

Universidade Federal de Santa Catarina

Programa de Pós-Graduação em Física

Equações de Estado Relativísticas para Estrelas de Nêutrons

Dissertação submetida ao Curso de Pós Graduação
em Física da Universidade Federal de Santa Catarina para
a obtenção do grau de

MESTRE EM FÍSICA



03446286



Aquino Lauri de Espíndola

Florianópolis, Fevereiro de 2002

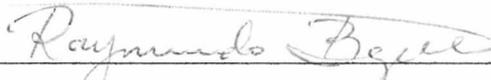
EQUAÇÕES DE ESTADO RELATIVÍSTICAS PARA ESTRELAS DE NÊUTRONS

Aquino Lauri de Espíndola

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM FÍSICA, com especialização em FÍSICA NUCLEAR, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação.



Prof. Dra. Débora Peres Menezes
(Orientadora)



Prof. Dr. Raymundo Baptista
(Coordenador do Curso)

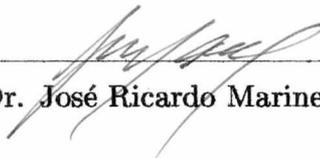
BANCA EXAMINADORA



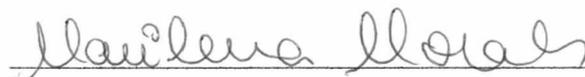
Prof. Dr. Marcelo Chiapparini (UERJ)



Prof. Dr. Sidney dos Santos Avancini (UFSC)



Prof. Dr. José Ricardo Marinelli (UFSC/1º Suplente)



Prof. Dra. Marilena M. W. Moraes (UFSC/2º Suplente)

A Elis Pelegrini e Eliane Pinho,
por me fazerem acreditar.

Sumário

1	Modelo de Walecka não Linear	13
1.1	A Lagrangeana do Modelo de Walecka não Linear	14
1.1.1	Termos Cinéticos	15
1.1.2	Termos de Interação	16
1.1.3	Termos Não Lineares	16
1.2	Equações de Movimento	17
1.3	Campo Médio	21
1.3.1	Tensor Energia-Momento	22
1.4	Estabilidade Beta	25
1.4.1	Densidade de Energia e Pressão	26
1.5	Solução Numérica para MWNL	27
1.6	Resultados e Conclusões Parciais	30
1.6.1	Resultados com NL1 para Diferentes Frações de Prótons	30
1.6.2	Resultados com Estabilidade β para NL1 e GL	42
2	O Octeto Bariônico	48

2.1	Equações de Movimento	50
2.2	Campo Médio	51
2.3	Solução Numérica	54
2.4	Resultados e Conclusões Parciais	56
3	Conclusões	62
A	Notações e Convenções	65
A.1	Métrica	65
A.2	Matrizes de Pauli	67
A.3	Matrizes de Dirac	67

Agradecimentos

Quero agradecer, inicialmente, à minha orientadora Profa. Débora Peres Menezes, pelo apoio e paciência que teve comigo durante esses dois anos de trabalho juntos.

Ao Prof. Fred pelo apoio e pela referência que tem sido desde a graduação, onde tive o privilégio de assistir suas aulas.

Agradeço também ao Dr. Manuel Malheiro e a Dra. Constança Providença pelas sugestões e comentários que foram importantes para o desenvolvimento deste trabalho e ao Dr. Marcelo Chiapparini pela ajuda com o código Fortran empregado na solução das equações de estado.

Um agradecimento especial aos amigos do LABIDEX pela amizade e companheirismo em tantos momentos, que foram fundamentais para a conclusão deste trabalho.

Aos amigos da Pós-Graduação da sala 60 por compartilharmos tantos momentos

juntos, principalmente as infindáveis discussões.

Quero agradecer, de maneira muito especial, ao Gregório, Marcelina, Gisele e Giane, pois seu apoio foi crucial para o início desta jornada e, principalmente para a continuação que aqui se inicia.

Ao amigos da “*Fire Ball*”, cujos nomes são muitos, pela convivência e noites com pernilongo!

Não poderia deixar de agradecer ao pessoal da “velha guarda”, Sérgio, Edson, Carlinho, Marilene, Marcos Roberto, Izabel, Denise, Adilson, Vânia, Sônia, Maricléia, Jaylson, Gabriela Cavalheiro, Anita, Rode, Tânia e Sandra, pois o tempo passou, mas o que é verdadeiro permanece.

Ao Cleiton e a Rose, pois a cumplicidade torna nossa amizade muito especial!

Finalmente, quero agradecer à CAPES pelo suporte financeiro sem o qual não seria possível a execução deste trabalho.

Resumo

Nesta dissertação, estudamos os efeitos de diferentes equações de estado para explicar as propriedades da matéria a densidades da ordem da matéria nuclear e também a densidades altas (10 vezes maior). Analisamos não somente estados β estáveis, matéria simétrica ou matéria pura de nêutrons, mas também estados com diferentes frações de prótons. Mostramos que a influência da parametrização é sentida na matéria não tão densa, enquanto que os efeitos dos acoplamentos mésons-híperons somente aparecem a densidades muito maiores do que a da saturação da matéria nuclear. Também estudamos os efeitos de um acoplamento méson-híperon maior do que o acoplamento universal.

Abstract

In this work we investigate the effects of different equations of state (EOS) in explaining high density matter properties. Not only β stable states, pure neutron and symmetric matter are studied, but also states with different proton fractions. We show that the influence of the parametrization is already felt at not so dense matter while the importance of the hyperon to meson coupling only appears at densities much larger than the nuclear matter saturation density. We have also checked the effects of considering a hyperon to meson coupling larger than the universal coupling.

Introdução

Neste trabalho, objetivamos estudar as propriedades da matéria nuclear e a matéria nuclear muito densa, ou seja, determinar as equações de estado destes sistemas. Para tanto, optamos por usar modelos relativísticos, embora, a matéria nuclear também possa ser descrita através de modelos não relativísticos [1]. Uma das razões para essa escolha é o fato dos modelos relativísticos tratarem de forma *natural* o spin e a interação spin-órbita. Outro aspecto importante é a abrangência dos fenômenos que podem ser estudados através de modelos relativísticos, como por exemplo, a colisão de íons pesados, que ocorrem a velocidades muito elevadas, tendo obrigatoriamente que ser tratadas levando em conta aspectos relativísticos. Aplicaremos um destes modelos ao estudo de estrelas de nêutrons.

Uma explosão de supernova ocorre quando o caroço de uma estrela muito massiva sofre colapso gravitacional. Dependendo da massa dessa estrela, neste caso as supernovas do tipo II, a explosão pode resultar em uma estrela de nêutrons ou em um buraco negro. Na realidade, as estrelas de nêutrons não são constituídas somente de nêutrons. O seu estado fundamental é constituído de matéria bariônica e leptônica em equilíbrio β .

No primeiro capítulo, utilizamos o modelo de Walecka não linear [2][3] para dois casos distintos. No primeiro caso, consideramos o sistema composto apenas de prótons e nêutrons. Assim, iniciamos nosso estudo considerando a fração de prótons, Y_p , igual a zero (matéria assimétrica), aumentando este valor até que alcance 0,5, situação em que temos matéria nuclear composta igualmente de nêutrons e prótons (matéria simétrica). No segundo caso, adicionamos à densidade lagrangeana do modelo de Walecka não linear, um termo referente aos léptons. Fazemos isto, para que a estabilidade β possa ser incluída no sistema, pois esta se faz necessária em estrelas estáveis, do ponto de vista do processo evolutivo. Os léptons adicionados são o elétron, e^- , e o muon, μ^- . A inclusão de apenas esse dois tipos de léptons se justifica pelo fato deste serem os menos massivos, o que permite o seu surgimento nas densidades e energias aqui tratadas.

Nos modelos relativísticos aqui tratados, necessitamos de um conjunto de parâmetros que sirvam como dados de entrada para a solução numérica de nossas equações. Assim sendo, utilizamos os conjuntos conhecidos como NL1 [4] e GL [5], comparando as diferenças obtidas com cada um desses conjuntos. As soluções destas equações são feitas numericamente e assim, obtemos as equações de estado associadas às duas parametrizações.

No segundo capítulo, utilizamos novamente o modelo de Walecka não linear, introduzindo na lagrangeana os termos referentes ao octeto bariônico. Em outras palavras, adicionamos à lagrangeana do primeiro capítulo os termos relativos às partículas Λ , Σ^- ,

Σ^0 , Σ^+ , Ξ^- e Ξ^0 . A inclusão desses híperons se faz necessária, haja visto que no caroço de estrelas de nêutrons, onde as densidades são elevadas, há condições para o surgimento dos mesmos. Outros híperons mais pesados não foram incluídos neste trabalho pelo fato de não ocorrerem nas densidades e energias aqui abordadas. A obtenção das equações neste segundo capítulo, bem como suas respectivas soluções foram feitas de forma análoga ao capítulo 1.

No capítulo 2, introduzimos o parâmetro χ , o qual é definido como sendo a razão entre os acoplamentos méson-híperon e méson-nucleon. Para os nucleons, seu valor será constante e igual a 1. Já para os híperons, estudamos três casos: $\chi = \sqrt{2/3}$, $\chi = 1$, conhecido como acoplamento universal e $\chi = 1, 2$. A variação do valor de χ se refletirá nas equações de estado e conseqüentemente nas populações das partículas a cada densidade bariônica. Finalizando este capítulo, tiramos algumas conclusões parciais.

Por último, apresentamos as conclusões finais deste trabalho.

Capítulo 1

Modelo de Walecka não Linear

Objetivamos analisar as características de um sistema altamente denso, neste caso a matéria nuclear. Entende-se por matéria nuclear um sistema infinito no qual a densidade é aproximadamente igual a do núcleo de Pb [6]. Para isso, usaremos um modelo que leve em conta aspectos relativísticos, apesar de haver tratamento não relativístico para a matéria nuclear.

Em 1974, J.D. Walecka [2] propôs um modelo relativístico capaz de descrever o comportamento da matéria nuclear e de núcleos finitos. Este modelo, conhecido como modelo de Walecka ou QHD-I (*Quantum Hadrodynamics - I*), descreve a interação entre bárions mediada por mésons. Porém, para que houvesse uma melhor descrição de propriedades nucleares, como a compressibilidade e a massa efetiva a densidades da ordem da densidade de saturação da matéria nuclear, foram introduzidos na densidade lagrangeana deste modelo termos não lineares [3]. Assim, o modelo passou a se chamar modelo de Walecka

não linear (MWNL). Neste modelo, os mésons responsáveis pelo acoplamento entre os nucleons são:

- méson σ é um méson escalar-isoescalar, representado pelo campo ϕ ;
- méson ω é um méson vetorial-isoescalar, representado pelo campo V^μ .
- méson ρ , responsável pela descrição das propriedades da matéria nuclear assimétrica. É um méson vetorial-isovetorial, representado pelo campo \mathbf{b}^μ .

1.1 A Lagrangeana do Modelo de Walecka não Linear

A lagrangeana do modelo de Walecka não linear (MWNL) para nucleons tem a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{MWNL} = & \bar{\psi} \left[\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_v V^\mu) - \frac{g_\rho}{2} \gamma_\mu \vec{\tau} \cdot \mathbf{b}^\mu - (M - g_s \phi) \right] \psi + \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - m_s^2 \phi^2) \\ & - \frac{1}{3!} k \phi^3 - \frac{1}{4!} \lambda \phi^4 - \frac{1}{4} \Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_v^2 V_\mu V^\mu - \frac{1}{4} \mathbf{B}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{B}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \mathbf{b}_\mu \cdot \mathbf{b}^\mu, \end{aligned} \quad (1.1)$$

onde:

$$\Omega_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu \quad (1.2)$$

$$\mathbf{B}_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathbf{b}_\nu - \partial_\nu \mathbf{b}_\mu - g_\rho (\mathbf{b}_\mu \times \mathbf{b}_\nu) \quad (1.3)$$

Para melhor compreendermos esta lagrangeana, vamos dividi-la em três partes: termos cinéticos, onde incluímos os termos de massa, termos potenciais ou de interação e termos não-lineares.

1.1.1 Termos Cinéticos

Temos os seguintes termos cinéticos¹:

- $i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial^\mu\psi - \bar{\psi}M\psi \rightarrow$ termo cinético dos nucleons;
- $\frac{1}{2}(\partial^\mu\phi\partial_\mu\phi - m_s^2\phi^2) \rightarrow$ termo cinético do méson σ ;
- $-\frac{1}{4}\Omega_{\mu\nu}\Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_v^2V_\mu V^\mu \rightarrow$ termo cinético do méson ω ;
- $-\frac{1}{4}\mathbf{B}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{B}^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\mathbf{b}_\mu \cdot \mathbf{b}^\mu \rightarrow$ termo cinético do méson vetorial ρ .

