

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA**

**COMBINAÇÃO DA ABORDAGEM ESTRUTURA
VARIÁVEL NA SÍNTESE DE ALGORITMOS DE
CONTROLE PREDITIVO E NEBULOSO**

Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

RODRIGO RODRIGUES SUMAR

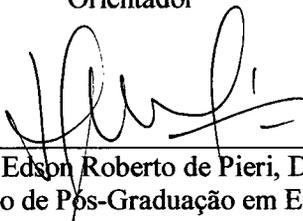
Florianópolis, Março de 2002

COMBINAÇÃO DA ABORDAGEM ESTRUTURA VARIÁVEL NA SÍNTESE DE ALGORITMOS DE CONTROLE PREDITIVO E NEBULOSO

Rodrigo Rodrigues Sumar

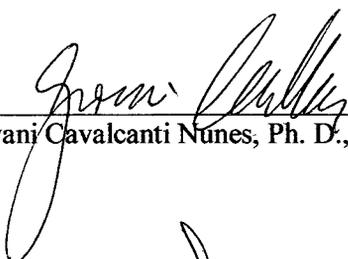
‘Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, área de Sistemas de Controle, Automação e Informática Industrial, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.’


Prof. Antonio Augusto Rodrigues Coelho, D. Sc.
Orientador


Prof. Edson Roberto de Pieri, Dr.
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:


Prof. Antonio Augusto Rodrigues Coelho, D. Sc., DAS/UFSC
Orientador


Prof. Giovani Cavalcanti Nunes, Ph. D., Petrobras/RJ


Prof. Francisco José Gomes, D. Sc., UFJF/MG


Prof. Leandro dos Santos Coelho, D. Sc., PUC/PR

Não há nada pior que a imagem nítida de um conceito impreciso.

Ansel Adams

Agradecimentos

Agradeço principalmente aos meus pais pelo amor, educação e apoio que venho recebendo durante a minha vida.

Ao professor Antonio Augusto Rodrigues Coelho pela orientação e apoio demonstrados no decorrer do trabalho.

A meus irmãos por sua constante preocupação, interesse e apoio.

Aos professores, funcionários e amigos do LCMI, em especial aos colegas da PGEEL Carlos Henrique, Javier, Otacílio e José Eli pela amizade e apoio em todo momento.

A todas as pessoas de uma forma ou outra contribuíram para este trabalho.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

COMBINAÇÃO DA ABORDAGEM ESTRUTURA VARIÁVEL NA SÍNTESE DE ALGORITMOS DE CONTROLE PREDITIVO E NEBULOSO

Rodrigo Rodrigues Sumar

Março/2002

Orientador: Antonio Augusto Rodrigues Coelho, D. Sc.

Área de Concentração: Sistemas de Controle, Automação e Informática Industrial.

Palavras-chave: Sistemas discretos, controle a estrutura variável, estabilidade robusta, controle de variância mínima, sistemas não-lineares, controle multivariável, controle preditivo generalizado, controle de processos, controle inteligente.

Número de Páginas: 104

Neste trabalho as concepções de projeto do controle a estrutura variável (VSC) baseado nos projetos do controle de variância mínima generalizada (GMV) incremental e no controlador preditivo generalizado (GPC) são desenvolvidas. Inicialmente é feita uma descrição das características de projeto do VSC. A seguir, o projeto do controle a estrutura variável incremental baseado no GMV é desenvolvido para os casos SISO e MIMO. Comparações com outros algoritmos, recentemente propostos na literatura, são também inseridas. A resposta transitória do processo pode ser melhorada pela otimização multi-estágio na combinação do GPC com o VSC. Neste sentido, são apresentadas duas metodologias de projeto do GPC e sua conexão ao VSC. A utilização de controladores nebulosos baseados no VSC é também apresentada. Os controladores são comparados e avaliados por simulação e experimentação.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

COMBINATION OF THE VARIABLE STRUCTURE APPROACH FOR THE SYNTHESIS OF PREDICTIVE AND FUZZY CONTROL ALGORITHMS

Rodrigo Rodrigues Sumar

March/2002

Advisor: Antonio Augusto Rodrigues Coelho, D. Sc.

Area of Concentration: Control, Automation and Computer Systems.

Keywords: discrete systems, variable structure control, robust stability, minimum variance control, nonlinear systems, multivariable control, generalized predictive control, process control, intelligent control.

Number of Pages: 104

In this work the design conceptions for the Variable Structure Control (VSC) based on the Incremental Generalized Minimum Variance Control (GMV) and on the Generalized Predictive Controller (GPC) are developed. First, the design characteristic of the VSC is shown. Next, the variable structure control design based on GMV, for SISO and MIMO cases, is presented. Comparisons with others VSC algorithms, recently proposed in the literature, are included. The best transient response can be allowed by using the multistage optimization approach connecting the GPC with VSC. In this sense, two design methodologies for the GPC and its connection with VSC are presented. Finally, two possibilities of control design for the VSC based on fuzzy theory are derived. Control algorithms are compared and evaluated by simulation and experimentation essays.

SUMÁRIO

Capítulo 1: INTRODUÇÃO.....	01
Capítulo 2: VSC VIA PROJETO GMV INCREMENTAL.....	05
2.1 Introdução	05
2.2 Conceitos básicos sobre o controle a estrutura variável.....	05
2.3 VSC Monovariável via projeto GMV incremental discreto	10
2.3.1 Projeto do controlador	11
2.3.2 Equivalência do projeto VSC monovariável	15
2.3.3 Resultados de simulação e prático.....	16
2.4 VSC Multivariável via projeto GMV incremental discreto	29
2.4.1 Projeto do controlador	29
2.4.2 Equivalência do projeto VSC multivariável	35
2.4.3 Resultados de simulação e prático.....	35
2.5 Conclusão.....	42
Capítulo 3: VSC VIA PROJETO GPC.....	45
3.1 Introdução	45
3.2 GPC de Clarke	45
3.3 GPC de Wellstead e Zarrop.....	52
3.4 Controle a estrutura variável associado ao GPC.....	56
3.5 Resultados de simulação e prático	59
3.6 Conclusão.....	66

Capítulo 4: CONTROLADOR NEBULOSO BASEADO NO VSC.....	67
4.1 Introdução	67
4.2 Estrutura do controlador nebuloso.....	68
4.3 Associação do controlador fuzzy ao projeto VSC/GMV incremental.....	70
4.4 Resultados de simulação e prático	74
4.5 Conclusão.....	80
 Capítulo 5: CONCLUSÃO.....	 83
 Apêndice A: PROCESSOS E MODELOS	 87
A.1 Introdução	87
A.2 Motor taco-gerador	87
A.3 Coluna de Wood e Berry	90
A.4 Pêndulo	93
A.5 Modelos matemáticos diversos.....	94
A.5.1 Modelo de segunda ordem com incerteza paramétrica	94
A.5.2 Planta discreta de segunda ordem	95
A.5.3 Planta discreta de segunda ordem multivariável	96
A.5.4 Modelo com incerteza paramétrica	97
A.5.5 Modelo discreto de primeira ordem	98
 Apêndice B: ATRASO MULTIVARIÁVEL: MATRIZ INTERACTOR.....	 99
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	 103

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

O controle por modos deslizantes tem sido estudado desde os anos 60 pelo nome de controle a estrutura variável (VSC) [51]. Esta concepção de controle representa uma forma robusta de controlar plantas não-lineares e oferece aos sistemas controlados vantagens operacionais de robustez frente a variações paramétricas, incertezas e perturbações. Por estes motivos, o VSC tem sido amplamente utilizado em diversas áreas de aplicação [32].

Recentemente, o projeto discreto com base na relação entrada-saída (função de transferência) do controle a estrutura variável tem recebido uma notável atenção pela comunidade de controle de processos em trabalhos como os de FURUTA [24, 25, 26], FURUTA *et al.* [23], PIEPER *et al.* [45], CORRADINI *et al.* [17, 18, 19, 20], CHAN [5, 6] e LEE *et al.* [33]. Todos estes trabalhos visam a combinação do controle a estrutura variável ao controlador de variância mínima generalizada (GMV) ou ao controlador preditivo generalizado (GPC). Assim, diferentes algoritmos de controle têm sido gerados para tratar incertezas paramétricas visando melhorar a dinâmica do sistema controlado.

As metodologias de controle VSC inicialmente desenvolvidas apresentam as seguintes condições de implementação: i) implementam um algoritmo posicional; ii) os zeros da planta em malha aberta devem ser assintoticamente estáveis; iii) o polinômio de ponderação de controle, definido na superfície de deslizamento, deve ser zero em regime para evitar *offset* (erro em regime permanente).

A concepção de controle por estrutura variável discreta proposta neste trabalho, evita estas condições de implementação e baseia-se na estrutura de controle RST incremental conectada ao controle de variância mínima generalizada. Esta concepção de projeto visa simplificar o projeto e melhorar o desempenho e robustez do sistema de controle.

Diversas estratégias de controle preditivo têm sido desenvolvidas nas últimas décadas baseadas na representação entrada-saída da planta. Uma destas estratégias de controle é o controle preditivo generalizado, cuja lei de controle é resultado da minimização do erro de seguimento de previsão sobre um horizonte de tempo finito. A estrutura GPC procura tratar problemas de controle tais como processos de fase não-mínima e processos instáveis em malha aberta, entre outros.

Assim, a combinação do GPC com o VSC tem como objetivos: (i) melhorar a resposta em malha fechada; (ii) reduzir a magnitude do sinal de controle durante o regime transitório; (iii) possibilitar ao projetista ajuste fino do transitório, através da utilização de um termo de ajuste associado à parte não-linear do controle.

Neste trabalho utilizam-se diversos processos e modelos matemáticos visando abranger alguns dos problemas de controle encontrados tradicionalmente na indústria (não-linearidades, incertezas aditivas, incertezas paramétricas, imprecisão no modelo, acoplamento entre as malhas de controle e processo instáveis em malha aberta).

Para melhor avaliar o desempenho dos controladores apresentados neste trabalho, são utilizados dois índices de desempenho: um para medir o erro de rastreamento e outro a energia do sinal de controle, sendo calculados por

$$J_e = \left(\frac{1}{N}\right) \sum_{i=1}^N e_i^2, \quad e_i = y - y_r$$

$$J_u = \left(\frac{1}{N}\right) \sum_{i=1}^N [u_i - u_{i-1}]^2$$

onde N é o número de amostras da experimentação, e_i é o erro de rastreamento, u_i é o sinal de controle, y_r é a entrada de referência e y é a saída do processo.

Este trabalho está organizado da seguinte forma. No capítulo 2 é feita uma breve introdução ao controle a estrutura variável. A seguir, são apresentadas duas propostas, monovariável e multivariável, de controladores de variância mínima generalizada

incrementais combinados ao VSC. Após a descrição de cada um dos controladores propostos é apresentada uma série de resultados de simulação e prático que visam comparar o desempenho com outros controladores propostos recentemente na literatura [20, 26].

No capítulo 3 são descritas duas estruturas de controle preditivo generalizado. A primeira apresentada por CLARKE [8] e a segunda apresentada por WELLSTEAD e ZARROP [56]. No final do capítulo é realizada uma avaliação do desempenho dinâmico dos controladores preditivos generalizados associados ao VSC, baseado na proposta de CORRADINI *et al.* [19], através de resultados de simulação e prático.

No capítulo 4 são apresentadas as partes integrantes de um controlador nebuloso e duas propostas de associação com o VSC visando simplificar o projeto do controlador em termos de heurísticas do operador e aumentar a robustez dos sistemas de controle. Os resultados de simulação e experimental são incluídos no final do capítulo.

Por fim, no capítulo 5 são apresentadas as conclusões gerais deste trabalho e as perspectivas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

VSC VIA PROJETO GMV INCREMENTAL

2.1 Introdução

O controle de variância mínima generalizada, em combinação com o controle por estrutura variável, tem gerado diferentes algoritmos de controle para tratar incertezas paramétricas visando melhorar a dinâmica do sistema controlado. As modificações baseiam-se na mudança da superfície de deslizamento, no tipo de chaveamento da parte não-linear do sinal de controle, na representação matemática de plantas (determinística ou estocástica), na aplicação a processos de fase mínima ou não-mínima, no esforço de controle, na dinâmica para seguimento de diferentes referências e na execução de tarefas na presença de perturbações.

A seguir, discute-se a filosofia do controlador a estrutura variável para a viabilização do projeto do controlador de variância mínima generalizada incremental monovariável e multivariável. No final de cada seção uma série de resultados de simulação e prático são apresentados, visando comparar e avaliar as metodologias de controle desenvolvidas.

2.2 Conceitos básicos sobre o controle a estrutura variável

O controle por modos deslizantes é uma técnica derivada do controle a estrutura variável estudada originalmente por UTKIN em 1977 [50]. Este tipo de controle é particularmente atraente para uma ampla classe de sistemas, devido a capacidade de tratar

não-linearidades, parâmetros variantes no tempo, incertezas e perturbações de forma direta, em vista das imprecisões na modelagem.

No VSC, o controle pode modificar sua estrutura. O problema de projeto consiste em selecionar os parâmetros de cada estrutura e definir o caminho lógico. O primeiro passo no VSC é definir a superfície de deslizamento, $s(\bullet) = 0$, ao longo da qual a saída do processo desliza de forma a atingir o valor final desejado. Em geral, a superfície de deslizamento representa o comportamento do sistema durante o regime transitório; entretanto, pode ser projetada para representar uma dinâmica desejada do sistema. A superfície de deslizamento divide o plano de fase em regiões onde a função de chaveamento $s(\bullet)$ tem diferentes sinais. A estrutura do sistema de controle é intencionalmente alterada quando o estado cruza a superfície de deslizamento no plano de fase de acordo com uma lei de controle prescrita. O segundo passo é projetar a lei de controle tal que qualquer estado fora da superfície de deslizamento seja novamente direcionado à superfície em um tempo finito e nela permaneça. A figura 2.1 idealiza o objetivo do VSC.

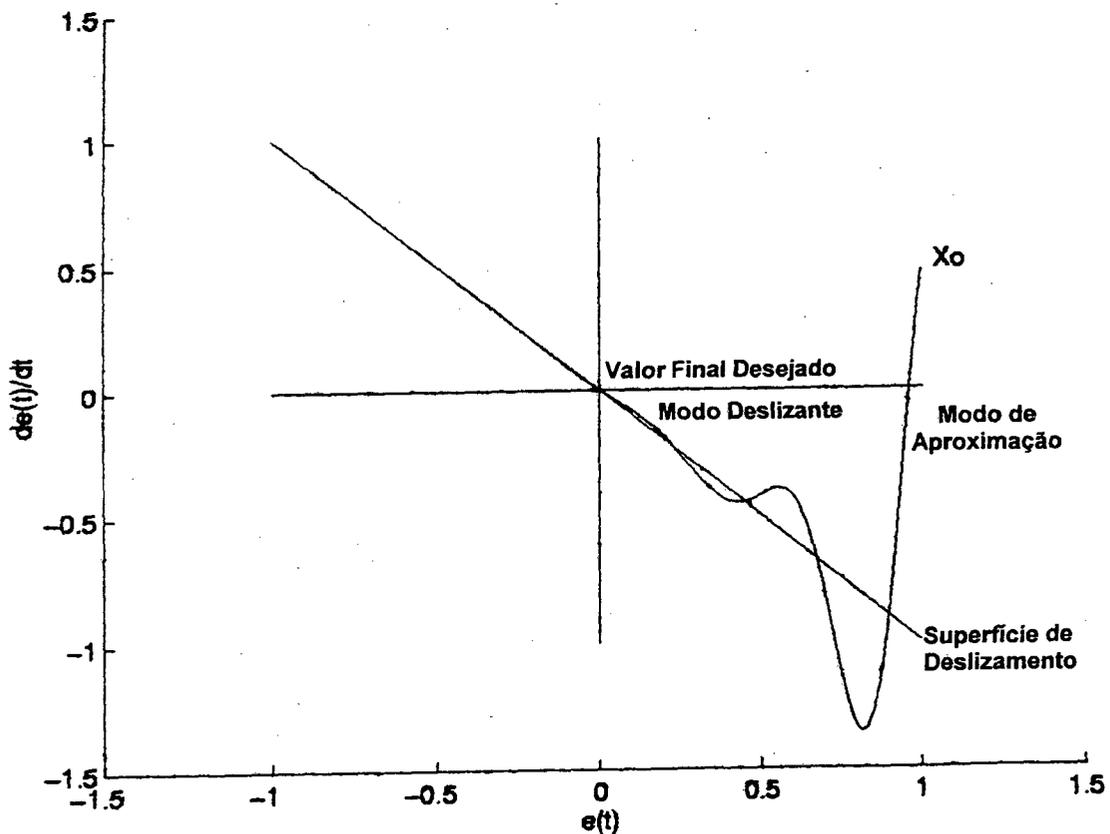


Fig. 2.1 – Interpretação do controle a estrutura variável.

Existem muitas opções para selecionar a superfície de deslizamento. Conforme apresentado por SLOTINE [49], $s(\bullet)$ é selecionada como uma equação diferencial integral agindo na trajetória do erro, isto é,

$$s(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^n \int_0^t e(t) dt \quad (2.1)$$

onde $e(t)$ é a trajetória do erro entre o valor de referência (*setpoint*) e a saída medida do processo, $y(t)$, n é a ordem do processo, e λ é um parâmetro de ajuste, selecionado pelo projetista. A equação (2.1) determina o desempenho do sistema sobre a superfície de deslizamento.

O objetivo do controle é assegurar que a variável controlada seja igual ao valor de referência em toda experimentação, significando que o sinal $e(t)$ e sua derivada devam ser iguais a zero. O problema de seguimento de uma referência pode ser reduzido para o de manter $s(t)$ em zero. Uma vez que $s(t) = 0$ seja alcançado, é desejável fazer

$$\frac{ds(t)}{dt} = 0 \quad (2.2)$$

(a condição de deslizamento), para garantir que $s(t)$ seja igual a zero. Após a superfície de deslizamento ter sido selecionada, a lei de controle deve ser projetada para satisfazer a condição $s(t) = 0$. A lei de controle, $u(t)$, pode então ser escrita como,

$$u(t) = u_c(t) + u_D(t) \quad (2.3)$$

onde $u_c(t)$ é a parcela do controle contínuo e $u_D(t)$ é a parcela do controle descontínuo. A parte contínua é dada por

$$u_c = f(y(t), y_r(t)) \quad (2.4)$$

onde $f(y(t), y_r(t))$ é determinado usando o procedimento de controle equivalente, de acordo com o movimento desejado do modo deslizante.

A parte descontínua, $u_D(t)$, é não-linear e representa o elemento de chaveamento da lei de controle. Esta parte do controlador é descontínua próximo da superfície de deslizamento. Principalmente, $u_D(t)$ é projetada baseada em uma função do tipo relé (por exemplo $u_D(t) = \alpha \text{sign}(s(t))$), consideram-se as mudanças entre as estruturas com uma velocidade hipoteticamente infinita. Na prática, entretanto, é impossível efetuar-se o controle com chaveamento de alta velocidade devido a presença de tempos de atraso finitos no cálculo do controle ou limitações físicas nos atuadores causando o *chattering* (oscilações excessivas no sinal de controle) em torno da superfície de deslizamento. A rapidez para atingir a superfície de deslizamento depende do ganho do controle, mas se o controlador também é agressivo isto pode colaborar com o *chattering*. Uma alternativa para reduzir o *chattering* é substituir a função do tipo relé por uma saturação (ver Fig. 2.2) ou uma função sigma que pode ser escrita como

$$u_D(t) = K_D \frac{s(t)}{|s(t)| + \delta} \quad (2.5)$$

onde K_D é o ganho de ajuste que é responsável pelo modo de aproximação, normalmente determinado pelo critério de estabilidade de Lyapunov, e δ é um parâmetro de ajuste usado para reduzir o problema de *chattering*. A última aproximação pode ser usada para o projeto do controlador proposto.

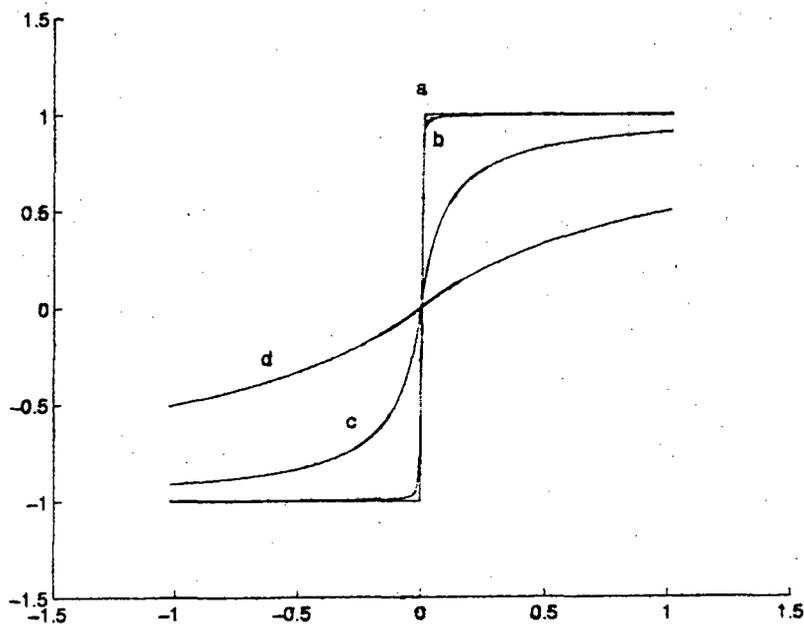


Fig. 2.2 – Redução do *chattering* usando uma função de saturação (a: $\delta=0$; b: $\delta=0.01$; b: $\delta=0.1$; d: $\delta=1.0$).

Para sumarizar, o VSC tem duas partes: uma parte descontínua, Eq. (2.5), responsável por guiar o sistema para a superfície de deslizamento e uma contínua, Eq. (2.4), responsável por manter a variável controlada no valor de referência [4].

Para o VSC discreto, as estruturas de controle são similares as do VSC contínuo [31]. Entretanto, as características do VSC discreto diferem do VSC contínuo em dois aspectos:

- (i) O VSC discreto somente pode evoluir em modos quase deslizantes, por exemplo, o estado pode se aproximar da superfície mas não pode permanecer sobre ela. Isto se deve ao fato que a ação de controle pode somente ser ativada em períodos de amostragem e o esforço de controle é constante em cada período;
- (ii) Quando o estado se aproxima da superfície, o chaveamento subsequente não pode gerar o controle equivalente para manter o estado na superfície.

Desta forma o VSC discreto não possui a propriedade de invariância encontrada no VSC contínuo.

2.3 VSC monovariável via projeto GMV incremental discreto

FURUTA [26] desenvolveu um controlador onde a superfície de deslizamento é função do erro de seguimento e do sinal de controle. A inserção da estrutura variável no controle é feita somando-se ao GMV, obtido a partir da minimização da entrada auxiliar (superfície), a entrada auxiliar ponderada e um termo não-linear chaveado, cujo modo de chaveamento está associado a uma região definida a partir de uma ponderação feita sobre o erro. O mesmo projeto foi apresentado por FURUTA *et al.* [23] considerando, porém, modelos polinomiais para o erro e para a perturbação.

PIEPER *et al.* [45] apresentaram o projeto de um controlador cuja entrada auxiliar é função dos sinais de entrada e saída. A inserção do VSC é realizada com a inclusão de um polinômio $W(q^{-1})$ multiplicando o sinal de saída, no GMV obtido pela minimização da superfície. Os coeficientes de tal polinômio são definidos a partir de um chaveamento que considera como fronteira da região de deslizamento uma ponderação feita sobre o somatório de um dado número de sinais de saída. Segundo os autores, o controlador definido desta forma é capaz de tratar sistemas de fase não-mínima.

CHAN [6] definiu a superfície como função apenas do erro de seguimento e nenhuma inserção formal do VSC é feita na lei de controle obtida. Considera-se, neste projeto, que se a entrada auxiliar (superfície) é minimizada, então, existe o seguimento de referência. O controlador trata apenas sistemas de fase mínima com perturbações limitadas.

No trabalho de LEE *et al.* [33] toda a definição de projeto segue a linha de FURUTA [26]. Apenas o termo não-linear é composto de três parcelas individuais utilizando somatórios do erro, do controle e da referência, todos ponderados por escalares obtidos a partir de chaveamentos individuais que consideram uma relação entre a superfície e os respectivos valores ponderados. A incerteza paramétrica é também considerada no projeto do controlador.

Nesta seção desenvolve-se a versão discreta do controlador VSC monovariável via projeto do GMV incremental. Alguns resultados simulados e prático são também apresentados.

2.3.1 Projeto do controlador

Considere um sistema não-linear descrito pela equação diferencial:

$$y^{(n)}(t) = f(y^{(n-1)}(t), y^{(n-2)}(t) \dots y(t), u(t)) \quad (2.6)$$

Linearizando a Eq. (2.6) em torno de um ponto de operação, $(y_o \dots y_o^{(n-1)}, u_o)$, e discretizando a equação linearizada para um período de amostragem T_s (sem perda de generalidade pode-se considerar $T_s = 1$ s o que implica em $t = kT_s = k$), a seguinte relação entrada-saída discreta representa a planta controlada:

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k) \quad (2.7)$$

onde $u(k)$ é a entrada, $y(k)$ é a saída e q^{-1} denota o operador atraso de deslocamento no tempo discreto definido por

$$q^{-1}y(k) = y(k-1)$$

Os polinômios $A(q^{-1})$ e $B(q^{-1})$ não apresentam termos em comum e são assumidos conhecidos a priori, estando representados na forma

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_nq^{-n}$$

$$B(q^{-1}) = b_o + b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_mq^{-m}$$

Não existem restrições quanto à alocação dos pólos e zeros de $A(q^{-1})$ e $B(q^{-1})$, respectivamente, o que significa que o controle pode tratar plantas estáveis/instáveis e fase mínima/não-minima, em malha aberta.

O objetivo do controle é minimizar a variância da variável controlada $s(k+d)$ que, no caso determinístico, gera um sinal de controle que satisfaz

$$s(k+d) = T(q^{-1})e(k+d) + P(q^{-1})\Delta u(k) = 0 \quad (2.8)$$

onde d é o atraso de transporte do processo, $e(k+d) = y(k+d) - y_r(k+d)$ e $\Delta u(k) = (1 - q^{-1})u(k)$ é a variação do controle e os polinômios

$$P(q^{-1}) = p_0 + p_1q^{-1} + p_2q^{-2} + \dots + p_{m-1}q^{-(m-1)}$$

$$T(q^{-1}) = t_0 + t_1q^{-1} + t_2q^{-2} + \dots + t_nq^{-n}$$

devem ser selecionados de forma que o sistema de controle seja estável e satisfaça o seguinte lema [18].

Lema 2.1: *A condição necessária e suficiente para que a saída seja estável, fazendo $s_{k+d} = 0$, é que todas as raízes de*

$$A(q^{-1})Q(q^{-1}) + B(q^{-1})T(q^{-1}) = 0$$

estejam no interior círculo unitário e $(Q,T), (A,T), (B,Q)$ não tenham zeros comuns fora do círculo unitário, onde $Q(q^{-1}) = \Delta P(q^{-1})$.

A entrada de controle incremental para satisfazer (2.8) é dada por

$$R(q^{-1})\Delta u(k) = [T(q^{-1})y_r(k+d) - S(q^{-1})y(k)] \quad (2.9)$$

onde

$$R(q^{-1}) = E(q^{-1})B(q^{-1}) + P(q^{-1})$$

Observando-se que $E(q^{-1})$ e $S(q^{-1}) = s_0 + s_1q^{-1} + s_2q^{-2} + \dots + s_nq^{-n}$ são polinômios satisfazendo a identidade

$$T(q^{-1}) = E(q^{-1})\Delta A(q^{-1}) + q^{-d}S(q^{-1})$$

A entrada de controle aplicada na planta é

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u(k)$$

O desempenho da lei de controle, Eq. (2.9), pode ser melhorado pela adição de uma entrada auxiliar, obtida conectando-se ao controle GMV incremental um termo baseado no VSC [20]. O algoritmo de controle incremental proposto baseia-se no seguinte teorema:

Teorema 2.1: *Dado um sistema S da forma (2.7), a seguinte lei de controle incremental*

$$R(q^{-1})\Delta u(k) = T(q^{-1})y_r(k+d) - S(q^{-1})y(k) + s(k) + v(k) \quad (2.10)$$

garante o alcance de uma superfície estável de deslizamento sobre o hiperplano $s(k+d) = 0$, se $v(k)$ é selecionado como

$$v(k) = \begin{cases} -2\sigma\varepsilon / s(k) & \text{se } |s(k)| \geq \sqrt{\varepsilon} \\ -2\sigma s(k) & \text{se } |s(k)| < \sqrt{\varepsilon} \end{cases}$$

onde ε e σ são escalares positivos, com $0 < \sigma < 1$.

