

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

UFSC

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**TRATAMENTO DE RISCO E INCERTEZAS EM
PROBLEMAS DE TOMADA DE DECISÃO SEQUENCIAIS:
CLASSIFICAÇÃO, MODELAGEM E APLICAÇÃO.**

**TESE SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA,
PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE DOUTOR EM ENGENHARIA**

JOÃO CANDIDO BRACARENSE COSTA

**FLORIANÓPOLIS
SANTA CATARINA – BRASIL - 2002**

**TRATAMENTO DE RISCO E INCERTEZAS EM
PROBLEMAS DE TOMADA DE DECISÃO SEQUENCIAIS:
CLASSIFICAÇÃO, MODELAGEM E APLICAÇÃO.**

JOÃO CANDIDO BRACARENSE COSTA

Esta Tese foi julgada adequada para a obtenção do Título de:

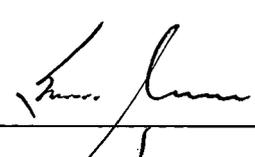
“DOUTOR EM ENGENHARIA”

Especializada em Engenharia de Produção e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação.

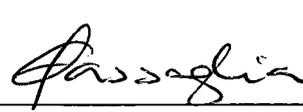


Prof. Ricardo Miranda Barcia, Ph.D.
Coordenador

BANCA EXAMINADORA



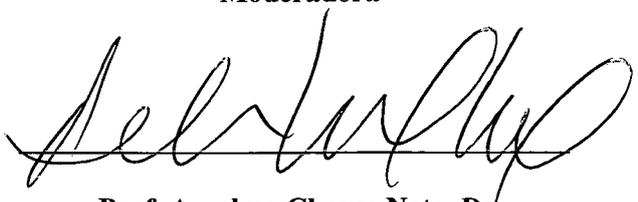
Prof. Sérgio Fernando Mayerle, Dr.
Presidente



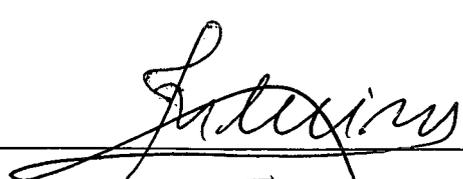
Prof.ª Eunice Passaglia, Dra.
Moderadora



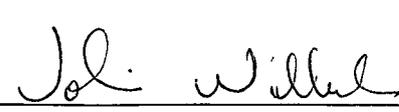
Prof. Edgar Augusto Lanzer, Ph.D.



Prof. Anselmo Chaves Neto, Dr.
Examinador Externo



Prof. José Antônio Ribas Ribeiro, Ph.D.



Prof. Volmir Eugênio Wilhelm, Dr.
Examinador Externo

“Não me assente o senhor por beócio. Uma coisa é por idéias arranjadas, outra é lidar com país de pessoas, de carne e sangue, de mil-e-tantas misérias ...”
Guimarães Rosa em Grande Sertão : Veredas.

Para a Odete

**Presença constante, dedicação absoluta.
Esta tese é também sua.
Com carinho e ternura.**

AGRADECIMENTOS

Professor Sérgio Fernando Mayerle foi mais que orientador, não só me conduziu com mão firme e certa mas também foi extremamente dedicado e companheiro.

Professor Edgar Augusto Lanzer esteve presente em todos os momentos críticos da minha caminhada, ajudou-me na definição do tema da tese e, literalmente, abriu-me horizontes.

Professor José Eduardo Souza de Cursi, orientador no exterior, do *Institut National des Sciences Appliquées* – INSA de Rouen, por ter me acolhido naquela instituição francesa, por sua orientação e oportunidade de trabalhar integrado em sua equipe.

A convivência com o Professor José Antônio Ribas Ribeiro fez com que a complexidade do sistema de bovinocultura de corte se tornasse mais amena.

Professor Anselmo Chaves Neto contribuiu para que eu ampliasse significativamente meu conhecimento na área de métodos quantitativos.

Professor Volmir Eugênio Wilhelm, com suas ponderações, possibilitou-me uma melhor apresentação dos resultados da presente pesquisa.

Professora Eunice Passaglia cooperou com importantes observações complementares.

Professor Roberto Carlos dos Santos Pacheco pelas sugestões apresentadas, as quais, na medida do possível, procurei incorporar nesta versão final.

Meus pais Otto Bracarense Costa (*in memoriam*) e Oilde Rebellato Costa que desde o início tiveram uma presença solidária e amiga. Seu afeto e dedicação fizeram transitáveis os caminhos da vida muitas vezes ásperos.

Economista Samuel Bracarense Costa, do *Banco Central do Brasil - Departamento de Operações Bancárias e de Sistema de Pagamentos (DEBAN)*, pelo intercâmbio de idéias e pela indicação de leituras úteis em microeconomia. Suas sugestões foram decisivas quer pela pertinência quer pela maneira paciente e afetiva como foram formuladas, e atuou como o líder que a ocasião requeria e eu necessitava, diluindo hesitações incômodas que amiúde me assaltavam.

Professora Deborah Sandra Leal Guimarães Schneider, da Área de Estatística da UNIOESTE, por toda colaboração recebida ao longo desta pesquisa. Durante minha ausência no Brasil manteve contato permanente com apoio afetivo e material.

Professor Antonio Fernandes Leite fez a revisão gramatical da tese. Além disso, pelo convívio, pelas palestras e pelas horas compartilhadas.

Professor Paulo Afonso Bracarense Costa, do Departamento de Estatística da UFPR, pessoalmente e através de *chats* Brasil-EUA e França-Brasil mantivemos contatos constantes tratando de discussões sobre modelos utilizados, sem esquecer que seu empenho antecipou a minha viagem à Europa.

Professor Joaquim Odilon Pereira pelo apoio recebido durante o processo de liberação para cursar o doutorado na UFSC, em seu exercício como Pró-Reitor de Pós-Graduação e Pesquisa da UNIOESTE.

Professor Wesley Vieira da Silva, do Departamento de Economia da UNISUL, pelas importantes discussões em séries temporais.

Os amigos François e Márcia Prin; Michel e Isabelle Duval; e Michel e Georgette Fossé, ajudaram tornar nossa convivência na França algo extremamente agradável.

Aos amigos do doutorado Adriano Mendonça Souza, Amarildo de Vicente, Ana Lúcia Miranda Lopes, Gustavo Daniel Roig Sannemann, Nilson Ribeiro Modro, Oneida Barros Bezerra e Pedro Paulo Balestrassi, pela convivência agradável o que facilitou sobremaneira a minha aprendizagem.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção pelos ensinamentos recebidos.

A Aliança Francesa de Florianópolis em nome das Professoras Sylvie Colin e Maria Helena Mamigonian pelo apoio incontinente na preparação da língua para o estágio no exterior.

Ao ICEPA (SC) em nome do senhor João Manoel Anderson pelas séries históricas cedidas à esta pesquisa, e ao EPAGRI (SC) em nome da senhora Zilma Maria Vasco que me permitiu utilizar, a todos os momentos, a bibliografia necessária deste Instituto.

À ADUC/UNIOESTE em nome do professor Alberto Rodrigues Pompeu pela presença durante essa trajetória.

À Universidade Estadual do Oeste do Paraná pela oportunidade concedida para a realização desta pesquisa.

Ao *INSA de Rouen* e ao *Conseil de Haute Normandie* no nome do M. Tousot pelo apoio constante e hospitaleiro no decorrer dos 19 meses do Programa Doutorado *Sandwich*.

À CAPES, pelas bolsas recebidas.

RESUMO

A presente pesquisa busca apresentar contribuições a problemas de tomada de decisão em um contexto de economia matemática, tais como: elaborar uma classificação genérica para descrever um problema seqüencial de múltiplos estágios, considerando medidas para mensurar os mais variados tipos de erros (vagueza, imprecisão, aleatoriedade); identificar a ordem de preferência entre as alternativas apresentadas pelo processo decisório, de modo a caracterizar uma seqüência de estratégias de decisão; e aplicar o modelo matemático proposto à bovinocultura de corte visando o momento interessante de colocar o produto à venda, em função das incertezas e dos riscos envolvidos. A metodologia está calcada na utilização das técnicas da tomada de decisão associada à estrutura da programação dinâmica difusa, bem como, a modelos econométricos, conforme a abrangência da natureza do erro, possibilitando, assim, encontrar o conjunto de estratégias pretendidas. A classificação de problemas seqüenciais multi-estágios é definida pela seqüência $\alpha / \beta / \gamma / \rho / \eta$, em que, “ α ” identifica o estágio, “ β ” expressa a natureza do estado, a ação é determinada pela classe “ γ ”, o retorno por “ ρ ” e o horizonte de planejamento por “ η ”. São indicadas estratégias possíveis para a tomada da decisão, tanto no que se refere à época de venda do produto, quanto ao tratamento a ser implementado a cada período de produção adicional, considerando as incertezas envolvidas no processo. As respostas são apresentadas por uma interface de apoio, que permitem uma avaliação imediata sobre todas as decisões possíveis a serem tomadas, dado que elas são listadas em ordem de prioridades. A qualquer instante, portanto, é possível fazer uma análise de sensibilidade identificando a alternativa de interesse a ser escolhida.

Palavras chaves: programação dinâmica difusa, previsão não aleatória, teoria da decisão e economia matemática.

ABSTRACT

The present research sets out to offer contributions to problems concerning decision making in a mathematical economics context, such as: elaborating a generic classification to describe a sequential problem with multiple stages, considering measurements to measure the most varied types of errors (vagueness, imprecision, randomness); identifying the order of preference among the alternatives presented by the decision-making process, so as to characterize a sequence of strategies for reaching a decision; and applying the mathematical model proposed for bovine culture for slaughter focusing on the interesting moment when the product is placed on the market, with all the uncertainties and risks involved. The methodology is grounded on the utilization of the decision-making techniques associated with the structure of fuzzy dynamic programming, as well, to econometrics models, depending on the spread of the nature of the error, making it possible to find the desired set of strategies. The classification of sequential multi-stage problems is defined by the sequence $\alpha / \beta / \gamma / \rho / \eta$, in which “ α ” identifies the **stage**, “ β ” expresses the nature of the **state**, the **action** is determined by class “ γ ”, the **return** by “ ρ ” and the **horizon of planning** by “ η ”. Possible strategies are indicated for decision-making, both in terms of the time to sell the product, and the way of dealing with the problem in each period of additional production, considering the uncertainties involved in the process. The answers are presented by a supporting interface, so as to make possible an immediate evaluation concerning all the possible decisions to be made, although they are listed in order of priorities. At any moment, therefore, it is possible to make an analysis of sensibility identifying the alternative of interest that is to be chosen.

Key Words: fuzzy programming dynamic, non-random prediction, theory of decision and mathematical economics.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES.....	XI
LISTA DE SIGLAS.....	XII
CAPÍTULO I	
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	1
1.2 OBJETIVO.....	2
1.2.1 <i>Objetivo geral</i>	2
1.2.2 <i>Objetivos específicos</i>	2
1.3 JUSTIFICATIVA.....	3
1.4 LIMITAÇÕES.....	5
1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	5
CAPÍTULO II	
2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	7
2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	7
2.2 TOMADA DE DECISÃO.....	7
2.3 NATUREZA DA INCERTEZA.....	9
2.4 CONJUNTOS DIFUSOS.....	11
2.4.1 <i>Definições básicas</i>	12
2.4.2 <i>Operações e propriedades básicas</i>	16
2.4.3 <i>Definição de número difuso</i>	17
2.4.4 <i>Princípio da extensão</i>	18
2.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	23
CAPÍTULO III	
3. PROGRAMAÇÃO DINÂMICA.....	24
3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	24
3.2 O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA CLÁSSICA.....	24
3.2.1 <i>Programação dinâmica determinística</i>	25
3.2.2 <i>Programação dinâmica estocástica</i>	26
3.2.3 <i>Condições de validação de modelos</i>	28
3.3 O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DIFUSA.....	30
CAPÍTULO IV	
4. CARACTERIZAÇÃO DO MODELO GERAL.....	37
4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	37
4.2 CLASSIFICAÇÃO DE PROBLEMAS SEQUENCIAIS.....	38
4.3 MODELO MATEMÁTICO.....	44
4.3.1 <i>Estágios</i>	44
4.3.2 <i>Estados</i>	44
4.3.3 <i>Ações</i>	45
4.3.4 <i>Retorno</i>	45
4.3.5 <i>Horizonte de Planejamento</i>	46
4.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	47

CAPÍTULO V

5. CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA DA BOVINOCULTURA DE CORTE.....	48
5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	48
5.2 SISTEMAS DE PRODUÇÃO.....	49
5.3 SISTEMAS DE COMERCIALIZAÇÃO.....	57
5.4 PLANEJAMENTO E CONTROLE.....	61
5.5 ANÁLISE CRÍTICA DE MODELOS DE APOIO À AGROPECUÁRIA.....	64

CAPÍTULO VI

6. INTERFACE.....	67
6.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	67

CAPÍTULO VII

7. ESTUDO DE CASO.....	77
7.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	77
7.2 LEVANTAMENTO DE DADOS.....	78
7.2.1 <i>Ganho de peso vivo</i>	79
7.2.2 <i>Séries históricas</i>	80
7.2.3 <i>Estimação do modelo ARIMA</i>	80
7.3 RESULTADOS DO MODELO MATEMÁTICO DE APOIO À DECISÃO.....	82
7.4 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE.....	88
7.5 COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS ALTERNATIVOS: DETERMINÍSTICO, ESTOCÁSTICO E DIFUSO.....	89

CAPÍTULO VIII

8. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	90
8.1 CONCLUSÕES.....	90
8.2 RECOMENDAÇÕES.....	92

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA.....	94
-------------------------------	----

APÊNDICE A: SÉRIES TEMPORAIS.....	111
-----------------------------------	-----

APÊNDICE B: MODELOS ARIMA.....	133
--------------------------------	-----

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA	2.1	Complexidade de um sistema versus precisão no modelo do sistema.....	9
FIGURA	2.2	Taxionomia do Erro.....	10
FIGURA	2.3	Temperatura em uma extensão $[T_1, T_2]$: variável crisp.....	13
FIGURA	2.4	Temperatura em uma extensão $[T_1, T_2]$: variável difusa.....	13
FIGURA	2.5	Corte - α (Klir e Yuan, (1995)).....	15
FIGURA	2.6	Função de pertinência, $\mu_P(x)$, do número difuso $P = (\rho, \alpha, \beta)_{L,R}$	18
FIGURA	3.1	Função de pertinência de uma restrição difusa.....	30
FIGURA	3.2	Objetivo difuso, restrição difusa, decisão difusa e decisão ótima.....	32
FIGURA	4.1	Classificação de problemas sequenciais de múltiplos estágios.....	39
FIGURA	4.2	Sistemas dinâmicos.....	45
FIGURA	4.3	Princípio da extensão.....	46
FIGURA	5.1	Equivalência entre peso e crescimento de animais domésticos, animais de laboratório e do homem. (Reprodução de Bioenergética e Crescimento de Brody (1945), cortesia de Reinhold Publishing Corp., New York), Maynard (1984).....	50
FIGURA	5.2	Taxionomia de Sistema de Produção na Pecuária de Corte (elaborado pelo autor).....	52
FIGURA	5.3	Desenvolvimento de novilhos em pastagem natural de verão e inverno e em pastagem cultivada de inverno. Müller e Primo (1986).....	53
FIGURA	6.1	Interface inicial: identificação da base de dados.....	67
FIGURA	6.2	Carrega os dados pelo ícone Carregar Base de Dados, utilizando o arquivo Estudo de Caso 02.....	69
FIGURA	6.3	Preço de Mercado de Animal. Data e preços em período quinzenal, utilizando o arquivo Estudo de Caso 03.....	70
FIGURA	6.4	Dados do Mercado Financeiro. Data e preços em período mensal.....	71
FIGURA	6.5	Ativa o menu Define Spread e ajusta os dados "Ganho de Peso" em 15% à direita e 10% à esquerda (arquivo Estudo de Caso 01).....	72
FIGURA	6.6	Janela final da interface em um contexto de apoio à decisão (difuso) em pecuária de corte.....	74
FIGURA	7.1	Função de Autocorrelação Amostral (BoiGordo).....	81
FIGURA	7.2	Função de Autocorrelação Parcial (BoiGordo).....	81
FIGURA	7.3	Identificação visual completa da resposta.....	83
FIGURA	7.4	Comparação entre a resposta alimentar dada pelas dietas de tipo 1 e 4.....	84
FIGURA	7.5	Comparação entre a resposta alimentar um animal e vendê-lo.....	86
FIGURA	7.6	A decisão de alimentar o lote de animais com dietas menos nutritivas são apontadas como a melhor estratégia.....	87
FIGURA	B.1	Função de autocorrelação amostral (BoiMagro).....	133
FIGURA	B.2	Função de autocorrelação parcial (BoiMagro).....	134
FIGURA	B.3	Função de autocorrelação amostral (Ração1).....	135
FIGURA	B.4	Função de autocorrelação parcial (Ração1).....	135
FIGURA	B.5	Função de autocorrelação amostral (IPA).....	137
FIGURA	B.6	Função de autocorrelação parcial (IPA).....	138

LISTA DE SIGLAS

BCB	Banco Central do Brasil.
BMF	Bolsa de Mercadorias e Futuros.
CNCPS	<i>Cornell Net Carbohydrate and Protein System, EUA.</i>
EMBRAPA	Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária
EPAGRI SC	Empresa de Pesquisa Agropecuária e Extensão Rural do Estado de Santa Catarina.
FGV	Fundação Getúlio Vargas.
ICEPA SC	Instituto de Planejamento e Economia Agrícola de Santa Catarina.
INSA DE ROUEN	<i>Institut National des Sciences Appliquées de Rouen, França.</i>
NRC	<i>National Research Council of National Academy of Sciences, EUA.</i>
UFPR	Universidade Federal do Paraná.
UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina.
UNIOESTE	Universidade Estadual do Oeste do Paraná.
UNISUL	Universidade do Sul de Santa Catarina.

1. INTRODUÇÃO

1.1 Considerações iniciais

A multiplicidade de fenômenos suscetíveis de serem tratados pela matemática, exige a elaboração de modelos cada vez mais complexos para que uma decisão seja tomada. Os dados disponíveis nem sempre se prestam a uma abordagem através dos métodos convencionais. Disto resulta a necessidade da construção de modelos que possam tratar fenômenos carregados de incerteza, imprecisão ou ambigüidade. Zadeh (1973) comenta que "à medida que a complexidade de um sistema cresce, nossa habilidade para fazer declarações precisas e significativas sobre o comportamento do sistema diminui até um limiar, além do que a precisão e a relevância tornam-se quase características mutuamente exclusivas".

Problemas com características complexas e com incerteza acompanham o ser humano desde o início da estruturação do pensamento científico e estão relacionados com o comportamento social, os instrumentais técnicos, passando por aspectos econômicos, e, muitas vezes, sendo equacionados somente interdisciplinarmente.

Várias são as formas de tratar cientificamente os problemas. O Logicismo, o Intuicionismo e o Formalismo são trabalhados pela matemática (Costa, 1992). Na Epistemologia, os problemas são tratados diferentemente dependendo do enfoque ser no Realismo, na Axiomática ou no Construtivismo. Do ponto de vista da construção de modelos, eles serão diferentes se calcados nos ensinamentos dos métodos Descritivista, Normativista ou Construtivista (Roy, 1990).

Segundo Fandel e Spronk (1992), recentes metodologias têm apresentado sofisticação para resolver problemas: as tomadas de decisões multiobjetivas¹ têm em seu

¹ Uma importante discussão a respeito dos termos *objective, goal, attribute, measure of effectiveness, standard, etc.* é encontrada em Keeney e Raiffa (1993) e Keeney (1992).

escopo uma estrutura de modelagem mais subjetiva na sua formulação. Nas opiniões de Klir e Yuan (1995) e Ross (1995), quando são envolvidos elementos de incerteza, de inconsistência, de imprecisão e de vagueza aumenta a dificuldade de interpretação e os sistemas difusos² podem se constituir em importante instrumental para a solução de problemas.

Todos os dados relevantes devem ser considerados, inclusive aqueles não quantitativos, que as abordagens convencionais nem se quer cogitam. A tomada de decisão que utiliza a linguagem natural como seu veículo pode lidar com fatores qualitativos e comportamentais do ser humano, e neste sentido segue a proposta deste trabalho.

1.2 Objetivo

1.2.1 Objetivo geral

O objetivo da presente pesquisa é contribuir para o desenvolvimento de uma metodologia de apoio à decisão, que permita tratar sistemas dinâmicos, com horizonte de planejamento de curto prazo, a ser aplicado na análise de riscos de problemas de tomada de decisão com múltiplos estágios, em situações de incerteza, ambigüidade e imprecisão.

1.2.2 Objetivos específicos:

Como objetivos específicos, neste trabalho pretende-se apresentar contribuições no âmbito dos problemas de tomada de decisão seqüencial, referentes às seguintes questões:

- a) Elaborar uma classificação genérica para descrever um problema seqüencial de múltiplos estágios, considerando as características básicas estágio, estado, ação, retorno e horizonte de planejamento, como também, os modelos alternativos determinísticos, estocásticos, difusos e seus derivados conforme as diferentes medidas para mensurar os mais variados tipos de erros, tais como risco, incerteza, imprecisão, ambigüidade, dentre outros;

² Sistema (dinâmico) difuso, nesse contexto, deriva dos trabalhos propostos por Zadeh nas décadas de 1960 e 1970.

- b) Identificar a ordem de preferência entre as alternativas apresentadas pelo processo decisório, de modo a caracterizar a melhor estratégia³ de decisão, a segunda melhor, e assim por diante;
- c) Apresentar uma técnica eficiente para análise de sensibilidade, que caracterize o quanto melhor uma solução pode ser em relação às demais, considerando incertezas diversas existentes no processo, bem como a subjetividade do tomador de decisão. Neste sentido, deseja-se conhecer, também, a variabilidade que cada decisão tomada pode apresentar, em relação aos objetivos traçados;
- d) Propor uma forma de representação das soluções encontradas, de modo a dar ao tomador de decisão uma visão mais abrangente e qualitativa das mesmas;
- e) Aplicar as contribuições metodológicas propostas na construção de um modelo matemático, que ajude o tomador de decisão a encontrar a melhor estratégia para um problema de descarte de itens, sujeitos às incertezas existentes no processo de manutenção dos mesmos e no mercado em que estes deverão ser comercializados; e
- f) Aplicar o modelo proposto a um sistema de produção de gado de corte em confinamento, de modo a identificar melhor momento para colocar o produto à venda no mercado, em função das incertezas e riscos envolvidos.

A seguir, serão apresentadas as justificativas para a realização deste trabalho, de modo a caracterizar a sua importância, tanto no contexto econômico quanto científico.

1.3 Justificativa

Koontz e O'Donnell (1974) conceituam a tomada de decisão em seu livro "Princípios de Administração" como:

"Tomada de decisão – a seleção efetiva dentre alternativas a um curso de ação – é a essência do planejamento. Os administradores a encaram como sua tarefa

³ Estratégia, no contexto deste trabalho, refere-se a um conjunto de decisões alternativas, a serem tomadas de modo seqüencial, e que podem ser adaptadas às circunstâncias observadas no momento da escolha.

central, pois constantemente têm de escolher o que deve ser feito, quem deve fazer, quando, onde, e, às vezes, como. A tomada de decisão deve ser encarada como um passo no planejamento, mesmo quando é feita rapidamente e com pouca reflexão, ou quando influencia a ação por apenas alguns minutos. Também, faz parte da vida cotidiana de cada indivíduo. O planejamento ocorre na vida administrativa ou pessoal sempre que são feitas escolhas a fim de atingir um alvo em fase de limitações tais como tempo, dinheiro e os desejos de outras pessoas.”

O ato da escolha é inerente ao pensamento, e está intimamente relacionada à subjetividade do homem. No entanto, decidir é um caminho árduo a percorrer, face aos muitos objetivos (às vezes conflitantes) a serem atingidos, como também, a sua natureza dinâmica e a difícil obtenção de dados precisos e confiáveis.

Dado um problema, o uso de métodos científicos possibilitam ao tomador de decisão a escolha da melhor alternativa, tendo em vista os objetivos a serem alcançados. O uso dessas soluções, entretanto, estão sujeitas a críticas e interpretações realizadas pelo decisor, em função de outras informações disponíveis e não consideradas no método empregado. Em tal situação pode o decisor optar por não utilizar a solução apontada pelo modelo. O uso de métodos que permitam a obtenção não só da melhor alternativa, mas também de outras alternativas segundo uma ordem de preferência, é fortemente desejável, especialmente nos casos em que o fator tempo é premente. Além disso, a representação de soluções de uma forma clara e abrangente é algo pouco explorado nesta área de conhecimento.

Outra preocupação que se deve ter em mente, na construção de modelos matemáticos que visam apoiar uma decisão, diz respeito a sua sensibilidade quanto ao tratamento dos diversos tipos de incerteza, tanto as que se referem a problemas tipicamente probabilísticos quanto a situações que se apresentam imprecisas ou distorcidas. Desta forma, tendo o agente da tomada de decisão uma ferramenta que possibilite um maior entendimento do universo trabalhado, em curto espaço de tempo, é possível elaborar estratégias comerciais que visem o melhor momento de colocar um item produzido no mercado consumidor.

Muitos são os setores carentes a métodos dessa natureza. Mas, a ausência de recursos diversos pode se tornar uma importante limitação na propagação desses instrumentos. Em particular, a utilização de modelos de apoio à decisão em atividades

agropecuárias, tende a dar um suporte significativo ao produtor rural, o que se torna imprescindível uma vez que este é carente de informações cientificamente fundamentadas.

1.4 Limitações

Nesta seção são apresentadas as limitações principais encontradas no desenvolvimento do presente trabalho:

- a) A validação do Modelo Matemático que apóia à decisão, utilizando variáveis difusas, não incorpora testes científicos empíricos;
- b) A análise de avaliação é feita apenas por uma modelagem não contínua. Na aplicação tratou-se, apenas, do período de engorda do animal, ao invés do sistema de produção completo; e
- c) A aplicação no Sistema de Produção Pecuário é dada somente na categoria Confinamento.

1.5 Organização do trabalho

Os campos de estudos abordados ao longo da pesquisa permitiram a construção de uma ferramenta importante para auxiliar à tomada de decisão em problemas sequenciais de múltiplos estágios, envolvendo incertezas diversas e estudos de previsão com instrumental para tratamentos não convencionais. As implementações foram realizadas visando atingir os objetivos propostos pela pesquisa.

No primeiro capítulo é descrito o ambiente de decisão para problemáticas complexas, em que são considerados vários tipos de tratamento de incerteza, tais como, discutido na teoria de probabilidade, teoria dos conjuntos difusos, teoria da possibilidade, dentre outras. São explanados aspectos que motivaram a pesquisa.

No segundo capítulo, são apresentadas ferramentas de suporte da pesquisa: a abordagem decisória, as medidas para mensurar a incerteza e a conceituação, definição e descrição de propriedades de teoria de conjuntos difusos. Dando continuidade a apresentação da estrutura teórica da pesquisa, no terceiro capítulo é discutida a programação dinâmica

sobre três modos alternativos: determinístico, estocástico e difuso, bem como, são apresentados os princípios da separabilidade e da otimalidade.

No quarto capítulo é descrita a classificação genérica para resolver problemas seqüências de múltiplos estágios, que tenham como estrutura básica os valores: sistema, estágio, estado, ação, retorno, transição entre estágios contíguos e horizonte de planejamento. Em seguida, o método desenvolvido para tratamento desses problemas.

No quinto capítulo é caracterizado um estudo de caso na pecuária de corte através do conhecimento físico da atividade, do sistema de comercialização do produto e das preocupações relevantes para a elaboração do planejamento e controle do empreendimento. O desenvolvimento científico sugerido por modelos de decisão, também é tema de discussão nesse capítulo, tratados no item análise crítica de modelos de apoio à agropecuária.

No sexto capítulo apresenta-se o funcionamento da interface que apóia o pecuarista, em que os bancos de dados elaborados foram construídos com valores previstos pelos modelos ARIMA, calcados em séries históricas doadas pelo Instituto Catarinense de Estudos de Pesquisa Agropecuária (ICEPA SC), pelo Instituto Fundação Getúlio Vargas (FGV) e pelo Banco Central do Brasil.

No sétimo capítulo são apresentados os resultados gerais da pesquisa, com ênfase no estudo de caso, a saber: a formação do ganho de peso vivo do animal, as estimações do modelo ARIMA para todas as séries envolvidas, aos resultados da implementação algorítmica, a análise de sensibilidade a todo instante de decisão, a verificação do modelo matemático e a comparação entre três modelos dinâmicos alternativos.

No oitavo capítulo são analisadas as conclusões e sugeridas recomendações para futuras pesquisas. Fazem parte da estrutura desse trabalho o Apêndice A “Séries Temporais” e o Apêndice B “Modelos ARIMA”.

CAPÍTULO II

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 Considerações iniciais

A tomada de decisão faz parte da natureza humana, e a todo o momento decisões são efetuadas. Para as situações complexas é necessária a escolha de possibilidades – adequada ao tempo – freqüentemente contraditórias. Para uma maior eficiência é necessário um levantamento das condições existentes, embasadas em um prévio conhecimento da realidade e o discernimento para a elaboração de critérios consistentes. A abordagem decisória é descrita com mais detalhe na seção 2.2.

Segundo Keeney e Raiffa (1976), a medição do grau de satisfação é a grande dificuldade dentro do processo de tomada de decisão em toda sua extensão. Pois, os problemas podem carregar os mais variados tipos de incertezas. As medidas para mensurar as incertezas são preocupações constantes a todas as áreas do conhecimento científico, e em especial nos processos de tomada de decisão. Com intuito de melhor definir o espaço da presente pesquisa, é feita uma ampla discussão a respeito desse tema na seção 2.3. Uma abordagem matemática para tratamento de incertezas de cunho não aleatório é a teoria de conjuntos difusos e é descrita na seção 2.4.

2.2 Tomada de decisão

O desenvolvimento de ciências e análise da decisão tem dois eixos principais: a teoria da decisão normativa clássica (teoria formal), no qual Zimmermann (1987) descreve como:

“A versão formal de teoria da decisão é a teoria da decisão prescritiva, normalmente chamada teoria da decisão normativa, lógica decisional, teoria da decisão estatística. Esta área constitui uma ciência formal, normalmente incluindo

teoria da utilidade, e considera uma decisão como um ato de uma escolha racional. Esta versão assume que todas as informações são fornecidas e portanto não incluem uma reunião de informações ou uma fase de implementação após a escolha”.

e a teoria da decisão descritiva (teoria factual), no qual o autor complementa:

“a teoria factual de decisão é frequentemente chamada de teoria de decisão descritiva, teoria de decisão cognitiva, teoria de decisão procedural, ou teoria de decisão empírica. Esta teoria considera resolução de problemas ou tomada de decisões geralmente como sistemas de processos de informações. Trabalha-se, em oposição à teoria anterior, com modelos abertos, onde a reunião de informações faz parte do processo de tomada da decisão e não são aceitas como conhecidas. Nessa teoria, o pensamento humano é incluído na análise de decisão”.

Desta forma, teoria normativa visa otimizar uma função utilidade ou um critério eminente, ao passo que a teoria descritiva trabalha em outra contextualização podendo envolver problemas de análise verbal de valor⁴, como por exemplo, na utilização de métodos de apoio à decisão multicritério [Ensslin et. al., (2001)], visando atingir uma satisfação.

O estudo padrão da análise da decisão é baseado na hipótese segundo a qual as probabilidades dos possíveis eventos relacionados ao problema de decisão em consideração são conhecidas. Essa afirmativa se constata, por exemplo, em séries temporais. No entanto, na opinião de Bellman e Zadeh (1970), na maioria das situações reais essa hipótese é questionável, as probabilidades consideradas são mal conhecidas, incompletas e estimadas com pouca precisão. Para os autores, a tomada de decisão em um meio difuso é um processo decisional no qual os objetivos e/ou as restrições constituem classes de alternativas cujos limites não são definidos nitidamente.

A modelagem de um sistema dinâmico para a tomada de decisão que melhor satisfaça o decisor, tem duas preocupações imediatas relevantes: exercer a decisão de forma subjetiva com critério e utilizar ferramentas adequadas para tratamento de incertezas. Yager (1980) mostra que a solução para um sistema de decisão envolve quatro principais subproblemas: listar as alternativas e os objetivos, medindo como cada alternativa satisfaz

⁴ Ver Larichev e Moshkovich (1997).

cada objetivo; determinar uma forma funcional para a combinação de múltiplos objetivos; pesquisar a alternativa de melhor solução, isto é especialmente importante quando as alternativas são enumeráveis; e tratar as incertezas nos resultados sobre as várias alternativas.

2.3 Natureza da incerteza⁵

A modelagem matemática, em geral, está calcada em um conjunto de hipóteses simplificadoras sobre o comportamento da realidade. A utilidade dos modelos assim construídos está diretamente condicionada a sua capacidade de predição. Desta forma, deve-se considerar as características essenciais do modelo – complexidade, credibilidade e incerteza – a fim de melhor retratar o ambiente de estudo.

Ross (1995) informa que à medida que a complexidade de um sistema decresce o entendimento a seu respeito aumenta e maiores são os recursos computacionais para a elaboração de previsões. Para sistemas mais complexos, os modelos livres têm grande poder e reduzem parte da incerteza, através de uma possível aprendizagem ao longo do processo. Finalmente, para sistemas muito complexos onde existem poucos dados numéricos e estão presentes informações ambíguas e imprecisas, o tratamento matemático recai sob a responsabilidade dos sistemas difusos. Uma interpretação geométrica a esse respeito é dada pela Figura 2.1.

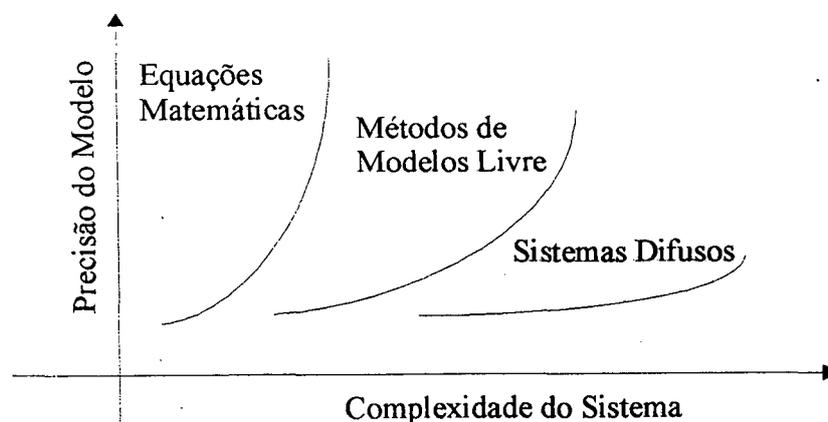


Figura 2.1 Complexidade de um sistema versus precisão no modelo do sistema.

⁵ Uma importante discussão a respeito da “natureza das medidas de incerteza e ignorância” é apresentada por Bracarense Costa (1999).

De acordo com Bracarense Costa (1999), sob o ponto de vista da incerteza, pode-se falar que, em geral, a agregação de maiores níveis de incerteza aos modelos faz com que tais modelos se aproximem mais da realidade e portanto, eles tenham maior credibilidade por parte do tomador de decisão.

Historicamente, observa-se que o avanço do estudo sobre a incerteza se dá face aos problemas enfrentados por metodologias que não conseguem obter boas interpretações empíricas através das relações matemáticas tradicionais. Black (1937) caracterizou essa necessidade, discutindo a questão de que enquanto os matemáticos constroem uma teoria em termos de objetos precisos, as ciências experimentais observam objetos cujas propriedades são aproximadamente verdadeiras.

Uma taxionomia sobre o erro é descrita por Smithson (1989), conforme apresentado na Figura 2.2.

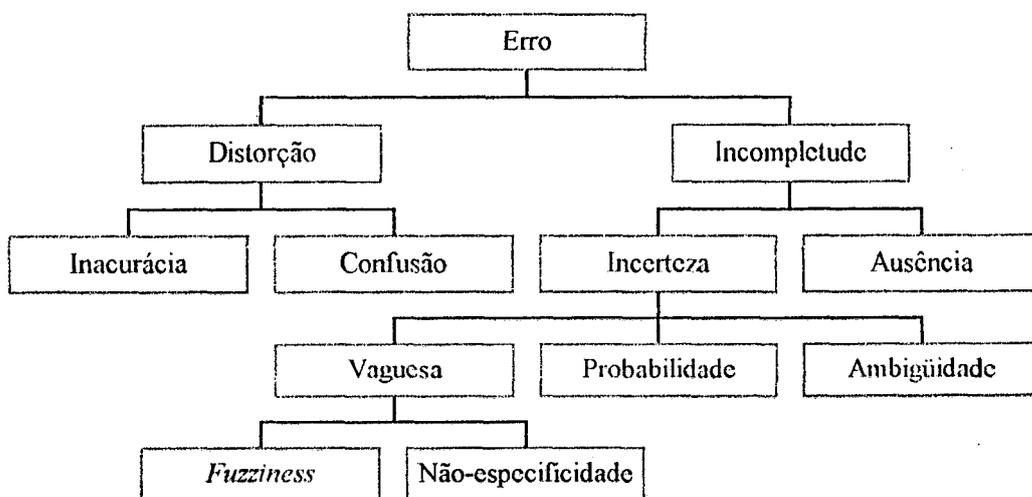


Figura 2.2 Taxionomia do erro.

Smithson descreve a taxionomia do erro como se segue: o erro pode ocorrer de uma visão distorcida e/ou incompleta. Ambas as classes podem ser definidas segundo grau e tipo. A distorção trata da ausência de acurácia (distorção de grau) e da confusão (substituição errada de tipo). A incompletude por outro lado, parece ser mais fácil de corrigir do que a distorção, e pode denotar incerteza (grau) e ausência (tipo). A incerteza inclui os conceitos de vagueza, probabilidade e ambigüidade. A vagueza pode ser compreendida entre a difusividade e a não-especificidade. O autor alerta que a quantificação da incerteza, em

termos comparativos, deve ser realizada dentro do mesmo tipo de incerteza. Assim, por exemplo, a teoria clássica de conjuntos⁶ trabalha somente com não-especificidade, ao passo que a teoria de conjuntos difusos trabalha com não-especificidade e nebulosidade.

Para conceituar os fundamentos que tratam de incertezas não aleatórias, será apresentado na próxima seção: conceituação, definições, e propriedades da Teoria de Conjuntos Difusos.

