

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Centro de Ciências Física e Matemática – CFM

Departamento de Física

Curso de Pós-Graduação em Física

**Análise de Medidas da Velocidade Radial \*  
na Estrela HR1217**

**Humberto Luz Oliveira**

Dissertação realizada sob orientação do Prof. Dr. Antônio N. Kanaan e apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Física da UFSC em preenchimento parcial dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

Florianópolis

2001

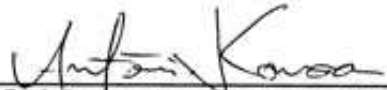
---

\* Trabalho financiado pelo CNPq

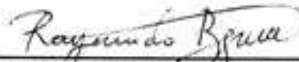
**ANÁLISE DE MEDIDAS DE VELOCIDADE RADIAL  
NA ESTRELA HR 1217**

HUMBERTO LUZ OLIVEIRA

Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de **MESTRE EM FÍSICA**, na área de concentração de **ASTROFÍSICA** e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Física.



Prof. Dr. Antonio Nemer Kanaan Neto  
(UFSC-Orientador)



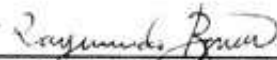
Prof. Dr. Raymundo Baptista  
(UFSC-Coordenador do Curso)



Prof. Dr. Antonio Nemer Kanaan Neto  
(UFSC-Presidente)



Prof. Dr. Kepler Souza de Oliveira Filho  
(UFRGS)



Prof. Dr. Raymundo Baptista  
(UFSC)



Prof. Dr. Roberto Cid Fernandes Junior  
(UFSC-Suplente)

Dedico ao meu pai,  
Armando Oliveira (*in memorium*).

## AGRADECIMENTOS

- Ao meu orientador, Dr. Antônio Kanaan, por acolher-me no grupo de Astrofísica, por ensinar-me sobre a arte da observação, e também pela paciência e confiança a mim depositada.
- À minha Mãe pelo carinho e dedicação ao longo de todos esses anos.
- Aos Profs. do CFM da UFSC, e em especial aos professores do Departamento de Astronomia pelos conselhos e conhecimentos adquiridos em nossos seminários de grupo.
- Aos integrantes da banda “Polynomius”, Cid, Mikael, Maurício e Lande, pelos momentos de descontração, à Lôlo que sempre liberava as bagunças nos fins de semana, não é mesmo Mau?
- Aos colegas do grupo de Astrofísica, pelo convívio amigável.
- Ao China e Luciano pelo companheirismo e pelas valiosas discussões em que travávamos, sempre enriquecedoras.
- Aos colegas da sala-6, China, Neninho, Alexandre e também ao Ofugi que cedeu o “puf” para as nossas sonecas depois do almoço.
- Aos colegas da sala-60, especialmente ao Thales e Marcos.
- À Eger, pela tolerância e amor que sempre demonstrou: teus olhos são um farol iluminando meu caminho.
- À todas pessoas de minha família, que sempre deram apoio, incentivando-me nos momentos mais difíceis, e que não foram poucos...

# SUMÁRIO

1. <i>Estrelas Variáveis</i> . . . . .	1
1.1 Localização das Estrelas roAp no Diagrama H-R . . . . .	1
1.2 As estrelas roAp e as $\delta$ -Scuti . . . . .	2
1.3 HR1217 . . . . .	7
2. <i>Asterosismologia</i> . . . . .	10
2.1 A Física das Pulsações Estelares . . . . .	10
2.2 Teoria das Pulsações Estelares . . . . .	11
2.2.1 Pulsações Radiais . . . . .	13
2.2.2 Modos de Pulsações Radiais . . . . .	14
2.2.3 Pulsações Não-Radiais . . . . .	15
2.2.4 Modos de Pulsações Não-Radiais . . . . .	18
2.3 Modelo do Pulsador Oblíquo . . . . .	20
2.4 Modelo da Difusão Radiativo . . . . .	24
2.5 Mecanismos de Pulsações : $\varepsilon, \kappa, \gamma$ . . . . .	25
3. <i>Observação e Redução</i> . . . . .	30
3.1 Observação . . . . .	32
3.2 Redução . . . . .	32
4. <i>Método das Medidas da Velocidade Radial</i> . . . . .	38
4.1 Introdução . . . . .	38
4.2 A Célula de Iodo . . . . .	40

---

4.3	Técnica de Medida da Velocidade Radial . . . . .	41
4.4	O Programa Radial . . . . .	42
4.5	Série Temporal . . . . .	44
4.6	Análise de Fourier Discreta . . . . .	45
4.7	Ajuste de Senóides . . . . .	50
4.7.1	Ajuste Não-linear de Senóides . . . . .	50
4.7.2	Ajuste Linear de Senóides . . . . .	50
5.	<i>Análise dos Resultados</i> . . . . .	52
5.1	Medidas da Velocidade Radial e Identificação Espectral em HR1217 . . . . .	52
5.2	Análise das medidas da VR em linhas individuais . . . . .	62
5.3	As medidas da VR e a Dependência Espectral . . . . .	66
5.4	Conclusões . . . . .	70
	<i>Apêndice</i> . . . . .	73
A.	<i>Medidas da Amplitude da VR em <math>\gamma</math>-Equ</i> . . . . .	74
B.	<i>Medidas da Amplitude e Fase de 33lib</i> . . . . .	76

## LISTA DE FIGURAS

1.1	Diagrama H-R esquemático mostrando a localização das várias classes de estrelas pulsantes. A parte sombreada está relacionada a pulsação, enquanto que as linhas representam as várias trajetórias de evolução, sendo que a linha pontilhada representa a sequência principal; extraído de Baldry (1998) [1]. . . . .	3
2.1	São mostradas ondas estacionárias num tubo de órgão de comprimento $L$ e para uma estrela de raio $R$ . (a) modo fundamental, (b) o primeiro sobretom, (c) o segundo sobretom. . . . .	15
2.2	Ilustração dos modos de pulsação. (a) modo fundamental, $n = l = 0$ (radial), (b) 1º sobretom (radial), (c) não-radial. Extraído de Costa (1996, [21]) . . . . .	16
2.3	Representação dos esféricos harmônicos $l, m$ para os modos de pulsação. Extraído de Ostlie (1996, [22]) . . . . .	17
2.4	A geometria do rotator oblíquo. . . . .	21
2.5	Modos radiais para uma estrela pulsante. Para cada modo de pulsação a onda foi graduada arbitrariamente para $\delta r/R = 1$ na superfície da estrela. Extraído de Ostlie [22]. . . . .	25
2.6	Variações na temperatura e opacidade, modelado para o tempo de máxima compressão para a estrela RR-Lyra. Na zona de ionização parcial do hélio $\delta\kappa$ aumenta quando $\delta T$ é reduzido. Extraído de Ostlie [22]. . . . .	27

- 
- 2.7 Zonas de ionização do hélio e hidrogênio em estrelas de diferentes temperaturas. A massa estelar das zonas desloca-se para regiões externas em direção a superfície, à medida que a temperatura aumenta. Extraído de Ostlie [22]. 28
- 3.1 Apresentamos parte do espectro da estrela HR1217 que foi acessível com o equipamento utilizado. Devido à pequena dimensão do detector a cobertura do espectro está incompleta no intervalo espectral de 5.000 a 6000Å. Na caixa pequena mostramos a ordem espectral 7 ampliada. . . . . 31
- 3.2 Mostra-se uma sequência de espectros, onde na base do gráfico temos somente o espectro da célula de iodo, acima desta o espectro da estrela. Nos outros dois painéis acima, mostra-se o primeiro e o último espectro coletado. . . . . 33
- 3.3 A figura mostra a imagem bidimensional de um espectro echelle, onde o eixo x é a direção de dispersão e as diferentes ordens distribuem-se no eixo y. . . . . 36
- 4.1 Mostramos à esquerda as funções no domínio tempo e à direita no domínio frequência. A primeira delas representa uma senóide infinita, a segunda é a função caixa que representa o limite dos dados no domínio tempo, a terceira é o que temos realmente após uma noite de observação. Note-se que as transformadas da primeira e segunda funções são analíticas e, portanto, a terceira também é, pois ela é a convolução da transformada da primeira com a segunda. . . . . 46
- 4.2 Mostramos na parte superior da figura os dados de duas noites de observação. O espaçamento entre as curvas representa o “gap” causado pela interrupção diurna. Na parte inferior da figura apresentamos a transformada desses dados onde pode ser notada a presença de “alias”. . . . . 49



5.1	Apresentamos a parte do espectro da estrela HR1217 que foi acessível com o equipamento utilizado. Devido à pequena dimensão do detector, a cobertura do espectro está incompleta no intervalo espectral de 5.000 a 6000Å. . . . .	53
5.2	A transformada de Fourier para cada ordem espectral. Os painéis das ordens estão em mesma escala. Observa-se diferentes amplitudes de pulsação para diferentes regiões espectrais. . . . .	55
5.3	Mostramos as medidas da velocidade radial de cada ordem espectral em fase com o período do modo de pulsação principal. . . . .	56
5.4	No painel superior está a fase de pulsação. No painel do meio as medidas da amplitude da velocidade radial e no painel inferior as medidas da frequência de pulsação. Em todos os painéis o eixo x é o comprimento de onda central de cada ordem espectral. . . . .	62
5.5	Mostramos a amplitude de pulsação em função da $LE$ para quatro espécies químicas em HR1217. Para as linhas de Nd e Fe realizamos três tipos de ajustes indicados na parte superior direita de cada cada gráfico . . . . .	65
5.6	Mostramos o resultado dos ajustes para todas as linhas medidas da amplitude de pulsação como função da $LE$ . No lado direito acima está indicado os tipos de ajustes realizados. . . . .	67
5.7	Mostramos a amplitude como uma função do comprimento de onda para as linhas de FeI-II, NdI-II-III, CrI-II e PrI-II. Não há correlação da amplitude com o comprimento de onda. . . . .	68
5.8	Mostramos o resultado da simulação das medidas da amplitude com a $LE$ e os respectivos ajustes. . . . .	70
A.1	Os painéis mostram o valor da amplitude da velocidade radial como função da largura equivalente para os elementos CrI-II, FeI, FeII e TiI-II. . . . .	75

---

B.1	No painel superior as medidas da amplitude da VR, no painel inferior as medidas da fase, ambas em função do comprimento de onda central para cada ordem. . . . .	76
-----	--	----

## LISTA DE TABELAS

1.1	Estrelas variáveis intrinsicamente . . . . .	4
1.2	Estrelas roAp . . . . .	5
1.3	Frequências de Oscilação da HR1217 . . . . .	8
1.4	Espaçamentos nas Frequências na HR1217 . . . . .	8
5.1	Amplitude de Pulsação das Ordens Espectrais . . . . .	54
5.2	Medidas das amplitudes da velocidade radial . . . . .	57
5.2	Medidas das amplitudes da velocidade radial . . . . .	58
5.2	Medidas das amplitudes da velocidade radial . . . . .	59
5.2	Medidas das amplitudes da velocidade radial . . . . .	60
5.2	Medidas das amplitudes da velocidade radial . . . . .	61
5.3	Tipos de ajustes para os elementos:Nd II e Fe I-II . . . . .	64
5.4	Tipos de ajustes para todos os elementos . . . . .	66
5.5	Tipos de ajustes da simulação da amplitude em função da $LE$ . . . . .	69

## Resumo

As estrelas Ap rapidamente oscilante (roAp) são estrelas que mostram muitos modos de oscilações não-radiais. Esses objetos são laboratórios astrofísicos ideais para compreender como e porque estas pulsações ocorrem? Os estudos espectroscópicos das pulsações fornecem informações sobre as propriedades gerais dessa classe de estrelas. Neste trabalho, apresentamos medidas precisas da amplitude da velocidade radial na estrela roAp HR1217 com o telescópio de 2,7m do Observatório McDonald. Essas medidas foram tomadas com uma ampola contendo um gás de iodo na frente da entrada do espectrógrafo Coudé Echelle de dispersão cruzada. Os resultados das medidas da velocidade radial para cada ordem indicam que a amplitude da pulsação depende da região espectral analisada. Uma análise mais detalhada das medidas individuais das linhas de absorção mostra que os elementos terras raras (Nd e Pr) têm maiores amplitudes de pulsação do que outros elementos (Cr e Fe). Investigamos também a suspeita do comportamento da amplitude com a largura equivalente, reivindicada por Hatzes & Kanaan e por Baldry. A análise de todas as medidas individuais das linhas não confirmou a suspeita de correlação entre a amplitude de pulsação com a largura equivalente para os três tipos de ajustes: linear, exponencial e constante. Realizamos ainda os mesmos tipos de ajustes para as espécies químicas Nd e Fe, e o melhor ajuste foi o linear, mas a baixa probabilidade deste ajuste ( $P(\chi^2) \approx 15\%$ ) não indica uma correlação significativa. Testamos também a hipótese de a amostra das medidas da amplitude ser tendenciosa.

## Abstract

Rapidly oscillation stars Ap (roAp) are stars who show many modes of nonradial oscillations. These objects are the best astrophysical laboratories to understand how and why they are beating. The spectroscopic studies of pulsations supply information on the general properties of this kind of stars.

In this work, we present precise measures of the amplitude of the radial velocity in the star roAp HR1217 with a 2.7m telescope at the McDonald Observatory. These measures had been taken with a iodine absorption cell at the front of the input of the spectrograph Coudé Echelle with crossed dispersion. The results of the measures of the radial velocity for each order indicates that the amplitude of the pulsation depends on the spectral region that has been analyzed. A more detailed analysis of the individual measures of the absorption lines shows that the rare lands elements (Nd and Pr) have higher amplitude of pulsation than the others (Cr and Fe).

We also investigate the possibility of the behavior of the amplitude with the equivalent width, suggested by Hatzes & Kanaan and Baldry. The analysis of all the individual measures of the lines did not confirm the hypothesis of the correlation between the amplitude of pulsation and the equivalent width for three types of fittings: linear, exponential and constant. We still carried out the same kind of fittings for the chemical species Nd and Fe, and the best fitting turn out to be the linear one, but low the probability of this fitting ( $P(\chi^2) \approx 15\%$ ) does not indicate a significant correlation. We also test the hypothesis of the sample of the measures of the amplitude has been vicious.

# Capítulo 1

## Estrelas Variáveis

Neste capítulo, localizaremos no diagrama H-R as estrelas rapidamente oscilantes Ap (**roAp**) como estrelas variáveis pulsantes. A importância de localizar estas estrelas dentro da classe de estrelas variáveis surge porque podemos compreender mais sobre a sua evolução e estrutura estelar, a partir da comparação com outras estrelas variáveis. Na seção seguinte discutiremos o mecanismo de pulsação das  $\delta$ -Scuti e roAp, que ocupam praticamente a mesma região do diagrama H-R e por esta razão, poderiam apresentar semelhanças em relação aos seus estágios evolutivos. Finalizaremos o capítulo relatando a situação das observações feitas até o presente momento da estrela HR1217.

### 1.1 *Localização das Estrelas roAp no Diagrama H-R*

Antigamente *estrelas variáveis* eram estrelas que apresentavam mudanças de brilho em escalas de tempo menores que 100 anos (vida humana). Atualmente, são consideradas *estrelas variáveis* as estrelas que variam também em outras grandezas físicas, como campo magnético ou variações espectrais. As estrelas podem ser variáveis extrínsecas, citamos as binárias eclipsantes que formam um sistema ligado, onde a variabilidade está associada à passagem da estrela companheira na linha de visada do observador, ou variáveis intrínsecas que apresentam uma variação ocasionada pela sua própria estrutura.

Mostramos na figura 1.1, as diversas classes de estrelas variáveis intrínsecas, que

subdividem-se em variáveis pulsantes, variáveis semi-regulares, variáveis irregulares e variáveis eruptivas. Desejamos localizar a posição das estrelas  $\alpha$ Ap no diagrama H-R, que são estrelas variáveis periódicas próximas ou na sequência principal. Estas estrelas pulsantes têm os menores períodos detectados até agora (veja na tabela 1.1).

## 1.2 As estrelas $\alpha$ Ap e as $\delta$ -Scuti

Destinamos esta seção a uma discussão das estrelas  $\alpha$ Ap e  $\delta$ -Scuti por ocuparem uma posição muito próxima no diagrama H-R (veja a figura 1.1) e, por isso podem estar pulsando pelo mesmo mecanismo. As estrelas pulsantes são laboratórios astrofísicos ideais porque fornecem informações a respeito da estrutura interior. Geralmente as pulsações possuem vários modos (já que pulsam em pelo menos mais de um modo) de oscilações e cada modo é um vínculo devido à estrutura da estrela, portanto o estudo desses modos é uma ferramenta poderosa para compreensão do interior estelar. O estudo dessas pulsações é chamado de *asterosismologia* e é atualmente um dos ramos da astrofísica que mais tem contribuído para a compreensão do interior estelar. A *asterosismologia* será o escopo do próximo capítulo.

As estrelas variáveis  $\delta$ -Scuti localizam-se (veja a figura 1.1) na parte abaixo da faixa de instabilidade onde estão posicionadas as RR-Lyrae, na sequência principal ou saindo dela. As estrelas  $\delta$ -Scuti caracterizam-se por serem de tipo espectral  $A$  ou  $F$  com período de pulsação entre 0,5 e 5h.

Muitas estrelas  $\delta$ -Scuti são multi-periódicas e por esta razão tornam-se objetos de interesse no estudo dos modos de oscilações. Da mesma forma que o som produzido por um sino depende da sua estrutura, isto é, do tamanho e densidade, as frequências produzidas por uma estrela também dependem da sua estrutura. Então, quando observamos as oscilações produzidas por estrelas pulsantes, como as estrelas  $\delta$ -Scuti, podemos estudar os modos de oscilações dessas estrelas. As variações em brilho são da ordem de 0,8 mag, enquanto que os movimentos de massa superficial dessas estrelas são caracterizados por amplitudes da velocidade radial de poucos km/s ou menos. Estas estrelas pulsam em

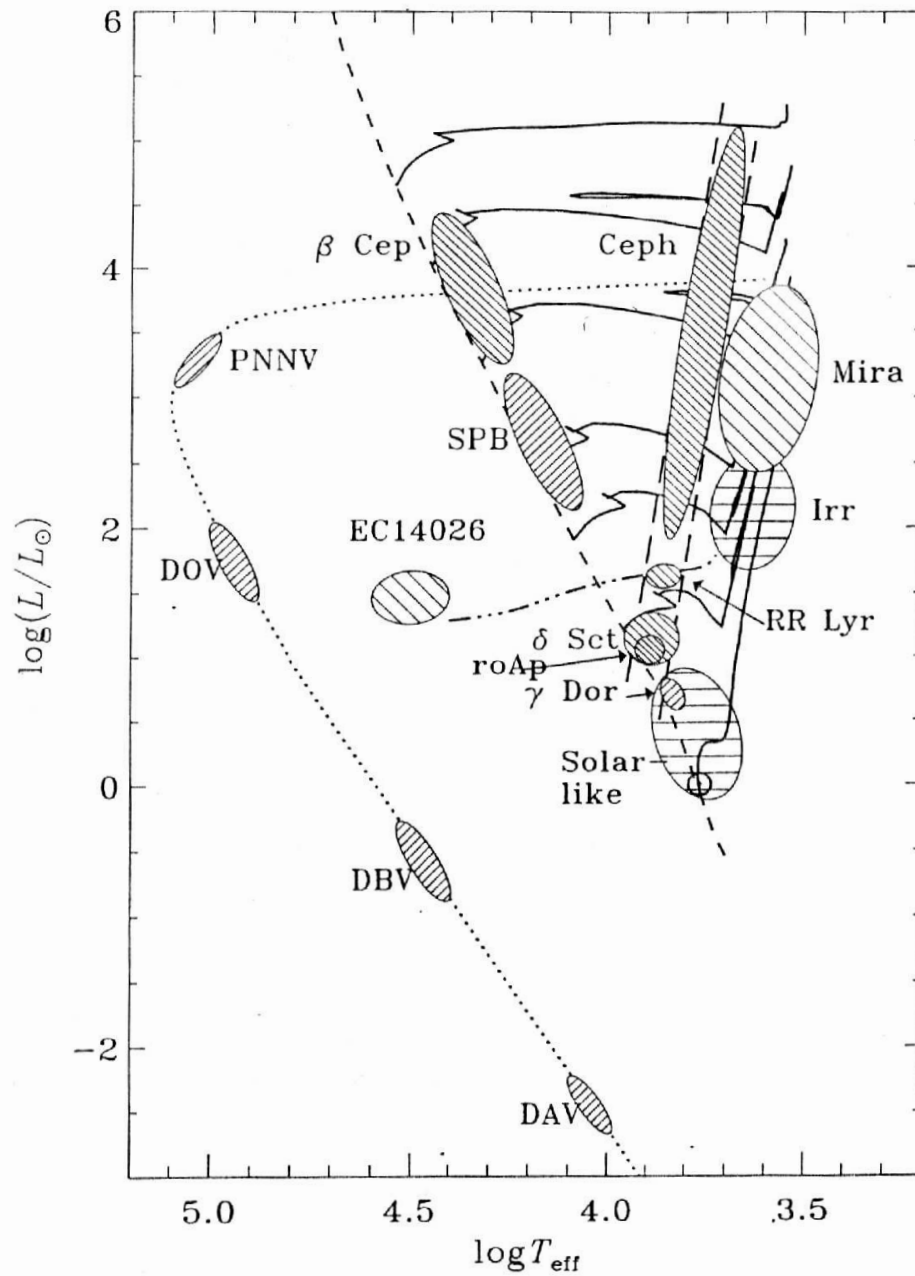


Fig. 1.1: Diagrama H-R esquemático mostrando a localização das várias classes de estrelas pulsantes. A parte sombreada está relacionada a pulsação, enquanto que as linhas representam as várias trajetórias de evolução, sendo que a linha pontilhada representa a sequência principal; extraído de Baldry (1998) [1].



Tab. 1.1: Estrelas variáveis intrinsicamente

Tipo de Variável	Período	População	Tipo Espectral	$M_v$	R ou NR
RR-Lyrae	1,5-24h	II	A2–F2	~0,6	radial
Cefeidas Classicas	1-50d	I	F6–G6	-6 à -0.5	radial
W Virginis	2-45d	II	F2–G6	-3 à 0	radial
RV Tauri	20-150d	II	G–K	~-3	radial
Semi-regulares vermelhas	100-200d	I e II	M,N,R,S	-3 à -1	radial
Longo Período-Miras	100-700d	I e II	M,N,R,S	-2 à +1	radial
Sol	5-10min	I	G2	+ 4,83	Não-radial
$\beta$ Cefeidas ( $\beta$ Cma)	3-6h	I	B1–B2	-4.5 à -3.5	ambos (?)
$\zeta$ -Persei	0.5-2d	I	O9–B5	-5 à -4	Não-radial
$\zeta$ Oph	Horas	I	O	-6 à -5	Não-radial
roAp	5-15min	I	~A5	+2 à +2,5	Não-radial
$\delta$ -Scuti (Cefeida anã)	0.5-5h	I	A5–F5	+2 à +3	Não-radial
DO,DB,DA (Anãs Brancas)	100-1000s	I(?), II	O,B2,A0	+2,+7,+8	Não-radial

baixo sobretom e os modos associados às oscilações são os modos- $p^1$  (Kurtz 1990, [2]). A pulsação nas estrelas  $\delta$ -Scuti está relacionada pelo mecanismo- $\kappa$  (será discutido no próximo capítulo), operando na zona de ionização parcial do hélio.

Uma outra classe de estrelas variáveis são as estrelas roAp que estão praticamente sobrepostas as estrelas  $\delta$ -Scuti no diagrama H-R. A descoberta da primeira estrela dando origem a esta nova classe de estrelas variáveis, ocorreu em 1978 através de uma controvérsia entre Wagner e Przybylski em torno do valor da temperatura efetiva nessa estrela. Wagner estimava uma temperatura de 7400K acreditando ser um caso extremo de estrela Ap, enquanto que Przybylski indicava 6300K [2]. A partir dessa divergência Kurtz resolveu testar a curva de luz da HD101065 utilizando fotometria diferencial com duas estrelas de comparação e resolução temporal em torno de 8min. Após o descobrimento da variabilidade da estrela HD101065, Kurtz e colaboradores [3] encontraram outras 14 estrelas roAp. O trabalho de Martinez [4] na última varredura realizada para as roAp contribuiu com mais dez novos membros da classe, totalizando em 25 objetos, listados na tabela 1.2.

