

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina,  
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, para o preenchimento dos requisitos  
parciais para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica

**ESTUDO E DESENVOLVIMENTO DE UM MÉTODO DE CÁLCULO  
DE PERDAS SUPLEMENTARES EM MOTORES DE INDUÇÃO DE  
GAIOLA**

Autor: Mauricio Valencia Ferreira da Luz

Orientador: Prof. Nelson Sadowski, Dr.



UFSC-BU



Florianópolis - Santa Catarina  
Fevereiro de 1999

**Estudo e Desenvolvimento de um Método de Cálculo de Perdas Suplementares  
em Motores de Indução de Gaiola**

*Mauricio Valencia Ferreira da Luz*


Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de  
Mestre em Engenharia Elétrica

**Área de concentração:**  
**Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos**  
*e aprovada em sua forma final pelo Curso de Pós-Graduação*



---

Prof. Nelson Sadowski, Dr.  
Orientador



---

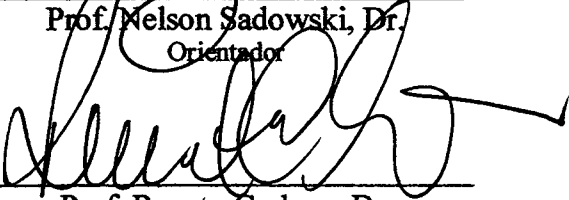
Prof. Ildemar Cassana Decker, D.Sc.  
Coordenador do Curso de Pós-Graduação  
em Engenharia Elétrica

**BANCA EXAMINADORA**



---

Prof. Nelson Sadowski, Dr.  
Orientador



---

Prof. Renato Carlson, Dr.



---

Prof. Patrick Kuo-Peng, Dr.



---

Prof. Patrick Dular, Ph.D.

Florianópolis - Santa Catarina  
Fevereiro de 1999

“O homem deve sempre procurar exceder seus conhecimentos, não se preocupando somente com o produto final de sua descoberta, mas acima de tudo, com a aventura humana que o levou até lá”

*Mauricio V. F. da Luz*

Ao meu pai Patrício,  
minha mãe Alice,  
meu irmão Marcelo  
e meu tio Francisco.

## AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Professor Nelson Sadowski pelo estímulo e confiança demonstrados ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Aos Professores do GRUCAD (Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos) João Pedro Assumpção Bastos, Renato Carlson, Patrick Kuo-Peng e Adroaldo Raizer, e aos amigos Marcelo Vanti e Patrick Dular pela convivência agradável ao longo deste período.

Aos colegas Jorge, Hugo, Ana Cristina, Claudia, Emerson, Ivan, Gianfranco, Eugênio, Jhoe, Pinho, Guilherme, Airton, Glauco, Jean, Célia, Danielle, Ana Margarida, Golberi e Mauro pela amizade, carinho e incentivo que sempre demonstraram.

À Banca Examinadora desta dissertação, pelas sugestões apresentadas.

À WEG MOTORES LTDA, principalmente aos engenheiros Hugo G. G. Mello e Mario Célio Contin que muito colaboraram na execução deste trabalho.

Ao Wilson e Marcos da Coordenadoria do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica pelo apoio e colaboração constantes.

À CAPES pelo apoio financeiro.

Aos meus pais, Patrício e Alice, que não mediram esforços para que eu realizasse meus sonhos.

Ao meu irmão Marcelo e ao meu tio Francisco, pelo apoio e confiança.

À minha namorada, Tatiana Karin, pela paciência e compreensão durante o desenvolvimento deste trabalho.

E, acima de tudo, à Deus por ter me dado paz e tranquilidade para atingir os objetivos os quais almejo.

## RESUMO

O estudo das perdas suplementares em motores de indução e o desenvolvimento de um método de cálculo dessas perdas baseado no cálculo de campos magnéticos pelo método de elementos finitos, são os principais assuntos deste trabalho.

Inicialmente, um estudo sobre a definição, origem, componentes, efeitos e técnicas de redução das perdas suplementares é mostrado e na seqüência, são apresentados os principais métodos de medição das mesmas.

A seguir, são apresentadas fórmulas analíticas e a metodologia usada neste trabalho para o cálculo das perdas suplementares em carga.

Como contribuição original deste trabalho apresenta-se a utilização do método “rain flow” para o cálculo de laços menores em perdas por histerese.

Finalmente, são mostrados os resultados obtidos pela metodologia aqui desenvolvida para um motor de indução de gaiola e a influência de alterações no projeto desse motor sobre as perdas suplementares em carga.

## ABSTRACT

The study of the stray losses in induction machines and the development of a calculation method of these losses based on magnetic field calculations by finite element method are the main subjects of this work.

Initially, a study about the definition, origin, components, effects and techniques of stray loss reductions is given, and the main measurement methods of this kind of losses are presented.

Classical analytical formulas and the methodology used in this work to predict stray load losses are also presented.

As an original contribution of this work, we point out the use of the rain flow method for the calculation of the minor loops.

Finally, the results obtained with the proposed methodology applied to the analysis of a squirrel cage induction motor are given. Also the influence of the design of the motor on the stray load losses is investigated.

## SUMÁRIO

Agradecimentos	v
Resumo	vi
Abstract	vii
Sumário	viii
Lista de Figuras	xi
Simbologia	xiii
INTRODUÇÃO GERAL	01
CAPÍTULO I - DEFINIÇÃO, ORIGEM, COMPONENTES, EFEITOS E TÉCNICAS DE REDUÇÃO DAS PERDAS SUPLEMENTARES	03
1.1. Introdução	03
1.2. Definição	03
1.3. Origens e Componentes	05
1.4. Efeitos das Perdas Suplementares em carga	13
1.4.1. Aquecimento	13
1.4.2. Perda de Torque	13
1.4.3. Aceleração e Retardo	14
1.4.4. Eficiência	14
1.4.5. Despadronização	14
1.5. Regras para minimização das Perdas Suplementares	14
1.6. Conclusão	16
CAPÍTULO II - MEDIÇÃO DAS PERDAS SUPLEMENTARES EM MOTORES DE INDUÇÃO	17
2.1. Introdução	17
2.2. Classificação dos Métodos	17
2.2.1. Método entrada-saída	18
2.2.2. Método “pump-back”	19
2.2.3. Calorímetro	20
2.2.3.1. A técnica temperatura tempo	20
2.2.3.2. Medição de temperatura em um teste de motor	22
2.2.3.3. Procedimento Experimental	24



2.2.4. Dinamômetro diferencial	26
2.2.5. Diferencial mecânico	27
2.2.6. Teste “back-to-back”	28
2.2.7. Teste de curto circuito AC/DC	29
2.2.8. Teste de rotação reversa	30
2.3. Conclusão	35
<b>CAPÍTULO III - CÁLCULO DAS PERDAS SUPLEMENTARES</b>	<b>36</b>
3.1. Introdução	36
3.2. Fórmulas Analíticas	36
3.2.1. Perdas devido ao fluxo disperso na ranhura do estator	37
3.2.2. Perdas devido ao fluxo disperso na cabeça de bobina	38
3.2.3. Perdas superficiais devido ao fluxo de dispersão zig-zag	40
3.2.4. Perdas joules e de pulsação no rotor devido ao fluxo de dispersão zig-zag	42
3.2.5. Perdas devido ao fluxo disperso na zona de fase	45
3.2.6. Perdas devido ao fluxo disperso por inclinação	46
3.3. Cálculo das Perdas no Ferro	47
3.3.1. Perdas por Correntes de Foucault	48
3.3.2. Perdas Excedentes ou Anômalas	50
3.3.2.1. Modelo Estatístico – Modelo de Bertotti	50
3.3.2.2. As Perdas por Excesso na Teoria Estatística	51
3.3.3. Perdas por Histerese	54
3.3.3.1. O Método “Rain Flow”	55
3.3.3.2. Perda Total no Ferro	57
3.4. Cálculo das Perdas Suplementares usando Cálculo de Campos	58
3.4.1. Equações da Estrutura Eletromagnética	59
3.4.2. Condições de Contorno	60
3.4.2.1. Condições nas fronteiras	60
3.4.2.2. Condições nos limites separando os meios	62
3.4.3. O Método de Elementos Finitos	62
3.4.4. Discretização da derivada temporal	64
3.4.5. Movimento do rotor	65
3.4.6. Acoplamento eletromagnético, elétrico e mecânico	68

3.4.7. Metodologia de resolução	68
3.5. Metodologia proposta para calcular as perdas suplementares	68
3.6. Simulação dos ensaio a vazio e a rotor bloqueado utilizando o programa EFCML	70
3.6.1. Simulação do ensaio a rotor bloqueado	70
3.6.2. Simulação do ensaio a vazio	72
3.6.3. Simulação do ensaio a plena carga	73
3.7. Conclusão	73
CAPÍTULO IV – APLICAÇÕES E RESULTADOS	74
4.1. Introdução	74
4.2. Cálculo das perdas suplementares para o motor de indução com $b_{os} = 3 \text{ mm}$	75
4.2.1. Simulação do ensaio a rotor bloqueado	75
4.2.2. Simulação do ensaio a vazio	77
4.2.3. Circuito Equivalente Trifásico	79
4.2.4. Simulação do ensaio a plena carga	79
4.2.5. Cálculo das perdas suplementares	83
4.3. Cálculo das perdas suplementares para o motor de indução com $b_{os} = 2 \text{ mm}$	84
4.3.1. Simulação do ensaio a rotor bloqueado	84
4.3.2. Simulação do ensaio a vazio	85
4.3.3. Circuito Equivalente Trifásico	86
4.3.4. Simulação do ensaio a plena carga	86
4.3.5. Cálculo das perdas suplementares	88
4.4. Comparação dos resultados	88
4.5. Conclusão	94
CONCLUSÃO GERAL	95
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	97
ANEXO A - FOTOS DA BANCADA DO TESTE DE ROTAÇÃO REVERSA	100
ANEXO B - FATORES DE DISTRIBUIÇÃO E FATORES DE PASSO	102
ANEXO C – CIRCUITO EQUIVALENTE PARA O MOTOR DE INDUÇÃO, POR	105
FASE	
C.1. Determinação dos Parâmetros do Motor de Indução Trifásico	106
ANEXO D – CÁLCULO DA RESISTÊNCIA DO ROTOR REFERIDA AO	111
ESTATOR	

## LISTA DE FIGURAS

- Figura 1.1 Fluxo de dispersão na ranhura.
- Figura 1.2 Fluxo de dispersão zona de fase em 3 ranhuras por pólo por fase.
- Figura 1.3 Fluxo de dispersão na cabeça de bobina.
- Figura 1.4 Fluxo de dispersão zig-zag.
- Figura 1.5 Desenho da ranhura do rotor.
- Figura 2.1 Vista transversal do motor e sua divisão em componentes térmicas básicas.
- Figura 2.2 Localização dos termopares no motor de teste: seção transversal  $S_1$ .
- Figura 2.3 Localização dos termopares no motor de teste: seção axial  $S_4$ .
- Figura 2.4 Diagrama esquemático do equipamento de teste.
- Figura 2.5 Sistema de aquisição automatizado para ensaio de rotação reversa.
- Figura 3.1 Estrutura da cabeça de bobina de um motor de indução.
- Figura 3.2 Coeficiente de perda no ferro em Watts/polegada ao cubo.
- Figura 3.3 Relação do efeito pelicular para barras rotóricas cônicas.
- Figura 3.4 Chapa de material ferromagnético.
- Figura 3.5 Estrutura de uma parede entre dois domínios.
- Figura 3.6 Curva de indução com laços menores.
- Figura 3.7 Exemplo do método “rain flow” para contagem de ciclos em uma forma de onda de indução aleatória.
- Figura 3.8 Domínio de estudo e suas fronteiras.
- Figura 3.9 Representação de um problema periódico.
- Figura 3.10 Representação de um problema anti-periódico.
- Figura 3.11 Elementos Quadriláteros.
- Figura 3.12 Decomposição do elemento quadrilátero.
- Figura 3.13 Deformação dos elementos da banda de movimento.
- Figura 3.14 Malha de elementos finitos para o motor de indução.
- Figura 3.15 Malha de discretização na região do entreferro com a região da Banda de Movimento.
- Figura 3.16 Linhas equipotenciais magnéticas para a simulação do ensaio a rotor bloqueado.

- Figura 3.17 Linhas equipotenciais magnéticas para a simulação do ensaio a vazio.
- Figura 4.1 Circuito equivalente para o motor de indução com  $b_{os} = 3$  mm.
- Figura 4.2 Circuito equivalente para o motor de indução com  $b_{os} = 3$  mm, para 100% de carga.
- Figura 4.3 Densidade de campo magnético para o motor de indução com  $b_{os} = 3$  mm.
- Figura 4.4 Circuito equivalente para o motor de indução com  $b_{os} = 2$  mm.
- Figura 4.5 Circuito equivalente para o motor de indução com  $b_{os} = 2$  mm, para 100% de carga.
- Figura 4.6 Componentes das perdas no ferro a vazio e a plena carga para  $b_{os} = 3$  mm.
- Figura 4.7 Componentes das perdas no ferro a vazio e a plena carga para  $b_{os} = 2$  mm.
- Figura 4.8 Perda total no ferro e suas respectivas componentes, na simulação do ensaio a vazio, para diferentes valores de abertura da ranhura.
- Figura 4.9 Perda total no ferro e suas respectivas componentes, na simulação do ensaio a plena carga, para diferentes valores de abertura da ranhura.
- Figura 4.10 Espectro de frequência da indução magnética no entreferro.
- Figura 4.11 Perdas devido às correntes induzidas nas barras do rotor para diferentes valores de abertura da ranhura, obtidas pelo Cálculo de Campos.
- Figura 4.12 Perdas nos enrolamentos do estator para diferentes valores de abertura da ranhura, obtidas pelo Cálculo de Campos.
- Figura 4.13 Perdas suplementares em carga para diferentes valores de abertura da ranhura.
- Figura C.1 Circuito equivalente do motor de indução, por fase.
- Figura C.2 Circuito equivalente do ensaio a rotor bloqueado.
- Figura C.3 Circuito equivalente para ensaio a vazio.
- Figura C.4 Circuito equivalente modificado para ensaio a vazio.
- Figura D.1 Fator de correção do anel de curto circuito.

## SIMBOLOGIA

$a_b$	área da seção transversal de cada barra do rotor em $m^2$ .
$a_{er}$	área de cada anel de curto circuito do rotor em $m^2$ .
$A$	distância inclinada, em polegadas, entre os centros das correntes periféricas do estator e rotor.
$\vec{A}$	potencial vetor magnético.
$A$	vetor dos potenciais vetor nos nós da malha.
$B_m$	valor máximo da indução magnética em Tesla.
$B_g$	densidade média de fluxo sobre a área efetiva do entreferro, em kilolinhas por polegada ao quadrado.
$B_{ref}$	indução em 100klinhas por polegada ao quadrado (1,55 Tesla).
$B_{ox}, B_{oy}$	induções remanentes segundo x e y dos ímãs permanentes.
$C_{s1}$	coeficiente de perda no ferro do estator.
$C_{s2}$	coeficiente de perda no ferro do rotor.
$C$	capacidade térmica do corpo.
$C_p$	fator de perdas.
$c$	razão de condutividade das barras para cobre em $75^\circ C$ .
$D_{er}$	diâmetro médio do anel de curto circuito do rotor em metros.
$d$	altura do condutor em metros.
$D$	vetor de excitação induzida por ímãs permanentes.
$D_1$	diâmetro do entreferro em polegadas.
$E_1$	força contra eletromotriz gerada pelo fluxo resultante no entreferro.
$E$	fontes de tensão ou corrente que alimentam o circuito externo e a máquina.
$f$	freqüência em Hertz.
$f_n$	freqüência do rotor, c/s, devido ao $n^{th}$ harmônico.
$G_j$	condutância entre o corpo e a região circundante.
$G$	coeficiente de atrito do objeto magnético.
$H_{ext}$	campo magnético em excesso em A/m.

$H_1, \dots, H_6$	matrizes que dependem da topologia do circuito elétrico.
$I_t$	corrente de teste em Ampères.
$I_1$	corrente no estator em Ampères.
$I_m$	corrente de magnetização em Ampères.
$I_n$	corrente de perda no ferro em Ampères.
$I_f$	corrente de excitação, responsável pelo fluxo no entreferro e pelas perdas no ferro em Ampères.
$I_2$	corrente do rotor em Ampères.
$I_{rb}$	corrente eficaz de fase usada na simulação do ensaio a rotor bloqueado em Ampères.
$I_{av}$	corrente eficaz de fase usada na simulação do ensaio a vazio em Ampères.
$I_b$	valor eficaz da corrente na barra em Ampères.
$I_{er}$	valor eficaz da corrente no anel de curto circuito em Ampères.
$I_o$	corrente eficaz a vazio no estator em Ampères.
$I$	corrente de carga do estator em Ampères.
$I_f$	corrente na bobina de condutores finos em Ampères.
$I_m$	corrente elétrica nos condutores espessos em Ampères.
$I_f$	correntes relativas aos condutores finos
$J_{er}$	densidade de corrente nas barras do rotor em A/m <sup>2</sup> .
$J$	inércia do rotor.
$k_h$	constante de perda por Histerese.
$k_f$	constante de perda por Foucault.
$k_e$	constante de perda Excedentes.
$k_{w1}$	Fator de enrolamento do estator.
$k_{w2}$	fator de enrolamento do rotor.
$k_R$	fator de correção do anel de curto circuito.
$k_s$	relação da (resistência em corrente alternada / resistência em corrente contínua).

$k_1$	fator de enrolamento dado pelo produto entre o fator de distribuição ( $k_{d1}$ ) e o fator de passo ( $k_{p1}$ ) para o campo fundamental.
$k_{2m-1}$	fator de enrolamento dado pelo produto: ( $k_{d(2m-1)} \cdot k_{p(2m-1)}$ ).
$k_{2m+1}$	fator de enrolamento dado pelo produto: ( $k_{d(2m+1)} \cdot k_{p(2m+1)}$ ).
$k$	inclinação expressa como a fração de um passo de ranhura do estator (normalmente igual a 1).
$L_b$	comprimento axial da barra do rotor em metros.
$L$	indutâncias nas cabeças de bobinas.
$L$	comprimento do núcleo em polegadas.
$M$	matriz de permeabilidade.
$m_1$	número de fases do estator.
$m_2$	número de fases do rotor.
$N$	matriz de condutividade.
$n$	número de elementos adjacentes.
$n_g$	velocidade da máquina operando como gerador.
$n_m$	velocidade da máquina operando como motor.
$N_1$	número de espiras em série por fase do estator.
$N_2$	número de espiras em série por fase do rotor.
$nca$	número de camadas dos enrolamentos do estator.
$N_r$	número de ranhuras por pólo no rotor.
$N_s$	número de ranhuras por pólo no estator.
$N_{co}$	número dos condutores finos.
$P$	matriz que relaciona a corrente no elemento ao nó do elemento.
$P_o$	potência do rotor em Watts.
$P_i$	potência de entrada em Watts.
$P_f$	perda no núcleo a vazio em Watts.
$P_{fv}$	perda por fricção e ventilação em Watts.
$P_{cus}$	perda no cobre do estator em Watts.
$P_{cur}$	perda no cobre do rotor em Watts.

$P_{sup l}$	perda suplementar em Watts.
$P_{sup lff}$	perda suplementar na freqüência fundamental em Watts.
$P_{sup lhf}$	perda suplementar em alta freqüência em Watts.
$P_f$	perdas no ferro no ensaio a vazio em Watts.
$P$	número de pólos.
$P_E$	perda em Watts na cabeça de bobina do estator.
$P_{s1}$	perdas superficiais em Watts no estator.
$P_{s2}$	perdas superficiais em Watts no rotor.
$P_z$	perda joule nas barras do rotor em Watts.
$P_B$	perda devido a dispersão na zona de fase em Watts.
$P_K$	perda devido a inclinação em Watts.
<b>Q</b>	enlace de fluxo nos enrolamentos.
$Q$	calor gerado.
$q$	número de ranhuras por pólo por fase.
$r_1$	resistência do enrolamento do estator em ohms.
$r_2$	resistência do rotor referida ao estator em ohms.
$R_{fe}$	resistência representando as perdas no ferro em ohms.
$r_b$	resistência total das barras gaiola de esquilo do rotor em ohms.
$r_{er}$	resistência dos anéis de curto circuito do rotor em ohms.
$R_2$	resistência total do rotor em ohms.
$R'_2$	resistência total do rotor referida ao estator em ohms.
$R_{ac}$	resistência em corrente alternada em ohms.
$R_{dc}$	resistência em corrente contínua em ohms.
$R_{2b}$	resistência em corrente contínua das barras do rotor referida aos enrolamentos do estator em ohms.
$R_f$	resistência à corrente contínua dos condutores finos em ohms.
$R_m$	resistência à corrente contínua dos condutores espessos em ohms.
<b>R</b>	matriz das resistências à corrente contínua dos enrolamentos.
<b>S</b>	secção transversal da chapa magnética em metros quadrados.



$s$	escorregamento.
$S_2$	número de barras do rotor ou ranhuras do rotor.
$S_f$	superfície da bobina composta por condutores finos.
$T_e$	torque eletromagnético.
$T_L$	torque de carga.
$U_f$	tensão aplicada ao terminais da bobina de condutores finos em volts.
$U_m$	tensão aplicada aos terminas da bobina de condutores espessos em volts.
$V_o$	Campo magnético coercitivo A/m.
$V_1$	tensão terminal aplicada nos enrolamentos do estator em volts.
$V_{rb}$	tensão eficaz de fase usada na simulação do ensaio a rotor bloqueado em volts.
$V_{av}$	tensão eficaz de fase usada na simulação do ensaio a vazio em volts.
$w_c$	largura da barra do rotor em polegadas.
$w_s$	largura da ranhura do rotor em polegadas.
$\omega$	Velocidade em rad/s.
$x_1$	reatância efetiva do enrolamento do estator em ohms.
$x_2$	reatância efetiva do enrolamento do rotor referida ao estator em ohms.
$X_m$	reatância de magnetização em ohms.
<b>X</b>	variáveis de estado do circuito exterior, que são as tensões nos capacitores e as correntes nos indutores. A corrente na máquina não é uma variável, porque já existe o seu equacionamento por elementos finitos
$Y_1, Y_2$	distâncias axiais entre os centros das correntes periféricas do rotor e estator e a região terminal do núcleo laminado, em polegadas.
$\theta$	temperatura do corpo.
$\theta_j$	temperatura das regiões circundantes ao corpo.
$\theta_m$	temperatura em regime permanente.
$\rho$	resistividade da barra do rotor em $(\Omega.m)$ .
$\mu_o$	permeabilidade do ar em H/m.
$\sigma$	condutividade magnética em $(\Omega.m)^{-1}$ .

$\lambda_1$	passo de ranhura do estator em polegadas.
$\lambda_2$	passo de ranhura do rotor em polegadas.
$\nu$	relutividade magnética.
$\gamma$	coeficiente de atrito.
$\delta$	ângulo de rotação.

## INTRODUÇÃO GERAL

As perdas suplementares ocorrem em motores de indução como em todos os tipos de máquinas de corrente alternada e requerem uma medição precisa para o cálculo do rendimento de um motor.

Foi notado que embora este assunto tenha sido objeto de investigação por mais de setenta anos, existe ainda pouca concordância sobre a origem e a avaliação destas perdas.

Geralmente as perdas suplementares são estimadas como sendo uma porcentagem da potência total de entrada ou são medidas por métodos experimentais. Note, entretanto, que os inconvenientes dos métodos experimentais é que estes testes só podem ser realizados depois dos protótipos terem sido fabricados. Torna-se, então, necessário o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para que os projetistas dos motores de indução estudem meios de reduzir estas perdas antes mesmo da fabricação dos protótipos.

Alguns pesquisadores desenvolveram fórmulas analíticas para calcular as perdas suplementares. No entanto, estas fórmulas necessitam de fatores de multiplicação empíricos que são obtidos através de medições. Além disso, estas expressões analíticas são baseadas em várias hipóteses e a limitação das mesmas levam à resultados errôneos.

O método de elementos finitos vem sendo amplamente utilizado na análise e no auxílio de projetos de máquinas elétricas no últimos anos. Por isso, optou-se pelo desenvolvimento de uma ferramenta de análise de perdas suplementares baseadas no Cálculo de Campos.

O objetivo geral do presente trabalho é estudar os principais trabalhos na área com o intuito de delimitar o problema e com isso desenvolver uma metodologia para calcular as perdas suplementares.

Destacam-se os seguintes objetivos específicos:

- estudo das definições, origem e efeitos das perdas suplementares;
- estudo de métodos de medição dessas perdas;
- estudo de equações analíticas para calcular as perdas suplementares e desenvolvimento de uma metodologia de cálculo usando Cálculo de Campos.

Para expor os objetivos específicos, o trabalho divide-se nos seguintes capítulos:

Capítulo I - apresenta os principais trabalhos sobre perdas suplementares quanto sua definição, origem, componentes, efeitos e técnicas de redução das mesmas com o intuito de delimitar o problema estudado.

Capítulo II - apresenta os principais métodos de medição de perdas suplementares e faz-se uma comparação entre eles.

Capítulo III - apresenta algumas expressões analíticas para o cálculo das perdas suplementares. Calcula-se as perdas no ferro do motor usando o método de separação das perdas. Mostra-se a metodologia desenvolvida para calcular as perdas suplementares.

Capítulo IV – apresenta os resultados obtidos com a metodologia adotada para calcular as perdas suplementares em um motor de indução de gaiola. Faz-se uma alteração na abertura da ranhura do estator para verificar a influência da mesma no valor da perda suplementar.

# CAPÍTULO I

## DEFINIÇÃO, ORIGEM, COMPONENTES, EFEITOS E TÉCNICAS DE REDUÇÃO DAS PERDAS SUPLEMENTARES

### 1.1. INTRODUÇÃO

Este capítulo tem como objetivo relatar e discutir os principais trabalhos sobre perdas suplementares com o intuito de delimitar o problema. Serão apresentados aqui a definição, origem, componentes, efeitos e técnicas de redução das perdas suplementares sob o ponto de vista de alguns pesquisadores. Foi notado que embora este assunto tenha sido objeto de investigação por mais de setenta anos, existe ainda pouca concordância sobre a origem e a avaliação destas perdas.

### 1.2. DEFINIÇÃO

Um levantamento da literatura sobre perdas suplementares em carga nas máquinas de indução revela que existe uma considerável divergência na definição destas perdas.

SCHWARZ [1], por exemplo, divide as perdas adicionais em perdas suplementares a vazio e perdas suplementares em carga. Foi sugerida a seguinte definição:

(a) Perdas suplementares devido a variação do fluxo principal: estas correspondem geralmente as perdas suplementares a vazio, e são relacionadas com irregularidades do fluxo de excitação principal devido as variações da permeância magnética.

(b) Perdas suplementares devido aos fluxos dispersos: estas correspondem geralmente as perdas suplementares em carga, e são causadas parcialmente pelos efeitos de distribuição das correntes na máquina produzindo degraus na força magnetomotriz no entreferro, e parcialmente por efeitos secundários das indutâncias próprias dos enrolamentos.

ALGER [6], define as perdas suplementares como sendo o excesso da perda total ocorrendo no motor em uma dada corrente de carga sobre a soma das perdas  $I^2R$  para aquela corrente, as perdas no ferro a vazio e as perdas por fricção e ventilação. Elas são causadas por forças magnetomotrizes de correntes de carga do motor, as quais desviam alguns dos fluxos magnéticos a vazio em caminhos dispersos, criando desse modo, pulsação nos fluxos e perdas por correntes de Foucault nas laminações, nos condutores e nas partes metálicas adjacentes.

CHALMERS [2], utiliza o conceito de separação das perdas, na suposição de que a perda de potência real pode ser dividida nas seguintes componentes separadas, cada uma das quais é efetivamente independente das outras:

- (a) perdas no ferro;
- (b) perdas por fricção e ventilação;
- (c) perdas de excitação, onde aplicadas;
- (d) perdas no cobre, nas resistências de armadura medidas em corrente contínua;
- (e) perdas suplementares em carga.

As perdas suplementares em carga são definidas como as perdas adicionais, causadas pela corrente de carga devido as variações na distribuição de fluxo e as correntes de Foucault. Estas perdas são assumidas serem independentes do fluxo principal e são medidas por uma combinação de testes separados que dão as condições de corrente de armadura total e fluxo principal mínimo.

A suposição de que a soma das perdas no ferro e as perdas suplementares em carga possam ser medidas separadamente, as quais produzem uma real contribuição para a perda de potência total, é estritamente aplicável somente para um sistema linear, onde a superposição é permitida.

JIMOH [3], separa as perdas suplementares em duas componentes: uma referente a frequência fundamental e outra referente as altas frequências.

(i) Componentes na frequência fundamental:

- (a) Perdas devido às correntes induzidas nos condutores do estator devido ao fluxo disperso na ranhura do estator;

- (b) Perdas nas regiões terminais do cobre, aço e outras partes metálicas devido as dispersões dos fluxos nas regiões terminais (por exemplo, cabeça de bobina);
- (c) Nas máquinas com as ranhuras do rotor inclinadas, uma pequena perda nas extremidades do núcleo do estator devido ao fluxo de dispersão produzido pelo deslocamento de fase relativo entre as componentes fundamentais das ondas de força magnetomotriz do estator e do rotor.

(ii) Componentes em altas frequências:

- (a) Perdas induzidas no rotor devido aos harmônicos da força magnetomotriz produzidos pela corrente de carga no estator. Note que as pulsações do fluxo principal devido as aberturas das ranhuras são produzidas a vazio e seu efeito está incluído nas perdas do ferro medidas no ensaio a vazio. Estas perdas não estão inclusas nas perdas suplementares em carga.
- (b) Perdas induzidas no estator devido aos harmônicos da força magnetomotriz do rotor.

