

LEANDRO CÉSAR XAVIER DE CARVALHO

**PLANEJAMENTO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS:
UMA ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE AS
REPRESENTAÇÕES A USINAS INDIVIDUALIZADAS E A
RESERVATÓRIOS EQUIVALENTES DE ENERGIA**

**Florianópolis
2002**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA

**PLANEJAMENTO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS:
UMA ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE AS
REPRESENTAÇÕES A USINAS INDIVIDUALIZADAS E A
RESERVATÓRIOS EQUIVALENTES DE ENERGIA**

“Dissertação submetida à Universidade Federal de
Santa Catarina como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica”

LEANDRO CÉSAR XAVIER DE CARVALHO

Florianópolis, Maio de 2002

*Todas as coisas estão ao alcance de quem
realmente crê.*

São Marcos

AGRADECIMENTOS

O êxito de conclusão do presente trabalho só foi alcançado devido a contribuição de diversas pessoas e entidades que de alguma forma estimularam o fomento à pesquisa e contribuíram para minha formação, tanto pessoal quanto profissional e ainda forneceram apoio técnico e financeiro.

Gostaria de agradecer especialmente ao meu orientador Edson Luiz da Silva pelo incentivo constante, pela transmissão de conhecimentos, sugestões realizadas no trabalho, confiança demonstrada e amizade adquirida.

Ao Labplan que forneceu todo o suporte para desenvolvimento do trabalho.

À CAPES pelo financiamento deste trabalho.

Ao Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL) e a Maria Elvira Piñero Maceira pelo fornecimento de informações necessárias neste trabalho.

Ao professor Ildemar e demais professores do Labplan que contribuíram com a minha formação acadêmica.

Aos membros da banca pela valiosa contribuição na dissertação.

Aos demais mestres que tive contato durante todos os anos de estudo.

Aos amigos do Labplan: Adriano, Agostini, Ana, Daniel, Ederson, Erlon, Fernando, João, Keller, Piara e também ao Joni pelo auxílio nos trabalhos e momentos de descontração usufruídos.

Ao Erlon pelas discussões e esclarecimentos teóricos que foram fundamentais para realização desta dissertação.

Aos demais amigos que contribuíram de alguma forma para sucesso deste trabalho.

Aos meus pais e à minha irmã que sempre me apoiaram e tornaram isto possível.

À Deus.

Muito Obrigado.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica

**PLANEJAMENTO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS:
UMA ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE AS REPRESENTAÇÕES A
USINAS INDIVIDUALIZADAS E A RESERVATÓRIOS EQUIVALENTES
DE ENERGIA**

Leandro César Xavier de Carvalho

Maio/2002

Orientador: Prof. Edson Luiz da Silva, D. Eng.

Área de Concentração: Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica.

Palavras chaves: Sistemas Hidrotérmicos, Reservatório Equivalente, Otimização Estocástica.

Número de Páginas: 90 (noventa).

O processo de reestruturação do setor de energia elétrica tem evoluído na direção do estabelecimento de uma estrutura de mercado, tendo como principal objetivo instigar a competição entre os diversos agentes. Nesse contexto, torna-se imprescindível o desenvolvimento de mecanismos que promovam o uso eficiente dos recursos disponíveis e forneçam uma sinalização econômica adequada. Na operação dos sistemas hidrotérmicos há necessidade de estudos que permitam avaliar e decidir sobre o uso ótimo da água, portanto a atividade do planejamento da operação tem fundamental importância. As complexidades inerentes a essa atividade requerem a divisão do planejamento em etapas, com diferentes horizontes de análise. O presente trabalho tem como foco a etapa de planejamento de médio prazo e propõem-se a avaliar duas vertentes de modelagem: (i) a representação a usinas individualizadas, (ii) a representação a reservatórios equivalentes de energia. Para tanto, as abordagens são implementadas e analisadas com base nos resultados obtidos. A partir dos resultados pode-se concluir que, dependendo das características do sistema, diferenças significativas de resultados podem ocorrer, sobretudo no tocante aos custos marginais de operação do sistema.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master Electrical Engineering.

**PLANNING HYDROTHERMAL SYSTEM:
A COMPARATIVE EVALUATION BETWEEN REPRESENTATIONS
INDIVIDUAL REPRESENTATION OF HYDRO PLANTS AND
COMPOSITE REPRESENTATION HYDROELECTRY SYSTEM**

Leandro César Xavier de Carvalho

May/2002

Advisor: Prof. Edson Luiz da Silva, D. Eng.

Area of Concentration: Planning in Electrical Energy Systems.

Keywords: Hydrothermal System, Composite Representation Hydroelectry System,
Stochastic Optimization.

Number of Pages: 90 (ninety).

The restructuring process of the electricity industry has been developed towards the establishment of a market structure, whose main objective is to promote competition between the different agents. For this context, the development of mechanisms that encourage the efficient use of available resources and provide correct economical signals becomes essential. In the operation of hydrothermal systems, studies for assessment and decision about optimal use of water are needed. Therefore, the activity of system operation planning has a decisive importance. The inherent complexity of this activity requires the division of the problem into stages, with different analysis horizons. This work focuses on the stage of medium term planning and proposes the study of two modeling approaches: (i) individualized plant representation, (ii) energy equivalent reservoir representation. In order to do so, the approaches are implemented and examined according to the results obtained. These results allow to conclude that, according to the system conditions, considerable differences in the results can be obtained, mainly regarding the system operation marginal costs.

SUMÁRIO

SUMÁRIO	VIII
LISTA DE FIGURAS.....	X
LISTA DE TABELAS.....	XII
CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO	1
1.1 MOTIVAÇÃO	1
1.2 OBJETIVOS	2
1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	3
CAPÍTULO 2. PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS HDROTÉRMICOS	4
2.1 INTRODUÇÃO	4
2.2 ETAPAS DO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO	7
2.2.1 Planejamento de Médio Prazo.....	7
2.2.2 Planejamento de Curto Prazo.....	8
2.2.3 Programação Diária da Operação	8
2.2.4 Pré-Despacho	9
2.2.5 Inter-Relação entre as Etapas do Planejamento da Operação	9
2.3 A RELEVÂNCIA DO PLANEJAMENTO PARA O MERCADO DE ENERGIA.....	10
2.4 NECESSIDADE DA REPRESENTAÇÃO DA TRANSMISSÃO.....	12
2.5 PREVISÃO DE VAZÃO	14
2.5.1 Séries Temporais	14
2.5.2 Modelo Auto-Regressivo Periódico.....	15
2.6 CONCLUSÕES	15
CAPÍTULO 3. MODELAGEM DO PROBLEMA DE MÉDIO PRAZO	17
3.1 INTRODUÇÃO	17
3.2 CARACTERÍSTICAS DAS USINAS	17
3.3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE MÉDIO PRAZO CONSIDERANDO O MODELO DE USINAS INDIVIDUALIZADAS	22
3.4 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE MÉDIO PRAZO CONSIDERANDO A REPRESENTAÇÃO DE USINAS POR RESERVATÓRIOS EQUIVALENTES	25
3.4.1 Energia Armazenada Máxima.....	26
3.4.2 Energia Afluente Controlável.....	27
3.4.3 Energia Afluente a Fio d'Água	27
3.4.4 Energia de Vazão Mínima.....	28
3.4.5 Energia Evaporada	28
3.4.6 Representação do Problema de Otimização Energética	29
3.5 A PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA (PDE) APLICADA AO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE MÉDIO PRAZO	30
3.6 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA DUAL APLICADA (PDED) AO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE MÉDIO PRAZO	32
3.7 CONCLUSÕES	32
CAPÍTULO 4. APLICAÇÃO DA PDED NO PLANEJAMENTO DE MÉDIO PRAZO	34

4.1	INTRODUÇÃO	34
4.2	DESCRIÇÃO SUCINTA DO SISTEMA A VALIADO	34
4.3	PREMISSAS UTILIZADAS	35
4.4	SÉRIES DE VAZÕES AFLUENTES UTILIZADAS	37
4.4.1	<i>Vazões Incrementais Afluentes Aplicadas ao Modelo a UI</i>	<i>37</i>
4.4.2	<i>Energia Natural Afluente Aplicada na Representação a REQ</i>	<i>38</i>
4.5	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO ENERGÉTICA PARA AS METODOLOGIAS AVALIADAS	39
4.5.1	<i>Avaliação de Desempenho Computacional e Critério de Convergência</i>	<i>40</i>
4.5.2	<i>Determinação do Custo de Operação</i>	<i>43</i>
4.5.3	<i>Determinação das Gerações Hidrelétricas e Termelétricas</i>	<i>44</i>
4.5.4	<i>Análise da Energia Vertida.....</i>	<i>48</i>
4.5.5	<i>Análise da Energia Armazenada.....</i>	<i>49</i>
4.5.6	<i>Avaliação do Deplecionamento dos Reservatórios considerando a Representação a UI.....</i>	<i>52</i>
4.5.7	<i>Comparação das Energias Armazenadas em relação aos Custos Marginais de Operação</i>	<i>53</i>
4.5.8	<i>Avaliação dos Intercâmbios entre Sistemas</i>	<i>58</i>
4.6	CONCLUSÕES	60
	CAPÍTULO 5. CONCLUSÕES	62
	APÊNDICE A. CONFIGURAÇÃO DO SISTEMA EXEMPLO	66
A.1	CONFIGURAÇÃO E DESCRIÇÃO DO SISTEMA ESTUDADO	66
	APÊNDICE B. DESENVOLVIMENTO DA PDED	70
B.1	INTRODUÇÃO	70
B.2	PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL DETERMINÍSTICA (PDDD)	70
B.3	PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA (PDDE).....	76
B.4	CONVERGÊNCIA DO ALGORITMO DE PDED	76
	APÊNDICE C. CONSTRUÇÃO DA FUNÇÃO DE CUSTO FUTURO	80
C.1	INTRODUÇÃO	80
C.2	RESOLUÇÃO DO PROBLEMA UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO DINÂMICA	80
C.3	RESOLUÇÃO DO PROBLEMA POR MEIO DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL	84
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	88

Lista de Figuras

Figura 2.1 - Funções de Custo Imediato x Armazenamento.	6
Figura 2.2 - Representação das Etapas do Planejamento Energético.	10
Figura 2.3 - CMO do Subsistema Sul-Sudeste brasileiro em US/MWh.	11
Figura 2.4 - Energia Natural Afluente Controlável.	12
Figura 2.5 - Principais Bacias e Interligações Energéticas.	13
Figura 4.1 - Configuração do Sistema e os Limites de Intercâmbio Existentes.	36
Figura 4.2 - Média das Vazões Incrementais.	37
Figura 4.3 - Média das Vazões Incrementais.	38
Figura 4.4 - Energias Naturais Afluentes aos Subsistemas.	39
Figura 4.5 - Processo de Convergência da PDED para REQ.	41
Figura 4.6 - Processo de Convergência da PDED para UI.	42
Figura 4.7 - Custo de Operação Referente a cada Estágio.	44
Figura 4.8 - Geração Hidrelétrica Esperada.	45
Figura 4.9 - Geração Hidrelétrica Média para todo o Horizonte de Planejamento.	45
Figura 4.10 - Geração Termelétrica Média para o Horizonte de Planejamento.	46
Figura 4.11 - Energia Esperada Não Suprida Média Anual Histórica.	46
Figura 4.12 - Geração Termelétrica Esperada Mensal para REQ.	47
Figura 4.13 - Geração Térmica Esperada Mensal para UI.	48
Figura 4.14 - Energia Vertida Total Média Anual Histórica.	49
Figura 4.15 - Energia Armazenada no SE.	50
Figura 4.16 - Energia Armazenada no S.	50
Figura 4.17 - Energia Armazenada no NE.	51
Figura 4.18 - Energia Armazenada no N.	52
Figura 4.19 - Volume Armazenado nas Usinas do Sudeste.	53
Figura 4.20 - Energia Armazenada e CMO para o SE - REQ.	54
Figura 4.21 - Energia Armazenada e CMO para o SE - UI.	54
Figura 4.22 - Energia Armazenada e CMO para o S - REQ.	55
Figura 4.23 - Energia Armazenada e CMO para o S - UI.	55
Figura 4.24 - Energia Armazenada e CMO para o NE - REQ.	56
Figura 4.25 - Energia Armazenada e CMO para o NE - UI.	56
Figura 4.26 - Energia Armazenada e CMO para o N - REQ.	57
Figura 4.27 - Energia Armazenada e CMO para o N - UI.	57
Figura 4.28 - Intercâmbio entre os Subsistemas considerando a Representação a UI.	59
Figura 4.29 - Intercâmbio entre os Subsistemas considerando a Representação a REQ.	59
Figura 4.30 - Frequência dos Fluxos na Interligação S-SE, para a UI.	60

Figura 4.31 - Frequência dos Fluxos na Interligação S-SE, para a REQ.....	60
Figura A.1 - Configuração Hidrotérmica Utilizada.....	67
Figura B.1 - Cálculo da Função de Custo Futuro por Programação Dinâmica.....	72
Figura B.2 - Intervalo de Confiança do Custo de Operação Calculado.....	78
Figura C.1 - Custo Ótimo de Operação.....	83
Figura C.2 - Resultados da Primeira Iteração.....	85
Figura C.3 - Resultados da Segunda Iteração.....	86
Figura C.4 - Resultados da Terceira Iteração.....	86
Figura C.5 - Função de Custo Futuro obtida na Programação Dinâmica Dual.....	87

Lista de Tabelas

Tabela 4.1 - Principais Dados do Sistema Hidrotérmico.	35
Tabela 4.2 - Processo de Convergência da Representação a Reservatório Equivalente.	41
Tabela 4.3 - Processo de Convergência do Modelo a Usinas Individualizadas.	42
Tabela 4.4 - Risco de Déficit e Valor Esperado de Energia Não Suprida para UI.	44
Tabela A.1 - Principais Dados das Usinas Hidrelétricas.	68
Tabela A.2 - Dados das Usinas Termelétricas.	69
Tabela C.1 - Principais dados do Sistema Teste.	80
Tabela C.2 - Afluência e Demanda do Sistema Teste.	80

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

As últimas décadas têm sido caracterizadas pela globalização, o que tem motivado a implementação de mudanças em diversos segmentos da economia mundial. Em vários países ocorreram reformas diferenciadas no setor elétrico, motivadas por interesses distintos acopladas às especificidades nacionais [1].

Os processos de reestruturação são oriundos da oportunidade da comercialização da energia elétrica separadamente do seu transporte. No sistema elétrico brasileiro, o processo de reestruturação baseia-se na desverticalização, ou seja na separação dos segmentos de geração, transmissão, distribuição, surgindo então o segmento de comercialização de energia.

A reestruturação tem como objetivo incentivar a concorrência entre os diversos agentes de mercado, aumentar a eficiência da indústria e principalmente atrair capital privado, visando oferecer ao consumidor final um produto com menor preço [2].

As complexidades técnicas existentes no modelo, assim como o conflito de interesses e o grande número de participantes geram entraves à implementação da plena competição, desta forma é imprescindível a existência de entidades com atribuições de arbitragem e coordenação [3].

Ainda neste contexto é inequívoco que para harmonia do sistema faz-se necessário uma regulamentação rígida aliada à fiscalização transparente. Adicionalmente, o sistema deve ser controlado e operado por um agente neutro, assegurando transparência nas ações operativas e tratamento equânime dos participantes do *pool*, permitindo o livre acesso à rede e com isso incentivando a concorrência no mercado de energia elétrica.

Nesse ambiente de mercado é essencial a desagregação dos custos, espacialmente e temporalmente, para viabilizar uma formação de preços que reflita os custos reais coerente com o uso e sinalizem adequadamente o estado real do sistema [2].

Tendo em vista que o sistema elétrico brasileiro possui uma matriz energética predominantemente hidrelétrica, composta de usinas de diferentes proprietários situadas em uma mesma cascata [4], justifica a adoção de um modelo centralizado de despacho que por sua vez, requer uma atividade de planejamento da operação, que visa o uso eficiente da água.

A atividade do planejamento da operação envolve a realização de estudos complexos, sendo necessária a divisão do problema em uma cadeia de modelos com etapas distintas [5]. Dado que o objetivo principal é o custo mínimo operativo, em cada etapa é requisito básico a solução de um problema de otimização.

1.2 OBJETIVOS

Na conjuntura atual da indústria de energia elétrica incorporada a um ambiente de mercado competitivo é interesse dos diversos agentes o desenvolvimento de técnicas que representem as reais características do problema de planejamento da operação, de modo a viabilizar uma correta formação de preços.

Particularmente neste trabalho é dado ênfase ao problema de planejamento de médio prazo, o que requer a definição de um problema de otimização estocástica. Para modelar o problema são desenvolvidas duas técnicas de representação de usinas: a primeira considerando-as de forma individualizada, e a segunda agregando os reservatórios pertencentes a um mesmo subsistema, ou seja, representam-se as usinas por meio de reservatórios equivalentes de energia.

O objetivo fundamental deste trabalho é investigar as diferenças entre ambas as metodologias por meio de análises críticas dos resultados obtidos na solução do problema de planejamento de médio prazo. Para resolvê-lo, utiliza-se a Programação Dinâmica Estocástica Dual (PDED), que apresenta-se como uma ferramenta viável para este tipo de problema.

1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

No Capítulo 2 são apresentadas as principais características dos sistemas hidrotérmicos, bem como o tratamento do problema de planejamento da operação por meio de uma cadeia de modelos com diferentes horizontes de planejamento. Em seguida descreve-se a importância do planejamento da operação para o funcionamento adequado do mercado de energia elétrica, e a necessidade de representação do sistema de transmissão e do tratamento estatístico das seqüências de afluências consideradas no modelo.

No Capítulo 3 são mostradas as características das usinas hidrelétricas e a formulação do problema considerando a representação das usinas de forma individualizadas e também na forma de reservatórios equivalentes. Ainda neste capítulo apresenta-se a técnica da Programação Dinâmica usada para resolver o problema.

A solução do problema de planejamento é obtida com o auxílio da Programação Dinâmica Estocástica Dual, utilizando um sistema teste composto por usinas pertencentes ao Sistema Elétrico Brasileiro. No Capítulo 4 são realizadas análises comparativas dos resultados obtidos nas simulações realizadas considerando ambas as representações.

Por fim, no Capítulo 5 são apresentadas as conclusões gerais obtidas neste trabalho, assim como as propostas para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2. PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

2.1 INTRODUÇÃO

A operação dos sistemas hidrotérmicos é constituída de procedimentos que têm por objetivos definir políticas de operação para a utilização ótima dos recursos disponíveis. Estes recursos incluem as usinas hidrelétricas e termelétricas, e a rede de transmissão que interliga os geradores aos mercados consumidores de energia elétrica.

O custo de operação, em sistemas termelétricos, é calculado diretamente pelo custo de combustível das unidades programadas para o despacho. As eventuais limitações de recursos estão relacionadas a falhas nos equipamentos, geralmente de curta duração, que não se prolongam por mais de um mês. Desta forma o planejamento eletro-energético para um horizonte de algumas semanas é suficiente para a otimização dos recursos disponíveis em sistemas desta natureza.

Por outro lado, em um sistema com predominância de geração de origem hidrelétrica como no caso brasileiro, composto de diversas usinas com grandes reservatórios de regularização plurianual e submetidas a um regime de afluências aleatórias, há a necessidade de decidir a cada intervalo de tempo, o montante de complementação termelétrica, o intercâmbio com os sistemas vizinhos e a geração hidrelétrica, sem perder de vista que a decisão adotada para o presente causa impacto ao longo dos estágios futuros.

Isto faz com que o problema de gestão da energia armazenada nos reservatórios, seja complexo, à medida que há uma relação entre as decisões tomadas em um estágio qualquer e suas conseqüências futuras [5]. Para melhor entendimento do problema de planejamento energético, são apresentadas a seguir as principais características do sistemas hidrotérmicos:

- *Dependência espacial:* a operação de uma usina depende da sua posição ao longo da cascata de um rio, pois a mesma está sujeita à defluência da(s) usina(s) a montante;

- *Não-determinístico*: a impossibilidade de prever com exatidão a demanda futura e as afluições que irão ocorrer ao longo do horizonte de planejamento, faz com que o problema seja essencialmente estocástico;
- *Não-linearidades*: existem não-linearidades associadas à função de produção de energia das usinas hidrelétricas e ao custo de operação das usinas termelétricas;
- *Antagonismo de objetivos*: a máxima utilização de energia hidroelétrica disponível a cada etapa é, a priori, a política mais barata pois minimiza o custo do combustível. Entretanto, esta política pode não ser uma opção viável pois expõe o sistema à utilização das termelétricas no futuro e diminui a confiabilidade do sistema, tornando-o mais vulnerável ao déficit. A demanda não suprida possui um custo denominado de *custo de déficit*¹, que representa o impacto econômico associado a interrupção de fornecimento de energia. A determinação do custo do déficit é um problema complexo, porém fundamental para a determinação da política de operação mais adequada para o sistema. Se o custo do déficit é muito baixo, resulta em uma utilização excessiva dos reservatórios e portanto maior o risco de racionamento futuro. Se o custo do déficit é muito alto, resulta em uma utilização excessiva dos recursos termoeletrônicos do sistema e elevação dos custos de operação;
- *Grande porte*: a estocasticidade do problema aliada à grande quantidade de reservatórios e também à necessidade de avaliação das conseqüências do uso das reservas de energia no futuro levam ao emprego de um longo período de estudo, caracterizando o problema como de grande porte;
- *Necessidade do uso múltiplo da água*: o planejamento de um sistema hidrotérmico deve considerar uma grande quantidade de atividades relacionadas com o uso múltiplo da água nos reservatórios (navegação, controle de cheias, irrigação, saneamento e abastecimento de água), aliadas com o despacho de geração e otimização multi-período;

¹ A curva de Custo do Déficit de energia elétrica é a função em quatro patamares, adotada nos estudos de planejamento da expansão dos sistemas elétricos do Ministério de Minas e Energia, valorada em Reais/MWh [6].

- *Acoplamento temporal*: é necessário avaliar as conseqüências futuras de uma decisão no presente. A solução ótima resulta do equilíbrio entre o benefício presente do uso da água e o benefício futuro de seu armazenamento, medido em termos da economia esperada dos combustíveis das unidades termelétricas, conforme é ilustrado pela Figura 2.1.

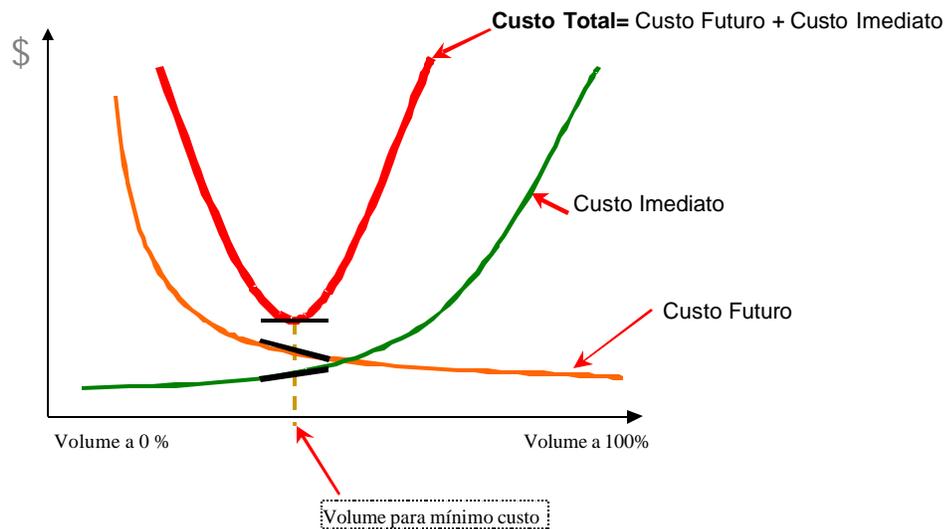


Figura 2.1 - Funções de Custo Imediato x Armazenamento.

A Função de Custo Imediato (FCI) mede o custo de geração termelétrica no presente estágio. Note que o custo imediato aumenta com o acréscimo de volume armazenado no final do estágio, ou seja, à medida que se diminui a utilização dos recursos hidráulicos, aumenta-se o volume armazenado ao final do estágio e conseqüentemente aumenta o custo de operação no estágio, ocasionado por um despacho termelétrico mais elevado.

Por outro lado, a Função de Custo Futuro (FCF) está associada ao custo da geração termelétrica e do déficit, do final do estágio t em diante. Verifica-se que o aumento de energia armazenada no final do estágio t diminui o valor da FCF, pois haverá mais energia de origem hídrica disponível para uso no futuro, conseqüentemente reduzindo a expectativa de geração termelétrica e de déficit.

