



**Universidade Federal de Santa Catarina**  
**Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção**

**UMA PROPOSTA DE PROCEDIMENTOS  
PARA O ENSINO DA GEOMETRIA PLANA,  
ASSISTIDO POR COMPUTADOR**

**Dissertação de Mestrado**

**Gilmar Bornatto**



04052001

**FLORIANÓPOLIS**

**ABRIL 2002**

**Gilmar Bornatto**

**UMA PROPOSTA DE PROCEDIMENTOS  
PARA O ENSINO DA GEOMETRIA PLANA,  
ASSISTIDO POR COMPUTADOR**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção, Área de concentração Mídia em Conhecimento - ênfase em Tecnologia Educacional.

**Orientador:** Prof. Álvaro Guillermo Rojas Lezana, Dr.

**Florianópolis, Abril de 2002**

GILMAR BORNATTO

**UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DA GEOMETRIA PLANA,  
ASSISTIDO POR COMPUTADOR**

Esta dissertação foi julgada e aprovada para a  
obtenção do grau de **Mestre em Engenharia de Produção**, no  
**Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção** da  
Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 26 de abril de 2002.

Prof. Ricardo Miranda Barcia, PhD.  
Coordenador do Programa

**BANCA EXAMINADORA:**



Prof. Álvaro G. Rojas Lezana, Dr.  
*Universidade Federal de Santa Catarina*  
**Orientador**



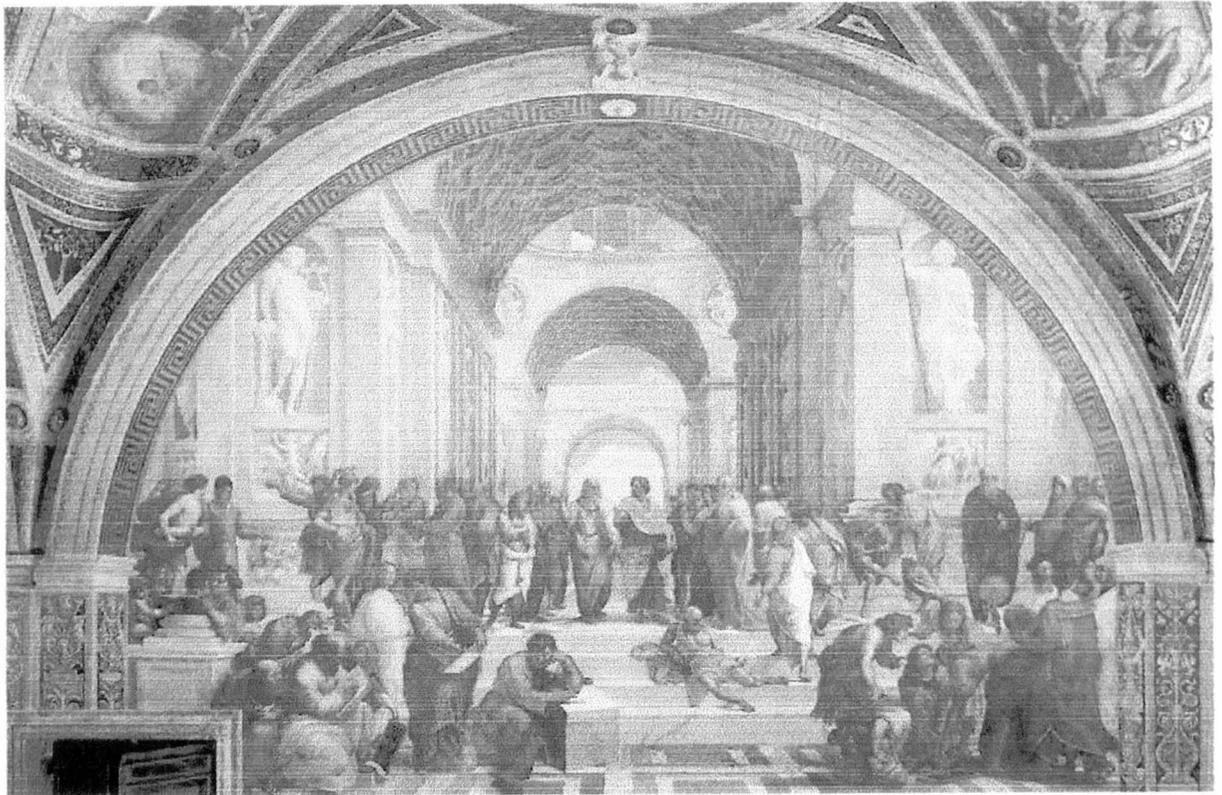
Prof. Francisco Antônio Pereira Fialho, Dr.  
*Universidade Federal de Santa Catarina*



Prof<sup>a</sup>. Prof. Araci Hack Catapan, Dra.  
*Universidade Federal de Santa Catarina*

Lema à entrada da Academia:

*"Que aqui não adentrem aqueles não-versados em geometria"*



*A minha querida esposa Suzete,  
pelo constante incentivo, estímulo e ajuda,  
aos meus filhos Gabriela e Eduardo,  
razões da minha vida.*

### **Agradecimentos**

Agradeço primeiramente a Deus, por estar sempre presente, ajudando-me a superar todas as dificuldades encontradas e compartilhando todas as conquistas e alegrias.

A professora Dr.<sup>a</sup> Regina Bolzan, por ter me incentivado e orientado no início do trabalho.

Ao meu orientador prof. Dr. Álvaro Guilherme Rojas Lezana, por ter sugerido o direcionamento do tema de minha pesquisa, pelo incentivo e confiança depositada.

A Associação Franciscana de Ensino Senhor Bom Jesus, por ter me proporcionado o espaço para a pesquisa.

Ao Prof. Muriel Pinto Amorim, coordenador do Ensino Médio Noturno do Colégio Bom Jesus, por ter disponibilizado o espaço e incentivado o trabalho com os alunos.

Aos alunos participantes da pesquisa.

De um modo geral a todos que de alguma forma contribuíram e me incentivaram para a realização deste trabalho.

## SUMÁRIO

<b>RESUMO</b> .....	vi
<b>ABSTRACT</b> .....	vii
<b>LISTA DE ABREVIATURAS</b> .....	viii
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	ix
<b>LISTA DE GRÁFICOS</b> .....	x
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	xi
<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	1
<b>1.1 Problematização</b> .....	2
<b>1.2 Objetivos</b> .....	2
1.2.1 Objetivo geral.....	2
1.2.2 Objetivos específicos.....	3
<b>1.3 Organização do Trabalho</b> .....	3
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	4
<b>2.1 Informática e Educação</b> .....	4
<b>2.2 Histórico</b> .....	4
2.2.1 Informática e Educação no Brasil.....	8
2.2.2 Educador: dificuldades e possibilidades.....	9
2.2.3 Aplicativos computacionais.....	14
<b>2.3 Construtivismo</b> .....	19
2.3.1 Construtivismo - uma apresentação teórica.....	19
2.3.2 Ambiente construtivista.....	22
2.3.3 Aula tradicional X Aula construtivista.....	25
<b>2.4 Geometria - da Antigüidade aos Softwares</b> .....	30
2.4.1 Histórico da geometria.....	30
2.4.2 Dificuldades no aprendizado da geometria.....	34
2.4.3 A Informática no ensino de geometria.....	38
2.4.4 Geometria dinâmica.....	42
<b>3 OS PROCEDIMENTOS</b> .....	47
<b>3.1 A Ferramenta Utilizada da Geometria</b> .....	47
<b>3.2 Projeto</b> .....	48

<b>3.3 A Estrutura das Aulas-roteiros .....</b>	<b>50</b>
<b>3.4 A Avaliação .....</b>	<b>52</b>
<b>4 A VALIDAÇÃO DOS PROCEDIMENTOS .....</b>	<b>54</b>
<b>4.1 Onde Ocorreu a Pesquisa .....</b>	<b>54</b>
<b>4.2 Perfil dos Alunos .....</b>	<b>56</b>
4.2.1 Primeira parte do questionário .....	56
4.2.2 Segunda parte do questionário .....	61
<b>4.3 Pré-Teste - T<sub>1</sub>.....</b>	<b>65</b>
4.3.1 Análise dos itens.....	65
4.3.2 Tema Quadriláteros - itens 1 a 4.....	65
<b>4.4 Conclusão sobre o Pré-Teste .....</b>	<b>67</b>
<b>4.5 Aulas - Roteiros .....</b>	<b>68</b>
4.5.1 Descrição das atividades desenvolvidas.....	68
4.5.2 As aulas de introdução do <i>software Sketchpad</i> .....	69
4.5.3 Aula roteiro n.º 01 .....	70
4.5.4 Aula roteiro n.º 02 - paralelogramos.....	72
4.5.5 Aula roteiro - n.º 03.....	77
<b>4.6 Pós-teste - T<sub>2</sub>.....</b>	<b>78</b>
4.6.1 Análise dos itens.....	79
<b>4.7 Pontos Positivos Observados .....</b>	<b>83</b>
<b>5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....</b>	<b>86</b>
<b>5.1 Conclusões .....</b>	<b>86</b>
<b>5.2 Trabalhos Futuros .....</b>	<b>88</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>89</b>
<b>APÊNDICE 1 - PRÉ-TESTE DE MATEMÁTICA.....</b>	<b>94</b>
<b>APÊNDICE 2 - MANUAL DE ATIVIDADES E COMANDOS - APLICATIVO</b>	
<b>SCKETCHPAD.....</b>	<b>97</b>
<b>APÊNDICE 3 - AULAS ROTEIRO .....</b>	<b>109</b>
<b>APÊNDICE 4 - PÓS-TESTE - GEOMETRIA.....</b>	<b>117</b>

## RESUMO

BORNATTO, GILMAR. **Uma proposta de procedimentos para o ensino da geometria plana, assistido por computador**. Florianópolis, 2002. 119f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, UFSC, 2002.

Hoje em dia, são raras as pessoas que acreditam ser possível educar uma criança ou um jovem sem as novas tecnologias da informação. No entanto, softwares e aplicativos não são componentes de uma fórmula mágica que, combinados ou isolados, melhoram a qualidade do ensino. Ao contrário, se usados sem orientação, podem muito pouco ou quase nada, garantem os educadores. Para que um *software* seja bem aproveitado, o aluno precisa de orientação. Por isso, é recomendável usar dentro de uma estratégia pedagógica pré-estabelecida. Considerando as bases teóricas como sendo a Pedagogia Construtivista e a Informática Educativa, o presente trabalho busca um modelo de aprendizagem que contemple atividades experimentais de Geometria Plana utilizando-se de recursos informatizados. Neste estudo observamos o comportamento, no processo ensino aprendizagem de Geometria Plana mediado pelo computador, de uma turma de alunos do Colégio Bom Jesus, utilizando-se para isto um aplicativo computacional educativo específico denominado *Sketchpad*. Para tal desenvolvemos alguns procedimentos dentro de uma proposta construtivista, que envolvem temas de Geometria Plana. Esta proposta materializa uma perspectiva de estudar Geometria Plana, enfocando-se predominantemente aspectos visuais e empíricos, aspectos estes que são influenciados pela interface do *software* utilizado. Nossa tese é que o uso das tecnologias, podem ser valiosas para estimular a criatividade e a independência intelectual dos estudantes, e que para ocorrer um melhor aproveitamento no aprendizado dos conhecimentos científicos, especificamente os conceitos da Geometria Plana pelos alunos de Ensino Médio.

**Palavras-chaves:** procedimentos; geometria plana; aprendizagem.

## ABSTRACT

BORNATTO, GILMAR. **Uma proposta de procedimentos para o ensino da geometria plana, assistido por computador.** Florianópolis, 2002. 119f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, UFSC, 2002.

Nowadays are rare the people that believe being possible to educate a child or a Young person without the technologies of information. However, softwares and applicatives are not components of a magical formula that, combined or isolated, can improve the education quality. In opposite, if they are used without orientation ca be nothing or almost it, as said by the educators. To make a software to be used in a proper way, the student needs guidance. For that, it is recommended its use inside a pre-established pedagogical strategy. According to the theoretical basis as being the Constructive Pedagogy and Info-Education, the present work seeks a learning model that considers experimental activities of Plain Geometry using the resources of informatics. In this study, we can observe the behavior, on the process teaching-learning process for Plain Geometry measured by the computer, a class of students of Bom Jesus high-school, using for that an specific computer application, nominated *Sketchpad*. For that, we developed some procedures inside a constructive proposal that involves Plain Geometry themes. This proposal materializes a perspective to study Plain Geometry, focusing, mainly, on visual and empiric methods, aspects that are influenced by the interface of the software being used. Our theses is that the use of technologies can be valuable to stimulate the creativity and the intellectual independency of the students, and to occur a better use on the scientific knowledge learning, specially the concepts of Plain Geometry for the High School students.

**Key-words:** procedures; plain geometry; learning.

## LISTA DE ABREVIATURAS

CAL	- Computer-Assisted Learning
CBE	- Computer Basead Education
CBT	- Computer Based Traning
CNE	- Conselho Nacional de Ensino
EDUCOM	- COMputadores na EDUcação
ENEM	- Encontro Nacional de Educação Matemática
FORMAR	- Formação de Recursos Humanos para a Informática Educativa
GD	- Geometria Dinâmica
IAC	- Instrução Assistida pelo Computador
ITS	- Sistemas Tutoriais Inteligentes
LDB	- Lei de Diretrizes e Bases
MIT	- Massachusetts Unstitute of Technology
NCREL	- North Central Regional Educational Laboraty – Pathways to school improvement
PCNEM	- Programa Curricular Nacional de Ensino Médio
PROINFO	- Programa Nacional de Informática na Educação
PRONINFE	- Programa Nacional de Informática da Educação
TI	- Tecnologias Informáticas

## LISTA DE FIGURAS

1	ESTUDO DAS TECNOLOGIAS EDUCACIONAIS .....	5
2	ENSINO-APRENDIZAGEM ATRAVÉS DO COMPUTADOR.....	15
3	TRIÂNGULO RETÂNGULO.....	32
4	FOLHA DE ROSTO DA PRIMEIRA VERSÃO INGLESA DOS ELEMENTOS.....	34
5	ARRASTANDO O PONTO B .....	42
6	PROPRIEDADES DA GEOMETRIA DINÂMICA .....	44
7	ARRASTANDO O VÉRTICE C .....	45
8	CONSTRUÇÕES DE CIRCUNFERÊNCIAS .....	71

## LISTA DE GRÁFICOS

1	PERFIL DOS ALUNOS, SEGUNDO A FAIXA ETÁRIA .....	56
2	EXPECTATIVAS QUANTO AO TRABALHO .....	58
3	OPINIÃO DOS ALUNOS QUANTO IMPORTÂNCIA DO COMPUTADOR NO TRABALHO .....	60
4	O QUE VOCÊ TEM FEITO EM GEOMETRIA .....	64
5	RESPOSTAS OBTIDAS - ITEM 1 .....	80
6	ANÁLISE DO ITEM 2 - PÓS-TESTE .....	81
7	ITEM 3 - PÓS-TESTE .....	82
8	COMPARAÇÃO DE RESULTADOS .....	82

## LISTA DE TABELAS

1	NÍVEL DE CONHECIMENTO DE RECURSOS TECNOL[OGICOS.....	57
2	EXPECTATIVA DO ALUNOS QUANTO AO TRABALHO .....	58
3	OPINIÃO DOS ALUNOS QUANTO IMPORTÂNCIA DO COMPUTADOR NO TRABALHO.....	59
4	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS .....	61
5	ESTUDO DA GEOMETRIA.....	63
6	DEFINIÇÃO DE QUADRADO E ALGUMAS PROPRIEDADES, CONFORME ITENS 1 E 2.....	66
7	DEFINIÇÃO DE RETÂNGULO E PARALELOGRAMO CONFORME ITEM 3 E PROPRIEDADES CARACTERÍSTICAS SEGUNDO ITEM 4.....	67
8	PARALELOGRAMO/ AULA-ROTEIRO.....	74
9	DIAGONAIS DO PARALELOGRAMO .....	76
10	COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS - ITEM 1 .....	79
11	RESPOSTAS COMPARATIVAS DO ITEM 2.....	80
12	ITEM 3 - COMPARAÇÕES DE RESULTADOS OBTIDOS .....	81
13	COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS PRÉ E PÓS-TESTES .....	82
14	DIFICULDADES APRESENTADAS PELOS ALUNOS.....	84

## 1 INTRODUÇÃO

No trabalho com o ensino de Geometria Plana no Ensino Médio, durante mais de dez anos, percebeu-se que a grande maioria dos alunos, quando exigida em conceitos elementares, já vistos em séries iniciais, simplesmente não lembra ou desconhece tais conceitos. Isto de alguma maneira causava espanto e, ao mesmo tempo, certa angústia. Angústia porque se sabe que os professores das séries iniciais trabalham estes conceitos, ainda que de forma tradicional, isto é, basicamente em aulas tipo "teoria-e-exercícios", à base de quadro-negro e giz; no entanto não se alcança a assimilação, a construção do conhecimento.

No ano de 1998, durante o Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), ocorrido em São Leopoldo-RS, a troca de experiências com outros docentes de Matemática permitiu constatar que essa angústia era compartilhada por todos. Um dos grandes assuntos colocados em discussão naquele evento foi, aliás, o ensino da Geometria – foram vários debates e mesas redondas, com discussões inflamadas envolvendo pesquisadores em Educação Matemática do Brasil todo. Isto serviu como motivação para o desenvolvimento de um trabalho visando uma melhor maneira de se ensinar Geometria.

Todavia, o impulso para o presente trabalho deveu-se mais especificamente à oficina em que um professor apresentou o *software Geometrics Scketchpad* e o trabalho que havia desenvolvido com os alunos, na disciplina de Física, cujo tema era Mecânica (Movimento Circular Uniforme). Avaliando-se, na ocasião, o dinamismo e o potencial pedagógico do *software*, iniciou-se um processo de pesquisa sobre maneiras de inserir a tecnologia, através do computador, e despertar o interesse e maior motivação para o estudo da matemática e, quem sabe, reduzir a lacuna existente no processo ensino-aprendizagem de Geometria.

A partir de então, passou-se a buscar referências em trabalhos existentes e pesquisadores que fundamentassem a tese de que o uso da informática pode

modificar a relação do aluno com a aprendizagem, ou - nos termos da pedagogia aqui defendida – promover a construção do conhecimento pelo aluno.

O que se verifica é que as mudanças aplicadas na metodologia de ensino com a introdução do uso do computador podem proporcionar maior envolvimento do aluno, desde que haja a preocupação em basear as atividades de laboratório na criatividade e na participação do aprendiz na elaboração de seu conhecimento. As atividades assistidas por computador, num laboratório, não devem funcionar apenas como constatação da teoria, mas gerar questionamentos que levem a refletir e desenvolver a busca de soluções.

No ensino de Matemática, pretende-se que a disciplina esteja associada às constantes inovações tecnológicas e ao uso adequado e cada vez mais enriquecedor desta nova tecnologia de informação. A informática, por ser uma ferramenta cada vez mais presente no processo de trabalho, configura-se como uma tecnologia de apoio à aprendizagem.

## **1.1 Problematização**

Como promover uma melhor aprendizagem na disciplina de Geometria Plana para o Ensino Médio, que contemple o conhecimento científico, dentro de uma proposta construtivista, aliado às aplicações tecnológicas, com o uso do computador?

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1 Objetivo geral**

Criar procedimentos pedagógicos para proporcionar uma melhor aprendizagem de Geometria Plana no Ensino Médio, que contemplem o conhecimento científico e a introdução da tecnologia da informação, com o uso do computador e de um aplicativo educacional (*software*) apropriado.

### 1.2.2 Objetivos específicos

- Desenvolver e aplicar procedimentos de ensino e aprendizagem de Geometria Plana para alunos do Ensino Médio do período noturno da rede Bom Jesus, com o auxílio do *software Sketchpad*.
- Avaliar a efetividade dos procedimentos para a facilitação da construção do conhecimento pelos alunos.
- Descrever os procedimentos e sua avaliação a fim de subsidiar as opções pedagógicas e estimular as práticas com foco na abordagem do conhecimento significativo e dinâmico.

### 1.3 Organização do Trabalho

No capítulo 2, através de uma revisão bibliográfica, procura-se abordar os temas relacionados com a informática e a educação, assim como as características das posturas de alunos e professores frente a estes temas. Procurou-se uma fundamentação teórica ao trabalho, baseado nas teoria construtivista de Jean Piaget, Papert e Valente. Caracterizando a aprendizagem num ambiente construtivista. Apresentou-se algumas dificuldades no ensino de Geometria e as principais características da Geometria Dinâmica

No capítulo 3, é feita uma descrição do *software* escolhido e utilizado, com o detalhamento de procedimentos para a inserção da Geometria Dinâmica no projeto pedagógico. é feita uma revisão bibliográfica sobre a informática no ambiente educacional, e a aplicação dos processos informáticos no aprendizado de Matemática

No capítulo 4, é apresentada a metodologia do trabalho realizado com uma turma de alunos do Colégio Bom Jesus, utilizando-se o aplicativo computacional educacional, no ano de 2001, bem como os resultados obtidos com o trabalho desenvolvido.

No capítulo 5, é apresentada a conclusão e sugestões para trabalhos futuros.

## **2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Neste capítulo será apresentado uma pesquisa bibliográfica, sobre a Informática e a Educação, o educador frente as dificuldades no ensino da Geometria, os diferentes aplicativos computacionais, a linha pedagógica escolhida como metodologia e a Geometria Dinâmica.

### **2.1 Informática e Educação**

Para se discutir a possibilidade do uso de computadores assistindo ao Ensino da Geometria Plana, é apresentado inicialmente a evolução da informática educativa no contexto mundial e nacional. Também dentro deste contexto está inserido o profissional da educação, são apresentados alguns aspectos desta relação com a tecnologia. Por fim discute-se alguns aplicativos computacionais e suas características. Como metodologia a opção escolhida foi o construtivismo, onde compara-se uma aula tradicional a uma aula construtivista. Fechando o capítulo mostra-se um pouco da história da Geometria, da informática e a Geometria e essencialmente o que é a Geometria Dinâmica destacando suas características fundamentais.

### **2.2 Histórico**

Para melhor compreender a importância que os recursos tecnológicos têm no processo educativo, devemos analisá-los face à própria evolução da educação, tanto no que se refere às formas de aprendizagem, quanto à prática educativa em sala de aula, conforme mostra a figura 1 (VOSGERAU, 1999, p.48-9).

A linha superior representa a evolução de recursos educacionais, inicialmente denominados Ferramentas. A linha inferior representa a evolução de estudos e questionamentos sobre educação e correntes filosóficas educacionais. Entre as duas linhas está a referência ao estudo das Tecnologias Educacionais pela Universidade de Indiana em 1946.



Analisando o quadro percebe-se que, com os surgimentos de novos recursos tecnológicos e os constantes estudos sobre educação, as duas linhas vão, pouco a pouco, se aproximando, até convergirem em Projetos Educacionais (VOSGERAU, 1999, p.48). A proposta de trabalho que desenvolveremos é baseada em projetos para o Ensino da Geometria Plana, baseado no uso de um aplicativo computacional.

Em geral, reconhece-se no antiquíssimo, milenar ábaco o primeiro instrumento de cálculo com lógica semelhante à do computador. Hoje ainda o ábaco é um ótimo subsídio didático e revela-se útil também para os adultos, quando se trata de aprender os princípios da numeração em base diferente de 10 (LOLLINI, 1985, p.237)

No século XVII, foram feitas as primeiras tentativas de mecanizar e automatizar o cálculo por parte das grandes figuras do mundo da ciência e da filosofia: Blaise Pascal (1623-1662), escritor, filósofo e cientista, após dois anos de trabalho, inventou, em 1642, uma máquina calculadora para ajudar o próprio pai nos cálculos dos impostos.

Goufried Von Leibniz (1646-1716), filósofo e matemático alemão, a quem se deve o conceito de mônada (substância simples ativa, indivisível de que todos os corpos são feitos), e um dos fundadores do cálculo infinitesimal, aperfeiçoou a idéia de Pascal, construindo, em 1671, uma máquina calculadora que executava multiplicações e divisões.

Em 1882, o inglês Charles Babbage (1792-1871) realizou um protótipo de máquina diferencial para construir tábuas logarítmicas. Mais ou menos na mesma época, estabeleceram-se os fundamentos de álgebra binária, base da informática. A elaboração da álgebra binária deve-se ao inglês George Boole (1815-1864), enquanto a idéia da ficha perfurada teve sua utilidade confirmada durante o recenseamento dos Estados Unidos em 1890.

Alan Turing (1912-1954), de Cambridge, forneceu as provas matemáticas e científicas da possibilidade de instruir uma máquina.

Em 1946, os Estados Unidos terminaram a construção do ENIAC. Era um computador do tamanho de uma sala de conferências, abastecido por 18.000 válvulas que produziam grande calor e queimavam continuamente.

Com o advento da microinformática em 1975, quando foi construído o primeiro microcomputador nos Estados Unidos, verifica-se um grande aumento do uso do computador para fins pedagógicos naquele país, não só pela redução dos custos dos equipamentos, como pela facilidade de programação de conteúdos com linguagens mais simples como o Basic.

Segundo Marques, Mattos e Taille (*apud* DA PAZ, 1999, p.72), a década de 80 é marcada pela crescente informatização do sistema educacional norte-americano. Em 1982, 50% dos distritos escolares dava acesso a pelo menos um microcomputador às escolas. Nesse mesmo ano, 25% das escolas públicas tinham pelo menos um computador destinado ao ensino. Em 1984, 70% das escolas usavam essa ferramenta para fins educativos.

Em relação ao uso da informática na aprendizagem, um breve histórico pode ter início em 1960, quando as modalidades de ensino baseadas no uso do computador são denominadas *Computer-Assisted Instruction* (CAI) na América Instrução Assistida pelo computador (IAC) e *Computer-Assisted Learning* (CAL) na Europa.

Em 1970, surge o primeiro programa que utiliza técnicas de Inteligência Artificial, transformando as antigas CAI e CAL em ICAI e ICAL (*I-Intelligent*). O programa, que caracterizava a primeira geração dessa modalidade de ensino inteligente, era considerado um especialista no assunto a ser tratado.

Já na segunda geração surgiram os programas baseados na Teoria Cognitivista, os quais incluíam estratégias de ensino. Como levavam em consideração prioridades previamente estabelecidas com relação a essas estratégias, juntamente com a interação com o aprendiz, também foram chamados de *Intelligent Tutorial Systems*, ou ITS (Sistemas Tutoriais Inteligentes, ou STI).

Com o advento de ambientes de aprendizagem interativos, utilizando técnicas de multi e hipermídia, surge a terceira geração das modalidades inteligentes de ensino, a geração *Comumunicating*, ICAI.