LIPO [5], também comenta algumas fontes de perdas suplementares, tais como: perdas por variação da permeância magnética, perdas por força magnetomotriz no estator, perdas por harmônicos de zona de fase e perdas por saturação induzidas.

### 1.3. ORIGENS E COMPONENTES

Existe concordância geral no que se refere às origens físicas das perdas suplementares em máquinas de indução [3]:

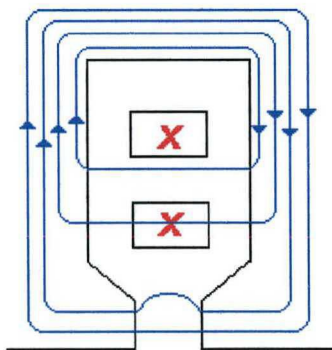
- (a) as limitações das propriedades magnéticas do material do ferro que leva à saturação com corrente de carga;
- (b) a estrutura geométrica, isto é, ranhuras, enrolamentos e entreferros, em volta da região ativa da máquina que leva a: (i) harmônicos espaciais devido a efeitos tais como: ondulação e pulsação devido aos dentes; e (ii) dispersão do fluxo;
- (c) imperfeições industriais: as mais proeminentes delas são as correntes que atravessam as barras devido a isolamento imperfeita das barras do rotor da gaiola (correntes interbarras).

As componentes das perdas suplementares em carga estão razoavelmente bem estabelecidas. Entretanto, os diferentes modos pelos quais elas estão presentes são muitas

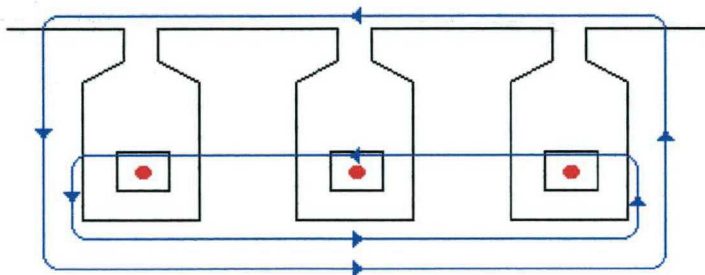
vezes confusos, de modo que, suas implicações tornam-se diferentes. Três maiores razões podem ser associadas a isto:

1. A confusão que resulta do uso dos termos “fluxo disperso” e “harmônicos”;
2. A confusão que resulta do uso dos termos “dispersão diferencial”, ou “dispersão zig-zag e zona de fase”, e “dispersão no entreferro” mesmo que elas sejam as mesmas;
3. A confusão na identificação das componentes que constituem os fluxos de dispersão diferencial, ou fluxos zig-zag e zona de fase, ou fluxo de dispersão no entreferro, isto é, as dificuldades na identificação de seus conceitos físicos.

Com o intuito de ilustrar os fluxos dispersos, tem-se na Figura 1.1 o fluxo de dispersão na ranhura. A Figura 1.2 mostra o fluxo de dispersão zona de fase em 3 ranhuras por pólo por fase. A Figura 1.3 mostra o fluxo de dispersão na cabeça de bobina e a Figura 1.4 o fluxo de dispersão zig-zag.

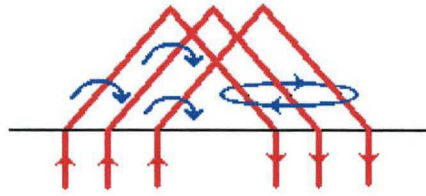


**Figura 1.1** – Fluxo de dispersão na ranhura.

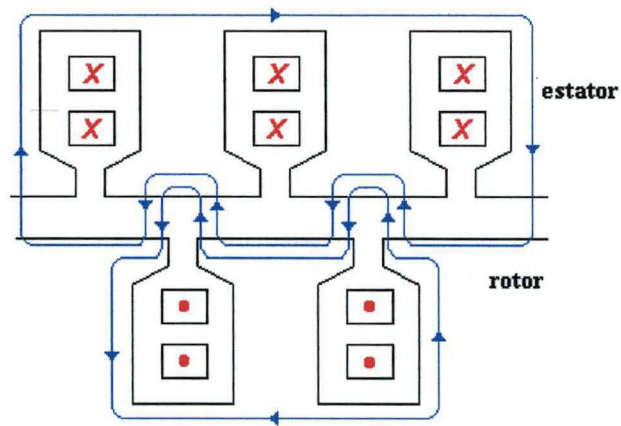


**Figura 1.2** – Fluxo de dispersão zona de fase em 3 ranhuras por pólo por fase.





**Figura 1.3** – Fluxo de dispersão na cabeça de bobina.



**Figura 1.4** – Fluxo de dispersão zig-zag.

Não existe nenhuma lista padrão das componentes das perdas suplementares em carga em máquinas de indução, mas um exemplo é dado por SCHWARZ [1] e mostrado na Tabela 1.1.

Classe	Componente	Origem	Tipos e localização
<b>A</b>			
1a e 1b	perdas na superfície	variação da permeância magnética (harmônicos de fluxo)	Perdas no núcleo do estator e rotor
2a e 2b	perdas por pulsação nos dentes	variação da permeância magnética devido a posição relativa dos dentes	Perdas no núcleo do estator e rotor
3b	perdas por corrente circulante, devido a pulsação nos dentes	variação da permeância magnética devido a posição relativa dos dentes	Perdas $I^2R$ no rotor
<b>B</b>			
4a e 4b	perdas na superfície	harmônicos de fluxo disperso no entreferro	Perdas no núcleo do estator e rotor
5a e 5b	perdas por pulsação nos dentes	harmônicos de fluxo disperso no entreferro	Perdas no núcleo do estator e rotor
6b	perdas por corrente circulante, devido a pulsação nos dentes	harmônicos de fluxo disperso no entreferro	Perdas $I^2R$ no rotor
7b	perdas por corrente circulante, devido as harmônicas no enrolamento do estator	harmônicos de fluxo disperso no entreferro	Perdas $I^2R$ no rotor
8a	perdas devido às correntes induzidas na ranhura do estator	fluxo disperso na ranhura	Perdas $I^2R$ no estator
8b	perdas devido às correntes induzidas na ranhura do rotor	fluxo disperso na ranhura	Perdas $I^2R$ anormais no rotor somente em alto escorregamento
9a	perdas devido às correntes induzidas nas cabeças de bobinas do estator	fluxo disperso nas cabeças de bobinas do estator	Perdas no núcleo do estator
9b	perdas devido às correntes induzidas nas cabeças de bobinas do rotor	fluxo disperso nas cabeças de bobinas do rotor	Perdas anormais no núcleo do rotor somente em alto escorregamento

**Tabela 1.1 - Resumo das perdas suplementares básicas.**

onde:

- classe **A**: perdas suplementares devido a variação do fluxo principal (a vazio).
- classe **B**: perdas suplementares devido a variação do fluxo disperso (em carga).

De acordo com SCHWARZ [1], as principais componentes individuais das perdas suplementares são mostradas na Tabela 1.1, separadas de acordo com suas dependências das variações do fluxo principal e fluxo disperso. Cita-se abaixo, alguns comentários sobre cada componente apresentada na Tabela 1.1.

(i) Perdas na superfície: Tabela 1.1, classes 1a e 1b, 4a e 4b

Existem perdas adicionais no núcleo ocorrendo nas superfícies do rotor e estator devido a rotação, e os fluxos que as causam são:

(a) harmônicos no entreferro, devido as variações da permeância magnética do fluxo principal, os quais ocorrem a vazio;

(b) harmônicos do fluxo disperso no entreferro, os quais ocorrem em carga.

As perdas são dependentes de uma maneira complexa do ranhuramento, do entreferro e do número de ranhuras. Como as perdas são causadas principalmente pelas correntes de Foucault de alta frequência, aquelas devido as variações do fluxo principal variam com o quadrado da tensão aplicada e aquelas devido ao fluxo disperso no entreferro variam com o quadrado da corrente. A primeira, entretanto, ocorrerá particularmente com máquinas com a ranhura do estator aberta a vazio e a última, com máquinas com a ranhura do estator semi-fechada com carga.

(ii) Perdas por pulsação nos dentes: Tabela 1.1, classes 2a e 2b, 5a e 5b

A pulsação do fluxo nos dentes devido aos harmônicos de fluxo principal e de dispersão no entreferro, causados pelo movimento relativo dos dentes do estator e rotor, dão origem as perdas adicionais no núcleo dos dentes do estator e rotor os quais são condicionados pela configuração da ranhura, entreferro e número de ranhuras. A magnitude destes fluxos é largamente dependente da saturação nos dentes, de modo que, embora as perdas são mais uma vez substancialmente perdas por correntes de Foucault, a variação não é mais proporcional ao quadrado da tensão ou corrente para as perdas suplementares devido a variação do fluxo principal e fluxo disperso, respectivamente.

(iii) Perdas por corrente circulante, devido a pulsação nos dentes: Tabela 1.1, classes 3b e 6b

A pulsação do fluxo nos dentes induz harmônicos de corrente no enrolamento da gaiola resultando nas perdas  $I^2R$ , as quais são dependentes da impedância do enrolamento, bem como dos parâmetros que determinam o fluxo. Estas perdas aumentam com o aumento da diferença entre o número de ranhuras do estator e rotor e tornam-se excessivamente maiores com uma relação alta de ranhuras de rotor e estator. A isolação das gaiola é uma maneira de reduzir essas perdas, desde que, uma relação aceitável de ranhuras seja usada. Essas perdas representam uma das grandes limitações na escolha do número de ranhuras do rotor.

Para estatores com ranhuras abertas, essas perdas podem ser substanciais a vazio, e o mesmo efeito pode ocorrer com carga com a ranhura do estator semi-fechada.

(iv) Perdas por corrente circulante, devido as harmônicas no enrolamento do estator: Tabela 1.1, classe 7b

Os harmônicos de ordem inferiores (por exemplo: 5<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup>, 11<sup>a</sup>, etc) do fluxo disperso do entreferro induzem correntes na gaiola, sendo a corrente induzida dependente do escorregamento relativo dos harmônicos de campo. Estas correntes induzidas causam irregularidades na curva torque *versus* velocidade e tem sido minimizadas pela inclinação e isolação dos enrolamentos da gaiola. A magnitude desses fluxos é controlável basicamente pelo passo de ranhura e passo dos enrolamentos.

As perdas devido a essa corrente circulante são determinadas pelas mesmas considerações daquelas aplicadas às correntes circulantes de pulsação nos dentes, variando geralmente com o quadrado da corrente de carga.

(v) Perdas por dispersão de fluxo na ranhura:- Enrolamentos do estator: Tabela 1.1, classe 8a

O fluxo disperso na ranhura, isto é, o fluxo devido a indutância própria em parte embutida no enrolamento, causa perdas adicionais devido às correntes induzidas de frequência

fundamental no cobre, as quais são dependentes do quadrado da corrente de excitação e são de maior importância nas máquinas com condutores de grandes seção transversal.

- Enrolamentos do rotor: Tabela 1.1, classe 8b

Os efeitos mencionados anteriormente, ocorrem em qualquer rotor de gaiola de alto escorregamento, por exemplo na partida, mas não durante a operação normal onde, devido as baixas frequências, nenhuma das perdas adicionais estão comprometidas, embora o fluxo esteja presente. O efeito dessas perdas suplementares não pode, entretanto, ser ignorado no estágio de projeto, particularmente com máquinas grandes. As perdas dependem do quadrado da corrente e variam de uma maneira complexa, bem conhecida, com a frequência, a forma e o tamanho dos condutores.

vi) Perdas por fluxo de dispersão nas cabeças de bobinas:

- Enrolamentos do estator: Tabela 1.1, classe 9a

O fluxo disperso nas cabeças de bobinas do estator pode ser parcialmente enlaçado com as partes estruturais, resultando em perdas devido às correntes induzidas de frequência fundamental nessas estruturas, e estas perdas no núcleo variam basicamente com o quadrado da corrente. Elas são acentuadas por cabeças de bobinas longas, enrolamentos de uma única camada e a proximidade das partes magnéticas. O cálculo do fluxo disperso nas cabeças de bobinas é particularmente difícil e é grandemente afetado pela proximidade do rotor e pela saturação local.

- Enrolamentos do rotor: Tabela 1.1, classe 9b

O enrolamento do rotor comporta-se exatamente do mesmo modo como o enrolamento do estator, e as perdas suplementares em carga ocorrem em alto escorregamento, isto é, alta frequência.

Outra lista de subdivisão, em componentes, das perdas suplementares em motores de indução é apresentada, por CHALMERS [2], na Tabela 1.2:

<b>Localização</b>	<b>Fonte</b>	<b>Frequência</b>	<b>Tipo de Máquina</b>
condutores do estator	fluxo de dispersão na ranhura	frequência da fonte	gaiola e rotor bobinado
região da cabeça de bobina do estator	fluxo de dispersão nas cabeças de bobinas	frequência da fonte	gaiola e rotor bobinado
chapas do núcleo do estator	fluxo de dispersão por inclinação	frequência da fonte	gaiola com barras do rotor inclinadas
condutores e chapas do núcleo do rotor	harmônicos da força magnetomotriz no estator	altas frequências (300 para 3000 c/s)	gaiola e rotor bobinado
superfície das chapas do núcleo do estator	harmônicos da força magnetomotriz no rotor	altas frequências	gaiola e rotor bobinado

**Tabela 1.2:** Subdivisão das componentes de perdas suplementares.

As componentes principais das perdas suplementares podem ser subdivididas de acordo com sua localização, fonte, frequência e tipo de máquina, como resumido na Tabela 1.2 [2].

Na Tabela 1.2, as primeiras três componentes constituem as perdas suplementares em carga na frequência fundamental. As duas últimas componentes formam as perdas suplementares em carga em alta frequência. As perdas no rotor aparecem de diferentes formas dependendo do tipo de construção do rotor.

## 1.4. EFEITOS DAS PERDAS SUPLEMENTARES EM CARGA

As perdas suplementares tem cinco efeitos negativos na performance de uma máquina de indução [3]:

- (i) aquecimento;
- (ii) perda de torque;
- (iii) efeitos de aceleração e retardo;
- (iv) eficiência;
- (v) despadronização.

### 1.4.1 – Aquecimento

As perdas suplementares contribuem para o aquecimento de vários componentes da máquina. Observou-se que se os convencionais 0,5% atribuídos para as perdas suplementares em carga (segundo a norma inglesa) forem duplicados, tem-se um efeito bastante acentuado no aquecimento de uma máquina de alta eficiência.

### 1.4.2 - Perda de Torque

Os torques assíncronos são produzidos pelos harmônicos da força magnetomotriz do estator da mesma maneira como pelo campo principal. Em um motor de indução de gaiola com uma má isolamento das barras do rotor a inclinação sobre a curva do torque assíncrono produzido pelos harmônicos da força magnetomotriz do estator pode assumir tal valor que impeça o motor de alcançar a velocidade de operação normal. Alguns pesquisadores observaram que para máquinas de indução de tamanho pequeno e médio as perdas suplementares afetam grandemente o torque máximo (“pull-out torque”), mas não afetam sobremaneira o torque inicial (“starting torque”). A análise do torque é considerada, em alguns trabalhos, como a mais apropriada para que se estude e se compreenda as perdas suplementares em carga.

### 1.4.3 - Aceleração e Retardo

Em aplicações como máquinas centrífugas, onde o principal objetivo é iniciar e parar uma carga, as perdas suplementares em carga aumentam a duração do período de aceleração e diminuem o tempo de desaceleração.

### 1.4.4 - Eficiência

Embora alguns autores assumam um valor nominal para as perdas suplementares em carga de 0,5%, experiências relatam que em algumas máquinas, estas perdas podem ser tão altas quanto 20 vezes este valor. A eficiência das máquinas pode ser melhorada com a redução dos efeitos das perdas, podendo elevar-se em 9% a eficiência.

### 1.4.5 - Despadronização

Despadronização é uma consequência prática dos efeitos anteriores. Se as perdas suplementares em carga em um motor são maiores do que as previstas, o aquecimento devido as condições especificadas será aumentado além das tolerâncias do projeto. Deste modo, para se evitar a destruição devido ao aquecimento excessivo, algumas das grandezas especificadas devem ser reduzidas, como por exemplo, o escorregamento e a potência de saída.

## 1.5. REGRAS PARA MINIMIZAÇÃO DAS PERDAS SUPLEMENTARES

Neste item serão citadas algumas regras utilizadas para minimizar as perdas suplementares. Maiores informações sobre as mesmas, podem ser obtidas na referência [8].

**Regra 01)** número de ranhuras do estator maior do que o número de ranhuras do rotor.

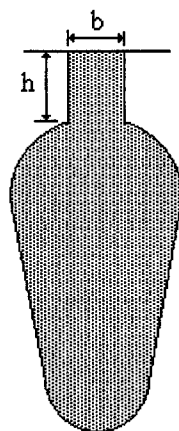
**Regra 02)** ranhuras do estator por pólo por fase, tão numerosa quanto possível.



**Regra 03)** ranhuras retas no estator e rotor.

**Regra 04)** utilizar passo de bobina  $\approx 5/6$ .

**Regra 05)** relação da abertura da ranhura do rotor  $b/h \leq 1$  e do estator  $b/h \leq 3$ . Ver Figura 1.5.



**Figura 1.5** – Desenho da ranhura do rotor.

**Regra 07)** usinagem da superfície do rotor, de modo que, nenhum curto circuito apareça entre as laminações.

**Regra 08)** recozimento das laminações, especialmente com motores pequenos ou uma qualidade muito boa das lâminas de aço elétricas.

**Regra 09)** pequenas aberturas nas ranhuras do rotor e estator.

**Regra 10)** para máquinas com ranhuras inclinadas no estator e rotor, resistência adequada entre gaiola e núcleo.

## 1.6. CONCLUSÃO

Percebeu-se que cada autor faz sua definição compatível com suas contribuições, mas a maioria dos problemas devido a estas perdas permanecem sem solução. No entanto, com o objetivo de delimitar o estudo das perdas suplementares, serão feitas as seguintes considerações:

- (a) a perda suplementar a vazio, definida por SCHWARZ [1], que são relacionadas com irregularidades do fluxo de excitação principal devido as variações da permeância magnética (aberturas das ranhuras do estator), e seus efeitos estão incluídos nas perdas do ferro medidas ou calculadas a vazio.
- (b) a perda suplementar em carga é definida como a diferença entre a perda total, que leva em consideração os fluxos dispersos, e a perda total determinada pelo circuito equivalente trifásico do motor, por sua vez determinado a partir das simulações dos ensaios a vazio e a rotor travado.

A metodologia adotada para calcular as perdas suplementares será apresentada nos próximos Capítulos, e será baseada no cálculo de campos magnéticos pelo método de elementos finitos.

## CAPÍTULO II

### MEDIÇÃO DAS PERDAS SUPLEMENTARES EM MOTORES DE INDUÇÃO

#### 2.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentar-se-ão os métodos de medição das perdas suplementares. Como no Capítulo precedente, estes métodos serão expostos do ponto de vista de alguns pesquisadores.

#### 2.2. CLASSIFICAÇÃO DOS MÉTODOS

Vários métodos tem sido sugeridos para medição das perdas suplementares em carga de uma máquina de indução.

CHALMERS [2], sugere realizar os seguintes testes:

- (a) para motores de indução com rotor bobinado: testes com corrente nominal no estator mas, com um mínimo de fluxo principal possível e testes com medição da taxa de calor removida pelo resfriamento da máquina.
  
- (b) para motores de indução de gaiola: teste com rotor removido para perdas suplementares em carga na frequência fundamental; teste de rotação reversa para perdas suplementares em carga para altas frequências; teste de excitação com corrente contínua e teste de diferencial mecânico.

Na América do Norte, existem três testes reconhecidos para se obter as perdas suplementares em carga: testes de entrada-saída, “pump-back”, e de rotação reversa, os quais estão documentados nos padrões ANSI/IEEE. Cada um destes métodos sofre da falta de confiança dos resultados devido a imprecisão inerente na medição ou de condições impossíveis de implementação, tais como obtenção de duas máquinas idênticas. Na Inglaterra, a prática é diferente. Ao invés de admitir qualquer um destes testes, o valor nominal de 0,5% é aprovado como limite para os padrões Britânicos.

O Método NEMA (“National Electrical Manufacturers Association”- MG1 – 12.53) determina a perda suplementar de maneira indireta, subtraindo-se as perdas fundamentais da perda total medida para cada ponto de carga. As perdas fundamentais são a soma das perdas joule no estator, perdas mecânicas, perdas no núcleo magnético e perdas joule no rotor. A perda total medida é a potência de saída menos a potência de entrada.

Uma outra classificação, de acordo com JIMOH [3], é dada por:

1. Método entrada-saída.
2. Método “pump back”.
3. Método do calorímetro.
4. Método do dinamômetro diferencial.
5. Método do diferencial mecânico.
6. Método “back-to-back”.
7. Método de curto circuito AC/DC.
8. Método de rotação reversa.

### 2.2.1. Método entrada-saída

Neste método a potência do rotor ( $P_o$ ) é medida diretamente com um dinamômetro. A potência de entrada ( $P_i$ ) é também encontrada por medição. A potência “perdida” é então:

$$P_{ll} = P_i - P_o \quad (2.1)$$

A perda no núcleo a vazio ( $P_f$ ), e perdas por fricção e ventilação ( $P_{fv}$ ) são então determinadas por um teste a vazio. As perdas no cobre do estator ( $P_{cus}$ ) e perdas no cobre do rotor ( $P_{cur}$ ) são determinadas pela potência de saída calculada. Então, a perda de potência total pelo método de separação das perdas é dada por:

$$P_{sep} = P_{cus} + P_{cur} + P_f + P_{fv} \quad (2.2)$$

As perdas suplementares em carga são finalmente determinadas como sendo:

$$P_{supl} = P_{il} - P_{sep} \quad (2.3)$$

Este método requer a subtração de dois números aproximadamente iguais para se obter o valor relativamente pequeno das perdas suplementares. Deste modo, um grande grau de precisão é exigido, pois um erro insignificante em cada uma das grandes quantidades será significativo no resultado final. Por exemplo, para uma máquina com 90% de eficiência, uma medição não exata de somente 1% produzirá um erro de aproximadamente 100% na determinação do valor das perdas suplementares.

Este método é quase impraticável, especialmente para máquinas com alta eficiência.

### 2.2.2. Método “pump-back”

Este método é similar ao 2.2.1 exceto que a potência de saída é medida eletricamente pelo acoplamento de uma máquina idêntica, que é usada como gerador. Leituras são tomadas em watts, ampères e volts em ambos os terminais de entrada e saída e também do escorregamento e da temperatura dos enrolamentos de ambas as máquinas. Através desses dados, as perdas no cobre podem ser calculadas e as perdas a vazio destas duas máquinas podem ser medidas enquanto elas estão acopladas. As perdas suplementares em carga são calculadas pela equação (2.4).

$$P_{supl} = 0,5 (P_{il2} - P_{sep2}) \quad (2.4)$$

onde  $P_{u2}$  é a potência “perdida” dada pela equação (2.1) para as duas máquinas e  $P_{sep2}$  é a perda total pelo método da separação de perdas da equação (2.2) para as duas máquinas.

Este método tem a mesma desvantagem numérica do método de entrada-saída. Além disso, as perdas suplementares medidas são para as duas máquinas. E é quase impossível se obter duas máquinas absolutamente idênticas; nem é provável que as perdas suplementares sejam iguais para ambas as máquinas abaixo das condições de operação nas quais as medições foram feitas.

### 2.2.3. Calorímetro

O método do calorímetro é implementado para medição do valor do calor transmitido para fora da máquina pelo gás de resfriamento, usualmente o ar.

Este método pode somente ser aplicado praticamente para máquinas grandes e aquelas nas quais o gás de resfriamento é forçado através de passagens específicas. Existem ainda, problemas na medição os quais resultam na redução da exatidão [4].

Um projeto bem sucedido de máquinas elétricas depende do conhecimento de como a temperatura aumenta dentro da máquina. A habilidade de prever uma distribuição de temperatura exata, requer um conhecimento da distribuição de perdas no ferro, características térmicas do material, e as condições de resfriamento, todas muito difíceis de se quantificar. O método de temperatura tempo é proposto para avaliar com exatidão a distribuição da densidade das perdas no ferro em um estator de um motor de indução pela medição dos gradientes de temperatura na máquina [4], [10]. Este método é usado para determinar a distribuição da densidade de perdas, sob várias condições de carga. As perdas suplementares em carga são então calculadas pelos resultados da distribuição da densidade de perda.

#### 2.2.3.1. A técnica temperatura tempo

O método temperatura tempo é baseado no princípio de que as perdas geradas em diferentes partes da máquina podem ser obtidas pela medição da energia absorvida, ou

liberada, quando as condições de operação são alteradas. Permanecendo constantes as condições de resfriamento fornecidas para a duração do teste, a taxa inicial de mudança de temperatura é proporcional a entrada de calor no ponto de medição. Esta análise, entretanto, assume que, durante o período de medição nenhum fluxo de calor ocorre entre as regiões adjacentes desde que seu volume seja significativamente maior do que o ponto na qual a medição é feita [4], [10].

Para um corpo homogêneo multiconectado no qual o calor é gerado e dissipado para regiões circundantes, a equação do balanço do calor é:

$$Q = \sum_{j=1}^n G_j (\theta - \theta_j) + C \frac{d\theta}{dt} \quad (2.5)$$

onde  $Q$  é o calor gerado,  $\theta$  e  $\theta_j$  são as temperaturas do corpo e das regiões circundantes, respectivamente,  $C$  é a capacidade térmica do corpo,  $G_j$  são as condutâncias entre o corpo e a região circundante, e  $n$  é o número de elementos adjacentes. Durante as condições de regime permanente  $d\theta/dt = 0$  e a equação anterior, torna-se:

$$Q = \sum_{j=1}^n G_j (\theta_m - \theta_j) \quad (2.6)$$

onde  $\theta_m$  é a temperatura em regime permanente do corpo. Quando as condições de regime permanente são obtidas, e a entrada de calor  $Q$  removida, a taxa de resfriamento é governada por:

$$\theta = \frac{\sum_{j=1}^n G_j \theta_j}{\sum_{j=1}^n G_j} \left[ 1 - e^{-\frac{1}{C} \sum_{j=1}^n G_j t} \right] + \theta_m e^{-\frac{1}{C} \sum_{j=1}^n G_j t} \quad (2.7)$$

No instante quando a excitação é removida ( $t=0$ ), a inclinação da curva de resfriamento é dada por:

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_{t \rightarrow 0} = \frac{1}{C} \left[ \sum_{j=1}^n G_j \theta_j - \theta_m \sum_{j=1}^n G_j \right] \quad (2.8)$$

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_{t \rightarrow 0} = -\frac{1}{C} \sum_{j=1}^n G_j (\theta_m - \theta_j) \quad (2.9)$$

Combinando as equações, tem-se que a densidade de perdas é dada por:

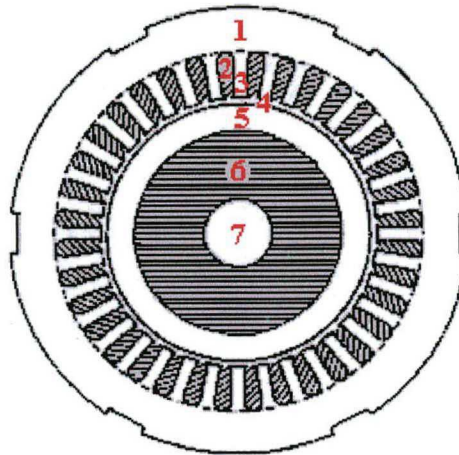
$$Q = -C \left(\frac{d\theta}{dt}\right)_{t \rightarrow 0} \quad (2.10)$$

Para qualquer ponto dentro do volume, a taxa do fluxo do calor (densidade de perdas) é portanto proporcional a taxa inicial de decréscimo da temperatura.

### 2.2.3.2. Medição de temperatura em um teste de motor

As densidades de perdas variam por toda parte da máquina devido aos diferentes níveis de saturação e mecanismos de perdas. Entretanto, para análise, é usual assumir que as densidades de perdas são constantes sob regiões específicas, cada uma das quais é definida devido a distribuição de fluxo na máquina. A Figura 2.1 mostra um diagrama esquemático da discretização de um motor de indução em blocos térmicos. Cada bloco se ajusta a uma forma regular, por exemplo, aneliforme ou retangular. Para medir a temperatura e a densidade de perdas média do bloco, termopares são inseridos em locais correspondentes a temperaturas médias teóricas. Se a temperatura tempo é disponível, a densidade de perdas localizadas pode então ser calculada pelo seu gradiente inicial.



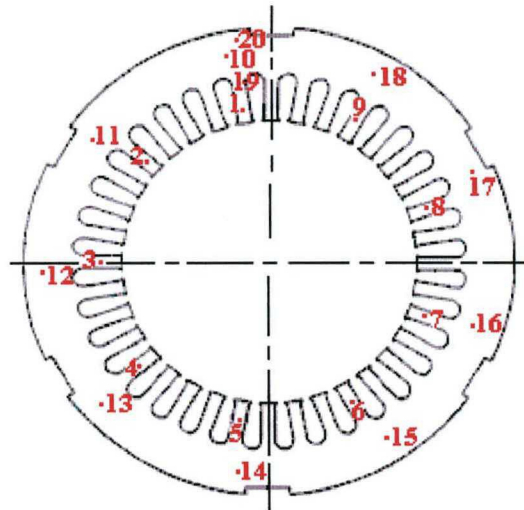


**Figura 2.1** – Vista transversal do motor e sua divisão em componentes térmicas básicas: (1) coroa do estator; (2) cobre do estator; (3) dentes do estator; (4) entreferro; (5) cobre do rotor; (6) ferro do rotor; (7) eixo.

