

CAROLINA DE MATTOS AFFONSO

**APLICAÇÃO DE TÉCNICAS DE CONTROLE
ROBUSTO BASEADAS EM LMI'S PARA SISTEMAS
ELÉTRICOS DE POTÊNCIA**

**FLORIANÓPOLIS
1999**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**APLICAÇÃO DE TÉCNICAS DE CONTROLE
ROBUSTO BASEADAS EM LMI'S PARA
SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA**

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a obtenção do grau de
Mestre em Engenharia Elétrica.

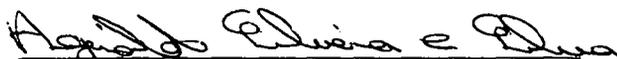
CAROLINA DE MATTOS AFFONSO

Florianópolis, Dezembro de 1999

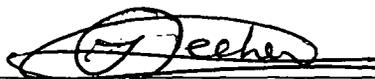
APLICAÇÃO DE TÉCNICAS DE CONTROLE ROBUSTO BASEADAS EM LMI'S PARA SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

Carolina de Mattos Affonso

'Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em *Sistemas de Potência em que foi realizado o trabalho*, e aprovada em sua forma final pelo Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.'

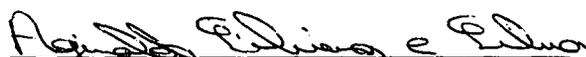


Prof. PhD. Aginaldo Silveira e Silva
Orientador



Prof. Dr. Ildemar Cassana Decker
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

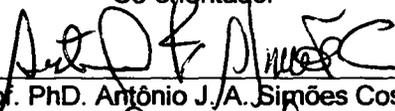
Banca Examinadora:



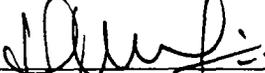
Prof. PhD. Aginaldo Silveira e Silva
Presidente



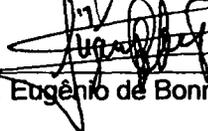
Prof. Dr. Alexandre Trofino Neto
Co-orientador



Prof. PhD. Antônio J.A. Simões Costa



Prof. Dr. Edson Roberto de Pieri



Prof. Dr. Eugênio de Bonna Castelan Neto

A Deus, sem o qual nada seria possível.

“Tudo posso naquele que me fortalece”. Fp. 4:13

“Entrega o teu caminho ao Senhor, confia nele, e o mais ele fará”. Sl. 37:5

Agradecimentos

Aos professores Aguinaldo Silveira e Silva e Alexandre Trofino Neto, orientador e co-orientador desta dissertação, pelo estímulo e excelente orientação fornecida para a realização desta obra;

A todos os professores do LABSPOT que auxiliaram a minha formação acadêmica;

À amiga Karina Barbosa, pelas valiosas contribuições dadas a este trabalho;

Aos amigos Cinara Soares, Elizete Lourenço e Antônio Sertich, pela amizade e apoio constantes no decorrer deste trabalho;

A todos os colegas do LABSPOT, pela convivência alegre e produtiva;

Ao CNPq, pelo auxílio financeiro.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

APLICAÇÃO DE TÉCNICAS DE CONTROLE ROBUSTO BASEADAS EM LMI'S PARA SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

Carolina de Mattos Affonso

Dezembro/1999

Orientador: Aguinaldo Silveira e Silva

Co-orientador: Alexandre Trofino

Área de Concentração: Sistemas de Potência

Palavras-chave: Estabilidade de Sistemas de Potência, Controle Robusto, LMI's

Número de Páginas: 83

Este trabalho apresenta um método de projeto robusto de controladores de Sistemas de Potência via Inequações Matriciais Lineares (LMI's), de modo a fornecer maior amortecimento para as oscilações eletromecânicas do sistema. Com o projeto robusto do controlador, a estabilidade do sistema deve ser assegurada na presença de incertezas no mesmo, onde estas incertezas foram consideradas neste trabalho como sendo do tipo Linear Convexa. Duas abordagens utilizando LMI's foram consideradas, sendo a primeira um problema de factibilidade e a segunda um problema de desempenho H_2 . Em ambas as abordagens resolve-se um problema convexo de otimização. O sistema é representado na forma algébrico-diferencial. O controlador utiliza a estrutura comumente empregada na indústria com realimentação de saídas. A viabilidade destas abordagens bem como suas limitações foram avaliadas através de testes em um sistema máquina x barra-infinita e um sistema multimáquinas. Simulações dos sistemas não-lineares foram utilizadas para comprovar os resultados.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

APPLICATION OF ROBUST CONTROL TECHNIQUES BASED ON LMI'S TO POWER SYSTEMS

Carolina de Mattos Affonso

December / 1999

Advisor: Aguinaldo Silveira e Silva

Coadvisor: Alexandre Trofino

Area of Concentration: Power System

Keywords: Power System Stability, Robust Control, LMI's

Number of Pages: 83

This work presents a LMI based design method for the robust control of Power System aiming at damping electromechanical oscillations. This control ensures system stability under uncertainties. The uncertainties are of the Linear Convex type. Two approaches using LMI's have been considered: a factibility problem and a H_2 performance problem. Both approaches solve a convex optimization problem. The system is modeled by an algebraic-differential set of equations. The controller has the same structure usually employed in the industry, using output feedback. The feasibility and limitations of the proposed approaches are assessed by tests carried out on an one-generator infinite busbar system and in an multimachine power system. Simulations of the nonlinear system have been employed to evaluate the results.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	ix
LISTA DE TABELAS	x
1. INTRODUÇÃO	1
2. REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA DE POTÊNCIA	7
2.1 INTRODUÇÃO	7
2.2 MODELAGEM DA MÁQUINA SÍNCRONA	7
2.3 MODELAGEM DO SISTEMA DE EXCITAÇÃO	10
2.4 ACOPLAMENTO DA MÁQUINA A REDE ELÉTRICA	13
2.5 MODELAGEM DO ESTABILIZADOR DE SISTEMA DE POTÊNCIA	16
2.6 FORMAÇÃO DA MATRIZ JACOBIANA	21
2.7 INCORPORAÇÃO DOS SINAIS ESTABILIZADORES	23
2.8 CONCLUSÃO	26
3. CONCEITOS E TÉCNICAS DE CONTROLE ROBUSTO	27
3.1 INTRODUÇÃO	27
3.2 CONCEITOS BÁSICOS DE ROBUSTEZ	28
3.3 DESCRIÇÃO DAS INCERTEZAS	29
3.4 SISTEMAS NA FORMA ALGÉBRICO DIFERENCIAL	32
3.5 ABORDAGEM POR LMI PARA SISTEMAS NA FOMRA ALGÉBRICO DIFERENCIAL	33
3.5.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	33
3.5.2 PROPRIEDADES DE LMI	35
3.5.3 DEFINIÇÕES DE ESTABILIDADE	37
3.5.4 REALIMENTAÇÃO DINÂMICA DE SAÍDA	41
3.5.4 ESTRUTURA DA MATRIZ DE GANHOS	43
3.5.6 PROBLEMA DUAL	44
3.6 PROBLEMA DE DESEMPENHO H2	46
3.6.1 CÁLCULO DA NORMA H2 VIA LMI'S	47
3.6.2 PROBLEMA H2 E REALIMENTAÇÃO DE SAÍDAS	48
3.7 CONCLUSÃO	51

4. APLICAÇÃO DO CONTROLE ROBUSTO EM SISTEMA DE POTÊNCIA	53
4.1 INTRODUÇÃO.....	53
4.2 APLICAÇÃO A UM SISTEMA MÁQUINA-BARRA INFINITA	54
4.2.1 DESCRIÇÃO DO SISTEMA.	54
4.2.2 PROJETO ROBUSTO DO ESP SEM CRITÉRIO DE DESEMPENHO.....	55
4.2.3 PROJETO ROBUSTO DO ESP COM CRITÉRIO DE DESEMPENHO.....	57
4.2.4 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS.....	59
4.3 APLICAÇÃO A UM SISTEMA MULTIMÁQUINAS.....	63
4.3.1 DESCRIÇÃO DO SISTEMA.	63
4.3.2 PROJETO ROBUSTO DO ESP.....	64
4.3.3 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS.....	66
4.4 CONCLUSÃO.....	68
5. CONCLUSÃO	70
ANEXO 1	73
ANEXO 2	76
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	80

LISTA DE FIGURAS

2.1	SISTEMA DE EXCITAÇÃO IEEE ST1	11
2.2	CONFIGURAÇÃO DO SISTEMA	17
2.3	DIAGRAMA GENERALIZADO DO ESP COM DOIS SINAIS DE ENTRADA	19
2.3	DIAGRAMA DE BLOCOS DO ESP COM DOIS SINAIS DE ENTRADA	20
3.1	POLITOPO REPRESENTANDO MODELO COM TRÊS PONTOS DE OPERAÇÃO.....	32
3.2	DIAGRAMA DE BLOCOS PARA PROBLEMA H_2	46
4.1	DIAGRAMA UNIFILAR DO SISTEMA MÁQUINA X BARRA-INFINITA	54
4.2	SIMULAÇÃO APRESENTANDO O ÂNGULO DO ROTOR PARA $P = 150$ MW.....	61
4.3	SIMULAÇÃO APRESENTANDO A SAÍDA DO ESP PARA $P = 150$ MW.....	62
4.4	DIAGRAMA UNIFILAR DO SISTEMA MULTIMÁQUINAS	63
4.5	SIMULAÇÃO APRESENTANDO O ÂNGULO DO ROTOR DA MÁQUINA 3.....	66
4.5	SIMULAÇÃO APRESENTANDO O ÂNGULO DO ROTOR DA MÁQUINA 2.....	67
4.6	SIMULAÇÃO APRESENTANDO A SAÍDA DO ESP DAS MÁQUINAS 3 E 2.....	68

LISTA DE TABELAS

4.1	AUTOVALORES EM MALHA ABERTA DO SISTEMA MBI.....	54
4.2	PARÂMETROS DO ESP ROBUSTO DO SISTEMA MBI COM SINAL DERIVADO DA PE	56
4.3	AUTOVALORES EM MALHA FECHADA DO SISTEMA MBI COM O ESP ROBUSTO PARA PE	56
4.4	PARÂMETROS DO ESP ROBUSTO COM SINAL DERIVADO DA $w + PE$	57
4.5	AUTOVALORES EM MALHA FECHADA COM O ESP ROBUSTO PARA $w + PE$	57
4.6	PARÂMETROS DO ESP ROBUSTO COM H_2 COM SINAL DERIVADO DA PE.....	59
4.7	AUTOVALORES EM MALHA FECHADA COM O ESP COM H_2 PARA PE	59
4.8	AUTOVALORES EM MALHA FECHADA PARA OS ESP'S PARA $P = 150 MW$	60
4.9	AUTOVALORES EM MALHA ABERTA DO SISTEMA MULTIMÁQUINAS.....	64
4.10	PARÂMETROS DO ESP ROBUSTO DO SISMTEA MULTIMÁQUINAS COM SINAL DERIVADO DA PE	65
4.11	AUTOVALORES EM MALHA FECHADA DO SISTEMA MULTIMÁQUINAS COM O ESP ROBUSTO PARA PE	65

CAPITULO 1

INTRODUÇÃO

O sistema de energia elétrica é composto por diversos equipamentos tais como máquinas síncronas, controladores e cargas, além da rede, com a função de fornecer energia de forma confiável e com qualidade. Para isto, fazem-se necessários estudos que assegurem a estabilidade angular e de tensão do sistema durante a sua operação.

O problema da estabilidade angular envolve o estudo de oscilações eletromecânicas inerentes ao sistema, e depende da capacidade de manter o sincronismo entre as diversas máquinas presentes, podendo ainda ser dividido em estabilidade para pequenos sinais e estabilidade transitória. Na primeira os distúrbios são considerados suficientemente pequenos, como pequenas variações na carga, possibilitando a linearização do sistema para as análises. A estabilidade transitória considera faltas severas, e a resposta do sistema é influenciada pelas relações não-lineares entre potência e ângulo do rotor. Normalmente, o distúrbio altera o sistema de modo que o ponto de operação pós-falta é diferente do pré-falta.

Neste trabalho será abordado o estudo da estabilidade angular para pequenos sinais, uma vez que as oscilações eletromecânicas pouco amortecidas têm sido objeto de crescente preocupação na operação de sistemas elétricos de potência, concentrando grande esforço para obtenção de metodologias eficientes para análise e controle deste problema.

O estudo da estabilidade angular para pequenos sinais está ligado a oscilações nos eixos dos rotores das máquinas geradoras. Estas oscilações, na faixa de 0.2Hz a 2.5Hz, são chamadas de oscilações eletromecânicas e estão associadas aos modos de oscilação dominantes do sistema. Os modos de baixa frequência (local e interárea) são, em geral, mais propensos a apresentarem baixo amortecimento.

Os primeiros problemas de instabilidade observados em sistema de potência consistiam em perda monotônica de sincronismo devido à falta de torque sincronizante referente à estabilidade transitória. Com o surgimento dos RAT (Reguladores Automáticos de Tensão) rápidos, de ganhos elevados, tais como os sistemas de excitação estáticos que usam ponte de tiristores para alimentar o campo do gerador, o problema mais comum de estabilidade para pequenas perturbações passou a ser o surgimento de oscilações pouco amortecidas, ou até mesmo instáveis, que limitam a capacidade de transferência de potência. O RAT fornece torque sincronizante, mas reduz o torque amortecedor que já era naturalmente pequeno no sistema. Para neutralizar o problema do amortecimento, poderia-se pensar em reduzir o ganho dos reguladores ou ainda reduzir os limites de transferência de potência. No entanto, ambas as alternativas são altamente indesejáveis. Para que haja amortecimento adequado destas oscilações, a máquina pode então ser equipada com um sistema de controle adicional de custo relativamente baixo, chamado de Estabilizador de Sistema de Potência (ESP), o qual é utilizado na indústria desde a década de 60.

Com o aumento do porte dos sistemas elétricos, o problema da estabilidade torna-se cada vez mais complexo. Os sistemas de potência modernos têm sofrido diversos problemas operacionais devido a oscilações eletromecânicas pouco amortecidas. Um sistema pouco amortecido pode ser inaceitável do ponto de vista de estabilidade porque pequenas perturbações manteriam-no em constante oscilação prejudicando a qualidade do fornecimento de energia. Em casos extremos, a magnitude destas oscilações pode aumentar, levando a grandes variações de potência fornecida e possivelmente à atuação da proteção e conseqüente abertura de linhas de transmissão e/ou desligamento de cargas. Mesmo sistemas que possuem amortecimento adequado podem beneficiar-se com o uso de ESP's na ocorrência de condições anormais que exigem maior amortecimento do sistema.

Diversos métodos de projeto de ESP têm sido desenvolvidos desde a constatação do problema, que ocorreu no início dos anos 60 [1,2]. Uma das primeiras técnicas desenvolvidas, a forma clássica de ajuste de ESP, utiliza um modelo onde cada máquina é tratada individualmente, abordagem conhecida como 'máquina x barra-infinita', onde o ajuste do ESP é feito por métodos no domínio da frequência. A limitação destes métodos reside no fato de que as interações dinâmicas com as outras máquinas e equipamentos

como dispositivos FACTS não são consideradas, uma vez que os demais geradores são coletivamente representados por uma barra infinita.

Uma proposta para abordar o projeto de sistemas multimáquinas, surge outro método de projeto, chamado sequencial, que é uma extensão da abordagem do modelo máquina x barra-infinita ao caso multimáquinas, onde as interações dinâmicas entre as máquinas são consideradas em um processo iterativo.

Por não conseguir ainda considerar adequadamente as interações dinâmicas mencionadas anteriormente no processo de ajuste de controladores, a utilização de métodos integrados torna-se bastante atraente, uma vez que estes métodos levam em consideração as interações dinâmicas.

Com a introdução da modelagem por espaço de estados, surgem entre os anos 60 e 70 técnicas de controle ótimo formuladas a partir de critérios quadráticos LQR (Regulador Linear Quadrático) e LQG (Regulador Linear Gaussiano), baseados na minimização de um índice de desempenho, onde são ponderados os desvios quadráticos dos estados e os desvios quadráticos dos esforços de controle. Uma das vantagens desta técnica em relação às convencionais, é a facilidade no tratamento de sistemas multivariáveis, permitindo uma análise global do seu desempenho e um projeto simultâneo para as diversas malhas de realimentação. Por estes motivos, esta técnica foi então aplicada a sistemas de potência multimáquinas, apesar de ainda apresentar limitações, como a dificuldade em encontrar matrizes de ponderação. Assim, a teoria de controle ótimo possibilitou o projeto de controladores atendendo a requisitos de coordenação no sistema de potência, mas não de robustez [3].

A idéia do projeto de um controlador robusto é a de que o mesmo mantenha a estabilidade do sistema na presença de incertezas, que são variações paramétricas inevitáveis em sistemas reais, sendo portanto a modelagem destas incertezas de grande importância. Assim, o estabilizador robusto deve assegurar a estabilidade para um conjunto de modelos previamente especificados.

Pode-se dizer que o período entre 1972 e 1987 foi o de desenvolvimento da teoria de controle Robusto [4], onde diversas abordagens foram pesquisadas. Uma das abordagens de controle robusto desenvolvidas por um grande número de autores, foi a utilização da equação modificada de Riccati para estabilização de sistemas incertos. Em

[5,6] propõe-se o projeto de um controlador para sistemas lineares incertos via realimentação de estados, onde a matriz de ganhos é obtida através da Equação de Riccati.

A maior parte das aplicações da teoria de controle robusto são nas áreas de controle de aviação, controle de processos e robótica. Mais recentemente, em alguns artigos têm-se pesquisado o uso de técnicas de controle robusto no estudo da estabilidade de sistemas de potência.

Em [7] Bazanella et al. utilizam a equação de Riccati aumentada e modificada, satisfazendo requisitos de coordenação e robustez, aplicada em um sistema multi-máquinas através de realimentação de estados. As incertezas são modeladas e o ganho de realimentação satisfaz restrições estruturais para que haja descentralização, e portanto qualquer controle local depende exclusivamente dos estados locais.

Outra abordagem importante faz a conexão entre estabilidade robusta e a teoria de controle H_∞ . Em [8], aplica-se o controle descentralizado em sistemas de potência multi-máquinas utilizando a teoria de controle H_∞ . As incertezas são modeladas sem que sejam necessárias muitas informações sobre a dinâmica do sistema. O projeto de cada PSS é independente, já que nenhuma informação entre eles é trocada, e o efeito do sistema externo está incluído no projeto sob forma das incertezas.

Recentemente, nota-se um interesse crescente na utilização de métodos de controle formulados com Inequações Matriciais Lineares (LMI's), uma vez que um grande número de problemas da teoria de controle pode ser reformulado como um problema convexo de otimização, onde as restrições são LMI's.

A história das LMI's na análise de sistemas dinâmicos tem mais de 100 anos, e começa em 1890 com o aparecimento das primeiras LMI's, como a inequação de Lyapunov, que é uma forma especial de LMI, utilizada para análise da estabilidade de sistemas dinâmicos. A inequação de Lyapunov pode ser solucionada analiticamente resolvendo-se um conjunto de equações lineares [9]. Em 1940, os métodos de Lyapunov foram aplicados a problemas da engenharia de controle, solucionados analiticamente. Somente em 1980 reconheceu-se que muitas LMI's poderiam ser solucionadas através da programação convexa, e posteriormente algoritmos de pontos interiores foram desenvolvidos para a resolução desses problemas.

Como exemplo de alguns trabalhos nesta área pode-se citar a referência [10], onde os autores propõem uma formulação LMI com condições de suficiência para problemas de controle via realimentação de saídas, e ainda a extensão destes resultados para a realimentação de saída descentralizada e problemas de controle H_∞ . Em [11] utiliza-se a mesma formulação LMI, mas via realimentação de estados aplicada em sistema de potência do tipo máquina x barra-infinita.