A água armazenada possui um valor (valor da água), que pode ser medido pela inclinação² tanto da curva da FCI, como da curva da FCF. O uso ótimo da água corresponde ao ponto (nível de armazenamento final), que minimiza a soma dos custos imediato e futuro. O ponto de mínimo custo também pode ser definido como o ponto onde as derivadas da FCI e FCF se igualam em módulo. No Apêndice C é apresentada a resolução de um pequeno problema de planejamento de sistemas hidrotérmicos enfocando o processo de construção e a interpretação da FCI e da FCF.

A operação dos sistemas interligados é otimizada considerando o conjunto dos subsistemas existentes. Para que haja intercâmbio de energia, basta que o custo de operação do gerador marginal de um sistema (fornecedor) seja inferior ao custo de operação do gerador marginal do outro sistema (recebedor). Neste caso se a melhor opção for gerar energia hidrelétrica em um sistema, fornecendo para outro sistema, o primeiro deplecionará para atender este fornecimento e o segundo poderá recuperar o armazenamento do seu sistema.

2.2 ETAPAS DO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO

Devido a complexidade do problema de planejamento da operação não é possível resolvê-lo utilizando um único modelo, sendo necessário representá-lo por uma cadeia de modelos matemáticos [7],[8], com diferentes horizontes de planejamento e com graus de detalhamento coerentes com as características de cada subproblema, conforme é descrito a seguir.

2.2.1 Planejamento de Médio Prazo

No Planejamento de Médio Prazo tem-se um horizonte de estudo de 2 a 5 anos segmentado em base mensal. Nos estudos desta etapa são consideradas as limitações de intercâmbio entre áreas, previsões de demanda e cronogramas de novas obras. Estas

² Observe que a inclinação da curva de custo futuro possibilita medir a variação do custo de operação em relação à variação do volume de água armazenado.

informações são obtidas do Plano de Expansão Decenal³. Adicionalmente, são consideradas as restrições operativas mais relevantes para a análise de médio prazo.

Matematicamente, resolver o problema de planejamento de médio prazo significa decidir, ao início de cada estágio, a quantidade de água a ser deplecionada que minimiza o custo total de operação ao longo de todo o período. Para representar as aflúências que incidem nas usinas em cada estágio são realizadas simulações utilizando séries de aflúências baseadas no histórico ou em séries sintéticas. Desta forma, obtêm-se como resultados desse estudo os valores esperados de geração das usinas termelétricas e hidrelétricas, os intercâmbios, os custos marginais de operação, os custos totais de operação, os volumes finais armazenados e a probabilidade de déficit.

Dada a característica de grande porte do problema, algumas considerações e simplificações são assumidas com o propósito de reduzir a dimensão do problema. Uma opção utilizada é a agregação de reservatórios [9],[10], onde as usinas de um mesmo subsistema são representadas por um único reservatório equivalente. A formulação matemática e os procedimentos utilizados nesta representação são apresentados no Capítulo 3.

2.2.2 Planejamento de Curto Prazo

O planejamento da operação a curto prazo tem como objetivo otimizar os recursos disponíveis de um sistema hidrotérmico sujeito a aflúências estocástica. Ressalta-se ainda nessa etapa a desagregação das metas calculadas para o planejamento de médio prazo, transmitidas via função de custo futuro, que é inserida no final do horizonte de planejamento de curto prazo. Assim, é possível estabelecer a programação energética da operação por usina, com base semanal para o primeiro mês e mensal para os meses seguintes, de forma a atender as restrições hidráulicas do sistema hidrotérmico.

2.2.3 Programação Diária da Operação

O objetivo da programação diária é determinar o despacho ótimo horário para os sistemas hidrotérmicos interligados que minimiza o custo de operação para um horizonte

³ O Plano de Expansão Decenal é elaborado anualmente e tem caráter indicativo em relação à geração.

de 7 a 14 dias. Nesta etapa são representadas com detalhes as restrições das usinas hidrelétricas e termelétricas, levando em consideração aspectos elétricos (níveis de tensão, sobrecargas, estabilidade), e as restrições ligadas as unidades (curvas colinas, rampas, up/downtimes e outras).

Para resolver este problema acopla-se ao final do horizonte de programação a função de custo futuro obtida do planejamento de curto prazo.

2.2.4 Pré -Despacho

Nesta etapa são calculadas as metas de despacho a cada 30 minutos para cada unidade das usinas do sistema, utilizando algoritmos de fluxo de potência ótimo. Além disso, deve ser feita a análise de segurança do sistema (portanto considerando uma modelagem detalhada da rede de transmissão), e ainda atender as restrições hidráulicas. O horizonte de planejamento utilizado é de 24 horas. Essa tarefa é executada de forma coordenada pelo centro de despacho principal (ONS), com o apoio dos centros regionais.

2.2.5 Inter-Relação entre as Etapas do Planejamento da Operação

Vale observar que, quanto mais próximo à operação em tempo real, maior é o grau de detalhamento da modelagem do sistema, sendo necessária a utilização de modelos mais precisos para a representação do sistema de transmissão e também para a representação das unidades geradoras. Por outro lado, para os horizontes mais afastados perde-se um pouco da precisão considerada nos estudos de curto prazo, mas modela-se aquilo que é mais importante; no caso, as incertezas.

As principais características de cada etapa do planejamento da operação, citadas anteriormente, assim como as suas inter-relações e resultados, são apresentados na Figura 2.2.

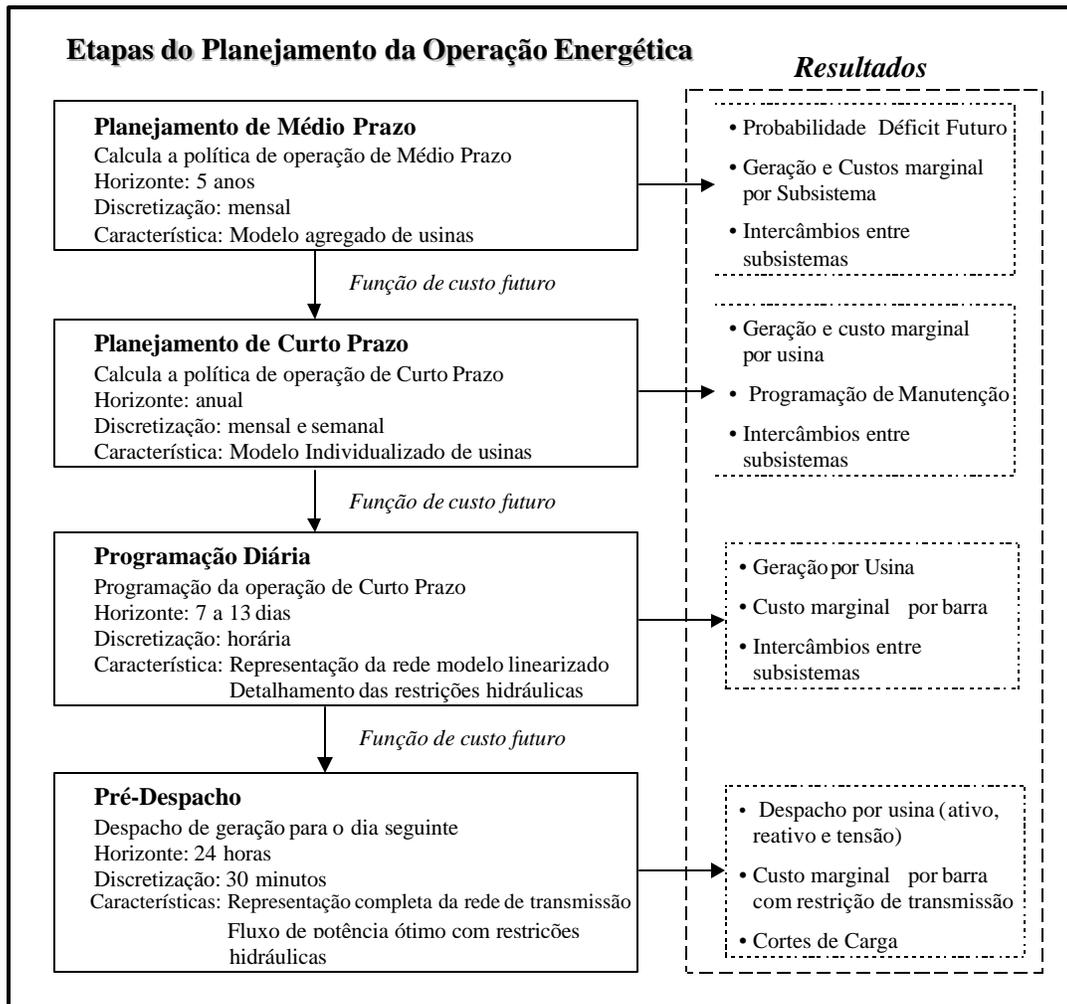


Figura 2.2 - Representação das Etapas do Planejamento Energético.

2.3 A RELEVÂNCIA DO PLANEJAMENTO PARA O MERCADO DE ENERGIA

O objetivo primordial do problema de planejamento da operação, como visto anteriormente, é a minimização dos custos de operação ao longo do horizonte de planejamento, respeitando-se as restrições hidráulicas e elétricas do sistema hidrotérmico e assegurando o atendimento ao mercado com um determinado risco de déficit estabelecido. A solução deste problema resulta na otimização do uso dos recursos energéticos disponíveis.

Atualmente no sistema elétrico brasileiro não há oferta de preços para os geradores hidrelétricos, eles apenas declaram as suas disponibilidades técnicas, entretanto as usinas possuem um *custo de oportunidade*⁴, pois teoricamente podem decidir se vendem a sua energia no presente (gerar), ou no futuro (armazenar). Os custos de oportunidade das usinas hidrelétricas são fornecidos pelo modelo de despacho executado pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), cujo cálculo é realizado como se todas usinas hidrelétricas pertencessem a um único proprietário. Este modelo de despacho centralizado, que faz uso dos preços ofertados pelos geradores termelétricos e do custo do déficit, é denominado *tigh pool* [2].

Os Custos Marginais de Operação⁵ (CMO) obtidos em cada etapa estão relacionados com o estado do sistema e podem ser utilizados como sinalizadores econômicos e formadores do preço da energia. Todavia, nos sistemas hidrotérmicos, de uma forma geral, e particularmente no caso do sistema brasileiro, os custos marginais têm uma acentuada volatilidade [11] como pode ser visto na Figura 2.3, expondo os geradores a uma acentuada volatilidade de receita.

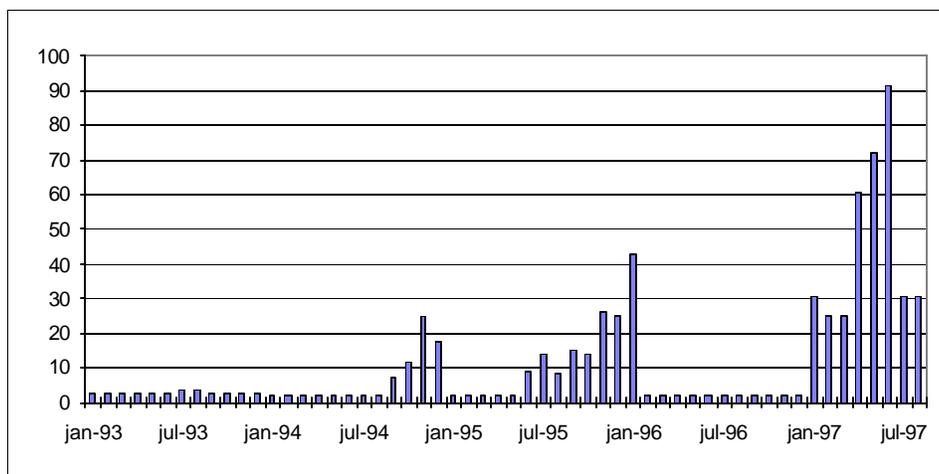


Figura 2.3 - CMO do Subsistema Sul-Sudeste brasileiro em US/MWh.

⁴ O custo de oportunidade de cada hidrelétrica, também denominado de valor d'água, é o preço atribuído a este recurso, portanto definindo a ordem de despacho do sistema hidrotérmico.

⁵ O Custo Marginal de Operação (CMO) é o custo do atendimento de uma unidade adicional da carga de energia, pela fonte mais econômica. Considerando a predominância hidráulica do sistema brasileiro, o CMO é determinado pelo valor d'água (desestoque de armazenamento) e eventualmente por: geração térmica ou racionamento (custo do déficit).

2.4 NECCESSIDADE DA REPRESENTAÇÃO DA TRANSMISSÃO

A conjugação das diferentes localizações geográficas entre as usinas geradoras e os centros de carga faz com que seja necessário um sistema de transmissão envolvendo uma infinidade de equipamentos e instalações de diferentes níveis de tensão, para que a energia elétrica possa chegar aos consumidores.

Neste contexto o sistema de transmissão não só transmite energia para os centros consumidores, como também permite a integração entre regiões e bacias fluviais, viabilizando a otimização pela exploração da complementaridade, usufruindo da não coincidência de períodos secos e úmidos das regiões, ou seja, da sazonalidade existente. Isto pode ser observado na Figura 2.3 onde são mostrados os valores médios do histórico de Energia Natural Afluyente Controlável⁶, para cada subsistema.

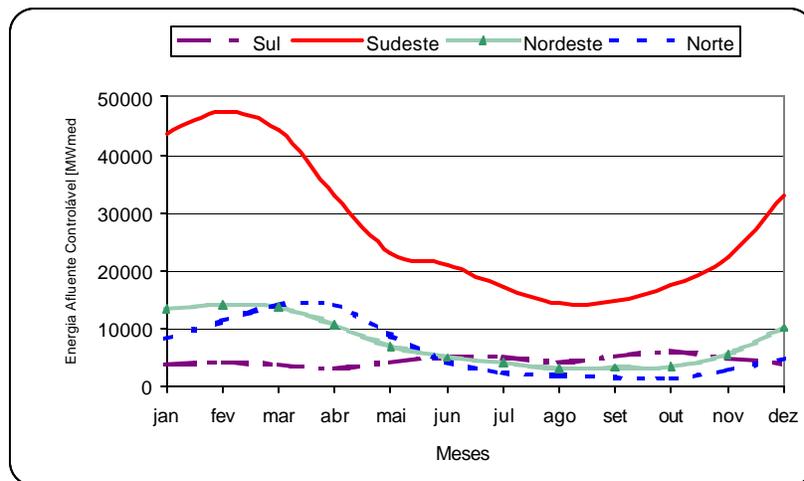


Figura 2.4 - Energia Natural Afluyente Controlável.

O livre acesso ao sistema de transmissão⁷ constitui-se em requisito indispensável para que os geradores mais eficientes possam acessar os seus consumidores e estes obterem preços mais baixos. O funcionamento do sistema de transmissão, juntamente com os requisitos de segurança do sistema, impõe restrições que impedem o despacho dos

⁶ A Energia Natural Afluyente Controlável indica o total de energia afluyente que chega as usinas de um subsistema e pode ser controlável. Essa energia é calculada pela soma das vazões dos rios multiplicadas pelas produtividades das usinas, conforme explicitado com detalhes no Capítulo 3.

⁷ O sistema de transmissão possui a característica de monopólio natural, portanto no sistema elétrico brasileiro os seus preços são regulados e baseados nos custos incorridos para prestação do serviço.

geradores de forma mais eficiente, causando acréscimo do custo de operação, o qual é denominado de custo de congestionamento. Sem as restrições de transmissão (congestionamento), a geração atenderia o mercado a um único custo marginal de operação (preço de equilíbrio), tendo-se então intensa competição entre os agentes de geração, caracterizando um mercado sob competição perfeita.

O sistema elétrico brasileiro é formado por quatro subsistemas, interligados por um sistema de transmissão que possui restrições de intercâmbios. Ao se adotar um modelo de sistema desta forma é assumido que não há restrições de fluxos entre os geradores e as cargas de um mesmo subsistema. A Figura 2.4 mostra as interligações entre as principais bacias e centros de carga no sistema elétrico brasileiro através do sistema de transmissão existente atualmente.

Integração Eletroenergética



Figura 2.5 - Principais Bacias e Interligações Energéticas.

2.5 PREVISÃO DE VAZÃO

A operação de sistemas hidrotérmicos requer a modelagem probabilística das afluições. Contudo, o único cenário disponível é o registro do histórico de afluições obtidas no passado, chamado de série histórica, sendo insuficientemente representativo. Não obstante, as características básicas da série histórica podem ser capturadas por modelos estocásticos capazes de reproduzir séries sintéticas de afluições, diferente das séries históricas, mas igualmente prováveis.

2.5.1 Séries Temporais

Medindo-se a vazão afluyente mensal a um dado local por um período de por exemplo cinco anos, obtém-se uma curva representando o comportamento da vazão ao longo deste período, caso sejam efetuadas as mesmas medições em outro segmento de cinco anos, poderá ser observado o comportamento distinto da primeira medição. Este comportamento pode ser observado por curvas denominadas de trajetórias ou realizações do processo físico, e podem ser modelados por um *processo estocástico*⁸. Cada uma dessas trajetórias é também chamada de série temporal [12].

A modelagem por séries sintéticas tem por propósito ajustar um modelo pelo qual pode-se acreditar que a série histórica tenha sido produzida por ele. Assim, é possível, a partir do registro histórico, gerar séries sintéticas que representam as séries temporais .

Algumas hipóteses simplificadoras geralmente são assumidas no problema. Por exemplo, pode-se assumir que ao longo do tempo as propriedades estocásticas de um processo não se alteram, ou seja, o processo é estacionário⁹. A não-estacionaridade de um processo estocástico é causada pela intervenção direta do homem ou da natureza, no processo físico, ou ainda pela presença de ciclos sazonais. Neste sentido, o processo de afluições anuais é considerado estacionário e o processo de afluições mensais é considerado não-estacionário. Em processos mensais é comum se definir um conjunto de

⁸ Processo estocástico é o conjunto todas as possíveis trajetórias (série temporal) que podem ser observadas.

⁹ O processo é dito estacionário quando a média, o desvio padrão e as demais propriedades estocásticas não sofrem alterações ao longo do tempo, ou de uma forma mais abrangente significa que a distribuição de probabilidades em um instante t qualquer é válida para outro instante.

valores que descreva a estrutura de correlação linear com um dado mês ou meses anteriores.

2.5.2 Modelo Auto -Regressivo Periódico

As séries hidrológicas mensais, diferentemente das séries anuais, se caracterizam pelo comportamento periódico de suas propriedades probabilísticas, como por exemplo a média, a variância, a assimetria e a estrutura de auto-correlação.

Assim sendo, a análise dessas séries pode ser feita pelo uso de formulações auto-regressivas cujos parâmetros apresentam comportamento periódico. A esta classe de modelos costuma-se denominar modelos auto-regressivos periódicos. Estes modelos são referenciados pelo modelo PAR(p), onde p é a ordem do modelo, ou seja, o número de termos auto-regressivos do modelo de cada período. A formulação do problema de planejamento, considerando o modelo auto-regressivo periódico, pode ser encontrada em [13].

2.6 CONCLUSÕES

Neste Capítulo foram apresentadas as características dos sistema hidrotérmicos as quais evidenciam a complexidade do planejamento da operação. No caso brasileiro, devido a predominância de geração hidrelétrica e a característica de grande porte do problema resultante, esta complexidade é “amplificada”.

Para a resolução do problema de planejamento da operação é necessário dividi-lo numa cadeia constituída de diversos modelos, cujas características relevantes de cada etapa são modeladas apropriadamente. O presente trabalho tem por foco a etapa de médio prazo e propõe-se a avaliar distintos modelos de representação de usinas.

Observa-se na etapa de planejamento de médio prazo a necessidade da representação da transmissão para a otimização global do sistema e adicionalmente da importância do tratamento estatístico das séries de afluições.

Cabe ainda lembrar a relevância do planejamento para o mercado de energia, sobretudo com a reestruturação do setor elétrico, sendo imprescindível o uso de modelos

que representem as características reais do sistema, de modo a produzir uma sinalização econômica adequada e visando incentivar a concorrência no mercado.

CAPÍTULO 3. MODELAGEM DO PROBLEMA DE MÉDIO PRAZO

3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentadas as características relevantes das usinas hidrelétricas e termelétricas a serem observadas na modelagem do problema de médio prazo. Em seguida, mostram-se os conceitos da Programação Dinâmica Estocástica (PDE) e da Programação Dinâmica Estocástica Dual (PDED). Esses conceitos são utilizados para formulação e resolução do problema de planejamento de médio prazo, que é o interesse do presente trabalho.

O problema em discussão é abordado considerando duas propostas: a representação das usinas de forma individualizada (UI) e a representação dessas usinas por reservatórios equivalentes de energia (REQ), as quais diferenciam-se pelas simplificações e hipóteses assumidas, conforme pode ser visto na seqüência do capítulo.

3.2 CARACTERÍSTICAS DAS USINAS

As usinas hidrelétricas são compostas, basicamente, por:

- uma barragem que represa o curso d'água do rio, formando o reservatório;
- uma tomada d'água e condutos forçados que levam a água do reservatório até a casa de força;
- a casa de força onde estão localizados os conjuntos turbina-gerador e outros equipamentos auxiliares;
- um canal de restituição, por onde a água é reconduzida, na maioria das vezes, para o rio onde está localizada a usina.

O grau de complexidade de cada uma dessas partes depende de diversos fatores tais como potência, a localização da casa de máquinas em relação à captação e o sistema de restituição de água [14]. Para representação de uma usina hidrelétrica é necessário

conhecer de forma detalhada como funcionam os seus principais componentes e as relações matemáticas que regem o seu comportamento.

A barragem da usina tem como papel principal criar uma diferença de nível entre o espelho d'água dos reservatórios (montante) e o canal de fuga (jusante), a qual possibilita a produção de energia elétrica.

As usinas, conforme a capacidade de regularização do seu reservatório, podem ser classificadas em:

- usina de acumulação ou de reservatório: é a usina que possui um reservatório de tamanho suficiente para acumular água na época das cheias e para uso na época de estiagem;
- usina a fio d'água: em geral, estas usinas dispõem de uma pequena capacidade de armazenamento e só podem utilizar a água à medida que esta chega até ela. Algumas usinas deste tipo possuem capacidade de regularização diária, armazenando água em horários de carga leve para ser utilizada nos horários de pico. Estas usinas só são viáveis em rios que possuem vazão mínima permanente, ou caso existam usinas de reservatório imediatamente a montante, de modo que estas possam proporcionar a regularização adequada da sua operação;
- usina com armazenamento por bombeamento: usualmente operam para atender à carga nos períodos de ponta, porém durante as horas de demanda reduzida a água é bombeada de um represamento no canal de fuga até um reservatório a montante. Desta forma pode-se aumentar o fator de carga de outras usinas do sistema e conseqüentemente proporcionar potência suplementar para atender a demanda do sistema.

As usinas de reservatório, além de possuírem um papel importante na regularização de aflúncias, também servem para controlar o volume de cheias em suas bacias, reservando um determinado volume de espera nos período úmidos, caso ocorram eventuais cheias. A utilização deste volume é definida em função da restrição de vazão defluente máxima.

A operação das usinas de reservatório para controle de cheias gera um conflito de objetivos pois restringem a volume máximo operativo da usina e conseqüentemente a sua

capacidade de produção. Outros tipos de restrições como navegação, irrigação, saneamento e controle ambiental também afetam a capacidade de produção de energia elétrica. Portanto, o planejamento da operação deve coordenar o uso múltiplo da água atendendo os seus objetivos.

A operação de um reservatório obedece o princípio da conservação de massa, pela qual o volume de água que aflui a cada reservatório é igual à soma dos volumes: perdidos sob a forma de evaporação e/ou infiltração, da água defluída (turbinada e vertida) e da variação do nível de reservatório ao longo do estágio.

Dividindo-se os volumes citados anteriormente pelo período de tempo considerado, obtém-se a equação instantânea de conservação da água, sendo as parcelas expressas em termos de vazões e não mais de volumes, como mostrado na Equação (3.1):

$$y_{it} = a_{it} + rx_{it} + u_{it} + s_{it} \quad (3.1)$$

onde:

- y_{it} é a vazão afluyente ao reservatório i no período t ;
- a_{it} é a vazão correspondente às perdas por evaporação e/ou infiltração no reservatório i no período t ;
- rx_{it} é a vazão correspondente à variação de nível do reservatório i (armazenado ou deplecionado) no período t ;
- u_{it} é a vazão turbinada no reservatório i no período t ;
- s_{it} é a vazão vertida no reservatório i no período t .