¹Os termos $\bar{\psi}M\psi$, $\frac{1}{2}m_s^2\phi^2$, $\frac{1}{2}m_v^2V_\mu V^\mu$ e $\frac{1}{2}m_\rho^2\mathbf{b}_\mu \cdot \mathbf{b}^\mu$ também podem ser encontrados na literatura com a denominação **termos de massa**.

1.1.2 Termos de Interação

Para escolhas adequadas das massas dos mésons e das constantes de acoplamento, o potencial nucleon-nucleon é atrativo a grandes distâncias e repulsivo a curtas distâncias.

Nesta lagrangeana os termos de interação são:

- $-g_v \bar{\psi} \gamma_\mu V^\mu \psi \rightarrow$ termo que descreve a interação entre nucleons, neste caso mediada pelo méson ω ;
- $-\frac{g_\rho}{2} \bar{\psi} \gamma_\mu \vec{\tau} \cdot \mathbf{b}^\mu \psi \rightarrow$ termo responsável pela interação entre nucleons, mediada pelo méson ρ . Este méson é necessário para descrever a assimetria da matéria nuclear. Note que este termo de interação leva em conta o isopin (τ);
- $\bar{\psi}(g_s \phi) \psi \rightarrow$ este termo descreve a variação da massa efetiva² devido a ação do campo escalar ϕ , mediada pelo méson σ .

1.1.3 Termos Não Lineares

Os termos não lineares da lagrangeana do MWNL são apenas dois: $-\frac{1}{3!} k \phi^3$ e $-\frac{1}{4!} \lambda \phi^4$. A introdução destes termos se faz necessária para que haja um melhor ajuste da compressibilidade e da massa efetiva, a densidades da ordem da densidade de saturação da matéria nuclear, com os dados experimentais [3].

²Ao verificarmos a lagrangeana dada na eq. (1.1), vemos que argumento que está entre parênteses, $(M - g_s \phi)$, nada mais é do que a massa efetiva, M^* , dos nucleons.

1.2 Equações de Movimento

Dada a lagrangeana da eq. (1.1), aplicamos a equação de Euler-Lagrange

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu q_i)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0, \quad (1.4)$$

para cada um dos campos em questão. Assim, obtemos as seguintes equações de movimento:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + m_s^2 \right) \phi = g_s \rho_s - \frac{k}{2} \phi^2 - \frac{\lambda}{6} \phi^3, \quad (1.5)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + m_v^2 \right) V^\mu = g_v j^\mu, \quad (1.6)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + m_\rho^2 \right) \mathbf{b}^\mu = \frac{g_\rho}{2} \mathbf{j}^\mu + \frac{g_\rho}{2} (\mathbf{b}_\nu \times \mathbf{B}^{\nu\mu}) + g_\rho \partial_\nu (\mathbf{b}^\nu \times \mathbf{b}^\mu), \quad (1.7)$$

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[\vec{\alpha} \cdot \left(-i \vec{\nabla} - g_v \mathbf{V} - \frac{g_\rho}{2} \tau_3 \cdot \mathbf{b} \right) + \beta (M - g_s \phi) + g_v V^0 + \frac{g_\rho}{2} \tau_3 b^0 \right] \psi, \quad (1.8)$$

onde

$$\rho_s = \langle \bar{\psi} \psi \rangle,$$

$$j^\mu = \langle \bar{\psi} \gamma^\mu \psi \rangle,$$

$$\mathbf{j}^\mu = \langle \bar{\psi} \gamma^\mu \vec{\tau} \psi \rangle.$$

Assumiremos que não há correntes na matéria nuclear, ou seja, estamos analisando o caso estático. Portanto, como a eq.(1.8) se trata da equação de Dirac, a qual relaciona o momento e a energia dos nucleons, temos que tomar as componentes \mathbf{V} e \mathbf{b} iguais a zero, para que essa hipótese seja satisfeita. Assim sendo, as equações (1.5), (1.6) e (1.7) tomam a seguinte forma:

$$\nabla^2 \phi = m_s^2 \phi + \frac{1}{2} k \phi^2 + \frac{1}{6} \lambda \phi^3 - g_s \rho_s, \quad (1.9)$$

$$\nabla^2 V^0 = m_v^2 V^0 - g_v \rho_N, \quad (1.10)$$

$$\nabla^2 b^0 = m_\rho^2 b^0 - \frac{g_\rho}{2} \rho_3, \quad (1.11)$$

onde

$$\rho_N = \rho_p + \rho_n, \quad (1.12)$$

e

$$\rho_3 = \rho_p - \rho_n, \quad (1.13)$$

As densidades de prótons e nêutrons são dadas por:

$$\rho_i = \frac{\gamma}{6\pi^2} K_{Fi}^3 \quad i = p, n, \quad (1.14)$$

$$\rho_s = \frac{\gamma}{2\pi^2} \sum_{i=p,n} \int_0^{K_{Fi}} p^2 dp \frac{M^*}{\sqrt{p^2 + M^{*2}}}, \quad (1.15)$$

onde a variável γ refere-se as possíveis variações de spin. Como estamos trabalhando com prótons e nêutrons explicitamente, $\gamma = 2$ para que se considere as possibilidades spin *up* e *down* e K_{Fi} é o momento de Fermi.

O potencial termodinâmico é definido como [7]

$$\Omega = E - \sum_{i=p,n} \mu_i B_i, \quad (1.16)$$

onde

$$E = \gamma T r \int \frac{d^3 r dp}{(2\pi)^3} f(\vec{r}, \vec{p}, t) h, \quad (1.17)$$

com

$$h = \begin{pmatrix} \sqrt{(\vec{p} - \vec{v}_p)^2 + (M - g_s \phi)^2} + \nu_{p0} & 0 \\ 0 & \sqrt{(\vec{p} - \vec{v}_n)^2 + (M - g_s \phi)^2} + \nu_{n0} \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

e

$$\nu_{p0} = g_v V_0 + \frac{g_\rho}{2} b_0, \quad \nu_{n0} = g_v V_0 - \frac{g_\rho}{2} b_0$$

$$\vec{v}_p = g_v \mathbf{V} + \frac{g_\rho}{2} \mathbf{b}, \quad \vec{v}_n = g_v \mathbf{V} - \frac{g_\rho}{2} \mathbf{b},$$

mas como estamos lidando com o caso estático $\vec{v}_p = \vec{v}_n = 0$.

A função de distribuição é dada por

$$f = \begin{pmatrix} f_p & 0 \\ 0 & f_n \end{pmatrix}, \quad (1.19)$$

para prótons e nêutrons

$$f_i = \theta(K_{Fi}(r) - p^2); \quad i = p, n. \quad (1.20)$$

O número de prótons ou nêutrons é dado por

$$B_i = \int d^3 r \rho_i(\mathbf{r}, t) \quad i = p, n,$$

sendo ρ_i a respectiva densidade e μ_p e μ_n são os potenciais químicos do próton e do nêutron, respectivamente.

Assim sendo, obtemos a seguinte expressão para Ω

$$\Omega = \int d^3r \left[\frac{1}{2} \left((\nabla\phi)^2 - (\nabla V^0)^2 - (\nabla b^0)^2 \right) + \gamma \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} hf + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left(m_s^2 \phi^2 + \frac{k}{3} \phi^3 + \frac{\lambda}{12} \phi^4 - m_v^2 V^{02} - m_\rho^2 b^{02} \right) - \mu_p \rho_p - \mu_n \rho_n \right].$$

Através da minimização do potencial termodinâmico em relação a K_{Fi} obtemos duas equações:

$$K_{Fp}^2 \left(\mu_p - \sqrt{K_{Fp}^2 + M^{*2}} - g_v V^0 - \frac{g_\rho b^0}{2} \right) = 0 \quad (1.21)$$

e

$$K_{Fn}^2 \left(\mu_n - \sqrt{K_{Fn}^2 + M^{*2}} - g_v V^0 + \frac{g_\rho b^0}{2} \right) = 0. \quad (1.22)$$

As equações (1.21) e (1.22) podem ter como soluções $K_{Fp} = K_{Fn} = 0$. A segunda solução possível para essas equações é $K_{Fp} \neq 0$ e $K_{Fn} \neq 0$. Quando isso ocorrer, rearranjamos as equações (1.21) e (1.22), resultando para os potenciais químicos:

$$\mu_p = \sqrt{K_{Fp}^2 + M^{*2}} + g_v V^0 + \frac{g_\rho b^0}{2} \quad (1.23)$$

e

$$\mu_n = \sqrt{K_{Fn}^2 + M^{*2}} + g_v V^0 - \frac{g_\rho b^0}{2}. \quad (1.24)$$

1.3 Campo Médio

Na aproximação de campo médio, substituímos os campos mesônicos por seus valores esperados. Desta forma:

$$\phi \equiv \langle \phi \rangle = \phi_0, \quad (1.25)$$

$$V^0 \equiv \langle V^0 \rangle = V_0, \quad (1.26)$$

$$b^0 \equiv \langle b^0 \rangle = b_0. \quad (1.27)$$

Substituindo os valores médios dos campos nas equações (1.9), (1.10) e (1.11) temos:

$$\phi_0 = -\frac{k}{2m_s^2}\phi_0^2 - \frac{\lambda}{6m_s^2}\phi_0^3 + \frac{g_s}{m_s^2}\rho_s, \quad (1.28)$$

$$V_0 = \frac{g_v}{m_v^2}\rho_N \quad (1.29)$$

e

$$b_0 = \frac{g_\rho}{2m_\rho^2}\rho_3. \quad (1.30)$$

1.3.1 Tensor Energia-Momento

O tensor energia-momento [8] é definido da seguinte forma

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu}\mathcal{L} + \partial_\nu q_i \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu q_i)} \right), \quad (1.31)$$

através do qual podemos obter a densidade de energia e pressão do sistema, dados pelas seguintes expressões

$$\mathcal{E} = \langle T_{00} \rangle \quad (1.32)$$

e

$$P = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle. \quad (1.33)$$

A Lagrangeana de Campo Médio

Feita a aproximação de campo médio, a lagrangeana do MWNL torna-se

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \bar{\psi} \left[i\gamma_\mu \partial^\mu - g_v \gamma_0 V_0 - \frac{g_\rho}{2} \gamma_0 \tau_3 \cdot b_0 - (M - g_s \phi_0) \right] \psi \\ - \frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 - \frac{k}{6} \phi_0^3 - \frac{\lambda}{24} \phi_0^4 + \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2. \end{aligned} \quad (1.34)$$

Aplicando a equação de Euler-Lagrange na eq.(1.34) para o campo $\bar{\psi}$ obtemos

$$\left[i\gamma_0 \partial^0 + i\vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} - g_v \gamma_0 V_0 - \frac{g_\rho}{2} \gamma_0 \tau_3 b_0 - M^* \right] \psi = 0, \quad (1.35)$$

onde $M^* = M - g_s \phi_0$.

Assim,

$$i\bar{\psi}\gamma_0\partial^0\psi = \bar{\psi} \left[-i\vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} + g_v\gamma_0V_0 + \frac{g_\rho}{2}\gamma_0\tau_3b_0 + M^* \right] \psi. \quad (1.36)$$

O Tensor Energia-Momento para a Lagrangeana de Campo Médio

Aplicando a definição do tensor energia-momento, eq.(1.31), na lagrangeana campo de médio dada pela equação (1.34) temos

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu} = & -g_{\mu\nu}\bar{\psi} \left[i\gamma_0\partial^0 + i\vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} - g_v\gamma_0V_0 - \frac{g_\rho}{2}\gamma_0\tau_3 \cdot b_0 - M^* \right] \psi \\ & -g_{\mu\nu} \left(-\frac{m_s^2}{2}\phi_0^2 - \frac{k}{6}\phi_0^3 - \frac{\lambda}{24}\phi_0^4 + \frac{m_v^2}{2}V_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2}b_0^2 \right) + i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\nu\psi. \end{aligned} \quad (1.37)$$

O primeiro termo da eq.(1.37) é exatamente a equação (1.35) e, portanto, igual a zero.

