UM ESTUDO SOBRE O INCENTIVO E DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO DOS ALUNOS, ATRAVÉS DA ESTRATÉGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.

Universidade Federal de Santa Catarina

Programa de Pós-graduação em

Engenharia de Produção

UM ESTUDO SOBRE O INCENTIVO E DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO DOS ALUNOS, ATRAVÉS DA ESTRATÉGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.

Marcelo **Camargos de Vasconcelos**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Florianópolis, dezembro de 2002

Marcelo Camargos de Vasconcelos

UM ESTUDO SOBRE O INCENTIVO E DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO DOS ALUNOS, ATRAVÉS DA ESTRATÉGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.

Esta dissertação foi julgada e aprovada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção no Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina.

____

Prof. Doutor Edson Pacheco Paladini
Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA

____

Profa. Doutora Elizabeth Sueli Specialski
Orientadora

____

Profª Doutora Edla Faust Ramos

____

Profª Doutora Lúcia Pacheco

A minha esposa Regina, pelo apoio constante.
A minhas filhas Laura e Laís e familiares
que me ensinaram a lutar
com humildade
e honestidade.

AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal de Santa Catarina,
À Coordenação de Aperfeiçoamento
de Pessoal de Nível Superior CAPES

À orientadora Profa. Elizabeth Specialski,
pelo acompanhamento pontual e competente.
Aos professores do Curso de Pós-graduação.

A todos que direta ou indiretamente
contribuíram para a realização
desta pesquisa.

À minha mãe, companheira e amiga,
pela força positiva e pelo amor
com que tem iluminado o meu caminho.

Aos alunos que, pacientemente, se submeteram
às atividades, dando-me a oportunidade
de refletir sobre as questões aqui investigadas.

A Deus, pela proteção constante.

“Compreender é inventar ou reconstruir através da reinvenção, e será preciso curvar-se ante tais necessidades se o que se pretende, para o futuro, é termos indivíduos capazes de produzir ou de criar, e não apenas de repetir”.

Piaget

SUMÁRIO

Lista de Figuras

RESUMO

Este trabalho descreve uma pesquisa participativa sobre a criatividade matemática e o desenvolvimento do raciocínio lógico de alunos de 8ª série/Ensino Fundamental, no que diz respeito à resolução de problemas heurísticos. O trabalho está fundamentado na teoria interacionista de Piaget e nos estudos de criatividade e resolução de problemas, desenvolvidos por DANTE (1988,1989). Apresenta-se caminhos alternativos de se criar condições na sala de aula de Matemática para que a criatividade aflore e se desenvolva, através da resolução de problemas que exijam o pensamento lógico do aluno. Também é apresentada uma proposta de ensino de Matemática, onde a resolução de problemas, convenientemente desenvolvida, pode contribuir para incentivar e desenvolver a criatividade dos alunos, tornando a prática educativa matemática mais significativa.

Palavras –chaves: criatividade – raciocínio lógico – problemas heurísticos.

1 INTRODUÇÃO

A conversão de soluções teóricas em recomendações técnicas para serem aplicadas, na sala de aula, de uma maneira mecânica e passiva não seria suficiente para resolver os problemas enfrentados na prática educativa, no que diz respeito à criatividade e ao raciocínio ou pensamento lógico.

Para romper com essa consolidada estrutura seria necessário investir mais, conhecer melhor o fenômeno, identificá-lo e delimitá-lo. Investir no sentido de construir o discurso através da ação para descobrir que condições (ou fatores) limitam ou afetam a aprendizagem da criatividade e do raciocínio lógico, retardando ou estimulando-a, e como estas condições poderiam ser modificadas.

Através do entendimento do processo de criatividade e do raciocínio ou pensamento lógico, este estudo busca sistematizar uma investigação do tema, utilizando-se de uma pesquisa-ação, do ponto de vista dos procedimentos técnicos (GIL, 1991).

Segundo Alencar (1976),

> “nos últimos anos, pode-se notar um interesse crescendo por parte de psicólogos e educadores pelo estudo da criatividade – sua conceituação, condições que a favorecem e barreiras que impedem o seu desenvolvimento. Parte desse interesse se deve ao mercado profissional que necessita mais do que nunca de indivíduos que sejam não apenas competentes do ponto de vista de domínio de conhecimentos, mas também inovadores, com condições de sugerir soluções para problemas novos, de criticar e reformular o conhecimento existente”.

De acordo com DANTE (1989), a Resolução de Problemas vem se destacando como um método ideal para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. Pode-se perceber nos livros didáticos de Matemática, listas intermináveis de problemas, quase sempre do mesmo tipo e que podem ser resolvidos “conforme o modelo”. Com certeza, isto não propicia o desenvolvimento do raciocínio dos alunos e, ao invés de motivá-los, cria, neles, atitudes negativas em relação à Matemática.

Procurando mudar esta situação, o professor pode desenvolver o processo ensino–aprendizagem sob a forma de desafios e, em momentos específicos da aula, propor problemas interessantes que possam ser explorados e não simplesmente resolvidos.

"Explorar" um problema significa procurar soluções alternativas, além da natural, e ensiná-lo sob diferentes pontos de vista matemáticos. Problemas ideais para serem explorados são os chamados "problemas – processo ou heurísticos", ou seja, aqueles que não podem ser resolvidos apenas pelo uso de uma ou mais operações, mas requerem o uso de uma estratégia adequada, nem sempre pré-conhecida.

O "National Council of Teachers of Mathematics – NCTM, dos Estados Unidos", apresentou algumas considerações sobre "A Matemática essencial para o século XXI".

Segundo a NCTM (1990), o nosso mundo tecnológico está mudando a uma taxa de crescimento cada vez maior e, à medida que as exigências da sociedade se modificam, assim se alteram as competências essenciais necessárias aos indivíduos para uma vida produtiva em sociedade. Dessa forma, todos os estudantes, de todas as raças e ambos os sexos, necessitarão de competências em áreas essenciais de Matemática.

O NCTM considera "essenciais" as competências que são necessárias para que as portas do mundo do trabalho ou do ensino superior se mantenham abertas. Assim, a matemática essencial representa o conjunto de competências matemáticas para que os estudantes possam ter uma vida adulta responsável.

Os alunos, que hoje educamos, mudarão muito provavelmente de atividade profissional, várias vezes durante a vida. As ocupações profissionais que tiverem desenvolver-se-ão e modificar-se-ão à sua volta. Para se prepararem para a mobilidade, os alunos devem desenvolver uma profunda compreensão dos conceitos e princípios matemáticos, raciocinar claramente e comunicar de modo efetivo, reconhecer aplicações no mundo que os rodeia e enfrentar problemas matemáticos com confiança. Eles necessitarão de capacidades básicas que lhes permitam aplicar os seus conhecimentos a novas situações e controlar a própria aprendizagem ao longo da vida.

A resolução criativa de problemas, o raciocínio rigoroso e a comunicação eficiente aumentarão a sua importância no processo educativo. Nesse sentido, para desempenhar funções com eficiência, neste século, os alunos irão necessitar de um conjunto mais vasto de competências matemáticas.

Quanto à resolução de Problemas, o NCTM diz:

> “Aprender a resolver problemas é a principal razão para estudar Matemática. Resolver problemas é o processo de aplicação de conhecimentos, previamente adquiridos, a situações novas e não rotineiras. (...) As estratégias de resolução de problemas envolvem a formulação de questões, a análise de situações, a tradução e ilustração de resultados, a elaboração de diagramas e o ensaio e erro. Os alunos devem ver resoluções alternativas para os problemas e ter experiências na resolução de problemas com mais de uma solução”.

Dentro desse contexto, a pesquisa foi desenvolvida para avaliar a criatividade matemática e o desempenho de alunos de 8ª série / Ensino Fundamental, no que diz respeito à resolução de problemas heurísticos. Nessa pesquisa a resolução de problemas foi utilizada para estimular e desenvolver a criatividade matemática dos alunos. Serviram, como sujeitos da pesquisa, alunos regularmente matriculados em 2002, na 8ª série/Ensino Fundamental, turma 3131C, da Escola Municipal “A”, escola pública localizada na periferia urbana da zona do Barreiro – Belo Horizonte – MG e turma 8ª A da Escola “B”, escola particular, localizada na região da Pampulha – Belo Horizonte – MG, porque eles, pelo programa mínimo, possuem uma bagagem considerável de conhecimentos matemáticos, previamente adquiridos, que podem ser aplicados na resolução dos problemas propostos.

A fundamentação teórica dessa pesquisa está baseada nos estudos desenvolvidos por DANTE (1988,1989) sobre “Criatividade e Resolução de Problemas na Prática Educativa Matemática”, nas pesquisas de GUILFORD (1950, 1956, 1957, 1959, 1970) sobre a “Estrutura do Intelecto Humano” e na teoria interacionista (Base Dialética) de JEAN PIAGET (1976, 1977) que evidencia perspectivas básicas na explicação da representação do raciocínio lógico. Nos próximos capítulos serão apresentadas algumas das idéias contidas nesses estudos e pesquisas, que vêm de encontro ao trabalho.

Para avaliar a criatividade matemática dos alunos, foram utilizados dois problemas que admitem muitas soluções ou respostas. Cada um desses problemas foi proposto pelo pesquisador, numa aula de Matemática, e resolvido pelos alunos em sala de aula. A exploração das soluções ou respostas encontradas pelos alunos foi desenvolvida, numa das aulas de Matemática, posteriormente à proposição e resolução de cada problema.

As respostas apresentadas pelos alunos para cada um dos dois problemas propostos foram avaliadas por critérios, como fluência (número de respostas aceitáveis e diferentes), flexibilidade (número de categorias diferentes de respostas utilizadas) e originalidade (raridade relativa das respostas), amplamente utilizados por outros pesquisadores em trabalhos recentes.

Para avaliar o desempenho dos alunos, foram utilizados outros seis problemas que podiam ser resolvidos por meio de várias estratégias. Foram realizadas duas sessões de resolução de problemas sendo que, em cada uma delas, foram propostos quatro problemas que deveriam ser resolvidos pelos alunos durante uma das aulas de Matemática, num tempo máximo de uma hora e vinte minutos. A primeira sessão foi feita no mês de agosto / 2002 e a exploração das estratégias utilizadas pelos alunos para resolver os problemas foi realizada na última semana de agosto / 2002. Segundo o cronograma, na semana seguinte foi feita a segunda sessão e, depois de mais uma semana, a exploração das estratégias usadas.

A avaliação do desempenho dos alunos em cada um dos oito problemas propostos foi baseada na análise das estratégias por eles utilizadas para resolvê-los.

A fim de que houvesse possibilidade de observar o raciocínio usado para resolver os problemas, os alunos foram instruídos a não usar borracha e a escrever tudo que pensassem durante a resolução dos problemas.

Depois de avaliar a criatividade matemática e o desempenho dos alunos no que diz respeito à resolução de problemas heurísticos, foi sugerida e apresentada uma proposta de ensino na qual a resolução de problemas, convenientemente desenvolvida, contribuísse para estimular e desenvolver a criatividade dos alunos, tornando a prática educativa matemática mais significativa.

A preocupação refere-se com as questões relativas de como o aluno aprende, e mais especificamente, com o processo de aprendizagem, na determinação de um recurso metodológico, para a situação de sala de aula, que permita, numa perspectiva dialética, a estimulação do raciocínio lógico.

O estudo é orientado para aquilo que é considerado núcleo da situação de aprendizagem e objeto de atenção dos educadores matemáticos: a representação do raciocínio lógico (da criatividade e do desempenho), através do recurso de situação-problema. É esta a questão investigada nesse trabalho de mestrado.

Tendo em vista o fato de que as discussões sobre o processo do conhecimento são feitas, em geral, num nível muito teórico ou muito distante das situações de sala de aula, foi escolhida a 8a série de escolas de Ensino Fundamental (uma pública e uma particular) como espaço para desenvolver a investigação, buscando também, uma reflexão comparativa, ainda que breve, do desempenho dos alunos de uma e de outra escola.

Segundo os inatistas, o conhecimento é pré-formado, ou seja, o ser humano já nasce com as estruturas do conhecimento e elas se atualizam à medida que ele se desenvolve.

Em oposição a este grupo de teóricos, os empiristas admitem que o conhecimento tem origem e evolui a partir da experiência que o sujeito vai acumulando. Levando ao extremo, o empirismo se expressa no determinismo ambiental, posição segundo a qual o homem é produto do ambiente. Os mais conhecidos adeptos da tese empirista são os americanos J.B. WATSON e B.F. SKINNER (1971), representantes do comportamentismo.

Um terceiro grupo de teóricos, os construtivistas, admite que o conhecimento resulta da interação do sujeito com o ambiente. Adeptos desta tese são o epistemólogo JEAN PIAGET, o psicólogo francês HENRY WALLON e os russos L.S. VIGOTSKY, A . N. LEONTIEV e A. R. LURIA.

1.1 Justificativa

Quando se discute ensino e aprendizagem em Matemática, por vezes divide-se o conhecimento matemático em duas partes. A primeira é formada por tudo que é “básico”, isto é, um conjunto de saberes fundamentais que serve de ponto de partida para a aquisição de todo o conhecimento posterior e para a execução de qualquer ofício ou profissão. Essa parte do conhecimento matemático, no senso comum, é normalmente constituída pelo conceito de número, incluindo-se aí as operações elementares e as noções iniciais de geometria e de medida.

A segunda parte do saber matemático, dentro dessa visão dicotômica, só pode ser desenvolvida a partir do domínio da primeira. Chamadas muitas vezes de "competências superiores", atividades como, por exemplo, planejamento, análise, síntese e auto-regulação (BAKER, 1993), bem como as resoluções de problemas, de formas gerais são consideradas complexas e não redutíveis às básicas. Mais ainda considera-se que elas precisam das básicas para poder existir e, portanto, formam uma segunda etapa no ensino e aprendizagem da Matemática.

Essa divisão do saber matemático em "básico" e "superior" tem sido reforçada, nos últimos anos, por uma visão utilitarista e instrumental, na qual a Matemática é, principalmente, uma ferramenta para uso no dia-a-dia e nas profissões das pessoas. Assim sendo, diz-se que a Matemática nas escolas deve preocupar-se primordialmente com o "básico" necessário para a execução de tarefas, deixando de lado preocupações "superiores".

Nas últimas décadas, a Matemática vem sendo vista como uma necessidade de intervenção nas situações do mundo real, ilustrando uma nova maneira de pensar. Como uma reação aos exageros formais da Matemática Moderna dos anos 60 e 70 – que tornaram as aulas de Matemática tão "superiores" que ficaram inacessíveis – esse movimento caracterizou-se por sua ênfase nos fatos básicos e na aquisição dos passos mecânicos dos algoritmos matemáticos.

Neste século XXI, essa visão do ensino e aprendizagem da Matemática precisa ser revista, pois já se sabe que não é possível separar a formação dos conceitos matemáticos do desenvolvimento do raciocínio e da habilidade de resolver problemas. Segundo GLASER (1993),

> "a antiga hipótese pedagógica de que a aquisição de conhecimentos úteis começa com a aprendizagem fundamental, baseada na prática de habilidades básicas que exigem pouco raciocínio, prosseguindo para a aquisição de competência de nível superior, na qual a resolução de problemas desempenha um papel crescente, não é sustentável. Atualmente está claro que a capacidade de raciocinar não é posterior à aprendizagem básica, mas, pelo contrário, é parte da aquisição fundamental de conhecimentos e habilidades".

Partindo de uma visão cognitivista, pode-se argumentar que os próprios conceitos matemáticos formam-se a partir da resolução de problemas (VERGNAUD, 1995). Ou ainda, pode-se defender a posição de que o aprendizado das idéias matemáticas faz-se dentro de uma "dualidade ferramenta-objeto" (DOUADY, 1983). Isto é, um conceito matemático é utilizado inicialmente como uma ferramenta para resolver um problema, surgindo contextualizado e amarrado a uma situação concreta dada. Em seguida, esse conceito se transforma em objeto, ou seja, em saber matemático descontextualizado e abstrato. É a partir dessa descontextualização essencial que ele passa a poder ser aplicado a novos problemas e novas situações, e a servir de objeto para futuros estudos.

Dentro desse contexto, faz-se necessário definir o que é Criatividade, o que é Problema e o que é Raciocínio Lógico. O pensamento pode ser estudado, não só sob o ponto de vista psicológico, como também sob o ponto de vista lógico. No primeiro caso, ele é considerado como uma atividade psíquica e, no segundo, como resultado dessa atividade, o qual pode ser abstraído da consciência que o produz, segundo BECKER (1993).

1.2 Relevância e Contribuição

Considera-se, este estudo, de relevância acadêmica, na medida em que contribuirá para encontrar os princípios que subsidiam um eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem através de resolução de problemas, pois de acordo com os referenciais conceituais apresentados, um problema é uma situação que demanda a realização de uma seqüência de ações ou operações para obter um resultado (VERGNAUD, 1995). Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la.

Também parece relevante, na medida em que desvendará como deve ser o contato do aluno com o desenvolvimento do raciocínio, através do recurso de resolução de problemas, na 8ª série/Ensino Fundamental.

Para fins analíticos, um referencial teórico-conceitual se fez importante para elucidar conceitos nas produções teóricas ligadas à área de Matemática.

O campo da recente Ciência da Cognição discute a concepção de aprendizagem lógica na perspectiva integradora, onde aprendizagem é determinada pela interação entre a representação externa (objeto) e a representação interna (sujeito) do conhecimento.

A metodologia proposta, o enfoque teórico e a revisão da literatura permitiram a condução da investigação, discutindo as questões pertinentes ao tema, na provisão de explicações para as abordagens manifestadas nas soluções propostas pelos alunos.

Assim, a contribuição deste estudo está numa proposta de se pensar sobre a prática escolar, no que se refere à Matemática, no investimento na atividade de Resolução de Problemas, como recurso pedagógico de avaliação da criatividade, que o aluno vivencie tanto o prazer em encontrar soluções rapidamente quanto o esforço para descobrir o melhor caminho na solução de um problema que exige maior elaboração.

1.3 Objeto

O objeto teórico do trabalho é a representação do Pensamento ou Raciocínio Lógico, da Criatividade e do Desempenho dos alunos, no contexto de sala de aula, através do recurso de resolução de problemas, no ensino da Matemática, na 8ª série/Ensino Fundamental.

A partir da prática pedagógica do autor, como professor de Matemática do Ensino Fundamental e Médio, em escola particular e escola pública, surgiram as questões aqui colocadas para serem investigadas. Buscou-se compreender a metodologia do desenvolvimento do raciocínio lógico para despertar maior interesse dos alunos e que os ajude a enfrentar as dificuldades, que muitos deles encontram, para aprender o conteúdo desta disciplina.

A principal dificuldade com relação à modificação da prática de ensino da Matemática refere-se aos determinantes impostos pela organização do modelo, tais como o uso do livro didático, a fragmentação do saber dividido em capítulos etc.

Muito se tem falado da necessidade de contextualizar o raciocínio lógico-matemático e a criatividade, explicitar as suas finalidades ou os seus papéis na realidade do aluno. Pensar este objeto de estudo foi o exercício que deu origem a este projeto de pesquisa.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo Geral

Avaliar a criatividade matemática e o desempenho de alunos da 8ª série/Ensino Fundamental, no que diz respeito à resolução de problemas heurísticos.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Comparar as abordagens da criatividade e do desempenho com o raciocínio lógico;
- Relacionar a informação a ser aprendida com o conhecimento prévio do aluno;
- Identificar caminhos alternativos de se criar condições na sala de aula de Matemática para que a criatividade aflore e se desenvolva, através da resolução de problemas que exijam o pensamento produtivo do aluno.