2.4 Conjuntos difusos

Na década de 1960, Zadeh (1965) propôs a teoria de conjuntos difusos, cujos elementos são descritos com a propriedade de não terem seus limites definidos precisamente, ou seja, os elementos dos conjuntos difusos expressam transições graduais de pertinência para não-pertinência, contrapondo-se a lógica bi-valorada de Aristóteles, onde ou o elemento pertence a um conjunto ou ele não pertence. Segundo Klir e Yuan (1995), a distinção entre as duas abordagens diz respeito à existência do “princípio da contradição”⁷ e do “princípio do terceiro excluído”⁸, somente na teoria clássica de conjuntos.

Segundo Bracarense Costa (1999), a modelagem segundo a lógica difusa permite, fundamentalmente, que:

- a) Se expressem observações irredutíveis e medidas de incerteza em suas várias manifestações e faz essas incertezas intrínsecas aos dados, e os resultados obtidos são mais carregados de significado, em termos epistemológico e pragmático;
- b) Se tenha forte recurso para gerenciar complexidades e controlar custos computacionais;
- c) Se tenha maior poder de expressividade, e portanto, seja mais abrangente no tratamento de classes de problemas, principalmente, aquela que envolvem a utilização de linguagem natural; e

⁶ Teoria clássica de conjuntos, também conhecida como teoria de conjuntos crisp.

⁷ Costa (1992) descreve o princípio da contradição por: “Dadas duas proposições contraditórias, isto é, tais que uma é negação da outra, uma delas é falsa”.

⁸ Costa (1992) descreve o princípio do terceiro excluído por: “De duas proposições contraditórias, uma é verdadeira”.

- d) Se tenha maior capacidade de capturar a forma de raciocínio humano e o senso-comum; desta forma, quando empregado na computação, permite a construção de máquinas e programas mais amigáveis.

Nesta seção serão apresentados as definições, operações e propriedades básicas da teoria de conjuntos difusos, bem como, a definição de número difuso e o Princípio da Extensão.

2.4.1 Definições básicas

Diz-se que um conjunto difuso é uma classe de objetos que não tem limites nítidos entre os elementos que pertencem à classe e os que não fazem parte da mesma. Formalmente, seja o conjunto $X = \{x\}$ formado por uma coleção de objetos denotados genericamente por x . Então um conjunto difuso $A \subseteq X$ é um conjunto de pares ordenados definidos por

$$A = \{(x, \mu_A(x)) / x \in X\} \quad (2.4.1)$$

em que $\mu_A(x)$ é denominado o grau de pertinência de x em A , e $\mu_A: X \rightarrow M$ é uma função de X para o espaço M , chamado de espaço de pertinência.

A função característica de um conjunto clássico atribui o valor 1 (um) ou 0 (zero) para cada elemento no conjunto universo, discriminando entre membros e não membros do conjunto considerado. Simbolicamente,

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{para } x \in A \\ 0, & \text{para } x \notin A \end{cases} \quad (2.4.2)$$

onde $\{0, 1\}$ é chamada de conjunto avaliação.

Na Figura 2.3, um exemplo gráfico⁹ mostra uma medição de temperatura através de uma variável *crisp*.

⁹ As interpretações geométricas das Figuras 2.3 e 2.4 foram sugeridas por Klir e Yuan, (1995).

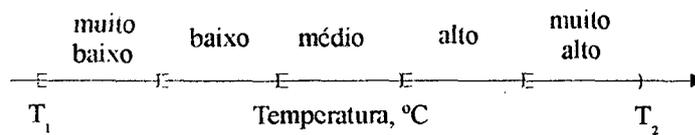


Figura 2.3 Temperatura em uma extensão $[T_1, T_2]$: variável crisp.

A função pode ser generalizada, no sentido de Zadeh, de forma que os valores funcionais atribuídos para os elementos do conjunto universo possam estar parcialmente inseridos em um intervalo específico, para representar o grau de participação do elemento do domínio na função dada. Desta forma, maiores valores denotam maiores graus de pertinência e por assim dizer, são mais representativos.

Segundo (Klir e Yuan, 1995), usualmente o conjunto avaliação da função de pertinência utilizado é o intervalo unitário $[0, 1]$, que tem a imagem mapeada no conjunto universo X , no qual é sempre um conjunto clássico de números reais em $[0, 1]$. Pode-se apresentar a função de pertinência como:

$$\mu_A : X \rightarrow [0, 1] \quad (2.4.3)$$

Graficamente, a medição de temperatura poderia ser interpretada como mostrado na Figura 2.4:

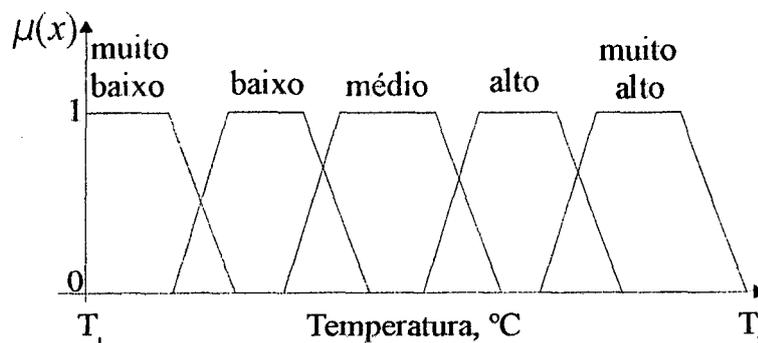


Figura 2.4 Temperatura em uma extensão $[T_1, T_2]$: variável difusa.

No contexto de tomada de decisão, se X é o conjunto de alternativas, A é um objetivo então $\mu_A(x)$ indica o grau no qual a alternativa específica x satisfaz A . Quanto maior $\mu_A(x)$, mais x satisfaz o objetivo A . Diz-se então que $\mu_A(x)$ é a função de pertinência do objetivo A .

No desenvolvimento da teoria de conjunto difuso, diversas tentativas se deram com intuito de expressar os conjuntos. Zadeh, em 1972, propôs uma notação bastante conveniente para sua representação. Assumindo-se que X é conjunto discreto, $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, o conjunto difuso $A \subseteq X$ poderá ser expresso como:

$$A = \mu_A(x_1)/x_1 + \mu_A(x_2)/x_2 + \dots + \mu_A(x_n)/x_n = \sum_{i=1}^n \mu_A(x_i)/x_i \quad (2.4.4)$$

em que os elementos com grau de pertinência nulo podem ser omitidos.

Quando X é um conjunto contínuo, esta expressão se dá como descrito a seguir:

$$A = \int_x \mu_A(x)/x \quad (2.4.5)$$

Vários conjuntos difusos representam conceitos lingüísticos e são freqüentemente empregados para definir estados de uma variável. Klir e Yuan (1995) mostram que a significância da variável difusa facilita graduar as transições entre estados e, conseqüentemente, ela possui uma capacidade natural para expressar e lidar com observações e medições incertas.

O conjunto vazio, \emptyset , é definido para qualquer $x \in X$, tal que

$$\mu_{\emptyset}(x) = 0 \quad (2.4.6)$$

o que implica que para $x \in X$ tem-se,

$$\mu_X(x) = 1 \quad (2.4.7)$$

Dois conjuntos difusos A e B são ditos iguais, $A = B$, se, e somente se,

$$\mu_A(x) = \mu_B(x), \forall x \in X \quad (2.4.8)$$

Um dos mais importantes conceitos de conjuntos difusos é o “corte α ” (ou nível α). Sua interpretação geométrica pode ser dada com o auxílio da Figura 2.5:

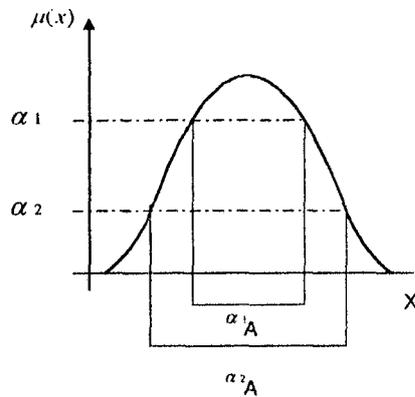


Figura 2.5 Corte - α . (Klir e Yuan, (1995)).

Assim, dado um conjunto difuso A definido sobre X e algum número $\alpha \in [0,1]$, o conjunto *crisp* “corte α ” contém todos os elementos do conjunto universal X , cujos graus de pertinência em A são maiores que ou iguais ao valor específico α . O “corte α ” é definido como se segue:

$${}^{\alpha}A = \{x \in X / \mu_A(x) \geq \alpha\} \quad (2.4.9)$$

O suporte de um conjunto difuso A pertencente a um conjunto universal X é o conjunto clássico que contém todos os elementos de X que tem graus de pertinência não nulo em A . Simbolicamente, o suporte do conjunto A é denotado por $\text{Supp}(A)$, Klir e Yuan (1995) preferem a notação ${}^{0+}A$. O símbolo 1A é frequentemente chamado de *core* de A .

$$\text{Supp } A = {}^{0+}A = \{x \in X / \mu_A(x) > 0\} \quad (2.4.10)$$

A altura de um conjunto difuso A é o maior grau de pertinência obtido por um elemento desse conjunto, ou seja, é o limite superior de $\mu_A(x)$. Formalmente é dada por:

$$h(A) = \sup_{x \in X} \mu_A(x) \quad (2.4.11)$$

Um conjunto difuso é dito normalizado se, e somente se,

$$\exists x \in X \text{ tal que } \mu_A(x) = 1, \text{ e } \forall x \in X \text{ tem-se } 0 \leq \mu_A(x) \leq 1, \quad (2.4.12)$$

ou ainda, quando $h(A) = 1$, o conjunto é sub-normal se,

$$h(A) < 1 \quad (2.4.13)$$

A convexidade de um conjunto difuso definido sobre os conjuntos dos números reais de ordem n , \mathbf{R}^n ($\forall n \in \mathbf{N}$), é vista como uma generalização do conceito clássico de convexidade de conjuntos *crisp*, sendo requerido que o “corte α ” de um conjunto difuso seja convexo para todo $\alpha \in [0,1]$ no sentido clássico. Desde que todos os “cortes α ” sejam convexos, o resultado do conjunto difuso também é visto como convexo. Klir e Yuan ressaltam que a definição de convexidade para conjuntos difusos não significa que a função de pertinência de um conjunto difuso convexo é uma função convexa.

Sobre a reta, diz-se que um conjunto difuso A sobre \mathbf{R} , é convexo se, e somente se,

$$A(\lambda x_1 + (1-\lambda) x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)) \quad (2.4.14)$$

para todo $x_1, x_2 \in X$ e todo $\lambda \in [0,1]$, sendo “*min*” um operador de mínimo. Note-se, ainda, que se A e B forem conjuntos convexos, então $A \cap B$ também será um conjunto convexo.

2.4.2 Operações e propriedades básicas

Três são as operações básicas de conjuntos difusos¹⁰: interseção, união e complemento de conjunto. Sendo conhecidos dois conjuntos difusos, A e B , diz-se que sua união padrão, $A \cup B$, é definida pela seguinte função de pertinência:

¹⁰ Um estudo bastante expressivo sobre as operações básicas de conjuntos difusos: interseção (t-Norms) e união (t-Conorms) são encontradas em Klir e Yuan (1995).

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max [\mu_A(x), \mu_B(x)], \quad \forall x \in X \quad (2.4.15)$$

onde “max” é um operador de máximo. Dados dois conjuntos difuso, A e B , diz-se que a interseção padrão, $A \cap B$, tem a seguinte função de pertinência:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min [\mu_A(x), \mu_B(x)], \quad \forall x \in X \quad (2.4.16)$$

Finalmente, o complemento padrão, \bar{A} , do conjunto difuso A com respeito ao conjunto universal X é definido para todo $x \in X$, por:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x), \quad \forall x \in X \quad (2.4.17)$$

Para os operadores acima são válidas as propriedades: comutativa, associativa, idempotência, distributiva, identidade, transitividade, absorção e involução.

2.4.3 Definição de número difuso

Se P é um ponto singular convexo em um conjunto difuso normal definido sobre X , então P é freqüentemente denominado número difuso.

Segundo Pinheiro (1990), a representação de números difusos L-R é definida como sendo uma função de referência de números difusos se, e somente se,

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & L(x) = L(-x) \\ \text{(ii)} \quad & L(0) = R(0) = 1; c \\ \text{(iii)} \quad & L \text{ não decrescente no intervalo } [0, +\infty) \end{aligned} \quad (2.4.18)$$

Então é possível denotar um número difuso, P , de acordo com os casos representados abaixo, tomando α e β como extensões à esquerda e à direita, respectivamente, na função de pertinência μ_P de P .

Caso A:

$$P = (p, \alpha, \beta)_{LL} \Rightarrow \mu_P(x) = L(z), \text{ com } \begin{cases} z = (x - p) / \alpha, & \text{se } x \leq p \\ z = (p - x) / \beta, & \text{se } x \geq p \end{cases} \quad (2.4.19)$$

produto cartesiano de universos, $X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_r$ e seja A_1, A_2, \dots, A_r, r conjuntos difusos em X_1, X_2, \dots, X_r , respectivamente. O produto cartesiano $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_r$ é definido como:

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_r = \int_{X_1 \times X_2 \times \dots \times X_r} \min(\mu_{A_1}(x_1), \dots, \mu_{A_r}(x_r)) / (x_1, \dots, x_r) \quad (2.4.24)$$

Seja um mapeamento dado pelo produto cartesiano de universos definido acima $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_r$, para o universo Y , tal que $y = f(x_1, \dots, x_r)$. Então os r conjuntos difusos, denotados por A_i , induzem um conjunto difuso B em Y , através do mapeamento f , tal que:

$$\mu_B(y) = \begin{cases} \sup_{\substack{x_1, \dots, x_r \\ y=f(x_1, \dots, x_r)}} \min(\mu_{A_1}(x_1), \dots, \mu_{A_r}(x_r)) \\ 0, \text{ se } f^{-1}(y) = \emptyset \end{cases} \quad (2.4.25)$$

em que $f^{-1}(y)$ é a imagem inversa de y , e $\mu_B(y)$ é o maior grau de pertinência do valor y no conjunto difuso B definido em Y .

Dado o princípio da extensão, é possível “difusificar” qualquer domínio da matemática baseada na teoria de conjuntos, pois, a diferença principal entre as duas contextualizações, *crisp* e difusa, se dá pela substituição de um conceito preciso que uma variável assumia um valor, com o conceito difuso que uma variável tem um grau de pertinência para cada valor possível.

Um campo importante de aplicação para o princípio de extensão é dado pelas utilizações das operações algébricas: adição e multiplicação. Diz-se que uma operação binária (*) no conjunto dos números R é uma operação crescente, quando, dados $x_1 > x_2$, e $y_1 > y_2$, então $x_1 * y_1 > x_2 * y_2$. Da mesma forma, (*) é conhecida como decrescente se, e somente se, $x_1 > x_2$, e $y_1 > y_2$ implicar que $x_1 * y_1 < x_2 * y_2$.

A extensão difusa de * também é crescente, e é definida através do princípio da extensão, com o operador \otimes como :

$$\mu_{A \otimes B}(z) = \sup_{\substack{z=x*y \\ x \in A \\ y \in B}} \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad (2.4.26)$$

no qual $A * B$ é o número difuso resultante da operação dos números difusos A e B definido sobre os reais.

Esta operação, tal como foi definida, satisfaz as seguintes propriedades:

Comutatividade:

$$A * B = B * A \quad (2.4.27)$$

Associatividade:

$$A * (B * C) = (A * B) * C \quad (2.4.28)$$

Distributiva de \otimes em \cup

$$\forall (M, N, P) \in [\hat{\otimes}(\mathbb{R})]^3, M \otimes (N \cup P) = (M \otimes N) \cup (M \otimes P) \quad (2.4.29)$$

A adição é uma operação crescente, desta forma, a adição estendida, \oplus , de números difusos resulta em um número difuso. As propriedades (2.4.27) e (2.4.28) específicas para a adição estendida são válidas, como também, a existência da propriedade Identidade:

$$A \oplus 0 = A \quad (\text{zero não difuso}) \quad (2.4.30)$$

mas, M não tem elemento simétrico no contexto algébrico de estrutura de grupo. Em outras palavras, a propriedade $M \oplus (-M) = 0, \forall M$ não se verifica.

A multiplicação é uma operação crescente em R^+ e decrescente em R^- . O produto de números difuso que são positivos ou negativos resulta em número difuso positivo. Vale observar que $(-M) \odot N = -(M \odot N)$. As propriedades (2.4.27) e (2.4.28) específicas para a multiplicação estendida são válidas.

Na multiplicação estendida verifica-se a existência da propriedade Identidade:

$$A * I = A \quad (2.4.31)$$

mas, M não tem elemento inverso no contexto algébrico de estrutura de grupo.

Desde que M, N, P sejam números difusos positivos ou negativos, então vale a identidade:

$$M \odot (N \oplus P) = (M \odot N) \oplus (M \odot P) \quad (2.4.32)$$

A subtração estendida, \ominus , não é operação nem crescente e nem decrescente. Embora, se verifique a equação (2.4.33):

$$M \ominus N = M \oplus (-N), \quad \forall (M, N) \in [\hat{\mathcal{F}}(\mathbb{R})]^2 \quad (2.4.33)$$

desde que $M \ominus N$ é um número difuso, se M e N forem.

Da mesma forma, a divisão estendida, \oslash , também não é nem crescente e nem decrescente. Desde que:

$$M \oslash N = M \odot (N^{-1}), \quad \forall (M, N) \in [\hat{\mathcal{F}}(\mathbb{R}^+) \cup \hat{\mathcal{F}}(\mathbb{R})]^2 \quad (2.4.34)$$

$M \oslash N$ é um número difuso onde M e N são números positivos ou negativos. A divisão de números difusos pode ser desenvolvida similarmente pela multiplicação, por decomposição.

Outro estudo pertinente diz respeito a definição dos conceitos de Máximos e Mínimos entre Números Difusos. Dados os números difusos M_1, M_2, \dots, M_n , o operador máximo difuso é definido pelo princípio da extensão, como:

$$\mu_{\max(M_1, \dots, M_n)}(z) = \sup_{\substack{z = \max(x_1, \dots, x_n) \\ x_i \in M_i}} \min(\mu_{M_1}(x_1), \dots, \mu_{M_n}(x_n)) \quad (2.4.35)$$

Para o operador mínimo, tem-se:

$$\mu_{\min(M_1, \dots, M_n)}(\tilde{z}) = \sup_{\substack{z = \min(x_1, \dots, x_n) \\ x_i \in M_i}} \min(\mu_{M_1}(x_1), \dots, \mu_{M_n}(x_n)) \quad (2.4.36)$$

As seguintes propriedades são satisfeitas para estes operadores:

Comutatividade:

$$\tilde{\max}(A, B) = \tilde{\max}(B, A) \quad (2.4.37a)$$

$$\tilde{\min}(A, B) = \tilde{\min}(B, A) \quad (2.4.37b)$$

Associatividade:

$$\tilde{\max}(A, \tilde{\max}(B, C)) = \tilde{\max}(\tilde{\max}(A, B), C) \quad (2.4.38a)$$

$$\tilde{\min}(A, \tilde{\min}(B, C)) = \tilde{\min}(\tilde{\min}(A, B), C) \quad (2.4.38b)$$

Distributividade:

$$\tilde{\min}(A, \tilde{\max}(B, C)) = \tilde{\max}(\tilde{\min}(A, B), \tilde{\min}(A, C)) \quad (2.4.39a)$$

$$\tilde{\max}(A, \tilde{\min}(B, C)) = \tilde{\min}(\tilde{\max}(A, B), \tilde{\max}(A, C)) \quad (2.4.39b)$$

$$A \oplus \tilde{\max}(B, C) = \tilde{\max}(A \oplus B, A \oplus C) \quad (2.4.39c)$$

$$A \oplus \tilde{\min}(B, C) = \tilde{\min}(A \oplus B, A \oplus C) \quad (2.4.39d)$$

Absorção:

$$\tilde{\max}(A, \tilde{\min}(A, B)) = A \quad (2.4.40a)$$

$$\tilde{\min}(A, \tilde{\max}(A, B)) = A \quad (2.4.40b)$$

Ressalta-se que, enquanto a operação de máximo (ou mínimo) definida para os números ordinários determina o maior (ou menor) argumento da lista, o mesmo não acontece com estes operadores quando definidos para os números difusos.

Finalmente, é apresentada a forma de comparar Números Difusos. Dados dois números difusos, M e N , a comparação entre eles consiste em determinar o grau de possibilidade de $M \geq N$, denotado por $\mu(M \geq N)$, e definido pelo princípio da extensão como:

$$\mu(M \geq N) = \sup_{\substack{x \geq y \\ x \in M \\ y \in N}} \min(\mu_M(x), \mu_N(y)) \quad (2.4.41)$$

Observa-se, entretanto, que o fato de $\mu(M \geq N) = 1$, não implica necessariamente que $\mu(M < N)$ seja nulo. De fato, $\mu(M < N)$ poderá ser diferente de zero, porém, quanto mais próximo de zero for, maior será a razão para se supor que M é maior que N .

2.5 Considerações finais

A presente pesquisa está inserida no contexto de tomada da decisão, tendo como característica principal, a identificação e tratamento do tipo de incerteza. Foram descritos, em rápidas linhas, os fundamentos da tomada de decisão, da natureza da incerteza, bem como, da teoria de conjuntos difusos.

Uma vez identificado os fundamentos teóricos, se faz necessário trabalhá-los com uma ferramenta de apoio para resolver um problema desejado. A complementação da metodologia será apresentada no próximo capítulo.

CAPÍTULO III

3. PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

3.1 Considerações iniciais

Muitos são os modelos disponíveis para estruturar o processo de tomada de decisão. A modelagem que se ressalta no contexto deste trabalho é a programação dinâmica. Esta ferramenta se caracteriza por apresentar um estado inicial conhecido, sujeito a leis de controle também conhecidas, que fazem o sistema em estudo evoluir para um estado final bem determinado. Em outros casos, especialmente em problemas operacionais, as leis de controle são sujeitas à atuação da natureza. No primeiro caso, diz-se que o problema é determinístico, no segundo, estocástico ou difuso, dependendo da sua natureza e definição. A conceituação, a definição e as características de três modos alternativos de programação dinâmica são discutidas ao longo deste capítulo, bem como os instrumentos para validar os modelos específicos.

3.2 O problema de programação dinâmica clássica

Na análise de muitos problemas operacionais, é conveniente considerar a idéia de um sistema, que tenha um número de estados possíveis, e que evolui por estes estados. Um estado do sistema pode ser definido em termos de uma ou mais variáveis discretas ou contínuas.

No caso mais geral possível, será considerado um sistema que tem um número finito de estados, os quais poderão ser sucedidos por um certo número relevante de processos de transição. O desenvolvimento do sistema será controlado ou, ao menos, influenciado pelo tomador de decisões, que a cada estado escolhe, de um conjunto de ações viáveis, aquela que lhe pareça mais conveniente. Com isto, uma seqüência de retornos será gerada. Ao decisor interessa obter a seqüência de decisões que, de alguma forma, otimize uma função dos retornos gerados pelo sistema e possivelmente, outras seqüências de decisões que

lhe permitam fazer uma opção próxima da ideal, face às incertezas do processo. A terminologia a ser adotada no trabalho é assim definida:

- (1) Estado: Um estado é uma configuração do sistema, e é identificado por um rótulo que indica suas propriedades;
- (2) Estágio: Programação dinâmica diz respeito a sistemas que evoluem de um estado para outro. Um estágio é um passo singular, e corresponde à transição do sistema de um estado para o próximo adjacente;
- (3) Ação: Em cada estado existe um conjunto de ações viáveis, das quais uma deverá ser escolhida e executada. Resolver o problema de programação dinâmica significa, dado um objetivo, achar a melhor seqüência de ações;
- (4) Plano: Um plano é um conjunto de ações, no qual para cada estado é especificada uma ação. Um plano ótimo é o melhor conjunto de ações, considerando o objetivo fixado;
- (5) Retorno: O retorno é gerado pelo sistema, sobre um estágio ou processo; e
- (6) Valor do Estado: O valor do estado é uma função dos retornos gerados quando o sistema evolui de um estado inicial para um estado final, através de um plano dado. O valor de um estado sob um plano ótimo é o valor ótimo.

Três são os modos alternativos no contexto da programação dinâmica. A forma determinística, na qual são conhecidos precisamente todos os elementos; a forma estocástica, que permite um tratamento aleatório à medida que se conheça uma distribuição probabilística ou os seus parâmetros; e a forma difusa, que se insere em um contexto em que a imprecisão, a nebulosidade, a distorção, a vagueza são pertinentes. Nas seções seguintes são apresentados os elementos da PD característicos a cada modo.

3.2.1 Programação dinâmica determinística

O sistema pode ser representado por uma rede, cujos arcos representam as possíveis transições, e os números associados a cada arco representam os retornos. Desta forma, em um estado (n, j) , o estado sucessor será $(n-1, j)$, onde j será determinado a partir de uma ação k , pela equação:

$$j = k \text{ onde } k \in K_{ni} \quad (3.2.1)$$

O sucessor de um estado pode, também, ser determinado a partir do estágio corrente, das variáveis de estado e da ação, por uma função chamada de função de transição t , representada por:

$$j = t(n, i, k) \quad (3.2.2)$$

Quando uma ação k é escolhida em um estado (n, i) , o retorno no corrente estágio é determinado por uma função $r(n, i, k)$. O valor do estado (n, i) , sob um plano ótimo, é denotado por $f(n, i)$, que é a função do valor ótimo de cada estado. A solução do problema pode ser obtida atribuindo-se o valor zero ao estado terminal, e voltando para estágios anteriores (1, 2, etc.), a fim de determinar, em cada estado, a melhor ação a ser executada. Genericamente, tem-se:

$$f(n, i) = \underset{k \in K_{n,i}}{\text{Min}} [r(n, i, k) + f(n-1, j)] \quad (3.2.3)$$

e substituindo j definido na equação (3.2.2) na equação (3.2.3), tem-se:

$$f(n, i) = \underset{k \in K_{n,i}}{\text{Min}} [r(n, i, k) + f(n-1, t(n, i, k))] \quad (3.2.4)$$

3.2.2 Programação dinâmica estocástica

Até o presente momento, têm-se tratado neste texto problemas determinísticos. Em determinados casos, porém, a evolução do sistema não depende somente do processo de tomada de decisão. Após a implantação de uma ação escolhida, em um determinado estágio, agentes externos, sob os quais não se tem controle, atuam sobre o sistema, modificando sua trajetória. Embora não se tenha controle sobre a mudança de trajetória do sistema, pode-se conhecer a distribuição de probabilidade com que os agentes externos atuam sobre o sistema.

Suponha que no estado (n, i) um conjunto de ações $K_{n,i}$ é disponível. Seja $p(n, i, j, k)$ a probabilidade de ocorrer a transição para o estado $(n-1, j)$, dada uma ação

$k \in K_{n,i}$. Associado à ação k , poderá existir um retorno $r_1(n,i,k)$. Além disto, ao atuarem os agentes externos no processo de tomada de decisão, outros retornos poderão existir, como $r_2(n,i,j,k)$, definidos em função do estado (n,i) , da ação k escolhida e da atuação dos agentes externos. Embora não seja possível prever qual o valor de $r_2(n,i,j,k)$, já que esta função depende da evolução do sistema, pode-se, em função da distribuição de probabilidades associada a estes agentes, determinar o valor esperado desses retornos. Considerando que, transcorrido o estágio, o sistema passará para o estado $(n-1, j)$, ao qual tem-se associado um valor esperado de estado dado por $f(n-1, j)$, tem-se, para uma ação k específica:

$$f(n,i) = r_1(n,i,k) + \sum_{j=1}^N p(n,i,j,k) \cdot [r_2(n,i,j,k) + f(n-1,j)] \quad (3.2.5)$$

Considerando, entretanto, que se deseja maximizar os retornos, a expressão passa a ser escrita na forma:

$$f(n,i) = \text{Max}_{k \in K_{n,i}} \left\{ r_1(n,i,k) + \sum_{j=1}^N p(n,i,j,k) \cdot [r_2(n,i,j,k) + f(n-1,j)] \right\} \quad (3.2.6)$$

$$f(n,i) = \text{Max}_{k \in K_{n,i}} \left\{ r_1(n,i,k) + \sum_{j=1}^N p(n,i,j,k) \cdot r_2(n,i,j,k) + \sum_{j=1}^N p(n,i,j,k) \cdot f(n-1,j) \right\} \quad (3.2.7)$$

$$f(n,i) = \text{Max}_{k \in K_{n,i}} \left\{ r_1(n,i,k) + E(r_2(n,i,j,k)) + \sum_{j=1}^N p(n,i,j,k) \cdot f(n-1,j) \right\} \quad (3.2.8)$$

$$f(n,i) = \text{Max}_{k \in K_{n,i}} \left\{ r(n,i,k) + \sum_{j=1}^N p(n,i,j,k) \cdot f(n-1,j) \right\} \quad (3.2.9)$$

Pode-se, através de uma análise mais abrangente, concluir que, no caso estocástico, o problema de programação dinâmica poderá ser solucionado por um algoritmo iterativo. Basicamente a diferença entre o caso determinístico e o caso estocástico está na forma de calcular o valor do estado sob uma ação k qualquer, em que neste caso o valor deverá ser obtido através de uma expressão do tipo apresentado na equação (3.2.5).

3.2.3 Condições de validação de modelos

Considere, agora, um sistema que, em um dado estágio, passa do estado (n, i) para $(n-1, j)$, sob a ação k e gera o retorno $r(n, i, k)$. Considere, ainda, que A_n é um plano genérico que determina a seqüência de ações k_n, k_{n-1}, \dots, k_1 . Suponha que todo o processo tenha m estágios, e que se deseja maximizar a função de retornos dos estágios, isto é, que se deseja obter o máximo valor de $f(m, i)$ definido por:

$$f(m, i) = \underset{A_m \in W}{\text{Max}} \Phi \{r(m, i_m, k_m), \dots, r(n, i_n, k_n), \dots, r(1, i_1, k_1)\} \quad (3.2.10)$$

no qual W é o conjunto de todos os planos que se iniciam no estado (m, i) . A fim de que este máximo seja obtido, é necessário que as condições de separabilidade e de otimalidade, discutidas a seguir, sejam satisfeitas.

3.2.3.1 Condição de separabilidade

A condição de separabilidade possibilita a aplicação de recursividade, dado um plano fixo. Seu enunciado é o seguinte:

Para todo plano, o valor de cada estado pode ser necessariamente calculado como uma função do retorno do estágio imediato e do valor do estado subsequente.

Seja o valor do estado (m, i_m) , sob um plano A_m denotado por $f(m, i_m, A_m)$. Então:

$$f(m, i_m, A_m) = \Phi \{r(m, i_m, k_m), \dots, r(n, i_n, k_n), \dots, r(1, i_1, k_1)\} \quad (3.2.11)$$

Se a Condição de Separabilidade se aplica, então, para cada estado (n, i_n) e um dado plano A_n pode-se escrever a equação (3.2.11) na forma:

$$f(n, i_n, A_n) = \varphi \{r(n, i_n, k_n), f(n-1, i_{n-1}, A_{n-1})\} \quad (3.2.12)$$

no qual:

$$f(n-1, i_{n-1}, A_{n-1}) = \Phi \{r(n-1, i_{n-1}, k_{n-1}), \dots, r(1, i_1, k_1)\} \quad (3.2.13)$$

sendo φ e Φ funções apropriadas.

3.2.3.2 Condição de otimalidade

Considere novamente o problema apresentado na equação (3.2.10). A condição de separabilidade requer que o valor de cada estado possa ser calculado recursivamente para um dado plano. No processo iterativo não só se calculam os valores recursivamente como se descartam sub planos em cada estado. Para isto ser válido a seguinte condição deve ser satisfeita:

Para cada estado e ação, o plano ótimo deve consistir de uma determinada ação seguida do plano que é ótimo para o estado sucessor.

Esta condição é conhecida como Princípio de Otimalidade, enunciado por Richard Bellman, no final da década de 1950. Uma formulação algébrica da condição de otimalidade é estabelecida a seguir, considerando-se que pela condição de separabilidade tem-se, para cada plano A :

$$f(n, i_n, A_n) = \varphi \{r(n, i_n, k_n), f(n-1, i_{n-1}, A_{n-1})\} \quad (3.2.14)$$

Pode-se dizer que um plano A consiste de uma ação k , seguida de um plano A do estágio $n-1$. Pode-se expressar isto pela equação:

$$A_n = k_n + A_{n-1} \quad (3.2.15)$$

Tem-se então:

$$f(n, i_n, A_n) = f(n, i_n, k_n + A_{n-1}) \quad (3.2.16)$$

Seja A_{n-1}^* um plano ótimo para o estado $(n-1, i_{n-1})$, sucessor de (n, i_n) dada uma ação k_n . Assumindo *maximização*, a condição de otimalidade requer que para qualquer estado (n, i_n) , ação k_n e plano A_{n-1} :

$$f(n, i_n, k_n + A_{n-1}^*) \geq f(n, i_n, k_n + A_{n-1}) \quad (3.2.17)$$

A inequação (3.2.17) é a sentença algébrica que garante a condição de otimalidade para o caso de maximização. Para o caso de minimização o sinal da inequação (3.2.17) será invertido.

3.3 O problema de programação dinâmica difusa

A programação dinâmica é uma das técnicas para as quais primeiro se aplicou a teoria de conjuntos difusos. O trabalho pioneiro para tomada de decisão sob ambiente de imprecisão, vagueza, nebulosidade é o artigo de Bellman e Zadeh (1970). Os autores descrevem situações envolvendo objetivos difusos, restrições difusas e decisões difusas, processos de decisão multi-estágio, sistemas estocásticos em ambiente difuso e sistemas com tempo de terminação definido implicitamente.

A abordagem convencional de tomar decisão, segundo Bellman e Zadeh (1970), tem como principais elementos, num processo decisório, um espaço de opções *crisp* X (alternativas, variantes, decisões, ...) e de subconjuntos difusos C e $G \subset X$. As restrições são definidas pelo conjunto C e os objetivos por G .

Esogbue e Kacprzyk (1996) mostram, veja a Figura 3.1, a essência da definição dos conjuntos difusos: os valores de $x < a^-$ são completamente aceitos ($\mu_C(x) = 1$), os valores $x > a^+$ são totalmente inaceitáveis (pois $\mu_C(x) = 0$), e os valores $x \in [a^-, a^+]$ são aceitos para um grau de pertinência entre 0 (zero) e 1 (um).

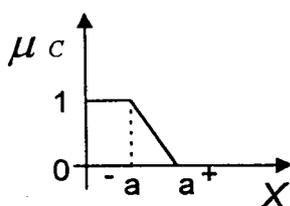


Figura 3.1 Função de pertinência de uma restrição difusa.

Tomando-se o conjunto de decisões possíveis, D , como um subconjunto difuso de X , diz-se que a interseção entre os conjuntos formados pela restrição e pelo objetivo

implica na decisão almejada, pois, o operador de *min* exige que todas as delimitações sejam atingidas por inteiro. Ou seja, deseja-se “satisfazer *C* para atingir *G* em função da escolha em *D*”. Simbolicamente, tem-se:

$$D = C \cap G \quad (3.3.1)$$

O valor $\mu_D(x) \in [0, 1]$ na Figura 3.2 pode significar o grau de satisfação da escolha de um particular $x \in X$. Portanto, o valor mais alto de $\mu_D(x)$ implica na maior satisfação. Na solução ótima do problema, $x \in X$, é dado por:

$$\mu_D(x^*) = \sup_{x \in X} \mu_D(x) = \sup_{x \in X} (\mu_C(x) \wedge \mu_G(x)) \quad (3.3.2)$$

e é uma escolha natural (não somente a única – cf. Kacprzyk, 1997 em Esogbue e Kacprzyk, 1996). O símbolo “ \wedge ” denota o valor lógico “*and*”. Dentro de uma formulação mais geral, a ação de escolha pode ser representada por uma *t-norm*¹¹, Esogbue e Kacprzyk (1996), Klir e Yuan (1995).

A formulação dada, como acima definida, pode ser entendida como a introdução da noção de aceitabilidade, assim cada elemento $x \in X$ é então associado a um grau de pertinência (ou grau de aceitação), tomando o valor 1 (aceitação total); 0 (recusa total) ou entre 0 e 1 (aceitação e recusa parcial).

Generalizando, suponha que existam *n* objetivos, denotados por G_1, G_2, \dots, G_n , e *m* restrições, C_1, C_2, \dots, C_m . Então, a decisão resultante é a interseção entre os objetivos e as restrições dadas. Simbolicamente, é apresentado como:

$$D = G_1 \cap G_2 \cap \dots \cap G_n \cap C_1 \cap C_2 \cap \dots \cap C_m \quad (3.3.3)$$

Correspondentemente, em função dos graus de pertinência, tem-se:

¹¹ A classe das *t-norms* é geralmente aceita como equivalente a classe das interseções difusas.

$$\mu_D = \mu_{G_1} \wedge \mu_{G_2} \wedge \dots \wedge \mu_{G_n} \wedge \mu_{C_1} \wedge \mu_{C_2} \wedge \dots \wedge \mu_{C_m} \quad (3.3.4)$$

Bellman e Zadeh (1970) interpretam a definição de uma decisão como a interseção dos objetivos e das restrições dando diversas conotações para o conectivo *and*. Em síntese, o conceito de decisão é estabelecido pelos autores como:

Decisão = Confluência de Objetivos e Restrições

Uma decisão ótima, $\mu_D^m(x)$, não-difusa, geralmente é um subconjunto subnormal D^m de D definido por:

$$\mu_{D^m} = \begin{cases} \max \mu_D(x), & \text{para } x \in K \\ 0 & , \text{ para } x \notin K \end{cases} \quad (3.3.5)$$

onde K é o conjunto de pontos em X sobre o qual μ_D alcança o máximo, se ele existir.

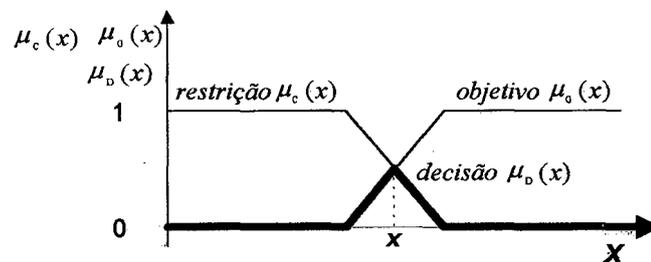


Figura 3.2 Objetivo difuso, restrição difusa, decisão difusa e decisão ótima.