As estrelas roAp caracterizam-se por terem em seus espectros muitas linhas de ferro

<sup>1</sup> Em geral, as variações dessas estrelas podem ser expressas em termos dos esféricos harmônicos, onde o sobretom é o índice radial. Descreveremos os esféricos harmônicos no capítulo 2.

Tab. 1.2: Estrelas roAp

HD	HR	Nome	Período (min)	Tipo Espectral	$M_v$	$B_{ef}$ (Gauss)
6532			7,1	Ap SrCrEu	8,45	
12932			11,6	Ap SrCrEu	10,24	
19918			14,5	Ap SrCrEu	9,34	
24712	1217		6,2 *	Ap SrCr(Eu)	6,00	+400 à +1300
42659			9,7	Ap SrCrEu	6,77	
60435			11,4 - 23,5 *	Ap Sr(Eu)	8,99	< 1000
80316			7,4	Ap Sr(Eu)	7,78	
83368	3831		11,6	Ap SrCrEu	6,17	-700 à +700
84041			15,0 *	Ap SrCrEu	9,33	
101065	Przbylski		12,1 *	?	8,00	-2200
119027			8,7 *	Ap SrCr(Eu)	10,02	
128898	5463	$\alpha$ Cir	6,8 *	Ap SrCr(Eu)	3,20	-300
134214			5,6	Ap SrCr(Eu)	7,46	
137949		33 Lib	8,3	Ap SrCrEu	6,67	+1400 à +1800
150562			10,8	A/F(p Eu)	9,81	
161459			12,0	Ap EuSrCr	10,32	
166473			8,8 *	Ap SrEuCr	7,92	
176232	7167	10 Aql	11,6 *	FOp SrEu	5,89	
190290			7,3 *	Ap EuSr	9,91	
193756			13,0	Ap SrCrEu	9,20	
196470			12,4	Ap SrCr(Eu)	9,72	
201601	8097	$\gamma$ Equ	12,4 *	FOp	4,68	-800 à +500
203932			5,9 *	Ap SrEu	8,82	
217522			13,9 *	Ap (Si)Cr	7,52	
218495			7,4	Ap EuSr	9,36	

Esta tabela resulta da extração e cruzamento de informações das revisões de Kurtz ([3] e Martinez [4]. Estrelas que foram observadas pulsar em dois ou mais modos de pulsações independentes, estão marcadas com um asterisco (\*).

e linhas fortes de Y, Si, Cr, Eu e outras terras raras, assim como campos magnéticos da ordem de poucos kG. As variações fotométricas são de baixa amplitude (0,5–13mmag) com períodos entre 4–15min (veja a tabela 1.2). Os curtos períodos das pulsações sugerem que as variações podem ser provocadas por oscilações não-radiais de modo- $p$  (onde  $p$  é a força restauradora causada pela pressão do gás) com alto índice radial ( $n$ ) e baixo índice azimutal ( $l$ ). Kurtz [5] mostrou que as variações fotométricas observadas podem ser descritas pelo modelo do pulsador oblíquo (MPO) assumindo para essas estrelas pulsações não-radiais ( $l, m \neq 0$ ). Este modelo assume que o eixo de pulsação está alinhado com o

eixo magnético e inclinado em relação ao eixo de rotação. Maiores detalhes a respeito do MPO será descrito no próximo capítulo.

As estrelas roAp são estrelas de tipo espectral A ou F. Portanto, caracterizam-se por serem todas estrelas Ap que são estrelas frias e magnéticas com uma forte peculiaridade química. As estrelas Ap apresentam espectros de linhas de ferro abundantes e uma grande quantidade de elementos de terras raras com uma superabundância química de elementos como Sr, Cr e Eu (Preston 1972, [6]) como mostra a tabela 1.2. As estrelas Ap também são conhecidas como CP2 (quimicamente peculiares). A tabela 1.2 mostra também outras características como o período principal de pulsação, a magnitude absoluta, campo magnético efetivo e identificações de outros catálogos. A localização desses objetos pode ser observada na figura 1.1, tendo seu intervalo de temperatura entre 7000–8300 K. Isto sugeriria que o mesmo mecanismo de excitação para as pulsações nas  $\delta$ -Scuti – mecanismo- $\kappa$  (opacidade) na zona de ionização do hélio – seria também responsável para as pulsações das roAp [2]. No entanto esta hipótese apresenta um problema de interpretação pois as roAp apresentam períodos menores do que as  $\delta$ -Scuti. Segundo Gautschy (1998, [7]), modelos teóricos não apóiam esta conjectura. Baseado na peculiaridade da composição química da atmosfera de uma roAp, Matthews *e cols* (1988, [8]) sugeriu que outra zona de ionização – *ionização parcial do SiIV* – poderia ser o mecanismo de excitação das pulsações. Tal zona poderia conduzir as pulsações se o hélio fosse drenado da zona de ionização do He II. No trabalho realizado por Kurtz [2] sugere que a remoção do He ocorra por processo de difusão. Um caminho anteriormente proposto por Shibahashi (1983, [9]), que foi também investigado por Cox (1984, [10]), era a superestabilidade magnética. Shibahashi diz que o mecanismo é mais efetivo nos pólos magnéticos da estrela, e os modos de oscilações observados nessas estrelas são frequências ressonantes com a escala de tempo da superestabilidade magnética em estrelas do tipo espectral A. Este quadro tem a vantagem de descrever o alinhamento do eixo de pulsação com o eixo magnético e a seleção de modos com simetria axial. Contudo, o mecanismo de pulsação para as roAp prossegue como uma questão em aberto. As oscilações podem estar relacionadas à zona de ionização parcial do He II, mas continuam sendo alvo de debates e constantes

pesquisas, na tentativa de se ter um esclarecimento definitivo.

### 1.3 HR1217

A estrela HR1217 (HD24712) é uma das estrelas roAp mais frias e mais observada. Kurtz [5] descobriu oscilações com período de 6,15 minutos e uma amplitude de 14 milimagnitudes. Matthews *e cols* [8] encontraram variações de velocidades radiais com uma amplitude de  $400 \pm 50 \text{ ms}^{-1}$ , variando com a frequência principal da oscilação fotométrica e dando sustentação para a interpretação da pulsação destas rápidas oscilações nas roAp. As variações da velocidade radial foram confirmada por Belmonte *e cols* (1989, [11]), com uma amplitude de  $249 \text{ ms}^{-1}$ .

Observações espectroscópicas anteriores da estrela HR1217 [6] mostraram que esta estrela é uma variável magnética e espectral com período de rotação  $P = 12^d, 448$ . O campo magnético longitudinal varia de +0,4 kG a +1,5 kG e sua máxima intensidade quase coincidente com o máximo da intensidade da linha dos elementos terras raras. Comparado a outros elementos, as terras raras mostram as maiores variações na intensidade da linha, que ocorrem em anti-fase com as variações das linhas de Mg II. Na literatura encontramos HR1217 classificada como tipo espectral SrCrEu [6].

As variações fotométricas na estrela HR1217 foram detectadas por Kurtz [5] e na análise das frequências de oscilação foram determinados 6 modos normais de pulsação e suas respectivas frequências, amplitudes e fases são mostradas na tabela 1.3. Neste trabalho, Kurtz observou que a amplitude de oscilação é modulada com o período rotacional da estrela com a máxima amplitude de oscilação coincidindo com o máximo magnético. Kurtz interpretou esta modulação em termos do modelo do pulsador oblíquo, que será descrito no próximo capítulo. Ainda neste trabalho, Kurtz [5] discuti as dificuldades para determinar as frequências dos modos de pulsação devido à presença de picos espúrios ou falsos (do inglês “aliasing”). A conclusão do autor é que a amplitude de pulsação principal na estrela HR1217 está contida no par de frequências espaçadas do conjunto tripleto de frequências, tabela 1.4. A característica mais marcante no padrão de frequências atribuído

Tab. 1.3: Frequências de Oscilação da HR1217

$f_n$	frequência ( $\text{hr}^{-1}$ )	Amplitude (mmag)	Fase
1	9,75356	1,27	$-0,68 \pm 0,04$
2	9,59152	1,22	$0,85 \pm 0,05$
3	9,58816	0,47	$0,56 \pm 0,13$
4	9,59152	0,42	$0,68 \pm 0,14$
5	9,75002	0,35	$-1,11 \pm 0,16$
6	9,75702	0,49	$-0,04 \pm 0,12$

Frequências de oscilação para a estrela HR1217, extraído de Kurtz [5].

à estrela HR1217 é o par de frequências do conjunto tripleto de frequências igualmente espaçadas. Na tabela 1.4 são mostrados os padrões de pares de frequências igualmente espaçadas que estão dentro de um sigma de sua média. Esta média indica um período de pulsação de  $P_{puls} = 12,25 \pm 0,47$  dia. A explicação mais óbvia para esse conjunto de frequências tripletos igualmente espaçadas é que elas são oriundas de modos-m de pulsação não radiais perturbadas rotacionalmente.

Tab. 1.4: Espaçamentos nas Frequências na HR1217

Espaçamentos	Valor
$f_1 - f_5$	$0,00354 \pm 0,00025$
$f_6 - f_1$	$0,00346 \pm 0,00025$
$f_2 - f_3$	$0,00336 \pm 0,00025$
$f_4 - f_2$	$0,00323 \pm 0,00025$
Média =	$0,00340 \pm 0,00013$

Extraído de Kurtz [5].

A estrela HR1217 tem sido muito observada por que é uma estrela multi-periódica (veja a tabela 1.3), portanto uma análise do espectro de frequências das suas oscilações possibilita a determinação de parâmetros referentes à sua estrutura. O espectro de frequência de estrelas como as roAp, geralmente, apresentam um espaçamento regular para modos de pressão com  $n \gg l$  segundo a teoria de pulsação assintótica (Tassoul [12, 13]).

A importância em determinar a temperatura efetiva e luminosidade para as estrelas

roAp é que estes são parâmetros fundamentais para calcular a taxa de variação do espaçamento das frequências. Assim, a necessidade em compreender os processos físicos e os mecanismos de pulsação que ocorrem nessas estrelas é que as tornam alvos de frequentes investigações. No trabalho de Ryabchikova *e cols* (1997, [14]) estimaram a temperatura em torno de 7230 K e  $\log g = 4,26$ . Deste trabalho, também concluíram que o período de rotação da estrela é de  $P = 12^d,461$ , que resulta de um modelo para as variações em luminosidade, campo magnético e espectral.

# Capítulo 2

## Asterosismologia

Neste capítulo, vamos considerar estrelas pulsantes<sup>1</sup> como aquelas estrelas, cujas oscilações são consequência dos processos físicos que ocorrem na própria estrela, isto é, do resultado de sua estrutura estelar. O estudo dos modos de pulsações em estrelas multi-periódicas é chamado de *asterosismologia*. Descreveremos de forma breve, os modos associados quando as camadas mais externas dessas estrelas saem do equilíbrio hidrostático. Vamos ainda, introduzir alguns conceitos sobre a teoria das pulsações estelares, tendo como objetivo uma visão qualitativa. Discutiremos ainda o modelo do pulsador oblíquo (MPO) idealizado para explicar os resultados observacionais das estrelas roAp. Também apresentaremos o modelo da difusão radiativa (MDR) que procura explicar a distribuição não homogênea dos elementos na superfície destas estrelas. Finalizaremos o capítulo descrevendo os mecanismos que são responsáveis pela reposição da energia necessária para a pulsação ser mantida.

### 2.1 A Física das Pulsações Estelares

Geólogos e geofísicos obtêm informações sobre o interior terrestre através de estudos sísmicos produzidos por terremotos e outros tipos de fontes. De maneira similar, as-

---

<sup>1</sup> Por estrelas pulsantes, entenda-se aquelas estrelas que executam oscilações periódicas ou cíclicas, de curta escala de tempo, da ordem do tempo de queda livre ( $\tau_{\text{ff}}$  - tempo de resposta da estrela para adaptar-se a uma nova situação, caso haja uma perturbação no equilíbrio hidrostático).

trofísicos procuram modelar as propriedades das pulsações estelares para compreender sua estrutura interna. Assim, modelos teóricos de sequência evolutiva podem ser construídos e comparados com as características de pulsações (período, amplitude, curvas de luz e velocidade radial). Porém, nem sempre a teoria resulta da observação e não são raros os casos em que ocorre um primeiro desenvolvimento teórico devido ao vínculo de limitação imposto pela tecnologia ao acesso da informação direta da observação. No campo da estrutura estelar isto é bem comum, onde modelos teóricos são desenvolvidos e comparados com os dados observacionais, à medida que a tecnologia avança. A comparação dos resultados teóricos com os observacionais fornece uma forma de obter informações do interior estelar, ao mesmo tempo que possibilita checar o conhecimento sobre a estrutura do interior estelar.

## 2.2 Teoria das Pulsações Estelares

Todas as estrelas que oscilam (como a membrana de tambor vibrando, por exemplo) possuem modos normais de oscilações associados com as frequências dessas vibrações. A variação superficial destes modos pode ser descrita pela teoria de pulsação estelar. Apresentamos aqui alguns conceitos básicos e uma visão qualitativa sobre a teoria das pulsações. Um estudo mais aprofundado sobre este assunto pode ser encontrado em Cox (1980, [15]), Unno *e cols* (1979, [16]), Hansen & Kawaler (1994, [17]) e Kippenhahn & Weigert (1990, [18]). O estudo teórico das pulsações pode ser dividido em duas categorias, *a teoria linear* e *a teoria não-linear* das pulsações que tanto podem ser aplicadas às pulsações radiais quanto às não radiais.

### 1. Teoria Linear

#### (a) Pulsações Lineares Adiabáticas

Uma vez quebrada a configuração de equilíbrio hidrostático, a interação das forças gravitacional e a pressão de radiação causa movimentos periódicos à estrela, similares às oscilações de um pêndulo, atuando na estrela como “agentes”



de restauração da posição de equilíbrio no pêndulo. As pulsações são assumidas como sendo muito pequenas em amplitude, e que não haja troca de energia entre as diferentes camadas durante a pulsação, assim teríamos contrações e expansões adiabáticas. A equação que descreve esse comportamento é a equação de onda linear adiabática, que na sua forma mais simples é expressa por:

$$\mathbf{L}(\zeta) = \sigma^2 \zeta \quad (2.1)$$

onde  $\mathbf{L}$  é um operador diferencial de segunda ordem e  $\zeta$  são as soluções desta equação que satisfazem as condições de contorno. Estas soluções representam a dependência da amplitude de pulsação em relação à posição dentro da estrela. As correspondentes frequências  $\sigma$  são os autovalores da equação, e são as possíveis frequências de pulsação. As soluções dos autovalores apontam para duas possibilidades: i) se  $\sigma^2 > 0$ , a autofunção é oscilatória no tempo,  $\zeta(r)e^{i\sigma t}$ , e ondas estacionárias são formadas tal que a estrela passa pelo estado de equilíbrio duas vezes a cada período ( $\Pi = 2\pi/\sigma$ ); ii) se  $\sigma^2 < 0$ , a autofunção é complexa, com  $\sigma$  puramente imaginário, criando uma perturbação exponencial (excitação ou amortecimento) temporal.

#### (b) Pulsações Lineares Não-Adiabáticas

Quando é possível a troca de energia entre as diferentes camadas durante a pulsação, dizemos que o processo é não-adiabático. Da mesma forma que o caso adiabático, é assumido a condição de pequenas amplitudes para a pulsação. A discussão deste termo de não-adiabaticidade, leva a um quadro de estabilidade (ou instabilidade) das pulsações em estrelas, portanto, possibilitando a investigação de quais porções da estrela são regiões de excitação (região que está ganhando calor em máxima compressão) ou amortecimento (região que está perdendo calor em mínima compressão).

## 2. Teoria Não-Linear

Certamente a ocorrência de pulsações em estrelas devem envolver efeitos não lineares, efeitos que não preservem a simetria radial. A evidência desse fato pode ser vista, por exemplo, em amplitudes superficiais que são inferidas das observações e mostram que as variações de pressão, densidade e temperatura superficiais são muito maiores que as descritas pela teoria linear, somente para algumas estrelas [15].

Apenas mencionamos as duas categorias sobre teoria de pulsações existentes na literatura, sem fazer uma descrição detalhada. Nas próximas seções trataremos as pulsações (equilíbrio hidrostático não é mais mantido) nos casos em que a estrela sustenta a simetria esférica (radial) e quando a estrela apresenta movimentos que não são esfericamente simétricos (não-radiais).

### 2.2.1 Pulsações Radiais

As oscilações radiais de uma estrela pulsante são o resultado de ondas sonoras ressonantes (Matthews – 1991, [19]) no interior da estrela. Uma estimativa do período de pulsação ( $\Pi$ ), pode ser feita do tempo que uma onda sonora levaria para atravessar o diâmetro de uma estrela de raio  $R$  e densidade constante  $\rho$ . A velocidade do som adiabática é dada pela equação,

$$v_s = \sqrt{\frac{\Gamma_1 P}{\rho}}, \quad (2.2)$$

onde  $\Gamma_1$  depende do estado termodinâmico e composição do gás, sendo definido pelos expoentes adiabáticos

$$\Gamma_1 = \left( \frac{\partial \ln p}{\partial \ln \rho} \right)_{adiab}. \quad (2.3)$$

A pressão pode ser obtida da equação de equilíbrio hidrostático. Assumindo a hipótese de densidade constante e fazendo uma integração com a condição de contorno que  $P = 0$  na superfície da estrela, chegamos a uma expressão para pressão em função do raio:

$$P(r) = \frac{2}{3}\pi G\rho^2(R^2 - r^2) \quad (2.4)$$

Fazendo a substituição da pressão na equação 2.2 e integrando-a, encontramos o período para o modo fundamental de pulsação<sup>2</sup>,

$$\Pi \approx 2 \int_0^R \frac{dr}{v_s} \approx \sqrt{\frac{3\pi}{2\Gamma_1 G \rho}}. \quad (2.5)$$

Esta é a famosa relação **período-densidade média** e explica porque o período diminui à medida que a densidade aumenta ( $\Pi$  é inversamente proporcional à raiz quadrada da densidade média) para estrelas pulsantes na faixa de instabilidade. A validade desta relação pode ser notada quando comparamos os períodos (veja a tabela 1.1) para estrelas de diferentes massas no caminho teórico evolutivo.

### 2.2.2 Modos de Pulsações Radiais

As ondas sonoras envolvidas nos **modos radiais** das pulsações estelares são ondas estacionárias<sup>3</sup>, análogas às ondas estacionárias que se formam num tubo de um órgão, que possui uma extremidade aberta e a outra fechada (veja a figura 2.1). Para cada modo de pulsação, o núcleo da estrela tem um nó de deslocamento (extremidade fechada do tubo) e um ventre na superfície da estrela (extremidade aberta do tubo). Cada modo de pulsação tem seu padrão de onda estacionária que está associado a uma frequência de ressonância. Dizemos que as pulsações radiais ocorrem em seu **modo fundamental** ( $n = 0; l, m = 0$ ), quando o movimento do gás se dá numa mesma direção (figura 2.1), mantendo a simetria esférica, isto é, com os deslocamentos independentes da posição angular e dependência apenas da posição radial, (figura 2.2). Mas, podem existir outras camadas nodais na estrela, de forma que a superfície externa de uma dada camada esteja deslocando-se no sentido oposto ao de sua superfície interna. Neste caso, a estrela pode

---

<sup>2</sup> O período de pulsação estimado foi obtido para um caso não realístico, onde supomos a densidade constante. Existem outras maneiras de estimar-se o período. Uma forma alternativa é através do teorema do virial que pode ser encontrada em Cox (1968, [20]).

<sup>3</sup> A interferência de duas ondas senoidais idênticas, movendo-se em direções opostas (por exemplo, ondas numa corda de um piano), produzem ondas estacionárias que caracterizam-se por nós e ventres. Os “nós” são as posições fixas de deslocamento zero (amplitude nula), e os “ventres” são as posições fixas de máximo deslocamento (amplitude máxima).

apresentar outras pulsações simultâneas (figura 2.2). O *primeiro sobretom* ocorre quando existe um nodo entre a superfície da estrela e o núcleo, com os gases deslocando-se em direções opostas aos nodos, mostrado na figura 2.1. Quando existem dois nodos entre a superfície e o centro da estrela, ocorre o *segundo sobretom*, com os gases movendo-se em direções opostas a cada nodo sucessivo, como no caso da figura 2.1-c.

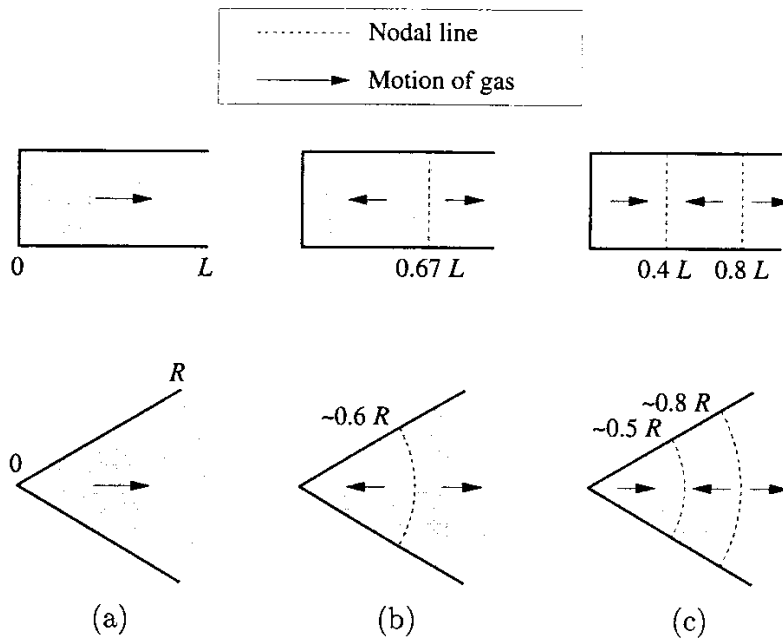


Fig. 2.1: São mostradas ondas estacionárias num tubo de órgão de comprimento  $L$  e para uma estrela de raio  $R$ . (a) modo fundamental, (b) o primeiro sobretom, (c) o segundo sobretom.

### 2.2.3 Pulsações Não-Radiais

Alguns tipos de estrelas não deslocam suas camadas de maneira esfericamente simétrica, como o movimento das pulsações radiais (tabela 1.1). Ao invés disso, executam um movimento muito mais complicado, no qual algumas regiões superficiais da estrela expandem, enquanto outras contraem. Agora os deslocamentos não dependem apenas da distância  $r$  (veja figura 2.2), mas dependem também da posição angular, assim a

simetria esférica global da estrela é modificada, gerando então as **pulsações não-radiais**. Porém, se as variações das amplitudes de pulsações forem muito pequenas manteremos aproximadamente a simetria radial.