1.5 Organização do trabalho

Este trabalho está organizado em 6 capítulos e um anexo. O segundo capítulo apresenta algumas considerações sobre Criatividade, focalizando os estudos piagetianos que explicam o desenvolvimento cognitivo. O terceiro capítulo focaliza o tema Resolução de Problemas, apresentando algumas perspectivas de trabalho em Educação Matemática, com devidos comentários e características dessas perspectivas e uma base teórica sobre a criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática. No quarto capítulo apresenta-se os aspectos metodológicos da pesquisa, identificando, contextualizando e definindo os sujeitos e processos, os instrumentos para coleta de dados, a forma de análise e a discussão dos dados. O quinto capítulo tem como objetivo a discussão dos resultados quanto à análise dos principais conceitos ligados à criatividade e ao raciocínio lógico e, finalmente, o sexto capítulo apresenta as conclusões, sintetizando os resultados obtidos com o estudo.

2 CRIATIVIDADE E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Este capítulo apresenta algumas considerações sobre Criatividade, focalizando os estudos piagetianos que explicam o desenvolvimento cognitivo.

2.1 Criatividade

O conceito de criatividade está abordado dentro de um campo de investigação denominado Educação Matemática.

Embora não se tenha uma definição precisa de criatividade, alguns educadores têm feito tentativas de defini-la, como as apresentadas a seguir:

"Criatividade é a habilidade para produzir métodos originais ou não usuais, aplicáveis na resolução de problemas em Matemática". (SPRAKER, 1960).

TORRANCE (1974) define pensamento criativo:

> "... como um processo natural nos seres humanos, através do qual uma pessoa se conscientiza de um problema, de uma dificuldade ou mesmo de uma lacuna nas informações, para a qual ainda não aprendeu a solução: procura, as soluções possíveis em suas experiências prévias ou nas experiências dos outros. Formula hipótese sobre todas as soluções possíveis, avalia e testa estas soluções, as modifica, as reexamina e comunica os resultados".

Algumas definições de pensamento criativo enfatizam sua natureza divergente ou de "final aberto", contrastando com o pensamento convergente cuja meta é encontrar uma única solução, ou seja, encontrar a solução correta para o problema. Enquanto isso, a natureza divergente do pensamento tenda à procura de todas as soluções possíveis para um dado problema.

BEAUDOT (1976) diz que: "a convergência tende ao conformismo da resposta, ao passo que a divergência tende à multiplicidade de respostas e à originalidade".

D'AMBROSIO (1988) faz a seguinte análise do conceito de criatividade:

> "Criatividade envolve um conceito amplo para ser abrangido por uma definição que não seja 'a qualidade de ser criativo', a qual, por seu

> turno, significa a habilidade de criar, a qual de fato não significa muito, mas que indiscutivelmente, enfoca o homem projetando-se no Criador (...). Criatividade é entendida de várias maneiras, todas elas convergindo para produzir algo que não é rotineiro, que rompe com o que é esperado e traz novas dimensões para um esforço. A Criatividade se manifesta em várias formas e é reconhecida pelo que ela produz, seja uma peça criativa de poesia, ou gols em um jogo de futebol, ou uma piada, ou uma prova engenhosa de um teorema matemático. Todas estas manifestações de criatividade pressupõem algo novo, que se ajusta apropriadamente ao que existe e que é legitimado pelas regras e convenções da sociedade".

GLASER (1993) afirma que não há definição de criatividade que seja aceita amplamente e, conseqüentemente, não há definição de criatividade matemática aceita universalmente. Desse modo, uma abordagem para o estudo da criatividade matemática nos alunos, não deveria começar com uma definição claramente formulada, mas deveria apresentar idéias associadas com criatividade em geral e selecionadas entre as mais relevantes para as crianças que fazem matemática nas escolas.

2.2 Guilford e o modelo da estrutura da inteligência

Guilford, talvez o mais influente entre os psicólogos que se dedicaram ao estudo da criatividade, trabalhou ativamente nas últimas décadas, em investigações sobre a natureza da inteligência humana e realizou trabalhos de pesquisa básica sobre as habilidades criativas. Seus estudos sobre a inteligência levaram-no a construir um modelo tridimensional que ele denominou "A Estrutura do Intelecto".

Uma das grandes contribuições de Guilford foi chamar a atenção, em seu discurso como presidente da American Psychological Association, em 1950, para a área da criatividade, que até então era pouco pesquisada, pouco conhecida e mesmo, ignorada pelos psicólogos. Em seu discurso ele chegou a afirmar: *"Eu discuto o tema criatividade com considerável hesitação, pois ele representa uma área em que os psicólogos, de modo geral, sejam anjos ou não, tem receio de tratar".*

Guilford (1959) e seus colaboradores descrevem a complexidade das operações mentais do homem a partir da idéia de que a inteligência é formada de componentes ou fatores, cada um dos quais se constitui numa habilidade única, necessária para que a pessoa realize satisfatoriamente determinada espécie de tarefas.

Cada fator pode ser analisado separadamente mas, por se assemelharem de certa forma uns com os outros, os fatores podem ser classificados. Um modo de classificação é baseado no tipo fundamental de processo ou operação realizada. Este tipo de classificação nos dá cinco grupos de capacidades intelectuais: fatores de cognição, memória, pensamento convergente, pensamento divergente e avaliação.

Cognição significa descoberta ou redescoberta ou recognição. Memória significa retenção do que é conhecido. Dois tipos de operações do pensamento produtivo geram informação nova a partir de informação conhecida e lembrada. Nas operações do pensamento divergente, este se processa em sentidos diferentes, às vezes investigando, às vezes buscando variedade. No pensamento convergente a informação conduz a uma resposta certa ou a uma resposta melhor reconhecida ou convencional. Na avaliação pode-se chegar a decisões quanto a valor, correção, conveniência ou adequação do que se é conhecido, do que se é lembrado e do que se é produzido no pensamento produtivo.

Um segundo modo de classificar os fatores intelectuais apóia-se no tipo de material ou conteúdo envolvido. O conteúdo pode ser: figurativo, simbólico, semântico ou comportamental. O conteúdo figurativo é a matéria concreta tal qual é percebida pelos sentidos. Não representa nada além de si mesma. A matéria visual tem propriedades tais como tamanho, forma, cor, localização ou constituição. As coisas que se ouve ou se sente fornecem outros exemplos de material figurativo. O conteúdo simbólico é composto de números, letras e outros sinais convencionais, geralmente organizados em sistemas gerais, como o alfabeto ou o sistema numérico. O conteúdo semântico está na forma de significados verbais ou idéias, para os quais não há necessidade de exemplos. O conteúdo comportamental refere-se a informação, essencialmente não verbal, envolvida nas interações humanas onde atitudes, necessidades, desejos, modos, intenções, percepções, pensamentos de outros e pessoais são envolvidos.

Em sua teoria sobre a inteligência, Guilford acredita que as habilidades intelectuais relacionadas à criatividade são encontradas na categoria geral do “pensamento divergente”.

O pensamento divergente, também chamado criador e exploratório, é inovador e a pessoa criativa gosta da incerteza e do risco. Não se contenta em receber o pré-determinado, quer explorar o desconhecido. A capacidade divergente é acionada pelo pensamento que se move em busca de todas as soluções possíveis até encontrar uma ou várias soluções apropriadas. No pensamento divergente a busca da resposta ocorre com o objetivo de resolver o problema, quando este ainda não foi resolvido e não existem padrões pré-determinados para solucioná-lo. O pensamento divergente tende a uma variedade de respostas originais.

No pensamento criativo, ou divergente, GUILFORD (1957) chama a atenção para as habilidades de fluência, flexibilidade e originalidade.

Por fluência se entende a habilidade do sujeito em gerar um número relativamente grande de idéias na sua área de atuação.

Flexibilidade significa a habilidade em produzir várias classes de idéias ou usar uma variedade de abordagens.

A flexibilidade implica em alguma mudança, isto é, uma mudança no significado, na interpretação ou no uso de algo, uma mudança na estratégia de se fazer uma dada tarefa ou na direção do pensamento.

Para se avaliar o grau de flexibilidade, pede-se ao sujeito que faça uma lista de todos os usos que ele possa pensar para um dado objeto. Verifica-se, então, o número de categorias em que suas respostas podem ser classificadas, e é este o seu escore em flexibilidade. Um indivíduo pode dar muitas respostas e não mudar a classe de respostas; ele terá um baixo escore de flexibilidade, embora tenha um alto escore em fluência. Outro indivíduo pode ter um alto escore de flexibilidade.

A originalidade é entendida como a habilidade em produzir idéias novas, raras e inovadoras. É considerada uma variável importante do pensamento criativo e seu estudo se dá, a partir da apresentação de respostas incomuns e remotas.

Pode-se ressaltar, na teoria de Guilford, a importância que o pensamento divergente, ou criativo, tem adquirido nas formulações teóricas e nas práticas educativas. A noção de pensamento divergente por ele desenvolvida, tem sido usada por vários educadores matemáticos para elaborar testes que tentam avaliar a criatividade matemática dos alunos. A essência de cada um desses testes é colocar o aluno frente a uma situação matemática que admite muitas respostas aceitáveis. Estas respostas podem ser avaliadas por critérios como fluência (número de respostas aceitáveis), flexibilidade (número de idéias diferentes ou categorias de respostas utilizadas) e originalidade (raridade relativa das respostas).

2.3 Testes de Criatividade em Matemática

Alguns testes elaborados por educadores matemáticos para tentar avaliar a criatividade matemática dos alunos são apresentados a seguir. É importante observar que, em todos eles, aparece a necessidade do pensamento divergente.

Estes testes servem, também, para ilustrar que tipos de questões ou problemas podem ser elaborados e trabalhados com os alunos, com o objetivo de desenvolver o pensamento criativo.

FOSTER (1970) elaborou dois testes para avaliar as habilidades criativas, em Matemática, de crianças da escola fundamental (9 a 11 anos). No primeiro teste a criança seleciona de um baralho, seis cartas que tenham algo em comum, e os pontos são contados, conforme o número de conjuntos feitos em cinco minutos. O segundo teste requer que a criança encontre quantos totais são possíveis, usando os números 2, 3 e 6 e usando, as quatro operações.

SINGH (1987) desenvolveu um teste para avaliar criatividade matemática e identificar talento matemático em alunos de 11 a 13 anos. A estrutura teórica para a construção do teste foi fornecida por estudos empíricos sobre a natureza e o desenvolvimento da criatividade matemática. No teste, as situações são reais e proporciona uma oportunidade para os alunos pensarem e usarem seus talentos matemáticos.

Uma das atividades do teste pede ao aluno que escreva os números inteiros de 1 a 5 usando quatro "setes". Indo além, por exemplo, o número 10 pode ser escrito como (77 – 7)/ 7 (setenta e sete menos sete dividido por sete). Esta atividade requer que o aluno descubra as diferentes expressões que correspondem aos números dados.

Numa outra atividade, o aluno deve dar valores diferentes e originais para as letras do alfabeto, a fim de que os resultados da operação indicada sejam corretos:

$$\begin{array}{r} A\ B \\ +\ \ C\ D \\ \hline P\ K\ R \end{array}$$

Esta atividade permite que o aluno estabeleça novas relações, pois ao dar valores diferentes para B e D, determina valores de R e ao dar valores diferentes para A e C, que não sejam os que foram dados a B, D e R, determina os valores de K e P, desde que estes não sejam os mesmos dados a B, D, R, A e C.

HAYLOCK (1987) trabalhou com vários testes para investigar a criatividade matemática em alunos de 11 a 12 anos.

Num dos testes a instrução dada era *"escreva abaixo tantas coisas quantas você puder pensar, sobre o que os números 16 e 36 têm em comum*". Segundo Haylock, um aluno de 11 anos apresentou várias afirmações a respeito dos números dados tais como: *"eles são divisíveis por 2; eles são divisíveis por 4; eles são menores do que 40; eles contêm o 6 como o último dígito; eles são maiores que 15; eles são números inteiros; eles são fatores de 576; eles não são primos; eles são números quadrados; eles estão nesta questão".*

Um outro teste pede ao aluno para descobrir tantas figuras, quantas forem possíveis construir, com área 2 cm^2, ligando-se os pontos numa grade quadrangular formada por nove pontos, cuja distância entre dois pontos consecutivos na horizontal, ou na vertical, é igual a 1 cm.

A flexibilidade e a originalidade das respostas do aluno são indicadores de habilidades criativas em Matemática.

O pensar de várias formas, o buscar soluções diferentes da esperada, o apresentar várias soluções para uma mesma questão ou problema, são exemplos de pensamento divergente e estão ligados ao aspecto criativo.

Embora muitos indicadores revelem a importância, a preponderância e a independência atribuídas à Matemática no desenvolvimento curricular, desde as primeiras séries do Ensino Fundamental até a Universidade, parece que a Matemática, como tem sido ensinada, é responsável por grande parte da rotina repetitiva que se verifica nas escolas. Não tem oferecido oportunidade para que o aluno seja estimulado a usar o pensamento divergente durante as aulas de Matemática. O "assim que se faz" do professor, do livro didático e dos outros materiais didáticos não permitem que o aluno tenha liberdade e condições para pensar, imaginar, explorar, descobrir, levantar hipóteses, fazer estimativas, experimentar suas próprias intuições e atribuir seus próprios significados, sufocando a sua criatividade.

2.4 Criatividade e Educação Matemática

São apresentadas a seguir, algumas considerações que, de certa forma, procuram caracterizar o ensino da Matemática.

DANTE (1988), focalizando a educação da Matemática, coloca:

> "Iniciativa, invenção, criatividade, aventura e coragem são características freqüentemente arroladas como sendo desejáveis num projeto educativo. Mas, como tem sido concebido e desenvolvido este projeto, essas características são esperadas como emergindo no educando mais como produto final da educação do que fazendo parte constante do desenvolvimento educativo (...). E se concentrarmos a atenção na Educação Matemática, em vez de na Educação em geral, a situação piora sensivelmente. Não tem havido lugar para essas características no ensino da Matemática, pois, em lugar de ser vista como uma área de atribuição de significados por parte do jovem que chega à escola, é considerada como uma área pronta, de conhecimento e de informação, a ser transmitida".

MEDEIROS (1985) entende que:

> "... a Matemática, da forma que comumente vem sendo apresentada, quer em aulas, quer em livros - textos, traz subjacente a idéia do 'edifício pronto', da 'obra acabada', onde a busca das soluções das questões não é vivida 'com o aluno', encobrindo sob o peso de uma aparente clareza da exposição lógica e organizada dos seus termos, o 'fazer' Matemática; encobrindo, em uma 'didática da facilitância', a verdadeira complexidade da formação histórica desse conhecimento. A tão citada clareza da Matemática é aparente, porque do ponto de vista psicológico, ela pode ser evidente para quem a constrói, mas não para quem apenas acompanha a exposição do raciocínio alheio".

De forma significativa, MEDEIROS (1985) enfatiza que:

> "No ensino tradicional da Matemática não tem havido, em geral, um respeito pela criatividade do aluno. Na prática do ensino de um grande número de professores, alheios à preocupação com a criatividade matemática, há um desencontro entre esta e a forma metódica como as idéias parecem surgir àqueles em suas exposições de sala de aula. As soluções das questões e as demonstrações são apresentadas de tal modo que não passam por ensaios e tentativas de resolução e busca de novos caminhos. Desta forma de apresentação dos conteúdos, depreende-se uma concepção de Matemática e que a criatividade é totalmente desfigurada, induzindo os alunos à impotência frente à 'sabedoria' do mestre, que aparentemente encontra de imediato os melhores caminhos para a solução de questões, quando, em verdade, esse modo de proceder só é possível por que o professor já conhece antecipadamente aquele conteúdo".

Por estas considerações, pode-se inferir que existe uma necessidade urgente para os professores de Matemática identificarem, encorajarem e melhorarem a capacidade criativa Matemática em todos os níveis. É preciso superar o ensino de Matemática dominado por um modelo de pensamento racional/aprendizagem mecânica, com ênfase cumulativa de conhecimento existente. O modelo alternativo imaginação/intuição admite saltos no processo de aprendizagem, o estabelecimento de novas relações pelo aprendiz e a possibilidade de criatividade em sala de aula.

DANTE (1988) aponta que um dos objetivos mais importantes do ensino da Matemática é desenvolver o pensamento produtivo do aluno, o seu raciocínio. Segundo o autor, ao trabalhar para se conseguir isso, enfoca-se diretamente aspectos do pensamento criativo. Desse modo, ao pensar num problema e resolvê-lo por seus próprios métodos, ao encontrar uma outra maneira para se fazer a multiplicação, ao descobrir e estabelecer relações com suas próprias palavras, etc, o aluno está tendo experiências iniciais em pensamento criativo. Naturalmente, uma sala ambiente ou um laboratório de ensino que tenha materiais didáticos, jogos, problemas curiosos, desafios, material de leitura, quebra-cabeças, criptogramas, paradoxos, etc, forma um ambiente propício para as redescobertas do aluno. E, o redescobrir, o recriar, é uma experiência tão válida para o estudante, quanto foi o ato criativo do matemático que descobriu aquilo pela primeira vez. Qualquer descoberta feita pelo aluno, por mais simples que seja, deve ser reconhecida e valorizada pelo professor.

Pode-se perceber então, que o ensino da Matemática oferece oportunidades para o desenvolvimento do pensamento criativo e original, contrariando o que muitos leigos pensam: *“2 + 2 são 4 e não há o que pensar, discutir ou criar”.* Assim, a prática educativa matemática pode valorizar a imaginação criativa do aluno, através de situações de aprendizagem onde ele possa expressar suas idéias e formular suas hipóteses.

2.5 O Raciocínio Lógico nos Trabalhos de Piaget

Jean Piaget nasceu em 9 de Agosto de 1896, na cidade de Neuchatel, na parte ocidental da Suíça. Biólogo e essencialmente epistemólogo, buscou responder às seguintes questões relativas ao conhecimento: como os conhecimentos se formam, como se ampliam e como passam de um estado de menor conhecimento para um de maior conhecimento. O interacionismo piagetiano se expressa, portanto, nas suas explicações para o conhecimento, refletidas em sua teoria psicogenética.

Piaget, no mundo ocidental, foi um dos primeiros estudiosos a explicar o conhecimento não como algo predeterminado nas estruturas internas do indivíduo ou nos preexistentes nos objetos, mas como uma construção efetiva e contínua, resultante de trocas dialéticas efetuadas entre o indivíduo e o meio do conhecimento. Cabe aqui destaque ao que se refere ao sentido de meio nas explicações piagetianas. Meio tem um sentido de meio do conhecimento, ou seja, refere-se a tudo que se dispõe para o indivíduo enquanto desafio a sua inteligência e não como um sentido genérico relativo a meio ambiente.

Para explicar a epistemologia genética, Piaget se vale de três estratégias metodológicas: dos estudos psicogenéticos (que abordam a formação do conhecimento no nível do indivíduo); dos estudos sociogenéticos (que abordam a formação do conhecimento no seio da sociedade); e da interdisciplinaridade (colaboração de especialistas na epistemologia da ciência abordada).

Apesar dos primeiros trabalhos sobre a epistemologia genética terem sido publicados em 1950, foi somente nos anos 70 que Piaget usou pela primeira vez o termo **construtivismo**, que se tornou a marca registrada deste autor. É através dessa expressão que Piaget procura desvelar e caracterizar os mecanismos subjacentes à construção das estruturas cognitivas, especialmente o da equilibração majorante, em oposição às explicações pré-formistas e empiristas.

Gênese e estrutura são conceitos fundamentais e indissociáveis na abordagem de Piaget sobre o processo de conhecimento que permitem um entendimento sobre o processo de aprendizagem enquanto construção do conhecimento e deduzir hipóteses sobre as leis próprias do desenvolvimento. Segundo o construtivismo piagetiano é num contexto de interação entre sujeito e objeto que se coloca a questão do conhecimento.

O estudo do interacionismo piagetiano leva a compreender e praticar, no nível hoje exigido pela complexidade de nossa forma de vida (a violência, a fome, a injustiça, a desigualdade social, a falta de vontade de aprender ou ensinar, a inveja, o ciúme, o medo, a destruição pela droga, a desintegração grupal, a destruição da natureza, etc), os dois elementos fundamentais da inteligência ou da vida: sua condição independente e reversível, isto é, operatória. Para analisar o que é isso, na perspectiva de Piaget, e para sair um pouco de considerações tão gerais e abstratas, é que o presente estudo se serviu de uma atividade (situação-problema) aplicada a alunos da 8ª série / Ensino Fundamental.