A vazão afluyente à usina i ao longo de um período de tempo é composta por duas parcelas. A primeira, controlável, é associada à operação das usinas imediatamente a montante da usina em questão. A segunda, não controlável, representa a contribuição lateral ao aproveitamento. Portanto tem-se:

$$y_{it} = \sum_{m \in M_i} (u_{mt} + s_{mt}) + v_{it} \quad (3.2)$$

onde:

- M_i é o conjunto das usinas imediatamente a montante da usina i ;

v_{it} é a vazão lateral afluyente a usina i .

A potência produzida por uma turbina hidráulica depende da altura de queda a que esteja submetida. Entende-se por altura de queda, a altura definida como a diferença entre o nível montante e o nível jusante, para um dado instante de tempo. Estes níveis são funções não-lineares do volume armazenado e da vazão defluente¹⁰, respectivamente. Usualmente, adotam-se representações polinomiais para estas relações denominadas: *polinômio volume-cota* e *polinômio cota-defluência*. Com isso, pode-se definir a altura de queda bruta de operação de uma usina como:

$$h_{it} = \Psi_{it}(x_{it}, d_{it}) = fcm_{it}(x_{it}) - fcj_{it}(d_{it}) \quad (3.3)$$

onde:

h_{it} é a altura de queda bruta da usina i em um dado instante;

Ψ_{it} é a função altura de queda bruta da usina i ;

x_{it} é o volume armazenado no reservatório i no instante de tempo t considerado;

d_{it} é a vazão defluente da usina i , composta da vazão turbinada e vertida;

fcm_{it} é a função de cota montante, a qual expressa a relação entre a cota de montante da usina i e o volume armazenado no seu reservatório;

fcj_{it} é a função de cota jusante, a qual expressa a relação entre a cota de jusante no canal de fuga da usina i e a vazão defluente da mesma.

Ainda neste contexto, é necessário computar as perdas hidráulicas, portanto define-se como queda líquida (ou efetiva), a queda bruta descontada das perdas causadas pelas grades, entradas adutoras, válvulas, reduções de diâmetro, curvas, entre outros fatores.

O processo de produção de energia elétrica das usinas hidrelétricas se realiza pela transformação da energia potencial armazenada nos reservatórios, por meio do conjunto turbina-gerador. Matematicamente este processo é descrito por:

$$E_i = E_p \cdot h_t \cdot h_g \quad (3.4)$$

¹⁰ Em alguns casos a cota de jusante não depende da vazão vertida.

onde:

E_i é a energia elétrica produzida na usina hidrelétrica i ao longo de um período de tempo t ;

Ep_i é a energia potencial da massa de água que é usada para acionar as turbinas na usina i ao longo de um período de tempo t ;

ht_i é o rendimento da turbina da usina i ;

hg_i é o rendimento do gerador da usina i .

Considerando que a energia potencial pode ser expressada pelo produto da massa pela aceleração da gravidade e pela altura de queda, a Equação (3.5) pode ser escrita como:

$$Ep_i = 9,81 \times 10^{-3} (u_i t) h l_i h t_i h g_i \quad (3.5)$$

onde:

t é o período de tempo considerado;

$(u_i t)$ é o volume correspondente à massa de água turbinada na usina i durante o intervalo de tempo t considerado;

10^{-3} é a constante oriunda do peso específico da água e da correção do sistema de unidade adotado;

9,81 é a aceleração da gravidade;

hl_i é a altura de queda líquida do reservatório.

Como a potência é a energia produzida por unidade de tempo tem-se:

$$p_i = 9,81 \times 10^{-3} u_i h l_i h t_i h g_i \quad (3.6)$$

onde:

p_i é a potência ativa da usina i ;

Sendo:

$$r_i = 9,81 \times 10^{-3} h l_i h t_i h g_i \quad (3.7)$$

Ou seja, é definido o fator r_i , chamado de produtibilidade da usina i no instante considerado, sendo expresso em $MW/(m/s^2)$. Finalmente tem-se que:

$$p_i = r_i u_i \quad (3.8)$$

A Expressão (3.8) fornece a potência de saída da usina, que é expressa pelo produto entre a vazão turbinada e a produtibilidade da usina. Nos estudos de médio prazo, normalmente, os valores dos rendimentos do gerador e da turbina são considerados constantes e iguais aos respectivos valores médios. Entretanto, em estudos de curto prazo, é necessária a representação mais detalhada do conjunto desses parâmetros.

3.3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE MÉDIO PRAZO CONSIDERANDO O MODELO DE USINAS INDIVIDUALIZADAS

Na formulação do planejamento de médio prazo algumas premissas podem ser estabelecidas. Admitindo-se assim conhecimento prévio dos níveis de armazenamentos iniciais dos reservatórios, o comportamento da demanda ao longo do horizonte de planejamento, e ainda a distribuição de aflúências que ocorrerão ao longo de cada estágio. Nessa modelagem consideram-se as principais restrições operativas das usinas, as limitações de intercâmbio entre subsistemas, e os cronogramas de novas gerações. O horizonte de planejamento adotado no sistema brasileiro é de cinco anos, com segmentações mensais. Este problema é formulado por:

$$z_t = \text{Min} \left(\sum_{c=1}^{NT^{ss}} CT_c^{ss} GT_c^{ss} + \frac{1}{1+b} a_{t+1} \right) \quad (3.9)$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{NUH^{ss}} r_i^{ss} u_{it}^{ss} + \sum_{c=1}^{NT^{ss}} GT_{ct}^{ss} + \sum_{s \in \Omega_{ss}} (F_{sv,t}^{ss} - F_{ss,t}^{ss}) = D_t^{ss} \quad (3.10)$$

$$X_{i,t+1}^{ss} + (u_{it}^{ss} + s_{it}^{ss}) - \sum_{k \in M_i^{ss}} (u_{kt}^{ss} + s_{kt}^{ss}) = X_{it}^{ss} + y_{it}^{ss} \quad (3.11)$$

$$\underline{X}_{i,t+1}^{ss} \leq X_{i,t+1}^{ss} \leq \overline{X}_{i,t+1}^{ss} \quad (3.12)$$

$$\underline{u}_{it}^{ss} \leq u_{it}^{ss} \leq \overline{u}_{it}^{ss} \quad (3.13)$$

$$\underline{L}_{it}^{ss} \leq u_{it}^{ss} + s_{it}^{ss} \leq \overline{L}_{it}^{ss} \quad (3.14)$$

$$\underline{GT}_c^{ss} \leq GT_c^{ss} \leq \overline{GT}_c^{ss} \quad (3.15)$$

$$\langle\langle \text{Função de custo Futuro} \rangle\rangle \quad (3.16)$$

$$ss = 1 \dots NS, \quad i = 1 \dots NUH^{ss}, \quad t = 1 \dots T, \quad c = 1 \dots NT^{ss} \quad (3.17)$$

onde:

- i é o indexador de usina hidrelétrica de cada subsistema;
- ss é o indexador dos sistemas;
- sv é o subsistema adjacente ao subsistema ss ;
- k é o indexador de usinas imediatamente a montante da usina i do subsistema ss ;
- NS é o número de subsistemas;
- NUH^{ss} é o número de usinas hidrelétricas do subsistema ss ;
- c é o indexador das classes de termelétricas de cada subsistema;
- NT^{ss} é o número de classes termelétricas do subsistema ss ;
- CT_c^{ss} é o custo do combustível para cada classe termelétrica c pertencente a cada subsistema ss ;
- GT_c^{ss} é a energia gerada pela classe termelétrica c do subsistema ss no estágio t ;
- D_t^{ss} é a demanda do subsistema ss no estágio t ;
- $F_{sv,t}^{ss}$ é o intercâmbio de energia do subsistema ss para o subsistema sv no estágio t ;
- r_i^{ss} é a produtibilidade da usina i do subsistema ss ;

- z_t é o valor esperado do custo total de operação do estágio t até o final do horizonte de planejamento;
- a_t é o valor esperado do custo futuro associado a decisão tomada no estágio t ;
- W_{ss} é o conjunto de subsistemas diretamente conectados ao subsistema ss ;
- M_i^{ss} é o conjunto de usinas imediatamente a montante da usina i pertencentes ao subsistema ss ;
- X_{it}^{ss} é o vetor do nível de armazenamento do reservatório i do subsistema ss no início do estágio t ;
- y_{it}^{ss} é o vetor de afluência incidente em cada usina i durante o estágio t ;
- u_{it}^{ss} é o vetor de vazão turbinada em cada usina i durante o estágio t ;
- s_{it}^{ss} é o vetor de vazão vertida para cada usina i durante o estágio t ;
- $\underline{X}_{i,t+1}^{ss}$ é vetor limite inferior do nível de armazenamento de cada reservatório i pertencente ao subsistema ss ;
- $\overline{X}_{i,t+1}^{ss}$ é vetor limite superior do nível de armazenamento de cada reservatório i pertencente ao subsistema ss ;
- $\underline{u}_{it}^{ss}, \overline{u}_{it}^{ss}$ são os limites inferior e superior da vazão turbinada de cada usina i pertencente ao subsistema ss ;
- $\underline{L}_{it}^{ss}, \overline{L}_{it}^{ss}$ são os limites inferior e superior de defluência de cada usina i pertencente ao subsistema ss ;
- b é a taxa de atualização;
- t é o estágio avaliado;
- T é o número de estágios avaliados.

O objetivo do problema é minimizar o custo de operação em cada estágio, representado pela Expressão (3.9). O primeiro termo desta expressão representa o custo imediato de operação, formado pelos do custos de operação das termelétricas despachadas, adicionado ao eventual custo de déficit. O segundo termo da Expressão (3.9) refere-se aos

custos dos estágios subsequentes, atualizado monetariamente, ou seja, a parcela referente ao custo futuro de operação.

A solução do problema deve atender as equações de atendimento à demanda e balanço hídrico do sistema representadas pelas expressões (3.10) e (3.11), respectivamente. Adicionalmente, os limites operativos representados pelas restrições (3.12) a (3.15) devem ser respeitados.

Portanto, conhecendo-se os volumes armazenados em cada reservatório no início do período e as afluições que irão ocorrer ao longo deste, as decisões ótimas consistem em determinar os volumes turbinados e armazenados e conseqüentemente, os vertimentos nas usinas, bem como os intercâmbios entre subsistemas e a complementação termelétrica requerida.

Vale lembrar que o processo de formação da Função de Custo Futuro, expressa por (3.16) é descrito no Apêndice B.

3.4 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE MÉDIO PRAZO CONSIDERANDO A REPRESENTAÇÃO DE USINAS POR RESERVATÓRIOS EQUIVALENTES

Uma representação que usualmente é adotada refere-se à agregação dos diversos reservatórios de uma mesma bacia em um único reservatório de energia. Essa representação tem por objetivo principal reduzir drasticamente a dimensão do problema [15].

Segundo Arvanitidis [9], a representação por reservatórios equivalentes apresenta-se adequada quando a seqüência de decisões mensais de geração hidrelétrica total para o sistema for mais relevante do que a alocação de geração entre as várias usinas hidrelétricas.

Além disso, pode-se dizer que tal representação será mais eficiente se os reservatórios do sistema possuírem grande regularização e se existir uma razoável correlação espacial entre as vazões afluentes aos diferentes reservatórios do sistema, ou seja, quando a região for hidraulicamente homogênea. É também importante existir uma forte interligação elétrica, para que o atendimento aos centros de carga possa ser feito de maneira flexível entre as diversas unidades que compõem o sistema, sem haver

congestionamento. Em sistemas que não possuem estas características, Arvanitidis sugere a representação de bacias como reservatórios equivalentes de energia, e que eles sejam otimizados em conjunto.

A representação a reservatórios equivalentes parte da premissa que todos os reservatórios de um mesmo subsistema sejam deplecionados em paralelo, ou seja, apresentam as mesmas variações percentuais de níveis de armazenamento. Para construir um modelo deste tipo são necessários parâmetros e variáveis, oriundos da representação individualizada. Alguns dos principais componentes desse modelo são descritos a seguir:

3.4.1 Energia Armazenada Máxima

Representa a capacidade de armazenamento do conjunto de reservatórios do sistema, sendo estimada pela energia produzida pelo esvaziamento completo dos reservatórios do sistema.

$$\overline{EA}_t^{ss} = c_1 \sum_{i \in R_{ss}} \left\{ (\overline{X}_{it} - \underline{X}_{it}) \sum_{j \in \Phi_i} \mathbf{j}_j \hat{H}_j \right\} \quad (3.18)$$

onde:

\overline{EA}_t^{ss} é a energia armazenada máxima no subsistema ss ;

\overline{X}_{it} é volume armazenado máximo do reservatório i no estágio t ;

\underline{X}_{it} é o volume armazenado mínimo do reservatório i no estágio t ;

R_{ss} é o conjunto de reservatórios do subsistema ss ;

F_i é o conjunto de usinas a jusante do reservatório i ;

\hat{H}_j é a altura equivalente do reservatório j ou altura líquida para as usinas a fio d'água;

\mathbf{j}_j é o rendimento global dos conjuntos turbina-gerador da usina j ;

c_1 é o coeficiente que depende do sistema de unidade adotado.

3.4.2 Energia Afluente Controlável

A energia afluente controlável para um subsistema pode ser obtida, a cada mês, a partir da afluência natural a cada reservatório valorizada pela sua produtibilidade média equivalente. Adicionalmente, valoriza-se esta mesma afluência para as produtibilidades médias equivalentes das usinas a fio d'água a jusante até o próximo reservatório exclusive.

$$EC_t^{ss} = c_2 \sum_{i \in R_{ss}} y_{it} \left(\mathbf{j}_i H_i + \sum_{j \in J_i} \mathbf{j}_j h_j \right) \quad (3.19)$$

onde:

- EC_t^{ss} é a energia afluente controlável no mês k para o subsistema ss ;
- J_i é o conjunto de usinas a fio d'água compreendidas entre o reservatório i e o próximo reservatório a jusante;
- y_{it} é a vazão natural afluente ao reservatório i no estágio t ;
- c_2 é o coeficiente que depende do sistema de unidade adotado;
- H_i é a altura equivalente do reservatório i ;
- h_j é a altura de queda líquida da usina a fio d'água j .

3.4.3 Energia Afluente a Fio d'Água

A energia afluente a fio d'água consiste na energia produzida pelas vazões incrementais afluentes às usinas a fio d'água, não passíveis de armazenamento neste tipo de usina.

$$EFIO_t^{ss} = c_3 \sum_{j \in \Gamma_{ss}} \min \left\{ \left(\bar{y}_j - \sum_{m \in M_j} y_{mt} \right), \left(y_{jt} - \sum_{m \in M_j} y_{mt} \right) \right\} \mathbf{j}_j h_j \quad (3.20)$$

onde:

- $EFIO_t^{ss}$ é a energia afluente no mês t para as usinas a fio d'água do subsistema ss ;
- Γ_{ss} é o conjunto de usinas a fio d'água no subsistema ss ;

- \bar{y}_j é o engolimento máximo da usina a fio d'água j ;
- M_j é o conjunto de usinas com reservatório, imediatamente a montante da usina a fio d'água j ;
- \underline{y}_{mt} é a defluência mínima obrigatória do reservatório m , no estágio t ;
- y_{mt} é a vazão natural afluyente à usina m , no estágio t ;
- y_{jt} é a vazão natural afluyente à usina a fio d'água j no estágio t ;
- h_j é a altura de queda da usina a fio d'água j ;
- c_3 é o coeficiente que depende do sistema de unidade adotado.

3.4.4 Energia de Vazão Mínima

A energia de vazão mínima é decorrente da obrigatoriedade de uma defluência mínima, constante ao longo do tempo, nas usinas com reservatório. A energia de vazão mínima corresponde à valorização da defluência mínima obrigatória das usinas com reservatório, pela produtibilidade das usinas a fio d'água a jusante, até o próximo reservatório exclusive.

$$EVM_t^{ss} = c_4 \sum_{i \in R_{ss}} \underline{y}_{it} \left(\mathbf{j}_i H_i + \sum_{j \in J_i} \mathbf{j}_j h_j \right) \quad (3.21)$$

onde:

- EVM^{ss} é a energia de vazão mínima para o subsistema ss ;
- J_i são as usinas a fio d'água a jusante da usina com reservatório i ;
- \underline{y}_{mt} é a defluência mínima obrigatória do reservatório i , no estágio t ;
- c_4 é o coeficiente que depende do sistema de unidade adotado.

3.4.5 Energia Evaporada

Nas usinas com reservatório, ocorre evaporação decorrente da exposição da superfície do lago à insolação, resultando em perda de energia. O cálculo da energia

evaporada é definido pelo produto do coeficiente de evaporação médio mensal para cada usina de reservatório e pela área da superfície de seu lago. Este produto deve ser computado considerando a produtibilidade de todas as usinas a jusante deste, inclusive.

$$EVP_t^{ss} = c_5 \sum_{i \in R} \left\{ e_{it} A_{it} \left(\sum_{j \in \Phi_i} j h_j \right) \right\} \quad (3.22)$$

onde:

EVP_t^{ss} é a energia evaporada para o estágio t ;

e_{it} é o coeficiente de evaporação mensal da usina i , para o estágio t ;

A_{it} é a área da superfície do lago do reservatório, calculada a partir do polinômio cota-área;

c_5 é o coeficiente que depende do sistema de unidades adotado.

3.4.6 Representação do Problema de Otimização Energética

Com base nas equações definidas anteriormente é possível modelar o problema de otimização energética considerando a representação de usinas a reservatórios equivalentes da seguinte maneira:

$$z_t = \text{Min} \left(\sum_{c=1}^{NT^{ss}} CT_c^{ss} GT_{ct}^{ss} + \frac{1}{1+b} \mathbf{a}_{t+1} \right) \quad (3.23)$$

sujeito a:

$$EA_{t+1}^{ss} + GH_t^{ss} + EVT_t^{ss} = EA_t^{ss} + EC_t^{ss} - EVP_t^{ss} - EVM_t^{ss} \quad (3.24)$$

$$GH_t^{ss} + \sum_{c=1}^{NT^{ss}} GT_{ct}^{ss} + \sum_{k \in \Omega_{ss}} (F_{sv,t}^{ss} - F_{ss,t}^{sv}) = D_t^{ss} - EFIO_t^{ss} - EVM_t^{ss} \quad (3.25)$$

$$GH_t^{ss} \leq \overline{GH}_t^{ss} \quad (3.26)$$

$$\underline{GT}_{ct}^{ss} \leq GT_{ct}^{ss} \leq \overline{GT}_{ct}^{ss} \quad (3.27)$$

$$EA_{t+1}^{ss} \leq \overline{EA}_{t+1}^{ss} \quad (3.28)$$

$$\left| F_{t,sv}^{ss} \right| \leq \overline{F}_{t,sv}^{ss} \quad (3.29)$$

$$\langle\langle \text{Função de custo Futuro} \rangle\rangle \quad (3.30)$$

$$ss = 1 \dots NS, \quad t = 1 \dots T, \quad c = \dots NT^{ss} \quad (3.31)$$

onde:

EA_{t+1}^{ss} é a energia armazenada no subsistema ss no início do estágio $t+1$;

\overline{EA}_{t+1}^{ss} é o limite máximo de armazenamento do subsistema ss ;

$\underline{EA}_{t+1}^{ss}$ é o limite mínimo de armazenamento do subsistema ss ;

GH_t^{ss} é a energia hidrelétrica gerada pelo subsistema ss ao longo do estágio t ;

\overline{GH}_t^{ss} é o limite máximo de geração hidrelétrica no subsistema ss ;

\underline{GH}_t^{ss} é o limite mínimo de geração hidrelétrica no subsistema ss ;

Ressalte-se que esta representação pode ser aperfeiçoada considerando os seguintes aspectos: produção de pequenas usinas e produtores independentes e ainda a entrada de novas usinas com reservatório, sendo necessária a determinação da energia de volume morto¹¹.

3.5 A PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA (PDE) APLICADA AO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE MÉDIO PRAZO

Resolver o problema de planejamento energético significa decidir ao início de cada estágio a quantidade de água a ser turbinada, vertida e o montante de complementação termelétrica de modo a minimizar o custo de operação ao longo de todo o horizonte de planejamento. Ocorre que não é possível prever exatamente as afluências que ocorrerão no futuro, sendo necessário utilizar um modelo que considere a natureza estocástica das

afluências. Assim, adota-se uma distribuição de probabilidade de modo que a afluência de um específico estágio seja condicionada às afluências dos estágios anteriores. Esta distribuição de probabilidade é obtida com base nos dados do histórico de afluências.

O problema a ser resolvido pode ser dividido em estágios, tornando apropriada a utilização da técnica de Programação Dinâmica Estocástica (PDE) para solucioná-lo. A otimalidade em cada decisão é baseada no “*Princípio da Otimalidade de Bellman*” [16],[17], o qual diz que uma política ótima deve ser tal que, independentemente da trajetória descrita para se chegar a um determinado estado, as decisões remanescentes devem construir uma trajetória ótima para sair daquele estado. Isto, intuitivamente, faz com que o problema deva ser resolvido em sentido contrário, ou seja, que a recursão deve ser realizada na direção inversa do tempo abrangendo assim todas as possíveis seqüências de afluências em decisões futuras.

A solução do Problema utilizando a PDE exige que o espaço de estados seja segmentado, desta forma a estratégia de operação estabelece a necessidade de se efetuar o cálculo para todas as possíveis combinações dos níveis de reservatório e de afluências do estágio analisado. Assim, dado que os volumes dos R reservatórios sejam segmentados em m partes e que existam n possíveis afluências, tem-se que o número de estados visitados é: $(n \times m)^R$. Observe que o número de estados visitados cresce exponencialmente com o número de reservatórios e conseqüentemente o esforço computacional cresce na mesma proporção. Tal característica é denominada de “Maldição da Dimensionalidade”.

Isto pode ser confirmado pelo seguinte exemplo. Suponha que os volumes dos reservatórios sejam segmentados em 100 partes e que 10 possíveis afluências sejam consideradas. Assim sendo, tem-se para cada estágio:

1 reservatório $\rightarrow 1.000^1 = 1.000$ estados;

2 reservatório $\rightarrow 1.000^2 = 1.000.000$ estados;

3 reservatório $\rightarrow 1.000^3 = 1.000.000.000$ estados;

4 reservatório $\rightarrow 1.000^4 = 1.000.000.000.000$ estados;

¹¹ A energia de enchimento do volume morto consiste no valor energético das afluências necessárias ao enchimento de volume morto das novas usinas.

5 reservatório $\rightarrow 1.000^5 = 1.000.000.000.000.000$ estados.

Para evitar a explosão combinatorial, e conseqüentemente resolver o problema com um esforço computacional aceitável, alguns desenvolvimentos metodológicos têm sido realizados ao longo dos anos. A simplificação mais adotada consiste na eliminação da característica de grande porte do sistema, agregando os vários reservatórios de um subsistema em reservatórios equivalentes de energia [9],[10]. Este modelo que utiliza a PDE, foi oficialmente adotado no sistema brasileiro em 1979, substituindo o método até então utilizado denominado de “Curva Limite”, proporcionando consideráveis reduções nos custos de operação do sistema [18].

3.6 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA DUAL APLICADA (PDED) AO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE MÉDIO PRAZO

Subseqüentemente à PDE, uma metodologia utilizando “O Princípio da Decomposição de Benders” [19] foi desenvolvida, tornando possível a otimização estocástica sem a necessidade de segmentação do espaço de estado utilizada na PDE em sua forma convencional. Este método é denominado Programação Dinâmica Estocástica Dual (PDED). No Apêndice B são apresentados os conceitos que definem a PDED, assim como o seu desenvolvimento matemático a partir da PDE.

3.7 CONCLUSÕES

Neste capítulo foram apresentadas as principais características físicas das usinas, que são requeridas na formulação do problema de planejamento de médio prazo para sistemas hidrotérmicos. Para modelar este problema podem ser utilizadas as representações:

- ✓ a usinas individualizadas;
- ✓ a reservatórios equivalentes.

Onde são assumidas simplificações e hipóteses distintas.

Na representação de usinas hidrelétricas, na sua forma individualizada, são consideradas as características individuais e os acoplamentos hidráulicos existentes entre

elas, permitindo a identificação de vertimentos e turbinamentos localizados, tornando possível modelar o problema de modo mais realista.

A representação com usinas e reservatórios equivalentes pressupõe que os reservatórios de um mesmo subsistema são deplecionados em paralelo. Além disso, algumas simplificações são assumidas para permitir a agregação dos diversos reservatórios de um subsistema em um único reservatório de energia.

