

**MARCOS KELLER AMBONI**

**ALOCAÇÃO DO SOBRECUSTO OPERATIVO DE  
SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA VIA TEORIA  
DOS JOGOS**

**FLORIANÓPOLIS  
2001**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**  
**CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**ALOCAÇÃO DO SOBRECUSTO  
OPERATIVO DE SISTEMAS DE ENERGIA  
ELÉTRICA VIA TEORIA DOS JOGOS**

Dissertação submetida à  
Universidade Federal de Santa Catarina  
como parte dos requisitos para a  
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

**MARCOS KELLER AMBONI**

**Florianópolis, Novembro de 2001.**

# ALOCAÇÃO DO SOBRECUSTO OPERATIVO DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA VIA TEORIA DOS JOGOS

MARCOS KELLER AMBONI

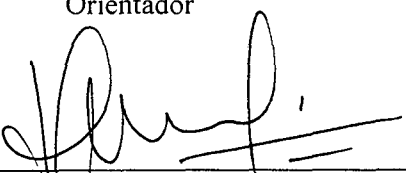
‘Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica, e aprovada em sua forma final pelo Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.’



---

Prof. Edson Luiz da Silva, Dr. Eng.

Orientador



---

Prof. Edson Roberto De Pieri, Dr.

Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

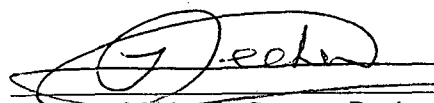
Banca Examinadora:



---

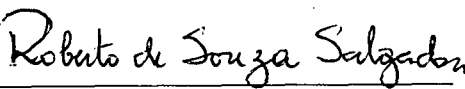
Prof. Edson Luiz da Silva, Dr. Eng.

Presidente



---

Prof. Idemar Cassana Decker, D.Sc.



---

Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph.D.

*“Resplandecente é a Sabedoria, e sua beleza é inalterável:  
os que a amam, descobrem-na facilmente,  
os que a procuram, encontram-na.  
Ela antecipa-se aos que a desejam.  
Quem, para possuí-la, levanta-se de madrugada, não terá trabalho,  
porque a encontrará sentada à sua porta.”*

**Sab 6, 12-14**

*“Sou a mãe do puro amor, do temor,  
Da ciência e da santa esperança.  
Em mim se acha toda a graça do caminho e da verdade,  
Em mim toda a esperança da vida e da virtude.”*

**Eclo 24, 24-25**

## AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer, em especial, ao Prof. Edson por seu valioso trabalho de orientação.

Ao colega Juan, por seu pioneirismo.

Ao Prof. Salgado e ao amigo André, por nossas valiosas discussões.

Ao Prof. Ildemar, por sua participação em minha formação acadêmica e por sua importante contribuição na banca examinadora.

A todos os amigos e colegas do LabPlan que, direta ou indiretamente, contribuíram para este trabalho.

À Patrícia, por ser tudo que é para mim e por toda a força que fez este caminho menos árduo.

À minha família, por tornar isto possível.

A Deus.

Muito obrigado.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

## **ALOCAÇÃO DO SOBRECUSTO OPERATIVO DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA VIA TEORIA DOS JOGOS**

**Marcos Keller Amboni**

Novembro/2001

Orientador: Prof. Edson Luiz da Silva, Dr. Eng.

Área de Concentração: Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica.

Palavras-chave: Alocação de Custos, Teoria dos Jogos, Aumann-Shapley.

Número de Páginas: 80 (Oitenta).

O processo de reestruturação do setor de energia elétrica tem como objetivo principal a introdução da competição na geração e comercialização. Nesse contexto, os geradores mais eficientes devem ser despachados preferencialmente, de modo a possibilitar que o consumidor final tenha acesso a um produto com menor preço. Qualquer tipo de restrição imposta pelo sistema de transmissão que impeça a obtenção de um despacho eficiente causa a elevação dos custos de operação. O aumento dos custos de operação, aqui denominado de Sobrecusto Operativo, de uma forma geral é alocado aos consumidores finais. Essa dissertação propõe uma metodologia de alocação do sobrecusto operativo para um mercado tipo *Pool* no qual tem-se um preço único para todo o mercado. A metodologia proposta possibilita recuperação exata do sobrecusto operativo e estimula o uso eficiente dos recursos do sistema. O método proposto baseia-se na Teoria dos Jogos Cooperativos de Aumann-Shapley, a qual tem sido aplicada com sucesso em problemas de alocação de custos em outras áreas do conhecimento. De maneira a providenciar uma precisa sinalização do uso real do sistema, utiliza-se modelagem completa da rede de transmissão.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

## **OPERATING UPLIFT ALLOCATION IN ELECTRICAL ENERGY SYSTEMS BY GAME THEORY**

**Marcos Keller Amboni**

November/2001

Advisor: Prof. Edson Luiz da Silva, Dr. Eng.

Area of Concentration: Planning in Electrical Energy Systems.

Keywords: Cost Allocation, Game Theory, Aumann-Shapley.

Number of Pages: 80 (Eighty).

The introduction of competition in the generation and trading activities has been one of the main objectives of the deregulation of the electric energy market. From this point of view, the most efficient generators must be preferentially dispatched such that the final consumer be able to have the electric energy at a lower price. Constraints imposed by the transmission system that impede the attainment of an economic dispatch results in an increase in the operation cost. This increase, here called *Uplift*, is usually allocated to the final consumers. This work proposes a methodology for attributing the operative uplift in a power Pool that has an unique energy price for the whole market. The proposed methodology allows the accurate recovery of the uplift and stimulates the efficient use of the system resources. The proposed strategy is based on Aumann-Shapley Cooperative Game Theory, which has been successfully applied in cost allocation problems of other knowledge areas. In order to provide the accurate signals for the real use of the transmission system, a nonlinear model of the power network is used.

# SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>X</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>XI</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 MOTIVAÇÃO	1
1.2 OBJETIVOS	2
1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	3
<b>2. CUSTOS DE CONGESTIONAMENTO E DE PERDAS DE TRANSMISSÃO</b>	<b>4</b>
2.1 INTRODUÇÃO	4
2.2 ESTRUTURAS BÁSICAS DE MERCADO	5
2.2.1 O Modelo Pool	5
2.2.2 O Modelo Bilateral	7
2.3 DESPACHO E FORMAÇÃO DE PREÇO NO MODELO POOL COM PREÇO UNIFORME	8
2.3.1 Programação da Operação	8
2.3.2 Operação em Tempo Real	9
2.3.3 Formação de Preço no Modelo Pool com Preço Uniforme	10
2.4 A ORIGEM DO SOBRECUSTO OPERATIVO	13
2.4.1 Cálculo do Sobrecusto Operativo	14
2.4.2 O Problema de Alocação do Sobrecusto Operativo	16
2.5 CONCLUSÕES	16
<b>3. TEORIA DE ALOCAÇÃO DE CUSTOS</b>	<b>18</b>
3.1 INTRODUÇÃO	18
3.2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE CUSTOS	19
3.3 TEORIA DOS JOGOS	20
3.3.1 Teoria dos Jogos Não-Cooperativos	21
3.3.2 Teoria dos Jogos Cooperativos	22



<b>3.4 MÉTODOS DE ALOCAÇÃO DE CUSTOS</b>	<b>27</b>
3.4.1 Custos Separáveis com Benefícios Remanescentes	27
3.4.2 Nucleolus	28
3.4.3 Valor de Shapley	28
3.4.4 Preço de Aumann-Shapley	29
<b>3.5 PROPRIEDADES DA ALOCAÇÃO DE CUSTOS</b>	<b>31</b>
3.5.1 Aditividade	31
3.5.2 Monotonicidade	32
3.5.3 Consistência	33
<b>3.6 CONCLUSÕES</b>	<b>33</b>
<b>4. ALOCAÇÃO DO SOBRECUSTO OPERATIVO VIA MÉTODO DE AUMANN-SHAPLEY</b>	<b>34</b>
<b>4.1 INTRODUÇÃO</b>	<b>34</b>
<b>4.2 O PROBLEMA DO CONGESTIONAMENTO</b>	<b>35</b>
4.2.1 Sistema <i>Pool</i> com Preços Nodais	35
4.2.2 Sistema <i>Pool</i> com Preço Marginal do Sistema	38
<b>4.3 RECUPERAÇÃO DO SOBRECUSTO OPERATIVO PELO MÉTODO DE AS</b>	<b>39</b>
<b>4.4 MOTIVAÇÃO PARA REPRESENTAÇÃO COMPLETA DA REDE E FPO AC</b>	<b>43</b>
<b>4.5 APLICAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO PARA O SISTEMA TESTE</b>	<b>45</b>
4.5.1 Cargas com Fator de Potência de 95%	46
4.5.2 Influência do Fator de Potência na Alocação do Sobrecusto Operativo	50
4.5.3 Alocação do Custo das Perdas	52
<b>4.6 CONCLUSÕES</b>	<b>54</b>
<b>5. APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS PREÇOS DE AS</b>	<b>56</b>
<b>5.1 INTRODUÇÃO</b>	<b>56</b>
<b>5.2 SISTEMA UTILIZADO</b>	<b>56</b>
<b>5.3 RESULTADOS OBTIDOS</b>	<b>58</b>
<b>5.4 CONCLUSÕES</b>	<b>65</b>

<b>6. CONCLUSÕES</b>	<b>67</b>
<b>7. ANEXOS</b>	<b>70</b>
<b>7.1 DADOS DO SISTEMA 54 BARRAS</b>	<b>70</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS</b>	<b>73</b>

## LISTA DE FIGURAS

<i>FIGURA 2.1 – Ponto de Equilíbrio no Mercado Spot</i>	7
<i>FIGURA 2.2 – Despachos Programado, Real e Real Médio</i>	10
<i>FIGURA 2.3 – Sistema Teste de Sete barras</i>	11
<i>FIGURA 2.4 – Despacho Irrestrito do Sistema Teste</i>	13
<i>FIGURA 2.5 – Despacho Restrito do Sistema Teste</i>	14
<i>FIGURA 3.1 – Conjunto da Alocação Ótima de Pareto para um Jogo com Três Participantes</i>	25
<i>FIGURA 3.2 – Núcleo de um Jogo com Três Participantes</i>	25
<i>FIGURA 3.3 – Núcleo do Problema do Reservatório</i>	26
<i>FIGURA 3.4 – Solução por Três Métodos do Problema do Reservatório</i>	29
<i>FIGURA 4.1 – Despacho Irrestrito do Sistema Teste</i>	36
<i>FIGURA 4.2 – Despacho Restrito do Sistema Teste</i>	36
<i>FIGURA 4.3 – Custo Marginal x Preço de Aumann-Shapley da Barra 5</i>	50
<i>FIGURA 4.4 – Custo Marginal x Preço de Aumann-Shapley da Barra 5 – Perdas</i>	53
<i>FIGURA 5.1 – Diagrama Geométrico do Sistema 54 barras</i>	57
<i>FIGURA 5.2 – Custo Marginal x Preço de Aumann-Shapley da Barra 1198</i>	64

## LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1 – Dados de Barra do Sistema Teste	12
TABELA 2.2 – Dados de Linha do Sistema Teste	12
TABELA 2.3 – Balanço de Pagamentos no MAE	13
TABELA 2.4 – Processo de Reconciliação	15
TABELA 2.5 – Receita dos Geradores	16
TABELA 3.1 – Função Custo Conjunto do Problema do Reservatório	20
TABELA 3.2 – Matriz de Lucros do Dilema do Prisioneiro	22
TABELA 4.1 – Balanço de Pagamentos ao Preço Nodal do Sistema Restrito	37
TABELA 4.2 – Custo de Produção	38
TABELA 4.3 – Processo de Reconciliação do Sistema Teste	39
TABELA 4.4 – Influência das Restrições de Tensão nos Preços Nodais	44
TABELA 4.5 – Influência do Fator de Potência da Carga nos Preços Nodais	45
TABELA 4.6 – Processo de Reconciliação do Sistema Teste – FP = 95%	46
TABELA 4.7 – Preços de Aumann-Shapley	46
TABELA 4.8 – Receita dos Geradores	47
TABELA 4.9 – Pagamento das Cargas	48
TABELA 4.10 – Alocação dos Custos pelo Método CSBR	49
TABELA 4.11 – Cargas com Diversos Fatores de Potência	51
TABELA 4.12 – Processo de Reconciliação do Sistema Teste – FPs Diversos	51
TABELA 4.13 – Preços de Aumann-Shapley	51
TABELA 4.14 – Processo de Reconciliação do Sistema Teste – Perdas	52
TABELA 4.15 – Preços de Aumann-Shapley	53
TABELA 5.1 – Balanço de Pagamentos no MAE	59
TABELA 5.2 – Processo de Reconciliação	60
TABELA 5.3 – Influência da Tensão no Sobrecusto Operativo	61
TABELA 5.4 – Preços de Aumann-Shapley e Alocação do Sobrecusto Operativo	63
TABELA 7.1 – Dados de Barra do Sistema 54 barras	70
TABELA 7.2 – Dados de Linha do Sistema 54 barras	71

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 MOTIVAÇÃO

A reestruturação dos mercados de energia elétrica, que vem ocorrendo em escala mundial nos últimos anos, tem como objetivo principal aumentar a eficiência na indústria de energia elétrica, por meio da introdução da competição na geração e na comercialização da energia, visando oferecer ao consumidor final um produto com menor preço [1], [2].

Um dos mecanismos essenciais para garantir a competitividade nos mercados de energia elétrica é o livre acesso à rede de transmissão. Os sistemas de transmissão são os elos de ligação entre as fontes e os consumidores da energia, e devem garantir que os geradores mais eficientes possam ser os supridores do mercado [3].

Entretanto, diferentemente de outros bens que podem ser transportados com poucas restrições físicas, a energia elétrica deve ser transmitida respeitando uma série de restrições físicas com elevado grau de dificuldade de controle. Assim, os limites de fluxo nas linhas, de perfil de tensão, de estabilidade, entre outros, devem ser respeitados [4]. A violação de uma destas restrições causa uma situação definida como *congestionamento* do sistema, que deve ser gerenciada de acordo com alguns procedimentos.

No regime de livre acesso ao sistema, a característica de meio comum de transmissão a todos os usuários, apresentada pela rede de transmissão, pode levar a ocorrência de freqüentes congestionamentos do sistema. Desta maneira, geradores mais eficientes, que deveriam ser despachados preferencialmente de modo a garantir a operação ao mínimo custo, ficam impedidos de operar plenamente e geradores sem o devido mérito são despachados para aliviar o congestionamento.

Num mercado irrestrito, onde a rede é desconsiderada, a solução do problema de otimização é caracterizada por apresentar preços iguais em todas as barras. Nesta situação, o *Preço Marginal do Sistema* (PMS) é definido, sendo único para todo o sistema. Esta solução também define a ordem de mérito dos geradores, por ordem crescente de suas ofertas de preços de produção [4]. Em alguns mercados, realiza-se a contabilização e liquidação do

mercado atacadista com base nesse sistema irrestrito, portanto livre das restrições de transmissão e das perdas.

Na operação do sistema, o congestionamento e as perdas, anteriormente desconsiderados na formação do preço, fazem com que geradores programados para despachar fiquem limitados, enquanto que outros, com preço acima do PMS, devam operar. O conseqüente aumento no custo de operação deste despacho fora da ordem de mérito é definido com *Sobrecusto Operativo*. Como as cargas e os geradores têm seus consumos e produções liquidados no mercado atacadista de energia ao PMS, há um déficit para cobrir este sobrecusto operativo.

No modelo de mercado brasileiro, esse sobrecusto de operação é tratado como um encargo de serviço do sistema, sendo custeados pelos consumidores via um critério de alocação *pro rata* que, embora simples, não estimula o uso eficiente dos recursos do sistema.

## 1.2 OBJETIVOS

Esta dissertação tem por objetivo apresentar um método de repartição do sobrecusto operativo em um modelo *Pool* com a fixação de preço único em todo o sistema, que possibilite a recuperação exata desse sobrecusto e promova o uso eficiente da rede de transmissão. Esta proposta contempla uma modelagem completa do sistema, como complemento ao trabalho desenvolvido em [5].

O método proposto utiliza os *Preços de Aumann-Shapley*, estabelecidos com base na Teoria dos Jogos Cooperativos. Os Jogos Cooperativos são uma proposta natural aos problemas de alocação de custos, e a metodologia utilizada incorpora o sinal locacional dos Multiplicadores de *Lagrange* de um Fluxo de Potência Ótimo.

### 1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho está assim estruturado:

No Capítulo II são apresentadas as estruturas básicas de mercado de energia elétrica resultantes dos processos de desverticalização ocorridos em diversos países. O foco principal do estudo aqui apresentado é o Modelo *Pool* com preço único. Para este modelo é apresentado o processo de despacho e a formação de preço. Aborda-se, ainda, o problema do sobrecusto operativo.

No Capítulo III, abordam-se os conceitos relativos à alocação de custos e os princípios básicos que devem ser seguidos para induzir à eficiência econômica em um mercado de energia elétrica. O problema de alocação de custos é formulado e a Teoria dos Jogos é apresentada. Mostra-se que a Teoria dos Jogos Cooperativos está diretamente associada ao problema de repartição de custos e diversos métodos surgiram para aplicações em várias áreas do conhecimento. Diante das características do problema aqui estudado, propõe-se a utilização dos método dos *Preços de Aumann-Shapley* para alocação do sobrecusto operativo.

No Capítulo IV, mostra-se como os custos decorrentes de congestionamento são tratados em sistemas *Pool* com preços nodais e, com maior ênfase, para sistemas *Pool* via preço marginal do sistema. Neste capítulo é apresentada a formulação do método dos preços de *Aumann-Shapley* para aplicação na recuperação do sobrecusto operativo. Também neste capítulo são apresentadas as motivações para se utilizar a modelagem completa da rede no tratamento do congestionamento de sistemas.

Por fim, no Capítulo V são apresentados os resultados da aplicação do método proposto a um sistema equivalente da Região Sul do Brasil, de maneira a validar sua aplicabilidade para sistemas reais.

## 2. CUSTOS DE CONGESTIONAMENTO E DE PERDAS DE TRANSMISSÃO

### 2.1 INTRODUÇÃO

De acordo com o grau de liberdade dos agentes na elaboração dos contratos de compra e venda de energia e na realização física destes acordos, existem duas estruturas básicas de mercado. O modelo chamado *Bilateral*, que permite maior flexibilidade de estratégias com a mínima intervenção no despacho pretendido, e o modelo *Pool*, caracterizado pela presença de um controlador central que visa a utilização ótima dos recursos.

Independentemente da estrutura utilizada, os mercados reestruturados visam a introdução da competição na geração e comercialização de energia elétrica, por intermédio da desverticalização dos seus serviços e do livre acesso à rede de transmissão. Entretanto, o livre acesso à transmissão é limitado por fatores como o congestionamento e as perdas do sistema elétrico. O congestionamento deve ser entendido como qualquer limitação da capacidade de transporte da rede, ocasionado por limites térmicos de circuitos e restrições de perfil de tensão ou de segurança do sistema. As perdas, inerentes às características físicas dos elementos de transmissão, são identificadas como a diferença entre a geração e a demanda total do sistema, e devem ser minimizadas.

Sempre que existe restrição à operação ótima, há um aumento do custo de produção, ou um *Sobrecusto Operativo*<sup>1</sup>. Ambos os fatores acima mencionados contribuem para este acréscimo, sendo, porém, o congestionamento responsável por sua parcela mais significativa.

Este capítulo mostra a origem do sobrecusto operativo no modelo *Pool*, o qual é utilizado no setor elétrico brasileiro. A Seção 2.2 apresenta uma breve descrição das estruturas básicas de mercado e das metodologias de fixação de preço no mercado *Pool*. Na Seção 2.3, aborda-se o processo de formação do preço na estrutura *Pool* com a fixação de um preço

---

<sup>1</sup> O sobrecusto operativo no mercado de energia elétrica do Reino Unido é denominado de *Uplift*, cujo valor é recuperado junto às cargas.



único para o sistema, aqui denominado de *Preço Marginal do Sistema*. Para tanto, faz-se uso de um sistema teste de sete barras que servirá de referência ao longo desta dissertação. A Seção 2.4 trata do cálculo do sobrecurso operativo.

## 2.2 ESTRUTURAS BÁSICAS DE MERCADO

Conforme descrito anteriormente, os mercados de energia elétrica têm se organizado utilizando os modelos *Pool* e *Bilateral*, ou combinações dos mesmos.

O modelo *Pool* baseia-se na presença de um coordenador central, responsável por receber as ofertas de preços e quantidades dos geradores, e selecionar os mais eficientes visando promover a operação otimizada do sistema.

O modelo *Bilateral* caracteriza-se por permitir livre transações físicas entre os agentes. O operador independente do sistema é responsável por ajustar os despachos, minimizando o desvio das transações pretendidas, visando atender as restrições físicas do sistema.

### 2.2.1 O Modelo Pool

Nos mercados tipo *Pool*, busca-se o mínimo custo de operação despachando-se os geradores disponíveis de acordo com seus preços declarados até haver o equilíbrio carga / geração. Os geradores ofertam preços segundo suas estratégias, baseados nos custos de produção. É necessário buscar mecanismos que incentivem os geradores a declararem preços próximos de seus custos reais. Basicamente, há duas metodologias de fixação de preços adotadas nos mercados desverticalizados: via *Preço Marginal do Sistema* e via *Preços Nodais*.

Na fixação de preços via Preço Marginal do Sistema (PMS), os geradores são despachados de acordo com uma ordem de mérito até haver o equilíbrio carga / geração. O último recurso utilizado determina o preço em todo o sistema. Este processo assemelha-se a um leilão não discriminatório, já que todos os geradores despachados são pagos a um preço único.

Entretanto, a liquidação ao PMS não oferece sinais corretos para a localização de novos agentes, já que qualquer lugar do sistema apresenta o mesmo sinal econômico. Esta deficiência é parcialmente corrigida pela divisão do mercado em *zonas* ou *submercados*, onde cada zona é uma parcela do sistema com congestionamentos não freqüentes. O preço de cada subsistema é ajustado de maneira a refletir as perdas da rede e o congestionamento na interface com outras zonas.