Assim o tensor energia-momento se reduz a

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \left(-\frac{m_s^2}{2}\phi_0^2 - \frac{k}{6}\phi_0^3 - \frac{\lambda}{24}\phi_0^4 + \frac{m_v^2}{2}V_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2}b_0^2 \right) + i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\nu\psi. \quad (1.38)$$

A Densidade de Energia

Aplicando no tensor da eq.(1.38) a definição da densidade de energia dada pela eq.(1.32) temos

$$T_{00} = -g_{00} \left(-\frac{m_s^2}{2}\phi_0^2 - \frac{k}{6}\phi_0^3 - \frac{\lambda}{24}\phi_0^4 + \frac{m_v^2}{2}V_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2}b_0^2 \right) + i\bar{\psi}\gamma_0\partial_0\psi.$$

Substituindo na equação acima a expressão para $i\bar{\psi}\gamma_0\partial_0\psi$ dada na eq.(1.36)

$$T_{00} = \bar{\psi} \left[-i\vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} + g_vV_0\gamma_0 + \frac{g_\rho}{2}\gamma_0\tau_3 \cdot b_0 + M^* \right] \psi \quad (1.39)$$

$$+\frac{m_s^2}{2}\phi_0^2 + \frac{k}{6}\phi_0^3 + \frac{\lambda}{24}\phi_0^4 - \frac{m_v^2}{2}V_0^2 - \frac{m_\rho^2}{2}b_0^2.$$

Assim,

$$\begin{aligned} T_{00} = \psi^\dagger \left[-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta M^* \right] \psi + \frac{g_\rho}{2} b_0 \bar{\psi} \gamma_0 \tau_3 \psi + g_v V_0 \psi^\dagger \psi \\ + \frac{m_s^2}{2}\phi_0^2 + \frac{k}{6}\phi_0^3 + \frac{\lambda}{24}\phi_0^4 - \frac{m_v^2}{2}V_0^2 - \frac{m_\rho^2}{2}b_0^2. \end{aligned} \quad (1.40)$$

Como

$$\langle \psi | \vec{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta M^* | \psi \rangle = \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{K_{Fi}} p^2 dp \sqrt{p^2 + M^{*2}}, \quad i = p, n \quad (1.41)$$

substituindo as equações (1.41), (1.29) e (1.30) em (1.40) obtém-se a seguinte equação para a densidade de energia:

$$\mathcal{E}_{WNL} = \frac{\gamma}{2\pi^2} \sum_{i=p,n} \int_0^{K_{Fi}} p^2 dp \sqrt{p^2 + M^{*2}} + \frac{m_v^2}{2}V_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2}b_0^2 + \frac{m_s^2}{2}\phi_0^2 + \frac{k}{6}\phi_0^3 + \frac{\lambda}{24}\phi_0^4. \quad (1.42)$$

A Pressão

Partindo do tensor energia-momento definido na eq.(1.38) temos para os componentes espaciais de $T_{\mu\nu}$:

$$T_{ii} = -i\bar{\psi}\vec{\gamma} \cdot \nabla \psi + \frac{m_v^2}{2}V_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2}b_0^2 - \frac{m_s^2}{2}\phi_0^2 - \frac{k}{6}\phi_0^3 - \frac{\lambda}{24}\phi_0^4. \quad (1.43)$$

Dado que

$$\langle \psi | -i\vec{\alpha} \cdot \nabla | \psi \rangle = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{K_{Fi}} \frac{p^4 dp}{\sqrt{p^2 + M^{*2}}} \quad (1.44)$$

Substituindo (1.44) em (1.43) resulta para a pressão:

$$P_{WNL} = \frac{\gamma}{6\pi^2} \sum_{i=p,n} \int_0^{K_{Fi}} \frac{p^4 dp}{\sqrt{p^2 + M^{*2}}} + \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2 - \frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 - \frac{k}{6} \phi_0^3 - \frac{\lambda}{24} \phi_0^4. \quad (1.45)$$

1.4 Estabilidade Beta

A lagrangeana do modelo de Walecka não linear, eq. (1.1), será acrescida de um termo que leva em conta os léptons elétron, e^- , e muon, μ^- . Assim, a lagrangeana da equação (1.1), representada por \mathcal{L}_{WNL} , mais os termos dos léptons, representado por \mathcal{L}_l , torna-se:

$$\mathcal{L}_{lB} = \mathcal{L}_{WNL} + \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l \quad (1.46)$$

Nesta parte do trabalho, estamos incluindo o setor leptônico para podermos tratar de um sistema, onde se considera a estabilidade β . A inclusão da estabilidade β faz-se necessária, pois a mesma deve ocorrer em estrelas de nêutrons. Em um sistema ideal de prótons, nêutrons, elétrons e muons em equilíbrio, os níveis de partículas são preenchidos de tal maneira que o decaimento β seja proibido [5].

Nesse caso, os potenciais químicos do próton, nêutron e dos léptons em questão devem satisfazer as seguintes condições:

$$\mu_p = \mu_n - \mu_e, \quad (1.47)$$

$$\mu_e = \mu_{\mu^-}, \quad (1.48)$$

onde

$$\mu_e = \sqrt{K_{Fe}^2 + m_e^2} \quad (1.49)$$

e

$$\mu_{\mu^-} = \sqrt{K_{F\mu^-}^2 + m_{\mu^-}^2}, \quad (1.50)$$

onde K_{Fe} , m_e e $K_{F\mu^-}$, m_{μ^-} são os momentos de Fermi e massa de repouso do elétron e do muon, respectivamente. Temos $m_e = 0,551$ MeV e $m_{\mu^-} = 106,55$ MeV.

As condições expostas acima estão discutidas com detalhes no apêndice da ref. [9].

Num sistema estável também ocorre a neutralidade de cargas e para isso

$$\rho_p = \rho_e + \rho_{\mu^-}. \quad (1.51)$$

As densidades³ ρ_e e ρ_{μ^-} são definidas analogamente à eq. (1.14), o que nos dá

$$\rho_l = \frac{\gamma}{6\pi^2} K_{Fl}^3 \quad l = e^-, \mu^-. \quad (1.52)$$

1.4.1 Densidade de Energia e Pressão

A densidade de energia e a pressão levando em conta os léptons, tem a seguinte forma:

³A dedução desta equação é feita com detalhes na pág. 180 da ref. [6].

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{lB} = \frac{\gamma}{2\pi^2} & \left(\sum_{i=p,n} \int_0^{K_{Fi}} p^2 dp \sqrt{p^2 + M^{*2}} + \sum_l \int_0^{K_{Fl}} p^2 dp \sqrt{p^2 + m_l^2} \right) \\ & + \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2 + \frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 + \frac{k}{6} \phi_0^3 + \frac{\lambda}{24} \phi_0^4 \end{aligned} \quad (1.53)$$

e

$$\begin{aligned} P_{lB} = \frac{\gamma}{6\pi^2} & \left(\sum_{i=p,n} \int_0^{K_{Fi}} \frac{p^4 dp}{\sqrt{p^2 + M^{*2}}} + \sum_l \int_0^{K_{Fl}} \frac{p^4 dp}{\sqrt{p^2 + m_l^2}} \right) \\ & + \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2 - \frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 - \frac{k}{6} \phi_0^3 - \frac{\lambda}{24} \phi_0^4. \end{aligned} \quad (1.54)$$

1.5 Solução Numérica para MWNL

Para obtermos a equação de estado necessitamos resolver algumas equações, as quais nos darão as principais grandezas do sistema, tais como \mathcal{E} e P . Essas grandezas são dadas pelas equações (1.42) e (1.45), respectivamente. Tais equações, por sua vez, dependem das equações (1.28), (1.29) e (1.30). Assim sendo, temos que resolvê-las numericamente.

Para tanto, adotamos dois conjuntos de parâmetros, o primeiro chamado NL1 [4] e o segundo GL [5]. Tais conjuntos de parâmetros, assim como outros semelhantes, são obtidos a partir do ajuste de dados experimentais de propriedades nucleares. Os parâmetros utilizados na solução dessas equações e as propriedades mais importantes são mostrados nas tabelas 1.1 e 1.2.

Parâmetro	NL1	GL	Unidade
M	938,0	939,0	MeV
m_s	492,25	550,0	MeV
m_v	795,36	783,0	MeV
m_ρ	763	770,0	MeV
g_s	10,138	8,81	
g_v	13,285	9,197	
g_ρ	9,952	9,732	
k/M	5,122	5,661	
λ	-217,613	258,766	

Tabela 1.1. Conjunto de parâmetros NL1 e GL.

O algoritmo utilizado para obter as soluções das equações mencionadas acima foi elaborado em Fortran. Dada uma fração de prótons, Y_p , e uma densidade total, ρ_N , como dados de entrada, o programa encontra os valores de ρ_p e ρ_n (eq.(1.12)) e ρ_3 (eq.(1.13)). A partir daí, obtemos os valores de b_0 , eq. (1.30), V_0 , eq.(1.29) e dos momentos de Fermi do próton e do nêutron, eq. (1.14). Concomitantemente a esses cálculos, o programa também resolve a equação (1.28), a qual nos dá o valor de ϕ_0 , para então calcular a massa efetiva, M^* . Como $Y_p + Y_n = 1$, ao resolver as equações para o próton, conseqüentemente obtemos os valores também para o nêutron. Este procedimento é repetido para várias densidades e várias frações de prótons.

	NL1	GL
B/A (MeV)	-16,5	-15,95
ρ_0 (fm ⁻³)	0,153	0,145
K (MeV)	211	285
M^*/M	0,57	0,77

Tabela 1.2 Propriedades da matéria nuclear no contexto das duas parametrizações utilizadas.

Abaixo, definimos cada uma das grandezas da tabela 1.2.

$$B/A = \left(\frac{\varepsilon}{\rho_B} - M \right) \equiv \text{energia de ligação por nucleon.}$$

$$\rho_0 \equiv \text{densidade de saturação.}$$

$$K \equiv \text{incompressibilidade.}$$

$$M^*/M \equiv \text{razão entre a massa efetiva do nucleon e a massa de repouso em } \rho_0.$$

1.6 Resultados e Conclusões Parciais

Efetuada a resolução numérica das equações mencionadas na seção anterior, passamos a analisar os resultados obtidos.

1.6.1 Resultados com NL1 para Diferentes Frações de Prótons

Utilizando o conjunto de parâmetros NL1 obtemos os resultados mostrados abaixo.

A figura 1.1 mostra a pressão (P) versus a densidade bariônica (ρ_N). Nossos resultados são semelhantes aos obtidos na ref. [10]. Os mínimos de cada uma das curvas deste gráfico são superiores aos encontrados na fig.1 da ref. [10].

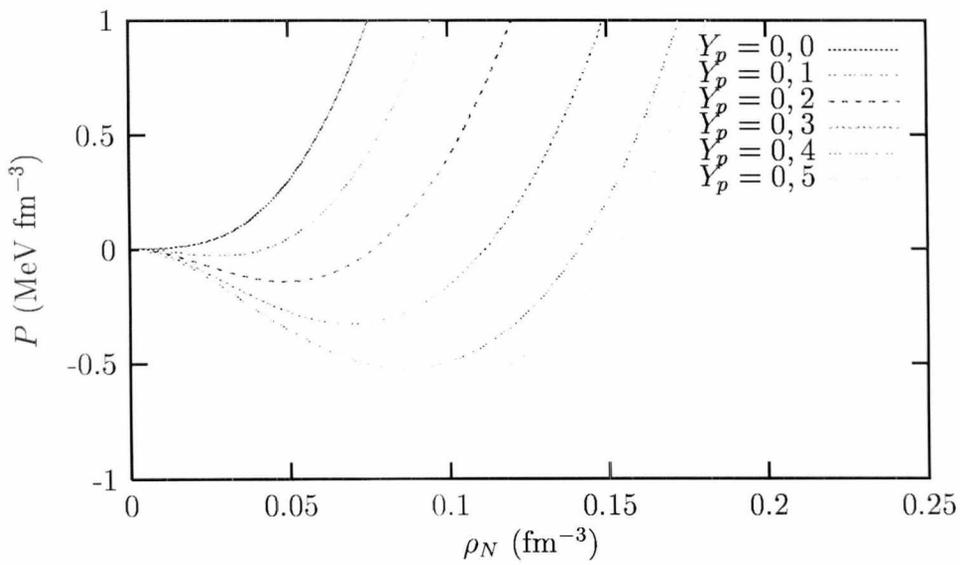


Figura 1.1: *Pressão versus a densidade bariônica para várias frações de prótons.*

A figura 1.2, mostra a densidade de energia (\mathcal{E}) em função de ρ_N . Podemos ver claramente que o aumento de \mathcal{E} ocorre de forma suave com ρ_N , sendo menos intensa à medida que aumentamos a fração de prótons.