Na definição de uma decisão difusa D como a interseção – mais genericamente, como confluência – dos objetivos e das restrições, pode-se tacitamente assumir que todos os objetivos e restrições que pertencem a D são da mesma importância. Existem situações, no entanto, que alguns objetivos ou restrições apresentam maior ou menor importância.

Nesses casos, os autores definem que D possa ser expresso como uma combinação convexa dos objetivos e das restrições, com coeficientes ponderados refletindo a importância relativa dos termos constituintes. Mais explicitamente, eles expressam $\mu_D(x)$ como:

$$\mu_D(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i(x) \mu_{G_i}(x) + \sum_{j=1}^m \beta_j(x) \mu_{C_j}(x) \quad (3.3.6)$$

onde os α_i e β_j são funções de pertinência tais que,

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i(x) + \sum_{j=1}^m \beta_j(x) \equiv 1. \quad (3.3.7)$$

Sujeito a essa restrição, então, os valores $\alpha_i(x)$ e $\beta_j(x)$ podem ser escolhidos de tal sorte que reflitam a importância relativa de n objetivos G_1, G_2, \dots, G_n , e das m restrições, C_1, C_2, \dots, C_m .

Uma generalização desse estudo se dá quando os objetivos e as restrições são conjuntos difusos em diferentes espaços. Especialmente, f um mapeamento de $X = \{x\}$ para $Y = \{y\}$, cujo x representa a entrada (causa) e $y = f(x)$ representa a saída correspondente (efeito). Bellman e Zadeh supõem os objetivos como conjuntos difusos G_1, G_2, \dots, G_n em Y enquanto as restrições C_1, C_2, \dots, C_m são definidas como conjuntos difusos em X . Considerando um conjunto difuso G_i em Y , é possível achar um conjunto difuso \bar{G}_i em X na qual induz G_i em Y . Especificamente, a função de pertinência de \bar{G}_i é dada pela equação:

$$\mu_{\bar{G}_i}(x) = \mu_{G_i}(f(x)), \quad i = 1, \dots, n \quad (3.3.8)$$

A decisão D , então, pode ser expressa como a interseção de $\bar{G}_1, \bar{G}_2, \dots, \bar{G}_n$ e C_1, C_2, \dots, C_m . Utilizando a equação (3.3.8), Bellman e Zadeh expressam $\mu_D(x)$ mais explicitamente, como

$$\mu_D(x) = \mu_{G_1}(f(x)) \wedge \dots \wedge \mu_{G_n}(f(x)) \wedge \mu_{C_1}(x) \wedge \dots \wedge \mu_{C_m}(x) \quad (3.3.9)$$

onde $f: X \rightarrow Y$. Nessa direção, o caso em que os objetivos e as restrições são definidos como conjuntos difusos em diferentes espaços pode ser reduzido ao caso onde estão definidos no mesmo espaço.

A equação (3.3.9) tem grande importância por tratar-se da forma característica para resolução de problemas de decisão mais subjetiva, como será visto a seguir, segundo a análise em processos de decisão multi-estágio.

Assuma que o sistema A , sobre controle, é um sistema determinístico de estado finito e tempo não variante no qual o estado x_t , no tempo $t = 0, 1, 2, \dots$, está definido sobre o conjunto finito $X = \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n\}$, e a entrada u_t é definida sobre um conjunto $U = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m\}$. A evolução temporal de A é descrita pela equação de estado:

$$x_{t+1} = f(x_t, u_t), \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (3.3.10)$$

na qual f é uma função dada de $X \times U$ para X . Portanto, $f(x_t, u_t)$ representa o estado sucessor de x_t para a entrada u_t . Assim, para cada t , u_t está sujeito a uma restrição difusa $\mu_C^t(u)$ e um objetivo difuso é um subconjunto de T . O objetivo $\mu_G^{t+1}(x_{t+1})$ é imposto sobre x_{t+1} . Bellman e Zadeh advertem que ao utilizarem ambiente difuso implica no tratamento de objetivo difuso e restrições difusas. Não necessariamente o sistema que está sobre controle será de natureza difusa. Desta forma, se a função f é aleatória, então A é um sistema estocástico cujo estado no tempo $(t+1)$ é uma distribuição de probabilidade sobre X , $P(x_{t+1} | x_t, u_t)$, que é condicionado sobre x_t e u_t .

De forma análoga, se f é uma função difusa, então A é um sistema difuso cujo estado no tempo $(t+1)$ é um conjunto condicionado difuso sobre x_t e u_t , significando que é caracterizado pela função de pertinência da forma $\mu(x_{t+1} | x_t, u_t)$. Os autores assumem que em cada tempo (t) a entrada está sujeita a uma restrição difusa C^t , que é um conjunto difuso de U caracterizado pela função de pertinência $\mu_t(u_t)$ e o objetivo é um conjunto difuso G^N em X , que é caracterizado pela função de pertinência $\mu_G^N(x_N)$, em que N é o tempo de terminação do processo. As hipóteses levantadas ao longo desta seção permitem a várias considerações de modelagem de um sistema dinâmico¹². Dado o estado inicial, x_0 , o problema é achar uma decisão máxima.

¹² Modelos de programação dinâmica com características peculiares em ambientes difusos podem ser encontrados em Yager (1979), Baldwin e Pilsworth (1982), Kacprzyk (1983), Esogbue e Bellman (1984), Esogbue e Kacprzyk (1996), Esogbue e Warren-E II (1998), Esogbue (1999), Klaus e Zhaohao (2000), Lushu e Lai (2001).

Aplicando a equação (3.3.4), a decisão pode ser expressa, como mostram Bellman e Zadeh (1970), como descrito na equação:

$$R = C^0 \cap C^1 \cap \dots \cap C^{N-1} \cap \overline{G}^N \quad (3.3.11)$$

em que \overline{G}^N é o conjunto difuso em $U \times U \times U \dots \times U$ que induz G^N em X . Mais explicitamente, em termos das funções de pertinência, tem-se:

$$\mu_D(u_0, u_1, \dots, u_{N-1}) = \mu_{C^0}(u_0) \wedge \dots \wedge \mu_{C^{N-1}}(u_{N-1}) \wedge \mu_{G^N}(x_N) \quad (3.3.12)$$

onde x_N é expresso como uma função de x_0 e u_0, u_1, \dots, u_{N-1} .

O problema, então, é achar uma seqüência de entradas u_0, u_1, \dots, u_{N-1} que se maximiza μ_D como determinado na equação acima.

Empregando a programação dinâmica é possível encontrar uma política e uma decisão máxima $u_0^M, u_1^M, \dots, u_{N-1}^M$. Mais especificamente, considerando as equações (3.3.10) e (3.3.12), pode-se escrever a equação:

$$\mu_D(u_0^M, \dots, u_{N-1}^M) = \text{Max}_{u_0, \dots, u_{N-2}} \text{Max}_{u_{N-1}} (\mu_0(u_0) \wedge \dots \wedge \mu_{N-1}(u_{N-1}) \wedge \mu_{G^N}(f(x_{N-1}, u_{N-1}))) \quad (3.3.13)$$

Desde que γ seja uma constante e g uma função qualquer de u_{N-1} , a seguinte identidade se verifica:

$$\text{Max}_{u_{N-1}} (\gamma \wedge g(u_{N-1})) = \gamma \wedge \text{Max}_{u_{N-1}} g(u_{N-1}) \quad (3.3.14)$$

Conseqüentemente, (3.3.14) pode ser rescrita como:

$$\mu_D(u_0^M, \dots, u_{N-1}^M) = \text{Max}_{u_0, \dots, u_{N-1}} (\mu_0(u_0) \wedge \dots \wedge \mu_{N-2}(u_{N-2}) \wedge \mu_{G^{N-1}}(x_{N-1})) \quad (3.3.15)$$

em que

$$\mu_G^{N-1}(x_{N-1}) = \text{Max}_{u_{N-1}} (\mu_{N-1}(u_{N-1}) \wedge \mu_G^N(f(x_{N-1}, u_{N-1}))) \quad (3.3.16)$$

Esta é uma função de pertinência de um objetivo difuso no tempo $t = N - 1$, o qual é induzido por um dado objetivo G^N no tempo $t = N$. Repetindo-se essa iteração de forma retroativa, que se retrata como exemplo de programação dinâmica, obtém-se o conjunto de equações de recorrência:

$$\begin{aligned} \mu_G^{N-v}(x_{N-v}) &= \text{Max}_{u_{N-v}} (\mu_{N-v}(u_{N-v}) \wedge \mu_G^{N-v+1}(x_{N-v+1})) \\ x_{N-v+1} &= f(x_{N-v}, u_{N-v}), \quad v = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (3.3.17)$$

que produz a solução do problema. Portanto, os autores mostram que uma decisão maximizante $u_0^M, u_1^M, \dots, u_{N-1}^M$ é dada por sucessivos valores maximizados de u_{N-v} definido como uma função de $x_{N-v}, v = 1, \dots, N$.

CAPÍTULO IV

4. CARACTERIZAÇÃO DO MODELO GERAL

4.1 Considerações iniciais

A presente pesquisa visa resolver problemas que tenham como resposta uma seqüência de decisões inter-relacionadas, através de um procedimento sistemático para determinar a combinação de decisões que otimizem a eficácia geral, bem como, apresentar uma ordenação e a importância relativa de uma estratégia quando comparada com outras. São considerados diversos tipos de tratamento para mensurar o erro, segundo sua própria caracterização, de forma clássica ou difusa. Nos primeiros capítulos deste trabalho foram apresentadas ferramentas apropriadas para atingir o objetivo desejado.

No capítulo “Fundamentos Teóricos”, foram discutidas três áreas de conhecimento. A Tomada de Decisão enfocando as modelagens normativa e descritiva, que se distinguem quanto ao tratamento das informações que compõem o processo; a Natureza da Incerteza que retrata as formas de tratar as incertezas contidas no desenvolvimento da resolução de um problema; e a descrição básica da Teoria de Conjuntos Difusos, incluindo o princípio da extensão, que é uma técnica apropriada para mensurar “vagueza”.

No capítulo “Programação Dinâmica” foi discutido o instrumento matemático que visa resolver um problema que tem como característica a evolução de um sistema de um estado para outro, ao longo de um período de transição, segundo uma decisão tomada entre várias opções e a ela seja determinado um retorno imediato. Oportunamente foram percorridos três modos alternativos: em situações precisas, com erro nulo¹³, a abordagem determinística; em situações de risco, com a existência de um erro estocástico, a modelagem probabilística¹⁴; e, finalmente, em situações de imprecisão, sendo o erro

¹³ Leia-se erro nulo ou com pequena variância sobre um valor esperado.

¹⁴ Probabilística ou estocástica.

cometido definido através da determinação de um acréscimo e/ou decréscimo, denominado *spread*, na programação dinâmica difusa.

Desta forma, a utilização das técnicas da tomada de decisão associada à estrutura da programação dinâmica, incorporando tratamento adequado para discutir o tipo de erro que um problema apresenta, possibilita encontrar o conjunto de estratégias pretendidas. Com intuito de melhor definir o espaço da pesquisa generalizando os elementos básicos da programação dinâmica e considerando a incerteza pertinente ao processo decisório, pode-se notar diversos tipos de problemas. Assim, por exemplo, pode-se ter um problema em que todos os elementos são regidos por uma natureza descrita por conjuntos clássicos, exceto a informação da variável retorno, que é oriunda da experiência do decisor, e, portanto medida através de conjuntos difusos. Os modelos alternativos se multiplicam de acordo com a existência dos mais variados tipos de incertezas definidas pelas variáveis inseridas no processo. A seguir será descrita uma classificação geral para problemas seqüenciais de múltiplos estágios.

4.2 Classificação de problemas seqüenciais

O tratamento científico da modelagem em problemas seqüenciais de múltiplos estágios, com ênfase na tomada de decisão, abrange uma grande variedade de situações teóricas e principalmente práticas.

As informações processadas na resolução desses problemas contêm características bem especificadas, permitindo estruturá-las em classes categorizadas. Os elementos básicos são classificados como é mostrado na Figura 4.1. Para o entendimento desta figura, são descritas as classes que a compõem.

A descrição de cada possibilidade de problema será dada por essa generalização, através de uma convenção simbólica denotada pela seqüência:

$$[(\alpha 1, \alpha 2) / \beta / \gamma / \rho / (\eta 1, \eta 2)] \quad (4.2.1)$$

constituída por números e letras, como será definido abaixo.

É importante notar que um símbolo ausente¹⁵ significa que são possíveis todas as combinações entre as respectivas propriedades.

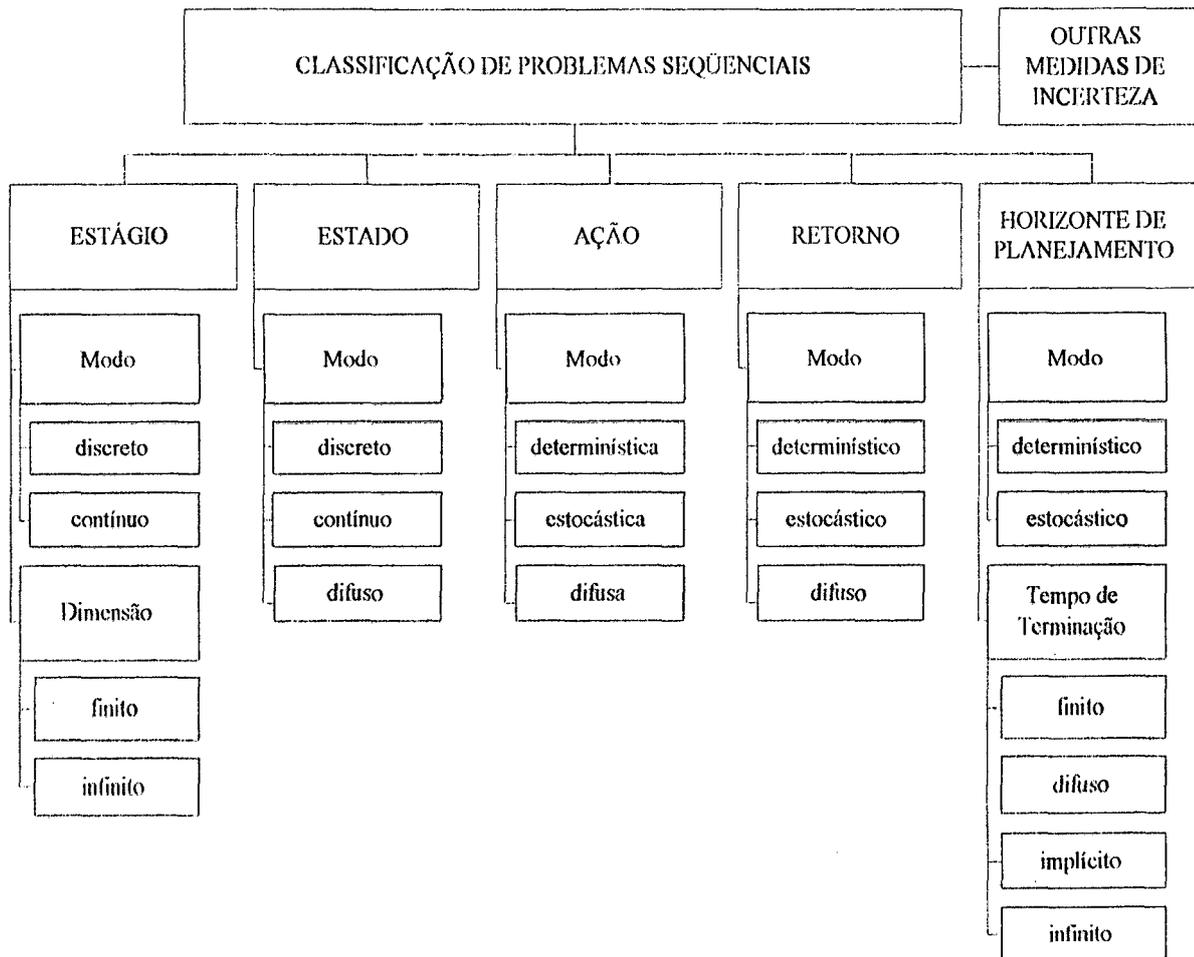


Figura 4.1 Classificação de problemas seqüenciais de múltiplos estágios.

De posse com a convenção simbólica dada acima, pode-se definir a estrutura da classificação de problemas seqüenciais como segue:

[1] **Estágio (α)**

Modo

(discr) discreto

(conti) contínuo

¹⁵ Símbolo ausente são identificados pelo valor zero.

Dimensão

(finit) finito

(∞) infinito

[2] Estado (β)

Modo

(discr) discreto

(conti) contínuo

(fuzzy) difuso

[3] Ação (γ)

Modo

(deter) determinística

(stoch) estocástica

(fuzzy) difusa

[4] Retorno (ρ)

Modo

(deter) determinístico

(stoch) estocástico

(fuzzy) difuso

[5] Horizonte de Planejamento (η)

Modo

(discr) discreto

(conti) contínuo

Tempo de Terminação

(finit) finito

(fuzzy) difuso

(impli) implícito

(∞) infinito

Vários foram os pesquisadores que trabalharam na formulação ou descrição de modelos. Com intuito de apresentar alguns trabalhos importantes na evolução deste ramo da ciência é feita uma associação entre algumas referências bibliográficas e a estrutura de classificação definida acima.

Hastings (1973) descreve diversas situações problemáticas no seu livro “Dynamic Programming With Management Applications”. A seguir são dados alguns modelos, no entanto, observa-se que muitas outras combinações também podem ser verificadas.

Modelos com enfoque em aplicações determinísticas:

$$[(0, \text{finit}) / \text{discr} / \text{deter} / \text{deter} / (0, \text{finit})] \quad (4.2.2)$$

Programação de Markov em estágio finito e infinito

$$[(\text{discr}, 0) / \text{discr} / \text{stoch} / \text{stoch} / (0, 0^{16})] \quad (4.2.3)$$

$$[(\text{conti}, 0) / \text{discr} / \text{deter} / \text{stoch} / (0, 0^4)] \quad (4.2.4)$$

Bellman e Zadeh (1970) e Esogbue e Kacprzyk (1998) apresentam outros modelos de tomada de decisão multiestágio em um ambiente difuso, que podem ser definidos pela presente classificação:

¹⁶ Exceto o modo “fuzzy”.

Sistemas determinísticos:

$$[(\text{discr, finit}) / \text{fuzzy} / \text{deter} / \text{fuzzy} / (\text{discr, finit})] \quad (4.2.5)$$

sistemas estocásticos em ambiente difuso:

$$[(\text{discr, finit}) / \text{fuzzy} / \text{fuzzy} / \text{stoch} / (\text{discr, finit})] \quad (4.2.6)$$

sistemas difusos:

$$[(\text{discr, finit}) / \text{fuzzy} / \text{deter} / \text{fuzzy} / (\text{discr, finit})] \quad (4.2.7)$$

programação dinâmica para tomada de decisão multiestágio com tempo de terminação difuso:

$$[(\text{discr, finit}) / \text{fuzzy} / \text{fuzzy} / \text{fuzzy} / (\text{discr, fuzzy})] \quad (4.2.8)$$

programação dinâmica para tomada de decisão multiestágio com tempo de terminação definido implicitamente:

$$[(\text{discr, finit}) / \text{fuzzy} / \text{fuzzy} / \text{fuzzy} / (0, \text{impli})] \quad (4.2.9)$$

programação dinâmica para tomada de decisão multiestágio com um tempo de terminação infinito:

$$[(\text{discr, finit}) / \text{fuzzy} / \text{fuzzy} / \text{fuzzy} / (\text{discr, } \infty)] \quad (4.2.10)$$

Estudos de outros pesquisadores permitem a ampliação do conhecimento específico de uma das n-uplas desta classificação, dando uma forma diferenciada de tratamento a uma determinada característica. Por exemplo, tomando o modelo de Zadeh e

Bellman número (4), Kacprzyk, no final dos anos mil novecentos e setenta, tratou principalmente da variável tempo de terminação, que é dada por:

$$\{v \in \mathbb{R} / \mu_T(v) > 0\} = \{k, k+1, \dots, N\} \subseteq \mathbb{R}. \quad (4.2.11)$$

Conseqüentemente, pode-se encontrar uma seqüência de decisão ótima:

$$u^*_{0,\dots}, u^*_{k-2}, u^*_{k-1}, \dots, u^*_{v^*-1}, \quad (4.2.12)$$

onde v^* é o tempo de terminação ótimo, $R = \{0, 1, \dots, k-1, k, k+1, \dots, N\}$ o conjunto de tomada de decisão de um sistema dinâmico e T determina o conjunto de tempo.

A solução do problema se dá em duas etapas: $u^*_{0,\dots}, u^*_{k-2}, u^*_{k-1}, \dots, u^*_{v^*-1}$ é determinado pela resolução de

$$\mu_G^{v-i}(x_{v-i}, v) = \max_{u(v-i)} (\mu_C^{v-i}(u_{v-i}) \wedge \mu_G^{v-i}(x_{v-i+1}, v))$$

$$x_{v-i+1} = f(x_{v-i}, u_{v-i}); i = 1, \dots, v-i+1; v = k, k+1, \dots, N-1 \quad (4.2.13)$$

onde $\mu_{G^*}(x_v, v) = \mu_T(v) \mu_G^v(x_v)$. O conjunto G é composto por objetivos que se quer alcançar e o conjunto C é formado pelas restrições impostas no problema.

Um tempo de terminação ótimo v^* é então encontrado pela maximização de v em

$$\mu_G^{k-1}(x_{k-1}) = \max_v \mu_G^{k-1}(x_{k-1}, v) \quad (4.2.14)$$

$u^*_{0,\dots}, u^*_{k-2}$ é determinado pela resolução de

$$\mu_G^{v-i-1}(x_{k-i-1}) = \max_{u(v-i-1)} (\mu_C^{v-i-1}(u_{k-i-1}) \wedge \mu_G^{k-i}(x_{k-i}))$$

$$x_{k-i} = f(x_{k-i-1}, u_{k-i-1}); i = 1, \dots, k-1 \quad (4.2.15)$$

A classificação de problemas seqüenciais de múltiplos estágios permite identificar o modelo de Kacprzyk pela seguinte descrição:

$$[(-1^{17}, -1) / -1 / -1 / -1 / (-1, \text{fuzzy})] \quad (4.2.16)$$

Tendo a mão uma estrutura que permite identificar o tipo de problema a ser tratado, se faz necessário melhor conhecer a modelagem matemática de apoio, tema que será descrita na próxima seção.

4.3 Modelo matemático

Considerando a Classificação de Problemas Seqüenciais de múltiplos estágios, pretende-se definir as características de modelos que têm como estruturas os formatos:

$$[(\text{discr}, \text{finit}) / \text{discr} / 0 / 0 / (0, \text{finit})] \quad (4.3.1)$$

ou

$$[(\text{discr}, \text{finit}) / \text{conti} / 0 / 0 / (0, \text{finit})] \quad (4.3.2)$$

Os aspectos básicos serão descritos com maior detalhes nas próximas subseções.

4.3.1 Estágios

Os “Estágios” definem instantes nos quais são tomadas as decisões entre vender ou se desfazer de um determinado item e manter ou fazer a manutenção do mesmo. Eles são descritos de forma discreta e em uma quantidade fixa de períodos. Na Figura 4.2, os estágios são descritos pelos períodos n e $(n-1)$.

4.3.2 Estados

Os “Estados” determinam uma propriedade específica que se deseja caracterizar, como por exemplo, tamanho, peso, ou ainda o estado que o item se encontra, etc. Nas classes de modelo dadas por (4.3.1) e (4.3.2), o estado é definido sobre dois aspectos:

¹⁷ O valor “-1” identifica que a dimensão não está sendo considerada em um determinado texto científico.

discreto e contínuo. A notação que se dá para a descrição de um estado i é o par ordenado (n, i) . Na Figura 4.2 são especificados dois estados (n, i) e $(n-1, j)$.

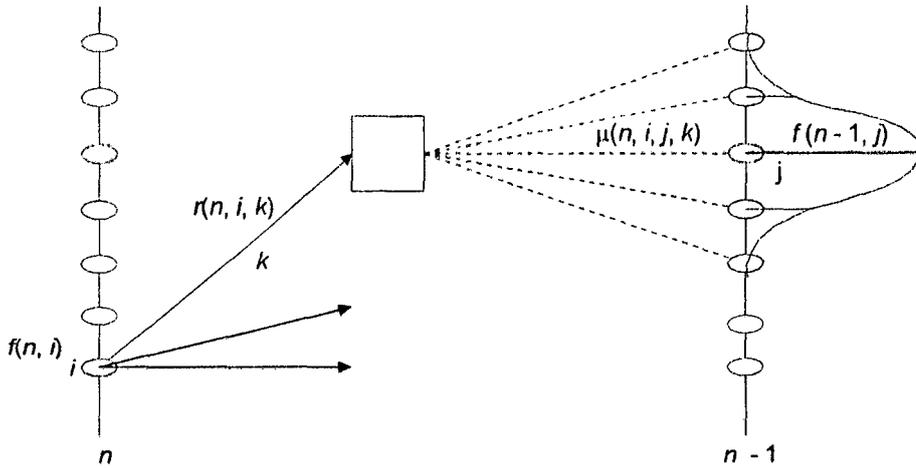


Figura 4.2 Sistemas dinâmicos

4.3.3 Ações

As “Ações” identificam, a cada estágio, as possíveis opções existentes. Elas podem ser descritas de forma precisa, ou por intermédio de uma distribuição de probabilidade, ou ainda, de forma subjetiva calcada no sistema de valor da pessoa que está fazendo a escolha. As ações são identificadas pela letra k na Figura 4.2.

4.3.4 Retorno

O “Retorno” é gerado pelo sistema e determina o resultado pela opção escolhida. Assim, $r(n, i, k)$, determina o retorno que se tem em uma transição, dado que o sistema estava no estado (n, i) e tomou-se a ação k . O retorno pode ser determinado por: distâncias percorridas, tempo gasto, receitas, lucros, custos, prejuízos, consumo de recursos, etc. Ele pode ser determinado em modos diferentes, ou de forma certa, ou por uma função de distribuição probabilística ou subjetivamente.

A função dos retornos gerados, quando o sistema evolui ao longo do processo decisório, através de um plano dado, denomina-se “valor do estado”. A função pode ser definida difusa, como se segue:

$$f(n, i | k) = f(n - 1, j) + r(n, i, k) \quad (4.3.3)$$

se a ação k_1 é melhor que a ação k_2 , diz-se que a função de pertinência da primeira ação é maior que o da segunda, ou seja:

$$\mu(k_1 \succeq k_2) \quad (4.3.4)$$

e portanto, o grau de pertinência do valor do estado na escolha da ação k_1 é maior que o valor do estado dado pela ação k_2 .

$$\mu [f(n, i | k_1) \geq f(n, i | k_2)] \quad (4.3.5)$$

Se, no entanto, ocorrer que a ação k_2 for mais significativa do que a ação k_1 , então

$$\mu(k_2 \succeq k_1) \quad (4.3.6)$$

e

$$\mu [f(n, i | k_2) \geq f(n, i | k_1)] \quad (4.3.7)$$

A interpretação geométrica pode ser dada com o auxílio da Figura 4.3.

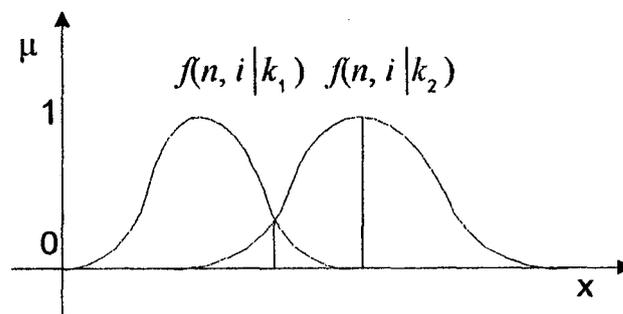


Figura 4.3 Princípio da extensão

4.3.5 Horizonte de planejamento

O “Horizonte de Planejamento” identifica o tempo do desenvolvimento do processo decisório. Nos modelos específicos, aqui tratados, eles são definidos por um período fixo e podem ter o modo discreto ou contínuo.

Eventualmente, outras medidas de incertezas podem ser utilizadas. O trabalho de Bracarense Costa (1999) discute com maior abrangência as medidas: “Probabilidade Subjetiva, que permite em certas condições sob as quais o estatístico pode representar suas informações e crenças em termos de distribuição de probabilidades; Teoria de Medidas Difusas que é um derivado da Teoria Clássica de Medidas; Teoria de Dempster-Shafer ou Teoria de Evidências; Teoria da Possibilidade; Teoria das Probabilidades Imprecisas; Teoria de Probabilidade Intervalar; no contexto da Geometria Estocástica a Teoria de Conjuntos Aleatórios e a Teoria de Medidas Aleatórias; Teoria da Tolerância; Teoria de Conjuntos Rústicos; Teoria de Conjuntos Rústicos Difusos, dentre outras”.

4.4 Considerações finais

Identificado à estrutura de modelagem a trabalhar e tendo maior entendimento do comportamento das incertezas inseridas no processo, é possível passar para a próxima etapa, ou seja, ter um maior entendimento do meio que contém um problema de decisão. Com esse intuito, nos quinto e sexto capítulos são descritos um estudo de caso. Primeiramente, é feito um levantamento da problemática da pecuária de corte física e administrativamente. Em seguida, a apresentação de uma interface que permite o administrador alimentar o modelo matemático e obter resultados pretendidos.

CAPÍTULO V

5. CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA DA BOVINOCULTURA DE CORTE

5.1 Considerações iniciais

Várias são as características favoráveis a evolução da agropecuária: face ao expressivo contingente de animais; a produção significativa de alimento protéico; a extensão territorial em sua maior parte de climas tropical e subtropical com poucas áreas geográficas não apropriadas à atividade; e o vasto parque industrial diretamente relacionado à bovinocultura produzindo carne a menores custos, comparados ao que se observa no cenário mundial.

Entretanto, a produção de gado de corte no país é um processo lento de pouco rendimento. Sua taxa de produtividade¹⁸ (considerando o primeiro enfoque da nota de rodapé) é reconhecidamente pequena, próxima de 17%. Existe um consenso sobre as chamadas causas de baixa produtividade na bovinocultura, que residem nas condições insatisfatórias de manejo, alimentação e sanidade Bracarense Costa (1996).

Para se desenvolver plenamente a indústria pecuária, aspectos importantes devem ser considerados, como os que são apresentados no item sistema de produção, seção 5.2. O conhecimento inserido na área de economia matemática, onde são mostradas situações condizentes ao mercado a vista, a futuro, bem como tipos de financiamentos são apresentados no item sistema de comercialização, seção 5.3. Tendo conhecimento quanto ao desenvolvimento da atividade e das técnicas de comercialização do produto, se faz necessário,

¹⁸ Segundo o professor José Antonio Ribas Ribeiro (UFSC/CCA), a taxa de produtividade ou taxa de extração pode ser medida considerando dois enfoques:

- 1.º obtenção do valor relativo entre o total de cabeças vendidas pelo total de cabeças existentes no plantel; e
- 2.º pelo índice composto entre o valor arrecado pelo patrimônio existente.

Vale salientar que outra forma de mensuração é a taxa de desfrute, dada em função da extração e das variações do volume de crescimento e quantidade do rebanho sobre o total do plantel.

antes de iniciar o processo de produção, elaborar um planejamento estratégico, tema a ser abordado na seção 5.4. O desenvolvimento científico sugerido por modelos de decisão, ainda que pouco utilizados pelos pecuaristas, também são tema de discussão nesse capítulo, tratados no item análise crítica de modelos de apoio à agropecuária, seção 5.5.

5.2 Sistemas de produção

No que tange ao desenvolvimento ponderal, deve-se considerar um dos fenômenos mais importantes na prática pecuarista, que diz respeito ao crescimento do animal. Hammond (1959) cita as definições sobre o crescimento do animal, dadas por Schollss em 1911, como:

“O aumento correlacionado na massa físico-orgânica a intervalos definidos de tempo, de maneira característica de cada espécie, ou seja, relacionando taxa de crescimento com a função hereditária da espécie, sujeita a variabilidade individual”

e dada por Brody em 1945, onde:

“O crescimento é visto como uma taxa temporal relativamente irreversível da dimensão que se mede, implicando a definição dentro da contextualização de crescimento no tamanho e no peso”.

Estudos de Brody mostram que a curva de crescimento que pode representar graficamente o peso em função da idade do animal, é a sigmóide¹⁹ (que pode ser observada na Figura 5.1). Ela é muito semelhante em todas as espécies, excluindo a natureza humana. A maior parte dos animais domésticos superiores chegam a puberdade alcançando, aproximadamente, 70% do seu peso adulto. A forma geral da curva de crescimento se deve a interação das forças opostas, uma que acelera quando a curva é ascendente e outra que freia, quando ela é descendente. O ponto de equilíbrio entre as forças surge quando ambos os segmentos da curva, representativos da autoaceleração e da autoinibição, se interceptam.

Os estudos na forma funcional corporal do animal estão calcados no Modelo de Brody, onde a mais comum das medidas de crescimento é provavelmente o

¹⁹ Curva de forma de uma letra S estirada.

dimensionamento em peso vivo. A velocidade de crescimento em peso vivo pode ser expressa como o quociente médio de crescimento, que é o ganho absoluto de peso por unidade de tempo, representado pela fórmula:

$$(P_2 - P_1)/(t_2 - t_1) \quad (5.2.1)$$

no qual o numerador representa o ganho de peso durante um intervalo de tempo, dado pelo denominador. Nos experimentos animais se utilizam com freqüência coeficiente médio de crescimento.

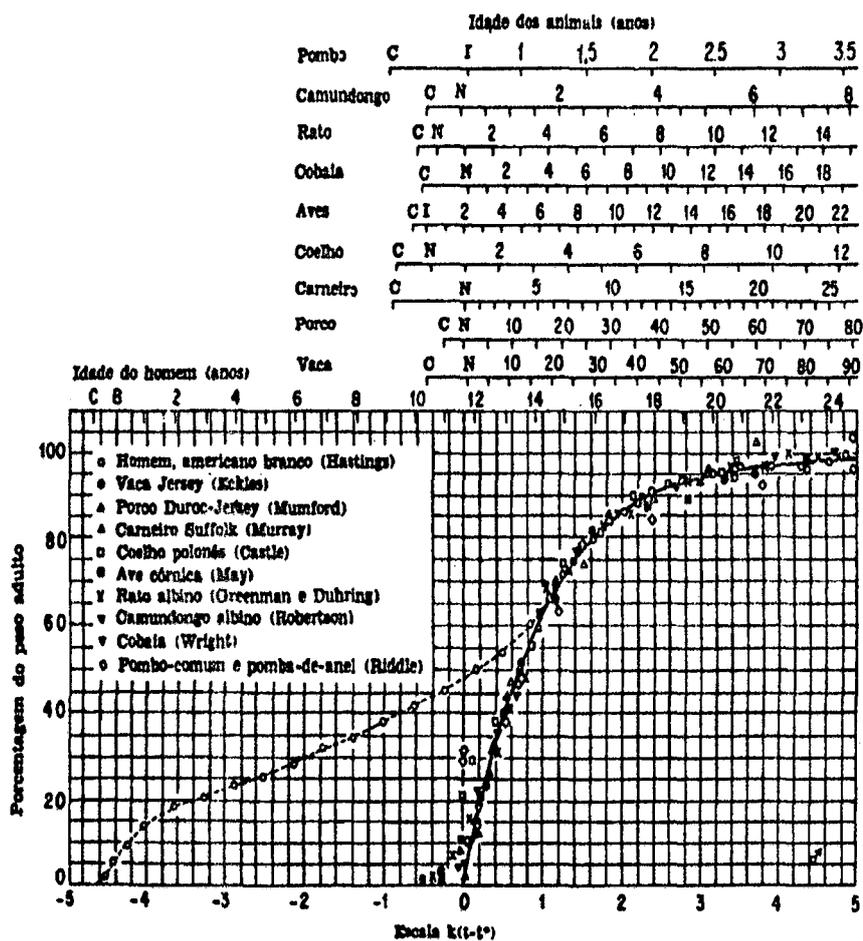


Figura 5.1 Equivalência entre peso e crescimento de animais domésticos, animais de laboratório e do homem. (Reprodução de bioenergética e crescimento de Brody (1945), cortesia de Reinhold Publishing Corp., New York), citado por Maynard (1984).

Segundo Hammond, Brody (1945) sugere que em lugar desse coeficiente se utilize o coeficiente de crescimento instantâneo. Esse se obtém dividindo o ganho instantâneo

de peso, dP/dt , pelo peso P . Assim, o coeficiente de crescimento relativo instantâneo é dado por:

$$k = \frac{dP/dt}{P} \quad (5.2.2)$$

A função que é aplicada à fase de autoaceleração do crescimento é descrita por:

$$P = A \cdot e^{kt} \quad (5.2.3)$$

no qual e é a base dos logaritmos naturais e A é o logaritmo natural de P quando t é nulo. No momento da autoinibição da curva de crescimento há um coeficiente relativo que objetiva medir o quanto falta para atingir a maturidade, e é dada por:

$$dP/dt = -k(A - P) \quad (5.2.4)$$

em que A é o peso à maturidade. Com estas equações, o pesquisador Brody calculou as velocidades de crescimento equivalentes as distintas raças de uma mesma espécie. A forma integrada é escrita como se segue:

$$P = A - B \cdot e^{-kt} \quad (5.2.5)$$

nos quais A é o peso à maturidade e B uma constante.

Da equação de crescimento a partir do ponto de equilíbrio da puberdade está implícito que os indivíduos alcançam um tamanho adulto, limitado por sua constituição genética. Este tamanho, não pode em nenhum caso exceder-se, mas pode ser diminuído, se as condições ambientais forem desfavoráveis. A utilização de animais castrados, ainda em época jovem, implica em um desenvolvimento irregular dos mesmos, dada as disfunções hormonais reprodutoras. Esses animais tendem a ter um crescimento, dos ossos, de forma descontrolada, podendo atingir pesos próximos a 1200 quilos em 8 anos de sobrevivência, aproximadamente.

Uma taxionomia sobre o sistema de produção é descrita com o auxílio da Figura 5.2. Basicamente os animais são definidos como *puro de origem* (PO), onde podem ser

de raças europeias (*Bos Taurus*) ou de raça indiana (*Bos Indicus*) cujo objetivo é produzir reprodutor; e o *cruzado* (F1) tendo como objetivo produzir animais para corte, onde um dos pais é de raça europeia e o outro, de raça Zebuina, por exemplo. Os sistemas de produção são classificados em Sistemas Extensivo, Misto e Intensivo.