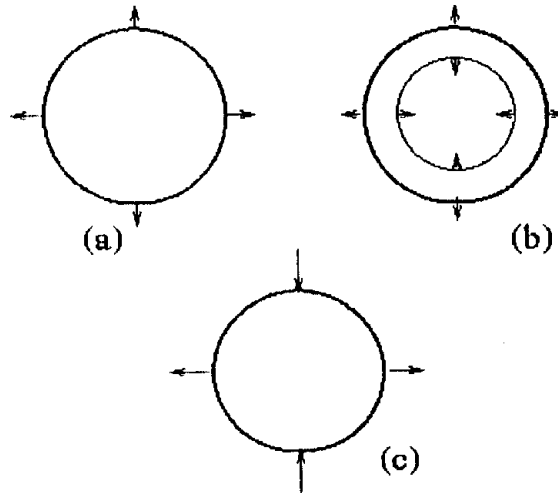


Fig. 2.2: Ilustração dos modos de pulsação. (a) modo fundamental,  $n = l = 0$  (radial), (b) 1° sobretom (radial), (c) não-radial. Extraído de Costa (1996, [21])

As oscilações não-radiais podem ser pensadas como a propagação de ondas de pressão<sup>4</sup> que viajam pela estrela inteira (o núcleo e a superfície agem como nós). Como um resultado dessa onda circulante são os padrões de pulsação que se formam na superfície da estrela. Na figura 2.3, mostramos os padrões angulares de pulsação que são causados por estas ondas de pressão — **modos-p** — (a presença destes modos está relacionada com a força restauradora de pressão, que será descrito na seção 2.2.4), para vários modos não-radiais. As regiões claras e escuras representam partes da estrela que estão variando sua luminosidade em anti-fase, e são separadas por nodos, onde não há movimentos ou mudanças de luminosidade. Se uma área superficial da estrela está movendo-se para fora em uma região mais clara, então, estará deslocando-se para dentro em uma área escura.

<sup>4</sup> Aqui, chamamos por onda sonora o mesmo que onda de pressão e ocorre quando a densidade de um meio é perturbada num gás. A perturbação se dá pela interação das moléculas do gás vibrando em torno da posição de equilíbrio e tem a direção de propagação da onda.

Estes padrões podem ser descritos por uma equação de movimento para as pulsações não-radiais, como o produto de uma parte espacial com uma temporal, da forma

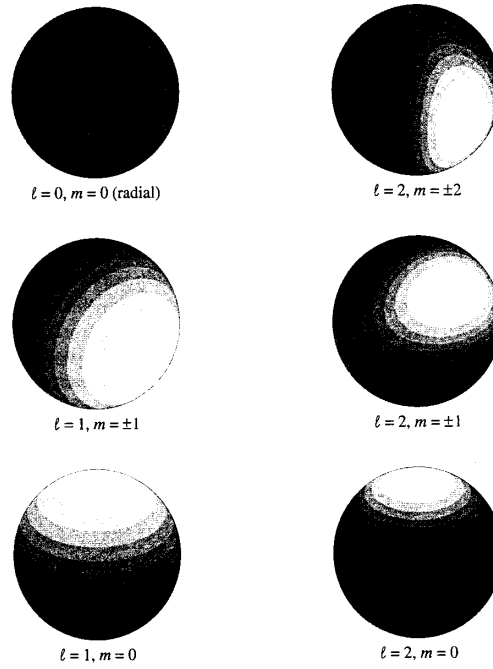


Fig. 2.3: Representação dos esféricos harmônicos  $l, m$  para os modos de pulsação. Extraído de Ostlie (1996, [22])

$$f(r, \Theta, \Phi; t) = R(r)Y_m^l(\Theta, \Phi)e^{i\sigma t}. \quad (2.6)$$

Onde a parte espacial é o produto de uma parte radial  $R(r)$  que contém o índice radial  $n$  ou sobretons, que nos dá o número de nós ou nodos internos radiais (não visível na figura 2.3) com uma parte angular. Os harmônicos esféricos  $Y_m^l$  descrevem a parte angular, e são funções dos ângulos polar e azimutal. A expressão que descreve  $Y_m^l$  é da forma:

$$Y_m^l(\Theta, \Phi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} (-1)^m e^{im\phi} P_m^l(\cos\theta) \quad (2.7)$$

onde  $P_m^l(\cos\theta)$  são os polinômios de Legendre.

O índice  $l$  é chamado de índice esférico harmônico ou grau do modo, que assume valores positivos:  $l = 0, 1, 2, \dots$ . Para cada  $l$ , existem  $2l + 1$  valores possíveis de  $m$ :  $m = -l, -l + 1, \dots, l - 1, l$ ; onde o índice  $m$  é a *ordem azimutal*. As zonas de diferentes índices  $l$  e  $m$ , manifestam-se na superfície da estrela como zonas claras alternadas com zonas escuras. Os índices  $(l - |m|)$  dão os diferentes números de modos de pulsação paralelos ao equador (círculos equatoriais), enquanto que o índice  $|m|$  nos dá o número de modos de pulsação na direção azimutal (círculos dividindo a superfície da estrela em meridianos), como mostra a figura 2.3.

#### 2.2.4 Modos de Pulsações Não-Radiais

Na seção 2.2.2 das pulsações radiais descrevemos a formação de ondas estacionárias no interior estelar. Para o caso das oscilações não-radiais, as ondas podem propagar-se horizontalmente, assim como radialmente, para produzir ondas que circulam em torno da estrela. Como já havíamos mencionado anteriormente, a *pressão* fornece a força restauradora para as ondas sonoras, e estas oscilações são chamadas **modos-p**. Porém, a *pressão* não é a única força que pode atuar na estrela, a gravidade também pode fornecer a força restauradora. Então, dependendo da força restauradora atuante, as pulsações dividem-se em duas categorias:

- **Modos-p**, também chamados de modos de pressão ou de densidade (ou ainda acústicos), onde a força restauradora é fornecida pelas pressões do gás e radiação. As frequências das oscilações aumentam com o aumento do sobreton e, para as estrelas **roAp**, as pulsações ocorrem em altos sobretons. Os **modos-f**, ou modos fundamentais, são casos particulares dos **modos-p** de frequência mais baixa, não apresentam nodos na direção radial ( $n = 0$ ). O modo com  $n = l = 0$  é o modo radial fundamental.
- **Modos-g**, ou modos gravidade. Oscilam em frequências muito baixas para estrelas na sequência principal ou próximo, onde a força restauradora é a gravidade. Apre-

sentam movimentos horizontais, e a frequência diminui com o aumento do sobretom. Esses modos são observados em anãs brancas pulsantes, onde têm alta frequência.

As pulsações radiais apresentam sempre **modos-p**. Desde que a variação na força gravitacional seja para dentro na fase de compressão e para fora na fase de expansão, a gravidade não pode ser a força restauradora responsável pelas pulsações radiais. Mas, para as pulsações não-radiais, tanto os **modos – p** quanto os **modos – g** podem ser excitados.

Uma estimativa da frequência angular de um modo-p, pode ser obtida do tempo que uma onda leva para atravessar um comprimento de onda horizontal de um nodo ao próximo nodo (veja a figura 2.3). Este comprimento de onda horizontal,  $\lambda_h$ , é dado pela expressão :

$$\lambda_h = \frac{2\pi r}{\sqrt{l(l+1)}}, \quad (2.8)$$

onde  $r$  é a distância ao centro da estrela. A **frequência acústica** a esta profundidade na estrela é definida como

$$S_l = 2\pi \left[ \frac{v_s}{2\pi r / \sqrt{l(l+1)}} \right] \quad (2.9)$$

onde  $v_s$  é a velocidade do som adiabática, dada pela equação 2.2. Como a velocidade do som é proporcional à raiz quadrada da temperatura para um gás não degenerado, a frequência acústica crítica é maior em regiões mais profundas na estrela e diminui com o aumento de  $r$ . A frequência de um **modo-p** é determinada pelo valor médio de  $S_l$  nas regiões da estrela onde as oscilações são mais energéticas.

Na ausência de rotação e campo magnético, o período de pulsação depende apenas do número de nodos radiais e do índice de grau  $l$ . O período é independente de  $m$ , por que sem rotação não existem pólos ou equador bem definidos, assim  $m$  não tem nenhum significado físico. Por outro lado, se a estrela está girando, a própria rotação define os pólos e o equador, e as frequências de pulsação para os modos com diferentes valores de



$m$ , são separadas quando as ondas movem-se a favor ou contra a rotação. O sinal de  $m$  determina a direção na qual as ondas movem-se em torno da estrela (Dziembowski e Goode – 1985, [23]). A quantidade pela qual as frequências de pulsação são separadas depende da frequência de rotação angular,  $\Omega$ , da estrela. A rotação angular produz um deslocamento em frequência proporcional ao produto  $m\Omega$  (para o caso mais simples de baixa rotação e uniforme).

### 2.3 Modelo do Pulsador Oblíquo

Depois que a rápida variabilidade periódica foi descoberta em estrelas Ap, a variabilidade foi creditada às pulsações. A evidência de que as pulsações eram responsáveis pela variabilidade veio com o trabalho de Matthews *e cols* [8], que detectaram variações na velocidade radial da estrela HR1217 com um período idêntico ao das variações fotométricas. O primeiro modelo para explicar as variabilidades (luminosidade, espectro e campo magnético) observadas nesses objetos, foi o modelo do rotator oblíquo proposto por Stibbs (1950, [24]). A hipótese básica desse modelo é que o eixo de rotação está inclinado em relação ao eixo do campo magnético de um ângulo  $\beta$ , chamado obliquidade magnética. O eixo de rotação está inclinado de um ângulo  $i$  com a linha de visada. A figura 2.4 mostra a geometria do rotator. À medida que a estrela gira o eixo magnético desloca-se ao redor do eixo de rotação. Assim, diferentes geometrias do campo magnético mostram diferentes intensidades do campo, de acordo com a fase rotacional em que a observação é realizada.

As características, determinadas observacionalmente das estrelas roAp apenas passaram a ser analisadas teoricamente a partir do modelo proposto por Kurtz [5]. A suposição de que os eixos de pulsação e magnético estão alinhados<sup>5</sup> junto com os modos não-radiais, dão origem ao Modelo do Pulsador Oblíquo (daqui para frente chamaremos de MPO). Dziembowski e Goode [23] apresentam uma discussão mais detalhada sobre o modelo pulsador.

---

<sup>5</sup> Esta hipótese é a mesma de um dipolo oscilante  $l = 1$  com o eixo de simetria alinhado com o eixo magnético da estrela em vez do eixo de rotação.

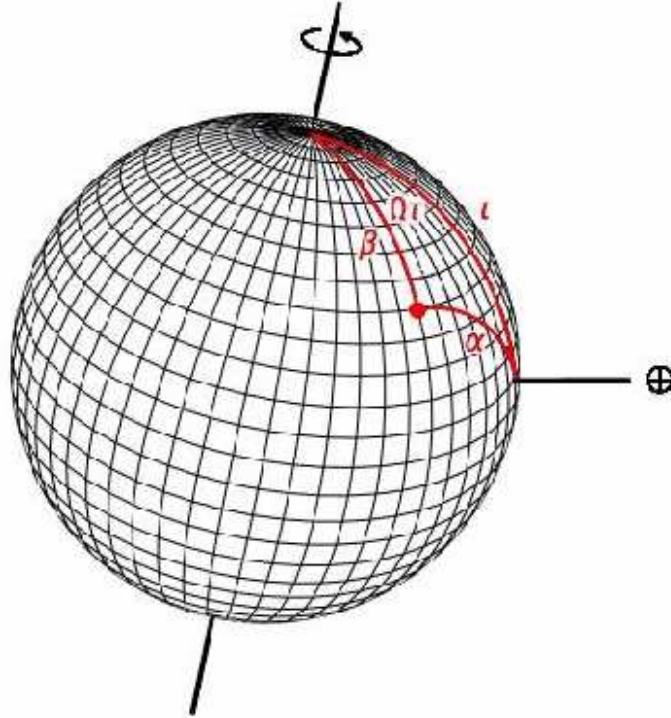


Fig. 2.4: A geometria do rotator oblíquo.

O MPO deve reproduzir, em princípio, o que se observa nas estrelas roAp, como a modulação da amplitude do período de pulsação pelo período de rotação, a amplitude relativa entre as variações de luz e de velocidade radial, a razão relativa das amplitudes das frequências principais e seus picos rotacionais que surgem devido a rotação da estrela. Deve também permitir que os índices  $l$  e  $m$  dos modos sejam identificados, assim como fornecer informações a respeito dos ângulos  $i$  e  $\beta$  (figura 2.4), identificar a frequência rotacional,  $\nu_{rot}$ , e as medidas da intensidade do campo magnético.

Para fornecer estes resultados, deve-se conhecer os modos de oscilação, pois os índices  $n, l$  e  $m$  são funções da variação de luminosidade. O MPO mais simples descrito por Kurtz

[5] tem a variação de luminosidade  $\Delta L$  da pulsação com frequência  $\omega$  dado por

$$\frac{\Delta L}{L} \propto P_l^m(\cos\alpha) \cos(\omega t + \phi), \quad (2.10)$$

onde  $P_l^m(\cos\alpha)$  são os polinômios de Legendre com dependência nos índices esféricos harmônicos  $(l, m)$ , veja a equação 2.7. O ângulo  $\alpha$  é o ângulo entre o pólo de pulsação e a linha de visada (ou ângulo entre o pólo magnético e a linha de visada). A geometria do pulsador oblíquo (figura 2.4), descreve o ângulo  $\alpha$  em termos dos outros dois ângulos  $i$  e  $\beta$ , e tem a forma,

$$\cos(\alpha) = \cos(i) \cos(\beta) + \sin(i) \sin(\beta) \cos(\Omega t) \quad (2.11)$$

onde  $\Omega$  é a frequência de rotação e  $t = 0$  é definido quando o campo magnético alcança seu máximo valor.

Fazendo  $l = 1$ , que é o caso da oscilação de dipolo magnético,  $P_l(\cos\alpha) = \cos(\alpha)$ , temos que

$$\frac{\Delta L}{L} \propto A_0 \cos(\omega t + \phi) + A_1 \cos[(\omega - \Omega)t + \phi] + A_1 \cos[(\omega + \Omega)t + \phi] \quad (2.12)$$

onde

$$A_0 = \cos(i) \cos(\beta) \quad (2.13)$$

e

$$A_1 = 1/2 \sin(i) \sin(\beta) \quad (2.14)$$

Na relação 2.10 a frequência de oscilação principal  $\omega$  não está perturbada pelo campo

magnético e/ou pela rotação da estrela. Já na relação 2.12 a frequência aparece perturbada, com três modos ( $m = -1, 0, 1$ ; chamado de tripleto) devido à rotação da estrela. O efeito da rotação, com uma dependência em  $m$ , causa o aparecimento de  $2l + 1$  modos de oscilação. Esta dependência é que permite diferenciar observacionalmente o efeito do campo magnético do efeito rotacional. No caso do campo magnético causar a perturbação na frequência, a degenerescência é levantada em  $l + 1$  modos de oscilação, com dependência em  $m^2$ .

O espectro de potência das roAp revela que as frequências geralmente são tripletos com igual espaçamento entre as componentes de frequências do conjunto tripleto. Esses espaçamentos das componentes de frequências são aproximadamente iguais à frequência de rotação, determinada das variações espectrais e luminosidade, à medida que a estrela gira. As frequências observadas podem ser escritas como,

$$\nu_m = \nu_0 - m(1 - C_{nl})\nu_{rot} \quad (2.15)$$

onde  $C_{nl}$  é uma constante que depende sobre a estrutura da estrela (Ledoux 1951).

Uma discussão sobre a ordem de grandeza dos efeitos do campo magnético e da rotação sobre a estrela é feita em Weiss (1986, [25]) e Kurtz e Shibahashi (1986, [26]). Nesses estudos o efeito do campo magnético é dominante sobre o efeito de rotação. Kurtz [2] e Kurtz *e cols* [3] descrevem o MPO no qual os efeitos do campo magnético e rotação esclarecem os resultados de Dziembowski [23]. Nesse modelo, as frequências da estrela são perturbadas pelo campo magnético, levando a concluir que o eixo de pulsação está alinhado com o eixo magnético. Os dois parâmetros relacionados com a taxa da amplitude de pulsação no tripleto são definidos como,

$$P_1 = \frac{A_{+1} + A_{-1}}{A_0} = \tan(i) \tan(\beta), \quad (2.16)$$

e

$$P_2 = \frac{A_{+1} - A_{-1}}{A_{+1} + A_{-1}} = \frac{C_{nl}\nu_{rot}}{\nu_1^{(1)mag} - \nu_0^{(1)mag}}, \quad (2.17)$$

onde a frequência perturbada, devido ao campo magnético, depende de  $|m|$  tal que  $\nu = \nu^{(0)} + \nu_{|m|}^{(1)mag}$ . Os parâmetros  $A_0$  e  $A_1$  são as amplitudes de pulsação correspondentes aos modos  $m = 0, \pm 1$  e  $\nu_{1,0}^{(m)mag}$  corresponde as frequências dos modos  $m = 1$  e  $0$ .

## 2.4 Modelo da Difusão Radiativo

O processo de difusão radiativo assume um papel importante no contexto de atmosfera estelares, pois surge como a explicação promissora para a origem da superabundância de terras raras. A importância deste processo foi primeiro reconhecida por Eddington (1926, [27]), num trabalho que considera a difusão dentro de zonas de convecção devido as altas velocidades associadas com os movimentos convectivos. Entretanto, foi Michaud (1970, [28]) que investigou o papel da difusão na tentativa de esclarecer as peculiaridades de estrelas do tipo *A* e *B* da sequência principal. Em modelos de estrelas do tipo *A*, de baixa rotação, livre de turbulências e convecção, o perfil dos íons é determinado pelo balanço das forças (pressão de radiação e gravidade). Aqueles elementos, com muitas linhas na região espectral onde ocorre o maior fluxo de radiação saindo do interior estelar, experimentam um excesso de pressão transferido pelas transições atômicas ligado-ligado ou ligado-livre. Os átomos na atmosfera absorvem e reemitem fótons, em cada processo de absorção o fóton transmite algum momento para o outro átomo ou íon. Os átomos que recebem o maior momento são os de maior deslocamento. Esses elementos são empurrados para cima através da atmosfera, concentrando-se em regiões onde ocorrem formações de linhas, mostrando assim um espectro enriquecido por Fe, Cr, Si e terras raras. Por outro lado, elementos que apresentam poucas linhas, como He e Ca que têm poucos elétrons para ionizar na região espectral de maior fluxo, tendem a afundar.

## 2.5 Mecanismos de Pulsações : $\varepsilon, \kappa, \gamma$

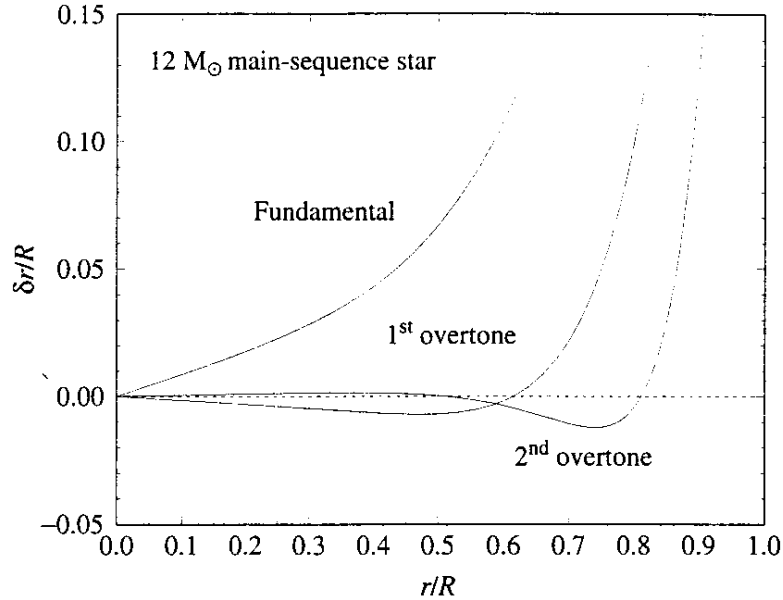


Fig. 2.5: Modos radiais para uma estrela pulsante. Para cada modo de pulsação a onda foi graduada arbitrariamente para  $\delta r/R = 1$  na superfície da estrela. Extraído de Ostlie [22].

A pulsação resulta da não validade da equação de equilíbrio hidrostático nas camadas externas da estrela. O balanço entre as forças de pressão e gravidade é desfeito, originando movimentos que dissipam a energia. Para que a pulsação seja mantida e se prolongue por períodos relativamente longos, como é observado, deve existir algum mecanismo que excite as pulsações.

Para explicar o comportamento que excita as ondas de pressão, Eddington (1918a,b, [22]) propôs que estrelas pulsantes seriam como “máquinas térmicas”. Os gases nas camadas de uma estrela realizam trabalho  $PdV$ , quando expandem e contraem durante um ciclo de pulsação. Se a integral  $\oint PdV > 0$  para o ciclo, a camada faz um trabalho positivo sobre sua vizinhança e contribui para excitar as oscilações; se  $\oint PdV < 0$ , o trabalho feito pela camada é negativo e tende a amortecer as oscilações. Se o trabalho total (soma das contribuições de todas as camadas das estrelas) é positivo, as oscilações crescerão em amplitude. Similarmente, as oscilações diminuirão, se o trabalho total for

negativo. Estas mudanças nas amplitudes de pulsações continuam até que um valor de equilíbrio é alcançado, quando o trabalho total feito por todas as camadas é nulo.

O trabalho realizado por cada camada da estrela durante um ciclo, é a diferença entre o fluxo de calor para dentro do gás e saindo dele. Para excitar a pulsação, o calor deve entrar na camada no regime de alta temperatura do ciclo e sair do ciclo no regime de baixa temperatura. As camadas de condução de uma estrela oscilante, devem absorver calor em torno do período de sua máxima compressão. Neste caso, a máxima pressão ocorrerá após a máxima compressão e as oscilações serão amplificadas. Então, se as camadas, durante o ciclo de excitação absorvessem calor durante o período de máxima compressão, poderíamos questionar em que região da estrela esta excitação acontece?

Foi de Eddington [22] a primeira possibilidade e sua consideração baseava-se no fato que, quando o centro da estrela está em compressão, sua temperatura eleva-se, aumentando assim a taxa ( $\varepsilon$ ) na qual a energia termonuclear é gerada. Como a estrela tem um nodo no centro (deslocamento  $\delta r$ , figura 2.5), a amplitude de pulsação é muito pequena próxima ao centro. Embora este mecanismo de energia (*mecanismo* –  $\varepsilon$ ) opere no núcleo da estrela, não é suficiente para excitar a pulsação da estrela. Todavia, há suspeita de que variações na taxa de produção de energia nuclear possa produzir oscilações que impeçam a formação de estrelas estáveis com massas maiores do que  $M \geq 90M_{\odot}$ <sup>6</sup> (Ostlie e Bradley [22]).

Se a camada da estrela vem a ser mais opaca devido à compressão, ela pode reter o fluxo de energia em direção à superfície e empurrar as camadas superficiais para cima. Então durante a expansão a camada torna-se mais transparente, o calor retido pode escapar e a camada voltará para recomeçar o próximo ciclo. Nas palavras do próprio Eddington: “To apply this method we must make the star more heat-tight when compressed than when expanded; in other words, the opacity must increase with compression”.

De fato, a opacidade diminui com a compressão na maior parte da estrela. A lei de opacidade de Kramers ( $\bar{k} = k_0\rho/T^{3.5}$ ), depende da densidade e da temperatura do material

---

<sup>6</sup> Pelo teorema de Voigt-Russell, qualquer mudança em massa ou composição exige uma nova adaptação da temperatura efetiva e luminosidade da estrela.

