reduzido, permitindo que o aço seja processado para desenvolver uma melhor estampabilidade.

c) Fósforo e Enxofre

São indesejáveis em chapas de aço para conformação devido a causarem fragilização. Níveis admissíveis de fósforo e enxofre são função da qualidade desejável. Por exemplo, chapas laminadas a frio com qualidade comercial devem conter menos do que 0,035% de fósforo e 0,040% de enxofre [Newby, 1988]. Para algumas aplicações, o fósforo pode ser adicionado ao aço para aumentar o valor do coeficiente de anisotropia *r*. O enxofre geralmente aparece na forma de sulfeto de manganês podendo ocasionar trincas. Eles podem também aumentar a anisotropia do aço e retardar a recristalização durante o recozimento. O efeito da anisotropia *r* na estampabilidade será comentado na seção 3.3, [Newby, 1988].

d) Silício

Os teores de silício nos aços baixo carbono variam de acordo com a prática de desoxidação empregada durante a produção. Em aços efervescentes é geralmente menor do que 0,1%. Quando o silício é usado ao invés do alumínio para acalmar o aço, o teor de silício é maior ou até 0,4% [Newby, 1988]. O silício forma silicatos que aumentam a probabilidade de fratura e a resistência do aço, causando uma diminuição da sua estampabilidade e aumentando o desgaste da matriz. Por isso, são utilizados preferencialmente aços acalmados ao alumínio.

e) Alumínio

É adicionado ao aço no processo de fabricação, onde atua como desoxidante, sendo portanto, muito utilizado na produção de aços acalmados. Este se combina com o oxigênio formando óxido de alumínio (Al₂O₃), o que diminui a porosidade do material, e melhora a sua resistência. Por outro lado, também ajuda no desenvolvimento da textura cristalográfica, possibilitando a obtenção de altos valores de coeficiente de anisotropia r em chapas de aço laminadas a frio e recozidas. Além disso, o alumínio pode se combinar com o nitrogênio, o que impede a migração deste para discordâncias ou contornos de grão, evitando o envelhecimento do mesmo.

f) Cromo, Níquel, Molibdênio, Vanádio e outros elementos

Estes elementos estão normalmente presentes em aços de baixo carbono para estampagem como elementos residuais. Porém, aços de alta resistência baixa liga podem ter quantidades específicas de um ou mais destes elementos. Estes elementos melhoram a resistência e diminuem a estampabilidade de chapas de aço.

g) Cobre

É geralmente considerado um elemento residual em chapas de aço. Como elemento residual (menor que 0,1%), o efeito endurecedor do cobre é quase desprezível [Newby, 1988]. Porém, quando adicionado em maiores teores (0,2%) aumentam a resistência à corrosão atmosférica.

h) Nióbio

Aumenta a resistência dos aços através da formação de carbetos e nitretos de nióbio. Este pode ser usado sozinho ou em combinação com titânio para desenvolver altos valores do coeficiente de anisotropia em aços livres interstícios (Aços IF). Este remove elementos intersticiais como carbono e nitrogênio de soluções sólidas, consequentemente, o aço não mostra um patamar no seu limite de escoamento, evitando o seu envelhecimento.

i) Titânio

É um forte formador de carbetos e nitretos. Isto ajuda a desenvolver altos valores de coeficiente de anisotropia r, eliminar o patamar no limite de escoamento e evitar o

envelhecimento de chapas de aço laminado a frio recozidas. Em quantidades excessivas podem provocar o aparecimento de manchas na superfície e fragilizar o aço [Newby, 1988].

j) Nitrogênio

Aumenta a resistência produzindo um efeito semelhante ao carbono, e causa envelhecimento de aço com baixo teor de carbono. Os efeitos de nitrogênio em aços acalmados são controlados pelo alumínio.

k) Cério e outras terras raras

São adicionados ao aço para evitar que as inclusões de sulfeto de manganês se deformem durante a laminação. Desta forma, as inclusões permanecem numa forma globular, as quais aumentam a tenacidade.

1) Oxigênio

A porosidade dos aços é controlada pelo teor de oxigênio em solução. Porcentagens elevadas de oxigênio impedem a formação de nitretos, anulando os efeitos dos elementos de liga adicionados para minimizar o envelhecimento. Para reduzir os teores de oxigênio livre são utilizados desoxidantes como silício, alumínio e titânio. A combinação destes com o oxigênio formam compostos complexos. A maioria destes é dissolvida na escória, no entanto, alguns podem ficar retidos no aço, impedindo desta forma uma distribuição uniforme de tamanho de grão [Newby, 1988].

3.2 Estados de tensão e deformação no processo de estampagem

O processo de estampagem é uma combinação dos processos de embutimento e estiramento, submetendo o material a diferentes estados de deformações e tensões. Nestes processos geralmente são utilizadas chapas com espessuras pequenas, sendo possível admitir um estado plano de tensões $\sigma_z = 0$, diminuindo a complexidade da análise [Magnabosco, 1994].

No caso do embutimento de um copo cilíndrico, existem 3 regiões com diferentes estados de tensão e deformação, como mostrado na Figura 3.1.

1. Região do punção: o metal sofre um estiramento biaxial com uma redução na sua espessura, resultando num estado de tensões de tração biaxial balanceada;

2. Parede do copo: o metal sofre uma tração na direção de deslocamento do punção e na direção tangencial o que provoca uma diminuição da espessura da chapa. No entanto, o escoamento do material para dentro da (boca) matriz compensa este afinamento.

3. Flange: o metal é deslocado para o interior da matriz, resultando num aumento da espessura, e consequentemente uma diminuição contínua da circunferência externa, submetendo o material a uma tensão trativa na direção radial e uma tensão compressiva na direção tangencial.



Figura 3.1 (a) Estado de tensões e (b) deformações em um copo [Costa, 1987].

3.3 Propriedades importantes na estampagem

Os coeficientes de anisotropia e encruamento podem modificar a estampabilidade das chapas metálicas. O primeiro está fortemente relacionado aos esforços no embutimento, enquanto que o segundo tem uma forte correlação com o estiramento puro, limite de escoamento, alongamento uniforme, etc. [Nakasima, 1968].

Os coeficientes de encruamento n e anisotropia r são afetados por alterações na composição, no processo de laminação ou no tratamento térmico das chapas metálicas.

3.3.1 Anisotropia plástica

Nas chapas metálicas as propriedades plásticas podem ser diferentes nas direções longitudinais e transversais de laminação, o que implica numa anisotropia [Marciniak, 1973]. Uma maneira de medir esta anisotropia é através de um ensaio de tração uniaxial de um corpo de

prova (CP) submetido a tensões próximas ao seu limite de resistência. A razão entre as deformações na largura e na espessura é denominada de coeficiente de anisotropia ou coeficiente de Lankford, *r* [Magnabosco, 1994].

$$r = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_h} = \frac{ln\left(\frac{w_f}{w_0}\right)}{ln\left(\frac{h_f}{h_0}\right)}$$
(3.1)

onde,

- ε_w deformação verdadeira ao longo da largura de um CP de tração
- ε_h deformação verdadeira ao longo da espessura do mesmo CP
- w_f largura final do CP
- w_0 largura inicial do CP
- h_f espessura final do CP
- h_0 espessura inicial do CP
- l_f comprimento final do CP
- l_0 comprimento inicial do CP

Em chapas finas é difícil medir a variação da espessura com uma boa precisão. Para calcular a anisotropia plástica nestas, pode-se utilizar uma expressão deduzida da equação (3.1). Esta considera a conservação do volume quando o material atinge o regime plástico, e pode ser descrita como mostrado a seguir:

$$r = \frac{ln\left(\frac{w_f}{w_0}\right)}{ln\left(\frac{l_0 w_0}{l_f w_f}\right)}$$
(3.2)

Para avaliar a anisotropia nas chapas metálicas são definidos dois parâmetros, a saber:

• Coeficiente de anisotropia planar (Δr), definido pela equação:

$$\Delta r = \frac{r_{0^{\circ}} - 2r_{45^{\circ}} + r_{90^{\circ}}}{2}$$
(3.3)

• Coeficiente de anisotropia normal (\bar{r})

$$\frac{-}{r} = \frac{r_{0^{\circ}} + 2r_{45^{\circ}} + r_{90^{\circ}}}{4}$$
(3.4)

onde, $r_{0^{\circ}}$, $r_{45^{\circ}}$, $r_{90^{\circ}}$ são valores de *r* medidos a 0°, 45° e 90° com a direção de laminação.

O coeficiente de anisotropia planar (Δr) indica o comportamento mecânico que o material pode apresentar no plano da chapa. Quando $\Delta r = 0$, o material apresenta características isotrópicas, no plano da chapa. Quando $\Delta r \neq 0$, indica a tendência a formação de defeitos ("orelha"), na operação de estampagem. Portanto, são desejados valores de coeficiente de anisotropia planar próximos a zero.

O coeficiente de anisotropia normal (r) permite avaliar a capacidade de uma chapa metálica resistir ao afinamento quando submetida a esforços de tração no plano da mesma. Um coeficiente de anisotropia normal elevado significa que a resistência a deformação na espessura é maior do que nas outras dimensões. Por isso, operações de estampagem profunda necessitam de materiais com coeficientes de anisotropia normal elevados. A seguir utilizando-se os critérios de escoamento de Von Mises e de Hill será mostrado este efeito.

O critério de Von Mises é utilizado para materiais isotrópicos que apresentam um coeficiente de anisotropia normal, $\overline{r} = 1$. Este critério indica que para qualquer estado de tensão (tração ou compressão) o seu valor limite será o mesmo. Este critério é representado no caso tridimensional, onde os eixos (σ_1 , σ_2 , σ_3) são as direções principais de tensão, por uma superfície cilíndrica de raio *R* igual a tensão limite de escoamento. Porém, quando um plano perpendicular intercepta o eixo σ_3 no ponto zero, esta passa a ser representada por uma elipse, Figura 3.2.

O critério de Hill é muito utilizado para materiais anisotrópicos que caracterizam-se por apresentar um coeficiente de anisotropia normal, $r \neq 1$. Neste, o limite de escoamento depende do par (σ_1, σ_2) a que está submetida a região da peça.

Para se entender o efeito que a anisotropia acarreta no processo de estampagem, consideremos os estados de tensões em duas regiões: na parede e na orla de um copo. Na parede do copo tem-se um estado de tração-tração, e na orla tração-compressão. Na Figura 3.2 observase que para um material com $\overline{r} > 1$ submetido a um estado de tração-tração, há um aumento na resistência ao afinamento o que melhora a sua estampabilidade. Na orla do copo, ao contrário, há uma ligeira redução no limite de escoamento do material, o que facilita a sua penetração na matriz.



Figura 3.2 Limite de escoamento para um material isotrópico ($\overline{r} = 1$) e para um material com anisotropia ($\overline{r} > 1$), [Dieter, 1981].

3.3.2 Coeficiente de encruamento *n*

Nos aços com baixos teores de carbono que tem comportamento plástico determinado pela equação de Hollomon (3.5), o coeficiente de encruamento n pode ser calculado a partir da inclinação da curva tensão-deformação verdadeira, quando esta é plotada em escala logarítmica.

$$\sigma = K \cdot \varepsilon^n \tag{3.5}$$

Onde,

 σ é a tensão verdadeira;

K é uma constante;

 ε é a deformação verdadeira.

Segundo Thomson [Thomson, 1973], para os aços baixo-carbono utilizados na estampagem que obedecem a equação (3.5), é possível obter uma reta com inclinação constante sobre uma faixa de deformação entre 10% e 20%. No presente trabalho, a faixa adotada está entre 10% e 18% para deformação de engenharia (e), possibilitando o cálculo de n através da seguinte expressão:

$$n = \frac{\log(\sigma_{e=18\%}) - \log(\sigma_{e=10\%})}{\log(\varepsilon_{e=18\%}) - \log(\varepsilon_{e=10\%})}$$
(3.6)

Partes estampadas de chapas metálicas com baixos valores de $n (\sim 0,21)$ podem sofrer sucessivos afinamentos e fraturar em regiões críticas. Por outro lado, partes estampadas de chapas metálicas com valores de n altos são suficientemente resistentes nas áreas críticas para transferir as deformações para áreas adjacentes, tornando-as mais uniformes, evitando desse modo a falha, conforme mostrado na Figura 3.3. Isto é devido ao fato de que para um mesmo nível de tensão, a deformação no aço com menor coeficiente de encruamento é mais localizada.



Distância do centro da chapa

Figura 3.3 A deformação máxima na região crítica de uma peça conformada é mais uniformemente distribuída para aços com coeficientes de encruamento mais altos [Newby, 1988].

O valor de n para aços de baixo-carbono usados para conformação é normalmente em torno de 0,22, porém, valores maiores (acima de 0,24) melhoram o estiramento biaxial, como descrito anteriormente. Por outro lado, alguns aços de baixo-carbono que não são completamente processados para estampagem, especialmente os laminados a quente, podem ter valores de n tão baixo quanto 0,10 [Newby, 1988].

Nos aços efervescentes recém processados os valores de *n* podem ser comparados ao dos aços acalmados ao alumínio. Porém, depois do envelhecimento os valores de *n* são menores do que para os aços acalmados ao alumínio.

3.4 Correlações entre microestrutura e estampabilidade

A estampabilidade das chapas metálicas sofre influência direta das várias características microestruturais da chapa. O comportamento das chapas no processo de conformação é afetado pelo tamanho de grão, orientação relativa do grão e da rede cristalina em relação à direção de laminação e os vários microconstituintes presentes no aço.

3.4.1 Tamanho de grão

A conformabilidade é influenciada pelo tamanho de grão de duas maneiras diferentes. A equação de Hall-Petch mostra que o limite de escoamento do aço com baixo teor de carbono varia inversamente com a raiz quadrada do diâmetro de grão. Aços com tamanho de grão pequeno têm elevada resistência, mas baixos coeficientes de encruamento n e conformabilidade limitada. Blickwede mostrou que o coeficiente de anisotropia r diminui com a redução do tamanho de grão (Figura 3.4), [Newby, 1988]. Aços com grãos grosseiros têm melhor estampabilidade, mas a rugosidade da superfície, resultante da conformação é inaceitável em muitas aplicações, pois causa um enrugamento superfícial denominado defeito de casca de laranja.



Figura 3.4 Variação do coeficiente de anisotropia em relação ao tamanho de grão para chapas de aço de baixo-carbono [Newby, 1988].

3.4.2 Morfologia dos grãos ferríticos

Também afeta a conformabilidade das chapas. Aços efervescentes e acalmados ao alumínio laminados a quente geralmente tem grãos equiaxiais. Já os aços acalmados ao alumínio laminados a frio, quando sofrem um processamento adequado, geralmente exibem grãos alongados (forma de panqueca) mesmo após recozimento. Esta forma do grão e textura cristalográfica permitem produzir aços acalmado ao alumínio com uma melhor estampabilidade [Newby, 1988].

3.4.3 Textura cristalográfica

A textura cristalográfica é uma característica importante das chapas metálicas, pois pode induzir a uma anisotropia plástica que melhora em vários aspectos a estampabilidade das chapas.

Durante os processos de fabricação das chapas ou conformação destas, os grãos são alongados na direção de maior deformação plástica trativa. Este fato é consequência do deslizamento das discordâncias no material durante o processo de plastificação, de forma que os grãos tendem a orientar-se na direção desta deformação particular. Nos materiais policristalinos, os grãos sofrem uma rotação para alguma orientação limite devido às restrições impostas pelos grãos adjacentes. Este mecanismo faz com que os grãos dos materiais que inicialmente tem uma orientação aleatória adquiram uma textura, tornando-os anisotrópicos [Oliveira, 1998].

Para ligas com estrutura cristalina cúbica de corpo centrado (CCC) e cúbica de face centrada (CFC), os valores mais altos de *r* são alcançados quando a textura cristalográfica é tal que planos $\{111\}$ são orientados paralelos à direção de laminação. Grãos orientados com planos $\{100\}$ paralelos a direção de laminação tendem a ter valores de *r* mais baixos.

A textura dos aços laminados a frio possui duas orientações principais. Uma contém planos $\{111\}$ paralelos a chapa e as direções <110>, <123> e <112> alinhadas com a direção de laminação. A outra é uma textura de fibra parcial com <110> orientada ao longo da direção de laminação, incluindo as orientações $\{001\} <110>$, $\{112\} <110>$ e $\{111\} <110>$ [Takechi,1968] e [Heckler, 1970].

A textura devida à deformação causada pelo processo de laminação a frio é modificada por uma nova textura após o recozimento. Durante este processo, a energia interna armazenada e a sub-estrutura de discordâncias presentes nos vários grãos deformados fornecem a força motriz para a recristalização. Portanto, a nova textura formada dependerá da orientação dos grãos deformados e da energia armazenada durante a laminação a frio. A energia armazenada aumenta
em ordem crescente para os planos na sequência $\{001\} < \{112\} < \{111\} < \{011\}$, porém a orientação $\{011\}$ é encontrada em pequena proporção.

A textura de recristalização na laminação a frio de metais CCC tendem a ter fortes componentes $\{111\}$, e o valor de *r* frequentemente passa a depender da quantidade de componentes $\{100\}$ presentes. Em contraste, chapas de metais CFC (ex., alumínio, cobre e suas ligas) tem muito poucos componentes $\{111\}$ depois da laminação a frio seguida ou não de recristalização. Como consequência, os valores de *r* tendem a ser menores do que 1.

3.5 Ensaios para avaliar a estampabilidade de chapas metálicas.

A estampabilidade depende das propriedades do material, das condições de deformação e dos estados de tensão e deformação presentes numa dada operação [Gronostajski, 1980].

Devido à dificuldade de avaliação da estampabilidade de chapas metálicas através de um único ensaio, torna-se necessário à utilização de uma grande variedade de testes, tais como: ensaios de tração e anisotropia, ensaios de dureza, medida da rugosidade do material e ensaios simulativos.

3.5.1 Ensaios de tração e anisotropia

Possibilitam a obtenção das propriedades do material, como: limite de escoamento, limite de resistência, módulo de elasticidade, alongamento total até a fratura, coeficiente de encruamento, coeficiente de anisotropia normal e planar;

3.5.2 Ensaios de dureza

É um indicativo da conformabilidade dos materiais, visto que para um determinado material esta diminui com o aumento da dureza;

3.5.3 Medida da rugosidade do material

Permite um indicativo do atrito entre a chapa e o punção, possibilitando a escolha de um lubrificante adequado.

3.5.4 Ensaios simulativos

Os ensaios simulativos são utilizados para determinar a conformabilidade de chapas metálicas. Alguns exemplos destes ensaios são: Erichsen, Olsen, Swift, Fukui, Nakazima, Marciniak [Magnabosco, 1994]. Os detalhes destes ensaios são mostrados a seguir:

a) Ensaio Erichsen

O ensaio submete a peça a um estiramento biaxial. Este consiste na deformação de um disco, com diâmetro de 90 mm e espessura variando de 0,3 a 5 mm, por um punção esférico em uma matriz cilíndrica até que ocorra a ruptura. O ferramental para chapas com espessuras entre 0,3 e 2,0 mm pode ser visto na Figura 3.5. A fixação do disco é feita com a utilização de um prensa-chapa sobre o qual é aplicada uma carga de 1000 Kg. O fim do ensaio é determinado pelo aparecimento de uma estricção, e então se mede a profundidade do copo formado, em milímetros. A relação entre o diâmetro e a altura do copo formado determina o índice de ductilidade Erichsen (IE), [NBR 5902, 1980].

Este ensaio fornece ainda indicações qualitativas a respeito da granulação do material, e permite a obtenção de informações a respeito do fibramento mecânico e defeitos locais entre outros. Estas indicações são obtidas a partir da localização e do aspecto da trinca.

b) Ensaio Olsen

Difere em relação ao ensaio Erichsen quanto à forma do estampo que neste ensaio é de 22 mm de diâmetro, tamanho do disco que passa a ter 95mm de diâmetro, diâmetro interno da matriz (25 mm) e do prensa-chapa (25mm). A carga e a profundidade de estampagem são medidas continuamente e o índice de ductilidade Olsen é obtido através da profundidade da calota, em milésimos de polegada, no momento em que a carga começa a diminuir. A espessura nominal da chapa é limitada a 1,57mm devido à folga entre o punção e a matriz, [Costa, 1987].



