

**Universidade Federal de Santa Catarina
Programa de Pós-graduação em
Engenharia de Produção**

**ANÁLISE, SELEÇÃO E OTIMIZAÇÃO
DE PORTFÓLIOS DE INVESTIMENTO,
DESTINADOS A CLIENTES *MIDDLE* DE
BANCOS DE VAREJO**

José de Mesquita Filho

Dissertação apresentada ao
Programa de Pós-graduação em
Engenharia de Produção da
Universidade Federal de Santa Catarina
como requisito para obtenção
do título de Mestre em
Engenharia de Produção

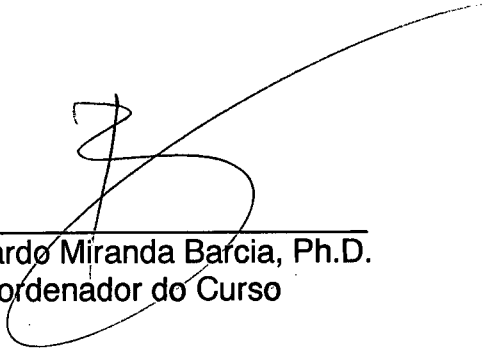
**Florianópolis
2001**

José de Mesquita Filho

**ANÁLISE, SELEÇÃO E OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIOS DE INVESTIMENTO
DESTINADOS A CLIENTES *MIDDLE* DE BANCOS DE VAREJO**


Esta dissertação foi julgada e aprovada para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia de Produção** do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 11 de outubro de 2001.

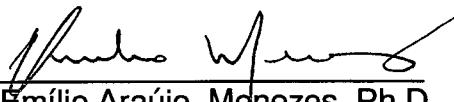


Prof. Ricardo Miranda Barcia, Ph.D.
Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA



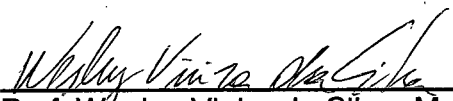
Prof. Robert Wayne Samohyl, Ph.D.
Orientador



Prof. Emílio Araújo Menezes, Ph.D.



Prof. Roberto Meurer, Dr.



Prof. Wesley Vieira da Silva, Msc.

Dedicatória

A Juca e Marianna (*in memoriam*), meus pais
pela inspiração de tudo na minha vida.
À Regina, Flávia e Gláucia, esposa e filhas
pela paciência e apoio incondicionais.

Agradecimentos

À Universidade Federal de Santa Catarina
pelas novas perspectivas abertas com o curso.

Ao professor Robert (BOB) Samohyl
pela inspiração inicial e orientação sempre segura e tempestiva.

Ao professor WESLEY Vieira da Silva
pela co-orientação e, sobretudo, pelo apoio sem reservas.

Ao professor EMÍLIO Araújo Menezes
pelas sugestões e considerações feitas ao trabalho.

Ao professor Roberto MEURER
pelas correções e sugestões conferidas ao trabalho.

À amiga Laura GISELE Antunes
pela leitura crítica e incentivadora.

Ao Cezar Norbiato, o *Cezinha*
pelo auxílio no *visual basic*.

Aos companheiros da Tecpar 17
pelas lutas comuns.

Ao Banco do Brasil S.A.
por motivar a jornada e pelo apoio financeiro.

“Aqueles que se enamoram da prática sem a ciência, são como o navegador que entra no navio sem timão ou bússola, que jamais tem a certeza de onde vai. Sempre a prática deve ser edificada sobre a boa teoria”

Leonardo da Vinci

SUMÁRIO

Lista de Figuras.....	ix
Lista de Quadros.....	xi
Lista de Reduções	xii
Resumo	xiii
Abstract	xiv
1. APRESENTAÇÃO DO TRABALHO	
1.1. Introdução.....	01
1.2. Origem do Trabalho.....	04
1.3. Objetivos.....	05
1.3.1. Objetivo Geral	05
1.3.2. Objetivos Específicos.....	05
1.4. Importância do Trabalho	06
1.5. Estrutura do Trabalho	07
1.6. Limitações do Trabalho	08
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	
2.1. Introdução.....	10
2.2. Investimento sob Condição de Certeza	11
2.2.1. As Curvas de Indiferença do Investidor.....	13
2.3. Investimento sob Condição de Incerteza.....	15
2.4. O Princípio da Dominância	17
2.4.1. Hipóteses Básicas que Amparam o Princípio da Dominância.....	18
2.4.2. Princípios Básicos da Teoria da Dominância	18

2.5. Retorno e Risco de Ativos individuais	20
2.5.1.Retorno de Ativos Individuais	20
2.5.2.Risco de Ativos Individuais	22
2.6. Retorno e Risco de Portfólios	23
2.6.1.Retorno do Portfólio	24
2.6.2.Risco do Portfólio	25
2.7. Efeitos da Diversificação	28
2.7.1.Estudo de Casos da Combinação de Dois Ativos	29
2.7.2.Risco Sistemático e Não-Sistemático	34
2.7.3.A Fronteira Eficiente	37
2.8. Teoria da Utilidade	38
2.8.1. Pressupostos Básicos da Análise de Utilidade	39
2.8.2.Momentos Estatísticos de Uma Distribuição de Probabilidades	40
2.8.3.As Propriedades Econômicas das Funções-Utilidade	42
2.8.4.Exemplos de Funções-Utilidade	44
3. ANÁLISE E SELEÇÃO DOS ATIVOS QUE INTEGRARÃO OS PORTFÓLIOS DE INVESTIMENTO	
3.1. Introdução	46
3.2. Os Ativos Candidatos a Integrar os Portfólios	47
3.2.1.Regras Tributárias e Taxas de Administração Aplicáveis aos Ativos	48
3.2.2.O Conjunto de Ativos Candidatos a Integrar os Portfólios de Investimento	50
3.3. Análise dos Ativos	51
3.4. Seleção dos Ativos que Integrarão os Portfólios	55

4. APLICAÇÃO PRÁTICA – O PROCESSO DE INVESTIMENTO DESTINADO A CLIENTES <i>MIDDLE</i> DE BANCOS DE VAREJO	
4.1. Introdução.....	62
4.2. O Perfil do Investidor.....	63
4.3. Estabelecimento das Metas para o Investimento	69
4.4. A Otimização dos Portfólios.....	71
4.4.1.Problemas de Otimização.....	71
4.4.2.A Função-Utilidade Escolhida.....	73
4.4.3.A Solução Matemática do Problema	76
4.4.4.O Modelo de Otimização de Portfólios, Baseado no Algoritmo de Programação Não-Linear	79
4.4.5.Resultados do Processo de Otimização.....	83
4.5. A Revisão do Portfólio Selecionado.....	92
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	
5.1. Considerações Finais.....	95
BIBLIOGRAFIA	99
ANEXO I – Rentabilidades Mensais Históricas, Retornos Médios Mensais e Respectivos Desvios-Padrão dos Ativos Pesquisados	101
ANEXO II – Questionários de Determinação do Perfil do Investidor Quanto ao Risco, Adotados pelo Banco do Brasil S.A., Banco Bradesco S.A. e Banco Itaú S.A.....	107
ANEXO III – Modelo de Otimização de Portfólios de Investimento, Construído em Planilha Eletrônica Microsoft® Excel.....	115

LISTA DE FIGURAS

Figura 1:	O conjunto de oportunidades do investidor.....	13
Figura 2:	A decisão equilibrada do investidor.....	14
Figura 3:	Comparação dos investimentos K, L e Z	19
Figura 4:	Histogramas das distribuições de freqüências das taxas de retorno do fundo BB Ações Telebrasil e da caderneta de Poupança-Ouro, no período de jan/1998 a jun/2001	22
Figura 5:	Coeficientes de correlação entre os ativos A e B.....	27
Figura 6:	Retorno esperado em função do desvio-padrão do portfólio para $\rho = +1$	31
Figura 7:	Retorno esperado em função do desvio-padrão do portfólio para $\rho = 0$	32
Figura 8:	Retorno esperado em função do desvio-padrão do portfólio para $\rho = -1$	33
Figura 9:	Retorno esperado em função do desvio-padrão do portfólio para $\rho = +1, 0$ e -1	34
Figura 10:	Relação entre a variância das taxas de retorno de uma carteira e o número de títulos que a compõem.....	36
Figura 11:	Conjunto de oportunidades de retorno esperado X risco para vários portfólios	37
Figura 12:	Matriz de variâncias e covariâncias dos ativos, no período de jan/1998 a jun/2001	54
Figura 13:	Coeficientes de correlação entre duas séries de dados quaisquer .	56

Figura 14: Matriz de correlações dos ativos analisados.....	57
Figura 15: Teste “F” aplicado aos ativos	59
Figura 16: Exemplo do questionário de definição do perfil do investidor, aplicado pelo Banco do Brasil S.A.....	66
Figura 17: Exemplo do questionário de definição do perfil do investidor, aplicado pelo Banco Bradesco S.A.....	67
Figura 18: Exemplo do questionário de definição do perfil do investidor, aplicado pelo Banco Itaú S.A.....	67
Figura 19: Representação gráfica da fronteira eficiente, variando Φ	75
Figura 20: Caixa de diálogo <i>parâmetros do solver</i>	81
Figura 21: Portfólio 1 – otimização para $\Phi = 0$	83
Figura 22: Portfólio 2 – otimização para $\Phi = 0,004$	84
Figura 23: Portfólio 3 – otimização para $\Phi = 0,005$	84
Figura 24: Portfólio 4 – otimização para $\Phi = 0,006$	85
Figura 25: Portfólio 5 – otimização para $\Phi = 0,20$	86
Figura 26: Portfólio 6 – otimização para $\Phi = 0,22$	86
Figura 27: Portfólio 7 – otimização para $\Phi = 0,24$	87
Figura 28: Portfólio 8 – otimização para $\Phi = 0,26$	88
Figura 29: Portfólio 9 – otimização para $\Phi = 0,4$	88
Figura 30: Portfólio 10 – otimização para $\Phi = 0,5$	89
Figura 31: Portfólio 11 – otimização para $\Phi = 0,6$	90
Figura 32: Portfólio 12 – otimização para $\Phi = 0,7$	90
Figura 33: Fluxograma do processo de investimento destinado a clientes <i>middle</i> de bancos de varejo	94

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Retorno esperado e desvio-padrão do portfólio para $\rho = +1$	30
Quadro 2: Retorno esperado e desvio-padrão do portfólio para $\rho = 0$	32
Quadro 3: Retorno esperado e desvio-padrão do portfólio para $\rho = -1$	33
Quadro 4: Variações na aversão ao risco relativo, com o incremento da riqueza	44
Quadro 5: Exemplos de funções-utilidade.....	45
Quadro 6: Ativos disponíveis para investidores pessoas físicas, clientes do Banco do Brasil S.A.....	51
Quadro 7: Retornos médios mensais e respectivos desvios-padrão dos ativos, no período de jan/1998 a jun/2001	53
Quadro 8: Valores de <i>p-value</i> entre os ativos escolhidos e os fundos de renda fixa	60
Quadro 9: Valores de <i>p-value</i> entre os ativos escolhidos e os fundos de ações	61
Quadro 10: Ativos selecionados para integrar os portfólios de otimização	61
Quadro 11: Restrições/metapas do investimento.....	71
Quadro 12: Restrições aplicadas ao exemplo prático.....	80
Quadro 13: Função-utilidade, retorno e risco, para uma dada condição do portfólio	82
Quadro 14: Resumo da otimização dos portfólios	91

LISTA DE REDUÇÕES

SIGLAS

ANBID	Associação Nacional dos Bancos de Investimento
BB.....	Banco do Brasil S.A.
CDB	Certificado de Depósito Bancário
CDI	Certificado de Depósito Interfinanceiro
CPMF.....	Contribuição Provisória sobre a Movimentação Financeira
DI.....	Depósitos Interbancários
GRG2.....	Código de Otimização Não-Linear do Gradiente Reduzido Genérico
IBOVESPA	Índice Bovespa
IBX.....	Índice Brasil
IOF	Imposto sobre Operações Financeiras
PL.....	Programação Linear
PNL.....	Programação Não-Linear
PQ	Programação Quadrática
RDB	Recibo de Depósito Bancário
TR.....	Taxa Referencial

SÍMBOLOS

λ	Lambda
Φ	Fi
ω	Ômega
ρ	Rô
σ	Sigma

RESUMO

MESQUITA FILHO, José de. **Análise, seleção e otimização de portfólios de investimento, destinados a clientes *middle* de bancos de varejo.** Florianópolis, 2001. 116f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, 2001.

A origem deste trabalho reside na constatação de que as alternativas de consultoria disponíveis nas instituições financeiras do mercado de varejo brasileiro para clientes de padrão médio de renda ou de patrimônio são praticamente inexistentes. Diante desse fato, procurou-se, com a pesquisa, elaborar um processo que permitisse a análise e seleção de ativos, a definição do perfil do investidor quanto ao risco, o estabelecimento de metas para o investimento, a otimização, seleção e revisão de portfólios de investimento, destinados a clientes *middle* de bancos de varejo. A fundamentação teórica do trabalho aborda a preferência do investidor quanto ao risco, evidencia, através do princípio da dominância, a escolha racional entre investimentos distintos, conceitua os critérios de retorno e de risco, tanto de ativos individuais quanto de carteiras e demonstra os efeitos da diversificação na relação *retorno X risco* de portfólios. O conjunto de ativos disponíveis para investimentos em um banco de varejo brasileiro foi analisado, contemplando a conceituação de cada um, regras tributárias e custos transacionais que os impactam, cálculo do retorno e do risco esperados, covariância e correlação entre eles, além do teste de hipóteses (Teste F) que validou a seleção dos ativos que integraram os portfólios otimizados. O processo prático elaborado abrange o estudo do perfil do investidor quanto ao risco, o estabelecimento de metas de retorno e de risco dos portfólios, a otimização de uma função-utilidade escolhida, a partir da operação do algoritmo de Programação Não-Linear com resolução pelo método do Código de Otimização Não-Linear do Gradiente Reduzido Genérico (GRG2) em planilha do Microsoft® Excel e, por fim, a fixação de critérios de revisão periódica das carteiras otimizadas. Os resultados obtidos podem ser considerados satisfatórios, na medida em que tanto a seleção dos ativos quanto a definição do perfil do investidor e os portfólios definidos no processo de otimização demonstraram aderência com os preceitos teóricos, levando à conclusão de que o modelo é aplicável, na prática.

Palavras-chave: Investimento; Portfólio; Otimização.

ABSTRACT

MESQUITA FILHO, José de. **Analysis, selection and optimization of investment portfolios driven to middle clients of retail banks.**

Florianópolis, 2001. 116p. Essay (Production Engineering Master Degree) – Production Engineer Post Graduation Program, Universidade Federal de Santa Catarina, 2001.

This work is based on the evidence that consulting services done by financial institutions of the Brazilian retail market for middle income or middle wealth clients practically do not exist. Therefore our research aimed at having a process that would provide the analysis and selection of assets, the definition of the investor's profile risk wise, the establishment of goals for the investment, and the optimization, selection and review of the investment portfolio for middle clients of retail banks. The theoretical basis of this work considers the investor's preference risk wise and shows, through the dominance principle, the rational choice among distinctive investments. It also appraises the risk and the return criterion of both individual assets and portfolios, and demonstrates the diversifications effects of the ratio between return and risk. The whole set of available investment assets in a Brazilian retail bank was analyzed regarding where each one ranked, the taxation and transactional costs over them, return estimate and expected risks, co-variance and correlation, and the hypothesis test (Test F), which validate the assets selection that form the optimized portfolios. The elaborated practical process includes the profile study of the investor regarding risk, the establishment of return and risk goals of the portfolios, the optimization of a chosen utility-function based on the operation of the Non-Linear Programming algorithm with a resolution through the Non-Linear Optimization Code of the Generic Reduced Gradient (GRG2) on a Microsoft™ Excel spreadsheet, and finally the criterion fixation of the periodical review of the optimized portfolios. The results can be considered satisfactory since the assets selection, the definition of the investor's profile and the portfolios defined in the optimization process bind with the theoretic principles, therefore leading us to infer that the model is applicable in practice.

Key words: Investment; Portfolio; Optimization

CAPÍTULO I

APRESENTAÇÃO DO TRABALHO

1.1 Introdução

O sistema financeiro brasileiro tem apresentado, desde a última década, uma evolução sem precedentes em sua história, acompanhando a trajetória empreendida pelos seus equivalentes no mundo todo.

Fator fundamental para esse movimento, a globalização — entendida como sendo o fenômeno de proporção mundial que possibilita a integração comercial e financeira entre os países — tem provocado intensas movimentações de capitais ao redor do planeta, na busca da maximização do binômio *retorno X risco*.

Um breve histórico do sistema financeiro nacional não escapará de tornar evidente que as alternativas de que o investidor brasileiro dispunha até o final dos anos 80, disponibilizadas pelas instituições financeiras, eram extremamente reduzidas, limitando-se, não raras vezes, à caderneta de poupança, ao certificado de depósito bancário (CDB) ou ao recibo de depósito bancário (RDB).

A partir da metade dos anos 90, com o controle sobre a inflação — componente que, no recente passado da economia brasileira, claramente impediu o desenvolvimento de um sólido mercado de capitais, bem como de um mercado de papéis de médio e longo prazos— alternativas surgiram em profusão, através da disponibilização de papéis, públicos e privados, tais como os títulos emitidos por instituições privadas, pelos governos nas mais diversas esferas e pelo Banco Central do Brasil, a exemplo dos *commercial papers* e debêntures, emitidos pelas empresas, dos títulos públicos federais e das Notas do Banco Central.

As instituições financeiras, catalisando esse movimento, têm desenvolvido em suas estruturas diversos mecanismos que tornam possível oferecer aos seus clientes inúmeras possibilidades de investimentos financeiros.

Além das alternativas convencionais (caderneta de poupança, CDB, etc.), fundos de investimento, nas mais diversas modalidades, são disponibilizados no mercado financeiro brasileiro, a exemplo dos fundos de ações, de derivativos, de renda fixa e fundos cambiais, entre outros.

Na segmentação do mercado, é comum a classificação dos clientes pelas instituições financeiras em três níveis distintos: *private*, *middle* e *small*, respectivamente aqueles que possuem padrão de renda e/ou patrimônio elevado, médio e baixo.

Os clientes de baixa renda demonstram comportamento avesso a riscos (certamente pela dependência que têm de suas economias) e recorrem aos investimentos tradicionais, com maciça preferência pela caderneta de poupança que, atualmente, agrega um seguro contra riscos de perdas de até R\$ 20.000,00 (vinte mil reais), garantido pelo governo brasileiro.

Os investidores de alta renda e/ou elevado patrimônio têm à sua disposição (através de bancos, de instituições de *asset management*, de corretoras, etc.) diversos instrumentos de assessoria personalizada para as suas aplicações, que vão desde a análise e seleção, até a administração de seus portfólios de investimento.

Para os clientes de médio padrão de renda ou patrimônio — denominados *middle* — entretanto, a prática demonstra que, sobretudo nos bancos de varejo brasileiros, a consultoria para as suas aplicações de sobras de recursos é

praticamente inexistente e, com freqüência, acabam investindo na tradicional caderneta de poupança, em um CDB ou em um fundo de renda fixa qualquer, sem nenhum critério e comprometendo a otimização dos retornos *vis a vis* os riscos assumidos.

A proposta do presente trabalho consiste em formular fundamentação teórica e prática que permita oferecer a esses clientes, de um banco de varejo brasileiro, consultoria que contemple a análise, a seleção e a otimização de portfólios (carteiras) que busquem maximizar a relação *retorno X risco* de seus investimentos.

Com o intuito de proporcionar um encadeamento lógico para o assunto, cumpre indicar a necessidade de apresentação, descrição e exemplificação de alguns conceitos teóricos sobre a moderna teoria de carteiras, objeto de abordagem no capítulo subsequente.

O modelo de otimização foi desenvolvido em planilha eletrônica Excel da Microsoft® e, visando a sua utilização prática, é apresentado em linguagem *Visual Basic* com a finalidade de tornar a interface com o usuário mais amigável.

Tendo em vista que o propósito deste estudo não é o de propor soluções de retornos excedentes ao retorno de mercado, mas, fundamentalmente, o de estabelecer perspectivas de um melhor detalhamento, conhecimento e otimização dos ganhos, relativamente à atual ausência de alternativas, as carteiras são compostas de cinco ativos, extraídos de um universo representado por fundos de investimento (fundos de renda fixa, fundos cambiais, fundos de ações e fundos DI¹) e pela caderneta de poupança.

¹ Fundos DI são aqueles compostos, predominantemente, por papéis referenciados ao índice que mede o retorno do Certificados de Depósitos Interfinanceiros (CDI).

Os dados referenciais dos ativos foram coletados da base de dados corporativa do Banco do Brasil S.A., maior banco de varejo brasileiro, para cujos clientes, pretende-se, seja disponibilizado o resultado do trabalho.

Pelo fato de que os custos transacionais foram integralmente contemplados, bem como aqueles decorrentes da legislação tributária (imposto de renda e imposto sobre operações financeiras), espera-se, por fim, que o estudo realizado possa ter a sua aplicação facilitada, na prática.

1.2 Origem do Trabalho

O fator determinante do desenvolvimento da pesquisa que orientou este trabalho está relacionado à observação prática de que os clientes de perfil médio de renda ou de patrimônio não encontram qualquer alternativa de orientação para os seus investimentos, ancorada em princípios da teoria de portfólios, conquanto tais fundamentos teóricos estejam disponíveis em larga escala.

Por outro lado, com o desenvolvimento e o avanço dos recursos tecnológicos dos últimos anos, torna-se perfeitamente possível sistematizar os dados relacionais de ativos financeiros, elaborando um processo que possa fundamentar uma decisão estruturada de investimento para tais aplicadores.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Elaborar um processo estruturado de investimento, destinado a clientes *middle* de bancos de varejo, que contemple as etapas de análise e seleção de ativos, definição do perfil do investidor quanto ao risco, estabelecimento de metas para o investimento, otimização, seleção e revisão do portfólio.

1.3.2 Objetivos Específicos

Para atender ao contido no objetivo geral, com o desenvolvimento da pesquisa, buscou-se contemplar os seguintes objetivos específicos:

- Apresentar a fundamentação teórica dos portfólios de investimento, abordando conceitos essenciais, tais como retorno e risco de ativos individuais, a inter-relação entre os diversos ativos e seus efeitos no retorno e no risco das carteiras, analisando as covariâncias e coeficientes de correlação dos ativos candidatos a compor os portfólios de otimização;
- Analisar e selecionar ativos para compor portfólios a serem otimizados, fundamentando os estudos nos conceitos teóricos abordados;
- Estudar o perfil do investidor quanto à sua propensão em assumir riscos, inserindo este componente no processo de investimento;

- Adotar um modelo de otimização que torne aplicável, na prática, a otimização de carteiras com os ativos escolhidos, elaborando planilha eletrônica com esta finalidade específica;
- Transpor os dados da planilha elaborada para a linguagem *Visual Basic*, proporcionando maior interação do usuário com o modelo;
- Estabelecer metodologia de revisão periódica do portfólio selecionado;
- Analisar as situações de contorno que possam desaconselhar a adoção do processo de investimento elaborado.

1.4 Importância do Trabalho

Não obstante as limitações apontadas adiante, o estudo pretende apresentar alternativas que maximizem o retorno esperado, *vis a vis* os riscos assumidos pelos investidores alvos de seu escopo.

Conquanto a clássica teoria de carteiras, resgatada no trabalho, represente a estrutura teórica da pesquisa, suas derivações em bases mais modernas é que se constituem no arcabouço do estudo, procurando torná-lo aplicável, na prática.

Espera-se, por fim, que esta pesquisa aguace a curiosidade de estudantes da área e que dela derivem estudos de aprofundamento do assunto, sobretudo nas situações de contorno e limitações apontadas.

1.5 Estrutura do Trabalho

A estrutura da pesquisa compõe-se de cinco capítulos, cujos escopos são apresentados adiante.

- Capítulo I
 - Introduz o trabalho, revelando os motivos que deram origem à pesquisa, os objetivos do estudo, a sua relevância, bem como as respectivas limitações.
- Capítulo II
 - Contém o referencial teórico que norteou este trabalho, desde os conceitos clássicos relativos à teoria de carteiras, até as referências contemporâneas que sustentam o modelo pesquisado, além da abordagem da preferência do investidor, como indicativo da sua propensão ao risco. De caráter elucidativo, alguns exemplos são também apresentados.
- Capítulo III
 - Conceitua os ativos disponíveis para análise, indicando características e aspectos tributários a eles associados;
 - Apresenta a base de dados que sustentou a pesquisa: as séries históricas dos retornos dos ativos enfocados e o impacto dos custos tributários e eventuais custos transacionais sobre esses retornos;
 - Demonstra ainda todo o tratamento econométrico conferido aos dados: cálculo das médias dos retornos históricos dos ativos, suas variâncias e

respectivos desvios-padrão, covariâncias e coeficientes de correlação, entre outros;

- o Revela, por fim, os resultados do teste de validação do tratamento estatístico dos dados coletados.
- Capítulo IV
 - o Introduz o processo desenvolvido para a análise, a seleção e a otimização de portfólios de investimento, revelando os passos que norteiam a sua utilização prática, exemplificando através da montagem de algumas carteiras hipotéticas.
- Capítulo V
 - o O capítulo final tece as últimas considerações sobre o trabalho e chama a atenção sobre as situações de contorno e limitações, com a expectativa de que novos estudos sobre o assunto possam melhor equacioná-las.

1.6 Limitações do Trabalho

A utilização prática representa a mola propulsora e o norte deste trabalho; contudo, algumas limitações podem restringir o seu uso, razão pela qual não se poderia deixar de apontá-las.

- Ainda que tenham sido apresentadas alternativas de carteiras adaptadas ao perfil do investidor —conservador, moderado ou arrojado—, carece de um aprofundamento científico o equacionamento das variáveis que resultam na definição do citado perfil;

- A utilização da média dos retornos históricos como expectativa de retornos futuros, embora justificada teoricamente, pode conduzir a resultados indesejados, situação que poderia ser contornada com a introdução de modelos de previsão;
- A utilização de outras funções-utilidade, bem como de outros algoritmos de programação podem estabelecer novas perspectivas tanto para o modelo de otimização elaborado quanto para o processo de investimento como um todo.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Introdução

No capítulo anterior foram apresentados os propósitos deste estudo, bem como as etapas através das quais o trabalho se desenvolveu e, neste capítulo, será abordada a fundamentação teórica que ampara a construção do modelo de otimização de portfólios incluído no processo de investimento desenvolvido com a pesquisa.

Após esta introdução, são apontados os reflexos sobre os investimentos dos cenários em *condição de certeza e de incerteza*, seguidos da conceituação do *princípio da dominância*, que rege a escolha racional entre diferentes investimentos.

São conceituados, na seqüência, o *retorno* e o *risco* tanto de ativos individuais quanto de portfólios e, a seguir, através de estudo de casos, são analisados os efeitos da *diversificação* no risco de carteiras, a diferenciação entre *risco sistemático* e *risco não-sistemático* e a composição da *fronteira eficiente* de ativos ou de portfólios.

Encerra o capítulo o estudo da *teoria da utilidade*, por meio de um aprofundamento que se inicia com a definição dos *pressupostos básicos da análise de utilidade*, o estudo dos *momentos estatísticos das distribuições de freqüência*, a revelação das *propriedades econômicas das funções-utilidade* e a apresentação de exemplos que ilustram o assunto.

2.2 Investimento sob Condição de Certeza

A decisão de constituir um portfólio é tomada de forma casual ou planejada e, como toda decisão econômica, envolve elementos de certeza e de incerteza, cuja diferenciação é de fundamental importância para o estabelecimento das premissas que norteiam a composição de carteiras de investimento.

Através do exemplo a seguir, Elton e Gruber (1995, p.4) ilustram a teoria da escolha do investimento sob condição de certeza: um investidor receberá, **com certeza**, \$ 10.000 por ano durante os próximos dois anos e lhe é oferecida a oportunidade de poupar os recursos (ou parte deles) à taxa de 5% ao ano ou então de tomar empréstimos à mesma taxa de juros, isto é, 5% ao ano.