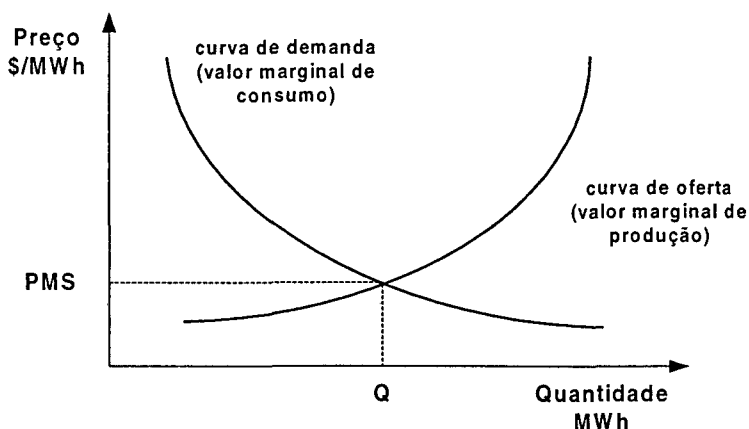
A estrutura de mercado utilizada no Brasil, dita *Tight Pool*, é uma variação desta apresentada, onde os preços dos submercados são formados a partir da oferta de preços dos geradores termelétricos e da esperança matemática do custo do *déficit*, o que possibilita determinar o valor da água para os geradores hidrelétricos.

Outra metodologia de fixação de preços é baseada nos preços ótimos das barras, que são obtidos pelas variáveis duais (Multiplicadores de *Lagrange*) de um Fluxo de Potência Ótimo (FPO): Esta fixação é dita discriminatória, já que cada barra possui preço diferenciado de maneira a refletir as perdas e as restrições existentes no sistema elétrico.

Nesta implementação, as cargas pagam os preços das barras onde estão localizadas, e não um preço único. Porém, geradores em pontos estratégicos do sistema podem se utilizar de seu poder de mercado, elevando seus preços para patamares bem superiores aos custos de produção. O sistema interligado Pennsylvania - New Jersey - Maryland, nos Estados Unidos, adota esta metodologia de fixação de preços em seu mercado *Pool* [6], [7].

De maneira geral, em um modelo tipo *Pool*, todas as transações físicas são realizadas por um coordenador central, e não diretamente entre agentes. As transações entre agentes são meramente financeiras. Nesses mercados, o despacho do sistema é realizado com base em critérios técnico-econômicos, de onde determina-se o preço *spot*, a partir da livre interação entre oferta e demanda [8]. A teoria microeconômica denomina *mecanismo de mercado* a tendência, em mercados livres, de que o preço se modifique até que o mercado fique limpo da mercadoria (isto é, até que a quantidade ofertada e a quantidade demandada tornem-se iguais). Este preço de equilíbrio, ou *Market Clearing Price*, em um mercado *spot* é

o PMS, onde os preços tendem ao custo marginal de curto prazo (custo marginal de operação), conforme ilustrado na Figura 2.1.



**FIGURA 2.1 – Ponto de Equilíbrio no Mercado *Spot***

Por fim, cabe ressaltar que mercados tipo *Pool* assemelham-se às estruturas de mercado monopolistas. O despacho por ordem de mérito realizado é similar ao praticado em mercados tradicionais de energia, caracterizados pela estrutura vertical e ausência de competição, exceto pelo fato da curva de custos de produção ser substituída pela curva de oferta de preços [5].

### 2.2.2 O Modelo Bilateral

O modelo Bilateral tem em sua origem a motivação pela liberdade de escolha entre os agentes do mercado. Admite-se que a livre procura dos consumidores pela melhor oferta de preço leve à eficiência econômica. Nos mercados de energia elétrica sob o modelo bilateral, os geradores e produtores são livres para contratar a energia e realizar o despacho físico, de acordo com suas estratégias e interesses.

As características particulares dos sistemas elétricos de potência introduzem dois problemas que exigem tratamento adequado. Primeiro, as perdas do sistema de transmissão, que requerem do *Coordenador de Despacho* o fechamento do balanço de potência, tornando-se necessário identificar as perdas associadas a cada transação. Segundo, a presença de restrições de transmissão, que requer algum tipo de coordenação centralizada para manter a

segurança e promover o uso eficiente da capacidade restrita do sistema. Neste caso, o *Operador Independente do Sistema* efetua correções tendo em vista o mínimo desvio das transações fixadas. Ambos os problemas são considerados *externalidades*<sup>2</sup>, que tem sido internalizadas ao despacho nos modelos com estrutura vertical [9].

A implementação deste modelo em sua forma pura ainda não foi realizada, existindo composições com o modelo *Pool*, tal como na Califórnia [10], [11].

## 2.3 DESPACHO E FORMAÇÃO DE PREÇO NO MODELO POOL COM PREÇO UNIFORME

### 2.3.1 Programação da Operação

Existem algumas etapas que precedem a operação e a formação de preço num sistema predominantemente hidráulico, como o brasileiro. De uma forma geral, há um planejamento energético visando otimizar o uso dos recursos do sistema, há o processo de declaração de preços das usinas térmicas e de disponibilidade das máquinas, e o despacho real.

No sistema brasileiro, o planejamento energético da operação se inicia com horizonte de programação de cinco anos, com discriminação mensal e três patamares de carga. A representação das bacias hidráulicas é feita em sistemas equivalentes e são considerados os limites de interligação entre os subsistemas. O objetivo deste planejamento, dito de médio prazo, é determinar a estratégia de geração hidrelétrica e termelétrica de cada estágio que minimiza o valor esperado do custo de operação para todo o período de planejamento. O principal resultado desta fase são as funções de custo futuro que traduzem para as próximas etapas o impacto de utilização da água armazenada nos reservatórios.

---

<sup>2</sup> Existem externalidades quando ações de um agente afetam o ambiente (custos/benefícios) de outro agente. É dito ocorrer uma externalidade quando alguma atividade de produção ou de consumo possui um efeito indireto sobre outras atividades de consumo ou de produção que não estejam diretamente refletidas nos preços de mercado.

A partir das funções de custo futuro, que sinalizam os custos de cada política de geração, existe outra fase que possui horizonte de doze meses com discriminação semanal e consideração de três patamares de carga. Seu produto é o valor da água para cada submercado, possibilitando iniciar o processo de programação da operação do sistema.

Sendo conhecidos o valor da água para as hidrelétricas e os preços declarados para as termelétricas, bem como a disponibilidade declarada dos geradores, os limites de intercâmbios e as previsões de carga, procede-se a otimização do sistema. Esta otimização resulta em um despacho (*ex-ante*), onde a rede elétrica interna aos submercados é desconsiderada. Posteriormente, realiza-se uma análise considerando a rede na íntegra, resultando no despacho programado de cada gerador.

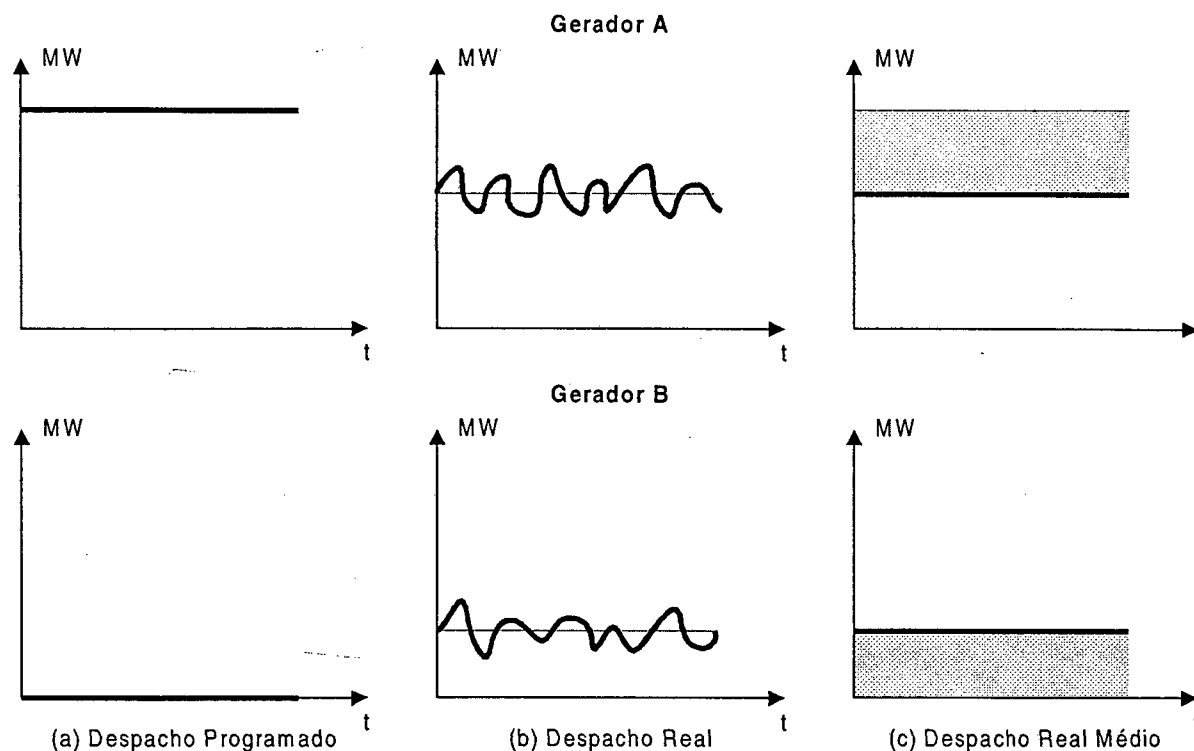
Para sistemas termelétricos com despacho centralizado, procedimento semelhante é adotado, onde os geradores participam de um processo competitivo de declaração de preços e quantidades.

### 2.3.2 Operação em Tempo Real

Entre a etapa de programação e a operação real ocorrem novas indisponibilidades e desvios de carga, sendo necessário adotar despachos diferentes dos programados. Isto é necessário para que na operação real haja um equilíbrio estável entre carga e geração todo o tempo, obedecendo às restrições de tensão e de carregamento de circuitos e equipamentos.

A Figura 2.2 exemplifica o desvio de geração em relação à programada. Neste exemplo, supõe-se dois geradores *A* e *B*. A usina *A* tem geração programada diferente de zero, enquanto que *B* não está programada para gerar neste período de apuração, conforme ilustrado na Figura 2.2 – (a). Observa-se que estes valores programados já foram ajustados de maneira a aliviar o congestionamento da transmissão, sendo, portanto, diferente do valor ótimo calculado num sistema à barra única. Entretanto, fatores como indisponibilidade de outros geradores, falhas em componentes de transmissão, variação de uma quantidade significativa de carga, ou qualquer outra restrição visando a segurança do sistema, fazem com que a geração ajustada para cada usina mude do valor programado. O gerador *A* tem que diminuir sua produção e *B* incrementar a geração, e, na realidade, a produção destas usinas oscila (para

acompanhar as variações de carga e manter o controle de frequência, por exemplo) em torno deste novo valor, conforme indicado na Figura 2.2 – (b). A Figura 2.2 – (c) apresenta a geração real média de cada gerador para o período de apuração, e a área hachurada representa o desvio desta geração em relação à programada para cada gerador.



**FIGURA 2.2 –Despachos Programado, Real e Real Médio**

Portanto, se a operação real é diferente da programada, não se pode assegurar a operação a custo mínimo, conforme planejado. Neste processo, geradores *infra-marginais* podem ficar restritos, sendo necessário que outros geradores que não haviam sido programados, pois eram *supra-marginais*, sejam despachados. Ou seja, estes desvios de operação ocasionam aumento do custo de operação.

### 2.3.3 Formação de Preço no Modelo Pool com Preço Uniforme

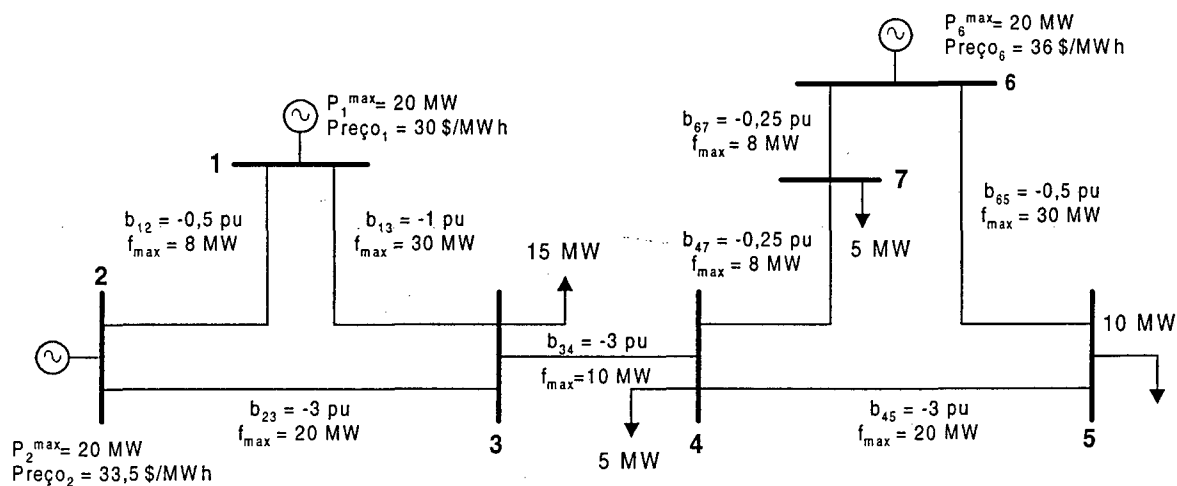
O cálculo do preço *spot* (PMS) num mercado *Pool* é realizado sem considerar a rede de transmissão. O PMS pode ser calculado antes da operação, com base na demanda

prevista e na disponibilidade declarada pelos agentes do mercado (*ex-ante*), ou já com a demanda e disponibilidade realmente ocorrida durante a operação (*ex-post*).

O despacho ideal é diferente se calculado *ex-ante* ou *ex-post* [5] ,[12], e as vantagens ou desvantagens de cada procedimento não serão tratadas neste estudo. Em qualquer um dos casos, o PMS é determinado pelo último gerador despachado, num sistema à barra única, para atender toda a demanda, de acordo com os preços das usinas e das disponibilidades consideradas. No decorrer deste trabalho, este processo será referido como despacho ideal ou despacho irrestrito.

Por facilidade de exposição, serão desconsiderados os contratos entre os agentes do mercado, sendo todos os pagamentos realizados no âmbito do Mercado Atacadista de Energia (MAE). As demandas e disponibilidades serão consideradas coincidentes com as registradas no despacho real, tornando indiferente o cálculo do PMS por um procedimento *ex-ante* ou *ex-post*.

O sistema teste de sete barras mostrado na Figura 2.3 será utilizado como referência nesta dissertação.



**FIGURA 2.3 – Sistema Teste de Sete barras**

Os dados deste sistema são apresentados nas tabelas 2.1 e 2.2.

TABELA 2.1 – Dados de Barra do Sistema Teste

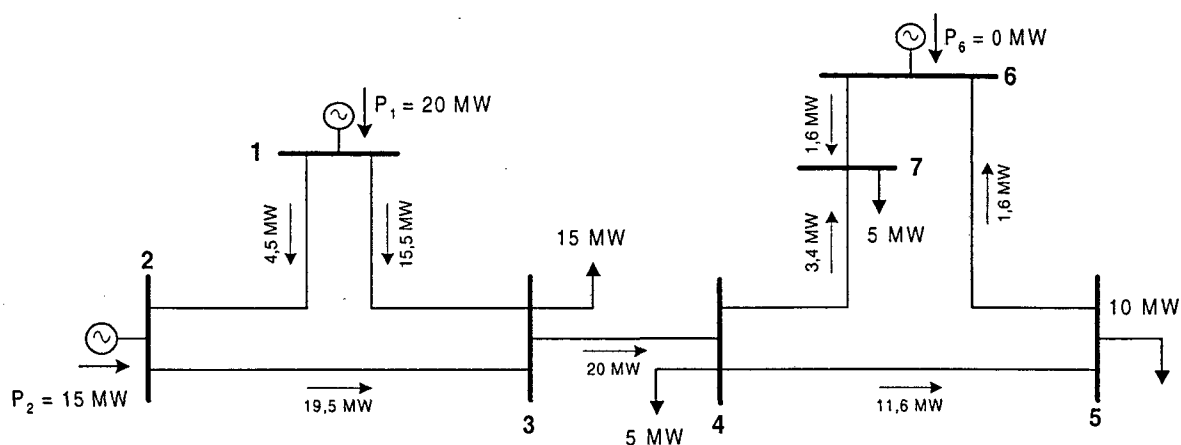
Barra	Tipo	Carga		Geração		Custo \$/MWh
		ativa (MW)	reativa (Mvar)	mínima (MW)	máxima (MW)	
1	Geração	-	-	0	20	30,0
2	Geração	-	-	0	20	33,5
3	Carga	15,0	5,0	-	-	-
4	Carga	5,0	1,7	-	-	-
5	Carga	10,0	3,3	-	-	-
6	Geração	-	-	0	20	36,0
7	Carga	5,0	2,0	-	-	-

TABELA 2.2 – Dados de Linha do Sistema Teste

Linha		r (pu)	x (pu)	Fluxo Máximo (MVA)
origem	destino			
1	2	0,40	2,00	8,0
1	3	0,20	1,00	30,0
2	3	0,07	0,33	20,0
3	4	0,07	0,33	10,0
4	5	0,07	0,33	20,0
4	7	0,80	4,00	8,0
5	6	0,40	2,00	30,0
6	7	0,80	4,00	8,0

O despacho à barra única deste sistema consiste na usina com menor preço gerar em sua capacidade máxima e a segunda usina, pela ordem de mérito, completar o balanço de potência. A terceira usina não é despachada. O preço marginal é o último recurso utilizado, ou seja, o preço ofertado pelo gerador da Barra 2 (33,5 \$/MWh). O fluxo de potência para este despacho é apresentado na Figura 2.4. Por simplicidade de exposição, é utilizado um fluxo de potência DC.





**FIGURA 2.4 – Despacho Irrestrito do Sistema Teste**

O balanço dos pagamentos efetuados no MAE estão na Tabela 2.3<sup>3</sup>.

**TABELA 2.3 – Balanço de Pagamentos no MAE**

Barra	Tipo	Receita dos Geradores	Pagamento das Cargas
1	Geração	20,0 MWh x 33,5 \$/MWh = \$ 670,00	
2	Geração	15,0 MWh x 33,5 \$/MWh = \$ 502,50	
3	Carga		15,0 MWh x 33,5 \$/MWh = \$ 502,50
4	Carga		5,0 MWh x 33,5 \$/MWh = \$ 167,50
5	Carga		10,0 MWh x 33,5 \$/MWh = \$ 335,00
6	Geração	0,0 MWh x 33,5 \$/MWh = \$ 0,00	
7	Carga		5,0 MWh x 33,5 \$/MWh = \$ 167,50
<b>Total</b>		<b>\$ 1.172,50</b>	<b>\$ 1.172,50</b>

As cargas e os geradores são liquidados ao PMS, fixado pelo Gerador 2. No modelo *Pool* com preço uniforme, o pagamento das cargas é igual à receita dos geradores, não havendo excedente financeiro (*surplus*).

## 2.4 A ORIGEM DO SOBRECUSTO OPERATIVO

O sobrecusto operativo (*uplift*) tem sua origem nas diferenças de despachos entre o sistema irrestrito e o sistema com modelagem completa da rede. As perdas, as restrições de

<sup>3</sup> Por simplicidade, o tempo de apuração considerado em todos os exemplos é de 1 h.

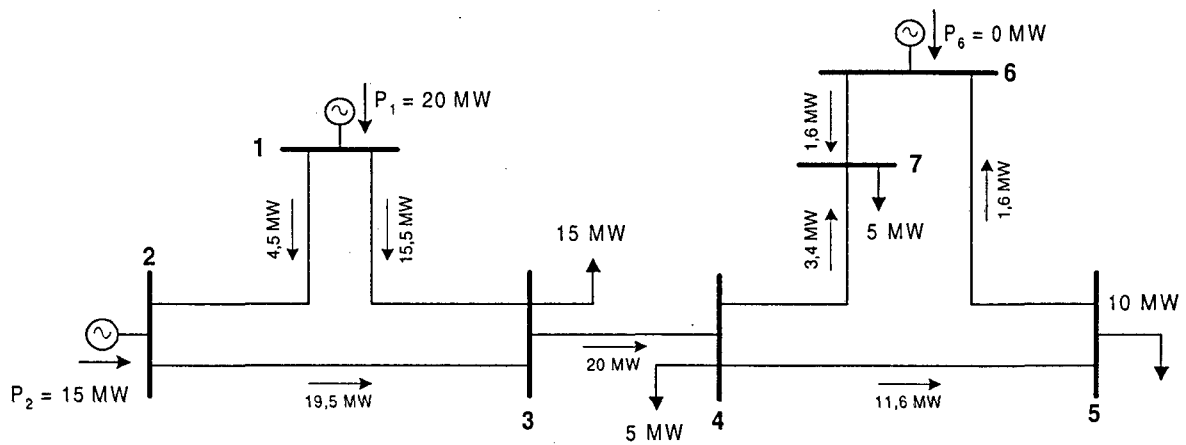


FIGURA 2.4 – Despacho Irrestrito do Sistema Teste

O balanço dos pagamentos efetuados no MAE estão na Tabela 2.3<sup>3</sup>.