Prova: *A inserção da lei de controle (2.10) na expressão de $s(k+d)$, eq. (2.8), fornece*

$$\begin{aligned}
s(k+d) &= T(q^{-1})e(k+d) + P(q^{-1})\Delta u(k) + E(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(k) - E(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(k) \\
&= [T(q^{-1}) - \Delta A(q^{-1})]y(k+d) + R(q^{-1})\Delta u(k) - T(q^{-1})y_r(k+d) \\
&= s(k) + v(k)
\end{aligned} \tag{2.8'}$$

Definindo $\Delta s(k+d) = s(k+d) - s(k)$, a condição de existência do modo deslizante pode ser fixada conforme proposto por FURUTA et al. [27], isto é,

$$s(k)\Delta s(k+d) < -\frac{1}{2}(\Delta s(k+d))^2$$

de (2.8') segue que $\Delta s(k+d) = v(k)$.

Considere o caso onde $|s_k| \geq \sqrt{\varepsilon}$, então

$$s(k)\Delta s(k+d) = s(k) \left[-2\sigma \frac{\varepsilon}{s(k)} \right] < -2\sigma^2 \varepsilon \leq -2\sigma^2 \frac{\varepsilon^2}{s(k)^2} = -\frac{1}{2}(\Delta s(k+d))^2$$

Quando $|s(k)| < \sqrt{\varepsilon}$ tem-se

$$s(k)\Delta s(k+d) = s(k) \left[-2\sigma s(k) \right] < -2\sigma^2 s^2(k) = -\frac{1}{2}(\Delta s(k+d))^2$$

Δ

Observação 2.1: A seleção dos parâmetros σ e ε afeta a duração e a precisão do transitório inicial do controle e da variável de saída. Assim, devem ser selecionados de acordo com a “melhor” relação entre o esforço de controle inicial aceitável e uma satisfatória duração do transitório (tentativa e erro).

A estrutura de controle, Eq. (2.9), representa a forma RST, conforme ilustra a Fig. 2.3, onde \hat{G} é o modelo da planta e \tilde{G} é a incerteza aditiva.

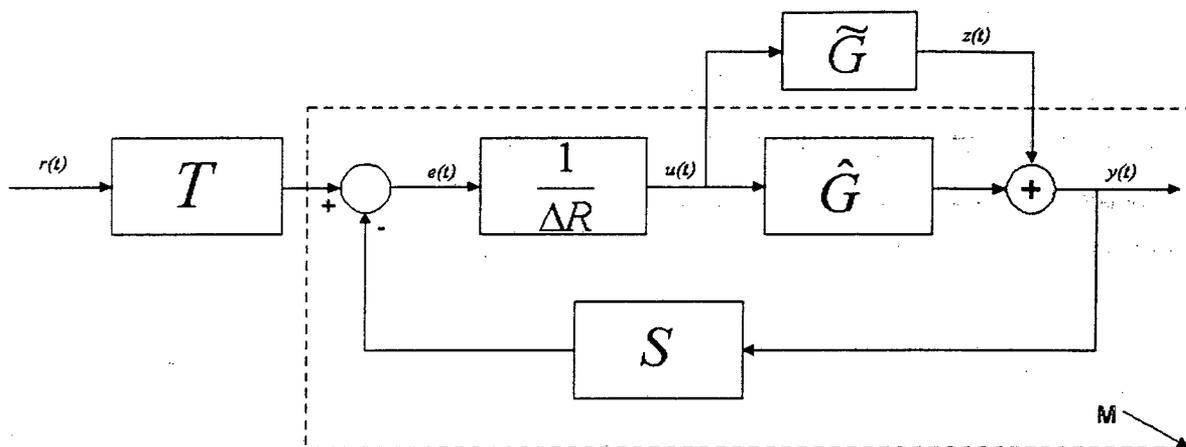


Figura 2.3 – Estrutura de malha RST com incertezas aditivas.

Isto possibilita o tratamento de incertezas aditivas de modelagem da planta pela aplicação do teorema do pequeno ganho, melhorando-se a dinâmica de malha fechada [1]. Aplicando-se o teorema do pequeno ganho no sistema da Fig. 2.3 obtém-se a seguinte condição suficiente para estabilidade:

$$|\tilde{G}(e^{-j\omega})| < \left| \frac{1}{M(e^{-j\omega})} \right| \quad \forall \omega \in [0, \pi] \quad (2.11)$$

onde

$$M(e^{-j\omega}) = M(q^{-1}) = \frac{S(q^{-1})}{\Delta R(q^{-1}) + \hat{G}(q^{-1})S(q^{-1})}$$

Assim, pode-se garantir a existência de pelo menos um conjunto de polinômios $R(q^{-1})$, $S(q^{-1})$ e $T(q^{-1})$ na parte linear do controlador VSC para tratar incertezas paramétricas em uma aplicação particular, melhorando-se o projeto do VSC/GMV.

2.3.2 Equivalência do projeto VSC monovariável

O projeto proposto por CORRADINI *et al.* [20] considera a representação do sistema dada pelas equações (2.6)-(2.7). No projeto definiu-se a superfície como em FURUTA [26]

e a inserção do VSC no GMV é feita da mesma forma, apenas desconsiderando a ponderação sobre a superfície. Neste caso o termo não-linear é o definido pelo teorema 2.1. Este trabalho explorou o projeto do GMV através da alocação dos pólos de malha fechada. A tabela 2.1 ilustra as principais diferenças entre o projeto proposto por Corradini *et al.* [20] e a proposta de controle incremental apresentada nesta seção.

Tabela 2.1 – Equivalência de projeto do VSC/GMV.

Incremental	Corradini
$s(k+d) = T(q^{-1})e(k+d) + P(q^{-1})\Delta u(k)$	$s(k+d) = H(q^{-1})e(k+d) + P(q^{-1})u(k)$
$T(q^{-1}) = E(q^{-1})\Delta A(q^{-1}) + q^{-d}S(q^{-1})$	$H(q^{-1}) = E(q^{-1})A(q^{-1}) + q^{-d}F(q^{-1})$
$R(q^{-1})\Delta u(k) = [T(q^{-1})y_r(k+d) - S(q^{-1})y(k)]$	$G(q^{-1})u(k) = [H(q^{-1})y_r(k+d) - F(q^{-1})y(k)]$
$y(k) = \frac{B(q^{-1})T(q^{-1})}{A(q^{-1})P(q^{-1})\Delta + B(q^{-1})T(q^{-1})} y_r(k)$	$y(k) = \frac{B(q^{-1})H(q^{-1})}{A(q^{-1})P(q^{-1}) + B(q^{-1})H(q^{-1})} y_r(k)$

No projeto de CORRADINI *et al.* [20] o polinômio $P(1)$ deve ser igual a zero de forma a garantir erro nulo em regime, ou seja, o seguimento da referência. No projeto proposto esta condição é satisfeita pela estrutura incremental do controlador.

2.3.3 Resultados de simulação e prático

Nesta seção são apresentados alguns resultados de simulação e prático obtidos com a implementação do controlador proposto. O desempenho do controlador é comparado com outros dois projetos desenvolvidos na literatura, denominados, nas figuras apresentadas a seguir, pela seguinte notação:

A: algoritmo do Teorema 2.1, Eq. (2.10), linha contínua;

B: controle GMV+VSC proposto por CORRADINI *et al.* [20], linha pontilhada;

C: controle GMV+VSC proposto por FURUTA [25], linha tracejada.

Todos os processos e modelos matemático utilizados são descritos no apêndice A.

1. Processo prático: Motor taco-gerador

Os parâmetros de projeto são os seguintes:

$$P(q^{-1}) = 1$$

$$R(q^{-1}) = 1 + 0.2597q^{-1}$$

$$S(q^{-1}) = 22.6304 - 28.0257q^{-1} + 7.0736q^{-2}$$

$$T(q^{-1}) = 18.1608 - 20.2238q^{-1} + 3.7413q^{-2}$$

e sendo calculados para satisfazer o seguinte polinômio de malha fechada:

$$W(q^{-1}) = 1 - 2.1q^{-1} + 1.46q^{-2} - 0.336q^{-3}$$

e $\sigma = 0.3$ e $\varepsilon = 200$. Para o algoritmo C os parâmetros $h = 3$ e $\alpha = 0.8$ são também escolhidos por tentativa e erro.

As figuras 2.4, 2.5 e 2.6 ilustram a saída do processo, o erro de rastreamento e o sinal de controle, respectivamente.

O processo é submetido a variação de referência de 1 volt para 2 volts em 5 segundos e, em 10 segundos, é introduzida perturbação de carga de 0.5 volts, mantida até o final da experimentação.

Na figura 2.4 observa-se que a resposta do algoritmo A tem dinâmica lenta e com menor sobre-elevação. As respostas dos algoritmos B e C, apesar de serem rápidas, apresentam maior sobre-elevação e erro em regime.

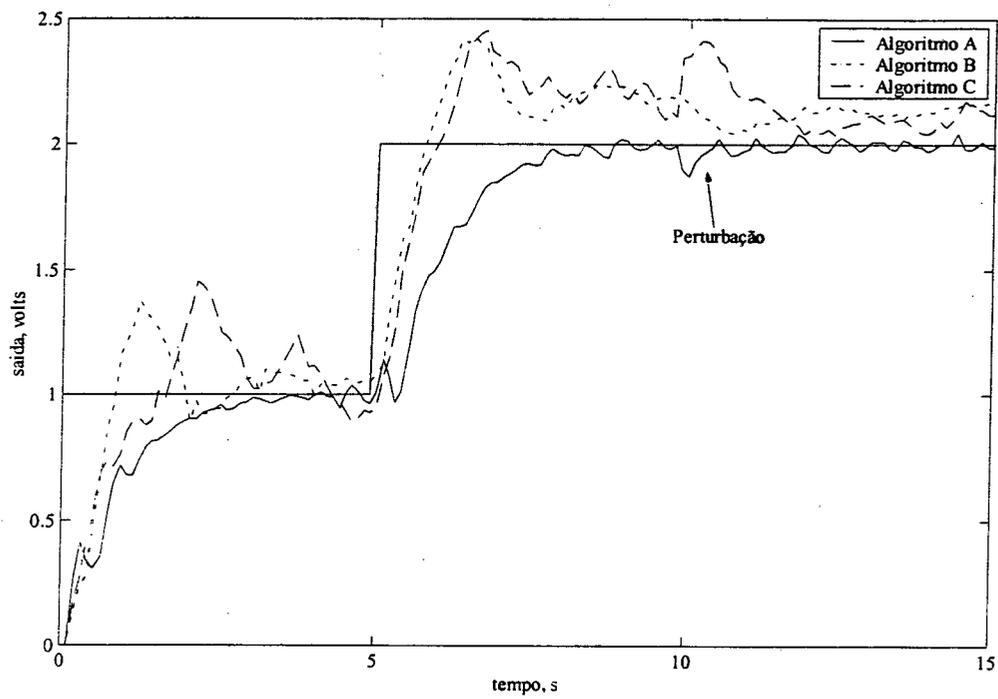


Figura 2.4 – Saída do processo motor taco-gerador.

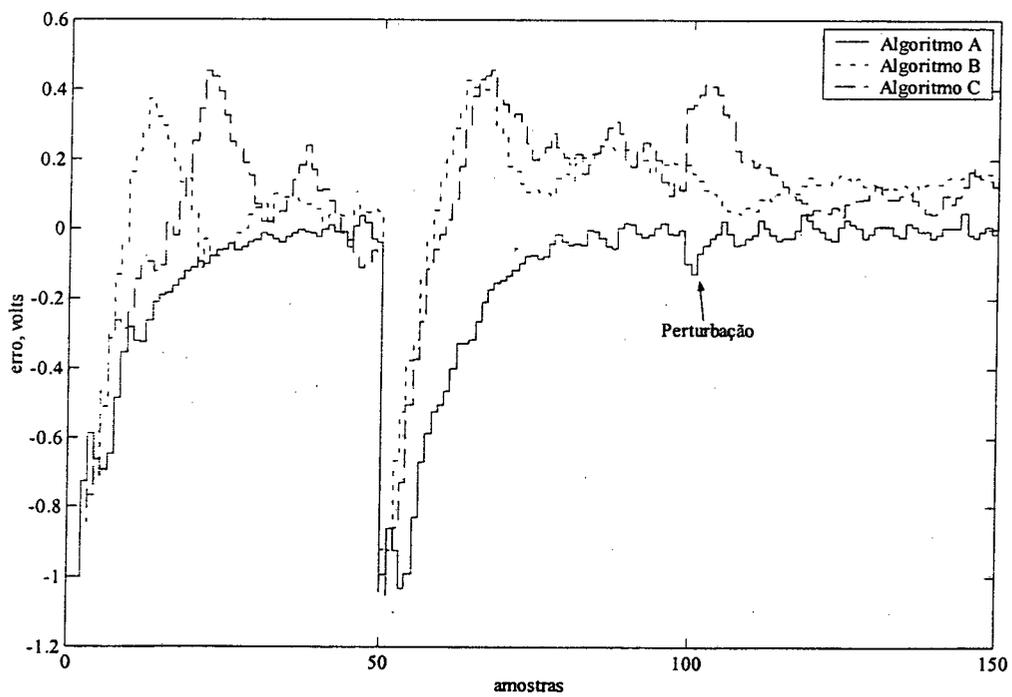


Figura 2.5 – Erro de rastreamento.

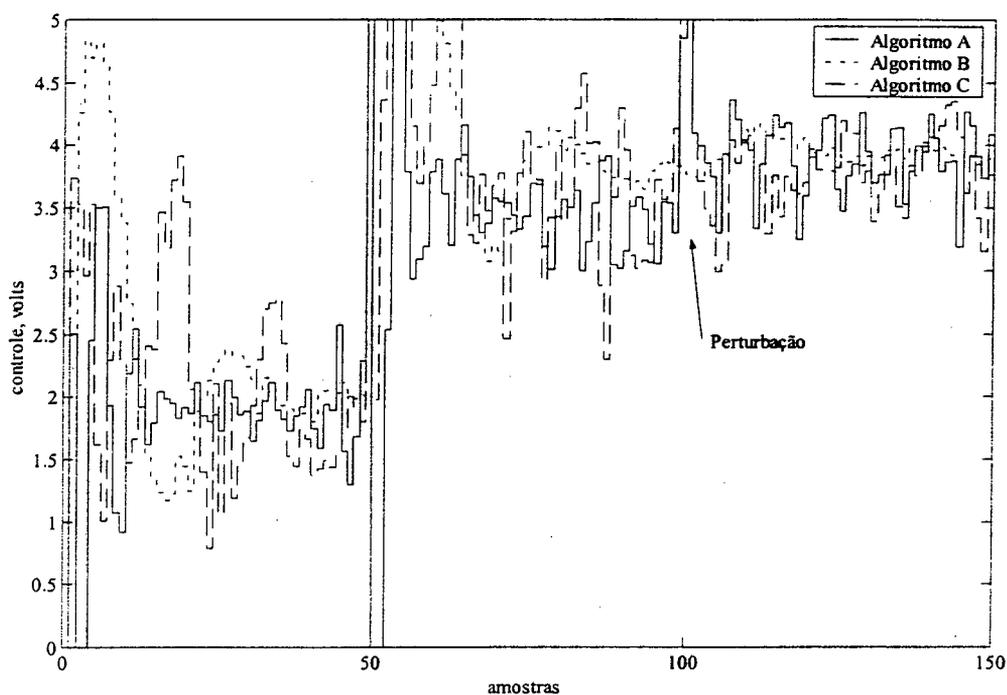


Figura 2.6 – Sinal de controle.

A tabela 2.2 apresenta os valores numéricos dos índices de desempenho para o sistema.

Tabela 2.2 – Desempenho do sistema.

Controlador	J_u	J_e
A	0.5890	0.0855
B	0.1482	0.0707
C	0.5281	0.0893

Conforme ilustram os índices de desempenho da tabela 2.2, o algoritmo A tem o pior desempenho em termos de controle, apresentando maiores oscilações no sinal de controle que os algoritmos B e C. Entretanto, tomando-se como base o seguimento de referência e o tempo de estabilização, o algoritmo de controle A garante o seguimento de trajetória e a eliminação da perturbação, tendo uma dinâmica mais suave e lenta.

2. Processo simulado: Pêndulo

Os parâmetros de projeto são

$$P(q^{-1}) = 0.1748$$

$$R(q^{-1}) = 1 + 0.8252q^{-1}$$

$$S(q^{-1}) = 85.371 - 108.7563q^{-1} + 41.8878q^{-2}$$

$$T(q^{-1}) = 41.8878 - 32.2081q^{-1} + 8.8228q^{-2}$$

e calculados conforme descrito em 2.3.1 para satisfazer o seguinte polinômio de malha fechada:

$$W(q^{-1}) = 1 - 0.3q^{-1} + 0.03q^{-2} - 0.001q^{-3}$$

Os parâmetros para o VSC são $\sigma = 0.78$ e $\varepsilon = 1000$. Os resultados de simulação referentes ao controlador de Furuta não são apresentados uma vez que a dinâmica em malha fechada é instável quando aplicado ao modelo contínuo.

As figuras 2.7, 2.8 e 2.9 mostram a saída do processo, o erro de rastreamento e o sinal de controle, respectivamente.

O processo é levado até 1 rad. e, em 2.5 segundos de simulação, a massa M é alterada de 1 kg para 0.7 kg.

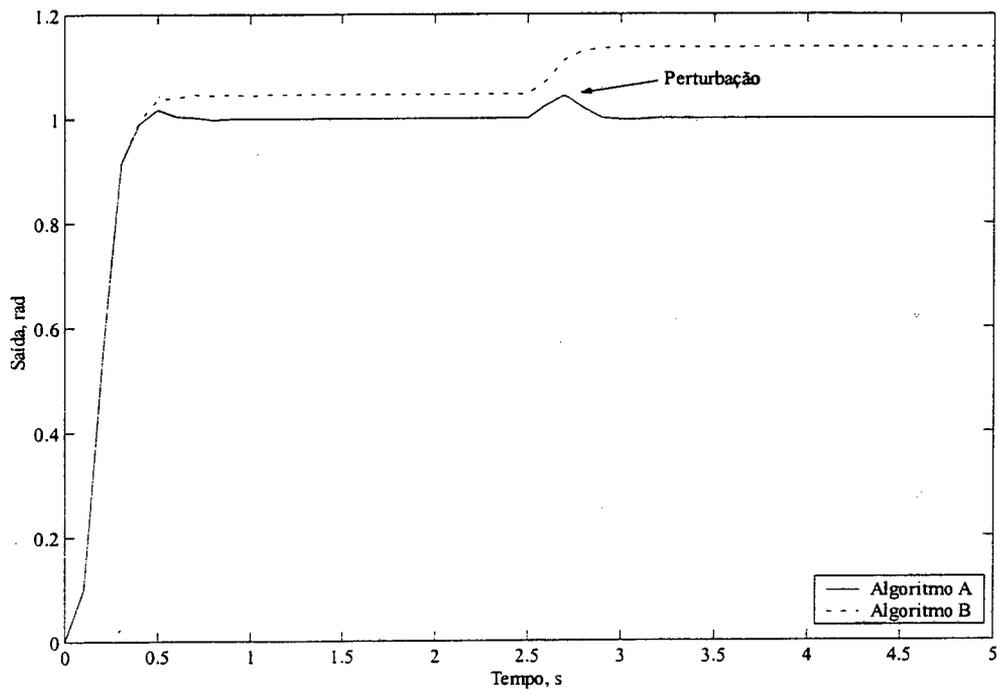


Figura 2.7 – Saída do processo.

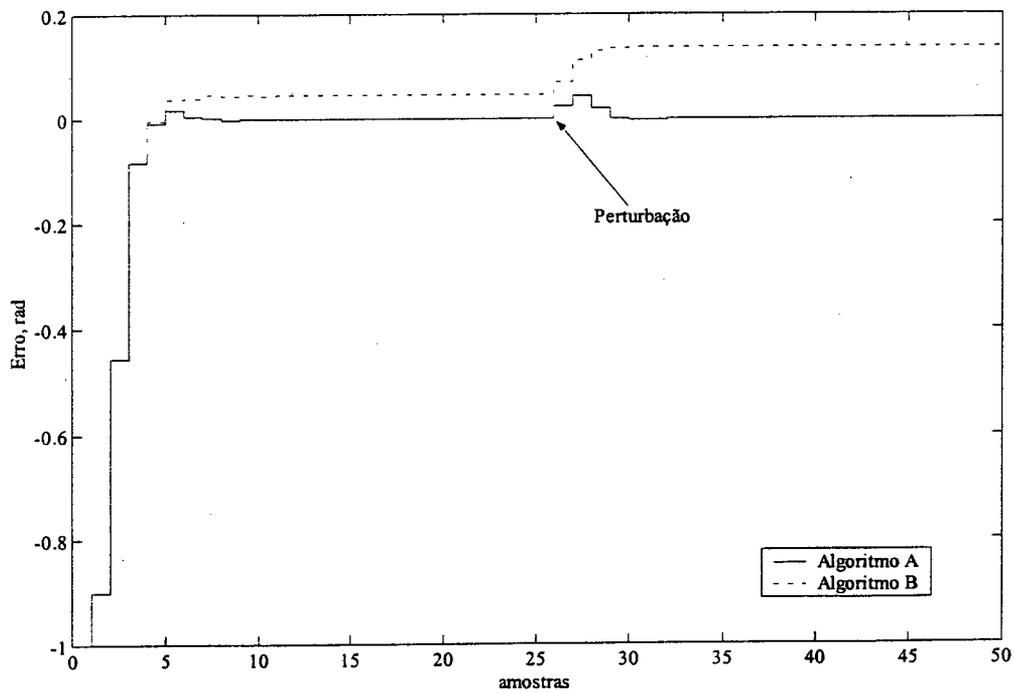


Figura 2.8 – Erro de rastreamento.

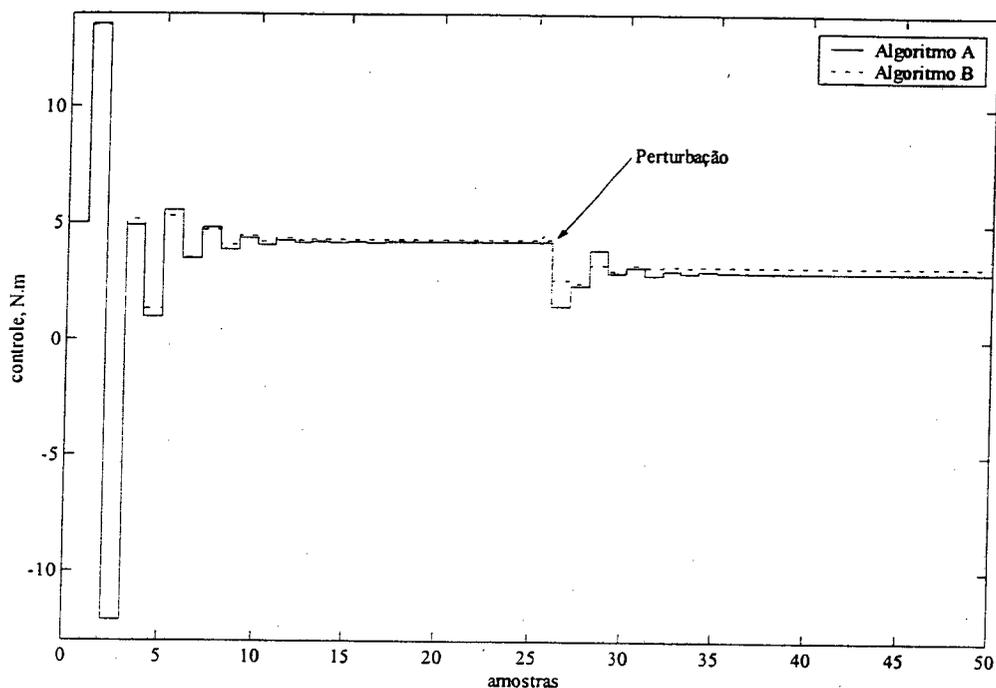


Figura 2.9 – Sinal de controle.

A tabela 2.3 apresenta os valores numéricos dos índices de desempenho para o sistema.

Tabela 2.3 – Desempenho do sistema.

Controlador	J_u	J_e
A	21.9931	0.0406
B	21.8959	0.0499

Os índices apresentados na tabela 2.3 indicam que o algoritmo A tem o pior desempenho de controle e o melhor desempenho de erro. Adicionalmente, somente o algoritmo A garante erro nulo em regime na presença de uma variação de referência e perturbação de carga.

3. Processo simulado: Modelo com incerteza aditiva

Os seguintes parâmetros, para os dois modelos, são considerados:

Modelo 1	Modelo 2
$P(q^{-1}) = 0.6985$	$P(q^{-1}) = 1.1108$
$R(q^{-1}) = 1$	$R(q^{-1}) = 1 + 0.4194q^{-1}$
$S(q^{-1}) = 3.7037 - 3.2354q^{-1}$	$S(q^{-1}) = 2.9314 - 2.5641q^{-1}$
$T(q^{-1}) = 3.5309 - 3.0625q^{-1}$	$T(q^{-1}) = 2.8339 - 2.4666q^{-1}$

sendo calculados para satisfazer os seguintes polinômios de malha fechada:

Modelo 1	Modelo 2
$W(q^{-1}) = 1 - 1.6q^{-1} + 0.64q^{-2}$	$W(q^{-1}) = 1 - 1.6q^{-1} + 0.64q^{-2}$

e satisfazem o teorema do pequeno ganho conforme ilustra a figura 2.10, onde MPM-1 e MPM-2 são definidos como sendo o espectro de magnitude das incertezas aditivas.

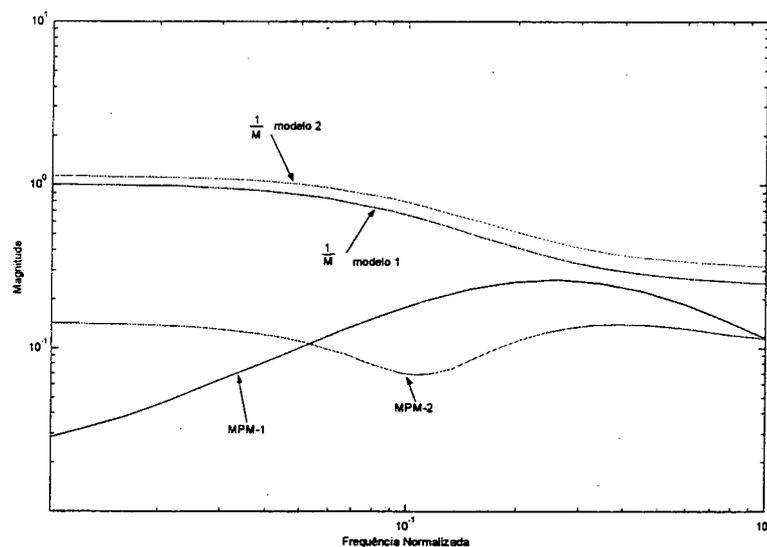


Figura 2.10 – Efeito do modelo na estabilidade.

Os parâmetros do VSC são $\sigma = 0.7$ e $\varepsilon = 10$.

As figuras 2.11, 2.12 e 2.13 mostram a saída do processo, o erro de rastreamento e o sinal de controle, respectivamente. Para as amostras de 1 a 80 o controladores foram projetados utilizando-se o modelo 2 e para as amostras de 81 a 160 foi utilizado o modelo 1, em ambos os casos o objetivo é controlar o modelo matemático de 3ª ordem.