Em [12] projeta-se um SPM (Synchronized phasor measurements) com a formulação LMI utilizando os critérios de performance H_∞ , para realimentação de saídas, aplicado a um sistema multi-máquinas. É feita a aproximação de Hankel para diminuir a ordem do sistema, de modo a acelerar os cálculos realizados pelo algoritmo. Esta mesma redução de ordem também é feita no controlador.

Este trabalho tem como objetivo implementar e avaliar técnicas de controle robusto via realimentação estática de saídas em estabilizadores de sistemas de potência. Nesta abordagem, o problema de controle, originalmente de natureza não convexa e de difícil solução, é reduzido a um problema de otimização via técnicas LMI de natureza convexa, podendo ser solucionado por algoritmos eficientes.

Neste trabalho dá-se continuidade à linha de pesquisa apresentada em [13] fazendo ainda aplicações de [14], explorando a forma algébrico-diferencial das equações que descrevem o sistema de potência, sem a necessidade de eliminar as variáveis algébricas, conservando a esparsidade do sistema. Além disso, avalia-se a aplicação deste método desenvolvido em sistemas de potência de pequeno e médio porte, mostrando-se a viabilidade, bem como as limitações desta abordagem, para o projeto de controladores robustos do sistema elétrico de potência.

Este trabalho está estruturado da seguinte forma:

No capítulo II são apresentadas as modelagens dos diversos equipamentos do sistema de potência utilizados neste trabalho, como a máquina síncrona, sistema de excitação, rede elétrica, e o estabilizador de sistema de potência. É apresentada ainda a formulação do sistema aumentado na forma matricial Jacobiana com a dinâmica dos controladores incorporada.

No capítulo III os conceitos básicos sobre robustez, incertezas e formulação algébrico-diferencial são colocados. Também são apresentadas as idéias básicas das

LMI's e suas propriedades, que serão utilizadas no decorrer do trabalho. Faz-se uma revisão dos conceitos de estabilidade e estabilizabilidade quadrática, para a formulação do problema via realimentação de saídas.

No capítulo IV são feitas as aplicações das técnicas desenvolvidas no sistema elétrico de potência, para um sistema de pequeno porte do tipo máquina x barra-infinita e para um sistema de médio porte com 9 barras, onde várias simulações são realizadas para avaliar o desempenho dos controladores.

Finalmente, no capítulo V são expostas as conclusões do trabalho, as vantagens oferecidas pelos métodos propostos bem como suas limitações, além de sugestões para trabalhos futuros nesta mesma linha de pesquisa.

CAPITULO 2

REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA DE POTÊNCIA

2.1 INTRODUÇÃO

Neste trabalho será estudado o problema da estabilidade angular para pequenos sinais, feita através de ferramentas para análise de sistemas lineares em torno de um ponto de operação, como por exemplo o cálculo de autovalores. Este ponto de operação do sistema é calculado através do fluxo de carga, que é um sistema de equações algébricas não lineares.

Para que se possa empregar as ferramentas desenvolvidas pela teoria de sistemas lineares, é necessário uma representação linear para o sistema. O grau de detalhamento dos modelos linearizados varia de acordo com a representação do sistema de potência. Neste capítulo será apresentada a modelagem da máquina síncrona utilizada neste trabalho, de quinta ordem e terceira ordem, o sistema de excitação com representação de primeira ordem e malha de realimentação, e o estabilizador de sistema de potência de primeira ordem no caso de realimentação de potência elétrica, além de uma breve revisão sobre os conceitos de estabilidade.

2.2 MODELAGEM DA MÁQUINA SÍNCRONA

Diversos modelos são utilizados para descrever o comportamento dinâmico da máquina síncrona, alguns mais simplificados e outros mais completos e rigorosos, levando em consideração de forma mais detalhada os efeitos transitórios no estator, a dinâmica dos enrolamentos amortecedores e outros efeitos físicos.

Neste trabalho serão apresentadas as análises para o modelo de quinta ordem (Modelo 4) e de terceira ordem (Modelo 2) [15] da máquina síncrona, os quais serão utilizados no capítulo 4, na aplicação do controle robusto em sistemas de potência.

As equações eletromecânicas de oscilação do rotor da máquina, que são comuns para todos os modelos, são:

$$\dot{w} = \frac{1}{2H} (P_{mec} - P_e - Dw) \quad (2.1)$$

$$\dot{\delta} = w_0 (w - 1) \quad (2.2)$$

onde:

w é a velocidade angular do rotor, em pu;

δ é o ângulo do eixo do rotor, em radianos;

P_{mec} é a potência mecânica fornecida pela turbina, em pu;

P_e é a potência elétrica, em pu

$w_0 = 377$ rad/seg. , é a velocidade nominal do rotor;

H é a constante de inércia, em MW.s/MVA;

D é a constante de amortecimento, em pu;

A potência elétrica P_t nos terminais da máquina é dada por:

$$P_t = V_d I_d + V_q I_q \quad (2.3)$$

No entanto, na equação (2.1) de oscilação utiliza-se a potência elétrica de entreferro, que para o Modelo 4 da máquina é dada por:

$$P_e = E_d'' I_d + E_q'' I_q - (x_q'' - x_d'') I_d I_q \quad (2.4)$$

Neste modelo, são considerados os efeitos subtransitórios e com pólos salientes, e representa-se um enrolamento amortecedor em cada eixo (d e q), e um enrolamento de campo. Fazendo estas considerações, as equações diferenciais do rotor da máquina para este modelo são [16]:

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{d0}} [-E'_q + (x_d - x'_d)I_d + E_{fd}] \quad (2.5)$$

$$\dot{E}''_d = \frac{1}{T''_{d0}} [E'_q + (x'_d - x''_d)I_d - E''_d] \quad (2.6)$$

$$\dot{E}''_q = \frac{1}{T''_{q0}} [-(x'_q - x''_q)I_q - E''_q] \quad (2.7)$$

sendo:

E'_q é a tensão transitória no eixo em quadratura;

E''_d é a tensão subtransitória do eixo direto;

E''_q é a tensão subtransitória do eixo em quadratura;

E_{fd} é a tensão de campo;

I_d é a corrente de eixo direto;

I_q é a corrente de eixo em quadratura;

T'_{d0} é a constante de tempo transitória;

T''_{d0} é a constante de tempo subtransitória do eixo direto de circuito aberto;

T''_{q0} é a constante de tempo subtransitória do eixo de quadratura de circuito aberto;

x_d é a reatância síncrona;

x'_d é a reatância transitória do eixo direto;

x''_d é a reatância subtransitória do eixo direto;

x'_q é a reatância transitória do eixo em quadratura;

x_q'' é a reatância subtransitória do eixo em quadratura;

No modelo 2 da máquina, são considerados os efeitos transitórios e com pólos salientes e desprezam-se todos os enrolamentos amortecedores, correntes no entreferro e seus efeitos ($x'_q = x'_d$, $E'_d = 0$). Fazendo estas considerações, a equação da potência elétrica fica:

$$P_e = E'_q I_q - (x'_q - x'_d) I_d I_q \quad (2.8)$$

A equação diferencial do rotor para este modelo é:

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{d0}} [-E'_q + (x_d - x'_d) I_d + E_{fd}] \quad (2.9)$$

O vetor de estados para ambos os modelos é então definido por:

$$x_{Modelo_4} = \begin{bmatrix} E_q'' \\ E_d'' \\ E'_q \\ \delta \\ \omega \end{bmatrix}, \text{ para o modelo 4} \quad (2.10)$$

$$x_{Modelo_1} = \begin{bmatrix} E'_q \\ \delta \\ \omega \end{bmatrix}, \text{ para o modelo 1}$$

2.3 MODELAGEM DO SISTEMA DE EXCITAÇÃO

O controle de excitação dos geradores é realizado normalmente através do Regulador Automático de Tensão (RAT), que mantém a tensão terminal do gerador próximo ao nível operacional desejado. A tensão terminal do gerador é medida e comparada com o sinal de referência. O resultado é um sinal de erro correspondente ao desvio da tensão, que é corrigido e convertido no valor a ser injetado no sistema de excitação. Assim, se a tensão terminal do gerador cai devido ao aumento na demanda de potência reativa, a variação do sinal de tensão é detectada e um sinal é injetado no

sistema de excitação de modo a produzir um aumento na tensão de excitação e conseqüente geração de potência reativa.

Uma vez que o gerador deve ser provido do sistema de excitação, e o custo do equipamento de controle de tensão é relativamente pequeno quando comparado com os demais equipamentos alternativos, tais como os reatores e compensadores síncronos, este tipo de controle é um dos modos mais econômicos do ajuste da potência reativa.

De acordo com o tamanho e o tipo de gerador, pode-se obter diversos modelos de sistemas de excitação, os quais têm variado bastante com o avanço tecnológico. Dentre os diversos tipos e modelos de sistemas de excitação existentes, neste trabalho foi utilizado o modelo IEEE tipo ST1 [17]. O diagrama de blocos deste sistema é mostrado na figura 2.1 abaixo:

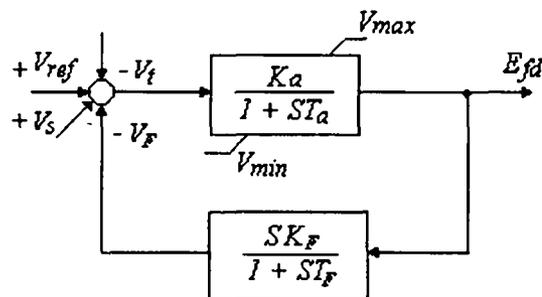


Figura 2.1 – Sistema de Excitação IEEE ST1

onde:

K_a é o ganho;

T_a é a constante de tempo;

K_F é o ganho de realimentação;

T_F é a constante de tempo de realimentação.

A máxima tensão de excitação obtida através deste sistema está diretamente relacionada a tensão terminal do gerador. O sinal V_s corresponde ao sinal adicional do controlador, o qual é somado às outras entradas. Este sinal não atua em regime

permanente, e será considerado ao longo do trabalho como uma ação de controle suplementar $u = \Delta V_S$ devido à presença de controladores no sistema.

A equação para este modelo de sistema de excitação é dada por:

$$\dot{E}_{fd} = \frac{K_a}{T_a} [V_S - V_t - V_F - \frac{1}{K_a} E_{fd}] \quad (2.11)$$

Definindo $x_F(s)$ como uma variável auxiliar:

$$x_F(s) = \frac{K_F}{1 + ST_F} \frac{E_{fd}(s)}{T_F} \quad (2.12)$$

Tem-se então que:

$$\dot{x}_F = \frac{K_F}{T_F^2} E_{fd} - \frac{1}{T_F} x_F \quad (2.13)$$

$$V_F = \dot{x}_F T_F = \frac{K_F}{T_F} E_{fd} - x_F \quad (2.14)$$

Substituindo a equação (2.14) na equação (2.11), obtém-se a equação (2.15) dada por:

$$\dot{E}_{fd} = \frac{K_a}{T_a} [V_S - V_t - \frac{K_F}{T_F} E_{fd} + x_F - \frac{1}{K_a} E_{fd}] \quad (2.15)$$

Esta equação juntamente com a equação (2.13) representam o modelo do RAT utilizado neste trabalho, onde a tensão terminal é dada em função de suas componentes real e imaginária:

$$V_T = \sqrt{V_r^2 + V_m^2} \quad (2.16)$$

2.4 ACOPLAMENTO DA MÁQUINA A REDE ELÉTRICA

Neste trabalho o sistema de transmissão é representado por impedâncias constantes e é descrito usando-se a matriz admitância nodal na formulação de injeções de correntes, conforme a equação (2.17) abaixo:

$$\bar{I} = \bar{Y}\bar{V} \quad (2.17)$$

onde:

\bar{I} é um vetor das correntes injetadas nas barras;

\bar{V} é um vetor das tensões nodais;

\bar{Y} é a matriz admitância nodal;

A matriz admitância é complexa, bem como os vetores de corrente e tensão. Por não ser conveniente trabalhar com números complexos, a equação (2.17) é desdobrada nas componentes reais e imaginárias, formulada como sendo:

$$\bar{I}_M = \bar{Y}_M \bar{V}_M \quad (2.18)$$

onde os elementos da matriz admitância nodal da equação (2.18) são representados por uma matriz bloco da forma:

$$\begin{bmatrix} B_{ij} & G_{ij} \\ G_{ij} & -B_{ij} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Os vetores de correntes e tensões da equação (2.18) são dados pela equação (2.20) abaixo, sendo NB o número de barras existentes no sistema, e os subscritos r e m representam respectivamente as partes reais e imaginárias das grandezas complexas.

$$\begin{aligned} \bar{I}_M^T &= [I_{m1}, I_{r1}, \dots, I_{mNB}, I_{rNB}]^T \\ \bar{V}_M^T &= [V_{r1}, V_{m1}, \dots, V_{rNB}, V_{mNB}]^T \end{aligned} \quad (2.20)$$

As cargas do sistema e os estatores das máquinas síncronas devem ser representados por injeções de correntes, e incorporados à equação (2.18). As grandezas

utilizadas na modelagem das máquinas são dadas em termos do sistema de referência d - q (eixo direto e em quadratura). No entanto, as grandezas do sistema de transmissão estão relacionadas a um sistema de referência complexo (real \Re e imaginário \Im). Ambos os sistemas giram à velocidade síncrona, porém, estão defasados de um ângulo δ (δ mede a posição do eixo q com relação ao eixo \Re). Assim, para acoplar as equações da máquina com as equações da rede, as mesmas devem ser levadas a um eixo de referência comum, através de uma transformação de coordenadas:

$$\begin{aligned} V_d &= -V_r \text{sen } \delta + V_m \text{cos } \delta \\ V_q &= V_r \text{cos } \delta + V_m \text{sen } \delta \end{aligned} \quad (2.21)$$

As equações podem ser escritas na seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\text{sen } \delta & \text{cos } \delta \\ \text{cos } \delta & \text{sen } \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ V_m \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} V_r \\ V_m \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

onde T é a matriz de transformação.

Assim, o vetor de correntes da formulação (2.20) pode ser colocado em função de I_d e I_q através da transformação T .

As equações do estator, que são as equações algébricas referentes à queda de tensão interna da máquina considerando os efeitos subtransitórios, são:

$$\begin{aligned} V_d &= E_d'' - r_s I_d - x_q'' I_q \\ V_q &= E_q'' + x_d'' I_d - r_s I_q \end{aligned} \quad (2.23)$$

Na forma matricial tem-se:

$$\begin{bmatrix} E_d'' - V_d \\ E_q'' - V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s & x_q'' \\ -x_d'' & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Aplicando a transformação de coordenadas d - $q \rightarrow \Re$ - \Im às variáveis V_d e V_q da equação (2.24), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} E_d'' \\ E_q'' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\sin \delta & \cos \delta \\ \cos \delta & \sin \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ V_m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_s & x_q'' \\ -x_d'' & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} = 0 \quad (2.25)$$

Considerando apenas os efeitos transitórios, as equações algébricas do estator da máquina são dadas por:

$$\begin{bmatrix} 0 - V_d \\ E_q' - V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s & x_q' \\ -x_d' & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Substituindo V_d e V_q como anteriormente, tem-se:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ E_q' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\sin \delta & \cos \delta \\ \cos \delta & \sin \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ V_m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_s & x_q' \\ -x_d' & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} = 0 \quad (2.27)$$

Tem-se então um conjunto de equações algébricas não-lineares (2.1, 2.2, 2.5, 2.6, 2.7, 2.13 e 2.15) associadas aos estatores das máquinas síncronas (geradores) e reguladores automáticos, e equações diferenciais ordinárias não-lineares (2.18, 2.25 e 2.27), associadas aos rotores das máquinas síncronas e à rede de transmissão, além de cargas representadas por modelos estáticos, que podem ser expressas pelo conjunto de equações:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, z, u) \\ 0 &= g(x, z) \\ y &= h(x, z) \end{aligned} \quad (2.28)$$

onde:

f é a função vetorial que define as equações diferenciais;

g é a função vetorial que define as equações algébricas;

h é a função vetorial que define a saída do sistema;

x é o vetor das variáveis de estado;

z é o vetor de variáveis das equações algébricas;

u é o vetor de entradas;

y é o vetor de saídas;

Utilizando o modelo de quinta ordem para as máquinas síncronas e o modelo de segunda ordem do RAT apresentado anteriormente, o vetor de estados e o vetor de variáveis algébricas são dados por:

$$x \equiv \begin{bmatrix} x_{G1} \\ \vdots \\ x_{GN} \end{bmatrix}, \text{ onde } x_{Gi} \equiv \begin{bmatrix} E_q^n \\ E_d^n \\ E_q' \\ \delta \\ \omega \\ E_{fd} \\ x_F \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

$$z^T \equiv [I_{d_{G1}} \quad I_{q_{G1}} \quad \dots \quad I_{d_{GN}} \quad I_{q_{GN}} \quad V_{r_{B1}} \quad V_{m_{B1}} \quad \dots \quad V_{r_{BN}} \quad V_{r_{BN}}]$$

No caso de se utilizar o modelo 2 da máquina síncrona e o modelo de segunda ordem do RAT, tem-se:

$$x \equiv \begin{bmatrix} x_{G1} \\ \vdots \\ x_{GN} \end{bmatrix}, \text{ onde } x_{Gi} \equiv \begin{bmatrix} E_q' \\ \delta \\ \omega \\ E_{fd} \\ x_F \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$z^T \equiv [I_{d_{G1}} \quad I_{q_{G1}} \quad \dots \quad I_{d_{GN}} \quad I_{q_{GN}} \quad V_{r_{B1}} \quad V_{m_{B1}} \quad \dots \quad V_{r_{BN}} \quad V_{r_{BN}}]$$

2.5 MODELAGEM DO ESTABILIZADOR DE SISTEMA DE POTÊNCIA

Com a utilização de RAT modernos, um ganho K_a do RAT de valor elevado se faz necessário para se reduzir a resposta de tempo da malha de controle, o que pode tornar o sistema instável, podendo ocasionar no sistema oscilações pouco amortecidas e até mesmo amortecidas negativamente. Observa-se então, um conflito de necessidades, sendo o alto valor do ganho necessário para a boa regulação de tensão e rápida resposta, e o baixo valor do ganho necessário para a estabilidade dinâmica do sistema.

Para amenizar estes problemas, utilizam-se os Estabilizadores de Sistemas de Potência (ESP), que são circuitos elétricos que introduzem no regulador de tensão do sistema um sinal adicional, que pode ser obtido, realimentando-se através do ESP, sinais tais como frequência, velocidade do eixo do rotor, potência elétrica ou potência acelerante gerada pela máquina síncrona. Cada um destes sinais de entrada possuem determinadas características que fazem com que determinado sinal seja a melhor solução a ser empregada por diferentes fabricantes de estabilizadores.

A figura 2.2 mostra a representação de um estabilizador atuando no sistema de potência juntamente com seu sistema de excitação e regulador de tensão.

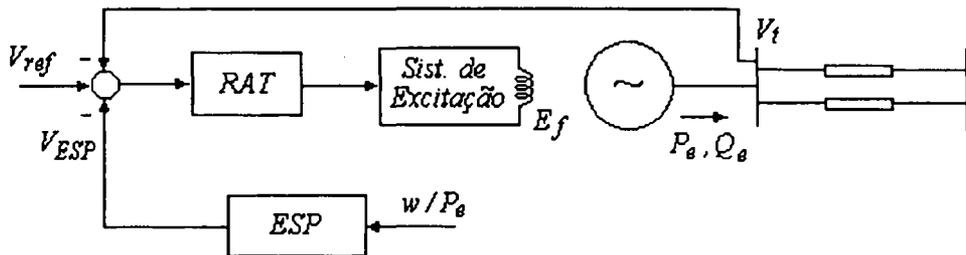


Figura 2.2 – Configuração do Sistema

A função de transferência de um ESP de primeira ordem é dada por:

$$G_{ESP}(s) = \frac{Y_c(s)}{u_c(s)} = K_c \frac{(1 + sT_1)}{(1 + sT_2)} \quad (2.31)$$

onde K_c é o ganho, T_1 é a constante de tempo relacionada ao zero do controlador a ser calculada, e T_2 é a constante de tempo relacionada ao pólo do controlador fixada pelo projetista. Estes parâmetros devem ser calculados de modo que o ESP forneça amortecimento suficiente para estabilizar as oscilações eletromecânicas existentes no sistema (amortecimento $\geq 5\%$).