O ano de 1995 marca o interesse em se aplicar a Tecnologia da Informação e da Comunicação ao ensino. Essas tecnologias procuram combinar as vantagens das telecomunicações com as já apresentadas pela multimídia e hipermídia na exploração dos recursos e oportunidades da Internet, incluindo a Web.

### 2.2.1 Informática e Educação no Brasil

No início dos anos 80, a evolução tecnológica se acelerou, e diversos programas de instrução programada (CAI) foram implementados – na versão brasileira eram conhecidos como PEC (Programas Educacionais por Computador) (VALENTE, 1998, p.5).

Segundo EBERSPÄCHER e KAESTNERC (*apud* VOSGERAU, 1999, p.32), estes programas, chamados de *page-turners*, eram caracterizados por lições preparadas sobre um mesmo assunto específico onde o aluno apenas "virava a página", ou seja, neles não ocorria nenhuma distinção entre os vários níveis de conhecimento do aluno. Esta forma de inserção da informática na educação permanece ligada a conceitos tecnicistas.

No âmbito da discussão pedagógica, segundo FREITAS 1995 e MATTOS 1996, (*apud* COELHO, p.47-1996), as teorias críticos-reprodutivas e as várias vertentes da Pedagogia Nova foram sendo criticadas e substituídas por um pensamento inspirado numa concepção "democrática" e "socialista" do mundo.

Ao mesmo tempo, com aplicação de técnicas de Inteligência Artificial, já eram elaborados programas onde as lições eram apresentadas independentemente dos procedimentos de ensino, denominados ICAI. Neles, problemas e comentários podiam ser gerados diferentemente para cada aluno, que passou a ser responsável

pela condução de sua instrução. Esses programas passaram a ser conhecidos como Sistemas Tutores Inteligentes.

VOSGERAU (1999, p.36) afirma que com o advento da multimídia, no final da década de 80, inicia-se uma nova etapa da informática inserida às tecnologias educacionais.

O computador passa a ser um meio e não o objeto de ensino. Anexam-se às tecnologias os *softwares* educativos, jogos com maior interatividade e qualidade audiovisual, enciclopédias eletrônicas, tutoriais com conteúdos instrucionais de melhor qualidade.

Os antigos CAI dão lugar a novos *softwares*, produzidos em cd-rom, utilizando-se de uma maior diversificação de multimeios nomeados: CBT (*Computer Based Training*) e CBE (*Computer Based Education*), para treinamento e educação. Transforma-se o computador em uma máquina de ensinar, em meio-mestre no processo ensino-aprendizagem.

### 2.2.2 Educador: dificuldades e possibilidades

A postura do professor em aceitar o novo ambiente pedagógico e nele gerir sua atividade profissional é um aspecto que, entre outros, deve ser tematizado. Trata-se aqui do modo próprio de posicionar-se no projeto pedagógico em que está inserido e compreende a forma com que interage com os elementos desse projeto: sua relação diária com os alunos, sua visão metodológica e conteudística, o uso que faz das tecnologias informáticas, entre outros. O procedimento docente, que também é construído quando da formação do professor, se faz hegemonicamente dentro de seus valores morais, sua visão de mundo e seus desejos individuais.

GRACIAS (2000, p.23) argumenta que, para explorar o potencial educacional das Tecnologias Informáticas (TI), é preciso haver mudanças na organização da escola e, particularmente, no trabalho do professor. Quanto à escola, é necessário

ajustar e/ou eliminar práticas e regras já existentes e concentrar esforços na criação de situações novas. Estão em jogo as normas institucionais, o currículo, a relação com os alunos, com pais e professores.

Para PENTEADO (1997, p.73), muitos professores vêem o computador como um mito, ou seja, existe a idéia de que ele é um instrumento muito poderoso e que exige pessoas altamente qualificadas para manuseá-lo, o que provoca medo e insegurança no primeiro contato. Há o medo do desconhecido, medo de mostrar incompetência perante os colegas, de danificar a máquina e causar prejuízos, de não conseguir desenvolver as competências em informática.

Pesquisas recentes (PENTEADO, 1997; PONTE, 1988) mostram que, apesar do discurso a favor do uso da informática na educação, professores e administradores resistem à introdução de novos atores tecnológicos. Tal atitude se deve ao deslocamento do poder na sala de aula (BORBA, 1996; PENTEADO, 1999), e às mudanças pedagógicas e mesmo de conteúdos (GRACIAS e BORBA, 2000; BORBA, MENEGHETTI e HERMINI, 1997, FEY, 1991). Tentando conciliar a pressão crescente pelo uso da informática e as resistências frente a ela, vários professores adotaram uma opção domesticada, incorporando essa nova mídia como um apêndice a alterar um mínimo possível as práticas educacionais estabelecidas. Assim os computadores são utilizados apenas para ilustrar ou exemplificar uma exposição teórica, na primeira ou na última aula de uma disciplina.

A capacitação do professor para o domínio dos novos desenvolvimentos tecnológicos e educacionais coloca-se, atualmente, como crucial, exigindo uma análise sistemática e metodologicamente organizada de como poderá ser feita. Diante do propósito de tornar o computador uma ferramenta pedagógica auxiliar do processo de ensino e aprendizagem, muitas podem ser as estratégias aplicadas para a habilitação ao uso dos novos equipamentos. O professor deve ter uma participação ousada, mais pertinente com as exigências do mundo de hoje, que necessita de atuações educacionais produtivas e criativas, apropriadas para a realidade que evolui a todo instante, em que conhecimento e técnica se associam mutuamente.

A escolha metodológica, através de um projeto ou dentro de uma proposta curricular, vem enriquecer novas descobertas, levando a um nível de conhecimento global, onde se pode experimentar estudos interdisciplinares, ampliando a percepção sobre o mundo.

A opção do professor por utilizar a informática na educação move todo o ambiente da sociedade ao seu redor, podendo gerar novas discussões que, bem refletidas, levam as pessoas a uma nova conduta social. A atitude do professor diante do processo de educação, servindo-se de novos métodos, desencadeia modificações relevantes, como, por exemplo, a adoção de avaliações com real significado para o desenvolvimento do aluno. Mais uma vez está em cheque o papel do professor na educação, mas não se pode esquecer que ele não faz a escola sozinho, nem o ambiente educacional, não logrando realizar modificações importantes se estiver isolado dentro de seus propósitos.

É importante considerar que, para alguns estudiosos, o computador – símbolo da racionalidade, do culto à razão e ao método – prejudicaria os processos de subjetivação e reflexão. (ADORNO e MARCUSE apud CROCHIK, 1998, p.72-73). No entanto, ainda que se possa tecer críticas à "ideologia da racionalidade tecnológica" segundo as quais não seria desejável a valorização dos novos recursos tecnológicos na educação parece possível atuar com o auxílio desses recursos em prol de um ensino que apure o senso crítico e que amplie a capacidade de reflexão e conscientização.

Na escola, o computador vem sendo colocado como instrumento do processo ensino-aprendizagem, mas essa inserção parece carecer de análise crítica, que esclareça de forma mais abrangente as implicações da sua utilização. Em primeiro lugar, essa utilização implica a estruturação de um sistema de educação, conforme exposto por SAVIANI (1996, p.80-81):

..., para se ter um **sistema educacional** – que evidentemente deverá preencher os três requisitos apontados, a saber: intencionalidade (sujeito-objeto), conjunto (unidade-variedade), coerência (interna-externa) – é preciso acrescentar às condições

impostas à atividade sistematizadora (educação sistematizada), esta outra: a formulação de uma teoria educacional. Reduzindo-se os requisitos da educação sistematizada a dois pontos fundamentais, pode-se, enfim, determinar as condições básicas para a construção de um **sistema educacional** numa situação histórico-geográfica determinada; são elas: a) consciência dos problemas da situação; b) conhecimento da realidade (as estruturas); c) formulação de uma pedagogia.

O caminhar pedagógico exige determinadas posturas filosóficas, pertinentes ao contexto social e histórico, que fundamentem as suas reflexões e práticas de aprendizagem. Ao se analisar a estrutura do pretense sistema educacional brasileiro, percebe-se claramente que, com raras exceções, as escolas não possuem um modelo pedagógico próprio e adequado às suas realidades e contextos sociais. A política educacional é estabelecida nas altas instâncias governamentais, não havendo uma discussão e reflexão mais apropriada dos modelos adotados. Os projetos (ou "parâmetros", ou "diretrizes" educacionais) são estabelecidos por grupos burocráticos, em que alguns elementos possuem experiência pedagógica, mas, na maioria das vezes, com um distanciamento muito grande da salas de aula e das condições sociais e econômicas das diversas regiões. As escolas adotam esse modelo pronto e acabado, não importando se estão em área urbana ou rural, zona central ou periférica de um grande centro, região Norte ou Nordeste do Brasil.

Nas escolas da rede privada, o computador é ofertado como material didático, em alguns casos como recurso principal de aprendizagem. As campanhas de *marketing* apontam os laboratórios de informática como chamariz promocional. Impõe-se, inclusive, ao corpo docente a realização de um determinado número de aulas nesses laboratórios. Essas aulas, em grande parte das vezes, nada mais são do que aulas tradicionais, dispostas em *slides*, colocados em programas adequados de computador.

Em Curitiba, a rede pública perseguir o mesmo figurino da rede privada: uma propaganda sugere que a escola está mudando, porque o novo quadro negro é um grande monitor de computador. Mas a rede pública de forma geral parece não escapar

do risco de subutilização das máquinas; quadro que se complica quando se consideram as muitas escolas em condições ainda precárias de estrutura e funcionamento.

De acordo com PRETTO (1996), para o corpo docente, a tecnologia representa, muitas vezes, um elemento complicador, já que o grupo de professores possui condições de trabalho que envolvem:

- a) grande quantidade de aulas semanais;
- b) pouco tempo de sobra para reciclagem e aperfeiçoamento;
- c) baixo nível salarial; e
- d) pouco tempo para o lazer. Como exigir desses professores, que mal têm tempo para reciclar conteúdo, que venham a dominar mais esta técnica de aulas em computador? Se a esse fator se somar a falta de um projeto pedagógico adequado, a informática na educação pode ser apenas um grande transtorno – perda de tempo, desmotivação e ainda maior resistência as inovações tecnológicas.

PRETTO (1996) defende a importância de reconhecer que estamos transitando em direção a uma nova etapa do processo de informatização da educação brasileira. Hoje, existe uma nova visão política ministerial, onde se reconhece que o computador poderá possibilitar a melhoria da qualidade da educação e, ao mesmo tempo, preparar o indivíduo para o exercício da cidadania. Desenvolvimento implica aprendizagem, informações disponíveis e conhecimento construído e distribuído por e para uma significativa parcela da população. Mas as condições de capacitação e atuação dos educadores não podem ficar em segundo plano.

Segundo o professor Frederich Litto (1997), da Escola do Futuro da Universidade de São Paulo (USP), a informática e seus recursos representam um novo paradigma para a educação. Para ele, o uso do computador e da mídia permite que os alunos deixem de decorar conhecimentos que podem se tornar ultrapassados com facilidade para aprender a fazer perguntas certas, a tomar decisões corretas e a comunicar essas decisões a terceiros, enquanto o professor

deixa de ser repetidor de conceitos, um mero entregador de informações, para adquirir um papel mais nobre: o de facilitador, que elabora atividades para que o aluno aprenda.

Muitos esforços precisam ser despendidos na elaboração de propostas de implementação da informática nas escolas brasileiras. No Brasil projetos importantes como EDUCOM - COMputadores na EDUcação, FORMAR - Formação de Recursos Humanos para a Informática Educativa, PRONINFE - Programa Nacional de Informática da Educação e PROINFO - Programa Nacional de Informática na Educação<sup>1</sup> já estão em andamento desde a década de 80.

Os resultados dessas iniciativas têm-se manifestado de diferentes formas nas escolas. Em algumas, os computadores são utilizados apenas nos setores administrativos. Para outras, adequar-se às tendências da sociedade atual tem significado incluir no currículo uma disciplina de informática onde os alunos, podem, por exemplo, aprender os recursos de alguns *softwares* e acessar a Internet. Há ainda aquelas onde o uso do computador está relacionado às disciplinas do currículo, no ensino de Ciências, de Português, História e assim por diante (PENTEADO, 1997).

### 2.2.3 Aplicativos computacionais

Alguns autores TAVARES, 1991; MARQUES, MATTOS e TAILLE, 1986, (*apud* GRACIAS, 1999, p.97), classificam de forma minuciosa os aplicativos computacionais educacionais. Aqui se apresenta uma classificação simplificada, mas que esclarece as opções feitas neste trabalho. Assim, são apresentadas as sínteses de dois autores: SARAIVA (1991) e VALENTE (1999).

---

<sup>1</sup>Projetos lançados pelo MEC: EDUCOM (1983), FORMAR (1987), PRONINFE (1989) e PROINFO (1997-1998).

Robert Taylor (*apud* SARAIVA, 1991, p.54-5) classificou as aplicações do computador na educação em três modos: o computador como explicador ("tutor"); o computador como ferramenta ("tool"); e o computador como explicador ("tutee").

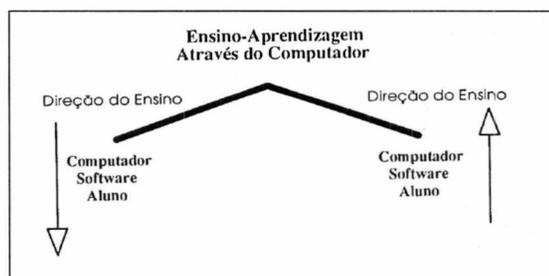
No modo explicador, quer na prática de exercícios, ou no CAI, o computador é quem conduz todo o processo de aprendizagem. O aluno resolve repetidas vezes o mesmo tipo de exercício até adquirir uma determinada destreza. Aumentando o grau de dificuldade à medida que o aluno vai atingindo as habilidades pretendidas.

No modo ferramenta o computador não é quem conduz o processo de aprendizagem. Todas as iniciativas do processo pedagógico, ritmo e organização do trabalho, residem no professor e nos alunos. O *software* não pensa pelo professor nem retira a criatividade dos alunos. Ele exige grande imaginação e trabalho do professor, bem como de uma intensa atividade dos alunos, individualmente ou em grupos.

No modo explicando são os utilizadores que ensinam o computador. Torna-se necessário saber programar para transmitir ao computador, em linguagem que este entenda, instruções que o utilizador quer que ele execute. (SARAIVA, 1991, p.56-7).

Já para Valente (1998, p.2) o ensino pelo computador implica que o aluno, através da máquina, possa adquirir conceitos sobre praticamente qualquer domínio. Entretanto, sugere o autor, a abordagem pedagógica de como isso acontece é bastante variada, oscilando entre dois grandes pólos, como mostra a figura abaixo:

FIGURA 2 - ENSINO-APRENDIZAGEM ATRAVÉS DO COMPUTADOR



FONTE: Valente (1998, p.2)

Esses dois pólos são caracterizados pelos mesmos ingredientes: computadores (*hardware*), o *software* (o programa de computador que permite a interação homem-computador) e o aluno.

Quando o computador ensina ao aluno, assume o papel de máquina de ensinar e a abordagem educacional é a instrução auxiliada por computador. Essa abordagem tem suas raízes nos métodos de instrução programada tradicionais, porém ao invés do papel ou livro, é usado o computador. No outro pólo, para o aprendiz "ensinar" ao computador, o *software* é uma linguagem computacional, uma linguagem de criação, ou um *software* aberto (Geometria Dinâmica), que permite ao aprendiz representar suas idéias segundo esse software. Neste caso o computador pode ser visto como uma ferramenta que permite ao aprendiz resolver problemas ou realizar tarefas como desenhar, escrever, comunicar-se etc. (VALENTE 1998, p.2-3).

A presente pesquisa se restringe ao segundo pólo, ao ambiente de aprendizado onde o conhecimento não é passado para a criança, mas onde esta, interagindo com os objetos do ambiente, pode desenvolver sua capacidade intelectual, utilizando seu mecanismo de aprendizagem para formular outros conceitos (como, por exemplo, conceitos geométricos).

BORBA (1997, p.11-12) relata que, em aulas de matemática com utilização da informática, os alunos exploraram a possibilidade de encontrar várias soluções para o mesmo problema, o que confirma a hipótese de que a utilização da informática pode moldar a forma como se elabora o conhecimento matemático. Além disso, eles refletiam sobre geometria ao questionarem como transcrever uma ação realizada com régua e compasso para uma comando do *Cabri-Géomètre*.<sup>2</sup>

---

<sup>2</sup>Cabri-Géomètre: Software de Geometria Dinâmica. É criação de J. M. Laborde e F. Bellemain, ambos do Institut d'Informatique et Mathématiques Appliquées de Grenoble (IMAG)-Université Joseph Fourier, Grenoble, França. Acesso à versões demonstrativas do software: em Português: <PUCSPDI@fppsp.fapesp.br> em Inglês: <<http://www-cabri.imag.fr>>

Os desenhos e as figuras desempenham um importante papel na aprendizagem da geometria. Assim, esta área é um domínio particularmente apropriado para o desenvolvimento de estudos com a utilização dos computadores. LABORDE (1993) acredita que o conhecimento geométrico é modificado quando mediado pelo computador.

A revolução provocada pela informática, segundo PAPERT, (*apud* ALMEIDA 1998, p.67), impõe ao educador uma revolução pedagógica. Papert vem fazer uma conjunção importantíssima de teoria e prática de informática com os estudos de Piaget:

O computador vem permitir que as crianças que têm acesso a ele construam elas mesmas suas estruturas intelectuais, espontaneamente, sem que estas lhe sejam inculcadas. O que não significa que elas sejam elaboradas a partir do nada. Ao contrário, a criança elabora suas estruturas de pensamento manipulando os materiais que encontra em seu ambiente.

Na verdade trata-se de uma aplicação, a partir de um instrumento técnico, da proposta piagetiana de formação dos esquemas de assimilação, cooperação, coordenação, equilíbrio, reversibilidade, descentralização e outros.

PIAGET observou que a criança constrói a noção de certos conceitos porque ela interage com objetos do ambiente onde ela vive. PAPERT (1980), aliás, denominou esse tipo de aprendizado de "aprendizado piagetiano":

Quando o aprendiz está interagindo com o computador, ele está manipulando conceitos e isso contribui para o seu desenvolvimento mental. Ele está adquirindo conceitos da mesma maneira que ele adquire conceitos quando interage com objetos do mundo, como observou Piaget. (PAPERT *apud* VALENTE, 1998, p.39-40).

VALENTE (1998, p.49) defende a tese de que o computador deve ser utilizado como um catalisador de uma mudança do paradigma educacional. Um novo paradigma que promove a aprendizagem ao invés do ensino, que coloca o controle do processo de aprendizagem nas mãos do aprendiz, e que auxilia o professor a entender que a educação não é somente a transferência de conhecimento, mas um

processo de construção do conhecimento pelo aluno, como produto do seu próprio engajamento intelectual ou do aluno como um todo.

No entanto, COELHO (1996, p.43), numa visão construtivista, afirma que não é ao computador, só por si, que pode ser imputada qualquer eficácia do ponto de vista cognitivo, afetivo ou metacognitivo. O contexto, as interações entre professores e alunos, o tipo de situações de aprendizagem são aspectos importantes no processo de aprendizagem.

GRACIAS (2000, p.24) considera que um professor de matemática precisa conhecer os *softwares* a serem utilizados no ensino de diferentes tópicos e ser capaz de reorganizar a seqüência de conteúdos e metodologias apropriadas para o trabalho com a tecnologia informática em uso.

Para que as mudanças no ensino da matemática ocorram, conforme proposto por pesquisas recentes e mesmo pelos PCNEM, GRACIAS sugere que é necessário criar possibilidades de o professor se familiarizar com as atuais recomendações e construir um conhecimento profissional que lhe permita agir na perspectiva da renovação constante. (GRACIAS, 2000 p.28-29).

ALMEIDA (1998, p.12) ressalta que o professor deve ser um projetista. que propõe materiais a serem programados, os quais ele pode criticar, recompor, aumentar, usar parcialmente, etc. Esta capacidade de saber o que quer e de projetar o perfil de seu material é que permite ao professor se assenhorar do instrumento, utilizá-lo eficaz e criativamente, argumenta.

A utilização de materiais apropriados pode produzir, segundo LEITÃO, FERNANDES e CABRITA (1994), situações altamente motivadoras, contribuindo para a eficácia da resolução de problemas. Um alto nível de motivação tem sido observado nos alunos que trabalham com o computador, o que indica vantagens de sua utilização como um poderoso auxiliar da resolução de problemas, visto que "contribui para quebrar bloqueios anteriores relativamente à aprendizagem da Matemática". (MOREIRA, 1989, p.213).

Nas palavras de HERNÁNDEZ, "as escolas são instituições complexas, inscritas em círculos de pressões internas e, principalmente, externas, nas quais com freqüência as inovações potenciais ficam presas na teia de aranha das modas" (1998, p.28). Caso se deseje que a Informática na Educação ultrapasse os limites do modismo, é preciso iniciativas na transformação da Escola para que ela possa abraçar novas iniciativas, contribuindo, assim, para que tais propostas atinjam, de forma significativa, a ponta do progresso educativo: os alunos. (VALENTE, 1999, p.128).

## 2.3 Construtivismo

Faz-se uma pequena abordagem teórica sobre o construtivismo, estabelecendo-se um elo com as teorias de Piaget, para fechar mostrando um ambiente construtivista e alguns princípios de um professor construtivista.

### 2.3.1 Construtivismo - uma apresentação teórica

Ainda hoje, é possível identificar duas correntes principais em que se dividem as teorias de aprendizagem: a empirista e a apriorista.

Para os aprioristas, a origem do conhecimento está no próprio sujeito, ou seja, sua bagagem cultural está geneticamente armazenada dentro dele, a função do professor é apenas estimular que estes conhecimentos afluam.

Já para os que seguem as teorias empiristas, cujo princípio é tão longínquo quanto os ensinamentos de Aristóteles, as bases do conhecimento estão nos objetos, em sua observação. Para estes, o aluno é *tabula rasa* e o conhecimento é algo fluido, que pode ser repassado de um para outro pelo contato entre eles, seja de forma oral, escrita, gestual, etc. É nesta teoria que se baseiam a maioria das correntes pedagógicas, entre elas o behaviorismo.

Rompendo com estes dois paradigmas, ou melhor dizendo, fundindo-os em um único, temos as teorias de Piaget. Ele foi um dos primeiros a estudar

cientificamente como o conhecimento era formado na mente de um pesquisador, tomando aqui a palavra pesquisador o seu sentido mais amplo, uma vez que seus estudos iniciaram-se com a apreciação de bebês. Piaget observou como um recém-nascido passava do estado de não reconhecimento de sua individualidade frente ao mundo que o cerca, indo até a idade de adolescentes, onde já têm início operações de raciocínio mais complexas.

Do fruto de suas observações, posteriormente sistematizadas como uma metodologia de análise, denominada Método Clínico, Piaget estabeleceu as bases de sua teoria, a qual chamou de Epistemologia Genética. Esta fundamentação está muito bem descrita em um de seus livros mais famosos, 'O Nascimento da Inteligência na Criança', (PIAGET, 1982), no qual ele escreve que:

as relações entre o sujeito e o seu meio consistem numa interação radical, de modo tal que a consciência não começa pelo conhecimento dos objetos nem pelo da atividade do sujeito, mas por um estado diferenciado; e é desse estado que derivam dois movimentos complementares, um de incorporação das coisas ao sujeito, o outro de acomodação às próprias coisas. (PIAGET, 1982, p.42-3)

Nesse pequeno parágrafo Piaget define três conceitos fundamentais para sua teoria: interação, assimilação e acomodação.

A Epistemologia Genética, conforme mencionado anteriormente, é uma fusão das teorias existentes, pois Piaget não acredita que todo o conhecimento seja, *a priori*, inerente ao próprio sujeito (apriorismo), nem que o conhecimento provenha totalmente das observações do meio que o cerca (empirismo); de acordo com suas teorias, o conhecimento, em qualquer nível, é gerado através de uma interação radical do sujeito com seu meio, a partir de estruturas previamente existentes no sujeito. Assim sendo, a aquisição de conhecimentos depende tanto de certas estruturas cognitivas inerentes ao próprio sujeito – S como de sua relação com o objeto – O, não priorizando ou prescindindo de nenhuma delas.

A relação entre estas duas partes S – O se dá através de um processo de dupla face, por ele denominado de adaptação, o qual é subdividido em dois

momentos: a assimilação e a acomodação. Por assimilação entende-se as ações que o indivíduo irá tomar para poder internalizar o objeto, interpretando-o de forma a poder encaixá-lo nas suas estruturas cognitivas. A acomodação é o momento em que o sujeito altera suas estruturas cognitivas para melhor compreender o objeto que o perturba. Destas sucessivas e permanentes relações entre assimilação e acomodação (não necessariamente nesta ordem) o indivíduo vai obtendo sua "adaptação" ao meio externo através de um interminável processo de desenvolvimento cognitivo. Por ser um processo permanente, e estar sempre em desenvolvimento, esta teoria foi denominada de "Construtivismo", dando-se a idéia de que novos níveis de conhecimento estão sendo indefinidamente construídos através das interações entre o sujeito e o meio.

É importante salientar-se o fato de que, apesar de a Epistemologia Genética ser uma teoria que analisa o comportamento psicológico humano, área normalmente afeta à Psicologia, e analisa estes aspectos relacionados ao aprendizado, área normalmente afeta à Pedagogia, Piaget não era psicólogo, nem tampouco pedagogo, porém biólogo. Seu interesse, ao desenvolver a teoria, era dar fundamentação, baseada em investigação científica, à forma de como se "constrói" o conhecimento no ser humano. Aí reside o grande mérito de seus trabalhos, apresentar a primeira explicação científica para a maneira como o homem passa de um ser que não consegue distinguir-se cognitivamente do mundo que o cerca até um outro ser que consegue realizar equações complexas que o permitem viajar a outros planetas.

As teorias de Piaget possuem aplicação em inúmeros campos de pesquisa, inclusive na pedagogia, mas é fundamental entender-se que este não era seu propósito. A Epistemologia Genética e o Construtivismo não são uma nova metodologia pedagógica, podem até ser "um subsídio fundamental para o aperfeiçoamento das técnicas pedagógicas", de acordo com as palavras de FRANCO (1993), mas reduzir o Construtivismo a esta única dimensão é empobrecê-lo por

demais, pois seus horizontes e aplicações são muito mais amplos, como muito bem definiu BECKER (1992), "Construtivismo, segundo pensamos, é esta forma de conceber o conhecimento: sua gênese e seu desenvolvimento. É, por conseqüência, um novo modo de ver o universo, a vida e o mundo das relações sociais".