Em ambas as representações, a ferramenta utilizada na resolução do problema é a PDED, que faz uso da técnica da Decomposição de Benders, a qual evita a segmentação do espaço de estados do problema.

CAPÍTULO 4. APLICAÇÃO DA PDED NO PLANEJAMENTO DE MÉDIO PRAZO

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo descrevem-se os resultados obtidos com a aplicação do algoritmo de Programação Dinâmica Estocástica Dual, desenvolvido neste projeto, para uma configuração do sistema hidrotérmico brasileiro com usinas representadas de forma individualizada. Adicionalmente, aplica-se o mesmo algoritmo para uma configuração constituída por reservatórios equivalentes, derivada da configuração original. A partir dessas aplicações realiza-se uma análise comparativa entre as duas abordagens.

4.2 DESCRIÇÃO SUCINTA DO SISTEMA A VALIADO

A configuração adotada é formada por 15 usinas hidrelétricas e seis usinas termelétricas, agrupadas em quatro subsistemas, sendo eles: Sudeste/Centro-Oeste (SE), Sul (S), Nordeste (NE) e Norte (N). O nó fictício de interligação entre os subsistemas SE, N e NE na subestação de Imperatriz é considerado como um quinto subsistema para a análise de intercâmbios.

Os subsistemas estão interligados por um sistema de transmissão representado pelos limites de intercâmbios das linhas de transmissão. A configuração do sistema e os principais dados das usinas hidrelétricas e termelétricas estão apresentados no Apêndice A.

No modelo desenvolvido considera-se a produção das usinas hidrelétricas como função linear da vazão turbinada na usina, sendo portanto a produtibilidade equivalente o parâmetro que correlaciona essas grandezas. Neste trabalho, a produtibilidade equivalente é calculada para altura de queda nominal, não sendo considerada a correção da variação de altura de queda.

4.3 PREMISSAS UTILIZADAS

Na análise realizada considera-se uma demanda constante para todo o período de estudo, cujos valores estão apresentados na Tabela 4.1. Ainda podem ser vistos as capacidades instaladas de geração de origem hidrelétrica e termelétrica e as energias asseguradas¹² para os respectivos subsistemas. Os valores de energia assegurada para cada subsistema foram estimados pela soma das energias asseguradas das respectivas usinas [20], adicionados da capacidade total de termelétricas.

Tabela 4.1 - Principais Dados do Sistema Hidrotérmico.

Subsistema	Capacidade Instalada por Segmento		Capacidade Instalada Total	Energia Assegurada	Demanda
	[MW]	[MW]			
	<i>Hidrelétrico</i>	<i>Termelétrico</i>			
SE	15.323	526	15.849	8.946	8.850
S	2.496	357	2.853	1.603	1.152
NE	1.050	718	1.768	1.251	1.700
N	8.368	0	8.368	3.228	3.150
Total	27.237	1.601	28.838	15.028	14.852

O armazenamento inicial das usinas hidrelétricas foi arbitrado em 50% do volume máximo de cada reservatório. Somente para as usinas de São Simão e Ilha Solteira Equivalente¹³, os volumes iniciais foram considerados como a média dos volumes mínimos e máximos, dado que 50% do volume máximo é inferior ao limite mínimo operativo. Para a usina de Salto Osório o volume inicial foi considerado idêntico aos limite de armazenamento, devido a sua operação como fio d'água.

Por simplificação, não foram consideradas as expansões do parque gerador e também do sistema de transmissão adotado. Pelo mesmo motivo considerou-se nulo o limite de turbinamento mínimo. Além disso não foram consideradas as interrupções para manutenção.

¹² A energia assegurada de uma usina pode ser entendida como o montante de geração que cada usina pode fornecer ao sistema, obedecendo um critério específico de risco de déficit.

¹³ A usina de Ilha Solteira Equivalente representa o conjunto formado pelas usinas de Ilha Solteira e Três Irmãos.

O sistema de transmissão é representado apenas pela capacidade máxima de intercâmbio média entre os subsistemas, a qual é considerada como constante ao longo do horizonte de planejamento. A configuração do sistema, assim como os seus limites de intercâmbio em [MW] estão apresentados na Figura 4.1. A capacidade máxima de transmissão é definida pelos limites térmicos das linhas de transmissão e ainda das capacidades de recebimentos dos subsistemas, que possuem valores distintos.

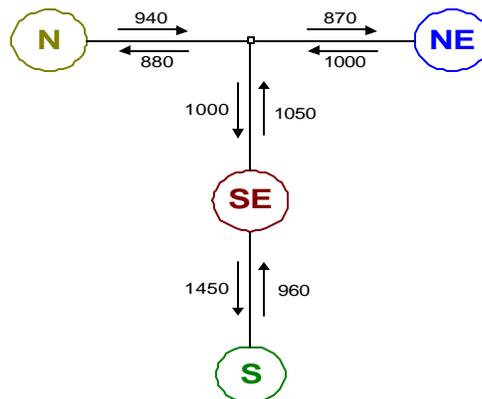


Figura 4.1 - Configuração do Sistema e os Limites de Intercâmbio Existentes.

O cálculo da política de operação é avaliado para um horizonte de planejamento de cinco anos, porém para eliminar o esvaziamento prematuro dos reservatórios há a necessidade de estender o horizonte de estudo por mais quatro anos, ou seja, o estudo é realizado para um período de nove anos. Justifica-se este procedimento pois o custo imediato de uma hidrelétrica é praticamente nulo, assim há uma tendência de usar este recurso ao máximo quando o fim do horizonte de planejamento está próximo.

As simulações para as quais o sistema teste foi submetido levaram em consideração 200 séries de afluências na recursão *forward* e 25 aberturas na recursão *backward*.

Em ambas as aplicações, a energia não suprida em cada subsistema é representada por uma termelétrica fictícia, cujo custo associado corresponde a R\$ 540,00/MWh independentemente da profundidade de déficit. Para a atualização dos custos, ao longo do período em análise, adotou-se uma taxa anual de atualização de 10%, o que significa atualizações mensais de 0,8%, aproximadamente.

4.4 SÉRIES DE VAZÕES AFLUENTES UTILIZADAS

As seqüências de afluências utilizadas foram obtidas de um sorteio, originadas da seqüência de vazões naturais afluentes ocorridas nas respectivas usinas, durante o período de 1931 a 1994. Neste procedimento, assume-se que as afluências em um estágio qualquer não dependem das afluências ocorridas nos estágios anteriores. As seqüências obtidas não sofreram nenhum tratamento estatístico, desprezando-se assim a tendência hidrológica normalmente considerada nos estudos de planejamento de médio prazo.

4.4.1 Vazões Incrementais Afluentes Aplicadas ao Modelo a UI

Na aplicação a usinas individualizadas as seqüências de vazões naturais afluentes são transformadas em seqüências de vazões incrementais¹⁴. Nas figuras 4.2 e 4.3 são apresentados os valores médios obtidos para 200 seqüências de afluências para algumas usinas do sistema. Na Figura 4.2 pode ser verificado a sazonalidade caracterizada por estações secas e chuvosas em épocas distintas para as usinas do subsistema Sul e Sudeste. Portanto, justifica-se a interligação entre estes subsistemas com o propósito de viabilizar a complementaridade energética.

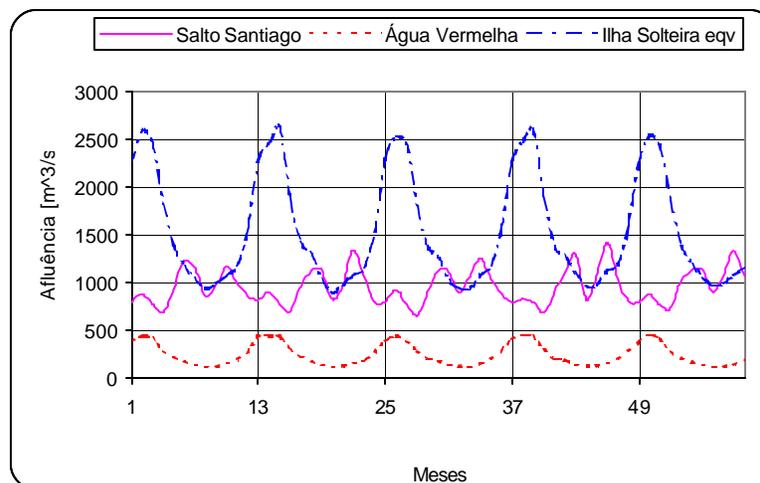


Figura 4.2 - Média das Vazões Incrementais.

¹⁴ Vazão proveniente da diferença das vazões naturais entre duas seções determinadas de um curso d'água.

A Figura 4.3 mostra as aflúências incidentes em duas usinas pertencentes ao subsistemas Norte e Nordeste. Verifica-se que aflúências que chegam a usina de Tucuruí possuem uma grande amplitude durante parte do ano.

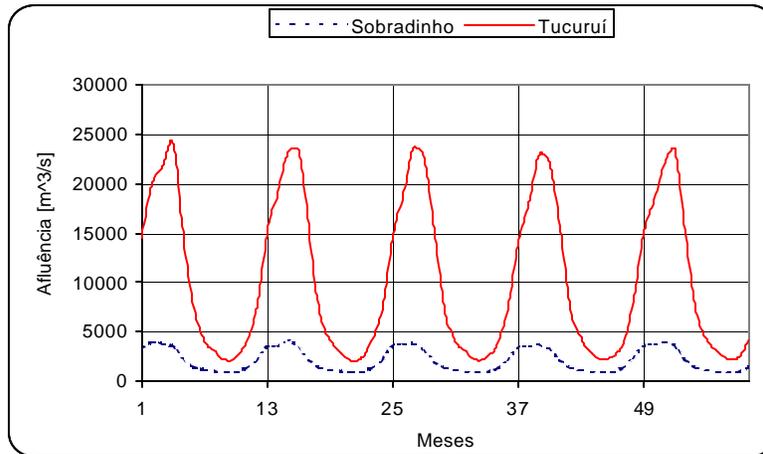


Figura 4.3 - Média das Vazões Incrementais.

4.4.2 Energia Natural Afluenta Aplicada na Representação a REQ

Na representação a reservatórios equivalentes, as vazões afluentes mensais em cada reservatório são transformadas em energias afluentes. Somando-se essas energias para os diversos reservatórios de um mesmo subsistema, obtém-se a energia controlável deste subsistema. Desta forma é possível submeter o subsistema a diversas séries de vazões afluentes e compô-las em séries de energias controláveis.

Analogamente, para usina a fio d'água, a vazão afluenta é transformada em energia a fio d'água. Da mesma forma, ao submeter o subsistema a diversas séries de vazões afluentes, obtêm-se as séries de energias afluentes a fio d'água.

A energia afluenta ao subsistema durante um mês é obtida pela soma das energias controlável e a fio d'água. Detalhes sobre a determinação destas energias estão apresentados no Capítulo 3.

Na metodologia a reservatórios equivalentes, as séries de energias afluentes são obtidas das mesmas séries de vazões naturais afluentes utilizadas na representação a usinas individualizadas. O comportamento da energia afluenta esperada ao longo do horizonte de

planejamento para cada subsistema está representado na Figura 4.4. Ressalte-se que as energias naturais afluentes representadas nesta figura não retratam as reais magnitudes verificadas para o sistema brasileiro, uma vez que apenas parte das usinas está sendo representada.

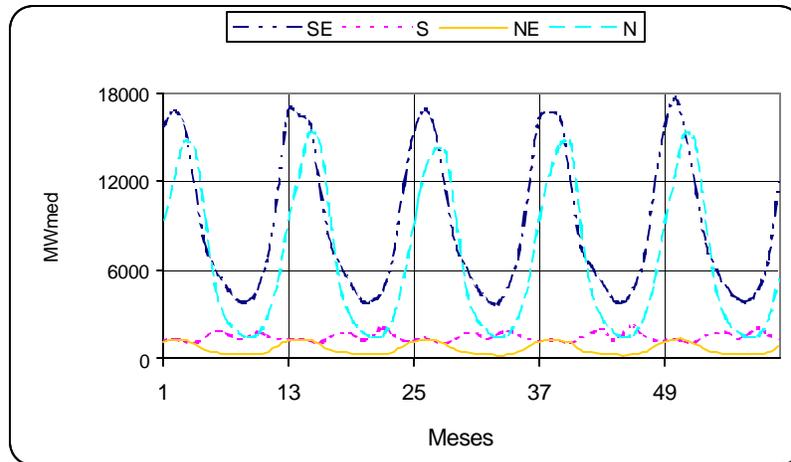


Figura 4.4 - Energias Naturais Afluentes aos Subsistemas.

4.5 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO ENERGÉTICA PARA AS METODOLOGIAS AVALIADAS

O algoritmo de Programação Dinâmica Estocástica Dual (PDED) foi codificado utilizando a linguagem de programação Fortran 90, o software de otimização requerido foi a OSL (Optimization Subroutine Library) [21]. Para a execução do algoritmo fez-se uso do sistema operacional LINUX, utilizando 1 processador¹⁵ Athion de 1Ghz com 256 Mbytes de memória RAM.

Em ambas as implementações do algoritmo, a usinas individualizadas e a reservatório equivalente, são utilizadas 200 seqüências de vazões naturais afluentes (ou energias afluentes dependendo da metodologia utilizada), na etapa *forward* do processo iterativo. Na recursão *backward* são varridas as 200 trajetórias de vazões afluentes (ou energias afluentes) anteriormente consideradas no *forward*, determinando-se o custo futuro

¹⁵ Ressalta-se que o processador utilizado faz parte de um nó de cluster desenvolvido no Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica (LABPLAN).

e os valores d'água esperados para os subsistemas em cada estágio, utilizando 25 possibilidades de vazões afluentes a cada usina no modelo individualizado (ou 25 possibilidades de energias afluentes a cada subsistema).

Ressalte-se que os valores de vazões afluentes a cada mês na etapa *backward* podem pertencer ou não ao conjunto das séries da etapa *forward*.

4.5.1 Avaliação de Desempenho Computacional e Critério de Convergência

No Apêndice B apresenta-se a descrição do processo de convergência. Em ambas as metodologias, o critério de convergência consiste em encontrar um custo de operação aproximado, que pertença a um determinado intervalo de confiança. A construção deste intervalo é obtida a partir dos custo médio de operação para as diversas seqüências avaliadas ao longo de todo o horizonte de estudo, o qual é assumido como o verdadeiro custo de operação. Por outro lado, o custo aproximado é obtido a partir de uma estimativa realizada com as informações disponíveis no primeiro estágio do horizonte de planejamento.

A cada iteração resolve-se na etapa *forward* $108 \times 200 = 21.600$ problemas de Programação Linear (PLs) enquanto que na etapa *backward* são necessários $107 \times 200 \times 25 = 535.000$ PLs.

No tocante as variáveis do problema, a representação a usinas individualizadas é composta por 64 variáveis e por 77 restrições. Na configuração com reservatórios equivalentes o número de variáveis relacionadas às usinas hidrelétricas é reduzido, resultando em um problema constituído por 31 variáveis e 31 restrições. Observe-se que o número de restrições de ambos os problemas cresce ao longo das iterações com a introdução dos cortes de Benders.

Na representação a reservatórios equivalentes a convergência do processo foi alcançada em três iterações. O comportamento dos custos de operação aproximado e calculado nesta metodologia ao longo das iterações está apresentado na Figura 4.5.

Na primeira iteração do processo não há nenhuma informação no que diz respeito ao impacto no custo futuro causado pela decisão de deplecionamento dos reservatórios, desta forma o sistema toma uma decisão “míope”, esvaziando os reservatórios e

consequentemente onerando a operação do sistema. Nas iterações subsequentes as decisões operativas são tomadas considerando o benefício futuro da utilização da água, expressa pela função de custo futuro.

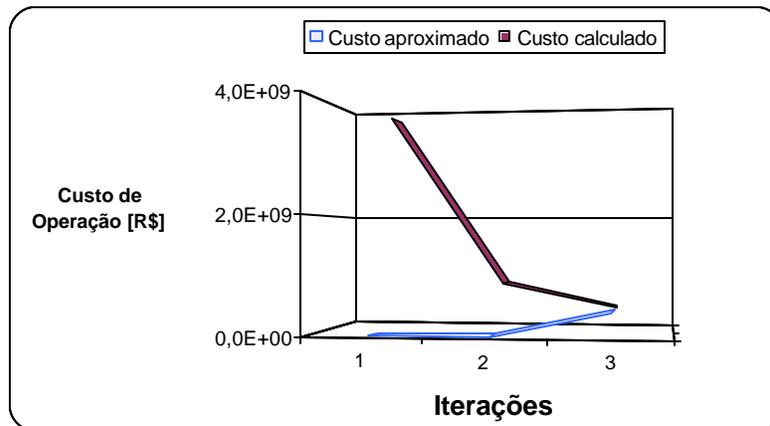


Figura 4.5 - Processo de Convergência da PDED para REQ.

Os resultados mais relevantes para o processo de convergência¹⁶ podem ser vistos na Tabela 4.2. Com exceção do *Gap*, os demais valores estão apresentados em milhões de R\$. Os custos de operação apresentados nesta tabela e na Tabela 4.3 correspondem ao valor apurado ao longo do período de 9 anos¹⁷.

Tabela 4.2 - Processo de Convergência da Representação a Reservatório Equivalente.

Iteração	Gap (%)	Desvio Padrão	Custos de operação		Intervalo de confiança	
			Aproximado	Calculado	Mínimo	Máximo
1	100,00	253,17	0,00	3.751,23	[3.162,27 ; 4.340,18]	
2	100,00	21,84	0,00	815,31	[764,50 ; 866,12]	
3	2,38	6,93	400,06	390,76	[374,64 ; 406,87]	

A representação a usinas individualizadas apresenta um maior número de combinações (estados) do que na representação concorrente, consequentemente o número de soluções degeneradas¹⁸ ao longo do processo é maior, o que influencia na realização de um número maior de iterações para que seja atingida a convergência do algoritmo. Isto

¹⁶ A construção do intervalo de confiança é descrita no Apêndice B.

¹⁷ Esses custos de operação servem apenas para a definição da convergência do algoritmo, uma vez que o horizonte de planejamento estabelecido é de cinco anos.

pode ser verificado pelo comportamento dos custos de operação calculado e aproximado ao longo do processo, como apresentado na Figura 4.6.

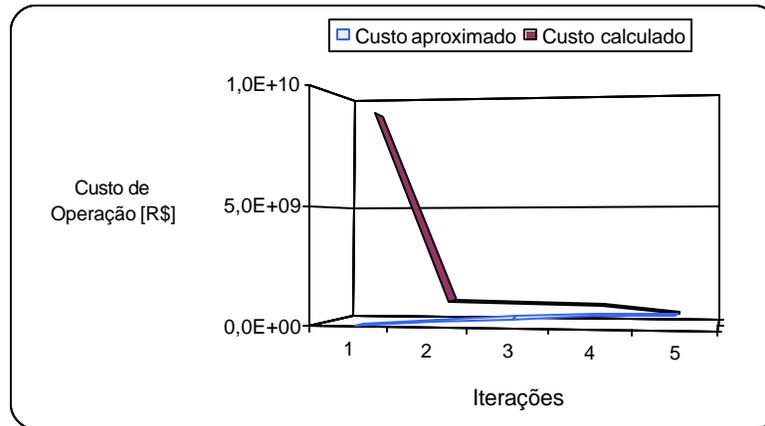


Figura 4.6 - Processo de Convergência da PDED para UI.

Conforme pode ser visto o processo convergiu em cinco iterações, e os resultados mais importantes ao longo das iterações são apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 - Processo de Convergência do Modelo a Usinas Individualizadas.

Iteração	Gap (%)	Desvio Padrão	Custo de Operação		Intervalo de confiança	
			Aproximado	Cálculado	Mínimo	Máximo
1	100,00	257,96	0,00	9.151,07	[8.550,96 ; 9.751,18]	
2	83,10	27,90	145,86	863,21	[798,30 ; 928,12]	
3	56,04	28,17	332,19	755,64	[690,11 ; 821,16]	
4	29,01	40,40	485,50	683,85	[589,88 ; 777,83]	
5	10,65	20,83	487,37	440,47	[392,02 ; 488,92]	

O tempo de processamento considerando a representação a reservatórios equivalentes foi de 57 minutos. Já no modelo a usinas individualizadas o tempo de processamento foi de 12 horas e 45 minutos. Uma opção viável, para reduzir o tempo de processamento requerido na solução do problema, é a utilização de técnicas de processamento paralelo [22].

¹⁸ A solução de um problema de otimização é denominada degenerada, quando existir em diferentes soluções que resultem no mesmo valor ótimo para função objetiva do problema.

4.5.2 Determinação do Custo de Operação

Avaliando o horizonte de planejamento de cinco anos, percebe-se que o valor esperado do custo total de operação na representação a reservatórios equivalentes é de R\$ 218.795.469,00, o qual decorre apenas do custo associado à complementação termelétrica, pois não há sequência com déficit no período de estudo.

Na abordagem a usinas individualizadas o valor esperado do custo total de operação é de R\$ 320.997.116,00. Este montante é composto pelo custo de combustível das termelétricas que corresponde a R\$ 216.580.707,00, ou seja, 67,6% do valor do custo total, a parte restante é decorrente do custo do déficit.

Percebe-se que esta última abordagem é mais restritiva, pois permite identificar os limites operativos de cada usina e também as restrições hidráulica estabelecidas pelos limites de turbinamento, diferenciando-a da outra representação, onde as restrições são agregadas para um conjunto de usinas de um mesmo subsistema. Com isso, verifica-se um maior número de cenários com déficits, o que contribui para o aumento do custo de operação.

A Tabela 4.4 apresenta o risco de déficit¹⁹ e o Valor Esperado da Energia não Suprida (EENS²⁰) para o modelo a usinas individualizadas. Verifica-se que no subsistema Sul não há ocorrência de déficit em nenhuma sequência, e que no subsistema Norte ocorrem déficits mais profundos, conforme pode ser avaliado a partir dos valores esperados de energia não suprida.

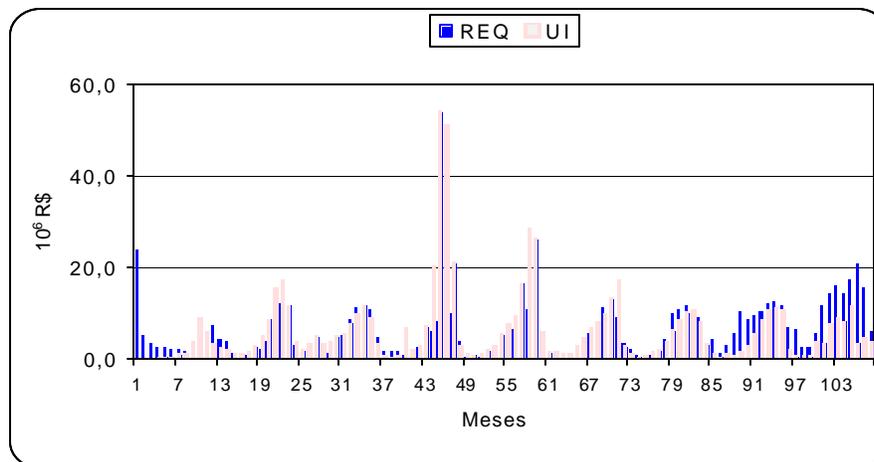
¹⁹ Risco de déficit é o número de séries de aflúncias que ocasionam déficit em relação ao total de séries analisadas.

²⁰ EENS é o montante esperado de energia em um ano que não pode ser atendida por meio dos recursos existentes.

Tabela 4.4 - Risco de Déficit e Valor Esperado de Energia Não Suprida para UI.

Ano	SUDESTE		SUL		NORDESTE		NORTE	
	Risco	EENS	Risco	EENS	Risco	EENS	Risco	EENS
	[%]	[MWmed]	[%]	[MWmed]	[%]	[MWmed]	[%]	[MWmed]
1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	6,53
2	1,0	18,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	5,49
3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0
4	0,0	0,0	0,0	0,0	3,5	15,9	15,5	243,82
5	0,0	0,0	0,0	0,0	4,5	12,9	5,0	79,72

O comportamento dos custos de operação ao longo de todo o período de estudo é apresentado na Figura 4.7, de onde percebe-se que em alguns estágios ocorre variação brusca de custo, indicando a ocorrência de déficit.

**Figura 4.7 - Custo de Operação Referente a cada Estágio.**

4.5.3 Determinação das Gerações Hidrelétricas e Termelétricas

A configuração avaliada é composta majoritariamente por usinas hidrelétricas de grande porte, dessa forma o mercado de energia é atendido predominantemente por geração hidrelétrica e fortuitamente utiliza a complementação termelétrica.