Neste trabalho optou-se por manter a estrutura convencional do ESP utilizada nas empresas de energia, considerando um único bloco de atraso de fase para a realimentação do sinal de potência elétrica e dois blocos de avanço de fase para a realimentação do sinal de velocidade.

Para a formulação do ESP de primeira ordem com realimentação de potência elétrica, a equação (2.32) pode ser colocada na seguinte forma:

$$\frac{Y_c(s)}{U_c(s)} = \delta + \frac{\beta_0}{s + \alpha_0} \quad (2.32)$$

Representando esta equação por equações de estados na Forma Canônica Observável (FCO) [18,19], obtém-se:

$$\begin{cases} \dot{x}_c = [-\alpha_0]x_c + [\beta_0]u_c \\ y_c = [1]x_c + [\delta]u_c \end{cases} \quad (2.33)$$

onde:

$$\alpha_0 = \frac{1}{T_2};$$

$$\beta_0 = \frac{K_c}{T_2} \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right);$$

$$\delta = \frac{T_1 K_c}{T_2}$$

Para a realimentação do sinal de velocidade com o ESP de segunda ordem, tem-se:

$$G_{ESP}(s) = K_c \frac{(1 + sT_1)(1 + sT_3)}{(1 + sT_2)(1 + sT_4)} = \delta + \frac{\beta_0 + \beta_1 s}{s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0} \quad (2.34)$$

que na F.C.O é escrita por:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_{c1} \\ \dot{x}_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha_0 \\ 1 & -\alpha_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{c1} \\ x_{c2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix} u_c \\ y_c = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} x_{c1} \\ x_{c2} \end{bmatrix} + [\delta] u_c \end{cases} \quad (2.35)$$

onde:

$$\alpha_0 = \frac{1}{T_2 T_4};$$

$$\alpha_1 = \frac{(T_2 + T_4)}{T_2 T_4};$$

$$\beta_0 = \frac{K_c T_1^2}{T_2 T_4} \left(\frac{2T_1}{T_1^2} - \frac{T_2 + T_4}{T_2 T_4} \right);$$

$$\beta_1 = \frac{K_c T_1^2}{T_2 T_4} \left(\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_2 T_4} \right);$$

$$\delta_1 = \frac{K_c T_1^2}{T_2 T_4}$$

Também é possível combinar dois ou mais sinais para a entrada do ESP, obtendo-se o caso de sinal de realimentação multivariável, que facilita o esforço de controle uma vez que aumenta a quantidade de variáveis de estados que serão realimentadas. Neste trabalho foi utilizada a combinação da velocidade angular do rotor ω e da potência elétrica P_e da máquina.

A figura 2.3 abaixo mostra a representação em diagrama de blocos da utilização de duas entradas de controle:

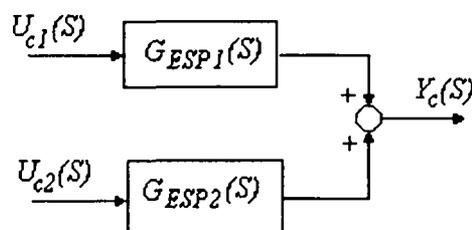


Figura 2.3 – Diagrama Generalizado do ESP com dois sinais de entrada

onde:

$$G_{ESP1}(s) = K_{c1} \frac{1 + sT_1}{1 + sT_2}$$

$$G_{ESP2}(s) = K_{c2} \frac{1 + sT_3}{1 + sT_4}$$
(2.36)

e:

$$y_c(s) = \begin{bmatrix} G_{ESP1} & G_{ESP2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{c1} \\ u_{c2} \end{bmatrix}$$

$$u_{c1} = \omega$$

$$u_{c2} = P_e$$
(2.37)

O sistema da figura 2.3 pode ser representado da seguinte forma:

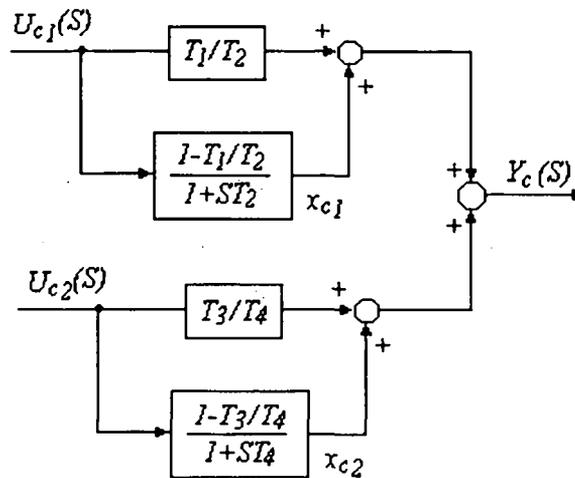


Figura 2.4 – Diagrama de Blocos do ESP com dois sinais de entrada

Considerando para o projeto os pólos $T_2 = T_4$ fixados, as funções de transferência G_{ESP1} e G_{ESP2} possuem o mesmo denominador, mas os ganhos K_{c1} e K_{c2} e os zeros T_1 e T_3 devem ser calculados. Para tal, escrevendo-se na forma de variáveis de estado:

$$\dot{x}_{c1} = -\frac{1}{T_2} x_{c1} + \frac{k_1(1 - T_1/T_2)}{T_2} u_{c1}$$
(2.38)

$$\dot{x}_{c2} = -\frac{1}{T_4} x_{c2} + \frac{k_2(1 - T_3/T_4)}{T_4} u_{c2}$$
(2.39)

Definindo-se $x_c = x_{c1} + x_{c2}$, obtém-se:

$$\dot{x}_c = -\frac{1}{T_4}x_c + \frac{K_1(1-T_1/T_2)}{T_2}u_{c1} + \frac{k_2(1-T_3/T_4)}{T_4}u_{c2} \quad (2.40)$$

$$y_c = x_c + K_1 \frac{T_1}{T_2}u_{c1} + K_2 \frac{T_3}{T_4}u_{c2} \quad (2.41)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_c = [-1/T_4]x_c + \begin{bmatrix} \frac{K_1(1-T_1/T_2)}{T_2} & \frac{k_2(1-T_3/T_4)}{T_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{c1} \\ u_{c2} \end{bmatrix} \\ y_c = [1]x_c + \begin{bmatrix} (K_1T_1)/T_2 & (K_2T_3)/T_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{c1} \\ u_{c2} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2.42)$$

Em ambos os modelos representados pelas equações (2.33), (2.35) e (2.42), obtém-se o sistema:

$$\begin{cases} \dot{x}_c = A_c x_c + B_c u_c \\ y_c = C_c x_c + D_c u_c \end{cases} \quad (2.43)$$

onde as matrizes C_c e A_c são conhecidas, sendo esta última dada pelos pólos fixados do controlador.

2.6 FORMAÇÃO DA MATRIZ JACOBIANA

Linearizando a equação (2.28) do modelo do sistema de potência em torno de um ponto de operação (x^0, z^0, u^0) obtido através do fluxo de carga, obtém-se o seguinte modelo linearizado:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y = C x \end{cases} \quad (2.44)$$

A equação (2.44) é conhecida como representação do sistema pela matriz Jacobiana não reduzida, e sendo nv o número de variáveis de estado e nz o número de variáveis algébricas, as matrizes Jacobianas são dadas por:

$$\begin{aligned}
 J_1(nv, nv) &= \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x^0, z^0, u^0)} & J_2(nv, nz) &= \left. \frac{\partial f}{\partial z} \right|_{(x^0, z^0, u^0)} \\
 J_3(nz, nv) &= \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{(x^0, z^0)} & J_4(nz, nz) &= \left. \frac{\partial g}{\partial z} \right|_{(x^0, z^0)}
 \end{aligned}$$

As submatrizes Jacobianas possuem estruturas particulares. A submatriz J_1 é bloco diagonal, com poucos elementos não nulos em cada bloco, sendo cada bloco referente aos equipamentos do sistema de potência, como ESP, máquina síncrona e outros. As submatrizes J_2 e J_3 também são bloco diagonais e esparsas, sendo uma a transposta da outra em estrutura. A submatriz J_4 é não singular e tem a mesma estrutura da matriz Y_{BUS} , sendo portanto cheia.

O vetor de estados x e o vetor de entradas u na equação (2.44) são:

$$\begin{aligned}
 x &= \begin{bmatrix} x_1^T & x_2^T & \dots & x_N^T \end{bmatrix}^T \\
 u &= \begin{bmatrix} V_{ESP_1} & V_{ESP_2} & \dots & V_{ESP_{NP}} \end{bmatrix}^T
 \end{aligned} \tag{2.45}$$

onde x_i^T representa o vetor de variáveis de estado da i -ésima máquina, e V_{ESP_i} é a variável auxiliar correspondente ao sinal adicional aplicado pelo ESP, N é o número de máquinas e NP é o número de máquinas no sistema dotadas de ESP.

A matriz B do sistema representado pela equação (2.44) tem apenas um elemento não nulo por coluna, referente ao sinal adicional V_S do RAT de cada máquina. A matriz de saída C está relacionada ao tipo de sinal de saída realimentado, que neste trabalho foram w , P_e e a combinação de ambos.

Eliminando-se as variáveis algébricas da equação (2.44), a equação dinâmica para o sistema fica:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (2.46)$$

onde a matriz de estados do sistema é $A = J_1 - J_2(J_4)^{-1}J_3$.

2.7 INCORPORAÇÃO DOS SINAIS ESTABILIZADORES

A estrutura convencional do ESP implica em uma realimentação dinâmica de saídas. Deve-se então converter o problema de realimentação dinâmica de saídas em um problema de realimentação estática de saídas, determinando-se assim uma matriz de ganho para a realimentação de saídas [20].

A formulação a seguir será baseada em um sistema com duas máquinas e dois controladores. Para facilitar o desenvolvimento, as matrizes são divididas em submatrizes associadas a cada máquina presente no sistema, como segue:

$$\begin{aligned} J_1 &= \begin{bmatrix} JJ_{11} & JJ_{12} \\ JJ_{13} & JJ_{14} \end{bmatrix} & J_2 &= \begin{bmatrix} JJ_{21} \\ JJ_{22} \end{bmatrix} \\ J_3 &= \begin{bmatrix} JJ_{31} & JJ_{32} \end{bmatrix} & C &= \begin{bmatrix} CC_1 & CC_2 \\ CC_3 & CC_4 \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} BB_1 & BB_2 \\ BB_3 & BB_4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Sendo nv o número de variáveis de estado, nz o número de variáveis algébricas, e ny o número de sinais realimentados na saída de cada máquina, tem-se:

$$\dim(JJ_{11}) = \dim(JJ_{12}) = \dim(JJ_{13}) = \dim(JJ_{14}) = nv \times nv$$

$$\dim(JJ_{21}) = \dim(JJ_{22}) = nv \times nz$$

$$\dim(JJ_{31}) = \dim(JJ_{32}) = nz \times nv$$

$$\dim(CC_1) = \dim(CC_2) = \dim(CC_3) = \dim(CC_4) = ny \times nv$$

$$\dim(BB_1) = \dim(BB_2) = \dim(BB_3) = \dim(BB_4) = nv \times l$$

A representação por espaço de estados é dada então pela equação (2.47) como segue:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} JJ_{11} & JJ_{12} & \vdots & JJ_{21} \\ JJ_{13} & JJ_{14} & \vdots & JJ_{22} \\ \dots & \dots & \vdots & \dots \\ JJ_{31} & JJ_{32} & \vdots & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} BB_1 & BB_2 \\ BB_3 & BB_4 \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CC_1 & CC_2 & \vdots & 0 \\ CC_3 & CC_4 & \vdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ z \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2.47)$$

Neste trabalho, as equações do sistema serão organizadas em um vetor de estados para cada gerador, ou seja, por subsistema. Assim, na equação (2.47) x_1 é o vetor de estados referente a máquina 1 do sistema e x_2 o vetor de estados referente a máquina 2 do sistema.

Pode-se então combinar (2.47) com as equações do controlador dadas por (2.43) para formar um sistema aumentado que incorpore as equações do estabilizador. Fazendo em malha fechada:

$$\begin{cases} u_c = y \\ y_c = u \end{cases} \quad (2.48)$$

obtem-se da equação (2.47) que:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (JJ_{11} + BB_1 D_{c1} CC_1 + BB_2 D_{c2} CC_3) x_1 + (JJ_{12} + BB_1 D_{c1} CC_2 + BB_2 D_{c2} CC_4) x_2 + \\ \quad + JJ_{21} z + BB_1 C_{c1} x_{c1} + BB_2 C_{c2} x_{c2} \\ \dot{x}_2 = (JJ_{13} + BB_3 D_{c1} CC_1 + BB_4 D_{c2} CC_3) x_1 + (JJ_{14} + BB_3 D_{c1} CC_2 + BB_4 D_{c2} CC_4) x_2 + \\ \quad + JJ_{22} z + BB_3 C_{c1} x_{c1} + BB_4 C_{c2} x_{c2} \end{cases}$$

Considerando-se $BB_2 = BB_3 = 0$ e fazendo-se algumas manipulações com a equação acima, obtém-se a seguinte representação do sistema aumentado na forma matricial:

$$\begin{cases} \dot{x}_a = J_{1a}x_a + B_a u_a + J_{2a}z \\ 0 = J_{3a}x_a + J_{4a}z \\ y_a = C_a x_a \end{cases} \quad (2.49)$$

onde:

$$J_{1a} = \begin{bmatrix} JJ_{11} & BB_1 C_{c1} & \vdots & JJ_{12} & 0 \\ 0 & A_{c1} & \vdots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ JJ_{13} & 0 & \vdots & JJ_{14} & BB_4 C_{c2} \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & A_{c2} \end{bmatrix} \quad B_a = \begin{bmatrix} BB_1 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & I & \vdots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \vdots & BB_4 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & I \end{bmatrix}$$

$$J_{2a} = \begin{bmatrix} JJ_{21} \\ 0 \\ \dots \\ JJ_{22} \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_a = \begin{bmatrix} CC_1 & 0 & \vdots & CC_2 & 0 \\ CC_3 & 0 & \vdots & CC_4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$u_a = [u_1 \quad u_{c1} \quad \vdots \quad u_2 \quad u_{c2}]^T$$

$$x_a = [x_1 \quad x_{c1} \quad \vdots \quad x_2 \quad x_{c2}]^T$$

$$J_{3a} = [J_{31} \quad 0 \quad \vdots \quad J_{32} \quad 0] \quad J_{4a} = J_4$$

A lei de controle é dada por:

$$u_a = -K_a y_a \quad (2.50)$$

sendo a matriz dos ganhos, que é a única matriz com incógnitas referente aos parâmetros do controlador, dada por:

$$K_a = \begin{bmatrix} -D_{c1} & 0 \\ -B_{c1} & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & -D_{c2} \\ 0 & -B_{c2} \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

A formulação acima pode ser facilmente aplicada para o caso de se trabalhar com um sistema do tipo máquina x barra-infinita onde se tem apenas uma máquina.

2.8 CONCLUSÃO

Neste capítulo foram apresentadas a modelagem do sistema de energia elétrica utilizada neste trabalho e a formulação adotada para o sistema aumentado, com a dinâmica do ESP incorporada. A formulação foi feita em termos da matriz Jacobiana, com o vetor de estados organizado por máquinas. A realimentação dos controladores foi colocada na F.C.O. para a formulação, que foi desenvolvida nos casos da realimentação da potência elétrica, velocidade e combinação de ambos os sinais.

CAPITULO 3

CONCEITOS E TÉCNICAS DE CONTROLE ROBUSTO

3.1 INTRODUÇÃO

Os sistemas de energia elétrica têm-se tornado cada vez mais complexos e de grande dimensão, o que torna o projeto e a análise dos controladores de sistemas de potência mais difícil. O sistema de potência está sujeito a constantes variações de carga, padrões distintos de geração e modificações topológicas na rede, devendo então ser capaz de fornecer energia com qualidade e segurança em diversas condições de operação.

Dentre os equipamentos utilizados pela indústria para aumentar as margens de estabilidade dinâmica cita-se o Estabilizador de Sistemas de Potência, que além de ser eficiente possui um custo relativamente baixo. Na prática estes controladores são projetados separadamente, cada um atuando no gerador ao qual está conectado. Esta estratégia de controle descentralizada faz-se necessária devido à distância geográfica entre as diversas máquinas do sistema, o que torna impraticável a realimentação de certos sinais em tempo real, além da complexa dinâmica envolvida na modelagem de todo o sistema. Assim, como o projeto dos estabilizadores não leva em consideração a interação entre eles, faz-se necessário uma coordenação entre os diversos controladores existentes no sistema.

O ESP é projetado, de modo geral, linearizando o sistema em torno de um determinado ponto de operação. Tendo em vista que este ponto de operação não é fixo, pois de fato varia com mudanças na topologia da rede e alterações na carga, o projeto do controlador deve apresentar requisitos de robustez, garantindo um desempenho mínimo, de modo que a estabilidade seja assegurada para um conjunto de condições de operação do sistema.

O controle robusto é então uma alternativa para considerar estas variações do ponto de operação, e para a implementação do seu projeto este capítulo apresenta os conceitos básicos de robustez e da técnica LMI utilizada para o projeto do controlador. Além disso, serão abordados requisitos de desempenho H_2 , descrevendo alguns conceitos e propriedades das LMI's e algumas definições de estabilidade para o posterior desenvolvimento da formulação do problema.

3.2 CONCEITOS BÁSICOS DE ROBUSTEZ

Um dos campos que recebe grande atenção de pesquisadores na teoria de controle robusto é o modelamento das incertezas da planta. Estas incertezas são praticamente inevitáveis para qualquer modelo de um sistema real. As áreas de aplicação do controle robusto são diversas, tais como: engenharia de controle de aviação, sistemas mecânicos, robótica, sistemas térmicos, sistemas elétricos de potência e outros. Neste trabalho, o estudo de controladores robustos será aplicado em Sistemas Elétricos de Potência.

O sistema de energia elétrica é composto por diversas máquinas, sendo cada uma modelada por equações diferenciais não lineares. Adicionando as equações diferenciais de cada máquina com as equações da rede, tem-se equações que descrevem todo o sistema de potência conforme já mencionado no capítulo anterior. Linearizando estas equações em torno de um ponto de operação obtém-se:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}\tag{3.1}$$

A linearização do sistema fornece um modelo linear com parâmetros distintos não apenas quando a topologia da rede é alterada, mas também com a simples mudança do ponto de operação, gerando as matrizes correspondentes (A, B, C, D) . É importante mencionar que quando utiliza-se o sinal de velocidade angular para a realimentação, gera-se apenas incertezas na matriz de estados A , e quando realimenta-se o sinal de potência elétrica, gera-se incertezas tanto na matriz de estados A como na matriz de saída C .

Como usualmente o controle é projetado para garantir a estabilidade do sistema para um determinado ponto de operação fixo, as possíveis variações no padrão de carga

podem comprometer o comportamento do sistema, levando eventualmente à instabilidade. Assim, faz-se necessário considerar explicitamente a variação paramétrica do sistema no projeto do controlador, o que caracteriza os chamados controladores robustos. Uma definição mais formalizada pode ser dada da seguinte forma:

Definição 3.1 [Controle Robusto] *Um controlador é dito robusto com relação a um conjunto de modelos especificados a priori se este garante um certo nível mínimo de desempenho para qualquer um dos possíveis modelos pertencentes a tal conjunto [20].*

Ou seja, a robustez é um conceito de conjunto onde o modelo matemático juntamente com as incertezas que o afetam definem um domínio, devendo ser garantida pelo controlador robusto a estabilidade para todo este domínio.