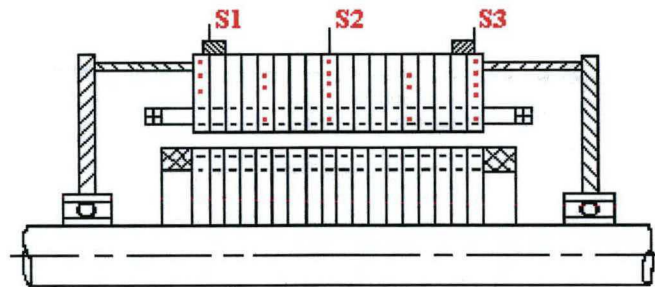
Os sensores usados são os mais finos possíveis, particularidade importante quando se considera tempos de medições curtos, para reduzir a influência de sua massa térmica sobre a taxa de temperatura localizada. Os termopares costumam ser de revestimento mineral e preenchidos de óxido magnésio. Eles são encaixados em orifícios usando uma cola com alta condutividade térmica para dar um bom contato térmico.

O número de termopares requeridos para mapear a distribuição da densidade de perdas com exatidão é grande e um compromisso com exatidão e efeitos nocivos de modificação do circuito magnético deve ser realizado. No motor de teste, três seções  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$  foram selecionadas para medição das distribuições da densidade de perdas circunferencial, axial e radial [4], [10]. A localização dos termopares em uma seção transversal típica  $S_1$  é mostrada na Figura 2.2. Embora alguns termopares são mostrados estando localizados sobre um raio comum, por exemplo, termopares 19 e 20, os orifícios são de fato deslocados axialmente por 1mm para facilitar o posicionamento exato do sensor. Termopares foram também inseridos em  $L/4$  e  $3L/4$  ( $L$  sendo o comprimento axial), como mostra a Figura 2.3, para se obter uma melhor distribuição da densidade de perda axial. Nesta análise, as perdas no ferro do rotor foram assumidas serem desprezíveis, devido as baixas frequências de escorregamento, alta isolamento da barra/laminação da gaiola e grande área da seção transversal da barra da gaiola. Todavia, os termopares foram também inseridos dentro do rotor para medir a temperatura. Estes foram conectados a um anel deslizante de prata de baixo ruído montado por fios enrolados acomodados em um orifício que atravessa o eixo. No total, 64 termopares foram

colocados no motor de teste para mapear a distribuição da densidade de perdas volumétricas no estator [4], [10].



**Figura 2.2** – Localização dos termopares no motor de teste: seção transversal  $S_1$ .



**Figura 2.3** – Localização dos termopares no motor de teste: seção axial  $S_4$ .

### 2.2.3.3. Procedimento Experimental

O equipamento de teste inclui um motor de indução sem carcaça de 4 pólos, 4 KW, 3 fases construídas especialmente, mecanicamente acoplado com uma máquina DC de 5 KW excitada separadamente a qual é operada como um dinamômetro e como motor. Os detalhes do projeto do motor são dados na Tabela 2.1.

<b>DETALHES DO PROJETO</b>	
Potência de saída nominal	4 KW
Tensão de linha nominal	415 Volts
Corrente de linha nominal	8,4 Ampères
Número de pólos	4
Enrolamentos do estator	$\Delta$
Ranuras do estator (semi fechadas)	36
Ranuras do rotor (semi fechadas)	32
Relação de ranhura rotor/estator	0,89
Inclinação das barras do rotor	1,25
Classe de isolamento	F
Gaiola do rotor	Isolada

**Tabela 2.1** – Detalhes do projeto do motor.

Para se obter medições válidas com o método de temperatura tempo, as seguintes condições devem ser satisfeitas:

- (i) todo o motor deve ter atingido a temperatura permanente (condição estável);
- (ii) na inicialização da gravação dos dados, a fonte de perdas e carga deve ser removida simultaneamente, e;
- (iii) as condições de resfriamento devem permanecer constantes durante todo o teste.

Condições (ii) e (iii) exigem que a entrada do motor de indução deva ser desligada e que um motor acionador seja introduzido simultaneamente para manter as mesmas condições de resfriamento. A Figura 2.4 mostra um diagrama esquemático de um circuito elétrico o qual permite que todas as exigências sejam satisfeitas simultaneamente pela ativação de uma única chave [4]. Os termopares são monitorados usando um microprocessador de 10 canais baseado na interface entre grupos de termopares e um microprocessador particular.

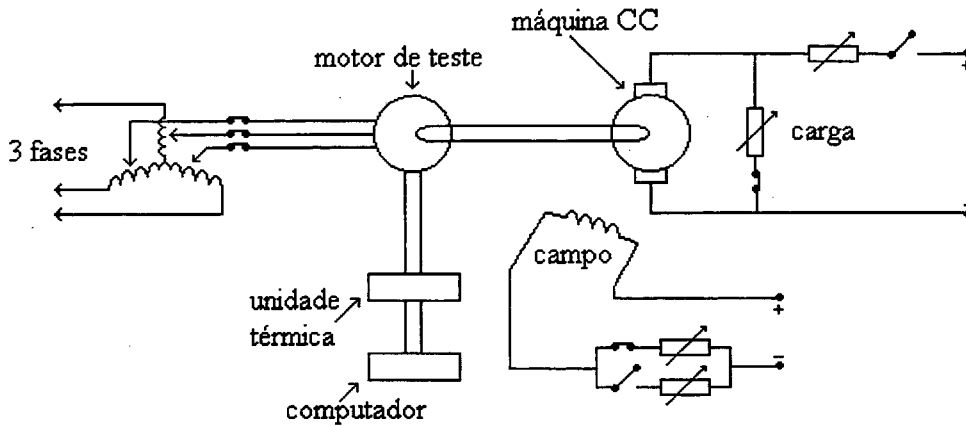


Figura 2.4 – Diagrama esquemático do equipamento de teste.

Testes foram conduzidos nas condições de pouca carga, meia carga e plena carga, para calcular as distribuições da densidade de perdas e as perdas suplementares em carga. Para cada teste, o perfil da temperatura tempo foi medido e a densidade de perdas calculada para cada um dos termopares localizados no motor. Os resultados e discussões podem ser encontrados em [4].

#### 2.2.4. Dinamômetro diferencial

O teste do dinamômetro diferencial é uma forma modificada do teste de “pump-back” o qual utiliza um dinamômetro ora como carga, ora como fonte primária para impulsionar o motor no lugar de uma máquina duplicada. A primeira parte do teste é conduzida com o motor impulsionando o dinamômetro e tomando as leituras de vários pontos de carga exatamente como descrito pelo método de entrada-saída. Na segunda parte, o dinamômetro impulsiona o motor que agora opera como um gerador de indução. A saída para cada ponto de carga é ajustada para ser igual a entrada do motor durante a primeira parte do teste.

As perdas totais para a máquina operando como motor e gerador pode ser calculada pela definição nas leituras da escala do dinamômetro e será denotada aqui como  $P_{il2}$ .

A perda suplementar total é dada pela equação (2.11).

$$P_{supl} = f_p (P_{il2} - P_{sep2}) \quad (2.11)$$

onde  $P_{sep2}$  é dada pela equação (2.2) e  $f_p$  é um fator de proporção, ambos calculados para a máquina operando como motor e como gerador.

Ainda que este método elimine alguns dos problemas sofridos pelo método “pump-back”, este ainda sofre de alguns problemas numéricos notados na seção 2.2.1.

### 2.2.5. Diferencial mecânico

Duas máquinas de indução “idênticas” são acopladas no eixo principal de um diferencial mecânico [3], [9]. Ambas as máquinas são conectadas em uma fonte elétrica comum de modo que elas girem em direções opostas. Quando ambas as máquinas girarem em uma mesma velocidade a gaiola diferencial permanece estacionária. Se esta gaiola é girada, uma das máquinas de indução acelera e começa a atuar como um gerador de indução, enquanto a outra reduz sua velocidade e começa a fornecer potência mecânica para o gerador de indução através do diferencial mecânico. Ajustando-se a velocidade de rotação da gaiola diferencial, é possível variar a carga do motor e gerador de vazio até a plena carga [3], [9].

A fonte elétrica providencia todas as perdas no sistema, exceto a combinação das perdas do rotor: estas são obtidas pela tração mecânica da gaiola diferencial. Deste modo, se a soma de todas as perdas no sistema,  $P_{seps}$ , (com a exceção das perdas suplementares em carga e as perdas do rotor) é subtraída da potência total elétrica de entrada do sistema,  $P_{ils}$ , é possível de se obter o valor para a combinação das perdas suplementares em carga, dada pela equação (2.12).

$$P_{supl} = 0,5(P_{ils} - P_{seps}) \quad (2.12)$$

A principal dificuldade com este método é que as perdas mecânicas no diferencial são difíceis de se determinar precisamente. A exigência de duas máquinas idênticas também é difícil de se satisfazer.

### 2.2.6. Teste “back-to-back”

Duas máquinas de indução (não necessariamente idênticas) estão mutuamente acopladas com um dinamômetro. O dinamômetro está fixado sobre uma chapa assentada estacionária, enquanto os estatores das duas máquinas de indução estão fixados juntos e estão livres para girarem sobre seus próprios mancais. Uma máquina de indução opera como gerador, e é girada com uma velocidade  $n_g$ , enquanto a outra opera como um motor e gira numa velocidade  $n_m$  (r.p.s.), isto é  $n_g > n_{síncrona} > n_m$ . As duas velocidades  $n_g$  e  $n_m$  podem ser ajustadas até as carcaças dos dois estatores não terem a tendência de girar, o que significa que os torques nos dois acoplamentos são iguais. Se, neste ponto de equilíbrio, a entrada elétrica para as duas máquinas de indução é  $P_{ac}$ , a perda elétrica total  $P_{u2}$  de ambas as máquinas é dada por [3]:

$$P_{u2} = P_{ac} + 2 \pi (n_g - n_m) T \quad (2.13)$$

A perda suplementar é aproximadamente,

$$P_{supl} = P_{ac} - (P_{fe1} - P_{an1}) \quad (2.14)$$

onde  $P_{fe1}$  e  $P_{an1}$  são as perdas no núcleo e no cobre do estator, respectivamente e  $T$  é o torque.

A perda suplementar obtida por este método é aproximada porque o método supõe a componente de perda de carga  $2 \pi (n_g - n_m) T$  sendo igual as perdas no cobre do rotor nas duas máquinas. Também, o fato de que as perdas suplementares obtidas serão divididas igualmente entre duas máquinas não idênticas operando em diferentes modos, é questionável. Este arranjo pode não ser apropriado para máquinas grandes.

### 2.2.7. Teste de curto-circuito AC/DC

Este consiste de três testes separados [2], [3]:

- (i) teste com o rotor removido;
- (ii) teste de curto-circuito dc ou síncrono, e
- (iii) teste de curto-circuito ac ou assíncrono.

Linkh sugeriu em 1929, que as perdas suplementares em carga no motor de indução deveriam ser medidas de uma maneira similar aquelas usadas para máquinas síncronas. Uma das sugestões básicas foi comparar o teste de curto circuito assíncrono realizado com rotor bloqueado com um teste de curto circuito síncrono realizado na velocidade síncrona [1]. Depois de feito um reconhecimento das perdas normais, a diferença entre a entrada mecânica no segundo teste e a entrada elétrica no primeiro teste deveria ser as perdas suplementares em carga devido a rotação, isto é, as perdas classes 4 - 7, 8 a e 9 a da Tabela 1.1 do capítulo precedente.

#### i) Teste com rotor removido:

As perdas suplementares do estator são medidas com o rotor removido aplicando-se corrente polifásica balanceada nos terminais do enrolamento do estator. O valor da potência de entrada menos as perdas  $I^2R$  do estator é considerado como as perdas suplementares em carga no estator devido a frequência fundamental,  $P_{sup\,iff}$  [2], [3].

Sabendo-se, antecipadamente, os valores das correntes de carga no estator sob diversas condições de carga, a perda suplementar pode ser medida usando-se a corrente da equação (2.15).

$$I = \sqrt{I_1^2 - I_m^2} \quad (2.15)$$

onde  $I_1$  é a corrente de carga do estator e  $I_m$  é a corrente magnetizante.

Este teste, refere-se as classes 8a e 9a da Tabela 1.1, vista no capítulo precedente. Uma investigação detalhada seria requerida para comprovar o efeito dos diferentes parâmetros antes

da aceitação deste teste. A eficácia do teste é geralmente relacionada com o tamanho da máquina [1].

ii) Teste de curto-circuito DC (síncrono):

Este teste consiste da passagem de corrente contínua através do estator do motor de indução enquanto o rotor é posto a girar na velocidade síncrona. O aumento líquido na potência mecânica requerida para girar o rotor nesta circunstância é medido e é denominado “watts rotacional”,  $P_r$ . O “watts rotacional” contém as perdas do rotor à frequência fundamental, somado as perdas em altas frequências causadas pela rotação do rotor. A corrente contínua deve ser escolhida para corresponder ao valor de pico da correspondente corrente alternada em carga [3].

iii) Teste de curto-circuito AC (assíncrono):

Este é basicamente o teste do rotor bloqueado normal. A potência líquida de entrada,  $P_{rotorff}$ , é assumida como sendo integralmente as perdas na frequência fundamental do rotor.

As perdas suplementares em carga são dadas pela equação (2.16) [3]:

$$P_{supl} = P_{suplff} + P_r - P_{rotorff} \quad (2.16)$$

### 2.2.8. Teste de rotação reversa

Este teste consiste de duas partes, as quais são determinadas separadamente [3]:

- (i) perdas por correntes de Foucault no estator determinada pelo teste de curto circuito com rotor removido (frequência fundamental);
- (ii) perdas em altas frequências no rotor e estator determinadas pelo teste de rotação reversa.



(i) Teste com rotor removido:

Tendo o motor com o rotor removido, aplica-se a tensão e frequência nominal até circular a corrente de teste. Sabendo-se, antecipadamente, o valor da corrente de carga no estator nos diversos pontos de carga e a corrente a vazio do motor obtida na tensão nominal, tem-se que a corrente de teste é determinada pela equação (2.17). Mede-se, então, a potência absorvida pelo estator ( $P_{rr}$ ). Esta medida é realizada sob diversas condições de carga (entre 25% e 150% de carga).

$$I_t = \sqrt{I^2 - I_o^2} \quad (2.17)$$

onde:

$I_t$  - corrente de teste em Ampères.

$I$  - corrente do motor em um determinado ponto de carga em Ampères.

$I_o$  - corrente a vazio do motor na tensão nominal em Ampères.

Deste modo, a perda suplementar na frequência nominal é dada por:

$$P_{\text{suplff}} = P_{rr} - 1,5 R I_t^2 \quad (2.18)$$

onde:

$P_{rr}$  - potência absorvida com rotor removido em Watts.

$R$  - resistência de linha do estator, medida por uma ponte Kelvin em ohms.

$I_t$  - corrente de teste em Ampères.

(ii) Teste de rotação reversa:

Este teste consiste em acelerar o motor até a rotação síncrona e então energizá-lo de modo que a força magnetomotriz gire em oposição ao sentido do giro do motor acionado.

São feitas leituras de potência absorvida ( $P_r$ ) e conjugado, utilizado para calcular a potência útil no eixo do motor ( $P_u$ ) para cada um dos valores de corrente de teste, na qual deseja-se obter a perda suplementar, além de medir-se o conjugado desenvolvido pelo motor desenergizado (utilizado para calcular a perda mecânica do motor,  $P_{mec}$ ) na rotação síncrona.

As perdas suplementares de alta frequência podem ser calculadas segundo a equação (2.19):

$$P_{sup\ lhf} = (P_u - P_{mec}) - (P_r - P_{sup\ lff} - 1,5 R I_t^2) \quad (2.19)$$

onde:

$P_u$  - potência mecânica útil no eixo em Watts.

$P_{mec}$  - perda mecânica em Watts.

$P_r$  - potência absorvida na rotação reversa em Watts.

$P_{sup\ lff}$  - perda suplementar na frequência fundamental em Watts.

$R$  - resistência de linha do estator, medida por uma ponte Kelvin em ohms.

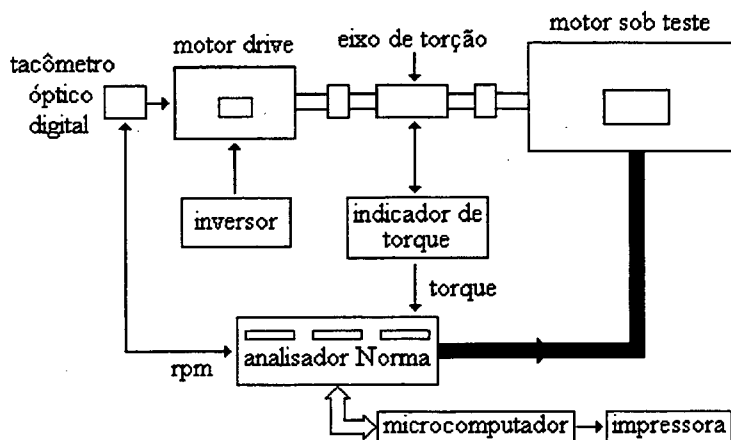
$I_t$  - corrente de teste em Ampères.

As perdas suplementares do motor podem ser calculadas somando-se as perdas na frequência nominal com as perdas em alta frequência, ou seja:

$$P_{sup\ l} = P_{sup\ lff} + P_{sup\ lhf} \quad (2.20)$$

Para a realização do teste de rotação reversa a WEG MOTORES LTDA, montou um sistema de aquisição automatizado, cujo diagrama genérico está mostrado na Figura 2.5.

No Anexo A, apresentam-se as fotos deste sistema de aquisição.



**Figura 2.5** - Sistema de aquisição automatizado para ensaio de rotação reversa.

MORGAN [12] apresenta algumas **vantagens** do teste de rotação reversa:

1. Este método fornece resultados com boa exatidão e ao mesmo tempo é um teste simples e fácil de se executar.
2. O valor das perdas pode ser determinado rapidamente sem o uso de uma aparelhagem especial, a única exigência é uma fonte de potência com tensão polifásica ajustável e um motor de teste no qual a perda será determinada.
3. Cálculos laboriosos são evitados e a determinação final do valor da perda suplementar em carga pode ser obtida de uma maneira rápida e por um cálculo simples usando as quantidades medidas.

MORGAN [14] também apresenta algumas **desvantagens** do teste de rotação reversa:

1. O ferro do motor trabalha em baixa saturação durante esse teste o que tende a dar um valor maior de perda suplementar em carga do que existiria sob condições normais de saturação.
2. A velocidade é levemente maior do que a velocidade normal de operação, o que resulta em um valor levemente maior de perda suplementar em carga (a qual varia com o quadrado da velocidade).
3. Durante o teste a diferença entre a corrente no estator e a corrente no rotor é pequena, enquanto que em operação normal essa diferença é maior. Esse aumento na corrente do rotor sob as condições de teste dá um valor maior de perda suplementar do que de fato existiria sob condições de operação normal.

A comparação dos resultado obtidos pelo método de rotação reversa com outros métodos de medição pode ser encontrado em [11].

A Tabela 2.3 mostra uma comparação dos testes de medição [3]:

Métodos de Teste	Notas	Observações gerais
Entrada/saída	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Susceptível a não exatidão.</li> <li>• Difícil de executar.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Complicado.</li> </ul>
“Pump-back”	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Susceptível a não exatidão.</li> <li>• Difícil de executar.</li> <li>• “Totalidade idêntica” das máquinas são impossíveis.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Não econômico.</li> </ul>
Calorímetro	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Limitado para algumas máquinas.</li> <li>• Não exato.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Direto.</li> </ul>
Dinamômetro diferencial	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Susceptível a não exatidão.</li> <li>• Difícil de executar.</li> </ul>	
Diferencial mecânico	<ul style="list-style-type: none"> <li>• “Totalidade idêntica” das máquinas são impossíveis.</li> <li>• Perdas mecânicas são difíceis de serem determinadas precisamente.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propenso a não exatidões devido as dificuldades de medição.</li> </ul>
“Back-to-back”	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Valor de perda obtida é uma aproximação.</li> <li>• Perdas repartidas igualmente entre máquinas não idênticas é questionável.</li> <li>• Não disponível para máquinas grandes.</li> </ul>	
Curto circuito AC/DC	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Item 2.2.7.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Simples.</li> <li>• Econômico.</li> </ul>
Rotação reversa	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Item 2.2.8.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Indireto.</li> <li>• Baseados em muitas suposições com validades questionáveis.</li> </ul>

**Tabela 2.3 - Comparação dos testes de medição.**

### 2.3. CONCLUSÃO

Neste Capítulo foram relatados os testes para medição das perdas suplementares e percebe-se que nenhuma técnica avaliada fornece informações exatas sobre as perdas suplementares.

Os métodos entrada saída, “pump-back”, calorímetro, dinamômetro diferencial, diferencial mecânico e back-to-back sofrem da falta de confiança dos resultados devido a imprecisão inerente na medição ou de condições impossíveis de implementação, tais como obtenção de duas máquinas idênticas. Alguns países, como por exemplo a Inglaterra, consideram as perdas suplementares como 0,5% da potência absorvida pelo motor.

Já, os testes de curto circuito AC/DC e o de rotação reversa são mais fáceis e mais econômicos para serem implementados, porém apresentam uma incerteza em seus resultados, resultante do fato de que as condições do fluxo durante esses testes são diferentes daquelas existentes devido as condições de plena carga.

Por uma razão ou outra, nenhum destes métodos conquistaram aceitação ampla no mundo.

## CAPÍTULO III

### CÁLCULO DAS PERDAS SUPLEMENTARES

#### 3.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentar-se-ão as expressões analíticas para o cálculo das perdas suplementares em carga, o cálculo das perdas no ferro usando o método de separação de perdas e a metodologia desenvolvida para calcular as perdas suplementares em carga usando o método de elementos finitos.

Existem alguns artigos que tem como objetivo calcular as perdas suplementares em carga em motores de indução. ALGER [6] utiliza equações analíticas para calcular essas perdas, as quais serão apresentadas no próximo item. HO [28], em um de seus trabalhos, utiliza o método de elementos finitos em 2D para obter as correntes e as densidades de fluxo magnético no motor, decompõe essas variáveis em séries de Fourier e calcula as perdas suplementares devido aos harmônicos nos condutores do estator, harmônicos nas barras do rotor e harmônicos no ferro. Em outro trabalho [29] [30], HO utiliza o acoplamento entre os métodos de elementos finitos em 2D e 3D para calcular as perdas suplementares em carga. Todos esses trabalhos baseiam-se em calcular as componentes da perda suplementar em carga separadamente e depois somá-las para obter o valor total.

A metodologia adotada neste trabalho calcula o valor total da perda suplementar em carga, sem dividi-la em suas componentes.

#### 3.2. FÓRMULAS ANALÍTICAS

Este item apresenta algumas fórmulas aproximadas para as perdas suplementares em carga de um motor de indução. Estas fórmulas são dimensionalmente corretas, de maneira que possam indicar os efeitos das variações nos parâmetros de projeto do motor.

De acordo com ALGER [6], [7], é conveniente dividir as perdas suplementares em seis componentes, as quais serão consideradas independentemente. Elas são:

1. Perdas devido às correntes induzidas no cobre do estator, devido ao fluxo de dispersão na ranhura.
2. Perdas na cabeça de bobina do motor, devido ao fluxo disperso na cabeça de bobina.
3. Perdas superficiais de alta frequência no rotor e estator, devido ao fluxo de dispersão zig-zag.
4. Perdas joules no rotor e perdas de pulsação nos dentes em alta frequência, devido ao fluxo de dispersão zig-zag.
5. Perdas joules no rotor, devido a corrente circulante induzida pelo fluxo de dispersão zona de fase do estator.
6. Perdas extra no ferro em motores com ranhuras inclinadas, devido ao fluxo de dispersão por inclinação.

Está além do objetivo deste trabalho apresentar a dedução detalhada dessas equações. Um leitor interessado, que deseje mais detalhes que os dados aqui, pode consultar as referências [2], [5], [6] e [7].

### **3.2.1. Perdas devido ao fluxo disperso na ranhura do estator**

Estas perdas surgem principalmente com o aumento da resistência dos condutores do estator, devido ao efeito pelicular ou a concentração de corrente em outras partes dos condutores, as quais estão concatenadas pelo fluxo disperso. A distribuição de corrente nos condutores não é uniforme e a resistência efetiva do enrolamento é maior que a resistência em corrente contínua gerando perdas suplementares.

Além disso, normalmente são colocados mais de uma camada de condutores nas ranhuras do estator, onde aparece o fenômeno denominado “efeito de proximidade” que acarreta em maior concentração de corrente na superfície dos condutores que estão na parte inferior da ranhura (região da ranhura mais próxima do entreferro). Esse efeito também gera perdas suplementares.

A relação entre a resistência em corrente alternada e a resistência em corrente contínua é dada pela equação (3.1); onde  $\phi(\alpha d)$  é denominado de fator de correção devido ao efeito pelicular e  $\varphi(\alpha d)$  é o fator de correção devido ao efeito de proximidade [14].

$$\frac{R_{ac}}{R_{dc}} = \phi(\alpha d) + \frac{nca^2 - 1}{3} \varphi(\alpha d) \quad (3.1)$$

onde:

$$\alpha = \sqrt{\pi f \mu_o \sigma} \quad (3.2)$$

$$\phi(\alpha d) = \alpha d \left[ \frac{\sinh(\alpha d) + \sin(2\alpha d)}{\cosh(\alpha d) - \cos(2\alpha d)} \right] \quad (3.3)$$

$$\varphi(\alpha d) = 2\alpha d \left[ \frac{\sinh(\alpha d) - \sin(\alpha d)}{\cosh(\alpha d) + \cos(\alpha d)} \right] \quad (3.4)$$

onde:

$R_{ac}$  - resistência em corrente alternada em ohms.

$R_{dc}$  - resistência em corrente contínua em ohms.

$nca$  - número de camadas dos enrolamentos do estator.

$\mu_o$  - permeabilidade do ar em Henry/metro.

$\sigma$  - condutividade em  $(\Omega.m)^{-1}$ .

$f$  - frequência em Hertz.

$d$  - altura do condutor em metros.

A perda suplementar devido a dispersão do fluxo na ranhura do estator, é obtida pela diferença entre a perda joule com a resistência em corrente alternada e a perda joule com a resistência em corrente contínua.

### 3.2.2. Perdas devido ao fluxo disperso na cabeça de bobina

Estas perdas são devido às correntes induzidas estabelecidas na estrutura terminal da máquina pelos fluxos dispersos, os quais entram nas laminações em uma direção axial e também penetram em outras partes metálicas adjacentes.



As perdas são maiores quando o comprimento da cabeça de bobina é maior, a distância entre os centros das correntes polifásicas no estator e rotor é maior, e quando há proximidade do ventilador e outras partes metálicas à cabeça de bobina [7].

A forma usual da cabeça de bobina do enrolamento do estator, junto com as várias configurações dos anéis de curto circuito de um rotor em gaiola ou com a cabeça de bobina de um rotor bobinado, dão uma distribuição de fluxo tridimensional complicada de se resolver com exatidão. Contudo, o princípio da superposição permite que o campo total seja dividido em componentes, cada uma das quais pode ser visualizada e calculada aproximadamente. Desta maneira, os efeitos de uma mudança arbitrária no projeto de cada elemento podem ser verificados e a reatância total da cabeça de bobina pode ser estimada com boa aproximação.

A parte do fluxo disperso na cabeça de bobina que causa a maioria das perdas nessa região é aquela devido as componentes periféricas das correntes nas cabeças de bobina do estator e rotor, visto que este fluxo flui em planos radiais. A reatância devido a essas correntes periféricas pode ser calculada assumindo que elas fluem em círculos concêntricos com o eixo, e aplicando fórmulas disponíveis para a indutância de bobinas circulares concêntricas. Então, a parte da reatância devido ao fluxo entrando nas laminações do estator axialmente pode ser estimada tomando a diferença entre a reatância calculada com as bobinas circulares no ar, e aquela calculada quando um plano magnético é localizado próximo as bobinas para representar o plano do núcleo na região terminal da máquina [6], [7].

A fórmula para a perda na cabeça de bobina que resulta desse procedimento é dada pela equação (3.5) [6].

$$P_E = 0,3 m_1 I^2 \left[ \frac{1,6 f m_1 N_1^2 D_1}{P^2 10^7} \log \left( 1 + \frac{A^2}{Y_1 Y_2} \right) \right] \quad (3.5)$$

Essa equação é baseada na geometria da Figura 3.1, onde:

$P_E$  - perda em Watts na cabeça de bobina do estator.

$I$  - corrente eficaz de fase do enrolamento do estator em Ampères.

$f$  - frequência da linha.

$m_1$  - número de fases.

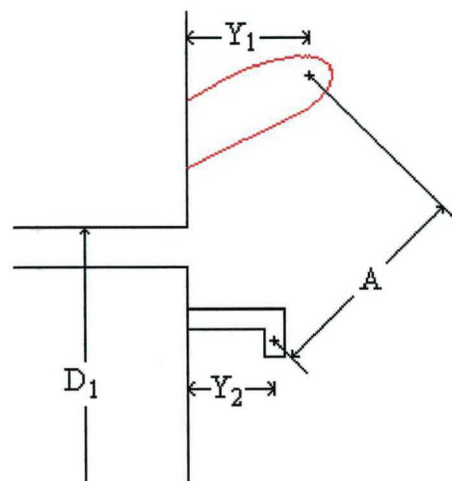
$N_1$  - número de espiras dos enrolamentos efetivos em série por fase.

$P$  - número de pólos.

$D_1$  - diâmetro do entreferro em polegadas.

$A$  - distância inclinada, em polegadas, entre os centros das correntes periféricas do estator e rotor.