Figura 3.5 Ferramental do ensaio Erichsen, [NBR 5902, 1980].

c) Ensaio Swift

Utiliza um punção cilíndrico de 32 ou 50 mm de diâmetro para formar um copo cilíndrico, onde a provável região da fratura está localizada no raio de arredondamento no fundo do copo. As deformações reais principais mínimas, ε_2 , encontram-se numa faixa entre 0,01 (ϕ 50mm) e 0,1 (ϕ 32mm) [Swift, 1952]. Além disso, permite a medição da razão limite de embutimento e indicações qualitativas da textura cristalográfica do material, a partir da irregularidade do bordo do copo formado. O ferramental para o ensaio é mostrado na Figura 3.6.





d) Ensaio Fukui

A combinação dos processos de estiramento e embutimento pode ser simulada no teste de copo cônico de Fukui. É geralmente mais significativo com relação ao processamento industrial que o teste de Olsen, devido à complexidade das operações de estampagem, as quais envolvem muitas operações de conformação, como estiramento, embutimento, dobramento, etc.

O teste do copo cônico de Fukui consiste de um disco de chapa, o qual é forçado para o interior de uma matriz cônica com um punção hemisférico. Uma matriz cônica em 60° é usada, não sendo necessário fixar o esboço, Figura 3.7. O aparato e o procedimento foram desenvolvidos devido à necessidade de combinar o estiramento biaxial sobre um punção e o embutimento sobre um raio do punção em um único teste, como ocorre na maioria das operações de conformação.



Figura 3.7 Ferramental do ensaio Fukui, [Fukui, 1958].

e) Ensaio Jovignot ("Bulge Test")

Caracteriza-se pela ausência de atrito entre punção e chapa, uma vez que a deformação do disco para dentro da matriz é realizada por uma força hidráulica ao invés de um estampo. Nestes, as deformações reais principais mínimas, ε_2 , encontram-se numa faixa entre 0,17 e 0,45, e são obtidas por uma série de estiramentos em matrizes elípticas e circulares [Renó, 1985]. A Figura 3.8 mostra esquematicamente o ferramental para o ensaio.



Figura 3.8 Ferramental do ensaio Jovignot, [Renó, 1985].

f) Ensaio Nakazima

Permite com um único ferramental reproduzir estados de deformações uniaxiais e biaxiais, através da deformação imposta por um punção semi-esférico em chapas metálicas retangulares que variam de largura e são fixas por uma matriz e um prensa-chapa. O ferramental é mostrado esquematicamente na Figura 3.9, [Nakazima, 1968].



Figura 3.9 Ferramental do ensaio Nakazima, [Nakazima, 1968].

g) Ensaio Marciniak

Difere do ensaio Nakazima principalmente devido à conformação simultânea do corpo de prova e de um espaçador posicionado na sua superfície. Este impede que ocorra o contato direto entre o punção e a chapa, eliminando desta forma o efeito indesejável do atrito. Outra diferença refere-se ao formato das chapas as quais passam a ser circulares com um diâmetro específico e entalhes circulares com raios variados. O punção neste ensaio tem um formato de copo cilíndrico. O ferramental é mostrado esquematicamente na Figura 3.10, [Gronostajski, 1980].



Figura 3.10 Ferramental do ensaio Marciniak, [Gronostajski, 1980].

3.6 Curva limite de conformação (CLC)

A CLC é um diagrama largamente utilizado nas indústrias desde 1965, para descrever o lugar geométrico das deformações principais críticas que ocorrem na superfície da chapa, para as quais a estricção se torna visível ou ocorre a fratura [Keeler, 1965], [Gronostajski, 1980]. Assim, traçam-se curvas da maior deformação principal em função da outra deformação principal contidas no plano da chapa. A Figura 3.11 é um desenho esquemático de uma CLC.

Elas são empregadas para avaliar a severidade das deformações do material submetido a processos de conformação por estiramento, estampagem profunda e tração. A complexidade destas deformações torna difícil a avaliação da estampagem durante a etapa industrial. Contudo, o controle das falhas mecânicas no processo pode ser realizado através da comparação da distribuição das deformações da chapa com as CLC's do material, obtidas em laboratórios. Esta comparação pode ser realizada durante o ajuste do ferramental ou em análises de ruptura da peça.

A necessidade de se trabalhar sempre perto dos limites de resistência do material tem contribuído para uma maior utilização da curva limite de conformação para fins de controle de produção.

A CLC é traçada em um gráfico que apresenta deformação principal máxima ε_l no eixo y, e deformação principal mínima ε_2 na direção do eixo x. Esta pode ser dividida em três regiões principais:

Acima da CLC – onde o estado de deformação é inviável levando o material à ruptura ou estricção, sendo necessário à alteração dos fatores que afetam a estampabilidade do material, de maneira a viabilizar o projeto;

 Sobre a CLC – é um estado crítico para se trabalhar, uma vez que qualquer pequena variação do processo pode levar a fratura da chapa;

Abaixo da CLC – é a região viável para trabalho.

Quando ambas as deformações principais são positivas, as distribuições das tensões ao longo do material são maiores, tornando a estricção mais difusa. Enquanto, no caso de ter-se a maior deformação principal ε_1 positiva e a menor deformação principal ε_2 negativa, há a tendência de se ter uma compensação, ocorrendo uma pequena variação da espessura. Por sua vez, quando a menor deformação principal ε_2 se aproxima de zero, ocorre um afinamento da chapa, levando a uma estricção localizada.



Figura 3.11 Curva limite de conformação (diagrama de Keeler-Goodwin) [Costa, 1987].

A determinação da CLC é realizada seguindo várias etapas, como mostrado abaixo:

- 1. Impressão de uma grade de quadrados ou círculos nas chapas metálicas;
- 2. Operação de estampagem propriamente dita até início da estricção ou ruptura;
- 3. Medição das deformações principais ocorridas (máxima e mínima);
- 4. Cálculo e determinação do diagrama limite de conformação.

3.6.1 Método de impressão dos círculos

Três procedimentos clássicos são utilizados para marcação das grades, conforme descritos a seguir:

- Procedimento fotográfico.

Resulta em um tratamento nítido, imprescindível para a obtenção de uma boa precisão na leitura dos quadrados ou círculos deformados, sendo normalmente utilizado em laboratório. Porém, esta perde a nitidez quando submetida a condições severas como as encontradas nos processos industriais.

Inicialmente a superfície da chapa é limpa com um desengraxante, por exemplo, benzina ou tolueno. Em seguida aplica-se sobre a mesma uma solução fotossensível, por exemplo, 50% de emulsão KPR (*"Kodak Photo Resist"*) e 50% de thiner. Seca-se esta em sala escura. O negativo, contendo a rede de círculos, é colocado em contato com a chapa e, então, exposto a uma fonte de luz ultravioleta. Após, a chapa é mergulhada em uma solução reveladora KPR, e por fim lavada e aspergida com álcool, para que a impressão se torne resistente.

Procedimento eletroquímico;

Não apresenta uma nitidez tão boa quando o procedimento fotográfico o que diminui a precisão das medidas. Porém, apresenta grande simplicidade operacional, tendo a vantagem de poder ser impresso com rapidez e não apagar durante o processo industrial, o que justifica o seu uso principalmente em operações industriais. Este processo foi utilizado no trabalho devido às vantagens acima descritas. Maiores detalhes estão descritos na seção 5.4.1.

- Procedimento fotogravura.

Apresenta as duas vantagens descritas anteriormente, sendo portanto, nítido e de boa resistência ao apagamento durante o processo de conformação. Entretanto, este é um procedimento caro, demorado, além de provocar maior corrosão na superfície da chapa.

Primeiramente a grade é marcada no corpo de prova utilizando o mesmo procedimento fotográfico descrito anteriormente. Em seguida, é realizado um ataque químico sobre o modelo traçado anteriormente, garantindo desta forma que o mesmo não saia durante o processo industrial.

3.6.2 As grades

As grades podem apresentar uma rede de círculos ou quadrados impressos.

A vantagem dos círculos é o de não apresentarem orientações preferenciais, o que permite avaliar as direções e deformações principais, simplesmente através da observação e medição dos eixos maior e menor da elipse após a deformação. Por outro lado, a dificuldade de definir estes eixos pode levar à perda de precisão nas medições.

Já os quadrados têm bem definidos os seus lados, mesmo após serem deformados, facilitando e melhorando a precisão das medidas. Porém, um procedimento para o cálculo das deformações principais é requerido. Este será explicado com detalhes na Seção 5.4.3.

3.6.3 Formas de medição da grade.

É comum, a utilização de dois procedimentos principais para a medição da rede de círculos ou quadrados:

Régua plástica flexível. Apresenta deformação logarítmica e/ou de engenharia graduada, permitindo a medição de forma direta e rápida. Porém não possibilita uma boa precisão, uma vez que a escala possui traços muito grosseiros.

Banco micrométrico acoplado a um projetor de perfil. Apresenta uma boa precisão para medição das grades, porém requer um maior tempo para efetuar as medições. Além disso, a imagem analisada no projetor de perfil é planificada, o que acarreta uma perda de precisão da medição.

No presente trabalho foi proposto um procedimento para medição, através de fotos retiradas da região de falha, e a utilização de um analisador de imagem. Maiores detalhes podem ser vistos na seção 5.4.3.

3.6.4 Critérios para determinação da falha

Quando aparecem estricções ou fratura em chapas metálicas submetidas ao processo de estampagem, diz-se que o material atingiu o seu limite de estampabilidade. Por isso, estes defeitos são utilizados como valores limite, possibilitando a definição de dois critérios para a determinação das CLC's, Figura 3.12.

 Critério de fratura – a medição das deformações maiores e menores são feitas depois que no corpo de prova surge uma trinca. As medições são realizadas diretamente sobre a rede de círculos ou quadrados.

 Critério de estricção – o surgimento da estricção na chapa metálica, possibilita a medição das deformações maiores e menores da rede de quadrados ou círculos impressos. Este é mais conveniente para o controle de chapas, pois a estricção é um defeito suficiente para ocasionar a rejeição da peça conformada.

No presente trabalho, adotou-se como critérios à medição de pontos na estricção e em pontos próximos a estricção, mas que não apresentaram defeitos. Maiores detalhes podem ser vistos na seção 5.4.4.



Figura 3.12 Curva limite de conformação para o aço 1008 acalmado ao alumínio e laminado a frio. Diferença entre os pontos avaliados na estricção ou fratura e sem falha. Influência da variação da lubrificação e da largura na CLC, [Newby, 1988].

3.6.5 Parâmetros que influenciam a CLC

Os parâmetros que afetam significativamente a CLC estão descritos abaixo:

• Espessura da chapa

Keeler e Brazier [Keeler, 1977] mostraram que a intersecção da CLC no eixo de deformações máximas, ε_1 , é uma função da espessura da chapa e do expoente de encruamento do material, Figura 3.13. Nota-se que o aumento da espessura da chapa ocasiona uma elevação da CLC para um ponto de deformação máxima maior, aumentando desta forma, a região considerada viável da peça conformada.

• Coeficiente de anisotropia e coeficiente de encruamento

As características de deformação de chapas metálicas mostram que altos valores de coeficiente de anisotropia normal melhoram as características de embutimento, o que significa um aumento da inclinação da parte esquerda da CLC. Enquanto que a melhora do estiramento, a qual aumenta a inclinação do lado direito da CLC, está relacionada a um maior valor do coeficiente de encruamento [Doege, 1997].

• Taxa de deformação

A variação da taxa de deformação não ocasiona significativas alterações na curva limite de conformação. Um diagrama limite de conformação determinado em laboratório com baixa taxa de deformação prediz com uma boa precisão o comportamento das chapas metálicas submetidas a taxas de conformação mais elevadas, como são encontradas nas indústrias [Newby, 1988].



Figura 3.13 Influência do coeficiente de encruamento e da espessura na CLC, [Newby, 1988].

3.7 Elementos da Mecânica do Contínuo

A simulação numérica do processo de estampagem exige um conhecimento mínimo dos modelos matemáticos e numéricos envolvidos neste processo. A mecânica do contínuo é a ferramenta utilizada para modelar o comportamento de sólidos submetidos a solicitações mecânicas resultando em um conjunto de equações diferenciais cuja solução, em geral, é obtida numericamente. O método numérico mais utilizado para analisar estes fenômenos é o Método dos Elementos Finitos (MEF). A seguir será apresentada uma breve descrição dos conceitos fundamentais da mecânica do contínuo e do método dos elementos finitos utilizados no caso de conformação de chapas.

As equações governantes do comportamento mecânico de um corpo contínuo são [Malvern, 1969]:

- Conceitos de cinemática dos meios contínuos;
- Conservação da massa;
- Conservação do momento. Equação de equilíbrio;
- Primeiro e segundo princípio da termodinâmica. Lei constitutiva.

A seguir se apresenta uma descrição sucinta destas relações. Os conceitos e definições apresentados nas seções seguintes podem ser encontrados com detalhes nos textos [Malvern, 1969], [Belytschko, 2000], [Neto 2002].

3.7.1 Conceitos de cinemática dos meios contínuos.

Existem duas formas clássicas de descrição do movimento de um corpo. A descrição "material" ou Lagrangeana a descrição "espacial" ou Euleriana [Malvern, 1969]. A primeira descreve o movimento do corpo em função da partícula material, cuja posição no domínio indeformado é denotada por X. Estas são denominadas coordenadas materiais. A segunda descreve o movimento do corpo através da posição no espaço que as partículas ocupam ao longo do seu movimento. Esta posição é denotada por x e é chamada de coordenada espacial do ponto material X.

A relação entre uma coordenada espacial x e um ponto material X está dado pela função movimento ou deformação $\varphi(X,t)$, que possui coordenadas materiais X e o tempo t como variáveis independentes. Esta função indica a posição final dos pontos materiais com uma função do tempo, como mostrado a seguir:

$$x = \varphi(X, t) \tag{3.7}$$

O deslocamento u de um ponto material é a diferença entre a posição atual e sua posição inicial, sendo dado por, Figura 3.14:

$$u(X,t) = \varphi(X,t) - X \tag{3.8}$$

A velocidade de um ponto material é a derivada no tempo do movimento com a coordenada material fixada, isto é,

$$v(X,t) = \frac{\partial \varphi(X,t)}{\partial t}$$
(3.9)

Todas estas grandezas, assim como outras que serão definidas a seguir, podem ser descritas como uma função material, isto é, do ponto material X ou como uma função espacial, ou seja, do ponto espacial x.



Figura 3.14 Deformação de uma partícula.

3.7.1.1.Medidas de deformação

A partir da função de movimento $\varphi(X,t)$ é possível calcular diferentes medidas de deformação de um ponto. Para isto, define-se o tensor de segunda ordem *F* denominado de gradiente de deformação [Malvern, 1969]:

$$F(X,t) = \frac{\partial x}{\partial X} \quad ou$$

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j}$$
(3.10)

Este tensor permite obter a posição e tamanho de uma fibra infinitesimal deformada dx a partir de sua posição e tamanho indeformado dX [Figura 3.15], isto é,

$$dx = F \, dX \tag{3.11}$$

O determinante do gradiente de deformação, det F, também conhecido como Jacobiano da deformação, J, representa, localmente, a relação entre o volume atual, V_f , e o volume inicial, V_0 :



$$\det F = \frac{dV_f}{dV_0} \equiv J \tag{3.12}$$

Figura 3.15 Deformação de uma fibra *dX*, [Neto, 2002].

A denominada decomposição polar do gradiente de deformação *F* separa este tensor em uma parcela representando a rotação do corpo e outra a deformação propriamente dita [Malvern, 1969]:

$$F = RU = VR \tag{3.13}$$

onde,

$$U = \sqrt{F^{T}F} = \sqrt{C}$$

$$V = \sqrt{FF^{T}} = \sqrt{B}$$
(3.14)

Nestas expressões, R é o tensor de rotação local, $U \in V$ são os tensores de estiramento à direita e a esquerda respectivamente. $C \in B$ são denominados tensores de deformação de Cauchy-Green à direita e a esquerda respectivamente. Uma operação simples mostra que a relação entre $U \in V$ é dada por:

$$V = R U R^T \tag{3.15}$$

Considere uma fibra genérica representada por um vetor infinitesimal dX que, após deformar-se, passa a ser representada por dx. Usando a expressão (3.11), o quadrado do comprimento final da fibra pode ser dado por

$$\left\|dx\right\|^{2} = F \, dX \cdot F \, dX = F^{T} F \, dX \cdot dX = C \, dX \cdot dX = \left(I + 2E\right) dX \cdot dX, \qquad (3.16)$$

onde, C é o tensor de Cauchy-Green à direita e E é o tensor deformação de Green-Lagrange definido como:

$$E = \frac{1}{2} (C - I) = \frac{1}{2} \left[\nabla_x u + (\nabla_x u)^T + (\nabla_x u)^T \nabla_x u \right] \quad ou$$

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right]$$
(3.17)

Para o caso de pequenas deformações o último termo pode ser desprezado, reduzindo o tensor deformação de Green-Lagrange *E* a:

$$e = \frac{1}{2} \left[\nabla_{x} u + (\nabla_{x} u)^{T} \right] \quad ou$$

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial u_{j}}{\partial x_{i}} \right] \qquad (3.18)$$

A medida de deformação e é também chamada de deformação infinitesimal ou de engenharia. Esta embora muito utilizada por representar adequadamente as deformações em situações onde estas são pequenas, não pode ser utilizada em aplicações como conformação. Uma medida de deformação utilizada para descrever estes fenômenos como conformação é a deformação real ou logarítmica ε , definida da seguinte forma para um problema unidimensional:

$$\varepsilon = \ln \left(1 + e \right) \tag{3.19}$$

Para um caso geral de deformações, a deformação logarítmica é definida através da seguinte operação:

$$\varepsilon = \ln\left[V\right] = \ln\left[\sqrt{B}\right] = \ln\left[\sqrt{F F^{T}}\right]$$
(3.20)

Mediante operações algébricas é possível mostrar que esta definição se reduz à (3.19) num problema uniaxial.

A utilização do "teorema de decomposição espectral" [Malvern, 1969] permite reescrever a deformação, ε , em função dos auto-valores, λ_i , e auto-vetores, m_i , de *V*, como descrito a seguir:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^{3} \ln \lambda_i \left(m_i \otimes m_i \right)$$
(3.21)

Na expressão (3.21) os valores $ln(\lambda_i)$ representam as deformações reais principais nas direções principais eulerianas (ou deformadas) dadas pelos vetores m_i . Esta definição é particularmente importante no presente caso, pois, m_1 e m_2 representam, no ensaio Nakazima, as direções principais de deformação, isto é, os eixos principais da elipse obtida pela deformação dos círculos marcados. A direção m_3 é a direção da espessura da chapa. Os valores λ_1 e λ_2 são os elongamentos nas direções 1 e 2, isto é,

$$\lambda_1 = \frac{R_{elipse}^{max.}}{R_0} \qquad e \qquad \lambda_2 = \frac{R_{elipse}^{min.}}{R_0} \tag{3.22}$$

onde, $R_{elipse}^{max.}$ é o eixo maior da elipse, $R_{elipse}^{min.}$ é o menor eixo da elipse e R_0 é o raio inicial do círculo indeformado, enquanto que λ_3 é o elongamento na direção da espessura :

$$\lambda_3 = \frac{h_f}{h_0} \tag{3.23}$$

sendo, $h_f e h_0$ as espessuras finais e iniciais, respectivamente.