A robustez de um controlador pode ser interpretada como sendo a capacidade de manter a estabilidade do sistema na presença de incertezas no mesmo, sendo estas incertezas provenientes de mudanças no ponto de operação, aproximações no modelamento, variações paramétricas associadas por faltas e outros.

3.3 DESCRIÇÃO DAS INCERTEZAS

Por mais preciso que seja, um modelo matemático é apenas uma simplificação do sistema físico estudado, visando descrever o comportamento deste sistema através de equações. Portanto, é razoável que este modelo matemático apresente imprecisões, que em geral são denominadas de incertezas, decorrentes das simplificações realizadas ou do fato de que alguns dos parâmetros do sistema não são perfeitamente conhecidos. As incertezas que afetam o sistema podem ter diversas origens, tais como:

1. Variações paramétricas lentas e contínuas ou bruscas, devido a mudanças em certas condições de operação;
2. Imprecisão na estimação dos valores reais dos parâmetros do modelo do sistema considerado;
3. Aproximação na modelagem do sistema, como por exemplo, a linearização do sistema em torno de um ponto de operação, ou a eliminação de dinâmicas elevadas visando a redução da ordem do modelo matemático;

De acordo com suas origens e com o modo pela qual as mesmas afetam o modelo, estas incertezas são classificadas como:

- Incertezas paramétricas: são as incertezas que podem ser atribuídas à falta de conhecimento dos valores exatos de determinados parâmetros físicos do sistema ou a variações dos mesmos;
- Incertezas não-paramétricas: são geralmente oriundas de dinâmicas negligenciadas na modelagem, não podendo então ser atribuída a nenhum parâmetro ou coeficiente físico incerto;
- Incertezas estruturadas: são aquelas incertezas das quais tem-se alguma informação sobre o modo pelo qual elas afetam os elementos das matrizes A , B , C do sistema representado pela equação (3.1), modelado por variáveis de estado;
- Incertezas não-estruturadas: são aquelas que não se tem nenhuma informação sobre o modo pelo qual as mesmas afetam o modelo, além do fato de serem de norma limitada.

Neste trabalho não será abordada a modelagem por função de transferência, mas sim a modelagem por equações de estado. Representando o sistema linear incerto através de equações de estado, como na equação (3.1), onde:

$$A \in \mathcal{A};$$

$$B \in \mathcal{B};$$

$$C \in \mathcal{C};$$

$$D \in \mathcal{D};$$

sendo \mathcal{A} , \mathcal{B} , \mathcal{C} e \mathcal{D} conjuntos compactos que englobam respectivamente estas matrizes A , B e C e D de dimensões apropriadas e com elementos no corpo dos números complexos. Tem-se então um conjunto de modelos ao invés de um único modelo, onde as incertezas são consideradas a partir do momento em que admite-se que as matrizes do modelo matemático assumam quaisquer valores dentro dos seus respectivos conjuntos compactos representados por letras caligráficas.

De acordo com a estrutura destes conjuntos compactos, as incertezas podem ser classificadas por incertezas do tipo lineares convexas, incertezas limitadas em norma, incertezas diagonais, incertezas posto unitário, incertezas do tipo matriz-intervalo e *matching-conditions*. Para maiores detalhes ver referência [20]. Neste trabalho as incertezas serão consideradas do tipo linear convexa, uma vez que esta formulação é, talvez, a de mais fácil introdução na abordagem LMI, sendo utilizada por vários autores. Estas incertezas são descritas como segue:

Definição 3.2 [Incerteza do tipo Linear Convexa]: as incertezas do sistema descrito pelas equações (3.1) são do tipo linear convexa se o conjunto Ω que define um domínio convexo fechado possui a seguinte estrutura:

$$\Omega = \left\{ (A, C) : (A, C) = \sum_{i=1}^{nv} \lambda_i(t) (A_i, C_i) \right\} \quad (3.2)$$

com:

$$\begin{aligned} \lambda_i(t) &\geq 0; i = 1, \dots, nv \\ \lambda_1(t) + \dots + \lambda_{nv}(t) &= 1 \end{aligned}$$

As matrizes (A_i, C_i) referentes a cada ponto de operação i do sistema são conhecidas e definem os vértices do politopo Ω , que é um poliedro convexo. Por este motivo estas incertezas também são conhecidas como incertezas politópicas. O escalar $\lambda(t)$ permite a combinação linear convexa dos nv vértices do politopo Ω para a representação dos pontos internos do mesmo, representado pelas matrizes A e C do modelo.

Para exemplificar, supondo a existência de incertezas apenas na matriz A do sistema, com dois elementos incertos (a, d) , e considerando ainda três pontos de operação como segue:

$$A^1 = \begin{bmatrix} a^1 & b \\ c & d^1 \end{bmatrix}; \quad A^2 = \begin{bmatrix} a^2 & b \\ c & d^2 \end{bmatrix}; \quad A^3 = \begin{bmatrix} a^3 & b \\ c & d^3 \end{bmatrix}$$

O politopo Ω seria então definido pelos vértices $V_1 = (a^1, d^1)$, $V_2 = (a^2, d^2)$ e $V_3 = (a^3, d^3)$, conforme ilustra a figura abaixo.

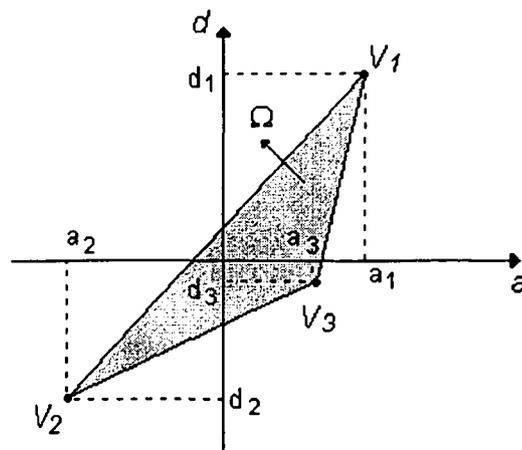


Figura 3.1 – Polítopo representando modelo com três pontos de operação

Assim, o número de vértices deste polítopo é função do número de pontos de operação do sistema, e a dimensão do espaço do polítopo é igual ao número de elementos incertos existentes na matriz.

3.4 SISTEMAS NA FORMA ALGÉBRICO DIFERENCIAL

Os sistemas físicos podem ser modelados por um conjunto de equações algébricas e diferenciais, sendo as equações algébricas provenientes das interconexões de dois ou mais subsistemas dinâmicos. Estes sistemas são conhecidos na literatura por sistemas descritores, sistemas com restrições algébricas ou sistemas singulares [14].

Este sistema na forma algébrico-diferencial é representado pela formulação (2.44) mostrada no capítulo anterior. Eliminando as variáveis algébricas desta equação, obtém-se o sistema diferencial dado pela equação (2.46).

Este trabalho propõe o estudo da estabilidade do sistema na forma algébrico-diferencial, sem a necessidade da eliminação das variáveis algébricas que envolve a inversão de matrizes com elementos incertos, além de que em alguns casos, quando o problema é de dimensão elevada, a perda da esparsidade das matrizes pode acarretar em dificuldades computacionais consideráveis.

3.5 ABORDAGEM POR INEQUAÇÕES MATRICIAIS LINEARES PARA SISTEMAS NA FORMA ALGÉBRICO DIFERENCIAL

Muitos problemas de controle possuem sua formulação na forma de inequações matriciais lineares (*Linear Matrix Inequalities - LMI*), como por exemplo os problemas de controle ótimo LQG, controle robusto H_∞ , análise de Lyapunov e outros. Deste modo, problemas importantes da teoria de controle têm sido solucionados numericamente reformulando-os como sendo um problema convexo de otimização, cujas restrições são LMI's.

A formulação LMI tem se revelado como uma ferramenta de grande potencial, tendo sido bastante explorada recentemente como tema de pesquisa uma vez que:

- uma grande variedade de restrições e especificações de desempenho podem ser expressas na forma de LMI's, e um ponto de grande importância é a capacidade desta formulação combinar as diversas restrições de uma maneira numericamente tratável;
- uma vez formulado o problema na forma de LMI's, o mesmo pode ser solucionado eficientemente por algoritmos de otimização convexa;
- enquanto que a grande maioria dos problemas com múltiplas restrições e funções objetivo não possui soluções analíticas em termos de equações matriciais, com a formulação LMI encontra-se solução numérica para estes mesmos problemas.

3.5.1 Definição do Problema

Uma LMI possui a seguinte forma:

$$F(x) \equiv F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0 \quad (3.3)$$

onde x é a variável de decisão, e as matrizes simétricas $F_i = F_i^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $i = 0, \dots, m$ são dadas. O símbolo de desigualdade na equação (3.3) significa que $F(x)$ é positiva definida, ou seja, os autovalores de $F(x)$ devem ser positivos.

Apesar da LMI parecer possuir uma forma especial, ela pode representar uma grande variedade de restrições convexas em x . Inequações lineares, inequações quadráticas (convexas), restrições da teoria de controle como inequações de Lyapunov e inequações matriciais quadráticas convexas, podem todas ser colocadas na forma de LMI. Existem diversos problemas em que a variável é uma matriz, como no caso da inequação de Lyapunov:

$$A^T P + PA < 0 \quad (3.4)$$

onde a matriz A é dada, e $P = P^T > 0$ é a variável do problema. Podemos rescrever (3.4) na forma (3.3), e nesse caso as variáveis x_i representam os elementos da matriz P a ser determinada.

A técnica LMI é basicamente aplicada a três tipos de problema de controle [9]:

1. Problema de Factibilidade

encontrar se possível uma solução x de $F(x) > 0$

2. Problema de Minimização de uma função objetivo linear

minimizar $c^T x$

sujeito a $F(x) > 0$

sendo $F(x)$ uma função afim em x .

3. Problema de Minimização dos autovalores generalizados

minimizar λ

$$\text{sujeito a } \begin{cases} A(x) < \lambda B(x) \\ B(x) > 0 \\ C(x) > 0 \end{cases}$$

onde A , B e C são matrizes simétricas, também afins em x .

Os problemas 1 e 2 são convexos e o problema 3 é quasi-convexo [9]. Todos estes problemas podem ser resolvidos de forma eficiente e global, isto é, dado uma precisão e uma condição inicial arbitrária, uma solução global será encontrada e caso não existam soluções factíveis, o algoritmo acusa a não factibilidade do problema. Os algoritmos possuem complexidade polinomial.

3.5.2 Propriedades de LMI

Algumas propriedades e resultados importantes de LMI serão apresentados a seguir de modo a facilitar o entendimento de alguns teoremas expostos no decorrer deste trabalho.

- **Linearidade:**

Pode-se observar claramente que a função $F(x)$ da equação (3.3) é não linear em x , pois $F(0) = F_0 \neq 0$. Na verdade esta função é afim em x . O nome LMI vem da seguinte inequação:

$$\mathfrak{F}(x_0, x) = \mathfrak{F}(\tilde{x}) \equiv F_0 x_0 + \sum_{i=1}^m F_i x_i > 0 \quad (3.5)$$

com \mathfrak{F} linear em $\tilde{x} = [x_0, x^T]^T$.

Qualquer problema na forma da equação (3.3) pode ser representado na forma de (3.5) através de uma transformação, sendo então a equação (3.3) comumente chamada de LMI, apesar de ser na verdade uma Inequação Matricial Afim [18].

- **Convexidade:**

Os conjuntos afins e convexos são definidos do seguinte modo [21]:

Definição 3.3 [Conjunto Afim]: Um subconjunto M de \mathcal{R}^n é dito afim se, para todo $\lambda \in \mathcal{R}$ e para todo par $x, y \in M$:

$$(1 - \lambda)x + \lambda y \in M \quad (3.6)$$

Definição 3.4 [Conjunto Convexo]: Um subconjunto C de \mathcal{R}^n é dito convexo se:

$$\forall x, y \in C, \quad (1 - \lambda)x + \lambda y \in C, \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (3.7)$$

Ou seja, um conjunto é convexo se a reta que une quaisquer dois pontos do conjunto também pertence ao conjunto. Pelas definições acima nota-se que todos os conjuntos afins são convexos mas o contrário não é verdadeiro. Como exemplo pode-se citar os elipsoides sólidos e cubos no \mathcal{R}^3 , que são convexos mas não são afins.

Aplicando a propriedade de convexidade nas LMI's, observa-se que a mesma é uma restrição convexa na variável, ou seja, seu conjunto solução é convexo e encontrá-lo é um problema convexo de otimização, que é uma das propriedades mais importantes de LMI. Uma vez que a interseção de conjuntos convexos também é convexa, pode-se satisfazer diversas restrições na forma de LMI's simultaneamente.

Como neste trabalho as incertezas em A , B e C serão consideradas do tipo politópicas, faz-se necessário apenas assegurar a estabilidade para os vértices do politopo, que a estabilidade para toda a região interna ao politopo será garantida pela convexidade do problema.

- **Complemento de Schur:**

O complemento de Schur [9] é na verdade uma propriedade de matrizes extremamente útil em várias aplicações. Será mostrado aqui apenas o caso de desigualdades estritas, como segue abaixo.

Lema 3.1 [Complemento de Schur]: Sejam Q , R e S matrizes de dimensões compatíveis, sendo Q e R simétricas. Então:

$$\begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} > 0 \quad (3.8)$$

é equivalente a:

$$Q - SR^{-1}S^T > 0, \quad R > 0 \quad (3.9)$$

- **Lema de Finsler:**

Lema 3.2 [Lema de Finsler]: Dada a matriz simétrica Ψ e a matriz Z de dimensões compatíveis, e seja X uma matriz tal que $ZX = 0$. Então tem-se que:

$$X^T \Psi X < 0 \quad (3.10)$$

se e somente se $\exists L$ tal que

$$\Psi + LZ + Z^T L^T < 0 \quad (3.11)$$

Se Z ou Ψ dependerem de um conjunto de parâmetros incertos, então para as condições acima ainda continuarem sendo necessárias e suficientes, a matriz L também deve ser dependente destes parâmetros [21].

3.5.3 Definições de Estabilidade

Como será visto a seguir, as aplicações mais importantes deste trabalho utilizam o conceito de estabilizabilidade quadrática aplicada a sistemas lineares incertos. Faz-se necessário então uma exposição de alguns conceitos importantes relacionados a estabilidade para o caso de sistemas incertos.

Definição 3.5 [Estabilidade Quadrática]: Seja um sistema linear incerto dado por:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) \quad (3.12)$$

O mesmo é dito ser quadraticamente estável se existir uma função de Lyapunov quadrática $V(x) = x^T P x$ com $P = P^T$ e $P > 0$, tal que:

$$PA + A^T P < 0, \quad P > 0 \quad \text{para todo } A \in \mathcal{A} \quad (3.13)$$

Para obter este resultado basta fazer com que a derivada da função seja definida negativa, o que significa que todas as trajetórias do sistema convergem para zero em $t \rightarrow \infty$ (continuamente decrescente), como segue:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(x) &< 0 \\
\dot{V}(x) &= \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} < 0 \\
(Ax)^T P x + x^T P (Ax) &< 0 \\
x^T A^T P x + x^T P A x &< 0 \\
x^T (A^T P + P A) x &< 0
\end{aligned}$$

Como o politopo de incertezas tem j vértices, o sistema será quadraticamente estável se e somente se existir uma matriz $P > 0$ tal que:

$$PA + A^T P < 0, \quad \forall A \in \mathcal{A} \quad (3.14)$$

que é um problema convexo em P . A LMI (3.14) deve ser testada para todos os vértices do politopo. As matrizes A_j são os vértices do politopo de incertezas, e como já foi mencionado, a factibilidade desse problema implica na estabilidade do sistema para toda matriz pertencente ao politopo \mathcal{A} .

Definição 3.6 [Estabilidade Robusta]: Um sistema incerto, linear e invariante no tempo é dito robustamente estável se ele for assintoticamente estável para todo $A \in \mathcal{A}$, ou seja:

$$\forall A \in \mathcal{A}, \exists P > 0: PA + A^T P < 0 \quad (3.15)$$

A diferença entre as definições de estabilidade quadrática e estabilidade robusta é que para a estabilidade quadrática é necessário que a mesma matriz P garanta a estabilidade para todo o conjunto de incertezas, enquanto que a estabilidade robusta implica em associar uma função de Lyapunov a cada modelo. Além disso, o conceito de estabilidade quadrática pode incluir incertezas variantes no tempo, ao contrário do conceito de estabilidade robusta, que permite considerar apenas incertezas do tipo constantes que não variam ao longo do tempo.

Definição 3.7 [Estabilizabilidade Quadrática]: Um sistema linear incerto é dito ser quadraticamente estabilizável se existir um ganho K de realimentação de estados, tal que o sistema em malha fechada seja quadraticamente estável.

Supondo a realimentação de estados, onde $u = -Kx$, tem-se que:

$$\dot{x} = Ax + Bu = (A - BK)x = A_{MF}x \quad (3.16)$$

onde o índice MF significa malha fechada. Utilizando o conceito de estabilidade de Lyapunov:

$$(A - BK)^T P + P(A - BK) < 0 \quad (3.17)$$

Nota-se que a equação (3.17) não é convexa em P e K . Para torna-la convexa, defina $W = P^{-1}$ e $F = KW$. Então pré e pós multiplicando (3.17) por W encontramos:

$$AW + WA^T - BF - F^T B^T < 0 \quad (3.18)$$

Então, o sistema é quadraticamente estabilizável se e somente se existirem matrizes W e F tais que (3.18) seja factível. Se o par (W_0, F_0) é uma solução de (3.18) podemos retornar a (3.17) com $P = W_0^{-1}$ e $K = F_0 W_0^{-1}$.

Definição 3.8 [Estabilidade Quadrática em sistemas Algébrico Dif.]: Seja o seguinte sistema incerto na forma algébrico diferencial [14]:

$$\begin{cases} \dot{x} = J_1 x + J_2 z \\ 0 = J_3 x + J_4 z \end{cases} \quad (3.19)$$

e suponha que:

$$\begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \in C_0[\Psi_i]_{i=1}^q, \quad \Psi_i = \begin{bmatrix} J_{1i} & J_{2i} \\ J_{3i} & J_{4i} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

sendo $C_0[\Psi_i]_{i=1}^q$ um politopo convexo cujos vértices Ψ_i são dados.

Então o sistema representado por (3.19) e (3.20) será quadraticamente estável se existe uma função $V(x) = x^T P x \forall x$, tal que sua derivada temporal do sistema satisfaça:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{V}(x) = \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} PJ_1 + J_1^T P & PJ_2 \\ J_2^T P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} < 0 \\ \forall \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \in C_0[\Psi_i]_{i=1}^q, \forall \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} : \begin{bmatrix} J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} = 0 \end{array} \right. \quad (3.21)$$

Esta definição tem sua origem no conceito de estabilidade de Lyapunov, que para estabilidade quadrática deve-se ter:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= \dot{x}^T Px + x^T P\dot{x} < 0 \\ x^T J_1^T Px + z^T J_2^T Px + x^T PJ_1 x + x^T PJ_2 z &< 0 \end{aligned}$$

Colocando a equação acima na forma matricial, chega-se aos resultados da equação (3.21).

Definição 3.9 [Estabilizabilidade Quadrática em sistemas Algébrico Dif.]: Seja o seguinte sistema incerto na forma algébrico diferencial [14]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = J_1 x + J_2 z + Bu \\ 0 = J_3 x + J_4 z \end{array} \right. \quad (3.22)$$

e suponha que:

$$\left[\begin{array}{ccc} J_1 & J_2 & B \\ J_3 & J_4 & 0 \end{array} \right] \in C_0[\Psi_i]_{i=1}^q, \quad \Psi_i = \begin{bmatrix} J_{1i} & J_{12} & B_i \\ J_{13} & J_{14} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

sendo $C_0[\Psi_i]_{i=1}^q$ um politopo convexo cujos vértices Ψ_i são dados.

