



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO**

**“REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NO ESTUDO DE
PORCENTAGEM”.**

Dissertação submetida ao Colegiado do
Curso de Mestrado em Educação do Centro
de Ciências da Educação em cumprimento
parcial para a obtenção do título de Mestre
em Educação.

APROVADA PELA COMISSÃO EXAMINADORA em 22/02/2001

Dra. Regina Flemming Damm – Orientadora/UFSC

Dr. Mércles Thadeu Moretti - Examinador/UFSC

Dr. José Erno Taglieber – Examinador/UNIVALI

Dr. Mariano Moreira – Suplente/UFSC

**Prof. Dr. Lucídio Bianchetti
Coordenador PPGE/CED/UFSC**

Idemar Vizolli

Florianópolis, Santa Catarina, fevereiro de 2001.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA - UFSC
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO - CED
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO
LINHA DE INVESTIGAÇÃO: EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

**REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NO ESTUDO DE
PORCENTAGEM**

IDEMAR VIZOLLI

Dissertação apresentada à Banca Examinadora no Centro de Ciências da Educação - Programa de Pós Graduação em Educação da Universidade Federal de Santa Catarina, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Educação - Área Educação e Ciência, sob orientação da Prof^ª Dr^ª REGINA FLEMMING DAMM.

Florianópolis (SC), fevereiro de 2001

DEDICATÓRIA

À Solange, companheira de todas as horas, pelo apoio, compreensão e incentivo.

À minhas filhas, Iaraí, Nariê e Tuíra (in memória) que contribuíram, cada uma, a seu modo, contribuiu para que esta caminhada se tornasse realidade.

AGRADECIMENTOS

A elaboração desta dissertação só foi possível, graças a participação e contribuição das pessoas e órgãos que passo agradecer neste momento:

- REGINA FLEMMING DAMM, pela paciência, compreensão e competente orientação;
- JOÃO e AURORA VIZOLLI, meus pais, pela lições de vida, responsabilidade e luta;
- ALUNOS da 6ª série 01 da Escola de Educação Básica Professora Júlia Miranda de Souza, pela valiosa contribuição e empenho no desenvolvimento da atividades;
 - Monsieur RAYMOND DUVAL, pelo desenvolvimento da teoria dos Registros de Representação, utilizada no desenvolvimento do trabalho de pesquisa;
 - Belcezar, Rosane e Ivânia (meus irmãos), por acreditarem na possibilidade de superação de obstáculos;
 - Maria Solange e Adriana, colegas de Mestrado, pela troca de experiências;
 - Professores Méricles Thadeu Moretti, Mariano Moreira e José Erno Taglieber pelas valiosas contribuições;
 - Direção e Professores da Escola de Educação Básica Professora Júlia Miranda de Souza, pela colaboração e, em especial, a Maria das Graças Pinheiro, professora titular da 6ª série 01, que permitiram a aplicação e desenvolvimento de nosso trabalho de pesquisa;
 - O Estado de Santa Catarina, através da Secretaria da Educação e do Desporto, pela licença especial para estudos;
 - CNPq, pelo auxílio financeiro, através da bolsa de estudos;
 - Todos os companheiros(as) de luta que de alguma maneira auxiliaram na realização desta dissertação, meu muito obrigado.

SUMÁRIO

RESUMO	vi
RÉSUMÉ	vii
INTRODUÇÃO	1
Capítulo I - DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	6
1.1 - O PROBLEMA	6
1.2 - CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL.....	10
1.3 - A COMPREENSÃO DO OBJETO DE ESTUDO	16
1.4 - A PORCENTAGEM E SEU SIGNIFICADO MATEMÁTICO	25
1.4.1 - Idéias que a porcentagem envolve.....	25
1.5 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	29
1.5.1 - Considerações em relação às pesquisas sobre porcentagem	33
1.6 - ENTENDENDO MELHOR A PROBLEMÁTICA.....	35
1.6.1 - Hipótese	36
1.6.2 Objetivos	37
1.7 - METODOLOGIA DA PESQUISA	38
1.7.1 - Engenharia didática	40
Capítulo II - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	44
2.1 - REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO	44
2.2 - REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA	50
2.3 - SEMIÓISIS E REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO	54
2.4 - COORDENAÇÃO ENTRE OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO	58
Capítulo III - INVESTIGANDO A REALIDADE	62
3.1 - A PORCENTAGEM NOS LIVROS DIDÁTICOS	62
3.1.1 - Considerações em relação aos livros didáticos.....	66
3.2 - QUESTIONÁRIO/ENTREVISTA REALIZADO COM PROFESSORES	69
3.2.1 - Considerações em relação a visão que os professores possuem referente a porcentagem	74
3.3 - O PRÉ-TESTE	76
3.3.1 - Primeiro bloco	77

3.3.2 - Segundo bloco	82
3.3.3 - Terceiro bloco.....	89
3.3.4 - Considerações em relação ao pré-teste	96
Capítulo IV - A COMPREENSÃO DA PORCENTAGEM A PARTIR DOS	
REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO	99
4.1 - COMPREENDENDO PORCENTAGEM.....	99
4.2 - A PORCENTAGEM NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO	
MATEMÁTICA	105
Capítulo V - DESENVOLVENDO A PESQUISA.....	114
5.1 - SEQÜÊNCIA DIDÁTICA.....	114
5.1.1 - Primeiro encontro.....	117
5.1.2 - Segundo encontro	123
5.1.3 - Terceiro encontro.....	127
5.1.4 - Quarto encontro	131
5.1.5 - Quinto encontro	135
5.2 - CONSIDERAÇÕES EM RELAÇÃO AO DESENVOLVIMENTO DA	
SEQÜÊNCIA DIDÁTICA.....	138
Capítulo VI - OS RESULTADOS.....	140
6.1 - PÓS-TESTE.....	140
6.1.1 - Análise dos resultados do pós-teste	141
6.2 - AVALIANDO OS RESULTADOS.....	162
6.2.1 - Utilizando diferentes registros de representação	162
6.2.2 - Estabelecendo sentido e atribuindo significado operatório	163
6.2.3 - Aplicação da porcentagem na resolução de problemas	164
6.3 - CONSIDERAÇÃO EM RELAÇÃO AOS RESULTADOS	169
CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES	171
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	180
ANEXOS	184

RESUMO

Esta Dissertação aborda aspectos relativos à aquisição do conceito de porcentagem e resulta de uma pesquisa desenvolvida com os alunos da 6ª série do Ensino Fundamental, da Escola de Educação Básica Professora Júlia Miranda de Souza, localizada na Rua 14 de Maio, 440, Centro, Navegantes - Santa Catarina.

Entendendo que é função da Educação Matemática proporcionar condições para que o sujeito se desenvolva integralmente, e isso é possível através do engajamento do educando nas atividades, recorreu-se à teoria dos Registros de Representação Semiótica do Francês Raymond Duval e desenvolveu-se uma Sequência Didática baseada na metodologia da Engenharia Didática.

A Sequência Didática é composta por sete atividades que visam conceituar a porcentagem enquanto proporção e abordam aspectos relativos ao sentido e significado operatório. Trabalhou-se concomitantemente os Registros de Representação Semiótica: Numérico (percentual, fracionário, decimal e proporcional); Geométrico; Em Língua Natural; Tabela e Gráfico, com destaque às funções cognitivas de tratamento e conversão, utilizando-se os procedimentos matemáticos proporcional; escalar; funcional e regra de três.

Os resultados da pesquisa revelam que os instrumentos utilizados possibilitaram uma evolução significativa no tocante à compreensão do conceito de porcentagem e permitem que os alunos possam utilizar e aplicar esses conhecimentos na resolução de novas atividades.

PALAVRAS CHAVES:

Registro de Representação Semiótica, Sentido, Significado Operatório, Proporção-porcentagem.

RÉSUMÉ

Cette Dissertation parle au sujet des aspects relatifs à l'acquisition d'un concept du pourcentage résultant d'une recherche développée avec les élèves de la sixième du lycée, à l'École d'Éducation Base du Prof. Júlia Miranda de Souza, domiciliée dans la Rue 14 de Mai, Centre - Navegants - SC.

En comprenant qui est la fonction de l'Éducation Mathématiques donner des conditions pour que le sujet soit développé entièrement et ceci est possible à travers de l'engagement des élèves aux activités, en se adressant à la théorie des Registres de les Représentations Sémiotiques du Raymond Duval et on a développé une Séquence Didactique basée sur la méthodologie de la Ingénierie Didactique.

La Séquence Didactique est composée par sept activités qui permettent un concept au pourcentage tant que proportion et en abordant les aspects relatifs aux Sens et la Signification Opératoire. On travaillé au même temps avec les Registres de Représentation Sémiotique Numérique: (pourcentuel, fractionnaire, décimal et proportionnel); Géométrie, dans la Langue Naturelle, Tableau et Graphique, en relief aux fonctions cognitives du traitement et conversion, en utilisant les procédures mathématiques proportionnel, scalaire, fonction et règles du trois.

Les résultats de la recherche ont révélé que les instruments utilisés ont en la possibilité une évolution significative concernant à la compréhension du concept du pourcentage et que permettent aussi que les élèves puissent utiliser et appliquer ses connaissances dans la résolution de nouvelles activités.

MOTS CLÉS:

Registres de les Représentations Sémiotiques, Sens, Signification Opératoire, Proportion-Pourcentage.

INTRODUÇÃO

“Na sociedade moderna, pessoas que não entendem porcentagem terão dificuldades em ler artigos e propagandas que aparecem nos jornais, determinando se eles são fraudes de instituições financeiras ou estabelecimentos varejistas, ou ainda se são artimanhas políticas”. (WIEBE, 1986 p. 1).

As constantes mudanças conjunturais impõem ao professor de matemática, o desafio de proporcionar as condições necessárias para que os alunos se apropriem do conceito de porcentagem e possam aplicá-lo na resolução de situações do mundo do trabalho, das relações comerciais, das transações bancárias, na interpretação e compreensão de matérias veiculadas nos meios de comunicação. Não só isso, o professor deve proporcionar as condições para que os alunos se apropriem do conceito de porcentagem enquanto ferramenta-objeto, isto é, que esse conceito possa ser aplicado na resolução de situações matemáticas dentro e fora da escola.

Compreender a dinâmica financeira que ronda a vida de todos nós, significa também saber efetuar cálculos que envolvem porcentagem e isso possibilita que os cidadãos possam tomar decisões e se organizar financeiramente, planejando e fazendo seus orçamentos de acordo com suas receitas. A compreensão do conceito de porcentagem é fundamental para que as pessoas passem a exercer de forma mais eficiente seus direitos e deveres de cidadãos.

A porcentagem faz parte do currículo escolar enquanto objeto de estudo, se encontra nos programas de ensino da matemática da 4ª e 6ª séries do Ensino Fundamental e apesar dos esforços dos professores em ensiná-la, com o passar do tempo, o que se percebe é que o conhecimento que supostamente os alunos adquiriram se diluiu e não conseguem aplicá-lo em situações em novas situações. Embora desconhecendo dados estatísticos, percebemos que muitos de nossos alunos deixam a escola sem a devida compreensão da porcentagem enquanto proporção e em suas relações diárias, ao se depararem com situações que necessitam de tais conhecimentos, na maioria das vezes utilizam a calculadora ou aplicam o procedimento do tipo cálculo, sem entender o sentido do que estão fazendo. A falta de compreensão do conceito de porcentagem enquanto proporção e de muitos outros conceitos matemáticos está

relacionada a falta e/ou utilização inadequada de metodologias e/ou instrumentos que propiciem aos alunos a aquisição de conhecimentos.

Se por um lado, o avanço da Ciência, da Tecnologia e as mudanças na economia permitem que a maioria da população brasileira tenha acesso a televisão; que a maioria dos alunos que freqüentam a escola possam adquirir uma calculadora; e que muitos de nossos alunos tenham acesso ao computador; por outro, a maioria das escolas brasileiras não dispõe de tais instrumentos, mas ela não pode fechar os olhos à realidade colocada. A existência e muitas vezes a facilidade, colocam os alunos em contato com tais instrumentos e isso exige que a escola (re)pense sua função, (re)estruture seus currículos e sua forma de agir, permitindo e garantindo a utilização destes e de outros instrumentos necessários à aquisição do conhecimento, de forma que esses conhecimentos possam ser aplicados pelos sujeitos, não só na escola, mas também no meio social.

Mesmo que diariamente o mundo da informática produza novas tecnologias, que as pesquisas educacionais elaborem novas teorias que apontem para a utilização de novas metodologias, as condições econômico-social do profissional da educação e a realidade escolar ainda estão aquém de usufruir de tais benefícios. A lacuna entre o que é produzido e o que efetivamente a escola dispõe e tem acesso reflete no trabalho efetivo de sala de aula. Na maioria das vezes, ao desenvolver os conteúdos matemáticos o professor exige dos alunos a memorização e a resolução de listas intermináveis de exercícios que só requerem a aplicação de regras prontas ou fórmulas. Outras vezes, o professor busca inovações na forma de abordar determinados conceitos matemáticos, lançando mão de recursos visuais, manipulativos, material informativo, material concreto e outros. No entanto, a metodologia utilizada não tem garantido que as pessoas que freqüentam a escola, se apropriem de muitos dos conceitos desenvolvidos em sala de aula, dentre eles, o conceito de porcentagem enquanto proporção. Prova disso, são as dificuldades que muitas pessoas apresentam ao efetuar cálculos referentes às transações bancárias, na utilização de empréstimos, compras no crediário e mesmo em suas compras diárias.

Diante disso, cabem alguns questionamentos:

- Qual o tipo de formação que o profissional da educação necessita para que possa proporcionar condições ao aluno adquirir conhecimentos?
- Que tipo de ensino possibilita ao sujeito Ter acesso ao conhecimento?

- Que conhecimentos matemáticos o necessita para adquirir o conceito de porcentagem?

Estes são exemplos de alguns questionamentos para os quais as pesquisas educacionais devem perseguir a fim de tornar o ambiente escolar em espaço de busca e produção do saber. Nessa perspectiva, muitos pesquisadores em Educação Matemática têm se preocupado com a aquisição do conhecimento, com a forma e como se processa a aprendizagem. A pesquisa que desenvolvemos parte do pressuposto de que a Matemática presente nas propostas curriculares, nos planos de curso, nos livros didáticos e ensinada nas escolas deve visar o desenvolvimento intelectual do educando, servir como um dos instrumentos que possibilitem os indivíduos a interpretar com maior clareza as mudanças conjunturais do mundo que nos cerca e deve propiciar condições de resolver situações problemas tanto no âmbito escolar como fora dele.

A revisão bibliográfica nos permite verificar que as poucas pesquisas desenvolvidas sobre porcentagem levam em consideração, dentre outras, a teoria das “Representações Sociais” desenvolvida por Serge Moscovici; a teoria dos “Campos Conceituais” proposta por Gerárd Vergnaud; o “Modelo Teórico dos Campos Semânticos” de Lins (1994); “Trato da Argumentação” de Perelmann (1996); “Etnomatemática” de Ubiratan D’Ambrósio; “Encarte Semânticos e Coerência Matemática: Introdução aos Problemas de Congruência” de Raymond Duval; os “Resultados e Interpretações da Pesquisa de Piaget e colaboradores” (Piaget, Inhelder e Szeminska, 1960 Piaget, 1975). Os enfoques dados pelas pesquisas que tivemos acesso, situam-se no campo da “Representação do Professor”; o “Conceito de Porcentagem”, localizado no campo dos números racionais; o “Ensino de Fração articulada ao Decimal e a Porcentagem”; o “Processo de produção para o significado Dez Porcento”; “Modelos Concretos úteis à Compreensão das Operações que envolvem Porcentagem”; e “Problemas de Porcentagem”.

Esta pesquisa fundamenta-se na teoria dos “Registros de Representação Semiótica” do francês Raymond Duval e busca identificar quais são os registros de representação semiótica necessários à aquisição do conceito de porcentagem. Segundo DUVAL (1993), “As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os quais tem suas

dificuldades próprias de significado e de funcionamento.”¹ (DUVAL, 1993 p. 38)

Diante disso, é imprescindível relacionar os vários registros de representação semiótica e estabelecer a conversão entre eles a fim de que se possa conceitualizar o objeto matemático.

Os planos de curso indicam que o estudo de porcentagem aparece em dois momentos: o primeiro, na 4ª série do Ensino Fundamental, onde se trabalha as noções básicas; e o aprofundamento ocorre na 6ª série do Ensino Fundamental. Nos livros didáticos, a porcentagem aparece em livros de 4ª e 6ª séries do Ensino Fundamental, abordando quase que exclusivamente aspectos relacionados à economia, enfatizando o *significado operativo* (forma como se resolve matematicamente a questão) através da utilização do procedimento pela regra de três.

As conversas informais e as repostas do questionário/entrevista realizado com os professores de Matemática, revelam a necessidade de aprofundamento nos conhecimentos filosóficos psicológicos e sociológicos para melhor compreender a dinâmica e a problemática educacional, a fim de colocar o trabalho educativo a serviço da melhoria da qualidade de vida, situando a Matemática enquanto instrumento capaz de proporcionar condições de interpretar com maior clareza a realidade que nos cerca. Outra revelação que merece atenção indica que a preocupação fundamental do sistema educacional com a Matemática reside na apresentação de conceitos prontos, o que conduz o sujeito a operar matematicamente com os números fornecidos no enunciado do problema. Com essa metodologia, o trabalho em sala de aula acontece de forma linearizada, estanque e dogmático.

Acreditamos que o efetivo engajamento do aluno no processo ensino/aprendizagem e a utilização de vários registros de representação semiótica significativos ao objeto em estudo, propiciam as condições necessárias para que ocorra aprendizagem. Nessa perspectiva, julgamos necessário abordar o estudo de porcentagem sob três aspectos fundamentais:

- o **sentido** (contexto da questão), que permite que o sujeito compreenda a porcentagem no universo abordado;

¹ Les représentations sémiotiques sont des productions constituées par l'emploi de signes appartenant à une système de représentation qui a ses contraintes propres des signification et de fonctionnement.

- o **significado operatório** (forma como se resolve matematicamente a questão), que enfatiza as operações matemáticas que possibilitam a resolução do problema;
- a **aplicação**, que exige o entendimento do sentido e do significado operatório e envolve todo um trabalho de compreensão de textos e resolução de problemas². Cada um destes aspectos possui seus registros de representação próprios e a aquisição do conceito de porcentagem se efetiva quando houver o entendimento de cada registro e a articulação entre diferentes registros de representação.

Como cada um desses aspectos possui suas especificidades, **exploramos nesta pesquisa o entendimento do sentido e a atribuição do significado operatório, aliados aos respectivos registros de representação semiótica, o tratamento e a conversão entre esses registros de representação, na perspectiva de conceituar porcentagem enquanto proporção.**

Nessa perspectiva buscamos responder ao questionamento:

A utilização de diferentes registros de representação semiótica e a conversão entre esses registros de representação possibilitam aos alunos a aquisição do conceito de porcentagem entendendo-a enquanto proporção?

Sob o entendimento da porcentagem enquanto proporção, trabalhamos com mais profundidade o sentido e o significado operatório, enfatizando o trabalho com os **registros de representação em língua natural, numérico (fracionário, percentual, proporcional e decimal), por tabela, geométrico e gráfico.**

Para verificar se a utilização de diferentes registros de representação semiótica, com ênfase nos dois aspectos já elencados (o sentido e o significado operatório), garantem que os alunos se apropriem do conceito de porcentagem, desenvolveu-se uma pesquisa de campo com os alunos da 6ª série "01" da Escola de Educação Básica: Professora Júlia Miranda de Souza, Navegantes - SC.

² Ver os trabalhos de Regina Damm que versam sobre a compreensão de textos e resolução de problemas e de Werner Damm que tratam da resolução de problemas de mistura proporção-quantidade.

Capítulo I

DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

1.1 - O PROBLEMA

“Hoje, os trabalhadores que não os intelectuais precisam conhecer um número cada vez maior de técnicas e ferramentas matemáticas. Não é necessário que produzam Matemática mas é fundamental que saibam utilizá-la eficientemente” (MACHADO, 1997 p. 94).

Nessa perspectiva, o estudo de proporção com assento na porcentagem é um assunto com significado social muito amplo, uma vez que através dele podemos estabelecer relações, comparar e interpretar uma série de situações e de informações veiculadas nos meios de comunicação e dados estatísticos. Esse assunto é de fundamental importância no processo ensino/aprendizagem porque seu domínio permite a resolução de situações matemáticas tanto no âmbito escolar como fora dele. Através da porcentagem, entendida enquanto proporção, é possível retomar uma série de conceitos, como fração, número decimal, operações aritméticas e razão. Esses conceitos constituem algumas das ferramentas necessárias à conceituação da porcentagem.

No que se refere à apreensão conceitual e o domínio cognitivo dos conteúdos trabalhados em sala de aula, há uma grande insatisfação por parte dos professores, assim como é constante a reclamação por parte dos alunos em relação a utilidade do que se estuda na escola, principalmente em relação a matemática. Percebe-se que, na maioria das vezes, professores e alunos trabalham com apenas um registro de representação do objeto matemático em estudo, raramente estabelecem relação entre os conteúdos matemáticos já trabalhados e dificilmente são levados em consideração os conhecimentos matemáticos que os alunos possuem. Com isso, os alunos tendem a operar matematicamente com os números disponibilizados na situação matemática proposta, sem estabelecer relação com conjunto de informações apresentadas no enunciado.

Para ilustrar o que estamos falando, utilizamos como exemplo a seguinte situação: **Calcular 20% de 300** (situação muito freqüente em sala de aula).

Para resolver uma situação desse tipo, normalmente o professor e/ou o aluno utiliza como procedimento de resolução a "regra de três" ou o "cálculo". Dificilmente atentam para o fato de que a porcentagem enquanto proporção pode fornecer subsídios para a adoção de outros tratamentos com outros registros de representação, bem como a utilização da conversão de um registro de representação para outro.

Nesse tipo de questão, é muito freqüente a atenção do aluno recair sobre o valor absoluto correspondente a taxa percentual. Isto é, para o aluno, o que evidencia é o número 20. Raramente se percebe a utilização do valor relativo, 20%. Outras vezes, o aluno se atém a quantidade inicial, 300. Temos aí, uma série de questões a serem respondidas:

- O que significa 20%?
- Qual é a incógnita?
- Qual a quantidade inicial ou de referência?
- Como se deve proceder para resolver a questão proposta?
- Que recursos e/ou ferramentas matemáticas necessito para resolver a questão?

O entendimento da porcentagem enquanto proporção e a utilização de vários registros de representação com seus respectivos tratamentos e conversões, deve facilitar o entendimento do sentido e a atribuição do significado operatório necessários a resolução da situação proposta.

Possivelmente as dificuldades encontradas pelos alunos e professores estejam relacionadas à falta de conhecimentos sobre a utilização de diferentes registros de representação e seus respectivos tratamentos e conversões. Identificar os conhecimentos prévios que os alunos possuem e/ou necessitam para resolver matematicamente determinadas situações é um caminho que os professores devem perseguir, na tentativa de fazer com que o aluno se desenvolva intelectualmente.

A utilização do registro de representação numérico com procedimento pela regra de três, sem perceber a relação com a proporção, não garante a apreensão conceitual do objeto em estudo. Pode-se dizer que o registro de representação numérico é um registro parcial e, portanto, há necessidade de transitar por diferentes registros de representação e efetuar a conversão entre esses registros. Para representar uma

porcentagem, além do registro de representação numérico, pode-se também utilizar o registro de representação gráfica, o registro de representação geométrico, o registro de representação em língua natural, o registro de representação por tabela. Como exemplos de registros numéricos pode-se considerar os registros na forma: percentual (20%); proporcional (20 em cada 100); fracionária ($20/100 = 2/10 = 1/5$); decimal (0,2). Neste caso, a conversão intra-registro ($20\% = 20/100 = 2/10 = 1/5 = 0,2$) é fundamental para que o aluno perceba que existe relação entre eles uma vez que representam a mesma quantidade.

Entendemos que a porcentagem enquanto proporção, levando em consideração a utilização de diferentes registros de representação podem propiciar a compreensão do sentido e a atribuição do significado operatório e a aplicação. O trânsito entre os diferentes registros de representação não é uma tarefa fácil porque cada registro de representação possui suas especificidades e se o aluno não conseguir transitar por diferentes registros de representação, dificilmente transporá as dificuldades, não entenderá o que está fazendo e muito menos conseguirá conceitualizar o objeto em estudo. Diante disso, avaliamos que é imprescindível o entendimento do sentido, do significado operatório e da aplicação da porcentagem, através da utilização de diferentes registros de representação. O foco de nosso trabalho reside no entendimento do **sentido** e na atribuição do **significado operatório** no cálculo de porcentagem.

Entendemos que **porcentagem** "é a proporção de uma quantidade, de uma grandeza em relação a uma outra, avaliada sobre a centena"³. É essa avaliação em relação a centena que caracteriza a porcentagem. A porcentagem também pode ser obtida pelo produto da razão da taxa percentual pela quantidade inicial ou de referência. A **porcentagem ou taxa percentual**, é um valor relativo, onde a unidade de medida é a centena. A taxa percentual é expressa pelo símbolo (%). No caso de 20% de 300, a taxa percentual é 20% enquanto que a porcentagem se obtém através do produto da razão da porcentagem ($20/100 = 0,2$) pela quantidade inicial (300), ou seja $20/100 \times 300 = 0,2 \times 300 = 60$. Temos então a porcentagem (60) (DAMM W., 1997 p. 7).

O entendimento do *sentido* permite a compreensão do significado das grandezas implícitas e explícitas na questão, ou seja, o sentido orienta a compreensão do que significa a incógnita no universo em questão. Exemplo: O que significa 20% de 300? E 20% de 1.000.000? Neste caso a compreensão do sentido reside no

³ Est la proportion d'une quantité, d'une grandeur par rapport à une autre, évaluée sur la centaine.

entendimento do significado de 20% em cada universo dado. Diante disso, na situação em voga temos que 20% de 300 é 60, enquanto que 20% de 1.000.000 é 200.000. Isso mostra a relatividade da taxa percentual.

O significado operatório está imbricado ao sentido e indica os procedimentos matemáticos utilizados na resolução da questão proposta. Nessa perspectiva aponta-se para os procedimentos pela regra de três, proporcional e função.

Daí nosso problema:

A utilização de diferentes registros de representação semiótica e a conversão entre esses registros de representação possibilitam aos alunos a aquisição do conceito de porcentagem entendendo-a enquanto proporção?

Nossa pesquisa visa possibilitar ao aluno, instrumentos (diferentes registros de representação) necessários à aquisição do conceito de porcentagem enquanto proporção, desempenhando duplo papel: o de objeto, explorando o conceito a partir da utilização de diferentes registros de representação; e o de ferramenta, caracterizando os conhecimentos prévios que os alunos possuem. Este duplo papel, implica na aplicação desses conhecimentos em novas situações. Entendemos que é função da escola propiciar as condições para que os alunos desenvolvam habilidades cognitivas e através da utilização de signos as expressem corretamente, aplicando os conhecimentos adquiridos na resolução de situações escolares e sociais. Assim como é de competência dos professores a busca da melhor maneira possível de viabilizar aos alunos tais condições. Nessa perspectiva, acreditamos que esse estudo (conceitualizar porcentagem) é extremamente importante, uma vez que pode propiciar condições aos sujeitos interpretar mais claramente a realidade que nos cerca, além de possibilitar resolver situações matemáticas dentro e fora da escola.

1.2 - CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Enquanto professor de Matemática no Ensino Fundamental e Médio temo-nos deparado com uma série de dificuldades em relação a forma como os alunos se apropriam do conhecimento. Normalmente, ao introduzimos determinados conceitos percebemos que os alunos não adquiriram certos conceitos trabalhados anteriormente e, por isso, o desenvolvimento de novos conceitos matemáticos exige um esforço redobrado e um tempo muito maior para que os alunos dêem conta de resolver situações/problemas propostos. Posteriormente, não conseguem resolver essas mesmas situações já trabalhadas. Em outras palavras, podemos dizer que muitas vezes os alunos não retêm o que lhes ensinamos. Por outro lado, se observarmos com mais atenção, perceberemos que os alunos resolvem de forma mecânica os exercícios que lhes são propostos em sala de aula.

Esses e tantos outros problemas têm nos instigado e na tentativa de superação de alguns desses problemas, buscamos nos instrumentalizar, na perspectiva de melhorar nossa ação pedagógica. Como o processo ensino/aprendizagem é um processo vivo, dinâmico, permeado pelas mais diferentes culturas, concepções e interesses, com certeza, outras e novas dificuldades surgirão e novos desafios nos serão colocados.

Em relação aos conteúdos matemáticos trabalhados na escola, presentes nos livros didáticos e planos de curso, percebe-se uma ênfase muito grande aos estudos de aritmética e álgebra em detrimento do ensino da geometria e com eixo centrado no significado operatório, não oportunizando ao aluno a compreensão do sentido daquilo que está desenvolvendo. Pouco ou quase nada fazemos para mudar essa ordem, justamente porque nos faltam conhecimentos acerca do que é significativo e faz sentido ao aluno.

Os planos de curso normalmente seguem o que apresentam os livros didáticos que estão disponíveis nas unidades escolares ou os que são mais acessíveis aos professores. Não apresentam preocupações com a realidade que cerca a comunidade, muito menos levam em consideração os conhecimentos históricos já assimilados pelo educando. Enfatizam os conteúdos programáticos pré-estabelecidos em detrimento das

reais necessidades da clientela, o que torna o ensino da Matemática estático, enfadonho e dogmático.

Os livros didáticos de Matemática mais utilizados nas Escolas da Rede Pública são adquiridos pelo MEC. Os conteúdos apresentados por eles, muitas vezes, além de descontextualizados, não globalizados e segmentados, garantem a manutenção do “status quo” dos que sempre determinaram e determinam os rumos dessa sociedade. Alguns autores apresentam uma proposta menos segmentada e com ensaios de globalização, no entanto, muitas vezes, os conteúdos apresentados, são descontextualizados, acrílicos e superficiais. Normalmente não estão de acordo com as orientações e pressupostos filosóficos e metodológicos da Proposta Curricular do Estado de Santa Catarina, uma vez que esta prevê a contextualização histórico dialética.

A Proposta Curricular, no que se refere ao Ensino da Matemática, apresenta grande preocupação com os pressupostos filosóficos e metodológicos. Tais preocupações têm fundamento nas contradições características da estrutura social vigente. Os conteúdos programáticos, a metodologia de ensino, a utilidade dos conhecimentos e as implicações psicológicas e sociais, são elementos que devem ser amplamente analisados e discutidos, a fim de se alcançar alternativas que transformem o ensino da Matemática. Esses elementos devem colocar o educando em reais condições de atuar como agente de transformação social, onde a escola cumpra sua função e o professor propicie as condições para que o aluno seja sujeito na aprendizagem. Para que o aluno possa ser sujeito no processo ensino/aprendizagem, o professor deve desenvolver um trabalho que dê prioridade aos aspectos cognitivos de forma a desencadear o desenvolvimento intelectual sob a ótica do entendimento da melhoria da qualidade de vida da coletividade.

As ações educativas devem tomar como ponto de partida a contextualização dos conhecimentos (escolares e/ou adquiridos no convívio social) já assimilados pelos alunos e sistematizá-los, de forma a serem dominados pelos sujeitos do processo ensino/aprendizagem e reconhecidos pela comunidade científica. Além disso, as ações educativas devem primar para que a elaboração do conhecimento pelo educando ocorra de forma progressiva e gradual, isso porque a elaboração da construção do conhecimento é um processo contínuo.

Esta problemática permeia todo o processo educativo e ao tratar da porcentagem tende a se agravar em função:

- da carência de conhecimentos filosóficos, psicológicos e sociológicos para melhor compreender a problemática educativa;
- da concepção de Educação Matemática impregnada na prática docente;
- da forma como se dá a apropriação do conhecimento pelos alunos;
- da forma como a porcentagem é tratada;

A **carência de conhecimentos filosóficos, psicológicos e sociológicos** dificulta a compreensão da problemática educativa. A problemática educacional é citada no transcurso da formação dos professores, no entanto a eficácia de uma proposta que vise melhorias ainda é muito tímida, isto porque, a maioria dos currículos presentes nas academias priorizam os conteúdos das áreas específicas, dando pouca atenção ao fato de que o ser humano é constituído de emoções, desejos e paixões. “A psicologia cognitiva vincula o conceito de aprendizagem ao nível de funcionamento cognitivo e afetivo do aprendiz, mais que aos seus produtos e resultados” (MICOTTI, 1999 p. 157).

Para DUVAL (1996), “Estudar o funcionamento cognitivo em relação ao sujeito - a tal ponto de vista que se impõe desde que a gente queira analisar as aprendizagens complexas designadas ao ensino da matemática e que espera-se vê-las realizar em classe - é necessariamente levado em conta a consciência. Isso requer a utilização de diferentes registros de representação semiótica para representar o objeto em estudo”. (DUVAL, 1996 p. 367)⁴.