TABELA 2.3 – Balanço de Pagamentos no MAE

Barra	Tipo	Receita dos Geradores	Pagamento das Cargas
1	Geração	20,0 MWh x 33,5 \$/MWh = \$ 670,00	
2	Geração	15,0 MWh x 33,5 \$/MWh = \$ 502,50	
3	Carga		15,0 MWh x 33,5 \$/MWh = \$ 502,50
4	Carga		5,0 MWh x 33,5 \$/MWh = \$ 167,50
5	Carga		10,0 MWh x 33,5 \$/MWh = \$ 335,00
6	Geração	0,0 MWh x 33,5 \$/MWh = \$ 0,00	
7	Carga		5,0 MWh x 33,5 \$/MWh = \$ 167,50
<i>Total</i>		\$ 1.172,50	\$ 1.172,50

As cargas e os geradores são liquidados ao PMS, fixado pelo Gerador 2. No modelo *Pool* com preço uniforme, o pagamento das cargas é igual à receita dos geradores, não havendo excedente financeiro (*surplus*).

## 2.4 A ORIGEM DO SOBRECUSTO OPERATIVO

O sobrecusto operativo (*uplift*) tem sua origem nas diferenças de despachos entre o sistema irrestrito e o sistema com modelagem completa da rede. As perdas, as restrições de

<sup>3</sup> Por simplicidade, o tempo de apuração considerado em todos os exemplos é de 1 h.

tensão e os limites de capacidade dos elementos dos circuitos são alguns dos itens que contribuem para este desvio em relação ao despacho econômico.

### 2.4.1 Cálculo do Sobrecusto Operativo

Observa-se que no despacho ideal do sistema teste, mostrado na Figura 2.4, o fluxo da linha que interliga as barras 3 e 4 é maior do que sua capacidade de transferência. Portanto, no despacho restrito será necessário aliviar este congestionamento. Este alívio se dá pelo ajuste de geração, diminuindo este fluxo e levando o sistema a um ponto de operação diferente do ponto ótimo.

Este novo ponto de operação é a solução da otimização restrita do sistema, obtido pelo Fluxo de Potência Ótimo (FPO). A consideração implícita nessa abordagem é que a operação em tempo real do sistema seja de acordo com o FPO.

Os resultados para a operação restrita do sistema teste estão na Figura 2.5.

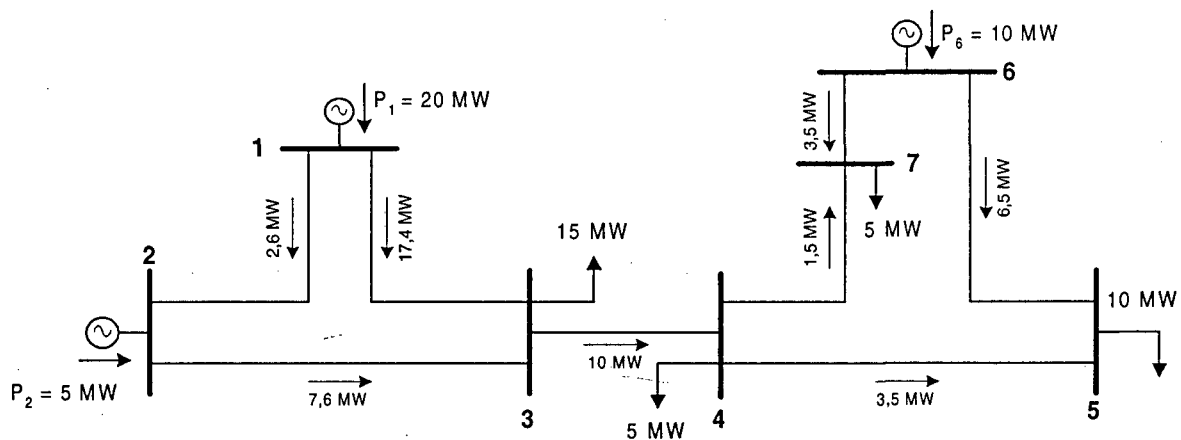


FIGURA 2.5 – Despacho Restrito do Sistema Teste

O gerador na Barra 6, que não foi despachado pela ordem de mérito, deve gerar, em detrimento do gerador da Barra 2, ou seja, ocorre um aumento no custo de operação em relação ao valor ótimo obtido no despacho econômico à barra única. Este aumento do custo de operação torna necessário um processo de reconciliação de modo a recuperar o montante destinado ao alívio do congestionamento e corrigir as receitas dos geradores.

Neste processo de reconciliação, o montante de geração despachado fora da ordem de mérito é remunerado ao preço de oferta de cada recurso. Uma forma de determinar este sobrecusto<sup>4</sup> dentro de um período de apuração  $j$ , é realizando a reconciliação para as usinas despachadas centralmente [5]

$$SO_j = \sum_{i=1}^{Ng} (Pg_{ij} - Pg_{ij}^u) PO_{ij} \quad (2.1)$$

onde:

$SO_j$  é o sobrecusto operativo do sistema para o período  $j$ ;

$Ng$  é o número de geradores;

$Pg_{ij}$  é a geração medida da usina  $i$  no período  $j$ ;

$Pg_{ij}^u$  é a geração do despacho irrestrito da usina  $i$  no período  $j$ ;

$PO_{ij}$  é o preço ofertado pela usina  $i$  no período  $j$ .

O sobrecusto operativo calculado para o sistema teste é:

TABELA 2.4 – Processo de Reconciliação

<i>Gerador</i>	<i>Reconciliação</i>	
Barra 1	(20 - 20) x 30,0 =	0,00
Barra 2	(5 - 15) x 33,5 =	-335,00
Barra 6	(10 - 0) x 36,0 =	360,00
<i>Sobrecusto</i>		<i>\$ 25,00</i>

A Tabela 2.4 mostra que o Gerador 2 devolverá o custo relativo ao combustível economizado, enquanto que o gerador localizado na Barra 6 receberá sua geração ao valor de seu custo declarado, como forma de cobrir seus custos de combustível. Em ambos os casos, este arranjo contábil é feito sobre a remuneração da energia no mercado atacadista, ou seja, a receita total dos geradores constitui-se do pagamento no MAE mais a parcela devido ao sobrecusto, conforme mostrado na Tabela 2.5:

<sup>4</sup> A metodologia proposta é similar à definida nas Regras de Mercado do MAE [13].

TABELA 2.5 – Receita dos Geradores

<i>Gerador</i>	<i>MAE</i>	<i>+</i>	<i>Sobrecusto</i>	<i>=</i>	<i>Receita</i>
Barra 1	670,00	+	0,00	=	670,00
Barra 2	502,50	+	-335,00	=	167,50
Barra 6	0,00	+	360,00	=	360,00
<i>Total</i>	<i>\$ 1172,50</i>	<i>+</i>	<i>\$ 25,00</i>	<i>=</i>	<i>\$ 1197,50</i>

### 2.4.2 O Problema de Alocação do Sobrecusto Operativo

A alocação do sobrecusto operativo constitui um dos principais problemas para a fixação de preços via PMS num modelo *Pool*. Observa-se da seção anterior que o pagamento das cargas no MAE não é suficiente para cobrir o custo de operação do sistema. A prática da indústria tem sido a de recuperar esta diferença, em sua totalidade, junto às cargas baseado numa alocação do tipo *pro rata*.

Apesar da facilidade de aplicação, tal procedimento não possui as características desejáveis de eficiência econômica que reflitam o verdadeiro uso dos recursos do sistema [5], [14], [15], [16]. Seja o exemplo de uma carga localizada numa barra que possui geração local com preço declarado menor do que o preço *spot*. Em uma metodologia do tipo *pro rata*, esta carga será chamada a pagar uma parcela do sobrecusto, mesmo estando conectada a uma barra com geração local, portanto, não contribuindo para perdas ou congestionamento da rede de transmissão. Deste modo, o desenvolvimento de metodologias que aloquem adequadamente o sobrecusto operativo é um objetivo a ser perseguido.

Desta forma, no Capítulo III, apresentam-se os fundamentos teóricos para a alocação de custos, e algumas técnicas utilizadas em diversos setores da indústria, inclusive a elétrica, salientando-se suas principais características, vantagens e desvantagens.

## 2.5 CONCLUSÕES

O principal objetivo da reestruturação dos mercados de energia elétrica é promover a livre competição entre os agentes de geração e comercialização, por intermédio do processo de desverticalização da indústria e do livre acesso à rede de transmissão.

Duas correntes básicas têm sido usadas visando prover estas características aos novos mercados desregulamentados: o modelo *Bilateral* e o modelo *Pool*. A aplicação destes ou de suas variações e combinações têm sido empregadas em todo o mundo.

A operação de um sistema de potência elétrica é complexa e com características peculiares, trazendo um paradigma sem paralelo em outras atividades. Em qualquer estrutura de mercado, busca-se uma maior eficiência na indústria de energia de maneira a obter esta operação ao mínimo custo.

Na formação do PMS, e conseqüentemente, na ordem de mérito de geração realiza-se um despacho econômico sem a consideração do sistema de transmissão. Não obstante, a presença de restrições de transmissão na operação em tempo real impede que esta ordem de mérito seja seguida, surgindo custos adicionais em relação ao valor tido como ótimo, denominado Sobrecusto Operativo, os quais devem ser adequadamente alocados aos usuários. Estes custos são decorrentes das restrições de transmissão e das perdas elétricas. Neste trabalho, será tratada a alocação do sobrecusto operativo em um modelo *Pool* com fixação do preço via PMS.

### 3. TEORIA DE ALOCAÇÃO DE CUSTOS

#### 3.1 INTRODUÇÃO

O processo de alocação de custos consiste em dividir custos comuns de uma dada atividade, função ou processo entre seus usuários de acordo com as responsabilidades ou benefícios recebidos. Este problema encontra aplicações em vários setores da indústria, como aeroportos, sistemas de trânsito, reservatórios e sistemas de telecomunicações e de energia elétrica [17].

A alocação de custos deve incentivar a cooperação entre os participantes do mercado e determinar sinais corretos aos preços de maneira a induzir ao uso eficiente dos recursos. Segundo a teoria econômica, a medida de “correção” ou “justiça” de um método de alocação é indicada em termos do custo isolado (*stand-alone*) de um dos participantes do mercado, que é o custo incorrido se este usuário entrasse sozinho na atividade [18].

De uma maneira geral, os métodos de alocação de custos de um serviço para seus usuários têm como princípios básicos garantir a recuperação total desses custos provendo sinais econômicos que induzam à eficiência na utilização dos recursos comuns. Ainda, estes métodos devem ser de aplicação prática viável, sem problemas de convergência e apresentando tempo computacional de execução compatível com sua aplicação [19].

A Teoria dos Jogos Cooperativos está diretamente ligada à alocação de custos. Sua idéia principal está baseada no conceito de coalizões, ou grupos, formadas de maneira a beneficiarem-se da economia de escala. Soluções que aloquem custos a coalizões de maneira a garantir que todos os membros da coalizão sintam-se iguais ou melhores do que se não estivessem no grupo respeitam ao teste *stand-alone*. Ainda, se estas soluções pertencerem ao *Núcleo* do jogo, alocam o custo com exatidão [17].

Em sistemas de potência, a Teoria dos Jogos tem sido aplicada com sucesso como ferramenta de solução para vários problemas, como divisão de ganhos oriundos de investimentos planejados centralizadamente, alocação de custos de transmissão para transações bilaterais, divisão de ganhos com sistema de corretagem de energia e alocação

de custos conjuntos, como perdas e congestionamento, dentre muitos outros [20], [21], [22], [23], [24], [25].

Este capítulo apresenta tópicos básicos de alocação de custos, enfocando a Teoria dos Jogos Cooperativos. Na Seção 3.2 descreve-se a formulação do problema de alocação, alvo do estudo aqui apresentado. A Seção 3.3 discorre sobre Teoria de Jogos, caracterizando suas duas áreas – os Jogos Não-Cooperativos e os Cooperativos, ressaltando a aplicação direta desta última corrente ao problema abordado. Na Seção 3.4 são mostrados alguns métodos utilizados na bibliografia de alocação de custos, e, por fim, na Seção 3.5 são apresentados os princípios e as propriedades desejáveis a métodos de alocação.

### 3.2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE CUSTOS [17]

Seja  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  um conjunto de usuários de um dado serviço, e cada consumidor  $i \in N$  será provido ou não por este serviço. O problema consiste em determinar qual é o encargo deste serviço, baseado no custo de provê-lo.

Os custos são resumidos na *Função de Custo Conjunto*  $c(S)$ , que é definida para todos os subconjuntos  $S \subseteq N$  de consumidores potenciais.  $c(S)$  representa o mínimo custo de prover este serviço aos usuários em  $S$  da forma mais eficiente possível. O custo de prover nenhum usuário é nulo,  $c(\emptyset) = 0$ , e  $c$  é chamada de função característica de custo de um jogo.

Um *Método de Alocação de Custo* é uma função  $\varphi$  definida para todo  $N$  e para todas as funções custo conjunto  $c$  em  $N$ , tal que

$$\varphi(c) = (x_1, \dots, x_n) \in R^N \quad \text{e} \quad \sum_N x_i = c(N) \quad (3.1)$$

onde  $x_i$  é o encargo alocado para o usuário  $i$ .

Algumas funções custo apresentam a característica de que o custo de prover o serviço a dois subconjuntos disjuntos de usuários é maior do que o custo de prover o serviço a todo o conjunto de usuários. Esta propriedade é chamada de *subaditividade*:



$$c(S) + c(T) \geq c(S \cup T) \quad (3.2)$$

para todas as coalizões disjuntas S, T.

Em [17] é apresentado um problema real de alocação de custos, que aqui é transcrito sucintamente. Trata-se da alocação dos custos de um reservatório de água para múltiplas finalidades. A função custo conjunto para três diferentes propósitos, navegação (n), controle de cheias (f) e energia elétrica (p) está apresentada na Tabela 3.1. A solução deste problema é apresentada na Seção 3.4.

**TABELA 3.1 – Função Custo Conjunto do Problema do Reservatório**

<i>Coalizão</i>	<i>Custo</i>
{ }	0
{n}	163.520
{f}	140.826
{p}	250.096
{n,f}	301.607
{n,p}	378.821
{f,p}	367.380
{n,f,p}	515.000

### 3.3 TEORIA DOS JOGOS

A Teoria dos Jogos é uma disciplina utilizada para analisar problemas de conflito entre agentes com capacidade de tomar decisões com influências mútuas (*decision makers*), e pode ser considerada uma generalização da Teoria de Decisão, de maneira a contemplar múltiplos participantes e *decision makers*. Divide-se, basicamente, em *Jogos Cooperativos* e *Não-Cooperativos*.

Um jogo é cooperativo quando seus participantes podem negociar contratos entre si, permitindo que planejem estratégias em conjunto. Uma ilustração de jogo cooperativo é a negociação entre um comprador e um vendedor de um determinado produto. Se este produto custa \$100 para ser produzido e o comprador atribui o valor de

\$200 ao mesmo, torna-se possível uma solução cooperativa para o problema. Qualquer preço entre \$101 e \$199 está beneficiando ambas as partes<sup>5</sup>.

Nos Jogos Não-Cooperativos não é possível a negociação de contratos entre os participantes; cada jogador toma sua decisão visando o máximo lucro possível, em função da atuação dos concorrentes. Um exemplo deste tipo de jogo é a situação na qual duas empresas concorrentes levam em consideração os prováveis comportamentos uma da outra e determinam, independentemente, uma estratégia de preço ou propaganda, visando aumentar suas fatias de mercado.

### 3.3.1 Teoria dos Jogos Não-Cooperativos

Existem duas formas alternativas de representação de um Jogo Não-Cooperativo: A forma *estratégica* ou *normal*, e a forma *extensiva*. A primeira é mais apropriada para a representação de situações econômicas que não envolvem o tempo, e será brevemente discutida nesta seção. A forma extensiva é adequada para jogos que envolvem tempo, sendo, portanto, dinâmicos.

Na forma estratégica, existe uma série de participantes e de escolhas, ou estratégias, para cada participante e uma série de pagamentos correspondentes a estas estratégias. O pagamento de cada jogador depende não somente de sua estratégia adotada, mas também daquelas adotadas pelos outros participantes. Adicionalmente, é assumido que as regras do jogo, as estratégias disponíveis e os respectivos pagamentos são de comum conhecimento dos participantes do *game*. Assume-se que cada jogador aja racionalmente de maneira a maximizar seu lucro.

Um exemplo clássico da Teoria dos Jogos Não-Cooperativos é o *Dilema do Prisioneiro* [26]. Sua breve descrição é a seguinte: dois prisioneiros foram acusados de um crime e encontram-se presos em celas incomunicáveis. A cada um foi solicitada a confissão do crime. Se ambos confessarem, cada um será condenado a cinco anos de prisão. Se

---

<sup>5</sup> Esta negociação é denominada jogo de *soma constante*, porque independentemente do preço de venda, a soma entre o excedente do consumidor e o lucro será sempre a mesma.

nenhum confessar, a prova do crime é dificultada de tal forma que, com apelação, cada um será condenado a dois anos. Por outro lado, se apenas um dos prisioneiros confessar, este será condenado a um ano de prisão, enquanto que o outro a dez.

A representação gráfica deste jogo, dita *Matriz de Lucros* (o “lucro” negativo corresponde aos anos de condenação), é mostrada na Tabela 3.2.

**TABELA 3.2 – Matriz de Lucros do Dilema do Prisioneiro**

<i>Estratégia</i>	B		<i>Lucro</i>	
	Confessa	Não Confessa		
A	Confessa	-5	-1	A
	Não Confessa	-5	-10	B
A	Confessa	-10	-2	A
	Não Confessa	-1	-2	B

O *Equilíbrio de Nash* deste jogo consiste em cada prisioneiro confessar, mesmo esta não sendo a estratégia que maximiza seu lucro. O lucro de cada jogador poderia ser aumentado caso houvesse uma estratégia cooperativa. Entretanto, esta não é a opção recomendada uma vez que cada prisioneiro tem incentivo a confessar, independentemente da estratégia que o outro escolha.

O *Equilíbrio de Nash* é dito existir se, para uma série de estratégias escolhidas pelos outros jogadores, a estratégia de cada jogador é uma resposta ótima para aquelas estratégias. Neste equilíbrio, o lucro de um jogador diminui para uma troca de sua estratégia, assumindo que as dos outros participantes mantenham-se iguais. Um caso particular é o *Equilíbrio de Nash* para estratégias puras, onde a probabilidade de escolha de uma estratégia em particular é 100% para cada jogador.

### 3.3.2 Teoria dos Jogos Cooperativos [17] , [26], [27]

A Teoria dos Jogos Cooperativos, que é totalmente diferente da Teoria dos Não-Cooperativos, tem sido aplicada adequadamente para problemas de alocação de custos. As várias soluções propostas para jogos cooperativos podem ser utilizadas como soluções alternativas para um problema de alocação de custos.

Na alocação justa de custos de um serviço, a cada participante desta transação, ou *jogador*, deve incorrer em um custo que é menor do que seu custo isolado, *stand-alone*, porém maior ou igual do que seu custo incremental (custo total menos o custo do grupo contendo todos os outros usuários). A primeira condição fornece incentivo econômico à colaboração dos jogadores, enquanto que a segunda assegura que nenhum grupo subsidie outro.

Para esta alocação ser possível, o custo *stand-alone* de um usuário deve ser maior ou igual ao seu custo incremental. Uma função custo que satisfaça esta propriedade é dita possuir um *Núcleo (core)*, e uma alocação justa consiste em selecionar uma alternativa deste núcleo. De maneira a garantir que o método de alocação escolha um ponto do núcleo, este método é verificado contra testes de consistência, que requerem que uma alocação justa também deva ser correta quando vista de qualquer subgrupo, ou coalizão, de participantes para que não haja incentivo de re-contrato para nenhuma destas coalizões [17].

A cooperação entre os participantes é voluntária se a nenhum usuário, ou subgrupo de usuários, for alocado um custo maior do que seu custo isolado, ou seja, seu custo de oportunidade. Este conceito amplamente utilizado na literatura de alocação de custos é chamado *Teste de Custo Isolado (stand-alone)*:

$$\sum_S x_i \leq c(S) \quad (3.3)$$

onde  $x_i$  é o encargo para o usuário  $i$  pertencente à coalizão  $S$ ;  $c(S)$  é a função custo conjunto para a coalizão  $S$ , e representa o mínimo custo de prover este serviço aos usuários na coalizão da forma mais eficiente possível.

O teste *stand-alone* também é chamado de *Racionalidade da Coalizão*. Um subconjunto das inequações em (3.3) que trate de casos de usuários individuais ( $S$  é um *singleton*), é chamado de *Racionalidade Individual*.

Outro princípio relacionado à alocação de custos envolve o custo separável (ou custo incremental ou custo marginal), e é chamado *Teste de Custo Incremental*. Este determina que a nenhum usuário seja alocado um montante menor do que o custo

incremental de incluí-lo ao *game*. Em geral, o custo incremental de qualquer coalizão  $S$  é definido como  $c(N) - c(N-S)$ , e o teste do custo incremental requer que a alocação  $x \in R^N$  satisfaça:

$$\sum_S x_i \geq c(N) - c(N - S) \quad (3.4)$$

para todo  $S \subseteq N$ .

Enquanto (3.3) providencia incentivo para a cooperação voluntária, (3.4) garante a alocação justa, impedindo que a coalizão  $N-S$  subsidie  $S$ . Estas duas equações são equivalentes, considerando o terceiro requisito, chamado de *Otimidade de Pareto* ou *Requisito de Break-even*, de que a alocação dos custos seja exata:

$$\sum_N x_i = c(N) \quad (3.5)$$

O *Núcleo* de  $c$  é o conjunto de todas alocações  $x \in R^N$  tal que (3.3) [equivalentemente (3.4)] mantém-se para todo  $S \subseteq N$ . O núcleo é um subconjunto convexo, fechado e compacto de  $R^N$ . Entretanto, o núcleo pode ser vazio. O conjunto de alocações pertencentes ao núcleo é dito isento de subsídio cruzado.

Para um jogo com três participantes visualiza-se a representação gráfica do núcleo. O conjunto de restrições em (3.5), onde  $x_i \geq 0$ , forma um semiplano no  $R^3$ , mostrado na Figura 3.1. Este semiplano pode ser projetado sobre o plano que o contém, conforme ilustrado na Figura 3.2. Nesta, cada vértice representa uma solução na qual o custo total é atribuído a um usuário isoladamente e o custo a ele alocado é medido a partir da base oposta ao seu vértice. O conjunto de alocações que satisfazem adicionalmente as restrições (3.3) e (3.4) formam o núcleo do jogo.

