

ELIZETE MARIA LOURENÇO

**ANÁLISE DE OBSERVABILIDADE E IDENTIFICAÇÃO DE
ERROS DE TOPOLOGIA NA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS
GENERALIZADA**

**FLORIANÓPOLIS
2001**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**ANÁLISE DE OBSERVABILIDADE E IDENTIFICAÇÃO DE ERROS
DE TOPOLOGIA NA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS GENERALIZADA**

Tese submetida à Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

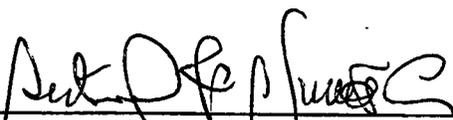
ELIZETE MARIA LOURENÇO

Florianópolis
Novembro de 2001

ANÁLISE DE OBSERVABILIDADE E IDENTIFICAÇÃO DE ERROS DE TOPOLOGIA NA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS GENERALIZADA

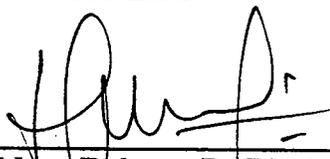
Elizete Maria Lourenço

‘Esta Tese foi julgada adequada para a obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Sistemas de Potência em que foi realizado o trabalho, e aprovada em sua forma final pelo Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.’



Prof. Antonio José Alves Simões Costa, Ph.D.

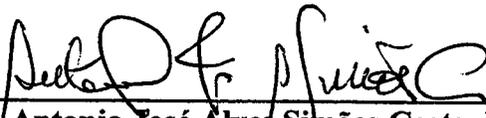
Orientador



Prof. Edson Roberto De Pieri, Dr.

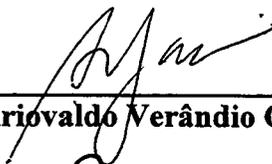
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:



Prof. Antonio José Alves Simões Costa, Ph.D.

Presidente



Prof. Ariovaldo Verândio Garcia, Ph.D.



Prof. Milton Brown Do Couto Filho, D.Sc.



Prof. Hans Helmut Zürn, Ph.D.



Prof. Jaqueline Gisèle Rolim, Dr.Eng.

À minha mãe pelos valiosos ensinamentos.
Ao meu pai por minha maravilhosa infância.
Aos meus irmãos por tantas conquistas juntos.

**Ao Odilon pelo amor, carinho e
apoio nos momentos mais difíceis.**

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Simões pela valiosa orientação, pela amizade e pelo apoio em todas as etapas deste trabalho.

Ao Professor Kevin Clements pelas valiosas sugestões ao trabalho e pela atenciosa recepção e co-orientação durante o período do doutorado realizado no Instituto Politécnico de Worcester.

Aos Professores do curso pelos conhecimentos transmitidos e pelo carinho recebido durante estes anos, em especial aos professores Hans, Jaqueline, Kátia e Salgado.

Aos velhos e novos amigos que encontrei nesta longa caminhada e que independente da distância estiveram sempre presentes. Em especial aos amigos Ângela, Andréa, Abhijit, Nehal, Sérgio, Sylvia, Thelma e Wadaed.

À Marlise e ao Richard, Daniel, Marcos e Wilson pelo apoio e amizade durante este período.

Aos meus sobrinhos e sobrinhas: Sullen, Sarah, Victor e Arthur que tanta alegria me trouxeram nesses anos, e àqueles que ainda estão por vir...

À UFPR e à CAPES pelo apoio financeiro.

Resumo da Tese apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica

ANÁLISE DE OBSERVABILIDADE E IDENTIFICAÇÃO DE ERROS DE TOPOLOGIA NA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS GENERALIZADA

Dezembro/2001

Orientador: Antonio José Alves Simões Costa

Área de Concentração: Sistemas de Potência

Palavras Chaves: Modelagem em Tempo Real de Sistemas de Potência, Estimação de Estados, Identificação de Erros de Topologia, Análise de Observabilidade Topológica.

Número de Páginas: 139

Este trabalho propõe um método topológico generalizado para as análises de observabilidade e criticidade de sistemas de potência e um método de identificação de erros de topologia baseado em testes de hipóteses, capazes de processar sistemas representados no nível de seção de barras. O primeiro método é uma extensão do método topológico convencional para análise de observabilidade/criticidade de sistemas. Esta extensão permite que fluxos de potência através de disjuntores sejam tratados como novas variáveis de estado e que informações (medidas e restrições) provenientes da representação explícita de chaves e disjuntores sejam processadas juntamente com as medidas convencionais. As características puramente topológicas do método permitem que as análises de observabilidade do sistema e de criticidade de informações sejam realizadas simultaneamente. No método de identificação de erros de topologia proposto a estimação de estados é tratada como um problema de otimização restrito. As equações das medidas, as restrições estruturais, referentes às barras de injeção nula e barras de referência, e as restrições operacionais, referentes aos *status* de chaves e disjuntores representados no modelo da rede, são incluídas no problema como restrições de igualdade. Além disso, informações *a priori* sobre os estados do sistema são modeladas no problema e desempenham papel importante no condicionamento numérico e no desempenho do método. O algoritmo de identificação de erros de topologia proposto pode ser dividido em três partes: detecção, seleção de disjuntores suspeitos e identificação dos erros. A detecção é realizada através dos multiplicadores de Lagrange normalizados associados às restrições operacionais. Estes mesmos multiplicadores são utilizados em conjunto com o teste do cosseno, resultante da interpretação geométrica desenvolvida para os multiplicadores de Lagrange, para selecionar os disjuntores suspeitos de conterem erros de modelagem. Finalmente, configurações errôneas com relação aos *status* dos disjuntores suspeitos são identificadas através de testes de hipóteses baseados no teorema de Bayes. A validade dos métodos de análise de observabilidade/criticidade e de identificação de erros de topologia foi verificada através de simulações com diferentes configurações dos sistemas testes de 24 barras e 30 barras do IEEE. Os resultados obtidos mostram a capacidade e eficiência dos dois métodos no processamento de sistemas modelados no nível de subestação.

Abstract of Thesis presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor in Electrical Engineering.

OBSERVABILITY ANALYSIS AND TOPOLOGY ERROR IDENTIFICATION ON GENERALIZED STATE ESTIMATION

December/2001

Advisor: Antonio José Alves Simões Costa

Area of Concentration: Power Systems

Keywords: Power Systems Real-Time Modeling, State Estimation, Topology Error Identification, Topological Observability Analysis.

Number of pages: 139

This work proposes a generalized method for power system observability and criticality analysis and a method for topology error identification based on Bayes theorem, which are capable of processing power systems represented at substation level. The first method is an extension of the conventional topological method for observability/criticality analysis. This extension allows that power flow through switching branches be treated as new state variables and information (measurement and constraints) raised from the explicit representation of switching branches be processed in addition to conventional measurement. The purely topological feature of the method allows that both system observability and information criticality be analyzed at once. In the topology error identification method the state estimation is treated as an optimization problem. Measurement equations, structural constraints, related to zero injection buses and reference buses, and operational constraints, related to switching branch *status*, are included to the problem as equality constraints. Besides, *a priori* information related to state variables are modeled in the problem and play an important role on the numeric condition and performance of the method. The proposed topology error identification algorithm can be divided into three parts: detection, suspect switching branch selection and error identification. The detection is achieved by using the normalized Lagrange multipliers related to operational constraints. A cosine test is generated from the geometric interpretation of the Lagrange multipliers and are used with the normalized Lagrange multipliers to select the switching branches which are suspect to be erroneously modeled. Finally, hypotheses testing based on Bayes theorem are applied to identify incorrect assumptions made about the suspect switching branch status. Different configuration of the IEEE 24-bus and 30-bus test systems were used to assess the performance of both observability/criticality and topology error identification methods. The results confirm the capability and efficiency of the methods in processing power systems modeled at bus section level.

Sumário

Lista de Figuras	5
1 Introdução	6
1.1 Introdução	6
1.2 Revisão Bibliográfica	9
1.2.1 Observabilidade Topológica	9
1.2.2 Identificação de erros de topologia	11
1.3 Contribuições do Trabalho	14
1.3.1 Observabilidade Topológica Generalizada	15
1.3.2 Teste de Hipóteses na Identificação de erros de topologia via Multiplificadores de Lagrange Normalizados	16
1.4 Estrutura da Tese	17
2 Observabilidade Topológica Convencional	19
2.1 Introdução	19
2.2 Análise Clássica de Observabilidade de Sistemas	20
2.2.1 Sistema Observável - Definição	20
2.2.2 Modelo de medição	21
2.2.3 Estimação de Estados pelo Método dos Mínimos Quadrados	22
2.2.4 Observabilidade Algébrica e Observabilidade Numérica	23
2.3 Observabilidade Topológica	25
2.3.1 Resultados Teóricos Importantes	25
2.3.2 Observabilidade Topológica e Observabilidade Algébrica	26
2.3.3 Observabilidades $P - \delta$ e $Q - V$	26
2.3.4 Grafo de Medição G_M	28
2.3.5 Algoritmo para Determinação da Observabilidade Topológica	29
2.4 Análise de Criticidade de Medidas	30
2.5 Conclusões	31
3 Identificação de Erros de Topologia na Estimação de Estados Generalizada	32
3.1 Introdução	32
3.2 Estimação de Estados Generalizada	33
3.2.1 Modelagem de Ramos de Impedância Nula	34
3.2.2 Estimação de Estados em dois Estágios	36
3.3 Estimação de Estados Generalizada como um Problema de Otimização Restrito	37
3.3.1 Restrições Operacionais	37
3.3.2 Restrições Estruturais	38
3.3.3 Modelagem das Medidas Analógicas	39
3.3.4 Formulação da Estimação de Estados Restrita	39

3.3.5	Solução da Estimação de Estados Restrita pelo Método do Tableau Esparso	40
3.4	Multiplicadores de Lagrange Normalizados	42
3.5	Identificação de Erros de Topologia via Multiplicadores de Lagrange Normalizados	43
3.6	Conclusões	46
4	Observabilidade Topológica Generalizada	47
4.1	Introdução	47
4.2	Análise de Observabilidade Topológica Generalizada	48
4.2.1	Grafo de Medição Generalizado \mathcal{G}_m	49
4.2.2	Representação de Medidas e Restrições no Grafo de Medição General- izado \mathcal{G}_m	51
4.2.3	Exemplo	55
4.2.4	Observações Sobre o Exemplo	56
4.2.5	Algoritmo para Análise Generalizada de Observabilidade e Criticidade .	59
4.3	Fundamentos Teóricos do Método Proposto	61
4.4	Conclusões	61
5	Identificação de Erros de Topologia via Testes de Hipóteses	63
5.1	Introdução	63
5.2	Formulação Utilizada para a Estimação de Estados Generalizada	64
5.2.1	Informações <i>A Priori</i>	65
5.2.2	Variâncias das Informações <i>A Priori</i>	66
5.2.3	Inclusão das Informações <i>A Priori</i> no Problema de Estimação	66
5.2.4	Estimação de Estados Restrita com Informações <i>A Priori</i>	68
5.2.5	Matriz de Covariância dos Multiplicadores de Lagrange	71
5.3	Interpretação Geométrica dos Multiplicadores de Lagrange	72
5.3.1	Teste do Cosseno para Erros Simples	73
5.3.2	Teste do Cosseno para Erros Múltiplos	74
5.4	Conjunto de Disjuntores Suspeitos	77
5.5	Definição das Hipóteses	79
5.5.1	Hipótese Básica - \mathcal{H}_0	80
5.5.2	Hipótese Alternativa - \mathcal{H}_i	80
5.6	Testes de Hipóteses via Teorema de Bayes	83
5.7	Fluxos Nulos em Disjuntores Fechados	85
5.8	Aspectos Computacionais	86
5.8.1	Solução do Sistema Modificado	87
5.8.2	Cálculo do Determinante da Função Densidade de Probabilidade	88
5.8.3	Cálculo do Expoente da Função Densidade de Probabilidade	90
5.9	Algoritmo Proposto	92
5.10	Aplicação do Método ao Modelo Linear da Rede	94
5.11	Conclusões	95
6	Resultados	97
6.1	Introdução	97
6.2	Observabilidade Topológica Generalizada - Resultados	98
6.2.1	Sistema teste de 3 barras/5 nós e 2 linhas/6 ramos	98
6.2.2	Sistema teste de 19 nós e 26 ramos	99
6.3	Identificação de erros de topologia via Testes de Hipóteses - Resultados	103
6.3.1	Sistema-Teste IEEE 30 barras	104
6.3.2	Sistema-Teste IEEE 24 barras	111
6.4	Conclusões	116

7	Conclusões Gerais	117
7.1	Algoritmo Topológico Generalizado	117
7.2	Algoritmo de Identificação de Erros de Topologia	118
7.3	Sugestões Para Trabalhos Futuros	120
A	Fundamentos Teóricos para o Algoritmo de Observabilidade Topológica	122
A.1	Objetivo	122
A.2	Modelo de Medição Generalizado	122
A.2.1	Modelo de Medição Generalizado em termos da estrutura de referência de fluxo	124
A.3	Análise de Observabilidade Topológica Generalizada na Estrutura de Referência de Fluxo	125
B	Análise de Erros Considerando a Inclusão de Informações <i>A Priori</i>	128
B.1	Objetivo	128
B.2	Análise de Erros Linearizada	128
B.2.1	Matriz de Covariância dos Erros de Estimção	131
B.2.2	Matriz de Covariância dos Multiplicadores de Lagrange	132
	Referências Bibliográficas	133

Lista de Figuras

4.1	Sistema-teste 3 barras, 5 nós	55
4.2	Estrutura da matriz Jacobiana para sistema teste de 5 barras	57
4.3	Grafo de Medição Generalizado para Sistema Teste 3 barras, 5 nós	58
6.1	Sistema Teste - 19 nós, 26 ramos	100
6.2	Laço para Sistema Teste Estendido	108
6.3	Sistema-Teste 24 barras do IEEE	112
6.4	Caso A: Rede reduzida não estendida com subestações 14 e 16 modeladas ao nível de seção de barras	113
6.5	Caso B: Rede reduzida não estendida com subestações 15 e 24 detalhadas . . .	113

Capítulo 1

Introdução

1.1 Introdução

A necessidade de estabelecer uma base de dados confiável que permita tanto o conhecimento das condições de operação por parte do operador como a execução confiável da análise de segurança tornou a modelagem em tempo real uma ferramenta fundamental na moderna operação de sistemas elétricos de potência.

A partir desta modelagem, centrada na estimação de estados, é possível estimar as tensões complexas nas barras e demais variáveis de interesse, tais como fluxos nas linhas e injeções de potência na barras. As análises de observabilidade de redes e de criticidade de medidas são ferramentas importantes na modelagem em tempo-real. A análise de observabilidade verifica se é possível estimar os estados de um sistema de potência a partir dos dados telemididos disponíveis. Caso não seja possível, o método pode determinar um conjunto mínimo de medidas adicionais necessárias para estabelecer a observabilidade. A análise de criticidade, por sua vez, revela os pontos fracos do plano de medição empregado, ou seja, determina as medidas e conjuntos críticos. Trabalhos recentes nesta área produziram algoritmos eficientes para tratar estes problemas de ambos pontos de vista: topológico [1], [2], [3], [4] e numérico [5].

Outro tópico relacionado à estimação de estados, e conseqüentemente à operação

em tempo real, é o processamento de erros grosseiros. A detecção e identificação de erros grosseiros em medidas é requisito obrigatório para os estimadores de estado. Algoritmos eficientes para o processamento de erros grosseiros estão disponíveis na literatura e fazem parte dos algoritmos de estimação [6].

Além disso, aplicações no controle de sistemas em tempo real dependem de um modelo correto da rede elétrica. A topologia da rede é definida pelas informações sobre o *status* de chaves e disjuntores que, assim como as medidas analógicas, estão sujeitas a erros. Erros nestes dados levam a erros na topologia da rede, comprometendo os resultados obtidos com as aplicações baseadas nesta topologia, tais como estimação de estados, análise de contingências e fluxo de potência em tempo real. Diferentemente do processamento de erros grosseiros em medidas, há uma carência de métodos eficientes para a identificação de erros de topologia, que se apresenta ainda como um desafio na modelagem em tempo-real de sistemas elétricos de potência. É portanto necessário que novas pesquisas neste tópico sejam adicionadas aos esforços prévios apresentados na literatura [7], [8], [9], [10], [11].

Desenvolvimentos recentes relacionados à representação dos ramos de impedância nula [12], [13], [14] e à possibilidade do uso de multiplicadores de Lagrange na detecção de erros grosseiros e erros de topologia [15] renovaram o interesse de pesquisa nesta área. A modelagem dos ramos de impedância nula permite que regiões selecionadas da rede sejam modeladas no nível de subestação, o que implica na representação explícita de chaves e disjuntores (ramos chaveáveis). Os ramos chaveáveis podem ser adequadamente modelados tratando os fluxos através dos mesmos como novas variáveis de estado e representando os *status* correspondentes por restrições de igualdade ou pseudomedidas. A representação detalhada de partes suspeitas da rede na forma proposta facilita a identificação de erros de topologia. Com isto, novos algoritmos de estimação de estados e de identificação de erros de topologia [16], [17] têm sido propostos recentemente.

Esta nova abordagem se reflete também nas análises de observabilidade de sistemas e

criticidade de medidas. Os algoritmos topológicos existentes para estas análises são baseados na noção de árvore geradora observável [1], [3] e utilizam a definição convencional de variáveis de estado, a qual se restringe às tensões complexas na barras. Portanto, estes algoritmos não podem ser aplicados à análise de observabilidade topológica quando novas variáveis de estado, tais como fluxos de potência em ramos chaveáveis, são incluídas. Alguns destes tópicos foram abordados em [12], [13] e [14], utilizando simultaneamente as técnicas de observabilidade topológica e numérica, e empregados em [16]. Entretanto, os métodos puramente topológicos [1], [2], [3], [4] apresentam características distintas da abordagem numérica, tais como a análise simultânea da observabilidade do sistema e da criticidade de medidas e/ou conjunto de medidas, que fornecem subsídios importantes para rotinas de identificação de erros grosseiros e erros de topologia. Estas características tornam desejável a extensão dos algoritmos puramente topológicos de forma a permitir sua aplicação a sistemas modelados no nível de seção de barra.

A primeira contribuição deste trabalho vem exatamente neste sentido. Uma generalização de conceitos, técnicas e algoritmos utilizados pelas análises de observabilidade e criticidade de medidas na abordagem topológica convencional é proposta. O objetivo principal é tornar estas ferramentas de análise capazes de processar ramos de impedância nula juntamente com ramos convencionais.

Um outro problema abordado neste trabalho, tão importante no desempenho de estimadores de estado generalizados quanto a análise de observabilidade, diz respeito à identificação de erros de topologia. Uma abordagem recente [17], propõe a identificação de erros de topologia via multiplicadores de Lagrange normalizados. O método permite a aplicação a sistemas modelados no nível de subestação, porém é enumerativo, já que necessita testar as diferentes combinações para os *status* dos disjuntores suspeitos.

Neste sentido, este trabalho propõe a associação de testes de hipóteses baseados no Teorema de Bayes à identificação de erros de topologia via multiplicadores de Lagrange nor-

malizados, com o objetivo de eliminar a necessidade de re-estimação de estados requerida em [17]. No método proposto, o estimador de estados determina, através dos multiplicadores de Lagrange normalizados, os disjuntores com *status* suspeitos. Os testes de hipóteses fornecem como resultado a probabilidade condicional para as combinações de *status* destes disjuntores, possibilitando a identificação da correta configuração da rede.

1.2 Revisão Bibliográfica

Nesta seção é apresentada uma breve revisão bibliográfica das contribuições mais relevantes para os dois tópicos abordados neste trabalho, quais sejam a análise de observabilidade topológica e a identificação de erros de topologia em sistemas elétricos de potência.

1.2.1 Observabilidade Topológica

A questão da observabilidade topológica de sistemas elétricos de potência foi inicialmente investigada por Clements e Wollenberg [18], que propõem um algoritmo baseado na topologia da rede e nas Leis de Kirchhoff. Os autores introduziram também o conceito de ilhas observáveis. O algoritmo proposto consiste de um procedimento heurístico que considera inicialmente apenas as medidas de fluxo e só então processa medidas de injeção, uma de cada vez. Apesar de conservativo [1], o método proposto em [18] lançou as bases para o estudo da observabilidade topológica.

Em 1980, Krumpholz, Clements e Davis [1] propuseram um algoritmo baseado na teoria de grafos o qual coloca como condição necessária e suficiente para a observabilidade topológica a existência de pelo menos uma árvore geradora observável no grafo da rede. Além disso, os conceitos de observabilidade algébrica, numérica e topológica são introduzidos pelos autores.

Quintana, Simões Costa e Mandel [3], [19] propuseram um algoritmo também baseado na teoria de grafos e utilizando o teorema estabelecido em [1]. O problema da busca de uma

árvore geradora observável é formulado como um problema combinatório de interseção de matróides. Caso o sistema seja não-observável, o método fornece uma floresta observável máxima.

Em [20], Krumpholz, Clements e Davis definem os conceitos de medidas e conjuntos críticos. A não-detectabilidade de erros grosseiros em medidas críticas é verificada e o método de observabilidade topológica proposto em [1] é estendido, a fim de possibilitar a determinação de tais medidas.

Simões Costa [21] propõe um método puramente topológico para a análise de criticidade de medidas. Sua característica enumerativa, devido a sucessivas recorrências ao algoritmo de observabilidade, limita seu uso para aplicações em tempo-real. No entanto, este método abriu caminho para um algoritmo não-enumerativo de identificação de medidas críticas baseado na interseção de matróides, apresentado por Simões Costa e Piazza [4]. A determinação de conjuntos críticos deste último método, embora ainda parcialmente enumerativa, foi consideravelmente melhorada pelo uso da técnica não enumerativa de determinação de medidas críticas.

Recentemente, Monticelli e Garcia [12], [13] propuseram uma modelagem exata dos ramos de impedância nula (chaves e disjuntores) representando os *status* de tais ramos como restrições de igualdade ou pseudomedidas, como é feito para representar as barras de injeção nula, e incluindo os fluxos através destes ramos como novas variáveis de estado.

Posteriormente em [14], Monticelli analisa o impacto da modelagem dos ramos de impedância nula na estimação de estados. O conceito de variáveis de estado é generalizado e uma extensão da análise de observabilidade numérica é proposta, de forma a torná-la capaz de processar ramos de impedância nula. O autor sugere que a modelagem detalhada seja realizada apenas para partes de interesse do sistema, evitando assim um aumento expressivo da dimensão do problema de estimação.

Utilizando a modelagem de ramos chaveáveis apresentada em [12], [13], [14] uma

generalização do problema de estimação de estados foi proposta por Alsaç e outros [16]. Neste método apenas partes suspeitas da rede são modeladas de forma detalhada, isto é, no nível de seção de barra, conforme proposto em [14]. O algoritmo apresentado trata a questão da observabilidade em dois estágios, sendo utilizados simultaneamente os métodos de observabilidade topológica e numérica.

1.2.2 Identificação de erros de topologia

O primeiro trabalho desenvolvido na identificação de erros de topologia foi apresentado por Lugtu e outros [7]. O método proposto é heurístico e baseia-se na mudança dos *status* dos disjuntores associados a ramos (linhas de transmissão, transformadores ou elementos transversais das linhas) conectados à barra cuja medida de injeção tenha sido considerada errônea pelo estimador.

Bonanomi e Gramberg [22] propuseram um método baseado na teoria de grafos e na redundância das medidas para validação dos dados. Este método realiza testes de consistência onde os resultados obtidos no cálculo dos estados pela busca em grafo são confirmados pelas leis de Kirchhoff.

Em [10] Clements e Davis realizam uma interpretação geométrica do vetor de resíduos das medidas através da qual propõem um método de detecção e identificação de erros grosseiros múltiplos. Os autores demonstram que a identificação de erros grosseiros pode ser realizada através de testes de colinearidade entre o vetor de resíduos das medidas e as colunas da matriz de sensibilidade dos resíduos. Além disso, a condição de detectabilidade e identificabilidade de erros grosseiros é determinada através da verificação da dependência linear entre colunas da matriz de sensibilidade. Utilizando estas mesmas idéias, Clements e Davis [23] propõe a detecção e identificação de erros de topologia simples e múltiplos através da interpretação geométrica dos resíduos das medidas causados por tais erros.

Wu e Liu [9] apresentam um estudo dos erros de topologia e as condições para sua detectabilidade. Tendo por base os conceitos de observabilidade citados por Monticelli e Wu

[5], os autores enunciam teoremas sobre a detecção e identificação de erros de topologia e propõem a detecção dos mesmo através da análise da sensibilidade dos resíduos normalizados.

Simões Costa e Leão [11] propõem um algoritmo que determina um índice de correlação entre as medidas consideradas portadoras de erros grosseiros pelo estimador (medidas sintomáticas), e o conjunto de medidas sensíveis a um determinado erro de topologia. Este índice de correlação varia entre 0 e 1, sendo que quanto mais próximo de 1 estiver seu valor, mais forte é a correlação entre os sintomas da anomalia e a má configuração do elemento em questão.

Abur e outros [24] utilizam estimadores baseados no Mínimo Valor Absoluto (LAV) para detectar erros grosseiros e identificar erros de topologia. A estimação de estados é feita em dois estágios, conforme sugerido por Monticelli [14]. No primeiro estágio, o estimador convencional LAV é aplicado ao modelo barra/ramo da rede e as subestações suspeitas de conterem disjuntores com *status* errôneos são selecionadas. No segundo estágio as subestações suspeitas são modeladas no nível de seção de barra, onde os disjuntores são representados como ramos chaveáveis, enquanto que o restante da rede permanece modelada no nível barra/ramo. O estimador é aplicado novamente à rede estendida e os resíduos normalizados são utilizados para identificar erros grosseiros em medidas enquanto que os *status* corretos são identificados através da normalização dos fluxos através dos disjuntores.

Outro tipo de abordagem para o problema de identificação de erros de topologia faz uso de técnicas baseadas no conhecimento [25], [26].

Em [27] e [28] os autores utilizam os conceitos da teoria de conjuntos fuzzy para modelar medidas e informações sobre a topologia da rede. Os *status* dos disjuntores suspeitos de conterem erros são incluídos no estimador como novas variáveis de estado. Assim, a identificação dos erros de topologia é realizada pela própria estimação dos estados. A natureza binária dos *status* dos disjuntores suspeitos é modelada por restrições de igualdade.

Em [29] e [30] os autores utilizam inovações normalizadas, disponíveis no estágio

de pré-filtragem de estimadores dinâmicos, como variáveis de entrada para redes neurais artificiais, com o objetivo de identificar erros topológicos e erros grosseiros em medidas.

Em [15], Gjelsvik mostra a relação entre os resíduos normalizados associados às restrições de um determinado sistema e os multiplicadores de Lagrange destas restrições. O autor mostra também como estes multiplicadores podem ser eficientemente calculados para alguns métodos de estimação, tais como o método da equação normal e o método da matriz aumentada de Hachtel. Finalmente, o autor interpreta os multiplicadores de Lagrange das restrições como sendo a sensibilidade da função objetivo a variações nas restrições, indicando a possibilidade de seu uso na detecção de erros grosseiros e erros de topologia.

O uso de multiplicadores de Lagrange normalizados na detecção e identificação de erros topológicos foi implementado por Clements e Simões Costa [17]. A metodologia proposta modela os disjuntores como ramos chaveáveis conforme proposto em [12], [14]. As informações provenientes da representação dos disjuntores são incluídas no problema de estimação de estados como restrições de igualdade. Os multiplicadores de Lagrange associados a estas restrições são normalizados e utilizados como ferramenta para a identificação de erros de topologia, de forma similar ao uso dos resíduos normalizados no processamento de erros grosseiros em medidas.

Na referência [16], já citada na revisão bibliográfica de observabilidade, o modelo generalizado proposto formula e analisa os dados analógicos, os valores das impedâncias e os *status* dos disjuntores como um único conjunto de informações. As informações provenientes da representação dos disjuntores no modelo da rede são incluídas como pseudomedidas. Assim, *status* incorretos são identificados como erro grosseiro na respectiva pseudomedida. O método explora o fato de que, normalmente, os erros grosseiros se manifestam apenas localmente, definindo zonas de anomalia para o processamento destes erros.

Mais recentemente em [31], Monticelli propõe a extensão dos testes estatísticos sobre $J(\hat{x})$, para abranger sistemas modelados no nível de seção de barra. No método proposto,

restrições de igualdade não são incluídas no problema de otimização da estimação de estados nem como restrições nem como pseudomedidas, evitando assim os problemas de convergência que podem surgir pela presença de erros nessas informações quando modelos não-lineares são utilizados. Em vez disso o método é aplicado para a validação de hipóteses referentes às restrições que representam ramos chaveáveis, ou seja, referentes aos dados da topologia da rede, sem que estas sejam explicitamente adicionadas ao problema de estimação de estados.

Angela Agudelo, Simões Costa e Clements [32], [33], [34] apresentam um método para identificação de transações bilaterais não-reveladas utilizando a estimação de estados e testes de hipóteses baseados no teorema de Bayes. Técnicas computacionais são propostas para tornar o método viável para aplicações em tempo real.

Em [35] e [36] Fabio Vieira e Simões Costa propõem a aplicação de técnicas ortogonais a base estatística para a identificação de erros de topologia proposta em [37]. O método utiliza a mesma concepção teórica da metodologia proposta em [37], onde testes de hipóteses baseados em estatística bayesiana são utilizados. A formulação ortogonal proposta, cujas características diferem consideravelmente da implementação baseada no método do Tableau utilizado em [37], também considera o uso de informações *a priori* sobre os estados do sistema.

Em [38], Luciano Colzani propõe a utilização dos índices de correlação introduzidos em [11] para definir a zona de anomalia, identificando as subestações suspeitas de conter erros de modelagem. A sub-rede relevante formada pelas subestações suspeitas é então definida com o auxílio do algoritmo de Flament de busca em grafos, que assegura, entre outras propriedades, a ausência de ramos radiais com disjuntores fechados.

1.3 Contribuições do Trabalho

A revisão bibliográfica apresentada mostra a nova tendência de generalização da estimação de estados, onde chaves e disjuntores são explicitamente modelados através da inclusão dos fluxos através destes dispositivos como novas variáveis de estado. Esta nova

abordagem facilita a identificação de erros de topologia que, carente de algoritmos eficientes apesar dos esforços apresentados na literatura, tornou-se alvo de novas metodologias.

Além disso, a estimação de estados generalizada requer que os algoritmos de análise de observabilidade sejam também estendidos, de forma a serem capazes de processar as novas variáveis de estado e as novas informações provenientes da representação dos ramos chaveáveis no modelo da rede. Trabalhos recentes [14], [16], citados na revisão bibliográfica, propuseram a extensão de algoritmos para análise de observabilidade sob o ponto de vista numérico.

Este trabalho aborda estes dois importantes tópicos da estimação de estados generalizada: análise de observabilidade e identificação de erros de topologia. Na seqüência são apresentadas as principais características dos métodos desenvolvidos para cada tópico.

1.3.1 Observabilidade Topológica Generalizada

Um algoritmo de análise de observabilidade generalizada é proposto neste trabalho. A metodologia proposta visa preencher a lacuna na solução do problema de observabilidade de sistemas modelados no nível de subestação, na qual apenas técnicas topológicas sejam utilizadas. As características peculiares desta abordagem, como a análise simultânea da observabilidade do sistema e da criticidade de medidas/restrições, são exploradas neste trabalho.

