

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

UFSC

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

MANUTENÇÃO DE EQUIPAMENTOS COM MÚLTIPLOS
COMPONENTES:
um modelo de Programação Dinâmica

HIERONIM NAPIERALA

(BU)



0.313.136-4

UFSC-BU

FLORIANÓPOLIS

1999

HIERONIM NAPIERALA

MANUTENÇÃO DE EQUIPAMENTOS COM MÚLTIPLOS
COMPONENTES:
um modelo de Programação Dinâmica

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Título de “Mestre em Engenharia da Produção”, área de concentração Pesquisa Operacional e Sistemas.

Orientador: Prof. Sérgio Fernando Mayerle, Dr.

FLORIANÓPOLIS

1999

MANUTENÇÃO DE EQUIPAMENTOS COM MÚLTIPLOS
COMPONENTES:

um modelo de Programação Dinâmica

HIERONIM NAPIERALA

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de
MESTRE EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
e aprovada em sua forma final pelo programa de Pós-Graduação



Prof. Ricardo Miranda Barcia, Ph.D.
Coordenador do curso

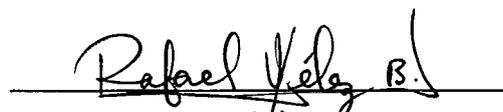
Banca Examinadora:



Prof. Sérgio Fernando Mayerle, Dr.
Presidente



Prof. Antônio Sérgio Coelho, Dr.



Prof. Rafael Carlos Velez Benito, Dr.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Sérgio Fernando Mayerle, pelo apoio e orientação eficiente.

À Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC.

Ao Departamento de Administração da UNIOESTE, Campus de Marechal Cândido Rondon.

À Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, pelo incentivo.

À CAPES, pela viabilidade da realização deste trabalho.

RESUMO

Nos últimos anos deu-se muita ênfase à manutenção de veículos. Isto se deve a várias razões, tais como, inflação, disponibilidade de veículos para manutenção, confiabilidade de componentes, etc. Há uma vasta bibliografia referente à manutenção ótima de equipamentos que falham estocasticamente. Nesses estudos foram propostos muitos modelos matemáticos objetivando determinar o instante adequado para a substituição dos componentes, reposição em falha e conserto mínimo. Normalmente, considera-se o equipamento como uma unidade única o que implica simplificar demasiadamente o sistema de manutenção. Nesse trabalho pretende-se elaborar um modelo para sistemas complexos, portanto, compostos por vários componentes, objetivando atingir uma política ótima de manutenção, considerando-se o custo médio por período, a longo prazo.

ABSTRACT

In the last years it has been given a lot of emphasis to the maintenance of vehicles. This is due to several reasons, such as, inflation, availability of vehicles for maintenance, reliability of components, etc. There is a vast bibliography regarding the optimum maintenance of equipments that fail stochastically. These studies have proposed many mathematical models, that objectify to determine the adequate instant substitution of the components, replacement in failure and minimal repair. Usually, it has been considered that the equipment as an unique unit, which implies to simplify too much the maintenance system. This work, intends to elaborate a model for the complex systems, therefore, composed by several components, that envisage to obtain a best policy of maintenance, based on the medium cost for the long term basis.

ÍNDICE

Lista de Figuras	viii
Lista de Quadros	x

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Gerais	1
1.2 Objetivos	3
1.3 Justificativa do Estudo	4
1.3.1 Aspectos Gerenciais sobre Manutenção de Frotas de Veículos	5
1.3.1.1 Tomada de Decisão	5
1.3.1.2 Plano de Manutenção	7
1.3.2 Sistema de Informação aplicado à Manutenção	11
1.4 Terminologia	13
1.5 Estrutura do Trabalho	14

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Considerações Gerais	16
2.2 Classificação dos Modelos de Manutenção	17
2.3 Descrição dos Modelos	18
2.3.1 Modelos de Inspeção	20
2.3.2 Modelos de Manutenção de Tempo Discreto	28
2.3.2.1 Informação Completa	28
2.3.2.2 Informação Incompleta	33
2.3.2.3 Modelos de Manutenção de Inventário	38
2.3.3 Modelos de Manutenção de Tempo Contínuo	41
2.3.3.1 Modelos da Teoria de Controle	41
2.3.3.2 Modelos de Substituição por Idade	44
2.3.3.3 Modelos de Conserto Mínimo	47
2.3.3.4 Modelos de Atividades de Conserto Interativas	54
2.3.3.5 Informação Incompleta	59
2.4 Considerações Finais	62

CAPÍTULO III

MODELO PROPOSTO

3.1	Características do Problema.....	67
3.2	Construção do Modelo.....	68
3.3	Modelo Propriamente Dito	70
3.4	Comentários.....	75

CAPÍTULO IV

METODOLOGIA PARA OBTENÇÃO DE INFORMAÇÕES

4.1	Considerações Gerais.....	79
4.2	Sistema de Informação	80
4.3	Distribuição da Probabilidade de Falha.....	82
4.3.1	Principais Expressões Matemáticas da Distribuição Weibull	83
4.3.2	Estimativa dos Parâmetros	85
4.3.2.1	As estimativas do parâmetros da Distribuição Weibull através do método da MV	85
4.3.2.2	As estimativas dos três parâmetros da distribuição Weibull através da regressão não-linear	88
4.3.3	Testes de Aderência	90
4.3.3.1	O teste de Kolmogorov-Smirnov.....	91
4.3.3.2	Teste de Ajuste Qui-quadrado.....	92
4.4	Custo de Manutenção	92
4.5	Custo de Indisponibilidade	96
4.6	Custo de Penalidade.....	97

CAPÍTULO V

EXEMPLO NUMÉRICO E VALIDAÇÃO DO MODELO

5.1	Exemplo Numérico.....	98
5.1.1	Coleta e Tratamento de Dados.....	99
5.1.2	Estimação de Parâmetros	102
5.1.3	Teste de Aderência.....	106
5.1.4	Ajuste das Funções de Custos de Manutenção Corretiva e Preventiva	106
5.1.5	Tempo de Manutenção	109
5.2	Implementação do Modelo Proposto.....	112
5.3	Validação do Modelo.....	113
5.3.1	Obtenção da Política Ótima para Cada Componente Isolado	114
5.3.2	Estratégia Empírica.....	116
5.3.3	Obtenção da Política Ótima do Sistema.....	117

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1 Conclusões	120
6.2 Recomendações.....	122
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	124
ANEXO	135

Lista de Figuras

Figura 3.1	Esquema da Programação Dinâmica Markoviana	69
Figura 5.1	Histograma da Quilometragem de Falha para o Componente Mecânico	100
Figura 5.2	Histograma da Quilometragem de Falha para o Componente Elétrico	101
Figura 5.3	Histograma da Quilometragem de Falha para o Componente Pneumático	101
Figura 5.4	Distribuição da Confiabilidade do componente mecânico usando três parâmetros da distribuição Weibull com o delineamento do limite de confiança	104
Figura 5.5	Distribuição da Confiabilidade do componente elétrico usando três parâmetros da distribuição Weibull com o delineamento do limite de confiança	105
Figura 5.6	Distribuição da Confiabilidade do componente pneumático usando três parâmetros da distribuição Weibull com o delineamento do limite de confiança	105
Figura 5.7	Diagrama de dispersão para o custo de manutenção corretiva e preventiva do componente mecânico	107
Figura 5.8	Diagrama de dispersão para o custo de manutenção corretiva e preventiva do componente elétrico	107
Figura 5.9	Diagrama de dispersão para o custo de manutenção corretiva e preventiva do componente pneumático	108
Figura 5.10	Diagrama de dispersão para o tempo de manutenção do componente mecânico	110
Figura 5.11	Diagrama de dispersão para o tempo de manutenção do componente elétrico	110
Figura 5.12	Diagrama de dispersão para o tempo de manutenção do componente pneumático	111
Figura 5.13	Tela principal de entrada dos dados do programa	112
Figura 5.14	Tela principal de entrada dos dados do programa	115

Figura 5.15 Esquema da política simulada com antecipação da manutenção preventiva .. 116

Lista de Quadros

Quadro 4.1	Histórico da Manutenção do Veículo	81
Quadro 4.2	Histórico dos Veículos.....	81
Quadro 4.3	Quilometragem de Falhas	82
Quadro 5.1	Composição do Sistema em Análise	98
Quadro 5.2	Histórico da Manutenção do Componente Mecânico.....	em anexo
Quadro 5.3	Histórico da Manutenção do Componente Elétrico.....	em anexo
Quadro 5.4	Histórico da Manutenção do Componente Pneumático.....	em anexo
Quadro 5.5	Medidas de posição e dispersão dos dados amostrais da quilometragem de falha.....	101
Quadro 5.6	Estimativa dos Parâmetros da Distribuição Weibull para o Componente Mecânico	103
Quadro 5.7	Estimativa dos Parâmetros da Distribuição Weibull para o Componente Elétrico.....	103
Quadro 5.8	Estimativa dos Parâmetros da Distribuição de Weibull para o Componente Pneumático.....	104
Quadro 5.9	Teste de Kolmogorov-Smirnov (K-S)	106
Quadro 5.10	Teste Qui-quadrado	106
Quadro 5.11	Resultado da correlação entre o custo e a variável quilômetros desde a última manutenção.....	109
Quadro 5.12	Função dos custos de manutenção dos três componentes.....	109
Quadro 5.13	Resultado da correlação entre o tempo de manutenção e a variável quilômetros desde a última manutenção	111
Quadro 5.14	Função do tempo de manutenção dos três componentes	111

Quadro 5.15	Limite da Manutenção Preventiva para diversas amplitudes do período.....	113
Quadro 5.16	Limite da Manutenção Preventiva para diversos componentes segundo a metodologia de BARLOW e HUNTER	114
Quadro 5.17	Comparação do custo por período da política ótima de manutenção e da política simulada.....	117
Quadro 5.18	Custo médio por quilômetro da manutenção dos componentes do veículo obtido através da programação dinâmica markoviana com horizonte ilimitado.....	118
Quadro 5.19	Comparação do custo médio da manutenção dos componentes do sistema considerando várias estratégias	119

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Gerais

A criação de um modelo de manutenção de componentes de veículos, sob a ótica gerencial, implica descrever os problemas e os desafios enfrentados pelo setor de manutenção nas empresas que operam frotas de veículos. O contexto da manutenção é caracterizado a partir da discussão de questões ligadas à complexidade do processo decisório, à necessidade de conferir a produtividade e funcionamento do setor e ao nível de informatização.

A proposta do presente estudo é apresentar um modelo de manutenção que garanta maior competitividade e produtividade ao setor de transporte.

Historicamente, a manutenção tem se caracterizado por dispor de forma ineficiente dos seus recursos materiais e humanos. Esta ineficiência tem acarretado uma crescente elevação dos custos .

A manutenção representa uma área com grande potencial de redução de custos, significando uma excelente oportunidade de ganhos imediatos, principalmente em tempos de crise e de alta competitividade.

Atualmente, como afirma VALENTE et al. (1997, p.144), “fica difícil ter uma boa manutenção sem dispor de informações acuradas e atualizadas sobre cadastro de equipamentos, histórico de ocorrências, programação e planejamento de atividades, (...) cronograma de paradas (...) e controle de estoque”. Esses procedimentos são fundamentais à programação, à execução e ao controle da função manutenção.

Em nenhum momento ao longo do século XX a competitividade entre mercados – nacionais e internacionais – chegou a níveis tão extremos como nesta última década. A abertura de novos mercados, embora deva ampliar as oportunidades de negócios, implica, também, nova fonte de ameaças, resultante da ampliação e do acirramento da concorrência. Onde existem concorrentes existe competição visando atingir melhores resultados, graças à produção em maior escala, à manutenção a custos mais baixos, etc.

Competir significa ter, além do serviço certo, alta competitividade em termos de preços e qualidade, ou seja, ter produtividade. Tal política demanda, necessariamente, uma análise profunda dos fatores que nela influem. É por isso que, na atualidade, a maioria dos fornecedores de produtos ou dos prestadores de serviços já descobriu que a Manutenção – fator de custos e gastos desnecessários – é, na prática, fator fundamental de produtividade e competitividade.

Equipamentos parados em momentos inoportunos e produção não maximizada podem significar perdas irrecuperáveis perante um concorrente, num momento em que o mercado exige serviços e/ou produtos de boa qualidade a preços competitivos. Também não pode ser negligenciado o custo fixo por unidade produzida, diretamente relacionado ao grau de utilização dos equipamentos, fator determinante no custo final do produto ou do serviço.

Neste contexto, a manutenção deixou de ser uma atividade qualquer para se tornar uma autêntica ciência, face à sofisticação de máquinas, equipamentos e instalações cada vez mais controlados por sistemas eletro-eletrônicos, com grau de exigência de qualidade e competitividade crescentes. Não se pode deixar de considerar, também, o altíssimo valor destas modernas instalações, quase sempre destinadas a altos volumes de produção e prestação de serviços.

Gerenciar corretamente esses modernos meios de produção exige conhecimentos de métodos e sistemas de programação, controle e execução tão ou mais eficientes que os próprios equipamentos.

As empresas de frotas de veículos não fogem à regra, pois utilizam, no exercício de suas atividades, um insumo que atinge valores de dezenas a até centenas de milhares de dólares. Portanto, deve ser dada uma atenção especial ao processo de manutenção, para que a operacionalização de sua finalidade primeira, realizar transportes, seja plenamente atendida

em todos os seus aspectos. A manutenção deve atuar dentro de padrões garantidos de qualidade e produtividade para que esse atendimento seja eficiente e livre de empecilhos.

Pretende-se, em decorrência do exposto, discutir os problemas básicos da manutenção de frotas de veículos, como: redução de custos, nível de informatização, interdependência entre setores da empresa e, principalmente, apresentar um modelo de otimização que garanta maior competitividade e produtividade ao setor de transporte.

Sabe-se, entretanto, que um trabalho que considere essas variáveis pressupõe, evidentemente, uma mudança na mentalidade dos gerentes envolvidos na área, responsáveis pela tomada de decisões. O novo paradigma gerencial pode ser auxiliado pela adequação de um Sistema de Apoio à Decisão para disciplinar e fornecer um conjunto de procedimentos mediante sugestões sistêmicas que favorecerão a redução do tempo de preparação de uma decisão. Este posicionamento é confirmado por MIRSHAWKA e OLMEDO (1993, p.35), quando afirmam que “no ano de 1992 não mais que 30% das micros, pequenas e médias empresas faziam a gestão das suas ordens de serviço usando um processo informatizado.”

A competitividade é o elemento fundamental a ser avaliado, discutido e indicado como critério para a sobrevivência das empresas. A luta pela competitividade e, em alguns casos, pela própria sobrevivência, exige das empresas respostas e ou ações tão rápidas e em ambientes tão turbulentos, que as obrigam a transitarem entre o sucesso ou fracasso.

A modernização do padrão gerencial é, atualmente, um fator básico de sobrevivência empresarial face à concorrência próxima.

1.2 Objetivos

O presente estudo objetiva viabilizar, a nível gerencial, a função da manutenção das empresas de transporte buscando responder às exigências do mercado, com um serviço que atenda às expectativas desse mercado e, ao mesmo tempo, garanta o melhor retorno financeiro.

Considerando-se a dificuldade de elaboração de planos e de tomada de decisão, capazes de interagir com as constantes e complexas modificações no ambiente mercadológico, tecnológico, econômico e social esta pesquisa objetiva, especificamente:

- a) focalizar as habilidades no planejamento e controle de manutenção continuamente ajustados, visando minimizar os custos totais, excetuando-se as questões técnicas implícitas nas falhas e melhorias do equipamento;
- b) criar um sistema que otimize os resultados quanto à redução dos custos de manutenção de veículos, objetivando instrumentalizar os gerentes de manutenção;
- c) desenvolver um sistema de informação capaz de promover as ações necessárias à manutenção e, desta forma, determinar as ações atuais e futuras.

Para resolver os problemas complexos, resultantes da variação de mercado e da crescente competitividade provocada pela globalização, torna-se necessário operar na área de planejamento de maneira racional, convertendo os dados em informações significativas e criando, através de modelos matemáticos, um sistema de soluções úteis.

CASTRO (1993) afirma que, no que se refere ao estudo e à implementação da redução de custos, tanto no mercado interno quanto no externo, têm surgido poucas contribuições capazes de resolver ou simplificar os problemas nas áreas da mão-de-obra e de materiais. Soluções efetivas nestas áreas significam uma excelente oportunidade de ganhos imediatos.

O planejamento de compras e o dimensionamento dos estoques são áreas potenciais para a melhoria do sistema global de manutenção.

Considerando-se o atual nível de informatização e os processos decisórios adotados pelas empresas, a aplicação do Sistema de Apoio à Decisão em frotas de veículos em geral, abre uma promissora área de pesquisa, em virtude da importância da aplicação de sistemas de informação. Objetivando vencer a atual crise econômica mundial e ajustar-se às transformações mercadológicas, os futuros especialistas na área de manutenção deverão estar familiarizados com as técnicas e com os procedimentos na área de informática.

1.3 Justificativa do Estudo

Os sistemas usados na produção de bens e prestação de serviços constituem, na maioria das vezes, um vasto capital da empresa. Estes sistemas estão sujeitos à deterioração resultante do uso e da idade, o que provoca, freqüentemente, alta nos custos de produção e baixa na qualidade do produto. Objetivando controlar custos de produção e, simultaneamente, manter uma boa qualidade dos seus produtos e serviços, a empresa executa, com freqüência, a

manutenção preventiva nos sistemas sujeitos à deterioração. A importância crescente desse tipo de manutenção gerou um enorme interesse no desenvolvimento e implementação de modelos de manutenção preventiva, aplicáveis aos sistemas em deterioração.

A implementação de um modelo de manutenção, razão do presente estudo, justifica-se a partir da necessidade de refletir questões ligadas aos aspectos gerenciais, bem como ao sistema de informatização.

1.3.1 Aspectos Gerenciais sobre Manutenção de Frotas de Veículos

Do pós-guerra ao período atual, as características das atividades econômicas experimentaram alterações que impuseram diferentes ritmos de desenvolvimento. Nesse lapso de tempo a competitividade industrial deixou de ser definida pelos ganhos de escala e da produção seriada, tipificada pelo modelo *fordista*, passando a ser decidida nos campos da qualidade e da produtividade. A economia de escala está dando lugar à economia de escopo. Neste contexto, a manutenção desponta como a única função operacional que, simultaneamente, influencia e melhora os três eixos determinantes da performance industrial, a saber, custo, prazo e qualidade de produtos e serviços – definida, segundo MCKINSEY (1994), como a Função Pivotal.

Durante os últimos anos, a alta administração focalizou sua atenção principalmente na qualidade de produtos e serviços, freqüentemente assumindo que os custos estavam sob controle. A competitividade acirrada levou à conclusão de que os custos de manutenção não estão sob controle e estes são um fator importante no incremento do desempenho global dos equipamentos.

As constantes e complexas modificações do ambiente mercadológico, tecnológico e econômico dificultam a tomada de decisão e a elaboração de planos de manutenção capazes de solucionar o problema em termos de redução de custos e, simultaneamente, de abrir uma excelente oportunidade de vantagem competitiva.

1.3.1.1 Tomada de Decisão

A chave do sucesso, ao resolver-se um problema, é tomar a decisão pertinente ao problema. Porém, a pertinência da decisão implica o reconhecimento da existência e da complexidade do problema. A complexidade está presente nas múltiplas dimensões, nas diferentes

perspectivas das pessoas envolvidas no processo de decisão, na incerteza implícita e também, na urgência de uma solução ou na necessidade de gerar soluções mais convenientes. Nestes tipos de decisões, denominadas decisões estratégicas, os decisores preocupam-se com a sistemática com que elas são tomadas, independentemente do nível hierárquico da organização onde elas são tomadas. Evidentemente, as decisões estratégicas tornam-se mais complexas quando envolvem elementos de escolha coletiva, de negociação com aqueles que vêem o problema de perspectiva distinta, envolvendo valores diferentes de pessoa para pessoa.

Na prática, o processo de tomada de decisão envolve três dificuldades fundamentais que implicam:

- a) maiores informações sobre o ambiente do problema;
- b) uma visão mais ampla de como as decisões afetarão outras áreas organizacionais;
- c) uma orientação política com objetivos claros.

Enfim, deve levar-se em conta múltiplos fatores para dar continuidade ao processo e para que a organização seja competitiva.

Apesar de a mente humana ser extraordinária ela é limitada em sua habilidade de compilar e analisar todas as informações necessárias à tomada de uma decisão complexa.

Ainda hoje, a forma mais usada para a tomada de decisão é aquela baseada na intuição, onde não é feita uma análise de forma organizada de vários elementos constituintes. SHOEMAKER e RUSSO (1993) identificam quatro formas de decisão, as quais podem ser representados em forma de uma pirâmide:

- a) O julgamento intuitivo: constitui a forma de decisão menos precisa. Esta imprecisão se deve à falha de memória, aos limites mentais, à distrações ou à fadiga.
- b) As regras: apresentam-se como formas de decisão mais claras e mais acuradas que o julgamento intuitivo e são de fácil aplicabilidade. O maior problema desta forma de decisão, segundo SHOEMAKER e RUSSO (1993), é que ela não considera as informações relevantes, tratando todos os fatores como equivalentes.

- c) A importância ponderada: permite uma análise mais consistente, pois identifica quais fatores são considerados mais ou menos importantes, tornando os julgamentos claros e susceptíveis de avaliação.
- d) Análise do valor: consiste num refinamento das técnicas de ponderação, ao considerar como vários fatores afetam os objetivos propostos.

No topo da pirâmide está a forma mais acurada, complexa e onerosa e a menos usada. Na base da pirâmide está a mais usada e indicada às decisões pouco importantes.

Embora a tomada de decisão faça parte do nosso cotidiano e consista na identificação de uma solução possível à resolução de um problema, nem todos os problemas merecem a mesma atenção. A maioria dos problemas exige apenas uma atenção parcial e pode ser facilmente enfrentada. Outros problemas, com os quais despense-se muito tempo, poderiam ser eliminados, se fossem simplesmente ignorados, porque não há razões suficientemente fortes para acreditar que eles possam ser resolvidos, ou que a solução trará os benefícios esperados e adequados ao esforço.

A tomada de decisões, no âmbito da gerência de manutenção, atravessa, inevitavelmente, as fronteiras departamentais, por necessitar de informações de diversas fontes, em cada um dos aspectos relacionados com sua função, seus objetivos, sua estrutura organizacional e suas ações. Tais decisões podem variar em importância e abarcam desde a substituição de um equipamento principal até um pequeno reparo. É importante, portanto, entender a estrutura do processo de tomada de decisões.

1.3.1.2 Plano de Manutenção

A partir do momento em que uma empresa tenha uma frota de veículos, faz-se necessária a preocupação com a administração racional desse bem. Isso se justifica por várias razões:

- a) veículos são bens de produção de custo elevado;
- b) veículos são bens que, por estarem em constante movimento, criam oportunidades para atritos e desgastes decorrentes das condições ambientais, de danos inevitáveis ao próprio veículo, a outros veículos, a pessoas como o motorista, o ajudante ou a terceiros;

- c) veículos transportam pessoas e também bens materiais, de valor às vezes muito elevado, desempenhando um papel de extrema importância em diferentes sistemas produtivos;
- d) a empresa precisa ter um retorno adequado ao investimento com seus veículos, para preservar seu poder de reposição e garantir sua competitividade.

Para atingir seus objetivos, a organização precisa aplicar adequadamente os seus recursos produtivos, evitando o imprevisto. É necessário planejar antecipadamente e controlar adequadamente para obter a máxima utilização dos recursos e prestar o melhor nível de serviço ao cliente, ou seja, é preciso gerenciar com eficiência, utilizando adequadamente os recursos, dentro de padrões estabelecidos de eficácia.

O sucesso de uma companhia é devido, em grande parte, à eficiência da cooperação entre clientes e fornecedores, sejam internos ou externos. Os atritos geram custos, consomem tempo e energia. O gerenciamento dinâmico da manutenção envolve a interação das interfaces com outras divisões corporativas.

A coordenação do planejamento da estratégia de manutenção, da aquisição de sobressalentes, da programação de serviços e do fluxo de informações entre estes subsistemas, elimina conflito de metas.

Disponibilidades, índices de utilização e confiabilidade adequados, associados a um baixo custo de produção como resultado de manutenção otimizada, gestão de sobressalentes e alta qualidade de serviços, são metas que podem ser atingidas somente quando a operação e a manutenção trabalham em sintonia.

Áreas de manutenção bem sucedidas evoluíram da manutenção não-planejada para uma manutenção baseada em estratégias.

De acordo com KELLY & HARRIS (1980) diversas políticas de manutenção podem ser aplicadas a uma empresa ou sistema organizacional, quer isoladamente quer combinadas, definindo, assim, a constituição do plano de manutenção pela aplicação dessas políticas:

- I. Manutenção a intervalos prefixados, em que pode ocorrer substituição individual ou em grupo de componentes.

- II. Manutenção baseada na condição do parâmetro, sendo contínua ou periódica.
- III. Manutenção corretiva¹ por reparo local ou por substituição de componente. É o procedimento de “operação até falhar”.
- IV. Manutenção de oportunidade, usada normalmente quando o componente é complexo e demanda um tempo longo de manutenção.
- V. Modificações de projeto.

É conveniente que se avalie detalhadamente as políticas de manutenção, antes de se adotar um procedimento para determinar o plano mais adequado de manutenção.

Os especialistas em manutenção deparam, permanentemente, com a questão acerca do método de manutenção mais eficaz. A resposta é a combinação de todos os métodos disponíveis, isto é, manutenção corretiva, manutenção por tempo e manutenção por estado (baseada na condição).

Portanto, o plano de manutenção deve ser formado pela melhor combinação das políticas de manutenção, coordenadas com o objetivo de promover uma melhor utilização do tempo e dos recursos disponíveis. É importante destacar que, quando os componentes são de reposição simples, há uma aproximação ideal das ações preventivas e corretivas, graças ao detalhamento fornecido pelo fabricante, o que torna a manutenção barata e determinística. Isso raramente ocorre aos componentes de reposição complexa, cuja manutenção é custosa e probabilística.

Os departamentos de manutenção, geralmente, adotam os planos preventivos recomendados pelos fabricantes dos veículos, ou criam os seus planos a partir destes. Estes planos quase sempre sugerem inspeções, lubrificações e substituições periódicas de determinados componentes mecânicos. A vida útil dos itens dificilmente é fornecida e, quando indicada, pode situar-se fora da realidade aplicável.

¹ As ações efetuadas antes da ocorrência de uma falha são consideradas preventivas e as efetuadas após a falha são consideradas corretivas. As ações preventivas podem, portanto, ser programadas e executadas sob a forma de um plano de manutenção preventiva. A manutenção corretiva não pode ser programada, dada a natureza aleatória da falha e das incertezas que cercam a tomada de decisão correspondente.

Uma escolha cuidadosa de prioridades, em um plano de manutenção que seja gradativamente implementado, com vistas à manutenção preventiva, muitas vezes traz resultados economicamente mais relevantes do que o emprego de técnicas de manutenção preditiva, por exemplo. A atuação prioritária junto aos componentes críticos é fundamental para evitar uma manutenção muito cara. Ou seja, para defeitos ou falhas em componentes que não interrompem a operação dos veículos (buzina, janela, etc.) pode-se dar uma maior flexibilidade nas intervenções sistemáticas, mas os defeitos ou falhas em componentes, como pneus e baterias, entre outros, que podem interromper a operação, devem merecer maior grau de atenção. A previsibilidade e o impacto das falhas sobre o negócio apontam para o tipo de estratégia a ser adotada, conforme a importância dos vários componentes do sistema.

O planejamento de manutenção é composto por uma série de atividades, sendo as principais etapas do processo: focalizar o esforço; desenvolver os planos e implementá-los. O resultado deste planejamento deverá resultar em uma série coerente de estratégias de manutenção, continuamente monitoradas e ajustadas, visando minimizar os custos totais.

Quanto ao fator custos, a manutenção corretiva, ao longo do tempo, se apresenta com a configuração de uma curva ascendente, devido à redução da vida útil dos equipamentos e conseqüente depreciação do ativo, perda de produção ou qualidade dos serviços, aumento de aquisição de peças de reposição, pagamento de horas extras ao pessoal executor da manutenção, ocorrência de ociosidade de mão-de-obra operativa, perda de mercado e aumento de riscos de acidentes. A implantação do planejamento e controle, visando à prevenção ou à predição da quebra, apresenta uma configuração de custos invertida, com taxa negativa anual da ordem de 20%, e tendência a valores estáveis, que podem representar, conforme BORUCKI (1994) e CZERWINSKI (1992), no cômputo total, economia de 300 a 500%. Mais da metade desta economia é devida ao faturamento cessante, considerando o custo total de uma parada de equipamento como a soma do Custo de Manutenção, que inclui os custos de mão-de-obra, sobresselentes, materiais, combustíveis e lubrificantes, com o Custo de Indisponibilidade, que inclui o custo de perda de produção (horas não trabalhadas). Nesta se incluem: má qualidade do trabalho; falta de equipamentos; custo por emergências; custos extras para reorganizar a produção; custo por sobresselentes de emergência; penalidades comerciais e imagem da empresa. Experiências de avaliação do Custo de Indisponibilidade mostram que ele representa mais da metade do Custo Total da parada (ANDRESS, (1995)).

As questões até então discutidas justificam o objetivo de focalizar a habilidade no planejamento e controle de manutenção continuamente ajustada.

1.3.2 Sistema de Informação aplicado à Manutenção

O planejamento da manutenção pode ter, nos sistemas informatizados, um aliado importante. VIEIRA (1991) aponta um sistema que foi desenvolvido para auxiliar a gerência de manutenção na utilização eficiente dos recursos disponíveis, identificando as áreas críticas, a partir dos dados históricos que vão sendo armazenados numa base de dados. Para se analisar os resultados e redirecionar as diferentes estratégias da manutenção corretiva e preventiva KING (1990) e OKOGBAA et al. (1992) sugerem o desenvolvimento de uma base de dados históricos.

A área de manutenção produz, no desempenho de suas funções, um conjunto considerável de anotações de controles referentes aos equipamentos que operam numa determinada empresa. Os dados gerados devem ser processados para a elaboração de relatórios, tabelas e gráficos, com conteúdos específicos e apropriados aos níveis da decisão.

A aplicação dos recursos da informática à manutenção foi avaliada por GEHL (1989), HARPER (1989) e BALA KRISHNAN (1992), os quais apontam para os cuidados que a gerência de manutenção, de uma forma geral, deve ter no momento de optar por um sistema informatizado. Além disso, os autores ressaltam a inegável potencialidade da aplicação do computador, como ferramenta indispensável para o gerenciamento, e discutem sobre a aplicação de modelos de simulação em computador para avaliar as políticas de manutenção adotadas por uma empresa.

Parece consensual que o refinamento da tomada de decisões em manutenção está sendo evidenciado, gradativamente, através do uso dos recursos da informática, principalmente, com a popularização do microcomputador, com o decréscimo do seu custo e com as aplicações de redes, facilitando e interligando departamentos, favorecendo o aumento da velocidade de circulação da informação. Isso sem falar nos diversos recursos de *software* e *hardware* que facilitam a vida de qualquer usuário.

Para RIBEIRO (1989), a aplicação tecnológica da informática, como instrumento de apoio aos processos decisórios e gerenciais, é ainda incipiente. Somente uma postura consciente e madura dos empresários, com relação a informática, poderá aumentar a expectativa de tornar

real o planejamento adequado, a obtenção de decisões fundamentadas, operações ágeis e controles eficientes.

Porém, para REGRA (1993), é necessário encarar com cautela o uso desses recursos, face à qualidade da informação que esse uso oferece. Ao citar a importância da ciência da computação junto a tecnologia da informação, vale ressaltar que o computador é apenas uma ferramenta de aplicação no sistema e, por si só, não o representa na íntegra. A análise das informações, por exemplo, é vital para que se alcance um rendimento satisfatório.

A administração de frotas de veículos é uma área na qual a informatização é extremamente necessária e benéfica, mas que se encontra pouco informatizada, mesmo em empresas multinacionais.

Embora grande parte das empresas reconheça o fato, há, em muitos casos, uma resistência à implantação de um plano diretor de informática, que auxilie todos os setores de uma forma integrada e eficaz, agilizando o fluxo de informações e, conseqüentemente, melhorando o nível das decisões tomadas.

Grande parte dos gerentes das empresas visitadas por REGRA conhece a importância da integração entre as áreas de tráfego de materiais e a manutenção. Não se identifica, porém, a existência de um sistema de informações gerenciais que formalize os fluxos de informação mais importantes dessas áreas e que sirva de apoio aos processos de decisão da empresa como um todo.

Para GUERRA (1992) a aplicação gradativa das técnicas de manutenção é fundamental na ajuda do processo de tomada de decisões e deve ocorrer como forma de se obter o estado dos componentes dos veículos e reduzir os custos de manutenção.

O crescimento da frota de veículos da empresa demanda maior rigor no controle das várias etapas de coleta de informações à medida em que elas se tomam mais complexas. O grande volume de informações, a dimensão dos custos e o valor patrimonial dos veículos e equipamentos, bem como a conjuntura econômica, tornam fundamental uma administração eficiente e abrangente, em função da complexidade gerada por esses fatores. Num mercado competitivo, as empresas precisam dispor de informações gerenciais confiáveis e de modernas ferramentas de controle operacional. É vital reduzir custos.

Partindo do exposto, justifica-se a necessidade da criação de um modelo otimizado com vistas a auxiliar o setor gerencial, atentando-se para o sistema de informatização.

1.4 Terminologia

Existem varias terminologias divergentes para definir e conceituar as idéias, os componentes ou ainda os estados abordados pela área da manutenção. Algumas tentativas de padronizá-las foram realizadas por alguns órgãos de normalização e grupos coordenadores dos diversos ramos industriais.

A Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT (1971)) define manutenção como sendo o conjunto de todas as ações necessárias para que um item seja conservado ou restaurado, de modo a poder permanecer de acordo com uma condição especificada. Essa associação define defeito como sendo um problema no equipamento que não impede seu funcionamento. Todavia, pode, a curto ou a longo a prazo, acarretar sua indisponibilidade. Já as falhas são definidas como ocorrências que impedem o funcionamento de equipamentos. A ABNT define também os seguintes termos: taxa de falhas, vida útil, índice de confiabilidade, índice de disponibilidade, manutenção preventiva e manutenção corretiva.

No desenvolvimento desse trabalho, as palavras abaixo serão discriminadas de acordo com as seguintes acepções:

PEÇA - Todo e qualquer elemento físico não divisível de um mecanismo. É a parte do equipamento na qual, de uma maneira geral, ocorrerão as trocas e, eventualmente, em casos mais específicos, os reparos. Ex.: mola, parafuso.

COMPONENTE - Engenho essencial ao funcionamento de uma atividade mecânica, elétrica, hidráulica, pneumática, ou de outra natureza física, que, conjugado a outro(s), cria(m) o potencial de realização de um trabalho. Ex.: Um motor, um motor elétrico, uma caixa de transmissão, um redutor, etc.

EQUIPAMENTO - Conjunto de Componentes interligados com os quais se realiza materialmente uma atividade de uma instalação. Ex.: um ônibus, um caminhão.

SISTEMA OPERACIONAL - Conjunto de Equipamentos necessários à realização de uma função de uma instalação. Ex.: Uma frota de caminhões, de ônibus, uma oficina elétrica ou mecânica, uma oficina de apoio.

FAMÍLIA DE EQUIPAMENTOS - Equipamentos com as mesmas características construtivas (mesmo fabricante, tipo e modelo).

ITEM DE MANUTENÇÃO (ou simplesmente "**Item**") - Equipamento.

MANUTENÇÃO - Todas as ações necessárias para que um item seja conservado ou restaurado, de modo a permanecer de acordo com uma condição especificada.

DEFEITO - Ocorrência em itens, não impedindo seu funcionamento; todavia podendo, a curto ou longo prazo, acarretar sua indisponibilidade.

FALHA - Ocorrência nos itens, impedindo seu funcionamento.

MANUTENÇÃO PREVENTIVA - Todos os serviços de inspeções sistemáticas, ajustes, conservação e eliminação de defeitos, visando evitar falhas.

MANUTENÇÃO PREVENTIVA POR TEMPO - Serviços preventivos, estabelecidos através de programação (preventiva sistemática, lubrificação, inspeção ou rotina), definidos por unidade-calendário (dia, semana) ou por unidade não-calendário (horas de funcionamento, quilômetros rodados, etc.).

MANUTENÇÃO PREVENTIVA POR ESTADO - Serviços preventivos executados em função da condição operativa do equipamento (reparos de defeito, preditiva por monitoramento).

MANUTENÇÃO CORRETIVA - Todos os serviços executados nos equipamentos com falha.

MANTENABILIDADE - Facilidade de um item em ser mantido ou recolocado em condições de executar suas funções requeridas.

1.5 Estrutura do Trabalho

O presente trabalho é subdividido em seis capítulos.

No primeiro capítulo são apresentados os objetivos e a justificativa do estudo, a partir dos aspectos gerenciais e dos sistemas de informatização.

O segundo capítulo refere-se à revisão bibliográfica dos modelos de manutenção, subdivididos em: modelos de inspeção, modelos de tempo discreto e modelos de tempo contínuo. São ainda discutidas questões relativas aos modelos que envolvem informações incompletas.

No terceiro capítulo é apresentado o modelo matemático, objetivando solucionar o problema e coteja-se este modelo com aqueles discutidos na revisão bibliográfica.

O quarto capítulo refere-se à metodologia de obtenção de informações relativas à distribuição de falha, ao custo de manutenção, de indisponibilidade e de penalidade.

No quinto capítulo, é apresentado um exemplo numérico e os resultados obtidos a partir da comparação entre o modelo proposto e outros modelos. Para fins de comparação foram utilizados dados gerados aleatoriamente, por um processo de simulação.

No último capítulo são apresentadas as conclusões sobre o trabalho e algumas recomendações para trabalhos futuros.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Considerações Gerais

Durante quase quatro décadas houve um grande e contínuo interesse pelo estudo de modelos de manutenção para artigos com falha estocástica. Esse interesse tem suas raízes em diversas aplicações militares e industriais. Porém, recentemente, surgiram novas aplicações em áreas distintas como: saúde, ecologia e meio ambiente. Embora não seja possível abordar, de forma detalhada, a pluralidade das aplicações dos modelos de manutenção, algumas delas se destacam dentre as quais: a manutenção de equipamento eletrônico complexo e/ou equipamento mecânico, a manutenção do corpo humano, a inspeção e controle de contaminantes ambientais e a manutenção do equilíbrio ecológico em populações de plantas e animais.