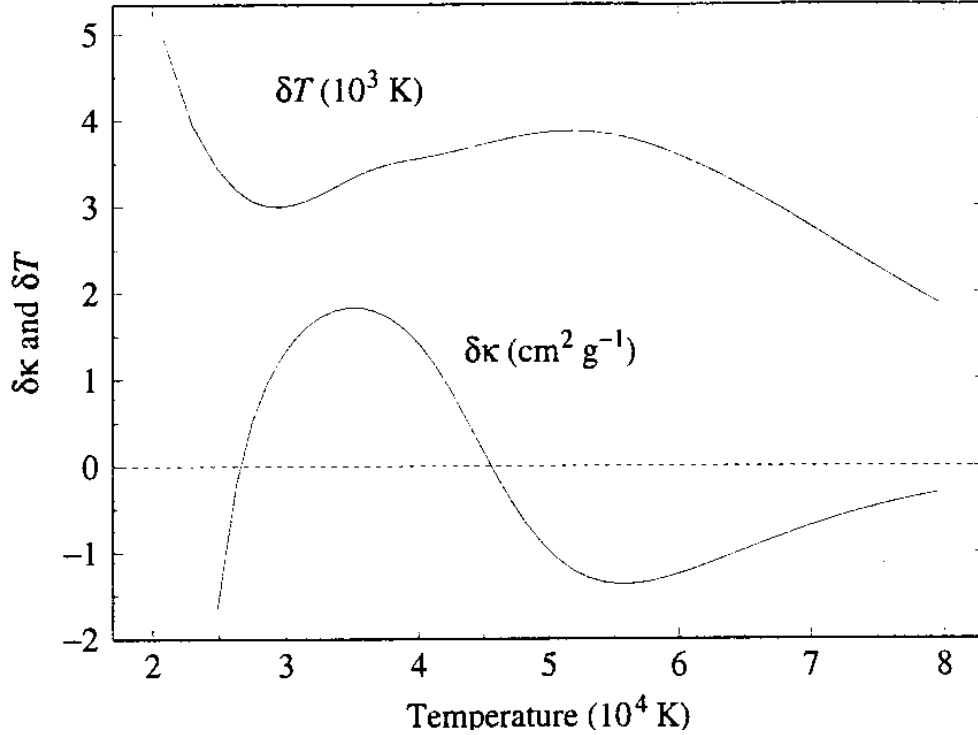


Fig. 2.6: Variações na temperatura e opacidade, modelado para o tempo de máxima compressão para a estrela RR-Lyra. Na zona de ionização parcial do hélio  $\delta\kappa$  aumenta quando  $\delta T$  é reduzido. Extraído de Ostlie [22].

estelar. Quando as camadas da estrela são comprimidas, sua densidade e temperatura são ambas aumentadas. Porém a opacidade é mais sensível à temperatura do que à densidade e a opacidade dos gases geralmente diminui devido à compressão. A opacidade assume casos especiais para superar o efeito de amortecimento da maior parte das camadas estelares, o que explica porque a pulsação estelar é observada somente para uma em cada  $10^5$  estrelas!!!

As condições propícias para que a excitação e manutenção das oscilações estelares onde esse mecanismo (válvula de Eddington) possa operar com sucesso, são as chamadas *zonas de ionização parciais*. Nessas camadas os gases estão parcialmente ionizados e parte do trabalho é feito sobre os gases quando eles são comprimidos, produzindo mais ionização, ao invés de elevar a temperatura do gás. Com o aumento da temperatura numa taxa menor, o aumento em densidade com a compressão produz um aumento na



opacidade de Kramers, veja figura 2.6. Similarmente, durante a expansão, a temperatura não diminui tanto quanto esperado, desde que agora os íons recombinem com elétrons e liberem energia. Novamente a densidade domina (lei de Kramers), conseqüentemente a opacidade diminui com a densidade durante a expansão. Esta camada da estrela pode, assim, absorver calor durante a compressão e ser deslocada para fora liberando calor durante a expansão, e retornando novamente para recomençar o próximo ciclo. Esta forma da opacidade atuar na estrela é denominada de *mecanismo*  $-\kappa$ . Numa zona de ionização parcial, o *mecanismo*  $-\kappa$  é reforçado pela tendência do calor fluir para dentro da zona, durante a compressão, devido à temperatura ter aumentado, porém em valor menor que suas camadas adjacentes. As zonas de ionização parciais são os pistões que conduzem as oscilações das estrelas; elas modulam o fluxo de energia através das camadas da estrela e são a causa direta da pulsação estelar.

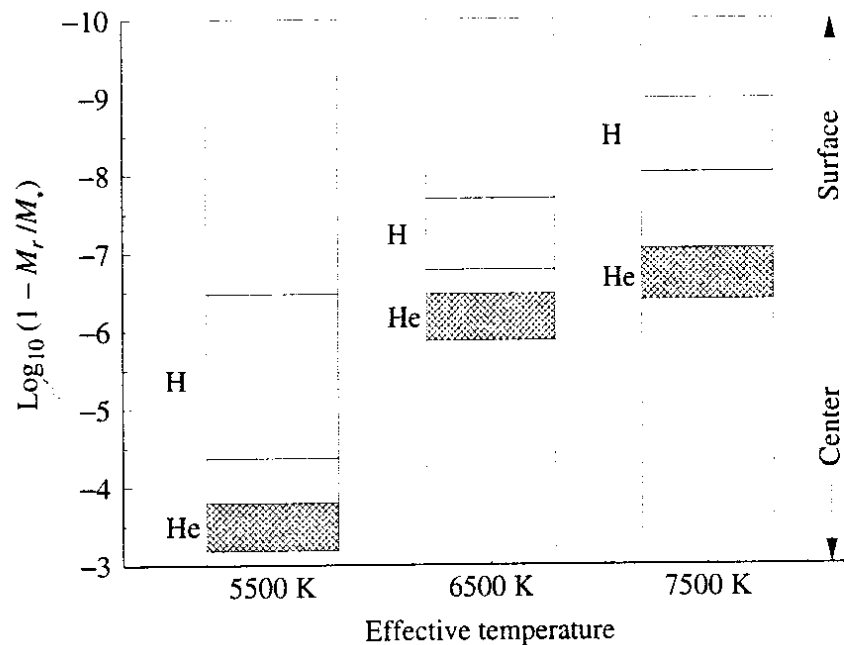


Fig. 2.7: Zonas de ionização do hélio e hidrogênio em estrelas de diferentes temperaturas. A massa estelar das zonas desloca-se para regiões externas em direção a superfície, à medida que a temperatura aumenta. Extraído de Ostlie [22].

Na maior parte das estrelas existem duas zonas principais de ionização. A primeira é uma zona extensa do  $HI \rightarrow HII$  e do  $HeI \rightarrow HeII$  (primeira ionização), onde ambas ocorrem em camadas com temperatura característica de 1 a  $1,5 \times 10^4 K$ . Estas camadas são referidas como a *zona de ionização parcial do hidrogênio*. A segunda zona é mais profunda, envolve a segunda ionização do hélio ( $HeII \rightarrow HeIII$ ), que ocorre numa temperatura característica de  $4 \times 10^4 K$ , e é chamada de *zona de ionização parcial do hélio*. A localização destas zonas dentro da estrela determina suas propriedades pulsacionais. Como mostra a figura 2.7, se a estrela está quente demais (7500K), as zonas de ionização estariam localizadas muito próximas a superfície. Nesta posição, a densidade é muito baixa e não existe massa disponível suficiente para excitar as oscilações efetivamente. Isto esclarece a borda azul (maior temperatura) da faixa de instabilidade do diagrama H-R. Numa estrela com menor temperatura efetiva (6500K), as temperaturas características das zonas de ionização são encontradas mais profundas na estrela. Há mais massa para o pistão da zona de ionização empurrar ao redor, e o modo do primeiro sobretom pode ser excitado<sup>7</sup>. Numa estrela ainda mais fria (5500K), as zonas de ionização ocorrem em regiões profundas o suficiente para excitar o modo de pulsação fundamental.

---

<sup>7</sup> Se o  $W > 0$  gerado dentro de uma zona de ionização é suficiente para superar o amortecimento ( $W < 0$ ) das outras camadas, então um modo pode ser excitado.

# Capítulo 3

## Observação e Redução

Nesta última década, observações espectroscópicas de pulsações em estrelas têm contribuído com muitas informações acerca do interior estelar. Estudos espectroscópicos de pulsações têm sido feitos em estrelas do tipo **roAp** para observar suas variações espectrais. As medidas espectroscópicas de amplitude de pulsação feitas em algumas dessas estrelas apresentaram uma grande confusão de resultados de uma estrela para outra (veja os trabalhos de Kjeldsen & Bedding (1995, [29]; Belmonte *e cols* [11]; Schneider & Weiss (1989, [30]); Hatzes & Kürtner (1994, [31])) alcançando diferenças por um fator de até 100 vezes para a mesma estrela (Hatzes, Mkrtichian & Kanaan 2001-inpress [32]).

A origem dessas divergências foi solucionada em estudos mais recentes, quando Kanaan e Hatzes (1998, [33]) e Baldry *e cols* (1998, [34]) mostraram uma dependência inversamente proporcional entre a amplitude de pulsação da velocidade radial e a largura equivalente (intensidades das linhas espectrais analisadas). Devido à pouca quantidade de linhas espectrais estudadas por Kanaan & Hatzes e o fato de virem de uma única estrela, motivamos a ampliar o estudo a mais estrelas e a uma quantidade maior de linhas. Pretendemos repetir a mesma técnica utilizada por estes dois últimos autores para um novo conjunto de dados obtidos com o telescópio de 2,70m do observatório McDonald no Texas, onde o objeto de estudo é a estrela **HR1217**.

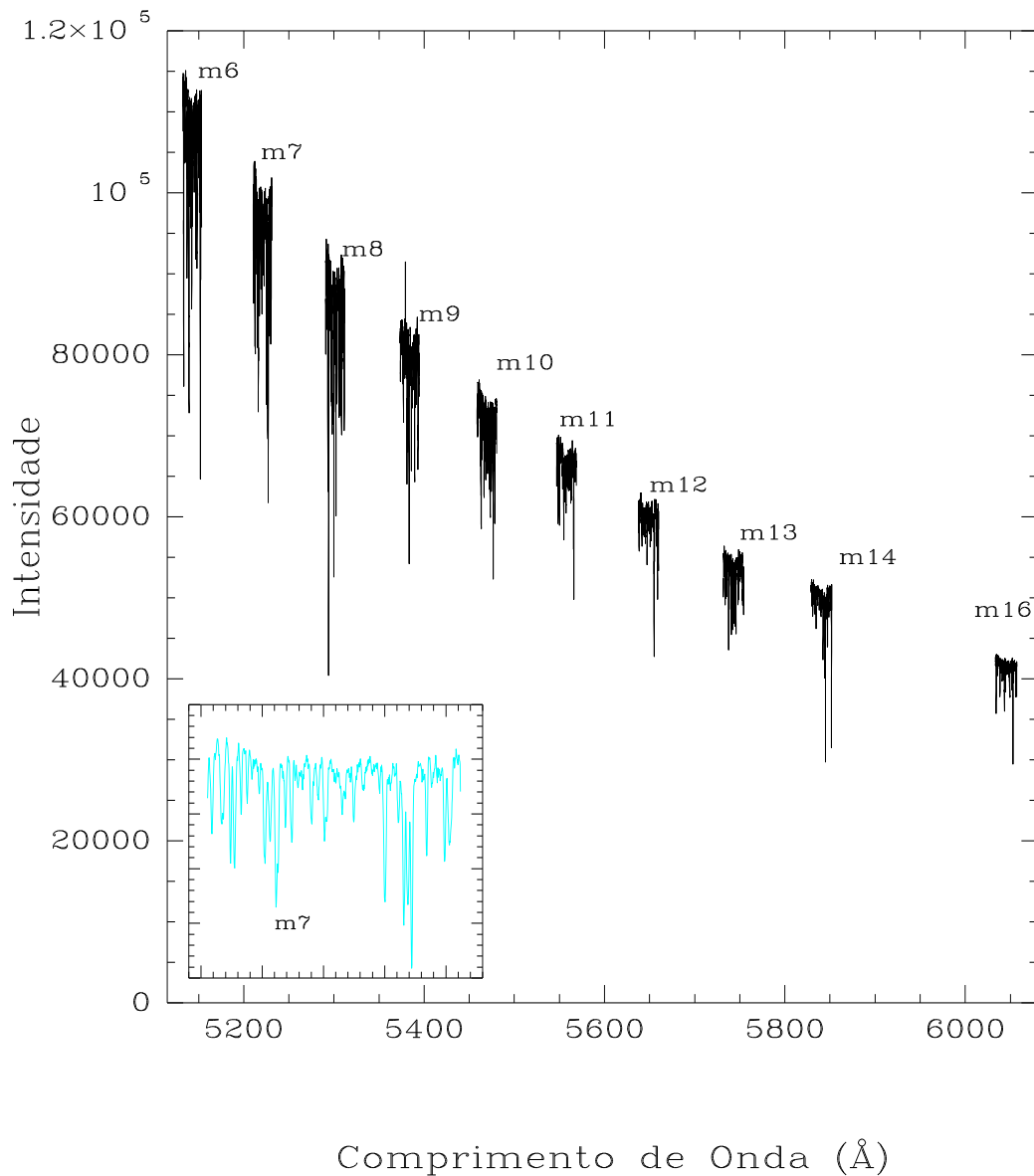


Fig. 3.1: Apresentamos parte do espectro da estrela HR1217 que foi acessível com o equipamento utilizado. Devido à pequena dimensão do detector a cobertura do espectro está incompleta no intervalo espectral de 5.000 a 6000Å. Na caixa pequena mostramos a ordem espectral 7 ampliada.

### 3.1 Observação

Observações espectroscópicas da estrela HR1217 (HD24712) foram realizadas na noite de 13 de setembro de 1994, com o telescópio de 2,7m do observatório McDonald no Texas pelo astrônomo e pesquisador Dr. Artie Hatzes e cedidos ao professor Antônio Kanaan. Os dados foram coletados utilizando um espectrógrafo coudé (Tull *e cols* (1995, [35])) de dispersão cruzada com resoluções de 60.000 a 240.000. Durante as observações foi utilizado um CCD TI 800×800 pixels com cada um de 15 $\mu$ m, fornecendo uma cobertura incompleta na região espectral 5000-6000 Å (veja a figura 3.1) com resolução  $R \approx 100.000$  ( $\Delta\lambda = 0,025$  Å por pixel em  $\lambda = 5.000$  Å ).

As medidas da velocidade radial ( $VR$ ) foram feitas utilizando uma célula de absorção de iodo ( $I_2$ ) colocada na entrada da fenda do espectrógrafo. Esta técnica vem sendo muito utilizada, por causa da precisão que resulta para as medidas da  $VR$  da estrela. No próximo capítulo discutiremos este método.

Foi obtido um total de 93 espectros num período em torno de 3 horas e o tempo total de cada exposição (exposição + leitura do CCD) foi de aproximadamente 90s. Na figura 3.2 mostramos de maneira esquemática os espectros coletados durante a observação:

- No painel inferior da figura 3.2 apresentamos somente o espectro da célula de iodo;
- O espectro da estrela, é mostrado no painel acima do espectro da célula de iodo na figura 3.2;
- Durante o resto da observação foram tomados espectros da estrela combinados com o espectro da célula de iodo. Nos painéis superiores da figura 3.2, mostramos o primeiro e o último espectro observado.

### 3.2 Redução

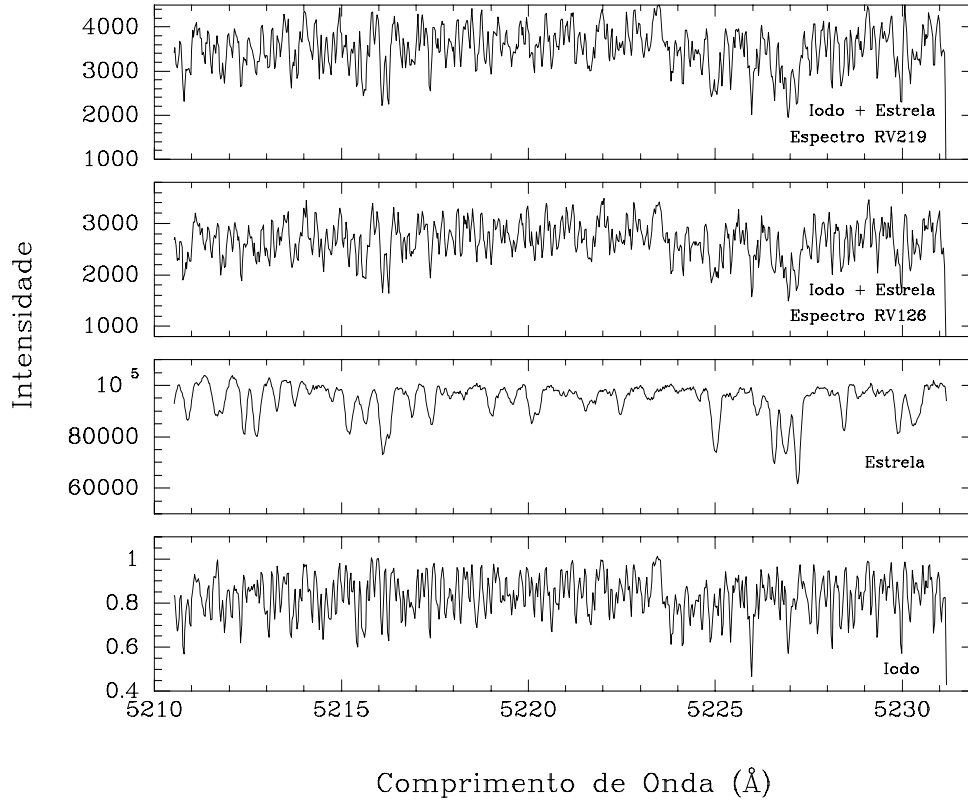


Fig. 3.2: Mostra-se uma seqüência de espectros, onde na base do gráfico temos somente o espectro da célula de iodo, acima desta o espectro da estrela. Nos outros dois painéis acima, mostra-se o primeiro e o último espectro coletado.

Os CCDs (do inglês “Charge Coupled Device”) consistem de uma matriz de pequenos sensores. Durante uma exposição os fótons que incidem sobre o CCD são absorvidos pelos sensores e transformados em elétrons. Após o término de uma exposição, o CCD é lido, isto é, a carga acumulada em cada pixel é convertida para um número digital chamado ADU (novamente a sigla é do inglês “Analogue-to-Digital units”). Durante o processo de aquisição de dados são introduzidos efeitos instrumentais e também da atmosfera terrestre, que devem ser corrigidos. Para a correção desses efeitos, deve-se obter imagens de bias, dark<sup>1</sup>(se necessário) e flat-fields, que forma o núcleo da redução;

<sup>1</sup> As imagens de dark estão associadas ao nível de corrente de escuro e depende do tempo de integração e da temperatura de operação do CCD – sistema de resfriamento. Estas imagens não foram necessárias

conversão da imagem bidimensional numa imagem unidimensional e uso de lâmpadas de comparação para transformação da posição pixel em comprimento de onda do espectro, que são específicas da espectroscopia. Para realizar a redução dos dados utilizamos o “software” IRAF (Image Reduction and Analysis Facility) mantido pelo NOAO (National Optical Astronomy Observatory). O IRAF é composto de diversos pacotes para redução e análise de dados, e o seu constante desenvolvimento (de novas tarefas e pacotes) tem tornado o processo de redução extremamente ágil no campo da astronomia observacional. O pacote para a redução de dados, utilizando o equipamento descrito na seção 3.1, é o pacote *Twodspec*.

A rotina para a redução dos dados exige uma sequência de etapas utilizando o IRAF para transformar uma imagem não reduzida em um espectro pronto para ser analisado. Estas etapas necessárias serão descritas para cada imagem:

1. **Subtração de bias** – Toda a imagem de CCD tem um ponto-zero de compensação para medir o número de fótons, que é chamado de bias. O nível de bias pode variar sobre o CCD (estrutura de bias) e também variar de imagem para imagem. A redução envolve duas partes, primeiro uma subtração de imagem de bias, que é obtida da leitura do CCD sem exposição à luz; e a segunda é o ajuste do nível zero usando a região de “over-scan” da imagem, que é uma área não iluminada do CCD, onde mais ciclos de leitura são exigidos para obtermos o valor do nível de bias no CCD. A imagem de bias contém ruído de leitura, como toda imagem. Para evitar um ruído extra nas imagens do espectro, devemos tomar muitas imagens de bias (50) e fazer uma média para produzir uma imagem de bias contendo um nível de ruído baixo.
2. **Correção do Flat-Field** – Para determinar a variação da resposta pixel a pixel do detector são feitas exposições de uma lâmpada (geralmente quartzo) que ilumina o CCD de maneira uniforme. A medida da variação na sensibilidade dos pixels na absorção de fótons é denominado de flat-field. A imagem de flat-field serve como

---

por que o nível de dark foi essencialmente zero para o tempo de exposição tomado.

um mapa de sensibilidades relativas de nosso sistema. Este mapa pode ser então usado para corrigir imagens tomadas de objetos. Para isso, basta dividirmos pixel-a-pixel a imagem do objeto pelo flat-field. Porém deve-se estar atento para pixels que apresentam contagem de fótons elevadas, ocasionados por defeitos no CCD e/ou raios cósmicos, devendo serem corrigidos. Para obter um melhor sinal/ruído, um flat-field médio pode ser feito das imagens de flat-field individuais.

3. **Localização e extração do espectro** – Os espectros são projetados numa imagem bidimensional (veja figura 3.3), onde uma dimensão representa a direção da dispersão e a outra a direção da fenda. No caso de um espectro echelle, vários comprimentos de onda (eixo da dispersão) são projetados em diferentes partes do CCD (ordens), onde a direção de dispersão permanece quase inalterada e as ordens adjacentes estão separadas na direção da fenda de tal forma que não há sobreposição das ordens. Define-se uma janela para extração da abertura ou de uma ordem (o pico de luz espalhada na direção da fenda) ao longo do eixo de dispersão e outra janela para o fundo do céu. Em geral o espectro nunca é paralelo a uma linha do CCD. Então, é necessário traçar o perfil espacial da abertura (centro) em função do eixo de dispersão, para fazermos a extração. Isto deve ser feito para cada ordem, ajustando-se uma função do tipo polinomial. Após o traçado do espectro, somamos os pixels dentro de cada abertura na direção perpendicular à dispersão (direção da fenda). Com isto reduzimos a dimensão da imagem para uma dimensão.
4. **Calibração do comprimento de onda** – Neste ponto, o espectro está colapsado em uma dimensão, mas ainda não está pronto para ser analisado, pois o que se deseja é obter a intensidade em função do comprimento de onda. Portanto, ainda é necessário fazer a calibração de comprimento de onda desses espectros para finalizar a redução das imagens. Para realizar esta calibração, utilizam-se os espectros de lâmpadas de comparação. Essas lâmpadas de comparação são lâmpadas de espectros de emissão onde um conjunto de comprimentos de onda suficientemente espaçados, aparecem como linhas separadas no espectrógrafo. A radiação emitida pela lâmpada



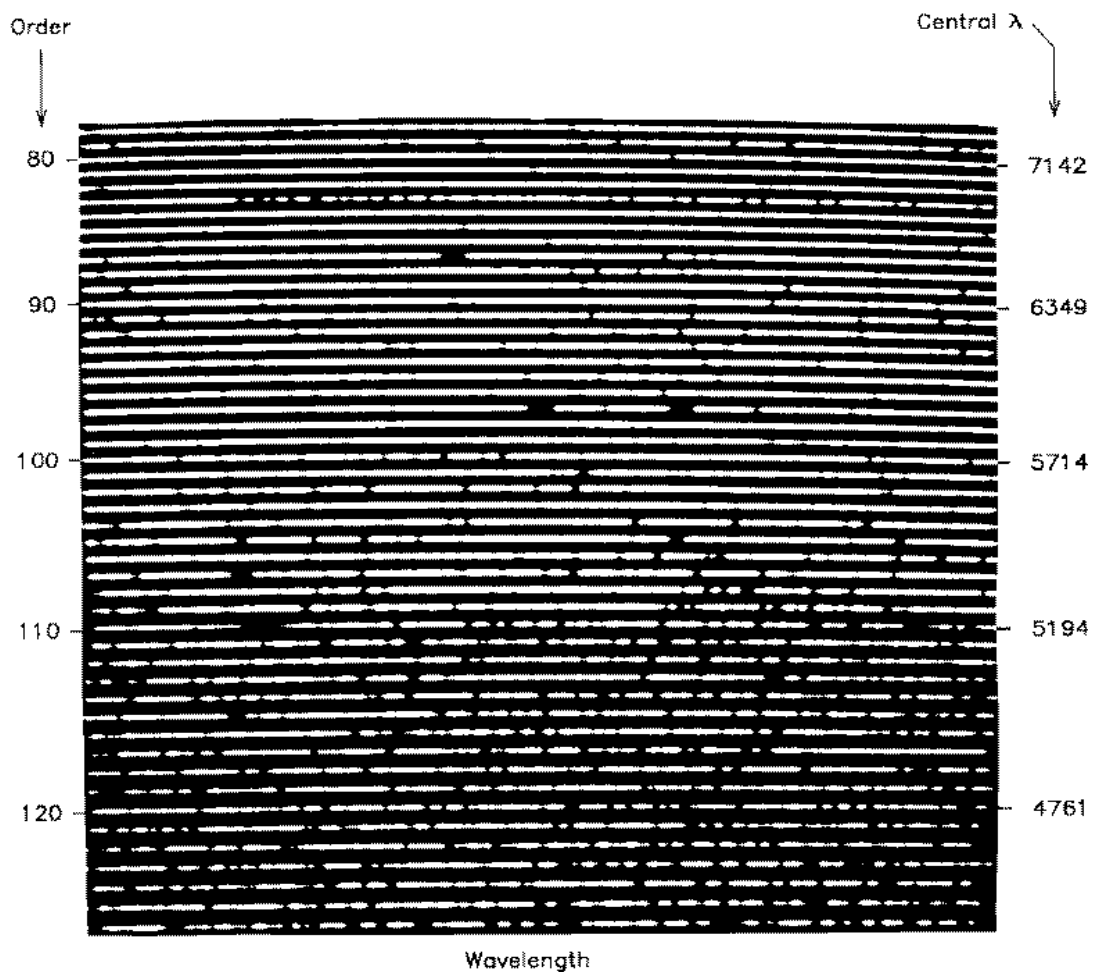


Fig. 3.3: A figura mostra a imagem bidimensional de um espectro echelle, onde o eixo x é a direção de dispersão e as diferentes ordens distribuem-se no eixo y.

de comparação é formada por comprimentos de ondas bem definidos (discretos  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ ) que são característicos de cada lâmpada. Utiliza-se essas lâmpadas como espectros de referência, pois são tomados como tendo a relação exata entre o comprimento de onda e o pixel. É necessário determinar-se a solução da dispersão que fará o mapeamento da coordenada em função do pixel. Identifica-se algumas linhas (três ou quatro) do espectro colapsado com o espectro de referência (lâmpadas de calibração) para uma solução inicial do mapeamento da coordenada. A tarefa *identify* (do pacote Twodspec) usa essa solução para realizar um mapeamento dos pixels, marcando as linhas encontradas do espectro colapsado. Se a escolha inicial

foi boa, a solução final marca várias linhas e podemos aplicar essa solução para colocar o espectro na escala de comprimento de onda.