Os estudos de PIAGET (1977) explicam o desenvolvimento cognitivo pela abstração reflexionante – uma ação de busca, pelo próprio sujeito, da matéria-prima da organização cognitiva. Para Piaget, a inteligência é o resultado de construções ou de gêneses que se sucedem por reequilibrações majorantes e que ao se analisar as condutas cognitivas das crianças através de provas operatórias, pode-se deduzir com quais instrumentos cognitivos ela está operando.

No ensino da Matemática, essa idéia pode ser aplicada na viabilização da aprendizagem de estruturas lógicas, através da observação, do acompanhamento e a análise do processo de aprendizagem, levando o professor a uma condição de mediador no sentido de intervir no nível operatório do aluno, o que resultaria em progressos cognitivos permanentes.

PIAGET (1976), aborda a gênese e a estrutura no processo de conhecimento e os construtos básicos da sua teoria. Apresenta a idéia de que

> "não existem estruturas inatas: toda estrutura pressupõe uma construção. Gênese e estrutura são indissociáveis temporalmente, ou seja, estando-se em presença de uma estrutura como ponto de partida e de uma mais complexa como ponto de chegada, entre as duas se situa necessariamente um processo de construção que é a Gênese".

No ensino da Matemática, essa idéia pode ser aplicada na medida em que as atividades pedagógicas acontecerem num contexto de interação entre sujeito (indivíduo) e objeto (meio com o qual o indivíduo interage), que é onde se coloca a questão do conhecimento. Aí reside o benefício da utilização do recurso de resolução de problemas no ambiente de sala de aula.

PIAGET (1976), aborda como se processa a compreensão das relações lógicas, no estágio do pensamento lógico-formal, característico da criança a partir dos doze anos de idade, mais ou menos. A idéia é que a criança torna-se capaz de refletir sobre suas próprias operações, independentemente do seu conteúdo. Para o ensino da Matemática, essa idéia pode ser aplicada em situações de aprendizagem com o raciocínio hipotético-dedutivo, levando-se à constituição de uma lógica formal aplicável a qualquer conteúdo.

Inicialmente, alguns conceitos básicos serão elucidados à luz das explicações piagetianas.

2.5.1 RACIOCÍNIO

Raciocinar é uma reação do pensamento de natureza complexa. Raciocinar é uma característica humana que responde a algo que nos é proposto.

O raciocínio comporta um conjunto de ações cognitivas, e, no âmbito do educativo, parte de um diálogo que se estabelece numa situação didática.

- *Reconhecer* que algo está sendo questionado. Entendê-lo. Interpretar, reformular, adaptar a questão, para o reconhecimento mais claro do questionamento posto.
- *Integrar intuições* sobre o tema. Tratar de explicar o próprio pensamento sobre algo. Explicar, intuir, elaborar, relacionar, exemplificar.
- *Elaborar uma conjectura*. Explicá-la. Identificar, explicar, considerar, oferecer um resultado.
- *Defendê-la e constatá-la.* Implicar-se, argumentar, desenvolver, descrever. Explicar por que algo funciona. Dar razões de algo observado.
- *Tratar de generalizá-la.* Analisar algo com maior profundidade. Ocorrerá sempre? Em que casos? Descontextualizar, empirizar, sistematizar, justificar. Transformar, ampliar, desenvolver, convencer.
- *Efetuar um caminho até uma demonstração autêntica*. Frasear, contrastar, estruturar, validar, assegurar. Raciocinar mediante afirmações-chave já demonstradas. Tratar de estabelecer um rigor por meio de abstrações.
- *Refletir seu interesse e provocar novos desafios*. Problematizar, aplicar, reinterpretar. Ser capaz de reconhecer limitações, margens de erros.

2.5.2 LÓGICA

Consiste na coordenação de relações abstraídas pelos indivíduos, através de sua ação sobre os objetos, que implica uma construção mental, uma abstração de relações (abstração simples e abstração reflexiva), que atuam de modo indissociável. Na perspectiva piagetiana a lógica é um processo resultante da formação contínua de esquemas produzidos através da adaptação (assimilação e acomodação) e organização. A lógica, no estágio do pensamento lógico-formal, recai sobre as hipóteses e não mais somente sobre os objetos. O raciocínio hipotético-dedutivo torna-se possível e, com ele, a constituição de uma lógica formal aplicável a qualquer conteúdo.

2.5.3 PENSAMENTO

O pensamento é resultado da constituição de esquemas, que se formam através do processo de adaptação (aplicação de esquemas já constituídos ou já solicitados anteriormente). A organização do pensamento, expressada através das estruturas cognitivas, produzidas mediante o processo de adaptação, é que permite que o indivíduo organize a realidade. Por esta razão é que, em cada estágio do desenvolvimento cognitivo, o indivíduo aborda e se apropria da realidade de modo diferente.

2.5.4 JUÍZO (de julgar)

Segundo Piaget, o julgamento segue as mesmas fases do desenvolvimento cognitivo. O sentimento de determinação e de vontade se desenvolve simultaneamente à autonomia moral e à capacidade lógica e conseqüentemente.

Assim, acredita-se que o principal objetivo do ensino deverá ser o de possibilitar o desenvolvimento da própria inteligência. É precisamente nesse campo que os estudos da psicologia do desenvolvimento de Piaget se impõe como necessários, pela contribuição que trazem aos que trabalham na educação de crianças e adolescentes.

Numa perspectiva piagetiana, o desenvolvimento é descrito como um processo de adaptação progressiva entre o homem e o meio. As crianças não adquirem conhecimentos ou valores e julgamentos absorvendo-os simplesmente de fora, mas construindo-os numa constante interação com o meio, de forma lenta e gradual.

A origem do comportamento inteligente está na formação dos primeiros sistemas de esquemas que o sujeito constrói, desde o seu nascimento, a partir de sua própria atividade sobre o meio, efetuando assim trocas significativas que permitem a ocorrência desse processo, e a conseqüente formação daquilo que Piaget denominou de *estruturas*.

Para PIAGET (1974),

> "Uma estrutura é um sistema de transformações que comporta leis enquanto sistema (por oposição às propriedades dos elementos) e que se conserva ou se enriquece pelo próprio jogo de suas transformações, sem que estas conduzam para fora de suas fronteiras ou façam apelo a elementos exteriores. Em resumo, uma estrutura compreende os caracteres de totalidade, de transformações e de auto-regulações".

Uma estrutura é, portanto, formada por elementos, mas estes são subordinados às leis que caracterizam o sistema como tal, e essas leis conferem, ao todo, propriedades de conjunto diferentes daquelas que pertencem aos elementos.

Essas estruturas são fundamentos para o comportamento e a inteligência no início de seu desenvolvimento, pois são responsáveis pela capacidade que o indivíduo tem de adquirir conhecimento. Elas fornecem os fundamentos da Lógica e da Matemática.

Admitindo-se que sendo essas estruturas construídas por um processo gradual, deve-se aceitar, por conseguinte, a existência de estágios de desenvolvimento. Os estágios descritos por Piaget aparecem em uma ordem fixa de sucessão porque as estruturas construídas num estágio farão parte integrante das que serão construídas nos estágios seguintes.

O interacionismo de Piaget mostra que tais estruturas têm características próprias, de acordo com cada estágio de desenvolvimento por que a criança passa. Nesse sentido, a escola assume papel importante na formação do raciocínio lógico-matemático, na medida em que estiver estruturada de forma a possibilitar tal desenvolvimento.

Segundo PIAGET (1976), a Matemática nada mais é que uma lógica que prolonga de forma natural a lógica do próprio organismo.

Se a Matemática é um prolongamento da própria lógica do organismo, por que tem sido tão difícil fazer as crianças e os adolescentes tomarem consciência desses mecanismos? A verdadeira causa dos fracassos da educação formal, diz Piaget, decorre essencialmente do fato de se principiar pela linguagem (acompanhada de desenho, de situações fictícias etc.), ao invés de fazê-lo pela ação real e material.

2.6 Conclusões

Estas reflexões sobre criatividade e resolução de problemas permitem o delineamento sobre possíveis convergências e divergências entre o conceito de criatividade ou pensamento criativo e raciocínio lógico apresentados na teoria piagetiana e abordagens das formas de pensar dos autores consultados.

O cenário oferecido contribui para a superação da ótica de investigação da criatividade somente pela ordem da psicologia do desenvolvimento, mas também pela ordem pedagógica.

Isto significa afirmar que uma das tarefas do ensinar é desenvolver o pensamento criativo do aluno, a sua capacidade de analisar e generalizar fenômenos da realidade, de raciocinar corretamente.

3 CRIATIVIDADE E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA PRÁTICA EDUCATIVA MATEMÁTICA

Este capítulo apresenta a problemática envolvida na solução de problemas e as perspectivas da resolução de problemas em Educação Matemática.

3.1 A resolução de problemas e o ensino da Matemática

Em todo momento, o homem se vê na necessidade de analisar e interpretar a realidade onde está inserido. Se quiser modificá-la, deverá resolver os problemas que ela apresenta, desde os econômicos, os sociais, os de relação familiar, os financeiros etc.

Segundo DANTE (1989), "problema é qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la".

Ainda, segundo o autor, "um problema matemático é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la". DANTE (1989). Nesta concepção aquilo que se apresenta como um problema matemático para um aluno, pode não o ser para outro, ou porque este não está interessado em resolvê-lo, ou porque não conhece um algoritmo que lhe permite encontrar a solução, ou porque já se confrontou, anteriormente, com esse problema, tendo conseguido resolvê-lo.

Afirma DANTE (1988), que vários educadores matemáticos citam a resolução de problemas como sendo um dos principais objetivos de se ensinar Matemática.

Certamente outros objetivos da Matemática devem ser procurados, mesmo para atingir o objetivo da competência em resolução de problemas. Desenvolver conceitos matemáticos, princípios e algoritmos através de um conhecimento significativo e habilidoso são importantes. Mas o significado principal de aprender tais conteúdos matemáticos é ser capaz de usá-los na construção das soluções das situações-problema.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN, 1998) indica a organização do currículo de Matemática em torno da resolução de problemas.

Assim, um pressuposto essencial, para que a resolução de problemas ocupe um lugar central no currículo, consiste em que seja delineado um ensino de Matemática voltado para os processos e não para os conteúdos. Pode ser uma tarefa difícil, mas, necessária.

A experiência profissional do pesquisador revela que um trabalho sistemático em torno de resolução de problemas exige muito mais do professor, do que o esquema tradicional "matéria – exercícios de aprendizagem – exercícios de fixação – testes". Esse trabalho requer, do professor, uma preparação cuidadosa, mas flexível, das atividades que serão propostas e uma disponibilidade para ultrapassar dificuldades que vão desde a administração do tempo até a avaliação de atividades não rotineiras. Mais importante do que isso, o professor terá que enfrentar situações inesperadas em sala de aula e, em algumas oportunidades, deverá alterar aquilo que tinha planejado. Ainda mais, terá que estar atento às dificuldades apresentadas pelos alunos, que derivam de hábitos de trabalho e atitudes profundamente enraizados.

De acordo com essa linha, NASSER (1988) justifica a importância da resolução de problemas, afirmando que:

> "... A Resolução de Problemas desenvolve o raciocínio dos estudantes;
> ... A Resolução de Problemas ajuda a desenvolver a criatividade;
> ... A Resolução de Problemas motiva os estudantes a aprender Matemática;
> ... A Matemática só tem sentido se é usada para resolver problemas reais;
> ... A Resolução de Problemas é uma boa maneira de avaliar a aprendizagem;
> ... Através da Resolução de Problemas, os alunos aprendem a trabalhar em grupos".

De maneira convergente, DANTE (1988, 1989) coloca que a resolução de problemas deve ocupar um lugar de destaque no ensino da Matemática, a fim de:

> " 1. Fazer o aluno pensar produtivamente;
> 2. Desenvolver o raciocínio do aluno;
> 3. Ensinar o aluno a enfrentar situações novas;
> 4. Dar oportunidade ao aluno de se envolver com as aplicações da Matemática;
> 5. Tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras;
> 6. Equipar o aluno com estratégias para resolver problemas;
> 7. Dar uma boa alfabetização matemática ao cidadão comum".

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN – Matemática, 1998) é defendida a idéia de que a resolução de problemas, como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, deve ser resumida nos seguintes princípios:

- A situação – problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
- O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
- Aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outro, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na História da Matemática;
- Um conceito matemático se constrói articulando com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular;
- A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode aprender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

De acordo com os PCN's de Matemática, um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma seqüência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la.

O fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, a formular problemas a partir de determinadas informações, a analisar problemas abertos – que admitem diferentes respostas em função de certas condições -, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos.

3.2 Problemas – processo ou heurísticos

Pelo exposto até o momento, a resolução de problemas tem sido colocada como um método ideal para desenvolver o raciocínio e motivar os alunos para o estudo da Matemática. Em geral, o que se vê nas salas de aula e nos livros didáticos, entretanto, são listas intermináveis de "problemas", quase sempre do mesmo tipo e que podem ser resolvidos "conforme o modelo". Naturalmente, isto não proporciona o desenvolvimento do raciocínio dos alunos e contribui para que os estudantes criem atitudes negativas em relação à Matemática.

Segundo NASSER (1988),

> "na tentativa de reverter esta situação, o professor pode desenvolver o processo ensino-aprendizagem sob a forma de desafios e, em aulas especiais, propor problemas interessantes, que possam ser 'explorados' e não apenas resolvidos".

Assim, para NASSER (1988), "explorar" um problema significa procurar soluções alternativas, além da natural, e analisá-lo sob diferentes pontos de vista matemáticos. Assim, um mesmo problema pode ter uma resolução aritmética e outra algébrica ou geométrica, ou pode ser resolvido por uma estratégia (heurística), sem o uso de algoritmos ou de conhecimentos matemáticos específicos. É evidente que isso nem sempre será possível com qualquer problema e, nas primeiras séries a "exploração" deve ser conduzida pelo professor com cuidado especial.

Problemas ideais para serem "explorados" são os chamados "problemas-processo ou problemas heurísticos", ou seja, aqueles que não podem ser resolvidos apenas pelo uso de uma ou mais operações, mas, requerem o uso de alguma estratégia heurística adequada.

DANTE (1989) coloca ênfase, afirmando que

> "os problemas-processo aguçam a curiosidade do aluno e permitem que ele desenvolva sua criatividade, sua iniciativa e seu espírito explorador. E, principalmente, iniciam o aluno no desenvolvimento de estratégias e procedimentos para resolver situações-problema, o que

em muitos casos, é mais importante que encontrar a resposta correta".

É apresentado, a seguir, um exemplo de problema-processo e estratégias de resolução.

Seis amigos se encontraram numa festa. Se cada um deles trocar um aperto de mão com todos os outros quantos apertos de mão teremos ao todo?

<u>Estratégias para resolver o problema</u>:

1ª) Fazer uma lista:

Marcelo	Ronaldo	Regina	Laura	Laís	Jorge
Ronaldo	Regina	Laura	Laís	Jorge	
Regina	Laura	Laís	Jorge		
Laura	Laís	Jorge			
Laís	Jorge				
Jorge					

5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 (apertos de mão)

2ª) Dramatizar o problema:

Seis alunos de uma classe simulam os apertos de mão dados na festa. No final, explicam o que foi feito e qual foi o resultado encontrado.

3ª) – Fazer um diagrama:

```
M          R          R          L          L          J
*________:_________:_________:_________:_________:     5
           *________:_________:_________:_________:     4
                      *________:_________:_________:     3
                                 *________:_________:     2
                                            *________:     1
                                                       ______
                                                         15
```

Pelo exemplo pode-se observar que várias estratégias podem ser aplicadas pelo aluno a fim de encontrar a resposta correta. Diante de problemas-processo, o aluno precisa pensar, elaborar um plano, tentar uma estratégia de acordo com sua intuição, testar essa estratégia e verificar se chegou à solução correta. Para isso, ele usa uma variedade de processos de pensamento.

D'AMBROSIO (1988) afirma que

> "a incorporação de problemas heurísticos no ensino da Matemática desenvolve nos alunos a habilidade de fazer uma hipótese sobre o método de solução a ser usado e testar essa hipótese, além de permitir que o aluno use sua intuição sobre possíveis soluções dentre várias estratégias que ele conhece".

3.3 Como Resolver Um Problema

De acordo com POLYA (1977), quando se tenta resolver um problema, o ponto de vista, a maneira de encarar o problema, pode ser modificado várias vezes. Em geral, quando se inicia o trabalho com um problema, a concepção que se tem dele é muito incompleta. À medida que se vai progredindo, a perspectiva vai sendo modificada.

POLYA (1977) apresenta, como sugestão, quatro frases na resolução de um problema:

1. Compreensão do problema.
2. Estabelecimento de um plano.
3. Execução do plano.
4. Retrospecto.

A primeira etapa é a compreensão do problema. É necessário compreendê-lo para perceber, claramente, o que é necessário fazer. Além de compreender o problema é preciso, que o aluno deseje resolvê-lo.

O enunciado do problema precisa ficar bem entendido. O aluno deve ter condições de identificar as partes principais do problema: a incógnita, os dados e a condicionante. Sendo assim, o professor não pode dispensar as indagações: Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante?

O aluno deve considerar, atentamente, as partes principais do problema sob vários pontos de vista. Quando houver uma figura relacionada ao problema, o aluno deverá traçá-la e indicar nela a incógnita e os dados.

Nesse estágio preparatório, uma outra indagação que também pode ser útil é a suposição: É possível satisfazer a condicionante? A resposta a esta indagação não será definitiva, mas provisória.

Ainda segundo POLYA (1977), só se consegue estabelecer um plano para a solução de um problema quando é conhecido, pelo menos de modo geral, os cálculos ou os desenhos que são necessários fazer para se encontrar a incógnita. Pode-se considerar que o principal feito na resolução de um problema é a concepção da idéia de um plano. Essa idéia pode surgir gradualmente, ou depois de tentativas infrutíferas e de um período de hesitação. Pode aparecer repentinamente, como uma “idéia brilhante”. Desse modo, o papel do professor nesse estágio é propiciar ao aluno, discretamente, uma idéia luminosa. Para sentir a posição do aluno, o professor deve pensar na sua própria experiência, nas dificuldades e sucessos que já encontrou ao resolver problemas.

Para o estabelecimento de um plano é importante:

a) Considerar o problema sob diversos pontos de vista;

b) Procurar conexões com situações anteriores;

c) Reformular, eventualmente, o problema, de forma que possam ser usadas estratégias ou técnicas, anteriormente utilizadas;

d) Partir da solução de um problema análogo;

e) Dividir o problema em subproblemas mais simples;

f) Ver se levou em conta todas as condições expressas no problema.

Executar o plano é por em ação a estratégia escolhida para resolver o problema. Para uma eficaz execução do plano, o aluno deverá verificar a correção de cada passo do raciocínio.

Resumindo, deve-se, primeiramente, testar a solução encontrada e, em caso negativo, ensaiar uma nova abordagem. Se a solução satisfaz é possível verificar se ela pode ser obtida por outros métodos. Por outro lado, é possível verificar se a solução satisfaz quando determinadas condições do problema são modificadas.

DANTE (1989) afirma que essas quatro fases não são rígidas, fixas e infalíveis. De acordo com ao autor, “o processo de resolução de um problema é algo mais complexo e rico, que não se limita a seguir instruções passo a passo que levarão à solução como se fosse um algoritmo”. Desse modo, observar essas fases não constitui uma receita infalível para se chegar à solução de um problema, mas de um modo geral, elas ajudam o solucionador a se orientar durante o processo.