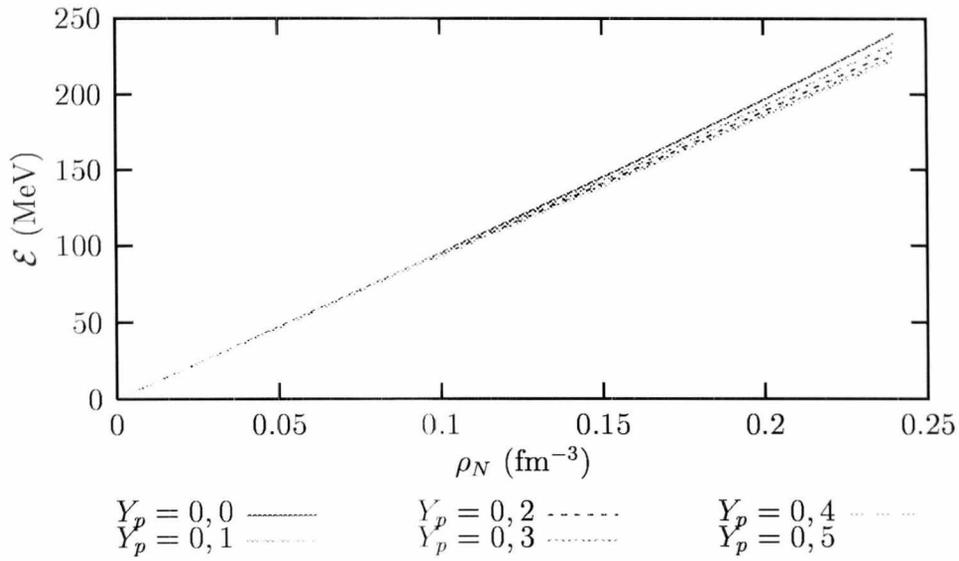


Figura 1.2: *Densidade de energia versus a densidade bariônica para várias frações de prótons.*

Na figura 1.3 vemos o gráfico da energia de ligação B/A versus a densidade bariônica. Podemos observar, neste gráfico, o aparecimento de estados ligados somente a partir de $Y_p \geq 0,2$, ou seja, no caso de haver matéria assimétrica, $Y_p = 0$, (somente nêutrons) e para uma fração de prótons baixa, $Y_p = 0,1$ os estados não são ligados. Para $Y_p = 0,5$ temos o estado com maior energia de ligação, no qual o mínimo se dá em torno de -15 MeV, estando de acordo com os dados da tabela 1.2.

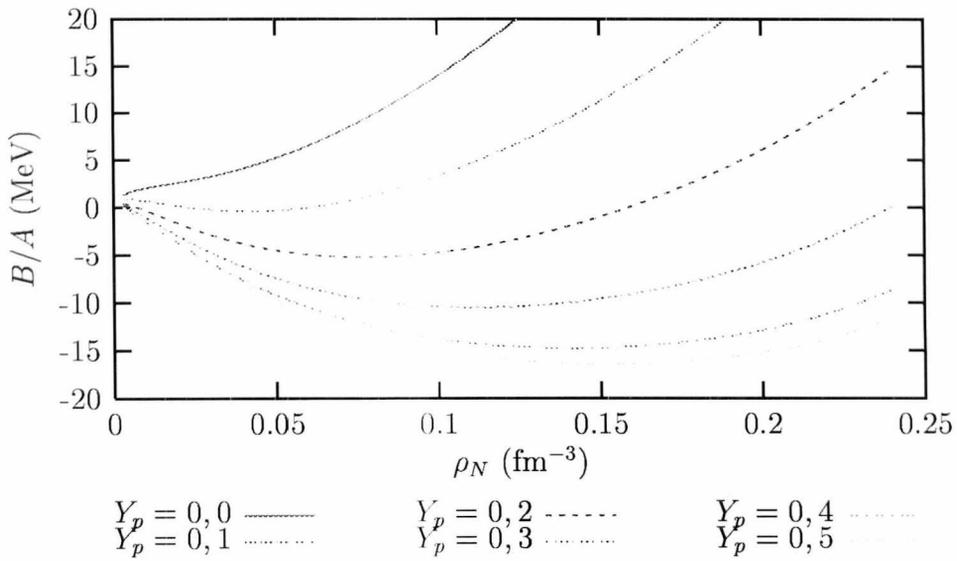


Figura 1.3: Energia de ligação versus densidade bariônica para várias frações de prótons.

Na figura 1.4, temos o gráfico de $P \times \mathcal{E}$. Se desenhassemos, neste gráfico, uma curva $P = \mathcal{E}$ (o que não foi feito por questão de escala), veríamos que todas as curvas se encontram abaixo deste limite. Isto nos diz que as equações de estados aqui encontradas tem consistência física, uma vez que estão abaixo da equação de estado mais dura permitida.

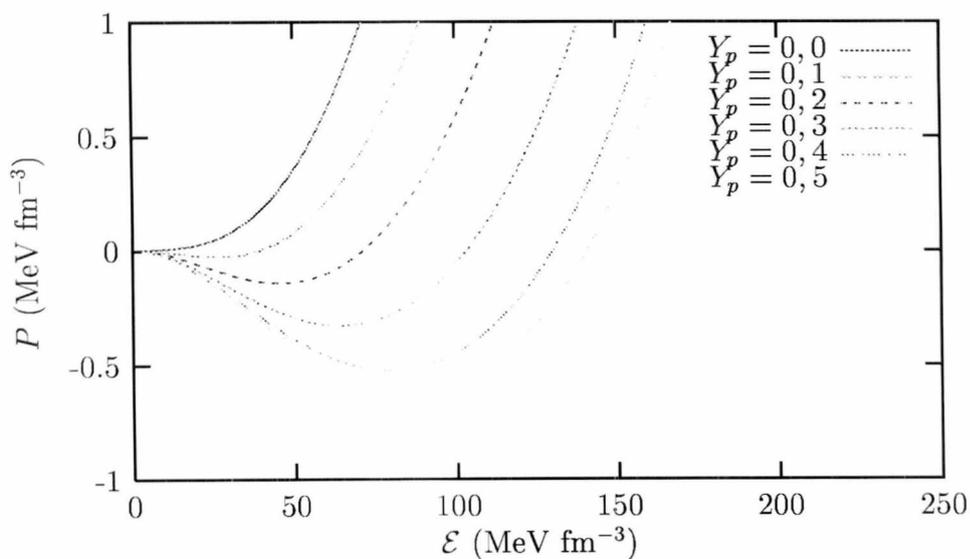


Figura 1.4: *Pressão versus densidade de energia para várias frações de prótons.*

Nos gráficos 1.5, 1.6 e 1.7, verificamos o comportamento dos campos mesônicos com seus respectivos pesos, $g_s\phi_0$, $g_v V_0$ e $-g_\rho b_0$ em função da densidade bariônica. Cada um dos campos foi desenhado, multiplicando-se sua intensidade pela respectiva constante de acoplamento. Isto se justifica pois tencionamos comparar o potencial originado pelos campos para cada uma das frações de prótons.

A figura 1.5 é um gráfico do campo isoescalar-escalar $g_s\phi_0$ em função de ρ_N . Este campo tem um crescimento suave com ρ_N . A intensidade de $g_s\phi_0$ varia de acordo com a variação de Y_p , tendendo a ser mais intensa à medida que Y_p aumenta.

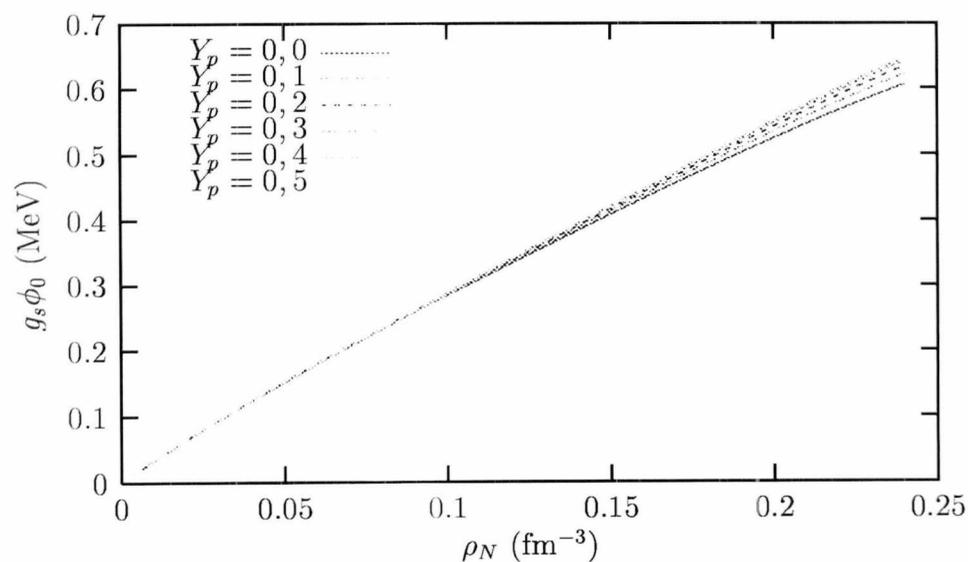


Figura 1.5: Intensidade do campo isoescalar-escalar $g_s\phi_0$ versus a densidade bariônica para várias frações de prótons.

Na figura 1.6 temos $g_v V_0$ versus ρ_N . Como podemos ver, seu comportamento é linear e igual para todas as frações de prótons. Isto ocorre devido ao fato que $g_v V_0$ depende somente de ρ_N . Assim, para cada valor de ρ_N , $g_v V_0$ será proporcional a ρ_N , independente do valor de Y_p .

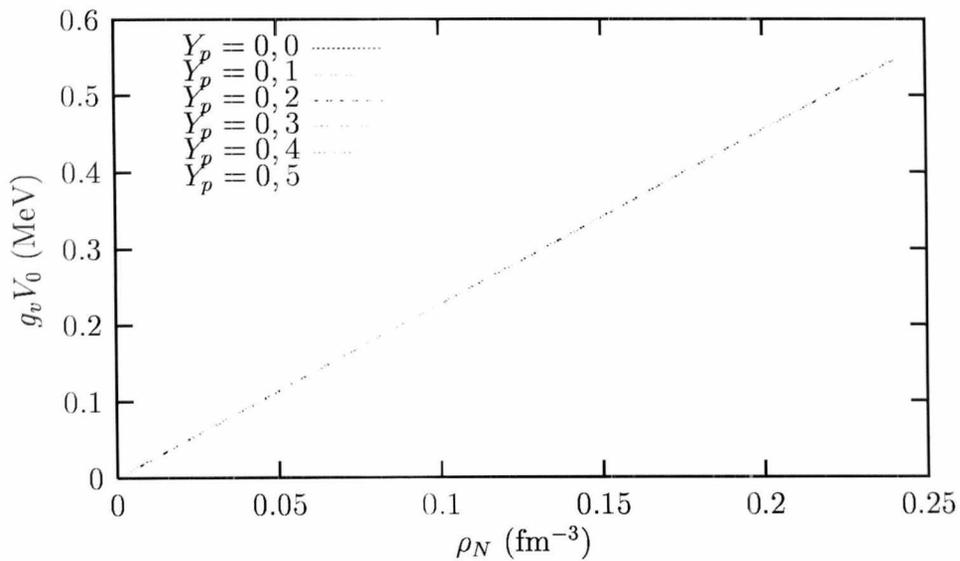


Figura 1.6: *Intensidade do campo isoescalar-vetorial $g_v V_0$ versus a densidade bariônica para várias frações de prótons.*

Na figura 1.7 está desenhado o campo isovetorial-vetorial $-g_\rho b_0$, associado ao méson ρ . Este campo tem claramente um comportamento linear. Analisando as várias curvas para diferentes frações de prótons vemos que b_0 tende a zero à medida que Y_p aumenta, sendo que quando, $Y_p = 0,5$, temos $b_0 = 0$. Isto se deve ao fato de que o campo b_0 tem dependência com o isospin. Assim, quando $Y_p = 0$ temos só matéria de nêutrons. Quando Y_p aumenta, aumenta a densidade de prótons, provocando uma redução na intensidade de b_0 . O caso extremo ocorre quando $Y_p = 0,5$. Neste caso temos a mesma fração de prótons e nêutrons, portanto $b_0 = 0$.

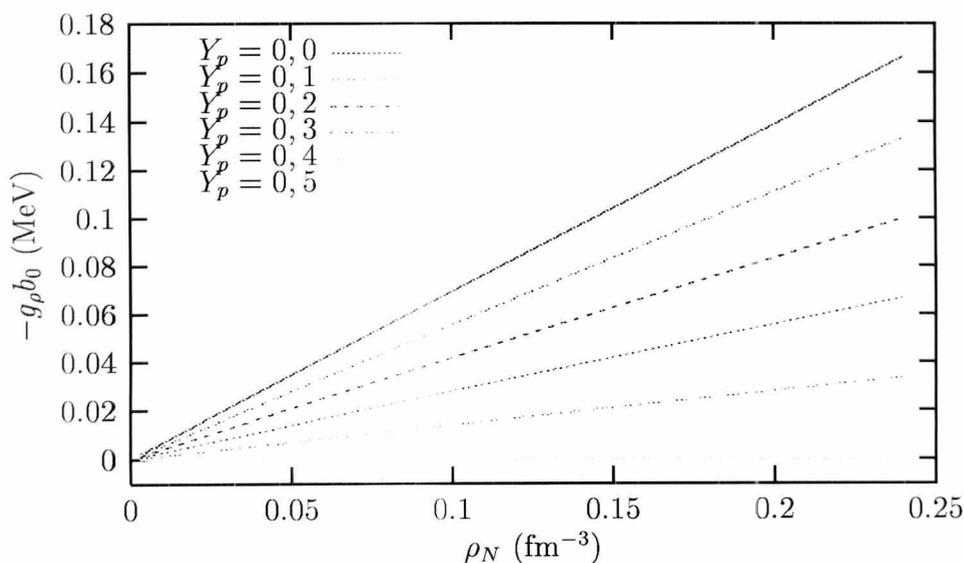


Figura 1.7: Intensidade do campo isovetorial-vetorial $-g_\rho b_0$ versus a densidade bariônica para várias frações de prótons.