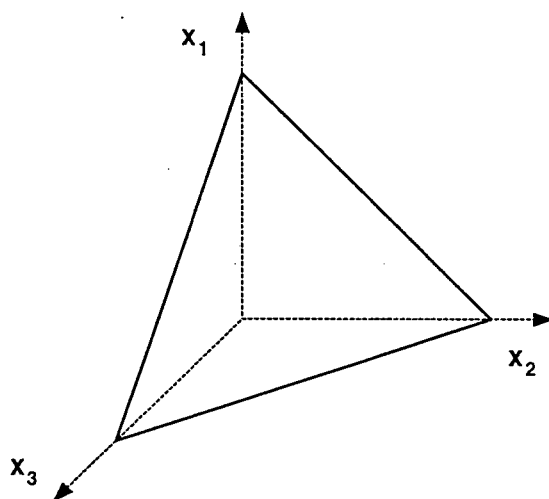


FIGURA 3.1 – Conjunto da Alocação Ótima de Pareto para um Jogo com Três Participantes

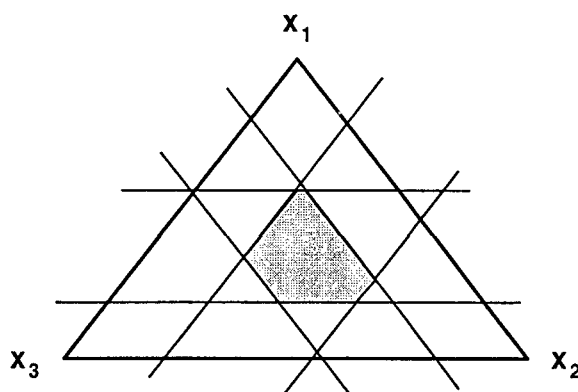
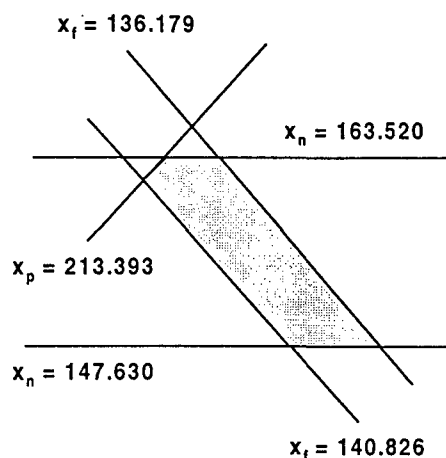


FIGURA 3.2 – Núcleo de um Jogo com Três Participantes

As restrições (3.3) e (3.4) aplicadas ao problema do reservatório de uso múltiplo, apresentado na Tabela 3.1, formam o núcleo mostrado na Figura 3.3:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_n \leq 163.520 \\ x_f \leq 140.826 \\ x_p \leq 250.096 \\ x_n + x_f \leq 301.607 \\ x_n + x_p \leq 378.821 \\ x_f + x_p \leq 367.380 \\ x_n + x_f + x_p \leq 515.000 \end{array} \right. \text{ ou } \left\{ \begin{array}{l} x_n \leq 163.520 \\ x_f \leq 140.826 \\ x_p \leq 250.096 \\ x_p \geq 213.393 \\ x_f \geq 136.179 \\ x_n \geq 147.630 \\ x_n + x_f + x_p \leq 515.000 \end{array} \right. \quad (3.6)$$



**FIGURA 3.3 – Núcleo do Problema do Reservatório**

Muitas vezes, na Teoria dos Jogos Cooperativos, deseja-se focalizar mais os *ganhos* que cada coalizão de jogadores pode obter do que propriamente seus custos diretos. Dada uma função de custos  $c$ , define-se como ganho da coalizão  $S$  o montante economizado por seus membros por cooperarem ao invés de não participarem do grupo:

$$v(S) = \sum_S c(i) - c(S) \quad (3.7)$$

para todo  $S \subseteq N$ .  $v(S)$  é chamado *valor* de  $S$ ,  $v$  é a *função característica* da economia de custos no jogo e  $v(\emptyset) = 0$ .

Em algumas situações, os benefícios de rede ou os lucros, e não os custos, são objetos de alocação. A definição de quando alocar custos ou benefícios depende do contexto e do tipo de problema, e um método de alocação  $\varphi$  pode ser aplicado para qualquer função característica ( $c$  ou  $v$ ). Em princípio, seria desejável que as duas abordagens fornecessem resultados equivalentes.

Na prática, a maioria das aplicações tem custos conhecidos, enquanto que os lucros são conjunturais e sujeitos a manipulação ou distorção.

### 3.4 MÉTODOS DE ALOCAÇÃO DE CUSTOS

#### 3.4.1 Custos Separáveis com Benefícios Remanescentes

O *Custo Separável* de um usuário  $i \in N$  é definido como o seu custo incremental  $s_i = c(N) - c(N - i)$ . O custo para  $i$  é  $c(i)$ , e o *Benefício Remanescente* para  $i$  (após deduzir seu custo separável) é:

$$r_i = c(i) - s_i \quad (3.8)$$

O método dos *Custos Separáveis com Benefícios Remanescentes (CSBR)* aloca custos aos usuários do serviço de acordo com a fórmula:

$$x_i = s_i + \frac{r_i}{\sum_N r_j} \cdot [c(N) - \sum_N s_j] \quad (3.9)$$

Portanto, cada jogador paga seu custo separável e o “*custo não-separável*”  $c(N) - \sum_N s_j$  é alocado proporcionalmente ao benefício remanescente. A consideração implícita é que todo  $r_i \geq 0$ , que é válida para o caso em que  $c$  é subaditivo.

Manipulando (3.9), obtém-se uma representação sucinta deste método em função dos custos economizados por cada agente. Para cada participante  $i \in N$ , a economia incremental é representada por  $v_i = v(N) - v(N - i)$ . Dados os encargos  $x_1, \dots, x_n$ , representa-se os custos economizados pelo jogador  $i$  por  $y_i = c(i) - x_i$ . O método CSBR atribui os valores economizados de acordo com a fórmula:

$$y_i = \frac{v_i(N)}{\sum_N v_i} \cdot v(N) \quad \text{para todo } i. \quad (3.10)$$

Ou seja, o método aloca um custo economizado ao agente  $i$  proporcionalmente à sua contribuição marginal à economia de custos, visando minimizar a tendência do participante de corromper a solução.



### 3.4.2 Nucleolus

Um método de alocação  $\varphi$  é um método que seleciona uma solução do núcleo se  $\varphi(c) \in \text{Núcleo}(c)$  sempre que  $\text{Núcleo}(c) \neq \emptyset$ . Uma maneira de mensurar quão “justo” é um método é por meio do montante economizado pela coalizão  $S$ ,  $e(x, S) = c(S) - x(S)$ . Esta quantidade é denominada excesso de  $S$  em relação a  $x$ .

O problema linear que maximiza a menor quantidade  $e(x, S)$  é chamado de *Método de Nucleolus*, e pode ser descrito como:

$$\begin{aligned} \max \quad & \alpha \\ \text{s. a.} \quad & e(x, S) \geq \alpha \quad \forall S \neq \emptyset, N \\ & \sum_N x_i = c(N) \end{aligned} \tag{3.11}$$

Se existir um único ótimo global  $x^*$  para (3.11), este é o *nucleolus* de  $c$ . Caso contrário, utiliza-se a seguinte regra de escolha: o vetor de excesso  $e(x, S)$ ,  $\emptyset \subset S \subset N$ , é ordenado crescentemente, e denotado por  $e(x)$ . O *nucleolus* é o vetor  $x$  que maximiza  $e(x)$ , ou seja, a solução do núcleo mais central em relação às suas fronteiras.

Uma variação direta deste método, denominado *Nucleolus Normalizado* é definido pelo excesso da coalizão numa base *per capita*, conforme a expressão:

$$e(x, S) = \frac{c(S) - x(S)}{|S|} \tag{3.12}$$

### 3.4.3 Valor de Shapley

A idéia central do *Valor de Shapley* é alocar a cada agente somente os custos de serviços por ele utilizados, e uma maneira de mensurar esta utilização é por meio de seu custo incremental. Entretanto, a ordem de inclusão de cada jogador na coalizão influi no valor do custo incremental. De maneira a minimizar esta influência, o método simula a permutação aleatória da ordem de entrada de cada agente pertencente à coalizão.

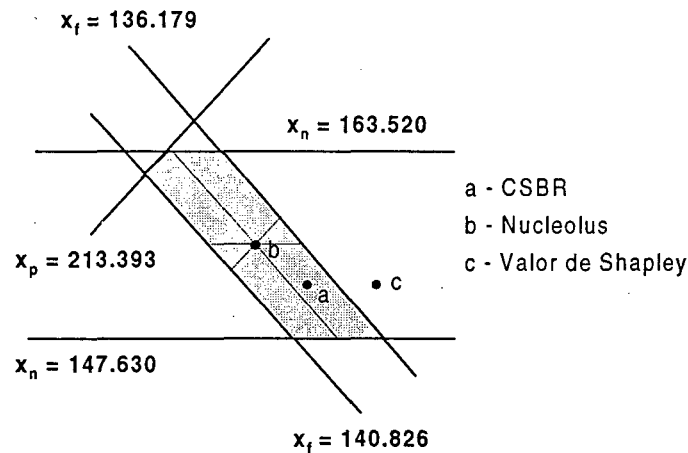
Então, o *Valor de Shapley* é o valor médio ponderado dos custos incrementais de inclusão de um dado usuário às diversas possíveis coalizões que o contenham. O custo alocado a cada usuário, supondo que todas as ordenações são semelhantes, é:

$$x_i = \sum_{\substack{S \subseteq N \\ i \in S}} \frac{|S-i|! \cdot |N-S|!}{|N|!} \cdot c^i(S) \quad (3.13)$$

onde o somatório é sobre todas as subcoalições contendo  $S$  e  $c^i(S)$  é o custo incremental de  $i$  relativo à coalizão  $S$ :

$$c^i(S) = \begin{cases} c(S) - c(S-i) & \text{se } i \in S \\ c(S+i) - c(S) & \text{se } i \notin S \end{cases} \quad (3.14)$$

A aplicação destes três métodos de alocação ao problema do reservatório, é descrita em [17], e a solução gráfica mostrada na Figura 3.4.



**FIGURA 3.4 – Solução por Três Métodos do Problema do Reservatório**

Observa-se que nesta aplicação, a solução propiciada pelo método do *Valor de Shapley* não pertence ao núcleo, pois a propriedade de custo incremental não é atendida<sup>6</sup>.

### 3.4.4 Preço de Aumann-Shapley

Existem situações onde deseja-se alocar custos a um número muito grande, ou mesmo infinito, de usuários. Nestes casos, o método dos *Preços de Aumann-Shapley* (AS) pode ser utilizado.

<sup>6</sup> A fronteira superior do núcleo, em relação à respectiva base, representa a condição de custo isolado, enquanto que a inferior representa a condição de custo incremental.

Seja uma firma produzindo  $n$  produtos homogêneos em quantidades  $q_1, \dots, q_n \geq 0$ . Os custos são dados por uma *função de produção*  $F: R_+^n \rightarrow R$ , onde  $F(q)$  é o custo conjunto de produzir o “pacote”  $q = (q_1, \dots, q_n)$ . Assume-se que  $F$  tem primeira derivada contínua no domínio  $R_+^n$  e que  $F(0) = 0$ . Para um dado nível de produção  $q^* > 0$ , o objetivo é determinar os *preços unitários*  $p = (p_1, \dots, p_n)$  para os  $n$  bens tais que os custos sejam totalmente recuperados:

$$\sum p_i q_i^* = F(q^*) \quad (3.15)$$

Esta equação é denominada restrição de balanço e um vetor  $p$  que a satisfaça é uma solução para o problema  $(F, q^*)$ . O *Preço de Aumann-Shapley* (AS) de uma unidade do  $i$ -ésimo bem, denotado por  $p_i$ , é:

$$p_i = \int_0^{q_i^*} \frac{\partial F(tq^*)}{\partial q_i} dt \quad \text{para todo } i. \quad (3.16)$$

Os preços de AS satisfazem a condição (3.15) e são aditivos. Intuitivamente,  $p_i$  representa o custo marginal médio para  $i$  sobre seu raio de 0 até  $q_i^*$ .

O *Preço de Aumann-Shapley* também pode ser definido como a média uniforme das contribuições marginais de cada unidade infinitesimal de cada produto para o custo de todas coalizões perfeitamente amostradas. Ou seja, é o caso limite de partição e permutação dos agentes na inclusão à coalizão, sugerido pelo *Valor de Shapley*.

Esta abordagem resolve o problema dos métodos baseados em custos marginais, que refletem apenas a contribuição da última unidade produzida para o custo total e, conseqüentemente, da sobre remuneração do serviço.

No Capítulo IV apresenta-se o método proposto neste trabalho para recuperação do sobrecusto operativo, utilizando o método do *Preço de Aumann-Shapley*.

### 3.5 PROPRIEDADES DA ALOCAÇÃO DE CUSTOS [17], [28]

Diante dos métodos apresentados e de vários outros, a escolha por um depende explicitamente das características do problema e das particularidades da aplicação. De uma forma geral, a alocação de custos pode ser classificada como teoricamente justificada (não-arbitrária) ou arbitrária. Para ser classificada como teoricamente justificada, um método deve satisfazer os critérios de *aditividade*, *unicidade* e *defensibilidade* [28].

A *aditividade* requer que a soma das partes seja igual ao montante total do custo alocado, caracterizando a sua recuperação exata. A *unicidade* da alocação caracteriza a sua não ambigüidade, demandando que para um dado *game* a repartição de custos é única. Por fim, para um método ser *defensível*, é necessário provar que nenhuma outra alocação, aditiva e única, apresente repartição de custos de um dado serviço sem incorrer em subsídios cruzados.

Nenhum método satisfaz simultaneamente estes critérios. Entretanto, tais propriedades balizam a escolha do método apropriado para cada tipo de problema [17], [28].

A primeira propriedade considerada necessária aos métodos é a restrição de *Break-even*,  $\sum_N x_i = c(N)$ , que garante a exatidão da alocação. Uma segunda e bastante importante consideração é que toda informação relevante à alocação deva estar contida na função custo  $c$ . Isto impõe que se  $c$  é simétrico em relação a dois usuários  $i$  e  $j$  (ou seja,  $c$  é invariante com a troca de  $i$  por  $j$ ), então  $x_i(c) = x_j(c)$ .

Basicamente, os princípios desejáveis aos métodos de alocação são: *aditividade*, *monotonicidade* e *consistência*.

#### 3.5.1 Aditividade

A aditividade, como mencionado anteriormente, requer que a soma das partes seja igual ao montante total do custo alocado, caracterizando a sua recuperação exata.

Um método de alocação de custos  $\varphi$  é *aditivo* se para quaisquer funções de custo conjunto  $c$  e  $c'$  definidas em  $N$ ,  $\varphi(c+c')=\varphi(c)+\varphi(c')$ , onde  $c+c'$  é definido por  $(c+c')(S)=c(S)+c'(S)$  para qualquer  $S \subseteq N$ .

Em qualquer função custo  $c$  em  $N$ , um participante  $i$  é um *fictício* se  $i$  contribui com nada à coalizão, ou seja, se  $c^i(S) = 0$  para todo  $S \subseteq N$ . Se  $i$  é um *fictício* em  $c$ , então  $\varphi_i(c) = 0$ .

Os métodos de *Valor de Shapley* e *Preço de AS*, por exemplo, são aditivos e respeitam o axioma do *fictício*. Outro método de alocação aditivo é a alocação *pro rata* ( $x_i = \frac{c(N)}{|N|}$  para qualquer  $i \in N$ ).

### 3.5.2 Monotonicidade

A monotonicidade estabelece que se a contribuição de algum jogador às coalizões que ele pertença aumente ou permaneça constante, então o montante alocado a este usuário não pode decrescer. Caso contrário, estaria se caracterizando subsídios cruzados a outros usuários que não da coalizão pertencente a este primeiro.

Um método de alocação de custos  $\varphi$  é *monotônico* se um aumento no custo de uma coalizão em particular implicar, necessariamente, em nenhum decréscimo no custo alocado para qualquer membro desta coalizão. Ou seja, para qualquer  $c, c'$  e  $T \subseteq N$ ,

$$c(T) \geq c'(T) \text{ e } c(S) = c'(S) \text{ para todo } S \neq T \quad (3.17)$$

implica em  $\varphi_i(c) \geq \varphi_i(c')$  para qualquer  $i \in T$ .

Para  $|N| \geq 5$  não existe nenhum método monótonico com solução que pertença ao núcleo.

Os métodos *Valor de Shapley*, *Preço de AS* e *Nucleolus Normalizado* são monotônicos, enquanto que *CSBR* e *Nucleolus* não o são.

### 3.5.3 Consistência

Quando se está tratando apenas de funções côncavas, o *Valor de Shapley* está no núcleo, é aditivo e monotônico. Para funções não côncavas pode ser desejável garantir soluções pertencentes ao núcleo, quando este não for vazio, e o método *Nucleolus* tem forte preferência para estes casos.

Este método obedece ao princípio de que uma alocação justa, globalmente válida e aceita, também deve ser válida, aceita e justa quando vista por qualquer subgrupo de usuários, de maneira a garantir que não haja disposição ao re-contrato. Este conceito é conhecido na literatura como *consistência* ou *estabilidade*.

O *nucleolus* é o único método de alocação que é covariante e consistente.

## 3.6 CONCLUSÕES

O objetivo principal de um método de alocação de custos é a recuperação exata desses custos, provendo sinais que incentivem o uso eficiente dos recursos, sendo, ainda, de aplicação prática viável.

A Teoria dos Jogos Cooperativos está intimamente associada à alocação de custos e métodos baseados nestes conceitos, tais como *Valor de Shapley*, *Núcleo* e *Nucleolus*, têm sido utilizados como alternativas para o tratamento deste problema.

Quando se conhece o custo de produção de uma firma e deseja-se fixar o preço de seus produtos, surge o método dos *Preços de Aumann-Shapley*. Ainda, este método corrige possíveis distorções da aplicação direta dos custos marginais de produção para determinação de preços.

Existem algumas propriedades necessárias a qualquer método de alocação, e alguns princípios desejáveis que não são atendidos simultaneamente por todos os métodos. Também não existe um método universal de solução, e a aplicação de cada um depende do contexto e das informações de custo ou benefício disponíveis para cada problema.

## 4. ALOCAÇÃO DO SOBRECUSTO OPERATIVO VIA MÉTODO DE AUMANN-SHAPLEY

### 4.1 INTRODUÇÃO

No Capítulo II foi descrito a origem dos custos de congestionamentos e de perdas de transmissão em mercados do tipo *Pool*, cujo despacho é definido por meio de uma pilha de geração, ordenada de acordo com os preços de produção ofertados. Neste esquema, utilizam-se os recursos de produção a partir dos geradores de menor preço até que se atinja o balanço carga / geração, e o preço único para o sistema é determinado pelo último gerador despachado.

Esta abordagem, ao desconsiderar o sistema de transmissão, promove um leilão não discriminatório entre os geradores. Entretanto, ao se tentar realizar este programa ótimo de geração, restrições de transmissão podem determinar congestionamento no sistema, que deve ser eliminado por meio de geração fora da ordem de mérito das usinas.

Assim, a geração real desvia-se do ponto ótimo de mínimo custo e o custo adicional decorrente é chamado de Sobrecusto Operativo. O objetivo deste capítulo consiste em propor um método de alocação desse sobrecusto aos agentes, respeitando os princípios de eficiência econômica apresentados no Capítulo III.

Inicialmente, a Seção 4.2 apresenta uma breve abordagem do problema do congestionamento em sistemas *Pool* com a fixação de preços nodais. Nesta implementação de mercado, os preços de cada barra são determinados pela otimização do sistema, considerando as restrições da rede de transmissão. Assim, esses preços já embutem a parcela relativa ao gerenciamento do congestionamento, resolvendo, por si só, o problema de alocação do sobrecusto.

Na Seção 4.3 é apresentada a metodologia alvo deste trabalho, a derivação do método de *Preços de Aumann-Shapley* para alocação do sobrecusto operativo. Este método baseia-se na premissa de que se conheça a derivada da função custo de produção, e sua principal característica é utilizar a informação dos Multiplicadores de *Lagrange* de maneira a fornecer um sinal locacional. O método proposto se caracteriza por não apresentar

## 4. ALOCAÇÃO DO SOBRECUSTO OPERATIVO VIA MÉTODO DE AUMANN-SHAPLEY

### 4.1 INTRODUÇÃO

No Capítulo II foi descrito a origem dos custos de congestionamentos e de perdas de transmissão em mercados do tipo *Pool*, cujo despacho é definido por meio de uma pilha de geração, ordenada de acordo com os preços de produção ofertados. Neste esquema, utilizam-se os recursos de produção a partir dos geradores de menor preço até que se atinja o balanço carga / geração, e o preço único para o sistema é determinado pelo último gerador despachado.

Esta abordagem, ao desconsiderar o sistema de transmissão, promove um leilão não discriminatório entre os geradores. Entretanto, ao se tentar realizar este programa ótimo de geração, restrições de transmissão podem determinar congestionamento no sistema, que deve ser eliminado por meio de geração fora da ordem de mérito das usinas.

Assim, a geração real desvia-se do ponto ótimo de mínimo custo e o custo adicional decorrente é chamado de Sobrecusto Operativo. O objetivo deste capítulo consiste em propor um método de alocação desse sobrecusto aos agentes, respeitando os princípios de eficiência econômica apresentados no Capítulo III.