Os algoritmos de análise de observabilidade baseados em técnicas puramente topológicas tratam do problema pela busca de uma árvore geradora observável no grafo de medição, obtido através de um paralelo traçado entre o diagrama unifilar do sistema e o grafo de rede. Desta forma, há uma equivalência entre os vértices do grafo de medição e as barras do sistema. Esta abordagem está limitada à definição tradicional de variáveis de estado, ou seja, às tensões complexas nas barras. Em termos mais gerais, os vértices do grafo de medição poderiam ser interpretados como correspondentes a todas as variáveis de estado a serem estimadas, sejam estas tensões complexas nas barras ou fluxos em ramos chaveáveis. Esta generalização da identificação dos vértices do grafo de medição é proposta neste trabalho como a base do algoritmo generalizado para a análise da observabilidade topológica.

Neste sentido, técnicas topológicas para tratar as restrições estruturais, restrições operacionais e medidas envolvendo ramos chaveáveis são propostas e, juntamente com o tratamento dado às novas variáveis de estado, levam à definição de um grafo de medição generalizado. Algoritmos topológicos existentes são então estendidos de forma a permitir a realização da análise de observabilidade e criticidade sobre o grafo de medição generalizado, onde os mesmos princípios da análise convencional são utilizados. Pretende-se com isto disponibilizar uma ferramenta que possibilite a análise da observabilidade e criticidade de medidas em sistemas modelados no nível de seção de barra, sob um ponto de vista puramente topológico.

1.3.2 Teste de Hipóteses na Identificação de erros de topologia via Multiplicadores de Lagrange Normalizados

Nos últimos vinte anos foram desenvolvidos métodos eficientes para estimação de estados em sistemas de potência e para o processamento de erros grosseiros em medidas. Também estão disponíveis algoritmos eficazes para configuração da rede elétrica a partir de informações sobre a posição dos disjuntores presentes no sistema. Entretanto, conforme discutido anteriormente, há ainda uma escassez de métodos eficientes para o processamento de erros de topologia e de erros em parâmetros da rede. Estudos recentes [15], [16], [17], [31], citados na revisão bibliográfica, abordaram este problema.

Este trabalho propõe um novo algoritmo de identificação de erros de topologia baseado na aplicação de testes de hipóteses em conexão com o método baseado em multiplicadores de Lagrange normalizados apresentado em [17]. Nesta proposta, as restrições referentes à representação de disjuntores são incluídas no problema de otimização da estimação de estado como restrições de igualdade, como proposto em [17]. O teste do multiplicador de Lagrange normalizado [17] é utilizado em conjunto com o teste do cosseno (resultante da interpretação geométrica dada aos multiplicadores de Lagrange) para identificar os disjuntores cujos *status* podem estar erroneamente configurados, chamados de disjuntores suspeitos. Os testes de hipóteses são baseados no teorema de Bayes, através do qual hipóteses alterna-

tivas a uma hipótese básica relativa às posições pressupostas para os disjuntores suspeitos são testadas. As probabilidades *a posteriori* de todas as possíveis combinações de posições dos disjuntores suspeitos são determinadas pelo método proposto. A combinação de *status* que representa a configuração correta da topologia da rede é então identificada pela hipótese alternativa associada ao maior valor de probabilidade condicional.

1.4 Estrutura da Tese

O Capítulo 2 faz uma revisão da análise de observabilidade topológica clássica. Conceitos básicos porém importantes para o entendimento desta ferramenta são apresentados. Também são apresentadas as definições de grafo de medição e sua utilização na investigação da observabilidade de sistemas de potência. Finalmente, os conceitos de medidas e conjuntos críticos são revisados e a importância destes conceitos no processamento de erros é discutida.

No Capítulo 3 a modelagem de ramos de impedância nula [12] é descrita e algumas características da estimação de estados generalizada são discutidas. A formulação da estimação de estados generalizada como um problema de otimização restrita e o método de identificação de erros de topologia via multiplicadores de Lagrange normalizados, proposto em [17], são também descritos neste capítulo.

O Capítulo 4 apresenta a contribuição deste trabalho na análise de observabilidade/criticidade topológica generalizada. O grafo de medição da análise topológica convencional é redefinido de forma que os fluxos através dos disjuntores são incluídos como novas variáveis de estado. A associação de restrições estruturais, restrições operacionais e medidas envolvendo ramos chaveáveis às arestas deste novo grafo é detalhadamente descrita. Finalmente, as alterações necessárias em programas existentes de análise topológica de observabilidade/criticidade convencional para realizarem a análise generalizada são discutidas.

O Capítulo 5 descreve a formulação da estimação de estados restrita e a modelagem das informações *a priori* no problema de estimação. Uma interpretação geométrica é desen-

volvida para os multiplicadores de Lagrange e a formulação matemática dos testes de hipóteses é apresentada. Adicionalmente, é feita uma descrição detalhada das técnicas computacionais utilizadas na implementação do problema. Finalmente um algoritmo para detecção e identificação de erros de topologia é proposto.

Os resultados obtidos com a aplicação dos algoritmos propostos para a análise de observabilidade/criticidade generalizadas e para a identificação de erros de topologia são apresentados no Capítulo 6.

Finalmente, o Capítulo 7 apresenta as conclusões gerais e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Observabilidade Topológica Convencional

2.1 Introdução

O estimador de estados em sistemas de potência processa um conjunto de medidas redundantes e fornece estimativas para os estados convencionais, quais sejam, os módulos e ângulos das tensões nas barras do sistema. A análise de observabilidade consiste essencialmente em verificar se as medidas contidas no plano de medição adotado contêm informações suficientes para a estimação dos estados do sistema [1], [20].

Outra rotina importante que precede a estimação de estados é a análise de criticidade das medidas pertencentes ao plano de medição empregado. Esta análise determina as medidas e conjuntos críticos, e assim identifica os pontos fracos do plano de medição, fornecendo informações importantes para o processamento de erros envolvendo tais medidas. Nos casos mais críticos em que se verifica que o sistema é não observável, é possível, através de um procedimento de alocação de pseudomedidas apropriadas, recuperar a observabilidade do sistema como um todo. Caso a adição de pseudomedidas não seja desejável, a rotina de observabilidade pode fornecer subsídios que permitem a estimação dos estados de cada parte

(ilha) observável do sistema, separadamente [39], [40], [41].

Trabalhos anteriores, citados na revisão bibliográfica, produziram algoritmos eficientes para tratar os problemas de observabilidade de sistemas e criticidade de medidas, tanto do ponto de vista topológico [1], [2], [3], [4] quanto numérico [5]. Estes métodos são entretanto restritos à representação do sistema no nível barra/ramo.

Neste capítulo será apresentada uma revisão da teoria de observabilidade clássica e sua extensão para permitir a determinação de medidas e conjuntos críticos, com ênfase na abordagem topológica. Esta breve discussão servirá de base para o entendimento do método topológico para a análise de observabilidade e criticidade generalizadas, desenvolvido neste trabalho e apresentado no Capítulo 4 deste documento.

2.2 Análise Clássica de Observabilidade de Sistemas

Conceitos e teoremas importantes relacionados à observabilidade de sistemas foram citados em diferentes referências, entre estas [42], [19], [43], os quais são apresentados nas próximas seções.

2.2.1 Sistema Observável - Definição

“Um sistema de potência é observável com respeito a um conjunto de medidas M , se as variáveis de estado do sistema (módulo e ângulo das tensões em todas as barras) puderem ser determinadas por um estimador de estados, através do processamento das medidas pertencentes a M . Caso não seja possível estimar os estados, o sistema é considerado não-observável” [3].

O problema de observabilidade consiste, portanto, em determinar se as medidas que compõem um dado plano de medição contêm informações suficientes para permitir a estimação dos estados do sistema. Isto mostra a importância da análise de observabilidade na execução da estimação de estados. Nos casos mais críticos onde se verifique que o plano de medição não contém redundância suficiente para estimar os estados, pode-se proceder a estimação dos estados para cada “ilha” apontada como observável. Alternativamente, pode-se utilizar procedimentos como a alocação de pseudomedidas para recuperar a observabilidade do sistema [40], [41].

2.2.2 Modelo de medição

Considere um sistema de potência com N barras, no qual N_m quantidades são medidas e a topologia da rede e os parâmetros do sistema são conhecidos. O vetor de estados deste sistema é formado por $N - 1$ variáveis correspondentes aos ângulos nas barras do sistema (o ângulo da barra de referência é conhecido) e N variáveis correspondentes aos módulos das tensões em cada barra. Assim, a dimensão do vetor de estados do sistema é dada por $n = 2N - 1$.

O conjunto de medidas da rede, as variáveis de estado do sistema e os erros de medição podem ser relacionados através do seguinte modelo de medição [3]:

$$z_m = h_m(x) + \varepsilon_m \quad (2.1)$$

onde:

z_m : vetor $N_m \times 1$ das quantidades medidas;

x : vetor $n \times 1$ de variáveis de estado;

$h_m(x)$: vetor $N_m \times 1$ de funções não-lineares que relaciona as quantidades medidas às variáveis de estado x ;

ε_m : vetor $N_m \times 1$ dos erros aleatórios de medição;

O vetor de erros ε_m representa as imprecisões de medidores, erros nos transfor-

madores dos instrumentos de medição, efeitos de conversão analógica digital, etc. Supondo que este vetor possui média zero e que os erros de medição são não correlacionados, a matriz de covariância correspondente é diagonal e seus elementos são definidos pelas variâncias dos erros de medição, calculados com base na precisão dos medidores.

Assim:

$$E\{\varepsilon_m\} = 0; \quad E\{\varepsilon_m \varepsilon_m^T\} = R_m \quad (2.2)$$

onde:

$E\{.\}$: operador expectância;

R_m : matriz de covariância $N_m \times N_m$ dos erros de medição, suposta diagonal.

2.2.3 Estimação de Estados pelo Método dos Mínimos Quadrados

O problema consiste em determinar estimativas para o vetor de estados que melhor se ajustem ao modelo de medição. Neste método, considerado o método clássico da estimação de estados, o vetor de estados estimados \hat{x} é determinado de forma a minimizar a soma ponderada dos quadrados dos resíduos. Considerando o modelo de medição apresentado no Apêndice 2.2.2, os resíduos de estimação são definidos como:

$$r = z_m - h_m(\hat{x}) \quad (2.3)$$

onde z_m é o vetor de quantidades medidas que compõem o plano de medição e $h(.)$ é o vetor de funções não-lineares das medidas, conforme definidos na seção anterior.

Assim, utilizando-se o Método dos Mínimos Quadrados Ponderados, uma estimativa para os valores dos estados é obtida minimizando-se a função-objetivo representada pela equação:

$$J(\hat{x}) = [z_m - h_m(\hat{x})]^T R_m^{-1} [z_m - h_m(\hat{x})] \quad (2.4)$$

onde R_m é a matriz de covariância dos erros de medição, de dimensão $(N_m \times N_m)$.

O problema de minimização da função não-linear acima pode ser resolvido iterativamente, como uma seqüência de problemas lineares. A função custo a ser minimizada para o problema linearizado toma a forma [44], [45]:

$$J(\Delta\hat{x}) = [\Delta z - H(\hat{x}_k)\Delta\hat{x}_k]^T R_m^{-1} [\Delta z - H(\hat{x}_k)\Delta\hat{x}_k] \quad (2.5)$$

onde Δz é o vetor incremental de medidas e $H(\hat{x}_k)$ é a matriz Jacobiana das funções das medidas, dados por:

$$\Delta z = z - h(\hat{x}_k) \quad (2.6)$$

e

$$H(\hat{x}_k) = \frac{\partial h(\hat{x}_k)}{\partial \hat{x}_k} \quad (2.7)$$

A condição necessária de otimalidade leva à Equação Normal de Gauss (por conveniência, o argumento de H foi suprimido) [44]:

$$G\Delta\hat{x}_k = H^T R_m^{-1} \Delta z \quad (2.8)$$

onde G é uma matriz quadrada $n \times n$ definida por:

$$G \triangleq H^T R^{-1} H \quad (2.9)$$

A matriz G , denominada matriz de informação ou matriz ganho, é simétrica e será definida positiva se, e somente se, o número e a distribuição das medidas do plano de medição sejam tais que assegurem a observabilidade da rede elétrica. Se estas condições forem satisfeitas, a equação (2.8) apresentará uma solução única [19].

2.2.4 Observabilidade Algébrica e Observabilidade Numérica

De acordo com a seção anterior, uma condição necessária para viabilizar a solução do problema de estimação de estados é que a matriz G seja não-singular. Como a matriz R é

suposta diagonal e não-singular, a matriz Jacobiana do modelo de medição, H , deve ter posto completo.

Verifica-se, portanto, a existência de uma relação entre a definição de observabilidade, apresentada na seção 2.2.1, e o posto da matriz H . Assim, um sistema é definido como sendo *algebricamente observável* com respeito a um conjunto de medidas \mathcal{M} se, e somente se, a matriz H possui posto igual a n , onde n é a dimensão do vetor de estados x [1].

Com o intuito de que possíveis problemas numéricos advindos de mau condicionamento ou do ponto de operação adotado fossem considerados, introduziu-se a definição de *observabilidade numérica* [1]:

“Um sistema de potência é numericamente observável com respeito a \mathcal{M} , se as estimativas para os estados puderem ser obtidas através da solução iterativa a partir da partida plana, ou seja, atribuindo-se valores iniciais iguais a 1,0 pu para os módulos e 0,0 radianos para os ângulos das tensões nas barras.”

Métodos propostos em [46] verificam a observabilidade numérica de sistemas através da fatoração triangular, durante o processo de solução da equação normal. Outra possibilidade seria o cálculo do posto da matriz Jacobiana para determinar a observabilidade algébrica. Esta segunda alternativa é descartada porque o tempo de cálculo exigido não seria compatível com aplicações em tempo real e também porque esta abordagem não forneceria diretamente informações sobre os pontos fracos do plano de medição, nem com relação às ilhas observáveis do sistema.

Neste trabalho, a atenção é dedicada a métodos topológicos, que investigam a observabilidade de sistemas a partir de informações sobre a topologia da rede e sobre a natureza e localização das medidas disponíveis no sistema, evitando assim o uso de operações em ponto flutuante. A metodologia e as principais características deste método são descritas nas próximas seções.

2.3 Observabilidade Topológica

Nesta seção, pressupõe-se familiaridade com conceitos básicos de teoria dos grafos, tais como os relativos à árvore geradora e floresta associadas a grafos não-orientados [47].

2.3.1 Resultados Teóricos Importantes

Os fundamentos da análise de observabilidade topológica foram introduzidos inicialmente em [1]. Os autores estabelecem uma relação precisa entre a localização das medidas no sistema e o *grafo da rede*. Este último pode ser definido por um grafo cujos vértices correspondem às barras do sistema e cujas arestas correspondem às linhas de transmissão, como representado no diagrama unifilar do sistema de potência [3]. Medidas de fluxos nas linhas e medidas de injeção de potência são processadas através da associação destas às arestas do grafo da rede. Uma medida de fluxo pode ser associada à aresta do grafo da rede correspondente à linha de transmissão onde o fluxo é medido, já uma medida de injeção de potência pode ser associada a qualquer aresta do grafo correspondente a uma das linhas adjacentes à barra onde a injeção é medida [4].

Ainda de acordo com o estabelecido em [1], as condições de observabilidade de um sistema estão associadas ao conceito de *Árvore Geradora Observável*. Seja um conjunto de medidas \mathcal{M} empregado a um sistema de potência. Uma árvore geradora do grafo da rede é uma *árvore geradora observável* (AGO) se e somente se for possível associar uma medida de \mathcal{M} para cada ramo da árvore, de forma que dois ramos não estejam associados à mesma medida.

Uma extensão do conceito de AGO leva ao conceito de *floresta observável*. Se for possível associar as medidas do plano de medição a cada uma das arestas de uma floresta F do grafo da rede, de modo que não existam duas arestas em F associadas à mesma medida, então F é uma floresta observável [39], [40].

2.3.2 Observabilidade Topológica e Observabilidade Algébrica

A partir das definições apresentadas na seção anterior, pode-se definir a observabilidade topológica de um determinado sistema [1]:

Um sistema de potência é dito ser *topologicamente observável* com respeito a um conjunto de medidas \mathcal{M} se, e somente se, existir uma AGO no grafo da rede do sistema com respeito a \mathcal{M} .

Os seguintes teoremas, enunciados por Krumpholz, Clements e Davis em [1], mostram a conexão entre observabilidade topológica e observabilidade algébrica:

Teorema 1: Se um sistema de potência é algebricamente observável com respeito a um conjunto de medidas \mathcal{M} , então existe uma árvore geradora no grafo da rede que é observável e cujas arestas pertencem a \mathcal{M} .

Teorema 2: Seja um sistema de potência topologicamente observável com respeito a \mathcal{M} . Se os vetores correspondentes às impedâncias série das linhas de transmissão do sistema não tiverem seus extremos sobre uma determinada superfície de dimensão $n - 1$, então o sistema é algebricamente observável com respeito a \mathcal{M} .

Os teoremas 1 e 2 mostram que, exceto para combinações muito particulares dos valores dos parâmetros da rede, os conceitos de observabilidade topológica e algébrica são praticamente equivalentes. Como consequência, a possibilidade de solução do problema de estimação de estados pode ser investigada em termos puramente topológicos, através da busca de uma AGO no grafo da rede.

2.3.3 Observabilidades $P - \delta$ e $Q - V$

Os conceitos de observabilidade $P - \delta$ e $Q - V$ são baseados no conhecido princípio de desacoplamento entre variáveis “ativas” e “reativas” que se verifica em sistemas de potência de alta tensão. Eles estabelecem essencialmente que, se as mesmas condições que asseguram o fluxo de potência e o estimador desacoplados [48] forem consideradas, o problema

de observabilidade pode ser dividido em dois subproblemas separados [1], conforme descrito a seguir.

Considere que o conjunto de medidas \mathcal{M} seja dividido em dois subconjuntos: o subconjunto formado pelas medidas de fluxo de potência ativa e de injeção de potência ativa, $\mathcal{M}_{\mathcal{P}}$, e o subconjunto formado por medidas de fluxo de potência reativa, de injeção de potência reativa e de magnitude de tensão, $\mathcal{M}_{\mathcal{Q}}$. Um sistema de potência composto por N barras é dito ser $P - \delta$ algebricamente observável com respeito a $\mathcal{M}_{\mathcal{P}}$ se e somente se o posto da sub-matriz Jacobiana que relaciona as medidas ativas com os ângulos das tensões das barras do sistema for igual a $N - 1$. Por outro lado, o mesmo sistema é dito ser algebricamente observável com respeito a $\mathcal{M}_{\mathcal{Q}}$ se, e somente se, o posto da sub-matriz Jacobiana que relaciona as medidas reativas com os módulos das tensões das barras for igual a N .

É possível enunciar conceitos topológicos correspondentes aos dois conceitos de observabilidade algébrica apresentados acima. Um sistema composto por N barras é dito ser $P - \delta$ topologicamente observável com respeito a $\mathcal{M}_{\mathcal{P}}$ se e somente se for possível encontrar uma árvore geradora observável no grafo da rede de forma que suas $N - 1$ arestas estejam associadas às medidas pertencentes a $\mathcal{M}_{\mathcal{P}}$ [1], [3].

Para estabelecer a definição de observabilidade topológica $Q - V$, faz-se necessário estender a noção de grafo da rede, de forma que medidas de magnitude de tensão possam ser consideradas. Van Cutsem e Gailly [49] demonstraram que, em se tratando da análise de observabilidade topológica, as medidas de tensão podem ser representadas por medidas de fluxo de potência reativa em uma linha fictícia, de susceptância unitária, conectando a barra onde a tensão é medida à terra. Torna-se necessário, portanto, adicionar um vértice extra ao grafo da rede para representar o nó terra da rede. Assim, para efeito da observabilidade $Q - V$, o grafo da rede *estendido* passa a conter $N + 1$ vértices (nós).

De posse da noção de nó terra, é possível estabelecer que um sistema de potência composto por N barras é $Q - V$ topologicamente observável se e somente se for possível

encontrar uma árvore geradora observável no grafo da rede estendido, de tal forma que suas N arestas estejam associadas a medidas pertencentes a \mathcal{M}_Q .

2.3.4 Grafo de Medição G_M

Pelo menos dois algoritmos para análise de observabilidade topológica estão disponíveis na literatura [1], [3] e [6]. A análise topológica generalizada proposta neste trabalho e apresentada no Capítulo 4, faz uso da abordagem descrita em [3], que se baseia na busca de uma árvore geradora observável no *grafo de medição*, definido a seguir.

O conjunto de vértices do grafo de medição G_M corresponde às barras do sistema de potência, enquanto que as arestas de G_M são formadas pelas medidas disponíveis no plano de medição adotado. Considerando a análise de observabilidade $P - \delta$, medidas de fluxo de potência ativa e medidas de injeção de potência ativa criam arestas em G_M de acordo com as regras que seguem [3], [4]:

- Se o fluxo de potência ativa na linha $i - j$ é medido, então os vértices i e j em G_M são conectados por uma aresta que será associada àquela medida de fluxo (aresta de fluxo);
- Se a injeção de potência ativa na barra i é medida, serão criadas arestas em G_M conectando o vértice i a cada um de seus vértices adjacentes, sendo que todas estas arestas estarão associadas à medida de injeção na barra i .

Para a análise de observabilidade $Q - V$, as arestas do grafo de medição correspondente referentes às medidas de fluxo de potência reativa e às medidas de injeção de potência reativa, são formadas de maneira similar. Já para as medidas de magnitude de tensão, as arestas são tratadas como um fluxo de potência reativa fictício, conforme descrito na seção 2.3.3.

Em termos do grafo de medição, a análise de observabilidade topológica é investigada através da busca de uma árvore geradora observável em G_M . O processo de busca deve ser acionado duas vezes: uma para a análise de observabilidade $P - \delta$, e outra para a análise

de observabilidade $Q - V$. No primeiro caso a árvore geradora observável tem $N - 1$ arestas, enquanto que no segundo esta é composta por N arestas, devido à adição do nó terra. No caso particular em que medidas ativas e reativas são feitas aos pares e uma única medida de tensão é considerada na barra de referência angular, a solução de um problema corresponde à solução do outro e portanto o processo de busca precisa ser ativado apenas uma vez.

2.3.5 Algoritmo para Determinação da Observabilidade Topológica

O algoritmo combinatório proposto em [3], determina a observabilidade topológica em termos do grafo de medição do sistema, conforme descrito anteriormente. Este algoritmo, assim como os algoritmos de análise de observabilidade topológica em geral, pode ser dividido em duas etapas:

1. Processamento de arestas de fluxo;
2. Processamento de arestas de injeção.

No método referenciado, o processamento das arestas de fluxos consiste basicamente na busca de uma floresta observável F em um subgrafo de G_M , formado apenas por arestas de fluxo. Se F for uma árvore geradora de G_M as medidas de injeção não precisam ser processadas e o sistema é dito topologicamente observável. Caso contrário, F servirá de ponto de partida para a segunda etapa.

Na segunda etapa o algoritmo tenta expandir F examinando cada uma das arestas de injeção. Esta etapa é bem mais complexa, uma vez que não se sabe *a priori* qual aresta, dentre aquelas associadas a uma determinada medida de injeção, deve ser escolhida de forma a propiciar a máxima expansão de F . Para tratar deste problema, um grafo auxiliar é gerado, de forma que medidas de injeção já processadas possam ser remanejadas até a obtenção da AGO ou, caso o sistema não seja observável, até a obtenção da máxima floresta observável.

Uma descrição mais detalhada do algoritmo pode ser obtida em [3].

2.4 Análise de Criticidade de Medidas

Considerando um sistema de potência observável com respeito a um plano de medição \mathcal{M} , uma medida é dita *crítica* quando a eliminação desta de \mathcal{M} torna o sistema não observável [20]. Do ponto de vista matemático, isto significa que a perda de uma medida crítica reduz o posto da matriz Jacobiana H de uma unidade [20], ou seja, esta medida contém a única informação sobre uma determinada variável de estado que, conseqüentemente, não pode ser estimada quando da eliminação da referida medida.

Define-se como *conjunto crítico* um subconjunto de medidas de \mathcal{M} , tal que a remoção de uma destas medidas do plano de medição, torna as medidas remanescentes críticas [20], [41].

É possível mostrar que o resíduo de estimação normalizado associado a uma medida crítica é nulo [20], o que reflete o fato de não existir nenhuma informação redundante com a medida em questão. Com relação aos conjuntos críticos, demonstra-se que os resíduos normalizados associados às medidas pertencentes a um determinado conjunto crítico terão o mesmo valor absoluto [50].

Uma conseqüência direta destas propriedades é que medidas críticas contaminadas por erros grosseiros não podem ser detectadas, enquanto que um erro grosseiro em qualquer medida pertencente a um conjunto crítico não pode ser corretamente identificado [21].

Assim, a presença de medidas e/ou conjuntos críticos em planos de medição submetidos a um estimador de estados pode comprometer seriamente o desempenho do mesmo no que diz respeito ao processamento de erros. É portanto essencial se dispor de ferramentas para determinação de medidas e conjuntos críticos.

Um algoritmo essencialmente topológico para a análise de criticidade de medidas é apresentado em [4]. Este algoritmo faz uso das mesmas ferramentas matemáticas utilizadas na investigação da observabilidade topológica, permitindo o processamento simultâneo das análises de observabilidade de sistemas e criticidade de medidas.

2.5 Conclusões

A questão da observabilidade topológica baseada na definição de grafo de medição e nas variáveis de estados convencionais (tensões complexas nas barras) é solucionada através da verificação da existência ou não de uma árvore geradora observável.

Algoritmos puramente topológicos, caracterizados pelo fato de não utilizarem cálculos em ponto flutuante, fornecem resultados que, em caso de não-observabilidade do sistema, podem tanto ser utilizados para a definição de ilhas observáveis quanto para alocação de pseudomedidas que propiciem a recuperação artificial da observabilidade do sistema.

O problema de determinação da criticidade de medidas, informação fundamental para o processamento de erros grosseiros, pode ser resolvido simultaneamente com a análise de observabilidade, o que constitui uma característica importante dos métodos puramente topológicos.

Finalmente, verifica-se claramente que os algoritmos de observabilidade topológica hoje disponíveis baseiam-se na modelagem barra/ramo da rede e, portanto, não podem ser aplicados a sistemas onde a representação explícita dos disjuntores é desejada. A extensão destes algoritmos, de forma a permitirem a análise de observabilidade e criticidade de medidas de sistemas modelados no nível de seção de barra, é proposta neste trabalho e está descrita no Capítulo 4.

Capítulo 3

Identificação de Erros de Topologia na Estimação de Estados Generalizada

3.1 Introdução

A maior parte da literatura e das implementações práticas em estimação de estados considera a modelagem barra-ramo da rede. Neste caso, os dados digitais, correspondentes aos *status* de chaves e disjuntores, são verificados pelo configurador da rede elétrica, que obtém a modelagem barra-ramo a partir do nível físico da rede. Portanto, a estimação de estados convencional pressupõe que os dados processados pelo configurador estão corretos, embora isto não seja sempre verdadeiro.

Identificar os erros de topologia que passaram despercebidos pela análise de configuração utilizando a modelagem barra-ramo da rede não é sempre eficiente [51]. A representação de ramos de impedância nula proposta em [12], [13] e [14] inspirou a estimação de estados generalizada, que possibilita a análise de erros de topologia no processo de estimação, conforme proposto em [16], [17] e [24]. Esta nova abordagem permite a modelagem de regiões

suspeitas da rede no nível de seção de barra, onde chaves e disjuntores são explicitamente representados, aumentando assim a confiabilidade da identificação de erros de topologia.

No caso particular do método apresentado em [17], a estimação de estados generalizada é tratada como um problema de minimização restrita. O cálculo dos multiplicadores de Lagrange normalizados associados às restrições operacionais, que representam os *status* dos disjuntores, possibilita a detecção e identificação de erros de topologia.

A estimação de estados generalizada e os multiplicadores de Lagrange normalizados, conforme proposto em [17], constituem as bases do método de identificação de erros de topologia desenvolvido neste trabalho de doutorado. Por conta disto, uma descrição detalhada da representação de ramos chaveáveis no modelo da rede e do uso de multiplicadores de Lagrange normalizados na identificação de erros de topologia são apresentadas neste capítulo.

3.2 Estimação de Estados Generalizada

A generalização da estimação de estados convencional permite sua aplicação a sistemas modelados no nível de seção de barra, onde chaves e disjuntores são explicitamente representados. Os fluxos através destes ramos chaveáveis são incluídos no problema de estimação como novas variáveis de estado. Apesar de implicar em um aumento no número de variáveis a serem estimadas, este nível de detalhamento permite a inclusão de novas informações provenientes desta representação, tais como medidas de fluxo em disjuntores, injeção de potência nula em seções de barra e diferença angular e de potencial nulas em disjuntores fechados.

A análise de observabilidade deve ser igualmente estendida, de forma a incluir as novas variáveis de estado, quais sejam as tensões complexas nas seções de barra e os fluxos através dos disjuntores. A análise de observabilidade estendida permite verificar se, juntamente com as variáveis de estado convencionais, os valores das novas variáveis de estado podem ser estimados a partir do conjunto de medidas disponíveis e das informações provenientes da

representação dos ramos chaveáveis.

A modelagem dos ramos chaveáveis na estimação de estados generalizada pode ser feita representando-os por ramos de impedância nula [12], [13] e [14]. As principais características desta modelagem estão descritas na próxima subseção.

3.2.1 Modelagem de Ramos de Impedância Nula

Diferentemente dos demais ramos da rede, a impedância de chaves e disjuntores é zero ou infinita. A utilização de impedâncias suficientemente pequenas para representar disjuntores fechados ou suficientemente grandes para representar disjuntores abertos, sem perda apreciável de precisão, tendem a produzir problemas numéricos, tornando este procedimento inviável.

A proposta de Monticelli e Garcia [12], [13] e [14], elimina o aparecimento da impedância dos ramos chaveáveis no modelo matemático da rede, contornando os problemas discutidos acima. Esta modelagem requer algumas alterações na formulação convencional da estimação de estados. Primeiramente, os fluxos de potência ativa e reativa através dos disjuntores devem ser incluídos como novas variáveis de estado. Assim, na modelagem de um disjuntor entre os nós i e j , os fluxos de potência ativa t_{ij} e reativa u_{ij} através deste são incluídos no vetor de estados. O vetor de estados x passa então a ser formado pelas magnitudes e ângulos das tensões nodais do sistema e pelos fluxos através dos disjuntores representados no modelo da rede.

As informações provenientes da condição dos *status* de disjuntores que serão representados no modelo devem também ser incluídas no problema de estimação de estados. Sabe-se que se um disjuntor estiver fechado, a diferença angular e a queda de tensão entre seus terminais serão nulas. Por outro lado, se o disjuntor estiver aberto, os fluxos de potência ativa e reativa através deste serão iguais a zero. Estas informações podem ser inseridas no modelo matemático do estimador tanto sob a forma de pseudo-medidas quanto como restrições de igualdade.