$Y_1, Y_2$  - distâncias axiais, em polegadas, entre os centros das correntes periféricas do rotor e estator e a região terminal do núcleo laminado.



**Figura 3.1** – Estrutura da cabeça de bobina de um motor de indução.

A equação (3.5) assume que a perda suplementar na cabeça de bobina é igual ao produto de um fator empírico (0,3) vezes a porção em Kilovolt-ampère devido ao fluxo entrando axialmente nas laminações [6].

### 3.2.3. Perdas superficiais devido ao fluxo de dispersão zig-zag

As quedas da distribuição do fluxo no entreferro, devido as aberturas das ranhuras; e também os degraus na distribuição da força magnetomotriz, devido a concentração de correntes nas ranhuras, causam pulsações na densidade de fluxo radial ao redor do entreferro. Essas pulsações produzem perdas devido às correntes induzidas nas laminações e são geralmente chamadas de perdas superficiais.

Como as aberturas da ranhura do estator causam perdas a vazio, enquanto que os degraus da força magnetomotriz causam perdas em carga, é necessário fazer uma cuidadosa distinção entre elas.

De acordo com ALGER [6], os degraus da onda de força magnetomotriz produzido pela corrente de carga criam harmônicos de campo como os harmônicos de permeância magnética a vazio, exceto pela magnitude e o ângulo de fase.

A perda superficial do rotor devido a corrente de carga é dada pela equação (3.6).

$$P_{s2} = 2 D_1 L \left( \frac{I}{N_s I_o} \right)^2 \left( \frac{B_g}{B_{ref}} \right)^2 C_{s2} \lambda_1 \quad (3.6)$$

Por analogia com a equação (3.6), a perda superficial no estator é expressa pela equação (3.7).

$$P_{s1} = 2 D_1 L \left( \frac{I}{N_r I_o} \right)^2 \left( \frac{B_g}{B_{ref}} \right)^2 C_{s1} \lambda_2 \quad (3.7)$$

onde:

$P_{s1}$  - perdas superficiais em Watts no estator.

$P_{s2}$  - perdas superficiais em Watts no rotor.

$D_1$  - diâmetro do entreferro em polegadas.

$L$  - comprimento do núcleo em polegadas.

$B_g$  - densidade média de fluxo sobre a área efetiva do entreferro, em kilolinhas por polegada ao quadrado.

$B_{ref}$  - indução em 100kilinhas por polegada ao quadrado (1,55 Tesla).

$N_r$  - número de ranhuras por pólo no rotor.

$N_s$  - número de ranhuras por pólo no estator.

$I$  - corrente eficaz da carga no estator em Ampères.

$I_o$  - corrente eficaz a vazio no estator em Ampères.

$C_{s1}$  - coeficiente de perda no ferro do estator, da Figura 3.2, em Watts por polegada ao cubo para a freqüência na ranhura do rotor.

$C_{s2}$  - coeficiente de perda no ferro do rotor, da Figura 3.2, em Watts por polegada ao cubo para a freqüência na ranhura do estator.

$$\lambda_1 - \text{passo de ranhura do estator em polegadas} = \frac{\pi D_1}{N_s}$$

$$\lambda_2 - \text{passo de ranhura do rotor em polegadas} = \frac{\pi D_1}{N_r}$$

A perda superficial é dada pela soma das equações (3.6) e (3.7).

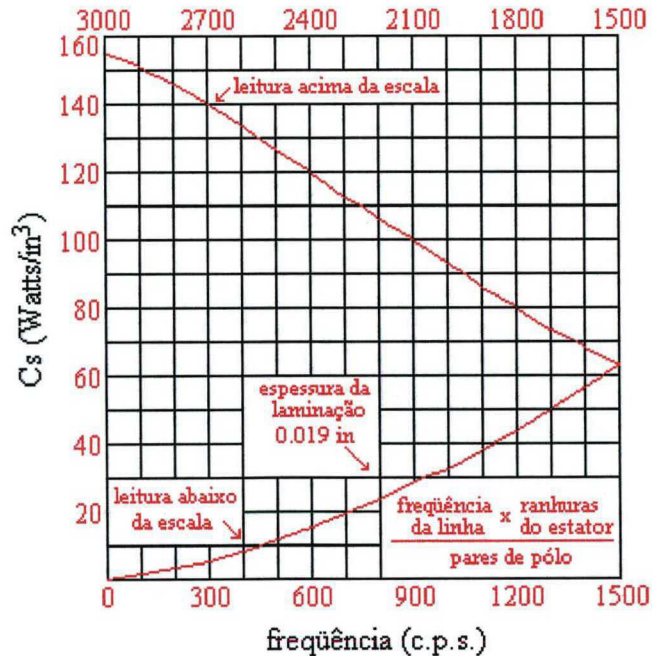


Figura 3.2 – Coeficiente de perda no ferro em Watts/polegada ao cubo.

### 3.2.4. Perdas joules e de pulsação no rotor devido ao fluxo dispersão zig-zag

Se o rotor e o estator tivessem o mesmo número de ranhuras, cada passo de ranhura do rotor seria aproximadamente igual a  $360^\circ$  dos harmônicos de ranhura do estator e, desse modo, nenhuma parte desses harmônicos de campo iriam cair no dente do rotor, e nenhuma corrente seria induzida no enrolamento do rotor. Nesse caso, a única perda de alta frequência no rotor seria a perda superficial.

Se o número de ranhuras do rotor forem da ordem de duas vezes o número de ranhuras do estator ou mais, e se as ranhuras do rotor forem abertas, praticamente todos os harmônicos de fluxo da ranhura do estator irão cair no dente do rotor, e induzirão tensões nos enrolamentos do rotor.

Portanto, as perdas de pulsação e as perdas joules nos dentes do rotor aumentam quando a relação entre ranhuras do rotor e estator afasta-se da unidade.

A perda por pulsação nos dentes do rotor é considerada desprezível para alguns pesquisadores, pois alega-se que as correntes que fluem nas barras curto circuitadas tenderiam a cancelar a pulsação do fluxo. No entanto, isto só ocorre para barras puramente indutivas [5].

LIPPO [5] desenvolveu uma fórmula analítica para o cálculo das perdas por pulsação nos dentes, mas a equação só é válida para o funcionamento do motor a vazio e desse modo, seu valor está incluído na perda no ferro a vazio.

A pulsação do fluxo também causa perdas joule nas barras do rotor [6], dada pela equação (3.8).

$$P_z = C_p m I^2 k_s R_{2b} \quad (3.8)$$

onde:

$P_z$  - perda joule nas barras do rotor em Watts.

$C_p$  - fator de perdas dado pela equação (3.9).

$R_{2b}$  - resistência da barra do rotor referida ao estator, em ohms por fase.

$k_s$  - relação da (resistência em corrente alternada / resistência em corrente contínua) para as barras do rotor na frequência apropriada.

A expressão geral para o fator de perdas  $C_p$  é expressa por [2]:

$$C_p = \left(\frac{4}{\pi^2}\right)^2 \left\{ \left[ \frac{N_r^2}{(2N_s + 1)^2} \operatorname{sen}^2\left(\frac{2N_s + 1}{2N_r}\pi\right) \right]^2 + \left[ \frac{N_r^2}{(2N_s - 1)^2} \operatorname{sen}^2\left(\frac{2N_s - 1}{2N_r}\pi\right) \right]^2 \right\} \quad (3.9)$$

onde:

$N_s$  - número de ranhuras do estator por pólo.

$N_r$  - número de ranhuras do rotor por pólo.

O valor de  $k_s$  depende da forma da barra do rotor. Formas de barras especiais, as quais são projetadas para atingir torques de partidas elevados, automaticamente aumentam o  $k_s$  [2].

a) *Barras retangulares:*

Para barras rotóricas retangulares,

$$k_s = 0,35 d \sqrt{\left(\frac{w_c}{w_s} f_n c\right)}, \quad (k_s > 2) \quad (3.10)$$

onde:

$d$  - profundidade das barras do rotor em polegadas.

$w_c$  - largura da barra do rotor em polegadas.

$w_s$  - largura da ranhura do rotor em polegadas.

$c$  - razão de condutividade das barras para cobre em 75°C.

$f_n$  - frequência do rotor, c/s, devido ao  $n^{\text{th}}$  harmônico.

b) *Barras cônicas “tapered bars”:*

Para barras rotóricas cônicas, o valor de  $k_s$  é obtido através de curvas [2]. Um exemplo dessas curvas é dado na Figura 3.3.

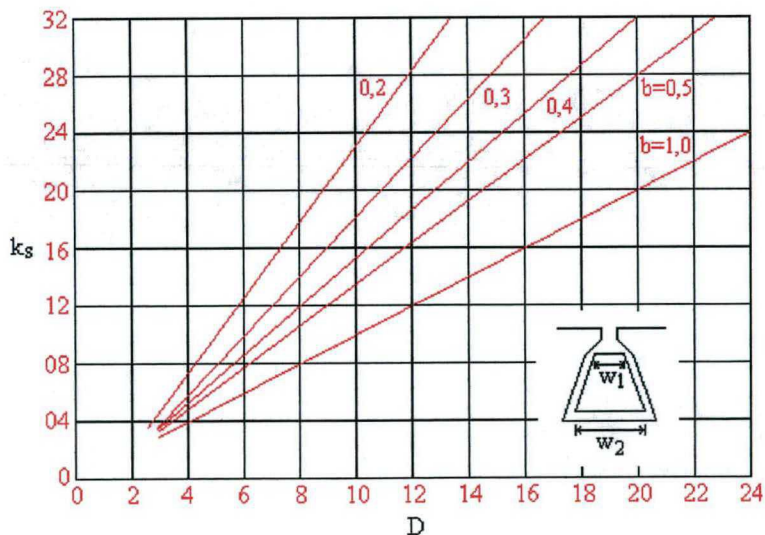


Figura 3.3 – Relação do efeito pelicular para barras rotóricas cônicas.

Sendo que  $D$  é expressa pela equação abaixo:

$$D = 2,54 d \sqrt{\frac{w_c}{w_s} \frac{f_n}{50} \frac{2b}{\rho}}$$

onde:

$d$  - profundidade das barras do rotor em polegadas.

$w_c$  - largura da barra do rotor em polegadas.

$w_s$  - largura da ranhura do rotor em polegadas.

$\rho$  - resistividade específica em  $\mu\Omega/cm^3$ .

$f_n$  - frequência do rotor, c/s, devido ao  $n^{\text{th}}$  harmônico.

$b$  - relação entre  $\frac{w_1}{w_2}$ .

### 3.2.5. Perdas devido ao fluxo disperso na zona de fase

Os harmônicos de campo de baixa ordem devido as zonas de fase dos enrolamentos do estator também induzem correntes no rotor. Eles são pequenos em máquinas de rotor bobinado, assim somente os motores de indução de gaiola serão considerados aqui. Para esses campos, a impedância de um rotor de gaiola é pequena comparada com a reatância magnetizante quando o motor está operando a plena carga. Por conseguinte, supõe-se que toda corrente de carga do estator flui através do rotor pelos harmônicos de zona de fase.

De acordo com ALGER [6], a perda suplementar devido a dispersão de zona de fase é dada pela equação (3.11).

$$P_B = m_1 I^2 k_s R_{2b} \left[ \frac{k_{2m-1}^2 + k_{2m+1}^2}{k_1^2} \right] \quad (3.11)$$

onde:

$P_B$  - perda devido a dispersão na zona de fase em Watts.

$m_1$  - número de fases do estator.

$k_1$  - fator de enrolamento dado pelo produto entre o fator de distribuição ( $k_{d1}$ ) e o fator de passo ( $k_{p1}$ ) para o campo fundamental.

$k_{2m-1}$  - fator de enrolamento dado pelo produto: ( $k_{d(2m-1)} \cdot k_{p(2m-1)}$ ).

$k_{2m+1}$  - fator de enrolamento dado pelo produto: ( $k_{d(2m+1)} \cdot k_{p(2m+1)}$ ).

$k_s$  - é a relação da (resistência em corrente alternada / resistência em corrente contínua) para as barras do rotor na frequência apropriada, vista no item precedente.

$I$  - corrente de carga do estator em Ampères.

$R_{2b}$  - resistência em corrente contínua das barras do rotor referida aos enrolamentos do estator em ohms.

Os valores de  $k_d$  e  $k_p$  são mostrados no Anexo B.

### 3.2.6. Perdas devido ao fluxo disperso por inclinação

Idealmente, as forças magnetomotrizes produzidas pelas correntes de carga do estator e rotor de um motor de indução são iguais e opostas, e não produzem fluxo adicional no entreferro. Entretanto, em uma máquina com as ranhuras do rotor inclinadas, como comumente usadas em máquinas de indução de gaiola, o pequeno deslocamento de fase entre estas forças magnetomotrizes fundamentais nos terminais da máquina produzem um aumento na densidade de fluxo radial no entreferro, o qual aumenta com a distância do centro da máquina. Este fluxo extra é conhecido como fluxo de dispersão por inclinação e ele produz perdas no ferro no núcleo do estator e dentes, à frequência fundamental [2].

A força magnetomotriz radial extra e a densidade de fluxo aumentam linearmente de zero, no centro do núcleo, para o máximo nos terminais do mesmo.

Esta componente da perda suplementar é usualmente pequena comparada com as componentes de alta frequência produzidas pelos harmônicos da força magnetomotriz do estator, de modo que a escolha entre uma construção de ranhura do rotor inclinada ou reta é baseada principalmente na consideração dos efeitos dos harmônicos.

A perda total devido ao fluxo disperso por inclinação é expressa pela equação (3.12). Esta equação é apresentada por ALGER [6] tendo como unidade o Watts.



$$P_K = \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{k I_1}{N_s I_o} \right) \quad (3.12)$$

onde:

$P_K$  - perda devido a inclinação em Watts.

$k$  - é a inclinação expressa como a fração de um passo de ranhura do estator (normalmente igual a 1).

$I_o$  - corrente magnetizante em Ampères.

$I_1$  - diferença vetorial entre a corrente de carga  $I$  e a corrente magnetizante  $I_o$ .

$N_s$  - número de ranhuras do estator por pólo.

A equação (3.12) assume que a perda por plegada do comprimento do núcleo é a mesma para uma dada densidade de fluxo, seja qual for a distribuição do fluxo ao longo do comprimento do núcleo [6].

### 3.3. CÁLCULO DAS PERDAS NO FERRO

O cálculo exato das perdas no ferro de um motor de indução ainda apresenta dificuldades consideráveis; pois os métodos de cálculo contém fatores de multiplicação empíricos que são obtidos através de medições. Muitos pesquisadores tem-se dedicado ao estudo desta área [15], [16], [17], [18], [19], [20], [21], [22].

O cálculo das perdas no ferro consiste de dois passos; a determinação da distribuição do fluxo na máquina junto com sua variação com o tempo, e o cálculo das perdas produzidas por esta distribuição. O primeiro passo será resolvido usando o Método de Elementos Finitos passo a passo no tempo, através do programa EFCML do software EFCAD desenvolvido no GRUCAD. Para o segundo passo, foi desenvolvido neste trabalho o programa LOSS, o qual calcula a perda no ferro. O método para o cálculo é baseado no método de separação das perdas, onde a perda no ferro é decomposta em três componentes: perdas por histerese, perdas por correntes de Foucault e perdas anômalas ou excedentes.

### 3.3.1. Perdas por Correntes de Foucault

Seja uma chapa de material ferromagnético, mostrada na Figura 3.4, sob a ação de uma indução variável  $\vec{B}$ , direção Oz. Como a chapa é fina, supõe-se que  $\vec{J}$  só depende da variável  $y$ ; pois a componente principal de  $\vec{J}$  está na direção Oy. Pela equação  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ , nota-se que o mesmo ocorre com  $\vec{E}$ .

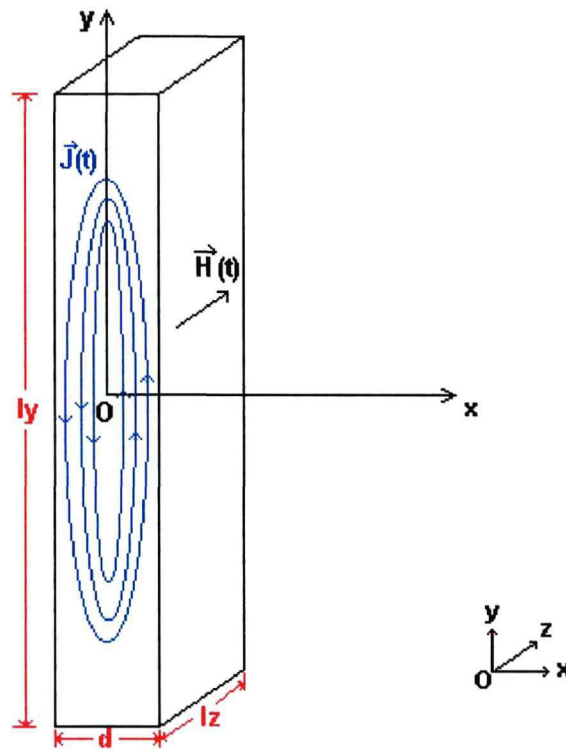


Figura 3.4 – Chapa de material ferromagnético.

Sabendo-se que:  $\vec{E} = (0, E, 0)$  e  $\vec{B} = (0, 0, B)$ ; da equação  $\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ ; tem-se:

$$\begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\partial B}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Resolvendo o determinante, obtém-se:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (3.14)$$

cuja solução é:

$$E(x) = \frac{\partial B}{\partial t} x + k \quad (3.15)$$

Para não haver descontinuidade de  $\vec{J}$ , e conseqüentemente de  $\vec{E}$ , é necessário que para  $x = 0$ , tenha-se  $E = 0$ ; logo  $k = 0$  [26]. Então,

$$E(x) = \frac{\partial B}{\partial t} x \quad (3.16)$$

A potência dissipada por efeito Joule é expressa pela equação (3.17):

$$W_f = \sigma \iiint E^2 dv \quad (3.17)$$

Substituindo a equação (3.16) na equação (3.17), obtém-se:

$$W_f = \sigma \int_0^z \int_0^y \int_{-d/2}^{d/2} \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 x^2 dx dy dz \quad (3.18)$$

Resolvendo a equação (3.18):

$$W_f = \sigma \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 ly lz \frac{d^3}{12} \quad (3.19)$$

mas o volume desta chapa é dado por:  $V = d ly lz$ . Dividindo a equação (3.19) pelo volume, obtém-se a expressão final das perdas por correntes de Foucault por volume.

$$\frac{W_f}{V} = \frac{\sigma d^2}{12} \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 \quad (\text{Joules/volume}) \quad (3.20)$$

O valor médio das perdas por correntes de Foucault é dado pela equação (3.21):

$$\frac{W_f}{V} = \frac{\sigma d^2}{12} \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 dt \quad (3.21)$$

### 3.3.2 Perdas Excedentes ou Anômalas

#### 3.3.2.1. Modelo Estatístico – Modelo de Bertotti

Paredes são interfaces entre regiões nas quais a magnetização espontânea tem diferentes direções. A Figura 3.5 mostra a estrutura de uma parede entre dois domínios.

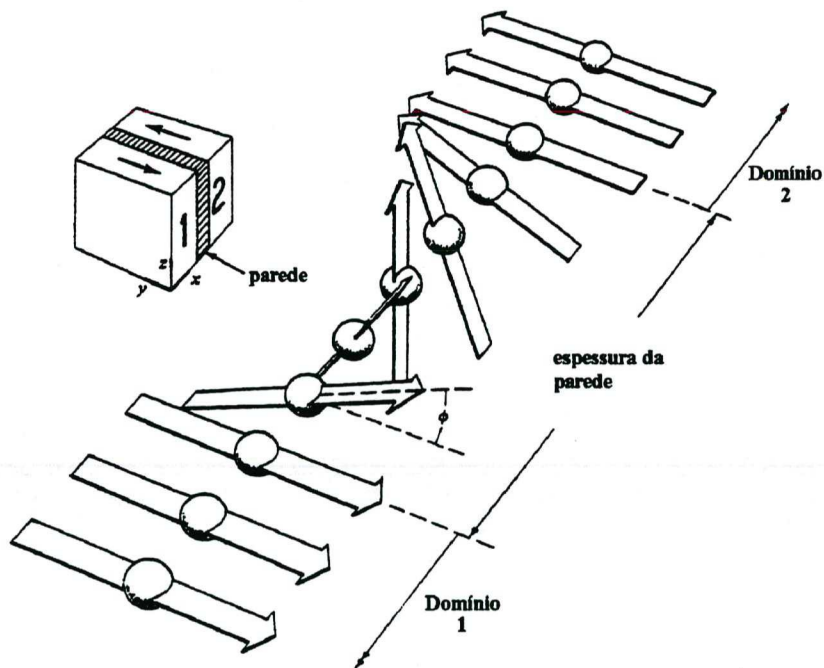


Figura 3.5 – Estrutura de uma parede entre dois domínios.

O comportamento de uma estrutura de domínios em chapa magnética face a uma excitação dada é muito complexa. A cada instante, um número de paredes participando do processo de imantação varia, paredes ou domínios são criados, outros desaparecem [25].

Entretanto, este mecanismo não é aleatório; ele é resultado de uma correlação entre as paredes “orquestradas” de uma parte pela microestrutura do material e, de outra parte, pelo tipo e parâmetros da excitação. Para uma excitação sinusoidal de frequência  $f$ , alguns pesquisadores observaram que o número de domínios participando da inversão da imantação evolui segundo  $1/\sqrt{f}$ . Retomando o modelo das paredes paralelas [25], estes autores afirmaram a proporcionalidade inversa entre as perdas dinâmicas e o número de paredes.

G. Bertotti abordou de uma forma estatística o processo de magnetização dinâmica e as perdas por excesso que daí decorrem [25]. Ele definiu uma nova entidade física, o “objeto magnético” ou OM, graças ao qual a imantação se inverte.

A noção dos OMs se justifica pelo fato que o deslocamento de uma parede ou segmento de parede, origem de toda variação da imantação do material, não pode ser feita de forma isolada. Um deslocamento como esse, pode provocar um deslocamento de outros segmentos da mesma parede (ou de todas paredes), e/ou de uma ou várias paredes. Neste caso, diz-se que os diferentes segmentos de uma mesma parede e/ou conjunto dessas paredes são correlacionados. Daí resulta que a variação da imantação se desenvolve de uma forma coerente na região de correlação.

A cada região de correlação corresponde um OM caracterizado pelo campo coercitivo local médio nos elementos correlacionados. É este campo que é necessário vencer para “ativar” o OM, isto é, fazê-lo participar do processo de magnetização. O OM torna-se então, a ferramenta responsável de toda a modificação da imantação e, portanto, das perdas do material. Esta noção de OM é extremamente interessante para analisar os mecanismos das perdas no material. Assim, o estado magnético do material será caracterizado pelo número de OMs participando no processo de magnetização (chamados OMs ativos).

### 3.3.2.2. As Perdas por Excesso na Teoria Estatística

Seja uma chapa magnética de condutividade  $\sigma$  e secção  $S$ , alvo de uma indução periódica alternada  $\vec{B}(t)$ , de frequência  $f$  e de valor de pico  $B_m$ . A cada instante  $t$ , a variação da indução é gerada por um número  $n(t)$  de OMs participando no processo de magnetização. Seja  $H_{ex}(t)$ , chamado campo por excesso, a parte do campo externo necessária para contrabalançar o campo de frenagem devido as correntes induzidas pelos OMs

em movimento. O valor médio das perdas por excesso induzidas na chapa pelos  $n(t)$  OMs ativos é expresso pela equação (3.22).

$$W_{ex} = \frac{1}{T} \int_0^T H_{ex}(t) \frac{\partial B(t)}{\partial t} dt \quad (3.22)$$

O campo necessário para que uma parede se desloque é proporcional a velocidade de variação do fluxo induzido pelo movimento da parede. Esta proporcionalidade foi estabelecida sob a hipótese de uma parede plana em movimento uniforme [25]. Bertotti aplicou a mesma propriedade aos OMs, supondo que a correlação entre os elementos do mesmo objeto permite um deslocamento uniforme neste último. Neste caso, o campo por excesso  $H_{ex}(t)$  será proporcional a velocidade da variação do fluxo local  $d\phi/dt$  induzido pelo deslocamento do OM. Esta proporcionalidade é expressa pela equação (3.23) onde  $G$  representa o coeficiente de atrito do OM, igual a 0,136 no caso onde o OM corresponde a uma parede.

$$H_{ex}(t) = G \sigma \frac{d\phi}{dt} \quad (3.23)$$

Quando cada OM participa com o  $d\phi/dt$  no processo global de magnetização, a velocidade da variação do fluxo global  $S dB(t)/dt$  resulta da contribuição dos  $n(t)$  OMs ativos. Isto é formulado pela equação (3.24):

$$S \frac{dB(t)}{dt} = n(t) \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (3.24)$$

Segundo as relações das equações (3.23) e (3.24), o campo por excesso é expresso pela equação (3.25):

$$H_{ex}(t) = \sigma G S \frac{1}{n(t)} \frac{dB(t)}{dt} \quad (3.25)$$

Nota-se de passagem, que levando-se em conta a relação (3.25), o valor médio das perdas por excesso expressa pela equação (3.22) é inversamente proporcional ao número de

OMs ativos dados para um  $dB/dt$ . Este resultado concorda com as conclusões dos trabalhos realizados sobre o modelo de paredes paralelas.

Falta agora, somente, estabelecer a relação entre o número de OMs ativos e o campo  $H_{ex}(t)$ . Suponha-se que inicialmente apenas um OM está ativo. Quando  $dB/dt$  cresce, o campo  $H_{ex}(t)$  necessário para contrabalançar a frenagem aumenta segundo a relação (3.25). Uma vez que ele seja suficientemente grande, este campo exerce sobre os outros OMs uma pressão que tende a lhes tornar ativos. Estes novos OMs ativos vão agir analogamente sobre os outros OMs passivos e assim por diante. Progressivamente, o número de OMs participando no processo aumenta e a magnetização se torna homogênea. A entrada em atividades dos OMs é tanto mais fácil quando seus campos coercitivos são fracos. A experiência mostra que a relação entre o número de OMs ativos e o campo  $H_{ex}(t)$  é linear em numerosos materiais cristalinos, notadamente nas chapas de Fe-Si [25].

Esta relação é traduzida pela equação (3.26) onde o parâmetro  $V_o$  é equivalente a um campo coercitivo e caracteriza a oposição dos OMs a se ativar sobre a influência de um campo externo. A equação (3.26) pode ser interpretada como: para um  $dB/dt$  dado, quanto mais  $V_o$  é pequeno e maior é o número de OMs ativos, mais fraco é o campo por excesso, a magnetização é mais doce e mais fraca são as perdas por excesso.

$$n(t) = \frac{H_{ex}(t)}{V_o} \quad (3.26)$$

Das relações (3.22), (3.25) e (3.26), o valor médio das perdas por excesso é dado pela equação (3.27):

$$W_{ex} = \sqrt{\sigma G V_o S} \frac{1}{T} \int_0^T \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{1.5} dt \quad (\text{Joule/volume}) \quad (3.27)$$

Para uma indução senoidal de frequência  $f$  e valor de pico  $B_m$ , as perdas por excesso são expressas pela equação (3.28).

$$W_{ex} = 8,8 \sqrt{\sigma G V_o S} (B_m f)^{1,5} \quad (\text{Joule/volume}) \quad (3.28)$$

A dependência das perdas por excesso face a raiz quadrada da frequência é coerente com os resultados obtidos por outros pesquisadores [25].

A equação (3.27) representa a primeira formulação física das perdas por excesso [20]. A determinação do parâmetro  $V_o$  necessita da medida do número de OMs ativos e do campo  $H_{ex}(t)$ . Esta medida, efetuada pelos autores deste modelo para as chapas de Fe-Si de grãos orientados e não orientados, mostra uma relação linear entre as duas variáveis [25].

### 3.3.3. Perdas por Histerese

Fisicamente, a perda por histerese é causada por variações irreversíveis durante o processo de magnetização, as quais são dependentes somente da indução máxima [15], [16]. Em casos onde a forma de onda da indução não causa laços menores, ela pode ser expressa pela fórmula de Steinmetz:

$$W_h = k_h B_m^\alpha \quad (3.29)$$

onde  $B_m$  é a amplitude da densidade de fluxo, e  $k_h$  e  $\alpha$  são determinadas experimentalmente. Entretanto, onde a forma de onda da indução causa laços menores, uma correção empírica deve ser aplicada [19], resultando em:

$$W_h = k_h B_m^\alpha K(B_m) \quad (\text{Joules/volume}) \quad (3.30)$$

onde

$$K(B_m) = 1 + \frac{0,65}{B_m} \sum_{i=1}^n \Delta B_i \quad (3.31)$$

onde  $\Delta B_i$  é a variação da densidade de fluxo durante a excursão ao redor do laço menor, mostrado na Figura 3.6.



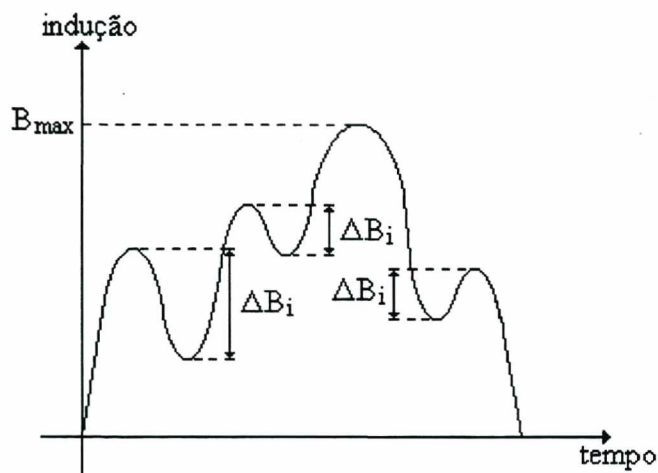


Figura 3.6 - Curva de indução com laços menores.