O conjunto de oportunidades a que estará submetido o investidor deriva da resposta à questão de quanto ele deve poupar e quanto deve consumir em cada ano e, supondo-se que, por hipótese, as taxas de juros tanto para valores poupados quanto para quantias tomadas emprestadas seja de cinco por cento ao ano, o conjunto de oportunidades pode ser estabelecido através da equação 2.1 adiante, que relaciona o consumo em ambos os anos com as quantias recebidas nos respectivos períodos.

$$C_2 = 10.000 + (10.000 - C_1) * 1,05 \quad (2.1)$$

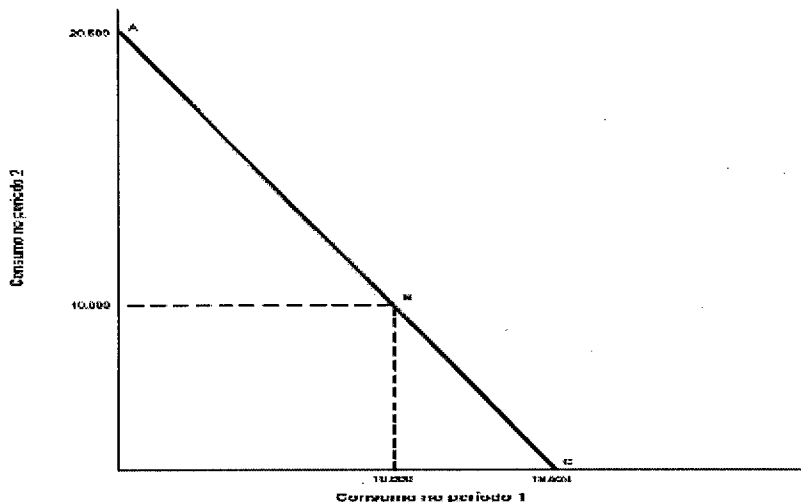
Onde C_1 e C_2 representam o consumo no primeiro e no segundo ano, respectivamente.

São analisadas, seqüencialmente, três situações distintas para o mesmo exemplo e os conseqüentes reflexos no consumo (e poupança) em cada período de tempo:

- A - Poupança de todo o valor recebido no período 1 e consumo total no segundo ano.
 - C_1 igual a zero.
 - Em (2.1) - $C_2 = 10.000 + (10.000-0)*1,05$
 - $C_2 = \$ 20.500$.
- B - Consumo total dos valores recebidos nos respectivos anos.
 - C_1 igual a \$ 10.000
 - Em (2.1) - $C_2 = 10.000 + (10.000-10.000)*1,05$
 - $C_2 = \$ 10.000$.
- C - Consumo total no primeiro ano, isto é, consumo do valor recebido no ano 1 (\$ 10.000) mais a antecipação do valor a ser recebido no segundo ano ($10.000 \div 1,05 = 9.524$).
 - $C_1 = 10.000 + 9.524 = 19.524$
 - Em (2.1) - $C_2 = 10.000 + (10.000 - 19.524)*1,05$
 - $C_2 = 0$.

A figura 1 revela o conjunto completo de escolhas à disposição do investidor, no exemplo hipotético.

Figura 1: O Conjunto de oportunidades do investidor



Fonte: Elton e Gruber (1995, p.5).

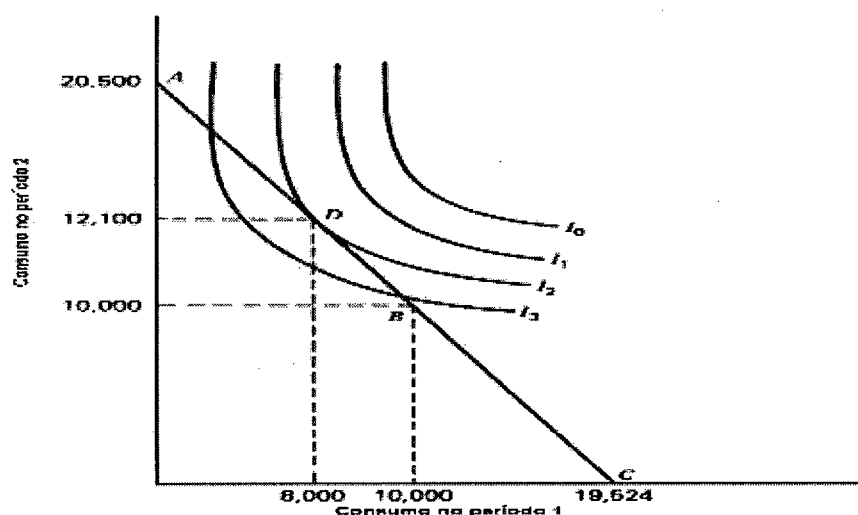
2.2.1 As Curvas de Indiferença do Investidor

Teoricamente, o investidor poderia escolher qualquer situação dentre as infinitas possibilidades de escolhas retratadas na Fig. 1, mas a questão que se coloca, neste momento, é: através de qual decisão de investimento adotada (e de consumo, conseqüentemente) ele se sentirá mais satisfeito?

A resposta à pergunta está no estabelecimento das curvas de indiferença ou funções-utilidade (assunto que será abordado em maior extensão na seção 2.8 adiante) pelas quais o investidor sente-se igualmente satisfeito.

Ainda com base no exemplo anterior — e supondo que I_0 , I_1 , I_2 e I_3 representem o conjunto de curvas de indiferença do investidor — pode-se compor o cenário de possibilidades retratado na figura 2 adiante.

Figura 2: A decisão equilibrada do investidor



Fonte: Elton e Gruber (1995, p.7).

O ponto de equilíbrio, que representa a escolha ótima do investidor, é indicado pelo ponto "D" na figura anterior e pode ser justificado com base nos seguintes pressupostos:

- A preferência do investidor move-se, através das curvas de indiferença, para a direita e, portanto, a sua satisfação é maior em I_0 do que em I_1 que, por sua vez, é maior do que em I_2 e assim por diante;
- Os pontos nos quais as curvas de indiferença interceptam o conjunto de oportunidades de consumo podem, em princípio, ser apontados como aqueles nos quais o investidor sente-se satisfeito;
- Como o investidor sente-se mais satisfeito em I_2 do que em I_3 , a escolha do ponto "D" (intercepto da curva de indiferença I_2 com o conjunto de oportunidades de consumo) revela ser a solução ótima, na qual o investidor encontra o maior nível de satisfação, que é representado pelo consumo de \$ 8.000 no primeiro ano e \$ 12.100 no ano 2.

2.3 Investimento sob Condição de Incerteza

Na prática, a constituição de portfólios de investimento ocorre em cenários nos quais as decisões são tomadas em ambientes de risco que, como se pode imaginar, apontam para condições muito mais complexas do que no previsível cenário das decisões sob condição de certeza.

Os retornos futuros de investimentos são, na realidade, incertos e a tarefa dos administradores de portfólios consiste em prevê-los adequadamente, através da estimação da probabilidade de ocorrência desses retornos, cujo conjunto de possibilidades é denominado de *função freqüência de probabilidades*.

Recorrendo novamente a Elton e Gruber (1995, p.47) são exemplificadas as características de um conjunto de oportunidades sob *condição de incerteza*, observando três eventos com taxas de retornos hipotéticas previstas de 12%, 9% e 6%, respectivamente, e probabilidades iguais de ocorrência de 1/3 para cada um deles.

Duas medidas prestam-se a capturar as características essenciais da função freqüência de probabilidades: o valor do *retorno médio* e a *dispersão* em torno do retorno médio.

O valor do retorno médio (que os financistas denominam *retorno esperado*) é obtido através da multiplicação da probabilidade de ocorrência de cada evento pelo seu respectivo retorno previsto, conforme expressão a seguir:

$$E(R) = \bar{R} = p_i * R_i \quad (2.2)$$

Onde:

- $E(R) = \bar{R}$ - Retorno esperado ou retorno médio.
- p_i - Probabilidade de ocorrência do evento "i".
- R_i - Retorno previsto para o evento "i".

Para o exemplo dado:

$$E(R) = \bar{R} = 1/3 * 12\% + 1/3 * 9\% + 1/3 * 6\%$$

$$E(R) = \bar{R} = 9\%$$

Tão importante quanto conhecer o valor do retorno esperado é saber o quanto os retornos previstos distanciam-se da média ($R_i - \bar{R}$) e, na função freqüência de probabilidades, a medida desse distanciamento é calculada a partir da equação 2.3 adiante.

$$Dispersão = \sum_{i=1}^n p_i * (R_i - \bar{R}) \quad (2.3)$$

A medida de dispersão da Eq. 2.3 apresenta o inconveniente de gerar informação equivocada sobre certas distribuições de freqüência. Para comprovar, aplicou-se o conceito ao exemplo em questão:

$$Dispersão = \left[\frac{1}{3} * (12 - 9) + \frac{1}{3} * (9 - 9) + \frac{1}{3} * (6 - 9) \right]$$

$$Dispersão = 0$$

Para contornar o problema anterior, a medida estatística que estabelece o grau de dispersão em torno da média é denominada de *variância* das taxas de retorno e pode ser vista como segue.

$$\text{Variância} = \sum_{i=1}^n p_i * (R_i - \bar{R})^2 \quad (2.4)$$

Aplicando-se o conceito expresso algebricamente pela Eq. 2.4 ao exemplo, obtém-se:

$$\text{Variância} = 6$$

Obviamente que o resultado algébrico obtido pela aplicação da equação 2.4 reflete com maior fidelidade a dispersão ou variabilidade, no exemplo abordado.

Destaca-se, ainda, o fato de que a variância das taxas de retorno é mensurada em termos de unidades quadradas, dificultando, sobremaneira, a sua interpretação.

2.4 O Princípio da Dominância

O princípio da dominância, na definição de Paula Leite (1994, p.359), é aquele pelo qual “um ativo ou um portfólio (conjunto de ativos) domina outros ativos ou portfólios sempre que não haja em sua classe de risco outra alternativa que ofereça maior retorno esperado ou, dentro de sua classe de retornos esperados, não haja outra alternativa de investimento que ofereça menor nível de risco”.

O referido autor enuncia cinco hipóteses básicas da teoria que rege o princípio da dominância e, a partir dessas hipóteses, indica dois princípios básicos que norteiam a escolha racional exercida pelo investidor em relação às alternativas disponíveis.

2.4.1 Hipóteses Básicas que Amparam o Princípio da Dominância

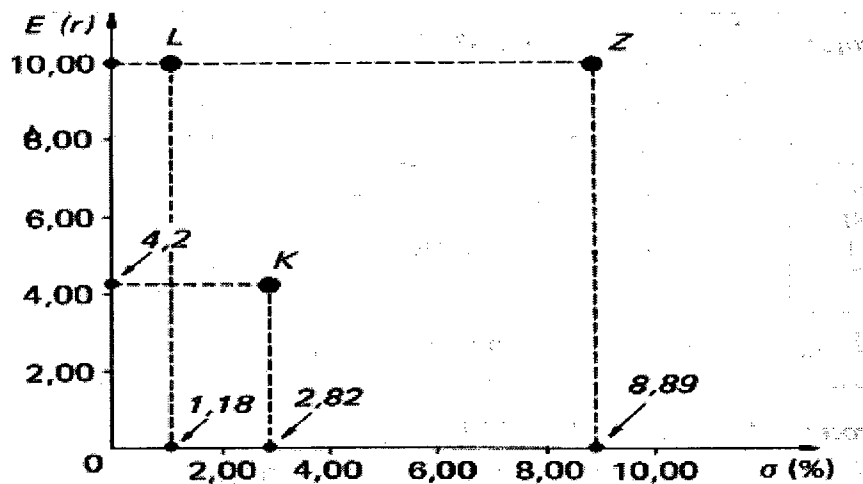
- Cada oportunidade de investimento é vista pelo investidor como sendo uma distribuição de probabilidades que resulta em agregação de valor à sua riqueza;
- O investidor avalia riscos proporcionalmente à variabilidade do retorno esperado;
- Duas variáveis fundamentam a decisão de investimento: (i) o retorno esperado e (ii) o risco do empreendimento;
- Para um determinado nível de risco, investidores preferem retornos maiores;
- Fixado um nível de retorno esperado, investidores preferem menores riscos.

2.4.2 Princípios Básicos da Teoria da Dominância

- Para uma certa classe de retorno esperado, investidores procurarão minimizar o nível de risco;
- Investidores procurarão maximizar o retorno esperado para certo nível de risco.

Na figura 3 adiante são relacionados três investimentos distintos, em termos da relação retorno \times risco, permitindo a comparação entre eles, de acordo com o princípio da dominância.

Figura 3: Comparação dos investimentos K, L e Z



Fonte: Paula Leite (1994, p.358).

Utilizando o primeiro princípio básico, o investimento "L" *domina* o investimento "Z" pois, para o mesmo nível de retorno esperado (10,00), apresenta menor risco (1,18% contra 8,89%).

Comparando os investimentos "L" e "K", a escolha deve recair sobre o primeiro na medida em que apresenta maior retorno esperado (10,00 \times 4,00) e menor nível de risco (1,18% \times 2,82%).

Ressalta-se que o princípio da dominância está amparado no pressuposto de que todo investidor exerce a sua escolha baseada em decisões racionais, razão pela qual não se concebe a escolha do investimento "K" em lugar de "L", atitude que evidenciaria a irracionalidade da escolha feita.

2.5 Retorno e Risco de Ativos Individuais

Conforme foi visto anteriormente, o investidor racional tem por objetivo maximizar o retorno esperado para determinado nível de risco que está disposto a aceitar, sendo, portanto, fundamental que se conceituem de forma apropriada retorno e risco dos investimentos.

2.5.1 Retorno de Ativos Individuais

O retorno de um investimento abriga dois componentes distintos, a saber: (i) as receitas obtidas a título de juros ou dividendos e (ii) as variações no preço do ativo, denominadas de ganhos ou perdas de capital (Fischer e Jordan, 1995).

$$\text{Retorno Absoluto Total} = \text{Receitas} + \text{Alteração no Preço (+/-)}$$

A igualdade acima representa uma variação monetária em um determinado período e o resultado final é denominado de *retorno absoluto total*, do qual é derivado o conceito de *retorno percentual total*, cujo mérito é o de apresentar a informação do retorno em termos relativos (percentualmente) e não monetários, proporcionando visualização mais fácil e a conveniência de se aplicar a qualquer valor.

$$\text{Retorno Percentual Total} = \text{Retorno Absoluto Total} \div \text{Preço de Aquisição do Ativo}$$

Outro aspecto essencial para a compreensão do assunto é a distinção entre o *retorno realizado* e o *retorno* esperado. Ao primeiro conceito estão associados perdas ou ganhos efetivamente ocorridos (histórico), enquanto que, ao segundo, referem-se as expectativas de retornos em períodos futuros, tratando-se, portanto, de previsões.

As estimativas de retornos são usualmente obtidas através da adoção de modelos de previsão que se baseiam na análise dos dados históricos para realizar as respectivas projeções, verificando, segundo Silva (1999, p.34), “a ocorrência de regularidades ou padrões especiais de comportamento, assumindo que tais padrões prevaleçam no futuro, de modo que as previsões para o período de planejamento sejam determinadas”.

Estatisticamente, contudo, a forma usual de se calcular o retorno de um ativo é através da média aritmética dos retornos realizados ao longo de um determinado período de tempo, que representa a medida de tendência central da distribuição de freqüência dos dados históricos de retorno e a melhor estimativa de retorno que um investidor pode obter é o *retorno médio* (Ross et al, 1995).

$$E(R) = \bar{R} = \sum_{i=1}^n \frac{R_i}{n} \quad (2.5)$$

Onde:

- $E(R) = \bar{R}$ - Retorno esperado ou retorno médio do ativo;
- R_i - Retorno obtido pelo ativo no período “i”;
- n - Número de períodos.

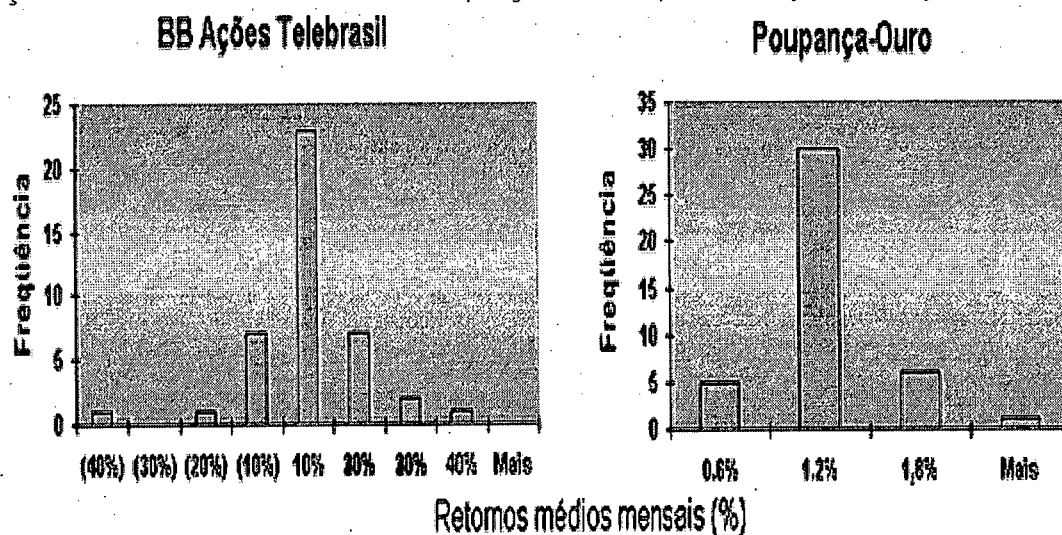
2.5.2 Risco de Ativos Individuais

Fischer e Jordan (1995, p.70) definem risco de um investimento como sendo “geralmente associado com a possibilidade de que os retornos realizados sejam menores do que os retornos esperados”. Intuitivamente, pode-se pensar no risco como sendo o distanciamento do retorno observado em relação ao retorno esperado, isto é, a dispersão em torno da média.

A forma de se apurar essa dispersão, estatisticamente, é através do cálculo da *variância* dos retornos (conforme visto na seção 2.3) e da medida de padronização da variância, que é denominada de *desvio-padrão*.

A figura 4 revela os histogramas relativos às distribuições de freqüências dos retornos obtidos no período de janeiro de 1998 a junho de 2001 por dois investimentos utilizados como ativos neste trabalho: o fundo de ações BB Ações Telebrasil e a Poupança-Ouro.

Figura 4: Histogramas das distribuições de freqüências das taxas de retorno do fundo BB Ações Telebrasil e da caderneta de Poupança-Ouro, no período de jan/1998 a jun/2001.



A observação da figura anterior revela que o fundo de ações apresenta uma dispersão muito maior do que a caderneta de poupança, evidenciando uma variabilidade (risco) substancialmente mais elevada, fato este coerente com a prática, na medida em que a caderneta de poupança é reconhecida como sendo um ativo de baixíssimo risco.

Os cálculos da variância das taxas de retorno de um ativo e da sua medida de padronização, o desvio-padrão, são indicados pelas equações 2.6 e 2.7 a seguir.

$$Var = \sigma_i^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(R_i - \bar{R})^2}{n-1} \quad (2.6)$$

$$Desvio - Padrão = \sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2} \quad (2.7)$$

As equações 2.6 e 2.7 representam, respectivamente, o cálculo da variância e do desvio-padrão das taxas de retorno de ativos para uma *amostra* retirada da população, situação esta adequada ao escopo deste trabalho, que utilizou eventos amostrais representados pelas taxas de retorno obtidas em determinado período de tempo.

2.6 Retorno e Risco de Portfólios

A combinação de mais de um ativo, visando um investimento, é denominada de portfólio ou carteira, cujo retorno esperado —dado pela média

ponderada dos retornos dos ativos individuais— é conceitualmente simples e de entendimento intuitivo. Contudo, a interação entre os componentes traduz-se em inúmeras implicações para o risco da carteira, conforme se poderá observar adiante.

2.6.1 Retorno do Portfólio

A simplicidade conceitual do retorno de um portfólio pode ser notada na definição de Ross et al. (1995, p.208), para quem “o retorno esperado de uma carteira é simplesmente uma média ponderada dos retornos esperados dos títulos individuais que a compõem”, devendo ser calculado a partir da seguinte equação:

$$E(R_p) = \bar{R}_P = \sum_{i=1}^n \omega_i \bar{R}_i \quad (2.8)$$

Onde:

- $E(R_p) = \bar{R}_P$ - Retorno esperado do portfólio;
- ω_i - Proporção investida no ativo “i” em relação ao total do portfólio;
- \bar{R}_i - Retorno esperado do ativo “i”;
- n - Numero de ativos.

2.6.2 Risco do Portfólio

Conforme visto na seção anterior, a variabilidade ou risco dos componentes individuais (também denominada de volatilidade) pode ser expressa pela variância e desvio-padrão dos retornos desses ativos; contudo, quando são associados, constituindo um portfólio, duas medidas estatísticas passam a ser o referencial se estão e como estão associados esses ativos: a *covariância* e o *coeficiente de correlação*.

Algebricamente, a covariância entre dois ativos “i” e “j” quaisquer é representada da seguinte maneira:

$$Cov(R_i; R_j) = \sigma_{ij} = \sum_{i=1; j=1}^n \frac{(R_i - \bar{R}_i) * (R_j - \bar{R}_j)}{n - 1} \quad (2.9)$$

Conceitualmente, a covariância indica a tendência da relação linear entre duas variáveis e representa, através de um único número, o movimento dessas variáveis, isto é: se ambas demonstram uma dispersão negativa ou positiva a covariância será positiva. Ao contrário, se uma delas apresenta variação negativa e a outra positiva (no mesmo período de tempo), o valor da covariância será negativo.

Observa-se que, ao contrário da variância, a covariância entre duas variáveis pode assumir qualquer valor do conjunto dos números reais, ou seja:

$$-\infty \leq \sigma_{ij} \leq +\infty$$

Como se pode notar, a covariância é repleta de significado quando se analisa a magnitude e o sinal do número que ela representa; todavia, a sua padronização é extremamente útil para a compreensão da força resultante da relação linear entre duas variáveis. Essa padronização é obtida dividindo-se a covariância pelo produto dos desvios-padrão de cada uma delas e é denominada de *coeficiente de correlação* (ρ_{ij}).

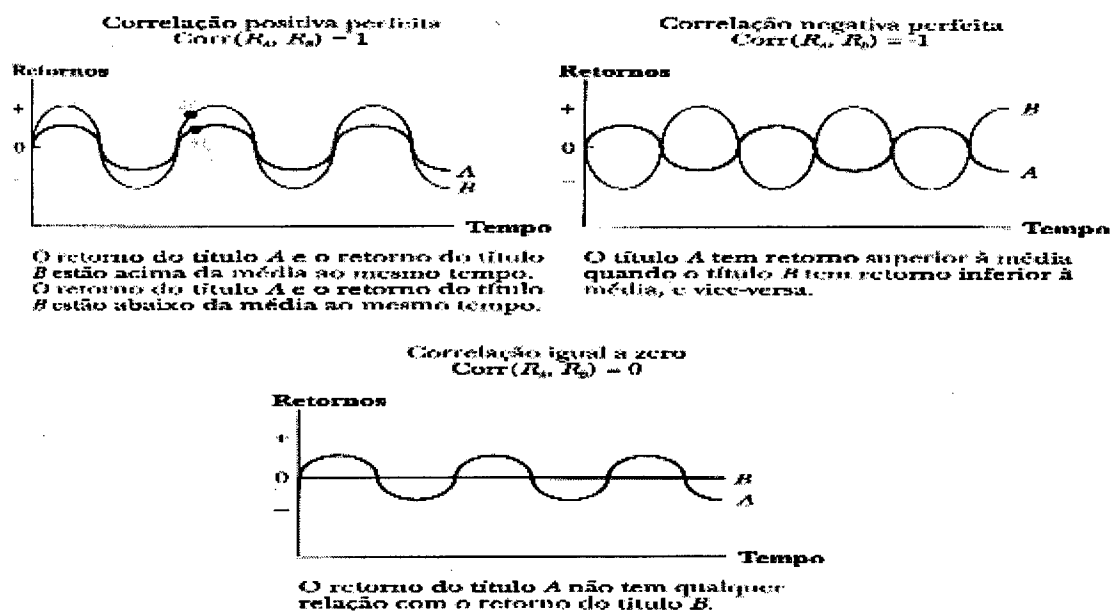
$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i * \sigma_j} \quad (2.10)$$

O coeficiente de correlação agrega em si o atributo da simplificação e, como se pode inferir de seu conceito, seu valor certamente estará compreendido entre +1 e -1, isto é:

$$-1 \leq \rho_{ij} \leq +1$$

A figura 5 adiante apresenta três situações básicas para o valor do coeficiente de correlação entre dois ativos quaisquer, genericamente denominados de A e B.

Figura 5: Coeficientes de correlação entre os ativos A e B



Fonte: ROSS et al. (1995,p.207).

Observando-se a Fig. 5, nota-se que a correlação positiva perfeita ($\rho_{ij} = +1$) indica que os movimentos dos retornos dos ativos A e B são sincronizados e no mesmo sentido; isto é: se o ativo A, em determinado período, apresenta um rendimento positivo, o comportamento do retorno do ativo B será no mesmo sentido, ou seja, também será positivo. Naturalmente, rendimentos negativos de A implicarão retornos também negativos de B.

Com a correlação negativa perfeita ($\rho_{ij} = -1$), os movimentos dos retornos de ambos os ativos também são sincronizados, porém em sentido contrário. Assim, rendimentos positivos de A implicam retornos negativos de B e vice-versa.

Na terceira situação, o coeficiente de correlação nulo ($\rho_{ij} = 0$) revela a inexistência de relação entre os retornos de A e de B, ou seja, os movimentos dos rendimentos dos ativos são independentes.

Formalmente, a variância de um portfólio (σ_p^2) é função da variância dos seus componentes, da covariância entre eles e das proporções investidas em cada um dos ativos (ω).

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \omega_i \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \omega_j \sigma_{ij} \quad (2.11)$$

Substituindo-se (2.10) em (2.11), tem-se:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \omega_i \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \omega_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (2.12)$$

2.7 Efeitos da Diversificação

Por que portfólios? A resposta a esta pergunta talvez tenha sido a mola propulsora de todo o movimento surgido com as teorias derivadas das denominadas *novas finanças*.

Conforme visto nas seções anteriores, a aferição do risco de investimentos em ativos individuais é relativamente simples, bastando, para tanto, apurar o grau de dispersão em relação ao retorno médio. Ativos com grande volatilidade dos retornos apresentam maior risco do que aqueles com baixa variabilidade em relação à média.

Entretanto, quando se associam diversos ativos, constituindo um portfólio, o investidor está, ainda que intuitivamente, buscando minimizar o risco, prática que é indicada no velho adágio popular de que “não se deve colocar todos os

ovos em uma mesma cesta” e, com a medida, o investidor está promovendo, na realidade, uma *diversificação* do seu investimento.

2.7.1 Estudo de Casos da Combinação de Dois Ativos

Para demonstrar os efeitos da diversificação no desempenho dos investimentos utilizou-se o exemplo desenvolvido por Elton e Gruber (1995, p.70-79) no caso de uma carteira integrada por dois ativos.

	Retorno Esperado	Desvio-Padrão
Ativo C	14%	6%
Ativo S	8%	3%

A partir da Eq. 2.8, anterior, pode ser estabelecido o retorno esperado do portfólio, conforme se verifica na expressão adiante.

$$\bar{R}_P = \omega_C * \bar{R}_C + \omega_S * \bar{R}_S \quad (2.13)$$

No exemplo em questão, as vendas alavancadas (*short selling*) não são permitidas, de forma que a soma dos pesos relativos às quantias investidas em cada ativo deve ser igual a um.

$$\omega_C + \omega_S = 1$$

Expressão que pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\omega_S = 1 - \omega_C \quad (2.14)$$

Analogamente, o desvio-padrão da carteira pode ser obtido a partir da Eq. 2.12 que, para os dois ativos fica assim representada:

$$\sigma_P = \sqrt{\sigma_P^2} = (\omega_C \sigma_C^2 + \omega_S \sigma_S^2 + 2 * \omega_C \omega_S \rho_{CS} \sigma_C \sigma_S)^{1/2} \quad (2.15)$$

• Caso 1 - Correlação Positiva Perfeita ($\rho = +1$)

Aplicando-se os dados de retorno esperado e desvio-padrão e variando-se os percentuais investidos em cada um dos ativos (pesos), obtêm-se os valores do retorno esperado e respectivo desvio-padrão para o portfólio, conforme apresentado no quadro 1 adiante.