Ressalte-se que a operação, considerando a representação individualizada, não obedece a uma regra pré-definida de deplecionamento dos reservatórios. Além disso, são

considerados os vínculos hidráulicos entre as usinas e, desta forma, otimiza-se o processo aproveitando-se a posição da usina na cascata.

A Figura 4.8 mostra a geração hidrelétrica esperada ao longo do horizonte de planejamento para as duas abordagens, de onde percebe-se que nos primeiros meses de estudo ocorre uma maior utilização de geração hidrelétrica na representação a usinas individualizadas, nos estágios subsequentes esta geração é reduzida.

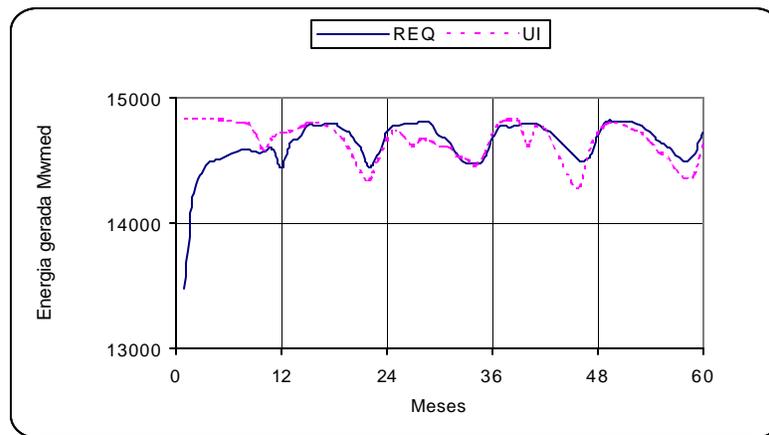


Figura 4.8 - Geração Hidrelétrica Esperada.

É interessante observar o montante esperado de geração hidrelétrica para o horizonte de cinco anos, representado na Figura 4.9, onde pode ser vista a contribuição de cada subsistema. Os valores esperados de geração de energia hidrelétrica para todo o sistema são muito próximos, sendo um pouco superior na representação individualizada.

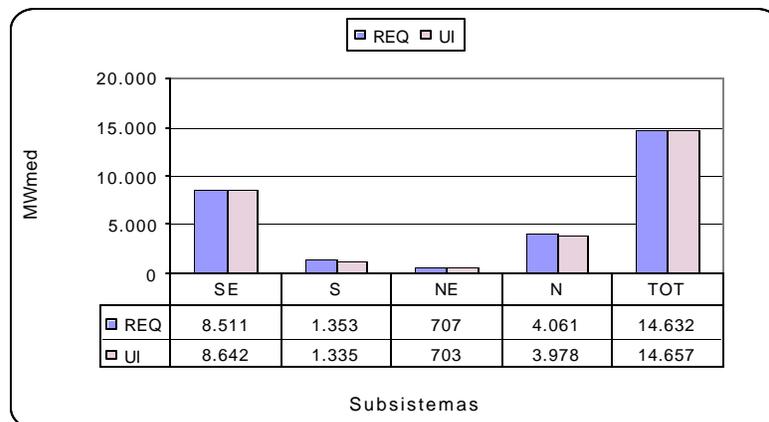


Figura 4.9 - Geração Hidrelétrica Média para todo o Horizonte de Planejamento.

Dado que a geração de origem hidrelétrica média na representação a REQ apresenta-se um pouco inferior do que a obtida na representação a UI, espera-se que haja uma compensação deste decréscimo de geração hidráulica por acréscimo de geração termelétrica e/ou déficit.

De fato, na Figura 4.10, verifica-se que ocorre um acréscimo de geração termelétrica de 32,66 MWmed, em relação ao despacho da representação a UI. Adicionalmente, na abordagem a UI ocorrem déficits em algumas seqüências, onerando a operação do sistema.

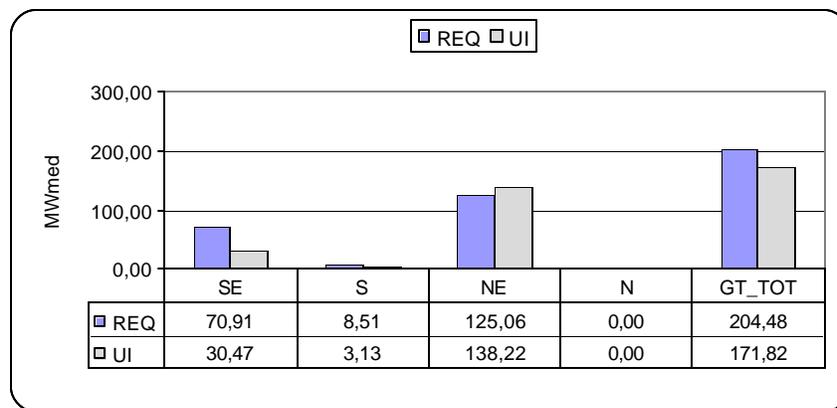


Figura 4.10 - Geração Termelétrica Média para o Horizonte de Planejamento.

Como citado anteriormente, em nenhuma seqüência há ocorrência de déficit na representação a REQ, conseqüentemente a energia esperada não suprida é nula, Por outro lado na abordagem a UI, algumas seqüências apresentam déficits, cujos impactos são avaliados pelo déficit médio mensal. Conforme mostrado na Figura 4.11.

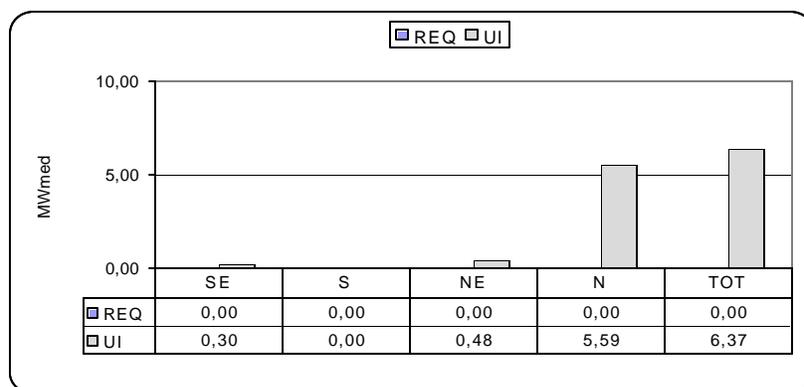


Figura 4.11 – Déficit Médio Esperado Mensal.

Os resultados obtidos mostram que dependendo da característica de cada subsistema, a representação a reservatórios equivalentes pode ser otimista (subsistema Norte) ou pessimista (subsistema Sudeste), no tocante à geração de origem hídrica.

No caso da representação a reservatórios equivalentes, para um dado nível de armazenamento do subsistema tem-se um único multiplicador Simplex para cada subsistema. Com isso, ao tomar uma decisão de armazenamento ou deplecionamento, o modelo manterá esta decisão até que uma restrição de produção do subsistema ou de transmissão seja alcançada. Por outro lado, na representação a usinas individualizadas, para um dado nível de armazenamento do subsistema, existe um multiplicador Simplex para cada usina. Com isso ao tomar uma decisão, o modelo seguirá com ela enquanto alguma restrição de usina não é alcançada e não de subsistema.

Pode-se dizer que o modeb com reservatórios equivalentes tem uma lógica típica de “algoritmos gulosos”. Nesta representação, o deplecionamento excessivo de um subsistema causa maiores impactos nos custos, podendo se estender por longos períodos pois o sistema apresenta maior dificuldade de se recuperar devido à regra de operação de deplecionamento em paralelo imposta nesta representação, por isso justifica-se a necessidade de geração térmica preventiva estendendo-se por vários meses, como apresentado na Figura 4.12, onde é mostrado o despacho de cada uma das usinas termelétricas que compõem o sistema.

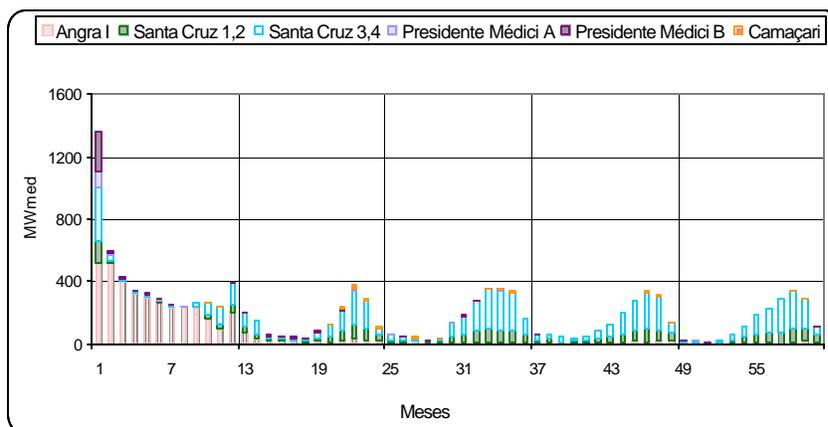


Figura 4.12 - Geração Termelétrica Esperada Mensal para REQ.

Como comentado anteriormente o fato da representação a UI apresentar mais restrições operativas favorece a identificação de cenários com déficits. A Figura 4.13 auxilia a interpretação dessas análises, apresentando a geração termelétrica esperada e a EENS nesta abordagem.

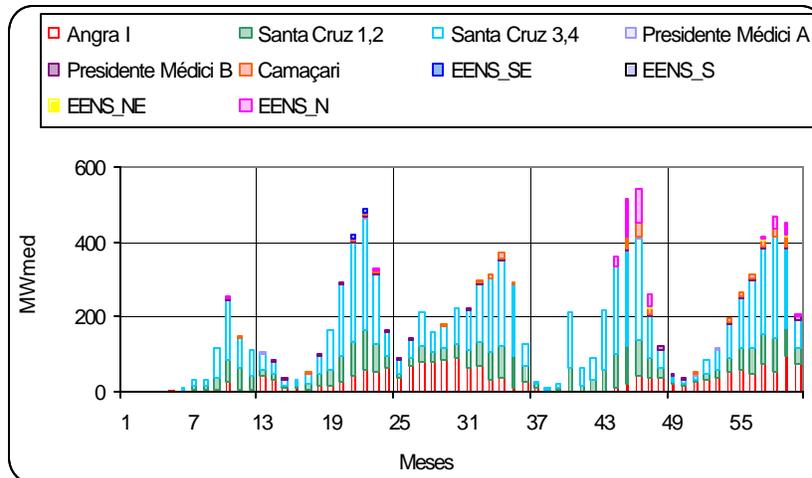


Figura 4.13 - Geração Térmica Esperada Mensal para UI.

4.5.4 Análise da Energia Vertida

Os reservatórios possuem restrições de armazenamento de volume de água e de turbinamento, desta forma a água excedente que não pode ser utilizada é vertida. A operação ótima das usinas ao longo da cascata requer a utilização adequada dos recursos disponíveis do sistema e consequentemente diminuição dos vertimentos nas usinas. Na representação a REQ o volume vertido para cada usina é representado pela energia vertida para todo o subsistema. Já na representação a UI os vínculos hidráulicos entre as usinas são considerados e assim é possível a identificação de vertimentos localizados.

A Figura 4.14 mostra as energias vertidas médias para os subsistemas, considerando o horizonte de planejamento estabelecido. Pode-se verificar que na representação a REQ há um pequeno aumento de 1,70% na energia vertida para todo o sistema em relação a representação a UI.

Por outro lado no subsistema Norte a abordagem a REQ indica menos vertimentos, isto é explicado pelo fato do sistema ser composto por apenas duas usinas sujeitas a menos

restrições operativas e submetidas a afluências elevadas, possibilitando um maior armazenamento e conseqüentemente menor vertimento.

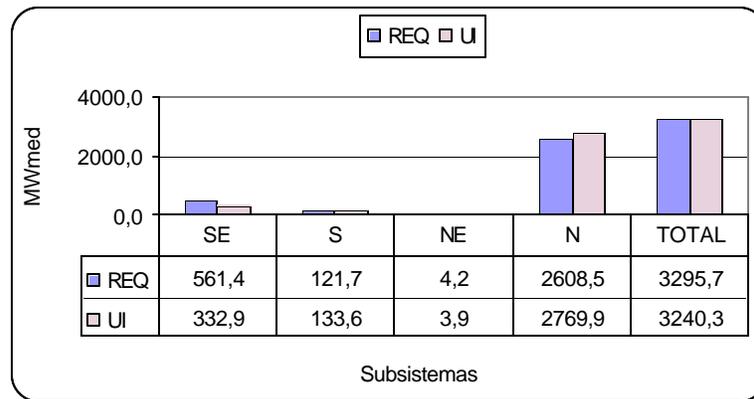


Figura 4.14 - Energia Vertida Total Média Anual Histórica.

4.5.5 Análise da Energia Armazenada

A configuração utilizada para o subsistema Sudeste é composta por vários reservatórios de capacidade plurianual de armazenamento, o que possibilita uma maior regularização da energia armazenada. Isto pode ser confirmado por meio da análise do montante de energia armazenada, cujo comportamento é cíclico e sem variações bruscas ao longo do período em estudo. Esta característica é similar tanto para a representação a UI quanto a de REQ, como pode ser visto na Figura 4.15.

A abordagem a REQ apresenta menos restrições operativas, ocasionando um maior armazenamento de energia do que o obtido na representação a UI. Ressalte-se ainda que, no último estágio de estudo, como o objetivo do problema é minimizar apenas o custo imediato de operação, o sistema usufruí ao máximo da energia de origem hidráulica disponível esvaziando os reservatórios.

Devido à regra de deplecionamento paralelo dos reservatórios, na representação por REQ, o esvaziamento deste subsistema é realizado paulatinamente ao longo dos últimos anos de estudo, com uma taxa aproximadamente constante. Esta característica não ocorre na representação a UI onde os reservatórios são deplecionados abruptamente apenas no último ano. Este resultado mostra que na representação a usinas individualizadas é

possível reduzir o horizonte de estudo sem comprometimento dos resultados. A confirmação dessa conclusão deve ser analisada para outras aplicações.

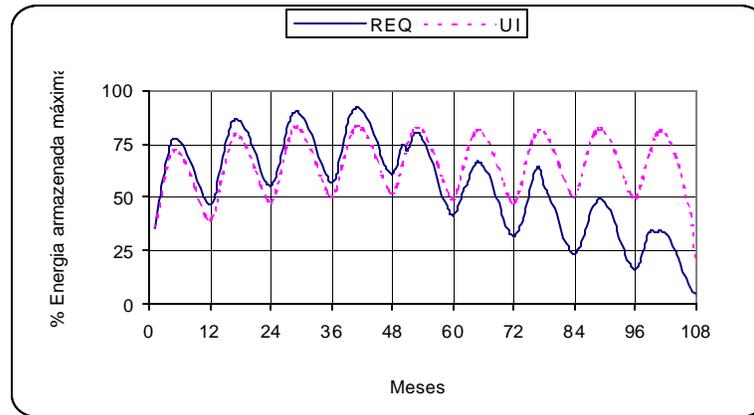


Figura 4.15 - Energia Armazenada no SE.

O subsistema Sul apresenta um comportamento não regular ao longo do período de estudo, isto ocorre devido à intensa variabilidade de suas energias afluentes. Este subsistema é representado por apenas uma usina de reservatório, sendo esperado que a regra de operação em paralelo, não afetaria os resultados. Contudo os resultados obtidos mostram o contrário, pois há uma integração do Sul com o Sudeste, o que altera as condições de contorno subsistema do Sul. A Figura 4.16 mostra o comportamento da energia armazenada para esse subsistema.

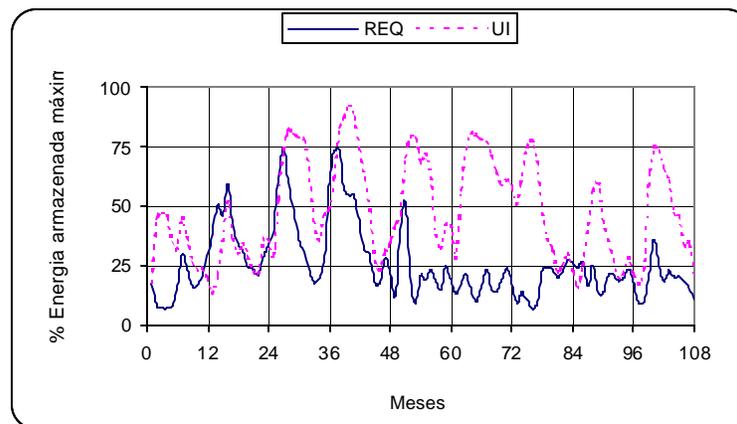


Figura 4.16 - Energia Armazenada no S.

O subsistema Nordeste é composto por uma usina de reservatório e por uma usina fictícia. Esta última contribui apenas para a energia armazenada do sistema. Pelo fato do potencial de geração hidrelétrica instalado ser pequeno e haver limitação de importação de energia, torna-se necessário uma expressiva complementação termelétrica para suprimento deste mercado. Estas peculiaridades tornam o comportamento da energia armazenada similar em ambas as metodologias, conforme pode ser visto na Figura 4.17.

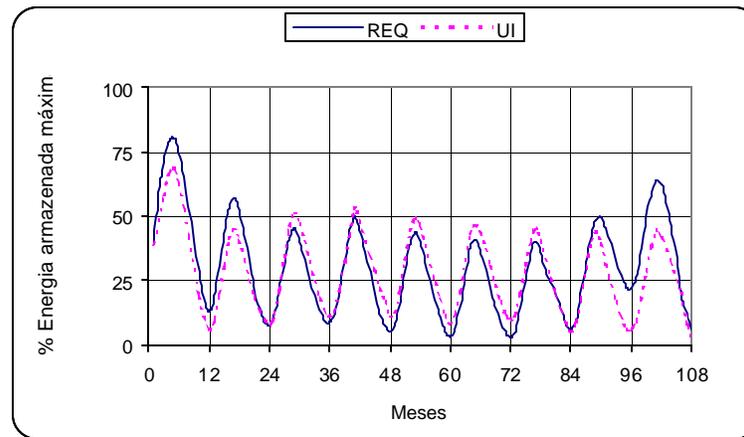


Figura 4.17 - Energia Armazenada no NE.

O subsistema Norte está localizado numa região onde as estações secas e chuvosas são bem definidas, refletido no comportamento da energia armazenada. Este subsistema possui a característica de ser eminentemente exportador de energia, dada a grande capacidade de geração hidrelétrica instalada. Na representação a UI, a energia armazenada ao longo do período de estudo não atingiu o nível de energia armazenada máxima deste subsistema, pois esta abordagem é mais restritiva do que a utilizada na representação a REQ, conforme observa-se na Figura 4.18.

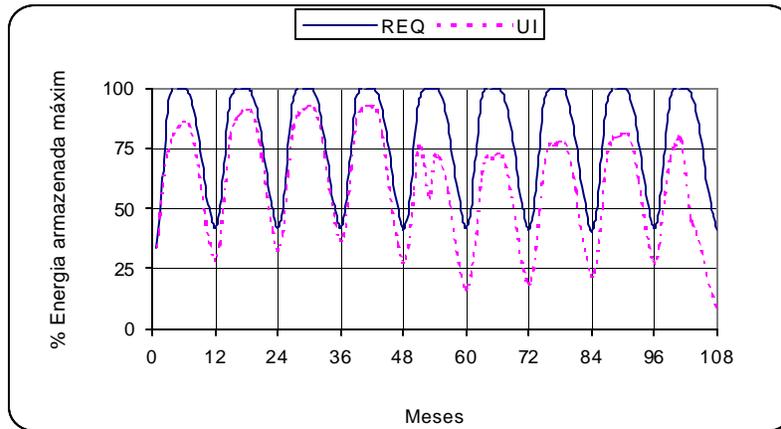


Figura 4.18 - Energia Armazenada no N.

4.5.6 Avaliação do Deplecionamento dos Reservatórios considerando a Representação a UI.

Na representação a UI não é estabelecida uma regra de deplecionamento dos reservatórios, portanto utiliza-se a cada estágio o recurso mais barato, ou seja, deplecionam-se as usinas que possuem o menor valor d'água.

Para evidenciar o deplecionamento individual dos reservatórios é apresentado na Figura 4.19 o armazenamento médio e os respectivos valores da água de duas grandes usinas do subsistema Sudeste no primeiro ano de estudo. Observe-se nesta figura que o deplecionamento dos reservatórios não ocorre em paralelo, ainda que as decisões operativas dos reservatórios são tomadas com base unicamente em produtibilidades constantes, isto é que não dependem da altura de queda.

Caso tivesse sido considerada a correção da altura de queda líquida, o volume da usina a jusante (Ilha Solteira) tenderia a manter níveis de armazenamento mais elevados, por outro lado à usina a montante (Itumbiara) ficaria propensa a regularizar as afluições a partir das variações de seus níveis de armazenamento, possibilitando um ganho de produtividade para o sistema [23]. Por meio dessa análise verifica-se que a operação ótima de cada reservatório é dependente de sua posição na cascata.

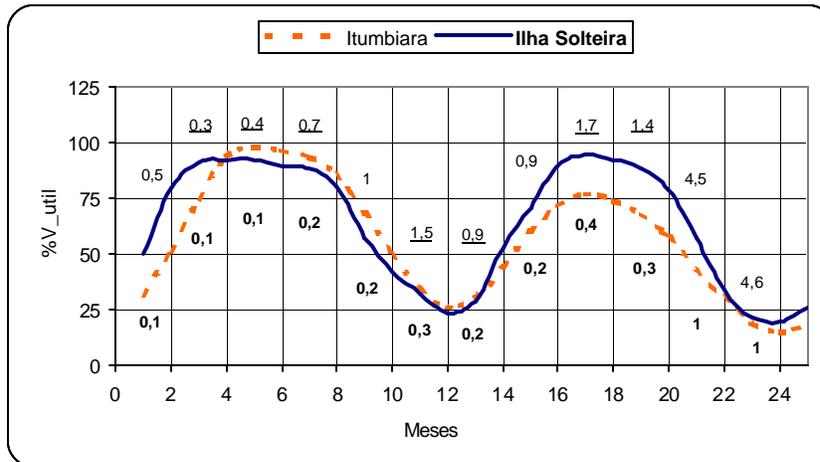


Figura 4.19 - Volume Armazenado nas Usinas do Sudeste.

Por outro lado na representação a REQ pressupõe-se que os reservatórios de um mesmo subsistema sejam deplecionados em percentuais idênticos. Alguns estudos sugerem que este tipo de regra subestima a capacidade de geração e propõem a adoção de regras não-lineares para a otimização do sistema [24],[25].

4.5.7 Comparação das Energias Armazenadas em relação aos Custos Marginais de Operação

A seguir são apresentadas as diferenças entre ambas as metodologias no tocante ao relacionamento entre custo marginal de operação e a energia armazenada.

Como comentado na seção 4.5.3 a geração termelétrica obtida em ambas as representações não apresentaram diferenças significativas, entretanto a sua distribuição ao longo do horizonte de planejamento apresentou comportamento distinto, havendo concentração de geração termelétrica no início do período de estudo na representação a REQ provocando elevados CMO's nos estágios iniciais como pode ser visto na Figura 4.20. Adicionalmente, o fato da representação a REQ possuir menos restrições operativas contribui para uma elevação artificial de níveis de armazenamento, a partir do segundo ano, causando custos marginais menores que aqueles verificados para a abordagem a UI, conforme é mostrado na Figura 4.20.

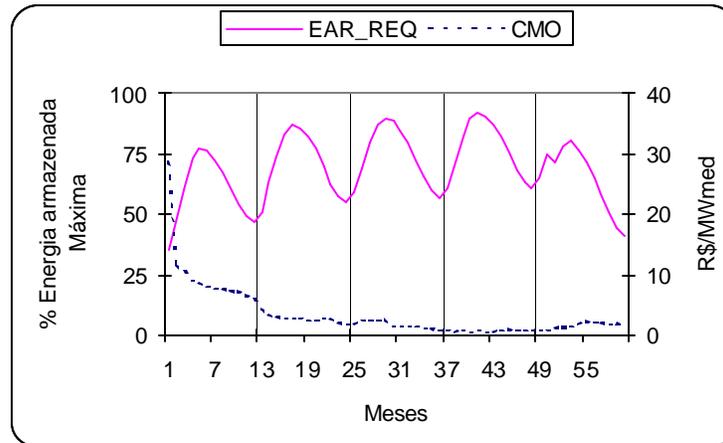


Figura 4.20 - Energia Armazenada e CMO para o SE - REQ.