Paralelamente ao interesse pelo crescimento e pelas mudanças na área da manutenibilidade tem ocorrido um processo de sofisticação dos modelos e das políticas de controle na busca de soluções para os problemas de manutenção. Muitos dos mais antigos e importantes modelos de manutenção e/ou inspeção tinham tal simplicidade que conduziram às políticas facilmente implementáveis. Estes modelos, posteriormente, foram generalizados. Embora muito dessa simplicidade e funcionabilidade ainda subsista, alguns dos novos resultados se tornaram mais complexos e requerem o uso de computadores potentes no processo de implementação.

Dois dos mais antigos trabalhos na área de manutenibilidade merecem destaque pela excelência e profundidade da pesquisa. Eles contemplam, de forma bastante completa, o período que vai até 1965. São eles: *“A Teoria Matemática de Confiabilidade”*, de Richard BARLOW e Frank PROSCHAN (1965) e *“Políticas de Manutenção para Equipamento que Falha Estocasticamente: Uma pesquisa”* de John McCALL (1965). No presente estudo não serão discutidos os estudos mais antigos, anteriores a 1965, mas se dará destaque aos trabalhos

e, principalmente, aos resultados das pesquisas desenvolvidas a partir de 1965. Entretanto, será feita exceção a esta regra quando for necessário revisar alguma chave do modelo implementado antes de 1965, uma vez que nele se baseiam muitos dos mais recentes estudos.

Dada a amplitude das muitas linhas de atividades que contribuíram na formação total do tecido da manutenibilidade, não é possível incluir todos estes estudos em uma revisão bibliográfica de tamanho razoável. O presente trabalho abarca somente os modelos que envolvem uma decisão ótima para obter, inspecionar, consertar e/ou substituir uma unidade sujeita ao processo de deterioração em serviço. Não serão incluídos os modelos que descrevem as características operacionais de um sistema, tais como consertar, ou modelos de interferência de máquina, a menos que estes envolvam algum tipo de otimização. Também não são incluídos modelos que tratem da confiabilidade controlada de um sistema, como o projeto de sistemas redundantes, a menos que eles também incluam aspectos de inspeção ótima, decisões de conserto e/ou de substituição. É necessário reafirmar que todas as áreas excluídas são de grande importância e merecedoras de pesquisas específicas, mas, todas elas se situam, parcialmente, fora da área de manutenibilidade. Contudo, apesar destas restrições, muitos dos tópicos cobertos pela presente pesquisa são relevantes tanto por sua significação teórica quanto por sua aplicabilidade prática.

2.2 Classificação dos Modelos de Manutenção

Dada a grande quantidade de modelos, faz-se necessário classificar a bibliografia a eles vinculada. Há muitas formas para se classificar os trabalhos em manutenibilidade. Pode-se estabelecer um *grid* multidimensional, cujas coordenadas seriam:

- a) estados do sistema, tais como, nível de deterioração, idade, número de objetos de reserva, número de unidades em serviço, número de variáveis do estado, etc.;
- b) ações disponíveis tais como, conserto, substituição, substituição de oportunidade, substituição de objetos de reserva, monitoramento contínuo, inspeções discretas, inspeções destrutivas, etc.;
- c) o horizonte de tempo envolvido, sendo finito ou infinito, discreto ou contínuo;

- d) conhecimento do sistema, tal como, conhecimento completo ou parcial envolvendo procedimentos do tipo: observação de ruídos dos estados, custos desconhecidos, distribuições desconhecidas de falha, etc.;
- e) modelos estocásticos ou determinísticos ;
- f) objetivos do sistema visando minimizar o custo médio esperado, a longo prazo, por unidade de tempo, minimizar o custo total previsto, descontado, minimizar custos totais, etc.;
- g) métodos de solução, como programação linear, programação dinâmica, multiplicadores generalizados de Lagrange, etc.

Em cada cela do *grid* poder-se-ia colocar concebivelmente todos os artigos escritos (toda a bibliografia) sobre manutenibilidade. As celas vazias significariam que essas áreas de pesquisa seriam irrelevantes ou ainda inexploradas. Até certo ponto McCALL (1965) usa tal esquema de classificação, em uma escala modesta, por considerar as categoria primárias dos modelos de “manutenção preditiva” e “manutenção preventiva” com e sem informação completa.

Embora a classificação acima - baseada em análise detalhada de informações, apresentadas em forma de números, envolvendo duas ou mais das sete categorias supra citadas - seja útil para estabelecer uma teoria geral subjacente de manutentabilidade, há áreas que ainda continuam pouco exploradas. Tal esquema não foi rigidamente seguido neste estudo. Pelo contrário, os documentos foram classificados de tal maneira que os modelos pertinentes para o problema de manutenção do sistema de transporte poderiam ser utilizados conforme as necessidades reais da empresa. Assim, há três seções principais subdivididas em várias subseções.

2.3 Descrição dos Modelos

A primeira seção apresenta os modelos de inspeção. Esses modelos pressupõem que o estado do sistema é completamente desconhecido, a menos que seja executada uma inspeção a partir da qual torna-se possível dar início a uma ação apropriada. Os referidos modelos transitam entre o tempo contínuo e o tempo discreto.

Na segunda seção a pesquisa enfoca os modelos de manutenção de tempo discreto, isto é, em pontos discretos do tempo. A(s) unidade(s) é monitorada e uma decisão é tomada para consertar, substituir e/ou reabastecer a(s) unidade(s).

A terceira seção pesquisa modelos de manutenção de tempo contínuo, ações e eventos não são, *a priori*, restringidos para só acontecerem dentro de um subconjunto discreto do eixo de tempo.

Na seção de tempo discreto predominam os modelos de decisão de Markov nos quais o estado do sistema é descrito de acordo com o nível de deterioração e/ou o número de unidades de reserva disponíveis em estoque. Esta seção está subdividida, segregando os modelos de acordo com o tipo da informação disponível, mas sem reabastecer e, finalmente, serão apresentados os modelos de reabastecimento que envolvem a decisão de inventário.

Os modelos de tempo contínuo também são subdivididos em várias categorias de tópicos. O primeiro destes visa a aplicação da teoria de controle em manutenibilidade. A função de controle $m(t)$ adquire a interpretação da taxa de despesa da manutenção em um momento t . A aplicação da teoria de controle, $m(t)$ será empregada com o objetivo de maximizar o retorno descontado. A segunda subseção trata dos modelos de substituição por idade dando ênfase ao modelo clássico. Nesta subseção, também são descritas algumas políticas que regulam o tempo de substituição, de acordo com a ocorrência da k -ésima falha. A terceira subseção descreve modelos de conserto mínimo, que modificaram o modelo clássico de BARLOW e HUNTLER, para ajustarem-se às situações mais realistas. A quarta subseção trata das atividades do conserto interativo. Aqui, o decisor tem que controlar um sistema composto de mais de uma unidade. Especificamente, são discutidos as atividades do “sistema-amplo” como substituição oportunística, canibalização (utilização dos componentes de um outro sistema), substituição de multiestágios e taxa de conserto variável. São ainda discutidas questões relativas aos modelos que envolvem informação incompleta. A informação do decisor só pode estar incompleta em relação ao estado atual do sistema quando surge o sistema novo ainda sem modelo de inspeção. Por outro lado, ele pode não dominar completamente a lei de probabilidade que governa o sistema ou a implicação do custo atual de várias ações. No caso anterior foram projetadas as estratégias max-min e de Bayes. No caso posterior, são apresentadas as implicações estatísticas de um procedimento exemplificado. A última seção discute as considerações finais.

2.3.1. Modelos de Inspeção

Não é possível observar continuamente as condições físicas de um sistema. Porém, seria possível inspecioná-lo e saber seu verdadeiro estado antes de dar início às ações apropriadas. O problema de um plano ótimo de inspeções para sistemas que deterioram com a idade foi extensivamente pesquisado nos últimos dez anos. Para um sistema sujeito a falha aleatória, as perdas provocadas pelo baixo tempo operacional podem ser reduzidas fazendo-se freqüentes inspeções ou avaliações (*check up*). Porém, em geral há, na mentalidade empresarial, uma forte pressão para reduzir o número de inspeções, ou avaliações, porque seus custos são acrescidos ao custo operacional do sistema.

Os modelos de inspeção normalmente pressupõem que o estado do sistema é completamente desconhecido, a menos que seja executada uma inspeção. Normalmente, parte-se do princípio que toda inspeção é perfeita, no sentido de que revela, de forma infalível, o verdadeiro estado do sistema. Na ausência de conserto, ou de ações de substituição, o sistema evolui como um processo estocástico não decrescente. Em geral, a cada período decisório há duas decisões que têm que ser operacionalizadas: a primeira consiste em determinar que ação de manutenção deve ser tomada, ou seja, se o sistema deveria ser substituído ou consertado, dependendo do seu estado, ou ainda, se deveria permanecer como está. A segunda decisão seria determinar a época da próxima inspeção. Assim, o espaço de decisão de um problema de inspeção de manutenção é bidimensional.

Vários autores chegaram a resultados muito significativos para uma gama variada de modelos de inspeção. Os diferentes modelos desenvolvidos dependem de suposições relativas ao horizonte do tempo, da quantidade de informações disponíveis, da natureza do custo funcional, do objetivo do modelo, das condições do sistema, etc.

Porém, diferentes modelos se assemelham a um modelo básico, apresentado por BARLOW *et al.* (1963). Este modelo básico se atém apenas à inspeção para substituição por idade, isto é, nenhuma manutenção preventiva é assumida, e o sistema só é substituído em caso de falha.

O modelo básico assume que:

- a) a falha do sistema só é conhecida por inspeção;
- b) inspeções não degradam o sistema;

- c) sistema não pode falhar durante inspeção;
- d) cada inspeção custa c_1 e o custo da não detecção da falha é c_2 por unidade de tempo.

Conseqüentemente o custo total por ciclo de inspeção é determinado por

$$C(t, x) = C_1 n + C_2(x_n - t), \quad (2.1)$$

onde t é o tempo para falha, $x = (x_1, x_2, \dots)$ é a sucessão de tempos de inspeção com $x_1 < x_2 < x_3 < \dots$, e n é tal que $x_{n-1} < t \leq x_n$. Normalmente, a política ótima de inspeção x^* é a que minimiza $E[C(T, x)]$ onde T , o tempo da falha de sistema, é uma variável aleatória não negativa.

Usando o modelo básico de custo por inspeção de BARLOW *et al.*, BEICHELT (1981) determina tempos ótimos de inspeção para os casos nos quais são permitidas tanto a substituição quanto a não substituição de um sistema falhado. Ele obtém o programa ótimo de inspeção quando a distribuição do tempo de vida do sistema é completamente desconhecida e quando a distribuição do tempo de vida é parcialmente desconhecida: quando somente a expectativa do tempo de vida do sistema é conhecida. BEICHELT usa a compreensão de minimax para achar a inspeção ótima para o caso no qual a distribuição do tempo de vida é parcialmente desconhecida, mas não indica um procedimento numérico para obter o plano ótimo de inspeções.

LUSS (1976) parte de uma compreensão diferente, que objetiva analisar um sistema cujo grau de deterioração pode ser observado através de inspeções. Cada inspeção revela em qual dos vários estados intermediários de deterioração se encontra o sistema. As políticas de manutenção, dependentes do estado de deterioração, são determinadas com a finalidade de minimizar o custo esperado a longo prazo, por unidade de tempo. LUSS postula que: em momentos de inspeção o sistema pode ser encontrado em qualquer estado $0, 1, \dots, L$. Se o sistema está em estado L , o estado da falha, é substituído imediatamente, a um custo mais alto do que se fosse substituído antes da falha. O custo da substituição, em qualquer estado, é constante. Ele aponta um procedimento muito simples de interação: a política ótima do limite de controle, com controle do estado α , e os intervalos ótimos de inspeção para estados

$0, 1, \dots, \alpha - 1$. Ele assume que os tempos de permanência, em cada estado $i = 0, 1, \dots, L-1$, seguem a distribuição exponencial com parâmetro λ .

Um modelo semelhante é apresentado por SENGUPTA (1980). Ele, porém, considera o custo de substituição como uma função crescente da deterioração dos estados e permite um atraso na ação de substituição. Segundo ele, a política que minimiza o custo esperado, a longo prazo por unidade de tempo, pede uma inspeção e dilata os intervalos de substituição decrescentes em estado de deterioração. Ele também aponta, enquanto solução ótima, uma política de limite de controle, segundo a qual as substituições são executadas nos períodos de inspeção. SENGUPTA dá um algoritmo de iteração que computa os intervalos ótimos de inspeção.

ZUCKERMAN (1980) analisa um modelo bem parecido com o modelo de LUSS e apresenta um modelo de manutenção no qual os estados do sistema podem ser determinados por inspeção. Ao descobrir a falha o sistema deveria ser substituído imediatamente por um novo, idêntico. Os custos incorridos incluem o custo da inspeção, os custos operacionais, o custo da falha, e o custo da substituição planejada. Ele restringe a política de inspeção aos períodos periodicamente determinados. As variáveis decisórias incluem o intervalo de inspeção e o programa de substituições preventivas. O problema é especificar uma política de inspeção - substituição - que minimize, a longo prazo, o custo esperado por unidade de tempo. Parte-se do princípio que uma falha só é detectada através da inspeção. ZUCKERMAN considera que o sistema é sujeito a uma sucessão de choques, com distribuição exponencial entre as ocorrências, e que cada choque provoca uma quantia aleatória de avarias que são acrescidas à degradação do sistema. O estado do sistema pode ser, então, qualquer número real, não negativo. Ele postula, ainda, que as inspeções e substituições são instantâneas. ZUCKERMAN aponta que a melhor política ótima de substituição é a que opera com o limite de controle, desde que sejam observadas determinadas condições. Não é apresentado nenhum algoritmo geral para computar a política ótima mas, é realçado que a dificuldade em encontrá-la depende da estrutura da função de sobrevivência do sistema e da distribuição da magnitude dos choques.

ABDEL-HAMEED (1987) generaliza o processo composto de Poisson, usado por ZUCKERMAN, e permite uma estrutura de danificação mais geral. ABDEL-HAMEED usa o processo de Markov, de mero salto crescente, para modelar a deterioração. A falha do sistema ocorre sempre quando o nível de deterioração é maior ou igual a um limite. Nessa

circunstância o sistema é substituído imediatamente, só que a um custo mais alto que o da substituição do sistema antes da falha. O nível de deterioração do sistema é monitorado periodicamente. Segundo o autor, o período ótimo de inspeção minimiza, a longo prazo, o custo esperado por unidade de tempo.

Uma política de inspeção periódica para o modelo (2.1) é ótima quando a distribuição de falha do sistema é exponencial (BARLOW *et al.*(1963)). Para modelos que não assumem tempo de falha exponencial, a política de inspeção periódica não é, necessariamente, ótima. ROSENFELD (1976) apresenta um modelo no qual considera-se que o sistema deteriora de acordo com o tempo discreto da cadeia de Markov. O custo operacional e de substituição aumenta com o número de estados e as inspeções são consideradas como perfeitas. Sua principal contribuição é provar que, dependendo das condições da matriz de probabilidade de transição, dos custos de inspeção, de substituição e dos custos operacionais, a política de quatro regiões monotônica é ótima. Esta tipo de política foi sugerida primeiramente por ROSS (1971), para resolver um problema de controle da qualidade. ROSENFELD apresenta modelos para ambos, partindo do custo esperado a longo prazo, por unidade de tempo e do custo total esperado descontado. Ele não apresenta nenhum algoritmo específico mas, a solução ótima pode ser obtida usando a interação da política básica dos processos de decisão de Markov. WHITE (1979) investigou o mesmo problema e comprovou os mesmos resultados, sob condições menos restritivas.

KANDER (1978) considera a inspeção para que um sistema que possa ser classificado em níveis discretos de deterioração. KANDER modela o problema de acordo com o processo semi-Markov para determinar o plano ótimo de inspeção, objetivando minimizar o custo esperado a longo prazo por unidade de tempo. Ele considera três possíveis políticas de inspeção, a saber: verificação pura, conferência truncada e conferência seguida pela monitoração. Quanto à política de inspeção de verificação pura, os tempos de checagem sucessiva baseiam-se no último estado do sistema observado. Já, no que se refere à política da inspeção de verificação truncada, os estados do sistema são essencialmente bons ou falhos. Se, no momento de inspeção, o sistema está em bom estado a decisão é tomada apenas quanto à próxima data de inspeção; porém, se o sistema é considerado em mau estado, a unidade é substituída e o ciclo é completado. Para efeitos de verificação, seguida pela política de inspeção monitorada, os estados do sistema são divididos em dois conjuntos. Quando da inspeção, o sistema integra o conjunto de estados considerados como bons, o próximo tempo

de inspeção será determinado da mesma forma que no caso de verificação truncada e nenhuma monitoração acontece. Porém, se o sistema está em um estado que integra o conjunto considerado não bom passa a ser continuamente monitorado, a um certo custo, até que a falha aconteça. Quando a falha é descoberta o sistema é substituído imediatamente. KANDER não aponta nenhum procedimento numérico para obter as políticas ótimas. Porém, ele dá um exemplo no qual a solução é encontrada analiticamente, embora este tipo de solução não possa ser sempre obtida.

NAKAGAWA (1984) propõe uma maneira modificada de inspeção. Ele parte de um sistema que é conferido periodicamente, para verificar a necessidade ou não de substituição. Se o sistema não está em boa condição é substituído imediatamente. Neste modelo o sistema tem a mesma idade tanto antes quanto depois da verificação. Considerando a probabilidade da falha p , e a probabilidade de não falhar $q = 1 - p$ ele obtém o tempo médio para falha e um número previsto de inspeções, antes que ela ocorra. NAKAGAWA investiga as propriedades do tempo médio para falha e o número previsto de inspeções quando a taxa de falha do sistema é crescente. Ele também deriva o custo total esperado e o custo previsto por unidade de tempo até que a falha ocorra. NAKAGAWA destaca que é muito difícil de se chegar a soluções analíticas para os tempos ótimos de inspeção e sugere o uso de procedimentos de busca numérica para encontrá-los.

MENIPAZ (1979) considera um modelo de inspeção no qual o custo da inspeção e o tempo de manutenção mudam com o passar do tempo. Ele busca políticas ótimas de inspeção para os seguintes casos:

- a) o sistema é inspecionado em pontos discretos do tempo e substituído assim que a falha é descoberta;
- b) o sistema é inspecionado até uma idade predeterminada e é, automaticamente, substituído mesmo que não ocorra falha;
- c) o sistema é inspecionado em pontos discretos do tempo até uma idade t ou a ocorrência da falha. No caso de o sistema não falhar por tempo t , passa a ser inspecionado continuamente, até ser substituído por falha.

As políticas ótimas de inspeção, que minimizam o custo total descontado, foram obtidas através das diferentes estratégias de inspeção, usando algoritmos, publicados por KANDER e NAOR (1969) e LUSS (1977).

LUSS (1977) estuda um modelo de inspeção no qual a duração das inspeções e dos reparos ou substituições não é negligenciada. Esse modelo pressupõe que o sistema não opera durante a inspeção fixa e nos períodos de reparos e substituições. LUSS chega a um plano ótimo de inspeção, que minimiza o custo esperado a longo prazo por unidade de tempo. Ele estabelece condições para que seja definido um plano ótimo de inspeção. Seu estudo apresenta dois algoritmos para resolver o problema: o algoritmo mais eficiente requer que o sistema tenha uma taxa de falha crescente, já o algoritmo menos eficiente não tem tal restrição. WATTANAPANOM e SHAW (1977) apresentam algoritmos para se chegar ao tempo ótimo de inspeção, em casos de distribuições do tempo de falha uniforme e exponencial. Eles postulam que toda inspeção pode degradar um sistema. Ou seja, a inspeção i pode aumentar a taxa de falha sem alterar a forma da distribuição do tempo de vida. A contribuição mais relevante desse estudo está na apresentação de algoritmos convergentes para resolver as equações de otimização, desenvolvidas para resolver o modelo básico (2.1). Para um sistema sujeito a falha, em um momento aleatório, KELLER (1982) apresenta uma solução para o modelo com baixo custo de inspeção, quando comparado à perda prevista devido ao tempo de manutenção. SCHULTZ (1985) apresenta uma solução de inspeção periódica aproximada para o modelo básico sob a distribuição de falha específica. Ele reivindica que esta aproximação é boa, contanto que o custo de inspeção seja relativamente pequeno quando comparado ao custo resultante da falha não detectada, como foi proposto por KELLER (1982). Além disso, a aproximação de SCHULTZ é facilmente computada, pois requer apenas conhecimento do tempo médio da falha. ANBAR (1976), por outro lado, se detém nas políticas de inspeções ótimas. Conforme foi demonstrado, as políticas de inspeção periódica são ótimas quando a distribuição de falha é exponencial, como, por exemplo, nos modelos de BARLOW, HUNTER, e PROSCHAN (1963).

NAKAGAWA e YASUI (1980) apresentam um algoritmo para computar políticas de inspeção próximas de um nível considerado ótimo, quando a distribuição de falha não é exponencial. Eles exemplificam, numericamente, que a aproximação é bastante eficiente para uma distribuição do tipo Weibull. O procedimento computa tempos sucessivos de inspeções anteriores, através de um esquema recursivo. Quando a taxa instantânea de intensidade das

falhas está num processo crescente, MUNFORD (1981) demonstra que políticas de inspeções decrescentes são superiores às políticas periódicas. MUNFORD apresenta um modelo de custos alternados para o problema de inspeção, isto é:

$$C(t, x) = c_1 n + c_2 (x_n - x_{n-1}). \quad (2.2)$$

Ele reivindica a validade do seu modelo para situações nas quais todas as unidades têm que ser refeitas em consequência de falha no sistema entre inspeções e não há conhecimento prévio sobre unidades danificadas. MUNFORD prova, então, que o intervalo entre as inspeções diminui com a idade do sistema. Ele propõe três sub-políticas ótimas de inspeção para sistemas cujas taxas de falhas crescentes são computacionalmente detectadas ou corrigidas.

Às vezes as inspeções não revelam o verdadeiro estado do sistema ou as informações obtidas através das inspeções não são fidedignas. CHRISTER e WALLER (1984) apresenta modelos de inspeção e substituição ótima tanto para as inspeções perfeitas quanto para as imperfeitas, recorrendo a uma técnica denominada por ele de análise do tempo de demora. O tempo de demora é o lapso, ou espaço de tempo, entre a detecção de um dano no sistema e o momento da sua substituição. Entretanto, esse lapso de tempo não pode ser longo, uma vez que isso acarretaria consequências danosas. É calculada a função de densidade da probabilidade do tempo de demora para tornar viável a construção de modelos para determinar o intervalo ótimo entre inspeções e o tempo ótimo de substituição. Esses cálculos objetivam minimizar o tempo previsto, durante o qual a máquina fica parada para manutenção por unidade de tempo, ou o custo operacional esperado por unidade de tempo. Embora CHRISTER e WALLER não apresentem nenhum algoritmo para chegar a uma política ótima, a solução pode ser obtida facilmente, desde que o modelo estrutural de custo seja muito simples. Um exemplo real de análise do tempo de demora pode ser encontrado em CHRISTER e WALLER (1984).

Nos modelos de inspeção revisados até agora, não foram previstos os riscos para o sistema, durante o período de inspeção. Às vezes, os procedimentos de inspeção podem implicar danos para o sistema que está sendo conferido. CHOU, BUTLER (1983) e BUTLER (1984) estudaram os modelos de inspeção de risco para sistemas em envelhecimento. Eles acharam políticas ótimas que maximizam o tempo de vida esperado do sistema sob inspeção. Esse modelo postula que: cada inspeção causa falha imediata ou aumenta a taxa de probabilidade

de falha. Eles classificaram os sistemas em três categorias: plenamente funcional, funcional, mas prejudicado, e falho. O estado de falha é diretamente observável, mas os outros estados somente podem ser detectados através de inspeção. Acreditava-se até então, que numa inspeção perfeita o verdadeiro estado do sistema revelava-se instantaneamente. CHOU e BUTLER (1983) indicam um procedimento para se chegar a uma política ótima de inspeção.

Os modelos de inspeção discutidos até o momento pretendem apresentar tempos de inspeção planejada para o sistema operacional. Porém, uma prática comum é utilizar-se também um sistema auxiliar e assim aumentar a confiabilidade do sistema operacional. Se uma unidade auxiliar não está disponível, quando a unidade operacional falha, pode-se incorrer em um custo muito alto. É importante conferir a unidade auxiliar, assegurando, desta forma, sua funcionalidade quando necessário. NAKAGAWA (1980) estuda políticas ótimas de inspeção para sistemas auxiliares que usam o custo esperado, a longo prazo, por unidade de tempo. Se o sistema auxiliar está disponível, quando da inspeção, é marcada a próxima inspeção; porém, se o sistema auxiliar não está disponível, é consertado imediatamente e só então marca-se a inspeção. NAKAGAWA apresenta seu modelo para dois tipos de inspeção:

- a) o sistema, após a inspeção, se encontra tão eficiente quanto novo;
- b) a taxa de falha do sistema não muda com a inspeção.

Os tempos de inspeção são desprezíveis e o conserto demanda um lapso aleatório de tempo. Esse modelo apresenta condições suficientes para ocorrer um intervalo ótimo de inspeção, mas não dá nenhum algoritmo para sua computação.

THOMAS *et al.* (1987) também trabalham com uma projeção ótima de inspeção de um sistema auxiliar. Seus objetivos são maximizar o tempo entre as falhas ou minimizar a probabilidade delas ocorrerem em intervalos regulares de tempo. Uma situação danosa ocorre sempre que o sistema auxiliar não está disponível e o principal está em falha. THOMAS *et al.* afirmam que, se o sistema auxiliar não estiver disponível, as inspeções e os períodos de reparo não devem ser negligenciados, mas, durante tais períodos as inspeções são consideradas perigosas e os consertos classificados como imperfeitos. THOMAS *et al.* caracterizam as políticas ótimas de inspeção para tais casos e dão exemplos numéricos.

2.3.2. Modelos de Manutenção de Tempo Discreto

Nesta seção serão revisados os modelos que utilizam informações relativas ao grau de deterioração da(s) unidade(s) para selecionar as ações adequadas em certos pontos discretos de tempo. A deterioração pode ser causada por fatores como desgaste, fadiga, etc. Em alguns casos, devem ser tomadas decisões de inspeção para averiguar o estado atual da unidade, antes de iniciar a ação de reparo ou de substituição. Em outros, quando o estado atual é conhecido no começo de um período, as ações mais condizentes são substituir a unidade ou escolher uma das diversas atividades de conserto que resultarão na redução do grau de deterioração. Frequentemente, o decisor tem que optar pela ação mais adequada a tomar, dispondo de informações incompleta no que se refere aos custos, leis de falha subjacentes, ou às observações ruidosas do estado da unidade. Primeiramente, são tratados os modelos que envolvem conhecimento completo, só então são cobertos os modelos com informações incompletas. Nestes modelos parte-se, sempre, do princípio de que há componentes novos disponíveis para substituição. Isso implica uma provisão ilimitada de componentes novos de reserva. Essa seção conclui com modelos que envolvem o reabastecimento periódico dos inventários das partes sobressalentes em reserva.

2.3.2.1 Informação Completa

A(s) unidade(s) é inspecionada durante todo o período e é tomada uma decisão para consertá-la(s) ou substituí-la(s), sempre que esta(s) se encontra(m) em um certo conjunto de estados. Na dúvida entre consertar ou substituir é assumido que a unidade deteriora estocasticamente, através de um conjunto finito de estados denotados pelo conjunto inteiro, $\{0, 1, \dots, L\}$ de acordo com a cadeia de Markov. O estado 0 significa uma unidade nova ou completamente reformada e o estado L , uma unidade inoperante ou em falha. Depois de inspecioná-la(s) decide-se pelo conserto, pela substituição ou por não fazer nada em relação às unidades. A maioria dos modelos opera apenas com duas posturas, durante todo período:

- a) decisão modo 1: não fazer nada;
- b) decisão modo 2: substituir.

Dependendo das suposições relativas ao horizonte de tempo, da quantidade de informação disponível, da natureza das funções de custos, dos objetivos dos modelos, dos sistemas de coações e dos números de unidades, diferentes autores chegaram a vários resultados

relevantes e significativos, quanto às variações neste modelo básico. O modelo básico foi introduzido originalmente por DERMAN (1962) e ampliado por KLEIN (1962). Embora estes dois importantes textos sejam apresentados claramente em BARLOW, PROSCHAN (1965) e DERMAN (1970), o modelo básico será brevemente discutido no presente trabalho, com o objetivo de abordar as mais recentes generalizações.

A unidade é observada no tempo $t = 0, 1, 2, \dots$ para estar em um dos estados $X_t \in \{0, 1, \dots, L\}$. Se nenhuma ação (decisão 1) é tomada, então p_{ij} denota a probabilidade de mudança do estado i para o estado j em um determinado período. Se a unidade é substituída (decisão 2), então a unidade passa imediatamente para o estado 0, e a transição, durante o período, é governada pelas probabilidades $\{p_{0j}\}$. É assumido que

$$p_{i0} = 0, \quad i = 0, \dots, L-1, \quad (2.3)$$

$$p_{L0} = 1, \quad e \quad (2.4)$$

$$p_{iL}^{(t)} > 0 \quad \text{para algum } t \text{ e todo } i = 0, \dots, L-1. \quad (2.5)$$

A Condição (2.3) implica que a unidade, após o seu primeiro período de serviço, nunca será tão eficiente quanto uma nova; a condição (2.4) implica a substituição da unidade em falha; a condição (2.5) implica na falha eventual da unidade e que a cadeia de Markov, subjacente $\{X_t\}$, tem a única classificação ergódica, existindo as probabilidades fixas do estado.

Ao inspecionar a unidade, em qualquer período, é possível substituir o artigo, antes que haja falha. Deste modo seria possível evitar as conseqüências provocadas por falha ou deterioração adicional da unidade. As decisões entre substituir a unidade ou não fazer nada são tomadas a partir de um conjunto de regras de decisão, ou regras de substituição, baseadas no histórico total do processo até o tempo t . Embora, a maioria das generalidades seja alcançada, considerando estas regras como aleatórias, DERMAN (1970), estabelece condições que permitem restringir a atenção em relação às regras não aleatórias. Estas regras posteriores integram o conjunto $\{0, 1, \dots, L\}$, dividido em dois subconjuntos, \mathcal{H} e \mathcal{F} . Se $X_t \in \mathcal{H}$, substitua a unidade e $X_t \in \mathcal{F}$, não tome nenhuma atitude. A maioria dos modelos revisados até aqui ou satisfazem às condições dadas por DERMAN ou então se limitam a centrar seu enfoque na

classe de regras não aleatórias que não utilizam todo o histórico anterior e podem ser denotadas por R_i para $i = 0, 1, \dots, L$, onde R_i é a ação tomada quando $X_t = i$.

Ao tomar uma decisão interveniente, antes de observar o estado L , o comportamento do sistema é modificado e sua evolução, quanto à regra de substituição, resulta em modificação da cadeia de Markov. Os custos consistem em c_1 , para substituir a unidade que não tenha falhado e em um custo mais elevado c_2 para substituir a unidade falha. O objetivo é minimizar, a longo prazo, o custo médio esperado por unidade de tempo. Fazendo uma suposição adicional nas probabilidades de transição originais

$$\sum_{j=k}^L p_{ij} \text{ é não decrescente em } i = 0, \dots, L-1 \quad (2.6)$$

para cada fixo $k = 0, \dots, L$.

De acordo com DERMAN a regra ótima de substituição R^* é a regra “limite de controle”, quer dizer, há um estado $i^* \in \{0, 1, \dots, L\}$ tal que se o estado observado k satisfaz $k \geq i^*$ substitui-se a unidade enquanto que $k < i^*$ não faz-se nada. Este resultado chave reduz a amplitude do conjunto de regras R em minimização de regras 2^{L-1} para as regras em maior parte $L+1$. O mesmo resultado é assegurado quando o objetivo é mudado para minimizar, a longo prazo, o custo total descontado.

Suposição (2.6) implica que, se nenhuma substituição for feita a probabilidade de deterioração aumenta, assim como aumenta o estado inicial.

Os problemas de programação matemática, que resultam dos objetivos acima, têm uma formulação natural como programação dinâmica e, neste contexto, podem ser usadas aproximações sucessivas e técnicas de repetição de políticas (BELLMAN (1957), BELLMAN e DREYFUS (1962), e HOWARD (1971)). DERMAN proveu uma formulação interessante, em caso de custo médio, a longo prazo, que conduz a um problema de programação linear. Superficialmente, pode parecer que o problema de programação linear, por ser muito amplo, seria de difícil manejo, quando aplicado à maioria dos problemas importantes, porém, o recente trabalho de programação linear em ampla escala, conforme LASDON (1974), prenuncia a possibilidade de solução para os complexos problemas de decisão de Markov.

KOLESAR (1966) considera o mesmo modelo, com a função de custo generalizado, para permitir um custo de ocupação, A_i , associado com estar em cada estado i . Com a condição adicional $0 \leq A_1 \leq \dots \leq A_L$, ele demonstra que a regra do limite de controle é ótima no caso do custo médio, a longo prazo.

As regras $L + 1$ do limite de controle podem ser representadas pelos inteiros $\{i \mid i = 0, \dots, L\}$. No caso onde a regra de limite de controle é ótima, KOLESAR mostra que a função do custo é inteira, quasi-convexa, em i , isto é, se i^* é o menor limite de controle ótimo então, φ_{R_i} é não crescente para $i < i^*$ e não decrescente para $i \geq i^*$. Esta observação permite desenvolver algoritmos mais eficientes para resolver o problema de custo médio.

Os resultados de DERMAN e KOLESAR foram, posteriormente, estendidos por ROSS (1969), para o caso onde o estado do sistema pode ser representado por um elemento de algum subconjunto não vazio S . Assim, são permitidos, agora, os espaços de estado contínuo ou numerado. $x \in S$ denota o estado do sistema em inspeção no começo de um período e F_x a função da distribuição cumulativa que descreve o próximo estado, dado que a decisão tomada, de não substituir é definida por $x > 0$. O estado da falha é denotado por 0. Assim $p(x) = F_x(0)$ é a probabilidade da unidade, atualmente em estado x , que falhará antes da próxima inspeção.

Paralelamente aos modelos de estados finitos, a política do limite de controle, R_y , substitui a unidade no momento t se $X_t \geq y$ ou $X_t > y$ para algum limite de controle $y \in [0, \infty]$ e não toma nenhuma atitude em caso contrário. ROSS prova então, o seguinte: se $g(x)$, o custo do estado em x , é uma função de saltos não decrescente do x para $x > 0$, p_x é uma função não decrescente do x para $x > 0$, e para cada $y > 0$ a função $(1 - F_x(y))/(1 - p_x)$ é uma função não decrescente de x para $x > 0$, então há uma política do limite de controle R_y que é ótima, para o custo descontado a longo prazo. Sob algumas condições adicionais em $g(x)$ e $F_x(y)$, ele mostra então que, a política do limite de controle será tão eficiente quanto no caso de custo médio, a longo prazo.

Em artigo recente, KAO (1990) considera um tipo de generalização diferente do modelo básico de DERMAN. Para ele o problema de um processo de deterioração que se move do estado 0 para o estado L mas, o tempo gasto em cada estado, antes de uma transição, é uma variável aleatória que depende da transição. Este problema é classificado como o processo semi-Markoviano de estados finitos de tempo discreto. Considera-se que o processo

subjacente é o de deterioração, postulando que $p_{ij} = 0$ para $j \leq i$ e que o tempo de permanência em estado i , antes de ir para j , é uma variável positiva, aleatória, finita, de valor inteiro. Como em KOLESAR, KAO prevê um custo de ocupação A_i por unidade de tempo, o custo fixo c_i de substituição e o custo variável v_i de substituição por unidade de tempo, se a decisão de substituir for tomada quando a unidade está em estado i . Em condições razoáveis, em função de custo e expectativa do tempo de permanência em cada estado, KAO prova que uma política de limite de controle é ótima face à classe de políticas não aleatórias estacionárias para o caso de custo médio, a longo prazo. Ele generaliza então, o modelo para incluir o tempo que a unidade gasta no estado, como também, para determinar o estado em que deve acontecer a substituição do artigo.

Até então, foi discutido como o decisor deve estar continuamente atento ao estado da unidade, este postulado agora será derrubado. Para averiguar o verdadeiro estado do sistema o decisor tem que inspecioná-lo. Essa ação requer um custo específico. Será discutida, a seguir, a política de regras para a programação das inspeções.

Em artigo previamente abordado, KLEIN (1962), se preocupou com os níveis diferentes de decisões que poderiam ser tomadas durante a inspeção de uma unidade. Essas decisões implicam a substituição por uma unidade nova, para vários tipos e graus de conserto, além disso, ele considerou a decisão sobre a data da próxima inspeção.

Mais especificamente, há custos associados à inspeções e aos consertos. Um conserto move a unidade do estado j para o estado i com o custo $r(j,i)$; a substituição é equivalente à movimentação do estado j para o estado 0. O custo de inspeção, enquanto em estado j , é $c(j)$. Depois de uma inspeção o decisor pode optar por saltar os próximos m períodos de tempo antes de fazer outra inspeção. Se é identificada a ocorrência de falha na unidade, em algum momento anterior à inspeção, é necessário que seu tempo de falha seja determinado durante a inspeção.

Os estados são $\{0,1,\dots,L,L(1),\dots,L(M)\}$, onde $L(m)$ denota que a unidade falhou por m períodos de tempo anterior. A ação (j,m) denota a colocação da unidade em estado j , para conserto ou substituição e salto de m períodos para a próxima inspeção. As probabilidades de transição são as mesmas que as anteriores. Para este modelo é previsto $p_{ij} = 0$ se $i > j$, $p_{L,L(1)} = p_{L(1),L(2)} = \dots = p_{L(M),L(M)} = 1$, e $p_{iL}^{(t)} > 0$ para algum t e todo $i = 0, \dots, L-1$.

Partindo de pressupostos semelhantes aos dos modelos de DERMAN e KLEIN, mas usando a equação funcional da programação dinâmica, EPPEN (1965) indica condições suficientes nas funções de custo e matrizes de transição, para mostrar que os custos totais previstos descontados são minimizados do período n para o fim do horizonte finito, pela seguinte política: existe uma seqüência $\{i_n^*\}$ de números críticos tais que em período n , se o estado da unidade em deterioração excede i_n^* , então retoma-se o sistema para o estado i_n^* para reparos, caso contrário, os referidos reparos não são feitos. Esta política é similar à política do número crítico, em um modelo de estoque de produto único, sem custo de instalação.