Quadro 1: Retorno esperado e desvio-padrão do portfólio para $\rho = +1$

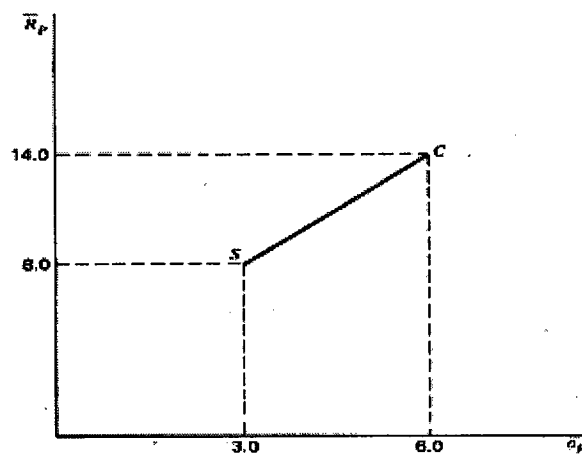
ω_C	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
ω_S	1	0,8	0,6	0,4	0,2	0
\bar{R}_P	8,0	9,2	10,4	11,6	12,8	14,0
σ_P	3,0	3,6	4,2	4,8	5,4	6,0

Nota-se que, tanto a expressão do retorno esperado, quanto a do desvio-padrão são funções lineares de ω_C e podem ser relacionadas da seguinte maneira:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{R}_P = 8 + 6\omega_C \\ e \\ \sigma_P = 3 + 3\omega_C \end{array} \right.$$
$$\bar{R}_P = 2 + 2\sigma_P$$

Cujo gráfico é expresso na figura 6 a seguir.

Figura 6: Retorno esperado em função do desvio-padrão do portfólio para $p = +1$



Fonte: Elton e Gruber (1995, p.73).

- Caso 2 - Correlação Nula ($\rho = 0$)

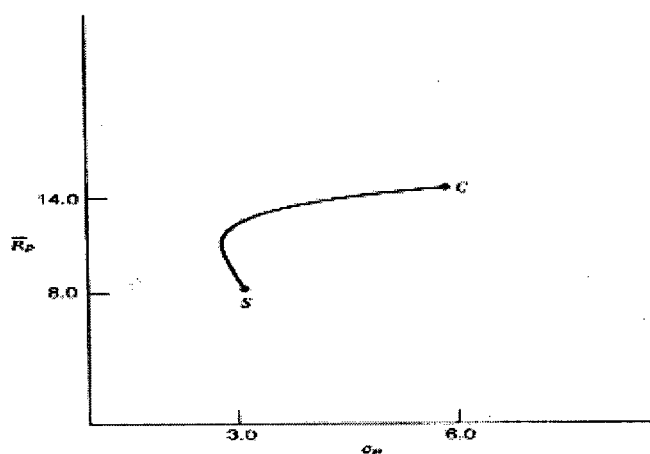
Da mesma forma, aplicando-se os dados do exemplo às equações 2.13 e 2.15, respectivamente, são obtidos os valores do retorno esperado e do desvio-padrão do portfólio, conforme relacionados no quadro 2 adiante.

Quadro 2: Retorno esperado e desvio-padrão do portfólio para $\rho = 0$

ω_C	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
ω_S	1	0,8	0,6	0,4	0,2	0
\bar{R}_P	8,0	9,2	10,4	11,6	12,8	14,0
σ_P	3,00	2,68	3,00	3,79	4,84	6,00

Os dados de \bar{R}_P e de σ_P foram plotados em um gráfico, cujo resultado encontra-se apresentado na figura 7 a seguir.

Figura 7: Retorno esperado em função do desvio-padrão do portfólio para $\rho = 0$



Fonte: Elton e Gruber (1995, p.77).

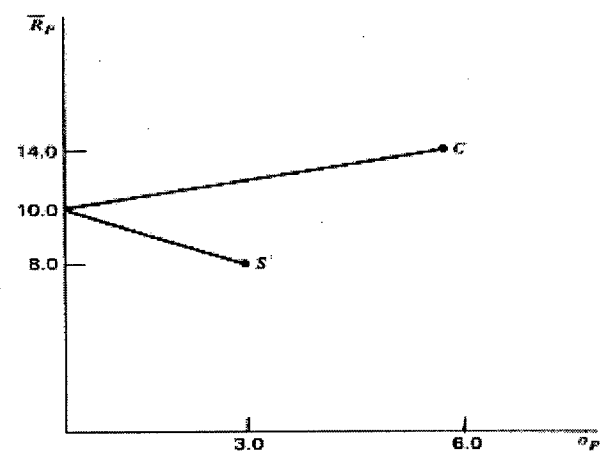
• Caso 3 - Correlação Negativa Perfeita ($\rho = -1$)

Aplicando-se os mesmos critérios utilizados nos casos anteriores, obtêm-se os dados de retorno esperado e de desvio-padrão do portfólio, apresentados no quadro 3 e na figura 8 adiante.

Quadro 3: Retorno esperado e desvio-padrão do portfólio para $\rho = -1$

ω_C	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
ω_S	1	0,8	0,6	0,4	0,2	0
\bar{R}_P	8,0	9,2	10,4	11,6	12,8	14,0
σ_P	3,0	1,2	0,6	2,4	4,2	6,0

Figura 8: Retorno esperado em função do desvio-padrão do portfólio para $\rho = -1$



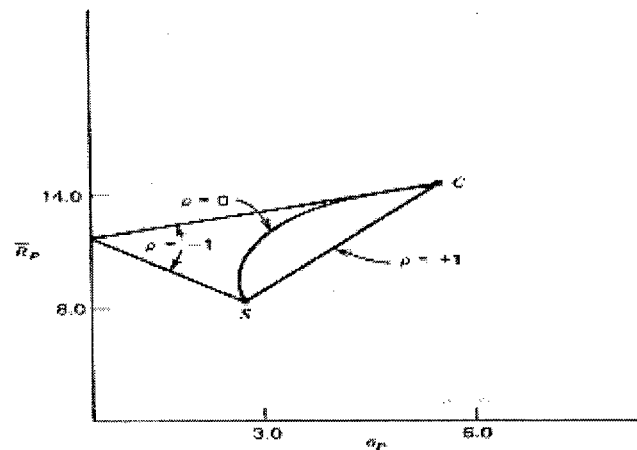
Fonte: Elton e Gruber (1995, p.76).

O caso em que a correlação é negativa perfeita apresenta a peculiaridade de que duas expressões relacionam o retorno esperado ao desvio-padrão da carteira, dependendo do peso atribuído a cada um dos ativos.

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{R}_P = 10 + \frac{2}{3}\sigma_P \\ e \\ \bar{R}_P = 10 - \frac{2}{3}\sigma_P \end{array} \right.$$

Consolidando os três casos estudados no exemplo hipotético do portfólio composto pelos ativos "C" e "S", variando-se o coeficiente de correlação e registrando-se os valores de \bar{R}_P e de σ_P tem-se como resultado o contido na figura 9.

Figura 9: Retorno esperado em função do desvio-padrão do portfólio para $\rho = +1, 0$ e -1



Fonte: Elton e Gruber (1995, p.79).

2.7.2 Risco Sistemático e Não-Sistemático

Analisando a Fig. 9 anterior, pode-se notar que, para uma mesma classe de retorno esperado, é possível minimizar o risco do portfólio à medida que os

ativos integrantes da carteira apresentem coeficientes de correlação decrescentes, podendo-se chegar, em tese, à situação de risco nulo nos casos em que a correlação seja negativa perfeita.

Na prática, contudo, constituir portfólios cujos ativos tenham correlação negativa perfeita é virtualmente impossível e a diversificação adequada é obtida compondo carteiras cujos componentes apresentem coeficientes de correlação baixos o suficiente (ou mesmo negativos) para a obtenção da relação *retorno X risco* ótima.

O desenvolvimento da equação 2.11, anterior, na forma matricial, evidencia que o número de variâncias a serem consideradas em uma carteira é exatamente igual ao número de ativos que a compõem, enquanto que o número de covariâncias é dado pela relação (n^2-n) , onde n representa a quantidade de ativos que constituem o portfólio.

Diante do exposto, é natural o entendimento de que, com o incremento do número de ativos de uma carteira, a variância do retorno do portfólio apresenta uma dependência muito maior das covariâncias entre os retornos dos títulos individuais do que das variâncias dos retornos desses títulos (Ross et al., 1995).

De forma a ilustrar conceitualmente o efeito do número de títulos na variância de uma carteira, são consideradas as seguintes hipóteses:

- Todos os títulos que integram o portfólio possuem a mesma variância: $\sigma_i = \overline{Var}$;
- Também são iguais as covariâncias entre os retornos dos títulos, ou seja: $Cov(R_i; R_j) = \overline{Cov}$;

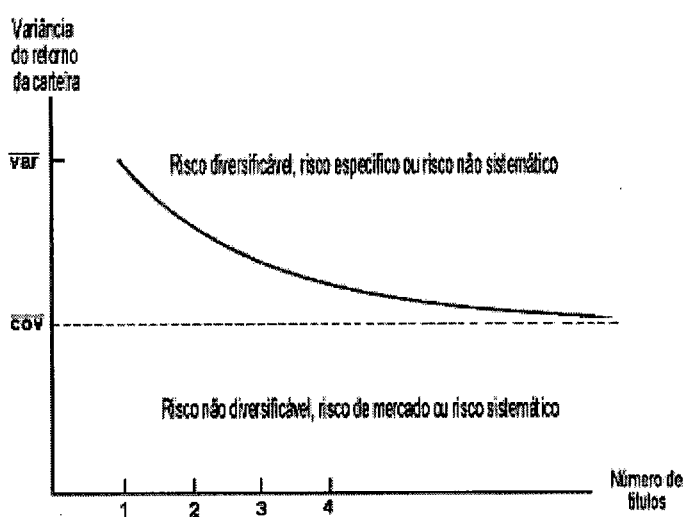
- Considerando que a carteira seja composta de n títulos, a ponderação de cada um, individualmente, é a mesma; isto é: $\omega_i = 1/n$.

O desenvolvimento da matriz de variâncias e covariâncias dos títulos conduz ao valor da variância do portfólio (Var_P), representada pela equação 2.16 adiante.

$$Var_P = \left(\frac{1}{n}\right)\overline{Var} + \left(1 - \frac{1}{n}\right)\overline{Cov} \quad (2.16)$$

A expressão acima revela que a variância do portfólio, com o aumento do número de títulos, passa a depender crescentemente da covariância entre os retornos dos ativos individuais e, no limite, quando $n \rightarrow \infty$, $Var_P = \overline{Cov}$, conforme ilustra a figura 10 abaixo.

Figura 10: Relação entre a variância das taxas de retorno de uma carteira e o número de títulos que a compõem.



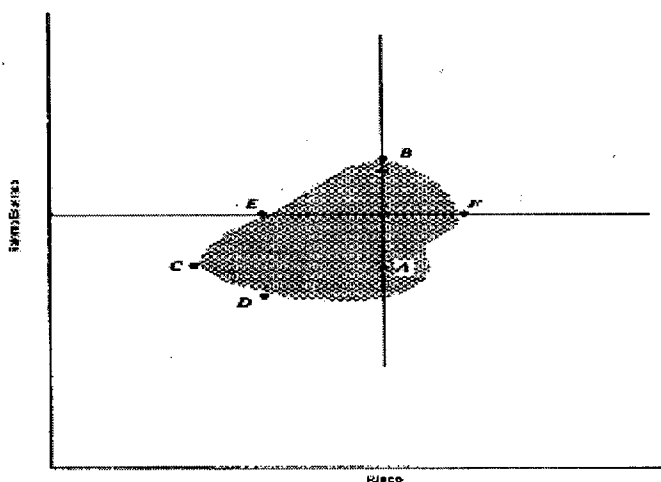
Ao componente do risco total de uma carteira que pode ser reduzido em função da diversificação, denomina-se risco diversificável, risco específico ou risco não-sistemático.

A observação da Fig.10 revela também que uma parcela do risco total não é passível de redução, pois se trata do componente de mercado, que influencia todos os ativos indistintamente e que recebe a denominação de risco sistemático ou não-diversificável.

2.7.3 A Fronteira Eficiente

Sempre que se compõem portfólios de investimento, existem infinitas possibilidades de combinações dos percentuais aplicados em cada ativo e a figura 11 clarifica esse conjunto de oportunidades em termos da relação retorno esperado *versus* risco da carteira.

Figura 11: Conjunto de oportunidades de retorno esperado x risco para vários portfólios



Fonte: Elton e Gruber (1995, p.82).

Pelo princípio da dominância, visto na seção 2.4, os seguintes conjuntos de portfólios têm a preferência de escolha de um investidor racional:

- Portfólio “B” domina o “A”.
- Portfólio “E” domina o “F”.
- Portfólio “E” domina o “D”.
- Portfólio “C” domina o “A”.

Portanto, de acordo com a sua preferência ao risco, o investidor obterá a melhor relação retorno X risco optando por investir nos portfólios que estejam próximos da curva B-E-C e, ao conjunto de carteiras que repousam ao longo da linha que liga o portfólio de variância mínima (C) àquele de máximo retorno (B), denomina-se *fronteira eficiente* (Elton e Gruber, 1995).

2.8 Teoria da Utilidade

Ao longo deste capítulo foram discutidos os conceitos de risco e de retorno, tanto de ativos individuais, quanto de um conjunto de ativos numa carteira, a importância e os efeitos da diversificação no risco de uma carteira e o conjunto de oportunidades em termos da relação retorno X risco, isto é, a fronteira eficiente de portfólios.

A fronteira eficiente busca revelar as carteiras otimizadas, propondo ao investidor um conjunto de infinitas possibilidades de escolha, cuja solução ótima pode, racionalmente, ser adotada com base nas curvas de indiferença ou funções-utilidade, referidas na seção 2.2.1 através dos conceitos que serão aprofundados a partir de agora.

O conceito de *função-utilidade* é derivado das decisões adotadas pelo ser humano e o seu objetivo maior é o de racionalizar tais decisões de forma que, através de um índice, se possa afirmar que a escolha realizada representa a maior satisfação para o indivíduo, ou seja, a de *maior utilidade*. Simbolicamente, recebe a denominação de “U”.

2.8.1 Pressupostos Básicos da Análise de Utilidade.

Francis e Archer (1971) enumeram seis pressupostos básicos que fundamentam uma análise de utilidade, assim como a função-utilidade dela decorrente.

1. As pessoas demonstram preferências consistentes e, em lhes sendo dada a opção de escolha entre dois eventos “A” e “B” quaisquer, pode-se dizer que, ao optar por A, $U(A) > U(B)$; sendo indiferente entre A e B, $U(A) = U(B)$; preferindo B a A, $U(B) > U(A)$;
2. As escolhas das pessoas são transitivas; portanto, se alguém prefere A a B e escolhe B em vez de C, então preferirá A a C;
3. Situações de mesma utilidade são igualmente preferidas e, desta forma, se $U(A) = U(B)$ e $U(A) > U(C)$, tem-se que $U(B) > U(C)$;
4. Supondo-se que $U(A) > U(B)$ e $U(B) > U(C)$, existe uma combinação entre A e C que satisfaz tanto quanto B isoladamente e que pode ser representada por:

$$p(A)*U(A) + p(C)*U(C) = U(B)$$

onde: $p(i)$ = probabilidade de ocorrência do evento “i”;

5. Estabelecendo um *ranking* de escolhas, pode-se adicionar um novo evento, cujo resultado final não compromete a ordem anteriormente estabelecida. Assim, se $U(A) > U(B)$, pode-se estabelecer a seguinte relação: $U(A) + U(C) > U(B) + U(C)$, desde que C não afete ou interaja tanto com A, quanto com B;
6. A utilidade de eventos de risco é igual à utilidade esperada dos possíveis retornos desses eventos, isto é, se um determinado evento tem n possibilidades de retorno, sua utilidade esperada será igual a:

$$E(U) = \sum_{i=1}^n p(R_i) * U(R_i) \quad (2.17)$$

onde: R_i representa o *i*ésimo retorno e $p(R_i)$ a probabilidade de ocorrência do evento "i".

A essência da teoria de utilidade repousa no pressuposto anterior, à medida que o ser humano visa obter uma *utilidade esperada máxima*, isto é, procura maximizar a sua utilidade esperada, otimizando as possibilidades de retorno.

2.8.2 Momentos Estatísticos de uma Distribuição de Probabilidades

Toda distribuição de probabilidades tem certas medidas estatísticas associadas a si que a definem e que são denominadas de *momentos estatísticos* que, no caso da distribuição de retornos —objeto deste estudo— apresentam a seguinte configuração:

- O primeiro momento estatístico pode ser dividido em dois componentes distintos, a saber:

- o Primeiro momento *sobre a origem*, que representa a medida da tendência central da distribuição de probabilidades de retornos, ou seja, o retorno médio ou retorno esperado.

$$E(R) = \sum_{i=1}^n p_i * R_i \quad (2.18)$$

- o Primeiro momento *sobre a média*, definido como:

$$M_1 = \sum p_i (R_i - E(R)) = 0 \quad (2.19)$$

- Segundo momento estatístico sobre a média de uma distribuição de retornos, também definido como sendo a variância da distribuição de frequências e é dado por:

$$M_2 = \sigma^2 = E(R_i - E(R))^2 = \sum p_i (R_i - E(R))^2 \quad (2.20)$$

- O terceiro momento estatístico revela a medida denominada de *assimetria*, representando a concentração de dados em torno da média, podendo concentrar-se à esquerda da para $M_3 < 0$, à direita da média quando $M_3 > 0$ ou simetricamente distribuída, para $M_3 = 0$.

$$M_3 = E(R_i - E(R))^3 = \sum p_i (R_i - E(R))^3 \quad (2.21)$$

- Com o quarto momento estatístico tem-se a medida denominada de *curtose*, dada por:

$$M_4 = E(R_i - E(R))^4 = \sum p_i (R_i - E(R))^4 \quad (2.22)$$

Para efeito deste estudo, seguindo a prática na elaboração de análises de portfólios, a função-utilidade estará estruturada sobre os dois primeiros momentos estatísticos ou, simbolicamente:

$$U = f(\bar{R}_P; \sigma_P^2)$$

2.8.3 As Propriedades Econômicas das Funções-Utilidade

Elton e Gruber (1995) definem quatro propriedades econômicas que fundamentam o comportamento das funções-utilidade aplicadas ao estudo de otimização de portfólios².

- A primeira propriedade é decorrente do princípio de que todo investidor *prefere mais riqueza a menos riqueza*, resultando no fato de que a primeira derivada da função-utilidade (U') em relação à riqueza (W) é positiva.

$$\frac{\partial U}{\partial W} = U'(W) > 0$$

- A segunda propriedade retrata o comportamento da segunda derivada da função-utilidade em relação à riqueza, de acordo com a predisposição do investidor ao risco.

² Um aprofundamento das definições oriundas das propriedades econômicas das funções-utilidade pode ser obtido consultando Elton e Gruber (1995, p.214-221).

- o Investidor avesso ao risco

$$\frac{\partial U'}{\partial W} = U''(W) < 0$$

- o Investidor neutro ao risco

$$\frac{\partial U'}{\partial W} = U''(W) = 0$$

- o Investidor propenso ao risco

$$\frac{\partial U'}{\partial W} = U''(W) > 0$$

- Através da terceira propriedade os autores demonstram o comportamento frente ao risco absoluto — $A(W)$ — considerando que, com o aumento da riqueza gerada por ativos de risco, o investidor pode: (a) investir mais, demonstrando decréscimo da aversão ao risco absoluto; (b) não alterar a quantia investida, revelando neutralidade em relação ao risco absoluto; e (c) investir pouco ou mesmo reduzir os valores investidos, indicando acréscimo da aversão em relação ao risco absoluto.

Considerando que $A(W) = \frac{-U''(W)}{U'(W)}$, é possível resumir os conceitos

decorrentes da aplicação da propriedade da seguinte forma:

- o Acréscimo da aversão ao risco absoluto.

$$A'(W) > 0$$

- o Aversão ao risco absoluto neutra.

$$A'(W) = 0$$

- o Decréscimo da aversão ao risco absoluto.

$$A'(W) < 0$$

- A quarta propriedade decorre da terceira e visa retratar as variações na aversão ao risco com o incremento na riqueza, porém em termos percentuais, isto é, a *aversão ao risco relativo* — $R(W)$ — cuja medida é dada por:

$$R(W) = -\frac{WU''(W)}{U'(W)} = WA(W)$$

O quadro 4 adiante resume as considerações decorrentes da aplicação da quarta propriedade.

Quadro 4: Variações na aversão ao risco relativo, com o incremento da riqueza.

CONDIÇÃO	DEFINIÇÃO	PROPRIEDADE $R'(W)$
Incremento da aversão ao risco relativo.	Percentual investido em ativos de risco declina com o incremento da riqueza	$R'(W) > 0$
Aversão ao risco relativo neutra ou constante.	Percentual investido em ativos de risco não se altera com o incremento da riqueza.	$R'(W) = 0$
Decréscimo da aversão ao risco relativo.	Aumento do percentual investido em ativos de risco com o incremento da riqueza.	$R'(W) < 0$

Fonte: Adaptado de Elton e Gruber (1995, p.219)

2.8.4 Exemplos de Funções-Utilidade

Como foi visto anteriormente, a intenção de um investidor racional é, sempre, a de maximizar a sua utilidade esperada e, para tanto, uma *função-utilidade* deve ser estabelecida.

Através do quadro 5 são apresentados diversos exemplos de funções-utilidade em termos da riqueza esperada, associando-as às condições a elas aplicáveis.

Quadro 5: Exemplos de funções-utilidade

CONDIÇÃO	FUNÇÃO-UTILIDADE APLICÁVEL
Incremento da aversão ao risco absoluto	W^{-cW^2}
Incremento da aversão ao risco relativo	$W - bW^2$
Aversão ao risco absoluto constante	$-e^{-cW}$
Aversão ao risco relativo constante	$\ln W$
Decréscimo da aversão ao risco absoluto	$\ln W$
Decréscimo da aversão ao risco relativo	$-e^{2W^{-1/2}}$

Fonte: Adaptado de Elton e Gruber (1995, p. 218 e 219).

Onde “b” e “c” são constantes, “ln” o logaritmo natural e “e” a constante neperiana.

Como se pode observar no quadro acima, são diversas as funções-utilidade que refletem a riqueza esperada para inúmeras formas de abordagem do risco e a escolha da mais adequada é tarefa que compete ao gestor de portfólios.

CAPÍTULO III

ANÁLISE E SELEÇÃO DOS ATIVOS QUE INTEGRARÃO OS PORTFÓLIOS DE INVESTIMENTO

3.1 Introdução

No capítulo anterior foram apresentadas as teorias que sustentam a aplicação prática proposta neste trabalho que, em síntese, objetiva a construção de portfólios, inserida em um processo de investimento direcionado para clientes de bancos de varejo, de padrão médio de renda ou de patrimônio.

Iniciando pela análise dos reflexos sobre os investimentos dos cenários em condição de certeza e de incerteza, abordou-se em seguida o princípio da dominância e discutiram-se os conceitos básicos de retorno e de risco de ativos individuais, evoluindo-se para a interação gerada pela combinação de ativos e demonstrando serem a covariância e o coeficiente de correlação os fatores determinantes na definição do risco de carteiras de investimento.

A resposta à pergunta: *por que portfólios?* conduziu à apreciação do conceito de diversificação e do desmembramento do risco total em risco sistemático e risco não-sistemático. Concluindo, a preferência do investidor, que representa a maior ou menor propensão ao risco, foi considerada na seção na qual se discutiu a teoria da utilidade.

Neste capítulo serão referenciados os ativos que irão compor os portfólios, através das abordagens de quatro seções distintas: iniciando por esta introdução, passando pela definição de cada um de um conjunto de ativos candidatos a integrar os portfólios a serem otimizados, seguida da análise individual dos retornos, variâncias e desvios-padrão e pela análise conjunta dos ativos através do estudo das covariâncias e respectivos coeficientes de correlação.

Conclui o capítulo, a aplicação do teste de hipóteses que ampara a seleção dos ativos que irão integrar as carteiras de investimento, objetos do modelo de otimização adotado no estudo.

3.2 Os Ativos Candidatos a Integrar os Portfólios

Dez ativos apresentaram-se como candidatos a integrar as carteiras de investimento a serem otimizadas, sendo nove fundos de investimento e a caderneta de poupança. Todos eles, naturalmente, disponíveis para aquisição por pessoas físicas clientes de um banco de varejo brasileiro, conforme proposta desta pesquisa.

Os fundos de investimento são aqueles que “constituem-se sob a forma de condomínio aberto e cujos recursos captados são destinados à aplicação em carteira específica, de acordo com a característica de cada fundo”, segundo o Banco do Brasil S.A. (2001a).

Os fundos de renda fixa são aqueles compostos por títulos públicos e privados, pré e pós-fixados, cujas cotas variam diariamente de acordo com o valor de mercado dos papéis integrantes das respectivas carteiras, enquanto que os fundos de renda variável são compostos por volumes significativos de papéis de renda variável (a exemplo de ações de companhias diversas, debêntures e derivativos) e caracterizam-se por oscilações positivas ou negativas no valor de suas cotas.

A caderneta de poupança, por sua vez, é, sem dúvida, a modalidade de investimento mais tradicional do mercado financeiro brasileiro, à qual estão associados os conceitos de baixo risco e relativa liquidez.

Abrigando investidores avessos a risco, a *poupança*, remunera as aplicações com taxa de juros fixa de 0,5% (cinco décimos percentuais) ao mês e complementa o rendimento com um fator de correção denominado *taxa referencial* (TR). Oferece, ainda, um seguro contra riscos de perdas de até R\$ 20.000,00 (vinte mil reais), em valores atuais, garantido pelo governo brasileiro.

3.2.1 Regras Tributárias e Taxas de Administração Aplicáveis aos Ativos

Ainda de acordo com o Banco do Brasil S.A. —em referência à legislação vigente— os seguintes tributos e taxas de administração relacionam-se às aplicações abordadas neste trabalho:

- *Imposto de Renda*
 - Fundos de Renda Fixa - alíquota de 20% incidente sobre os rendimentos nominais, a partir de 01/01/98, deduzida do valor das cotas em 31/07/98 para os rendimentos obtidos a partir de 01/01/98 até aquela data e, mensalmente, no último dia útil de cada mês após 02/08/98;

- Fundos de Renda Variável - alíquota de 10% incidente sobre os rendimentos nominais, deduzida do valor das cotas somente no momento do resgate da aplicação;
 - Caderneta de Poupança - aplicação isenta do tributo para investimentos de prazo superior a noventa dias, que é a proposta deste trabalho.
- *Contribuição Provisória sobre a Movimentação Financeira (CPMF)*
 - Fundos de Investimento - alíquota de 0,38% incidente sobre o valor da aplicação e no momento em que é realizada;
 - Caderneta de Poupança - aplicação isenta do tributo para investimentos de prazo superior a noventa dias, proposta do trabalho.
- *Imposto sobre Operações Financeiras (IOF)*
 - Fundos de Renda Fixa - incide alíquota, de maneira regressiva, apenas nos resgates realizados antes do trigésimo dia após a aplicação, de forma que, para os propósitos do presente estudo, podemos considerar os investimentos isentos do tributo;
 - Fundos de Renda Variável - aplicações isentas do tributo;
 - Caderneta de Poupança - aplicação isenta do tributo.

- *Taxa de Administração*
 - o Fundos de Investimento - taxas diferenciadas para cada fundo de investimento, calculadas todo dia útil sobre o patrimônio líquido do respectivo fundo, deduzidas do valor das cotas anunciadas;
 - o Caderneta de Poupança - aplicação isenta de taxa de administração.

3.2.2 O Conjunto de Ativos Candidatos a Integrar os Portfólios de Investimento

No encaminhamento prático da pesquisa, foram utilizados os dados relativos aos produtos do Banco do Brasil S.A., disponíveis para os seus clientes pessoas físicas e, no quadro 6 adiante, estão listados os ativos, assim como algumas de suas características, a saber: nome e modalidade do ativo, sua classificação segundo a Associação Nacional de Bancos de Investimento (ANBID), taxa de administração e nível de risco a que estão sujeitos.