Estamos sugerindo que as academias se atentem para a formação filosófica, psicológica e sociológica, de forma que esses elementos possam contribuir na melhoria da qualidade de ensino. Em hipótese alguma veicula-se a idéia de priorizar esses aspectos em detrimento do conhecimento matemático, o que estamos dizendo é que há necessidade de se equacionar teoria e prática de forma que o conhecimento seja acessível a todos e em se tratando de educação, que esses conhecimentos sejam adquiridos pelos estudantes, colocando-os a serviço da comunidade. Isto porque acreditamos que conhecimento é condição "sine qua non" a toda e qualquer forma de melhoria. Esse é o papel da escola e ocorre através do ato educativo.

Em relação à **concepção de Educação Matemática**, os professores ainda são vistos e muitos ainda se vêem enquanto transmissores de conhecimentos. Em função disso, ainda persistem alguns dogmas históricos a exemplo de que a compreensão

matemática só é possível para “superdotados” e na escola é tratada como “matéria de raciocínio”, como se nas demais áreas do conhecimento não necessitamos de raciocínio para exercitá-las e como se o aluno que não compreende o que o professor de matemática lhe explica, não raciocinasse. Evidencia-se assim uma matemática exata, pronta, acabada e desprovida de significado. Esta concepção ainda está presente na academia, perpassa os livros didáticos e pode ser observada nas conversas entre professores. Esta visão reflete a visão do Matemático e não do Professor de Matemática.

A função do professor é de proporcionar condições para que o educando se desenvolva integralmente, isto é, socio-culturalmente. Isso exige que o professor tenha clareza de que a matemática é algo em construção e para tanto, requer estudos, aperfeiçoamento, dinamismo, vida. Aqui entra o papel do professor-pesquisador, do professor reflexivo, da pesquisa-ação e a academia deve proporcionar condições para que os profissionais possam se dar conta disso e ter o mínimo de condições de ir a busca de respostas aos questionamentos que os angustiam, isto é, refletir e teorizar sobre a prática. Nessa perspectiva, o papel do professor-pesquisador reside na observação dos fenômenos que permeiam o processo ensino/aprendizagem e, através da pesquisa, buscar subsídios e/ou alternativas capazes de transpor as dificuldades dos alunos e dos professores. Já “a aplicação dos aprendizados em contextos diferentes daqueles em que foram adquiridos exige muito mais que simples decoração ou a solução mecânica de exercícios: domínio de conceitos, flexibilidade de raciocínio, capacidade de análise e abstração”. (MICOTTI, 1999 p. 154).

Em rela o a **forma como o aluno se apropria do conhecimento**, o professor, muitas vezes não considera e/ou não aguça a curiosidade dos alunos, certamente por não acreditar na capacidade do aluno levantar hipóteses, resolver situa es desafiadoras e significativas ao momento em questão. Até porque a motiva o pode (ou não) ser proporcionada, embora tenha a ver com interesse, com habilidades pessoais e muitas vezes ela vem imbuída pelas necessidades sociais. Essa inabilidade, que muitas vezes permeia o processo educativo, faz com que percamos espaços por instrumentos ou mecanismos mais atraentes do ponto de vista da animosidade, do movimento, da emo o e não são isso, deixemos de aproveitar momentos ricos para a intera o com o

⁴ Etudier le fonctionnement cognitif par rapport au sujet - et un tel point de vue s'impose des que l'on veut analyser les apprentissages complexes assign s   l'enseignement des mathématiques et que l'on s'attend   les voir réaliser en classe - c'est nécessairement prendre en compte la conscience.

real, o cotidiano e o social. Com isso reforça-se a postura de professor transmissor e o trabalho não é reconhecido socialmente.

Essa problemática agrava-se ainda mais em função do reduzido número de pesquisas que se preocupam em analisar e/ou verificar como o aluno aprende e/ou adquire conhecimentos matemáticos. Na perspectiva de proporcionar condições para que o aluno se aproprie do conhecimento, DUVAL (1993), aponta para a utilização de “diferentes registros de representação” para um mesmo objeto de estudo, e ainda, em (1996), escreve sobre o "*funcionamento cognitivo e consciência*". Ao nosso ver essas perspectivas podem fornecer elementos e instrumentos capazes de contribuir com a superação de grande parte da problemática em que se insere o processo ensino/aprendizagem não só da matemática, mas também de outras áreas do conhecimento.

Conhecimento, para D'AMBRÓSIO (1999), “é o conjunto dinâmico de saberes e fazeres acumulado ao longo da história da cada indivíduo e socializado no seu grupo”. Para MICOTTI (1999), “É o resultado de uma experiência pessoal com as informações. Ele é subjetivo, relaciona-se com as vivências e as atividades de cada pessoa”. Na perspectiva cognitiva, o conhecimento é adquirido pelo sujeito através dos órgãos dos sentidos, daí a importância do registro. (D'AMBRÓSIO, 1999 p. 105; MICOTTI, 1999 p. 155).

No que se refere à **forma como a porcentagem é tratada**, é possível perceber que os planos de curso, os livros didáticos, e as falas dos professores, indicam o significado operatório como eixo central do trabalho. Na maioria das vezes essa ênfase ao significado operatório conduz os alunos a operar com os dados numéricos independentemente do sentido. Nessa perspectiva, a porcentagem é trabalhada apenas na perspectiva numérico-matemática, pouco relacionada à proporção. Daqui podemos destacar três grandes eixos:

- ênfase ao significado operatório;
- a porcentagem é vista enquanto ferramenta;
- pouca relação da porcentagem com os demais conteúdos matemáticos.

Em relação ao **significado operatório** podemos dizer que os registros de representação utilizados, nem sempre são os mais potentes e/ou eficazes, além do que o tratamento adotado nem sempre são os melhores e/ou acessíveis aos alunos. Enfatizam

o uso de regras, macetes ou fórmulas, esquecendo-se que a porcentagem é uma proporção avaliada em relação a centena.

A porcentagem é **vista enquanto ferramenta** necessária na resolução de situações matemáticas de sala de aula. Há pouca preocupação em discutir e/ou analisar situações do mundo do trabalho e do mundo das relações sociais. A porcentagem é vista como mais um conteúdo a ser trabalhado com os alunos e para esses, é mais um assunto que precisam estudar para obter nota.

A relação da porcentagem com os demais conteúdos matemáticos é insipiente porque na maioria das vezes se estabelece relação com fração, razão e números decimais, explorando-se muito pouco a proporção entre as grandezas que constituem o problema. Desta maneira, passa a idéia de que nos demais ramos da matemática não se necessita da porcentagem para melhor compreendê-los e/ou analisá-los.

É bom lembrar que ao trabalharmos a porcentagem, outros conhecimentos matemáticos entram em ação, a exemplo das operações fundamentais, da proporção, de equação e função. Enquanto proporção possui suas especificidades e como tal há que se considerar **os diferentes registros de representação** (língua natural; numérico; tabelas; gráficos; figuras geométricas; e outros) com seus respectivos tratamentos e as conversões necessárias, levando em consideração o *sentido, o significado operatório e as aplicações*.

1.3 - A COMPREENSÃO DO OBJETO DE ESTUDO

A idéia de porcentagem teve origem “Quando o imperador romano Augusto (primeiro Imperador Romano, 63 a.C. - 14 d.C.)⁵ estabeleceu um imposto sobre todas as mercadorias em hasta pública, centesima rerum venalium, a taxa era 1/100. Outras taxas romanas eram de 1/20 sobre cada escravo liberado e 1/25 sobre cada escravo vendido”. (AMUNDSON, in: REIS, 1996 p. 180).

Essa forma de apresentar a porcentagem revela a utilização do conceito de proporção, expresso através da fração. De outra maneira, podemos dizer que há proporção entre as grandezas que constituem uma fração. Essa proporção pode ser observada nos exemplos: 1/100 (um centésimo), que significa 1 a cada 100; 1/20 (um vinte avos), que significa 1 a cada 20 ou 5 a cada 100; 1/25 (um vinte e cinco avos), que significa 1 a cada 25 ou 4 a cada 100. Essas grandezas podem ser representadas de outras formas.

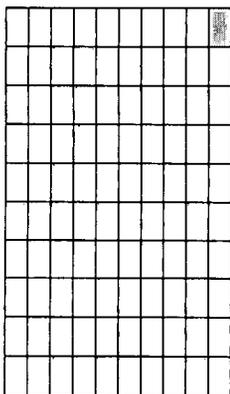
Vejamos 1/100.

Esse exemplo pode ser representado:

a) Através dos registros de representação semiótica **numérico**:

- **fracionário**, "1/100";
- **decimal**, "0,01";
- **proporcional**, "1 em 100";
- **percentual**, 1%.

b) Através de um registro de representação semiótica **geométrico**,



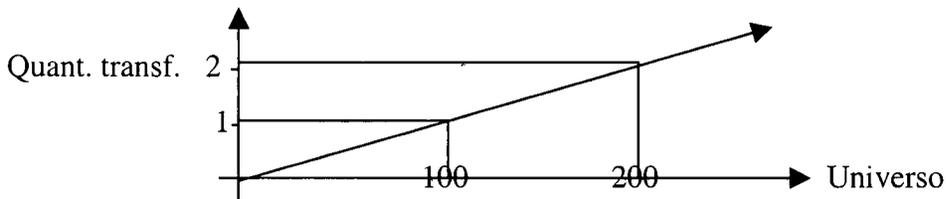
⁵ Parênteses nosso.

c) Através de um registro de representação semiótica em **língua natural**, “um centésimo”.

d) Através de um registro de representação semiótica em forma de **tabela**.

Quantidade de transformação	Universo
1	100
2	200

e) Através de um registro de representação semiótica na forma de **gráfico**.



Note que independentemente do registro de representação semiótica utilizado (numérico: 1%; 1/100; 0,01; 1 a cada 100; geométrico: tabela: gráfico: língua natural) para representar 1%, cada um deles possui sua(s) regra(s) de formação e/ou de conformidade e o conceito de proporção está implícito em cada registro de representação.

Para CARRAHER (1985), “A proporcionalidade representa um dos esquemas do pensamento do adolescente de grande utilização na matemática e nas ciências, pois pode ser visto como a base do modelo matemático necessário à compreensão dos números racionais” (CARRAHER, 1985 p. 1).

A comparação entre duas grandezas de mesma espécie denomina-se de **razão**. A razão, resultante da comparação entre as frações $1/20 = 5/100$ é 1 para 20 ou 0,05, chamamos de **razões equivalentes**. De maneira geral, se duas razões a/b e c/d são equivalentes, então $a \times d = b \times c$, com b e d diferentes de zero. “A igualdade entre duas razões equivalentes é uma **proporção**”. (LIBERMAN, sd : 96).

Uma proporção do tipo $a/b = c/d$ apresenta quatro termos: **a** é o primeiro termo, **b** é o segundo termo, **c** é o terceiro termo e **d** é o quarto termo. Cada um desses termos representa uma grandeza. O **a** e o **c** representam a quantidade transformação em cada universo, o **b** e o **d** representam os universos. Existe portanto, uma relação entre as

grandezas. Essa relação indica a propriedade fundamental: “**O produto dos meios é igual ao produto dos extremos**”. Na proporção $a/b = c/d$, os termos **a** e **d** são os extremos, **b** e **c** são os meios. De maneira geral escreve-se: $a \times d = b \times c$. esta é a essência da proporção.

Há situações em que as grandezas são **diretamente proporcionais**, isto é, à medida em que uma grandeza aumenta ou diminui, a outra também aumenta ou diminui, na mesma proporção. Pode-se ter grandezas **inversamente proporcionais**, ou seja, à medida que uma grandeza aumenta, a outra diminui, na mesma proporção.

Ao tratar de grandezas de mesma espécie, necessariamente há que se levar em consideração as unidades de medidas, isto é, deve-se trabalhar com as mesmas unidades de medidas e levar em consideração que a natureza das grandezas de uma proporção podem ser contínuas ou discretas.

Grandeza contínua é aquela que “pode crescer ou decrescer por graus tão pequenos quanto se queira, (...) A grandeza contínua é medida com unidades arbitrárias da mesma espécie”. Conservam portanto, suas características. Podemos utilizar como exemplo a taxa sobre uma quantia em dinheiro: 22% de R\$ 375,50, tem-se como quantidade de transformação a quantia de R\$ 82,61, assim como se pode trabalhar com valores que resultem em números inteiros. O trabalho com grandezas contínuas é possível quando se tratar de medidas que podem ser divididas em partes menores que a unidade (BRITO, 1969 p. 116).

Ao se tratar de pessoas, por exemplo, tem-se uma **grandeza discreta ou descontínua**. A grandeza discreta ou descontínua “não pode crescer ou decrescer segundo nossa vontade (...) A grandeza descontínua não pode ser medida com unidades arbitrárias; a unidade deve ser da mesma natureza”. Pode-se dizer que não é possível considerar valores que não resultem em inteiros (BRITO, 1969 p. 116).

Para ilustrar, utilizemos como exemplo a seguinte situação: numa sala de aula há 36 alunos. Ao se tratar de pessoas, a natureza da grandeza é discreta.

a) 25% corresponde a quantos desses alunos?

Tem-se um total de 9 (nove) alunos. Note que 9 é um número natural inteiro, o que quer dizer que é possível obter 25% do número de alunos dessa sala de aula.

b) 20% corresponde a quantos alunos?

Tem-se um total de 7,2 (sete inteiros e dois décimos) de alunos. Matematicamente é possível efetuar o cálculo, no entanto, na prática não se tem

décimos de pessoas. Podemos dizer que pessoas só podem se contadas e/ou agrupadas em quantidades que resultem em quantidades inteiras.

O número de alunos de uma sala de aula é um exemplo de situação que envolve grandeza de natureza discreta ou descontínua. Podemos dizer que, ao se tratar de proporção e mesmo de porcentagem, só podemos associar grandezas discretas, quando for possível dividir esta grandeza em subgrupos cujos elementos resultem inteiros.

CENTURIÓN (1994), ao tratar de frações diz que “Só podemos associar **grandezas discretas** quando é possível dividir esta grandeza em subgrupos com o mesmo número de elementos, onde o número de subgrupos é igual ao denominador da fração a ele associada” (CENTURIÓN, 1994 p. 225).

MAURICE (1996), ao trabalhar “problemas multiplicativos: A experiência do ensino, a ação efetiva do aluno”⁶, coloca que de acordo com Vergnaud (1979, p I.18), “O interessante nesses problemas (isomorfismo de medidas) reside no fato de que eles podem ser resolvidos por duas grandes categorias de procedimentos. Um procedimento do tipo “escalar” e um procedimento do tipo “função”.⁷ (MAURICE, 1996 p. 334-335).

Segundo Vergnaud (1983), citado por SCHLIEMANN & CARRAHER (1997), os problemas de proporção podem ser resolvidos por três tipos principais de estratégias: *escalar; funcional; e pela regra de três*.

Para melhor compreender cada um desses procedimentos, utilizemos o seguinte exemplo: Calcular 15% de 300.

a) **Pela estratégia *escalar*:**

“Um procedimento do tipo “escalar” consiste em procurar o operador que permite passar de b à x (é o mesmo que permite passar de a à c).⁸ (MAURICE, 1996 p. 334).

15% significa 15 a cada 100; como 300 é 3 vezes 100; tem-se 3 vezes 15 = (3 x 15), o que resulta em 45. É a resolução escalar pela *multiplicação*. Outra forma de resolução escalar pode ser por *adições sucessivas*, $15 + 15 + 15 = 45$. Neste caso, “a

⁶ Problèmes multiplicatifs: L'expérience de l'enseignant, l'action effective de l'élève.

⁷ L'intérêt de ces problèmes (isomorphisme de mesure) réside dans le fait qu'ils peuvent être résolus par deux grandes catégories de procédures. Une procédure de type "scalaire" et une procédure de type "fonction".

⁸ Une procédure de type "scalaire" qui consiste à rechercher l'opérateur qui permet de passer de b à x (c'est le même qui permet de passer de a à c)

solução é encontrada a partir das análises das relações numéricas no interior de uma mesma variável. (Podendo trabalhar com o registro de representação semiótica dado.)⁹ Nesta abordagem, cada variável permanece independente da outra e transformações paralelas são realizadas em cada uma delas mantendo-se a relação proporcional”. Na estratégia escalar, as adições sucessivas podem substituir a multiplicação ou vice-versa. (SCHLIEMANN & CARRAHER, 1997 p. 17-8).

b) Pela estratégia funcional:

“Um procedimento do tipo “função” consiste em procurar o operador que permite passar de c à x (é o mesmo que permite passar de a à b).”¹⁰ (MAURICE, 1996 p. 334).

Tem-se que $15\% = 15/100 = 0,15$, então $0,15$ vezes 300 tem-se 45 . Esta estratégia “enfoca as relações entre as duas variáveis e consiste em encontrar a razão que liga as duas variáveis e utilizá-la na resolução do problema” (SCHLIEMANN & CARRAHER, 1997 p. 18).

c) Pela estratégia da regra de três:

Tem-se que, 15% significa 15 a cada 100 e x para 300 . Para melhor visualizar utilizaremos o esquema: $15 \rightarrow 100$

$$X \rightarrow 300 \quad (\text{propriedade fundamental da proporção})$$

Pela regra de três, tem-se:

$$100 \cdot x = 15 \cdot 300$$

$$x = 4500 : 100;$$

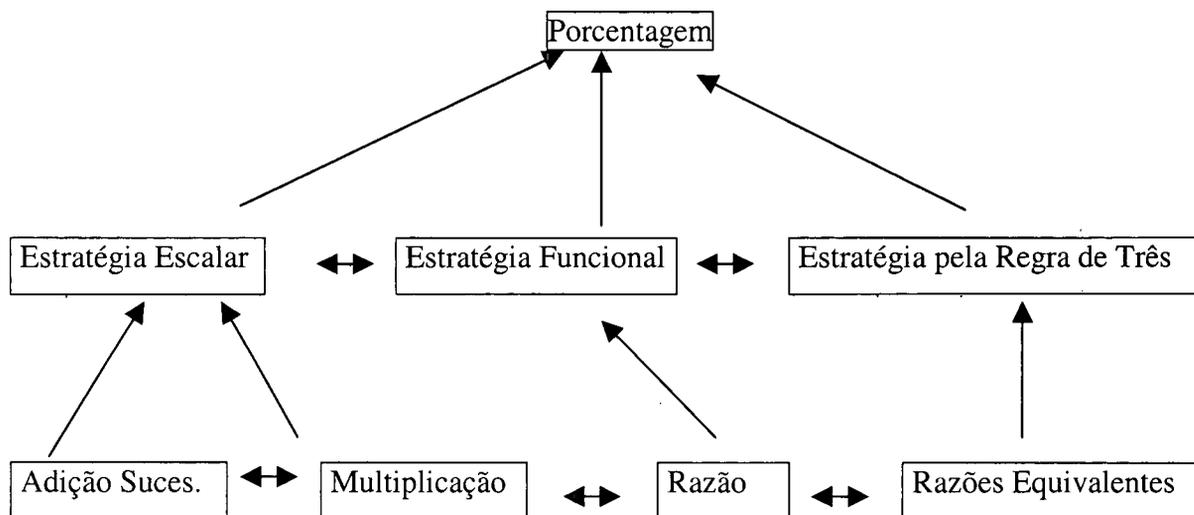
$$x = 45$$

Neste caso, a estratégia “baseia-se nas propriedades de razões equivalentes”, ou seja, trata-se da propriedade fundamental da proporção (SCHLIEMANN & CARRAHER, 1997 p. 18).

Ao se tratar do significado operatório na porcentagem, sintetizamos essas três estratégias de procedimentos, através do seguinte esquema:

⁹ Parênteses nosso.

ESQUEMA I - apresenta estratégias que podem ser utilizadas na resolução de situações que envolvem porcentagem.



Tradicionalmente trata-se da proporção ao avaliar o comportamento entre grandezas diretamente e/ou inversamente proporcionais. Dificilmente ela é vista enquanto função. Da mesma forma ocorre, na maioria das vezes, com o estudo da porcentagem. De outra maneira, podemos dizer que nem a proporção, nem a porcentagem são vistas enquanto função. A aplicação da propriedade fundamental da proporção “o produto dos meios é igual ao produto dos extremos”, com procedimento pela “regra de três”, possibilita a resolução de uma série de situações matemáticas, dentre elas, as que envolvem porcentagem. O procedimento pela regra de três é muito utilizado pelos professores e alunos, no entanto, há que se chamar atenção para a proporção existente entre as grandezas.

Ao se referir sobre o currículo de matemático no primeiro grau, hoje Ensino Fundamental, CARRAHER (1985), coloca que o estudo da proporção “(...) é ensinado através da introdução do procedimento denominado regra de três”. Essa realidade ainda pode ser observada nos dias atuais. Para evoluirmos na compreensão da proporção-porcentagem, o professor Matemática deve possuir conhecimentos matemáticos e metodológicos para abordar a proporção de forma que o aluno seja sujeito no processo

¹⁰ Une procédure de type "fonction" qui consiste à rechercher l'opérateur qui permet de passer de c à x (c'est le même qui permet de passer de a à b).

ensino/aprendizagem. Um exemplo de metodologia que poderá ser útil à apropriação do conhecimento, trata-se da utilização de diferentes registros de representação. O conhecimento de diferentes registros de representação, das aplicações e os princípios matemáticos relacionados à proporção, possibilitará ao aluno a utilização de tal conceito nos diversos ramos da Matemática, além de proporcionar-lhe condições de auxiliar na compreensão e interpretação de situações relacionadas às diversas áreas do conhecimento (CARRAHER, 1985 p. 7).

Tratando-se de porcentagem, tem-se uma proporção avaliada em relação a centena. Exemplo: $1/20 = 5/100$ ou $1/25 = 2/50 = 4/100$. A proporção aqui aparece na relação $1/20$ e $5/100$; $1/25$ e $4/100$. Essas proporções representam respectivamente 5% e 4%. Podemos então dizer que a porcentagem é um caso particular de proporção. A relação $1/25 = 2/50 = 4/100$, indica a equivalência fracionária.

As representações fracionárias $1/20$ e $1/25$ são frações equivalentes a $5/100$ e $4/100$ respectivamente. Frações equivalentes são aquelas que representam a mesma quantidade em relação ao universo. Através da proporção, pode-se dizer que $1/20 = 5/100 = 5\%$ e $1/25 = 4/100 = 4\%$. Temos aí, dois registros de representação numéricos diferentes (registro de representação fracionário e registro de representação na forma percentual), representando a mesma quantidade em relação ao universo. Nosso objeto matemático de estudo é a porcentagem. Outros registros de representação devem fazer parte da seqüência didática que vise trabalhar o conceito de porcentagem. No decorrer deste trabalho, apresentaremos os registros de representação semiótica que julgamos necessários para que os alunos se apropriem do conceito de porcentagem.

Ao se trabalhar situações que envolvem porcentagem, encontra-se quatro elementos distintos, as grandezas ou quantidades. As **grandezas** estão relacionadas ao objeto em questão e às suas respectivas unidades de medida, enquanto que a **quantidade** é representada pelo número da grandeza. Para elucidar o que estamos dizendo, utilizaremos o seguinte exemplo:

Calcular 15% de 300 pessoas.

Temos como *grandezas* a taxa percentual (15%) e a quantidade inicial (300 pessoas). As *quantidades* estão representadas respectivamente pelos números 15 (quinze), 100 (cem) e 300 (trezentos).

As grandezas e/ou quantidades podem ser denominadas:

- **Taxa Percentual**, é a grandeza que representa o valor relativo. A taxa percentual vem precedida do símbolo "%", que significa "por cento";
- **Quantidade Inicial**, é o valor de referência;
- **Quantidade de Transformação ou Porcentagem**, é o valor que transforma a quantidade inicial;
- **A Centena**, é a grandeza sobre a qual são avaliadas as quantidades.

As grandezas que envolvem porcentagem podem ser classificadas em duas categorias:

A - **A grandeza que se constitui na incógnita**. Neste caso, pode-se ter três situações: uma em que a taxa percentual seja a incógnita e o enunciado fornece a quantidade inicial e a de transformação; outra em que a quantidade inicial seja a incógnita e o enunciado apresenta a taxa percentual e a quantidade de transformação; e a terceira, em que a quantidade de transformação seja a incógnita e no enunciado constam a taxa percentual e a quantidade inicial. Como se trata de porcentagem, a centena se constitui numa grandeza constante.

QUADRO I - A incógnita no enunciado de um problema de porcentagem.

Centena	Taxa Percentual	Quantidade Inicial	Quant. de Transfor.
100	Incógnita	apresenta	apresenta
100	Apresenta	Incógnita	apresenta
100	Apresenta	apresenta	Incógnita

Dentre as quatro grandezas que constituem a porcentagem, três (a taxa percentual, a quantidade inicial e a quantidade de transformação) podem ser de natureza discreta ou de natureza contínua e também podem assumir qualquer valor, portanto são variáveis.

B - **As grandezas em relação a centena**. As grandezas podem ser maiores que a centena; menores que a centena; ou iguais a centena.

QUADRO II - Indica a relação com a centena e a natureza da grandeza.

d = natureza da grandeza: Discreta.

c = natureza da grandeza: Contínua.

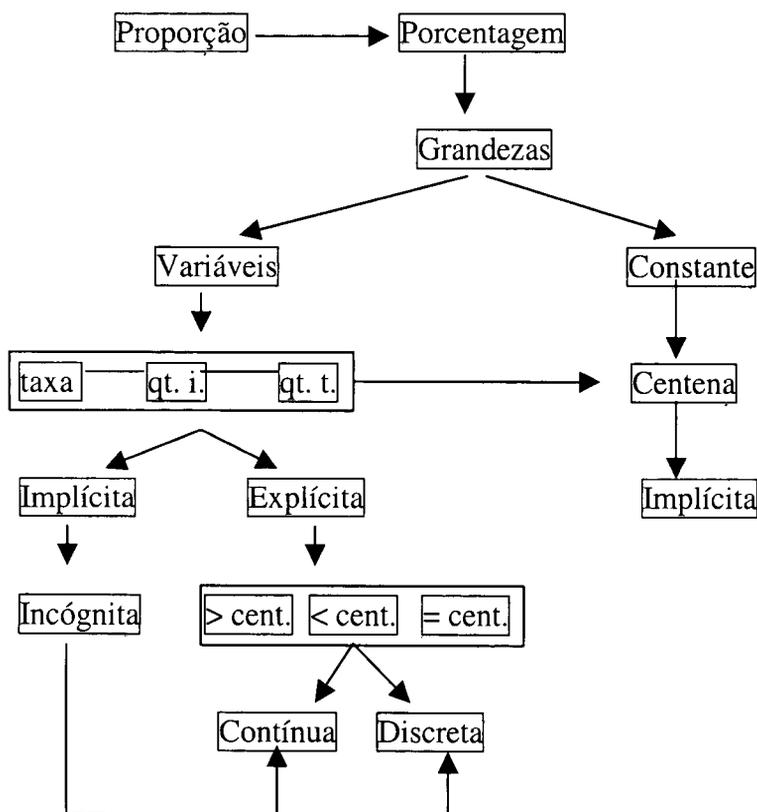
Centena	Porcentagem			Quant. Inicial			Porcentagem			Característica
100	>	<	=	>	<	=	>	<	=	Rel. c/ a Cent.
100	d c	d c	d c	d c	D c	d c	d c	d c	d c	Nat. da Grand.

Dentre essas grandezas que podem assumir qualquer valor, duas grandezas sempre estão explícitas e a terceira, que se constitui na incógnita do problema, indica o questionamento, portanto seu valor deverá ser descoberto. Pode-se dizer que a incógnita se constitui numa grandeza implícita.

A Quarta grandeza é a centena, uma grandeza implícita. Em relação a centena, as demais grandezas são avaliadas, a fim de se obter o valor da incógnita. O valor da incógnita (valor a ser descoberto), poderá ser uma grandeza de natureza discreta ou uma grandeza de natureza contínua, dependendo do tipo do objeto em questão.

O esquema a seguir, procura sintetizar a idéia da porcentagem enquanto proporção.

ESQUEMA II - Compreensão da Porcentagem enquanto Proporção.



1.4 - A PORCENTAGEM E SEU SIGNIFICADO MATEMÁTICO

Muitos são os fatores que poderão contribuir para que o aluno seja bem sucedido na aprendizagem de porcentagem. Podemos elencar alguns deles:

- o conhecimento matemático e sistematizado que o professor possui do assunto em voga;
- a utilização de diferentes registros de representação;
- os conhecimentos prévios que os alunos possuem;
- os princípios matemáticos relacionados a porcentagem.

Da mesma forma que os símbolos dos números são utilizados para representar diferentes situações, além de seu uso para designar uma série de unidades, o símbolo da porcentagem surge para designar diferentes situações. Daí a necessidade do professor conhecer as diferentes maneiras possíveis de se considerar e representar a porcentagem, a fim de proporcionar aos seus alunos a aquisição de um conhecimento que faça sentido à aprendizagem. Esse sentido se dá através de experiências que proporcionem o envolvimento enquanto agente no processo ensino/aprendizagem. Essas experiências devem possibilitar ao aluno o desenvolvimento e a aplicação de situações nas quais exigem o levantamento de hipóteses. É através do levantamento das hipóteses, que o aluno poderá fazer conjecturas e validar ou não suas proposições.

1.4.1 - Idéias que a porcentagem envolve

Normalmente a porcentagem é vista e/ou tratada como uma parte da centena. Essa interpretação está relacionada ao significado da palavra *porcentagem*, que significa *por um cento*. Tem-se aí o significado da porcentagem relacionado ao seu significado denotativo. A idéia inicial da porcentagem tem suas raízes na fração, que significa, uma parte em relação ao universo, diferenciando-se da fração porque seu denominador é uma constante (cem, equivalente a uma centena).

O uso moderno da palavra porcentagem é bem mais amplo. A compreensão do significado de seu símbolo numérico é essencial para a aquisição do conceito da porcentagem e das múltiplas relações com os demais ramos da matemática e/ou de outras áreas do saber. Procuraremos detalhar com maior eficiência algumas de suas relações com alguns ramos da matemática, tomando como exemplo a taxa percentual 20%.

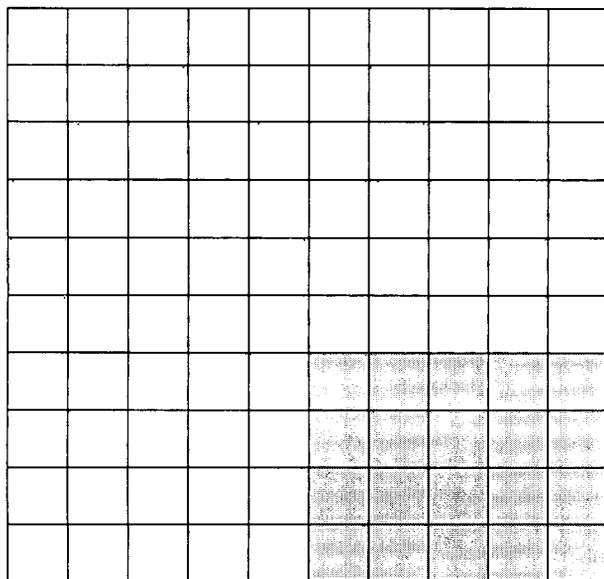
A questão que se coloca neste momento é: O que significa 20%?

Podemos dizer que 20% significa:

a) Uma proporção: 20 a cada 100 ou 10 a cada 50 ou 1 a cada 5.

b) Uma fração: $20/100$, ou seja, um inteiro foi dividido em 100 partes iguais e, neste momento, considera-se 20 destas partes. Esta idéia pode também ser representada através de uma figura geométrica e/ou uma tabela. Veja:

Figura geométrica



Tabela

20	100
10	50
5	25
1	5

Da mesma forma que as frações são classificadas enquanto: **Próprias**, quando o numerador é menor que o denominador. Ex.: $1/2 = 0,5$; **Impróprias**, quando o numerador não é múltiplo do denominador. Ex.: $150/100 = 1,5$, resultando numa fração mista: $1\ 1/2$; **Aparente**, quando o numerador é múltiplo do denominador. Ex.: $200/100 = 2$ ou $9/3 = 3$, neste caso resulta em inteiros, a **taxa percentual** também pode apresentar variações. Veja:

$200\% = 200/100 = 2$, fração aparente.

$150\% = 150/100 = 1,5$, fração imprópria.

$100\% = 100/100 = 1$, fração aparente.

$13\% = 13/100 = 0,13$, fração própria.

$0,83\% = 0,83/100 = 0,0083$, fração própria.

$0,7\% = 0,7/100 = 0,007$, fração própria.

c) Uma divisão $20 : 100$, ou seja, é a divisão do valor absoluto da taxa percentual (20) pelo valor absoluto da centena (100), obtendo-se o quociente dois décimos ou 20 centésimos. $20 : 100 = 0,2$

d) Uma razão: 20 para 100 = 2 para 10 = 1 para 5 = $1/5 = 0,2$, ou seja, a razão do valor absoluto da taxa percentual (20) pelo valor absoluto da centena (100), resulta em dois décimos ou 20 centésimos.

e) Um grupo de 100 unidades foi dividido em 5 partes iguais. Podemos representar da seguinte maneira:

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX/XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX/XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX/
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX/XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX, que não deixa de ser um agrupamento de 20 em 20.

f) Um subconjunto de 20 unidades de um conjunto de 100 unidades;

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
XX
XX
XXXXXX

g) Uma comparação. Frequentemente nos deparamos com taxas percentuais: 0,7%; 0,68%; 20%; 125%. Para compreendermos o sentido do que se está tratando, há que se recorrer ao valor posicional do sistema de numeração decimal, para se conhecer o valor absoluto dessas taxas. Para isso, o quadro valor de lugar se constitui num instrumento que pode auxiliar esta compreensão.