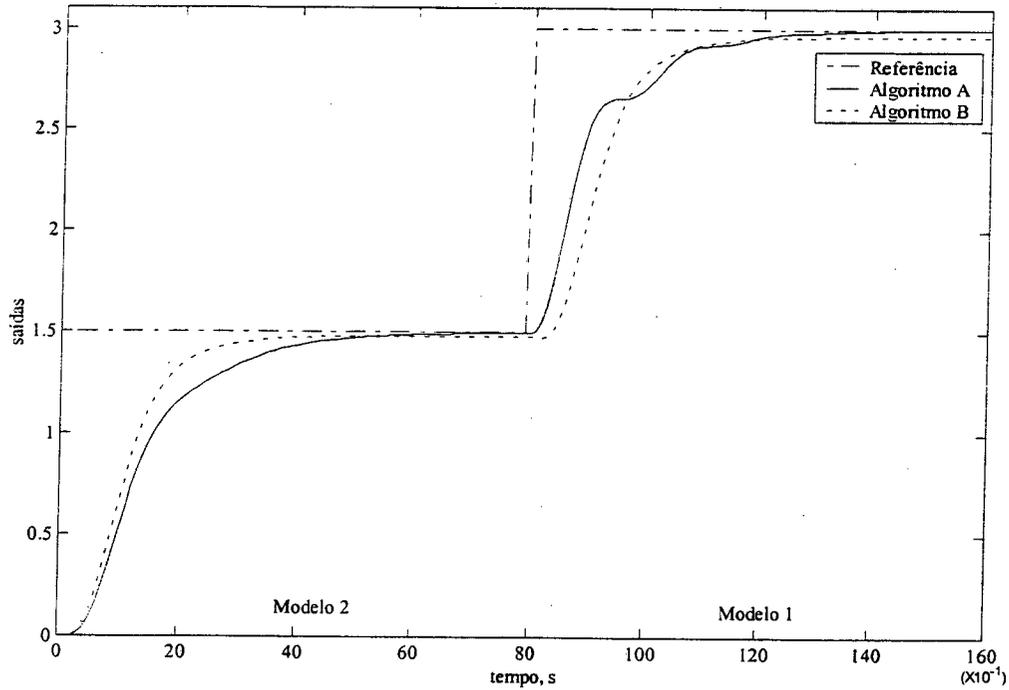


Figura 2.11 – Saída do processo.

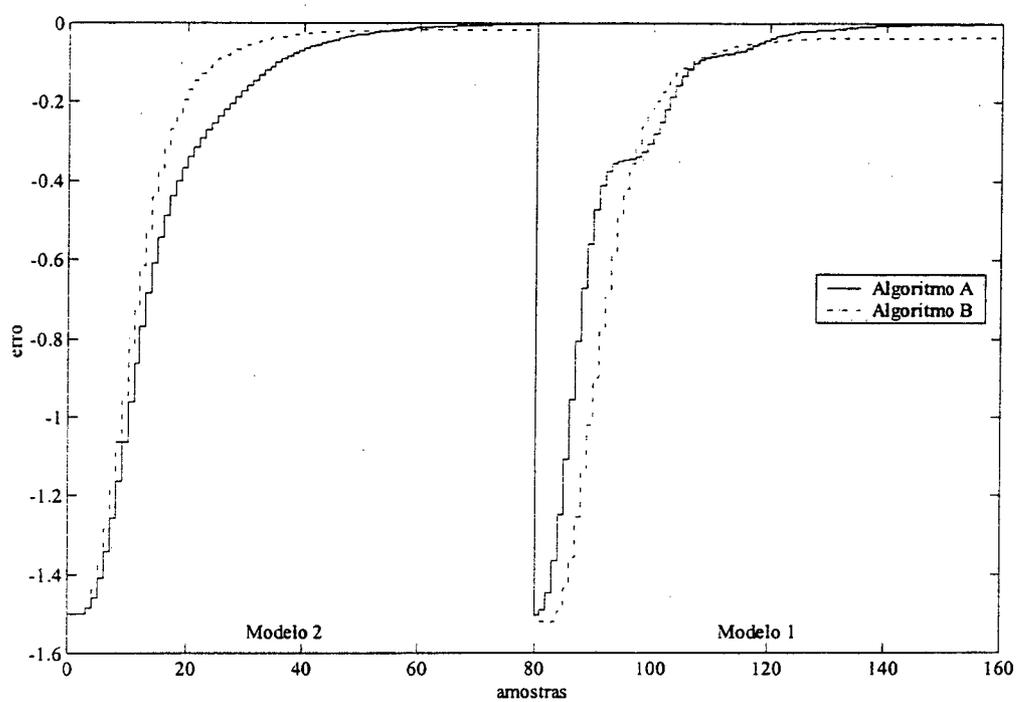


Figura 2.12 – Erro de rastreamento.

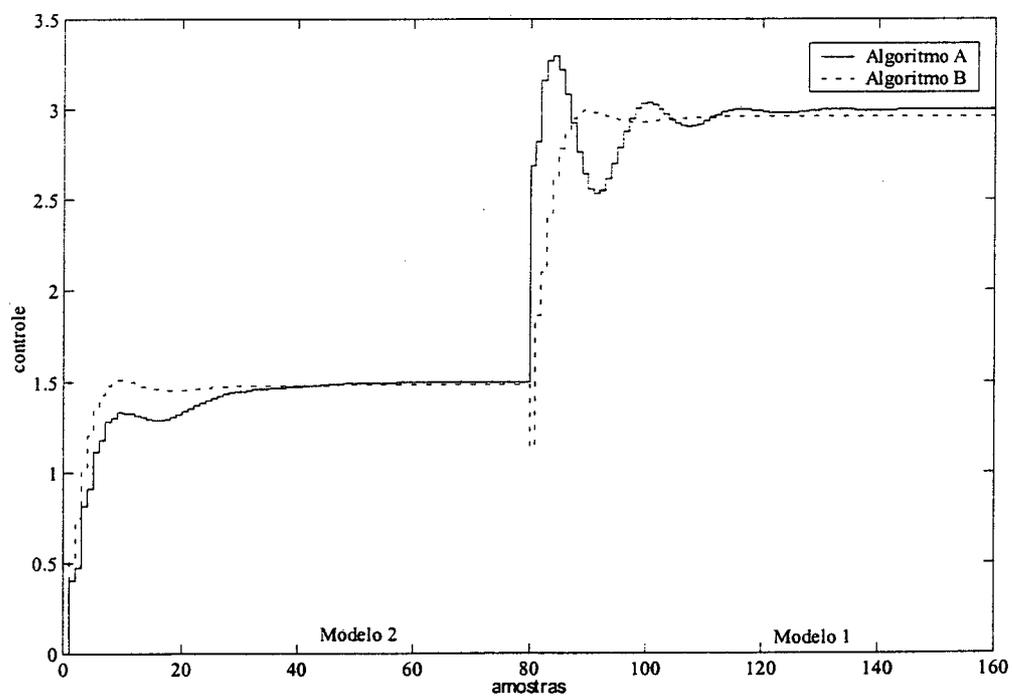


Figura 2.13 – Sinal de controle.

A tabela 2.4 apresenta os valores numéricos dos índices de desempenho para os modelos do sistema.

Tabela 2.4 – Desempenho do sistema.

Controlador	Modelo 1		Modelo 2	
	J_u	J_e	J_u	J_e
A	0.0211	0.1912	0.0054	0.2984
B	0.0113	0.2823	0.0069	0.2572

Pelos resultados das figuras 2.11, 2.12 e 2.13 observa-se que os algoritmos A e B tratam incertezas de modelo no processo controlado (planta de terceira ordem). Embora os controladores apresentem desempenhos similares, o controlador B não garante seguimento de trajetória.

4. Processo simulado: Planta discreta de segunda ordem

Os parâmetros de projeto são

$$P(q^{-1}) = 0.1225$$

$$R(q^{-1}) = 1 - 0.702q^{-1}$$

$$S(q^{-1}) = 2.001 - 1.5636q^{-1} + 0.3685q^{-2}$$

$$T(q^{-1}) = 0.8775 - 0.0172q^{-1} - 0.0543q^{-2}$$

calculados de forma a satisfazer o seguinte polinômio de malha fechada:

$$W(q^{-1}) = 1 - 1.001q^{-1} + 0.1702q^{-2} - 0.008q^{-3}$$

Os parâmetros para o VSC são $\sigma = 0.28$ e $\varepsilon = 1$. Para o algoritmo C definido em [24] os parâmetros $h = 0.1$ e $\alpha = 0.8$ são também determinados por tentativa e erro.

As figuras 2.14, 2.15 e 2.16 mostram a saída do processo, o erro de rastreamento e o sinal de controle, respectivamente, obtidos levando-se o processo de uma condição inicial (1) um até a origem.

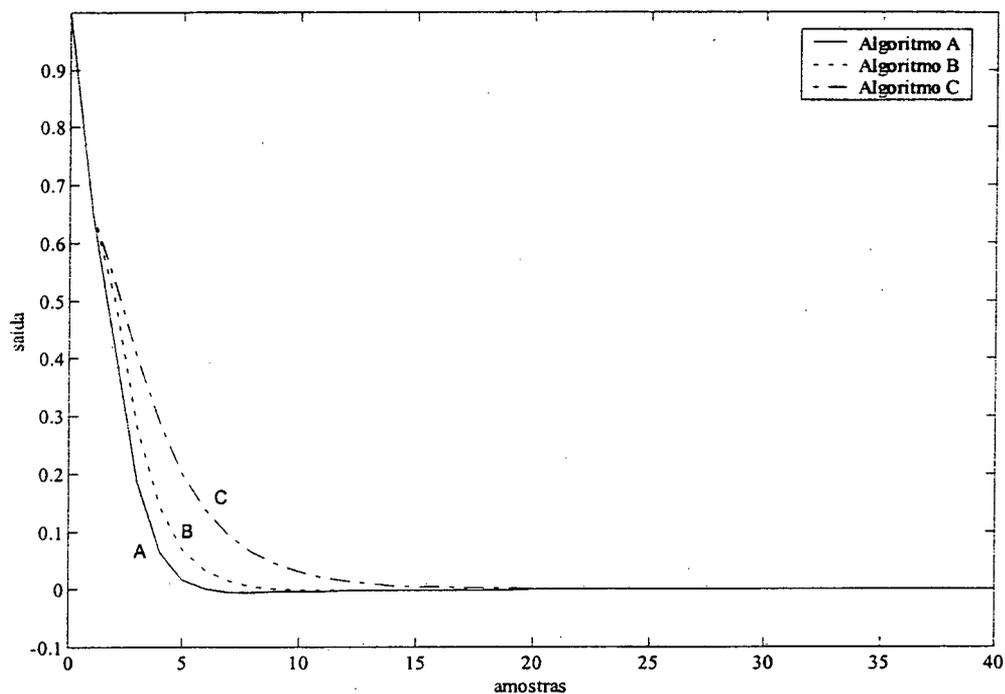


Figura 2.14 – Saída do processo.

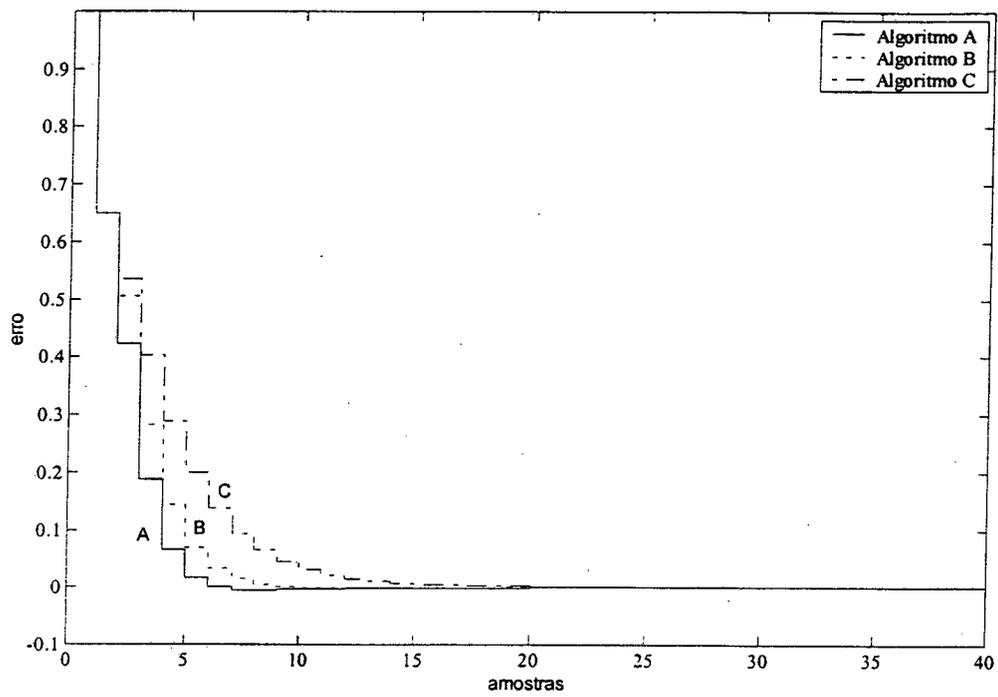


Figura 2.15 – Erro de rastreamento.

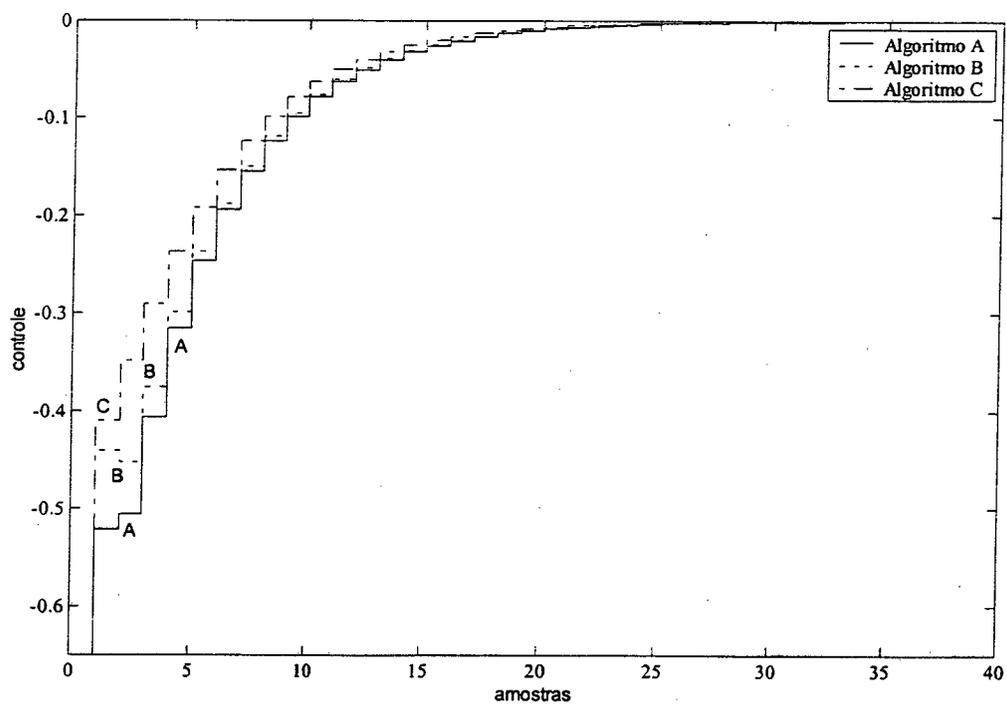


Figura 2.16 – Sinal de controle.

A tabela 2.5 apresenta os valores numéricos dos índices de desempenho para o sistema.

Tabela 2.5 – Desempenho do sistema.

Controlador	J_u	J_e
A	0.0094	0.0328
B	0.0098	0.0357
C	0.0099	0.0406

Pelos índices da tabela 2.5 observa-se que, neste caso, o controlador A apresenta melhor desempenho em malha fechada.

2.4 VSC multivariável via projeto GMV incremental discreto

Algoritmos de controle multivariáveis baseados no VSC têm sido propostos na literatura [17] sendo que, nestes trabalhos, nenhum tipo de análise do acoplamento dinâmico (matriz *interactor*) foi apresentada. Um ponto importante de projeto e estabilidade, relacionado à extensão destes algoritmos, é a consideração do atraso de transporte dos processos. Para sistemas MIMO (*multiple input and multiple output*) a matriz *interactor* aparece como a estrutura do atraso [22, 29, 57].

Nesta seção apresenta-se o controlador VSC multivariável via projeto do GMV incremental considerando-se no projeto a estrutura do atraso, presente na matriz *interactor*. Resultados simulados são incluídos.

2.4.1 Projeto do controlador

Considere um sistema MIMO não-linear descrito pelo seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\mathbf{y}^{(m)}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{y}^{(m-1)}(t), \mathbf{y}^{(m-2)}(t) \dots \mathbf{y}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (2.12)$$

onde $\mathbf{y}(t), \mathbf{u}(t)$ são os vetores de saída e entrada, respectivamente, com $\mathbf{y}(t), \mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^n$, e $\mathbf{f}(\cdot)$ é uma função vetorial n-dimensional.

Linearizando a Eq. (2.12) em torno de um ponto de operação, $\mathbf{p}_o = (\mathbf{y}_o \dots \mathbf{y}_o^{(n-1)}, \mathbf{u}_o)$, e discretizando a equação linearizada para um período de amostragem T_s , a seguinte relação MIMO entrada-saída discreta representa a planta controlada:

$$\mathbf{A}(q^{-1})\mathbf{y}(k) = \mathbf{B}(q^{-1})\mathbf{u}(k-1) \quad (2.13)$$

onde $\mathbf{y}(k) = \mathbf{y}(tT_s) - \mathbf{y}_o$, $\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(tT_s) - \mathbf{u}_o$.

As matrizes polinomiais $\mathbf{A}(q^{-1})$ e $\mathbf{B}(q^{-1})$ não apresentam termos em comum e são assumidas conhecidas a priori, sendo representadas na forma

$$\mathbf{A}(q^{-1}) = I + \mathbf{A}_1q^{-1} + \mathbf{A}_2q^{-2} + \dots + \mathbf{A}_{na}q^{-na} \quad (2.14a)$$

$$\mathbf{B}(q^{-1}) = \mathbf{B}_o + \mathbf{B}_1q^{-1} + \mathbf{B}_2q^{-2} + \dots + \mathbf{B}_{nb}q^{-nb} \quad (2.14b)$$

No caso geral a matriz interactor – $\xi(q)$ – desempenha o mesmo papel que o atraso de transporte para processos SISO (*single input and single output*), tem uma estrutura triangular inferior e satisfaz, [30], isto é,

$$\lim_{q^{-1} \rightarrow 0} q^{-1}\xi(q)\mathbf{A}^{-1}(q^{-1})\mathbf{B}(q^{-1}) = \mathbf{K}, \det(\mathbf{K}) > 0$$

Para obter o GMV o sinal $\mathbf{z}_r(k)$ é definido como

$$\mathbf{z}_r(k) = \xi(q)\mathbf{y}_r(k-d)$$

onde d é o máximo atraso em $\xi(q)$.

O objetivo do controle é minimizar a variância da variável controlada $s(k+d)$ que, no caso determinístico, gera um sinal de controle que satisfaz

$$s(k+d) = \mathbf{T}(q^{-1})\boldsymbol{\xi}(q)\mathbf{e}(k) + \mathbf{P}(q^{-1})\Delta\mathbf{u}(k) = 0 \quad (2.15)$$

onde $\mathbf{e}(k) = \mathbf{y}(k) - \mathbf{y}_r(k)$ é o erro de seguimento de cada saída e os polinômios $\mathbf{P}(q^{-1})$ e $\mathbf{T}(q^{-1})$ satisfazem

$$\mathbf{P}(q^{-1}) = \mathbf{P}_o + \mathbf{P}_1q^{-1} + \mathbf{P}_2q^{-2} + \dots + \mathbf{P}_{np}q^{-np} \quad (2.16a)$$

$$\mathbf{T}(q^{-1}) = \mathbf{T}_o + \mathbf{T}_1q^{-1} + \mathbf{T}_2q^{-2} + \dots + \mathbf{T}_{nt}q^{-nt} \quad (2.16b)$$

A entrada de controle para satisfazer (2.15) é dada por

$$\mathbf{R}(q^{-1})\Delta\mathbf{u}(k) = \mathbf{T}(q^{-1})\mathbf{z}_r(k+d) - \mathbf{S}(q^{-1})\mathbf{y}(k) \quad (2.17)$$

onde

$$\mathbf{S}(q^{-1}) = \mathbf{S}_o + \mathbf{S}_1q^{-1} + \dots + \mathbf{S}_{na}q^{-(na)}$$

é a solução da equação polinomial

$$\mathbf{T}(q^{-1})\boldsymbol{\xi}(q) = \mathbf{E}(q^{-1})\mathbf{A}(q^{-1})\Delta + \mathbf{S}(q^{-1}) \quad (2.18)$$

e

$$\mathbf{R}(q^{-1}) = \mathbf{R}_o + \mathbf{R}_1q^{-1} + \dots + \mathbf{R}_{nb+d}q^{-(nb+d)}$$

é calculado por

$$\mathbf{R}(q^{-1}) = q^{-1}\mathbf{E}(q, q^{-1})\mathbf{B}(q^{-1}) + \mathbf{P}(q^{-1}) \quad (2.19)$$

onde $\mathbf{E}(q^{-1})$ é uma matriz polinomial dada por

$$\mathbf{E}(q, q^{-1}) = \sum_{i=1}^d \mathbf{E}_i q^i$$

A lei de controle (2.17) garante a convergência do erro de seguimento para zero quando as seguintes condições são satisfeitas:

- *Condição a)* A matriz polinomial $\mathbf{P}(q^{-1})$ é definida por

$$\mathbf{P}(q^{-1}) = \text{diag}(p^{(1)}(q^{-1}), \dots, p^{(n)}(q^{-1})) \quad (2.20)$$

com

$$p^{(i)}(q^{-1}) = p_0^{(i)} + p_1^{(i)} q^{-1} + \dots + p_{np}^{(i)} q^{-np}$$

e a matriz $\mathbf{B}(q^{-1})$ é tal que $\mathbf{B}(q^{-1})\mathbf{P}(q^{-1}) = \mathbf{P}(q^{-1})\mathbf{B}(q^{-1})$ para $i = 1 \dots n$. A matriz do sistema em malha fechada é dada por

$$\begin{aligned} [q^{-1}\mathbf{B}(q^{-1})\mathbf{T}(q^{-1})\boldsymbol{\xi}(q) + \mathbf{P}(q^{-1})\mathbf{A}(q^{-1})\boldsymbol{\Delta}] \mathbf{y}(k) = \\ q^{-1}\mathbf{B}(q^{-1})\mathbf{T}(q^{-1})\boldsymbol{\xi}(q) \mathbf{y}_r(k) \end{aligned}$$

- *Condição b)*

$$\mathbf{C}(q^{-1}) = q^{-1}\mathbf{B}(q^{-1})\mathbf{T}(q^{-1})\boldsymbol{\xi}(q) + \mathbf{P}(q^{-1})\mathbf{A}(q^{-1})\boldsymbol{\Delta}$$

com $\mathbf{C}(q^{-1})$ um polinômio de Schur escolhido e $(\mathbf{P}(q^{-1}), \mathbf{T}(q^{-1}))$, $(\mathbf{A}(q^{-1}), \mathbf{T}(q^{-1}))$, $(\mathbf{B}(q^{-1}), \mathbf{P}(q^{-1}))$ não contém zeros em comum fora do círculo unitário.

Com o determinante de $C(q^{-1})$ dado por

$$W(q^{-1}) = w_0 + w_1 q^{-1} + \dots + w_n q^{-n}$$

A estabilidade pode ser avaliada pelo uso do critério de JURY [46] e, para um sistema estável, a seguinte condição deve ser assegurada:

$$|w_0| > \sum_{i=1}^n |w_i| \quad (2.21)$$

De forma alternativa, se $\|D\|_\infty < 1$ é assegurado, todas as raízes de $W(q^{-1})$ estão no interior do círculo unitário [43], onde $D = [w_0 \ w_1 \ \dots \ w_n]$.

O desempenho da lei de controle, Eq. (2.17) pode ser melhorado pela adição de uma entrada auxiliar, obtida conectando-se ao controle GMV um termo baseado no VSC [20, 25]. O algoritmo de controle baseia-se no seguinte teorema:

Teorema 2.2: *Dado um sistema S da forma (2.13), a seguinte lei de controle incremental*

$$\mathbf{R}(q^{-1})\Delta\mathbf{u}(k) = \mathbf{T}(q^{-1})\mathbf{z}_r(k) - \mathbf{S}(q^{-1})\mathbf{y}(k) + \mathbf{s}(k) + \boldsymbol{\nu}(k) \quad (2.22)$$

garante o alcance de uma superfície estável de deslizamento sobre o hiperplano $\mathbf{s}(k+d) = 0$, se $\boldsymbol{\nu}(k)$ é selecionado como ($i = 1 \dots n$)

$$\nu^{(i)}(k) = \begin{cases} -2\sigma^{(i)}\varepsilon^{(i)} / s^{(i)}(k) & \text{se } |s^{(i)}(k)| \geq \sqrt{\varepsilon^{(i)}} \\ -2\sigma^{(i)}s^{(i)}(k) & \text{se } |s^{(i)}(k)| < \sqrt{\varepsilon^{(i)}} \end{cases} \quad (2.23)$$

onde $\varepsilon^{(i)}$ e $\sigma^{(i)}$ são escalares positivos, $0 < \sigma^{(i)} < 1$.

Prova: *A inserção da lei de controle definida pela Eq. (2.22) na expressão de $\mathbf{s}(k+d)$ fornece $\mathbf{s}(k+d) = \mathbf{s}(k) + \boldsymbol{\nu}(k)$. Definindo $\Delta\mathbf{s}(k+d)$ como*

$\Delta \mathbf{s}(k+d) = \mathbf{s}(k+d) - \mathbf{s}(k)$, a condição de existência do modo deslizante, estendida de [24, 25], pode ser fixada como

$$\mathbf{s}(k)\Delta \mathbf{s}(k+d) < -\frac{1}{2}(\Delta \mathbf{s}(k+d))^T(\Delta \mathbf{s}(k+d)). \quad (2.24)$$

uma vez que $\Delta \mathbf{s}(k+d) = \mathbf{v}(k)$ a equação (2.24) pode ser rescrita como

$$\sum_{i=1}^n s^{(i)}(k)\nu^{(i)}(k) < -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^n (\nu^{(i)}(k))^2 \quad (2.25)$$

A equação (2.25) pode ser satisfeita pelo cumprimento de n inequações $s^{(i)}(k)\nu^{(i)}(k) < -\frac{1}{2}(\nu^{(i)}(k))^2$.

Considere o caso onde $|s^{(i)}(k)| \geq \sqrt{\varepsilon^{(i)}}$, então

$$s^{(i)}(k)\nu^{(i)}(k) < -2(\sigma^{(i)})^2\varepsilon^{(i)} \leq -\frac{1}{2}(\nu^{(i)}(k))^2$$

Quando $|s^{(i)}(k)| < \sqrt{\varepsilon^{(i)}}$ tem-se

$$s^{(i)}(k)\nu^{(i)}(k) < -2(\sigma^{(i)})^2(s^{(i)}(k))^2 = -\frac{1}{2}(\nu^{(i)}(k))^2$$

Δ

Observação 2.2: A seleção dos parâmetros $\sigma^{(i)}$ e $\varepsilon^{(i)}$ afeta a duração e a precisão do transitório inicial dos controles e das saídas. Assim, devem ser selecionados de acordo com a “melhor” relação entre o esforço de controle inicial aceitável e uma satisfatória duração do transitório.

2.4.2 Equivalência do projeto VSC multivariável

O projeto multivariável proposto por CORRADINI *et al.* [17] considera a representação do sistema dada pelas equações (2.12)-(2.14). Este projeto é uma extensão multivariável da proposta monovariável feita em [20] e comentado na seção 2.3. Neste caso, o termo não-linear é o definido pelo teorema 2.2. Neste trabalho explora-se o projeto do GMV através da alocação dos pólos de malha fechada. A tabela 2.6 apresenta as principais diferenças entre o projeto proposto por Corradini e a proposta incremental. Para maior simplicidade a dependência de q^{-1} dos polinômios é omitida.

Tabela 2.6 – Equivalência de projeto do VSC/GMV MIMO.

MIMO Incremental	MIMO Corradini
$s(k+d) = \mathbf{T}\xi(q)\mathbf{e}(k+d) + \mathbf{P}\Delta\mathbf{u}(k)$	$\mathbf{s}(k+d) = \mathbf{H}\mathbf{e}(k+d) + \mathbf{P}\mathbf{u}(k)$
$\mathbf{T}\xi(q) = \mathbf{E}(q, q^{-1})\mathbf{A}\Delta + \mathbf{S}$	$\mathbf{H} = \mathbf{E}\mathbf{A} + q^{-d}\mathbf{F}$
$\mathbf{R}\Delta\mathbf{u}(k) = [\mathbf{Tz}_r(k+d) - \mathbf{S}\mathbf{y}(k)]$	$\mathbf{G}\mathbf{u}(k) = [\mathbf{H}\mathbf{y}_r(k+d) - \mathbf{F}\mathbf{y}(k)]$
$\mathbf{y}(k) = \frac{q^{-1}\mathbf{B}\mathbf{T}\xi(q)}{\mathbf{P}\mathbf{A}\Delta + q^{-1}\mathbf{B}\mathbf{T}\xi(q)}\mathbf{y}_r(k)$	$\mathbf{y}(k) = \frac{\mathbf{B}\mathbf{H}}{\mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{B}\mathbf{H}}\mathbf{y}_r(k)$

No projeto de CORRADINI *et al.* [17] o polinômio $P(1)$ deve ser igual a zero de forma a garantir erro nulo em regime, ou seja, o seguimento da referência. No projeto proposto esta condição é satisfeita pela estrutura incremental do controlador.