Nas figuras 1.8 e 1.9 temos os três campos em função de ρ_N para $Y_P = 0$ e $Y_p = 0,5$, respectivamente. De acordo com as figuras 1.8 e 1.9, os campos dominantes são $g_s\phi_0$ e $g_v V_0$ pois suas intensidades são maiores que a de $g_\rho b_0$. Isto não significa que a contribuição de b_0 possa ser desconsiderada, pois é sua atuação que dará o caráter anti-simétrico da matéria nuclear. Conforme mencionado anteriormente, na figura 1.9 $b_0 = 0$ devido a $Y_p = 0,5$.

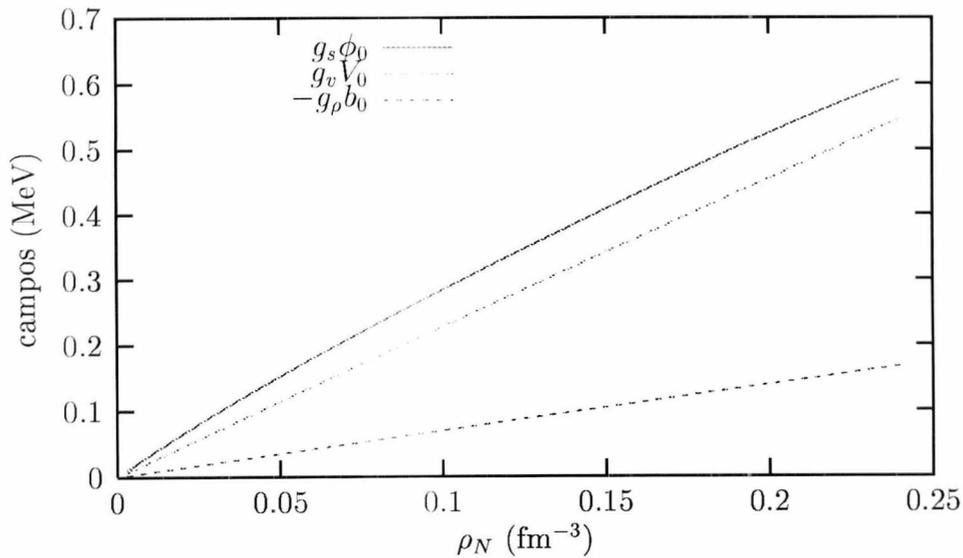


Figura 1.8: Intensidade dos campos $g_s\phi_0$, $g_v V_0$ e $-g_\rho b_0$ para fração de prótons $Y_p = 0$.

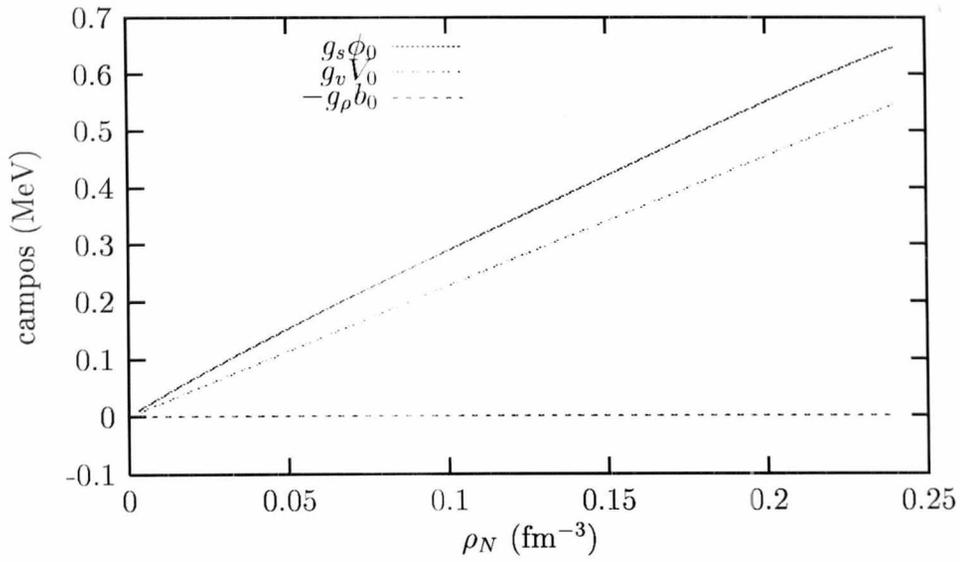


Figura 1.9: Intensidade dos campos $g_s \phi_0$, $g_v V_0$ e $-g_\rho b_0$ para fração de prótons $Y_p = 0,5$.

Na figura 1.10 temos o gráfico dos potenciais químicos do próton e do nêutron versus a densidade bariônica para uma pressão fixa de $0,03 \text{ MeV fm}^{-3}$. Note que o potencial químico do nêutron decresce com aumento da fração de prótons. Já o potencial químico do próton decresce até $Y_p = 0,25$, a partir de onde começa a aumentar. Em $Y_p = 0,5$ ambos os potenciais são iguais, pois neste caso o número de nêutrons é igual ao número de prótons. Este gráfico é análogo à fig.2 encontrada na ref. [10].

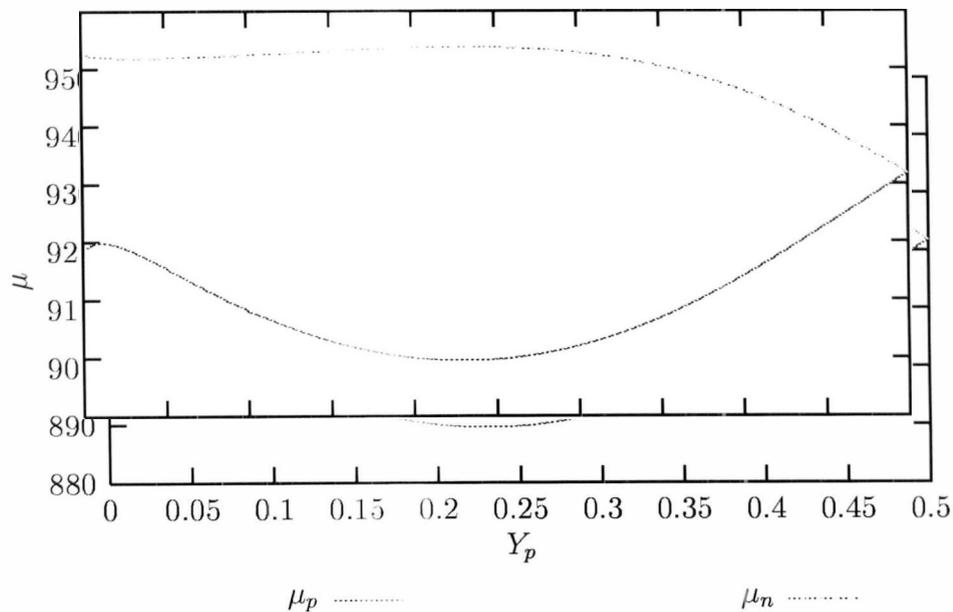


Figura 1.10: *Potenciais químicos do próton e do nêutron para diversas frações de prótons.*

Utilizando o conjunto de parâmetros GL obtemos para as equações de estado, resultados semelhantes aos do conjunto NL1.

1.6.2 Resultados com Estabilidade β para NL1 e GL

Utilizando o conjunto de parâmetros NL1 e GL obtemos os resultados mostrados nas figuras (1.11), (1.12), (1.13), (1.14), (1.15) e (1.16), uma vez que a estabilidade β seja incluída.

Na figura 1.11 temos a pressão versus a densidade bariônica para os dois conjuntos de parâmetros, NL1 e GL. A pressão aumenta com o aumento da densidade bariônica. Para os parâmetros NL1 a pressão tem um aumento mais acentuado do que para o conjunto GL, isto é, GL produz uma equação de estado mais suave.

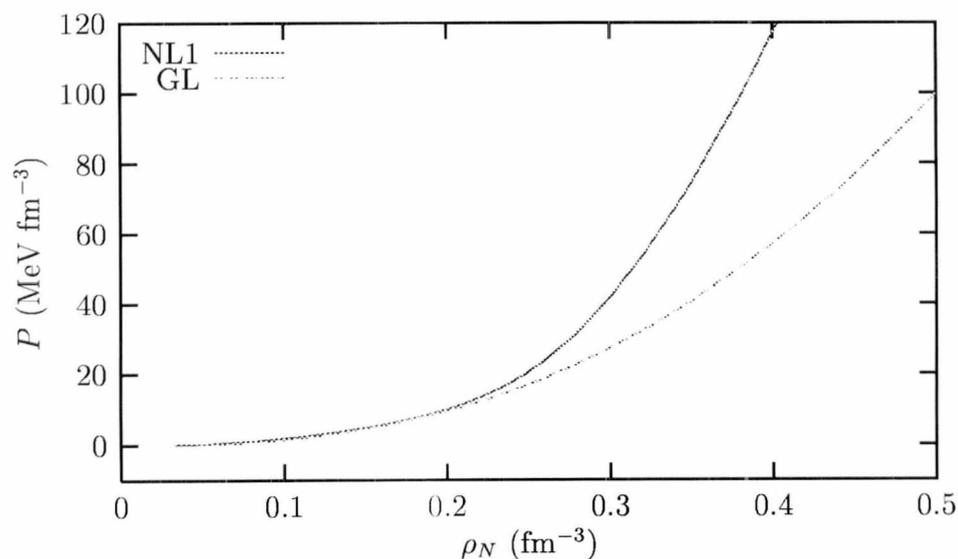


Figura 1.11: Pressão versus a densidade bariônica.

Na figura 1.12, onde temos o gráfico da densidade de energia versus a densidade bariônica, verificamos o aumento da densidade de energia com o aumento da densidade. Essas curvas são menos sensíveis a mudança de parâmetros dos que as da pressão, apesar de produzirem a mesma informação.

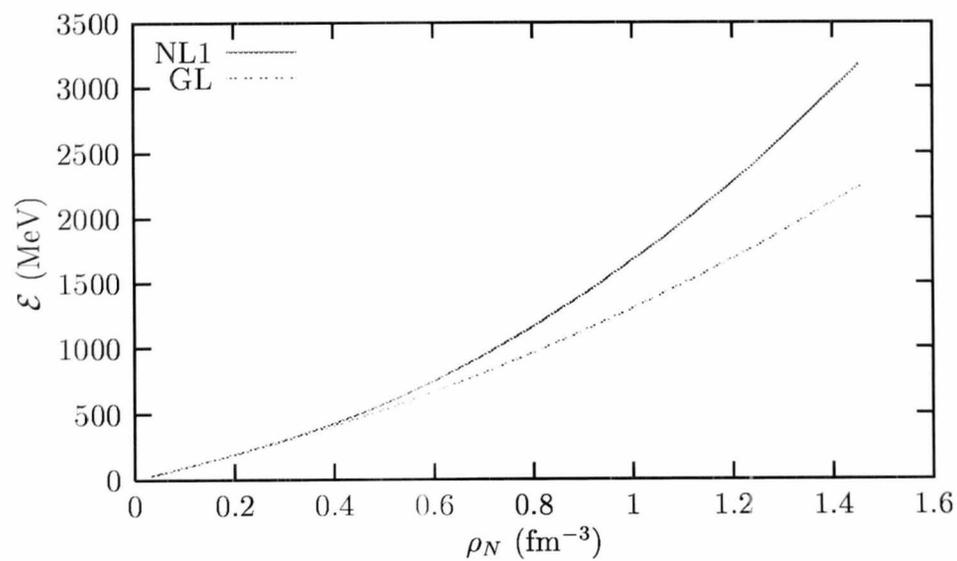


Figura 1.12: *Densidade de energia versus a densidade bariônica.*

A figura 1.13 é um gráfico da energia de ligação por nucleons para ambos os conjuntos de parâmetros. Neste caso, em que a estabilidade β foi considerada, não há estados ligados.