Na abordagem a UI os custos marginais apresentam-se mais sensíveis em relação a variações de armazenamento, isto ocorre porque esta representação é mais restritiva e além disso os valores de energia armazenada nos períodos secos são inferiores aos valores obtidos na representação a REQ. Conforme pode ser visto na Figura 4.21, os CMO's que antecedem o término do período seco apresentam elevações significativas, fornecendo uma sinalização econômica adequada do estado do sistema.

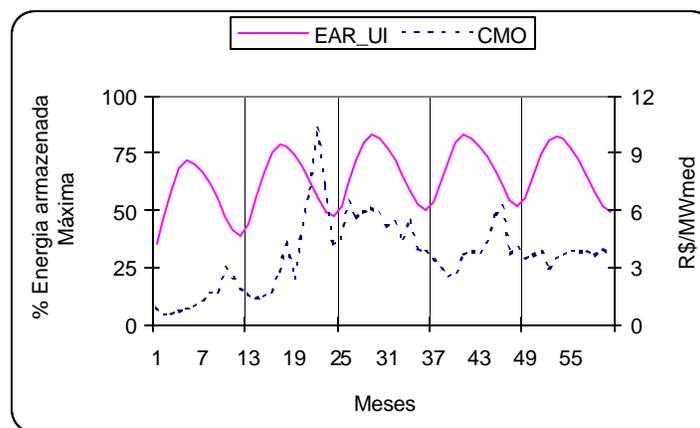


Figura 4.21 - Energia Armazenada e CMO para o SE - UI.

O comportamento dos CMO's no subsistema Sul, considerando a abordagem a REQ, mostra-se semelhante ao do Sudeste, porém o comportamento da energia armazenada não apresenta variações tão suaves quanto a do Sudeste. Nos períodos secos os reservatórios

chegam a níveis inferiores a 25% da energia armazenada máxima, como apresentado na Figura 4.22.

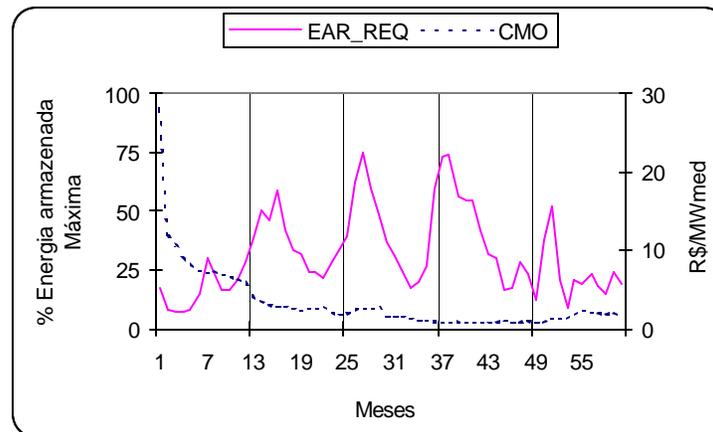


Figura 4.22 - Energia Armazenada e CMO para o S - REQ.

Na abordagem a UI o nível de armazenamento do subsistema Sul, mostrado na Figura 4.23, também apresenta-se baixo nos períodos secos, porém os CMO's melhoram a sinalização econômica do estado de armazenamento do subsistema, devido as características peculiares desta representação.

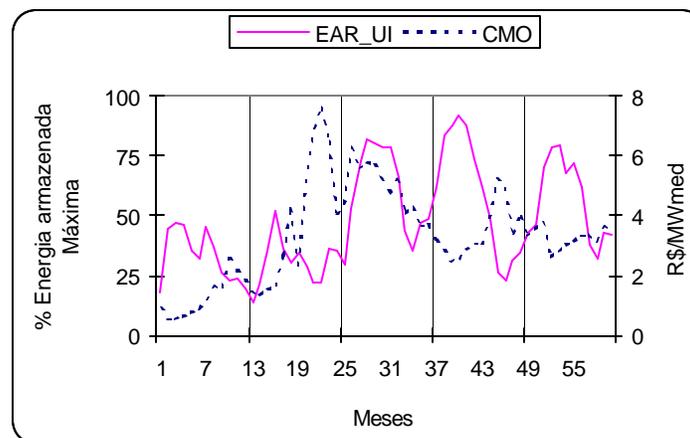


Figura 4.23 - Energia Armazenada e CMO para o S - UI.

O subsistema Nordeste possui uma capacidade instalada de geração hidrelétrica pequena, sendo portanto necessário uma expressiva complementação termelétrica para

surprimento de sua demanda, conseqüentemente os CMO's são elevados, tipicamente superiores ao custo de operação da termelétrica mais barata.

Os resultados para este subsistema são apresentados na Figura 4.24 e 4.25. O comportamento da energia armazenada e dos custos marginais são semelhantes em ambos os casos, sendo característica a sua operação com níveis baixos de energia armazenada principalmente na representação a REQ, onde não são abordadas as restrições de volumes máximos e mínimos por reservatório, diferenciando-o da outra representação.

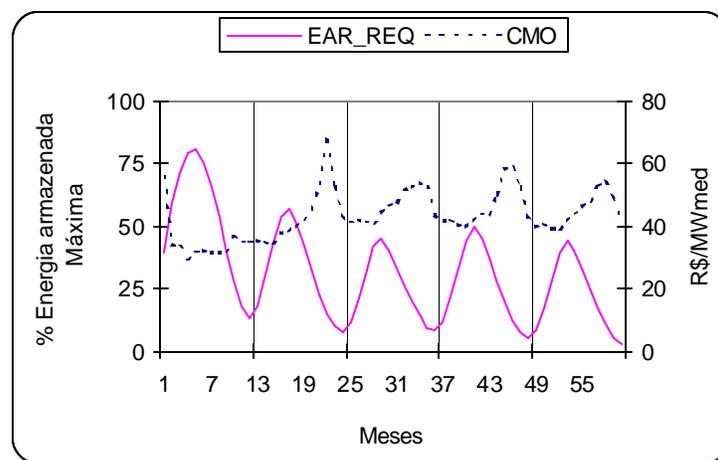


Figura 4.24 - Energia Armazenada e CMO para o NE - REQ.

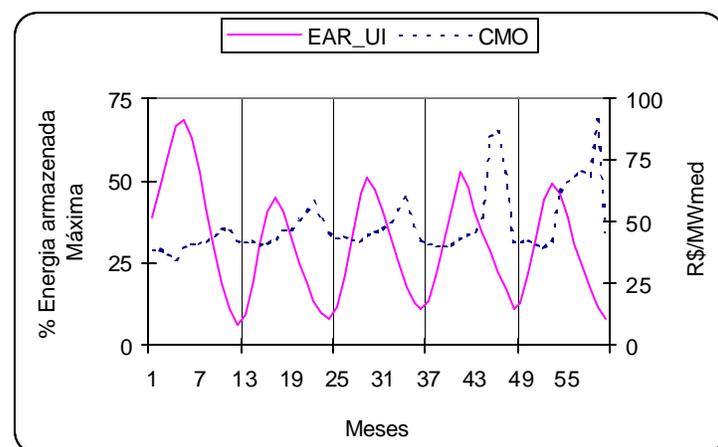


Figura 4.25 - Energia Armazenada e CMO para o NE - UI.

A Figura 4.26 mostra a representação a REQ do subsistema Nordeste onde verifica-se que ocorre uma grande amplitude nos valores de energia armazenada, sendo atingida a

máxima capacidade de armazenamento em alguns estágios. A demanda deste subsistema foi suprida apenas por geração hidrelétrica, como pode ser verificado no comportamento dos custos marginais que apresentam-se nulos ao longo de todo o horizonte de planejamento.

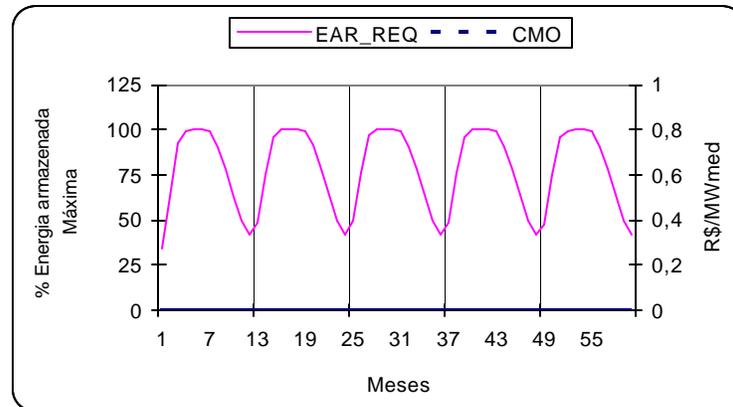


Figura 4.26 - Energia Armazenada e CMO para o N- REQ.

Avaliando o subsistema Norte na abordagem a UI, percebe-se que pelo fato deste modelo ser mais restritivo, os níveis de energia armazenada são inferiores à outra metodologia, acarretando em custos marginais não nulos nos períodos de secas e particularmente nos dois últimos anos do horizonte de planejamento onde ocorrem elevações abruptas nos CMO's decorrentes dos déficits encontrados no sistema interligado. Este comportamento está apresentado na Figura 4.27.

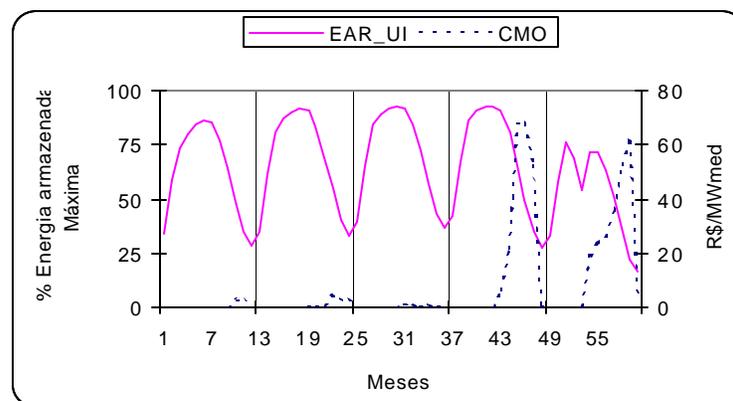


Figura 4.27 - Energia Armazenada e CMO para o N - UI.

4.5.8 Avaliação dos Intercâmbios entre Sistemas

As interligações entre os subsistemas, permitem explorar o aspecto de complementaridade energética, além de aumentar a confiabilidade do sistema.

O intercâmbio esperado para as seqüências analisadas nas interligações, ao longo do horizonte de planejamento, está mostrado nas figuras 4.28 e 4.29, considerando a representação a UI e a REQ, respectivamente. Em ambos os casos verifica-se a característica eminentemente importadora do subsistema Nordeste e exportadora do subsistema Norte.

Avaliando a interligação entre os subsistemas Norte e Imperatriz, nota-se que o valor esperado de intercâmbio líquido para o horizonte de planejamento é de 848,15MWmed para a representação a UI, e 926,15MWmed para a REQ, ou seja, houve um aumento de 9,19% na abordagem a REQ. Isto é justificável porque nesta abordagem o subsistema é menos susceptível às restrições operativas, o que conseqüentemente aumenta a disponibilidade de energia para intercâmbio.

Lembrando que o planejamento da operação visa determinar metas de geração hidrelétrica e termelétrica, bem como os intercâmbios entre os subsistemas, verifica-se que para os subsistemas Sul e Sudeste há uma inversão no sentido do intercâmbio entre esses subsistemas quando se compara as duas abordagens de representação de usinas. Isto acontece, pois na representação a reservatórios equivalentes o modelo prefere usar mais termelétricas no início do horizonte preservando o nível de armazenamento do subsistema Sul.

Para a interligação entre os subsistemas Sudeste e Imperatriz percebe-se que na representação a REQ os valores médios de intercâmbio são sempre no sentido Imperatriz para Sudeste, entretanto vale ressaltar que estes valores representam a média, e em algumas seqüências ocorrem intercâmbios no sentido oposto. Na abordagem a UI encontrou-se um comportamento distinto para esta interligação, pois há uma distribuição dos valores médios em ambos os sentidos.

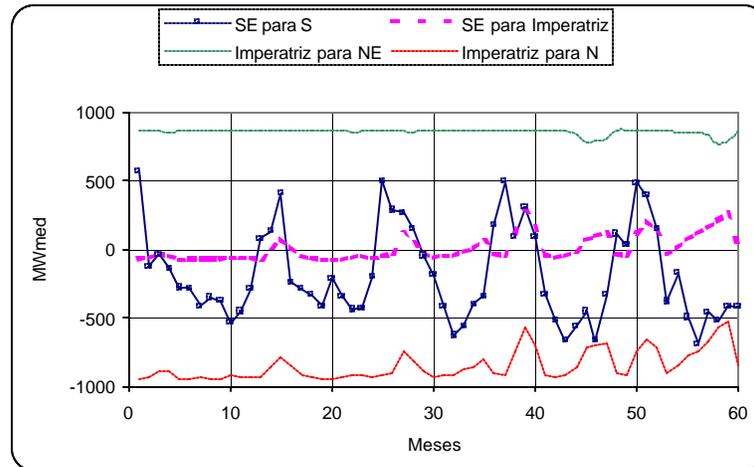


Figura 4.28 - Intercâmbio entre os Subsistemas considerando a Representação a UI.

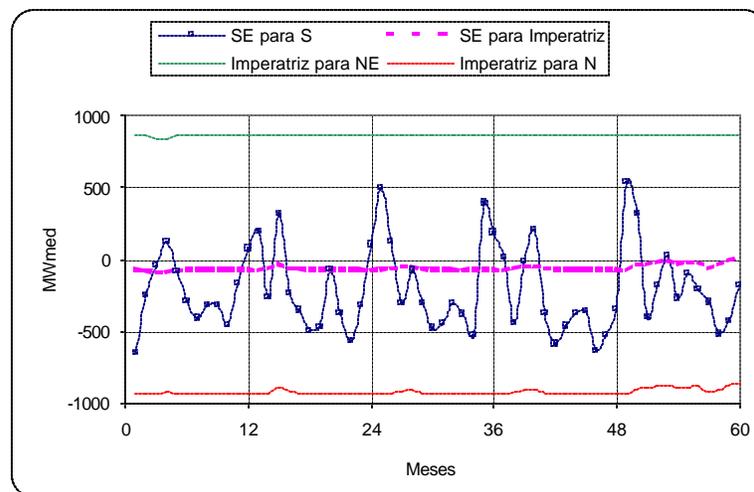


Figura 4.29 - Intercâmbio entre os Subsistemas considerando a Representação a REQ.

Para avaliar a utilização da interligação entre os subsistemas Sul e Sudeste determinaram-se quatro patamares de intercâmbios para as 200 seqüências consideradas no estudo. Verifica-se que o intercâmbio no sentido Sul para Sudeste em ambas as abordagens possui alta probabilidade de se encontrar no patamar de 960 MW, onde a capacidade da linha é utilizada ao máximo como pode ser visto nas figuras 4.30 e 4.31.

Comparando as duas abordagens percebe-se que na representação a UI a distribuição de intercâmbios entre os patamares estabelecidos ocorre de forma mais regular e ressalta-se

ainda que o comportamento da frequência de intercâmbio reflete melhor o armazenamento deste subsistema, diminuindo os intercâmbios nas estações secas e intensificando-os nas estações úmidas, explorando assim a complementariedade energética entre os subsistemas.

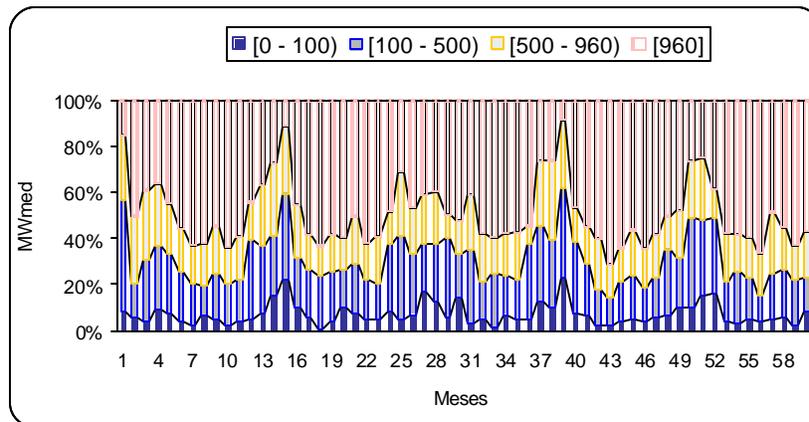


Figura 4.30 - Frequência dos Fluxos na Interligação S-SE, para a UI.

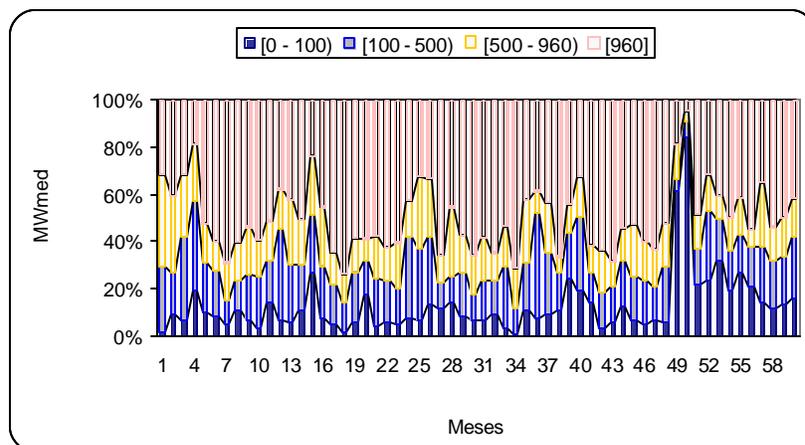


Figura 4.31 - Frequência dos Fluxos na Interligação S-SE, para a REQ.

4.6 CONCLUSÕES

Neste capítulo foi apresentada a aplicação de duas metodologias utilizando a PDED na realização do planejamento da operação energética para sistemas hidrotérmicos com predominância de geração de origem hídrica. Estas metodologias distinguem-se pelas regras de operação adotadas e também pelas aproximações estabelecidas.

Na representação a reservatórios equivalentes assume-se que as usinas hidrelétricas de um mesmo subsistema formem um único reservatório equivalente de energia. Como consequência é imposta a regra de deplecionamento em paralelo dos reservatórios que compõem cada subsistema. Desta forma a dimensão do problema é reduzida, conseqüentemente acelera-se o processo de solução do mesmo.

A abordagem a usinas individualizadas permite uma representação mais realista do problema pois são consideradas as características individuais de cada usina e os vínculos hidráulicos existentes entre elas. Portanto é possível identificar os vertimentos e turbinamentos localizados.

Adicionalmente, por não ser estabelecida uma regra operativa pré-definida de deplecionamento dos reservatórios, torna possível otimizar o uso dos reservatórios pertencentes a uma mesma bacia. Como resultado do problema de otimização energética são fornecidas as metas de geração hidrelétrica por usina, não sendo necessário um modelo de desagregação de metas como o utilizado na representação por reservatórios equivalentes.

As análises realizadas mostraram que na representação a reservatórios equivalentes os custos marginais de operação nem sempre refletem adequadamente o nível de armazenamento do subsistema. Além disso, esta representação não possibilitou a identificação de cenários com déficit, o que conseqüentemente propiciou um custo total de operação aquém ao obtido na representação de usinas individualizadas.

Apesar da representação a usinas individualizadas adotada no presente trabalho representar de forma mais realista as características operativas das usinas, não considerou-se a correção da variação da altura de queda líquida dos reservatórios o que influencia na produtibilidade das usinas e conseqüentemente altera as metas de geração. Além disso as seqüências de aflúncias utilizadas são obtidas diretamente do histórico e nenhum tratamento estatístico é realizado, ou seja, as vazões são consideradas independentes do mês ou meses anterior(es). A implementação destas características inerentes do sistema, são sugeridas para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 5. CONCLUSÕES

A reestruturação ocorrida no setor elétrico brasileiro, associada à fase atual de transição e transformações no modelo vigente, incentivam o fomento de tecnologias avançadas aplicadas ao planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos.

No âmbito do planejamento da operação é relevante a utilização de ferramentas que possam propiciar sinalização econômica adequada e que auxiliem os agentes na determinação de metas e na formação de preço, conforme apresentado no Capítulo 2.

As não-linearidades existente nas funções de produção das usinas definem o problema de planejamento como não-linear. A impossibilidade de se conhecer previamente as afluências que ocorrerão no futuro caracterizam o problema como estocástico. A necessidade de um processo de otimização avaliando diversos estágios, aliadas ao elevado número de usinas do sistema, tornam o problema de grande porte e de difícil solução. As dificuldades apresentadas no Capítulo 2 justificam a necessidade da divisão do processo de planejamento em etapas, possibilitando avaliar os efeitos de curto, médio e longo prazos.

O enfoque do presente trabalho é na etapa de médio prazo. Neste contexto, o planejamento tem papel preponderante na definição das metas de geração e dos intercâmbios entre os subsistemas, e conseqüentemente determinando a probabilidade de déficit no horizonte de estudo estabelecido.

A matriz energética brasileira é predominantemente hidrelétrica, correspondendo a 90% da capacidade instalada total de geração, sendo portanto essencial o gerenciamento global dos recursos hídricos. Como não é possível antever com precisão as afluências que ocorrerão no futuro, realizam-se os estudos de planejamento considerando diversos cenários de afluências.

Na prática é conhecido apenas o cenário de afluências ocorrido no passado. Todavia a partir deste registro histórico são amostradas várias seqüências de afluências que apresentam as mesmas características estatísticas. No problema de planejamento de médio prazo utilizam-se estas seqüências considerando uma determinada tendência hidrológica dependente das afluências que antecedem ao estágio avaliado.

No Capítulo 3 são apresentadas as leis físicas que existem no processo de geração de energia elétrica a partir das usinas hidrelétricas e termelétricas. Com isso é possível formular o problema de planejamento de médio prazo e abordá-lo considerando as características individuais das usinas ou por meio de uma representação simplificada, agregando os reservatórios de um mesmo subsistema, como apresentado neste capítulo. Esta última abordagem é denominada de representação a reservatórios equivalentes de energia.

Na representação com um único reservatório equivalente de energia há uma redução considerável da dimensão do problema, o que torna possível solucionar o problema por Programação Dinâmica Estocástica (PDE).

Nesta representação não é possível representar o acoplamento hidráulico entre usinas de uma mesma cascata e tampouco identificar turbinamentos e vertimentos localizados. Além disso, nesta representação, assume-se que os reservatórios são deplecionados em paralelo.

Como a PDE requer a segmentação do espaço de estado, a sua utilização para problemas onde é necessária a representação de mais de um reservatório equivalente de energia é imprescindível, como é o caso do sistema brasileiro que é composto por doze bacias fluviais

Ainda no Capítulo 3 apresenta-se a PDE e o seu aperfeiçoamento a partir da solução dual do problema, denominado de Programação Dinâmica Estocástica Dual (PDED). Ressalte-se que esta técnica permite solucionar o problema de planejamento de médio prazo sem necessidade da segmentação do espaço de estado, contornando a característica de grande porte do problema.

No Capítulo 4 são apresentados os resultados das simulações realizadas considerando as duas metodologias propostas para o planejamento de médio prazo. Conforme esperado, a abordagem a reservatórios equivalentes consumiu menor tempo computacional pois foram adotadas maiores simplificações nesta representação.

Na abordagem a usinas individualizadas as características do sistema são representadas de forma mais realista, o que possibilita a identificação de déficits ao longo do horizonte de planejamento, o que não ocorre na abordagem a reservatórios equivalentes.

Os estágios com déficits contribuem para o aumento do custo de operação do sistema, tornando a representação a usinas individualizadas 46,7% mais onerosa do que a representação a reservatórios equivalentes, para o caso estudado.

Avaliando a composição do sistema verifica-se que os pormenores da configuração de cada subsistema influenciam significativamente os resultados do problema, podendo fornecer resultados otimistas ou pessimistas dependendo de suas peculiaridades. Por exemplo no que tange ao armazenamento, a representação a reservatórios equivalentes mostrou-se mais otimista, pois em alguns estágios ocorre mais armazenamento de energia do que a real capacidade disponível, e em outros ocorre a utilização de energia armazenada que de fato o sistema não dispõe no momento, como pôde ser visto na Figura 4.15.

No modelo agregado de reservatórios pressupõem-se que os reservatórios de um mesmo subsistema sejam deplecionados em paralelo. Nas simulações realizadas comprovou-se que este comportamento não ocorre necessariamente na representação de usinas de forma individualizada.

Ao avaliar os custos marginais, verificou-se que a abordagem a reservatórios equivalentes forneceu resultados insensíveis aos estados em que se encontravam os subsistemas, o que compromete o uso desta representação para a formação de preço. Por outro lado na representação a usinas individualizadas os custos marginais refletem adequadamente o nível de armazenamento do subsistema e apresentam um comportamento mais volátil do que na outra representação.