Além disso, a inclusão dos fluxos através dos disjuntores como novas variáveis de

estado implica que eventuais medidas de fluxo de potência em disjuntores serão expressas unicamente em termos das novas variáveis de estado, e não como funções das tensões complexas. Assim, se os fluxos de potência ativa e reativa através de um disjuntor cujos nós terminais são i e j são medidos, estas medidas serão expressas por:

$$z_{t_{ij}} = t_{ij} + \varepsilon_{t_{ij}} \quad (3.1)$$

$$z_{u_{ij}} = u_{ij} + \varepsilon_{u_{ij}} \quad (3.2)$$

onde:

$\varepsilon_{t_{ij}}$ e $\varepsilon_{u_{ij}}$: erros aleatórios das medidas de fluxo de potência ativa e reativa do disjuntor $i - j$, respectivamente;

As expressões relativas às medidas de injeção de potência ativa e reativa que envolvem ramos chaveáveis são também afetadas pela definição das novas variáveis de estado. Estas injeções podem ser expressas como a soma dos fluxos de potência nos ramos incidentes à barra onde a injeção é medida. Para os ramos convencionais, os fluxos são calculados da maneira usual, ou seja, em termos dos ângulos e magnitudes das tensões. Para os ramos de impedância nula, entretanto, os fluxos são expressos diretamente em função das novas variáveis de estado. Assim, se as injeções de potência ativa e reativa da barra i são medidas, as medidas de injeção ativa z_{p_i} e reativa z_{q_i} , podem ser expressas por:

$$z_{p_i} = \sum_{k \in \Omega_i} t_{ik}(\delta_i, \delta_k, V_i, V_k) + \sum_{l \in \Gamma_i} t_{il} + \varepsilon_{p_i} \quad (3.3)$$

$$z_{q_i} = \sum_{k \in \Omega_i} u_{ik}(\delta_i, \delta_k, V_i, V_k) + \sum_{l \in \Gamma_i} u_{il} + \varepsilon_{q_i} \quad (3.4)$$

onde:

t_{ik} , u_{ik} : fluxos de potência ativa e reativa através do disjuntor $i - k$, respectivamente;

ε_{p_i} , ε_{q_i} : erros aleatórios das medidas de potência ativa e reativa, respectivamente;

Ω_i , Γ_i : conjuntos de ramos convencionais e chaveáveis incidentes à barra i , res-

pectivamente.

3.2.2 Estimação de Estados em dois Estágios

A representação de todos os ramos chaveáveis por ramos de impedância nula em sistemas de potência de grande porte não é apenas proibitiva do ponto de vista computacional mas também desnecessária, já que a maior parte das informações sobre *status* de disjuntores em geral está correta [24].

Em vez disso, a estimação de estados pode ser realizada em dois estágios, conforme sugerido por Monticelli [14], e aplicado por Abur e outros [24]. No primeiro estágio a rede é modelada no nível barra-ramo e os resultados obtidos são utilizados para definir a *zona de anomalia*, que corresponde à região de impacto dos erros presentes no sistema, devendo incluir as barras suspeitas cujas correspondentes subestações possam conter erros de configuração. No segundo estágio, as barras suspeitas do sistema reduzido, gerado a partir da zona de anomalia, são modeladas no nível de seção de barra. A porção da rede representada neste nível de detalhes será referida como *sub-rede relevante*. Desta forma, a identificação de erros de topologia é conduzida em um sistema reduzido onde poucas subestações são detalhadas no nível físico da rede.

A zona de anomalia pode ser obtida, por exemplo, utilizando-se os índices de correlação definidos em [11], conforme proposto em [38] (ver subseção 1.2.2), ou através de procedimentos heurísticos. Outros métodos para definir a zona de anomalia foram propostos em [24] e [16]. A sub-rede relevante deve gozar de certas propriedades [38], sendo a principal destas a ausência de disjuntores fechados em seções radiais, pois configurações como esta provocam a não-detectabilidade de erros nos *status* de tais disjuntores [17]. O método apresentado em [38] assegura que a sub-rede relevante, obtida a partir da zona de anomalia, apresente tais propriedades.

Cabe ressaltar que a representação explícita de disjuntores abertos na modelagem da sub-rede relevante pode resultar em ilhamento de algumas barras ou de partes da rede

reduzida. Estes ilhamentos podem ser consequência de erros nos *status* de determinados disjuntores, que estão fechados mas são erroneamente considerados como abertos. É portanto essencial que a estimação de estados generalizada seja capaz de lidar com estas situações, permitindo a representação de disjuntores abertos e o tratamento de sub-redes relevantes detalhadas formadas por mais de uma ilha. Desta forma, possíveis erros nos *status* de tais disjuntores se refletirão nas restrições operacionais correspondentes, possibilitando assim a identificação destes erros e da correta topologia da rede. A definição de uma barra de referência para cada ilha da sub-rede relevante em estudo, é uma possibilidade para que, mesmo em casos de ilhamentos, estimações de estados possam ser realizadas. A utilização de informações *a priori* sobre os estados também permite contornar o problema de ilhamento, como será visto na seção 5.2.1.

3.3 Estimação de Estados Generalizada como um Problema de Otimização Restrito

O tratamento da estimação de estados generalizada como um problema de minimização restrito foi proposto por Clements e Simões Costa em [17]. A estimação de estados é realizada em dois estágios, conforme discutido na seção anterior, e os ramos chaveáveis são modelados como descrito na seção 3.2.1. As informações provenientes da representação de ramos de impedância nula, do conhecimento de barras de injeção nula e das equações de medidas analógicas são incluídas no problema de minimização da soma ponderada dos quadrados dos resíduos sob a forma de restrições de igualdade, conforme será descrito nas próximas seções.

3.3.1 Restrições Operacionais

Seguindo o estabelecido na seção 3.2.1, para representar um disjuntor fechado que conecta os nós i e j , as seguintes restrições devem ser incluídas no problema de estimação:

$$\delta_i - \delta_j = 0 \quad (3.5)$$

$$V_i - V_j = 0 \quad (3.6)$$

Por outro lado, se o disjuntor estiver aberto, este será representado pelas restrições:

$$t_{ij} = 0 \quad (3.7)$$

$$u_{ij} = 0 \quad (3.8)$$

Estas restrições são chamadas de *restrições operacionais*, uma vez que um disjuntor pode ter seu *status* modificado de acordo com as necessidades ditadas pelas condições de operação do sistema. As restrições operacionais para disjuntores abertos e fechados serão referenciadas genericamente na formulação da estimação de estados restrita por:

$$h_o(x) = 0 \quad (3.9)$$

3.3.2 Restrições Estruturais

Além das restrições operacionais, outras restrições podem surgir a partir da configuração física da rede. Em particular, pode-se citar as barras/nós de passagem cujas injeções de potência ativa e reativa são nulas. A incidência de nós com estas características torna-se muito mais frequente quando da modelagem no nível de subestação.

A informação de que a barra i é uma barra/nó de passagem é modelada no estimador pelas restrições:

$$p_i = 0 \quad (3.10)$$

$$q_i = 0 \quad (3.11)$$

onde p_i e q_i representam as injeções de potência ativa e reativa na barra i , respectivamente.

Além disso, a definição de uma barra r de referência para cada ilha da sub-rede relevante, conforme discutido na seção 3.2.2, obedece a uma restrição do tipo $\delta_r = 0$, que será igualmente incluída no problema de estimação.

As restrições de barras de injeção nula e as restrições das barras de referência são chamadas *restrições estruturais* e serão genericamente referenciadas neste documento por:

$$h_s(x) = 0 \quad (3.12)$$

3.3.3 Modelagem das Medidas Analógicas

O modelo em tempo real deve necessariamente incluir também as telemedidas analógicas provenientes do sistema de aquisição de dados. Estas medidas seguem o modelo de medição apresentado na seção 2.2.2, sendo representadas por:

$$z_m = h_m(x) + \epsilon_m \quad (3.13)$$

O vetor de medidas z_m e o vetor de funções não lineares $h_m(x)$ são estendidos de forma a abrangerem as equações de medidas de fluxo e de injeção de potência que envolvem ramos chaveáveis, conforme descrito na seção 3.2.1.

3.3.4 Formulação da Estimação de Estados Restrita

Considere uma sub-rede relevante (definida pelos resultados do primeiro estágio do processo de estimação de estados) cujo número total de barras e seções de barra seja igual a N e o número total de disjuntores representados no modelo seja igual a n_d . Considere ainda que N_m quantidades são medidas, incluindo medidas de fluxo em disjuntores e medidas de injeção envolvendo ramos chaveáveis.

O vetor de estados deste sistema é formado por n variáveis, correspondentes aos módulos e ângulos das tensões em todas as barras e seções de barra e aos fluxos de potência ativa e reativa em todos os disjuntores representados no modelo. Portanto, o número de

variáveis de estado é dado por:

$$n = 2N + 2n_d \quad (3.14)$$

Note que os ângulos das barras de referência serão incluídos no problema sob forma de restrição de igualdade, fazem parte portanto do conjunto de variáveis a serem estimadas.

Considerando as restrições operacionais e estruturais, o problema que minimiza a soma ponderada do quadrado dos resíduos de estimação introduzida através da equação (2.4), torna-se um problema de otimização restrita, que pode ser descrito por [17]:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & \frac{1}{2} r_m^T R_m^{-1} r_m \\ \text{Sujeito a} \quad & r_m = z_m - h_m(\hat{x}) \\ & h_s(\hat{x}) = 0 \\ & h_o(\hat{x}) = 0 \end{aligned} \quad (3.15)$$

onde:

r_m : vetor $N_m \times 1$ de resíduos das medidas;

R_m : matriz de covariância dos erros de medição, suposta diagonal e de dimensão $N_m \times N_m$;

\hat{x} : vetor $n \times 1$ de estimativas para os estados.

3.3.5 Solução da Estimação de Estados Restrita pelo Método do Tableau Esperso

Atribuindo-se multiplicadores de Lagrange para as restrições, a função Lagrangeana para o problema de estimação restrita apresentado em (3.15) é expressa por:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} r_m^T R_m^{-1} r_m + \lambda_m^T (z_m + h_m(\hat{x}) - r_m) + \lambda_s^T (-h_s(\hat{x})) + \lambda_o^T (-h_o(\hat{x})) \quad (3.16)$$

Esta função pode ser diferenciada para obter as condições de primeira ordem necessárias para a obtenção de uma solução ótima, também conhecidas por condições de Karush-Kuhn-Tucker [52], o que leva ao seguinte sistema de equações não-lineares:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r} = R_m^{-1} r - \lambda_m = 0 \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = -H_m^T(\hat{x})\lambda_m - H_s^T(\hat{x})\lambda_s - H_o^T(\hat{x})\lambda_o = 0 \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_m} = z_m + h_m(\hat{x}) - r_m = 0 \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_s} = -h_s(\hat{x}) = 0 \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_o} = -h_o(\hat{x}) = 0 \quad (3.21)$$

onde:

$$H_m(\hat{x}) = \frac{\partial h_m(\hat{x})}{\partial \hat{x}} \quad (3.22)$$

$$H_s(\hat{x}) = \frac{\partial h_s(\hat{x})}{\partial \hat{x}} \quad (3.23)$$

$$H_o(\hat{x}) = \frac{\partial h_o(\hat{x})}{\partial \hat{x}} \quad (3.24)$$

com dimensões $N_m \times n$, $N_s \times n$ e $N_o \times n$, respectivamente, sendo N_s e N_o os números de restrições estruturais e operacionais, respectivamente.

Da equação (3.17) obtém-se que:

$$r_m = R_m \lambda_m \quad (3.25)$$

Linearizando-se o problema em relação a um dado vetor de estados \hat{x}^k e eliminando-se a variável r_m através da equação (3.25), as condições de otimalidade passam a ser descritas por:

$$z_m - h_m(\hat{x}^k) - H_m(\hat{x}^k)\Delta\hat{x} - R_m\lambda_m = 0 \quad (3.26)$$

$$h_s(\hat{x}^k) + H_s(\hat{x}^k)\Delta\hat{x} = 0 \quad (3.27)$$

$$h_o(\hat{x}^k) + H_o(\hat{x}^k)\Delta\hat{x} = 0 \quad (3.28)$$

$$H_m^T(\hat{x}^k)\lambda_m + H_s^T(\hat{x}^k)\lambda_s + H_o^T(\hat{x}^k)\lambda_o = 0 \quad (3.29)$$

O conjunto de equações acima pode ser expresso na seguinte forma matricial:

$$\begin{pmatrix} 0 & H^T \\ H & R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \hat{x} \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ r^{(k)} \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

onde:

$$H \triangleq \begin{pmatrix} H_m(\hat{x}^k) \\ H_s(\hat{x}^k) \\ H_o(\hat{x}^k) \end{pmatrix}; \quad R = \begin{pmatrix} R_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad (3.31)$$

$$\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_m \\ \lambda_s \\ \lambda_o \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad r^{(k)} = \begin{pmatrix} z_m - h_m(x^k) \\ -h_s(x^k) \\ -h_o(x^k) \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

Finalmente, o problema (3.15) de estimação de estados restrita pode ser resolvido usando o algoritmo do tableau esparsa de Hachtel [45], que soluciona o sistema linear descrito em (3.30). As estimativas para os estados são atualizadas através de:

$$\hat{x}^{(k+1)} = \hat{x}^{(k)} + \Delta \hat{x}$$

e o processo iterativo prossegue até a convergência, onde as condições de otimalidade, representadas pelas equações (3.17) a (3.21), devem ser satisfeitas.

Além de λ_m , o vetor λ obtido como solução do sistema (3.30) contém os multiplicadores de Lagrange associados às restrições estruturais λ_s e às restrições operacionais λ_o . Os valores destes multiplicadores representam a sensibilidade da função objetivo do problema (3.15) com relação a variações nestas restrições [15].

3.4 Multiplicadores de Lagrange Normalizados

O multiplicador de Lagrange *normalizado* λ_i^N é definido [17] por:

$$\lambda_i^N = \frac{\lambda_i}{\sqrt{V_{ii}}} \quad (3.33)$$

onde V é a matriz de covariância do vetor λ .

Pode-se demonstrar que, na ausência de erros grosseiros em medidas, considerando a hipótese de que os erros aleatórios nas medidas têm média zero e supondo que as restrições estruturais e operacionais modelam corretamente a rede, os multiplicadores de Lagrange λ são variáveis aleatórias de média zero [17]. Portanto, sob estas mesmas condições, o multiplicador de Lagrange normalizado λ_i^N é uma variável aleatória de média zero e variância unitária.

Além disso, verifica-se de (3.25) e (3.33) que os multiplicadores de Lagrange normalizados referentes às medidas, λ_m^N , são praticamente equivalentes aos resíduos normalizados associados às medidas. Por analogia, pode-se concluir que os multiplicadores de Lagrange normalizados associados às restrições estruturais e operacionais fornecem uma ferramenta para a detecção e identificação de erros nestas restrições, da mesma forma que os resíduos normalizados são atualmente utilizados na detecção e identificação de erros grosseiros em medidas [17].

A matriz V pode ser obtida a partir dos fatores triangulares da matriz de coeficientes da equação (3.30):

$$\begin{pmatrix} -\Sigma & C^T \\ C & V \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} 0 & H^T \\ H & R \end{pmatrix}^{-1} \quad (3.34)$$

3.5 Identificação de Erros de Topologia via Multiplicadores de Lagrange Normalizados

O algoritmo de identificação de erros de topologia apresentado em [17] utiliza a estimação de estados em dois estágios. Portanto, a identificação é realizada tendo por base a modelagem detalhada da sub-rede relevante. Após a convergência do processo de estimação no segundo estágio, formulado como um problema de otimização restrito, os multiplicadores de Lagrange normalizados associados às restrições operacionais são calculados e utilizados para detectar e identificar os erros de topologia.

A existência de multiplicadores de Lagrange normalizados associados às restrições

operacionais, λ_o^N , com valores superiores a um limiar pré-estabelecido (3,0 desvios-padrão por exemplo), indica a existência de erros de topologia na modelagem utilizada.

Pode-se demonstrar [17] que, para o caso de erro simples em que o *status* de um único disjuntor é erroneamente informado ao estimador, o máximo valor em λ_o^N corresponde à restrição do disjuntor erroneamente modelado. O mesmo não pode ser garantido no caso de ocorrência de erros de topologia múltiplos, devido ao efeito de espalhamento que estes podem provocar sobre os multiplicadores de Lagrange de outras medidas e/ou restrições.

Assim, em situações onde vários valores em λ_o^N ultrapassem o limiar pré-estabelecido, o processo de identificação é realizado através da verificação das diferentes combinações possíveis para os *status* dos disjuntores associados aqueles valores. Estes disjuntores para os quais $\lambda_{o,i}^N$ é maior que o limiar são denominados *disjuntores suspeitos*. No caso em que n_{ds} disjuntores são suspeitos de conterem erro de modelagem, existirão $(2^{n_{ds}} - 1)$ combinações possíveis de *status* para este conjunto. Cada nova configuração a ser testada exige, em princípio, uma nova re-estimação dos estados e um novo cálculo dos multiplicadores de Lagrange normalizados. O processo de identificação é finalizado quando todos os elementos em λ_o^N apresentarem valores abaixo do limiar. Neste caso a combinação de *status* correspondente é identificada como a configuração correta dos disjuntores suspeitos.

O algoritmo para a identificação de erros topológicos proposto em [17] é apresentado a seguir. As definições de $\lambda_{o_max}^N$ como o máximo multiplicador de Lagrange normalizado para as restrições operacionais, λ_t como o limiar pré-estabelecido e S_b como o conjunto de disjuntores na rede-reduzida, são consideradas.

Se $\lambda_{o_max}^N < \lambda_t$
 Nenhum erro topológico foi detectado: saída = '*topologia_valida*'

Se não Erro topológico detectado: saída= '*erro*'
 $i = 0$
 $PREVSTAT = \{\text{atual configuração dos } status\}$

Fim {Fim do processo de detecção}

Enquanto saída = '*erro*' {inicia o loop externo}

Enquanto $\lambda_{o_max}^N > \lambda_t$ {inicia o loop interno}

$i = i + 1$
 $k = S_b(i)$ {seleciona disjuntor associado a $\lambda_{o_max}^N$ }
 $status(k) = 1 - status(k)$ {modifica a posição do disjuntor k }
 $STATCFG = \{\text{atual configuração dos } status\}$

Se $STATCFG \subset PREVSTAT$
 saída = '*erro!*'
 PARAR loop interno {configuração já testada}

Se não
 saída = '*identif*'
 $PREVSTAT = PREVSTAT \cup STATCFG$
 Re-estimar os estados e re-calcular $\lambda_{o_max}^N$

Fim

Fim

Fim

3.6 Conclusões

A representação de chaves e disjuntores por ramos de impedância nula na modelagem de sistemas de potência, possibilita a generalização da estimação de estados. Tendo por base esta abordagem, novos algoritmos de estimação e identificação de erros de topologia têm sido propostos.

Este capítulo descreve a generalização da estimação de estados de modo a considerar a modelagem da rede no nível de subestação (seção de barra). A formulação da estimação de estados generalizada como um problema de otimização restrita e a identificação de erros de topologia através de multiplicadores de Lagrange normalizados são também descritas. O método de identificação de erros de topologia resultante pode ser visto como uma extensão do método dos resíduos normalizados para a identificação de erros grosseiros em medidas, já que possibilita a detecção e identificação de erros tanto em medidas quanto em restrições.

A principal dificuldade do método de identificação de erros de topologia apresentado é a exigência de re-estimações de estados, correspondentes a cada configuração de disjuntores analisada. Entretanto, o método apresentado inspirou e contém as bases do método de identificação de erros de topologia proposto neste trabalho, onde testes de hipóteses são propostos para eliminar a necessidade de re-estimação de estados. Este último constitui parte importante das contribuições da tese e está apresentado no Capítulo 5.

Capítulo 4

Observabilidade Topológica Generalizada

4.1 Introdução

Os algoritmos existentes de observabilidade e criticidade de medidas baseados em técnicas puramente topológicas, apresentados no Capítulo 2, utilizam a modelagem barra/ramo da rede elétrica e, portanto, baseiam-se na definição convencional de variáveis de estado. Desta forma, estes algoritmos não podem ser aplicados diretamente para obtenção de resultados de observabilidade que satisfaçam os novos algoritmos de estimação de estado generalizada apresentados em [16] e [53]. Alguns autores abordaram este tópico de um ponto de vista híbrido, onde técnicas topológicas e numéricas foram combinadas para propiciarem os resultados de observabilidade desejados [14], [13], os quais foram empregados em [53]. No entanto, métodos puramente topológicos [1], [2], [3], [4] apresentam características distintas que motivam sua extensão para permitirem o processamento de ramos chaveáveis. A possibilidade de realizar simultaneamente as análises de observabilidade e de criticidade de medidas é certamente a mais importante destas características, uma vez que fornecem subsídios para o processamento de erros grosseiros e topológicos.

Neste trabalho os algoritmos de observabilidade baseados na teoria de grafos são entendidos de forma a permitir o processamento tanto de ramos convencionais quanto chaveáveis. A extensão proposta requer uma nova definição dos vértices do grafo de medição, até então correspondentes às barras do sistema. Além disso, os *status* dos ramos de impedância nula são representados por restrições operacionais, uma vez que podem ser modificados de acordo com a condição de operação do sistema, e injeções nulas em nós ou seções de barras são consideradas como restrições estruturais fixas.

A re-definição do grafo de medição, bem como o tratamento dado aos diferentes tipos de medidas e restrições resultantes da modelagem no nível de subestação, serão descritos neste capítulo.

4.2 Análise de Observabilidade Topológica Generalizada

A identificação do conjunto de vértices do grafo de medição G_M com o conjunto de barras do sistema, conforme descrito na seção 2.3.4 do Capítulo 2, deve-se na realidade ao fato de que o vetor de estados no problema de estimação de estados tradicional é composto unicamente por variáveis nodais. Em termos mais gerais, o conjunto de vértices de G_M pode ser interpretado como correspondente ao conjunto de variáveis a serem estimadas. Na estimação de estados convencional, isto é equivalente a identificar os vértices de G_M com as barras do sistema de potência.

Para estender a análise de observabilidade topológica de forma a permitir a representação do sistema no nível de seção de barra, os ramos de impedância nula serão modelados conforme proposto em [13] e [14] e descrito na seção 3.2.1 do Capítulo 3. Como consequência, as variáveis de estado não estarão mais restritas as variáveis nodais. Em vez disso fluxos através de disjuntores e chaves também serão considerados como variáveis de estado e um número considerável de restrições envolvendo as novas variáveis de estado serão também incluídas como informações do sistema, além das medidas convencionais existentes.

O grafo de medição deve então ser redefinido e a associação de medidas às arestas do grafo deve ser revista de forma que restrições operacionais, restrições estruturais e medidas envolvendo ramos chaveáveis possam também ser associadas ao grafo. Estas constatações levam ao conceito de *Grafo de Medição Generalizado*, a ser definido nas próximas subseções. Denotaremos este grafo por \mathcal{G}_m , para distingui-lo do grafo de medição convencional, G_M .

4.2.1 Grafo de Medição Generalizado \mathcal{G}_m

Como na análise de observabilidade topológica convencional, a generalização da análise aqui proposta trata os problemas de observabilidade $P - \delta$ e $Q - V$ de forma desacoplada, ou seja, como problemas separados. Na seqüência estão apresentadas as alterações no conjunto de vértices e arestas para formação do novo grafo de medição \mathcal{G}_m .

Conjunto de vértices de \mathcal{G}_m

A interpretação feita anteriormente de que o conjunto de vértices do grafo \mathcal{G}_m , na análise de observabilidade topológica generalizada, está associado ao conjunto de variáveis de estado do problema de estimação de estados estendido (e não necessariamente às barras do sistema de potência) indica que, com a inclusão dos fluxos através dos disjuntores como novas variáveis de estado, os vértices do grafo de medição não podem mais ser identificados pelas barras do sistema. Em vez disso, haverá um vértice no grafo \mathcal{G}_m correspondente a cada variável de estado, seja esta uma variável nodal ou não.

Conseqüentemente, o conjunto de vértices do Grafo de Medição Generalizado para a observabilidade $P - \delta (Q - V)$ é formado por:

- ângulos (módulos) das tensões em todas as barras;
- fluxos de potência ativa (fluxos de potência reativa) através dos disjuntores representados no modelo.

Conjunto de arestas de \mathcal{G}_m

Além das arestas associadas às medidas de fluxo em ramos convencionais e às medidas de injeção de potência em barras incidentes unicamente a ramos convencionais, novas arestas devem ser incluídas no grafo de medição generalizado \mathcal{G}_m . Para o problema $P - \delta (Q - V)$ estas arestas correspondem a:

- Medidas de fluxo de potência ativa (reativa) em ramos de impedância nula, denotadas por zt_{ij} (zu_{ij});
- Medidas de injeção ativa (reativa), zp_i (zq_i), em barras incidentes a ramos chaveáveis;
- Restrições de injeção ativa (reativa) nula, $zp_i = 0$ ($zq_i = 0$);
- Restrições operacionais, que compreendem:
 - Diferença angular (de potencial) nula em disjuntores fechados, $\delta_i - \delta_j = 0$ ($V_i - V_j = 0$);
 - fluxo de potência ativa (reativa) nulo em disjuntores abertos, $t_{ij} = 0$ ($u_{ij} = 0$)
- Restrições estruturais para definição da barra de referência $\delta_r = 0$;

Cada uma das informações citadas acima deve ser representada por arestas no grafo de medição generalizado \mathcal{G}_m . Nossa abordagem é baseada na contribuição de cada categoria nas linhas da matriz Jacobiana H . No processo de modelagem destas novas informações verificou-se que algumas delas apresentam a mesma contribuição às linhas de H e, portanto, podem ser representadas da mesma forma no grafo \mathcal{G}_m . Por exemplo, medidas de fluxo em ramos chaveáveis e restrições de fluxo nulo para disjuntores fechados apresentam elementos não nulos nas mesmas posições/colunas da linha de H . O mesmo se aplica para as informações provenientes de medidas de injeção e restrições de injeção nula em barras incidentes a ramos chaveáveis. As restrições operacionais e restrições de definição de barra de referência, por sua vez, requerem tratamento individual.

Na seqüência são descritas as regras para representação destes grupos de informações como arestas do grafo de medição generalizado \mathcal{G}_m e discutidas as razões que levam a esta modelagem.

4.2.2 Representação de Medidas e Restrições no Grafo de Medição Generalizado \mathcal{G}_m

As medidas de fluxo e de injeção que envolvem apenas ramos convencionais são associadas ao grafo \mathcal{G}_m da mesma forma que na análise topológica convencional, descrita na seção 2.3.4 do Capítulo 2. Entretanto, medidas que envolvem ramos chaveáveis e restrições provenientes da representação de disjuntores estarão associadas ao grafo de medição de diferentes maneiras, dependendo da natureza da medida ou restrição, conforme discutido acima. O tratamento dado a estas medidas e restrições será apresentado em seguida. Por conveniência, apenas medidas e restrições referentes ao problema $P - \delta$ serão apresentadas. Como na modelagem adotada o ângulo da barra de referência é explicitamente representado, a extensão para a análise $Q - V$ pode ser obtida diretamente, apenas considerando-se a equivalência de variáveis (o ângulo da tensão no problema $P - \delta$ é equivalente ao módulo da tensão no problema $Q - V$ e a equivalência entre fluxos e injeções de potência ativa e reativa é direta).

A. Medidas de fluxo em disjuntores e restrições de fluxo nulo em disjuntores abertos

Uma medida de fluxo de potência ativa $z_{t_{ij}}$ através de um disjuntor (aberto ou fechado) ou uma restrição operacional do tipo $t_{ij} = 0$, resultam em linhas na matriz Jacobiana H que apresentam a mesma estrutura: um único elemento na linha é não nulo, o qual corresponde à variável de estado t_{ij} .

Para representar estes tipos de informação como arestas de \mathcal{G}_m , fazemos uma analogia com as medidas de magnitude de tensão na análise de observabilidade convencional, as quais produzem exatamente a mesma estrutura nas linhas da matriz Jacobiana H . Conforme

mencionado na seção 2.3.3 e detalhado em [49], uma medida de tensão é representada por um ramo que conecta o nó onde a medida é realizada a um nó terra fictício. O mesmo procedimento pode ser aplicado para medidas ou restrições de fluxo no disjuntor $i - j$. Assim, estas informações serão modeladas no grafo através da adição de um vértice extra referente ao nó terra fictício (denotado por t_0), que será conectado ao vértice correspondente à variável de estado t_{ij} . A aresta resultante em \mathcal{G}_m estará associada à medida/restrrição de fluxo no disjuntor $i - j$.

Este procedimento é ilustrado na primeira linha da Tabela 4.1, onde “*” na coluna central da tabela representa um valor não nulo na linha de H (a qual foi aumentada com uma coluna extra correspondente ao nó fictício t_0). A coluna mais à direita da tabela ilustra a nova aresta adicionada a \mathcal{G}_m .

B. Medidas de injeção e restrições estruturais de injeção nula envolvendo ramos chaveáveis

No caso de medidas de injeção (z_{p_i}) ou restrições estruturais de injeção nula ($p_i = 0$), duas situações distintas devem ser consideradas:

B.1. Seção de barra conectada unicamente a ramos chaveáveis Uma medida/restrrição (z_{p_i}/p_i) de injeção neste tipo de barra envolve apenas as novas variáveis de estado e pode ser expressa por:

$$z_{p_i}/p_i = \sum_{l \in \Gamma_i} t_{il} + \epsilon_{p_i} \quad (4.1)$$

onde Γ_i representa o conjunto de ramos chaveáveis incidentes à barra i (neste caso o único conjunto envolvido já que, por hipótese, não há ramos convencionais incidentes ao nó i) e a notação z_{p_i}/p_i indica que a equação acima representa a função de uma medida (z_{p_i}) ou restrição (p_i) de injeção em barras conectadas unicamente a ramos chaveáveis.

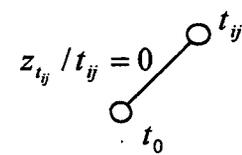
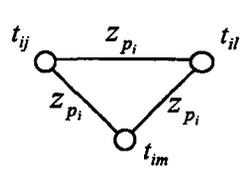
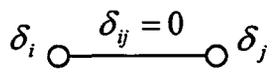
A equação (4.1) mostra que este tipo de medida/restrrição corresponde à soma dos

fluxos através dos ramos chaveáveis incidentes à barra i . Se todos estes fluxos, com exceção de apenas um, são conhecidos, o fluxo remanescente pode ser determinado com o conhecimento da injeção em questão. Como os fluxos através dos disjuntores estão associados aos vértices do grafo \mathcal{G}_m , a informação deste tipo de injeção será expressa em termos do grafo de medição através da conexão completa dos vértices correspondentes em \mathcal{G}_m .

A Tabela 4.1 ilustra este procedimento para o caso em que os ramos chaveáveis $i - j$, $i - l$ e $i - m$ são incidentes à barra i .

No caso particular em que apenas um disjuntor (fechado) é incidente à seção de barra onde a injeção é conhecida, a injeção é claramente equivalente a uma medida de fluxo em disjuntor e o procedimento descrito na seção 4.2.2-A será aplicado.

Tabela 4.1: Representação de medidas/restrições que envolvem ramos chaveáveis como arestas do grafo generalizado

Medida/ Restrição	Linha de H	Aresta em \mathcal{G}_m
$z_{t_{ij}}$ $t_{ij} = 0$	$\dots t_{ij} \dots \vdots t_0$ [* : *]	
$z_{p_i} / p_i = \sum_{l \in \Gamma_i} t_{il}$	$\dots t_{ij} \dots t_{il} \dots t_{im} \dots$ [* * *]	
$\delta_i - \delta_j = 0$	$\dots \delta_i \dots \delta_j \dots$ [* *]	

B.2. Seção de barra conectada simultaneamente a ramos convencionais e chaveáveis

Este tipo de medida/restrrição pode ser expressa em termos das variáveis de estado pela equação (3.3), apresentada na seção 3.2.1 do Capítulo 3, e reproduzida abaixo:

$$z_{p_i} / p_i = \sum_{k \in \Omega_i} t_{ik}(\delta_i, \delta_k, V_i, V_k) + \sum_{l \in \Gamma_i} t_{il} + \epsilon_{p_i} \quad (4.2)$$

onde Ω_i e Γ_i representam os conjuntos de ramos convencionais e chaveáveis incidentes à barra i , respectivamente.

O conjunto de arestas formadas em \mathcal{G}_m por este tipo de injeção pode ser dividido em dois subconjuntos disjuntos. O primeiro termo da equação (4.2) envolve apenas ramos convencionais e, portanto, gera arestas em \mathcal{G}_m da mesma forma que medidas de injeção na análise de observabilidade convencional (ver seção 2.3.4). O segundo termo da equação (4.2) corresponde à soma dos fluxos nos ramos chaveáveis incidentes à barra i e, portanto, pode ser tratado conforme descrito na subseção B.1 acima.