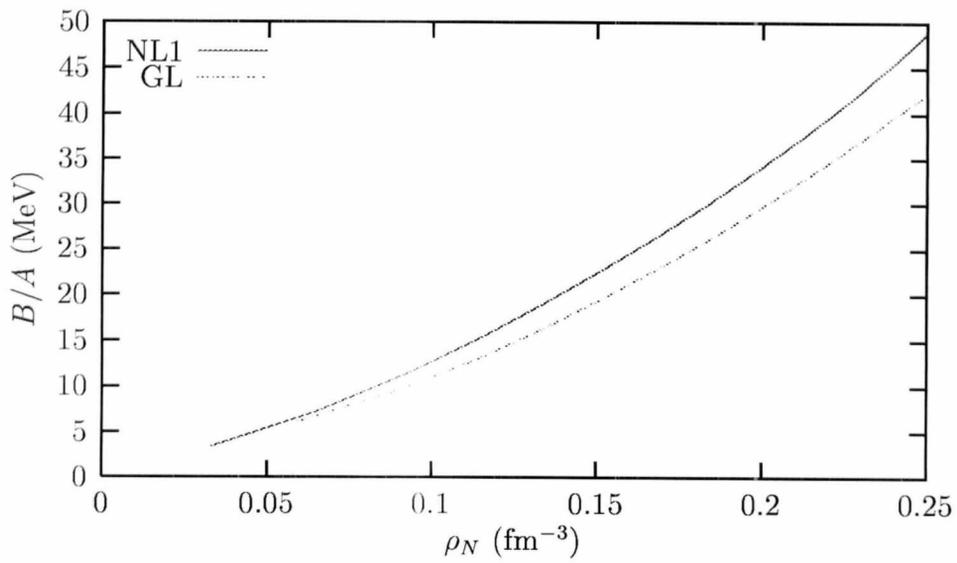


Figura 1.13: *Energia de ligação versus densidade bariônica.*

Na figura 1.14 temos as curvas das equações de estado para os parâmetros NL1 e GL. Ambas as curvas encontram-se abaixo do limite $\mathcal{E} = P$, ou seja, ao incluirmos a estabilidade β , as equações de estado continuam tendo consistência física.

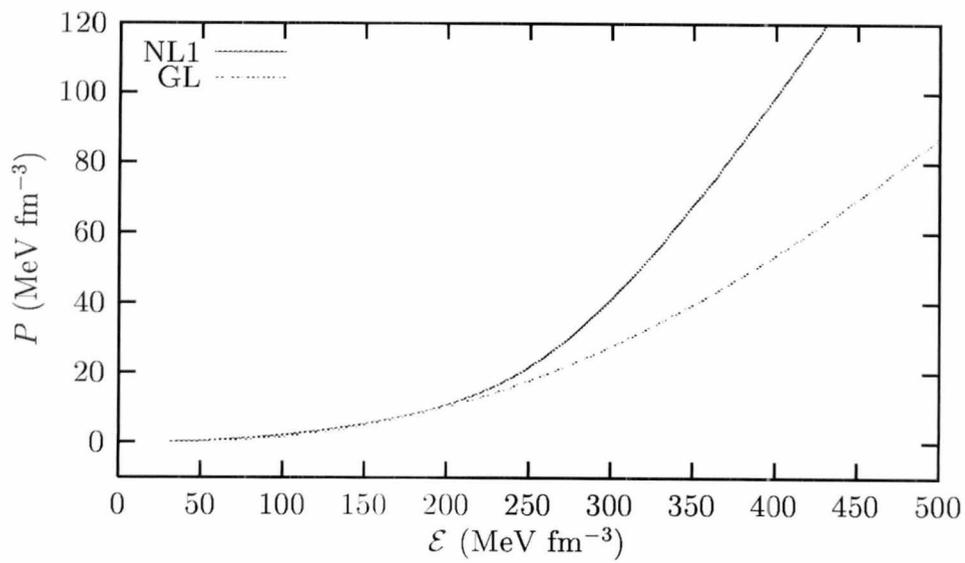


Figura 1.14: *Pressão versus densidade de energia.*

Nas figuras 1.15 e 1.16 temos as populações de partículas para os conjuntos NL1 e GL, respectivamente. A diferença mais evidente entre essas curvas diz respeito ao aparecimento do lépton μ^- . Para NL1, μ^- surge com a densidade bariônica em torno de $0,1 \text{ fm}^{-3}$, enquanto que para o conjunto GL, o muon surge em uma densidade um pouco maior.

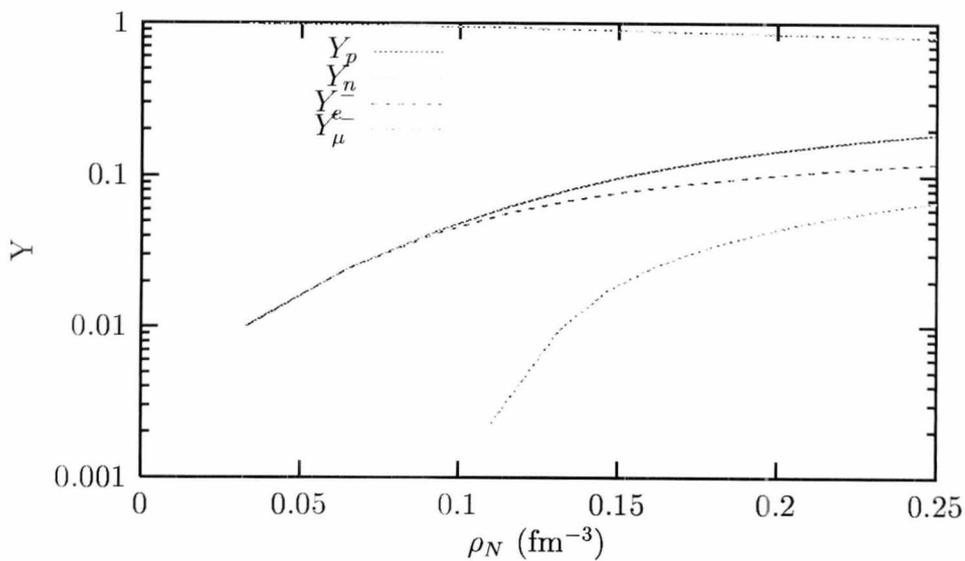


Figura 1.15: *Fração de partículas versus densidade bariônica com NL1.*

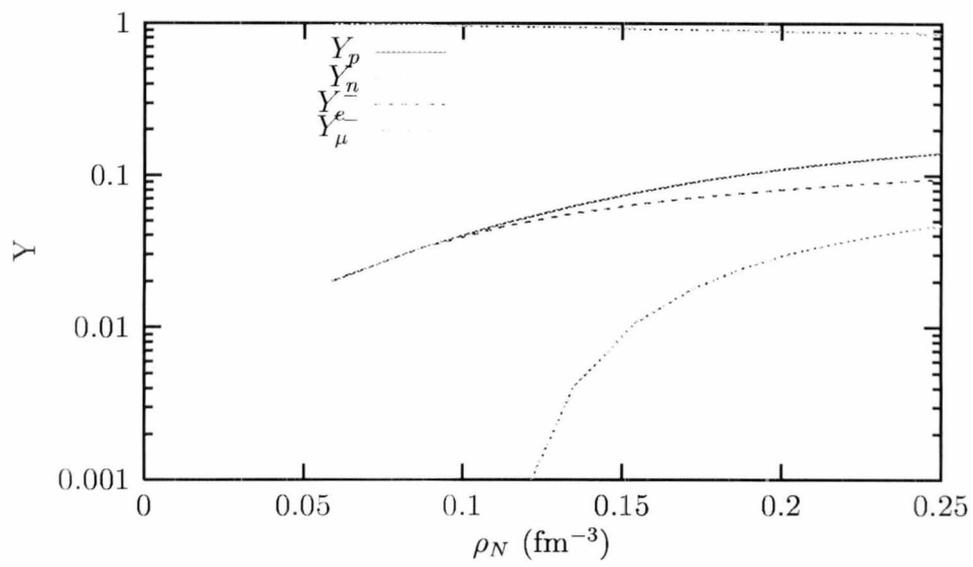


Figura 1.16: *Fração de partículas versus densidade bariônica com GL.*

Capítulo 2

O Octeto Bariônico

Nesta parte do trabalho incluímos o octeto bariônico em nosso estudo. A introdução do octeto bariônico é apenas uma extensão da análise feita anteriormente, na qual somente prótons e nêutrons foram considerados. Esta extensão é importante pelo fato de estarmos analisando matéria nuclear altamente densa, como por exemplo o caroço de estrelas de nêutrons, onde o surgimento destes híperons ocorre [11].

A inclusão desses bárions se justifica por estes serem a combinação mais simples possível dos três quarks mais leves: u , d e s . Assim, o aparecimento de tais partículas é possível nas densidades e pressões aqui tratadas. A tabela 2.1 mostra a composição de cada um desses bárions que compõem o octeto bariônico e suas respectivas propriedades.

Bárion	M (MeV)	Composição	J	$\vec{\tau}$	τ_3	s	q
p	938,28	uud	1/2	1/2	+1/2	0	1
n	939,57	udd	1/2	1/2	-1/2	0	0
Λ	1.115,6	uds	1/2	0	0	-1	0
Σ^+	1.189,4	uus	1/2	1	+1	-1	1
Σ^0	1.192,5	uds	1/2	1	0	-1	0
Σ^-	1.197,3	dds	1/2	1	-1	-1	-1
Ξ^0	1.314,9	uss	1/2	1/2	+1/2	-2	0
Ξ^-	1.321,3	dss	1/2	1/2	-1/2	-2	-1

Tabela 2.1. Octeto bariônico. J é o spin, $\vec{\tau}$ é isospin, τ_3 sua projeção, s é a estranheza e q a carga.

A densidade lagrangeana do modelo de Walecka não linear com o octeto bariônico tem a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \sum_B \bar{\psi}_B [i\gamma_\mu \partial^\mu - (M_B - g_{sB}\phi) - g_{vB}\gamma_\mu V^\mu - g_{\rho B}\gamma_\mu \vec{\tau} \cdot \mathbf{b}^\mu] \psi_B \\
& + \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l + \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - m_s^2 \phi^2) - \frac{1}{4} \Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu} \\
& + \frac{1}{2} m_v^2 V_\mu V^\mu - \frac{1}{4} \mathbf{B}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{B}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \mathbf{b}_\mu \cdot \mathbf{b}^\mu - \frac{1}{3!} k \phi^3 - \frac{1}{4!} \lambda \phi^4, \tag{2.1}
\end{aligned}$$

onde $\Omega_{\mu\nu}$ e $\mathbf{B}_{\mu\nu}$ foram definidos nas equações (1.2) e (1.3).

A soma em B está relacionada ao octeto bariônico, $B = p, n, \Lambda, \Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+, \Xi^-, \Xi^0$, e a soma em l aos léptons, $l = e^-, \mu^-$. Tendo em vista as densidades e energias aqui tratadas, somente os léptons mais leves, e e μ^- , foram considerados nesta densidade lagrangeana.

Na lagrangiana, eq. (2.1), o operador de isospin τ refere-se a todos os bárions do octeto bariônico. Sua projeção τ_3 representa o estado de carga de cada um dos bárions.

Nesta etapa do trabalho utilizaremos apenas o conjunto de parâmetros GL, isto porque, para o octeto bariônico, este conjunto é mais comumente usado. Assim sendo, o emprego destes parâmetros viabiliza a comparação de nossos resultados com os encontrados na literatura.

2.1 Equações de Movimento

Aplicando a equação de Euler-Lagrange, eq.(1.4), na lagrangeana dada na equação (2.1), obtemos as equações de movimento deste sistema, as quais são semelhantes as equações (1.5), (1.6), (1.7) e (1.8). Haverá apenas o acréscimo de um tipo de equação de movimento referente aos léptons dada por:

$$(i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l)\psi_l = 0. \quad (2.2)$$

Similarmente ao capítulo anterior, estamos considerando o caso estático. Assim sendo, os componentes espaciais dos campos \mathbf{V} e \mathbf{b} têm que ser nulos para que esta condição seja satisfeita. Portanto as equações de movimento tornam-se:

$$\nabla^2 \phi = m_s^2 \phi + \frac{\kappa}{2} \phi^2 + \frac{\lambda}{6} \phi^3 - \sum_B g_{sB} \rho_{sB}, \quad (2.3)$$

$$\nabla^2 V^0 = m_v^2 V^0 - \sum_B g_{vB} \rho_B, \quad (2.4)$$

e

$$\nabla^2 b^0 = m_\rho b^0 - \sum_B g_{\rho B} \rho_{3B}. \quad (2.5)$$

2.2 Campo Médio

Fazendo novamente a aproximação de campo médio, na qual

$$\phi \equiv \langle \phi \rangle = \phi_0, \quad (2.6)$$

$$V^0 \equiv \langle V^0 \rangle = V_0, \quad (2.7)$$

$$b^0 \equiv \langle b^0 \rangle = b_0, \quad (2.8)$$

e definindo a razão entre a constante de acoplamento do híperons e dos nucleons da seguinte forma

$$\chi_i = \frac{g_{i,B}}{g_{i,N}}, \quad i = s, v, \rho, \quad (2.9)$$

e aplicando estas definições nas equações (2.3), (2.4) e (2.5), temos

$$\phi_0 = -\frac{\kappa}{2m_s^2}\phi_0^2 - \frac{\lambda}{6m_s^2}\phi_0^3 + \sum_B \frac{g_s}{m_s^2}\chi_{sB} \rho_{sB}, \quad (2.10)$$

$$V_0 = \sum_B \frac{g_v}{m_v^2}\chi_{vB} \rho_B \quad (2.11)$$

e

$$b_0 = \sum_B \frac{g_\rho}{m_\rho^2}\chi_{\rho B} \tau_3 \rho_B, \quad (2.12)$$

onde

$$\rho_{sB} = \frac{M_B^*}{\pi^2} \int_0^{K_{FB}} \frac{p^2 dp}{\sqrt{p^2 + M_B^{*2}}} \quad (2.13)$$

e

$$\rho_B = \frac{1}{3\pi^2} K_{FB}^3. \quad (2.14)$$

A Lagrangeana de Campo Médio

Feita a aproximação de campo médio dadas nas equações (2.6), (2.7) e (2.8), aplicamo-las na lagrangeana do octeto bariônico, eq. (2.1). Assim, a lagrangeana de campo médio toma a seguinte forma:

$$\mathcal{L} = \sum_B \bar{\psi}_B \left[i\gamma_\mu \partial^\mu - M_B^* - g_{vB} \gamma_0 V_0 - \frac{1}{2} g_{\rho B} \gamma_0 \tau_3 b_{03} \right] \psi_B + \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l$$

$$- \frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 + \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2 - \frac{k}{6} \phi_0^3 - \frac{\lambda}{24} \phi_0^4. \quad (2.15)$$