Inicialmente, a Seção 4.2 apresenta uma breve abordagem do problema do congestionamento em sistemas *Pool* com a fixação de preços nodais. Nesta implementação de mercado, os preços de cada barra são determinados pela otimização do sistema, considerando as restrições da rede de transmissão. Assim, esses preços já embutem a parcela relativa ao gerenciamento do congestionamento, resolvendo, por si só, o problema de alocação do sobrecusto.

Na Seção 4.3 é apresentada a metodologia alvo deste trabalho, a derivação do método de *Preços de Aumann-Shapley* para alocação do sobrecusto operativo. Este método baseia-se na premissa de que se conheça a derivada da função custo de produção, e sua principal característica é utilizar a informação dos Multiplicadores de *Lagrange* de maneira a fornecer um sinal locacional. O método proposto se caracteriza por não apresentar



sobreremuneração dos serviços prestados, contrariamente ao que ocorre quando da aplicação direta dos custos marginais.

A Seção 4.4 apresenta as motivações para se utilizar a modelagem completa da rede de sistemas elétricos de potência a partir de exemplos que confrontam os resultados obtidos com a modelagem linearizada. Por fim, na Seção 4.5 são apresentados exemplos de aplicação do método ao sistema teste de sete barras.

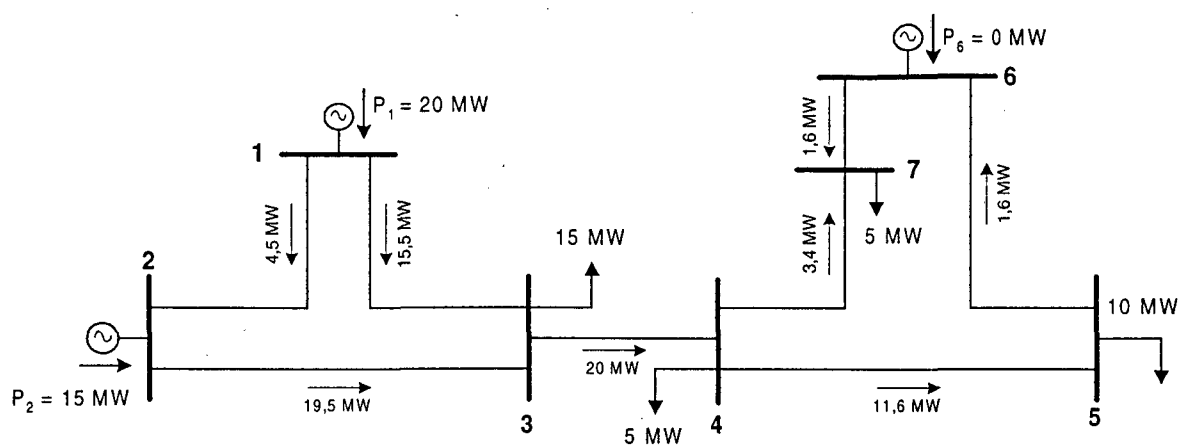
## 4.2 O PROBLEMA DO CONGESTIONAMENTO

### 4.2.1 Sistema *Pool* com Preços Nodais

O modelo *Pool* com a fixação de preços nodais baseia-se na idéia de que geradores e cargas concordam que o preço de cada barra, resultante da otimização do sistema e determinados pelos multiplicadores de *Lagrange*, correspondem ao preço ótimo da barra. Esta abordagem, por si só, resolve o problema de alocação de sobrecusto, uma vez que a otimização do sistema já embute nos preços nodais o custo adicional de geração necessário para a eliminação do congestionamento.

Outra característica de sistemas *Pool* com preços nodais é o surgimento de um *Excedente Financeiro (surplus)*, sempre que o sistema apresenta congestionamento. O excedente financeiro é a diferença entre o pagamento total das cargas e a receita total dos geradores, ou seja, a aplicação direta dos preços nodais determina uma arrecadação maior do que o custo total de operação do sistema.

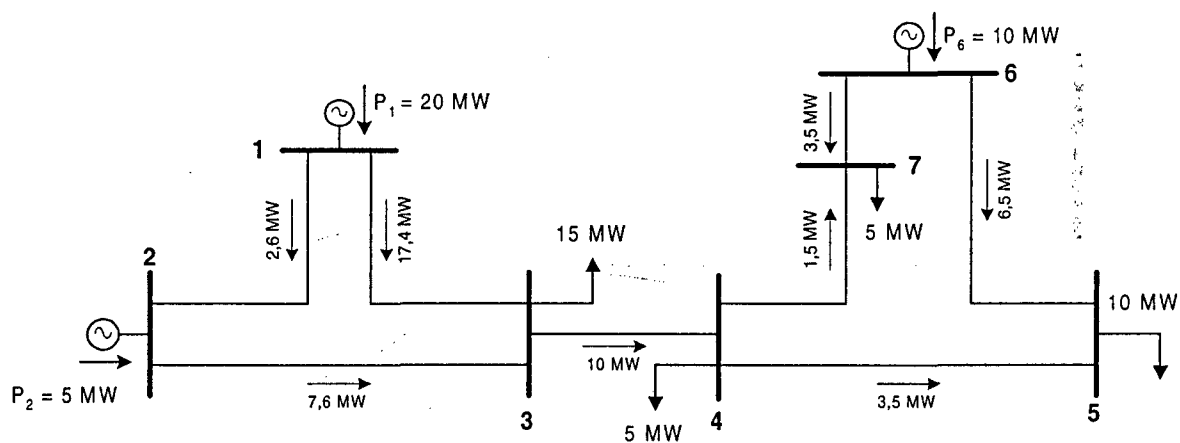
Para exemplificar a ocorrência do *surplus*, utiliza-se o sistema teste apresentado no Capítulo II. Caso não houvesse a restrição de transmissão, o despacho corresponderia ao apresentado na Figura 4.1.



**FIGURA 4.1 – Despacho Irrestrito do Sistema Teste**

Entretanto, como neste despacho ideal o fluxo na linha entre as barras 3 e 4 é maior do que sua capacidade de transferência, é necessário encontrar um ponto de operação de maneira a aliviar esse congestionamento.

Este novo ponto de operação é a solução do fluxo de potência ótimo restrito do sistema, que está apresentado na Figura 4.2.



**FIGURA 4.2 – Despacho Restrito do Sistema Teste**

Nessa condição, geração fora da ordem de mérito é necessária, ocasionando aumento do custo de operação. Os preços nodais das barras 1, 2 e 3 são iguais a 33,5 \$/MWh, e das barras 4, 5, 6 e 7 são de 36,0 \$/MWh. Verifica-se facilmente que a restrição na linha 3-4 segrega a rede em dois subsistemas, ou em dois submercados.

O balanço de pagamentos, ao sistema nodal, do despacho ilustrado na Figura 4.2 é apresentado na Tabela 4.1.

**TABELA 4.1 – Balanço de Pagamentos ao Preço Nodal do Sistema Restrito**

<i>Barra</i>	<i>Tipo</i>	<i>Receita dos Geradores</i>	<i>Pagamento das Cargas</i>
1	Geração	20 MWh * 33,5 \$ MWh = \$ 670,00	- -
2	Geração	5 MWh * 33,5 \$ MWh = \$ 167,50	- -
3	Carga	- -	15 MWh * 33,5 \$ MWh = \$ 502,50
4	Carga	- -	5 MWh * 36,0 \$ MWh = \$ 180,00
5	Carga	- -	10 MWh * 36,0 \$ MWh = \$ 360,00
6	Geração	10 MWh * 36,0 \$ MWh = \$ 360,00	- -
7	Carga	- -	5 MWh * 36,0 \$ MWh = \$ 180,00
<i>Total</i>		<i>\$ 1197,50</i>	<i>\$ 1222,50</i>

A primeira conclusão desta análise é que o pagamento das cargas é maior do que a receita destinada aos geradores. A diferença entre estes valores é denominada excedente financeiro, constituindo-se em característica inerente a mercados baseados em preços nodais.

A apropriação do excedente financeiro pelos agentes do mercado é um tema complexo, havendo diferentes procedimentos para sua distribuição, dependendo das características de cada mercado [29]. O *surplus* pode ser utilizado como mecanismo de proteção financeira de maneira a mitigar riscos associados à volatilidade de preços no mercado *spot*, para cobertura dos custos fixos do sistema de transmissão ou para investimentos na ampliação da rede, de maneira a eliminar ou reduzir os custos de congestionamento.

Assumindo que os geradores declaram os seus custos incrementais, o custo de produção é \$ 1127,50, obtido de acordo com a Tabela 4.2.

TABELA 4.2 – Custo de Produção

<i>Barra</i>	<i>Custos de Produção</i>
1	20 MWh * 30,0 \$ MWh = \$ 600,00
2	5 MWh * 33,5 \$ MWh = \$ 167,50
6	10 MWh * 36,0 \$ MWh = \$ 360,00
<i>Total</i>	<i>\$ 1127,50</i>

Dado que a receita dos geradores é \$ 1197,50, verifica-se que no modelo com preços nodais, os custos devido a presença de congestionamento, em razão do despacho dos geradores fora do mérito, são recuperados. Observa-se que no esquema de remuneração aos preços nodais, as cargas pagam não apenas o custo necessário ao alívio do congestionamento (em relação ao sistema irrestrito), mas também o excedente financeiro [30].

Por fim, cabe observar neste exemplo o *poder de mercado* que o gerador localizado na Barra 6 exerce sobre o sistema. Devido à presença de congestionamento entre as duas zonas, o preço na área importadora é determinado por este gerador. Ações de um, ou de um grupo de geradores, no sentido de manipular o preço do mercado são chamadas de *gaming*.

#### 4.2.2 Sistema *Pool* com Preço Marginal do Sistema

O sobrecusto operativo em mercados com PMS é calculado conforme mencionado na Seção 2.4. Os desvios de geração são valorados ao preço ofertado por cada gerador, de acordo com a Equação (2.1):

$$SO_j = \sum_{i=1}^{Ng} (Pg_{ij} - Pg_{ij}^u) PO_{ij} \quad (4.1)$$

onde:

$SO_j$  é o sobrecusto operativo do sistema para o período  $j$ ;

$Ng$  é o número de geradores;

$Pg_{ij}$  é a geração medida da usina  $i$  no período  $j$ ;

$Pg_{ij}^u$  é a geração do despacho irrestrito da usina  $i$  no período  $j$ ;

$PO_{ij}$  é o preço ofertado pela usina  $i$  no período  $j$ .

A Tabela 4.3 mostra o processo de reconciliação para o sistema teste, segundo uma aproximação linear via FPO linearizado.

**TABELA 4.3 – Processo de Reconciliação do Sistema Teste**

<i>Gerador</i>	<i>Reconciliação</i>
Barra 1	$(20 - 20) \times 30,0 = 0,00$
Barra 2	$(5 - 15) \times 33,5 = -335,00$
Barra 6	$(10 - 0) \times 36,0 = 360,00$
<i>Sobrecusto</i> \$ 25,00	

Por definição, este sobrecusto representa o acréscimo de receita dos geradores em relação ao despacho ideal. Então, como o pagamento das cargas no MAE não é suficiente para cobrir o custo total de operação, o problema consiste em recuperar este montante junto aos agentes (cargas e/ou geração), de acordo com os conceitos de eficiência econômica vistos no capítulo anterior.

### 4.3 RECUPERAÇÃO DO SOBRECUSTO OPERATIVO PELO MÉTODO DE AS

O método dos *Preços de Aumann-Shapley*, apresentado na Seção 3.4, tem como objetivo alocar os custos de produção,  $F$ , de uma firma que produz  $n$  produtos homogêneos em quantidades  $q_1, \dots, q_n \geq 0$ , segundo os *preços unitários*  $p = (p_1, \dots, p_n)$  para os  $n$  bens tal que, para um dado nível de produção  $q^* > 0$ :

$$\sum p_i q_i^* = F(q^*) \quad (4.2)$$

O *Preço de Aumann-Shapley* (AS) de uma unidade do  $i$ -ésimo bem, denotado por  $p_i$ , é:

$$p_i = \int_0^1 \frac{\partial F(tq^*)}{\partial q_i} dt \quad \text{para todo } i. \quad (4.3)$$

A Equação (4.1) representa a função custo que se deseja utilizar. Pode-se reescrevê-la de forma genérica:

$$F = SO = (P_g - P_g^u)PO \quad (4.4)$$

$$F = P_gPO - P_g^uPO \quad (4.5)$$

A variável (ou o produto da firma) na função *Sobrecusto Operativo* é a demanda do sistema; a derivada desta função, em relação à demanda, é:

$$\frac{\partial F}{\partial q_i} = \begin{cases} \frac{\partial}{\partial P_{Li}}(P_gPO) - \frac{\partial}{\partial P_{Li}}(P_g^uPO) \\ \frac{\partial}{\partial Q_{Li}}(P_gPO) - \frac{\partial}{\partial Q_{Li}}(P_g^uPO) \end{cases} \quad (4.6)$$

onde  $P_{Li}$  e  $Q_{Li}$  representam as cargas ativa e reativa da barra  $i$ .

As funções a serem derivadas correspondem, respectivamente, à função objetivo de um FPO restrito e à função objetivo de um à barra única.

Um despacho econômico padrão [32] pode ser formulado como:

$$\min_{P_G, Q_G, V, \theta} C(P_G) \quad (\text{Custo da Geração})$$

*Sujeito a:*

$$\begin{aligned} P_G - P_L + P(V, \theta) &= 0 && (\text{Balanço de Potência Ativa}) \\ Q_G - Q_L + Q(V, \theta) &= 0 && (\text{Balanço de Potência Reativa}) \\ L(V, \theta) &\leq 0 && (\text{Restrições de Fluxos de Linha}) \\ V_{\min} &\leq V \leq V_{\max} && (\text{Limites de Tensão}) \\ P_{G\min} &\leq P_G \leq P_{G\max} && (\text{Limites de Geração de Potência Ativa}) \\ Q_{G\min} &\leq Q_G \leq Q_{G\max} && (\text{Limites de Geração de Potência Reativa}) \end{aligned} \quad (4.7)$$

onde os vetores  $P_G$  e  $Q_G$  representam geração ativa e reativa, respectivamente,  $P_L$  e  $Q_L$  carga ativa e reativa, e  $V$  e  $\theta$  são a magnitude e o ângulo das tensões de barra. As restrições de fluxos de linha associados às restrições de limites de tensão compõe as *restrições de*

*congestionamento* que, quando ativas (ou seja, limitantes), impedem o despacho ótimo, de menor custo. Estas restrições de congestionamento são abordadas mais detalhadamente na próxima seção.

Pode-se reescrever (4.7) na forma:

$$\min_{P_G, Q_G, V, \theta} C(P_G) \quad (\text{Custo da Geração})$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} f(P_G, Q_G, V, \theta) = 0 & : \lambda && (\text{Balanço de Potência}) \\ g(P_G, Q_G, V, \theta) \leq 0 & : \mu && (\text{Restrições de Linha e Tensão}) \\ h(P_G, Q_G) \leq 0 & : \pi && (\text{Restrições de Geração}) \end{aligned} \quad (4.8)$$

As igualdades  $f = 0$  representam as equações de fluxo de potência ativa e reativa que devem ser satisfeitas. As desigualdades  $h \leq 0$  representam os limites superior e inferior de geração ativa e reativa. As inequações  $g \leq 0$  representam as restrições nas tensões de barra e quaisquer outras restrições, tais como limites térmicos ou de estabilidade nos fluxos de potência ou correntes de linha.

Os vetores  $\lambda$ ,  $\mu$  e  $\pi$  são os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade e desigualdade. Demonstra-se que num ponto factível (denotado por \*) tem-se a relação entre a função de custo  $C$  e as equações de injeção  $f$  [32], [33]:

$$\lambda = - \left. \frac{\partial C}{\partial f} \right|_* = \left[ \left. \frac{\partial C}{\partial P_L} \quad \frac{\partial C}{\partial Q_L} \right]^T \right|_* = [\lambda^p \quad \lambda^q]^T \Big|_* \quad (4.9)$$

Portanto, vê-se que o vetor  $\lambda$  contém os custos marginais associados às componentes de carga ativa e reativa em cada barra do sistema. Similarmente,  $\mu$  e  $\pi$  correspondem às variações marginais no custo de operação em relação às mudanças nas respectivas restrições. Os vetores  $\lambda$ ,  $\mu$  e  $\pi$  são disponíveis para uma dada solução do problema de FPO.

Sendo  $\lambda_i = [\lambda_i^p \quad \lambda_i^q]^T$  o vetor de custos marginais da barra  $i$  de um FPO restrito, e  $[PMS \quad 0]^T$  o vetor de custos marginais de todas as barras de um FPO à barra única, resolve-se a equação (4.6):

$$\frac{\partial F}{\partial q_i} = \begin{cases} \lambda_i^p - PMS \\ \lambda_i^q \end{cases} \quad (4.10)$$

De acordo com as equações (4.3) e (4.10), os *Preços de Aumann-Shapley* para a barra  $i$  são:

$$p_i = \left[ \int_0^1 (\lambda_i^p(tP_{Li}) - PMS(tP_{Li})) dt \quad \mid \quad \int_0^1 (\lambda_i^q(tQ_{Li})) dt \right] \quad (4.11)$$

Interpretam-se estes valores como sendo a alocação do sobrecusto causado pela entrada aleatória de uma unidade infinitesimal de carga. Esta integral simula o valor médio do sobrecusto associado a cada barra, tomando as diferenças entre os custos marginais (de energia ativa e reativa) para a otimização restrita e a irrestrita. Como já mencionado no capítulo anterior, esta abordagem elimina uma deficiência intrínseca de métodos baseados estritamente em custos marginais, que refletem apenas a contribuição da última unidade produzida para o custo total do serviço e sobreremuneram o serviço.

Numericamente, o cálculo desta integral é realizado particionando-se a carga em um determinado número de pontos, e resolvendo, para cada ponto de operação, um FPO restrito e um FPO à barra única. Um algoritmo que apresenta a operação proposta na equação (4.11) é:

1. Inicialização das variáveis, sendo  $N$  o número de barras do sistema

$$[\pi_i^p \quad \pi_i^q] = [0 \quad 0] \quad i = 1, \dots, N$$

2. Inicialização da variável  $t$  e do contador de casos simulados  $cont$

$$t = 0$$

$$cont = 0$$

3. Determinação da carga ativa e reativa de cada barra para o ponto  $t$



$$[P_{Li}(t) \quad Q_{Li}(t)] = [tP_{Li} \quad tQ_{Li}] \quad i = 1, \dots, N$$

4. Cálculo do  $PMS(t)$  considerando um sistema à barra única
5. Cálculo dos custos marginais de energia ativa e reativa para cada barra, pelo FPO com perdas, restrições de transmissão e tensão,  $[\lambda_i^p(t) \quad \lambda_i^q(t)]$

6. Cálculo do custo unitário para cada barra do sistema

$$[\pi_i^p(t) = \lambda_i^p(t) - PMS(t) \quad \pi_i^q(t) = \lambda_i^q(t)] \quad i = 1, \dots, N$$

7. Acumulação dos custos unitários para cada barra e do contador de casos simulados

$$[\pi_i^p = \pi_i^p + \pi_i^p(t) \quad \pi_i^q = \pi_i^q + \pi_i^q(t)] \quad i = 1, \dots, N$$

$$cont = cont + 1$$

8. Incremento do parâmetro  $t$

$$t = t + \Delta t$$

se  $t = 1$ , ir para o passo 9

senão, retornar ao passo 3

9. Determinar o preço de AS para cada barra

$$p_i = [p_i^p \quad p_i^q] = \left[ \frac{\pi_i^p}{cont} \quad \frac{\pi_i^q}{cont} \right] \quad i = 1, \dots, N$$

10. Alocar o custo do serviço a cada barra

$$x_i = p_i^p P_{Li} + p_i^q Q_{Li} \quad i = 1, \dots, N$$

#### 4.4 MOTIVAÇÃO PARA REPRESENTAÇÃO COMPLETA DA REDE E FPO NÃO-LINEAR

O método apresentado considera o efeito da potência reativa no processo de otimização. A representação simplificada do sistema elétrico, por meio da modelagem linearizada, é uma aproximação válida quando o congestionamento presente no sistema é devido às restrições por limites térmicos de circuitos. Entretanto, quando esta limitação é provocada por tensões terminais de barras, a utilização de modelos linearizados, como

Fluxo de Potência Ótimo DC, não se mostra apropriada [34]. Além disso, a consideração das perdas no cálculo do sobrecusto operativo é fundamental, como será mostrado adiante.

O congestionamento da rede elétrica ocorre de duas maneiras principais. A primeira é a existência de limites térmicos para o carregamento das linhas. Uma restrição limitante implica na alteração de fluxos em todo o sistema, conforme as *Leis de Kirchoff*.

A outra causa de congestionamento é a restrição da magnitude da tensão nas barras terminais dos circuitos. Estes limites definem fronteiras operacionais que restringem a capacidade de transmissão entre dois pontos dos sistema. Mesmo com fluxos abaixo do limite térmico, restrições de tensão podem limitar a capacidade de transferência do sistema, devendo, portanto, ser consideradas no cálculo dos custos de congestionamento. As capacidades de transferência de circuitos são determinadas, muitas vezes, por aspectos de segurança, os quais são considerados pela imposição de limites de tensões terminais de barras.

Neste trabalho, utilizou-se o programa MATPOWER [35] para simular a otimização do sistema com modelagem não-linear.

Para o sistema teste, pode-se comparar o efeito das restrições de tensão sobre os preços nodais do sistema. Foram realizadas simulações especificando o limite de variação da tensão em  $\pm 5\%$  com relação à tensão base, e simulações sem limites de variação de tensão. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 4.4.