Quadro 6: Ativos disponíveis para investidores pessoas físicas, clientes do Banco do Brasil S.A.

ATIVO		CLASSIFICAÇÃO	TAXA	NÍVEL DE
NOME	MODALIDADE	ANBID	ADMINISTRAÇÃO	RISCO
BB Fix Preferencial	Fundo de Investimento	Renda Fixa Multi-Índices	2% a.a.	Baixo
BB Fix Especial Plus	Fundo de Investimento	Renda Fixa Multi-Índices	2% a.a.	Baixo
BB DI Especial Plus	Fundo de Investimento	Referenciado DI	1% a.a.	Baixo
BB Premium Especial Plus	Fundo de Investimento	Renda Fixa Multi-Índices	1% a.a.	Moderado
BB Cambial Especial Plus	Fundo de Investimento	Referenciado Câmbio	1% a.a.	Elevado
BB Ações-Índice	Fundo de Investimento	Ações Ibovespa ³ Indexado	4% a.a.	Elevado
BB Ações-Master	Fundo de Investimento	Ações Ibovespa Ativos	4% a.a.	Elevado
BB Ações Telebrasil	Fundo de Investimento	Ações Setoriais – Comunicações	2% a.a.	Elevado
BB Fundo de Ações	Fundo de Investimento	Ações IBX ⁴ Indexado	4% a.a.	Elevado
Poupança-Ouro	Caderneta de Poupança	Não Aplicável	Isenta	Baixo

Fonte: Banco do Brasil S.A.

3.3 Análise dos Ativos

Todos os dados utilizados foram coletados diretamente do sistema corporativo do Banco do Brasil S.A. e transferidos para a planilha Microsoft[®] Excel, sem que tenha havido qualquer digitação, com o intuito, naturalmente, de evitar erros. Foi realizada, posteriormente, conferência dos elementos coletados para total confiabilidade do processo.

³ Ibovespa, Índice Bovespa, representa o valor teórico de uma carteira hipotética que retrata o comportamento médio dos preços e o perfil das principais ações transacionadas na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA).

⁴ IBX, Índice Brasil, retrata o comportamento teórico das 100 ações mais negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA).

Os retornos mensais da caderneta de poupança foram extraídos diretamente, sem qualquer tratamento posterior, referindo-se à rentabilidade líquida do ativo para todo dia 28 de cada mês.

No caso dos fundos de investimento, o cálculo do retorno em cada mês foi obtido mediante a aplicação da seguinte fórmula:

$$R_F(\%) = \left(\frac{\text{Valor da Cota}_D}{\text{Valor da Cota}_{D^{-1}}} - 1 \right) \times 100 \quad (3.1)$$

Onde:

- R_F representa o retorno do fundo em termos percentuais;
- Valor da Cota em “D”
 - Fundo de Renda Fixa - primeiro dia útil do mês posterior ao mês de referência do cálculo;
 - Fundo de Renda Variável - último dia útil do mês de referência do cálculo.
- Valor da Cota em “D⁻¹”
 - Fundo de Renda Fixa - primeiro dia útil do mês de referência do cálculo;
 - Fundo de Renda Variável - último dia útil do mês anterior ao mês de referência do cálculo.

Ressalte-se que a metodologia expressa na equação 3.1 é aplicável, na prática, à remuneração bruta dos fundos de investimento utilizados neste trabalho.

A remuneração líquida do imposto de renda foi calculada mediante a aplicação das alíquotas mencionadas na seção 3.2.1, respeitados os prazos para cobrança (dedução do valor das cotas) do tributo.

Aplicados os conceitos teóricos indicados no capítulo anterior aos dados coletados e trabalhados, foram obtidos os retornos médios, as variâncias e desvios-padrão de cada ativo isoladamente, assim como as covariâncias entre eles.

O Anexo I, ao final deste trabalho, reproduz, na íntegra, as informações sobre os dados relativos à rentabilidade mensal histórica, os retornos médios mensais e respectivos desvios-padrão dos ativos, cujo resumo é apresentado no quadro 7 e figura 12 adiante.

Quadro 7: Retornos médios mensais e respectivos desvios-padrão dos ativos, no período de jan/1998 a jun/2001.

ATIVO	RETORNO MÉDIO MENSAL (%)	DESVIO-PADRÃO DO RETORNO (%)
<i>BB Fix Preferencial</i>	1,233	0,677
<i>BB Especial Plus</i>	1,308	0,693
<i>BB Cambial Especial Plus</i>	2,248	7,816
<i>BB Premium Esp. Plus</i>	1,324	0,711
<i>BB DI Especial Plus</i>	1,306	0,625
<i>Poupança-Ouro</i>	0,893	0,351
<i>BB Ações-Índice</i>	1,193	12,593
<i>BB Fundo de Ações</i>	0,883	10,928
<i>BB Ações Máster</i>	0,949	12,477
<i>BB Ações Telebrasil</i>	0,716	14,084

A proposta final deste trabalho, conforme detalhada no capítulo seguinte, é a de promover a otimização de portfólios de investimento através de uma abordagem de gestão passiva das carteiras e revisão periódica a cada seis meses.

A contribuição provisória sobre a movimentação financeira (CPMF) foi desconsiderada no cálculo da remuneração média mensal a que se refere o quadro 7, pois, para uma revisão do portfólio a cada seis meses, representa apenas sessenta e três milésimos por cento ao mês, não influenciando significativamente nos cálculos.

Figura 12: Matriz de variâncias e covariâncias dos ativos, no período de jan/1998 a jun/2001.

E5		=VAR(Ativos Financeiros!F7:F102)									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	ATIVO	Fix Preferencial	Fix Especial Plus	Cambial Especial Plus	Premium Especial Plus	DI Especial Plus	Poupança	Ações Índice	Fundo de Ações	Ações Master	Ações Telebrasil
2	Fix Preferencial	4,57945E-05									
3	Fix Especial Plus	4,55457E-05	4,79824E-05								
4	Cambial Especial Plus	1,24741E-05	(4,63203E-06)	6,10896E-03							
5	Premium Especial Plus	4,66824E-05	4,79387E-05	(4,05219E-06)	5,05235E-05						
6	DI Especial Plus	3,68147E-05	3,82030E-05	9,65677E-07	3,85446E-05	3,90739E-05					
7	Poupança	1,29192E-05	1,32954E-05	1,94882E-05	1,34060E-05	1,36410E-05	1,23279E-05				
8	Ações Índice	7,85424E-05	9,79580E-05	8,92680E-04	1,10242E-04	7,35919E-05	9,95054E-05	1,58580E-02			
9	Fundo de Ações	6,30474E-05	8,26980E-05	3,93688E-04	9,29529E-05	4,73180E-05	7,18639E-05	1,32847E-02	1,19415E-02		
10	Ações Master	6,23719E-05	8,28508E-05	8,14911E-04	9,32596E-05	6,80910E-05	9,86789E-05	1,52941E-02	1,31479E-02	1,55686E-02	
11	Ações Telebrasil	1,10604E-04	1,23414E-04	1,24647E-03	1,45196E-04	5,99405E-05	1,08559E-04	1,67242E-02	1,43798E-02	1,64458E-02	1,98358E-02

Na diagonal da matriz retratada na figura acima estão listadas as variâncias dos retornos de cada ativo, enquanto que, nas demais células, apresentam-se as covariâncias dos retornos de cada par de ativos.

3.4 Seleção dos Ativos que Integrarão os Portfólios

Conforme foi visto no Capítulo II, um dos elementos essenciais na teoria de carteiras são os benefícios que uma adequada diversificação pode proporcionar em termos de uma relação ótima entre risco e retorno. Por sua vez, o conceito da diversificação está alicerçado na necessidade de se encontrarem ativos que, quando associados, apresentem covariâncias e correlações baixas ou mesmo negativas.

Segundo Lapponi (1997, p.140), “uma forma de medir a relação entre duas séries de observações é através das medidas estatísticas *covariância* e *coeficiente de correlação*, que mensuram a *tendência* e a *força da relação linear* entre essas duas séries”.

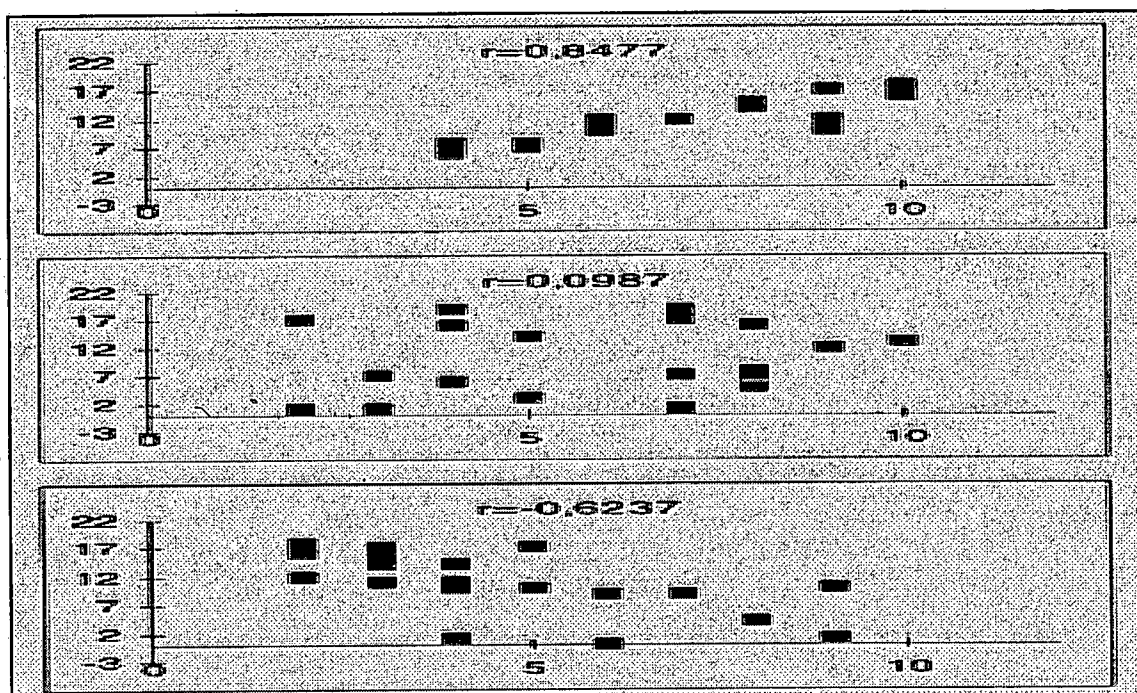
A covariância, por sua natureza, pode assumir qualquer valor do conjunto dos números reais e, embora seja rica em significado, é relativamente pobre em comunicação e, por esse motivo, o coeficiente de correlação (ρ_{ij}) é uma medida que permite visualizar melhor o grau de associação entre duas variáveis podendo, conforme visto na seção 2.6.2, assumir valores dentro do intervalo entre +1 e -1 e cujos extremos são retratados abaixo.

- $\rho_{ij} = +1$ - indica uma correlação positiva perfeita, na qual se observa perfeita relação linear entre os dados das duas séries e uma declividade positiva da reta de regressão de linear;
- $\rho_{ij} = -1$ - revela correlação negativa perfeita, mesma condição da relação linear entre os dados das duas séries, porém com declividade negativa da reta de regressão linear;

- $\rho_{ij} = 0$ - condição na qual inexistente correlação entre as observações das séries e nenhuma tendência de declividade, formando uma nuvem de pontos.

Na prática, as três situações descritas anteriormente não se confirmam, prestando-se mais a considerações de natureza teórica e acadêmica. A figura 13, contudo, revela situações mais adaptadas à realidade.

Figura 13: Coeficientes de correlação entre duas séries de dados quaisquer.



Fonte Lapponi (1997, p.148)

As séries de observações dos dez ativos, candidatos a integrar os portfólios a serem otimizados, foram estatisticamente tratadas e delas extraídas os respectivos coeficientes de correlação, cuja matriz é apresentada na figura 14 a seguir.

Figura 14: Matriz de correlações dos ativos analisados.

MATRIZ DE CORRELAÇÕES										
FUNDO	Fix Preferencial	Fix Especial Plus	Cambial Especial Plus	Premium Especial Plus	DI Especial Plus	Poupança	Ações Índice	Fundo de Ações	Ações Master	Ações Telebrasil
Fix Preferencial	1,00000000									
Fix Especial Plus	0,99532532	1,00000080								
Cambial Especial Plus	0,02415923	(0,00876420)	1,00000000							
Premium Especial Plus	0,99418025	0,99738801	(0,00747180)	1,00000000						
DI Especial Plus	0,89153053	0,90381249	0,00202474	0,88866603	1,00000000					
Poupança	0,55699462	0,55999185	0,07274588	0,55026796	0,63808173	1,00000000				
Ações Índice	0,09441441	0,11503756	0,09290789	0,12616537	0,09576950	0,23053827	1,00800808			
Fundo de Ações	0,08733647	0,11191529	0,04721757	0,12258907	0,07096075	0,19186770	0,98892585	1,00008000		
Ações Master	0,07566984	0,09819656	0,08559874	0,10771780	0,08943870	0,23073870	0,99710479	0,98779655	1,00000000	
Ações Telebrasil	0,11887949	0,12958747	0,11599479	0,14857629	0,06974574	0,22488616	0,96596741	0,95711271	0,95867259	1,00000000

A busca de uma diversificação adequada conduz à procura de ativos que, selecionados aos pares, apresentem coeficientes de correlação baixos ou negativos, entretanto, surge uma questão inevitável neste momento: a partir de quanto se pode considerar que a correlação entre dois ativos é baixa o suficiente para considerá-los aptos a compor portfólios e se traduzir em uma relação retorno X risco ótima?

A resposta à questão é facilitada pela aplicação de um teste de hipóteses, cujo resultado permite inferir, com certa precisão, sobre a aceitação ou não da regressão linear entre as respectivas séries de dados e, conseqüentemente, se a correlação é suficientemente forte ou não.

Um dos mecanismos utilizados com a finalidade de testar a correlação entre duas séries de observações é o denominado "Teste F" cuja aplicação, de acordo com Paula Leite (1998), segue o seguinte roteiro:

i. Determinação do valor de F observado (F_O)

$$F_O = \frac{\frac{\rho_{ij}^2}{k-1}}{\frac{1-\rho_{ij}^2}{n-k}}$$

onde:

- ρ_{ij}^2 - coeficiente de determinação da regressão linear;
- k - número de amostras ($k = 2$ no caso da regressão linear simples);
- n - número de observações de cada uma das séries.

ii. Comparação entre os valores de F_O e F_C (F crítico)

- $F_O > F_C$ - aceita-se a regressão, indicando que a correlação entre os dados das duas séries é suficientemente forte;
- $F_O < F_C$ - a regressão, em princípio, não deve ser aceita e o indicativo é o de que a correlação entre as observações não é suficientemente forte.

Contudo, dado o enfoque prático deste trabalho, foi utilizada a função *TesteF* disponível no software Microsoft® Excel e que, conforme Lapponi (1997, p.326), a aplicação do teste “estabelece que a função dá como resultado o valor do *p-value*, ou seja, a probabilidade $P(F \geq F_O)$ referente à cauda superior da distribuição F ”.

A figura 15 adiante revela os resultados da aplicação do Teste F ao conjunto de ativos candidatos a integrar os portfólios a serem otimizados, com nível de significância de 5%.

Figura 15: Teste "F" aplicado aos ativos.

TESTE F										
FUNDO	Fix Preferencial	Fix Especial Plus	Cambial Especial Plus	Premium Especial Plus	DI Especial Plus	Poupança	Ações Índice	Fundo de Ações	Ações Master	Ações Telebrasil
Fix Preferencial	100,000000%									
Fix Especial Plus	88,194763%	100,000000%								
Cambial Especial Plus	0,000000%	0,000000%	100,000000%							
Premium Especial Plus	75,454377%	86,957392%	0,000000%	100,000000%						
DI Especial Plus	61,372239%	51,377679%	0,000000%	41,413855%	100,000000%					
Poupança	0,005340%	0,002989%	0,000000%	0,001547%	0,034800%	100,000000%				
Ações Índice	0,000000%	0,000000%	0,287278%	0,000000%	0,008800%	0,000000%	100,000000%			
Fundo de Ações	0,000000%	0,000000%	3,455799%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	36,752478%	100,000000%		
Ações Master	0,000000%	0,000000%	0,343996%	0,000000%	0,008800%	0,000000%	95,325778%	39,935414%	100,000000%	
Ações Telebrasil	0,000000%	0,000000%	0,026461%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	47,680622%	10,820490%	44,137787%	100,000000%

Valores significativos de *p-value* indicam que a correlação entre os dois ativos é suficientemente forte para aceitar a regressão linear e, conseqüentemente, *rejeitar a combinação* para efeito de diversificação do portfólio.

Dessa forma, os ativos cujas correlações não são significantes são aqueles que devem ser escolhidos como adequados para proporcionar efeitos positivos de uma diversificação, devendo, portanto, serem selecionados para integrar os portfólios submetidos ao processo de otimização.

A seleção final dos ativos que irão compor os portfólios de investimento otimizados foi realizada adotando-se os seguintes critérios:

- Ativo 1 - *BB Cambial Especial Plus*, por ser aquele que apresentou *p-value* igual a zero em relação a todos os fundos de renda fixa, ao fundo referenciado DI e à poupança, além de valores baixos relativamente aos fundos de ações;
- Ativo 2 - *A Poupança-Ouro*, que teve o valor de *p-value* igual a zero em relação a todos os ativos de risco e baixíssimos valores relativamente aos fundos de renda fixa e DI;
- Ativo 3 - *BB DI Especial Plus*, com *p-value* igual a zero para com os ativos arriscados e, na média, os menores valores em relação aos fundos de renda fixa;
- Ativo 4 - O quadro 8 demonstra o valor de *p-value* de cada um dos fundos de renda fixa relativamente aos três ativos anteriormente escolhidos.

Quadro 8: Valores de *p-value* entre os ativos escolhidos e os fundos de renda fixa.

ATIVO	BB Cambial E.P.	Poupança-Ouro	BB DI Especial Plus
BB Fix Preferencial	0	0,0053%	61,37%
BB Fix Especial Plus	0	0,0030%	51,58%
BB Premium Especial Plus	0	0,0015%	41,41%

A escolha natural, portanto, é a do *BB Premium Especial Plus*, representante da classe dos fundos de renda fixa.

- Ativo 5 - Da mesma forma, o quadro 9 reproduz os valores de *p-value* entre os fundos de ações e os ativos já escolhidos.

Quadro 9: Valores de *p-value* entre os ativos escolhidos e os fundos de ações.

ATIVO	BB Cambial Especial Plus	Poupança-Ouro	BB DI Especial Plus	BB Premium Especial Plus
BB Ações Índice	0,29%	0	0	0
BB Fundo de Ações	3,46%	0	0	0
BB Ações Máster	0,34%	0	0	0
BB Ações Telebrasil	0,03%	0	0	0

A escolha recai, conseqüentemente, no *BB Ações Telebrasil*, fundo cujo resultado do Teste F é o menor relativamente ao BB Cambial Especial Plus.

O quadro 10 adiante resume os ativos selecionados para integrar os portfólios de investimento a serem otimizados (assunto que será desenvolvido no capítulo seguinte), bem como o nível de risco a que expõem os investidores.

Quadro 10: Ativos selecionados para integrar os portfólios de otimização.

ATIVO	NÍVEL DE RISCO
<i>BB Cambial Especial Plus</i>	Elevado
<i>Poupança-Ouro</i>	Baixo
<i>BB DI Especial Plus</i>	Baixo
<i>BB Premium Especial Plus</i>	Moderado
<i>BB Ações Telebrasil</i>	Elevado

Os ativos acima selecionados comporão os portfólios, cujo modelo de otimização será desenvolvido no próximo capítulo.

CAPÍTULO IV

**APLICAÇÃO PRÁTICA – O PROCESSO
DE INVESTIMENTO DESTINADO A
CLIENTES *MIDDLE* DE BANCOS DE
VAREJO**

4.1 Introdução

No capítulo três foram apresentados os ativos que, em princípio, poderiam compor os portfólios a serem otimizados e uma abordagem das suas características individuais foi levada, então, a efeito, iniciando com a definição de cada um deles.

Os aspectos tributários —fundamentais na definição dos respectivos retornos— foram introduzidos e, no caso dos fundos de investimento as respectivas taxas de administração, além de considerações acerca da maior ou menor exposição ao risco que imputam ao investidor.

A partir das séries históricas das últimas quarenta e duas taxas mensais de rentabilidades líquidas de imposto de renda —de janeiro de 1998 a junho de 2001— foram feitas as análises para obtenção dos retornos esperados e respectivos riscos (variâncias/desvios-padrão) de cada ativo, isoladamente.

Aderente à teoria de carteiras, que fundamenta este estudo, foram calculadas as variâncias, covariâncias e coeficientes de correlação e realizado o teste de validação desses dados.

Como conseqüência, foram selecionados cinco ativos que comporão as carteiras e, neste capítulo, são desenvolvidos e apresentados os estudos com a finalidade de otimizar os portfólios selecionados.

Em consonância com a abordagem essencialmente prática que, desde o início, norteou a pesquisa, o conteúdo do capítulo é dividido em cinco etapas, a saber: (1) esta introdução; (2) a definição e a escolha do perfil do investidor, relativamente à sua propensão em assumir riscos; (3) o estabelecimento das

metas para o investimento; (4) a otimização da função utilidade escolhida, com a conseqüente obtenção dos percentuais ótimos para investimento em cada ativo, de acordo com as metas de retorno esperado e variância/desvio-padrão do portfólio; e (5) a elaboração dos critérios de revisão dos resultados obtidos, visando à adoção de eventuais correções de rumos.

4.2 O Perfil do Investidor

Um elemento essencial na seleção de qualquer portfólio de investimento e do qual deriva todo o processo de otimização da referida carteira, é a definição do perfil do investidor quanto ao risco, isto é, a sua maior ou menor propensão em assumir uma unidade a mais de risco para cada unidade de retorno esperado.

Diversas são as denominações que se atribuem ao perfil do investidor quanto ao risco que, segundo Elton e Gruber (1995, p.215), pode ser “avesso, neutro ou propenso ao risco”.

A abordagem do mercado financeiro para a conceituação do perfil não difere da acadêmica, conforme se observa na classificação atribuída pelo Banco do Brasil S.A. (2001b), um dos maiores bancos de varejo brasileiros:

- “Conservador
 - Investidor que não gosta de arriscar e prefere aplicações seguras.
- Moderado
 - Investidor que quer aumentar o patrimônio, mas sem correr riscos exagerados.

- Arrojado
 - o Perfil de quem está disposto a assumir riscos para aumentar significativamente seu patrimônio”.

Fisher e Jordan (1995, p.613) revelam os fatores fundamentais na avaliação do quanto o investidor está disposto a assumir riscos: “receitas atuais; crescimento das receitas atuais; valorização do capital; e preservação do capital”.

Obviamente que os indivíduos, ao tomarem a decisão de investir, gostariam de realizar integralmente os quatro objetivos. Entretanto, isso não é possível quando se observa, por exemplo, que a busca por ganhos de capital conduz, inevitavelmente, a incorrer em riscos de perda desse capital.

Imaginando os citados objetivos como pilares da decisão de investimento e da própria constituição de portfólios, dão-lhes sustentação certos atributos que os referidos autores aprofundam no que denominaram de “abordagem do ciclo de vida”.

As preferências individuais de risco e retorno são estabelecidas em termos do ciclo de vida das pessoas, isto é, derivam do estágio em que se encontram as suas vidas, tanto pessoal quanto profissionalmente.

No estágio inicial, encontram-se as pessoas jovens, em início de carreira, com um grande direcionamento para o consumo de bens tais como o automóvel, eletroeletrônicos e vestuário. Somente depois de satisfeitas estas necessidades e, em havendo sobras, direcionam-nas para o investimento financeiro.

Contudo, por terem pela frente um longo horizonte de tempo, mostram-se altamente receptivos em assumir riscos na busca de maiores retornos, preocupando-se muito pouco em diversificar os seus investimentos.

Na fase intermediária, localizam-se os indivíduos de meia idade, preocupados com o seu futuro e o de seus dependentes e, neste estágio, a casa própria, o plano de saúde e o fundo de pensão e aposentadoria constituem-se na grande preocupação.

O horizonte temporal dessas pessoas ainda é relativamente longo, mas, apesar de continuar aceitando certos riscos em busca de maiores retornos, a preservação do capital passa a ser importante e os investidores nesta fase mostram-se absolutamente receptivos à diversificação, na expectativa de redução dos níveis de exposição a riscos.

Por fim, no último estágio estão os indivíduos em vias de se aposentar, com horizonte de tempo reduzido, menor nível de gastos e das receitas próprias.

Poupança, plano de saúde, fundo de pensão e moradia são atributos já adequadamente equacionados e os investimentos das pessoas neste estágio são tipicamente de baixo risco (e baixo retorno, por consequência), cujo requisito vital dos ativos financeiros é apenas um: segurança!

Aliados aos fatores determinantes do ciclo de vida, outros atributos são considerados essenciais na definição final do perfil do investidor, entre os quais destacam-se a liquidez e o horizonte temporal planejado para o investimento.

A necessidade de uma maior liquidez (capacidade de realização rápida) do ativo representa uma menor propensão do aplicador de recursos em assumir

riscos e, da mesma forma, investimentos que possuem um tempo de maturação reduzido induzem ao incremento da aversão do investidor ao risco.

Objetivando identificar o perfil de um investidor, na prática, foram aplicados os questionários utilizados pelos três maiores bancos varejistas brasileiros, Banco do Brasil S.A., Banco Bradesco S.A. e Banco Itaú S.A., cujos resultados estão demonstrados, na íntegra, no Anexo II e exemplificados nas figuras 16 a 18 adiante.

Figura 16: Exemplo do questionário de definição do perfil do investidor, aplicado pelo Banco do Brasil S.A.

Fonte: BANCO DO BRASIL S.A. Conheça o seu perfil. Disponível em: <<http://www10.bancodobrasil.com.br/tr/invest/prova.asp>>. Acesso em 24 de junho de 2001.

O questionário aplicado pelo Banco do Brasil S.A. é composto de 10 perguntas, cujas respostas, ao serem processadas, revelam o perfil do investidor.

Figura 17: Exemplo do questionário de definição do perfil do investidor, aplicado pelo Banco Bradesco S.A.

Bradesco ShopInvest

Login/Transações Cadastro não correntista Internet Banking Home Fale Conosco Busca

▼ Ações ▼ Capitalização ▼ CDB ▼ Fundos ▼ Imóveis ▼ Mercados Futuros ▼ Poupança ▼ Vida e Previdência Seguros

Definindo o Perfil do Investidor

1. QUAL É A SUA IDADE ?

Menos de 20 anos

Entre 20 e 30 anos

Entre 31 e 40 anos

Entre 41 e 50 anos

Mais de 50 anos

2. QUANTOS DEPENDENTES VOCÊ TEM ?

Nenhum

Um/Dois

Três ou mais

3. QUAL É O SEU ESTADO CIVIL ?

Casado(a)

Solteiro(a)

Fonte: BANCO BRADESCO S.A. Descubra o seu perfil de investidor. Disponível em: < <https://www.shopinvest.com.br/default.asp?pag=%2FInvest%2Fperg%5Fperfil%5Finst%2Easp>>. Acesso em 24 de junho de 2001.

Ao utilizar o questionário do Banco Bradesco S.A., o investidor responde 11 perguntas que definem o seu perfil quanto ao risco.

Figura 18: Exemplo do questionário de definição do perfil do investidor, aplicado pelo Banco Itaú S.A.

Itaú Investnet Poupança CDB Previdência Capitalização Mercados Ações Fundos

Itaú Bankline Agência Conta Senha Eletrônica OK

Fundos de Investimento Itaú Mapa do Site Fale Conosco

Home Aprenda a Investir Conheça nossos Fundos Compare nossos Fundos Simule Aplicações Painel Econômico Invista Agora Minha Página Canal do Investidor Itaú

Aprenda a Investir Qual é o meu perfil de investidor?