É possível obter as correspondentes deformações principais, dadas por:

$$\varepsilon_{1} = \ln \lambda_{1}$$

$$\varepsilon_{2} = \ln \lambda_{2}$$

$$\varepsilon_{3} = \ln \lambda_{3}$$
(3.24)

Admite-se que durante a deformação plástica o volume permanece constante, e portanto:

$$\det F^p = 1 \tag{3.25}$$

Onde, $det F^p$ é o determinante do gradiente de deformação plástica. Esta propriedade permite encontrar uma relação entre as componentes principais de deformação plástica:

$$det F^{p} = det \sqrt{F^{p} F^{p^{T}}} = det V^{p} = 1$$

$$l n (det V^{p}) = ln [\lambda_{1}^{p} \lambda_{2}^{p} \lambda_{3}^{p}] = 0$$

$$= ln \lambda_{1}^{p} + ln \lambda_{2}^{p} + ln \lambda_{3}^{p} = 0$$
(3.26)

Isto permite concluir que:

$$\varepsilon_{(1)} + \varepsilon_{(2)} + \varepsilon_{(3)} = 0 \quad ou$$

$$\lambda_{(1)} \cdot \lambda_{(2)} \cdot \lambda_{(3)} = 1$$
(3.27)

Esta relação é muito utilizada no caso de conformação de chapas. Como se observa que as deformações elásticas são muito menores que as plásticas, é freqüente admitir que a deformação total é praticamente dada pela deformação plástica, isto é,

$$\varepsilon \equiv \varepsilon^p$$

Assim, as deformações na espessura é usualmente calculada usando a relação (3.27):

$$\varepsilon_3 = -(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \quad ou$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2}$$
(3.28)

Esta expressão foi utilizada na definição indireta da anisotropia plástica, r, na equação (3.2).

3.7.1.2. Taxa de deformação

O gradiente de velocidade L é definido por:

$$L = \nabla_x v = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial X} \right) \frac{\partial X}{\partial x} = \dot{F} F^{-1}$$
(3.29)

A decomposição do gradiente de velocidade numa parte simétrica e outra anti-simétrica permite a obtenção de dois tensores importantes denominados tensor taxa de deformação D e tensor *spin W*, definidos a seguir:

$$D = sim(L) = \frac{1}{2} \left(L + L^{T} \right) \quad ou$$

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial v_{j}}{\partial x_{i}} \right)$$

$$W = asim(L) = \frac{1}{2} \left(L - L^{T} \right) \quad ou$$

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_{i}}{\partial x_{j}} - \frac{\partial v_{j}}{\partial x_{i}} \right)$$

(3.30)

Modelos constitutivos como os modelos hipoelásticos-plásticos são construídos a partir destas medidas de taxa de deformação.

3.7.2 Conservação da massa

Uma vez que o movimento ocorre sem variação de massa, a relação entre as densidades de referência e atual é dada por [Malvern, 1969]:

$$\rho J = \rho \det F = \rho \tag{3.31}$$

onde, $\rho e \rho$, são as densidades atual e de referência respectivamente e J = det F é o Jacobiano ou determinante do gradiente de deformação.

3.7.3 Conservação da quantidade de movimento e equilíbrio. Medidas de tensão.

Considere um corpo ocupando uma posição $\Omega_t = \varphi(\Omega, t)$ ao longo do seu movimento. As forças atuando neste podem ser classificadas em 2 categorias [Malvern, 1969], Figura 3.17.

1. Forças de superfície – forças aplicadas na fronteira de um corpo tal como aquelas resultantes do contato entre corpos;

2. Forças de corpo – forças exercidas no interior do corpo. Forças gravitacionais e magnéticas são exemplos típicos de tais forças.

Simultaneamente a estas ações admite-se a existência de uma distribuição de esforços internos denominada tensão, representada por um tensor de segunda ordem com nove componentes. Várias medidas de tensão podem ser definidas, tais como:

• <u>Tensor tensão de Cauchy</u> (σ)

É definido como a força aplicada por unidade de área atual (ou deformada), sendo portanto chamado também de tensão verdadeira. Num problema unidimensional, esta é dada pelo quociente, ver Figura 3.16.

$$\sigma = \frac{F}{A} \tag{3.32}$$

onde, F é a força axial interna e A é a área atual.



Figura 3.16 Tensão nominal ou de engenharia (configuração de referência) e tensão de Cauchy ou atual (configuração de atual). Problema unidimensional.

Num caso geral, dado um ponto x e um plano passando por este ponto com normal $n_t(x)$, a força $f_t(x)$ por unidade de área atual é dada por, Figura 3.17:



Figura 3.17 Forças de superfície nas configurações de referência $\overline{f_t}$ e atual f_t .

Devido às condições de equilíbrio e de momentos se obtém que o tensor tensão de Cauchy é simétrico, e possui 6 componentes independentes:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^{T}; \, \boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_{xx} & \boldsymbol{\sigma}_{xy} & \boldsymbol{\sigma}_{xz} \\ \boldsymbol{\sigma}_{yx} & \boldsymbol{\sigma}_{yy} & \boldsymbol{\sigma}_{yz} \\ \boldsymbol{\sigma}_{zx} & \boldsymbol{\sigma}_{zy} & \boldsymbol{\sigma}_{zz} \end{bmatrix}$$
(3.34)

Finalmente por ser um tensor simétrico de componentes reais, é possível calcular as tensões principais e as direções principais do tensor de Cauchy, através dos seus auto-valores e auto-vetores respectivamente.

<u>Tensor tensão de Kirchhoff</u>

Através das equações de equilíbrio (3.42) é possível correlacionar as medidas de tensão. Isto permite definir o tensor tensão de Kirchhoff τ através da seguinte expressão:

$$\tau_{ii} = J\sigma_{ii} \tag{3.35}$$

Onde, J = det F é o Jacobiano ou determinante do gradiente de deformação.

Devido a simetria de σ , o tensor tensão de Kirchhoff é simétrico e portanto admite obter as tensões e direções principais, através dos seus auto-valores e auto-vetores. Além disso, é possível correlacionar as tensões principais de Kirchhoff τ_{ii}^* com as tensões principais do tensor tensão de Cauchy σ_{ii}^* , como mostrado a seguir:

$$\tau_{ii}^* = J\sigma_{ii}^* \tag{3.36}$$

<u>Primeiro tensor tensão de Piola-Kirchhoff</u>

No problema unidimensional da Figura 3.16, este é definido como uma força aplicada por unidade de área indeformada ou de referência, sendo também chamado de tensão nominal.

$$P = \frac{F}{A_0} \tag{3.37}$$

Num caso geral, dado um ponto X e um plano passando por este ponto com normal $\overline{n_t}(X)$, a força de superfície $\overline{f_t}(X)$ por unidade de área de referência é dado por Figura 3.17:

$$\overline{f_t} = P \ \overline{n_t} \tag{3.38}$$

É possível correlacionar o tensor tensão de Cauchy σ com o primeiro tensor tensão de Piola-Kirchhoff *P*, através da seguinte expressão:

$$P = J \,\sigma F^{-T} \tag{3.39}$$

O primeiro tensor tensão de Piola-Kirchhoff geralmente não é simétrico, o que implica que os auto-valores e auto-vetores nao correspondem mais as tensões e direções principais, ao contrário do tensor tensão de Cauchy. Além disso, esta não simetria torna difícil a sua utilização em equações constitutivas com tensores de deformação simétricos.

<u>Segundo tensor tensão de Piola Kirchhoff</u>

O segundo tensor tensão de Piola Kirchhoff \tilde{P} foi definido devido as desvantagens descritas acima do primeiro tensor tensão de Piola-Kirchhoff, através da seguinte relação [Malvern, 1969]:

$$\widetilde{P} = \frac{\widetilde{\rho}}{\rho} F^{-1} \sigma F^{-T} \quad ou \quad \widetilde{P} = P F^{-T}$$
(3.40)

onde $\rho e \rho$ são as densidades atual e de referência, respectivamente.

A utilização de um ou outro tensor de tensões depende da escolha da configuração (deformada ou referência) na qual serão escritas as equações de equlíbrio. É preciso enfatizar que a relação entre eles é univocamente definida através da relação do tensor gradiente de deformação F.

A seguir são apresentadas as equações governantes do problema que utilizam como argumento as medidas de deformação e tensão acima definidas.

Definidas as medidas de tensão, pode-se formular as equações de conservação do momento linear e angular de uma partícula que representam, respectivamente, o balanço de forças e de momentos atuando sobre este. O balanço de momentos angular traz como consequência a propriedade de simetria do tensor tensão de Cauchy. O balanço de forças ou conservação do momento linear descrito na configuração atual é dado por:

$$div_{x}(\sigma) + \rho b = \rho \frac{dv}{dt}$$
(3.41)

onde,

 $div_x(\sigma)$ é o divergente do tensor tensão de Cauchy

 ρ é a densidade atual;

b é a força de corpo por unidade de volume na configuração atual;

 $\frac{dv}{dt} = \frac{d^2u}{dt^2} = \ddot{u}$ é a aceleração da partícula

Quando o termo inercial $\rho \ddot{u}$ desaparece ou pode ser negligenciado, isto é, quando o problema é quase-estático, a equação do momento passa a ser conhecida como equação de equilíbrio:

$$div_{x}(\sigma) + \rho b = 0 \tag{3.42}$$

A equação de conservação do momento linear deve ser satisfeita em todo domínio Ω . Na fronteira $\partial \Omega$ devem ser satisfeitas as denominadas condições de contorno. Dependendo do tipo de condição de contorno, a fronteira $\partial \Omega$ é separado em diferentes regiões. A parte da fronteira onde existem deslocamentos prescritos \tilde{u} , é chamada de fronteira de Dirichlet e denotada por $\partial \Omega_u$. Por outro lado, a parcela de $\partial \Omega$ onde as trações \tilde{f}_t são prescritas é chamada de fronteira de tração e denotada por $\partial \Omega_f$. Na configuração deformada, estas condições se escrevem como:

$$u = \widetilde{u} \quad em \ \partial \Omega_{u}$$

$$\sigma n = \widetilde{f}_{t} \quad em \ \partial \Omega_{f} \qquad (3.43)$$

Tração e deslocamento não podem ser prescritos na mesma região. Por outro lado, a união das regiões compõe a fronteira. Matematicamente,

$$\partial \Omega_{u} \cap \partial \Omega_{t} = 0$$

$$\partial \Omega_{u} \cup \partial \Omega_{t} = 0$$
(3.44)

Finalmente, é freqüente em problemas de conformação a existência de uma parcela de $\partial \Omega$ sujeita a possibilidade de contato com um outro corpo externo. Nesta região, tanto os

deslocamentos quanto às tensões de contato não são conhecidas a priori, e dependem da solução do problema. Esta região será denotada por $\partial \Omega_c$. As condições sobre esta região são assunto a ser discutido na seção 3.14.

Admite-se também que estas fronteiras são disjuntas, isto é, Figura 3.18:

$$\partial \Omega_{u} \cap \partial \Omega_{f} = 0$$

$$\partial \Omega_{u} \cap \partial \Omega_{c} = 0$$

$$\partial \Omega_{f} \cap \partial \Omega_{c} = 0$$

(3.45)



Figura 3.18 Definição das fronteiras de deslocamentos $\partial \Omega_u$, tração $\partial \Omega_f$ e contato $\partial \Omega_c$.

3.7.4 Primeiro e segundo princípio da termodinâmica. Lei constitutiva.

O primeiro princípio da termodinâmica postula a conservação da energia, e pode ser expresso matematicamente, pela seguinte equação:

$$\rho \dot{e}_i = \sigma : D + \rho r_c - div_x q \tag{3.46}$$

onde,

 \dot{e}_i – é a taxa de energia interna por unidade de volume deformado;

 r_c – produção de calor por unidade de volume deformado;

 $div_x q$ – é o divergente espacial do fluxo de calor.

O segundo princípio da termodinâmica postula a irreversibilidade da entropia, e pode ser expresso matematicamente pela seguinte desigualdade:

$$\rho \dot{s} + div_{x} \left(\frac{q}{\theta}\right) - \frac{\rho r_{c}}{\theta} \ge 0$$
(3.47)

onde,

 \dot{s} – é a taxa de entropia por unidade de volume deformado;

 θ – é a temperatura.

A substituição das equações de conservação da massa e da energia junto com a definição da energia livre de Helmholtz (ψ), equação (3.48), na segunda lei da termodinâmica permite encontrar, após algumas operações, a desigualdade denominada desigualdade de Clausius-Duhen, equação (3.49).

$$\psi = e - \theta s, \tag{3.48}$$

$$\sigma: D - \rho(\dot{\psi} + s\dot{\theta}) - \frac{1}{\theta}qg \ge 0 \tag{3.49}$$

Onde, e_i e *s* são a energia interna e a entropia por unidade de volume deformado, respectivamente. E, *g* é o gradiente de temperatura.

Para definir as equações constitutivas admite-se que o estado termodinâmico de um ponto pode ser completamente caracterizado pelo conhecimento de um conjunto de variáveis de estado,

$$\{F,\theta,g,\alpha_1,\alpha_2,\ldots\}$$

onde, *F* é o gradiente de deformação, θ é a temperatura, *g* é o gradiente de temperatura e α_k são as denominadas variáveis internas, normalmente usadas para descrever fenômenos dissipativos. Por exemplo, nos modelos vistos a seguir, as variáveis internas são tipicamente a deformação plástica e o encruamento. A partir desta hipótese se admite que a energia livre de Helmholtz depende destas variáveis na forma:

$$\psi = \psi(F, \theta, \alpha_k) \tag{3.50}$$

Sua substituição na desigualdade de Clausius-Duhen fornece a seguinte desigualdade que deve ser satisfeita para qualquer processo de mudança de um estado para outro:

$$\left(\sigma F^{-T} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial F}\right) : \dot{F} - \rho \left(s + \frac{\partial \psi}{\partial \theta}\right) \dot{\theta} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \alpha_k} \dot{\alpha}_k - \frac{1}{\theta} q g \ge 0$$
(3.51)

Em particular se desconsideramos os efeitos térmicos, temos:

$$\psi = \psi(F, \alpha_k),$$

$$\left(\sigma F^{-T} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial F}\right): \dot{F} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \alpha_k} \dot{\alpha}_k \ge 0$$
(3.52)

Esta desigualdade define limites para os processos termodinâmicos e portanto, define regras que as equações constitutivas a serem desenvolvidas devem satisfazer. Analisando a inequação (3.52) frente a processos tanto dissipativos quanto não dissipativos é possível encontrar um conjunto de expressões gerais para as equações constitutivas de forma que estas satisfaçam os princípios termodinâmicos. Estas são [Neto 2002]:

$$\psi = \psi(F, \alpha_k)$$

$$\sigma = \rho \frac{\partial \psi}{\partial F} F^T$$

$$\dot{\alpha}_k = f(F, \alpha_k)$$

(3.53)

A primeira equação expressa que o estado de tensões pode ser definido como a derivada de um potencial (energia livre de Helmholz) em relação às deformações. A segunda define uma lei de evolução para as variáveis internas. Este conjunto de equações é chamado de "problema constitutivo", e como se observa, é dado em termos de taxas, isto é, derivadas temporais das variáveis. Este problema constitutivo deverá ainda ser integrado no tempo nos processos incrementais de solução do problema de valor de contorno, como é apresentado nas seções a seguir.

O problema constitutivo é descrito como: "Dado o histórico do gradiente de deformação encontre a energia livre e tensão de acordo com a lei constitutiva conceitualmente expressada por (3.53)".

3.7.5 Princípio dos trabalhos virtuais. Forma fraca

A equação da conservação do momento (3.41) pode ser reescrita em outro formato, denominado forma fraca ou variacional. Através da técnica de resíduos ponderados aplicado a equação de equilíbrio (3.42), é possível obter após integração a nova condição denominada princípio dos trabalhos virtuais.

Define-se o conjunto K_u dos deslocamentos cinematicamente admissíveis, isto é, aqueles deslocamentos que satisfazem as condições de contorno em $\partial \Omega_u$ e são funções suficientemente regulares para permitir as operações de diferenciação e integração. Matematicamente,

$$K_{u} = \{ u(X,t) / u \ e' \ suficientemente \ regular, u = u \ em \ \partial \Omega_{u} \}$$
(3.54)

Por outro lado, a diferença de dois deslocamentos cinematicamente admissíveis pertence ao conjunto, ϑ , das variações, ou dos deslocamentos virtuais definido como:

$$\mathcal{G} = \{\eta(X,t) \ e' \ suficientemente \ regular, \ e \ \eta = 0 \ em \ \partial \Omega_{\mu}\}$$
 (3.55)

Desconsiderando as forças inerciais, o princípio dos trabalhos virtuais (P.T.V.) postula que: "um corpo qualquer está em equilíbrio se e só se o campo de tensões de Cauchy, σ , satisfaz a equação":

$$\int_{\Omega_t} \left[\sigma : \nabla_x \eta - b \eta \right] dV - \int_{\partial \Omega_t} f_t \eta \, dA = 0 \qquad \forall \eta \in \mathcal{G}$$
(3.56)

Esta é a versão espacial do P.T.V., onde a integração é realizada na configuração atual e as forças em equilíbrio são a tensão de Cauchy σ e as forças externas $f_t(x,t)$ e b(x,t) dependentes do ponto espacial x.

Se descrito na configuração material, o P.T.V. é dado através de uma integração em Ω_0 e o balanço é realizado entre o primeiro tensor tensão de Piola-Kirchhoff e os esforços externos como funções do ponto material *X*:

$$b(x,t) = b(x(X),t) \qquad e \qquad f_t(x,t) = f_t(x(X),t)$$

= $\overline{b}(X,t) \qquad = \overline{f_t}(X,t)$ (3.57)

Escrito na configuração de referência o P.T.V. postula que: "um corpo B está em equilíbrio se e só se o campo de tensões do primeiro tensor tensão de Piola-Kirchhoff P satisfaz a equação":

$$\int_{\Omega_0} \left[P : \nabla_x \eta - \overline{b} \eta \right] dV - \int_{\partial \Omega_0} \overline{f_t} \eta \, dA = 0 \qquad \forall \eta \in \mathcal{G}$$
(3.58)

Quando o termo de tensão P ou σ é substituído pelas relações constitutiva e cinemática, o problema de equilíbrio se transforma em um problema de valor de contorno, onde o objetivo passa a ser a determinação do campo de deslocamentos que produz um campo de tensões equilibrado com as ações externas.

Assim dada uma equação constitutiva do tipo

$$\sigma = \sigma(\alpha_k, F(u)) \tag{3.59}$$

e substituindo esta no P.T.V. (3.56), o problema de valor de contorno se escreve como: "Determinar o campo de deslocamentos $u \in K_u$, tal que":

$$\int_{\Omega_t} \left[\hat{\sigma}(\alpha_k, F(u)) : \nabla_x \eta - b \eta \right] dV - \int_{\partial \Omega_t} f_t \eta \, dA = 0 \qquad \forall \eta \in \mathcal{G}$$
(3.60)

O próximo passo consiste em encontrar uma solução para o campo u(x) usando o método dos elementos finitos.

3.8 Método dos Elementos Finitos (MEF)

Em engenharia é comum se deparar com problemas matemáticos cuja formulação, em geral dada por equações diferenciais, é de difícil solução. Para estes casos podem ser encontradas soluções aproximadas utilizando métodos numéricos. Dentre estes o método dos elementos finitos (MEF) é amplamente utilizado para determinar soluções numéricas da mecânica dos sólidos e fluídos.

Em particular, o MEF vem sendo utilizado com crescente frequência na simulação do processo de conformação de chapas metálicas, onde há ocorrência de grandes deformações e rotações, e não-linearidade da relação constitutiva [Bathe, 1982]. Na solução destes problemas são necessárias aproximações numéricas das equações de equilíbrio na sua forma fraca, estas são [Neto, 2002]:

1 – Discretização no tempo do problema constitutivo. Um esquema de integração numérica é introduzido para resolver o problema de valor inicial definido pelas equações constitutivas do modelo que relacionam as tensões ao histórico de deformações. Nestas as equações constitutivas contínuas no tempo são transformadas em incrementais.