C. Diferença angular nula através de disjuntores fechados

Se um disjuntor conectado entre os nós i e j está fechado, a restrição operacional $\delta_i - \delta_j = 0$ é acrescentada à matriz Jacobiana. A linha correspondente da matriz Jacobiana tem a mesma estrutura da linha correspondente a uma medida de fluxo em um ramo convencional conectado entre as barras i e j , ou seja, apenas os valores correspondentes às variáveis de estado δ_i e δ_j são diferentes de zero. Assim, o procedimento empregado para medidas de fluxo em ramos convencionais, apresentado na seção 2.3.4 do Capítulo 2 é seguido. Portanto, os vértices que representam as variáveis nodais δ_i e δ_j são conectados por uma aresta que estará associada à restrição $\delta_i - \delta_j = 0$. A estrutura da linha da matriz de observação referente à restrição de disjuntor fechado e a associação desta ao grafo de medição generalizado estão ilustradas na última linha da Tabela 4.1.

D. Restrição estrutural para barra de referência angular

Barras de referência angular são tratadas como restrições estruturais do tipo $\delta_r = 0$. Novamente, a estrutura da equação correspondente é a mesma das medidas de magnitude de tensão na análise de observabilidade convencional. Portanto, o mesmo procedimento já utilizado na seção 4.2.2-A para medidas/restrições de fluxo em ramos chaveáveis é aplicado. Assim, o vértice correspondente à barra de referência r é conectado ao vértice t_0 e a aresta

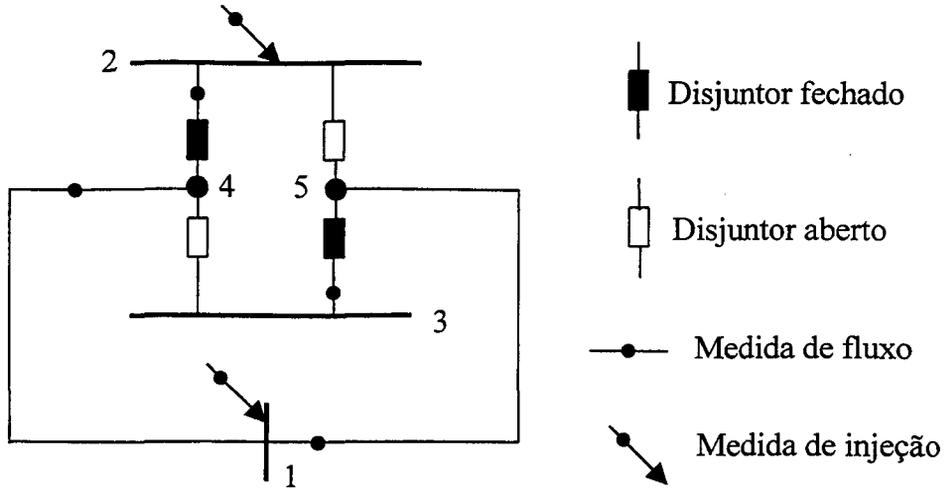


Figura 4.1: Sistema-teste 3 barras, 5 nós

resultante é associada à correspondente restrição estrutural.

4.2.3 Exemplo

O procedimento descrito para construção do grafo de medição generalizado será ilustrado para o sistema teste de 5 barras mostrado na Figura 4.1. O sistema é composto por cinco nós, dos quais dois (4 e 5) são nós de injeção nula, provenientes da representação dos disjuntores no modelo. Assim como nas seções anteriores, focaremos nossa atenção no problema de observabilidade $P - \delta$.

Neste caso, o vetor de estados x para o problema de estimação de estados generalizada é composto por:

$$x = \left[\delta_1 \quad \delta_2 \quad \delta_3 \quad \delta_4 \quad \delta_5 \quad t_{24} \quad t_{25} \quad t_{34} \quad t_{35} \right]^T \quad (4.3)$$

onde δ_i é o ângulo da barra i e t_{ij} é o fluxo através do ramo chaveável $i - j$.

A matriz Jacobiana será dada por:

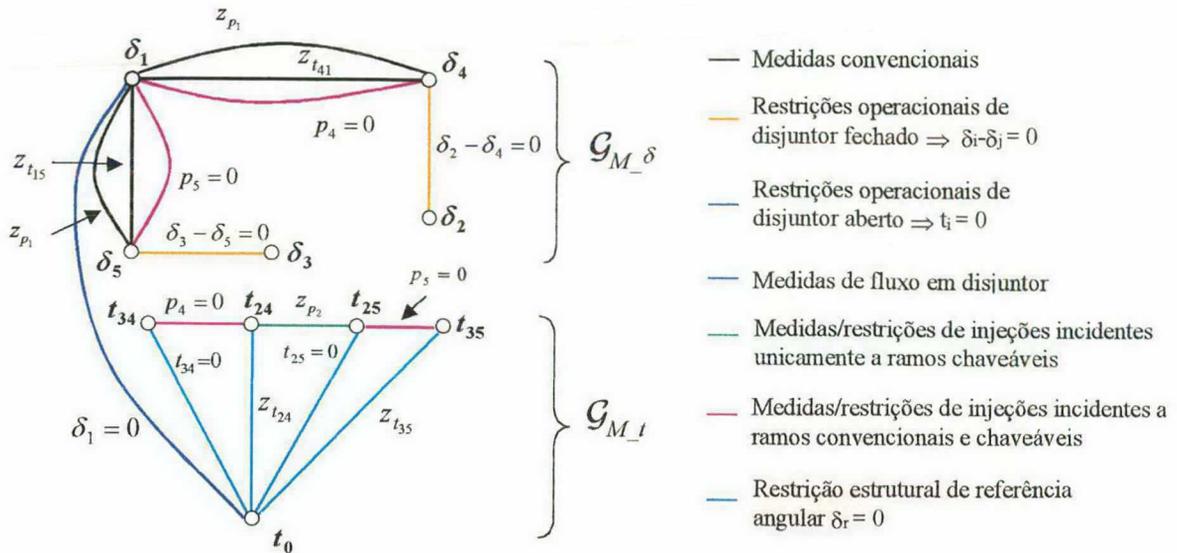


Figura 4.3: Grafo de Medição Generalizado para Sistema Teste 3 barras, 5 nós

- Um sistema modelado no nível de seção de barra pode ser, ao mesmo tempo, observável com relação às novas variáveis de estados e não-observável com relação às variáveis de estado convencionais e vice-versa. Em outras palavras, os fluxos através dos disjuntores podem ser estimados independente de os ângulos puderem ou não ser estimados e vice-versa. Exemplos apresentados em [14] ilustram esta situação.

É importante ainda ressaltar que a metodologia proposta é capaz de lidar com laços formados inteiramente por disjuntores fechados. Um exemplo de tal laço pode ser obtido a partir da Figura 4.1, se a barra 1 e os ramos adjacentes à esta são descartados e todos os disjuntores são considerados fechados. Nestes casos, conforme mostrado em [13], informações sobre injeções de potência apenas, mesmo quando estas estão disponíveis em todas as seções de barra pertencentes ao laço, não são suficientes para tornar o sistema observável, já que um fluxo circulante de valor arbitrário pode existir, sem que a lei de Kirchhoff das correntes seja violada.

Em termos do método apresentado, tal situação produziria um laço no grafo de medição generalizado envolvendo todos os vértices associados aos ramos chaveáveis (fechados), porém sem conexão para o vértice referente ao nó terra fictício. Portanto, o sistema seria

declarado não-observável, o que é consistente com a discussão acima. A adição de uma única medida de fluxo em qualquer dos disjuntores, conectaria o vértice correspondente em \mathcal{G}_m ao vértice t_0 tornando o laço observável, o que está de acordo com o exposto em [13].

Apesar de pouco realista, a topologia discutida acima pode ocorrer em decorrência de um erro de topologia [13]. Caso a situação em que nenhuma medida de fluxo esteja disponível se configure, o sistema será identificado como não-observável, indicando que a estimação dos estados não pode ser realizada e, conseqüentemente, o erro de topologia não pode ser identificado. Surge portanto a necessidade de contornar o problema de observabilidade causado por este tipo de configuração para possibilitar a restauração da configuração correta da rede através da identificação do erro de topologia. O mesmo procedimento proposto em [13] é adotado neste trabalho, onde o fluxo de potência de um dos disjuntores pertencentes ao laço é tomado como referência, da mesma forma que referências angulares são associadas às ilhas da rede. Do ponto de vista do método topológico a referência de fluxo atua como uma medida de fluxo em disjuntor, tornando o sistema observável e possibilitando a realização dos processos de estimação e de identificação de erros de topologia.

4.2.5 Algoritmo para Análise Generalizada de Observabilidade e Criticidade

A generalização do grafo de medição conforme apresentado nas seções 4.2.1 e 4.2.2, possibilita a aplicação de algoritmos existentes, baseados na teoria de grafos, na análise de observabilidade de sistemas modelados no nível de seção de barra. Para alcançar este objetivo apenas algumas mudanças devem ser realizadas naqueles algoritmos, já que o problema de observabilidade topológica generalizada consiste na busca de uma árvore geradora observável no grafo de medição generalizado, de forma similar ao que é usualmente feito na análise topológica convencional.

A capacidade dos algoritmos puramente topológicos de permitirem o processamento simultâneo das análises de observabilidade e criticidade é também explorada neste trabalho.

Desta forma, a análise de criticidade convencional (apresentada na seção 2.4 do Capítulo 2) é também generalizada, estendendo-se o conceito de medidas críticas para a inclusão de *restrições críticas*. Similarmente, conjuntos críticos são estendidos para incluir não somente medidas, mas também restrições operacionais e estruturais. O conhecimento de informações críticas e de conjuntos críticos é essencial para a identificação de erros grosseiros e erros de topologia na estimação de estados de sistemas de potência, daí a importância desta generalização.

As principais mudanças que devem ser efetuadas nos algoritmos existentes para que estes sejam capazes de realizar a análise generalizada de observabilidade e criticidade, conforme proposto neste trabalho, são:

- Definição dos fluxos através dos ramos como novas variáveis de estado;
- Criação de um novo vértice em \mathcal{G}_m para cada nova variável de estado;
- Definição de um nó terra fictício como um vértice extra (t_0) no grafo generalizado \mathcal{G}_m ;
- Identificação dos diferentes tipos de medidas/restrições de injeção, para possibilitar o tratamento destas conforme apresentado na seção 4.2.2 deste Capítulo, ou seja, identificação das injeções por:
 - Injeções que envolvem apenas ramos convencionais;
 - Injeções que envolvem apenas ramos chaveáveis;
 - Injeções que envolvem simultaneamente ramos convencionais e chaveáveis;
- Alterações nos procedimentos de geração de resultados para permitir a distinção entre medidas, restrições estruturais e restrições operacionais.

Um programa computacional para análise de observabilidade topológica convencional [4] foi adaptado de acordo com as modificações citadas acima. Resultados obtidos com o algoritmo modificado são apresentados e discutidos no Capítulo 6.

4.3 Fundamentos Teóricos do Método Proposto

A relação entre os conceitos de observabilidade algébrica e topológica para a análise convencional foram investigados em [1] e [54]. Fazendo uma transformação da estrutura de referência de tensão nodal para a referência de fluxo em ramos, os autores mostram que, para a maioria dos casos práticos de interesse, a observabilidade de sistema de potência pode ser decidida com base na existência de uma árvore geradora observável no grafo de medição.

A fundamentação teórica desenvolvida em [1] e [54] pode ser estendida para a análise generalizada onde, além das tensões nodais, os fluxos através de disjuntores são também considerados como variáveis de estado. Os mesmos resultados teóricos básicos obtidos para o caso convencional também se aplicam ao caso generalizado. A extensão da formulação citada está descrita no Apêndice A.

4.4 Conclusões

Neste capítulo foi apresentado um método topológico generalizado para a análise de observabilidade e criticidade de sistemas modelados no nível de seção de barra, proposto neste trabalho. A análise de observabilidade generalizada proposta é investigada através da busca de uma árvore geradora observável no grafo de medição generalizado \mathcal{G}_m , o qual leva em conta além de medidas, restrições estruturais e operacionais provenientes da modelagem de ramos de impedância nula.

A construção do grafo de medição generalizado é descrita detalhadamente e um exemplo ilustrativo para um pequeno sistema teste é apresentado. As principais alterações necessárias para adaptar algoritmos topológicos existentes e torná-los capazes de realizar análises de observabilidade e criticidade generalizada são apresentadas.

O algoritmo resultante permite realizar simultaneamente a análise de observabilidade topológica de sistemas modelados no nível de seção de barra e a análise de criticidade de medidas e restrições. Apesar de ter-se focado a atenção no problema de observabilidade $P-\delta$,

a generalização descrita é também aplicável à solução do problema $Q - V$, respeitando-se as equivalências de variáveis. Assim como na observabilidade convencional, no caso particular onde se verifique a paridade de medidas ativas e reativas, a solução de um problema corresponde à solução do outro. No entanto, no caso mais comum em que esta paridade não se verifique, a análise deve ser realizada para os dois problemas, separadamente.

Capítulo 5

Identificação de Erros de Topologia via Testes de Hipóteses

5.1 Introdução

Com o desenvolvimento de métodos que permitem a representação explícita de chaves e disjuntores no modelo da rede [12], os algoritmos de estimação de estados podem ser estendidos de forma a permitir uma modelagem mais detalhada de partes selecionadas da rede [14], [16]. Esta abordagem abriu caminhos para o desenvolvimento de novos algoritmos de processamento de erros de topologia, tais como o método dos multiplicadores de Lagrange normalizados [17], discutido no Capítulo 3.

Neste capítulo será apresentado o método de identificação de erros de topologia desenvolvido neste trabalho, que segue esta nova abordagem modelando partes suspeitas da rede no nível de seção de barra. A estimação de estados generalizada é tratada como um problema de otimização restrito, conforme proposto em [17]. O processo de identificação de erros de topologia é realizado através da aplicação de testes de hipóteses, que se baseiam na estimação Bayesiana, com o objetivo de eliminar a necessidade de re-estimação dos estados a cada nova configuração a ser testada. Testes de hipóteses similares foram inicialmente

propostos para a identificação de transações bilaterais inadvertidas [55], [33], [34], e forneceram importantes subsídios a este trabalho.

No método proposto, os multiplicadores de Lagrange normalizados e uma interpretação geométrica destes multiplicadores são utilizados para determinar o conjunto de disjuntores suspeitos de conterem erro de modelagem. Os testes de hipóteses são aplicados ao conjunto suspeito e fornecem como resultado a probabilidade condicional para as combinações de *status* deste conjunto de disjuntores, possibilitando ao final a identificação da correta configuração da rede. Além disso, informações *a priori* são utilizadas e desempenham papel importante no condicionamento e desempenho do método.

A metodologia proposta foi inicialmente desenvolvida e implementada para o modelo linear da rede. A eficácia obtida com a abordagem linear do método [37], [56], motivou a extensão para sua aplicação a modelos não-lineares da rede. A formulação do problema e os principais pontos referentes às técnicas computacionais utilizadas são apresentadas neste capítulo.

5.2 Formulação Utilizada para a Estimação de Estados Generalizada

No método proposto, a estimação de estados generalizada é formulada como um problema de otimização, conforme proposto em [17], onde as equações das medidas, as restrições operacionais que contêm informações sobre os *status* dos disjuntores e as restrições estruturais referentes às barras de passagem e às barras de referência, são incluídas no problema como restrições de igualdade.

Conforme observado em [17], a representação explícita de disjuntores no modelo da rede torna frequente a ocorrência de seções radiais contendo disjuntores fechados, o que torna os *status* destes disjuntores não-detectáveis. A rede reduzida deve ser estendida, conforme proposto em [17], [16] e [38], de forma a evitar a ocorrência destas seções radiais. Ainda assim,

as restrições operacionais associadas aos disjuntores fechados pertencentes ao laço incorporado à rede reduzida formarão conjuntos críticos. Ao contrário dos conjuntos críticos formados por medidas analógicas, conjuntos críticos formados por restrições não podem ser eliminados através do aumento da redundância do plano de medição, já que esses são consequência direta da topologia das subestações [56], [36]. Este fato afeta diretamente o desempenho do processamento de erros de topologia, uma vez que os *status* dos disjuntores cujas restrições operacionais formam conjuntos críticos são não-identificáveis. Para contornar este problema, informações prévias sobre as variáveis de estado do sistema de potência são incluídas no problema de estimação. A subseção seguinte mostra como essas informações podem ser modeladas e as vantagens de seu uso para os processos de estimação e de identificação de erros de topologia.

5.2.1 Informações *A Priori*

O uso de informações *a priori* tem por objetivo aproveitar o conhecimento prévio que se possa ter sobre as variáveis de estado como subsídio para o procedimento de estimação. Neste aspecto o papel das informações *a priori* se assemelha ao de inovações em estimadores dotados de um modelo dinâmico, que apresentam a capacidade de previsão de valores futuros das variáveis de estado [57].

No caso da estimação de estados generalizada, as informações *a priori* são as informações previamente disponíveis sobre os ângulos e módulos das tensões em todas as barras e seções de barras do sistema e sobre os fluxos de potência ativa e os fluxos de potência reativa através dos disjuntores representados no modelo da rede. Estas informações *a priori* são modeladas como variáveis aleatórias, cuja variância traduzirá a incerteza sobre seus valores. O procedimento adotado para determinar as variâncias das informações *a priori* é descrito em seguida.

5.2.2 Variâncias das Informações *A Priori*

Para um sistema estável em regime permanente é razoável se supor, por exemplo, que os ângulos e os módulos das tensões complexas nas barras pertencem aos intervalos $[-\pi/2; \pi/2]$ e $[0, 90; 1, 1]$, respectivamente. Além disso, os intervalos referentes aos fluxos de potência através dos disjuntores podem ser definidos pelos limites de capacidade de transmissão de cada disjuntor ou da linha de transmissão conectada ao mesmo.

Os valores das variâncias para as estimativas *a priori* dos estados podem ser obtidos considerando-se que estas variáveis possuem densidade uniforme dentro de um dado intervalo, cujos limites variam de acordo com a natureza de cada variável, conforme discutido acima. Desta forma, a função densidade das informações *a priori* pode ser expressa por [58]:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & x > b \end{cases} \quad (5.1)$$

Os valores médios das informações *a priori* são portanto dados por:

$$\bar{x} = \frac{1}{2}(a + b) \quad (5.2)$$

E a variância ou dispersão pode se representada genericamente pela equação [58]:

$$\sigma^2 = E\{x^2\} - [E\{x}]^2 \quad (5.3)$$

onde $E\{x\}$ é o valor esperado ou expectância de x . Aplicando-se a definição (5.3) à distribuição uniforme, obtém-se a seguinte expressão para as variâncias das informações *a priori*:

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} \quad (5.4)$$

5.2.3 Inclusão das Informações *A Priori* no Problema de Estimação

As informações *a priori* são modeladas diretamente na função-objetivo do problema de otimização restrito, conforme proposto em [55] e recentemente aplicado em [33], [34], [37],

acrescentando-se o termo:

$$\frac{1}{2} (\hat{x} - \bar{x})^T P^{-1} (\hat{x} - \bar{x})$$

onde:

\hat{x} : vetor $n \times 1$ de estados verdadeiros;

\bar{x} : vetor $n \times 1$ de estimativas *a priori* para os estados;

P : matriz de covariância dos estados *a priori*, de dimensão $n \times n$, e dada por:

$$P = E\{(\hat{x} - \bar{x})(\hat{x} - \bar{x})^T\} \quad (5.5)$$

Este procedimento é equivalente a modelar a função densidade *a priori* para as estimativas dos estados como uma função Gaussiana de média \bar{x} e matriz de covariância P . Assim como no caso dos erros de medição, supõe-se que os erros das estimativas *a priori* são não-correlacionados. Portanto, a matriz de covariância P é diagonal e seus elementos são definidos pelas variâncias das informações *a priori*, calculadas conforme a equação (5.4). Os valores adotados para as estimativas *a priori*, \bar{x} , correspondem aos valores médios dos intervalos definidos na seção anterior para cada variável de estado.

A inclusão de informações *a priori* no problema de estimação de estados na forma descrita nesta seção é equivalente à adição de uma medida para cada variável de estado, \hat{x}_i , com valores equivalentes a \bar{x}_i e com variância P_{ii} . Portanto, a inclusão das informações *a priori* equivale a um aumento da redundância fornecida pelas medidas e restrições disponíveis no problema, reduzindo as dificuldades causadas por informações (medidas e restrições) críticas e por conjuntos críticos.

Conforme discutido na seção 3.2.2, a modelagem no nível de seção de barra torna frequente a ocorrência de ilhamentos na rede em estudo, que deve ser tratada como um único sistema para garantir a eficácia do processamento de erros de topologia. As informações *a priori* relativas aos ângulos nas barras permitem que a estimação de estados possa ser realizada para sistemas com ilhamentos, sem a necessidade de definir uma barra de referência para cada ilha, uma vez que estas informações atuam como medidas virtuais para os ângulos das barras

do sistema. Portanto, a inclusão das informações *a priori* constitui uma alternativa à definição de uma barra de referência para cada ilha, com a vantagem de não se necessitar de testes de conectividade para identificar as diferentes ilhas do sistema.

Finalmente, as informações *a priori* contribuem para um melhor condicionamento numérico do sistema de equações do problema de estimação, fortalecendo a diagonal da matriz de coeficientes do método do Tableau esparso. Este fato pode ser facilmente verificado comparando-se a matriz de coeficientes do sistema de equações obtido sem o uso das informações *a priori*, representado pela equação (3.30), com a matriz do sistema de equações obtido quando informações *a priori* são incluídas no problema, apresentado pela equação (5.21) na próxima seção.

5.2.4 Estimação de Estados Restrita com Informações *A Priori*

Com a inclusão das informações *a priori* na forma descrita na seção anterior, a estimação de estados generalizada formulada como um problema de otimização restrito e representado na equação (3.15) do Capítulo 3, passa a ser descrita por:

$$\text{Minimizar } \frac{1}{2}r^T R^{-1}r + \frac{1}{2}(\hat{x} - \bar{x})^T P^{-1}(\hat{x} - \bar{x}) \quad (5.6)$$

$$\text{Sujeito a : } r = z - h(\hat{x})$$

onde:

$$r = \begin{pmatrix} r_m \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad R = \begin{pmatrix} R_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad (5.7)$$

$$z = \begin{pmatrix} z_m \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad h(\hat{x}) = \begin{pmatrix} h_m(\hat{x}) \\ h_s(\hat{x}) \\ h_o(\hat{x}) \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

Relembramos que:

r_m : vetor $N_m \times 1$ de resíduos das medidas;

R_m : matriz de covariância dos erros de medição, com dimensões $N_m \times N_m$;

z_m : vetor $N_m \times 1$ com os valores das medidas analógicas;

$h_m(\cdot)$, $h_s(\cdot)$, $h_o(\cdot)$: funções não-lineares das equações das medidas, das restrições estruturais e das restrições operacionais, com dimensões $N_m \times 1$, $N_s \times 1$ e $N_o \times 1$, respectivamente.

As condições necessárias para a solução ótima do sistema apresentado pela equação (5.6) podem ser expressas em termos da seguinte função Lagrangeana:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}r^T R^{-1}r + \frac{1}{2}(\hat{x} - \bar{x})^T P^{-1}(\hat{x} - \bar{x}) - \lambda(r - z + h(\hat{x})) \quad (5.9)$$

onde λ é o vetor de multiplicadores de Lagrange com dimensão $n_{mr} \times n_{mr}$, composto por:

$$\lambda^T = \begin{pmatrix} \lambda_m & \lambda_s & \lambda_o \end{pmatrix}^T \quad (5.10)$$

sendo:

$$n_{mr} = N_m + N_s + N_o \quad (5.11)$$

e λ_m , λ_s , λ_o são os multiplicadores de Lagrange associados às equações das medidas, às restrições estruturais e às restrições operacionais, com dimensões $N_m \times 1$, $N_s \times 1$ e $N_o \times 1$, respectivamente.

As condições de primeira ordem, necessárias para obtenção de uma solução ótima para o problema de otimização acima podem ser obtidas diferenciando-se a função Lagrangeana da equação (5.9), que conduz ao seguinte sistema de equações não-lineares:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r} = R^{-1}r - \lambda = 0 \quad (5.12)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \hat{x}} = P^{-1}(\hat{x} - \bar{x}) - H^T \lambda = 0 \quad (5.13)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = r - z + h(\hat{x}) = 0 \quad (5.14)$$

onde:

$$H = \begin{pmatrix} H_m \\ H_s \\ H_o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial h_m(\hat{x})/\partial \hat{x} \\ \partial h_s(\hat{x})/\partial \hat{x} \\ \partial h_o(\hat{x})/\partial \hat{x} \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

A partir da equação (5.12) obtém-se:

$$r = R\lambda \quad (5.16)$$

A equação acima pode ser utilizada para eliminar a variável r do problema substituindo-a na equação (5.14). Com isto, as condições de otimalidade passam a ser expressas por:

$$R\lambda - z + h(\hat{x}) = 0 \quad (5.17)$$

$$H^T \lambda - P^{-1}(\hat{x} - \bar{x}) = 0 \quad (5.18)$$

Linearizando-se as equações acima, obtém-se:

$$R\lambda - z + h(\hat{x}^{(k)}) + H\Delta\hat{x} = 0 \quad (5.19)$$

$$H^T \lambda - P^{-1}(\hat{x}^{(k)} + \Delta\hat{x} - \bar{x}) = 0 \quad (5.20)$$

As equações lineares (5.19) e (5.20) podem ser representadas matricialmente por:

$$\begin{pmatrix} -P^{-1} & H^T \\ H & R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\hat{x} \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -P^{-1}(\bar{x} - \hat{x}^{(k)}) \\ z - h(\hat{x}^{(k)}) \end{pmatrix} \quad (5.21)$$

Finalmente, o problema (5.6) de estimação de estados restrita pode ser resolvido usando o algoritmo do tableau esparsa de Hachtel [45], que soluciona o sistema linear descrito em (5.21). Os estados são atualizados a cada iteração por:

$$\hat{x}^{(k+1)} = \hat{x}^{(k)} + \Delta\hat{x} \quad (5.22)$$

e o processo iterativo prossegue até a convergência, onde as condições de otimalidade, representadas pelas equações (5.12) a (5.14), devem ser satisfeitas.

5.2.5 Matriz de Covariância dos Multiplicadores de Lagrange

A solução do sistema (5.21) relaciona os estados estimados e os multiplicadores de Lagrange com as medidas e as informações *a priori* da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} \Delta \hat{x} \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\bar{\Sigma} & \bar{C}^T \\ \bar{C} & \bar{V} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -P^{-1}(\bar{x} - \hat{x}^{(k)}) \\ z - h(\hat{x}^{(k)}) \end{pmatrix} \quad (5.23)$$

onde:

$$\begin{pmatrix} -\bar{\Sigma} & \bar{C}^T \\ \bar{C} & \bar{V} \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} -P^{-1} & H^T \\ H & R \end{pmatrix}^{-1} \quad (5.24)$$

O vetor dos multiplicadores de Lagrange é, portanto, dado por:

$$\lambda = \bar{V}(z - h(\hat{x}^{(k)})) - \bar{C}P^{-1}(\bar{x} - \hat{x}^{(k)}) \quad (5.25)$$

Da definição apresentada pela equação (5.24) sabe-se que:

$$\begin{pmatrix} -\bar{\Sigma} & \bar{C}^T \\ \bar{C} & \bar{V} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -P^{-1} & H^T \\ H & R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \quad (5.26)$$

Portanto:

$$\bar{C}P^{-1} = \bar{V}H \quad (5.27)$$

Substituindo esta relação na equação (5.25), obtém-se:

$$\lambda = \bar{V}(z - h(\hat{x}^{(k)})) - \bar{V}H(\bar{x} - \hat{x}^{(k)}) \quad (5.28)$$

$$= \bar{V}(z - H\bar{x}) \quad (5.29)$$

Além disso, as equações do sistema (5.21) podem ser manipuladas de forma a obter-se a seguinte relação:

$$(HPH^T + R)\lambda = z - H\bar{x} \quad (5.30)$$

Comparando as equações (5.29) e (5.30), verifica-se que:

$$\bar{V} = (HPH^T + R)^{-1} \quad (5.31)$$

A análise de erros linearizada desenvolvida no Apêndice B mostra que, mesmo com a inclusão das informações *a priori*, quando as seguintes hipóteses se aplicam: (a) ausência de erros grosseiros em medidas, (b) os erros aleatórios nas medidas têm média zero e (c) supondo que as restrições modelam corretamente a rede, os multiplicadores de Lagrange são variáveis aleatórias de média zero e matriz de covariância \bar{V} . Assim, seguindo a proposta de normalização dos multiplicadores de Lagrange apresentada em [17], os multiplicadores de Lagrange normalizados para a estimação de estados restrita com informações *a priori* são definidos por:

$$\lambda_i^N = \frac{\lambda_i}{\sqrt{\bar{V}_{ii}}} \quad (5.32)$$

Considerando as mesmas condições (a) (b) e (c) descritas acima o multiplicador de Lagrange normalizado definido na equação (5.32) é uma variável aleatória de média zero e variância unitária. Portanto, λ^N pode ser utilizado para analisar a presença de erros grosseiros em medidas e restrições [17], de forma similar ao que é feito com os resíduos normalizados no processamento convencional de erros grosseiros em medidas [6].

É importante ressaltar que a matriz de covariância \bar{V} pode ser obtida diretamente dos fatores triangulares da matriz de coeficientes do sistema (5.21), determinados no processo de solução do problema de estimação restrita com informações *a priori*.

5.3 Interpretação Geométrica dos Multiplicadores de Lagrange

A interpretação geométrica dada aos resíduos das medidas [23] fornece uma ferramenta importante para o processamento de erros grosseiros múltiplos. Assim como os multiplicadores de Lagrange normalizados constituem uma extensão do método dos resíduos normalizados, permitindo a detecção e identificação de erros não apenas em medidas mas também em restrições, uma interpretação geométrica dos multiplicadores de Lagrange pode ser vislumbrada como uma extensão daquela dada aos resíduos das medidas. Esta interpretação geométrica dos multiplicadores de Lagrange é desenvolvida neste trabalho e será apresentada

nesta seção.

Conforme descrito na seção 5.2.3 a modelagem adotada para as informações *a priori* é equivalente à inclusão de uma medida para cada variável de estado, com valores dados por \bar{x} e covariância definidas por P . Com o objetivo de simplificar a análise descrita em seguida, considera-se que as informações *a priori* tenham sido incluídas no problema como medidas, ao invés de modeladas diretamente na função-objetivo do problema de estimação. Neste caso a formulação do problema de estimação recai naquela apresentada em [17], e descrita na seção 3.4 do Capítulo 3. Por conta disto, nas seções que seguem a matriz de covariância dos multiplicadores é representada por V (representação utilizada no Capítulo 3) em vez de \bar{V} (representação utilizada na seção 5.2.5 que considera a modelagem das informações *a priori* diretamente na função objetivo).

5.3.1 Teste do Cosseno para Erros Simples

Da análise de erros linearizada para o problema de estimação restrito apresentada em [17], sabe-se que os multiplicadores de Lagrange λ estão relacionados aos erros nas medidas e restrições, ϵ , por:

$$\lambda = V\epsilon \quad (5.33)$$

Considera-se inicialmente o caso em que todas as medidas são perfeitas e todas as restrições modelam corretamente a rede, exceto a informação (medida ou restrição) j , que possui um erro grosseiro ϵ_j . Neste caso, o vetor de multiplicadores de Lagrange será dado por:

$$\lambda = v_j\epsilon_j \quad (5.34)$$

onde v_j é a j -ésima coluna de V .