QUADRO III - Quadro Valor de Lugar.

CENTENA	DEZENA	UNIDADE	Décimo	Centésimo
		0	7	
		0	6	8
	2	0		
1	2	5		

Fazendo a leitura tem-se:

- $0,7 = 0,70$ (sete décimos ou setenta centésimos);
- $0,68 =$ (sessenta e oito centésimos, ou seis décimos e oito centésimos);
- $20 =$ (duas dezenas ou vinte unidades);
- $125 =$ (uma centena, duas dezenas e cinco unidades ou uma centena e vinte e cinco unidades ou cento e vinte e cinco unidades).

A partir da leitura do valor absoluto, pode-se compreender o valor relativo a taxa, que indicará o sentido. É o sentido que nos permite compreender o que significa a taxa num determinado universo.

Para elucidar melhor a idéia de comparação num determinado universo, tomemos como exemplo 20% e 30% de 2000. Temos então 400 e 600. São resultados totalmente diferentes uma vez que representam quantidades totalmente diferentes, de um mesmo universo.

É interessante observar que independente do registro de representação que se utiliza para representar a porcentagem, a idéia da proporção está implícita.

1.5 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A dificuldade em encontrar bibliografias que analisem e/ou discutam porcentagem, faz com que a grande maioria dos professores abordem apenas os aspectos presentes nos livros didáticos. Nestes, muitas vezes, a porcentagem é vista como razão ou resolvida através do uso de fórmulas, onde o aluno substitui a variável pelo seu respectivo valor e desenvolve mecanicamente o cálculo, isto é, sem levar em consideração os diferentes registros de representação com seus respectivos tratamentos e conversões.

DAMM, W. L. (1991) - Trabalhou com variações nos enunciados de problemas, mostrando que as dificuldades dos alunos são intrínsecas ao enunciado do problema. Em 1998, desenvolveu com alunos um tipo de representação intermediária que pode ser utilizada em problemas de conversão proporção-quantidade, problemas de misturas e problemas de porcentagem.

Os problemas de porcentagem podem ser vistos como extensão dos problemas de proporção-quantidade, uma vez que são avaliados em relação a centena e sua resolução pode ser feita por uma, duas ou três operações. Como existe uma grande variedade de problemas de porcentagem, DAMM W. classificou-os em nove categorias em função das duas quantidades, que são dadas na parte informativa e da quantidade que é perguntada na questão. Embora tenha utilizado registros de representação semiótica, face a "*Congruência Semântica*" nos enunciados de problemas, o foco de sua pesquisa reside no estabelecimento de uma representação intermediária entre o enunciado do problema (língua natural) e o tratamento matemático. De acordo com DAMM, os resultados foram espetaculares e serão apresentados juntamente com os esquemas didáticos, num próximo artigo.

MAIA (1999) - Em seus estudos sobre "A porcentagem: um estudo sobre a representação do professor", analisou a formação continuada com acento no ponto de vista do professor (ou do aluno), do conhecimento (ação operatória) e do ensino (cognitivo-social), isto é, procura tratar a formação continuada de professores a partir do ponto de vista psicológico e social. Tomou como referência a teoria das

"Representações Sociais" desenvolvida por Serge Moscovici e a teoria dos "Campos Conceituais" proposta por Gérard Vergnaud.

Os resultados do seu trabalho apontam que a “representação do professor sobre a matemática é a relação que a mesma estabelece com a vida diária”; que as representações do ensino da porcentagem faz parte do domínio da matemática da vida, levando o professor a atribuir um sentido relacionado ao domínio financeiro. Do ponto de vista matemático, a porcentagem “ora é inteiramente identificada aos conceitos matemáticos como fração, número decimal, operações aritméticas, proporcionalidade e regra de três, ora é vista como aplicação das mesmas noções. (...) As noções de operador e de aplicação linear são quase que completamente excluídas do campo da porcentagem”.

Para MAIA, “**do ponto de vista matemático** (...) há necessidade de se garantir o sentido da mesma; (...). **Do ponto de vista social**, é preciso ampliar a utilização do conceito em relação a situações outras que a vida econômica do país. (...) **do ponto de vista do ensino**, (...) é preciso explorar as diversas formas de representação simbólica do conceito, tanto como instrumento de ensino como meio de aprendizagem”. A autora coloca que “embora a análise conceitual à luz da teoria dos campos conceituais, tenha se mostrado produtiva à utilização dos resultados de nossa pesquisa, não exploramos, até então, uma das principais ferramentas desse modelo: os invariantes operatórios”. Para se estudar os invariantes operatórios há que se fazer um estudo minucioso da prática do professor em sala de aula e isso requer um estudo profundo de teorias educacionais.

CASTRO & CARRAER (1992) - Realizaram um estudo sobre “a compreensão do conceito de porcentagem”. A aplicação dos testes envolviam problemas com quantidades (dinheiro e/ou número), usando valores das porcentagens múltiplos e não múltiplos de 10% e 5%.

Identificaram que a maior dificuldade dos alunos consiste em “determinar entre as magnitudes (quantidades ou números), qual o operador correto a ser escolhido para realizar os cálculos ou ainda sobre quais valores a porcentagem dada deverá operar. (...) O uso de quantidades e valores das porcentagens múltiplos de 5% e 10%, parecem favorecer mais o conceito de porcentagem que outras”. Na resolução das situações problemas, os alunos utilizaram com muita frequência a regra de três.

WIEBE (1986) - Acredita que as dificuldades dos alunos em resolver problemas que envolvem porcentagem “pode ser a união inadequada entre estratégias e o nível de maturidade cognitiva dos alunos”. Em seu artigo denominado “Manipulando Porcentagens”, discute dois modelos concretos que têm se mostrado úteis para ajudar os estudantes a compreenderem operações que envolvem porcentagens.

Um dos modelos consiste em “hachurar quadrados para representar porcentagens numéricas simples, (...) numerais percentuais mistos (...) e porcentagens maiores que 100%”, sobre o qual sobrepõe-se uma transparência quadrada com as mesmas dimensões, quadriculada com 100 quadrados e marcação que não se apague. O outro modelo consiste num pedaço de elástico espalmado, que esticado deve ser demarcado a cada centímetro, de acordo com a fita métrica. O elástico demarcado e em seu estado normal deve ser colocado paralelo a fita métrica, de maneira que o 0 do elástico coincida com o 0 da fita métrica. “Os 100 por cento marcados no elástico correspondem ao total na forma geral do problema “% do total = parte”.” (WIEBE, 1986 p. 1 - 6).

REIS (1998) - Buscou investigar a “produção de significado para dez por cento e a elaboração de um algoritmo para calculá-lo, assim como aplicações em diferentes contextos”. O trabalho originou-se em função de que “a remuneração dos funcionários do clube é relacionada a percentuais dos prêmios das corridas de cavalo”. O trabalho foi desenvolvido dentro de uma perspectiva “Etnomatemática”, teoria desenvolvida por Ubiratan D'Ambrósio e através da “Metodologia Qualitativa”. (REIS, 1998 p. 443).

As notas de campo foram analisadas através de cinco categorias que se subdividiram em subcategorias. “Fundamentando-se no **Modelo Teórico dos Campos Semânticos** de Lins (1994) e no **Tratado da Argumentação** (1996) de Perelmann investigou-se a produção de significado para dez por cento e a elaboração de um algoritmo para calculá-lo, assim como aplicações em diferentes contextos” (REIS, 1998 p. 444).

As conclusões apontaram que os alunos produziram significados para dez por cento, isto é, trabalham com a percepção (cortar), das operações (dividir), dos sistemas de numeração (unidade, dezena e centena), além de outros. Os alunos também foram capazes de elaborar algoritmos para este cálculo. “Os resultados da pesquisa reforçaram a idéia de que um conhecimento matemático específico tem sua razão de ser quando

colocado na perspectiva de um conhecimento abrangente”. É o que denominamos de *aplicações* da porcentagem (REIS, 1998 p. 445).

SILVA, SILVA & AGUIAR (2000) desenvolveram “Uma experiência de fração articulada ao decimal e à porcentagem”, com os objetivos de “verificar se o ensino pelo qual os sujeitos haviam passado anteriormente lhes permitia perceber que a fração ordinária, o número decimal e a porcentagem são formas distintas de se representar os mesmos números racionais, e propor uma metodologia alternativa de ensino na qual estes subconstrutos fossem trabalhados de forma articulada”. Seus estudos “tiveram como ponto de partida os resultados e interpretações da pesquisa de Piaget e colaboradores (...) Dentre esses estudos, destaca-se a teoria dos campos conceituais, defendida pelo Francês Gerárd Vergnaud (1995)” (SILVA, SILVA & AGUIAR, 2000 p. 16).

Em seus estudos exploraram os “subconstrutos que compõem o conceito do racional: frações como relações parte-todo; frações decimais, via sistema de numeração decimal; frações eqüivalentes e frações enquanto divisões indicadas”. Os resultados obtidos entre o Pré-Teste e o Pós-Teste, intercalados pela intervenção didática, indicam “que a metodologia adotada permitiu uma evolução conceitual de todos eles”. O índice de acertos passou de um percentual médio de 9,1% no Pré-Teste para um percentual médio de 71% no Pós-Teste (SILVA, SILVA & AGUIAR, 2000 p. 16-7).

HAHN, em sua tese de doutoramento “A relação matemática/realidade num ensino em alternância: o caso da porcentagem numa formação sobre venda”¹¹, faz um breve apreço histórico sobre a origem da noção de porcentagem; um estudo sobre a maneira como a porcentagem é apresentada pelos manuais escolares do “*Lycée professionnel du tertiaire et de coll'ège*”; e a partir de avaliações nacionais faz algumas indicações sobre as competências dos alunos “*de coll'ège*”. Seu trabalho de pesquisa foi desenvolvido na França e embora não conhecendo trabalhos similares desenvolvidos no Brasil, é possível que muitos dos problemas pontuados pela autora estejam presentes em nossa realidade (HAHN, p. 59).

As avaliações que HAHN teve acesso indicam que: “A noção de porcentagem não é realmente dominada pelos alunos do colégio. Por outro lado, a análise das obras e dos manuais escolares esclarecem vários pontos os quais levando-se a pensar que eles

¹¹ La relation mathématiques/realite dans un enseignement en alternance: les cas du pourcentage dans une formation à la vente.

podem ter influência sobre o comportamento dos alunos. (...) a noção de porcentagem apresenta importantes dificuldades semânticas: vê-se que os termos utilizados para qualificar os saber-fazer estão longe de ser uniformes (...) o vocabulário em uso não permite distinguir nitidamente “a” e “a%”¹² (HAHN, p. 115).

1.5.1 - Considerações em relação às pesquisas sobre porcentagem

Poucas são as pesquisas sobre a porcentagem e ainda é muito pequeno o número de pesquisas que procuram trabalhar a porcentagem a partir dos registros de representação.

Encontramos apenas os trabalhos de DAMM, W. (1991 - 1998) que versam sobre as variações nos enunciados de problemas, mostrando que as dificuldades são intrínsecas ao enunciado do problema. Propõe uma representação intermediária entre o enunciado do problema (em língua natural) e a representação matemática, o que propiciou êxito nos trabalhos desenvolvidos.

Os estudos desenvolvidos por MAIA (1999), procuram tratar a formação continuada de professores a partir do ponto de vista psicológico e social, apontam que a “representação do professor sobre a matemática é a relação que a mesma estabelece com a vida diária”; que as representações do ensino da porcentagem faz parte do domínio da matemática da vida, levando o professor a atribuir um sentido relacionado ao domínio financeiro. Do ponto de vista matemático, a porcentagem “ora é inteiramente identificada aos conceitos matemáticos como fração, número decimal, operações aritméticas, proporcionalidade e regra de três, ora é vista como aplicação das mesmas noções. (...) As noções de operador e de aplicação linear são quase que completamente excluídas do campo da porcentagem”. **Do ponto de vista do ensino,** “(...) é preciso explorar as diversas formas de representação simbólica do conceito, tanto como instrumento de ensino como meio de aprendizagem”. A autora coloca que

¹² La notion de pourcentage n'est pas vraiment maîtrisée par les élèves de collège. Par ailleurs, l'analyse des ouvrages et des manuels scolaires met en lumière plusieurs points dont on pourrait penser qu'ils peuvent avoir une influence sur le comportement des élèves. (...) la notion de pourcentage présente d'importantes difficultés sémantiques: on a vu que **les termes utilisés pour qualifier les savoir-faire**

“embora a análise conceitual à luz da teoria dos campos conceituais, tenha se mostrado produtiva à utilização dos resultados de nossa pesquisa, não exploramos, até então, uma das principais ferramentas desse modelo: os invariantes operatórios”, o que exige um estudo minucioso da prática do professor em sala de aula e isso requer um estudo profundo de teorias educacionais.

O trabalho de WIEBE nos chama atenção porque apresenta dois modelos de materiais que permitem (uma representação intermediária entre o enunciado do problema e o tratamento matemático) que se obtenha o resultado (embora aproximado) da questão, no entanto, esse autor não leva em consideração os diferentes registros de representação semiótica.

Já o trabalho de SILVA, SILVA & AGUIAR, busca trabalhar a fração de forma articulada ao decimal e à porcentagem, utilizando as representações: fracionária, decimal e percentual (registro de representação numérico) convertendo-os entre si, é a conversão intra-registro; e o registro de representação geométrico, convertendo-o para fracionário, decimal e percentual, embora a utilização de diferentes registros de representação semiótica não sejam o foco de atenção de seus estudos, obtiveram resultados significativos.

Embora o trabalho de HAHN não se situe no campo dos registros de representação semiótica, ele é importante porque faz uma análise da realidade educacional francesa, mais especificamente sobre a porcentagem. A realidade francesa descrita pela autora pode não ser igual a realidade brasileira, no entanto, nossos problemas e dificuldades não devem ser menores e/ou menos árduos.

Para nós, o estudo de porcentagem deve levar em consideração três aspectos fundamentais: o *sentido*, o *significado operatório* e as *aplicações*, aliados à utilização de *diferentes registros de representação semiótica* com seus respectivos *tratamentos* e a *conversão* entre os registros de representação, sob o entendimento da porcentagem enquanto proporção. Na pesquisa que ora desenvolvemos, trabalharemos mais especificamente o *sentido* e o *significado operatório*.

1.6 - ENTENDENDO MELHOR A PROBLEMÁTICA

Os estudos que temos desenvolvido nos indicam: que há necessidade de um estudo mais aprofundado da porcentagem sob o ponto de vista do ensino; e que os maiores problemas relacionados à conceituação da porcentagem residem:

- na falta de conhecimentos (dos professores) da existência de diferentes registros de representação semiótica com seus respectivos tratamentos e conversões;
- na falta de entendimento (dos alunos) do significado da porcentagem, isto é, de compreender o sentido e na atribuição do significado operatório.

Em relação à **falta de conhecimentos, por parte dos professores, da existência de diferentes registros de representação semiótica com seus respectivos tratamentos e conversões**, até pode ser considerada normal, uma vez que a teoria que trata desse assunto é recente, originária da França nos anos 80, e pouco difundida no conjunto das academias brasileiras. Mas isso não exime a responsabilidade de proporcionar diferentes formas de representar uma porcentagem, tendo em vista sua estreita relação com a razão, a fração e a proporção. Conceitos dominados pela maioria dos professores que lecionam matemática nas escolas brasileiras.

Algumas das dificuldades pontuadas pelas pesquisas desenvolvidas sobre porcentagem, também foram detectadas por nós enquanto atuamos como professor. O que nos chama a atenção é a **dificuldade que os alunos apresentam em identificar corretamente o sentido, para então atribuir um significado operatório** capaz de resolver corretamente o problema proposto. Constatamos também que os alunos dão grande importância ao *significado operatório*, porque sempre que se deparam com situações matemáticas, preocupam-se em operar com os números, independentemente do *sentido*. Quando da resolução de uma situação do tipo “calcular 20% de 300”, não são raras as vezes que os alunos se atém ao valor absoluto de 20%, tratam essa taxa percentual como se fosse o número 20, esquecem-se que se trata de uma taxa percentual.

Há, portanto, a necessidade de se buscar alternativas capazes de fazer o aluno compreender e identificar o *sentido* da questão para então atribuir um *significado*

operatório capaz de resolver matematicamente a questão, respondendo-a adequadamente, isto é, conduzir o aluno a se apropriar do conceito de porcentagem. A mobilização de determinadas ferramentas, a exemplo das operações fundamentais e da proporção, são elementos essenciais à apropriação do conceito de porcentagem. A grande questão que se coloca aqui é a seguinte:

A utilização de diferentes registros de representação semiótica e a conversão entre esses registros de representação possibilitam aos alunos a aquisição do conceito de porcentagem?

O entendimento do sentido, do significado operatório e as aplicações aliados a utilização de diferentes registros de representação semiótica e a conversão entre esses registros de representação, são aspectos que julgamos necessários à aquisição do conceito de porcentagem. Como cada um desses aspectos possui suas especificidades, exploramos nesta pesquisa **o entendimento do sentido e a atribuição do significado operatório, aliados aos respectivos registros de representação semiótica, o tratamento e a conversão entre esses registros de representação, na perspectiva de conceituar porcentagem enquanto proporção.**

1.6.1 - Hipótese

Embora a porcentagem esteja presente no dia a dia de todos os cidadãos e seja um dos conceitos trabalhados em matemática enquanto objeto de estudo, os alunos não retêm conhecimentos suficientes para aplicá-los enquanto ferramenta em novas situações dentro e fora da escola. Diante disso, partimos da hipótese de que:

Se o sujeito entender o *sentido* e atribuir um *significado operatório* eficaz, utilizando, para isso, vários *registros de representação* com seus respectivos *tratamentos*, e a *conversão* entre esses registros de representação, terá condições de se apropriar do conceito de porcentagem enquanto proporção, e utilizar esses elementos como subsídios na compreensão e resolução de novas atividades.

1.6.2 Objetivos

Delimitado o problema e identificado nossa hipótese, temos como objetivos:

GERAL

Elaborar uma seqüência didática que leve em consideração o sentido e o significado operatório, através da utilização de diferentes registros de representação semiótica, o tratamento e a conversão entre os diferentes registros de representação e aplicá-la a alunos de 6ª série do Ensino Fundamental, de forma a proporcionar-lhes as condições necessárias à apropriação do conceito de porcentagem enquanto proporção.

ESPECÍFICOS

- a) buscar na proporção, elementos e informações que possibilitem melhor compreender a porcentagem;
- b) identificar quais são os registros de representação semiótica que possibilitam aos educandos a aquisição do conceito de porcentagem;
- c) elaborar, a partir da análise das pesquisas sobre porcentagem; dos livros didáticos; das informações prestadas pelos professores de matemática; do pré-teste desenvolvido pelos alunos; e do referencial teórico adotado, uma seqüência didática que possibilite verificar se o referencial teórico construído, propicia aos educandos a apropriação do conceito de porcentagem;
- d) verificar se a partir da compreensão do sentido e do significado operatório, aliados a utilização de diferentes registros de representação semiótica com seus respectivos tratamentos e conversões propiciam, aos alunos de 6ª série "01" do Ensino Fundamental, da Escola de Educação Básica Profª Júlia Miranda de Souza - Navegantes - SC, a apropriação do conceito de porcentagem enquanto proporção.

1.7 - METODOLOGIA DA PESQUISA

No intuito de encontrar alternativas que possibilitem a superação da problemática no qual se insere o ensino e aprendizagem de matemática e na perspectiva de conduzir o aluno a adquirir o conceito de porcentagem enquanto proporção, percorremos alguns caminhos:

a - analisando nossa prática em sala de aula:

A prática de sala de aula enquanto professor de Matemática no Ensino Fundamental e Médio permite-nos dizer que muitos dos conteúdos de Matemática presente nos planos de curso, nos livros didáticos e trabalhados em sala de aula, são apresentados de forma linear, pronta e acabada, centrados na resolução mecânica através do uso de macetes e fórmulas, distantes da realidade que vivenciamos.

Partindo do princípio que o estudo de porcentagem enfocando a utilização de diferentes registros de representação pode propiciar elementos significativos na interpretação e compreensão da realidade que nos cerca, buscamos a bibliografia.

b - revisão bibliográfica:

A revisão bibliográfica nos forneceu elementos úteis à definição do problema, dos objetivos e hipótese, possibilitando o início da preparação do instrumento de coleta de informações para nossa pesquisa.

c - escolha do referencial teórico:

Na escolha do referencial teórico, que se constitui na guia mestre de todo o trabalho de pesquisa, procuramos teorias que tratassem de aspectos cognitivos, levando em consideração o ato de construção do conhecimento. Optamos, então, em desenvolver nossa pesquisa baseada nos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

d - seleção dos livros didáticos a serem analisados:

Procurou-se verificar, no estudo de porcentagem, os registros de representação que aparecem com mais frequência nos livros didáticos de Matemática. Salientamos que procuramos analisar livros didáticos enviados pelo MEC às Unidades escolares.

e - local da pesquisa:

Contatamos com a direção da Escola de Educação Básica Professora Júlia Miranda de Souza (escola onde trabalhamos). Expusemos os objetivos de nossa pesquisa e manifestamos o desejo de realizá-la com alunos do Ensino Fundamental. Prontamente a direção colocou-se a disposição, no sentido de garantir o desenvolvimento do trabalho.

f - elaboração e aplicação dos instrumentos de coleta de dados:

Elaboramos o questionário/entrevista para coletar informações junto aos professores de Matemática da referida Unidade Escolar.

Após a análise do questionário/entrevista, elaboramos o pré-teste, que foi aplicado aos alunos de 6ª e 7ª séries do Ensino Fundamental e 1º ano do Ensino Médio.

Concluída a análise do pré-teste, procuramos entender melhor a problemática e escolhemos a população alvo da pesquisa.

g - população alvo:

O fato dos alunos de 6ª série do Ensino Fundamental terem participado do Pré-Teste e ainda não terem aprofundado seus estudos sobre porcentagem, optamos por desenvolver nossa pesquisa com os alunos da 6ª série "01".

h - metodologia da pesquisa:

Inicialmente, procurou-se observar os planos de curso a fim de identificar em que momento da vida escolar do aluno acontece o estudo de porcentagem. Observou-se que ele é introduzido na 4ª série do Ensino Fundamental e trabalhado de forma mais sistemática na 6ª série do Ensino Fundamental.

Em seguida, buscou-se na bibliografia existente, elementos que pudessem nortear nosso trabalho de pesquisa. Procurou-se também analisar as concepções que permeiam o processo ensino/aprendizagem no estudo de porcentagem, os registros de

representação presentes nos livros didáticos de 6ª série, bem como os registros de representação mais utilizados pelos professores.

Feito isso, avaliamos a capacidade do suporte teórico construído para proporcionar ao aluno a aquisição do conceito de porcentagem.

A partir dos estudos no referencial teórico, das análises das concepções dos professores e da avaliação dos registros de representação presentes nos livros didáticos e utilizados pelos alunos no desenvolvimento do pré-teste, iniciamos a elaboração da Sequência Didática¹³. Após o desenvolvimento e aplicação da Sequência Didática, elaborou-se e aplicou-se um Pós-Teste. Este nos forneceu subsídios capazes de validar a eficácia de nosso instrumento de pesquisa.

A Sequência Didática se constitui no ponto alto da pesquisa, uma vez que indicará ou não a eficácia do trabalho realizado. Como nossa pesquisa de campo se dá no desenvolvimento/aplicação da Sequência Didática, adotamos a metodologia de pesquisa da **Engenharia Didática**.

1.7.1 - Engenharia didática

A **Engenharia Didática** é uma metodologia de pesquisa empregada na Didática Francesa desde os anos 80 e segundo MICHÈLE ARTIGUE (1988),

“O trabalho didático assemelha-se ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto preciso apóia-se sobre conhecimentos científicos de seu domínio, aceita se submeter a um controle do tipo científico mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre objetos bem mais complexos que os objetos os objetos depurados da ciência e se coloca, com todos os meios que dispõe, a estudar problemas que a ciência não quer ou ainda não pode resolver.” (ARTIGUE, 1988 p. 283)¹⁴.

¹³ Sequência de atividades a serem desenvolvidas em sala de aula.

¹⁴ celle comparable au travail de l'ingénieur qui, pour réaliser un projet précis, s'appuie sur les connaissances scientifiques de son domaine, accepte de se soumettre à un contrôle de type scientifique mais, dans le même temps, se trouve obligé de travailler sur des objets beaucoup plus complexes que les objets épurés de la science et donc de s'attaquer pratiquement, avec tous les moyens dont il dispose, à des problèmes que la science ne veut ou ne peut encore prendre en charge.

Para DOUADY (1993), a Engenharia Didática pode ser entendida como uma metodologia de pesquisa, como sendo “... uma seqüência de aula(s) concebida, organizada e articulada no tempo, de forma coerente, por um professor-engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para uma certa população de alunos”. Se caracteriza por ser “um esquema experimental” baseado na “concepção, realização, observação e análise de seqüências de ensino e sua validação é interna e baseada na confrontação entre a análise a priori e a análise a posteriori”. Sendo assim, o trabalho de elaboração, aplicação, avaliação e análise é de inteira responsabilidade do professor-pesquisador, chamado por Douady de “professor-engenheiro”.

A metodologia de pesquisa com base na "Engenharia Didática" abarca quatro fases:

Primeira fase: *as análises preliminares*. Nesta fase, o professor-pesquisador é o responsável pelo levantamento e identificação das características epistemológicas e concepções que permeiam o processo educativo, o que permite delimitar o objeto de estudo, traçar os objetivos, levantar as hipóteses, assim como, identificar o referencial teórico que poderá responder ao questionamento desencadeador do processo de pesquisa.

Para Artigue (1988), as análises preliminares levam em consideração:

- a análise epistemológica do conteúdo contemplado pelo ensino;
- a análise do ensino usual e de seus efeitos;
- a análise das concepções dos alunos, das dificuldades e obstáculos que determinam sua evolução;
- a análise do campo dos entraves no qual vai se situar a realização didática efetiva; (ARTIGUE, 1988 p. 287-8)¹⁵.

Tudo isso levando em conta os objetivos específicos da pesquisa.

Em nossa pesquisa, as análises preliminares se constituem: na Revisão Bibliográfica; nas considerações gerais sobre os Ensino da Matemática no Ensino Fundamental; na compreensão do Objeto de Estudo; na Porcentagem e seu Significado

¹⁵ - l'analyse épistémologique des contenus visés par l'enseignement

- l'analyse de l'enseignement usuel et de ses effets,
- l'analyse des conceptions des élèves, des difficultés et obstacles qui marquent leur évolution,
- l'analyse du champ de contraintes dans lequel va se situer la réalisation didactique effective,
- et bien sûr en prenant en compte les objectifs spécifiques de la recherche.

Matemático; na análise dos livros didáticos; no questionário/entrevista realizado com os professores; e no pré-teste.

Segunda fase: Concepção e análise a priori.

"A análise a priori deve ser concebida como uma do controle do sentido, pois a teoria das situações didáticas que serve de referência à metodologia da engenharia didática teve desde sua origem a ambição de se constituir como uma teoria de controle das relações entre sentido e situações. (...) O objetivo da análise a priori reside em determinar no que as mudanças efetuadas permitem controlar o sentido e os comportamentos dos alunos e o significado de cada um desses comportamentos. Para isso, ela vai se basear em hipóteses e são essas hipóteses cuja validação estará, em princípio, indiretamente em jogo, na confrontação entre a análise a priori e a análise a posteriori a ser operada na quarta fase entre a análise a priori e a análise a posteriori." (ARTIGUE, 1988 p. 293 - 4)¹⁶.

Nesse sentido, o aluno é sujeito e ator principal no processo de desenvolvimento das atividades e deve-se levar em consideração dois aspectos: o descritivo e o previsivo.

Nesta fase faz-se uma caracterização da questão proposta e pelas possíveis dificuldades encontradas pelos alunos na resolução de cada uma das atividades constituintes do pré-teste; da Sequência Didática; e do pós-teste. Para efetuar análise a priori eficientemente, há que se levar em consideração as análises preliminares efetuadas.

Terceira e Quarta fase: Experimentação, análise a posteriori.

A experimentação acontece a partir do contato com a população alvo da pesquisa, explicitando os objetivos e as condições de desenvolvimento da experimentação, enfim, o estabelecimento do contrato didático. Desta fase fazem parte o desenvolvimento, as análises, relatórios e observações feitas a partir da aplicação da

¹⁶ Cette analyse a priori est à concevoir comme une analyse du contrôle du sens: très schématiquement, si la théorie constructiviste pose le principe de l'engagement de l'élève dans la construction de ses connaissances par l'intermédiaire d'interactions avec un certain milieu, la théorie des situations didactiques, qui sert de référence à la méthodologie d'ingénierie, a eu, dès son origine, l'ambition de se constituer comme une théorie du contrôle des rapports entre sens et situations. (...) L'objectif de l'analyse a priori est donc de déterminer les choix effectués permettent de contrôler les comportements des élèves et leur sens. Pour ce, elle va se fonder sur des hypothèses dont la validation sera, en principe, indirectement en jeu, dans la confrontation opérée dans la quatrième phase entre analyse a priori et analyse a posteriori.

“Seqüência Didática”, considerando as análises preliminares, as concepções e análise a priori. Da fase de experimentação resultará a eficácia ou não da pesquisa desenvolvida e permitirá a análise a posteriori.

A análise a posteriori e a validação se traduzem pela eficácia ou não do instrumento de pesquisa, caracterizam-se pela análise dos resultados obtidos no pós-teste. A análise a posteriori e a validação são internas ao desenvolvimento da fase de experimentação, mas não exclui as demais fases. Da confrontação entre a análise a priori e análise a posteriori valida-se ou não as hipóteses levantadas.

A Seqüência Didática abarca os aspectos relativos ao sentido e ao significado operatório, contemplando os diferentes Registros de Representação Semiótica, levando-se em consideração o tratamento e a conversão entre esses diferentes registros de representação. Ela deve sofrer avaliações durante o processo, no sentido de re-orientá-la, se for o caso.

Ao apresentar cada atividade, indica-se os objetivos, o material necessário para o desenvolvimento das questões propostas, as observações pertinentes e os procedimentos a serem adotados pelos alunos ao desenvolver as atividades.

O Pós-Teste acontece após a aplicação Seqüência Didática. Nas questões do Pós-Teste há que se fazer as análises a priori e a posteriori.

Este trabalho requer muita atenção, análise e reflexão, na perspectiva da capitalização do saber. A capitalização do saber vai além da apreensão do objeto matemático, ela instrumentaliza e capacita o indivíduo a ampliar seus limites, aplicando seus conhecimentos em diversos contextos.

Capítulo II

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 - REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO

"Em matemática toda a comunicação se estabelece com base em representações, os objetos a serem estudados são conceitos, propriedades, estruturas, relações que podem expressar diferentes situações, portanto para seu ensino precisamos levar em consideração as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático." (DAMM, R. 1999 p. 135).

Normalmente, ao fazermos um estudo sobre determinado assunto, apresentamos dificuldades na hora de expressarmos graficamente o que se tem em mente. No ensino ou pesquisa e principalmente na matemática, a "expressão gráfica" constitui o registro de representação, que é a base da comunicação, uma vez que através dos registros que se expressa o conhecimento que se tem sobre o objeto em estudo. Este objeto não é algo pronto, acabado, mensurável ou fisicamente observável, mas sim estruturas ou relações que podem expressar diferentes situações, por isso precisa-se considerar as diferentes formas de representá-lo.

Muitas vezes o professor de matemática lança mão de recursos didáticos demonstrativos visuais ou manipulativos que nem sempre auxiliam o aluno expressar certas situações matematicamente. No entanto, é indispensável que o professor tenha clareza do objeto matemático que deverá representar, aproximando o máximo possível as representações através de símbolos, gráficos, figuras, material concreto, fórmulas, desenhos, conceitos, etc., pertinentes ao objeto matemático em questão.

Por outro lado, o trabalho com vários registros de representação e entendimento do tratamento necessário para cada representação, possibilitará ao aluno uma melhor apreensão do objeto matemático em estudo e esta apreensão torna-se

significativa, quando o aluno conseguir estabelecer as relações necessárias a cada registros de representação.

Segundo o dicionário AURÉLIO, o sentido denotativo de registro refere-se ao “ato ou efeito de registrar” o que se traduz em escrever, lançar em livro ou anotar. Já a representação, dentre seus vários sentidos, podemos destacar, a “reprodução do que se tem na idéia”, ou ainda, o conteúdo concreto apreendido através dos sentidos ou pela imaginação.

Em matemática, podemos dizer que as representações visam elucidar o conjunto de idéias coordenadas e imagens que se possui de um determinado objeto de estudo. É, portanto, uma forma metodológica que o professor pode utilizar, partindo das expressões, concepções ou registros que os alunos têm ou fazem de um objeto de estudo e paulatinamente aprimorá-las a fim de que se obtenha o conhecimento reconhecido pela academia.

Nessa ótica podemos levantar alguns questionamentos:

- Que metodologias e conteúdos são significativos para a instrumentalização cognitiva dos alunos?
- Onde e como os registros de representação podem contribuir com a função social da escola?