2.4.3 Resultados de simulação e prático

Nesta seção são apresentados resultados de simulação obtidos a partir da implementação do controlador proposto em 2.4.1. Os resultados são comparados com um controlador PID multivariável e com um controlador GMV+VSC multivariável proposto recentemente na literatura [17]. Os processos multivariáveis utilizados são descritos no apêndice A.

1. Processo simulado: Modelo discreto multivariável de segunda ordem

O processo selecionado apresenta acoplamento entre as malhas de controle uma vez que a matriz interactor é não-diagonal. Este processo é utilizado para comparar o desempenho dinâmico entre o controlador MIMO VSC/GMV projetado utilizando-se a matriz interactor e o proposto por CORRADINI *et al.* [17].

Os parâmetros de projeto são

$$\mathbf{P}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} 0.27 & 0 \\ 0 & 0.27 \end{bmatrix} (1 - q^{-1})$$

e

$$\mathbf{T}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & -2.2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & -0.7 \end{bmatrix} q^{-1}$$

e sendo escolhidos de forma a satisfazer a condições de projeto. Para o VSC tem-se $\sigma = [0.2 \ 0.2]^T$ e $\varepsilon = [30 \ 30]^T$.

As figuras 2.17, 2.18 e 2.19 mostram as saídas do processo, os erros de rastreamento e os sinais de controle, respectivamente. A seguinte notação é utilizada, nas figuras, para representas os controladores utilizados:

- VSC_C: Controlador propostos por CORRADINI *et al.* [17], linha tracejada;
- VSC_ξ: Controlador definido na equação (2.22), linha continua.

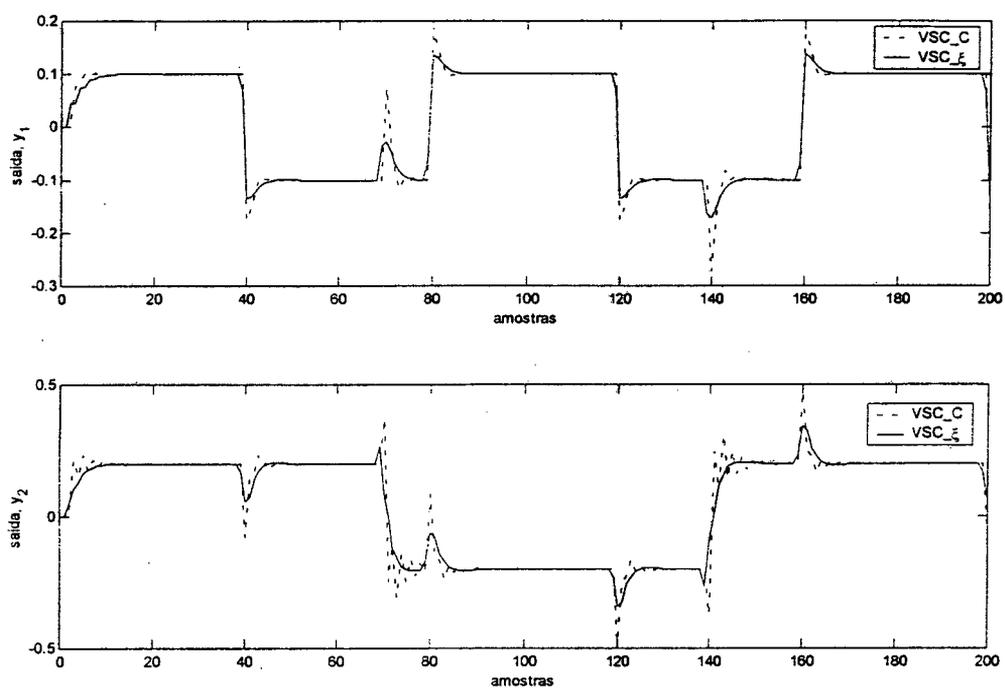


Figura 2.17 – Saídas do processo.

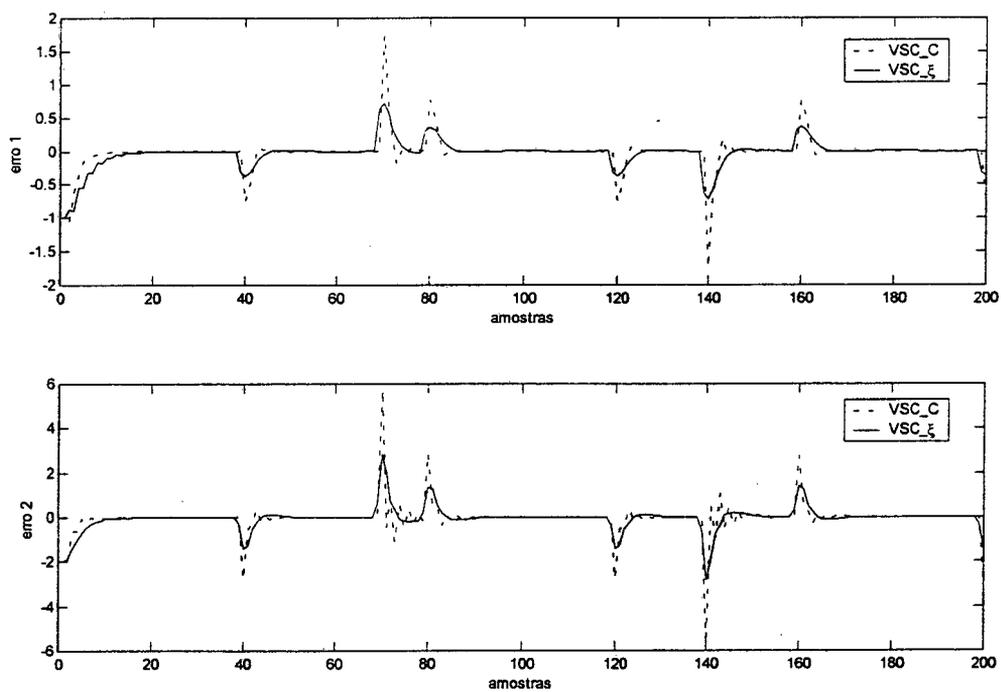


Figura 2.18 – Erros de rastreamento.

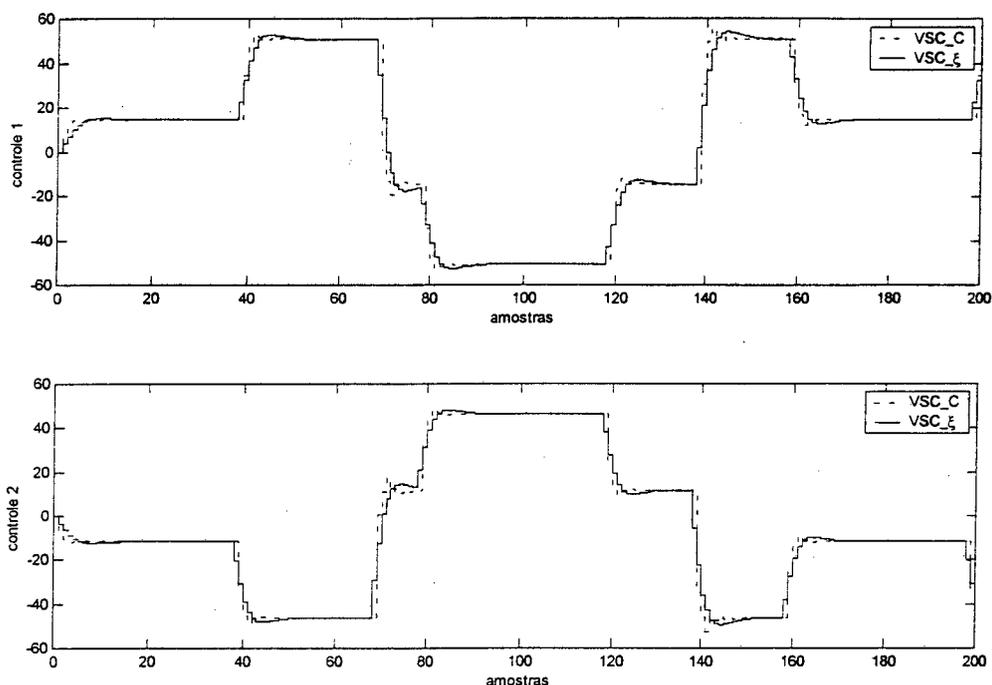


Figura 2.19 – Sinais de Controle.

A tabela 2.7 apresenta os valores numéricos dos índices de desempenho para o sistema.

Tabela 2.7 – Desempenho do sistema.

Controlador	Saída 1		Saída 2	
	J_u	J_e	J_u	J_e
VSC_Corr	39.2418	0.072	40.1065	0.5918
VSC_ξ	16.7098	0.045	15.0143	0.2892

A partir dos resultados e dos índices apresentados na tabela 2.7 observa-se que o controlador VSC baseado na matriz interactor apresenta melhor desempenho que o controlador proposto por CORRADINI *et al.* [17].

Observando a tabela 2.8 é possível verificar que ambas as saídas têm comportamento estável para $1.5 < p_o < 0.3$. Particularmente, pelo uso do VSC/GMV MIMO incremental projetado com a matriz interactor, o acoplamento entre as saídas desaparece e o erro em

regime tende a zero para $p_o < 0.3$. Entretanto, o VSC/GMV MIMO projetado sem a matriz interactor, pode resultar em seguimento inadequado ou em sistema instável, sob esta seleção de p_o .

Tabela 2.8 – Dinâmica de Malha Fechada para diferentes p_o .

$\Delta P(q^{-1}) = p_o(1 - q^{-1})I_2$	Estabilidade baseada na Eq. (2.21) é assegurada?	
	VSC_C	VSC_ξ
0.01	Não	Sim
0.1	Não	Sim
0.2	Não	Sim
0.3	Sim	Sim
0.5	Sim	Sim
1	Sim	Sim

2. Processo simulado: Coluna de Wood e Berry

Todas as características e o tipo de ensaio que é realizado na coluna de Wood e Berry são apresentadas no apêndice A.

A escolha dos seguintes parâmetros

$$\mathbf{P}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & 0.001 \end{bmatrix} (1 - q^{-1})$$

e

$$\mathbf{T}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & -2.2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} q^{-1}$$

é feita de forma a satisfazer as condições de projeto, e para o VSC tem-se $\sigma = [0.5 \ 0.5]^T$ e $\varepsilon = [50 \ 40]^T$.

O controlador proposto é comparado com um controle PI analógico com característica interessante de robustez e integridade, conforme proposto por LUYBEN [38], e vem sendo utilizado na literatura para se avaliar o desempenho de diferentes controladores MIMO. O controlador discreto conforme descrito em LUYBEN [37], é

$$\begin{bmatrix} \frac{0.4 - 0.35q^{-1}}{1 - q^{-1}} & 0 \\ 0 & \frac{-0.077 + 0.073q^{-1}}{1 - q^{-1}} \end{bmatrix}$$

As figuras 2.20, 2.21 e 2.22 mostram as saídas do processo, os erros de rastreamento e os sinais de controle, respectivamente.

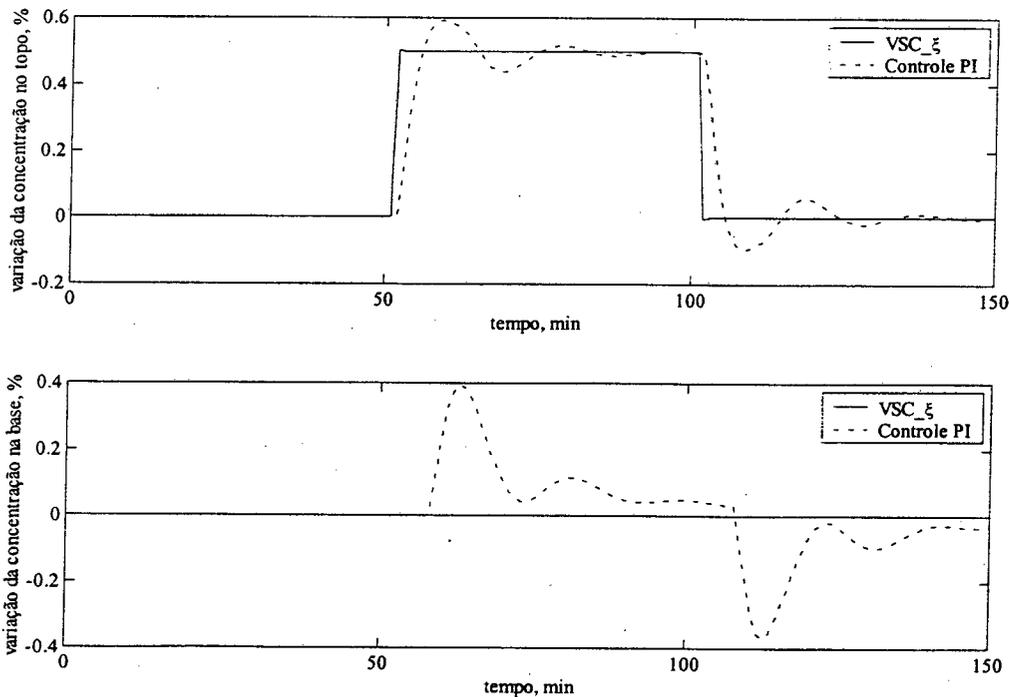


Figura 2.20 – Saídas do processo.

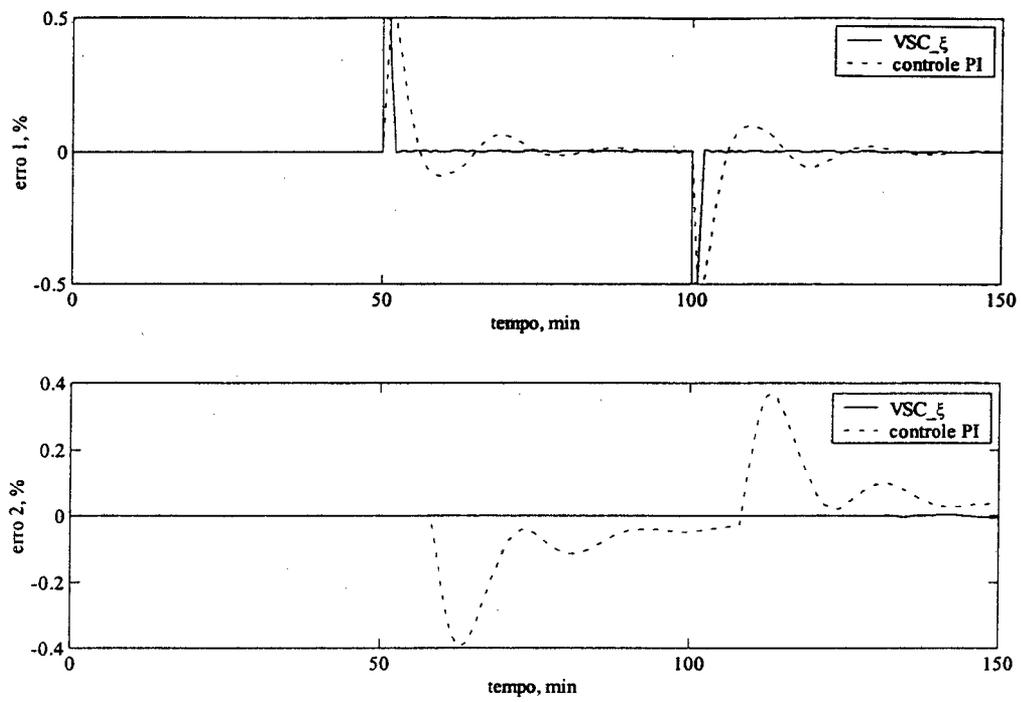


Figura 2.21 – Erros de rastreamento.

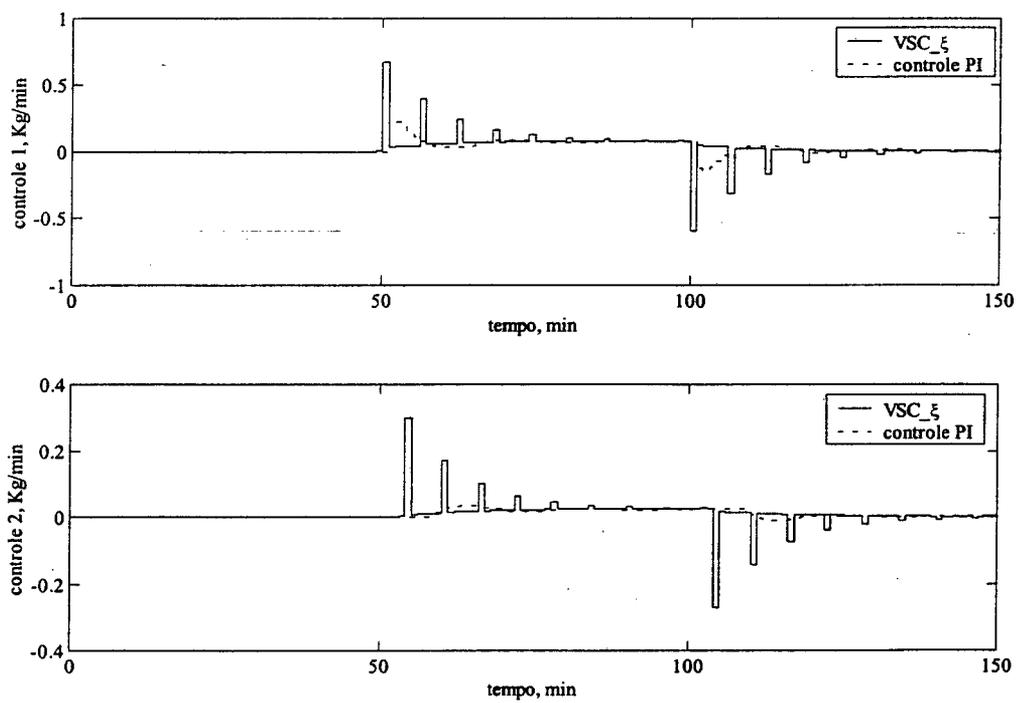


Figura 2.22 – Sinais de controle.

A tabela 2.8 apresenta os valores numéricos dos índices de desempenho para o sistema.

Tabela 2.8 – Desempenho do sistema.

Controlador	Saída 1		Saída 2	
	J_u	J_e	J_u	J_e
VSC_ξ	0.0157	0.0033	0.0032	8.55e-7
PI	6.33e-4	0.0097	4.372e-6	0.0134

De acordo com a tabela 2.8 observa-se que o controlador PI apresenta melhor desempenho de controle. Na figura 2.22 observa-se que, de fato, o controlador PI apresenta menor magnitude de controle, entretanto insuficiente para garantir o seguimento da referência.

Para a coluna de Wood e Berry observa-se que, apesar do índice de desempenho do controle PI ser menor que o VSC_ξ, o índice para o erro é maior, resultando em uma dinâmica oscilatória (forte acoplamento). Os resultados de simulação ilustram que o controlador VSC/GMV incremental discreto, baseado na matriz *interactor*, reduz significativamente o acoplamento entre as malhas de controle.

2.5 Conclusão

Neste capítulo apresentaram-se duas propostas de projeto para o controlador VSC via projeto GMV incremental, uma monovariável e outra multivariável.

O controlador VSC monovariável via GMV incremental permite que sejam evitadas certas condições de implementação inerentes às metodologias propostas na literatura como, por exemplo, o uso da técnica de alocação de pólos, além de proporcionar a melhor relação de controle e seguimento de trajetória.

O controlador VSC multivariável via GMV incremental possibilita, ao contrário de outras propostas da literatura, o tratamento do acoplamento dinâmico entre as malhas de controle, uma vez que a matriz *interactor* é considerada no projeto do controlador.

Os resultados de simulação e prático mostraram o melhor desempenho dos controladores propostos neste capítulo frente as mais comuns complexidades que pode estar presentes na planta. No caso monovariável o controlador proposto não apresentou erro de seguimento quando avaliado em modelos simulados ou com o processo prático, ao contrário dos controladores utilizados como comparativo.

No caso do modelo com incerteza aditiva o controlador proposto apresentou um desempenho similar ao controlador de Corradini ao aplicar o modelo 1. Porém, ao se utilizar o modelo 2, o controlador proposto apresentou-se lento, mas convergindo para a referência, o que não acontece com o controlador de Corradini, que apresenta erro de seguimento.

Capítulo 3

VSC VIA PROJETO GPC

3.1 Introdução

O controlador preditivo generalizado é uma extensão do controlador de variância mínima, cuja lei de controle, resultado da minimização do erro de seguimento de previsão sobre um horizonte de tempo finito, apresenta desempenho mais robusto que os controladores discretos convencionais e trata processos com atrasos variantes ou dinâmicas não-modeladas, de fase não-mínima e sistemas instáveis em malha aberta. [34].

Assim, a combinação do GPC com o VSC tem como objetivos: (i) melhorar a resposta em malha fechada; (ii) reduzir a magnitude do sinal de controle durante o transitório; (iii) possibilitar ao projetista um ajuste fino do transitório, através da utilização de um termo de ajuste associado à parte não-linear do controle.

Neste capítulo são discutidas duas estruturas de controle preditivo generalizado, a primeira desenvolvida por CLARKE [2, 8, 9] e a segunda derivada por WELLSTEAD *et al.* [56]. A seguir, apresenta-se a associação das estruturas GPC com o projeto VSC. Por fim, apresentam-se resultados de simulação e conclusões.

3.2 GPC de Clarke

Para o projeto do controle preditivo generalizado admite-se o processo representado por modelo discreto da forma

$$A(q^{-1})\Delta y(k) = q^{-1}B(q^{-1})\Delta u(k) + \phi(k) \quad (3.1)$$

onde $u(k)$ é sinal de controle, $y(k)$ é a variável mensurável e $\phi(k)$ é uma seqüência ruído branco com média nula. O operador Δ garante ação integral no controlador de modo a cancelar o efeito da perturbação e garantir erro em regime nulo.

Os polinômios $A(q^{-1})$ e $B(q^{-1})$ são assumidos conhecidos a priori e estão representados na forma

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_nq^{-n} \\ B(q^{-1}) &= b_0 + b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_mq^{-m} \end{aligned}$$

A lei de controle minimiza a seguinte função custo:

$$J(u, k) = \left\{ \sum_{j=N_1}^{N_2} [y(k+j) - y_r(k+j)]^2 + \beta \sum_{j=1}^{N_u} [\Delta u(k+j-1)]^2 \right\} \quad (3.2)$$

sujeita a:

$$\Delta u(k+j) = 0 \quad \text{para} \quad j = N_u, \dots, N_2$$

onde N_1 é o horizonte mínimo de previsão, N_2 é o horizonte máximo de previsão, N_u é o horizonte de controle e β é a seqüência de ponderação da ação de controle. Por questão de simplicidade o termo (q^{-1}) é omitido no desenvolvimento do GPC.

Para resolver o problema da minimização da equação (3.2), deve-se fazer a previsão da saída j passos a frente, $y(k+j)$ para $j = N_1, \dots, N_2$, baseada nas informações conhecidas no instante k e nos valores futuros do controle incremental. Esta previsão envolve o uso da seguinte equação:

$$1 = E_j A \Delta + q^{-j} F_j \quad (3.3)$$

onde os polinômios E_j e F_j são definidos a partir do conhecimento de A e do horizonte de previsão j .

Utilizando-se as equações (3.1) e (3.3) obtém-se

$$y(k+j) = F_j y(k) + E_j B \Delta u(k+j-1) + E_j \xi(k+j) \quad (3.4)$$

O último termo da equação (3.4) contém informação que é independente dos sinais mensuráveis em k . Logo, a previsão de $y(k+j)$, que emprega medidas conhecidas em k é

$$\hat{y}(k+j) = F_j y(k) + E_j B \Delta u(k+j-1) \quad (3.5)$$

Na equação (3.5) o sinal $\hat{y}(k+j)$ é função dos valores dos sinais conhecidos em k e também das entradas de controle futuras que devem ser calculadas. Então, utiliza-se uma segunda identidade polinomial para separar os valores passados e futuros do controle, isto é,

$$E_j(q^{-1})B(q^{-1}) = G_j(q^{-1}) + q^{-j}\Gamma_j(q^{-1}) \quad (3.6)$$

que produz a seguinte expressão de previsão

$$\hat{y}(k+j) = F_j y(k) + G_j \Delta u(k+j-1) + \Gamma_j \Delta u(k-1) \quad (3.7)$$

ou, equivalentemente,

$$\hat{y}(k+j) = G_j \Delta u(k+j-1) + \hat{y}(k+j/k) \quad (3.8)$$

onde

$$\hat{y}(k + j/k) = \Gamma_j \Delta u(k-1) + F_j y(k) \quad (3.9)$$

é a previsão da resposta livre de $y(k + j)$, assumindo que os controles incrementais futuros depois de $(k - 1)$ são nulos.

Manipulando-se as equações (3.3) e (3.6) obtém-se

$$B(A\Delta)^{-1} = G_j + q^{-j}\Gamma_j + q^{-j}BF_j(A\Delta)^{-1} \quad (3.10)$$

Seja o vetor \mathbf{f} composto pelas previsões da resposta livre, isto é,

$$\mathbf{f} = \left[\hat{y}(k + 1/k), \hat{y}(k + 2/k), \dots, \hat{y}(k + N_2/k) \right]^T \quad (3.11)$$

onde obtém-se as previsões de $\hat{y}(k + l)$, para $l = 1, \dots, N_2$, assumindo que $u(k + l) = 0$ para $l = 1, \dots, N_2 - 1$.

Definindo o vetor de controle incremental futuro, $\hat{\mathbf{u}}$ por

$$\hat{\mathbf{u}} = \left[\Delta u(k), \Delta u(k + 1), \dots, \Delta u(k + N_u - 1) \right]^T \quad (3.12)$$

onde $\Delta u(k + j) = 0$ para $j \geq N_u$ e o vetor de saídas preditas da planta controlada

$$\hat{\mathbf{y}} = \left[\hat{y}(k + 1), \hat{y}(k + 2), \dots, \hat{y}(k + N_2) \right]^T \quad (3.13)$$

pode-se rescrever a equação (3.8) de acordo com

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\hat{\mathbf{u}} + \mathbf{f} \quad (3.14)$$

onde a matriz G é composta dos parâmetros da resposta impulsiva, g_i , do modelo da planta.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_1 & g_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N_u-1} & g_{N_u-2} & \cdots & g_0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ g_{N_2-1} & g_{N_2-2} & \cdots & g_{N_2-N_u} \end{bmatrix}$$

A matriz G é triangular inferior, de dimensão $(N_2 \times N_u)$, leva em conta a suposição sobre $\Delta u(k+j) = 0$ para $j \geq N_u$ e considera N_1 igual a 1. O efeito de alterar o valor de N_1 é apagar as linhas superiores da matriz \mathbf{G} . Também, sendo o primeiro parâmetro da resposta impulsiva g_0 , então o atraso de transporte da planta é igual a 1. Se o atraso é maior que 1, as primeiras $d-1$ filas de \mathbf{G} são nulas, mas se N_1 é assumido ser igual a d os primeiros elementos são não-nulos [9].

A minimização de J resulta no seguinte vetor de controle incremental:

$$\hat{\mathbf{u}} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \beta \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{y}_r - \mathbf{f}) \quad (3.15)$$

onde \mathbf{y}_r é o vetor do sinal de referência definido por

$$\mathbf{y}_r = \left[y_r(k+1), y_r(k+2), \dots, y_r(k+N_2) \right]^T \quad (3.16)$$

O primeiro elemento de $\hat{\mathbf{u}}$ é $\Delta u(k)$, e o controle atual, $u(k)$ é calculado por

$$u(k) = u(k-1) + g^T (\mathbf{y}_r - \mathbf{f}) \quad (3.17)$$

onde g^T é a primeira fila de $(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \beta \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T$. A ação de controle apresenta ação integral e proporciona erro em regime nulo para a referência constante, $y_r(k+i) = y_r$.