### 2.3.2 Ambiente construtivista

Segundo FRANCO (1993), "antes de tudo, o construtivismo é uma teoria epistemológica. É de suma importância que se afirme isto, de modo a poder-se diferenciá-lo de uma teoria psicológica e, principalmente, de uma teoria pedagógica". Afirmar que o construtivismo é uma teoria epistemológica é afirmar que ele foi concebido como uma forma de explicar a realidade da produção de conhecimento. Mais precisamente o conhecimento científico. Portanto, não são pertinentes algumas críticas no sentido de que lhe falta uma proposta de prática pedagógica clara e explícita, uma vez que não é a isto que essa teoria se propõe.

BECKER (1992) afirma que "*se é esquisito dizer que um método é construtivista, dizer que um currículo é construtivista é mais esquisito ainda.*" Isto posto, não seria, também, estranho falar-se em um "ambiente construtivista"? Ou ainda, que resultado será obtido por um professor cuja concepção do conhecimento for empirista ao utilizar um "ambiente construtivista" ou sua recíproca, o resultado da utilização de um "ambiente empirista" por um professor com uma epistemologia do conhecimento baseada nas teses construtivistas?

Para ajudar nessa reflexão é interessante conhecer a resposta do professor David Thornburg (1997), consultor do governo norte-americano para assuntos educacionais, ao ser questionado se o computador seria a ferramenta para mudar a escola:

É uma ferramenta importante, mas não é a única. O computador deve ser utilizado para coisas novas, não para reproduzir o antigo. Para mim, a transformação mais urgente e mais importante é a mudança no pensamento dos professores.

A ferramenta não determina a abordagem; quem o faz é o professor.

Para que um ambiente de ensino seja construtivista é fundamental que o professor conceba o conhecimento sob a ótica levantada por Piaget, ou seja, que todo e qualquer desenvolvimento cognitivo só será efetivo se for baseado em uma interação muito forte entre o sujeito e o objeto. É imprescindível que se compreenda que sem uma atitude do objeto que perturbe as estruturas do sujeito, este não tentará **acomodar-se** à situação, criando uma futura **assimilação** do objeto, dando origem às sucessivas **adaptações** do sujeito ao meio, com o constante desenvolvimento de seu cognitivismo, conforme discutido anteriormente.

Desta forma, apesar de acreditar ser perfeitamente possível a utilização de um "ambiente empirista" por um professor que não veja o aluno como "tabula rasa" para o desenvolvimento de um conhecimento, na forma como Piaget teorizou, existem alguns pressupostos básicos de sua teoria que devem ser levados em conta, quando se deseja criar um "ambiente construtivista".

A primeira das exigências é que o ambiente permita, e até obrigue, uma interação muito grande do aprendiz com o objeto de estudo. Esta interação, contudo, não significa apenas o apertar de teclas ou o escolher entre opções de navegação, deve passar além disto integrando o objeto de estudo à realidade do sujeito, dentro de suas condições, de forma a estimulá-lo e desafiá-lo, mas ao mesmo tempo permitindo que as novas situações criadas possam ser adaptadas às estruturas cognitivas existentes, propiciando o seu desenvolvimento. A interação deve abranger não só o universo aluno – computador, mas, preferencialmente, também o aluno – aluno e aluno – professor, através ou não do computador.

Dentro dessa perspectiva apresenta-se o "Logo", uma linguagem de programação desenvolvida no Massachusetts Unstitute of Technology (MIT), nos EUA, pelo professor Seymour Papert (PAPERT, 1980). O Logo serve para o usuário "comunicar-se" com o computador. Entretanto, apresenta características especialmente elaboradas para implementar uma metodologia de ensino baseada no computador (metodologia Logo) e para explorar aspectos do processo de aprendizagem:

É justamente este aspecto do processo de aprendizagem que o Logo pretende resgatar: um ambiente de aprendizado onde o conhecimento não é passado para a criança, mas onde a criança interagindo com os objetos desse ambiente, possa desenvolver outros conceitos, por exemplo, conceitos geométricos. Entretanto, o objeto com o qual a criança interage deve tornar manipulável estes conceitos, do mesmo modo que manipulando copos ela adquire idéias a respeito de volume. E isto é conseguido com o computador, através do Logo. (VALENTE, 1993, p.32-33).

O Logo é o exemplo sempre citado quando se fala de "ambientes construtivistas", por toda a sua fundamentação teórica, apesar de sua utilização já ser considerada ultrapassada por muitos,

Outro aspecto primordial nas teorias construtivistas, é a quebra de paradigmas que os conceitos de Piaget trazem, é a troca do repasse da informação para a busca da formação do aluno; é a nova ordem revolucionária que retira o poder e autoridade do mestre transformando-o de todo poderoso detentor do saber para um "educador - educando", segundo as palavras de Paulo Freire, e esta visão deve permear todo um "ambiente construtivista".

Diversas teorias sobre aprendizagem parecem concordar com a idéia de que a aprendizagem é um processo de construção de relações, em que o aprendiz, como ser ativo, na interação com o mundo, é o responsável pela direção e significado do aprendido. O processo de aprendizagem, feitas estas considerações, se daria em virtude do fazer e do refletir sobre o fazer, sendo fundamental no professor o "saber", o "saber fazer" e o "saber fazer fazer". Nesta perspectiva o termo "ensino" se esvazia de sentido, dando lugar à idéia de "facilitação". Parece ser neste sentido que PAPERT (1994) estrutura sua proposta para ambientes de aprendizagem, dentro da abordagem Logo.

ROGERS complementa que mais do que repassar conhecimentos, a função de um professor que se propõe a ser facilitador seria "liberar a curiosidade; permitir que os indivíduos arremetem em novas direções ditadas pelos seus próprios interesses; tirar o freio do sentido de indagação; abrir tudo ao questionamento e à exploração; reconhecer que tudo se acha em processo de mudança..." (ROGERS, 1985, p.36).

Um ambiente de aprendizagem que pretenda ter uma conduta de acordo com as descobertas de Piaget precisa lidar corretamente com o fator do erro e da avaliação. Este segundo aspecto está mais aprofundado em tópico a seguir, mas é importante salientar sua estreita relação com o erro. Em uma abordagem construtivista, o erro é uma importante fonte de aprendizagem, o aprendiz deve sempre questionar-se sobre as conseqüências de suas atitudes e a partir de seus erros ou acertos ir construindo seus conceitos, ao invés de servir apenas para verificar o quanto do que foi repassado para o aluno foi realmente assimilado, como é comum nas práticas empiristas. Neste contexto, a forma e a importância da avaliação mudam completamente, em relação às práticas convencionais.

Um outro aspecto fundamental do Logo é o fato de propiciar à criança a chance de aprender com seus próprios erros (...) no Logo, o erro deixa de ser uma arma de punição e passa a ser uma situação que nos leva a entender melhor nossas ações e conceitualizações. E assim que a criança aprende uma série de conceitos antes de entrar. ela é livre para explorar e os erros são usados para depurar os conceitos e não para se tornarem a arma do professor. (VALENTE, 1999, p.18-19)

Pode-se concluir que o quesito mais importante para a construção de um "ambiente construtivista" é que o professor realmente se conscientize da importância do "educador-educando", e de que todos os processos de aprendizagem passam necessariamente por uma interação muito forte entre o sujeito da aprendizagem e o objeto, aqui simbolizando como objeto o todo envolvido no processo, seja o professor, o computador, os colegas, o assunto. Somente a partir desta interação completa é que se poderá dizer que se estão "construindo" novos estágios de conhecimento, tanto no aprendiz como no feiticeiro.

### 2.3.3 Aula tradicional X Aula construtivista

A teoria behaviorista popularizada por B. F. Skinner, 1958 (*apud* NCREL, 1997) continua conduzindo a maioria das práticas educacionais. Por mais de um quarto de século, as escolas e os professores estabeleceram objetivos e metas. Os currículos

foram estabelecidos em uma seqüência rigorosa, acreditando que a melhor maneira de aprender era através da reunião de pequenos conteúdos de conhecimento e então integrá-los em conceitos mais amplos. As práticas de avaliação eram focadas na medida do conhecimento e das habilidades, com pequena ênfase no desempenho ou entendimento.

Por outro lado, os pesquisadores cognitivistas afirmam que a melhor maneira de aprender é construindo o seu próprio conhecimento. As salas de aula construtivistas devem proporcionar um ambiente onde os estudantes confrontam-se com problemas cheios de significado porque estão vinculados ao contexto de sua vida real. Resolvendo estes problemas, são encorajados a explorar possibilidades, inventar soluções alternativas, colaborar com outros estudantes ou especialistas externos, tentar novas idéias e hipóteses, revisar seus pensamentos e finalmente apresentar a melhor solução que eles puderam encontrar. Esta abordagem contrasta com as salas de aula behavioristas, onde os alunos estão passivamente envolvidos em receber toda a informação necessária a partir do professor e do livro texto. Ao invés de inventar soluções e construir o conhecimento durante este processos, são ensinados a procurar a "resposta certa" segundo o método do professor. Segundo esta idéia, os estudantes não precisam nem verificar se o método usado na solução dos problemas tem sentido (NCREL, 1997).

BENAIM (1995) salienta o paradoxo existente entre a filosofia tradicional e a filosofia construtivista. Na visão tradicional, o conhecimento é concebido como uma representação do mundo real, existindo separado e independentemente da pessoa que o retém. O conhecimento é considerado "verdadeiro" somente se refletir este mundo independente. O construtivismo, por sua vez, escapa desta tradição, desistindo da idéia de conhecimento independente do indivíduo e enfatiza o conceito de conhecimento baseado na experiência no mundo real de coisas e relações básicas para nossa adaptação à vida.

STEFFE e GALLE (*apud* BENAİM, 1995) apresentam as visões do **aprendiz** e do **professor**, sob o ponto de vista construtivista. Para estes autores, o **aprendiz**, ao invés de um absorvedor passivo da informação, é visto como um indivíduo ativamente engajado na construção do conhecimento, trazendo consigo seu conhecimento anterior para enfrentar as novas situações. Os debates entre os alunos são considerados como oportunidades para desenvolvimento e organização do pensamento. O diálogo, os jogos e as pesquisas são valorizadas. Existe uma ênfase na colaboração como um meio de estimular a busca de um consenso entre os vários significados encontrados e construídos pelos estudantes. O foco não está mais no que o estudante sabe, mas inclui suas convicções, seus processos de pensamento e concepções de conhecimento.

Por outro lado, o **professor** é visto tanto como um apresentador do conhecimento como um facilitador de experiências. Sua tarefa pedagógica é criar situações de aprendizagem que facilitem a construção individual do conhecimento. Ao contrário da atividade tradicional de valorizar a memorização das "respostas corretas", o professor considera o conhecimento "pré-existente" para mediar o processo de construção do conhecimento. Além disso, o professor encoraja os estudantes para desenvolverem seus próprios processos de busca de novos desafios. Como o conhecimento é adquirido sem um roteiro definido e dificilmente existe uma única solução para um problema, as abordagens metodológicas requeridas são mais reflexivas.

FINEMANN e BOOTZ (1995) salientam que, na teoria construtivista, ocorre um deslocamento do centro do conhecimento de uma fonte externa ao aprendiz para um local residente em seu interior. A colaboração torna-se crítica porque é importante reconhecer a perspectiva única de cada estudante e apoiar a negociação social do significado. Quando o aprendiz dialoga, cada estudante fica exposto a múltiplas perspectivas do ambiente, aprofundando seu entendimento através da interação com os outros. O papel do professor também se desloca da figura *autoritária* para a figura de *mentor*.

BROOKS e BROOKS (*apud* DOWLING, 1995) fazem uma interessante comparação entre as salas de aula "tradicionais" e as "construtivistas", apresentada no quadro 1.

QUADRO 1 - CARACTERÍSTICAS DAS SALAS DE AULA TRADICIONAL *VERSUS* CONSTRUTIVISTA

SALA DE AULA TRADICIONAL	SALA DE AULA CONSTRUTIVISTA
O currículo é apresentado das partes para o todo, com ênfase nas habilidades básicas	O currículo é apresentado do todo para as partes, com ênfase nos conceitos gerais
O seguimento rigoroso do currículo pré-estabelecido é altamente valorizado	Busca pelas questões levantadas pelos alunos é altamente valorizada
As atividades curriculares baseiam-se fundamentalmente em livros texto e de exercícios.	As atividades baseiam-se em fontes primárias de dados e materiais manipuláveis.
Os estudantes são vistos como "tábulas rasas" sobre as quais a informação é impressa.	Os estudantes são vistos como pensadores com teorias emergentes sobre o mundo
Os professores geralmente comportam-se de uma maneira didaticamente adequada, disseminando informações aos estudantes ( <i>"Um sábio sobre o palco"</i> )	Os professores geralmente comportam-se de maneira interativa, mediante o ambiente para estudantes. ( <i>"Um guia ao lado"</i> )
O professor busca as respostas corretas para validar a aprendizagem	O professor busca os pontos de vista dos estudantes para entender seus conceitos presentes para uso nas lições subsequentes.
Avaliação da aprendizagem é vista como separada do ensino e ocorre, quase que totalmente, através de testes	Avaliação da aprendizagem está interligada ao ensino e ocorre através da observação do professor sobre o trabalho dos estudantes
Estudantes trabalham fundamentalmente sozinhos	Estudantes trabalham fundamentalmente em grupos

FONTE: DOWLING (1995)

GARDNER (*apud* DOWLING, 1995) afirma que uma forma de integrar os princípios construtivistas nas salas de aula é através da realização de "projetos". Segundo este autor, ao longo das aulas os alunos realizam milhares de testes e desenvolvem habilidades que muitas vezes se tornarão inúteis depois do último dia de aula. Em contraste, o desenvolvimento de um projeto envolve a observação da vida fora da escola, propiciando aos estudantes a oportunidade de organizar os conceitos e habilidades previamente estabelecidos, utilizando-os a serviço de um novo objetivo ou empreendimento.

Em relação à avaliação, BROOKS e BROOKS (*apud* NCREL, 1995) afirmam que o professor, durante uma avaliação numa sala de aula construtivista, deve preocupar-se

mais em entender o pensamento do aluno sobre o tópico do que dizer "não" quando o aluno não fornece a resposta correta sobre o que está sendo questionado. Os construtivistas acreditam que a avaliação deva ser usada como uma ferramenta para auxiliar na aprendizagem do aluno e na compressão do professor sobre o que o aluno está entendendo no momento. Da mesma forma, afirmam que a avaliação não pode ser usada como uma ferramenta que faz com que os estudantes sintam-se bem em relação a si mesmos ou provoque desistências em outros.

BROOKS e BROOKS (*apud* DOWLING, 1995) apresentam uma lista dos princípios que devem guiar o trabalho de um professor construtivista.

Os professores construtivistas:

1. encorajam e aceitam a autonomia e iniciativa dos estudantes;
2. usam dados básicos e fontes primárias juntamente com materiais manipulativos, interativos e físicos;
3. usam a terminologia "classificar", "analisar", "predizer" e "criar" quando estruturam as tarefas;
4. permitem que os estudantes conduzam as aulas, alterem estratégias instrucionais e conteúdo;
5. questionam sobre a compreensão do estudante antes de dividir seus próprios conceitos sobre o tema;
6. encorajam os estudantes a dialogar com o professor e entre si;
7. encorajam os estudantes a resolverem problemas abertos e perguntarem uns aos outros;
8. estimulam a que os estudantes assumam responsabilidades;
9. envolvem os estudantes em experiências que podem envolver contradições às hipóteses inicialmente estabelecidas e estimulam a discussão;
10. proporcionam um tempo de espera depois de estabelecer as questões;
11. proporcionam tempo para que os estudantes construam relações e metáforas;
12. mantêm a curiosidade do aluno através do uso freqüente do modelo de ciclo de aprendizagem.

Os procedimentos propostos neste trabalho foram norteados por esses princípios. Tomando como referência a aula tradicional, buscou-se fazer a transposição para uma aula construtivista, onde os recursos tecnológicos, em especial o computador, servem como instrumento de interação e provocam o desequilíbrio necessário para gerar a construção de um novo conhecimento através da reequilibração.

## **2.4 Geometria - da Antigüidade aos *Softwares***

Uma volta a Geometria da antigüidade para resgatar a importância de se discutir o tema frente as dificuldades inerentes ao aprendizado atual da disciplina. É discutido o valor visual estático e dinâmico de uma figura, no processo de ensino-aprendizagem.

### **2.4.1 Histórico da geometria**

AZEVEDO (1998), nos expõe que a Geometria teve em seu início caráter puramente utilitário. Seu nome mostra isso, "geo-metria" significa medição da Terra. E com certeza esta atividade era realizada por vários povos e não somente pelos gregos. Por exemplo, o triângulo retângulo que, segundo alguns historiadores, parece ter surgido com Pitágoras, já era utilizado pelo menos no Egito, na África e na Babilônia.

Todavia, segundo o mesmo autor, é com os gregos da Antigüidade Clássica que a matemática começa a ganhar contornos de ciência, nos séculos VII a III a.C. Eles sistematizam a aritmética e a geometria empíricas das civilizações do Mediterrâneo, principalmente a egípcia e as da Mesopotâmia. Privilegiam a geometria como fio condutor de suas investigações. Vivendo não em grandes impérios, mas em cidades-estados, e integrantes da primeira civilização que desenvolve o conceito de cidadão, os gregos valorizam o indivíduo e a razão e são os primeiros a relacionar as obras ao nome de seus autores.

ÁVILA (2001, p.4) ressalta que os matemáticos da Grécia antiga são os primeiros a utilizar dois processos mentais indispensáveis para todo o progresso posterior da matemática: a abstração e a demonstração (ou prova). Estudam a natureza dos problemas e de suas soluções, criam modelos formais e abstratos para representar as questões concretas e leis gerais para explicar seu comportamento. Constroem um método lógico para demonstrar suas formulações: partem de verdades simples e irrefutáveis e, com elas, vão construindo raciocínios mais elaborados. Seu modelo de organização do conhecimento, baseado na abstração, na prova e na construção lógica do raciocínio, influencia todo o desenvolvimento científico do mundo ocidental. Um dos primeiros pensadores conhecidos a fazer isso é Tales, de Mileto. Mais tarde, Pitágoras e a comunidade de pensadores pitagóricos chegam a novas descobertas aplicando o mesmo método.

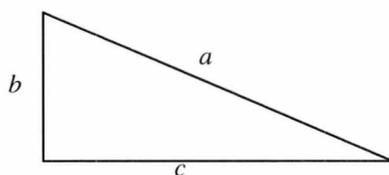
Segundo EVES (1997, p.96-97), Tales de Mileto (século VI a.C.) é considerado o primeiro filósofo grego a definir normas abstratas e desvinculadas de qualquer aplicação prática para o desenvolvimento da geometria. Rico negociante de azeite da cidade de Mileto, litoral da Ásia Menor (atual Turquia), Tales percorre inúmeras vezes o litoral do Mediterrâneo entre 600 a.C. e 550 a.C. e conhece a obra de vários matemáticos e astrônomos da região. Ao aposentar-se, dedica-se à matemática como passatempo e estabelece os primeiros postulados básicos da geometria. Estuda retas e ângulos e faz demonstrações formais e rigorosas sobre as relações geométricas no círculo e no triângulo isósceles.

Pitágoras (580 a.C.? - 500 a.C.?) é um dos mais conhecidos matemáticos gregos da Antigüidade. Natural de Samos, ilha do litoral mediterrâneo da Ásia Menor, próxima a Mileto, Pitágoras viaja pelos centros culturais da Mesopotâmia, Pérsia e Egito. Com o tempo, transforma-se numa espécie de líder religioso. Funda uma seita que adora os números como expressão da razão absoluta e cultua Orfeu, o mitológico inventor da lira de nove cordas. Seus membros constroem uma comunidade em Crótona, na Magna Grécia (sudoeste da Itália). Dedicam-se à

ciência de forma anônima, assinando o nome da fraternidade pitagórica, ou simplesmente Pitágoras, em todos os seus trabalhos. As obras associadas ao nome de Pitágoras são escritas em um período de tempo muito superior ao que um homem pode viver. Por isso, muitos historiadores questionam se o matemático realmente existiu. Pitágoras poderia ser apenas o nome do grupo e não o de um indivíduo. (AZEVEDO, 1998).

Os pitagóricos, segundo AZEVEDO (1998), acreditam que existe uma harmonia básica na natureza e que ela poderia ser expressa por meio das relações entre os números inteiros. Estudam música, para eles a suprema expressão dessa harmonia, e descobrem os fundamentos matemáticos da escala musical. Consideram a esfera e o círculo como formas perfeitas. Observam os movimentos harmoniosos dos corpos celestes - que chamam de música das esferas - e concluem que o céu, a Terra e os demais corpos celestes são esféricos e se movimentam em órbitas circulares. Estudam o triângulo retângulo, solução engenhosa da inteligência humana presente tanto na construção de simples bancos quanto nas grandes pirâmides egípcias, e formulam o teorema do triângulo retângulo, hoje conhecido como teorema de Pitágoras: o quadrado da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos catetos ( $a^2 = b^2 + c^2$ ).

FIGURA 3 - TRIÂNGULO RETÂNGULO



EVES (1997, p.103-4), destaca que uma das descobertas mais importantes dos pitagóricos são os números irracionais: aqueles que não são inteiros (como 1, 2 ou 3) nem podem ser expressos por uma relação entre inteiros (como as frações 5/7 ou 13/5, por exemplo). Os números irracionais surgem pela primeira vez como resultado

da aplicação do teorema de Pitágoras. Para um triângulo em que os lados  $b$  e  $c$  são iguais a 1 ( $a^2 = 1^2 + 1^2$ ), por exemplo, o resultado é  $a = \sqrt{2}$ . Este número introduz um dado de irracionalidade no universo harmônico e racional imaginado pelos pitagóricos. O quadrado de um número é obtido multiplicando-se o número por ele mesmo. A base de 2 é um número inteiro (o 2) mas a extração da raiz de 2 nunca chega a um número exato. É uma fração de casas decimais sem fim.

BOYER (1974, p.75-6), relata que por volta do ano 300 a.C., Alexandre, o Grande, havia submetido todos os povos do Mediterrâneo. Alexandria, na foz do rio Nilo, torna-se a principal capital da cultura grega.

É ali que o matemático Euclides (315 a.C.-255 a.C.?) começa a colecionar as descobertas e os teoremas formulados por Tales, Pitágoras, Eudóxio, Zenão, Demócrito e outros grandes matemáticos. Sistematiza essas descobertas em "Os Elementos", com 13 volumes, reunindo praticamente tudo o que a humanidade sabe até hoje sobre pontos, retas, planos, figuras geométricas elementares. A obra também sintetiza a aritmética até então conhecida, estabelece as primeiras relações algébricas e a primeira teoria dos números. Resume esses conhecimentos em dez premissas básicas cinco postulados e cinco axiomas. Axiomas são premissas evidentes, que se admitem como verdadeiras sem exigência de demonstração. Postulados são proposições não evidentes e não demonstráveis que se admitem como princípio de um sistema lógico.

Para AZEVEDO (1998), a Geometria perde, seu caráter unicamente utilitário e se transforma em ciência. Tem uma teoria que a sustenta: pode ser apresentada como um esquema axiomático (afirmações), no qual conseqüências são deduzidas de forma sistemática e lógica, a partir dessas afirmações.

Durante os séculos 12 e 13 da nossa era, a obra de Euclides foi traduzida para o Latim e outras línguas da Europa e o ensino da Geometria foi introduzido no currículo das escolas dos mosteiros. Na escola, ainda hoje, a Geometria Euclidiana é a ensinada, embora outras geometrias tenham surgido (AZEVEDO, 1998).

FIGURA 4 - FOLHA DE ROSTO DA PRIMEIRA VERSÃO INGLESA DOS ELEMENTOS



FONTE: RPM, 2001, p.45

Segundo AZEVEDO (1998), o jogo de demonstrações que explica a teoria, quando figurava no currículo escolar, era apresentado ao aluno apenas como algo mais a ser decorado. Com o tempo, as demonstrações sumiram das salas e dos livros didáticos.

#### 2.4.2 Dificuldades no aprendizado da geometria

Quando se trabalha com Geometria Plana, no Ensino Médio, percebe-se que os livros didáticos costumam iniciar um determinado assunto com definições, nem sempre claras, que vêm acompanhadas de desenhos bem particulares, os ditos desenhos clássicos. Por exemplo, quadrados com lados paralelos às bordas da folha de papel, retângulos sempre com dois lados diferentes, alturas em triângulos sempre internas ao triângulo (acutângulos).

Isto acaba levando os alunos a terem dificuldades em reconhecerem desenhos destes mesmos objetos quando em outras situações. Para alguns alunos, a posição relativa do desenho ou seu traçado particular, passam a fazer parte das características do objeto, quer no aspecto conceitual ou quer no aspecto figural, estabelecendo desequilíbrios na formação dos conceitos.

Na teoria desenvolvida por esses livros, o aspecto de construção de objetos geométricos raramente é abordado; dificilmente se encontra no livro escolar a instrução "construa", e no entanto esta é uma das atividades que leva o aluno ao domínio de conceitos geométricos. Mais difícil ainda é encontrar questões do tipo "o que se pode dizer nesta situação?" ou "que regularidades se podem perceber?", onde estratégias de investigação devem ser estabelecidas.

Mas não é só isto. Considerando-se a Geometria como processo de interiorização e apreensão intelectual de experiências espaciais, o aprendizado passa por um domínio das bases de construção deste ramo do conhecimento, e aqui a abstração desempenha papel fundamental. Nesta "matematização" – leitura do mundo através da matemática – os objetos do mundo físico passam a ser associados a entes abstratos, que são definidos e controlados por um corpo de pressupostos, o sistema de axiomas da teoria. Na transição para este mundo existem dificuldades inerentes ao processo, provenientes do confronto entre conceitos científicos e não científicos.

As questões em que este trabalho se detém são duas: os processos de formação do conceito de objeto geométrico e de transição entre o experimental e o abstrato. São analisadas as dificuldades inerentes a estes processos e apresentado o desenvolvimento de duas sessões de trabalho com alunos, em que se evidencia o quanto *softwares* com recurso de "desenhos em movimento" (como o *Sketchpad*) podem ser ferramentas na superação das dificuldades. Vê-se emergir uma nova forma de ensinar e aprender Geometria; a partir de exploração experimental viável somente em ambientes informatizados, os alunos conjeturam e, com o *feedback* constante oferecido pela máquina, refinam ou corrigem suas conjeturas, chegando a

resultados que resistem ao "desenho em movimento", passando então para a fase abstrata de argumentação e demonstração matemática.

Por meio da visualização da resolução de um problema no computador o aluno se convence de que aquela determinada propriedade ou teorema é verdadeiro. Chama-se de prova visual os argumentos visuais que validam uma propriedade ou um teorema:

um teorema visual (ou prova visual) é uma saída gráfica ou visual de um programa de computador - usualmente uma coerente e identificável e que é capaz de inspirar questões matemáticas de natureza tradicional ou que contribui de alguma maneira para nossa compreensão ou enriquecimento de algum conteúdo matemático ou situação do mundo real. DAVIS (1993, p.7-9).