Para calcular os valores dos laços menores utilizou-se neste trabalho, um método chamado “rain flow method”. Trata-se a nosso ver e segundo nosso conhecimento da literatura, uma contribuição original de nosso trabalho.

### 3.3.3.1. O Método “Rain Flow”

Este método é muito utilizado na Engenharia Mecânica para a contagem de ciclos para a análise de dano por fadiga ou para o estudo de propagação de trincas.

Foi feita uma analogia entre a tensão mecânica e a indução magnética a fim de se usar este método. O método de contagem de ciclos “rain flow” pode ser, também, utilizado para definir os parâmetros de cada ciclo que é fechado, como a variação da indução e a indução média, já que o método na realidade conta o número de laços de histerese que são fechados no diagrama indução *versus* tempo.

Para exemplificar o método, seja o registro de uma indução magnética  $B(t)$ , o qual é convertido em um sinal com picos e vales, como mostra a Figura 3.7. Considerando o eixo do tempo orientado na vertical, o método baseia-se na analogia entre o sinal analisado e um conjunto de telhados com a chuva correndo sobre eles, decorrendo desta analogia o nome do método [23].

Dados da Figura 3.7, na Tabela 3.1:

Ponto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Indução	0,0	0,6	0,1	0,8	0,6	0,9	0,5	1,0	0,1	0,6	0,3	0,5	0,0

Tabela 3.1 – Dados da indução em função do tempo.

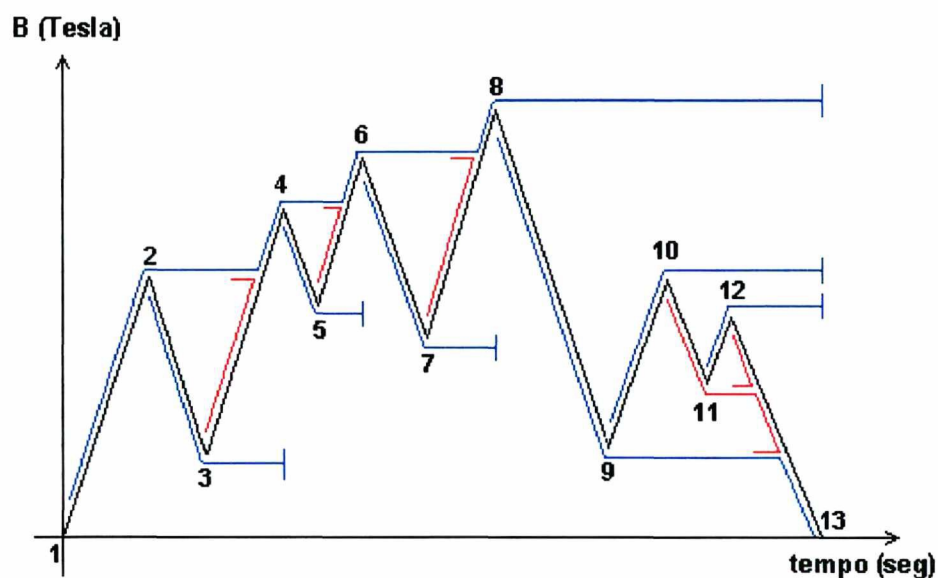


Figura 3.7 – Exemplo do método “rain flow” para contagem de ciclos em uma forma de onda de indução aleatória.

O método baseia-se em um conjunto de regras que indicam os ciclos que vão sendo fechados, bem como a variação de indução e a indução média. Na realidade o método detecta quando é completado um meio ciclo de indução [23].

- Um fluxo inicia em cada máximo e em cada mínimo do sinal registrado;
- Quando um fluxo, iniciando em um mínimo, atinge um máximo, pode completar um meio ciclo se o mínimo seguinte é mais significativo do que o inicial do fluxo. Na Figura 3.7 o fluxo iniciado no ponto 9 termina quando o fluxo passa no nível do ponto 13, um mínimo mais significativo do que 9. O mesmo ocorre para o fluxo iniciado em 11;

- Um fluxo iniciado em um máximo completa meio ciclo quando passa por um máximo mais positivo do que o inicial do fluxo. Exemplificando na Figura 3.7, o fluxo 2 termina um meio ciclo ao passar por 4 e do mesmo modo, o fluxo 6 o faz ao passar por 8;
- Se o fluxo recém iniciado intercepta o fluxo que vem de um ponto anterior, fica interrompido, indicando que foi completado mais meio ciclo. Como exemplo, na Figura 3.7, o fluxo iniciado em 3 é interrompido pelo fluxo 1. Outro exemplo é o fluxo 12 que termina na intersecção com o 10 e este por sua vez é interrompido em 8. Nestes casos fica fechado um meio ciclo para cada interrupção do fluxo;
- Os meios ciclos que são fechados definem a magnitude da variação da indução  $\Delta B$  pela projeção dos pontos que formam o ciclo, ou seja, que detectam o fechamento do ciclo;
- Assim, por exemplo, os valores de  $\Delta B$  e  $B_{médio}$  para a Figura 3.7, são apresentados na Tabela 3.2:

Ciclos	2 - 3	4 - 5	6 - 7	9 - 10	11 - 12
$\Delta B$	0,5	0,2	0,4	0,5	0,2
$B_{médio}$	0,35	0,7	0,7	0,35	0,4

**Tabela 3.2** – Valores da variação da indução e da indução média para os respectivos ciclos da Figura 3.7.

### 3.3.4. Perda Total no Ferro

A expressão final para o cálculo da perda no ferro é dada por:

$$W_{total} = \frac{\sigma d^2}{12} \int_0^T \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 dt + \sqrt{\sigma G V_o S} \int_0^T \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{1.5} dt + k_h B_m^\alpha \left( 1 + \frac{0,65}{B_m} \sum_{i=1}^n \Delta B_i \right) \quad (3.32)$$

O valor acima é dado em Joules/m<sup>3</sup>.

Onde, no final do processo de cálculo faz-se:

$$P = \frac{W_{total}}{T} \quad [\text{Watts/m}^3] \quad (3.33)$$

onde  $T$  é o período de cálculo.

As constantes da equação (3.32) foram obtidas do fabricante e possuem os seguintes valores:

$$k_h = 57,0 \text{ e } \alpha = 1,58$$

$$k_f = \frac{\sigma d^2}{12} = \frac{2,0 \cdot 10^6 (0,5 \cdot 10^{-3})^2}{12} = 0,04166$$

$$k_e = \sqrt{\sigma G V_o S} = 0,645$$

Existem artigos que apresentam outros valores para essas constantes [15], [16], [21].

É importante ressaltar aqui que para a simulação computacional de um dispositivo eletromagnético, haverá sempre a necessidade do conhecimento profundo sobre o comportamento magnético dos materiais envolvidos. Para tanto, nem sempre a recorrência aos métodos de ensaio normativos levam a resultados satisfatórios, pois as normas técnicas referem-se, na maioria das vezes, a ensaios rotineiros e específicos, além de conterem dados tabelados para materiais que podem diferir daqueles em estudo.

Para melhorar estes ensaios será necessário desenvolver sofisticados equipamentos de medição e controle, para as investigações experimentais sobre o comportamento magnético atual dos materiais, além do estudo de novas técnicas estatísticas e matemáticas para a análise de dados experimentais.

### 3.4. CÁLCULO DAS PERDAS SUPLEMENTARES USANDO CÁLCULO DE CAMPOS

Neste item apresentar-se-ão a metodologia proposta para determinar as perdas suplementares em um motor de indução e uma breve abordagem do Método de Elementos Finitos usado para calcular as perdas no ferro e perdas joules no motor.

### 3.4.1. Equações da Estrutura Eletromagnética

Adota-se neste trabalho a hipótese de uma representação bidimensional dos fenômenos magnéticos na estrutura, e utiliza-se uma formulação baseada no potencial vetor magnético  $\bar{A}$ . Supõe-se também que dois tipos de condutores estejam presentes no dispositivo magnético.

Os primeiros, aqui chamados de condutores espessos, os quais possuem dimensões tais que, em relação às frequências dos fenômenos, apresentam um efeito pelicular. Os segundos, chamados de condutores finos, possuem dimensões suficientemente reduzidas de maneira que pode-se considerar que a corrente é uniformemente distribuída sobre sua seção transversal. As equações associadas com estes condutores alimentados por tensão, são expressas por [24]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \nu \frac{\partial A}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \nu \frac{\partial A}{\partial y} \right] - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{N_{co}}{S_f} I_f + \frac{\sigma}{L} U_m = -\nu \frac{\partial B_{oy}}{\partial x} + \nu \frac{\partial B_{ox}}{\partial y} \quad (3.34)$$

$$U_m = R_m I_m + R_m \iint_{S_m} \sigma \frac{\partial A}{\partial t} ds \quad (3.35)$$

$$U_f = R_f I_f + \frac{N_{co} L}{S_f} \iint_{S_f} \frac{\partial A}{\partial t} ds \quad (3.36)$$

onde:

$\bar{A}$  - potencial vetor magnético.

$\nu$  - relutividade magnética ( $1/\mu$ ).

$\sigma$  - condutividade elétrica.

$N_{co}$  - número dos condutores finos.

$S_f$  - superfície da bobina composta por condutores finos.

$I_f$  - corrente na bobina de condutores finos.

$U_f$  - tensão aplicada ao terminais da bobina de condutores finos.

$R_f$  - resistência à corrente contínua dos condutores finos.

$L$  - profundidade da estrutura.

$I_m$  - corrente elétrica nos condutores espessos.

$U_m$  - tensão aplicada aos terminais da bobina de condutores espessos.

$R_m$  - resistência à corrente contínua dos condutores espessos.

$B_{ox}, B_{oy}$  - induções remanentes segundo x e y dos ímãs permanentes.

As equações (3.34), (3.35) e (3.36) são de difícil resolução analítica, devido as estruturas complexas das máquinas elétricas. Antes de resolvê-las deve-se inserir as condições de contorno.

### 3.4.2. Condições de Contorno

Estas condições referem-se as condições nas fronteiras do domínio de cálculo e nos limites de separação dos diferentes meios [24], [26], [27], [36].

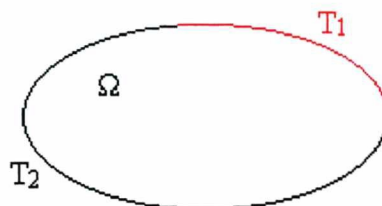
#### 3.4.2.1. Condições nas fronteiras

- (i) Condições de Dirichlet - o valor do potencial vetor “ $A_o$ ” é conhecido (fixo e constante) na fronteira  $\Gamma_1$ .
- (ii) Condições de Neumann - não se conhece o potencial vetor, mas sim o fluxo na fronteira  $\Gamma_2$ .

$$\frac{\partial A}{\partial n} = q_o \quad (3.37)$$

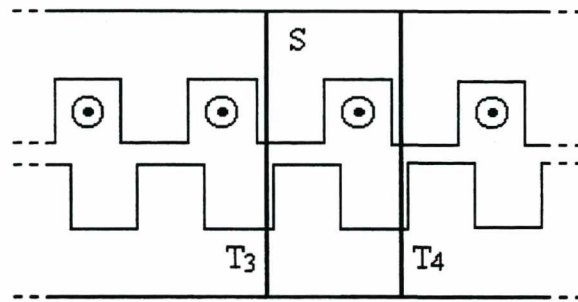
onde  $q_o$  é geralmente nulo em problemas magnetostáticos. Entretanto, em problemas térmicos (transmissão do calor), o fluxo do calor  $q_o$  pode não ser igual a zero.

A Figura 3.8 mostra o domínio de estudo  $\Omega$  e suas fronteiras  $\Gamma_1$  e  $\Gamma_2$ .



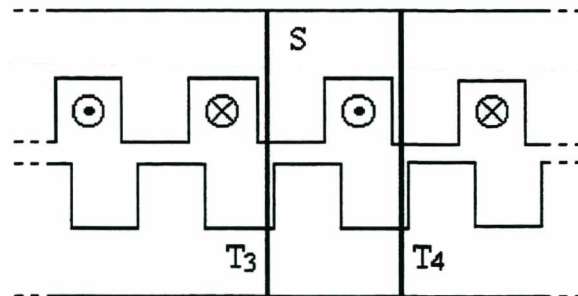
**Figura 3.8** – Domínio de estudo e suas fronteiras.

- (iii) Condição de Periodicidade – Em certos tipos de problemas existe uma periodicidade geométrica na região de estudo a ser analisada, como por exemplo, na situação mostrada na Figura 3.9. Neste caso, o problema é chamado periódico, que é caracterizado por uma repetição geométrica do domínio  $S$  e onde as correntes das bobinas se encontram no mesmo sentido. Os potenciais dos nós de duas fronteiras  $\Gamma_3$  e  $\Gamma_4$  serão iguais. As contribuições que iriam para os nós de  $\Gamma_4$  são condensadas nos nós de fronteira  $\Gamma_3$ .



**Figura 3.9** – Representação de um problema periódico.

- (iv) Condições de Anti-periodicidade – é uma condição semelhante à vista anteriormente com uma repetição geométrica do domínio de cálculo, porém, onde a fonte de campo (corrente ou ímã) alterna o seu sentido de um domínio para o outro justaposto, como o indicado na Figura 3.10. Os potenciais dos nós de duas fronteiras  $\Gamma_3$  e  $\Gamma_4$  terão sinais contrários. As contribuições que iriam para os nós de  $\Gamma_4$  são condensadas nos nós da fronteira  $\Gamma_3$  com sinais invertidos.



**Figura 3.10** – Representação de um problema anti-periódico.

### 3.4.2.2. Condições nos limites separando os meios

Se não existir corrente superficial no limite de separação dos dois meios, as componentes tangenciais do campo magnético se conservam [24], [26], [27].

$H_{1t} = H_{2t}$ , onde os índices 1 e 2 representam dois meios adjacentes.

Se nenhum dos meios comportar ímãs, tem-se:

$$\left( \nu_1 \frac{\partial A}{\partial n} \right)_1 = \left( \nu_2 \frac{\partial A}{\partial n} \right)_2 \quad (3.38)$$

Agora, se, por exemplo, o meio 2 comportar um ímã, tem-se:

$$\left( \nu_1 \frac{\partial A}{\partial n} \right)_1 = \left( \nu_2 \frac{\partial A}{\partial n} \right)_2 + \nu_0 B_{ot} \quad (3.39)$$

Além disso, a componente normal da indução magnética também deve ser garantida.

$B_{1n} = B_{2n}$  que pode ser expresso por:

$$\left( \frac{\partial A}{\partial t} \right)_1 = \left( \frac{\partial A}{\partial t} \right)_2 \quad (3.40)$$

### 3.4.3. O Método de Elementos Finitos

O Método de Elementos Finitos é atualmente bastante empregado na solução de problemas eletromagnéticos. Como a literatura é bastante vasta acerca deste método, será feita uma apresentação resumida do mesmo.

Duas formulações são usualmente utilizadas [26], [27], [36]:



- (a) Um funcional energético é determinado e a solução das equações de campo é obtida pela minimização deste funcional;
- (b) O Método dos Resíduos Ponderados e mais particularmente o Método de Galerkin.

Com este último método, as equações (3.34), (3.35) e (3.36) são multiplicadas por funções de ponderação e integradas no domínio de estudo  $\Omega$ .

As integrais sobre  $\Omega$  são efetuadas através do Método de Elementos Finitos, onde o domínio é dividido em sub-domínios simples,  $\Omega_e$ , chamados elementos. Dentro de cada elemento, são selecionados certos pontos chamados nós e o potencial vetor é definido para cada elemento em função dos valores nos nós dos elementos da seguinte maneira [26],

$$A = \sum_{i=1}^{n_e} N_i A_i \quad (3.41)$$

onde  $n_e$  designa o número de nós de elemento e  $N_i$  as funções de interpolação.

Utilizando-se o Método de Galerkin, elementos finitos triangulares de primeira ordem, considerando o acoplamento das equações de campo eletromagnético com as equações do circuito de alimentação e supondo-se os condutores maciços perfeitamente curto-circuitados entre si, pode-se escrever o sistema das equações (3.34), (3.35) e (3.36) na forma matricial seguinte [24]:

$$\mathbf{M} \mathbf{A} + \mathbf{N} \frac{d}{dt} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{I}_f = \mathbf{D} \quad (3.42)$$

$$\mathbf{Q} \frac{d}{dt} \mathbf{A} + (\mathbf{R} - \mathbf{H}_5) \mathbf{I}_f + \mathbf{L} \frac{d}{dt} \mathbf{I}_f - \mathbf{H}_4 \mathbf{X} = \mathbf{H}_6 \mathbf{E} \quad (3.43)$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{X} - \mathbf{H}_1 \mathbf{X} - \mathbf{H}_2 \mathbf{I}_f = \mathbf{H}_3 \mathbf{E} \quad (3.44)$$

onde;

$\mathbf{M}$  - matriz de permeabilidade.

$\mathbf{N}$  - matriz de condutividade.

$\mathbf{P}$  - matriz que relaciona a corrente no elemento aos nós do elemento.

**D** - vetor de excitação induzida por ímãs permanentes.

**Q** - enlace de fluxo nos enrolamentos.

**L** - indutâncias nas cabeças de bobinas.

**A** - potencial vetor nos nós da malha.

**R** - matriz das resistências à corrente contínua dos enrolamentos.

$I_f$  - correntes relativas aos condutores finos.

**X** - variáveis de estado do circuito exterior, que são as tensões nos capacitores e as correntes nos indutores. A corrente na máquina não é uma variável, porque já existe o seu equacionamento por elementos finitos.

**E** - fontes de tensão ou corrente do circuito externo de alimentação da máquina.

$H_1, H_2, H_3, H_4, H_5$  e  $H_6$  - matrizes que dependem da topologia do circuito elétrico.

Na ausência de circuitos elétricos externos, isto é, com a máquina alimentada com tensões aplicadas diretamente aos seus terminais, as equações se simplificam e tornam-se:

$$\mathbf{M} \mathbf{A} + \mathbf{N} \frac{d}{dt} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{I}_f = \mathbf{D} \quad (3.45)$$

$$\mathbf{Q} \frac{d}{dt} \mathbf{A} + \mathbf{R} \mathbf{I}_f + \mathbf{L} \frac{d}{dt} \mathbf{I}_f = \mathbf{E} \quad (3.46)$$

#### 3.4.4. Discretização da derivada temporal

A representação das derivadas temporais pode ser feita utilizando-se o chamado  $\beta$ -algoritmo [24]. Com este método a relação entre o valor  $Y(t)$  de uma variável no instante  $t$  e o seu valor  $Y(t - \Delta t)$  no instante  $(t - \Delta t)$  é dado por:

$$Y(t) = Y(t - \Delta t) + \left[ (1 - \beta) \frac{d}{dt} Y(t - \Delta t) + \beta \frac{d}{dt} Y(t) \right] \Delta t \quad (3.47)$$

onde  $0 < \beta < 1$

Se  $\beta = 1$  chama-se esquema de Euler.

Se  $\beta = 0,5$  chama-se algoritmo de Crank-Nicholson.

### 3.4.5. Movimento do Rotor

Existem dois métodos para considerar o movimento do rotor: métodos onde o entreferro não é discretizado (macro-elementos e métodos integrais) e o método onde o entreferro é discretizado, chamado de Método da Banda de Movimento, o qual será utilizado neste trabalho [14].

Com a técnica da Banda de Movimento as malhas da partes fixas (estator) e móveis (rotor) são associados através de uma camada de elementos situada no entreferro, como será descrito a seguir.

#### a) Princípio da Banda de Movimento:

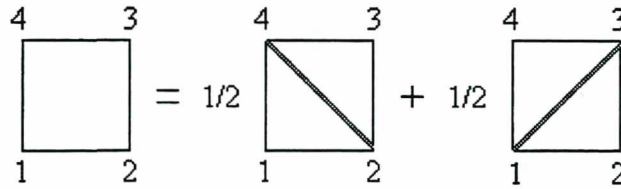
Esta técnica permite uma rotação qualquer independente do passo de discretização, desde que a deformação dos elementos situados dentro da banda seja tolerada [38].

A utilização de elementos triangulares dentro do entreferro pode levar a imprecisões no cálculo de certas grandezas, como por exemplo, o torque em função da rotação [37]. De forma a obter uma melhor precisão, elementos quadriláteros são utilizados como Figura 3.11.



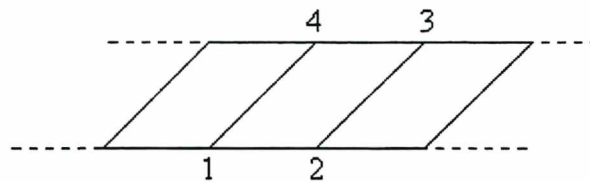
**Figura 3.11** - Elementos quadriláteros.

Cada um destes elementos quadriláteros pode ser obtido a partir de elementos triangulares conforme Figura 3.12.



**Figura 3.12** - Decomposição do elemento quadrilátero.

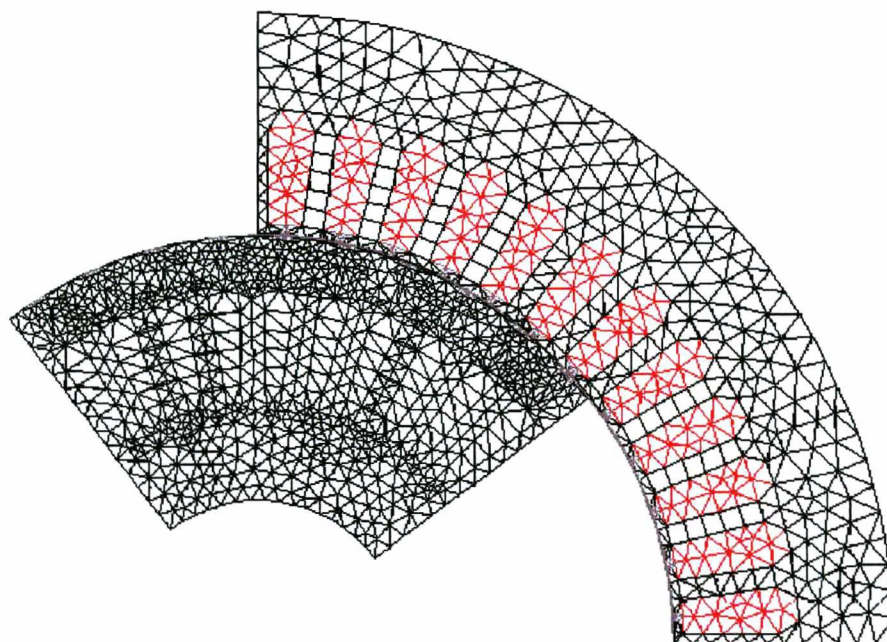
Estes elementos vão se deformando a medida que o rotor se movimenta até o ponto em que uma permutação do nós destes elementos é efetuada para evitar elementos excessivamente distorcidos conforme Figura 3.13.



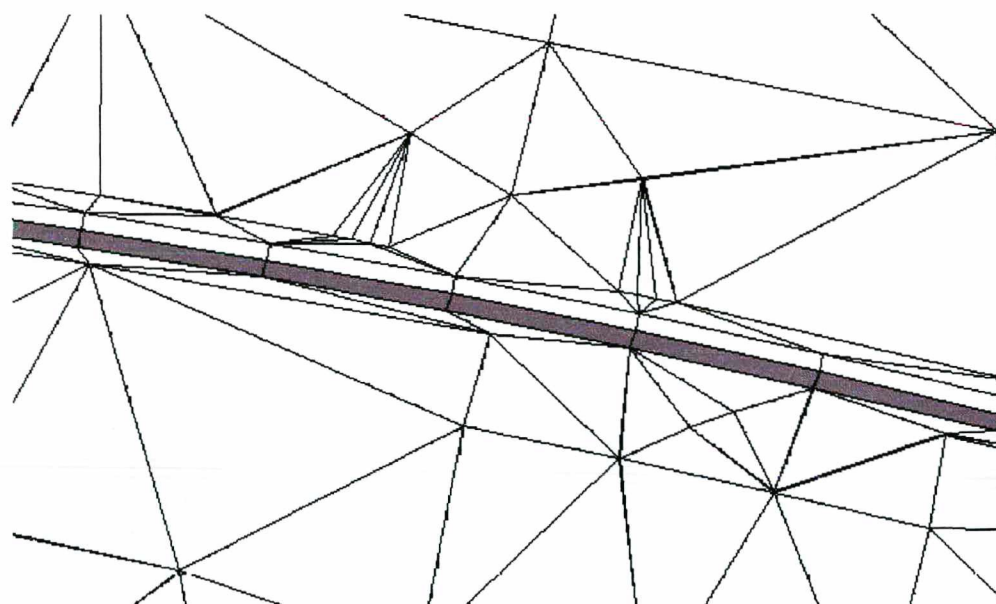
**Figura 3.13** - Deformação dos elementos da banda de movimento.

Esta operação é acompanhada por uma realocação das condições de contorno do tipo (anti)periódicas, de maneira que não existe aumento no número de incógnitas do problema [37]. No entanto, a matriz  $M$  precisa se recalculada a cada nova posição.

A Figura 3.14 mostra a malha de elementos finitos de um motor de indução e a Figura 3.15 mostra um zoom da região do entreferro da Figura 3.14, com a Banda de Movimento em destaque, sendo esta região a única que será remalhada durante o movimento do rotor.



**Figura 3.14** - Malha de elementos finitos para o motor de indução.



**Figura 3.15** - Malha de discretização na região do entreferro com a região da Banda de Movimento mostrada em escuro.

### 3.4.6. Acoplamento eletromagnético, elétrico e mecânico

Nos estudos envolvendo transitórios eletro-mecânicos, como a partida de um motor de indução, é necessário incorporar ao processo de cálculo a equação relacionando os torques eletromagnético e o torque mecânico.

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} [T_e - \gamma \omega - T_L] \quad (3.48)$$

com:

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega \quad (3.49)$$

onde  $T_e$  é o torque eletromagnético calculado pelo Tensor de Maxwell [37],  $\omega$  é a velocidade,  $\delta$  é o ângulo de rotação,  $\gamma$  é um coeficiente de atrito,  $T_L$  é o torque de carga e  $J$  a inércia do rotor.

### 3.4.7. Metodologia de resolução

As equações que descrevem o comportamento do conjunto campo mais circuito exterior de alimentação são resolvidas passo a passo no tempo. Com a técnica da Banda de Movimento o rotor é deslocado e um novo cálculo é efetuado para esta nova posição. O processo continua até que o tempo final de simulação seja alcançado.

A saturação magnética pode ser levada em conta através do Método de Newton-Raphson.

## 3.5. METODOLOGIA PROPOSTA PARA CALCULAR AS PERDAS SUPLEMENTARES

Este item dedicar-se-á ao cálculo das perdas suplementares em motores de indução. Para isto, foram usados dois programas. O programa EFCML que permite simular o funcionamento de máquinas elétricas em 2D, com alimentação em tensão. Esse programa utiliza o Método de Elementos Finitos para a discretização espacial das equações de campo eletromagnético na máquina e o método de  $\beta$ -algoritmo para efetuar a discretização das

derivadas temporais. As equações diferenciais são resolvidas através de um processo de cálculo passo a passo em relação ao tempo, considerando o movimento do rotor (rotação) pelo Método da Banda de Movimento descrito no item precedente. Esse programa fornece um arquivo (\*.los) com os valores das induções radial e tangencial em todos os elementos para todos os passos de cálculo dentro do intervalo de tempo onde deseja-se avaliar as perdas.

O outro programa foi desenvolvido durante o Mestrado, com o intuito de implementar as equações referentes às perdas no ferro apresentadas no item 3.3 desse capítulo. O programa, chamado de LOSS, lê o arquivo (\*.los) obtido através do EFCML e calcula as perdas no ferro em qualquer condição de operação da máquina.

O processo adotado para calcular as perdas suplementares é:

- 1) realizar a simulação do ensaio a vazio e a simulação do ensaio de rotor bloqueado através do programa EFCML, a fim de se determinar os parâmetros do circuito equivalente do motor de indução. O cálculo da perda no ferro a vazio, necessário para se obter os parâmetros do circuito equivalente, será realizado pelo programa LOSS;
- 2) com os parâmetros do circuito equivalente do motor de indução calculados, será feita uma análise, através do mesmo, para se obter as perdas totais do motor em plena carga;
- 3) através do programa EFCML, simular-se-á o motor em situação de plena carga e calcular-se-á as perdas ôhmicas do estator e as perdas devido às correntes induzidas nas barras do rotor. Com o programa LOSS, utilizando-se os valores instantâneos das induções, obter-se-á as perdas no ferro a plena carga. Com esses valores tem-se a perda total no motor, por meio do Cálculo de Campos;
- 4) a diferença entre o valor obtido pelo Cálculo de Campos e o valor obtido através do circuito equivalente, é denotada como sendo o excesso de perda no motor, os quais não são computados pelo circuito equivalente trifásico. Como apresentado no Capítulo I esse excesso é classificado como sendo as perdas suplementares do motor de indução.

Salienta-se que, como o modelo utilizado está em 2D, o mesmo não leva em consideração as perdas por dispersão nas cabeças de bobinas do estator, as perdas interbarras e os efeitos da inclinação das barras do rotor no funcionamento do mesmo.

Embora quantitativamente os valores que serão obtidos para as perdas suplementares serão menores do que os reais, a metodologia proposta neste trabalho tem a vantagem de caracterizar-se como uma ferramenta de análise dos efeitos das variações geométricas sobre as perdas suplementares.

### **3.6. SIMULAÇÃO DOS ENSAIOS A VAZIO E A ROTOR BLOQUEADO UTILIZANDO O PROGRAMA EFCML**

Com o objetivo de se encontrar os parâmetros do circuito equivalente trifásico do motor de indução, realiza-se simulações dos ensaios a vazio e com o rotor bloqueado utilizando o programa EFCML.