2 – Discretização espacial por elementos finitos. Esta é a forma padrão de aproximação do princípio dos trabalhos virtuais onde o domínio do corpo e os conjuntos funcionais associados são substituídos por funções aproximadas geradas através das funções de interpolação dos elementos finitos.

Com a introdução das aproximações acima, o problema de valor de contorno inicial é reduzido a um conjunto de equações algébricas a ser resolvido em cada incremento do intervalo de tempo considerado.



Figura 3.19 Aproximações numéricas. Redução do problema de valor de contorno inicial para um conjunto de equações incrementais por elementos finitos [Neto, 2002].

3.8.1 Interpolação por elementos finitos

O método de elementos finitos para solução numérica do problema descrito pela equação (3.56) consiste em substituir os conjuntos funcionais K_u e \mathscr{P} com subconjuntos discretos ${}^{h}K_u$ e ${}^{h}\mathscr{P}$ gerados por uma discretização por elementos finitos *h* do domínio Ω .

$${}^{h}K_{u} \equiv \left\{{}^{h}u(x) = N(x)\mathbf{U} | {}^{h}u(x) = \tilde{u}(x) \text{ se } x \in \partial\Omega_{u}\right\}$$

$$e \qquad (3.61)$$

$${}^{h}\mathcal{G} \equiv \left\{{}^{h}\eta(x) = N(x)\mathbf{\eta} | {}^{h}\eta(x) = 0 \text{ se } x \in \partial\Omega_{u}\right\}$$

Nestes conjuntos, N(x) é a matriz de funções de interpolação, U é o vetor de parâmetros de deslocamentos e η é o vetor de parâmetros de deslocamentos virtuais. Como exemplo, no caso de problemas bidimensionais a matriz *N* tem a forma:

$$N(x) = \begin{bmatrix} N_1(x) & 0 & N_2(x) & 0 & \cdots & N_{nnos}(x) & 0 \\ 0 & N_1(x) & 0 & N_2(x) & \cdots & 0 & N_{nnos}(x) \end{bmatrix}$$
(3.62)

No caso mais frequente de se utilizar elementos finitos de tipos Lagrangeanos, as funções de interpolação são tais que seu valor é unitário no nó que a define e zero no resto dos nós. Neste caso, o valor dos parâmetros U corresponde ao valor do deslocamento nodal em cada grau de liberdade.

A aproximação por elementos finitos da equação variacional contínua (3.60) é então obtida mediante a substituição dos conjuntos funcionais $K \in \mathcal{G}$ pelos subconjuntos de dimensão finita definidos acima.

3.9 Procedimentos de elementos finitos incrementais

3.9.1 Função constitutiva incremental

Assumindo que as equações constitutivas do modelo material são dependentes do caminho, isto é, o tensor tensões depende do histórico de deformações a que o material foi submetido, e não mais apenas dos seus valores instantâneos. Pode-se afirmar que o tensor tensões é então obtido através da solução do problema constitutivo (3.53) estabelecido na seção 3.7.4. Para encontrar esta solução é necessário o uso de algoritmos de integração das equações constitutivas, dadas em formas de taxas temporais das variáveis de interesse.

A escolha de uma técnica particular para integração de uma lei constitutiva dependerá do modelo considerado. Em geral, algoritmos para integração das equações constitutivas baseadas em taxas são obtidos adotando-se algum tipo de discretização no tempo, juntamente com algumas hipóteses no caminho de deformação entre intervalos de tempo adjacentes [Neto, 2002]. Em

formulações envolvendo grandes deformações o algoritmo define uma função constitutiva incremental no seguinte formato:

$$\sigma_{n+1} = \hat{\sigma}(\alpha_n, F_{n+1}) \tag{3.63}$$

isto é, dado o conjunto de variáveis internas, α_n , o gradiente de deformação prescrito, F_{n+1} , determinará o tensor tensão de Cauchy, σ , univocamente através da função constitutiva incremental, $\hat{\sigma}$, definida por meio de algum algoritmo para integração numérica das equações constitutivas do modelo.

A lei constitutiva é, em geral, não-linear e independente do caminho dentro de cada incremento, isto é, dentro de cada incremento σ_{n+1} depende apenas de F_{n+1} (note que α_n é constante dentro do incremento de carga). O algoritmo deve também definir uma função constitutiva incremental para as variáveis internas do modelo:

$$\alpha_{n+1} = \alpha(\alpha_n, F_{n+1}) \tag{3.64}$$

3.9.2 Problema de valor de contorno incremental

O problema de valor de contorno inicial em deformações finitas é obtido pela introdução da lei constitutiva discretizada no tempo dentro do problema de equilíbrio. Dado o conjunto de variáveis internas α_n no tempo t_n , e dados os valores de cargas externas no tempo t_{n+1} , isto é, f_{n+1} e b_{n+1} , encontre uma configuração cinematicamente admissível x_{n+1} , tal que seja satisfeita a equação do trabalho virtual:

$$\int_{\Omega} \left[\widehat{\sigma}(\alpha_n, F_{n+1}) : \nabla_x^{s} \eta - b_{n+1} \eta \right] dV - \int_{\partial \Omega} f_{n+1} \eta \, dA = 0 \qquad \forall \eta \in \mathcal{G}$$
(3.65)

Nesta expressão, a configuração deformada x_{n+1} e o gradiente de deformação em t_{n+1} são dados por:

$$x_{n+1} = \varphi_{n+1}(X) = X + u_{n+1}$$

$$e$$

$$F_{n+1} = \nabla_X x_{n+1} = I + \nabla_X u_{n+1}$$
(3.66)

3.9.3 Discretização da equação de equilíbrio por elementos finitos

Substituindo na equação (3.65) os campos aproximados pelo método dos elementos finitos, operando e levando em conta a arbitrariedade dos deslocamentos virtuais se obtém que o

problema discreto consiste em encontrar um vetor de deslocamento global cinematicamente admissível que satisfaça a equação de equilíbrio incremental:

$$r(u_{n+1}) \equiv f^{int}(u_{n+1}) - f^{ext}_{n+1} = 0$$
(3.67)

onde r é o vetor resíduo e os vetores de força interna e externa são definidos como:

$$f_{(e)}^{int} = \int_{\varphi_{n+1}(\Omega^{(e)})} B^T \widehat{\sigma}(\alpha_n, F(u_{n+1})) dV$$

$$f_{(e)}^{ext} = \int_{\varphi_{n+1}(\Omega^{(e)})} N^T b_{n+1} dV + \int_{\varphi_{n+1}(\partial\Omega^{(e)})} N^T f_{n+1} dA$$
(3.68)

Na expressão acima a matriz B é o operador gradiente simétrico discreto. Como exemplo, em duas dimensões (problemas de tensão e deformação plana), a matriz B tem o formato

$$B = \begin{bmatrix} N_{1,1} & 0 & N_{2,1} & 0 & \cdots & N_{n_{pontos},1} & 0 \\ 0 & N_{1,2} & 0 & N_{2,2} & \cdots & 0 & N_{n_{pontos},2} \\ N_{1,2} & N_{1,1} & N_{2,2} & N_{2,1} & \cdots & N_{n_{pontos},2} & N_{n_{pontos},1} \end{bmatrix}$$
(3.69)

3.9.4 Método de Newton-Raphson. Linearização

Em problemas não-lineares incrementais utilizando MEF, o algoritmo de Newton-Raphson é particularmente atrativo, devido à taxa quadrática de convergência, robustez e eficiência. Ele pode ser obtido através da expansão por série de Taylor do resíduo. Dado um vetor de deslocamentos u_{n+1}^k , deseja-se encontrar a correção δu^k tal que u_{n+1}^{k+1} torne nulo o resíduo, isto é,

$$0 = r\left(u_{n+1}^{k+1}\right) \cong r\left(u_{n+1}^{k}\right) + \frac{\partial r\left(u_{n+1}^{k}\right)}{\partial u} \delta u^{k}$$
(3.70)

Desta expressão se obtém a fórmula recursiva

$$K_T \,\delta u^{(k)} = -r(u_{n+1}^k) \tag{3.71}$$

onde K_T é a matriz de rigidez tangente global dada por:

$$K_T = \frac{\partial r\left(u_{n+1}^k\right)}{\partial u} \tag{3.72}$$

Assumindo que apenas carregamentos independentes da configuração estão presentes, K_T é a montagem das matrizes de rigidez dos elementos, definida como [Neto 2002]:

$$K_T^{(e)} = \int_{\varphi_{n+1}^{(k)}(\Omega(e))} G^T a \, G \, dV \tag{3.73}$$

Na equação acima, a matriz G é o operador gradiente espacial discreto, o qual em análises de tensões/deformações planas, tem o formato:

$$G = \begin{vmatrix} N_{1,1}^{(e)} & 0 & N_{2,1}^{(e)} & 0 & \cdots & N_{n_{no},1}^{(e)} & 0 \\ 0 & N_{1,1}^{(e)} & 0 & N_{2,1}^{(e)} & \cdots & 0 & N_{n_{no},1}^{(e)} \\ N_{1,2}^{(e)} & 0 & N_{2,2}^{(e)} & 0 & \cdots & N_{n_{no},2}^{(e)} & 0 \\ 0 & N_{1,2}^{(e)} & 0 & N_{2,2}^{(e)} & \cdots & 0 & N_{n_{no},2}^{(e)} \end{vmatrix}$$
(3.74)

e *a* é a matriz tangente espacial consistente avaliada no estado definido no fim da iteração (*k-1*), definida como:

$$a_{ijkl} = \frac{1}{J} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial F_{km}} F_{lm} - \sigma_{il} \,\delta_{jk} \tag{3.75}$$

3.10 Modelos hiperelásticos-plásticos

Modelos constitutivos hiperelásticos-plásticos foram desenvolvidos para eliminar alguns obstáculos das formulações clássicas hipoelásticas-plásticas, apresentadas na seção 3.11 [Belytschko, 2000]. Nos modelos hiperelásticos, a parcela elástica da deformação é derivada de uma função potencial garantindo, por construção, que o trabalho realizado em um caminho fechado de deformação elástica seja nulo. Em função disto, não existe a necessidade de integrar equações baseadas em taxas de tensão objetivas, eliminando, desta forma, os algoritmos típicos dos modelos hipoelásticos. Finalmente, estas formulações apresentam objetividade material, isto é, independem do sistema de coordenadas em que são descritas.

Os modelos hiperelásticos-plásticos estão baseados nos seguintes conceitos:

Decomposição multiplicativa do gradiente de deformação em parcelas elásticas, F^e, e plásticas, F^p, isto é:

$$F = F^e F^p \tag{3.76}$$

• Cálculo das tensões a partir da derivação do potencial energia livre $\psi(\varepsilon^e, \alpha)$, tal como proposto no formato geral das equações constitutivas (3.53):

$$\tau = \frac{-\partial \psi}{\partial \varepsilon^e} \tag{3.77}$$

onde, τ é o tensor tensão de Kirchhoff, $\overline{\rho}$ é a densidade atual e ε^{e} é a deformação logarítmica atual.

• Cálculo da parcela de deformação plástica, *F^p*, mediante algoritmo de integração temporal das equações dadas em taxas de deformação plástica fornecidas pelas leis de escoamento do tipo:

$$\dot{\varepsilon}^{p} = \dot{\gamma} \frac{\partial \Psi(\tau, A)}{\partial \tau}$$
(3.78)

$$\dot{\alpha} = -\dot{\gamma} \frac{\partial \Psi(\tau, A)}{\partial A}$$
(3.79)

A equação (3.78) define que a direção de escoamento é dada pela derivada da função potencial de fluxo plástico, $\Psi(\tau, A)$, em relação as tensões, enquanto que, a "magnitude"da taxa de deformação plástica é dada pelo escalar $\dot{\gamma}$ conhecido como multiplicador plástico. A equação (3.79) define a lei de evolução das variáveis internas através da derivação do potencial, Ψ , em relação ao conjunto de forças termodinâmicas, A, frequentemente representando parâmetros de encruamento.

A condição de plastificação depende do seguinte critério, conhecido como condição de complementaridade:

$$\Phi(\tau, A) \le 0, \qquad \dot{\gamma} \ge 0, \qquad \dot{\gamma} \Phi = 0 \tag{3.80}$$

A função $\Phi(\tau, A)$ é a função denominada critério de escoamento ou limite de escoamento. A condição (3.80) tem o seguinte significado: se o estado do ponto material é tal que $\Phi < 0$, então o ponto se encontra em regime elástico e não pode haver plastificação, isto é, $\dot{\gamma} = 0$. Se, pelo contrário, há plastificação, $\dot{\gamma} > 0$, o estado do ponto material deve se encontrar na superfície de escoamento, isto é, $\Phi(\tau, A) = 0$.

No presente caso as funções de critério ou limite de escoamento Φ correspondem aos critérios de Von Mises ou Hill, detalhadas nas seções 3.12.1 e 3.12.2. Também no presente caso, admite-se que a função potencial de fluxo plástico, Ψ , coincide com a função critério de escoamento, Φ , isto é,

$$\Psi = \Phi \tag{3.81}$$

Esta igualdade caracteriza os denominados modelos associativos.

A integração das equações (3.78) e (3.79) junto as equações (3.76) e (3.77) definem uma equação constitutiva incremental cujo formato geral é dado pela expressão (3.53), utilizada nas equações de equilíbrio.

3.11 Modelos hipoelásticos-plásticos

Estes modelos são historicamente anteriores aos modelos hiperelásticos e seu uso é ainda freqüente na grande maioria de códigos comerciais. Nestes não há conservação da energia num ciclo de deformação elástica fechado. No caso de pequenas deformações elásticas, o erro de energia é insignificante, o que torna viável o uso destes, por exemplo, na conformação de chapas.

Nestes modelos constitutivos, a taxa de deformação, D, é decomposta numa parte elástica D^e , e outra plástica, D^p [Belytschko, 2000]:

$$D = D^e + D^p \tag{3.82}$$

A partir desta decomposição, define-se uma equação para as tensões em termos de taxas, isto é, a variação no tempo da medida de tensão, Σ , depende da taxa de deformação elástica:

$$\sum = C^e : D^e \tag{3.83}$$

Onde, $\dot{\Sigma}$ denota alguma taxa objetiva de alguma medida de tensão Σ e C^e é o módulo tangencial elástico.

Por outro lado a taxa de deformação plástica é calculada a partir da derivada do potencial de fluxo plástico, $\Psi(\Sigma, A)$, de forma análoga aos modelos hiperelásticos:

$$D^{p} = \dot{\gamma} \frac{\partial \Psi(\Sigma, A)}{\partial \Sigma}$$
(3.84)

A equação acima define que a "direção" de escoamento é dada pela variação do potencial de fluxo plástico em relação a medida de tensão escolhida, enquanto que a magnitude da taxa de deformação plástica é definida pelo multiplicador $\dot{\gamma}$. Finalmente, o resto das variáveis internas, α_k , seguem uma lei de evolução análoga aos modelos hiperelásticos:

$$\dot{\alpha} = -\dot{\gamma} \frac{\partial \Psi(\Sigma, A)}{\partial A}$$
(3.85)

A condição de plastificação ou descarregamento elástico é definida, novamente pelas equações de complementaridade (3.80), conforme descrito na seção 3.10.

A integração das equações (3.83) a (3.85) segundo técnicas apropriadas dentro do incremento de carga permitem encontrar a expressão da equação constitutiva incremental cujo formato geral é dado pela expressão (3.53). Finalmente é preciso ressaltar que a taxa de tensão $\dot{\Sigma}$ tem que satisfazer a propriedade de objetividade material, isto é, suas componentes se modificam segundo regras usuais de transformação de coordenadas. Esta propriedade não é satisfeita, por exemplo, pelo tensor tensão de Cauchy, isto é, $\dot{\sigma}$ não é uma taxa de tensão objetiva. Diversas

taxas de tensão objetivas foram definidas na literatura, como as taxas de Jaumann, Truesdell e Green-Naghdi [Belytschko, 2000], [Neto 2002]. O seu uso é ainda motivo de estudo.

3.12 Critérios clássicos de escoamentos

Dado o estado de tensões em um corpo, quando este atinge um valor crítico estabelecido por um critério de escoamento, ocorre um fluxo plástico do material. Este princípio pode ser entendido como: dada uma função de escoamento, se esta for negativa, somente deformações elásticas estarão presentes. Por outro lado, se as funções atingiram um valor igual a zero, um fluxo plástico poderá ocorrer.

A função de escoamento Φ é definida como uma função do estado de tensão (dado por σ ou τ), e de um conjunto de forças termodinâmicas de encruamento, *A*. A condição é

$$\Phi(\sigma, A) \le 0 \tag{3.86}$$

Um estado (σ , A) é dito se encontrar no domínio elástico se o potencial $\Phi < 0$. Se pelo contrário, for um estado tal que $\Phi(\sigma, A) = 0$, se diz estar na superfície de escoamento, sujeito a possibilidade de plastificação.

A seguir serão descritos dois dos critérios de escoamento frequentemente usados em problemas de conformação.

3.12.1 Critério de escoamento de von Mises

O critério foi desenvolvido com o intuito de prever o escoamento plástico em metais. Este estabelece que "o escoamento plástico se inicia quando a energia de distorção elástica alcança um valor crítico". Admitindo que o comportamento do material na região elástica é linear e isotrópico, a energia de deformação definida por um tensor tensão σ pode ser decomposta como uma soma de duas parcelas:

$$\psi^e = \psi^e_d + \psi^e_v \tag{3.87}$$

A primeira é a contribuição da energia de distorção ou de cisalhamento:

$$\bar{\rho}\psi_{d}^{e} = \frac{1}{2G}S : S = \frac{1}{G}J_{2}(S)$$
(3.88)

onde, G é o módulo de cisalhamento, S é a componente deviatórica da tensão, definida como:

$$S = \sigma - \frac{1}{3} tr(\sigma) I \tag{3.89}$$

e $J_2(S)$ é o segundo invariante, definido como:

$$J_2(S) = \frac{1}{2}S : S$$
(3.90)

A segunda parcela é a densidade de energia de deformação volumétrica:

$$\overline{\rho}\psi_{\nu}^{e} = \frac{1}{K_{\nu}}p^{2}$$
(3.91)

onde, K_V é o módulo volumétrico e p é a componente hidrostática da tensão definida como:

$$p = \frac{1}{3} tr(\sigma) = \frac{1}{3} (\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3)$$
(3.92)

sendo, σ_1 , σ_2 , σ_3 , as tensões principais. Considera-se que a componente de pressão do tensor tensão não influencia a superfície de escoamento, isto é, o escoamento plástico só depende da componente deviatórica da tensão.

A função de escoamento para o critério de von Mises é definida como:

$$\Phi(\sigma) = \sqrt{J_2(S)} - \sigma_y \tag{3.93}$$

onde, σ_y é a tensão limite de escoamento fornecida pelo ensaio de tração. Em termos de tensões principais, temos:

$$\Phi(\sigma) = \left[\frac{1}{2}\left((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right)\right]^{\frac{1}{2}} - \sigma_y$$
(3.94)

A superfície de escoamento $\Phi = 0$ associada com o critério de von Mises é representada, no espaço de tensões principais, como uma superfície cilíndrica circular, onde o eixo desta coincide com o eixo hidrostático, Figura 3.20.



Figura 3.20 Superfícies de escoamento de Tresca e Von Mises no espaço de tensões principais [Popov, 1978].

3.12.2 Critério de escoamento de Hill

As chapas metálicas utilizadas em processos de conformação apresentam um sistema de eixos de anisotropia, conforme mostrado na Fig. 3.21, onde os ângulos (0°, 45°, 90°) formados com a direção de laminação geram as três direções de ortotropia no plano da chapa.



Figura 3.21 Eixos de anisotropia [MSC Marc, 2001].