Os alunos da 2.<sup>a</sup> série do Ensino Médio freqüentemente apresentam dificuldades no aprendizado da geometria. No intuito de tornar claros alguns obstáculos inerentes a esse aprendizado, adota-se aqui a teoria proposta por FISCHBEIN (1993), em que o objeto geométrico é tratado como tendo duas componentes, uma conceitual e a outra figural. A componente conceitual, através de linguagem escrita ou falada, com maior ou menor grau de formalismo dependendo do nível de axiomatização com que se está trabalhando, expressa propriedades que caracterizam uma certa classe de objetos. Já a componente figural corresponde à imagem mental que se associa ao conceito, e que, no caso da Geometria, tem a característica de poder ser "manipulada" através de movimentos como translação, rotação, e outros, mas mantendo invariantes certas relações. A harmonia entre estas duas componentes é que determina a noção correta sobre o objeto geométrico.

Na formação da imagem mental, o desenho associado ao objeto geométrico desempenha papel fundamental. Para o aluno nem sempre é de todo claro que o desenho é apenas uma instância física de representação do objeto. Se, por um lado, o desenho é um suporte concreto de expressão e entendimento do objeto geométrico – o que fica transparente na atitude do interessado frente a um problema: a primeira coisa

que faz é desenhar a situação, numa folha de papel ou na tela de um computador – por outro lado, pode ser um obstáculo a este entendimento. E isto porque guarda características particulares que não pertencem ao conjunto das condições geométricas que definem o objeto. É interessante observar que, dependendo do estágio de desenvolvimento mental, os alunos trabalham meticulosamente buscando a "perfeição" do desenho, como se este fosse "o objeto geométrico", deixando as propriedades abstratas, que dão existência ao objeto, em segundo plano. Até mesmo, confundem características físicas do desenho (espessura do traçado, tamanho do ponto) com propriedades geométricas, ao dizerem, por exemplo, que "círculos tangentes se interceptam em infinitos pontos".

A esta questão do desenho interferindo no aspecto conceitual refere-se Fischbein (1993, p.139-42):

A dificuldade em manipular objetos geométricos, a saber, a tendência em negligenciar o aspecto conceitual pela pressão de restrições do desenho, é um dos maiores obstáculos para o aprendizado da Geometria... Frequentemente condições figurais (de desenho) escapam do controle conceitual e impõem, à linha de pensamento, interpretações que do ponto de vista de desenho são consistentes, mas que não são condições conceituais.

Em situações mais complexas de aprendizagem, impõe-se a habilidade de saber controlar diversas informações no mesmo desenho. Associada à propriedade geométrica sempre tem-se uma configuração, ou seja, objetos geométricos em relação, com componentes conceitual e figural. Deduzir uma propriedade significa estabelecer uma cadeia lógica de raciocínios conectando propriedades do enunciado tomadas como pressupostos (hipóteses) às propriedades ditas decorrentes(teses). Esta cadeia de raciocínios é o que denominamos de argumentação lógica e dedutiva. O desenho entra aqui como materialização da configuração geométrica, guardando as relações a partir das quais decorrem as propriedades.

Neste processo de argumentação as duas dificuldades básicas são: a) perceber no desenho configurações simples dentro de configurações complexas, as quais vão ser os "elos" compondo a cadeia de argumentação; e b) controlar o desenho para que características de contingência da representação não sejam incorporadas às propriedades matemáticas que determinam a configuração.

Por exemplo: é comum os alunos dizerem que "as mediatrizes de um triângulo se interceptam num ponto no interior do triângulo". A propriedade passa a ser tomada como tal devido ao desenho prototípico em associação, o qual apresenta o ponto de interseção sempre no interior do triângulo.

Tanto no caso de formação de conceitos, quanto no de dedução de propriedades, pode-se concluir que grande parte das dificuldades se originam no aspecto estático do desenho. Quando se passa para um tratamento de "desenhos em movimento", as particularidades da contingência de representação física mudam, e o que emerge são os invariantes, ou seja, as reais propriedades geométricas da configuração. Um dos aspectos importantes na investigação matemática é a abstração da invariância, mas para reconhecê-la, para ver o que permanece igual, deve-se ter a variação. A idéia de movimento é inseparável da idéia de invariante geométrico, como bem registra LABORDE (1992, p.177-182).

Numa sala de aula convencional até pode-se imaginar um ensino que olhe para configurações com "desenhos em movimento". Mas em configuração com muitos objetos em relação tal se torna difícil, já que o movimento sincrônico dos elementos pode ser complexo. Especialmente nestas situações o recurso informático entra como ferramenta ideal.

#### 2.4.3 A Informática no ensino de geometria

O pensamento matemático não se desenvolve de modo puramente formal nem se baseia exclusivamente em definições, axiomas e demonstrações, mas também é constituído por generalizações a partir de observações, por argumentos indutivos e analógicos, bem como pela construção de conceitos matemáticos a partir de situações concretas.

A apresentação da Matemática de uma forma sistematizada e dedutiva poderá levar os alunos a perceberem que todos os passos da exposição estão corretos, entretanto, eles irão ter grandes dificuldades em entender o "fio condutor" da argumentação, pois, muitas vezes, a ordem da apresentação é exatamente a inversa da seguida no processo de investigação. O aluno poderá memorizar os detalhes um a um mas não terá uma compreensão global da situação em causa.

Segundo LORENZATO (1995, p.3), o ensino da Geometria, se comparado com o ensino de outras partes da Matemática, tem sido o mais "desvairador". Ele argumenta que alunos, professores, autores de livros didáticos, educadores e pesquisadores, de tempos em tempos, têm se deparado com modismos fortemente radicalizantes, desde o formalismo impregnado de demonstrações apoiadas no raciocínio lógico-dedutivo, passando pela algebrização e indo até o empirismo inoperante; os resultados pedagógicos não condizem com a expectativa. Pesquisadores como PERES (1991) e PAVANELO (1993) confirmam esta realidade educacional acontecendo no Brasil, onde a Geometria está ausente ou quase ausente da sala de aula.

A Educação Matemática, no Brasil a partir dos anos 80, trouxe uma forte crítica a esta ausência de Geometria nas aulas de Matemática em todos os níveis. As pesquisas nessa área vêm apresentando resultados que têm influenciado nacional e internacionalmente a elaboração dos currículos de Matemática.

Nesse sentido, a política do Ministério da Educação - expressa através da LDB/96 e da Resolução CNE/98, que institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – anuncia um novo dimensionamento para a prática educacional:

Numa outra direção, as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca... (PCNEM, 1998).

Dentro dessa nova perspectiva a aprendizagem matemática deve possibilitar aos indivíduos o desenvolvimento de novas estratégias para resolver problemas do cotidiano, apoiando-se sempre que necessário no uso de tecnologias que facilitem esse processo.

... Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento... (PCNEM, 1998).

A partir dos anos 90, os microcomputadores ajudam os pesquisadores a pensar nesses novos caminhos. Seja por influência de programas governamentais, seja pela iniciativa de algum professor ou mesmo pela curiosidade dos alunos, os computadores já estão sendo utilizados em muitas salas de aula.

Os PCNEM apontam que dois blocos devem ser privilegiados no ensino da Geometria escolar: Espaço e Forma, e Grandezas e Medidas. Apontam, ainda, para a necessidade de introdução da tecnologia na sala de aula.

O computador trouxe para a sala de aula de Geometria a oportunidade de manusear objetos geométricos. Não se trata de jogar fora lápis, papel, régua e compasso, mas de ter um outro ambiente de aprendizagem, que favorece o desenvolvimento de outros raciocínios.

A utilização do computador apresenta duas grandes vantagens em relação ao caderno: a flexibilidade e o dinamismo. Estas duas características encorajam o estudante a fazer suas próprias descobertas. O aluno passa a ser dono de sua aprendizagem, deixando de ser um mero espectador; ao professor cabe o papel de mediador. A utilização de computadores e calculadoras gráficas oferece a alunos e professores a oportunidade de trabalhar de uma forma dinâmica a Geometria, tão dinâmica que permite que novos problemas sejam formulados.

A expressão "geometria dinâmica" vem sendo usada para denominar *softwares* interativos que permitem a criação e manipulação de figuras a partir de suas propriedades geométricas. As figuras quando movimentadas conservam as propriedades que lhe haviam sido atribuídas em sua criação, bem como as relações entre seus diferentes elementos. Essa capacidade dinâmica, juntamente com seu aspecto interativo constituem as características principais desse tipo de *software*.

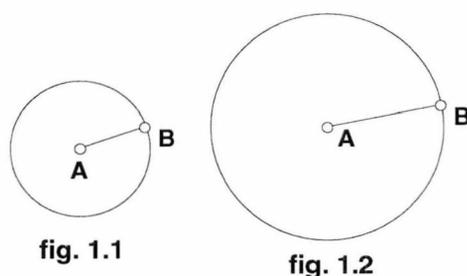
Isso os torna ferramentas poderosas no ensino, pois permite que o estudante explore e verifique o que ocorre em diversas situações. Através da dinâmica dos movimentos pode-se captar o que permanece invariante, alertando o aluno para padrões, motivando-o a fazer conjecturas e testar suas convicções, isto é, a fazer matemática. Isso pode levá-lo a compreender e até desejar verificar suas observações através de demonstrações matemáticas. Para tanto é necessário que ele realize cada passo de uma atividade conscientemente, e não apenas mecanicamente.

Dos *softwares* de geometria dinâmica disponíveis no mercado, o mais famoso talvez seja o *Cabri*, mas existem ainda em português o *Sketchpad* e o *Geometriks3*. Eles permitem a manipulação de objetos geométricos, o que trouxe os verbos "mexer" e "arrastar" para o ensino de Geometria.

O estudante pode desenhar um objeto e obter um aspecto dinâmico da figura bastando para isso arrastá-la com o *mouse*. Todas as relações geométricas serão preservadas, permitindo ao aluno examinar um conjunto de casos similares em questão de segundos, chegando a generalizações.

Um exemplo é o da circunferência. A figura 3 mostra uma circunferência que foi gerada a partir de dois pontos, a seguir é mostrada a mesma circunferência, após ter sido "arrastada" de uma das inúmeras formas possíveis (no caso, "arrastou-se" o ponto B, distanciando-o do ponto A, fazendo com que o raio da circunferência aumentasse).

FIGURA.5 - ARRASTANDO O PONTO B



O arrastamento trouxe novas demandas, sugerindo que a introdução das mídias informáticas transforma o ensino de Geometria, ao invés de simplesmente melhorá-lo ou piorá-lo (BORBA, 1997, PENTEADO e BORBA, 2000). Construções que tinham um certo formato no papel assumem nova dimensão quando uma nova mídia é trazida para o ensino, assim como abrem novas possibilidades de que, ao experimentar, os alunos criem novas conjecturas sobre propriedades geométricas.

É nas segundas séries do Ensino Médio que o estudante necessita resgatar a Geometria Plana, como uma ferramenta para seu aprendizado futuro. Portanto, torna-se preponderante que os conceitos e propriedades fundamentais sejam resgatados de modo que despertem o interesse e a curiosidade pela disciplina. A utilização da nova tecnologia traz mudanças no ensino e na aprendizagem.

#### 2.4.4 Geometria dinâmica

Neste tópico serão apresentados alguns princípios e nominados alguns aplicativos de Geometria, os "micro-mundos" de Geometria Dinâmica (GD). Serão relatadas também algumas dificuldades, observadas por pesquisadores, inerentes ao aprendizado da Geometria.

Uma das características do ensino tradicional da Matemática em geral, e da Geometria em particular, é o quase total controle exercido pelo professor sobre o que é ensinado. No entanto, a construção Matemática processa-se através de indução e generalização.

Em suas pesquisas, FAINGUELERNT (1999) e BISHOP (1993) destacam a importância das inter-relações entre a visualização e o desenvolvimento de conceitos geométricos. Considerando-se as novas tendências da Educação Matemática mundial e, fundamentalmente, indo ao encontro das novas propostas de desenvolvimento curricular - PCNEM, Reforma do Ensino Médio, e a LDB no Brasil, os Standards nos Estados Unidos e a reforma em Portugal, que recomendam inicialmente um trabalho intuitivo apoiado na visualização para introduzir o ensino da Geometria, faz-se necessária a inserção dos computadores, como facilitadores desses processos ([www.cabri.com.br/materiaisdeapoio/pesuisas/10/01/02](http://www.cabri.com.br/materiaisdeapoio/pesuisas/10/01/02)).

Dentro desta linha de pensamento já existem alguns programas de computadores (de Geometria Dinâmica), entre os quais pode-se citar *Sketchpad*, *Cabri-Géomètre*, *Geometric Supposer*, *Geometry Inventor* e *Geoplan*, que permitem aos alunos construir figuras geométricas e, com o auxílio do *mouse*, mexer, arrastar a figura, medir. Esse mexer oferece situações de desafio aos estudantes, desta forma hipóteses são levantadas e testadas, um estudante deve convencer a um outro de que sua hipótese é válida. Isso tende a criar um ambiente propício a investigações de propriedades e relação geométricas, visto que a manipulação de objetos geométricos pelos alunos leva-os a intuir, fazer conjecturas que progressivamente serão levados a validar.

Neste novo ambiente, defende LABORDE (1993), os computadores possibilitam o recurso a desenhos e diagramas, favorecendo os processos de indução e generalização. Segundo JUNQUEIRA (1994), os desenhos construídos em ambientes geométricos dinâmicos constituem representações de figuras mais próximas da noção teórica.

Conforme já referido, existe um consenso entre pesquisadores sobre a importância da visualização em matemática. Em particular na Geometria, que inclui muitos elementos visuais, dado que seus objetivos são "figuras", muito se tem colocado sobre a visualização e sua aprendizagem.

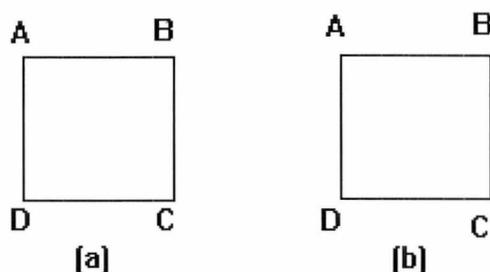
Os programas construídos dentro de princípios de "geometria dinâmica" se opõem aos do tipo CAI (*Computer Assisted Instruction*). São ferramentas de construção: desenhos de objetos e configurações geométricas são feitos a partir das

propriedades que os definem. Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõem o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que caracterizam a situação. Assim, para um dado objeto ou propriedade, está associada uma coleção de "desenhos em movimento", e os invariantes que aí aparecem correspondem às propriedades geométricas intrínsecas ao problema. E este é o recurso didático importante oferecido: a variedade de desenhos estabelece harmonia entre os aspectos conceituais e figurais; configurações geométricas clássicas passam a ter multiplicidade de representações; propriedades geométricas são descobertas a partir dos invariantes no movimento.

Uma das características dos programas de Geometria Dinâmica é que oferecem o recurso de "régua e compasso eletrônicos", sendo a interface de menus de construção em linguagem clássica da Geometria.

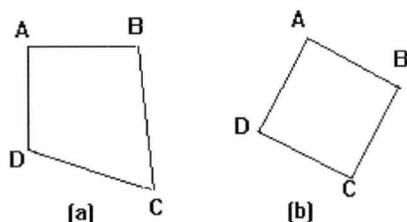
Com um exemplo simples será ilustrada a questão da estabilidade de construção: um quadrado (a) construído a partir da experiência sensível (desenho tipo "à mão-livre") e um quadrado (b) construído com controle geométrico (desenho a partir das propriedades geométricas que o definem) têm o mesmo aspecto exterior:

FIGURA 6 - PROPRIEDADES DA GEOMETRIA DINÂMICA



Sob movimento, obtido a partir do deslocamento do vértice C, o primeiro se deforma. O segundo muda de tamanho ou posição, mas mantém suas características geométricas (continua quadrado), e isto porque foi construído dentro de princípios geométricos.

FIGURA 7 - ARRASTANDO O VÉRTICE C



Os programas apresentam: recurso de supressão(aparente) de elementos da tela que não interessam em determinada situação didática; recursos de medida, cor e textura para os objetos. O *Sketchpad* e o *Cabri-Géomètre* permitem a criação de construções que passam a fazer parte do menu (as macro-construções). O *Geoplan* permite a criação de comandos que controlam a introdução gradativa de informação, conforme o aluno vai evoluindo na atividade; ainda oferece a possibilidade de trabalhar uma mesma situação em contextos diferentes, a saber geométrico e algébrico, recurso didático importante discutido por DOUADY (1986) em seu trabalho sobre jogo de quadros.

Dois são os principais procedimentos didáticos de utilização dos programas:

- a) os alunos constroem os desenhos de objetos ou configurações, quando o objetivo é o domínio de determinados conceitos através da construção; ou
- b) recebem desenhos prontos, projetados pelo professor, sendo o objetivo a descoberta de invariantes através da experimentação e, dependendo do nível de escolaridade dos alunos, num segundo momento, trabalham as demonstrações dos resultados obtidos experimentalmente.

De acordo com GRAVINA (1996, p.1-13.), os programas de geometria dinâmica permitem realizar categorias de ações independentes:

- Tratamento e controle perceptivos fundados no relacionamento de formas e de fenômenos, como por exemplo: alinhamento, paralelismo e perpendicularismo;
- Tratamento e controle pelos conhecimentos teóricos de geometria, que permitem explicar, prever e produzir; e

- A interação forte entre percepção e geometria se dá quando se utilizam as funções dos programas para verificar e validar observações.

Além disso, são características importantes dos programas a Holística - pode-se ver uma situação em forma global, visualizando configurações com relações entre diversos elementos – e o Dinamismo, que é a possibilidade de animação das configurações e de observação das trocas.

Tais programas permitem gerar figuras por seus nomes, construí-las especificando partes e propriedades, dando suas medidas, realizar transformações em forma interativa, medir e utilizar as medidas (para realizar operações aritméticas, para usá-las na mesma construção). Sua utilização força os alunos a serem precisos e a conhecer a taxionomia e as definições, e gera conflitos entre sua intuição e a construção que aparece na tela.

Os alunos podem plantar conjecturas e verificá-las. A necessidade da prova, identificada como o maior obstáculo para o ensino da Matemática pelos docentes, deve ser orientada a uma função de descobrimento e a seus aspectos computacionais. Assim, a prova é percebida como útil e necessária pelos alunos como atividade explicativa da evidência experimental.

Outra vantagem importante é a possibilidade de visualização de um lugar geométrico, conceito deixado de lado tradicionalmente pela dificuldade de visualizar trajetórias percorridas por objetos que cumprem certas propriedades.

Os programas que têm a possibilidade de registrar uma seqüência de operações (criar um algoritmo sem escrevê-lo) para logo reproduzi-la, são de especial utilidade para a aprendizagem.

No próximo capítulo serão apresentados alguns procedimentos desenvolvidos para o trabalho com a Geometria Dinâmica, em que um dos fatores relevantes é uma mudança de ambiente, de sala de aula tradicional para sala de aula cooperativa, num laboratório de informática. O computador é utilizado com um instrumento para desenvolver a aprendizagem.

### 3 OS PROCEDIMENTOS

#### 3.1 A Ferramenta Utilizada da Geometria

A escolha do *Sketchpad* como o *software* de Geometria Dinâmica a ser usado (em lugar do *Cabri*, por exemplo) se prendeu, entre outros fatores, ao fato de que a interface com o usuário é mais amigável. Além disso, a política de comercialização adotada pelos produtores permite o fornecimento de cópias para os cursistas.

Com essa ferramenta, os desenhos dos objetos geométricos são feitos a partir das propriedades geométricas que os definem. Mas o essencial é o grande potencial que o *software* oferece: através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõem o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que caracterizam a situação. Assim, para um dado objeto temos associada uma coleção de "desenhos em movimento" e os invariantes que aí aparecem correspondem as propriedades geométricas do objeto.

A ferramenta ajuda o aluno a ter uma significativa construção de conhecimentos em geometria, pois:

- se, sob ação de movimento, o desenho não corresponde ao desejado, duas são as possibilidades: ou o objeto foi mal construído (o que significa que as propriedades que caracterizam o objeto não foram bem utilizadas) ou é a imagem visual do objeto que não é adequada (isto é, a construção foi feita corretamente, mas é a imagem mental que não está adequada ao objeto geométrico em questão). O *feedback* oferecido pelo ambiente propicia aos alunos o ajuste das propriedades dos objetos com as imagens mentais que são construídas ao longo do processo de exploração;
- configurações clássicas da Geometria passam a ter múltiplas representações e, com isto, se incorporam à imagem mental da configuração, passando a ser identificadas facilmente em situações diferentes daquelas que se

apresentam no desenho estático do livro. É a possibilidade de diversidade de imagens mentais;

- os desenhos em movimento criam naturalmente um ambiente de investigação; os invariantes se destacam, o que se torna uma fonte de conjecturas e de busca de entendimento do problema geométrico em questão. Desta forma, os alunos engajam-se em situações que exigem atitudes que caracterizam o "pensar matematicamente": experimentar, conjecturar, testar hipóteses, desenvolver estratégias, argumentar, deduzir.

### 3.2 Projeto

O projeto tem por objetivo desenvolver conteúdos elementares de geometria, mediante a o uso do programa *Sketchpad*. Para este fim, destinam-se duas aulas (conjugadas) semanais de cinqüenta minutos, durante nove semanas.

No primeiro e no último dia as aulas acontecem na sala habitual, onde os alunos fazem um pré-teste, chamado de  $T_1$ , e um pós-teste,  $T_2$ , que servirão como instrumentos para medir a efetividade do uso da informática, especificamente do *software* de Geometria Dinâmica *Sketchpad* no ensino de Geometria Plana. As demais quatorze aulas são realizadas no laboratório de informática.

Com o objetivo de conhecer o perfil dos alunos participantes do projeto, na primeira aula – antes do pré-teste – é aplicado um questionário, em que se busca identificar o nível de seus conhecimentos no uso da informática, além da natureza de sua relação/expectativa com a disciplina de Geometria.

Em seguida ao questionário-perfil, ainda na primeira aula, aplica-se o pré-teste  $T_1$ , com questões envolvendo conteúdos de Geometria Plana Elementar, em geral estudados em séries anteriores.

Para cada período de duas aulas foi desenvolvido um roteiro, denominado por Aula n.º 1, Aula n.º 2 e assim até a Aula n.º 7, com as atividades previstas, de

construção e exploração de figuras. Ele indica cada passo a ser executado, pois o objetivo é fazer a observação e a exploração da figura construída para futuras descobertas de características e propriedades.

Realizada a construção, solicita-se ao aluno que movimente a figura, a partir de um de seus vértices ou lados, de maneira que altere lados, ângulos e até mesmo as formas da figura. Após esse procedimento, o aluno deverá responder algumas perguntas em relação ao que acabou de observar. Estas perguntas deverão ser formuladas de modo que o aluno vá estabelecendo encadeamentos e descobertas, percebendo que, embora a figura sofra alterações, algumas condições irão se manter sempre constantes, invariantes. É o processo de fazer e descobrir.

No entanto, para responder os questionamentos propostos é necessário que o aluno estabeleça seu próprio plano.

PÓLYA (1978) considera que a fase mais importante na resolução de problemas é a elaboração de um plano. Duas atitudes opostas são muito freqüentes: alguns alunos ultrapassam esta fase, começando a executar, sem qualquer plano prévio; outros esperam que surja uma "idéia brilhante" e nada fazem para provocar a sua aparição.

Neste momento do trabalho, o professor deve atuar como moderador das atividades dos alunos: **dando sugestões, fazendo perguntas que permitam ao aluno ultrapassar as dificuldades**

Quando o aluno indagar "e agora, o que faço?" o monitor ou professor pode responder-lhes com as seguintes colocações:

- Leia de novo o problema.
- que o problema te diz?
- Quais são os dados relevantes?
- que você quer saber? O que é pedido?
- Veja se você já resolveu algum problema parecido.
- É capaz de dividir o problema em partes? É capaz de resolver uma dessas partes?

- Já utilizou tudo o que é dado?
- Verificou se existe alguma condição?

Ainda conforme PÓLYA (1998), o melhor para aprender qualquer coisa é descobrir por si próprio. É importante deixar que os alunos aprendam adivinhando, provando, que eles descubram por si mesmos tanto quanto for possível.

### 3.3 A Estrutura das Aulas-roteiros

As aulas devem ser estruturadas levando-se em conta a construção do conhecimento pelo aluno, o que caracteriza o **aprender fazendo**.

**Na primeira aula** no laboratório de informática, os tutores devem preparar os computadores com o programa *Sketchpad* devidamente carregado. Os alunos podem formar duplas, mas todos devem receber um exemplar de referência, contendo os principais comandos e procedimentos do *Skechtpad*. O professor fará uma exposição para a turma sobre os rudimentos e principais características do programa, que já pode ser acompanhada pelos alunos, com a leitura do material de referência e com o próprio programa.

Neste primeiro contato com o computador, deve-se abordar alguns aspectos técnicos, especialmente como carregar o programa, as teclas correspondentes a certos símbolos e atalhos.

Passada esta primeira fase, o papel dos monitores passa a ser muito relevante. Deve-se entregar a cada aluno um exemplar da ficha da aula programada. A ficha da Aula n.º 1 deve ser composta com atividades relativas a conteúdos programáticos da Geometria Plana Elementar, já trabalhados em anos letivos anteriores, para serem resolvidos no *Skechtpad*. O que se pretende com isso é que os alunos trabalhem conceitos básicos da Geometria, para irem se familiarizando com o programa. Mas também com esta prática os alunos estarão desenvolvendo técnicas de **resolução de problemas**.

Para uma melhor e maior familiarização com o aplicativo sugere-se que as primeiras atividades propostas sejam simples e com poucos procedimentos. Devem-se ainda, utilizar-se de três a cinco comandos no máximo. Sugere-se também, que o total de atividades por aula não ultrapasse três e que, após a conclusão de cada dia, seja feita uma discussão dos procedimentos utilizados pelos alunos para a obtenção das respostas aos questionamentos propostos.

Durante a execução das atividades (o)s monitore(s) começa(m) a interagir com os alunos, pois surgem dúvidas na identificação de procedimentos do programa, os alunos solicitam informações sobre a existência novos procedimentos, esclarecimentos sobre efeitos de outros procedimentos.

Vai ocorrer que os vários grupos irão desenvolver as atividades em tempos diferentes, fato que decorre da maior ou menor experiência com o computador, mas também, e fundamentalmente, devido à diferença de conhecimento de Geometria existente entre eles.

É necessário deixar um momento nos minutos finais da aula, para as discussões dos procedimentos, em que o professor deve indicar qual ou quais são os problemas que serão discutidos. As duplas se manifestam espontaneamente.