No contexto atual do setor elétrico são de fundamental importância as avaliações realizadas no sentido de investigar as metodologias existentes e propor sugestões para a otimização do sistema, assegurando o atendimento dos consumidores e fornecendo suporte para instigar o desenvolvimento sustentável do país.

Como sugestões para trabalhos futuros propõe-se o tratamento estatístico das afluições no aspecto de representar o comportamento periódico das propriedades probabilísticas, por meio de modelos auto-regressivos. No presente trabalho considerou-se a função de produção das usinas diretamente proporcional ao turbinamento das usinas, representada pela produtibilidade média das usinas, porém é primordial a correção da

variação da altura de queda líquida para a determinação mais correta da produção de cada usina.

Outra modificação que propiciará a representação mais realista consiste na determinação do custo de déficit por patamar. Também nestes aspectos sugere-se a representação do acoplamento hidráulico entre os subsistemas existentes no modelo agregado de reservatórios, representados atualmente pelas usinas fictícias.

Finalizando sugere-se a investigação da representação do sistema por um maior número de subsistemas [26] e ainda a realização das mudanças sugeridas para diferentes configurações, e se possível considerando a representação completa do sistema elétrico brasileiro.

APÊNDICE A. CONFIGURAÇÃO DO SISTEMA EXEMPLO

A.1 CONFIGURAÇÃO E DESCRIÇÃO DO SISTEMA ESTUDADO

Apresenta-se neste Apêndice a configuração do sistema hidrotérmico avaliado, assim como as suas características pormenorizadas consideradas na presente representação. A configuração adotada compõe-se de usinas do sistema elétrico brasileiro, agrupadas em quatro subsistemas interligados por um sistema de transmissão.

O sistema hidrotérmico é constituído por 15 usinas hidrelétricas das quais, nove pertencem ao subsistema Sudeste/Centro-Oeste, duas pertencem ao subsistema Sul, incluindo Salto Osório que opera como fio d'água²¹. O subsistema Norte possui duas usinas hidrelétricas, incluindo Serra da Mesa Fictícia²². As outras duas usinas pertencem ao subsistema Nordeste, incluindo Três Marias Fictícia. Vale lembrar que a metodologia a reservatório equivalente utilizada impossibilita a representação do acoplamento hidráulico entre subsistemas, portanto um artifício utilizado para suprir esse problema é a utilização de Usinas Fictícias.

A interligação entre os subsistemas é feita através de um sistema de transmissão representado pelos limites de intercâmbio das linhas de transmissão. A conexão entre os subsistemas Sudeste/Centro-Oeste, Nordeste e Norte é representada por um nó fictício correspondendo à Subestação de Imperatriz. A configuração do sistema é representada na Figura A.1.

²¹ Usina que possui reservatório com pouca capacidade de regularização, turbinando toda vazão afluyente que a ela chega.

²² Usina que esta eletricamente interligadas a um subsistema atendendo o mercado deste, e hidraulicamente acopladas a outro subsistema. Em um subsistema representase a capacidade de geração e o reservatório, e no outro apenas o reservatório, o qual é denominado de usina fictícia.

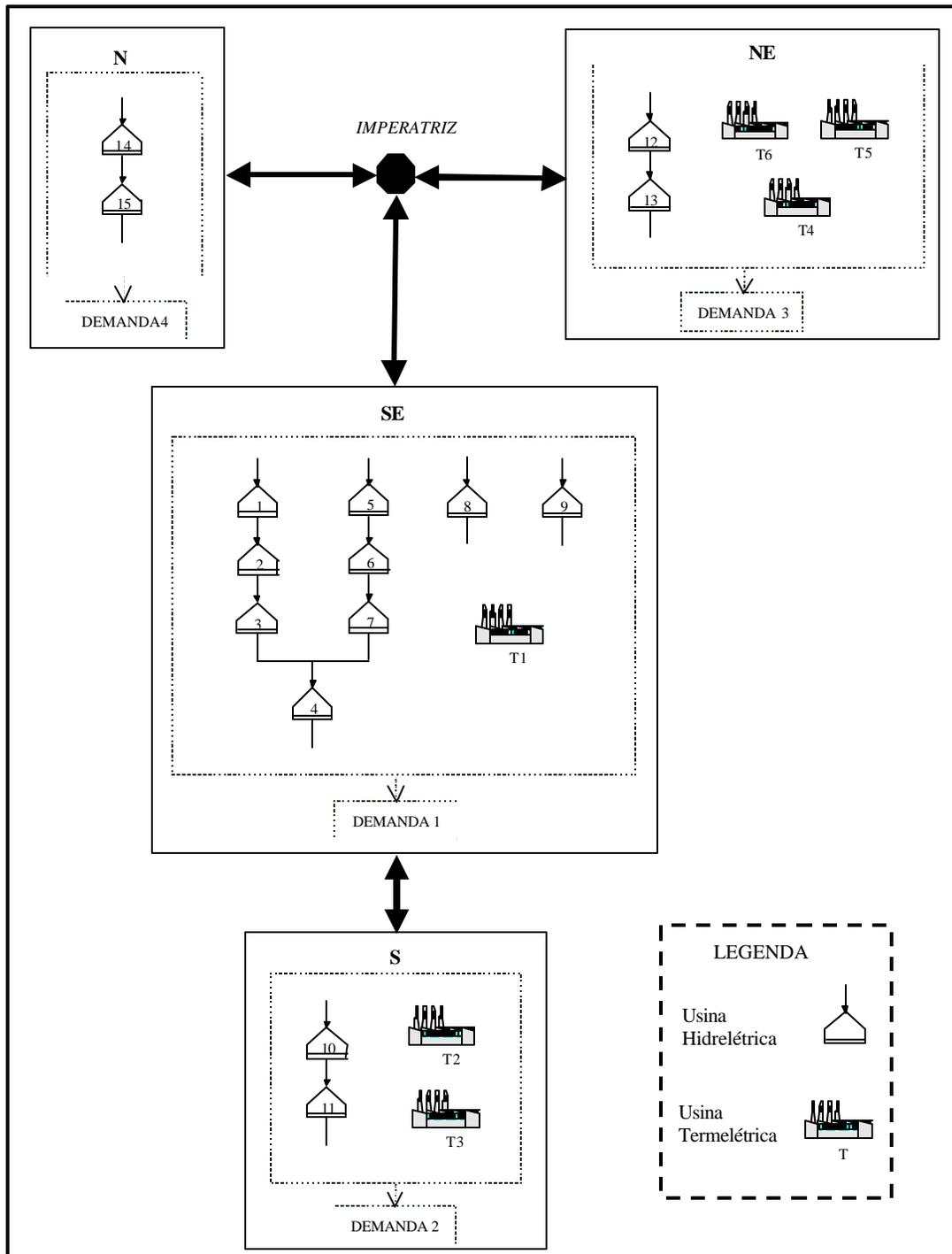


Figura A.1 - Configuração Hidrotérmica Utilizada.

As principais características das usinas hidrelétricas consideradas no estudo são apresentadas na Tabela A.1:

Tabela A.1 - Principais Dados das Usinas Hidrelétricas.

Subsistema	Usina	Nº	Volume do Reservatório		Vazão Turbinada		Produtibilidade Equivalente [MW/(m ³ /s)/m]	Potência [MW]
			[hm ³]		[hm ³]			
			Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo		
SE	Furnas	1	5.733	22.950	206	1.692	0,774	1.310
	Marimbondo	2	890	5.887	441	2.944	0,552	1.487
	Água Vermelha	3	5.856	11.025	520	2.958	0,4724	1.396
	Ilha Solteira	4	25.467	34.432	1.482	11.604	0,3664	4.252
	Emborcação	5	4.669	17.725	77	1.048	1,1376	1.192
	Itumbiara	6	4.573	17.027	254	3.222	0,7081	2.281
	São Simão	7	7.000	12.540	408	2.670	0,6399	1.708
	Três Marias	8	4.250	19.528	92	924	0,4299	397
	Serra da Mesa	9	11.150	54.400	98	1.215	1,0693	1.300
S	Salto Santiago	10	2.662	6.775	113	1.576	0,9001	1.419
	Salto Osório	11	1.124	1.124	119	1.784	0,6039	1.077
NE	Três Marias Fict	12	4.250	19.528				
	Sobradinho	13	5.447	34.116	640	4.278	0,2454	533
N	Serra da Mesa Fict	14	11.150	54.400				
	Tucuruí	15	13.487	45.500	1.267	13.914	0,6014	3.228

Nos dados apresentados foram considerados os limites de turbinamento máximo das usinas como sendo o somatório dos limites máximos das unidades geradoras que compõem a usina.

Na Tabela A.1, pode-se verificar que os limites de armazenamento da usina de Salto Osório são considerados iguais, pois a mesma opera como fio d'água. Note -se ainda nesta tabela que as usinas de Três Marias Fictícia e Serra da Mesa Fictícia operam apenas como reservatório não produzindo energia elétrica.

Os principais dados das usinas termelétricas são apresentados na Tabela A.2. Entre os quais, as gerações máximas das respectivas usinas e o custo unitário do combustível para cada usina termelétrica.

Tabela A.2 - Dados das Usinas Termelétricas.

Subsistema	Usina	Nº	Geração [MW]		Custo Unitário [R\$/MWh]
			Mínima	Máxima	
SE	Angra I	1	0	526	8,50
S	Presidente Médici A	2	0	101	21,90
	Presidente Médici B	3	0	256	21,90
NE	Santa Cruz 1,2	4	0	134	43,30
	Santa Cruz 3,4	5	0	352	43,30
	Camaçari	6	0	232	113,19

APÊNDICE B. DESENVOLVIMENTO DA PDED

B.1 INTRODUÇÃO

Para resolver o problema de planejamento de médio prazo para sistemas hidrotérmicos pode-se utilizar a Programação Dinâmica Estocástica (PDE). Todavia para aplicações envolvendo múltiplos reservatórios a PDE se torna inviável devido à necessidade de segmentação dos níveis dos reservatórios, o que é conhecido como “Maldição da Dimensionalidade”.

Para contornar este problema faz-se uso da Programação Dinâmica Estocástica Dual (PDED) possibilitando a otimização estocástica de múltiplos reservatórios [27]. A seguir é apresentada a formulação matemática do algoritmo.

B.2 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL DETERMINÍSTICA (PDDD)

Por simplificação considere o problema de planejamento da operação representado por um problema de otimização de dois estágios e sem representação das incertezas. Pressupõe-se conhecida a afluência em um estágio qualquer e o nível de armazenamento inicial de cada reservatório, portanto tem-se um problema determinístico. Os vetores z_1 e z_2 representam os volumes armazenados ao final do estágio, volumes turbinados, níveis de geração termelétrica e outras variáveis associadas ao problema, para o primeiro e segundo estágios, respectivamente. O problema consiste em minimizar o custo total de operação ao longo dos dois estágios, podendo ser representado por:

$$f = \min c_1 z_1 + c_2 z_2 \quad (\text{B.1})$$

Sujeito a:

$$A_1 z_1 \geq b_1$$

$$E_1 z_1 + A_2 z_2 \geq b_2$$

O Problema (B.1) pode ser interpretado por um processo de tomada de decisão seqüencial de dois estágios:

1º estágio: escolhe-se uma decisão viável z_1^* , tal que $A_1 z_1^* \geq b_1$;

2º estágio: com z_1^* fixado, resolve-se o problema de otimização do 2º estágio, isto é:

$$\min c_2 z_2 \tag{B.2}$$

Sujeito a:

$$A_2 z_2 \geq b_2 - E_1 z_1^*$$

Note que z_1^* , por ser conhecido, passa para o lado direito do conjunto de restrições do Problema B.2.

Assim, conhecida a solução ótima do segundo estágio, o Problema (B.2) pode ser reescrito com o problema do primeiro estágio sendo definido por:

• 1º estágio:

$$\mathbf{a}_1(z_0) = \min c_1 z_1 + \mathbf{a}_2(z_1) \tag{B.3}$$

sujeito a:

$$A_1 z_1 \geq b_1$$

• 2º estágio:

$$\mathbf{a}_2(z_1) = \min c_2 z_2 \tag{B.4}$$

sujeito a:

$$A_2 z_2 \geq b_2 - E_1 z_1$$

O valor de z_0 pode ser interpretado como um estado inicial do sistema caracterizado pelos volumes iniciais dos reservatórios. A função $\mathbf{a}_2(z_1)$ fornece informações sobre as conseqüências nos estágios futuros da decisão z_1 .

A priori, a função de custo futuro $\mathbf{a}_{t+1}(z_t)$, generalizada para qualquer estágio t , não é conhecida. Na recursão usual da Programação Dinâmica ela é construída para valores

discretos de z_1 . A Figura B.1 ilustra o cálculo da função de custo futuro para o segundo estágio. O eixo horizontal é segmentado em N pontos estabelecidos, conforme o nível de precisão almejada.

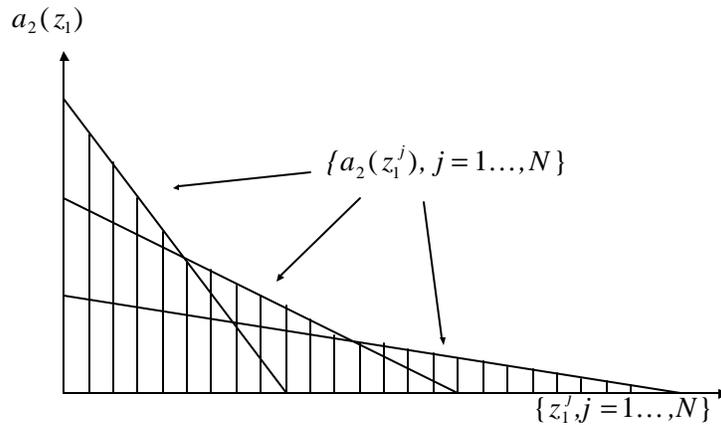


Figura B.1 - Cálculo da Função de Custo Futuro pôr Programação Dinâmica.

O “Princípio da Decomposição de Cendres” é uma técnica que permite construir de forma iterativa aproximações da Função de Custo Futuro $a_2(z_1)$, baseada na solução do problema do segundo estágio. Considerando que há um problema dual associado a qualquer problema de Programação Linear, tem-se que o dual do Problema (B.4) pode ser representado pôr:

$$a_2(z_1) = \text{Max } \mathbf{p}_2(b_2 - E_1 z_1) \tag{B.5}$$

sujeito a:

$$A_2 \mathbf{p}_2 \geq c_2$$

onde:

\mathbf{p}_2 é o vetor com as variáveis duais associadas ao problema do segundo estágio

O conjunto de restrições do Problema (B.5) define um politopo, isto é a região viável, que independe da decisão no primeiro estágio, z_1 . Da teoria de Programação Linear [28] sabe-se que esta região é um poliedro convexo formado pelos pontos extremos ou vértices $\mathbf{p}_2 = [\mathbf{p}_2^1, \mathbf{p}_2^2, \dots, \mathbf{p}_2^p]$. Como a solução de um Problema de Programação Linear

sempre corresponde a um vértice da região viável, o Problema (B.5) pode ser resolvido por enumeração:

$$\text{Max } \mathbf{p}_2^i(b_2 - E_1 z_1) \tag{B.6}$$

$$\mathbf{p}_2^i \in \mathbf{p}_2$$

O problema (B.5) pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$\mathbf{a}_2(z_1) = \text{Min } \mathbf{a}_2 \tag{B.7}$$

Sujeito a:

$$\mathbf{a}_2 \geq \mathbf{p}_2^1(b_2 - E_1 z_1)$$

$$\mathbf{a}_2 \geq \mathbf{p}_2^2(b_2 - E_1 z_1)$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\mathbf{a}_2 \geq \mathbf{p}_2^p(b_2 - E_1 z_1)$$

sendo \mathbf{a}_2 uma variável escalar.

Como \mathbf{a}_2 é maior ou igual a cada $\mathbf{p}_2^i(b_2 - E_1 z_1), i = 1, \dots, p$ e sendo um problema de minimização, tem-se que pelo menos uma restrição estará ativa na solução ótima de (B.7). Portanto este problema possui solução ótima idêntica ao do Problema (B.6), e consequentemente, igual à solução ótima do problema (B.5).

Conclui-se que a função de custo futuro é de definida pelas restrições $\mathbf{a}_2 \geq \mathbf{p}_2^i(b_2 - E_1 z_1)$, do problema (B.7). Desta forma o problema pode ser reescrito por:

$$\overline{\mathbf{a}}_1 = \text{Min } c_1 z_1 + \mathbf{a}_2(z_1) \tag{B.8}$$

sujeito a:

$$A_1 z_1 \geq b_1$$

$$\mathbf{a}_2(z_1) \geq \mathbf{p}_2^1(b_2 - E_1 z_1)$$

$$\mathbf{a}_2(z_1) \geq \mathbf{p}_2^2(b_2 - E_1 z_1)$$

· · ·

· · ·

· · ·

$$\mathbf{a}_2(z_1) \geq \mathbf{p}_2^p(b_2 - E_1 z_1)$$

Como pode ser observado em (B.8), o Problema (B.1) pode ser escrito somente em função das variáveis do problema do primeiro estágio e mais a variável escalar $\mathbf{a}_2(z_1)$.

Embora o conjunto de restrições $\mathbf{a}_2 \geq \mathbf{p}_2^i(b_2 - E_1 z_1), i=1, \dots, p$ seja de grande dimensão, apenas algumas restrições estarão ativas na solução ótima. Para explorar esta característica, técnicas de relaxação podem ser aplicadas baseadas no algoritmo de “Decomposição de Benders”, construindo a função de custo futuro $\mathbf{a}_2(z_1)$ iterativamente.

Ressalte-se que há uma diferença relevante na Programação Dinâmica convencional e na sua versão dual em relação à construção da função de custo futuro. Na Programação Dinâmica Convencional o eixo representado pela variável z_1 é segmentado em P pontos, para os quais são calculados P custos futuros $[\mathbf{a}_2(z_1^1), \mathbf{a}_2(z_1^2), \dots, \mathbf{a}_2(z_1^p)]$, estes custos futuros devem ser passados para o estágio anterior como informação.

Para a Programação Dinâmica Dual resolve-se o Problema (B.3) para um dado z_1 , obtendo como solução ótima $\mathbf{a}_2(z_1^*) = \mathbf{v}_2$, juntamente com o vetor dos multiplicadores Simplex associados a \mathbf{p}_2^* . O vetor \mathbf{p}_2^* é um vértice da região viável destas restrições, podendo ser usado para formar uma restrição do tipo $\mathbf{p}_2^i(b_2 - E_1 z_1) - \mathbf{a}_2(z_1) \leq 0$, denominada de “Corte de Benders”. Esta restrição é a informação a ser utilizada pela Programação Dinâmica Dual das conseqüências futuras da decisão z_1 , e portanto deve ser informada ao primeiro estágio.

Devido à convexidade do problema, a solução primal é a mesma que a do problema dual. Desta forma pode-se considerar a seguinte relação:

$$\mathbf{v}_2^* = \mathbf{p}_2^i (b_2 - E_1 z_1^*) \quad (\text{B.9})$$

Colocando $(\mathbf{p}_2^* b_2)$ em evidência tem-se:

$$\mathbf{p}_2^* b_2 = \mathbf{v}_2^* + \mathbf{p}_2^* E_1 z_1^* \quad (\text{B.10})$$

Substituindo expressão anterior em $\mathbf{p}_2^* (b_2 - E_1 z_1) - \mathbf{a}_2(z_1) \leq 0$, de forma a ficar independente de b_2 , cria-se uma restrição resultante, que é transferida ao problema do primeiro estágio:

$$\mathbf{a}_2(z_1) + \mathbf{p}_2^* E_1 z_1 \geq \mathbf{v}_2^* + \mathbf{p}_2^* E_1 z_1^* \quad (\text{B.11})$$

O processo iterativo da Programação Dinâmica Dual é dividido em duas etapas a cada iteração. Considerando que o problema possua T estágios e sendo k o contador de iterações, inicialmente resolve-se uma seqüência de problemas do primeiro até o penúltimo estágio. Para cada problema obtém-se o valor ótimo das variáveis z_t^{*k} e o custo imediato $c_t z_t^{*k}$. Esta etapa do algoritmo é denominada de processo *forward*.

Ao chegar no último estágio, inicia-se a recursão inversa, denominada de processo *backward*, percorrendo a seqüência de problemas do estágio T até o 2º estágio. Para cada estágio obtém-se da formulação dual os valores \mathbf{v}_t^{*k} e \mathbf{p}_t^{*k} que em conjunção com o vetor z_{t-1}^{*k} , calculados no processo montam-se a seguinte restrição para qualquer estágio t :

$$\mathbf{a}_t(z_t) + \mathbf{p}_t^{*k} E_{t-1} z_{t-1} \geq \mathbf{v}_t^{*k} + \mathbf{p}_t^{*k} E_1 z_{t-1}^{*k} \quad (\text{B.12})$$

Essa restrição denominada de Corte de Benders é passada para o estágio anterior. Adicionalmente este corte é utilizado na etapa *forward* da iteração seguinte. E ao longo das iterações subsequentes são adicionados novos cortes realizando assim aproximações sucessivas desta função.

A convergência do processo é alcançada quando o custo de operação aproximado obtido do primeiro estágio \mathbf{v}_1^{*k} fica muito próximo do valor resultante da soma composta por $c_1 x_1^k + c_2 x_2^k + \dots + c_t x_t^k$. Ou seja, a soma dos custos efetivos de todos os estágios em uma iteração define o custo de operação calculado do problema. Desta forma o problema

converge quando a diferença entre o custo de operação aproximado e o custo de operação calculado é menor que uma dada tolerância.

B.3 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA (PDDE)

A resolução de problemas considerando a característica estocástica segue o mesmo princípio descrito para a PDDD. Porém na Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDED) os valores dos custos futuros e das derivadas dos custos futuros em relação as decisões tomadas, são avaliados para os valores esperados obtidos de todos os m possíveis cenários dos estágios subsequentes.

Assim a nova expressão para o corte de Benders para o caso estocástico, em um estágio qualquer fica:

$$\bar{\mathbf{a}}_t(z_{t-1}) + \bar{\mathbf{p}}_t^{*k} E_{t-1} z_{t-1} \geq \bar{\mathbf{v}}_t^{*k} + \bar{\mathbf{p}}_t^{*k} E_1 z_{t-1}^{*k} \quad (\text{B.13})$$

onde:

$\bar{\mathbf{a}}_t(z_{t-1})$ é o valor esperado das aproximações da função de custo futuro relacionadas com os m possíveis cenários;

\bar{w}_t^{*k} é o valor esperado dos custos de operação para todos os m cenários utilizados;

$\bar{\mathbf{p}}_t^{*k}$ valor esperado dos multiplicadores Simplex para todos os m cenários utilizados.

Os custos de operação calculado e esperado também são expressos em função de valores esperados.

B.4 CONVERGÊNCIA DO ALGORITMO DE PDED

Como apresentado o algoritmo de PDED fornece o custo de operação calculado considerando todo o período de estudo, assim como o custo de operação aproximado obtido na resolução do problema do primeiro estágio. A convergência do processo iterativo

é atingida quando estes custos se aproximam, portanto é necessário estabelecer uma determinada tolerância, que neste método é definida por um intervalo de confiança.

A construção do intervalo de confiança é realizada a partir do custo de operação médio obtido a partir das diversas seqüências analisadas e do seu desvio padrão.

Para melhor compreensão é apresentado a seguir as expressões que definem o intervalo de confiança:

$$cop_calc_s = \sum_{t=1}^T c_t z_{t,s}^* \quad (B.14)$$

$$\overline{cop_calc} = \sum_{t=1}^T \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S c_t z_{st}^* \quad (B.15)$$

$$s_s = \sqrt{\frac{1}{S^2} \sum_{s=1}^S (cop_calc_s - \overline{cop_calc})^2} \quad (B.16)$$

onde:

S é o número de seqüências amostradas para a recursão *forward*;

c_t é o vetor de custo de combustível das usinas termelétricas;

z_{st}^* é vetor composto pelas gerações termelétricas no estágio t e na seqüência s ;

$\overline{cop_calc}$ é o valor médio dos custos de operação ao longo de todos os estágios;

s_s é o desvio padrão do custo de operação calculado;

pode-se assim construir um intervalo de 98% de confiança, definido por:

$$IC_{98\%} = [\overline{cop_calc} - 2,33s_s; \overline{cop_calc} + 2,33s_s] \quad (B.17)$$

Este intervalo, mede a incerteza gerada pelo valor de $\overline{cop_aprox}$, e pode ser utilizado como critério de convergência. Para isto deve ser obtido o valor esperado do custo futuro para o primeiro estágio, dado pela expressão:

$$\overline{cop_aprox} = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S w_{1,s}^* \quad (\text{B.18})$$

onde:

$\overline{cop_aprox}$ é o valor médio dos custos futuros esperados de operação para o primeiro estágio;

Definido estes parâmetros o processo de convergência simplesmente consiste em verificar se o valor esperado da função de custo futuro para o primeiro estágio, $\overline{cop_aprox}$, encontra-se dentro do intervalo de confiança do custo de operação calculado, definido pela Expressão B.17, caso seja observado esta condição a convergência do problema é satisfeita. Ressalte-se que esta avaliação é realizada ao longo do processo iterativo ao final de cada etapa *forward*.