Estes ensaios e seus circuitos equivalentes estão mostrados no Anexo C.

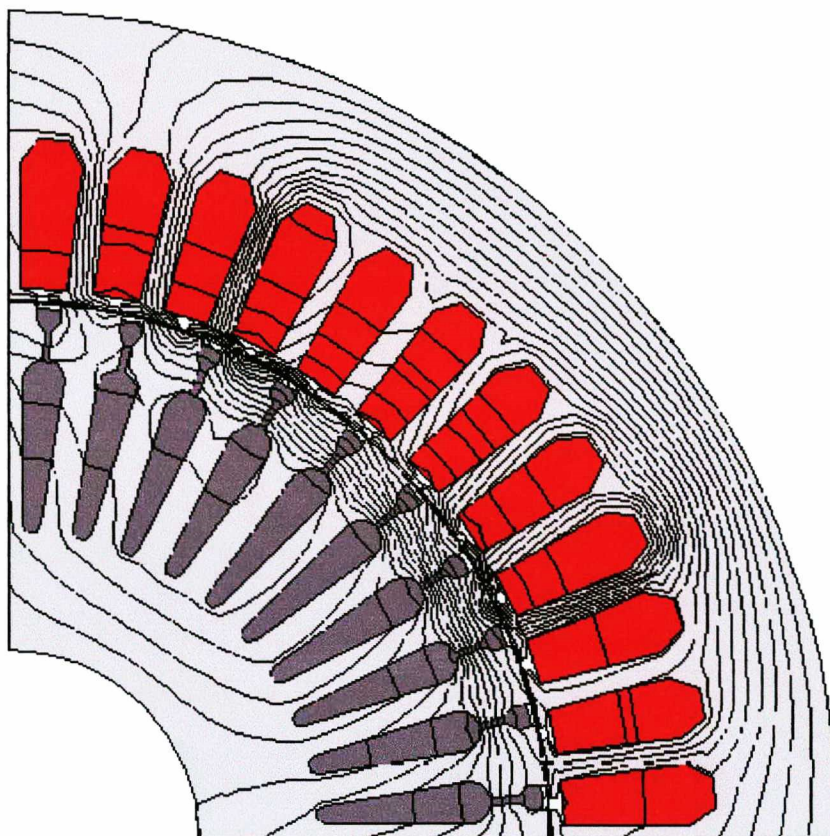
A resistência do estator é obtida usando-se uma ponte Kelvin e a resistência do rotor referida ao estator é calculada pela expressão analítica mostrada no Anexo D. Os demais parâmetros do circuito equivalente são obtidos pelas simulações abaixo.

#### **3.6.1. Simulação do ensaio a rotor bloqueado**

Aplica-se uma tensão senoidal reduzida nos terminais do estator de modo a se ter a corrente nominal circulando no circuito. Na prática, nesse ensaio bloqueia-se o rotor, impedindo-o de girar. Na simulação impõe-se uma velocidade de zero rpm no programa EFCML. Usando o programa chamado DSN obtém-se os valores eficazes da tensão e corrente de fase do motor.

A Figura 3.16 mostra uma carta de campo com as linhas de fluxo. Percebe-se que as mesmas não estão uniformemente distribuídas no rotor, e sim concentradas na região próxima ao entreferro. Esse comportamento das linhas de fluxo é consequência das correntes que circulam na gaiola impedindo a penetração do fluxo.





**Figura 3.16** - Linhas equipotenciais magnéticas para a simulação do ensaio a rotor bloqueado.

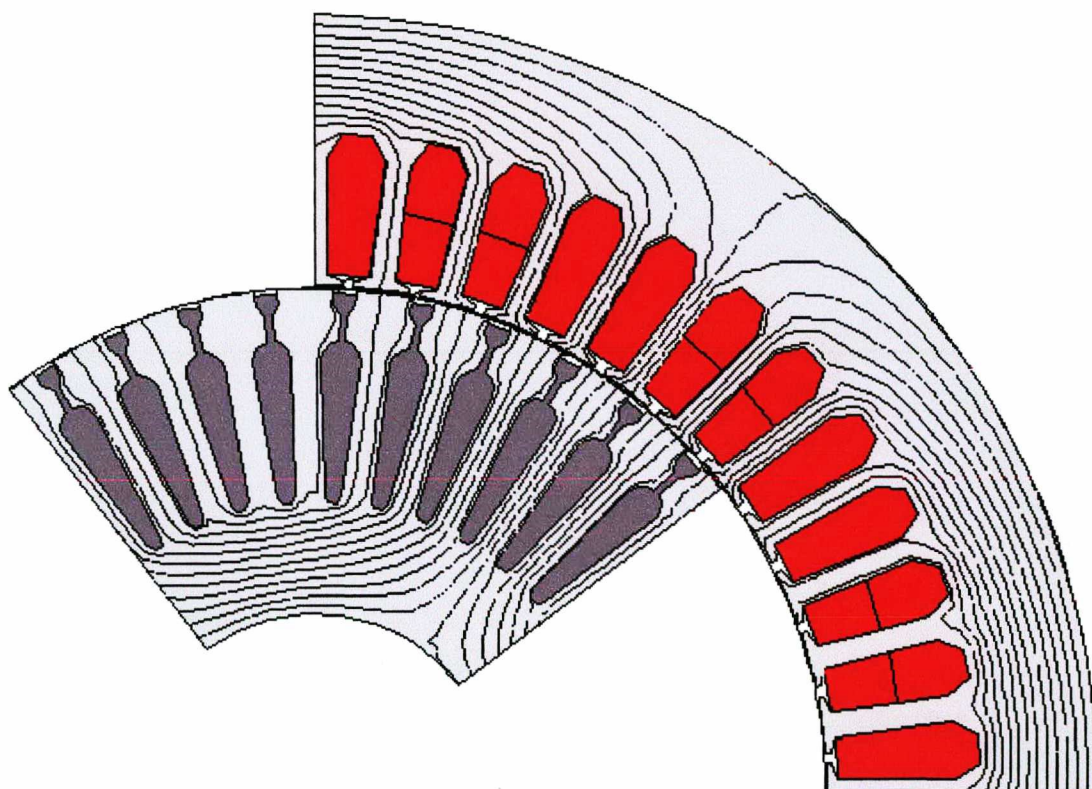
Para um motor de indução sem inclinação fez-se a simulação do ensaio a rotor bloqueado e através do programa EFCML obteve-se o valor da densidade de corrente média e a perda joule total nas barras do rotor. Sabendo a área da seção transversal de cada barra do rotor e a densidade de corrente, calculou-se a corrente elétrica em cada barra. Com os valores da corrente e da perda joule, encontrou-se um valor de resistência do rotor referida ao estator de 1,55 ohms. Isto ocorreu, devido ao fato de que este valor foi obtido em uma frequência de 60 Hz, onde deve-se levar em consideração a diminuição da penetração do fluxo, a qual eleva o valor da resistência.

No entanto, o valor da resistência do rotor referida ao estator a ser inserida no circuito equivalente deve ser calculada em corrente contínua, pois em funcionamento normal a frequência das correntes do rotor é muito baixa ( $f_2 = s f_1$ ; onde  $f_2$  é a frequência do rotor,  $s$  é o escorregamento e  $f_1$  é frequência do estator). Devido a isto, utilizou-se a expressão analítica do Anexo D que forneceu o valor de 0,3924 ohms para o mesmo motor.

### 3.6.2 Simulação do ensaio a vazio

Aplica-se a tensão nominal nos terminais do estator e impõe-se uma velocidade próxima a velocidade síncrona no programa EFCML. Através do programa LOSS calcula-se as perdas no ferro e utilizando o programa DSN obtém-se os valores eficazes da tensão e corrente de fase usadas na simulação.

A Figura 3.17 mostra uma carta de campo com as linhas de fluxo. Nesta Figura percebe-se uma distribuição mais uniforme das linhas equipotenciais tanto no estator quanto no rotor, sendo que o fluxo penetra totalmente neste último.



**Figura 3.17** - Linhas equipotenciais magnéticas para a simulação do ensaio a vazio.

Com os valores eficazes da tensão e corrente nas simulações acima e da perda no ferro a vazio, pode-se determinar os parâmetros do circuito equivalente trifásico usando as expressões mostradas no Anexo C.

### 3.6.3. Simulação do ensaio a plena carga

Obteve-se o valor da velocidade do motor a plena carga, medida pelo fabricante, e inseriu-se a mesma no programa EFCML para simular o motor em condição de 100% de carga. Usando o programa EFCML pode-se calcular as perdas devido às correntes induzidas nas barras do rotor e a corrente eficaz de fase no estator para determinar as perdas joules nos enrolamentos do estator. Com o programa LOSS calcula-se as perdas no ferro a plena carga. A soma destas três componentes de perda resulta na perda total em plena carga.

## 3.7. CONCLUSÃO

As expressões analíticas para o cálculo das perdas suplementares em carga são baseadas em hipóteses e as limitações dessas hipóteses podem levar à resultados errôneos. Por isso, algumas dessas expressões necessitam de correções, as quais são realizadas por fatores de multiplicação empíricos.

O cálculo da perda no ferro foi realizado pelo método de separação das perdas e no próximo Capítulo será apresentado os resultados obtidos pelo programa LOSS.

Os resultados obtidos usando a metodologia para o cálculo das perdas suplementares em carga por cálculo de campos, também será mostrado no Capítulo IV.

## CAPÍTULO IV

### APLICAÇÕES E RESULTADOS

#### 4.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos no trabalho. O dispositivo utilizado como exemplo de aplicação para a metodologia proposta com o intuito de calcular as perdas suplementares em carga é um motor de indução de gaiola, fabricado pela WEG MOTORES LTDA, com as suas características mostradas na Tabela 4.1.

<b>Características do motor de indução de gaiola</b>	
Potência	25 cv (18,4 KW)
Pólos	4
Frequência	60 Hz
Tensão nominal	460 Volts
Corrente de linha nominal	29,4 Ampères
Classe de isolamento	F
Ligação	triângulo
Velocidade medida a vazio	1799,90 rpm
Velocidade medida em plena carga	1769,66 rpm
Temperatura medida em plena carga	92,91°C
Torque de carga	99,23 N.m
Inércia	0,1506 Kg.m <sup>2</sup>

**Tabela 4.1** - Características do motor de indução de gaiola.

Como será utilizada uma análise bidimensional, optou-se por um motor com as barras do rotor sem inclinação, pois em nossa modelagem, o efeito da inclinação das barras não é levado em consideração.

Realizou-se duas análises. Primeiramente, calculou-se as perdas suplementares para o motor com abertura da ranhura do estator ( $b_{os}$ ) de 3 mm e depois, diminuiu-se essa abertura para 2 mm para avaliar a variação desse parâmetro sobre as perdas suplementares.

As tensões e correntes, neste texto, são referenciadas pelos seus valores eficazes. Além disso, convencionou-se chamar todas as grandezas relativas ao estator, grandezas primárias, referenciando-as com o índice “1” e as grandezas relativas ao rotor, grandezas secundárias, referenciando-as com o índice “2”.

## **4.2. CÁLCULO DAS PERDAS SUPLEMENTARES PARA O MOTOR DE INDUÇÃO COM $b_{os} = 3 \text{ mm}$**

Neste item será usado o procedimento para o cálculo das perdas suplementares apresentado no capítulo precedente. Primeiramente, deve-se determinar os parâmetros do circuito equivalente trifásico. Destes parâmetros, há dois já conhecidos: o valor da resistência do estator ( $r_1$ ) que foi obtido pelo fabricante e o valor da resistência do rotor referida ao estator ( $r_2$ ) que foi calculada através do equacionamento mostrado no Anexo D. Os valores encontrados foram:

$$r_1 = 0,483 \Omega$$

$$r_2 = 0,3924 \Omega$$

Os demais parâmetros do circuito equivalente foram obtidos pelas simulações do ensaio a rotor bloqueado e do ensaio a vazio.

### **4.2.1. Simulação do ensaio a rotor bloqueado**

Aplicou-se uma tensão senoidal até atingir o valor nominal de corrente nos enrolamentos do estator e inseriu-se uma velocidade nula no rotor, através do programa EFCML. Usando o programa DSN, obteve-se os valores eficazes de tensão de fase e corrente de fase usadas na simulação.

Os valores obtidos foram:

$$V_{rb} = 67,108 V$$

$$I_{rb} = 17,124 A$$

Com esses valores e com os valores da resistência do estator e da resistência do rotor referida ao estator, pode-se determinar a reatância equivalente do ensaio através da equação (c.4) do Anexo C.

$$x_{eq} = \sqrt{\left(\frac{V_{rb}}{I_{rb}}\right)^2 - (r_1 + r_2)^2} = 3,82 \Omega$$

A reatância equivalente do ensaio a rotor bloqueado ( $x_{eq}$ ) é a soma da reatância de dispersão do estator ( $x_1$ ) e a reatância de dispersão do rotor referida ao estator ( $x_2$ ), como mostrado no Anexo C. Para determinar as reatâncias de dispersão primária e secundária foram feitas duas considerações sugeridas pelo fabricante.

a) a reatância de dispersão do rotor referida ao estator é duas vezes a reatância do estator:

$$x_2 = 2x_1;$$

b) após o cálculo de  $x_1$ , acrescenta-se a este valor 35% referente a reatância da cabeça de bobina.

É importante salientar que as considerações realizadas nas letras (a) e (b) são válidas somente para este motor analisado, cujas características foram apresentadas na Tabela 4.1.

Da equação (c.2) do Anexo C, tem-se:

$$x_{eq} = x_1 + x_2$$

Usando as considerações (a) e (b), obtém-se os valores abaixo:

$$x_1 = 1,2733 \Omega + 35\% = 1,96 \Omega$$

$$x_2 = 3,92 \Omega$$

De posse desses valores, fez-se a simulação do ensaio a vazio para determinar os parâmetros do circuito equivalente trifásico referentes ao ferro.

#### 4.2.2. Simulação do ensaio a vazio

Aplicou-se a tensão nominal e uma velocidade de 1799,90 rpm foi imposta ao rotor, através do programa EFCML. Usando o programa DSN, obteve-se os valores eficazes da tensão de fase e da corrente de fase usadas nessa simulação. Os valores obtidos foram:

$$V_{av} = 460 V$$

$$I_{av} = 6,658 A$$

Usando o programa LOSS, determinou-se a perda no ferro a vazio.

$$P_{fe} = 292,25 \text{ Watts}$$

As componentes dessa perda no ferro são mostradas na Tabela 4.2.

Componentes	Simulação do ensaio a vazio
Perdas por Foucault (Watts)	124,434
Perdas Excedentes (Watts)	52,316
Perdas por Histerese (Watts)	115,497
Perda Total (Watts)	292,247

**Tabela 4.2** - Componentes da perda no ferro na simulação a vazio para  $b_{os} = 3 \text{ mm}$ .

Com os valores da perda no ferro a vazio e da corrente eficaz de fase dessa simulação, determina-se a resistência do ferro ( $r_f$ ) do circuito da Figura C.4, através da equação (c.10) do Anexo C.

$$r_f = \frac{P_{fe}}{3(I_{av})^2} = 2,19 \Omega$$

De posse do valor dessa resistência e dos demais valores obtidos na simulação, calcula-se a reatância ( $x_f$ ) do circuito da Figura C.4, dada pela equação (c.12) do Anexo C.

$$x_f = \sqrt{\left(\frac{V_{av}}{I_{av}}\right)^2 - (r_1 + r_f)^2} - x_1 = 67,07 \Omega$$

Utilizando as equações (c.8) e (c.9) do Anexo C, determinam-se os valores da resistência do ferro ( $R_{fe}$ ) e da reatância magnetizante ( $X_m$ ) usadas no circuito paralelo do ferro do motor mostrado na Figura C.3.

$$R_{fe} = 2056,25 \Omega$$

$$X_m = 67,14 \Omega$$

A Tabela 4.3 mostra a comparação dos resultados obtidos nessa simulação com os resultados medidos experimentalmente.

	Valor medido	Valor obtido pelo cálculo de campos
Perda no ferro em Watts	266,48	292,25
Corrente eficaz de linha em Ampères	10,72	10,782

**Tabela 4.3** - Comparação dos resultados para simulação do ensaio a vazio para  $b_{os} = 3$  mm.

A Tabela 4.3 mostra uma boa concordância de resultados obtidos pelo cálculo de campos quando comparados com os resultados medidos experimentalmente no ensaio a vazio.



### 4.2.3. Circuito Equivalente Trifásico

Com os parâmetros acima calculados, tem-se na Figura 4.1 o circuito equivalente a 20°C, para  $b_{os} = 3$  mm.

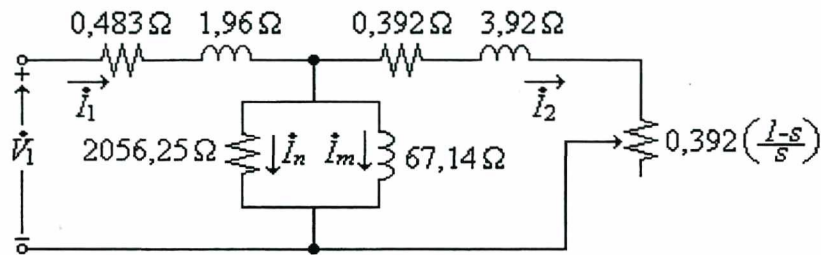


Figura 4.1 - Circuito Equivalente do motor de indução com  $b_{os} = 3$  mm.

### 4.2.4. Simulação do ensaio a plena carga

#### i) Circuito Equivalente corrigido em temperatura:

Nesta simulação fez-se uma alteração nas resistências do estator e rotor devido ao aumento da temperatura [31].

- Para o cobre do estator:

$$r_1 = \left( \frac{234,5 + T}{234,5 + T_{amb}} \right) r_1 \quad (4.1)$$

- Para o alumínio das barras do rotor:

$$r_2 = \left( \frac{225 + T}{225 + T_{amb}} \right) r_2 \quad (4.2)$$

onde:

$T$  - é a temperatura medida no ensaio a plena carga, que neste caso vale 92,91°C.

$T_{amb}$  - é a temperatura ambiente de 20°C.

Usando as equações (4.1) e (4.2), obtêm-se os seguintes valores corrigidos em temperatura:

$$r_1 = 0,621 \Omega$$

$$r_2 = 0,509 \Omega$$

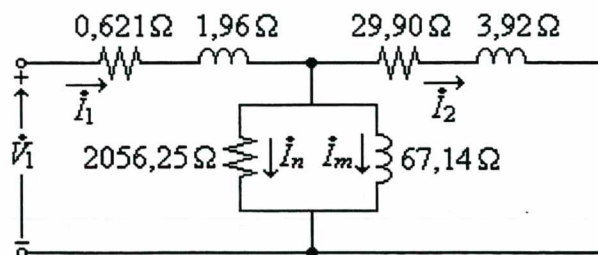
Para a análise em plena carga é necessário determinar o valor do escorregamento dada pela equação (4.3).

$$s = (\text{velocidade síncrona} - \text{velocidade do rotor}) / \text{velocidade síncrona} \quad (4.3)$$

Substituindo-se os respectivos valores na equação (4.3), tem-se:

$$s = \frac{1800 - 1769,66}{1800} \cong 0,017$$

Substituindo os valores dos parâmetros do circuito equivalente trifásico no circuito mostrado na Figura C.1 do Anexo C, obtêm-se o circuito da Figura 4.2.



**Figura 4.2** - Circuito Equivalente do motor de indução com  $b_{os} = 3\text{mm}$ , para 100% de carga.

Resolvendo esse circuito, tem-se os seguintes resultados:

$$I_1 = 16,71 \angle -32,81^\circ \text{ A}$$

$$I_f = 6,4 \angle -91,02^\circ \text{ A}$$

$$I_2 = 14,39 \angle -10,36^\circ \text{ A}$$

onde:

$I_1$  - corrente eficaz de fase do estator em Ampères.

$I_f$  - corrente eficaz de fase do ferro em Ampères.

$I_2$  - corrente eficaz de fase do rotor em Ampères.

Logo, as perdas totais são:

$$P_1 = 3 r_1 I_1^2 = 520,19 \text{ Watts}$$

$$P_{fe} = 3 r_f I_f^2 = 269,10 \text{ Watts}$$

$$P_2 = 3 r_2 I_2^2 = 316,20 \text{ Watts}$$

onde:

$P_1$  - é a perda Joule nos enrolamentos do estator em Watts.

$P_{fe}$  - é a perda no ferro em Watts.

$P_2$  - é a perda devido às correntes induzidas nas barras do rotor em Watts.

A perda total é portanto:

$$P_{total} = P_1 + P_{fe} + P_2 = 1105,49 \text{ Watts}$$

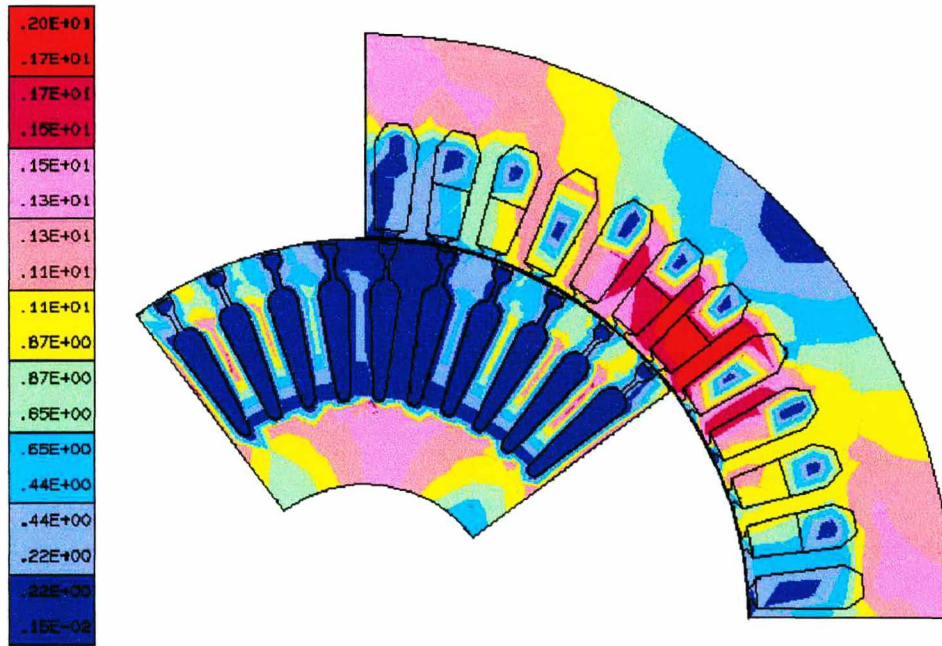
## ii) Cálculo de Campos:

Aplicou-se a tensão nominal ao enrolamento do estator e uma velocidade de 1769,66 rpm foi imposta ao rotor, através do programa EFCML. Da mesma forma que no item (i), corrigiu-se a resistência do estator e a condutividade do alumínio usado nas barras do rotor para levar em consideração a elevação da temperatura.

$$r_1 = \left( \frac{234,5 + T}{234,5 + T_{amb}} \right) r_1 = 0,621 \Omega$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_2}{\left( \frac{225 + T}{225 + T_{amb}} \right)} = \frac{0,296E + 08}{1,2976} = 0,2281E + 08 (\Omega.m)^{-1}$$

O valor de  $r_1$  foi inserido na resistência da fonte e o valor da condutividade das barras do rotor  $\sigma_2$  foi inserida no EFMAT.DAT, que é o arquivo que possui os dados dos materiais que compõe o motor de indução. A Figura 4.3 mostra uma carta de campo com a densidade do campo magnético para este motor de indução.



**Figura 4.3** - Densidade de campo magnético para o motor de indução com  $b_{os} = 3\text{mm}$ .

Usando o programa LOSS, calculou-se a valor de perda no ferro.

A Tabela 4.4 mostra as componentes da perda no ferro na simulação a plena carga.

Componentes	Simulação do ensaio a plena carga
Perdas por Foucault (Watts)	96,406
Perdas Excedentes (Watts)	44,713
Perdas por Histerese (Watts)	111,451
Perda Total (Watts)	252,570

**Tabela 4.4** - Componentes da perda no ferro na simulação a plena carga para  $b_{os} = 3\text{ mm}$ .

Através do programa EFCML obteve-se as perdas devido às correntes induzidas nas barras do rotor e a corrente de fase de 17,836 Ampères nos enrolamentos do estator. Usando a mesma notação do item (i), obteve-se os seguintes resultados:

$$P_1 = 592,66 \text{ Watts}$$

$$P_{fe} = 252,60 \text{ Watts}$$

$$P_2 = 413,42 \text{ Watts}$$

A perda total é portanto:

$$P_{total} = P_1 + P_{fe} + P_2 = 1258,68 \text{ Watts}$$

#### 4.2.5. Cálculo das Perdas Suplementares

Como foi adotado na conclusão do Capítulo I, tem-se que a diferença entre a perda total obtida pelo Cálculo de Campo e a perda total obtida pelo circuito equivalente trifásico são as perdas suplementares do motor estudado.

Desse modo,

$$P_{supl} = 1258,68 - 1105,49$$

$$P_{supl} = 153,19 \text{ Watts}$$

Salienta-se que a maior diferença de perda se encontra nas perdas devido às correntes induzidas nas barras do rotor. O valor acima não leva em consideração as perdas por dispersão nas cabeças de bobinas do estator, as perdas interbarras e os efeitos da inclinação das barras do rotor no funcionamento do mesmo, os quais elevariam o valor obtido.

A WEG MOTORES LTDA determinou as perdas suplementares para este motor usando dois métodos. A comparação dos resultados é mostrada na Tabela 4.5.

	<b>Método NEMA</b>	<b>Método de rotação reversa</b>	<b>Metodologia desenvolvida neste trabalho</b>
Perdas Suplementares em Watts	218,46	468,70	153,19

**Tabela 4.5** - Comparação dos resultados para o cálculo das perdas suplementares.

Note-se que o resultado obtido pela metodologia adotada aproximou-se mais do valor obtido pelo método NEMA.

### **4.3. CÁLCULO DAS PERDAS SUPLEMENTARES PARA O MOTOR DE INDUÇÃO COM $b_{os} = 2 \text{ mm}$**

Nas mesmas condições aplicadas ao item 4.2 deste capítulo, calculou-se as perdas suplementares para uma abertura de ranhura do estator de 2mm.

#### **4.3.1. Simulação do ensaio a rotor bloqueado**

Usando o programa EFCML e o DSN, encontrou-se:

$$V_{rb} = 67,108 \text{ V}$$

$$I_{rb} = 18,314 \text{ A}$$

Utilizando o mesmo procedimento do item 4.2.1., obteve-se:

$$x_1 = 1,826 \Omega$$

$$x_2 = 3,65 \Omega$$

### 4.3.2. Simulação do ensaio a vazio

Usando o programa EFCML e o DSN, encontrou-se:

$$V_{av} = 460 V$$

$$I_{av} = 5,88 A$$

Usando o programa LOSS, obteve-se;

$$P_{fe} = 242,50 \text{ Watts}$$

A Tabela 4.6 mostra as componentes da perda no ferro para essa simulação.

Componentes	Simulação do ensaio a vazio
Perdas por Foucault (Watts)	88,100
Perdas Excedentes (Watts)	41,689
Perdas por Histerese (Watts)	112,696
Perda Total (Watts)	242,485

**Tabela 4.6** - Componentes da perda no ferro para simulação a vazio para  $b_{os} = 2 \text{ mm}$ .

Utilizando o mesmo procedimento do item 4.2.1., tem-se:

$$R_f = 2495,96 \Omega$$

$$X_m = 76,45 \Omega$$

Para esse valor de abertura da ranhura do estator, não realizou-se ensaios experimentais.

### 4.3.3. Circuito Equivalente Trifásico

O circuito equivalente trifásico para este motor a 20°C está mostrado na Figura 4.4.

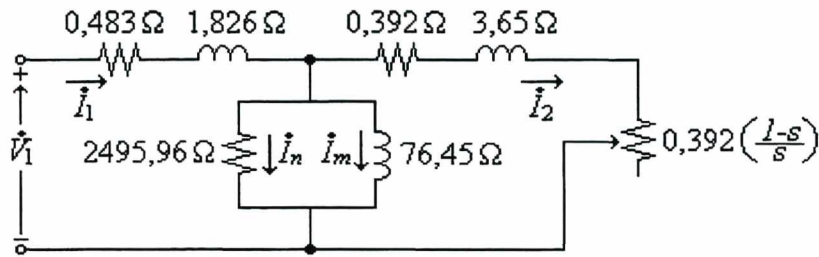


Figura 4.4 - Circuito Equivalente do motor de indução com  $b_{os} = 2\text{mm}$ .

### 4.3.4. Simulação do ensaio a plena carga

#### i) Circuito Equivalente corrigido em temperatura:

Para as mesmas condições e procedimentos do item 4.2.4 (i), tem-se o circuito equivalente da Figura 4.5.

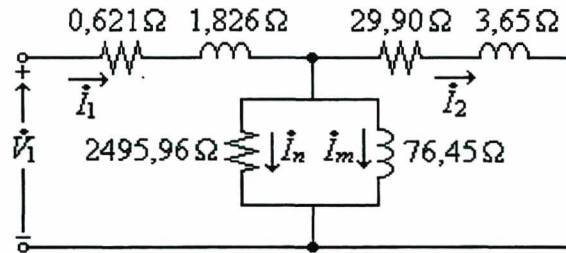


Figura 4.5 - Circuito Equivalente do motor de indução com  $b_{os} = 2\text{mm}$ , para 100% de carga.