A título de um melhor entendimento da problemática em questão, embasado em *papers* da literatura científica, serão descritos quatro tipos de sistemas de produção: sistema de pasto nativo, sistema misto, sistema de pastoreio melhorado e confinamento, considerando animais PO e F1.

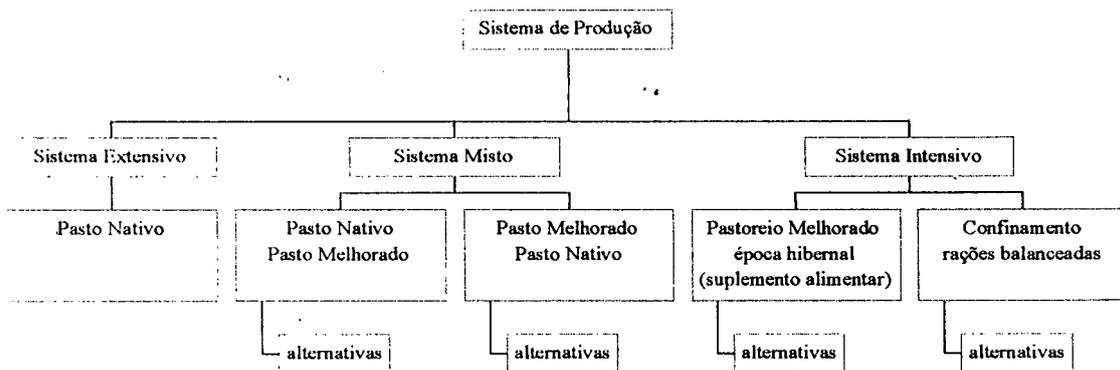


Figura 5.2 Taxionomia de sistema de produção na pecuária de corte (elaborado pelo autor).

No experimento de Müller e Primo (1986) estão caracterizados os sistemas de produção, com a raça *Hereford* (PO - europeu): pasto nativo, sistema misto e pastoreio melhorado, como se pode notar pela Figura 5.3, conforme descrito abaixo:

- no sistema de produção pasto natural (T2b), terneiros desmamados com idade de um ano de vida foram tratados na forma tradicional ao longo do ano e conseguindo atingir o peso de abate, aproximadamente 440 kg, com 48 meses de idade.
- No sistema de produção misto dois tipos de categorias foram trabalhados:
 - (a) Terneiros que foram desmamados com idade aproximada de oito meses e colocados em uma pastagem de azevém, onde permaneceram 24 horas por dia, sendo retirados apenas para as pesagens, no primeiro ano e permaneceram em campo natural no período seguinte, (T1b); e

- (b) Terneiros que permaneceram com as mães em campo natural até o momento em que foram desmamados na primavera (desmama aos doze meses) e que no sobreano foram colocados em azevém, (T2a).
- No sistema de pastoreio melhorado (T1a) foram utilizados terneiros desmamados ao oitavo mês de vida, tratados com azevém nas épocas hibernais e pastagem natural de verão nos períodos de primavera, verão e outono.

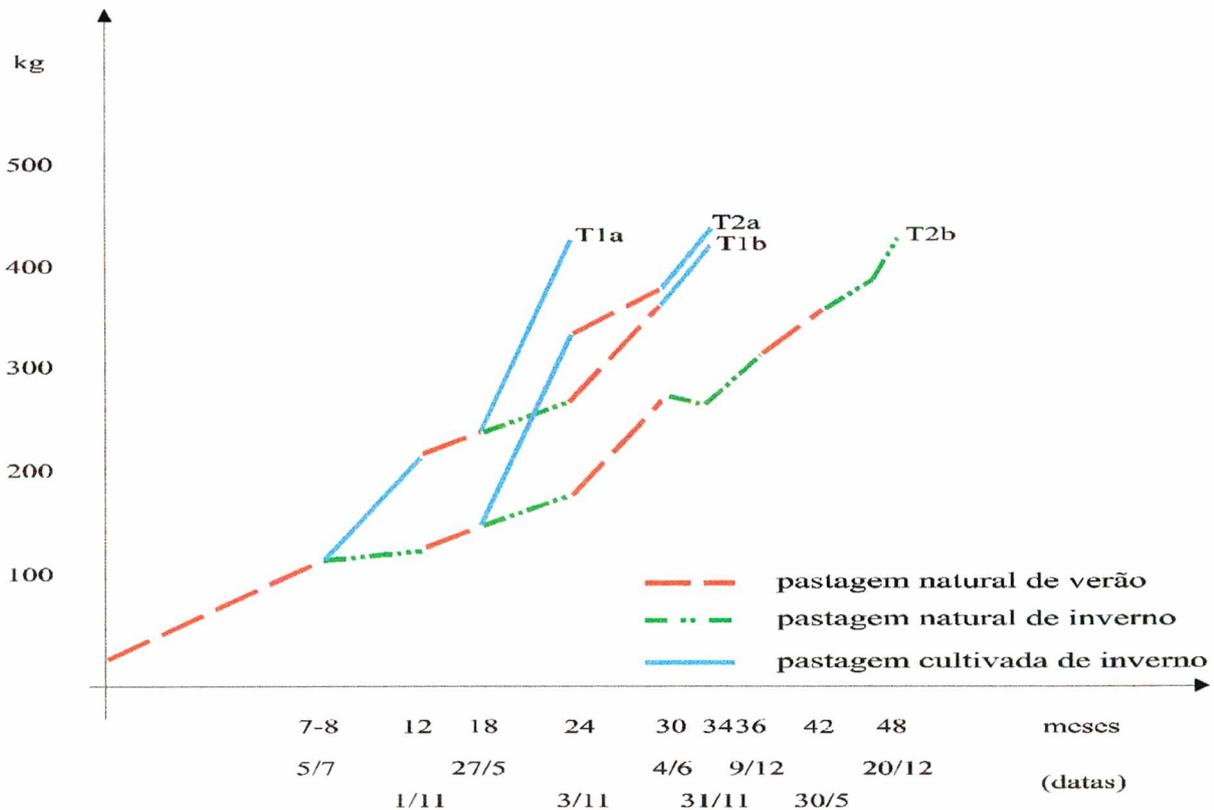


Figura 5.3 Desenvolvimento de novilhos em pastagem natural de verão e inverno e em pastagem cultivada de inverno. Müller e Primo (1986).

Silveira Júnior (1979) em seu experimento tratou o crescimento dos animais denominado Ibagé (F1 – 5/8 Angus e 3/8 Zebuino) com a utilização do modelo de Brody modificado, cujo desenvolvimento ponderal é descrito na Tabela 5.1.

Tabela 5-1 Pesos por idade na raça Ibagé (F1), em kg, segundo Silveira Jr. (1979).

Idade (meses)	Peso (kg)	Idade (meses)	Peso (kg)	Idade (meses)	Peso (kg)
Nascimento	25	10	192	20	315
1	48	11	190	21	315
2	65	12	181	22	325
3	76	13	200	23	320
4	99	14	200	24	320
5	122	15	217	25	346
6	167	16	258	26	365
7	188	17	292	27	389
8	191	18	281	28	411
9	200	19	300	29	425

Tabela 5-2 Pesos por idade na raça Nelore, em kg, segundo Santiago (1985).

Idade	Ração 1 (kg)	Ração 2 (kg)	Ração 3 (kg)	Ração 4 (kg)
Nascimento	29,70	29,70	29,70	29,70
3 meses	74,00	74,00	74,00	74,00
6 meses	125,00	125,00	125,00	125,00
9 meses	189,70	189,70	189,70	189,70
12 meses	239,50	239,50	239,50	239,50
15 meses	285,90	285,90	285,90	285,90
18 meses	363,00	381,40	386,00	410,60
21 meses	449,00	487,71	503,00	536,60
24 meses	539,00	-	-	-

Finalmente, no sistema de produção confinamento, o crescimento se deve pelo uso alimentar de rações balanceadas, com poderes nutricionais diferenciados, segundo os

critérios do NRC. Os pesos descritos na Tabela 5.2 são dos animais de raça Nelore (PO – Zebuino), e foram extraídos de Santiago (1985).

O ganho de peso, por período, não é uma mensuração simples de ser formulada pelo pecuarista. Em ensaios estatísticos é necessário o conhecimento de uma função de distribuição probabilística, no caso contínuo, ou ainda seus parâmetros, para identificar boa medição. Dado que essa ciência tem um enfoque embasado no estudo de frequência, se faz necessário à realização de inúmeros experimentos para determinar qual seja a distribuição própria e assim inferir sobre uma curva de crescimento do animal.

O conhecimento em campo, quer seja pela experiência do pecuarista, ou pelo fator repassado entre as gerações, é a medida mais utilizada entre os produtores. Associado a isso, a expectativa de um decisor rural é formada com informações constantes, mutantes, não necessariamente contidas em uma série histórica, muitas vezes conhecidas de um dia para o outro, face ao dinamismo da própria vida. Desta forma, um modelo que pretende melhor absorver as ansiedades, a subjetividade de quem toma decisões, em situações não precisas (exatas), deve ter como característica a flexibilidade no tratamento matemático. Bem verdade que se perde em precisão, mas por outro lado, tem-se uma maior confiança ao se decidir por uma direção. Fica claro que a incerteza, aqui tratada, enfoca uma grandeza não aleatória, como em processos estocásticos, mas uma imprecisão, por assim dizer.

Dada a natureza de aproximação, de não precisão, nota-se que o instrumento mais adequado é a utilização da teoria de conjunto difuso, uma vez que a estatística não está apta a mensurar probabilidade de aproximação de valores.

O sistema de produção completa da pecuária de corte é muito amplo. A título de comercialização do animal em pé, pode-se pensar – principalmente – nas fases: bezerro, boi magro, vaca de corte e boi gordo.

A taxa de lotação em pastagem nativa da região serrana do Planalto Catarinense é de 0,3 unidade animal (450 kg de peso vivo) a cada hectare [O'Donovan et al., (1983)]. Essa lotação é altamente dependente das variações quantitativas e qualitativas das forragens disponíveis decorrente das condições climática. Prática responsável pelo longo

período geralmente necessário para produzir um animal pronto para o abate, de três a quatro anos²⁰.

É de conhecimento comum que o custo de produção extensiva, alimentação e manejo, é muito baixo e pode ser expresso, na atualidade, pela razão 20:1, ou seja, vinte quilos de carne por hectare de terra, dentro da modalidade de arrendamento da propriedade para o desenvolvimento da produção pecuária.

A idéia principal no sistema intensivo é não permitir que o animal emagreça no inverno, quando os pastos perdem muitos nutrientes face à baixa temperatura. O arrendamento para a categoria de pasto melhorado, hoje, pode ser descrito a um custo médio de manejo e alimentação a R\$ 100,00 por hectare.

O confinamento surgiu, principalmente, da necessidade de produzir carne em pequenos espaços, dado o custo do metro quadrado em áreas nobres e excedentes de lavoura de grãos ou resíduos da agroindústria. Desta forma, é importante desenvolver o animal rapidamente, imaginando-se que os aumentos dos custos de alimentação e sanitários possam ser compensados com a diminuição do tempo de abate do animal. Duas são as críticas a esse sistema. Primeira, o custo da alimentação é muito alto, face à necessidade de obtenção de rações balanceadas. Segunda, a alimentação complementar geralmente é elaborada com utilização de restos de animais, possibilitando a formação de doenças não desejáveis ao consumo humano, tendo dois exemplos principais: típico atualmente é a *Encefalopatia Espongiforme* bovina, também conhecida por "BSE" ou doença da "vaca louca", e a dioxina.

Os custos de manejo e da alimentação podem ser expresso pelo desenvolvimento ponderal do animal, calcado pelos dados sugeridos nas Tabelas do NRC. O custo da alimentação pode ser expresso sobre duas formas: através séries históricas apresentadas pelos institutos de pesquisas ligados as Secretarias de Agricultura dos Estados ou através da utilização de resolução de um problema de programação linear, balanceando rações, buscando a solução ótima.

Em uma outra caracterização, pode se definir o uso do sistema consorciado, onde parte do tempo na propriedade é destinada a plantação dos produtos agrícolas, coincidindo com a época de entressafra da carne e a terminação do animal no período

²⁰ Ribeiro, J.A.R. (2001). Informações pessoais.

complementar. Exemplo típico no Estado de Santa Catarina é a utilização de aveia, soja e gado de corte²¹.

Em todos os processos de produção são necessários mecanismos para tomada da decisão no que diz respeito ao melhor momento de venda do produto. A cada instante o produtor tem duas opções, ou vende seu produto ou o mantém por mais um período de produção. A presente pesquisa visa apoiar o decisor, especificamente, sobre esse aspecto, dado que ele esteja engajado em um tipo de sistema de produção, com duas ou mais variedades de opções alimentares. Assim, o modelo matemático que apóia à decisão que foi construído sugere a todo instante quais as opções existentes e informa as melhores opções a serem tomadas, no sentido de colocar o produto a venda, como também determina qual o melhor manejo alimentar, caso o desejo do pecuarista seja em manter o produto por mais um período de produção.

5.3 Sistemas de comercialização

As preocupações principais na comercialização de um produto são: o fórum ou mercado para se fazer a transação comercial, o conhecimento do tipo de contrato a ser firmado, a fixação de preços, o valor temporal do dinheiro e a utilidade dos financiamentos de recursos para o desenvolvimento da atividade.

São quatro tipos de mercados existentes. O mercado físico ou disponível negocia produtos em troca de recebimento de dinheiro, cujo pagamento é feito à vista ou a prazo. A cadeia produtiva de carne bovina é formada pelos supermercados, frigoríficos e produtores, sendo os primeiros os detentores de maior força na formação do preço do produto final. O mercado a termo formaliza um contrato onde o preço é acertado anteriormente a entrega do produto. O mercado futuro é uma obrigação, legalmente exigível, de entregar ou receber uma determinada quantidade de uma mercadoria, de qualidade preestabelecida, pelo preço ajustado no pregão. O mercado de opções negocia contratos de opções, e nesses mercados paga-se certo valor para se ter o direito, mas não a obrigação, de se escolher determinado curso de ação no mercado.

²¹ Ribciro, J.A.R. (2001). Informações pessoais.

A comercialização do produto bovino do produtor a indústria frigorífica é feita diretamente através de comissionados da indústria ao varejo por representantes que em geral mantém um entreposto atacadista. Esta comercialização apresenta aspectos dinâmicos, na medida em que ocorrem mudanças nos hábitos alimentares da população, que determinam o aperfeiçoamento tecnológico do produto.

O modelo teórico de determinação de preço está condicionado à maior expectativa de venda do produtor com a necessidade do consumidor, implicando assim na construção de um ponto de equilíbrio dado pela interseção entre as curvas de oferta e demanda²². Várias são as formas de chegar nesse equilíbrio, quer seja pela negociação individual entre comprador e vendedor, quer seja com a utilização dos mercados organizados por normas e regras de regulamentação à comercialização.

O modelo de competição perfeita é composto por empresas pequenas em relação ao total do mercado e os produtos são considerados homogêneos, daí o termo “*commoditização* dos produtos agrícolas”. Esse modelo é útil na prática para o estudo empírico do comportamento dos preços. Esse comportamento dos preços de produtos agropecuários exhibe movimentos característicos interessantes denominados tendências, ciclos e sazonalidade.

A tendência pode ser observada como a utilização de uma série histórica de preços identificando alta, queda e estabilização dos preços. Alterações nas tendências estão diretamente relacionadas às mudanças econômicas, inovações tecnológicas e taxas de crescimento de oferta e de demanda. Os ciclos referem-se a flutuações que ocorrem em períodos maiores de um ano, geralmente associadas ao comportamento do produtor diante do mercado e às variações de oferta de seu produto. A sazonalidade é caracterizada por um movimento de preços ao longo do ano devido a safra e entressafra, estações do ano e hábitos dos consumidores. Dada às deficiências ao longo da entressafra, muitas vezes se torna interessante ao produtor armazenar o produto e só comercializá-lo na entressafra, pela valorização que o produto apresenta nessa época.

Marques e Mello (1999) apontam características relevantes para a formação e fixação de preços de produção agropecuária:

²² Uma discussão detalhada pode ser encontrada em Wonnacott e Wonnacott (1982).

- (a) Os produtos são negociados como *commodities*, no entanto, muitas vezes produtores rurais investem na embalagem, serviços e outros elementos agregadores de valor elaborando estratégias de venda baseadas na qualidade;
- (b) A não liquidez²³ do mesmo, pois eles são produzidos na forma bruta, precisando ser processados antes de serem vendidos aos consumidores finais;
- (c) O difícil ajustamento da produção às necessidades da demanda, pois o planejamento da produção é feito com meses ou anos de antecedência à entrega do produto, quando as condições do mercado podem ter se modificado;
- (d) Geralmente são produtos perecíveis, que estão sujeitos a entressafra e que, portanto, exigem condições de armazenamento apropriado;
- (e) A produção está distribuída em função do clima, solos, tradições e outros fatores, e é extremamente atomizada (em termos de localização geográfica, e tamanho da unidade produtiva) enfrentando alto grau de concorrência; e
- (f) A produção pode enfrentar dificuldades com a aquisição de insumos.

As decisões financeiras envolvem custos e benefícios que se estendem ao longo do tempo. O valor temporal do dinheiro²⁴ refere-se ao fato de que o dinheiro na mão vale mais hoje do que a expectativa da mesma quantia a ser recebida no futuro, segundo o tripé conceitual que versa sobre: um melhor investimento proporcionando um maior retorno; o poder de compra do dinheiro pode mudar com o tempo, por exemplo, em função da inflação; e o recebimento do dinheiro esperado no futuro é, de um modo geral, incerto [Bodie e Merton (1999)].

Dado a fragilidade atual dos pecuaristas, muitas vezes é preciso financiar o empreendimento. Os tipos de financiamentos mais utilizados são:

²³ Liquidez é definida como a facilidade e rapidez relativas com as quais os ativos podem ser transformados em dinheiro.

²⁴ O conceito de *composição* permite que os tomadores de decisões financeiras comparem os valores das somas de dinheiro em datas diferentes, ou seja, o processo de partir do *valor atual (VA)*, para o *valor futuro (VF)*. *VF* é a quantidade de dinheiro na qual um investimento crescerá em alguma data futura pelos juros de alguma taxa de composição. Matematicamente, pode-se escrever: $VF = VA \cdot (1 + i)^n$, onde, *i* é a taxa de juros e *n* é o número de períodos. Com intuito de conhecer o montante de investimento hoje para acumular um certo montante específico no futuro, se faz necessário calcular o valor atual, que é dado de forma oposta à equação anterior, ou seja: $VA = VF / (1 + i)^n$.

- (a) O crédito rural controlado pelo Banco Central do Brasil, através do sistema nacional de crédito rural, que tem por finalidade fornecer recursos financeiros para o custeio, a comercialização e o investimento das atividades afins;
- (b) O empréstimo do governo federal (EGF), que objetiva facilitar o transporte e armazenamento dos estoques para entressafra, quando os preços estão mais atraentes;
- (c) A venda antecipada, que é um tipo de financiamento onde a agroindústria fornece recursos financeiros em troca do recebimento de produtos na época da colheita;
- (d) A operação de escambo que se caracteriza como sendo um contrato de compra antecipada do produto, onde o produtor assume o compromisso de entrega de parte de sua produção na época da colheita, em troca do recebimento de insumos que viabilizarão o seu plantio; e
- (e) A integração, que é um crédito fornecido por uma empresa para produtores, que recebem insumos, bens de produção, matéria-prima e assistência técnica e, em troca, fornecem o produto acabado para comercialização, recebendo para isso uma porcentagem do valor de mercado do produto transformado, conforme o abatido e o desempenho do integrado.

Dentro de uma análise de implementação da atividade se faz necessário comparar os retornos esperados com seus custos de oportunidade, isto é, o que os produtores poderiam ter ganhado em usos alternativos do capital investido. Em princípio, deve-se agir na direção da alternativa de maior lucratividade. Savage e Small (1979), entretanto, alertam para o fato que os objetivos internos da organização empresarial num sistema de livre iniciativa são diferentes dos objetivos da economia de que ela faz parte. A firma não está basicamente preocupada, como o governo, com o bem-estar da sociedade; geralmente, está preocupada com lucros ou com outras questões relacionadas, como por exemplo, redução de custos. Os autores advertem, que os lucros são comumente considerados o critério de eficiência empresarial, e os lucros máximos são conseguidos quando a diferença entre as receitas totais da firma e seus custos totais é maximizada. Naturalmente, é importante lembrar que as mudanças econômicas governamentais podem alterar, de forma quase que imediata, os resultados da análise. Assim, por exemplo, mesmo que em um dado momento a aplicação de recursos em alternativas financeiras se mostre mais atrativa, a análise deverá considerar as

expectativas futuras de longo prazo (mercado e riscos), bem como o “feeling” do empresário. Neste contexto, utiliza-se a definição de taxa de mínima atratividade.

5.4 Planejamento e controle

Segundo Alvarenga (1978), a pesquisa agropecuária é relativamente recente no país, investimento de grande monta, nesta área, datam de setenta e cinco anos e têm como objetivo, de uma maneira geral, identificar e resolver problemas locais. A escassez de recursos do produtor menos privilegiado faz com que a atividade pecuária se torne quase inviável do ponto de vista econômico. Uma sugestão para amenizar o problema é indicar caminhos que permitam uma transformação, viabilizando o aumento de produtividade a baixo custo.

A pesquisa cresce tanto no que diz respeito à produção de novas alternativas específicas para a pecuária, como no interesse de elaborar instrumentos capazes de auxiliar no seu desenvolvimento como se pode notar em diversos trabalhos [Resende Filho, (1998); Bracarense Costa, (1996); Ferreira, (1993); Peres, (1990)]. Porém, a aplicação dos conhecimentos gerados depende de alguns fatores:

- (a) A conscientização do pecuarista em planejar as opções inerentes a esta cultura, visando o aumento significativo de sua produtividade em função da tecnologia e do aumento de níveis de eficiência;
- (b) Obtenção de recursos físicos e financeiros para desenvolver com segurança a atividade, proporcionando orientação à mão-de-obra, tornando-a eficiente no sistema de produção;
- (c) A flexibilidade do processo, que permita a utilização da propriedade para produção consorciada entre produtos agro-pecuários; e
- (d) A facilidade no que tange a comunicação e o transporte, justificando de forma completa a relação benefício - custo.

A bovinocultura tem grande importância econômica no Brasil, sendo que seu produto é consumido amplamente pela população urbana e pela histórica e expressiva exportação [Jarvis (1990)]. A sazonalidade anual no mercado de carne, devido à variação no volume de descarte, contribui para um maior custo de produção, aumentando o preço para o

consumo interno e o decréscimo na competitividade internacional do setor de corte. Este quadro estimula o fortalecimento das culturas concorrentes de frango e de suíno, que passam a ser preferidos pelo consumidor final. O caráter ocasional da produção intensiva resulta do fato de que a engorda só alcança viabilidade econômica em determinado período do ano, coincidindo com a entressafra da carne bovina produzida no pasto.

As técnicas de bovinocultura de corte aos poucos estão se desenvolvendo, principalmente pela capacidade que o gado tem em processar e transformar substâncias não comestíveis pelo homem - forragens (rami, palha, feno, sorgo), penas (farinha hidrolisada) - em carne, alimento rico em proteína.

A evolução desta atividade no Brasil tem se baseado na expressão horizontal - gado extensivo, principalmente. No entanto, recentemente é notada a incorporação de novas áreas de pastagens cultivadas, resultando em maior capacidade de suporte e ganho de peso dos animais.

A EMBRAPA tem sido um órgão de desenvolvimento de pesquisa e melhoramento da atividade específica no setor de corte no país. Muitos de seus trabalhos indicam preocupações relevantes para se obter sucesso na bovinocultura. No que tange a engorda intensiva o fator essencial diz respeito ao planejamento e controle da atividade.

Os autores Cardoso (2000), Thiago (1999), Córdova (1997), Bracarense Costa (1996), Vasconcellos (1993), Thiago (1991), Peixoto et. al. (1989) e Ruiz et. al. (1984) discutem a importância do planejamento inicial na bovinocultura e sugerem considerações que devem ser atendidas para o bom desenvolvimento da atividade. No tocante a infraestrutura, cuidados com as instalações, energia elétrica, fonte de água e estradas, são pontos importantes. Quanto ao estudo de mercado, deve-se considerar o tipo e o preço dos animais a serem comprados e vendidos. A mão-de-obra é fundamental, bem como os conselhos dados pela assessoria ou consultoria técnica específica. O fator meio ambiente também influencia decisivamente para a obtenção de maior retorno. Ainda, são considerados como aspectos importantes à localização de áreas de plantio dos pastos, a direção dos ventos, a presença de córregos e de vilas próximas. As atividades essenciais, como o preparo de culturas forrageiras, a conservação de forragem, a aquisição de alimentos (rações, suplementos alimentares, concentrados, etc) e medicamentos, bem como a forma de transporte e a

aquisição de animais, são os pontos determinantes para obtenção do sucesso na atividade pecuária de corte.

Uma vez estudadas as várias alternativas possíveis e suas melhores combinações, é necessário considerar as informações do comportamento administrativo que, em geral, estão embasados na teoria da firma do economista, descritos por Savage e Small (1979) como:

“A teoria da firma do economista pode ser levada a vários graus de sofisticação. Fundamentalmente, gira em torno da hipótese de maximização dos lucros e de que a firma age racionalmente na busca deste objetivo. ‘Racionalmente’, via de regra, implica em que a firma tenha um perfeito conhecimento de todas as variáveis relevantes quando toma suas decisões”.

O uso desta teoria para fins práticos, exige certo relaxamento de suas hipóteses, face às limitações impostas, incorporando o sentido de satisfação para referenciar um nível de aspiração. Sendo consideradas as informações técnicas, científicas e teóricas é possível definir o plano de ação a ser implementado.

O acompanhamento e controle constante da atividade são essenciais para o progresso do empreendimento. Por acompanhamento entende-se toda a preocupação envolvendo a observação diária do andamento da atividade, o comportamento dos animais, os horários e quantidade de alimentos fornecidos, como também, o desempenho e habilidades da mão-de-obra, e o funcionamento de máquinas e implementos.

O controle, além da parte derivada do acompanhamento, deve incluir anotações e registros próprios de custos e receitas, relacionados à aquisição de animais, de alimentos e de medicamentos, fretes, mão-de-obra, preparo de áreas e colheita de forragens, venda dos animais e de esterco. Deve-se, ainda, manter informações sobre a procedência e peso vivo inicial dos animais, bem como sobre os possíveis frigoríficos compradores. Além disto, é necessário conhecer e registrar o período (início, término) de engorda e os tratamentos sanitários feitos.

O progresso de um empreendimento somente será possível se a gerência do processo for eficaz no acompanhamento das atividades intermediárias. Este acompanhamento deve prover informações suficientes para indicar e embasar necessidades de ajuste no

transcorrer de um período de engorda. O controle servirá de base para a avaliação do negócio ou do plano escolhido como um todo, de forma a permitir seu aprimoramento ou indicar modificações para as engordas seguintes.

5.5 Análise crítica de modelos de apoio à agropecuária

Ferreira (1993) informa que os modelos que se seguem, mesmo apresentando enfoques diferentes, baseiam-se, principalmente, no fator preço de insumo/produto, não considerando variações no ganho de peso em função da alimentação e seus efeitos sobre a lucratividade:

“Bullock e Logan (1972) consideram a incerteza em relação a preços futuros, tanto dos animais como dos alimentos, como um importante aspecto no processo de decisão a ser tomada em confinamento, desenvolvendo um modelo que auxilia a decidir pela venda imediata dos animais ou pela continuidade do confinamento dentro de um horizonte de seis meses. Por outro lado, Whitson e Kay (1978) elaboraram um modelo de otimização, utilizando técnica de programação linear, com o objetivo de prever combinações ótimas de áreas ocupadas com pastagens nativas e cultivo de cereais utilizados para alimentação de bovinos de corte. Seu modelo foi testado com diversos preços esperados pela venda dos animais e, em função desses preços, determinou-se qual a melhor maneira de utilização da área disponível para produção de alimentos e venda dos animais em diversas épocas do ano”.

Beeson (1973) sugere calcular as necessidades nutricionais sobre uma base de matéria seca unicamente, e não considera a incerteza no processo de produção quanto aos preços dos alimentos.

Noronha (1982) considera o fator risco em projetos de investimentos para análise de projetos governamentais, em um programa para incentivo à pecuária. Sá (1985) utiliza essa análise econômica na avaliação de projetos de confinamentos. Segundo Ferreira (1993), os resultados não ficaram disponíveis para a utilização dos produtores de gado de corte.

Silvestre (1983) discute o método de tentativa e erro, visando alcançar o equilíbrio no aumento e diminuição das quantidades dos alimentos até que as exigências do animal sejam atendidas. Esse processo depende exclusivamente da experiência do agricultor, e não considera as incertezas do processo de produção. O autor também discute a utilização do quadrado de Pearson que trabalha basicamente com o valor relativo de um determinado nutriente, estabelecendo proporções entre dois ou mais alimentos – técnica extremamente simples se comparada com a eficiência da programação linear

Azevedo Filho (1987) que também trabalha com o método de tentativa e erro, desenvolveu um sistema computacional para contabilizar os principais insumos necessários à atividade de confinamento. O sistema faz uma análise determinista do problema supondo conhecidas todas as variáveis de custos e de receitas e produzindo um gráfico relacionando o preço final do boi com o retorno sobre o investimento. Ferreira (1993) considera que essas informações são úteis ao produtor, mas parte do pressuposto que o agricultor deva conhecer a ração adequada e considera o ganho de peso constante.

Azevedo Filho (1988) desenvolve um sistema computacional genérico que faz simulações com variáveis definidas pelo usuário e avalia o comportamento de variáveis dependentes daquelas cuja distribuição é conhecida através do método de Monte Carlo. Segundo Ferreira (1993), nesse estudo não são considerados casos onde algumas variáveis são obtidas por meio de modelos de programação matemática, como na formulação de ração e não são previstas as etapas posteriores à análise, como o controle, quando o produtor decide executar o projeto.

Peres (1990) elabora uma árvore de decisão baseada em diversas opções de alimentação. Paralelamente considera probabilidades alternativas para preços futuros do boi gordo, visando a maximização da função utilidade. Esse modelo depende de um pacote computacional que trate da elaboração da ração balanceada. Também não considera a curva de ganho de peso do animal de maneira a atingir o ponto ótimo na relação ganho de peso e ingestão [Ferreira, (1993)].

Ferreira (1993) elabora um sistema, cujo objetivo é encontrar alternativas para seleção de animais, alimentação e épocas ideais para o confinamento. O modelo dinâmico sugerido não apresenta otimização, o custo da alimentação não incorpora o valor

temporal do dinheiro e os modelos econométricos, conhecidos na literatura científica, são mais robustos para o tratamento de previsões do que o sugerido na pesquisa.

Bracarense Costa (1996) elabora um modelo matemático, utilizando processo de decisão seqüencial com desconto e a técnica de programação dinâmica de Markov, dando ênfase ao desenvolvimento do animal (confinado) segundo o ganho de peso diário de sua dieta alimentar. O trabalho não faz um estudo econométrico para verificação da melhor data de aquisição do lote de animais e venda do produto.

Resende Filho et. al. (1998) propõem um sistema de apoio à decisão, no qual tem um modelo de minimização do custo de ração com utilização da técnica de programação linear. Esses modelos são deficientes, pois, consideram que a alimentação é o único fator de relevância no desenvolvimento da bovinocultura de corte. Desta forma, fica sob a responsabilidade do pecuarista a definição da duração do processo de engorda, de modo a obter o boi gordo nos meses de pico de preços da entressafra, não considerando aspectos importantes como melhor momento para aquisição do lote de animais, tempo ideal para terminação do bovino, desenvolvimento de estratégia ótima e também interessante no que tange ao descarte do animal, como a consideração do período, peso e tipo de alimentação.

Lana (2000) elabora um sistema de formulação de rações para animais em pastagens ou no regime de confinamento, utilizando o método de tentativa e erro. As exigências nutricionais dos animais utilizadas têm um comportamento não adequado à realidade nacional, bem como a ferramenta mais apropriada para a elaboração de uma alimentação balanceada é a programação linear.

CAPÍTULO VI

6. INTERFACE

6.1 Considerações iniciais

O modelo matemático proposto tem uma interface formada por janelas que permitem a interação entre o usuário e o micro computador, e é um aplicativo desenvolvido para um nível básico de habilidade.

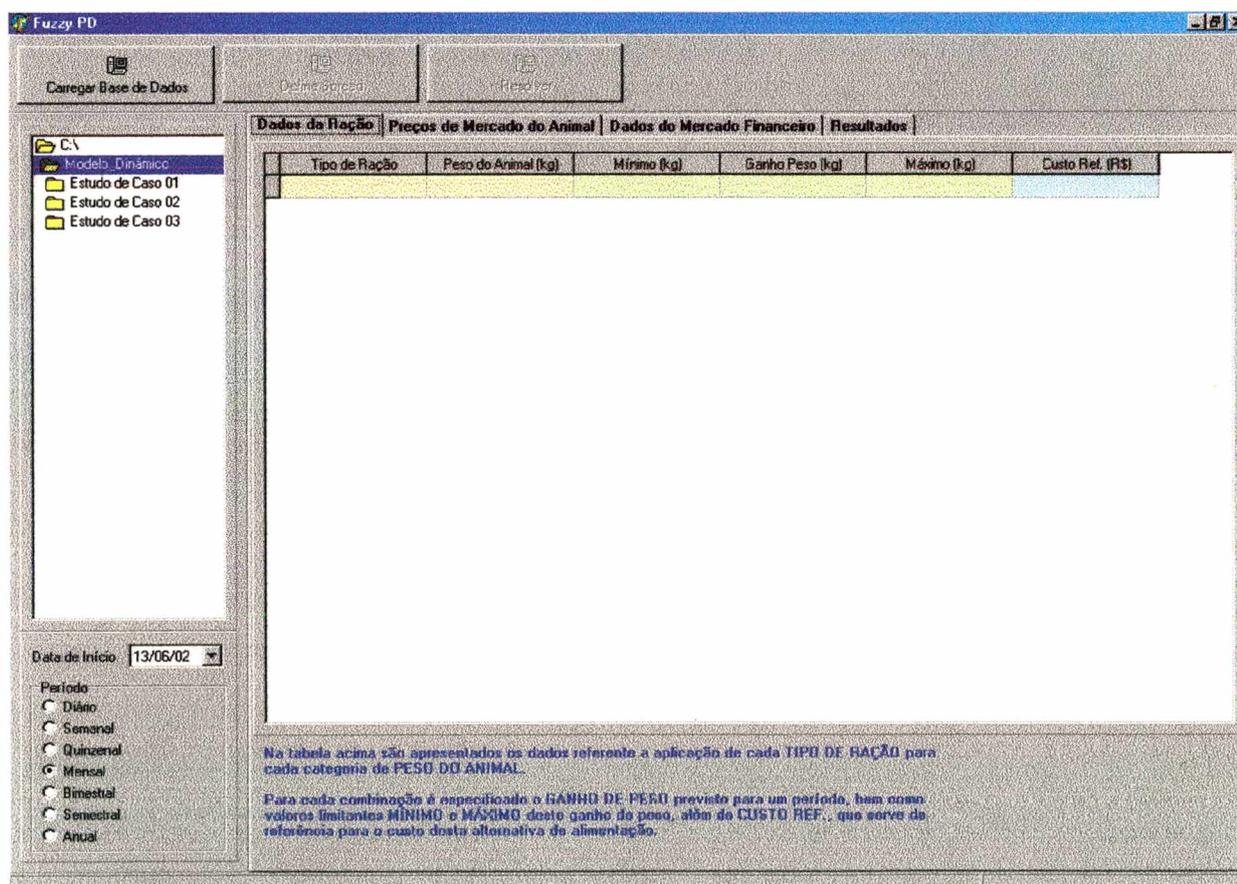


Figura 6.1 Interface inicial: identificação da base de dados.

Este capítulo salienta os principais componentes do sistema proposto, bem como a forma correta de sua utilização. Uma vez carregado o sistema que compõe o conjunto

de janelas do aplicativo, pode-se escolher a opção da base de dados desejada, abrindo o arquivo, disposto na estrutura hierárquica do *windows explorer*, como pode ser notado com auxílio da Figura 6.1.

A primeira janela apresenta uma estrutura composta de quatro partes: superior, esquerda, esquerda inferior e a janela maior. As subjanelas menores são fixas ao longo do processo, sendo utilizadas conforme a o que se destinam. Quanto a maior, ajusta-se consoante as subjanelas internas. Dessa forma, a todo o momento é possível identificar com qual **Estudo de Caso**²⁵ se está trabalhando, quando foi a **Data de Início** do processo de produção e o tipo de **Período**. Visando facilitar o entendimento do usuário, nos casos mais frequentes, há uma explicação no pé da janela.

Definida a base de dados, a utilização do ícone **Carrega Base de Dados** serve para carregar os dados²⁶ a serem utilizados para resolução de um problema, como é mostrado na Figura 6.2.

A janela apresenta diversas características próprias. Na parte superior estão listados os menus **Carrega Base de Dados**, **Define Spread** e **Resolver**, que ajustam os dados aos modelos internos do sistema. Abaixo, três áreas de trabalho são mostradas: a subjanela de apoio para escolha de **Estudo de Caso**, que já fora utilizado para a obtenção dos dados pré-definidos; a subjanela que define os dados a serem re-elaborados e tratados; e a determinação periódica, que indica a **Data de Início** do processo, bem como a data atual, quando acionada a flecha indicativa deste campo. Também ser verifica a identificação do formato do período desejado, no contexto **Diário**, **Semanal**, **Quinzenal**, **Mensal**, **Bimestral**, **Semestral** ou **Anual**.

A subjanela que define as classes das variáveis de decisão: **Dados da Ração**, **Preços de Mercado do Animal**, **Dados do Mercado Financeiro** e **Resultados**, permite a alteração dos valores que definem as variáveis, posicionando o cursor na classe desejada e digitando um novo valor. A interface permite a determinação de valores extremos, pois algumas variáveis de decisão podem ser descritas através da teoria de conjuntos difusos. A elas é permitida uma variação em torno do ganho médio. Essas variáveis de apoio são

²⁵ As palavras em negrito no texto são características da interface.

²⁶ Os dados pré-definidos são descritos no capítulo 7 e no Apêndice B.

mensuradas com a utilização do ícone **Define Spread**. Na aplicação presente, estão pré-definidos doze valores periódicos possíveis. A gravação é automática.