HINOMOTO (1971), em um artigo relevante, considera o controle seqüencial de N unidades homogêneas, generalizando a compreensão quanto à forma de abordagem desenvolvida por KLEIN. A cada ponto de decisão, o decisor determina o nível da atividade de conserto e o tempo da próxima inspeção. HINOMOTO considera dois planos diferentes para a manutenção das N unidades. O primeiro segue uma seqüência rotativa fixa para as unidades, isto é, acha-se um plano ótimo de permutação do conjunto de todas as permutações dos números $1, \dots, N$ e então inspeciona-se e conserta-se, quando necessário, as unidades, seqüencialmente, de acordo com a ordem dada pela permutação. O segundo plano altera essa seqüência fixa para conserto ou substituição e prioriza as unidades que atingiram um nível crítico de desempenho. No primeiro plano, tal unidade teria que aguardar sua vez, de acordo com a sucessão de permutação. Ele formula ambos os problemas partindo da programação linear e chega às decisões ótimas sobre a classe de modelos de inspeção cíclica fixa.

Os autores DERMAN (1970), ECKLES (1968), SONDIK (1971), SMALLWOOD e SONDIK (1973) também trabalham com esta elasticidade no espaço de decisão, permitindo decisões para conserto ou para substituição, $j \in \{0, 1, \dots, L\}$.

2.3.2.2 Informação Incompleta

Um problema freqüente no estudo de manutenção está vinculado à falta de informação que envolve muitos aspectos do modelo. Esta falta de informação pode ocorrer de diferentes formas. Numa das suas pesquisas mais antigas, MCCALL (1965) tratou do caso de falta de conhecimento da distribuição de falha subjacente. Além deste caso, pode haver falta de informação devido a:

- a) custos aleatórios ou custos desconhecidos;

b) observações ruidosas no estado do sistema.

KALYMON (1972) escreveu um artigo que trata os custos como variáveis aleatórias, com distribuição conhecida. Um dos artigos de KOLESAR (1967) e BEJA (1969) postula que os modelos de custos desconhecidos são generalizações do modelo básico, proposto por DERMAN (1963). Os documentos em observações ruidosas são de ECKLES (1968), SONDIK (1971) e SMALLWOOD e SONDIK (1973). Concluindo esta seção, os documentos de SATIA (1968) e SATIA e LAVE (1973) mencionam o desconhecimento da distribuição de probabilidade subjacente.

KALYMON (1972) generaliza o modelo de DERMAN, supracitado, considerando um custo estocástico de substituição determinado pela cadeia de Markov. Ele parte do princípio que esta cadeia é condicionalmente independente da cadeia de Markov, definindo a deterioração da unidade de período para período. O custo, C , de uma unidade nova em período t , é uma variável aleatória, restrita a um conjunto finito de valores. Há um valor de recuperação ou salvamento separável de $-[r(c_t) + s(x_t)]$ e um custo de ocupação $A(x_t)$ quando a máquina está em estado x_t e o custo atual percebido de uma máquina nova é c_t em período t .

Quando as funções do custo $c + r(c)$, $s(x)$, e $A(x)$ são não decrescentes em seus argumentos, a cadeia de Markov $\{X_t | t = 0, 1, \dots\}$ e $\{C_t | t = 0, 1, \dots\}$ satisfaz (2.6) e os custos esperados satisfazem uma certa condição, então, a política ótima é uma política do limite de controle para a função do custo descontado do horizonte finito não estacionário. Este resultado é generalizado para o caso da cadeia ergódica de horizonte infinito, aplicável tanto para os casos de custo descontado a longo prazo quanto nos casos de custo a médio e a longo prazo. Neste contexto, pode haver uma política de limite de controle diferente para cada custo percebido de substituição, c .

Numa outra variação do seu modelo básico mais antigo, DERMAN (1963), considerou um problema no qual a unidade está em um dos vários estados de operação $0, 1, \dots, n$, e em vários estados inoperantes $n + 1, \dots, L$. A decisão $k \in \{0, 1, \dots, K\}$. As opções seriam fazer a substituição ou consertar parcialmente a unidade em algum nível k , uma vez detectados os estados $1, \dots, n$ e só substituí-la quando em estados $n + 1, \dots, L$. Não há nenhuma estrutura explícita de custo disponível e nenhum dos custos pode ser calculado a partir do outro, uma vez que o custo de falha é muito maior que o custo de substituição. O objetivo é maximizar a

duração esperada do tempo entre as substituições. DERMAN desenvolve uma formulação de programação linear deste modelo.

Em um artigo subsequente, KOLESAR (1967), restringe o conjunto de decisões para somente duas: substituir ou não substituir. Da classe de regras aleatórias estacionárias, uma regra de limite de controle generalizada é definida por;

$$\begin{array}{ll}
 \text{não substitua} & \text{quando } i < m, \\
 \text{substitua com probabilidade } \frac{\beta\pi_i(R_m)}{\beta\pi_i(R_m) + (1-\beta)\pi_i(R_{m+1})} & \text{quando } i < m, \\
 \text{substitua} & \text{quando } i = m,
 \end{array} \quad (2.7)$$

onde $0 \leq \beta \leq 1$ e R_m e R_{m+1} são regras de limite de controle, conforme definição prévia. O coeficiente β , que forma a combinação convexa das probabilidades de estados fixos para as duas regras não aleatórias do limite de controle R_m e R_{m+1} , é obtido como o coeficiente que satisfaz $\pi_j^* = \beta\pi_j(R_m) + (1-\beta)\pi_j(R_{m+1})$ e π_j^* , minimiza π_0 no conjunto $\sum_{j=0}^L \pi_j = 1$, $\sum_{i=0}^L \pi_i p_{ij} = \pi_j$, $\pi_j \geq 0$, e $\frac{\pi_L}{\pi_0} \leq \tau$, onde τ é a probabilidade predeterminada máxima tolerável de falha por um ciclo.

Partindo da suposição (2.6), KOLESAR estabelece que a política ótima estacionária pode ser qualquer uma que não implique substituição até o estado L , ou então, que siga as regras do limite de controle R_m e R_{m+1} tais que, a regra do limite de controle generalizada seja considerada ótima quando a probabilidade máxima tolerável de falha por um ciclo é τ .

BEJA (1969) não faz a suposição (2.6) nas probabilidades de transição. Partindo desse princípio ele considera as matrizes de transições mais gerais, por exemplo, a variedade de *bath-tup* (banheira). y_i e x_i denotam a probabilidade de falha antes do tempo previsto de substituição, quando o estado presente é i . Para cada estado i corresponde um conjunto de limites

$$y_i/x_i \leq \tau, \quad \text{para todo } \tau. \quad (2.8)$$

que impõe restrições à taxa instantânea potencial encontrada enquanto em estado i . Partindo desses limites adicionais na unidade BEJA mostra que, da classe de políticas aleatórias

estacionárias, uma das 2^{L-1} políticas não aleatórias, isto é: substitua ou mantenha sempre que o processo está em estado $1, 2, \dots, L-1$, é ótima. Essa postura levaria a uma política de substituição implícita e custos de falha, determinando a solução ótima que maximiza a duração do ciclo.

Os problemas decorrentes das incerteza no estudo de problema de manutenção são tratados de forma parcialmente distinta por ECKLES (1968), SONDIK (1971), SMALLWOOD e SONDIK (1973). O processo subjacente para a unidade ainda é o estado finito, a cadeia de tempo discreto de Markov é estudada como antes e K indica uma seleção k de possíveis decisões. Por exemplo, estas decisões poderiam significar consertar ou não fazer nada. É possível caracterizar problemas de inspeção de manutenção que distinguem-se daqueles cuja observação do estado propicia um conhecimento seguro das condições atuais, como nos modelos anteriores, diferentemente desses que não dispõem de nenhuma informação sobre as condições atuais do sistema. $p_{ij}^k(t)$ é a verdadeira probabilidade condicional, sendo que a unidade vai para o estado j , no próximo período, dado que está em estado i , em período t e a decisão $k = k(t)$ foi tomada. A inspeção da unidade, após tomada a decisão k , em estado i , durante período t , produz a observação x onde $q_{xy}^k(t)$ significa a probabilidade condicional de resultado x dado o estado i e decisão k .

Parte-se do seguinte princípio:

- a) que a idade atual da unidade em uso, em período t , é seguramente conhecida, dada a história da amostra de observações e decisões \mathcal{H} e
- b) há um custo subjacente $C_{ij}^k(t)$ que representa o custo de passagem para o estado j , dado estado i e decisão k em período t .

Seja

$$c_i^k(t) = \sum_{j=0}^L p_{ij}^k(t) c_{ij}^k(t) \quad (2.9)$$

o custo esperado de um período dado (i, k, t) , e assumindo para alguma amostra histórica \mathcal{H}_t , um passo da matriz de transição $P(\mathcal{H}_t)$ e a idade atual da unidade $t(\mathcal{H}_t)$ são, conjuntamente, uma estatística suficiente para \mathcal{H}_t então existe uma solução ótima que minimiza o custo total

esperado, descontado, onde a única informação necessária é: a matriz de transição de um passo $P(\mathcal{H}_t)$ e a idade atual da unidade $t(\mathcal{H}_t)$, e não toda a história anterior \mathcal{H}_t . Então é usado o Teorema de Bayes para atualizar $P(\mathcal{H}_t)$ para $P(\mathcal{H}_{t+1})$ (ou $P(\mathcal{H}_{t-1})$) se se enumera para trás, como é feito freqüentemente, em programação dinâmica com tempo finito. ECKLES formula o problema como um programa dinâmico, partindo da suposição padrão (standard), segundo a qual sempre que uma unidade, ao ser substituída, é completamente renovada, sua idade passa a ser 0, conseqüentemente suas probabilidades de transição tornam-se independentes da história passada do processo. Ele apresenta um algoritmo para achar uma política ótima, não aleatória, de substituição por idade para este processo de renovação.

SONDIK (1971) e SMALLWOOD e SONDIK (1973) tratam do mesmo problema, como ECKLES, porém, eles demonstram que os dados históricos do processo estão contidos no vetor de informação

$$\pi(t) = (\pi_0(t), \dots, \pi_L(t)), \quad (2.10)$$

onde $\pi_j(t) \equiv$ probabilidade condicional que o estado atual, no momento t , é j dada a observação x , a história \mathcal{H}_{t-1} e a decisão $k(t)$, e conforme o Teorema de Bayes

$$\pi_j(t+1) = \frac{\sum_i \pi_i(t) P_{ij}^i(t) q_{ij}^k(t)}{\sum_i \sum_j \pi_i(t) P_{ij}^k(t) q_{ij}^k(t)}. \quad (2.11)$$

Assim, se $\hat{\pi}(t)$ é a estatística gerada pelos resultados \mathcal{H}_t então $\hat{\pi}(t+1)$ é uma estatística suficiente para \mathcal{H}_{t+1} . Esta aproximação difere ligeiramente do modelo de ECKLES no qual:

$q_{xj}^k(t) =$ probabilidade condicional de que o resultado x seja observado, dado que o verdadeiro resultado é j e que a decisão k foi tomada anteriormente à inspeção.

Usando esta estrutura eles desenvolvem um algoritmo eficiente e relativamente fácil de resolver, aplicável a uma pluralidade de estados do difícil problema espacial.

Concluindo esta subseção, será rapidamente discutido o caso do conhecimento incompleto da lei de probabilidade, que governa a evolução do sistema. Como foi mencionado anteriormente MCCALL (1965) analisa extensivamente este caso.

A otimização do problema de manutenção, modelado como uma cadeia de Markov, com probabilidades de transição desconhecida, normalmente é compreendida a partir de uma outra base teórica (isto é, max-min ou max-max) ou do ponto de vista Bayesiano. A compreensão do max-min busca, essencialmente, as possíveis políticas máximas globais do retorno mínimo total esperado, descontado, a longo prazo. A compreensão do max-max é definida analogicamente. SATIA (1968) prova que existe uma política estacionária para este processo de decisão posterior.

2.3.2.3 Modelos de Manutenção de Inventário

A maioria dos modelos de manutenibilidade, que provêm a substituição de uma unidade, pressupõe que os artigos de substituição são retirados de um estoque infinito. Porém, para alguns modelos, este estoque não é infinito, o que torna sua administração uma variável de controle.

Há muitos artigos sobre inventário que tratam dos problemas de reabastecimento de estoques para equipamento que falha aleatoriamente: FALKNER (1969), PRAWDA e WRIGHT (1972), SHERBROOKE (1968, 1971), SOBEL (1967), PORTEUS e LANSDOWNE (1974), SILVER (1972), MILLER (1973), MOORE, *et al.* (1970), DEMMY (1974), e DRINKWATER e HASTINGS (1967). Estes textos não consideram problemas cujas decisões devam ser tomada para consertar, substituir ou inspecionar a(s) unidade(s). Eles partem do princípio de que, uma vez que a unidade falhou, deve ser consertada ou substituída e o processo de decisão é quanto ao inventário para estocar aquela unidade inicialmente, independentemente de uma política periódica ou contígua.

Especificando: PRAWDA e WRIGHT (1972) examinam um sistema no qual podem haver muitas unidades idênticas em operação. Estas unidades falham em um de dois modos. A unidade falha e é reparável, com a distribuição de probabilidade $F_i(\cdot)$, ou não reparável, com distribuição de probabilidade $\mathfrak{R}_i(\cdot)$, em período $i = 1, 2, \dots$. Unidades reparáveis são facilmente consertadas e, após N período, são renovadas e retornam para o inventario. São descartadas as unidades não reparáveis. Se o inventário disponível é insuficiente para suprir todas as necessidades de substituição, estas necessidades são acumuladas até o inventário estar disponível. Um pedido para a aquisição de unidades novas deve ser feito no começo de cada período e a entrega é efetuada λ períodos depois. Os autores consideram dois problemas:

quanto solicitar a cada período, objetivando minimizar os custos totais previstos, a serem descontados e minimizar o custo médio, previsto a longo prazo por unidade de tempo. Nesse modelo há quatro custos: pedido, seguro, escassez e salvamento. Partindo do trabalho de VEINOTT (1965), sobre a teoria de inventário, PRAWDA e WRIGHT mostram que para um custo de pedido c , por unidade a política ótima é um único número crítico estacionário em cada período. Ou seja: em um período t e antes do pedido neste período se o estado do sistema, determinado pelo estoque disponível, em conserto, é denotado por x_t , então há um número \tilde{y} tal que

$$\text{se } x_t < \tilde{y} \quad \text{pedir } \tilde{y} - x_t \quad (2.12)$$

caso contrário a orientação é não pedir. Eles também consideram o caso onde há um custo de instalação K toda vez que uma ordem é colocada e fornecem resultados em quantidades ótimas de ordem (pedido).

Tomando uma aproximação diferente, SHERBROOKE (1968, 1971) considera o problema de determinar os níveis de estoque em cada escalão de um sistema de inventário multiunidade, multiescalão de unidades reparáveis. A idéia é que, em vários locais $j = 1, \dots, I$, há unidades reparáveis do tipos $i = 1, \dots, J$ em uso e em inventário, y_{ij} e há uma facilidade central, 0, que mantém um inventário, *buffer* (área para reduzir o risco), y_{j0} , para uso nos locais quando necessário. Cada local, inclusive a facilidade central, tem capacidades de conserto. O problema é determinar o y_{ij} para $i = 1, \dots, I$ e $j = 1, \dots, J$ que minimiza o número esperado total de unidades de reserva, em algum ponto do tempo, sujeito a restrições orçamentárias em custos de conserto e custos operacionais. As falhas de unidades são independentes e identicamente distribuídas pelos diferentes tipos de unidade, de acordo com a distribuição Poisson. Não há nenhuma transição entre locais $1, \dots, J$ e as decisões de conserto não são explicitamente especificadas no modelo, só implicitamente, através da taxa de falha, com a distribuição Poisson. Também é assumido que há um número infinito de atividades de conserto, de forma que os tempos de conserto são independentes do número de unidades que são consertadas. SHERBROOKE mostra que a compreensão generalizada do multiplicador Lagrange pode ser usada para obter soluções próximas de um nível ótimo para o problema.

PORTEUS e LANSLOWNE (1974) consideram o mesmo modelo, usando o algoritmo generalizado do multiplicador Lagrange, eles obtêm as quantidades de reposição de estoque e

tempos médios de conserto que minimizam o custo médio, a longo prazo, por unidade de tempo ou o custo total descontado, a longo prazo.

Em um artigo afim, também respaldado no trabalho de SHERBROOKE, SILVER (1972) determina os níveis de inventário, y_i , para subconjuntos reparáveis ($i = 1, \dots, I$) de um conjunto principal. No processo de falha, com a distribuição Poisson, para cada subconjunto, a falha de um único subconjunto torna inoperante toda a unidade. Neste caso é assumida a canibalização do conjunto principal, que espera conserto. Sob a suposição adicional que não há nenhum inventário do conjunto principal (isto é, $y_0 = 0$), SILVER mostra que o problema de otimização inteira é separável e facilmente solucionável. Quando $y_0 > 0$, ele indica um algoritmo próximo do ótimo para obter y_i para $i = 1, \dots, I$.

Partindo de perspectivas diferentes, DERMAN e LIEBERMAN (1967) concordam quanto aos problemas de substituição e de estocagem. São feitas inspeções em todos os períodos de tempo. O estoque inicial de N unidades idênticas está disponível. Ao término de cada período é tomada a decisão de substituir, ou não, a unidade em operação. Se a opção for pela substituição a unidade nova trabalha em um nível s com probabilidade f_s e continua operando no mesmo nível, até a falha ou a substituição. Seu ciclo da vida é uma variável aleatória, com uma distribuição geométrica. Se, ao término do período, a unidade falhou em serviço, é substituída, partindo do princípio que ainda há unidades em estoque. Em caso contrário, o sistema é rebaixado para um período de tempo, enquanto N unidades são reordenadas ou solicitadas.

O espaço de estados é descrito por $\{(n, s) : n = 1, \dots, N; s = 1, 2, \dots\} \cup \{0\}$, onde n denota um número idêntico de unidades disponíveis, inclusive aquelas em serviço, e s denota o nível de desempenho da unidade em serviço. Os níveis de serviço são numeráveis. O elemento 0 denota nenhuma unidade em estoque. As ações disponíveis são $\{1, 2\}$, onde 1 denota nenhuma substituição e 2 denota substituição.

Usando as probabilidades de transição e as funções do custo dadas por

$$g_2(0) = C$$

$$g_1(n, s) = g_2(n, s) \quad \text{para } n = 1, \dots, N; s = 1, 2, \dots \quad (2.13)$$

onde $g_1(n, s)$ é não decrescente em s para cada n fixo, DERMAN e LIEBERMAN mostram que para N fixo, existe uma sucessão de números s_1, s_2, \dots, s_N tais que a solução ótima para minimizar o custo médio esperado por unidade de tempo é uma política estacionária da forma

$$R_{(n,s)} = \begin{cases} 1 & \text{se } s < s_n, \\ 2 & \text{se } s \geq s_n. \end{cases} \quad (2.14)$$

Quanto às suposições adicionais nas funções de custo, para determinar o N ótimo, só um número finito de possíveis escolhas para N precisa ser investigado.

Este modelo interligado de manutenção-inventário é generalizado por ROSS (1969). Ele estabelece políticas ótimas, de forma semelhante a DERMAN e LIEBERMAN.

2.3.3 Modelos de Manutenção de Tempo Contínuo

Nesta seção abordar-se a questão referente aos modelos de manutenção que não contêm a suposição de que manutenção, ou atividade de inspeção, é, a priori, restringida para um particular conjunto discreto de pontos em tempo. Quer dizer, nestes modelos as ações do decisor podem, potencialmente, ser colocadas em qualquer lugar no eixo de tempo contínuo, embora essas ações se restrinjam a um número discreto.

Nestes modelos, a atividade de manutenção é programada para acontecer via um processo de fluxo contínuo. Ou seja, as decisões têm que otimizar as funções $m(\cdot)$ onde $m(t)$ é a taxa de despesa com a manutenção em um momento t . Estes modelos serão discutidos a seguir.

2.3.3.1 Modelos da Teoria de Controle

Vários autores já estudaram a questão da determinação do tempo ótimo de manutenção em um ambiente determinístico. As primeiras soluções para o problema poderão ser encontradas em MASSE (1962). NASLUND (1966), fazendo uso do princípio de máximo.

Em um trabalho de 1968, THOMPSON, apresenta um modelo de manutenção simples que ilustra a aplicação da técnica do princípio de máximo para problemas de manutenção. O modelo contém os seguintes fatores: a data de venda da unidade T é desconhecida; o valor presente da unidade é $V(T)$, se sua data de venda é T ; o valor residual $S(t)$ da unidade em um momento t ; os gastos operacionais líquidos $Q(t)$ em tempo t ; a taxa de atratividade r ; o

montante de dinheiro despendido em manutenção $m(t)$ em um momento t ; onde manutenção se refere ao dinheiro gasto em consertos necessários; a função de efetividade de manutenção $f(t)$, em um momento t , em unidades monetárias somadas a $S(t)$; a função de obsolescência $d(t)$, em um momento t , valor subtraído de $S(t)$ e a taxa de produção p em momento t .

Postula-se que d , f e m são variáveis contínuas, d é não decrescente e f é não crescente, p é constante, com o passar do tempo e, para algum dado constante M , $0 \leq m(t) \leq M$.

O objetivo deste modelo é escolher uma política de manutenção $m(t)$ e a data de venda T^* para maximizar $V(T)$. THOMPSON indica a solução através de uma política ótima de manutenção para uma data de venda fixa T .

A política ótima de manutenção é obtida resolvendo $f(t) = r / (p - (p - r)e^{-r(T-t)})$ para o único ponto T' . Então

$$m(t) = \begin{cases} M, & t < T' \\ \text{arbitrário}, & t = T' \\ 0, & t > T'. \end{cases} \quad (2.15)$$

Está claro que $m(t)$, o controle ótimo, é uma função de T . Neste sentido, a forma da curva é constante: conseqüentemente, a solução de $\partial V / \partial T = 0$ para T é simplificada. THOMPSON apresenta os detalhes deste procedimento, ilustra o modelo com alguns exemplos e estende o modelo para o caso de uma taxa de produção variável.

ARORA e LELE (1970) estendem o modelo de THOMPSON, considerando o efeito do progresso tecnológico. Através da inclusão do termo para obsolescência, devido a tal progresso, na equação de estado para o valor residual a da unidade.

KAMIEN e SCHWARTZ (1971) consideram um modelo de manutenção que representa outra extensão do trabalho de THOMPSON. Neste modelo é assumido que o valor da produção da unidade é independente de sua idade, enquanto a probabilidade de falha aumenta com a idade. A probabilidade de falha é influenciada pelo montante de dinheiro gasto em manutenção, de acordo com a seguinte equação diferencial:

$$\frac{dF(t)}{dt} = (1 - u(t))h(t)(1 - F(t)). \quad (2.16)$$

A função $u(t) \in [0,1]$ é o nível da manutenção em tempo t ; $F(t)$ é a distribuição de tempo para a falha da unidade que recebe a manutenção, de acordo com o plano $u(\cdot)$; $\hat{F}(t)$ é a distribuição correspondente da unidade que não recebe manutenção; e $h(t) = \hat{F}'(t)/(1 - \hat{F}(t))$ é a taxa de falha natural da unidade. O objetivo da manutenção é reduzir a probabilidade de falha. A renda esperada com a produção da unidade é maximizada através da seleção da função de controle apropriado e da data ótima de venda T^* .

KAMIEN e SCHWARTZ indicam a solução para este problema derivando condições necessárias para a data ótima de venda e provam a suficiência das condições necessárias. Estes resultados são relevantes, pois, o processo é controlado pela taxa de falha e não pelo valor de sobrevivência, como postulava o artigo de THOMPSON.

Em dois estudos de SETHI e MORTON (1972) e SETHI (1973), o modelo básico de uma unidade é estendido à situação de manutenção de um conjunto de unidades. Além disso, são criadas condições para um ambiente de tecnologia variável, que afeta a produção e as exigências de manutenção de unidades futuras. Neste modelo dinâmico são previstos também preços variados de unidades futuras. No primeiro artigo é considerado um problema de horizonte finito e o procedimento indicado é derivado para determinar o plano ótimo de manutenção para cada unidade em cadeia. No segundo artigo o problema é resolvido da seguinte forma: se a política de manutenção é estacionária, no sentido que a mesma política de manutenção se aplica, em cadeia, a cada unidade, então o momento ótimo de manutenção é caracterizado. Finalmente, a computação do período ótimo de substituição é colocada em termos de um problema de programação não linear.

TAPIERO (1973) também considera uma seqüência de n unidades, seu artigo é uma generalização direta do modelo de THOMPSON. É apresentada a caracterização do programa ótimo de manutenção e uma discussão sobre tempos de substituição. TAPIERO demonstra que a decisão para substituir uma unidade só depende do valor relativo da unidade atual e da unidade subsequente. Assim, uma substituição é efetuada quando a unidade subsequente opera de forma mais lucrativa. Ele denomina esta condição de técnica da obsolescência.

As políticas de manutenção apresentadas até o momento permitem uma taxa contínua da despesa de manutenção. Considerar-se-á agora políticas que aplicam somente a ação de manutenção em momentos discretos de tempo; por exemplo, substituindo um componente

quando ele alcançar uma certa idade. Tais políticas, todavia, distinguem-se daquelas da primeira parte, porque, em geral, o evento da ação de manutenção pode acontecer em qualquer lugar do eixo de tempo contínuo.

2.3.3.2 Modelos de Substituição por Idade

Nos modelos mais antigos de substituição por idade, conforme BARLOW e PROSCHAN (1965), a substituição da unidade em falha custa c_2 enquanto a substituição antes da ocorrência da falha custa $c_1 < c_2$. Para isto foi demonstrado que se F , a distribuição de tempo para a falha, tem uma taxa de falha estritamente crescente, então existe um único T^* tal que o custo esperado, por unidade de tempo, é minimizado se a unidade for substituída num momento T^* ou em falha, dependendo apenas do que ocorrer primeiro.

GLASSER (1967) obteve soluções para o problema de substituição por idade para três distribuições específicas: a normal truncada, a gama, e a Weibull.

FOX (1966) encontrou a otimização de uma política de substituição por idade, estabelecendo como critério o custo total descontado. Para a taxa contínua e instantânea¹, estritamente crescente, ele deriva uma equação integrante que pode ser resolvida para o T^* ótimo.

SCHAEFER (1971) amplia o modelo básico de substituição por idade, incluindo um custo idade-dependente. Tal custo pode implicar uma sobrecarga crescente de manutenção rotineira, com o envelhecimento da unidade, diminuindo sua produtividade ou reduzindo o valor residual da unidade em substituição, em consequência da depreciação. Especificamente, ele expressa o custo total até tempo t como

$$C(t) = c_1 N_1(t) + c_2 N_2(t) + c_3 \left[\sum_{i=1}^{N(t)} Z_i^\alpha + (t - S_{N(t)})^\alpha \right], \quad (2.17)$$

onde $N_1(t)$ é o número de substituições antes de alcance do nível da idade de substituição T que acontece em tempo t . $N_2(t)$ é o número de substituições devido à falha em tempo t . $N(t) = N_1(t) + N_2(t)$, $c_3 > 0$, Z_i é $\min(X_i, T)$ onde X_i é a vida natural da i -ésima unidade na sucessão de substituições e T é a idade fixa quando a substituição deve ser feita, S_k é o tempo da k -ésima substituição, e $0 < \alpha < 1$. A meta é minimizar o custo médio, a longo prazo, por unidade de tempo. Recorrendo-se a um argumento semelhante ao um abordado no Capítulo

¹ A taxa instantânea é o limite para o qual tende a taxa de falhas à medida que o intervalo se aproxima de zero.

IV de BARLOW e PROSCHAN (1965), pode-se demonstrar que a política ótima é não aleatória se a distribuição de falha F é contínua. O caso de uma distribuição exponencial de vida é analisado da forma mais detalhada.

CLEROUX e HANSCOM (1974) analisam um modelo bem parecido. Uma das diferenças é que o custo idade-dependente $c_3(ik)$ é incorrido em tempos discretos, os múltiplos de k são constantes positivos e $c_3(ik)$ não pode ser aumentado em i . Para F contínuo eles demonstram que a política ótima de substituição por idade é não aleatória, em um horizonte de tempo infinito. Os referidos autores desenvolvem, então, as condições necessárias para o intervalo ótimo de substituição T^* .

A noção de uma estrutura de custo idade-dependente será generalizada posteriormente por WOLFE e SUBRAMANIAN (1974). Se a n -ésima unidade é substituída em idade T o custo total incorrido sobre a vida daquela unidade é

$$W_n = \int_0^T [Y_n + r(s)] ds + K_n, \quad (2.18)$$

onde Y_n e K_n são variáveis aleatórias independentes, que formam o processo de renovação, $r(\cdot)$ é uma função diferencial estritamente crescente. K_n é o custo de substituição e $Y_n + r(s)$ é a taxa de custo em tempo s após a instalação da n -ésima unidade. Eles partem do pressuposto que não há nenhuma falha. Para minimizar o custo total esperado por unidade de tempo o decisor determina o valor limite crítico c^* de tal forma que, quando a taxa de custo excede c^* , ele substitui a unidade. Para uma realização particular de Y_n , isto acontece em idade $r^{-1}(c^* - Y_n)$. São dados os procedimentos para determinar c^* , e para $r(t)$ linear, eles derivam uma solução explícita.

Um exemplo de uma política ótima de substituição por idade, para um sistema redundante de duas-unidade, é fornecido por NAKAGAWA e OSAKI (1974). Enquanto uma das unidades idênticas está em operação a outra está em estado auxiliar, imune às falhas e aos efeitos de envelhecimento. Quando a unidade operacional é enviada para a manutenção, seja ela preventiva, que renova a unidade, ou corretiva, por causa da falha, a unidade auxiliar assume. Se a unidade operacional falhar, enquanto a outra unidade ainda estiver na oficina de conserto, o sistema fica inoperante e a unidade em falha mais recente tem que esperar o momento disponível para o reparo. Sob a suposição que uma atividade de manutenção

preventiva requer menor tempo médio para o conserto do que para uma unidade em falha, é aconselhável programar, a manutenção preventiva quando uma unidade estiver em operação durante um período T de tempo. Se, num determinado momento, à unidade operacional faltar uma unidade auxiliar, sua manutenção preventiva será atrasada até o reparo estar concluído. NAKAGAWA e OSAKI derivam o valor ótimo para este T sob a suposição de que a taxa de falha é crescente. Esses argumentos partem da utilização das propriedades regenerativas do sistema, nos momentos em que a unidade operacional entra na oficina de conserto e uma unidade auxiliar esteja disponível.

Nos sistemas muito caros e complexos a falha de um único componente de uma unidade não implicaria, essencialmente, a substituição do sistema inteiro. Poder-se-ia optar pelo restabelecimento do sistema, trocando apenas a unidade em falha. Como a grande maioria dos componentes daquele sistema não foi renovada, a distribuição da probabilidade para o sistema permanecer com vida, essencialmente, permanece a mesma de antes da falha. Quer dizer, a falha e a subsequente atividade de conserto, não afetam, freqüentemente, a taxa da falha do sistema. A ação de restabelecer o sistema em falha, recolocando-o em operação, sem afetar sua taxa de falha, é denominada conserto mínimo. BARLOW e HUNTER (1960) incorporam esta noção à sua Política do Tipo II, do Modelo de reposição². A Política do Tipo II pressupõe que a unidade é substituída depois de funcionar por T unidades de tempo. O tempo de manutenção não é incluído em T . Qualquer falha, antes do tempo previsto, se restringiria a um conserto mínimo. Posteriormente estes modelos serão analisados de maneira mais específica e complexa. A otimização da Política do Tipo II, com conserto mínimo instantâneo, equivale ao modelo de substituição por idade, que incorpora um custo idade-dependente da operação da unidade. O custo idade-dependente é previsto para incidir sobre a despesa do conserto mínimo, que depende da idade da unidade, de acordo com a taxa de falha. BELLMAN (1955) e DESCAMP (1965) aplicam a programação dinâmica para resolver este problema. SIVAZLIAN (1973) generalizou esse trabalho, permitindo um tempo de manutenção para o conserto mínimo, após ocorrência da falha. Este tempo de manutenção é aleatório e distribuído de forma arbitrária. Usando uma técnica de equação funcional ele deriva uma expressão explícita para o custo total esperado a longo prazo. Posteriormente, ele deriva as condições necessárias à política ótima, do Tipo II, descrita acima.

² A Política do Tipo I é o modelo simples de substituição por idade - substituição em idade T ou em falha, a que ocorrer primeiro.

MAKABE e MORIMURA (1963, 1965) e MORIMURA (1970) introduzem uma Política de Tipo III. Quanto aos procedimentos em relação à Política do Tipo III, a unidade é substituída em k -ésima falha. A falha anteriores $k-1$ é corrigida com conserto mínimo. MORIMURA mostra que, a Política do Tipo III, em muitas situações, é mais fácil de ser implementada do que a política do Tipo II.

A política ótima de Tipo III é considerada ideal para ser aplicada em relação ao critério de fração esperada do tempo de operação em $[0, \infty)$, chamada eficiência limitada; quanto à taxa de manutenção, MAKABE e MORIMURA (1963), definem-na da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & [\text{custo-por-unidade de tempo de manutenção}] \times [\text{fração esperada de tempo de manutenção}] \\ & + [\text{custo esperado de todos os consertos e substituições durante uma unidade de tempo}]. \end{aligned}$$

FALKNER (1968) examina o problema de manutenção-inventário em situações nas quais há uma única unidade em operação e ela falha $F(\cdot)$. Quando a unidade alcança uma certa idade ou, quando ela falha, é substituída por uma unidade nova. O problema é como chegar aos números iniciais de objetos de reserva, N , para introduzi-los às políticas de substituição por idade $\tau_j(t)$, $j = 1, \dots, N+1$, para suprir a unidade nova original e aos objetos de reserva para minimizar o custo operacional total esperado do sistema, durante um intervalo do tempo finito $[0, T]$. Este problema é solucionado com a programação dinâmica, com custos não decrescentes, custo do estoque (h por unidade), penalidade por falta de estoque (p por unidade) e substituição não programada (r por unidade). Sob a suposição $F(0) = 0$, FALKNER mostra que o número ótimo de objetos de reserva é limitado pelo número inteiro, menor ou igual a p/h onde $h > 0$. Com suposições adicionais em $F(\cdot)$ ele é capaz de caracterizar a estrutura do custo e a estrutura das políticas ótimas de substituição por a idade.

2.3.3.3 Modelos de Conserto Mínimo

Há muitas instâncias nas quais são considerados os sistemas complexos, com vários componentes, como unidades únicas, para os fins de manutenção. Porém, o desempenho dos sistemas complexos depende do desempenho dos componentes individuais. Assim, quando um componente de um sistema complexo falha, a falha reflete, freqüentemente, no sistema como um todo. No caso da falha de um sistema, uma decisão tem que ser tomada para determinar se é econômico substituí-lo, consertá-lo, ou ainda, substituir ou consertar o

componente falhado, reajustando o sistema para a operação. Se um conserto, ou substituição do componente falhado, restabelece a função do sistema como um todo, mas a inclinação da taxa de falha do sistema permanece exatamente como antes da falha, então o conserto é chamado conserto mínimo. Exemplificando: se um pneu de um carro falha e é substituído, a taxa da falha global do veículo continua essencialmente inalterada. Como a taxa de falha da maioria dos sistemas complexos aumenta com a idade, a operação de manutenção se tornaria crescentemente mais dispendiosa, em consequência do aumento do número de consertos mínimos. Partindo desse pressuposto postula-se a seguinte questão: quando é mais vantajoso substituir o sistema inteiro em vez de executar conserto mínimo?

Recentemente, pesquisadores desta área dedicaram especial atenção ao problema de substituição ótima por idade de sistemas complexos, sujeitos a conserto mínimo em falha. O estudo inicial sobre conserto mínimo data de 1960, quando BARLOW e HUNTLER (1960) formularam o problema e usaram o modelo de substituição periódica com consertos mínimos entre as substituições. O modelo de conserto mínimo básico, desenvolvido por BARLOW e HUNTLER, generalizou-se e foi sendo modificado por muitos autores, para ajustá-lo às situações mais realistas. O objetivo original do modelo de conserto mínimo era encontrar uma idade de substituição t^* que minimizasse, a longo prazo, o custo esperado por unidade de tempo de substituições e consertos mínimos. As falhas ocorridas antes de t^* seriam corrigidas através de conserto mínimo e então o sistema seria substituído por um sistema idêntico em tempo t^* .³

Modelos de conserto mínimo geralmente assumem que:

- a) a função da taxa de falha do sistema tende a aumentar;
- b) consertos mínimos não afetam a taxa de falha do sistema;
- c) o custo de um conserto mínimo C_f é menor que o custo de substituição do sistema inteiro C_r ;
- d) as falhas do sistema são descobertas imediatamente.

³ Para uma definição matemática de conserto mínimo, veja NAKAGAWA e KOWADA (1983).

O custo esperado, a longo prazo por unidade de tempo, que usa a idade de substituição t para o modelo básico, é determinado por

$$C(t) = \frac{c_f N(t) + c_r}{t}, \quad (2.19)$$

onde $N(t)$ representa o número esperado de falhas (consertos mínimos) durante o período $(0, t]$.

Usando o modelo de conserto mínimo básico (2.19), TILQUIN e CLÉROUX (1975, 1985) investigam uma política ótima de substituição para os casos nos quais o custo do ajuste $c_a(ik)$, que incidiu em idade ik , $i = 1, 2, 3, \dots$ e $k > 0$, é acrescentado aos custos básicos c_r e c_f . Nenhuma suposição específica foi apresentada em relação à estrutura de $c_a(ik)$, diferente de $c_a(0) = 0$ e $c_a(s) \leq 0$ para qualquer $s = ik$. TILQUIN e CLÉROUX reivindicam para o seu modelo o mérito de estar mais próximo à realidade que o modelo básico, desde que o ajuste do custo $c_a(ik)$ possa ser usado para refletir os custos incorridos na operação do sistema. Por exemplo, $c_a(ik)$ pode incluir ajuste de custo periódico, de custo de depreciação, ou débitos de juros. O problema é achar a idade ótima para substituir o sistema, t^* , de forma a minimizar, a longo prazo, o custo esperado por unidade de tempo

$$C(t) = \frac{c_f N(t) + c_r + c_a^*(v(t))}{t}, \quad (2.20)$$

onde $c_a^*(v(t)) = \sum_{i=0}^{v(t)} c_a(ik)$ e $v(t)$ representa o número de ajustes no período $(0, t]$. TILQUIN e CLÉROUX mostram que o mínimo global para (2.20) existe no intervalo $[0, \infty]$. Além disso, eles apresentam vários teoremas que dão suporte para a idade ótima de substituição, contanto que sejam satisfeitas algumas condições.