A Figura B.2, mostra o intervalo de confiança gerado pelo $\overline{cop_calc}$ e pelo σ_s , pode-se verificar que o $\overline{cop_aprox}$, pode-se encontrar tanto a direita como a esquerda de $\overline{cop_calc}$.

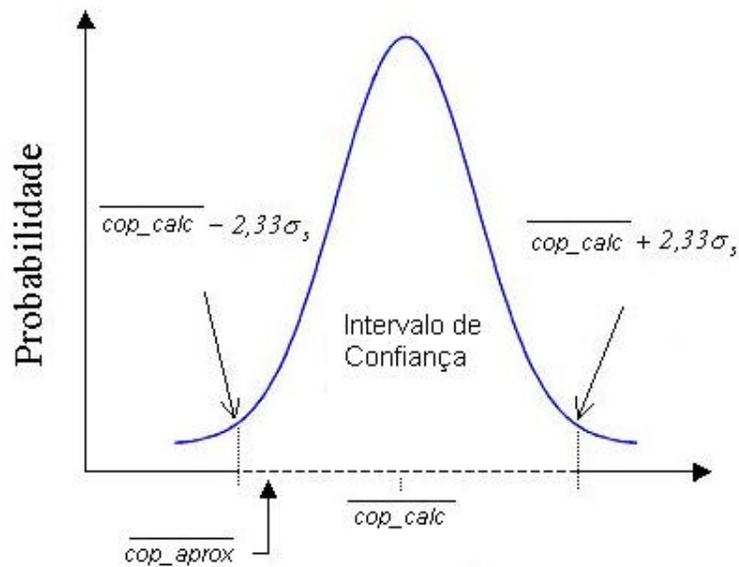


Figura B.2 - Intervalo de Confiança do Custo de Operação Calculado.

Uma análise também importante no processo iterativo refere-se a *GAP*, o qual mostra o quão distante se encontram os valores dos custos aproximados e calculados. Esse parâmetro pode ser determinado pela seguinte expressão:

$$GAP = \frac{\overline{cop_cal} - \overline{cop_aprox}}{\overline{cop_cal}} \quad (B.19)$$

APÊNDICE C. CONSTRUÇÃO DA FUNÇÃO DE CUSTO FUTURO

C.1 INTRODUÇÃO

A aplicação do algoritmo de Programação Dinâmica na sua forma convencional e dual é apresentada por meio de um problema hipotético de planejamento de sistemas hidrotérmicos. O exemplo a ser estudado é composto por uma usina hidrelétrica e duas termelétricas, que atendem uma demanda especificada ao longo de dois estágios. Os dados do sistema teste estão apresentados na Tabela C.1.

Tabela C.1 - Principais dados do Sistema Teste.

<i>Tipo de Usina</i>	<i>Potência Máxima</i>	<i>Volume Máximo</i>	<i>Custo do Combustível</i>
<i>hidrelétrica</i>	<i>100</i>	<i>100</i>	<i>—</i>
<i>termelétrica 1</i>	<i>10</i>	<i>—</i>	<i>10</i>
<i>termelétrica 1</i>	<i>25</i>	<i>—</i>	<i>25</i>

O volume inicial é de 80 unidades de armazenamento e as afluências e a demandas no horizonte de planejamento são consideradas determinística e os seus respectivos valores apresentam-se na Tabela C.2.

Tabela C.2 - Afluência e Demanda do Sistema Teste.

<i>Estágio</i>	<i>Afluência</i>	<i>Demanda</i>
<i>1</i>	<i>5</i>	<i>90</i>
<i>2</i>	<i>20</i>	<i>80</i>

C.2 RESOLUÇÃO DO PROBLEMA UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

A aplicação da técnica de Programação Dinâmica permite encontrar a solução ótima do problema resolvendo-o de forma recursiva do último até o primeiro estágio. Neste processo há a necessidade de segmentar os níveis dos reservatórios, portanto deve-se

avaliar todos os possíveis estados do sistema. Neste exemplo o nível do reservatório é segmentado a cada cinco unidades.

O sistema teste é considerado como de pequeno porte, pois possui um número reduzido de estados e estágios a serem avaliados. A característica de pequeno porte permite resolver o problema graficamente, interpretando o comportamento das funções de custo futuro e custo imediato, obtidas respectivamente do segundo e primeiro estágio.

O problema apresentado pode ser modelado e resolvido, estudando cada estágio separadamente. A sua representação é apresentada a seguir:

$$z_t = \text{Min } 10pt_{1t} + 25pt_{2t} + 100d_t \quad (\text{C.1})$$

sujeito a:

$$pt_{12} + pt_{22} + gh_1 + d_1 = M_t \quad (\text{C.2})$$

$$x_{t+1} + gh_t + s_t = x_t + y_t \quad (\text{C.3})$$

$$x_{t+1} \leq 120 \quad (\text{C.4})$$

$$gh_t \leq 100 \quad (\text{C.5})$$

$$pt_{12} \leq 10 \quad (\text{C.6})$$

$$pt_{22} \leq 25 \quad (\text{C.7})$$

$$s_2 \geq 0 \quad (\text{C.8})$$

onde,

z_t é o custo de operação no estágio t ;

pt_{1t} é a potência gerada pela Termelétrica 1 no estágio t ;

pt_{2t} é a potência gerada pela Termelétrica 2 no estágio t ;

gh_t é a potência gerada pela hidrelétrica no estágio t ;

s_t é o vertimento no estágio t ;

x_t é o nível de armazenamento da hidrelétrica no início do estágio t ,

M_t é a demanda no estágio t ,

y_t é a afluência no estágio t .

Na representação deste problema considerou-se a produtibilidade unitária, portanto na Expressão (C.3) é utilizado a variável gh_t pois seu valor é idêntico ao turbinamento da usina.

O procedimento de resolução recursiva consiste primeiramente em resolver o problema do último estágio (segundo neste exemplo), onde particularmente a solução ótima é obtida baseando-se apenas na minimização dos custos imediatos, ou seja, não existe parcela referente ao custo futuro.

Para resolver o problema do segundo estágio pressupõe-se que o sistema pode estar em qualquer um dos diversos níveis de armazenamento definidos no início deste estágio, então resolve-se o problema assumindo esta premissa. Como resultado obtêm-se os custos de operação para cada um dos possíveis estados do sistema. Estes valores compõem a Função de Custo Imediato (FCI) do segundo estágio que também pode ser definida como sendo a Função de Custo Futuro (FCF) para o primeiro estágio. A posteriori a FCF é utilizada como informação para definir as decisões operativas ótimas no primeiro estágio.

A etapa seguinte consiste em resolver o problema para o primeiro estágio, assumindo-se conhecido o volume no início do período. O objetivo deste problema é encontrar os custos de operação, traduzidos pela possíveis decisões operativas, que conduzem o sistema para os diversos níveis de armazenamento definidos no final deste estágio. Os pontos resultantes destas soluções compõem a Função de Custo Imediato, e também são mostrados na Figura C.1.

Somando-se as Funções de Custo Imediato e de Custo Futuro obtém-se a Função do Custo Total de Operação (FCT), representada por:

$$FCT = FCI + FCF \quad (C.9)$$

O ponto de mínimo da Expressão (C.9) é obtido quando a sua derivada em relação ao volume armazenado é nula, portanto onde as derivadas da FCI e FCF se igualam em módulo. Conforme mostrado na Expressão (C.10):

$$\frac{\partial(\text{FCI})}{dx} = -\frac{\partial(\text{FCF})}{dx} \tag{C.10}$$

As derivadas citadas anteriormente são os *Multiplicadores Simplex* fornecidos na solução do problema de otimização. Os custos marginais de operação para o primeiro estágio ($\pi^1 \dots \pi^p$) e para o segundo ($\pi_1 \dots \pi_p$) definem as inclinações das FCI e da FCF, respectivamente.

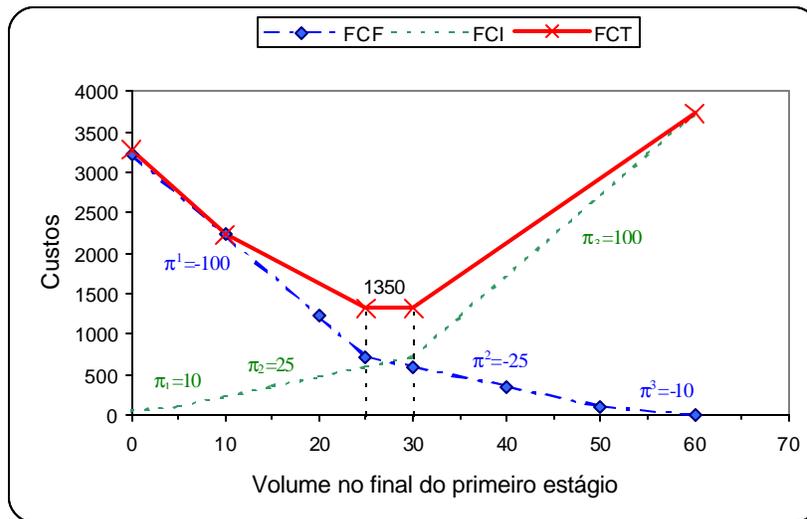


Figura C.1 - Custo Ótimo de Operação.

Verifica-se que há um conjunto de pontos que satisfazem a Expressão (C.10), representando portanto a solução ótima do problema. A operação otimizada deste sistema é obtida para quaisquer possíveis decisões operativas que conduzam a um nível de armazenamento no final do primeiro estágio na faixa de 25 a 30 unidades de armazenamento, resultando em um custo de operação de 1350 unidades.

O conjunto de soluções que apresentam custos totais de operação idênticos são denominadas soluções degeneradas. Isto significa que para qualquer solução do primeiro estágio, contida neste intervalo de armazenamento, existe uma solução no segundo estágio que resulte na mesma solução ótima para o sistema.

Caso existisse mais uma usina hidrelétrica, outras soluções degeneradas poderiam ocorrer, haja vista que os preços destas usinas são formados pelos custos dos combustíveis das termelétricas e do eventual custo do déficit. Analogamente percebe-se que esta característica pode ser expandida para o sistema hidrotérmico real otimizando globalmente o sistema, porém restringido o despacho de algumas usinas.

C.3 RESOLUÇÃO DO PROBLEMA POR MEIO DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL

Uma alternativa viável para resolução do problema apresentado é aplicação do algoritmo de Programação Dinâmica Dual (PDD). Esta técnica permite determinar a solução por meio de um método iterativo, conforme apresentado no Apêndice B, sem que haja necessidade de segmentar o espaço de estado.

O procedimento de cálculo consiste, inicialmente, em resolver o problema do primeiro estágio representado pelas expressões (C.1 a C.8), determinando assim um volume no final deste estágio (x_2^{*p}) sendo p a iteração que está sendo avaliada. Este volume corresponde ao estado inicial do sistema no estágio seguinte. Ressalte-se que na modelagem do problema, para a aplicação da PDD, considera-se a FCF a partir da segunda iteração na recursão *forward*, ou seja, adiciona-se na função objetivo (C.1), a parcela referente ao custo de operação do estágio subsequente \mathbf{a}_2 .

No último estágio (segundo deste exemplo), inicia-se a etapa *backward* caracterizada pela construção dos “Cortes de Benders”, que corresponde a FCF. Nesta etapa determina-se o valor da água e o custo aproximado de operação deste estágio que juntos com o volume ótimo do estágio anterior obtido no *forward*, servirão de informação para construção da FCF. Os resultados da primeira iteração estão apresentados na Figura C.2.

1ª Iteração

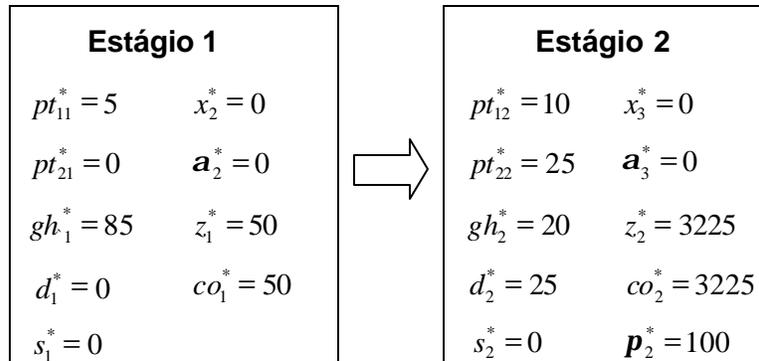


Figura C.2 - Resultados da Primeira Iteração.

A etapa *forward* da iteração seguinte utiliza a FCF gerada no *backward*, que neste exemplo é construída com informações do segundo estágio. O corte obtido é representado por:

$$a_2 + p_2^* x_2 \geq z_2 + p_2^* E_1 x_2 \tag{C.11}$$

substituindo os valores resultante da primeira iteração, tem-se:

$$a_2 + 100 x_2 \geq 3225 \tag{C.12}$$

O corte representado pela Expressão C.12 é repassado ao estágio que o antecede, isto é, o primeiro estágio da segunda iteração.

A Figura C.3 mostra os valores obtidos no cálculo da segunda iteração:

2º Iteração

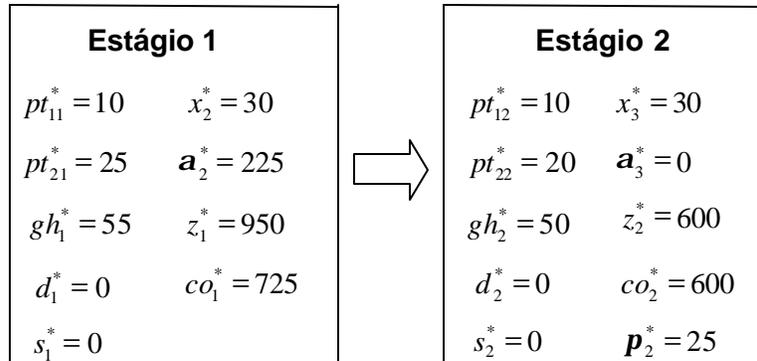


Figura C.3 - Resultados da Segunda Iteração.

A cada iteração é construído um novo corte, ou seja, realiza-se uma nova aproximação da *FCF*. A partir do z_2^* e p_2^* do segundo estágio e de x_2^* do primeiro estágio gera-se um novo corte proveniente de (C.11), resultando na seguinte expressão:

$$a_2 + 25x_2 \geq 1350 \tag{C.13}$$

O procedimento para a próxima iteração é análogo ao realizado anteriormente, diferenciando-o devido ao novo corte (C.13) que é inserido no problema. Os resultados obtidos na terceira iteração estão apresentados na Figura C.4.

3º Iteração

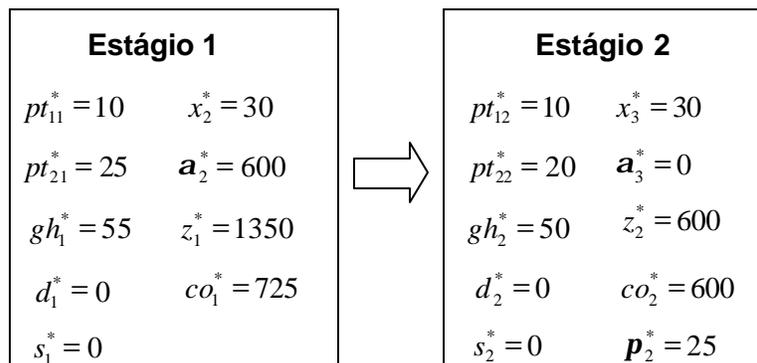


Figura C.4 - Resultados da Terceira Iteração.

A convergência do algoritmo é alcançada quando o custo aproximado obtido no primeiro estágio z_1^* se aproxima da soma das parcelas correspondentes ao custos de

operação em cada estágio. Na terceira iteração satisfaz-se esta condição finalizando o processo. O custo total de operação nesta iteração é dado por:

$$co = co_1 + co_2 = 725 + 600 = 1325$$

A Função de Custo Futuro é uma função linear por partes sendo construída a partir dos cortes gerados ao longo do processo iterativo da PDE, esta função é mostrada na Figura C.5.

Nesta figura é apresentada também a FCI comentada anteriormente no método de Programação Dinâmica na sua forma convencional. A composição da FCI e da FCF fornece a Função de Custo Total (FCT). Verifica-se por meio da interpretação gráfica que ambos os métodos apresentados fornecem a mesma solução ótima para o problema.

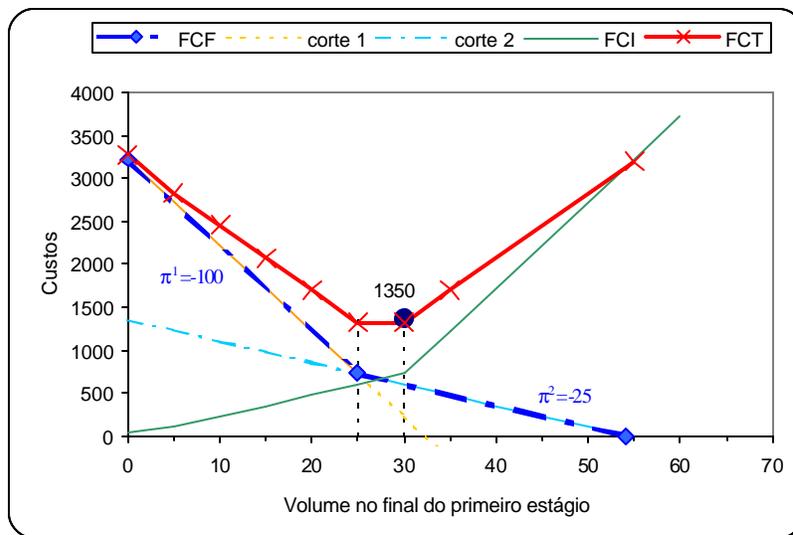


Figura C.5 - Função de Custo Futuro obtida na Programação Dinâmica Dual.

Ressalte-se que o procedimento numérico da PDD permitiu a identificação de uma solução ótima única para o problema, entretanto a interpretação gráfica deste método permite identificar o conjunto de soluções ótimas, que é idêntico ao obtido na aplicação da PD. Isto significa que a solução ótima apresentada pelo modelo corresponde a apenas uma das possíveis combinações de despacho que conduz ao mesmo custo de operação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ROSA, L.P.; TOLMASQUIM, M.T.; LINHARES, J.C. A reforma do setor elétrico do Brasil e no mundo. Rio de Janeiro, RJ - Coppe, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1998.
- [2] SILVA, E.L. da. Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica. 1. ed. Porto Alegre: Editora Sangra Luzzatto, 2001.
- [3] PIRES, J.C.L.; GOLDSTEIN, A. Agências Reguladoras Brasileiras: Avaliação e Desafios. Revista do BNDES, Rio de Janeiro, RJ, V.8, N.16, Dez. 2001.
- [4] www.ons.org.br, site oficial
- [5] FORTUNATO, L.A M. F.; NETO, T.A.A.; PEREIRA, M.V.F.; et al. Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica. Niterói, RJ - Universidade Federal Fluminense, EDUFF, 1990.
- [6] BRASIL. Resolução n. 109, de 24 de janeiro de 2002. Estabelece diretrizes e critérios para cálculo do Custo Marginal de Operação - CMO e para a política de operação energética e despacho de geração termelétrica do Programa Mensal de Operação - PMO, bem como para formação de preço no mercado de energia elétrica. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Brasília, 2002
- [7] RODRIGUES, M.A.M. Sistema de Encadeamento de Modelos Energéticos. In: Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (16. : Out. 2001 : Campinas, São Paulo). Anais.GPL009. São Paulo, 2001.
- [8] AZEVEDO FILHO, J.M. de. Imperativos da Descentralização e Coordenação da Operação Energética no âmbito da Reforma Institucional do Setor Elétrico Brasileiro. Rio de Janeiro, Out. 2000. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- [9] ARVANITIDIS, N.V; ROSING, J. Optimal Operation of Multireservoir Systems Using a Composite Representation. IEEE Transaction on Power Apparatus and System, New York, v. PAS-89, n. 2, p. 327-335, Feb. 1970.

-
- [10] ARVANITIDIS, N.V.; ROSING, J. Composite Representation of a Multireservoir Hydroelectric Power System. IEEE Transaction on Power Apparatus and System, New York, v. PAS-89, n. 2, p. 319-326, Feb. 1970.
- [11] ESCUDERO, L.F.; PEREIRA, M.V.F. New trends and operations research opportunities in the electricity open market. OR/MS Today Operations Research and Management Science, Atlanta, USA, April 2000.
- [12] CEPEL. Relatório Técnico NEWAVE I - Planejamento da Operação a Longo Prazo de Subsistemas Hidrotérmicos Interligados. Rio de Janeiro, 1999.
- [13] CEPEL. Relatório Técnico - Projeto NEWAVE - Programação Dinâmica Estocástica Dual aplicada ao Planejamento da Operação Energética de sistemas Hidrotérmicos com Representação das Afluências por Modelos Auto-Regressivos Periódicos.,1993.
- [14] SOUZA, Z. de; FUCHS, R.D.; SANTOS, A.H. M. Centrais Hidro e Termelétricas. 1. ed. São Paulo: Editora Edgar Blücher, 1983.
- [15] PEREIRA, M.V.F.; PINTO, L.M.V.G. Stochastic Optimization of a Multireservoir Hydroelectric System: A Decomposition Approach, Water Resources Research, v. 21, n. 6, p 779 – 792, Jun. 1985
- [16] BELMAN, R. Dynamic Programming . Princeton. N. J, Princeton University Press, 1957.
- [17] BELMAN, R. Adaptive Control Process. Princeton. N. J, Princeton University Press, 1961.
- [18] TERRY, L.A.; PEREIRA, M.V.F.; ARARIPE NETO, T.A.; et al. Coordinating the Energy Generation of the Brazilian National Hydrothermal Electrical Generating System. Interfaces, p. 16-88, Feb. 1986.
- [19] BENDERS, J.F. Partitioning Procedures for Solving Mixed Variables Programming Problems. Numerische Mathematik, v. 4, p. 238-252, 1962.
- [20] ANEEL. Legislação básica do Setor Elétrico Brasileiro II. Brasília, 2000.
- [21] IBM. OSL Optimization Subroutine Library User's Guide. Release 1. June, 1994.

-
- [22] FINARDI, E.C. Planejamento da Operação de Sistemas hidrotérmicos utilizando processamento de alto desempenho. Florianópolis, Abril de 1999. Dissertação de Mestrado, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [23] SOARES, S.; CARNEIRO, A.A.F.M. Optimal Operation of Reservoirs for Electrical Generation. IEEE Transactions on Power Delivery, New York, v. 6, n. 3, Jul. 1991.
- [24] CRUZ JR, G.; SOARES, S. Non-Uniform Composite Representation of Hydroelectric for Long Term Hydrothermal Scheduling. IEEE Transactions on Power Systems, v. 11, n. 2, May 1996.
- [25] CRUZ JR, G.; SOARES, S. Modelo Equivalente Não Linear para o Planejamento da Operação a Longo Prazo de Sistemas de Energia Elétrica. Campinas, São Paulo, Dez. 1998. Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas.
- [26] MERCIO, C.M.V.D.B. Resolução de Problemas de Planejamento de Sistemas Hidrotérmicos com Representação do Sistema por Modelo Equivalente de Energia Adotando Acoplamento Hidráulico. Rio de Janeiro, Out. 2000. Dissertação de Mestrado, COPPE – Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- [27] KLIGERMAN, A.S. Operação Ótima de Subsistemas Hidrotérmicos Interligados utilizando Programação Dinâmica Estocástica Dual. Campinas, São Paulo, Fevereiro de 1992. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas.
- [28] BAZARAA, S.M.; JARVIS, J.J.; SHERALI, H.D. Linear Programming and Network Flows. 2. ed. Atlanta, John Wiley & Sons, 1990.