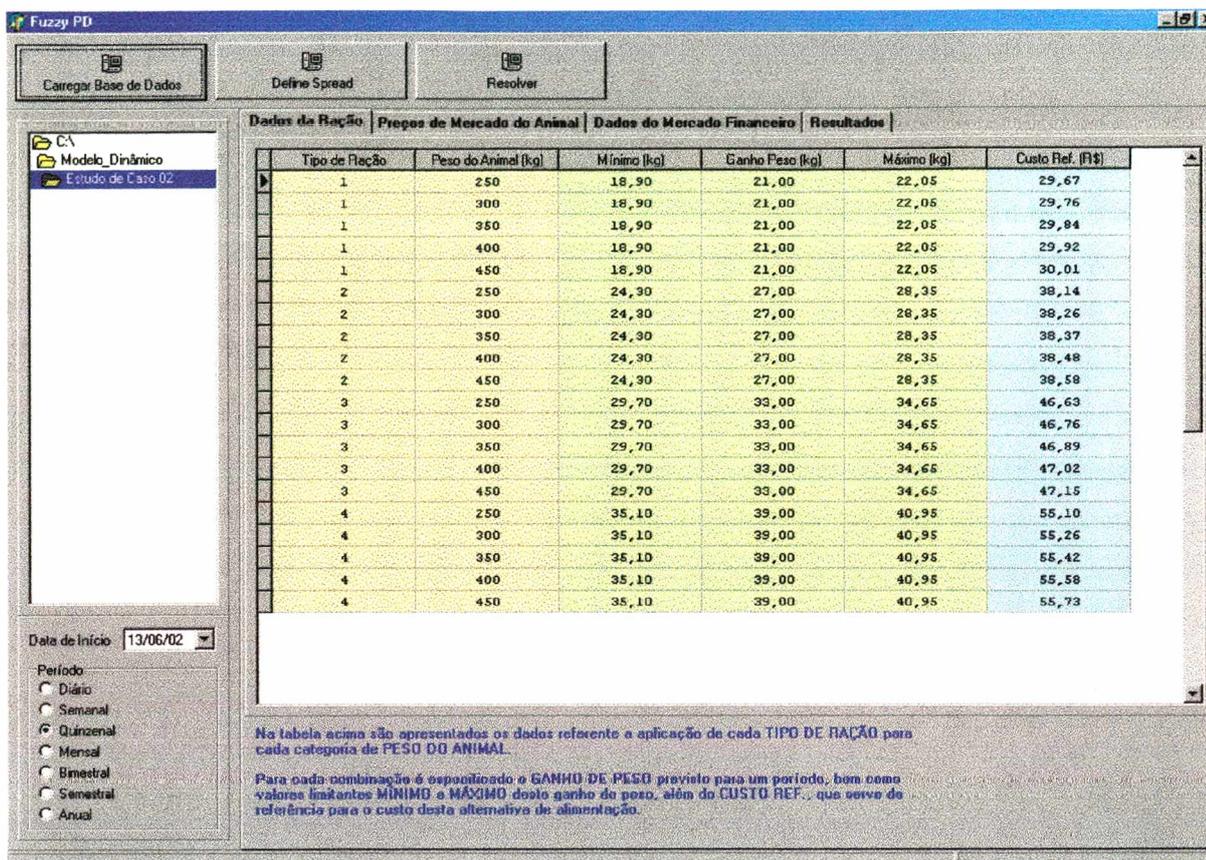


Figura 6.2 Carrega os dados pelo ícone Carregar Base de Dados, utilizando o arquivo Estudo de Caso 02.

Na classe de Dados da Ração, como se pode observar na Figura 6.2, o menu interno informa quais são as opções possíveis de ajuste:

- (a) O tipo da alimentação denominada por **Tipo de Ração**. No presente ensaio, são considerados quatro tipos de rações com cinco variedades cada uma, de acordo com a formulação da dieta alimentar, considerando as características do animal, quanto à ponderação de peso e ganho pretendido.
- (b) O peso vivo do animal para iniciar o confinamento é próximo de 280 kg. Via de regra, os frigoríficos exigem que o peso de comercialização seja entre 420 e 550 quilos. Desta forma, a classe de pesos (os estados do sistema) é definida de 10 em 10 quilos.

Os estados são descritos pela variável **Peso do Animal**.

- (c) O ganho de peso (**Ganho Peso**) ao longo do desenvolvimento do animal é ponderado de acordo com o valor nutricional do alimento, sendo possível identificar os limites extremos da obtenção de peso dado por um fator determinado pelo agente da decisão.
- (d) O custo do alimento (**Custo Ref.**) é dado em função do ganho de peso mensal.

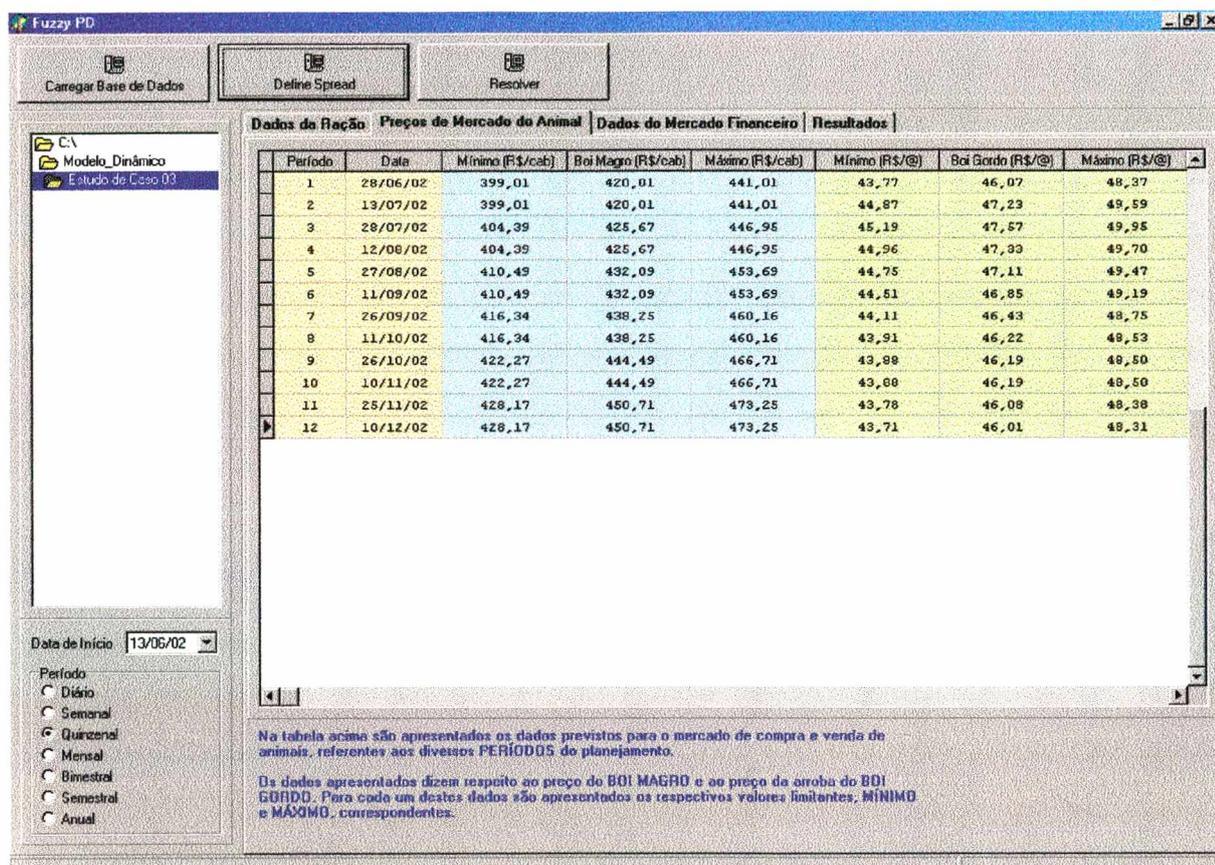


Figura 6.3 Preço de Mercado do Animal. Data e preços em período quinzenal, utilizando o arquivo Estudo de Caso 03.

As classes **Preços de Mercado do Animal** e **Dados do Mercado Financeiro** descrevem a quantidade de **Período** que define o processo e a **Data** correspondente ao período pré-determinado, sob duas formas: **dd/mm/aa**²⁷, se os dados são

²⁷ dia/mês/ano.

descritos em períodos menores de um mês como mostra a Figura 6.4, e mm/aa ²⁸ para a descrição dos demais dados, conforme apresentado na Figura 6.5.

Essas classes destinam-se a definir valores médios do preço do **Boi Magro** e **Boi Gordo**, como também, dos índices **Juros** e **IP Rações**, com possíveis variações dos extremos determinados **Define** pelo ícone **Spread**.

O ícone superior **Define Spread** permite a interação subjetiva do responsável que toma a decisão, pois nesse momento é possível redefinir variações dos valores pré-definidos. Cinco variáveis podem ser ajustadas pela definição do *Spread*: Ganho de Peso, Boi Magro, Boi Gordo, Juros e Índice Preço Ração. A Figura 6.6 mostra um exemplo no qual a mudança estipulada foi apenas na variável **Ganho de Peso (%)** na ordem de 15% à direita e 10% à esquerda.

Período	Data	Mínimo (R\$/cab)	Boi Magro (R\$/cab)	Máximo (R\$/cab)	Mínimo (R\$/@)	Boi Gordo (R\$/@)	Máximo (R\$/@)
1	07/02	399,01	420,01	441,01	41,51	45,12	47,38
2	08/02	404,39	425,67	446,95	41,71	45,34	47,61
3	09/02	410,49	432,09	453,69	41,90	45,54	47,82
4	10/02	416,34	438,25	460,16	42,08	45,74	48,03
5	11/02	422,27	444,49	466,71	42,26	45,93	48,23
6	12/02	428,17	450,71	473,25	42,43	46,12	48,43
7	01/03	434,08	456,93	479,78	42,61	46,32	48,64
8	02/03	440,00	463,16	486,32	42,79	46,51	48,84
9	03/03	445,92	469,39	492,86	42,96	46,70	49,04
10	04/03	451,83	475,61	499,39	43,14	46,89	49,23
11	05/03	457,75	481,84	505,93	43,31	47,08	49,43
12	06/03	463,66	488,05	512,46	43,49	47,27	49,63

Na tabela acima são apresentados os dados previstos para o mercado de compra e venda de animais, referentes aos diversos PERÍODOS do planejamento.

Os dados apresentados dizem respeito ao preço do BOI MAGRO e ao preço da arroba do BOI GORDO. Para cada um destes dados são apresentados os respectivos valores limitantes, MÍNIMO e MÁXIMO, correspondentes.

Figura 6.4 Dados do Mercado Financeiro. Data e preços em período mensal.

²⁸ mês/ano.

Vale salientar que o *spread* é definido segundo o modelo alternativo escolhido. No caso determinístico, todos campos de valores – da variável *spread* – devem ser ajustados com o valor nulo. Para a determinação na variável ganho de peso mensal – no modelo estocástico – a variação na ordem de 15%, por exemplo, o campo específico na definição do *spread* deve ser alterado, e os demais valores devem ser anulados. Finalmente, no modelo difuso, o decisor pode definir esses campos de acordo com à sua vontade.

Ressalta-se que, o responsável pelo processo decisório pode acionar a sua subjetividade, alterando os dados para carregar o modelo matemático diretamente, ou através da definição da variável *spread*, no modelo alternativo difuso.

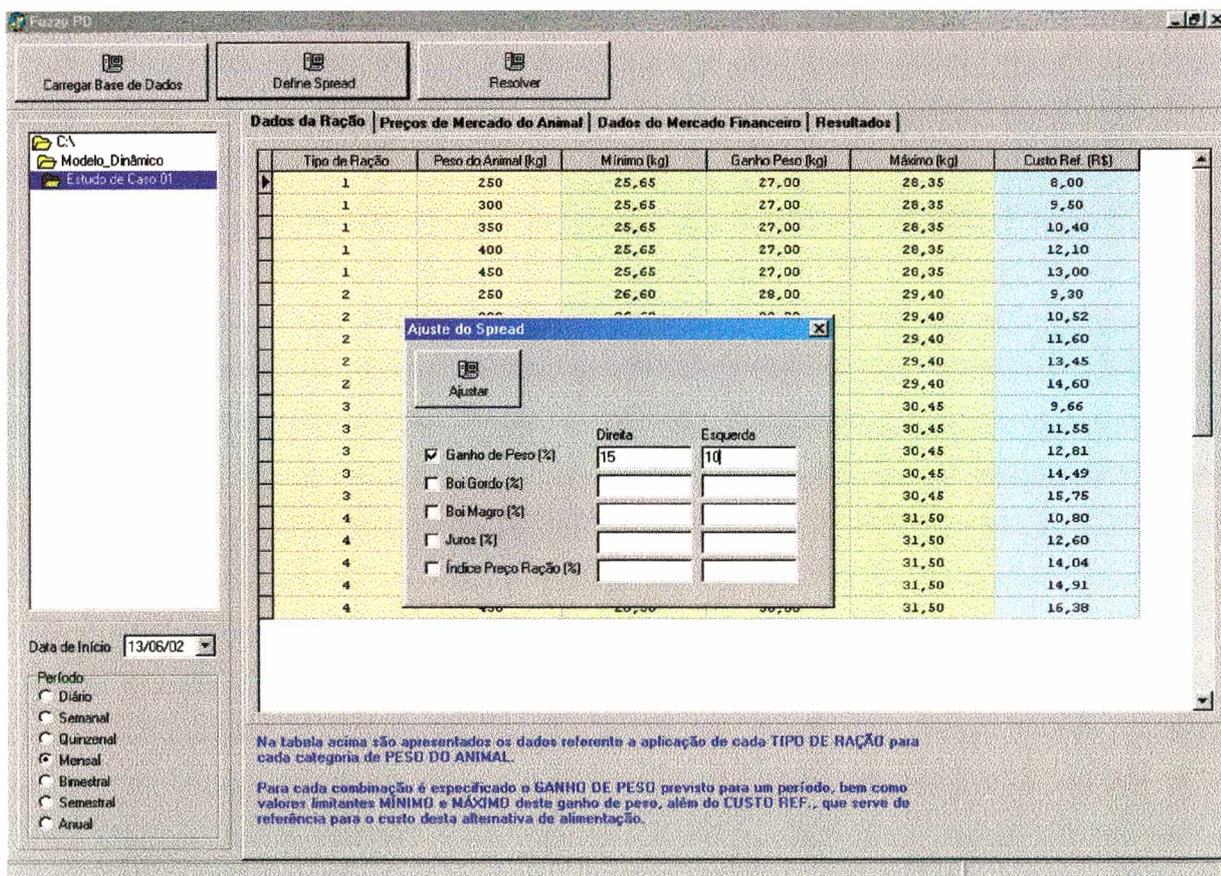


Figura 6.5 Ativa o menu Define Spread e ajusta os dados “Ganho de Peso” em 15% à direita e 10% à esquerda (arquivo Estudo de Caso 01).

A forma de fazer o levantamento de dados para carregar o modelo é opcional, sugerindo assim, a possibilidade, do tomador de decisão influenciar no processo diretamente, como foi descrito acima. Neste trabalho, visando um tratamento mais próximo a

formulação científica das variáveis envolvidas, utilizou-se desenvolvimentos específicos para sua elaboração. O peso do animal e o ganho de peso são descritos segundo a ótica dos valores tabelados pelo NRC e os dados financeiros (preço, custo e taxa de juros) são valores previstos, elaborados no contexto dos modelos ARIMA²⁹.

Na estrutura de programação dinâmica³⁰, na aplicação tratada neste estudo, as classes de pesos dos animais foram definidas como estados. Os estágios são descritos pelos doze períodos consecutivos que compõem o horizonte de planejamento³¹, as estimativas dos retornos (ou lucro) são mensuradas pela venda do animal em pé e pelos custos da aquisição do boi magro e da alimentação necessária ao longo do desenvolvimento do animal. Para a definição do ajuste do valor temporal do dinheiro é utilizado como taxa de juros o índice de preços por atacado (IPA).

Uma vez atualizados os dados de entrada com a definição do respectivo *spread*, pode-se executar o programa. Acionando o ícone **Resolver**, o modelo processa os cálculos intermediários, relativos a leitura de dados, elaboração dos estados e processamento final. Para conhecer os resultados é preciso acionar a tecla **Resultados** e identificar quais são as interpretações das respostas possíveis.

Para facilitar o entendimento, a descrição destas interpretações se dá sob quatro óticas distintas:

- (a) Interpretação geométrica espacial, referindo-se ao gráfico colorido quadricular, localizado na posição superior da subjanela maior;
- (b) Interpretação tabular, que é um vetor numérico tendo as informações (Período, Data, Peso, Decisão, Grau);
- (c) Interpretação plana apresentada em um eixo de coordenadas cartesianas, em que a variável dependente é descrita pelo grau de pertinência e a independente, pelo valor presente; e

²⁹ Um estudo completo sobre Séries Temporais é apresentado no Apêndice B.

³⁰ Vide capítulo 3.

³¹ Para um horizonte de planejamento semestral são necessários doze valores quinzenais.

- (d) Finalmente, a linha de *status* que determina o resultado do grau de pertinência, identificando a estrutura tabular, quando o *mouse* clica em uma determinada casa no gráfico espacial. Neste caso, a representação plana também é acionada e desenha a resposta difusa, obtendo uma indicação financeira de resultado.

A Figura 6.6 permite a visualização dessas formas de interpretação das respostas.

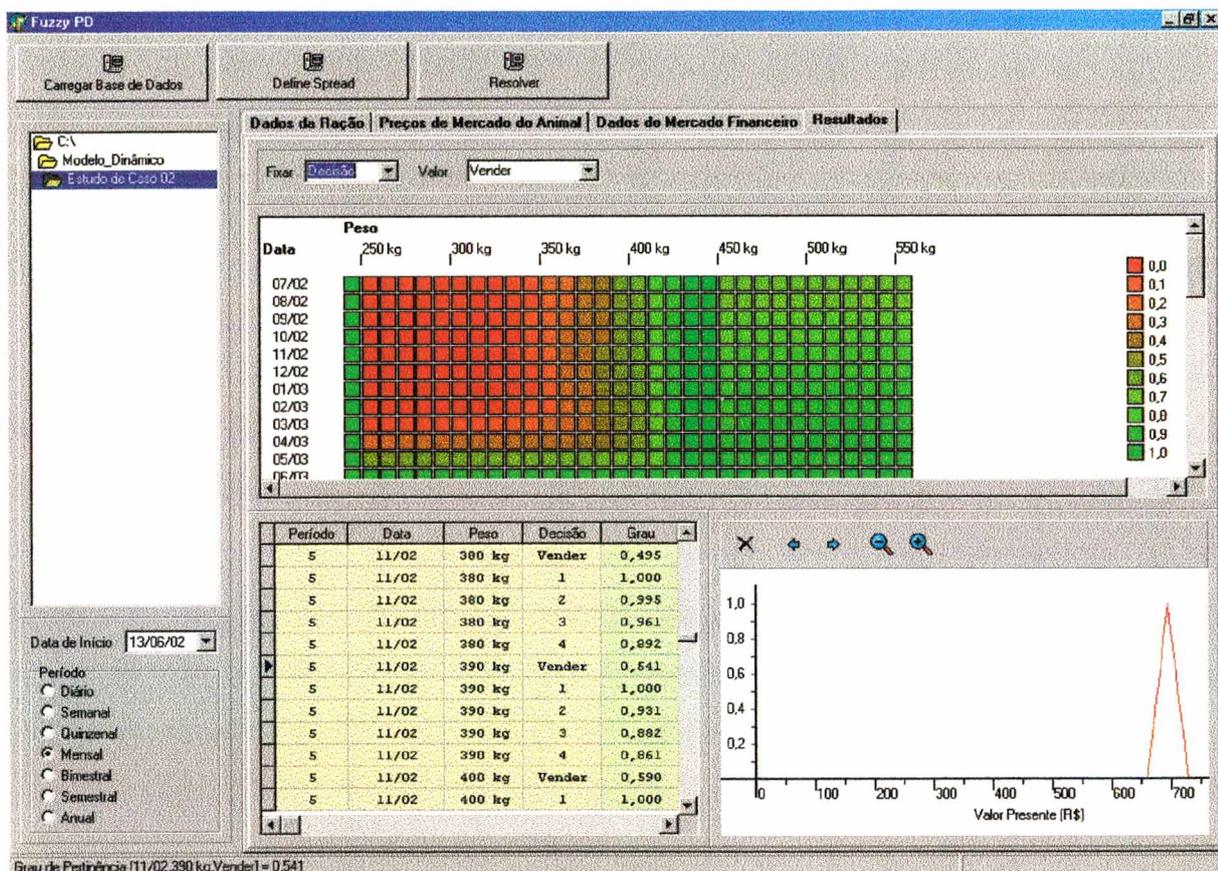


Figura 6.6 Janela final da interface em um contexto de apoio à decisão (difuso) em pecuária de corte.

A interpretação geométrica espacial é formada pelos termos **Fixar** e **Valor** (na parte superior) e pela figura quadriculada colorida, abaixo. A variável Fixar pode assumir três famílias de classes, denominadas: Decisão, Data e Peso. As classes definidas na opção Decisão são: Vender, Nenhuma (decisão a ser tomada) e 1, 2, 3 ou 4, segundo o tipo de dieta alimentar selecionada. Na opção Data, são descritas as datas ou os intervalos periódicos em que devem os animais permanecer confinados, em dado período de planejamento. Na opção Peso, são apresentados os possíveis pesos que um animal pode atingir ao longo do seu

desenvolvimento, eles são classificados de dez em dez quilos. Desta forma, ao se fixar Decisão os valores assumidos dizem respeito a essa classe de opção e o tratamento gráfico se dá pela combinação entre as outras variáveis que não estão fixas.

A coloração notada na extremidade direita diz respeito à formação de uma escala de aceitação, em que a recusa completa é determinada pela cor vermelha e o aceite pleno, pelo verde. A aceitação parcial (e recusa parcial) tem cores intermediárias e que se aproximam das cores extremas (em ordem decrescente) conforme sua importância específica de adequação à utilização ou não da solução almejada.

A interpretação tabular é acionada em concomitância com a plana quando o *mouse* aciona uma casa no quadro “espacial” (descrito acima). A leitura deste vetor se dá da seguinte forma: quanto ao Período remanescente em um determinado sistema de produção; a Data futura de encerramento da atividade; o Peso que o animal se encontra no momento atual; quanto a Decisão a ser tomada; e o respectivo Grau de pertinência (de adesão) sugerido, tendo como importância máxima a determinação unitária e o valor nulo para a informação de recusa.

No formato tabular, é possível ter como resposta o Peso Vendido identificando que o produto não mais faz parte do problema que se quer resolver. A interpretação que dá pelos valores de decisão é feita da seguinte forma: Decisão Nenhuma tem como resposta o Grau 1, haja vista, que o produto já foi negociado e as demais escolhas, Grau zero, pois não tem sentido alimentar o animal se ele não mais pertence ao plantel (ao período de produção).

A Interpretação plana identifica em um eixo a decisão a ser evidenciada através da utilização do grau de pertinência para informar a melhor possibilidade e no eixo das abscissas, a expectativa de ganho financeiro sugerido pela escolha de uma dada alternativa. É possível comparar mais de um resultado, visualmente, bastando clicar o *mouse* na figura retangular colorida, em duas situações distintas, consecutivamente. Outras ferramentas são encontradas nessa área do diagrama, contendo a função de pertinência do Valor Presente, como pode ser notado na Figura 6.7 (menu acima do eixo cartesiano). O primeiro sinal é a borracha, ou seja, ao se fazer um novo estudo, pode-se eliminar o desenho anterior ao acionar esse ícone. A utilização da flecha (à direita) translada o eixo vertical, permitindo a identificação de valores financeiros quantitativamente maiores. O símbolo dado

pela lupa (sinalada positivamente), ao ser acionado, amplia a localização gráfica, permitindo uma melhor interpretação visual do resultado.

CAPÍTULO VII

7. ESTUDO DE CASO

7.1 Considerações iniciais

O modelo matemático tem como preocupação à determinação da época adequada à venda de um item ou a sua permanência por mais um período de produção. Ele foi criado para dar suporte a decisões em curto prazo. Assim, várias são as aplicações que podem utilizar essa ferramenta, por exemplo, na agricultura é possível pensar na época de comercialização de soja, do milho, da cultura de peixe, de frango ou ainda prever o consórcio entre atividades complementares. Sua aplicação pode ser, também, na pecuária de corte, em geral, pois a base dessa modelagem está condicionada ao conhecimento do valor futuro das *commodities*, sendo consideradas características importantes e peculiares de cada setor.

O objeto de estudo específico culminou no tratamento de sistemas de produção de carne bovina, tema abordado com maiores detalhes no quinto capítulo. Dada a complexa estrutura desse sistema, onde cada categoria tem características próprias, a aplicação se deu ao confinamento. Assim, ao longo da pesquisa, a descrição foi direcionada para essa atividade. Vale ressaltar, que pequenas transformações serão necessárias para adequar a mesma modelagem visando outros empreendimentos.

Neste capítulo será descrito um estudo de caso pertinente a pesquisa. Primeiramente é mostrado no item (7.2), como o modelo trata os dados referentes ao desenvolvimento do animal em um período de produção, tendo conhecimento prévio, aproximado, do peso vivo e do ganho mensal pretendido. Para finalizar essa seção, é mostrado o tratamento temporal dos dados elaborado no presente trabalho.

São apresentados no item (7.3), os resultados propriamente dito na seção “Resultados do Modelo Matemático de Apoio à Decisão”. A classificação, a cada instante de decisão, das melhores para as piores soluções, é dada através da utilização das ferramentas da pesquisa operacional e teoria de conjuntos difusos. Assim, o modelo apresenta uma hierarquia

de soluções, mostrando claramente uma ampliação do conhecimento em programação dinâmica, uma vez que as soluções possíveis são descritas de forma ordenada em qualquer momento do processo decisório. Tendo em mãos todas as soluções, condicionadas ao seu grau de pertinência, é possível fazer uma análise de sensibilidade das respostas advindas do modelo. Assim, várias análises são discutidas no item (7.4).

Finalmente, no item (7.5), é feita uma análise comparativa entre os três modelos alternativos da programação dinâmica: determinístico, estocástico e difuso.

7.2 Levantamento de dados

A possibilidade de interferência deliberativa no processo é de responsabilidade de quem toma decisão. Cabe ao decisor a característica de opinar e alterar as direções dentro do planejamento estratégico, quando houver necessidade. Naturalmente, que um bom tomador de decisão considera todas as informações relevantes para uma escolha apropriada. Desta forma, para a elaboração de um instrumento que auxilia na tomada da decisão, devem ser considerados dois aspectos:

- (a) O melhor conhecimento dos fatores envolvidos no processo, tanto no que diz respeito à ação física, quanto ao instrumental técnico de apoio utilizado; e
- (b) O fácil manuseio da ferramenta, de forma que o agente possa influenciar no processo decisório, prontamente.

O modelo matemático, através da utilização da interface elaborada permite uma rápida interação com o usuário. Os dados podem ser modificados de acordo com o dinamismo da própria atividade. Além disso, se o decisor tiver interesse, há possibilidade de um ajuste próprio para evitar alguns desvios que os mecanismos de apoio não conseguiram detectar, segundo a expectativa de quem toma a decisão.

Para a aplicação no sistema de produção de carne bovina em regime de confinamento, por exemplo, o ganho de peso do animal elaborado com o auxílio das tabelas do NRC, sensível a dispersões existentes, teve sua descrição enfocada no contexto da teoria de conjuntos difusos³². Esse tema é discutido no item 7.2.1. Outro fator indispensável diz

³² Ver Apêndice A.

respeito ao tratamento das variáveis que ponderam o preço do animal, o custo da alimentação e uma taxa de juros que permita ajustar o valor temporal do dinheiro³³, objetos abordados no estudo das séries temporais no item 7.2.2. Mais especificamente foram elaborados modelos de previsões dos preços, dos custos, e do índice de preços por atacado (IPA), utilizando-se os modelos ARIMA³⁴, como levantamento consistente dos dados, conforme descrito no item 7.2.3.

7.2.1 Ganho de peso vivo

Segundo Flatt (1988), citado por Lana (2000), o interesse pela elaboração equilibrada de dietas alimentares para os animais domésticos usando padrões alimentares data de dois séculos aproximadamente. Segundo Lana, recentemente o NRC³⁵ e o *sistema Cornell* (CNCPS)³⁶ apresentaram programas computacionais de cálculo de rações, que só permitem atender às exigências de energia e proteína. A fórmula balanceada é apresentada na base da matéria seca, sendo necessário ao usuário converter os dados manualmente para matéria natural e calcular a mistura de concentrados.

Basicamente, a formulação das rações equilibradas depende da informação de faixa de peso vivo do animal e da quantidade de crescimento diário que se pretende atingir. As tábuas do NRC têm um bom indicativo das necessidades dos animais, assim como, elas apresentam as propriedades bromatológicas³⁷ específicas. Para cada dieta alimentar está condicionado o crescimento do animal. Assim, se o animal ingerir fatores nutricionais suficientes para alcançar uma meta diária, considerando a conversão alimentar, é possível identificar a curva de crescimento do mesmo.

Com intuito de mensurar um provável preço no gasto com alimentação, elaborou-se quatro dietas alimentares com poderes nutricionais diferenciados. Uma vez conhecida à série histórica do preço da ração no Estado de Santa Catarina, foi possível simular os valores correspondentes a essas dietas alimentares. Assim, no início do processo,

³³ Ver item 2.1.

³⁴ Ver item 3.3.1.

³⁵ National Research Council of National Academy of Sciences, EUA.

³⁶ Cornell Net Carbohydrate and Protein System, EUA.

³⁷ De acordo com Ferreira (1986), bromatologia é a ciência que estuda os alimentos.

as rações do tipo 1, sugerem uma engorda na ordem de 0,7 kg por dia; a do tipo 2, o animal deve engordar em média 0,9 kg por dia; a do tipo 3, a engorda se dá em torno de 1,1 kg por dia e a ração do tipo 4, visa um ganho diário de 1,3 kg. A formação do lote de animais foi composta por bovinos magros pesando entre 255 kg e 285kg³⁸. A faixa de peso utilizada pelas tábuas do NRC, tem como período o valor de 50kg, visando obter um acompanhamento na evolução do animal de forma mais evidenciada, neste trabalho, o ganho de peso periódico do animal é dado através de uma distribuição triangular difusa, cujo estado compreende um período de trinta quilos. Quanto à visualização do crescimento em um contexto contínuo o gráfico espacial trabalha com sub-estados de peso medidos em intervalos de 10 quilogramas.

7.2.2 Séries históricas

De posse das séries históricas³⁹ – preço da arroba do boi gordo, preço do boi magro, custo da dieta alimentar oriundas do ICEPA-SC e índice de preços por atacado levantado junto a FGV – foi possível elaborar as previsões para doze valores futuros. Esses são os valores que foram aplicados nas rotinas internas do algoritmo numérico e permitiram alcançar as soluções almejadas do problema proposto.

No próximo item é descrito com maior detalhe a estimação do modelo ARIMA para a série histórica do preço da arroba do boi gordo⁴⁰.

7.2.3 Estimação do modelo ARIMA

Através da função de autocorrelação amostral (FAC) é possível observar que a série diária do preço da arroba do boi gordo não decai rapidamente para níveis baixos caracterizando então a série como não estacionária nos níveis da variável, ou seja, ela necessita ser diferenciada para ser alcançada a estacionaridade.

Por outro lado, a função de autocorrelação parcial (FACP) determina qual o tipo de modelo a ser estimado através do método de máxima verossimilhança.

³⁸ Na presente pesquisa o intervalo de peso formada de amplitude de 30 kg é denominado Estado, dentro do enfoque da programação dinâmica.

³⁹ Dois estudos do preço da arroba de boi foram considerados: uma série histórica diária e outra mensal. Ao passo que para os demais dados, foram utilizadas apenas séries históricas mensais.

⁴⁰ A semelhança dessa variável com as demais envolvidas no processo decisório permitem uma análise similar. O complemento desse tratamento pode ser encontrado no Apêndice C.

Do FAC e FACP tem-se que a série utilizada se comporta como um processo autoregressivo de ordem (p), um processo de médias móveis de ordem (q), ou um modelo tipo ARMA (p, q), no qual combina parâmetros autoregressivos com médias móveis.

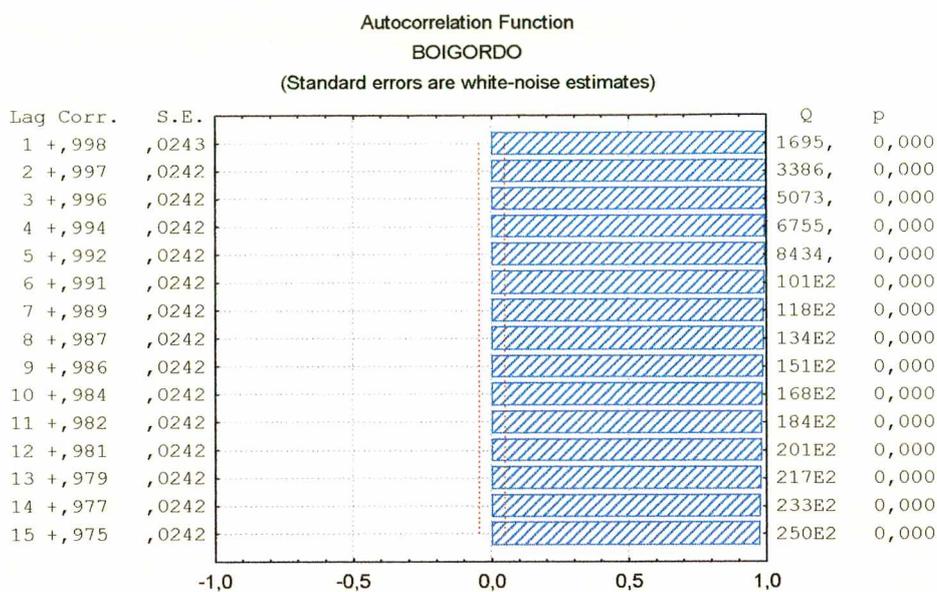


Figura 7.1 Função de autocorrelação amostral (BoiGordo).

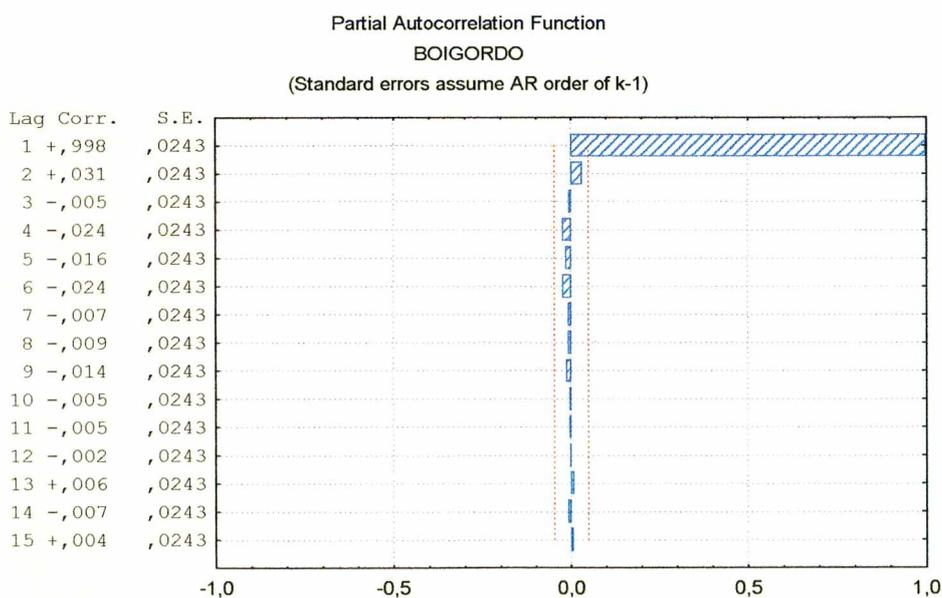


Figura 7.2 Função de autocorrelação parcial (BoiGordo).

Pela Figura 7.2 nota-se que o modelo a ser estimado parece seguir o comportamento de um processo autoregressivo de primeira ordem ou um modelo do tipo AR(1), ou seja, um parâmetro autoregressivo com uma defasagem.

Assim, a estimação dos parâmetros é dada por:

Input: BOIGORDO (bgdiaria.sta)
 Transformations: D(1)
 Model:(1,1,0) MS Residual = 0,05606

	Param.	Asympt. Std.Err.	Asympt. t(1694)	p	Lower 95% Conf	Upper 95% Conf
Constant	0,009386	0,005149	1,822881	0,0684975	-0,00071	0,019485
p(1)	-0,116633	0,024138	-4,831947	1,474E-06	-0,16398	-0,069290

A forma funcional é:

$$\nabla \hat{Y}_t = 0,009386 - 0,11663 \Delta Y_{t-1} \quad (7.2.1)$$

(1,822881) (-4,83195)

nos quais os valores entre parêntesis na equação estimada dizem respeito a estatística t.

O parâmetro autoregressivo foi significativo ao nível inferior a 1% com 1694 graus de liberdade, enquanto que a constante estimada com o mesmo número de grau de liberdade foi significativa ao nível de 7%, sendo considerados aceitáveis estatisticamente. A performance do modelo estimada foi considerada adequada, uma vez que o quadrado médio dos resíduos (MSR) apresentou um valor de 0,05606, sendo superior a estimativa de média móvel com uma defasagem, que apresentou um valor de 0,0562.

7.3 Resultados do modelo matemático de apoio à decisão

Com o objetivo de tornar mais acessível a informação ao produtor, o modelo matemático (difuso) que apóia a decisão pode ser alimentado com dados oriundos da realidade pecuarista. Através de índices de referência para cada modalidade, os dados originais são compilados e ajustados à programação dinâmica. De acordo o modelo alternativo considerado, com o uso das variáveis de decisão caracterizadas, é possível identificar os vários caminhos resposta, a cada período de produção.

O ideal é a obtenção da informação completa, ou seja, a possibilidade de visualizar todas as formas de respostas prontamente. Essa característica pode ser verificada com o auxílio da Figura 7.3. Fixada a variável Decisão 1, que indica o consumo alimentar de valor menos nutritivo, considerando que um animal, pesando 360 kg, deva permanecer no regime de confinamento por mais um período de quatro meses, visando a possível comercialização no mês outubro de 2002.

A tabela numérica informa as cinco performances, identificando que a utilização da ração de tipo 1, efetivamente, é a mais apropriada ao pecuarista nesse momento, mas, na falta desta, o uso das demais rações também são boas opções, dado que o grau de pertinência delas são 0,990 para a ração do tipo 2, 0,956, tipo 3 e 0,895 para a dieta mais nutritiva. No entanto, não se deve se desfazer do produto, haja vista que o grau de pertinência, nesta, aponta para um valor muito baixo, 0,311.