Estrutura Patrimonial

Valor global de seu patrimônio, incluindo terrenos, imóveis, propriedades e aplicações financeiras: R.\$

Valor global de seu patrimônio, há dois anos atrás: R.\$

Valor de suas aplicações financeiras em Bancos, Fundos, Ações e outros tipos de investimentos:

Experiência com o Mercado

Marque as opções de investimento que utilizou no último dois anos e seu grau de satisfação:

	Muito satisfeito(a)	Razoavelmente satisfeito(a)	Não satisfeito(a)
<input type="checkbox"/> CDB's	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="checkbox"/> Ações ou Fundos de Ações	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="checkbox"/> Cadermeta de Poupança	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Fonte: BANCO ITAÚ S.A. Qual é o meu perfil de investidor? Disponível em: < http://ww2.itaú.com.br/itauinternet/fundos/fr_index.asp?url=aprenda/fr_aprenda_perfil.htm>. Acesso em 24 de junho de 2001.

No Banco Itaú S.A., o investidor preenche, além dos seus dados pessoais, questionário com 8 perguntas, cujas respostas definem o seu perfil quanto ao risco.

Observando-se os resultados da aplicação completa dos questionários (Anexo II) pode-se verificar uma perfeita congruência com os conceitos teóricos abordados neste capítulo, conforme resumo apresentado adiante.

Do investidor hipotético do Banco do Brasil S.A. são extraídas as seguintes características:

- Idade: acima de 56 anos;
- Dependentes: nenhum;
- Objetivo: preservar o patrimônio;
- Referencial de rentabilidade: poupança;
- Disponibilidade: máximo um ano.

Características típicas de um investidor do terceiro e último estágio do ciclo de vida, com reduzido horizonte de tempo para o investimento, sendo, portanto, absolutamente natural e em consonância com a teoria, o perfil definido para o investidor quanto ao risco: *conservador*.

Do questionário aplicado utilizando o modelo do Banco Bradesco S.A.:

- Idade: entre 31 e 40 anos;
- Dependentes: um/dois;
- Estado civil: casado;
- Renda mensal: entre R\$ 5.001,00 e R\$ 10.000,00;
- Objetivo: deixar investido para prevenir imprevistos;
- Disponibilidade: entre 24 e 36 meses.

O aplicador hipotético, neste caso, enquadra-se no segundo estágio do ciclo de vida e permite ao investidor um razoável horizonte de tempo sendo, também, natural o resultado do perfil calculado pelo modelo: *moderado*.

Por fim, do modelo aplicado pelo Banco Itaú S.A. observou-se:

- Idade: 21 anos;
- Objetivo: obter rentabilidade elevada em longo prazo, aceitando riscos de perda;
- Horizonte temporal: mais de cinco anos;
- Liquidez demandada para os próximos meses: nenhuma.

Claramente um investidor do estágio inicial, disposto a aceitar um longo horizonte de tempo para o investimento e demandar pouca necessidade de liquidez, cujo perfil encontrado foi: *arrojado*.

Independentemente do seu perfil, o investidor vislumbra mensurar o desempenho dos seus investimentos, estabelecendo parâmetros de performance, cujo assunto será tratado na seção seguinte.

4.3 Estabelecimento das Metas para o Investimento

Definido o perfil do investidor quanto ao risco, a próxima etapa para a determinação do portfólio ótimo consiste no estabelecimento das metas para o investimento, através de parâmetros que se constituirão nas restrições impostas ao modelo de otimização da função-utilidade adotada no trabalho.

Preliminarmente, devem-se estabelecer duas restrições ao modelo que são decorrentes das condições práticas relativas aos ativos que compõem o

portfólio e ao próprio mercado, no qual não são permitidas as vendas alavancadas (*short selling, em inglês*), operações através das quais “um investidor pode vender um ativo que não possui”, conforme Elton e Gruber (1995, p.84).

Desta premissa decorrem as duas restrições fixas do modelo: (i) os percentuais investidos em cada ativo (ω_i) devem ser, *necessariamente*, maior ou igual a zero; e (ii) a somatória dos percentuais investidos em cada ativo (pesos) deve, *obrigatoriamente*, ser igual a um.

As demais restrições (metas do investimento) foram assim definidas:

- Percentual mínimo a ser investido em cada ativo, que tem o propósito de promover a diversificação, que é o princípio básico da teoria que ancora o trabalho;
- Percentual máximo a ser investido em cada ativo, objetivando evitar uma exposição excessiva da carteira;
- Risco máximo permitido;
- Retorno mínimo admitido.

Claro que o estabelecimento das metas do investimento será decorrente de uma entrevista do administrador do portfólio com o investidor, na qual se procurará parametrizar as restrições indicadas.

No quadro 11 estão sistematizadas as condições acima referidas.

Quadro 11: Restrições/Metas do investimento

Restrições		Atributo	Parâmetro
FIXAS	Vendas alavancadas não permitidas		$\omega_i \geq 0$
			$\sum \omega_i = 1$
VARIÁVEIS	Percentual mínimo de cada ativo (m)	Diversificação	$\omega_i \geq m\%$
	Percentual máximo de cada ativo (M)	Reduzir exposição ao risco	$\omega_i \leq M\%$
	Risco máximo permitido (R)	Limitar exposição ao risco	$\sigma_p \leq R\%$
	Retorno mínimo admitido (F)	Estipular um piso de rentabilidade	$r_p \geq F\%$

As condições fixadas no quadro acima, parametrizam a performance esperada pelo investidor, relativamente ao portfólio de investimento.

4.4 A Otimização dos Portfólios

4.4.1 Problemas de Otimização

Todas as classes de problemas que têm por objetivo maximizar ou minimizar uma determinada função numérica, composta de variáveis sujeitas a certas restrições, recebem a denominação genérica de *problemas de otimização* (Hadley, 1982).

As técnicas clássicas de otimização remontam há mais de 150 anos e foram aplicadas, inicialmente, na solução de problemas das ciências físicas e matemáticas e, posteriormente, com a descoberta do cálculo diferencial, as questões ligadas às teorias económicas de produção e de consumo puderam ser adequadamente equacionadas através da otimização.

Com o advento das teorias de finanças, a partir dos anos 50, as técnicas de otimização evoluíram, facilitadas, sobretudo, pelo forte crescimento dos recursos computacionais e qualquer solução possível que otimize uma função-objetivo adotada é denominada de *solução possível ótima*.

Os problemas de otimização derivam, na prática, para uma classe referenciada como sendo *problemas de programação*, cujo objetivo é o de determinar distribuições ótimas que satisfaçam os dados da função a ser otimizada, desde que obedecidas as condições impostas pelas restrições da função.

A Programação Linear (PL) é a classe mais simples e destina-se a solucionar problemas nos quais as relações entre as variáveis são lineares, tanto nas restrições quanto na função a ser otimizada.

Entretanto, diversos são os problemas que envolvem relações não-lineares entre as variáveis e, assim, diversos outros algoritmos foram desenvolvidos, dentre os quais destacam-se a Programação Não Linear (PNL), a Programação Quadrática (PQ), esta uma generalização da Programação Linear e um caso particular da PNL e, recentemente, foram ainda desenvolvidos os algoritmos de Otimização Global e de Otimização Genética e Evolucionária.

Nos problemas relativos a portfólios, um dos algoritmos mais utilizados é o de otimização estocástica de carteiras multi-estágios, desenvolvido por Hall e Stephenson (1990) e, posteriormente, refinado por Samohyl (1994). Através deste algoritmo, busca-se maximizar a riqueza esperada, ponderando-se os riscos relativos aos portfólios otimizados.

A solução dos problemas através dos algoritmos acima descritos baseia-se na utilização de métodos de resolução, dos quais citam-se os dois aplicados no Microsoft® Excel Solver, suplemento empregado neste trabalho. O método Simplex, adequado à solução de problemas de programação linear, foi desenvolvido em 1947 e o método do Código de Otimização Não Linear do Gradiente Reduzido Genérico (GRG2, na sigla em inglês) é aplicado na resolução de problemas de programação não linear.

4.4.2 A Função-Utilidade Escolhida

Na seção 2.8.4 foram apresentados diversos exemplos de funções-utilidade que relacionam a riqueza esperada (W) por um investidor; contudo, uma das mais utilizadas é a Função-Objetivo de Lagrange, adotada no modelo de otimização deste trabalho.

A formulação geral que permite solucionar matematicamente o problema, através da maximização da função-objetivo, para o caso de portfólios compostos por dois ativos, é representada pela combinação linear de duas equações e uma restrição, conforme descritas adiante (Francis e Archer, 1971).

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^n \omega_i E(r_i) \quad (4.1)$$

$$-Var(r_p) = -\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \omega_j \sigma_{ij} \quad (4.2)$$

$$\sum_{i=1}^n \omega_i = 1 \quad (4.3)$$

Nota-se que a maximização da equação relativa à variância do retorno do portfólio, $Var(r_p)$, representa uma elevação do risco da carteira e, para contornar o problema, utiliza-se o artifício matemático de multiplicá-la por (-1), que corresponde ao mesmo que minimizar o risco.

A expressão Lagrangiana, formada a partir das equações 4.1 e 4.2 e da restrição 4.3, pode então ser definida:

$$z = \Phi E(r_p) - Var(r_p) + \lambda \left(1 - \sum_{i=1}^n \omega_i \right) \quad (4.4)$$

Substituindo 4.1 a 4.3 em 4.4, tem-se que:

$$z = \Phi \left(\sum_{i=1}^n \omega_i E(r_i) \right) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \omega_j \sigma_{ij} + \lambda \left(1 - \sum_{i=1}^n \omega_i \right) \quad (4.5)$$

Onde:

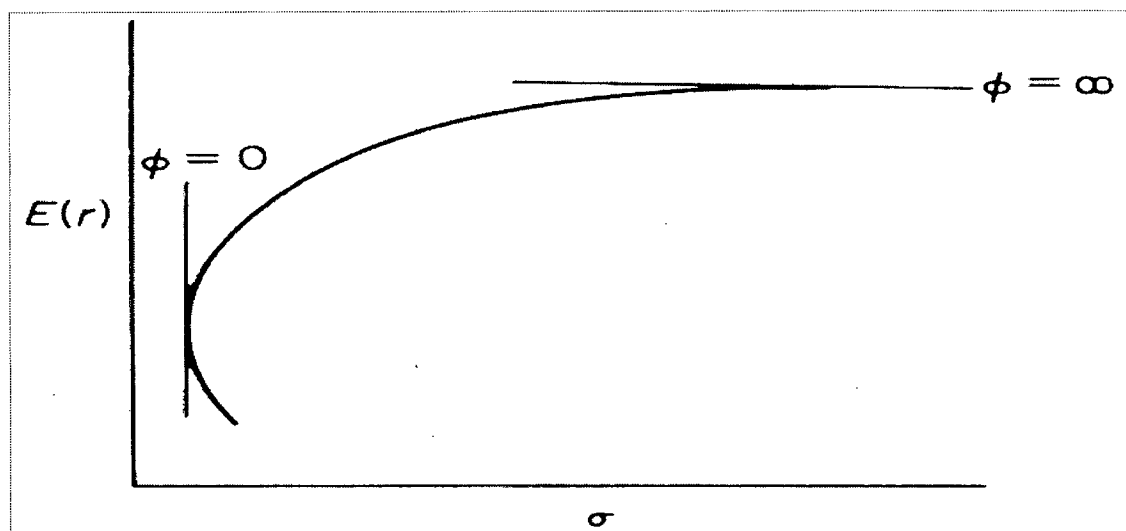
- Z - Denominada Função-Objetivo Lagrangiana, a ser otimizada;
- Φ - Representa a declividade de uma linha de indiferença no espaço $(E(r); \sigma)$ e significa a preferência do administrador do portfólio (ou do investidor) pelo retorno, relativamente ao risco da carteira. O valor da constante pode variar de zero a infinito para uma total aversão e uma completa predisposição ao risco, respectivamente;

- w_i, w_j - São as proporções investidas nos ativos "i" e "j", respectivamente, cuja restrição impõe que a somatória das proporções seja igual a 100%;
- $E(r_i)$ - Valor esperado do retorno do ativo "i";
- σ_{ij} - Covariância entre os ativos "i" e "j";
- λ - Multiplicador de Lagrange. Variável que passa a multiplicar a restrição do modelo.

No processo de otimização da função-objetivo, apresentam-se como constantes os dados relativos ao retorno esperado dos ativos, variâncias e covariâncias, além de Φ .

A construção da fronteira eficiente, durante o processo de otimização da função Lagrangiana, é realizada mediante a variação da preferência do investidor à relação retorno X risco (Φ), conforme se verifica na figura 19 adiante.

Figura 19: Representação gráfica da fronteira eficiente, variando Φ .



Fonte: Francis e Archer (1971, p.91).

Como se observa na figura acima, o portfólio com variância mínima é obtido quando o valor de Φ é igual a zero e, na medida em que se aumenta o valor da constante, nota-se o incremento da propensão do investidor ao risco.

4.4.3 A Solução Matemática do Problema

A maximização da expressão Lagrangiana (Eq. 4.5) é realizada promovendo-se a derivada parcial de "z" em relação aos pesos (ω_i) e ao multiplicador de Lagrange (λ), igualando-se o resultado a zero, conforme demonstrado abaixo.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial z}{\partial \omega_1} &= \Phi E(r_1) - 2\omega_1\sigma_{11} - 2\omega_2\sigma_{12} - \dots - 2\omega_n\sigma_{1n} - \lambda = 0 \\
 \frac{\partial z}{\partial \omega_2} &= \Phi E(r_2) - 2\omega_1\sigma_{21} - 2\omega_2\sigma_{22} - \dots - 2\omega_n\sigma_{2n} - \lambda = 0 \\
 &\quad \vdots \\
 \frac{\partial z}{\partial \omega_n} &= \Phi E(r_n) - 2\omega_1\sigma_{n1} - 2\omega_2\sigma_{n2} - \dots - 2\omega_n\sigma_{nn} - \lambda = 0 \\
 \frac{\partial z}{\partial \lambda} &= 1 - \omega_1 - \omega_2 - \dots - \omega_n = 0
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

À medida que os valores das variâncias (σ_{ij} ou σ_i^2), covariâncias (σ_{ij}) e a preferência do investidor (Φ) podem ser tratados como constantes, a solução das equações acima — que formam um sistema linear — é obtida resolvendo-se a matriz das primeiras derivadas parciais (matriz Jacobiana), conforme demonstrado adiante.

$$\begin{pmatrix} 2\sigma_{11} & 2\sigma_{12} & 2\sigma_{13} & \dots & 2\sigma_{1n} & 1 \\ 2\sigma_{21} & 2\sigma_{22} & 2\sigma_{23} & \dots & 2\sigma_{2n} & 1 \\ \cdot & & & & \cdot & \\ \cdot & & & & \cdot & \\ \cdot & & & & \cdot & \\ 2\sigma_{n1} & 2\sigma_{n2} & 2\sigma_{n3} & \dots & 2\sigma_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \omega_n \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi E(r_1) \\ \Phi E(r_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Phi E(r_n) \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

C
 ω
k

Denominando-se de "C" a matriz de coeficientes, o vetor de ponderação como " ω " e o vetor de constantes por "k", a solução das "n+1" equações pode ser representada em notação matricial por:

$$C\omega = k$$

Aplicando-se o conceito de matriz inversa para solucionar o vetor de ponderação, tem-se:

$$C\omega = k \rightarrow C^{-1}C\omega = C^{-1}k \rightarrow \omega = C^{-1}k$$

Observando-se o vetor de ponderação resultante (ω), nota-se que se trata de uma função linear em relação ao coeficiente de preferência do investidor (Φ), podendo ser reescrita da seguinte forma:

$$\omega_1 = C_1 + d_1\Phi$$

$$\omega_2 = C_2 + d_2\Phi$$

•

•

•

$$\omega_n = C_n + d_n\Phi$$

$$\lambda = C_\lambda + d_\lambda\Phi$$

(4.8)

Variando-se o coeficiente de preferência do investidor (Φ) desde zero até o infinito, um conjunto de portfólios com as ponderações (ω_i 's) ótimas é gerado.

O exemplo a seguir procura consolidar os conceitos matemáticos apresentados.

Com o exemplo a seguir, Francis e Archer (1971, p.88-91) ilustram a aplicação dos conceitos matemáticos explorados anteriormente nesta seção, ao abordar o caso de um portfólio composto por dois ativos.

Exemplo: com base nos dados abaixo, relativos a dois ativos, compor um portfólio ótimo, maximizando a função-objetivo de Lagrange.

- $E(r_1) = 0,05$
- $E(r_2) = 0,15$
- $\sigma_1 = 0,20$; $\sigma_{11} = 0,04$
- $\sigma_2 = 0,40$; $\sigma_{22} = 0,16$
- $\sigma_{12} = 0$; $r_{12} = 0$

Montando-se a matriz Jacobiana com os dados:

$$\begin{pmatrix} 0,08 & 0 & 1 \\ 0 & 0,32 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,05\Phi \\ 0,15\Phi \\ 1 \end{pmatrix}$$

Resolvendo-se pelo método da matriz inversa, chega-se ao conjunto de equações lineares em ω_i e Φ (equações 4.8):

- $\omega_1 = 0,80 - 1,25\Phi$
- $\omega_2 = 0,20 - 0,25\Phi$
- $\lambda = 0,064 + 0,034 \Phi$

Variando o coeficiente de preferência do investidor (Φ), obtém-se:

$$\begin{array}{l} \Phi = 0 \quad \rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_1 = 0,80 \\ \omega_2 = 0,20 \end{array} \right. \quad \rightarrow \quad E(r_P) = 7,0\% \\ \\ \Phi = 0,5 \quad \rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_1 = 0,675 \\ \omega_2 = 0,325 \end{array} \right. \quad \rightarrow \quad E(r_P) = 8,25\% \\ \\ \Phi = 1 \quad \rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_1 = 0,55 \\ \omega_2 = 0,45 \end{array} \right. \quad \rightarrow \quad E(r_P) = 9,5\% \end{array}$$

A solução relativamente simples do exemplo utilizado deriva do fato de que o portfólio é composto por apenas dois ativos. Contudo, carteiras integradas por um número maior de componentes remeteria a uma resolução matemática rigorosamente mais complexa.

4.4.4 O Modelo de Otimização de Portfólios, Baseado no Algoritmo de Programação Não-Linear

A resolução matemática dos problemas de otimização de portfólios, conforme visto na seção anterior, tem inegavelmente sua importância tanto didática quanto relacionada ao próprio desenvolvimento da Moderna Teoria de Finanças.

É visível, entretanto, que a sua utilização em problemas práticos é virtualmente impossível em razão das limitações a ela associadas, a exemplo da imensa complexidade nos casos de portfólios compostos de vários ativos, da dificuldade de se imporem restrições ao modelo, sem falar, naturalmente, no enorme esforço que implicaria a resolução de sistemas com diversas equações.

Com a evolução tecnológica nos últimos dez anos — hardware e software — a solução de problemas de otimização de portfólios de investimento através dos algoritmos de programação é, na atualidade, extremamente simples como se pode notar pelo modelo prático desenvolvido para aplicação neste trabalho.

Na maximização da função-objetivo de Lagrange foi elaborada planilha contendo todas as referências dos dados utilizados no processo, a transposição para linguagem *Visual Basic* e a sua apresentação completa encontra-se no Anexo III.

O exemplo prático elaborado foi submetido ao conjunto de restrições apresentadas no quadro 12 adiante.

Quadro 12: Restrições aplicadas ao exemplo prático.

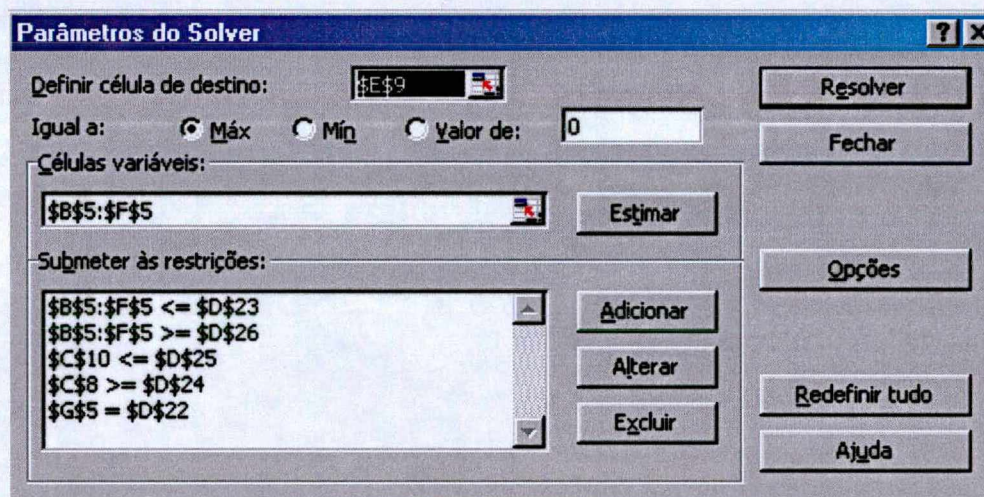
Restrições		Atributo	Parâmetro
FIXAS	Vendas alavancadas não permitidas	$\omega_i \geq 0$	
		$\sum \omega_i = 1$	
VARIABLES	Percentual mínimo de cada ativo (m)	Diversificação	$\omega_i \geq 5\%$
	Percentual máximo de cada ativo (M)	Reduzir exposição ao risco	$\omega_R \leq 50\%$
	Risco máximo permitido (R)	Limitar exposição ao risco	$\sigma_p \leq 5\%$
	Retorno mínimo admitido (R)	Estipular um piso de rentabilidade	$r_p \geq$ retorno da poupança%

O processo de otimização foi ancorado no suplemento **Solver**, desenvolvido pela Frontline Systems Inc e que opera, através do aplicativo Microsoft® Excel, os algoritmos de Programação Linear e de Programação Não-Linear.

Os métodos de resolução, conforme citados anteriormente, são o Simplex e o Código de Otimização Não Linear do Gradiente Reduzido Genérico (GRG2) para os algoritmos de Programação Linear e de Programação Não-Linear, respectivamente.

A figura 20 apresenta a caixa de diálogo *parâmetros do solver*.

Figura 20: Caixa de diálogo *parâmetros do solver*



O Solver, suplemento da Microsoft® Excel, tem como parâmetros para o exemplo prático:

- Célula de destino - abriga a função-utilidade do investidor, a ser maximizada;
- Células variáveis - contêm as proporções ótimas de investimento em cada ativo (pesos);

- Restrições - conforme estabelecidas no quadro 12.

Antes de apresentar as alternativas de portfólios otimizados foram realizados ensaios para comprovar que a função utilidade, para um dado nível de preferência do investidor (Φ), é máxima quando se opera o algoritmo de otimização e a carteira resultante do processo apresenta a melhor relação retorno X risco, conforme se pode notar através do quadro 13 adiante.

Quadro 13: Função-utilidade, retorno e risco, para uma dada condição do portfólio.

$\Phi = 0,5$								
Condição do Portfólio	Proporções Investidas em cada Ativo					Valor da Função Utilidade	\bar{R}_P	σ_P
	Premium Especial Plus	Cambial Especial Plus	DI Especial Plus	Poupança	Ações Telebrasil			
Não Otimizado	20,0%	20,0%	20,0%	20,0%	20,0%	5,3136E-03	1,30%	3,43%
Não Otimizado	5,0%	50,0%	10,0%	28,0%	7,0%	6,3789E-03	1,62%	4,15%
Otimizado	47,65%	37,35%	5,00%	5,00%	5,00%	7,1114E-03	1,62%	3,11%

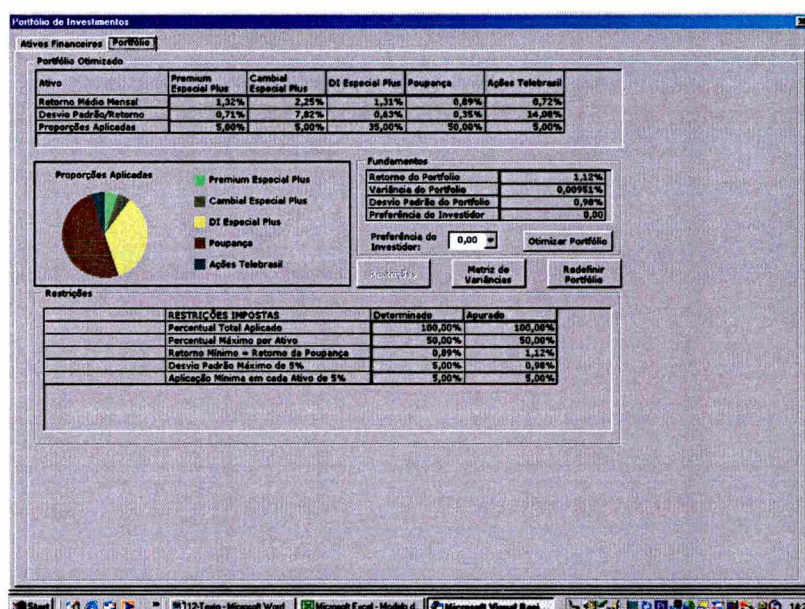
Como se observa, os portfólios não otimizados revelam valores para a função-utilidade menores do que aquele obtido quando se operou o algoritmo de otimização, cuja carteira apresenta a maior taxa de retorno esperado e o menor percentual de risco, fatos estes coerentes com a teoria.

4.4.5 Resultados do Processo de Otimização

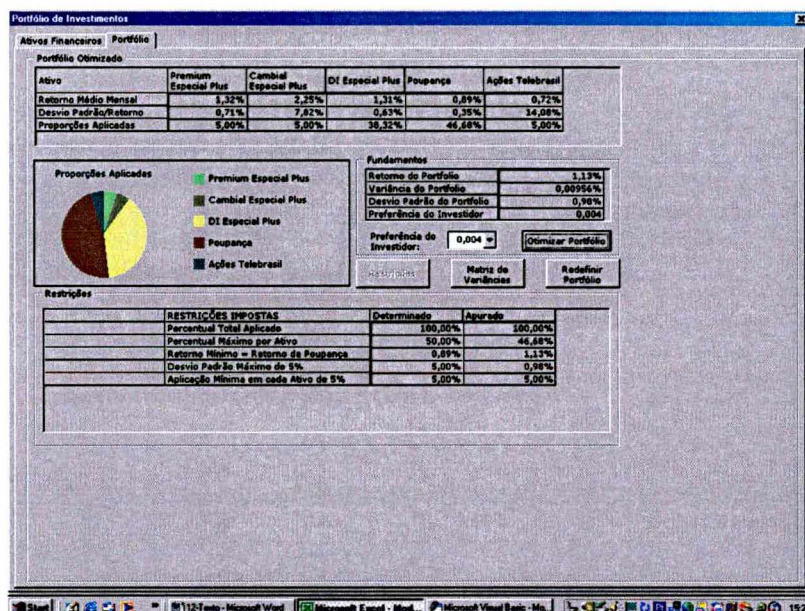
Exemplificando a aplicação do processo desenvolvido, foram otimizados 12 portfólios, compostos pelos cinco ativos previamente selecionados, variando o valor da preferência do investidor (Φ) de forma a constituir um leque de opções que abrigue escolhas, qualquer que seja o perfil do aplicador; isto é: conservador, moderado ou arrojado.

As figuras 21 a 32 adiante revelam o resultado do processo de otimização, cujo resumo é apresentado na seqüência.

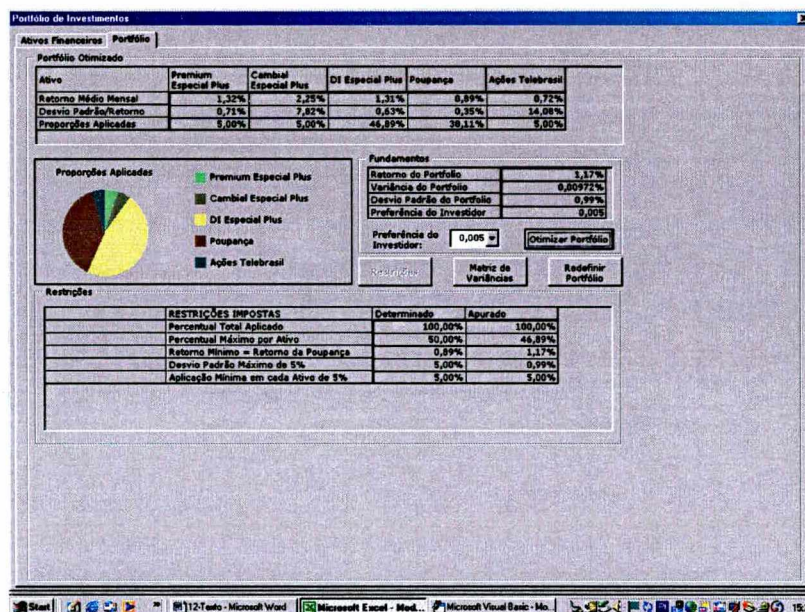
Figura 21: Portfólio 1 – otimização para $\Phi = 0$



O portfólio 1, retratado na figura 21, destina-se a um investidor de perfil conservador e os ativos predominantes são, respectivamente, a Caderneta de Poupança-Ouro e o fundo BB DI Especial Plus.