Em um outro trabalho, CLÉROUX *et al.* (1979), apontam outra modificação do modelo básico. Eles partem do pressuposto que o custo do conserto mínimo C_f no modelo básico, é uma variável aleatória denotada por C_f . Em caso de falha, se o custo mínimo aleatório do conserto C_f for maior que a constante $0 \leq \delta \leq 1$ multiplicada pelo custo fixo de substituição C_r , o sistema é substituído. Porém, se $C_f \leq \delta c_r$, o conserto mínimo é executado. Eles

interpretam o parâmetro δ como uma porcentagem do custo c que um decisor seleciona, de acordo com sua experiência. Sob a suposição de que a taxa de falha é crescente, CLÉROUX *et al.* indicam um algoritmo simples para achar a idade ótima de substituição.

De forma muito semelhante a CLÉROUX *et al.* (1979), BOLAND e PROSCHAN (1982) analisam um modelo cujo custo mínimo de conserto não é fixo e depende do número de consertos mínimos que o sistema sofreu desde a última época da substituição. O custo mínimo do conserto para k -ésima falha é escrito então, como $c_f = a + bk$ onde $a > 0$ e $b \geq 0$ são constantes. A expectativa é que o t^* minimize tanto o custo total esperado de conserto e substituição sobre o horizonte fixo, quanto o custo esperado a longo prazo, por unidade de tempo. Recorre-se à aproximação do cálculo para achar t^* para um sistema com distribuição de taxa de falha crescente.

Seguindo a mesma trilha de BOLAND e PROSCHAN (1982), BOLAND (1982) estende o modelo para o custo mínimo de conserto que, em vez de ser dependente do número mínimo de consertos, dependente da idade do sistema. Assim, c_f é considerado a função contínua, não decrescente com a idade. Com o envelhecimento do sistema o custo mínimo do conserto aumenta, o que, normalmente, ocorre de fato. O custo por unidade de tempo, a longo prazo, previsto por BOLAND, é determinada por

$$C(t) = \frac{\int_0^t c_f(u)h(u) du + c_r}{t} \quad (2.21)$$

onde h é a taxa de falha. BOLAND prova que para $c_f(t)h(t)$, não decrescente em t , ou h que aumenta estritamente, o intervalo ótimo de substituição existe e pode ser computado derivando $C(t)$ em relação a t e igualar a zero.

ABDEL-HAMEED (1987) apresenta um modelo de conserto mínimo no qual um sistema falhado é substituído, com a probabilidade $p(t)$, e o conserto mínimo é executado com a probabilidade $1 - p(t)$. As probabilidades dependem da idade do sistema em falha e o sistema é substituído periodicamente. ABDEL-HAMEED acha o tempo ótimo de substituição em bloco, o que minimiza, a longo prazo, o custo esperado por unidade de tempo.

AVEN (1983) faz uma generalização adicional ao modelo básico, permitindo que tanto os custos de substituição quanto os de conserto se alterem. O seu modelo prevê que a taxa de falha do sistema é progressivamente mensurável. O processo estocástico não é negativo e os custos mínimos de conserto e de substituição são variáveis aleatórias. O conserto mínimo não muda a idade do sistema nem a circunstância da informação a ele relacionada. O custo esperado do conserto mínimo em idade y é dado por $c_f(y)$. O custo associado às substituições também é aleatório. A idade do sistema y , o custo condicional esperado de substituição, dada a história do processo, é determinado por

$$c_r(y) = \int_0^y c_r'(u) du + c_r(0), \quad (2.22)$$

onde $\{c'(u), u \geq 0\}$ é adaptado à história do processo de deterioração. O problema de AVEN é determinar uma idade ótima de substituição, que minimize o custo total esperado descontado. O resultado principal é supondo-se que

$$\alpha(y) = c_f(y)h(y) + c_r'(y) - \alpha c_r(y) \quad (2.23)$$

é não decrescente, onde $\alpha > 0$ é um fator de desconto e $h(y)$ é a taxa de falha em tempo y . O tempo ideal para substituir o sistema é quando $\alpha(y)$ alcança o nível h^* . Ele apresenta um procedimento de iteração para determinar o valor ótimo de h^* . AVEN também derruba o postulado segundo o qual o custo esperado de substituição é determinado pela (2.22) e assume que há um processo de Markov, observável com a idade do sistema $X(t)$, relacionado à deterioração do sistema, tal que, o custo esperado de substituição em idade t é igual $c_r(X(t))$. Portanto, a solução ideal para este modelo tem a mesma forma que a do modelo anterior. Merece destaque a suposição de que o conserto mínimo não depende da existência de um ou mais modos de falha. AVEN mostra algumas generalizações que propiciam a substituição e mais de um modo de falha, a partir de tempos aleatórios.

MUTH (1977) desenvolveu um modelo cuja política era realizar o conserto mínimo se a falha ocorresse antes de um tempo fixo t^* e realizar a substituição do sistema na primeira falha depois de t^* . Assim, o significado de t^* muda do tempo de substituição fixa, como o usado por BARLOW e HUNTER (2.19), para um valor limiar de substituição. MUTH usa a função da vida média do sistema para provar que seu modelo produz o custo esperado a longo prazo,

mais baixo por unidade de tempo do que o modelo básico. As provas de MUTH postulam que a função da vida média do sistema diminui estritamente, depois de uma idade t_0 . Em consequência desse processo, chamado envelhecimento positivo, o sistema deteriora e, eventualmente, alcança uma condição que torna o concerto de uma eventual falha economicamente justificável. O sistema em falha sofre concerto mínimo se o tempo da falha $t < t^*$, e em caso contrário é substituído. A função da minimização do custo, de acordo com o modelo de MUTH, é determinada por

$$C(t) = \frac{c_f N(t) + c_r}{t + r(t)} \quad (2.24)$$

onde $r(t)$ é a função da vida média do sistema no momento t (isto é, $r(t) = E[\tau - t | \tau > t]$). MUTH sugere que (2.24) pode ser resolvida para o t ótimo usando a aproximação de cálculo. Ele não indica nenhum algoritmo específico no caso de não ser possível usar uma aproximação de cálculo.

PARK (1979) modificou completamente o conceito de substituição por idade em concerto mínimo, introduzido por BARLOW e HUNTER (1960). PARK, em vez de achar um tempo fixo para a substituição por desgaste de tempo, enquanto uma política ótima de substituição, indica o número de falhas e concertos mínimos, antes do sistema ser substituído. PARK aponta uma solução do seu modelo para o caso de distribuição de falha Weibull do sistema. Ele compara os resultados obtidos a partir desta solução com uma política ótima de substituição por idade aos dados de BARLOW e HUNTRER. A política de PARK atingiu um custo mais baixo, a longo prazo, por unidade de tempo, do que a política de substituição por tempo fixo. Também, o número de falhas, antes da substituição, é menor na política de número de falhas de PARK do que na política de tempo fixo. Porém, todos estes resultados são mostrados numericamente para a distribuição Weibull e nenhuma prova matemática é dada. A função de custo para o modelo de PARK é

$$C_n = \frac{(n-1)c_f + c_r}{E[\text{ciclo}]}, \quad (2.25)$$

onde o valor para $E[\text{ciclo}]$ depende da distribuição de falha do sistema e do número de falhas n antes de substituição.

PHELPS (1981) toma os modelos de conserto mínimo desenvolvidos por BARLOW e HUNTER (1960), MUTH (1977), e PARK (1979) e os compara usando uma distribuição de taxa de falha crescente. Partindo do custo esperado a longo prazo, por unidade de tempo, PHELPS mostra que a política de substituição de MUTH, que acontece na primeira falha depois de tempo t , é a ótima entre as três políticas. Para PHELPS a política de PARK é superior à de BARLOW e HUNTER. Ele sugere que, já que o t^* para o modelo de MUTH é difícil de ser obtido, o t^* , obtido do modelo de PARK, pode ser usado com bons resultados. PHELPS (1993), em um artigo recente, generaliza seu trabalho, usando a decisão do processo semi-Markov para demonstrar que, quando a taxa de falha é crescente, a política de MUTH seria uma opção ótima no conjunto de todas as políticas possíveis de substituição

NAKAGAWA (1981) apresenta quatro modificações para o modelo básico de conserto mínimo (3). As modificações oferecem modelos alternativos que enfatizam considerações práticas. Todos os modelos estabelecem tempos para t_0 e t^* . Se a falha ocorre antes do t_0 , então o conserto mínimo acontece. Se o sistema está operando em tempo t^* , a substituição acontece em tempo t^* . Se a falha ocorre entre t_0 e t^* , então:

- a) (Modelo A) o sistema não é consertado e permanece em falha até t^* ;
- b) (Modelo B) o sistema falhado será substituído por um sistema sobressalente, tantas vezes quantas forem necessárias até t^* ;
- c) (Modelo C) o sistema em falha será substituído por um novo;
- d) (Modelo D) é igual ao Modelo C com exceção do modo de determinar t_0 e t^* .

Recentemente, NAKAGAWA (1995) desenvolveu um modelo de conserto mínimo que combina tempo fixo e política de substituição enumerada. Esse modelo substitui um sistema em tempo t ou em número n de usos, o que acontecer primeiro e sofre conserto mínimo em falha entre as substituições. NAKAGAWA obtém a taxa de custo esperada do modelo e chega a um ótimo t^* e n^* , que minimiza o custo esperado a longo prazo por unidade de tempo, quando o sistema é usado de acordo com o processo Poisson. Partindo de pressupostos semelhantes, NAKAGAWA (1986), introduziu um novo modelo de conserto mínimo, no qual as falhas do sistema acontecem como no processo não homogêneo Poisson e, para preveni-las, a substituição será programada em períodos de tempo nt ($n = 1, 2, \dots$). Se o número total de

falhas é igual ou maior que um número especificado k , a substituição deveria ser feita no próximo momento marcado, caso contrário, nenhuma manutenção deveria ser feita. Ele deriva o custo esperado, a longo prazo, por unidade de tempo e determina o número ótimo k^* de falhas antes de substituição. Apresenta, ainda, expressões de custo esperado, a longo prazo por unidade de tempo, para algumas variações do modelo descrito. Em estudo mais recente, NAKAGAWA (1986) considera as políticas segundo as quais

- a) a manutenção preventiva é feita em intervalos periódicos ou
- b) a manutenção preventiva é feita em intervalos constantes.

O sistema é substituído na n -ésima época de manutenção preventiva e sofre conserto mínimo entre essas. Ele discute também qual seria o número ótimo de intervalos de manutenção preventiva, antes da substituição, e qual a seqüência ótima de intervalos de manutenção, para a política (b). Em problema semelhante, NAKAGAWA (1979) analisa uma situação na qual a manutenção preventiva é dependente dos recursos destinados à manutenção do sistema.

Modelos de conserto mínimos, normalmente, partem do conhecimento da distribuição de falha do sistema. Na prática, só os dados similares do sistema estão disponíveis e a distribuição de falha tem que ser calculada. AVEN (1985) levanta um problema no qual os dados sobre as falhas do sistema não estão disponíveis. Ele aponta um procedimento gráfico para chegar a um tempo ótimo de substituição tanto para o custo esperado, a longo prazo, por unidade de tempo, quanto para o custo total descontado.

2.3.3.4 Modelos de Atividades de Conserto Interativas

Para um sistema composto de muitas unidades, o conserto ou substituição de uma unidade, às vezes, deveria ser considerado em conjunto com o que acontece às outras unidades. A seguir serão discutidas quatro formas através das quais a política de manutenção dá lugar, ou explora, as interações entre as unidades de um sistema. São elas: políticas de oportunidade, políticas de canibalização, políticas de substituição de multiestágios, e políticas de taxa de conserto variável.

As políticas de oportunidade exploram economias de escala em reparo ou atividade de substituição. Isto é, duas ou mais atividades de conserto, feitas conjuntamente, podem custar menos do que se elas fossem realizadas em separado. A necessidade de executar um conserto

deve, necessariamente, justificar economicamente a ocorrência simultânea de diversos reparos.

Nos modelos de canibalização e de substituição de multiestágios são utilizadas unidades do mesmo tipo, em diferentes localizações no sistema. Nos casos de ocorrência de falha em um local, uma unidade idêntica, de outra unidade, pode ser deslocada para onde ocorreu a falha. No modelo de multiestágios um artigo novo tem que substituir o sistema falho, o que permitirá uma operação de restauração simultânea em todas as unidades. Também nos modelos de multiestágios o propósito de intercambiar unidades é detectar aquelas unidades que, por causa do fator tempo de operação, têm menor probabilidade de falha, especialmente aquelas localizadas nos pontos onde a falha é mais onerosa. No modelo de canibalização nenhum artigo novo entra no sistema quando uma transferência é feita. Como o desempenho do sistema depende dos itens em funcionamento, o propósito da transferência é proporcionar ao sistema a melhor configuração possível de unidades em operação.

O último tipo de modelo de atividades interativas a ser discutido é um modelo de taxa de conserto variável; quer dizer, quando a capacidade de conserto de um sistema está limitada e sob o controle do decisor, ele pode optar por modificar aquela capacidade, de acordo com o número de artigos em estado baixo.

Alguns trabalhos recentes têm examinado consertos por oportunidade, de acordo com o seguinte contexto estrutural do sistema: há duas classes de componentes, 1 e 2. Classe 1 contém M componentes auxiliares redundantes, de forma que, no caso de falha de um componente classe 1, em operação, os componentes auxiliares tomam o seu lugar. Quando todos os substitutos da classe 1 falharem o sistema entra em colapso. Os componentes da classe 2 formam um sistema de série, se um deles falhar o sistema fatalmente sofre um colapso secundário. Neste contexto a falha mecânica é um fator secundário. O operador tem que conhecer o estado do sistema.

Quando um desarranjo secundário acontece, há possibilidade de se recorrer ao conserto de oportunidade daqueles artigos da classe 1 que falharam. KULSHRESTHA (1968) examinou tal política, partindo da suposição de que unidades da classe 1 falham de acordo com uma distribuição geral e o i -ésimo componente da classe 2 falha a uma taxa constante λ_i

($i = 1, 2, \dots, N$). O tempo para concluir os reparos segue a distribuição geral. KULSHRESTHA compara esta política com a política de não oportunidade correspondente.

NAKAMICHI, *et al.* (1974) examinam o mesmo sistema, mas eles acreditam que qualquer unidade da classe 1 deve entrar em reparo assim que falha e não aguardar a ocorrência de uma falha no sistema secundário ou principal. Eles avançam ao apregoar que, em acontecendo um desarranjo principal, assim que a unidade da classe 1 for consertada, a reinstalação do sistema permite reiniciar a operação também em caso de desarranjo secundário, assim que a unidade da classe 2, em falha, é reparada, o sistema vota a operar. No caso onde uma unidade da classe 2 falha, quando uma unidade de classe 1 está em reparo, são sugeridas duas alternativas:

- a) providencia-se o reparo imediatamente e interrompe-se o conserto da unidade da classe 1;
- b) o conserto deve ser feito após a conclusão do conserto da unidade da classe 1.

A noção de canibalização tem sua origem numa situação na qual parte da operação de um sistema pode ser removida de determinado local para substituir uma parte falhada em outro. Esta canibalização aperfeiçoaria a operação do sistema.

As bases para o estudo da canibalização foram estabelecidas por HIRSCH, MEISNER, e BOLL (1968). Cada parte do sistema é classificada pelo tipo ($1, \dots, N$) e a localização ($1, \dots, n$). O conjunto das partes é, então, dividido em subconjuntos tais que, duas parte de subconjuntos semelhantes são intercambiáveis, mas as partes de subconjuntos diferentes não são. Em algum ponto do tempo o estado de todas as partes, nas suas localizações, será determinado por um n -uplo binário $v = (v_1, \dots, v_n)$,

onde

$$v_i = \begin{cases} 0 & \text{implica que a parte } i \text{ está em falha} \\ 1 & \text{implica que a parte } i \text{ está em operação.} \end{cases} \quad (2.26)$$

A equação acima parte do princípio de que as falhas são descobertas imediatamente. O estado do sistema é determinado por uma função da estrutura crescente monotônica $\varphi(v)$ que toma valores de $\{0, 1, \dots, M\}$, onde 0 é a falha total de sistema e M é o seu melhor desempenho. No

evento há sobressalentes disponíveis e, quando a falha acontece, a parte falhada é substituída imediatamente, mantendo inalterada a função da estrutura. Porém, em caso de escassez, quando não há componentes de reserva, o problema é encontrar componentes canibalizáveis, que maximizem todos φ possíveis intercâmbios. Qualquer canibalização T , que maximize φ , é considerada admissível. Partindo da suposição conhecida como a condição mínima, na transformação, composta $\varphi \cdot T \equiv \varphi T$, HIRSCH, MEISNER, e BOLL caracterizam, explicitamente, o estado do sistema para qualquer canibalização admissível T como uma função do número das partes de funcionamento de cada tipo. A condição mínima pressupõe que $\varphi T(v)$ é igual para um valor mínimo de $\varphi T \pi_i(v)$ sobre $i = 1, \dots, N$, onde $\pi_i(v)$ é a operação de todas as partes de fabricação tipo j operáveis {para todo $j \neq i$ } enquanto o estado das partes de tipo i é de domínio constante. Assim, um único tipo de parte determina o valor de φT para qualquer v . Usando a condição mínima e a caracterização explícita do estado do sistema, φT , para qualquer T admissível, eles demonstram que as leis da probabilidade do estado do sistema, sob as suposições adicionais, e que:

- a) as distribuições de falha das partes do tipo i são identicamente distribuídas e não dependem da localização da parte para cada $i = 1, \dots, N$, e
- b) os ciclos de vida de todas as partes são variáveis aleatórias independentes.

SIMON (1970, 1972) generaliza os resultados de HIRSCH, MEISNER, e BOLL flexibilizando as restrições na intercambialidade entre as partes. Ele classifica suas intercambialidades como fechadas, isoladas, e/ou que comunicam classes ou partes.

HOCHBERG (1973) retoma a questão das classes de intercambialidade de HIRSCH, MEISNER e BOLL, porém, em lugar de estabelecer que cada parte, em seu local, ocupe somente um dos dois estados - em falha ou em operação, (isto é, 0,1) - ele afirma que elas podem estar em um dos k estados

$$\{a_i\}_{i=1}^k \quad \text{onde } 0 = a_k < \dots < a_2 < a_1 = 1 \quad (2.27)$$

Sucessivamente, cada estado menor representa um nível decrescente de desempenho. Com esta descrição generalizada do estado de cada parte, em algum ponto do tempo e sob condição mínima, HOCHBERG - em trabalho paralelo ao de trabalho de HIRSCH, *et al.* -

obtem uma caracterização do estado do sistema φT , isto é, o nível de desempenho sobre a canibalização admissível, como uma função do número de partes em funcionamento em cada nível a_k . Ele desenvolve, então, a distribuição da probabilidade de φT .

A suposição que todas as partes começam a operar a partir de um tempo zero e estão continuamente sujeitas a falhas, sempre que o sistema está em operação, está implícita nos trabalhos de HIRSCH, MEISNER, e BOLL, de SIMON, e de HOCHBERG. Para muitos sistemas, quando um dos mecanismos de funcionamento integra um conjunto principal, no qual, por razões distintas, tem ocorrido falha, a parte em funcionamento não está sujeita a nenhuma deterioração adicional ou acentuada, até que seja canibalizada e comece a operar novamente. ROLFE (1970) deteve-se na questão da canibalização. Ele considerou um grupo de S montadoras principais idênticas, que operam independentemente uma da outra. A montadora principal contém N submontadoras, ou partes, distintas. Cada parte é intercambiável apenas com sua parte correspondente nas outras montadoras principais. Todas as montadoras em funcionamento operam continuamente, por um período de tempo T , antes de serem inspecionadas. Durante este período de operação podem ocorrer falhas parciais mas, as montadoras principais continuam funcionando. Quando da inspeção, as partes falhadas são substituídas imediatamente, recorrendo-se ao estoque inicial dos componentes de reserva, até que ele esteja exaurido. A partir de então, as substituições das partes passam a ser via canibalização das outras montadoras principais, ainda em funcionamento. As montadoras que contêm algumas partes falhas não seriam usadas no próximo período de operação. Postula-se que todas as partes falham independentemente, enquanto operam e estas partes do tipo i têm a distribuição de falha $1 - e^{-\lambda_i t}$. Partindo dessas suposições o vetor do estado do processo estocástico é descrito pelo número de partes em funcionamento, para cada tipo $n_i(t)$, disponível ao término de cada período operacional t . O processo estocástico forma $S^N + 1$ estados, absorvendo a cadeia de Markov onde o estado absorvente é alcançado quando $n_i(t) = 0$ para $i = 1, 2, \dots, N$.

Como foi mencionado anteriormente, os modelos de multiestagio diferem dos modelos de canibalização na medida em que novos artigos entram no sistema, para substituir artigos que são transferidos para outras localizações. BARTHOLOMEW (1963) propôs o seguinte modelo: supondo que um sistema contém N unidades, com a distribuição independente mas idêntica do tempo para falha e estas N unidades, embora estocasticamente idênticas, são

divididas em classe I e classe II. Em caso de falha de alguma unidade, ela deve ser substituída a um custo k_1 para artigos da primeira classe, e a um custo k_2 para artigos da segunda classe.

O procedimento de BARTHOLOMEW é, então, analisar a estratégia de substituição de duas fases: a reposição de todas as falhas que acontecem aos itens da classe II, utilizando-se dos artigos da classe I e substituindo por novos os itens da classe I. Há um custo β para transferir um artigo de classe I para classe II. Há, também, um custo para a reposição do estoque. Parte-se do princípio que a substituição e a transferência dos artigos não demanda tempo.

O número total de unidades falhadas permanece inalterado, mas a proporção de falhas de classe I em relação às de classe II pode mudar. BARTHOLOMEW sugere que a substituição de duas fases é a melhor estratégia em se tratando de substituição simples em falha.

Se ρ é a taxa de transferência da classe I para a classe II, n_i é o número de unidades da classe i , e μ é o tempo médio por falha da unidade; então é preferível a estratégia de duas fases se

$$n_2(k_2 - k_1)\mu^{-1} - n_1\rho(k_2 - k_1 + \beta) > 0. \quad (2.28)$$

NAIK e NAIR (1965), em pesquisa sobre o esquema para estratégias de substituição multiestágios, investigaram as estratégias de substituição em bloco multiestágios. Este modelo parte do pressuposto que há uma reserva de unidades, o inventário interestágio, agregado para cada classe.

2.3.3.5 Informação Incompleta

Nos modelos de tempo contínuo, pode faltar ao decisor informações completas sobre os seguinte itens: o estado atual do sistema, a lei da probabilidade que governa o comportamento estocástico do sistema e as implicações de custo de políticas operacionais particulares.

Quando o estado do sistema não é conhecido, o problema implica determinar uma substituição juntamente com uma política de inspeção. No modelo de SAVAGE (1962) o estado da unidade move-se de $x = 0$ para $x = k$, $k = 1, 2, \dots$, de acordo com o processo Poisson. O estado x implica rendimento do sistema a uma taxa $i(x)$. Para um custo L , o decisor pode inspecionar a unidade e assim apreender seu verdadeiro estado. Depois de cada inspeção, ele opta por programar outra inspeção, $T(x)$ unidades de tempo no futuro e por não

substituir a unidade no momento, ou por substituí-la na próxima inspeção $T(0)$ unidades de tempo no futuro. A substituição requer m unidades de tempo a um custo c por unidade.

O objetivo do decisor é minimizar o custo médio a longo prazo, por unidade de tempo, especificando a função determinante do tempo da próxima inspeção $T(x)$ e o conjunto W de todos os estados que demandarão outra inspeção, em lugar de substituição. SAVAGE mostra que se $i(x)$ é não crescente, então $T(x)$ é estritamente decrescente para x em W e lapsos em $T(x)$ podem ser derivados. SAVAGE deriva, explicitamente, os resultados para dois casos especiais de $i(x)$.

KELLER (1974) utilizou a teoria de controle ótimo para um método aproximado da seleção do momento ideal de detecção da primeira falha da unidade, objetivando minimizar os custos. Cada inspeção custa L e incorre no custo $H(t)$, quando é detectada a falha por inspeção, ocorrida no tempo t depois da falha. Este problema é colocado no contexto da teoria de controle, assumindo que os testes são tão freqüentes que podem ser descritos por uma densidade $n(t)$, que denota o número de verificações por tempo de unidade. Isto é, no momento t , os testes são programados em $1/n(t)$ unidades de tempo separadamente. KELLER deriva, então, uma equação integrante para $n(t)$ e usa esta solução para minimizar o custo esperado até ser detectada a primeira falha.

Vários autores teceram consideração sobre o problema de informação incompleta, relativa à distribuição de tempo para a falha, que governa o sistema. Uma única unidade está sujeita a falha aleatória, que pode ser descoberta com probabilidade p , por inspeção. Cada inspeção custa L e $v \cdot t$ é o custo da falha não detectada para uma duração t . O problema é programar inspeções, objetivando minimizar estes dois custos.

DERMAN (1961) chegou a uma solução ótima de minimax para o problema quando a distribuição de tempo para a falha é totalmente desconhecido. Porém, isto implica trabalhar em um horizonte de tempo finito T , isto é, a contabilidade de custos pára, na primeira inspeção, ou em um momento T , para descobrir a falha, dependendo do que ocorrer primeiro. A razão para esta postura é que, para qualquer momento possível de inspeção, há uma distribuição que redundaria em um custo esperado, arbitrariamente alto, num horizonte infinito de tempo. Conseqüentemente, uma solução de minimax não existiria. MCCALL (1965) aponta os resultados de DERMAN.

ROELOFFS (1963, 1967) mantendo a probabilidade detectada por Derman, $p = 1$, chega ao momento de inspeção através do método de minimax, quando é conhecido apenas um simples percentual da distribuição de tempo para a falha. Quer dizer, y e π são conhecidos, onde $F(y) = \pi$. O custo esperado correspondente para uma estrutura de custo é idêntico ao de DERMAN. Naturalmente, os custos esperados são menores que os de DERMAN, devido à informação adicional. É relevante notar que a solução encontrada para o problema de detectar os pontos de inspeção, depois de y , é idêntica à de DERMAN. ROELOFFS também chega ao momento ótimo de inspeção para minimizar o custo esperado por unidade de tempo, e não através do período de instalação. Partindo deste resultado, ele fixa $T = y$. KANDER e RAVIV (1974) utilizam a programação dinâmica para modelar este problema objetivando encontrar um T arbitrário.

FOX (1967) usou uma aproximação Bayesiana, combinando uma distribuição de tempo para falha desconhecida com o problema de substituição por idade. O objetivo de FOX, ao empregar a distribuição de tempo para falha Weibull, com distribuição Gama, é minimizar a expectativa de custo descontado a longo prazo. Ele deriva certas condições otimamente assintóticas em política estacionária para um número arbitrariamente determinado de substituições.

Um outro modelo foi proposto por DEAN e MARKS (1965) e analisado por ELANDT-JOHNSON (1967). Se uma máquina, ou uma frota de veículos, é submetida em uma manutenção rotineira com a frequência x por ano, o custo médio resultante é $C(x) = bx + D(x)$, onde b é o custo médio da manutenção planejada e $D(x)$ é o custo desconhecido, previsto por unidade de tempo, para prover a manutenção de emergência. Presumivelmente, $D(x)$ é decrescente. Parte-se do princípio que $C(x)$ contém um mínimo absoluto em x_0 . Para a forma específica

$$D(x) = E \left[\sum_{k=0}^n A_k x^k + \Theta \right]. \quad (2.29)$$

onde Θ é uma variável aleatória, com distribuição $N(0, \sigma^2)$ e A_k 's são as estimativas desconhecidas, de menor saldo (a_k) obtidas para os coeficientes (A_k). Através desses coeficientes calculados a função de custo total calculado pode ser minimizada para \hat{x}_0 .

ELANDT-JOHNSON (1967) provê uma distribuição normal que aproxima a verdadeira distribuição do \hat{x}_0 estatístico. Posteriormente é demonstrado que $E[C(x_0) - C(\hat{x}_0)]$ depende do grau e dos coeficientes do polinómio.

$$\sum_{k=1}^n A_k x^k. \quad (2.30)$$

2.4 Considerações Finais

Optou-se, neste estudo, por uma revisão bibliográfica preponderantemente expositiva e não crítica. Esta opção objetivou contemplar o maior número possível de trabalhos disponíveis na área de manutenibilidade. Tentou-se fazer uma revisão cuja abrangência, razoavelmente completa, abarcasse os aspectos mais relevantes do estado de arte que relata os modelos na manutenção ótima dos sistemas sujeitos a falhas. Dada a grande quantidade de modelos, faz-se necessário apresentá-los de uma forma sintetizada.

Foram consideradas as seguintes características de cada modelo de manutenção ótima:

I. Modelos Determinísticos

Estes modelos partem das seguintes suposições:

- a) O resultado de toda ação de manutenção não é aleatório.
- b) A ação de manutenção restabelece o estado original do sistema.
- c) O valor de compra e o valor residual de um sistema são determinados em função de seu tempo de operação e da sua idade.
- d) O envelhecimento do sistema implica no aumento dos seus custos operacionais.
- e) Falha por envelhecimento não é, necessariamente, falha operacional.
- f) Todas as falhas que consideradas novas podem ser observadas instantaneamente.
- g) A manutenção prolonga a vida operacional do sistema, diminui seus custos, podendo aumentar os benefícios.

A política ótima de manutenção, para modelos determinísticos, é periódica e o tempo entre as ações de manutenção sucessivas deve ser equitativo.

II. Modelos Estocásticos sob o Risco

O risco é uma propriedade dependente do tempo e deve ser medido pela probabilidade. Quanto ao equipamento sob o risco de falha estocástica, é impossível prever o tempo exato de falha; mas as distribuições do tempo de falha de cada componente do sistema são passíveis de previsão.

II.1 O Modelo de Manutenção Preventiva de Sistema Simples (periódica, seqüencial)

Este modelo utiliza as seguintes suposições:

- a) O tempo de falha de um sistema é uma variável aleatória, com distribuição conhecida.
- b) O sistema está sempre em operação ou em falha.
- c) A falha é um estado absorvente.
- d) A ação de manutenção regenera o sistema imediatamente após sua finalização.
- e) Os intervalos entre pontos de regeneração sucessivos são variáveis aleatórias independentes.
- f) O custo de manutenção de um sistema, depois de uma falha operacional é, geralmente, mais alto se do que antes da sua ocorrência.

Uma política ótima para várias suposições contempla os seguintes tópicos:

- a) Para sistemas com o tempo de vida ilimitado, a política de manutenção preventiva ótima é, estritamente, uma manutenção periódica, isto é, mantém-se o sistema até a ocorrência da falha ou idade t_i , - o que ocorrer primeiro.
- b) Para sistemas com taxa de falha constante (exponencial), mantém-se seu funcionamento até que ele falhe.

- c) Para sistemas com taxa de falha crescente (Weibull, gama, etc., para alguns valores dos parâmetros), recorre-se a uma programação progressiva.
- d) Para sistemas com o tempo de vida limitado (processo com uma vida relativamente pequena, ou equipamento sujeito a mudança tecnológica rápida), a melhor política preventiva é a seqüencial. Esta política recalcula a idade de manutenção t_j depois de cada revisão. Na verdade, tenta minimizar o custo esperado do sistema em operação sobre a vida restante do processo.

II.2 Modelo da Manutenção Preditiva de Sistema Simples (periódica, seqüencial)

Este modelo utiliza as seguintes suposições:

- a) O tempo de sistema para falhar é uma variável aleatória com distribuição conhecida.
- b) O estado atual do sistema só é conhecido com certeza na hora de inspeção ou manutenção.
- c) A falha é um estado absorvente.

II.3 Modelo de Manutenção Preventiva - Sistema Complexo (oportunistica, periódica, seqüencial)

Este modelo é uma extensão de II.1 para sistemas complexos. A política ótima para várias suposições é a seguinte:

- a) Se as partes que constituem o sistema complexo são interconectadas, de tal modo que possam ser consideradas como estocasticamente e economicamente independentes, então a política de manutenção ótima para este sistema complexo reduz-se ao sistema simples, isto é, emprega uma política de manutenção preventiva periódica ou seqüencial, separada, para cada parte.
- b) Se partes individuais não podem ser consideradas como estocástica e economicamente independente, então será mais efetiva uma política de manutenção de oportunidade. O emprego desta política significa que a manutenção de uma única parte, não inspecionada, não monitorada, depende do estado de uma

ou mais partes inspecionadas continuamente. A política de manutenção de oportunidade é vantajosa quando o custo de uma ação de manutenção em conjunto é menor que a soma dos custos das ações de manutenção separadas.

- c) Se um sistema complexo é composto de um grande elenco de unidades idênticas de equipamento, então uma política de manutenção em bloco pode ser vantajosa. Com esta política, cada unidade é substituída em falha e todas as unidades são substituídas a intervalos periódicos, $T, 2T, 3T, \dots$, sem levar-se em conta a idade da unidade individual. As manutenções, tanto as programadas quanto as não programadas, podem ser combinadas. Consequentemente, esta política é mais fácil de ser implementada e resulta em baixos custos de manutenção e de administração.

II.4 Modelo de Manutenção Preditiva - Sistema Complexo (periódica, seqüencial, oportunística)

Este modelo é uma extensão de II.2 para sistemas complexos. A política ótima para várias suposições é a seguinte:

- a) Se o sistema complexo está sob vigilância contínua, então este modelo reduz-se ao modelo de manutenção preventiva, descrita no ponto II.3.
- b) Se o sistema complexo não é inspecionado, então a única política de manutenção para assegurar o nível mais alto de predição é a de substituição.

III. Modelos Estocásticos Sob a Incerteza

Para equipamento que falha estocasticamente sob a incerteza, o tempo exato de falha e a distribuição do tempo para falha não é conhecido.

III.1 Modelo de Manutenção Preventiva para Sistemas Simples e Complexos

A política ótima para várias suposições é obtida seguindo os seguintes postulados:

- a) Quando o sistema é novo ou quando os dados de falha não são conhecidos, aplicam-se as técnicas minimax .
- b) Quando a informação sobre o sistema (taxa de falha, ... etc.) é parcialmente conhecida, são aplicados saltos do tipo Chebyshev.

- c) Quando são conhecidas as convicções subjetivas sobre a falha de sistema são aplicadas as técnicas adaptáveis de Bayes.

III.2 Modelo da Manutenção Preditiva - Sistema Simples e Complexo

As técnicas de estratégias de minimax, saltos do tipo Chebyshev e as políticas adaptáveis de Bayes podem ser aplicados a este modelo, como o explicado no ponto III.1.

As técnicas empregadas para atingir políticas ótimas de manutenção incluem os mais diversos métodos: programação linear, não-linear, programação dinâmica, programação inteira, teoria da decisão, modelos heurísticos.

Nos modelos de substituição e/ou de conserto há muitas generalizações dos modelos básicos. Ao que tudo indica, seria aconselhável estabelecer limites e desenvolver algoritmos eficientes para resolvê-los, envolvendo a programação linear, não linear ou programação dinâmica, em lugar de prover refinamentos adicionais para as suposições dos modelos básicos. Tais esforços tenderiam a serem direcionados aos problemas particulares, no sentido que os modelos tornar-se-iam mais especializados e voltados para situações particulares.

CAPÍTULO III

MODELO PROPOSTO

3.1 Características do Problema

O grande valor dos equipamentos, os altos custos e índices de utilização exigem que os gerentes das empresas prestadoras de serviço de transporte conheçam e dominem os métodos e os sistemas de manutenção.

Se, por um lado, a tecnológica simplificou os processos de produção dos equipamentos de transporte e estas inovações tecnológicas aprimoraram o projeto e a qualidade dos equipamentos, por outro, as máquinas e equipamentos tornaram-se mais avançados tecnologicamente, aumentando o número de peças, dificultando a manutenção eficiente do equipamento e a previsão de avarias.¹

A complexidade da situação resulta do fato que um de sistema tem numerosos componentes. Em sistemas complexos, a ação de manutenção não é, necessariamente, a substituição do sistema inteiro, mas consiste, freqüentemente, no conserto ou na substituição de uma parte desse sistema. Esta complexidade demanda, conseqüentemente, uma política de manutenção baseada na substituição de componentes.

Porém, todos os componentes não seguem um único padrão de falha, de maneira que um momento único (t) de manutenção possa ser seguido nas mais distintas situações. Vários componentes têm distribuições de falha diferentes, de modo que, se um momento (t) ótimo para cada um dos componentes, por um lado, aumentaria a confiabilidade dos equipamentos, por outro, acarretaria custos adicional de indisponibilidade e, conseqüentemente, perda de produção.

¹ Segundo TAKAHASHI, Yoshikazu e OSADA, Takachi (1993, p.2) os rádios contém 10^2 peças, os televisores, 10^3 , os automóveis, 10^4 , um avião a jato, 10^5 , e uma espaçonave Apollo, 10^6 . Em um total de 500 peças, se cada uma tem um percentual de confiabilidade de 99,99% por unidade de tempo, a confiabilidade das 500 peças fica reduzida a apenas 96,24%.

Além disso, vários componentes têm padrões de vida diferentes que implicam diversos tipos de manutenção. O elevado índice de disponibilidade é justificado pela relevância da utilização de um componente que leva à avaliação do critério de manutenção utilizada.

Deve-se, portanto, levar em consideração a possibilidade de deslocar o momento (t) ótimo de cada componente para outro momento, ou seja, adiantando a manutenção preventiva de alguns componentes para um momento (t) único, aumentando a confiabilidade destes componentes, e/ou atrasando a manutenção dos outros componentes cujos índices de confiabilidades não são tão relevantes.

Com vistas nas necessidades do mercado alvo, uma política empresarial atualizada racionaliza os seus recursos produtivos, otimizando a manutenção o que, conseqüentemente, implica a minimização dos custos.

Face a estas exigências o problema principal é determinar um *mix* de manutenção ótimo que atenda aos compromissos das políticas de manutenção para as empresas de transporte, objetivando reduzir os custos, garantir a qualidade do serviço e cumprir os prazos.