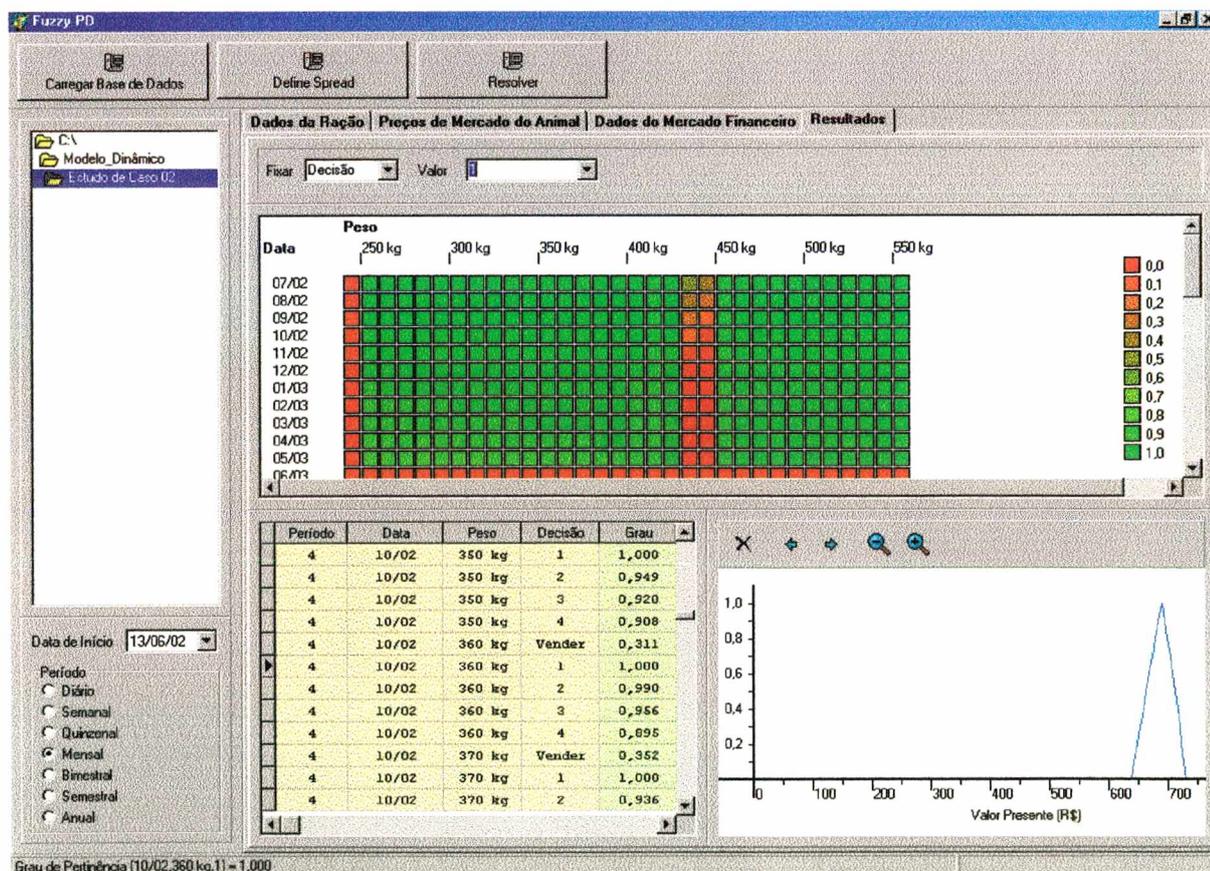


Figura 7.3 Identificação visual completa da resposta.

Além da informação visual completa, é possível, com o apoio do gráfico cartesiano identificar que o ganho previsto se aproxima a R\$ 680,00 (seiscentos e oitenta reais) com grau de pertinência 1 (um).

Pode-se notar com o auxílio da Figura 7.4, outra forma de comparação entre duas respostas na solução gráfica plana. Este resultado é produto da utilização metodológica do Princípio da Extensão, no estudo de Teoria de Conjuntos Difusos. A interpretação geométrica mostra que o ponto de intersecção à direita identifica a possível perda financeira do pecuarista ao optar na utilização da dieta alimentar mais poderosa, pois nesse ponto evidencia-se que o grau de pertinência para a ração 4 tem como valor 0,895.

Na mesma figura, é possível verificar que a curva de coloração azul produz um resultado melhor, identificado com o grau de pertinência um, e portanto, tendo como expectativa um maior retorno.

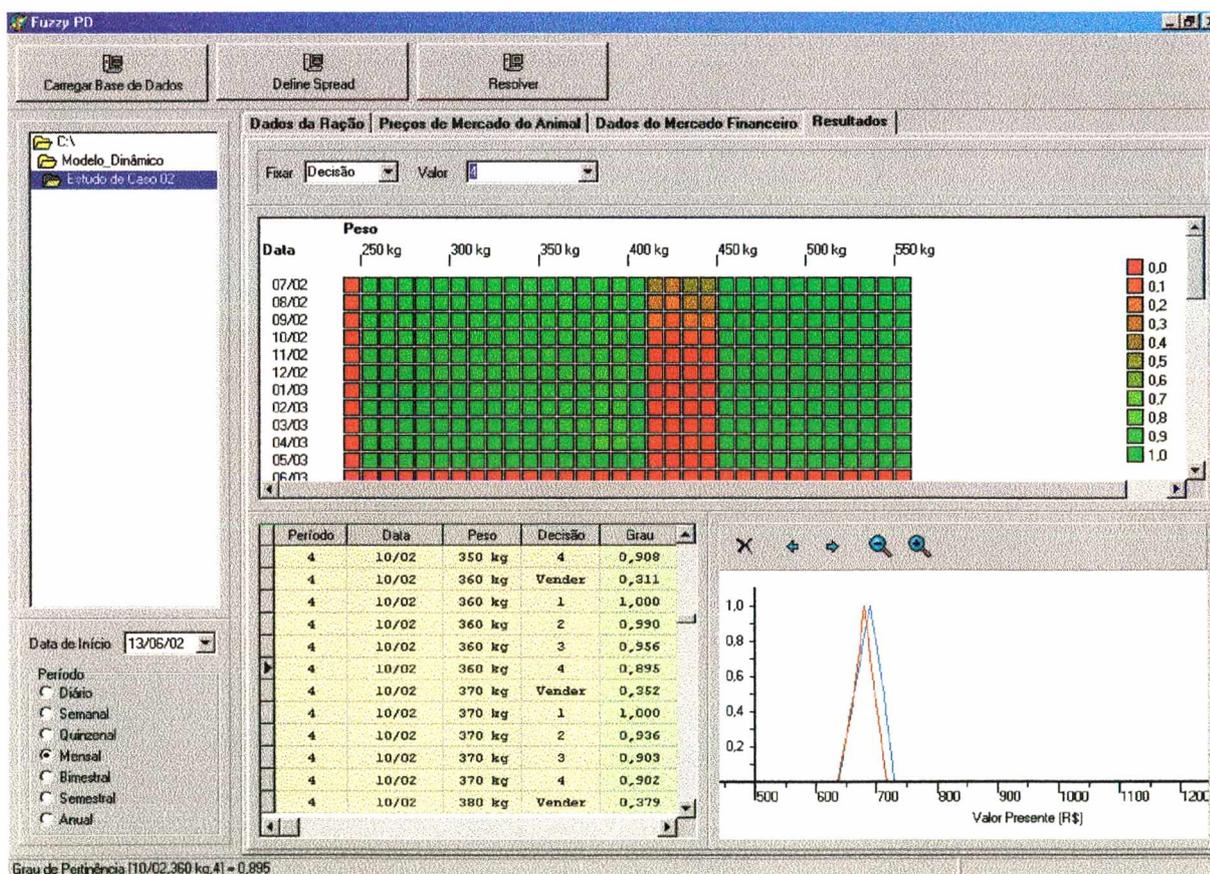


Figura 7.4 Comparação entre a resposta alimentar dada pelas dietas de tipo 1 e 4.

Há momentos de decisão que sugerem a escolha de uma alternativa que tenha um menor valor de grau de pertinência, como resposta, e está apoiado na necessidade urgente de se levantar um recurso financeiro, o qual não era previsto no início do processo de produção. Desta forma, o produtor pode sentir-se impossibilitado de dar continuidade a seu planejamento e se desfazer do lote de animais, sabendo antecipadamente que, haverá uma perda por esta tomada de decisão. Esse estudo permite identificar quanto uma alternativa é mais atrativa do que a outra, considerando as mais diversas situações que o cotidiano apresenta.

Outro aspecto relevante da pesquisa diz respeito à possibilidade de identificar qual variável deve permanecer fixa⁴¹ e então obter as respostas segundo o plano formado pelas duas outras variáveis. Para um melhor entendimento, alguns resultados serão apresentados a seguir.

Ao se fixar a variável Decisão, consoante os gráficos acima, pode se identificar as repostas dadas pela interseção entre linhas (Data) e colunas (Peso)⁴². Pode-se notar através de algumas simulações, por exemplo, que tomada a decisão de vender o lote de bovinos, tem-se que à medida que o animal se torna mais adulto melhor são as expectativas de ganho financeiro. Outra observação se dá quanto ao início do processo, principalmente para bois magros, quando a opção desejada é de produzir o rebanho até o animal se tornar pesado e próximo do término do horizonte de produção. A Figura 7.5 informa que é mais vantajoso, do ponto de vista financeiro, alimentar um animal de quatrocentos quilogramas com a ração de menor poder nutritivo (com grau de pertinência 1) do que vendê-lo, atingindo o grau de pertinência 0,596.

A janela apresentada na Figura 7.6 mostra que, ao se considerar a Data como uma variável fixa, ou seja, pré determinar o período em que o animal deva permanecer confinado, identificado pela data prevista de comercialização, existem várias opções de interesse a serem tomadas, duas em especial dão um retorno financeiro muito próximo,

⁴¹ A estratégia de fixar uma variável em um determinado instante e variar as outras duas foi no intuito de facilitar a visualização espacial de um sólido geométrico, cujas dimensões (nessa aplicação) são: Decisão, Peso e Data.

⁴² Na classificação definida no quarto capítulo verifica-se que a variável Data corresponde ao estágio, ou seja, auxilia na determinação da quantidade de períodos de produção, ao passo que a variável Peso identifica o conceito básico de estado.

podendo atingir, possivelmente, nas melhores hipóteses, um Valor Presente próximo de R\$ 750,00 reais, com grau de pertinência na vizinhança de 1,000.

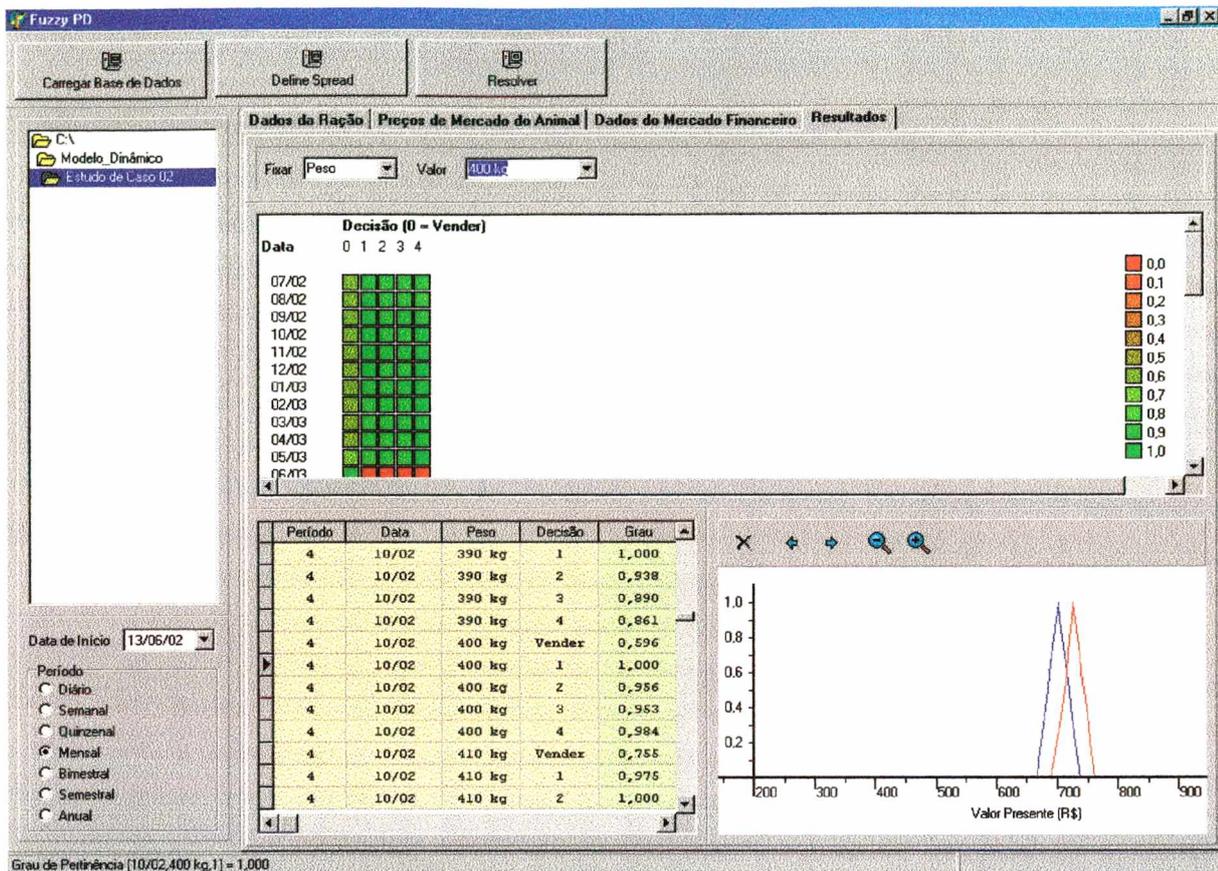


Figura 7.5 Comparação entre a resposta alimentar um animal e vendê-lo.

Por outro lado, ainda é possível notar que dependendo da necessidade do produtor em levantar recursos de forma imediata, pode se tornar imperativo se desfazer prontamente do lote de animais. Neste caso, nota-se que a opção tem respaldo, demarcado por um grau de pertinência na ordem de 0,751. O valor presente aponta para um lucro na ordem de R\$ 720,00 (com grau de pertinência unitário).

Outra informação de importância é dada pela facilidade de identificar visualmente as decisões a serem tomadas. Dado que a formulação das dietas alimentares, neste trabalho, parece demonstrar características bastante similares, e de valores próximos, se faz necessário, também, o apoio numérico (em alguns momentos) para decidir a melhor opção.

Uma análise relevante que pode ser verificada, com o auxílio da Figura 7.6, diz respeito aos animais prontos para o abate, ou seja, o boi gordo, onde a permanência no confinamento pode ser uma prática recomendada, uma vez que o ganho previsto no início do próximo período de produção representa um ganho financeiro significativo, e assim é interessante retardar a venda do animal. Casos típicos a essa análise se dá normalmente na entressafra da carne, em que o preço do produto chega a aumentar em torno de 40%, como pode ser verificado nos estudos de Bracarense Costa (1996).

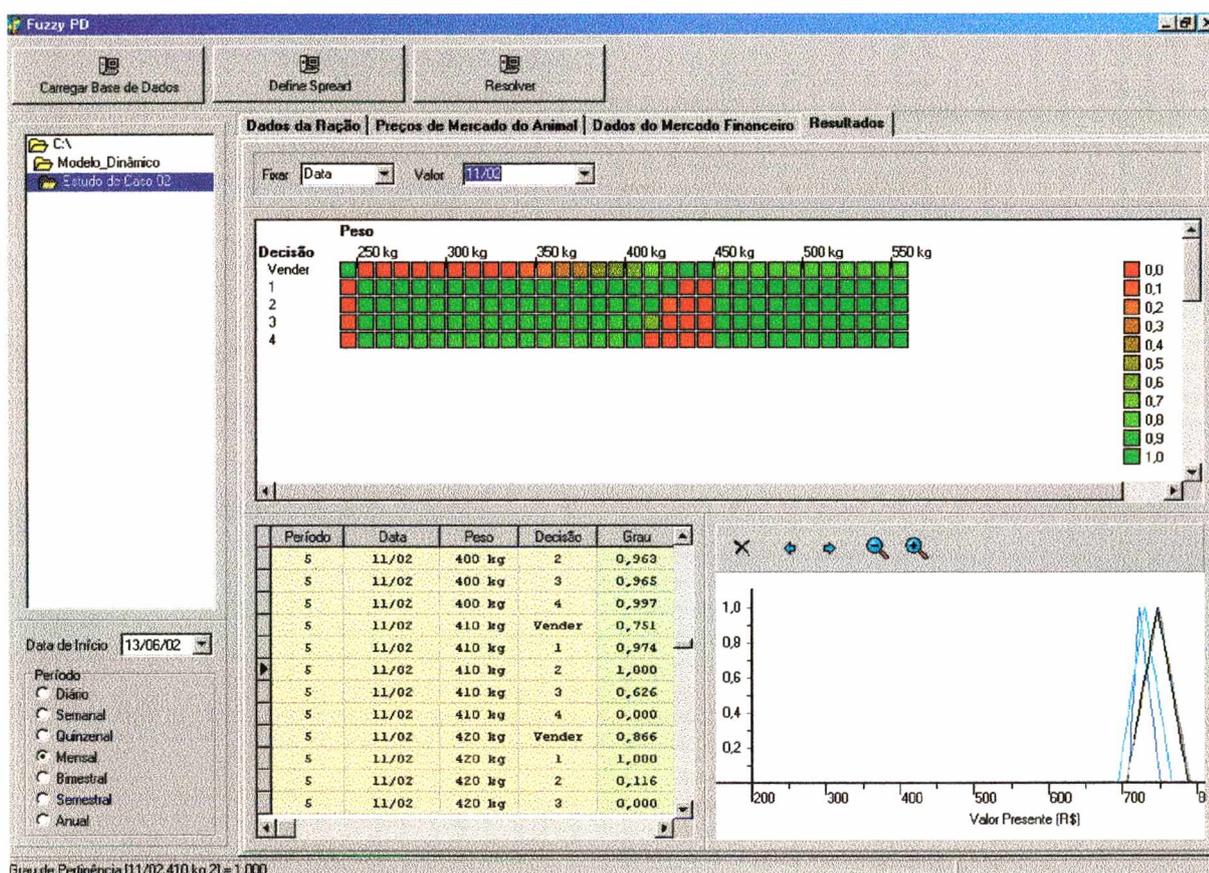


Figura 7.6 A decisão de alimentar o lote de animais com dietas menos nutritivas são apontadas como a melhor estratégia.

Diversas simulações se fazem elucidativas, como por exemplo, identificar o período que o proprietário deve ou não ficar com o animal, independentemente, da necessidade do bovino atingir cerca de 15 arrobas, para sua comercialização. Desta forma, pode-se notar que o tratamento de incertezas pertinentes ao processo decisório, a todo instante, seja pela utilização das alternativas de alimentos ou da necessidade de venda do

produto, seja pela utilização dos modelos econométricos para melhor avaliar o impacto dos preços e dos custos pode ser feito de forma subjetiva e responde, razoavelmente pelas expectativas do empresário pecuarista. Assim, a presente pesquisa sugere situações de decisões dentro desse panorama, considerando as incertezas pertinentes em todo o processo, quer seja de natureza econométrica na avaliação do valor de mercado dos produtos intermediários, quer seja na natureza difusa na avaliação das incertezas não aleatórias e também subjetivas do próprio tomador de decisão.

7.4 Análise de sensibilidade

A grande parte dos resultados citados na seção 7.3 representam análises de sensibilidade, pois, no período pode-se obter dois ou mais resultados e então verificar até que ponto é mais interessante utilizar uma ou outra ou ainda uma nova alternativa. Os relatórios que são apresentas pelo modelo matemático, quase que em toda sua extensão, mostram análises de sensibilidade.

Para uma exemplificação, seja considerado na Figura 7.5, o conjunto de resultados: quarto período, animais pesando quatrocentos quilos, a serem comercializados em outubro de 2002, tendo como decisão vender o lote de animais ou preservar por mais um período, ainda, a possibilidade da escolha do tipo de dieta alimentar a ser utilizada. Identifica-se que a escolha de todas as alternativas, a decisão de permanecer evidencia uma expectativa de maior retorno, ao passo que a venda do produto sugere perdas significativas. Por outro lado, a necessidade de dispor do recurso em espécie, um ou dois períodos anteriores, pode ser tornar interessante, principalmente, se o empresário tiver outras aplicações com maiores perspectivas de ganho ou ainda a possibilidade de aquisição de novo lote de animais.

De forma análoga, é possível descrever e analisar diversos outros tipos de situações, mostrando a eficácia do presente trabalho de tomada da decisão utilizando variáveis difusas.

Ao se tratar problemas de decisão com múltiplos estágios se faz necessário identificar a estrutura básica dos dados, ou seja, identificar se eles são oriundos de um ambiente preciso, de um estudo pertencente ao domínio de frequências, ou ainda, dentro de uma contextualização própria da língua natural. Para cada uma das abordagens tem-se a

ferramenta mais apropriada para o devido tratamento. Na próxima seção serão feitas comparações quanto aos três tipos alternativos de modelos.

7.5 Comparação entre os modelos alternativos: determinístico, estocástico e difuso.

O modelo matemático com características para apoiar as tomadas de decisão, utilizando conceitos oriundos da teoria de conjuntos difusos, foi elaborado para a utilização em três momentos distintos, evidenciando o modelo alternativo dinâmico específico. Desta forma, o modelo determinístico inserido na modelagem teve como aspectos próprios à anulação dos *spreads* das variáveis pré-definidas. Os resultados não incorporam análise de risco e incerteza, pela própria natureza da ferramenta. Verificou-se que seus resultados são pouco expressivos na realidade, uma vez que não consideram possíveis dispersões.

A resposta encontrada na análise dos resultados dados pela modelagem estocástica mostrou uma particularidade interessante, onde todos os valores da política ótima foram coincidentes com os valores encontrados por Bracarense Costa (1996). No entanto, o sexto estado, apresentou valores vizinhos resultantes bem caracterizados pela pertinência, identificando desta forma, que na ausência, por exemplo, da ração do tipo 3, a utilização de outros tipos de alimentos pode ser usada sem grande perda no processo de otimização.

Dado que o modelo permite a utilização dos demais modelos dinâmicos alternativos, sem perda de análise crítica e análise de sensibilidade, foi possível identificar que a modelagem alternativa difusa engloba os conhecimentos das outras duas, indicando, inclusive que a direção do melhor resultado é coincidente as demais abordagens.

CAPÍTULO VIII

8. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

8.1 Conclusões

Neste trabalho foi proposta a definição de uma classificação para modelar problemas seqüenciais com múltiplos estágios e um modelo matemático de apoio à decisão que tinha como objetivo a obtenção de estratégias em processos de decisão multi-estágio em situações de incerteza, considerando as análises de riscos pertinentes ao processo decisório. Neste sentido, conclui-se que:

- A classificação de problemas seqüenciais com múltiplos estágios ficou definida pelo vetor $[(\alpha 1, \alpha 2) / \beta / \gamma / \rho / (\eta 1, \eta 2)]$, em que o par ordenado α identifica se o estágio é discreto ou contínuo (modo) e se ele é finito ou infinito (dimensão). A coordenada β expressa a natureza do estado ser discreto, contínuo ou difuso. A ação é determinada pela classe γ , e pode ser classificada por determinística, estocástica ou difusa. O retorno, representado por ρ , também pode ser tratado pelas formas determinística, estocástica e difusa. Finalmente, o horizonte de planejamento, η , pode ser classificado pelo modo: discreto ou contínuo e pelo tempo de terminação: finito, difuso, implícito ou infinito.
- O modelo atende eficientemente aos objetivos da pesquisa, indicando as estratégias possíveis para a tomada da decisão, tanto no que se refere à época de venda do produto, quanto ao manejo a ser implementado em mais um período de produção, considerando as incertezas envolvidas no processo.
- As respostas apresentadas pela interface de apoio permitem uma avaliação imediata sobre todas as decisões possíveis a serem tomadas, ou seja, o produtor tem à mão o plano ótimo, como também a possibilidade de outras opções que possam ser de interesse, dado que as decisões possíveis são ordenadas em ordem de prioridades, da melhor para a pior.
- O modelo trata de problemas de programação dinâmica sobre os diferentes modos

alternativos, em função dos dados levantados pelo decisor. Os modelos alternativos são determinístico, estocástico e difuso, bem como, qualquer combinação entre eles, desde que consideradas as formas de tratamento de incertezas, respectivamente. Independentemente do modo escolhido o campo de decisão leva a uma mesma direção, mostrando que o modelo responde adequadamente as aspirações de quem toma a decisão.

- O modelo matemático permite uma rápida interação com o usuário, possibilitando que ele interfira no processo.
- O pecuarista pode não ter as informações científicas relevantes do processo de produção às mãos, face ao distanciamento dos grandes centros ou pela sua própria incredulidade. Mas, como praticante do mercado ele tem conhecimentos que o permitem inferir um resultado que lhe pareça adequado. O modelo foi elaborado com a intenção específica de auxiliar produtor com essa característica, ou seja, permitir que o usuário possa interferir no processo, segundo seu juízo de valor. Assim, com os seus dados o empresário obtém a melhor estratégia, como também, as estratégias vizinhas que possam ser convenientes e, definitivamente, qual caminho não deve percorrer.
- Outra forma do usuário interferir no processo, exercendo a sua subjetividade, é na definição do campo *spread*, onde ele determina possíveis dispersões dos dados levantados. Esses dados são elaborados pelo decisor do processo, permitindo que toda a carga de informações que ele tenha possa ser utilizada.
- A qualquer instante é possível fazer uma análise de sensibilidade identificando a alternativa a ser escolhida.
- Embora o estudo de caso tenha convergido para o sistema de produção em confinamento, pode-se mudar a estrutura modelar, e aplicar a modelagem em outras categorias de plantel, como também, em diversas modalidades de produção.
- O modelo é eficaz, pois o algoritmo aceita dados oriundos de duas naturezas: próprios do conhecimento do pecuarista e elaborados por ferramentas científicas. A presente pesquisa trabalhou com informações sobre o segundo enfoque. Assim, à medida que a ciência e a tecnologia evoluem, é possível adequar novas ferramentas para a elaboração dos dados de entrada.

- O modelo matemático é eficiente quanto ao tratamento temporal no contexto de decisões em curto prazo. O modelo matemático foi programado para tratar de problemas com horizonte de planejamento inferior a um ano. A alimentação do sistema pode ser feita com dados elaborados sobre diversas formas, como por exemplo, em períodos bimestrais, mensais, quinzenais, semanais, diários, dentre outros.
- O modelo matemático foi desenvolvido para que tivesse a configuração da janela de resposta da interface de apoio a fim de permitir a obtenção de soluções desejadas prontamente dentro de quatro características:
 - tabular: possibilita uma análise de sensibilidade, na combinação de resultados propostos pelo vetor (estágio, estado, ação, pertinência), sendo as duas últimas coordenadas descritas inteiramente;
 - interpretação geométrica espacial: dada pela variação da coloração, onde as cores extremas a vermelha (*recusa definitiva*) e a verde (*decisão a ser tomada*).
 - interpretação geométrica plana: que serve de suporte ao item anterior, identifica as distribuições de possibilidades das variáveis envolvidas, bem como, a definição das expectativas de retornos financeiros;
 - linha de *status*: que identifica o vetor resposta “Grau de Pertinência (x, y) ”, onde as coordenadas cartesianas representam a combinação entre as variáveis de decisão dinâmica: estágio, estado e ação.

E portanto, ele pode ser usado para tirar conclusões pertinentes sob vários aspectos, desde a pronta informação da ação a ser efetuada, como também, a expectativa do ganho a ser auferido pela escolha da opção desejada, através dos diagramas. Ainda, é possível identificar, no formato tabular, a importância relativa entre as cinco alternativas propostas.

8.2 Recomendações

Para o desenvolvimento de futuros trabalhos relacionados ao tema da presente pesquisa, algumas recomendações são listadas a seguir:

- Que o modelo matemático que apóia à decisão à pecuária de corte seja ampliado para indicar estratégias em todo ciclo do sistema de produção;
- Que testes científicos empíricos comprovem os resultados sugeridos por esse trabalho, promovendo a validação a campo;
- Que se aplique a generalização do modelo para tratar de qualquer tipo de setores produtivos, sugerindo uma modelagem apropriada para lidar com dados oriundos aos mais diversos tipos de situações econômicas condizentes a sua especificação; e
- e o modelo matemático identifique os momentos próprios para a aquisição do produto, de forma similar à elaborada para descarte do mesmo, e assim, indicando período produtivo ou de estoque.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

OBRAS CITADAS

- Alvarenga, S. C. de. (1978). Sistema de Produção de Carne Bovina em Minas Gerais. Tese apresentada a Universidade Federal de Viçosa, como Parte das Exigências do Curso de Doutorado em Economia Rural.
- Baldwin, J. F. and B. W. Pilsworth. (1982). Dynamic Programming for Fuzzy Systems with Fuzzy Environment. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 85. pp. 1-23.
- Bellman, R. and L. Zadeh. (1970). Decision-Making in Fuzzy Environment. *Management Science*, vol. 17, pp b-141/b-164.
- Beeson. (1973). Subcomisión para Ganado Vacuno de Carne, Comisión de Nutrición Animal, Junta de Agricultura, Consejo Nacional de Investigaciones, Necesidades Nutritivas del Ganado Vacuno de Carne, Editorial Hemisferio Sur, Buenos Aires.
- Black, M. (1937). An exercise in logical analysis. *Philosophy of Science*. 4: 427-55. Reprinted in *Int. J. General Systems* 1990. 17: 107-28.
- Bodie, Z. e R. C. Merton. (1999). Finanças. Bookman. Porto Alegre.
- Bracarense Costa, J. C. (1996). Otimização do Arraçamento do Sistema de Produção de Carne Bovina em Confinamento. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção da Universidade Federal Santa Catarina, Brasil. Junho.
- Bracarense Costa, P. A. (1999). Um Enfoque Segundo a Teoria de Conjuntos Difusos para a Meta-Análise. Tese de Doutorado em Engenharia de Produção da Universidade Federal Santa Catarina, Brasil. Outubro.
- Cardoso, E. G. (2000). Texto base: Curso Suplementação em Pasto e Confinamento de Bovinos. Campo Grande, MS, 28 e 29 de junho.

- Córdova, U. de A. (1997). O Agroecossistema Campos Naturais do Planalto Catarinense: Origens, Características e Alternativas para Evitar a sua Extinção. Dissertação de Mestrado em Agroecossistemas pela Universidade Federal Santa Catarina, Brasil. Agosto.
- Costa, N. C. A. da. (1992). Introdução aos Fundamentos da Matemática. Editora HUCITEC, São Paulo.
- Cunha, R. M. da (1998). Um algoritmo de Minimização de Sobras em Corte Unidimensional. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina.
- DeLurgio, S. A. (1998). Forecasting Principles and Applications. First Edition, Irwin McGraw-Hill. Boston.
- Dilón, J. L. and J. R. Anderson. (1990). Analysis of Response in Crop and Livestock Production. Third Edition. Pergamon Press.
- Ensslin, L., et. al. (2001). Apoio à Decisão: Metodologias para Estruturação de Problemas e Avaliação Multicritério de Alternativas. Editora Insular.
- Dubois, D. and H. Prade (1980). Fuzzy sets and systems, theory and applications. New York, Academic Press.
- Esogbue, A. O. (1999). Fuzzy dynamic programming: Theory and applications to decision and control. *Annual-Conference-of-the-North-American-Fuzzy-Information-Processing-Society-NAFIPS*, p 18-22.
- Esogbue, A. O. and H. Warren-E II. (1998). On replacement models via a fuzzy set theoretic framework. *IEEE-Transactions-on-Systems-and-Cybernetics-Part-C:-Applications-and-Reviews*. v 28 n 4 Nov, p 549-560.
- Esogbue, A. O. and J. Kacprzyk. (1996). Fuzzy Dynamic Programming: a survey of main developements and applications. *Archives of Control Sciences*. Volume 5 (XLI). N.º 1-2. p. 39-59.
- Fandel, G. and J. Spronk. (1992). Introdução: TDMC no seu caminho para a maturidade. Projeto de Desenvolvimento do Protocolo de Cooperação entre a UFSC/EPS e CESUR/IST.

- Ferreira, A. B. de H. (1986). Novo Dicionário de Língua Portuguesa. 2.^a edição, revisada e aumentada. Editora Nova Fronteira, Rio de Janeiro.
- Ferreira, J. J., et. al. (1988). Terminação de Bovinos em Confinamento: maior produtividade e abastecimento de carne. Informe Agropecuário - EPAMIG p. 83-86. Minas Gerais.
- Ferreira, N. F. (1993). Otimização Econômica em Confinamento de Bovinos de Corte. Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, da Universidade de São Paulo, Piracicaba.
- Grant, E. L. and R. S. Leavenworth. (1980). Statistical Quality Control. Fifth Edition. International Student Edition. McGraw-Hill International Book Company. London.
- Hammond, J. (1959). Avances en Fisiologia Zootecnica: Las Bases Fundamentales de la Produccion Animal. Volumen I. Editorial ACRIBIA. Zaragoza.
- Hammond, J. (1960). Farm Animals: their Breeding, Growth, and Inheritance. Edward Arnold (Publishers). LTD. Third Edition.
- Jarvis, L. S. (1990). Latin American Beef and Milk Policies; Lessons for the 90S from experiences in the 70S and 80S. Bovinocultura de Corte. SBZ. Piracicaba. Sap Paulo. Brasil. Livrocercs.
- Kacprzyk, J. (1983a). A branch-and-bound algorithm for the multistage control of a fuzzy system in a fuzzy environment. *Kybernetes*, 8, 139-147.
- Keeney, R. L. and H. Raiffa. (1993). Decisions With Multiple Objectives – Preferences and Value Tradeoffs. Cambridge University Press.
- Keeney, R. L. and H. Raiffa. (1976). Decisions With Multiple Objectives – Preferences and Value Tradeoffs. John Wiley & Sons, New York.
- Klaus, W. and S. Zhaohao. (2000). Fuzzy stochastic dynamic programming for marketing decision support. *International-Journal-of-Intelligent-Systems*. v 15 n 8 Aug, p 763-783.
- Klir, J. G. and B. Yuan. (1995). Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications. Prentice Hall PTR.

- Klir, J. G. (1987). Where Do We Stand On Measures Of Uncertainty, ambiguity, Fuzziness, And The Like? *Elsevier Science Publishers B.V. North-Holland*. p. 141-160.
- Lana, R. de P. (2000). Sistema Viçosa de Formulação de Rações. Editora UFV.
- Koontz, H. e C. O'Donnell. (1974). Princípios de Administração. Primeiro Volume. 9.^a Edição. Livraria Pioneira Editora. São Paulo.
- Larichev, O. I. and H. M. Moshkovich. (1997). Verbal Decision Analysis for Unstructured Problems. Amesterdam: Kluwer Academic Publishers.
- Lawrence, T. L. J. (1980). Growth in Animals: Studies in the Agricultural and Food Sciences. Butterworths. London.
- Livingstone, J. M. (1982). pesquisa de mercado: uma abordagem operacional. Editora ATLAS S.A. São Paulo.
- Lushu, L. and K. K. Lai. (2001). Fuzzy dynamic programming approach to hybrid multiobjective multistage dccision-making problems. *Fuzzy Sets and Systems*. v 117 n 1 Jan, p 13-25.
- Marques, P. V. e P. C. Mello. (1999). Mercados Futuros de Commodities Agropecuárias: exemplos e aplicações para os mercados brasileiro. Bolsa de Mercadorias e Futuros – BM&F.
- Morettin, P. A. e C. M. de C. Tolo. (1985). Previsão de Séries Temporais. Atual Editora. São Paulo.
- Müller, L. e A. T. Primo. (1986). Influência do Regime Alimentar no Crescimento e Terminação de Bovinos e na Qualidade da Carcaça. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*. EMBRAPA. Volume 21 (n. 4). Pp 445-452. Abril.
- O'Donovan, P. B., et. al. (1983). *Producción de carne de vacuno mediante pastizales naturales y praderas mejoradas*. R. Mund. Zoot.,(47):30-7.
- Peixoto, A. M., et. al. (1989). O Confinamento de Bois. 3.^a edição. Coleção do Agricultor. Editora Globo, São Paulo.

- Peres, F. C. e Z. P. de B. Mattos. (1990). Simulação como auxílio a Decisão de Confinar Bovinos de Corte. Bovinocultura de Corte, SBZ, p. 97-108. Livroceres, FEALQ, Piracicaba.
- Pinheiro, P. (1990). Risco e Incerteza em Modelos de Programação Linear Aplicados ao Planejamento Empresarial Agrícola. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção da Universidade Federal Santa Catarina, Brasil. Abril.
- Resende Filho, M. A., et. al. (1998). Um Modelo para Minimização do Custo de Rações em Confinamentos de Bovinos de Corte. *SOBRAPO Pesquisa Operacional*. Volume 18, número 2.
- Ross, T. J. (1995). Fuzzy Logic with Engineering Applications. McGraw Hill, Inc.
- Roy, B. (1990). Decision-Aid and Decision-making. In BANA e COSTA (ed.). Readings in Multiple Criteria Decision Aid. Springer-Verlag, pp. 17-35, Berlin.
- Ruiz, M. E., et. al. (1984). Alimentação de Bovinos na Estação Seca: Princípios e Procedimentos. Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária-EMBRAPA, Centro Nacional de Pesquisa de Gado de Corte-CNPGC. Campo Grande.
- Santiago, A. A. (1986). O Zebu: na Índia, no Brasil e no Mundo. Instituto Campineiro de Ensino Agrícola, p. 1-28. Campinas.
- Savage, C. I e J. R. Small. (1979). Economia para executivos. Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro.
- Silveira Júnior, P. (1979). Modelo de Crescimento para Bovinos da Raça Ibagé Tendo Em Conta a Oscilação Estacional. Tese Concurso Publico para Professor Titular em Estatística Experimental. Pelotas.
- Silvestre, J. R. A. (1983). Métodos de balanceamento de rações. *Informe Agropecuário*. 9, Dezembro, p. 80-88. Belo Horizonte.
- Smithson, M. (1989). Ignorance and uncertainty: emerging paradigms. Springer-Verlag. New York. 393p.