Nosso objetivo enquanto professor é a socialização do saber historicamente acumulado pela humanidade como forma de instrumentalização dos indivíduos. Nessa perspectiva, a utilização de diferentes registros de representação se constitui num instrumento que poderá ser útil no esclarecimento de conceitos matemáticos e na elucidação de idéias, a fim de que possam ser expressos de forma cristalina e que realmente se façam entender.

É de responsabilidade do professor trabalhar o conhecimento historicamente acumulado pela humanidade, ou seja, o conhecimento sistematizado, na perspectiva de instrumentalização de seus alunos enquanto cidadãos, bem como propiciar condições para que esses alunos possam elaborar conhecimentos, analisar os fatos e perceber o mundo. Já o uso ou não desses instrumentos é de inteira responsabilidade de cada sujeito.

Ao se tratar do ato de construção do conhecimento, DUVAL (1993), elenca três tipos de perspectivas para o termo representação:

- **As representações mentais** – têm função de objetivação, portanto, são internas e conscientes de cada sujeito, ocorrem a nível de pensamento ou do que se tem em mente, estão no mesmo patamar das concepções prévias que se tem sobre determinados fenômenos ou fatos, ou ainda, sobre as fantasias criadas no mundo da infância. Para DUVAL (1993), elas “*recobrem um conjunto de imagens e, mais globalmente as concepções que o indivíduo tem sobre um objeto, sobre uma situação ou sobre alguma coisa que está associado.*”¹⁷ Estão relacionadas ao método da *conversão*. (DUVAL, 1993 p. 38).
- **As representações internas ou computacionais** – estão relacionadas ao *tratamento*, que se caracteriza pela execução automática de uma determinada tarefa. É o registro mecânico que se faz de um determinado assunto, são internas e não conscientes do sujeito. O sujeito apenas as executa utilizando-se para isso de macetes, fórmulas ou esquemas, sem pensar em todos os passos necessários para sua execução. Ao tratar das representações internas ou computacionais, DUVAL (199), levanta dois questionamentos:
 - 1) Sob quais formas as informações vindas do exterior podem entrar dentro do sistema, quer dizer, quais descrições feita com a ajuda de símbolos, suscetíveis de serem utilizados pelo sistema, permitem captar as informações provenientes do exterior?
 - 2) Quais são as regras que vão permitir a transformação das informações no interior do sistema, podendo esta transformação ser do tipo cálculo? (DUVAL, 1995 p. 16)¹⁸

Note que o primeiro questionamento está ligado psicologia cognitiva do pensamento, enquanto que o segundo está relacionado com a inteligência artificial, ou seja, o tratamento da informação, o que indica que cada sujeito possui uma estrutura cognitiva e adota o tratamento que mais lhe convier no momento de representar o objeto em estudo, uma vez que “as representações computacionais traduzem informações

¹⁷ Les représentations mentales recouvrent l'ensemble des images et, plus globalement, des conceptions qu'un individu peut avoir sur un objet, sur une situation, et sur ce qui leur est associé.

¹⁸ 1 - Sous quelle formes les informations venent de l'extérieur peuvent-elles entrer dans le système, c'est-a-dire quelle description faite à l'aide de symboles, susceptibles d'être utilisés par le système, permet de capter les informations données à l'extérieur?

2 - Quelles sont les règles qui vont permettre la transformation des informations à l'intérieur du système, cette transformation devant popouvoir être de type calcul?

externas de um sistema, sobre uma forma que seja possível recuperá-las e combiná-las no interior do sistema.” (NEHRING, 1997 p. 53)

A noção de representação então essencial à **forma** sobre a qual uma informação pode ser descrita e levada em conta em um sistema de tratamento. Isso não tem pois nada a ver com uma “crença”, com uma “evocação de objetos ausentes”, os quais enviam de novo para a consciência vivamente de um sujeito. Trata-se ao contrário de uma “ação de codizar as informações.” (Duval, 1995 p. 16)¹⁹

- **As representações semióticas** – “são produções constituídas pelo emprego de signos pertencente a um sistema de representação as quais têm suas construções próprias de significado e funcionamento”²⁰. Elas dependem das representações mentais e computacionais e ao mesmo tempo, uma vez que essas realizam sucessivamente funções de objetivação e tratamento (DUVAL, 1993 p. 38).

As representações semióticas realizam de maneira indissociável estas duas funções, no entanto, o tratamento aqui não é automático e sim intencional, o que é fundamental para a aprendizagem humana. São, portanto, representações externas e conscientes de cada indivíduo, o que se caracteriza por “um sistema particular de signos, a linguagem, escrita algébrica ou os gráficos cartesianos, e que podem ser convertidas em representações equivalentes dentro de um outro sistema semiótico, mas podem apresentar **significados** diferentes para o sujeito que as utiliza.”²¹ (Duval, 1995 p. 17)

Isto nos diz que o *tratamento* dado a um determinado conhecimento depende da *forma* adotada para representá-lo e não do conteúdo ao qual está vinculado o conhecimento. “O objeto representado não deve ser confundido com o “conteúdo” da representação”²², sob o risco de não dar conta da real diferença que existe entre duas ou mais representações de um mesmo objeto. “Com efeito, o conteúdo da representação

¹⁹ La notion de représentation devient alors essentielle en tant que **forme** sous laquelle une information peut être décrite et prise en compte dans un système de traitement. Cela n'a donc plus rien à voir avec une "croyance", avec une "évocation d'objets absents", lesquelles renvoient à la conscience vécue d'un sujet.

²⁰ Les représentations sémiotiques sont des productions constituées par l'emploi de signes appartenant à un système de représentation qui a ses contraintes propres de signification et de fonctionnement.

²¹ Un système particulier de signes, le langage, l'écriture algébrique ou les graphes cartésiens, et qu'elles peuvent être converties en des représentations "équivalents" dans un autre système sémiotiques, mais pouvant prendre des **significations** différentes pour le sujet qui les utilise.

²² L'objet représenté ne doit pas être confondu avec le "contenu" de la représentation.

depende em parte da forma, na medida em que o "conteúdo" do registro utilizado permite apresentar explicitamente o objeto representado."²³ (DUVAL, 1996 p. 358).

As representações mentais, as representações computacionais e as representações semióticas não são espécies diferentes de representação uma vez que estão imbricadas e são funções que realizam trabalhos diferentes. De outra maneira, podemos dizer que as representações podem ser *convertidas* em representações similares ou "equivalentes" num outro sistema semiótico, podendo ter significados diferentes para as pessoas que o utilizam. *Converter*, de acordo com o dicionário AURÉLIO, significa "mudar a natureza de". Para DUVAL (1995), "A conversão é a transformação da representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num determinado registro em uma representação desse mesmo objeto, desse mesma situação ou a mesma informação num outro registro"²⁴ Em se tratando de *converter* uma representação, significa mudar a forma de representar um objeto do conhecimento, ou seja, mudar a forma pela qual tal conhecimento é/foi representado. No caso dos números racionais, por exemplo a conversão intra-registro e inter-registro só é possível de se estabelecer quando o indivíduo perceber que $0,1 = 1/10 = 10/100 = 10\%$, (registro de representação semiótica numérico) uma vez que a diferença estabelecida está na forma de apresentação de uma representação e não no objeto/conteúdo representado. Em se tratando de aluno, essa conversão, não é simples de se estabelecer, cabendo aí a ingerência do professor como mediador desse processo (DUVAL, 1995 p. 40).

Muitos alunos até conseguem fazer tratamentos em diferentes tipos de registro de representação de um mesmo objeto, no entanto dificilmente conseguem realizar as devidas conversões dentro de um mesmo conteúdo representado, isto é, passar das formas representadas ao conteúdo representado, o que promove a apreensão do objeto. Esta segmentação no tratamento dos registros de representação está intimamente relacionada com a segmentação dos conteúdos matemáticos, que normalmente se trabalha em sala de aula, daí a dificuldade do aluno em recontextualizar, isto é, converter de um dado registro semiótico, a outro, também semiótico.

²³En effet, le contenu de la représentation dépend en partie de la forme, dans la mesure où le "contenu" est ce que le registre utilisé permet de présenter explicitement de l'objet représenté.

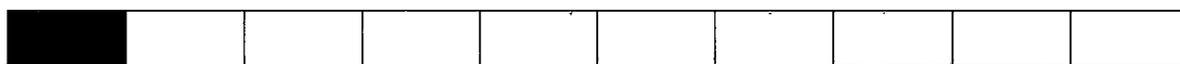
²⁴ La **conversion** est la transformation de la représentation d'un objet, d'une situation ou d'une information donnée dans un registre en une représentation de ce même objet, de cette même situation ou de la même information dans un autre registre.

No caso dos números racionais, os alunos até conseguem dar um tratamento decimal, isto é, trabalhar com representações decimais e algumas vezes com representações fracionárias, dando tratamentos fracionários, porém não conseguem converter essas representações entre si, ou seja, perceber que 0,1 e $1/10$ são equivalentes e representam o mesmo objeto matemático (números racionais).

2.2 - REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

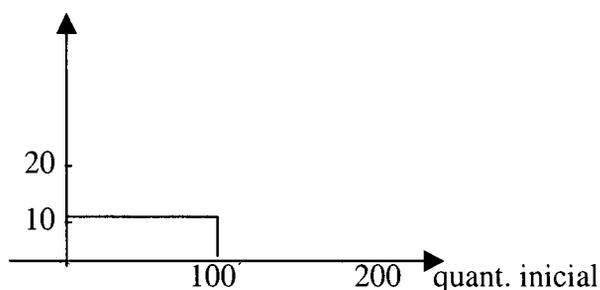
Ao trabalharmos com o ensino ou pesquisa e em especial em educação matemática, temos que ter sempre presente que estamos lidando com objetos, na maioria da vezes abstratos, algo que não é manipulável, pronto, acabado ou fisicamente observável e que, portanto, podem ter vários significados, mas sim estruturas ou relações que podem expressar diferentes situações ou fatos, que por consequência não são acessíveis à percepção, necessitando de uma representação, que é a base da comunicação, uma vez que expressa o conhecimento que se tem de um objeto de estudo, constituindo-se assim numa expressão gráfica. A utilização de gráficos, símbolos, figuras, fórmulas, desenhos, conceitos e outros, são representações significativas, uma vez que permitem a comunicação entre as pessoas e as atividades cognitivas do pensamento e garantem diferentes registros de representação para um mesmo objeto matemático. Dez por cento, pode ser representado através do Registro de Representação Semiótico:

- em Língua Natural = dez por cento;
- numérico = 0,1 (decimal) = $1/10 = 10/100$ (fracionário) = 10% (percentual) = 10 a cada 100 (proporcional);
- Geométrico =



- Tabela =

quantidade de transformação	quantidade inicial;
10	100
- Gráfico = quant. transf.



Para DUVAL (1996), “As representações semióticas podem ser produções discursivas (em língua natural, em língua formal), ou não discursivas (figuras, gráficos, esquemas...)”.²⁵ Ao se tratar de educação matemática, é fundamental que se leve em consideração as diferentes formas de representar um objeto de estudo (DUVAL, 1996 p. 356).

Em relação a produção das representações semióticas, segundo DUVAL (1996), há que se levar em consideração três aspectos. São eles:

“**Aspecto estrutural** relativo a determinação da significância dos signos e as possibilidades de representação que eles oferecem, o aspecto fenomenológico relativo às intimidações psicológicas de produção ou de apreensão dos signos, e o aspecto funcional relativo ao tipo de atividade que os signos permitem efetuar”²⁶. (DUVAL, 1996 p. 356).

No aspecto estrutural, há que se levar em consideração “A natureza e o número desses signos: **a significância**; o tipo de funcionamento: regras de formação permitindo combinar os signos na unidade de uma representação; o número de dimensões (1 ou 2) segundo as quais os signos podem estar associados.”²⁷ (DUVAL, 1996 p. 356).

Em relação ao aspecto fenomenológico, há que se levar em consideração “O modo de produção: externo (produção fônica, gráfica) ou interno (sem nenhuma efetuação material), isto quer dizer, físico ou mental; o modo sensorial solicitado pela apreensão: visão, audição...”²⁸ ou seja, o modo sensorial está intimamente relacionado à utilização dos órgãos do sentido, uma vez que é através deles que o sujeito se relaciona e/ou se comunica com os demais seres vivos e o meio ambiente como um todo. “A

²⁵ les représentations sémiotiques peuvent être des productions discursives (en langue naturelle, en langue formelle), ou non discursives (figures, graphiques, schemas ...)

²⁶ **L' aspect structural** relatif à la détermination de la signifiante des signes et à celle des possibilités de représentation qu' ils offrent, **l' aspect phénoménologique** relatif aux contraintes psychologiques de production ou d' appréhension des signes, et **l' aspect fonctionnel** relatif au type d' activité que les signes permettent d' accomplir.

²⁷ la nature et le nombre de ses signes: **la signifiante**; le type de fonctionnement: règles de formation permettant de combiner les signes en l' unité d' une représentation; le nombre des dimensions (1 ou 2) selon lesquels les signes peuvent être associés.

²⁸ **le mode de production**: externe (production phonique, graphique, ...) ou interne, (sans aucune effectuaion matérielle), c'est-a-dire physique ou mental; le mode sensoriel sollicité pour l' appréhension: vue, audition ...

escolha do modo de produção depende das exigências cognitivas da situação...”.²⁹ (DUVAL, 1996 p. 56 - 58).

No que se refere ao aspecto funcional, temos “As funções cognitivas fundamentais: comunicação (ou transmissão), tratamento, objetivação. Todo sistema semiótico permite preencher as três funções cognitivas fundamentais constitui um registro de representação”³⁰ (DUVAL, 1996 p. 356).

Quando trabalhamos com problemas, por exemplo, o fundamental não são os desenhos que podem ser feitos a partir do enunciado, nem mesmo as operações matemáticas envolvidas, mas sim, o entendimento possível de se estabelecer entre o enunciado, a representação intermediária e o tratamento matemático, uma vez que este objeto não é claro e acessível como os objetos físicos e exatamente por isso seu tratamento depende de uma representação semiótica. Segundo DUVAL (1993), “... as representações (semióticas) não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais para as atividades cognitivas do pensamento”³¹ (DUVAL, 1993 p. 38).

Como se vê, as representações semióticas não são apenas exteriorização das representações mentais necessárias para se estabelecer uma comunicação, uma vez que o indivíduo que apreende necessita delas para elaborar o conhecimento e que portanto desempenha as funções de cognição (**tratamento, conversão e representação**). “São produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento” (DUVAL, 1995 p. 38)³²

Para o uso das representações semióticas, DUVAL (1993), elenca três funções primordiais:

- **"O desenvolvimento das representações mentais:** depende da interiorização das representações semióticas ao mesmo tempo que as representações mentais são a interiorização das percepções;

²⁹ *Le choix du mode de production va donc dépendre des exigences cognitives de la situation.*

³⁰ *les fonctions cognitives fondamentales: communication (ou transmission), traitement, objectivation. Tout système sémiotique permettant de remplir ces trois fonctions cognitives fondamentales constitue un registre de représentation.*

³¹ Les représentations (semiotiques) ne sont pas seulement nécessaires por des fins de communication, elles sont également essentielles por l'activité cognitive de la pensée.

³² Sont productions constituées par l'emploi de signes appartenant à un système de représentation qui a ses contraintes propres de signification et de fonctionnement.

- **A realização de diferentes funções cognitivas:** a função de objetivação (expressão privada) que é independente daquela comunicação (expressão para outra pessoa), e a função do tratamento que não pode ser preenchida pelas representações mentais...

- **A produção dos conhecimentos:** as representações semióticas permitem as representações radicalmente diferentes de um mesmo objeto na medida que eles podem revelar sistemas semióticos totalmente diferentes ... independentes da língua natural” (DUVAL, 1993 p. 38-39).³³

Estas funções indicam que as representações semióticas estão diretamente ligadas às representações mentais, embora não subordinadas a elas, e que as representações semióticas permitem efetuar determinadas funções cognitivas como as de tratamento, que é uma função cognitiva essencial para o desenvolvimento intelectual do ser humano e apresenta uma diversidade de registros semióticos de representação onde a “apreensão ou a produção de uma representação semiótica” é chamada de **semiósisis** e a “apreensão conceitual de um objeto” de **noésisis**, onde “a noésisis é inseparável da semiósisis”. Uma vez que significativas representações (**semiósisis**) proporcionam a conceitualização (**noésisis**), torna-se necessário entender que as atividades cognitivas estão ligadas a semiósisis e as razões pelas quais a aprendizagem conceitual implica na coordenação de vários registros de representação. A ausência de coordenação entre vários registros de representação implica na não apreensão conceitual do objeto em estudo. Esta é uma das causas do fracasso escolar de muitos alunos (DUVAL, 1993 p. 39)³⁴.

É preciso então estabelecer a coordenação de diversos registros de representação semiótica para que ocorra uma significativa aprendizagem em matemática e quanto maior a mobilidade que o sujeito possuir com esses registros diferentes, maior a possibilidade desse sujeito obter a apreensão do objeto matemático em estudo.

³³ - Le développement des représentations mentales: celui-ci dépend d'une intériorisation des représentations sémiotiques, au même titre que les images mentales sont une intériorisation des percepts,

- L'accomplissement de différentes fonctions cognitives: la fonction d'objectivation (expression privée) qui est indépendante de celle de communication (expression pour autrui), et la fonction de traitement qui ne peut pas être remplie par les représentations mentales ... ,

- La production des connaissances: les représentations sémiotiques permettent des représentations radicalement différents d'un même objet dans la mesure où elles peuvent révéler de systèmes sémiotiques totalement différents ... indépendants du langage naturel.

³⁴ L'appréhension, ou la production, d'une représentation sémiotique (...) l'appréhension conceptuelle d'un objet (...) la *noésisis* est inséparable de la *semiósisis*.

2.3 - SEMIÓISIS E REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO

Segundo DUVAL (1993), para que um sistema semiótico seja um registro de representação, ele deve permitir três atividades cognitivas fundamentais ligadas à semióisis. São elas:

1 - **Ocorra formação de uma representação identificável** como uma representação de um registro dado: enunciado de uma frase (compreensível numa dada língua natural), composição de um texto, desenho de uma figura geométrica, elaboração de um esquema, escrita de uma fórmula,.. Essa formulação implica uma seleção de características e dados no conteúdo a ser representado. Essa seleção se faz em função de unidades e **regras de formação** que são próprias de registro semiótico no qual a representação é produzida. Nesse sentido a formação de uma representação poderia ser comparada a realização de uma tarefa de descrição. Essa formação deve respeitar as regras (**gramaticais para língua natural, regras de formação de um sistema formal, restrições de construção para as figuras..**). A função das regras é de assegurar, em primeiro lugar, as condições de identificação e de reconhecimento da representação e, em segundo lugar, a possibilidade de sua utilização para o tratamento. **São regras de conformidade**, não são regras de produção efetiva por um sujeito. Isto quer dizer que o conhecimento das regras de conformidade não implica na competência para reconhecê-las.” (DUVAL, 1993 p. 40).³⁵

Isto é, para que ocorra uma representação identificável se faz necessária a escolha de características e de informações no conteúdo a ser representado e isso depende de regras de formação, que são atrelados ao processo ensino/aprendizagem, assegurando o reconhecimento das representações e a garantia de sua aplicabilidade

³⁵ La formation d'une représentation indifférenciable comme une représentation d'une donnée: énonciation d'une phrase (compréhensible dans une langue naturelle donnée), composition d'un texte, dessin d'une figure géométrique, élaboration d'un schéma, écriture d'une formule ... Cette formation implique une sélection de traits et de données dans le contenu à représenter. Cette sélection se fait en fonction des unités et des règles de formation qui sont propres au registre sémiotique dans lequel la représentation est produite. A ce titre la formation d'une représentation pourrait être comparée à l'accomplissement d'une tâche de description. Cette formation doit respecter des règles (grammaire pour les langues naturelles, règles de formation dans un système formel, contraintes de construction pour les figures ...). la reconnaissance de la représentation et, en second lieu, la possibilité de leur utilisation pour des traitements. Ce sont des règles de conformité, ce ne sont pas règles de production effective par un

num tratamento, que são inerentes aos registros semióticos produzidos pelo sujeito. Já as regras de conformidade estão postas na sociedade, cabe ao sujeito apenas usá-las a fim de reconhecer as representações.

2 - “O tratamento de uma representação é a transformação dessa representação no próprio registro onde ela foi formada. O tratamento é uma transformação interna a um registro. A paráfrase e a inferência são as formas de tratamento em língua natural. O cálculo é uma forma de tratamento próprio às estruturas simbólicas (cálculo numérico, cálculo algébrico, cálculo posicional,...) a reconfiguração é um tipo de tratamento particular para as figuras geométricas, é uma das várias operações que dá ao registro das figuras seu papel heurístico. A anamorfose é uma forma de tratamento que se aplica à toda representação figural ... Há, naturalmente, regras de tratamento próprias a cada registro. Sua natureza e número variam consideravelmente de um registro a outro: regras de derivação, regras de coerência temática, regras associativas de continuidade e similitude... No registro da língua natural, há paradoxalmente um elevado número de regras de conformidade e poucas regras de tratamento para a expressão discursiva de um enunciado completo” (DUVAL, 1993 p. 41)³⁶.

Note que representações diferentes envolvem tratamentos completamente diferentes para se trabalhar o mesmo objeto matemático e muito mais complexo do ponto de vista operacional, porque dependendo da forma de representação utilizada, o tratamento também modifica-se de acordo com o objeto de ensino que se está trabalhando. Cada registro de representação desse objeto também possui graus de dificuldades diferentes (custo cognitivo) e este é um problema que se tem de enfrentar na hora de ensinar e propor atividades. Nosso grande desafio é procurar mecanismos

sujet... Cela veut dire que la connaissance des règles de conformité n'implique pas la compétence pour formes des représentations, mais seulement celle pour les reconnaître.

³⁶ Le traitement d'une représentation est la transformation de cette représentation dans le registre même où elle a été formée. Le traitement est une transformation interne à un registre. La paraphrase et l'inférence sont des formes de traitement en langue naturelle. Le calcul est une forme de traitement propre aux écritures symboliques (calcul numérique, calcul algébrique, calcul propositionnel...) La reconfiguration est un type de traitement particulier pour les figures géométriques: c'est l'une des nombreuses opérations qui donne au registre des figures son heuristique. L'anamorphose est une forme de traitement qui s'applique à toute représentation figurale... Il y a naturellement des règles de traitement propres à chaque registre. Leur nature et leur nombre varient considérablement d'un registre à l'autre: règles de dérivation, règles de cohérence thématique, règles associatives de cognitivité et de similitude ... Dans le registre de la langue naturelle, il y a paradoxalement un nombre élevé de règles de conformité et peu de règles de traitement pour l'expansion discursive d'un énoncé complet.

que diminuam ao máximo as dificuldades que se possa ter em relação à representação escolhida para trabalhar.

No estudo da porcentagem, pode-se ter uma representação fracionária, decimal ou percentual que envolvem respectivamente tratamentos fracionários, decimais ou de porcentagem ($1/10 = 10/100 = 0,1 = 10\%$). Aí está a prova que os tratamentos estão vinculados a forma de representar o objeto matemático.

3 - "A conversão de uma representação é a transformação desta representação em uma representação de um outro registro para conservar a totalidade ou parte somente do conteúdo da representação inicial. A conversão é uma transformação externa ao registro de partida (registro de representação por converter). A ilustração é a conversão de uma representação lingüística em uma representação figural. A tradução é a conversão de uma representação lingüística dentro de uma linguagem dada por uma representação lingüística de uma outra língua ou de outro tipo e linguagem. A descrição é a conversão de uma representação não verbal (esquema, figura, gráfico) em uma representação lingüística" (DUVAL, 1993 p. 42)³⁷.

A conversão é uma transformação externa ao registro e consiste em mudar a forma de representar o objeto, isto é, passar de um registro para outro conservando total ou parcialmente o conteúdo representado. Como a conversão é uma atividade cognitiva e independente daquela de tratamento e exterior ao registro de partida, o sujeito pode efetuar a mesma operação com sistema fracionário e decimal ou percentual e não pensar, ou até optar pela conversão dos registros. Ela exige que o sujeito estabeleça a diferença entre o sentido (significado, que corresponde ao conceito ou ação) e a referência, os símbolos ou os signos (significante, que corresponde à forma, provido de significação).

A ação de codificar e a interpretação são duas atividades muito próximas da conversão, mas não podem ser confundidas com ela. A ação de codificar consiste na transcrição de uma representação em um sistema semiótico a outro também semiótico

³⁷ La conversion d'une représentation est la transformation de cette représentation en une représentation d'un registre en conservant la totalité ou une partie seulement du contenu de la représentation initiale. La conversion est une transformation externe au registre de départ (le registre de la représentation à convertir). L'illustration est la conversion d'une représentation linguistique dans une représentation figurale. La traduction est la conversion d'une représentation linguistique dans une langue donnée en une représentation linguistique d'une autre langue ou d'un autre type de langue. La description est la conversion d'une représentation non verbale (schéma, figure, graphe) en une représentation linguistique.

diferente daquele onde ela é dada. A interpretação implica na mudança do quadro teórico ou de contexto, mas não na mudança de registro.

Sinteticamente podemos dizer que a **representação identificável** exige a escolha de características e informações no conteúdo a ser representado; o **tratamento** se estabelece na compreensão das regras de formação das representações e a **conversão** consiste na transformação de um registro em outro.

É importante observar que dessas três atividades cognitivas ligadas a semiósis no ensino da matemática, normalmente só se leva em consideração a formação de representações e os tratamentos necessários em cada representação. No entanto, só a conversão das representações é capaz de formar as representações em registros diferentes e de efetuar os tratamentos sobre as representações, isto é, a conversão garante a conceitualização, ou seja, a apreensão do objeto matemático. Isto posto, não basta o sujeito resolver uma operação, utilizando-se, para isso, de recursos como material concreto, símbolos ou mesmo desenhos se não coordenar estes procedimentos no tratamento aritmético, nos problemas, envolvendo esta operação ou em outro registro de representação qualquer. A determinação de várias representações de um mesmo objeto matemático não garante a apreensão, mas sim, a coordenação entre vários registros de representação (noésis).

2.4 - COORDENAÇÃO ENTRE OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO

O funcionamento do pensamento humano está intimamente ligado à representação (semiósis) e a conceitualização (noésis). Da coordenação noésis/semiósis, podemos elencar duas características fundamentais do pensamento humano:

- 1 - **A utilização de vários registros de representação** propicia o desenvolvimento do conhecimento humano e possibilita a criação de novos sistemas semióticos, a exemplo da evolução nos sistemas de numeração utilizados pela humanidade no decorrer dos tempos.
- 2 - **O progresso dos conhecimentos** é oriundo da criação e desenvolvimento de novos e específicos sistemas semióticos, resultado do trabalho com vários registros de representação. A criação de novos registros está diretamente relacionado às necessidades da espécie humana. Daí, as diferentes bases no sistema de numeração, os números fracionários, decimais a porcentagem e tantas outras criações.

Em relação à coordenação dos registros, DUVAL (1996), afirma que essa coordenação,

"não é somente suficiente que tenha um desenvolvimento para cada registro. É preciso igualmente que os diferentes registros que o sujeito dispõe, ou que se ensina se esforce em fazer adquirir a coordenação, (por exemplo o registro da escrita algébrica). Esta coordenação é a condição para o domínio da compreensão na medida em que ela é a condição para uma diferenciação real entre os objetos matemáticos e sua representação: ela se manifesta pela capacidade de reconhecer duas representações diferentes das representações de um mesmo objeto. Ela se constitui no limiar da ultrapassagem na troca radicalmente de atitude frente a um tipo de atividade ou frente a uma disciplina: o sujeito tem consciência de ultrapassar o limiar, de adquirir um poder de iniciativa e de controle no desenvolvimento dos procedimentos." (DUVAL, 1996 p. 365).³⁸

³⁸ Il ne suffit qu' il y ait un développement de chaque registre. Il faut également que les différents registres dont le sujet dispose, ou que l' enseignement s' efforce de lui faire acquérir (par exemple, celui de l'écriture algébrique), se coordonnent. Cette coordination est la condition pour la maîtrise de la compréhension dans la mesure où elle est la condition pour une différenciation réelle entre les objets

A importância da coordenação dos registros de representação semiótica para o funcionamento do pensamento humano reside, segundo DUVAL (1993), em três posições:

- **Custos de tratamento** – “se refere ao funcionamento de cada registro tal qual ele é conscientemente vivido nos tratamentos das representações”³⁹. Isto nos diz que a existência de vários registros permite a troca entre esses registros e essa troca é salutar à compreensão conceitual, além de propiciar a economia de tratamento. (DUVAL, 1993 p. 48).
- **As limitações representativas específicas a cada registro**, “mais semiótica, supõe uma comparação de diferentes modos de representação de um mesmo objeto”⁴⁰ (DUVAL, 1993 p. 49).
- **Condição necessária de uma diferenciação entre representante e representado**. “Ela propõe uma proximidade desenvolvimental da atividade cognitiva nas disciplinas ou o recurso com uma pluralidade de registros é fundamental”⁴¹ (DUVAL, 1993 p. 49 - 50).

Explicitando cada uma dessas três posições:

... a **economia de tratamento**. "A existência de muitos registros permite a troca de registros, e essa troca de registro até para fim de permitir o sujeito efetuar os tratamentos de uma forma mais econômica e mais poderosa.... As relações entre os objetos podem ser representadas de maneira mais rápida, e mais simples de compreender, quando das formulações literais que quando das frases, ... De um modo mais geral, em matemática, a economia do tratamento (perceptivo ou algorítmico) é geralmente antecipação com encontro da língua natural. A suspeita latente com a consideração da língua natural em matemática encontra ali sua origem real."⁴² (DUVAL, 1993 p. 48-9).

mathématiques et leur représentation: elle se manifeste par la capacité de reconnaître dans deux représentations différentes des représentation d' un même objet. Elle constitue un seuil dont le franchissement change radicalement l' attitude vis à vis d' un type d' activité ou vis à vis d' une discipline: le sujet a conscience de franchir un seuil, d' acquérir un pouvoir d' initiative et de contrôle dans le déroulement des démarches.

³⁹ Elle se réfère au fonctionnement de chaque registre tel qu'il est consciemment ressenti dans le traitement des représentations.

⁴⁰ Plus sémiotique, suppose une comparaison de différents modes de représentation d'une même objet.

⁴¹ Elle suppose une approche développementale de l'activité cognitive dans les disciplines où le recours à une pluralité de registres est fondamental.

⁴² L'existence de plusieurs registres permet de changer de registre, et ce changement de registre a pour but de permettre d'effectuer des traitements d'une façon plus économique et plus puissante. (...) les relations

Em outras palavras, podemos dizer que a escrita dos números e as noções algébricas têm um **custo de memória** da linguagem natural para os tratamentos do tipo cálculo onde a economia em um tratamento reside na aproximação entre a língua natural e o tratamento matemático. Ilustrando, se no estudo de porcentagem tem-se o enunciado: dez por cento. Temos várias maneiras de representar, veja: 10%; 10/100, são formas mais econômicas de representação e se aproxima da língua falada. No entanto, podemos representar também assim.: 0,1 ou 10^{-1} embora essas duas representações exijam um custo de memória maior, uma vez que necessitam de conhecimentos e tratamentos mais aprofundados. Além disso, tem-se outras formas de representar, a exemplo das representações gráficas, numéricas, tabelas.

... a complementaridade de registros. "... a natureza do registro semiótico que é escolhido para representar um contexto (objeto, conceito ou situação) impõe uma seleção dos elementos significativos ou informações do conteúdo que representa. Esta seleção se faz em função das possibilidades e das descrições semióticas do registro escolhido. Uma linguagem não oferece as mesmas possibilidades de representações que uma figura ou que um diagrama. Isto quer dizer que toda a representação é cognitivamente parcial em relação ao que ele representa e que de um registro a um outro não são os mesmos aspectos do conteúdo de uma situação que são representadas" (DUVAL, 1993 p. 49)⁴³.

Uma vez que toda a representação é cognitivamente parcial em relação ao objeto a ser representado, a complementaridade entre os registros se torna fundamental uma vez que a possibilidade de conversão entre os registros garante ao sujeito perceber os vários aspectos do conteúdo representado, ou seja, obter a conceitualização (noésis). Como cada registro de representação possui uma especificidade própria, é exatamente a complementaridade entre os registros de representação escolhidos para representar um objeto, que exige de quem coordena a ação pedagógica (neste caso o professor) o

entre des objets peuvent être représentés de façon plus rapide, et plus simple à comprendre, par les formules littérales que par des phrases, (...) D'une façon plus générale, en mathématique, l'économie de traitement (perceptif ou algorithmique) est généralement avancée à l'encontre de la langue naturelle. La méfiance latente à l'égard de la langue naturelle en mathématique trouve là son origine véritable.

⁴³ La nature du registre sémiotique qui est choisi pour représenter un contenu (objet, concept ou situation) impose une sélection des éléments significatifs ou informationnels du contenu que l'on représente. Cette sélection se fait en fonction des possibilités et des contraintes sémiotiques du registre choisi. Un langage n'offre pas les mêmes possibilités de représentation qu'une figure ou qu'un diagramme. Cela veut dire que

trabalho com vários registros de representação de um mesmo objeto, a fim de que o educando tenha condições de conceitualizar esse objeto.