O sistema representado pelas equações (3.22) e (3.23) é quadraticamente estabilizável pela lei de controle do tipo $u = -Kx$, se existir uma matriz K e uma função de Lyapunov $V(x) = x^T Px > 0 \forall x$, tal que sua derivada temporal satisfaça:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{V}(x) = \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} PJ_1 + J_1^T P - PBK - K^T B^T P & PJ_2 \\ J_2^T P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} < 0 \\ \forall \begin{bmatrix} J_1 & J_2 & B \\ J_3 & J_4 & \end{bmatrix} \in C_0[\Psi_i]_{i=1}^q, \forall \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} : \begin{bmatrix} J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} = 0 \end{array} \right. \quad (3.24)$$

Este resultado é obtido a partir do conceito de estabilidade de Lyapunov considerando-se o caso de realimentação de estados onde $u = -Kx$:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} < 0 \\ x^T J_1^T P x + z^T J_2^T P x - x^T K^T B^T P x + x^T P J_1 x + x^T P J_2 z - x^T P B K x &< 0 \end{aligned}$$

O resultado da equação (3.24) é obtido colocando a equação acima na forma matricial.

3.5.4 Realimentação Dinâmica de Saídas

Muitos problemas importantes da teoria de controle utilizando realimentação de estados podem ser solucionados através de técnicas LMI. No entanto, em sistemas elétricos de potência, um controle utilizando realimentação de estados não seria viável uma vez que o acesso a todos os estados do sistema não é possível.

O problema de controle via realimentação de saídas é muito mais complexo quando comparado ao problema de controle via realimentação de estados, sendo um importante problema de controle para o qual uma solução completa ainda não está disponível, pois de um lado tem-se aproximações baseadas em condições necessárias e suficientes que não são numericamente tratáveis, e de outro lado tem-se aproximações baseadas em condições apenas de suficiência, que podem ser bastante restritivas.

O Teorema seguinte aplica o conceito de estabilizabilidade em sistemas algébrico diferenciais utilizando realimentação de saídas, já com o sistema aumentado, onde a dinâmica dos controladores está incorporada ao sistema original, conforme descrito no capítulo anterior segundo a equação (2.49).

Teorema 3.1 [14]: *Seja o seguinte sistema linear incerto aumentado na forma algébrico diferencial:*

$$\begin{cases} \dot{x}_a = J_{1a} x_a + J_{2a} z_a + B_a u_a \\ 0 = J_{3a} x_a + J_{4a} z_a \\ y = C_a x_a \end{cases} \quad (3.25)$$

e suponha que:

$$\begin{bmatrix} J_{1a} & J_{2a} \\ J_{3a} & J_{4a} \\ C_a & 0 \end{bmatrix} \in C_0 [\Psi_i]_{i=1}^q, \quad \Psi_i = \begin{bmatrix} J_{1ai} & J_{2ai} \\ J_{3ai} & J_{4ai} \\ C_{ai} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

sendo $C_0 [\Psi_i]_{i=1}^q$ um politopo convexo cujos vértices Ψ_i são dados.

Então o sistema é quadraticamente estabilizável pela ação de controle $u = -K_a y$ se existirem P, L, F e M tais que as seguintes LMI's sejam factíveis:

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} PJ_{1ai} + J_{1ai}^T P - B_a F C_{ai} - C_{ai}^T F^T B_a^T & PJ_{2ai} \\ J_{2ai}^T P & 0 \end{bmatrix} + L \begin{bmatrix} J_{3ai} & J_{4ai} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_{3ai} & J_{4ai} \end{bmatrix}^T L^T < 0 \\ PB_a = B_a M \\ P > 0 \end{array} \right. \quad (3.27)$$

onde o ganho de realimentação é dado por $K_a = M^T F$.

Assim como os demais Teoremas 3.2 e 3.3, este Teorema 3.1 fornece uma condição apenas de suficiência devido à restrição de igualdade, e devido a matriz L ser independente das incertezas presentes, conforme mencionado no Lema 3.2.

Prova: Supondo que as condições da equação (3.27) sejam satisfeitas, como $K_a = M^T F$ e $PB_a = B_a M$, tem-se que:

$$\begin{bmatrix} PJ_{1ai} + J_{1ai}^T P - PB_a K_a C_{ai} - C_{ai}^T K_a^T B_a^T P & PJ_{2ai} \\ J_{2ai}^T P & 0 \end{bmatrix} + L \begin{bmatrix} J_{3ai} & J_{4ai} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_{3ai} & J_{4ai} \end{bmatrix}^T L^T < 0$$

Pela propriedade de convexidade, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} PJ_{1a} + J_{1a}^T P - PB_a K_a C_a - C_a^T K_a^T B_a^T P & PJ_{2a} \\ J_{2a}^T P & 0 \end{bmatrix} + L \begin{bmatrix} J_{3a} & J_{4a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_{3a} & J_{4a} \end{bmatrix}^T L^T < 0$$

Aplicando o Lema 3.2 na equação acima, obtém-se:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} PJ_{1a} + J_{1a}^T P - PB_a K_a C_a - C_a^T K_a^T B_a^T P & PJ_{2a} \\ J_{2a}^T P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} < 0 \\ \forall (x, z): [J_{3a} \quad J_{4a}] \begin{bmatrix} x_a \\ z_a \end{bmatrix} = 0 \end{cases} \quad (3.28)$$

Pela Definição 3.9 de estabilizabilidade quadrática em sistemas algébrico diferencial conclui-se a prova do teorema.

3.5.5 Estrutura da Matriz de Ganhos

No caso em que trabalha-se com sistemas multimáquinas, conforme a equação (2.51) mostrada no capítulo anterior, nota-se que a matriz de ganhos K_a deve apresentar uma estrutura descentralizada. Para se obter esta estrutura deve-se impor restrições na matriz K_a da formulação LMI, impondo a mesma estrutura desejada nas matrizes M e F que a compõe ($K_a = M^T F$), conforme mostra o Teorema 3.1.

Assim, para que a matriz K_a apresente esta estrutura:

$$K_a = \begin{bmatrix} \blacksquare & 0 \\ \blacksquare & 0 \\ 0 & \blacksquare \\ 0 & \blacksquare \end{bmatrix}$$

as matrizes M e F serão:

$$M = \begin{bmatrix} \blacksquare & \blacksquare & 0 & 0 \\ \blacksquare & \blacksquare & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \blacksquare & \blacksquare \\ 0 & 0 & \blacksquare & \blacksquare \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \blacksquare & 0 \\ \blacksquare & 0 \\ 0 & \blacksquare \\ 0 & \blacksquare \end{bmatrix}$$

onde \blacksquare significa que nenhuma restrição é imposta aos elementos correspondentes da matriz.

3.5.6 Problema dual

Em alguns casos a estabilização de um sistema pode ser obtida mais facilmente através do conceito de sistema dual. Suponha um sistema na forma algébrico diferencial dado por:

$$(\mathcal{P}) \quad \begin{cases} \dot{x} = J_1 x + J_2 z + Bu \\ 0 = J_3 x + J_4 z \\ y = Cx \end{cases} \quad (3.29)$$

O sistema acima será chamado de sistema primal e o sistema Dual será definido como sendo:

$$(\mathcal{D}) \quad \begin{cases} \dot{x} = J_1^T x + J_3^T z + C^T u \\ 0 = J_2^T x + J_4^T z \\ y = B^T x \end{cases} \quad (3.30)$$

Como pode-se observar, o sistema dual é obtido a partir do transposto do primal, não alterando portanto os autovalores do sistema, uma vez que os autovalores de $(J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3)$ são os mesmos de $(J_1^T - J_3^T J_4^{-T} J_2^T)$:

Sabe-se que sendo $V(x) = x^T P x$ uma função de Lyapunov para o sistema primal, então a condição de estabilidade para este problema é dada por:

$$\exists P > 0 : PA + A^T P < 0, \quad A = (J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3) \quad (3.31)$$

No caso do sistema dual em que a função de Lyapunov é dada por $V(x_d) = x_d^T P^{-1} x_d$, a condição de estabilidade a ser satisfeita é:

$$\exists W > 0 : AW + WA^T < 0 \quad (3.32)$$

Pré e pós-multiplicando a equação (3.31) por P^{-1} , obtém-se:

$$P^{-1}(PA + A^T P)P^{-1} < 0 \quad (3.33)$$

$$AP^{-1} + P^{-1}A^T < 0 \quad (3.34)$$

Comparando as equações (3.32) e (3.34), pode-se estabelecer a relação $W = P^{-1}$. Então, se as condições de estabilidade estão garantidas para o primal, as mesmas também serão garantidas para o dual.

Aplicando o conceito de dualidade para o caso de sistemas incertos na forma algébrico-diferencial com realimentação de saídas, obtém-se como resultado o seguinte Teorema:

Teorema 3.2 [14]: *Seja o seguinte sistema linear incerto aumentado na forma algébrico-diferencial:*

$$\begin{cases} \dot{x}_a = J_{1a}x_a + J_{2a}z_a + B_a u_a \\ 0 = J_{3a}x_a + J_{4a}z_a \\ y = C_a x_a \end{cases} \quad (3.35)$$

e suponha que:

$$\begin{bmatrix} J_{1a} & J_{2a} \\ J_{3a} & J_{4a} \\ C_a & 0 \end{bmatrix} \in C_0[\Psi_i]_{i=1}^q, \quad \Psi_i = \begin{bmatrix} J_{1ai} & J_{2ai} \\ J_{3ai} & J_{4ai} \\ C_{ai} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

sendo $C_0[\Psi_i]_{i=1}^q$ um politopo convexo cujos vértices Ψ_i são dados.

Então o sistema representado por (3.35) e (3.36) é quadraticamente estabilizável por realimentação de saídas $u = -K_d y$ se existirem W, L, F e M tais que as seguintes LMI's sejam satisfeitas:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} J_{1ai}W + WJ_{1ai}^T - B_a F C_{ai} - C_{ai}^T F^T B_a^T & WJ_{3ai}^T \\ J_{3ai}W & 0 \end{bmatrix} + L \begin{bmatrix} J_{2ai}^T & J_{4ai}^T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_{2ai}^T & J_{4ai}^T \end{bmatrix}^T L^T < 0 \\ C_{ai}W = M C_{ai} \\ W > 0 \end{cases} \quad (3.37)$$

onde o ganho de realimentação é dado por $K = FM^1$ e $V(x_d) = x_d^T W x_d$ é uma função de Lyapunov para o sistema dual.

A prova deste Teorema será omitida uma vez que a mesma é semelhante a prova do Teorema 3.1 mostrada anteriormente.

3.6 PROBLEMA DE DESEMPENHO H_2

Para apresentar este problema, seja o seguinte diagrama de blocos:

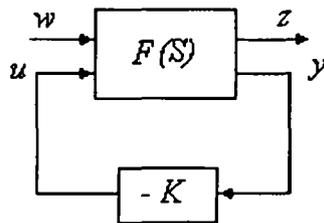


Figura 3.2 – Diagrama de Blocos para o problema H_2

onde:

F é a planta do sistema;

K é o controlador;

w é o sinal que contém os distúrbios;

z é o sinal cujas componentes são as variáveis que desejamos controlar, ou seja, as variáveis de desempenho;

y é a saída para fins de realimentação;

u é a entrada de controle;

O problema de controle H_2 é então sintetizar um controlador K que atenuie os efeitos indesejados de perturbações w sobre a saída do sistema, utilizando o conceito de norma H_2 , que é na verdade, um índice de desempenho.

Para melhor entendimento, será tomado como exemplo o problema clássico de rejeição de distúrbios [22]. Supondo que z contém as variáveis de desempenho que deseja-se que sejam pouco afetadas pelos distúrbios contidos em w . A intensidade de

atenuação do distúrbio depende então, do 'tamanho' da função de transferência de malha fechada (FTMF) de w para z , que influencia diretamente o efeito do sinal w em z . Então, deseja-se projetar um controlador que minimize o 'tamanho' da FTMF. Os dois modos mais comuns e fisicamente significativos utilizados para quantificar o 'tamanho' da FTMF são a norma H_2 e a norma H_∞ . Neste trabalho será utilizado o conceito de norma H_2 para problemas de desempenho.

3.6.1 Cálculo da Norma H_2 via LMI's

Seja $G(S)$ a função de transferência do sistema em malha aberta de w para z dada por:

$$G(S) = C(SI - A)^{-1}B + D \quad (3.38)$$

e a matriz de resposta ao impulso:

$$g(t) = Ce^{At}B \quad (3.39)$$

Suponha que o sistema seja assintoticamente estável. Então a norma H_2 para $G(S)$ é dada por [21]:

$$\|G(S)\|_2^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr}\{G^*(j\omega)G(j\omega)\}d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr}\{g(t)^T g(t)\}dt \quad (3.40)$$

Quando o sistema em malha fechada é instável deve-se primeiro estabilizá-lo através de um controlador, para posteriormente calcular a norma H_2 do sistema em malha fechada.

Caso o sistema seja modelado por variáveis de estado, a norma H_2 pode ser calculada utilizando o Graminiano de Controlabilidade L_c ou o de Observabilidade L_o , dados por [23]:

$$\|G\|_2^2 = \text{tr}(CL_c C^T) = \text{tr}(B^T L_o B) \quad (3.41)$$

sendo os gramianos de observabilidade e controlabilidade definidos por:

$$\begin{aligned} L_o &\hat{=} \int_{-\infty}^{\infty} e^{A^T t} C^T C e^{A t} dt \\ L_c &\hat{=} \int_{-\infty}^{\infty} e^{A t} B B^T e^{A^T t} dt \end{aligned} \quad (3.42)$$

onde L_c e L_o são soluções das equações de Lyapunov:

$$\begin{aligned} A L_c + L_c A^T + B B^T &= 0 \\ A^T L_o + L_o A + C^T C &= 0 \end{aligned} \quad (3.43)$$

A norma H_2 também pode ser calculada através dos seguintes problemas de otimização:

$$\|G\|_2^2 = \min \{ \text{tr}(C L_c C^T) \} : A L_c + L_c A^T + B B^T \leq 0, L_c \geq 0 \quad (3.44)$$

$$\|G\|_2^2 = \min \{ \text{tr}(B^T L_o B) \} : A^T L_o + L_o A + C^T C \leq 0, L_o \geq 0 \quad (3.45)$$

ou ainda:

$$\begin{aligned} \|G\|_2^2 &= \min \{ \text{tr}(N) \} : N - C L_c C^T \geq 0 \\ &A L_c + L_c A^T + B B^T \leq 0, L_c \geq 0 \end{aligned} \quad (3.46)$$

$$\begin{aligned} \|G\|_2^2 &= \min \{ \text{tr}(N) \} : N - B^T L_o B \geq 0 \\ &A^T L_o + L_o A + C^T C \leq 0, L_o \geq 0 \end{aligned} \quad (3.47)$$

onde N seria um limitante superior, e minimizando $\text{Tr}(N)$ minimiza-se $\text{Tr}(C L_c C^T)$ e $\text{Tr}(B^T L_o B)$. Exige-se ainda que o par (A, B) seja estabilizável, no caso de L_c , ou que o par (A, C) seja detectável, no caso de L_o . A satisfação de (3.46) com desigualdades estritas já implica que (A, B) seja estabilizável, e de forma similar, (3.47) com desigualdades estritas implica (A, C) detectável.

3.6.2 Problema H2 e Realimentação de Saídas

O problema de desempenho H_2 consiste em encontrar uma realimentação de saídas, de modo que a norma H_2 da função de transferência em malha fechada seja minimizada, conforme mostra o teorema seguinte.

Teorema 3.3 : Seja G_{zw} a função de transferência em malha fechada do sistema aumentado abaixo na forma algébrico diferencial:

$$\begin{cases} \dot{x}_a = J_{1a}x_a + J_{2a}z_a + B_a u_a + B_w w \\ 0 = J_{3a}x_a + J_{4a}z_a \\ y = C_a x_a \\ z = C_z x + D_{uz} u \end{cases} \quad (3.48)$$

e suponha que:

$$\begin{bmatrix} J_{1a} & J_{2a} \\ J_{3a} & J_{4a} \\ C_a & 0 \end{bmatrix} \in C_0 [\Psi_i]_{i=1}^q, \quad \Psi_i = \begin{bmatrix} J_{1ai} & J_{2ai} \\ J_{3ai} & J_{4ai} \\ C_{ai} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

sendo $C_0 [\Psi_i]_{i=1}^q$ um polítopo convexo cujos vértices Ψ_i são dados, e supondo ainda que:

$$C_z^T D_{uz} = 0 \quad \text{e} \quad D_{uz}^T D_{uz} > 0 \quad (3.50)$$

Então o sistema é estabilizável por realimentação de saídas $u = -K_a y$ se o seguinte problema de minimização for satisfeito:

$$\begin{aligned} & \min \{tr(N)\} \\ & \text{s.a.} \\ & \begin{cases} \begin{bmatrix} N & C_z W - D_{uz} F C_{ai} \\ (C_z W - D_{uz} F C_{ai})^T & W \end{bmatrix} > 0 \\ \begin{bmatrix} W J_{1ai}^T + J_{1ai} W - B_a F C_{ai} - C_{ai}^T F^T B_a^T + B_w B_w^T & W J_{3ai}^T \\ J_{3ai} W & 0 \end{bmatrix} + L \begin{bmatrix} J_{2ai}^T & J_{4ai}^T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_{2ai}^T & J_{4ai}^T \end{bmatrix}^T L^T < 0 \\ C_{ai} W = M C_{ai} \\ W > 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.51)$$

sendo N um limitante superior para $\|G_{zw}\|_2$, e o ganho de realimentação que minimiza $Tr(N)$ é dado por $K_a = F M^l$.

Prova: Supondo que as condições da equação (3.51) estejam satisfeitas, como $K_a = M^l F$ e $C_{ai} W = M C_{ai}$, tem-se para a primeira LMI que:

$$\begin{bmatrix} N & C_z W - D_{uz} K_a C_{ai} W \\ (C_z W - D_{uz} K_a C_{ai} W)^T & W \end{bmatrix} > 0$$

Pela propriedade de convexidade, e aplicando o complemento de Schur, dado pelo Lema 3.1, pode-se escrever que:

$$N - (C_z W - D_{uz} K_a C_{ai} W) W^{-1} (C_z W - D_{uz} K_a C_{ai} W)^T > 0, \quad W > 0$$

$$N - (C_z - D_{uz} K_a C_{ai}) W W^{-1} W (C_z - D_{uz} K_a C_{ai})^T > 0, \quad W > 0$$

$$N - (C_z - D_{uz} K_a C_{ai}) W (C_z - D_{uz} K_a C_{ai})^T > 0, \quad W > 0$$

e sendo $C_{MF} = C_z - D_{uz} K_a C_{ai}$:

$$N - C_{MF} W C_{MF}^T > 0, \quad W > 0$$

que recai na equação (3.47).