3.4 Resolução de Problemas: Perspectivas em Educação Matemática

Pode-se distinguir três perspectivas de trabalho com resolução de problemas, de acordo com GAZIRE (1988):

a. Resolução de Problemas: Um Novo Conteúdo
b. Resolução de Problemas: Aplicação de Conteúdo
c. Resolução de Problemas: Um meio de ensinar Matemática

Torna-se importante um comentário sobre cada uma dessas perspectivas:

a. <u>Resolução de Problemas: Um Novo Conteúdo</u>

GAZIRE (1988) enfatiza que essa perspectiva é baseada na crença de que "levar o aluno ao conhecimento de várias técnicas e estratégias de Resolução de Problemas contribui para desenvolver nele sua habilidade de resolver problemas".

Algumas características dessa perspectiva são:

- O estudo do problema pelo problema, independente do conteúdo a ser estudado.

- A suposição de que o aluno já domina o conteúdo necessário para resolver os problemas.

Nessa perspectiva, o professor é quem seleciona e apresenta as situações problemáticas. Ele é quem seleciona, organiza, sistematiza; apresenta e explica as estratégias para solucionar as situações apresentas. Seleciona, propõe e explica os problemas. Mostra, explica, analisa, discute e corrige as soluções.

O aluno, por sua vez, analisa e discute as situações apresentadas. Analisa, discute e treina as estratégias que lhe são explicadas. Aplica essas estratégias aos problemas propostos pelo professor. Elabora, analisa e discute as soluções dos problemas propostos.

b. <u>Resolução de Problemas: Aplicação de Conteúdos</u>

GAZIRE (1988) afirma que essa perspectiva é baseada na crença de que "aprende-se melhor um conteúdo quando ele é aplicado*".*

Algumas características dessa perspectivas são:

- O estudo do conteúdo através da aplicação em problemas.

- A resolução de problemas pelos alunos depois que o conteúdo lhe foi apresentado.

De acordo com essa perspectiva, o professor é quem seleciona, organiza, sistematiza, apresenta e explica o conteúdo que deve ser aprendido pelo aluno. Ele é quem identifica e seleciona as técnicas para a resolução de problemas que envolvam o conteúdo apresentado e prepara o aluno para utilizá-las.

O aluno, por sua vez, aprende o conteúdo que lhe é ensinado. Treina as técnicas que lhe são ensinadas. Aplica essas técnicas aos problemas propostos pelo professor. Elabora, analisa e discute as soluções dos problemas propostos.

c. Resolução de Problemas: Um Meio de Ensinar Matemática

Ainda segundo GAZIRE (1988), esta perspectiva está baseada na crença de que “se todo o conteúdo a ser aprendido for iniciado numa situação de aprendizagem, através de um problema desafio, ocorrerá uma construção interiorizada do conhecimento a ser adquirido”.

Algumas características dessa perspectiva são:

- A colocação do aluno em situações de aprendizagem através de problemas desafio.

- A etapa inicial da aprendizagem é dada por um problema.

Nessa perspectiva, o professor orienta o aluno para que ele busque o conteúdo matemático para solucionar os problemas propostos. Ele analisa com os alunos as soluções encontradas e os encoraja a buscar novos caminhos de solução. Ao dialogar com o aluno, ele permite que este verbalize seus processos e seus resultados.

O aluno, por sua vez, ganha autonomia para decidir como atuar diante de problemas. Tem liberdade para criar, experimentar e refutar estratégias e soluções.

Pode-se então afirmar que, das três perspectivas apresentadas, aquela que considera a Resolução de Problemas como um meio de ensinar Matemática parece ser a mais favorável ao desenvolvimento de uma aprendizagem significativa para os alunos, pois eles seriam resguardados em sua autonomia.

3.5 Criatividade e Resolução de Problemas

D’AMBROSIO (1989) enfatiza que

> “em nenhum momento, no processo escolar, numa aula de matemática geram-se situações em que o aluno deva ser criativo, ou

> onde o aluno esteja motivado a solucionar um problema pela curiosidade criada pela situação em si ou pelo próprio desafio do problema. Na matemática escolar o aluno não vivencia situações de investigação, exploração e descobrimento".

Por outro lado, entre as ações recomendadas pelo "National Council of Teachers of Mathematics" - NCTM - USA (1990) para o ensino de Matemática nos anos 90, encontramos que:

> "Os professores de Matemática devem criar ambiente na sala de aula no qual possa florescer a resolução de problemas. Os estudantes devem ser encorajados a questionar, experimentar, estimar, explorar e sugerir explicações. A resolução de problemas que é essencialmente uma atividade criativa, não pode ser construída a partir de atividades rotineiras, receitas e fórmulas".

Já o "National Council of Supervisors of Mathematics" NCSM – USA (1990) coloca que

> "quando olhamos para o futuro, reconhecemos que o uso de calculadoras e de computadores e as aplicações de métodos estatísticos continuarão a expandir-se. A resolução criativa de problemas, o raciocínio rigoroso e a comunicação eficiente aumentarão para sua importância. Para desempenhar funções com eficiência, no próximo século, os alunos irão necessitar de um conjunto mais vasto de competências matemáticas".

Segundo o NCSM, a resolução de problemas é uma das competências matemáticas essenciais para o século XXI. Nesse sentido, "os alunos devem ver resoluções alternativas para os problemas e devem ter experiência na resolução de problemas com mais do que uma solução".

Para resolver problemas como, por exemplo problemas abertos, o aluno precisa utilizar o pensamento divergente, que é bem distinto daquele que ele usa para resolver questões ou problemas onde se segue um procedimento padrão, para chegar ao resultado.

De acordo com DANTE (1988), em Matemática, para criar condições em que o aluno desenvolva seu potencial criativo, uma das medidas a serem adotadas é que o professor utilize um maior número possível de problemas abertos ou heurísticos. De fato, os problemas abertos ou heurísticos levam o aluno a trabalhar de forma mais espontânea, mais solta, mais livre, explorando muitas possibilidades.

Assim, numa perspectiva pedagógica, é possível portanto, favorecer processos cognitivos de desenvolvimento da criatividade, ou seja, viabilizar a aprendizagem das estruturas lógicas, através de problemas heurísticos, onde o professor na condição de mediador, pode intervir no nível operatório do aluno, o que resultaria em progressos cognitivos permanentes..

4 PROCEDIMENTOS DE INVESTIGAÇÃO

Neste capítulo são apresentadas algumas considerações teóricas sobre "Pesquisa em Educação Matemática" e "Pesquisa em Resolução de Problemas". A seguir, é relatada a pesquisa desenvolvida, apresentando as atividades que foram usadas, a linha metodológica adotada e algumas características do ambiente físico e dos sujeitos da pesquisa.

4.1 Pesquisa em Educação Matemática

A Educação Matemática, como um campo separado de investigação dentro da Educação, é essencialmente um fenômeno do século XX. Os primeiros estudos importantes nesse campo foram conduzidos por psicólogos educacionais. Na década de 50, entretanto, os tópicos estudados pelos psicólogos educacionais excluíam, amplamente, o conteúdo da matéria em questão. Quase todas as pesquisas sobre problemas de educação matemática foram feitas por educadores matemáticos em suas pesquisas de dissertação. Escolas e Faculdades de Educação ou Departamentos de Matemática onde estas pesquisas eram realizadas tinham, no máximo, um ou dois membros do corpo docente que podiam ser identificados como educadores matemáticos.

Os tópicos com os quais a pesquisa em Educação Matemática trata têm emergido da experiência de ensino dos pesquisadores, na primeira metade do século. Os tópicos mais populares incluíam exercício e treino, comparações de abordagens de ensino, testes diagnósticos e a previsão de realização. Muitas investigações nestes tópicos foram dirigidas por um interesse favorável ao ensino mais afetivo, onde a eficácia estava definida em termos de teste de alto desempenho. Os estudos tendiam a ser especialmente contidos em si mesmos, fornecendo pouco na direção de um fundamento ou estrutura teórica. Como os estudos eram conduzidos por um investigador isolado com recursos modestos, o produto das investigações era, geralmente, muito reduzido.

A metodologia de pesquisa dominante em Educação Matemática contava com o modelo estatístico, amplamente adotado em biologia e psicologia experimental. Técnicas de inferência estatística eram usadas para testar as hipóteses de pesquisa que relacionavam as variáveis.

Os resultados dos esforços para aplicar este modelo de pesquisa à educação Matemática, e para a Educação em geral têm avançado de maneira ainda tímida. A ausência de fundamentos e estruturas teóricas tem deixado, de propósito, muitos testes de hipóteses e tentativas de exploração de questões sem prosseguimento. A produção reduzida dos estudos tem significado baixo poder estatístico.

Já na década de 80 surgem importantes pesquisas sobre "Resolução de Problemas", "Informática e Ensino de Matemática" e "Contextos histórico-culturais do conhecimento matemático", que são temas da mais alta relevância em Educação Matemática.

Em 1980, o *National Council of Teachers of Mathematics* – NCTM, dos Estados Unidos, apresentou recomendações para o ensino de Matemática no documento "Agenda para Ação". Nele a resolução de problemas era destacada como foco do ensino da Matemática nos anos 80. Também a compreensão da relevância de aspectos sociais, antropológicos, lingüísticos, além dos cognitivos, na aprendizagem da Matemática, imprimiu novos rumos às discussões curriculares.

Essas idéias influenciaram as reformas que ocorreram em todo o mundo, a partir de então. As propostas elaboradas no período 1980/1995, em diferentes países, apresentaram, dentre vários pontos de convergência, a ênfase na resolução de problemas, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas.

Essas idéias vêm sendo discutidas no Brasil e algumas aparecem incorporadas pelas propostas curriculares de Secretarias de Estado e Secretarias Municipais de Educação, havendo experiências bem sucedidas que comprovam sua fecundidade.

4.2 Pesquisa em Resolução de Problemas

Segundo LESTER (1985), o interesse entre os educadores matemáticos em pesquisar sobre "Resolução de Problemas" tem crescido, em grande parte, a partir de seus próprios estudos matemáticos e tentativas de ensinar os alunos a “fazer matemática”. O sentimento de satisfação resultante por ter resolvido um problema difícil e a perplexidade pela falta de habilidade dos alunos em resolver problemas rotineiros tem impelido professores de Matemática a investigar as causas desses fenômenos. Assim, é natural esperar que os educadores matemáticos considerem possível que um indivíduo possa ser ensinado a ser um melhor solucionador de problemas.

Ao lado dos educadores que acreditam que os alunos selecionam técnicas adequadas de resolução de problemas somente pela prática estão os que assumem que os alunos já possuem uma “estratégia mestra” de pensamento. Os adeptos dessa linha de trabalho acham que os alunos só precisam de uma atmosfera adequada, na qual possam aplicar o que já sabem.

Existem propostas para a instrução de problemas, em Matemática, que são construídas em análises de tarefas que decompõe a solução de um problema em procedimentos separados. Cada um desses procedimentos é, então, ensinado. Nessas condições, geralmente, um algoritmo solucionará uma classe de problemas. Os alunos são, então, “programados” para seguir um algoritmo a fim de obter a solução.

Baseados na idéia de que imitar um solucionador mestre pode ser útil, alguns pesquisadores fazem com que os alunos analisem as diferenças entre as suas soluções com aquelas de um aluno considerado modelo. Acreditam que essa estratégia corretiva leva o aluno a envolver-se na resolução de problemas, a aprender a analisar soluções e, conseqüentemente, a melhorar suas próprias soluções.

Recentemente, estão surgindo pesquisas enfatizando o papel que a metacognição (conhecimento do nosso próprio conhecimento) desempenha na resolução de problemas. Tais pesquisas estão apoiadas na crença de que “as crianças aprendem fazendo e pensando sobre o que fazem”. LESTER (1985) classificou as pesquisas sobre “Resolução de Problemas” em quatro categorias:

1ª) Pesquisas relacionadas com instrução para desenvolver estratégias mestras de pensamento, ou seja, trabalhos que visam exercitar a originalidade e a criatividade;

2ª) Pesquisas relacionadas com instruções no uso de "habilidades-ferramentas" específicas para resolver problemas. Esse tipo de trabalho consiste, geralmente, em treinar o aluno para fazer uma tabela, organizar dados, escrever uma equação, etc;
3ª) Pesquisas relacionadas com instrução no uso de heurísticas específicas para solucionar problemas, ou seja, treinar o aluno para procurar um padrão, trabalhar de trás para frente, etc;
4ª) Pesquisas relacionadas com instrução no uso de heurísticos gerais, ou seja, treinar o aluno para identificar e usar meios de análise, planejar, etc.

Para LESTER (1985), uma boa instrução de resolução de problemas, provavelmente, envolve uma combinação de instrução no uso de estratégias gerais e específicas junto com o treino para desenvolver "habilidades-ferramentas".

4.3 A pesquisa: aspectos metodológicos

4.3.1 Revisão Bibliográfica

De acordo com DANTE (1989),

> "as rápidas mudanças sociais e o aprimoramento cada vez mais rápido da tecnologia impedem que se faça uma previsão exata de quais habilidades, conceitos e algoritmos matemáticos seriam úteis hoje para preparar um aluno para sua vida futura. Ensinar apenas conceitos e algoritmos que atualmente são relevantes parece não ser o caminho, pois eles poderão tornar-se obsoletos daqui a quinze ou vinte anos (...). Assim, um caminho bastante razoável é preparar o aluno para lidar com situações novas, quaisquer que sejam elas. E, para isso, é fundamental desenvolver nele à iniciativa, o espírito explorador, a criatividade e a independência através da resolução de problemas".

Ao se concordar com esta afirmação, há a necessidade da criação de um ambiente educativo propício, onde os alunos sejam incentivados a formular e resolver problemas. O principal construtor desse ambiente é, sem dúvida o professor. Ele e os alunos, aos poucos, devem criar condições para que o ambiente vá se formando. O professor deve funcionar como um incentivador e coordenador das atividades que serão desenvolvidas pelos alunos. Nesse sentido, ele deve incentivar o pensar produtivo ao levantar questões, propor problemas, fazer e encorajar perguntas, promover discussões e dar oportunidade para a participação espontânea.

Ao fazer referência ao desenvolvimento do potencial criativo de um indivíduo, é oportuno destacar algumas habilidades intelectuais associadas ao pensamento criativo, ou divergente, apresentadas por GUILFORD (1959) em seu modelo teórico para o intelecto humano, ou seja, habilidades de fluência, flexibilidade e originalidade.

Por fluência se entende a habilidade do indivíduo em gerar muitas idéias na sua área de atuação.

Flexibilidade significa a habilidade em produzir várias classes de idéias ou usar uma variedade de abordagens. A flexibilidade implica uma mudança de algum tipo, seja no significado, na interpretação ou no uso de algo, uma mudança na estratégia de se fazer uma dada tarefa ou na direção do pensamento.

A originalidade é entendida como a habilidade em produzir idéias novas, raras e inovadoras. Ela é considerada um dos aspectos mais relevantes do pensamento criativo e o seu estudo se dá a partir da apresentação de respostas incomuns e remotas.

Ressalta-se ainda a importância que o pensamento divergente, ou criativo, tem adquirido nas formulações teóricas e nas práticas educativas a partir dos trabalhos de Guilford. Em trabalhos recentes, HAYLOCH (1987) e SINGH (1987) colocam os alunos frente a situações matemáticas que admitem muitas respostas aceitáveis. Estas respostas podem ser avaliadas por critérios como fluência (número de respostas aceitáveis), flexibilidade (número de categorias de respostas) e originalidade (raridade relativa das respostas).

NASSER (1990) discute o desenvolvimento de uma pesquisa para avaliar o desempenho de alunos do Ensino Fundamental na resolução de problemas heurísticos. Tal pesquisa foi realizada com 277 alunos de algumas escolas da rede pública e outras da rede particular do Rio de Janeiro. A pesquisa abrangeu alunos de 4ª série, 6ª série, 7ª série e 8ª série. Os alunos foram instruídos a não usar borracha e a escrever tudo que tivessem pensado durante a resolução dos problemas, para que os pesquisadores pudessem observar o raciocínio utilizado em cada problema. Assim, foi possível analisar as estratégias usadas pelos alunos, salientando seus erros e acertos.

4.3.2 Qualificação da Pesquisa

Os critérios para classificação de uma pesquisa englobam aspectos como condições, campos, objetivos, situações e objetos de estudo, por exemplo. Quanto aos objetivos, esta pesquisa pode ser entendida como um estudo descritivo qualitativo, em que o propósito central consiste na “descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis” (GIL, 1991).

Assim a pesquisa descritiva qualitativa permitiu o delineamento de uma situação presente e abrangeu a descrição, registro, análise e interpretação dos fenômenos investigados.

Nesse estudo, foi adotada a linha metodológica da pesquisa participativa, pois se desenvolve a partir da interação entre pesquisador e sujeitos das situações investigadas. Na verdade, as pessoas implicadas nesse estudo tinham algo a “dizer” e a “fazer”. Não foi feito um simples levantamento de dados ou um relatório, que logo seriam arquivados. Com a pesquisa participativa desempenhou-se um papel ativo na própria realidade dos fatos observados. Isso proporcionou a produção de conhecimentos, a aquisição de experiência e a realização de debates sobre as questões abordadas.

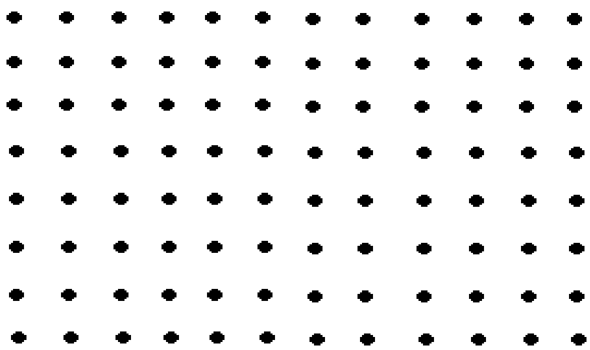
Cabe ressaltar, que a compreensão da situação, a seleção dos problemas, a busca de soluções internas, a aprendizagem dos participantes, todas as características qualitativas da pesquisa-ação não fogem ao espírito científico. O qualitativo e o diálogo não são anti-científicos. Reduzir a ciência a um procedimento de processamento de dados quantificados corresponde a um ponto de vista criticado e ultrapassado, até mesmo em alguns setores da ciência da natureza.

4.3.3 A Pesquisa Realizada

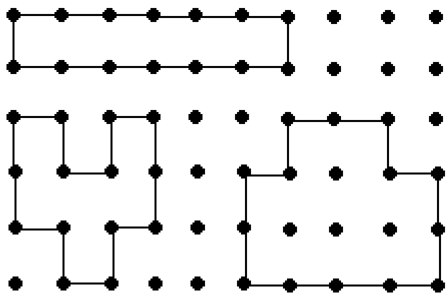
Com base na literatura citada acima, desenvolveu-se uma pesquisa, para avaliar a criatividade matemática e o desempenho de alunos de 8ª série / Ensino Fundamental, no que diz respeito à resolução de problemas heurísticos. Com essa pesquisa foram buscados caminhos alternativos de se criar condições na sala de aula de Matemática para que a criatividade aflore se desenvolva, através da resolução de problemas que exijam o pensamento produtivo do aluno. Serviram como sujeitos desta pesquisa, alunos regularmente matriculados em 2002, em duas turmas de 8ª série/Ensino Fundamental, da Escola Municipal “A”, localizada na periferia urbana de Belo Horizonte – MG e da Escola “B”, localizada na região da Pampulha, Belo Horizonte – MG. A decisão de trabalhar com os alunos da 8ª série/Ensino Fundamental, foi tomada porque eles pelo programa mínimo, possuem uma bagagem considerável de conhecimentos matemáticos. Para avaliar a criatividade matemática dos alunos, foram utilizados dois problemas que admitem muitas soluções ou respostas. Para resolvê-los, os alunos precisaram utilizar o pensamento divergente. Nesse sentido, a criatividade das respostas apresentadas pelos alunos foi avaliada por critérios como fluência (número de respostas aceitáveis e diferentes), flexibilidade (número de categorias diferentes de respostas utilizadas), e originalidade (raridade relativa das respostas).

A seguir, são apresentados os problemas que foram utilizados para avaliar a criatividade matemática dos alunos.