... a **conceptualização** "implica uma coordenação de registros de representações. Nessa perspectiva são levantadas duas hipóteses:

1 – Se o registro de representação é bem escolhido, as representações do registro são suficientes para permitir a compreensão do conteúdo conceitual representado.

2 – A compreensão (integrativa) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação, e esta coordenação se manifesta pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão"⁴⁴ (DUVAL, 1993 p. 50 -1).

A fim de que ocorra aprendizagem, é de fundamental importância a consideração das duas hipóteses levantadas por DUVAL (1993), uma vez que elas apontam para o processamento da aquisição de qualquer conhecimento, assim como é importante identificar quais os registros de representação são significativos para a aquisição do conhecimento de porcentagem. A aquisição de um dado conhecimento exige, no mínimo, o trabalho com “dois registros de representação” para um mesmo objeto em estudo e estes registros precisam ser significativos em relação ao objeto. “Quanto mais natural ocorrer a conversão entre esses dois registros, maior a possibilidade de ocorrer aprendizagem com significado” (NEHRING, 1996 p. 63).

toute représentation est cognitivement partielle par rapport à ce qu'elle représente et que d'un registre à un autre ce ne sont pas les mêmes aspects du contenu d'une situation qui sont représentés.

⁴⁴ La conceptualisation implique une coordination de registres de représentation. (...) On peut la formuler de la façon suivante:

Hypothèse 1: si le registre de représentation est bien choisi, les représentations de ce registre sont suffisantes pour permettre la compréhension du contenu conceptuel représenté.

Hypothèse 2 : La compréhension (intégrative) d'un contenu conceptuel repose sur la coordination d'au moins deux registres de représentation, et cette coordination se manifeste par la rapidité et la spontanéité de l'activité cognitive de conversion.

Capítulo III

INVESTIGANDO A REALIDADE

3.1 - A PORCENTAGEM NOS LIVROS DIDÁTICOS⁴⁵

A análise dos livros didáticos procura identificar os registros de representação inerentes à compreensão do conceito de porcentagem sob o enfoque da pesquisa que ora estamos desenvolvendo. Procuramos focar os registros de representação presentes em 06 (seis) obras (livros didáticos) de 6ª série do Ensino Fundamental. Esses livros são distribuídos pela FAE - Fundação de Amparo ao Estudante, e estão presentes na maioria das Unidades Escolares da Rede Pública.

O autor da primeira obra analisada (BIANCHINI), utiliza informações fornecidas por anúncios comerciais para introduzir o estudo de porcentagem ("Grande liquidação. Desconto de 30%"). Trabalha com a idéia de porcentagem na tentativa de compreender a taxa percentual estabelecendo relação com a centena. Define razão centesimal como sendo "toda razão de conseqüente 100", transformando-a em números decimais chegando à representação na forma percentual. Nessa obra, o autor trabalha com os registros de representação na forma de razão centesimal (fração), na forma de números decimais e no registro de representação na forma de percentual. Evidencia-se a

⁴⁵ 1 – BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática**, 6ª série, 2ª Ed. Moderna p. 105-7

2 – NETTO, Scipione di Pierro. **Matemática e Conceitos Históricos**. 6ª série. São Paulo. Scipione. 1991. P. 156-9 ;

3 – JAKUBOVIC, José . LELLIS, Marcelo. **Matemática na medida certa**. 6ª série. 2ª ed. São Paulo. Scipione. 1995. p. 176-8 ;

4- ALVES, Linaldo José Malveira. **Matemática Fácil**. 6ª série. 7ª Ed. São Paulo. Ática. 1994. p. 154-6 ;

5 – IEZZI, Gélson. DOLCE, Osvaldo. MACHADO, Antônio. **Matemática e realidade**. 6ª série. 2ª ed. São Paulo. Atual. 1991. p. 161-4

6 – INMENES, Luís Márcio. LELLIS, Marcelo. **Matemática**. 6ª série. 1ª ed. São Paulo. Scipione. 1998. P.219-30 ;

utilização do registro de representação semiótica numérico. Nessa obra o significado operatório adotado refere-se à proporção, com procedimento pela regra de três (BIANCHINI p. 105).

NETO, autor da Segunda obra analisada também introduz o estudo de porcentagem utilizando informações de anúncios. ("Vende-se tênis: desconto de 50%"). Trabalha a idéia de porcentagem dando significado a taxa percentual, isto é, procura focar o sentido. Afirma que a taxa percentual pode ser indicada na forma de fração centesimal e que as taxas percentuais são taxas centesimais, uma vez que "expressam a razão que existe entre uma grandeza e 100 elementos do universo dessa grandeza". Utiliza os registros de representação na forma de razão centesimal (fração) e forma percentual, fazendo a conversão da fração centesimal para percentual e vice-versa. Na atribuição do significado operatório utiliza a regra de três, ou seja, trata a porcentagem como proporção. A partir da regra de três, deduz a fórmula $p = C \times i / 100$, onde p = porcentagem (parte); C = quantidade total; i = taxa percentual. Essa fórmula serve como modelo matemático para resolução de situações problemas que envolvem porcentagem. Essa obra enfatiza a utilização de registro de representação semiótica numérico (NETO, 1991 p. 156).

Os autores da terceira obra analisada (JAKUBOVIC & LELLIS) iniciam o estudo de porcentagem com uma situação problema, abordando a porcentagem a partir da proporção. Definem porcentagem como "qualquer razão a/b , na qual o número b é igual a 100". Representa a porcentagem na forma de percentual, fração centesimal e decimal. (JAKUBOVIC & LELLIS, 1995 p. 176).

Para calcular uma porcentagem (quanto valem 17% de R\$ 420) utilizam, no primeiro momento, a regra de três; no segundo momento transformam a taxa percentual em fração centesimal seguida a multiplicação pela quantidade de transformação e no terceiro momento transformam a taxa percentual em decimal, multiplicando pela quantidade inicial. Na resolução de problemas o mais usual é a regra de três. Nessa obra, a utilização do registro de representação semiótica numérico também é enfatizado (JAKUBOVIC & LELLIS, 1995 p. 177).

ALVES, autor da Quarta obra analisada, trabalha com os dados de uma pesquisa sobre a preferência de 100 pessoas, em relação a três programas de televisão. Conceitua razão a partir da relação entre os dados da pesquisa. Para ALVES, "a relação entre duas grandezas é conhecida como razão" e a "razão entre dois números é o

quociente do primeiro pelo segundo, numa mesma unidade de medida, com o segundo diferente de 0". Escreve-se " a/b ou $a : b$ " e lê-se "a está para b (a e b são termos da razão)". O autor introduz, ainda, o conceito de porcentagem a partir do conceito de razão centesimal. Efetua conversão do registro de representação de razão centesimal (fração) para percentual. Analisa o termo porcentagem a partir de sua origem histórica, origem latina - per e cento - e significa por um cento. Informa que o símbolo % foi utilizado pela primeira vez por um comerciante inglês no século XVII, para registrar os cálculos que efetuava em suas transações comerciais. (ALVES, 1994 p. 152).

Segundo ele, "Qualquer razão pode ser representada na forma percentual. Basta dividir o numerador pelo denominador e transformar o quociente em razão centesimal". Faz a conversão entre registros de representação semiótica numérico, passando do registro de representação fracionário para decimal, razão centesimal chegando ao percentual.

ALVES diz que "da mesma forma, uma forma centesimal pode ser representada na forma razão. Para isso, escrevemos a razão centesimal correspondente e a simplificamos quando possível". Faz o retorno nos registros de representação, isto é, do registro de representação porcentual, converte para razão centesimal e em seguida para o registro fracionário correspondente (ALVES, 1994 p. 154-5).

Ao tratar do significado operatório, utiliza da conversão de um registro de representação porcentual para razão centesimal e em seguida para uma fração ou decimal, efetuando um tratamento multiplicativo com a quantidade total explícita no enunciado da questão.

O autor escreve que o significado do vocábulo "**porcentagem** ou **percentagem** vem do latim - **per e cento** - e significa **por um cento**". Os numerais 5% e 4% são **taxas centesimais** ou **taxas percentuais** e expressam a razão que existe entre uma grandeza e 100 elementos do universo dessa grandeza, na mesma unidade de medida (ALVES, 1994 p. 154).

Na obra 5, IEZZI, DOLCE & MACHADO iniciam o estudo de porcentagem com a idéia de fração enfatizando "que cada número racional pode se representado por muitas frações, todas equivalentes entre si". Transformam número racional em decimal e decimal e fração. Estabelecem relação entre número racional e fração centesimal, transformando-as em decimais. Da razão centesimal, convertem em taxa porcentual. Utilizam figuras geométricas transformando-as em números racionais e decimais e em

seguida para porcentagem. Esta obra faz menção a dois registros de representação semiótica diferentes: numérico e geométrico (IEZZI, DOLCE & MACHADO, 1991 p. 161).

INMENES & LELLIS, autores da Sexta obra analisada, iniciam o estudo de porcentagem a partir da fala de pessoas calculando 15% de 300:

Primeira pessoa:

- "15% de 300? Acho 1% dividindo 300 por 100. Dá 3. Aí, multiplico por 15. Dá 45."

(INMENES & LELLIS, 1998 p. 219)

Segunda pessoa:

- "Acho 10% dividindo 300 por 10. Dá 30. 5% é a metade. Dá 15. 15% é 30 mais 15. Dá

45." (INMENES & LELLIS, 1998 p. 219)

Em seguida apresenta mais duas maneiras de efetuar o cálculo fazendo a seguinte observação: "Primeiro, observe que **um cento** é igual a cem. Por isso, quinze por cento é 15 em 100, o que corresponde à fração 15/100." (INMENES & LELLIS, 1998 p. 219).

Terceira pessoa:

- "Veja, então, o cálculo.

15% de 300 é 15/100 de 300 ou 15/100 x 300

$15/100 \times 300 = (15 \times 300) : 100 = 15 \times 3 = 45.$

Conclusão: 15% de 300 é 45." (INMENES & LELLIS, 1998 p. 219)

"Outra maneira de efetuar o mesmo cálculo é usar um número decimal no lugar da fração. Como você já sabe, $15/100 = 0,15.$ " (INMENES & LELLIS, 1998 p. 220)

Quarta pessoa:

- "Observe o outro método.

$15\% \text{ de } 300 = 0,15 \times 300 = 45$

Conclusão: 15% de 300 é 45" (INMENES & LELLIS, 1998 p. 220).

Esses autores utilizam os registros de representação numérico, na forma percentual convertendo-os para fração centesimal e em seguida para decimal. Os exemplos procuram enfatizar o sentido, no entanto parece ser um tanto confuso uma vez

que não retoma o processo da conversão, mostrando a equivalência entre $15/100$; $0,15$ e 15% .

Desenvolvendo o exemplo utilizado pelo autor, através da proporção, teríamos então:

- 15% significa 15 unidades de cada 100 unidades, então, de 100, tem-se 15;
- de 200 tem-se 30;
- de 300 tem-se 45.

Dessa forma ter-se-ia o sentido indicando que cada quantidade inicial corresponde a uma quantidade transformada. Poder-se-ia apresentar através de uma tabela:

Quant. inic.	Quant. transf.
100	15
200	30
300	45

O sentido permite que o sujeito passe a perceber o significado da taxa percentual no contexto, ou seja, no universo em que ela é dada. Muitas vezes a quantidade inicial coincide com o universo e dela depende a quantidade de transformação, que é a porcentagem, obtida através da avaliação da taxa percentual. Observando os dados da tabela, é possível perceber que há uma relação diretamente proporcional entre a quantidade inicial e a quantidade de transformação, ou seja, à medida que aumenta a quantidade inicial, também aumenta a quantidade de transformação.

3.1.1 - Considerações em relação aos livros didáticos

Todos os livros didáticos de Sexta série analisados trabalham a porcentagem utilizando-se das representações por razão centesimal e taxa percentual, mostrando a equivalência entre si.

Normalmente, o estudo de porcentagem no livro didático aparece como um dos últimos conteúdos, depois que os alunos estudaram os números inteiros, números relativos, decimais e proporção, subentendendo que esses são pré-requisitos, embora não apareça de forma explícita.

Em relação ao significado operatório, é possível perceber que os autores lançam mão de recursos como a regra de três (obra 1); a utilização de regra de três e a dedução da fórmula de porcentagem $p = c.i / 100$ (obra 2); regra de três e a multiplicação entre fração centesimal e inteiro, decimal e inteiro (obra 3); multiplicação entre fração decimal e inteiro, inteiro e fração centesimal (obra 4); não estabelece nenhum tratamento (obra 5); multiplicação entre fração centesimal e inteiro, inteiro e decimal (obra 6). Nenhuma das obras analisadas trabalha com potência de base 10.

De maneira geral, os autores dessas obras não tratam de forma sistemática a porcentagem enquanto proporção.

A partir da definição de porcentagem presente nos livros didáticos, é possível perceber que os tratamentos mais frequentes estão relacionados a razão centesimal, isto é, "toda razão de conseqüente 100", de forma geral essas razões são expressas na forma fracionária $a/100$ (portanto em registros de representação fracionário), onde "a" é o antecedente (BIANCHINI p. 105).

O tratamento decimal é encontrado em quase todas as obras analisadas, mas na maioria das vezes ele é oriundo da conversão de uma razão centesimal (basta dividir o antecedente pelo conseqüente 100). Outras vezes, o tratamento decimal tem origem no tratamento fracionário, isto é, ele decorre da conversão do registro de representação fracionário para o registro de representação decimal.

A representação na forma percentual é o que aparece em todas as obras analisadas, mas nem todas indicam que a origem do termo "percentual" está relacionado a centena.

O registro de representação geométrico (linear, bidimensional e tridimensional) aparece somente nas obras 5 e 6.

As três primeiras obras analisadas fazem uso do tratamento proporcional, (embora não o enfatizam), utilizando-se da regra de três para atribuir o significado operatório.

A obra 2 utiliza um modelo matemático, isto é, faz o uso da fórmula $p = c \cdot i / 100$, onde p = porcentagem; c = quantidade principal e i = taxa percentual (NETTO, 1991 p. 159).

Esse modelo é extraído da generalização de uma situação problema. Para chegar ao modelo, faz uso das ferramentas matemáticas de proporção e regra de três. Apenas a aplicação de fórmulas não garante que o aluno adquira o entendimento do sentido, o que torna uma ação mecânica que não garante a aprendizagem, isto é, a conceituação de porcentagem. É bem verdade que o modelo facilita na resolução de situações problemas, mas ao se tratar da educação matemática, inerente ao processo ensino/aprendizagem, o aluno necessita compreender o sentido para então utilizar tratamentos matemáticos que lhe permitam resolver coerentemente as situações propostas pelo professor e/ou selecionadas por ele.

Acreditamos que os livros didáticos devem abordar a porcentagem enquanto proporção, levando em consideração o sentido, o significado operatório e as aplicações, utilizando-se para isso de diferentes registros de representação semiótica com seus respectivos tratamentos e conversões.

3.2 - QUESTIONÁRIO/ENTREVISTA REALIZADO COM PROFESSORES

No dia 21 de fevereiro de 2000, durante o primeiro encontro do ano letivo dos professores da Escola de Educação Básica Professora Júlia Miranda de Souza, realizou-se a aplicação do questionário/entrevista com os nove professores de matemática da referida Unidade Escolar. O questionário/entrevista (anexo I) tem por objetivo coletar informações sobre a área de atuação; da carga horária de trabalho semanal; do tempo de serviço no magistério; da formação; das concepções, dificuldades, relações e abordagens que os professores fazem ao tratar de porcentagem. No primeiro momento, conversou-se com os professores de Matemática sobre a importância de se discutir o Ensino da Matemática que vem sendo praticado, em seguida explicou-se os objetivos desse questionário/entrevista. Prontamente os professores assumiram o compromisso de responder o questionário. Levaram o questionário para que as questões fossem respondidas. Duas semanas depois, os nove professores devolveram o questionário devidamente respondido.

Para melhor entender e compreender o perfil dos professores de Matemática envolvidos nessa pesquisa, optou-se por dividir o questionário/entrevista em três blocos. O primeiro, engloba as questões 1 a 6 e tem por objetivo coletar informações referentes à rede de ensino em que o professor atua; à carga horária de trabalho semanal do professor; o tempo de serviço prestado ao magistério; à formação do professor. O segundo bloco congrega as questões 7 a 14 e tem por objetivo identificar a concepção de professor; o sentido que o professor atribui à porcentagem; as dificuldades do professor ensinar porcentagem; as abordagens efetuadas pelo professor ao ensinar porcentagem; as relações que os professores estabelecem entre a porcentagem e outros conteúdos matemáticos; a definição de porcentagem efetuada pelos professores; e como esses professores trabalham a porcentagem em sala de aula. O terceiro bloco é constituído por três situações problemas (questões 15, 16 e 17) que necessitam da porcentagem a fim de se obter as respostas aos questionamentos. Este bloco tem por objetivo identificar o sentido e o significado social apresentado nas abordagens dadas pelos professores.

Em função de que os objetivos do questionário/entrevista nos fornecerá informações sobre o perfil dos professores e este não é o foco de nossa pesquisa, optamos por fazer a análise qualitativa. A análise qualitativa obedecerá a seguinte sistemática:

- identificação do bloco;
- apresentação dos objetivos das questões que compõem o bloco;
- análise das respostas fornecidas pelos professores;

PRIMEIRO BLOCO

Este bloco congrega as questões 1 a 6 e tem por objetivo coletar informações:

- da(s) rede(s) de ensino em que o professor atua;
- da carga horária de trabalho semanal do professor;
- do tempo de serviço prestado ao magistério;
- da formação *do professor*.

O primeiro bloco indica que a maioria (06) dos professores pesquisados atua em outra Rede de Ensino e esta é uma realidade para muitos professores da Rede Estadual de Ensino do Estado de Santa Catarina. As informações que nos foram prestadas dão conta que seis dos entrevistados trabalham mais de 40 horas semanais. Dos seis professores que atuam em outra Rede de Ensino, quatro, atuam na Rede Municipal.

Embora a maioria dos professores trabalhem mais de 40 (quarenta) horas semanais, a maioria leciona Matemática. De alguma forma, isso facilita a preparação do material para ministrar as aulas. Por outro lado, esta condição impõe ao professor o aprofundamento em apenas uma das áreas do conhecimento, o que impossibilita um maior aprofundamento em relação à transdisciplinaridade. Apenas 02, dos pesquisados atuam em outra área do conhecimento (Química e Física), que de alguma forma estão intimamente relacionadas com a Matemática.

Outro fator que chama a atenção nesse bloco, diz respeito à formação, qualificação e experiência profissional. Os dados revelam que 07 pesquisados possuem mais de cinco anos de tempo de serviço prestado ao Magistério e que a grande maioria, ou seja 06, possuem curso superior na área. Talvez essa realidade não seja a mesma de outras Unidades Escolares e embora isso não garanta experiência e qualidade, indica

que se tem grandes possibilidades de avançar no processo pela luta em prol da melhoria da qualidade de ensino. Essas informações indicam também que, apesar das dificuldades, os profissionais da educação buscam capacitação e qualificação profissional, o que mostra vontade de superação da problemática na qual está inserido o processo educacional.

SEGUNDO BLOCO

O segundo bloco congrega as questões 7 a 14 e tem por objetivo identificar:

- a concepção de professor;
- o sentido que o professor atribui a porcentagem;
- as dificuldades do professor ensinar porcentagem;;
- as abordagens efetuadas pelo professor ao ensinar porcentagem;
- As relações que os professores estabelecem entre a porcentagem e outros conteúdos matemáticos;
- a definição de porcentagem, dada pelos professores;
- a forma de abordagem utilizada pelos professores ao trabalhar porcentagem.

Quanto à função do professor em sala de aula, é interessante a fala do entrevistado 06, que situa o professor enquanto mediador no processo ensino-aprendizagem. Segundo esse entrevistado, "O papel fundamental do professor em sala de aula é ser o mediador entre o conhecimento historicamente produzido e sistematizado e aquele adquirido pelo aluno em situações que não envolvam a atividade na escola". Esta afirmativa é muito rica na medida em que leva em consideração o conhecimento prévio que o aluno possui acerca de determinado tema, assunto ou conteúdo.

Por outro lado, a maioria dos professores possuem a concepção de ensino enquanto transmissão de conhecimentos, desta forma contribuem com a manutenção dos dogmas e a linearização do ensino da matemática. Isto é, "A matemática ainda é vista como uma ciência exata-pronta e acabada, cujo ensino e aprendizagem se dá pela memorização ou por repetição mecânica de exercícios de fixação, privilegiando o uso de regras e macetes". Dessa forma, o aluno acaba recebendo um conteúdo pronto, acabado, estanque, dogmático, fora de seu contexto e desprovido de significado (Proposta Curricular de SC, 1997, p. 68).

Todos os entrevistados dizem que é importante trabalhar porcentagem com os alunos porque "a porcentagem está presente no dia a dia de todos nós" e sete entrevistados atrelam essa importância às questões econômicas. Já o entrevistado 06 coloca que sem ela, a porcentagem, "...não teríamos conhecimento da realidade existente nos mais variados campos, dentro do país e fora dele". Esta fala mostra a preocupação de alguns professores em discutir a problemática social, ao trabalhar porcentagem em sala de aula. Os dados apresentados na questão nove, não condizem com as informações prestadas na questão onze, quando todos os entrevistados dizem que é importante estabelecer relação entre a porcentagem e as situações político-econômico-sociais do País e do Mundo e apenas dois atentam para essa relação ao tratar da questão nove. Por outro lado, a questão dez indica que 04 entrevistados abordam a porcentagem sempre que for necessário, independente de série ou grau de escolaridade. (Entrevistado 05).

Perguntamos aos entrevistados se eles estabelecem alguma relação entre a porcentagem e algum outro conteúdo matemático; 08 afirmaram que estabelecem. De maneira geral, as relações acontecem com o estudo de: "fração, razão, proporção, juros, descontos, taxas, números relativos, geometria, índices, coeficientes e probabilidades". Isso indica que é possível conceber a porcentagem enquanto proporção.

Ao tratar das dificuldades em ensinar porcentagem, os entrevistados atentaram para o conteúdo e não em relação a metodologia de abordagem, daí porque a grande maioria afirma não encontrar dificuldades. Apenas um dos entrevistados apontou que possui dificuldades em ensinar problemas.

Quando solicitamos que relatassem e exemplificassem como trabalham a porcentagem em sala de aula, a maioria colocou que partem de situações cotidianas "... através da utilização de um tema, como por exemplo, a inflação e as taxas de juros que o banco pratica na atualidade". (Entrevistado 01).

Cinco entrevistados definem porcentagem como sendo uma "razão centesimal". No entanto quatro entrevistados atentaram por definir porcentagem relacionada a determinadas situações a exemplo de situações econômicas.

TERCEIRO BLOCO

O terceiro bloco é constituído por três situações problemas (questões 15, 16 e 17) que necessitam da porcentagem a fim de se obter as respostas aos questionamentos.

Este bloco tem por objetivo identificar: o sentido e o significado social apresentado nas abordagens de porcentagem, dadas pelos professores.

Observando os dados fornecidos pelos entrevistados, é possível perceber que o enfoque matemático atribuído às questões 15, 16 e 17, fazem pouca referência numa perspectiva de análise política da situação e/ou pelo menos atentam em analisar aspectos numa perspectiva social.

Ao questionarmos sobre as discussões que os professores poderiam abordar ao trabalhar a questão 15, algumas falas nos chamam a atenção, a exemplo do entrevistado 06, quando diz que "não podemos afirmar qual dos dois (políticos) foi mais empreendedor, por não conhecer os recursos e verbas destinados a cada administração e suas prioridades, afinal asfaltar ruas em um determinado momento pode não ser a coisa mais importante para aquele município". Essa fala atenta para dois elementos importantes, a exemplo das "verbas" e das "prioridades" de cada administração. Outras falas também remetem ao questionamento da real função do político, a exemplo do entrevistado 07 e na fala do entrevistado 09, quando coloca "Que além de asfaltar ruas, (o que é muito importante), os políticos deveriam preocupar-se com problemas mais urgentes como saúde, educação, desemprego ...". Embora essas informações não condizem com a abordagem dada ao questionamento sobre qual dos dois (políticos) foi o mais empreendedor, elas merecem ser levadas em consideração em função do caráter social que as permeia. O entrevistado 04, ao afirmar que a porcentagem "é o valor que respeita a quantidade tomada de outra proporcionalmente a uma taxa", implicitamente evoca o sentido e aponta para o significado operatório, tratando a porcentagem enquanto proporção.

Ao analisar as informações prestadas pelo Jornal da Globo sobre o índice de acidentes, apenas 02 entrevistados atentaram para os fatores que interferem nesses índices, a exemplo da fala do entrevistado 06, quando afirma que embora "os homens representam o maior número de motoristas do Brasil, mas isso não justifica a taxa de 88% de envolvimento nos acidentes automobilísticos. No Brasil falta ao homem, aquilo que as mulheres fazem quando estão no volante, respeitar as leis, dirigir com cuidado e muita cautela". Quatro entrevistados se ativeram aos números, o que indica a preocupação centrada no caráter matemático da questão. Três se ativeram as questões de quem dirige melhor, o que indica preocupação com a competitividade, o que não é o caso. Na fala do entrevistado 09 fica transparente a questão feminista, quando afirma

"Que realmente as mulheres são melhores motoristas ...". Nenhum dos entrevistados mencionou a ausência da amostragem na informação prestada, assim como não mencionaram a discussão relativa as questões de Gênero, tratada como um dos Temas Transversais dos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Em relação a questão 17, é interessante perceber que sete entrevistados se preocuparam com as questões relacionadas ao consumo, a exemplo da fala do entrevistado 03, quando diz que "o problema em si nos dá uma visão e o conhecimento do quanto é importante sabermos lidar com porcentagens e daí tirarmos as vantagens em qualquer negociação". Apenas dois se ativeram a pensar em abordar questões relativas a direitos e deveres do consumidor e isto pode ser verificado na fala do entrevistado 07, "É um bom momento para trabalhar a porcentagem e os direitos do consumidor". O entrevistado 09 faz uma observação interessante, na medida em que chama a atenção para o fato de que "... um dia ele (o aluno) poderá estar tanto numa situação (comerciante) como na outra (consumidor)". Isto leva o aluno a pensar sobre a possibilidade de ser comerciante e não apenas enquanto agente passivo do sistema no papel de consumidor. É importante também salientar que nenhum dos entrevistados destacou o fato de que se uma loja propõe um desconto que nos fascina, significa que desde o princípio ela poderia ter oferecido um preço mais acessível. Aqui reside a importância da compreensão do sentido.

Quando solicitamos que os entrevistados fizessem alguma observação que julgassem necessária, apenas dois se manifestaram na perspectiva de discutir e repensar "a forma de abordar o conteúdo de porcentagem aos alunos". Já sete professores não fizeram nenhuma observação.

3.2.1 - Considerações em relação à visão que os professores possuem referente à porcentagem

O questionário/entrevista e as conversas dos professores apontam a necessidade de um estudo mais aprofundado em torno das concepções de Educação Matemática, no intuito de nos instrumentalizarmos a fim de desenvolvermos um trabalho mais eficiente, na perspectiva da melhoria da qualidade de ensino. Nessa

perspectiva, há que se atentar aos aspectos filosóficos, históricos e sociológicos relativos ao processo educacional brasileiro.

A maioria dos professores que participaram da pesquisa tratam a porcentagem enquanto ferramenta, aplicando-a quase que exclusivamente na resolução de problemas que possuem relação com a economia, não estabelecendo a relação proporção-porcentagem.

Os conteúdos matemáticos são trabalhados na perspectiva de continuidade, fragmentados e muitas vezes descontextualizados. Ao trabalhar porcentagem, a ênfase reside nos aspectos matemáticos.

Pelos estudos feitos até o momento, acreditamos que a utilização de diferentes registros de representação semiótica, o tratamento e a conversão entre esses diferentes registros de representação, levando-se em consideração o sentido, o significado operatório e as aplicações, possibilitam que os sujeitos se apropriem do conceito de porcentagem enquanto proporção e possam aplicar esses conhecimentos na resolução de novas situações.

3.3 - O PRÉ-TESTE

O Pré-Teste foi aplicado no dia 03 de abril de 2000, nos períodos matutino, a alunos de 7ª série do Ensino Fundamental e 1º ano do Ensino Médio; vespertino, a alunos de 6ª série do Ensino Fundamental, da Escola de Educação Básica Professora Júlia Miranda de Souza. Nesse Pré-Teste foram envolvidos 105 alunos, sendo 34 alunos da 6ª série "01", 37 alunos da 7ª série "02" do Ensino Fundamental; e 34 alunos do 1º ano "02" do Ensino Médio. A idade desses alunos varia entre 11 a 16 anos e possuem entre 6 e 11 anos de escolaridade.

Inicialmente conversou-se com os alunos, no sentido de esclarecer os objetivos deste trabalho. Prontamente os alunos comprometeram-se em resolver os problemas propostos. Distribuiu-se o material aos alunos e em seguida fez-se a leitura das questões. Quando os alunos não entendiam o que era solicitado, perguntavam. Concluída a leitura e esclarecidas as dúvidas, os alunos resolviam os exercícios.

Esse instrumento tem por objetivo verificar se os alunos estabelecem o sentido e o significado operatório com registros de representação necessários para resolver situações matemáticas que envolvem porcentagem.

É importante salientar que a exposição dos objetivos do presente trabalho motivou os alunos a resolver os exercícios. Tanto é, que para a maioria, cada obstáculo era encarado como desafio e muitas vezes discutiam com seus colegas, formas de poder resolver o problema e dar resposta ao questionamento feito. Isto é, buscavam entender o *sentido* para então dispensar o *significado operatório* que julgavam necessário à resolução da questão proposta.

Para melhor compreender o *sentido*, o *significado operatório*, e os *registros de representação* mais utilizados e/ou dispensados pelos alunos, apresentar-se-á a questão, em seguida elencar-se-á os objetivos e os critérios estabelecidos para a análise de cada item e/ou questão. Esses critérios de análise servirão de base para a construção das tabelas onde a tabulação demonstrará o que cada turma (série) pesquisada respondeu.

Tanto a análise quantitativa como a análise qualitativa foi feita em três blocos. O primeiro bloco é constituído pelas questões 01 a 04 e nos indica a visão que os alunos possuem sobre porcentagem. O segundo bloco é composto pelos quatro itens da questão 05. Com essa questão é possível perceber se o aluno identifica o sentido, o significado

operatório além dos registros de representação que mais são utilizados. O terceiro bloco congrega as perguntas da questão 06 e nos fornece condições de perceber se o aluno faz a *conversão* de um Registro de Representação para outro; *reconhece* diferentes Registros de Representação, além de ver a porcentagem como instrumento capaz de auxiliar na compreensão e interpretação da realidade que nos cerca.

A apresentação dos dados obedecerá a seguinte sistemática:

- apresentação da questão;
- explicitação da constituição e objetivos da questão;
- explicitação dos critérios de análise;
- apresentação de um quadro em que na primeira coluna encontram-se os critérios de análise e nas demais colunas apresenta-se a tabulação dos dados;

3.3.1 - Primeiro bloco

Este bloco congrega as questões 01 a 04. São questões que nos permite identificar as concepções e as instâncias onde esses alunos entram em contato com a porcentagem.

QUESTÃO 01.

Você já estudou porcentagem? () sim () não

É uma questão objetiva que permite informar se os alunos tiveram ou não a oportunidade de estudar porcentagem em sua trajetória escolar.

QUADRO IV

	6ª série		7ª série		1º ano	
Categorias	N.º de alunos	Porc.	N.º de alunos	Porc.	N.º de alunos	Porc.
Sim	00	0%	26	70%	15	44%
Não	34	100%	11	30%	19	56%

QUESTÃO 02

O que você entende por porcentagem?

É uma questão subjetiva com a qual objetiva-se verificar se os estudantes de 6ª e 7ª séries do Ensino Fundamental e 1º ano do Ensino Médio, compreendem porcentagem.

CRITÉRIOS DE ANÁLISE

- r/c - Alunos que tomam como referência a centena, isto é, tomaram a centena como elemento fundamental, o que pode indicar o entendimento do sentido da porcentagem;
- qt/qi - Alunos que relacionam a quantidade de transformação com a quantidade inicial, o que pode indicar o entendimento do sentido da porcentagem;
- o/r - Estabelecem outras relações;
- n/r - Não responderam;

QUADRO V

Categoria	6ª série		7ª série		1º ano	
	N.º de alunos	Porc.	N.º de alunos	Porc.	N.º de alunos	Porc.
r/c	05	15%	16	43%	16	46%
Qt/qi	03	9%	11	30%	10	30%
O/r	23	67%	08	24%	06	18%
N/r	03	9%	02	3%	02	6%

QUESTÃO 03

Onde você aprendeu porcentagem?

na escola em casa em outro lugar

Esta questão permite identificar onde os alunos aprendem porcentagem, podendo servir de parâmetro para avaliar se a escola cumpre com sua função de promover condições para que os alunos desenvolvam habilidades cognitivas que lhes possibilitem condições de auxiliar na interpretação da realidade que nos cerca.

QUADRO VI

Categorias	6ª série	6ª série	7ª série	7ª série	1º ano	1º ano
	N.º de alunos	Porc.	N.º de alunos	Porc.	N.º de alunos	Porc.
Escola	03	9%	27	73%	15	44%
Em casa	02	6%	07	20%	08	23%
Outro lug.	01	3%	03	7%	07	21%
Não rep.	28	82%	00	0%	04	12%

QUESTÃO 04

Em seu dia-a-dia, onde você vê e/ou usa a porcentagem?