Através dos ensaios de tração são determinadas as tensões de escoamento nas três direções $(\sigma_0^{o}, \sigma_{45}^{o}, \sigma_{90}^{o})$, enquanto que os coeficientes de anisotropia normal $(r_0^{o}, r_{45}^{o}, r_{90}^{o})$ são obtidos através dos ensaios de anisotropia.

Se as tensões principais coincidem com as direções de anisotropia, o modelo quadrático de Hill se escreve, [Wagoner, 1996]:

$$\Phi(\sigma) = \left[\left(F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 \right)^{\frac{1}{2}} - \sigma_y$$
(3.95)

sendo σ_v a tensão limite de escoamento a 0°.

Pode-se ver que este é uma extensão do critério de escoamento de Von Mises, modificando a superfície de escoamento com os parâmetros F, $G \in H$.

No caso mais geral em que as direções principais de σ não coincidem com os eixos de laminação, o critério de Hill pode ser escrito como [MSC Marc, 2001]:

$$\overline{\sigma} = \frac{\left[a_1\left(\sigma_y - \sigma_z\right)^2 + a_2\left(\sigma_z - \sigma_x\right)^2 + a_3\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 3a_4\tau_{zx}^2 + 3a_5\tau_{yz}^2 + 3a_6\tau_{xy}^2\right]^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2}}$$
(3.96)

onde, $\overline{\sigma}$ corresponde a tensão de escoamento equivalente de Hill.
A identificação dos parâmetros a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , $a_5 e a_6$, pode ser feita diretamente através das relações entre os limites de escoamento para cada direção de anisotropia e indiretamente através dos coeficientes de anisotropia r_0^o , r_{45}^o e r_{90}^o . Estes coeficientes junto a regra de normalidade do fluxo plástico permitem identificar a "forma" do critério de falha, isto é, os coeficientes a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , $a_5 e a_6$.

A tensão de escoamento na direção da espessura é dificilmente obtida de forma direta e portanto, é calculada indiretamente através das outras duas (σ_0^o , σ_{90}^o) e dos coeficientes de anisotropia mediante as seguintes expressões:

$$\sigma_{N} = \sigma_{0^{\circ}} \sqrt{\frac{r_{90^{\circ}} (1 + r_{0^{\circ}})}{r_{0^{\circ}} + r_{90^{\circ}}}} = \sigma_{90^{\circ}} \sqrt{\frac{r_{0^{\circ}} (1 + r_{90^{\circ}})}{r_{0^{\circ}} + r_{90^{\circ}}}}$$
(3.97)

Com este valor podem ser calculados os coeficiente:

$$Y_{1} = \frac{\sigma_{0^{o}}}{\sigma_{av}}$$

$$Y_{2} = \frac{\sigma_{90^{o}}}{\sigma_{av}}$$

$$Y_{3} = \frac{\sigma_{N}}{\sigma_{av}}$$

$$Y_{4} = \frac{\sigma_{0^{o}}}{\sigma_{av}} \sqrt{\frac{3}{2r_{45^{o}} + 1}}$$
(3.98)

onde, σ_{av} é a media das tensões de escoamento nas três direções de anisotropia (σ_0^o , σ_{90}^o , σ_N),

$$\sigma_{av} = \frac{\sigma_{0^o} + \sigma_{90^o} + \sigma_N}{3}$$
(3.99)

A partir destes valores, pode-se calcular os coeficientes a_i como:

$$a_{1} = \frac{1}{2Y_{2}} + \frac{1}{2Y_{3}} - \frac{1}{2Y_{1}}$$

$$a_{2} = \frac{1}{2Y_{1}} + \frac{1}{2Y_{3}} - \frac{1}{2Y_{2}}$$

$$a_{3} = \frac{1}{2Y_{1}} + \frac{1}{2Y_{2}} - \frac{1}{2Y_{3}}$$

$$a_{4} = 1$$

$$a_{5} = 1$$

$$a_{6} = \frac{1}{Y_{4}}$$
(3.100)

Pode-se notar que:

• No caso isotrópico $\sigma_0^o = \sigma_{45}^o = \sigma_{90}^o = \overline{\sigma}$ e $Y_3 = 1$, o que fornece o critério de escoamento de von Mises;

 Assim como a função de escoamento de von Mises, a função de escoamento de Hill é independente da componente hidrostática da tensão.

3.13 Leis de encruamento

Existem duas regras geralmente usadas para definir a evolução da superfície de escoamento [Chen, 1988]:

 Encruamento isotrópico – é baseado na hipótese que a superfície inicial de escoamento expande uniformemente sem distorção e translação quando o fluxo plástico ocorre, Figura 3.23. A tensão de escoamento compressiva assume o mesmo valor da tensão de escoamento trativa, quando o carregamento é invertido Figura 3.22. Não considera o efeito Bauschinger, o qual se refere a um tipo particular de anisotropia direcional induzida pelas deformações plásticas.

2. Encruamento cinemático – assume que a superfície de carregamento translada mantendo o tamanho, forma e orientação da superfície de escoamento inicial Figura 3.23. Permite simular o efeito de Bauschinger ideal para condições de carregamento e descarregamento Figura 3.22.

3. Encruamento misto – consiste na combinação dos dois modelos anteriores, permitindo ampliação da superfície de escoamento assim como modificação da sua posição.



Figura 3.22 Representação dos modelos de encruamento [Chen, 1988]



Figura 3.23 Representação da superfície de encruamento dos modelos isotrópico (a) e cinemático (b) respectivamente [Chen, 1988].

3.14 Condições de contato e atrito

No processo de conformação de chapas metálicas, o problema de contato e atrito acontece entre:

- Punção e chapa;
- Prensa-chapa e chapa;
- Chapa e matriz.

O problema de contato e atrito introduz um novo termo nas integrais de força externa descrito anteriormente na equação (3.68). Este termo passa a ter o seguinte formato:

$$f_{(e)}^{ext} = \int_{\varphi_{n+1}(\Omega^{(e)})} N^T b_{n+1} \, dV + \int_{\varphi_{n+1}(\partial\Omega^{(e)})} N^T f_{n+1}^t \, dA + \int_{\varphi_{n+1}(\partial\Omega^{(e)})} N^T f_{n+1}^c \, dA \tag{3.101}$$

O vetor forças de contato $f^{c}(u)$ depende do estado atual do corpo (portanto do valor de u) e pode ser descrito como uma equação constitutiva não-linear que relaciona deslocamento com força de contato. Por conveniência o vetor das forças de contato, f^{c} , é decomposto em forças normais e forças tangenciais, estas últimas responsáveis pelo fenômeno de atrito.

A análise do fenômeno de contato é complexa, devido à dificuldade de rastrear o movimento da geometria dos corpos durante a ocorrência do contato. Isto é, um nó pode estar livre ou restrito, dependendo da sua posição em relação à posição normal da superfície da ferramenta, quando esta é submetida a um movimento.

As condições de contato são constantemente modificadas em função dos deslocamentos relativos entre os corpos. Os modelos de contato impõem três restrições básicas [Wagoner, 2001]:

1. Não pode haver interpenetração entre os corpos em contato, isto é, entre ferramenta e chapa.

2. Contato unilateral – as forças de contato f^e agem entre as superfícies em contato (chapa e ferramenta), e devem ser somente compressivas. Isto é,

$$f_n^c = (\sigma \ n) \cdot n \le 0 \tag{3.102}$$

 Condições de atrito – Existência de forças tangenciais à superfície de contato, dependentes da força normal e da direção de deslocamento relativo. Esta forças tangenciais são definidas pela lei ou modelo de atrito.

Num incremento estas condições podem gerar não-linearidades mais severas do que aquelas produzidas pelas leis dos materiais ou do problema geométrico. Isto torna os algoritmos de contato e atrito uma das parte mais crítica dos programas de elementos finitos em análises de conformação de chapas metálicas.

Para tratar do problema de contato e atrito existe na literatura diversas técnicas, como: método dos multiplicadores de Lagrange, método do Lagrangeano Aumentado, método das penalidades e restrições diretas. Este último é utilizado pelo código comercial *MSC Marc*, assim como o modelo de Coulomb para análise do atrito.

Como o nome indica, no método das restrições diretas implementado no *MSC Marc*, as restrições de contato entre a superfície da ferramenta e os elementos finitos da chapa são impostas através da transformação do sistema de coordenada dos graus de liberdade dos nós em contato e da aplicação de condições de contorno aos deslocamentos normais e tangenciais. Considerando uma iteração de Newton, a configuração inicial do componente é conhecida, e

portanto são identificados os nós em contato ou "eminência" de contato em função de uma tolerância geométrica. O sistema linearizado de Newton pode ser representado, como:

$$\begin{bmatrix} K_{\hat{a}\hat{a}} & K_{\hat{a}b} \\ K_{\hat{b}\hat{a}} & K_{bb} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{\hat{a}} \\ u_{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{\hat{a}} \\ f_{b} \end{bmatrix}$$
(3.103)

onde, o índice \hat{a} contém os nós em contato e b os restantes. Para os nós em contato realiza-se uma transformação local de coordenadas segundo a direção normal e tangencial à superfície de contato. Nestes nós, os deslocamentos nas direções normais são restritos de tal forma a apresentarem valores iguais aos deslocamentos normais do corpo rígido no ponto de contato. Na direção tangencial são calculadas as forças de atrito segundo o modelo de atrito de Coulomb, que pode ser descrito pelas seguintes equações:

$$\sigma_t \le -\mu \ \sigma_n t_c \tag{3.104}$$

onde, $\sigma_n = \sigma n_t \cdot n_t$ é a componente de tensão normal (compressiva, isto é $\sigma_n \le 0$) e σ_t é a componente de tensão tangencial. O vetor tangencial, t_c , na direção da velocidade relativa é definido por:

$$t_c = \frac{v_r}{|v_r|} \tag{3.105}$$

onde, v_r é a velocidade relativa de escorregamento.

O modelo de Coulomb define que dada a tensão normal de contato, poderá haver deslocamento relativo entre as superfícies se o módulo de tensão tangencial for igual ao produto de σ_n pelo coeficiente de atrito μ . Em 2D, a lei de Coulomb pode ser representada pela Figura 3.24. Pode-se apreciar que o modelo de Coulomb é uma função descontínua do deslocamento, Fig. 3.24, o que acarreta dificuldades numéricas. Por isso, modificações no modelo são introduzidas de forma a suavizar esta descontinuidade. No código *MSC Marc* está implementado um modelo de Coulomb modificado, descrito por:

$$\sigma_{fr} = -\mu \ \sigma_n \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{v_r}{C}\right) \cdot t_c$$
(3.106)

onde, C é um parâmetro de regularização.



Figura 3.24 Modelo de atrito de Coulomb [MSC Marc, 2001].

Na Figura 3.25 pode se observar um conjunto de curvas representando a função $\sigma_t(v_r)$ para diferentes valores de C. Observa-se que para menores valores de C recupera-se o modelo de Coulomb, porém a dificuldade de convergência numérica aumenta.



Figura 3.25 Modelo de atrito de Coulomb modificado. ($\sigma_n = 1$).[MSC Marc, 2001].

CAPÍTULO 4 METODOLOGIA EXPERIMENTAL E NUMÉRICA

A metodologia experimental adotada neste trabalho baseia-se na análise da influência de certos parâmetros, na determinação das Curvas Limite de Conformação (CLC) e na capacidade de simulação numérica do processo de estampagem. Para isto foram utilizadas metodologias específicas para a parte experimental e para a simulação numérica.

Na parte experimental foi verificada a influência do atrito e do fixador ("*drawbead*") na determinação das CLC`s, o comportamento das deformações ocorridas na chapa e a relação entre força e deslocamento ocorridas no processo.

Enquanto que na simulação numérica foram verificados a influência do atrito, o comportamento das deformações ocorridas na chapa e a relação entre força e deslocamento no processo. Por fim, estes foram comparados com os valores obtidos experimentalmente.

Para o desenvolvimento do trabalho foram necessários os seguintes ensaios: análise química, análise metalográfica, ensaios de tração e anisotropia, determinação da força na chapa em função do torque aplicado no parafuso, ensaio simulativo Nakazima e simulação numérica do processo.

A análise química foi realizada na Brasmetal Waelzholz S.A., fabricante das chapas de aço.

As chapas utilizadas neste trabalho foram dos aços BC G2 L, CD EEP e CD EM Bf ZnBR. Nestes foram analisadas a microestrutura e o tratamento superficial, por microscopia ótica.

Os ensaios de tração e anisotropia foram realizados com intuito de determinar as propriedades mecânicas das chapas metálicas, tais como: módulo de elasticidade (E_{α}) , limite de escoamento (Pe_{α}) , e de resistência de engenharia $(Pr_0^{\ o})$, anisotropia plástica (r_{α}) , e coeficiente de encruamento (n_{α}) (α representa os ângulos 0° , 45° , 90° formados com a direção de laminação no plano da chapa). Assim como curvas de encruamento do material. A determinação destas propriedades foi necessária para avaliar a estampabilidade dos aços e para a realização da simulação do processo de estampagem.

Através do torque aplicado nos parafusos, a matriz e o prensa-chapa exercem sobre a chapa uma força. Para determinar esta foram realizados dois ensaios:

 Ensaio de torque no parafuso – com o qual levantou-se a curva deformação (μm/m) x torque (Kgf.mm) do parafuso no regime plástico. Ensaio de tração no parafuso – com o qual levantou-se a curva deformação (μm/m) x força (Kgf) do parafuso no regime elástico.

Estes ensaios permitiram que, para um torque aplicado aos parafusos fosse determinada a deformação correspondente. E para esta fosse encontrada a força correspondente através do ensaio de tração no parafuso.

Um terceiro ensaio realizado possibilitou avaliar a deformação dos parafusos durante o processo de estampagem. Este foi determinante para verificar a necessidade de utilização das molas prato.

Inicialmente não seriam usadas molas prato, porém análises preliminares feitas durante o processo de estampagem sem a utilização destas, mostraram uma grande variação na força inicial aplicada sobre os parafusos. Este fator justificou o emprego destas no ensaio Nakazima.

Depois de determinado o torque a ser aplicado aos parafusos, foi realizado o ensaio simulativo Nakazima para determinação das Curvas Limite de Conformação. Estas são obtidas através da avaliação das deformações próximas a região de falha. As deformações foram medidas em quadrados localizados próximos a região crítica após o processo de conformação, os quais foram previamente marcados nas chapas.

Primeiramente, no ensaio Nakazima verificou-se a capacidade de repetição do ensaio para um mesmo material. Após a validação deste analisou-se à influência do atrito e do tipo de prensachapa (com e sem fixador (*"drawbead"*)), no que diz respeito à variação dos pontos na curva. E por fim, analisou-se a diferença entre a estampabilidade dos aços BC G2 L, CD EEP, CD EM Bf ZnBR.

Na simulação numérica do processo de estampagem foram feitas análises com 3 diferentes tipos de elementos: sólido de revolução, casca e sólido 3-D. No sólido de revolução e no sólido 3D foram utilizados modelos hiperelástico-plástico, enquanto que, na casca foi utilizado o modelo hipoelástico-plástico.

As análises foram feitas considerando-se materiais com propriedades mecânicas isotrópicas e ortrotópicas. Para isto, foram utilizadas as superfícies de escoamento de von Mises e Hill, respectivamente.

Primeiramente, foram comparadas as simulações realizadas com elementos do tipo sólido de revolução, casca e sólido 3D. Estas foram feitas considerando-se o material isotrópico sob a influência ou não do atrito. Nestas foram verificadas o tempo de análise e a diferença entre os resultados obtidos.

Devido à pequena diferença entre os resultados e um tempo de processamento menor no sólido de revolução, optou-se por este, para avaliar a influência do atrito nas deformações ocorridas na chapa. Para isto foram analisados coeficiente de atrito de 0 a 0,4 com variações de 0,1.

Finalmente, as deformações principais, máximas (ε_1) e mínimas (ε_2) ao longo de uma linha na chapa, Fig. 4.1, e variação da força em função do deslocamento do punção, foram comparados com valores experimentais. Na simulação destes optou-se pela utilização do elemento sólido 3D, devido à propriedade de ortotropia apresentada pelas chapas.



Figura 4.1 – Linha utilizada para a análise das deformações.

CAPÍTULO 5

PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICOS

Neste capítulo serão descritos detalhadamente os procedimentos utilizados no desenvolvimento das atividades, estes foram: análise metalográfica, ensaios de tração e anisotropia, determinação da força na chapa em função do torque aplicado no parafuso, ensaio simulativo Nakazima e simulação numérica do processo de estampagem.

A composição química das chapas foi fornecida pela empresa Brasmetal Waelzholz S.A. para os aços BC G2 L, CD EEP e CD EM Bf ZnBR. Estes foram fornecidos como tendo características de estampagem extra-profunda peça crítica (EEP-PC), estampagem extra-profunda (EEP) e estampagem média (EM) e espessuras de 0,81, 0,78 e 0,78 mm respectivamente. O chapa CD EM Bf ZnBR foi fornecida com revestimento de zinco.

A composição química fornecida pelo fabricante está descrita na Tabela 5.1.

	C (%)	Mn(%)	P (%)	S (%)	Si (%)	Al (%)	Cu (%)	Cr (%)	Ni (%)	N (%)
CD EM	0,0300	0,2400	0,0160	0,0120	0,0100	0,0510	0,0100	0,0200	0,0200	0,0038
CD EEP	0,0720	0,3250	0,0170	0,0090	0,0110	0,0390	0,0060	0,0190	0,0060	0,0047
BC G2 L	0,0450	0,2470	0,0150	0,0120	0,0170	0,0780	0,0070	0,0070	0,0050	0,0035

Tabela 5.1 Composição química das chapas metálicas.

5.1 Análise metalográfica

As microestruturas e o tratamento superficial das amostras dos aços no estado como recebido, foram observadas por microscopia ótica utilizando um microscópio da marca Olympus modelo BX60M com uma câmara digital acoplada.

A análise metalográfica foi realizada em amostras embutidas e posteriormente lixadas e polidas em pasta de diamante de 1µm, de maneira convencional. Foi utilizado como reagente químico nital 2% (2% de ácido nítrico em álcool etílico).

5.2 Ensaios de tração e anisotropia

Os ensaios de tração e anisotropia foram realizados utilizando uma máquina universal de ensaios, Instron, modelo 8592, da Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUC-PR), de

acordo com as normas ABNT 8M-97 e ABNT 517-96a, respectivamente. A Figura 5.1 mostra esquematicamente estes corpos de prova.





Nos ensaios de tração foram utilizados corpos de prova longitudinais à direção de laminação e comprimento útil de 50 mm. Para o aço CD EEP foram ensaiados 2 corpos de prova, enquanto que para os demais aços foram ensaiados 3 corpos de prova.

Nos ensaios de anisotropia foram utilizados 3 CP's por direção de laminação (0°, 45° e 90°) para os aços BC G2 L e CD EEP. Um extensômetro do tipo dinâmico fixado em cada CP foi utilizado para medição das deformações longitudinais. Com as tensões limite de resistência obtidas nos ensaios de tração, foram estabelecidos para cada material valores limites de tensões próximos a P_r possibilitando que os CP's se deformem plasticamente, sem que ocorra estricção.

Foram obtidas nos ensaios de tração e anisotropia as seguintes propriedades:

• Módulo de elasticidade, E_{α} : foram obtidos em cada ângulo 0°, 45°, 90°, formado com a direção de laminação no plano da chapa $(E_0^{o}, E_{45}^{o}, E_{90}^{o})$.

• Tensão limite de escoamento de engenharia, $P_{e0,2\%}$: foi obtida no ponto onde a deformação plástica de engenharia e^p era de 0,2%.

• Tensão limite de resistência de engenharia, *P_r*;

• Deformação plástica real ou logarítmica, ε^p : primeiramente foi calculada a deformação total real ε utilizando a equação (3.19). Em seguida, foi calculado a parcela de deformação elástica real ε^e . Por fim, subtraiu-se ε^e de ε para obter a deformação plástica real ε^p .