Resolvendo este circuito, tem-se os seguintes resultados:

$$I_1 = 16,373 \angle -29,89^\circ \text{ A}$$

$$I_f = 5,718 \angle -90,98^\circ \text{ A}$$

$$I_2 = 14,5 \angle -9,70^\circ \text{ A}$$

onde:

$I_1$  - corrente eficaz de fase do estator em Ampères.



$I_f$  - corrente eficaz de fase do ferro em Ampères.

$I_2$  - corrente eficaz de fase do rotor em Ampères.

Logo, as perdas totais são:

$$P_1 = 3 r_1 I_1^2 = 499,42 \text{ Watts}$$

$$P_{fe} = 3 r_f I_f^2 = 229,33 \text{ Watts}$$

$$P_2 = 3 r_2 I_2^2 = 321,05 \text{ Watts}$$

onde:

$P_1$  - é a perda Joule nos enrolamentos do estator em Watts.

$P_{fe}$  - é a perda no ferro em Watts.

$P_2$  - é a perda devido às correntes induzidas nas barras do rotor em Watts.

A perda total é portanto:

$$P_{total} = P_1 + P_{fe} + P_2 = 1049,80 \text{ Watts}$$

## ii) Cálculo de Campos:

Usando o programa LOSS, calculou-se a valor de perda no ferro.

A Tabela 4.7 mostra as componentes da perda no ferro para essa simulação.

Componentes	Simulação do ensaio a plena carga
Perdas por Foucault (Watts)	77,340
Perdas Excedentes (Watts)	38,424
Perdas por Histerese (Watts)	105,150
Perda Total (Watts)	220,914

**Tabela 4.7** - Componentes da perda no ferro para simulação a plena carga para  $b_{os} = 2$  mm.

Através do programa EFCML obteve-se as perdas devido às correntes induzidas nas barras do rotor e a corrente de fase de 17,43 Ampères nos enrolamentos do estator. Usando a mesma notação do circuito equivalente, obteve-se:

$$P_1 = 566,05 \text{ Watts}$$

$$P_{fe} = 220,92 \text{ Watts}$$

$$P_2 = 357,33 \text{ Watts}$$

A perda total é portanto:

$$P_{total} = P_1 + P_{fe} + P_2 = 1144,30 \text{ Watts}$$

#### 4.3.5. Cálculo das Perdas Suplementares

Como no item 4.2.5., tem-se:

$$P_{supl} = 1144,30 - 1049,80$$

$$P_{supl} = 94,50 \text{ Watts}$$

Para esta configuração de abertura de ranhura do estator de 2mm e rotor com barras não inclinadas, a WEG MOTORES LTDA não determinou as perdas suplementares usando métodos de ensaio.

#### 4.4. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

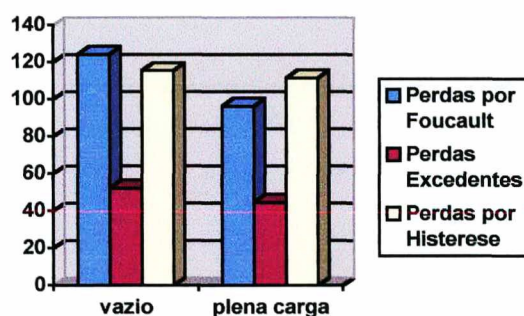
Este item tem por objetivo analisar os resultados obtidos no trabalho.

Na tabela 4.8 mostra-se as componentes da perda no ferro nas simulações do ensaio a vazio e do ensaio a plena carga para a abertura da ranhura do estator de 3 mm.

Componentes	Simulação do ensaio a vazio	Simulação do ensaio a plena carga
Perdas por Foucault (Watts)	124,434	96,406
Perdas Excedentes (Watts)	52,316	44,713
Perdas por Histerese (Watts)	115,497	111,451
Perda Total (Watts)	292,247	252,570

**Tabela 4.8** - Componentes da perda no ferro na simulação a vazio e a plena carga para  $b_{os}=3\text{mm}$ .

A Figura 4.6 apresenta esses mesmos resultados na forma gráfica.



**Figura 4.6** - Componentes das perdas no ferro a vazio e a plena carga para  $b_{os}=3\text{mm}$ .

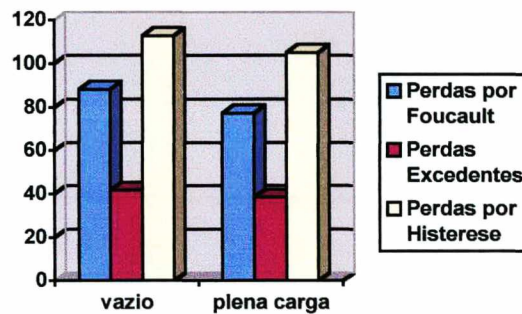
Note-se que a perda por correntes de Foucault é maior do que a perda por Histerese na simulação do ensaio a vazio e menor na simulação do ensaio a plena carga. Note-se, também, que todas as componentes das perdas no ferro a plena carga são menores do que a vazio.

Na Tabela 4.9 apresenta-se as componentes da perda no ferro na simulação do ensaio a vazio e do ensaio a plena carga para a abertura da ranhura do estator de 2 mm.

Componentes	Simulação do ensaio a vazio	Simulação do ensaio a plena carga
Perdas por Foucault (Watts)	88,100	77,340
Perdas Excedentes (Watts)	41,689	38,424
Perdas por Histerese (Watts)	112,696	105,150
Perda Total (Watts)	242,485	220,914

**Tabela 4.9** - Componentes da perda no ferro na simulação a vazio e a plena carga para  $b_{os}=2\text{mm}$ .

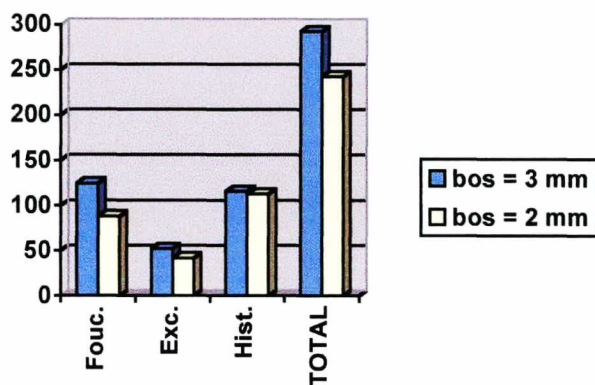
A Figura 4.7 mostra esses mesmos resultados na forma gráfica.



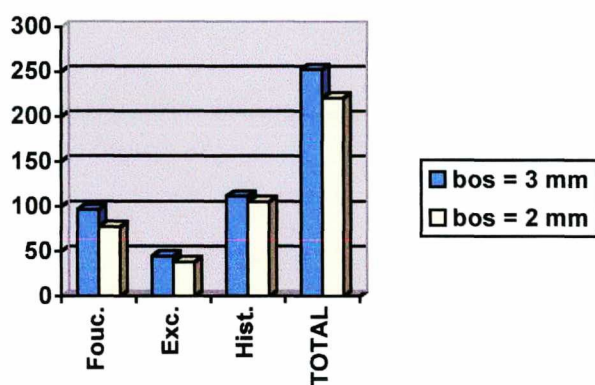
**Figura 4.7** - Componentes das perdas no ferro a vazio e a plena carga para  $b_{os}=2\text{mm}$ .

Neste caso, a perda por correntes de Foucault é menor do que a perda por Histerese tanto na simulação do ensaio a vazio quanto do ensaio a plena carga. Além disso, todas as componentes da perda no ferro a plena carga são menores do que a vazio.

É interessante comparar os resultados obtidos pelo cálculo de campos para verificar a influência da diminuição da abertura da ranhura do estator sobre as perdas. Para isso, a Figura 4.8 exibe os resultados obtidos para a perda total no ferro e suas componentes na simulação a vazio. A Figura 4.9 também apresenta os resultados da perda total no ferro e suas componentes na simulação a plena carga. Percebe-se, em ambas as figuras, que todas as componentes da perda no ferro e conseqüentemente a perda total no mesmo diminuem com a redução da abertura da ranhura do estator.

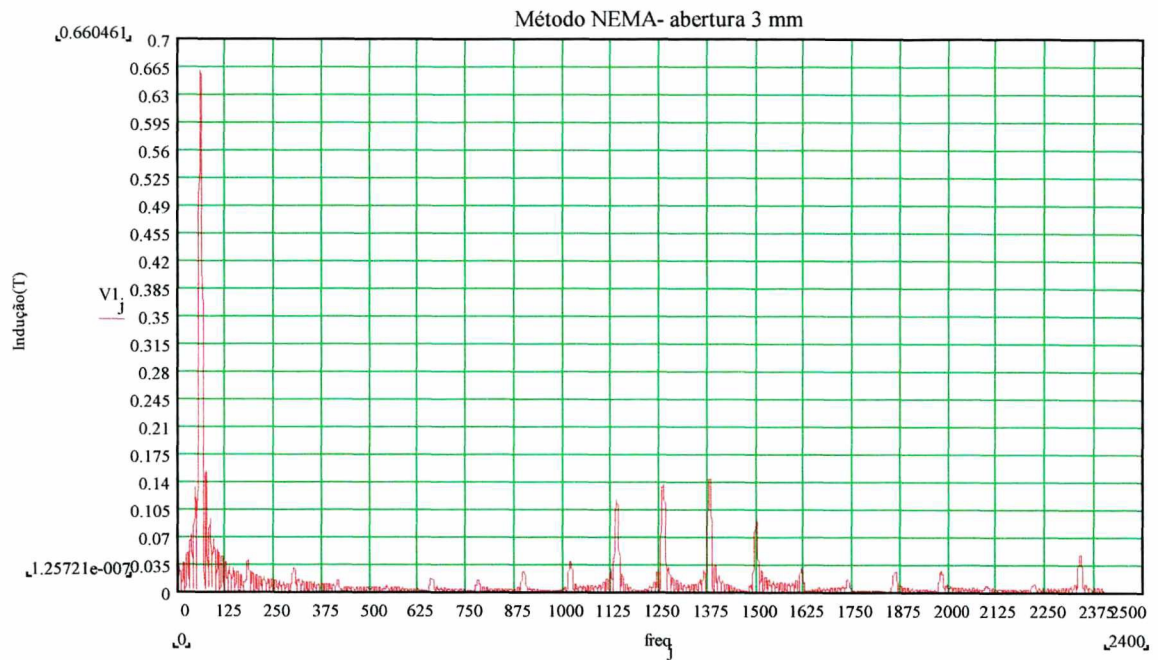


**Figura 4.8** - Perda total no ferro e suas respectivas componentes, na simulação do ensaio a vazio, para diferentes valores de abertura da ranhura.

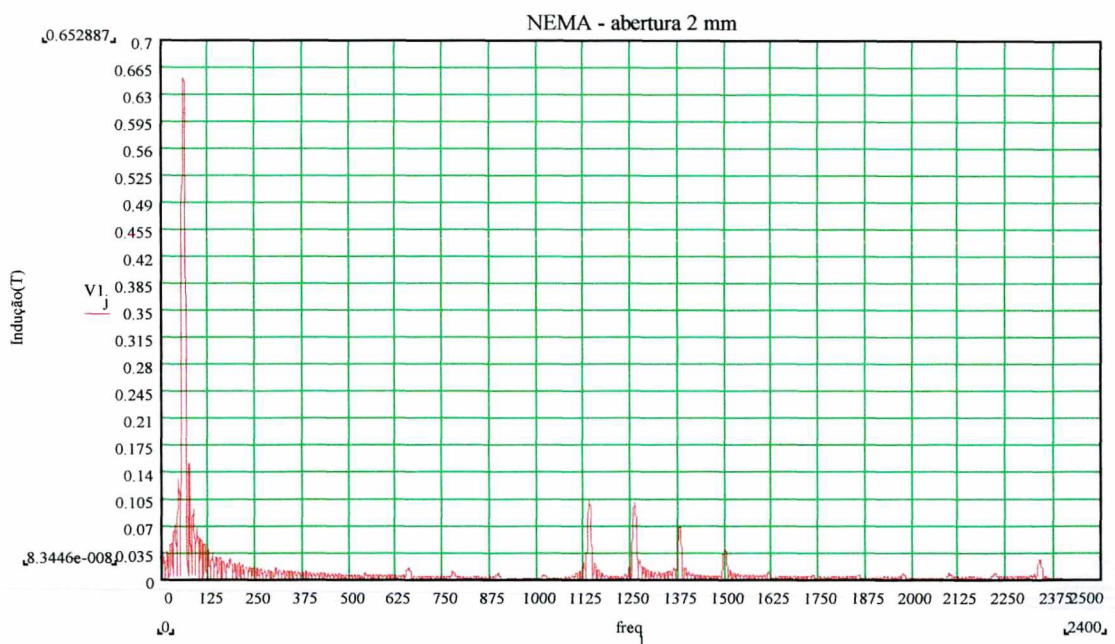


**Figura 4.9** - Perda total no ferro e suas respectivas componentes, na simulação do ensaio a plena carga, para diferentes valores de abertura da ranhura.

De acordo com a literatura [5], uma abertura de ranhura do estator menor causa uma diminuição na magnitude dos harmônicos e da fundamental do fluxo no entreferro. Isso pode ser observado na Figura 4.10 onde tem-se o espectro de frequência da curva da indução magnética no entreferro do motor de indução, obtida pelo programa MATHCAD.



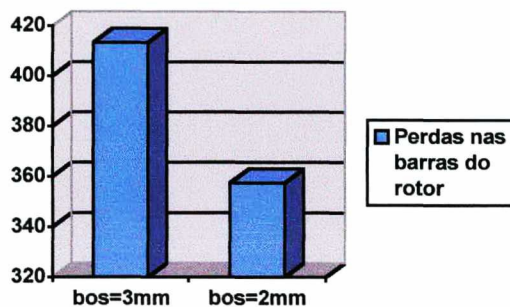
(a)



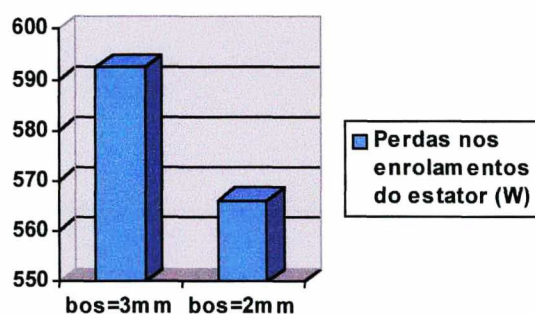
(b)

**Figura 4.10** - Espectro de frequência da indução magnética no entreferro: (a) para abertura de ranhura do estator de 3 mm e (b) para abertura de ranhura do estator de 2 mm.

As demais perdas podem também ser comparadas. A Figura 4.11 mostra as perdas joule nas barras do rotor e a Figura 4.12 as perdas nos enrolamentos do estator tanto para para  $b_{os} = 3\text{mm}$  quanto para  $b_{os} = 2\text{mm}$ .

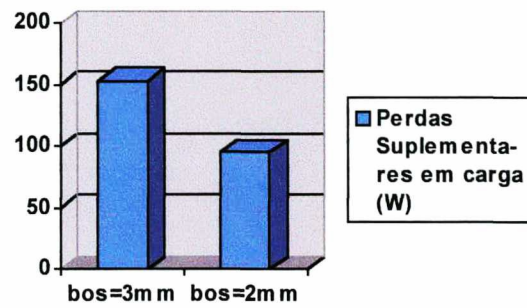


**Figura 4.11** – Perdas devido às correntes induzidas nas barras do rotor para diferentes valores de abertura da ranhura, obtidas pelo Cálculo de Campos.



**Figura 4.12** – Perdas nos enrolamentos do estator para diferentes valores de abertura da ranhura, obtidas pelo Cálculo de Campos.

Constata-se que todas as parcelas das perdas diminuem com a redução da abertura da ranhura do estator, acarretando, como mostrado na Figura 4.13, uma diminuição das perdas suplementares. Isto já era esperado, de acordo com a regra número 09, apresentada no Capítulo I.



**Figura 4.13** – Perdas suplementares em carga para diferentes valores de abertura da ranhura.

#### 4.5. CONCLUSÃO

Nesse Capítulo aplicou-se a metodologia proposta para o cálculo das perdas suplementares em um motor de indução com as barras do rotor não inclinadas.

Determinou-se as perdas no ferro do motor usando o método de separação das perdas e o método “rain flow”, e obteve-se resultados satisfatórios quando comparados com os resultados obtidos experimentalmente no ensaio a vazio.

Os resultados obtidos para as perdas suplementares em carga foram menores que os obtidos pelos ensaios experimentais, devido ao fato de que a metodologia proposta não leva em consideração as perdas por dispersão nas cabeças de bobinas do estator, as perdas interbarras e os efeitos da inclinação das barras do rotor no funcionamento do mesmo.

Comparou-se o valor das perdas suplementares em carga para dois valores de abertura da ranhura do estator e obteve-se uma perda suplementar menor no motor com abertura menor. Este resultado já era esperado pela literatura apresentada no Capítulo I. Desse modo, constatou-se que o método aqui apresentado caracteriza-se como uma ferramenta de análise das variações geométricas do motor sobre as perdas suplementares.

Outros tipos de variações geométricas podem ser realizadas e seus efeitos estudados.



## CONCLUSÃO GERAL

Nesse trabalho apresentou-se o estudo das perdas suplementares em motores de indução e desenvolveu-se uma metodologia para o cálculo das mesmas utilizando o método de elementos finitos.

No Capítulo I citou-se os principais trabalhos sobre perdas suplementares sob o ponto de vista de alguns pesquisadores. Considerou-se que as perdas suplementares a vazio e seus efeitos estão incluídos nas perdas do ferro no ensaio a vazio. A perda suplementar em carga é definida como a diferença entre a perda total, que leva em consideração os fluxos dispersos, e a perda total determinada pelo circuito equivalente trifásico do motor, por sua vez determinado a partir das simulações dos ensaios a vazio e a rotor travado.

O Capítulo II apresentou os principais métodos de medição das perdas suplementares e fez-se uma comparação entre os mesmos. Dentre os métodos citados, destaca-se o método de rotação reversa o qual é o mais utilizado por ser mais fácil e mais econômico de ser implementado, porém apresenta algumas incertezas em seus resultados devido a diferença existente entre as condições de fluxo durante esse ensaio e aquelas durante o funcionamento a plena carga.

No Capítulo III, mostrou-se algumas fórmulas analíticas para o cálculo das perdas suplementares em carga, as quais são baseadas em várias hipóteses. Como contribuição original do trabalho, apresentou-se a utilização do método “rain flow” no cálculo dos laços menores na perda por Histerese. A metodologia desenvolvida para calcular as perdas suplementares em carga também foi mostrada neste capítulo.

O Capítulo IV mostrou os resultados obtidos nesse trabalho. Os resultados do cálculo da perda no ferro foram satisfatórios, denotando assim, o sucesso da estratégia utilizada. Os resultados obtidos para as perdas suplementares em carga foram menores que os obtidos pelos ensaios experimentais, devido ao fato de que a metodologia proposta não leva em consideração as perdas por dispersão nas cabeças de bobinas do estator, as perdas interbarras e os efeitos da inclinação das barras do rotor no funcionamento do mesmo.

No entanto, a metodologia proposta e as ferramentas de cálculo disponíveis permitem investigar a influência da geometria sobre as perdas suplementares podendo fornecer subsídios e orientar o projetista no sentido de minimizá-las. Uma investigação neste sentido foi feita neste trabalho quando comparou-se o valor das perdas suplementares em carga para

dois valores de abertura da ranhura do estator e obteve-se uma perda suplementar menor no motor com abertura menor.

**Sugere-se os seguintes trabalhos futuros:**

1. A metodologia proposta para o cálculo das perdas suplementares foi aplicada em um motor de indução com alimentação senoidal. No entanto, ela também pode ser aplicada à um motor que seja alimentado por conversores estáticos. Podendo, desse modo, verificar a influência deste tipo de alimentação sobre as perdas suplementares e sobre as perdas no ferro.
2. Além disso, é interessante desenvolver um programa de análise tridimensional, com intuito de se avaliar os efeitos da reatância de cabeça de bobina e da inclinação das barras do rotor sobre o funcionamento da máquina.
3. Outras variações na geometria do motor poderão ser feitas, como por exemplo a forma das barras, de maneira a verificar suas influências sobre as perdas suplementares.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

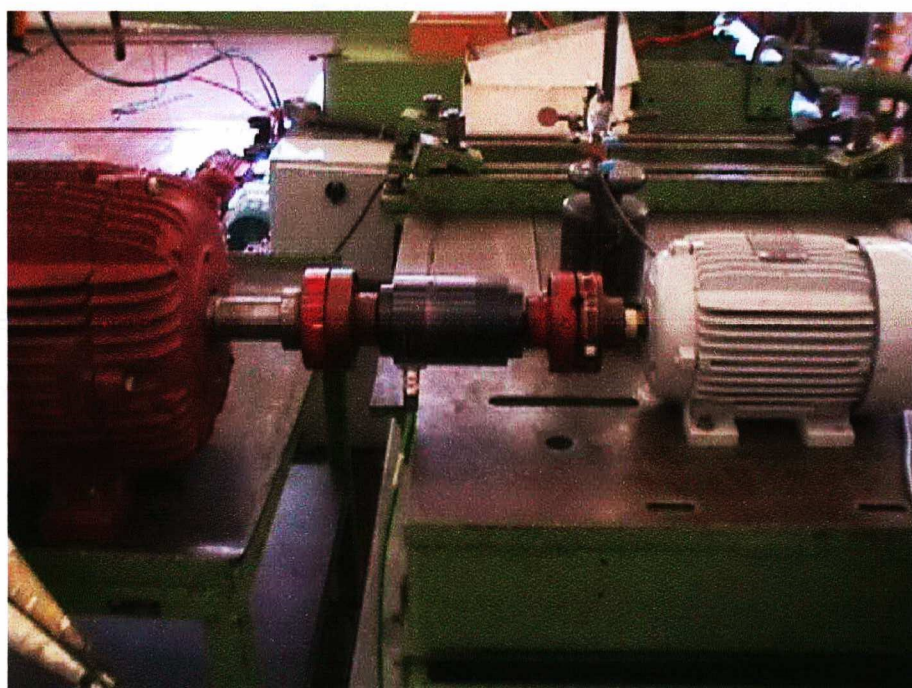
- [1] SCHWARZ, K. K. Survey of Basic Stray Losses in Squirrel-Cage Induction Machines, Proc. IEE, Vol. 11, No. 9, September, 1964, pp. 1565 – 1574.
- [2] CHALMERS, B. J. Electromagnetic Problems of A. C. Machines, Champman and Hall Ltda. London, 1964.
- [3] JIMOH, A.A.; FINDLAY, R. D. & POLOUJADOFF, M. Stray Losses in Induction Machines, IEEE, Vol. PAS-104, No. 6, June, 1985, pp. 1500 – 1512.
- [4] BOUSBAINE, A.; LOW, W. F. & McCORMICK, M. Novel Approach to the Measurement of iron and stray load losses in induction motors, Proc. IEE, Vol. 143, No. 1, January, 1996, pp. 78 – 86.
- [5] LIPO, T. A. Introduction to AC Machine Design, Vol. 1, University of Wisconsin, 1996.
- [6] ALGER, P. L.; ANGT, G. & JOHN DAVIES, E. Stray Load Losses in Polyphase Induction Machines, Trans. AIEE, 1957, 78, pp. 349 – 357.
- [7] ALGER, P. L. The Nature of Induction Machines, Gordon and Breach, Science Published Ltda, London, England.
- [8] OBERRETL, K. 13 Rules to Minimize Stray Load Losses in Induction Motors, Bulletin Oerlikon, No. 389/390, 1969, pp. 1 – 11.
- [9] BIRD, B. M.; BURBIDGE, R. F. The Differential Principle Applied to the Measurement of Stray Load Losses in Squirrel-Cage Induction Motors, IEEE Trans., Vol. PAS-86, No. 6, June, 1967, pp. 728 – 733.
- [10] BENAMROUCHE, N.; HADDAD, S.; BOUSBAINE, A. & LOW, F. W. Measurement of iron and stray load losses in induction motors using the temperature time method, Journal of the international Measurement Confederation, Vol. 20, No. 2, 1997, pp. 91 – 96.
- [11] WARE, D. H. Measurement of Stray Load Losses in Induction Motors. Trans. AIEE, Vol. 58, July, 1939, pp. 319 – 324.
- [12] MORGAN, T. H.; BROWN, W. E. & SCHUMER, A. J. Reverse Rotation Test for the Determination of Stray Load Losses in Induction Machines, Trans. AIEE, Vol. 58, July, 1939, pp. 319 – 324.

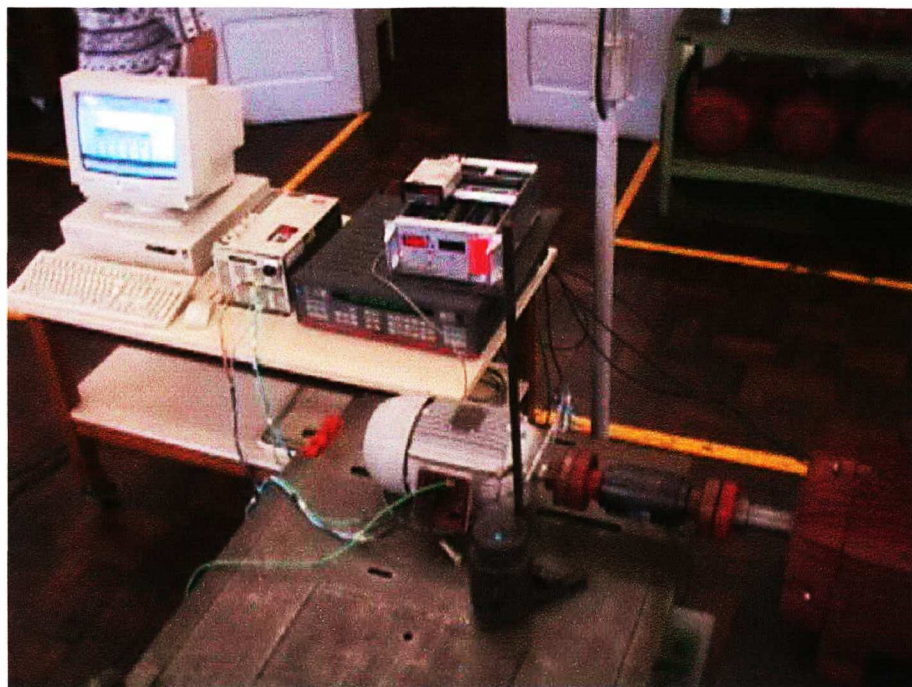
- [13] ODOK, A. M. Stray Load Losses and Stray Torques in Induction Machines. Trans. AIEE, 1958, 77, pp. 43 – 53.
- [14] LEVI, E. Polyphase Motors – A Direct Approach to their Design, John Wiley & Sons, New York.
- [15] ATALLAH, K.; ZHU, Z. Q. & HOWE, D. The Prediction of Iron Losses in Brushless Permanent Magnet DC Motors, Proc. ICEM, Manchester, May, 1996, pp. 814 – 818.
- [16] ATALLAH, K.; ZHU, Z. Q. & HOWE, D. An Improved Method for Predicting Iron Losses in Brushless Permanent Magnet DC Drives, IEEE Trans. on Magn., Vol. 28, No. 5, september, 1992.
- [17] ROSHEN, W. Ferrite Core Loss for Power Magnetic Components Design, IEEE Trans. on Magn., Vol. 27, No. 6, november, 1991, pp. 4407 – 4415.
- [18] ARKKIO, A.; NIEMENMAA, A. Estimation of Losses in Cage Induction Motors Using Finite Element Techniques, Proc. ICEM, Manchester, 1992, pp. 317 – 321.
- [19] LAVERS, J. D.; BIRINGER, P.P. & HOLLITSCHKE, H. A simple method of estimating the minor loop hysteresis loss in thin laminations, IEEE Trans. on Magn., Vol. 14, No. 5, september, 1978, pp. 386 – 388.
- [20] BERTOTTI, G. General Properties of Power Losses in Soft Ferromagnetic Materials, IEE Trans. on Magn., Vol. 24, No. 1, january, 1988, pp. 621 – 630.
- [21] JILES, D. C. Modelling the Effects of Eddy Current Losses on Frequency Dependent Hysteresis in Electrically Conducting Media, IEEE Trans. on Magn., Vol. 30, No. 6, november, 1994, pp. 4326 – 4328.
- [22] MUELLER, M. A.; ATALLAH, K. et al. Calculation of iron losses from time stepped finite element models of cage induction machines, Electrical Machines and Drives, No. 412, IEE, september, 1995, pp. 88 – 92.
- [23] SADOWSKI, N. Cálculo de Perda de Vida do Eixo de Turboalternadores devido a chaveamento no Sistema Elétrico, Dissertação de Mestrado, UFSC, Florianópolis, junho, 1985.
- [24] SADOWSKI, N. Apostila do Curso de Máquinas Elétricas e Elementos Finitos, UFSC, Florianópolis, 1997.
- [25] MOHAMED, M. A. Caractérisation et Prédiction des Pertes dans le Tôles Fer Silicium Soumises à des Tensions Non-Sinusoidales, Aplication au Cas de la MLI. Thèse de Doctorat. Université Paris VI, septembre, 1994.