5. **Ajuste do contínuo** – Para finalizar a redução, ainda falta normalizar o espectro para suavizar a dependência residual do espectro final devido a variação na sensibilidade sobre o comprimento de onda da região observada. Geralmente não é possível fazer uma medida de intensidade absoluta em espectro de alta resolução porque a fenda usada é muito estreita e assim apresenta perdas. Por isso, o contínuo, é usualmente tomado como um nível de referência e sua intensidade e forma variam de exposição para exposição. Para superar esta adversidade, um ajuste pode ser feito para o contínuo ou regiões próximas do contínuo, normalizando a intensidade do nível do contínuo à unidade para todo o espectro. Para o caso do espectrógrafo echelle que possui muitas ordens, o contínuo é maior para as maiores ordens e a intensidade tem forma de parábola (veja figura 3.1).

# Capítulo 4

## Método das Medidas da Velocidade Radial

### 4.1 Introdução

A técnica mais conhecida para medir velocidade radial é através do uso de lâmpadas de comparação, porém este método clássico raramente alcança uma precisão melhor do que umas poucas dezenas de  $\text{kms}^{-1}$  (Cochran e Hatzes (1994, [36])). O principal fator que limita a precisão, apontado por Griffin & Griffin (1973, [37]), surge da iluminação distinta da ótica do espectrógrafo pelas fontes de comparação e estelar. O feixe estelar antes de cruzar a ótica do telescópio deve também atravessar a atmosfera terrestre, enquanto que a lâmpada de comparação, geralmente tomada num tempo diferente (antes ou após o espectro estelar), tem um padrão de iluminação diferente, além de seguir um caminho diferente através do espectrógrafo. Os Griffins sugeriram que este problema poderia ser superado se as linhas do espectro de comparação fossem sobrepostas ao espectro estelar antes da luz entrar no espectrógrafo. A sugestão inicial foi usar uma banda de absorção de  $\text{O}_2$  (telúrico) em  $6300\text{\AA}$  como espectro de referência. Este método dava a óbvia vantagem de ter o espectro de absorção superposto ao espectro estelar e, portanto, ambos espectros fariam o mesmo caminho ótico. Desse modo, qualquer deslocamento, seja devido ao movimento da imagem, instabilidades no detector e/ou no espectrógrafo,

afetariam igualmente os espectros da estrela e da fonte de comparação. Porém, a banda de  $O_2$  (telúrico) apresenta duas desvantagens para a precisão das medidas da VR: esta banda nem sempre apresenta alta densidade de linhas e as variações de pressão e temperatura afetam a variabilidade intrínseca das linhas na banda. Ainda assim, os Griffins afirmavam que esta técnica era capaz de alcançar uma precisão de  $10\text{-}20\text{ ms}^{-1}$ . Trabalhos recentes nesta área (Cochran (1988, [38]) e Cochran *e cols* (1991, [39]) conseguiram alcançar tal precisão, confirmando as afirmações dos Griffins. Porém, a técnica foi modificada pela introdução de uma ampola contendo um gás ao invés da banda de  $O_2$ .

Uma outra técnica de alta precisão para as medidas da VR foi conseguida mediante a passagem da luz estelar através de uma ampola contendo um gás de absorção colocada antes da luz entrar no espectrógrafo. As linhas de absorção do gás contido na ampola são sobrepostas ao espectro do objeto observado e, assim, o espectro formado contém uma referência (o gás da ampola) para as medidas diferenciais das variações na velocidade radial. Esta técnica foi empregada pela primeira vez por Campbell e Walker (1979, [40]), quando utilizaram gás de HF, em vez da banda de  $O_2$ . Porém o gás HF é de difícil manipulação, até mesmo nas melhores condições de laboratório, por ser um gás altamente tóxico e corrosivo; portanto não foi possível construir uma célula permanentemente lacrada desse gás. Este último fator faz com que não se possa ter um número de moléculas fixo na ampola e conseqüentemente uma falta de controle sobre o número e largura das linhas de absorção.

Um gás que não oferecesse as desvantagens do HF foi proposto por Libbrecht (1988, [41]). Libbrecht experimentou o  $I_2$  por ser mais benigno e, também, por apresentar uma série de fatores que poderiam resultar numa melhora da precisão da medida da VR. Os pontos que influenciavam diretamente na precisão da medida eram: i) uma forte banda eletrônica (muitas linhas de absorção) na região espectral  $5000\text{-}6000\text{ \AA}$ ; ii) pressão suficiente para produzir absorção significativa do gás dentro da ampola; iii) gás não corrosivo, conseqüentemente poderia ser construída uma ampola permanentemente fechada com um número constante de moléculas de iodo; iv) o  $I_2$  tem um espectro de linhas estreitas, que permite medir melhor o deslocamento das linhas de absorção. De

fato, todos esses fatores asseguraram uma melhora para a medida de alta precisão da VR. Vamos descrever na próxima seção a ampola de  $I_2$  e os resultados alcançados.

## 4.2 A Célula de Iodo

É claro que a construção da ampola de Iodo não foi por acaso, mas sim com uma finalidade de pesquisa bem estabelecida. O surgimento do programa MOPS (McDonald Observatory Planetary Search) em setembro de 1987, para procurar sistemas planetários próximos orbitando em torno de estrelas tipo solar, desencadeou a necessidade de realizar medidas baricêntricas precisas de velocidades radiais [36]. O nível de precisão para ser alcançado foi estimado a partir da velocidade do Sol em torno do baricentro Sol-Júpiter, que é  $12,4 \text{ ms}^{-1}$ , para encontrar sistemas solares semelhantes ao nosso. Assim, o MOPS implementou a ampola de Iodo, colocada na frente da entrada da fenda do espectrógrafo coudé do telescópio de 2,7m do observatório McDonald, o que permitiu realizar medidas de velocidades radiais da ordem de  $10 \text{ ms}^{-1}$ .

A célula de iodo ( $I_2$ ) é um tubo simples de quartzo com dimensões de 5 cm em diâmetro e 15 cm em comprimento. Este tubo é preenchido com gás de iodo em pressão de vapor (cerca de  $6,57 \times 10^{-4} \text{ atm}$ ), então lacrado com um número fixo de moléculas de  $I_2$  em seu interior. Para assegurar que todo iodo encontre-se no estado gasoso, evitando qualquer condensação nas paredes, é necessário manter a temperatura dentro da ampola estabilizada em  $50^\circ\text{C}$  [36]. As moléculas de iodo não reagem com o quartzo e tão pouco podem escapar da ampola, dessa forma produzem um sistema de referência estável para as linhas de absorção. O programa MOPS testou a estabilidade da ampola e comparou-a com a técnica anteriormente utilizada da banda de  $O_2$ , para um longo período de observação. Medidas da VR de uma mancha na superfície lunar, para os dois métodos [36], mostrou que o  $I_2$  tem menor espalhamento ( $7,1 \text{ ms}^{-1}$  contra  $11,9 \text{ ms}^{-1}$  do  $O_2$ ). Este resultado demonstrou o nível de precisão alcançado com a técnica da célula de iodo para fazer medidas da VR.

### 4.3 Técnica de Medida da Velocidade Radial

Geralmente o processo de transformação de posição sobre o detector para comprimento de onda é feito através de frequentes medidas de lâmpadas de calibração. Porém, entre uma medida de calibração e a próxima medida, pode ocorrer um deslocamento instrumental mudando a relação pixel –  $\lambda$ . A fim de evitar que o mapeamento pixel –  $\lambda$  seja alterado por qualquer deslocamento instrumental, preterimos o uso de lâmpadas de calibração e utilizamos a célula de  $I_2$  colocada na frente da fenda de entrada do espectrógrafo. Assim, a cada espectro estelar tomado, tem-se o espectro das linhas de absorção da célula superposto ao espectro estelar durante toda a observação. Se ocorrer qualquer deslocamento instrumental, este afetará tanto às linhas do espectro estelar como também às linhas de absorção da célula. Contudo, ainda será possível obter uma calibração do comprimento de onda, por que a célula está sempre na frente da fenda do espectrógrafo. A determinação das variações nas medidas da velocidade radial são feitas a partir das diferenças no deslocamento Doppler aparente nas linhas estelares com respeito às linhas de referência ( $I_2$ ).

Depois que obtemos os deslocamentos Doppler das linhas estelares com respeito às linhas de referência, precisamos transformá-los em medidas de velocidade radiais. O procedimento de como foram realizadas as medidas da VR está ilustrado na figura 3.2 para ordem espectral igual a 7 em HR1217. Na figura 3.2 mostramos a sequência normal de observação com a célula de iodo: a) na parte inferior da figura o espectro do iodo, colocando-se a ampola em frente à fenda do espectrógrafo e usando uma fonte de luz de espectro contínuo para iluminar a tela de “flat-field”; b) no segundo painel de baixo para cima um espectro da estrela tomado sem a ampola no caminho ótico; c) espectro da estrela com a ampola de iodo colocada em frente à fenda; d) mesmo que em c, o último da sequência de 93 espectros tomados através da célula de iodo.

Para medirmos variações na velocidade radial da estrela precisamos medir se há algum deslocamento das linhas da estrela com relação às linhas do iodo. Deslocamentos das linhas do iodo e da estrela em relação aos pixels do detector indicam efeitos instrumentais.

Para medirmos tais possíveis deslocamentos fazemos uma correlação cruzada entre o espectro estrela+iodo com o espectro da estrela e outra entre o espectro estrela+iodo com o espectro do iodo. Deslocamentos idênticos nos dois casos implicam em efeitos instrumentais, ou seja, entre as medidas do iodo e da estrela feitas no começo da noite (dois painéis inferiores da figura 3.2) e as medidas da estrela+iodo feitas ao longo da noite algo deslocou-se no espectrógrafo. Se os deslocamentos apontados pelas correlações cruzadas forem distintos então a estrela mudou de velocidade radial durante as observações.

A correlação cruzada é usada como uma solução inicial para a nossa medida. Para obtermos um valor mais preciso da velocidade radial partimos para mais uma etapa. A partir da convolução do espectro da estrela e do iodo tentamos sintetizar o espectro observado estrela+iodo. Usamos o resultado prévio da correlação cruzada antes da primeira convolução para deslocar individualmente o espectro do iodo e da estrela. A convolução resultante é muito parecida com o espectro iodo+estrela. Porém ela pode ser ainda mais parecida. Para testar quão parecido é este espectro calculamos um  $\chi^2$  entre a convolução da estrela com o iodo e com o espectro estrela+iodo. Guardamos o valor do  $\chi^2$  e então deslocamos um pouco o espectro da estrela e calculamos nova convolução, guardamos o  $\chi^2$ , então deslocamos o espectro do iodo e produzimos uma nova convolução e assim por diante até encontrarmos um mínimo para o  $\chi^2$ . Além de podermos deslocar os espectros, ou seja mudar o comprimento de onda central de cada espectro, podemos também re-amostrar os espectros para levar em conta uma possível mudança na dispersão dos espectros, causada por exemplo por uma leve mudança na temperatura do CCD.

#### 4.4 O Programa Radial

A técnica utilizada para medir velocidade radial descrita acima é feita através do programa “radial”. O radial é uma implementação do método de Fahlman e Glaspey para redução de velocidades radiais do espectro estelar de G. G. Fahlman e J. W. Glaspey (1973, [42]) que usa a interpolação sinc ao invés da transformada de Fourier rápida (FFT - Fast Fourier Transform). Em sua essência estes métodos são matematicamente equivalentes,

no entanto a interpolação sinc supera a técnica de FFT usada originalmente por Fahlman e Glaspey. O método de interpolação é um algoritmo com mais capacidade para lidar com máscaras de aberturas, variações de dispersão e ganho na estabilidade do espectro. No caso o algoritmo não faz uma interpolação dos dados espectrais e um único passo de interpolação é usado sobre cada modelo de espectro.

O programa encontra a solução através de uma série de aproximações sucessivas fazendo o teste do qui-quadrado ( $\chi^2$ ) entre os dados espectrais e o modelo construído como ajuste de boa qualidade ou de referência, aqui neste trabalho a célula de Iodo é o modelo de referência. Resumidamente descreveremos as principais etapas que o programa radial executa para obter as medidas de velocidade radial. Inicialmente a primeira etapa do algoritmo é transformar a amostragem de pontos nos dados espectrais para uma escala em comprimento de onda mediante a relação de dispersão dos dados, expressa por

$$\lambda = A_d(x_d - x_{d,0}). \quad (4.1)$$

A seguir, para determinar a amostragem de pontos no modelo do espectro estelar é aplicado o deslocamento doppler dado por

$$\lambda' = \lambda \left(1 + \frac{v}{c}\right). \quad (4.2)$$

Em seguida são aplicadas o modelo de dispersão inversa para a estrela e a célula de Iodo (referência) através da relação

$$\begin{cases} x_s = A_s^{-1}(\lambda - \lambda_{s,0}) \\ e \\ x_f = A_f^{-1}(\lambda - \lambda_{f,0}) \end{cases} \quad (4.3)$$

Neste momento os pontos  $x_s$  e  $x_f$  são números reais (não inteiros) e os valores de  $S(x_s)$  e  $F(x_f)$  são computados por meio do algoritmo de interpolação sinc.

Finalmente os dois espectros são combinados dentro de um modelo único através da



transformação

$$M(x_d) = S(x_s)\Lambda F(x_f) + S(x_s) + F(x_f), \quad (4.4)$$

que incorpora as informações de dispersão e da velocidade radial dado por

$$M[x_d] = S\left[A_s^{-1}\left(\left(1 + \frac{v}{c}\right)A_d(x_d - x_{d,0}) - \lambda_{s,0}\right)\right] \otimes F\left[A_f^{-1}(A_d(x_d - x_{d,0}) - \lambda_{f,0})\right] \quad (4.5)$$

Se admitimos que  $W_{x_d}$  é peso devido ao mascaramento dos dados espectrais, a fórmula para o qui-quadrado ( $\chi^2$ ) é escrito na forma

$$\chi^2 = \sum_{x_d=1}^N \left\{ M[x_d] - D[x_d] \right\}^2 W_{x_d} \quad (4.6)$$

As equações de 4.1-4.6 são expressão em função das seguintes denominações

- $W_{x_d}$  = Peso, valor entre 0 e 1; dependendo da máscara / no início.
- $s, f, d$  = Subíndices para Estrela (Star), Referência (Fiducial) e Dados (Data).
- Falta* = alinhar e completar e adeus chapter4!

O radial ainda pode ser computado segundo algumas opções de otimização, isto é, da minimização do  $\chi^2$ . Há cinco opções de encontrar o deslocamento verdadeiro para os dois espectros combinados. Maiores detalhes dessas opções pode ser encontrado no trabalho de Fahlman e Glaspey [42].

## 4.5 Série Temporal

Os dados observacionais (fotométricos, espectroscópicos, etc) são um exemplo daquilo que chamamos de uma **série temporal**, e sua forma mais simples é definida como uma coleção de  $n$  observações de uma dada variável ordenada da seguinte forma:  $\{f_i\}$ , com  $i = 1, n$ . Um exemplo desse ordenamento são os dados fotométricos de uma estrela pulsante, a variável medida é a *intensidade* e cada medida está associada a um particular

instante de tempo  $t_i$ ,  $[I_i = I(t_i)]$ . A forma de amostragem fornece o limite de frequências que poderemos encontrar nesta coleção de dados mediante análise de Fourier. Em geral, os tempos  $\{t_i\}$  não são igualmente espaçados na maior parte das aplicações astronômicas.

Na análise de uma série temporal, queremos detectar a presença de sinais periódicos e, para isto, é necessário um método que seja capaz de identificar esses sinais. Existe uma variedade de algoritmos desenvolvidos para pesquisar por sinais periódicos e suas propriedades. Um desses algoritmos é a análise de Fourier, e este é o método que escolhemos. Não faremos uma discussão aprofundada nesta dissertação sobre análise de Fourier, apenas destacaremos a aplicabilidade da *transformada de Fourier Discreta* (TFD) em nossos dados. A TFD é uma técnica muito utilizada na análise de periodicidades em séries temporais, quando o conjunto de dados não são igualmente espaçados. Na figura 4.1 ilustramos a aplicabilidade dessa poderosa ferramenta em três situações .

## 4.6 Análise de Fourier Discreta

A principal base de informação que podemos obter através da análise de série temporal sobre um conjunto de dados é decompô-los de acordo com sua(s) frequência(s). Este procedimento é frequentemente chamado de *análise de Fourier* e fornece um quadro alternativo dos dados no domínio de frequência. A descrição da frequência nada mais é do que uma leitura da variabilidade desse conjunto de dados sobre os possíveis modos normais de pulsação na estrela (baixas frequências ou altas frequências). Por exemplo, se num conjunto de dados temos  $N$  pontos tomados em intervalos regulares de  $\Delta t$ , seja o intervalo de tempo total alcançado pelo conjunto de dados designado por  $T$ , ou seja,  $N \cdot \Delta t = T$ . O espaçamento entre os pontos do conjunto de dados ( $\Delta t$ ) é chamado de *taxa de amostragem*. Estes dois parâmetros, o tamanho do intervalo de tempo ( $T$ ), e a taxa de amostragem  $\Delta t$ , são absolutamente cruciais na análise espectral e serão o alvo da discussão que segue abaixo.

Se esses dados são coletados por  $T$  dias qual é a oscilação de período mais longo que pode ser resolvida para este intervalo de tempo? Padrões ou sinais com períodos maiores

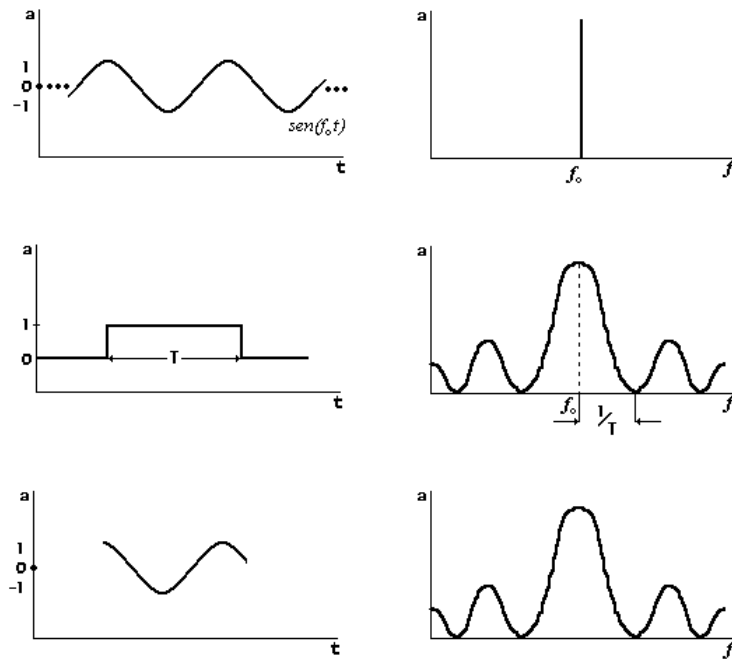


Fig. 4.1: Mostramos à esquerda as funções no domínio tempo e à direita no domínio frequência. A primeira delas representa uma senóide infinita, a segunda é a função caixa que representa o limite dos dados no domínio tempo, a terceira é o que temos realmente após uma noite de observação. Note-se que as transformadas da primeira e segunda funções são analíticas e, portanto, a terceira também é, pois ela é a convolução da transformada da primeira com a segunda.

do que  $T$  dias não podem ser completamente resolvidos dentro desse intervalo temporal. A frequência mais baixa que pode ser detectada de um conjunto de frequências é:

$$\omega_1 = \frac{1}{T} \tag{4.7}$$

onde o índice 1 em  $\omega_1$  significa que é a primeira frequência desse conjunto. Os padrões de frequências mais altos são dados por um conjunto de números inteiros com índice  $k = 2, 3, 4, \dots$ . Então o conjunto de frequências pode ser identificado por

$$\omega_k = \frac{k}{T}. \tag{4.8}$$

A resolução em frequência (ou espectral)  $\Delta\omega$ , que resulta desse conjunto de dados é a largura do pico e tem a forma:

$$\Delta\omega = \frac{1}{T}. \quad (4.9)$$

Quanto maior for o valor de  $T$  e quanto mais uniforme forem os dados, mais  $\Delta\omega$  se aproxima de  $1/T$ . Portanto, esta é a unidade de frequência fundamental, ou seja, é a grade de espaçamento no domínio frequência. Todas as outras frequências identificadas pela TFD são múltiplos inteiros de  $\Delta\omega$  correspondendo aos modos com períodos inteiros no intervalo  $T$ . A aplicação desse método é vista na figura 5.2 onde identificamos o pico principal para cada região espectral das transformadas Fourier.

Qual é a máxima frequência que pode ser resolvida para um conjunto de dados com  $\Delta t$  de amostragem? Existe um limite para a resolução temporal que pode ser resolvida para esta taxa de amostragem. Se um sinal é amostrado uma vez a cada intervalo  $\Delta t$ , então uma onda com uma frequência menor do que  $1/(2\Delta t)$  não pode ser totalmente resolvida. O principal detalhe que podemos ver com a velocidade  $\Delta t$  de um obturador de máquina fotográfica é uma onda com um pico uma vez amostrado, um vale no próximo intervalo e um pico no próximo. Este padrão “para cima/para baixo/para cima” tem um limite para a máxima frequência de

$$\omega_{max} = \frac{1}{2\Delta t} = \frac{1}{2 \cdot T/N} = \frac{N}{2} \cdot \frac{1}{T} = \omega_{N/2}. \quad (4.10)$$

Em outras palavras, a frequência mais alta que podemos resolver com a taxa de amostragem de  $\Delta t = T/N$  é a frequência  $N/2$  no conjunto de frequências, chamada de “*frequência de Nyquist*”.