• Tensão de Cauchy, σ : foi calculada após a tensão limite de escoamento. A σ foi calculada dividindo-se a força pela área atual, equação (3.32). A área atual pode ser obtida através da equação (5.1), descrita abaixo.

$$A = \frac{A_0}{1+e} \tag{5.1}$$

Onde, A_o é a área inicial e e a deformação total de engenharia.

• Anisotropia plástica, *r*: é calculada em cada direção de laminação para cada material utilizando a equação (3.2).

- Anisotropia planar, Δr : foi calculada utilizando a equação (3.3).
- Anisotropia normal, *r* : foi calculada utilizando a equação (3.4).

5.3 Determinação da força na chapa em função do torque aplicado no parafuso.

Foi necessária a utilização de 8 parafusos no anel de fixação para produzir uma pressão mais uniforme sobre o prensa-chapa e a matriz, impedindo desta forma que a chapa localizada entre estes dois primeiros, deslizasse excessivamente para dentro da matriz.

Para exercer uma força de aperto uniforme nos parafusos foi utilizado um torquímetro. Com este aplicou-se um torque de 4 Kgf.mm em todos os parafusos. Porém, não se sabia o quanto este torque representava em termos de força. Por isso, foi necessária a realização de dois ensaios:

- Ensaio de torque no parafuso com o qual determinou-se a variação da deformação de engenharia (μm/m) em função do torque (Kgf.mm) aplicado no parafuso.
- Ensaio de tração no parafuso com o qual determinou-se a variação da deformação de engenharia(µm/m) em função da força (Kgf) aplicada no parafuso;

Nestes ensaios foram utilizados dois extensômetros do tipo PA-06-250BA-350-LEN (*gage factor* 2,10), numa configuração de um quarto de ponte de Wheatstone. Estes foram posicionados sobre a superfície de um parafuso na direção longitudinal para medir as deformações. Os extensômetros formavam um ângulo de 180° entre si para compensar os efeitos de flexão, como ilustrado na Figura 5.2. Para medir a deformação foram utilizados o indicador de deformações P-

3500, e o seletor e balanceador SB-10, que se encontram no Laboratório de Metrologia e Automatização (Labmetro) na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC).

O primeiro ensaio foi realizado com a aplicação de torques numa faixa de 0 a 4,5 Kgf.mm sobre o parafuso montado no ferramental de estampagem, utilizando-se um torquímetro e medindo-se a deformação para cada valor de torque aplicado (variação de 0,5 Kgf.mm).

O segundo ensaio foi realizado dentro do regime elástico do parafuso com a utilização de uma máquina de ensaio de tração (ZDM U 30T), que se encontra no Laboratório de Conformação Mecânica (LabConf) na UFSC, e um dispositivo desenvolvido para a fixação do parafuso na máquina evitando que o mesmo sofresse danos durante a realização do ensaio. Através da aplicação de forças numa faixa de 0 a 1700 Kgf foi possível a medição das deformações para cada valor de força aplicado.

Um terceiro ensaio foi realizado para verificar o comportamento da deformação nos parafusos durante o processo de estampagem. Neste, sete parafusos e mais o parafuso com extensômetros foram utilizados nos anéis de fixação para produzir uma pressão entre prensachapa e matriz, de forma a impedir o escoamento excessivo da chapa. À medida que o punção deformava a chapa eram realizadas medições das deformações ocorridas nos parafusos. Isto permitiu a obtenção da força realizada pelo punção em função da deformação ocorrida nos parafusos.



Figura 5.2 Extensômetros fixados no parafuso formando um ângulo de 180º entre si.

5.4 Ensaio Simulativo Nakazima

Foi utilizado o ensaio Nakazima para determinação das Curvas Limite de Conformação (CLC`s). Este permitiu a obtenção da curva com a utilização de um único ferramental, Figura 5.3.

A usinagem do ferramental, mostrado abaixo, foi realizada no Usicon (Laboratório de Usinagem e Comando Numérico) na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). O projeto do ferramental utilizado no ensaio Nakazima são mostrados em detalhe no Apêndice 1.

Para determinação das CLC`s foram utilizados 9 CP`s com comprimento de 215 mm e larguras que variam de 215 até 55mm em intervalos de 20 mm.



Figura 5.3 Ferramental utilizado no Ensaio Nakasima.

Os ensaios para obtenção das CLC's foram realizados sob diversas condições, nas quais variou-se o tipo de prensa-chapa (com e sem fixador("*drawbead*")) e a utilização ou não do lubrificante (Molykote pasta G), estes estão descritos na Tabela 5.2 a seguir:

Fabela 5.2	Condições	de realização	dos ensaios.
------------	-----------	---------------	--------------

	BC G2 L		CD	EEP	CD EM Bf ZnBR		
Ensaios	Fixador	Lubrificante	Fixador	Lubrificante	Fixador	Lubrificante	
1	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	
2	Com	Com	Com	Com	Com	Sem	
3	Sem	Sem	Sem	Com	Com	Sem	

O procedimento para obter as CLC's pode ser dividido em quatro etapas descritas abaixo:

5.4.1 Marcação da grade

A marcação da grade de quadrados, os quais apresentavam 2 mm de lado (L), foi feita no Laboratório de Transformação Mecânica (LdTM) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Esta foi realizada em 81 chapas metálicas, através de processo eletroquímico. Este processo foi utilizado devido à simplicidade, rapidez, baixo custo e não apagar durante os ensaios de laboratório.

Antes de se iniciar a marcação propriamente foi realizada a limpeza nas chapas utilizando tolueno como desengraxante. Em seguida, os corpos de prova foram colocados em cima de uma superfície metálica ligada ao pólo positivo da fonte e o estêncil (tela de filme plástico de PVC) foi posicionado sobre os mesmos. Um feltro embebido na solução eletrolítica foi colocado sobre o estêncil. Um rolo metálico ligado ao pólo negativo da fonte foi passado com pressão e velocidade uniformes sobre o feltro para a marcação da grade. Por fim, as chapas foram colocadas na solução inibidora (bicarbonato de sódio 20%) para cessar o processo de corrosão, Figura 5.4.

A solução eletrolítica era formada por: 4,5 l. de água deionizada, 100 ml. de ácido clorídrico, 100 ml. de ácido nítrico, 90 g. de cloreto de sódio e 80 g. de cloreto de potássio.



Figura 5.4 Equipamentos utilizados na marcação da grade de quadrados.

5.4.2 Conformação das chapas.

A máquina universal de ensaios (ZDM U 30T) que se encontra no Laboratório de Conformação Mecânica (LabConf) na UFSC, foi adaptada e utilizada nas operações de conformação. Nesta um punção esférico foi fixado na parte superior e a chapa metálica que se encontrava presa entre a matriz e o prensa-chapa por um anel de fixação, na mesa inferior. O deslocamento desta em direção ao punção provocava uma deformação na chapa. Quando esta começava a estriccionar numa região qualquer, ocorria uma diminuição da força aplicada, a qual servia como indicativo para determinar o fim do processo.

Após a remoção das chapas eram realizadas as medições dos quadrados próximos a região de falha, conforme descrito a seguir:

5.4.3 Medição e cálculo das deformações

O método proposto para a medição e cálculo das deformações está detalhado a seguir:

1. Medição das deformações

Inicialmente, foram utilizados pedaços de papel milimetrado colados com papel contact junto às regiões de falha dos corpos de prova, para servir como escala. Em seguida foram retiradas fotografias destas regiões. Para isso, procurou-se posicionar as chapas metálicas de tal forma que as regiões de falha ficassem o mais paralelo possível em relação à lente da câmera fotográfica, com o intuito de diminuir o erro devido à planificação das fotos. Em seguida, foram escolhidos quatro quadrados, sendo que dois apresentavam estricções e dois próximos a estes, mas que não apresentavam falhas, conforme mostrado na Figura 5.5.



Figura 5.5 Foto da região de falha com os 4 quadrados analisados da chapa de 215x215mm do aço CD EEP.

Por fim, em cada um dos quadrados foram realizadas medições de dois lados L1 e L2 e uma diagonal d com o analisador de imagens, Figura 5.6.



Figura 5.6 Desenho esquemático das medidas realizadas em um único quadrado impresso, antes e após a deformação do mesmo.

2. Cálculo das deformações

Com as medidas dos dois lados L1 e L2 e da diagonal d foi possível calcular o ângulo α formado utilizando a seguinte equação:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{L1^2 + L2^2 - d^2}{2 L1 L2}\right)$$
(5.2)

Em seguida, é calculada a altura h do triângulo formado:

$$h = L2 \cdot sen\,\alpha \tag{5.3}$$

E os deslocamentos a, b, c, através das equações:

$$a = L1 - L$$

$$b = h - L$$

$$c = \sqrt{L2^2 - h^2}$$
(5.4)

Com os deslocamentos, o tensor deformação de Green-Lagrange E pode ser obtido da seguinte forma:

$$E = \begin{bmatrix} \frac{a}{L} + \frac{a^2}{2L^2} & \frac{c}{2L} + \frac{ac}{2L^2} \\ \frac{c}{2L} + \frac{ac}{2L^2} & \frac{b}{L} + \frac{b^2}{2L^2} \end{bmatrix}$$
(5.5)

Foi possível calcular os autovalores λ_1 , λ_2 do tensor acima descrito, através da seguinte equação:

$$det(E - \lambda I) = 0 \tag{5.6}$$

onde, *det* é o determinante da matriz e *I* é a matriz identidade.

Com o uso da equação 3.16 é possível chegar as expressões descritas abaixo para o cálculo das deformações reais principais:

$$\varepsilon_{1} = ln\left(\sqrt{1+2\lambda_{1}}\right)$$

$$\varepsilon_{2} = ln\left(\sqrt{1+2\lambda_{2}}\right)$$
(5.7)

5.4.4 Obtenção da curva limite de conformação (CLC)

Para cada uma das 9 chapas com larguras diferentes foram analisados 4 quadrados (2 estriccionados e 2 sem falha). Em cada um destes quadrados foram calculados os pares de deformação (ε_1 , ε_2) como descrito anteriormente. Em seguida, estes foram todos plotados em um único gráfico.

Devido à avaliação dos quadrados em regiões estriccionadas e em regiões sem falhas (fratura ou estricção) apresentarem uma variação de medidas na mesma chapa, optou-se por traçar a curva limite de conformação a partir dos pontos medidos na região sem falha. Este procedimento garante uma maior segurança, devido a CLC ser obtida com base em pontos que não apresentam falhas (fratura ou estricção).

Para traçar a CLC, optou-se por separar os pontos em dois grupos. Os pontos do grupo 1 representam melhor o lado direito desta, e os pontos do grupo 2 representam melhor o lado esquerdo. Os dois grupos estão descritos a seguir:

Grupo 1 - formado pelas chapas com larguras entre 215 e 155 mm;

Grupo 2 - formado pelas chapas com larguras entre 135 e 55 mm.

Por fim, foi traçada a CLC através da utilização da equação dos mínimos quadrados. Foram obtidas as equações de duas retas uma para cada grupo definido acima. O ponto de intersecção das duas retas estabelecia o início de cada uma. Uma vez, definido o início das retas era possível uní-las de maneira a determinar a curva limite de conformação propriamente dita.

5.5 Simulação numérica.

Nesta seção será dada uma visão geral sobre aspectos relacionados ao modelamento e geração da malha, condições de contorno, definição das propriedades geométricas e mecânicas dos materiais, condições de contato e atrito, condições de carregamento e formulações.

5.5.1 Modelamento e geração da malha

Na simulação numérica foram necessários os modelamentos do punção esférico, matriz, prensa-chapa e chapa metálica. Nos modelos de casca e sólido 3-D, somente um quarto do ferramental foi modelado, devido às condições de simetria do mesmo. Enquanto que, no sólido de revolução o modelo utilizado é o padrão.

A chapa metálica era formada por elementos do tipo sólido de revolução (10), casca (75) ou sólidos 3D (7) da família Lagrangeana. Os elementos 10, 75 e 7 apresentam funções lineares (4, 4, 8 nós). Esta numeração é a utilizada pelo código comercial MSC Marc. Os elementos com funções de interpolação lineares foram inicialmente preferidos pelo menor custo computacional requerido.

Os demais componentes foram gerados com curvas ou superfícies analíticas NURB, possibilitando uma boa precisão da geometria e um cálculo preciso da normal à superfície. Adicionalmente, a variação da normal a superfície é contínua sobre todo o corpo levando a boas condições de cálculo do comportamento do atrito e convergência.

5.5.2 Condições de contorno

As condições de contorno aplicadas nos modelo utilizando elementos do tipo sólido de revolução, casca e sólido 3D, foram condições de simetria e engaste, conforme mostrado na Figura. 5.7.

Nesta última, foi admitido que o fixador ("*drawbead*") cumpre a função de engaste da chapa, impossibilitando o deslocamento da mesma. Por isso, o fixador foi substituído, por simplicidade, por uma condição de engaste imposta no raio médio do mesmo. Isto permite que a chapa inicialmente quadrada (107,5 mm de lado) assuma o formato de um quarto de circunferência com raio de 82,5 mm, sem que se fuja da realidade do processo ou perca-se precisão do modelo, como mostrado na Figura 5.8.

Onde, u_x , u_y , u_z são os deslocamentos nos eixos x,y,z e θ_x , θ_y , θ_z são as rotações nos eixos x,y,z.



Figura 5.7 Condições de contorno aplicada nos modelos onde foram utilizados elementos do sólido de revolução, casca e sólido 3D respectivamente.



Figura 5.8 Formato original da chapa e formato utilizado na simulação devido à substituição do fixador ("*drawbead*") por uma condição de contorno.

5.5.3 Definição das propriedades geométricas e mecânicas dos materiais.

As propriedades mecânicas dos materiais que apresentam isotropia ou ortotropia, e a curva de encruamento foram obtidas dos ensaios de tração e anisotropia. A representação da curva de encruamento do material foi realizada de acordo com as conversões requeridas pelo código.

Nas análises de casca e sólido 3D considerou-se a anisotropia plástica. Porém, o comportamento elástico foi considerado isotrópico. Isto se deve ao fato que, as deformações elásticas são pequenas em comparação as deformações plásticas, e portanto, o comportamento de anisotropia esta definido fundamentalmente pela característica anisotrópica da superfície de escoamento, representado pelo modelo de Hill, como indicado na seção 3.12.2.

Nos modelos de casca foram necessários definir a espessura da chapa dos aços BC G2 L e CD EEP, cujos valores eram 0,81 e 0,78 mm, respectivamente. Nos modelos de sólido de revolução e sólido 3D esta dimensão é definida através da malha.

5.5.4 Condições de contato e atrito

Foram definidas condições de contato e atrito entre os corpos rígidos (matriz, prensa-chapa, punção) e os corpos deformáveis (chapa metálica) sendo admitida a lei de Coulomb para simular o atrito como indicado na seção 3.14.

5.5.5 Condições de carregamento

São definidos os intervalos de tempo para aproximar os corpos rígidos do corpo deformável, deslocar o punção em direção a chapa, assim como recuar o mesmo, de forma a reproduzir o efeito de mola ("*springback*") presente no processo.

5.5.6 Formulações

Em todos os modelos foi utilizada a formulação Lagrangeana Atualizada. Em relação às equações constitutivas foram escolhidas, para os modelos sólido de revolução e sólido 3D, as formulações hiperelástica-plástica. Enquanto nos modelos de casca foi utilizada a formulação baseada em taxas de tensão (hipoelasticidade-plástica), devido ao código ("*software*") não dispor de modelos hiperelásticos-plásticos para este tipo de elemento.

Nos modelos com elementos do tipo sólido 3D foram acionadas as opções de dilatação constante (*constant dilatation*) e deformação assumida (*assumed strain*), enquanto que somente a primeira opção foi utilizada nos modelos com elementos do tipo sólido de revolução.

A primeira opção ativa um esquema de integração que evita o problema de travamento devido a incompressibilidade das deformações plásticas. A segunda opção ativa a utilização de funções de interpolação especiais para capturar flexão e deformação cisalhantes.

CAPÍTULO 6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão mostrados e discutidos os resultados obtidos durante a realização deste trabalho. Estes estão divididos nas seguintes etapas: análise metalográfica, ensaios de tração e anisotropia, ensaio para determinação da força na chapa em função do torque aplicado no parafuso, ensaio Nakazima, e simulação numérica do processo de estampagem.

6.1 Análise metalográfica.

Nas Figuras 6.1 a 6.3 são apresentadas as microestruturas dos aços CD EEP, BC G2 L e CD EM Bf ZnBR na condição de como recebido. A microestrutura inicial apresentou-se composta por perlita e ferrita, típica de aços baixo carbono para estampagem.

Na Figura 6.4 é mostrada a camada de zinco referente ao tratamento superficial realizado no aço CD EM Bf ZnBR, conforme informado pelo fabricante. Esta camada de zinco pode afetar sensivelmente o valor do coeficiente de anisotropia e consequentemente a estampabilidade dos aços [Pereira, 1995], como será visto posteriormente.



Figura 6.1 Micrografia do aço CD EEP na condição de como recebido (laminado a frio). Ataque:



Figura 6.2 Micrografia do aço BC G2 L na condição de como recebido (laminado a frio). Ataque: Nital 2%.



Figura 6.3 Micrografia do aço CD EM Bf ZnBR na condição de como recebido (laminado a frio). Ataque: Nital 2%.



Figura 6.4 Micrografia do aço CD EM Bf ZnBR na condição de como recebido (laminado a frio). Ataque: Nital 2%.

6.2 Ensaios de tração e anisotropia.

Os resultados obtidos através dos ensaios de tração para os aços BC G2 L, CD EEP e CD EM Bf ZnBR, são mostrados nas Tabelas 6.1 a 6.3, respectivamente. As curvas da variação da tensão em função da deformação de engenharia podem ser observadas na Figura 6.5.

Nas Tabelas 6.1 a 6.3 são mostrados os valores do módulo de elasticidade, E_{α} , tensões limite de escoamento, Pe_{α} , e de resistência de engenharias, Pr_0^{o} , anisotropia plástica, r_{α} , e coeficiente de encruamento, n_{α} .

O subíndice α indica os ângulos 0°, 45° e 90° formados com a direção de laminação no plano da chapa. Algumas destas propriedades podem ser comparadas com os dados fornecidos pelo fabricante.

MATERIAL AÇO BC G2 L									
	Ensaio 1Ensaio 2Ensaio 3MédiaFabricante								
E_0^{o} (MPa)	204054	193836	202803	200231					
Pe_0^o (MPa)	185	178	175	179	173				
Pr_0^o (MPa)	313	309	307	310	307				
n_0^{o}	0,19	0,20	0,22	0,20					

Tabela 6.1 Resultados obtidos no ensaio de tração para o aço BC G2 L.

CD EEP								
Propriedades	Ensaio 1	Ensaio 2	Média	Fabricante				
E_0^{o} (MPa)	203184	181320	192252					
Pe_0^o (MPa)	215	206	210	224				
Pr_0^o (MPa)	315	317	316	329				
n_0^{o}	0,15	0,17	0,16					

Tabela 6.2 Resultados obtidos no ensaio de tração para o aço CD EEP.

Tabela 6.3 Resultados obtidos no ensaio de tração para o aço CD EM Bf ZnBR.

MATERIAL AÇO CD EM Bf ZnBR								
Propriedades	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Média	Fabricante			
E_0^{o} (MPa)	182987	183105	180967	182343				
Pe_0^o (MPa)	392,2	391,0	393,2	392	351			
Pr_0^o (MPa)	395	393	396	395	426			
n_0^{o}	-0,03	-0,01	-0,01	-0,02				

CURVA TENSÃO X DEFORMAÇÃO



Figura 6.5 Curva tensão de engenharia x deformação de engenharia dos aços.

Pode-se observar que os coeficientes de encruamento do aço CD EM Bf ZnBR são negativos na direção de laminação, caracterizando um amolecimento do mesmo, este está evidenciado na Figura 6.5. Um dos fatores para este comportamento é a elevada dureza do revestimento de zinco que se caracteriza como um material frágil. Outro fator é uma possível contaminação com nitrogênio (N₂) durante o processo de zincagem, que aumenta o limite de resistência e de escoamento [Newby, 1988].