3.2 Construção do Modelo

Neste estudo, objetivando solucionar o problema descrito acima recorre-se a uma técnica aplicada à otimização de problemas que podem ser modelados por uma seqüência de estados. Esse método, que envolve relações algébricas de recorrência desenvolvidas por Richard Bellman, evoluiu a partir dos estudos de problemas de programação, nos quais as decisões são tomadas ao longo do tempo. A técnica pode ser aplicada a problemas estáticos, isto é, que se referem a um instante determinado.

A programação dinâmica é um processo que pode ser desdobrado segundo um certo número de etapas seqüenciais, ou estágios (n), os quais podem ser completados tomando uma decisão (k). Um estágio compreende vários estados (i, j). Cada decisão efetua uma transição do estado corrente (i) para o estado (j) associado ao estágio seguinte. O processo apresenta um retorno (r) associado a cada decisão (k) num estágio (n). Esse retorno (custo ou benefício) pode variar, simultaneamente, com o estágio e estado do processo. O objetivo de análise do processo é determinar um plano ótimo que resulte no melhor retorno total $f(n, i) = r(i, j, k) + f(n-1, j)$.

A programação dinâmica baseia-se no princípio da condição de otimalidade de Richard Bellman. Esse princípio estabelece que o plano ótimo para o estado i no n -ésimo estágio é composto de uma ação que leva o sistema para um estado j no estágio seguinte, seguido de um plano que é ótimo neste estado j .

Aplicando-se este princípio recursivamente, obtém-se para cada estado, em cada estágio, uma ação que é ótima entre todas as ações viáveis neste estado.

Nos modelos dinâmicos determinísticos pode-se prever para um estado inicial a melhor seqüência de decisões, que é determinada do plano ótimo.

A falha de um componente pode ser descrita por meio de uma distribuição de probabilidade e, conseqüentemente, são necessárias algumas generalizações a partir de um modelo básico.

A primeira destas generalizações leva em conta o fato de que uma decisão k no estado i pode ter como resultado um entre vários estados possíveis no estágio seguinte. Considera-se que a probabilidade de transição p seja influenciada somente pelos valores de i e k , e não pela história específica do sistema antes de chegar ao estado i . Esta propriedade filia o problema à programação dinâmica markoviana.

A segunda generalização reconhece que o retorno ou custo correspondente a tomar a decisão corrente é uma variável aleatória.

A terceira modificação postula uma estratégia estacionária, num horizonte ilimitado, ou seja, toda vez que o sistema chega ao estado i deve se tomar a mesma decisão k . A figura 3.1 mostra o esquema da programação dinâmica markoviana.

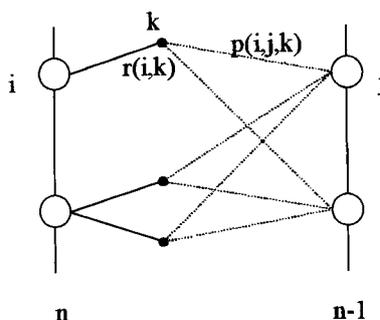


Figura 3.1 Esquema da Programação Dinâmica Markoviana

3.3 O Modelo Propriamente Dito

O modelo proposto é fundamentado na estrutura dos modelos de programação dinâmica markoviana com horizonte ilimitado. Para estes modelos é necessário definir os seguintes elementos básicos: sistema, estágios, estados, ações, funções de retorno, valores de estado, probabilidades de transição entre estados, conjunto de ações viáveis e a função de recorrência.

a) Sistema

O modelo proposto tem por objetivo controlar, de forma individualizada, a manutenção de cada veículo existente na frota, isto é, não se considera, de uma forma simultânea, uma estratégia global para o conjunto de veículos. O sistema controlado pelo modelo é definido a partir de um único veículo, composto por um conjunto de componentes cujas falhas são estatisticamente consideradas independentes.

b) Estágios

Periodicamente deve-se decidir qual a manutenção a ser adotada para cada veículo da frota. Os períodos considerados para esta tomada de decisão são definidos, neste modelo, com base no tempo ou na quilometragem decorrida a partir da última manutenção. Estes intervalos podem ser estabelecidos de acordo com a precisão que se deseja dar aos resultados. Assim, pode-se considerar como intervalo entre tomadas de decisão, períodos diários, semanais, mensais, ou ainda, tomando como referência a quilometragem percorrida, estabelecida em intervalos de 1000 km, 2000 km, 5000 km, 10000 km, etc.

Para os modelos de programação dinâmica markoviana com horizonte ilimitado, são necessários, apenas, dois estágios distintos, denotando o instante atual ($n = 1$), e um instante posterior ($n = 0$), estabelecido pelo intervalo escolhido; em cada um destes estágios deverá ser tomada uma decisão a respeito do tipo de manutenção.

Desta forma tem-se para a variável estágio que

$$n \in \{0,1\}. \quad (3.1)$$

c) *Estados*

Para caracterizar o sistema, isto é, um veículo em particular da frota, são definidas como variáveis de estados informações relativas às condições operacionais de cada componente do mesmo.

São consideradas como variáveis de estado, o número de períodos decorridos a partir da última manutenção de cada componente, bem como a caracterização da existência (ou não) de falhas nos mesmos. Assim, o estado do sistema, para fins do modelo, será descrito pela seguinte *n-upla*:

$$i = (M_1, M_2, \dots, M_c, F_1, F_2, \dots, F_c) \quad (3.2)$$

onde M_c corresponde ao número de intervalos decorridos a partir da última manutenção realizada no *c-ésimo* componente do veículo e F_c caracteriza a condição de existência ($F_c = 1$), ou não ($F_c = 0$) de falha neste mesmo componente. Neste modelo o conjunto de todos os estados possíveis será denotado por N .

d) *Ação*

A cada estágio deverá ser tomada uma nova decisão acerca da manutenção. Esta decisão, no âmbito da gerência, consiste em definir quais as manutenções deverão ser realizadas. Exemplificando, o condutor, ao dar entrada do veículo na garagem, poderá reportar falhas em alguns componentes, requisitando a necessidade de uma manutenção nos mesmos. Entretanto, economicamente poderá ser proveitosa a realização simultânea da manutenção de outros componentes que não apresentam falhas, e ainda o instante previsto para a próxima manutenção não ocorreu. Cabe ao gerente determinar qual(ais) componente(s) deverá(ão) ser revisado(s) nesta oportunidade. Ressalta-se que, mesmo não tendo sido reportada ocorrência de falhas por parte do condutor, poderá ser economicamente vantajosa a realização da manutenção preventiva em alguns componentes, com o objetivo de evitar que tais falhas possam ocorrer com o veículo em operação.

Resumidamente, a decisão da gerência, nestes casos, pode ser caracterizada pela seguinte *n-upla*:

$$k = (k_1, k_2, \dots, k_c) \quad (3.3)$$

onde k_c corresponde à decisão de efetuar a manutenção ($k_c = 1$) do c -ésimo componente do equipamento, ou não ($k_c = 0$);

e) *Função de Retorno*

Corresponde aos custos de manutenção, de atendimento emergencial e de indisponibilidade do veículo, que dependem, essencialmente, do estado do equipamento e da decisão tomada. No caso de ocorrer uma falha em uma componente, três fatores serão considerados: custo de atendimento, custo de manutenção corretiva e custo de indisponibilidade. Não existindo falha no equipamento, mas optando por uma manutenção preventiva, os custos que incidirão sobre a manutenção do componente serão custos de manutenção preventiva e de indisponibilidade. Se não for realizada nenhuma manutenção, não existirão os custos acima citados. Isto é, para o caso em que $k_1 = k_2 = \dots = k_c = 0$ tem-se:

$$r(i, k) = 0 \quad (3.4)$$

e em caso contrário:

$$r(i, k) = \sum_{d=1}^c [F_d \cdot CMC_d(M_d, I) + k_d \cdot (1 - F_d) \cdot CMP_d(M_d, I)] + CIE \cdot \max_{d|k_d=1} \{T_d(M_d)\} \quad (3.5)$$

onde $CMC_d(M_d, I)$ é o custo médio da manutenção corretiva do d -ésimo componente, considerando o tempo decorrido desde a última manutenção deste componente e a idade do veículo; $CMP_d(M_d, I)$ é o custo médio de manutenção preventiva; CIE é o custo de indisponibilidade do equipamento por unidade de tempo, e $T_d(M_d)$ é o tempo médio necessário à realização da manutenção no d -ésimo componente. Neste modelo, o custo de atendimento emergencial é incluído nos custos de manutenção corretiva, e não apenas os custos com reparos de componentes falhos.

No modelo proposto não são considerados os efeitos do envelhecimento do veículo a curto prazo; isto é, o envelhecimento não altera o estado do sistema entre dois estágios consecutivos. Contudo, na determinação dos custos, como pode-se observar na expressão

acima, a idade do veículo é um dado exógeno, com o qual avaliam-se os parâmetros das funções de custo.

Ressalta-se que nos casos em que ocorre uma falha não é possível optar por uma manutenção preventiva. Entretanto, existindo a falha, a única condição aceita pelo conjunto de soluções viáveis é realizar a manutenção corretiva. Este fato será tratado na definição do conjunto de ações viáveis.

f) Valor do Estado

Em programação dinâmica valor do estado do sistema costuma ser definido como sendo o valor da função objetivo, que agrega os retornos a partir de um estado em particular, até o fim do período de planejamento. Assim, no caso do modelo em questão, o valor de estado do equipamento corresponde ao cômputo dos custos com manutenção corretiva, manutenção preventiva, tempo indisponível e atendimentos emergenciais.

O valor do estado será denotado por $f(n,i)$ e está definido para o estágio final, como:

$$f(0,i) = 0 \quad \forall i \quad (3.6)$$

Nesta expressão, o estágio $n = 0$ corresponde a um momento futuro de tomada de decisão, situado no fim do horizonte de planejamento. Na prática, ao se tomar um horizonte de planejamento suficientemente grande, o conjunto de decisões ótimas tende para uma política estacionária. A determinação deste horizonte é realizada com a aplicação do algoritmo de programação dinâmica até que entre dois estágios consecutivos não existam mais diferenças significativas entre os ganhos dos diversos estados do sistema.

g) Probabilidade de Transição

Em cada estágio do sistema, ao ser tomada uma decisão acerca da manutenção do sistema, o sistema que se encontrava em um estado $i = (M_{1i}, M_{2i}, \dots, M_{ci}, F_{1i}, F_{2i}, \dots, F_{ci})$ evolui para um estado $j = (M_{1j}, M_{2j}, \dots, M_{cj}, F_{1j}, F_{2j}, \dots, F_{cj})$, sob a ação de fatores aleatórios, tais como: quebras, acidentes, desgastes prematuros, fadigas, etc. Embora estes fatores não sejam totalmente conhecidos, é possível estabelecer distribuições de probabilidade que descrevem estas transições entre os estados. Assim, a probabilidade de um veículo passar do estado i para

o estado j , dado que se tomou a decisão k , denotada por $p(i, j, k)$, é calculada a partir das probabilidades individuais de falha dos diversos componentes do equipamento, obtidas a partir de observações históricas.

Considerando que, para cada componente se conhece a probabilidade de falha $P_d(M_d, I)$, dado o tempo decorrido desde a última manutenção efetuada no componente e a idade do equipamento, obtém-se a probabilidade de transição através das seguintes expressões:

$$p(i, j, k) = 0 \quad \text{se } k_d = 1 \text{ e } M_{dj} \neq 1 \quad (3.7.a)$$

$$p(i, j, k) = 0 \quad \text{se } k_d = 0 \text{ e } M_{dj} \neq M_{di} + 1 \quad (3.7.b)$$

$$p(i, j, k) = \prod_{d=1}^c [F_{dj} \cdot P_d(M_{dj}, I) + (1 - F_{dj}) \cdot (1 - P_d(M_{dj}, I))] \quad (3.7.c)$$

As expressões acima consideram as falhas nos vários componentes estatisticamente independentes, o que é razoável, na medida em que cada componente tem seu funcionamento desvinculado dos demais.

h) Conjunto de Decisões Viáveis

Em cada estado e estágio, quando da tomada de decisão, a gerência deve definir quais serão os componentes que deverão sofrer manutenção. Em princípio, a única restrição imposta ao decisor é a de que os componentes que apresentarem falhas, ou que tenham a sua vida útil encerrada, deverão sofrer uma manutenção corretiva, restabelecendo as condições operacionais do equipamento. Os demais componentes poderão, ou não, ser submetidos à manutenção. Assim, considerando que o sistema se encontra em um estado $i = (M_{1i}, M_{2i}, \dots, M_{ci}, F_{1i}, F_{2i}, \dots, F_{ci})$, as decisões viáveis $k = (k_1, k_2, \dots, k_c)$ deverão ser tais que $k_d \in \{k \in I \mid F_{di} \leq k \leq 1\}$.

Com isto, o conjunto de decisões viáveis é definido por:

$$K_i = \left\{ (k_1, k_2, \dots, k_d, \dots, k_c) \in I^c \mid \text{Max}[F_{di}; M_{di} \text{ div } \bar{M}_d] \leq k_d \leq 1 \right\} \quad (3.8)$$

onde $I^c = I \times I \times I \times \dots \times I$ é o produto cartesiano sobre o conjunto de números inteiros e \bar{M}_d é o limite superior para o número de períodos que um componente d poderá ficar sem manutenção.

i) Função de Recorrência

A função de recorrência tem por objetivo determinar o valor dos estados situados nos estágios $n > 0$. Ao determinar este valor, obtém-se, também, a ação ótima a ser tomada. No modelo proposto a função de recorrência assume a seguinte forma:

$$f(1, i) = \underset{k \in K_i}{\text{Min}} \left\{ r(i, k) + \sum_{j \in N} [p(i, j, k) \cdot f(0, j)] \right\} \quad (3.9)$$

Uma vez obtido o valor de todos os estados para o estágio $n = 1$, pode-se verificar se a política atual é estacionária. Para tanto, são calculadas as variações mínimas e máximas dos valores dos estados em dois estágios consecutivos, isto é:

$$\Delta_{\min} = \underset{i}{\text{Min}} \{f(1, i) - f(0, i)\} \quad \text{e} \quad \Delta_{\max} = \underset{i}{\text{Max}} \{f(1, i) - f(0, i)\} \quad (3.10)$$

Se $(\Delta_{\max} - \Delta_{\min}) \leq \varepsilon$, um valor arbitrariamente pequeno, então a política atual pode ser considerada estacionária e o valor de $\Delta \cong \Delta_{\min} \cong \Delta_{\max}$ será uma estimativa para o valor do custo médio de manutenção do veículo durante um período. Se estas diferenças não convergirem para um valor único, então uma nova iteração terá início, com os valores do estado recém calculados no estágio $n = 1$ servindo de valor inicial para os estados no estágio $n = 0$, isto é:

$$f(0, i) = f(1, i) \quad \forall i \in N \quad (3.11)$$

3.4 Comentários

O modelo proposto resulta da função objetivo deste trabalho. Especificando: apoia-se na estratégia de focalizar a função gerencial de planejamento e controle de manutenção, visando minimizar os custos totais.

A política de manutenção da frota de veículos foi um fator importante de estudo desde sua introdução no transporte público. Há uma vasta bibliografia em pesquisa operacional de manutenção e substituição ótima de componentes que falham probabilisticamente. Foram propostos modelos de Conserto Mínimo, Reposição em Falha e Sistemas Reparáveis.

No campo de manutenção de frota de veículos, a política geral, mais adotada pela maioria das empresas, é a de substituição em falha. Entretanto a política de substituição por idade, prevê um melhor controle sobre as atividades de manutenção.

O modelo proposto assemelha-se ao modelo básico de DERMAN (1962), ampliado por KLEIN (1962). Embora estes dois importantes textos estejam apresentados na Revisão Bibliográfica, o modelo básico de DERMAN será brevemente discutido com o objetivo de estabelecer as diferenças em relação ao modelo proposto.

A unidade é observada no tempo $t = 0, 1, 2, \dots$ para estar em um dos estados $X_t \in \{0, 1, \dots, L\}$. Se nenhuma ação é tomada, então p_{ij} denota a probabilidade de mudança do estado i para o estado j em um determinado período. Se a unidade é substituída, então, a unidade passa, imediatamente, para o estado 0, e a transição, durante o período, é governada pelas probabilidades $\{p_{0j}\}$. É possível substituir o componente, antes que haja falha e, deste modo, evitar as conseqüências provocadas por falha ou deterioração adicional da unidade. As decisões entre substituir a unidade ou não fazer nada são tomadas a partir de um conjunto de regras de decisão, ou regras de substituição, baseadas no histórico total do processo até o tempo t .

De acordo com DERMAN a regra ótima de substituição R^* é a regra limite de controle, quer dizer, há um estado $i^* \in \{0, 1, \dots, L\}$ tal que se o estado observado k satisfaz $k \geq i^*$ substitui-se a unidade enquanto em $k < i^*$ não faz-se nada. Se nenhuma substituição for feita a probabilidade de deterioração aumenta, assim como aumenta o estado inicial.

Ao tomar uma decisão interveniente, antes de observar o estado L , o comportamento do sistema é modificado e sua evolução, quanto à regra de substituição, resulta em modificação da cadeia de Markov. Os custos consistem em c_1 , para substituir a unidade que não tenha falhado e em um custo c_2 , mais elevado, para substituir a unidade falha. O objetivo é minimizar, a longo prazo, o custo médio esperado por unidade de tempo.

Embora o modelo proposto assemelhe-se ao modelo básico de DERMAN e KLEIN, há diferenças profundas e significativas.

O estado é composto por um conjunto não vazio de períodos decorridos a partir da última manutenção de cada componente do sistema em análise e da caracterização da existência, ou não de falha nos componentes. Essa forma de descrição do estado permite a análise do sistema composto de vários componentes para uma faixa de idade do equipamento. Como já foi mencionado, em sistemas complexos, a ação de manutenção não é, necessariamente, a substituição do sistema inteiro, mas é, frequentemente, o conserto ou a substituição de uma ou varias parte do sistema. Conseqüentemente, o sistema complexo demanda uma política de manutenção baseada na substituição de componentes.

Os modelos pesquisados, que apresentam políticas de manutenção preventiva, são considerados como uma unidade única ou sistema único. Uma razão importante para considerá-lo como unidade única é porque, na prática, há muitas situações nas quais é difícil de obter dados de confiabilidade para as peças; considerando que, os dados para o comportamento estocástico do sistema inteiro estão disponíveis, ou de fácil obtenção.

Contudo, para qualquer sistema, se as partes que o constituem são interconectadas de tal modo que são estocastica e economicamente dependentes, então podem ser consideradas como um subsistema. Esses subsistemas, apesar da interligação, podem ser considerados independentes. Esta é principal inovação que distingue o modelo proposto no presente estudo daqueles anteriormente pesquisados.

Os problemas de programação matemática, que resultam dos objetivos acima, têm uma formulação natural como programações dinâmicas e, neste contexto, podem ser usadas aproximações sucessivas e técnicas de repetição de políticas.

A maioria dos modelos revisados baseia-se no modelo de DERMAN ao centrar seu enfoque nas regras não estacionárias que utilizam o histórico total do processo até o momento t . O modelo proposto centra sua perspectiva nos elementos da classe não aleatória, estacionária. Este modelo pode ser visto como a programação dinâmica em Cadeias de Markov, chamada, as vezes, de processo markoviano de decisão em um horizonte ilimitado. O sistema ocupa um estado (i) e, após um certo período, procede a uma transição para o estado (j) com probabilidade de transição p_{ij} . Os valores das probabilidades de transição p_{ij} não dependem

nem de como o sistema chegou ao estado i , nem do período n . As probabilidades de ocupar um estado i dependem do número de períodos ou de transições efetuadas. Após muitas transições, chega-se a uma situação estacionária ou de regime de equilíbrio dinâmico. As probabilidades estacionárias fornecem a maior parte das informações necessárias para calcular as características operacionais do sistema. Em outras palavras, a política ótima depende do valor do estado em que o sistema se encontra. Para cada um destes valores existe uma política ótima. Sempre que a decisão é ótima para o estado (i) no estágio 1, ela será também para o estado (i) no estágio (n), desde que todas as condições permaneçam invariáveis.

A suposição de estacionariedade é restritiva já que ela não demonstra interesse em taxas, custos, ou qualquer outra quantidade que varie, enquanto o processo se desenrola no tempo. Entretanto, uma política permanece sempre ótima enquanto a suposição de estacionariedade permanece válida.

Deve-se considerar que, na programação dinâmica estocástica em um horizonte infinito, um número muito amplo de variáveis do estado, desencadeia um processo tão vasto de combinações que compromete a sua aplicabilidade computacional.

A maioria dos modelos desenvolvidos tratou superficialmente das distribuições de falha de componente. Um modelo, apresentado por CHAN e MILLER (1989) assume que componentes falham de acordo com a distribuição Weibull. BAKR e KRETSCHMER (1979) desenvolveram um modelo que assume um padrão de distribuição normal de falha para componentes. O modelo desenvolvido por SINHA e BHANDARI (em KOSINSKI (1982)) usou dados históricos de manutenção para determinar a distribuição de falha dos componentes.

Considerar os componentes como partes do equipamento estocástica e economicamente independentes entre si, constitui, portanto, a base do modelo proposto, uma vez que, ao longo da revisão bibliográfica, não foi encontrado nenhum modelo que abarcasse esta proposta.

CAPÍTULO IV

METODOLOGIA PARA OBTENÇÃO DE INFORMAÇÕES

4.1 Considerações Gerais

Os estudos referentes à confiabilidade vêm recebendo nos últimos anos a atenção de especialistas em diversos ramos ligados à área de manutenção. São muitos os trabalhos desenvolvidos, como foi demonstrado na revisão bibliográfica, visando a aplicação da Manutenção Preditiva

Entende-se por controle preditivo de manutenção, a determinação do ponto ótimo de execução da manutenção, ou seja, o ponto a partir do qual a probabilidade de um equipamento falhar assume valores indesejáveis. A determinação deste ponto resulta nos índices ideais de prevenção de falhas, tanto sob aspecto técnico quanto econômico, uma vez que a intervenção no equipamento não é feita durante o período em que este ainda está em condições de prestar serviço, nem no período em que suas características operativas estão comprometidas.

Os estudos para determinar esse ponto preditivo podem ser desenvolvidos de duas formas, em função das características dos equipamentos: análise estatística e análise de sintomas.

A análise estatística é aplicada quando existe na instalação, uma quantidade apreciável de equipamentos ou componentes com as mesmas características, podendo ser considerados como um universo para o desenvolvimento do cálculo de probabilidade.

A análise de sintomas é aplicada quando torna-se necessário o desenvolvimento de estudos visando à determinação do ponto preditivo em equipamentos com características ímpares em relação aos demais equipamentos.

A análise estatística é baseada na determinação do término da vida útil, objeto do estudo na curva de taxa de falhas em relação ao tempo. Entende-se por taxa de falhas a relação entre um incremento do número de falhas e o incremento correspondente de tempo, em qualquer instante da vida de um equipamento e por vida útil, o período de tempo durante o qual o equipamento desempenha sua função com uma taxa de falhas aceitável.

Tradicionalmente, a taxa de falha representa a medida de probabilidade de que um equipamento em operação apresente falha, ou seja, deixe de operar, quando se incrementa um intervalo de tempo. Para sua determinação é necessário agrupar os dados de amostragem das ocorrências por períodos de tempo, determinando a Função de Distribuição Cumulativa e a Função Densidade de Probabilidade.

O estudo apresentado a seguir refere-se à análise estatística por ser a mais adequada aos objetivos deste trabalho. Embora, um estudo da manutenção preditiva possa-se referir a um detalhamento dos componentes (peças), a um equipamento ou, ainda, a um conjunto de equipamentos (sistema de operação), esta análise limita-se às partes de equipamento (conjunto de componentes de um veículo). A finalidade deste capítulo é indicar a metodologia de obtenção de informações necessárias para determinar o custo da manutenção por período.

4.2 Sistema de Informação

A probabilidade de falha, os custos de manutenção de cada componente e o tempo de indisponibilidade do veículo são os elementos condutores de um modelo de análise estatística em manutenção. Portanto, o sistema de informação de manutenção deve ser projetado para a coleta de dados a fim de identificar os elementos que compõem o sistema operacional e de serviços. Após a identificação de todos os equipamentos são projetados os formulários ou telas para a coleta de dados, que devem ser suficientemente abrangentes para atender às futuras consultas e à composição dos relatórios gerenciais. As informações que se originam tanto das fontes externas (fornecidas pelo fabricante) como das fontes internas da manutenção, após tratadas, devem gerar relatórios concisos e específicos para tomada de decisão, visando a confiabilidade do sistema em operação e a redução dos custos e a otimização dos serviços.

No processo estimativo dos parâmetros da distribuição da probabilidade de falha, seus respectivos custos e tempo de manutenção é necessário monitorar uma amostra homogênea

dos veículos. Os valores dos parâmetros variam com a idade e com o modelo do veículo, com a qualidade das peças, com a qualidade da manutenção e do treinamento dos motoristas etc. A quilometragem da falha exige um registro confiável na ficha individual do veículo.

Um dos primeiros relatórios gerenciais de equipamentos é o Histórico da Manutenção do Veículo, obtido do Programa-Mestre de Manutenção. Neste relatório (Quadro 4.1), cuja emissão pode ser obtida mensalmente, trimestralmente ou semestralmente, em função da necessidade de análise dos gerentes, deve ser indicada a data da ocorrência da falha, a quilometragem, a descrição da ocorrência, o tipo de manutenção e o seu respectivo tempo e custo.

Número do Veículo					
1156					
Data	Km	Descrição de ocorrência	Tipo de Manutenção	Tempo (h)	Custo (R\$)
04/03/1998	15 200	Falha do Motor	Corretiva	4 h	830,00
05/06/1998	25 350	Compressor	Preventiva	3 h	360,00
22/06/1998	25 980	Eixo dianteiro	Corretiva	6 h	250,00
31/07/1998	28 100	Caixa de direção	Corretiva	5 h	334,00

Quadro 4.1 Histórico da Manutenção do Veículo

Um outro relatório, não menos importante, é do Histórico dos Veículos (Quadro 4.2). Esse Histórico dos Veículos dá as informações sobre a idade dos veículos em análise a fim de assegurar a homogeneidade da amostra.

Número do Veículo	Entrada ao serviço	Saída do serviço
	Mês/Ano	Mês/Ano
7236	12/1982	7/1995
7238	12/1982	5/1995
7244	01/1983	6/1995
7266	06/1983	
7272	10/1983	
7331	01/1984	
7376	11/1986	
7481	02/1989	

Quadro 4.2 Histórico dos Veículos

Uma vez assegurada a homogeneidade da amostra, monta-se uma tabela dos veículos em análise, a partir do Histórico da Manutenção do Veículo, usando uma coluna para relacionar os componentes em seqüência numérica e as colunas seguintes para anotar a quilometragem em que ocorreu cada uma das falhas dos componentes (Quadro 4.3).

Quilometragem de Falha (em km) Veículos 7266 – 7302			
No. de ordem	Componente 1	Componente 2	Componente 3
1	60,835	72,292	73,559
2	68,770	73,473	74,842
3	74,549	74,883	75,033
4	76,287	76,562	75,606
5	76,507	77,573	75,883
6	77,011	78,572	78,919
7	80,422	79,702	80,689
8	81,403	80,009	81,689

Quadro 4.3 Quilometragem de Falha

Tabelas semelhantes à da Quilometragem de Falha podem ser montadas para relacionar o custo de manutenção preventiva e corretiva e o tempo da realização do serviço com a quilometragem de falha.

4.3 Distribuição da Probabilidade de Falha

Os primeiros estudos sobre confiabilidade de peças e de componentes na indústria automobilística foram realizados em 1964, pelo técnico da GM Leonard G. Jonhson. Para este tipo de estudos o modelo conhecido é a distribuição Weibull.

A distribuição Weibull é uma expressão semi-empírica, desenvolvida por Ernest Hjalmar Wallodi Weibull, físico sueco que, em 1939, apresentou o modelo de planejamento estatístico sobre fadiga de material. Sua utilidade decorre do fato de permitir:

- a) representar falhas típicas de partida (mortalidade infantil), falhas aleatórias e falhas devido ao desgaste;
- b) obter parâmetros significativos da configuração das falhas;
- c) representação gráfica.

4.3.1 Principais Expressões Matemáticas da Distribuição Weibull

A função da densidade de probabilidade da distribuição Weibull para uma variável aleatória contínua denotada como T , é dada pela expressão

$$f(t) = \left(\frac{\beta}{\eta}\right) \left(\frac{\beta - t_0}{\eta}\right)^{(\beta-1)} \text{Exp} \left[- \left(\frac{t - t_0}{\eta}\right)^\beta \right] \quad (4.1)$$

para $t > t_0$, e

$$f(t) = 0 \quad (4.2)$$

para $t \leq t_0$

onde t_0 é o intervalo de tempo no qual o equipamento não apresenta falhas, chamado de parâmetro de vida mínima, η é o parâmetro de escala, ou seja, o intervalo de tempo no qual ocorrem 63,2% das falhas, restando, portanto, 36,8% de itens sem falhar, β indica a forma da curva e a característica das falhas. Quando $\beta < 1$, o parâmetro caracteriza falha precoces; $\beta = 1$ caracteriza falhas aleatórias (função exponencial negativa); $\beta > 1$, falhas por desgaste.

A probabilidade de falha de um componente, num dado intervalo de tempo t de operação, é dada pela expressão

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-t_0}{\eta}\right)^\beta} = 1 - \text{Exp} \left[- \left(\frac{t - t_0}{\eta}\right)^\beta \right] \quad (4.3)$$

onde $F(t)$ é a função da distribuição cumulativa; $t_0, \beta, \eta > 0$ são os parâmetros da distribuição já apresentados e os subscritos foram omitidos; e é a base neperiana, cujo valor aproximado é 2,71828.

para $t > t_0$, e

$$F(t) = 0 \quad (4.4)$$

para $t \leq t_0$.

Freqüentemente, o valor do parâmetro t_0 - Vida Mínima - é levado a zero. Em relação ao componente isto representa uma suposição conservadora usando a formulação Weibull. A expressão para a função de densidade da probabilidade simplificada é

$$f(t) = \left(\frac{\beta}{\eta}\right) \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \text{Exp}\left[-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta\right] \quad (4.5)$$

para $t > 0$, e

$$f(t) = 0 \quad (4.6)$$

para $t \leq 0$. A função da distribuição cumulativa simplificada é

$$F(t) = 1 - \text{Exp}\left[-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta\right] \quad (4.7)$$

para $t > 0$, e

$$F(t) = 0 \quad (4.8)$$

para $t \leq 0$.

A probabilidade na qual o equipamento não irá falhar para um dado período de tempo t de operação (Confiabilidade), é dada pela expressão

$$R(t) = 1 - F(t) = \text{Exp}\left[-\left(\frac{t - t_0}{\eta}\right)^\beta\right]. \quad (4.9)$$

Tempo Médio Entre Falhas (MTBF – *Mean Time Between Failures*)

$$MTBF = t_0 + \eta \cdot \Gamma(1 + \beta^{-1}). \quad (4.10)$$

Desvio Padrão

$$\sigma = \eta \left[\Gamma(1 + 2\beta^{-1}) - \Gamma^2(1 + \beta^{-1}) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.11)$$

onde: Γ é o símbolo da Função Gama.

A escolha apropriada de t_0 , β e η na distribuição Weibull pode ser usada para representar uma larga faixa de distribuições, incluindo tanto distribuição exponencial negativa quanto distribuição normal. Embora a experiência tenha mostrado que a distribuição Weibull pode ser usada para representar a grande maioria de modelos de falha, é essencial notar que esta é uma função semi-empírica, e pode não ser capaz de representar algumas distribuições particulares, encontradas na prática.

Uma vez conhecida a distribuição acima, podem ser estabelecidos limites máximos de falha antes de se trocar o componente da frota.

4.3.2 Estimativa dos Parâmetros

Freqüentemente, uma amostra aleatória de uma variável aleatória X pode ser empregada com o objetivo de estimar um ou vários parâmetros desconhecidos, associados à distribuição de probabilidade de X .

Dada uma estimativa proposta para um parâmetro desconhecido, pode-se verificar se ela é não-tendenciosa¹ e coerente² e, a partir daí, calcular, ao menos em princípio, sua variância e compará-la com a variância de outra estimativa.

Existem vários procedimentos para encontrar estimativas. Um deles é o método da máxima verossimilhança (MV), que conduz a estimativas razoáveis.

4.3.2.1 As estimativas do parâmetros da Distribuição Weibull através do método da MV

Conforme BOWKER e LIBERMAN (1972), seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da variável aleatória X e sejam x_1, \dots, x_n os valores amostrais, define-se a função de verossimilhança L , como a seguinte função da amostra de θ .

$$L(X_1, \dots, X_n, \theta) = f(X_1; \theta) f(X_2; \theta) \dots f(X_n; \theta). \quad (4.12)$$

¹ “Não-tendenciosidade” significa, essencialmente, que o valor médio da estimativa será próximo do verdadeiro valor de parâmetro.

² Uma estimativa será coerente se, à medida que o tamanho da amostra n for aumentando, a estimativa $\hat{\theta}$ convergirá para θ , no sentido probabilístico, isto é, $\lim_{n \rightarrow \infty} \text{Prob} [|\hat{\theta} - \theta| > \epsilon] = 0$ para todo $\epsilon > 0$. Esta característica é intuitivamente compreensível, porque ela diz que à medida que o tamanho da amostra crescer (o que significará que mais informação se torne disponível) a estimativa se torna “melhor”, no sentido indicado.

Se X for discreta, $L(X_1, \dots, X_n, \theta)$ representará $P[X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n]$, enquanto se X for contínua, $L(X_1, \dots, X_n, \theta)$ representará a fdp (função da densidade de probabilidade) conjunta de (X_1, \dots, X_n) . Se a amostra (X_1, \dots, X_n) tiver sido obtida, os valores amostrais (x_1, \dots, x_n) serão conhecidos.

A estimativa de máxima verossimilhança de θ , isto é, $\hat{\theta}$, baseado em uma amostra aleatória X_1, \dots, X_n é aquele valor de θ que torna máxima $L(X_1, \dots, X_n, \theta)$, considerando como uma função de θ para uma dada amostra X_1, \dots, X_n , onde L é definida por (4.12). Esta estimativa é, geralmente, denominada MV (máxima verossimilhança).

Naturalmente, $\hat{\theta}$ será uma estatística e, por isso, uma variável aleatória, já que seu valor dependerá da amostra (X_1, \dots, X_n) . Não se considera uma constante como solução.

Na maioria, θ representa um número real isolado. Contudo, pode acontecer que a distribuição de probabilidade de X dependa de dois ou mais parâmetros, como se dá, por exemplo com a distribuição Weibull, ou normal. Em tais casos, θ representa um vetor, por exemplo, $\theta = (\alpha, \beta)$ ou $\theta = (\alpha, \beta, \eta)$ etc.

A fim de encontrar a estimativa de MV, deve-se determinar o valor máximo de uma função. Conseqüentemente, em muitos problemas, pode-se aplicar alguma das técnicas usuais do cálculo para achar esse máximo. Visto que $\ln x$ é uma função crescente x ,

$$\ln L(X_1, \dots, X_n; \theta) \quad (4.13)$$

alcançará seu valor máximo para o mesmo valor de θ que o fará com $L(X_1, \dots, X_n, \theta)$. Por isso, sob condições bastante gerais, admitindo-se que θ seja um número real e que $L(X_1, \dots, X_n, \theta)$ seja uma função derivável de θ , obtém-se a estimativa de MV $\hat{\theta}$, pela resolução de

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(X_1, \dots, X_n; \theta) = 0. \quad (4.14)$$

que é conhecida como equação de verossimilhança.

Se $\theta = (\alpha, \beta)$, a equação acima deve ser substituída pelas equações simultâneas de verossimilhança

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \ln L(X_1, \dots, X_n; \alpha, \beta) = 0. \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta} \ln L(X_1, \dots, X_n; \alpha, \beta) = 0. \quad (4.16)$$

Deve-se novamente salientar que a orientação acima nem sempre dá resultados. No entanto, em um grande número de testes, este método fornece, com relativa facilidade, a estimativa de MV.

O método da máxima verossimilhança tem certas vantagens, especialmente quanto à determinação dos parâmetros de populações censuradas. Quando uma amostra de um componente em análise sujeita-se a duas ou mais distribuições distintas de falha, se diz que a amostra contém dados censurados. Os métodos descritos neste capítulo incluem técnicas censuradas, que se aplicam às distribuições de falha simultâneas múltiplas³ e distribuições de falha simples. A função de probabilidade para os dois parâmetros (β, η) da distribuição Weibull para uma amostra censurada é determinada pela expressão:

$$L = \left\{ \prod_{i=1}^r \left(\frac{\tilde{\beta}}{\tilde{\eta}_\theta} \right) \left(\frac{x_i}{\tilde{\eta}_\theta} \right)^{\tilde{\beta}-1} \exp \left[- \left(\frac{x_i}{\tilde{\eta}_\theta} \right)^{\tilde{\beta}} \right] \right\} \left\{ \prod_{j=r+1}^N \exp \left[- \left(\frac{x_j}{\tilde{\eta}_\theta} \right)^{\tilde{\beta}} \right] \right\} \quad (4.17)$$

Esta expressão pode ser aplicada a uma amostra na qual foram identificadas duas ou mais distribuições simultâneas, onde r é o número de falhas do tipo A e i o índice associado a este tipo de falha, j o índice de falha do tipo B e N corresponde ao número total de falhas.

E para uma amostra simples

$$L = \left\{ \prod_{i=1}^N \left(\frac{\tilde{\beta}}{\tilde{\eta}_\theta} \right) \left(\frac{x_i}{\tilde{\eta}_\theta} \right)^{\tilde{\beta}-1} \exp \left[- \left(\frac{x_i}{\tilde{\eta}_\theta} \right)^{\tilde{\beta}} \right] \right\} \quad (4.18)$$

onde r foi igualado a N na equação (4.17). Os dois parâmetros estimados da distribuição Weibull ($\tilde{\beta}$ - Fator de Forma, $\tilde{\eta}_\theta$ - Parâmetro de Escala) são determinados através das derivadas parciais do logaritmo da função de máxima verossimilhança em relação a $\tilde{\beta}$ e $\tilde{\eta}_\theta$ e igualado a zero.