A equação acima mostra que na ocorrência de erro simples o vetor dos multiplicadores de Lagrange será colinear com v_j . Portanto, a partir de testes de colinearidade de λ com cada coluna v_i da matriz de covariância V é possível se determinar qual informação contém o erro

grosseiro.

Por razões computacionais, em vez de testar a colinearidade entre λ e v_i , será testada a colinearidade entre $R^{1/2}\lambda$ e $R^{1/2}v_i$. A colinearidade entre dois vetores pode ser verificada calculando-se o cosseno do ângulo formado por estes vetores. Assim, definindo θ_i como o ângulo entre $R^{1/2}\lambda$ e $R^{1/2}v_i$, tem-se que [59]:

$$\cos \theta_i = \frac{\lambda^T R v_i}{\sqrt{(\lambda^T R \lambda) (v_i^T R v_i)}} \quad (5.35)$$

Considerando a equação (5.33), podemos re-escrever a equação acima por:

$$\cos \theta_i = \frac{\epsilon^T V^T R v_i}{\sqrt{(\lambda^T R \lambda) (v_i^T R v_i)}} \quad (5.36)$$

$$= \frac{\epsilon^T V^T R v_i}{\sqrt{(\lambda^T R \lambda) (v_i^T R v_i)}} \quad (5.37)$$

onde e_i é a i -ésima coluna da matriz identidade. Usando a identidade $V^T R V = V$ [17], a equação acima pode ser simplificada para:

$$\cos \theta_i = \frac{\epsilon^T V e_i}{\sqrt{v_{ii} (\lambda^T R \lambda)}} = \frac{\lambda^T e_i}{\sqrt{v_{ii} (\lambda^T R \lambda)}} \quad (5.38)$$

$$= \frac{1}{(\lambda^T R \lambda)^{1/2}} \left(\frac{\lambda_i}{\sqrt{v_{ii}}} \right) \quad (5.39)$$

Comparando a equação (5.39) com a definição do multiplicador de Lagrange normalizado (3.33), verifica-se que o cosseno do ângulo θ_i pode ser expresso por:

$$\cos \theta_i = \frac{\lambda_i^N}{(\lambda^T R \lambda)^{1/2}} \quad (5.40)$$

5.3.2 Teste do Cosseno para Erros Múltiplos

Considera-se agora a ocorrência de erros múltiplos em medidas e/ou restrições do sistema. Particionando a matriz de covariância V em colunas correspondentes às informações suspeitas, V_S , e as demais colunas correspondentes às informações corretas, V_T , tem-se:

$$V = \begin{pmatrix} V_S & V_T \end{pmatrix} \quad (5.41)$$

onde S denota o conjunto formado por informações suspeitas de conterem erros grosseiros, e T denota o conjunto de informações verdadeiras.

No caso em que todas as medidas em T são perfeitas e que todas as restrições em T modelam corretamente a rede, o vetor de erros será dado por:

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_S \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.42)$$

Substituindo as equações (5.41) e (5.42) em (5.33), obtém-se:

$$\lambda = V_S \epsilon_S \quad (5.43)$$

A equação acima mostra que, na ocorrência de erros múltiplos, o vetor de multiplicadores, λ , pertence ao espaço coluna [60] de V_S (imagem ou *range* de V_S).

Similarmente ao caso de erros simples apresentado na seção anterior, a análise para erros múltiplos será realizada através de $R^{1/2}\lambda$ e $R^{1/2}V_S$, em vez de λ e V_S , por ser computacionalmente mais conveniente. Assim, com o objetivo de testar se $R^{1/2}\lambda$ pertence ao espaço vetorial de $R^{1/2}V_S$, o vetor $R^{1/2}\lambda$ é re-escrito como uma soma de dois vetores ortogonais:

$$R^{1/2}\lambda = p + q \quad (5.44)$$

onde p é a projeção ortogonal de $R^{1/2}\lambda$ sobre o espaço-coluna de $R^{1/2}V_S$ e q é o *complemento ortogonal* do espaço-coluna de $R^{1/2}V_S$.

É possível se verificar que [61]:

$$p = R^{1/2}V_S(V_S^T R V_S)^{-1}V_S^T R \lambda \quad (5.45)$$

e portanto:

$$q = R^{1/2}\lambda - p \quad (5.46)$$

Verifica-se facilmente que p e q são ortogonais pois:

$$p^T q = \lambda^T R V_S (V_S^T R V_S)^{-1} V_S^T R^{1/2} \left[R^{1/2}\lambda - R^{1/2}V_S (V_S^T R V_S)^{-1} V_S^T R \lambda \right] = 0 \quad (5.47)$$

De acordo com a equação (5.43), no caso de ocorrência de erros múltiplos apenas entre os elementos do conjunto suspeito S , então $\lambda = V_S \epsilon_S$. Substituindo esta expressão na equação (5.45), verifica-se que, neste caso:

$$p = R^{1/2} V_S (V_S^T R V_S)^{-1} V_S^T R V_S \epsilon_S \quad (5.48)$$

$$= R^{1/2} \lambda \quad (5.49)$$

Além disso, ainda na hipótese dos erros estarem restritos ao conjunto S , verifica-se da equação (5.46) que:

$$q = 0 \quad (5.50)$$

As equações (5.49) e (5.50) mostram que, no caso em que os erros múltiplos ocorrem efetivamente apenas no conjunto S , os vetores p e $R^{1/2} \lambda$ são colineares. Portanto, é possível testar se o conjunto suspeito S contém todas as informações errôneas através do cálculo do cosseno do ângulo entre p e $R^{1/2} \lambda$. Se θ é este ângulo, então:

$$\cos \theta = \frac{p^T R^{1/2} \lambda}{\sqrt{(\lambda R \lambda) (p^T p)}} \quad (5.51)$$

$$= \frac{\lambda^T R V_S (V_S^T R V_S)^{-1} V_S^T R \lambda}{\sqrt{(\lambda R \lambda) (\lambda^T R V_S (V_S^T R V_S)^{-1} V_S^T R \lambda)}} \quad (5.52)$$

Além disso, o vetor de multiplicadores de Lagrange representado pela equação (5.33) pode ser particionado de forma equivalente à partição de V . Assim:

$$\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_S \\ \lambda_T \end{pmatrix} = V \epsilon \quad (5.53)$$

Usando a identidade $V^T R V = V$ [17] na equação acima, tem-se:

$$\begin{pmatrix} \lambda_S \\ \lambda_T \end{pmatrix} = V^T R V \epsilon \quad (5.54)$$

$$= V^T R \lambda \quad (5.55)$$

Substituindo a equação (5.41), que representa a partição da matriz V , na equação acima,

obtém-se:

$$\begin{pmatrix} \lambda_S \\ \lambda_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_S^T \\ V_T^T \end{pmatrix} R\lambda \quad (5.56)$$

Portanto:

$$\lambda_S = V_S^T R\lambda \quad (5.57)$$

Finalmente, substituindo a equação (5.57) em (5.52), tem-se que o cosseno em estudo pode ser expresso por:

$$\cos \theta = \frac{\lambda_S^T (V_S^T R V_S)^{-1} \lambda_S}{\sqrt{(\lambda R \lambda) (\lambda_S^T (V_S^T R V_S)^{-1} \lambda_S)}} \quad (5.58)$$

$$= \sqrt{\frac{\lambda_S^T (V_S^T R V_S)^{-1} \lambda_S}{(\lambda R \lambda)}} \quad (5.59)$$

$$= \sqrt{\frac{\lambda_S^T (V_{SS})^{-1} \lambda_S}{(\lambda R \lambda)}} \quad (5.60)$$

O valor do cosseno obtido com a equação 5.60 é um indicativo da incidência das informações suspeitas no conjunto suspeito S . De acordo com a formulação proposta pode-se verificar que se o $\cos \theta$ for aproximadamente igual a 1, conclui-se que todas as informações errôneas estão efetivamente no conjunto S . Por outro lado, se o $\cos \theta$ for significativamente diferente de 1, conclui-se que pelo menos uma informação portadora de erro grosseiro não foi incluída no conjunto suspeito S .

Conclui-se que a interpretação geométrica apresentada nesta seção representa uma generalização do método geométrico apresentado em [23], fornecendo uma ferramenta não apenas para o processamento de erros grosseiros múltiplos em medidas, mas também de erros de topologia resultantes da representação errônea de *status* de um ou mais disjuntores.

Neste trabalho o teste do cosseno será utilizado em conjunto com os multiplicadores de Lagrange normalizados para selecionar os disjuntores suspeitos de conterem erros de modelagem, conforme descrito na próxima seção. A etapa de identificação dos erros de topologia será realizada através da aplicação de testes de hipóteses, proposta original deste trabalho.

5.4 Conjunto de Disjuntores Suspeitos

No método de identificação de erros de topologia apresentado neste trabalho, considera-se que a estimação de estados é realizada em dois estágios e que os resultados de estimação obtidos no primeiro estágio são utilizados para delimitar as regiões da rede prováveis de conterem erros de topologia, conforme discutido na seção 3.2.2. Desta forma, apenas algumas subestações necessitam ser detalhadas no nível de seção de barra. Ainda assim, dependendo da dimensão do sistema e do número de subestações a serem detalhadas, aplicar testes de hipóteses para a identificação de erros de topologia às possíveis combinações dos *status* de **todos** os disjuntores da rede pode resultar em um esforço computacional significativo.

Os multiplicadores de Lagrange normalizados são utilizados neste trabalho para detectar a existência de erros de topologia e para selecionar os disjuntores suspeitos de conterem erro de modelagem. Assim, se o máximo multiplicador de Lagrange normalizado associado às restrições operacionais, $\lambda_{o_max}^N$, é superior a um limiar pré-estabelecido, λ_t (3,0 desvios padrões, por exemplo), conclui-se pela existência de erros de topologia. Neste caso, os disjuntores associados às restrições operacionais cujos multiplicadores de Lagrange normalizados (λ_o^N) tem magnitude superior ao limiar λ_t são selecionados como suspeitos. Com isto, ao invés de se aplicar os testes de hipóteses às combinações formadas pelos *status* de todos os disjuntores modelados no sistema, os testes serão aplicados apenas às combinações formadas pelos *status* dos disjuntores selecionados como suspeitos.

As primeiras experiências com a aplicação dos testes de hipóteses propostos para o modelo não linear da rede demonstraram que o desempenho do algoritmo pode ser comprometido se o conjunto de disjuntores suspeitos não contiver todos os disjuntores erroneamente modelados. Para contornar este problema, o teste do cosseno apresentado na seção 5.3.2 é utilizado com o objetivo de verificar se todos os disjuntores erroneamente modelados estão contidos no conjunto de disjuntores suspeitos.

De acordo com a interpretação geométrica apresentada naquela seção, considerando

que todas as medidas são perfeitas e que todas as restrições modelam corretamente a rede, exceto as restrições operacionais correspondentes aos disjuntores suspeitos (o que é equivalente a dizer que todos os disjuntores erroneamente modelados estão contidos no conjunto de disjuntores suspeitos), o valor do $\cos \theta$ dado pela equação (5.60) será 1,0. Sabe-se entretanto que as medidas são sujeitas a erros aleatórios de média zero e matriz de covariância R_m e portanto, mesmo na ausência de erros de modelagem, o valor do cosseno não será exatamente igual a 1,0. Este fato deve ser levado em conta no critério para verificar se o conjunto suspeito contém todos os disjuntores erroneamente modelados, através da relaxação da condição $\cos \theta = 1,0$. Na prática, um teste do tipo $\cos \theta > (1 - \varepsilon_{\cos})$, onde $\varepsilon_{\cos} \in [0,01; 0,1]$ será utilizado. Caso este critério não seja satisfeito, conclui-se que pelo menos um disjuntor erroneamente modelado não foi incluído como suspeito. Neste caso o conjunto suspeito precisa ser redefinido, o que é feito reduzindo-se o limiar λ_t . Este procedimento se repete até que o teste do cosseno seja atendido, ou seja, $\cos \theta > (1 - \varepsilon_{\cos})$. No pior caso, todos os disjuntores modelados serão incluídos como suspeitos.

5.5 Definição das Hipóteses

Se n_{ds} disjuntores forem selecionados como suspeitos no processo descrito na seção anterior, então existirão $2^{n_{ds}}$ possíveis combinações de *status* para este conjunto de disjuntores. A hipótese básica \mathcal{H}_0 é definida como sendo a combinação de *status* dos disjuntores suspeitos originalmente considerada. Cada uma das demais combinações de *status* possíveis para o conjunto de disjuntores suspeitos estabelece uma hipótese alternativa \mathcal{H}_i .

Os estados do sistema são estimados considerando a atual configuração da rede, correspondente à hipótese básica. Os resultados obtidos com esta estimativa são também utilizados para o processamento das hipóteses alternativas, como será mostrado nas próximas seções. Evita-se assim, o esforço computacional de se realizar uma nova estimativa de estados para cada hipótese alternativa. Os detalhes dos procedimentos computacionais utilizados para

alcançar este objetivo estão descritos na seção 5.8.

5.5.1 Hipótese Básica - \mathcal{H}_0

Para que seja possível obter as informações necessárias para cada hipótese alternativa a partir dos resultados da estimação de estados correspondente à hipótese básica, tanto as restrições operacionais de *status* aberto (fluxos de potência ativa e reativa nulos) quanto as restrições operacionais de *status* fechado (diferenças angular e potencial nulas) de cada disjuntor devem ser representadas no problema de estimação de estados, independentemente do atual *status* destes disjuntores. Isto é necessário porque no processo de análise das hipóteses, todas as possíveis configurações de disjuntores serão avaliadas.

Por facilidade de referência, designemos por *restrições complementares* o conjunto de restrições operacionais correspondente às posições de cada um dos disjuntores que são complementares às da configuração corrente. Por exemplo, se o número de disjuntores considerados é 5 e a configuração corrente é 10101, as restrições complementares são as que correspondem à configuração 01010, onde “1” e “0” representam disjuntor fechado e aberto, respectivamente.

A representação da configuração corrente de forma a preservar a capacidade de análise das configurações alternativas exige portanto que tanto as restrições correntes quanto as complementares sejam representadas no problema de otimização, sendo estas últimas temporariamente desativadas. Isto é viabilizado pela transformação das restrições complementares em “medidas” de variância elevada, ou seja, pela atribuição de valores elevados aos elementos diagonais correspondentes da matriz R .

5.5.2 Hipótese Alternativa - \mathcal{H}_i

Para uma hipótese alternativa \mathcal{H}_i , o *status* de pelo menos um disjuntor suspeito tem posição diferente daquela apresentada pela hipótese básica. Para representar a configuração estabelecida por \mathcal{H}_i a partir de \mathcal{H}_0 , é necessário desativar as restrições operacionais de fluxos ativo e reativo nulos e ativar as restrições operacionais de diferenças angular e potencial nulas

para o disjuntor suspeitos cujo *status* está aberto em \mathcal{H}_0 e fechado em \mathcal{H}_i . O contrário se aplica aos disjuntores cujo *status* está fechado em \mathcal{H}_0 e aberto em \mathcal{H}_i . A representação de cada hipótese alternativa é baseada em modificações na matriz de covariância R , conforme descrito na subsecção anterior.

Para descrever estas modificações, suponha que as linhas das matrizes H_o e R_o são ordenadas de acordo com as restrições operacionais referentes às posições aberta e fechada dos disjuntores, de modo que as matrizes H e R passam a ser particionadas como:

$$H = \begin{pmatrix} H_m \\ H_s \\ H_{o,a} \\ H_{o,f} \end{pmatrix}; \quad R = \begin{pmatrix} R_m & & & \\ & 0 & & \\ & & R_{o,a} & \\ & & & R_{o,f} \end{pmatrix} \quad (5.61)$$

onde $H_{o,a}$ ($R_{o,a}$) e $H_{o,f}$ ($R_{o,f}$) são as partições (linhas) da matriz de observação (covariância) correspondentes às restrições operacionais que representam as posições aberta e fechada dos disjuntores, respectivamente.

As modificações em R para habilitar/desabilitar restrições operacionais restringem-se às duas últimas partições desta matriz, conforme representado acima. Para uma hipótese alternativa H_i , as modificações podem ser genericamente representadas por uma matriz ΔR_i , tal que:

$$R_i = R + \Delta R_i \quad (5.62)$$

onde:

$$\Delta R_i = \text{diag} \left\{ \overbrace{0, \dots, 0}^{N_m+N_s}, \overbrace{0, \dots, 0, \pm\gamma, 0, \dots, 0, \pm\gamma, 0}^{N_o}, \overbrace{0, \mp\gamma, 0, \dots, 0, \mp\gamma, 0, \dots, 0}^{N_o} \right\} \quad (5.63)$$

e γ é um número positivo de valor elevado (10^4 , por exemplo).

A matriz $n_{mr} \times n_{mr}$ de modificações ΔR_i da equação (5.63), pode ser obtida pelo seguinte produto de matrizes:

$$\Delta R_i = E_i G_i E_i^T \quad (5.64)$$

onde:

$$E_i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ F_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F_i \end{pmatrix}; \quad F_i = (e_{i_1} \dots e_{i_k}) \quad (5.65)$$

e,

e_{i_j} : j -ésima coluna da matriz identidade, com dimensão $n_d \times 1$;

G_i : matriz diagonal $4k \times 4k$ com valores $\pm\gamma$ e

k : número de disjuntores suspeitos cujo *status* é diferente em \mathcal{H}_i com relação a \mathcal{H}_0 .

Exemplo

Suponha que 5 disjuntores sejam considerados na rede em estudo e que os disjuntores D_1 e D_2 tenham sido selecionados como suspeitos. Considere ainda que a hipótese básica (*status* corrente dos disjuntores suspeitos) seja definida pela combinação $\mathcal{H}_0 : \{0 \ 1\}$. Para representar a hipótese alternativa $\mathcal{H}_1 : \{0 \ 0\}$, em que apenas o disjuntor D_2 teve seu *status* modificado (de fechado para aberto), as matrizes G_i e F_i definidas acima serão dadas por:

$$G_i = \begin{pmatrix} -\gamma & & & \\ & -\gamma & & \\ & & \gamma & \\ & & & \gamma \end{pmatrix}; \quad F_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.66)$$

E a matriz de modificações obtida a partir de (5.64) será:

$$\Delta R_1 = \text{diag} \left\{ \overbrace{0, \dots, 0}^{N_m + N_s}, \overbrace{0, -\gamma, 0, 0, 0, 0, -\gamma, 0, 0, 0}^{N_o}, \overbrace{0, +\gamma, 0, 0, 0, 0, +\gamma, 0, 0, 0}^{N_o} \right\} \quad (5.67)$$

Os valores não nulos da matriz ΔR_1 acima coincidem com as posições das restrições operacionais de *status* aberto e fechado do disjuntor D_2 , como esperado.

5.6 Testes de Hipóteses via Teorema de Bayes

O propósito dos testes de hipóteses é estabelecer se as informações obtidas, sejam elas provenientes de medidas ou restrições, dão respaldo à hipótese básica ou a alguma das hipóteses alternativas.

A estimação Bayesiana será utilizada para calcular as probabilidades condicionais de cada hipótese. Seja $P(\mathcal{H}_i)$ a probabilidade *a priori* da hipótese i e $P(\mathcal{H}_i|z)$ a probabilidade condicional *a posteriori* (após o processamento das n_{mr} informações em z). A forma relevante do Teorema de Bayes para a presente aplicação estabelece que [58]:

$$P(\mathcal{H}_i|z) = \frac{f(z|\mathcal{H}_i)P(\mathcal{H}_i)}{\sum_{j=1}^{2^{n_{ds}}} f(z|\mathcal{H}_j)P(\mathcal{H}_j)} \quad (5.68)$$

onde:

$f(z|\mathcal{H}_i)$: função densidade de probabilidade condicional de z dado que \mathcal{H}_i é verdadeiro.

As probabilidades *a priori* das hipóteses alternativas podem ser obtidas através da seguinte expressão [58]:

$$P(\mathcal{H}_i) = p^k(1-p)^{n_{ds}-k} \quad (5.69)$$

onde p é a probabilidade de cada disjuntor ter seu *status* diferente em \mathcal{H}_i com relação a \mathcal{H}_0 , suposta conhecida. Na falta de melhor sugestão, pode-se admitir que a probabilidade de um disjuntor suspeito em \mathcal{H}_i ter *status* diferente ou não do que foi suposto a \mathcal{H}_0 seja equiprovável, ou seja, $p = 0,5$.

De acordo com a equação (5.68), para determinar a probabilidade condicional *a posteriori* de cada hipótese faz-se necessário o cálculo da função densidade de probabilidade

condicional $f(z|\mathcal{H}_i)$. Considerando-se que as variáveis de estado x e os erros de medição ϵ sejam variáveis aleatórias normalmente distribuídas, suas funções densidade podem ser expressas por [58]:

$$f_x(x) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} |P|^{-\frac{1}{2}} e^{\{-\frac{1}{2}x^T P^{-1}x\}} \quad (5.70)$$

e

$$f_\epsilon(\epsilon|\mathcal{H}_i) = (2\pi)^{-\frac{m}{2}} |R_i|^{-\frac{1}{2}} e^{\{-\frac{1}{2}\epsilon^T R_i^{-1}\epsilon\}} \quad (5.71)$$

O vetor de medidas e restrições z pode ser expresso em função do vetor de estados e dos erros nas informações por:

$$z = Hx + \epsilon \quad (5.72)$$

onde ϵ é o vetor de erros estendido, com dimensão $n_{mr} \times 1$, dado por:

$$\epsilon^T = \begin{pmatrix} \epsilon_m & 0 & 0 \end{pmatrix}^T \quad (5.73)$$

Portanto:

$$E\{zz^T\} = HE\{xx^T\}H^T + E\{\epsilon\epsilon^T\} = HPH^T + R \quad (5.74)$$

Assim, a função densidade de probabilidade condicional para cada hipótese i , $f(z|\mathcal{H}_i)$, também será gaussiana [58] e pode ser expressa por:

$$f(z|\mathcal{H}_i) = (2\pi)^{-\frac{m}{2}} |\Omega_i|^{-\frac{1}{2}} e^{\{-\frac{1}{2}(z-H\bar{x})^T \Omega_i^{-1}(z-H\bar{x})\}} \quad (5.75)$$

onde Ω_i é a matriz $n_{mr} \times n_{mr}$ de covariância do vetor z considerando que a hipótese \mathcal{H}_i seja verdadeira que, de acordo com a equação (5.74) é dada por:

$$\Omega_i = R_i + HPH^T \quad (5.76)$$

O cálculo do determinante $|\Omega_i^{-1}|$ pode ser realizado eficientemente através da aplicação de algumas propriedades de determinantes e do teorema de Sherman-Morrison-Woodbury [60], como será mostrado na seção 5.8.

5.7 Fluxos Nulos em Disjuntores Fechados

Dificuldades para a identificação de *status* de disjuntores abertos, já relatado anteriormente em [17], foram também constatadas com o uso do algoritmo de identificação de erros de topologia proposto neste trabalho. Estas situações surgem após a finalização do processo de identificação verificando-se que alguns disjuntores suspeitos que estão abertos na configuração real podem ser identificados como fechados pelos testes de hipóteses. O que ocorre nestes casos é que as estimativas obtidas para os fluxos através desses disjuntores possuem magnitudes muito baixas, e portanto a identificação equivocada de *status* fechado não afeta substancialmente as demais estimativas.

Entretanto, como bem observado em [17], é importante se conhecer a real configuração de tais disjuntores. Em [17] os autores propõem um estágio de pós-processamento baseado em testes estatísticos para identificar o *status* real desses disjuntores. O procedimento, que é descrito em seguida, foi adicionado como um estágio de pós-processamento ao método proposto neste trabalho com o propósito de verificar o *status* real de disjuntores suspeitos identificados pelo algoritmo básico como fechados.

A hipótese estatística básica estabelece que o valor médio do fluxo em cada disjuntor é zero. Esta hipótese é testada contra a hipótese alternativa complementar, de acordo com a qual este valor é diferente de zero [17]. O limiar a partir do qual os disjuntores serão definidos como abertos ou fechados é definido por [17]:

$$\varepsilon_f = \sigma_{d,i} N_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (5.77)$$

onde:

$\sigma_{d,i}^2$: variância dos fluxos através dos disjuntores, que pode ser obtida a partir da diagonal da matriz Σ na equação (5.24);

$N_{1-\frac{\alpha}{2}}$: é o $100(1 - \frac{\alpha}{2})$ percentil da distribuição normal padrão;

α : probabilidade de falso alarme (adotada neste trabalho como 0,05).

5.8 Aspectos Computacionais

Quando modelos não-lineares são utilizados para representar a rede elétrica e esta contém erros em sua topologia, a convergência do processo de estimação pode ser comprometida, o que em princípio impediria não só a identificação dos erros na topologia da rede mas também a própria estimação dos estados.

Para contornar este problema, todo o procedimento de detecção e identificação de erros de topologia proposto neste trabalho é realizado em uma iteração intermediária do processo de convergência (tipicamente a segunda iteração, se o ponto de partida é o perfil plano de tensões). Desta forma, a convergência do estimador não é um requisito para que se proceda a identificação dos erros de topologia. Além disso, uma vez que a correta configuração dos disjuntores suspeitos seja identificada pelos testes de hipóteses, o *status* dos disjuntores erroneamente modelados são corrigidos e o processo de estimação prossegue até a convergência. As estimativas dos estados são portanto determinadas sem os efeitos degradantes da presença dos erros de topologia.

Outro ponto explorado neste trabalho diz respeito ao uso de técnicas computacionais para garantir a aplicabilidade do método proposto à operação em tempo real. Em busca deste objetivo, técnicas de esparsidade foram amplamente utilizadas nos processos de estimação e de identificação dos erros de topologia. Além disso, alguns pontos referentes aos testes de hipóteses propostos mereceram atenção especial. Dentre os pontos mais importantes relacionados à questão computacional pode-se citar as técnicas utilizadas para eliminar a necessidade de uma nova estimação de estados para cada hipótese alternativa e os cálculos do determinante e do expoente da função densidade de probabilidade (representada na equação (5.75)).

As técnicas computacionais propostas para o problema de identificação de transações bilaterais inadvertidas [62], [33], [34] e utilizadas com os mesmos propósitos citados acima, foram adaptadas para permitirem sua aplicação ao método de identificação de erros de topologia e são descritas nas próximas seções.

5.8.1 Solução do Sistema Modificado

Conforme discutido na Seção 5.5.2, as hipóteses alternativas podem ser modeladas através de modificações na matriz de covariância R . Estas modificações se refletem na matriz do Tableau esparsa que, para a hipótese alternativa \mathcal{H}_i , pode ser representada por:

$$\begin{pmatrix} -P^{-1} & H^T \\ H & R_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -P^{-1} & H^T \\ H & R \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ E_i \end{pmatrix} G_i \begin{pmatrix} 0 & E_i^T \end{pmatrix} \quad (5.78)$$

De acordo com a equação acima, para representar a hipótese alternativa \mathcal{H}_i o sistema de equações do problema de estimação (5.21) será modificado da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} P^{-1} & H^T \\ H & R + E_i G_i E_i^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \hat{x}^i \\ \lambda^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -P^{-1}(\bar{x} - \hat{x}^{(k)}) \\ z - h(\hat{x}^{(k)}) \end{pmatrix} \quad (5.79)$$

A solução do sistema acima é dada por:

$$\begin{pmatrix} \Delta \hat{x}^i \\ \lambda^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\bar{\Sigma}^i & (\bar{C}^T)^i \\ \bar{C}^i & \bar{V}^i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -P^{-1}(\bar{x} - \hat{x}^{(k)}) \\ z - h(\hat{x}^{(k)}) \end{pmatrix} \quad (5.80)$$

onde:

$$\begin{pmatrix} -\bar{\Sigma}^i & (\bar{C}^T)^i \\ \bar{C}^i & \bar{V}^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^{-1} & H^T \\ H & R + E_i G_i E_i^T \end{pmatrix}^{-1} \quad (5.81)$$

Aplicando o teorema de Sherman-Morrison-Woodbury [60] ao sistema (5.80), obtém-se:

se:

$$\begin{pmatrix} \Delta \hat{x}^i \\ \lambda^i \end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix} -\bar{\Sigma} & \bar{C}^T \\ \bar{C} & \bar{V} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\bar{\Sigma} & \bar{C}^T \\ \bar{C} & \bar{V} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ E_i \end{pmatrix} \times \right. \\ \left. M_i \begin{pmatrix} 0 & E_i^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\bar{\Sigma} & \bar{C}^T \\ \bar{C} & \bar{V} \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} -P^{-1}(\bar{x} - \hat{x}^{(k)}) \\ z - h(\hat{x}^{(k)}) \end{pmatrix} \quad (5.82)$$

onde:

$$M_i = \left[G_i^{-1} + \begin{pmatrix} 0 & E_i^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\bar{\Sigma} & \bar{C}^T \\ \bar{C} & \bar{V} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ E_i \end{pmatrix} \right]^{-1} \quad (5.83)$$

$$= [G_i^{-1} + E_i^T \bar{V} E_i]^{-1} \quad (5.84)$$

Sabe-se que a solução do problema de estimação para a hipótese básica é dada pela equação (5.23). Portanto, a solução para a hipótese alternativa i , representada pela equação (5.82) pode ser re-escrita como:

$$\begin{pmatrix} \Delta \hat{x}^i \\ \lambda^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta \hat{x} \\ \lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\bar{\Sigma} & \bar{C}^T \\ \bar{C} & \bar{V} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ E_i \end{pmatrix} M_i E_i^T \lambda \quad (5.85)$$

A equação acima demonstra que a solução do sistema modificado que representa a hipótese alternativa i pode ser obtida a partir da solução do sistema para a hipótese básica. Com isto, elimina-se a necessidade de uma nova estimação de estados para cada hipótese alternativa.

5.8.2 Cálculo do Determinante da Função Densidade de Probabilidade

Um dos requisitos para o cálculo da função densidade de probabilidade, representada na equação (5.75), é o cálculo do determinante da matriz de covariância Ω_i . O cálculo direto deste determinante para cada hipótese alternativa pode acarretar em um esforço computacional elevado se o número de hipóteses for grande. Utilizou-se uma propriedade de determinantes com o objetivo de reduzir este esforço computacional.

Das equações (5.76) e (5.78), sabe-se que:

$$\Omega_i = R_i + HPH^T \quad (5.86)$$

$$R_i = R + E_i G_i E_i^T \quad (5.87)$$

Substituindo (5.87) em (5.86), obtém-se:

$$\Omega_i = R + HPH^T + E_i G_i E_i^T \quad (5.88)$$

Definindo-se $\Omega_0 = R + HPH^T$ como a matriz de covariância para a hipótese básica, tem-se que:

$$\Omega_i = \Omega_0 + E_i G_i E_i^T \quad (5.89)$$

ou,

$$\Omega_i = \Omega_0 [I + \Omega_0^{-1} E_i G_i E_i^T] \quad (5.90)$$

A partir da equação (5.90), verifica-se que o determinante $|\Omega_i|$ pode ser expresso por [59]:

$$|\Omega_i| = |\Omega_0| |I_{n_{mr}} + \Omega_0^{-1} E_i G_i E_i^T| \quad (5.91)$$

onde $I_{n_{mr}}$ é uma matriz identidade de dimensão igual a n_{mr} (número total de medidas e restrições).

Aplicando uma das propriedades dos determinantes [59], a equação (5.91) pode ser re-escrita por:

$$|\Omega_i| = |\Omega_0| |I_{4k} + G_i E_i^T \Omega_0^{-1} E_i| \quad (5.92)$$

onde I_{4k} é uma matriz de identidade de dimensão igual a $4k$.