Com esta questão é possível verificar onde os alunos vêm e/ou utilizam a porcentagem em seu dia-a-dia.

CRITÉRIOS DE ANÁLISE

- Mc - Meios de Comunicação, esta categoria de análise compreende televisão, jornal e revistas;
- C/v - Transações Comerciais, está relacionada a aquisição de produtos de consumo, bens móveis ou imóveis;
- Tb - Transações Bancárias, esta categoria está relacionada aos juros, taxas pagas e/ou cobradas pelos bancos;
- U.e. - Utilizam a porcentagem para resolver situações matemáticas propostas pela escola e relacionam a outras áreas do conhecimento a exemplo da geografia;
- S - Salário, alguns alunos identificam o uso da porcentagem no cálculo de salários;

QUADRO VII⁴⁶

Categorias	6ª série	6ª série	7ª série	7ª série	1º ano	1º ano
	N.º de resp.	Porc./34	N.º de resp.	Porc./37	N.º de resp.	Porc./34
Mc	27	80%	20	54%	25	73%
C/v	13	40%	21	56%	30	79%
Tb	04	11%	12	32%	18	53%
U.e.	-	0%	03	8%	05	15%
S	-	0%	03	8%	07	21%

ANÁLISE QUALITATIVA DO PRIMEIRO BLOCO

Observando-se os dados da tabela 01, percebe-se que os alunos da 7ª e do 1º ano já estudaram porcentagem. As respostas dadas pelos alunos de 6ª série, indicam que esses alunos ainda não estudaram porcentagem, mesmo assim tentaram defini-la. Esse resultado indica a necessidade de fazer esse estudo.

A partir das respostas dadas pelos alunos de 6ª série do Ensino Fundamental, na questão 02, é possível perceber que a maioria desses alunos não possui uma noção clara de porcentagem, isto é, não possuem a compreensão do sentido. Isso pode ser verificado nas falas de alguns alunos:

- "é um por cento de alguma coisa";
- "é o por cento de algum cálculo";
- "é uma porção de alguma coisa".

Essa dificuldade é compreensível uma vez que esses alunos ainda não estudaram porcentagem. No entanto, cinco alunos demonstraram que possuem a noção de que a porcentagem uma vez que a relacionaram a centena.

Nas demais turmas pesquisadas, embora o conceito não esteja claro o suficiente para resolver determinadas situações matematicamente, é possível perceber que alguns alunos estabelecem uma relação mais íntima com a centena. Veja algumas falas de

⁴⁶ O percentual de respostas desta questão foi calculado de acordo com o número de respostas dadas pelos alunos.

alunos de 7ª série, ao serem questionados sobre o entendimento que possuem da porcentagem.

- "é uma maneira de dividir as coisas";
- "uma divisão feita por 100";
- "é um número por cem. Ex.: $5/100 = 5\%$ ".

Aqui é possível perceber que alguns alunos possuem noção do sentido da porcentagem, embora ainda precisam evoluir, para então atribuir um significado operatório capaz de resolver matematicamente a questão e respondê-la de acordo com o questionamento feito.

Os alunos do 1º ano do Ensino Médio possuem uma concepção mais clara que os alunos do Ensino Fundamental. Isto pode ser verificado a partir da resposta que alguns alunos emitiram sobre porcentagem.

- "é um todo dividido em várias partes";
- "é uma parte qualquer de um todo";
- "é um cálculo onde 100 é a chave";
- "é uma quantidade de cada cem";
- "é a porção de alguma coisa";
- "é uma estatística, um modo de se controlar algo ou um meio de se lidar com contas, cálculos não exatos".

Embora esses alunos ainda precisam evoluir, isto é, compreender com profundidade o sentido, o significado operatório e as aplicações a fim de adquirir o conceito de porcentagem, possuem uma certa coerência, na medida em que situam a porcentagem relacionada à centena.

A maioria dos alunos que já estudaram porcentagem (7ª série e 1ºano)", indicam que a escola lhes oportunizou os conhecimentos que possuem. Na verdade, esses conhecimentos, como tantos outros, foram abordados de forma insipiente, o que pode ser verificado nas respostas dadas por esses alunos. No 1º ano do Ensino Médio, apenas 30% dos alunos pesquisados demonstram possuir entendimento do *sentido* da porcentagem. As demais questões do Pré-Teste também confirmam essa defasagem. Prova disso é o baixo índice de acertos nas questões que envolvem conhecimentos matemáticos de porcentagem.

Quando perguntamos aos alunos onde vêm e/ou usam porcentagem, a maioria dos alunos de 6ª série fazem referência aos noticiários da televisão e o uso no

comércio, sem maiores informações. Já os alunos de 7ª série e 1º ano estabelecem relação com as transações comerciais, bancárias e aplicação na bolsa de valores, como juros, na compra e venda de produtos e ações; com o salário, referindo-se à comissão e aos cálculos domésticos; com a matemática e as demais áreas do conhecimento, a exemplo da geografia e da estatística.

De maneira geral, é possível perceber que há coerência entre as respostas dadas pelos alunos. Por outro lado, as informações prestadas nos remetem ao desafio de refletir sobre a amplitude de conhecimentos que a porcentagem pode abarcar e servir de elemento capaz de auxiliar na melhoria da qualidade da Educação Matemática, possibilitando ao aluno, condições de interpretar com mais profundidade e clareza as informações que lhes estimulam os órgãos dos sentidos, permitindo-lhes condições de interferir ou não na realidade que nos cerca.

3.3.2 - Segundo bloco

As questões desse bloco permeiam o trabalho de sala de aula e estão presentes nos livros didáticos de matemática de 6ª série. Para resolver essas questões, os alunos precisam identificar as grandezas (quantidades) que a compõem para compreender o *sentido* e atribuir o *significado operatório*, utilizando *registros de representação*. É importante salientar que não necessariamente o aluno tenha que trabalhar dentro do registro de representação dado.

QUESTÃO 05

Resolva as questões a seguir, registrando seus cálculos:

Item a

Calcule 15% de 300.

Para encontrar a quantidade que corresponde ao percentual estipulado, o aluno precisa identificar o *sentido*, isto é, reconhecer o que se está perguntando, para então atribuir o *significado operatório* e adotar os *registros de representação* que possibilitem a solução do problema. É o entendimento do *sentido* que permite atribuir o *significado*

operatório, que possibilitará encontrar a referida quantidade, que é a quantidade de transformação obtida a partir da quantidade inicial. Dito de outra forma, há que se descobrir a quantidade de transformação a partir da quantidade inicial (universo), respeitando o percentual indicado. Neste caso a proporção é o bastante para responder a pergunta feita. Esta questão nos permite verificar se o aluno tem entendimento do sentido e atribui um significado operatório capaz de resolver a questão proposta.

CRITÉRIOS DE ANÁLISE

- Rr.N.Ee.M - Registro de Representação Numérico com Estratégia Escalar pela Multiplicação; Ex.: 15% de 100 é 15, então, $15 \times 3 = 45$
- Rr.N.Ee.As. - Registro de Representação Numérico com estratégia Escalar por Adição Sucessiva; Ex.: 15% de 100 é 15, então, $15 + 15 + 15 = 45$
- Rr.N.T.P. - Registro de Representação Numérico com Tratamento Proporcional; Ex.: 15% de 100 é 15; de 200 é 30 e de 300 é .
- Rr.N.R3 - Registro de Representação Numérico pela de Regra de Três;
- N/r - Não responderam;
- R/e - Resposta Errada;
- O/r - Outras Respostas;
- N.º acertos - Indica o número de alunos que acertaram a questão, isto é, resolveram adequadamente a questão.

QUADRO VIII

Categorias	6ª série		7ª série		1º ano	
	N.º de alunos	Porc.	N.º de alunos	Porc.	N.º de alunos	Porc.
Rr.N.Ee.M.	01	3%	07	18%	16	47%
Rr.N.Ee.As.	02	6%	-	-	01	3%
Rr.N.T.P.	08	23%	-	-	-	-
Rr.N.R3	-	-	05	13%	05	14,5%
N/r	02	6%	01	3%	03	9%
R/e	07	21%	23	63%	04	12%
O/r	14	41%	01	3%	05	14,5%
N.º acertos	11	32%	07	31%	22	64,5%

Item b.

17% corresponde a 51 de uma certa quantidade. Qual é essa quantidade?

Para trabalhar essa questão o aluno necessita identificar a totalidade (quantidade inicial ou de referência) a partir do percentual que corresponde a quantidade dada (quantidade de transformação). Isto é, o aluno precisa identificar a quantidade inicial a partir da quantidade de transformação, respeitando a proporção pré-estabelecida. É o entendimento do sentido, para depois efetuar os registros de representação dando o significado operatório. Este item exige que o aluno mobilize uma maior gama de conhecimentos, uma vez que a questão possui um grau de dificuldade maior em relação ao item "a". No entanto, a aplicação da propriedade fundamental da proporção é suficiente para resolver a questão e responder a pergunta feita.

CRITÉRIOS DE ANÁLISE

- Rr.N.Ee.M - Registro de Representação Numérico com Estratégia Escalar pela Multiplicação; Ex.: $51 : 17 = 3$; $3 \times 100 = 300$
- Rr.N.R3 - Registro de Representação Numérico pela de Regra de Três;
- R/e - Respostas erradas.
- S/c - Sem Cálculos.
- N/r - Não responderam;
- N.º acertos - Indica o número de alunos que acertaram a questão, isto é, resolveram adequadamente a questão.

QUADRO IX

Categorias	6ª série		7ª série		1º ano	
	N.º de alunos	Porc.	N.º de alunos	Porc.	N.º de alunos	Porc.
Rr.N.Ee.M	-	-	01	3%	-	-
Rr.N.R3	-	-	-	-	06	18%
R/e	28	82%	33	89%	12	35%
S/c	-	-	-	-	06	18%
N/r	06	18%	03	8%	10	29%
N.º acertos	-	-	01	3%	06	18%

Item c.

200g de café correspondem a que porcentagem de 1kg de café?

Essa questão exige que o aluno identifique a porcentagem a partir da quantidade de transformação a partir da quantidade inicial. Há que se identificar o *sentido* para então dar um *significado operatório* capaz responder a questão adequadamente. Além disso, o aluno precisa transformar 1Kg em gramas ou 200g em Kg. Para resolver a questão basta aplicar a propriedade fundamental da proporção.

CRITÉRIOS DE ANÁLISE

- Rr.N.R3 - Registro de Representação Numérico pela de Regra de Três;
- R/e - Respostas erradas.
- S/c - Sem Cálculos.
- N/r - Não responderam.
- N.º acertos - Indica o número de alunos que acertaram a questão, isto é, resolveram adequadamente a questão.

QUADRO X

	6ª série	6ª série	7ª série	7ªsérie	1º ano	1º ano
Categorias	N.ºde alunos	Porc.	N.ºde alunos	Porc.	N.º de alunos	Porc.
Rr.N.R3	-	-	-	-	05	14,5%
N/e	23	68%	07	19%	03	9%
S/c	09	26%	27	73%	15	44%
N/r	02	6%	02	5%	11	32,5%
N.º acertos	-	-	-	-	05	14,5%

Item d.

Sobre o valor de uma calça de R\$ 40,00, tem-se um desconto de 15%. Qual é o desconto? Quanto se pagará pela calça?

Além de identificar o sentido e o significado operatório para resolver a questão matemática e responder o que se pede, é necessário que o aluno perceba que o "desconto" refere-se a subtração entre a quantidade inicial e a quantidade de transformação. É uma questão que exige do aluno o entendimento do sentido, para então mobilizar um tratamento e encontrar a quantidade de transformação e outro para efetuar a subtração entre a quantidade inicial e a quantidade de transformação.

CRITÉRIOS DE ANÁLISE

- Rr.N.Ee.M - Registro de Representação Numérico com Estratégia Escalar pela Multiplicação;
- Rr.N.R3 - Registro de Representação Numérico pela de Regra de Três;
- Rr.g.tb - Registro de Representação Geométrico Intermediário (uso de tabela);
- U/c - Uso de Calculadora.
- S/c - Sem Cálculo.
- N/r - Não respondeu.
- R/e - Resposta Errada.
- N.º acertos - Indica o número de alunos que acertaram a questão, isto é, resolveram adequadamente a questão.

QUADRO XI

Categorias	6ª série		7ª série		1º ano	
	N.º de alunos	Porc.	N.º de alunos	Porc.	N.º de alunos	Porc.
Rr.N.R3	-	-	-	-	03	9%
Rr.N.Ee.M	-	-	-	-	03	9%
Rr.g.tb	-	-	01	3%	-	-
U/c	-	-	04	11%	14	41%
S/c	-	-	10	27%	03	9%
N/r	02	6%	02	5%	02	6%
R/e	32	94%	20	54%	09	26%
N.º acertos	-	-	01	3%	06	18%

ANÁLISE QUALITATIVA DO SEGUNDO BLOCO

No que se refere ao (re)conhecimento do *sentido* da porcentagem, é possível perceber que os alunos de 6ª série do Ensino Fundamental possuem um grau de dificuldade maior em relação aos demais, isso não quer dizer que os alunos de 7ª série e do 1º ano possuem clareza do *sentido* na porcentagem. Prova disso são as respostas dadas na maioria das questões colocadas. Essas respostas indicam que a maioria dos alunos apresentam dificuldades em perceber e identificar as grandezas (quantidades) presentes no enunciado e qual é a grandeza (quantidade) que se quer descobrir. Além do que, normalmente os alunos não estabelecem relação da porcentagem com a centena. Isso pode ser verificado pelo baixo índice de acertos nas questões que envolvem e necessitam de conhecimentos matemáticos para que se possa descobrir o(s) resultado(s). Além da dificuldade em identificar o sentido, os alunos apresentam dificuldades em atribuir um significado operatório capaz de abarcar a totalidade da questão, respondendo-a adequadamente. Essa constatação é evidente em todos os itens que compõem a Quinta questão. Para ilustrar o que estamos falando, pontuamos os resultados de cada item da questão 05.

É importante também salientar que muitos alunos não possuem clareza do que significa a taxa percentual e a quantidade de transformação, isto porque muitas vezes, ao apresentar a quantidade de transformação utilizam o símbolo da porcentagem.

- item a

Neste item, 6% dos alunos de 6ª série não responderam, 6% deram respostas alheias ao que se perguntava e 41% lançaram mão de recursos não compatíveis com o sentido e o significado operatório. Na 7ª série, 62% dos alunos responderam de forma errada e 3% não responderam. Já no 1º ano, 64,5% dos alunos acertaram a questão. Aqui é possível perceber que o índice de acertos evolui de acordo com o grau de escolaridade.

O tratamento que muitos alunos utilizaram aconteceu de acordo com o registro dado e os registros de representação utilizados atribuem tratamentos percentuais, regra de três e a multiplicação seguida de uma divisão. É importante observar que alguns alunos lançaram mão da proporção, veja: 15% de 100 é 15; de 200 é 30; de 300 é 45. É importante salientar também que alguns alunos efetuaram essas respostas na forma de

Em relação ao 1º ano, o que chama atenção é que apenas 18% dos alunos acertaram essa questão e que 6% não responderam.

Além disso, muitos alunos tomam a taxa percentual como valor absoluto e/ou lançam mão dos números disponibilizados na questão e adotam tratamentos não condizentes com o que se está perguntando. Essa problemática possivelmente esteja relacionada com a falta de clareza do conceito de porcentagem, o que impede que o aluno identifique o *sentido* da porcentagem e adote um tratamento adequado ao questionamento em voga. Outro fator que nos chama a atenção é o grande número de alunos que não distinguem a quantidade de transformação e a taxa percentual, na hora de dar a resposta ao questionamento.

As respostas desses itens indicam que dependendo da incógnita, os alunos apresentam graus de dificuldades diferentes. Dito de outra forma, quando o problema explicita a taxa percentual e a quantidade total, o índice de acertos é maior.

O baixo índice de acertos mostra que tratar apenas do significado operatório, como é feito pela maioria dos professores de matemática e pelos livros didáticos, não garante a aquisição do conceito de porcentagem, por outro lado há que se descobrir instrumentos que possibilitem os alunos compreender o sentido para então atribuir um significado operatório capaz de responder o questionamento feito.

Mesmo que o índice de acertos tenha sido maior com os alunos do 1º ano do Ensino Médio, este índice está aquém do necessário para tal grau de escolaridade.

3.3.3 - Terceiro bloco

As questões que compõem este bloco que remetem à utilização e reconhecimento de diferentes registros de representação, dificilmente aparecem em livros didáticos, no entanto, merecem nossa atenção, uma vez que trataremos da utilização de diferentes registros de representação semiótica no estudo de porcentagem.

Com os itens **a**, **b** e **c**, deste bloco pode-se:

- identificar os registros de representação que os alunos mais utilizam e/ou reconhecem;

- perceber se os alunos fazem *conversões* entre diferentes registros de representação para porcentagem.

Os itens **d** e **e** permitem-nos:

- verificar se os alunos conseguem perceber a *aplicação* da porcentagem, auxiliando na compreensão de situações sociais veiculadas nos meios de comunicação.

QUESTÃO 06

Analise as questões a seguir e responda o que se pede:

- a) Comi 25% de uma barra de chocolate. Represente essa quantidade de todas as formas matemáticas que você conhece.**

A questão "a" possibilita a verificar os registros de representação mais utilizados pelos alunos e se o aluno consegue converter um registro de representação em língua natural para um registro de representação matemático.

CRITÉRIOS DE ANÁLISE

- f - Representação fracionária;
- g - Representação geométrica;
- gf - Representação geométrica e fracionária;
- gfd - Representação geométrica, fracionária e decimal;
- ln - Representação em língua natural;
- n/r - Não responderam;
- r/e - Resposta errada;

QUADRO XII

Categ.	6ª série		7ª série		1º ano	
	N.º de alunos	Porc.	N.º de alunos	Porc.	N.º de alunos	Porc.
f.	03	9%	03	8%	-	-
g.	08	24%	18	48%	16	47%
g.f.	10	29%	05	14%	07	20%
g.f.d.	-	-	03	8%	06	18%
l.n.	-	-	-	-	01	3%
N/r	02	6%	03	8%	04	12%
R/e	11	32%	05	14%	-	-

b) Metade da mesada que recebi, gastei em lanches. Assinale as alternativas que eqüivalem a essa quantidade.

A questão "b" permite verificar se os alunos reconhecem as diferentes formas de representar matematicamente uma quantidade.

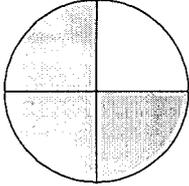
QUADRO XIII

Categ.	6ª série		7ª série		1º ano	
	N.º de alunos	Porc.	N.º de alunos	Porc.	N.º de alunos	Porc.
50%	27	79%	32	86%	32	94%
1/2	21	62%	20	54%	27	79%
0,5	00	0%	05	13%	14	41%
50/100	20	59%	23	62%	17	50%
5/10	12	35%	14	38%	16	47%
Geom.	26	76%	23	62%	31	91%

c) Transforme as quantidades representadas em porcentagem:

Com a questão "c" objetiva-se verificar se os alunos fazem a conversão do registro dado para porcentagem.

QUADRO XIV

	6ª série	6ª série	7ª série	7ªsérie	1º ano	1º ano
Categ.	N.ºde alunos	Porc.	N.ºde alunos	Porc.	N.º de alunos	Porc.
6/8	00	0%	00	0%	11	32%
5/10	11	32%	07	19%	08	23%
0,3	05	15%	05	13%	09	26%
0,25	08	23%	25	68%	17	50%
	21	62%	30	81%	22	65%

d) O Jornal da Globo de 26/01/2000, noticiou que 88% do número de acidentes automobilísticos acontecem quando os homens estão dirigindo e 12% quando as mulheres estão no volante. O que significa 88%? 12%?

.....

A questão "d" é informativa e possibilita verificar se o aluno identifica o sentido da porcentagem e estabelece relação com a problemática social, mais especificamente aos índices de acidentes e às questões de gênero.

CRITÉRIOS DE ANÁLISE

- R. c. p. - respostas corretas e relacionadas a porcentagem;
- R. c. or. - Resposta correta e estabelecendo outra relação;
- N/r - Não responderam;
- R/e - respostas erradas;

QUADRO XV

	6ª série	6ª série	7ª série	7ªsérie	1º ano	1º ano
Categ.	N.ºde alunos	Porc.	N.ºde alunos	Porc.	N.º de alunos	Porc.
R.c.p.	20	59%	16	47%	19	55%
R.c.or.	-	-	06	16%	07	21%
N/r	-	-	04	11%	05	15%
R/e	14	41%	11	30%	03	9%

- **Dois políticos A e B enfrentam-se num debate⁴⁷.**

Político A:

- **Eu sou ótimo! Dos 440 Km de ruas de minha cidade, asfaltei 132 Km!**

Político B:

- **Pois eu sou melhor! Na minha cidade, asfaltei 182Km dos 650 Km de ruas!!**

Qual o percentual de ruas que cada um dos políticos mandou asfaltar? (Não se esqueça de registrar os cálculos que você efetuou).

A questão "e" permite analisar a concepção que os alunos possuem a respeito dos políticos, além de verificar se entendem o sentido, na perspectiva de analisar e responder ao questionamento feito.

CRITÉRIOS DE ANÁLISE

- Rr.N.R3 - Registro de Representação Numérico pela de Regra de Três;
- Rr.I.F. - Registro de Representação Intermediário na forma de Fração, fazendo conversão;
- N/r - Não Responderam;
- R/e - Respostas erradas;
- N.º acertos - Indica o número de alunos que acertaram a questão, isto é, resolveram adequadamente a questão.

⁴⁷ Este problema encontra-se no livro didático de INMENES, Luís Márcio & LELLIS, Marcelo. **Matemática**. 6ª série. 1ª ed. São Paulo. Scipione. 1998. P. 225.

QUADRO XVI

	6ª série	6ª série	7ª série	7ªsérie	1º ano	1º ano
Categorias	N.º alunos	Porc.	N.º alunos	Porc.	N.º alunos	Porc.
Rr.N.R3	00	0%	00	0%	02	6%
Rr.I.F.	00	0%	00	0%	10	29%
R/e	18	53%	27	73%	10	29%
N/r	16	47%	10	27%	12	36%
N.º acertos	-	-	-	-	12	35%

Qual dos dois foi mais empreendedor?

QUADRO XVII

	6ª série	6ª série	7ª série	7ªsérie	1º ano	1º ano
Categorias	N.ºde alunos	Porc.	N.ºde alunos	Porc.	N.º de alunos	Porc.
A	11	32%	08	22%	20	59%
B	13	38%	19	51%	05	15%
Outras respostas	00	0%	03	8%	00	0%
Não responderam	10	30%	07	19%	09	26%

Para você, qual é a função de um político?

ANÁLISE QUALITATIVA DO TERCEIRO BLOCO

O item "a" mostra que os alunos utilizam com mais frequência os registros de representações geométricos, fracionários e decimais. Isso indica que eles devem ser levados em consideração durante o processo ensino/aprendizagem.

Quando solicitamos que os alunos reconhecessem diferentes registros de representação que equivalem a "metade" (item b), as respostas novamente evidenciaram os registros de representação geométricos, fracionários e decimais. No entanto, os alunos também reconhecem o tratamento percentual. Aqui é interessante salientar que ao se tratar da forma decimal, na 6ª série, nenhum aluno reconheceu 0,5 como sendo "metade". Apenas 13% dos alunos da 7ª série e 41% dos alunos do 1º ano do Ensino Médio fazem tal reconhecimento. Em relação a 5/10, o índice de reconhecimento em todas as turmas pesquisadas é pouco reconhecido (na 6ª série 35%, na 7ª série 38% e no 1º ano 47%).

Em relação à conversão de um registro de representação (fracionário, decimal e geométrico), para percentual, a maior eficiência sobrecarrega ao registro de representação geométrico, seguido do decimal com duas casas após a vírgula. O registro fracionário $\frac{6}{8}$ não foi convertido pelos alunos de 6ª e 7ª séries e o decimal (0,3) é convertido por apenas 15% dos alunos de 6ª série, 13% dos alunos de 7ª série e 26% dos alunos do 1º ano. O maior índice de conversões realizadas corretamente concentram-se nos alunos do 1º ano do Ensino Médio. Esse índice não é dos melhores, mas nos indica que de alguma maneira, os demais conhecimentos matemáticos podem possibilitar a ampliação de conhecimentos, o que leva os alunos efetuarem com maior eficiência a conversão entre diferentes registros de representação. Ainda há muito o que fazer para que os alunos passem a efetuar corretamente as devidas conversões e reconhecer vários registros de representação de um mesmo objeto de ensino.

Quanto ao reconhecimento dos registros de representação é possível perceber que os alunos, de maneira geral, apresentam dificuldades em perceber e/ou converter números fracionários com denominador diferente de 100 e decimais com duas casas após a vírgula.

Quando questionamos o significado de 88% dos acidentes ocorrerem quando os homens estão no volante e 12% quando as mulheres estão no volante, a maioria dos alunos se ativeram aos dados numéricos e apenas 16% das respostas da 7ª série e 21% do 1º ano estabeleceram outras relações, como "a maioria dos acidentes ocorrem com os homens", "as mulheres prestam mais atenção ao dirigir e por isso provocam menos acidentes". Outro fator que chama a atenção é o alto índice de respostas matemáticas erradas, isto porque os alunos não identificaram com clareza o sentido da questão. A atenção dos alunos se concentra no significado operatório, muito presente em todas as atividades matemáticas dos livros didáticos e desenvolvidas pelo professor em sala de aula.

Em relação ao índice da quilometragem de ruas asfaltadas nas administrações dos políticos A e B do item "e", é interessante observar que apenas 35% dos alunos do 1º ano do Ensino Médio conseguiram encontrar a resposta matemática adequada ao questionamento feito. Quanto ao mais empreendedor, os alunos tomaram como parâmetro apenas os dados numéricos, apenas 8% dos alunos de 7ª série, deram outras respostas, a exemplo, "nenhum dos dois porque não foram eles que asfaltaram".

Para o aluno poder estabelecer o significado operatório é preciso entender o sentido da questão, para utilizar corretamente os registros de representação e determinar um tratamento adequado. Esta é uma via de mão dupla, ou seja, entendendo o sentido e atribuindo corretamente o significado operatório, o aluno poderá encontrar a resposta que satisfaça o questionamento feito. Do contrário, as respostas poderão ser aleatórias. Isto quer dizer, o aluno adotou um tratamento, obteve um resultado que pode ou não ser correto para a questão proposta. Se o aluno tiver clareza do sentido, poderá avaliar o resultado encontrado e perceber se este resultado faz sentido ou não em relação ao questionamento feito.

Em relação a função de um político, as respostas dadas pelos alunos pontuam a necessidade de melhora das condições de vida dos menos favorecidos economicamente, de uma política voltada ao respeito, a ética e a construção de uma nova estrutura social, capaz de promover melhorias na qualidade de vida, através de uma educação de qualidade e para todos, da geração de empregos e de distribuição de renda, de salários dignos. Demonstram preocupações com a problemática social no que tange a saúde, educação, transportes, saneamento básico. Apontam para a necessidade do cumprimento do programa de governo veiculada no período de campanha, pela honestidade.

Por outro lado, fazem a leitura do político que é passada pela mídia, ou seja, "todos os políticos são corruptos, ladrões, desonestos ...". Aqui é bom salientar que em função da conjuntura nacional (os desvios de verbas públicas, as denúncias de Nicéia Pita, os problemas na polícia do Rio, o tráfico de drogas), os alunos se referiram muito aos desmandos e roubos que ocorrem no Brasil.

3.3.4 - Considerações em relação ao pré-teste

Através dos dados fornecidos pelos alunos no pré-teste, percebe-se que há falta de compreensão da porcentagem. Os alunos apresentam dificuldades em relacionar a porcentagem a centena, isto é, possuem dificuldades de entender o *sentido* da porcentagem, ou seja, perceber a razão entre as grandezas apresentadas avaliando-as sobre a centena. Encontram dificuldades em estabelecer relação entre porcentagem e outros conhecimentos matemáticos. Relacionam a porcentagem quase que

exclusivamente as relações econômicas, tendo dificuldades de percebê-la nas relações sociais.

Os procedimentos adotados pela maioria dos alunos, na maioria das questões, indicam a falta de clareza em relação ao *sentido e ao significado operatório* no trato da porcentagem. Essa constatação da falta de clareza em relação ao *sentido*, fica evidente quando os alunos até conseguem encontrar algumas respostas matemáticas, mas não as analisam ao responder o questionamento feito. A falta de clareza do *sentido* impede que o aluno adote um *significado operatório* condizente e que possibilite resolver matematicamente a questão proposta.

Outro elemento que nos chama a atenção, diz respeito à preocupação que o aluno possui em atribuir respostas meramente matemáticas, isto é, procuram operar matematicamente com os dados apresentados na questão e lançam mão de determinados tratamentos que nem sempre são condizentes com o *sentido e o significado operatório* adequados a resolução do problema. Muitas vezes os procedimentos que os alunos adotam são muito trabalhosos e os registros de representação também não são os mais eficientes.

Em relação ao tratamento, é possível perceber que os alunos utilizam com maior frequência tratamentos aritméticos e algumas vezes lançam mão de tratamentos algébricos. Possuem dificuldades em reconhecer determinados tratamentos fracionários e decimais e por isso possuem dificuldades em estabelecer relação entre esses tratamentos e a porcentagem. Poucas vezes situam a porcentagem enquanto proporção.

Quanto à *conversão*, os alunos apresentam dificuldades, quando não reconhecem o registro efetuado.

Ao se tratar dos *registros de representação*, os alunos utilizam com maior frequência registros de representação numérico, com tratamento aritmético ou algébrico. No entanto, reconhecem com facilidade registros de representação geométricos e esses são os mais acessíveis para os alunos realizarem a *conversão* para porcentagem. Os registros de representação decimal com duas casas após a vírgula, também são acessíveis aos alunos para fazer a conversão para porcentagem.

Com a aplicação da porcentagem em situações problemas, enquanto instrumento capaz de auxiliar na interpretação e compreensão da realidade, percebe-se que o índice de acertos foi reduzido, o que vem reforçar o que já dissemos anteriormente, ou seja, que não basta trabalhar com os alunos apenas o significado operatório. É necessário que o

aluno compreenda o sentido, para depois adotar um significado operatório condizente, e/ou que melhor lhe convier e que seja capaz de resolver matematicamente a questão proposta.

Os questionários apontam que à medida em que aumenta o grau de escolaridade, os alunos vão ampliando seu leque de conhecimentos, o que lhes possibilita resolver com maior clareza determinadas situações, no entanto, ainda é tímido o desenvolvimento cognitivo de nossos alunos e isso também é perceptível no sentido, no significado operatório e na aplicação da porcentagem.

Dentre as turmas pesquisadas, os alunos de 6ª série do Ensino Fundamental são os que mais necessitam de conhecimentos sobre porcentagem, exatamente porque ainda, segundo a pesquisa, não tiveram a oportunidade de estudá-la.

Os dados apresentados pelo pré-teste revelam a necessidade de mudanças em relação a forma como a porcentagem vem sendo trabalhada com os alunos, daí porque a utilização da teoria dos registros de representação semiótica poderá ser um instrumento útil para que os sujeitos se apropriem do conceito de porcentagem.

Capítulo IV

A COMPREENSÃO DA PORCENTAGEM A PARTIR DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO

4.1 - COMPREENDENDO PORCENTAGEM

O objetivo deste trabalho visa à conceituação da porcentagem, através da utilização de diferentes registros de representação semiótica a partir da compreensão do sentido e do significado operatório. Diante do objetivo exposto, buscaremos responder ao questionamento:

Que estratégia(s) poderá(ão) conduzir os alunos a adquirir o conceito de porcentagem?

Na tentativa de buscar resposta(s) ao questionamento, faz-se necessário a compreensão dos aspectos intrínsecos ao objeto matemático em estudo. São eles:

- 1 - *As ferramentas necessárias à compreensão do objeto em estudo*, ou seja, os conhecimentos matemáticos intrínsecos a ele. Nesse aspecto, é imprescindível o domínio das operações fundamentais com números naturais (adição, subtração, multiplicação e divisão), noções básicas das operações com números racionais, fração, razão, proporção e equação.
- 2 - *As diferentes representações*. Considerando as diferentes representações e na perspectiva de compreender o conceito de porcentagem, tem-se que levar em consideração *o sentido*. No sentido encontram-se as grandezas, contempladas pelas quantidades e pela incógnita. O significado operatório, que é norteado pelo tratamento matemático adotado.

2.1 - *O sentido*. Para compreender melhor o sentido da porcentagem, temos que levar em consideração:

- o universo;

- a amostragem;
- os entes matemáticos;
- a magnitude;
- as grandezas.

O **universo** compreende a totalidade dos elementos. Em relação a esses elementos pode-se trabalhar com uma amostragem.

A **amostragem** indica a quantidade inicial (q_i), que muitas vezes é igual ao universo.

Os **entes matemáticos**, deles fazem parte o conjunto de informações matemáticas.

A **magnitude**, nela encontram-se, os elementos que se constituem nas grandezas, sobre as quais deve-se operar.