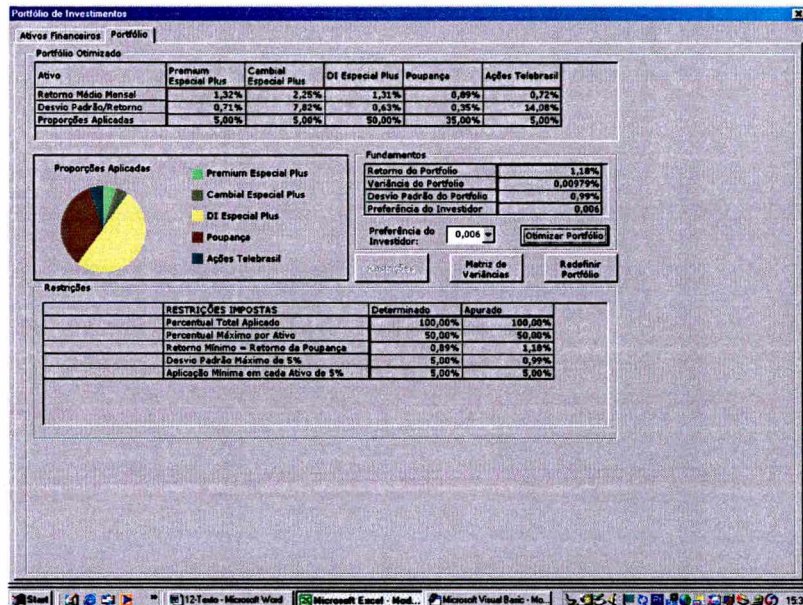
Figura 22: Portfólio 2 – otimização para $\Phi = 0,004$.

O portfólio 2, retratado na figura 22, destina-se a um investidor de perfil conservador e os ativos predominantes são, respectivamente, a Caderneta de Poupança-Ouro e o fundo BB DI Especial Plus.

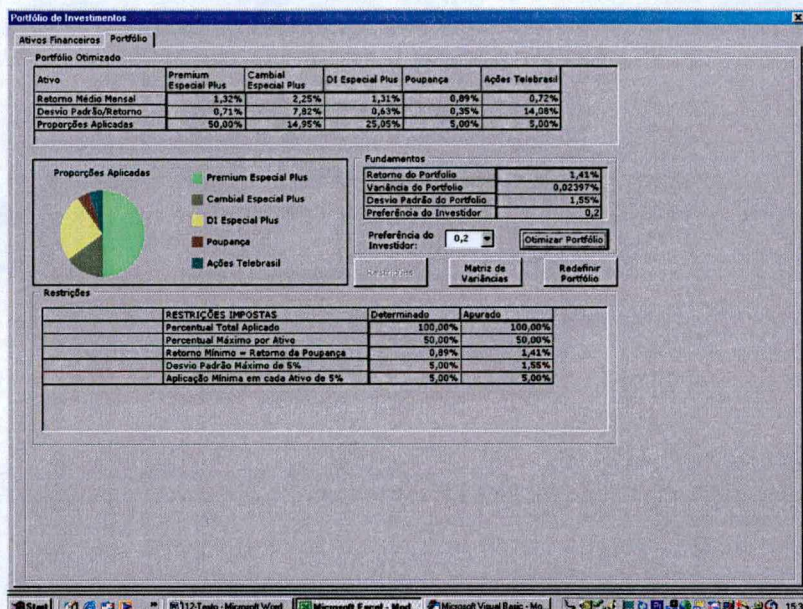
Figura 23: Portfólio 3 – otimização para $\Phi = 0,005$.

O portfólio 3, retratado na figura 23 anterior, destina-se a um investidor de perfil conservador e os ativos predominantes são, respectivamente, o fundo BB DI Especial Plus e a Caderneta de Poupança-Ouro.

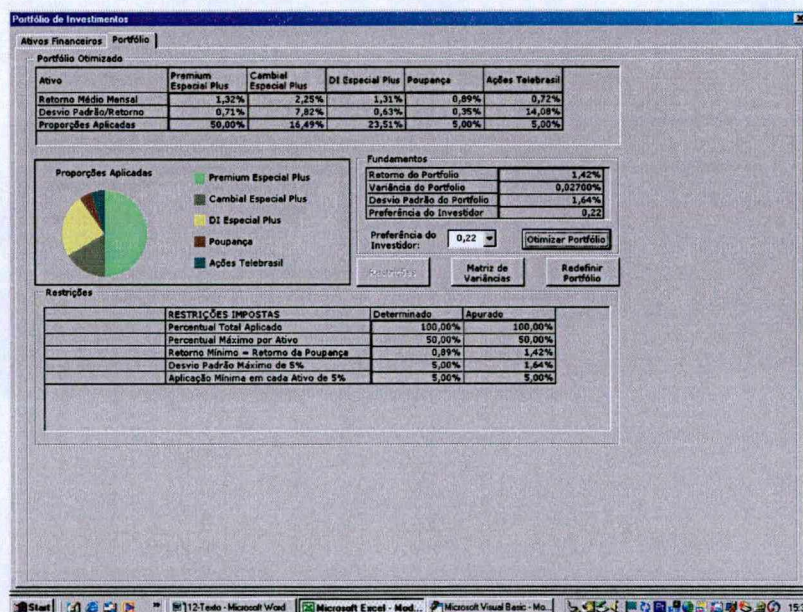
Figura 24: Portfólio 4 – otimização para $\Phi = 0,006$.



O portfólio 4, retratado na figura 24, destina-se a um investidor de perfil conservador e os ativos predominantes são, respectivamente, o fundo BB DI Especial Plus e a Caderneta de Poupança-Ouro.

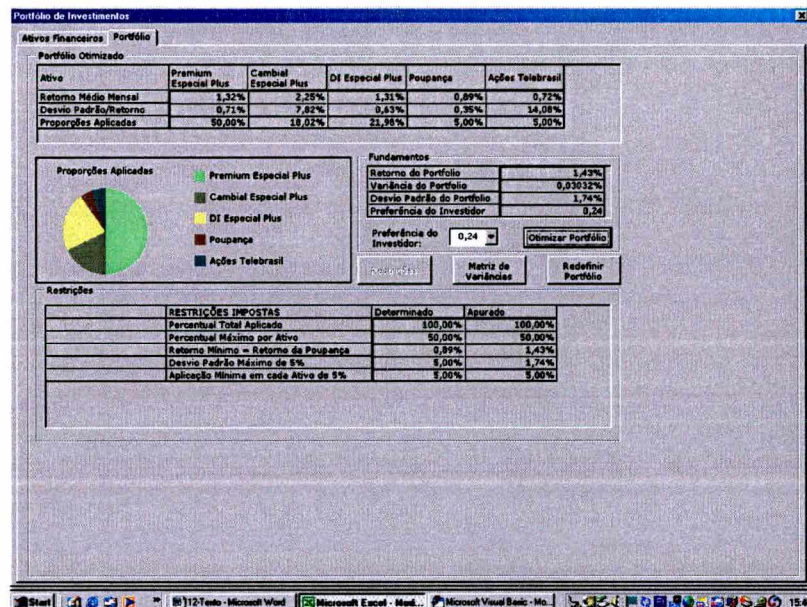
Figura 25: Portfólio 5 – otimização para $\Phi = 0,20$.

A Fig. 25 acima apresenta o portfólio n° 5, que é destinado ao investidor de perfil moderado, sendo os seus ativos predominantes os fundos BB Premium Especial Plus, o BB DI Especial Plus e o BB Cambial Especial Plus.

Figura 26: Portfólio 6 – otimização para $\Phi = 0,22$.

A figura 26 anterior apresenta o portfólio nº 6, que é destinado ao investidor de perfil moderado, sendo os seus ativos predominantes os fundos BB Premium Especial Plus, o BB DI Especial Plus e o BB Cambial Especial Plus.

Figura 27: Portfólio 7 – otimização para $\Phi = 0,24$.



A Fig. 27 apresenta o portfólio nº 7, que é destinado ao investidor de perfil moderado, sendo os seus ativos predominantes os fundos BB Premium Especial Plus, o BB DI Especial Plus e o BB Cambial Especial Plus.

A Fig. 28 apresenta o portfólio n° 8, que é destinado ao investidor de perfil moderado, sendo os seus ativos predominantes os fundos BB Premium Especial Plus, o BB DI Especial Plus e o BB Cambial Especial Plus.

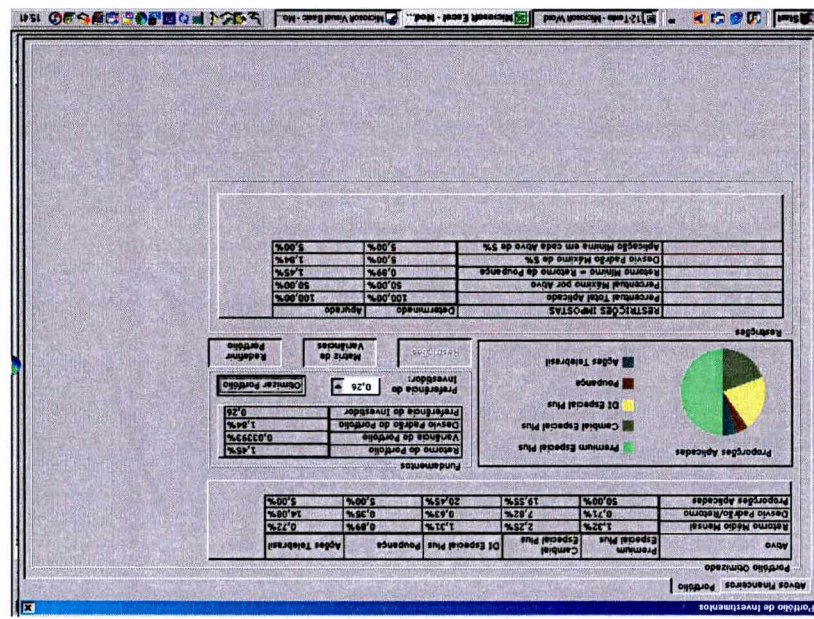


Figura 28: Portfólio 8 – otimização para $\phi = 0,26$.

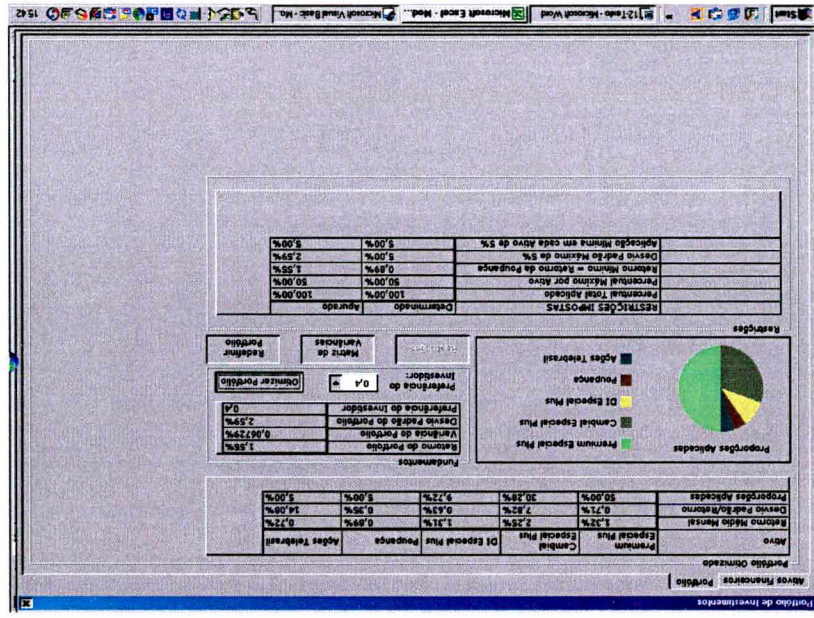
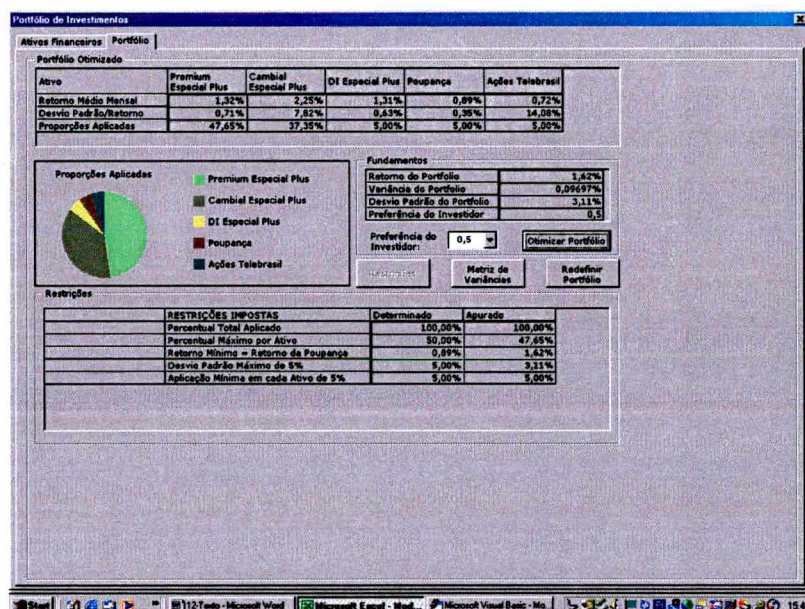


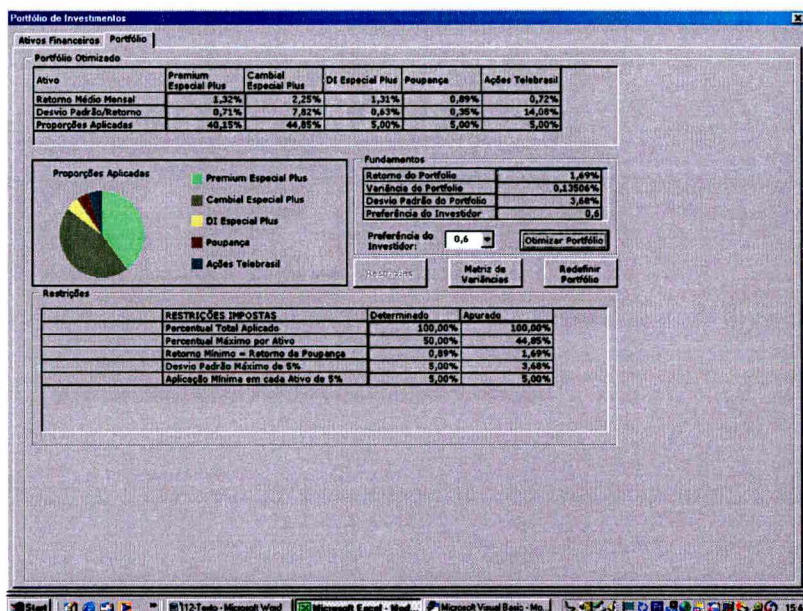
Figura 29: Portfólio 9 – otimização para $\phi = 0,4$.

O portfólio de nº 9, retratado na figura 29 anterior, integrado predominantemente pelos ativos: BB Premium Especial Plus, BB Cambial Especial Plus e, em menor escala, pelo BB DI Especial Plus, tem como público-alvo o investidor de perfil arrojado.

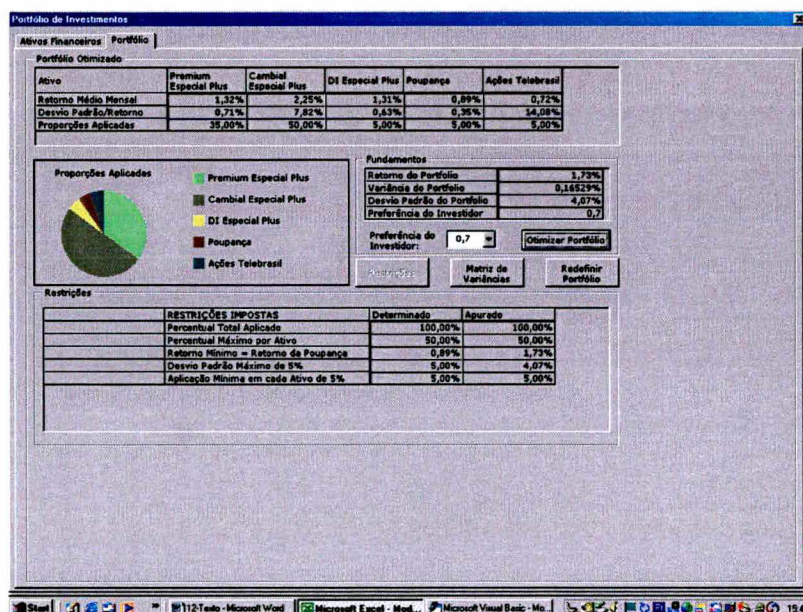
Figura 30: Portfólio 10 – otimização para $\Phi = 0,5$.



Na Fig. 30 encontra-se retratado o portfólio de nº 10, voltado para clientes com perfil arrojado e no qual predominam os fundos BB Premium Especial Plus e BB Cambial Especial Plus, respectivamente.

Figura 31: Portfólio 11 – otimização para $\Phi = 0,6$.

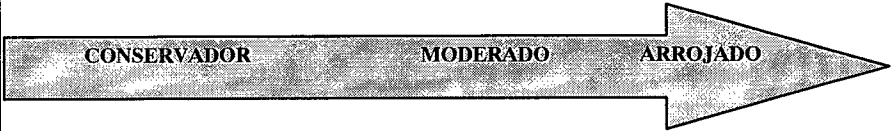
Através da figura 31 é apresentado o portfólio 11, destinado a clientes de perfil arrojado, com predominância dos fundos BB Cambial Especial Plus e BB Premium Especial Plus, respectivamente.

Figura 32: Portfólio 12 – otimização para $\Phi = 0,7$.

Através da Fig. 32 anterior é apresentado o portfólio 12, destinado a clientes de perfil arrojado, com predominância dos fundos BB Cambial Especial Plus e BB Premium Especial Plus, respectivamente.

No quadro 14 estão resumidos os resultados do processo de otimização dos portfólios, com indicação dos percentuais de investimento em função da preferência do investidor, bem como os valores do retorno esperado e do desvio-padrão (risco) de cada carteira.

Quadro 14: Resumo da otimização dos portfólios.

		PERFIL DO INVESTIDOR QUANTO AO RISCO											
													
		Preferência do Investidor (Φ)											
		0,000	0,004	0,005	0,006	0,20	0,22	0,24	0,26	0,4	0,5	0,6	0,7
percentual investido em cada ativo (%)	Premium	5,00	5,00	5,00	5,00	50,00	50,00	50,00	50,00	50,00	47,65	40,15	35,00
	Cambial	5,00	5,00	5,00	5,00	14,95	16,49	18,02	19,55	30,28	37,35	44,85	50,00
	DI	35,00	38,32	46,89	50,00	25,05	23,51	21,98	20,45	9,72	5,00	5,00	5,00
	Poupança	50,00	46,68	38,11	35,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00
	Ações Telebrasil	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00
	Σ	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
E(r_P) (%)		1,12	1,13	1,17	1,18	1,41	1,42	1,43	1,45	1,55	1,62	1,69	1,73
σ_P (%)		0,98	0,98	0,99	0,99	1,55	1,64	1,74	1,84	2,59	3,11	3,68	4,07

No quadro acima encontram-se consolidadas as informações relativas aos 12 portfólios otimizados, com abrangência para qualquer perfil de investidor quanto ao risco, ou seja, conservador, moderado ou arrojado.

4.5 A Revisão do Portfólio Selecionado

Diversos são os fatores que podem interagir tornando um portfólio sub-ótimo, dentre os quais podem-se mencionar a não confirmação dos retornos esperados dos ativos que o compõem, os desvios em relação ao risco da carteira e, também, a alteração na preferência do investidor quanto ao risco.

Portanto, uma gestão adequada de investimentos deve contar com uma etapa de revisão da carteira, na qual se verifique a aderência dos resultados obtidos aos pressupostos que embasaram o processo de investimento.

Segundo Francis e Archer (1971, p.146), “o objetivo do gestor de portfólio é maximizar o retorno da carteira para certa classe de risco preferida” e, com base nessa premissa, definem políticas de revisão classificadas em quatro grupos distintos, em ordem decrescente de custos.

A *revisão completa*, política à qual estão associados os maiores custos, propõe uma nova etapa de análise dos ativos que podem compor o portfólio, a seleção daqueles que irão compor a carteira, o estudo da preferência do investidor e a otimização do portfólio escolhido.

A segunda política prevê uma *revisão controlada*, através da qual mantêm-se os ativos inicialmente adquiridos, porém realizando compras e vendas pontuais, de forma a se obter um novo conjunto de ponderações (ω_i 's).

Manter as proporções iniciais (ω_i 's) é a terceira proposição, considerando que o conjunto ótimo de ponderações se mantém. Neste caso são necessárias ações localizadas para recompor a carteira conforme a configuração original.

Por fim, a estratégia de menor custo é a de simplesmente *não fazer nada*, que tem em seu favor a simplicidade, associada, porém, à perspectiva de promover poucos benefícios ao investidor.

Os citados autores enfatizam que uma adequada revisão de portfólio deve prever uma combinação das políticas, no sentido de proporcionar maior eficácia ao processo.

Eid (1998) estabelece os requisitos para que um portfólio seja administrado de forma ativa ou passiva, ao indicar que organizações que possuam analistas superiores (que trabalham a análise dos títulos em todas as suas etapas e contam com sofisticadas ferramentas de previsão) estão, em princípio, aptas a praticar a gestão ativa de portfólios, adotando estratégias como o *market timing*, na qual buscam antecipar-se ao movimento das taxas de juros e suas implicações no valor dos ativos, a análise de valor, onde procuram identificar títulos sub-avaliados e a análise de crédito, que pretende inferir o impacto dos riscos de crédito na precificação dos títulos, entre outras.

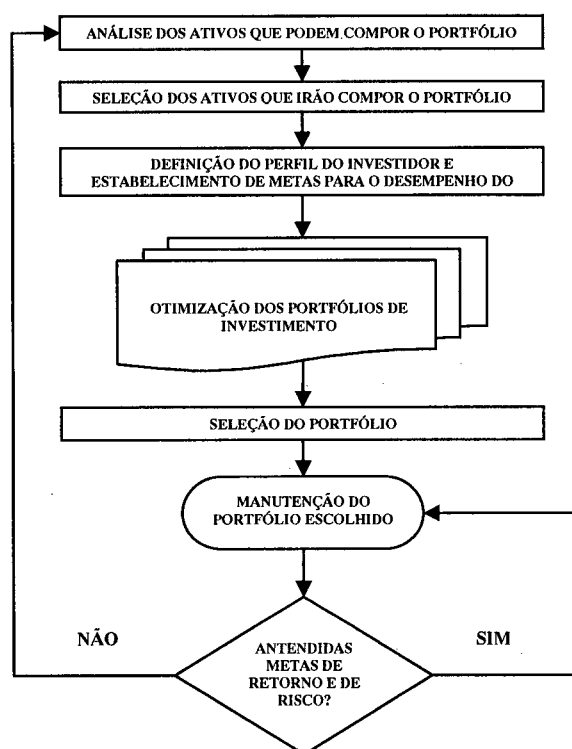
Segundo o referido autor, a ausência de analistas superiores recomenda a adoção da gestão passiva de portfólio, cujas pretensões são menores (como perseguir, como *benchmark*, o retorno de um índice selecionado) e da qual deriva uma estratégia básica: *buy and hold*, pela qual, adquire-se o conjunto de ativos para posterior permanência até o horizonte de tempo definido pelo gestor ou pelo investidor, não obstante os riscos que implique tal estratégia.

O escopo deste trabalho, de natureza eminentemente prática, conduziu à adoção de uma estratégia de administração passiva conjugada com uma política de revisão completa do portfólio a cada **seis meses**, visto que a

medida impõe poucos custos operacionais (o modelo, em planilha, é de operacionalização simplificada) e nenhum custo transacional.

Diante do exposto e encerrando este capítulo, é apresentado na figura 33 adiante o fluxograma de aplicação do processo elaborado, em todas as suas etapas.

Figura 33: Fluxograma do processo de investimento destinado a clientes *middle de bancos de varejo*.



O fluxograma da Fig. 33 acima evidencia todas as etapas do processo de investimento proposto neste trabalho, desde a análise e seleção dos ativos que integram os portfólios, a definição do perfil do investidor quanto ao risco e o estabelecimento de metas para o desempenho da carteira, a otimização, seleção, manutenção e revisão periódica do portfólio.

CAPÍTULO V

CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 Considerações Finais

Os objetivos deste estudo derivaram da preocupação em oferecer alternativas de investimentos fundamentadas em conceitos da teoria de carteiras, com aplicação prática através de um processo que buscasse sistematizar os investimentos destinados a clientes de nível médio de renda e/ou patrimônio de bancos de varejo.

O processo elaborado prevê as etapas de análise e seleção dos ativos com possibilidades de integrar os portfólios, a definição do perfil do investidor quanto à sua propensão ao risco, o estabelecimento de metas para o investimento, a otimização das carteiras através da maximização da função-utilidade adotada e a revisão periódica do portfólio.

Lembrando que, em nenhum momento, pretendeu-se obter retornos financeiros excepcionais, mas sim proporcionar aos investidores objeto da pesquisa opções estruturadas de maximizar a relação retorno \times risco, os resultados atingiram satisfatoriamente os objetivos propostos, conforme se depreende pelos tópicos adiante.

- Os ensaios econométricos e a seleção dos ativos aptos a compor os portfólios de otimização resultaram em uma escolha sustentada teoricamente e respaldada, na prática, pela abrangência das faixas de risco dos componentes das carteiras, isto é, ativos de baixo, moderado e elevado nível de risco.

- A definição do perfil do investidor, através dos modelos de questionários indicados no estudo, mostrou-se coerente com a teoria, revelando ser absolutamente plausível a sua utilização prática.
- Todas as metas estabelecidas para o investimento, representadas pelas restrições impostas, foram integralmente atingidas nos 12 portfólios ensaiados, isto é:
 - Percentual mínimo de investimento em cada ativo de 5% para um objetivo também de 5%.
 - Máximo percentual de aplicação em cada ativo de 50%, mesmo indicador definido como meta.
 - Para um risco máximo permitido de 5%, observou-se no portfólio de maior risco 4,07%.
 - O retorno da caderneta de poupança (0,89%), estabelecido como piso, foi amplamente superado à medida que o retorno esperado mínimo situou-se em 1,12%.
- Os ativos com atributos de baixo nível de risco (poupança e fundo DI) foram predominantes nos portfólios destinados aos investidores conservadores.
- As carteiras indicadas para investidores moderados apresentaram concentração de investimento no fundo de renda fixa BB Premium Especial Plus, que é definido como sendo de risco moderado.
- O fundo de natureza cambial apresentou relativa significância nos percentuais de investimento dos portfólios destinados aos investidores moderados e expressiva relevância nas carteiras indicadas para aplicadores arrojados.

- A revisão do portfólio, embora não tenha sido ensaiada, demonstrou aderência aos objetivos do trabalho, tanto no que diz respeito ao prazo escolhido (seis meses) quanto aos custos envolvidos (transacionais e tributários).

Observa-se que o ativo de maior risco (fundo de ações) somente integrou os portfólios otimizados, devido ao atributo da diversificação imposto ao modelo, pois o período de apuração dos dados históricos (janeiro/1998 a junho/2001) tem sido reconhecido como um dos mais instáveis do recente passado do mercado de capitais brasileiro o que, por si só, não recomenda a ausência de ativos desta natureza, cuja melhora de performance certamente será capturada em uma futura revisão do portfólio.