Observando a expressão da probabilidade condicional *a posteriori*, dada pela equação (5.68), verifica-se que a função densidade de probabilidade aparece no numerador e no denominador desta expressão. Portanto, ao invés de se calcular o determinante $|\Omega_i|$, pode-se calcular a razão de determinantes:

$$\frac{|\Omega_i|}{|\Omega_0|} = |I_{4k} + G_i E_i^T \Omega_0^{-1} E_i| \quad (5.93)$$

Evitando assim a necessidade do cálculo do determinante da matriz Ω_0 , de dimensão $n_{mr} \times n_{mr}$.

Além disso, das equações (5.31) e (5.89) pode-se concluir que a matriz inversa Ω_0^{-1} é igual à matriz de covariância \bar{V} , ou seja:

$$\Omega_0^{-1} = \bar{V} \quad (5.94)$$

De 5.93, pode-se definir a matriz \bar{V}^{mod} como:

$$\bar{V}^{\text{mod}} \triangleq I_{4k} + G_i E_i^T \bar{V} E_i \quad (5.95)$$

que pode ser fatorada como:

$$\bar{V}^{\text{mod}} = L_v D_v U_v \quad (5.96)$$

Assim, a razão de determinantes apresentada na equação (5.93) pode ser facilmente calculada por:

$$\frac{|\Omega_i|}{|\Omega_0|} = \det(\bar{V}^{\text{mod}}) = \det(D_v) = \prod_{i=1}^k D_v(i, i) \quad (5.97)$$

É importante ressaltar que o artifício que leva (5.91) a (5.92) representa uma redução significativa na dimensão da matriz \bar{V}^{mod} (de n_{mr} para $4k$), que se reflete diretamente no esforço computacional exigido no cálculo da razão de determinantes em (5.97).

5.8.3 Cálculo do Expoente da Função Densidade de Probabilidade

Além do cálculo do determinante mostrado na seção anterior, outro ponto importante para determinação da função densidade de probabilidade das hipóteses alternativas é o cálculo do expoente $(z - H\bar{x})^T \Omega_i^{-1} (z - H\bar{x})$. Observando as equações (5.29), (5.31) e (5.94) verifica-se que o expoente da função densidade probabilidade condicional pode ser expresso em termos do vetor de multiplicadores de Lagrange através da seguinte expressão:

$$(z - H\bar{x})^T \Omega_i^{-1} (z - H\bar{x}) = (z - H\bar{x})^T \lambda^i \quad (5.98)$$

Da equação (5.85), tem-se que:

$$\lambda^i = \begin{pmatrix} 0 & I \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} \Delta \hat{x} \\ \lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\bar{\Sigma} & \bar{C}^T \\ \bar{C} & \bar{V} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ E_i \end{pmatrix} M_i E_i^T \lambda \right] \quad (5.99)$$

Substituindo (5.99) em (5.98), obtém-se:

$$(z - H\bar{x})^T \lambda^i = \begin{pmatrix} 0 & (z - H\bar{x})^T \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} \Delta \hat{x} \\ \lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\bar{\Sigma} & \bar{C}^T \\ \bar{C} & \bar{V} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ E_i \end{pmatrix} M_i E_i^T \lambda \right] \quad (5.100)$$

ou ainda:

$$(z - H\bar{x})^T \lambda^i = (z - H\bar{x})^T \lambda - \begin{pmatrix} 0 & (z - H\bar{x})^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\bar{\Sigma} & \bar{C}^T \\ \bar{C} & \bar{V} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ E_i \end{pmatrix} M_i E_i^T \lambda \quad (5.101)$$

No processo de estimação dos estados realizado para a hipótese básica, a matriz de coeficientes do sistema do tableau esparsa é fatorada como:

$$\begin{pmatrix} -P^{-1} & H^T \\ H & R \end{pmatrix} = LDL^T \quad (5.102)$$

Então:

$$\begin{pmatrix} -\bar{\Sigma} & \bar{C}^T \\ \bar{C} & \bar{V} \end{pmatrix} = L^{-T} D^{-1} L^{-1} \quad (5.103)$$

Estes fatores estão disponíveis e podem ser utilizados para simplificar o cálculo do expoente da função densidade de probabilidade, representado agora pela equação (5.101), de forma que:

$$(z - H\bar{x})^T \lambda^i = (z - H\bar{x})^T \lambda - \begin{pmatrix} 0 & (z - H\bar{x})^T \end{pmatrix} L^{-T} D^{-1} L^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ E_i \end{pmatrix} M_i E_i^T \lambda \quad (5.104)$$

Portanto:

$$(z - H\bar{x})^T \lambda^i = (z - H\bar{x})^T \lambda - \begin{pmatrix} 0 & (z^{\text{mod}})^T \end{pmatrix} D^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ E_i^{\text{mod}} \end{pmatrix} M_i E_i^T \lambda \quad (5.105)$$

onde:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ z^{\text{mod}} \end{pmatrix} = L^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ z - H\bar{x} \end{pmatrix} \quad (5.106)$$

e

$$\begin{pmatrix} 0 \\ E_i^{\text{mod}} \end{pmatrix} = L^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ E_i \end{pmatrix} \quad (5.107)$$

Desta forma o expoente da função densidade de probabilidade condicional é facilmente obtido da equação (5.105), onde as operações computacionalmente mais custosas são as substituições diretas necessárias para determinar os vetores z^{mod} e E_i^{mod} , mostrados acima.

5.9 Algoritmo Proposto

O método de identificação dos erros de topologia proposto neste trabalho é aplicado no segundo estágio do processo de estimação de estados, onde as subestações suspeitas são modeladas no nível de seção de barras.

A estimação de estados restrita com informações *a priori*, discutida e formulada neste capítulo, é aplicada à sub-rede relevante do sistema, formada pelas subestações suspeitas. Os multiplicadores de Lagrange, obtidos como subproduto a cada iteração do processo de estimação, são normalizados em uma iteração intermediária do processo de convergência e utilizados para detectar a presença de erros de topologia e selecionar os disjuntores suspeitos de terem sido erroneamente modelados. O teste do cosseno, descrito na seção 5.3.2, é aplicado em seguida para verificar se os disjuntores erroneamente modelados estão incluídos no conjunto suspeito. Caso o teste aponte deficiências na seleção dos disjuntores suspeitos, o conjunto deve

ser redefinido. A proposta é que o limiar λ_t seja reduzido até que o teste do cosseno seja satisfeito. Em último caso, todos os disjuntores modelados serão selecionados como suspeitos.

Finalmente, os testes de hipóteses propostos são aplicados ao conjunto de disjuntores suspeitos para identificar a configuração correta destes disjuntores, que é apontada pelo maior valor de probabilidade condicional *a posteriori* obtida do Teorema de Bayes. Os *status* dos disjuntores suspeitos são corrigidos para a combinação identificada como correta pelos testes de hipóteses e o processo de estimação prossegue até a convergência. Ao final, o teste estatístico apresentado na seção 5.7 é aplicado sob a forma de pós-processamento para confirmar ou não o *status* dos disjuntores identificados como fechados pelo algoritmo básico.

O algoritmo apresentado abaixo mostra de forma sucinta a seqüência de processamento das etapas do método de identificação de erros de topologia proposto:

1. Aplicar a estimação de estados restrita com informações a priori para a sub-rede relevante do sistema, modelada no nível de subestação;
2. Normalizar os multiplicadores de Lagrange em uma dada iteração (tipicamente a segunda iteração, nos casos em que o ponto de partida é o perfil plano de tensões) e realizar:
 - 2.1. Detecção de erros de topologia:
 - Se $\lambda_{o_max}^N > \lambda_t \Rightarrow$ *Existem erros de topologia*. Prosseguir com a seleção dos disjuntores suspeitos (Passo 2.2);
 - Se $\lambda_{o_max}^N < \lambda_t \Rightarrow$ *Não existem erros de topologia*. Prosseguir com o processo de estimação (Passo 6);
 - 2.2. Seleção dos disjuntores suspeitos:
 - Se $\lambda_{o,i}^N > \lambda_t \Rightarrow$ *Incluir o disjuntor i no conjunto suspeito*;
3. Aplicar o teste do cosseno considerando o conjunto suspeito determinado no Passo 2.2:

- Se $\cos \theta > (1 - \epsilon_{\cos}) \Rightarrow$ Todos os disjuntores errôneos foram incluídos no conjunto suspeito. Prosseguir com o processo de identificação de erros de topologia;
 - Se $\cos \theta < (1 - \epsilon_{\cos}) \Rightarrow$ Pelo menos um disjuntor erroneamente modelado não foi incluído no conjunto suspeito. Reduzir o limiar λ_t e voltar para o Passo 2.2 para redefinir o conjunto suspeito.
4. Aplicar os testes de hipóteses ao conjunto de disjuntores suspeitos e identificar a configuração correta de *status* de disjuntores;
 5. Substituir os *status* dos disjuntores suspeitos pela combinação associada ao maior valor de probabilidade condicional obtida no Passo 4;
 6. Retomar o processo iterativo de estimação até a convergência;
 7. Aplicar o estágio de pós-processamento (teste estatístico descrito na seção 5.7) para confirmar o *status* de disjuntores identificados como fechados;
 8. Fim do processo de identificação de erros de topologia.

5.10 Aplicação do Método ao Modelo Linear da Rede

Toda a formulação do método de identificação de erros de topologia apresentada até o momento, considera a modelagem não-linear do sistema de potência. No entanto, o método proposto pode ser igualmente aplicado quando um modelo linear é utilizado para a rede elétrica.

As simplificações básicas do modelo linear segundo as quais o módulo da tensão em todas as barras é igual a 1,0 p.u. e a resistência das linhas são desprezadas implicam em que as variáveis de estado do problema de estimação se restrinjam aos ângulos das tensões das barras e aos fluxos de potência ativa nos disjuntores. Como consequência, a representação dos disjuntores se restringe às restrições estruturais e operacionais relativas às variáveis ativas do

problema. Assim, um disjuntor fechado será representado apenas por uma restrição operacional, referente à diferença angular nula entre seus terminais. Da mesma forma um disjuntor aberto será representado pela restrição de fluxo de potência ativa nulo, enquanto que as barras de injeção de potência nula serão representadas apenas pelas restrições de injeção de potência ativa nula.

A formulação linear do método a partir da abordagem não-linear apresentada torna-se portanto direta. É importante ressaltar que a interpretação geométrica dos multiplicadores de Lagrange e as técnicas computacionais desenvolvidas para o caso não-linear podem ser igualmente aplicadas quando a modelagem linear da rede é adotada.

Da mesma forma, o algoritmo apresentado na seção anterior é igualmente válido para a versão linear, observando que neste caso o processo iterativo não existe e portanto os processos de detecção e identificação dos erros de topologia são realizados logo após a estimação dos estados. Uma vez identificada a configuração correta da rede através dos testes de hipóteses (para os casos em que se verifique a presença de erros de topologia), o processo de estimação é repetido considerando os novos *status* dos disjuntores identificados como errôneos.

5.11 Conclusões

Neste capítulo foi apresentado o método de identificação de erros de topologia desenvolvido neste trabalho, que propõe a aplicação de testes de hipóteses baseados na estimação Bayesiana. O método considera a modelagem no nível de seção de barra para partes suspeitas da rede e a inclusão de informações *a priori* sobre as variáveis de estado.

O uso de multiplicadores de Lagrange normalizados para seleção de disjuntores suspeitos, conforme proposto, reduz o número de combinações a serem testadas e conseqüentemente o esforço computacional requerido pelos testes de hipóteses. Além disso, o teste do cosseno resultante da interpretação geométrica dada aos multiplicadores de Lagrange possibilita verificar de forma eficiente e rápida se o conjunto de disjuntores suspeitos contém todos

os disjuntores erroneamente modelados. Este teste é importante pois é uma salvaguarda para a eficácia da identificação e evita o desperdício computacional de aplicar os testes de hipóteses para casos em que a baixa redundância de informações compromete a seleção dos disjuntores erroneamente modelados.

Os testes de hipóteses propostos apresentam como principal vantagem o fato de não exigir re-estimação dos estados para cada configuração alternativa dos disjuntores suspeitos. Em vez disso, fazem uso apenas da estimação de estados correspondente à configuração corrente, a partir da qual são determinados todos os dados necessários para a análise das hipóteses alternativas.

O método proposto foi testado para diferentes sistemas considerando a modelagem linear e não-linear da rede. Os principais testes e resultados obtidos estão apresentados no Capítulo 6 deste documento.

Capítulo 6

Resultados

6.1 Introdução

Neste Capítulo serão apresentados os principais resultados obtidos com os métodos de observabilidade generalizada e de identificação de erros de topologia desenvolvidos neste trabalho.

Os resultados estão divididos em duas partes. A primeira delas mostra os resultados obtidos com o programa de análise de observabilidade e criticidade topológica generalizada aplicado ao sistema-teste de pequeno porte utilizado no exemplo do Capítulo 4 e ao sistema-teste de 30 barras do IEEE. A consistência dos resultados obtidos com a análise de criticidade generalizada proposta é verificada através dos valores dos multiplicadores de Lagrange Normalizados, calculados através do método apresentado em [17].

A segunda parte refere-se aos resultados obtidos com as versões linear e não-linear do método de identificação de erros de topologia proposto no Capítulo 5. Foram utilizados os sistemas-teste de 30 e de 24 barras do IEEE e simulados diferentes tipos de erros de topologia para testar o desempenho das duas abordagens do método proposto.

6.2 Observabilidade Topológica Generalizada - Resultados

Um programa computacional para a análise topológica convencional [4], desenvolvido em FORTRAN, foi estendido de acordo com os passos descritos na seção 4.2.5, para torná-lo capaz de realizar análises de observabilidade e criticidade generalizada. Desta forma, o programa resultante permite a modelagem da rede, ou de partes desta, no nível de subestação.

Resultados obtidos com a aplicação do programa de análise topológica generalizada a dois sistemas diferentes foram apresentados em [63] e são mostrados nesta seção. Multiplicadores de Lagrange normalizados (λ^N) são calculados através do método proposto em [17], e utilizados para verificar a consistência dos resultados topológicos obtidos.

Considera-se que as medidas de fluxo e de injeção de potência ativa e reativa são feitas aos pares para os dois sistemas-teste utilizados. Além disso, supõe-se que a barra tomada como referência para uma dada ilha ou nó isolado do sistema tenha sua tensão medida. Desta forma, a solução dos problemas $P - \delta$ e $Q - V$ são equivalentes.

6.2.1 Sistema teste de 3 barras/5 nós e 2 linhas/6 ramos

Testes preliminares foram realizados com o sistema teste utilizado no exemplo da subseção 4.2.3. A topologia do sistema-teste e o esquema de medição estão representados na Figura 4.1, mostrada naquela mesma subseção.

A aplicação da análise de observabilidade topológica generalizada indica que o sistema é observável. Além disso, algumas restrições foram determinadas como críticas e alguns conjuntos críticos foram encontrados pela análise de criticidade generalizada.

Os resultados da análise de criticidade generalizada $P - \delta$ são mostrados na Tabela 6.1. A primeira coluna mostra os resultados obtidos com a análise topológica, enquanto a segunda coluna mostra os valores absolutos dos multiplicadores de Lagrange $|\lambda|$ e dos multiplicadores de Lagrange normalizados $|\lambda^N|$, fornecidos pela análise numérica. Pode-se verificar que os valores $|\lambda|$ para as restrições encontradas como críticas pelo algoritmo topológico

generalizado são aproximadamente zero, o que confirma numericamente a criticidade da informação. Além disso, o fato de que todos os membros de cada conjunto crítico apresentam valores iguais para $|\lambda^N|$, também confirma os resultados da análise topológica.

Finalmente, os resultados topológicos apresentados são consistentes com o grafo de medição generalizado apresentado na Figura 4.3 do Capítulo 4, como pode ser facilmente verificado.

Tabela 6.1: Resultados Topológicos e Numéricos para Sistema 5 nós - 6 ramos

Resultados Topológicos	Resultados Numéricos
Informações Críticas	$ \lambda $
$\delta_2 - \delta_4 = 0$	$1,6 \times 10^{-7}$
$\delta_3 - \delta_5 = 0$	$2,0 \times 10^{-7}$
$\delta_1 = 0$	$3,2 \times 10^{-7}$
Conjuntos Críticos:	$ \lambda^N $
$\left\{ \begin{array}{l} P_4 = 0 \\ t_{34} = 0 \end{array} \right\}$	0,27621
$\left\{ \begin{array}{l} P_5 = 0; \\ z_{t_{35}} \end{array} \right\}$	0,05705

6.2.2 Sistema teste de 19 nós e 26 ramos

Este sistema teste é parte do sistema IEEE 30-barras e foi previamente utilizado para testar métodos de identificação de erros de topologia [17], [24], [37]. A atenção é focada nas subestações 12 e 15 do sistema original, que supõe-se tenham sido selecionadas como suspeitas no primeiro estágio do processo de estimação, sendo por isso modeladas no nível de seção de barra.

A Figura 6.1 mostra a rede reduzida correspondente a estas duas subestações, cujas seções de barra foram apropriadamente renumeradas. Duas condições de operação foram utilizadas para este sistema-teste e são apresentadas na Tabela 6.2. O plano de medição referente às barras e ramos convencionais da rede-reduzida está representado na Figura 6.1. A Tabela 6.3 mostra os dois esquemas de medição referentes aos ramos chaveáveis.

O programa de análise de observabilidade/ criticidade foi aplicado a duas situações

distintas relativas ao sistema-teste da Figura 6.1. A primeira considera a condição de operação 1 e o plano de medição 1 para os disjuntores do sistema e a segunda considera a condição de operação 2 e o plano de medição 2.

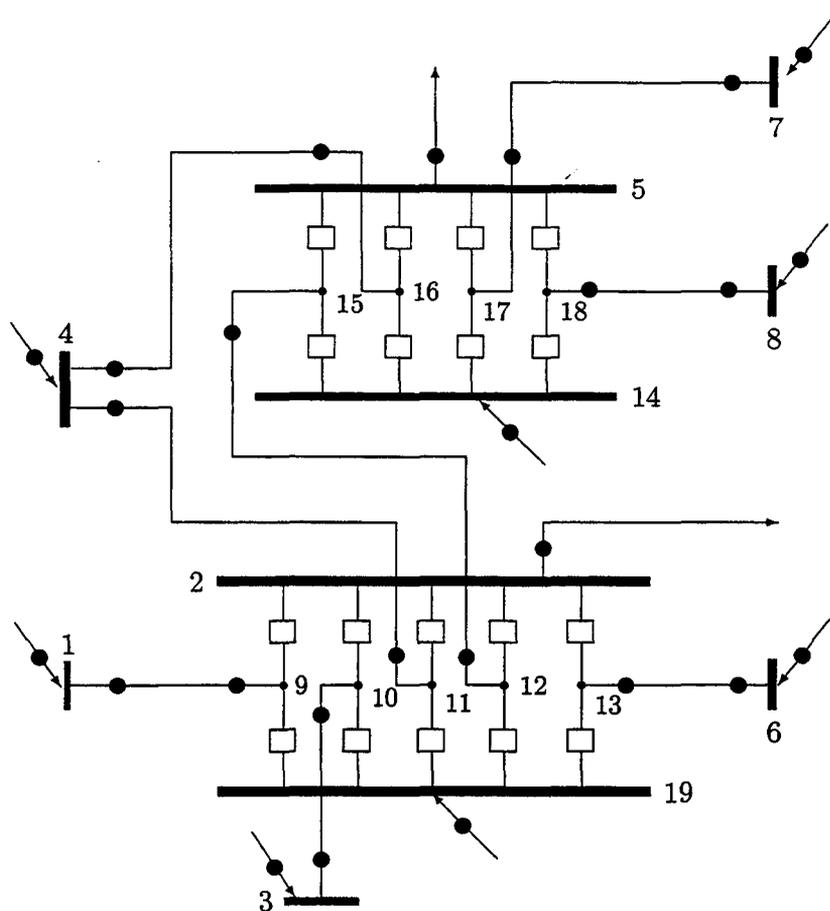


Figura 6.1: Sistema Teste - 19 nós, 26 ramos

Tabela 6.2: Condições de Operação para o Sistema Teste

Disjuntores Fechados	
Condição Operação 1 (CO1)	Condição de Operação 2 (CO2)
2-9, 2-10, 2-11, 2-13, 5-16, 5-17, 5-18	2-9, 2-10, 2-11, 2-12, 2-13, 5-15, 5-16, 14-17, 14-18

CASO 1: Condição de Operação 1 e Esquema de Medição 1

Pode-se facilmente verificar que, utilizando-se a condição de operação 1 para o sistema-teste da Figura 6.1, os nós 12, 14, 15 e 19 estão isolados do restante do sistema.

Tabela 6.3: Esquemas de Medição para o Sistema Teste

Plano de Medição 1 (PM1)	Plano de Medição 2 (PM2)
2-9, 2-10, 2-13, 5-18, 19-12, 14-16, 14-17	2-9, 2-10, 2-13, 5-15, 5-16, 5-17, 5-18, 19-12, 14-15, 14-16, 14-17, 14-18

Observa-se ainda que o restante do sistema forma uma única ilha. O programa implementado realiza um teste de conectividade no início da análise, que adota automaticamente um nó de referência para cada ilha e para cada barra isolada do sistema. Estas informações são incluídas no problema como restrições de igualdade, conforme descrito na subseção 4.2.2-C do Capítulo 4.

Com a definição de múltiplas barras de referência, a aplicação do algoritmo topológico generalizado ao sistema da Figura 6.1, considerando a condição de operação 1 e o esquema de medição 1, indica que o sistema é observável. As Tabelas 6.4 e 6.5 mostram os resultados topológicos e numéricos com relação à análise de criticidade $P - \delta$. Verifica-se que os resultados numéricos confirmam a eficiência da análise de criticidade topológica, pois todas as informações críticas apresentam multiplicadores de Lagrange praticamente iguais a zero e os valores de $|\lambda^N|$ são iguais para todos os membros de cada conjunto crítico.

Tabela 6.4: Informações Críticas - Sistema-Teste 19-nós, 26-ramos com CO1 e PM1

Resultados Topológicos	Resultados Numéricos
Informações Críticas	$ \lambda $
$\delta_2 - \delta_9 = 0$	1×10^{-7}
$\delta_2 - \delta_{10} = 0$	8×10^{-8}
$\delta_2 - \delta_{11} = 0$	2×10^{-7}
$\delta_2 - \delta_{13} = 0$	5×10^{-8}
$\delta_5 - \delta_{16} = 0$	2×10^{-7}
$\delta_5 - \delta_{17} = 0$	1×10^{-7}
$\delta_5 - \delta_{18} = 0$	1×10^{-7}
$\delta_1 = 0$	6×10^{-8}
$\delta_{12} = 0$	0,0000
$\delta_{14} = 0$	0,0000
$\delta_{15} = 0$	0,0000
$\delta_{19} = 0$	0,0000

Tabela 6.5: Conjuntos Críticos - Sistema-Teste 19-nós, 26-ramos com CO1 e PM1

Resultados Topológicos	Resultados Numéricos
Conjuntos Críticos	$ \lambda^N $
$\left. \begin{array}{l} z_{P_2} \\ P_{11} = 0 \end{array} \right\}$	0,431 0,431
$\left. \begin{array}{l} z_{P_5} \\ P_{16} = 0 \\ P_{17} = 0 \end{array} \right\}$	1,345 1,345 1,345

CASO 2: Condição de operação 2 e Esquema de Medição 2

Considerando a condição de operação 2, o sistema da Figura 6.1 é dividido em três ilhas, o que implicará na definição de um nó de referência para cada uma delas. As referências angulares correspondentes serão tratadas como restrições de igualdade, conforme discutido na seção anterior. A aplicação do algoritmo topológico generalizado neste caso, considerando o esquema de medição 2, indica que o sistema é observável. As Tabelas 6.6 e 6.7 mostram os resultados topológicos e numéricos com relação à análise de criticidade $P - \delta$. A eficiência da análise de criticidade topológica é novamente comprovada com os resultados numéricos, que apresentam multiplicadores de Lagrange aproximadamente iguais a zero para todas as informações detectadas como críticas e valores iguais de $|\lambda^N|$ para todos os membros de cada conjunto crítico.

Tabela 6.6: Informações Críticas - Sistema-Teste 19-nós, 26-ramos com CO2 e PM2

Resultados Topológicos	Resultados Numéricos
Informações Críticas	$ \lambda $
$\delta_2 - \delta_9 = 0$	3×10^{-7}
$\delta_2 - \delta_{10} = 0$	1×10^{-7}
$\delta_2 - \delta_{13} = 0$	1×10^{-7}
$\delta_{14} - \delta_{17} = 0$	9×10^{-9}
$\delta_{14} - \delta_{18} = 0$	8×10^{-9}
$\delta_1 = 0$	2×10^{-9}
$\delta_{14} = 0$	4×10^{-10}
$\delta_{19} = 0$	0,0000

Tabela 6.7: Conjuntos Críticos - Sistema-Teste 19-nós, 26-ramos com CO2 e PM2

Resultados Topológicos	Resultados Numéricos
Conjuntos Críticos	$ \lambda^N $
$\left\{ \begin{array}{l} z_{P_2} \\ P_{11} = 0 \\ P_{12} = 0 \end{array} \right\}$	0,403
	0,403
	0,403
$\left\{ \begin{array}{l} \delta_2 - \delta_{11} = 0 \\ \delta_2 - \delta_{12} = 0 \\ \delta_5 - \delta_{15} = 0 \\ \delta_5 - \delta_{16} = 0 \end{array} \right\}$	0,011
	0,011
	0,011
	0,011

6.3 Identificação de erros de topologia via Testes de Hipóteses

- Resultados

O método de identificação de erros de topologia via testes de hipóteses proposto neste trabalho e apresentado no Capítulo 5 foi implementado considerando as modelagens linear e não-linear da rede, possibilitando assim a verificação do desempenho do método em cada caso. A versão linear do método foi implementada em MATLAB. Já a versão não-linear foi implementada em FORTRAN (Fortran 90).

É importante ressaltar que, no caso não-linear, todo o processo de detecção e identificação de erros de topologia é realizado na segunda iteração, contornando os problemas de convergência normalmente provocados pela presença de erros de topologia no sistema, conforme proposto no algoritmo apresentado na seção 5.9.

O desempenho das duas versões do método proposto foi testado através de dois sistemas-teste. O primeiro deles é o sistema-teste mostrado na Figura 6.1, utilizado na seção anterior para testar o algoritmo topológico generalizado e previamente utilizado para testar diferentes métodos de identificação de erros de topologia [17], [24], [37]. A rede reduzida mostrada na Figura 6.1 compreende as subestações 12 e 15 do sistema teste original de 30 barras do IEEE. O segundo é o sistema-teste de 24 barras do IEEE, mostrado na Figura 6.3, cujos dados podem ser encontrados em [64] e [65]. A referência [65] contém também uma descrição do sistema com todas as subestações modeladas no nível de seção de barra. Os erros

de topologia simulados com este sistema estarão voltados para as subestações 14, 15, 16 e 24 do sistema original.

Os programas referentes às abordagens linear e não-linear do método serão referenciados daqui por diante por **IET-DC** e **IET-AC**.

6.3.1 Sistema-Teste IEEE 30 barras

Os resultados dos testes realizados com o sistema-teste mostrado na Figura 6.1 são apresentados nesta seção. As condições de operação e os esquemas de medição mostrados nas Tabelas 6.2 e 6.3 foram utilizados, tendo sido simulados os mesmos casos de erros de topologia apresentados em [17].

Seguindo o algoritmo proposto na Seção 5.9, os multiplicadores de Lagrange normalizados e o teste do cosseno, apresentado na Seção 5.3.2, são utilizados para selecionar os disjuntores suspeitos de conterem erros de modelagem. Verificou-se que, para a maioria dos erros de topologia simulados, o conjunto de disjuntores suspeitos obtido com a versão IET-DC ou IET-AC do programa é composto pelos mesmos disjuntores. Por isso, os resultados apresentados referentes aos disjuntores suspeitos são igualmente válidos para ambas as versões, exceto quando for indicado o contrário.

Erros Simples

Esta subseção apresenta os resultados dos testes onde o *status* de um único disjuntor é erroneamente reportado para o estimador de estados. Utilizou-se a condição de operação 1 e o plano de medição 1, mostrados nas Tabelas 6.2 e 6.3, respectivamente.

Nos três casos simulados, o teste do multiplicador de Lagrange normalizado ($\lambda_{o_max}^N > \lambda_t$) indica a presença do erro de topologia. Além disso, tanto com a versão linear quanto não-linear do programa, o teste do cosseno foi satisfeito (com $\epsilon_{cos} = 0,1$, ou seja, $\cos \theta > 0,9$), indicando que os disjuntores erroneamente modelados foram corretamente selecionados como suspeitos pelos multiplicadores de Lagrange normalizados.

Para os casos de erro simples em particular, tanto o conjunto de disjuntores selecionados como suspeitos quanto os resultados dos testes de hipóteses obtidos com a versão IET-DC do programa são idênticos àqueles obtidos com IET-AC. Estes resultados são mostrados na Tabela 6.8. Verifica-se que, para os três casos simulados, o valor de λ_o^N referente ao disjuntor erroneamente modelado é o único com magnitude superior ao limiar λ_t (fixado em 3,0 desvios padrão). O conjunto de disjuntores suspeitos se restringe, portanto, ao disjuntor erroneamente modelado, simplificando a aplicação dos testes de hipóteses. A hipótese básica é definida pela configuração atual, ou seja, pela posição aberta do disjuntor suspeito ($\mathcal{H}_0: \{0\}$). O valor da probabilidade condicional para a única hipótese alternativa \mathcal{H}_1 (referente ao *status* fechado, $\mathcal{H}_1: \{1\}$), mostrado na Tabela 6.8, é igual a 1,0, indicando que esta representa a correta configuração do disjuntor suspeito em cada caso simulado.

Tabela 6.8: Resultados para Erros Simples

Disj. Erron. Modelados	Disj. Susp. ($\lambda_o^N > \lambda_t$)	\mathcal{H}_i	$P(\mathcal{H}_i z)$
Caso 1: 5-16	5-16	$\mathcal{H}_1 : \{1\}$	1,0000
Caso 2: 2-13	2-13	$\mathcal{H}_1 : \{1\}$	1,0000
Caso 3: 2-10	2-10	$\mathcal{H}_1 : \{1\}$	1,0000

Erro de Inclusão

O erro de inclusão simulado refere-se ao ramo 12-15, o qual não está em operação mas é inadvertidamente incluído no modelo da rede. Para simular este erro, os *status* dos disjuntores 2-12 e 5-15 são supostos fechados. A condição de operação 1 e o plano de medição 1 das Tabelas 6.2 e 6.3 são empregados para o estimador e para o processamento de erros de topologia.

Os disjuntores selecionados como suspeitos estão mostrados na Tabela 6.9. Na terceira e quarta colunas da mesma Tabela são mostradas as combinações que representam as configurações correta e simulada do conjunto de disjuntores suspeitos, respectivamente. Novamente o teste do cosseno apresentou valor superior a 0,9, indicando que o conjunto suspeito

obtido contém os disjuntores erroneamente modelados.

Tabela 6.9: Disjuntores Suspeitos - Erro de Inclusão

Disj. Erron. Modelados	Disj. Susp. ($\lambda_o^N > \lambda_t$)	Status Correto	Status Simulado (\mathcal{H}_0)
	2-11	1	1
2-12	2-12	0	1
5-15	5-15	0	1
	5-16	1	1

Os resultados obtidos com a aplicação dos testes de hipóteses para as hipóteses alternativas cujas probabilidades condicionais resultaram em valores não nulos, são apresentados na Tabela 6.10. Verifica-se que a combinação associada ao maior valor de probabilidade condicional, tanto no caso linear quanto não-linear, é a hipótese $\mathcal{H}_8 : \{1001\}$ que identificada corretamente que os disjuntores 2-12 e 5-15 estão abertos e não fechados, como estabelecia a hipótese básica. Os disjuntores 2-11 e 5-16, apesar de considerados suspeitos, não estão erroneamente modelados, o que é também confirmado pela alternativa \mathcal{H}_8 .