Para a segunda LMI da formulação (3.51), procede-se da mesma maneira que anteriormente, substituindo F e M :

$$\begin{bmatrix} J_{1ai} W + W J_{1ai}^T - B_a K_a C_{ai} W - W C_{ai}^T K_a^T B_a^T + B_w B_w^T & W J_{3ai}^T \\ J_{3ai} W & 0 \end{bmatrix} + L \begin{bmatrix} J_{2ai}^T & J_{4ai}^T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_{2ai}^T & J_{4ai}^T \end{bmatrix}^T L^T < 0$$

Aplicando a propriedade de convexidade e o Lema 3.2 de Finsler, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} J_{1a} W + W J_{1a}^T - B_a K_a C_a W - W C_a^T K_a^T B_a^T + B_w B_w^T & W J_{3a}^T \\ J_{3a} W & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} < 0$$

sendo:

$$\begin{bmatrix} J_2^T & J_4^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} = 0$$

$$z = -J_4^{-T} J_2^T x$$

A equação acima pode então ser escrita como:

$$x^T [J_{1a} W + W J_{1a}^T - B_a K_a C_a W - W C_a^T K_a^T B_a^T + B_w B_w^T] x + x^T W J_{3a}^T z + z^T J_{3a} W x < 0$$

e substituindo as variáveis $z = -J_4^{-T}J_2^T x$ e $A = J_1 - J_2J_4^{-1}J_3$, obtém-se:

$$x^T [AW + WA^T - B_a K_a C_a W - WC_a^T K_a^T B_a^T + B_w B_w^T] x < 0$$

e fazendo $A_{MF} = A_a - B_a K_a C_a$ encontramos:

$$A_{MF} W + WA_{MF}^T + B_w B_w^T < 0$$

que recai na equação (3.47), estando portanto provada a suficiência do Teorema.

Deste modo, através desta formulação dada pela equação (3.51), tanto as especificações de robustez quanto as especificações de desempenho podem ser incorporadas ao projeto do controlador. As matrizes C_z e D_{uz} são escolhidas pelo projetista.

Pode-se observar que o Teorema 3.3 foi formulado apenas para o sistema Dual, o qual foi mostrado na seção 3.5.6. Isto se deve ao fato de que na formulação para o sistema primal, haverá um termo não convexo na variável K , o que torna inviável a resolução da LMI.

3.7 CONCLUSÃO

Neste capítulo foram apresentados os conceitos básicos de robustez além de uma descrição acerca da modelagem das incertezas, que são do tipo linear convexa. Outros pontos apresentados foram as vantagens de se trabalhar com LMI's, suas principais propriedades e as definições de estabilidade e estabilizabilidade de Lyapunov, as quais são fundamentais para a formulação do problema de controle robusto.

As formulações utilizadas para o projeto do ESP são duas, dadas pelos Teoremas 3.1 e 3.3, onde ambas aplicam realimentação de saídas em sistemas na forma algébrico-diferencial. O primeiro teorema é apenas um problema de factibilidade, e o segundo é um problema de minimização que utiliza conceitos de desempenho H_2 para obtenção de melhores resultados.

Para a avaliação da técnica proposta, a mesma será aplicada a dois sistemas de potência, sendo um de pequeno porte e outro de médio porte, apresentados no capítulo seguinte juntamente com as análises e conclusões acerca do desempenho do controlador.

CAPITULO 4

APLICAÇÃO DO CONTROLE ROBUSTO EM SISTEMA DE POTÊNCIA

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão apresentados os resultados da aplicação do método proposto de ESP robusto pela técnica LMI para dois sistemas elétricos de potência, um de pequeno porte e outro de médio porte, cujos dados podem ser encontrados em Anexo. No projeto do controlador utilizou-se realimentação estática de saídas dos sinais de velocidade angular, potência elétrica e da combinação de ambos. O fluxo de carga e a matriz Jacobiana foram obtidos a partir do programa *LFLOW*, disponível no LABSPOT. A ferramenta utilizada para execução dos programas foi o *LMItool*, disponível no software *Scilab* - 2.4.1 INRIA, o qual resolve um problema de otimização pelo método primal-dual. Para conferir todos os resultados obtidos, os mesmos foram verificados no programa *Pacdyn V4.1 – CEPEL* calculando os autovalores do sistema.

Nesse capítulo também são apresentados simulações não lineares dos sistemas quando sujeitos a uma perturbação, a fim de avaliar o desempenho do ESP proposto. Essas simulações são necessárias visto que as mesmas levam em consideração as não linearidades do sistema e os limitadores dos controladores, refletindo o comportamento real do sistema.

4.2 APLICAÇÃO A UM SISTEMA MÁQUINA X BARRA INFINITA

4.2.1 Descrição do Sistema

Um dos sistemas utilizados para a aplicação da técnica proposta é um sistema máquina x barra-infinita obtido da referência [24], constituído de um gerador síncrono conectado a uma barra infinita através de uma linha de transmissão longa, com quatro barras e um capacitor. A figura 4.1 abaixo mostra o diagrama unifilar do sistema.

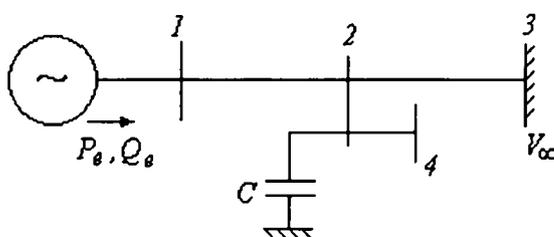


Figura 4.1 – Diagrama unifilar do Sistema Máquina x Barra - infinita

Para a modelagem do sistema utilizou-se para a máquina síncrona um modelo de quinta ordem (Modelo 4) [15], e para o regulador de tensão um modelo de primeira ordem com realimentação derivativa, conforme mencionado no capítulo 2. Os dados de linha, de barra, de máquina e do regulador utilizados constam no Anexo 1.

Para o projeto do ESP foram considerados três pontos de operação distintos, obtidos pela variação da geração da máquina síncrona, mostrados na tabela 4.1 abaixo, sendo o caso base correspondente a $P = 120MW$.

Ponto de Operação	Autovalores em Malha Aberta	Amort. M.A. (ζ)
$P = 120 MW$	$0.0850786 \pm 5.9267674i$	- 1.4%
$P = 130 MW$	$0.1451188 \pm 5.8505007i$	- 2.4%
$P = 150 MW$	$0.2600540 \pm 5.6837724i$	- 4.5%

Tabela 4.1 – Autovalores em malha aberta do Sistema MBI

Esta tabela mostra, para cada ponto de operação, o autovalor correspondente ao modo de oscilação eletromecânico, que é geralmente o modo propenso a instabilidade, e

seu amortecimento. Observa-se que os autovalores possuem parte real positiva, ou seja, são instáveis, e portanto inaceitáveis para operação do sistema.

4.2.2 Projeto Robusto do ESP sem critério de desempenho

Para o projeto robusto do ESP via realimentação de saídas em sistemas algébrico-diferenciais, são considerados novamente os três pontos de operação já mencionados ($P=120MW, P=130MW, P=150MW$). Como estamos trabalhando com incertezas politópicas, o domínio é então definido pelo conjunto de modelos estabelecidos pelas matrizes $P_v = (J_{1aib} \ J_{2aib} \ J_{3aib} \ J_{4aib} \ C_{ai})$, sendo a matriz B_a invariante ao ponto de operação. Como cada ponto P_v determina um vértice do politopo, formula-se o problema a partir do Teorema 3.1 definido no capítulo anterior, com três LMI's, onde cada uma delas corresponde a um vértice P_v . Foram considerados três sinais de realimentação para a entrada do ESP:

Caso 1) velocidade ω

Neste primeiro caso foi utilizado como sinal de realimentação a velocidade angular da máquina síncrona, e o modelo implementado do ESP foi de segunda ordem, conforme a equação (2.34) do capítulo 2. No entanto, não foi possível obter nenhuma solução, nem mesmo trabalhando com pontos isolados do sistema. Diversas tentativas foram feitas a fim de se obter uma solução para o problema, dentre elas pode-se citar a utilização de um ESP de ordem mais elevada e a mudança do pólo para um valor diferente de 0.05, mas com nenhuma delas obteve-se resultado.

Caso 2) potência elétrica P_e

Neste caso, considera-se como sinal de realimentação a potência elétrica da máquina, o que faz com que também se tenha incertezas na matriz C_a . O modelo do ESP utilizado foi de primeira ordem, conforme a equação (2.32) do capítulo anterior, com o pólo fixado em $T_2 = 0.28$, valor normalmente utilizado para realimentação da potência elétrica.

As matrizes F e M encontradas, solução do problema, são as seguintes:

$$F = \begin{bmatrix} 0.0001104 \\ 0.0550355 \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} 0.0002734 & 4.689e^{-8} \\ 0.0468883 & 637632.03 \end{bmatrix}$$

e como $K_a = M^T F$, a matriz de ganhos é dada por:

$$K_a = \begin{bmatrix} 0.4036066 \\ 5.663e^{-8} \end{bmatrix}$$

De acordo com a equação (2.51), a matriz de ganhos aumentada é dada por:

$$K_a = \begin{bmatrix} -D_c \\ -B_c \end{bmatrix}$$

Para achar os parâmetros do controlador associado a este ganho K_a , basta utilizar a formulação das equações (2.33) e (2.43) onde as únicas incógnitas são T_1 e K_c . A tabela 4.2 apresenta os parâmetros obtidos para o controlador robusto:

Sinal de Realimentação	K_c	T_1	T_2
P_e	0.4036066	0.28	0.28

Tabela 4.2 – Parâmetros do ESP robusto do Sistema MBI com sinal derivado da P_e

Com este ESP foram calculados os autovalores em malha fechada, cujos autovalores referentes aos modos eletromecânicos são apresentados na tabela 4.3 abaixo:

Ponto de Operação	Autovalores em Malha Aberta	Autovalores em Malha Fechada (P_e)	Amort. M. F. (ξ)
P = 120 MW	0.0850786 ± 5.9267674i	- 0.9949577 ± 5.8281264i	16.8%
P = 130 MW	0.1451188 ± 5.8505007i	-0.9197015 ± 5.7062981i	15.9%
P = 150 MW	0.2600540 ± 5.6837724i	- 0.7529635 ± 5.4584886i	13.6%

Tabela 4.3 – Autovalores em malha fechada do Sistema MBI com o ESP robusto para P_e

Caso 3) velocidade ω e potência elétrica P_e

Neste último caso foram utilizados para a realimentação a combinação de dois sinais, velocidade e potência elétrica. Com a realimentação de um sinal multivariável espera-se facilitar o esforço de controle, uma vez que aumenta-se a quantidade de

variáveis de estados que serão realimentadas. Assim, tem-se duas entradas de controle $u_{c1} = \omega$ e $u_{c2} = P_e$, e apenas uma saída de controle y_c , conforme as equações (2.36) e (2.37).

As matrizes solução F e M encontradas são:

$$F = \begin{bmatrix} 0.0000021 & 0.0001091 \\ 0.0037814 & -0.0136199 \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} 0.0002609 & 2.237e^{-8} \\ 0.0223727 & 546997.39 \end{bmatrix}$$

e o ganho $K_a = M^T F$ é dado por:

$$K_a = \begin{bmatrix} 0.007977 & 0.4180764 \\ 6.587e^{-9} & -4.20e^{-8} \end{bmatrix}$$

Utilizando o mesmo procedimento anterior, seguindo a formulação das equações (2.42) e (2.43), obtém-se os parâmetros do ESP, os quais são apresentados na tabela 4.4:

Sinal de Realimentação	K_ω	K_{Pe}	T_1	T_3	T_2, T_4
$\omega + P_e$	0.007977	0.4180764	0.28	0.28	0.28

Tabela 4.4 – Parâmetros do ESP robusto com sinal derivado da $\omega + P_e$

A tabela 4.5 abaixo mostra os autovalores associados ao modo eletromecânico de oscilação em malha fechada, utilizando os parâmetros deste ESP.

Ponto de Operação	Autovalores em Malha Aberta	Autovalores em Malha Fechada ($\omega + P_e$)	Amort. M. F. (ξ)
P = 120 MW	$0.0850786 \pm 5.9267674i$	$-1.003676 \pm 5.6023786i$	17.6%
P = 130 MW	$0.1451188 \pm 5.8505007i$	$-0.9143586 \pm 5.4778058i$	16.4%
P = 150 MW	$0.2600540 \pm 5.6837724i$	$-0.7178487 \pm 5.2346306i$	13.5%

Tabela 4.5 – Autovalores em malha fechada com o ESP robusto para $\omega + P_e$

4.2.3 Projeto Robusto do ESP com critério de desempenho

Para o projeto robusto do ESP via realimentação de saídas com desempenho H_2 , formula-se o problema a partir do Teorema 3.3 definido no capítulo anterior. Com o problema formulado para o sistema Dual, nota-se que o mesmo torna-se bastante

restritivo, uma vez que estamos trabalhando com incertezas na matriz C_a . Considerando por exemplo, apenas três vértices $P_v = (J_{1ai}, J_{2ai}, J_{3ai}, J_{4ai}, C_{ai})$, haveriam sete LMI's e ainda três LME's, tornando o problema ainda mais conservativo. Por este motivo só foram obtidos resultados para pontos isolados, e não para um conjunto de vértices do polítopo.

O ponto de operação utilizado para os testes foi $P = 150MW$, onde a potência transmitida é maior. Como já foi mencionado, as matrizes C_z , D_{uz} e B_w devem ser escolhidas pelo projetista de modo heurístico, sendo que $w(t)$ deve conter as perturbações, enquanto que $z(t)$ deve conter as combinações lineares das variáveis de estado e do controle [22]. Para isto, considerou-se a perturbação w como sendo uma variação de carga ΔP_L , afetando portanto diretamente a variável de estado ϖ (ver equação (2.1). Por este motivo, o vetor B_w utilizado possui um único elemento não nulo correspondente à velocidade:

$$B_w^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

A matriz C_z foi escolhida com a mesma estrutura da matriz C_a , para o caso de realimentação de potência elétrica e a matriz D_{uz} possui apenas um elemento não nulo, correspondente a entrada u . Ambas as matrizes são:

$$C_z = \begin{bmatrix} -0.0877 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8777 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.7191 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_{uz}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Desta forma, tem-se que:

$$\begin{aligned} z &= C_z x_a + D_{uz} u_a \\ z &= y + u \end{aligned}$$

e portanto o sinal de desempenho z pondera diretamente a saída e o controle.

As matrizes F e M encontradas, solução do problema, são as seguintes:

$$F = \begin{bmatrix} 9882.3333 \\ 97141.26 \end{bmatrix} \quad M = [22172.669]$$

e como $K_a = FM^I$, a matriz de ganhos é dada por:

$$K_a = \begin{bmatrix} 0.4456989 \\ 4.3811261 \end{bmatrix}$$

Procedendo do mesmo modo que anteriormente, utilizando a formulação das equações (2.33) e (2.43), obtém-se os parâmetros do controlador dados na tabela 4.6 abaixo:

Sinal de Realimentação	K_c	T_1	T_2
$Pe (H_2)$	1.67241	0.074	0.28

Tabela 4.6 – Parâmetros do ESP robusto com H_2 , com sinal derivado da Pe

A tabela 4.7 mostra os autovalores associados ao modo eletromecânico de oscilação em malha fechada, utilizando os parâmetros deste ESP.

Ponto de Operação	Autovalores em Malha Aberta	Autovalores em Malha Fechada (Pe)	Amort. M. F. (ξ)
P = 120 MW	$0.0850786 \pm 5.9267674i$	$-1.3936564 \pm 7.9753416i$	17.2%
P = 130 MW	$0.1451188 \pm 5.8505007i$	$-1.4078786 \pm 7.9104821i$	17.5%
P = 150 MW	$0.2600540 \pm 5.6837724i$	$-1.4507508 \pm 7.7560701i$	18.3%

Tabela 4.7 – Autovalores em malha fechada com o ESP com H_2 para Pe

4.2.4 Avaliação dos Resultados

Como já foi mostrado anteriormente, foram implementados três projetos de ESP's robustos para o sistema Máquina x Barra-infinita, os quais são:

- ESP1 : realimentação de Pe ;
- ESP2 : realimentação de Pe com critério de desempenho H_2 ;

- ESP3 : realimentação de $\omega + Pe$;

As Tabelas 4.3, 4.5 e 4.7 mostram que todos os ESP's robustos conseguem estabilizar o sistema para os três pontos de operação considerados. Analisando-se os resultados mostrados nas Tabelas 4.3 e 4.5, nota-se que a melhora de se combinar dois sinais de realimentação não foi muito significativa como se esperava. Por este motivo, as análises a seguir serão feitas apenas para os ESP's 1 e 2.

Para melhor comparação dos resultados obtidos, a tabela 4.8 abaixo apresenta os autovalores em malha fechada para apenas um ponto de operação, $P = 150 MW$, que é o mais crítico, para os ESP's 1 e 2 aqui projetados. Será incluído também nesta tabela o ESP 4 da referência [13], que também foi projetado por técnicas LMI's realimentando sinal de potência elétrica. Este ESP foi projetado para este mesmo sistema para os pontos de operação correspondentes à $P = 90 MW$, $P = 120 MW$ e $P = 150 MW$, e seus parâmetros são $K_c = 0.2932$, $T_1 = 0.2818$ e $T_2 = 0.28$. Assim, tem-se uma referência a mais para melhor avaliação dos ESP's projetados.

PSS's	Autovalores em Malha Fechada (Pe)	Amort. M. F. (ξ)
ESP1	$-0.7529635 \pm 5.4584886i$	13.6%
ESP2	$-1.4278231 \pm 7.7498759i$	18.1%
ESP 4	$-0.4496 \pm 5.5584i$	8%

Tabela 4.8 – Autovalores em malha fechada para os ESP's para $P = 150MW$

Ambos os ESP's 1 e 2 obtiveram melhor desempenho do que o ESP 4. Nota-se também uma grande melhora com o ESP1. No entanto o ESP 2 apresenta um comportamento bem melhor, como já era esperado, pois com o critério de desempenho o sistema torna-se menos sensível a perturbações.

Para avaliar o desempenho dos ESP's foram realizadas simulações não-lineares no programa SIM disponível no LABSPOT considerando uma perturbação do tipo curto circuito sólido aplicado a barra 4, em $t = 0.1$ segundos, sendo removido após 0.05 segundos. A figura 4.2 abaixo apresenta as simulações para o ESP 1, ESP 2 e 4, para $P = 150MW$.

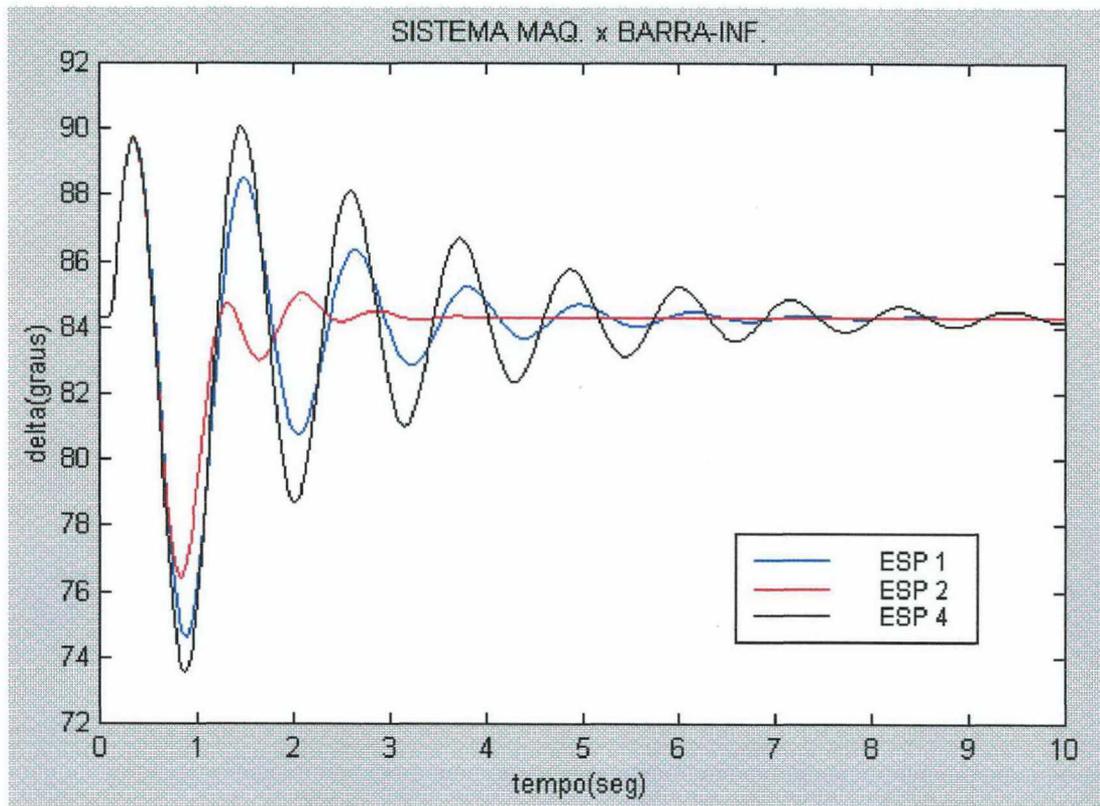


Figura 4.2 – Simulação apresentando o ângulo para $P=150$ MW

Observando-se a figura 4.2 comprova-se a análise anterior, onde o ESP 2 apresenta o melhor desempenho, estabilizando o sistema e amortecendo suas oscilações rapidamente. A simulação da figura 4.3 mostra a saída dos ESP's 1 e 2, quando o sistema é sujeito a mesma perturbação anterior.