³ Diz-se que ocorre a falha simultânea múltipla, quando uma determinada espécie de população contém falhas representativas que estão comcorrentemente presentes na população e as distribuições de falha estão competindo entre si para a distribuição da falha geral.

$$\frac{\sum_{i=1}^N (x_i)^{\tilde{\beta}} \ln(x_i)}{\sum_{i=1}^N (x_i)^{\tilde{\beta}}} - \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \ln(x_i) - \frac{1}{\tilde{\beta}} = 0 \quad (4.19)$$

$$\eta_{\theta} = \left[\left(\sum_{j=1}^N (x_j)^{\beta} \right) \frac{1}{r} \right]^{\frac{1}{\beta}} \quad (4.20)$$

Quando a amostra não contém dados censurados $r = N$ nas equações (4.19) e (4.20). Uma vez determinado o valor de β , este valor é inserido na equação (4.20) e $\tilde{\eta}_{\theta}$ é calculado diretamente.

4.3.2.2 As estimativas dos três parâmetros da distribuição Weibull através da regressão não-linear

A maioria das análises de confiabilidade realizadas em componentes de veículos têm utilizado a forma de dois parâmetros da distribuição Weibull. O uso de dois parâmetros da distribuição Weibull, para caracterizar a natureza aleatória do desempenho físico dos componentes, implica a não existência de um intervalo de tempo com probabilidade zero de falha. Isto representa uma suposição conservadora quanto à análise da confiabilidade dos componentes. A forma dos três parâmetros da distribuição Weibull foi apresentada anteriormente nas equações (4.1) e (4.2). O parâmetro adicional é Vida Mínima t_0 - o intervalo de tempo durante o qual o equipamento não apresenta falhas. Conforme DUFFY (1993) a análise de confiabilidade dos componentes de uma nave espacial baseada em três parâmetros da distribuição Weibull apresentou uma melhoria significativa de confiabilidade dos componentes, quando foi utilizada em lugar dos dois parâmetros da distribuição Weibull.

As macros de planilha eletrônica utilizam o método de dois parâmetros da distribuição Weibull.

A análise de regressão postula uma relação entre duas variáveis. Em uma experiência típica, uma variável pode ser controlada (a variável independente) enquanto a variável de resposta (ou variável dependente) não pode. Nesse caso, o intervalo de tempo (quilometragem percorrida) é a variável dependente e a probabilidade de falha associada a este intervalo torna-se a variável independente (controlada). Segundo MARGETSON, em DUFFY (1993) a probabilidade ordenada de falha (P_i) pode ser controlada, desde que seja funcionalmente

dependente do tamanho de amostra (N). Depois de organizar o tempo observado ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$) em ordem crescente, e especificando

$$P_i = \frac{(i - 0.5)}{N} \quad (4.21)$$

torna-se evidente que a probabilidade ordenada de falha para um determinado intervalo de tempo pode ser influenciada pelo aumento ou pela diminuição do tamanho da amostra. Este procedimento é proposto por MARGETSON e COOPER (1984).

Usando a versão de três parâmetros da equação (4.7), uma expressão pode ser obtida relacionando a probabilidade de falha (P_i) com a estimativa do intervalo de tempo (\hat{x}_i)

$$\hat{x}_i = \hat{t}_0 + \hat{\eta} \left[\ln \left(\frac{1}{1 - P_i} \right) \right]^{1/\hat{\beta}} \quad (4.22)$$

onde $\hat{\beta}$, \hat{t}_0 e $\hat{\eta}$ são estimativas do fator de forma (β), vida mínima (t_0), parâmetro de escala (η), respectivamente. Definindo o residual como:

$$\delta_i = \hat{x}_i - x_i \quad (4.23)$$

onde x_i , é i -ésimo tempo (quilometragem), em que ocorreu a falha, obtido dos atuais dados observados, então a soma dos quadrados do residual é expressa por:

$$\sum_{i=1}^N (\delta)^2 = \sum_{i=1}^N \left(\hat{t}_0 + \hat{\eta} (W_i)^{1/\hat{\beta}} - x_i \right)^2 \quad (4.24)$$

onde

$$W_i = \ln \left(\frac{1}{1 - P_i} \right) \quad (4.25)$$

Deve-se notar que o objetivo deste método é obter estimativas dos parâmetros que minimizem a soma dos quadrados do residual.

Para obter as estimativas é necessário derivar a soma dos quadrados do residual em relação a $\hat{\beta}$, \hat{t}_0 e $\hat{\eta}$ e igualar a zero, obtendo as três expressões

$$\hat{\eta} = \frac{N \left[\sum_{i=1}^N x_i (w_i)^{1/\hat{\beta}} \right] - \left[\sum_{i=1}^N x_i \right] \left[\sum_{i=1}^N (w_i)^{1/\hat{\beta}} \right]}{\sum_{i=1}^N x_i (w_i)^{2/\hat{\beta}} - \left[\sum_{i=1}^N (w_i)^{1/\hat{\beta}} \right] \left[\sum_{i=1}^N (w_i)^{1/\hat{\beta}} \right]} \quad (4.26)$$

$$\hat{t}_0 = \frac{\left[\sum_{i=1}^N x_i \right] \left[\sum_{i=1}^N (w_i)^{2/\hat{\beta}} \right] - \left[\sum_{i=1}^N x_i (w_i)^{1/\hat{\beta}} \right] \left[\sum_{i=1}^N (w_i)^{1/\hat{\beta}} \right]}{\sum_{i=1}^N (w_i)^{2/\hat{\beta}} - \left[\sum_{i=1}^N (w_i)^{1/\hat{\beta}} \right] \left[\sum_{i=1}^N (w_i)^{1/\hat{\beta}} \right]} \quad (4.27)$$

e

$$\left| \sum_{i=1}^N x_i (w_i)^{1/\hat{\beta}} \ln(w_i) - \hat{\gamma} \sum_{i=1}^N x_i (w_i)^{1/\hat{\beta}} \ln(w_i) - \hat{\eta} \sum_{i=1}^N x_i (w_i)^{2/\hat{\beta}} \ln(w_i) \right| \leq k_{conv} \quad (4.28)$$

em termos de estimativas dos parâmetros. A solução para este sistema de equações é iterativo, onde a primeira expressão é usada para checar a convergência em iterações. O vetor da solução inicial para este sistema é determinado após adotar $\hat{\beta} = 1$. Então $\hat{\eta}$ é computado da equação (4.26) e \hat{t}_0 é calculado da equação (4.27). Os valores destes parâmetros estimados são inseridos na equação (4.28) para determinar se o critério da convergência é satisfeito com a predeterminada tolerância (k_{conv}). Se esta expressão não satisfaz à condição, $\hat{\beta}$ é atualizada, conduzindo a nova iteração. Este processo continua até que o conjunto dos parâmetros estimados satisfaça a equação (4.28).

4.3.3 Testes de Aderência

O problema de determinar, na prática, a forma de uma distribuição é um dos problemas importantes, e também dos mais difíceis. O experimentador, em muitas ocasiões, usa procedimentos de decisão ou estimativas que nem sempre são consistentes. Em muitos experimentos não é possível registrar medidas de posição e dispersão, porque os dados não estão disponíveis. Porém, há ocasiões nas quais se tem de conferir as suposições sobre a forma da distribuição subjacente.

Existem, segundo BOWKER e LIBERMAN (1972), dois testes estatísticos para verificar a hipótese sobre a honestidade de dados, isto é, se os dados se ajustam à distribuição assumida. Os dois principais métodos teóricos são o Qui-quadrado e Kolmogorov-Smirnov (K-S). Estes testes procuram medir e avaliar os desvios entre a distribuição amostral e a teórica. A decisão

de quando aplicar um ou outro baseia-se no tamanho da amostra disponível e na natureza da distribuição. O teste K-S é válido apenas para distribuições contínuas, enquanto o Qui-quadrado pode ser aplicado à distribuição contínua e à discreta.

4.3.3.1 O teste de Kolmogorov-Smirnov.

O teste de Kolmogorov-Smirnov é um teste para ser usado toda vez que a distribuição hipotética é completamente especificada. Não é aconselhável usá-lo quando a forma da distribuição hipotética é especificada, mas um ou mais dos parâmetros não o é. O procedimento de Kolmogorov-Smirnov testa a hipótese que a CDF – *Cumulative Distribution Function* (Função da Distribuição Cumulativa), $F(x)$ é $F_o(x)$. Uma amostra aleatória de tamanho n é tirada de uma distribuição contínua $F(x)$. A amostra da função de distribuição cumulativa é $F_n(x)$ ⁴. A amostra CDF, $F_n(x)$, é comparada com a CDF hipotética, $F_o(x)$. Se $F_n(x)$ está distante de $F_o(x)$ então, existe uma ampla evidência de que $F(x)$ não é $F_o(x)$. A comparação entre $F_n(x)$ e $F_o(x)$ é o valor máximo absoluto da diferença entre as funções para cada x .

O teste estatístico de Kolmogorov-Smirnov é então determinado por

$$D_n = \max_{\text{todo } x} |F_n(x) - F_o(x)| \quad (4.29)$$

Quando a hipótese que $F_n(x) = F_o(x)$ é verdadeira, D_n tem uma distribuição independente de $F_o(x)$. Esta distribuição de D_n é tabulada em função de n (tamanho da amostra) e α (nível de significância). A hipótese que $F(x) = F_o(x)$ é rejeitada, a nível de significância α , sempre que $D_n(x) > d_{\alpha,n}$, onde $d_{\alpha,n}$ são os valores que se encontram na Tabela do Teste Estatístico de Kolmogorov-Smirnov.⁵

Embora a descrição do procedimento do teste de Kolmogorov-Smirnov seja bastante simples, a execução é mais complexa. Em princípio, a diferença entre $F_n(x)$ e $F_o(x)$ tem que ser

⁴ A amostra CDF pode ser definida como $F_n(x) = \frac{i}{n}$ $i = 1, 2, \dots, n$.

Para pequenas amostras a CDF do i -ésimo instante ordenado de falha é estimada por

$$F_n(x) = \frac{i - 0.3}{n + 0.4} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

(A racionalidade desta estimativa é demonstrada na dissertação de mestrado de MIRSHAWKA, Victor. *O Modelo de Weibull e aplicações à Confiabilidade*.)

⁵ BOWKER, Albert H. e LIBERMAN, Gerald J. *Engineering Statistics*. 2. ed. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc. 1972, p. 456.

examinada para todo x . De fato, estas diferenças só precisam ser examinadas nos “pontos de salto” de $F_n(x)$. Os pontos de salto ocorrem em valores observáveis da variável aleatória. Em cada ponto de salto $(x_{(i)})$ devem ser obtidas duas diferenças $|F_0(x_{(i)}) - F_n(x_{(i)})|$ e $|F_0(x_{(i)}) - F_n(x_{(i-1)})|$. Para uma amostra aleatória de tamanho n , a máxima divergência absoluta, D_n , deve ser obtida a partir de $2n$ valores calculados.

Nesta explanação considerou-se X uma variável aleatória contínua. Se X é uma variável discreta, o mesmo procedimento pode ser seguido, mas será alcançado um nível de significância menor ou igual ao valor nominal associado com $d_{\alpha,n}$.

4.3.3.2 Teste de Ajuste Qui-quadrado

Uma alternativa de testar a hipótese se $F(x)$ é igual a $F_0(x)$ é dada pelo teste de ajuste qui-quadrado. O teste de ajuste qui-quadrado compara a frequência observada num intervalo com o número esperado nesse intervalo se $F_0(x)$ é a CDF teórica de distribuição testada. Considera que cada resultado da variável aleatória cai somente uma vez num intervalo. Sendo O_1, O_2, \dots, O_k as frequências observadas em cada intervalo e E_1, E_2, \dots, E_k o número esperado de observações em cada intervalo, $F_0(x)$ é a CDF da variável aleatória X . Se a hipótese que $F(x) = F_0(x)$ é verdadeira, então

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (4.30)$$

tem distribuição qui-quadrada aproximada. Conseqüentemente, a hipótese $F(x) = F_0(x)$ é aceita se $\chi^2 \leq \chi^2_{\alpha, \nu}$, onde $\chi^2_{\alpha, \nu}$ é o ponto de percentagem α da distribuição qui-quadrada com ν graus de liberdade e que se encontra na Tabela da Distribuição χ^2 . Os graus de liberdade, associados com esta variável aleatória qui-quadrada são $(k - 1)$, contanto que $F_0(x)$ seja especificada. Se só a forma de $F_0(x)$ é especificada, sem especificar os parâmetros, então os graus de liberdade são $(k - 1)$ menos o número de parâmetros que devem ser calculados dos dados.

4.4 Custo de Manutenção

À medida que as revisões do veículo são mais freqüentes, caem os custos com a manutenção. Com o aumento dos períodos de revisão, esses custos vão aumentando de uma forma

crescente, envolvendo desgastes mecânicos, falhas elétricas, e outros. De forma geral, quanto maior for o tempo de uso mais aumentam os custos de manutenção, ou seja:

Y (custo da manutenção) é uma variável aleatória cujo valor depende do valor de X (período decorrido da última revisão do veículo).

Conforme TOLEDO e OVALLE (1985, p.424), para poder descrever, através de um modelo matemático, a relação existente entre estas duas variáveis, a partir de n observações, recorre-se à análise de regressão. Supondo X a variável explicativa e Y a variável explicada, pode-se dizer que $Y = f(X)$ (a variável Y é a função da variável X). Em regressão considera-se apenas a variável Y como aleatória e a variável X como supostamente sem erro. Então, a relação entre X e Y não é regida apenas por uma lei matemática, ou seja, para um dado valor de X , não se observa, necessariamente, o mesmo para Y . Assim sendo, segundo TOLEDO e OVALLE, a relação entre X e Y deverá ser descrita como:

$Y = f(x) + e$, onde a variável e irá captar todas as influências sobre o Y não devidas a X .

Dado um conjunto de valores observados de X e Y , construir um modelo de regressão linear de Y sobre X , consiste em obter, a partir desses valores, uma reta que melhor represente a relação verdadeira entre essas variáveis. A determinação dos parâmetros dessa reta é denominada ajustamento. O processo de ajustamento deve partir da escolha da função através da qual os valores de X explicarão os de Y . Para isso recorre-se a um gráfico conhecido como diagrama de dispersão. Esse gráfico é construído anotando, em um sistema de coordenadas retangulares, os pontos correspondentes aos pares de observações de X e de Y .

A função escolhida será aquela que for sugerida pelo conjunto dos pontos dispostos no diagrama.

Por exemplo, tem-se um conjunto de pontos sugerindo uma função linear .

Especificamente

$$Y = \alpha X + \beta + \varepsilon, \quad (4.31)$$

onde α e β são constantes desconhecidas, X são os períodos decorridos desde a última revisão do veículo na qual Y é medida, e ε é uma variável aleatória. Isso quer dizer que o custo de manutenção é um resultado aleatório, cujo valor pode ser decomposto em um componente

estritamente aleatório, mais um termo que depende do período decorrido da última revisão do veículo X de uma maneira linear. A hipótese que se faz sobre ε é a seguinte:

$$E(\varepsilon) = 0; \quad V(\varepsilon) = \sigma^2 \quad \text{para todo } X. \quad (4.32)$$

Isto é, o valor e a variância de ε não dependem do valor de X . Conseqüentemente,

$$E(Y) = \alpha X + \beta \quad \text{e} \quad V(Y) = \sigma^2. \quad (4.33)$$

Este modelo depende de três parâmetros: α , β e σ^2 . Não se pode empregar o método de máxima verossimilhança para estimar estes parâmetros, a menos que se estabeleçam hipóteses adicionais sobre a distribuição de ε .

Supondo-se que $E(Y) = \alpha X + \beta$, onde α , β são constantes e $(x_1, Y_1), \dots, (x_n, Y_n)$ uma amostra aleatória de Y , as estimativas de mínimos quadrados dos parâmetros α e β são aqueles valores de α e β que tornam mínima a expressão

$$\sum_{i=1}^n [Y_i - (\alpha x_i + \beta)]^2. \quad (4.34)$$

Para cada par (x_i, Y_i) calcula-se a discrepância entre o valor observado Y_i e $\alpha x_i + \beta$, o valor esperado. Eleva-se a magnitude dessa discrepância ao quadrado e soma-se para todos os pontos amostrais. A reta procurada é aquela para a qual essa soma é mínima.

A fim de obter as estimativas desejadas para α e β , o procedimento, conforme BOWKER e LIBERMAN (1972), é o seguinte:

Faça

$$S(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^n [Y_i - (\alpha x_i + \beta)]^2. \quad (4.35)$$

Para tornar mínima $S(\alpha, \beta)$, deve-se resolver as equações

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial S}{\partial \beta} = 0. \quad (4.36)$$

Derivando S , parcialmente, em relação a α e β , obtém-se:

$$\begin{aligned}\frac{\partial S}{\partial \alpha} &= \sum_{i=1}^n 2[Y_i - (\alpha x_i + \beta)](-x_i) = -2 \sum_{i=1}^n [x_i Y_i - \alpha x_i^2 - \beta x_i] \\ \frac{\partial S}{\partial \beta} &= \sum_{i=1}^n 2[Y_i - (\alpha x_i + \beta)](-1) = -2 \sum_{i=1}^n [Y_i - \alpha x_i - \beta]\end{aligned}\quad (4.37)$$

Por isso, $\partial S/\partial \alpha = 0$ e $\partial S/\partial \beta = 0$ podem ser escritas, respectivamente:

$$\begin{aligned}\alpha \sum_{i=1}^n x_i^2 + \beta \sum_{i=1}^n x_i &= \sum_{i=1}^n x_i Y_i, \\ \alpha \sum_{i=1}^n x_i + n\beta &= \sum_{i=1}^n Y_i.\end{aligned}\quad (4.38)$$

Portanto, tem-se duas equações lineares nas incógnitas α e β . A solução poderá ser obtida da maneira usual, quer por eliminação direta, quer com o emprego de determinantes. Denotando as soluções por $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$, verifica-se que

$$\begin{aligned}\hat{\alpha} &= \frac{\sum_{i=1}^n Y_i (x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})}, \text{ onde } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \\ \hat{\beta} &= \bar{Y} - \hat{\alpha} \bar{x}, \text{ onde } \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i.\end{aligned}\quad (4.39)$$

As soluções acima serão viáveis e únicas, desde que

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \neq 0. \quad (4.40)$$

4.4.1 Poder Explicativo do Modelo (R^2)

O poder explicativo da regressão, conforme MOREIRA (1993, p.326) tem por objetivo avaliar a qualidade do ajuste. Seu valor fornece a proporção da variação total da variável Y explicada pela variável X através da função ajustada. O coeficiente de determinação (R^2) é expresso por:

$$R^2 = \frac{\beta^2 \sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}{\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n}}$$

$$\text{ou } R^2 = \frac{\beta \sum XY - \frac{(\sum X)(\sum Y)}{n}}{\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n}} \quad (4.41)$$

O intervalo de variação de R^2 é de $0 \leq R^2 \leq 1$ ou $0 \leq R^2 \leq 100\%$.

Quando $R^2 = 0$, a variação explicada de Y é zero, ou seja, a reta ajustada é paralela ao eixo da variável X . Se $R^2 = 1$, a reta ajustada explicará toda a variação de Y . Assim sendo, quanto mais próximo da unidade estiver o valor de R^2 , melhor a qualidade do ajuste da função aos pontos do diagrama de dispersão e quanto mais próximo de zero pior será a sua qualidade.

4.5 Custo de Indisponibilidade

Além dos custo de manutenção, que aumentam com o período decorrido desde a última manutenção do veículo, há que se considerar que o veículo deixa de produzir receita quando está parado. Ao se desgastar com o tempo, exigindo maior esforço de manutenção, as paralisações tornam-se mais longas e freqüentes. Conseqüentemente, o nível de produção da empresa tenderá a cair. Portanto, no custo de indisponibilidade deve-se levar em conta um custo relacionado com o período de tempo no qual um item não está em condição admissível de utilização. Esse custo significa a perda da produção, incluindo os custos de não-produtividade, ou seja, os custos fixos não absorvidos e não incorporados nos custos do serviço prestado.

$$CI = \frac{RMM}{30 * HOp./dia} \quad (4.42)$$

O Custo de Indisponibilidade por Hora (CI) é obtido dividindo-se receita média mensal (RMM) pelo produto entre os dias operacionais no mês (30) e o número de horas de operação no dia (HOp/dia).

Obviamente, dividindo o valor obtido dessa equação pelo número de veículos da frota (nV), obtém-se o valor do Custo de Indisponibilidade por Hora de um veículo.

4.6 Custo de Penalidade

Outro problema associado ao período decorrido da última manutenção do componente é uma maior incerteza quanto ao desempenho do equipamento. Ele poderá quebrar durante a execução do serviço, aumentando o prejuízo. Com a quebra do veículo, durante a execução do serviço, ocorrerão custos decorrentes do socorro, bem como, prejuízos que afetam a imagem da empresa e que não pode ser quantificados.

CAPÍTULO V

EXEMPLO NUMÉRICO E VALIDAÇÃO DO MODELO

5.1 Exemplo Numérico

Com o objetivo de demonstrar a viabilidade do modelo proposto e a razoabilidade dos seus pressupostos e simplificações, será apresentado, a seguir, um exemplo numérico, baseado em dados fictícios, assemelhados àqueles observados nos sistemas reais. Com base neste dados, os resultados obtidos com o modelo proposto serão comparados com os obtidos com outras estratégias apresentadas na bibliografia.

A título de exemplo, considerou-se um equipamento com os seguintes componentes: mecânico, elétrico e pneumático. Estes componentes não são funcionais por si mesmos e são formados por outras peças/elementos. No quadro 5.1 são apresentados apenas algumas das partes que integram os componentes do sistema em análise.

Composição do Veículo	
Componente Mecânico	Motor Caixa de Câmbio Diferencial Colunas de direção Eixo traseiro Eixo dianteiro Bomba injetora
Componente Elétrico	Motor de arranque Alternador e dínamo Velocímetro e tacógrafo Obliterador Motor de limpa pára brisa Claxon
Componente Pneumático e Hidráulico	Compressor Turbocompressor Válvula pneumática diversa Cilindro de freio Bombas pneumáticas da porta Caixa de direção Bomba hidráulica diversa Amortecedores

Fonte: adaptado a partir de PARENTE (1985, p.18)

Quadro 5.1 Composição do Sistema em Análise

5.1.1 Coleta e o Tratamento de Dados

Ao longo do desenvolvimento da atividade de manutenção são coletadas e geradas inúmeras informações que devem ser tabuladas, para produzirem relatórios e gráficos, cujos conteúdos concisos oferecerão alternativas à tomada de decisão.

A coleta de dados referentes à falha do componente e seu respectivo custo de manutenção e tempo de indisponibilidade, é uma tarefa simples e não dispendiosa, mas que exige um certo período de tempo para formar um histórico de manutenção de um veículo.

Nesse exemplo, a solução está baseada na aplicação de um mecanismo de geração de valores aleatórios, considerando as seguintes variáveis: o instante da falha medido em quilômetros rodados a partir da última manutenção realizada no componente, o custo de manutenção e o tempo de indisponibilidade que influenciam o comportamento do sistema modelado. Como a falha dos componentes tem um comportamento aleatório, para gerar os números adotou-se um mecanismo conhecido como Método de Monte Carlo¹. Na aplicação do referido método os dados são gerados artificialmente, por meio de um gerador de números aleatórios ou de uma distribuição acumulada. Os valores da quilometragem de falha, os custos de manutenção e o tempo de indisponibilidade para os três componentes foram gerados através do programa comercial, Microsoft Excel 97 para Windows, que utiliza esta ferramenta de geração dos dados aleatórios². Os valores artificialmente gerados apresentam uma distribuição normal e sua fdp (função da densidade da probabilidade) é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty \quad (5.1)$$

onde μ é a média da distribuição e σ é o desvio padrão.

Os quadros 5.2, 5.3 e 5.4 (em anexo) mostram os valores gerados e representam uma série histórica da quilometragem de falha, dos custos de manutenção e do tempo de indisponibilidade para os três componentes. Esses quadros contêm as seguintes informações:

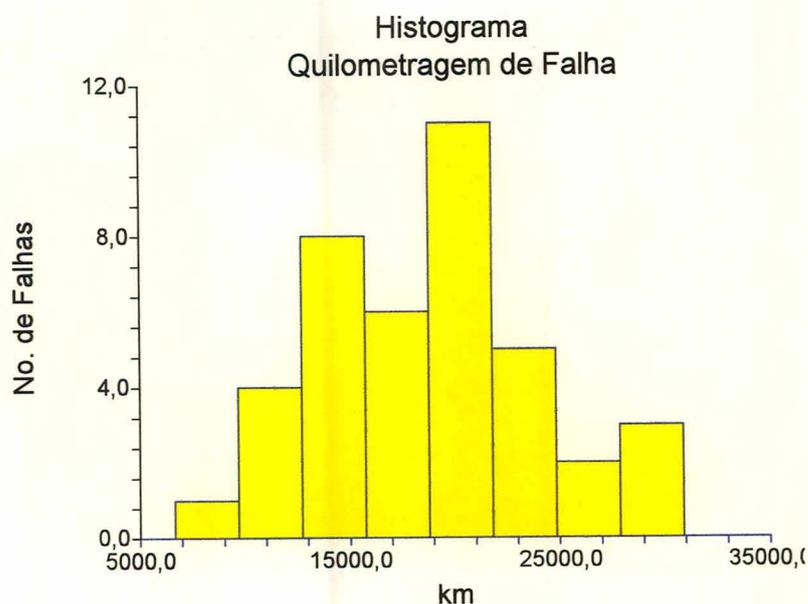
¹ Deve-se a origem deste método a uma técnica matemática, conhecida desde o século passado e retomada por cientistas envolvidos no projeto "Manhattan", EUA, objetivando desenvolver a bomba atômica. A técnica recebeu o código de "Monte Carlo" e foi divulgada em 1949 em um artigo científico intitulado "The Monte Carlo Method" (DUDEWICZ, 1985).

² Convém notar que a maioria das linguagens e pacotes voltados para a simulação fazem uso de algoritmos já consagrados. Por serem gerados artificialmente, os valores aleatórios obtidos são conhecidos como números pseudo-aleatórios, isto significa que a seqüência de números produzidos por um destes algoritmos é reproduzível e, portanto, não aleatório no sentido estrito do termo.

na primeira coluna o número de ordem da manutenção do componente; na segunda coluna o tipo da manutenção; na terceira a quilometragem do veículo desde a última manutenção do componente; na quarta coluna os custos; na quinta coluna o tempo de manutenção.

O passo seguinte, no processo de análise dos dados, é a identificação de uma distribuição teórica de probabilidade que possa representar, da melhor forma possível, o comportamento estocástico da variável quilometragem de falha dos componentes em análise.

A fim de tornar acessíveis e compreensíveis todas as informações contidas nos dados coletados é preciso que, na medida em que se obtém estes dados, que eles recebam um tratamento adequado que permita extrair as informações desejadas. A utilização de gráficos, tais como um histograma (figuras 5.1, 5.2, 5.3), e a construção de frequências, medidas de posição e dispersão (quadro 5.5), são úteis na identificação da distribuição teórica da probabilidade de falha dos componente.



Fonte: Dados do quadro 5.2 (em anexo)

Figura 5.1 Histograma da Quilometragem de Falha para o Componente Mecânico

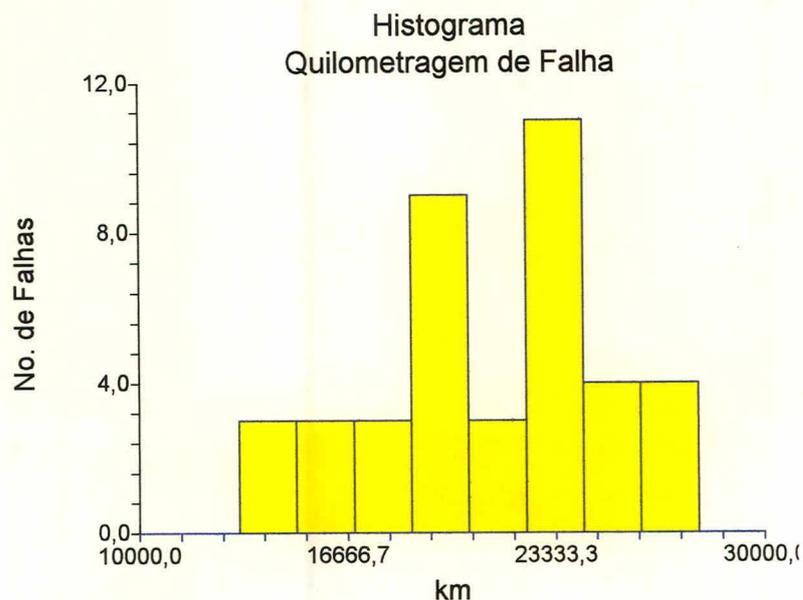


Figura 5.2 Histograma da Quilometragem de Falha para o Componente Elétrico

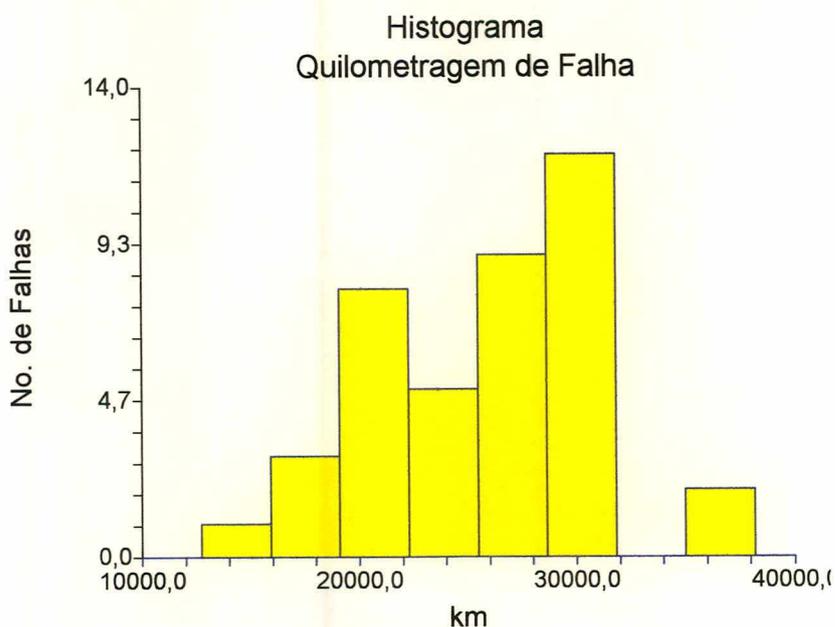


Figura 5.3 Histograma da Quilometragem de Falha para o Componente Pneumático

Variável	Quant.	Média	Desvio Padrão	Erro Padrão	Valor Mínimo	Valor Máximo	Amplitude
C. Mecânico	40	18821,47	5377,571	850,2686	6633	30897	24264
C. Elétrico	40	21222,75	3721,749	588,4601	13183	27893	14710
C. Pneumático	40	25564,80	5336,077	843,7078	12726	38173	25447

Quadro 5.5 Medidas de posição e dispersão dos dados amostrais da quilometragem de falha

5.1.2 Estimativa dos Parâmetros

Após delinear-se, preliminarmente, a distribuição de probabilidade de falha, feita por meio do histograma dos dados coletados (gerados, nesse exemplo), passa-se à determinação da estimativa dos parâmetros da distribuição.

Nos dados em análise levou-se em consideração a distribuição Weibull. A principal utilização desta distribuição dá-se na representação de variáveis aleatórias que descrevem características de confiabilidade de sistemas ou equipamentos. Uma aplicação típica é na modelagem de falhas de componentes ou sistemas. Esta distribuição pode assumir vários perfis, dependendo de seus parâmetros, especialmente do β (parâmetro da forma)³.

Existem vários procedimentos para se chegar às estimativas. Um deles é o método da máxima verossimilhança. A estimativa de máxima verossimilhança, $L(X_1, \dots, X_n, \theta)$ representa a fdp (função da densidade de probabilidade) conjunta de (X_1, \dots, X_n) . Se a amostra (X_1, \dots, X_n) for obtida os valores amostrais (x_1, \dots, x_n) serão conhecidos. A estimativa de máxima verossimilhança é o valor de θ que torna máxima $L(X_1, \dots, X_n, \theta)$.

Outra forma de estimar os parâmetros da distribuição Weibull é através da regressão não linear, segundo a qual a determinação dos parâmetros é feita de modo que seja mínima a diferença entre a soma dos quadrados das diferenças entre os valores esperados e os obtidos.

No capítulo IV deste trabalho há uma explicação detalhada sobre essas duas metodologias para obtenção das estimativas dos parâmetros da distribuição Weibull.

O uso de dois parâmetros da distribuição Weibull para caracterizar a natureza aleatória do desempenho físico dos componentes implica a não existência de um intervalo de tempo com a probabilidade de falha zero. Este pressuposto representa uma suposição conservadora quanto à análise de confiabilidade dos componentes. No capítulo IV já foram discutidos os benefícios trazidos pelo uso de três parâmetros da distribuição Weibull.

Há três métodos para determinar t_0 - Vida Mínima:

- a) o primeiro método consiste na seleção arbitrária de vários valores de t_0 , e o valor escolhido será aquele que apresenta o melhor coeficiente de correlação;

³ A explicação deste parâmetro encontra-se no capítulo IV deste trabalho.

- b) no segundo método utiliza-se papel gráfico, relacionando à probabilidade de falha P_i com a estimativa do intervalo de tempo \hat{t}_i e aplica-se a seguinte fórmula:

$$t_0 = t_2 - \frac{(t_3 - t_2) * (t_2 - t_1)}{(t_3 - t_2) - (t_2 - t_1)}; \quad (5.2)$$

- c) o terceiro método é uma versão computadorizada do primeiro, em que o valor de t_0 é obtido a partir da aplicação do método dos mínimos quadrados, com o uso das expressões (4.26) a (4.28).

Os resultados obtidos com estas metodologias encontram-se nos quadros 5.6, 5.7 e 5.8.

Estimativa dos Parâmetros de Weibull (Componente Mecânico)					
Parâmetro	Regressão Não Linear Estimativa	Máxima Verossimilhança Estimativa	MV Erro Padrão	MV Limite Conf. 95% Inferior	MV Limite Conf. 95% Superior
Forma (β)	4,029024	3,871789	0,4676453	3,055633	4,905938
Escala (η)	20655,34	20711,87	892,7087	19034,06	22537,57
Vida Mínima (t_0)	71,3987	71,3987			
Ln MV		-399,9559			
MTBF		18810,14			
Desvio Padrão		5414,138			

Quadro 5.6 Estimativa dos Parâmetros da Distribuição Weibull para o Componente Mecânico

Estimativa dos Parâmetros de Weibull (Componente Elétrico)					
Parâmetro	Regressão Não Linear Estimativa	Máxima Verossimilhança Estimativa	MV Erro Padrão	MV Limite Conf. 95% Inferior	MV Limite Conf. 95% Superior
Forma (β)	4,408333	4,642122	0,5929286	3,614052	5,962642
Escala (η)	15880,01	15879,22	568,4279	14803,31	17033,33
Vida Mínima (t_0)	6738,307	6738,307			
Ln MV		-384,3347			
MTBF		21255,45			
Desvio Padrão		3558,156			

Quadro 5.7 Estimativa dos Parâmetros da Distribuição Weibull para o Componente Elétrico

Estimativa dos Parâmetros de Weibull (Componente Pneumático)					
Parâmetro	Regressão Não Linear Estimativa	Máxima Verossimilhança Estimativa	MV Erro Padrão	MV Limite Conf. 95% Inferior	MV Limite Conf. 95% Superior
Forma (β)	4,855389	4,79912	0,5822502	3,783469	6,087467
Escala (η)	24485,84	24501,62	850,7908	22889,58	26227,2
Vida Mínima (t_0)	3108,719	3108,719			
Ln MV		-399,4613			
MTBF		25551,96			
Desvio Padrão		5336,682			

Quadro 5.8 Estimativa dos Parâmetros da Distribuição Weibull para o Componente Pneumático

A partir dos ajustes realizados obtém-se para os três componentes, as distribuição da confiabilidade com os respectivos intervalos de confiança para 95%, nas figuras 5.4, 5.5 e 5.6.