Algumas observações podem ainda ser feitas com relação aos resultados apresentados na Tabela 6.10. Para o caso linear onde as susceptâncias transversais das linhas são desconsideradas do modelo da rede, as combinações dos *status* referentes às hipóteses \mathcal{H}_{13} e \mathcal{H}_{14} correspondem às outras duas possíveis configurações onde o ramo 12-15 estaria fora de operação. Teoricamente os valores das probabilidades condicionais para as três combinações deveriam ser iguais, já que os três casos refletem igualmente que a linha não está em operação. O desbalanço nos valores das probabilidades deve-se na verdade ao fato de que as restrições operacionais associadas aos disjuntores selecionados como suspeitos formam um conjunto crítico, o que foi devidamente verificado com o algoritmo topológico generalizado proposto neste trabalho. Em princípio, os *status* desses disjuntores seriam não-identificáveis, porém o uso das informações *a priori* reduzem os problemas numéricos causados pela presença de conjuntos críticos entre o conjunto suspeito, possibilitando a identificação da correta configuração dos *status* desses disjuntores pelos testes de hipóteses.

Já para o caso não-linear, os valores nulos das probabilidades para as combinações \mathcal{H}_{13} e \mathcal{H}_{14} deve-se à susceptância transversal da linha 12-15, pois neste caso a abertura de apenas um dos dois disjuntores envolvidos não representa adequadamente a configuração real em que o ramo 12-15 está completamente fora de operação (disjuntores 2-12 e 5-15 abertos). Assim como no caso linear, verifica-se que os testes de hipóteses foram capazes de identificar a correta configuração da rede mesmo para este caso onde os disjuntores suspeitos formam um conjunto crítico.

Tabela 6.10: Resultados dos Testes de Hipóteses - Erro de Inclusão

Combinações (\mathcal{H}_i)	$P(\mathcal{H}_i z)$	
	IET-DC	IET-AC
\mathcal{H}_8 : 1 0 0 1	0,99996	1,00000
\mathcal{H}_{13} : 1 1 0 1	0,00002	0,00000
\mathcal{H}_{14} : 1 0 1 1	0,00002	0,00000

Erro *Bus Split*

A condição de operação para este caso é a condição de operação 2, apresentada na Tabela 6.2, e o plano de medição utilizado é o plano 2 da Tabela 6.3. É fácil verificar que a configuração resultante da condição de operação 2 implica em um seccionamento de barra na subestação representada na parte superior da Figura 6.1. Entretanto, este seccionamento é ignorado no modelo da rede, o qual supõe erroneamente que os disjuntores 5-17 e 5-18 estão fechados e os disjuntores 14-17 e 14-18 estão abertos.

Pode-se verificar que, tanto para a configuração real quanto para a simulada, dois disjuntores estarão radialmente conectados aos ramos 7-17 e 7-18. Conforme discutido em [17] e confirmado pelos resultados obtidos com o algoritmo topológico generalizado apresentados na seção anterior, configurações radiais envolvendo disjuntores tornam seus *status* críticos e portanto não-detectáveis. Este problema pode ser contornado estendendo-se a rede reduzida, conforme discutido seção 5.2. O mesmo procedimento adotado em [17] foi aplicado, segundo o qual o sistema-teste é expandido através da representação das barras denotadas por $7'$ e $8'$, de

forma a incluir o laço mostrado na Figura 6.2, contornando o problema de criticidade causados pelas seções radiais conforme discutido no princípio da seção 5.2. A rede estendida resultante da inclusão deste laço pode ser obtida, por exemplo, utilizando-se o método desenvolvido em [38], conforme discutido em 3.2.2.

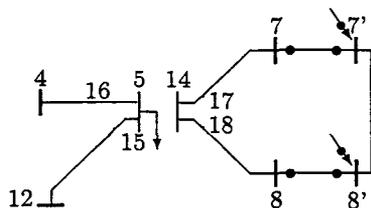


Figura 6.2: Laço para Sistema Teste Estendido

A Tabela 6.11 mostra os disjuntores selecionados como suspeitos pelo estimador quando a versão linear do programa é utilizada. Neste caso, o conjunto formado por esses disjuntores corresponde exatamente ao conjunto de disjuntores erroneamente modelados. Os valores não nulos das probabilidades condicionais, ainda considerando a versão linear, são mostrados na Tabela 6.12. O maior valor obtido para a probabilidade condicional corresponde à hipótese alternativa $\mathcal{H}_6 : \{1100\}$, que representa a configuração correta do conjunto de disjuntores suspeitos. Comparando a hipótese básica ($\mathcal{H}_0 : \{0011\}$) com a hipótese alternativa \mathcal{H}_6 , confirma-se a existência do erro de modelagem envolvendo os 4 disjuntores suspeitos e o erro de *bus-split* é corretamente identificado.

Tabela 6.11: Disjuntores Suspeitos - Erro Bus Split

Disj. Erron. Modelados	Disj. Susp. IET-DC	Status Correto	Status Simulado (\mathcal{H}_0)
14-17	14-17	1	0
14-18	14-18	1	0
5-17	5-17	0	1
5-18	5-18	0	1

Para o caso não-linear, o conjunto de disjuntores suspeitos obtido pelos multiplicadores de Lagrange normalizados associados às restrições operacionais é formado pelos disjuntores $\{2-9; 2-10; 2-12; 5-15; 5-17; 5-18; 14-17; 14-18\}$. Observa-se que os disjuntores

Tabela 6.12: Resultados dos Testes de Hipóteses - Erro *bus-split*

Combinacões \mathcal{H}_i	$P(\mathcal{H}_i z)$
	IET-DC
$\mathcal{H}_6 : 1 1 0 0$	0,8119
$\mathcal{H}_{11} : 1 1 1 0$	0,0016
$\mathcal{H}_{12} : 1 1 0 1$	0,0042
$\mathcal{H}_{15} : 1 1 1 1$	0,1823

causadores do erro *bus split* estão incluídos no conjunto suspeito. A aplicação dos testes de hipóteses resulta em uma probabilidade condicional igual a 1,0 para a hipótese alternativa $\mathcal{H}_{138} : \{1 1 1 1 0 0 1 1\}$, que identifica adequadamente os *status* dos disjuntores erroneamente modelados. Nota-se que apesar de os disjuntores 2-9, 2-10, 2-12 e 5-15, que estão corretamente modelados, terem sido incluídos como suspeitos, seus *status* originais (ver condição de operação 2 na Tabela 6.2) são mantidos pela hipótese \mathcal{H}_{138} . As probabilidades condicionais obtidas para todas as outras hipóteses alternativas foram nulas.

Erro de Exclusão

A condição de operação 2 da Tabela 6.2 e o plano de medição 2 da Tabela 6.3 são novamente empregados neste caso. No erro de exclusão simulado, os disjuntores 2-12 e 5-15 são considerados abertos pelo estimador, o que exclui erroneamente o ramo 12-15 do modelo da rede.

Os disjuntores selecionados como suspeitos pelos multiplicadores de Lagrange normalizados associados às restrições operacionais são mostrados na Tabela 6.13. Observa-se que os disjuntores erroneamente modelados, 2-12 e 5-15, não foram selecionados como suspeitos. Consistentemente, o resultado obtido com a aplicação do teste do cosseno, mostrado na última coluna da Tabela 6.13, apresenta valor bem inferior ao limiar utilizado, igual a 0,9, tanto utilizando-se a versão linear quanto não-linear do programa.

A não-ocorrência dos disjuntores erroneamente modelados entre aqueles originalmente classificados como suspeitos impede a identificação do erro de topologia. Seguindo o algoritmo proposto na seção 5.9, o procedimento de seleção de disjuntores suspeitos é mo-

Tabela 6.13: Disjuntores Suspeitos por λ_o^N para Erro de Exclusão

Disj. Erron. Modelados	Disj. Susp. $\lambda_o^N > 3,0$	<i>Status</i> Correto	<i>Status</i> Simulado	$\cos \theta$	
				IET-DC	IET-AC
2-12	5-18	0	0	0,2043	0,2051
5-15	5-17	0	0		

dificado reduzindo-se o limiar λ_t até que o teste do cosseno seja satisfeito. O critério final utilizado para inclusão no rol de disjuntores suspeitos foi $\lambda_o^N > 0,5$. A Tabela 6.14 resume os resultados obtidos com o procedimento modificado para seleção de disjuntores suspeitos. Nas duas últimas colunas da tabela são mostrados os valores obtidos com o teste do cosseno considerando os novos conjuntos de disjuntores suspeitos das versões linear e não-linear do programa. Os valores superiores ao limiar do teste do cosseno confirmam a inclusão dos disjuntores errôneos (2-12 e 5-15) no conjunto suspeito, para as duas versões do programa.

Tabela 6.14: Disjuntores Suspeitos por λ_m^N - Erro de Exclusão

Disj. Susp.		<i>Status</i> Correto	<i>Status</i> Simulado	$\cos \theta$	
IET-DC	IET-AC			IET-DC	IET-AC
	2-9	1	1	0,9998	0,9687
2-12	2-12	1	0		
5-15	5-15	1	0		
5-17	5-17	0	0		
5-18	5-18	0	0		
14-16	14-16	0	0		

Os resultados obtidos com a aplicação dos testes de hipóteses considerando a lista de disjuntores suspeitos da Tabela 6.14 são mostrados na Tabela 6.15. As hipóteses alternativas $\mathcal{H}_{31} : \{11111\}$, referente à versão IET-DC do programa, e $\mathcal{H}_{43} : \{111111\}$, referente à versão IET-AC, são aquelas associadas ao maior valor de probabilidade condicional. Verifica-se que nos dois casos o erro de exclusão é corretamente identificado, indicando que os *status* dos disjuntores 2-12 e 5-15 estão fechados na configuração real.

Observando as hipóteses associadas ao maior valor de probabilidade condicional (hipóteses \mathcal{H}_{31} para IET-DC e \mathcal{H}_{43} de IET-AC) conclui-se que os *status* dos disjuntores 5-17, 5-18 e 14-16 foram indentificados como fechados quando na verdade estes disjuntores estão

Tabela 6.15: Resultados dos Testes de Hipóteses - Erro de Exclusão

IET-DC		IET-AC	
Combinações	$P(\mathcal{H}_i z)$	Combinações	$P(\mathcal{H}_i z)$
\mathcal{H}_{15} : 1 1 0 0 0	0,14159		
\mathcal{H}_{21} : 1 1 1 0 0	0,00018	\mathcal{H}_6 : 1 1 1 0 0 0	0,00011
\mathcal{H}_{24} : 1 1 0 1 0	0,00032	\mathcal{H}_{22} : 1 1 1 1 1 0	0,00078
\mathcal{H}_{25} : 1 1 0 0 1	0,00018	\mathcal{H}_{38} : 1 1 1 0 1 1	0,00038
\mathcal{H}_{28} : 1 1 1 1 0	0,01654	\mathcal{H}_{43} : 1 1 1 1 1 1	0,99812
\mathcal{H}_{29} : 1 1 1 0 1	0,00802	\mathcal{H}_{54} : 1 1 1 1 0 1	0,00061
\mathcal{H}_{30} : 1 1 0 1 1	0,01314		
\mathcal{H}_{31} : 1 1 1 1 1	0,82002		

abertos (ver condição de operação 2 na Tabela 6.2). A estimação dos estados obtida após a substituição dos *status* dos disjuntores suspeitos por aqueles definidos pela hipótese alternativa \mathcal{H}_{31} , para o caso linear, e \mathcal{H}_{43} , para o caso não linear, indica entretanto magnitude muito pequena para os fluxos de potência através destes disjuntores. Portanto, este fato não afetou de forma significativa as estimativas para as demais variáveis de estado, conforme já discutido na seção 5.7 do Capítulo 5. O teste estatístico proposto naquela seção e incluído como pós-processamento no algoritmo apresentado na seção 5.9 foi aplicado ao final do processo de estimação. Nas duas versões do programa o teste estatístico identificou adequadamente que os *status* dos disjuntores 5-17, 5-18 e 14-16 estão abertos na configuração real da rede e não fechados como sugerem as alternativas \mathcal{H}_{31} e \mathcal{H}_{43} .

Conclui-se que a falha inicial de seleção entre os suspeitos dos disjuntores envolvidos no erro de exclusão foi adequadamente apontada pelo teste do cosseno. Além disso, os testes estatísticos de pós-processamento mostraram-se eficientes na correção dos *status* de disjuntores erroneamente identificados como fechados.

6.3.2 Sistema-Teste IEEE 24 barras

Esta subseção apresenta os testes simulados com o sistema-teste de 24 barras do IEEE, cuja topologia original é mostrada na Figura 6.3. Os resultados para este sistema teste estão separados em dois grupos, A e B. No caso A os erros simulados estão relacionados

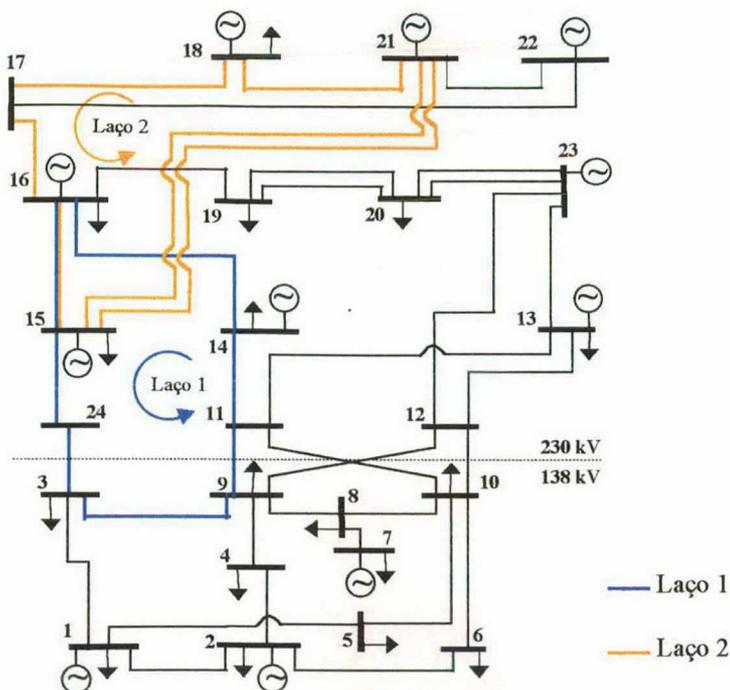


Figura 6.3: Sistema-Teste 24 barras do IEEE

às subestações 14 e 16. No caso B as subestações envolvidas são as subestações 15 e 24 do sistema original. As Figuras 6.4 e 6.5 mostram as redes reduzidas obtidas com a representação detalhada das subestações relativas aos casos A e B, respectivamente. A condição de operação base e os disjuntores cujos fluxos são medidos estão também representados nas Figuras 6.4 e 6.5.

Além dos erros de inclusão e exclusão simulados para o sistema-teste da seção anterior, serão simulados erros do tipo *by-pass*, que podem ocorrer em subestações que apresentam configuração de disjuntor e meio, como no caso das subestações 15 e 16 do sistema-teste em estudo (ver Figuras 6.4 e 6.5). Este erro ocorre quando a conexão de linhas com a subestação é ignorada, resultando em um incorreto *by-pass* no modelo da rede.

Os testes simulados para os casos A e B são descritos na Tabela 6.16. As segunda e terceira colunas da tabela mostram os disjuntores envolvidos em cada erro de topologia simulado para cada caso. Os *status* correto e simulado para esses disjuntores são apresentados na quarta e quinta colunas da Tabela 6.16.

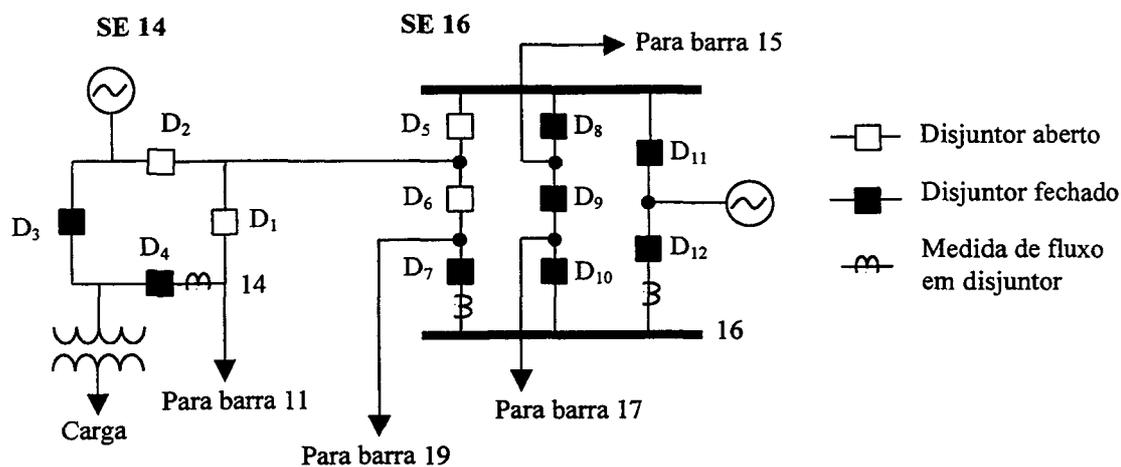


Figura 6.4: Caso A: Rede reduzida não estendida com subestações 14 e 16 modeladas ao nível de seção de barras

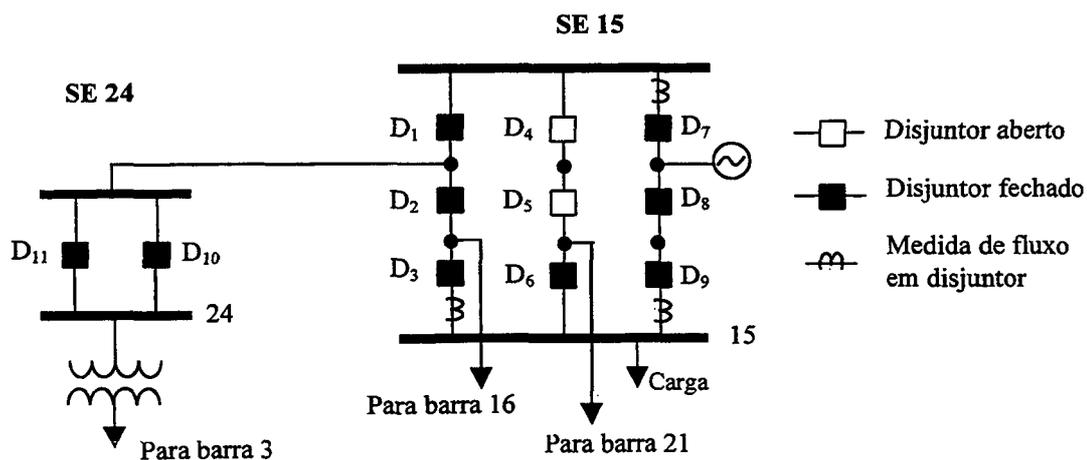


Figura 6.5: Caso B: Rede reduzida não estendida com subestações 15 e 24 detalhadas

Tabela 6.16: Erros topológicos simulados para sistema-teste de 24 barras

Tipo de Erro	Disj. Errôneos		<i>Status</i>	<i>Status</i>	Laço
	Caso A	Caso B	Correto	Simulado (\mathcal{H}_0)	Utilizado
Inclusão	D_1		0	1	Laço 1
	D_5		0	1	
Exclusão		D_1	1	0	Laço 1
		D_{10}	1	0	
		D_{11}	1	0	
By-Pass	D_8	D_1	1	0	Caso A: Laço 2
	D_{10}	D_3	1	0	Caso B: Laço 1

Para os dois casos, as configurações resultantes da simulação dos erros de topologia, mostrados na Tabela 6.16, apresentam seções radiais contendo disjuntores fechados, o que torna seus *status* críticos, conforme discutido na seção 5.2. Para contornar este problema, as redes reduzidas apresentadas nas Figuras 6.4 e 6.5 são estendidas incorporando-se um dos laços mostrados na Figura 6.3. A última coluna da Tabela 6.16 mostra qual laço foi utilizado para cada erro de topologia simulado.

Caso A:

Os resultados obtidos com a versão linear (IET-DC) do programa para os erros de topologia de inclusão e *by-pass* simulados para o Caso A são mostrados na Tabela 6.17. A Tabela 6.18 mostra os resultados obtidos para os mesmos erros de topologia, porém considerando a versão não-linear (IET-AC) do programa. O critério $\lambda_o^N > 3,0$ foi utilizado para a seleção dos disjuntores suspeitos, que são mostrados na segunda coluna de cada tabela. Verifica-se que para os dois erros simulados os conjuntos suspeitos obtidos com as versões linear e não-linear do programa contêm os disjuntores erroneamente modelados.

A terceira coluna das Tabelas 6.17 e 6.18 mostram as hipóteses alternativas para as quais os valores de probabilidade condicional, mostrados na quarta coluna de cada tabela, são diferentes de zero. Verifica-se que os dois erros de topologia simulados para este caso foram corretamente identificados pelo maior valor de probabilidade condicional. As probabilidades condicionais obtidas para as hipóteses alternativas não apresentadas nas tabelas foram nulas.

Tabela 6.17: Resultados para o Caso A Utilizando Versão IET-DC do programa

CASO A - Versão IET-DC			
Tipo Erro	Disjuntores Suspeitos	\mathcal{H}_i	$P(\mathcal{H}_i z)$
Inclusão	$\{D_1, D_2, D_5, D_8, D_9, D_{10}, D_{11}, D_{12}\}$	$\mathcal{H}_{219} : \{00011111\}$	0,99999
		$\mathcal{H}_{240} : \{10011111\}$	$0,1576 \times 10^{-4}$
		$\mathcal{H}_{246} : \{01011111\}$	$0,2235 \times 10^{-4}$
		$\mathcal{H}_{247} : \{00111111\}$	$0,1296 \times 10^{-4}$
By-Pass	$\{D_8, D_9, D_{10}\}$	$\mathcal{H}_6 : \{111\}$	1,00000

Tabela 6.18: Resultados para o Caso A Utilizando Versão IET-AC do programa

CASO A - Versão IET-AC			
Tipo Erro	Disj. Susp.	\mathcal{H}_i	$P(\mathcal{H}_i z)$
Inclusão	$\{D_1, D_5\}$	$\mathcal{H}_1 : \{00\}$	0,99999
		$\mathcal{H}_4 : \{01\}$	0,00001
By-Pass	$\{D_8, D_9, D_{10}\}$	$\mathcal{H}_6 : \{111\}$	1,0000

Caso B:

Para o Caso B foram simulados os erros de exclusão e de *by-pass* mostrados na Tabela 6.16. Os resultados obtidos com a versão linear e não-linear do programa foram os mesmos nos dois casos simulados e estão mostrados na Tabela 6.19. A segunda coluna da tabela mostra os disjuntores selecionados como suspeitos (utilizando o critério $\lambda_o^N > 3,0$). A terceira e quarta colunas mostram os resultados obtidos com os testes de hipóteses. O valor da probabilidade condicional é igual a 1,0 para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_6 : \{111\}$ e $\mathcal{H}_{22} : \{11111\}$ referentes aos erros de exclusão e *by-pass*, respectivamente, identificando corretamente os *status* dos disjuntores envolvidos em cada erro de topologia.

Tabela 6.19: Resultados para o Caso B Utilizando Versões IET-DC e IET-AC do programa

CASO B- Versões IET-DC e IET-AC			
Tipo Erro	Disj. Susp.	\mathcal{H}_i	$P(\mathcal{H}_i z)$
Exclusão	$\{D_1, D_{10}, D_{11}\}$	$\mathcal{H}_6 : \{111\}$	1,0000
By-Pass	$\{D_1, D_2, D_3, D_{10}, D_{11}\}$	$\mathcal{H}_{22} : \{11111\}$	1,0000

6.4 Conclusões

Neste Capítulo foram apresentados os resultados obtidos com o algoritmo proposto para a análise topológica generalizada de observabilidade e criticidade e com o algoritmo proposto para a identificação de erros de topologia via testes de hipóteses.

Com relação ao primeiro, verifica-se que as medidas e restrições provenientes da modelagem do sistema no nível de seção de barra são adequadamente tratadas pelas análises de observabilidade e criticidade generalizadas propostas. Os resultados da análise de criticidade para os dois sistemas-teste utilizados, obtidos com o algoritmo topológico proposto, são validados numericamente através do método dos multiplicadores de Lagrange normalizados apresentado em [17].

O método de identificação de erros de topologia foi testado considerando os diferentes tipos de erros de topologia em subestações: erro de configuração de um único disjuntor, erros de inclusão e exclusão, erros do tipo *bus split* e erros do tipo *by-pass*. Foram também consideradas subestações com diferentes tipos de configurações, tais como configurações de disjuntor e meio e configurações em anel. Os resultados obtidos mostram que a utilização em conjunto dos multiplicadores de Lagrange normalizados e do teste do cosseno fornecem uma ferramenta eficaz para a seleção dos disjuntores suspeitos de conterem erros de modelagem.

Com relação aos resultados obtidos com os testes de hipóteses propostos, verifica-se que uma vez que os disjuntores erroneamente modelados tenham sido incluídos no conjunto de disjuntores suspeitos, a configuração correta é identificada pela hipótese alternativa associada ao maior valor de probabilidade condicional *a posteriori*, determinada pelo Teorema de Bayes.

Capítulo 7

Conclusões Gerais

A estimação de estados generalizada apresentada recentemente na bibliografia permite que regiões suspeitas da rede sejam representadas no nível de seções de barra. Esta abordagem abriu novos caminhos para pesquisas relacionadas a algoritmos de estimação de estados e a tópicos correlatos, tais como a análise de observabilidade de sistemas e a identificação de erros de topologia.

Este trabalho segue esta nova tendência propondo dois algoritmos: um algoritmo topológico para a análises de observabilidade e de criticidade generalizadas e um algoritmo para identificação de erros de topologia. Ambos os algoritmos foram desenvolvidos visando sua aplicação à estimação de estados generalizada e portanto possibilitam a modelagem no nível de subestação do sistema ou sub-rede relevante em estudo.

Neste capítulo são apresentadas as conclusões gerais referentes aos dois métodos desenvolvidos neste trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

7.1 Algoritmo Topológico Generalizado

As técnicas topológicas utilizadas pelos algoritmos convencionais de análise de observabilidade/criticidade foram estendidas neste trabalho para permitirem a inclusão das novas variáveis de estado e o processamento das informações provenientes da representação explícita

de chaves e disjuntores. O grafo de medição generalizado, definido a partir desta extensão, é a base do método topológico generalizado proposto, através do qual são realizadas as análises de observabilidade e criticidade em sistemas modelados no nível de subestação. As características puramente topológicas do método permitem que as duas análises sejam realizadas simultaneamente, como no caso do método topológico convencional.

Os testes realizados demonstram a capacidade do método em processar medidas e restrições provenientes da representação no nível físico da rede. Os valores numéricos referentes aos multiplicadores de Lagrange, obtidos com o método proposto em [17], mostram a eficácia do método proposto na determinação de informações críticas e de conjuntos (de informações) críticos, sejam estas informações provenientes de medidas ou restrições.

Em síntese, o algoritmo proposto fornece uma ferramenta eficaz para as análises de observabilidade e criticidade generalizadas, caracterizadas pelo uso de técnicas puramente topológicas.

7.2 Algoritmo de Identificação de Erros de Topologia

O método de identificação de erros de topologia proposto considera a estimação de estados em dois estágios e utiliza a estimação de estados restrita [17] para o segundo estágio. A incorporação das informações *a priori* sobre os estados do sistema na forma descrita neste trabalho possibilita um melhor condicionamento numérico do problema de estimação e um melhor desempenho do método de identificação de erros de topologia. Testes realizados mostram, por exemplo, que sem o uso das informações *a priori* os testes de hipóteses não seriam capazes de identificar erros de topologia que envolvam disjuntores pertencentes a conjuntos críticos, como no caso do erro de inclusão mostrado na seção 6.3.1.

O algoritmo proposto para a identificação de erros topológicos pode ser dividido em três partes: detecção, seleção dos disjuntores suspeitos e identificação dos erros de topologia. A detecção dos erros de topologia é feita através dos multiplicadores de Lagrange normali-

zados associados às restrições operacionais. Estes mesmos multiplicadores são utilizados em conjunto com o teste do cosseno, resultante da interpretação geométrica desenvolvida para os multiplicadores de Lagrange, para selecionar os disjuntores suspeitos de conterem erros de modelagem. Este procedimento permite reduzir o esforço computacional da etapa de identificação dos erros de topologia, já que desta forma o processo de identificação se restringe às configurações dos disjuntores suspeitos. A identificação dos erros de topologia é realizada através de testes de hipóteses. Os testes de hipóteses propostos utilizam o teorema de Bayes para determinar as probabilidades condicionais *a posteriori* das hipóteses alternativas, as quais representam as combinações possíveis para os *status* dos disjuntores suspeitos. O maior valor de probabilidade condicional indica a hipótese alternativa que representa a configuração correta para os disjuntores suspeitos, identificando assim os erros de topologia.

O método apresenta como principal vantagem a necessidade de uma única estimação de estados para a configuração atual da rede, definida como hipótese básica. Além disso, a realização dos processos de detecção e identificação em uma iteração intermediária do processo iterativo de estimação, considerando a abordagem não-linear do método, permite contornar eventuais problemas de convergência advindos da presença de erros de topologia. Este procedimento proporciona ainda a obtenção de estimativas finais para os estados livres dos efeitos dos erros de topologia, evitando a necessidade de repetição do processo de estimação. Já para o caso linear, em que o processo iterativo não se aplica, os estados devem ser re-estimados após a detecção e identificação dos erros de topologia.

Os resultados obtidos com a simulação de diferentes erros de topologia e utilizando-se subestações com diferentes tipos de configurações permitem avaliar o desempenho das três etapas do algoritmo proposto. Para todos os casos simulados, considerando a versão linear ou não-linear do programa, os erros de topologia foram detectados e os disjuntores erroneamente modelados foram selecionados como suspeitos. Também para todos os casos o maior valor da probabilidade condicional indica a correta configuração dos disjuntores erroneamente

modelados, identificando os erros de topologia. Verifica-se ainda que os testes de hipóteses foram capazes de identificar a correta topologia da rede mesmo nos casos em que as restrições operacionais associadas aos disjuntores suspeitos formam conjuntos críticos, evidenciando sua robustez.

Em resumo, a utilização em conjunto das informações *a priori*, dos multiplicadores de Lagrange, da interpretação geométrica destes e dos testes de hipóteses baseados no teorema de Bayes fornecem uma ferramenta atraente para a detecção e identificação de erros de topologia na estimação de estados generalizada, tanto para aplicações a modelos lineares quanto não-lineares da rede elétrica.

7.3 Sugestões Para Trabalhos Futuros

Como sugestões para trabalhos futuros, podem-se citar:

- Considerar o processamento de erros grosseiros em medidas e erros de modelagem em restrições estruturais. Este último pode ocorrer, por exemplo, quando uma barra de carga é erroneamente considerada como barra de passagem (barra de injeção nula). O estimador deve ser formulado de modo que a identificação de erros grosseiros seja realizada independentemente da identificação dos erros de topologia da rede. A característica do estimador restrito de associar um multiplicador de Lagrange a cada medida e a cada restrição poder ser explorada para auxiliar na detecção e distinção de erros grosseiros e erros de topologia.
- Introduzir o uso de métodos ortogonais para a versão não-linear do método de identificação de erros de topologia, visando uma maior robustez numérica. Os resultados obtidos neste trabalho e o sucesso da aplicação de métodos ortogonais à versão linear deste método, apresentado em [35], tornam esta proposta bastante atrativa;
- Verificar a viabilidade da utilização de técnicas de blocagem na solução da estimação de

estados restrita.