Deve-se dar ênfase aos procedimentos distintos que proporcionam resultados corretos. Pode-se expor três ou quatro resoluções diferentes. Neste momento o professor, juntamente com os monitores fazem anotações sobre os desenvolvimentos ocorridos durante a aula. Pode-se pedir a um monitor que faça um relatório geral, deixando a conclusão a cargo do professor. Este instrumento deve ser utilizado para a avaliação do processo.

Na **segunda, terceira, até sétima aulas**, deve-se encaminhar a seqüência didática de acordo com o conteúdo que se irá trabalhar. Esta seqüência deve ser graduada com um nível ascendente de complexidade, sendo três exercícios por aula, e dois deles escolhidos para uma discussão final. Pode-se, também, a cada aula pedir aos alunos que façam um relato simples, por escrito, sobre as dificuldades

encontradas e o que mais facilitou durante a execução das atividades. Este *feedback* pode auxiliar na elaboração da aula seguinte.

A **última aula** deve ocorrer na sala habitual, onde será aplicado o pós-teste  $T_2$ , com os mesmos conteúdos cobrados no pré-teste  $T_1$ . Sugere-se também que os alunos façam uma avaliação escrita do projeto com um todo. Nesta avaliação pede-se que eles relacionem fatores positivos e fatores negativos que tenham percebido durante o processo.

### 3.4 A Avaliação

Para efeito de avaliação da efetividade do uso de informática no ensino da Geometria Plana, em especial do uso do *Skechtpad*, deve-se tomar como parâmetros os testes  $T_1$  e  $T_2$ , além dos relatórios dos monitores e a avaliação escrita feita pelos alunos na última aula.

Estabelecem-se algumas comparações (por meio de técnicas estatísticas) entre os resultados de  $T_1$  e  $T_2$ , em que é possível encontrar três resultados possíveis:  $T_2 = T_1$  ou  $T_2 < T_1$  ou  $T_2 > T_1$ .

Se  $T_2$  é *significativamente maior* do que  $T_1$  pode-se supor que o uso de informática para o Ensino de Geometria Plana influenciou efetivamente numa melhoria da aprendizagem dos alunos envolvidos no experimento. Mas, se  $T_2$  for *igual ou menor* do que  $T_1$ , então não se pode supor tal influência.

A avaliação escrita feita pelos alunos também fornece subsídios para análise do resultado final, na medida em que se transforme as respostas positivas e negativas em porcentagens e se construa gráficos para melhor visualização dos dados.

Finalmente, para trabalhar com os relatórios dos monitores, também tomando-se por parâmetros aspectos positivos x negativos, pode-se trabalhar com uma tabela de dupla entrada, e visualização mediante gráficos.

São, portanto, três instrumentos distintos para analisar e concluir sobre a efetividade do projeto proposto. Pode-se analisá-los inicialmente de forma individual,

para posterior agrupamento em uma análise global. É interessante considerar como peso maior para a pesquisa os instrumentos de medição  $T_1$  e  $T_2$ , isto é, a diferença de resultados entre  $T_2$  e  $T_1$ , uma vez que os relatórios e a avaliação escrita acabam assumindo um caráter mais subjetivo e pessoal em relação à pesquisa.

Todos os procedimentos sugeridos podem perfeitamente serem adaptados a uma modalidade de ensino a distância, onde a mídia utilizada, além do aplicativo em questão, pode ser a Internet. Caracterizando-se assim uma proposta alternativa para o ensino não só da Geometria, mas também de outras disciplinas. Onde, estaria sendo envolvido além da apropriação de conteúdos, o desenvolvimento e mudança de atitudes, o desenvolvimento da criatividade, enfim, um novo modo de se ensinar e aprender.

No próximo capítulo será apresentada a validação dos procedimentos criados e sugeridos neste capítulo. Através da análise qualitativa de resultados obtidos por meio de questionários, atividades propostas, relatórios e testes, busca-se chegar a conclusões sobre a efetividade dos procedimentos.

## **4 A VALIDAÇÃO DOS PROCEDIMENTOS**

Neste capítulo, será apresentada a descrição do grupo selecionado e do ambiente do trabalho, bem como a metodologia utilizada e os dados obtidos.

### **4.1 Onde Ocorreu a Pesquisa**

A turma escolhida foi a 3.<sup>a</sup> série do Ensino Médio do período noturno, para cujos alunos o pesquisador não lecionava regularmente. A turma foi formada graças a uma parceria mantida pelo Ensino Médio Bom Jesus, em 2001, com a Prefeitura Municipal de Curitiba, um convênio que proporcionou bolsas de estudos a filhos de funcionários desta autarquia, de modo que estes usufríssem da metodologia contextual de ensino, bem como da infra-estrutura da instituição Bom Jesus.

Um dos fatores limitantes da pesquisa foi o fato de só existir uma turma com estas características, não tendo sido a metodologia aplicada a outros grupos.

O Ensino Médio Bom Jesus Noturno apresentava uma carga horária de cinco aulas por noite, de segunda a sexta-feira, e aulas de educação física aos sábados pela manhã. Havia aulas de laboratório de Física, Química, Matemática e Biologia através do Ensino Contextualizado, com turmas divididas. Os livros didáticos e material de apoio foram elaborados pelos professores.

Semanalmente, nos laboratórios de Física, Química e Biologia, os alunos participavam de aulas práticas, as quais propiciavam o manuseio, a visualização e a participação coletiva dos alunos, oportunizando, assim, melhor contextualização e fixação dos conteúdos trabalhados teoricamente.

As atividades de laboratório eram realizadas com cada metade da turma, permitindo aos estudantes a aprendizagem a partir de observações e a compreensão dinâmica, articulada, histórica, e não neutra como os livros didáticos normalmente apresentam.

Tais aulas favoreciam a interação professor-aluno, com a construção de explicações de acordo com os resultados obtidos nos experimentos. Nestes momentos, os alunos expressam seus conhecimentos prévios, de origem escolar ou não, e reelaboram o entendimento das coisas.

As atividades práticas seguiam normas de segurança e o professor está sempre atento a instruções e recomendações de uso dos equipamentos.

É importante registrar que se deixou claro desde o início o caráter voluntário da participação. Foi explicado que, a qualquer momento, e por qualquer razão, eles podiam se sentir livres em não comparecer às seções (aulas) e, que de nenhuma forma seriam cobrados por isso (não haveria conversão de prováveis avaliações em notas pessoais).

Os pontos centrais de observação foram tomados em relação a três componentes condicionantes:

- a) o desempenho obtido com o uso da ferramenta;
- b) o interesse de participação no processo de aprendizado utilizando a informática;
- c) as relações mediadas pela tecnologia, tanto aluno-aluno, como aluno professor.

O estudo pretendeu analisar:

- a) os processos de resolução de problemas, propostos em aulas-roteiros envolvendo conceitos relacionados com quadriláteros, tendo o *Sketchpad* sido utilizado como ferramenta auxiliar;
- b) a medida em que o *software* facilitou a progressão na aprendizagem daqueles conceitos; e
- c) o modo como os alunos envolvidos no estudo avaliaram a experiência.

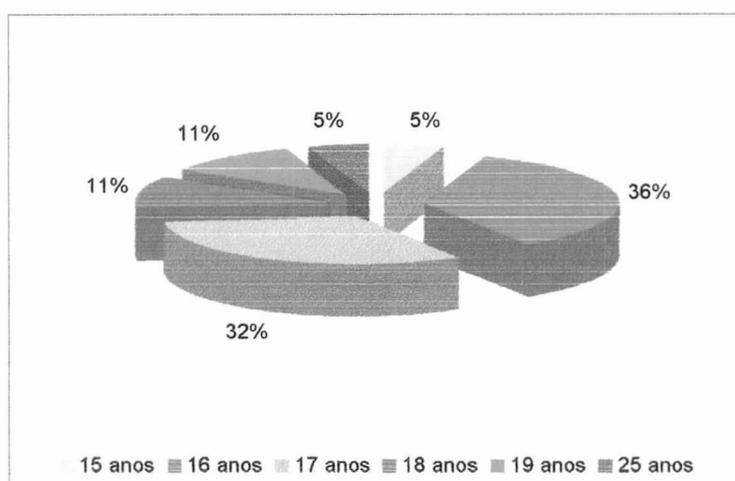
Atendendo à natureza das questões a investigar e à necessidade de se proceder a uma descrição e interpretação dos fenômenos a observar, optou-se por um estudo descritivo/interpretativo conforme as recomendações de MERRIAN (*apud* COELHO, 1996).

## 4.2 Perfil dos Alunos

Participaram da pesquisa 18 alunos regularmente matriculados na terceira série e um aluno da segunda série, como convidado. Do total, 7 participantes eram do sexo feminino (37%) e 12, do sexo masculino (63%).

O gráfico 1 indica a distribuição da faixa etária, em que se observa que 84% do grupo tem entre 15 a 18 anos:

GRÁFICO 1 - PERFIL DOS ALUNOS, SEGUNDO A FAIXA ETÁRIA



O questionário-perfil respondido pelos alunos é dividido em duas partes, as questões de 1 a 6 referem-se especificamente a tecnologia, particularmente à informática. Já as questões de 7 a 12 enfocam a resolução de problemas e as disciplinas de Matemática e Geometria.

### 4.2.1 Primeira parte do questionário

#### Questões sobre tecnologia - Informática

Na primeira pergunta, sobre se possuíam computador em casa, sete alunos (37%) disseram que sim e doze (63%), que não. A segunda foi mais abrangente - *"Dos recursos tecnológicos ou não tecnológicos apresentados abaixo, assinale seu nível de conhecimento"* - e os resultados são apresentados no quadro 2.

### Opções de Resposta

- 0 Desconheço o recurso;
- 1 Sei o que é, mas não sei utilizar;
- 2 Sei utilizar os recursos básicos;
- 3 Sei utilizar, mas para utilização de novos recursos necessito de ajuda;
- 4 Sei utilizar, e quando necessito de novos recursos, consigo aprender sozinho, utilizando livros ou Help;
5. Sei utilizar todos os recursos.

QUADRO 2 - QUESTIONÁRIO SOBRE O NÍVEL DE CONHECIMENTO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS

SOFTWARE/HARDWARE	NÍVEL DE CONHECIMENTO					
Windows	0	1	2	3	4	5
Windows Explorer	0	1	2	3	4	5
Word	0	1	2	3	4	5
Excel	0	1	2	3	4	5
Software Educacional	0	1	2	3	4	5
Banco de Dados	0	1	2	3	4	5
Tutoriais	0	1	2	3	4	5
Software de Geometria	0	1	2	3	4	5
Simuladores	0	1	2	3	4	5

A tabela 1 apresenta o percentual de conhecimento de recursos informado pelos alunos.

TABELA 1 - NÍVEL DE CONHECIMENTO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS

APLICATIVO	EM PERCENTUAL					
	0	1	2	3	4	5
Windows	10,50	15,80	26,30	15,80	21,10	10,50
Explorer	21,10	15,80	31,60	15,80	0,00	15,80
Word	15,80	5,30	26,30	26,30	15,80	10,50
Excel	10,50	26,30	47,40	15,80	0,00	0,00
Software Educativo	68,40	10,50	15,80	5,30	0,00	0,00
Banco de Dados	21,10	15,80	5,30	5,30	0,00	0,00
Tutorial	89,50	5,30	0,00	0,00	0,00	0,00
Software Geometria	89,50	10,50	0,00	0,00	5,30	0,00
Simulador	84,20	0,00	10,50	0,00	0,00	5,30

A grande maioria desconhece os recursos básicos de Informática, que são: editores de textos, planilhas e gerenciador de arquivos. Estão destacados em vermelho os maiores percentuais de desconhecimento, que se referem exatamente ao ambiente de desenvolvimento do projeto.

A terceira pergunta do questionário era aberta: "Com que idéia você ficou do trabalho que vamos fazer?" As definições e respostas foram classificadas em grupo, por indagação, para mapear o universo de respostas, num processo semelhante ao que foi usado por GREF (1999, p.21).

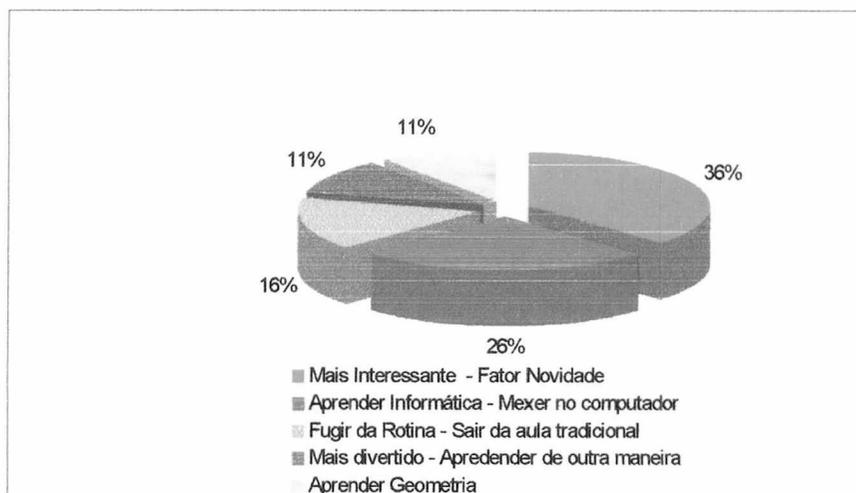
Os resultados são apresentados na tabela 2 e no gráfico 2 a seguir. As respostas obtidas foram espontâneas.

TABELA 2 - EXPECTATIVA DO ALUNOS QUANTO AO TRABALHO

RESPOSTAS OBTIDAS	Abs.	(%)
Mais Interessante - Fator Novidade	7	36,8
Aprender Informática - Mexer no computador	5	26,3
Fugir da Rotina - Sair da aula tradicional	3	15,9
Mais divertido - Aprender de outra maneira	2	10,5
Aprender Geometria	2	10,5

O gráfico mostra as expectativas em relação ao trabalho:

GRÁFICO 2 - EXPECTATIVAS QUANTO AO TRABALHO



Algumas das respostas dadas pelos alunos são apresentadas a seguir:

- CSP - "Minha expectativa é fugir da rotina, pois ficar numa sala de aula com o professor falando é muito cansativo."
- EPS - "Acho que vou aprender de um jeito melhor e mais divertido"
- HS - "Isso irá aperfeiçoar meus conhecimentos, ajudando assim em trabalhos futuros."
- TAA - "Ter aulas práticas, com o uso de materiais diferentes além de cadernos e canetas, que são aulas que foram elaboradas para que nos interesse mais."

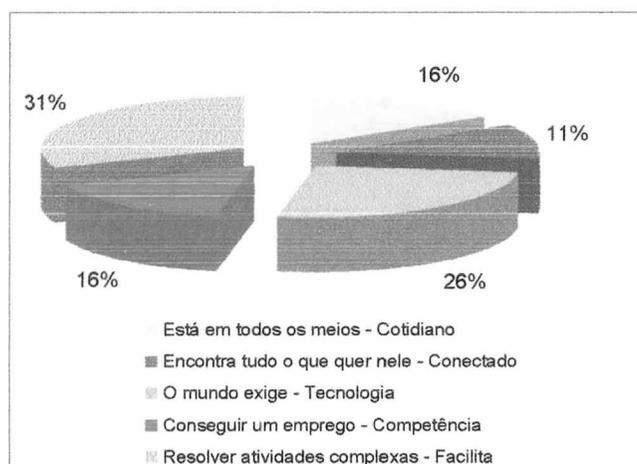
O que se percebe é que a maioria dos alunos ( $36\% + 26\% + 11\% = 73\%$ ) tem como expectativa um trabalho mais interessante, mais motivante, fugindo da rotina. A variável "novidade" nos remete para a ruptura com a aula tradicional, sugerindo a opção por uma aula "construtivista", conforme foi exposto no capítulo 3.

TABELA 3 - OPINIÃO DOS ALUNOS QUANTO IMPORTÂNCIA DO COMPUTADOR NO TRABALHO

RESPOSTAS OBTIDAS	Abs.	(%)
Está em todos os meios - Cotidiano	3	15,8
Encontra tudo o que quer nele - Conectado	2	10,5
O mundo Exige – Tecnologia	5	26,3
Conseguir um emprego - Competência	3	15,8
Resolver atividades complexas - Facilita	6	31,6

Na pergunta 6, "*Você acha importante trabalhar no computador? Por quê?*", foram obtidas as respostas não estimuladas registradas na tabela 3 e no gráfico 3 a seguir.

GRÁFICO 3 - OPINIÃO DOS ALUNOS QUANTO IMPORTÂNCIA DO COMPUTADOR NO TRABALHO



Algumas respostas dos alunos:

- TAA - "Sim, por causa da sua grande importância em todos os meios"
- JG - "Sim, hoje em dia você precisa muito de computador, você encontra tudo o que quer nele, sempre conectado"
- EPS - "Sim, pois nos dias de hoje a tecnologia do computador é necessária"
- MAC - "Sim, porque com um computador você pode fazer inúmeras coisas que fica complicado quando não se usa um"
- ERM - "Sim, afinal o mundo moderno nos exige isso"
- PLAS - "Sim, cada vez mais o computador torna-se indispensável para conseguir um bom emprego, é também necessário nas atividades complexas."

Todos os alunos pesquisados concordam com a importância no uso do computador. As respostas ficaram bem definidas em torno da globalização, mundo, cotidiano, desenvolvimento de competências para o trabalho e com um pequeno destaque para a ideia de que o computador facilita a resolução de problemas mais complexos.

#### 4.2.2 Segunda parte do questionário

Questões relacionadas a resolução de problemas, trabalho em grupo, Matemática e Geometria.

As perguntas sete e oito referem-se à resolução de problemas: "Você gosta de resolver problemas? Qual é a razão por que você gosta/não gosta?"

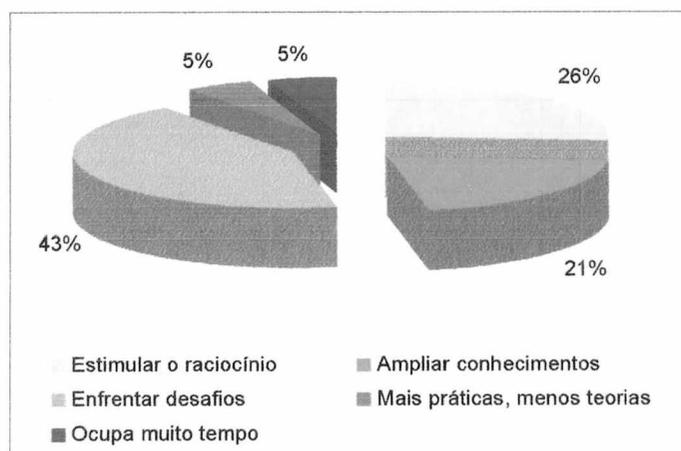
Do total de 19 alunos, 17, isto é, 89,4%, responderam que gostam de resolver problemas, um aluno respondeu que não e outro explicou que "mais ou menos", que dependia do problema.

As justificativas foram agrupadas na tabela 4 a seguir.

TABELA 4 - RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

RESPOSTAS OBTIDAS	Abs.	(%)
Estimula o raciocínio	5	26,30
Amplia conhecimentos	4	21,10
Enfrentar desafios	8	42,10
Mais práticas, menos teorias	1	5,25
Ocupa muito tempo	1	5,25

GRÁFICO 4 - RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS



### **Algumas das respostas:**

- GAS - *"Interesse em aprender e em superar desafios apresentados"*.
- MAC - *"Porque é legal, trabalhar seu cérebro e quando você resolve-o aprende uma coisa a mais"*.
- FHK - *"É sempre bom ter desafios"*.
- TAA - *"É muito trabalhoso e geralmente ocupa muito tempo"*.

A maioria (43%) vê a resolução de problemas como sendo um desafio proposto. Já 26% entendem que estimula o raciocínio e 21% acreditam que a resolução de problemas amplia seus conhecimentos.

A razão para a pergunta era identificar como os alunos percebiam a resolução de problemas, uma vez que essa seria a linha pedagógica do trabalho.

As três perguntas seguintes (9. *"Costuma trabalhar em grupo? 10. Gosta de trabalhar em grupo? 11. Acha importante trabalho em grupo?"*) investigavam o hábito e a disposição para trabalho em Grupo, uma vez que dentro da proposta estava a necessidade de trabalho cooperativo, de discussão e elaboração coletiva.

Oito alunos (42,1%) responderam que não costumam trabalhar em grupo, seis (31,5%) afirmaram que costumam fazê-lo e cinco alunos (26,4%) responderam que "às vezes". Dezesete alunos (89,4%) gostam de trabalhar em grupo, um aluno (5,3%) não gosta e um aluno (5,3%) não respondeu. Entretanto, a totalidade dos participantes diz achar importante o trabalho em grupo.

Algumas perguntas foram específicas sobre a disciplina de Matemática e o estudo da Geometria.

À questão *"Você gosta de Matemática?"*, dois alunos (10,53%) responderam que gostam "mais ou menos"; quatorze alunos (73,70%) afirmaram que gostam e três (15,80%) disseram não gostar dessa disciplina.

O objetivo da pergunta foi perceber a relação do grupo estudado com a disciplina de Matemática. Mais de 70% do grupo afirmou gostar da Matemática, o que pode ter facilitado o desenvolvimento do trabalho, levando-se em conta o fator "empatia".

Sobre a Geometria, também buscando identificar o relacionamento do aluno com a disciplina, perguntou-se: "*Você gosta de Geometria? Comente!*"

Nenhum aluno respondeu "mais ou menos", sendo que 42,1% (oito pessoas) disseram gostar da matéria e 57,9% (onze alunos) declararam não gostar de Geometria.

**Alguns comentários feitos pelos alunos:**

PLAS - "é fácil, porém pode tornar-se difícil e exige bastante concentração".

JEX - "tenho muitas dificuldades".

MCCS - "gosto, porque é a parte da Matemática que posso melhor observar".

JG - "nunca entendi essa matéria".

ART - "em parte eu gosto, mais no geral exige muito raciocínio".

GMN - "Não gosto, é muito complicada".

O fato de quase 60% dos alunos não gostarem de Geometria, de certa maneira, causou surpresa, pois na pergunta anterior, 70% haviam afirmado gostar de Matemática.

A pergunta seguinte foi: " O que você tem feito em Geometria?"

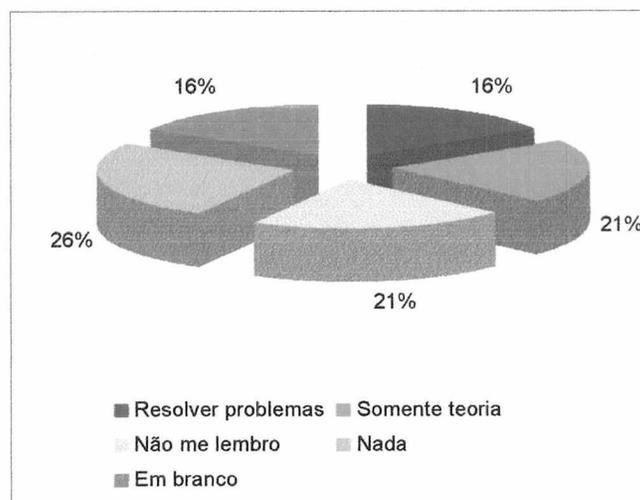
A análise das respostas esclarece de alguma forma o alto índice de rejeição encontrado no item anterior, e vem ao encontro de argumentos de alguns autores citados nos capítulos 1 e 2 sobre o ensino da Geometria.

As respostas obtidas estão na tabela 5 e no gráfico 5 a seguir.

TABELA 5 - ESTUDO DA GEOMETRIA

RESPOSTAS OBTIDAS	Abs.	(%)
Resolver Problemas	3	15,80
Somente Teoria	4	21,04
Não me lembro	4	21,04
Nada	5	26,32
Em branco	3	15,80

GRÁFICO 4 - O QUE VOCÊ TEM FEITO EM GEOMETRIA



Do total, 16% dos alunos deixaram a resposta em branco, talvez por não lembrarem, ou apenas não se sentiram motivados a responder; 26% disseram não estar vendo nada em Geometria; 21% responderam estar vendo teoria; apenas 16% relacionaram a Geometria com a Resolução de Problemas.

O questionário forneceu um perfil da turma escolhida para participar do estudo. Eram alunos que, embora na sua maioria não possuíssem computador em casa, dominavam os aplicativos básicos de informática como editor de texto, planilhas e gerenciador de arquivos, porém mostravam um desconhecimento quase total de outros aplicativos, como: Simuladores, *softwares educacionais* e *softwares de Geometria*, ambientes onde foi desenvolvido este trabalho.

Todos os pesquisados caracterizaram a importância de se trabalhar com o computador, alegando diversos motivos. Mostraram também uma boa expectativa em relação ao trabalho proposto, encarado como novidade e possibilidade de fuga ao padrão da aula-tradicional.

Os alunos percebiam a resolução de problemas como "*trabalhar com desafios*", ou como "*estímulo da raciocínio*", mas não como uma metodologia a ser utilizada no seu dia-a-dia como estudante.

Todos concordavam com a importância do trabalho em grupo, embora esta não fosse uma prática comum em seu dia-a-dia.

O que chamou a atenção foi a relação com a Matemática e com a Geometria. A maioria disse gostar de Matemática, mas menos da metade da turma disse o mesmo a respeito de Geometria. Na pergunta sobre o que estavam vendo em Geometria, as respostas apontaram para uma lacuna.

Esse questionário serviu para nortear o trabalho desenvolvido com o grupo, inclusive para o planejamento das aulas-roteiros, que serão apresentadas mais adiante.

Antes do início das aulas, a turma respondeu ao pré-teste, que chamaremos daqui em diante de  $T_1$ .

### **4.3 Pré-Teste - $T_1$**

O pré-teste, composto de sete questões básicas de Geometria, serviu como um dos parâmetros para a avaliação do processo. Foi elaborado com conceitos de Geometria Plana – quadriláteros e triângulos. Sua aplicação ocorreu no primeiro contato com os alunos, tendo sido destacado que se destinava a fins quantitativos e estatísticos, e não à avaliação regular dos alunos na disciplina. Para tanto, pediu-se que os alunos não se identificassem ao respondê-lo.

#### **4.3.1 Análise dos itens**

Apresenta-se abaixo cada item do pré-teste discutido e tabulado de forma a propiciar uma análise quantitativa e qualitativa.

#### **4.3.2 Tema Quadriláteros - itens 1 a 4**

##### **Itens 1 e 2**

Defina quadrado. dê algumas propriedades características do quadrado.