PROBLEMA 1: Alguns pontos são dados abaixo, de tal modo que a distância entre dois pontos consecutivos na horizontal, ou na vertical, é igual a 1 cm. Ligando estes pontos, construa polígonos que tenham perímetros iguais a 14 cm. A seguir numere os polígonos que você construiu e preencha a tabela, no verso da folha.



Nesse caso, a fluência é medida pelo número de polígonos aceitáveis e diferentes, isto é, que satisfaçam as condições impostas pelo problema e não sejam congruentes; a flexibilidade é o número de categorias de polígonos, no que diz respeito à área, e a originalidade é dada em função da raridade relativa dos polígonos. Por exemplo, supondo-se que um aluno tenha construído os polígonos a seguir:



1ª figura = 6 cm^2

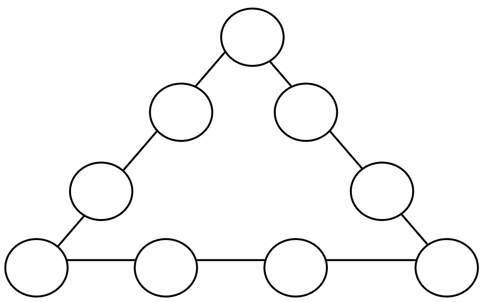
2ª figura = 6 cm^2

3ª figura = 10 cm^2

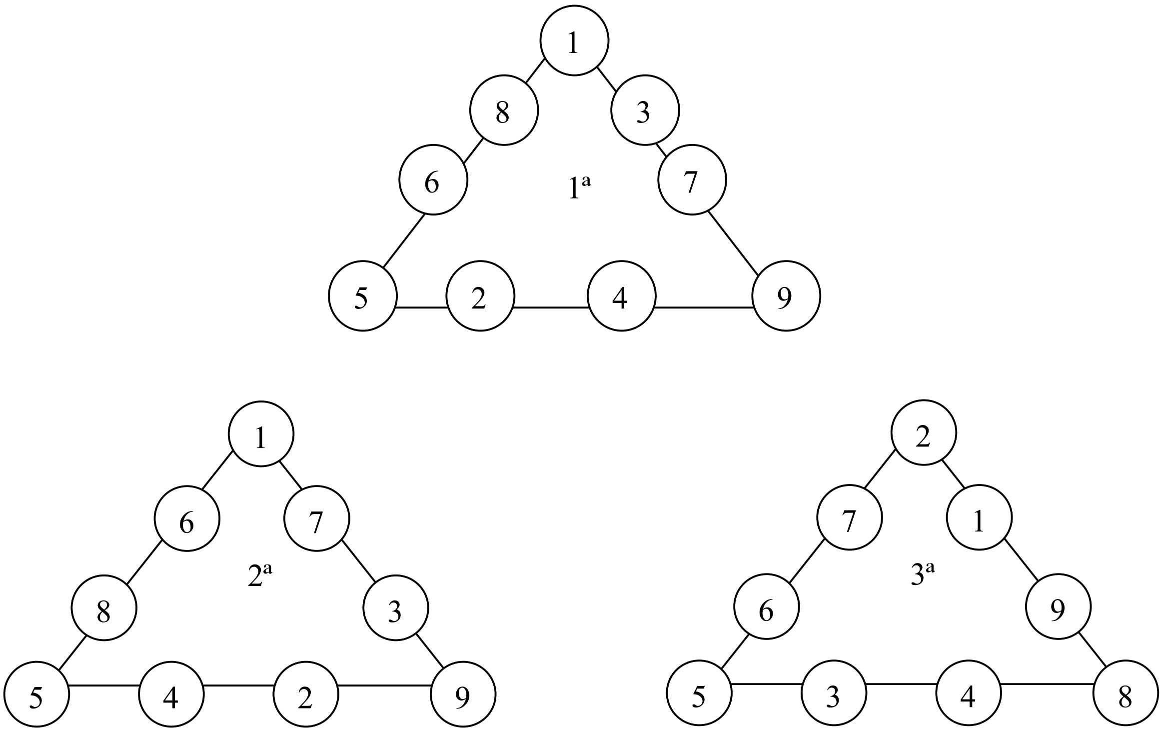
Desse modo, pode-se dizer que:

- A sua fluência é 3, pois construiu 3 polígonos diferentes com perímetros iguais a 14 cm.
- A sua flexibilidade é 2, pois construiu polígonos com áreas 6 cm^2 e 10 cm^2.
- Ele foi original se construiu pelo menos um polígono que nenhum outro aluno conseguiu construir.

PROBLEMA 2: Coloque, dentro dos círculos, os algarismos 1,2,3,4,5,6,7,8, e 9, sem repetição, de tal modo que a soma em cada lado do triângulo seja 20. Procure resolver esse problema de várias maneiras.



Nesse caso, a fluência é o número de maneiras aceitáveis e diferentes para solucionar o problema, a flexibilidade, é o número de soluções apresentadas e a originalidade é relativa à maneira de solucionar o problema. Por exemplo, supondo-se que um aluno tenha apresentado três maneiras diferentes de solucionar o problema, isto é, que ele tenha apresentado as seguintes soluções:



Nesse caso, pode-se dizer que:

- Sua fluência é 3, pois apresentou três maneiras diferentes de resolver o problema.
- Sua flexibilidade é 2, pois apresentou duas soluções diferentes para o problema, isto é, a 1ª e a 2ª maneiras de solucionar o problema apresentam os mesmos algarismos nos lados do triângulo, o mesmo não acontecendo com a 3ª maneira.
- Ele foi original se apresentou uma maneira de solucionar o problema que nenhum outro aluno conseguiu apresentar.

Para avaliar o desempenho dos alunos, foram utilizados seis problemas com possibilidades de resolução por meio de várias estratégias. Foram realizadas duas sessões de resolução de problemas sendo que, em cada uma delas, foram propostos quatro problemas. A avaliação do desempenho dos alunos foi baseada na análise das estratégias utilizadas para resolver os problemas apresentados.

Os alunos foram instruídos a não usar borracha e a escrever tudo que pensassem durante a resolução dos problemas, para que houvesse a possibilidade de observarmos o raciocínio utilizado.

A seguir, são apresentados os problemas que foram utilizados para avaliar o desempenho dos alunos.

PROBLEMA 3: Foram convidadas 38 crianças para o aniversário de Marcelo. O pai de Marcelo precisa alugar mesas quadradas para fazer uma longa fila, colocando uma encostada na outra. Ele quer que cada lado disponível da mesa seja ocupado por uma única criança. Qual é o número de mesas que ele deverá alugar?

PROBLEMA 4: Numa reunião de equipe há 7 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?

PROBLEMA 5: Marcos tinha 5 dias para preparar desenhos para a exposição de artes da escola. Em cada dia, ele fez 3 desenhos a mais que no dia anterior. Ele expôs 45 desenhos. Quantos desenhos ele fez em cada dia?

PROBLEMA 6: Num campeonato de vôlei, em cada partida a dupla perdedora é eliminada. Quantas partidas serão jogadas até se chegar à dupla campeã, num torneio com 15 duplas?

PROBLEMA 7: João, José, Jorge e Joaquim foram pescar. Cada um deles pescou um peixe. O peixe de João era duas vezes maior que o de José. O peixe de José tinha 9 cm a menos que o de Jorge. O peixe de Jorge tinha mais 12 cm que o de Joaquim. O peixe de Joaquim media 18 cm. Qual o comprimento do peixe que João pescou?

PROBLEMA 8: O programa de ginástica de Pedro exige que ele faça uma flexão no primeiro dia, 4 flexões no segundo dia, 7 flexões no terceiro dia, 10 no quarto dia, e assim por diante. Quantos dias Pedro vai levar para fazer pelo menos, 30 flexões por dia?

Os objetivos deste estudo implicaram a construção de um “olhar” alternativo ao cotidiano escolar do ensino da Matemática. Ao vivenciar como a incorporação de problemas heurísticos desenvolve-se na sala de aula, procurava também identificar um saber que norteava esse fazer pedagógico. Como pano de fundo, o compromisso com a melhoria da qualidade do ensino de Matemática.

Ao reconhecer o movimento do contexto de sala de aula, admitindo que cada classe, cada aluno, cada fala, cada registro ajudou na compreensão da prática pedagógica através da resolução de problemas, a abordagem pesquisa-ação colocou o pesquisador perante uma tarefa extremamente intrigante, porem complexa.

A trajetória deste projeto revelou que o saber discente assenta-se em hipóteses e intuições imprescindíveis para a busca de soluções dentre várias estratégias que o aluno conhece, numa proposta metodológica de Resolução de Problemas.

Evidentemente este estudo contribui para uma (re)estruturação do trabalho pedagógico em sala de aula; não apenas para o professor acreditar que o aluno deva construir e ser sujeito do seu conhecimento, mas que o professor precisa ser reconhecido como sujeito de seu fazer cotidiano. É preciso que o próprio professor tenha condições para que ele também construa seu conhecimento sobre seu próprio trabalho.

4.3.4 O ambiente físico

A. <u>Escola Municipal "A"</u>

- A escola

A Escola Municipal "A" está localizada no Barreiro, que é um bairro da periferia urbana de Belo Horizonte – MG, predominantemente residencial, com florescimento do comércio. Ela funciona em três turnos (manhã, tarde, noite), num total de 45 turmas e, aproximadamente 1500 alunos, distribuídos de 5^a a 8^a série / Ensino Fundamental e Educação de Jovens e Adultos.

Dentro da área de um quarteirão se distribuem três prédios baixos, uma quadra poliesportiva descoberta, biblioteca e gramado.

Os módulos do corpo docente e funcionários estão completos.

A direção (diretor e vice-diretor) é efetiva e eleita de dois em dois anos.

A escola possui um laboratório bem equipado e uma biblioteca com bom acervo.

- A sala de aula

A sala de aula é a de número 5 e está situada no terceiro prédio. A forma é retangular, a área de 60 m^2 e a capacidade física são de 40 alunos.

A porta dá para uma área livre e, em frente há uma plantação de roseiras e um gramado. Duas amplas janelas gradeadas deixam a sala bem iluminada e não há cortinas.

O mobiliário é razoavelmente conservado. Além da mesa em alvenaria, e da cadeira do professor, existem 40 jogos de mesa e cadeira individuais para os alunos.

A sala é usada nos três turnos em que a escola funciona.

B. Escola “B”

- A escola

A Escola “B” está localizada no São Luiz, que é um bairro da região da Pampulha de Belo Horizonte – MG, predominantemente residencial.

A escola funciona em dois turnos (manhã e tarde), num total de 30 turmas e, aproximadamente 1.200 alunos, distribuídos da Educação Infantil ao Ensino Médio.

Dentro da área de um quarteirão se distribuem dois prédios altos, duas quadras poliesportivas cobertas, zeladoria, biblioteca e gramado.

Os módulos do corpo docente e funcionários estão completos.

O diretor é efetivo e são duas as assistentes de direção.

A escola possui dois laboratórios bem equipados e uma biblioteca com um bom acervo.

- A sala de aula

A sala de aula é a de número 15 e está situada no pavimento superior. A forma é retangular, a área é de 65,28 m^2 e a capacidade física é de 40 alunos.

A porta dá para um corredor e do lado da janela há um minúsculo bosque interno. Duas amplas janelas de vidro deixam a sala bem iluminada e há cortinas.

O mobiliário é bem conservado. Além da mesa de fórmica e da cadeira do professor, existem 40 jogos de mesa e cadeira individuais para os alunos.

A sala é usada nos dois turnos em que a escola funciona.

4.3.5 Sujeitos e Processos

A) Os alunos da Escola Municipal “A”

Turma 3131 C: 32 alunos matriculados e freqüentes, no turno da manhã; 17 alunos do sexo masculino e 15 do sexo feminino, cujas idades variam de 13 a 15 anos; a turma mostrou disposição para resolver os problemas apresentados.

B) Os alunos da Escola “B”

Turma 8 A: 31 alunos matriculados e freqüentes, no turno da tarde; 15 alunos do sexo masculino e 16 do sexo feminino, cujas idades variam de 13 a 14 anos; a turma também mostrou disposição para resolver os problemas apresentados.

C) O Professor-Pesquisador

O professor-pesquisador é licenciado em Matemática (Licenciatura Plena) pela Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC-MG) e Engenharia Civil (Escola Engenharia Kennedy). A opção pela carreira e, especialmente, pela Matemática resultou do fato de ter se identificado com as disciplinas ligadas à área das ciências exatas e ter gosto e facilidade especialmente com a Matemática recebida no ginásio e no colégio.

O professor-pesquisador é titular do cargo efetivo de Professor de Matemática em escola pública e particular e professor do Departamento de Matemática e Estatística da PUC-MG.

5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos na pesquisa, no que diz respeito à avaliação da criatividade matemática e do desempenho dos alunos regulamente matriculados em 2002, na 8^a série/Ensino Fundamental da Escola Municipal “A”, localizada na periferia urbana de Belo Horizonte - MG e da Escola “B” - localizada na região da Pampulha, Belo Horizonte – MG, com base na resolução de alguns problemas que admitem muitas respostas ou soluções e de outros que admitem uma única resposta, mas podem ser resolvidos por meio de várias estratégias.

Inicialmente, serão focalizados os resultados obtidos, nessa pesquisa, no que diz respeito à avaliação da criatividade matemática dos alunos.

Vale a pena lembrar que para avaliar a criatividade matemática dos alunos foram utilizados alguns problemas que admitem muitas soluções ou respostas. Para resolvê-los os alunos utilizaram o pensamento divergente. Nesse sentido, a criatividade das soluções ou respostas apresentadas pelos alunos é avaliada por critérios como fluência (número de respostas aceitáveis e diferentes), flexibilidade (número de categorias diferentes de respostas utilizadas) e originalidade (raridade das respostas).

A seguir, apresenta-se um breve comentário sobre cada um dos problemas utilizados para avaliar a criatividade matemática dos alunos, as respostas aceitáveis e diferentes obtidas em cada um deles, a ficha de avaliação dos alunos para cada problema, uma análise sobre a fluência, a flexibilidade e a originalidade dos alunos, e algumas idéias utilizadas antes da proposição dos problemas e na exploração das soluções ou respostas encontradas pelos alunos.

- No problema 1, eram dados alguns pontos, de tal modo que a distância entre dois pontos consecutivos, na horizontal ou na vertical, era igual a 1 cm. Ligando estes pontos, os alunos deveriam construir polígonos que tivessem perímetros iguais a 14 cm.

Ao analisar todos os polígonos construídos pelos alunos, foram encontrados casos em que os alunos construíram polígonos que são congruentes, pois quando colocados um sobre o outro de alguma maneira, possuem a mesma forma e o mesmo tamanho. Esses polígonos congruentes não são contados como polígonos distintos. Por exemplo, para a aluna 24B (Escola “B”) que construiu 3 polígonos congruentes (ver figura 1), na contagem geral das suas respostas, eles aparecem como 1 único polígono construído.

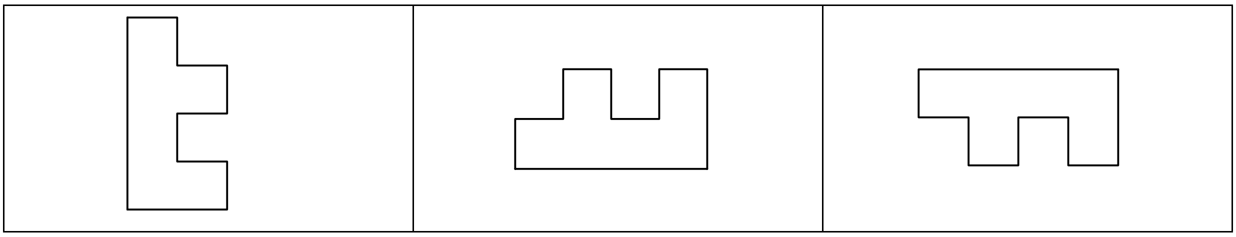
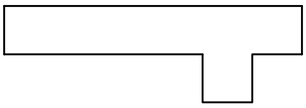
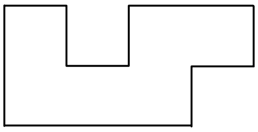


FIGURA 1 – POLÍGONOS CONGRUENTES

Os 63 alunos, que tentaram resolver o problema 1, obtiveram as seguintes respostas aceitáveis e diferentes mostradas na figura 2 (alguns exemplos) .