A equação (3.15) produz um controle incremental futuro de k até $(k + N_u - 1)$ como uma estratégia em malha aberta baseada na informação disponível no instante k . O mecanismo utilizado para fechar a malha é forçar um controle realimentado no GPC para implementar somente o primeiro elemento de $\hat{\mathbf{u}}$, isto é, $\Delta u(k)$, e então recalculer a solução do problema de controle ótimo para o próximo passo utilizando as medidas disponíveis em $(k+1)$ na especificação de \mathbf{f} . Este procedimento é denominado como “*Receding Horizon Control*” [2].

De modo a auxiliar a análise e o projeto do sistema é possível obter a versão RST do controlador. Assim, definindo g^T como:

$$g^T = (\alpha_1, \alpha_1, \dots, \alpha_2) = (1, 0, \dots, 0)(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \beta \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T \quad (3.18)$$

é possível calcular a primeira componente da equação (3.15), isto é,

$$\Delta u(k) = -\sum_{i=1}^{N_2} \alpha_i \Gamma_i \Delta u(k-1) - \sum_{i=1}^{N_2} \alpha_i F_i y(k) + \sum_{i=1}^{N_2} \alpha_i y_r(k+i) \quad (3.19)$$

o que conduz a seguinte representação para o controlador:

$$\mathcal{R} \Delta u(k) = \mathcal{T}_1 y_r(k + N_2) - \mathcal{S} y(k) \quad (3.20)$$

onde

$$\mathcal{R} = 1 + \sum_{i=1}^{N_2} \alpha_i \Gamma_i q^{-1}$$

$$\mathcal{T}_1 = \sum_{i=1}^{N_2} \alpha_i q^{-N_2+i}$$

$$S = \sum_{i=1}^{N_2} \alpha_i F_i$$

A equação de malha fechada pode ser obtida através da combinação do modelo da planta (3.1) com a equação do controlador (3.20). Isto resulta na seguinte equação:

$$(A\Delta\mathcal{R} + BSq^{-1})y(k) = BT_1y_r(k + N_2 - 1) + \mathcal{R}\phi(k) \quad (3.21)$$

Usando as definições de \mathcal{R} , S e T_1 e após alguns cálculos, pode-se mostrar que

$$\begin{aligned} A\Delta\mathcal{R} + BSq^{-1} &= A\Delta + \sum_{i=1}^{N_2} \alpha_i (A\Delta\Gamma_i + BF_i)q^{-1} \\ &= \left[A\Delta + \sum_{i=1}^{N_2} \alpha_i (B - A\Delta G_i)q^{i-1} \right] \\ &= A_c \end{aligned} \quad (3.22)$$

Então, a função de transferência determinística em malha fechada é

$$y(k) = \frac{BT_1}{A_c} y_r(k + N_2 - 1) \quad (3.23)$$

A estabilidade e o desempenho do sistema em malha fechada são governadas pelas raízes do polinômio A_c , que são afetadas pelas diferentes escolhas dos parâmetros de projeto N_1 , N_2 , N_u e β .

Note que $A_c(1) = \sum_{i=1}^{N_2} \alpha_i B(1)$ e $(BT_1)(1) = \sum_{i=1}^{N_2} \alpha_i B(1)$ assim o ganho estático da função transferência de malha fechada é sempre unitário.

Aliado ao fato da estrutura RST possibilitar, por exemplo, o tratamento de incertezas aditivas, a literatura mostra resultados de estabilidade associados à seleção dos horizontes

de saída e de controle e a ponderação λ . A tabela 3.1 apresenta condições de sintonia que conduzem à instabilidade no processo em malha fechada.

Tabela 3.1 – Condições de Instabilidade em malha fechada.

Processo	Característica de Malha Fechada	Horizontes do GPC	Ponderação de Controle
Instável em malha aberta	$A(q^{-1})$	$N_1 = 1$	$\beta = 0$
		$N_2 \rightarrow \infty$	
		$N_u = 1$	
Fase não-mínima	$B(q^{-1})$	$N_1 = 1$	$\beta = 0$
		$N_2 = N_u$	
		$N_u = \text{qualquer}$	

3.3 GPC de Wellstead e Zarrop

Para o projeto do controle preditivo generalizado admite-se o processo representado pelo modelo discreto da Eq. (3.1), onde $\phi(k) = 0$.

Para formalizar o objetivo de controle define-se a seguinte quantidade

$$s(k+j) = C(q^{-1})e(k+j) + R(q^{-1})\Delta u(k-1) \quad (3.24)$$

onde $e(k) = y(k) - y_r(k)$ é o erro de seguimento, $C(q^{-1})$ e $R(q^{-1})$ são polinômios de grau nc e nr dados por

$$\begin{aligned} C(q^{-1}) &= c_0 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2} + \dots + c_{nc}q^{-nc} \\ R(q^{-1}) &= r_0 + r_1q^{-1} + r_2q^{-2} + \dots + r_{nr}q^{-nr} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Definindo as seguintes relações polinomiais:

$$1 = E_j(q^{-1})A(q^{-1})\Delta + q^{-j}F_j(q^{-1}) \quad (3.26)$$

$$E_j(q^{-1})B(q^{-1}) = G_j(q^{-1}) + q^{-j}\Gamma_j(q^{-1}) \quad (3.27)$$

e após manipulações envolvendo as equações (3.1) e (3.24), obtém-se

$$s(k+j) = C(q^{-1})[F_j(q^{-1})y(k) + G_j(q^{-1})\Delta u(k+j-1) + \Gamma_j(q^{-1})\Delta u(k-1)] - C(q^{-1})y_r(k+j) + R(q^{-1})\Delta u(k-1) \quad (3.28)$$

onde:

$$\mathbf{y} = [y(k+1), \dots, y(k+N)]^T$$

$$\mathbf{u} = [\Delta u(k), \dots, \Delta u(k+N-1)]^T$$

$$\mathbf{s} = [s(k+1), \dots, s(k+N)]^T$$

$$\mathbf{y}_r = [y_r(k+1), \dots, y_r(k+N)]^T$$

$$\hat{u}(k) = C(q^{-1})u(k)$$

$$\hat{\mathbf{u}} = [\Delta \hat{u}(k), \dots, \Delta \hat{u}(k+N-1)]^T$$

$$\mathbf{F}(q^{-1}) = [F_1(q^{-1}), \dots, F_N(q^{-1})]^T$$

$$\mathbf{R}(q^{-1}) = R(q^{-1})\tilde{I}_{N \times 1}$$

$$\mathbf{\Gamma}(q^{-1}) = [\Gamma_1(q^{-1}), \dots, \Gamma_N(q^{-1})]^T$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ g_1 & g_0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ g_{N-1} & g_{N-2} & g_{N-3} & \dots & g_0 \end{bmatrix}$$

Considerando $j=1, \dots, N$, com $N = N_u = N_2$, pode-se escrever a equação (3.28)

da seguinte forma:

$$\mathbf{s} = C(q^{-1})\mathbf{F}(q^{-1})y(k) + \mathbf{G}\hat{\mathbf{u}} + [C(q^{-1})\mathbf{\Gamma}(q^{-1}) + \mathbf{R}(q^{-1})]\Delta u(k-1) - C(q^{-1})\mathbf{y}_r \quad (3.29)$$

A lei de controle minimiza a seguinte função custo:

$$J(u, k) = \sum_{j=1}^N [s^2(k+j) + \beta \Delta \hat{u}^2(k+j-1)] \quad (3.30)$$

que pode ser rescrita como

$$\mathbf{J} = \mathbf{s}^T \mathbf{s} + \hat{\mathbf{u}}^T \lambda \hat{\mathbf{u}} \quad (3.31)$$

A minimização do objetivo de controle (3.31) com relação a $\hat{\mathbf{u}}$ resulta em

$$\hat{\mathbf{u}} = -\mathbf{M} [C(q^{-1})\mathbf{F}(q^{-1})y(k) + [C(q^{-1})\mathbf{\Gamma}(q^{-1}) + \mathbf{R}(q^{-1})]\Delta u(k-1) - C(q^{-1})\mathbf{y}_r] \quad (3.32)$$

onde

$$\mathbf{M} = [\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \beta \mathbf{I}_N] \mathbf{G}^T$$

O primeiro elemento de $\hat{\mathbf{u}}$ é $\Delta \hat{u}(k)$ o que fornece a lei de controle GPC desejada.

Então, a Eq. (3.32) pode ser rescrita como

$$\Delta \hat{u}(k) = -\mathbf{m}_1 [C(q^{-1})\mathbf{F}(q^{-1})y(k) + [C(q^{-1})\mathbf{\Gamma}(q^{-1}) + \mathbf{R}(q^{-1})]\Delta u(k-1) - C(q^{-1})\mathbf{y}_r] \quad (3.33)$$

onde \mathbf{m}_1 é definido como

$$\mathbf{m}_1 = (\alpha_1, \alpha_1, \dots, \alpha_2) = (1, 0, \dots, 0)(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}_N)^{-1} \mathbf{G}^T \quad (3.34)$$

Utilizando-se as Eqs. (3.32) e (3.34) e definindo-se

$$\mathbf{y}_r = \mathbf{q}y_r(k+N)$$

onde

$$\mathbf{q} = \sum_{j=1}^N q^{-N+j}$$

é possível rescrever a equação (3.33) como

$$\mathcal{R}(q^{-1})\Delta u(k) = \mathcal{T}_1(q^{-1})y_r(k+N) - \mathcal{S}(q^{-1})y(k) \quad (3.35)$$

onde

$$\mathcal{R}(q^{-1}) = C(q^{-1}) + \mathbf{m}_1 [C(q^{-1})\mathbf{\Gamma}(q^{-1}) + \mathbf{R}(q^{-1})]q^{-1} \quad (3.36a)$$

$$\mathcal{S}(q^{-1}) = \mathbf{m}_1 C(q^{-1})\mathbf{F}(q^{-1}) \quad (3.36b)$$

$$\mathcal{T}_1(q^{-1}) = \mathbf{m}_1 C(q^{-1})\mathbf{q} \quad (3.36c)$$

A equação de malha fechada pode ser obtida através da combinação do modelo da planta (3.1) com a equação do controlador (3.35). Isto resulta na seguinte equação:

$$[\mathcal{R}(q^{-1})A(q^{-1})\Delta + q^{-1}B(q^{-1})\mathcal{S}(q^{-1})]y(k) = B(q^{-1})\mathcal{T}_1(q^{-1})y_r(k+N-1) \quad (3.37)$$

Os polinômios $C(q^{-1})$ e $R(q^{-1})$ devem ser selecionados de forma a garantir a alocação desejada dos pólos de malha fechada e para eliminar o erro de seguimento (regime), [56]. Seja $W(q^{-1})$ o polinômio característico desejado. Então, para impor um comportamento desejado em malha fechada os polinômios $C(q^{-1})$ e $R(q^{-1})$ devem ser encontrados de forma a satisfazer a seguinte identidade polinomial:

$$\mathcal{R}(q^{-1})A(q^{-1})\Delta + q^{-1}B(q^{-1})\mathcal{S}(q^{-1}) = W(q^{-1}) \quad (3.38)$$

A solução de (3.38) é encontrada se o número de equações de (3.38) é igual ao número de incógnitas. Isto ocorre se

$$\begin{aligned}nc &= na + 1 \\nr &= nc + nb - 1\end{aligned}$$

Da equação (3.36) pode-se observar que se $q = 1$ tem-se

$$y(t) = \frac{T_1(1)}{S(1)} y_r(k+1)$$

Logo, para obter-se seguimento de referência é necessário que, [53],

$$S(1) = T_1(1) \quad (3.39)$$

Partindo-se das equações (3.34), (3.36b) e (3.36c) obtém-se

$$S(q^{-1}) = C(q^{-1}) \sum_{j=1}^N \alpha_j F_j(q^{-1}) \quad (3.40a)$$

$$T_1(q^{-1}) = C(q^{-1}) \sum_{j=1}^N \alpha_j q^{-(N+j)} \quad (3.40b)$$

Se as expressões (3.40) são avaliadas em $q = 1$ o critério (3.39) é verdadeiro se

$$F_j(1) = 1, \quad j = 1, \dots, N \quad (3.41)$$

A igualdade (3.41) é satisfeita em virtude da equação (3.26) avaliada em $q = 1$.

3.4 Controle a estrutura variável associado ao GPC

O desempenho da lei de controle do GPC pode ser melhorada pela adição de uma entrada auxiliar, obtida conectando-se ao GPC um termo baseado no VSC, [19]. Na

metodologia de CORRADINI *et al.* [19] aplica-se o GPC proposto por Wellstead e Zarrop, [56]. Para fins de comparação de projeto e desempenho desenvolve-se o projeto VSC aplicado ao GPC de CLARKE [2, 8, 9] pela popularidade, desempenho e aplicação prática.

As leis de controle (3.17) e (3.33) satisfazendo (3.20) e (3.35), respectivamente, podem ser interpretadas como controles equivalentes associados com a seguinte superfície de deslizamento:

$$\sigma(k+d) = \mathcal{R}(q^{-1})\Delta u(k) - \mathcal{T}_1(q^{-1})y_r(k+d) + \mathcal{S}(q^{-1})y(k) = 0 \quad (3.42)$$

Definindo-se.

$$\eta = \begin{cases} \prod_{i=1}^{N_s-1} \sigma^2(k-i) & \text{se } N_s > 1 \\ 1 & \text{se } N_s = 1 \end{cases}$$

o algoritmo de controle baseia-se no seguinte teorema.

Teorema 3.1: *Dado um sistema S da forma (3.25), a seguinte lei de controle*

$$\mathcal{R}(q^{-1})\Delta u(k) = \mathcal{T}_1(q^{-1})y_r(k+d) - \mathcal{S}(q^{-1})y(k) + \sigma(k) + v(k) \quad (3.43)$$

garante o alcance de uma superfície estável de deslizamento sobre o hiperplano $\sigma(k+d) = 0$, se $v(k)$ é selecionado como

$$v(k) = \begin{cases} -\frac{\gamma}{\eta\sigma(k)} & \text{se } \prod_{i=0}^{N_s-1} |\sigma(k-i)| \geq \varepsilon \\ -2\sigma(k)\theta & \text{se } \prod_{i=0}^{N_s-1} |\sigma(k-i)| < \varepsilon \end{cases} \quad (3.44)$$

onde $N_s \in \mathbb{Z}^+$, ε , γ e θ são escalares positivos, com $\gamma < 2\varepsilon^2$ e $0 < \theta < 1$.

Prova: A inserção da lei de controle (3.43) na expressão (3.42) para $\sigma(k+1)$ fornece

$$\sigma(k+1) = \sigma(k) + \nu(k) \quad (3.45)$$

Definindo $[\delta\sigma](k+1)$ como $[\delta\sigma](k+1) - \sigma(k)$, a condição de existência do modo deslizando pode ser fixada como proposto por FURUTA [24], isto é,

$$\sigma(k)[\delta\sigma](k+1) < -\frac{1}{2}[\delta\sigma]^2(k+1) \quad (3.46)$$

da Eq. (3.45) segue que $[\delta\sigma](k+1) = \nu(k)$ e a Eq. (3.46) torna-se

$$\sigma(k)\nu(k) < -\frac{1}{2}\nu^2(k) \quad (3.47)$$

Seja o caso onde $\prod_{i=0}^{N_s-1} |\sigma(k-i)| \geq \varepsilon$. Uma vez que

$$\prod_{i=0}^{N_s-1} \sigma^2(k-i) \geq \varepsilon^2 > \frac{1}{2}\gamma, \quad (3.48)$$

tem-se

$$-2\frac{\gamma}{\eta} < -\frac{\gamma}{\prod_{i=0}^{N_s-1} \sigma^2(k-i) \eta} = \frac{\gamma^2}{\sigma^2(k)\eta^2} \quad (3.49)$$

e, assim, a inequação (3.49) corresponde a (3.47) fora do setor.

Quando $\prod_{i=0}^{N_s-1} |\sigma(k-i)| < \varepsilon$ tem-se

$$\sigma(k)\nu(k) = -2\theta\sigma^2(k) < -2\theta^2\sigma^2(k) \quad (3.50)$$

que corresponde a (3.47) dentro do setor.

Δ

O inteiro N_s é o número de amostras atrasadas da variável $\sigma(k)$ considerada na definição do setor. É razoável esperar que o maior N_s é menor que a dinâmica do sistema controlado. O parâmetro γ caracteriza o primeiro termo da lei de controle (3.44), que é voltada a conduzir a variável $\sigma(k)$ para o setor. Pode ser sintonizada ao longo do setor ε para garantir o transitório desejado para o sistema. Finalmente, o coeficiente θ define o esforço da ação de correção exercida pela entrada auxiliar de controle por modo deslizante em relação à ação do GPC dentro do setor (parâmetros selecionados por tentativa e erro).

3.5 Resultados de simulação e prático

Nesta seção são apresentados alguns resultados de simulação e prático obtidos com a implementação dos controladores GPC/VSC visando comparar o desempenho das metodologias de projeto. Os modelos e processo utilizados são descritos no apêndice A.

1. Processo prático: Motor taco-gerador

Os parâmetros para os dois controladores são calculados conforme descrito nas seções 3.2 e 3.3, o que resulta em

Projeto de Clarke
$\mathcal{R}(q^{-1}) = 1 + 0.1241q^{-1}$
$\mathcal{S}(q^{-1}) = 10.9378 - 12.6989q^{-1} + 3.3797q^{-2}$
$\mathcal{T}_1(q^{-1}) = 0.685 + 0.4964q^{-1} + 0.3067q^{-2} + 0.13q^{-3}$

Projeto de Zarrop
$\mathcal{R}(q^{-1}) = 1 - 1.6403q^{-1} + 1.0138q^{-2} - 0.3225q^{-3} + 0.0463q^{-4}$
$S(q^{-1}) = 10.9378 - 26.3331q^{-1} + 22.2367q^{-2} - 7.4687q^{-3} + 0.6342q^{-4} + 0.0802q^{-5}$
$T_1(q^{-1}) = 0.6855 - 0.3581q^{-1} - 0.1223q^{-2} - 0.0987q^{-3} - 0.0654q^{-4} + 0.0433q^{-5} + 0.0031q^{-6}$

Em ambos os projetos os horizontes são selecionados como: $N_1 = 1$, $N_2 = 5$ e $N_u = 1$. A ponderação de controle é escolhida como $\lambda = 0.01$.

Para o projeto de Zarrop o polinômio de malha fechada é selecionado como

$$W(q^{-1}) = 1 - 4q^{-1} + 6.79q^{-2} - 6.35q^{-3} + 3.5375q^{-4} - 1.175q^{-5} + 0.2156q^{-6} - 0.0169q^{-7}$$

Para o chaveamento tem-se os seguintes parâmetros $\gamma = 250$, $\theta = 0.4$ e $\varepsilon = 50$. O número de amostras atrasadas da superfície é selecionado como $N_s = 3$.

As figuras 3.1, 3.2 e 3.3 ilustram a saída do processo, o erro de rastreamento e o sinal de controle, respectivamente.

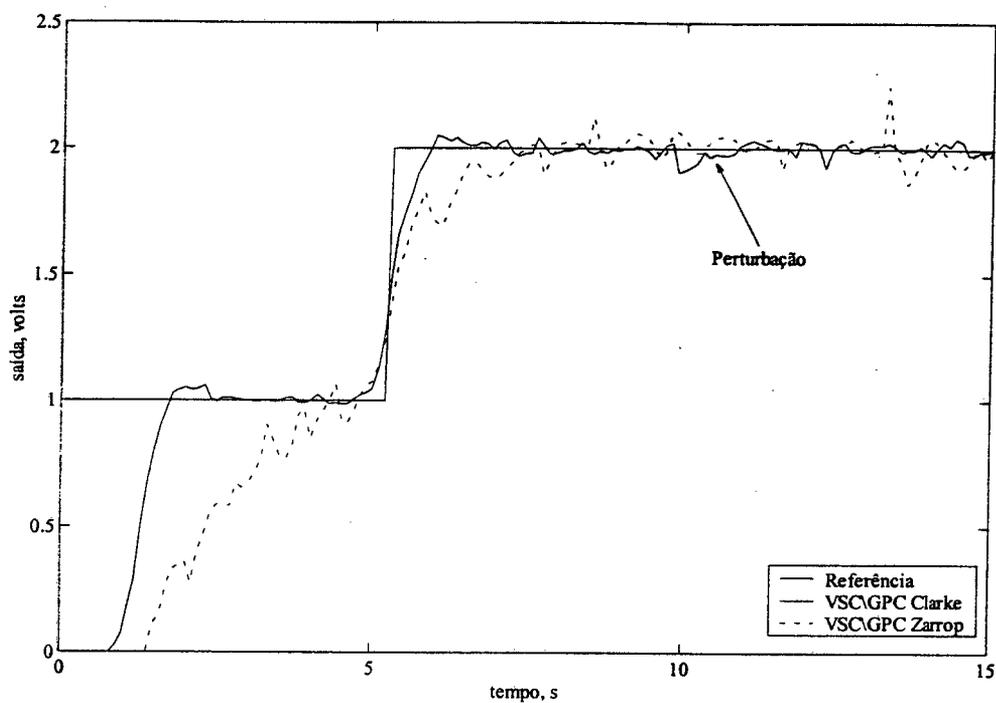


Figura 3.1 – Saída do processo motor taco-gerador.

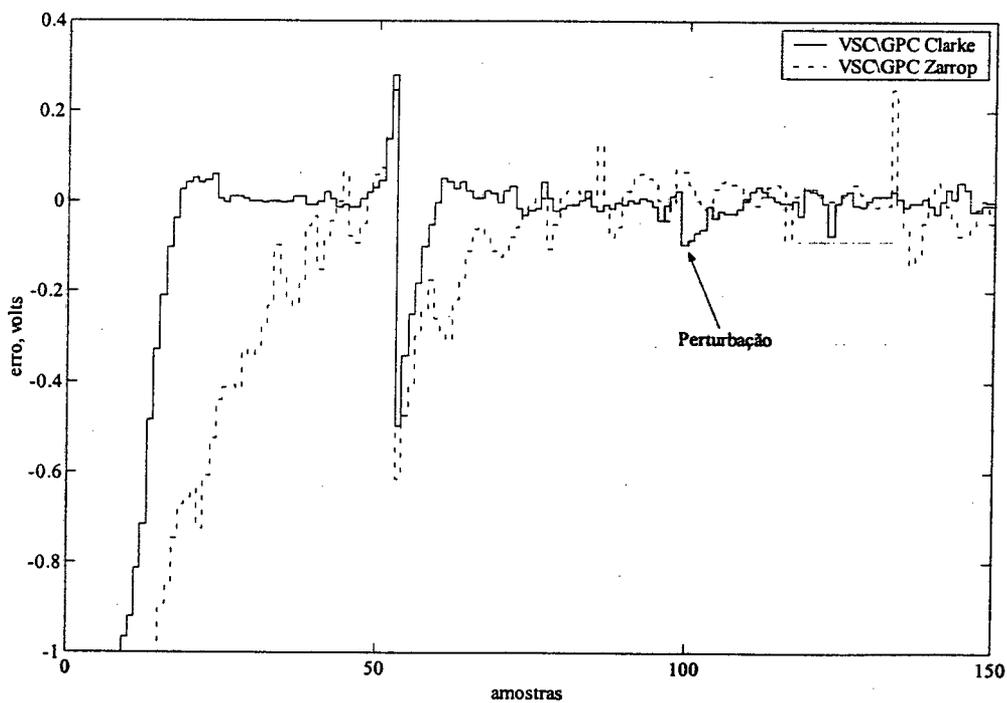


Figura 3.2 – Erro de rastreamento do processo motor taco-gerador.

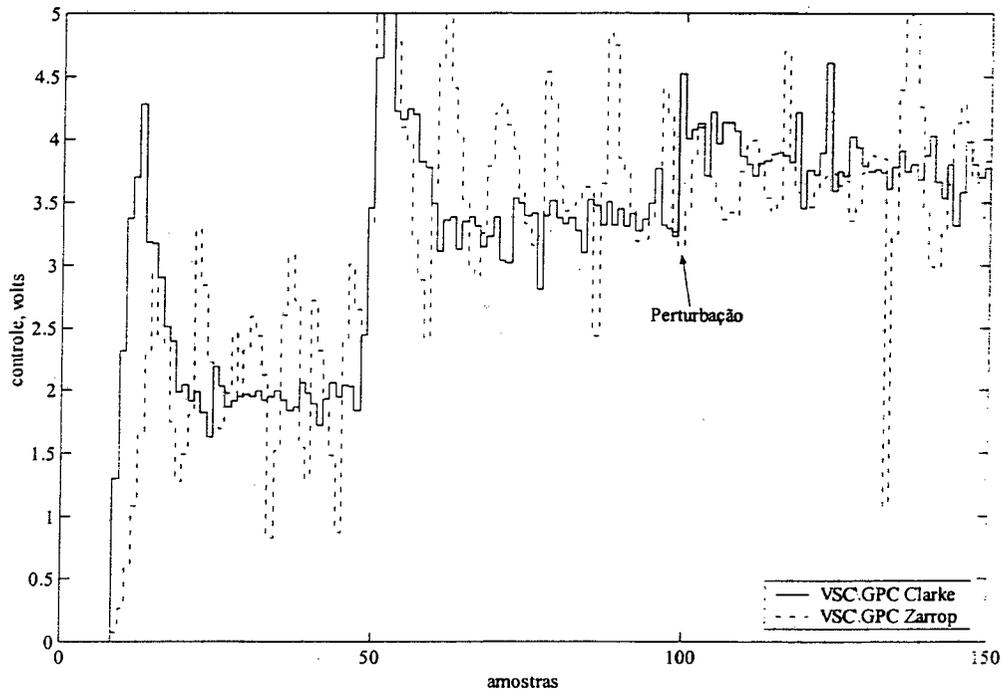


Figura 3.3 – Controle do processo motor taco-gerador.

A tabela 3.1 apresenta os valores numéricos dos índices de desempenho para o sistema.

Tabela 3.1 – Desempenho do sistema.

Controlador	J_u	J_e
GPC_Clarke	0.1233	0.0860
GPC_Zarrop	0.22	0.8319

Pelos índices apresentados na tabela 3.1, o GPC de Clarke apresenta melhor desempenho. Isto se deve especialmente a localização e quantidade de pólos em malha fechada no projeto do GPC de Zarrop, o que torna o sistema lento, prejudicando o desempenho da malha de controle.

2. Processo simulado: Modelo discreto de primeira ordem

Os parâmetros para os dois controladores são

Projeto de Clarke
$\mathcal{R}(q^{-1}) = 1 + 1.2519q^{-1}$
$\mathcal{S}(q^{-1}) = 1.5474 - 1.2519q^{-1}$
$\mathcal{T}_1(q^{-1}) = 0.009 - 0.0006q^{-1} - 0.0014q^{-2} - 0.0018q^{-3} -$ $-0.002q^{-4} - 0.0021q^{-5} - 0.0081q^{-6} +$ $+0.0312q^{-7} + 0.192q^{-8} + 0.0873q^{-9}$
Projeto de Zarrop
$\mathcal{R}(q^{-1}) = 1 - 0.0474q^{-1} - 1.158q^{-2} + 0.5605q^{-3}$
$\mathcal{S}(q^{-1}) = 1.5474 - 3.2289q^{-1} + 2.2293q^{-2} - 0.5611q^{-3}$
$\mathcal{T}_1(q^{-1}) = 0.009 - 0.0018q^{-1} - 0.0002q^{-2} - 0.0003q^{-3} -$ $-0.0003q^{-4} - 0.0003q^{-5} - 0.0064q^{-6} + 0.0407q^{-7} +$ $+0.1485q^{-8} - 0.1441q^{-9} - 0.0254q^{-10} + 0.0391q^{-11}$

Em ambos os projetos os horizontes são selecionados como: $N_1 = 1$, $N_2 = 10$ e $N_u = 5$. A ponderação de controle é definida como $\lambda = 0$.

Para o projeto de Zarrop o polinômio de malha fechada é escolhido como

$$W(q^{-1}) = 1 - 1.5q^{-1} + 0.85q^{-2} - 0.225q^{-3} + 0.0274q^{-4} - 0.012q^{-5}$$

Para o chaveamento tem-se os seguintes parâmetros $\gamma = 3.6$, $\theta = 0.1$ e $\varepsilon = 3$. O número de amostras atrasadas da superfície é selecionado como $N_s = 3$.

As figuras 3.4, 3.5 e 3.6 ilustram a saída do processo, o erro de rastreamento e o sinal de controle, respectivamente.