- [26] BASTOS, J. P. A. Eletromagnetismo e Cálculo de Campos, editora da UFSC, Florianópolis, 1992.
- [27] SABONNADIÈRE, J. C. & COULOMB, J.L. Elementos Finitos e CAE. Aplicações em Engenharia Elétrica, editora ALEPH, São Paulo, 1993.
- [28] HO, S. L.; FU, W. N. Computation of Harmonic Stray Losses of Induction Motors Using Adaptive Time Stepping Finite Element Method together with Externally Coupled Circuits, *Electrical Machines and Drives*, IEE, No. 412, september, 1995, pp. 93 – 97.
- [29] HO, S. L.; FU, W. N. A Comprehensive Approach to the Solution of Direct Coupled Multislice Model of Skewed Rotor Induction Motors Using Time Stepping Eddy Current Finite Element Method, *IEEE Trans. on Magn.*, Vol. 33, No. 3, May, 1997, pp. 2265 – 2273.
- [30] HO, S. L.; FU, W. N. Estimation of Stray Losses of Skewed Rotor Induction Motors Using Coupled 2-D and 3-D – Time Stepping Finite Element Method, Part I: Main Methods. The 11<sup>th</sup> Conference on the COMPUMAG, november, 1997, pp. 63 – 64.
- [31] KOSOW, I. I. Máquinas Elétricas e Transformadores, 9<sup>a</sup> edição, Editora Globo S. A., 1993.
- [32] CHALMERS, B. & WILLIAMSON, A. A.C. Machines: Electromagnetic and Design, Research Studies Press Ltda, England, 1991.
- [33] FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY, C. & KUSKO, A. Máquinas Elétricas. Editora McGraw-Hill do Brasil Ltda, 1975.
- [34] KOSTENKO, M. & PIOTROVSKI, L. Máquinas Elétricas. Volumes I e II, Editora Lopes da Silva, 1979.
- [35] HAMDI, E. S. Design of Small Electrical Machines, Wiley.
- [36] SILVESTER, R. P.; FERRARI, R. L. Finite Element for Electrical Engineers, second edition, Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- [37] SADOWSKI, N.; LEFÈVRE, Y; LAJOIE-MAZENC, M. & CROS, J. Finite Element Torque Calculation in Electrical Machines while considering the movement, *IEEE Trans. on Magn.*, Vol. 28, No. 2, March, 1992, pp. 1410 – 1413.
- [38] SADOWSKI, N. Modélisation des Machines Électriques à partir de la résolution des équations du champ en tenant compte du mouvement et du circuit d'alimentation (Logiciel EFCAD), Tese de Doutorado, Institut National Polytechnique de Toulouse, 1993.

## ANEXO A

### FOTOS DA BANCADA DO TESTE DE ROTAÇÃO REVERSA





Essas fotos foram gentilmente cedidas pela WEG MOTORES LTDA.

## ANEXO B

### Fatores de Distribuição $K_{dn}$

Número de ranhuras por pólo por fase = q

Harmônico n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\infty$
1	0.960	0.960	0.958	0.957	0.957	0.957	0.956	0.955	0.955	0.955
3	0.707	0.667	0.654	0.646	0.644	0.642	0.641	0.640	0.639	0.636
5	0.259	0.217	0.205	0.200	0.197	0.195	0.194	0.194	0.193	0.191
7	0.259	0.177	0.158	0.149	0.145	0.143	0.141	0.140	0.140	0.136
9	0.707	0.333	0.270	0.247	0.236	0.229	0.225	0.222	0.220	0.212
11	0.966	0.177	0.126	0.110	0.102	0.097	0.095	0.093	0.092	0.087
13	0.966	0.217	0.126	0.102	0.092	0.086	0.083	0.081	0.079	0.073
15	0.707	0.667	0.270	0.200	0.172	0.158	0.150	0.145	0.141	0.127
17	0.259	0.960	0.0158	0.102	0.084	0.075	0.070	0.066	0.064	0.056
19	0.259	0.960	0.205	0.110	0.084	0.072	0.066	0.062	0.060	0.059
21	0.707	0.667	0.654	0.247	0.172	0.143	0.127	0.118	0.112	0.091
23	0.966	0.217	0.958	0.149	0.092	0.072	0.063	0.057	0.054	0.041
25	0.707	0.177	0.958	0.200	0.102	0.075	0.063	0.056	0.052	0.038
27	0.259	0.333	0.654	0.646	0.236	0.158	0.127	0.111	0.101	0.071
29	0.259	0.177	0.205	0.957	0.145	0.086	0.066	0.056	0.050	0.033
31	0.259	0.217	0.158	0.957	0.197	0.097	0.070	0.057	0.050	0.031
33	0.707	0.667	0.270	0.646	0.644	0.229	0.150	0.118	0.101	0.058
35	0.966	0.960	0.126	0.200	0.957	0.143	0.083	0.062	0.052	0.027
37	0.966	0.960	0.126	0.149	0.957	0.195	0.095	0.066	0.054	0.026
39	0.707	0.667	0.270	0.247	0.644	0.642	0.225	0.145	0.112	0.049
41	0.259	0.217	0.158	0.110	0.197	0.957	0.141	0.081	0.060	0.023
43	0.259	0.177	0.250	0.102	0.145	0.957	0.194	0.093	0.064	0.022
45	0.707	0.333	0.654	0.200	0.236	0.642	0.641	0.222	0.141	0.042
47	0.966	0.177	0.958	0.102	0.102	0.195	0.956	0.140	0.079	0.020
49	0.966	0.217	0.958	0.110	0.092	0.143	0.956	0.194	0.092	0.019
51	0.707	0.667	0.654	0.247	0.174	0.229	0.641	0.640	0.220	0.038
53	0.259	0.960	0.205	0.149	0.084	0.097	0.194	0.955	0.140	0.018
55	0.259	0.960	0.158	0.200	0.082	0.086	0.141	0.955	0.193	0.017
57	0.707	0.667	0.270	0.646	0.172	0.158	0.255	0.640	0.639	0.033
59	0.966	0.217	0.126	0.957	0.092	0.075	0.095	0.194	0.955	0.016
61	0.966	0.177	0.126	0.957	0.102	0.072	0.083	0.140	0.955	0.016
63	0.707	0.333	0.270	0.646	0.236	0.143	0.160	0.222	0.639	0.030
65	0.259	0.177	0.158	0.200	0.145	0.072	0.070	0.093	0.193	0.015



Fatores de Passo  $K_{pn}$ 

	Passos de ranhuras	Fundamental	n = 5	n = 7	n = 11	n = 13
<b>9 ranhuras por pólo</b>  <b>q = 3</b>	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	8	0.9848	0.6428	0.3420	0.3420	0.6428
	7	0.9397	0.1736	0.7660	0.7660	0.1736
	6	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660
<b>12 ranhuras por pólo</b>  <b>q = 4</b>	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	11	0.9914	0.7934	0.6088	0.1305	0.1305
	10	0.9659	0.2588	0.2588	0.9659	0.9659
	9	0.9239	0.3827	0.9239	0.3827	0.3827
	8	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660
<b>15 ranhuras por pólo</b>  <b>q = 5</b>	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	14	0.9945	0.8660	0.7431	0.4067	0.2079
	13	0.9781	0.5000	0.1045	0.6691	0.9136
	12	0.9511	0.0000	0.5878	0.9511	0.5878
	11	0.9135	0.5000	0.9781	0.1045	0.6691
	10	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660
<b>18 ranhuras por pólo</b>  <b>q = 6</b>	18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	17	0.9962	0.9063	0.8192	0.5736	0.4226
	16	0.9848	0.6428	0.3420	0.3420	0.6428
	15	0.9659	0.2588	0.2588	0.9659	0.9659
	14	0.9397	0.1736	0.7660	0.7660	0.1736
	13	0.9063	0.5736	0.9962	0.0872	0.8192
	12	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660
	11	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660
<b>21 ranhuras por pólo</b>  <b>q = 7</b>	21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	20	0.9972	0.9304	0.8660	0.6782	0.5606
	19	0.9888	0.7314	0.5000	0.0802	0.3714
	18	0.9748	0.4305	0.0000	0.7869	0.9770
	17	0.9553	0.0698	0.5000	0.9871	0.7242
	16	0.9304	0.3007	0.8660	0.5519	0.1650
	15	0.9003	0.6293	1.0000	0.2385	0.9092
	14	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660
<b>24 ranhuras por pólo</b>  <b>q = 8</b>	24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	23	0.9978	0.9469	0.8969	0.7518	0.6593
	22	0.9914	0.7934	0.6088	0.1305	0.1305
	21	0.9807	0.5555	0.1950	0.5555	0.5555
	20	0.9659	0.2588	0.2588	0.9659	0.9659
	19	0.9469	0.0654	0.6593	0.8969	0.4423
	18	0.9239	0.3827	0.9239	0.3827	0.3827
	17	0.8969	0.6593	0.9978	0.3215	0.9469
	16	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660
<b>27 ranhuras por pólo</b>  <b>q = 9</b>	27	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	26	0.9983	0.9580	0.9182	0.8021	0.7274
	25	0.9933	0.8355	0.6862	0.2868	0.0582
	24	0.9848	0.6428	0.3420	0.3420	0.6428
	23	0.9731	0.3960	0.0582	0.8355	0.9933
	22	0.9580	0.1161	0.4489	0.9983	0.8021
	21	0.9327	0.1736	0.7660	0.6428	0.1736
	20	0.9182	0.4489	0.9580	0.2328	0.5495
	19	0.8937	0.6862	0.9933	0.3960	0.9731
	18	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660

	Passos de ranhuras	Fundamental	n = 5	n = 7	n = 11	n = 13
<b>30 ranhuras por pólo</b>	30	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	29	0.9986	0.9659	0.9336	0.8387	0.7771
	28	0.9945	0.8660	0.7431	0.4067	0.2079
	27	0.9877	0.7071	0.4540	0.1564	0.4540
	26	0.9781	0.5000	0.1045	0.6991	0.9135
	25	0.9659	0.2588	0.2588	0.9659	0.9659
	24	0.9511	0.0000	0.5878	0.9511	0.5878
	23	0.9336	0.2588	0.8387	0.6293	0.0523
	22	0.9135	0.5000	0.9272	0.1045	0.6691
	21	0.8910	0.7071	0.9877	0.4540	0.9877
20	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660
<b>33 ranhuras por pólo</b>	33	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	32	0.9988	0.9719	0.9450	0.8660	0.8145
	31	0.9954	0.8888	0.7859	0.5000	0.3270
	30	0.9897	0.7559	0.5406	0.0000	0.2814
	29	0.9820	0.5801	0.2351	0.5000	0.7859
	28	0.9719	0.3720	0.0950	0.8660	0.9988
	27	0.9595	0.1424	0.4153	1.0000	0.8415
	26	0.9450	0.0950	0.6900	0.8660	0.3720
	25	0.9285	0.3270	0.8888	0.5000	0.2351
	24	0.9097	0.9647	0.9897	0.0000	0.7559
23	0.8888	0.7237	0.9820	0.5000	0.9954	
22	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660
<b>36 ranhuras por pólo</b>	36	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	35	0.9990	0.9763	0.9537	0.8870	0.8434
	34	0.9962	0.9063	0.8192	0.5736	0.4226
	33	0.9914	0.7934	0.6088	0.1478	0.1305
	32	0.9848	0.6428	0.3420	0.3420	0.6428
	31	0.9763	0.4617	0.0436	0.7373	0.9537
	30	0.9659	0.2588	0.0872	0.9659	0.9659
	29	0.9537	0.0436	0.5373	0.9763	0.6756
	28	0.9397	0.1736	0.7660	0.7660	0.1736
	27	0.9239	0.3827	0.9239	0.3827	0.3827
	26	0.9063	0.5807	0.9962	0.0872	0.8192
	25	0.8870	0.7373	0.9763	0.5373	0.9990
24	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660	0.8660	

## ANEXO C

### CIRCUITO EQUIVALENTE PARA O MOTOR DE INDUÇÃO, POR FASE

Este Anexo tem como objetivo mostrar as equações usadas para calcular os parâmetros do circuito equivalente trifásico do motor de indução com os ensaios a vazio e a rotor bloqueado.

As tensões e correntes, neste texto, são referenciadas pelos seus valores eficazes. Além disso, convencionou-se chamar todas as grandezas relativas ao estator, grandezas primárias, referenciando-as com o índice "1" e as grandezas relativas ao rotor, grandezas secundárias, referenciando-as com o índice "2".

A forma geral do circuito equivalente é sugerido pela semelhança entre a máquina de indução e o transformador. O mesmo pode ser representado pela Figura C.1, KOSOW [31], FITZGERALD [33].

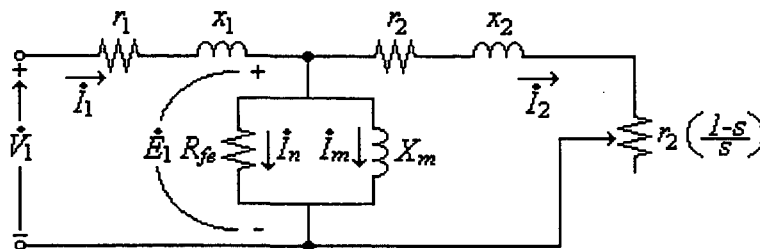


Figura C.1 - Circuito equivalente do motor de indução, por fase.

As seguintes definições aplicam-se ao circuito do motor e são usadas no decorrer deste texto.

- $\dot{V}_1$  - tensão terminal aplicada, em volts.
- $\dot{E}_1$  - força contra eletromotriz gerada pelo fluxo resultante no entreferro, em volts.
- $\dot{I}_1$  - corrente drenada da fonte pelo estator, em ampères.
- $\dot{I}_m$  - componente de magnetização (atrasada de  $90^\circ$  em relação à  $\dot{E}_1$ ), em ampères.

$\dot{I}_n$  - componente de perdas no ferro (em fase com  $\dot{E}_1$ ), em ampères.

$\dot{I}_f$  - corrente de excitação, responsável pelo fluxo de entreferro e pelas perdas no ferro, em

ampères. Onde:  $\dot{I}_f = \dot{I}_m + \dot{I}_n$ .

$\dot{I}_2$  - corrente de carga (parcela transferida ao rotor), em ampères.

$r_1$  - resistência efetiva do enrolamento do estator, em ohms.

$x_1$  - reatância efetiva do enrolamento do estator, em ohms.

$r_2$  - resistência efetiva do rotor referida ao estator, em ohms.

$x_2$  - reatância de dispersão do rotor referida ao estator, em ohms.

$s$  - escorregamento.

$R_{fe}$  - resistência representando as perdas de potência no ferro, em ohms.

$X_m$  - reatância de magnetização, em ohms.

## C.1 - DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

Neste item serão mostradas as linhas gerais de dois importantes ensaios para a determinação dos parâmetros do motor de indução trifásico: o ensaio de rotor bloqueado (ou travado) e o ensaio a vazio.

### i) Ensaio de rotor bloqueado (ou travado):

Devido a semelhança com o ensaio de curto-circuito para transformadores, esse ensaio também é chamado de “ensaio de curto-circuito”. Nesse ensaio, trava-se o rotor do motor de indução e aplica-se uma tensão reduzida, de forma que circule corrente nominal do motor na armadura. Para esse ensaio, o escorregamento é unitário.

Como a tensão é reduzida, os fluxos também o são. Assim, o circuito elétrico equivalente desse ensaio é mostrado na Figura C.2.

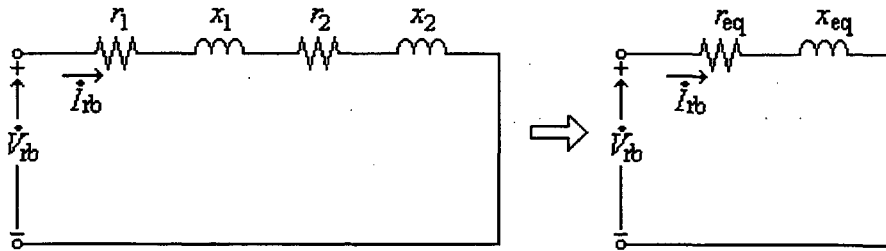


Figura C.2 - Circuito equivalente do ensaio a rotor bloqueado.

Onde:

$$r_{eq} = r_1 + r_2 \quad (c.1)$$

$$x_{eq} = x_1 + x_2 \quad (c.2)$$

A resistência do estator  $r_1$  é obtida por uma fonte Kelvin ou potenciômetro, e a resistência do rotor referida ao estator  $r_2$  é obtida pelo cálculo apresentado no Anexo D. Os valores eficazes da tensão de alimentação  $V_{rb}$  e da corrente  $I_{rb}$  são obtidos pelos programas EFCML e DSN.

De modo que, a reatância equivalente do rotor bloqueado pode ser obtida pela equação (c.4).

$$\frac{V_{rb}}{I_{rb}} = Z_{eq} = \sqrt{(r_1 + r_2)^2 + x_{eq}^2} \quad (c.3)$$

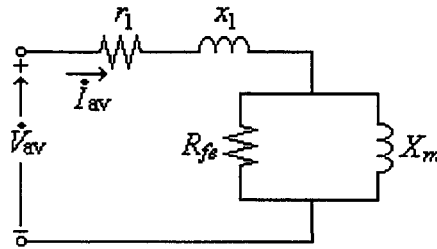
Logo:

$$x_{eq} = \sqrt{\left(\frac{V_{rb}}{I_{rb}}\right)^2 - (r_1 + r_2)^2} \quad (c.4)$$

## ii) Ensaio a vazio:

Devido a semelhança com o ensaio de circuito aberto para transformadores, esse ensaio também é chamado de “ensaio de circuito aberto”. Nesse ensaio, deixa-se a máquina girar a vazio (sem qualquer carga no eixo), alimentada com tensão nominal.

Esse ensaio possui um escorregamento muito pequeno ( $s \approx 0$ ), de maneira que o valor de  $r_2/s$  torna-se muito grande (corrente rotórica  $I_2$  muito pequena). O circuito elétrico equivalente por fase pode ser dado na Figura C.3.



**Figura C.3** - Circuito equivalente para ensaio a vazio.

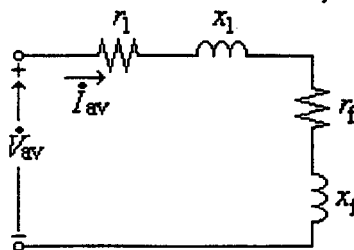
No circuito acima, a impedância equivalente do ferro é dada pela equação (c.5).

$$Z_{eqf} = \frac{R_{fe} \cdot j X_m}{R_{fe} + j X_m} \quad (c.5)$$

Multiplicando e dividindo a equação (c.5) por  $(R_{fe} - j X_m)$ ; tem-se:

$$Z_{eqf} = \frac{R_{fe} X_m^2}{(R_{fe}^2 + X_m^2)} + j \frac{R_{fe}^2 X_m}{(R_{fe}^2 + X_m^2)} \quad (c.6)$$

Para facilitar os cálculos, o circuito da Figura C.3 será substituído pelo circuito da Figura C.4.



**Figura C.4** - Circuito equivalente para o ensaio a vazio.

Nesse circuito, a impedância equivalente do ferro é expressa pela equação (c.7).

$$Z_{eqf} = r_f + j x_f \quad (c.7)$$

Igualando as equações (c.6) e (c.7); e fazendo algumas manipulações algébricas, encontra-se:

$$R_{fe} = \frac{r_f^2 + x_f^2}{r_f} \quad (c.8)$$

$$X_m = \frac{r_f^2 + x_f^2}{x_f} \quad (c.9)$$

Através do programa LOSS, obtém-se a perda total no ferro a vazio, de modo que, a resistência  $r_f$  por fase pode ser determinada pela equação (c.10).

$$r_f = \frac{P_f}{3(I_{av})^2} \quad (c.10)$$

Os valores eficazes da tensão  $V_{av}$  e da corrente de armadura  $I_{av}$  são obtidas pelos programas EFCML e DSN. A reatância  $x_1$  é obtida com as considerações sugeridas pelo fabricante, apresentadas no Capítulo IV, e com o ensaio de rotor bloqueado

Pela análise do circuito da Figura C.4, tem-se:

$$\frac{V_{av}}{I_{av}} = \sqrt{(r_1 + r_f)^2 + (x_1 + x_f)^2} \quad (c.11)$$

Logo, a reatância  $x_f$  é obtida pela equação (c.12).

$$x_f = \sqrt{\left(\frac{V_{av}}{I_{av}}\right)^2 - (r_1 + r_f)^2} - x_1 \quad (c.12)$$

Tendo-se os valores de  $r_f$  e  $x_f$ , obtém-se  $R_{fe}$  e  $X_m$  pelas equações (c.8) e (c.9).



## ANEXO D

### CÁLCULO DA RESISTÊNCIA DO ROTOR REFERIDA AO ESTATOR

Este Anexo tem como objetivo mostrar as expressões para o cálculo da resistência das barras do rotor e dos anéis de curto circuito e como referencia-las ao estator. De acordo com HANDI [35], a resistência total das barras da gaiola é dada pela equação (d.1).

$$r_b = S_2 \frac{\rho L_b}{a_b} \quad (\text{d.1})$$

onde:

$L_b$  - é o comprimento axial da barra.

$S_2$  - é o número de barras do rotor ou ranhuras do rotor

$a_b$  - é a área da seção transversal de cada barra.

$\rho$  - é a resistividade da barra.

O valor máximo da corrente no anel de curto circuito é obtido com o produto entre a corrente média na barra e metade do número de barras (ou ranhuras do rotor) por pólo. Assumindo que a corrente no anel de curto circuito, como a corrente na barra, varia senoidalmente, o valor rms da corrente no anel de curto circuito ( $I_{er}$ ) torna-se:

$$I_{er} = \frac{2}{\pi} \sqrt{2} I_b \cdot \frac{S_2/2}{P} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{I_b S_2}{\pi P} \quad (\text{d.2})$$

onde  $I_b$  é o valor rms da corrente na barra e  $P$  é o número de pólos.

A ventilação é geralmente melhor para os anéis de curto circuito do que para as barras do rotor, e a densidade de corrente no anéis de curto circuito pode ser considerada igual ou levemente superior a densidade de corrente nas barras. Entretanto, em muitos casos, as dimensões dos anéis de curto circuito são escolhidas de modo que sua contribuição na resistência do enrolamento do rotor é mínima.

A área de cada anel de curto circuito ( $a_{er}$ ) é expressa pela equação (d.3).

$$a_{er} = \frac{I_{er}}{J_{er}} = \frac{I_b S_2}{\pi P J_{er}} \quad (d.3)$$

onde  $J_{er}$  é a densidade de corrente nas barras do rotor em (A/mm<sup>2</sup>).

A resistência dos dois anéis de curto circuito é, então:

$$r_{er} = \frac{2 \rho \pi D_{er}}{a_{er}} \quad (d.4)$$

onde  $D_{er}$  é o diâmetro médio do anel de curto circuito.

A perda total no “cobre” do rotor pode ser escrita na forma da equação (d.5).

$$I_b^2 r_b + I_{er}^2 r_{er} \quad (d.5)$$

Substituindo-se as equações (d.1), (d.2) e (d.4) na equação (d.5), obtém-se:

$$I_b^2 r_b + I_{er}^2 r_{er} = I_b^2 S_2 \frac{\rho L_b}{a_b} + \left( \frac{I_b S_2}{\pi P} \right)^2 \cdot \frac{2 \rho \pi D_{er}}{a_{er}}$$

$$I_b^2 r_b + I_{er}^2 r_{er} = \rho I_b^2 S_2^2 \left[ \frac{L_b}{S_2 a_b} + \frac{2 D_{er}}{\pi P^2 a_{er}} \right] \quad (d.6)$$

Dividindo a equação (d.6) pelo quadrado da corrente na barra, obtém-se a resistência total do rotor.

$$R_2 = \rho S_2^2 \left[ \frac{L_b}{S_2 a_b} + \frac{2 D_{er}}{\pi P^2 a_{er}} \right] \quad (\Omega) \quad (d.7)$$

A resistência do rotor deve ser expressa em termos do enrolamento do estator para utilizá-la no circuito equivalente do motor. A resistência do rotor referida a tensão primária

(visto pelos terminais do estator) é igual a resistência do rotor total vezes o quadrado da relação entre as espiras efetivas do estator e rotor; mas qual é o número de espiras efetivas do rotor?

HANDI [35], define que o número de fases do enrolamento da gaiola é igual o número de barras (ou ranhuras do rotor) por pólo; o número de espiras em série por fase é igual ao número de pares de pólo e o fator de enrolamento da gaiola é igual a 1. Desse modo, a relação de transformação é dada por:

$$\left[ \frac{m_1 N_1 k_{w1}}{m_2 N_2 k_{w2}} \right]^2 = \left[ \frac{m_1 N_1 k_{w1}}{(S_2/P) (P/2) (1,0)} \right]^2 = \left[ \frac{2 m_1 N_1 k_{w1}}{S_2} \right]^2 \quad (\text{d.8})$$

onde:

$m_1$  - número de fases do estator.

$m_2$  - número de fases do rotor.

$N_1$  - número de espiras em série por fase do estator.

$N_2$  - número de espiras em série por fase do rotor.

$k_{w1}$  - fator de enrolamento do estator.

$k_{w2}$  - fator de enrolamento do rotor.

A resistência total da gaiola em termos do enrolamento do estator é, então:

$$R'_2 = \left[ \frac{2 m_1 N_1 k_{w1}}{S_2} \right]^2 R_2 \quad (\text{d.9})$$

Mas, o circuito equivalente do motor é por fase e então, tem-se ainda que:

$$R'_2 = m_1 r_2 \quad (\text{d.10})$$

Dessa maneira, a resistência do rotor por fase referida ao estator é expressa por:

$$r_2 = 4 m_1 N_1^2 k_{w1}^2 \rho \left[ \frac{L_b}{S_2 a_b} + \frac{2 D_{er}}{\pi P^2 a_{er}} \right] \quad (\Omega) \quad (d.11)$$

Quando a largura radial do anel de curto circuito é maior em comparação com a área da seção transversal da barra, como é o caso de pequenos motores, a componente do anel de curto circuito da resistência da gaiola deve ser corrigida para levar em consideração a distribuição de corrente não uniforme no anel. O fator de correção do anel de curto circuito,  $k_R$ , deve ser tomado da Figura D.1 [35].

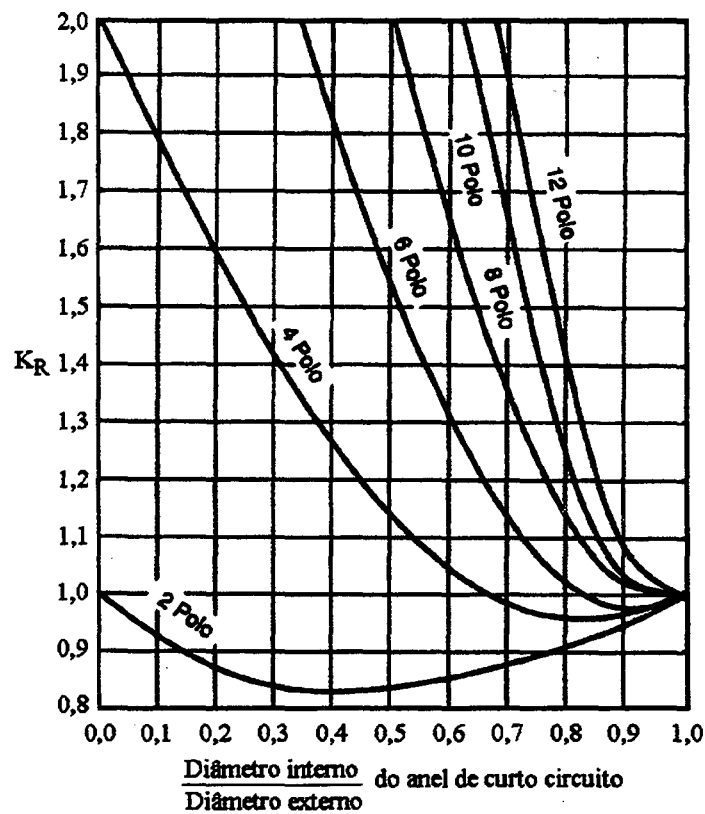


Figura D.1 - Fator de correção do anel de curto circuito.

Para motores trifásico, a resistência do rotor referida ao estator é:

$$r_2 = 12 N_1^2 k_{w1}^2 \rho \left[ \frac{L_b}{S_2 a_b} + \frac{2 D_{er}}{\pi P^2 a_{er}} k_R \right] \quad (\Omega) \quad (d.12)$$

É interessante salientar que alguns autores definem de maneira diferente a relação de transformação da equação (d.8). KOSTENKO [34], define a relação de transformação de acordo com a equação (d.13).

$$\frac{m_2}{m_1} \left[ \frac{m_1 N_1 k_{w1}}{m_2 N_2 k_{w2}} \right]^2 \quad (d.13)$$

Além disso, KOSTENKO [34] define o número de fase do rotor igual ao número de ranhuras do rotor  $S_2$ , o número de espiras por fase do rotor igual a 1/2 e o fator de bobinagem igual a 1,0. De maneira que, cada barra é considerada uma fase e à cada barra correspondem dois elementos adjacentes do anel de curto circuito. Substituindo-se essas definições na equação (d.13), encontra-se a seguinte relação de transformação:

$$\frac{4 m_1 (N_1 k_{w1})^2}{S_2} \quad (d.14)$$

Para LIPPO [5], por exemplo, o número de fases do rotor é igual ao número de ranhuras do rotor por par de pólo, entre outras considerações.

Contudo, é importante ressaltar que o valor final da resistência do rotor referida aos enrolamentos do estator é a mesma independentemente das definições adotadas por esses pesquisadores.

Para o motor de indução estudado neste trabalho, tem-se os seguintes dados enviados pelo fabricante:

$\rho = 2,87 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$	$L_b = 210 \text{ mm}$
$S_2 = 40$	$P = 4$
$D_{er} = 150,8 \text{ mm}$	$a_{er} = 495 \text{ mm}^2$
$a_b = 162,24 \text{ mm}^2$	$k_{w1} = 0,95$
$k_R = 1,02$	$N_1 = 168$

Usando a equação (d.12), obtém-se o seguinte valor para a resistência do rotor referida ao estator, que será utilizada no circuito equivalente trifásico.

$$r_2 = 0,3924 \Omega$$