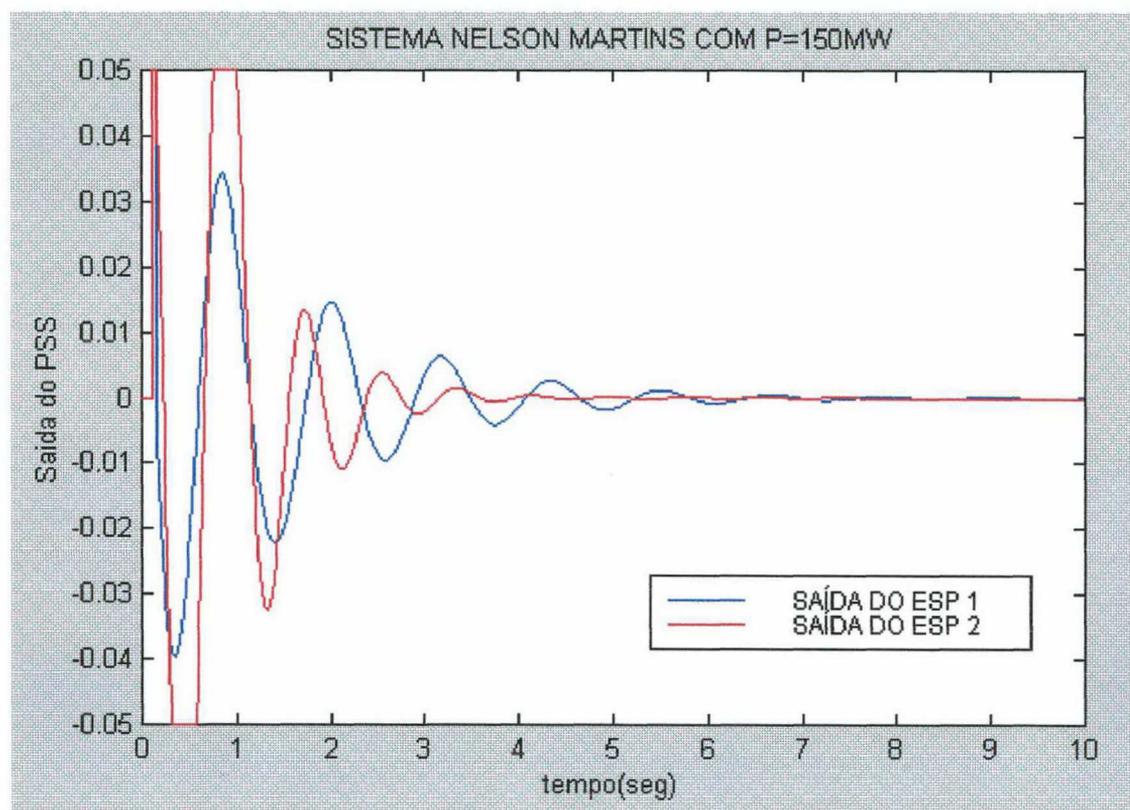


Figura 4.3 – Simulação apresentando a saída do ESP para P=150 MW

Nota-se que o sinal de controle do ESP 2 é cortado pelos limites do controlador, que são de - 0.05 e 0.05 pu. Para condições de operação mais críticas, onde o esforço de controle é maior, poderia haver uma degradação do desempenho do ESP.

Uma observação importante a ser feita é a ocorrência do cancelamento de pólos e zeros nos ESP's 1 e 3, conforme mostram as tabelas 4.4 e 4.6. Este cancelamento ocorre em ambos os casos, visto que o vetor B_c do controlador na matriz de ganhos K_a é nulo. Ainda não foi possível determinar a causa deste fato, sendo que o mesmo ocorreu em diversos testes realizadas com realimentação de potência elétrica. Nota-se pela simulação da figura 4.2 que mesmo sem a dinâmica, este ESP1 apresenta um bom desempenho.

4.3 APLICAÇÃO A UM SISTEMA MULTIMÁQUINAS

4.3.1 Descrição do Sistema

O sistema de médio porte utilizado para avaliar a técnica apresentada neste trabalho é um sistema multimáquinas, composto por 3 máquinas síncronas interconectadas em anel, obtido da referência [25]. O diagrama unifilar do sistema é mostrado na figura 4.4 abaixo.

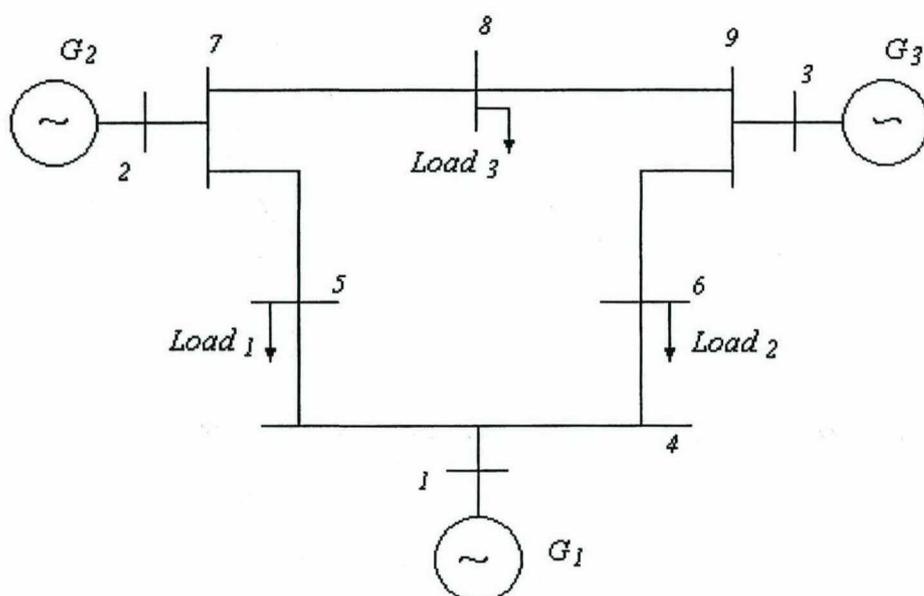


Figura 4.4 – Diagrama unifilar do Sistema Multimáquinas

As máquinas 2 e 3 foram representadas por modelos de terceira ordem (Modelo 2) [15], e a máquina 1 foi modelada como sendo uma barra infinita e tomada como referência do sistema. Para o regulador de tensão utilizou-se também um modelo de primeira ordem com realimentação derivativa, conforme as equações (2.13) e (2.15) do capítulo dois. Todos os dados deste sistema encontram-se no Anexo 2.

Para o projeto robusto do ESP foram considerados três pontos de operação distintos obtidos pela aplicação de duas ocorrências simultâneas: variação da potência gerada pela máquina 3 e retirada da linha de transmissão 6 - 9, sendo que o sistema opera normalmente com $P_{G3} = 85 \text{ MW}$. A tabela 4.9 apresenta os casos considerados.

Ponto de Operação	Autovalores em M. A.	Amort. M.A. (ξ)
Caso 1: P = 80 MW + Retirada LT 6-9	- 0.02694 ± 6.2859i	0.42%
Caso 2: P = 85 MW + Retirada LT 6-9	- 0.0077 ± 6.3166i	0.12%
Caso 3: P = 90 MW + Retirada LT 6-9	0.012562 ± 6.3442i	- 0.19%

Tabela 4.9 – Autovalores em malha aberta do Sistema Multimáquinas

A tabela apresenta também os autovalores correspondentes aos modos de oscilação eletromecânica para cada caso e seu respectivo amortecimento. Nota-se que os dois primeiros casos são estáveis e o último instável. No entanto, os casos estáveis possuem um baixo amortecimento, o que não é adequado para a operação do sistema. Deve-se então projetar um ESP capaz de estabilizar o sistema e melhorar o amortecimento do mesmo.

4.3.2 Projeto Robusto do ESP

Para o projeto robusto do ESP, formulou-se novamente o problema a partir do Teorema 3.1 sem critério de desempenho, com sinal de realimentação de Pe e ESP de primeira ordem com pólo fixado em $T = 0.28$, conforme a equação (2.33).

As matrizes F e M encontradas, solução deste problema, são as seguintes:

$$F = \begin{bmatrix} 0.0000013 & 0 \\ -1.5292174 & 0 \\ 0 & 0.0000024 \\ 0 & 1.3191308 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 0.0000280 & 1.606e^{-8} & 0 & 0 \\ 6.4240173 & 23380232 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0000394 & 0 \\ 0 & 0 & 1.9473378 & 23379960 \end{bmatrix}$$

e como $K_a = M^{-1}F$, a matriz de ganhos é dada por:

$$K_a = \begin{bmatrix} 0.0469706 & 0 \\ -7.831e^{-8} & 0 \\ 0 & 0.0610771 \\ 0 & 5.133e^{-8} \end{bmatrix}$$

Procedendo-se do mesmo modo que anteriormente, os parâmetros do controlador associado a este ganho K_a são dados na Tabela 4.10:

Sinal de Realimentação	$K_{Mq,3}$	$K_{Mq,2}$	T_1	T_2
Pe	0.0469706	0.0610771	0.28	0.28

Tabela 4.10 – Parâmetros do ESP robusto do Sistema Multimáquinas com sinal derivado da Pe

Na Tabela 4.11 constam os autovalores referentes aos modos eletromecânicos em malha fechada para este ESP.

Ponto de Operação	Autovalores em Malha Aberta	Autovalores em Malha Fechada (Pe)	Amort. M. F. (ξ)
P = 80 MW	- 0.02694 ± 6.2859i	- 0.1524679 ± 5.8423354i	2.6%
P = 85 MW	- 0.0077 ± 6.3166i	- 0.1440659 ± 5.8628169i	2.4%
P = 90 MW	0.012562 ± 6.3442i	- 0.1351331 ± 5.8804123i	2.3%

Tabela 4.11 – Autovalores em malha fechada do sistema Multimáquinas com o ESP robusto para Pe

Embora os amortecimentos obtidos não sejam elevados, o sistema é estável para todos os pontos de operação considerados.

Outra observação importante a ser feita, é novamente a ocorrência do cancelamento de pólos e zeros no controlador, conforme pode ser observado na Tabela 4.10. No entanto, os ESP's mesmo sem dinâmica, conseguem estabilizar o sistema.

A formulação do problema para sistemas multimáquinas utilizando critério de desempenho também foi testada, no entanto, não foi possível encontrar solução para o problema dual para nenhum dos casos considerados anteriormente.

4.3.3 Avaliação dos Resultados

Para avaliar o desempenho do ESP proposto para o sistema multimáquinas, foram realizadas simulações não-lineares, estando o sistema operando sem a linha de transmissão 6-9 e o gerador 3 fornecendo 90 MW . Aplicou-se então uma perturbação do tipo curto circuito sólido na barra 3, em $t = 0.5$ segundos, removido após 0.05 segundos. As figuras 4.5 e 4.6 apresentam os resultados destas simulações, e mostra para o comportamento do ângulo do rotor das máquinas 3 e 2 do sistema, respectivamente.

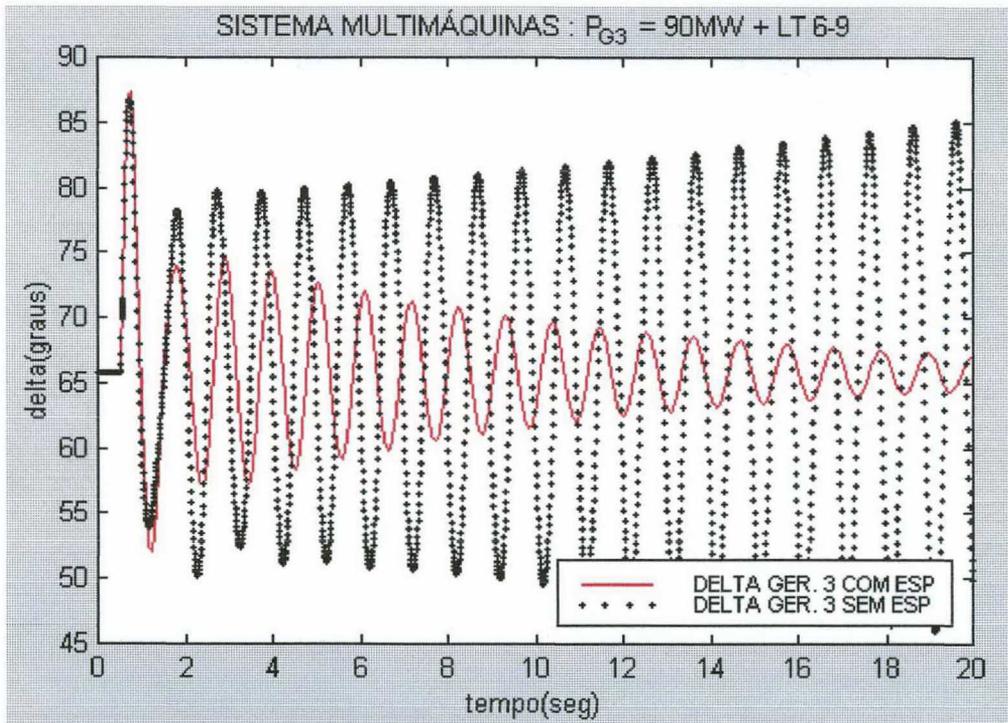


Figura 4.5 – Simulação apresentando o ângulo do rotor da máquina 3

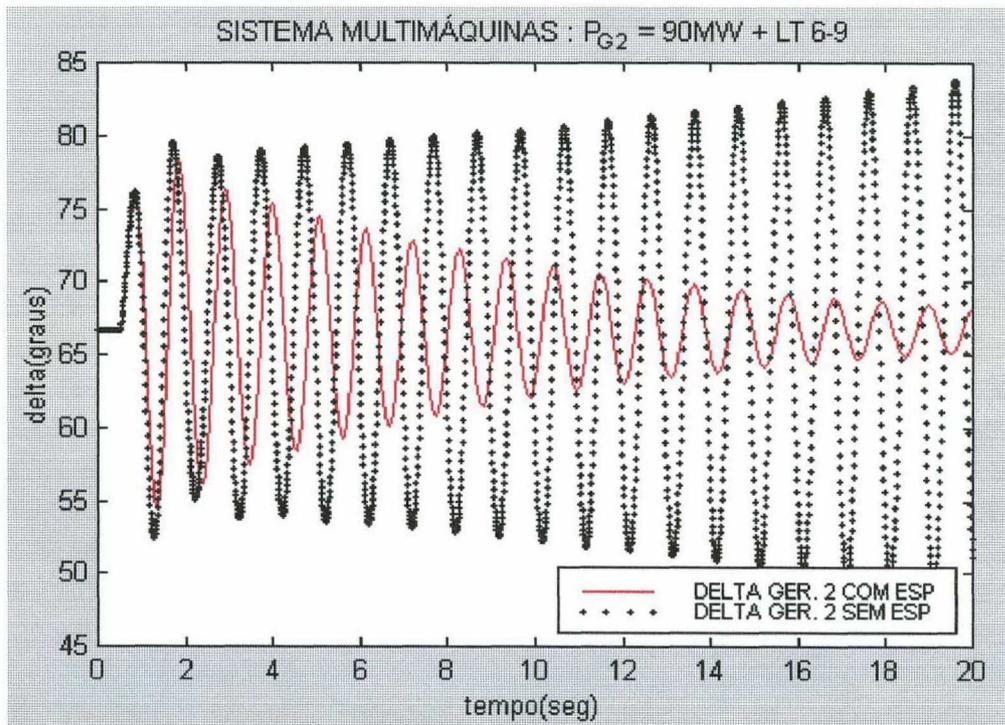


Figura 4.6 – Simulação apresentando o ângulo do rotor da máquina 2

Nas figuras acima, as curvas em vermelho representam as simulações do ângulo das máquinas 3 e 2, com a atuação do ESP robusto projetado via LMI's, cujos parâmetros constam na Tabela 4.10. Já as curvas pontilhadas representam o comportamento do ângulo dos geradores 3 e 2 sem a atuação de nenhum ESP no sistema. Nota-se que sem o controlador o sistema é instável, e com o ESP o sistema é estável com um amortecimento pequeno, o que é justificável devido a condição de operação muito crítica a qual o sistema está sujeito.

A figura 4.7 abaixo mostra o sinal de saída dos ESP's acoplados às máquinas 3 e 2 do sistema, quando este é sujeito a mesma perturbação considerada anteriormente.

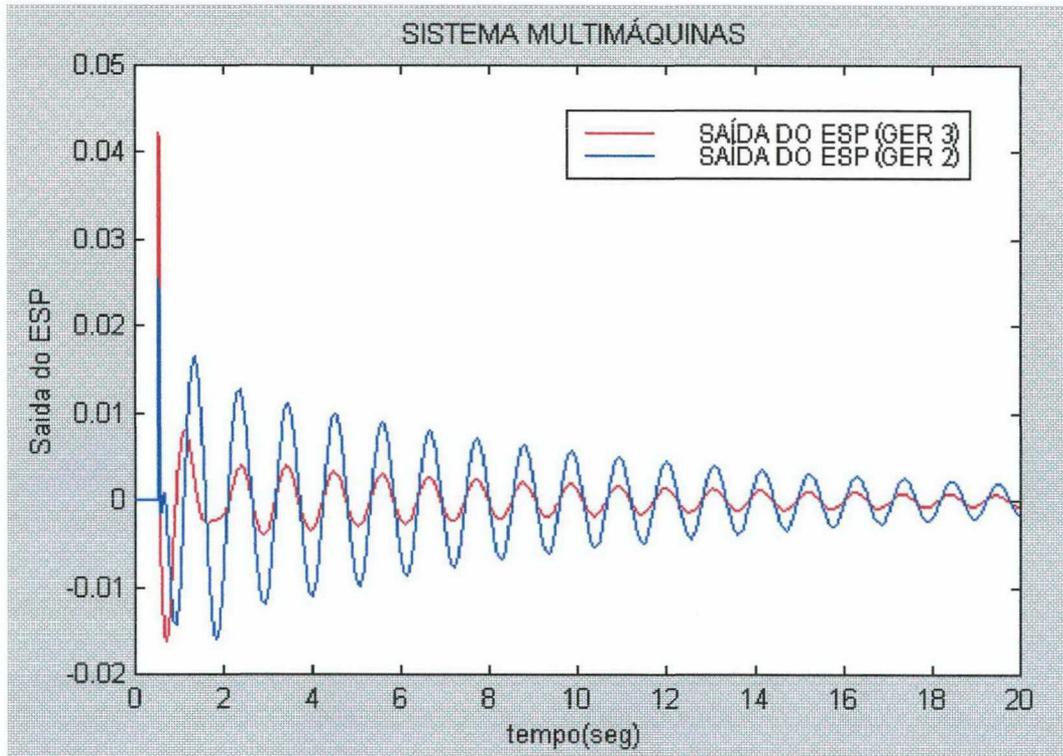


Figura 4.7 – Simulação apresentando a saída do ESP das máquina 3 e 2

4.4 CONCLUSÃO

Neste capítulo foram apresentadas as aplicações dos métodos de síntese de controladores robustos via técnicas LMI's apresentados no capítulo 3. Os sistemas-teste utilizados para aplicação dos métodos propostos foram dois: máquina x barra-infinita e multimáquinas.