Nas tabelas abaixo relacionamos as respostas obtidas nestes itens:

TABELA 6 - DEFINIÇÃO DE QUADRADO E ALGUMAS PROPRIEDADES, CONFORME ITENS 1 E 2

ITENS	(%)
ITEM 1	
<b>Definição</b>	
lados iguais	63,16
lados iguais e ângulos de 90.º	31,58
lados iguais e paralelos	5,26
ITEM 2	
<b>Propriedades</b>	
Ângulo de 90º	21,05
Lados Iguais	31,58
Sem resposta	47,37

Algumas respostas fornecidas pelos alunos:

- "... É uma figura geométrica com quatro lados iguais..."
- "... É um polígono convexo, com quatro lados iguais e paralelos..."
- "...É a figura geométrica com quatro lados..."
- "...É uma figura que possui os lados de mesmo tamanho e ângulos internos de 90<sup>o</sup>"
- "...Quatro lados iguais e quatro ângulos de 90º..."
- "...Lados iguais..."
- "...Soma dos ângulos internos 360º..."
- "...Possui quatro ângulos iguais..."

### Itens 3 e 4

Defina retângulo e paralelogramo. Dê algumas de suas propriedades características.

Os resultados são apresentados nas tabelas a seguir:

TABELA 7 - DEFINIÇÃO DE RETÂNGULO E PARALELOGRAMO CONFORME ITEM 3 E PROPRIEDADES CARACTERÍSTICAS SEGUNDO ITEM 4

ITENS	RETÂNGULO (%)	PARALELOGRAMO (%)	PROPRIEDADES (%)
ITEM 3			
Correta	10,52	-	
Particular	42,11	-	
sem resposta	47,37	-	
ITEM 4			
Pelo menos uma	-	-	31,58
Nenhuma	-	-	68,42

Algumas respostas:

- "...figura geométrica com quatro lados, sendo dois iguais e dois diferentes..."
- "...figura geométrica com duas retas paralelas, sendo uma menor à outra e interligadas às pontas por retas inclinadas..."
- "...O retângulo é igual ao quadrado, só que achatado..."
- "...Paralelogramo é igual ao retângulo só que é meio deitado..."
- "...figura geométrica com comprimento diferente da largura..."

A análise deste trabalho se limitará aos quatro primeiros itens, referentes ao tema Quadriláteros, embora o questionário tenha contemplado também três itens sobre o estudo de triângulos.

#### 4.4 Conclusão sobre o Pré-Teste

Embora se tratando de conceitos básicos de Geometria Plana, percebeu-se através do questionários que os alunos observados apresentam dificuldades tanto na componente conceitual, como na componente figural.

A questão conceitual é a que expressa as propriedades características de uma certa classe de objetos. Quando perguntados sobre propriedades características, nas duas situações os índices de respostas foram muito baixos, (47,37%) não responderam para o quadrado e (68,42%) para o retângulo e paralelogramo.

Já na componente figural, que corresponde a imagem mental que o indivíduo faz, onde existe a associação do desenho ao objeto, apenas (5,16%) fizeram a imagem mental correta do quadrado com lados paralelos e apenas (10,52% fizeram a imagem do retângulo e paralelogramo.

A dificuldade em manipular objetos geométricos, a saber, a tendência em negligenciar o aspecto conceitual pela pressão de restrições do desenho, é um dos maiores obstáculos para a aprendizagem da Geometria...Freqüentemente condições figurais (de desenho) escapam do controle conceitual, e impõem à linha de pensamento, interpretações que, do ponto de vista de desenho, são consistentes, mas que não são condições conceituais.

Percebe-se um desequilíbrio entre componentes conceitual e figural do objeto geométrico: na definição de quadrado não são guardadas informações sobre os ângulos; as definições de retângulo e paralelogramo guardam particularidades sobre tamanho dos lados.

#### **4.5 Aulas - Roteiros**

Trabalha-se com cinco aulas roteiros, o que corresponde a cinco atividades. Aqui são exploradas três delas, podendo as demais ser consultadas no Apêndice.

##### **4.5.1 Descrição das atividades desenvolvidas**

A descrição a seguir é baseada nas aulas roteiros, nas anotações feitas pelos alunos e entregues no final das aulas, nas observações feitas pelo professor, nos diálogos havidos entre o investigador e o professor titular da turma que acompanhou a processo.

#### 4.5.2 As aulas de introdução do *software Sketchpad*

Foram desenvolvidos roteiros para os laboratórios abordando pontos do programa. Neles, a demanda por comandos do *Sketchpad* segue uma ordem de complexidade crescente. Isto não quer dizer que a complexibilidade *matemática* deva guardar a familiarização com o *software*. Cada roteiro procurou desenvolver um tópico matemático até o nível de complexidade requerido, apesar da falta de maturidade dos alunos com o *software*. A escolha de tópicos foi, portanto, um ponto crucial na sua elaboração. Outro ponto importante foi que em cada roteiro existe um tema que é desenvolvido do princípio ao fim.

Os roteiros foram elaborados para promover diversos aspectos da experiência matemática: experimentação; intuição e inferência de resultados; construção de enunciados formais de resultados e justificativas. Associadas a estes diversos aspectos, diferentes estratégias foram utilizadas. Os alunos tiveram a oportunidade de desenvolver cada tela por si próprios, a partir de uma tela inicialmente "vazia".

Os roteiros não tiveram por objetivo qualificar os alunos em *Sketchpad*. Não houve nem mesmo uma apresentação completa dos comandos, isto foi proposital: os exercícios para reflexão motivaram os cursistas a "descobrir" diversos comandos e procedimentos adicionais para resolver problemas.

Na primeira aula, os 19 alunos participantes do projeto dirigiram-se ao laboratório de informática (com 30 computadores disponíveis), que esteve reservado para eles, durante dois meses, no período das duas últimas aulas de sexta-feira (das 21h00 às 22h40).

Foi dado a cada aluno um pequeno manual, com todos os principais comandos do programa. A exposição foi feita para toda a turma utilizando-se de um projetor multimídia e pode ser acompanhada por todos os alunos, com a leitura do manual e o *software* aberto na tela de cada computador.

Cada aluno recebeu uma ficha (AULA n.º 01) com o roteiro e a relação de problemas a serem desenvolvidos durante a aula. Neste primeiro contado os problemas distribuídos foram apenas de caráter investigativo, isto é, pretendia-se com isso que os alunos se ambientassem com a ferramenta. Todos desenvolveram as atividades propostas com muito entusiasmo, terminando minutos antes do tempo proposto. O que acarretou numa competição de criações geométricas na tela do *Sketchpad*. Percebemos um bom ambiente de trabalho e de uma motivação bastante grande. Depois de 1:30h de trabalho, alguns alunos comentaram que "*nem tinham visto a hora passar*", alguns até passaram alguns minutos do horário de ir embora.

Os alunos pediram muitas vezes a presença do professor para orientá-los sobre qual era o melhor comando para atingir certos objetivos e, na maioria das vezes, as perguntas iam além do que era pedido no roteiro.

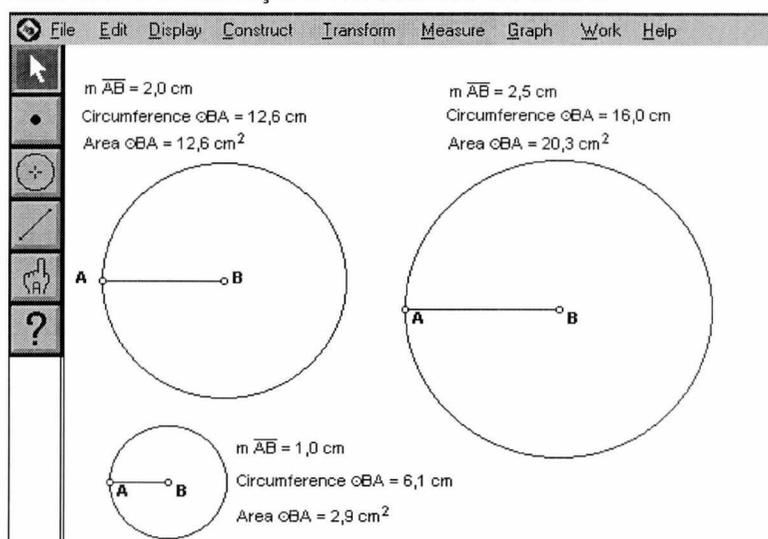
#### 4.5.3 Aula roteiro n.º 01

Vamos analisar uma situação proposta na primeira aula:

- 1.1 Construir uma circunferência de raio igual a 2 cm.
  - a) calcular o perímetro da circunferência.
  - b) calcular a área da circunferência.
- 1.2 Usando a mesma figura, aumente o raio, e observe o que ocorreu com o perímetro e com a área da circunferência.
- 1.3 Ainda na mesma figura, diminua o raio, e observe o que ocorreu com o perímetro e com a área da circunferência.

Vejamos algumas possíveis construções:

FIGURA 8 - CONSTRUÇÕES DE CIRCUNFERÊNCIAS



Baseado nas suas construções e observações, responda as seguintes perguntas:

- Quando calculamos o perímetro de uma circunferência utilizando a fórmula  $C=2.\pi.R$  o valor encontrado depende de que variável?
- Qual é a variável dependente e a variável independente?

Análise da situação proposta e do comportamento dos alunos:

- Embora o exemplo seja simples, os alunos apresentaram algumas dificuldades para encaminhá-lo. Primeiro aspecto levantado pelo monitor na construção das circunferências: os alunos não lêem o material de referência, onde encontrariam dicas de como construí-las sem a necessidade de consultar o monitor, mas a preferência foi pela pergunta direta, em lugar do recurso ao manual.
- Após a construção pronta. Questionamentos surgiram na questão das fórmulas, "*Não me lembro das fórmulas para calcular o perímetro e a área, como é mesmo a fórmula?*"  
"O que é mesmo perímetro professor?"

Estes alunos não se deram conta de que o programa faz os cálculos, sem a necessidade da fórmula é só pedir a ele de forma correta. E o mais importante não é a fórmula e sim a análise proposta pelo problema.

Todos conseguiram perceber qual é a variável dependente e qual é a variável independente nas duas situações propostas.

Após a atividade terminada os alunos ficaram, por mais de meia hora, manipulando o *software*, criando figuras aleatórias, descobrindo caminhos e comandos.

#### 4.5.4 Aula roteiro n.º 02 - paralelogramos

##### **Atividade n.º 01 - ângulos opostos do paralelogramo**

###### **Roteiro**

1. Construa um segmento de reta  $\overline{AB}$
2. Construa uma linha  $r$ , acima de  $\overline{AB}$  e paralela ao segmento.
3. Marque um ponto sobre a linha  $r$ , chame-o de D.
4. Construa o segmento  $\overline{AD}$ .
5. Construa uma linha paralela a  $\overline{AD}$ , passando pelo ponto B.
6. Faça a intersecção da linha  $s$  com a linha  $r$ , e chame o ponto de C.
7. Selecione a linha  $r$ , vá na barra de ferramentas (Display), click em hide/line.
8. Construa os segmentos  $\overline{CD}$  e  $\overline{BC}$ .

###### **Perguntas propostas aos alunos:**

Agora que você já obteve a figura, responda as perguntas:

- a) Qual é a relação existente entre os ângulos opostos  $\hat{A}$  e  $\hat{C}$ ?
- b) Qual é a relação existente entre os ângulos opostos  $\hat{D}$  e  $\hat{B}$ ?

Selecione uma das linhas (segmentos) e movimente, alterando a figura, mas deixe sempre os lados paralelos. (é para alterar somente as medidas dos lados e dos ângulos)

- a) As relações entre os ângulos permanecem?
- b) Se sua resposta for sim, enuncie, isto é escreva esta propriedade para qualquer paralelogramo.

### **Análise dos Resultados**

Durante os procedimentos de construção alguns alunos não seguiram o roteiro proposto, construíram a figura apenas visualmente, sem respeitar as leis da geometria ou do desenho geométrico. Como conseqüência, obtiveram uma figura semelhante ao paralelogramo, só que no momento em que movimentaram a figura, ela sofreu uma deformação, descaracterizando tal objeto como paralelogramo. No momento de comprovar alguma propriedade, não obtiveram sucesso, pois não caracterizava uma classe de objetos com as mesmas propriedades.

Este grupo de alunos, solicitou a presença do professor, para esclarecer o porque da deformação. A primeira pergunta feita ao grupo foi: como você fez a construção? Seguiu os procedimentos do roteiro? Aí os alunos perceberam que não podiam simplesmente construir a figura sem utilizar conceitos de Geometria, pois o programa foi feito para seguir os padrões do desenho geométrico, com todas suas etapas de construção.

Após a construção, seguindo o roteiro dos itens 1 ao 8, os alunos obtiveram a figura de um paralelogramo. Na seqüência responderam aos itens a e b.

O propósito das perguntas foi estabelecer um relação entre os ângulos opostos de um paralelogramo qualquer, visto que tínhamos pelo menos mais de dez paralelogramos diferentes construídos pelo grupo estudado.

Por observação da figura, 100% dos alunos responderam corretamente, que os ângulos são iguais. Apenas um pequeno grupo, não conseguiu concluir a construção seguindo os procedimentos (15,8%).

Para responder os itens **c** e **d** foi pedido aos alunos que movimentassem a figura, isto é, que escolhessem um vértice, ou um segmento e alterassem a posição ou o tamanho do paralelogramo, este é um dos recursos que tornam o programa dinâmico.

Novamente por observação dos resultados encontrados, foi pedido algo que caracterizasse aquele grupo de figuras obtidos com a movimentação. Em nenhum momento o professor falou o que são propriedades de classes de objetos ou desenhos geométricos, neste momento fica caracterizado o processo de descoberta.

O resultado está demonstrado na tabela 10 a seguir:

TABELA 8 - PARALELOGRAMO/ AULA-ROTEIRO

(Em %)	
ENUNCIE UMA PROPRIEDADE DO PARALELOGRAMO	
Correta	52,60
Parcialmente correta	21,10
Errada	15,80
Sem Resposta	10,50

Pode-se constatar que a construção e a manipulação do objeto fez com que a maioria dos alunos, associassem a questão figural com a conceitual, proporcionando uma boa imagem mental do objeto, o que propiciou uma conceituação correta de uma propriedade desta classe de objetos, que se mantém sempre invariante.

### Atividade n.º 02 - diagonais do paralelogramo

#### Roteiro

1. Construa um segmento de reta  $\overline{AB}$
2. Construa uma linha  $r$ , acima de  $\overline{AB}$  e paralela ao segmento.
3. Marque um ponto sobre a linha  $r$ , chame-o de  $D$ .

4. Construa o segmento  $\overline{AD}$ .
5. Construa uma linha  $s$  paralela a  $\overline{AD}$ , passando pelo ponto B.
6. Faça a intersecção da linha  $s$  com a linha  $r$ , e chame o ponto de C.
7. Selecione a linha  $r$ , vá na barra de ferramentas (Display), click em hide/line.
8. Construa os segmentos  $\overline{CD}$  e  $\overline{BC}$ .

Observou-se para os alunos que a opção por repetir a construção do paralelogramo com os mesmos procedimentos visava a uma maior familiarização com o *software*, mas que seria possível criar "macros" para esta construção, gravando-se os sucessivos procedimentos.

Vamos explorar as propriedades das diagonais de um paralelogramo.

1. Trace os segmentos:  $\overline{AC}$  e  $\overline{BD}$  (são as diagonais do paralelogramo)
2. Faça a intersecção dos dois segmentos,
3. Chame o ponto de intersecção de M,
4. Meça os segmentos:  $\overline{AM}$ ,  $\overline{BM}$ ,  $\overline{CM}$  e  $\overline{DM}$ .

**Responda as perguntas a seguir:**

- e) Qual é a relação que você percebeu acima?

**Altere o paralelogramo como no item c.**

- f) As relações permanecem constantes? Se sim, enuncie uma propriedade geral.

**Análise dos Resultados**

Durante o processo de construção da figura, notou-se que os alunos já não apresentavam tantas dificuldades com a manipulação da ferramenta, mais especificamente dos comandos que estavam utilizando. Mas, ainda apresentavam resistências em usar o manual fornecido, preferindo chamar o professor, para perguntar o procedimento.

Após concluída a construção os alunos passaram a responder as perguntas propostas. Para o item e) Qual é a relação que você percebeu acima? Três alunos deixaram em branco (15,8%) e 16 responderam corretamente (84,2%), que M é o ponto médio das diagonais.

Algumas respostas:

- "Os segmentos AM e CN são iguais e os segmentos BM e DM também são iguais"
- "Os segmentos da mesma diagonal são iguais"
- " A distância entre AC e CM são iguais e a distância entre BM e DM também são iguais"
- " O ponto de interseção das diagonais divide cada uma em segmentos iguais"

Depois de movimentar a figura, conforme solicitado no roteiro, os alunos responderam o próximo item: f) As relações permanecem constantes? Se sim, enuncie uma propriedade geral. Com exceção de dois alunos, que deixaram em branco, os demais observaram que as relações obtidas anteriormente não variavam quando a figura era movimentada. As respostas obtidas foram tabuladas em: corretas, parcialmente corretas e erradas, conforme tabela a seguir:

TABELA 9 - DIAGONAIS DO PARALELOGRAMO

	(Em %)
DIAGONAIS DE UM PARALELOGRAMO	
Correto	31,60
Parcialmente correto	42,10
Errado	15,80
Em branco	10,50

A partir dos índices apresentados, percebe-se que 73,7% dos alunos enunciaram corretamente ou parcialmente correta a propriedade das diagonais do paralelogramo. A figura novamente teve um papel decisivo na questão, pois a fácil

manipulação do objeto fez com que os alunos percebessem a invariância das medidas dos dois segmentos da mesma diagonal, percebendo assim, que a interseção das diagonais divide-a exatamente ao meio, isto é: é o ponto médio da diagonal. Recorreu-se novamente a Fichbein, que mostrou em seus estudos a dificuldade demonstrada pelos alunos em manipular objetos geométricos, negligenciando aspectos conceituais. Constata-se que, por observação, o "dinamismo" provado pela movimentação da figura na tela leva o aluno a construir, deduzir e chegar ao conceito, sem que o professor interfira diretamente no processo.

#### 4.5.5 Aula roteiro - n.º 03

### **Atividade n.º 03 - construção de um paralelogramo pelo processo de triângulos equiláteros**

Vamos primeiro construir um triângulo equilátero, você lembra, é um triângulo que possui todos os lados e todos os ângulos iguais.

#### **Construção:**

1. Construa um segmento  $\overline{AB}$
2. Construa duas circunferências, uma com centro em A passando por B e uma com centro em B e passando por A.
3. Faça a interseção das circunferências, chame o ponto de C
4. Construa os segmentos AC e BC
5. Selecione as duas circunferências
6. Vá na barra de ferramentas - Display - Hide/circunf.

Você acabou de obter um triângulo equilátero.

7. Agora trace uma reta passando por AC.
8. Selecione o ponto B e a reta traçada

9. Na barra de ferramentas - Construct - Perpendicular
10. Faça a intercessão de perpendicular com a reta AC, chame este ponto de M
11. Construa uma circunferência de centro M e raio MB
12. Faça a interseção da circunferência com a reta MB
13. Chame este ponto de D
14. Construa o segmento CD e AD
15. Selecione a circunferência, vá em Display - hide/circunf.

Você acabou de construir um paralelogramo usando conceito de simetria de uma ponto, pois o ponto D é o simétrico do ponto B em relação a reta AC.

16. Verifique as propriedades dos ângulos Opostos.
17. Construa as diagonais e verifique suas propriedades.

### **Análise dos Resultados**

Nesta terceira atividade, notou-se que todos já se sentiam a vontade com a ferramenta utilizada, inclusive com liberdade para novas descobertas e criações. As dificuldades apresentadas foram de caráter conceitual, pois quando muitos solicitavam a presença do professor era apenas para lembrar conceitos sobre o triângulo equilátero.

#### **4.6 Pós-teste - T<sub>2</sub>**

Observa-se que em nenhum momento houve uma explanação teórica sobre o assunto: " *Quadriláteros*" trabalhado durante o processo de pesquisa. A dinâmica das aulas, era sempre a mesma, os alunos recebiam as aulas roteiros e trabalhavam na resolução dos problemas propostos, descobrindo os conceitos e as propriedades.

Este fato fez com que a opção escolhida para mesurar a evolução no processo de aprendizagem foi a repetição as questões do Pré-Teste ( $T_1$ ) e por comparação e análise dos resultados obtidos chegar as conclusões esperadas. Lembrando que ainda fazem parte do processo de avaliação além dos testes, as observações do professor durante as aulas-roteiros e as anotações diárias com comentários dos alunos.

#### 4.6.1 Análise dos itens

### Itens 1 A 4 - Tema Quadriláteros

#### Item 1 - "Defina quadrado"

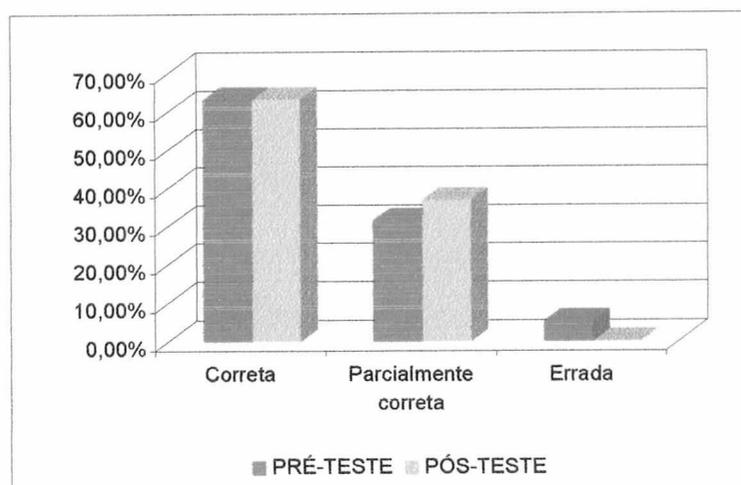
- As repostas foram tabuladas como: corretas, parcialmente corretas e erradas, os dados encontram-se agrupados na tabela 12 a seguir:

TABELA 10 - COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS - ITEM 1

DEFINA QUADRADO	(Em %)	
	Pré-teste	Pós-teste
Correta	63,16	63,20
Parcialmente correta	31,58	36,80
Errada	5,26	0,00

Ao se fazer uma análise dos resultados nota-se que o conceito de quadrado está bem claro para os alunos, uma vez que todos os alunos responderam de uma forma correta, como havia ocorrido no Pré-Teste onde a maioria definiu de maneira claro o que é um quadrado, os índices foram muito próximos. O gráfico 6 a seguir ilustra melhor a situação.

GRÁFICO 5 - RESPOSTAS OBTIDAS - ITEM 1



## Item 2 - "Dê algumas propriedades características do quadrado"

As respostas também foram agrupadas como: corretas, parcialmente corretas e erradas, o resultado segue na tabela 13.

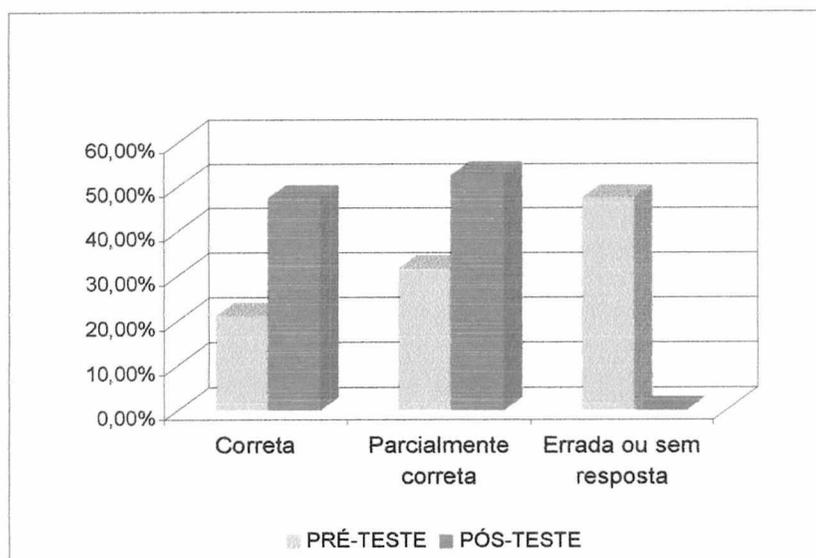
TABELA 11 - RESPOSTAS COMPARATIVAS DO ITEM 2

PROPRIEDADES DO QUADRADO	(Em %)	
	Pré-teste	Pós-teste
Correta	21,05	47,40
Parcialmente correta	31,58	52,60
Errada ou sem resposta	47,37	0,00

Embora não tenha havido nenhuma aula teórica sobre quadriláteros e não foi definido para os alunos o que eram propriedades características de um objeto geométrico, percebe-se, através da comparação dos resultados do pré-teste e do pós-teste que houve uma aprendizagem por descoberta, pois o resultado apresenta uma melhora significativa. No pré-teste 47,37% dos alunos não souberam responder a esta pergunta, deixando-a sem resposta e 52,9% relacionaram uma propriedade correta. Enquanto que no pós-teste 52,6% responderam a questão de forma parcial, isto é citaram uma propriedade de uma figura particular, sem necessariamente se tratar de um quadrado e 47,4% responderam corretamente a questão, o fato de maior relevância

foi o de que nenhum aluno deixou em branco ou respondeu de forma incorreta. Os dados estão caracterizados no gráfico 7.

GRÁFICO 6 - ANÁLISE DO ITEM 2 - PÓS-TESTE



### Item 3 - "defina retângulo e paralelogramo"

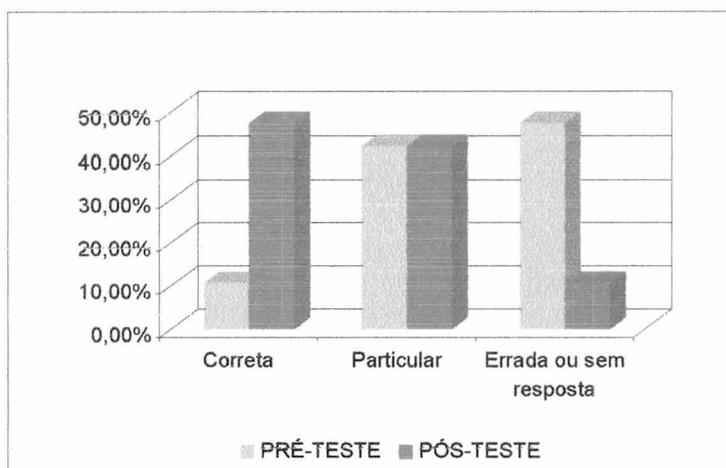
Desta vez o agrupamento das questões foi: correta, particular e sem resposta ou errada. Seguem os dados do pré-teste o do pós-teste na tabela 14.