Não obstante os objetivos tenham sido satisfatoriamente atingidos, certos aspectos podem ser contemplados em estudos futuros, tornando a proposta inicial do trabalho melhor aplicável, na prática.

Um dos elementos que podem melhor ser aprofundados é a conceituação teórica do perfil do aplicador, cujos questionários de definição, aplicáveis pelos bancos, podem contemplar vinculação com a preferência do investidor, resultando em um conjunto de portfólios com destinação mais específica.

O fraco desempenho dos fundos de ações no período analisado corrobora a impressão de que devem ser introduzidas outras variáveis de apuração dos retornos e desvios-padrão esperados, mediante a utilização de modelos que contemplem previsões de ocorrências futuras.

Por fim, entendemos possível a adoção de outras funções-utilidade que comportem um universo mais amplo de variáveis, que, certamente, poderiam

ser tratadas pela operação dos algoritmos de resolução recentemente desenvolvidos.

FONTES BIBLIOGRÁFICAS

BANCO BRADESCO S.A. **Descubra o seu Perfil de Investidor**. Disponível em: <https://www.shopinvest.com.br/default.asp?pag=%2FInvest%2Fperg%5Fperfil%5Finst%2Easp>>. Acesso em 24 de junho de 2001.

BANCO DO BRASIL S.A. **Livro de Instruções Circulares**. Brasília, 2001a. Código 001 – Investimentos.

BANCO DO BRASIL S.A. **Carta Ouro**. Brasília, 2001b. Ano IV, nº 01.

BANCO DO BRASIL S.A. **Conheça o seu Perfil**. Disponível em <http://www10.bancodobrasil.com.br/tr/invest/prova.asp>>. Acesso em 24 de junho de 2001.

BANCO ITAÚ S.A. **Qual é o meu Perfil de Investidor?** Disponível em: < http://ww2.itaub.com.br/itauinvestnet/fundos/fr_index.asp?url=aprenda/fr_aprenda_perfil.htm>. Acesso em 24 de junho de 2001.

EID, William Jr. **Gerência de Investimentos**. Módulo do curso MBA – Finanças, IBMEC. São Paulo: Apostila, 10p, setembro de 1998.

ELTON, Edwin J. & GRUBER, Martin J. **Modern Portfolio Theory and Investment Analysis**. 5th Edition. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1995.

FISHER, Donald E. & JORDAN, Ronald J. **Security Analysis and Portfolio Management**. 6th Edition. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1995.

FRANCIS, Jack Clark & ARCHER, Stephen H. **Portfolio Analysis**. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1971.

HADLEY, G. **Programação Linear**. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Dois S.A., 1982.

HALL, S.G. & STEPHENSON, M.J. Optimal Control of Stochastic Non-Linear Models. In: N. CHRISTODOULAKIS, 1990, Oxford. **Dinamic Modelling and Control of National Economies**. Oxford: Pergamon Press, 1990.

PAULA LEITE, Hélio de. **Introdução à Administração Financeira**. 2ª Edição. São Paulo: Editora Atlas, 1994. Cap. 9, p.324-361.

PAULA LEITE, Hélio de. **Análise Fundamentalista e Grafista de Ações**. Módulo do curso MBA – Finanças, IBMEC. São Paulo: Apostila, 72p, primeiro semestre de 1998.

ROSS, Stephen A., WESTERFIELD, Randolph W. & JAFFE, Jeffrey F., tradução SANVICENTE, Antônio Zorato. **Administração Financeira**. São Paulo: Editora Atlas, 1995. Cap. 9 e 10, p.183-230.

SAMOHYL, Robert W. **Applications of Stochastic Optimal Control Through Simulation**. In: CONGRESSO NACIONAL DE PESQUISA OPERACIONAL, 1994, Florianópolis.

SILVA, Wesley V. da. **Um modelo dinâmico de otimização estocástica e não-linear de carteiras com custos de transação: uma aplicação ao mercado financeiro brasileiro**. Florianópolis, 1999. 91f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, 1999.

ANEXO I

RENTABILIDADES MENSAIS HISTÓRICAS, RETORNOS MÉDIOS MENSAIS E RESPECTIVOS DESVIOS-PADRÃO DOS ATIVOS PESQUISADOS

Ativo 1: BB Fix Preferencial

1	A	B	C	D	E	F	G	H
2	ANO	MESES	DIAS	VALOR DA COTA	RENTABILIDADE MENSAL	RENTABILIDADE ANUAL	DESVIO-PADRÃO	
3	1998	Janeiro	02	1,794526700	2,657108672%	0,000000000%	2,657108672%	
4		Fevereiro	02	1,942208198	2,091199131%	0,000000000%	2,091199131%	
5		Março	02	1,980548219	2,646084079%	0,000000000%	2,646084079%	
6		Abril	01	1,930309106	1,982742706%	0,000000000%	1,982742706%	
7		Maior	04	1,969562169	1,632122729%	0,000000000%	1,632122729%	
8		Junho	01	2,000711846	1,663962331%	0,000000000%	1,663962331%	
9		Julho	01	2,032402368	1,909992806%	(3,083772018)%	(1,173779213)%	
10		Agosto	03	2,071221107	1,324740169%	(0,264948034)%	1,069792135%	
11		Setembro	01	2,099559405	0,226693933%	(0,048738793)%	0,182365195%	
12		Outubro	01	2,103459913	2,991470343%	(0,590294068)%	2,391176275%	
13		Novembro	03	2,165641879	2,852630633%	(0,570526127)%	2,282104505%	
14		Dezembro	01	2,227316790	2,666281378%	(0,513266276)%	2,053025102%	
15	1999	Janeiro	04	2,284476006	1,970603976%	(0,394120795)%	1,576483181%	
16		Fevereiro	01	2,329493981	1,699525251%	(0,377905050)%	1,511620201%	
17		Março	01	2,379510358	2,670277471%	(0,514055494)%	2,056221977%	
18		Abril	06	2,434516160	2,030472463%	(0,408094491)%	1,624377963%	
19		Maior	03	2,463948340	1,818555131%	(0,363711026)%	1,454844105%	
20		Junho	01	2,529120310	1,637279736%	(0,307455947)%	1,229923799%	
21		Julho	01	2,567999984	1,499630745%	(0,299926149)%	1,199704696%	
22		Agosto	02	2,606910491	1,398421640%	(0,279684308)%	1,118737232%	
23		Setembro	01	2,642960495	1,332849326%	(0,266563665)%	1,066279450%	
24		Outubro	01	2,679187166	1,230046817%	(0,246009363)%	0,994037484%	
25		Novembro	01	2,711130122	1,227621970%	(0,248524394)%	0,982097575%	
26		Dezembro	01	2,744412651	1,425106675%	(0,285021135)%	1,140084640%	
27	2000	Janeiro	03	2,783623330	1,296542357%	(0,259308471)%	1,037233886%	
28		Fevereiro	01	2,819612899	1,299190627%	(0,269838165)%	1,039562661%	
29		Março	01	2,856245041	1,313409090%	(0,262681818)%	1,050727272%	
30		Abril	03	2,893759223	1,067929656%	(0,217565931)%	0,870263725%	
31		Maior	02	2,925238394	1,315886034%	(0,263137207)%	1,052548627%	
32		Junho	01	2,963726347	1,295155996%	(0,267031199)%	1,026124797%	
33		Julho	03	3,001813841	1,184157176%	(0,236831435)%	0,947326741%	
34		Agosto	01	3,037360035	1,249387118%	(0,249877424)%	0,999509694%	
35		Setembro	01	3,075308420	1,067499630%	(0,213499926)%	0,863999704%	
36		Outubro	02	3,109137326	1,120249215%	(0,224043843)%	0,958159373%	
37		Novembro	01	3,142966210	1,038796978%	(0,207759378)%	0,831037603%	
38		Dezembro	01	3,176605141	1,056472753%	(0,211294557)%	0,845176226%	
39	2001	Janeiro	02	3,209154545	1,118308997%	(0,223661799)%	0,894647197%	
40		Fevereiro	01	3,245042809	0,916372164%	(0,183274433)%	0,733097731%	
41		Março	01	3,274779478	1,007861025%	(0,201572205)%	0,806286620%	
42		Abril	02	3,307794704	1,002706251%	(0,200541250)%	0,802165001%	
43		Maior	02	3,340952069	1,160035320%	(0,232007064)%	0,928028256%	
44		Junho	01	3,379708292	1,109782909%	(0,221956582)%	0,887826327%	
45		Julho	02	3,417215717				
46		Agosto						
47		Setembro						
48		Outubro						

Fonte: Banco Itaú S.A. - Dados de 1998 a 2001

Ativo 4: BB Premium Especial Plus

A	B	C	D	E	F	G	H
ANO	MES	DIAS	COD.FUNDO	RENTA	RENTA ANUAL	RENTA ANUAL	RENTA ANUAL
1999	Janeiro	02	1.731555205	2.701830393%	0.000000000%	2.701830393%	
	Fevereiro	02	1.839961064	2.115668954%	0.000000000%	2.115668954%	
	Março	02	1.878889649	2.808647640%	0.000000000%	2.808647640%	
	Abril	01	1.931858023	2.044330743%	0.000000000%	2.044330743%	
	Maio	04	1.971193038	1.711499700%	0.000000000%	1.711499700%	
	Junho	01	2.004893706	1.628100477%	0.000000000%	1.628100477%	
	Julho	01	2.037636390	2.066414703%	(3.218022760%)	(1.149608041%)	
	Agosto	03	2.073633321	1.443518532%	(0.288703706%)	1.154814826%	
	Setembro	01	2.103659300	0.176580688%	(0.035310138%)	0.141240650%	
	Outubro	01	2.113393918	3.063327673%	(0.610665935%)	2.442662138%	
	Novembro	03	2.177912354	2.970356105%	(0.594077233%)	2.376308872%	
	Dezembro	01	2.242604383	2.754184122%	(0.568332842%)	2.185731123%	
1999	Janeiro	04	2.308042883	2.098413422%	(0.419708288%)	1.678330682%	
	Fevereiro	01	2.353414936	2.038373755%	(0.407367475%)	1.630969002%	
	Março	01	2.401380171	3.126100263%	(0.625220053%)	2.506160109%	
	Abril	05	2.476418785	2.272796843%	(0.454559323%)	1.818237314%	
	Maio	03	2.532702748	1.953221774%	(0.391544855%)	1.561672195%	
	Junho	01	2.582287710	1.532110662%	(0.305423112%)	1.276834503%	
	Julho	01	2.624443800	1.611815365%	(0.322303071%)	1.292122842%	
	Agosto	02	2.666736009	1.602267847%	(0.300451563%)	1.301808278%	
	Setembro	01	2.706789290	1.465439273%	(0.293087856%)	1.172351423%	
	Outubro	01	2.748465790	1.406410065%	(0.281082001%)	1.124328004%	
	Novembro	01	2.789334895	1.326318931%	(0.269263189%)	1.051132473%	
	Dezembro	01	2.822065430	1.587392335%	(0.313893883%)	1.274184105%	
2000	Janeiro	03	2.866247004	1.442392071%	(0.288938414%)	1.154393572%	
	Fevereiro	01	2.907606721	1.601232061%	(0.300246410%)	1.300986602%	
	Março	01	2.951266645	1.523671603%	(0.305934322%)	1.223737267%	
	Abril	03	2.996401180	1.078464833%	(0.215692907%)	0.862771827%	
	Maio	02	3.039718304	1.406379069%	(0.281075814%)	1.124303266%	
	Junho	03	3.071281123	1.493637483%	(0.292727300%)	1.170908393%	
	Julho	03	3.116233850	1.316782371%	(0.269156474%)	1.052268377%	
	Agosto	01	3.157238503	1.368333138%	(0.273386628%)	1.093648102%	
	Setembro	01	3.200399816	1.162946964%	(0.230589191%)	0.922266763%	
	Outubro	02	3.237232626	1.166024489%	(0.237204890%)	0.946619856%	
	Novembro	01	3.276887708	1.103471990%	(0.220834398%)	0.882777683%	
	Dezembro	01	3.322065430	1.493637483%	(0.292727300%)	1.170908393%	
2001	Janeiro	02	3.361706954	1.246874864%	(0.249174989%)	0.996893952%	
	Fevereiro	01	3.393484019	0.943423470%	(0.188834694%)	0.754738776%	
	Março	01	3.426468765	0.633198220%	(0.166639644%)	0.666866676%	
	Abril	02	3.464019763	1.027434196%	(0.205496837%)	0.821947348%	
	Maio	02	3.499607663	1.242678444%	(0.249515289%)	0.994061186%	
	Junho	01	3.532997262	1.195697924%	(0.233717593%)	0.956970372%	
	Julho	02	3.576211885				
	Agosto						
	Setembro						
	Outubro						
	Novembro						
	Dezembro						

Ativo 5: BB DI Especial Plus

A	B	C	D	E	F	G	H
ANO	MES	DIAS	VALOR DA COTA	RENTA	RENTA ANUAL	RENTA ANUAL	RENTA ANUAL
1999	Janeiro	02	1.037840168	2.65445620%	0.000000000%	2.65445620%	
	Fevereiro	02	1.064836288	2.80281443%	0.000000000%	2.80281443%	
	Março	02	1.086729657	2.111634442%	0.000000000%	2.111634442%	
	Abril	01	1.105676329	1.676147437%	0.000000000%	1.676147437%	
	Maio	04	1.128276140	1.894736817%	0.000000000%	1.894736817%	
	Junho	01	1.146156344	1.678778966%	0.000000000%	1.678778966%	
	Julho	03	1.163474468	1.398866380%	(0.273713278%)	(1.189388211%)	
	Agosto	03	1.183474468	1.398866380%	(0.273713278%)	(1.189388211%)	
	Setembro	01	1.200026142	2.422406478%	(0.484481238%)	1.937925182%	
	Outubro	01	1.229096653	2.867696633%	(0.871519527%)	2.286077507%	
	Novembro	03	1.264218249	2.517704767%	(0.503540951%)	2.014163062%	
	Dezembro	01	1.296047632	2.336802393%	(0.467380591%)	1.869442362%	
1999	Janeiro	01	1.325333093	2.107696382%	(0.421871085%)	1.685834305%	
	Fevereiro	01	1.354323667	2.276952761%	(0.455110560%)	1.820422015%	
	Março	01	1.385148153	2.203861688%	(0.640772338%)	1.564089531%	
	Abril	05	1.425626384	2.28330847%	(0.453078129%)	1.812312518%	
	Maio	03	1.461910741	1.923032112%	(0.384606422%)	1.538426690%	
	Junho	01	1.490023764	1.692223232%	(0.316444846%)	1.376778686%	
	Julho	01	1.519399285	1.858093642%	(0.313181967%)	1.506479872%	
	Agosto	02	1.537233542	1.77757887%	(0.286687817%)	1.492362385%	
	Setembro	01	1.560017366	1.400749320%	(0.280149984%)	1.120699562%	
	Outubro	01	1.581889307	1.304819897%	(0.260923717%)	1.043694870%	
	Novembro	01	1.602606668	1.304334666%	(0.260886933%)	1.042677333%	
	Dezembro	01	1.623408718	1.608762487%	(0.301152491%)	1.204609966%	
2000	Janeiro	03	1.647893397	1.938117366%	(0.279622639%)	1.118430735%	
	Fevereiro	01	1.670922249	1.81836893%	(0.275327702%)	1.109708393%	
	Março	01	1.693981282	1.961087708%	(0.272217542%)	1.088670186%	
	Abril	03	1.717037853	2.16887881%	(0.243317536%)	0.973270146%	
	Maio	02	1.737927124	1.401926103%	(0.280385221%)	1.121640662%	
	Junho	01	1.762291678	1.310767400%	(0.262167481%)	1.046629922%	
	Julho	03	1.785931474	1.226604893%	(0.245320377%)	0.981233906%	
	Agosto	01	1.807311173	1.31431829%	(0.269976962%)	1.051463032%	
	Setembro	01	1.831044696	1.142687783%	(0.228517557%)	0.914070262%	
	Outubro	02	1.851968999	1.202378486%	(0.240475231%)	0.961501164%	
	Novembro	01	1.874233692	1.137822153%	(0.227664431%)	0.910257723%	
	Dezembro	01	1.896659037	1.119879844%	(0.223778969%)	0.896103875%	
2001	Janeiro	02	1.916789065	1.175966379%	(0.236193276%)	0.940773103%	
	Fevereiro	01	1.939309613	0.844894390%	(0.189976999%)	0.765907932%	
	Março	01	1.957632849	1.168793607%	(0.233751321%)	0.935007686%	
	Abril	02	1.980512871	1.103762130%	(0.220760426%)	0.893001704%	
	Maio	02	2.002372824	1.248222144%	(0.249644429%)	0.950000000%	
	Junho	01	2.027366885	1.192069042%	(0.238413808%)	0.863685233%	
	Julho	02	2.051634498				
	Agosto						
	Setembro						
	Outubro						
	Novembro						
	Dezembro						

Ativo 6: Poupança-Ouro

1	A	B	C	D	E	F	G	H	I
2	ANO	MES	DIA	RENTABILIDADE					
3		Janeiro	28	1,8143000005%					
4		Fevereiro	28	1,8787000005%					
5		Março	28	0,9192000005%					
6		Abril	28	0,7285000005%					
7		Mai	28	1,0465000005%					
8	1998	Junho	28	0,9818000005%					
9		Julho	28	0,8990000005%					
10		Agosto	28	0,9878000005%					
11		Setembro	28	1,0332000005%					
12		Outubro	28	1,8597000005%					
13		Novembro	28	1,6068000005%					
14		Dezembro	28	0,6388000005%					
15		Janeiro	28	1,2447000005%					
16		Fevereiro	28	1,7906000005%					
17		Março	28	1,4078000005%					
18		Abril	28	0,3887000005%					
19		Mai	28	1,1083000005%					
20	1999	Junho	28	0,8962000005%					
21		Julho	28	0,8262000005%					
22		Agosto	28	0,8411000005%					
23		Setembro	28	0,7164000005%					
24		Outubro	28	0,7443000005%					
25		Novembro	28	0,6741000005%					
26		Dezembro	28	0,7264000005%					
27		Janeiro	28	0,8091000005%					
28		Fevereiro	28	0,7267000005%					
29		Março	28	0,7292000005%					
30		Abril	28	0,7257000005%					
31		Mai	28	0,6713000005%					
32	2000	Junho	28	0,7070000005%					
33		Julho	28	0,6914000005%					
34		Agosto	28	0,6383000005%					
35		Setembro	28	0,6889000005%					
36		Outubro	28	0,6382000005%					
37		Novembro	28	0,6878000005%					
38		Dezembro	28	0,6383000005%					
39		Janeiro	28	0,6131000005%					
40		Fevereiro	28	0,6386000005%					
41		Março	28	0,6897000005%					
42		Abril	28	0,7186000005%					
43		Mai	28	0,6923000005%					
44	2001	Junho	28	0,7068000005%					
45		Julho							
46		Agosto							
47		Setembro							
48		Outubro							
49		Novembro							
50		Dezembro							
51									
52									
53									

Ativo 7: BB Ações Índice

1	A	B	C	D	E	F	G	H
2	ANO	MES	DIA	VALOR DA COTA	RENTABILIDADE	RENTABILIDADE	RENTABILIDADE	RENTABILIDADE
3	1997	Dezembro	30	7,050322000				
4		Janeiro	30	7,058816000	(4,542532893%)			(4,542532893%)
5		Fevereiro	27	7,538233000	8,072778323%			8,072778323%
6		Março	31	8,410401000	10,093370738%			10,093370738%
7		Abril	30	8,206703000	(2,421977264%)			(2,421977264%)
8		Mai	29	7,018109000	(14,507579982%)			(14,507579982%)
9	1998	Junho	30	6,994216000	(1,737301972%)			(1,737301972%)
10		Julho	31	7,590461000	9,385891197%			9,385891197%
11		Agosto	31	4,591236000	(39,433287764%)			(39,433287764%)
12		Setembro	30	4,510898000	(1,764188189%)			(1,764188189%)
13		Outubro	30	4,731416000	4,893211649%			4,893211649%
14		Novembro	30	5,976481000	26,314849508%			26,314849508%
15		Dezembro	31	4,561349000	(23,688309181%)			(23,688309181%)
16		Janeiro	29	5,593872000	22,784209859%			22,784209859%
17		Fevereiro	28	5,818350000	3,881482803%			3,881482803%
18		Março	31	6,880132000	18,461474187%			18,461474187%
19		Abril	30	7,339713000	6,524070737%			6,524070737%
20		Mai	31	7,123043000	(2,952022783%)			(2,952022783%)
21	1999	Junho	30	7,389261000	3,737419527%			3,737419527%
22		Julho	30	6,699112000	(9,488786724%)			(9,488786724%)
23		Agosto	31	6,706336000	0,267516621%			0,267516621%
24		Setembro	30	7,220404000	7,691480493%			7,691480493%
25		Outubro	29	7,451317000	3,188052047%			3,188052047%
26		Novembro	30	8,672326000	16,394564880%			16,394564880%
27		Dezembro	31	10,610651000	22,342200927%			22,342200927%
28		Janeiro	31	10,227352000	(3,612339852%)			(3,612339852%)
29		Fevereiro	29	10,886074000	6,431009708%			6,431009708%
30		Março	31	10,866872000	(0,176406702%)			(0,176406702%)
31		Abril	29	9,827153000	(11,400088276%)			(11,400088276%)
32		Mai	31	9,355466500	(2,822101196%)			(2,822101196%)
33	2000	Junho	30	10,763474000	15,060123110%			15,060123110%
34		Julho	31	10,898368000	(1,581847033%)			(1,581847033%)
35		Agosto	31	11,167987000	5,404457515%			5,404457515%
36		Setembro	29	10,273022000	(8,013884414%)			(8,013884414%)
37		Outubro	31	9,888097000	(6,687220220%)			(6,687220220%)
38		Novembro	30	8,600818000	(10,300052242%)			(10,300052242%)
39		Dezembro	29	9,651663000	12,221880124%			12,221880124%
40		Janeiro	31	11,224327000	16,294228289%			16,294228289%
41		Fevereiro	28	10,077852000	(10,215712710%)			(10,215712710%)
42		Março	30	8,890128000	(11,783898985%)			(11,783898985%)
43		Abril	30	9,424968000	6,016111364%			6,016111364%
44		Mai	31	9,255457000	(1,798531305%)			(1,798531305%)
45	2001	Junho	29	9,069871000	(2,007313091%)	(2,247983533%)		(4,255296824%)
46		Julho						
47		Agosto						
48		Setembro						
49		Outubro						
50		Novembro						
51		Dezembro						
52								
53								

Fonte: Sistema de Informações do Mercado Financeiro (SIMF) e Banco de Investimentos (BIM)

Ativo 8: BB Fundo de Ações

1	A	B	C	D	E	F	G	H
2	ANO	MES	DIA	VALOR DA COTA	RENTA	RENTABILIDADE IMP. REND.	LÍQUIDA	
3		Dezembro	30	1,301039000				
4		Janeiro	30	1,223618000	(5,950708551%)		(5,950708551%)	
5		Fevereiro	27	1,295194000	5,844534519%		5,844534519%	
6		Março	31	1,404855000	8,49534505%		8,49534505%	
7		Abril	30	1,399254000	(0,383795309%)		(0,383795309%)	
8		Mai	29	1,236196000	(11,510380058%)		(11,510380058%)	
9	1998	Junho	30	1,200894000	(3,028682881%)		(3,028682881%)	
10		Julho	31	1,286091000	7,111470633%		7,111470633%	
11		Agosto	31	0,844539000	(34,31992307%)		(34,31992307%)	
12		Setembro	30	0,794842000	(5,925015250%)		(5,925015250%)	
13		Outubro	30	0,515157000	2,581665706%		2,581665706%	
14		Novembro	30	0,583717000	20,575225176%		20,575225176%	
15		Dezembro	31	0,765878000	(23,161031059%)		(23,161031059%)	
16		Janeiro	29	0,678674000	16,248478768%		16,248478768%	
17		Fevereiro	26	0,520150000	5,720294444%		5,720294444%	
18		Março	31	1,087563000	19,334365892%		19,334365892%	
19		Abril	30	1,153117000	5,017855534%		5,017855534%	
20		Mai	31	1,195470000	(1,630373761%)		(1,630373761%)	
21	1999	Junho	30	1,174383000	3,473880575%		3,473880575%	
22		Julho	30	1,093291000	(6,952611223%)		(6,952611223%)	
23		Agosto	31	1,085477000	(0,714722736%)		(0,714722736%)	
24		Setembro	30	1,178137000	3,249935191%		3,249935191%	
25		Outubro	29	1,204653000	2,503197500%		2,503197500%	
26		Novembro	30	1,384413000	12,441123614%		12,441123614%	
27		Dezembro	31	1,600160000	18,144170205%		18,144170205%	
28		Janeiro	31	1,546891000	(3,331479352%)		(3,331479352%)	
29		Fevereiro	29	1,603121000	3,637713005%		3,637713005%	
30		Março	31	1,608540000	0,338901430%		0,338901430%	
31		Abril	28	1,433625000	(10,881077042%)		(10,881077042%)	
32		Mai	31	1,404736000	(2,008334694%)		(2,008334694%)	
33	2000	Junho	30	1,634092000	16,327338375%		16,327338375%	
34		Julho	31	1,592579000	(2,540432240%)		(2,540432240%)	
35		Agosto	31	1,584651000	5,776035336%		5,776035336%	
36		Setembro	29	1,692152000	6,079893035%		6,079893035%	
37		Outubro	31	1,455075000	(6,260782398%)		(6,260782398%)	
38		Novembro	30	1,397659000	(9,812026070%)		(9,812026070%)	
39		Dezembro	29	1,492165000	11,558300623%		11,558300623%	
40		Janeiro	31	1,707231000	14,419718999%		14,419718999%	
41		Fevereiro	29	1,577640000	(7,601982275%)		(7,601982275%)	
42		Março	30	1,442700000	(3,347485893%)		(3,347485893%)	
43		Abril	30	1,338772000	5,589180709%		5,589180709%	
44		Mai	31	1,636856000	(0,124514873%)		(0,124514873%)	
45	2001	Junho	29	1,501303000	(2,274318479%)	(1,543973781%)	(3,818192260%)	
46		Julho						
47		Agosto						
48		Setembro						
49		Outubro						
50		Novembro						
51		Dezembro						