As **grandezas**. Segundo DAMM (1991), as grandezas que compõem uma porcentagem, podem ser denominadas de:

- "**qi: quantidade inicial**, é o valor de referência;
- **qt: quantidade de transformação**, é o valor que transforma a quantidade inicial para obter a quantidade final. Ao se tratar de percentuais, é essa quantidade de transformação que indica o valor da **porcentagem (p)**;
- **qf: quantidade final**, é o valor obtido por adição (subtração) da quantidade inicial com a quantidade de transformação"(porcentagem);
- **i: taxa percentual**. Preferimos chamar de taxa percentual, para não confundir com o que chamamos de porcentagem, e que Werner denomina de "quantidade de transformação". De maneira geral a taxa percentual (i), indica a razão entre o produto da porcentagem e a centena pela quantidade inicial e pode ser expressa pela fórmula:

$$i = (p \cdot 100) : q_i.$$

A proporção nos conduz ao entendimento do sentido, mas por si só não garante esse entendimento, isto porque as grandezas devem ser avaliadas em relação a centena, o que caracteriza a porcentagem e é aqui que se percebe se o sujeito tem compreensão do sentido ou não.

- *O significado operatório.* Aqui, além das quantidades e a incógnita, faz-se necessário compreender o tratamento e a conversão, a partir da **forma** como foram representados, ou seja, a partir de seus **representantes**.

Na articulação entre diferentes registros de representação evidencia-se o **sentido** e o **significado operatório**. Essa articulação é fundamental na adoção do **tratamento** e para responder ao questionamento matemático feito no enunciado do problema. Aqui as ferramentas mobilizadas, com seus respectivos algoritmos e/ou uma representação intermediária entram em ação a fim de efetuar a resolução matemática do problema.

É bom salientar que a partir do tratamento matemático adotado, é que se faz uso de uma ou de outra(s) ferramenta(s). Como diz Douady (1986), "Uma mesma ferramenta pode ser adaptada a vários problemas, várias ferramentas podem ser adaptadas a um problema". Por ferramentas estamos entendendo todos os conhecimentos matemáticos já assimilados e dominados pelo educando"⁴⁸. (DOUADY, 1986 p. 9).

Aconselha-se que a resposta ao questionamento deva ser efetuada em registro da língua natural, uma vez que é através da resposta que o sujeito deve se dar conta daquilo que efetuou, isto é, verificar se a resposta está de acordo com o que foi perguntado e se a mesma faz ou não sentido. Este é um momento rico para o aluno, e deve ser explorado, para que haja compreensão daquilo que se está fazendo.

O registro de representação em Língua Natural é um dos registros que permite verificar se o sujeito efetivamente compreende(u) o que está fazendo. Isto porque é através dele que se pode verificar se o sujeito compreende o significado da questão proposta, no universo dado. Em se tratando de porcentagem, a passagem pelo registro de representação em língua natural é fundamental, uma vez que permite-nos verificar se o aluno consegue identificar as quantidades e incógnita, estabelecendo relação com a centena. Isto é, pode-se verificar se o sujeito opera matematicamente de forma eficiente, além de estabelecer relação entre o questionamento da questão proposta e o resultado obtido. É a passagem pelo registro de representação semiótica em língua natural que nos permite verificar se o sujeito se apropriou do conceito do objeto em estudo.

⁴⁸ Un même outil peut être adapté à plusieurs problèmes, plusieurs outils peuvent être adaptés à un même problème.

- As aplicações, ou seja, a utilização numa situação extra-matemática. Nosso objeto de estudo é uma ferramenta indispensável à resolução de situações extra-matemática, uma vez que diariamente nos deparamos com situações que envolvem porcentagem. São situações problemas. A resolução de situações problemas, para serem trabalhados com alunos, exigem a adoção de um tratamento específico e inerente ao texto matemático. Embora sejam necessários a compreensão do sentido e do significado operatório para a resolução de problemas, isto não garante o bom desempenho.

Segundo DAMM,

Para se compreender um problema, há que se levar em consideração a posição e o tempo verbal, identificar as quantidades representadas, a incógnita enquanto que, para sua resolução, há que se estabelecer uma representação intermediária entre o enunciado (língua natural) e o tratamento aritmético.(DAMM, sd).

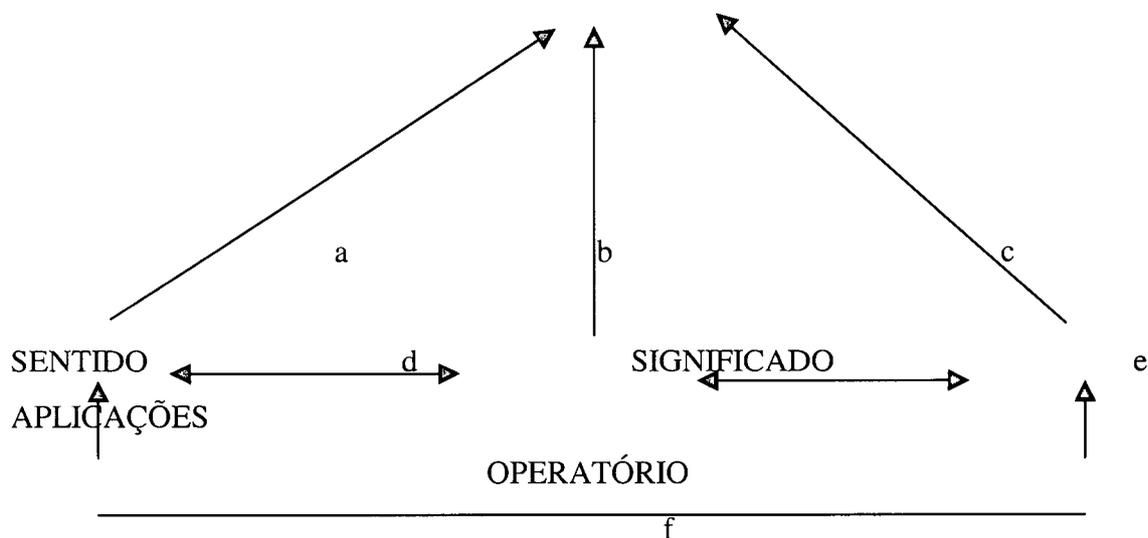
Para transpor as dificuldades relacionadas à compreensão do enunciado de um problema, DAMM (1991), evidencia a necessidade de uma representação intermediária na passagem entre o texto e o tratamento matemático.

Nossa pesquisa enfatizará **sentido** e o **significado operatório** enquanto que o aspecto relacionado a aplicação em situações extra-matemática para fins de modelização, com certeza exige um tempo muito maior para pesquisa em função da necessidade do aprofundamento teórico e a necessidade da criação e/ou elaboração de uma representação intermediária entre o enunciado e o tratamento matemático.

Em função dos aspectos elencados até aqui, podemos ilustrar, para melhor compreensão do conceito de porcentagem, com o esquema a seguir:

ESQUEMA III

COMPREENSÃO DO CONCEITO DE PORCENTAGEM



As setas "a", "b" e "c" têm por função a diferenciação entre o objeto representado, de suas representações, ou seja, a **forma** ou **representante**, indicam conhecimentos parciais em relação a compreensão do objeto em estudo. Já as setas "d", "e" e "f" indicam a necessidade do movimento entre os três aspectos para compreensão do conceito de porcentagem. Isso não significa que esse movimento seja linear, nem que acontece num único sentido, mas ele é imprescindível no trabalho em cada aspecto, especificamente em relação aos três aspectos entre si. A seta "f" indica a possibilidade (normalmente quando as grandezas são tratadas com números naturais) de se trabalhar com um tratamento não matemático, isto é, sem o registro do significado operatório.

O entendimento do sentido se dá na identificação do universo presente no enunciado. A partir do universo dado é possível a passagem entre o objeto real e suas representações semióticas, ou seja, a **semiotização**. Em relação a semiotização, pode-se identificar duas categorias: o universo no qual inserem-se as grandezas e dois níveis em relação a essas grandezas:

- a) As quantidades representadas, cujos elementos caracterizam as grandezas expressas. No exemplo utilizado (200 g corresponde a que taxa percentual de 1 kg de café?), tem-se a quantidade de transformação (200g) e a quantidade inicial (1Kg ou 1000g), expressas numericamente;

- b) A incógnita, que é a taxa percentual, uma grandeza a ser descoberta. Aqui reside o princípio básico para o entendimento do sentido. No exemplo acima, a determinação da taxa percentual pode ser obtida pela razão entre a quantidade de transformação e a centena em relação a quantidade de inicial.

Como em todo o problema de porcentagem simples congrega quatro grandezas, que são: quantidade inicial, quantidade de transformação, a taxa percentual e a centena. No exemplo que estamos trabalhando, **a centena e a incógnita estão implícitas e as outras duas estão explícitas**. A centena é o valor constante sobre a qual se avalia as grandezas. A identificação da incógnita auxilia na compreensão do sentido permitindo ao sujeito a atribuição do significado operatório.

Como já dissemos anteriormente, na articulação entre diferentes registros de representação evidencia-se o **sentido** e o **significado operatório**. Essa articulação é fundamental na adoção do **tratamento** e para responder ao questionamento matemático feito. Aqui as ferramentas mobilizadas, com seus respectivos algoritmos e/ou uma representação intermediária entram em ação a fim de efetuar a resolução matemática do problema. Isso indica que o sentido e o significado operatório estão imbricados. Essa percepção não é uma tarefa fácil para um aluno de 6ª série do Ensino Fundamental, pois necessita da mobilização de uma gama considerável de conceitos matemáticos, a respeito das operações fundamentais, frações, decimais, razão e proporção.

A compreensão do conceito de porcentagem enquanto conhecimento vivo e dinâmico só é possível a partir dos conhecimentos prévios que os alunos possuem e no trânsito entre diferentes registros de representação semiótica, levando em consideração os três aspectos já elencados: o sentido, o significado operatório e a aplicação.

4.2 - A PORCENTAGEM NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Ao trabalharmos a porcentagem com alunos do Ensino Fundamental, contata-se que os mesmos possuem algumas dificuldades, tais como:

- Em compreender e/ou distinguir a taxa percentual da porcentagem (quantidade de transformação);

Tomando como exemplo 13% de 200, tem-se: 13% (porcentagem ou taxa percentual); 200 (quantidade inicial ou de referência) e 26 (porcentagem ou quantidade de transformação) $13\% = 13/100 = 0,13 \times 200 = 26$.

- Em identificar as grandezas que constituem o problema e dentre elas qual se constitui na incógnita, isto é, estabelecer relação entre a quantidade inicial e/ou universo a quantidade de transformação (porcentagem);

- Em identificar as idéias que a porcentagem envolve.

De outra forma podemos dizer que os alunos possuem dificuldades em perceber que a porcentagem é uma proporção direta entre as quantidades expressas no enunciado. Por outro lado, os estudos que temos feito até aqui têm demonstrado que a preocupação maior em relação ao estudo da porcentagem reside no *significado operatório* e numa avaliação preliminar, podemos dizer que esta é uma das maiores causas do fracasso dos alunos.

Em relação ao significado operatório, percebemos também um empenho muito grande na utilização de modelos matemáticos ou na utilização de recursos que nem sempre propiciam uma representação capaz de conduzir os alunos à resolução do problema proposto.

O foco de atenção de nossa pesquisa situa-se no ponto de vista do ensino, sob o entendimento de que é através do ensino que se pode mudar (ou não) esta concepção de homem-sociedade-mundo.

O entendimento do sentido e a atribuição do significado operatório estão imbricadas e a conceitualização de um objeto de estudo passa pela utilização de diferentes registros de representação semiótica inerentes ao objeto. O exercício da utilização de diferentes registros de representação semiótica permitirá ao aluno a ampliação de sua gama de conhecimentos matemáticos, reduzindo assim o custo

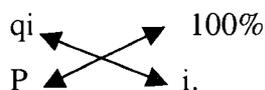
cognitivo o que permitirá a economia de tratamento. De outra maneira podemos dizer que dependendo do tratamento adotado pelo sujeito, há ou não um menor custo cognitivo com economia ou não de tratamento. Disso podemos dizer que a economia de tratamento está relacionada ao domínio cognitivo que o sujeito possui do objeto em estudo.

Para entender o sentido, há que se levar em consideração as grandezas explícitas e implícitas. Na resolução de situações que envolvem porcentagem simples, dependendo da incógnita podemos Ter três situações distintas, as quais exigem custos cognitivos e tratamentos diferentes e dependendo dos conhecimentos já dominados pelos alunos o custo cognitivo será maior ou menor. Diante disso, o sujeito pode desenvolver um tratamento que necessite do conhecimento fração, razão ou de proporção.

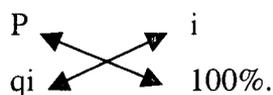
Numa primeira situação, o problema pode explicitamente fornecer a porcentagem ou quantidade de transformação "P" e a quantidade inicial ou de referência "qi" onde a taxa percentual ou porcentagem "i" se constitui na incógnita. Exemplo: 200 gramas de café correspondem a que porcentagem de 1 Kg de café? Neste caso, o tratamento na forma de razão é o mais simples uma vez que se pode operar apenas com as grandezas explícitas. Tem-se então P/q_i , no entanto exige um domínio cognitivo maior, pois necessita de conversão. Por outro lado, o tratamento proporcional propicia economia de tratamento, uma vez que se trabalha no registro dado. Tem-se:



Numa Segunda situação, o problema pode explicitamente fornecer a quantidade inicial "qi" e a taxa percentual "i" onde a porcentagem "P" se constitui na incógnita, neste caso, o tratamento na forma de razão é mais complexo, uma vez que exige uma transformação. Tem-se então $q_i : (100/i)$, o que exige um domínio cognitivo maior em função da transformação. Por outro lado o tratamento proporcional propicia economia de tratamento e um menor custo cognitivo. Exemplo: quanto é 15% de 300? Tem-se:



Numa terceira situação, o problema pode explicitamente fornecer a porcentagem "P" e a taxa porcentual "i" onde a quantidade inicial "qi" se constitui na incógnita, neste caso, o tratamento na forma de razão é mais complexo, uma vez que exige uma transformação. Tem-se então $(P \times 100) : i$, o que exige um domínio cognitivo maior em função da transformação. Por outro lado, o tratamento proporcional propicia economia de tratamento e um menor custo cognitivo. Exemplo: uma certa quantia em dinheiro foi colocada a juros a uma taxa de 1,5% ao mês. No final do primeiro mês, o juro foi de R\$ 25,00. Qual a quantia que foi aplicado? Tem-se:



Com o intuito de identificar o sentido para então atribuir o significado operatório, pode-se utilizar uma representação em língua natural ou lançar mão da proporção e fazer uma representação intermediária. De acordo com as três situações elencadas tem-se:

- na primeira situação temos explicitas a porcentagem e a quantidade inicial, a incógnita é a taxa porcentual;
- na Segunda situação, explicitamente aparecem a taxa porcentual e a quantidade inicial, a incógnita se reveste na porcentagem;
- na terceira situação tem-se a taxa porcentual e a incógnita recai sobre a quantidade inicial.

O quadro a seguir sintetiza as três situações, além disso as setas indicam uma seqüência de operações que conduzem ao resultado matemático da questão.

Primeira situação	Segunda situação	Terceira situação

O significado operatório difere do sentido porque nele ocorre a ingerência do tratamento que se adota para descobrir o valor da incógnita. Esse procedimento não é simples porque exige o domínio de determinadas ferramentas. E a partir dessa diferença entre o sentido e o significado operatório que muitas vezes exige a utilização de instrumentos manipulativos, visuais ou interpretativos, congruentes ao registro utilizado. A utilização de uma representação intermediária deve facilitar a compreensão tanto do sentido quanto do significado operatório.

A base para o entendimento do significado operatório é intrínseco ao tratamento adotado em cada registro. No caso da porcentagem pode-se utilizar como referência o registro de representação em língua natural; o registro de representação na forma de tabela; o registro de representação gráfico e o registro de representação numérico, com seus respectivos tratamentos. Não se pode esquecer que a conversão entre esses registros possibilita a economia de tratamento.

A fim de obter uma compreensão mais ampla das representações semióticas, as quais exigem a coordenação de diferentes registros de representação, faz-se necessário reconhecer e identificar o objeto representado com seus respectivos registros de representação significativos. Em outras palavras, a apreensão conceitual do objeto em estudo é precedida pela diferenciação entre o objeto representado e seus representantes.

4.3 - OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO NECESSÁRIOS À AQUISIÇÃO DO CONCEITO DE PORCENTAGEM

Tentaremos aqui identificar os registros de representação que julgamos necessários à compreensão do conceito de porcentagem, sob a luz do referencial teórico sobre os Registros da Representação Semiótica de Raymond Duval. Analisaremos e trabalharemos mais detalhadamente o Sentido e o Significado Operatório, não perdendo de vista que a porcentagem é uma proporção.

A análise dos livros didáticos, o questionário/entrevista e o pré-teste nos indicam a necessidade de definirmos alguns Registros de Representação Semiótica, que julgamos fundamentais à aquisição do conceito de porcentagem. São eles:

- **registro de Representação Semiótica em Língua Natural;**

O registro de representação em Língua Natural é um dos registros que permite verificar se o sujeito efetivamente compreende o que está fazendo, isto porque exige do sujeito a percepção do valor relativo da porcentagem, através do valor posicional e isso permite que o sujeito estabeleça a relação proporção-porcentagem. É através dele que se pode verificar se o sujeito compreende o significado da questão proposta, no universo dado. Em se tratando de porcentagem, a passagem pelo registro de representação em língua natural é fundamental, uma vez que permite-nos verificar se o aluno consegue identificar as quantidades e incógnita, estabelecendo relação com a centena. Isto é, pode-se verificar se o sujeito estabelece relação entre o questionamento da questão e o resultado obtido. É a passagem pelo registro de representação semiótica em língua natural que nos permite verificar se o sujeito se apropriou do conceito do objeto em estudo.

- **Registro de Representação Semiótica Numérico;**

Aqui podemos encontrar registro de representação **Decimal, Fracionário, Percentual e Proporcional**. Cada um desses registros possui suas especificidades, no

entanto obedecem determinadas regras de significado e funcionamento a respeito da base dez e do valor posicional. A conversão inter-registro como intra-registro é fundamental para que o sujeito estabeleça relação entre os registros efetuados e isso possibilita-lhes perceber as diferentes formas de representar um objeto de estudo. Essa constatação ratifica a posição de DUVAL (1993), ao afirmar que um registro de representação é sempre parcial em relação ao objeto de estudo, o que nos remete à coordenação entre vários registros de representação semiótica para um mesmo objeto de estudo.

- Registro de Representação Semiótica Geométrico;

O registro de representação *geométrico* é pertinente à compreensão da porcentagem uma vez que mobiliza o tratamento de reconfiguração e possui regras específicas de formação, que são diferentes das regras de formação dos registros de representação numérico. Ao se tratar de registro geométrico, é importante fazer a conversão passando pelo fracionário e, se for o caso, a equivalência das frações, chagando ao denominador 100, o que facilitará a percepção da porcentagem

- Registro de Representação Semiótica Gráfico;

Esse registro de representação semiótica possibilita que o sujeito perceba a proporção e possibilita a identificação da função.

- Registro de Representação Semiótica na forma de Tabela;

O registro de representação em forma de *tabela* permite que o sujeito verifique a quantidade de transformação referente a cada quantidade de referência, o que facilita a compreensão da proporção. A utilização do registro de representação por tabela facilita na compreensão e construção do registro de representação na forma de gráfico, ao mesmo tempo em que pode servir como registro intermediário.

Muitos dos Registros de Representação Semiótica utilizados para identificar o sentido também são muito eficientes na atribuição do significado operatório. A seguir, exemplificaremos cada um dos Registros de Representação Semiótica elencados.

- a) Registro de Representação Semiótica em Língua Natural:** A representação em Língua Natural permite que o sujeito faça uso de regras inerentes a matemática e da língua materna para expressar as grandezas presentes no enunciado, assim como indicar a incógnita.

Ex.: 50% de R\$ 1000,00

Cinquenta de cada cem ou 50 de 100; 100 de 200; ... Isto significa cinquenta a cada cem, ou ainda metade da amostra. Tem-se aí o sentido, que permite atribuir o significado operatório (a metade ou 50% de R\$ 1000,00 é R\$ 500,00).

- b) Registro de Representação Semiótica Numérico:** Neste caso, temos o Registro de Representação na forma:

Percentual;

Ex.: 15% de 300.

Fracionário;

Ex.: 15/100 de 300 = 3/20 de 300.

Decimal;

Ex.: 0,15 de 300.

Proporcional;

Ex.: 15 para 100, 30 para 200, 45 para 300.

Isto significa 15 a cada 100 (sentido).

O significado operatório pode se dar através:

- Da Adição Sucessiva $15 + 15 + 15 = 45$;
- Pelo produto entre a razão e a quantidade de referência $0,15 \times 300 = 45$;
- Através da proporção 15 de 100, 30 de 200, 45 de 300;
- Pelo produto entre a fração e a quantidade de referência $15/100 \times 300 = 45$;

- Pela regra de três

$$\begin{array}{ccc} 15 & \rightarrow & 100 \\ & \times & \\ x & \rightarrow & 300 \end{array}$$

$$x \cdot 100 = 15 \cdot 300$$

$$100x = 4500$$

$$x = 4500/100$$

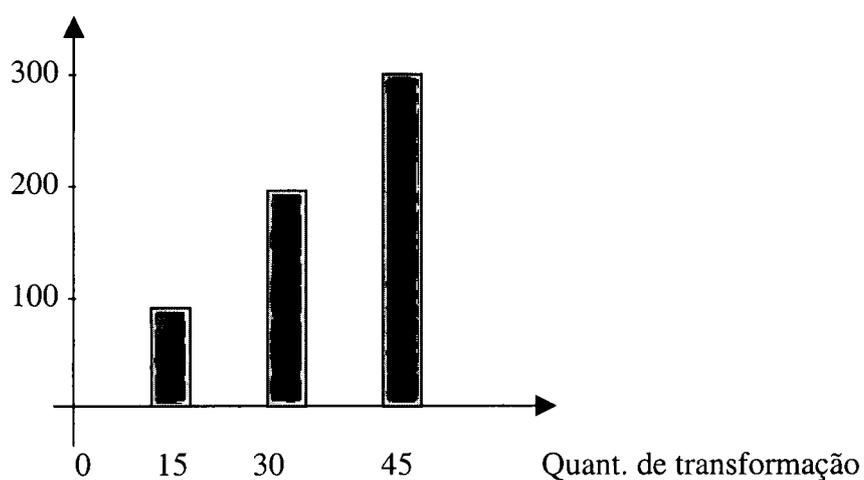
$$x = 45.$$

No caso da utilização do registro de representação numérico, a importância do trabalho (tanto do sentido quanto do significado operatório) reside na identificação da proporção.

c) Registro de Representação Semiótica na forma de Gráfico:

Ex.: 15% de 300

Quant. de Ref.



Ao construir o gráfico, o sujeito percebe o sentido e obtém o resultado, sem mesmo efetuar operações matemáticas explicitamente. Isto é, significado operatório está implícito na construção do gráfico.

d) Registro de Representação Semiótica em forma de Tabela:

Ex.: 15% de 300

Quantidade inicial	Quantidade de transformação
100	15
200	30
300	45

e) Registro de Representação Semiótica Geométrico:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Neste caso a proporção está implícita, ou seja, cada quadriculado equivale a 5 vezes o valor real, é a proporção 1 para 5. Daí, 9 para 45.

Após o sujeito entender o sentido e atribuir o significado operatório, que dependem da utilização de diferentes Registros de Representação Semiótica e dispensar o tratamento que julgar mais adequado, torna-se imprescindível a coordenação entre os diferentes registros de representação e a conversão entre eles. A conversão é um elemento fundamental para que haja uma real compreensão do objeto matemático representado e deve ocorrer da forma mais natural possível. O entendimento do sentido, a atribuição do significado operatório, o reconhecimento de diferentes registros de representação, a adoção do tratamento e a conversão entre os diferentes registros de representação se constituem na condição “sine qua non” a conceitualização de nosso objeto de estudo. Por mais potente que seja o registro de representação, sempre será parcial em relação a totalidade do objeto de estudo, daí a necessidade de se trabalhar com vários Registros de Representação Semiótica e a conversão entre esses registros.

Neste momento, faz-se necessário retomar ao questionamento:

Trabalhando a porcentagem a partir da utilização de diferentes Registros de Representação Semiótica e a conversão entre esses registros de representação, será possível conduzir o aluno a adquirir o conceito de porcentagem?

Na tentativa de responder esse questionamento, recorreremos ao trabalho de pesquisa. Para isso elaboramos uma Sequência Didática que foi desenvolvida com os alunos da 6ª série “01”, da Escola de Educação Básica Professora Júlia Miranda de Souza, da cidade de Navegantes, Santa Catarina.

Capítulo V

DESENVOLVENDO A PESQUISA

5.1 - SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A Sequência Didática foi desenvolvida com os 38 alunos da 6ª série "01" da Escola de Educação Básica Professora Júlia Miranda de Souza, localizada na Rua 14 de Maio, nº 440, Centro, Navegantes, Santa Catarina. Leva em consideração: o problema; as hipóteses; e os objetivos da pesquisa. Foi elaborada de acordo com a metodologia da engenharia didática e pautada na fundamentação teórica dos Registros de Representação Semiótica. A referida Unidade Escolar pertence à rede Estadual de Ensino e atende a alunos do Ensino Fundamental nos períodos matutino, vespertino e noturno; Ensino Médio (Educação Geral) nos períodos matutino e noturno, (Magistério, com Habilitação em Séries Iniciais), no período noturno.

A Sequência Didática é constituída de sete atividades, algumas delas subdivididas e seu desenvolvimento aconteceu em cinco encontros, realizados no período de 06 a 16 de novembro de 2000.

- o primeiro encontro aconteceu no dia 06 de novembro e desenvolveu-se a atividade 01 - **percebendo a proporção**;
- o segundo encontro aconteceu no dia 08 de novembro e desenvolveu-se as atividades 02 - **aplicando a proporção** e a atividade 03 - **identificando a porcentagem enquanto proporção**;
- o terceiro encontro aconteceu no dia 10 de novembro e desenvolveu-se as atividades 04 - **reconhecendo e convertendo diferentes registros de representação semiótica** e a atividade 05 - **enfocando a porcentagem enquanto proporção**;
- o quarto encontro aconteceu no dia 13 de novembro e desenvolveu-se as atividades 06 - **compreendendo a porcentagem a partir do gráfico** e a

atividade 07 - **reconhecendo o sentido e o significado operatório na porcentagem;**

- o quinto encontro aconteceu no dia 16 de novembro e realizou-se o fechamento do trabalho. Retomou-se alguns conceitos trabalhados no decorrer do desenvolvimento das atividades.

As **atividades 01 a 05** são atividades que necessitam de atenção, observação, cooperação, colaboração, tomada de decisão e anotações, enfim, são atividades que possibilitam o desenvolvimento da socialização.

Com essas atividades temos por **objetivos:**

- **perceber:**
 - a existência da equivalência, ou seja, a proporção na distribuição do número de quadriculados em cada quadrado, o mesmo acontecendo com os quadrados e cubos pintados;
 - que há uma razão entre o número de quadriculados (vermelhos e azuis) em relação ao total de quadriculados do quadrado, isto é, há uma proporção na subdivisão do quadrado e que essa proporção também ocorre em relação aos cubos;
 - que a razão é o quociente entre duas quantidades e/ou grandezas;
 - que a porcentagem é uma proporção avaliada em relação a centena;
 - que é possível se (ob)ter taxas percentuais maiores, menores ou iguais a centena;
 - existem diferentes registros de representação semiótica para representar uma porcentagem.

A **atividade 06** é uma atividade que exige o domínio de algumas ferramentas matemáticas a exemplo das operações fundamentais e de fração.

Com essa atividade tem-se como **objetivos:**

- **Verificar se o sujeito:**
 - compreende o significado de uma taxa percentual representada a partir do gráfico;
 - utiliza e reconhece diferentes registros de representação semiótica;
 - compreende o significado as informações contidas no gráfico, é o entendimento do sentido;
 - aplica a porcentagem na resolução de situações problemas.

A **atividade 07** é uma atividade que exige a articulação sentido-significado operatório na porcentagem, além do domínio de algumas ferramentas matemáticas a exemplo das operações fundamentais, proporção, operações com números decimais e de fração.

Com essa atividade tem-se como **objetivos**:

- **Verificar se o sujeito:**

- articula sentido-significado operatório;
- aplica a proporção na resolução de situações que envolvem porcentagem;

Para o **desenvolvimento** das atividades 01 a 03, utilizar-se-á os seguintes materiais:

- quadrados em vermelho e azul, com 10cm de lado e quadriculados;
- cubos (peças de material dourado) de 1 cm de aresta, pintados de vermelho e azul;
- lâmina transparente, quadrada com 10 cm de lado e quadriculada em 1 cm;
- dicionário;
- papel pardo.

Os **procedimentos** adotados para o desenvolvimento das atividades segue a seguinte ordem:

a) Estruturação da aula:

- Discussão em torno das dificuldades apresentadas no desenvolvimento das atividades anteriores, a partir do segundo encontro;
- Apresentação da(s) atividade(s) e seus respectivos objetivos;
- Distribuição do material necessário ao desenvolvimento da(s) atividade(s);
- Leitura das orientações necessárias ao desenvolvimento da(s) atividade(s);
- Anotação das conclusões e/ou respostas de cada tarefa;
- Apresentação de um relatório por equipe, da(s) atividade(s) desenvolvida(s) na aula.

b) As observações e a análise do desenvolvimento das atividades realizadas pelos alunos obedece a seguinte sistemática:

- Encontro;
- Indicação da(s) atividade(s) desenvolvida(s). As atividades desenvolvidas encontram-se no anexo II desta dissertação;
- Apresentação da análise a priori, e o material necessário ao desenvolvimento;
- Análise de cada atividade desenvolvida. Ao analisar as atividades, levar-se-á em consideração o comportamento da turma em relação a(s) atividade(s) (atitudes, dificuldades, sucessos), a interferência do pesquisador, as respostas apresentadas nos relatórios. No anexo III desta dissertação encontram-se alguns relatórios das atividades desenvolvidas pelos alunos;
- As citações de respostas e/ou falas dos alunos, serão indicadas pelo número da equipe.

5.1.1 - Primeiro encontro

O primeiro encontro ocorreu no dia 6 de novembro de 2000. Inicialmente, conversou-se com os alunos, expondo os objetivos do trabalho que estaríamos desenvolvendo, bem como da necessidade de todos se empenharem na tentativa de contribuir na construção de uma alternativa capaz de auxiliar não somente a 6ª série "01", mas outras turmas e outros estabelecimentos e que desta forma estaríamos buscando alternativas de melhorias na qualidade de ensino da matemática. De maneira geral, os alunos demonstraram interesse em participar das atividades, principalmente pelo fato de se traduzir num trabalho de pesquisa.

Em seguida, orientou-se os alunos no sentido de formarem equipes de até 4 (quatro) pessoas, que essas equipes deveriam permanecer inalteradas até a conclusão do trabalho de pesquisa e que ao final de cada aula, cada equipe deveria apresentar um relatório, contendo os registros efetuados no decorrer das atividades.

A formação das equipes ocorreu de acordo com a vontade dos alunos, isto é, não houve interferência do pesquisador. É interessante observar que a constituição das equipes ocorreu através de afinidades entre os componentes da turma.

Além das orientações gerais, nesse primeiro encontro desenvolveu-se as questões relativas a atividade 01.

ATIVIDADE 01 - PERCEBENDO A PROPORÇÃO

Material:

- Quadrados de 10 cm de lado, com quadriculados em vermelho e azul;
- Cubos em madeira, pintados de vermelho e azul;
- Lâmina transparente, quadriculada em 1 cm, com 10 cm de lado.

Procedimento metodológico:

- formar equipes de no máximo 4 (quatro) alunos;
- o professor deve distribuir o material (quadrados quadriculados nas cores propostas, os cubos pintados e a lâmina transparente quadriculada).

Tarefa 1

O desenvolvimento desta tarefa através da utilização do material concreto estimula o sentido da visão e possibilita que os alunos manipulem o material. Através da visualização, manipulação, distribuição e organização do material, os alunos terão a oportunidade de retomar alguns conceitos como o de agrupamento, de comparação, de equivalência, de fração e de razão, que se constituem nas idéias que fundamentam a proporção. Nosso objetivo é que o aluno perceba a existência da proporção.

Análise a priori:

A primeira tarefa prevê a organização do material de acordo com os critérios pré estabelecidos e exige que os alunos observem e anotem as conclusões da equipe. Possivelmente algumas equipes não distribuirão os cubos de acordo com a orientação da atividade, nesse caso, chamar-se-á a atenção para o que a atividade solicita.

Certamente os alunos perceberão a seqüência na distribuição dos quadriculados e cubos, estabelecendo a relação e equivalência.

Tarefa 2

O preenchimento da tabela exige que os alunos retomem a tarefa anterior e prestem atenção no que efetuaram. De certa maneira exige que os próprios alunos validem ou não as respostas dadas. Essa tarefa objetiva colocar o aluno em contato com diferentes formas de representar uma proporção e ao mesmo tempo analisar os registros efetuados.