Duas propostas de solução para o problema de síntese foram apresentadas, onde ambas trabalham com incertezas do tipo politópicas. Uma delas resolve um problema apenas de factibilidade referente ao Teorema 3.1, e a outra abordagem resolve um

problema de minimização de uma função objetivo convexa referente ao Teorema 3.3, onde são aplicados os critérios de desempenho H_2 .

Para o primeiro sistema foram obtidas soluções para as duas abordagens já mencionadas. Para o sistema multimáquinas só foi possível obter solução, ou seja, obter uma lei de controle estabilizante para o sistema linear incerto, usando a primeira abordagem, sem a aplicação de critério de desempenho. Em ambos os sistemas utilizou-se como realimentação o sinal de potência elétrica, e os resultados obtidos mostraram-se satisfatórios no que se refere à estabilidade do sistema.

CAPITULO 5

CONCLUSÃO

A utilização de estabilizadores de sistemas de potência é o modo mais econômico de fornecer amortecimento para o sistema, controlando as oscilações eletromecânicas pouco amortecidas e melhorando consequentemente as margens de estabilidade do sistema.

Como o sistema de potência está constantemente sujeito a vários distúrbios, como alterações na programação de geração e condições de carga, devem ser introduzidos no projeto do controlador requisitos de robustez, de modo que o ESP seja capaz de operar sob diversas condições de operação. Além disso, a operação do sistema em ambientes desregulamentados leva à redução das margens de estabilidade, reforçando assim a necessidade de garantir a robustez às variações paramétricas.

Este trabalho tem então como objetivo prosseguir a linha de pesquisa da referência [13] aplicando também alguns resultados de [14], utilizando técnicas de controle robusto via LMI's em estabilizadores de sistemas de potência. A formulação do problema foi implementada em termos da matriz Jacobiana via realimentação de saídas, evitando a eliminação das variáveis algébricas, conservando portanto a esparsidade do sistema.

As incertezas consideradas neste trabalho foram do tipo linear convexa ou politópicas, diante da facilidade de utilizar as mesmas juntamente com as LMI's. A formulação do sistema na forma algébrico-diferencial já incorpora as equações do estabilizador na Forma Canônica Observável, estando portanto na forma aumentada.

Para avaliar a viabilidade desta abordagem no projeto de controladores robustos em sistemas de potência, foram desenvolvidas duas formulações:

- A primeira formulação, desenvolvida para o problema primal, apresenta um problema de factibilidade, cujo objetivo é encontrar uma lei de controle que garanta a estabilidade quadrática do sistema linear incerto, dado pelo Teorema 3.1.
- Na segunda formulação, desenvolvida para o problema dual, foram utilizados requisitos de desempenho H_2 , sendo então um problema de minimização de uma função objetivo linear, conforme o Teorema 3.3.

Ambas as formulações são de natureza não convexa, sendo transformadas em um problema de natureza convexa, o qual é possível de ser resolvido por algoritmos eficientes. Neste trabalho utilizou-se na solução das LMI's a ferramenta *LMIttool*, disponível no software *SCILAB – 2.4.1 INRIA*.

Uma observação importante a ser feita é que ambas as formulações utilizadas apresentam apenas condições de suficiência para assegurar a estabilidade do sistema, o que pode causar dificuldades, pois pode-se não obter solução para o problema mesmo que ela exista.

Estas técnicas foram aplicadas em dois sistemas teste, sendo um do tipo máquina barra-infinita, de pequeno porte, e o outro do tipo multimáquinas. Também foram feitas simulações não-lineares em ambos os sistemas para avaliar o desempenho dos ESP's, considerando como perturbação um curto-circuito sólido aplicado em uma das barras do sistema de potência.

No caso do sistema máquina barra-infinita, foram projetados dois ESP's via realimentação de potência elétrica, sendo cada um referente as duas formulações já mencionadas. Observou-se que o ESP formulado com critério de performance apresenta um desempenho superior, amortecendo mais rapidamente às oscilações como era esperado, uma vez que a idéia é minimizar a sensibilidade do sistema frente às perturbações. Deve-se salientar que o problema de performance H_2 mostrou-se bastante restritivo, sendo possível encontrar solução apenas para um único ponto de operação, o que é uma limitação da formulação.

Outra observação importante a ser feita, é que no projeto do ESP pelo problema de factibilidade, houve cancelamento de pólos e zeros do controlador, mas mesmo com o ESP sem dinâmica, apenas com ganho de realimentação, o controlador apresentou um

bom desempenho. A causa deste fato ainda é uma questão em aberto, tendo ocorrido em diversos testes com realimentação de potência elétrica.

Também foi utilizado como sinal de realimentação a velocidade angular do rotor da máquina síncrona para o problema de factibilidade, mas não foi possível encontrar solução realimentando este sinal. Diversas tentativas foram feitas, tais como procurar obter solução do problema para apenas um ponto de operação, a utilização de um controlador de ordem mais elevada e ainda a mudança do pólo para valores diferentes do especificado. No entanto, com nenhuma delas obteve-se resultado.

Outra tentativa foi de combinar os sinais de potência elétrica e velocidade para realimentação do sinal, no entanto, a melhora obtida com a combinação destes sinais não se mostrou muito significativa.

Para o sistema multimáquinas não foi possível obter solução com a formulação de performance, projetando-se então apenas o ESP referente ao problema de factibilidade. Este controlador consegue estabilizar o sistema que antes era instável, com um amortecimento razoável, uma vez que a condição de operação utilizada na simulação do sistema era muito crítica.

As contribuições deste trabalho foram dadas a medida que explorou-se de forma intensa a aplicação das técnicas LMI's em sistemas de potência, segundo as abordagens aqui apresentadas. Apesar das diversas tentativas realizadas, as dificuldades de solução e de extensão da aplicação da metodologia a sistemas de grande porte mostraram a conservatividade da técnica.

Verifica-se que embora tais ferramentas tenham potencial para solução de muitos problemas de controle, no caso da aplicação a Sistemas de Potência, tais técnicas ainda são limitadas, exigindo novos desenvolvimentos teóricos que viabilizem a abordagem para Sistemas de Potência.

ANEXO 1

DADOS DO SISTEMA MÁQUINA-BARRA INFINITA

Nesta secção são apresentados os dados do sistema máquina-barra infinita utilizado neste trabalho, obtidos a partir da referência [24].

Base = 300MVA

Freq. = 60Hz

$Y_{\text{CAPACITOR}} = 0.00 + 0.333i \text{ pu}$

Dados de Linha:

De	Para	R + i X (pu)
1	2	0.00 + 0.50i
2	3	0.00 + 0.50i
2	4	0.00 + 0.30i

Dados de Barra:

Barra		Tensão		Geração		Carga	
		Modulo (pu)	Angulo (graus)	MW	MVar	MW	MVar
1	PV	1.0		250			
2	PQ	1.0	0.0				
3	SLACK	1.0	0.0			250	- 61.5
4	PQ	1.0	0.0				

Dados da Máquina Síncrona:

Parâmetros	Gerador 1	Gerador 2
T'_{do} (Seg)	8.5	
T''_{do} (Seg)	0.03	
R_a	0.00	0.00
X_d (pu)	2.72	
X'_d (pu)	0.36	0.001
X''_d (pu)	0.26	
T''_{qo} (pu)	0.90	
X''_q (pu)	0.26	
X_q (pu)	2.60	
H (KWs / KVA)	3.84	1000.0

Dados do Regulador Automático de Tensão:

Parâmetros do Regulador	
K_a	50.0
T_a	0.05
K_f	0.0001
T_f	100.0
V_{min}	-5.0
V_{max}	5.0

Dimensão da Matriz Jacobiana do sistema:

$dim J = 20 \times 20$;

sendo 8 variáveis de estado e 12 variáveis algébricas

Saída do Fluxo de Carga:

CASO: P = 120MW

NUM	BARRA		TENSÃO		GERAÇÃO		CARGA		SHUNT	
	NOME	TP	MOD	ANG	MW	MVAR	MW	MVAR	MVAR	EQUIV.
1	Barra 1	1	1.000	21.5	120.0	-31.7	0.0	0.0	0.0	0.0
2	Barra 2	0	1.072	10.8	0.0	0.0	0.0	0.0	114.7	0.0
3	Barra 3	2	1.000	0.0	129.9	-93.2	250.0	-61.5	0.0	0.0
4	Barra 4	0	1.072	10.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

CASO: P = 130MW

NUM	BARRA		TENSÃO		GERAÇÃO		CARGA		SHUNT	
	NOME	TP	MOD	ANG	MW	MVAR	MW	MVAR	MVAR	EQUIV.
1	Barra 1	1	1.000	23.4	130.0	-27.5	0.0	0.0	0.0	0.0
2	Barra 2	0	1.068	11.7	0.0	0.0	0.0	0.0	114.7	0.0
3	Barra 3	2	1.000	0.0	119.8	-89.0	250.0	-61.5	0.0	0.0
4	Barra 4	0	1.068	11.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

CASO: P = 150MW

NUM	BARRA		TENSÃO		GERAÇÃO		CARGA		SHUNT	
	NOME	TP	MOD	ANG	MW	MVAR	MW	MVAR	MVAR	EQUIV.
1	Barra 1	1	1.000	27.3	150.0	-18.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	Barra 2	0	1.060	13.7	0.0	0.0	0.0	0.0	114.7	0.0
3	Barra 3	2	1.000	0.0	99.8	-79.5	250.0	-61.5	0.0	0.0
4	Barra 4	0	1.060	13.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

ANEXO 2

DADOS DO SISTEMA MULTIMÁQUINAS

Nesta secção são apresentados os dados do sistema multimáquinas utilizado neste trabalho, obtidos a partir da referência [25].

Base = 100MVA

Freq. = 60Hz

Dados de Linha:

De	Para	R + j X (pu)	Y _{SHUNT} (pu)
1	4	0.0000 + 0.0576i	
2	7	0.0000 + 0.0625i	
3	9	0.0000 + 0.0586i	
4	5	0.0100 + 0.0850i	0.0880i
4	6	0.0170 + 0.0920i	0.0790i
7	5	0.0320 + 0.1610i	0.1530i
7	8	0.0085 + 0.0720i	0.0745i
9	6	0.0390 + 0.1700i	0.1790i
9	8	0.0119 + 0.1008i	0.1045i

Dados de Barra:

Barra		Tensão		Geração		Carga	
		Modulo (pu)	Angulo (graus)	MW	MVar	MW	MVar
1	SLACK	1.04	0.0				
2	PV	1.025		163.0			
3	PV	1.025		85.0			
4	PQ						
5	PQ					125.0	50.0
6	PQ					90.0	30.0
7	PQ						
8	PQ					100.0	35.0
9	PQ						

Dados da Máquina Síncrona:

Parâmetros	Gerador 1	Gerador 2	Gerador 3
T'_{do} (Seg.)		6.00	5.89
R_s	0.00	0.00	0.00
X_d (pu)		0.8958	1.3125
X'_d (pu)	0.001	0.1198	0.1813
X_q (pu)		0.8645	1.2578
H KWs / KVA	1000.0	6.40	3.01
D	0.00	0.00	0.00

CASO: $P_{G3} = 85\text{MW} + \text{RETIR. LT } 6-9$

X-----X-----X-----X-----X-----X										
BARRA			TENSÃO		GERAÇÃO		CARGA		SHUNT	
NUM	NOME	TP	MOD	ANG	MW	MVAR	MW	MVAR	MVAR	EQUIV.
X--X-----X-----X-----X-----X-----X-----X										
1	Barra 1	SLACK	1.040	0.0	76.5	65.3	0.0	0.0	0.0	0.0
2	Barra 2	PV	1.025	17.8	163.0	23.3	0.0	0.0	0.0	0.0
3	Barra 3	PV	1.025	19.0	85.0	4.8	0.0	0.0	0.0	0.0
4	Barra 4	PQ	1.005	-2.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	Barra 5	PQ	0.968	-1.4	0.0	0.0	125.0	50.0	0.0	0.0
6	Barra 6	PQ	0.964	-7.1	0.0	0.0	90.0	30.0	0.0	0.0
7	Barra 7	PQ	1.016	12.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	Barra 8	PQ	1.005	11.6	0.0	0.0	100.0	35.0	0.0	0.0
9	Barra 9	PQ	1.023	16.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

CASO: $P_{G3} = 90\text{MW} + \text{RETIR. LT } 6-9$

X-----X-----X-----X-----X-----X										
BARRA			TENSÃO		GERAÇÃO		CARGA		SHUNT	
NUM	NOME	TP	MOD	ANG	MW	MVAR	MW	MVAR	MVAR	EQUIV.
X--X-----X-----X-----X-----X-----X-----X										
1	Barra 1	SLACK	1.040	0.0	72.1	67.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	Barra 2	PV	1.025	18.7	163.0	24.8	0.0	0.0	0.0	0.0
3	Barra 3	PV	1.025	20.6	90.0	5.6	0.0	0.0	0.0	0.0
4	Barra 4	PQ	1.004	-2.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	Barra 5	PQ	0.966	-1.0	0.0	0.0	125.0	50.0	0.0	0.0
6	Barra 6	PQ	0.963	-7.0	0.0	0.0	90.0	30.0	0.0	0.0
7	Barra 7	PQ	1.015	13.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	Barra 8	PQ	1.005	12.7	0.0	0.0	100.0	35.0	0.0	0.0
9	Barra 9	PQ	1.023	17.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] LARSEN, E. V.; SWANN, D. A. Applying Power System Stabilizers, *IEEE T-PAS*, v.100, p. 3017-3046, Junho 1981.
- [2] DEMELLO, F. P.; CONCORDIA, C. Concepts of Synchronous Machine Stability as Affected by Excitation control. *IEEE T-PAS*, v. 88, p. 316-327, Abril 1969.
- [3] FREITAS, F. D.; PEÑA, H. E.; SIMÕES COSTA, A. J. A. *Projeto Integrado de Estabilizadores Multivariáveis para Geradores e Compensadores Estáticos de Reativo em Sistemas de Potência*. X Congresso Chileno de Engenharia Elétrica, Valdivia, Chile. Novembro, 1993.
- [4] DORATO, P.; TEMPO, R.; MUSCATOS G. Bibliography on Robust Control. *Automatica*, v. 29 - 1, p 201-213, 1993.
- [5] PETERSEN, J. R. A Riccati Equation Approach to the Design of Stabilizing Controllers and Observers for a class of Uncertain Linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. AC-30, N.9, Setembro 1985.
- [6] SCHIMITENDORF, W.E. Designing Stabilizing controllers for Uncertain Systems using the Riccati Equations Approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 33, N. 4, Abril 1988.
- [7] BAZANELLA, A. S.; FISCHMAN, A.; SILVA, A. S.; DION, J. M.; DUGARD, L. Coordinated Robust Controllers in Power Systems. *IEEE – Stockholm Power Tech Conference*, Junho 1995.
- [8] CHEN S.; MALIK, O. P. H_∞ PSS Design for multi-machine power system. *Revista Ciência e Engenharia da Universidade Federal de Uberlândia*.
- [9] BOYD, S.; GHAOUI, L.; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994.

- [10] CRUSIUS, C.A.R.; TROFINO, A. Sufficient LMI Conditions for Output Feedback Control Problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*. v. 44, N. 5, May 1999.
- [11] FISCHMAN, A.; BAZANELLA, A. S.; PIERI, E. R.; SILVA, A. S. Robust Control Techniques Applied to Power System Stabilizers Design. *X Congresso Chileno de Engenharia Elétrica*, Novembro/1993.
- [12] GEORGES, D; MARGOTIN, T.; MILI, L; HADJSAID, N; ALALI, M.A.E; SHNYDER, A.F. A Robust Damping Controller for Power Systems using Linear Matrix Inequalities. *IEEE*, 1998
- [13] SCAVONE, Francisco. *Projeto Robusto de Controladores de Sistemas de Energia Elétrica*. Florianópolis, 1998. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [14] BARBOSA, Karina Costa. *Técnicas LMI para Sistemas com Restrições Algébricas no Estado*. Florianópolis, 1999. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [15] CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA - CEPEL. *Manual do Programa PACDYN*. Versão 4.1, Maio de 1997.
- [16] ARRILLAGA, J.; ARNOLD, C. P.; HARKER, B. J. Computer Modelling of Electrical Power Systems. John Wiley & Sons Ltd, Great Britain, 1983.
- [17] IEEE COMITEE REPORT. Excitation System Models for Power System Stability Studies. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 100, pp. 494-509, February, 1981.
- [18] CHEN, C. T. *Linear System Theory and Design*. Copyright, 1984.
- [19] OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. Segunda edição. Prentice Hall.
- [20] FISCHMAN, Arão. *Controle Robusto de Sistemas Lineares Incertos – Teoria e Aplicações*. Florianópolis, 1993. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.

- [21] CRUSIUS, César Augusto. *Formulação LMI para problemas de performance e robustez*. Florianópolis, 1996. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [22] LUBLIN, L.; GROCCOTT, S.; ATHANS, M. H_2 (LQG) and H_∞ Control. *The control handbook*. IEEE Press, 1996. p. 651-661.
- [23] GIUSTO, Álvaro. *Controle Robusto – Teoria e aplicações no projeto de controladores de dois graus de liberdade*. Florianópolis, 1995. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [24] MARTINS, N.; LIMA, L. Eigenvalue and Frequency domain analysis of small-signal electromechanical stability problems. *IEEE Power Engineering Society*. p. 17-33.
- [25] ANDERSON and FOUAD. *Power System Control and Stability*. 1. ed. Reading: The Iowa State University Press, 1997.
- [26] KUNDUR, P. *Power System Stability and Control*. McGraw-Hill, 1994.
- [27] FREITAS, F. *Ajuste de estabilizadores de Sistemas de Potência via Controle Ótimo com Restrições Estruturais*. Florianópolis, 1995. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [28] DOYLE, J.D.; GLOVER, K.; KHARGONEKAR, P.P.; FRANCIS, B.A. State-Space Solutions to Standard H_2 and H_∞ Control Problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 34, N. 8, August 1989.
- [39] KOMLA, F.; YORINO, N.; SASAKI, H. Design of H_∞ PSS using numerator-denominator uncertainty representation. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 12, N. 1, March 1997.
- [30] KIMURA, H. Robust Stabilizability for a Class of Transfer Functions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 29, N. 9, September 1984.

- [31] KHARGONEKAR, P.; PETERSEN, I.; ZHOU, K. Robust Stabilization of Uncertain Linear Systems: Quadratic Stabilizability and H_∞ Control Theory. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 35, n. 3, March 1990.
- [32] VANDENBERGHE, L.; BALAKRISHNAN, V. Algorithms and Software for LMI Problems in Control. *IEEE Control Systems*, October 1997.
- [33] ARAMAYO, V. R. U; SILVA, A. S. Ajuste Coordenado de controladores para amortecimento em Sistemas de Potência. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA (9, Setembro 1992). *Anais*. v. 1, p. 135-140.
- [34] FREITAS, F. D.; SIMÕES COSTA, A. J. A. Coordinated Setting of Stabilizers for Synchronous Generators and FACTS Devices in Power System. *Symposium Tokyo (CIGRÉ)*, artigo 320-03, Tokyo. May, 1995.
- [35] CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA - CEPEL. *Manual do Programa de Análise de Redes ANAREDE*. Versão 05, Janeiro de 1995.