**TABELA 4.4 – Influência das Restrições de Tensão nos Preços Nodais**

Barra	Carga		Sem restrição de tensão		Com restrição de tensão	
			$\lambda$ (\$/MVAh)		$\lambda$ (\$/MVAh)	
	P (MW)	Q (Mvar)	P	Q	P	Q
1			31,93	-	31,78	-
2			33,49	0,09	33,49	0,55
3	15,00	5,00	34,04	0,51	34,09	1,11
4	5,00	1,70	37,69	1,14	38,37	2,55
5	10,00	3,30	37,94	1,18	38,63	2,55
6			36,00	0,02	36,00	0,01
7	5,00	2,00	38,61	1,54	40,41	6,45
Total	35,00	12,00				

Observa-se que os preços nodais das barras de carga variam significativamente na otimização com a consideração das restrições de tensão. Constata-se também a influência da tensão sobre os multiplicadores de Lagrange para a potência reativa. Nos exercícios propostos neste trabalho, foi utilizada a variação de  $\pm 5\%$  na restrição de tensão, exceto quando mencionada outra faixa de regulação.

Como a aproximação linear desconsidera a potência reativa, aspectos locais de utilização da rede pelas cargas são distorcidos. Cargas com distintos fatores de potência têm tratamento semelhante, não sinalizando o real uso do sistema de transmissão. A modelagem completa da rede é um meio de capturar a influência do fator de potência da carga, como mostrado na Tabela 4.5. Esta tabela apresenta a variação dos preços nodais de uma barra de carga (Barra 7) conforme a degradação do fator de potência das cargas do sistema teste.

**TABELA 4.5 – Influência do Fator de Potência da Carga nos Preços Nodais**

<i>Fator de Potência</i>	<i>Preços Nodais (\$/MVAh)</i>	
	<i>Ativa</i>	<i>Reativa</i>
1,00	38,394	0,306
0,98	38,533	0,816
0,95	38,566	0,946
0,94	40,002	4,878

Os resultados apresentados nas duas tabelas anteriores mostram que para metodologias que utilizam os multiplicadores de *Lagrange* como sinalizadores de preços das barras, como é o caso da metodologia aqui proposta, é significativo considerar a influência das variáveis tensão e potência reativa. Esta necessidade aumenta para sistemas carregados e com longas distâncias entre a geração e os centros de carga.

#### **4.5 APLICAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO PARA O SISTEMA TESTE**

O método proposto foi aplicado ao sistema teste. Simulações com o objetivo de demonstrar sua sensibilidade à modelagem completa da rede são também realizadas.

### 4.5.1 Cargas com Fator de Potência de 95%

Considerando o sistema teste de sete barras com as cargas possuindo fator de potência de 95%, procede-se à aplicação da metodologia proposta com a simulação via FPO Não-Linear. A Tabela 4.6 mostra o sobrecusto operativo calculado com essas premissas.

**TABELA 4.6 – Processo de Reconciliação do Sistema Teste – FP = 95%**

<i>Gerador</i>	<i>Reconciliação</i>	
Barra 1	$(20,0 - 20,0) \times 30,0 =$	0,00
Barra 2	$(4,9 - 15,0) \times 33,5 =$	-338,35
Barra 6	$(11,18 - 0,0) \times 36,0 =$	402,48
	<i>Sobrecusto</i>	<i>\$ 64,13</i>

Este valor é bastante diferente do apresentado na Tabela 4.3, indicando como a simplificação pelo modelo linear e a desconsideração das perdas podem levar a resultados incongruentes.

Os preços e os montantes de sobrecusto alocados a cada carga, obtidos pela aplicação do método de AS discriminando o intervalo de integração em 100 pontos, estão apresentados na Tabela 4.7.

**TABELA 4.7 – Preços de Aumann-Shapley**

<i>Barra</i>	<i>Carga</i>		<i>Preços de AS</i>		<i>Pagamento por AS (\$)</i>	
	<i>(MW)</i>	<i>(Mvar)</i>	<i>(\$/MWh)</i>	<i>(\$/Mvarh)</i>	<i>P</i>	<i>Q</i>
1			-0,73	0,00	0,00	0,00
2			0,27	0,00	0,00	0,00
3	15,00	5,00	0,48	0,16	7,16	0,81
4	5,00	1,70	2,35	0,56	11,76	0,96
5	10,00	3,30	2,54	0,56	25,35	1,86
6			2,54	0,00	0,00	0,00
7	5,00	1,70	3,00	0,61	15,01	1,03
<i>Total</i>	<i>35,00</i>	<i>11,70</i>			<i>\$ 59,28</i>	<i>\$ 4,65</i>
						<i>\$ 63,93</i>

O montante recuperado pela aplicação direta dos preços de AS é \$ 63,93. O erro em relação ao sobrecusto é de 0,3%, garantindo o *Requisito de Break-even*, ou

*Otimidade de Pareto*, de que a alocação dos custos seja exata (considera-se este erro residual como o erro devido ao cálculo numérico da integral dos preços de AS, podendo ser diminuído utilizando-se um número maior de pontos para discriminar a carga).

Este tratamento evidencia que os preços apresentam uma correta sinalização aos agentes para o uso da rede. A região exportadora (subsistema composto pelas barras 1, 2 e 3) possui preços quase nulos, e até negativo, indicando que o acréscimo marginal de carga nesses nós não contribui para o aumento do congestionamento. Este sinal, de curto prazo, recompensa os agentes de carga que ali estão instalados e indica uma zona com excedente de geração.

As barras 4, 5, 6 e 7, pertencentes ao subsistema importador de energia, possuem preços relativamente maiores, imputando às cargas dessas barras a maior parcela do sobrecusto operativo ocorrido no sistema. Dessa maneira, sinaliza-se que estas cargas estão num ponto de estrangulamento da transmissão e que existe carência de geração de menor custo nesta parte do sistema.

Os balanços financeiros dos geradores e das cargas são mostrados nas tabelas 4.8. e 4.9, respectivamente. O cálculo da parcela MAE foi anteriormente detalhado na Tabela 2.3.

**TABELA 4.8 – Receita dos Geradores**

<i>Gerador</i>	<i>MAE</i>	<i>+</i>	<i>Sobrecusto</i>	<i>=</i>	<i>Receita</i>
Barra 1	670,00	+	0,00	=	670,00
Barra 2	502,50	+	-338,35	=	164,15
Barra 6	0,00	+	402,48	=	402,48
<i>Total</i>	<i>\$ 1172,50</i>	<i>+</i>	<i>\$ 64,13</i>	<i>=</i>	<i>\$ 1236,63</i>

TABELA 4.9 – Pagamento das Cargas

Carga	MAE	+	Sobrecusto			=	Pagamento
			(P	+	Q)		
Barra 3	502,50	+	7,16	+	0,81	=	510,47
Barra 4	167,50	+	11,76	+	0,96	=	180,22
Barra 5	335,00	+	25,35	+	1,86	=	362,21
Barra 7	167,50	+	15,01	+	1,03	=	183,54
Total	\$ 1172,50	+	\$ 59,28	+	\$ 4,65	=	\$ 1236,43

Constata-se uma pequena contribuição direta da parcela relativa à energia reativa ao sobrecusto operativo. Não obstante, é essencial que esta seja considerada devido ao impacto que ela causa na componente ativa do custo de congestionamento.

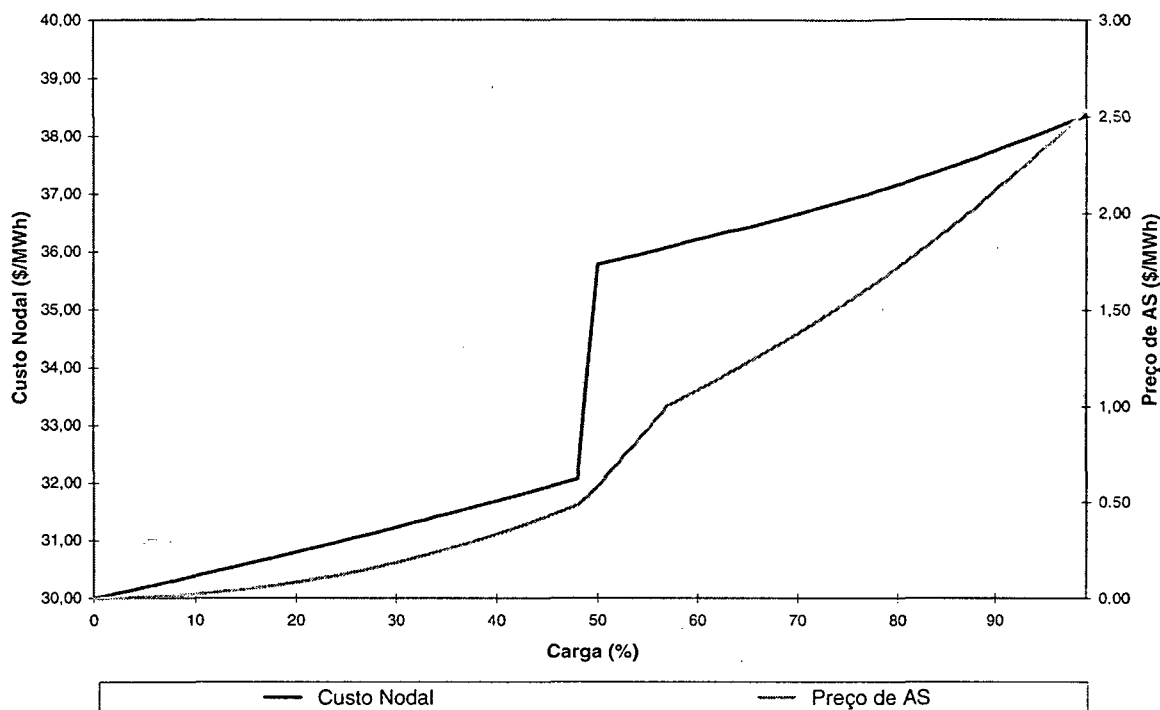
No sistema teste em uso, a existência de carga na Barra 3 contribui para diminuir o custo do congestionamento do sistema, ou seja, seu custo incremental é negativo. Se esta carga não existisse, existiria um excedente maior de geração de menor custo na região exportadora, que, na ausência de congestionamento, poderia atender ao mercado da região importadora. Face à restrição de transmissão, um montante maior de geração é impedido de ser transmitido, devendo ser substituído por geração fora da ordem de mérito, caracterizando um sobrecusto operativo ainda maior nesta condição.

Dado que existe uma barra com custo incremental negativo, o teste de *Custo Incremental* não é satisfeito e o núcleo deste *game* é vazio. Como ilustração, a alocação do sobrecusto operativo deste exemplo pelo método de *CSBR* apresenta os resultados da Tabela 4.10. Desta tabela, observa-se que também não é satisfeita a condição de *benefício remanescente* positivo, ou seja, a função *c* não é subaditiva, e métodos baseados numa alocação do núcleo não apresentam resultados satisfatórios para a aplicação aqui pretendida.

TABELA 4.10 – Alocação dos Custos pelo Método CSBR

<b>Carga</b>	<b>Custo Isolado</b> $c(i)$	<b>Custo Incremental</b> $s_i$	<b>Benefício Remanescente</b> $r_i = c(i) - s_i$	<b>Custo Não Separável</b> <b>CNS</b>	<b>Alocação</b> $x_i = s_i + \text{CNS}$
Barra 3	9,30	-20,65	29,95	-4,41	-25,06
Barra 4	1,50	22,73	-21,23	3,12	25,85
Barra 5	9,66	35,98	-26,32	3,87	39,85
Barra 7	5,70	21,20	-15,50	2,28	23,48
<b>Total</b>	<b>\$ 26,16</b>	<b>\$ 59,26</b>	<b>-\$ 33,10</b>	<b>\$ 4,87</b>	<b>\$ 64,13</b>

Este método é baseado no custo incremental de inclusão de cada agente, apresentando, assim, uma grande sensibilidade ao tamanho deste em relação à coalizão. Métodos que utilizam a aplicação direta dos custos marginais resolvem este problema, mas são dependentes do ponto de operação. Ainda, a aplicação direta dos custos marginais apresenta sobreremuneração do serviço, ou seja, o requisito de exatidão não é satisfeito. O método dos *Preços de AS* propõe a integração dos custos marginais, possibilitando uma suavização dos custos alocados, reduzindo a dependência do ponto de operação; como o valor obtido é um custo marginal médio, a recuperação dos custos é exata. A Figura 4.3 mostra o comportamento das curvas de custo marginal e do *preço de AS* para a potência ativa no intervalo de integração para uma barra de carga do sistema.



**FIGURA 4.3 – Custo Marginal x Preço de Aumann-Shapley da Barra 5**

Comparações de aplicação de métodos de alocação de custos são apresentadas em [5] e [36].

#### 4.5.2 Influência do Fator de Potência na Alocação do Sobrecusto Operativo

Com o objetivo de demonstrar a propriedade do método de capturar o real uso do sistema, procede-se a simulação do caso onde as cargas apresentam diferentes fatores de potência, conforme a Tabela 4.11. A Tabela 4.12 apresenta o sobrecusto calculado nesta condição.



TABELA 4.11 – Cargas com Diversos Fatores de Potência

Barra	Carga		
	P (MW)	Q (Mvar)	FP (%)
3	15,00	5,00	95
4	5,00	1,98	93
5	10,00	4,84	90
7	5,00	1,25	97
<i>Total</i>	<i>35,00</i>	<i>13,07</i>	

TABELA 4.12 – Processo de Reconciliação do Sistema Teste – FPs Diversos

Gerador	Reconciliação	
Barra 1	$(20,0 - 20,0) \times 30,0 =$	0,00
Barra 2	$(4,67 - 15,0) \times 33,5 =$	-346,06
Barra 6	$(11,47 - 0,0) \times 36,0 =$	412,92
	<i>Sobrecusto</i>	<i>\$ 66,87</i>

TABELA 4.13 – Preços de Aumann-Shapley

Barra	Carga		Preços de AS (\$/MVAh)		Pagamento por AS	
	P (MW)	Q (Mvar)	P	Q	P	Q
1			-0,75	0,00	0,00	0,00
2			0,25	0,00	0,00	0,00
3	15,00	5,00	0,46	0,17	6,91	0,84
4	5,00	1,98	2,42	0,72	12,11	1,43
5	10,00	4,84	2,61	0,74	26,08	3,57
6			2,13	0,00	0,00	0,00
7	5,00	1,25	3,05	0,61	15,26	0,77
<i>Total</i>	<i>35,00</i>	<i>13,07</i>			<i>\$ 60,35</i>	<i>\$ 6,60</i>
					<i>\$ 66,95</i>	

Comparativamente, este ponto de operação possui sobrecusto maior do que o apresentado para cargas com mesmo fator de potência. O erro de alocação é de 0,13%.

A aplicação do método, conforme ilustrado na Tabela 4.13, recupera este montante junto às cargas de maneira coerente ao fator de potência apresentado por cada uma das cargas. Esta assertiva pode ser confirmada observando a relação entre a variação

do fator de potência da carga e a variação do montante do sobrecusto alocado à mesma. A carga localizada na Barra 5 diminuiu seu fator de potência de 0,95 para 0,90, e teve a participação no pagamento do sobrecusto operativo aumentado de 42% para 44%; já a Barra 7, que melhorou o fator de potência de 0,95 para 0,97, teve a participação no pagamento diminuída de 25% para 24%.

Como a influência da potência reativa das cargas é adequadamente tratada pelo método, os preços de AS sinalizam adequadamente para a instalação de novas fontes de potência reativa. Com isso, a carga pode confrontar o custo pelo suporte de potência reativa do sistema em relação ao suporte local e definir a instalação ou não de compensação capacitiva.

### 4.5.3 Alocação do Custo das Perdas

Para representar a operação do sistema e o respectivo desvio de geração em relação ao despacho econômico à barra única, utiliza-se um FPO que incorpora restrições de tensão e de transmissão, e utiliza modelo completo de rede, incluindo as perdas do sistema.

Um caso particular deste procedimento é a recuperação dos custos relativos somente às perdas do sistema. Para tal, aplica-se o método proposto desconsiderando as restrições de tensão e de transmissão das linhas, e discriminando a carga em 200 pontos. A Tabela 4.14 mostra o sobrecusto calculado dessa maneira e a Tabela 4.15, a respectiva repartição desse sobrecusto.

**TABELA 4.14 – Processo de Reconciliação do Sistema Teste – Perdas**

<i>Gerador</i>	<i>Reconciliação</i>
Barra 1	$(20,0 - 20,0) \times 30,0 = 0,00$
Barra 2	$(16,1 - 15,0) \times 33,5 = 35,51$
Barra 6	$(00,0 - 00,0) \times 36,0 = 0,00$
<i>Sobrecusto</i> \$ 35,51	

TABELA 4.15 – Preços de Aumann-Shapley

Barra	Carga		Preços de AS (\$/MVAh)		Pagamento por AS	
	P (MW)	Q (Mvar)	P	Q	P	Q
1			-0,39	0,00	0,00	0,00
2			0,34	0,00	0,00	0,00
3	15,00	5,00	0,58	0,15	8,71	0,76
4	5,00	1,70	0,93	0,23	4,63	0,39
5	10,00	3,30	1,13	0,25	11,34	0,83
6			1,31	0,00	0,00	0,00
7	5,00	1,70	1,67	0,33	8,34	0,57
Total	35,00	11,70			\$ 33,02	\$ 2,54
					\$ 35,56	

O erro relativo da recuperação é de 0,13%, indicando que a alocação das perdas é uma aplicação particular do método. O comportamento das curvas de custo marginal e de Preço de AS para este exemplo está ilustrado na Figura 4.4.

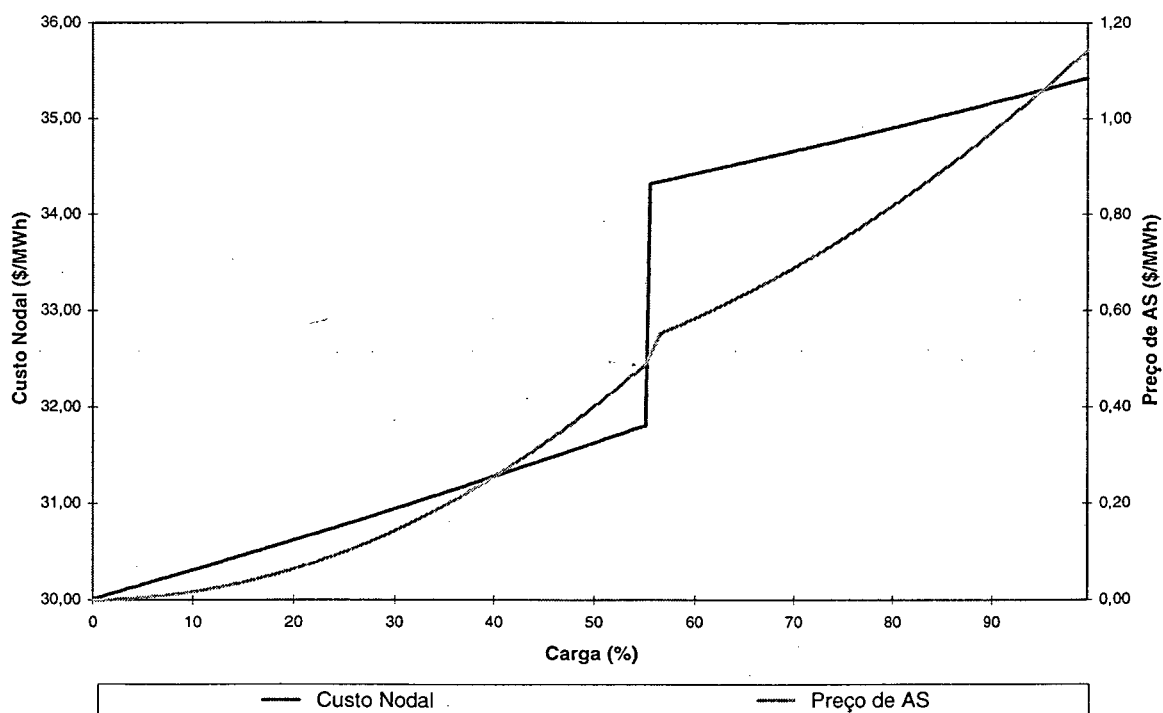


FIGURA 4.4 – Custo Marginal x Preço de Aumann-Shapley da Barra 5 – Perdas

O ponto de inflexão na curva de custo marginal indica quando o gerador com menor custo (localizado na Barra 1) atinge seu limite de capacidade de produção, e o gerador subsequente na ordem de mérito (localizado na Barra 2) começa a ser despachado.

#### 4.6 CONCLUSÕES

A presença de restrições de transmissão ocasiona congestionamentos nos sistemas de potência, provocando aumento do custo de operação. No modelo *Pool* com preços nodais, a recuperação do sobrecusto é intrínseca à precificação da energia. Entretanto, um novo problema é originado: o montante pago pelas cargas é maior do que a receita dos geradores caracterizando o chamado *excedente financeiro*. De maneira a promover a eficiência econômica e a competição entre os agentes de mercado, deve-se encontrar um mecanismo para aplicação desse montante, ou então alguma forma de retorná-lo aos agentes para alívio de exposições decorrentes de diferenças de preços.

Propõe-se a utilização dos *Preços de Aumann-Shapley* como método de alocação do sobrecusto operativo no modelo *Pool* com a fixação do preço via PMS. Este método caracteriza-se por conter a informação dos custos marginais de maneira a promover uma eficiente sinalização do uso da rede. Para eliminar os problemas de dependência do ponto de operação e de excedente financeiro, inerentes aos métodos baseados em custos marginais, esta metodologia simula inúmeros estados de operação e o resultado é o custo marginal médio para estes vários pontos simulados.

A simplificação pela modelagem linearizada da rede é um recurso válido quando o congestionamento do sistema é devido a limites térmicos de condutores. Entretanto, esta não se mostra apropriada quando a limitação é provocada por restrições de tensão. Neste caso, o uso de ferramentas como o FPO linearizado não apresenta as informações nos custos marginais necessárias à completa recuperação do sobrecusto operativo e a sinalização da utilização local do sistema pelos agentes. O desenvolvimento do método proposto prevê a utilização de modelos não-lineares<sup>0</sup> e os testes realizados mostram a sensibilidade do método em relação aos aspectos relacionados à tensão e à

potência reativa. Adicionalmente, apresenta-se como aplicação particular a alocação dos custos das perdas do sistema.