- Tagliacarne, G. (1986). Pesquisa de Mercado: Técnica e Prática. Editora ATLAS S.A. São Paulo.
- Thiago, L. R. L. S. (1999). Suplementação de Bovinos em Pastejo: aspectos práticos para o seu uso na manutenção ou ganho de peso. *Palestra* apresentada no durante 11º Encontro de Tecnologias para a Pecuária de Corte no Palácio Popular da Cultura, Campo Grande MS, 06 de outubro.
- Thiago, L. R. L. S., et. al. (1991). Terminação de Bovinos em Confinamento. Comunicado Técnico - EMBRAPA, Mato Grosso do Sul.
- Vasconcellos, P. M. B. (1993). Guia Prático para o Confinador. Nobel, São Paulo.
- Vasconcellos, M. A. S. e D. Alves. (2000). Manual de Econometria: Nível Intermediário. Editora Atlas S.A. São Paulo.
- Wonnacott, P., et. al. (1982). Economia. McGraw-Hill. São Paulo.
- Wonnacott, R. J. e H. W. Wonnacott (1978). Econometria. 2.ª Edição. Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. Rio de Janeiro.
- Yager, R. R. (1980). Fuzzy Sets, Probabilities, and Decision. *Journal of Cybernetics*, 10: pp. 1-18.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*. 8: 338-53.
- Zadeh, L. A. (1973). Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, 1(1), pp. 28-44.
- Zimmermann, H. J. (1987). Fuzzy Sets, Decision Making, and Expert Systems. Kluwer Academic Publishers. Boston.

OBRAS CONSULTADAS

- Agrawal, R. C., et. al. (1972). Operations Research Methods for Agricultural Decisions. p. 179-194. The Iowa State University Press Ames, Iowa.

- Aguirre, P. J. C. (1998). Gestão Ótima de Ativos Biológicos, Incorporando Efeitos dinâmicos e Incerteza : O Caso da Cria Bovina no Uruguai. Tese de Conclusão do Curso de Pós-Graduação em Economia. Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre – RS.
- Almeida, A. J. de. (1999). Novilho Precoce – Caminho para o sucesso na pecuária.
- Almond, R. G. (1995). Discussion : Fuzzy Logic : Better Science ? Or Better Engineering ? *Technometrics*, volume 37, Number 3. pp. 267-270. August.
- Baldwin, J. F. and B. W. Pilsworth. (1982). Dynamic Programming for Fuzzy Systems with Fuzzy Environment. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 85. pp. 1-23.
- Beeson. (1973). Subcomisión para Ganado Vacuno de Carne, Comisión de Nutrición Animal, Junta de Agricultura, Consejo Nacional de Investigaciones, Necesidades Nutritivas del Ganado Vacuno de Carne, Editorial Hemisferio Sur, Buenos Aires.
- Bellman, R. and L. Zadeh. (1970). Decision-Making in Fuzzy Environment. *Management Science*, vol. 17, pp b-141/b-164.
- Black, M. (1937). An exercise in logical analysis. *Philosophy of Science*. 4: 427-55. Reprinted in *Int. J. General Systems* 1990. 17: 107-28.
- Bodie, Z. e R. C. Merton. (1999). Finanças. Bookman. Porto Alegre.
- Bracarense Costa, J. C. (1996). Otimização do Arraçoamento do Sistema de Produção de Carne Bovina em Confinamento. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção da Universidade Federal Santa Catarina, Brasil. Junho.
- Cardoso, E. G. (2000). Texto base: Curso Suplementação em Pasto e Confinamento de Bovinos. Campo Grande, MS, 28 e 29 de junho.
- Chang, L. F. and H. Y. Yih. (1997). Fuzzy dynamic programming approach to reactive power/voltage control in a distribution substation. *IEEE-Transactions-on-Power-Systems*. v 12 n 2 May, p 681-688.

- Chi, L. K. (1997). The optimisation of financial decision in a contracting firm (decision making, fuzzy set theory, corporate finance). Ph.D. University of New South Wales-Australia (0423).
- Conceição, S. V. (1989). Programação Dinâmica Difusa. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção da Universidade Federal Santa Catarina, Brasil. Maio.
- Córdova, U. de A. (1997). O Agroecossistema Campos Naturais do Planalto Catarinense: Origens, Características e Alternativas para Evitar a sua Extinção. Dissertação de Mestrado em Agroecossistemas pela Universidade Federal Santa Catarina, Brasil. Agosto.
- Corrêa, A. S. (1988). Produção e Comércio de Carne Bovina. EMBRAPA-CNPGC, Mato Grosso do Sul.
- Costa, N. C. A. da. (1992). Introdução aos Fundamentos da Matemática. Editora HUCITEC, São Paulo.
- Cunha, R. M. da (1998). Um algoritmo de Minimização de Sobras em Corte Unidimensional. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina.
- DeLurgio, S. A. (1998). Forecasting Principles and Applications. First Edition, Irwin McGraw-Hill. Boston.
- Dillon, J. L. and J. R. Anderson. (1990). Analysis of Response in Crop and Livestock Production. Third Edition. Pergamon Press.
- Dubois, D. and H. Prade (1980). Fuzzy sets and systems, theory and applications. New York, Academic Press.
- Dubois, D. and H. Prade. (1986). Fuzzy sets and statistical data. *European Journal of Operational Research* 25. p. 345-356.
- Ensslin, L., et. al. (2001). Apoio à Decisão: Metodologias para Estruturação de Problemas e Avaliação Multicritério de Alternativas. Editora Insular.
- Esogbue, A. O. (1996). Fuzzy sets modeling and optimization for disaster control systems planning. *Fuzzy Sets and Systems*, 81. pp. 169-183.

- Esogbue, A. O. (1998). On Replacement Models Via a Fuzzy Set Theoretic Framework. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part C : Applications and Reviews*. Volume 28, Number 4. pp. 549-560. November.
- Esogbue, A. O. (1999). Computational complexity of some fuzzy dynamic programs. *Computers and Mathematics with Applications*. v 37 n 11, p 47-51.
- Esogbue, A. O. (1999). Fuzzy dynamic programming: Theory and applications to decision and control. *Annual Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society – NAFIPS*. p.18-22.
- Esogbue, A. O. and H. Warren – E II. (1998). On replacement models via a fuzzy set theoretic framework. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics Part – C: Applications and Reviews*. v 28 n 4 Nov, p 549-560.
- Esogbue, A. O. and J. Kacprzyk. (1996). Fuzzy Dynamic Programming: a survey of main developments and applications. *Archives of Control Sciences*. Volume 5 (XLI). N.º 1-2. p. 39-59.
- Esogbue, A. O. and R. Bellman. (1984). Fuzzy Dynamic Programming and Its Extensions. *TIMS/Studies in the Management Sciences* 20. p. 147-167. Elsevier Science Publishers B. V. North-Holland.
- Fandel, G. and J. Spronk. (1992). Introdução: TDMC no seu caminho para a maturidade. Projeto de Desenvolvimento do Protocolo de Cooperação entre a UFSC/EPS e CESUR/IST.
- Ferreira, A. B. de H. (1986). Novo Dicionário de Língua Portuguesa. 2.ª edição, revisada e aumentada. Editora Nova Fronteira, Rio de Janeiro.
- Ferreira, J. J., et. al. (1988). Terminação de Bovinos em Confinamento: maior produtividade e abastecimento de carne. Informe Agropecuário - EPAMIG p. 83-86. Minas Gerais.
- Ferreira, N. F. (1993). Otimização Econômica em Confinamento de Bovinos de Corte. Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, da Universidade de São Paulo, Piracicaba.

- Friedman, M., et. al. (1989). The Use of Weighted Fuzzy Expected Value (WFEV). in Fuzzy Expert Systems. Fuzzy Sets and Systems 31. p. 37-45.
- Grant, E. L. and R. S. Leavenworth. (1980). Statistical Quality Control. Fifth Edition. International Student Edition. McGraw-Hill International Book Company. London.
- Hammond, J. (1959). Avances en Fisiologia Zootecnica: Las Bases Fundamentales de la Produccion Animal. Volumen I. Editorial ACRIBIA. Zaragoza.
- Hammond, J. (1960). Farm Animals: their Breeding, Growth, and Inheritance. Edward Arnold (Publishers). LTD. Third Edition.
- Hastings, N. A. J. (1973). Dynamic Programming: With Management Applications. London Butter Worths.
- Hathaway, J. C., et. al. (1996). A Parametric Model for Fusing Heterogeneous Fuzzy Data. IEEE TRANSACTIONS ON FUZZY SYSTEMS, Volume 4, Number 3. IEFSEV. pp. 271-281. August.
- Helman, M. B. (1977). Ganaderia Tropical. Segunda Edicion. Libreria "El Ateneo" Editorial. Buenos Aires.
- Hill, H. et. al. (2000). Comparing the value of Southern Oscillation Index-based climate forecast methods for Canadian and US. *Agricultural and Forest Meteorology*. 100: 4, 261-272; 30 ref..
- Hillier, F. S., et. al. (1988). Introdução à Pesquisa Operacional. Editora Campus Ltda, São Paulo.
- Howard, R. A. (1960). Dynamic Programming and Markov Processes. The Massachusetts Institute of Technology Press.
- Hull, J. (1996). Introdução aos Mercados Futuros e de Opções. 2.^a edicao Revista e Ampliada; Bolsa de Mercadorias & Futuros. Cultura Editores Associados.
- Hussein, M. L. and M. A. ABO-SINNA. (1995). A fuzzy dynamic approach to the multicriterion resource allocation problem. Fuzzy Sets and Systems, 69. pp. 115-124.

- James, B. R. (1981). probabilidade: um curso em nível intermediário. Projeto Euclides. IMPA – CNPq.
- Jarvis, L. S. (1990). Latin American Beef and Milk Policies; Lessons for the 90S from experiences in the 70S and 80S. *Bovinocultura de Corte*. SBZ. Piracicaba. Sap Paulo. Brasil. Livroceres.
- Kacprzyk, J. (1983a). A branch-and-bound algorithm for the multistage control of a fuzzy system in a fuzzy environment. *Kybernetes*, 8, 139-147.
- Kahneman, D. and A. Tversky. (1972). Subjective Probability: A Judgment of Representativeness. *Cognitive Psychology* 3. pp. 430-454.
- Kahneman, D. and A. Tversky. (1973). On The Psychology of Prediction. *Psychological Review*. Vol. 80, N^o. 4. July.
- Keeney, R. L. and H. Raiffa. (1976). Decisions With Multiple Objectives – Preferences and Value Tradeoffs. John Wiley & Sons, New York.
- Keeney, R. L. and H. Raiffa. (1993). Decisions With Multiple Objectives – Preferences and Value Tradeoffs. Cambridge University Press.
- Khun, T. S. (1970). A Estrutura das Revoluções Científicas. Debates – Ciência. Editora Perspectiva, 5.^a Edição.
- Klaus, W. and Zhaohao, S. (2000). Fuzzy stochastic dynamic programming for marketing decision support. *International Journal of Intelligent Systems*. v 15 n 8 Aug, p 763-783.
- Klir, J. G. (1987). Where Do We Stand On Measures Of Uncertainty, ambiguity, Fuzziness, And The Like? *Elsevier Science Publishers B.V. North-Holland*. p. 141-160.
- Klir, J. G. and B. Yuan. (1995). Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications. Prentice Hall PTR.
- Kosko, B. (1990). Fuzziness Vs. Probability. Gordon and Breach Science Publishers S.A. p. 211-240.
- Kruse, R. (1982). The strong law of large numbers for fuzzy random variables. *Information Sciences*. 28: 233-41.

- Kwakernaak, H. (1978). Fuzzy random Variables – I. Definitions and Theorems. INFORMATION SCIENCES 15. pp. 1-29.
- Kwakernaak, H. (1979). Fuzzy random Variables – II. Algorithms and Examples for the Discrete Case. INFORMATION SCIENCES 17. pp. 253-278.
- Lana, R. de P. (2000). Sistema Viçosa de Formulação de Rações. Editora UFV.
- Lanzer, E. A. (1989). Substituição de Bens de Capital com Produtividade Regida por Processos Estocásticos: Um Estudo de Caso na Agricultura. Tese Concurso Público para Professor Titular em Engenharia de Produção – Universidade Federal de Santa Catarina.
- Laviolette, M., et. al. (1995). probabilistic and statistical view or fuzzy methods (with discussion). *Technometrics*. 37(3):. 249-292.
- Lawrence, T. L. J. (1980). Growth in Animals: Studies in the Agricultural and Food Sciences. Butterworths. London.
- Levine, J. and M. L. Young. (1994). Unix Pour Les Nuls. Traduction: Michel Dreyfus. SYBEX – Paris.
- Liang, P. and F. Song. (1996). What Does a Probabilistic Interpretation of Fuzzy Sets Mean ? *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Volume 4, Number 2. May.
- Lignelet, P. (1996). Manuel complet du langage Fortran 90 et Fortran 95. Calcul intensif et génie logiciel. Masson, Paris.
- Lima, J. E. (1971). Relações Econômicas em uma Fase de Crescimento de Novilhas com Três Graus de Sangue. Dissertação de Mestrado no Curso de Economia Rural. Universidade Federal de Viçosa.
- Liu, B. and A. O Esogbue. (1996). Fuzzy Criterion Set and Fuzzy Criterion Dynamic Programming. *Journal of Mathematical analysis and Applications* 199. pp. 293-311. Article n.º 0142.
- Livingstone, J. M. (1982). pesquisa de mercado: uma abordagem operacional. Editora ATLAS S.A. São Paulo.

- Lopes, A. L. M. (1998). Um Modelo de Análise Envoltória de Dados e Conjuntos Difusos para Avaliação Cruzada da Produtividade e Qualidade de Departamentos Acadêmicos – Uma Aplicação na UFSC. Tese de Doutorado em Engenharia de Produção da Universidade Federal Santa Catarina, Brasil.
- Lushu, L. and K. K. Lai. (2001). Fuzzy dynamic programming approach to hybrid multiobjective multistage decision-making problems. *Fuzzy Sets and Systems*. V 117 n 1 Jan, p. 13-25.
- Marques, P. V. e P. C. Mello. (1999). Mercados Futuros de Commodities Agropecuárias: exemplos e aplicações para os mercados brasileiro. Bolsa de Mercadorias e Futuros – BM&F.
- Mayerle, S. F. (1996). Um Sistema de Apoio à Decisão para o Planejamento Operacional de Empresas de Transporte Rodoviário Urbano de Passageiros. Tese de Doutorado em Engenharia de Produção da Universidade Federal Santa Catarina, Brasil. Outubro.
- Maynard, L. A., et. al.(1994). Nutrição Animal. 3.^a edição. Livraria Freitas Bastos S.A. Rio de Janeiro.
- Meltem, A. et. al. (1994). Fuzzy dynamic programming. *Mediterranean Electrotechnical Conference – MELECON – 2 of 3*. IEEE, Piscataway, NJ, USA,94CH3388-6. p 723-726.
- Mendes, J. T. G. (1998). Economia Agrícola: Princípios Básicos e Aplicações. Editora ZNT Ltda, Curitiba, PR. 2.^a edição.
- Mohammad, H. L. And Mahmoud, A. A. S. (1993). Decomposition of multiobjective programming problems by hybrid fuzzy-dynamic programming. *Fuzzy Sets and Systems*. v 60 n 1 Nov 25, p 25-32.
- Morettin, P. A. e C. M. de C. Tolo. (1985). Previsão de Séries Temporais. Atual Editora. São Paulo.
- Morrison, F. B. Alimentos e Alimentação de Animais. 2.^a Edição Revista. Edições Melhoramentos. São Paulo. 1966.

- Müller, L. e A. T. Primo. (1986). Influência do Regime Alimentar no Crescimento e Terminação de Bovinos e na Qualidade da Carcaça. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*. EMBRAPA. Volume 21 (n. 4). Pp 445-452. Abril.
- O'Donovan, P. B., et. al. (1983). *Producción de carne de vacuno mediante pastizales naturales y praderas mejoradas*. R. Mund. Zoot.,(47):30-7.
- Oliveira, J. V. (1995). A Design Methodology for Fuzzy System Interfaces. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Volume 3, Number 4. IEFSEV. pp. 404-414. November.
- Palmeira, P. F. M. (1994). Modelos de Decisão para o Planejamento da Operação de Sistemas de Energia Elétrica. Abordagem Usando Conjuntos Difusos. Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica da Universidade Federal Santa Catarina. Brasil. Dezembro.
- Peixoto, A. M., et. al. (1989). O Confinamento de Bois. 3ª. edição. Coleção do Agricultor. Editora Globo, São Paulo.
- Peres, F. C. e Z. P. de B. Mattos. (1990). Simulação como auxílio a Decisão de Confinar Bovinos de Corte. Bovinocultura de Corte, SBZ, p. 97-108. Livroceres, FEALQ, Piracicaba.
- Perry, C. (1996). How to Write a Doctoral Thesis – PhD. *Paper presented to the ANZ Doctoral Consortium*, University of Sydney, February 1994, with later additions. July.
- Pinheiro, P. (1990). Risco e Incerteza em Modelos de Programação Linear Aplicados ao Planejamento Empresarial Agrícola. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção da Universidade Federal Santa Catarina, Brasil. Abril.
- Primo, A. T. (1993). Os Bovinos Ibéricos nas Américas. *30.ª Reunião Anual da Sociedade Brasileira de Zootecnia*. SBZ, Rio de Janeiro. (pág.: 183 – 199).
- Pupo, N. I. H. (1979). Manual de Pastagens e Forrageiras: formação – conservação – utilização. Instituto Campineiro de Ensino Agrícola.
- Puri, M. L. and D. A. Ralescu. (1985). The Concept of Normality for Fuzzy Random Variables. *The Annals of Probability*. Vol. 13, Nº. 4. pp. 1373-1379.

- Puri, M. L. and D. A. Ralescu. (1986). Fuzzy Random Variables. Journal of Mathematical Analysis and Applications 114. p. 409-422.
- Qian, Y., et. al. (1992). Fuzzy Logic Based Modeling and Optimization. Proceedings of the 2nd International Conference on Fuzzy Logic & Neural Networks. pp. 349-352. July.
- Resende Filho, M. A., et. al. (1998). Um Modelo para Minimização do Custo de Rações em Confinamentos de Bovinos de Corte. *SOBRAPO Pesquisa Operacional. Volume 18, número 2.*
- Ribeiro, J. A. R. (1993). Gado Crioulo Lageano, uma alternativa de uso sustentado para as pastagens naturais do Planalto Sul Brasileiro. 30.^a *Reunião Anual da Sociedade Brasileira de Zootecnia*. SBZ, Rio de Janeiro. (pág.: 245 – 262).
- Römer, C. and A. Kandel. (1995). Applicability Analysis of Fuzzy Inference by Means of Generalized Dempster-Shafer Theory. IEEE TRANSACTIONS ON FUZZY SYSTEMS, Volume 3, Number 4. IEFSEV. pp. 448-453. November.
- Ross, T. J. (1995). Fuzzy Logic with Engineering Applications. McGraw Hill, Inc.
- Roy, B. (1990). Decision-Aid and Decision-making. In BANA e COSTA (ed.). Readings in Multiple Criteria Decision Aid. Springer-Verlag, pp. 17-35, Berlin.
- Ruiz, M. E., et. al. (1984). Alimentação de Bovinos na Estação Seca: Princípios e Procedimentos. Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária-EMBRAPA, Centro Nacional de Pesquisa de Gado de Corte-CNPGC. Campo Grande.
- Santiago, A. A. (1986). O Zebu: na Índia, no Brasil e no Mundo. Instituto Campineiro de Ensino Agrícola, p. 1-28. Campinas.
- Savage, C. I e J. R.Small. (1979). Economia para executivos. Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro.
- Sergaki, A. And K. Kalaitzakis. (1996). Fuzzy dynamic programming algorithm for the optimal operation of a power system interconnected with WECS. *Proceedings of the Universities Power Engineering Conference*. v 1, Technological Educational Institute, Iraklio, Greece. p 54-57.

- Silveira Júnior, P. (1979). Modelo de Crescimento para Bovinos da Raça Ibagé Tendo Em Conta a Oscilação Estacional. Tese Concurso Público para Professor Titular em Estatística Experimental. Pelotas - RS.
- Silvestre, J. R. A. (1983). Métodos de balanceamento de rações. *Informe Agropecuário*, 9, Dezembro, p. 80-88. Belo Horizonte.
- Smithson, M. (1989). Ignorance and uncertainty: emerging paradigms. Springer-Verlag. New York. 393p.
- Soares, J. F., et. al. (1991). Introdução à Estatística. Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro.
- Tagliacarne, G. (1986). Pesquisa de Mercado: Técnica e Prática. Editora ATLAS S.A. São Paulo.
- Terano, T., et. al. (1995). Applied Fuzzy Systems. AP Professional. London.
- Thiago, L. R. L. S. (1999). Suplementação de Bovinos em Pastejo: aspectos práticos para o seu uso na manutenção ou ganho de peso. *Palestra* apresentada no durante 11º Encontro de Tecnologias para a Pecuária de Corte no Palácio Popular da Cultura, Campo Grande MS, 06 de outubro.
- Thiago, L. R. L. S., et. al. (1991). Terminação de Bovinos em Confinamento. Comunicado Técnico - EMBRAPA, Mato Grosso do Sul.
- Vasconcellos, M. A. S. e D. Alves. (2000). Manual de Econometria: Nível Intermediário. Editora Atlas S.A. São Paulo.
- Vasconcellos, P. M. B. (1993). Guia Prático para o Confinador. Nobel, São Paulo.
- Wonnacott, P., et. al. (1982). Economia. McGraw-Hill. São Paulo.
- Wonnacott, R. J. e H. W. Wonnacott (1978). Econometria. 2.ª Edição. Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. Rio de Janeiro.
- Yager, R. R. (1980). Fuzzy Sets, Probabilities, and Decision. *Journal of Cybernetics*, 10: pp. 1-18.

- Yoshida, Y. (1994). Markov chains with a transition possibility measure and fuzzy dynamic programming. *Fuzzy Sets and Systems*. v 66 n 1 Aug 25, p 39-57.
- Yue, Z. F. et. al. (2000). Fuzzy forecast of the incidence of the third generation bollworm in western Henan. *China-Cottons*. 27: 1, 12-13..
- Yuen, C. M. et. al. (1998). Application of fuzzy multi-objective decision making in spatial load forecasting. *IEEE Transactions on Power Systems*. v 13 n 3 Aug, p 1185-1190.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*. 8: 338-53.
- Zadeh, L. A. Fuzzy Probabilities (1984). *Information Processing & Management* 20, N^o. 3. pp. 363-372.
- Zadeh, L. A. (1995) Discussion : Probability Theory and Fuzzy Logic Are Complementary Rather Than Competitive. *Technometrics, volume 37, Number 3*. pp. 271-276. August 1995.
- Zimmermann, H. J. (1987). Fuzzy Sets, Decision Making, and Expert Systems. Kluwer Academic Publishers. Boston.
- Zimmermann, H. J. and J. Sebastian. (1995). Intelligent System Design Support by Fuzzy-Multi-Criteria Decision Making and/or Evolutionary algorithms. *IEEE*. pp. 367-374.

APÊNDICE A

SÉRIES TEMPORAIS⁴³

Considerações iniciais

Dois são os estudos próprios para tratamento de previsão: domínio do tempo (séries temporais) e domínio da frequência (análise espectral). Em virtude das especificidades dessas categorias de dados, surgiram instrumentais econométricos específicos a cada uma delas. Neste contexto, serão tratados apenas os modelos de séries temporais, e mais especificamente os modelos ARIMA.

Uma série temporal é qualquer conjunto de observações ordenados no tempo, tendo como objetivo construir modelos para as séries com propósitos determinados. Existem dois enfoques utilizados na análise de séries temporais: no domínio temporal cujos modelos são paramétricos (com número finito de parâmetros) e no domínio de frequências, com modelos não-paramétricos.

Obtida a série temporal $y(t_1), \dots, y(t_N)$, observadas nos instantes t_1, \dots, t_N , a análise temporal serve aos seguintes objetivos:

- (a) Investigar o mecanismo gerador da série temporal;
- (b) Fazer previsões de valores futuros das séries; estes podem ser em curto prazo ou em longo prazo;
- (c) Descrever o comportamento da série. Assim, algumas ferramentas podem ser importantes, como, por exemplo: a construção de gráficos, a verificação da existência de tendências, ciclos e variações sazonais, a construção de histogramas e diagramas de

⁴³ As principais definições apresentadas nessa seção podem ser encontradas em Vasconcellos e Alves (2000), DeLurgio (1998) e Morettin e Tolo (1985).

dispersão, dentre outras; e

- (d) Procurar periodicidades relevantes nos dados; neste caso, a análise espectral pode ser de grande utilidade.

Em todos os casos, modelos probabilísticos ou estocásticos são construídos, no domínio temporal ou de frequências e devem ser simples e parcimoniosos⁴⁴.

Antes de iniciar a estudo dos modelos ARIMA de Box-Jenkins, será apresentada uma discussão sobre as *Medidas de Erro e Teste de Significância Estatística para Tendências*.

Medidas de erro

Seja Y_t é o valor atual e \hat{Y}_t é o valor ajustado ou previsto⁴⁵, o *erro absoluto* é definido como:

$$e_t = Y_t - \hat{Y}_t \quad (\text{AA.1})$$

Segundo DerLugio (1998) várias estatísticas se prestam para medir a acurácia de um modelo. As medidas de ajuste denotam o seguinte:

- O *erro médio (ME)* de zero indica que não existe tendência nos valores ajustados. Portanto, os erros são centrados sobre o zero.

$$ME = \sum_{t=1}^n \frac{e_t}{n} \quad (\text{AA.2})$$

- O *desvio médio absoluto (MAD)* denota que 50% dos erros são superiores ao erro médio absoluto e 50%, inferiores, se a distribuição for simétrica.

⁴⁴ No sentido que o número de parâmetros envolvidos deve ser o menor possível.

⁴⁵ Existe uma distinção importante entre os processos de ajuste e de previsão. Aquele envolve dados passados para ajustar os coeficientes do modelo. Em contraste, o processo de previsão serve para identificar valores futuros não conhecidos, DeLugio (1998).

$$MAD = \sum_{t=1}^n \frac{|e_t|}{n} \quad (\text{AA.3})$$

- A soma dos erros quadráticos (*SSE*) e dos erros quadráticos médios (*MSE*) não são facilmente interpretados por si só, mas são normalmente comparadas a outras estatísticas, como se pode verificar em DeLurgio (1998).

$$SSE = \sum_{t=1}^n e_t^2 \quad (\text{AA.4})$$

$$MSE = \sum_{t=1}^n \frac{e_t^2}{n} \quad (\text{AA.5})$$

- O erro residual padrão (*RSE*) mede a dispersão dos valores sobre o erro médio nulo. O *RSE* é um desvio padrão, algumas vezes denominado de erro padrão da estimativa, que é utilizado para gerar intervalos de predição sobre o erro médio nulo:

$$RSE = \sqrt{\sum_{t=1}^n e_t^2 / (n-1)} \quad (\text{AA.6})$$

Tipicamente, a acurácia da previsão é inferior a do ajuste. No entanto, é possível aumentar o entendimento da exatidão de modelos de previsão pela medição do erro absoluto e do erro relativo, dado que as medidas absolutas são muito dependentes da escala da variável explicada (dependente). Essas medidas não permitem comparações de resultados sobre o tempo entre séries temporais. Existem medidas relativas para apurar a exatidão das previsões que facilitam a comparação entre modelos, incluindo o *erro percentual* (*PE*), o *erro percentual médio* (*MPE*) e o *erro percentual médio absoluto* (*MAPE*):

$$PE_t = \frac{(Y_t - \hat{Y}_t)}{Y_t} \cdot (100) \quad (\text{AA.7})$$

$$MPE = \sum_{t=1}^n PE_t / n \quad (\text{AA.8})$$

$$MAPE = \sum_{t=1}^n |PE_t| / n \quad (AA.9)$$

A medida PE dá a proporção do erro atual, elas são utilizadas para descrever o erro médio para um modelo não tendencioso. Os *MPE* devem, tipicamente, ser erros próximos de zero, onde os valores positivos são compensados pelos negativos. Em contraste, os valores absolutos são descritos pelo *MAPE*. Estudos comparativos entre os ajustes estatísticos e os modelos de previsão são tendenciosos, normalmente caracterizados pelos *MPE* e menos exatos como descritos pelos *MAPE*. Desta forma, o desempenho de alguns modelos de previsão, pode deixar a desejar, algumas vezes, se comparados com os modelos de ajustes.

Uma importante observação se deve aos modelos medidos basicamente com percentagens ou proporções, uma vez que tendo valores infinitésimos no denominador produz resultados extremamente altos nessas medidas. Portanto as medidas de percentagem devem ser monitoradas no uso de baixos denominadores.

Segundo DeLurgio (1998), existem muitas outras medidas de erro de previsão. Algumas são geradas por comparação; outras são calculadas como parte de um processo iterativo de identificação e diagnóstico dos melhores modelos. Outras formas de medir os erros, são descritas em rápidas linhas a seguir:

- Autocorrelações (ACFs)⁴⁶ – utilizada para detectar o padrão em séries de erros;
- *Cross-correlations* (CCFs)– utilizada para detectar correlações entre séries temporais;
- Estatística Durbin-Watson (DW) – utilizada para detectar padrões em séries de erros;
- Coeficiente de Determinação R^2 – utilizada para medir exatidão dos modelos;
- Critério de Informação Schwarz Bayesiana (BIC) – utilizada para determinar o melhor dos modelos concorrentes;
- Critério de Informação Akaike (AIC) – tendo o mesmo fim que o BIC;
- *Demand Filter* – utilizado para detectar *outliers*; e

⁴⁶ ACF ou FAC, como será denotado mais adiante nesse capítulo.

- Limite de Especificação Central, Limite de Especificação Inferior e Limite de Especificação Superior – utilizados para detectar erros cumulativos em cartas de Controle Estatístico de Processo.

Teste de significância estatística para tendências

Freqüentemente, uma questão surge quanto a existência de uma tendência sistemática em uma previsão (i.e., $E(e_t) = \mu_e = 0$). Um teste de hipótese simples pode ser usado para confirmar que o erro médio é sistematicamente significativamente diferente de zero. O teste é: dado que a hipótese nula é: $\mu_e = 0$. Isto é, não existe tendência.

Se a hipótese é provada errada (i.e., anulada), então aceita a hipótese alternativa: $\mu_e < 0$ ou $\mu_e > 0$. Isto é, existe tendência significativamente estatística negativa ou positiva, respectivamente.

Essas inferências são feitas com uso do teste- t de Student. O valor calculado da estatística t é comparado a um escore teórico esperado (tabelado). O valor t calculado (t_c) é dado por:

$$t_c = \frac{\mu_e - 0}{S_e / \sqrt{n}} \quad (\text{AA.10})$$

em que S_e é o desvio padrão do erro e (S_e / \sqrt{n}) é o erro padrão da média, no qual n é o número de erros observados, o número de graus de liberdade.

Se $|t_c| \leq t$ -tabelado, então não existe uma tendência significativamente estatística a ser encontrada. Caso contrário, infere-se que exista esta tendência.

Classe de modelos ARIMA

Na análise de modelos paramétricos, o método de Box-Jenkins consiste em ajustar modelos auto-regressivos integrados médias móveis, ARIMA (p, d, q) a uma série temporal. Os parâmetros p, d e q dos modelos ARIMA, também denominados de ordens, referem-se às componentes auto-regressivo, que ajusta a defasagem de um modelo;

integração, que visa tornar a série estacionária através da utilização de diferenças; e médias móveis, que tem por meta identificar o número de estágios necessários para compor a média e identificar o comportamento da série.

A classe dos modelos ARIMA será capaz de descrever de maneira satisfatória as séries estacionárias. Uma série não estacionária, mas que pode tornar-se estacionária por diferença chama-se série não estacionária homogênea.

Em modelos de previsão é admitido que os erros e_t ($t = 1, 2, \dots, N$) são independentes.

Usualmente, uma correlação serial pode ser esperada se os dados são coletados de forma seqüencial ao longo do tempo.

Os modelos ARIMA resultam da combinação de três componentes, também denominados “filtros”: a componente Auto-regressiva (AR), o filtro de Integração (I) e a componente de Médias Móveis (MA). Uma série temporal pode conter os três filtros resultando daí várias alternativas de modelos passíveis de análise pela metodologia de Box-Jenkins.

Os modelos da classe $ARIMA(p, d, q)$ são adequados às séries estacionárias⁴⁷ e não estacionárias homogêneas⁴⁸. O número de diferenças necessário para tornar uma série estacionária é denominado ordem de integração.

Modelos estacionários

Uma suposição que se faz a respeito de uma série temporal é a de que ela seja estacionária, ou seja, ela se desenvolve no tempo aleatoriamente ao redor de uma média constante, refletindo alguma forma de equilíbrio. Os procedimentos de análise estatísticos de séries temporais pressupõem que elas sejam estacionárias. Desta forma, para as séries que não tiverem esse comportamento, os dados precisam ser transformados visando tornarem-se

⁴⁷ $AR(p)$, $MA(q)$, $ARMA(p, q)$.

⁴⁸ $ARIMA(p, d, q)$, $ARI(p, d)$ ou $ARIMA(p, d, 0)$ e $IMA(d, q)$ ou $ARIMA(0, d, q)$, que são versões não estacionárias dos modelos AR e MA, respectivamente. Um caso especial do processo não estacionário homogêneo é o $ARIMA(0, 1, 0)$, denominado *random walk* ou passeio aleatório: $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t \rightarrow \Delta y_t = \varepsilon_t$.

estacionários. A transformação mais comum consiste em tomar diferenças sucessivas da série original. A primeira diferença de $y(t)$ é definida por:

$$\nabla y(t) = y(t) - y(t-1) \quad (\text{AA.11})$$

A segunda diferença é

$$\nabla^2 y(t) = \nabla[\nabla y(t)] = \nabla[y(t) - y(t-1)],$$

ou seja,

$$\nabla^2 y(t) = \nabla[\nabla y(t)] = y(t) - 2y(t-1) + y(t-2) \quad (\text{AA.12})$$

De um modo geral, a n -ésima diferença de $y(t)$ é

$$\nabla^n y(t) = \nabla[\nabla^{n-1} y(t)] \quad (\text{AA.13})$$

Em situações normais, será suficiente tomar uma ou duas diferenças para que a série se torne estacionária.

Duas são as formas de trabalhar as séries temporais: decompondo-as em tendência, ciclo, sazonalidade e termo errático ou dentro de uma abordagem alternativa, que considera as séries como sendo integralmente geradas, por um mecanismo aleatório denominado processo estocástico⁴⁹: em cada instante t , existe uma família de valores que a série pode assumir, aos quais estão associadas probabilidades de ocorrência. Esse procedimento só é válido se o processo estocástico for estacionário.

Um processo estocástico estacionário se diz fraco se as condições abaixo forem satisfeitas para qualquer tempo t :

$$E[y(t)] = \mu$$

⁴⁹ Processo estocástico é uma sequência ordenada (no tempo) de variáveis aleatórias $\{y(t), t \in T\}$ definidas no mesmo espaço de probabilidade (S, \mathfrak{F}, P) .

$$V[y(t)] = E[y(t) - \mu]^2 = \sigma^2$$

$$E[(y(t) - \mu)(y(t-k) - \mu)] = \gamma(k), \quad k = 1, 2, \dots \quad (\text{AA.14})$$

As primeiras condições indicam que a média e a variância da série $y(t)$ não são variantes no tempo. A terceira condição impõe que as autocovariâncias variam somente em relação à distância (k) que separa as duas observações consideradas, ou seja, depende apenas da defasagem de tempo.

Modelo auto-regressivo (AR)

De acordo com o modelo auto-regressivo AR, a série y_t é descrita apenas por seus valores passados e pelo ruído branco⁵⁰ ε_t . A versão mais simples de um modelo AR é aquela em que y_t depende somente de y_{t-1} e de ε_t . Diz-se, nesse caso, que o modelo é auto-regressivo de ordem 1, o que se indica por AR(1). Sua representação algébrica é dada por:

$$y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (\text{AA.15})$$

onde ϕ é um parâmetro autoregressivo e $E(\varepsilon_t) = 0$; $E(\varepsilon_t^2) = \sigma^2$; $E(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0$ para $t \neq s$.

Por se tratar de um modelo fracamente estacionário⁵¹, a variância de y_t (γ_0) deve ser constante e as autocovariâncias (γ_k) dependem apenas da diferença das defasagens k .

Variância do AR(1):

$$\gamma_0 = E[y_t^2] = E[\phi y_{t-1} + \varepsilon_t]^2 = \phi^2 V(y_{t-1}) + V(\varepsilon_t)$$

$$\gamma_0 = \phi^2 \gamma_0 + \sigma_\varepsilon^2$$

$$\gamma_0 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \phi^2} \quad (\text{AA.16})$$

⁵⁰ Constituída de observações independentes.

⁵¹ Ver Spanos (1986), para definição de estacionariedade forte. Citado por Vasconcellos e Alves (2000).

Quando se tem no espaço paramétrico $|\phi| < 1$. Fica definida a relação de estacionariedade do processo.

Autocovariâncias do AR(1); de 1.^a ordem:

$$\gamma_1 = E[y_t y_{t-1}] = E[(\phi y_{t-1} + \varepsilon_t) y_{t-1}]$$

$$\gamma_1 = \phi E[y_{t-1}^2] + E[y_{t-1} \varepsilon_t]$$

$$\gamma_1 = \phi \gamma_0 \tag{AA.17}$$

Autocovariâncias de 2.^a ordem:

$$\gamma_2 = E[y_t y_{t-2}] = E[(\phi y_{t-1} + \varepsilon_t) y_{t-2}]$$

$$\gamma_2 = E[(\phi (\phi y_{t-2} + \varepsilon_{t-1}) + \varepsilon_t) y_{t-2}]$$

$$\gamma_2 = \phi^2 E[y_{t-2}^2] + \phi E[y_{t-2} \varepsilon_{t-1}] + E[y_{t-2} \varepsilon_t]$$

$$\gamma_2 = \phi^2 \gamma_0 \tag{AA.18}$$

Autocovariâncias de ordem k:

$$\gamma_k = E[y_t y_{t-k}]$$

$$\gamma_k = \phi^k \gamma_0 \tag{AA.19}$$

Vê-se, portanto, que as autocovariâncias não dependem de t e sim de k . Como $|\phi| < 1$, pela condição de estacionariedade para os AR(1), quanto maior for o valor de k , ou seja, quanto maior for a distância entre as observações, menor a autocovariância.