Ativo 9: BB Ações Master

1	A	B	C	D	E	F	G	H
2	ANO	MES	DIA	VALOR DA COTA	RENTA	RENTABILIDADE IMP. REND.	LÍQUIDA	
3		Dezembro	30	2,282273000				
4		Janeiro	30	2,151110000	(5,308874092%)		(5,308874092%)	
5		Fevereiro	27	2,305375000	6,67669806%		6,67669806%	
6		Março	31	2,517958000	9,221000108%		9,221000108%	
7		Abril	30	2,416906000	(4,013252008%)		(4,013252008%)	
8		Mai	29	2,082726000	(14,854272860%)		(14,854272860%)	
9	1998	Junho	30	2,035543000	(0,832732995%)		(0,832732995%)	
10		Julho	31	2,237730000	3,483946024%		3,483946024%	
11		Agosto	31	1,983895000	(9,4395001524%)		(9,4395001524%)	
12		Setembro	30	1,951457000	(0,627368015%)		(0,627368015%)	
13		Outubro	30	1,413853000	5,05090333%		5,05090333%	
14		Novembro	30	1,774340000	24,966457795%		24,966457795%	
15		Dezembro	31	1,932115000	(24,923295423%)		(24,923295423%)	
16		Janeiro	29	1,625917000	25,254910645%		25,254910645%	
17		Fevereiro	28	1,587768000	4,245005520%		4,245005520%	
18		Março	31	2,027452000	15,419375435%		15,419375435%	
19		Abril	30	2,142247000	5,662022836%		5,662022836%	
20		Mai	31	2,087649000	(3,472942196%)		(3,472942196%)	
21	1999	Junho	30	2,143493000	3,658441048%		3,658441048%	
22		Julho	30	1,935435000	(9,706745835%)		(9,706745835%)	
23		Agosto	31	1,930900000	(0,234314260%)		(0,234314260%)	
24		Setembro	30	2,067692000	7,084364804%		7,084364804%	
25		Outubro	29	2,130152000	3,020769378%		3,020769378%	
26		Novembro	30	2,421870000	13,694703477%		13,694703477%	
27		Dezembro	31	2,967190000	22,514007771%		22,514007771%	
28		Janeiro	29	2,951745000	(3,888639843%)		(3,888639843%)	
29		Fevereiro	28	2,981670000	4,558835734%		4,558835734%	
30		Março	31	2,962825000	(0,632029360%)		(0,632029360%)	
31		Abril	28	2,621611000	(11,516509737%)		(11,516509737%)	
32		Mai	31	2,550637000	(2,707266335%)		(2,707266335%)	
33	2000	Junho	30	2,951884000	15,731246743%		15,731246743%	
34		Julho	31	2,856297000	(2,285748823%)		(2,285748823%)	
35		Agosto	31	2,645035000	5,642368413%		5,642368413%	
36		Setembro	29	2,811641000	(7,757489644%)		(7,757489644%)	
37		Outubro	31	2,625275000	(6,283711193%)		(6,283711193%)	
38		Novembro	30	2,360820000	(10,073420880%)		(10,073420880%)	
39		Dezembro	29	2,650194000	12,257351259%		12,257351259%	
40		Janeiro	31	3,075597000	19,050295952%		19,050295952%	
41		Fevereiro	28	2,763550000	(10,439383505%)		(10,439383505%)	
42		Março	30	2,466897000	(10,420592224%)		(10,420592224%)	
43		Abril	30	2,543979000	3,327755604%		3,327755604%	
44		Mai	31	2,471409000	(3,043173249%)		(3,043173249%)	
45	2001	Junho	29	2,459311000	(0,489518327%)	(0,775709129%)	(1,265227456%)	
46		Julho						
47		Agosto						
48		Setembro						
49		Outubro						
50		Novembro						
51		Dezembro						

Ativo 10: BB Ações Telebrasil

	A	B	C	D	E	F	G
	ANO	MES	DIAS	VALOR DA COTA	DESVIOS	RETORNO MENSUAL	LÍQUIDA
1							
2							
3		Dezembro	30	1,002755000			
4		Janeiro	30	0,971027000	(3,164082951%)		(3,164082951%)
5		Fevereiro	27	1,046593000	7,623253411%		7,623253411%
6		Março	31	1,147355000	9,645803902%		9,645803902%
7		Abril	30	1,058180000	(4,339387942%)		(4,339387942%)
8		Mai	29	0,981855000	(10,591615218%)		(10,591615218%)
9		Junho	30	0,967309000	(1,482484863%)		(1,482484863%)
10		Julho	31	1,066597000	10,264351929%		10,264351929%
11		Agosto	31	0,633032000	(40,644937368%)		(40,644937368%)
12		Setembro	30	0,662439000	(11,142030783%)		(11,142030783%)
13		Outubro	30	0,591409000	(5,153366314%)		(5,153366314%)
14		Novembro	30	0,760530000	28,613410708%		28,613410708%
15		Dezembro	31	0,571932000	(24,808119585%)		(24,808119585%)
16		Janeiro	29	0,712802000	24,630850489%		24,630850489%
17		Fevereiro	28	0,745754000	4,624285566%		4,624285566%
18		Março	31	0,826403000	10,812339181%		10,812339181%
19		Abril	30	0,851822000	3,000501842%		3,000501842%
20		Mai	31	0,854781000	(3,086491877%)		(3,086491877%)
21		Junho	30	0,886890000	3,765815817%		3,765815817%
22		Julho	30	0,807726000	(8,925621698%)		(8,925621698%)
23		Agosto	31	0,918456000	1,328464226%		1,328464226%
24		Setembro	30	0,844312000	(9,171537250%)		(9,171537250%)
25		Outubro	29	0,857681000	2,763276835%		2,763276835%
26		Novembro	30	1,004767000	15,000641034%		15,000641034%
27		Dezembro	31	1,143120000	30,808941864%		30,808941864%
28		Janeiro	31	1,266389000	(3,722327727%)		(3,722327727%)
29		Fevereiro	29	1,385248000	9,471948942%		9,471948942%
30		Março	31	1,402239000	1,271483589%		1,271483589%
31		Abril	29	1,176522000	(18,204229545%)		(18,204229545%)
32		Mai	31	1,155147000	(1,808382302%)		(1,808382302%)
33		Junho	30	1,385490000	18,811224697%		18,811224697%
34		Julho	31	1,244513000	(7,052925132%)		(7,052925132%)
35		Agosto	31	1,399877000	4,432677241%		4,432677241%
36		Setembro	29	1,155433000	(12,559352112%)		(12,559352112%)
37		Outubro	30	1,202491000	(5,120620145%)		(5,120620145%)
38		Novembro	30	0,900826000	(15,589952832%)		(15,589952832%)
39		Dezembro	29	1,075803000	19,424194489%		19,424194489%
40		Janeiro	31	1,212579000	12,713851886%		12,713851886%
41		Fevereiro	28	1,027041000	(15,301106155%)		(15,301106155%)
42		Março	30	0,927617000	(19,427072632%)		(19,427072632%)
43		Abril	30	0,814521000	(10,927118932%)		(10,927118932%)
44		Mai	31	0,916740000	0,123437758%		0,123437758%
45		Junho	29	0,880831000	(3,814208953%)	0,000000000	(3,814208953%)
46		Julho					
47		Agosto					
48		Setembro					
49		Outubro					
50		Novembro					
51		Dezembro					

Retornos Médios Mensais e respectivos Desvios-Padrão

Ativos Financeiros											
	Fix Preferencial	Fix Especial Plus	Combil Especial Plus	Premium Especial Plus	DI Especial Plus	Poupança	Ações Índice	Fundo de Ações	Ações Matur	Ações Telebrasil	
Retorno Médio	1,232466783	1,307936199	2,248116893	1,337398773	1,306407543	0,893011005	0,831846475	0,831846475	0,948535183	0,715905023	
Desvio Padrão	0,676116483	0,649593375	7,615984815	0,718798213	0,658913245	0,351111047	12,598870993	10,927212813	10,472412643	14,083947833	
ANO	MES	RENTABILIDADE LÍQUIDA									
1998	Dezembro	0,920871007	0,920799539	0,917040004	0,927010004	0,920004638	0,918110000	(0,045425327)	(0,059507995)	(0,053008741)	(0,031640038)
	Janeiro	0,920811001	0,921000417	0,919307675	0,911100000	0,920002014	0,918707000	0,920727700	0,920446246	0,920730000	0,920230004
	Fevereiro	0,920499041	0,920878218	0,919872218	0,920000076	0,921110004	0,920010000	0,920030707	0,920030381	0,920210001	0,920000000
	Março	0,919827427	0,920207209	0,919201718	0,920000267	0,919701078	0,920730000	(0,024213773)	(0,023827953)	(0,040132920)	(0,043303079)
	Mai	0,919321927	0,919700004	0,918483294	0,911110007	0,918472528	0,919400000	(0,149076000)	(0,115100011)	(0,149942723)	(0,108916152)
	Junho	0,918659523	0,919034278	0,918298329	0,918918008	0,919781780	0,920010000	(0,017373020)	(0,030266823)	(0,083273201)	(0,148924643)
	Julho	(0,011727722)	(0,011698267)	(0,004814497)	(0,011496000)	(0,011832821)	0,920000000	0,920000000	0,921114700	0,920000000	0,920000000
	Agosto	0,919067921	0,919201079	0,919434676	0,911848148	0,911000031	0,910000000	(0,394332878)	(0,343192223)	(0,394590016)	(0,400493777)
	Setembro	0,919210982	0,919597647	0,918314325	0,918412000	0,918378002	0,918330000	(0,017541682)	(0,059260162)	(0,046273580)	(0,111420988)
	Outubro	0,920611783	0,921262885	0,919474004	0,920460821	0,920398773	0,919897000	0,920032116	0,920010007	0,920000000	0,920000000
	Novembro	0,920010000	0,920300000	0,919700000	0,920700000	0,920100000	0,920000000	0,921400000	0,920700000	0,920000000	0,920000000
	Dezembro	0,920550000	0,921000000	0,919810000	0,920723112	0,919800000	0,920000000	(0,248800021)	(0,221810311)	(0,243239041)	(0,248001188)
1999	Janeiro	0,919784000	0,920110000	0,919110000	0,919700000	0,919700000	0,920000000	0,920000000	0,920000000	0,920000000	0,920000000
	Fevereiro	0,919110000	0,919500000	0,918500000	0,919000000	0,919000000	0,920000000	0,920000000	0,920000000	0,920000000	0,920000000
	Março	0,918500000	0,918900000	0,917900000	0,918400000	0,918400000	0,919000000	0,919000000	0,919000000	0,919000000	0,919000000
	Abril	0,917900000	0,918300000	0,917300000	0,917800000	0,917800000	0,918000000	0,918000000	0,918000000	0,918000000	0,918000000
	Mai	(0,019222200)	(0,019100000)	(0,018000000)	(0,018500000)	(0,018500000)	0,919000000	0,919000000	0,919000000	0,919000000	0,919000000
	Junho	0,918500000	0,918900000	0,917900000	0,918400000	0,918400000	0,919000000	0,919000000	0,919000000	0,919000000	0,919000000
	Julho	0,917900000	0,918300000	0,917300000	0,917800000	0,917800000	0,918000000	0,918000000	0,918000000	0,918000000	0,918000000
	Agosto	0,917300000	0,917700000	0,916700000	0,917200000	0,917200000	0,917000000	0,917000000	0,917000000	0,917000000	0,917000000
	Setembro	0,916700000	0,917100000	0,916100000	0,916600000	0,916600000	0,916000000	0,916000000	0,916000000	0,916000000	0,916000000
	Outubro	0,916100000	0,916500000	0,915500000	0,916000000	0,916000000	0,915000000	0,915000000	0,915000000	0,915000000	0,915000000
	Novembro	0,915500000	0,915900000	0,914900000	0,915400000	0,915400000	0,914000000	0,914000000	0,914000000	0,914000000	0,914000000
	Dezembro	0,914900000	0,915300000	0,914300000	0,914800000	0,914800000	0,913000000	0,913000000	0,913000000	0,913000000	0,913000000
2000	Janeiro	0,914300000	0,914700000	0,913700000	0,914200000	0,914200000	0,913000000	0,913000000	0,913000000	0,913000000	0,913000000
	Fevereiro	0,913700000	0,914100000	0,913100000	0,913600000	0,913600000	0,912000000	0,912000000	0,912000000	0,912000000	0,912000000
	Março	0,913100000	0,913500000	0,912500000	0,913000000	0,913000000	0,911000000	0,911000000	0,911000000	0,911000000	0,911000000
	Abril	0,912500000	0,912900000	0,911900000	0,912400000	0,912400000	0,910000000	0,910000000	0,910000000	0,910000000	0,910000000
	Mai	0,911900000	0,912300000	0,911300000	0,911800000	0,911800000	0,909000000	0,909000000	0,909000000	0,909000000	0,909000000
	Junho	0,911300000	0,911700000	0,910700000	0,911200000	0,911200000	0,908000000	0,908000000	0,908000000	0,908000000	0,908000000
	Julho	0,910700000	0,911100000	0,909700000	0,910200000	0,910200000	0,907000000	0,907000000	0,907000000	0,907000000	0,907000000
	Agosto	0,910100000	0,910500000	0,909100000	0,909600000	0,909600000	0,906000000	0,906000000	0,906000000	0,906000000	0,906000000
	Setembro	0,909500000	0,909900000	0,908500000	0,909000000	0,909000000	0,905000000	0,905000000	0,905000000	0,905000000	0,905000000
	Outubro	0,908900000	0,909300000	0,907900000	0,908400000	0,908400000	0,904000000	0,904000000	0,904000000	0,904000000	0,904000000
	Novembro	0,908300000	0,908700000	0,907300000	0,907800000	0,907800000	0,903000000	0,903000000	0,903000000	0,903000000	0,903000000
	Dezembro	0,907700000	0,908100000	0,906700000	0,907200000	0,907200000	0,902000000	0,902000000	0,902000000	0,902000000	0,902000000
2001	Janeiro	0,907100000	0,907500000	0,905700000	0,906200000	0,906200000	0,901000000	0,901000000	0,901000000	0,901000000	

ANEXO II

QUESTIONÁRIOS DE DETERMINAÇÃO DO PERFIL DO INVESTIDOR QUANTO AO RISCO, ADOTADOS PELO BANCO DO BRASIL S.A, BANCO BRADESCO S.A. E BANCO ITAÚ S.A.

Modelo 1: Banco do Brasil S.A.

DESCUBRA QUAL É O SEU PERFIL DE INVESTIDOR

1. Qual a sua faixa etária?

Menos de 25 anos

Entre 41 e 55 anos

Entre 25 e 40 anos

Acima de 56 anos

2. Quantos dependentes possui?

Nenhum

Um

Dois

Três ou mais

3. Qual a disponibilidade dos recursos que você está investindo?

Podem ficar investidos por no máximo 1 ano

Podem ficar investidos por no máximo 2 anos

Podem ficar investidos por no máximo 5 anos

Podem ficar investidos indefinidamente, pois não tenho planos para sua utilização

4. Qual o percentual de suas aplicações a que corresponde este investimento?

Até 25%

Entre 51% e 75%

Entre 26% e 50%

Mais de 75%

5. Qual o principal objetivo deste investimento?

Preservar o seu patrimônio

Formar uma poupança para utilização futura

Diversificar seus investimentos

Obter rentabilidade superior ao proporcionado por investimentos tradicionais de renda fixa, aceitando a possibilidade de arcar com prejuízos

6. Como você investiria recursos que recebeu sem estar esperando?

- Buscaria a segurança do investimento em caderneta de poupança
- Aplicaria em ativos como imóveis ou dólar
- Investiria em fundos tradicionais de renda fixa
- Procuraria obter ganhos mais elevados através de aplicação em ações ou derivativos

7. Qual é a sua melhor referência de rentabilidade?

- Poupança
- Dólar
- CDI
- Índices das Bolsas de Valores

8. Você já investiu em ações ou fundos de ações?

- Não, e não pretendo investir nunca, pois não me agrada a idéia de estar sujeito a rentabilidade negativa
- Não, mas poderia investir num momento oportuno
- Sim, mas com muito receio.
- Sim, pois investimentos de risco me atraem muito.

9. O que você pensa sobre o mercado acionário brasileiro?

- É muito fechado, um verdadeiro "jogo de cartas marcadas"
- É muito arriscado, coisa para quem entende muito do assunto
- É bem organizado e permite até algum ganho extra
- É um mercado para gente como você, que gosta de emoções fortes

10. Refletindo sobre a economia brasileira e mundial, você acha que:

- O momento é complicado, e o melhor é manter-se seguro em investimentos mais conservadores
- É um momento tranquilo e você não vê motivos para preocupar-se com seus investimentos
- Sua visão é de que o cenário anda turbulento, e há boas perspectivas para ganhar um rendimento maior em suas aplicações
- A hora é de arriscar para ganhar muito dinheiro no mercado, pois o cenário anda conturbado e nessas horas é que aparecem as boas oportunidades

Ok	Limpa
----	-------

Pela análise das suas respostas, você identifica-se como um investidor de **Perfil Conservador**, que busca segurança acima de tudo.

Para atingir seus objetivos, o cliente com esse perfil normalmente direciona seus recursos para os investimentos de renda fixa, conforme a seguir:

- Poupança Ouro/Poupex
- Linha Aplic
- Fundos de Renda Fixa.

Fonte: BANCO DO BRASIL S.A. **Conheça o seu perfil**. Questionário com dez perguntas. Disponível em: <<http://www10.bancodobrasil.com.br/tr/invest/prova.asp>>. Acesso em 24 de junho de 2001.

Modelo 2: Banco Bradesco S.A.

Definindo o Perfil do Investidor

1. QUAL É A SUA IDADE ?

- Menos de 20 anos
- Entre 20 e 30 anos
- Entre 31 e 40 anos
- Entre 41 e 50 anos
- Mais de 50 anos

2. QUANTOS DEPENDENTES VOCÊ TEM ?

- Nenhum
- Um/Dois
- Três ou mais

3. QUAL É O SEU ESTADO CIVIL ?

- Casado(a)
- Solteiro(a)
- Outros

4. QUAL É A SUA RENDA MENSAL ?

(Incluir salário, aluguel, outros)

- Menos de R\$ 2.000,00
- De R\$ 2.001,00 a R\$ 5.000,00

- De R\$ 5.001,00 a R\$ 10.000,00
- Acima de R\$ 10.000,00

5. QUAL O PERCENTUAL MÉDIO DA RENDA MENSAL QUE VOCÊ NORMALMENTE APLICA ?

- Nada
- De 1% a 10%
- Mais de 11% a 20%
- Acima de 20%

**6. QUAIS OS TIPOS DE INVESTIMENTOS QUE VOCÊ POSSUI OU POSSUIU NOS ÚLTIMOS 12 MESES ?
(Assinale quantas opções forem necessárias)**

- Nenhum
- Caderneta de Poupança
- Fundos de Renda Fixa
- Dólar
- Ações/Fundos de Ações
- Ouro
- CDB

7. QUAL É O SEU PRINCIPAL OBJETIVO QUANDO PENSA EM INVESTIR ?

- Não perder para a inflação
- Não deixar o dinheiro parado
- Deixar investido para imprevistos
- Para aquisição de bens
- Obter boa rentabilidade a longo prazo

8. EM QUANTO TEMPO VOCÊ RESGATARIA O DINHEIRO INVESTIDO EM SUA PRINCIPAL APLICAÇÃO ?

- Menos de 2 meses
- De 2 a menos de 12 meses
- De 12 a menos de 24 meses
- De 24 a 36 meses
- Acima de 36 meses

9. COMO VOCÊ SE AUTO-DEFINE AO LER AS FRASES ABAIXO ?

- Prefiro investimento que tenha um baixo risco
- Prefiro um investimento composto por produtos com baixo risco, associados a alguns de alto risco
- Prefiro investimentos de alto risco para buscar alto retorno, mesmo conhecendo a possibilidade de perdas

10. O QUE VOCÊ FARIA SE UM INVESTIMENTO SEU TIVESSE UMA PERDA DE 10% ?

- Efetuaria o resgate de todo o dinheiro investido
- Esperaria um pouco antes de decidir
- Permaneceria com o dinheiro investido
- Transferiria uma parte do dinheiro para um investimento mais seguro

11. O QUE VOCÊ PENSA SOBRE INVESTIMENTOS EM BOLSAS DE VALORES ?

- Os riscos de perder dinheiro são muito altos
- Não tenho receio de experimentar
- Ficaria intranquilo, esperando obter um retorno acima da média
- Ficaria tranquilo, esperando retorno a longo prazo

Calcula

Anula

Você tem o perfil de investidor Moderado.

Agora que você já tem uma idéia do tipo de investidor que é, faça a sua aplicação e prepare-se para conquistar todas as vantagens e a lucratividade de um megainvestidor.



Fonte: BANCO BRADESCO S.A. **Descubra o seu perfil de investidor.** Questionário com onze perguntas. Disponível em: < <https://www.shopinvest.com.br/default.asp?pag=%2FInvest%2Fperg%5Fperfil%5Finst%2Easp>>. Acesso em 24 de junho de 2001.

Modelo 3: Banco Itaú S.A.

Que tipo de aplicação é mais interessante para você? Preencha o questionário para montar o seu perfil de investidor. Com base nos seus dados o Itaú pode dar algumas sugestões.

(*)O preenchimento do campo é obrigatório.

Dados Pessoais

- * Nome:
- * CPF: (somente nº)
- * Endereço:

* Cidade: * Estado: * Cep:
 * DDD: * Telefone: Fax:
 E-Mail:

Características Pessoais

* Data de Nascimento: / / (dd/mm/yyyy)
 Estado Civil:
 Nº de filhos menores de 25 anos:
 Nº de outros dependentes:
 Formação Acadêmica:
 Qual curso superior:
 * Ocupação:
 Evolução Profissional:

Estrutura Patrimonial

Valor global de seu patrimônio, incluindo terrenos, imóveis, propriedades e aplicações financeiras: R\$
 Valor global de seu patrimônio, há dois anos atrás: R\$
 Valor de suas aplicações financeiras em Bancos, Fundos, Ações e outros tipos de investimentos:

Experiência com o Mercado

Marque as opções de investimento que utilizou no último dois anos e seu grau de satisfação:

	Muito satisfeito(a)	Razoavelmente satisfeito(a)	Não satisfeito(a)
<input checked="" type="checkbox"/> CDB's	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="checkbox"/> Ações ou Fundos de Ações	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="checkbox"/> Caderneta de Poupança	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="checkbox"/> Fundos de Renda Fixa	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="checkbox"/> Fundos de Derivativos	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Horizonte dos Investimentos

* Em que período você avalia ou pretende avaliar o desempenho de seus investimentos em fundos do Itaú?

Menos de um ano
 Entre um e dois anos
 Entre dois e cinco anos
 Mais de cinco anos

Objetivos de Liquidez

* Seus investimentos globais, que parcela irá precisar de liquidez imediata nos próximos meses?

- Mais que 30%
- 26% a 30%
- 21% a 25%
- 16% a 20%
- 11% a 15%
- 6% a 10%
- 1% a 5%
- nada - 0%

Avaliação de Tolerância a Risco

* Qual das seguintes frases identifica o que considera mais importante em seus investimentos?

- Preservar a integridade do capital empregado sem risco de perdas e gerando uma renda segura com pequenas flutuações.
- Obter rentabilidade um pouco acima das aplicações tradicionais disponíveis, aceitando o risco de oscilações que poderão eventualmente gerar pequenas perdas em alguns períodos.
- Obter rentabilidade elevada a longo prazo, aceitando o risco de que poderão haver oscilações e perdas expressivas em alguns períodos.

* Lembrando que os investimentos com maior rentabilidade esperada são também aqueles com maior risco de perda, qual a máxima perda que você poderia aceitar em seus investimentos em fundos do Itaú em um prazo de 6 meses ?

- Não posso (ou não quero) ter perdas, independentemente do potencial de rentabilidade
- Perda de até 3%
- Perda de até 6%
- Perda de até 10%
- Perda de até 15%
- Perda de até 30%
- Perda de até 50%
- Perda de até 75%
- Perda de todo o investimento

Limpar

Processar

▶ Qual é o meu perfil de investidor?

Conforme suas respostas seu perfil é: **Agressivo**

Perfil do Investidor**Agressivo**

Aceita o risco, tendo por objetivo ganhos adicionais. Prioriza a rentabilidade aceitando oscilações do principal a ser investido a curto prazo. Em geral, conhece o mercado financeiro.

Fonte: BANCO ITAÚ S.A. **Qual é o meu perfil de investidor?** Disponível em: <http://ww2.itau.com.br/itainvestnet/fundos/fr_index.asp?url=aprenda/fr_aprenda_perfil.htm>. Acesso em 24 de junho de 2001.

ANEXO III

MODELO DE OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIOS DE INVESTIMENTO, CONSTRUÍDO EM PLANILHA ELETRÔNICA MICROSOFT[®] EXCEL

Tela 1: Planilha do modelo de otimização de portfólios.

PORTFÓLIO OTIMIZADO					
Ativo	Premium Especial Plus	Cambial Especial Plus	DI Especial Plus	Poupança	Ações Telebrasil
Retorno Médio Mensal	1,323790877%	2,246116693%	1,306007554%	0,893011905%	0,715905882%
Desvio Padrão/Retorno	0,710798741%	7,815984231%	0,625091334%	0,351111067%	14,083947043%
Proporções Aplicadas	35,00%	50,00%	5,00%	5,00%	5,00%
FUNDAMENTOS DO PORTFÓLIO			Preferência do Investidor	FUNÇÃO UTILIDADE	
Retorno do Portfólio			1,73%		
Variância do Portfólio			0,16529%		
Desvio Padrão do Portfólio			4,07%	1,00	1,5678E-02
MATRIZ DE VARIÂNCIAS E COVARIÂNCIAS					
Premium Especial Plus	Premium Especial Plus	Cambial Especial Plus	DI Especial Plus	Poupança	Ações Telebrasil
	5,05235E-05	(4,05219E-06)	3,85446E-05	1,34060E-05	1,45196E-04
Cambial Especial Plus	(4,05219E-06)	6,10896E-03	9,65677E-07	1,94882E-05	1,24647E-03
DI Especial Plus	3,85446E-05	9,65677E-07	3,90739E-05	1,36410E-05	5,99405E-05
Poupança	1,34060E-05	1,94882E-05	1,36410E-05	1,23279E-05	1,08559E-04
Ações Telebrasil	1,45196E-04	1,24647E-03	5,99405E-05	1,08559E-04	1,98358E-02
RESTRITÕES IMPOSTAS			Determinado	Apurado	
Percentual Total Aplicado			100,00%	100,00%	
Percentual Máximo por Ativo			50,00%	50,00%	
Retorno Mínimo = Retorno da Poupança			0,89%	1,73%	
Desvio Padrão Máximo de 5%			5,00%	4,07%	
Aplicação Mínima em cada Ativo de 5%			5,00%	5,00%	

Tela 2: Modelo de otimização em *visual basic* – manutenção de ativos.

Portfólio de Investimentos

Ativos

Ativos Financeiros	Média Rentabilidade	Desvio Padrão
Fix Preferencial	1,23%	0,68%
Fix Especial Plus	1,31%	0,69%
Cambial Especial Plus	2,25%	7,82%
Premium Especial Plus	1,32%	0,71%
DI Especial Plus	1,31%	0,63%
Poupança	0,89%	0,35%
Ações Índices	1,19%	12,59%
Fundo de Ações	0,88%	10,93%
Ações Master	0,95%	12,48%
Ações Telebrasil	0,72%	14,08%

Manutenção Ativos Correção entre Ativos Rendimentos do Ativo

Rendimentos do Ativo (Fix Preferencial)

Ano	Mês	Rendimento
1998	Janeiro	0,02657109
	Fevereiro	0,02081199
	Março	0,02646084
	Abril	0,01982743
	Maio	0,01632123
	Junho	0,01583962
	Julho	-0,01173779
	Agosto	0,01059792
	Setembro	0,00182955
	Outubro	0,02361176
	Novembro	0,02282105
	Dezembro	0,02053025
1999	Janeiro	0,01576483
	Fevereiro	0,01511620
	Março	0,02056222

Ano: 1998 Mês: Julho Rendimento: -0,01173779

Aplicar Cancelar Excluir

Tela 3: Modelo de otimização em *visual basic* – ativos integrantes, restrições e grade de otimização.

Portfólio de Investimentos

Ativos Financeiros Portfólio

Portfólio Otimizado

Ativo	Premium Especial Plus	Cambial Especial Plus	DI Especial Plus	Poupança	Ações Telebrasil
Retorno Médio Mensal	1,32%	2,25%	1,31%	0,89%	0,72%
Desvio Padrão/Retorno	0,71%	7,82%	0,63%	0,35%	14,08%
Proporções Aplicadas	35,00%	50,00%	5,00%	5,00%	5,00%

Proporções Aplicadas

- Premium Especial Plus
- Cambial Especial Plus
- DI Especial Plus
- Poupança
- Ações Telebrasil

Fundamentos

Retorno do Portfólio	1,73%
Variância do Portfólio	0,16529%
Desvio Padrão do Portfólio	4,07%
Preferência do Investidor	1,00

Preferência do Investidor: 1,00 Otimizar Portfólio

Restrições Matriz de Variâncias Redefinir Portfólio

Redefinição do Portfólio

Ativos Disponíveis:

Ativos Disponíveis	Rent. Média	Desv. Padrão
Fix Preferencial	1,23%	0,68%
Fix Especial Plus	1,31%	0,69%
Ações Índices	1,19%	12,59%
Fundo de Ações	0,88%	10,93%
Ações Master	0,95%	12,48%

Ativos do Portfólio:

Ativos do Portfólio	Rent. Média	Desv. Padrão
Cambial Especial Plus	2,25%	7,82%
Premium Especial Plus	1,32%	0,71%
DI Especial Plus	1,31%	0,63%
Poupança	0,89%	0,35%
Ações Telebrasil	0,72%	14,08%

Cancelar Redefinição Atualizar Portfólio