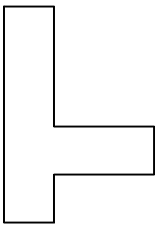


A = 6 cm²

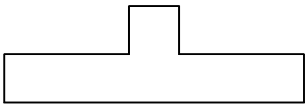


A = 6 cm²

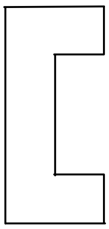
A = 6 cm²



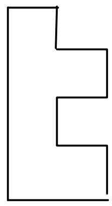
A = 6 cm²



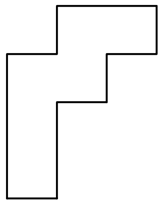
A = 6 cm²



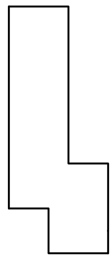
A = 6 cm²



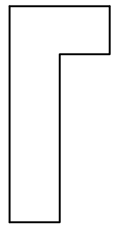
A = 6 cm²



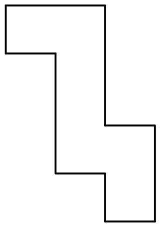
A = 6 cm²



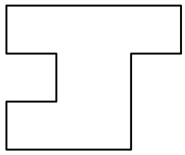
A = 6 cm²



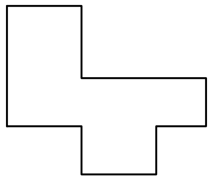
A = 6 cm²



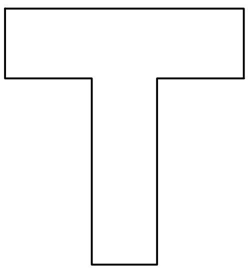
A = 6 cm²



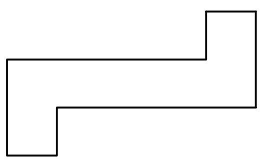
A = 6 cm²



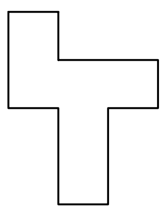
A = 6 cm²



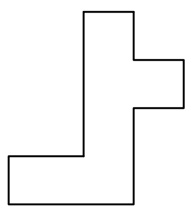
A = 6 cm²



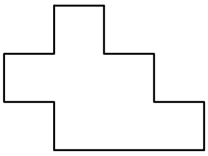
A = 6 cm²

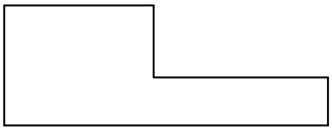


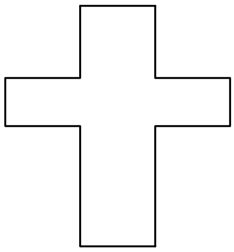
A = 6 cm²

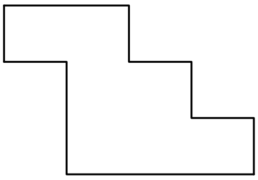


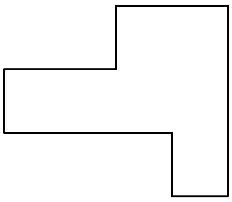
A = 6 cm²


A = 6 cm²

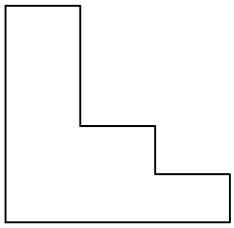

A = 7 cm²

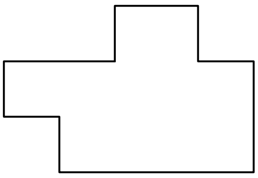

A = 7 cm²

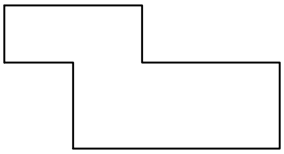

A = 7 cm²

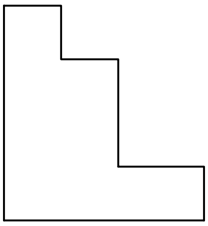

A = 7 cm²

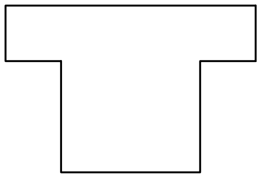

A = 7 cm²

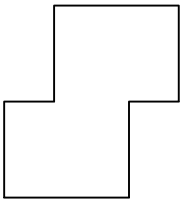

A = 8 cm²

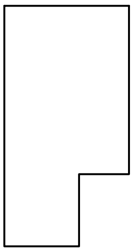

A = 8 cm²

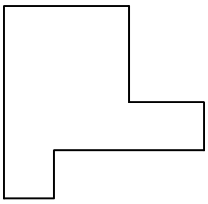

A = 8 cm²

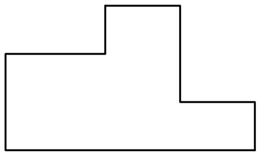

A = 8 cm²

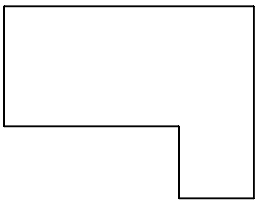

A = 8 cm²

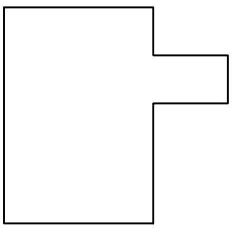

A = 8 cm²


A = 8 cm²


A = 8 cm²


A = 8 cm²


A = 9 cm²


A = 9 cm²

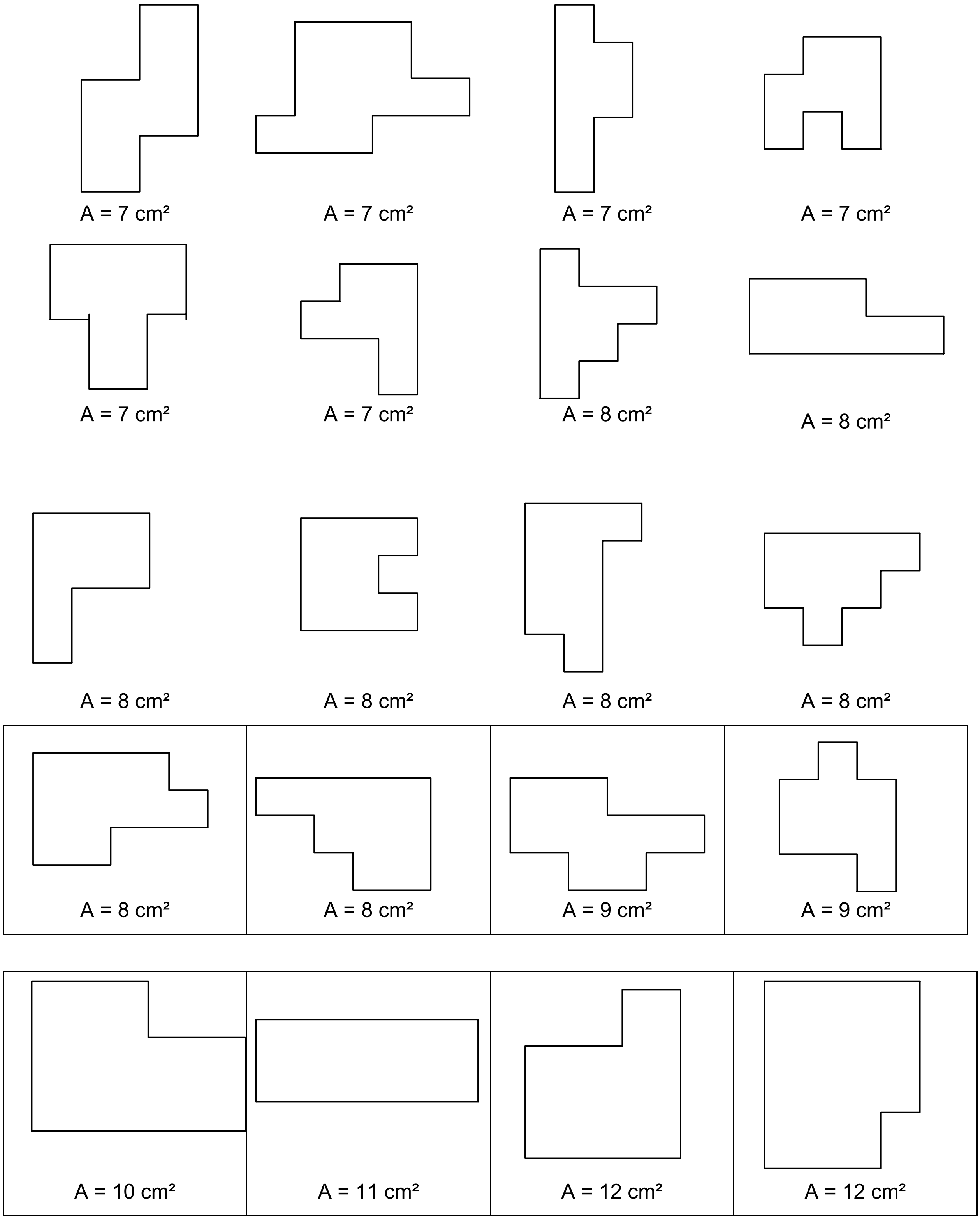


FIGURA 2 – AS RESPOSTAS ACEITÁVEIS E DIFERENTES OBTIDAS PARA O PROBLEMA 1

Analisando as respostas acima, pode-se dizer que foram construídos 19 polígonos que possuem área igual a 6 cm² , 11 polígonos que possuem área igual a 7 cm², 17 polígonos que possuem área igual a 8 cm², 4 polígonos que possuem área igual a 9 cm², 01 polígono que possui área igual a 10 cm², 1 polígono que tem área de 11 cm² e 02 polígonos cuja área mede 12 cm².

Segundo SMITH (1990), pode-se obter um total de 137 polígonos diferentes com perímetro igual a 14 cm², de modo que 4 desses polígonos possuem área igual a 4 cm², 12 polígonos possuem área igual a 5 cm², 38 possuem área igual a 6 cm², 32 possuem área igual a 7 cm², 30 possuem área igual a 8 cm², 12 possuem área igual a 9 cm², 7 possuem área igual a 10 cm², 1 possui área de 11 cm² e 1 cuja área mede 12 cm².

Nessas condições, pode-se afirmar que o número de polígonos diferentes construídos pelos alunos, satisfazendo as condições do problema proposto, é significativo, visto que eles tiveram apenas vinte minutos para resolver o referido problema. É apresentada a seguinte ficha de avaliação dos alunos que tentaram resolver o problema 1.

E. M. “A” - 8ª série/Ensino Fundamental – Matemática: PROBLEMA 1

ALUNO (A)	FLUÊNCIA	FLEXIBILIDADE	ORIGINALIDADE
1	6	3	
2	3	2	
3	3	3	
4	7	3	
5	6	4	
6	6	4	
7	7	3	X
8	3	3	
9	10	5	
10	5	4	
11	7	4	
12	1	1	
13	4	3	
14	18	4	
15	10	7	X
16	6	5	
17	2	2	
18	3	3	
19	4	4	
20	8	5	X
21	4	5	
22	2	2	
23	3	3	
24	6	5	
25	6	5	X
26	10	3	X
27	4	4	
28	4	3	
29	1	1	
30	8	4	
31	4	2	X

Obs: O símbolo “X” que aparece na coluna “ORIGINALIDADE” indica a ocorrência de respostas originais.

ESCOLA “B” - 8ª série/Ensino Fundamental – Matemática: PROBLEMA 1

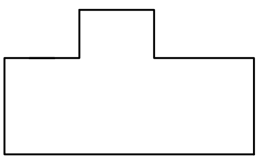
ALUNO (A)	FLUÊNCIA	FLEXIBILIDADE	ORIGINALIDADE
1	14	4	
2	8	5	X
3	6	3	X
4	7	5	
5	3	1	
6	12	4	
7	12	4	
8	10	3	
9	1	1	
10	9	5	X
11	16	3	
12	12	4	
13	1	1	
14	8	5	
15	5	3	
16	14	5	
17	16	3	
18	14	5	X
19	9	5	
20	13	3	X
21	9	4	
22	12	4	
23	9	2	
24	15	4	X
25	9	2	
26	9	3	
27	9	4	
28	1	1	
29	3	3	
30	8	1	
31	5	2	

Obs: O símbolo “X” que aparece na coluna “ORIGINALIDADE” indica a ocorrência de respostas originais.

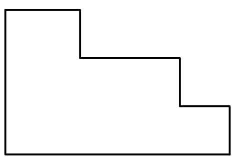
Analisando os dados da ficha de avaliação apresentada, pode-se dizer que alguns alunos se mostraram mais criativos que outros, apresentando várias respostas aceitáveis e diferentes, várias categorias diferentes de respostas e algumas respostas consideradas originais. Por exemplo, o aluno 15A (Escola “A”), construiu 10 polígonos diferentes com perímetro igual a 14 cm, sendo que 3 desses polígonos possuem área igual a 6cm², 1 polígono possui área igual a 7 cm², 2 possuem área igual a 8 cm², 2 possuem área de 9 cm², 1 possui área de 10 cm², 1 possui área de 11 cm² e 1 cuja área mede 12 cm². Isso revela que a sua pontuação em fluência é 10, pois construiu 10 polígonos aceitáveis e diferentes, e sua pontuação em flexibilidade é 7, pois construiu polígonos com áreas diversas, conforme acima citado. Dentre os 10 polígonos diferentes construídos pelo aluno 15A (Escola “A”), encontrou-se 1 polígono que nenhum de seus colegas de classe conseguiu construir. Logo, ele apresentou uma resposta original. Por outro lado, a aluna 27A (Escola “A”), construiu 4 polígonos diferentes com perímetro igual a 14 cm, sendo que 1 polígono possui área de 6 cm², 1 polígono possui área de 10 cm², 1polígono possui área de 11 cm² e 1 polígono possui área de 12 cm². Assim, a sua pontuação em fluência é 4, pois construiu 4 polígonos diferentes, e a sua pontuação em flexibilidade é 4, pois construiu polígonos com áreas acima citadas. Esses polígonos também foram construídos por outros alunos da classe. Logo, ela não apresentou respostas originais.

No que diz respeito à flexibilidade, os polígonos foram categorizados de acordo com a área que possuem. Se o critério para categorizá-los fosse o número de lados que possuem, certamente seriam obtidos outras pontuações para a flexibilidade dos alunos.

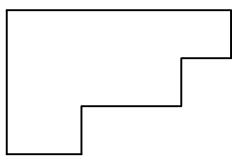
Considerando a originalidade como um dos aspectos mais relevantes do pensamento criativo, na figura 3 são apresentadas as respostas originais obtidas pelos alunos.



Aluno 7[A]



Aluno 15A



Aluna 20[A]

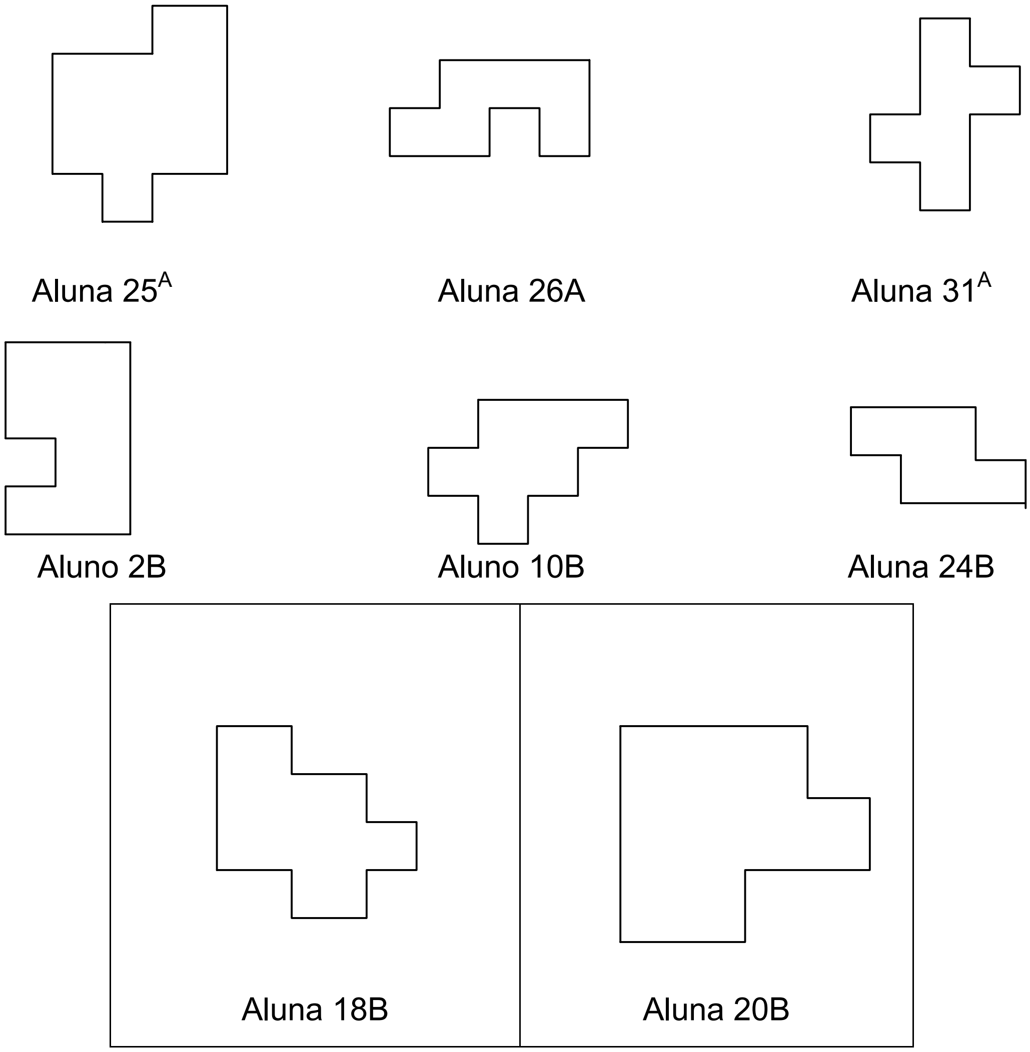


FIGURA 3 – RESPOSTAS ORIGINAIS

Em 08/08 e 23/08, numa aula de Matemática, foi feita uma exploração de algumas das respostas apresentadas pelos alunos.

Analisando as respostas, os alunos perceberam que existem polígonos diferentes que possuem o mesmo número de lados, o mesmo perímetro e a mesma área.

Por outro lado, eles também perceberam que existem polígonos diferentes que possuem o mesmo número de lados e o mesmo perímetro, mas não possuem a mesma área.

Verificaram também, que alguns polígonos são congruentes, pois quando são colocados, uns sobre o outro, possuem a mesma forma e o mesmo tamanho.

No problema 2, os alunos deveriam colocar, dentro dos círculos do triângulo da figura 4, os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, sem repetição, de tal modo que a soma em cada lado, fosse 20. foi solicitado aos alunos que resolvessem o problema de quatro maneiras.

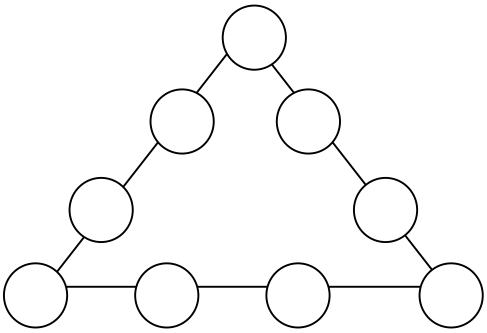
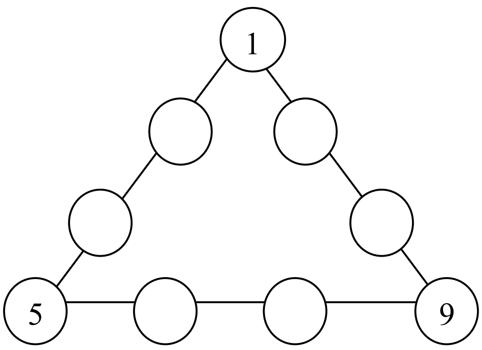


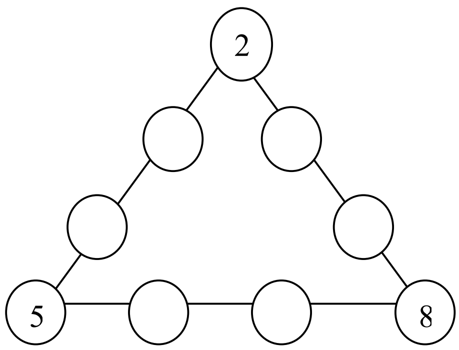
FIGURA 4 – TRIÂNGULO COM CÍRCULOS

Os 63 alunos, envolvidos na resolução do problema 2, apresentaram um total de 113 maneiras aceitáveis e diferentes para solucioná-lo,de acordo com os vértices e lados, com posições diferentes dos algarismos, mostradas na figura 5.



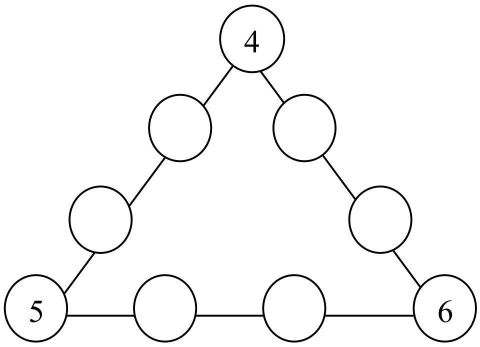
Vértices: 1, 5, 9

Lados: 1, 5, 6, 8 / 1, 3, 7, 9 / 2, 4, 5, 9



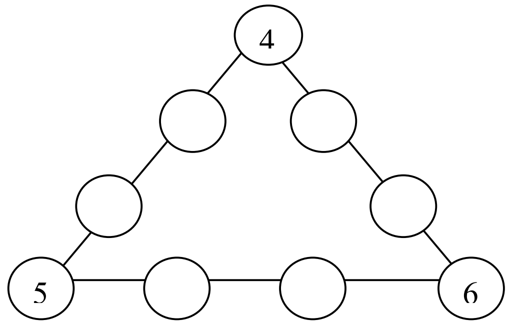
Vértices: 2, 5, 8

Lados: 3, 4, 5, 8 / 1, 2, 8, 9 / 2, 5, 6,



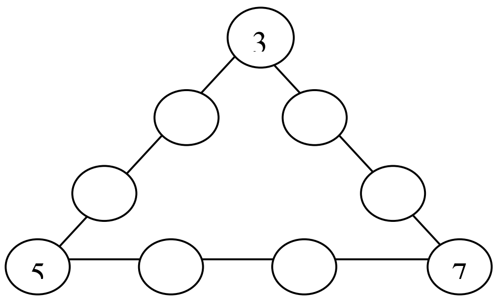
Vértices: 4, 5, 6

Lados: 2, 4, 5, 9 /1, 5, 6, 8 / 3, 4, 6, 7



Vértices: 4, 5, 6

Lados: 1, 4, 6, 9 / 2, 5, 6, 7 / 3, 4, 5, 8



Vértices: 3,5, 7

Lados: 1, 3, 7, 9 / 3, 4, 5, 8 / 2, 5, 6, 7

FIGURA 5 – AS MANEIRAS ACEITÁVEIS E DIFERENTES PARA SOLUCIONAR O PROBLEMA 2.

Sabendo que o problema 2 pode ser resolvido de 288 maneiras aceitáveis e diferentes, pode-se afirmar que o resultado obtido pelos alunos é bastante significativo, pelo tempo disponível para resolver o problema.