O modelo auto-regressivo genérico, representado por AR(p) pressupõe que seja o resultado da soma ponderada de seus p valores passados, além do ruído branco ε_t :

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (\text{AA.20})$$

Utilizando o operador de defasagem B^{52} , o modelo pode ser reescrito como:

$$y_t = \phi_1 B y_t + \phi_2 B^2 y_t + \dots + \phi_p B^p y_t + \varepsilon_t$$

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) y_t = \varepsilon_t$$

$$\Phi(B) y_t = \varepsilon_t \quad (\text{AA.21})$$

A variância e as autocovariâncias são, agora, dadas respectivamente por:

$$\gamma_0 = \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_2 + \dots + \phi_p \gamma_p + \sigma_\varepsilon^2 \quad (\text{AA.22})$$

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p} \quad (\text{AA.23})$$

A condição de estacionariedade de $\text{AR}(p)$, para $k > p$, estabelece que todas as p raízes do polinômio característico $\Phi(B) = 0$ caiam fora do círculo unitário.

Modelo de médias móveis (MA)

Por esse modelo, a série y_t resulta da combinação linear dos choques aleatórios (ruídos brancos) ocorridos no período corrente e nos períodos passados. O modelo de médias móveis de primeira ordem – $\text{MA}(1)$ – é dado por:

$$y_t = \varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-1}, \quad t=1, 2, \dots, n \quad (\text{AA.24})$$

no qual θ é um parâmetro.

A média de y_t é zero, já que ε_t é um ruído branco. Sua variância é:

$$\gamma_0 = E[y_t^2] = E[(\varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-1})^2] = E[\varepsilon_t^2] + \theta^2 E[\varepsilon_{t-1}^2] - 2\theta E[\varepsilon_t \varepsilon_{t-1}]$$

⁵² ($B y_t = y_{t-1}$; $B^2 y_t = y_{t-2}$; $B^p y_t = y_{t-p}$)

$$\gamma_0 = (1 + \theta^2) \sigma_\varepsilon^2 \quad (\text{AA.25})$$

As autocovariâncias do MA(1) são definidas da forma a seguir:

$$\gamma_1 = E[y_t y_{t-1}] = E[(\varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-1}) (\varepsilon_{t-1} - \theta \varepsilon_{t-2})]$$

$$\gamma_1 = -\theta \sigma_\varepsilon^2 \quad (\text{AA.26})$$

$$\gamma_2 = E[y_t y_{t-2}] = E[(\varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-1}) (\varepsilon_{t-2} - \theta \varepsilon_{t-3})]$$

$$\gamma_2 = 0 \quad (\text{AA.27})$$

As autocovariâncias de ordem maior ou igual a 2 são nulas;

$$\gamma_k = 0, \quad k \geq 2 \quad (\text{AA.28})$$

As expressões da variância e das autocovariâncias do MA(1) indicam que não é necessário impor nenhuma restrição sobre o parâmetro θ para obter a estacionariedade fraca, ao contrário do que ocorre com o parâmetro ϕ do modelo AR(1). Para que o modelo MA(1) possa ser expresso como um modelo auto-regressivo de ordem infinita, AR(∞)⁵³, se faz necessário substituir ε_{t-1} na equação (AA.24) por

$$y_{t-1} + \theta \varepsilon_{t-2} \quad (\text{AA.29})$$

E substituições sucessivas dos ε defasados que aparecem em cada etapa do processo. O resultado final é

$$y_t = \varepsilon_t - \theta y_{t-1} - \theta^2 y_{t-2} - \theta^3 y_{t-3} - \dots \quad (\text{AA.30})$$

⁵³ De forma análoga, pode-se expressar um modelo auto-regressivo AR(p) como um MA(∞). No caso do AR(1), o correspondente MA(∞) é $y_t = \varepsilon_t + \phi \varepsilon_{t-1} + \phi^2 \varepsilon_{t-2} + \phi^3 \varepsilon_{t-3} + \dots$

Sendo y_t uma série estacionária, sua representação na forma auto-regressiva requer que $|\theta| < 1$. Caso contrário, o resultado será explosivo. Essa restrição imposta sobre θ é designada de condição de invertibilidade.

O modelo de médias móveis genérico envolve q valores defasados de ε é indicado por MA(q) cuja equação é

$$y_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (\text{AA.31})$$

A série y_t resulta da soma ponderada do valor corrente e dos q valores passados de ε . Fazendo uso do operador de defasagem, o modelo MA(q) passa a ser representado por

$$y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \varepsilon_t$$

$$y_t = \theta(B) \varepsilon_t \quad (\text{AA.32})$$

A variância do MA(q) é:

$$\gamma_0 = (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2) \sigma_\varepsilon^2 \quad (\text{AA.33})$$

Apenas as autocovariâncias de ordem menor que ou igual a q são não nulas e sua expressão é:

$$\gamma_k = (-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \theta_2 \theta_{k+2} \dots + \theta_{q-k} \theta_q) \sigma_\varepsilon^2 ; \text{ para } k > q \text{ e } \gamma_k = 0 \quad (\text{AA.34})$$

A condição de invertibilidade requer que todas as raízes da equação característica

$$\theta(B) = 0 \quad (\text{AA.35})$$

caiam fora do círculo unitário.

Modelo auto-regressivo de médias móveis (ARMA)

Esse modelo é uma combinação dos modelos auto-regressivo e média móvel, y_t é descrito por seus valores passados e pelos choques aleatórios corrente e passados. O modelo ARMA(1,1), dado pela equação (AA.36) é a especificação mais simples que um processo dessa natureza pode representar:

$$y_t = \theta y_{t-1} + \varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-1} \quad (\text{AA.36})$$

As características desse modelo são:

Média:

$$E(y_t) = 0 \quad (\text{AA.37})$$

supondo que a série esteja centrada.

Variância:

$$\gamma_0 = \frac{(1 + \theta^2 - 2\phi\theta)\sigma_\varepsilon^2}{1 - \phi^2} \quad (\text{AA.38})$$

Autocovariâncias:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \phi\gamma_0 - \theta\sigma_\varepsilon^2 = \frac{(1 - \phi\theta)(\phi - \theta)\sigma_\varepsilon^2}{1 - \phi^2} \\ \gamma_k &= \phi\gamma_{k-1} \text{ para } k \geq 2 \end{aligned} \quad (\text{AA.39})$$

Para que a variância do ARMA(1,1) seja finita deve-se ter $|\phi| < 1$, ou seja, aplica-se a esse modelo a condição de estacionariedade. De outro modo, a condição de invertibilidade observada para o MA(1) – $|\theta| < 1$ – é também necessária para garantir que o modelo ARMA(1,1) possa ser expresso como um AR(∞).

A especificação genérica de um modelo ARMA admite uma componente auto-regressiva de ordem p e uma componente de médias móveis de ordem q : ARMA(p,q). Sua equação é dada pela seguinte fórmula:

$$y_t = \sum_{i=1}^{i=p} \phi_i y_{t-i} - \sum_{j=1}^{j=q} \theta_j \sigma_{t-j} + \varepsilon_t \quad (\text{AA.40})$$

usando o operador de defasagem B , resulta:

$$\begin{aligned} (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) y_t &= (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) \varepsilon_t \\ \phi(B) y_t &= \theta(B) \varepsilon_t \end{aligned} \quad (\text{AA.41})$$

Como a “memória” do componente de médias móveis dura apenas q períodos, ou seja y_t é influenciado pelos choques aleatórios ocorridos apenas nos q instantes de tempo imediatamente anteriores, as autocovariâncias de ordem superior a q exibem características de um processo puramente auto-regressivo, Fava (2000). As condições de estacionariedade e de invertibilidade de um modelo ARMA (p, q) requerem, respectivamente, que todas as p raízes de $\phi(B) = 0$ e todas as q raízes de $\theta(B) = 0$ caiam fora do círculo unitário.

Modelos auto-regressivos integrados de médias móveis (ARIMA)

O modelo aplicado a séries não estacionárias homogêneas pode ser genericamente formulado como se segue: se y_t tornar-se estacionária após a aplicação de d diferenças e a série resultante for representada por um modelo ARMA (p, q) , diz-se que y_t é descrita por um modelo ARIMA (p, d, q) representado por:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (\text{AA.42})$$

em que $y_t = {}^d y_t$.

Alternativamente, utilizando o operador de defasagem, tem-se:

$$(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) y_t = y_{t-p} (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) \varepsilon_t$$

$$y_t = (1 - B)^d y_t \quad (\text{AA.43})$$

ou

$$y_t = (1 - B)^d \phi(B) y_t = \theta(B) \varepsilon_t \quad (\text{AA.44})$$

Nesse caso, $(1 - B)^d \theta(B) = 0$ apresenta d raízes sobre o círculo unitário (d raízes unitárias) e p raízes fora do círculo unitário.

Etapas da metodologia de Box-Jenkins

São necessários quatro passos à aplicação da metodologia Box-Jenkins a uma série econômica, a saber:

- (a) Identificação, que consiste em descobrir qual, entre as versões do modelo ARIMA, descreve o comportamento da série;
- (b) Estimação, que consiste em estimar os parâmetros do modelo identificado: os parâmetros ϕ se houver um componente auto-regressivo, os parâmetros θ se houver o filtro de médias móveis e a variância do ruído branco σ_ϵ^2 ;
- (c) Verificação, que consiste em avaliar se o processo de estimação foi bem sucedido. Se a conclusão for negativa, repete-se o procedimento desde a etapa de identificação com o objetivo de encontrar uma especificação de modelo mais adequada; e
- (d) Previsão, que se constitui no objetivo primordial do enfoque de Box-Jenkins. Essas etapas são descritas com maior detalhes a seguir.

Caso o modelo não seja adequado, o ciclo iterativo é repetido, retornando-se a alínea (a). O procedimento de análise que muitas vezes é utilizado serve para identificar não só um único modelo, mas alguns modelos que serão então estimados e verificados. Se o propósito é previsão então a escolha do modelo será feita por aquele que melhor resposta forneça, ou seja, aquele que apresentar o menor erro quadrático médio da previsão, ou critério de Akaike, entre outros.

Identificação

O processo de identificação consiste em determinar qual a estrutura do processo gerador da série. Para isso se faz necessário conhecer o comportamento da função de autocorrelação (FAC) e da função de autocorrelação parcial (FACP).

O coeficiente de autocorrelação ou correlação serial de ordem k , ou seja, a autocorrelação entre y_t e y_{t-k} é dado por:

$$\rho_k = \frac{\text{Cov}(y_t, y_{t-k})}{V(y_t)} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (\text{AA.45})$$

A seqüência de pares (k, ρ_k) , $k = 1, 2, \dots$, é denominada função de autocorrelação. Valores negativos de k não são considerados explicitamente, pois $\rho_k = \rho_{-k}$.

O coeficiente de autocorrelação ρ_k envolve parâmetros geralmente desconhecidos. Na prática, é necessário trabalhar com o coeficiente de autocorrelação “amostral” ρ_k , expresso por:

$$\rho_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2} \quad (\text{AA.46})$$

em que n é o número de observações da série y_t .

A FAC amostral é constituída pelos pares (k, ρ_k) , $k = 1, 2, \dots$

Uma vez conhecida a distribuição de ρ_k , pode-se construir os intervalos de confiança e realizar os testes de hipótese usuais para verificar se cada coeficiente de autocorrelação ρ_i , $i = 1, 2, \dots$, é nulo.

O coeficiente de autocorrelação parcial de ordem k , usualmente representado por ϕ_{kk} , mede a correlação entre y_t e y_{t-k} depois que a influência de entre $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-k+1}$ sobre y_t foi descontada (mantida fixa, controlada).

O coeficiente ϕ_{ij} , $j = 1, 2, \dots$, é dado pelo último coeficiente, β_{ij} , de cada uma das auto-regressões a seguir:

$$y_t = \beta_{11} y_{t-1}$$

$$y_t = \beta_{11} y_{t-1} + \beta_{22} y_{t-2} + \varepsilon_t \rightarrow \phi_{22} = \beta_{22} \rightarrow \phi_{11} = \beta_{11}$$

$$y_t = \beta_{k1} y_{t-1} + \beta_{k2} y_{t-2} + \dots + \beta_{kk} y_{t-k} + \varepsilon_t \rightarrow \phi_{kk} = \beta_{kk} \quad (\text{AA.47})$$

A seqüência de pares (j, ϕ_{jj}) constitui a função de autocorrelação parcial.

As duas funções estudadas anteriormente são importantes no processo de identificação dos modelos ARIMA. Como os modelos AR, MA, ARMA se aplicam somente a séries originalmente estacionárias ou estacionarizadas, a identificação começa pela determinação da ordem de integração da série: se $d = 0$, a série é estacionária e passa-se para a identificação dos filtros AR e MA. Caso contrário, aplicam-se quantas diferenças forem necessárias para torná-la estacionária e trabalha-se com a série resultante para a identificação das componentes AR e MA.

O próximo passo consiste em determinar se a série estacionária, original ou transformada, é gerada por um processo auto-regressivo ($p > 0$), de médias móveis ($q > 0$) ou misto ($p > 0$ e $q > 0$). Precisa-se também determinar os valores das ordens dos componentes utilizados. As características da FAC e da FACP em cada caso é que indica qual o possível processo gerador da série.

Modelo auto-regressivo

O coeficiente de autocorrelação do AR(1) é dado por:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \phi_k, \quad k = 1, 2, \dots \quad (\text{AA.48})$$

Sabe-se que $|\phi| < 1$ e, portanto, a FAC desse modelo declina exponencialmente à medida que k aumenta.

Quanto a FACP, tem-se o seguinte:

$$\begin{aligned} \phi_{11} &\neq 0 \\ \phi_{kk} &= 0, \quad k = 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (\text{AA.49})$$

Portanto, a FACP é truncada em $k = 1 = p$, pois essa função resulta da estimação de sucessivas auto-regressões. Como o AR(1) só tem y_{t-1} como variável explicativa⁵⁴, só o coeficiente associado a esta será diferente de zero.

⁵⁴ Variável explicativa ou variável independente.

Para um modelo auto-regressivo genérico $AR(p)$, ρ_k é expresso por:

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p}, k = 1, 2, \dots \quad (AA.50)$$

O comportamento da FAC continua declinando⁵⁵ à medida que k aumenta.

Por outro lado, a FACP é truncada em $k = p$:

$$\phi_{kk} \neq 0, k = 1, 2, \dots, p$$

$$\phi_{kk} = 0, k = p + 1, p + 2, \dots \quad (AA.51)$$

Modelo de médias móveis

O comportamento da FAC de um MA(1) é semelhante de um modelo AR(1): ela é truncada em $k = 1 = q$. Para definir a característica da FACP, é necessário transformar o MA(1) em um modelo auto-regressivo, onde esse modelo tem ordem infinita como dado pela equação (AA.30). Como a condição de invertibilidade estabelece que $|\theta| < 1$, a FACP do MA(1) decresce exponencialmente.

A generalização MA(q) das características das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial para um processo de médias móveis de ordem q é:

a) a FAC é truncada em $k = q$

$$\rho_k \neq 0, k = 1, 2, \dots, q$$

$$\rho_k = 0, k = q + 1, q + 2, \dots \quad (AA.52)$$

b) a FACP decresce à medida que k aumenta mas o decrescimento não segue nenhum padrão fixo, depende dos parâmetros e da ordem o modelo.

⁵⁵ Decrescimentos exponenciais e/ou ondas senoidais amortecidas.

Estimação

Determinados os componentes p e q , passa-se para a estimação dos p parâmetros ϕ , dos q parâmetros θ e da variância σ_ε^2 do modelo:⁵⁶

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (\text{AA.53})$$

em que $y_t = \nabla^d y_t = (1 - B)^d y_t$.

O processo de estimação é muito trabalhoso, entretanto, existem pacotes econométricos para microcomputadores que estimam modelos ARMA. Experimentos de Monte Carlo realizados indicam que o método de máxima verossimilhança é superior ao método de mínimos quadrados quando o tamanho da série é pequeno e, sobretudo, quando os valores dos parâmetros se aproximam dos limites da condição de invertibilidade.

A estimação por mínimos quadrados requer a minimização de:

$$S(\hat{\phi}_1, \dots, \hat{\phi}_p, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_q) = \sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t^2 \quad (\text{AA.54})$$

no qual $\hat{\varepsilon}_t = \theta^{-1}(B)\phi(B)w_t$. $S(\hat{\phi}, \hat{\theta})$ depende de valores passados de w_t e de ε_t , ou seja, valores anteriores ao período amostrado.

Para estimação por máxima verossimilhança, é necessário admitir inicialmente que os ruídos brancos ε_t têm distribuição Normal. Como consequência, w_t também terá distribuição Normal e a distribuição conjunta de $w = (w_1, \dots, w_n)$ é:

$$w \sim N(0; \sigma_\varepsilon^2 \Omega) \quad (\text{AA.55})$$

A função de verossimilhança a ser maximizada pode então ser definida por:

$$L(\phi, \theta, \sigma_\varepsilon^2 | w) = [2\pi\sigma_\varepsilon^2]^{-\frac{n}{2}} |\Omega|^{-\frac{n}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2} w' \Omega^{-1} w | \sigma_\varepsilon^2\right] \quad (\text{AA.56})$$

⁵⁶ A inclusão de uma constante no modelo não acarreta nenhuma implicação ao processo de estimação.

A maximização de L é complexa, dada à presença da matriz Ω . A solução é obtida numericamente, segundo (Granger e Newbold (1986)), que foram citados por Vasconcellos e Alves (2000).

Verificação

Essa etapa preocupa-se em verificar quanto a eficácia do modelo identificado para fazer previsão. Em caso desfavorável, outra especificação deverá ser escolhida para modelar a série, o que implica refazer as etapas de identificação e estimação.

Duas são as formas de verificação mais conhecidas: análise dos resíduos e avaliação da ordem do modelo. Na análise dos resíduos, os resíduos do modelo estimado, $\hat{\varepsilon}_t$, são estimativas dos ruído branco, ε_t . Eles devem se comportar como um ruído branco para que o modelo esteja adequadamente especificado. Seus coeficientes de autocorrelação devem ser estatisticamente nulos. A verificação se dá através de testes para os coeficientes de autocorrelação $\rho_k(\varepsilon_t)$, tal como na etapa de identificação. Assim,

$$\rho_k(\hat{\varepsilon}) = \frac{\sum_{t=k+1}^n \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_{t-k}}{\sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t^2} \quad (\text{AA.57})$$

Eles se distribuem aproximadamente como uma Normal de média nula e variância $1/n$, para valores moderados ou grandes de k , pode-se realizar testes de hipóteses e obter intervalos de confiança para avaliar a significância de cada $\rho_k(\varepsilon_t)$.

Quanto à avaliação da ordem do modelo, o modelo não deve conter parâmetros em excesso, critério de parcimônia. A verificação de parâmetros redundantes é feita com base no erro-padrão dos coeficientes $\hat{\phi}$ e $\hat{\theta}$ e na correlação entre eles. Se o valor de um coeficiente estimado for pequeno em relação a seu erro-padrão, indicando sua não significância estatística, é provável que haja superespecificação. Se for de maior ordem deve suprimi-lo, estimando, assim, um modelo de menor ordem. Se não for o de menor ordem, convém analisar a sua correlação com do demais coeficientes do modelo: alta correlação entre ele e outro coeficiente indica que um dos dois pode ser redundante.

Para verificar se está havendo subespecificação, deve-se introduzir parâmetros adicionais e analisar sua significância estatística. A cada nova estimação do modelo, apenas um parâmetro deve ser introduzido. A constatação do melhor modelo, quando for o caso, pode ser feita pela utilização do menor valor da estimativa da variância $\hat{\sigma}_e^2$.

Previsão

Depois de haver selecionado entre os modelos estimados aquele que se mostrar o mais adequado, chega-se à última etapa da metodologia de Box-Jenkins, que consiste na realização das previsões para a série temporal y_t em instantes de tempo posteriores a n . A previsão pode ser feita por duas maneiras: por intervalo⁵⁷, e deve-se conhecer também a distribuição do erro de previsão e pontual, e deve-se definir o previsor ótimo da série. O previsor ótimo “ l períodos à frente”, representado por $\hat{y}_n(l)$ é aquele que minimiza o erro quadrático médio de previsão⁵⁸:

$$E\left[y_{n+l} - \hat{y}_n(l)\right]^2 = E\left[e_n^2(l)\right] \quad (\text{AA.58})$$

em que $e_n(l)$ é o erro de previsão l instantes à frente de n . Desta forma $\hat{y}_n(l)$ é dado pela esperança condicional de y_{n+l} :

$$\hat{y}_n(l) = E\left[y_{n+l} / y_n, y_{n-1}, \dots, y_1\right] \quad (\text{AA.59})$$

A atualização da previsão se faz necessário dado que a metodologia Box-Jenkins não garante bons resultados para valores previstos em longo prazo.

⁵⁷ Ver Vasconcellos e Alves (2000).

⁵⁸ O erro quadrático médio de um estimador $\hat{\beta}$ é dado por: $\text{EQM}(\hat{\beta}) = E[\hat{\beta} - \beta]^2 = V(\hat{\beta}) + [\text{viés}(\hat{\beta})]^2$.

Finalmente, pode acontecer que as correlações existentes entre datas de anos diferentes sejam maiores do que a correlação entre datas consecutivas do mesmo período. Nesses casos, é comum utilizar os modelos SARIMA, ou seja, modelos ARIMA sazonais.⁵⁹

⁵⁹ Ver Vasconcellos e Alves (2000).

APÊNDICE B

MODELOS ARIMA

Estimação do modelo ARIMA para o boi magro

A estimação do modelo ARIMA para o preço do boi magro é dada segundo a análise das funções de autocorrelação amostral e parcial, conforme mostrada nas Figuras B.1 e B.2.

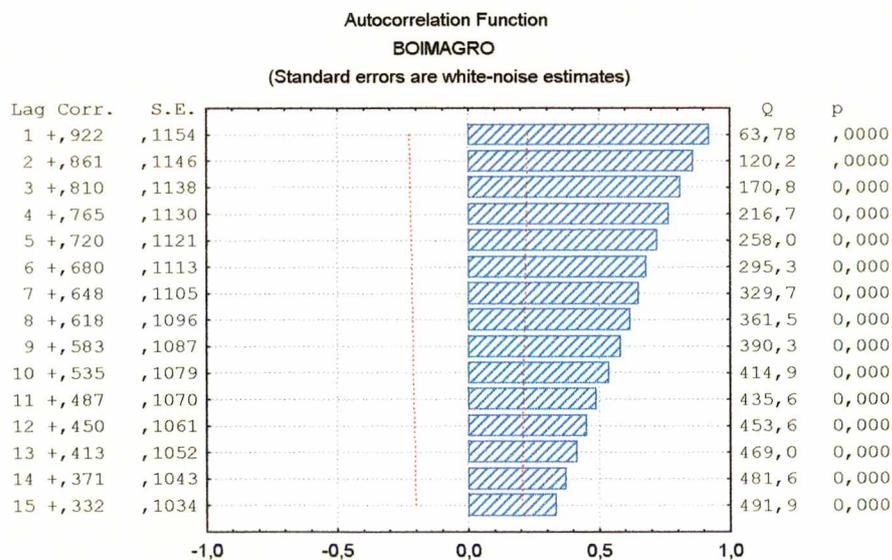


Figura B.1 Função de autocorrelação amostral (BoiMagro).

É possível verificar graficamente pela Figura B.1, que o modelo a ser estimado parece seguir o comportamento de um processo de média móvel de primeira ordem.

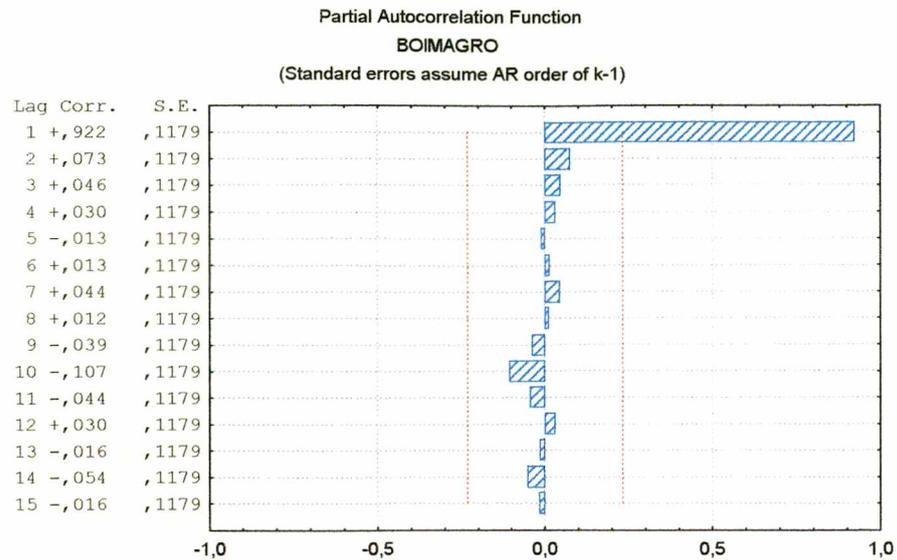


Figura B.2 Função de autocorrelação parcial (BoiMagro).

Assim, com a utilização do *software Statistica*, a estimação do parâmetro é dada por:

Input: BOIMAGRO (boimagro.sta)
 Transformations: D(1)
 Model:(0,1,1) MS Residual = 239,74

	Param.	Asympt. Std.Err.	Asympt. t(69)	p	Lower 95% Conf	Upper 95% Conf
Constant	2,908944	1,204579	2,414904	0,018394	0,505874	5,312014
q(1)	0,353695	0,112575	3,141849	0,0024735	0,129113	0,578276

A forma funcional é:

$$\nabla \hat{Y}_t = 2,908944 - 0,353695 \nabla Y_{t-1} \quad (\text{AB.1})$$

(2,414904) (3,141849)

nos quais os valores entre parêntesis na equação estimada dizem respeito ao teste t-Student.

O parâmetro autoregressivo foi significativo ao nível de 1,8% com 69 graus de liberdade, enquanto que a constante estimada com o mesmo grau de liberdade foi significativa ao nível de 0,3%, sendo considerados aceitáveis estatisticamente. A performance do modelo estimada foi considerada adequada, uma vez que o quadrado médio dos resíduos (MSR) apresentou um valor de 239,74, sendo superior a estimativa de média móvel com uma defasagem que apresentou um valor de 243,74.

Estimação do modelo ARIMA para a ração do tipo 1

A estimação do modelo ARIMA para o custo da ração de tipo 1 é dada segundo a análise das funções de autocorrelação amostral e parcial. Graficamente, o modelo a ser estimado parece seguir o comportamento de um processo de primeira ordem.

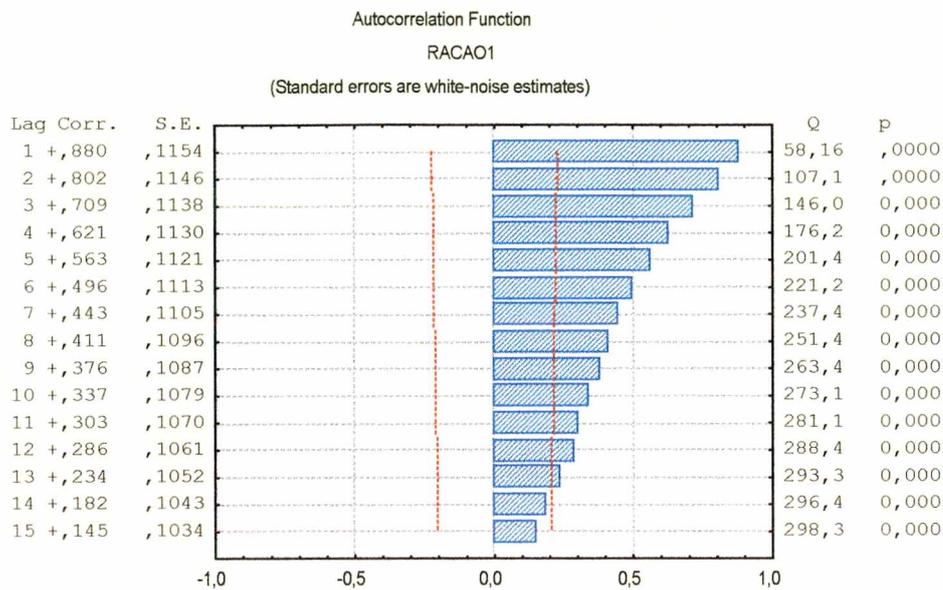


Figura B.3 Função de autocorrelação amostral (Ração1).

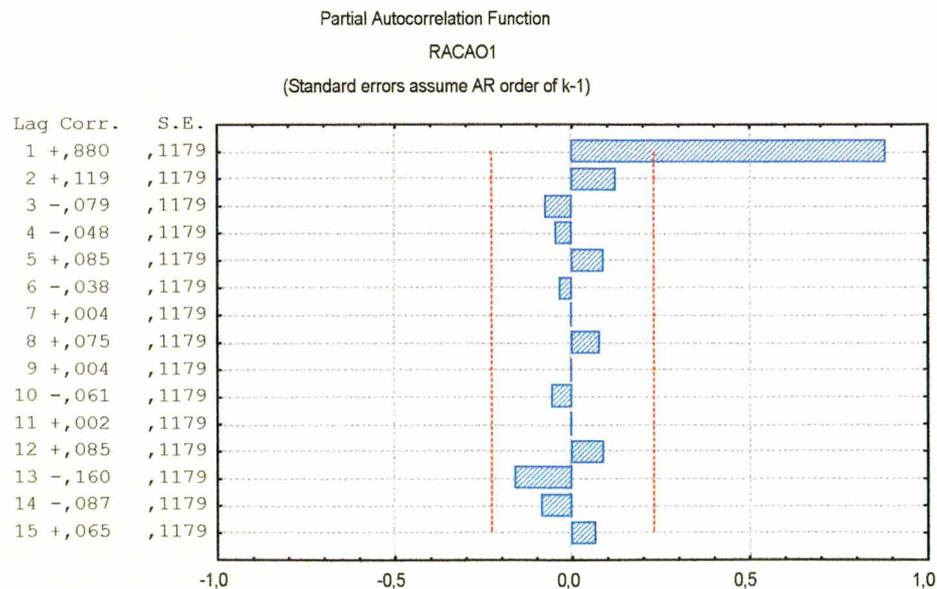


Figura B.4 Função de autocorrelação parcial (Ração1).

Assim, a estimação do parâmetro é dada por:

Input: RACAO1 (raca0.sta)

Transformations: D(1)

Model:(1,1,1) MS Residual = 1,2982

	Param.	Asympt. Std.Err.	Asympt. t(69)	p	Lower 95% Conf	Upper 95% Conf
p(1)	0,660658	0,489274	1,350282	0,181338	-0,31542	1,636734
q(1)	0,751594	0,428799	1,752789	0,084080	-0,10384	1,607025

A forma funcional é:

$$\nabla \hat{Y}_t = 0,660658 \nabla Y_{t-1} + 0,751594 \nabla \varepsilon_{t-1} \quad (\text{AB.2})$$

(1,350282) (1,752789)

nos quais os valores entre parêntesis na equação estimada dizem respeito ao teste t-Student.

O modelo estimado para esse parâmetro foi do tipo ARIMA (1,1,1). Verificou-se através do teste t-Student que o parâmetro de MA é significativo ao nível de Significância de 10%. Contudo, o parâmetro autoregressivo apresentou um t-Student igual a 1,35 com nível de significância acima de 10%. Mesmo assim, optou-se pela sua manutenção no modelo econométrico dado que tal coeficiente torna as estimativas mais confiáveis estatisticamente, dando maior estabilidade ao modelo como um todo. Se tal coeficiente for retirado do modelo, as previsões ficam com menor precisão.

As razões dos tipos 2, 3 e 4 tiveram resultados próximos ao visto razão do tipo 1.

Estimação do modelo ARIMA para o índice de preços por atacado (IPA)

Modelos de função de transferência e de análise de intervenção

Os modelos vistos até aqui consideram apenas uma série de tempo e por isso a denominação de modelos “univariados”. A metodologia de Box-Jenkins permite, contudo, que outras séries sejam incluídas no modelo, à semelhança dos modelos de regressão linear. Quando as séries incluídas são variáveis quantitativas tradicionais, tem-se o modelo de função de transferência. Quando são variáveis binárias, destinadas a captar o efeito de eventos não mensuráveis, o modelo resultante é chamado de análise de intervenção.

Uma série x_t incluída como “variável explicativa” no modelo de y_t é também gerada por um processo estocástico. Portanto, ela não é exógena no sentido estabelecido no contexto do modelo linear geral.

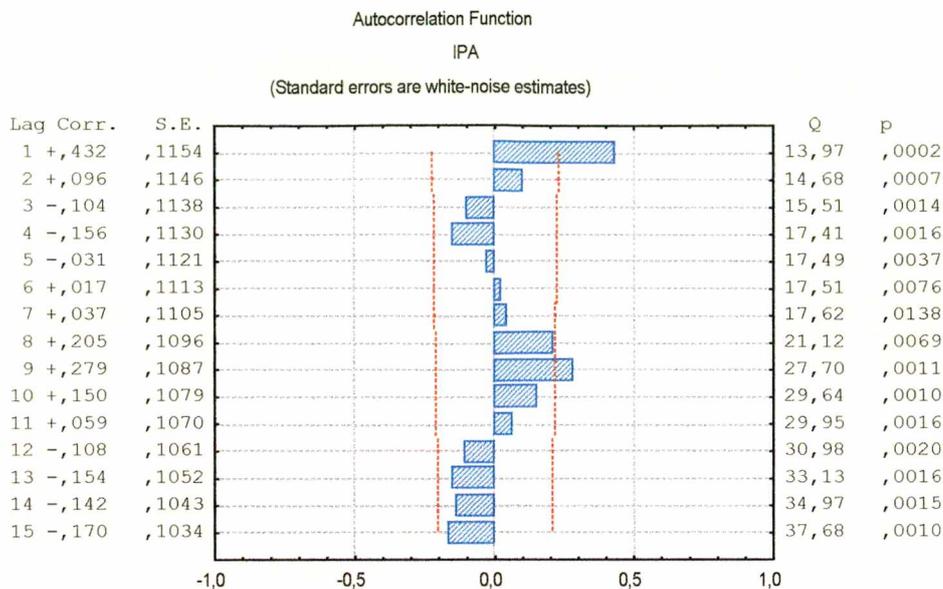


Figura B.5 Função de autocorrelação amostral (IPA).

A hipótese que se faz aqui é que valores passados de y_t não exercem nenhuma influência sobre x_t . Considerando que y_t e x_t sejam duas séries estacionárias. A influência de x_t sobre y_t ocorre de forma linear e dinâmica.

A estimação do modelo ARIMA para o índice de preço por atacado (IPA) é dada segundo a análise das funções de autocorrelação amostral e parcial.

No entanto, embora a literatura científica indique que a forma para tratar séries com componentes sazonais seja mais apropriada, pode-se verificar que o desvio médio residual do modelo ARIMA (3,1,0) foi de 1,4065, ao passo que para a segunda modelagem o valor foi de 2,8785.

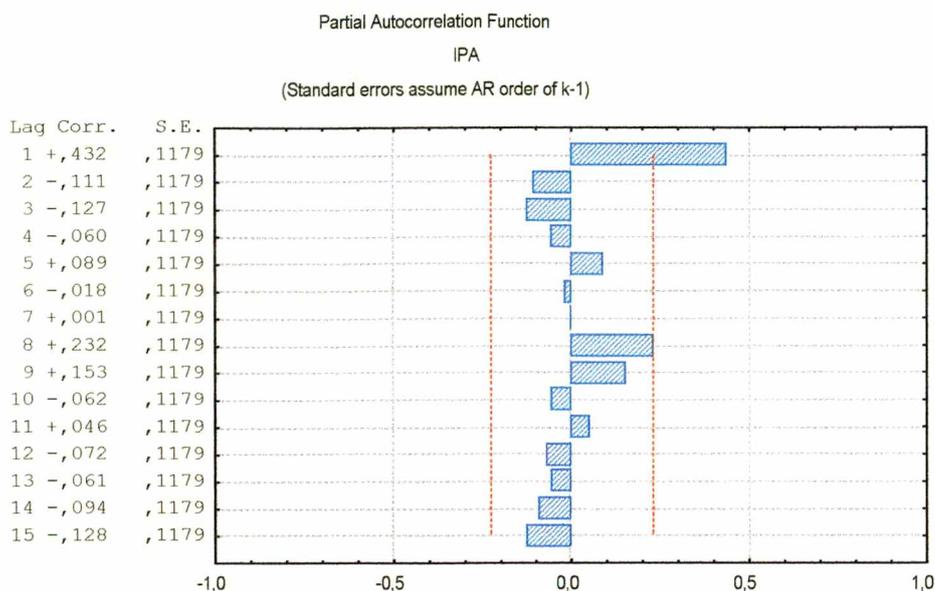


Figura B.6 Função de autocorrelação parcial (IPA).

Input: IPA (series~1.sta)

Transformations: D(1)

Model:(3,1,0) MS Residual = 1,4065

	Param.	Asympt. Std.Err.	Asympt. t(68)	p	Lower 95% Conf	Upper 95% Conf
p(1)	-0,27362	0,119696	-2,285923	0,0253804	-0,51247	-0,034766
p(2)	-0,21781	0,121337	-1,795125	0,07707746	-0,45994	0,024309
p(3)	-0,20716	0,119956	-1,727008	0,08870645	-0,44653	0,032203

A forma funcional é:

$$\nabla \hat{Y}_t = -0,27362 \nabla Y_{t-1} - 0,21781 \nabla Y_{t-2} - 0,20716 \nabla Y_{t-3} \quad (\text{AB.3})$$

(-2,285923) (-1,795125) (-1,727008)

Ao passo que o modelo ARIMA (1,2,2), com uma intervenção, resultou em:

Input: IPA (series~1.sta)

Transformations: 2*D(2) (Interrupted ARIMA)

Model:(1,2,2) MS Residual = 2,8785

	Param.	Asympt. Std.Err.	Asympt. t(64)	p	Lower 95% Conf	Upper 95% Conf	Interv. Case No.	Interv. Type
p(1)	0,223443	0,11919	1,874673	0,065402	-0,014667	0,461552		
q(1)	-0,235901	5,49E-12	-4,3E+10	0,000000	-0,235901	-0,235901		
q(2)	0,764098	1,78E-11	4,29E+10	0,000000	0,764098	0,764098		
Omega(1)	0,030479	1,288276	0,023659	0,981199	-2,543149	2,604106	41	Abr/Perm

Desta forma, o modelo utilizado para fazer as devidas previsões do IPA foi o descrito pela equação (AB.3).