O Tensor Energia-Momento para a Lagrangeana de Campo Médio

Partindo da definição do tensor energia-momento dada na equação (1.31), aplicando-a na lagrangeana de campo médio definida em (2.15), temos a seguinte expressão para o tensor-energia momento:

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \left(-\frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 + \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2 - \frac{k}{6} \phi_0^3 - \frac{\lambda}{24} \phi_0^4 \right) + \sum_B i\bar{\psi}_B \gamma_\mu \partial_\nu \psi_B + \sum_l i\bar{\psi}_l \gamma_\mu \partial_\nu \psi_l. \quad (2.16)$$

A Densidade de Energia

A densidade de energia definina por

$$\mathcal{E} = \langle T_{00} \rangle,$$

aplicada ao tensor energia-momento, eq. (2.16), nos dá

$$\mathcal{E} = \frac{\gamma}{2\pi^2} \left(\sum_B \int_0^{K_{FB}} p^2 dp \sqrt{p^2 + M_B^{*2}} + \sum_l \int_0^{K_{Fl}} p^2 dp \sqrt{p^2 + m_l^2} \right)$$

$$+ \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2 + \frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 + \frac{k}{6} \phi_0^3 + \frac{\lambda}{24} \phi_0^4. \quad (2.17)$$

A Pressão

A pressão é definida como

$$P = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle.$$

Aplicando esta definição no tensor energia-momento, eq.(2.16), obtemos

$$P = \frac{\gamma}{6\pi^2} \left(\sum_B \int_0^{K_{FB}} \frac{p^4 dp}{\sqrt{p^2 + M^{*2}}} + \sum_l \int_0^{K_{Fl}} \frac{p^4 dp}{\sqrt{p^2 + m_l^2}} \right) + \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2 - \frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 - \frac{k}{6} \phi_0^3 - \frac{\lambda}{24} \phi_0^4. \quad (2.18)$$

2.3 Solução Numérica

Novamente, para chegarmos a equação de estado, temos que resolver as equações (2.17) e (2.18).

Da mesma forma que no modelo de Walecka não linear, essas equações dependem das equações (2.10), (2.11) e (2.12), que por sua vez dependem da constante χ , definida na eq. (2.9). Esta constante, a qual nos dá a razão entre o acoplamentos dos mésons-híperons e dos mésons-nucleons, assumirá em nossos cálculos três valores: $\chi = \sqrt{2/3}$, $\chi = 1$ e $\chi = 2$. Porém, para os nucleons, o valor de χ será constante e igual a 1.

O valor de $\chi = \sqrt{2/3}$ foi sugerido por S.A. Moszkowski [12], pois este valor foi o que melhor descreveu os valores esperados das populações dos híperons que compõem o octeto

bariônico. Em outro trabalho [13] empregou-se $\chi = 0,4$, o que resultou num valor muito elevado para as populações de híperons na matéria densa. Portanto, valores da ordem de $0,4$ foram descartados.

Para $\chi = 1$, chamado acoplamento universal, assume-se o acoplamento dos nucleons e dos híperons com os mésons como tendo o mesmo peso relativo.

Neste trabalho também utilizamos $\chi = 1,2$, isto é, o peso do acoplamento dos méson com os híperons é superior ao dos mésons com os nucleons. O intuito disto é verificar se há consistência física nesta consideração.

Para efetuar a solução numérica das equações citadas acima, utilizamos um algoritmo em Fortran. Da mesma forma que no capítulo anterior, necessitamos um conjunto de parâmetros e, neste caso, usaremos o conjunto GL (tabela 1.1). As massas dos híperons e léptons utilizadas em nossos cálculos são mostradas na tabela 2.2.

m_{Λ}	$m_{\Sigma^{\pm,0}}$	$m_{\Xi^{-,0}}$
1116.0	1193.0	1318.0

Tabela 2.2. Massas dos híperons que constituem o octeto bariônico. Todas as massas são dadas em MeV.

2.4 Resultados e Conclusões Parciais

Para o conjunto de parâmetros GL, aplicamos a constante de acoplamento entre híperons e nucleons, χ , com três valores diferentes: $\chi = \sqrt{2/3}$, $\chi = 1$ e $\chi = 1, 2$.

Na figura 2.1 temos a pressão versus a densidade bariônica para os três valores de χ usados neste trabalho. À medida que o valor de χ aumenta, ou seja, aumenta a razão entre os acoplamentos mésons-híperons, os valores da pressão tornam-se maiores.

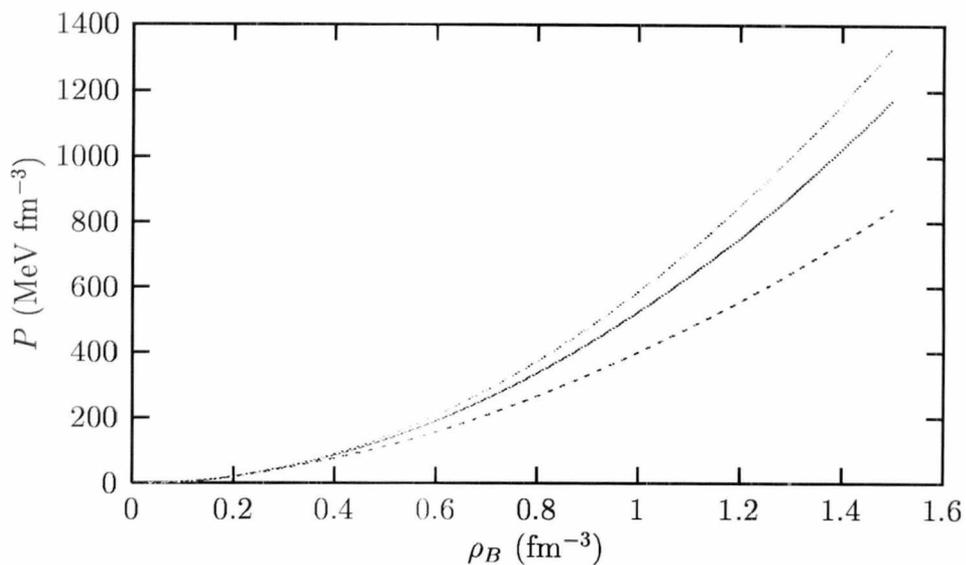


Figura 2.1: Pressão versus a densidade bariônica, de baixo para cima, para $\chi = \sqrt{2/3}$, $\chi = 1$ e $\chi = 1, 2$.

O comportamento observado na fig. 2.2, na qual foi feito o gráfico a densidade de energia (\mathcal{E}) para os três valores de χ , é semelhante ao da fig. 2.1.

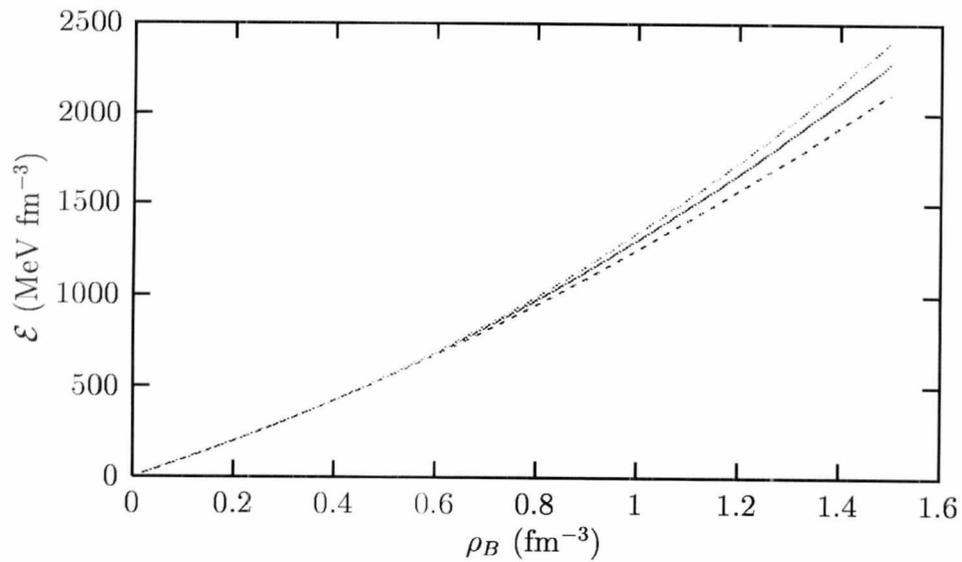


Figura 2.2: *Densidade de energia versus a densidade bariônica, de baixo para cima, para $\chi = \sqrt{2/3}$, $\chi = 1$ e $\chi = 1,2$.*

Na figura 2.3 obtemos as equações de estado para cada um dos valores de χ . Podemos ver claramente que o aumento de χ torna a equação de estado mais dura. Porém, se traçarmos neste gráfico uma reta $\mathcal{E} = P$, observaremos que todas as equações de estado estão abaixo desta curva, mostrando que tais equações tem consistência física, inclusive para o valor de $\chi = 1, 2$.

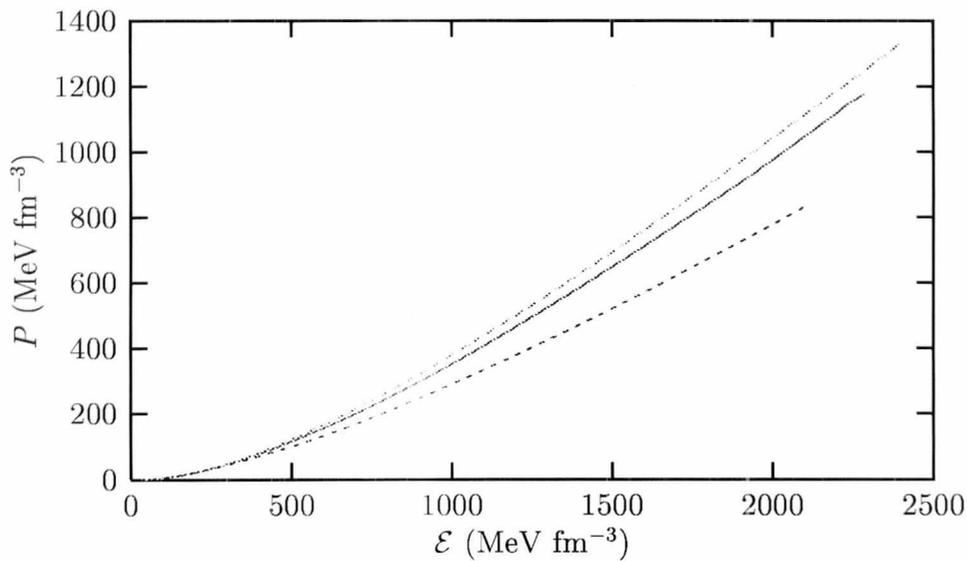


Figura 2.3: *Pressão versus a densidade de energia, de baixo para cima, para $\chi = \sqrt{2/3}$, $\chi = 1$ e $\chi = 1, 2$.*

Nas figuras (2.4), (2.5) e (2.6) temos as populações de partículas em função da densidade bariônica para os valores de $\chi = \sqrt{2/3}$, $\chi = 1$ e $\chi = 1, 2$, respectivamente. Observando estas figuras podemos ver que o valor da constante de acoplamento χ determina a que densidades cada um dos híperons surge. Híperons com massas maiores surgem em regiões de maior densidade.