Em princípio, podemos sempre aumentar  $N$ , mas a resolução espectral não é afetada, permanecendo inalterada. Aumentando  $N$ , aumentamos o limite de máxima frequência, mas não sua resolução. Se queremos aumentar a resolução espectral, isto é, diminuir a largura do pico, devemos então escolher um tempo total de observação maior. Desse modo, os dados devem ser gravados por um grande intervalo de observação. Se não há

como aumentar o tempo de observação, ainda é possível aumentar a resolução espectral desde que as medidas possam ser tomadas próximas de *zero*, isto é, fazendo com que os intervalos regulares  $\Delta t$  tenham valores pequenos. Associado ao tempo de observação está o problema das interrupções diurnas (chamados de “gaps”). Se as observações de uma estrela pulsante são feitas num único observatório (exceto para sítios muito próximos aos pólos), por exemplo, por cerca de 8–11 horas, inevitavelmente elas terão que ser interrompidas durante o dia. Outro tipo de interrupção indesejável é a passagem de nuvens. Quando fazemos a TFD dos dados, essas interrupções introduzem falsos modos de pulsação no espectro de frequências (chamados de “alias”) tornando complexa a sua análise. Exemplificamos na figura 4.2 um “gap” entre duas noites de observação e o resultado depois de aplicar a transformada na série temporal. A transformada revela a estrutura do espectro, onde a presença do “alias” é vista como um pico central e dois lobos laterais.

A idéia de eliminar ou reduzir ao máximo as interrupções diurnas deu origem ao **WET** (*Whole Earth Telescope*) tendo como seu fundador o astrônomo R. E. Nather. O **WET** é uma rede interativa de observatórios distribuídos em diversos locais na Terra com o objetivo de observar durante o ciclo de rotação da Terra, evitando assim, as interrupções diurnas.

Podemos resumir em duas relações fundamentais a informação extraída na análise de Fourier de um conjunto de dados igualmente espaçados:

$$\Delta\omega T = 1 \quad (4.11)$$

$$\omega_{max} = \frac{1}{2\Delta t} \quad (4.12)$$

Interpretamos essas relações da seguinte maneira: aumentando o limite no domínio temporal, aumenta-se a *resolução* no domínio frequência e vice-versa. Aumentar a **resolução** em um domínio não significa aumentar a **resolução** no outro domínio.

Na análise de Fourier sobre um conjunto de dados discretos substituímos a integral

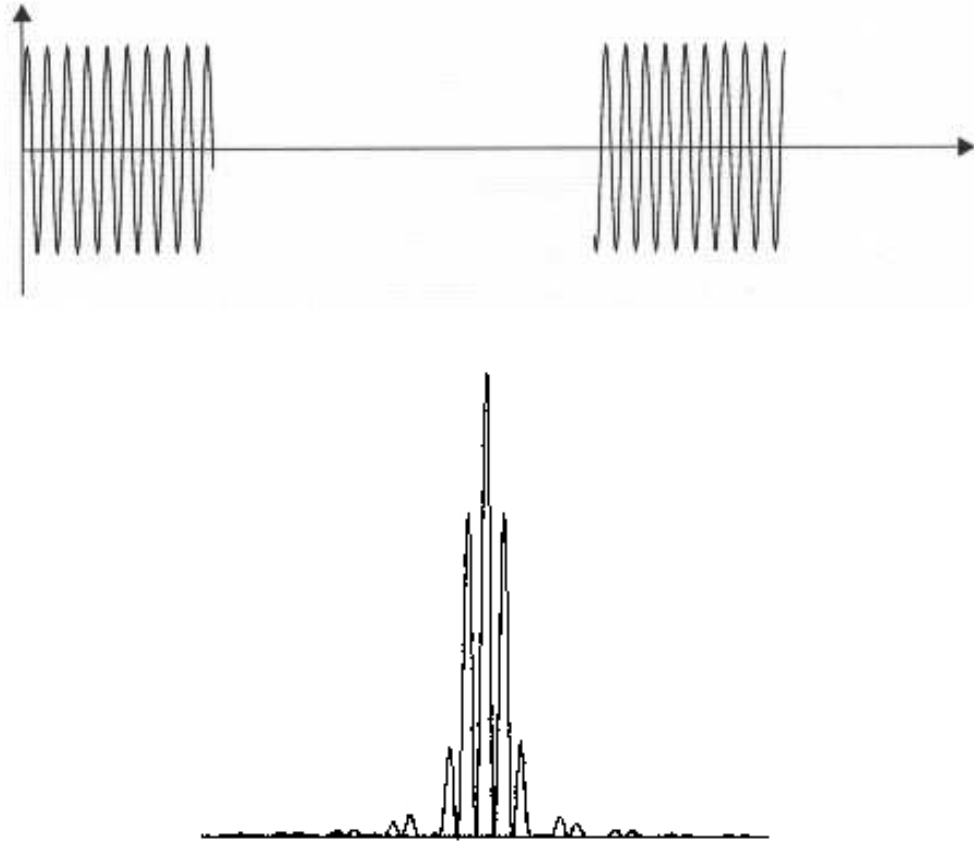


Fig. 4.2: Mostramos na parte superior da figura os dados de duas noites de observação. O espaçamento entre as curvas representa o “gap” causado pela interrupção diurna. Na parte inferior da figura apresentamos a transformada desses dados onde pode ser notada a presença de “alias”.

da transformada de Fourier (TF) por uma soma discreta sobre os pontos do conjunto e alteramos os limites da somatória para cobrir todo o intervalo de tempo da observação:

$$X(\omega) \simeq \sum_{k=0}^{N-1} x(t_k) e^{-2\pi f t_k}. \quad (4.13)$$

Onde  $N$  é o número total de pontos observados,  $k$  indexa um ponto da curva de luz e  $t_k$  é o tempo em que foi amostrado o ponto  $k$  da curva de luz.

## 4.7 Ajuste de Senóides

Uma vez que conhecemos as frequências que compõe uma curva de luz podemos ir em busca de uma determinação mais precisa de suas amplitudes, tempos de máximo e das próprias frequências.

### 4.7.1 Ajuste Não-linear de Senóides

A forma mais direta de determinarmos com precisão os três parâmetros da senóide, e suas incertezas, é mediante um ajuste de uma curva senoidal ao conjunto de dados por mínimos quadrados. Este ajuste deve ser feito aos três parâmetros simultaneamente. Para realizar esse ajuste, usamos a técnica de mínimos quadrados de Bevington (1969). Como o ajuste de senóides de período desconhecido é não-linear, precisamos de um valor inicial para cada um dos três parâmetros, sendo que este valor inicial pode ser obtido da TF.

Dados os valores iniciais da amplitude, fase e frequência, calculamos o valor de  $\chi^2$ . Variamos então os valores dos parâmetros e calculamos novamente o valor de  $\chi^2$ , se este diminuir, então a variação dos parâmetros foi realizada na direção certa, caso contrário a mudança foi feita na direção errada e devemos mudá-la. Este processo repete-se até que a variação percentual em  $\chi^2$  seja menor do que um limite de erro por nós imposto. Repetimos o processo de ajuste não-linear de senóides para cada um dos picos encontrados na TF, assim obtemos as amplitudes, os períodos e os tempos de máximo para cada variação presente na curva de luz, como também as incertezas.

### 4.7.2 Ajuste Linear de Senóides

Há uma desvantagem no ajuste não-linear de senóides. Por ser um ajuste não-linear está sujeito a instabilidades numéricas. Por exemplo, no caso de termos duas frequências na curva de luz muito próximas uma da outra, pode acontecer que ao mudar os parâmetros da senóide que está ajustando-se, o algoritmo encontre um valor de mínimo local de  $\chi^2$  próximo e convirja para este resultado, enquanto sabemos que o resultado correto (mínimo real) estava em outra frequência. Este ainda é o melhor método para encontrar o período

e sua incerteza. No caso do ajuste não convergir, ou convergir para outra raiz, deve-se empregar o método da subcorreção para cada passo, diminuindo o passo, por exemplo à metade de seu valor anterior. Também devemos notar que se o valor da correção for da ordem do valor do parâmetro, devemos aplicar uma pequena fração da correção.

Para objetos que já observamos várias vezes e conseguimos determinar seu período com precisão usando o ajuste não-linear, podemos usar um ajuste linear de senóides, com dois parâmetros livres, a amplitude e a fase. Este ajuste linear é muito mais seguro, pois a minimização de  $\chi^2$  é analítica, como no caso do ajuste de polinômios. Isto também faz com que a determinação dos parâmetros seja mais rápida: uma única iteração é necessária para determiná-los. A precisão nos valores dos parâmetros determinados também é maior. No nosso trabalho sempre usamos o ajuste não-linear até obter o melhor valor do período, e depois usamos o linear para obter amplitude e fase.



# Capítulo 5

## Análise dos Resultados

### 5.1 Medidas da Velocidade Radial e Identificação Espectral em HR1217

Mostramos na figura B.1 as dez ordens utilizadas no espectrógrafo coudé bidimensional, contendo o espectro da estrela HR1217, num intervalo espectral de 5.000 a 6.000Å, com a cobertura incompleta. O tempo total de exposição foi de aproximadamente 3 h. Cada ordem espectral mostra as linhas compostas na cobertura (eixo-x) pela sua intensidade relativa (eixo-y). As medidas da velocidade radial de cada ordem espectral (utilizamos todas as linhas de absorção por ordem espectral) foram analisadas com transformadas de Fourier discreta (DFT). O resultado da transformada para cada ordem pode ser visto na figura 5.2. Numa primeira análise podemos observar que a medida da amplitude de pulsação depende da região espectral examinada. Na tabela 5.1 apresentamos os resultados das medidas da amplitude da VR para cada ordem espectral, obtidas do cálculo da DFT para um valor de frequência fixa. A ordem espectral  $m = 6$  ( $\lambda_{central} = 5142 \text{ \AA}$ ) foi excluída análise devido ao alto S/N. Na análise das medidas da VR, o valor da frequência fixa correspondendo a uma frequência média de  $f_m = 231,46$  ciclos por dia (C/D) ou período de  $P = 6,22$  min, que está dentro do intervalo das seis frequências detectadas por Kurtz e Seeman (1983, [43]), veja a tabela 1.3 (pg 8). A frequência média foi calculada fazendo a média das frequências individuais medidas para cada ordem. Este valor aproxima-se da frequência com a melhor medida (ordem espectral 8) no sinal do

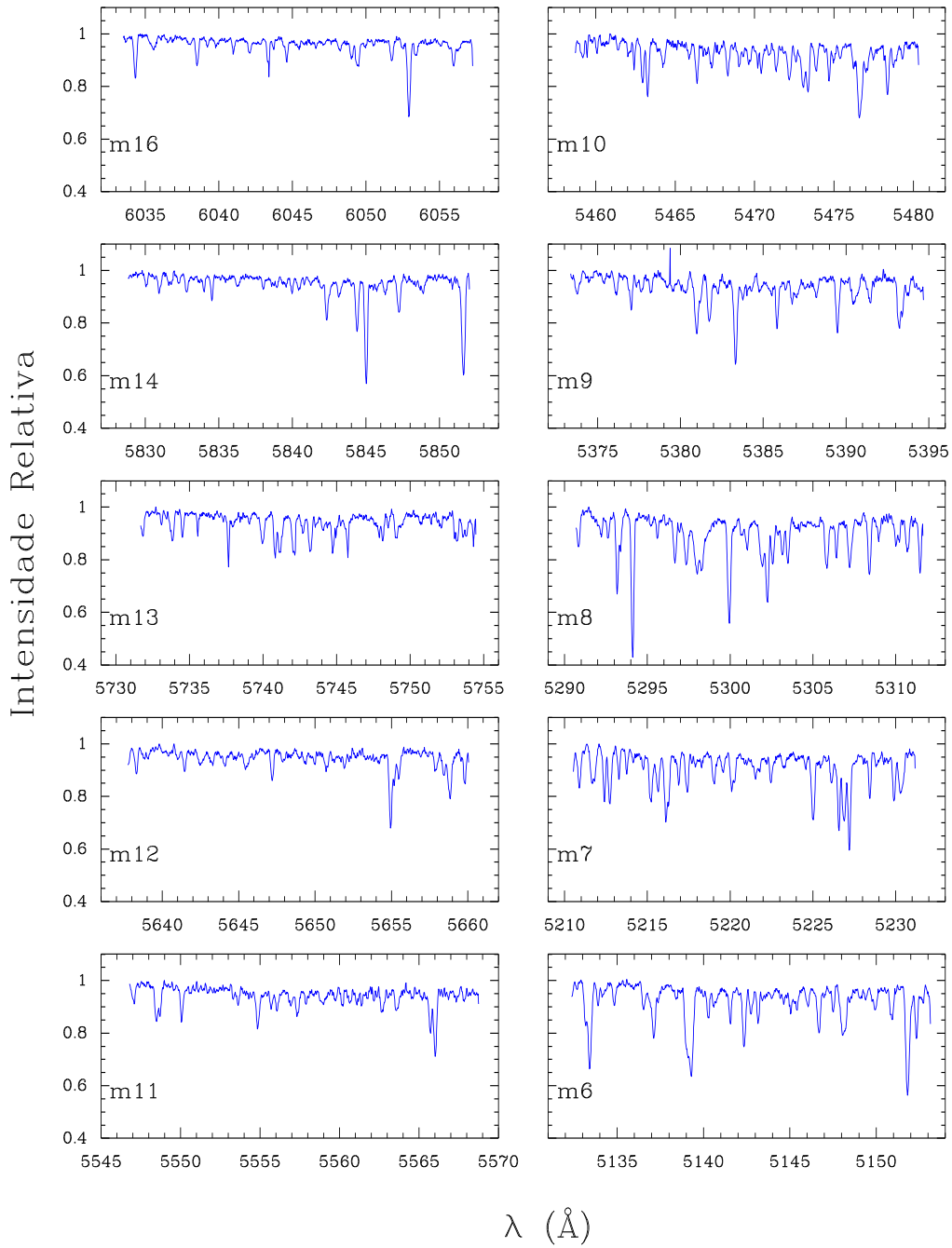


Fig. 5.1: Apresentamos a parte do espectro da estrela HR1217 que foi acessível com o equipamento utilizado. Devido à pequena dimensão do detector, a cobertura do espectro está incompleta no intervalo espectral de 5.000 a 6000Å.

espectro de potência das transformadas (veja a figura 5.2). O tempo de observação do nosso conjunto de dados é muito curto para que possamos resolver os seis modos de pulsação. Na figura 5.2 apenas um único pico está presente nas transformadas de Fourier. Pela inspeção direta dos valores das medidas da amplitude de pulsação, a dependência da amplitude com a região espectral fica clara, a partir dos valores da tabela 5.1. A idéia de usar a ordem completa é que a precisão das medidas da velocidade radial depende do número de linhas empregadas (Hatzes (1996, [44])). O erro na medida é proporcional a  $N^{1/2}$ , onde  $N$  é o número de linhas de absorção utilizadas para determinar a velocidade radial.

Tab. 5.1: Amplitude de Pulsação das Ordens Espectrais

Ordem	Amplitude (m/s)	$\lambda_{central}$ (Å)
m7	83,5	5220,84
m8	164,0	5301,16
m9	51,3	5384,01
m10	101,5	5469,50
m11	253,5	5557,75
m12	153,2	5648,88
m13	122,5	5743,07
m14	209,0	5840,42
m16	206,0	6045,37

Outro aspecto observado é quanto à intensidade das linhas nas ordens espectrais. A comparação das figuras B.1 e 5.2, sugere que ordens dominadas por linhas fracas têm maiores amplitudes de pulsação, com exceção das ordens 8 e 14 que apresentam linhas intensas e tem uma amplitude de pulsação comparável às amplitudes das regiões com linhas fracas (ordens 11 e 16).

As medidas das amplitudes em fase com o período de pulsação fixada em 6,22 min. São mostrados na figura 5.3. O espalhamento ( $\sigma_{amp}$ ) nas fases pode ser tão alto para o intervalo espectral 6033-6057Å ( $\approx 400\text{ms}^{-1}$ ) como tão baixo em 5211-5231Å ( $\approx 150\text{ms}^{-1}$ ). O  $\sigma_{amp}$  foi calculado após a subtração da senóide. O erro na medida da VR, além de ser

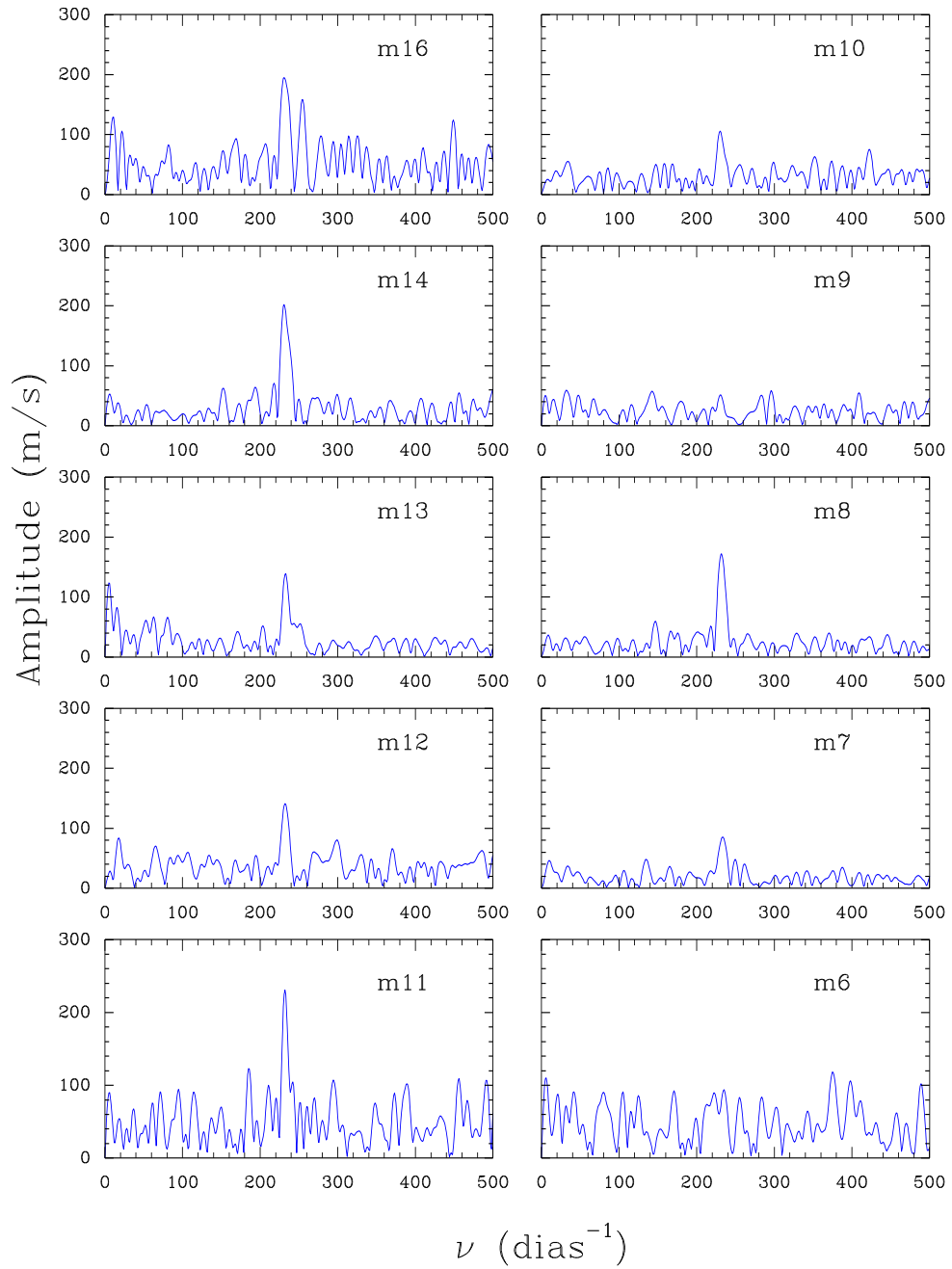


Fig. 5.2: A transformada de Fourier para cada ordem espectral. Os painéis das ordens estão em mesma escala. Observa-se diferentes amplitudes de pulsação para diferentes regiões espectrais.

proporcional ao número de linhas, depende da intensidade das linhas utilizadas na região espectral e também da intensidade das linhas de absorção da célula de iodo usada como espectro de referência. Na região espectral de  $6000 \text{ \AA}$  as linhas de absorção do gás de  $I_2$  são mais fracas, e também existem menos linhas espectrais, nesta região, do espectro da estrela. Desta forma a precisão da medida da VR é afetada pela pouca quantidade de linhas utilizadas, resultando num maior espalhamento dos valores medidos.

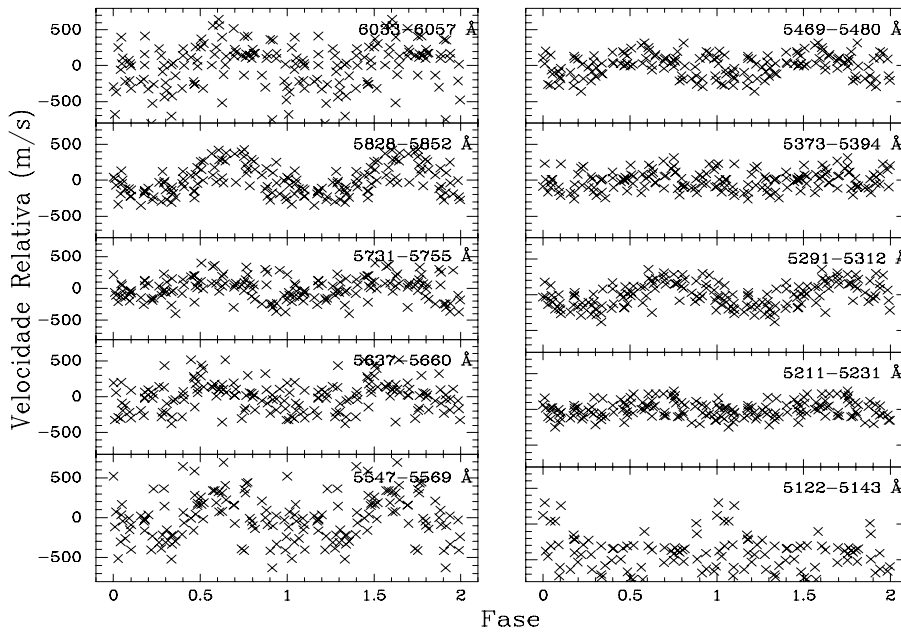


Fig. 5.3: Mostramos as medidas da velocidade radial de cada ordem espectral em fase com o período do modo de pulsação principal.

O resultado das transformadas de Fourier na figura 5.2 mostra a clara dependência da amplitude da VR para a ordem inteira, mas não sabemos como é essa dependência. Como a estrela HR1217 apresenta muitas linhas de absorção. Podemos tirar proveito dessa característica e realizar uma análise nas linhas individuais. A realização da análise das medidas das linhas individuais da VR não é uma tarefa fácil, por que o processo de seleção das linhas envolve três etapas e cada uma apresentando um grau de dificuldade. Em primeiro lugar é preciso fazer a identificação das linhas. Entretanto essa classe de

estrelas têm uma grande quantidade de linhas em seu espectro, que acabam sobrepondo-se, dificultando uma perfeita identificação das linhas. Além do mais, campos magnéticos podem provocar o desdobramento de linhas tornando ainda mais confusa a sua identificação. Em segundo lugar é necessário medir a VR, porém a alta densidade de linhas torna a mistura delas um caso frequente em seu espectro, e para termos medidas sem misturas, muitas linhas são descartadas. Por último, é preciso medir a largura equivalente ( $LE$ ) das linhas, que é uma medida da intensidade das linhas. Mas a medida da  $LE$  depende da intensidade do contínuo e a sobreposição das linhas afeta o contínuo e por conseguinte as medidas individuais da VR.