Apêndice A

Fundamentos Teóricos para o Algoritmo de Observabilidade Topológica

A.1 Objetivo

O objetivo deste apêndice é estender os resultados apresentados em [54], para estabelecer uma conexão entre a análise de observabilidade topológica generalizada proposta, baseada na busca de uma árvore geradora observável no grafo de medição generalizado, e a observabilidade algébrica.

A.2 Modelo de Medição Generalizado

O método topológico generalizado proposto para as análises de observabilidade e criticidade considera que partes do sistema de potência podem estar modelados no nível de subestação, onde seções de barra e disjuntores são representados. As variáveis de estado são redefinidas de forma a incluírem tensões complexas nodais em cada seção de barra e fluxos de potência em cada disjuntor.

Suponha um sistema de potência com N barras, onde N_m quantidades são medidas. Considerando o problema $P - \delta$, o vetor de estados é composto pelos ângulos das tensões nodais, δ , e pelos fluxos de potência ativa através dos disjuntores, t_d .

O modelo de medição generalizado pode, então, ser estabelecido como:

$$z = \begin{bmatrix} H_\delta & H_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ t_d \end{bmatrix} + \epsilon \quad (\text{A.1})$$

onde:

z : vetor de quantidades medidas ($N_m \times 1$);

ϵ : vetor de erros de medição ($N_m \times 1$);

H_δ e H_t : partições da matriz de observação H , de dimensões ($N_m \times N$) e ($N_m \times n_d$), respectivamente.

O vetor de medidas z , contém medidas de fluxo em ramos convencionais e chaveáveis e medidas de injeção em seções de barra. Assume-se ainda que:

n_{rc} : número de ramos convencionais;

n_d : número de disjuntores no modelo;

n_l : número de ramos do sistema definido por:

$$n_l = n_{rc} + n_d \quad (\text{A.2})$$

e que a rede não contém laços formados apenas por disjuntores.

Os subscritos “ rc ” e “ d ” são utilizados no texto que segue para representar variáveis relacionadas a ramos convencionais e ramos chaveáveis, respectivamente. O vetor de estado de variáveis nodais, δ , possui dimensão ($N \times 1$), enquanto que o vetor dos estados referente aos fluxos nos disjuntores, t_d , tem dimensão ($n_d \times 1$).

A.2.1 Modelo de Medição Generalizado em termos da estrutura de referência de fluxo

Considera-se que os ramos da rede sejam particionados em ramos convencionais e chaveáveis. Isto leva a partição correspondente da matriz $(N \times n_l)$ de incidência barra-ramo, A , e da matriz $(m \times n_l)$ de incidência medidas-ramos, M , ou seja:

$$A = \begin{bmatrix} A_{rc} & A_d \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$$M = \begin{bmatrix} M_{rc} & M_d \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

A partição da matriz Jacobiana H_δ pode ser escrita em termos de M_{rc} , A_{rc} e da matriz de admitância primitiva dos ramos convencionais, Y_{rc} de dimensão $(n_{rc} \times n_{rc})$, como:

$$H_\delta = M_{rc} Y_{rc} A_{rc}^T \quad (\text{A.5})$$

A partição H_t depende unicamente de medidas incidentes aos ramos chaveáveis, portanto:

$$H_t = M_d \quad (\text{A.6})$$

A partir das equações (A.5) e (A.6), a equação (A.1) pode ser re-escrita como:

$$z = \begin{bmatrix} M_{rc} Y_{rc} A_{rc}^T & M_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ t_d \end{bmatrix} + \epsilon \quad (\text{A.7})$$

Definindo o vetor $(n_{rc} \times 1)$ de diferença angular em ramos convencionais:

$$\delta_l = A_{rc}^T \delta \quad (\text{A.8})$$

tem-se que os fluxos através dos ramos convencionais podem ser calculados por:

$$t_{rc} = Y_{rc} \delta_l$$

Assim, o modelo de medição representado pela equação (A.1) pode ser re-escrito inteiramente em termos da estrutura de referência de fluxo:

$$z = \begin{bmatrix} M_{rc} & M_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{rc} \\ t_d \end{bmatrix} + \epsilon \quad (\text{A.9})$$

Para garantir que as leis de Kirchhoff das tensões sejam asseguradas, o modelo de medição A.9 precisa ser acompanhado da equação:

$$B_{rc}\delta_l = 0 \quad (\text{A.10})$$

onde B_z é matriz de incidência laço-ramos fundamental, de dimensão $(n_l - N + 1) \times n_l$.

Como,

$$t_{rc} = Y_{rc}\delta_l \Rightarrow \delta_l = Z_{rc}t_{rc} \quad (\text{A.11})$$

onde Z_{rc} é a matriz $(n_l \times n_l)$ de impedância primitiva dos ramos convencionais.

Assim, a equação A.10 pode ser re-escrita por:

$$B_{rc}Z_{rc}t_{rc} = 0 \quad (\text{A.12})$$

As equações A.9 e A.12 podem ser combinadas, resultando no modelo de medição generalizado em termos da estrutura de referência de fluxo:

$$\begin{bmatrix} M_{rc} & M_d \\ B_{rc}Z_{rc} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{rc} \\ t_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

A.3 Análise de Observabilidade Topológica Generalizada na Estrutura de Referência de Fluxo

Para a análise generalizada, a observabilidade algébrica é estabelecida em termos do posto da matriz de observação $\begin{bmatrix} H_{rc} & H_t \end{bmatrix}$, e requer que este seja igual a $N + n_d + 1$.

O Teorema 2.3.1 apresentado em [54] pode ser re-estabelecido para o caso estendido como:

Teorema: *Seja B_{rc} a matriz de incidência de laço fundamental do grafo da rede.*

Seja Y_{rc} e Z_{rc} as matrizes de admitância e impedância primitivas dos ramos convencionais.

Então:

$$\text{posto} \left\{ \begin{bmatrix} M_{rc} & M_d \\ B_{rc}Z_{rc} & 0 \end{bmatrix} \right\} = \text{posto} \left\{ \begin{bmatrix} M_d & M_{rc}Y_{rc}A_{rc}^T \end{bmatrix} \right\} + n_{rc} - N + 1 \quad (\text{A.14})$$

Prova: Seja T uma árvore do grafo da rede usada para determinar B_{rc} . Particionando as matrizes A_{rc} e B_{rc} para obter:

$$A_{rc} = \begin{bmatrix} A_{rc_T} & A_{rc_L} \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

$$B_{rc} = \begin{bmatrix} B_{rc_T} & I_k \end{bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

onde: I_k é a matriz identidade de dimensão $k \times k$, e $k = n_{rc} - N + 1$.

Segundo [54], a matriz A_{rc_T} é usada para definir a matriz $n_d \times n_d$, não-singular:

$$\begin{bmatrix} A_{rc_T}^T & 0 \\ A_{rc_L} & I_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{rc}^T & U \end{bmatrix} \quad (\text{A.17})$$

onde:

$$U = \begin{bmatrix} 0 & I_k \end{bmatrix}$$

Considere agora o seguinte produto de matrizes abaixo, onde I_d é uma matriz identidade de dimensão $n_d \times n_d$:

$$\begin{bmatrix} M_{rc} & M_d \\ B_{rc}Z_{rc} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{rc} & 0 \\ 0 & I_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & A_{rc}^T & U \\ I_d & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{rc}Y_{rc} & M_d \\ B_{rc} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & A_{rc}^T & U \\ I_d & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.18})$$

$$= \begin{bmatrix} M_d & M_{rc}Y_{rc}A_{rc}^T & M_{rc}Y_{rc}U \\ 0 & B_{rc}A_{rc}^T & B_{rc}U \end{bmatrix} \quad (\text{A.19})$$

$$= \begin{bmatrix} M_d & M_{rc}Y_{rc}A_{rc}^T & M_{rc}Y_{rc}U \\ 0 & B_{rc}A_{rc}^T & B_{rc}U \end{bmatrix} \quad (\text{A.20})$$

$$= \begin{bmatrix} M_d & M_{rc}Y_{rc}A_{rc}^T & M_{rc}Y_{rc}U \\ 0 & 0 & I_k \end{bmatrix} \quad (\text{A.21})$$

Nos passos acima foram usados os fatos de que $B_{rc}A_{rc}^T = 0$ e $B_{rc}U = I_k$.

Como a matriz $\begin{bmatrix} A_{rc}^T & U \end{bmatrix}$ é não singular, a matriz $(n_d + n_l) \times (n_d + n_l)$ abaixo:

$$\begin{bmatrix} 0 & A_{rc}^T & U \\ I_d & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

será igualmente não-singular. Portanto, o posto do produto de matrizes representado em (A.18) é determinado pelo posto da matriz:

$$\begin{bmatrix} M_{rc}Y_{rc} & M_d \\ B_{rc} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.23})$$

Devido ao fato que a matriz resultante do produto de matrizes (A.18):

$$MB = \begin{bmatrix} M_d & M_{rc}Y_{rc}A_{rc}^T & M_{rc}Y_{rc}U \\ 0 & 0 & I_k \end{bmatrix} \quad (\text{A.24})$$

é bloco triangular superior, seu posto é claramente dado por:

$$\text{posto}\{MB\} = k + \text{posto} \left\{ \begin{bmatrix} M_d & M_{rc}Y_{rc}A_{rc}^T \end{bmatrix} \right\} \quad (\text{A.25})$$

Assim, mostrou-se que:

$$\text{posto} \left\{ \begin{bmatrix} M_{rc} & M_d \\ B_{rc}Z_{rc} & 0 \end{bmatrix} \right\} = \text{posto} \left\{ \begin{bmatrix} M_d & M_{rc}Y_{rc}A_{rc}^T \end{bmatrix} \right\} + n_{rc} - N + 1 \quad (\text{A.26})$$

Assumindo que a rede estendida seja algebricamente observável, então:

$$\text{posto} \left\{ \begin{bmatrix} M_d & M_{rc}Y_{rc}A_{rc}^T \end{bmatrix} \right\} = N - 1 + n_d \quad (\text{A.27})$$

Se, além disso, a rede estendida é uma árvore, então $B_{rc} = 0$. Assim, do teorema acima pode-se concluir que, neste caso:

$$\text{posto} \left\{ \begin{bmatrix} M_{rc} & M_d \end{bmatrix} \right\} = (N - 1 + n_d) + (n_{rc} - N + 1) = n_{rc} + n_d = N - 1 + n_d \quad (\text{A.28})$$

Portanto, no caso em que o grafo estendido é uma árvore observável, a investigação da observabilidade do sistema pode ser conduzida em termos puramente topológicos.

Apêndice B

Análise de Erros Considerando a Inclusão de Informações *A Priori*

B.1 Objetivo

O objetivo deste apêndice é mostrar a análise de erros linearizada desenvolvida para o problema de estimação de estados restrito com informações *a priori*, realizada para determinar as matrizes de covariância dos erros de estimação e dos multiplicadores de Lagrange.

B.2 Análise de Erros Linearizada

Erros nos estados estimados podem surgir tanto de erros em medidas como de erros nos modelos das restrições estruturais e operacionais. Os erros de estimação, \tilde{x} , são definidos por:

$$\tilde{x} = \hat{x} - x \tag{B.1}$$

onde:

\hat{x} : vetor de estados estimados;

x : vetor de estados verdadeiros.

Considerando apenas os termos de primeira ordem, a expansão em série de Taylor das funções não-lineares das equações das medidas e das restrições estruturais e operacionais, $h(\hat{x})$, em torno do ponto \hat{x} , é dada por:

$$h(\hat{x}) \approx h(x) + H\tilde{x} \quad (\text{B.2})$$

onde:

$$H = \begin{pmatrix} \partial h_m(\hat{x})/\partial \hat{x} \\ \partial h_s(\hat{x})/\partial \hat{x} \\ \partial h_o(\hat{x})/\partial \hat{x} \end{pmatrix} \quad (\text{B.3})$$

A aproximação linearizada correspondente ao vetor r , é representada por:

$$r = z - h(x) - H\tilde{x} \quad (\text{B.4})$$

ou,

$$r = \epsilon - H\tilde{x} \quad (\text{B.5})$$

onde ϵ é o vetor de erros nas medidas e restrições dado por:

$$\epsilon = z - h(x) \quad (\text{B.6})$$

$$= \begin{pmatrix} \epsilon_m & 0 & 0 \end{pmatrix}^T \quad (\text{B.7})$$

sendo que ϵ_m representa o vetor de erros de medição.

As condições de otimalidade para o problema de estimação restrito com informações *a priori* representado na equação 5.6, são dadas pelas equações 5.12, 5.13 e 5.14, que são reproduzidas abaixo:

$$R^{-1}r - \lambda = 0 \quad (\text{B.8})$$

$$P^{-1}(\hat{x} - \bar{x}) - H^T \lambda = 0 \quad (\text{B.9})$$

$$r - z + h(\hat{x}) = 0 \quad (\text{B.10})$$

Quando a equação (B.5) é substituída na equações (B.8), tem-se que:

$$R\lambda - \epsilon + H\tilde{x} = 0 \quad (\text{B.11})$$

$$R\lambda + H\tilde{x} = \epsilon \quad (\text{B.12})$$

Substituindo a equação (B.1) em (B.9), obtém-se:

$$H^T\lambda - P^{-1}\tilde{x} = P^{-1}(x - \bar{x}) \quad (\text{B.13})$$

As expressões (B.12) e (B.13) podem ser reescritas na forma matricial, resultando no seguinte sistema:

$$\begin{pmatrix} R & H \\ H^T & -P^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \\ \tilde{x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon \\ P^{-1}(x - \bar{x}) \end{pmatrix} \quad (\text{B.14})$$

Portanto, o vetor de multiplicadores de Lagrange, λ , e o vetor de erros de estimação, \tilde{x} , estão relacionados aos erros nas medidas e restrições e às informações *a priori* por:

$$\begin{pmatrix} \lambda \\ \tilde{x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{V} & \bar{C} \\ \bar{C}^T & -\bar{\Sigma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon \\ P^{-1}(x - \bar{x}) \end{pmatrix} \quad (\text{B.15})$$

Da equação acima verifica-se que os multiplicadores de Lagrange e os erros de estimação podem ser expressos por:

$$\lambda = \bar{V}\epsilon + \bar{C}P^{-1}(x - \bar{x}) \quad (\text{B.16})$$

$$\tilde{x} = \bar{C}^T\epsilon - \bar{\Sigma}P^{-1}(x - \bar{x}) \quad (\text{B.17})$$

Conseqüentemente, a matriz de covariância dos multiplicadores de Lagrange é dada por:

$$P_{\lambda\lambda} = E\{\lambda\lambda^T\} = E\{\bar{V}\epsilon\epsilon^T\bar{V}\} + E\{\bar{C}P^{-1}(x - \bar{x})(x - \bar{x})^T P^{-1}\bar{C}^T\} \quad (\text{B.18})$$

$$P_{\lambda\lambda} = E\{\lambda\lambda^T\} = \bar{V}E\{\epsilon\epsilon^T\}\bar{V} + \bar{C}P^{-1}E\{(x - \bar{x})(x - \bar{x})^T\}P^{-1}\bar{C}^T \quad (\text{B.19})$$

$$P_{\lambda\lambda} = E\{\lambda\lambda^T\} = \bar{V}R\bar{V} + \bar{C}P^{-1}\bar{C}^T \quad (\text{B.20})$$

E, a matriz de covariância dos erros de estimação é dada por:

$$P_{xx} = E \{ \tilde{x} \tilde{x}^T \} = \bar{C}^T \{ \epsilon \epsilon^T \} \bar{C} + \bar{\Sigma} (-P^{-1}) E \{ (x - \bar{x})(x - \bar{x})^T \} (-P^{-1}) \Sigma \quad (\text{B.21})$$

$$P_{xx} = E \{ \tilde{x} \tilde{x}^T \} = \bar{C}^T R \bar{C} + \bar{\Sigma} P^{-1} \bar{\Sigma} \quad (\text{B.22})$$

B.2.1 Matriz de Covariância dos Erros de Estimação

Sabe-se, a partir da definição da matriz inversa do tableau representada na equação

(5.24), que:

$$\begin{pmatrix} \bar{V} & \bar{C} \\ \bar{C}^T & -\bar{\Sigma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R & H \\ H^T & -P^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \quad (\text{B.23})$$

e

$$\begin{pmatrix} R & H \\ H^T & -P^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V} & \bar{C} \\ \bar{C}^T & -\bar{\Sigma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \quad (\text{B.24})$$

As seguintes relações podem ser obtidas com as equações (B.23) e (B.24):

$$\bar{C}^T R - \bar{\Sigma} H^T = 0 \quad (\text{B.25})$$

e

$$H^T \bar{C} = I - P^{-1} \bar{\Sigma} \quad (\text{B.26})$$

Pós-multiplicando a expressão (B.25) por \bar{C} , obtém-se:

$$\bar{C}^T R \bar{C} = \bar{\Sigma} H^T \bar{C} \quad (\text{B.27})$$

Substituindo (B.26) em (B.27), obtém-se:

$$\bar{C}^T R \bar{C} = \bar{\Sigma} - \bar{\Sigma} P^{-1} \bar{\Sigma} \quad (\text{B.28})$$

Finalmente, substituindo (B.28) em (B.22), tem-se que a matriz de covariância dos erros de estimação é dada por:

$$P_{xx} = E \{ \tilde{x} \tilde{x}^T \} = \bar{\Sigma} - \bar{\Sigma} P^{-1} \bar{\Sigma} + \bar{\Sigma} P^{-1} \bar{\Sigma} \quad (\text{B.29})$$

$$P_{xx} = E \{ \tilde{x} \tilde{x}^T \} = \bar{\Sigma} \quad (\text{B.30})$$

B.2.2 Matriz de Covariância dos Multiplicadores de Lagrange

Novamente utilizando as equações (B.23) e (B.24), as seguintes relações podem ser obtidas:

$$\bar{V}H - \bar{C}P^{-1} = 0 \quad (\text{B.31})$$

e

$$H\bar{C}^T = I - R\bar{V} \quad (\text{B.32})$$

Pós-multiplicando a expressão (B.31) por \bar{C}^T , obtém-se:

$$\bar{C}P^{-1}\bar{C}^T = \bar{V}H\bar{C}^T \quad (\text{B.33})$$

Além disso, substituindo (B.32) em (B.33), tem-se que:

$$\bar{C}P^{-1}\bar{C}^T = \bar{V} - \bar{V}R\bar{V} \quad (\text{B.34})$$

$$= \bar{V} - \bar{V} \quad (\text{B.35})$$

$$= 0 \quad (\text{B.36})$$

Finalmente, considerando (B.36) e (B.20), verifica-se que a matriz de covariância dos multiplicadores de Lagrange é dada simplesmente por:

$$P_{\lambda\lambda} = \bar{V}R\bar{V} = \bar{V} \quad (\text{B.37})$$

Referências Bibliográficas

- [1] G. R. Krumpholz, K. A. Clements, and P. W. Davis. "Power System Observability: A Practical Algorithm Using Network Topology". *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, (7):1534–1542, Jul./Aug. 1980.
- [2] K. A. Clements, G. R. Krumpholz, and P. W. Davis. "State Estimation Measurement System Reliability Evaluation - An Efficient Algorithm Based on Topological Observability". *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, (4):997–1003, Apr. 1982.
- [3] V. H. Quintana, A. Simões Costa, and A. Mandel. "Power System Topological Observability Using a Direct Graph-Theoretic Approach". *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, 1982.
- [4] A. Simões Costa, T. S. Piazza, and A. Mandel. "Qualitative Methods To Solve Qualitative Problems in Systems State Estimation". *IEEE Trans. on Power Systems*, (3):941–949, Aug. 1990.
- [5] A. Monticelli and F. F. Wu. "Network Observability: Theory". *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, (5):1035–1041, May 1985.
- [6] A. Bose and K. A. Clements. "Real Time Modeling of Power Networks". *Proceedings of the IEEE*, 75(12):1607–1622, Dec. 1986.
- [7] R. L. Lugtu, D. F. Hackett, K. C. Liu, and D. D. Might. "Power System State Esti-

- mation: Detection of Topological Errors". *IEEE Trans. on Power App. and Systems*, 99(6):2406–2412, Nov./Dec. 1980.
- [8] B. C. Clewer, M. R. Irving, and M. J. H. Sterling. "Topologically Independent State Estimation". In *IFAC Symposium on Power System Modeling and Control Applications*, pages 290–297, Brussels, September 1988.
- [9] F. F. Wu and W. E. Liu. "Detection of Topology Errors by State Estimation". *IEEE Trans. on Power Systems*, 4(1):176–183, February 1989.
- [10] K. A. Clements and P. W. Davis. "Detection and Identification of Topology Errors in Electric Power Systems". *IEEE Trans. on Power Systems*, 3(4):176–183, November 1988.
- [11] A. Simões Costa and J. A. Leão. "Identification of Topology Errors in Power System State Estimation". *IEEE Trans. on Power Systems*, 8(4):1531–1538, November 1993.
- [12] A. Monticelli and A. Garcia. "Modeling Zero Impedance Branches in Power System State Estimation". *IEEE Transactions on Power Systems*, 6, 1991.
- [13] A. Monticelli. "The Impact of Modeling Short Circuit Branches in State Estimation". *IEEE Trans. on Power Systems*, 8(1):364–370, Feb 1993.
- [14] A. Monticelli. "Modeling Circuit Breakers in Weighted Least Squares State Estimation". *IEEE Trans. on Power Systems*, 8(3):1143–1149, August 1993.
- [15] A. Gjelsvik. "The Significance of the Lagrange Multipliers In WLS State Estimation With Equality Constraints". *Proceedings of the 11th Power Systems Computation Conference*, 1993.
- [16] O. Alsac, N. Vempati, B. Stott, and A. Monticelli. "Generalized State Estimation". *IEEE Trans. on Power Systems*, 13(3):1069–1075, Aug. 1998.
- [17] K. A. Clements and A. Simões Costa. "Topology Error Identification using Normalized Lagrange Multipliers". *IEEE Trans. on Power Systems*, 13(2):347–353, May 1998.

- [18] K. A. Clements and B. F. Wollenberg. "An Algorithm for Observability Determination in Power System State Estimation". *IEEE PES Summer Meeting, San Francisco*, Jul. 1975.
- [19] A. Simões Costa and A. Mandel. "A Abordagem Topológica Observabilidade de Sistemas de Potência: Teoria e Algoritmo". *Rev. SBA: Controle e Automação*, 1, 1986.
- [20] G. R. Krumpholz, K. A. Clements, and P. W. Davis. "Power System State Estimation Residual Analysis: An Algorithm Using Network Topology". *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, (4):1779–1787, Apr. 1981.
- [21] A. J. A. Simões Costa. "Determinação de Conjuntos Críticos de Medidas na Estimação de Estados em Sistemas de Potência". *7o. Congr. Brasileiro de Automática, São José dos Campos, SP*, 2, 1988.
- [22] P. Bonanomi and G. Gramberg. Power system data validation and state calculation by network search technique. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 102(1), Jan 1983.
- [23] K. A. Clements and P. W. Davis. "Multiple Bad Data Detectability and Identifiability: a Geometric Approach". *IEEE Transaction on Power System*, 3(4):461–466, Nov 1985.
- [24] A. Abur, H. Kim, and M. K. Celik. "Identifying the Unknown Circuit Breaker Statuses in Power Networks". *IEEE Trans. on Power Systems*, 10(4):2029–2037, Nov. 1995.
- [25] N. Singh and H. Glavitsch. "Detection and Identification of Topological Errors in On Line Power System Analysis". *IEEE Trans. on Power Systems*, 6(1):324–331, February 1991.
- [26] S. G. Souza. "Identificação de Erros de Topologia em Sistemas de Potência Utilizando Técnicas de Sistemas Especialistas". *Diss. Mestrado - Universidade Federal de Santa Catarina - Florianópolis, SC, Brasil*, Aug. 1995.

- [27] J. Pereira, V. Miranda, and J. T. Saraiva. "Combining Fuzzy and Probabilistic Data in Power System State Estimation". *PMAPS Conference*, 1997.
- [28] J. Pereira, V. Miranda, and J. T. Saraiva. "A Comprehensive State Estimation Approach for EMS/DMS Applications". *IEEE Power Tech Conference, Budapest, Hungary*, 1999.
- [29] J. C. S. Souza, A. M. Leite da Silva, and A. P. Alvez da Silva. "Data Debugging for Real-Time Power System Monitoring Based on Pattern Analysis". *IEEE Transactions on Power Systems*, 11(3):1592–1599, Aug. 1996.
- [30] J. C. S. Souza, A. M. Leite da Silva, and A. P. Alvez da Silva. "Online Topology Determination and Bad Data Suppression in Power System Operation Using Artificial Neural Networks". *IEEE Transactions on Power Systems*, 13(3):796–803, Aug. 1998.
- [31] A. Monticelli. "Testing Equality Constraint Hypothesis in Weighted Least Squares State Estimation". *IEEE Transactions on Power Systems*, 15(3):950–954, Aug. 2000.
- [32] A. M. Agudelo. "Identificação de Transações Não-Reveladas em Ambiente Desregulamentado". *Tese de Mestrado - Universidade Federal de Santa Catarina*, Feb. 2000.
- [33] K. A. Clements, A. Simões Costa, and A. Agudelo. "Bayesian Estimation to the Identification of Undisclosed Bilateral Transactions". *PMAPS Conference, Madeira, Portugal*, 2000.
- [34] K. A. Clements, A. Simões Costa, and A. Agudelo. "Identification of Parallel Flows in Power Networks Operating Under Deregulated Environment". *IEEE/PES Summer Meeting*, 2001.
- [35] F. Vieira. "Identificação de Erros Topológicos em Sistemas de Potência Através de Métodos Ortogonais e Testes de Hipóteses". *Tese de Mestrado - Universidade Federal de Santa Catarina*, Feb. 2001.

- [36] J. A. Simões Costa and F. Vieira. "Topology Error Identification Through Orthogonal Estimation Methods and Hypothesis Testing". *IEEE Power Tech*, Sep. 2001.
- [37] E. M. Lourenço and A. J. A. Simões Costa. "Identificação de Erros Topológicos Via Multiplicadores de Lagrange Normalizados e Testes de Hipóteses". *XIII Congresso Brasileiro de Automática, Florianópolis, SC, Brazil*, Sep. 2000.
- [38] L. Colzani. "Determinação de Sub-Redes Relevantes para Identificação de Erros Topológicos em Sistemas de Potência". *Tese de Mestrado - Universidade Federal de Santa Catarina*, Feb. 2001.
- [39] K. A. Clements, G. R. Krumpholz, and P. W. Davis. "Power System State Estimation With Measurement Deficiency - An Algorithm That Determines The Maximal Observable Subnetwork". *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, (9):3044-3052, Sep. 1982.
- [40] K. A. Clements, G. R. Krumpholz, and P. W. Davis. "Power System Estimation With Measurement Deficiency - An Observability/Measurement Placement Algorithm". *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, (7):2012-2020, Jul. 1983.
- [41] T. Van Cutsem. "Power System Observability and Related Functions: Derivation of Appropriate Strategies and Algorithms". *Electrical Power and Energy Systems*, 7, 1985.
- [42] A. J. Simões Costa. "Power System State Estimation: Orthogonal Methods for Estimation and Bad Data Processing, and Techniques for Topological Observability". *Ph.D Thesis - University of Waterloo*, 1981.
- [43] T. S. Piazza. "Aplicações de Métodos Combinatórios à Estimação de Estados em Sistemas de Potência: Determinação de Medidas e Conjuntos Críticos e Alocação de Pseudomedidas". *Tese de Mestrado - Universidade Federal de Santa Catarina*, Jul. 1989.
- [44] F. C. Schweppe and J. Wildes. "Power System Static-State Estimation, Part i, ii and iii". *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, 3(4):120-135, Jan. 1970.

- [45] A. Gjelsvik, A. Aam, and L. Holten. "Augmented Matrix Method: A Rapid Method for Improving Numerical Stability in Power System State Estimation". *IEEE Transaction Apparatus and System*, 104(6):2987–2993, Nov. 1985.
- [46] A. Monticelli and F. F. Wu. "Network Observability: Identification of Observable Islands and Measurement Placement - Parts 1 and 2". *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, 103(5):1035–1048, 1985.
- [47] N. Deo. "*Graph Theory with Applications to Engineering and Computer Science*". Prentice-Hall Series in Automatic Computation, 1974.
- [48] G. W. Stewart. "Fast Decoupled State Estimation and Data Processing". *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, 98(5):1645–1652, Oct. 1979.
- [49] T. Van Cutsem and P. J. Gailly. "A Simple Algorithm for Power System Observability Analysis and Related Functions". *IFAC Symposium on Control Application to Power System Security, Belgium*, 1983.
- [50] L. Mili, T. Van Cutsem, and M. Ribbens-Pavella. "Hypothesis Testing Identification : A New Method for Bad Data Analysis in Power System State Estimation". *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, 103(11):3239–3252, Nov. 1984.
- [51] N. Singh and H. Glavitsch. "Detection and Identification of Topological Errors in on-line Power System Analysis". *IEEE Trans. on Power System*, 6, 1991.
- [52] H. W. Kuhn and Tucker A. W. "Nonlinear Programming". *Second Berkeley Symposium on Math. Progr. Statistics and Probability*, 1950.
- [53] A. Monticelli. "Electric Power System State Estimation". *Proceedings of the IEEE*, 88(2):262–282, February 2000.
- [54] K.A. Clements, P.W. Davis, and G.R. Krumpholz. Electrical Power Network Measure-

- ment System Design. Technical report, Worcester Polytechnic Institute, March 1981. NSF Grant no. ENG 78-08407.
- [55] K. A. Clements. "Bilateral Transaction Reconciliation". *Internal Report - WPI*, 1998.
- [56] J.C. Pereira, J.T. Saraiva, V. Miranda, A.J. Simões Costa, E.M. Lourenço, and K.A. Clements. "Comparison of Approaches to Identificatify Topology Errors in the Scope of State Estimation Studies". *IEEE Porto Power Tech, Porto, Portugal, Paper EDT3-176*, Sep. 2001.
- [57] M. B. Do Coutto Filho, J. C. S. Souza, R. S. G. Matos, and M. Th. Schilling. "Revealing Gross Errors in Critical Measurements and Sets via Forecasting-Aided State Estimators". *Electric Power Systems Research*, 57:25–32, 2001.
- [58] A. Papoulis. "*Probability, Random Variables and Stochastic Processes*". 3rd. Ed., McGraw Hill, 1991.
- [59] C. T. Chen. "*Linear System Theory and Design*". Holt, Rinehart and Winston, pg. 111, 1984.
- [60] G. H. Golub and C. F. Van Loan. "*Matrix Computation*". 3rd. Ed., The John Hopkins University Press, Baltimore, 1996.
- [61] G. W. Stewart. "On the Perturbation of Pseudo-Inverses, Projections and Linear Least Squares Problems". *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, 19(4):120–135, Oct. 1977.
- [62] K. A. Clements. "Static State Estimation with A Priori Information". *Internal Report - WPI*, 1998.
- [63] A. Simões Costa, E. M. Lourenço, and K. A. Clements. "Power System Topological Observability Analysis Including Switching Branches". *IEEE/PES Trans. on Power System, aceito para publicação*.

- [64] IEEE RTS Task Force of APM Subcommittee. "IEEE Reliability Test System". *IEEE Power Apparatus and Systems*, 98(6):2047–2054, Nov/Dec 1979.
- [65] R. Billinton, P. K. Vohra, and S. Kumar. "Effect of Station Originated Outages in a Composite System Adequacy Evaluation of the IEEE Reliability Test System". *IEEE Power Apparatus and Systems*, 104(10):2249–2656, Oct. 1985.