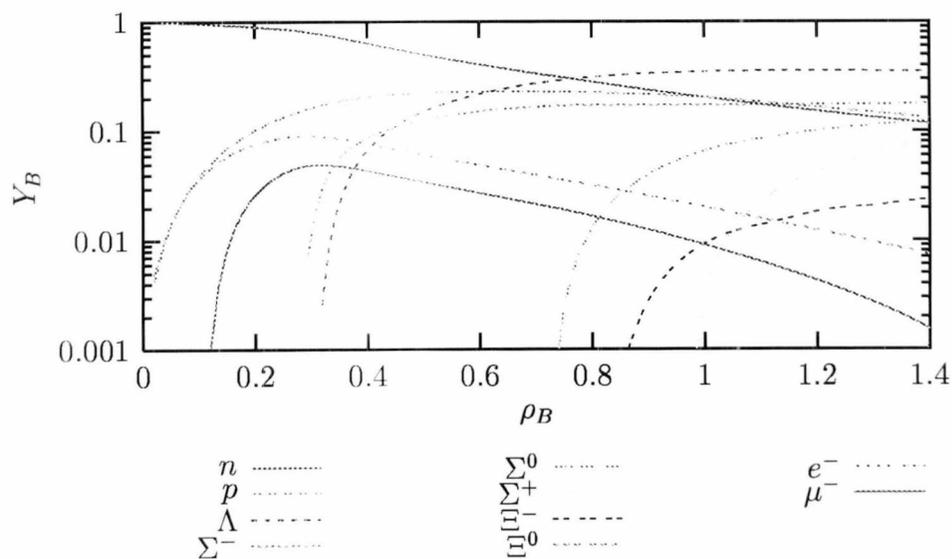


Figura 2.4: Fração de partículas versus a densidade bariônica para $\chi = \sqrt{2/3}$.

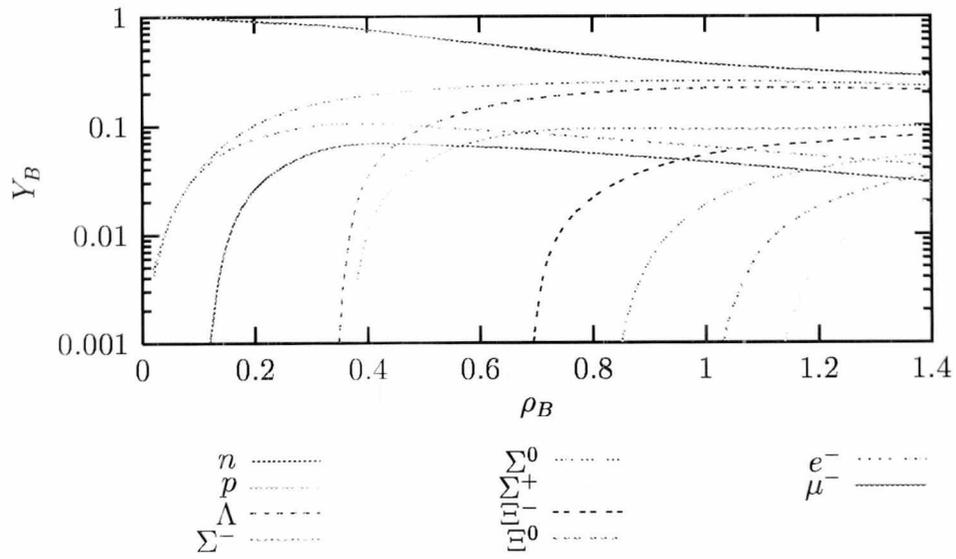


Figura 2.5: Fração de partículas versus a densidade bariônica para $\chi = 1$.

Para o caso em que $\chi = 1, 2$ a população de nêutrons, prótons, elétrons e muons é muito semelhante a população obtida para o modelo de Walecka não linear com estabilidade β (figs.(1.15),(1.16)).

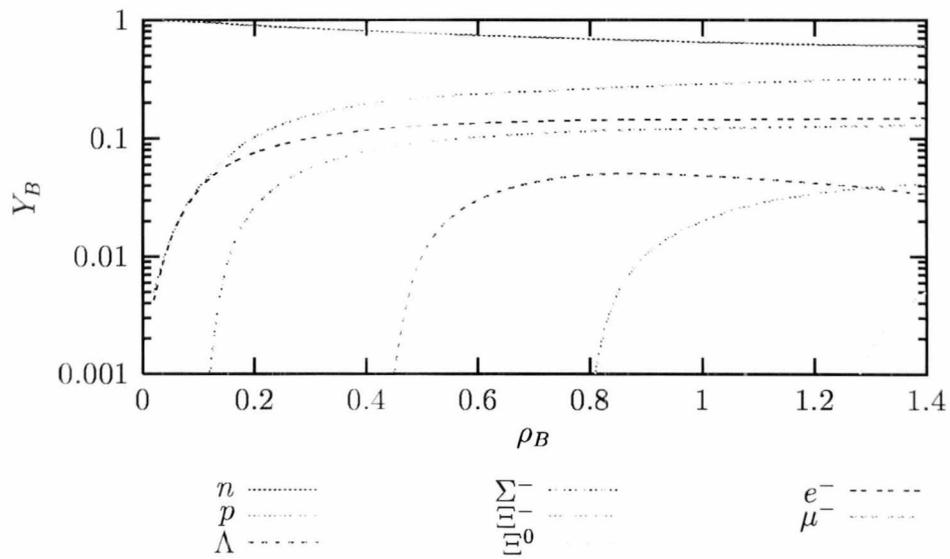


Figura 2.6: Fração de partículas versus a densidade bariônica para $\chi = 1, 2$.

Conclusões

Neste trabalho, estudamos inicialmente o modelo de Walecka não linear sem e com estabilidade β , resolvendo suas respectivas equações numericamente empregando, conforme mencionado anteriormente, duas parametrizações. Em seguida, passamos a estudar o octeto bariônico, solucionando suas equações de maneira análoga a primeira etapa deste trabalho, mas utilizando apenas o conjunto de parâmetros GL. Outro aspecto importante do segundo capítulo é o emprego de diferentes valores para constante de acoplamento χ . Assim sendo, apresentamos abaixo, as conclusões mais importantes deste trabalho.

As figuras (1.11) e (1.12) nos mostram as equações de estado para o modelo de Walecka não linear com estabilidade β . Observamos nestas figuras que o conjunto de parâmetros GL torna a equação de estado mais suave.

Nas figuras (1.3) e (1.13) vemos a energia de ligação em termos da densidade bariônica, a primeira para o modelo de Walecka não linear com NL1 e a segunda figura para o mesmo modelo com a estabilidade β incluída para NL1 e GL. Vemos claramente que os estados ligados aparecem apenas para frações de prótons superiores a 0,1 e que os

mesmos não ocorrem para estados com equilíbrio β .

Para o octeto bariônico, vemos que a influência de χ na equação de estado somente aparece a densidades mais altas do que a da matéria nuclear (figs. (2.1), (2.2) e (2.3)). Quanto maior o acoplamento méson-híperon, mais dura será a equação de estado correspondente. Podemos ver que para $\chi = 1, 2$, figura (2.6), a população de nêutrons, prótons, elétrons e muons é muito parecida com a população obtida para o modelo de Walecka não linear a baixas densidades.

Na figura (2.7) temos o gráfico da energia de ligação por bárion para o modelo de Walecka não linear, com diferente frações de prótons, e para o octeto bariônico, ambos para o conjunto GL. Vê-se claramente que a inclusão de híperons suaviza as equações de estado a altas densidades, tornando-se até mais suave do a equação de estado para o MWNL com matéria simétrica. Porém, a densidades muito baixas, a equação de estado para o octeto bariônico é mais dura do que para a matéria de nêutrons pura para o MWNL.

Futuramente, podemos estender este trabalho, incluindo no mesmo temperatura, o que nos permitirá descrever proto-estrelas de nêutrons.

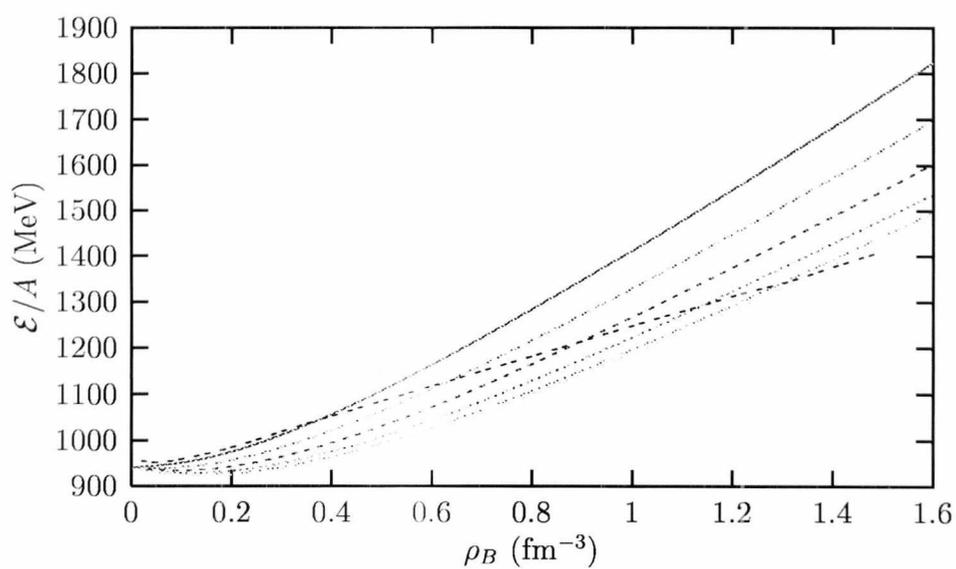


Figura 2.7: Energia de ligação versus a densidade bariônica. As curvas de cima para baixo mostram as equações de estado para $Y_p = 0, 0,1, 0,2, 0,3, 0,4, 0,5$ para MWNL com GL. A curva que cruza todas as outras representa a equação de estado para o octeto bariônico com $\chi = \sqrt{2/3}$.

Apêndice A

Notações e Convenções

A.1 Métrica

Tensor métrico:

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Coordenadas contravariantes:

$$x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, x, y, z) = (t, \mathbf{x}) \quad (\text{A.2})$$

Coordenadas covariantes:

$$x_\mu = g_{\mu\nu}x^\nu = (t, -x, -y, -z) = (t, -\mathbf{x}) \quad (\text{A.3})$$

Produto escalar:

$$A_\mu B^\mu = A_\mu g^{\mu\nu} B_\nu = A_0 B_0 - \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \quad (\text{A.4})$$

Derivadas:

$$\partial^\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial t}, -\nabla \right) \quad (\text{A.5})$$

$$\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial t}, \nabla \right) \quad (\text{A.6})$$

onde

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (\text{A.7})$$

Quadri-divergência:

$$\partial^\mu A_\mu = \frac{\partial A_0}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{A} \quad (\text{A.8})$$

$$\partial^\mu \partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \quad (\text{A.9})$$

A.2 Matrizes de Pauli

$$\vec{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$$

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

A.3 Matrizes de Dirac

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} I \quad (\text{A.11})$$

onde I é a matriz identidade

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

$$\gamma^\mu = (\gamma^0, \vec{\gamma}) \quad \gamma_\mu = (\gamma^0, -\vec{\gamma}) \quad (\text{A.13})$$

Representação de Dirac:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.14})$$

Algumas propriedades:

$$(\gamma^0)^2 = 1 \quad (\text{A.15})$$

$$(\gamma^k)^2 = -1 \quad (\text{A.16})$$

$$(\gamma^\mu)^\dagger = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 \quad (\text{A.17})$$

$$(\gamma^0)^\dagger = \gamma^0 \quad (\gamma^k)^\dagger = -\gamma^k, \quad (k = 1, 2, 3) \quad (\text{A.18})$$

Referências Bibliográficas

- [1] M. Centelles, X. ViÑas, M. Barranco, S. Marcos e R. J. LOmbard. Nucl. Phys. **A 537** (1992) 486; A. H. Blin, B. Hiller, H. Reinhardt e P. Schuck. Nucl. Phys. **A 484** (1988) 295; E. Saruad. Nucl. Phys. **A 462** (1987) 109.
- [2] B.D. Serot e J.D. Walecka. Adv. Nucl. Phys. **16** (1985) 1.
- [3] J. Boguta e A.R. Bodmer, Nucl. Phys. **A 292** (1977) 413.
- [4] G.A. Lalazissis, J. König e P. Ring. Phys. Rev. **A 55** (1997) 540.
- [5] N.K. Glendenning, F. Weber e S. A. Moszkowski, Phys. Rev. **C 45** (1992) 844.
- [6] Samuel S.M. Wong, *Introductory Nuclear Physics*, Prentice Hall, Inc: New Jersey, 1990.
- [7] D.P. Menezes e C. Providência, Nucl. Phys. **A 650** (1999) 283.
- [8] Steven Weinberg, *Gravitation and Cosmology*, Willey: New York, 1972.
- [9] A.R. Taurines, C.A.Z. Vasconcellos, M. Malheiro, M. Chiapparini, Phys. Rev. **C 63** (2001) 065801.

- [10] D.P. Menezes e C. Providência, Phys. Rev. **C 60** (1999) 024313.
- [11] R. Knorren, M. Parkash, Phys. Rev. **C 52** (1995) 3470.
- [12] S.A. Moszhowski, Phys. Rev. **D 9** (1974) 1613.
- [13] G.E. Walker, Nucl. Phys. **A 450** (1986) 287.