Analisando as várias maneiras de solucionar o referido problema, pode-se notar que, em quarenta e quatro delas, os algarismos 1, 5 e 9 ocupam os vértices do triângulo, sendo que num dos seus lados aparecem os algarismos 1, 5, 6, 8, no outro lado aparecem 1, 3, 7, 9, e no terceiro lado os algarismos 2, 4, 5, 9. em outras trinta e duas, os algarismos 2, 5 e 8 aparecem nos vértices do triângulo, sendo que num dos lados aparecem 1, 2, 8, 9, no outro lado aparecem 2, 5, 6, 7 e no terceiro lado 3, 4, 5, 8. outras cinco apresentaram os algarismos 2, 5 e 8 nos vértices, mas num dos lados vemos 1, 5, 6, 8, no outro lado 2, 4, 5, 9 e no terceiro lado 2, 3, 7, 8. há oito maneiras que apresentam 4, 5 e 6 nos vértices, 1, 4, 6, 9 num dos lados do triângulo, 2, 5, 6, 7 no outro lado e 3, 4, 5, 8 no terceiro lado. Existem ainda dez maneiras que também apresentam os algarismos 4, 5 e 6 nos vértices do triângulo, mas 3, 4, 6, 7 num dos lados, 2, 4, 5, 9 no outro lado e 1, 5, 6, 8 no terceiro lado. Finalmente, há quatorze maneiras que apresentam 3, 5 e 7 nos vértices, 1, 3, 7 e 9 num dos lados, 2, 5, 6, 7 no outro lado e 3, 4, 5, 8 no terceiro lado do triângulo.

Desse modo, pode-se afirmar que os alunos obtiveram todas as seis soluções possíveis para o problema proposto, descobertas por HOUSE (1980), através de tentativa e erro, sendo que cada uma delas foi apresentada de várias maneiras.

A seguir, é apresentada a ficha de avaliação dos alunos que tentaram resolver o problema 2.

Tabela XX Escola "A" - 8ª série/Ensino Fundamental – Matemática: PROBLEMA 2

ALUNO (A)	FLUÊNCIA	FLEXIBILIDADE	ORIGINALIDADE
1	4	2	
2	4	3	
3	4	1	
4	4	1	
5	4	1	
6	4	3	
7	4	2	X
8	4	2	X
9	4	4	
10	4	1	
11	4	3	
12	2	1	
13	4	2	
14	0	0	
15	4	1	
16	3	1	
17	0	0	
18	0	0	
19	3	1	
20	4	1	
21	3	1	
22	4	2	
23	2	1	
24	4	1	X
25	2	1	
26	4	3	
27	3	1	
28	1	3	
29	4	1	
30	1	1	
31	2	1	
32	4	3	

Obs: O símbolo "X" que aparece na coluna "ORIGINALIDADE" indica a ocorrência de respostas originais.

Tabela YY ESCOLA “B” - 8ª série/Ensino Fundamental – Matemática: PROBLEMA 2

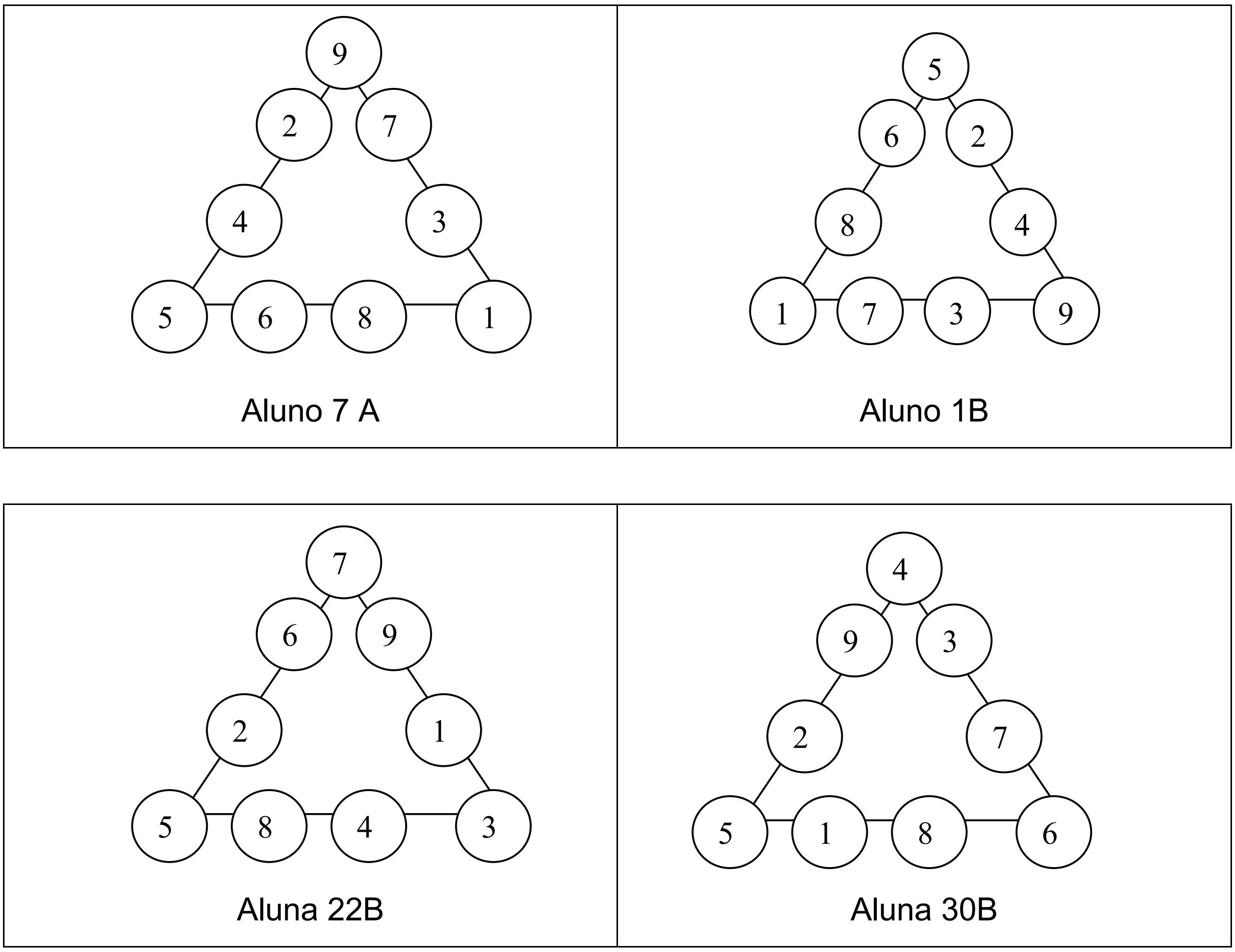
ALUNO (A)	FLUÊNCIA	FLEXIBILIDADE	ORIGINALIDADE
1	4	2	X
2	4	1	
3	4	2	
4	4	2	
5	4	1	
6	4	1	
7	4	2	
8	4	2	
9	4	1	
10	4	2	
11	0	0	
12	4	2	
13	4	1	
14	4	3	
15	4	2	
16	4	3	
17	4	3	
18	4	3	
19	3	1	
20	2	2	
21	4	1	
22	3	1	X
23	3	1	
24	4	2	
25	4	1	
26	4	2	
27	4	2	
28	4	1	
29	4	2	
30	4	3	X
31	3	2	

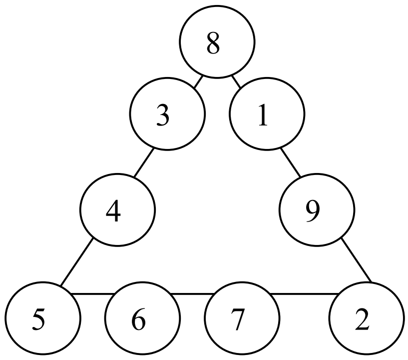
Obs: O símbolo “X” que aparece na coluna “ORIGINALIDADE” indica a ocorrência de respostas originais.

Analisando os dados das fichas de avaliação nota-se que alguns alunos não obtiveram êxito ao tentar resolver o problema proposto, mesmo tendo mostrado criatividade na resolução do problema anterior. Tal fato pode ser justificado, pois anteriormente os alunos se defrontaram com um problema essencialmente geométrico, enquanto que o problema 2 é essencialmente aritmético e eles tiveram que usar a estratégia da tentativa e erro para tentar solucioná-lo. Cita-se, como exemplo, o caso da aluna 18A (Escola “A”) que apresentou as quatro maneiras para solucioná-lo, que não foram aceitas, pois a soma dos algarismos dos lados do triângulo era diferente de 20, não satisfazendo ao enunciado do problema.

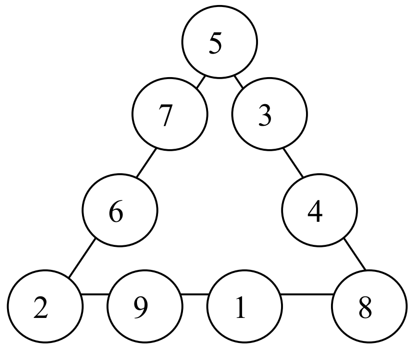
No que se refere à flexibilidade, as 113 maneiras diferentes apresentadas pelos alunos para solucionar o problema, foram categorizadas de acordo com os algarismos que aparecem nos lados do triângulo. Desse modo, duas maneiras aceitáveis e diferentes de solucionar o problema que apresentam os mesmos algarismos nos lados do triângulo, representam a mesma solução para o problema.

De modo significativo, é apresentado a seguir algumas das maneiras originais para solucionar o problema 2. Elas são mostradas na figura 6.





Aluna 24 A



Aluno 8A

FIGURA 6 – ALGUMAS MANEIRAS ORIGINAIS PARA SOLUCIONAR O PROBLEMA 2

O problema 2 foi proposto em uma aula de matemática, em trinta minutos. Antes que os alunos tentassem resolvê-lo, foi feita uma leitura compreensiva do enunciado apresentado, destacando o que era dado e o que era pedido no problema.

No restante da aula, foi feita uma exploração de algumas maneiras apresentadas pelos alunos para solucionar o problema.

Um comentário significativo é que as três maneiras apresentadas pela aluna 24A (Escola “A”), para resolver o problema proposto, representam a mesma solução, pois em todas os algarismos 2, 5 e 8 aparecem nos vértices do triângulo, num de seus lados aparecem 1, 2, 8, 9, no outro aparecem 2, 5, 6, 7 e no terceiro lado 3, 4, 5, 8. Também pode-se comprovar que as maneiras apresentadas pelo aluno 9B (Escola “B”) representam a mesma solução, pois em ambas os algarismos 1, 5 e 9 aparecem nos vértices do triângulo, 1, 5, 6, 8 num de seus lados, 1, 3, 7, 9 no outro lado e 2, 4, 5, 9 no terceiro lado.

Será focalizado agora, os resultados obtidos nessa pesquisa, no que diz respeito à avaliação do desempenho dos alunos na resolução de problemas que admitem uma única resposta mas podem ser resolvidos, por meio de várias estratégias.

A avaliação do desempenho dos alunos, em cada um dos problemas propostos, foi feita com base na análise das estratégias que eles utilizaram para resolvê-los.

A seguir é apresentado o enunciado de cada um dos três problemas propostos na primeira sessão, algumas soluções apresentadas para cada um deles e a análise das estratégias utilizadas nessas soluções.

- PROBLEMA 3: Foram convidadas 38 crianças para o aniversário de Marcelo. O pai de Marcelo precisa alugar mesas quadradas para fazer uma longa fila, colocando uma encostada na outra. Ele quer que cada lado disponível da mesa seja ocupado por uma única criança. Qual é o menor número de mesas que ele deveria alugar?

SOLUÇÕES:

Aluna 27B – Escola “B”

19 mesas ao todo.

Aluna 22B – Escola “B”

38 | 2   38 crianças

1 | 19   19 mesas

—

18   Se é um lugar único para cada criança ele deverá alugar 19

18   mesas.

—

0

Aluna 32A – Escola “A”

38 crianças

1 criança para cada lado =

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Ele deverá alugar no mínimo 18 mesas.

Aluna 19A - Escola “A”

3

2

2   2 . 3 + 2 . 16 =

2	= 6 + 32 = 38
2	
2	
2	Serão 2 mesas que caberão 3 crianças e
2	16 mesas que caberão 2 crianças.
2	
2	
2	
2	
2	
2	
2	
2	Ele alugará 18 mesas.
2	
3	

A aluna 27B (Escola “B”) fez o desenho das mesas imaginando que em cada uma delas coubesse apenas duas crianças. Nessas condições, precisaríamos de 19 mesas para alugar.

Já a aluna 22B (Escola “B”), apesar de não ter feito o desenho das mesas, dividiu 38 por 2, imaginando que cabem apenas duas crianças em cada mesa. Nesse caso, o número de mesas necessárias para alugar é 19.

Por outro lado, a aluna 32A (Escola “A”) também fez o desenho das mesas, imaginando que, em cada uma das mesas das pontas, cabem apenas três crianças e, em cada uma das demais, apenas duas crianças. Portanto, o número de mesas necessárias para alugar é 18.

A aluna 19A (Escola “A”), apesar de não ter desenhado as mesas, imaginou que, em cada uma das duas mesas terminais, cabem apenas três crianças e, em cada uma das demais, apenas duas crianças. Assim, precisaríamos de 18 mesas para alugar.

Como é fácil comprovar, as alunas 27B e 22B (Escola “B”) não perceberam que em cada uma das mesas terminais podem sentar três crianças. Por isso, elas não determinaram corretamente o número mínimo de mesas a serem alugadas, ou seja, 18.

Cabe ainda ressaltar que a estratégia mais usada pelos alunos, para resolver esse problema, foi fazer o desenho das mesas e que 48 alunos conseguiram obter, corretamente, o número mínimo de mesas que o pai de Marcelo deveria alugar (24 alunos da Escola “A” e 24 alunos da Escola “B”).

Assim, o resultado dos alunos foi o seguinte:

Número de mesas	ESCOLA “A”	ESCOLA “B”
18	24	24
19	01	04
58	01	0
Só desenho (sem texto explicativo)	01	0
16	03	0
10	01	0
152	01	0
18 e 19 (duas respostas)	0	02
13	0	01

- PROBLEMA 4: Numa reunião de equipe há 7 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?

SOLUÇÕES:

Aluna 25A – Escola “A”

Solução: 7 . 7 = 49

49 apertos de mão.

Aluno 3B – Escola “B”

Solução: cada um vai cumprimentar 6 elementos

Sete pessoas cumprimentando 6

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times \quad 7 \\ \hline 42 \end{array}$$

6 x 7 = 42 apertos de mão

Aluna 22B – Escola “B”

$\boxed{A}$ $\boxed{B}$ $\boxed{C}$ $\boxed{D}$ $\boxed{E}$ $\boxed{F}$ $\boxed{G}$

A aluna fez um esquema, interligando cada letra com a próxima.

1 = 6

2 = 5

2 = 4

3 = 3 21 apertos de mão

4 = 2

5 = 1

6 = 0

A aluna 25A (Escola “A”) respondeu que teremos ao todo 49 apertos de mão, talvez imaginando que cada um dos sete alunos troca sete apertos de mão, sendo um deles consigo mesmo e o restante com os demais alunos.

Já o aluno 3B (Escola “B”) respondeu que teremos 42 apertos de mão no total, imaginando que cada um dos sete alunos troca seis apertos de mão.

A aluna 22B – Escola “B”, fez um esquema para representar o problema. Assim, não é difícil perceber que o aluno 1 cumprimenta todos os outros seis, o aluno 2, que já havia cumprimentado o aluno 1, cumprimenta os outros cinco, o aluno 3, que já havia cumprimentado os alunos 1 e 2, cumprimenta os outros quatro, o aluno 4, que já havia cumprimentado os alunos 1, 2 e 3, cumprimenta os outros três, o aluno 5, que já havia cumprimentado os alunos 1, 2, 3 e 4, cumprimenta os outros dois e ao aluno 6, que já havia cumprimentado os alunos 1, 2, 3, 4 e 5, cumprimenta o aluno 7. ao todo, temos 21 apertos de mão.

Na verdade, a aluna 25A e o aluno 3B apresentaram respostas erradas. A aluna 25A considerou a troca de aperto de mão de um aluno consigo mesmo como sendo válida. O aluno 3B e a aluna 25A não consideraram que, quando o aluno 1 troca um aperto de mão com o aluno 2, o aluno 2 troca o mesmo aperto de mão com o aluno 1 e esse aperto de mão deve ser contado uma única vez.

Por outro lado, o esquema apresentado pela aluna 22B ilustra a obtenção da resposta correta para o problema, ou seja, 21 apertos de mão.

Destacamos que apenas 48 alunos obtiveram a resposta correta para esse problema (22 alunos da Escola “A” e 26 alunos da Escola “B”). Dois alunos obtiveram 49 apertos de mão como resposta; 06 alunos responderam 42 apertos de mão ao todo; 01 aluno respondeu 35 apertos de mão; 01 aluno, 7 apertos de mão; 01 aluno, 11 apertos; 01 aluno, 20 apertos de mão; 01 aluno, 353 apertos de mão; 01 aluno, 22 apertos e 01 aluno, 14 apertos de mão.

- PROBLEMA 5: Marcos tinha 5 dias para preparar desenhos para a exposição de artes da escola. Em cada dia, ele fez 3 desenhos a mais que no dia anterior. Ele expôs 45 desenhos. Quantos desenhos ele fez em cada dia?

SOLUÇÕES:

Aluno 13 A – Escola "A"

Ele fez 9 desenhos em cada dia pois dividindo 45 por 5 é igual a 9.

$$\begin{array}{r|l} 45 & 5 \\ \hline & 9 \end{array}$$

1º dia - 33
2º dia - 36
3º dia - 39
4º dia - 42
5º dia - 45

Aluno 2B – Escola "B"

1º dia = 3, 2º dia = 6, 3º dia = 9, 4º dia = 12, 5º dia = 15

$$\begin{array}{rr} & 3 \\ & 6 \\ + & 9 \\ & 12 \\ & 15 \\ \hline & 45 \end{array}$$

No 1º dia ele fez 3.
No 2º 6 e assim por diante.

O aluno 13A (Escola "A") respondeu que Marcos fez 9 desenhos em cada dia, imaginando que em cada um dos cinco dias Marcos fez o mesmo número de desenhos.

O aluno 2B (Escola "B") respondeu que Marcos fez 3 desenhos no 1º dia, 6 no 2º dia, 9 no 3º dia, 12 no 4º dia e 15 no 5º dia.

A resposta apresentada pelo aluno 13A (Escola "A") não está de acordo com o enunciado do problema proposto, pois, segundo ele "*em cada dia, Marcos fez 3 desenhos a mais do que no dia anterior".*

Já o aluno 2B (Escola “B”) apresentou a resposta correta para o problema através de tentativa e erro.

Ressalta-se que 56 alunos conseguiram obter êxito na resolução desse problema (26 alunos da Escola “A” e 30 alunos da Escola “B”).

É interessante observar que, por erro de interpretação do enunciado, alguns alunos apresentaram soluções incorretas para o problema. Por exemplo, dois alunos apresentaram a solução na seqüência de 1, 4, 7, 10, 13; um aluno a solução de 11 desenhos/dia; dois alunos a solução 9 desenhos/dia; um aluno a solução na seqüência 9, 12, 15, 18, 21.

Nesses casos, bastava efetuar a soma das respostas para verificar que a resolução estava incorreta.

Tudo isso pode levar à afirmativa de que os seis alunos que apresentaram soluções incorretas para o problema, não estão habituados a resolver problemas que não estejam diretamente ligados a algum tópico do programa. Também não costumam estimar nem analisar as respostas obtidas.

A segunda sessão de resolução de problemas foi realizada na aula de matemática e contou com a mesma participação dos 63 alunos. A exploração das estratégias usadas para resolver os problemas propostos, nessa sessão, foi feita em aula subseqüente.

A seguir, são apresentados os enunciados de cada um dos três problemas propostos nessa sessão, algumas soluções apresentadas para cada um deles e a análise das estratégias utilizadas nessas soluções.