TABELA 12 - ITEM 3 - COMPARAÇÕES DE RESULTADOS OBTIDOS

DEFINA RETÂNGULO E PARALELOGRAMO	(Em %)	
	Pré-teste	Pós-teste
Correta	10,52	47,40
Particular	42,11	42,10
Errada ou sem resposta	47,37	10,50

Comparando os resultados obtidos com o pré-teste, novamente percebeu-se que houve uma sensível melhora nos índices das respostas positivas. No pré-teste apenas 10,52% dos alunos responderam de forma correta, 42,11% responderam particularizando o objeto, isto é, não centrando em nenhuma das figuras propostas e 47,37% responderam errado ou não responderam. O gráfico 8 ilustra melhor este avanço na aprendizagem:

GRÁFICO 7 - ITEM 3 - PÓS-TESTE



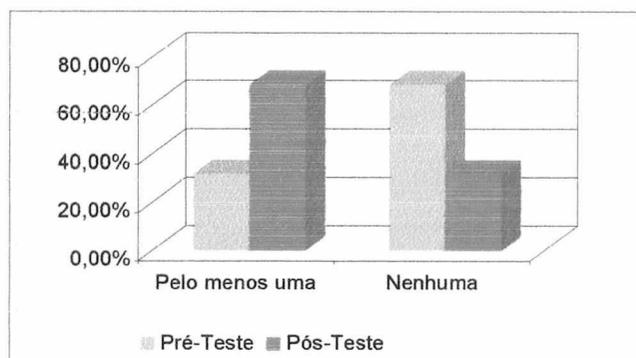
### Item 5 - "Dê algumas propriedades características do retângulo ou do paralelogramo"

Como no pré-teste definiu-se apenas dois blocos para as respostas: pelo menos uma propriedade e nenhuma, a análise será feita da mesma maneira.

TABELA 13 - COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS PRÉ E PÓS-TESTES

Propriedades do Paralelogramo	(Em %)	
	Pré-teste	Pós-teste
Pelo menos uma	31,58	68,42
Nenhuma	68,42	31,58

GRÁFICO 8 - COMPARAÇÃO DE RESULTADOS



Novamente percebe-se que houve uma acentuada evolução nas respostas positivas do pré-teste para o pós-teste. O que caracteriza uma melhora na aprendizagem.

Considerando os quatro itens analisados, no primeiro houve uma igualdade de índices, no segundo, terceiro e quarto itens, houve uma melhora de mais de 50% nas respostas corretas, foram respostas espontâneas e sem nenhuma interferência por parte do professor. Considerando também as anotações e observações que existiram durante os encontros, conclui-se que houve uma efetiva melhora na aprendizagem da geometria, especificamente no que diz respeito a propriedades dos quadriláteros.

#### **4.7 Pontos Positivos Observados**

Constatou-se a existência de um bom ambiente de trabalho e de uma forte motivação. Nenhum aluno pediu para fazer intervalo após a primeira aula, alguns alunos até ficaram trabalhando após o toque para a saída. Todos os alunos se envolveram no trabalho, desde os identificados como mais fracos até os melhores alunos.

Os alunos mostraram ritmos diferentes, e as maiores dificuldades apresentadas foram as diferenças de conhecimentos de Geometria. Foi sugerido que revisassem os conceitos de quadriláteros e suas propriedades antes de cada aula com o computador.

Percebeu-se que todos se motivaram desde a fase inicial até o final do trabalho; alunos considerados mais fracos em relação a Matemática (comentários do professor titular da turma) se sentiram em pé de igualdade com os melhores alunos. O *software*: Sketchpad, com suas características próprias de interatividade, cativou-os.

As atividades propostas e o trabalho em grupo tornaram as aulas mais dinâmicas. O fato de os alunos trabalharem no seu próprio ritmo foi um diferencial importante. Além disso, o ambiente criado e o fato de terem-se sentido como integrantes de uma experiência inovadora elevaram o desempenho e a participação da turma como um todo.

Em geral, durante as aulas o que se observou foi o seguinte:

- Os alunos raramente utilizavam o manual de comandos da ferramenta, fornecidos pelo professor na primeira aula, sempre que surgiam dúvidas, chamavam o professor para esclarecer os procedimentos.
- As dificuldades apresentadas foram no início nos comandos do software, mas a medida que as aulas iam acontecendo, as maiores dificuldades eram de conhecimentos de Geometria Plana.
- Os alunos trocavam experiências constantemente, quando surgiam dúvidas sobre o resultado obtido, comparavam entre si, e percebiam onde haviam cometido o erro, usando isso para a construção do próprio conhecimento.
- Alguns alunos construíam a figura sem seguir os procedimentos sugeridos no roteiro, embora obtivessem uma figura "semelhante" a pedida, ela não mantinha as propriedades características, pois a lógica da Geometria não foi seguida. Isto fazia com que estes alunos duvidassem dos resultados. Mas, durante a discussão com o professor percebiam o por que deste fato. No debate aluno-professor-aluno, eram utilizadas as heurísticas de Polya sugeridas em capítulos anteriores.

Após o encerramento das atividades foi feito pedido aos alunos que relatassem quais foram as maiores dificuldades apresentadas durante o projeto, o resultado foi tabulado e está relatado na tabela 16:

TABELA 14 - DIFICULDADES APRESENTADAS PELOS ALUNOS

DIFICULDADES APRESENTADAS	(%)
Sem resposta	15,80
Nos comandos	15,80
Nas construções em geral	10,80
Falta de atenção	21,10
Falta de Conhecimento em Geometria	25,70
Nenhuma	10,80

Algumas das respostas dadas pelos alunos:

- "...falta de atenção, e entender algumas palavras..."
- "...dificuldade nas construções de retas..."
- "...fazer os paralelogramos..."
- "...falta de conhecimento em Geometria..."
- "...falta de atenção e de conhecimento em Geometria..."
- "...compreender as propriedades, que no entanto passaram a ser entendidas quando realizamos os exercícios no computador..."
- "...dificuldades em usar o computador..."

São alguns pontos que devem ser levados em conta durante um próximo projeto, aspectos que devem ser melhorados durante o desenvolvimento dos procedimentos.

## 5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

### 5.1 Conclusões

A motivação para o desenvolvimento desta pesquisa residiu na percepção da dificuldade no desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem de Geometria Plana para alunos da Ensino Médio e na necessidade de se criar uma nova maneira para motivar estes alunos para o aprendizado da referida matéria.

A pesquisa teve como objetivo geral criar procedimentos pedagógicos para proporcionar uma melhor aprendizagem de Geometria Plana para o Ensino Médio, que contemplem o conhecimento científico e a introdução do uso do computador e de um aplicativo educacional apropriado.

Para alcançarmos este objetivo foi necessário inicialmente uma pesquisa bibliográfica sobre a evolução da Informática Educativa, o ensino da Geometria Plana e a Geometria Dinâmica. Durante a pesquisa foi constatado que a evolução das correntes pedagógicas acompanharam gradativamente a evolução dos recursos tecnológicos. E, que inicialmente de aplicativos de mera repetição (*skinerianos*), passou-se para aplicativos abertos e mais inteligentes, dentro de uma proposta da construção do conhecimento.

Foram desenvolvidos e aplicados alguns procedimentos para o ensino de Geometria Plana, dentro de uma linha pedagógica construtivista, para uma turma de 2. ano do Ensino Médio. As limitações encontradas, foram a existência de apenas uma turma com as características da turma escolhida.

Percebeu-se durante o trabalho que existem diversas possibilidades dos programas com recursos de "desenhos em movimento" para se trabalhar a geometria, de forma que os alunos sejam conduzidos a descobertas de propriedades geométricas de uma dada configuração. Buscou-se tratar problemas do tipo aberto, isto é, no enunciado não há indicação de resposta. Para que ficasse

caracterizado um ambiente construtivista. Nesta situação, o aspecto dinâmico do desenho desencadeia um processo desafiador e interessante de ensino e aprendizagem. As explorações e estratégias, através dos roteiros pré-estabelecidos vão se delineando ao longo do trabalho são similares as que acontecem no ambiente de pesquisa de um matemático profissional. Esta postura investigativa contribuiu para a formação de uma concepção sobre matemática diferente daquela construída, usualmente, ao longo das aulas desenvolvidas numa aula-tradicional.

O relato e a análise das atividades foram baseados em observações qualitativas, e escolheu-se como caminho de percurso o que se julgou mais interessante em termos de estratégia de trabalho, e que foi adotado por boa parte dos alunos. O professor interagiu com os alunos como questionador e mediador, procurando situá-los, sempre que necessário, no ponto central do problema, mas deixando sempre para os alunos o ajuste das conjeturas.

Vê-se, assim, a ferramenta informática propiciando uma abordagem experimental da matemática. A partir de experimentos "dinâmicos", regularidades e invariantes vão aparecendo e, pela essência do pensamento matemático, surge naturalmente a busca de uma demonstração que independa de experiências concretas, no caso as simulações em computador. É o processo de dedução e rigor que se estabelece.

A partir dessa experiência, através dos procedimentos criados e testados e de diversas pesquisas publicadas, pode-se dizer que os programas de Geometria, como *Skechtpad*, *Cabri-Géomètre* e *Geoplan*, constituem ferramentas poderosas na superação dos obstáculos inerentes ao aprendizado. Nestes ambientes, conceitos geométricos são construídos com equilíbrio conceitual e figural; a habilidade em perceber representações diferentes de uma mesma configuração se desenvolve; o controle sobre as configurações geométricas leva à descoberta de propriedades novas e interessantes.

O objetivo proposto inicialmente foi atingido, pois quanto às atitudes dos alunos frente ao processo de aprender, notou-se que eles experimentam; criam estratégias; fazem conjecturas; argumentam e deduzem propriedades matemáticas.

## **5.2 Trabalhos Futuros**

Pretende-se que o passo seguinte à conclusão deste trabalho seja um projeto vinculando a aula de informática ao currículo normal da escola, estabelecendo um compromisso do professor de Matemática com o desenvolvimento de aulas de Geometria Dinâmica. Mas, ainda como um fator limitante temos a postura e despreparo do professor frente a esta nova forma de se fazer Matemática. Portanto como primeiro passo, é necessário encaminhar a capacitação do corpo docente para trabalhar dentro dessa nova proposta metodológica, a fim de que se habilitem a inserir com efetividade, no contexto de suas aulas, os procedimentos criados e validados nesta pesquisa.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Fernando José de. **Educação e informática: os computadores na escola**. São Paulo: Cortez, 1988.
- ALMEIDA, M. E. A formação de Recursos Humanos em Informática Educativa Propicia a Mudança de Postura do Professor. In: **o professor no ambiente logo** - formação e atuação. Organizado por José Armando Valente. Campinas: Unicamp/NIED, 1996. p.163-173.
- ARSAC, G: **La construction du concept de figure chez les eleves de 12 ans**. [s.l.]: Actes PME, 1989.
- ÁVILA, Geraldo. Euclides. Geometria e fundamento. **Revista do Professor de Matemática - RPM**, Rio de Janeiro, n. 45, p.1-3, 2001.
- AXT, Margareth. Memória e período de aquisição: indo além da questão metodológica. **Revista da Anpoll**, São Paulo, FFLCH-USP, v.2, p. 133-172, maio 1996.
- AZEVEDO, José C. História da Geometria. Disponível em: <<http://www.jt.estadao.com.br/noticias/98/12/19.htm>> Acessado em 14 dez 2001.
- BECKER, F. O que é construtivismo? **Revista de Educação AEC**, São Paulo, Ano 21, n.23, abr./jun. 1992.
- BEHAR, Patrícia Alejandra e Costa, Antônio Carlos da. Caracterização Operatória do Processo Interativo de um Sujeito Coletivo com Ferramentas Computacionais Cooperativas. In: **Anais** do VIII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, v.I, p.313-330. São José dos Campos, p.18-20, set. 1997.
- BELLEMAIN, F., Capponi, B. Specificities of the organization of a taching sequence using the computer. **Educational Studies in Mathematics**, 23, 59-97, 1992.
- BENAIM, D. **Memorandum for Dalton School's Educational Policy Committee**, nov. 1995.
- BERCHR, Magda: Avaliação pedagógica com fator para a construção de estratégias de ensino em ambientes de ensino e aprendizagem computadorizados. Porto Alegre, 1997. Exame de Qualificação, CPGCC Doutorado, UFRGS.
- BIANCHINI, Waldecir. **Introdução às funções reais**: um enfoque computacional. Rio de Janeiro: UFRJ, 1998.
- BIZZO, Nélio M. V. Internet, telemática e educação: avaliação de experiências. 4ª Jornada de Informática na Educação. **Anais**, São Paulo, 4-6, junho, 1997.
- BJORKLUND, D. F. Children's thinking. Developmental Function and Individual differences. **Brooks - Cole Publishing Company**, USA, 1995.
- BORBA, M. Informática trará mudanças na Educação Brasileira? **Zetetiké**, Campinas, v.4, n.6, p.123-124, jul./dez. 1996.
- BORBA, M. Tecnologias informáticas na educação matemática e reorganização do pensamento. In: Bicudo, M. V. (org.). **Pesquisas em educação matemática**: concepção e perspectivas. São Paulo: Unesp, 1999. p.285-295.

- BORBA, M., MENEGHETTI, R.C.G. e HERMINI, E. A. Modelagem, calculadora gráfica e interdisciplinaridade na sala de aula de um curso de Ciências Biológicas. In. Revista da Ed. Matemática, n.3, p.63-70, 1997.
- BOYER, B. Carl. **História da matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1991.
- CAMPOS, Fernanda C. A. **Anais do VI simpósio brasileiro de informática na educação**. Florianópolis, SC, Brasil, 1995.
- CLEMENTS, D., Battista, M. Geometry and spatial reasoning. In: D. Grows (ed), **Handbook of research on mathematics teaching and learning**, 1992.
- COELHO, M. I. P. **O cabri-géométre na resolução de problemas**. Lisboa, Portugal, 1996. Tese de Mestrado, Universidade de Aveiros-Lisboa.
- CYSNEIROS, Paulo Gileno. **Informática na escola pública brasileira**. Disponível em: <<http://www.propesq.ufpe.br/informativo/janfev99/publica.htm>,1999>
- DA PAZ, Alfredo M. **Ensino experimental de física assistido por computador, na escola formal de 2.º grau de institutos de ensino superior**. Florianópolis, 1999. Tese de Mestrado - UFSC.
- DAVIS, P. **Educational studies in mathematics**, n.24, p.333-344, 1993.
- DOLLE, Jean-Marie. **Para além de Freud e Piaget**. Petrópolis: Vozes, 1993.
- DOUADY, R. Jeux de cadre et dialectique outil/objet. **Recherche en didactique des mathématiques**, v.7/2, 5-31, 1986.
- DOWLING, W. **Art & technology integration**. Disponível em: <[http://www.nmaa.si.edu/deptdir/pubsub/re\\_constructivist.html](http://www.nmaa.si.edu/deptdir/pubsub/re_constructivist.html)> Acessado em: 14 dez. 2001.
- DUNLOP, C.; FETZER, J. **Glossary of cognitive science**. New York: Paragon House Eds., 1993.
- DURANTE, Marta: Conhecimentos prévios X valorização do conhecimento que o aluno traz; **Revista Pátio**, Porto Alegre, ano 1 n.2, 1997.
- EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Unicamp, 1997.
- FINEMANN, E. e Bootz, S. An introduction to constructivism in instructional design. 1995 technology and teacher education annual. University of Texas, Austin. 1995. Disponível em <[http://www.coe.uh.edu/insite/elec\\_pub/html1995/197.thm](http://www.coe.uh.edu/insite/elec_pub/html1995/197.thm)> Acessado em: 12 dez. 2001.
- FISCHBEIN, E. The theory of figural concepts. **Educational Studies in Mathematics**, 24/2, 139-142. 1993.
- FISCHBEIN, E., The theory of figural concepts. **Educational Studies in Mathematics**, 24/2, 139-162, 1993.
- FLAVELLI, J.; Miller.P. H.; Miller, S. A. **Cognitive development**. third edition. Prentice Hall Inc. Simon & Schuster Company, Englewood Cliffs, New Jersey. 1993,1985,1977.
- FRANCO, S. R. K. Construtivismo e educação: um encontro importante e necessário, **ReVista**, Ano 1, n.1, dez. 1992, jan./fev. 1993

GACEK, Cristiane C. A perspectiva científica: educação em redes de informação. 4ª Jornada de Informática na Educação. **Anais**. São Paulo, 4-6, junho, 1997.

GOTTSCHALK, T. H. **Estudos sociológicos**. Rio de Janeiro: Forense, 1973. Disponível em: <http://www.ncrel.org/sdrs/areas/issues/content/contareas/science/sc5model.htm> (acessado em 12 dez. 2001).

GRACIAS, T. de Souza. Informática como veículo para mudança. **Revista Zeteté**. CEMPEM - FE/Unicamp, v.6, n.10, jul./dez de 1998.

GRAVINA, M. A. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. **IV Congresso RIBIE**, Brasília, 1998.

GRAVINA, M. A. Geometria dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria, **Anais** do VII Congresso Brasileiro de Informática na Educação, Belo Horizonte, MG, 1996.

GRAVINA, M. A. Uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. **IV Congresso RIBIE**, Brasília, 1998.

KAPUT, J. Technology and mathematics education. In: D. Grows (ed). **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**, 1992.

LABORDE, C. **Enseigner la géométrie**. Paris: Proceedings of the 7 th ICME, 1993.

LABORDE, C. **Enseigner la géométrie**. Proceedings of the 7 th ICME, 1992.

LABORNE, C. & Laborde, J. M. Problem solving in geometry: From microworlds to intelligent computer environments. In J. Ponte, J. F. Matos, J. M. Matos & D. Fernandes (Eds.). **Mathematical problem solving and new information technologies**: Research in contexts of practice. Berlin: Springer-Verlag., 1992. p.177-182.

LEITÃO, A.; FERNANDES, M. H.; CABRITA, I. **Variáveis de tarefa na resolução de problemas**. Resolução de problemas: processos cognitivos, concepção de professores e desenvolvimento curricular. Lisboa: IIE, 1994. p.93-101.

LÉVY, Pierre. A globalização dos significados. **Folha de S. Paulo**, 07.12.1997. p.5.3. (Caderno Mais)

LÉVY, Pierre. **A inteligência coletiva**. São Paulo: Loyola, 1999.

LÉVY, Pierre. **As tecnologias da inteligência**: futuro do pensamento na era da informática. Rio de Janeiro: Ed. 34, 1993.

LÉVY, Pierre. **Cibercultura**. São Paulo: Ed. 34, 1999.

LÉVY, Pierre. **O que é o virtual?** (Trad. de Paulo Neves). Rio de Janeiro: Ed. 34, 1996.

LIBÂNEO, José C. **Didática**. São Paulo, 1989.

LITTO, Frederic: Informática e educação. **O Globo**, Rio de Janeiro, 1997. Disponível em: [www.significacao.hpg.com.br/Artigos/artigo03.htm](http://www.significacao.hpg.com.br/Artigos/artigo03.htm) Acessado em: 12 dez. 2001.

LOLLINI, Paolo: **Informática na educação**. São Paulo: Loyola, 1985.

LORENZATO, Sergio. Por que não ensinar GEOMETRIA? A Educação Matemática em Revista. **SBEM**, n.4, 1.º semestre, 1995.

MELCHIOR, Maria C.: **Avaliação pedagógica**. Ed. Mercado Aberto, 1994.

MOREIRA, L. **A folha de cálculo na educação matemática**. Lisboa, Portugal, 1999. (Tese de Mestrado). Lisboa: Projeto Minerva, Departamento de Educação Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

NCREL, North. **Central regional educational laboratory pathways to school improvement, 1997**. Disponível em: <<http://www.ncrel.org/sdrs/areas/issues/content/cntareas/science/sc5model.htm>> Acessado em: 12 dez. 2001.

NOGUEIRA, Letícia. Imagens da criança no computador. In: KRAMER, Sonia; LEITE, Maria Isabel F.Z. P. (orgs). **Infância e produção cultural**. Campinas: Papyrus, 1998.

OGBORN, J. **Modeling clay for thinking and learning**, 1997. (pre-print).

OLIVEIRA, V. B. de (org.). **Informática em psicopedagogia**. São Paulo: Senac, 1996.

PAPERT, S. **A Máquina das crianças: repensando a escola na era da Informática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PAPERT, S. **Logo: computadores e educação**. Editora Brasiliense, 1998.

PENTEADO SILVA, M. G. P. **Epistemologia genética**. São Paulo: Martins Fontes, 1990.

PENTEADO SILVA, M. G. P. **O Computador na perspectiva do desenvolvimento profissional do professor**. (Tese de doutorado) Campinas: Unicamp, 1997.

PIAGET, Jean. **Psicologia da criança**. São Paulo: Difel, 1982. Disponível em: <<http://www.ncrel.org/sdrs/areas/issues/content/cntareas/science/sc5model.htm>> (acessado em 12 dez. 2001).

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

PONTE, J. **Novas tecnologias da Informação: uma segunda oportunidade?** Universidade de Lisboa, 1988. (Artigo não publicado).

PRETTO, N. de Luca. **Uma escola sem com futuro**. Campinas: Papyrus, 1996.

RICHARDS, J. Mathematical discussion. In: E. Von Glaserfeld (ed) **Radical constructivism in Mathematical Education**. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer, 1991.

ROGERS, C. R. **Liberdade para aprender em nossa década**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1985.

SARAIVA, J. M. O computador na aprendizagem da geometria, uma experiência com alunos do 1.º ano de escolaridade. Portugal, 1991: Tese de mestrado. Universidade da Beira Interior Covilhã – Portugal.

SAVIANI, Dermeval. **Educação brasileira: estrutura e sistema**. 7.ed. Campinas: Autores Associados, 1996.

SILVA, T. T. da. Contra o construtivismo pedagógico. **ReVista**, Ano 1, n.1, dez 1992, jan. fev. 1993.

SKINNER, B. F. Teaching machines. **Science**, 128(130), 969-977, 1958.

TAROUCO, Liane M. R. **ALN** - estão indo muito bem! Lista de discussão, UFRGS, 21h 13 min, 16 jun. 1997.

THORNBURG, D. Os professores têm uma nova missão, **Zero Hora**, Caderno de Informática, 9 de julho de 1997.

VALENTE, J. A. (org.). **Computadores e conhecimento**: repensando a educação. Campinas: Unicamp/NIED, 1999.

VALENTE, J. A. **Computadores e conhecimento**: repensando a educação. 2.ed. Campinas, Unicamp/NIED, 1998

VALENTE, J. A. **Logo**: mais do que uma linguagem de programação. 1999 Cap. 3

VERGNAUD, G. Epistemology and Psychology of Mathematics Education, in Mathematics and Cognition - ICMI Study Series. 1990.

VOSGERAU, D. S. R. **A utilização de recursos tecnológicos na formação de Professores**. Curitiba, 1999. Tese de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 1999.

YERUSHALMY, M; CHAZAN, D. Overcoming visual obstacles with the aid of the supposer. **Educational Studies in Mathematics**, 21 (3), 199-219, 1990.

**APÊNDICE 1 - PRÉ-TESTE DE MATEMÁTICA**

**1. Defina quadrilátero.**

---

---

---

---

**2. Dê algumas propriedades características de um quadrilátero qualquer.**

---

---

---

---

**3. Defina retângulo e paralelogramo.**

---

---

---

---

**4. Dê algumas propriedades características do retângulo e do paralelogramo.**

---

---

---

---

**5. Para triângulos, defina altura relativa ao lado.**

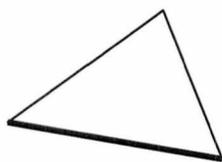
---

---

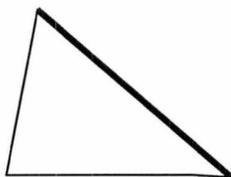
---

---

6. Traçar as alturas dos triângulos abaixo, relativamente aos lados destacados.



(I)



(II)



(III)

7. Defina triângulo eqüilátero.

---

---

---

---

8. Relacione algumas propriedades do triângulo eqüilátero.

---

---

---

---

9. Qual é a soma dos ângulos internos de um triângulo? E de um quadrilátero qualquer?

---

---

---

---

**APÊNDICE 2 - MANUAL DE ATIVIDADES E COMANDOS -  
APLICATIVO SKETCHPAD**

# MANUAL DE ATIVIDADES E COMANDOS APLICATIVO SKETCHPAD - FORNECIDO AOS ALUNOS

## ÍNDICE DAS ATIVIDADES

- 1 - Desenhar , construir e mover objetos.
- 2 - Apagar e esconder objetos
- 3 - Nomes e Medidas.
- 4 - Ângulos e Arcos.
- 5 - Retas.
- 6 - Retângulos e Quadrados.
- 7 - Construções em 3D.
- 8 – Introdução aos Scripts

## 1 - DESENHAR, CONSTRUIR E MOVER OBJETOS

### A CAIXA DE FERRAMENTAS - TOOLBOX

Localizada no lado esquerdo da área de trabalho do *Geometer's Sketchpad*, encontra-se um conjunto de ferramentas que pode ser usado para desenhar figuras geométricas.



**Seta de Seleção:** Usada para selecionar, transportar e alterar um objeto. Clique e mantenha carregado o botão esquerdo do mouse para ativar as ferramentas de **Rotação** e **Dilatação**.



**Ponto.**



**Circunferência.**



**Reta:** Cria segmentos de reta. Clique e mantenha carregado o botão esquerdo do mouse para ativar as ferramentas de criação de **retas** e **semi-retas**.



**Texto:** Cria caixas de texto ou permite nomear pontos e linhas.

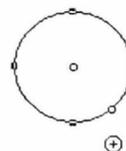


**Informação:** Mostra informação sobre os objetos na área de trabalho.

### Mãos à obra 1:



- 1) Selecione a ferramenta **Circunferência**  
Mova o cursor para um espaço limpo da folha de trabalho,



**clique e arraste**, para criar uma circunferência

2) Selecione a ferramenta **Reta**.

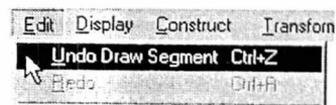
Mova o cursor para um espaço limpo, **clique e arraste**, para criar um segmento de reta.

## 2 - ANULAR E REFAZER AÇÕES

Mãos à obra 2 :

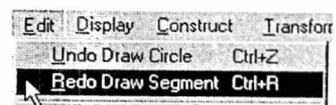
1) Clique no menu **EDIT**.

Repare que a sua primeira opção é **Undo Draw Segment**, anular a última operação efetuada. Experimente



2) Volte ao menu **EDIT**.

Repare que agora a primeira opção é **Undo Draw Circle**, e a segunda opção é **Redo Draw Segment**.

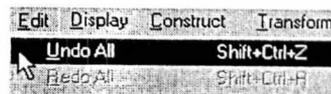


Experimente esta opção

3) Mantenha pressionada a tecla **SHIFT** e volte ao menu **EDIT**.

Repare que agora a opção é **Undo All**.

Podemos usar esta opção para voltar à condição da página antes do último comando **SAVE**.