Medimos a  $LE$  e o comprimento de onda central de todas as linhas onde foi possível medir a VR e o resultado está listado na tabela 5.2. Para fazer as medidas do comprimento de onda central das linhas, utilizamos a tarefa *splot* do pacote *onedspec* do programa IRAF. Através dessa rotina realizamos a análise e representação gráfica dos espectros de absorção.

Para o processo de identificação utilizamos o trabalho mais recente de Ryabchikova e cols (2000) que apresenta uma lista de identificação das linhas espectrais na estrela HD122970. Comparamos essa lista espectral com as nossas medidas para a identificação das linhas espectrais na estrela HR1217. Uma correta identificação exige uma análise química levando em conta os efeitos do campo magnético sobre as linhas (Piskunov e cols (1995, [45]); Ryabchikova (2000, [46])).

Tab. 5.2: Medidas das amplitudes da velocidade radial

Medida	Identificação	$LE$	Amplitude	$\sigma_{amp}$
Å	Å	mÅ	(m/s)	(m/s)
5138,42	5138,39 V I	5,5	163	43
5140,67	5140,50	16,1	819	198
	5140,83 Gd II			
5143,16	5143,33 Nd II	18,6	618	150

Tab. 5.2: Medidas das amplitudes da velocidade radial

Medida Å	Identificação Å	$LE$ mÅ	Amplitude (m/s)	$\sigma_{amp}$ (m/s)
5147,52	5147,47 Ti I	14,2	63	27
	5147,56 Ce II			
5150,89	5150,83 Fe I	26,8	48	20
	5150,93 Mn I			
5150,94	Fe II			
5151,82	5151,91 Fe I	85,3	119	22
5212,40	5212,22 Cr I	25,3	352	56
	5212,27 Ti I			
	5212,36 Nd I			
5212,73	5212,69 Co I	37,3	316	101
5213,27	5213,13 Cr II	18,2	272	78
	5213,35 Fe I			
5213,75	5213,70 Co I	12,2	401	102
	5213,80 Fe I			
5216,17	5216,15 Cr I	74,5	257	43
	5216,27 Fe I			
	5216,47 Ni I			
5216,89	5216,73 Pr II	12,8	243	71
	5216,85 Fe II			
	5216,86 Fe II			
5217,39	5217,38 Fe II	29,2	403	162
5219,03	5219,00 Co I	22,4	330	103
	5219,04 Pr II			
5220,16	5220,06 Cu I	12,4	758	91

Tab. 5.2: Medidas das amplitudes da velocidade radial

Medida	Identificação	$LE$	Amplitude	$\sigma_{amp}$
Å	Å	mÅ	(m/s)	(m/s)
	5220.10 Pr II			
5222,47	5222.39 Fe I	16,2	205	60
	5222.48 Co I			
5225,01	5224.90 Ni I	52,4	142	33
	5224.93 Ti I			
	5224.97 Cr I			
	5225.02 Cr I			
	5225.04 Nd II			
	5225.10 Sr I			
5226,12	5226.20 La II	15,4	348	100
5292,63	5292.50 Cu I	11,3	640	149
	5292.61 Pr II			
5293,16	5293.02 Fe I	35,7	224	39
	5293.16 Nd II			
5294,11	5294.10 Nd III	96,3	270	28
5296,67	5296.69 Cr I	31,1	229	66
5297,96	5297.90 Mn I	23,9	392	121
	5297.96 Cr I			
	5298.04 Hf II			
	5298.10 Pr II			
5299,94	5299.99 Pr III	84,0	410	36
	5300.01 Ti I			
5301,03	5300.92 Fe II	16,5	233	74
5302,21	5302.27 Nd II	42,6	182	36



Tab. 5.2: Medidas das amplitudes da velocidade radial

Medida Å	Identificação Å	$LE$ mÅ	Amplitude (m/s)	$\sigma_{amp}$ (m/s)
	5302.30 Fe I			
	5302.30 Cr II			
5302,58	5302.58 La II	24,0	334	77
5303,16	5303.20 Nd II	17,0	426	94
	5303.25 V II			
5306,43	5306.46 Nd II	20,4	228	44
5377,04	5377.05 La II	14,5	475	101
5380,97	5380.98 La II	32,7	135	38
	5381.01 Ti II			
	5381.10 Co I			
5385,84	5385.88 Nd II	28,8	303	52
5386,36	5386.33 Fe I	4,4	462	151
5393,18	5393.16 Fe I	23,0	275	77
5462,94	5462.95 Fe I	24,1	232	87
5465,88	5465.93 Fe II	6,7	210	63
5468,30	5468.37 Ce II	25,6	358	75
5471,35		23,7	584	133
5472,19	5472.27 Ce II	29,0	334	89
5473,05	5473.07 Nd II	17,1	258	91
	5473.16 Fe I			
5548,45	5548.29 Pr II	12,4	453	89
	5548.44 Nd II			
5566,03	5565.94 Co I	43,2	325	44
	5565.96 Ce I			

Tab. 5.2: Medidas das amplitudes da velocidade radial

Medida	Identificação	$LE$	Amplitude	$\sigma_{amp}$
Å	Å	mÅ	(m/s)	(m/s)
5734,53		15,0	201	65
5740,81	5740.85 Nd II	22,3	251	47
5742,08	5742.08 Nd II	33,5	198	56
5743,21	5743.19 Nd II	32,3	286	65
5834,50	5834.61 Co I	14,8	355	79
5842,34	5842.36 Nd II	30,4	330	58
5844,40	5844.41 Pr III	41,2	247	48
6044,61		10,1	416	104

Na figura 5.4 mostramos a fase, a amplitude e a frequência de pulsação das ordens espectrais utilizadas, com suas respectivas incertezas. Lembramos que o número designando a ordem não indica a ordem espectral, mas sim representa a abertura da extração do espectro. No painel superior da figura 5.4 mostra-se a fase relativa em função do comprimento de onda central de cada ordem espectral. A fase e a amplitude de cada ordem foram determinadas usando o tempo de máximo da VR ajustando-se uma curva senoidal em fase com o tempo da primeira observação (BJED = 9608.874913). Um ajuste linear foi feito para calcular as amplitudes da VR nas transformadas de Fourier (veja figura 5.2) para o pico no espectro de potência com o período mantido fixo em 6,22 min. Mostramos o resultado para a amplitude de cada ordem em função do comprimento de onda central no painel central da figura 5.4. A menor amplitude de pulsação ocorre para a ordem espectral centrada em 5384 Å, enquanto que a maior amplitude acontece para a ordem centrada em 5558 Å. No painel inferior mostramos a frequência também em função do comprimento de onda. Observe que a melhor medida de frequência ocorre para o  $\lambda_{central} = 5301,16$  Å, que está relacionada com a precisão da medida da amplitude (do

pico) do espectro de potência (figura 5.2) para a ordem espectral 8.

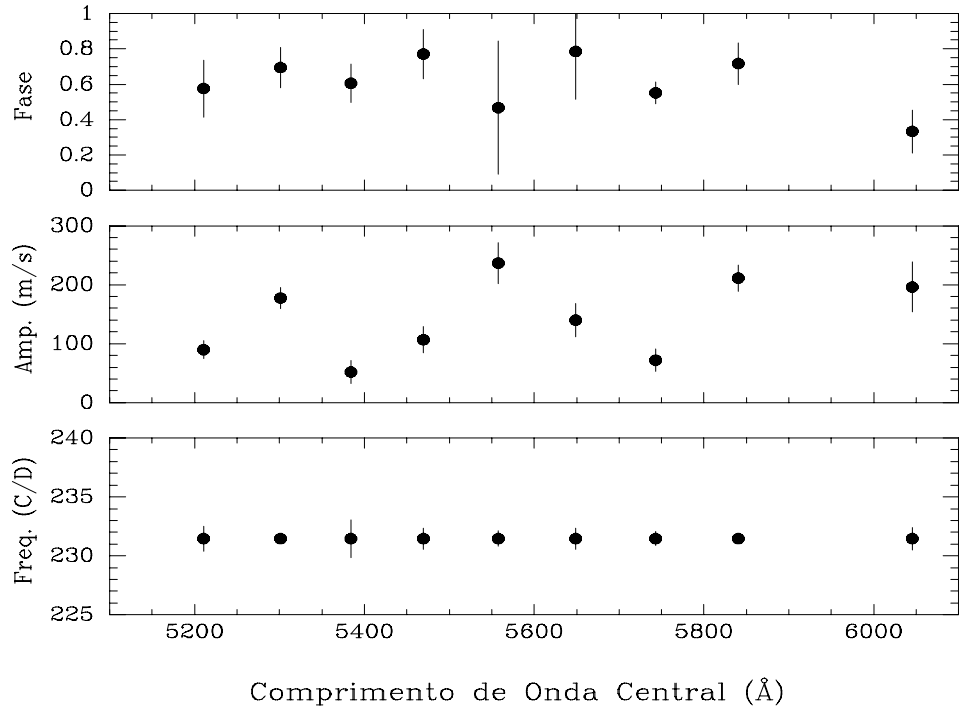


Fig. 5.4: No painel superior está a fase de pulsação. No painel do meio as medidas da amplitude da velocidade radial e no painel inferior as medidas da frequência de pulsação. Em todos os painéis o eixo x é o comprimento de onda central de cada ordem espectral.

## 5.2 Análise das medidas da VR em linhas individuais

A análise das medidas da VR para as ordens espectrais em HR1217, mostra uma clara evidência de dependência da amplitude com a região espectral observada. Baldry *e cols* [34] apresentam medidas da amplitude da VR para diferentes faixas em comprimentos de onda em  $\alpha$ -Cir e mostram que em algumas regiões espectrais a amplitude tem um valor tão alto quanto  $1000\text{ms}^{-1}$  dando sustentação ao resultado de Belmonte *e cols* [11] para a mesma estrela, enquanto que, para outras bandas espectrais, a amplitude têm valores em torno de  $100\text{ms}^{-1}$  apontado como um limite superior em Schneider e Weiss

[25]. Em recente trabalho, Kochukhov e Ryabchikova (2001, [47]), utilizando um intervalo espectral 6138-6165 Å em  $\gamma$ -Equ, concluíram que as terras raras têm as maiores amplitudes de pulsação alcançando um limite superior de  $800\text{ms}^{-1}$ . Todos esses trabalhos confirmam a sugestão de Kanaan e Hatzes [33], de que a provável explicação para a divergência de resultados de medidas Doppler na superfície dessas estrelas pulsantes é que a amplitude depende da região espectral analisada.

Com o problema da divergência das medidas Doppler esclarecido, investigamos mais a fundo a dependência da amplitude da VR com a intensidade das linhas. Para fazer uma análise das linhas individuais e investigar essa dependência, medimos individualmente as VR para cada linha de absorção e suas respectivas  $LE$ .

Para realizar as medidas da amplitude da VR, primeiro calculamos as frequências de pulsação, através do pico dominante nas transformadas de Fourier das linhas individuais da VR. Devido às condições não favoráveis do tempo na noite de observação, não temos dados fotométricos para comparar a frequência da curva de luz com a frequência determinada através do pico do espectro de potência das transformadas. Todas as medidas das frequências estão dentro dos 6 modos de pulsação detectados por Kurtz [43, 48]. Devido ao pouco tempo de observação ( $\approx 3h$ ) não é possível resolver o espectro de potência (espaçamentos entre as frequências de pulsação são de  $\sim 3\text{ C/D}$ , para resolvê-los seriam necessárias 8 hs de observação) e os 6 modos aparecem como um único pico. Assim, para determinar as medidas da amplitude da VR individualmente, ajustamos uma curva seno de frequência fixa mas amplitude e fase variáveis. A tabela 5.2 mostra todas as espécies químicas para as quais conseguimos medir a amplitude de pulsação e obter sua identificação espectral.

Mostramos na figura 5.5 as medidas da amplitude de pulsação como função da  $LE$  para as espécies que apresentam o maior número de medidas: Cr, Fe, Nd, Pr; onde as medidas desses elementos não estão separadas por graus de ionizações. Já na figura 5.6 mostramos todas as medidas da VR que realizamos em HR1217 como função da  $LE$ . A inspeção direta da representação gráfica dessas medidas nas figuras 5.5 e 5.6 sugere uma dependência da amplitude da VR com a  $LE$ . Essa suspeita de comportamento é mais forte

Tab. 5.3: Tipos de ajustes para os elementos: Nd II e Fe I-II

Elemento	Ajuste	$\alpha$	$\sigma_\alpha$	$K_0$ (m/s)	$\sigma_{K_0}$	$\chi^2_\nu$	$P_{\chi^2}$
Fe	Linear	-0,2505	0,4043	158,2	20,9	64,21	0,0000
	Exponencial	-0,0067	0,0023	298,86	5,47	33,00	0,0028
	Constante	–	–	147,19	11,00	68,8	0,0000
Nd	Linear	-5,1190	1,2180	409,50	44,20	14,57	0,1487
	Exponencial	-0,02635	0,0056	601,84	22,19	15,89	0,1027
	Constante	–	–	234,95	15,26	29,29	0,0010

para as espécies Nd e Fe, por que têm maior quantidade de medidas do que os outros dois elementos (Pr e Cr). Observamos de ambos gráficos, uma tendência da amplitude da VR diminuir com a  $LE$ . Testamos a suspeita desse comportamento através de uma análise dessas medidas fazendo 3 tipos de ajustes (linear, exponencial e constante), para as linhas de Nd e Fe e todas as linhas juntas.

A tabela 5.3 lista os parâmetros calculados dos ajustes linear e exponencial sendo que  $\alpha$ ,  $K_0$  são os coeficientes angular e o linear com seus espalhamentos. Também são listados os valores do  $\chi^2$  e as probabilidades desses ajustes. O comportamento da amplitude da VR ( $K$ ) com a intensidade da linha corresponde às seguintes formas de ajustes:

**Linear,**

$$K = K_0 + \alpha W_\lambda \quad (5.1)$$

**Exponencial,**

$$K = K_0 \exp(\alpha W_\lambda) \quad (5.2)$$

e uma constante  $K = K_0$ , onde  $K_0$  é expresso em  $ms^{-1}$ ,  $W_\lambda$  é a  $LE$  e é dado em miliangstroms e o valor de  $\alpha$  tem dimensão de  $ms^{-1}m\text{\AA}^{-1}$ .

Para dar um correto tratamento aos ajustes realizados em nossas medidas, analisamos duas quantidades que testam a significância desses ajustes. O primeiro é o teste do  $\chi^2$  que permite determinar a qualidade do ajuste realizado sobre as medidas. O segundo é a probabilidade do  $\chi^2$  que quantifica a confiabilidade desse ajuste.

Na tabela 5.3, apresentamos os três ajustes realizados para as duas espécies químicas mostradas na figura 5.5, e o Fe tem a lei exponencial como melhor função ajustada, enquanto que a função linear descreve melhor as medidas de Nd, embora a função exponencial possa também ser considerada. O Nd têm os valores de  $\chi^2$  que melhor descrevem a suspeita da dependência da amplitude com a  $LE$ , por que a amplitude aumenta quando a  $LE$  diminui. Avaliamos esta possibilidade através da distribuição da probabilidade de  $\chi^2$  ser um valor significativamente confiável. Na tabela 5.3 apresentamos os valores da  $P(\chi^2)$  e o grau de confiabilidade para as probabilidades dos ajustes. Os valores encontrados são muito pequenos para garantir a existência dessa correlação. A maior probabilidade alcançada é de  $\approx 15\%$  para o ajuste linear.

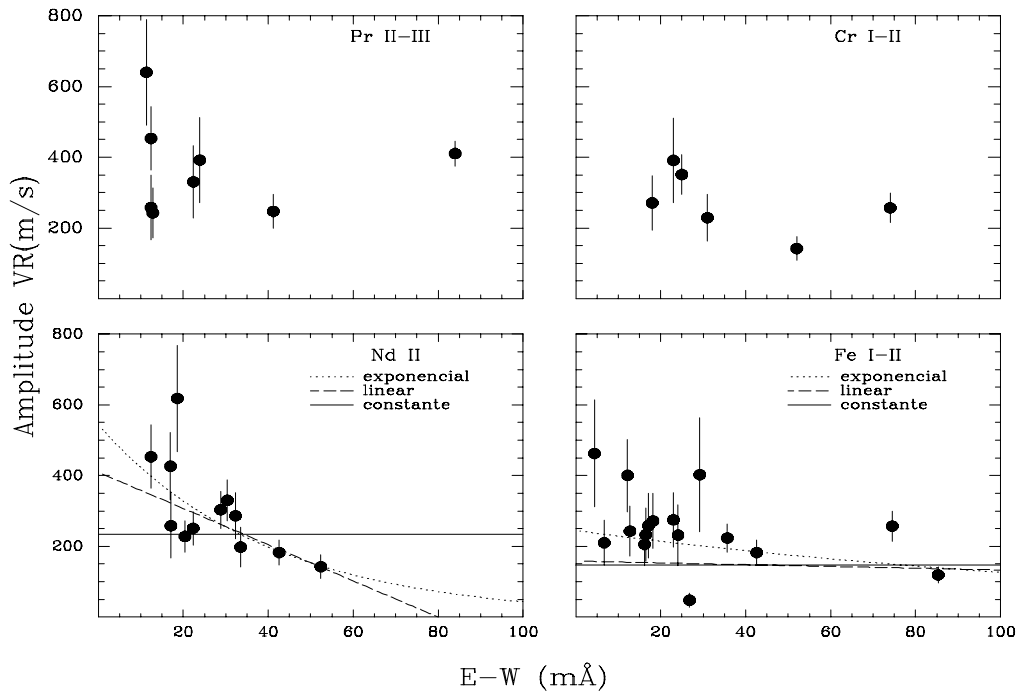


Fig. 5.5: Mostramos a amplitude de pulsação em função da  $LE$  para quatro espécies químicas em HR1217. Para as linhas de Nd e Fe realizamos três tipos de ajustes indicados na parte superior direita de cada cada gráfico .

Testamos a suspeita do comportamento da amplitude ser inversamente proporcional

Tab. 5.4: Tipos de ajustes para todos os elementos

Ajuste	$\alpha$	$\sigma_\alpha$	$K_0(\text{m/s})$	$\sigma_{K_0}$	$\chi^2$	$P_{\chi^2}$
Linear	0,3369	0,2573	192,2	12,8	269,28	0,0000
Exponencial	-0,0016	0,0010	330,29	12,11	183,34	0,0000
Constante	–	–	205,99	7,16	276,52	0,0000

à  $LE$  para todas as medidas da VR combinadas. Na figura 5.6 mostramos os resultados dos ajustes linear, exponencial e constante para essas medidas. Na tabela 5.4 são listados os valores dos parâmetros para os ajustes. O ajuste que apresenta melhor  $\chi^2$  (veja a tabela 5.4) é a lei exponencial, entretanto este valor está longe de ser confiável para confirmar essa suspeita, por que o resultado da probabilidade é praticamente nulo.

Em recente trabalho, Hatzes *e cols* [32] realizaram medidas da amplitude de pulsação em 33 Lib e ajustaram uma lei exponencial do tipo à equação 5.2, para as linhas de Fe, Cr, Nd e todas as espécies juntas. A idéia era investigar o comportamento das medidas da VR como função da  $LE$ . A realização do ajuste sugere fortemente que o comportamento da amplitude seja inversamente proporcional à intensidade da linha.

### 5.3 As medidas da VR e a Dependência Espectral

Na análise das medidas da VR, verificamos o comportamento da amplitude de pulsação das espécies em função do comprimento de onda. Mostramos na figura 5.7 o resultado para as linhas de Pr, Cr, Nd e Fe. Para as linhas de Cr e Fe não conseguimos fazer medidas da VR para comprimentos de onda acima de 5.500 Å. As terras raras Nd e Pr são as que apresentam maior amplitude de pulsação, mas de um modo geral todos elementos mostram variações (pequenas e grandes) nas amplitudes de pulsação para diferentes comprimentos de onda. Se existe uma relação de dependência da amplitude da VR com o comprimento de onda, esta correlação não é evidenciada pela análise das nossas medidas com a região espectral. Outra propriedade interessante para investigar é o grau de ionização dos elementos. Testar se há correlação em relação ao grau de ionização

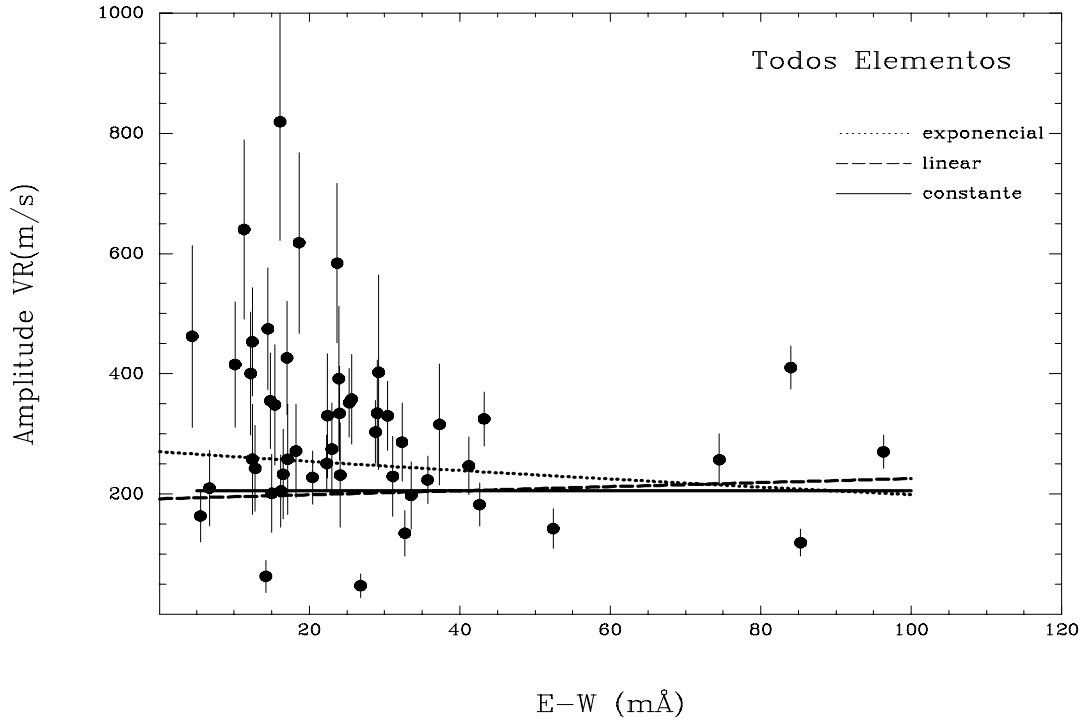


Fig. 5.6: Mostramos o resultado dos ajustes para todas as linhas medidas da amplitude de pulsação como função da  $LE$ . No lado direito acima está indicado os tipos de ajustes realizados.

para algumas linhas fortes de elementos uma ou duas vezes ionizado, como por exemplo, as linhas de FeI-II. Entretanto isto não foi verificado.

É interessante comparar os resultados das duas espécies em comum (Fe e Cr) para as estrelas  $\gamma$ -Equ e HR1217. Kanaan e Hatzes (veja o resultado para a  $\gamma$ -Equ no apêndice A) concluíram que a dependência da amplitude com o comprimento de onda é mais um efeito da coincidência da quantidade de linhas fortes existentes na região espectral de menor comprimento de onda, do que um efeito real. Resulta ainda em  $\gamma$ -Equ, que as linhas de Fe têm menores amplitudes de pulsação do que as de Cr. Não é claro o efeito para as linhas de Fe e Cr em HR1217 devido à pequena amostra das medidas. O resultado mais evidente para ambas estrelas é que não mostram qualquer correlação entre a amplitude da VR e o comprimento de onda.