Este comportamento associado à pequena diferença entre as tensões limites de escoamento e de resistência, impossibilitou a obtenção do coeficiente de anisotropia.

Os resultados dos ensaios de anisotropia estão mostrados na Tabela 6.4.

	MATERIAL AÇO BC G2 L				MATERIAL AÇO CD EEP			
Propriedades	Ensaio 1	Ensaio 2	Média	Fabric.	Ensaio 1	Ensaio 2	Média	Fabric.
E_0^o (MPa)	186858	202262	194559		162613	160684	161649	
E_{45}^{o} (MPa)	216233	219354	232793		208068	213945	211007	
E_{90}^{o} (MPa)	213290	206583	209936		205550	203415	204482	
Pe_0^o (MPa)	168	170	169	173	197	203	200	224
Pe_{45}^{o} (MPa)	181	182	181		207	204	206	
Pe_{90}^{o} (MPa)	178	173	176		207	210	209	
n_0^{o}	0,20	0,18	0,19		0,15	0,17	0,16	
n_{45}^{o}	0,19	0,19	0,19		0,14	0,14	0,14	
<i>n</i> ₉₀ °	0,19	0,18	0,19		0,13	0,13	0,13	
\overline{n}	0,19	0,19	0,19	0,23	0,14	0,15	0,15	
r_0^{o}	2,122	2,237	2,180		2,253	1,655	1,954	
r45 [°]	1,114	1,293	1,204		1,552	1,32	1,436	
r_{90}^{o}	1,683	2,813	2,248		2,053	2,222	2,138	
\overline{r}	1,508	1,909	1,709	1,70	1,853	1,629	1,741	
Δr	0,789	1,232	1,01		0,601	0,618	0,610	

Tabela 6.4 Resultados obtidos no ensaio de anisotropia.

Os módulos de elasticidade E_0^o obtidos nos ensaios de anisotropia para o aço CD EEP apresentaram uma variação muito grande em relação àquele obtido no ensaio de tração. Porém, esta diferença diminuiu em relação às tensões de escoamento, Pe_0^o , e coeficiente de encruamento, n_0^o , o que faz acreditar que o problema tenha sido causado por uma instabilidade do equipamento no início do carregamento.

Na literatura, os valores para o módulo de elasticidade e coeficiente de encruamento normalmente encontrados para aços baixo carbono para conformação são 210 GPa e 0,22, respectivamente.

Os resultados mostraram que o aço BC G2 L tem o maior coeficiente de encruamento normal, o que torna a distribuição das deformações mais uniformes no plano da chapa e aumenta a inclinação da CLC do lado direito, diminuindo a possibilidade de falha da peça sujeita a um estiramento biaxial [Keeler, 1971a], [Doege, 1997].

Os coeficientes de anisotropia normal apresentaram valores muito próximos, enquanto que o coeficiente de anisotropia planar é menor no aço CD EEP, o que dificulta a formação do defeito de "orelhamento" [Magnabosco, 1994]. Estes valores não eram esperados, pois o aço BC G2 L apresenta característica de estampagem extra-profunda peça crítica a qual é teoricamente superior àquela apresentada pelo aço CD EEP.

6.3 Determinação da força na chapa em função do torque aplicado no parafuso.

Os resultados obtidos nos ensaios de torque e tração nos parafusos são mostrados abaixo, Figuras 6.6 e 6.7:



Figura 6.6 Variação da deformação de engenharia em função do torque aplicado no parafuso. Ensaio 1.



Figura 6.7 Variação da deformação de engenharia em função da força aplicada no parafuso. Ensaio 2.

Observa-se no ensaio 1, que para um torque de 4 Kgf.mm a deformação atingida foi de 557µm/m. Já no ensaio 2, para atingir esta deformação, a força necessária foi de 1316 Kgf em um único parafuso, ou seja, para um total de oito parafusos utilizados no ensaio Nakazima, a força total exercida pelo prensa-chapa foi de 10528 Kgf.

A análise realizada para avaliar a variação da deformação nos parafusos durante o processo de estampagem forneceu os resultados mostrados na Figura 6.8.



Figura 6.8 Variação da deformação do parafuso durante o processo de estampagem sem a utilização de molas prato.

Conforme pode ser observado há uma diminuição significativa da força nos parafusos, o que não é desejado. Por isso, optou-se pela utilização de molas prato, as quais diminuem a rigidez

do conjunto parafuso-mola, permitindo que para uma mesma variação de deformação de engenharia, Δe , ocorra uma menor alteração da tensão, $\Delta \sigma$, como mostrado na Figura 6.9.



Figura 6.9 Variação das tensões para uma mesma variação de deformação, considerando duas rigidezes distintas.

Onde;

 $\Delta \sigma_I$ – variação da tensão antes da utilização das molas prato;

 $\Delta \sigma_2$ – variação da tensão após a utilização das molas prato.

Esta melhora foi comprovada pela análise realizada durante o processo de estampagem com a utilização das molas prato, Figura 6.10.



Figura 6.10 Variação da deformação durante o processo de estampagem com e sem a utilização de molas prato.

Pode-se observar que a variação da deformação, e consequentemente a variação da força nos parafusos, diminui sensivelmente com a utilização das molas prato como foi previsto. Por outro lado, existe uma diferença entre a deformação inicial do parafuso nos dois ensaios para o

mesmo torque aplicado. Isto se deve a diminuição do atrito entre o colar da porca do parafuso e a superfície do anel de fixação, uma vez que, o atrito passa a ser entre o colar da porca do parafuso e a mola prato. Esta diminuição do atrito possibilita que para um mesmo torque haja um aumento da força no parafuso. Outra explicação seria a sensibilidade do operador, pois há uma certa difículdade durante o aperto do parafuso de garantir um mesmo torque.

6.4 Ensaio Nakazima.

Os ensaios simulativos Nakazima permitem a determinação das Curvas Limite de Conformação através da utilização de chapas com diferentes larguras e um único ferramental.

As chapas com larguras maiores permitem obter pontos que formam o lado direito da curva, por outro lado, à medida que estas vão diminuindo, os pontos se deslocam para o lado esquerdo. Este processo está mostrado na Figura 6.11.



Figura 6.11 Pontos obtidos em chapas com diferentes larguras no aço CD EM Bf ZnBR.

É possível observar nas Figuras 6.12 a 6.14, a diferença entre as CLC's determinadas a partir de todos os pontos (com ou sem falha), daquelas traçadas nos pontos que não apresentaram falhas.



Figura 6.12 CLC's do aço CD EM Bf ZnBR de estampagem média determinada em todos os pontos (com e sem falha) e em pontos sem falha. Ensaio 1.



Figura 6.13 CLC's do aço CD EM Bf ZnBR de estampagem média determinada em todos os pontos (com e sem falha) e em pontos sem falha. Ensaio 2.



Figura 6.14 CLC's do aço CD EM Bf ZnBR de estampagem média determinada em todos os pontos (com e sem falha) e em pontos sem falha. Ensaio 3.

Nota-se que as CLC's determinadas a partir dos pontos sem falha, diminuem a região viável em comparação as CLC's avaliadas em todos os pontos, o que aumenta a confiabilidade dos resultados avaliada nesta primeira, justificando o seu emprego.

No ensaio 3 mostrado acima, houve uma certa dificuldade na avaliação dos pontos com falhas nas chapas com larguras de 75 e 55 mm, devido as fraturas terem se localizado em regiões próximas a entrada da matriz, o que leva a acreditar que estas foram causadas por problemas com o ferramental.

Para avaliar a repetibilidade de um ensaio, as CLC`s obtidas nos pontos sem falhas do aço CD EM Bf ZnBR, Figuras 6.12 a 6.14 são mostradas na Figura 6.15.



Figura 6.15 Comparação entre as CLC's do aço CD EM Bf ZnBR de estampagem média.

Existem diversos fatores que podem estar associados a estas variações, como: dificuldade de controlar as deformações finais da chapa, centralizar a chapa de forma idêntica ao ensaio anterior, alterações no ferramental devido ao desgaste, escolha dos quadrados a serem medidos, entre outros.

A pequena dispersão entre os resultados dos ensaios com relação à altura das CLC's no eixo das deformações máximas é devida principalmente à dificuldade de se controlar a deformação final das chapas durante o processo de estampagem. Isto é, quando a chapa começa a sofrer estricção, o intervalo de tempo entre o operador observar a diminuição da força de estampagem e parar o processo, ocasiona uma maior ou menor deformação final da chapa. Porém, as formas das curvas não sofreram grandes variações, garantindo uma boa confiabilidade do processo de determinação das CLC's. Outros autores também observaram este comportamento [Goodwin, 1968], [Keeler, 1971b], [Renó, 1985], [Newby, 1988].

Após a validação do processo de determinação da CLC avaliou-se o efeito do lubrificante na curva, Figuras 6.15 a 6.17. O lubrificante (Molykote pasta G) foi adicionado no raio de curvatura da "boca" da matriz e no punção (Ensaio 2).



Figura 6.16 CLC do aço CD EEP de estampagem extra-profunda sem adição de lubrificante. Ensaio 1.



Figura 6.17 CLC do aço CD EEP de estampagem extra-profunda com adição de lubrificante. Ensaio 2.



Figura 6.18 Influência da adição de lubrificante nas CLC`s do aço CD EEP de estampagem extra-profunda.

Observou-se que a adição do lubrificante possibilitou a obtenção de um número maior de pontos principalmente do lado direito da CLC, na região de estiramento biaxial, melhorando a representação da mesma e garantindo uma maior confiabilidade na avaliação dos pontos de uma peça sujeita a estes níveis de deformação.

Isto pode ser entendido, através da análise das áreas de contato entre punção, chapa, matriz e prensa-chapa. Quando não há adição de lubrificante, o atrito entre os componentes nestas áreas é maior, o que dificulta o escoamento do material para partes adjacentes, e acelera o processo de estricção, levando a uma profundidade de estampagem menor. Por outro lado, a sua aplicação aumenta esta profundidade, visto que, a distribuição das deformações se torna mais uniforme em toda chapa metálica, o que permite a obtenção de pontos com níveis maiores de deformação [Newby, 1988].

Um outro fator analisado foi à influência do fixador (*"drawbead"*) na obtenção da CLC. As Figuras 6.18 a 6.21 mostram a diferença entre as CLC's obtidas para os ensaios 1 a 3 do aço BC G2 L, respectivamente.


Figura 6.19 CLC do aço BC G2 L de estampagem extra-profunda peça crítica com fixador e sem adição de lubrificante. Ensaio 1.



Figura 6.20 CLC do aço BC G2 L de estampagem extra-profunda peça crítica com fixador e com adição de lubrificante. Ensaio 2.



Figura 6.21 CLC do aço BC G2 L de estampagem extra-profunda peça crítica sem fixador e sem adição de lubrificante. Ensaio 3.



Figura 6.22 Influência do fixador nas CLC's do aço BC G2 L de estampagem extra-profunda peça-crítica.

Conforme pode ser observado na Figura 6.22, os resultados mostraram um deslocamento da CLC para o lado direito e uma maior inclinação da curva no lado direito, o que não era esperado.

A retirada do fixador facilita o fluxo do material para dentro da matriz, o que favorece o embutimento. Consequentemente, uma diminuição das deformações máximas na chapa ocorre, o que piora a representação da CLC em comparação àquelas obtidas com o fixador [Keeler, 1971c].

Devido a adição de lubrificante, no ensaio 3 do aço CD EEP, as chapas escoaram para dentro da matriz até o limite do ferramental, sem apresentar pontos de falha, não sendo possível obter resultados.

A diferença entre a estampabilidade dos aços de estampagem média, extra-profunda e extra-profunda peça crítica, pode ser vista na Figura 6.23.



Figura 6.23 Comparação da estampabilidade dos aços de estampagem média, extra-profunda e extra-profunda peça-crítica.

O aço BC G2 L de estampagem extra-profunda peça crítica apresentou a melhor estampabilidade, porém a diferença em relação ao aço CD EEP de estampagem extra-profunda foi relativamente pequena.

Esperava-se que esta diferença fosse maior, visto que, o primeiro apresenta uma maior espessura (EEP-PC (0,81mm) contra EEP (0,78mm)) e um maior coeficiente de encruamento (EEP-PC (0,19) contra EEP (0,15)). Estes fatores tendem a aumentar a inclinação do lado direito da CLC, melhorando o estiramento biaxial [Keeler, 1971a] e [Doege, 1977], o que não foi observado.

Por outro lado, os valores do coeficiente de anisotropia normal, que avalia a capacidade de embutimento [Keeler, 1971a], dos dois aços são praticamente os mesmos, o que indica que a inclinação do lado esquerdo da CLC deve ser idêntica para os dois aços, conforme pode ser visto na Figura 6.23.

O aço CD EM Bf ZnBR apresentou uma estampabilidade muito ruim. Um dos fatores responsáveis é o revestimento de zinco que diminui o coeficiente de anisotropia normal, devido a restringir as deformações na largura. Estas restrições se devem principalmente a elevada dureza do zinco, que ao se difundir fragiliza o material. Muito embora, não devam ser ignoradas a morfologia e orientação dos planos dentro do revestimento com respeito aos planos preferenciais de escorregamento presentes no aço base [Pereira, 1995]. Outros possíveis fatores estão relacionados ao processo de fabricação sobre o qual não se teve informação.

6.5 Simulação numérica do processo de estampagem

Os modelamentos numéricos realizados para os três casos serão descrito detalhadamente a seguir:

<u>Caso 1:</u>

Neste caso foi simulada a conformação de uma chapa isotrópica e comparadas as deformações na direção radial entre os modelos sólido de revolução, casca e sólido 3D considerando e desconsiderando o atrito.

 As condições de contorno aplicadas para cada tipo de elemento são as apresentadas na seção 5.5.2.

• Utilizaram-se as propriedades elásticas e a curva de encruamento do aço BC G2 L, conforme mostrado nas Tabelas 6.5 e 6.6, estas foram obtidas do terceiro ensaio de tração. Para efeito de comparação entre os modelos de sólido de revolução, casca e sólido 3D, esta escolha não influencia os resultados.

• Nos modelos de casca o valor da espessura definido foi de 0,81 mm, enquanto que nos modelos de sólido de revolução e sólido 3D, a espessura foi definida através da malha.

• As condições de contato e atrito foram determinadas conforme descrito na seção 5.5.4, com um coeficiente de atrito de 0,1.

• O deslocamento total do punção foi de 35 mm.

As deformações principais máximas obtidas e o tempo de processamento requerido no modelamento numérico da chapa utilizando elementos do tipo sólido de revolução, casca e sólido 3D e sem efeito do atrito podem ser vistos nas Figuras 6.24 a 6.27 e na Tabela 6.7.

BC G2 L		
Propriedades	Isotrópico	
E (MPa)	202802,5	
v	0,3	
Pe	174,86	

Tabela 6.5 Propriedades mecânicas do aço BC G2 L para o caso isotrópico.

Tabela 6.6 Pontos da curva de encruamento dos aços BC G2 L para o caso isotrópico.

BC G2 L			
Tensão Cauchy (MPa)	Deformação plástica real		
174,86	0		
175,36	0,0020		
183,48	0,0033		
191,18	0,0050		
199,48	0,0063		
207,51	0,0081		
215,54	0,0098		
223,68	0,0118		
231,96	0,0143		
239,74	0,0173		
248,02	0,0205		
256,37	0,0238		
264,31	0,0274		
272,50	0,0317		
280,68	0,0371		
286,59	0,0404		
292,69	0,0452		
300,94	0,0534		



Figura 6.24 Deformações totais principais na chapa, sendo esta representada por elementos do tipo sólido de revolução e sem atrito.



Figura 6.25 Deformações totais principais na chapa, sendo esta representada por elementos do tipo casca e sem atrito.



Figura 6.26 Deformações totais principais na chapa, sendo esta representada por elementos do tipo sólido 3D e sem atrito.



Figura 6.27 Comparação entre as deformações totais principais ao longo da chapa na direção de laminação obtidas com elementos do tipo sólido de revolução, casca e sólido 3D. Sem atrito.

Tipo de elemento	Sólido de revolução	Casca	Sólido 3D
Tempo (s)	52	1509	28311

Tabela 6.7 Tempo de processamento requerido. Sem atrito.

A partir das figuras mostradas acima, é possível afirmar que as deformações principais máximas na chapa alcançam o maior valor nas regiões próximas ao centro do punção para os três casos. Isto era esperado, pois ocorre um maior deformação do material nesta região devido a uma maior profundidade de estampagem. Por outro lado, na "boca" da matriz há uma diminuição das deformações máximas, uma vez que, o volume de material escoado para dentro da matriz aumenta proporcionalmente com a profundidade de estampagem.

De uma forma geral, os modelos utilizando elementos do tipo sólido de revolução e sólido 3D apresentam resultados muito próximos. Porém, observou-se uma sensível diferença nos valores das deformações próximas a região do engaste, devido a um maior refinamento do primeiro nesta região, tornando a análise mais precisa. Tentou-se um refinamento do sólido 3D nesta região, porém não foi possível obter a convergência devido a problemas com o contato.

Nos modelos utilizando elementos de casca ocorrem, nas regiões próximas ao centro da chapa, perturbações numéricas ocasionadas por uma razão de aspecto ruim dos elementos, isto é, o quociente entre a maior e menor dimensão do elemento é muito elevado. Isto provoca problemas no cálculo do determinante do Jacobiano durante o mapeamento do elemento para o domínio padrão. Além disso, apresentou valores maiores na "boca" da matriz o que não era esperado.

A seguir será feita uma comparação entre os vários elementos, considerando um coeficiente de atrito de 0,3. Os resultados serão mostrados nas Figuras 6.28 a 6.31 e na Tabela 6.8.



Figura 6.28 Deformações totais principais na chapa, sendo esta representada por elementos do tipo sólido de revolução e com atrito.



Figura 6.29 Deformações totais principais na chapa, sendo esta representada por elementos do tipo casca e com atrito.



Figura 6.30 Deformações totais principais na chapa, sendo esta representada por elementos do tipo sólido 3D e com atrito.



Figura 6.31 Comparação entre as deformações totais principais ao longo da chapa na direção de laminação obtidas com elementos do tipo sólido de revolução, casca e sólido 3D. Com atrito.

Tipo de elemento	Sólido de revolução	Casca	Sólido 3D
Tempo (s)	152	1573	5472

Tabela 6.8 Tempo de processamento requerido. Com atrito.

Nas análises feitas considerando o efeito do atrito observa-se uma sensível diferença nos valores das deformações próximas a região do engaste nos modelos utilizando elementos do tipo sólido de revolução, casca e sólido 3D. A diferença entre o primeiro e o terceiro deve-se a um maior refinamento do primeiro nesta região, possibilitando uma melhor precisão, e a problemas com o atrito, uma vez que na análise sem atrito, Figura 6.27, isto não foi verificado. E a variação entre o primeiro e o segundo mostrou-se semelhante àquela observada na análise sem o atrito.

Os resultados obtidos para os modelos utilizando elementos do tipo sólido de revolução, casca, e sólido 3D estão dentro de uma faixa admissível de variação, isto é, não afetam os resultados de forma a torná-los não confiáveis. Por esta razão e devido ao primeiro ter um custo computacional menor, optou-se por este para analisar a influência do atrito nas deformações ao longo de uma chapa isotrópica.

<u>Caso 2:</u>

Neste caso foi analisado uma chapa isotrópica modelada com elementos do tipo sólido de revolução e verificada os efeitos causados nas deformações devido à modificação de coeficiente de atrito de 0 a 0,4 com variação de 0,1.

• Foram utilizados somente elementos do tipo sólido de revolução devido a seu baixo tempo de processamento.

• As condições de contorno aplicadas foram especificadas conforme seção 5.5.2.