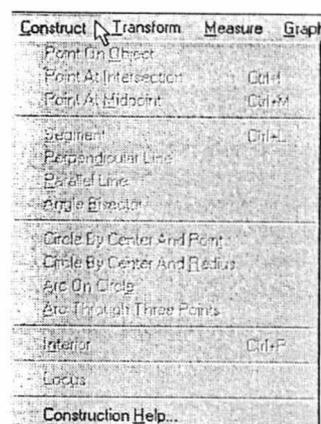


## BÁSICO DO MENU CONSTRUCT

O menu **CONSTRUCT** permite-nos criar objetos com propriedades geométricas relacionadas com os objetos que já temos construídos.

Isso torna-se claro, vendo o aspecto do menu, no caso de não termos nenhum objeto na área de trabalho, não há opções ativas.

Este menu tem exatamente o mesmo aspecto caso existam objetos na área de trabalho mas não esteja nenhum selecionado.

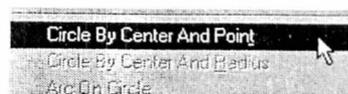


Mãos à obra 3 :

1) Usando a ferramenta **Ponto**  , crie dois pontos

2) Mude para a ferramenta **Seta de Seleção**.

Selecione o ponto que será o centro da circunferência clicando sobre ele. Em seguida, mantendo a tecla **SHIFT** carregada, selecione o outro ponto.



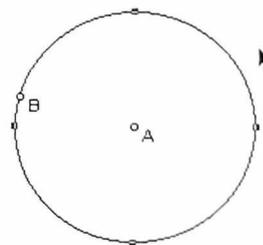
3) No menu **CONSTRUCT** escolha a opção **Circle By Center And Point**.

4) Mude para a ferramenta **Seta de Seleção** e selecione um dos pontos e altere a sua posição.



5) Observe e interprete o que acontece

6) Repita a construção, invertendo a ordem de seleção dos pontos.



#### Mãos à obra 4 :

1) Usando a ferramenta **Ponto** crie um ponto.



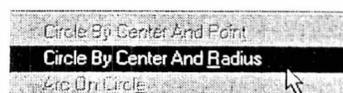
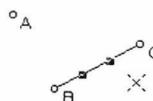
2) Mude para a ferramenta **Segment (reta)** e crie um segmento de reta.



3) Mude para a ferramenta **Seta de Seleção**. Selecione o ponto e o segmento (não se esqueça de usar a tecla **Shift**).



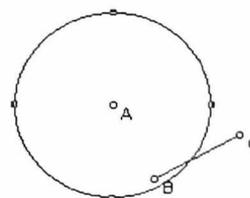
4) No menu **CONSTRUCT** escolha a opção **Circle By Center And Radius**.



4) Mude para a ferramenta **Seta de Seleção** e selecione um dos pontos e altere a sua posição.



5) Observe e interprete o que se acontece.

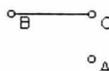


## 2 - APAGAR E ESCONDER OBJETOS

### APAGAR E ESCONDER OBJETOS

Para apagar parte de uma construção basta selecionar os objetos que serão apagados e apertar na tecla **Delete**.

#### Mãos à obra 1:

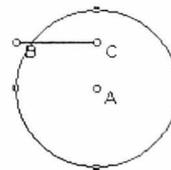


1) Crie um **Ponto** e um **Segmento**.

Um truque para criar segmentos horizontais, verticais ou com inclinação múltipla de 15° é manter carregada a tecla **Shift** à medida que se traça o segmento.

2) Mude para a ferramenta de **Seleção**.

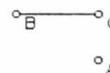




3) Selecione o ponto e o segmento e escolha a opção **Circle By Center And Radius** do menu **CONSTRUCT**.

4) Clique sobre a circunferência para a selecionar.

5) Aperte a tecla **Delete** e observe o resultado.



6) Anule a ação escolhendo a opção **Undo Delete Circle** do menu **EDIT**

7) Selecione um dos pontos da figura.

8) Aperte na tecla **Delete**. Observe e interprete o sucedido.

Nem todos os objetos que aparecem numa construção do *Sketchpad* são livres. Alguns (provavelmente os mais interessantes) são definidos à custa de outros e só fazem sentido se esses existirem.

9) Anule a ação escolhendo a opção **Undo Delete Objects** do menu **EDIT**.

Para esconder parte de uma construção basta selecionar os objetos que não precisam aparecer e usar a opção **Hide...** do menu **DISPLAY**.

#### Mãos à obra 2:

1) Na construção realizada no item anterior, selecione o segmento de reta.

2) Escolha a opção **Hide Segment** do menu **DISPLAY**.

3) Selecione um dos pontos extremidade do segmento e esconda-o.

4) Escolha a opção **Show All Hidden** do menu **DISPLAY**

### A CAIXA DE ESTADO

Estar atento à **caixa de estado** é fundamental na construção de figuras complexas. As indicações sobre a localização de um novo ponto, se este está no local que queremos, etc., aparecem na **caixa de estado**. A **caixa de estado** fica no canto inferior esquerdo da janela do *Sketchpad*.

#### Mãos à obra 3 :

Neste exercício vamos criar um triângulo inscrito numa circunferência.

1) Crie uma circunferência. Observe o que aparece indicado na **caixa de estado**. Draw Circle

2) Mude para a ferramenta **Reta**. 

3) Estando atento à **caixa de estado**, crie um segmento de reta com origem e extremidade na circunferência.

From Point on Circle c1

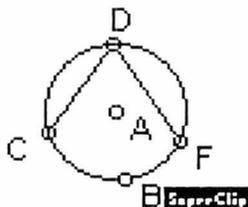
To Point on Circle c1

4) Estando atento à **caixa de estado**, crie um segmento de reta ligando uma das extremidades do segmento anterior a um ponto na circunferência.

**From Point D**

5) Complete a construção, terminando o triângulo.

**To Point on Circle c1**



### MOVER E ALTERAR OBJETOS

Mãos à obra 4 :

Uma das características mais interessantes do *Geometer's Sketchpad* é a forma dinâmica como ele gere as nossas construções. Qualquer alteração a um dos objetos desencadeia todas as alterações com ela relacionadas.

O ponto de partida é a construção que acabamos de realizar

Mude para a ferramenta de **Seleção**.



- 1) Clique no ponto A, centro da circunferência e mova-o. Que acontece?
- 2) Clique no ponto B e mova-o. Que acontece ao triângulo inscrito ?
- 3) Clique num dos vértices do triângulo e mova-o. Que acontece?
- 4) Clique num dos lados do triângulo e mova-o. Que acontece?

Experimente selecionar 2 ou mais objetos (com auxílio da tecla **Shift**) e alterar a sua posição. Experimente com várias combinações

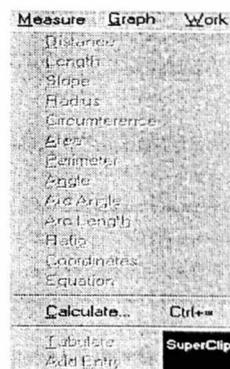
### 3 - NOMES E MEDIDAS

#### O BÁSICO DO MENU MEASURE

Usamos o Menu **MEASURE** para determinar propriedades dos objetos das nossas construções.

Quando selecionamos um objeto e vamos ao menu **MEASURE**, as opções possíveis aparecem a preto, as outras, inativas, aparecem num tom cinza.

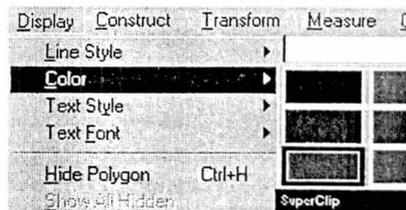
Uma opção que aparece, sempre ativa é **Calculate**.



Mãos à obra 1 :

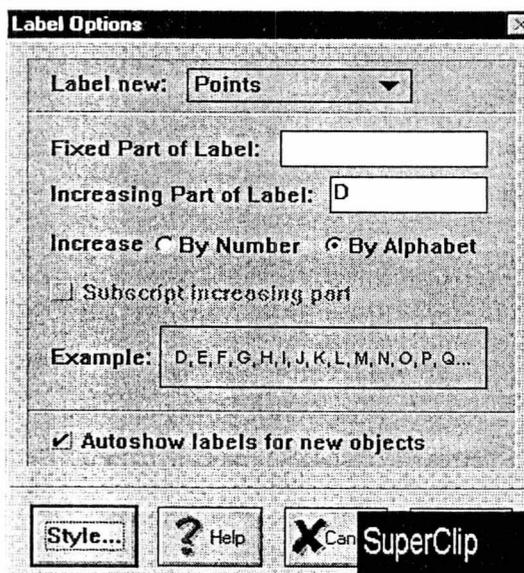
- 1) Desenhe um triângulo.
- 2) Selecione um lado e meça o seu comprimento (opção *Length* do menu **MEASURE**).
- 3) Usando a ferramenta de seleção, selecione um dos vértices e mova-o.

- 4) Selecione os três vértices do triângulo (não esquecer de usar a tecla **SHIFT**).
- 5) Vá ao menu **CONSTRUCT** e escolha a opção **Polygon Interior**. O *Sketchpad* vai sombrear o interior do triângulo.
- 6) Com o interior do triângulo selecionado, vá ao menu **DISPLAY**, opção **Color** e escolha uma cor.
- 7) Ainda com o interior do triângulo selecionado, vá ao menu **MEASURE** e selecione **Area**.
- 8) Agarre num dos vértices e altere a sua posição.



Para tornar as nossas construções mais apresentáveis e para podermos comunicar sem ambigüidades, precisamos nomear os nossos desenhos.

Para isso o *Sketchpad* tem a opção **Label Options** do menu **DISPLAY**.



Mãos à obra 2 :

- 1) Crie um novo *Sketch* (menu **FILE** opção **New Sketch**).
- 2) No menu **DISPLAY** escolha **Label Options**. Nesta caixa ative a opção **Autoshow labels for new objects**.



Tenha em atenção que as "etiquetas" automáticas só ficam ativas para o tipo de objeto indicado à frente da opção **Label new**:

- 3) Construa um segmento.



- 4) Selecione a ferramenta

**Texto** e clique num dos extremos do segmento. Repita o clique.

- 5) Observe o efeito de . Clique sobre o segmento e observe.

6) Ainda com a ferramenta,

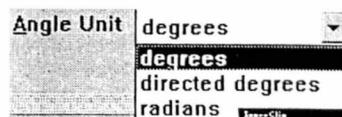


faça um duplo clique numa das "etiquetas".

#### 4 - ÂNGULOS E ARCOS.

O *Sketchpad* permite-nos escolher entre três opções para a representação de valores de amplitudes de ângulos, **degrees**, **directed degrees** e **radians**.

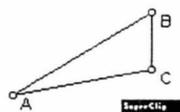
Não há necessidade de explicar as diferenças, o único ponto que convém referir é que **radians** é **directed radians**.



Escolhemos no menu **DISPLAY** opção **Preferences**.

Mãos à obra 1 :

1) Construa um triângulo [ABC].



2) Na opção **Preferences** do menu **DISPLAY** escolha **Angle Unit: degrees**.

3) Mude para a ferramenta **Seta de Seleção**.



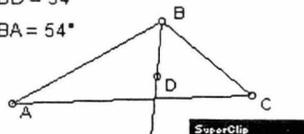
4) Selecione, os pontos B, A e C, respectivamente

5) No menu **Measure** escolha a opção **Angle**.

6) Selecione um dos vértices e mude a sua posição.

$$m\angle CBD = 54^\circ$$

$$m\angle DBA = 54^\circ$$



Mãos à obra 2 :

1) Selecione, os pontos B, A e C, respectivamente do triângulo construído anteriormente

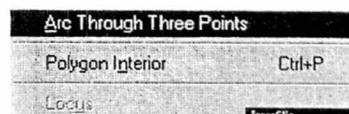
2) No menu **CONSTRUCT** escolha a opção **Angle Bisector**.

Mãos à obra 3 :

1) Crie um novo *Sketch* (menu **FILE** opção **New Sketch**).

2) Marque três pontos A, B e C.

3) Selecione os três pontos e escolha a opção

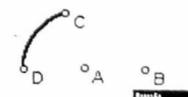
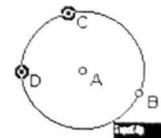


**Arc Through Three Points** do menu **CONSTRUCT**.

Mãos à obra 4 :

Outra maneira de construir um arco. . .

- 1) Construa uma circunferência e marque, sobre ela, dois pontos.
- 2) Selecione os dois pontos e a circunferência.
- 3) No menu **CONSTRUCT** escolha a opção **Arc On Circle**
- 4) Está pronto, só não se nota porque está sobre a circunferência
- 5) Para torná - lo visível, podemos mudar a cor e a grossura do traço.



Com o arco selecionado escolha as opções **Line Style -> Thick** e **Color** do menu **DISPLAY**.

Outra opção será esconder a circunferência. Basta selecionar a circunferência e no menu **DISPLAY** escolher **Hide Circle**.

## 5 - RETAS.

### PERPENDICULARES

Mãos à obra 1:

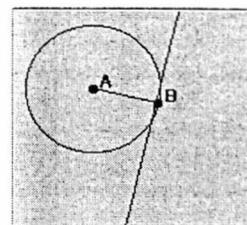
- 1) Selecione a ferramenta  e construa uma circunferência.

- 2) Mude para  e construa o segmento de reta AB.

- 3) Com a ferramenta , selecione o ponto A e o segmento AB (não esquecer de usar **SHIFT**).

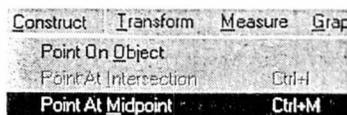
- 4) No menu **CONSTRUCT** escolha a opção **Perpendicular Line**.

- 5) Está pronto, construímos a perpendicular ao segmento AB que passa por B.



Mãos à obra 2:

- 1) Construa um segmento de reta.
- 2) Com o segmento selecionado, escolha a opção **Point At Midpoint** do menu **CONSTRUCT**



- 3) Com a ferramenta , selecione o segmento e o ponto médio.

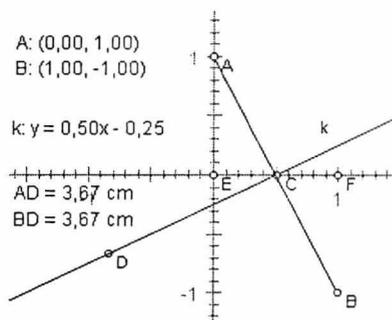
4) No menu **CONSTRUCT** escolha a opção **Perpendicular Line**.

5) Mude para a ferramenta ponto  e construa um ponto D sobre a reta que acabou de construir.

6) Selecione o ponto A e o ponto D.

7) Escolha a opção **Distance** do menu **MEASURE**. Repita o procedimento com os pontos B e D.

8) Selecione a reta mediatriz de [AB] e escolha a opção **Equation** do menu **MEASURE**.



## PARALELAS

**Mãos à obra 3 :**

1) Num novo "Sketch", construa um segmento de reta AB e um ponto C.

2) Selecione o segmento e o ponto. No menu **CONSTRUCT** escolha a opção **Parallel Line**.

3) Construa o segmento de reta AC

4) Selecione o ponto B e o segmento AC. No menu **CONSTRUCT** escolha a opção **Parallel Line**.

5) Construa o ponto D, interseção das duas retas construídas. Pode optar por construir este ponto diretamente, com a ferramenta.



Neste caso, esteja atento à **caixa de estado** ela deve dizer **Point at Intersection**.

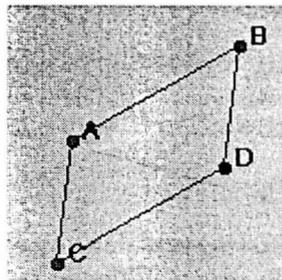
Point at Intersection

A outra opção é selecionar as duas retas e usar a opção **Point at Intersection** do menu **CONSTRUCT**.

6) Selecione as duas retas e escolha a opção **Hide Lines** do menu **DISPLAY**.

7) Construa os segmentos BD e CD.

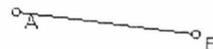
8) Manipule o paralelogramo, "agarrando" e mudando a posição dos seus vértices.



## 6 - RETÂNGULOS E QUADRADOS.

### CONSTRUIR UM RETÂNGULO

Mãos à obra 1 :



1) Selecione a ferramenta  e construa um segmento de reta AB.

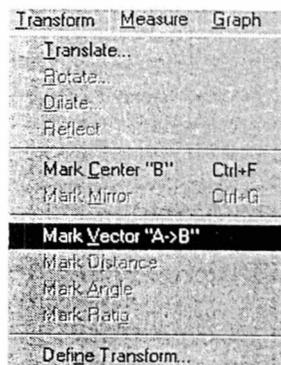
2) Com a ferramenta  , selecione o ponto A e o segmento AB (não esquecer de usar **SHIFT**).

3) No menu **CONSTRUCT** escolha a opção **Perpendicular Line**.

4) Crie um ponto C sobre a reta construída

5) Selecione por esta ordem os pontos A e B.

6) No menu **TRANSFORM** escolha a opção **Mark Vector "A->B"**.

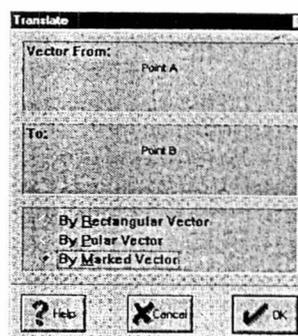


7) Selecione o ponto C.

8) No menu **TRANSFORM** escolha a opção **Translate**. Aparecerá uma caixa de diálogo idêntica à mostrada ao lado.

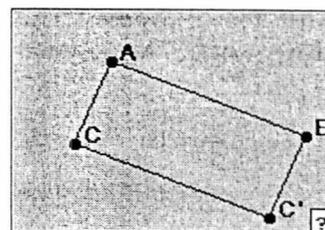
Há três opções para a translação, a que mais interessa agora é **By Marked Vector**. Aproveite a ocasião para ver o que são as outras opções, no fim volte à que nos interessa e clique em OK.

9) O Sketchpad cria um ponto C', soma do ponto C com o vector AB.



10) Selecione a reta AC. No menu **DISPLAY** escolha a opção **Hide Line**.

11) Complete a construção do retângulo, ligando os vértices por segmentos.



## CONSTRUIR UM QUADRADO

Mãos à obra 2 :

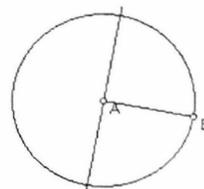
1) Selecione a ferramenta  e construa um segmento de reta AB.



2) Com a ferramenta , selecione o ponto A e o segmento AB (não esqueça de usar **SHIFT**). Não precisa de mudar para a ferramenta de seleção para poder selecionar objetos, basta manter carregada a tecla **CONTROL**, que pode usar juntamente com **SHIFT** para seleções múltiplas.

3) No menu **CONSTRUCT** escolha a opção **Perpendicular Line**.

4) Construa uma circunferência de centro A e que passe no ponto B.



5) Crie um ponto C num dos pontos de intercessão da circunferência com a reta..

**Point at intersection**

6) Selecione os pontos A e B respectivamente.

7) No menu **TRANSFORM** escolha a opção **Mark Vector "A->B"**.

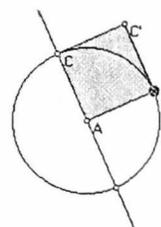
8) Selecione o ponto C

9) No menu **TRANSFORM** escolha a opção **Translate**

10) Mais uma vez, escolha a opção **By Marked Vector** que aparece na caixa de diálogo.

11) Selecione e esconda a circunferência e a reta.

12) Complete a construção do quadrado.



**APÊNDICE 3 - AULAS ROTEIRO**

**ROTEIRO N.º 02 - GEOMETRIA DINÂMICA:****ASSUNTO: PARALELOGRAMO****ATIVIDADE N.º 01**

1. Construa um segmento de reta  $\overline{AB}$
2. Construa uma linha  $r$ , acima de  $\overline{AB}$  e paralela ao segmento.
3. Marque um ponto sobre a linha  $r$ , chame-o de D.
4. Construa o segmento  $\overline{AD}$ .
5. Construa uma linha  $s$  paralela a  $\overline{AD}$ , passando pelo ponto B.
6. Faça a intersecção da linha  $s$  com a linha  $r$ , e chame o ponto de C.
7. Selecione a linha  $r$ , vá na barra de ferramentas (Display), click em hide/line.
8. Construa os segmentos  $\overline{CD}$  e  $\overline{BC}$ .

**Agora que você já obteve a figura, responda as perguntas:**

- a) Qual é a relação existente entre os ângulos opostos  $\hat{A}$  e  $\hat{C}$ ?

---

---

- b) Qual é a relação existente entre os ângulos opostos  $\hat{D}$  e  $\hat{B}$ ?

---

---

**Agora selecione uma das linhas (segmentos) e movimente, alterando a figura, mas deixe sempre os lados paralelos. (é para alterar somente as medidas dos lados e dos ângulos)**

- c) As relações entre os ângulos permanecem?

---

---

- d) Se sua resposta for sim, enuncie, isto é escreva esta propriedade para qualquer paralelogramo.

---

---

**Vamos explorar as propriedades das diagonais de um paralelogramo.**

1. Trace os segmentos:  $\overline{AC}$  e  $\overline{BD}$  (são as diagonais do paralelogramo)
2. Faça a interseção dos dois segmentos,
3. Chame o ponto de interseção de M,
4. Meça os segmentos:  $\overline{AM}$ ,  $\overline{BM}$ ,  $\overline{CM}$  e  $\overline{DM}$ .

- e) Qual é a relação que você percebeu acima?

---

---

**Altere o paralelogramo como no item c.**

- f) As relações permanecem? Se sim, enuncie uma propriedade geral.

---

---

---

---

- g) Quais foram as dificuldades encontradas para a execução desta tarefa?

---

---

---

---

---

---

## ATIVIDADE N.º 02 -CONSTRUÇÃO DE UM PARALELOGRAMO

Vamos primeiro construir um triângulo equilátero, você lembra, é um triângulo que possui todos os lados e todos os ângulos iguais.

### Construção:

1. Construa um segmento  $\overline{AB}$
2. Construa duas circunferências, uma com centro em A passando por B e uma com centro em B e passando por A.
3. Faça a interseção das circunferências, chame o ponto de C
4. Construa os segmentos AC e BC
5. Selecione as duas circunferências
6. Vá na barra de ferramentas - Display - Hide/circunf.

**Você acabou de obter um triângulo equilátero.**

7. Agora trace uma reta passando por AC.
8. Selecione o ponto B e a reta traçada
9. Na barra de ferramentas - Construct - Perpendicular
10. Faça a intercessão de perpendicular com a reta AC, chame este ponto de M
11. Construa uma circunferência de centro M e raio MB
12. Faça a interseção da circunferência com a reta MB
13. Chame este ponto de D
14. Construa o segmento CD e AD
15. Selecione a circunferência, vá em Display - hide/circunf.

**Você acabou de construir um paralelogramo usando conceito de simetria de uma ponto, pois o ponto D é o simétrico do ponto B em relação a reta AC.**

16. Verifique as propriedades dos ângulos Opostos.
17. Construa as diagonais e verifique suas propriedades.



**ATIVIDADE N.º 03 - CONSTRUÇÃO DA QUADRADO**

Vamos construir um quadrado e explorar suas propriedades:

1. Construa um segmento AB
2. Selecione o segmento e os pontos A e B
3. Vá na barra de ferramentas - Construct - Perpendiculares
4. Construa uma circunferência de Centro A e raio AB
5. Faça a interseção da circunferência com a reta perpendicular
6. Construa outra circunferência de Centro B e raio AB
7. Faça a interseção da circunferência com a reta perpendicular
8. Dê nome aos pontos encontrados, na ordem C e D
9. Construa os segmentos BC, CD e DA
10. Selecione as duas retas do item 3 e vá em Display - Hide/line
11. Trace as diagonais do quadrado - Segmentos AC e BD
12. Verifique se as propriedades que você enunciou para qualquer paralelogramo, também valem para o quadrado.
13. Existe alguma outra propriedade que você possa indicar?

---

---

14. Quais foram as dificuldades encontradas para a execução desta tarefa?

---

---

---

---

---

---

**ATIVIDADE N.º 04 - CONSTRUÇÃO DO RETÂNGULO**

1. Construa um segmento AB
2. Trace um reta paralela ao segmento AB, acima de AB
3. Selecione B e a reta traçada
4. Na barra de ferramentas - Construct - Traçar perpendicular
5. Selecione a perpendicular e a reta do item 2
6. Na barra de ferramentas - Construct - ponto de interseção - chame-o de C
7. Selecione A e a reta do item 2
8. Novamente construct - Traçar perpendicular
9. Selecione a perpendicular e a reta do item 2
10. Construct - ponto de interseção - chame-o de D
11. Selecione as duas perpendiculares traçadas nos itens 3 e 8
12. Vá no display - hide/line
13. Trace as diagonais AC e BD,
14. Faça a interseção entre elas, chame de M
15. Verifique as mesmas propriedades anteriores.

**Para lembrar:****1. Responda os itens abaixo colocando V ou F**

- ( ) **Todo retângulo é um paralelogramo.**
- ( ) **Todo retângulo é um quadrado**
- ( ) **Todo paralelogramo é um retângulo**
- ( ) **Se dois lados de um quadrilátero são iguais, então ele é um paralelogramo**
- ( ) **Se as diagonais de um retângulo são perpendiculares**

- ( ) As diagonais de um quadrado são perpendiculares.
- ( ) Em todo paralelogramo as diagonais se interceptam no ponto médio.
- ( ) Em todo paralelogramo, dois lados opostos quaisquer são iguais.
- ( ) Num quadrilátero qualquer, os ângulos opostos são congruentes (iguais)

**APÊNDICE 4 - PÓS-TESTE - GEOMETRIA**

**PÓS-TESTE GEOMETRIA****PÚBLICO ALVO: ALUNOS DO NOTURNO - COLÉGIO BOM JESUS - CTBA****1. Defina quadrilátero.**

---

---

---

---

**2. Dê algumas propriedades características de um quadrilátero qualquer.**

---

---

---

---

**3. Defina retângulo e paralelogramo.**

---

---

---

---

**4. Dê algumas propriedades características do retângulo e do paralelogramo.**

---

---

---

---

**5. Para triângulos, defina altura relativa ao lado.**

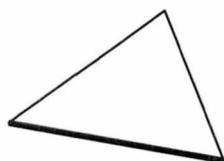
---

---

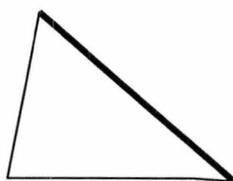
---

---

6. Traçar as alturas dos triângulos abaixo, relativamente aos lados destacados.



(I)



(II)



(III)

7. Defina triângulo eqüilátero.

---

---

---

---

8. Relacione algumas propriedades do triângulo eqüilátero.

---

---

---

---

9. Qual é a soma dos ângulos internos de um triângulo? E de um quadrilátero qualquer?

---

---

---

---