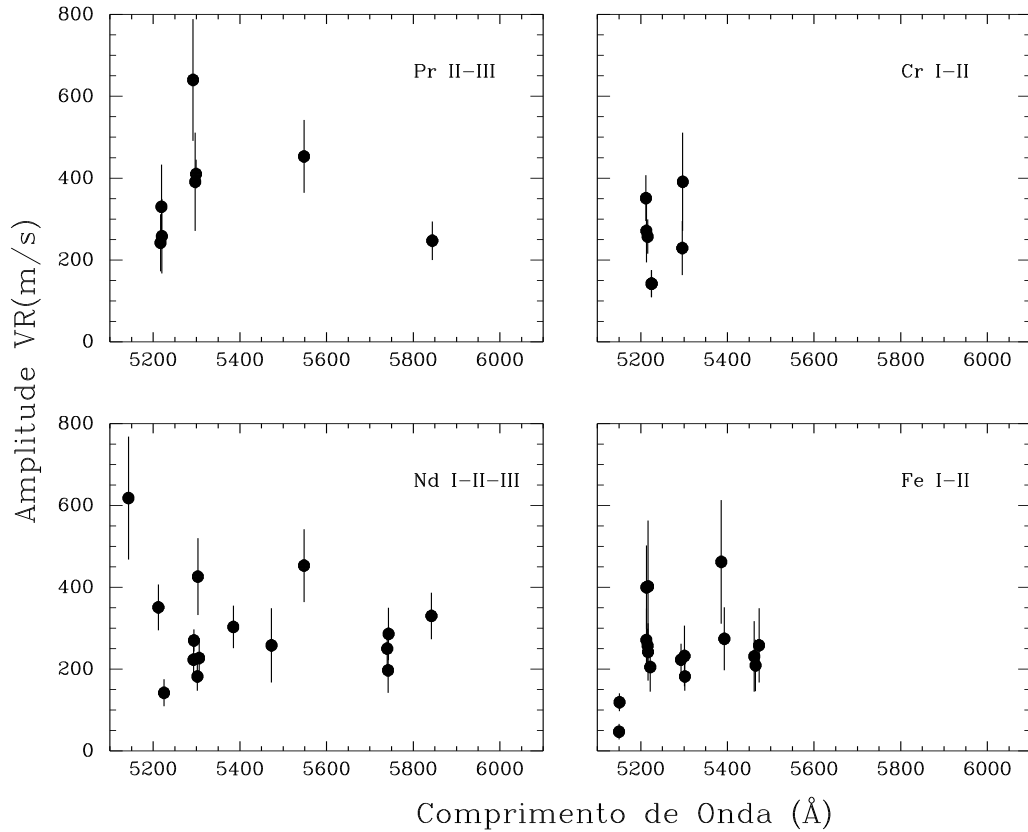


Fig. 5.7: Mostramos a amplitude como uma função do comprimento de onda para as linhas de FeI-II, NdI-II-III, CrI-II e PrI-II. Não há correlação da amplitude com o comprimento de onda.

Os resultados de nossas medidas para a estrela HR1217 não apóiam a suspeita que a amplitude de pulsação tenha uma dependência inversamente proporcional à  $LE$ . Esta relação foi sugerida por Kanaan & Hatzes [33] e também no recente trabalho de Hatzes *et al.* [32], onde tentam ajustar uma função exponencial para a explicação desse comportamento. A suspeita da dependência da amplitude da VR com a  $LE$ , deve ser investigada mais a fundo, talvez porque este comportamento possa estar relacionado com outro tipo de problema. A amplitude é definida como uma quantidade positiva, de modo que nunca teremos valores negativos para as medidas da amplitude. Logo, a concentração das medidas das amplitudes da VR que têm as maiores barras de erro encontram-se em

regiões de menores  $LE$ . Portanto, a amostra das medidas pode ser interpretada como tendenciosa para valores mais altos da amplitude da VR. Apontamos para a existência de uma deficiência das medidas de amplitudes na região central da figura 5.6 (intervalo de 40-80 mÅ), mas ainda assim, é possível observar que a maior incerteza nas medidas da amplitude com a intensidade das linhas ocorre para menores valores de  $LE$ .

A possibilidade da amostra das medidas ser tendenciosa deve ser investigada, fazendo uma simulação das medidas da amplitude com a  $LE$ . Na figura 5.8 mostramos o resultado da simulação, tentando reproduzir as medidas reais da amplitude. Geramos esses dados fictícios, fixando uma amplitude inicial ( $K_0 = 200 \text{ ms}^{-1}$ ), com 5 pontos gerados para a  $LE$  levando em consideração a diminuição da  $LE$  com o aumento da medida da amplitude da VR. O programa simula números aleatórios para a amplitude num intervalo de  $|K - K_0| \leq 500$ , adicionando-os à amplitude inicial. Sempre que o resultado para o valor da amplitude for negativo ( $K$ ), o programa calcula um novo valor para  $K$ , de modo que, somente valores positivos sejam gerados para as amplitudes.

Mostramos os valores dos parâmetros para os 3 tipos de ajustes realizados para os resultados da simulação na tabela 5.5. Da figura 5.8 observa-se que o melhor resultado entre os 3 ajustes é a função exponencial. A análise da quantidade de  $\chi^2$  indica o exponencial como o de melhor ajuste. A comparação dos resultados reais e simulados das medidas da amplitude (figs 5.6 e 5.8) sugere que ambas têm um comportamento muito semelhante com relação à distribuição das medidas, e o resultado pode ser verificado pelos parâmetros ajustados (veja as tabelas 5.4 e 5.5). Este resultado parece reproduzir a suspeita da correlação entre a amplitude da VR e a  $LE$ .

Tab. 5.5: Tipos de ajustes da simulação da amplitude em função da  $LE$ .

Ajuste	$\alpha$	$\sigma_\alpha$	$K_0(\text{m/s})$	$\sigma_{K_0}$
Linear	-1,5953	0,1770	310,60	10,10
Exponencial	-0,0092	0,0001	403,42	1,10
Constante			231,01	5,32

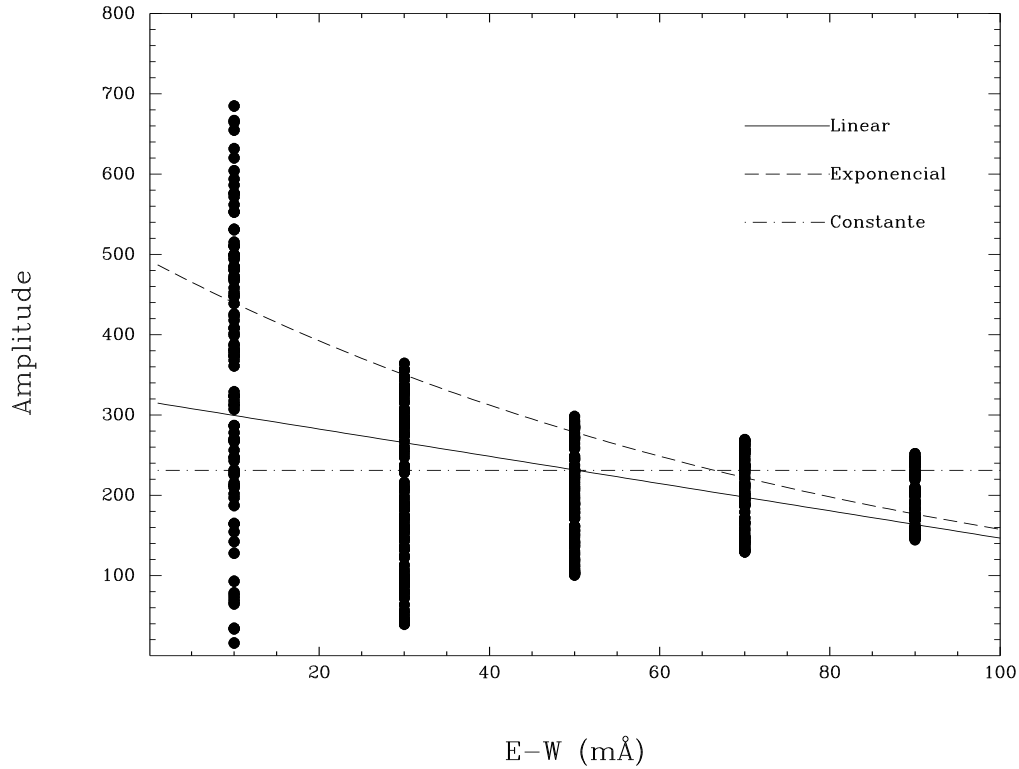


Fig. 5.8: Mostramos o resultado da simulação das medidas da amplitude com a  $LE$  e os respectivos ajustes.

#### 5.4 Conclusões

A análise das medidas da VR para as ordens espectrais em HR1217 torna clara a dependência da amplitude com a região espectral observada, assim como resultado obtido anteriormente em Kanaan & Hatzes [33] para outra estrela roAp. Em Hatzes *e cols* [32] o mesmo resultado é encontrado para outra estrela roAp, sugerindo que este comportamento parece ser mesmo comum nessa classe de estrela. A principal motivação do nosso trabalho era verificar a dependência da amplitude com a intensidade das linhas, a suspeita desse comportamento foi apontada em Kanaan & Hatzes [33] e por Baldry *e cols* [34, 49].

A dependência da amplitude da VR com a  $LE$  no estudo espectroscópico para a estrela  $\gamma$ -Equ mostrou uma forte correlação para as linhas de CrI-CrII e TiI-II. Essas linhas

indicavam que à medida que a  $LE$  aumentava a amplitude de pulsação diminuía, porém foram poucas medidas apresentadas. Tínhamos a intenção de obter o maior número de medidas dessas espécies e apresentar o resultados dessas medidas em apoio a suspeita desse comportamento. No entanto, medimos poucas linhas dessas espécies e por isso não analisamos essas linhas. Por outro lado, medimos um número suficiente de outros elementos para fazer uma análise estatística. Realizamos ajustes para o Fe (em estados misturados) e para Nd (somente no estado NdII), e a inspeção gráfica do ajuste para a terra rara parece indicar uma luz sobre a suspeita de uma anti-correlação da amplitude com a  $LE$ . Porém, os resultados da análise das medidas da VR refutam tal suspeita, de modo que não confirmamos nada sobre a suspeita da dependência da amplitude com a  $LE$ . A baixa probabilidade do ajuste permite suspeitar da qualidade do ajuste feito, de modo que se existe uma dependência e alguma relação que possa descrever o comportamento da amplitude com a  $LE$ , não concluímos de nossos resultados.

Talvez a suspeita da correlação com a  $LE$  deve ser buscada somente para espécies químicas que estejam em um estado (sem misturas de estados). Em nossos resultados, apontamos o elemento Nd (somente no estado uma vez ionizado) como a melhor distribuição para o comportamento de anti-correlação da amplitude com a  $LE$ . Não tentamos funções mais complexas para ajustar as medidas da VR, talvez seja relevante essa tentativa para verificar se tal dependência existe realmente. Kochukhov e Ryabchikova [47] apontam que as variações das linhas resultam de uma interação complexa da inhomogeneidade entre as distribuições vertical e horizontal das espécies químicas e também dos modos de pulsação em  $\gamma$ -Equ. Uma solução ainda não investigada seria obter um número maior de medidas da amplitude por espécie química e separá-las por estados de ionização, evitando assim misturas de estados. A análise dessas medidas separadas por estados poderia esclarecer se tem ou não correlação da amplitude à  $LE$ .

Nossas medidas mostram que as amplitudes mais altas encontram-se nos elementos terras raras (Nd e Pr) e as mais baixas são vistas para o Fe na figura 5.5. Este comportamento pode ser provocado pelo efeito geométrico na superfície da estrela, isto é, os elementos que localizam-se nos pólos magnéticos mostram as maiores amplitudes

enquanto os elementos que ocupam a faixa equatorial têm amplitudes mais baixas. O comportamento das variações da amplitude de pulsação com o tempo está de acordo com o modelo que descrevemos para as pulsações (MPO), onde o eixo de pulsação está alinhado com o eixo magnético.

Uma outra informação pode ser observada no comportamento das variações de fase com o comprimento de onda mostrada na figura 5.4. Supondo que a amplitude da VR para cada ordem é causada pela formação de linhas oriundas de uma mesma região estelar, então a fase deve provavelmente refletir alguma informação sobre a região de formação dessas linhas. Se existe algum comprimento de onda vertical para as pulsações, então seria razoável esperar alguma correlação da fase com a amplitude da VR de cada ordem espectral. Em  $5550 \text{ \AA}$  a fase parece não estar correlacionada com a amplitude da VR daquela ordem, esta posição poderia ser um indicativo da existência de um nodo radial. A suspeita de um nodo radial também foi evidenciada em Hatzes *e cols* [32], onde uma descontinuidade nítida em  $5900 \text{ \AA}$  marcaria a posição desse nodo radial (veja os gráficos no apêndice B). Hatzes *e cols* [32], também mostram as mesmas quantidades, fase e amplitude como função do comprimento de onda central, para outra estrela ( $\gamma$ -Equ) e observa-se a ocorrência de uma descontinuidade na mesma região espectral; veja a figura no apêndice B. Baldry [49], apresenta medidas bissetor da linha  $H_\alpha$  em  $\alpha$ -Cir, onde o núcleo está em anti-fase com as asas das linhas. Estas medidas foram interpretadas como o resultado de um nodo radial na atmosfera dessa estrela.

## APÊNDICES

## Apêndice A

### Medidas da Amplitude da VR em $\gamma$ -Equ

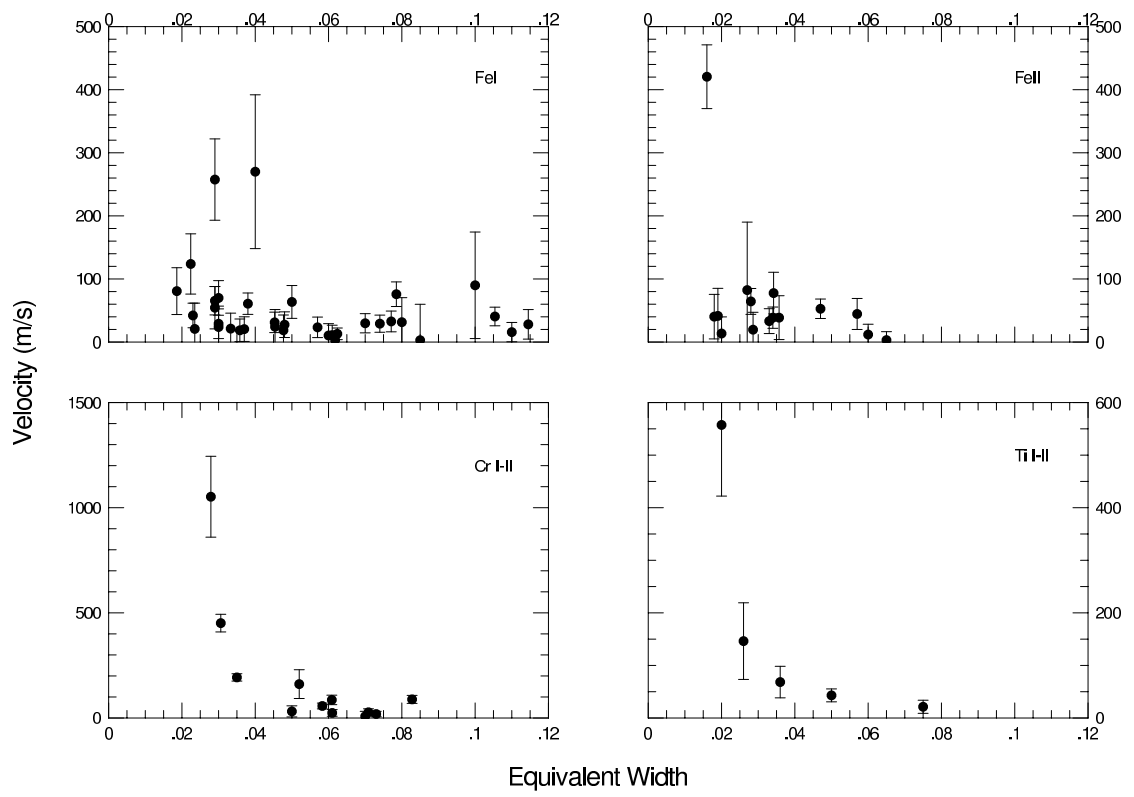
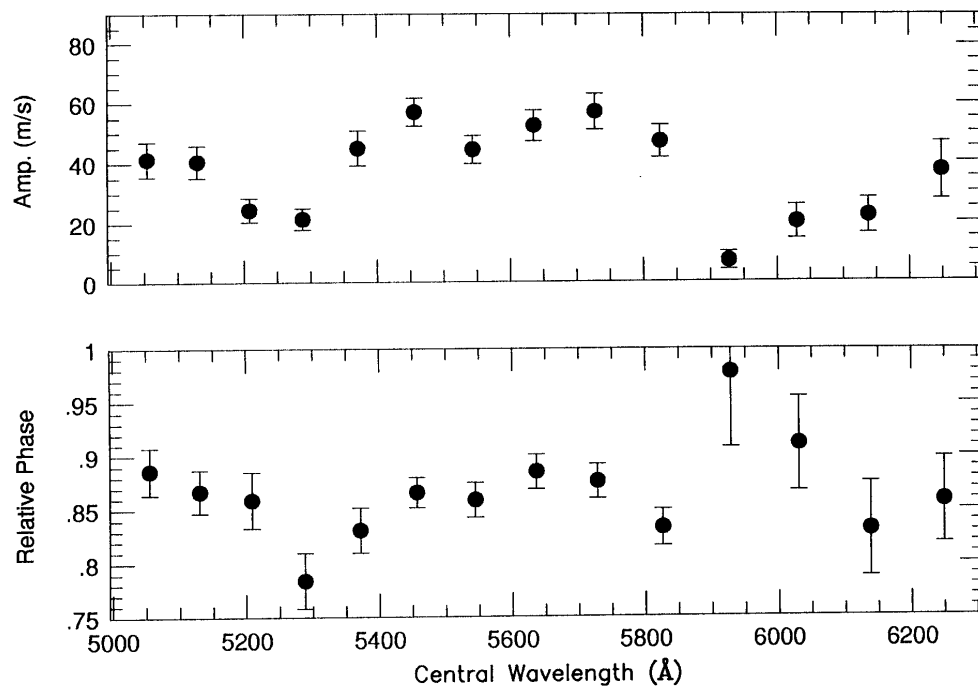


Fig. A.1: Os painéis mostram o valor da amplitude da velocidade radial como função da largura equivalente para os elementos CrI-II, FeI, FeII e TiI-II.



## Apêndice B

### Medidas da Amplitude e Fase de 33lib



*Fig. B.1:* No painel superior as medidas da amplitude da VR, no painel inferior as medidas da fase, ambas em função do comprimento de onda central para cada ordem.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Baldry, I.K.; Tese de Doutorado, Sydney, Australia, (1999)
- [2] Kurtz, D. W.; *ARAA*, **28**, 607-655, (1990)
- [3] Kurtz, D. W., Shibahashi, H. e Goode, P. R.; *MNRAS*, **247**, 558-572 (1990)
- [4] Martinez, P.; Tese de Doutorado, Cidade do Cabo, África do Sul (1993)
- [5] Kurtz, D. W.; *MNRAS*, **200**, 807-859, (1982)
- [6] Preston, G.W.; *ApJ*, **175**, 465-472, (1972)
- [7] Gautschy, A.; Saio, H. e Harzenmoser, H.; *MNRAS*, **301**, 31-41, (1998)
- [8] Matthews, J., Wehlau, W., Walker, G. A. H. e Yang, S.; *ApJ*, **324**, 1099-1105, (1988)
- [9] Shibahashi, H.; *ApJ*, **275**, L5-L9, (1983)
- [10] Cox, J. P.; *ApJ*, **280**, 220-227, (1984)
- [11] Belmonte, J. A., Bell, C. R., Leeper, M., Palle, P.L., Petraszewski, K. A. R. B., Renton, R. E. e Cortes, T. R., *A&A*, **221**, 41-48, (1989)
- [12] Tassoul, M.; *ApJS*, **43**, 469-490, (1980)
- [13] Tassoul, M.; *ApJS*, **358**, 313-327, (1990)
- [14] Ryabchikova, T., Landstreet, J. D., Gelbmann, M. J., Bolgova, G. T., Tsymbal, V. V., e Weiss, W. W.; *A&A*, **327**, 1137-1146, (1997)
- [15] Cox, J. P.; *Theory of Stellar Pulsation*, (1980)

- 
- [16] Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., e Shibahashi, H.; *Nonradial Oscillations of Stars* (1989)
- [17] Hansen, C. J., Kawaler, S. D.; *Stellar Interiors*, (1994)
- [18] Kippenhahn, R., Weigert, A.; *Stellar Structure and Evolution* (1990)
- [19] Matthews, J.; *PASP*, **103**, 5-19, (1991)
- [20] Cox, J. P.; *Principles of Stellar Structure*, v2, (1968)
- [21] Costa, J. E. S.; *Dissertação de Mestrado, UFRGS*, (1996)
- [22] Ostlie, D., Carrol, B. W.; *Modern Stellar Astrophysics* (1996)
- [23] Dziembowski, W., Goode, P. R., 1985; *ApJ*, **296**, L27-L30, (1985)
- [24] Stibbs, D. W. N.; *MNRAS*, **110**, 395-404, (1950)
- [25] Weiss, W. W.; *IAU coloc.* **90**, 219, (1986)
- [26] Kurtz, D. W., Shibahashi, H., 1986; *MNRAS*, **223**, 557-587, (1986)
- [27] Eddington, A. S.; *The Internal Constitution of the Stars*, (1926)
- [28] Michaud, G.; *ApJ*, **160**, 641-658, (1970)
- [29] Kjeldsen, H. e Bedding, T. R.; *A&A*, **293**, 87-106, (1995)
- [30] Schneider, H., e Weiss, W. W.; *A&A* **210**, 147-154, (1989)
- [31] Hatzes, A. P., Kürster, M.; *A&A*, **285**, 454-458, (1994)
- [32] Hatzes, A. P., Mkrtichian, D. E., Kanaan, A.; *MNRAS* - Submetido em 2001
- [33] Kanaan, A., Hatzes, A. P.; *ApJ*; **503**, 848-856, (1998)
- [34] Baldry, I. K., Bedding, T. R., Viskum, M., Kjeldsen, H. & Frandsen, S.; *MNRAS* **295**, 33-42, (1998b)

- [35] Tull, R. G., Macqueen, P. J., Sneden, C. e Lambert, D.; *PASP*, **107**, 251-264, (1995)
- [36] Cochran, W. D. e Hatzes, A. P.; *ASS*, **212**, 281-291, (1994)
- [37] Griffin, R. e Griffin, R.; *MNRAS*, **162**, 243, (1973)
- [38] Cochran, W. D.; *ApJ* **334**, 349, (1988)
- [39] Cochran, W. D., Hatzes, A. P. e Handcock, T. J.; *ApJ*, **380**, L35, (1991)
- [40] Campbell, B. e Walker, G. A. H.; *PASP*, **91**, 540, (1979)
- [41] Libbrecht, K. G.; *IAU*, Simpósio **132**, (1988)
- [42] Fahlman, G. G. e Glaspey, J. W.; *IASS - Vancouver*, **347**, (1973)
- [43] Kurtz, D. W. e Seeman, J.; *MNRAS* **205**, 11-22, (1983)
- [44] Hatzes, A. P.; *PASP* **94**, 471-474, (1996)
- [45] Piskunov, N. E., Kupka, F., Ryabchikova, T. A., Weiss, W. W. e Jeffery, C. S.; *A&A* **112**, 525-535, (1995)
- [46] Ryabchikova, T., Landstreet, J. D. e Gelbmann, M. J.; submetido em março de 2000; *A&A*
- [47] Kochukhov, O. e Ryabchikova, T. Aceito mar (2001)
- [48] Kurtz, D. W.; *MNRAS* **202**, 1-11, (1983)
- [49] Baldry, I. K., Bedding, T. R., Viskum, M., Kjeldsen, H. & Frandsen, S.; *MNRAS* **302**, 381-390, (1999)
- [50] Gray, D. F.; *The Observation and analysis of stellar photospheres*, Cambridge Astrophysics Series, Chp.3, (1992)
- [51] Iben, I. Jr.; *ARAA*, **5**, 571-627, (1967)
- [52] Ledoux, P.; *ApJ*, **114**, L373-L384, (1951)