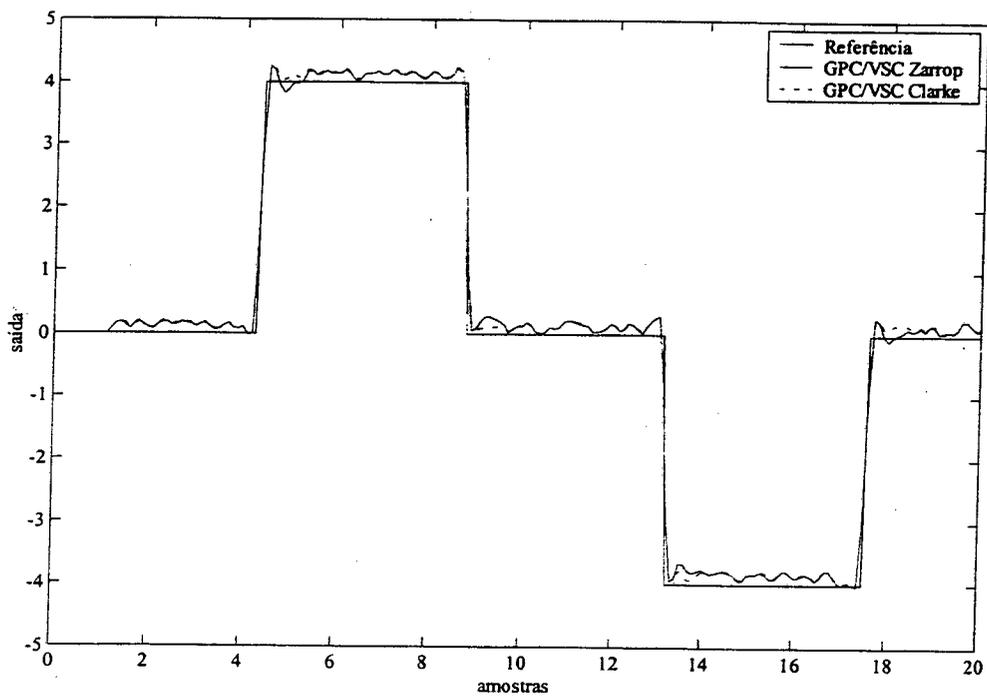


Figura 3.4 – Saída do processo.

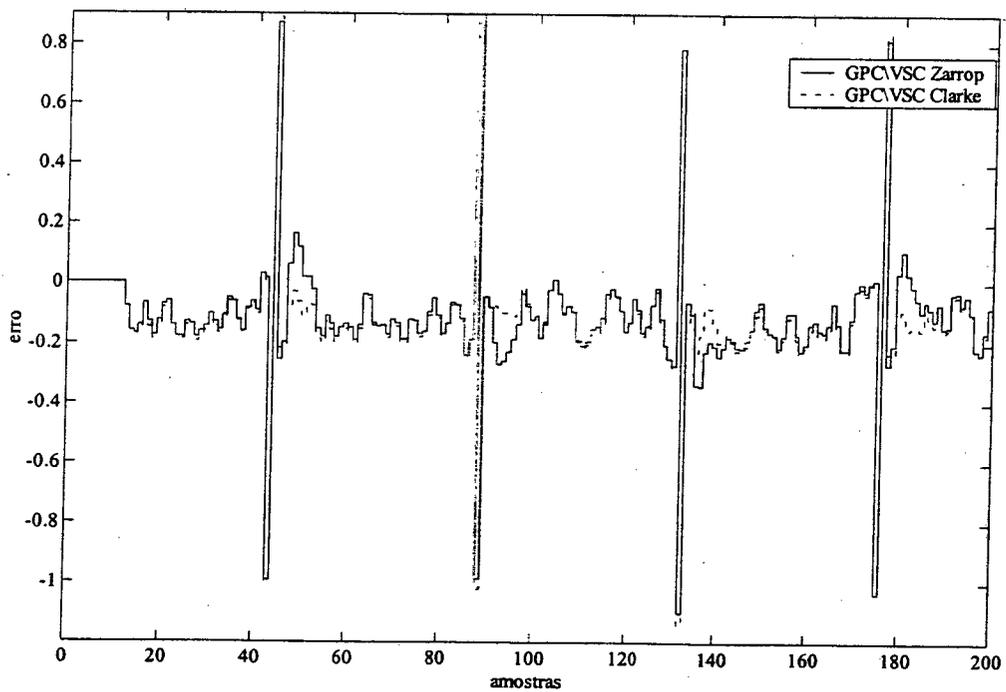


Figura 3.5 – Erro de rastreamento.

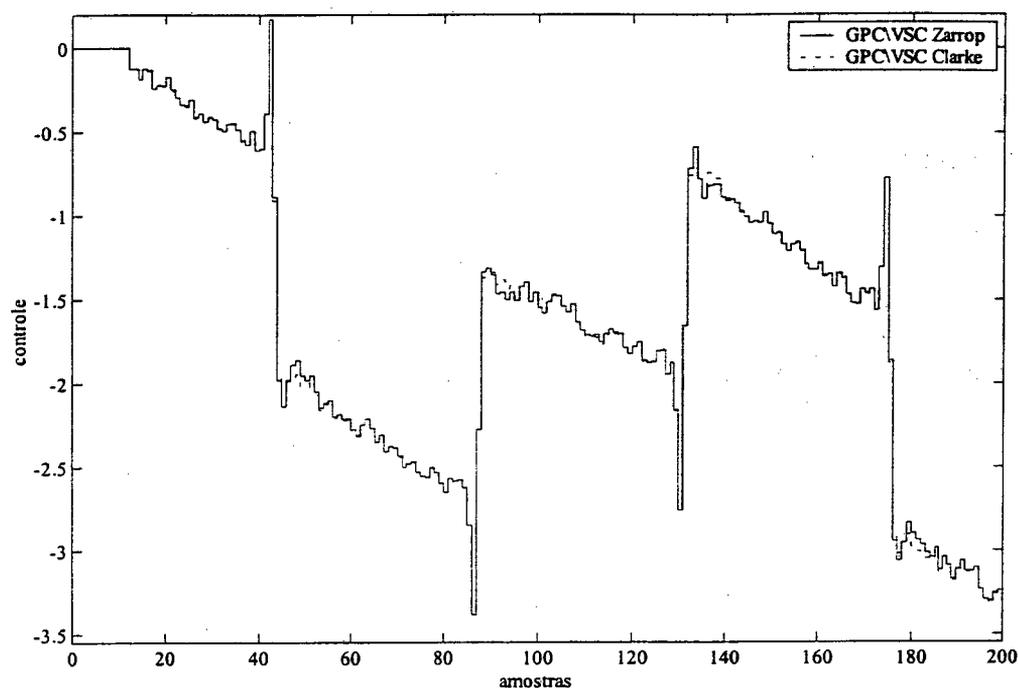


Figura 3.6 – Sinais de controle.

A tabela 3.2 apresenta os valores numéricos dos índices de desempenho para o sistema.

Tabela 3.2 – Desempenho do sistema.

Controlador	J_u	J_e
GPC_Clarke	0.0533	0.0554
GPC_Zarrop	0.0554	0.0547

Na tabela 3.2 observa-se que os índices de desempenho dos controladores apresentam ordem de grandeza similares. Enquanto o melhor desempenho de controle é do GPC de Clarke, devido a menor variação no sinal de controle, uma menor oscilação em torno do zero faz com que o GPC de Zarrop apresente menor índice de erro.

3.6 Conclusão

Neste capítulo apresentou-se o desenvolvimento matemático, através de duas abordagens, das principais características de projeto do controlador preditivo generalizado.

O GPC pode tratar diferentes problemas de controle, sobre uma ampla faixa de plantas, com número viável de variáveis de projeto, que devem ser especificadas pelo usuário dependendo do conhecimento da planta, dos objetivos de controle e das limitações. O GPC tem sido utilizado em várias aplicações industriais e tem mostrado um adequado comportamento e um certo grau de robustez com respeito à sobre-parametrização e conhecimento inadequado do atraso, o que motiva a combinação com o VSC para o tratamento de incertezas paramétricas.

As duas metodologias de projeto apresentadas diferem basicamente quanto à forma de escolha dos parâmetros. Enquanto na abordagem de Clarke os parâmetros são determinados segundo a seleção prévia dos horizontes de saída e de controle, podendo, então, a dinâmica do processo, em malha fechada, apresentar os inconvenientes citados na seção 3.1, na abordagem de Zarrop os parâmetros atendem a uma dinâmica em malha fechada préviamente definida.

Os resultados de simulação mostraram que as duas abordagens de projeto avaliadas possuem desempenhos semelhantes. Entretanto, os resultados obtidos com o processo motor taco-gerador mostram que, neste caso, o desempenho da abordagem de Clarke foi superior ao da abordagem de Zarrop. No caso do processo motor taco-gerador a abordagem de Clarke apresentou uma resposta transitória mais rápida e maior robustez frente a incertezas e perturbações que a abordagem de Zarrop, apesar da maior simplicidade apresentada no ajuste dos parâmetros.

Capítulo 4

CONTROLADOR NEBULOSO BASEADO NO VSC

4.1 Introdução

A lógica nebulosa, também denominada de lógica *fuzzy*, é uma poderosa técnica para resolução de problemas que simulam a forma de raciocínio do operador humano, com larga aplicabilidade, especialmente em áreas como controle de processos, reconhecimento de padrões e tomadas de decisão. Em aplicações de controle industrial utiliza-se a lógica nebulosa no manuseio de problemas onde a modelagem matemática é tarefa complexa para projeto e sintonia de controladores [37].

Tradicionalmente, a lógica booleana parte da premissa de que tem-se apenas dois estados extremos: ou completamente falso ou completamente verdadeiro. No universo da lógica *fuzzy*, contudo, tem-se um grau de verdade que varia de zero a 100% e, adicionalmente, permite ser parcialmente verdade e parcialmente falso. Com este conceito de “níveis de verdade”, a lógica nebulosa diferencia-se da lógica digital de duas formas: i) os níveis de verdade passam a ser classificados qualitativamente e; ii) os elementos dos níveis apresentam diversos graus de pertinência [7].

A potencialidade da lógica nebulosa está na habilidade de obter conclusões e respostas baseadas no vago, ambíguo, qualitativo, incompleto ou de informações imprecisas. Neste aspecto, os sistemas baseados em lógica nebulosa possuem a característica de “raciocinar” de forma similar aos seres humanos e utilizam variáveis lingüísticas (pequeno, médio, grande, muito pequeno, muito grande e outras) ao invés de variáveis numéricas [28].

No contexto de controle de processos, se um operador humano é capaz de articular uma estratégia de controle como um conjunto de regras da forma “SE-ENTÃO”, tem-se um algoritmo inteligente possível de ser armazenado em computador digital. O resultado é um controlador por computador implementado por regras e possibilitando sistemas menores e mais econômicos que os convencionais. Assim, o controlador que utiliza a lógica nebulosa pode ser visto como um algoritmo não-matemático que automatiza o conhecimento do operador humano [34].

Neste capítulo são descritas as partes integrantes dos sistemas de controle em lógica nebulosa e a associação do mesmo ao GMV incremental monovariável descrito no capítulo 2.

4.2 Estrutura do controlador nebuloso

O controlador lógico nebuloso é baseado em modelo lógico que representa o procedimento do pensamento que o operador apresenta para controlar eficientemente o sistema de forma manual. O controlador lógico nebuloso é baseado em regras heurísticas que utiliza a teoria dos conjuntos nebulosos, proposta por L. A. Zadeh, na década de 60 [60], para traduzir as regras de controle lingüísticas em estratégia factível de controle automático. Desta forma, tem-se um algoritmo de controle não-matemático que pode ser facilmente e diretamente implementado em computador.

A figura 4.1 mostra a organização e o fluxo de dados em um sistema de controle monovariável que emprega a lógica nebulosa.

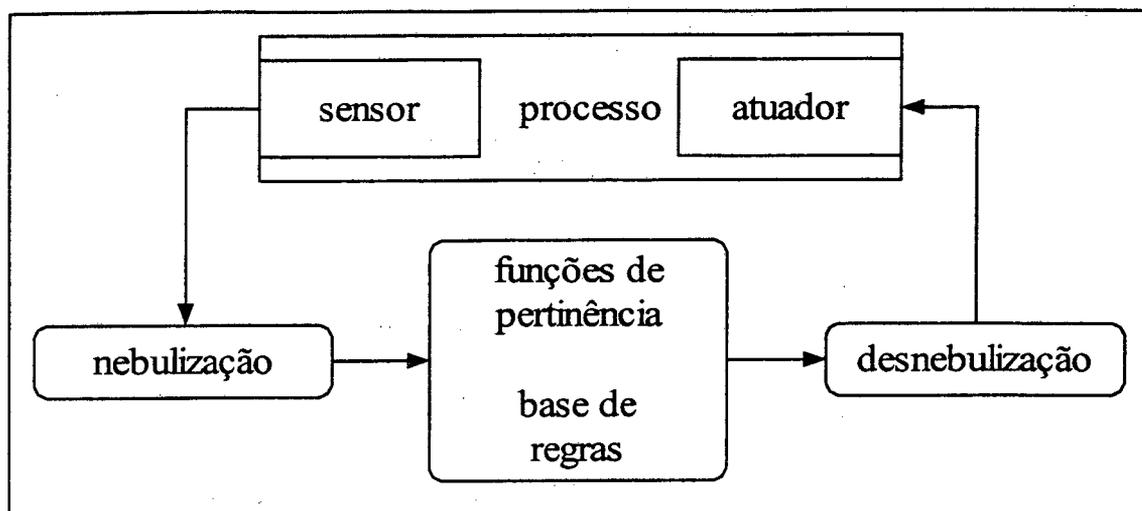


Figura 4.1 – Esquema clássico do controlador nebuloso.

Esta estrutura é utilizada em diferentes aplicações relacionadas na literatura em função da simplicidade e representa a abordagem proposta por Mamdani e Assilian [39] na primeira implementação de um controlador lógico nebuloso em uma pequena máquina a vapor.

As entradas passam por três procedimentos distintos antes de produzir a saída do controlador lógico nebuloso. O primeiro procedimento, denominado de fuzzificação, utiliza funções de pertinência pré-definidas para mapear uma entrada em um ou mais graus de pertinência. Então as regras pré-definidas são avaliadas pela combinação dos graus de pertinência para formar o peso das saídas. Por último, o procedimento de defuzzificação gera um valor de saída baseado nos pesos gerados. Estes diferentes passos representam a estrutura de um sistema de controle que emprega a lógica nebulosa. Informações adicionais sobre a lógica nebulosa e sistemas de controle nebulosos podem ser obtidas em [28, 34, 37].

4.3 Associação do controlador nebuloso ao projeto VSC/GMV incremental

Considerando-se a estrutura de controle incremental descrita pela equação (2.10), uma forma de fazer a associação do controlador nebuloso com o controlador VSC incremental consiste em substituir o termo referente ao chaveamento $\nu(k)$ por um termo baseado em regras. Tais regras vêm da observação que o papel desempenhado pelo chaveamento é o de desativar a ação de controle não-linear quando o sistema atinge a superfície de deslizamento e de mantê-la ativa quando está fora da região.

Portanto, o controlador nebuloso consiste em uma base de regras contendo uma variável de entrada lingüística, S , relacionada à variável de entrada “crisp” $s(k)$ e uma variável lingüística de saída, C , relacionada à variável de saída “crisp” $\nu(k)_{nebuloso}$. A lei de controle fica então da seguinte forma:

$$R(q^{-1})\Delta u(k) = T(q^{-1})y_r(k+d) - S(q^{-1})y(k) + s(k) + \nu(k)_{nebuloso} \quad (4.1)$$

A figura 4.2 ilustra a idéia do sistema de controle nebuloso proposto na equação (4.1).

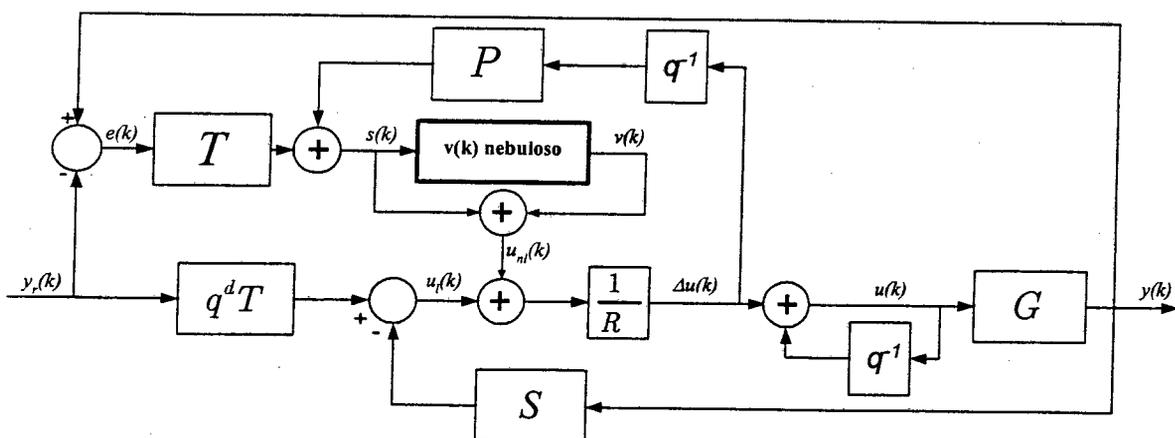


Figura 4.2 – Representação do controlador da Eq. (4.1).

Os conjuntos linguísticos, mostrados na tabela 4.1 e as funções de pertinência, mostradas na figura 4.3, são definidos pela variáveis linguísticas S e C nos universos de discurso U e W , respectivamente. A tabela 4.2 apresenta a base de regras.

Tabela 4.1 – Conjuntos nebulosos.

NGS - $s(k)$ é negativo grande	NGC - $\nu(k)_{nebuloso}$ é negativo grande
NMS - $s(k)$ é negativo médio	NPC - $\nu(k)_{nebuloso}$ é negativo pequeno
NPS - $s(k)$ é negativo pequeno	ZC - $\nu(k)_{nebuloso}$ é zero
ZS - $s(k)$ é zero	PPC - $\nu(k)_{nebuloso}$ é positivo pequeno
PPS - $s(k)$ é positivo pequeno	PGC - $\nu(k)_{nebuloso}$ é positivo grande
PMS - $s(k)$ é positivo médio	
PGS - $s(k)$ é positivo grande	

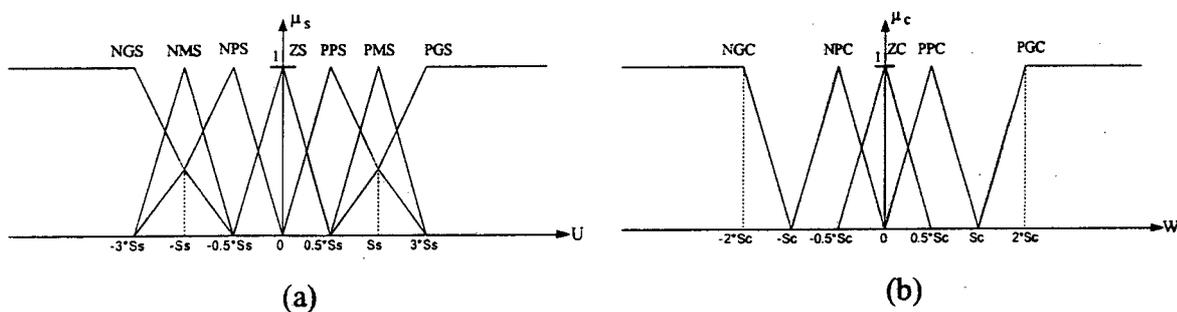


Figura 4.3 – Funções de pertinência para: (a) $s(k)$ e (b) $\nu(k)_{nebuloso}$.

Tabela 4.2. – Base de regras para o controlador nebuloso.

$s(k)$	NGS	NMS	NPS	ZS	PPS	PMS	PGS
$\nu(k)_{nebuloso}$	NPC	NGC	NPC	ZC	PPC	PGC	PPC

Outra forma de associar o projeto VSC ao controlador nebuloso consiste em substituir toda a parte não-linear da lei de controle apresentada na equação (2.10) por um

controlador nebuloso. A estratégia de controle pode ser sumariada conceitualmente pelas seguintes afirmações:

SE superfície fora da região ENTÃO maior ação de controle não-linear

Esta regra lingüística desempenha um importante papel no projeto do controlador nebuloso. Para manusear mais informação sobre a dinâmica do sistema não se usa apenas $s(k)$ como entrada, mas também a variação de $s(k)$, denotada por $\Delta s(k)$, como outra entrada. Então, o controlador nebuloso é projetado somente com uma base de regras que tem duas variáveis lingüísticas de entrada, S e DS , relacionadas às variáveis de entrada “*crisp*” $s(k)$ e $\Delta s(k)$ e uma variável lingüística de saída, C , relacionada à variável de saída “*crisp*” $u(k)_{nebuloso}$. A lei de controle tem a seguinte forma:

$$R(q^{-1})\Delta u(k) = T(q^{-1})y_r(k+d) - S(q^{-1})y(k) + u(k)_{nebuloso} \quad (4.2)$$

A figura 4.4 ilustra a idéia do Controlador Nebuloso proposto na equação (4.1).

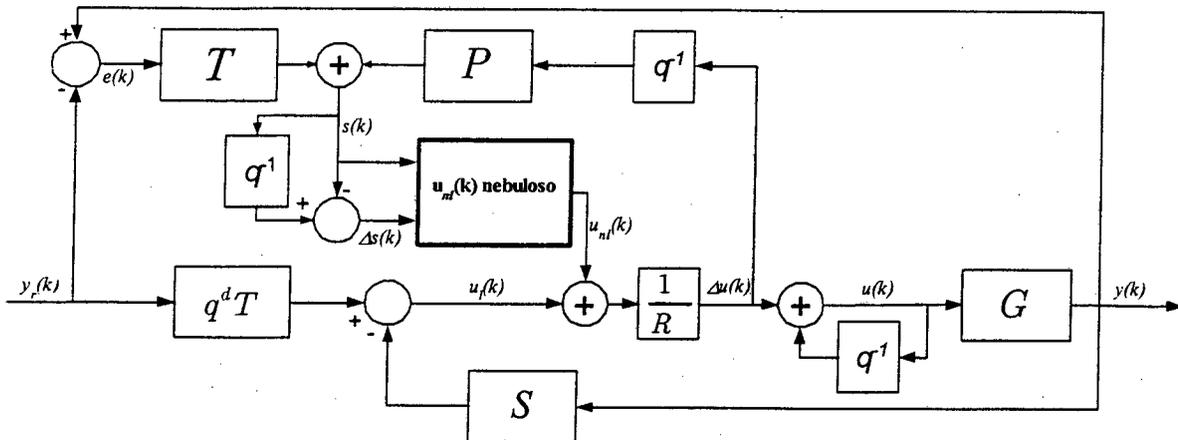


Figura 4.4 – Representação do controlador proposto na Eq. (4.2).

Os conjuntos lingüísticos, mostrados na tabela 4.3 e as funções de pertinência, mostradas na figura 4.5, são definidos pelas variáveis lingüísticas S , DS e C nos universos de discurso U , V e W , respectivamente. A tabela 4.4 apresenta a base de regras.

Tabela 4.3. – Conjuntos nebulosos.

NS - $s(k)$ é negativo	NGC - $u(k)_{nebuloso}$ é negativo grande
ZS - $s(k)$ é zero	NMC - $u(k)_{nebuloso}$ é negativo médio
PS - $s(k)$ é positivo	NPC - $u(k)_{nebuloso}$ é negativo pequeno
	ZC - $u(k)_{nebuloso}$ é zero
NDS - $\Delta s(k)$ é negativo	PPC - $u(k)_{nebuloso}$ é positivo pequeno
ZDS - $\Delta s(k)$ é zero	PMC - $u(k)_{nebuloso}$ é positivo médio
PDS - $\Delta s(k)$ é positivo	PGC - $u(k)_{nebuloso}$ é positivo grande

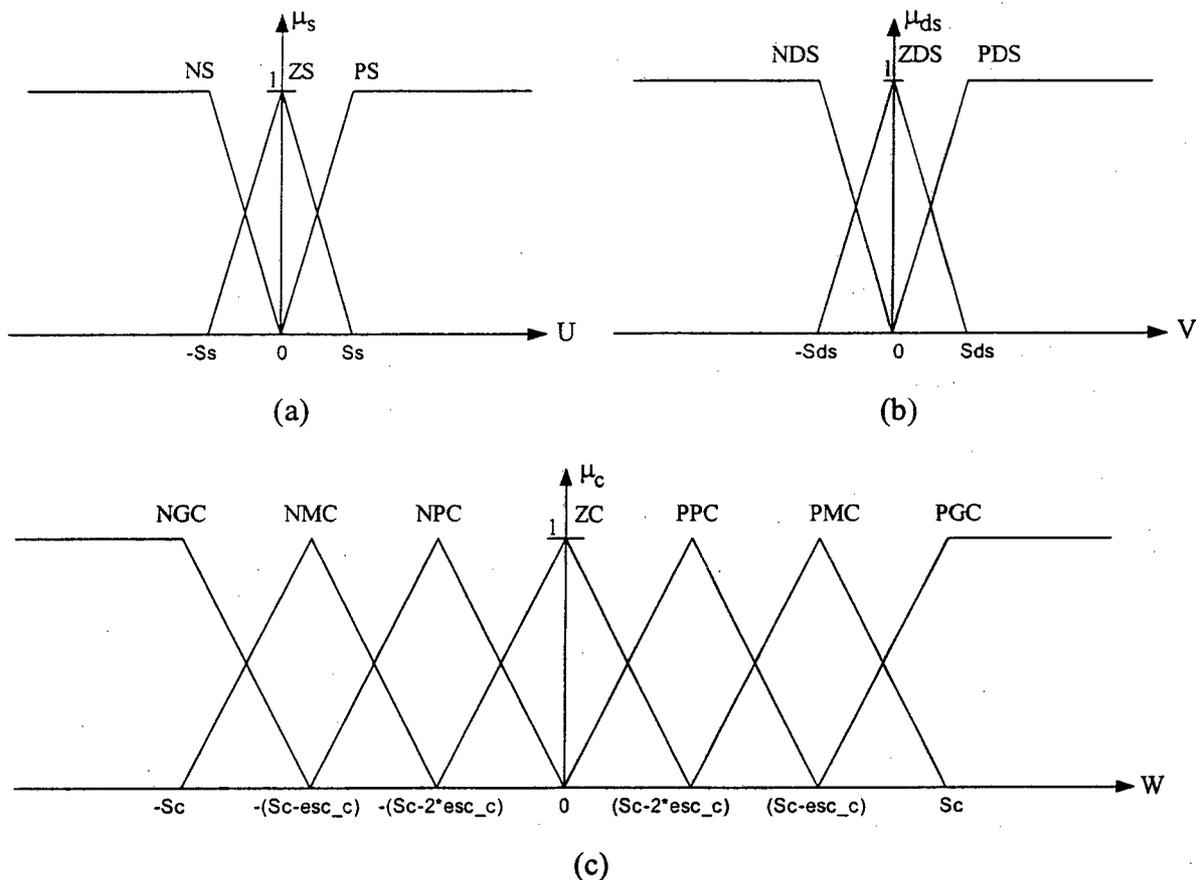
Figura 4.5 – Funções de pertinência para: (a) $s(k)$, (b) $\Delta s(k)$ e (c) $u(k)_{nebuloso}$.

Tabela 4.4 – Base de regras para o controlador nebuloso.

		$\Delta s(k)$		
		PDS	ZDS	NDS
$s(k)$	PS	PGC	PMC	PPC
	ZS	PPC	ZC	NPC
	NS	NPC	NMC	NGC

Nas duas propostas as aberturas das funções de pertinência associadas as variáveis de entrada (superfície) e de saída são definidos com base na dinâmica desejada para o VSC, sendo unicamente função do parâmetro ε . Portanto, são determinados como

$$S_s = \sqrt{\varepsilon} \text{ e } S_c = S_s$$

Entretanto, na segunda proposta a abertura da funções de pertinência associadas a segunda variável de entrada (variação da superfície) é definido por tentativa e erro e $esc_c = S_c / \text{Número de Funções de Pertinência de Saída}$, é um fator de escala que distribui uniformemente todas funções de pertinência entre $-S_c$ e S_c .

4.4 Resultados de simulação e prático

Nesta seção são apresentados alguns resultados de simulação e prático obtidos com a implementação dos VSC nebulosos propostos. O desempenho do controlador proposto é comparado com o apresentado na seção 2.3.1.

Os controladores são denominados nos resultados da seguinte forma:

- A: algoritmo VSC/GMV do Teorema 2.1, linha contínua;
- B: controle nebuloso definido pela equação 4.1, linha pontilhada;
- C: controle nebuloso definido pela equação 4.2, linha tracejada.