## 5. APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS PREÇOS DE AS

### 5.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta a aplicação do método dos *Preços de Aumann-Shapley* para a repartição do sobrecusto operativo em um sistema de 54 barras.

A rede simulada é um sistema equivalente do sistema sul brasileiro, conforme detalhado na Seção 5.2, caracterizada por duas regiões distintas: uma região exportadora de energia, com custos de geração reduzidos, e uma região de carga, com disponibilidade de geração a custos mais elevados. A restrição de transmissão que origina essas duas áreas provoca congestionamento do sistema e, conseqüentemente, sobrecusto operativo. Na Seção 5.3 apresentam-se os resultados da aplicação do método para a alocação desse sobrecusto operativo.

### 5.2 SISTEMA UTILIZADO

O sistema utilizado é um sistema fictício com 54 barras. Basicamente, constitui-se de um sistema de 525 kV interligado ao sistema de 230 kV do Estado do Rio Grande do Sul.

Este sistema possui 13 geradores, 75 linhas de transmissão e três transformadores. Essa rede equivalente foi originada a partir de um caso de carga pesada de 2001, com as seguintes premissas:

- ✓ os fluxos nos transformadores 525/230 kV, para atendimento dos sistemas de distribuição foram transformados em cargas nas respectivas barras de transformação;
- ✓ o intercâmbio com o subsistema Sudeste pelo transformador de Ivaiporã 765/525 kV foi simulado como sendo uma geração;
- ✓ os intercâmbios remanescentes com o Sudeste, através da rede de 230 kV, foram considerados nulos.

O diagrama geométrico equivalente desse sistema é apresentado na Figura 5.1, e os dados elétricos estão discriminados no Anexo 7.1.

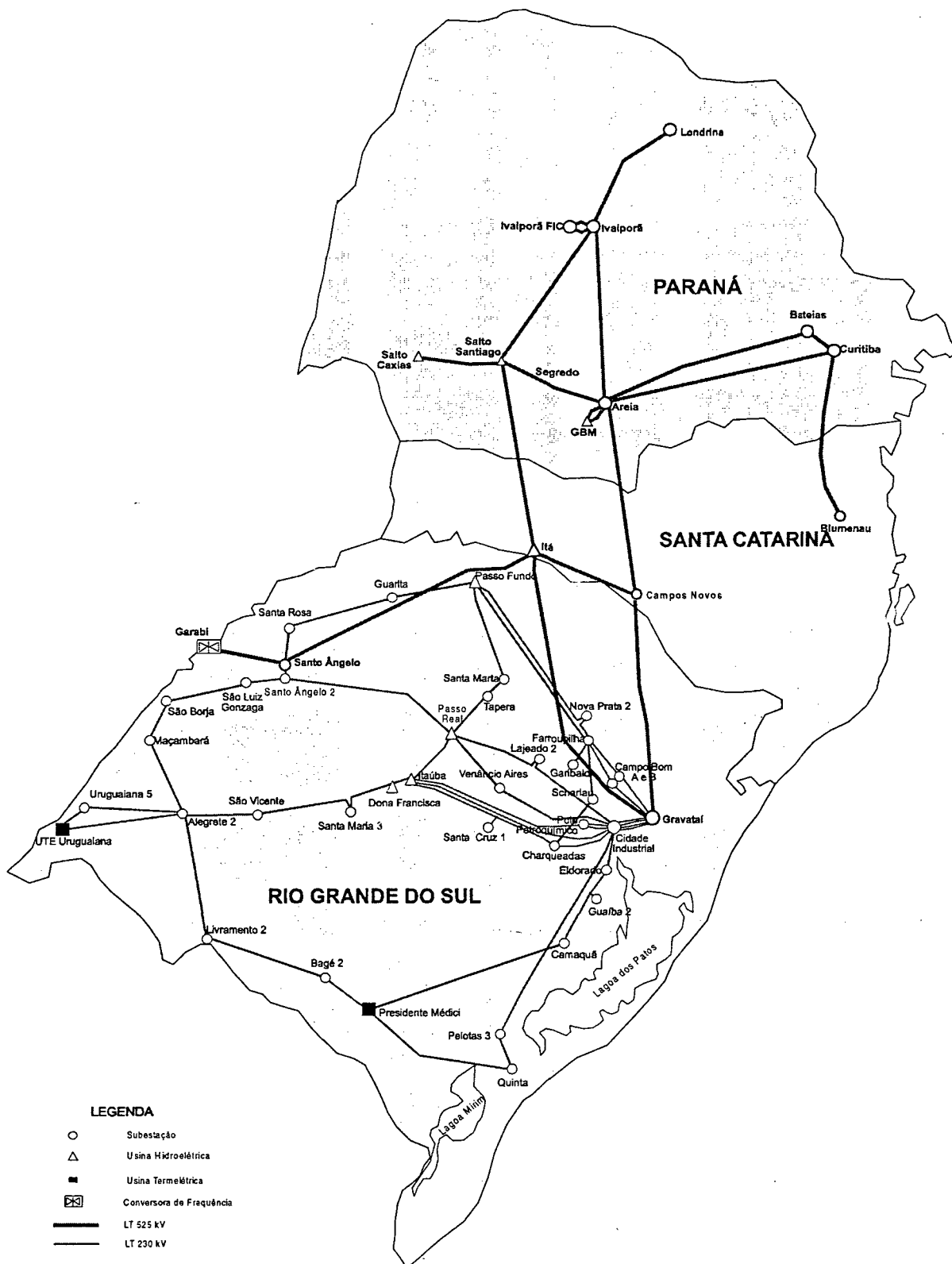


FIGURA 5.1 – Diagrama Geoeletrico do Sistema 54 barras

### 5.3 RESULTADOS OBTIDOS

Na simulação do despacho com barra única, calculado *ex-post* à operação, usando valores medidos de carga e considerando as disponibilidades verificadas de geração, os geradores conectados à rede de 525 kV são chamados a produzir em suas capacidades máximas, e o balanço carga / geração é completado por usinas com custos de produção mais elevados, situadas na rede de 230 kV. Este cenário caracteriza uma região exportadora de energia com um custo menor atendendo a uma região importadora, onde o custo de geração é mais elevado.

O despacho com barra única permite calcular o fluxo de pagamentos no MAE, conforme é detalhado na Tabela 5.1. O preço *spot* calculado é de 41,00 \$/MWh, e o total de pagamentos ou de receitas é de \$ 267.771,00.

Não obstante, o intercâmbio gerado por esse despacho ótimo das usinas não se mostra possível na operação em tempo real devido a presença de restrições de transmissão. Assim, na simulação da operação do sistema, parte da produção para atendimento à demanda deve ser local, mesmo que a um custo mais elevado, caracterizando o sobrecusto operativo.



TABELA 5.1 – Balanço de Pagamentos no MAE

<i>Barra</i>	<i>Tipo</i>	<i>Receita dos Geradores</i>	<i>Pagamento das Cargas</i>
66	Geração	1000,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 41.000,00	
824	Geração	800,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 32.800,00	
856	Geração	800,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 32.800,00	
895	Carga		500,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 20.500,00
897	Geração	800,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 32.800,00	
933	Carga		640,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 26.240,00
938	Carga		672,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 27.552,00
951	Carga		30,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 1.230,00
955	Carga		300,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 12.300,00
959	Carga		845,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 34.645,00
962	Carga		320,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 13.120,00
972	Geração	1000,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 41.000,00	
976	Carga		4,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 164,00
995	Geração	800,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 32.800,00	
999	Carga		3,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 123,00
1027	Carga		690,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 28.290,00
1041	Geração	150,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 6.150,00	
1045	Carga	0,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 0,00	
1046	Carga	0,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 0,00	
1060	Geração	800,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 32.800,00	
1186	Carga		49,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 2.009,00
1188	Carga		40,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 1.640,00
1194	Carga		50,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 2.050,00
1196	Carga		31,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 1.271,00
1198	Carga		77,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 3.157,00
1199	Carga		30,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 1.230,00
1204	Carga		200,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 8.200,00
1210	Carga		600,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 24.600,00
1212	Carga		17,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 697,00
1213	Carga		90,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 3.690,00
1215	Geração	26,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 1.066,00	
1217	Carga		94,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 3.854,00
1223	Geração		0,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 0,00
1225	Carga		14,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 574,00
1228	Carga		67,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 2.747,00
1230	Carga		21,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 861,00
1236	Carga		20,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 820,00
1239	Geração	355,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 14.555,00	
1243	Geração		0,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 0,00
1246	Carga		110,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 4.510,00
1250	Carga		61,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 2.501,00
1254	Carga		17,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 697,00
1255	Carga		90,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 3.690,00
1258	Carga		387,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 15.867,00
1278	Carga		74,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 3.034,00
1281	Carga		130,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 5.330,00
1283	Carga		77,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 3.157,00
1286	Carga		57,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 2.337,00
1291	Carga		20,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 820,00
1294	Geração		0,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 0,00
1296	Carga		30,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 1.230,00
1299	Carga		32,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 1.312,00
2078	Carga		16,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 656,00
2086	Carga		26,0 MWh x 41 \$/MWh = \$ 1.066,00
<i>Total</i>		<i>\$ 267.771,00</i>	<i>\$ 267.771,00</i>

A Tabela 5.2 mostra o despacho restrito, correspondente à operação verificada<sup>7</sup>, bem como o cálculo do custo de congestionamento de acordo com a Equação (2.1).

**TABELA 5.2 – Processo de Reconciliação**

<i>Gerador</i>	<i>Custo Declarado</i> (\$/MWh)	<i>Geração</i>		<i>Sobrecusto</i> (\$)
		<i>Irrestrita</i> (MW)	<i>Restrita</i> (MW)	
824	1,00	800,00	800,00	
995	1,00	800,00	800,00	
897	1,10	800,00	800,00	
856	1,20	800,00	800,00	
1060	1,30	800,00	800,00	
66	9,00	1000,00	1000,00	
972	19,67	1000,00	797,34	-3986,32
1239	23,52	355,00	355,00	
1041	40,00	150,00	150,00	
1215	41,00	26,00	446,48	17239,68
1243	42,00			
1223	43,00			
1294	99,00			
<i>Total</i>		<i>6531,00</i>	<i>6748,82</i>	<i>\$13.253,36</i>

Como mostrado, o sobrecusto operativo que deve ser recuperado junto às cargas é de \$13.253,36.

Conforme discutido no Capítulo IV, a representação da rede e, conseqüentemente, as restrições de tensão influenciam no sobrecusto operativo do sistema. Como ilustração, foram processados outros casos de FPO de modo a mostrar a sensibilidade do sobrecusto operativo calculado para esse sistema para distintas faixas de regulação de tensão em relação à tensão nominal. Os resultados estão na Tabela 5.3; como base, é tomada a faixa de  $\pm 10\%$ .

<sup>7</sup> Os resultados da operação do sistema, neste trabalho, são obtidos pela solução de um FPO.

TABELA 5.3 – Influência da Tensão no Sobrecusto Operativo

<i>Varição da tensão em relação à nominal</i>	<i>Sobrecusto</i>	
	<i>(\$)</i>	<i>(%)</i>
8%	14.262,02	7,6
9%	13.554,02	2,3
10%	13.253,36	0,0
11%	13.140,55	-0,9

Esses valores corroboram o uso da modelagem completa da rede de transmissão; para os testes aqui apresentados serão permitidos desvios de tensão de  $\pm 10\%$  em relação à tensão nominal.

Para a recuperação do sobrecusto operativo, aplicou-se a metodologia proposta. Para tanto, assume-se que o ponto de operação verificado corresponde ao resultado de um Fluxo de Potência Ótimo, onde não existem erros de previsão de carga e as disponibilidades dos equipamentos de geração e transmissão correspondem exatamente aos valores previstos. A partir desta hipótese, viabiliza-se a aplicação da metodologia proposta a partir da solução de um FPO que usa as demandas e disponibilidades verificadas.

Discriminado a carga em 100 pontos para o cálculo numérico da integral do método de AS a recuperação é de \$13.233,36, apresentando um erro relativo de 0,15%, e os resultados obtidos mostram que os preços de AS apresentam uma indicação eficaz do uso do sistema de transmissão.

A Tabela 5.4 apresenta os preços de AS obtidos pelo método e a repartição do sobrecusto operativo às cargas.

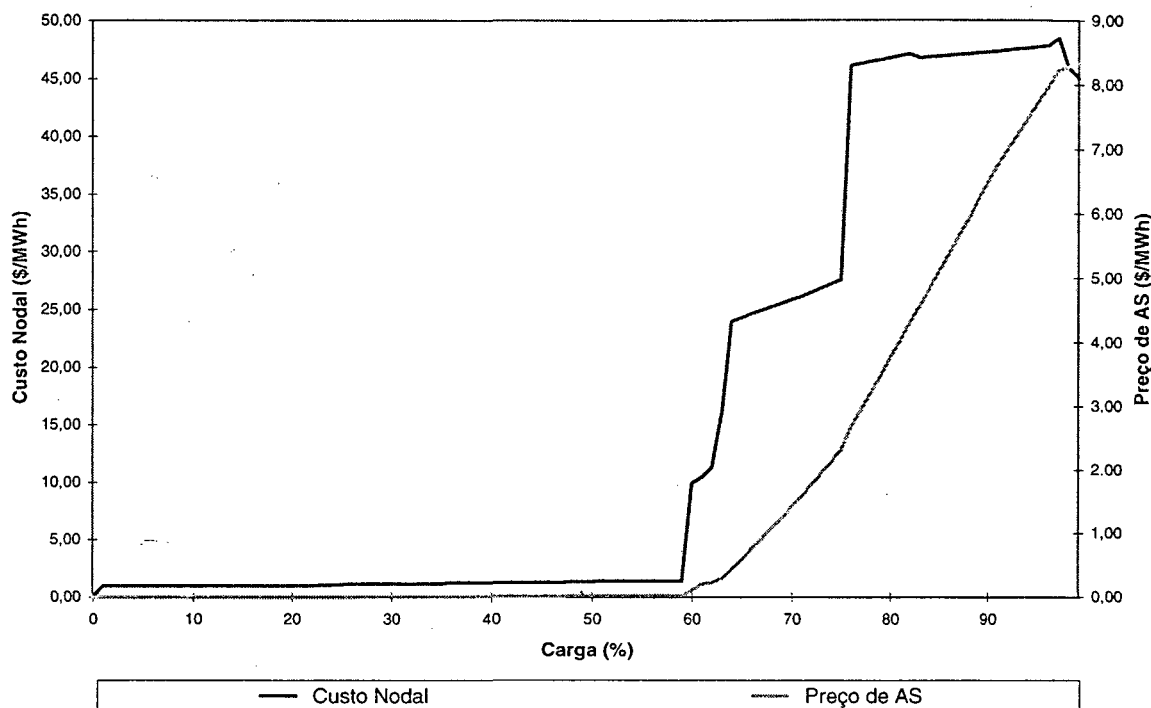
De modo geral, na região exportadora de energia os preços são negativos (ver, por exemplo, a Barra 895), indicando que as cargas ali instaladas não estão contribuindo para o congestionamento do sistema; na realidade, essas cargas contribuem para reduzir o sobrecusto operativo. Preços negativos indicam que a barra recebe, corrigindo, portanto, o PMS em direção ao preço nodal. Portanto, esta barra paga por seu consumo o PMS e desconta a parcela correspondente ao sobrecusto. Numericamente, o preço da energia ativa resulta em  $38,83 \text{ \$/MWh} = (41,00 - 2,17)$ .

Já na parte do sistema com carência de energia, os preços de AS são positivos, crescendo de magnitude à medida que apontam para centros de carga distantes das fontes despachadas (Barra 1198, por exemplo). Dessa forma, esses preços indicam que o aumento marginal de carga nessas barras contribuiria para o aumento do congestionamento e, conseqüentemente, para elevar o sobrecusto operativo desse sistema.

TABELA 5.4 – Preços de Aumann-Shapley e Alocação do Sobrecusto Operativo

Barra	Carga		Preços de AS		Pagamentos		
	(MW)	(Mvar)	(\$/MWh)	(\$/Mvarh)	MAE	AS	TOTAL
895	500	300	-2,17	0,20	20.500,0	-1.027,0	19.473,0
933	640	-20	-2,42	0,00	26.240,0	-1.549,7	24.690,3
938	672	-80	-2,02	0,17	27.552,0	-1.368,3	26.183,7
951	30	10	8,12	0,23	1.230,0	246,0	1.476,0
955	300	60	-2,54	0,29	12.300,0	-746,1	11.553,9
959	845	200	-2,14	0,18	34.645,0	-1.772,2	32.872,8
962	320	20	8,33	0,25	13.120,0	2.671,7	15.791,7
976	4		-3,92	0,92	164,0	-15,7	148,3
999	3		-2,46		123,0	-7,4	115,6
1027	690	90	-2,39	0,01	28.290,0	-1.650,0	26.640,0
1186	49	-5	5,28	0,09	2.009,0	258,2	2.267,2
1188	40	20	6,14	0,17	1.640,0	248,8	1.888,8
1194	50	15	7,66	0,20	2.050,0	386,1	2.436,1
1196	31	10	8,34	0,27	1.271,0	261,2	1.532,2
1198	77	25	8,38	0,27	3.157,0	651,7	3.808,7
1199	30	10	8,15	0,24	1.230,0	246,8	1.476,8
1204	200	55	8,28	0,25	8.200,0	1.669,5	9.869,5
1210	500	170	8,31	0,27	24.600,0	5.030,7	29.630,7
1212	17	5	8,20	0,25	697,0	140,7	837,7
1213	90	20	4,54	0,69	3.690,0	422,1	4.112,1
1217	94	30	7,58	0,18	3.854,0	717,8	4.571,8
1225	14	5	4,26	0,26	574,0	60,9	634,9
1228	67	20	7,95	0,21	2.747,0	536,5	3.283,5
1230	21	5	5,64	0,57	861,0	121,3	982,3
1236	20	5	7,63	0,18	820,0	153,4	973,4
1246	110	35	7,47	0,19	4.510,0	828,8	5.338,8
1250	61	20	1,12	0,71	2.501,0	82,3	2.583,3
1254	17	6	3,55	0,45	697,0	63,1	760,1
1255	90	30	7,65	0,16	3.690,0	693,1	4.383,1
1258	387	60	8,28	0,26	15.867,0	3.220,8	19.087,8
1278	74	25	6,40	0,02	3.034,0	474,2	3.508,2
1281	130	25	6,60	0,02	5.330,0	858,4	6.188,4
1283	77	20	2,36	0,88	3.157,0	199,3	3.356,3
1286	57	20	5,98	0,04	2.337,0	341,7	2.678,7
1291	20	5	6,44	0,01	820,0	128,9	948,9
1296	30	10	5,33	0,01	1.230,0	159,9	1.389,9
1299	32	10	7,47	0,18	1.312,0	240,7	1.552,7
2078	16	5	2,12	0,66	656,0	37,3	693,3
2086	26	10	8,28	0,25	1.066,0	217,7	1.283,7
<b>Total</b>	<b>6.531,0</b>	<b>1.251,0</b>			<b>\$ 267.771,00</b>	<b>\$ 13.233,36</b>	<b>\$ 281.004,36</b>

A Figura 5.2 mostra o comportamento das curvas de custo marginal e do preço de AS para a potência ativa no intervalo de integração para uma barra de carga do sistema. Salienta-se, novamente, o efeito da suavização da curva de custo marginal.



**FIGURA 5.2 – Custo Marginal x Preço de Aumann-Shapley da Barra 1198**

Esses resultados demonstram a viabilidade da aplicação do método proposto a sistema reais. As características de eficiência econômica, representadas pela correta sinalização do uso dos recursos do sistema, e pelo requisito de exatidão na recuperação dos custos a serem alocados, mostraram-se plenamente atendidas. Entretanto, algumas observações devem ser feitas.

A premissa básica aqui considerada foi a da reprodutibilidade da operação do sistema por meio de um Fluxo de Potência Ótimo. Isto, entretanto, nem sempre é válido já que os dados de entrada do FPO são originados a partir da integralização de leituras de carga para períodos estabelecidos, por exemplo de 15 minutos, ao passo que durante a operação em tempo real o sistema pode atingir pontos de operação afastados dos valores médios representados no FPO.

Adicionalmente, ressalta-se que a operação do sistema não necessariamente representa a solução ótima definida por meio do FPO.

Outra dificuldade inerente ao método proposto é a convergência nas simulações com carga leve. Isso é facilmente entendido lembrando que o método consiste em discriminar a carga em um dado número de partições e simular o FPO restrito e com barra única para cada um desses pontos. A carga é bastante reduzida para os pontos iniciais da simulação e há um desbalanço de potência reativa que nem sempre pode ser eliminado com os recursos existentes. A simplificação adotada para eliminar esse problema foi permitir a absorção de potência reativa pelas máquinas além de sua capacidade permitida.

Por fim, verifica-se que o método requer um considerável esforço computacional. Para cada ponto de discriminação da carga é necessário executar um FPO e um despacho econômico à barra única. Conforme a dimensão do sistema e a partição da carga utilizada, o tempo computacional pode ser proibitivo. Na aplicação do método ao sistema com 54 barras, o tempo de simulação foi da ordem de nove horas, utilizando o programa MATHPOWER e um microcomputador K6-II 500 MHz. Entretanto, a estrutura do problema indica a computação paralela como a solução dessa dificuldade, dado que o processamento dos casos de FPO não requer comunicações parciais, ou seja, os cálculos são independentes.

## 5.4 CONCLUSÕES

A aplicação do método dos *Preços de Aumann-Shapley* a um sistema realista, apresentando recuperação exata do sobrecusto operativo, correta sinalização do uso da rede e outras propriedades de eficiência econômica, mostra-se como proposta alternativa para alocação dos custos de congestionamento em um modelo *Pool* com fixação do preço via PMS.