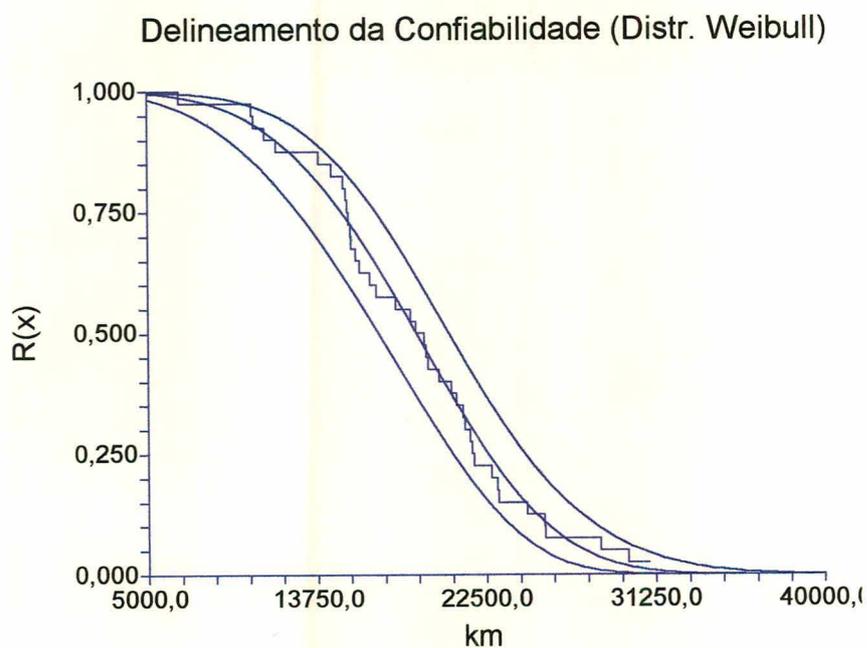


Figura 5.4 Distribuição da Confiabilidade do componente mecânico usando três parâmetros da distribuição Weibull com o delineamento do limite de confiança

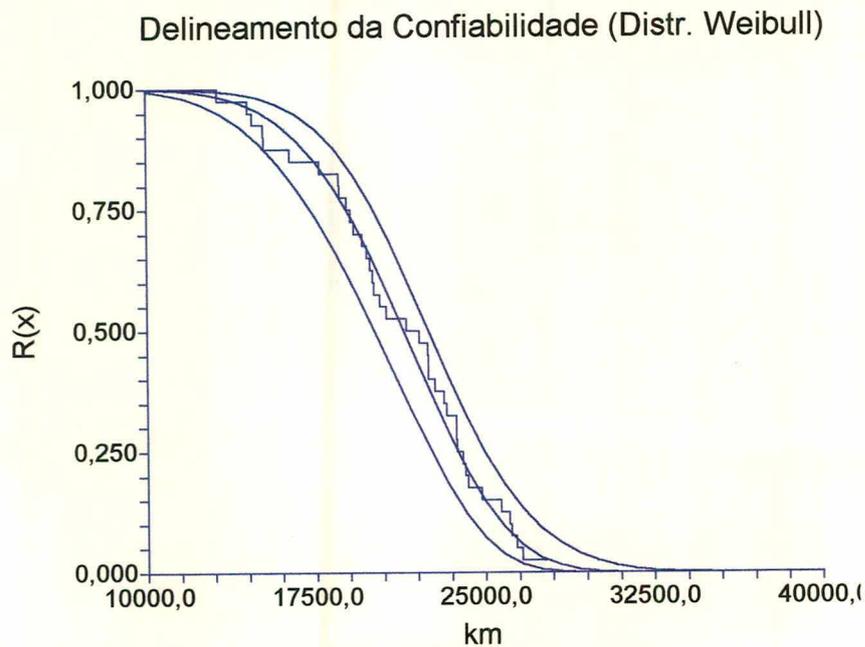


Figura 5.5 Distribuição da Confiabilidade do componente elétrico usando três parâmetros da distribuição Weibull com o delineamento do limite de confiança

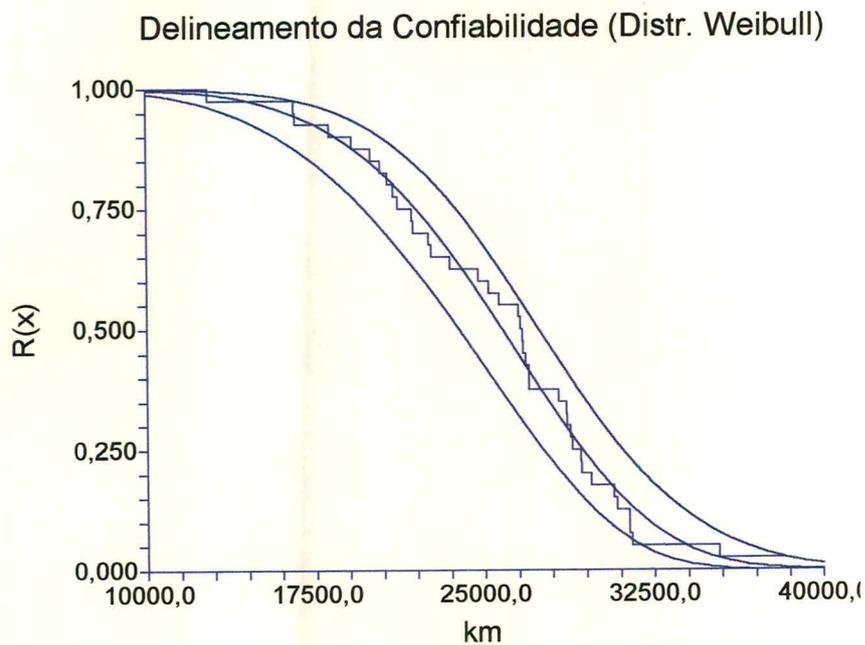


Figura 5.6 Distribuição da Confiabilidade do componente pneumático usando três parâmetros da distribuição Weibull com o delineamento do limite de confiança

5.1.3 Teste de Aderência

Uma vez calculadas as medidas de posição, de dispersão do dados amostrais e determinadas as estimativas dos parâmetros da distribuição - que possam representar os dados da população - procura-se comprovar a hipótese de que o conjunto de dados amostrais não difere, de forma significativa, daqueles esperados da distribuição Weibull.

Para estabelecer a validade das distribuições das falhas dos três componentes foram realizados os testes de Qui-quadrado e de Kolmogorov-Smirnov (K-S). O resultados destes testes estão resumidos nos quadros 5.9 e 5.10.

Componente	Distribuição	D_n	α	N	D	Resultado
C. Mecânico	Weibull	0,0861	0,050	40	0,21	H_0
C. Elétrico	Weibull	0,1032	0,050	40	0,21	H_0
C. Pneumático	Weibull	0,1144	0,050	40	0,21	H_0

Quadro 5.9 Teste de Kolmogorov-Smirnov (K-S)

Componente	Distribuição	χ^2	α	φ	χ^*	Resultado
C. Mecânico	Weibull	2,75	0.050	1	3,84	H_0
C. Elétrico	Weibull	3,00	0.050	1	3,84	H_0
C. Pneu.	Weibull	1,25	0.050	1	3.84	H_0

Quadro 5.10 Teste Qui-quadrado

No teste de Qui-quadrado e de Kolmogorov-Smirnov (K-S) o valor de α (nível de significância) foi fixado em 0.05. Portanto, as distribuições das falhas de todos os componentes ajustam-se, dentro no nível de significância especificado, à distribuição Weibull com os parâmetros obtidos.

5.1.4 Ajustes das Funções de Custos de Manutenção Corretiva e Preventiva

Dispondo dos dados da quilometragem de falha para os três componentes do equipamento e dos respectivos custos da manutenção é possível ajustar as funções que explicam o custo da manutenção, a partir da variável quilômetros percorridos desde a última manutenção.

A título de exemplo, considerou-se as séries históricas representativas dos custos da manutenção para os três componentes, apresentadas nos quadros 5.2, 5.3 e 5.4, em anexo. Essas séries foram geradas através de um procedimento de simulação, usando a técnica Monte Carlo, conforme já descrito. As figuras 5.7, 5.8 e 5.9 apresentam os dados gerados.

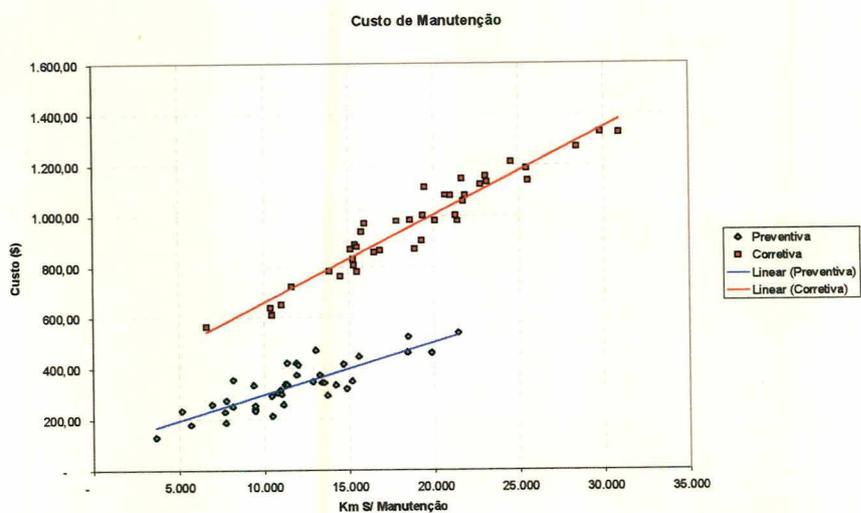


Figura 5.7 Diagrama de dispersão para o custo de manutenção corretiva e preventiva do componente mecânico

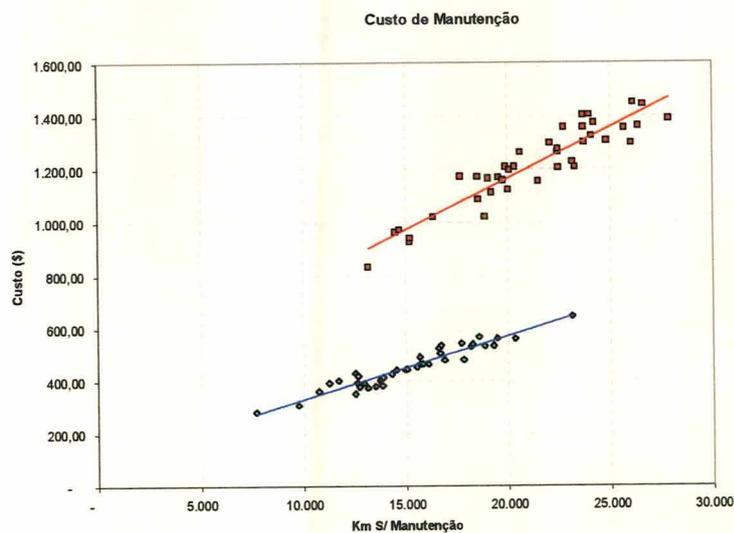


Figura 5.8 Diagrama de dispersão para o custo de manutenção corretiva e preventiva do componente elétrico

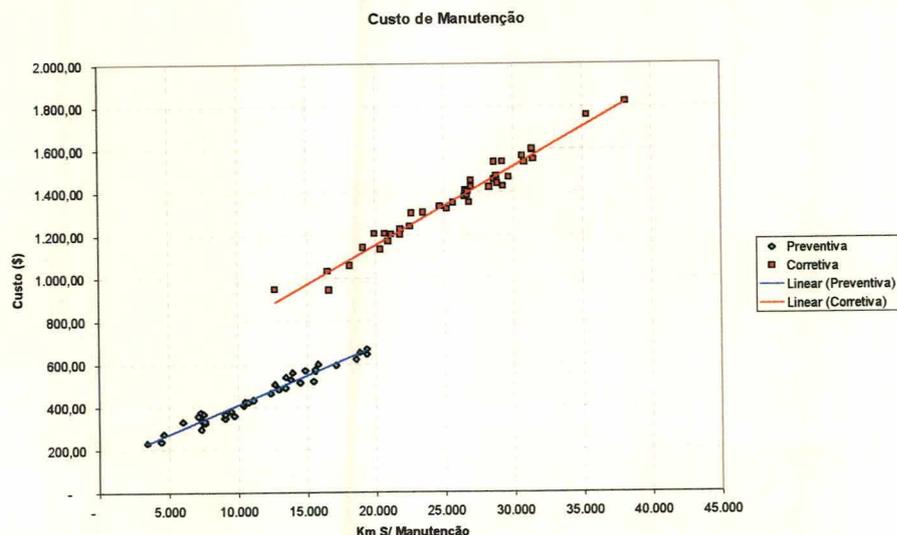


Figura 5.9 Diagrama de dispersão para o custo de manutenção corretiva e preventiva do componente pneumático

A partir dessas séries históricas objetiva-se estimar o custo da manutenção em relação à variável quilômetros percorridos, desde a última manutenção. Portanto, recorre-se à análise de regressão para descrever, através de um modelo matemático, a relação existente entre estas duas variáveis, a partir de n observações. Os modelos mais utilizados são:

a) Modelo Linear $Y = \alpha + \beta X$; (5.3)

b) Modelo Exponencial $Y = \alpha \beta^X$; (5.4)

c) Modelo Logarítmico $Y = \alpha + \beta \ln(X)$; (5.5)

d) Modelo Potencial $Y = \alpha X^\beta$; (5.6)

e) Modelo Hiperbólico $Y = \alpha - \beta / X$. (5.7)

Por meio de uma transformação de variáveis é possível linearizar os modelos acima e, com isso, utilizar a regressão linear.

Todas essas funções foram testadas, a fim de encontrar aquela que pudesse melhor explicar o custo de manutenção em relação à variável quilômetros percorridos desde a última manutenção. A função escolhida foi aquela que apresentou o mais alto coeficiente de correlação (R).

O quadro 5.11 demonstra os resultados do coeficiente das funções descritas acima.

Função	Coeficiente de Correlação (R)					
	Componente I		Componente II		Componente III	
	Corretiva	Preventiva	Corretiva	Preventiva	Corretiva	Preventiva
Linear	0,9623	0,8419	0,9312	0,9573	0,9844	0,9817
Exponencial	0,9499	0,8265	0,9279	0,9520	0,9807	0,9716
Logarítmica	0,9476	0,8232	0,9382	0,9416	0,9684	0,9512
Potencial	0,9608	0,8501	0,9415	0,9529	0,9786	0,9728
Hiperbólica	-0,8709	-0,7460	-0,9348	-0,8977	-0,9268	-0,8552

Quadro 5.11 Resultado da correlação entre o custo e a variável quilômetros desde a última manutenção

Com base nesta análise obtém-se as seguintes funções para representar os custos da manutenção dos diversos componentes (quadro 5.12).

	Função	(R ²)	(σ)
Componente I			
Custo da Manut. Preventiva	$Y = 0,406 * X^{0,716}$	70,75%	51,7872
Custo da Manut. Corretiva	$Y = 313 + 0,0345X$	92,61%	53,1443
Componente II			
Custo da Manut. Preventiva	$Y = 90,3 + 0,0239X$	91,65%	22,8576
Custo da Manut. Corretiva	$Y = 1,46 * X^{0,675}$	87,32%	55,3233
Componente III			
Custo da Manut. Preventiva	$Y = 134 + 0,0273X$	96,38%	22,9418
Custo da Manut. Corretiva	$Y = 422 + 0,0366X$	96,90%	35,3894

Quadro 5.12 Função dos custos de manutenção dos três componentes

O coeficiente de determinação (R²) indica que o modelo Potencial ajustado explica 70,75% da variabilidade em relação à variável tempo (km). Isso quer dizer que, o custo de manutenção preventiva do componente I é um resultados aleatório cujo valor pode ser decomposto em um componente estritamente aleatório (29,25%), mais um termo de 70,75%, que depende da quilometragem percorrida desde a última manutenção do componente. O coeficiente de correlação 0,8501 indica uma estreita correlação entre as variáveis. O desvio padrão da estimativa (σ) mostra que a divergência residual é 51.7872, este valor pode ser usado para prever os limites de novas observações em relação ao tempo.

5.1.5 Tempo de Manutenção

A título de exemplo, considerou-se as séries históricas representativas do tempo da manutenção para os três componentes, apresentadas nos quadros 5.2, 5.3 e 5.4, em anexo. Também essas séries foram geradas através de um procedimento de simulação, usando a técnica Monte Carlo. As figuras 5.10, 5.11 e 5.12 apresentam os dados gerados

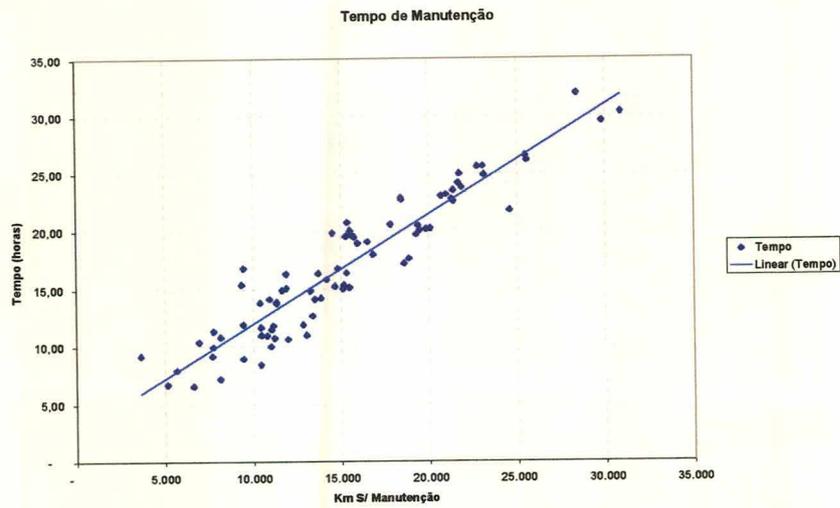


Figura 5.10 Diagrama de dispersão para o tempo de manutenção do componente mecânico

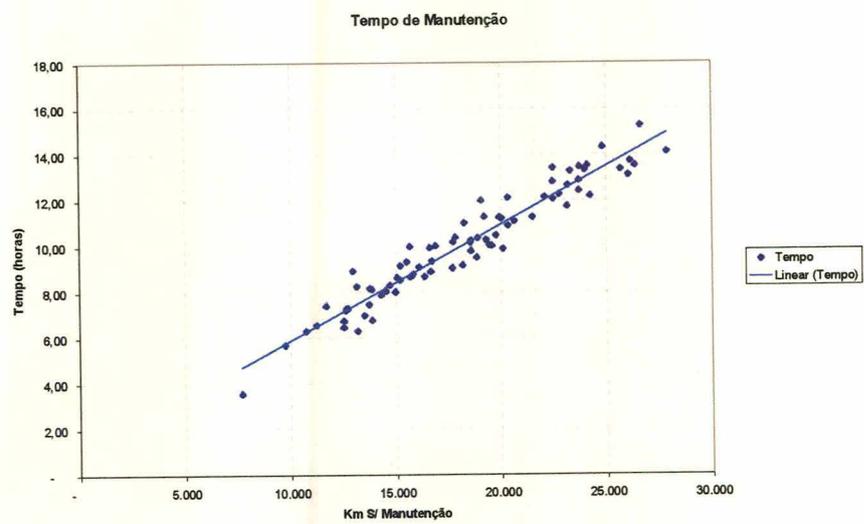


Figura 5.11 Diagrama de dispersão para o tempo de manutenção do componente elétrico

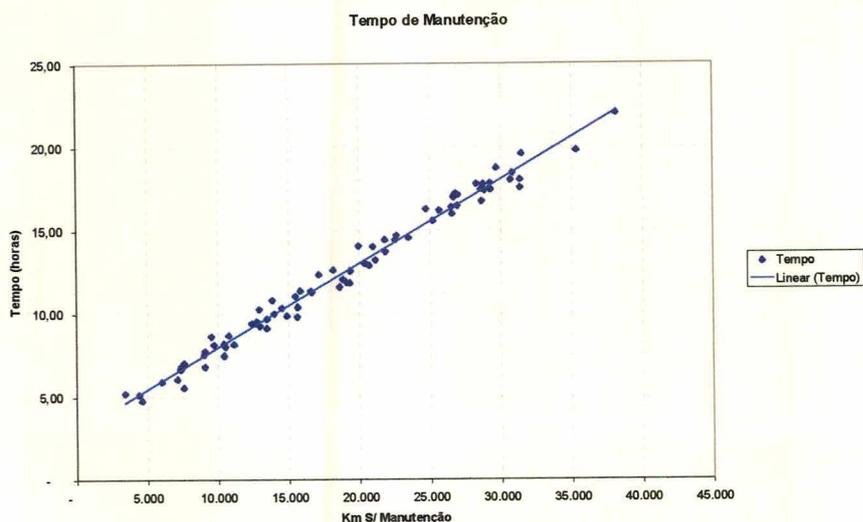


Figura 5.12 Diagrama de dispersão para o tempo de manutenção do componente pneumático

Com base na análise do coeficiente de correlação (quadro 5.13) obtém-se as seguintes funções para representar o tempo da manutenção dos três componentes (quadro 5.14).

Função	Coeficiente de Correlação (R)		
	Componente I	Componente II	Componente III
Linear	0,9318	0,9649	0,9927
Exponencial	0,8980	0,9414	0,9744
Logarítmica	0,9017	0,9612	0,9580
Potencial	0,9085	0,9639	0,9862
Hiperbólica	-0,7724	-0,9275	-0,8237

Quadro 5.13 Resultado da correlação entre o tempo de manutenção e a variável quilômetros desde a última manutenção

	Função	(R ²)	(σ)
Componente I			
Tempo da Manutenção	$Y = 3,050 + 0,000903X$	86,83%	2,1706
Componente II			
Tempo da Manutenção	$Y = 0,814 + 0,000507X$	93,11%	0,6360
Componente III			
Tempo da Manutenção	$Y = 2,910 + 0,000505X$	98,56%	0,5254

Quadro 5.14 Função do tempo de manutenção dos três componentes

Os custos de indisponibilidade e de penalidade por falha foram estipulados arbitrariamente em R\$15,00 e R\$100,00, respectivamente.

5.2 Implementação do Modelo Proposto

O modelo de programação dinâmica markoviana com horizonte ilimitado, apresentado no capítulo III, foi implantado sob a forma de um sistema computacional em linguagem Delphi 4.0 para Windows 98 e rodado, em um microcomputador Pentium II 233 MHz MMX.

Este sistema permite adotar os parâmetros de custos, quilometragem de falha e tempo de manutenção para até cinco (5) componentes. A figura 5.13 representa a tela principal do programa para a entrada de dados. Com estes dados são gerados os conjuntos de estados e de ações para o modelo de programação dinâmica que é processado até que a convergência seja obtida, conforme descrição do capítulo III. Como resultado do processamento obtém-se os custos médios por estágio, evidenciando a política ótima calculada. O sistema permite, ainda, recuperar a melhor decisão a ser tomada, para cada combinação das variáveis de estado.

Plano Ótimo de Manutenção

Abrir Close

Componentes do Sistema | Estados | Ações | Plano Ótimo | Consulta | Simulação

Código	Componente	Km Máxima	Ciclo Man. Prev.
1	Mecânicos	20000	12.000,00
2	Elétricos	20000	14.000,00
3	Pneumáticos e Hidráulicos	20000	17.000,00

Parâmetros das Curvas do Componente (km)

	a	b	c
Custo Manutenção Cor. (R\$)	313	0,0345	1
Custo Manutenção Prev. (R\$)	0	0,406	0,716
Tempo de Indisp. (horas)	3,05	0,000903	1

Função de Weibull (km)

T0	71,3987
Beta	3,671789
Eta	20711,87

Custos

Indisp do Equipamento (R\$ / h) 15,00

Incidência Acidental (R\$) 100,00

Fator de Equivalência Estagio 1000 km

Gerar Estados e Ações

Gravar Estados e Ações

Figura 5.13 Tela principal de entrada dos dados do programa

5.3 Validação do Modelo

A partir da determinação das funções de distribuição de falha, do custo da manutenção (preventiva e corretiva) e do tempo de execução da manutenção, pode-se determinar o custo da manutenção por período.

O primeiro passo foi determinar o limite da manutenção preventiva para cada componente isolado. O foco de atenção da análise recaiu no tamanho do estágio. Ao modificar o tamanho do estágio, considerando apenas um componente, tem-se uma idéia do erro cometido em relação à variação deste parâmetro. O quadro 5.15 exemplifica os resultados em análise.

Resultado da Simulação					
Componente Mecânico					
Km Máxima	20000	20000	20000	20000	20000
Estágio (km)	2500	1000	500	250	100
No. de Períodos	8	20	40	80	200
Custo por Estágio (R\$)	125,10	49,92	24,95	12,48	4,99
Custo Médio (R\$/km)	0,050040	0,049920	0,049900	0,049920	0,049900
Limite da MP (LP)	12500	12000	12000	11750	11900
Componente Elétrico					
Km Máxima	20000	20000	20000	20000	20000
Estágio (km)	2500	1000	500	250	100
No. de Períodos	8	20	40	80	200
Custo por Estágio (R\$)	100,27	39,91	19,95	9,97	3,99
Custo Médio (R\$/km)	0,040108	0,039910	0,039900	0,039880	0,039900
Limite da MP (LP)	12500	14000	13500	13750	13700
Componente Pneumático					
Km Máxima	20000	20000	20000	20000	20000
Estágio (km)	2500	1000	500	250	100
No. de Períodos	8	20	40	80	200
Custo por Estágio (R\$)	118,38	47,34	23,67	11,84	4,74
Custo Médio (R\$/km)	0,047352	0,047340	0,047340	0,047360	0,047400
Limite da MP (LP)	17500	17000	17500	17250	17300

Quadro 5.15 Limite da Manutenção Preventiva para diversas amplitudes do período

A determinação do ponto ótimo de manutenção para um componente assemelha-se ao modelo de substituição por idade para o sistema simples, descrito pelo BARLOW e HUNTER (1959). O problema tem uma solução restrita e sua eficiência pode ser facilmente comprovada.

Ao utilizar o modelo de previsão de falhas, Weibull triparamétrica, tem-se:

$$T = t_0 + \eta \cdot \left(\frac{Cmp}{Cmc} \cdot \frac{1}{\beta - 1} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (5.8)$$

quando

$$\frac{Cmp}{Cmc} < \frac{1}{2} \cdot \left[1 - \left(\frac{\sigma}{MTTF - t_0} \right)^2 \right], \quad (5.9)$$

onde Cmp e Cmc são os custos médios da manutenção preventiva e corretiva, respectivamente, σ é desvio padrão e $MTTF$ (*Mean Time To Failure*) é o tempo médio para falha.

Os resultados da aplicação do modelo de BARLOW e HUNTER estão resumidos no quadro 5.16.

Componente	Condição	Intervalo Ótimo (em Km)
Mecânico	$0,38765 < 0,45826$	12.419,21
Elétrico	$0,39087 < 0,46996$	16.556,21
Pneumático	$0,34158 < 0,47173$	17.940,67

Quadro 5.16 Limite da Manutenção Preventiva para diversos componentes segundo a metodologia de BARLOW e HUNTER

A diferença entre o intervalo ótimo da manutenção preventiva, obtido através do modelo de BARLOW e HUNTER e do modelo proposto, se deve a uma compreensão distinta quanto ao custo de manutenção. Enquanto o modelo de BARLOW e HUNTER pressupõe que os custos independem da variável tempo ou da quilometragem, a premissa básica deste modelo, que dá a sustentação à pesquisa, considera que os custos de manutenção dependem desta variável.

5.3.1 Obtenção da Política Ótima para Cada Componente Isolado

A estratégia de realização das manutenções dos componentes do sistema de forma isolada, considera a seguinte política de substituição: troca-se sempre um componente depois deste ter trabalhado um tempo T , sem falha; se as falhas do componente ocorrerem antes de T , executa-se a manutenção no momento da falha. A partir daí a manutenção preventiva é replanejada. Ou seja, se um componente falha em algum instante t_f , o mesmo é substituído e a próxima substituição acontecerá apenas no instante $t_f + T$ ou então, na próxima falha, desde que ela ocorra antes do instante $t_f + T$, conforme o apresentado na figura 5.14

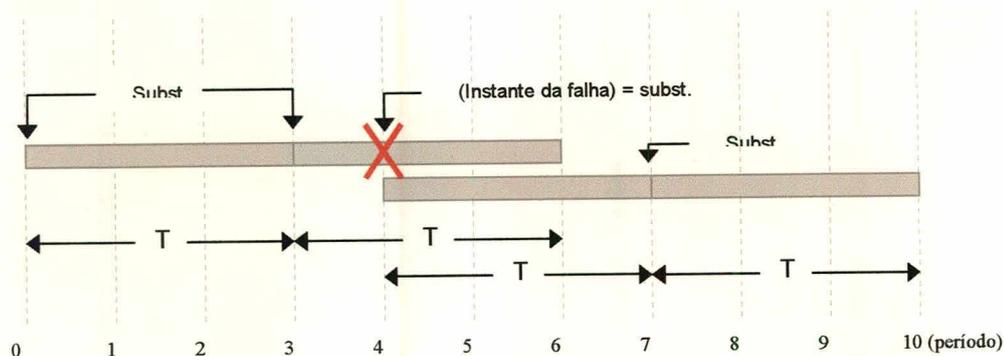


Figura 5.14 Esquema da Política de Substituição por Idade

O custo de substituição de um componente que não falhou, é c_p e o custo do componente que falhou (antes de T), e da sua conseqüente substituição numa manutenção, é c_f . Naturalmente, aceita-se que, na maior parte das situações, $c_f > c_p$, pois a falha terá significativas conseqüências econômicas, além da penalidade do custo de reposição do componente. Por exemplo, quando, em algum momento do trajeto, o carro pára porque as escovas do alternador estão gastas, os custos implicam perda de tempo, gastos com o reboque, com o estacionamento, etc.

Para esta política considera-se que o componente, depois de algum tipo de manutenção, seja ela preventiva ou corretiva, é tão eficiente quanto um novo.

Considerando a estratégia de realização das manutenções dos componentes do sistema de forma isolada, obtém-se um custo total por quilômetro da ordem de:

C. Mecânico				
C. Elétrico				
C. Pneumático	$CT_{km} =$	$0,04992 +$	$0,03991 +$	$0,04734 = 0,13717$
C. Mecânico				
C. Elétrico	$CT_{km} =$	$0,04992 +$	$0,03991$	$= 0,08983$
C. Mecânico				
C. Pneumático	$CT_{km} =$	$0,04992 +$	$0,04734$	$= 0,09726$
C. Elétrico				
C. Pneumático	$CT_{km} =$	$0,03991 +$	$0,04734$	$= 0,08725$

Nessa estratégia considerou-se a amplitudes de período de 1000 km.

5.3.2 Estratégia Empírica

Há situações nas quais o decisor, em caso de falha de um dos componentes, numa manutenção programada, poderá adiantar a manutenção de outros componentes, cuja manutenção está prevista para um intervalo posterior de tempo. Nessas circunstâncias as decisões são tomadas intuitivamente ou respaldadas na seguinte regra: verifica-se quantos quilômetros faltam para a realização da manutenção dos outros componentes; se o tempo ou quilometragem que falta (Δt), para a realização da próxima manutenção é menor que um limite preestabelecido, faz-se a manutenção conjuntamente; caso contrário, não.

A figura 5.15 exemplifica a estratégia empírica descrita acima. A manutenção preventiva do componente 1 foi programada para ser realizada somente no sexto período. Cada período corresponde 1.000 km. Devido à falha do componente 1, no segundo período, a manutenção do componente 2, que a princípio fora prevista para o terceiro período, pode ser adiantada já que falta apenas um período (1.000 km).

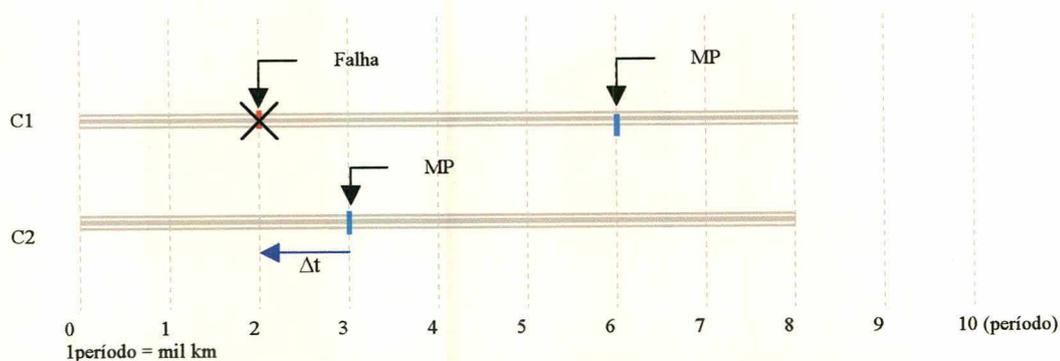


Figura 5.15 Esquema da política simulada com antecipação da manutenção preventiva

A fim de determinar os efeitos desta estratégia foi desenvolvido um modelo de simulação, no qual estabelece-se o custo de d componentes para um certo horizonte τ por meio da expressão:

$$C(\tau) = n_f c_f^d + n_p c_p^d + n_a c_a^e \quad (5.10)$$

onde c_f^d , c_p^d são os custos de manutenção corretiva e preventiva do d -ésimo componente, para $d = 1, 2, \dots, D$, respectivamente e c_a^d é o custo da manutenção preventiva, antecipada em um

certo período de tempo ou número x de quilômetros (Δt) e realizada conjuntamente com a manutenção de outro(s) componente(s) em falha; n_f , n_p são, respectivamente, o número esperado de falhas e o número de substituições de componentes que não falharam durante o tempo τ , num horizonte qualquer e n_a é o número de substituições antecipadas. Chega-se a um custo por quilômetro, dividindo custo total de manutenção $C(\tau)$ por quilometragem acumulada (τ).

Nessa simulação tomou-se como base duas projeções diferentes: uma, envolvendo dois componentes e duas amplitudes para antecipação (1.000 km e 2.500 km) e a outra, três componentes com as mesmas amplitudes de antecipação (1.000 km e 2.500 km).

Os resultados dessa estratégia estão resumidos no quadro 5.17.

Estratégia Empírica de Antecipação		
	Amplitude de Antecipação	
	1.000 Km	2.500 km
Componente Mecânico e Componente Elétrico		
Custo Médio (R\$/km)	0,08532	0,08831
Componente Mecânico e Componente Pneumático		
Custo Médio (R\$/km)	0,09404	0,09473
Componente Elétrico e Componente Pneumático		
Custo Médio (R\$/km)	0,08518	0,08686
Componente Mecânico, Componente Elétrico e Componente Pneumático		
Custo Médio (R\$/km)	0,12504	0,12603

Quadro 5.17 Comparação do custo por período da política ótima de manutenção e da política simulada

Para o sistema, a melhor entre as estratégias de antecipação simulada é aquela que corresponde a 1.000 km, a um custo de R\$ 0,12504 por quilômetro.

5.3.3 Obtenção da Política Ótima do Sistema

A partir da determinação das funções da distribuição de falha, do custo da manutenção e do tempo de execução da manutenção dos componentes do veículo, foram gerados, através da programação dinâmica markoviana com horizonte ilimitado, os estados e ações. Para cada ação, em cada estado, corresponde um custo de manutenção.

Partindo do resultado deste processamento obtém-se o custo médio por quilômetro da manutenção do veículo, indicando a melhor ação a ser tomada em cada estado em que se encontra o equipamento.

O resultado do modelo proposto está resumido no quadro 5.18.

Resultado do Modelo Proposto		
	Amplitude do Estágio	
	1.000 Km	2.500 km
Componente Mecânico e Componente Elétrico		
Custo Médio (R\$/km)	0,08161	0,08196
Componente Mecânico e Componente Pneumático		
Custo Médio (R\$/km)	0,08821	0,08848
Componente Elétrico e Componente Pneumático		
Custo Médio (R\$/km)	0,07959	0,07962
Componente Mecânico, Componente Elétrico e Componente Pneumático		
Custo Médio (R\$/km)	0,12009	0,12012

Quadro 5.18 Custo médio por quilômetro da manutenção dos componentes do veículo obtido através da programação dinâmica markoviana com horizonte ilimitado

O quadro 5.19 compara o custo médio por quilômetro para o sistema composto pelos três componentes, de acordo com o modelo proposto, com o custo obtido através da estratégia de realizações das manutenções dos componentes de forma isolada e com o custo obtido através da estratégia de antecipação empírica. Cotejando-se as estratégias propostas pelo três modelos

é possível comprovar que o modelo proposto é o que apresenta maior viabilidade econômica por apresentar o menor custo de manutenção.

Estratégia	Custo médio (R\$/km)
Manutenção dos componentes do veículo de forma isolada	0,13717
Manutenção com antecipação empírica (1.000km)	0,12504
Manutenção programada (Modelo Proposto)	0,12009

Quadro 5.19 Comparação do custo médio da manutenção dos componentes do sistema considerando várias estratégias

Analisando-se o quadro 5.19 fica evidente a vantagem da política proposta pelo modelo de programação dinâmica markoviana com horizonte ilimitado em relação às estratégias analisadas. Confirma-se a suposição de que o sistema complexo exige uma política diferente daquela que substitui por idade, de forma isolada, os vários componentes do sistema. A política de antecipar a manutenção, em caso de falha de um dos componentes, procurando evitar os custos de indisponibilidade, apontou para resultados mais significativos. Porém, deve ser notado que essa é uma estratégia empírica. O modelo proposto de programação dinâmica markoviana com horizonte ilimitado quebra o paradigma preconcebido e empírico, evitando decisões baseadas somente na intuição ou em comportamento previamente estabelecido.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1 Conclusões

A necessidade de gerenciamento ao mesmo tempo eficiente e viável, tem demandado várias pesquisas e amplas discussões relacionadas à manutenção dos modernos meios de produção. Face à sofisticação das máquinas, dos equipamentos e das instalações, a manutenção deixou de ser uma atividade corriqueira e ganhou foros de uma autêntica ciência. Equipamentos parados em momentos inoportunos podem provocar perdas irreparáveis. Evitar este tipo de problema exige das empresas o domínio de métodos e sistemas de programação das atividades de manutenção, um dos objetivos de que se ocupa o presente estudo.

Durante as últimas décadas, foram desenvolvidos vários modelos para solucionar problemas relacionados à manutenção. Há uma vasta bibliografia referente à manutenção ótima de equipamentos, que falham aleatoriamente, propondo modelos de Conserto Mínimo, de Reposição em Falha, de Substituição por Idade, etc. Entretanto, ao generalizar os modelos básicos, esses estudos apresentam políticas ótimas de manutenção preventiva considerando o sistema como unidade única, mas não contemplam os sistemas complexos, que apresentam dois ou mais componentes.

O presente estudo resultou da necessidade de um modelo de manutenção aplicável aos sistemas complexos, compostos por vários componentes e que tenham distribuição de falha e padrões de vida diferentes. Ou seja, ele atende à necessidade de manutenções preventivas dos componentes, programadas para serem executadas após um certo número de horas operacionais acumuladas, aplicáveis às frotas de veículos de transporte.

O mérito do modelo proposto está em propiciar uma política de manutenção para sistemas complexos, diferente daquela aplicada aos modelos simples, preenchendo, desta forma, uma lacuna ainda inexplorada na área da manutenção.

Para os sistemas simples a política de substituição por idade obtém ótimos resultados. Porém, para os sistemas complexos, a política de manutenção dos componentes, devido aos custos de indisponibilidade, exige maior sofisticação.

Este modelo analisa todos os possíveis estados do sistema e as ações mais adequadas em cada estado, em pontos discretos de tempo, e determina qual ação apresenta, a longo prazo, o menor custo médio por período.

O custo por unidade de tempo, ou por quilômetro rodado, no caso da frota, estabelecido por este modelo, objetiva ser um instrumento fundamental ao processo de tomada de decisão, evitando decisões baseadas somente na intuição ou em comportamentos previamente estabelecidos. Ou seja, quando adotado por uma empresa, ele quebra o paradigma preconcebido e empírico, normalmente utilizado.

O modelo fundamenta-se na premissa de que as falhas e as ações de manutenção mais adequadas acontecem dentro de um subconjunto discreto do eixo de tempo. A aplicabilidade deste modelo exige um bom nível de entendimento desta restrição e da natureza das falhas, que podem, potencialmente, acontecer em qualquer momento do tempo contínuo. No entanto, é fundamental considerar que, mesmo com uma discretização relativamente grosseira, pode-se obter uma boa precisão em termos da função do custo total da manutenção.

O problema de programação dinâmica pode ser resolvido com o auxílio de computador. Porém, deve-se ressaltar a viabilidade computacional para obter soluções numéricas para o modelo. É importante estimar o número de componentes e a carga computacional correspondente ao modelo para obter soluções numéricas. Ressalta-se que com o aumento do número de componentes, o número de combinações torna-se extremamente grande e inviável, impossibilitando um nível mais detalhado de análise do sistema.