• Utilizaram-se as propriedades elásticas, e a curva de encruamento do aço BC G2 L, conforme mostrado nas Tabelas 6.5 e 6.6, estas foram obtidas do terceiro ensaio de tração. Para avaliar a influência do atrito nas deformações ocorridas nas chapas, esta escolha não influencia os resultados.

• Nos modelos de casca o valor da espessura definido foi de 0,81 mm, enquanto que nos modelos de sólido de revolução e sólido 3D, a espessura foi definida através da malha.

• As condições de contato e atrito foram determinadas conforme descrito na seção 5.5.4. O coeficiente de atrito adota valores de 0, a 0,4, com variação de 0,1.

• O deslocamento total do punção foi de 35 mm.

Os resultados obtidos para analisar o efeito do atrito nas chapas metálicas podem ser vistos nas Figuras 6.32 e 6.33. Na figura 6.32 está ilustrado o modelo utilizado com um coeficiente de atrito de 0,4. Enquanto, na figura 6.33 se apresenta um gráfico comparativo das deformações reais principais máximas ao longo da chapa para os diferentes coeficientes de atrito.



Figura 6.32 Deformações totais principais na chapa, sendo esta representada por elementos do tipo sólido de revolução e com atrito.



Figura 6.33 Comparação entre as deformações totais principais ao longo da chapa na direção de laminação obtidas com elementos do tipo sólido de revolução, casca e sólido 3D. Com coeficientes de atrito de 0, 0,1, 0,2, 0,3 e 0,4.

Pode se observar na Figura 6.33 que o crescimento dos valores dos coeficientes de atrito ocasionam um deslocamento para regiões acima do centro do punção e um acréscimo dos maiores valores de ε_I . Isto é devido ao atrito dificultar o escoamento do material para partes adjacentes. Ou seja, as partes da chapa que estão em contato com o punção ou matriz ou prensachapa tem dificuldade para escoar para as regiões que não estão em contato, tornando a distribuição das deformações menos homogênea e levando a um acréscimo das deformações próximas à região de separação entre punção e chapa. Este fenômeno pode ser observado comparando-se as Figuras 6.24, 6.28 e 6.32.

Caso 3:

Neste caso foram comparados com valores experimentais as deformações principais reais, máximas ε_1 , ao longo de uma linha, e a variação da força em função do deslocamento exercidos pelo punção.

• Os ensaios experimentais comparados foram: ensaios 2 e 3 para o aço BC G2 L, e ensaios 1 e 2 para aço CD EEP, descritos na Tabela 5.2.

• Foram utilizados elementos do tipo sólido 3D, pois com este é possível levar em conta a anisotropia do material. No sólido de revolução isto não é possível devido a sua particularidade, que lhe permite apenas simular materiais isotrópicos. Em relação à casca, conforme mostrado no

caso 1 descrito anteriormente, a uma diferença nos resultados em relação aos demais tipos de elementos.

- As condições de contorno foram aplicadas conforme mostrado na seção 5.5.2.
- Utilizaram-se as propriedades elásticas, e a curva de encruamento dos aços BC G2 L e CD EEP, a partir da média dos resultados dos ensaios de tração e anisotropia, conforme mostrado nas Tabelas 6.9 e 6.10.
 - Nos modelos de sólido 3D, a espessura foi definida através da malha.

• Foram usados o coeficientes de atrito e o deslocamento total do punção, a partir dos dados experimentais para os aços BC G2 L e CD EEP, conforme mostrado na Tabela 6.11.

	BC G2 L	CD EEP
Propriedades	Ortotrópico	Ortotrópico
E_0^{o} (MPa)	200231	192252
E_{45}^{o} (MPa)	200231	192252
E_{90}^{o} (MPa)	200231	192252
v ₁₂	0,3	0,3
v ₁₃	0,3	0,3
V ₂₃	0,3	0,3
G ₁₂ (MPa)	77012	73943
G ₁₃ (MPa)	77012	73943
G ₂₃ (MPa)	77012	73943
Pe_0^{o} (MPa)	179,3	210,3
$\operatorname{Pe_{90}^{o}}(\operatorname{MPa})$	175,6	208,4
r ₀ °	2,18	1,954
r ₄₅ °	1,204	1,436
r ₉₀ °	2,248	2,138

Tabela 6.9 Propriedades mecânicas dos aços BC G2 L e CD EEP para o caso ortotrópico.

Tabela 6.10	Pontos da curva de encruamento dos aços BC G2 L e CD EEP para o caso
	ortotrópico.

BC G2 L		CD EEP		
Tensão Cauchy (MPa)	Deformação plástica real	Tensão Cauchy (MPa) Deformação plástic		
179,69	0	210,64	0	
180,29	0,0023	211,64	0,0020	
185,83	0,0033	216,76	0,0031	
194,59	0,0050	225,05	0,0046	
201,25	0,0063	230,91	0,0061	
212,03	0,0081	237,95	0,0079	
218,78	0,0098	244,57	0,0098	
226,51	0,0118	250,53	0,0117	
235,04	0,0143	256,78	0,0136	
243,29	0,0173	263,84	0,0161	
251,55	0,0205	269,52	0,0187	
260,15	0,0238	277,06	0,0220	
267,43	0,0274	282,79	0,0251	
275,79	0,0317	289,75	0,0294	
282,2	0,0356	296,59	0,0341	
289,97	0,0404	302,97	0,0384	
295,94	0,0453	307,11	0,0422	
305,32	0,0534	314,19	0,0485	
312,61	0,0612	320,41	0,0558	
320,36	0,0701	326,72	0,0635	
329,75	0,0852	334,54	0,0751	
334,69	0,0920	341,10	0,0857	
341,71	0,1082	347,09	0,1008	
347,11	0,1168	351,78	0,1046	

	BC G2 L		CD EEP	
	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 1	Ensaio 2
Deslocamento final do punção (mm)	42	33,5	34	40.5
Coeficiente de atrito	0,2	0,3	0,2	0,1

Tabela 6.11Deslocamentos totais do punção nos ensaios 2 e 3 do aço BC G2 L e nosensaios 1 e 2 do aço CD EEP conforme indicados anteriormente na Tabela 5.2.

Na Figura 6.34 é possível observar qualitativamente e quantitativamente que há uma diferença significativa na distribuição das deformações máximas na chapa se comparada com àquela obtida na Figura 6.30, justificando a utilização das propriedades anisotrópicas nesta análise.



Figura 6.34 Deformações reais principais máximas na chapa (ε_1), sendo esta representada por elementos do tipo sólido 3D, com propriedades ortotrópicas do aço BC G2 L e coeficiente de atrito 0,1.

As comparações entre os resultados obtidos por modelamento numérico e por procedimentos experimentais podem ser vistos nas Figuras 6.35 a 6.42.



Figura 6.35 Comparação das deformações principais máximas reais na chapa (ε_1) obtidas através de modelamento numérico e procedimento experimental. Ensaio 3. Aço BC G2 L.



Figura 6.36 Comparação da força x deslocamento do punção obtido através de modelamento numérico e procedimento experimental. Ensaio 3. Aço BC G2 L.



Figura 6.37 Comparação das deformações principais máximas reais na chapa (ε_1) obtidas através de modelamento numérico e procedimento experimental. Ensaio 2. Aço BC G2 L.



Figura 6.38 Comparação da força x deslocamento do punção obtido através de modelamento numérico e procedimento experimental. Ensaio 2. Aço BC G2 L.



Figura 6.39 Comparação das deformações principais máximas reais na chapa (ε_1) obtidas através de modelamento numérico e procedimento experimental. Ensaio 1. Aço CD EEP.



Figura 6.40 Comparação da força x deslocamento do punção obtido através de modelamento numérico e procedimento experimental. Ensaio 1. Aço CD EEP.



Figura 6.41 Comparação das deformações principais máximas reais na chapa (ε_1) obtidas através de modelamento numérico e procedimento experimental. Ensaio 2 Aço CD EEP.



Figura 6.42 Comparação da força x deslocamento do punção obtido através de modelamento numérico e procedimento experimental. Ensaio 2. Aço CD EEP.

As comparações realizadas entre os dados obtidos através do modelamento numérico e do procedimento experimental mostram uma certa dispersão conforme pode ser visto nas figuras acima.

Nas análises das deformações principais máximas reais, os valores obtidos através do procedimento experimental apresentam uma grande diferença em comparação àqueles obtidos numericamente, principalmente nas regiões de falha (fratura ou estricção). Nestas regiões as deformações nas chapas são mais localizadas, devido à ocorrência de dano no material à medida que este é mais solicitado, conforme mostrado nas Figuras 6.35, 6.37, 6.39 e 6.41.

Pode-se evidenciar o acima descrito nas análises da força pelo deslocamento do punção. Nestas observa-se que a diferença entre os dados experimentais e numéricos aumenta à medida que a profundidade de estampagem e a força também aumentam, como consequência das microtrincas que surgem no material durante o processo real, as quais diminuem a taxa de crescimento da força de estampagem, Figuras 6.36, 6.38, 6.40 e 6.42.

Por isto, a utilização de modelos mais complexos, capazes de admitir o dano do material e refinar automaticamente a malha a partir de determinados níveis de deformação se torna indispensável para uma melhor aproximação dos resultados numéricos em relação aos experimentais.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

7.1 Conclusões

O desenvolvimento do presente trabalho permitiu a obtenção das seguintes conclusões:

✓ O ferramental projetado para realização do ensaio Nakazima, com base nas medidas fornecidas pelo ensaio Erichsen, permite a determinação das curvas limite de conformação dos aços BC G2 L, CD EEP e CD EM Bf ZnBR com boa precisão e confiabilidade.

✓ O aço BC G2 L apresenta uma melhor estampabilidade em relação aos demais aços, devido principalmente a maior espessura, coeficiente de encruamento e melhor característica de estampagem. Contudo, a diferença é relativamente pequena em comparação ao CD EEP o que não era esperado. O aço CD EM Bf ZnBR apresenta uma estampabilidade muito ruim, sendo o revestimento de zinco um dos fatores responsáveis, uma vez que, este diminui a anisotropia plástica da chapa.

✓ A adição de lubrificante no punção e no raio da "boca" da matriz permite uma melhor representação do lado direito da CLC, garantindo uma maior confiabilidade na avaliação de uma peça sujeita a tais níveis de deformação. Por outro lado, não há significativas modificações nos resultados quando se retira o fixador "*drawbead*".

✓ O modelamento numérico do processo utilizando o método dos elementos finitos mostra-se uma poderosa ferramenta de auxílio durante o projeto de uma peça a ser estampada. Pois, este permite uma visualização das distribuições das deformações na chapa, e como consequência, possibilita ao projetista prever os possíveis pontos de falha na peça e realizar as modificações necessárias.

✓ Na análise de uma chapa com características isotrópicas, geometria de revolução submetida a carregamentos e condições de contorno simétricos, o modelo utilizando elementos do tipo sólido de revolução mostra-se particularmente interessante devido a um menor custo computacional e uma boa precisão dos resultados quando comparados aos demais elementos.

 \checkmark A utilização de modelos com elementos do tipo sólido 3D nas análises dos materiais com características ortotrópicas apresentam uma grande diferença em comparação as análises de materiais isotrópicos, o que justifica o seu emprego.

✓ A análise numérica da influência do atrito mostra que o acréscimo deste altera a distribuição das deformações principais máximas reais na chapa. O valor máximo destas

deformações aumenta e passa a concentrar-se na região onde não existe contato entre chapa e ferramenta (matriz, prensa-chapa e punção). Pois, o atrito existente entre ferramenta e peça restringe o escoamento do material.

 \checkmark A comparação entre os resultados experimentais e numéricos apresenta uma certa dispersão nas regiões de estricção da chapa, visto que, os modelos utilizados nas simulações não incorporam o dano sofrido pelo material e também, não permitem o refinamento da malha a partir de determinado nível de deformação, dificultando uma melhor precisão nos resultados. Contudo, em regiões menos críticas, os resultados mostram-se comparáveis qualitativamente e quantitativamente.

7.2 Sugestões para trabalhos futuros

Devido às dificuldades encontradas ao longo da realização deste trabalho, sugere-se um maior estudo dos diferentes aspectos mostrados abaixo:

• Automatização do equipamento utilizado no processo de estampagem, que permita um melhor controle e monitoramento das variáveis envolvidas (força, deslocamento, taxa de deformação, entre outras), garantindo uma maior confiabilidade dos resultados.

• Desenvolvimento de métodos para marcação de grades nas chapas metálicas e para medição desta após ser deformada, que possibilite que círculos ou quadrados sejam impressos nas chapas com linhas bem finas, facilitando a leitura destes depois de deformado. Isto diminui possíveis erros associados à medição.

• Modelamento numérico do processo de estampagem que considere o dano sofrido pelo material e permita o refinamento de regiões submetidas a altos níveis de deformação, de forma que os resultados se aproximem dos obtidos experimentalmente, tornando a simulação mais criteriosa e confiável.

• Analisar a influência do encruamento e da anisotropia, de forma a avaliar a sensibilidade das deformações e da força necessária para conformar uma chapa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Associação Brasileira de Normas Técnicas; Determinação do índice de embutimento em chapas de aço pelo método Erichsen modificado; NBR-5902; 1980.
- ASTM International Standards Worlwide; Standard test methods for tension testing of metallic materials; ASTM E 8M; 1997.
- 3. ASTM International Standards Worlwide; Standard test methods for plastic strain ratio *r* for sheet metal; ASTM E 517; 1996a.
- Bathe, K. J.; Finite Element Procedures in Engineering Analysis; New Jersey; Prentice Hall; p.150; 1982.
- Belytschko, T.; Liu, W. K; Moran, B.; Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures; Chichester; John Wiley & Sons Ltd; p. 650; 2000;
- Chen, W. F.; Han, D. J.; Platicity for Structural Engineers; Springer-Verlag New York Inc.; 1988.
- Costa, H. B.; Mira F. M.; Apostila da disciplina de Conformação Mecânica de Metais Conformação de Chapas; Florianópolis; 1987.
- Dieter, G. E.; Metalurgia mecânica; Rio de Janeiro; Guanabara Koogan S. A.; 2^a edição, p. 653; 1981.
- Doege, E.; Dröder, K.; Griesbach, B.; On the development of new characteristic value for the evaluation of sheet metal formability; Journal of Materials Processing Technology 71; p. 152-159; 1997.
- Evangelista, S. H.; Diagrama limite de conformação aplicados à análise por elementos finitos de um processo de estampagem em chapas metálicas; São Carlos; Dissertação de Mestrado; EPUSP; p. 135; 2000;
- 11. Fukui, S.; The conical cup test research group; Tokyo; p. 43-75; 1958.
- 12. Goodwin, G. M.; Application of strain analysis to sheet metal forming problems in the press shop; La metallurgia italiana 8; p. 767-774; 1968.
- Gronostajski, J.; Dolny, A.; Determination of forming limit curves by means of Marciniak punch; Memoires scientifiques revue Metallurgie; p.570 – 578; 1980.
- 14. Heckler, A. J.; Granzow, W.G.; Metall. Trans; p. 2089-2094; 1; 1970;
- 15. Keeler, S. P.; Determination of forming limits in automotive stampings; Sheet metal industries; p. 683-691; 1965.

- Keeler, S. P.; Properties related to forming; Sheet metal industries; Understanding sheet metal formability III; p. 511-517; 1971.
- 17. Keeler, S. P.; Predicting forming limits; Sheet metal industries; Understanding sheet metal formability IV; p. 589-618; 1971.
- Keeler, S. P.; Die design and lubrification; Sheet metal industries; Understanding sheet metal formability V; p. 687-699; 1971.
- Keeler, S. P.; Brazier, W. G.; Relationship between laboratory material characterization and press-shop formability. Microalloying 75; Union Carbide Corporation; New York City; p. 517-528; 1977.
- 20. Kobayashi, S.; Oh, S.I.; Altan, T.; Metal Forming and the Finite-Element Method; Oxford University Press; 1989;
- 21. Magnabosco, A. S.; Oliveira, J. A.; Caracterização da Estampabilidade dos Aços Cosipa, Laminados a Frio; Projeto I. ME LTFA01; Cosipa, 1994.
- 22. Malvern, L. E.; Introduction to the mechanics of a continuous medium; New Jersey; Prentice Hall Inc.; p. 713; 1969.
- Marciniak, Z.; Kuczynski, K.; Pokora T.; Influence of the plastic properties of a material on the forming liit diagram for sheet metal in tension; Int. J. Mech. Sci.; Pergamon Press; Vol. 15; p. 789 – 905; 1973.
- 24. MSC Marc Volume A. Theory and user information. Version 2001.
- 25. Nakazima, K.; Kikuma, T.; Hasuka, K.; Study on the formability of steel sheets; Yawata Technical Report; p. 111-141; Setembro 1968.
- Neto, E. A. de Souza; Perić, D.; Owen, D. R. J., Computacional Plasticity Small and large strain. Analyses of elastic and inelastic solids; Apostila do curso de mecânica computacional não-linear; USP; 2002.
- Newby, J. R.; Formability of Steel Sheet; Metals Handbook; Forming and forging; 9^a edição; vol. 14; p. 545-560; 1988;
- 28. Oliveira, C.A.S.; Apostila da disciplina EMC5217 Trabalho de Chapas; 1998.
- Pereira, J. F. B.; Alvarenga, E. A.; Barcelos, H.; Influência de revestimentos metalúrgicos no valor R de Lankford de aços laminados a frio; XXXII Seminário de laminação - Processos e produtos laminados e revestidos; Curitiba; p. 443-448; 1995.
- 30. Popov, E. P.; Introdução à mecânica dos sólidos; São Paulo; Edgar Blucher; p. 534; 1978.
- Renó, R. T.; Conformabilidade e textura de chapas finas a frio de aço acalmado ao alumínio;
 São Paulo. Dissertação de Mestrado; EPUSP; p. 206; 1985.

- 32. Swift, H. W.; Plastic instability under plane stress; Journal of the Mechanical and Physics of Solids, Vol. 1, p. 1-18, (1952).
- 33. Takechi, H.; Kato, H.; Nagashima, S.; Trans. AIME, 242, p. 56-65, 1968;
- 34. Thomson, T. R.; Pole figures and tensile tests for sheet steels. The Journal of the Australian Institute of Metals 1; Vol. 18; p.14-21; March 1973.
- 35. Wagoner, R. H.; Chenot, J. L., Metal forming analysis, Cambridge University Press, p. 376, 2001.
- 36. Wagoner, R. H.; Chenot, J. L., Fundamentals of metal forming, John Wiley & Sons Inc., p.389, 1996.

APÊNDICE 1 FERRAMENTAL UTILIZADO NO ENSAIO NAKAZIMA

Neste apêndice será mostrado detalhadamente o ferramental utilizado no Ensaio Nakazima para determinação das curvas limite de conformação conforme descrição abaixo:

a) Matriz, prensa-chapa e punção esférico – confeccionadas em aço 4340. Foram temperadas e revenidas (dureza 53/54 HRC) duas matrizes com diâmetro da "boca" da matriz de 106 mm, dois prensa-chapas e um punção esférico com diâmetro de 100 mm. Uma matriz e um prensa-chapa são lisos, enquanto o outro par possui fixadores ("*drawbead*").

b) Anéis de fixação – foram confeccionados em aço 1045, sendo utilizados para estabelecer a pressão desejada sobre a chapa, evitando desta forma que a mesma sofra problemas de enrugamento ou orelhamento durante o processo.

 c) Parafusos – foram utilizados 8 parafusos de 200 mm de comprimento e diâmetro de 5/8" para realizar uma pressão de aperto requerida.

d) Molas prato – foram utilizadas 5 molas prato por parafuso com diâmetro interno 16.3 mm e capacidade de carga total de 2 toneladas, para evitar que durante o escoamento da chapa para dentro da boca da matriz houvesse uma diminuição acentuada da força de aperto dos parafusos.

A seguir serão mostrados desenhos do conjunto, e as dimensões das matrizes, prensachapas, punção esférico e anéis de fixação.