1. Processo simulado: Modelo de segunda ordem com incerteza paramétrica

Este processo, descrito no apêndice A, apresenta como principal característica a incerteza paramétrica e é utilizado para comparar o desempenho dinâmico e a robustez dos controladores VSC nebulosos, propostos neste capítulo, frente ao controlador VSC/GMV incremental proposto no capítulo 2.

Os parâmetros de projeto do GMV são

$$P(q^{-1}) = 0.4831$$

$$R(q^{-1}) = 1 + 0.4519q^{-1}$$

$$S(q^{-1}) = 39.178 - 55.1643q^{-1} + 19.7973q^{-2}$$

$$T(q^{-1}) = 29.535 - 38.7206q^{-1} + 12.9965q^{-2}$$

e foram calculados de forma a satisfazer o seguinte polinômio de malha fechada:

$$W(q^{-1}) = 1 - 1.5q^{-1} + 0.75q^{-2} - 0.125q^{-3}$$

Os parâmetros da parcela não-linear do controlador VSC são $\sigma = 0.8$ e $\varepsilon = 300$.

As figuras 4.6, 4.7 e 4.8 ilustram a saída do processo, o erro de rastreamento e o sinal de controle, respectivamente.

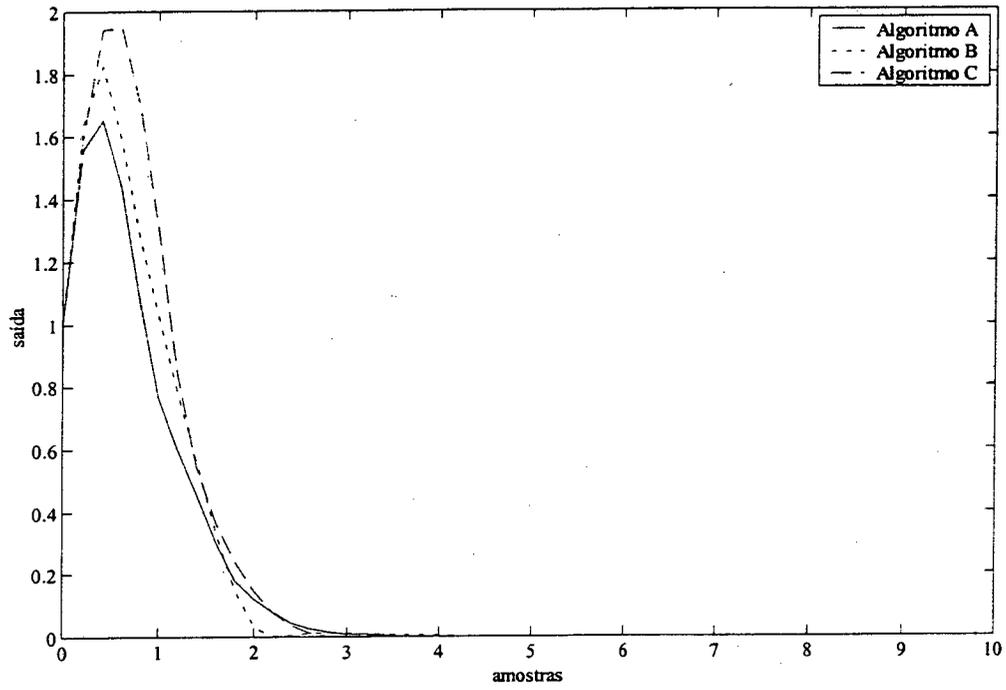


Figura 4.6 – Saída do processo.

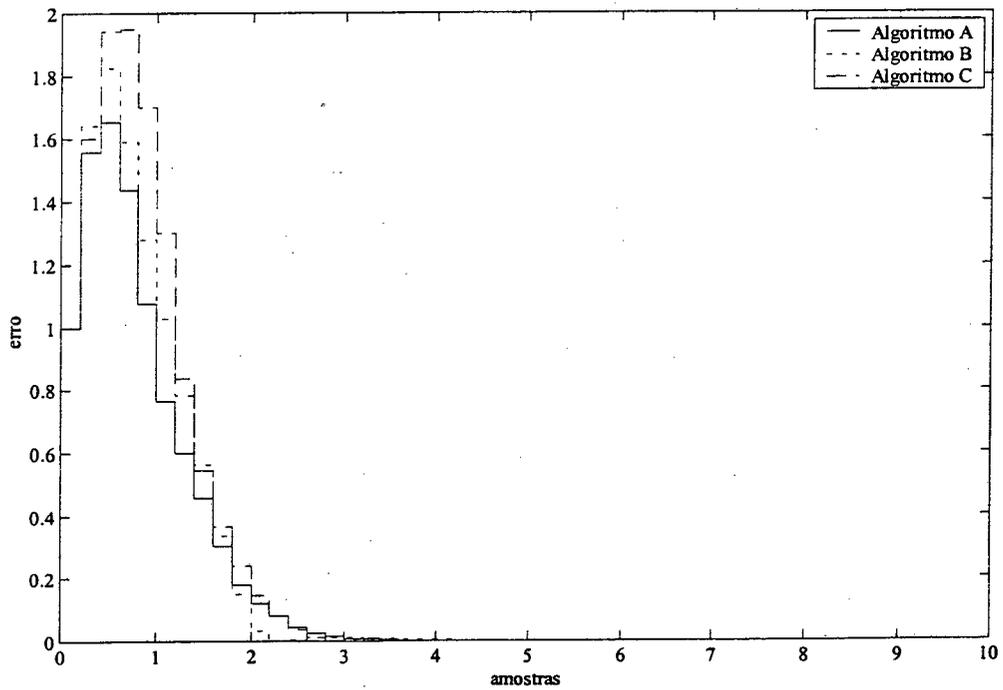


Figura 4.7 – Erro de rastreamento.

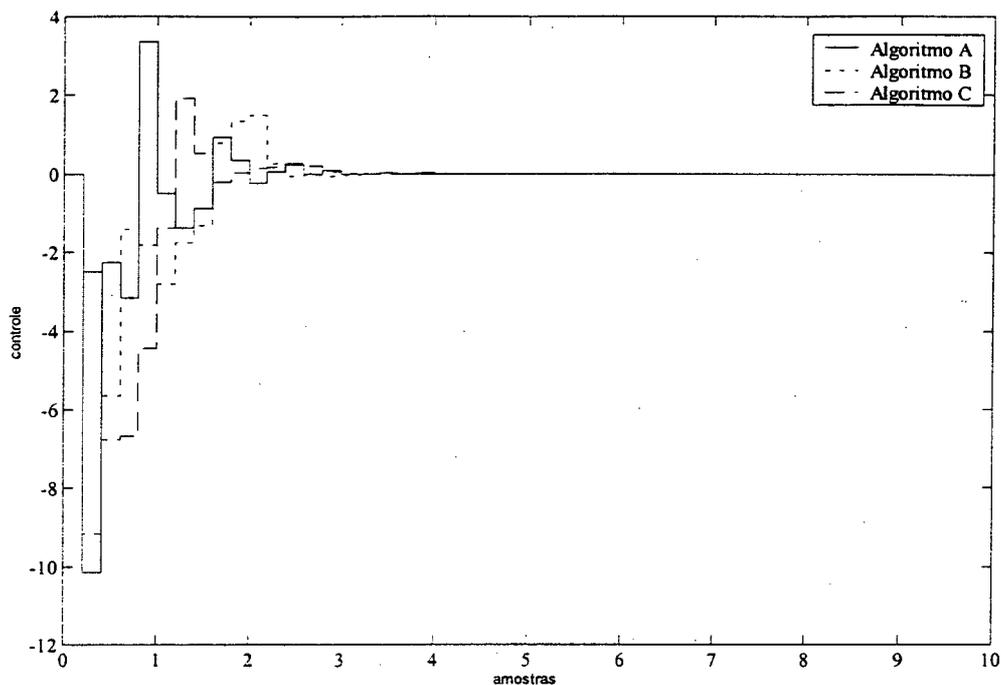


Figura 4.8 – Sinal de controle.

A tabela 4.5 apresenta os valores numéricos dos índices de desempenho para o sistema.

Tabela 4.5 – Desempenho do sistema.

Controlador	J_u	J_e
A	4.5828	0.2135
B	2.4618	0.2662
C	1.0478	0.339

Neste caso o sinal de erro do algoritmo A manteve-se mais próximo de zero apresentando menor índice de erro. Entretanto, o sinal de controle do algoritmo C sofre menor variação (energia) e, portanto, proporciona um menor índice de controle.

2. Processo prático: Motor taco-gerador

Os parâmetros para o VSC/GMV incremental são os mesmos utilizados nos resultados de simulação do capítulo 2. As figuras 4.9, 4.10 e 4.11 ilustram a saída do processo, o erro de rastreamento e o sinal de controle, respectivamente.

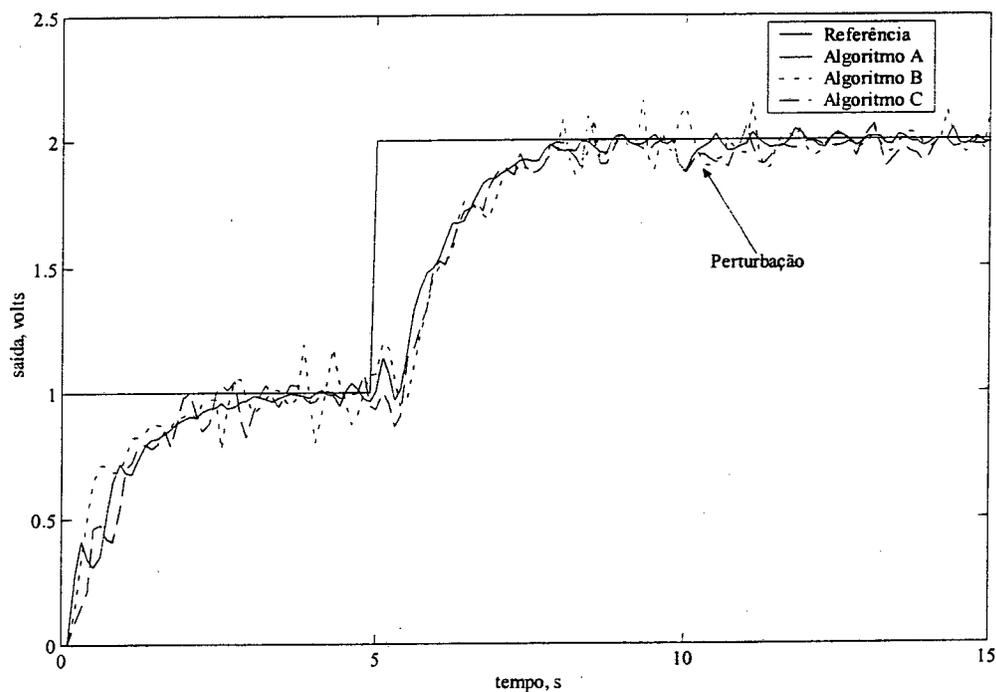


Figura 4.9 – Saída do processo motor taco-gerador.

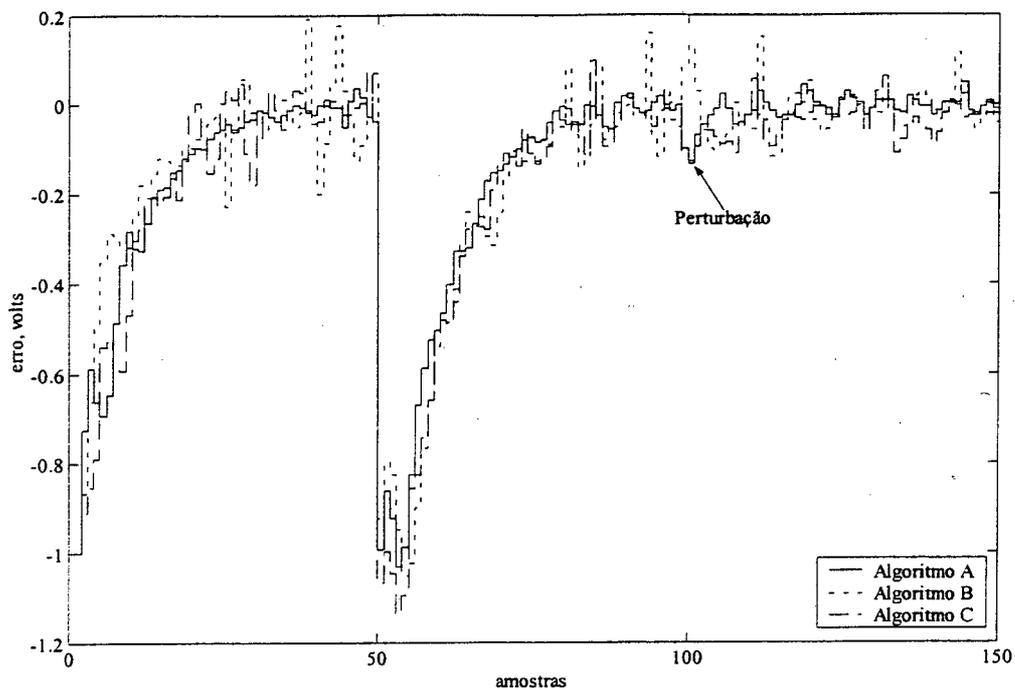


Figura 4.10 – Erro de rastreamento.

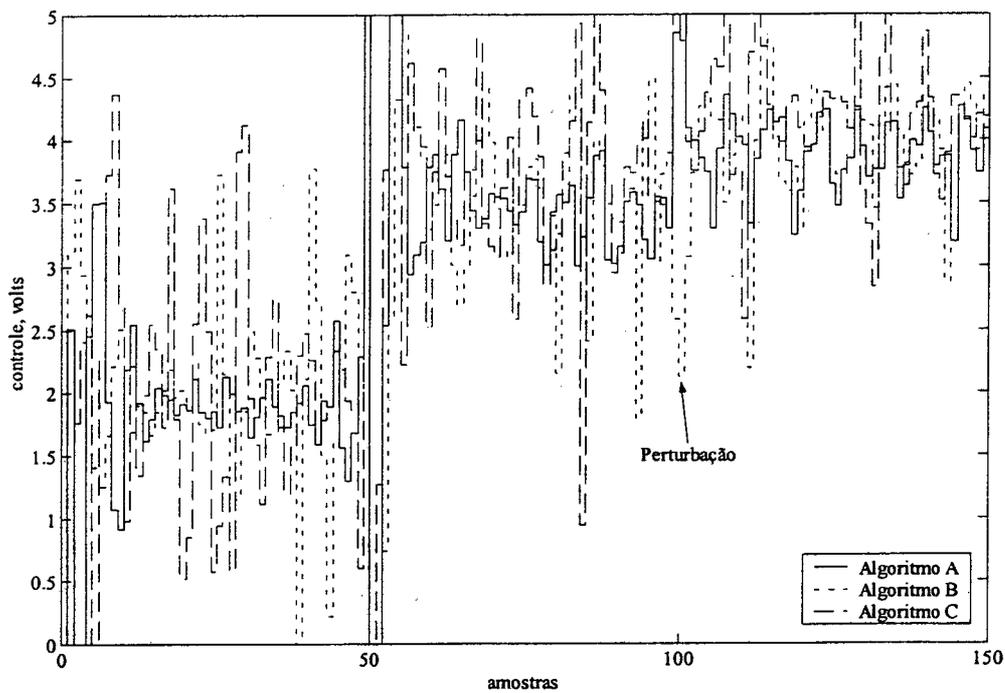


Figura 4.11 – Sinal de controle.

A tabela 4.6 apresenta os valores numéricos dos índices de desempenho para o sistema.

Tabela 4.6 – Desempenho do sistema.

Controlador	J_u	J_e
A	0.5890	0.0855
B	0.8376	0.0890
C	1.3577	0.1067

Neste estudo de caso o algoritmo de controle A apresenta os melhores índices de controle e erro.

4.5 Conclusão

Neste capítulo apresentaram-se duas metodologias de projeto de controle nebuloso associado ao VSC incremental proposto no capítulo 2.

A partir dos resultados de simulação observou-se que os dois sistemas de controle nebuloso apresentaram desempenho dinâmico superior ao VSC/GMV. O controlador nebuloso C, que considera a superfície e a sua variação como variáveis de entrada, obteve o menor índice de desempenho de controle. Entretanto, os dois controladores nebulosos obtiveram os piores índices de desempenho de erro, em virtude do tempo de resposta do sistema ser lento. Analisando-se a figura 4.6 observou-se uma pequena oscilação no sinal de saída do controlador nebuloso B, o qual possui apenas a superfície como variável de entrada, representando assim uma certa dificuldade no seguimento da referência.

Os resultados práticos mostraram que o desempenho dos controladores foi inferior ao do controlador VSC/GMV incremental. Analisando-se a figura 4.9 observou-se grandes oscilações no sinal de saída do controlador nebuloso B o que ilustra a dificuldade do controlador para o seguimento de referência ao ser aplicado em processo não-lineares ou

com incertezas paramétricas. Entretanto, pode-se melhorar o desempenho dos controladores VSC nebulosos selecionando-se adequadamente os parâmetros de projeto.

Capítulo 5

CONCLUSÃO

Neste trabalho foram desenvolvidas e avaliadas três concepções de projeto do controle a estrutura variável associado ao controlador de variância mínima generalizada, ao controlador preditivo generalizado e ao controlador nebuloso. As metodologias de projeto foram direcionadas à utilização da representação entrada/saída discreta, para os processos.

No capítulo 2 propôs-se um controlador de variância mínima generalizada incremental monovariável e sua conseqüente associação ao controle a estrutura variável. O controlador proposto teve seu desempenho, frente a diversas complexidades de planta, avaliado através de simulação e experimentação. Outros controladores VSC semelhantes, propostos recentemente na literatura, foram utilizados para comparação. Os resultados mostraram que o controlador proposto apresentou melhor desempenho.

Uma versão multivariável do VSC/GMV foi proposta considerando-se processos com diferentes atrasos de transporte. A comparação do desempenho foi feita entre um controlador VSC/GMV proposto na literatura, que não considera o atraso de transporte no projeto, e um controlador do tipo PI. O controlador proposto apresentou melhor desempenho que os demais, em especial, no que se refere ao desacoplamento das malhas de controle.

O capítulo 3 foi dedicado ao estudo comparativo do VSC associado ao GPC. Foram apresentadas duas metodologias de projeto para o GPC, uma desenvolvida por CLARKE [2, 8] e outra por WELLSTEAD e ZARROP [56], que utiliza a técnica de alocação de pólos para a determinação dos parâmetros do controlador. Os resultados de simulação e prático mostraram que a abordagem de Clarke, apesar da simplicidade na determinação dos

parâmetros, apresentou-se mais robusta em comparação à abordagem de Wellstead e Zarrop.

No capítulo 4 apresentou-se a proposta de associação do projeto do VSC com os sistemas de controle nebulosos. Duas metodologias foram apresentadas. Os resultados de simulação mostram que os controladores nebulosos tem um desempenho similar ao VSC/GMV incremental. Já no ensaio prático o desempenho dos controladores nebulosos foi consideravelmente inferior ao do controlador VSC incremental.

Os controladores VSC combinados com as metodologias GMV e GPC incrementais, propostos neste trabalho, apresentaram melhor desempenho em comparação com outros controladores discretos da literatura, Furuta e Corradini. O resultados indicam que a estrutura VSC discreta incremental encontra-se direcionada a aplicações práticas. Entretanto, dada a necessidade de resultados mais abrangentes, não deve-se generalizar tal afirmativa para a maioria dos problemas de plantas industriais.

5.1 Trabalhos e perspectivas futuras

Os estudos, que associam o VSC a formas de controle preditivo, não levam em conta a presença de perturbações. Na presença de perturbações desconhecidas, pode não ser possível atingir a superfície de deslizamento e a estabilidade pode não ser garantida. Portanto, o comportamento do sistema nas proximidades da superfície precisa ser melhor examinado.

Estudos futuros relacionados à estrutura incremental, proposta neste trabalho, podem buscar a implementação de estratégias auto-ajustáveis, visando garantir maior robustez frente a incertezas paramétricas. Para os controladores nebulosos, derivados do VSC pode-se buscar a automatização na definição da abertura das funções de pertinência e a implementação de aberturas móveis para as funções de pertinência de saída.

Quanto ao índice minimizado pelo GPC, função do erro e do controle, trabalhos futuros podem contemplar a ponderação no erro, além da ponderação no controle. Pode-se usar, além de uma ponderação estática, ponderação dinâmica que seria função do horizonte de saída. Esta ponderação do erro futuro teria como objetivo garantir uma entrada de controle mais suave, possibilitando oscilações reduzidas.

Visando obter entrada de controle mais suave, ou com menos efeito liga-desliga, trabalhos futuros podem utilizar-se, em qualquer dos controladores apresentados, de soma ponderada de uma série de amostras passadas de entradas de controle. A idéia por trás da ponderação do controle é determinar a entrada de controle atual como uma média móvel das entradas disponíveis.

Apêndice A

PROCESSOS E MODELOS

A.1 Introdução

Neste apêndice são apresentados os processos práticos e modelos matemáticos utilizados na obtenção dos resultados de simulação e experimentais durante o desenvolvimento deste trabalho.

Os diferentes processos e modelos utilizados têm como objetivo englobar a maior gama possível de complexidades e/ou dificuldades presentes no contexto industrial (não linearidade, incerteza paramétrica, imprecisão no modelo, incerteza aditiva, etc.) objetivando a melhor avaliação das características de malha fechada, dos controladores apresentados, num contexto SISO e MIMO.

A.2 Motor taco-gerador

A figura A.1 ilustra o dispositivo de hardware a ser controlado, onde tem-se o motor, o taco-gerador, as chaves liga/desliga, os leds, os pinos de conexão e os componentes eletrônicos do circuito de medição e atuação alocados numa placa de circuito impresso.

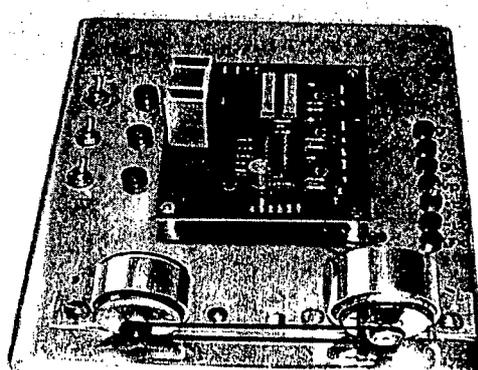


Figura A.1 – Hardware do processo controlado.

A principal idéia de funcionamento do hardware do processo motor taco-gerador baseia-se no princípio de funcionamento de um sistema de geração e distribuição de energia elétrica, onde as cargas são simuladas por leds e alimentadas pelo taco-gerador (figura A.2).

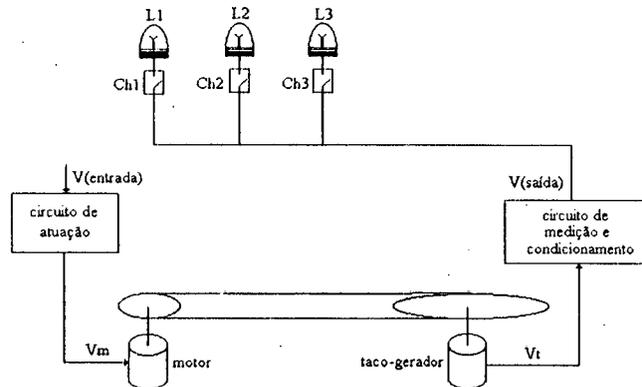


Figura A.2 – Diagrama do processo motor taco-gerador.

As características operacionais da implementação prática são: circuitos eletrônicos de medição e atuação, filtros, calibração, sensores e atuadores; enquanto que as características de experimentação são: ensaios em malha aberta e malha fechada, aspectos de estabilidade e linearidade, modelagem e controle digital, ensaios servo e regulatório.

A figura A.3 apresenta os ensaios em malha aberta para faixas distintas de operação do processo, bem como as funções de transferência associadas a cada faixa. Pode-se observar a característica não-linear pela mudança do ganho estático, constante de tempo e atraso de transporte. As funções de transferência de primeira ordem com atraso de transporte são modeladas pela técnica de Smith [47].

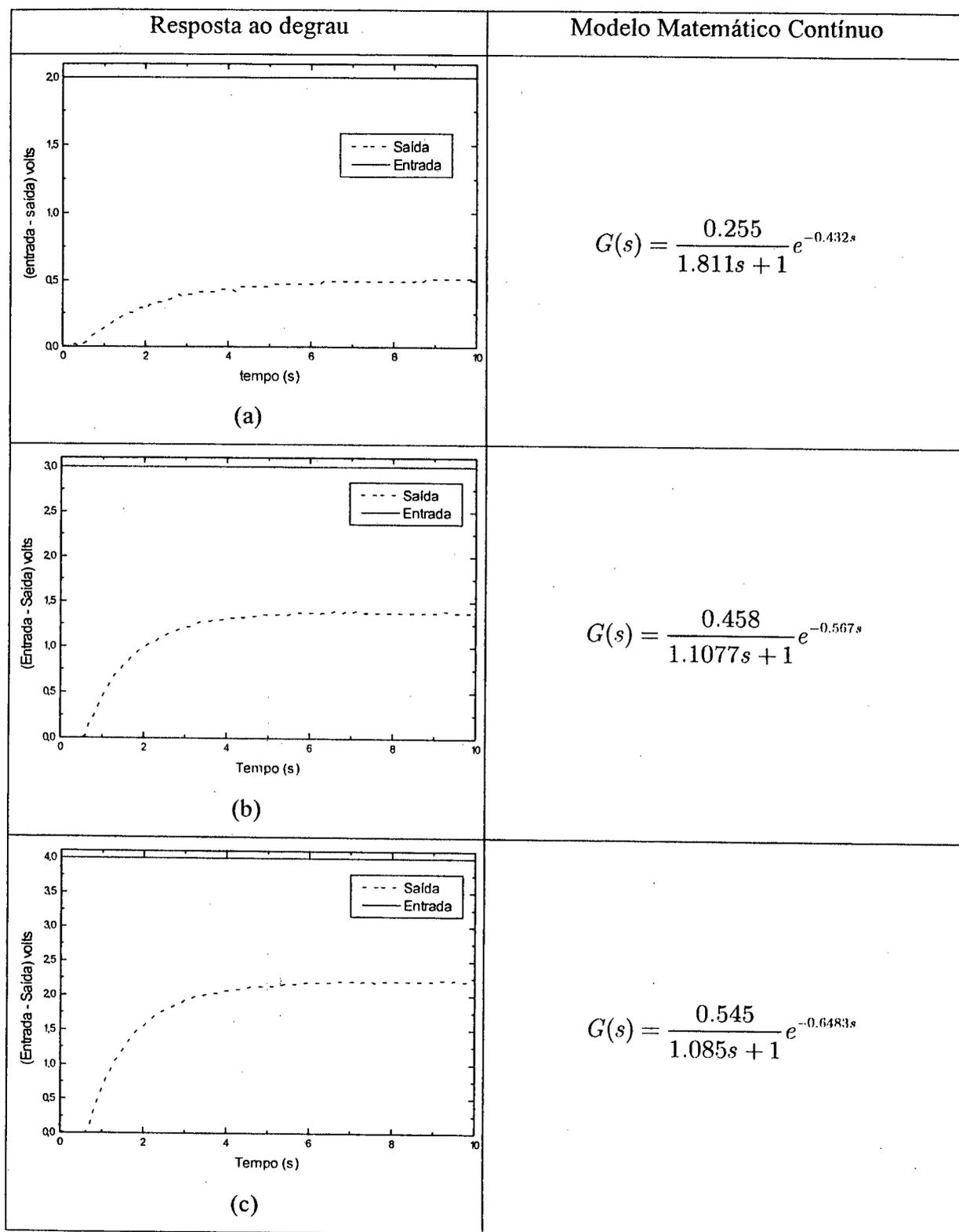


Figura A.3 – Respostas em malha aberta para o processo taco-gerador: (a) entrada 2 volts, (b) entrada 3 volts e (c) entrada 4 volts.

Para o projeto dos controladores utiliza-se a faixa de operação referente a figura A.3b, cuja representação entrada/saída, obtida via mínimos quadrados, para um tempo discreto, com $T_s = 0.1s$, é dada por

$$y(k) - 1.3597y(k-1) + 0.3895y(k-2) = 0.0143u(k-2) \quad (\text{A.1})$$

A escolha deste processo deve-se, além de sua característica não-linear, também pela necessidade de avaliar os controladores monovariáveis, apresentados no presente trabalho, em uma situação de controle em tempo real.