Quanto às limitações do estudo, o modelo considera que o desempenho de cada componente reflete, de forma isolada, no desempenho do sistema como um todo, sem considerar a idade do equipamento. Este é um fator que, a longo prazo, provoca um desgaste mais acentuado nos componentes do sistema. Outra limitação do modelo refere-se ao conceito de manutenção que

reflete, a longo prazo, no custo total de manutenção. O conceito de manutenção advinda deste modelo pressupõe que um componente, depois de sofrer algum tipo de intervenção, seja ela preventiva ou corretiva, é tão eficiente quanto um novo. Um conserto ou um ajuste de um componente, para restabelecer a função do sistema, pode resultar numa manutenção mais econômica do que a substituição.

Independente das limitações, o modelo adapta-se com facilidade às mudanças que ocorrem no ambiente tecnológico e econômico do setor automobilístico. A área de manutenção produz um conjunto considerável de anotações de controles de manutenção, referentes aos componentes, formando uma base de dados representativa do sistema. No desempenho das funções de manutenção, esta base é constantemente alimentada com os dados atualizados quanto à função de custos e à distribuição de falhas, enquanto os dados mais antigos vão sendo eliminados

6.2 Recomendações

É relevante ressaltar que os resultados apresentados neste trabalho devem ser considerados mais como indicativos do que como precisos, uma vez que os parâmetros utilizados nos cálculos foram estimados a partir de generalizações baseadas em amostras geradas. Em decorrência, para fins de continuidade da pesquisa nessa área, sugere-se a realização de um estudo, com base no modelo em foco, partindo de dados concretos, de modo a validar na prática o modelo proposto. Além disto, sugere-se o estudo do comportamento do modelo em interação com outros equipamentos disponíveis e programação da oficina.

Em síntese, o presente trabalho se ateve à questão da distribuição de falha. Partiu-se do pressuposto de que a probabilidade do tempo de falha dos componentes pode ser representada através da distribuição Weibull. Uma vez que os dados se basearam em amostras geradas, portanto fictícias, propõe-se um estudo mais detalhado do ajuste da distribuição de falha de vários componentes e dos ajustes das funções de custo a partir de dados coletados. Tal procedimento, além da reconsideração no âmbito do prosseguimento dos estudos, viabilizando a relação entre o enunciado no modelo e a operacionalização na prática, possibilitaria um gerenciamento mais eficiente no que se refere à manutenção de sistemas complexos.

Referências Bibliográficas

- ABDEL-HAMEED, M., SHIMI, I. N. Optimal Replacement of Damaged Devices. *Journal of Applied Probability*, 15, 153-161, 1978.
- ABNT - TB - 19 Grupo 05: *Termos fundamentais de eletricidade*, 1971.
- ANBAR, D. An Asymptotically Optical Inspection Policy. *Naval Research Logistics Quarterly*, 23, 211-218, 1976.
- ANDRESS, F.H. Mantenimiento: World Class – Realidad y tendencias. *1° Seminario Panamericano de Calidad en Mantenimiento*, CETTA, Salvador, jul./95.
- ARORA, S. R., LELE, P. T. A Note on Optimal Maintenance Policy and Sale Date of a Machine. *Management Science*, 17, 170-173, 1970.
- AVEN, T. Determination/Estimation of an Optimal Replacement Interval under Minimal Repair. *Optimization*, 16, 743-754, 1985.
- _____ Optimal Replacement Under a Minimal Repair Strategy-A General Failure Model. *Advances in Applied Probability*, 15, 198-211, 1983.
- BALA KRISHNAN, N T. A simulation model for maintenance planning. in: *Proceedings of the 1992 Annual Reliability and Maintainability Symposium*. Las Vegas: 21-23/Jan. 1992. p. 109-118.
- BARLOW, R. E., HUNTER, L. C. Optimum Preventive Maintenance Policies. *Operations Research*, 8, 90-100, 1960.
- BARLOW, R. E., HUNTER, L. C., PROSCHAN, F. Optimum Checking Procedures. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 4, 1078-1095, 1963.
- BARLOW, R. E., PROSCHAN, F., HUNTER, L. C. *Mathematical Theory of Reliability*. New York: Wiley, 1965.
- BARTHOLOMEW, D J. Two-Stage Replacement Strategies. *Operation Research*, 14, 71-87, 1963.

- BEICHELT, F. Minimax Inspection Strategies for Single Unit Systems, *Naval Research Logistics Quarterly*, 28, 375-381, 1981.
- BEJA, A. Probability Bounds in Replacement Policies for Markov Systems. *Management Science*, 16, 257-264, 1969.
- BELLMAN, R. Equipment Replacement Policy. *SIAM J. on Appl. Math.* 3, 133-136, 1955.
 _____ *Dynamic Programming*. Princeton University Press, Princeton, N.J., 1957.
- BELLMAN, R., DREYFUS, S. *Applied Dynamic Programming*. Princeton University Press, Princeton, NJ., 1962.
- BOLAND, P. J., PROSCHAN, F. Optimum Replacement of a System Subject to Shocks. *Operations Research*, 31, 697-704, 1983.
 _____ Periodic Replacement with Increasing Minimal Repair Costs at Failure. *Operations Research*, 30, 1183-1189, 1982.
- BOLAND, P. J. Periodic Replacement when Minimal Repair Costs Vary with Time. *Naval Research Logistics Quarterly*, 29, 541-546, 1982.
- BORUCKI, W. Kilka uwag o metodach wyboru projektow inwestycyjnych. In: *Zdolnosci podatowania i wiarygodnosc kredytowa przedsiebiorstwa*. AE, Poznan, 1994.
- BOWKER, Albert H. e LIBERMAN, Gerald J. *Engineering Statistics*. 2. ed. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc. 1972, p. 279-335.
- BURCH, I.G. et al. *Information systems: theory and practice*. London: John Wiley & Sons, 1979.
- BUTLER, D. A. A Hazardous-Inspection Model. *Management Science*, 25, 79-89, 1979.
- CASTRO, D.A. Uma abordagem sobre a baixa performance da manutenção. In: *Anais do 8º Congresso Brasileiro de Manutenção*. São Paulo: out./1993.
- CHITGOPEKAR, S. S. A Note on the Costly Surveillance of a Stochastic System. *Naval Research Logistics Quarterly*, 21, 365-371, 1974.
- CHOU, C-K., BUTLER, D. A. Assessment of Hazardous-Inspection Policies. *Naval Research Logistics Quarterly*, 30, 171-177, 1983.
- CHRISTER, A. H., WALLER, W. M. An Operational Research Approach to Planned Maintenance: Modeling P. M. for Vehicle Fleet. *Journal of the Operational Research Society*, 35, 967-984, 1984.
 _____ Delay Time Models of Industrial Inspection Maintenance Problems. *Journal of the Operational Research Society*, 35, 401-406, 1984.

- CHU, W. W. Adaptive Diagnosis of Faulty Systems. *Operations Research*, 16, 915-927, 1968.
- CLÉROUX, R., HANSCOM, M. Age Replacement with Adjustment and Depreciation Costs and Interest Charges. *Technometrics* 16, 235-239, 1974.
- CLÉROUX, R., DUBUC, S., TILQUIN, C. The Age Replacement problem with Minimal repair Costs. *Operations Research*, 27, 1158-1167, 1979.
- CRABILL, Thomas B. Optimal Control of a Maintenance System with Variable Service Rates, *Operations Research*, 22, 736-745, 1974.
- CZERWINSKI, Z. *Dylematy ekonomiczne*. Warszawa: PWE, 1992.
- DEMMY, W. S. Computing Multi-item Procurement and Repair Schedules in Repairable-item Inventory Systems. Working Paper, Ernst and Ernst, 2300 Winters Bank Building, Dayton, Ohio, 1974.
- DERMAN, C., LIEBERMAN, G. J. A Markovian Decision Model for a Joint Replacement and Stocking Problem, *Management Science*, 13, 609-617, 1967.
- DERMAN, C. On Optimal Replacement Rules when Changes of State are Markovian, Chap. 9, *Mathematical Optimization Techniques*, R. Bellman (ed.), University of California Press, Berkeley and Los Angeles, 1963, pp. 201-210.
- _____ On Sequential Decisions and Markov Chains, *Management Science*, 9, 16-24 1962.
- _____ Optimal Replacement and Maintenance under Markovian Deterioration with Probability Bounds on Failure, *Management Science*, 9, 478-481, 1963.
- _____ *Finite State Markovian Decision Processes*. New York: Academic Press, 1970.
- DESCAMPS, R., MAAREK, G. Maintenance and Parts Replacement, *Gestion* 5, 367-373, 1966.
- DRINKWATER, R. W. e HASTINGS, N. A. J. An Economic Replacement Model. *Operations Research*, 18, 121-138, 1967.
- DUFFY, S.F., e BAKER, E.H. *Weibull Parameter Estimation: Theory and Background Information*. Cleveland: ASTM, 1993.
- ECKLES, J. E. Optimum Maintenance with Incomplete Information. *Operations Research*, 16, 1058-1067, 1968.
- ELANDT-JOHNSON, R. C. Optimal Policy in a Maintenance Cost Problems. *Operations Research*, 15, 813-819, 1967.

- EPPEN, G. D. A Dynamic Analysis of a Class of Deteriorating Systems. *Management Science*, 12, 223-240, 1965.
- FALKNER, C. H. Jointly Optimal Inventory and Maintenance Policies for Stochastically Failing Equipment. *Operations Research*, 16, 587-601, 1968.
- _____ Optimal Spares for Stochastically Failing Equipment. *Naval Research Logistics Quarterly*, 16, 287-295, 1969.
- FOX, B. Age Replacement with Discounting. *Operations Research*, 14, 533-537, 1966.
- GEHL, P. Choosing a computerized maintenance management system. *SME Technical Paper* (series) MS 1989, p. 89-341.
- GLASSER, G. J. The Age Replacement Problem. *Technometrics*, 9, 1967.
- GREENBERG, H. e PIERSKALLA, W. A Review of Quasi-Convex Functions. *Operations Research*, 19, 1553-1570, 1971.
- GUERRA, A.R.O. Desenvolvimento de um sistema de informações como apoio às atividades de manutenção de uma empresa de transportes urbanos rodoviários. In: *Encontro Nacional da ANPAD*, 15, Belo Horizonte - MG, p.79-87, 1991.
- HARPER, N. Computer as a maintenance tool. *Internationale SeilbahnRundschau*, n.3, p.21-22, ago-set/1989.
- HASTINGS, N. A. J. The Repair Limit Replacement Method. *Operations Research*, 20, 337-350, 1969.
- HINOMOTO, H. Sequential Control of Homogeneous Activities-Linear Programming of Semi-Markovian Decision, *Operations Research*, 19, 1664-1674, 1971.
- HIRSCH, W., MEISNER, M. e BOLL, C. Cannibalization in Multicomponent Systems and the Theory of Reliability, *Naval Research Logistics Quarterly*, 15, 331-359, 1968.
- HOCHBERG, M. Generalized Multicomponent Systems under Cannibalization. *Naval Research Logistics Quarterly*, 20, 585-605, 1973.
- HOWARD, R. *Dynamic Probabilistic Systems*. New York: John Wiley and Sons, 1971.
- KALYMON, B. A. Machine Replacement with Stochastic Costs. *Management Science, Theory*, 18, 288-298, 1972.
- KAMIEN, M. e SCHWARTZ, N. Optimal maintenance and Sale Age for a Machine. *Management Science*, 1, B495-B504, 1971.
- KANDER, Z e RAVIV, A. Maintenance Policies when Failure Distribution of Equipment is only Partially Known. *Naval Research Logistics Quarterly*, 21, 419-429, 1974.

- KANDER, Z. e NAOR, P. Optimization of Inspection Policies by Classical Methods. *Proceedings of the Annual Conference in Operations Research*, Tel Aviv, Israel, 1969.
- KANDER, Z. Inspection Policies for Deteriorating Equipment Characterized by N Quality Levels. *Naval Research Logistics Quarterly*, 25, 243-255, 1978.
- KAO, E. Optimal Replacement Rules. *Operations Research*, 21, 1231-1249, 1973.
- KELLER, J. B. Optimum Checking Schedules for Systems Subject to Random Failure. *Management Science*, 21, 256-260, 1974.
- _____ Optimum Inspection Policies. *Management Science*, 28, 447-450, 1982.
- KELLY, A. e HARRIS, M.J. *Administração da manutenção industrial*. IBP, 1980.
- KING, D.J. Administrators and computerized maintenance management systems a case of study. *Biomedical Instrumentation & Technology*, v.24, n.4, p.254-258, jul-aug/1990.
- KLEIN, M. Inspection-Maintenance-Replacement Schedules under Markovian Deterioration. *Management Science*, 9, 25-32, 1962.
- KOLESAR, P. Randomized Replacement Rules which Maximize the Expected Cycle Length of Equipment Subject to Markovian Deterioration. *Management Science*, 13, 867-876, 1967.
- _____ Minimum Cost Replacement Under Markovian Deterioration. *Management Science*, 12, 694-706, 1966.
- KULSHRESTHA. D. K. Operational Behaviour of a Multicomponent System Having Stand-by Redundancy with Opportunistic Repair. *Unternehmensforschung*, 12, 159-172, 1968.
- LASDON, L S. A Survey of Large Scale Mathematical Programming. Tech Memo. No. 349, Dept. of Operations Research, Case-Western Reserve University, Cleveland, Ohio, 1974.
- LOBATO, J.O.R. O gerente de manutenção atropelado pelo dia-a-dia. In: *Anais do 8.º Congresso Brasileiro de Manutenção*, São Paulo, out./1993.
- LUSS, H. Maintenance Policies when Deterioration Can Be Observed by Inspection. *Operations Research*, 24, 359-366, 1976.
- _____ Inspection Policies for a System which is Inoperative During Inspection Periods. *AIIE Transactions*, 9, 189-194, 1977.
- MASSE, P. *Optimal Investment Decisions*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1962.
- MARGETSON, J. e COOPER, N.R. Brittle Material Design Using Three parameter Weibull Distribution. In: *Proceedings of the IUTAM Symposiu on Probabilistic Methods in the*

- Mechanics of Solids and Structures*, eds. S Eggwertz and N.C.Lind, Springer-Verlag, Berlin, 1984, p.253-262.
- MCCALL, J. J. Maintenance Policies for Stochastically Failing Equipment: A Survey. *Management Science*, 11, 493-524, 1965.
- MCDOWELL, J. Electronics maintenance truck and bus fleets. *SAE Technical Paper Series*, nov./1991.
- MCKINSEY, C. *Maintenancy: The pivotal function in the years to come*. McKinsey & Company, Steel Practice, 1994.
- MENIPAZ, E. Cost Optimization of Some Stochastic Maintenance Policies. *IEEE Transactions on Reliability*, R-28, 133-136, 1979.
- MILLER, B. L. A Multi-Item Inventory Model with a Joint Backorder Criterion. *Operations Research*, 19, 1467-1476, 1971.
- _____ Dispatching from Depot Repair in a Recoverable Item Inventory System: On the Optimality of a Heuristic Rule. Working paper, Western Management Science Institute, University of California, Los Angeles. Calif., 1973.
- MIRSHAWKA, V. e OLMEDO, N.L. Manutenção participativa. *Revista Qualimetria*, n.19, p.35-41, mar./1993.
- MIZOKAWA, T. et al. Maintenance information control system using personal computers in LAN environment. *Research & Development (Kobe Steel Ltda.)*. v.39, n.4, p.35-41, out./1989.
- MOREIRA, Daniel A. *Administração da produção e operações*. São Paulo: Pioneira, 1993.
- MOORE, S. C., FAUCETT, W. M., GILLERT, R. D. e MCMICHAEL, R. W. Computerized Selection of Aircraft Spares Inventories. *Fort Worth Div. of General Dynamics*. Fort Worth, Tex., 1970.
- MORIMURA, H. e MAKABE, H. On Some Preventive Maintenance Policies, *J. Operations Research Soc.*, Japan 6, 17-47, 1963.
- MORIMURA, H. On Some Preventive Maintenance Policies for IFR. *J. Operations Research Soc.*, Japan 12, 94-124, 1970.
- MUNFORD, A. G. Comparison Among Certain Inspection Policies. *Management Science*, 27, 260-267, 1981.
- MUTH, E. J. An Optimal Decision Rule for Repair vs Replacement. *IEEE Transactions on Reliability*, R-26, 179-181, 1977.

- NAIR, K. P. K. e NAIK, M. D. Multistage Replacement Strategies. *Operations Research*, 13, 279-290, 1965.
- _____ Multistage Replacement Strategies with Finite Duration of Transfer. *Operations Research*, 13, 828-835, 1965.
- NAKAGAWA T. e OSAKI, S. The Optimal Repair Limit Replacement Policies. *Operations Research, Quart.* 25, 311-317, 1974.
- NAKAGAWA, T. Optimum Inspection Policies for a Standby Unit. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, 23, 13-26, 1980.
- _____ Periodic and Sequential Preventive Maintenance Policies. *Journal of Applied Probability*, 23, 536-542, 1986.
- _____ Periodic Inspection Policy with Preventive Maintenance. *Naval Research Logistics Quarterly*, 31, 33-40, 1984.
- NAKAGAWA. T. e KOWADA, M. Analysis of a System with Minimal Repair and its Application to Replacement Policy. *European Journal of Operational Research*, 12, 176-182, 1983.
- NAKAGAWA. T. e YASUI, K. Approximate Calculation of Optimal Inspection Times. *Journal of the Operational Research Society*, 31, 851-853, 1980.
- NAKAMICHI, H., FUKATA, J., TAKAMATSU, S. e KODOMA, M. Reliability Considerations on a Repairable Multicomponent System with Redundancy in Parallel. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, 17, 1974.
- NASLUND, B. Simultaneous Determination of Optimal Repair Policy and Service Life. *Swedish Journal Economics*, vol.68, no.2, 63-73, 1966.
- NGUYEN, D. G. e MURPHY, D. N. P. Optimal Preventive Maintenance Policies for Repairable Systems. *Operations Research*, 29, 1181-1194, 1981.
- OKOGBAA, G., HUANG, J., SHELL, R.L. Database design for predictive preventive maintenance system of automated manufacturing system. *Computers & Industrial Engineering*, v.23, n.1-4, p.7-10, nov./1992.
- PARENTE, A. A. I. A manutenção de ônibus na Carris de Lisboa. *Revista dos Transportes Públicos*, ANTP, Ano 7, n. 27, p.11-32, mar./1985.
- PARK, K. S. Optimal Number of Minimal Repairs Before Replacement. *IEEE Transactions on Reliability*, R-28, 137-140, 1979.

- PHELPS, R. I. Replacement Policies under Minimal Repair. *Journal of the Operational Research Society*, 32, 549-554, 1981.
- PIERSKALLA, W. P. e VOELKER, J. A. A Survey of Maintenance Models: The Control and Surveillance of Deteriorating Systems. *Naval Research Logistics Quarterly*, 23, 353-388, 1976.
- PORTEUS, E. e LANSLOWNE, Z. Optimal Design of a Multi-Item Multi-Location Multi-Repair Type Repair and Supply System *Naval Research Logistics Quarterly*, 21, 213-238, 1974.
- REGRA, J. Frota: menos custo, mais lucro. *Jornal Direção*, n.1, 1993.
- RIBEIRO, P.J.A. Planejando a informatização na empresa: considerações e diretrizes. *Planejamento e Gestão*, v.1, n.2, set./1989.
- ROELOFFS, R. Minimax Surveillance Schedules for Replaceable Units, *Naval Research Logistics Quarterly*, 14, 461-471, 1967.
- _____ Mini Max Surveillance Schedules with Partial Information, *Naval Research Logistics Quarterly*, 10, 307-322, 1963.
- ROLFE, A. J. Markov Chain Analysis of a Situation where Cannibalization is the only repair Activity. *Naval Research Logistics Quarterly*, 17, 151-158, 1970.
- ROSENFELD, D. Markovian Deterioration with Uncertain Information. *Operations Research*, 24, 141-155, 1976.
- _____ Markovian Deterioration with Uncertain Information - A More General Model. *Naval Research Logistics Quarterly*, 23, 389-405, 1976.
- ROSS, S. M. Quality Control under Markovian Deterioration. *Management Science*, 9, 587-596, 1971.
- _____ A Markovian Replacement Model with a Generalization Include Stocking. *Management Science: Theory* 15, 702-715, 1969.
- SATIA, J. e LAVE, R. Markovian Decision Processes with Uncertain Transition Probabilities. *Operation Research*, 21, 728-740, 1973.
- SATIA, J. Markovian Decision Processes with Uncertain Transition Matrices and/or Probabilistic Observation of States, unpublished Ph. D. Dissertation, Stanford University, Stanford, Calif., 1968.
- SAVAGE, R. e ANTELMAN, G. R. Surveillance Problems: Weiner Processes. *Naval Research Logistics Quarterly*, 12, 35-55, 1965.

- SAVAGE, R. Surveillance Problem. *Naval Research Logistics Quarterly*, 9, 187-209, 1962.
- SCHEAFFER, R. L. Optimum Age Replacement Policies with an Increasing Cost Factor. *Technometrics* 13, 139-144, 1971.
- SCHULTZ, C. R. A Note on Computing Periodic Inspection Policies. *Management Science*, 31, 1592-1596, 1985.
- SENGUPTA, B. Maintenance Policies under Imperfect Information. *European Journal of Operations Research*, 5, 198-204, 1980.
- SETHI, S. e MORTON, T. E. A Mixed Optimal Technique for Generalized Machine Replacement Problem. *Naval Research Logistics Quarterly*, 19, 471-482, 1972.
- SETHI, S. Simultaneous Optimization of Preventive Maintenance and Replacement Policies for Machines: A Modern Control Theory Approach. *ABE Transactions* 5, 156-163, 1973.
- SHERBROOKE, C. C. METRIC: A Multi-Echelon Technique for Recoverable Item Control. *Operation Research*, 16, 122-141, 1968.
- _____ An Evaluation for the Number of Operationally Ready Aircraft in a Multi level Supply System. *Operation Research*, 19, 618-635, 1971.
- SHERIF, Y. S. e SMITH, M. L. Optimal Maintenance Models for Systems Subject to Failure-A Review. *Naval Research Logistics Quarterly*, 28, 47-74, 1981.
- SHERWIN, D.J. Design for a comprehensive maintenance planning recording and optimization system. *Engineering Costs and production Economics*, v.20, n.1, p.37-42, jul./1990.
- SHOEMAKER, Paul J.H., RUSSO, J.Edward, A Pyramid of Decision Approaches. California: *Management Review*, Fall, 1993, p.9-31.
- SILVA, A.N.R., FERRAZ, A.C.P. *Transporte público urbano operação e administração*, Public. EESC-USP 063/91, São Carlos, jul./1991.
- SILVER, E. Inventory Allocation Among an Assembly and Its Repairable Sub assemblies. *Naval Research Logistics Quarterly*, 19, 261-280, 1972.
- SIMON, R. M. Optimal Cannibalization Policies for Multicomponent Systems. *SIAM J. Appl. Math* 19, 700- 711, 1970.
- _____ The Reliability of Multicomponent Systems Subject to Cannibalization. *Naval Research Logistics Quarterly*, 19, 1-14, 1972.
- SMALLWOOD, R. e SONDIK, E. The Optimal Control of Partially Observable Markov Processes over a Finite Horizon. *Operation Research*, 21, 1071-1088, 1973.

- SOBEL, M J. Production Smoothing with Stochastic Demand and Related Inventory Problems. *Tech. Report No. 17*, Dept of Operations Research and the Dept of Statistics. Stanford University, Stanford Calif., 1967.
- SONDIK, E. The Optimal Control of Partially Observable Markov Processes. Ph. D. Dissertation, Dept. of Eng. Econ. Systems, Stanford University, 1971.
- TAKAHASHI, Y., OSADA, T. *TPM/MPT - Manutenção Produtiva Total*. São Paulo: Instituto IMAM, 1993.
- TAPIERO, C. S. Optimal Maintenance and Replacement of a Sequence of n-Machines and Technical Obsolescence. *Operation Research*, 10, 1-13, 1973.
- TAVARES, L.A. *Controle de manutenção por computador*. São Paulo: JR Ed. Técnica, 1987.
- _____ *Excelência na Manutenção – Estratégias para Otimização e Gerenciamento*. Salvador: Casa da Qualidade, 1996.
- THOMAS, L. C., JACOBS, P. A., e GAVER, D. P. Optimal Inspection Policies for Standby System. *Communications in Statistics-Stochastic Models*. 3, 259-273, 1987.
- THOMPSON, G. L. Optimal Maintenance Policies and Sale Date of a Machine. *Management Science*. 14, 9. 543-550, 1968.
- TILQUIN, C. e CLÉROUX, R. Periodic Replacement with Minimal Repair at Failure and Adjustment Costs. *Naval Research Logistics Quarterly*, 22, 243-254, 1975.
- TOLEDO, Geraldo L. e OVALLE, Ivo I. *Estatística Básica*. 2 ed. São Paulo: Atlas, 1985.
- VALENTE, A.M., PASSAGLIA, E. e NOVAES, A.G. *Gerenciamento de Transporte e Frotas*. São Paulo: Pioneira, 1997.
- VIEIRA, M.G. *Introdução à manutenção*. Publ. EESC-USP, nr.017/92, São Carlos, 1991. p.15.
- WATTANAPANOM, N. e SHAW, L. Optimal Inspection Schedules for Failure Detection in a Model where Tests Hasten Failures. *Operations Research*, 27, 303-317, 1979.
- WHITE, C. C. Optimal Control-Limit Strategies for a Partially Observed Replacement Problem. *International Journal of Systems Sciences*, 10, 321-331, 1979.
- _____ Bound on Optimal Cost for a Replacement Problem with Partial Observations. *Naval Research Logistics Quarterly*, 26, 415-422, 1979.
- _____ Optimal Inspection and Repair of a Production Process Subject to Deterioration. *Journal of the Operational Research Society*, 29, 235-243, 1978.

ZUCKERMAN, D. Inspection and Replacement Policies. *Journal of Applied Probability*, 17, 168-177, 1980.

ANEXO

MANUTENÇÃO COMPONENTE I				
Num.	Tipo de Manutenção	Km	Custo (R\$)	Tempo (h)
1	Preventiva	3.654	131,46	9,21
2	Preventiva	5.158	235,30	6,70
3	Preventiva	5.686	179,00	7,95
4	Preventiva	6.939	259,19	10,40
5	Preventiva	7.692	230,05	9,20
6	Preventiva	7.740	187,61	9,98
7	Preventiva	7.779	275,82	11,37
8	Preventiva	8.141	251,16	7,21
9	Preventiva	8.183	356,83	10,84
10	Preventiva	9.386	335,02	15,40
11	Preventiva	9.459	244,04	11,92
12	Preventiva	9.464	234,92	8,97
13	Preventiva	9.471	255,58	16,80
14	Preventiva	10.447	291,94	8,44
15	Preventiva	10.470	214,40	11,68
16	Preventiva	10.806	304,14	10,98
17	Preventiva	10.940	315,27	14,13
18	Preventiva	11.021	299,13	10,03
19	Preventiva	11.147	258,97	11,84
20	Preventiva	11.231	338,13	10,74
21	Preventiva	11.340	337,23	13,86
22	Preventiva	11.352	422,04	13,79
23	Preventiva	11.888	421,42	16,31
24	Preventiva	11.913	374,94	15,06
25	Preventiva	11.985	414,40	10,65
26	Preventiva	12.850	348,46	11,90
27	Preventiva	13.049	472,21	11,00
28	Preventiva	13.262	374,60	14,83
29	Preventiva	13.401	344,14	12,66
30	Preventiva	13.529	344,24	14,12
31	Preventiva	13.708	294,95	16,33
32	Preventiva	14.196	335,65	15,80
33	Preventiva	14.652	417,56	15,22
34	Preventiva	14.841	320,16	16,74
35	Preventiva	15.174	349,65	15,30
36	Preventiva	15.568	446,92	19,72
37	Preventiva	18.416	462,32	22,87
38	Preventiva	18.446	524,30	22,73
39	Preventiva	19.838	460,73	20,18
40	Preventiva	21.403	539,51	22,58
41	Corretiva	6.633	565,07	6,57
42	Corretiva	10.413	636,92	13,81
43	Corretiva	10.486	608,97	11,00
44	Corretiva	11.051	648,91	11,49
45	Corretiva	11.668	721,91	14,88
46	Corretiva	13.874	781,30	14,20
47	Corretiva	14.531	761,57	19,84
48	Corretiva	15.119	869,10	15,02
49	Corretiva	15.280	828,84	19,54
50	Corretiva	15.326	806,53	16,38
51	Corretiva	15.384	887,87	20,76
52	Corretiva	15.494	780,80	15,12
53	Corretiva	15.518	876,87	20,02
54	Corretiva	15.753	937,06	19,49
55	Corretiva	15.957	969,90	18,95
56	Corretiva	16.508	856,44	19,08
57	Corretiva	16.840	863,96	17,96
58	Corretiva	17.830	978,87	20,58
59	Corretiva	18.601	984,04	17,16
60	Corretiva	18.872	868,18	17,62
61	Corretiva	19.289	901,27	19,69
62	Corretiva	19.391	1.000,80	20,48
63	Corretiva	19.487	1.111,04	20,05
64	Corretiva	20.077	980,15	20,22
65	Corretiva	20.702	1.080,49	23,04
66	Corretiva	20.982	1.079,94	23,16
67	Corretiva	21.307	1.000,86	22,75
68	Corretiva	21.395	979,46	23,52
69	Corretiva	21.679	1.145,55	24,16
70	Corretiva	21.754	1.055,38	24,98
71	Corretiva	21.872	1.079,89	23,78
72	Corretiva	22.757	1.121,31	25,59
73	Corretiva	23.084	1.155,12	25,64
74	Corretiva	23.149	1.131,55	24,86
75	Corretiva	24.598	1.210,40	21,77
76	Corretiva	25.500	1.186,44	26,56
77	Corretiva	25.551	1.137,36	26,15
78	Corretiva	28.416	1.269,74	31,95
79	Corretiva	29.834	1.328,03	29,54
80	Corretiva	30.897	1.325,64	30,33

Quadro 5.2 Histórico da Manutenção do Componente Mecânico

MANUTENÇÃO COMPONENTE II				
Num.	Tipo de Manutenção	Km	Custo (R\$)	Tempo (h)
1	Preventiva	7.691	283,19	3,56
2	Preventiva	9.745	308,84	5,69
3	Preventiva	10.737	361,09	6,31
4	Preventiva	11.233	392,67	6,55
5	Preventiva	11.706	401,49	7,40
6	Preventiva	12.517	430,04	6,75
7	Preventiva	12.526	351,90	6,46
6	Preventiva	12.626	393,10	7,20
9	Preventiva	12.652	420,24	7,29
10	Preventiva	12.733	378,39	7,28
11	Preventiva	12.961	391,33	8,93
12	Preventiva	13.141	375,30	8,25
13	Preventiva	13.517	380,44	6,98
14	Preventiva	13.736	402,64	7,46
15	Preventiva	13.759	407,24	8,17
16	Preventiva	13.854	382,43	8,12
17	Preventiva	13.873	413,84	6,77
18	Preventiva	14.295	426,41	7,88
19	Preventiva	14.525	442,25	8,04
20	Preventiva	14.977	442,19	6,00
21	Preventiva	15.058	444,75	8,62
22	Preventiva	15.519	454,02	9,32
23	Preventiva	15.672	491,63	9,99
24	Preventiva	15.703	463,76	8,68
25	Preventiva	15.827	464,48	8,77
26	Preventiva	16.100	463,94	9,10
27	Preventiva	16.609	524,85	9,93
28	Preventiva	16.664	503,92	8,87
29	Preventiva	16.721	535,36	9,35
30	Preventiva	16.887	478,41	10,00
31	Preventiva	17.716	543,02	10,18
32	Preventiva	17.835	480,11	10,37
33	Preventiva	18.181	530,76	9,16
34	Preventiva	18.256	539,67	11,02
35	Preventiva	18.573	566,99	9,79
36	Preventiva	18.852	533,06	9,50
37	Preventiva	19.283	533,75	10,27
38	Preventiva	19.454	561,49	10,04
39	Preventiva	20.329	559,61	12,10
40	Preventiva	23.141	644,26	11,73
41	Corretiva	13.183	831,64	6,31
42	Corretiva	14.511	963,03	8,07
43	Corretiva	14.704	972,31	8,30
44	Corretiva	15.208	927,35	8,54
45	Corretiva	15.218	940,41	9,15
46	Corretiva	16.363	1.020,07	8,67
47	Corretiva	17.690	1.171,94	9,04
48	Corretiva	18.545	1.169,99	10,16
49	Corretiva	18.572	1.084,63	10,25
50	Corretiva	18.898	1.019,68	10,36
51	Corretiva	19.062	1.164,59	11,98
52	Corretiva	19.207	1.110,70	11,28
53	Corretiva	19.569	1.167,38	10,01
54	Corretiva	19.762	1.157,16	10,47
55	Corretiva	19.915	1.207,80	11,24
56	Corretiva	20.027	1.121,40	11,21
57	Corretiva	20.095	1.195,32	9,88
58	Corretiva	20.341	1.208,49	10,90
59	Corretiva	20.629	1.262,23	11,09
60	Corretiva	21.503	1.152,51	11,26
61	Corretiva	22.086	1.296,66	12,14
62	Corretiva	22.464	1.262,81	12,80
63	Corretiva	22.484	1.274,80	13,40
64	Corretiva	22.486	1.205,36	12,05
65	Corretiva	22.769	1.356,25	12,24
66	Corretiva	23.176	1.226,55	12,64
67	Corretiva	23.291	1.207,28	13,27
68	Corretiva	23.704	1.402,70	12,40
69	Corretiva	23.723	1.356,32	12,86
70	Corretiva	23.746	1.298,25	13,43
71	Corretiva	23.990	1.403,33	13,31
72	Corretiva	24.104	1.323,69	13,51
73	Corretiva	24.236	1.373,22	12,19
74	Corretiva	24.843	1.305,05	14,31
75	Corretiva	25.698	1.353,93	13,35
76	Corretiva	26.048	1.296,87	13,09
77	Corretiva	26.144	1.449,78	13,70
78	Corretiva	26.385	1.360,67	13,51
79	Corretiva	26.638	1.441,46	15,26
80	Corretiva	27.893	1.387,67	14,10

Quadro 5.3 Histórico da Manutenção do Componente Eléctroco

MANUTENÇÃO COMPONENTE III				
Num.	Tipo de Manutenção	Km	Custo (R\$)	Tempo (h)
1	Preventiva	3.438	233,37	5,20
2	Preventiva	4.430	239,63	5,13
3	Preventiva	4.628	275,22	4,77
4	Preventiva	6.005	331,67	5,90
5	Preventiva	7.120	359,10	6,03
6	Preventiva	7.318	374,94	6,70
7	Preventiva	7.343	297,25	6,62
8	Preventiva	7.402	337,77	6,79
9	Preventiva	7.532	367,74	6,84
10	Preventiva	7.581	325,36	5,54
11	Preventiva	7.588	333,48	7,00
12	Preventiva	9.020	350,72	7,54
13	Preventiva	9.066	348,78	7,73
14	Preventiva	9.081	366,54	6,79
15	Preventiva	9.522	382,11	8,61
16	Preventiva	9.721	360,39	8,11
17	Preventiva	10.408	409,25	8,17
18	Preventiva	10.429	413,08	7,46
19	Preventiva	10.534	426,57	7,99
20	Preventiva	10.762	422,49	8,68
21	Preventiva	11.129	432,80	8,14
22	Preventiva	12.389	464,70	9,38
23	Preventiva	12.683	506,61	9,41
24	Preventiva	12.922	484,27	10,26
25	Preventiva	12.962	483,29	9,24
26	Preventiva	13.447	489,36	9,67
27	Preventiva	13.463	539,49	9,11
28	Preventiva	13.849	527,39	10,81
29	Preventiva	13.963	560,56	9,97
30	Preventiva	14.520	514,42	10,32
31	Preventiva	14.885	570,25	9,85
32	Preventiva	15.472	520,02	11,02
33	Preventiva	15.619	566,87	9,77
34	Preventiva	15.632	574,47	10,38
35	Preventiva	15.832	600,02	11,34
36	Preventiva	17.130	593,69	12,32
37	Preventiva	18.594	622,97	11,58
38	Preventiva	18.849	653,58	12,04
39	Preventiva	19.351	645,50	11,83
40	Preventiva	19.353	668,34	12,54
41	Corretiva	12.726	948,27	9,50
42	Corretiva	16.561	1.031,51	11,33
43	Corretiva	16.641	944,47	11,25
44	Corretiva	18.143	1.057,98	12,61
45	Corretiva	19.139	1.142,35	11,84
46	Corretiva	19.963	1.206,25	14,04
47	Corretiva	20.388	1.133,15	13,00
48	Corretiva	20.702	1.206,37	12,87
49	Corretiva	20.969	1.169,94	14,00
50	Corretiva	21.161	1.204,11	13,19
51	Corretiva	21.812	1.202,79	14,42
52	Corretiva	21.843	1.228,22	13,68
53	Corretiva	22.542	1.239,82	14,42
54	Corretiva	22.661	1.301,01	14,66
55	Corretiva	23.500	1.304,17	14,54
56	Corretiva	24.733	1.331,76	16,25
57	Corretiva	25.212	1.320,89	15,54
58	Corretiva	25.672	1.349,58	16,17
59	Corretiva	26.523	1.378,15	16,37
60	Corretiva	26.588	1.407,24	15,97
61	Corretiva	26.692	1.386,09	16,96
62	Corretiva	26.724	1.402,53	17,07
63	Corretiva	26.831	1.351,03	17,18
64	Corretiva	26.962	1.452,41	16,44
65	Corretiva	26.981	1.422,72	17,11
66	Corretiva	28.293	1.421,09	17,76
67	Corretiva	28.637	1.538,57	17,46
68	Corretiva	28.654	1.458,37	16,73
69	Corretiva	28.792	1.473,56	17,75
70	Corretiva	28.876	1.438,99	17,38
71	Corretiva	29.252	1.539,81	17,80
72	Corretiva	29.295	1.426,30	17,42
73	Corretiva	29.713	1.468,42	18,72
74	Corretiva	30.707	1.566,24	17,99
75	Corretiva	30.849	1.538,05	18,44
76	Corretiva	31.399	1.595,02	17,55
77	Corretiva	31.401	1.600,07	18,03
78	Corretiva	31.509	1.552,38	19,57
79	Corretiva	35.373	1.757,91	19,76
80	Corretiva	38.173	1.819,27	22,02

Quadro 5.4 Histórico da Manutenção do Componente Pneumático