Alguns problemas surgem para aplicações em sistemas de grande porte, como a dificuldade de simular a operação real do sistema, a difícil convergência para alguns pontos de operação e o tempo de simulação. Para o primeiro item, os resultados são mais reais quanto mais a operação se aproximar do valor ótimo para um dado intervalo de apuração. O problema de convergência indica necessidade de métodos de otimização mais robustos e

o tempo computacional pode ser reduzido a valores razoáveis empregando técnicas de processamento paralelo.

Com essas considerações e simplificações adotadas, a relação custo / benefício da metodologia deve ser considerada para aplicações em sistemas de grande porte.



## 6. CONCLUSÕES

O processo de reestruturação do setor de energia elétrica, que vem ocorrendo em escala mundial, tem como objetivo principal a introdução da competição na geração e comercialização, por meio de um processo de desverticalização da indústria e do livre acesso à rede de transmissão. Nesse contexto, os geradores mais eficientes devem ser despachados preferencialmente, de modo a possibilitar que o consumidor final tenha acesso a um produto com menor preço.

Assim, qualquer tipo de restrição imposta pelo sistema de transmissão que impeça a obtenção de um despacho eficiente causa elevação de custos para o consumidor final. Em alguns mercados de energia elétrica esse sobrecusto de operação é tratado como um encargo de serviço do sistema, sendo recuperado junto às cargas via um critério de alocação *pro rata*. Esse tipo de procedimento de repartição de custos, embora simples, não reconhece a influência das *Leis de Kirchoff* na distribuição dos fluxos, conduzindo, conseqüentemente, a um processo de alocação não eficiente. Ainda, critérios do tipo *pro rata* não são dotados de sinalização econômica, não estimulando o uso eficiente dos recursos do sistema.

O processo de alocação de custos deve dividir os custos comuns de uma dada atividade, função ou processo entre seus usuários de acordo com as responsabilidades ou benefícios recebidos, de maneira a promover a voluntariedade no pagamento e incentivar a cooperação entre os participantes. A Teoria dos Jogos Cooperativos está intimamente associada a este tipo de problema, e métodos baseados nesta teoria, tais como *Valor de Shapley*, *Núcleo* e *Nucleolus*, são apresentados como alternativas para o tratamento do problema de alocação de custos em diversas áreas do conhecimento.

O método baseado na Teoria dos Jogos Cooperativos, denominado de *Preços de Aumann-Shapley* é indicado para aplicações onde se conhecem os custos de produção e deseja-se alocar esses custos a um conjunto de usuários infinitesimais. Este método incorpora a informação dos custos marginais, mas não apresenta as distorções da aplicação direta dos mesmos para determinação de preços, como a sensibilidade somente à última unidade produzida e a sobreremuneração do serviço.

Este método possui as características ideais para aplicação no problema de recuperação do sobrecusto operativo apresentado, pois a informação da função custo é disponível e o sinal locacional dos custos marginais, incorporado ao método, sinaliza o uso eficiente dos recursos e o método recupera o custo com exatidão.

Desta forma, esta dissertação propõe um método de alocação do sobrecusto operativo em um modelo *Pool* com a fixação de um preço uniforme para o mercado (preço único), utilizando a teoria dos *Preços de Aumann-Shapley*. Para capturar os impactos relacionados à tensão e à potência reativa, o método aqui proposto utiliza o modelo completo de rede.

Os resultados obtidos possibilitam a recuperação exata do sobrecusto operativo e oferecem sinais econômicos aos agentes de maneira a incentivar o uso eficiente dos recursos do sistema.

Diversos testes da sensibilidade do método quanto às variáveis de tensão e potência reativa são apresentados, e os resultados mostram que o método captura as particularidades de um sistema elétrico, indicando nos preços o uso que os agentes estão fazendo da rede. Devido à significativa dependência do valor do sobrecusto operativo, e da repartição deste, com a representação das restrições de tensão e das variáveis relativas à potência reativa, conforme mostrado nos exemplos, conclui-se que a consideração da modelagem completa da rede é imprescindível para a correta sinalização do uso da rede aos agentes. As aplicações realizadas mostram que, embora os custos alocados à potência reativa sejam relativamente baixos, o impacto da consideração da potência reativa sobre as perdas é considerável.

O método proposto também pode ser aplicado para a recuperação dos custos das perdas isoladamente. Isto é particularmente interessante, pois em alguns mercados é requerida a recuperação dos custos das perdas de um específico ponto de operação.

A aplicação do método a um sistema realista, além da recuperação exata do sobrecusto operativo, apresenta preços onerando os agentes que realmente contribuem para

o sobrecusto operativo e devolvendo parte do pagamento da energia aos que colaboram para diminuir o custo de congestionamento.

As aplicações aqui realizadas mostram que, assim como a aplicação dos preços nodais recupera naturalmente o sobrecusto operativo em sistemas com esquema de fixação de preços nodais, o método dos *Preços de Aumann-Shapley* recupera o sobrecusto operativo em sistemas via PMS e indica, economicamente, aos agentes o real uso que estão fazendo da rede. Desta maneira, o método apresenta-se como proposta alternativa para alocação dos custos de congestionamento em um modelo *Pool* com fixação do preço via PMS.

Na simulação de um sistema realista, algumas dificuldades são encontradas:

- ✓ A dificuldade de simular a operação real do sistema. A consideração neste trabalho foi que o resultado do FPO representa a operação em tempo real, que, conforme exposto, não é totalmente verdade. Entretanto, para um dado intervalo de apuração, esta simplificação pode ser válida.
- ✓ A difícil convergência para alguns pontos de operação, principalmente os casos onde a carga do sistema é pequena. Este problema indica necessidade de métodos de otimização mais robustos e específicos para a aplicação do método. A solução encontrada neste trabalho foi permitir a geração de potência reativa além da capacidade permitida das máquinas.
- ✓ O tempo de simulação, de acordo com a dimensão do sistema e da partição utilizada para partição da carga, torna-se proibitivo. A solução indicada para este problema é utilizar-se de técnicas de processamento paralelo.

Face ao potencial apresentado pela Teoria dos Jogos Cooperativos e considerando que o planejamento e a operação de sistemas de energia elétrica apresentam inúmeros problemas de alocação de custos e/ou benefícios, visualiza-se que aplicações como a proposta neste trabalho podem ser estendidas a outros problemas onde benefícios e custos comuns devem ser compartilhados entre os agentes.

## 7. ANEXOS

### 7.1 DADOS DO SISTEMA 54 BARRAS

**TABELA 7.1 – Dados de Barra do Sistema 54 barras**

Barra	Tipo	Carga		Geração		Custo \$/MWh	
		ativa (MW)	reativa (Mvar)	mínima (MW)	máxima (MW)		
66	Ivaipora-525	Geração	-	-	0	1000	9,0
824	GBMunhoz-525	Geração	-	-	0	800	1,0
856	Segredo--525	Geração	-	-	0	800	1,2
895	Bateias--525	Carga	500,0	300,0	-	-	-
897	SCaxias--525	Geração	-	-	0	800	1,1
933	Areia----525	Carga	640,0	-20,0	-	-	-
938	Blumenau-525	Carga	672,0	-80,0	-	-	-
951	Charquea-230	Carga	30,0	10,0	-	-	-
955	CNovos---525	Carga	300,0	60,0	-	-	-
959	Curitiba-525	Carga	845,0	200,0	-	-	-
962	Farroupi-230	Carga	320,0	20,0	-	-	-
972	Garabi60-525	Geração	-	-	0	1000	19,7
976	Gravatai-525	Carga	4,0	0,0	-	-	-
995	Ita----E-525	Geração	-	-	0	800	1,0
999	IvaiporE-525	Carga	3,0	0,0	-	-	-
1027	Londrina-525	Carga	690,0	90,0	-	-	-
1041	PFundo---230	Geração	-	-	0	150	40,0
1045	SAngelo--525	Carga	-	-	-	-	-
1046	SAngeloE-230	Carga	-	-	-	-	-
1060	SSantiag-525	Geração	-	-	0	800	1,3
1186	Alegret2-230	Carga	49,0	-5,0	-	-	-
1188	Bage2----230	Carga	40,0	20,0	-	-	-
1194	Camaqua--230	Carga	50,0	15,0	-	-	-
1196	CBom---B-230	Carga	31,0	10,0	-	-	-
1198	CBom-----230	Carga	77,0	25,0	-	-	-
1199	Guaiba2--230	Carga	30,0	10,0	-	-	-
1204	PoloPetr-230	Carga	200,0	55,0	-	-	-
1210	Gravata2-230	Carga	600,0	170,0	-	-	-
1212	Eldorado-230	Carga	17,0	5,0	-	-	-
1213	Guarita--230	Carga	90,0	20,0	-	-	-
1215	Itauba---230	Geração	-	-	0	500	41,0
1217	LajeadoD-230	Carga	94,0	30,0	-	-	-
1223	DFrancis-230	Geração	-	-	0	160	43,0
1225	Macambar-230	Carga	14,0	5,0	-	-	-
1228	NPrata2--230	Carga	67,0	20,0	-	-	-
1230	Livramen-230	Carga	21,0	5,0	-	-	-
1236	Pelotas3-230	Carga	20,0	5,0	-	-	-
1239	PMedici--230	Geração	-	-	0	355	23,5
1243	PReal----230	Geração	-	-	0	160	42,0
1246	Quinta---230	Carga	110,0	35,0	-	-	-
1250	SAngelo2-230	Carga	61,0	20,0	-	-	-
1254	SBorja---230	Carga	17,0	6,0	-	-	-
1255	SCruzl-D-230	Carga	90,0	30,0	-	-	-

Barra	Tipo	Carga		Geração		Custo \$/MWh	
		ativa (MW)	reativa (Mvar)	mínima (MW)	máxima (MW)		
1258	CIndus---230	Carga	387,0	60,0	-	-	-
1278	SMaria3--230	Carga	74,0	25,0	-	-	-
1281	SMarta---230	Carga	130,0	25,0	-	-	-
1283	SRosa----230	Carga	77,0	20,0	-	-	-
1286	SVicente-230	Carga	57,0	20,0	-	-	-
1291	Tapera---230	Carga	20,0	5,0	-	-	-
1294	Uruguai-230	Geração	-	-	0	500	99,0
1296	Uruguai5-230	Carga	30,0	10,0	-	-	-
1299	VAires---230	Carga	32,0	10,0	-	-	-
2078	SLGonzag-230	Carga	16,0	5,0	-	-	-
2086	Scharlau-230	Carga	26,0	10,0	-	-	-

TABELA 7.2 – Dados de Linha do Sistema 54 barras

Linha		r (pu)	x (pu)	b (pu)	tap (Vp / Vs)	Fluxo Máximo (MVA)
origem	destino					
66	999	0,0000	0,0005	0,0114		1636
66	999	0,0000	0,0005	0,0114		1636
824	933	0,0001	0,0012	0,1520		1558
824	933	0,0001	0,0013	0,1543		1558
856	933	0,0005	0,0065	0,8049		2182
856	1060	0,0006	0,0070	0,8575		1637
895	933	0,0020	0,0256	3,1407		2350
895	959	0,0005	0,0045	0,5489		2350
897	1060	0,0008	0,0117	1,2458		2350
933	955	0,0016	0,0205	2,5017		2182
933	959	0,0022	0,0273	3,3386		2728
933	999	0,0016	0,0201	2,4577		2182
938	959	0,0013	0,0160	1,9589		1266
951	1255	0,0134	0,0746	0,1363		290
951	1258	0,0083	0,0432	0,0743		210
951	2086	0,0167	0,0620	0,1130		245
955	976	0,0023	0,0303	3,8146		1688
955	995	0,0010	0,0127	1,5524		1688
962	1041	0,0460	0,2377	0,4094		212
962	1196	0,0120	0,0614	0,1054		210
962	1198	0,0120	0,0614	0,1054		210
962	1228	0,0122	0,0614	0,1109		212
962	2086	0,0170	0,0630	0,1150		245
972	1045	0,0012	0,0158	1,8054		2000
976	995	0,0028	0,0385	4,9370		1688
995	1045	0,0020	0,0276	2,8863		2000
995	1060	0,0017	0,0217	2,6516		1688
999	1027	0,0011	0,0139	1,7028		1637
999	1060	0,0015	0,0194	2,3697		2182
1041	1213	0,0221	0,0875	0,1403		179
1041	1228	0,0373	0,1891	0,3377		212

<i>Linha</i>		<i>r</i>	<i>x</i>	<i>b</i>	<i>tap</i>	<i>Fluxo Máximo</i>
<i>origem</i>	<i>destino</i>					
1041	1281	0,0183	0,0915	0,1641		270
1046	1045	0,0000	0,0125	0,0000	1,022	672
1046	1250	0,0005	0,0040	0,0149		888
1046	1283	0,0100	0,0506	0,0946		888
1186	1225	0,0158	0,0790	0,1416		239
1186	1230	0,0245	0,1224	0,2193		239
1186	1286	0,0173	0,0963	0,1760		270
1186	1296	0,0242	0,1213	0,2274		239
1188	1230	0,0289	0,1444	0,2588		239
1188	1239	0,0087	0,0482	0,0881		290
1194	1199	0,0171	0,0855	0,1532		270
1194	1239	0,0374	0,1871	0,3393		239
1196	1210	0,0045	0,0231	0,0397		210
1198	1210	0,0045	0,0231	0,0397		999
1199	1212	0,0028	0,0141	0,0253		270
1204	1215	0,0334	0,1856	0,3392		290
1204	1258	0,0041	0,0225	0,0411		290
1204	1258	0,0041	0,0225	0,0411		293
1210	976	0,0003	0,0122	0,0000	1,155	672
1210	976	0,0003	0,0122	0,0000	1,155	672
1210	1258	0,0021	0,0092	0,0243		293
1210	1258	0,0021	0,0092	0,0278		293
1210	1258	0,0021	0,0092	0,0243		293
1210	1258	0,0021	0,0092	0,0243		293
1212	1258	0,0045	0,0225	0,0411		330
1213	1283	0,0177	0,0887	0,1591		999
1215	1223	0,0036	0,0198	0,0364		356
1215	1243	0,0051	0,0286	0,0523		239
1215	1255	0,0187	0,1039	0,1899		290
1215	1258	0,0366	0,2030	0,3767		239
1217	1243	0,0217	0,1203	0,2234		225
1217	1258	0,0164	0,0907	0,1686		225
1223	1278	0,0117	0,0648	0,1189		356
1225	1254	0,0102	0,0510	0,0915		239
1236	1246	0,0084	0,0418	0,0750		270
1236	1258	0,0474	0,2366	0,4240		270
1239	1246	0,0292	0,1459	0,2615		239
1243	1250	0,0281	0,1428	0,2560		239
1243	1291	0,0135	0,0500	0,0914		179
1243	1299	0,0337	0,1255	0,2367		179
1254	2078	0,0192	0,0963	0,1727		330
1258	1299	0,0258	0,0983	0,1706		179
1278	1286	0,0138	0,0766	0,1407		290
1291	1281	0,0158	0,0585	0,1094		179
1294	1186	0,0125	0,0618	0,4567		540
1294	1296	0,0017	0,0095	0,0172		354
2078	1046	0,0144	0,0724	0,1297		330

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] EXPOSITO, A.; SANTOS, J.; GARCIA, T.; VELASCO, E. Fair Allocation of Transmission Power Losses. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*, New York, v. 15, n. 1, p. 184-188, February 2000.
- [2] MELLO, J.; MELLO, A.; VIEIRA FILHO, X.; *et al.* Power System Reliability Evaluation in a Competitive Framework. CEPEL – Brazil.
- [3] WAKEFIELD, R. A.; GRAVES, J. S.; VOJDANI, A. F. A Transmission Services Costing Framework. *IEEE/PES*, v. WM-332-7PWRS, 1996.
- [4] BOMPARD, E.; CARPANETO, E.; CHICCO, G.; GROSS, G. The Role of Load Elasticity in Congestion Management and Pricing. *Power Engineering Society Summer Meeting*, IEEE, v. 4, p. 2229 –2234, 2000.
- [5] MORALES, Juan C. M. *Alocação do Custo de Congestionamento de Sistemas de Energia Elétrica Via Teoria dos Jogos Cooperativos*. Florianópolis, 1999. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [6] HOGAN, W. W. Transmission Congestion: The Nodal-Zonal Debate Revisited. <http://ksgwww.harvard.edu/people/whogan>, February, 1999.
- [7] BOMPARD, E.; CARPANETO, E.; CHICCO, G.; NAPOLI, R.; GROSS, G. Reactive Load Modeling Impacts on Nodal Prices in Pool Model Electricity Markets. *Power Engineering Society Summer Meeting*, IEEE, v. 4, p. 2150–2155, 2000.
- [8] SILVA, Edson Luiz da. *Formação de preços em mercados de energia elétrica*. 1. ed. Porto Alegre: Editora Sagra Luzzatto, 2001.
- [9] PPALEXOPOULOS, A. Congestion Management in a Competitive Environment. IEEE paper of this to star from regarding the California Congestion Management Methodology.

- [10] CALIFORNIA POWER EXCHANGE. *California's New Electricity Market, The Basics: How the PX Works*. PX Primer, Version 3, March 27, 1998. The California Power Exchange website: <http://www.calpx.com>
- [11] MOORE, I.; ANDERSON, J. H. Introduction to the New California Power Market. July, 31, 1997, Draft/Work in Progress Document for Discussion Purposes Only.
- [12] SILVA, E. L.; FILHO, M. M.; SOUZA, A.; FINARDI, E. C. *Projeto ANEEL/UFSC: Parecer sobre as Regras do Mercado Atacadista de Energia Elétrica*. UFSC/EEL/LABPLAN, 2000.
- [13] Regras de Implementação do MAE. ASMAE. 2001.
- [14] SILVA, E. L.; MORALES, J. C.; MELO, A. C. G. Allocating Congestion Cost Using Game Theory. IEEE Porto Power Tech, Porto, Portugal, 10-13 September, 2001.
- [15] SILVA, E. L.; MORALES, J. C.; MELO, A. C. G. Gerenciamento do Congestionamento em Mercados de Energia Elétrica sob Competição. VII SEPOPE - Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Curitiba/PR, 21-26 de maio, 2000.
- [16] AMBONI, M. K.; SILVA, E. L. Alocação do Sobrecusto Operativo Via Teoria Dos Jogos Cooperativos. XVI SNPTEE, Campinas/SP, 21-26 de setembro, 2001.
- [17] YOUNG, H. Peyton. Cost Allocation. in *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, v. 2, eds Aumann and S. Hart, North Holland, Elsevier, Amsterdam, 1194.
- [18] BARAN, M. E.; BANUNARAYANAN, V.; GARREN, K. Equitable Allocation of Congestion Relief Cost to Transactions. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*, New York, v. 15, n. 2, p. 579-585, May 2000.
- [19] FU, Jian; LAMONT, John W. Simultaneous Service Allocation by Average Sensitivity Method. *IEEE/PES*, v. PE-365-PWRS-0-12-1998, 1988.



- [20] CONTRERAS, J.; WU, F. F. Coalition Formation in Transmission Expansion Planning. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*, New York, v. 14, n. 3, p. 1144-1152, August 1999.
- [21] FILHO, X. V.; GRANVILLE, S.; PEREIRA, M. V. F.; *et al.* Ancillary Services: How to Allocate Costs in an Optimization-Based Framework. *CIGRÉ Symposium*, Neptun, 1997.
- [22] MARZANO, Luiz G. B. *Estudo de Alternativas de Participação de Custos de Potência Reativa em Sistemas de Transmissão em Ambientes Competitivos*. Rio de Janeiro, 1998. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- [23] LOZANO, Antônio P. M. *Estudo do Congestionamento em Sistemas Desregulamentados, Considerando o Efeito das Perdas nas Linhas de Transmissão e a Distribuição de Potência Reativa*. Florianópolis, 2001. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [24] MEDEIROS, A. D. R.; SALGADO, R. Uma Metodologia para Obtenção de Fatores de Perdas Nodais via Teoria dos Jogos. XVI SNPTEE – 21 a 26 de outubro/2001, Campinas, SP, Brasil.
- [25] MEDEIROS, André. D. R. *Uma Metodologia para Divisão de Custos em um Ambiente Desregulamentado de Energia Elétrica*. Florianópolis, 2001. Qualificação (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [26] SINGH, Harry. Game Theory Applications in Electric Power Markets. *IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*, New York, 1999.
- [27] TSUKAMOTO, Y.; IYODA, I. Allocation of Fixed Cost to Wheeling Transactions by Cooperative Game Theory. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*, New York, v. 11, n. 2, p. 620-628, August 1996.
- [28] MANES, R. CHENG, C. *Marginal Approach to Joint Cost Allocation*. Sarasota : American Accounting Association, 1988.

- [29] CONGOTE, Hugo A. G. *Expansão e Remuneração de Sistemas de Transmissão em Mercados de Energia Elétrica*. Florianópolis, 2001. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [30] SINGH, H.; HAO, S.; PAPALEXOPOULOS, A. Transmission Congestion Management in Competitive Electricity Markets. *IEEE/PES*, v. PE-543-PWRS-2-06-1997, May 1997.
- [31] GEDRA, Thomas W. On Transmission Congestion and Pricing. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*, New York, v. 14, n. 1, p. 241-248, February 1999.
- [32] FINNEY, John D.; OTHMAN, Hisham A.; RUTZ, William L. Evaluating Transmission Congestion Constraints in System Planning. *IEEE/PES*, v. 96SM485-3PWRS, July-August 1996.
- [33] BAUGHMAN, Martin L. Real-Time Pricing of Reactive Power: Theory and Case Study Results. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*, New York, v. 6, n. 1, p. 23-29, February 1991.
- [34] HOGAN, W. H. Markets in Real Electric Networks Require Reactive Prices. *Harvard University. EPRI*. 1996.
- [35] MATPOWER.EXE. Version 2.0. A *MATLAB*<sup>TM</sup> Power System Simulation Package. Zimmerman, R. D.; Gan, D. Power Systems Engineering Research Center (PSERC), 1997. School of Electrical Engineering, Cornell University, Ithaca, NY, 14853.
- [36] BAKIRTZIS, Anastasios G. Aumann-Shapley Transmission Congestion Prices. *IEEE Power Engineering Review*, March 2001.