Para avaliar o comportamento do sistema o processo é submetido a uma variação de referência em 5 segundos e a uma perturbação de carga em 10 segundos.

A.3 Coluna de Wood e Berry

As colunas de destilação são um dos mais conhecidos desafios para a engenharia de controle de processos. Isto deve-se às complexas características apresentadas pelas colunas de destilação, entre as quais [10]:

- i) Caráter não-linear – o comportamento dinâmico das colunas de destilação apresenta características não-lineares, variantes não somente com as condições nominais de operação para uma mesma coluna, mas de uma para outra, dependendo das propriedades dos compostos a serem destilados e do projeto da coluna;
- ii) Caráter multivariável – colunas de destilação apresentam múltiplas entradas e saídas, cuja combinação permite a obtenção de estratégias diversificadas para seu controle. Ainda que utilizadas na configuração monovariável estas diversas entradas e saídas do processo permitem a adoção de malhas múltiplas cuja seleção adequada também constitui de interminável discussão da literatura;
- iii) Atrasos variáveis – dependendo da particular concepção adotada para a malha de controle, o atraso entre as entradas do processo e suas saídas apresenta variações, não só para diversas colunas, mas para a mesma coluna em diferentes condições de operação;

- iv) Dinâmicas diferenciadas – devido ao deslocamento de material no interior da coluna e as interações térmicas entre os compostos, presentes em duas fases (líquida e vapor), diferentes constantes de tempo podem ser associadas ao processo, dependendo da malha de controle considerada;
- v) Ganho variável – considerado como a alteração percentual na variável de saída para uma variação na entrada do processo, não só é variável como também tem característica não-linear;
- vi) Dinâmica assimétrica – a forma e o tempo de resposta da saída do processo, para uma alteração positiva de uma variável de entrada, podem ser completamente diversos para a mesma perturbação, quando aplicada com a mesma magnitude em sentido contrário.

Estas características apresentadas, embora não esgotem as complexidades apresentadas pelas colunas de destilação, servem como ilustração das dificuldades existentes para o estabelecimento de uma estratégia adequada de controle que mantenha as variáveis de saída dentro de limites especificados na ocorrência de perturbações externas, [10].

O propósito de uma coluna de destilação é separar a alimentação em dois ou mais produtos com diferentes composições daquela apresentada na alimentação. O objetivo de um sistema de controle é manter as composições dos produtos dentro dos níveis desejados.

WOOD e BERRY [58], desenvolveram um modelo para uma coluna de destilação em escala piloto utilizada na separação de metanol e água. Um esquema da coluna e do sistema de controle é mostrado na Figura A.4.

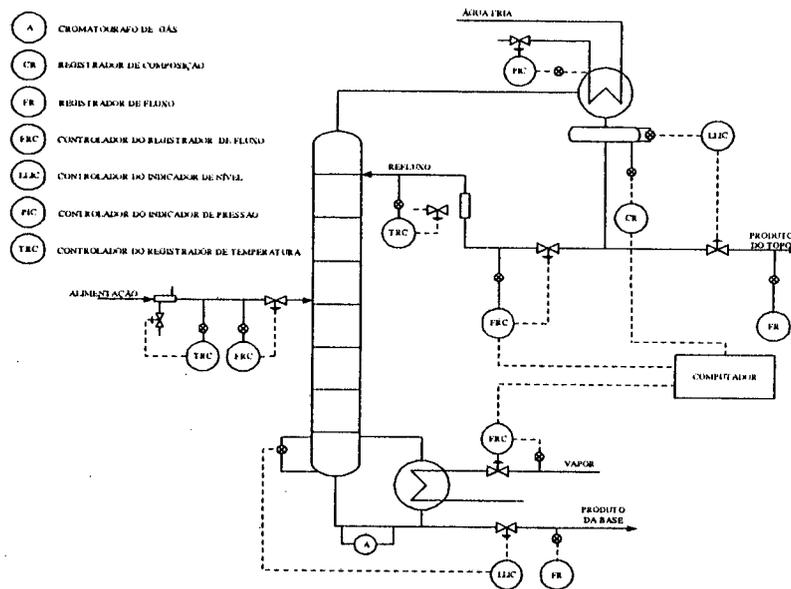


Figura A.4 – Esquema da coluna de Wood e Berry.

Após admitirem para cada função de transferência a forma de primeira ordem com atraso de transporte, identificaram os seguintes parâmetros:

$$\begin{bmatrix} X_t(s) \\ X_f(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12.8 e^{-s}}{16.7s + 1} & \frac{-18.9 e^{-3s}}{21.0s + 1} \\ \frac{6.6 e^{-7s}}{10.9s + 1} & \frac{-19.4 e^{-3s}}{14.4s + 1} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} R(s) \\ V(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{3.8 e^{-8.1s}}{14.9s + 1} \\ \frac{4.9 e^{-3.4s}}{13.2s + 1} \end{bmatrix} * L(s) \quad (\text{A.2})$$

onde as variáveis desvio representam (valores de operação entre parênteses):

X_t : porcentagem mássica de metanol no topo (96%);

X_f : porcentagem mássica de metanol no fundo (0.5%);

R : vazão mássica de refluxo (0.885 kg/min);

V : vazão mássica de vapor (0.776 kg/min);

L : vazão mássica de alimentação (1.11 kg/min);

e sendo a unidade tempo padrão o minuto.

A coluna possui oito pratos e a alimentação contém 45.5% em peso de metanol. Os tempos de amostragem das duas variáveis controladas são iguais a 1 minuto e a forma discreta da Eq. (A.2) pode ser obtida pelo uso da transformada z [58].

Com relação à estrutura do atraso de transporte, pode-se determinar, no caso multivariável, a matriz *interactor* desta coluna a partir do algoritmo apresentado por WOLOVICH *et al.* [57] para o sistemas contínuos ou, para sistemas discretos, através do algoritmo apresentado por GOODWIN *et al.* [29] e, descrito brevemente no Apêndice B, obtendo-se

$$\begin{bmatrix} q^2 & 0 \\ 0 & q^4 \end{bmatrix}$$

O modelo aqui apresentado tem sido usado em um grande número de estudos de controle multivariável, incluindo os feitos por MCDERMOTT [40], MCDERMOTT *et al.* [41, 42], OGUNNAIKE *et al.* [44], SHAH *et al.* [48], VOGEL [53] e VOGEL *et al.* [54].

O objetivo do controlador é manter a composição dos dois produtos em uma dada referência mesmo na presença de perturbações. Portanto, o desempenho do controlador é avaliado alterando-se a referência de composição de um dos produtos.

A.4 Pêndulo

A figura A.5 ilustra um pêndulo rígido que pode ser descrito pela seguinte equação diferencial:

$$J\ddot{\phi}(t) + Mgh\text{sen}(\phi(t)) = u(t) \quad (\text{A.3})$$

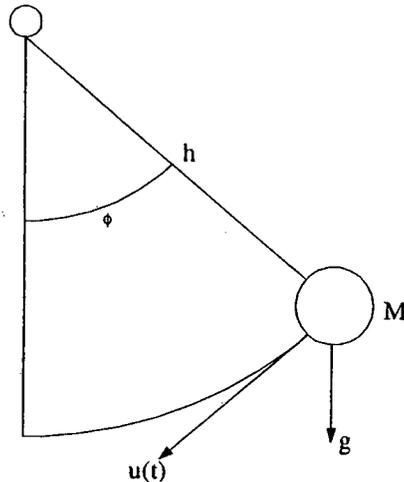


Figura A.5 – Pêndulo sem atrito.

onde M é a massa da carga ($M = 1kg$), J é o momento de inércia ($J = 0.25kg\ m^2$), h é o comprimento do elo ($h = 0.5m$) e g é a aceleração da gravidade. A posição angular do pêndulo é $\phi(t)$ e a entrada de controle $u(t)$ é o torque aplicado no mesmo. A representação discreta entrada/saída, obtida pela discretização com um tempo de amostragem de $T = 0.1s$, é dada por:

$$y(k) - 1.807y(k-1) + y(k-2) = 0.0197u(k-1) + 0.0197u(k-2) \quad (A.4)$$

A utilização deste processo deve-se ao fato do mesmo ser não-linear. A avaliação do comportamento dos controladores é feita levando-se o pêndulo para uma determinada referência e alterando-se a massa do mesmo em um dado momento da simulação.

A.5 Modelos matemáticos diversos

A.5.1 Modelo de segunda ordem com incerteza paramétrica

O modelo considerado [36] é dado pelo seguinte sistema,

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 + \Delta a_1 & -2 + \Delta a_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (\text{A.5})$$

$$y = [1 \ 0]x$$

onde os parâmetros incertos, Δa_i , $i = 1, 2$ são uniformemente distribuídos variando aleatoriamente com $|\Delta a_i| \leq 1$.

Para o projeto dos controladores discretos o modelo foi discretizado considerando-se $\Delta a_i = 0$, $i = 1, 2$ e para $T_s = 0.1s$, o que resulta na função de transferência discreta de segunda ordem

$$y(k) - 1.6375y(k-1) + 0.6703y(k-2) = 0.0175u(k-1) + 0.0153u(k-2) \quad (\text{A.6})$$

A dificuldade deste processo consiste no fato de que apesar de o projeto dos controladores ser feita com base no modelo discreto busca-se controlar o modelo nominal que, como descrito acima, apresenta dois parâmetros incertos que variam aleatoriamente durante o tempo de simulação.

A avaliação do desempenho dos controladores é feita buscando-se levar o processo de uma dada condição inicial a uma condição de equilíbrio específica.

A.5.2 Planta discreta de segunda ordem

A segunda planta discreta, conforme apresentada por FURUTA [25], tem sido utilizada em diversos trabalhos envolvendo controladores discretos, [26, 33, 11], sendo representada por

$$y(k) + a_1y(k-1) + a_2y(k-2) = b_0u(k-1) + b_1u(k-2) \quad (\text{A.7})$$

onde $a_1 = -1.3$, $a_2 = 0.42$, $b_0 = 1$ e $b_1 = -0.8$.

A utilização desta planta deve-se única e exclusivamente ao fato de ser utilizada com relativa frequência na literatura para a avaliação do desempenho de controladores do tipo VSC/GMV.

A.5.3 Planta discreta de segunda ordem multivariável

A planta discreta de segunda ordem, com duas entradas e duas saídas, é

$$[I_2 + A_1q^{-1} + A_2q^{-2}]y(k) = q^{-1}[B_0 + B_1q^{-1}]u(k) \quad (\text{A.8})$$

onde

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.833 & 0 \\ 0 & 0.45 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0.165 & 0 \\ 0 & 0.05 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0.33 & 0.5 \\ 0.2 & 0.25 \end{bmatrix}$$

e a matriz *interactor* é dada por

$$\begin{bmatrix} q & 0 \\ -q^2 & q^2 \end{bmatrix}$$

Dada a característica não-diagonal da matriz *interactor* esta planta é utilizada para se comparar o comportamento dinâmico entre os dois controladores MIMO apresentados neste trabalho. As referências são duas ondas quadradas com períodos de 80 e 140 amostras e amplitudes de 0.1 e 0.2 para a primeira e a segunda saída, respectivamente.

A.5.4 Modelo com incerteza paramétrica

Considerando uma função de transferência de terceira ordem e estável em malha aberta

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(3s+1)(5s+1)} \quad (\text{A.9})$$

é possível identificar um modelo com duas diferentes estruturas de primeira ordem para um período de amostragem de 1 s, isto é,

Modelo 1:

$$\hat{G}^I(q^{-1}) = \frac{0.0854q^{-1}}{1 - 0.91563q^{-1}} \quad (\text{A.10})$$

Modelo 2:

$$\hat{G}^{II}(q^{-1}) = \frac{-0.0391 + 0.1480q^{-1}}{1 - 0.9048q^{-1}} \quad (\text{A.11})$$

O numerador do segundo modelo permite capturar melhor as dinâmicas da planta que o do primeiro modelo.

O objetivo deste modelo é verificar a robustez dos controladores VSC/GMV SISO apresentados frente a incertezas aditivas, uma vez que o controlador proposto possibilita a utilização do teorema do pequeno ganho para garantir tal robustez, dada sua representação na forma RST.

O procedimento de ensaio é basicamente uma mudança de referência e de modelo para o processo no decorrer da simulação.

A.5.5 Modelo discreto de primeira ordem

O modelo considerado [53] é dado por

$$\begin{aligned}y(k) &= 2y(k-1) + u(k-1) + 2u(k-2) + x(k) \\ \Delta x(k) &= e(k)\end{aligned}\tag{A.12}$$

onde $e(k)$ é um ruído branco com média nula e variância unitária.

Pode-se observar pela representação que o modelo é de fase não-minima e instável em malha aberta.

O desempenho dos controladores é avaliado mediante utilização, como referência de um forma de onda com três níveis de amplitudes 4, 0, -4 e período de 160 amostras.

Apêndice B

ATRASSO MULTIVARIÁVEL: MATRIZ INTERACTOR

Assumindo que o sistema é descrito por um modelo MIMO da forma

$$\mathbf{A}(q^{-1})\mathbf{y}(k) = \mathbf{B}(q^{-1})\mathbf{u}(k-1) \quad (\text{B.1})$$

onde $\mathbf{y}(k)$ e $\mathbf{u}(k)$ denotam o vetor de saída de dimensão $m \times 1$ e o vetor de entrada de dimensão $r \times 1$, respectivamente. As matrizes polinomiais $\mathbf{A}(q^{-1})$ e $\mathbf{B}(q^{-1})$, de dimensões $m \times m$ e $m \times r$, respectivamente, são representadas por

$$\mathbf{A}(q^{-1}) = \mathbf{I} + \mathbf{A}_1 q^{-1} + \mathbf{A}_2 q^{-2} + \dots + \mathbf{A}_n q^{-n} \quad (\text{B.2a})$$

$$\mathbf{B}(q^{-1}) = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 q^{-1} + \mathbf{B}_2 q^{-2} + \dots + \mathbf{B}_n q^{-n} \quad (\text{B.2b})$$

Dada uma função de transferência, $T(q)$, para o sistema satisfazendo as seguintes considerações,

1. O número de entradas, r , é igual ao número de saídas, m , e a função de transferência do sistema, $T(q)$, satisfaz

$$\det \mathbf{T}(q) \neq 0 \quad \text{para todo } q$$

2. A função de transferência é estritamente própria.

Existe uma matriz polinomial, $\xi(q)$, conhecida como matriz *interactor*, satisfazendo

$$(i) \quad \det \xi(q) = q^{\tilde{m}}, \quad \text{onde } \tilde{m} \text{ é um inteiro} \quad (\text{B.3})$$

$$(ii) \lim_{q \rightarrow \infty} \xi(q)\mathbf{T}(q) = \mathbf{K}, \text{ onde } \mathbf{K} \text{ é uma matriz não-singular} \quad (\text{B.4})$$

Em geral, $\xi(q)$, pode ser obtida para ter a seguinte estrutura:

$$\xi(q) = \mathbf{H}(q)\mathbf{D}(q) \quad (\text{B.5})$$

onde

$$\mathbf{D}(q) = \text{diag}\left[q^{f_1} \cdots q^{f_m}\right]$$

$f_i \geq d_i \triangleq \min_{1 \leq j \leq m} d_{ij}$ e d_{ij} é o atraso entre a j -ésima entrada e a i -ésima saída. $\mathbf{H}(q)$ é uma matriz unimodular da forma

$$\mathbf{H}(q) = \begin{bmatrix} 1 & & & 0 \\ h_{21}(q) & \ddots & & \\ \vdots & & \ddots & \\ h_{m1}(q) & h_{m2}(q) & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

e $h_{21}(q)$ é divisível por zero (ou é zero).

Em muitos dos casos de interesse, $\xi(q)$ pode apresentar uma das duas formas simplificadas, isto é,

Forma 1:

$$\xi(q) = q^d I \quad (\text{B.7})$$

onde d é um atraso simples associado a todas as saídas.

Forma 2:

$$\xi(q) = \text{diag} \left[d_1 \quad \cdots \quad d_m \right] \quad (\text{B.8})$$

onde d_{ij} é o atraso entre a j -ésima entrada e a i -ésima saída.

$$d_i = \min_j d_{ij}$$

Aqui d_i representa o atraso para a i -ésima saída.

Pode-se observar que as escolhas de $\xi(q)$, eqs. (B.7) e (B.8), satisfazem a condição (B.3) e fornecem

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \xi(q)\mathbf{T}(q) = \mathbf{K} \neq 0 \quad (\text{B.9})$$

Nas discussões elementares sobre sistemas multivariáveis, as estruturas de atraso representadas pela equações (B.7) e (B.8) são adequadas. Entretanto, para uma completa generalização e para garantir que \mathbf{K} é não-singular em todos os casos, pode-se necessitar, ocasionalmente, da utilização de uma forma mais geral para representar $\xi(q)$. Maiores informações sobre a forma de cálculo da matriz *interactor* podem ser obtidas nos trabalhos de GOODWIN *et al.* [29] e WOLOVICH *et al.* [57].

Exemplo B.1.

Considere a seguinte função de transferência:

$$\mathbf{T}(q) = \begin{bmatrix} \frac{q^{-2}}{1+q^{-1}} & \frac{2q^{-2}}{1+3q^{-1}} \\ \frac{q^{-3}}{1+q^{-1}} & \frac{3q^{-3}}{1+4q^{-1}} \end{bmatrix}$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Banerjee, P. and Shah, S.L. *The rule of signal processing methods in the robust design of predictive control*. Automatica, Vol. 31, pp. 681-695, 1995.
- [2] Bitmead, R.R.; Gevers, M. and Werts, V. *Adaptive optimal control. The thinking man's GPC*. Prentice Hall, 1990.
- [3] Camacho, O. and Smith, C.A. *Sliding mode control: an approach to regulate nonlinear chemical processes*. ISA Transactions, Vol. 39, pp. 205-218, 2000.
- [4] Camacho, O.; Rojas, R. and García, W. *Variable structure control applied to chemical processes with inverse response*. ISA Transactions, Vol. 38, pp. 55-72, 1999.
- [5] Chan, C.Y. *Discrete adaptive sliding-mode control of a class of stochastic systems*. Automatica, Vol. 35, pp. 1491-1498, 1999.
- [6] Chan, C.Y. *Discrete adaptive sliding-mode tracking controller*. Automatica, Vol. 33, No. 5, pp. 999-1002, 1997.
- [7] Chiu, S. *Using fuzzy logic in control applications: Beyond fuzzy PID control*. IEEE Control Systems Magazine, Vol. 18, No. 5, pp. 100-104, 1998.
- [8] Clarke, D.W. *Application of generalized predictive control to industrial processes*. IEEE Control Systems Magazine, Vol. 8, No. 2, pp. 49-55, Apr. 1988.
- [9] Clarke, D.W.; Mohtadi, C. and Tuffs, P.S. *Generalized predictive control-part I. The basic algorithm*. Automatica, Vol. 23, No. 2, pp. 137-148, 1987.
- [10] Coelho, A.A.R. *Controle adaptativo para processos multivariáveis: aspectos teóricos e simulação*. Tese de Doutorado, Universidade de Campinas, Campinas, SP, Fevereiro 1991.
- [11] Coelho, A.A.R. e Sumar, R.R. *Controle a estrutura variável incremental: projeto e estudo de caso*. IX Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control, Santa Fé, Argentina, Vol. 1, pp. 300-303, Setembro 2001.

- [12] Coelho, A.A.R.; Almeida, O.M.; Sumar, R.R. and Santos, J.E.S. *Learning lab for understanding control theory of signal and linear systems*. 40th IEEE Conference on Decision and Control, Orlando, Florida, pp. 3218-3223, December 2001.
- [13] Coelho, A.A.R.; Almeida, O.M.; Sumar, R.R. e Santos, J.E.S. *Auto-sintonia de controladores PID multivariáveis com especificação de margens de fase e de ganho*. V Seminário de Automação de Processos, pp 59-69, Belo Horizonte, MG, Outubro 2001.
- [14] Coelho, A.A.R.; Almeida, O.M.; Sumar, R.R. e Santos, J.E.S. *Experimentos práticos de controle adaptativo na graduação*. XXIX Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, Porto Alegre, RS, Setembro 2001.
- [15] Coelho, A.A.R.; Almeida, O.M.; Sumar, R.R. e Santos, J.E.S. *Laboratório de simulação no ensino de sinais e sistemas lineares*. XXIX Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, Porto Alegre, RS, Setembro 2001.
- [16] Coelho, A.A.R.; Almeida, O.M.; Sumar, R.R.; Santos, J.E.S. e Bittencourt, F. *Da teoria à prática: Projeto motor taco-gerador*. XXIX Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, Porto Alegre, RS, Setembro 2001.
- [17] Corradini, M.L. and Orlando, G. *A discrete adaptive variable-structure controller for MIMO systems, and its applications to an underwater ROV*. IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol. 5, pp. 349-359, 1997.
- [18] Corradini, M.L. and Orlando, G. *A MIMO VSS-type self-tuning control for a remotely operated vehicle*. 1st IFAC Workshop on New Trends in Design of Control Systems. Smolenic, Slovak Republic, pp. 19-24, Sept. 1994.
- [19] Corradini, M.L. and Orlando, G. *A VSC algorithm based on generalized predictive control*. Automatica, Vol. 33, pp. 927-932, 1997.
- [20] Corradini, M.L. and Orlando, G. *Discrete variable structure control for nonlinear systems*. European Control Conference, Rome, Italy, Vol. 2, pp. 1465-1470, 1995.
- [21] De Oliveira Lopes, L.G.C. *Controle a estrutura variável aplicado a um atuador hidráulico*. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Julho, 1997.

- [22] Dugard, L.; Goodwin, G.C. and Xianya, X. *The role of the interactor matrix in multivariable stochastic adaptive control*. Automatica, Vol. 20, pp. 701-709, 1984.
- [23] Furuta, K. and Pan, Y. *Discrete-time adaptive VSS control system using transfer function*. Proc. 32nd Conf. on Decision and Control, San Antonio, TX. pp. 1434-1439, 1993.
- [24] Furuta, K. *Sliding mode control of a discrete systems*. Syst. Control Lett., Vol. 14, pp. 145-152, 1990.
- [25] Furuta, K. *VSS type self-tuning control*. IEEE Trans. Industrial Electronics, Vol. 40, pp. 37-44, 1993.
- [26] Furuta, K., *VSS-type self-tuning control- β equivalent control approach*. Proc. American Control Conf., San Francisco, CA, pp. 980-984, 1993.
- [27] Furuta, K.; Kosuge, K. and Kobayshi, K. *VSS-type self-tuning control of direct drive motor*. Proc. IECON, Philadelphia, PA, pp. 281-286, 1989.
- [28] Gomide, F.A.C.; Gudwin, R.R. e Tanscheit, R. *Conceitos fundamentais da teoria de conjuntos fuzzy, lógica fuzzy e aplicações*. Proc. of 6th International Fuzzy Systems Association World Congress – IFSA95, Tutorials, pp. 1-38, 1995.
- [29] Goodwin, G.C. and Sin, K.S. *Adaptive prediction, filtering and control*. Prentice Hall, 1984.
- [30] Huang, B.; Shah, S.L. and Kwok, E.K. *Good, bad or optimal? Performance assessment of multivariable processes*. Automatica, Vol. 33, pp. 1175-1183, 1997.
- [31] Hung, J.Y., Gao, W. And Hung, J.C. *Variable Structure control: a survey*. IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 40, No. 1, pp. 02-22, 1993
- [32] Iordanou, H.N. and Surgenor, B.W. *Experimental evaluation of the robustness of discrete sliding mode control versus linear quadratic control*. IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol. 5, pp. 254-260, 1997.
- [33] Lee, P.M. and Oh, J.H. *Improvements on VSS-type self-tuning control for a tracking controller*. IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 45, no. 2, pp. 319-325, Apr. 1998.
- [34] Li, Y.F. and Lau, C.C. *Development of fuzzy algorithms for servo systems*. Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Philadelphia, Pennsylvania, pp. 65-72, April 1988.

- [35] Lim, K.W. and Ling, K.V. *Generalized predictive control of a heat exchanger*. IEEE Control Systems Magazine, Vol. 9, No. 6, pp. 9-12, Oct. 1989.
- [36] Lin, S.C. and Kung, C.C. *A linguistic fuzzy-sliding mode controller*. Proc. American Control Conf., pp. 1904-1905, 1992.
- [37] Luiz, C.C. *Sistema de controle integrado simplificado de um processo de nível*. Trabalho de Conclusão de Curso, Curso de Ciência da Computação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Julho 1996.
- [38] Luyben, W.L. *Simple method for tuning SISO controllers in multivariable systems*. Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., Vol. 25, pp. 654-660, 1986.
- [39] Mamdani, E. And Assilian, S. *An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller*, International Journal of Man Machine Studies, Vol. 7, No. 1, pp. 1-13, 1975.
- [40] McDermott, P.E. *Adaptive multivariable optimal predictive control*. Inter. J. of Adaptive Control and Signal Proc., Vol. 1, pp. 111, 1987.
- [41] McDermott, P.E. and Mellichamp, D.A. *A decoupling pole-placement self-tuning controller for a class of multivariable processes*. Proc. IFAC World Cong., Budapest, July 1984.
- [42] McDermott, P.E.; Mellichamp, D.A. and Rinker, R.G. *Pole-placement self-tuning control of a fixed-bed autothermal reactor*. AIChE Journal, Vol. 32, No. 6, pp. 1004, 1986.
- [43] Ngo, K.T. and Erickson, K.T. *Stability of discrete-time matrix polynomials*. IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 42, pp. 538-542, 1997.
- [44] Ogunnaike, B.A. and Ray, W.H. *Multivariable controller design for linear systems having multiple time delay*. AIChE J., Vol. 25, pp. 1043, 1979.
- [45] Pieper, J.K. and Goheen, K.R. *Discrete time sliding mode control via input-output models*. Proc. American Control Conf., San Francisco, CA, pp. 964-965, 1993.
- [46] Scattolini, R. and Bittanti, S. *On the choice of the horizon in long-range predictive control-some simple criteria*. Automatica, Vol. 26, pp. 915-917, 1990.
- [47] Seborg, D.E.; Edgar, T.F. and Mellichamp, D.A. *Process dynamics and control*. John Wiley & Sons, 1989.

- [48] Shah, S.L. and Fisher, D.G. *A multivariable frequency domain design method for feedforward disturbance minimization*. Proc. Joint Auto. Control Conf., Vol. 4, No. 1, 1978.
- [49] Slotine, J.J. and Li, W. *Applied nonlinear control*. Prentice Hall, New Jersey, 1991.
- [50] Utkin, V.I. *Variable structure systems with sliding modes*. IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 40, No. 1, pp. 212-222, 1977.
- [51] Utkin, V.I., *Sliding mode control design principles and applications to electric drives*. IEEE Trans. on Ind. Electronics, Vol. 40, pp. 23-36, 1993.
- [52] Vargas, F.J.T.; Sumar, R.R. e Dos Santos, C.H.F. *Estratégia Nebulosa para Controle de Força e Posição de Robôs Manipuladores*. IX Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control, Santa Fé, Argentina, Vol. 2, pp. 411-416, Setembro 2001.
- [53] Vogel, E.F. *An adaptive multivariable pole-zero placement controller for chemical processes with variable dead time*. Ph. D. Thesis., Univ. Texas at Austin, 1982.
- [54] Vogel, E.F. and Edgar, T.F. *An adaptive pole placement controller for chemical processes with variable dead time*. Comput. Chem. Eng., Vol. 12, No. 1, pp. 15-26, 1988.
- [55] Wang, Q.G.; Lee, T.H. and Zhang, Y. *Multiloop version of the modified Ziegler-Nichols method for two input and two output processes*. Ind. Eng. Chem. Res., Vol. 37, pp. 4725-4733, 1998.
- [56] Wellstead, P.E. and Zarrop, M.B. *Self-tuning systems: control and signal processing*, Wiley, Chichester, 1991.
- [57] Wolovich, W.A. and Falb, P.L. *Invariants and canonical forms under dynamic compensation*. SIAM J. Cont. and Optim., Vol. 14, pp. 996-1008, 1976.
- [58] Wood, R.K. and Berry, M.W. *Terminal composition of a binary distillation column*. Chem. Eng. Sci., Vol. 28, pp. 1707-1717, 1973.
- [59] Young, K.D.; Utkin, V.I. and Özgüner, Ü. *A control engineer's guide to sliding mode control*. IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol. 7, pp. 328-342, 1999.
- [60] Zadeh, L. *Fuzzy sets*, Information and Control, Vol. 8, pp. 338-353, 1965.