- PROBLEMA 6: Num campeonato de duplas de vôlei, em cada partida a dupla perdedora é eliminada. Quantas partidas serão jogadas até se chegar à dupla campeã, num torneio com 15 duplas?

SOLUÇÕES: Aluno 4A - Escola “A”

Dupla 1, Dupla 2, Dupla 3, Dupla 4, Dupla 5, Dupla 6, Dupla 7, Dupla 8

Dupla 9, Dupla 10, Dupla 11, Dupla 12, Dupla 13, Dupla 14, Dupla 15

1 __ 2 3__ 4 5__6 7__8 9__10 11__12 13__14 15

2______3 6_____8 10______12 14____15

3____________8 12_____________15

8__________________________15

8

Serão jogadas 14 partidas.

Aluno 3A – Escola “A”

15 X 3 = 30

Serão jogados 30 jogos até chegar na campeã.

Aluno 2B – Escola “B”

O aluno fez um esquema dando a seguinte resposta: *“serão jogadas 14 partidas*”

O aluno 4A (Escola “A”) fez um esquema para representar o problema. Desse modo, percebemos com facilidade que foram jogadas 14 partidas e a dupla 8 foi a campeã do torneio.

Já, o aluno 3A (Escola “A”) respondeu que serão jogadas 30 partidas até se chegar à dupla campeã.

O aluno 2B (Escola “B”) apresentou um esquema interessante para resolver o problema proposto e concluiu que serão jogadas 14 partidas até que seja conhecida a dupla campeã.

Na verdade, os alunos 4A e 2B obtiveram a resposta correta para o problema, através do uso de uma estratégia conveniente, ou seja, esquematizar o torneio de duplas de vôlei.

Por outro lado, o aluno 3A (Escola “A”) revela que multiplicou o número de jogadores em cada dupla pelo número de duplas para obter a resposta dada. Em suma, como cada dupla possui 2 jogadores e 15 duplas participam do torneio, serão jogadas 30 partidas até que se chegue à dupla campeã.

É importante destacar que 54 alunos resolveram o problema corretamente (26 da Escola “A” e 28 da Escola “B”) e 9 não conseguiram esboçar solução para o mesmo, por erro de interpretação do enunciado.

- PROBLEMA 7: João, José, Jorge e Joaquim foram pescar. Cada um deles pescou um peixe. O peixe de João era duas vezes maior que o de José. O peixe de José tinha 9 cm a menos que o de Jorge. O peixe de Jorge tinha mais 12 cm que o de Joaquim. O peixe de Joaquim media 18 cm. Qual o comprimento do peixe que João pescou?

SOLUÇÕES:

Aluna 29A – Escola “A”

João = 2 x de José

José = 9 cm a menos de Jorge.

Jorge = 12 cm a mais que Joaquim.

Joaquim = 18 cm

18 cm – 12 cm = 06 cm + 18 cm = 24 cm

O peixe de João mede 24 cm.

Aluna 19B – Escola “B”

João – 42 cm

José – 21 cm

Jorge – 30 cm

Joaquim – 18 cm

R: “*Se o peixe de Joaquim mede 18 cm, o de Jorge tem mais 12 cm do que o do Joaquim então o peixe de Jorge tem 30 cm, se o peixe do José tem 9 cm a menos que o de Jorge então o peixe do José tem 21 cm, portanto se o peixe de João é duas vezes maior que o de José então o peixe do João tem 42 cm”.*

A aluna 29A (Escola “A”) respondeu que o peixe de João mede 24 cm, considerando que o peixe de José mede 9 cm, o peixe de Jorge mede 12 cm e o peixe de Joaquim mede 18 cm.

Já a aluna 19B (Escola “B”) respondeu que o peixe do João tem 42 cm de comprimento, considerando que o peixe de Joaquim mede 18 cm, o de Jorge tem 30 cm e o de José tem 21 cm.

Não é difícil perceber que a aluna 29A apresentou uma solução incorreta para o problema, devido a erro de interpretação do enunciado. Ela não considerou que o peixe de Jorge tinha mais 12 cm que o de Joaquim, o de José tinha 9 cm a menos que o de Jorge e o de João era duas vezes maior que o de José.

Por outro lado, a aluna 19B trabalhou de trás para frente a fim de obter a resposta correta para o problema. Considerando que o peixe de Joaquim media 18 cm de comprimento, ela não encontrou dificuldade para determinar o comprimento do peixe que João pescou.

Cabe ressaltar que 56 alunos resolveram o problema corretamente (27 da Escola “A” e 29 da Escola “B”) e 07 não esboçaram solução para o mesmo, talvez por erro de interpretação do enunciado.

- PROBLEMA 8: O programa de ginástica de Pedro exige que ele faça uma flexão no primeiro dia, 4 flexões no segundo dia, 7 flexões no terceiro dia, 10 no quarto dia, e assim por diante. Quantos dias Pedro vai levar para fazer pelo menos 30 flexões por dia?

SOLUÇÕES:

Aluno 14A - Escola “A”

1º dia	2º	3º	4º	5º	6º
1	4	7	10	5	3

Ele levará 6 dias para fazer 30 flexões. 10 + 7 + 5 + 4 + 3 + 1 = 30 flexões

---

Aluno 10B – Escola “B”

Dia	flexão	
1	1	11 dias para fazer pelo menos
2	4	30 flexões
3	7	
4	10	
5	13	
6	15	
7	18	
8	21	
9	25	
10	28	
11	31	

O aluno 14A (Escola “A”) respondeu que Pedro levará 6 dias para fazer 30 flexões pois, no 1º dia ele faz uma flexão, no 2º dia faz quatro flexões, no 3º dia faz sete flexões, no 4º dia faz 18 flexões, no 5º dia faz cinco flexões e no 6º dia faz 3 flexões.

Por outro lado, o aluno 10B (Escola “B”) mostrou que Pedro levará 11 dias para fazer pelo menos 30 flexões por dia.

Na verdade, o aluno 14A imaginou que Pedro deverá fazer um total de 30 flexões em seu programa de ginástica. Ao interpretar o enunciado do problema, ele não considerou que, a partir do 2º dia, em cada dia, Pedro deverá fazer três flexões a mais que no dia anterior.

Já o aluno 10B fez uma lista organizada, onde aparece o número de flexões que Pedro deve fazer por dia. Nessas condições, não foi difícil perceber que ele levará 11 dias para fazer pelo menos 30 flexões por dia. Essa é a resposta correta para o problema.

É conveniente salientar que 47 alunos resolveram o problema corretamente (21 da Escola “A” e 26 da Escola “B”) e 3 não esboçaram solução para o mesmo, por não interpretarem corretamente o enunciado do problema.

Vale a pena destacar que, durante as aulas em que foi realizada a exploração das estratégias usadas para resolver os problemas propostos nas duas sessões, procurou-se valorizar as idéias que os alunos apresentaram, mesmo que não levassem à resposta correta. Nessa aula, foram discutidas as estratégias usadas, analisados erros e acertos, proporcionando a oportunidade ao aluno de conhecer diferentes estratégias de resolução de problemas e procurando dar mais ênfase aos processos utilizados na resolução de problemas do que às respostas obtidas. Assim, pode-se levar aos alunos, muitas das considerações apresentadas neste capítulo para cada um dos problemas propostos.

6 CONCLUSÃO

Pelo exposto no presente estudo, reconhece-se que os alunos precisam aprender algo mais que fatos e habilidades. Na verdade, precisam desenvolver atitudes positivas e criatividade. Assim, caso se queira alunos pensando por eles mesmos, deve-se lhes permitir tentar suas próprias idéias e respostas.

Focalizando o desenvolvimento da criatividade e de atitudes positivas, através da Matemática, coloca-se que, de certo modo, a Matemática oferece singulares oportunidades para o pensamento criativo e original mas, utilizar a estratégia de resolução de problemas, depende do ideário pedagógico do professor e de sua reflexão sobre a prática.

Com base nos resultados obtidos na pesquisa, é sugerida e apresentada, nos próximos parágrafos, uma proposta de ensino, onde a resolução de problemas, convenientemente desenvolvida, pode contribuir para incentivar e desenvolver a criatividade dos alunos, tornando a prática educativa matemática mais significativa.

Desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, o aluno deve participar das atividades de resolução de problemas, constantemente, ao longo de todo o processo de ensino-aprendizagem. O professor deve propor problemas, como os utilizados nesta pesquisa, que desenvolvam a habilidade mental e que não estejam somente relacionados ao conteúdo específico dado naquele momento.

Nesse sentido, a resolução de problemas não deve, então, constituir-se em experiências que tenham caráter repetitivo, por meio de aplicações dos mesmos problemas, com outros números, resolvidos pelas mesmas estratégias. É interessante que os alunos resolvam diferentes problemas através de uma mesma estratégia e utilizem diferentes estratégias para resolver um mesmo problema. Isso facilitará a ação futura deles diante de um problema novo.

É interessante que o professor apresente problemas num contexto que motive os alunos a querer analisá-los. O professor deve enfatizar e valorizar mais a análise do problema, os procedimentos usados que levam à solução e a verificação da solução obtida do que, simplesmente, valorizar a resposta correta ou adotar como correto um padrão de sua preferência. O professor ainda deve motivar os alunos:

- A rever o raciocínio utilizado para a busca da solução, descrevendo-o;
- A pensar como poderiam ter resolvido de outra maneira o problema;
- A verificar a solução encontrada;
- A criar novos problemas a partir daquele já resolvido.

Ou seja, cabe ao professor orientar o aluno para um processo de pensamento e de geração de idéias, sendo ele mesmo um agente ativo de sua própria aprendizagem.

É importante que o professor prepare seus alunos para lidar com situações novas, quaisquer que sejam elas. E, para isso, é fundamental desenvolver neles a iniciativa, o espírito explorador, a criatividade e a independência, através da resolução de problemas. Para tanto, o professor deve propor aos alunos alguns problemas que admitem muitas respostas ou soluções e outros que admitem uma única resposta mas, que podem ser resolvidos por meio de várias estratégias. Nesse caso, os alunos devem ser encorajados a analisá-los com confiança, procurando utilizar a bagagem de conhecimentos que possuem. É claro que, quanto maior for a bagagem de conhecimentos do aluno, mais chances de ser criativo ele terá, ao resolver os problemas. Posteriormente, é interessante que o professor e os alunos façam uma exploração das soluções ou respostas obtidas, bem como das estratégias utilizadas para resolver os problemas, procurando analisá-las sob diferentes pontos de vista matemáticos.

Esta proposta surge do trabalho realizado com os alunos da Escola “A” e da Escola “B”, onde foi utilizada a resolução de problemas para explorar a criatividade matemática, focalizando a atuação dos professores, na formação de indivíduos capazes de “pensar” e de aplicar os seus conhecimentos a novas situações, quer na escola, quer na vida.

No estudo realizado, pôde-se observar que os alunos apresentaram várias soluções ou respostas, criando estratégias e utilizando a bagagem de conhecimentos que possuíam, na tentativa de resolver os problemas propostos. Pelos resultados apresentados, pode-se chegar à conclusão de que não há diferença significativa nos níveis dos alunos das duas escolas (pública e particular). Os alunos das duas escolas demonstraram fluência (número de respostas aceitáveis), flexibilidade (número de idéias diferentes ou categorias de respostas utilizadas), originalidade (raridade relativa das respostas). Assim, os alunos das duas escolas apresentaram, de modo equilibrado, um pensamento divergente, ligado ao aspecto criativo. Acredita-se que isso possa estimular os professores a continuar buscando caminhos alternativos para a melhoria do ensino da Matemática nas escolas e desenvolver uma prática pedagógica, através da resolução de problemas, enriquecedora e impulsionadora do aprender a aprender.

As idéias apresentadas nessa proposta de ensino têm, como objetivo principal, despertar a sensibilidade dos professores para um encanto novo que pode emergir na escola e que brota, essencialmente, do incentivar os alunos para a aventura de resolver problemas heurísticos. A fantasia criadora, a irrelevância e os erros vão fazer parte desta aventura, mas o professor, antes de ser movido a ter paciência com isso, talvez melhor seria deixar-se levar por sua força mágica. No ato de ensinar e aprender, a irrelevância e erro podem estar escondendo uma lição maior do que se estava pretendendo ensinar.

O presente estudo contribui para o professor repensar sua prática ao mesmo tempo em que aprofunda seus conhecimentos matemáticos, acerca da aplicação de problemas heurísticos, em sala de aula.

Desse modo, espera-se estar contribuindo também, efetivamente, para entusiasmar os alunos no estudo da Matemática, ajudando-os na busca de uma compreensão maior e melhor do mundo em que vivem, desenvolvendo o espírito criativo, o raciocínio lógico e o modo de pensar matemático.

As idéias e as questões, suscitadas aqui, não foram apresentadas conclusivamente, porém possuem a missão singular de questionar, de levar a refletir, de sensibilizar para que se possa, como educadores e professores de matemática, entender melhor o papel político-pedagógico que se deve desempenhar na sala de aula.

Assim, os caminhos alternativos, de se criar condições na sala de aula de Matemática para que a criatividade aflore e se desenvolva, serão delineados pela aplicação da metodologia de resolução de problemas, que exijam o pensamento produtivo do aluno. Para isso, torna-se importante que o professor de Matemática compreenda em que consiste e como evolui a criatividade e o raciocínio lógico, para que possa colocar o aluno frente a situações matemáticas que admitem respostas aceitáveis, diferentes e raras. É a questão da fluência, da flexibilidade e da originalidade, manifestadas pelos alunos.

Uma conseqüência imediata na prática pedagógica segundo as concepções de criatividade e raciocínio, na estratégia de resolução de problemas, e mesmo resultante da própria característica do conhecimento, como uma construção efetiva e contínua, resultante de trocas dialéticas efetuadas entre o indivíduo e o meio do conhecimento, está na necessária mudança de postura do professor em seu trabalho cotidiano.

Cabe ao professor não mais o lugar de dono da verdade absoluta, mas o de interlocutor privilegiado que incita, questiona e provoca reflexões...

Assim, cabe ainda ao professor, promover a aprendizagem do aluno para que este possa construir o seu conhecimento num ambiente que o desafie e o motive para a exploração, a reflexão, a depuração de idéias e a descoberta dos conceitos envolvidos nos problemas que permeiam seu contexto. A estratégia de resolução de problemas propicia o pensar-sobre-o-pensar, favorecendo ao professor identificar o nível de desenvolvimento do aluno e seu estilo de pensamento. Ao mesmo tempo, o educador é constantemente um aprendiz, realizando uma leitura de uma reflexão sobre sua própria prática, depurando-a e depurando seu conhecimento.

O objetivo geral deste estudo, avaliar a criatividade matemática e o desempenho de alunos da 8ª série/Ensino Fundamental, no que diz respeito à resolução de problemas heurísticos foi alcançado, pois os resultados dessa avaliação apontam para: (1) as estratégias e habilidades utilizadas pelos alunos são frutos de um complexo de variáveis, que constitui a história da aprendizagem de matemática desses alunos; (2) a criatividade e o desempenho matemático estando presentes em maior ou menor grau em todos os alunos é possível, através da metodologia de resolução de problemas heurísticos, a aquisição de novos conhecimentos; (3) o conceito de criatividade matemática supõe, antes de tudo, uma mudança de perspectiva na maneira de entender o processo de ensino/aprendizagem de problemas heurísticos.

Os objetivos específicos propostos no presente trabalho ainda foram alcançados, pois a partir da utilização da estratégia de resolução de problemas (aplicação de problemas heurísticos que visam exercitar a originalidade, o desempenho e a criatividade), foi possível avaliar a criatividade matemática e o desempenho dos alunos da 8ª série/Ensino Fundamental, sujeitos desta pesquisa.

A resolução de problemas propiciou que o aluno veja o saber matemático como ferramenta essencial e que oportuniza a validação e refutação de soluções, para o desenvolvimento do seu espírito crítico e sua criatividade.

Foi possível ainda, através da criação de um ambiente educativo propício e da aplicação da estratégia de resolução de problemas, avaliar o potencial criativo dos alunos, avaliar as habilidades associadas ao pensamento criativo, ou divergente, como as habilidades de fluência, flexibilidade e originalidade.

Concluindo, o conceito de criatividade e desempenho matemático é um instrumento útil para a análise e a reflexão pedagógica, re-situando os problemas heurísticos no contexto da aprendizagem, no ato do ensino matemático.

7 FONTES BIBLIOGRÁFICAS

ALENCAR, E. M. L. S. DE. A estimulação do pensamento criador**. Educação**, nº 2, 1976.

BEAUDOT, A . **A criatividade na escola.** Tradução de Maria Sampaio Gutierrez e Bernadete Hadjioannov. Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1976.

BECKER, F. **Ensino e Construção do Conhecimento: o Processo de Abstração Reflexionante.** Educação e Realidade. Porto Alegre, jan./jun. 1993.

D'AMBROSIO, B. S. Como Ensinar matemática Hoje? **Temas & Debates**, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, nº 2, 1989.

_______. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática.** Campinas: Unicamp, 1988.

DANTE, L. R. **Criatividade e Resolução de Problemas na Prática Educativa Matemática.** Tese de Livre-Docência, UNESP, Rio Claro, 1988.

_______. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática.** Ed. Ática, São Paulo, 1989.

DEMO, Pedro. **Avaliação qualitativa.** São Paulo: Cortez, 1991.

DOUADY, R. **"La Dualité Outil-Object",** These de Doctorat.: Paris VII, 1983.

FOSTER, J. **A exploração da criatividade em Matemática.** Educação, nº 15, 1970.

GARVEY, William D. **Communication: the essence of science.** Oxford: Pegamon, 1979.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** São Paulo: Atlas, 1991.

GLASER, R. (Org.) **Advances in instructional Psychology**. Vol. 4, Hillsdade, NJ, EUA: Lawrence Eribaum, 1993.

GUILFORD, J. P. Creative Abilities in the Arts**. Psychological Review**, vol. 64, nº 2, 1957.

_________. Three Faces of Intellect**. American Psychologist**, vol. 14, nº 8, 1959.

HAYLOCK, D. W. A framework for assessing mathematical creativity in schoolchildren**. Educational Studies in Mathematics**, 18, 1987.

LESTER, F. K. Considerações sobre a Resolução de Problemas em Matemática**. BOLEMA – Boletim de Educação Matemática**, UNESP, Rio Claro, nº 4, 1985.

MEDEIROS, C. F. DE. **Educação Matemática: Discurso Ideológico que a Sustenta.** Dissertação de Mestrado, PUC, São Paulo, 1985.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO/SECRETARIA DO ENSINO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais** – Matemática (terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental), 1998.

NASSER, L. Resolução de Problemas – Uma Análise dos Fatores Envolvidos. **Boletim GEPEM – Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática**, Rio de Janeiro, nº 22, 1988.

________. Como está o desempenho de nossos alunos em Resolução de Problemas? **BOLEMA – Boletim de Educação Matemática**, UNESP, Rio Claro, nº 6, 1990.

NCTM. A Matemática Essencial para o Século XXI**. Educação e Matemática**, Associação dos Professores de Matemática, Lisboa, nº 14, 1990.

PIAGET, Jean. **Gênese das estruturas lógicas elementares.** Rio de Janeiro: Forense, 1974.

________. **A equilibração das estruturas cognitivas**. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

________**. Da lógica da criança à lógica do adolescente**. São Paulo: Pioneira, 1976.

________**. Da lógica da criança à lógica do adolescente.** São Paulo: Pioneira, 1977.

SINGH, B. The development of test to measure mathematical creativity. International Journal of Mathematical Education. In **Science and Technology**, vol. 18, nº 2, 1987.

SMITH, L. R. Areas and Perimeters of Geoboard Polygons**. Mathematics Teacher**, vol. 83, 1990.

TORRANCE, E. P. & TORRANCE, J. P. **Pode-se ensinar criatividade?** E.P.U., São Paulo, 1974.

VERGNAUD, G. **Estruturas aditivas e complexidade psicogenética**. Tradução de Reyes de Villalonga. Revue Française de Pédagogie, 1995.