Análise a priori:

Esta tarefa solicita o preenchimento de um quadro, a partir das observações e anotações efetuadas na primeira tarefa. As diferentes formas de representar a sistematização dos dados da tarefa 1, coloca em evidência as idéias que constituem a proporção. Exige também que o sujeito se familiarize com a utilização e a conversão entre diferentes registros de representação.

Em relação a conversão entre os diferentes registros de representação, por se tratar de números relativos, possivelmente a maior dificuldade residirá na conversão para o registro de representação decimal. As observações solicitadas nos indicarão se os alunos compreenderam ou não o que estavam fazendo.

Tarefa 3

Esta tarefa tem como objetivo colocar o aluno em contato com uma nova forma de representar uma proporção. Permite também verificar se o aluno aplica a proporção na distribuição dos números que compõem o gráfico.

Análise a priori:

Esta tarefa, além de retomar os trabalho desenvolvido nas tarefas 1 e 2, coloca um novo desafio aos alunos: a construção de gráficos. Tarefa que os alunos não estão habituados a desenvolver. O fato dos alunos não estarem habituados a construir gráficos, possivelmente trará dificuldades na distribuição proporcional das grandezas

em seus devidos lugares, neste caso, utilizar-se-á o papel milimetrado, chamando a atenção para a distribuição proporcional dos intervalos.

Tarefa 4

Essa tarefa exige uma análise das atividades desenvolvidas até aqui e permite-nos verificar se os alunos compreenderam o significado da proporção.

Análise a priori:

Esta é uma questão descritiva e faz uma síntese das idéias que constituem uma proporção. Possivelmente alguns alunos darão atenção ao fato de existir uma proporção na distribuição das peças.

ANÁLISE QUALITATIVA DA ATIVIDADE 01

Com as equipes constituídas, distribuiu-se o material necessário ao desenvolvimento da "atividade 01". De início, os alunos demonstraram curiosidade em manusear o material, montando figuras geométricas, colocando uma peça ao lado da outra e mesmo sobrepondo-as, principalmente os cubos.

Distribuiu-se as folhas para que cada equipe fizesse a leitura das tarefas a serem desenvolvidas. Nesse momento, percebeu-se que os alunos centravam atenção ao desenvolvimento das atividades em detrimento da leitura. Insistimos na leitura, fazendo com que as equipes prestassem atenção nos objetivos e nas orientações propostas. Mesmo assim, a ânsia de desenvolver as atividades era maior.

Grande parte dos alunos iniciou a distribuição do material conforme as orientações da "tarefa 1". Antes mesmo de anotar as conclusões em cada tarefa desenvolvida, os alunos organizavam o material da atividade subsequente. Nesta tarefa, pôde-se perceber que muitas equipes não distribuíram o material de acordo com as orientações propostas. Isto é, a distribuição dos cubos, muitas vezes não representava os quadriculados do quadrado. Nesse momento, orientou-se as equipes para que observassem o que cada tarefa solicitava. Distribuído e organizado o material, iniciaram as anotações das conclusões da tarefa.

As conclusões da tarefa 1, indicam que os alunos observaram que "Os dois (tanto o quadrado quanto os cubos) representam a mesma quantidade", ou seja, "2 vermelhos e 3 azuis" e assim sucessivamente (EQUIPE 7). É interessante observar que a EQUIPE 5, efetuou o registro das conclusões de cada atividade da tarefa "a", na forma de fração, ou seja, "2 vermelhos / 3 azuis" e assim sucessivamente.

Ao final dessa tarefa, solicitou-se que os alunos escrevessem o que haviam concluído. A grande maioria das equipes respondeu que "Os vermelhos aumentam de 2 em 2. Ex.: 2, 4, 6, 8, 10. Os azuis aumentam de 3 em 3. Ex.: 3, 6, 9, 12, 15. O total de peças aumenta de 5 em 5. Ex.: 5, 10, 15, 20, 25." (EQUIPE 3).

Embora os alunos tenham observado a seqüência do aumento do número de quadriculados e/ou cubos em cada uma das atividades desta tarefa, as respostas evidenciam a proporção.

Em relação a tarefa 2, pôde-se observar que os alunos apresentaram dificuldades na conversão de uma representação fracionária para decimal, isto é, em dividir o numerador pelo denominador (de uma fração própria). Essa dificuldade decorre da falta de clareza da idéia que a fração equivalente envolve e do significado da divisão do numerador pelo denominador. Outra dificuldade é a de perceber a equivalência fracionária entre as representações na forma de fração. Diante disso, chamou-se atenção em relação à equivalência, mostrando-se o material que eles haviam agrupado e a simplificação de frações. No que se refere à conversão de uma representação fracionária para uma representação decimal (razão), um aluno da EQUIPE 2 resolveu, no quadro a divisão $2 : 5 = 0,4$, dizendo que "2 é menor que 4, então a resposta não pode ser um número inteiro, então, coloca-se zero vírgula (escrevendo numericamente zero vírgula, no quociente) e acrescenta-se zero (escrevendo numericamente zero no dividendo). Agora temos $20 : 5$, o que dá 4. A resposta é 0,4". Como a turma já havia trabalhado com divisão números decimais, as próprias equipes conseguiram resolver as demais divisões. Após essas informações, as equipes que até então não haviam se atentado para a equivalência fracionária, iniciaram a simplificação de frações, assim como efetuaram a conversão em cada atividade da tarefa. As EQUIPES 7, 8 e 10 indicaram a simplificação nas frações equivalentes.

Algumas equipes tomaram consciência da equivalência fracionária, quando perceberam que havia a mesma razão na distribuição dos quadriculados vermelhos em relação ao total, ou seja, a razão "é sempre a mesma 0,4" (EQUIPE 8), ou nos

quadriculados azuis em relação ao total "todas o mesmo resultado" referindo-se a conversão de $\frac{3}{5}$ para decimal (0,6) (EQUIPE 9). A razão entre o número de quadriculados e azuis, a EQUIPE 6 indicou que o resultado "é sempre igual", referindo a dízima periódica 0,66..., resultado da divisão de 2 por 3 e de suas frações equivalentes.

Das tarefas desenvolvidas nesta aula, a que mais suscitou dúvidas, foi a tarefa 3, isto porque trata-se da construção de gráfico no plano cartesiano. A dificuldade dos alunos residiu na distribuição proporcional dos números na construção do gráfico. Isso indica a falta de conhecimento do lugar geométrico (na reta numérica) do lugar que cada número ocupa. Nessa atividade, evidenciou-se a dificuldade que os alunos possuem na aplicação da proporção, isso indica a falta de clareza do significado da proporção. Na tentativa de superar essa dificuldade, distribuiu-se folhas milimetradas, indicando-se os milímetros e centímetros. Sugeriu-se que se utilizasse a marca do milímetro como sendo uma unidade e que se observasse o que era solicitado em cada atividade da tarefa para então construir os gráficos. Mesmo com essa orientação geral, houve a necessidade de atendimento nas equipes, a fim de esclarecer dúvidas. Mesmo assim, muitas equipes construíram e apresentaram em seus relatórios, gráficos que não respeitaram as devidas proporções, a exemplo das EQUIPES 2, 4 e 5.

Em relação às conclusões (tarefa 4), a EQUIPE 10 respondeu que "Existe proporção na distribuição das peças, uma vez que elas obedecem sempre a mesma seqüência, e quando as frações são equivalentes, a razão é sempre a mesma". A EQUIPE 6 fez menção aos gráficos dizendo que "Nos gráficos que nós fizemos chegamos em linhas iguais na mesma direção", referem-se a reta. Já a EQUIPE 8 respondeu que "Neste trabalho aprendemos a fazer proporção, fração, razão e ...". As respostas apresentadas por essas equipes indicam a presença da proporção. As próximas atividades nos poderão fornecer elementos mais eficazes de avaliação, a fim de verificarmos se o conceito de proporção foi assimilado pelos educandos.

Há que se registrar que os alunos desta turma:

- demonstram interesse no desenvolvimento das atividades;
- não estão familiarizados com o desenvolvimento do tipo de atividade que estamos propondo;
- não têm o hábito de ler atentamente as atividades antes de resolvê-las;
- diante de pequenos obstáculos muitos se dispersam;

- normalmente apresentam respostas sucintas e incompletas;
- e ainda, o material de suporte para o desenvolvimento das atividades, a exemplo dos quadrados e dos cubos, foi utilizado, pelos alunos, para outras finalidades, além daquelas propostas pelas atividades.

5.1.2 - Segundo encontro

No dia 08 de novembro de 2000 retornamos à Escola de Educação Básica Professora Júlia Miranda de Souza, com o objetivo dar continuidade ao trabalho de pesquisa. Neste dia trabalhou-se das 13 h e 30 min. às 15 h e 30 min. Inicialmente, com a utilização do retroprojeto e lâminas, procurou-se retomar alguns conceitos explorados nas atividades anteriores, a exemplo da equivalência fracionária, razão e proporção, em relação à distribuição dos quadriculados e/ou cubos. Chamou-se a atenção dos alunos quanto a proporção no posicionamento e localização dos números na construção de um gráfico.

Em seguida, distribuiu-se o material para o desenvolvimento da atividade 02, para que os alunos respondessem o que lhes era solicitado. Concluída a atividade 02, orientou-se a atividade 03 e distribuiu-se o material para que os alunos desenvolvessem as questões propostas.

ATIVIDADE 02 - APLICANDO PROPORÇÃO.

O desenvolvimento desta atividade possibilita o aluno aplicar os conhecimentos adquiridos na atividade 01, ou seja, aplicar a proporção na resolução de situações colocadas. Este é o objetivo maior da atividade. Além disso, introduz-se a porcentagem enquanto proporção.

Análise a priori:

As questões da atividade 02, são questões descritivas, exigem o entendimento da proporção. O fato dos terem distribuído peças (quadrados quadriculados e cubinhos

de material dourado) na atividade anterior, acreditamos que os alunos conseguirão responder aos questionamentos. Possivelmente, alguns alunos construirão tabelas com números que representam a distribuição das peças da atividade anterior a fim de obter os resultados, outros utilizarão a propriedade fundamental da proporção.

ANÁLISE QUALITATIVA DA ATIVIDADE 02

Para responder aos questionamentos dessa atividade, a grande maioria das equipes construiu uma tabela, respeitando as proporções da atividade anterior e a partir daí responderam adequadamente aos questionamentos. A EQUIPE 1, para responder ao questionamento "a", observou na tabela que a cada 6 quadriculados vermelhos correspondem a 9 azuis, obedecendo a proporção, colocaram que "somando $9 + 9 = 18$ ", tendo portanto 18 quadriculados e/ou cubos azuis. Para responder ao questionamento "b", multiplicaram 3 por 7, obtendo 21 e 2 por 7, obtendo 14. Na questão "c", multiplicaram 8 por 2 e 8 por 3, obtendo o resultado e na questão "d", multiplicaram 8 por 5 e 12 por cinco. Isto caracteriza a utilização da estratégia escalar e da proporção na resolução dos questionamentos. Partiram dos dados disponíveis na tabela e calcularam a proporção. Na questão "e", perderam-se nas operações, no entanto responderam adequadamente ao questionamento. A EQUIPE 9 forneceu os dados corretamente, ao explicar como chegaram ao resultado escreveram: "dobrando as proporções". Essa resposta nos indica que a equipe tem noção da utilização da proporção, no entanto não souberam explicar essa utilização.

Aqui evidencia-se a aplicação da proporção através da relação de adições sucessivas e do princípio multiplicativo. Isso significa que os alunos utilizaram os procedimentos escalar e funcional, na resolução das atividades propostas. Além desses procedimentos, muitas equipes lançaram mão de um recurso não muito freqüente, a construção de uma tabela, que também exige a compreensão dos procedimentos já citados e estabelece a relação entre as duas variáveis, o que indica a utilização do procedimento funcional. É o princípio da utilização da propriedade fundamental da proporção.

ATIVIDADE 03 - IDENTIFICANDO A PORCENTAGEM ENQUANTO PROPORÇÃO

Esta atividade exige que o aluno retome as atividades desenvolvidas até aqui, reforçando as idéias que constituem a proporção. Reforça o significado da proporção e busca a identificação da porcentagem enquanto uma proporção. O objetivo desta atividade reside na identificação da porcentagem enquanto uma proporção avaliada em relação a centena.

Análise a priori:

A atividade 03 é constituída de dez questões descritivas onde os alunos precisam perceber a proporção na distribuição das peças da atividade 01 e a partir da atividade 02 "d", perceber a porcentagem como sendo uma proporção. Possivelmente, os alunos não terão dificuldades em responder principalmente as questões "a", "b", "c" e "d". Em relação a questão "e", possivelmente dirão que a porcentagem é uma proporção, mas encontrarão dificuldades em explicar o "porquê". Em relação a questão "f", possivelmente façam alusão à centena e talvez estabeleçam relação com a proporção. Já as questões "g", "h", "i" e "j", possivelmente serão respondidas adequadamente.

Procedimento metodológico:

- Solicitar que os alunos respondam aos questionamentos a partir da resposta do questionamento "d" da atividade 2:

ANÁLISE QUALITATIVA DA ATIVIDADE 03

Em relação a questão "a", os alunos retomaram a resposta do questionamento "d" da atividade 02 e responderam tranqüilamente.

Para responder a questão "b", as EQUIPES 2, 6, 7, 8 e 10, utilizaram a proporção entre o número de quadriculados vermelhos (40) e azuis (60), isto é, partiram do resultado do questionamento "d" da atividade 02, simplificando-os, ou "para 2 vermelhos tem 5 no total" (EQUIPE 7). Já a EQUIPE 4 coloca que "todos são

proporção e se são 8 vermelhos o total é 20". A EQUIPE 3 escreveu que "60 está na tabuada de 5 que é 12×5 e 40 está na tabuada do 5 que é 5×8 ". A EQUIPE 1 coloca que "se simplificar fica 2 e 5", referindo a simplificação de 40 e 100. A Equipe 2 disse que "40 está para 60 assim como 2 está para 3". Esta resposta indica a utilização da propriedade fundamental da proporção, ou seja, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos. A EQUIPE 9 escreveu "faça o gráfico que você verá", isso não garante que eles tenham visto, mas indica a compreensão na construção do gráfico. A EQUIPE 5 diz que não há proporção "pois os números são diferentes (...) seria 2 em 2".

As questões "c" e "d" todas as equipes responderam corretamente, sem dificuldades.

Em relação ao questionamento "e" todas as equipes concordam que sim, no entanto há algumas variações nas explicações: "de cada 100 quadradinhos 40 V e 60 A, ou seja, vermelhos 40% azuis 60%" EQUIPE 2. "por que os dois equívalem a 100, ou seja, 100%" EQUIPE 9. "Porque a fração é equivalente e o seu resultado dá sempre igual" EQUIPE 6.

Essas repostas indicam que os alunos utilizaram os procedimentos escalar e funcional e implicitamente o procedimento pela regra de três. Indica também o entendimento da porcentagem enquanto uma proporção e estabelecem a relação da porcentagem com a centena, embora isso não garanta sua aplicação na resolução de atividades que envolvem porcentagem.

Quando se solicitou que definissem porcentagem (questão f), todas as equipes estabeleceram relação com a centena. "Uma quantidade que é avaliada por cem" EQUIPE 8. "é o número que equívale a 100, ou seja, equívale a por cento" EQUIPE 9. "Alguma coisa por 100. Ex. são 100 pirulitos = 100% e tenho que dar 50% a Fabiana e 50% a João no total 50 pirulitos" EQUIPE 7. Essas resposta indicam a relação com a centena, embora isso não esteja expresso corretamente.

As repostas às questões "g" e "h" foram expressas corretamente, sem nenhum problema.

Na questão "i", para explicar o que significa 40% e 60%, os alunos comparam aos quadradinhos do quadrado, isto é, "são 40 quadradinhos vermelhos e 60 quadradinhos azuis" EQUIPE 7.

Em relação as outras formas de representar esses percentuais, houve referências aos registros de representação numéricos: percentual e fracionário; ao

registro de representação geométrico. Algumas equipes representaram um quadriculado com cem quadradinhos e 40 destacados.

5.1.3 - Terceiro encontro

No dia 10 de novembro deu-se continuidade no trabalho de desenvolvimento da seqüência didática. Com o auxílio do quadro e giz, retomou-se a propriedade fundamental da proporção, no intuito de mostrar que é possível se obter dados proporcionais a partir de um ponto de partida. No caso em voga, a partir de 2 para 3 ou 2 para 5 ou ainda 3 para 5. A partir da compreensão da porcentagem enquanto proporção definiu-se que porcentagem: "é a proporção de uma quantidade, de uma grandeza em relação a uma outra, avaliada sobre a centena" (DAMM W., 1997 p. 7).

No intuito de fazer com que os alunos visualizassem a porcentagem do quadrado, em vermelho (40%) e azul (60%), sobrepôs-se ao quadrado a lâmina quadriculada, evidenciando que a proporção do número de quadriculados vermelhos e azuis mantinha o percentual, independentemente do número de quadriculados do quadrado.

Em relação as diferentes formas de representar 40%, efetuou-se os registros de representação numérico (percentual, fracionário, decimal e proporcional); o registro de representação geométrico, a partir da equivalência; o registro de representação em língua natural; o registro de representação por tabela e o registro de representação gráfico. Chamou-se atenção para a conversão entre os diferentes registros de representação.

Em seguida, distribuiu-se o material da atividade 04, solicitando-se que os alunos lessem com atenção e efetuassem os registros de representação solicitados.

Concluída a atividade 04, distribuiu-se o material para o desenvolvimento da atividade 05.

ATIVIDADE 04 - RECONHECENDO E CONVERTENDO DIFERENTES REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Esta atividade permite que o aluno reconheça outras formas de representar o mesmo objeto, isto é, que o aluno perceba a utilização de diferentes registros de representação semiótica no estudo de porcentagem e faça a conversão de um registro de representação semiótica para outro registro de representação, também semiótico.

Análise a priori:

No quadro em que se constitui a atividade 04, os alunos deverão efetuar e converter os diferentes registros de representação semiótica já indicados nesta dissertação. Possivelmente os alunos não terão maiores dificuldades em efetuar o registro fracionário, no entanto poderão ter dificuldades de efetuar as conversões solicitadas, principalmente do fracionário para o decimal. Neste caso, lançar-se-á mão do material dourado para que os alunos percebam o significado da passagem (conversão).

Talvez possam apresentar dificuldades em representar na forma fracionária, a representação geométrica maior que uma unidade, o que vai resultar numa taxa percentual maior que a centena. Neste caso, recorre-se às peças com que trabalhamos na primeira atividade.

ANÁLISE QUALITATIVA DA ATIVIDADE 04

É interessante observar que a atividade 04 foi desenvolvida adequadamente pela grande maioria das equipes. Percebeu-se a aplicação da proporção na construção dos gráficos. A maior dificuldade residiu na representação geométrica de 125%. Na tentativa de auxiliar na compreensão do significado de 125%, recorreu-se ao significado de 100% e de 25%. Com isso, muitos alunos concluíram que 125% significa "o inteiro" mais "um quarto". Mesmo assim, três equipes efetuaram esse registros de forma incorreta. A EQUIPE 1 desenhou 125 pequenos círculos; a EQUIPE 3 desenhou um retângulo subdividido em 5 partes, destacando-as; a EQUIPE 9 desenhou um retângulo e destacou-o e a EQUIPE 10 desenhou um retângulo subdividido em 5 partes.

As demais EQUIPES desenharam dois retângulos destacando um inteiro mais um quarto do segundo.

Algumas equipes apresentaram dificuldades no momento de efetuar alguns registros de representação, a exemplo da EQUIPE 3, que efetuou de forma inadequada os registros de representação: "0,1" ao invés de 1 (registro decimal), "dois por cento" (registro em língua natural), ao invés de vinte por cento, "um por cento" ao invés de cem por cento e "um por vinte" ao invés de cento e vinte e cinco por cento. A EQUIPE 5 registrou "0,1" (registro decimal), ao invés de 1. A EQUIPE 6 escreveu "0,25" ao invés de escrever 1, (registro decimal). A EQUIPE 8 registrou "0,02" ao invés de 0,2 e "0,01" ao invés de 1. A EQUIPE 10 errou na proporção, escrevendo que $125/100$ é equivalente a $100/50$.

Em relação à conversão, percebeu-se que muitos alunos possuem dificuldades em efetuar corretamente a divisão, principalmente quando o dividendo é menor que o divisor. A multiplicação de números decimais e ou centesimais também merecem atenção, em função dos erros cometidos. O que se pode observar é que os alunos não possuem clareza do significado dessas operações, por desconhecerem o valor posicional ao se tratar de números racionais.

ATIVIDADE 05 - ENFOCANDO A PORCENTAGEM ENQUANTO PROPORÇÃO.

As atividades a seguir permitem verificar se o aluno reconhece a porcentagem enquanto proporção e aplica esses conhecimentos na resolução de atividades relacionadas a porcentagem.

Análise a priori:

A atividade 05 é constituída de duas questões que tratam de porcentagem, fornecendo a taxa percentual de 100% e a quantidade de referência. Para respondê-las, os alunos necessitam a compreensão de proporção para responder a quantidade de transformação a partir da taxa percentual dada. Acredita-se que a grande maioria dos

alunos darão conta de resolver os exercícios, no entanto, parece-nos que a dificuldade maior residirá no cálculo que envolve o percentual maior que a centena.

ANÁLISE QUALITATIVA DA ATIVIDADE 05

Na primeira questão as EQUIPES 1, 2, 4, 7, 8 e 9 responderam satisfatoriamente ao que foi perguntado. Já as demais equipes responderam de forma inadequada o que foi solicitado. As EQUIPES 3, 5 e 6 deram o resultado na forma percentual, o que indica a confusão entre taxa percentual e quantidade de transformação. A EQUIPE 10 respondeu que 1% de 300 é 9.

Em relação a segunda questão, as equipes 1, 4, 6, 7 e 8 responderam satisfatoriamente ao que foi solicitado. A EQUIPE 2 errou a quantidade de transformação de 75% e 125%, a EQUIPE 3 errou a quantidade de transformação de 1%, 5%, 20% e 25%, possivelmente tenha sido confusão na hora de passar para o relatório, uma vez que ao desenvolver as atividades, presenciou-se a utilização do procedimento escalar através da soma das quantidade de transformação já respondidas, ou seja, "75% é igual a 50% + 25%, o que resulta em $150 + 300 = 450$ " e responderam corretamente a segunda parte da mesma questão (Então 5% de 600 corresponde a, 20% de 600 corresponde a, 75% de 600 corresponde a e 125% de 600 corresponde a). Já a EQUIPE 5 respondeu incorretamente a segunda parte da questão. A EQUIPE 9 errou a quantidade de transformação de 20%, 25%, 50%, 75%, 125% e a segunda parte da questão. A EQUIPE 10 errou a quantidade de transformação de 75% e de 125%.

Na questão 2 "b", responderam corretamente, as equipes 3, 4, 6, 7 e 8. Já a EQUIPE 1 respondeu inadequadamente a segunda parte da questão (Então, 2% de 500 corresponde a, 20% de 500 corresponde a e 150% de 500 corresponde a). A EQUIPE 2 respondeu errado 10%, 20%, 150% e a segunda parte da questão. A EQUIPE 5 respondeu errada a segunda parte da questão. A EQUIPE 9 respondeu errado 10%, 20%, 150% e a segunda parte da questão. O mesmo ocorreu com a EQUIPE 10.

Percebeu-se no desenvolvimento dessa atividade, que muitos alunos possuem dificuldades em resolver operações fundamentais. Muitos desses problemas estão

relacionados a não compreensão do sentido da operação em desenvolvimento, o que ocasiona problemas na utilização de algoritmos ao atribuir o significado operatório. No decorrer do desenvolvimento das atividades ficou evidente que a maioria dos alunos utilizam a proporção para encontrar as respostas, no entanto possuem dificuldades em efetuar corretamente o registro do significado operatório com seu respectivo tratamento.

5.1.4 - Quarto encontro

O quarto encontro aconteceu no dia 13 de novembro. Inicialmente apresentou-se uma lâmina (atividade 04) onde pontuava alguns erros cometidos pelos alunos efetuarem e converterem diferentes registros de representação. Solicitou-se que os alunos fizessem as devidas correções. Em relação à atividade 05, fez-se a correção dos erros, utilizando-se do quadro negro e giz. Chamou-se a atenção para a aplicação da propriedade fundamental da proporção. Ao fazer a correção dessa atividade, uma aluna da EQUIPE 3, disse que houve engano ao passar para o relatório a questão 2 "a". Chamou-se atenção para o fato de que a taxa percentual é um valor relativo avaliado em relação a centena e deve ser expressa pelo símbolo da porcentagem e que ao nos referirmos a uma quantidade e/ou grandeza, ela deve ser expressa numericamente e se for o caso, utilizar suas unidades de medidas. Essas observações foram feitas em função de que alguns alunos fazem confusão entre taxa percentual e quantidade de transformação.

Chamou-se atenção para a resolução da multiplicação e divisão com números racionais, localizando-os no quadro valor de lugar e com o auxílio do material dourado, procurou-se efetuar alguns exemplos, na tentativa de auxiliar os alunos a superar essa dificuldade.

Feitas as devidas correções e observações nas atividades desenvolvidas no encontro anterior, orientou-se e iniciou-se o desenvolvimento da atividade 06. Após a conclusão do desenvolvimento da atividade 06, distribuiu-se e orientou-se o desenvolvimento da atividade 07, com a qual conclui-se o desenvolvimento da seqüência didática.

ATIVIDADE 06 - COMPREENDENDO A PORCENTAGEM A PARTIR DE GRÁFICO.

A atividade 06 foi dividida em três tarefas. Seu desenvolvimento permite verificar se o aluno compreende o significado de uma taxa percentual representada a partir do gráfico de setor; pode-se verificar se o aluno utiliza e reconhece diferentes registros de representação semiótica; e permite verificar se os alunos compreendem o significado das informações contidas num gráfico.

Tarefa 1

A tarefa 1 desta atividade é constituída de um gráfico de setor que indica o índice de poluição do ar provocada por um grande parque industrial.

Análise a priori:

A apresentação dos índices dos fatores poluentes está representado num gráfico de setor e indicados os percentuais de poluição causado por diferentes agentes poluidores. Possivelmente, os alunos conseguirão responder satisfatoriamente as questões, embora poderão apresentar dificuldades em representar corretamente o registro de representação geométrico e decimal.

Tarefa 2

A tarefa 2 exige que o sujeito construa o gráfico de colunas a partir dos dados fornecidos pelo gráfico de setor apresentado na tarefa 1. A construção do gráfico de coluna permite verificar se o aluno aplica a proporção e reconhece essa proporção na elaboração do gráfico que envolve porcentagem.

Análise a priori:

A construção do gráfico de coluna exige que o aluno aplique conhecimentos de proporção e utilizem-se de escala. Isso significa efetuar uma conversão intra-registro. Possivelmente os alunos construirão o gráfico, no entanto não respeitarão a

distribuição proporcional dos espaços que demarcam os pontos que constituirão o gráfico. A utilização de papel quadriculado deverá facilitar esses trabalhos.

Tarefa 3

A tarefa 3 se constitui na aplicação da porcentagem na resolução de situações problemas. Além disso, é possível verificar se o aluno consegue perceber a existência das diferentes incógnitas. Isso permite que o sujeito estabeleça o sentido e desenvolva o significado operatório.

Análise a priori:

A aplicação da porcentagem na resolução de problemas exige que o sujeito estabeleça o sentido da porcentagem e através da atribuição de um significado operatório encontre o resultado matemático que possibilita responder adequadamente o questionamento feito. Possivelmente os alunos encontrarão dificuldade em encontrar a taxa percentual, neste caso, solicitar-se-á que façam a comparação com a proporção, relacionada ao universo, ou seja, 100%, que corresponde as 200 árvores frutíferas.

ANÁLISE QUALITATIVA DA ATIVIDADE 06

Nas questões dessa tarefa, a grande maioria das equipes se ativeram em efetuar o registro de representação solicitado e isso ocorreu de forma eficiente, no entanto, apenas a EQUIPES 1 e 5 listaram "outros fatores" que poluem o ar, a exemplo de "gases poluentes e fumaça" EQUIPE 1 e "esgoto e lixo" EQUIPE 5. Esta mesma equipe efetuou de forma errada o registro de representação geométrico. No decorrer da atividade, percebeu-se que muitos alunos efetuavam a simplificação da fração $46/100$, no entanto ao efetuar o registro geométrico muitas vezes o faziam em relação a centena, isto é, de 100 quadradinhos pintavam 46, chamou-se a atenção para a equivalência e nos relatórios, este registro foi efetuado sob a fração $23/50$.

No desenvolvimento das atividades, percebe-se que os alunos não possuem o hábito de registrar as informações que lhes são repassadas e os que registram, na maioria das vezes, não as observa na hora de colocá-las em prática. Essa falta de hábito

de registrar as informações e de consultá-las a fim de desenvolver as atividades é uma constante. A todo o momento tem que se chamar a atenção para que observem com atenção o que estão fazendo e que consultem as anotações. Outro problema bastante comum está relacionado à dificuldade de registrar de forma clara os procedimentos adotados na resolução de questões relacionadas a cálculos. Frequentemente respondem adequadamente ao questionamento referente à questão matemática, no entanto, quando se pergunta como chegou a tal resultado, até dizem, mas não conseguem efetuar claramente o registro em língua natural e muitas vezes as respostas são evasivas e desprovidas de significado.

No desenvolvimento da tarefa 2, percebeu-se que os alunos ainda possuem dificuldades em distribuir em espaços proporcionais os valores das grandezas que compõem o gráfico, embora a maioria das equipes tenham apresentado o gráfico adequadamente. Outro detalhe importante que há que se levar em consideração é que os alunos pouco trabalham na construção, compreensão e interpretação de dados fornecidos em tabelas ou gráficos.

Na tarefa 3, a maior dificuldade recaiu na questão "b", "d" e "e", isto porque havia a necessidade de se encontrar a taxa percentual. Mesmo assim, as equipes responderam adequadamente ao que foi solicitado. O interessante é que ao final desta atividade muitos alunos efetuaram a soma do número de árvores e do percentual, a fim de conferir com os dados fornecidos no enunciado do problema. Isso indica o estabelecimento do sentido da porcentagem.

ATIVIDADE 07 - RECONHECENDO O SENTIDO E O SIGNIFICADO OPERATÓRIO NA PORCENTAGEM.

Esta é uma atividade constituída de sete questões que exigem que o sujeito estabeleça relação sentido-significado operatório na resolução de atividades que apresentem a taxa percentual e a quantidade de referência. O estabelecimento da relação sentido-significado operatório permite nos indicar que estamos no caminho certo. Com essas questões é possível verificar a aplicação da proporção na resolução de atividades que envolvem porcentagem.

Análise a priori:

Determinar a quantidade de transformação a partir da taxa percentual e da quantidade de referência significa perceber a relatividade da taxa percentual em diferentes universos. Embora as questões sejam congruentes entre si, o fato de apresentar taxas percentuais menores e maiores que a centena pode se constituir um obstáculo para os alunos. Talvez os alunos apresentem dificuldades em resolver as questões "e", por se tratar de uma taxa maior que a centena, num universo numérico, e na questão "f", porque o universo é menor que o valor absoluto da taxa percentual. Caso isso venha a ocorrer, chamar-se-á atenção para a utilização da propriedade fundamental da proporção, com procedimento pela regra de três.

ANÁLISE QUALITATIVA DA ATIVIDADE 07

Na questão "a" desta atividade, as EQUIPES 1 e 5 responderam que 20% de 80 é 15, enquanto que a EQUIPE 6 efetuou o desconto da porcentagem. É bom registrar que a EQUIPE 6 efetuou o desconto em todas as questões desta atividade. As questões "b", "c" e "d" foram respondidas corretamente. A maior dificuldade residiu na resolução das questões "e" e "f", isto porque a questão "e" exige a percepção de que o resultado é maior que a quantidade apresentada, ou seja maior que 1925. Em relação a questão "f", quatro equipes responderam satisfatoriamente.

No desenvolvimento dessa atividade chamou-se a atenção para a aplicação da propriedade da proporção, a fim de que os alunos respondessem adequadamente as questões. Embora o trabalho tenha fluído com maior facilidade, percebe-se que muitos alunos apresentam problemas em resolver operações que envolvam números decimais, principalmente na divisão.

5.1.5 - Quinto encontro

No dia 16 de novembro, retornou-se à Escola de Educação Básica Professora Júlia Miranda de Souza, com o intuito de retomar alguns conceitos trabalhados no

decorrer do trabalho de pesquisa. Inicialmente, verificou-se os erros cometidos na resolução da atividade 07, mais especificamente aqueles decorrentes da atribuição do significado operatório. Reforçou-se a utilização da aplicação da propriedade fundamental da proporção, na resolução das atividades que envolvem porcentagem. Procurou-se também detalhar o processo de resolução da divisão de fração, uma vez que os alunos possuem dificuldades em resolver situações em que o resultado não é exato e/ou a divisão em que o dividendo é menor que o divisor. Aproveitamos esse momento para retomar a conversão entre os diferentes registros de representação trabalhados. No desenvolvimento desse trabalho, fomos confeccionando um cartaz utilizando os diferentes registros de representação e a conversão entre os diferentes registros de representação semiótica trabalhados no decorrer das atividades desenvolvidas.

É interessante salientar que a maioria dos alunos consegue falar o procedimento que deve ser utilizado para resolver as atividades, no entanto possuem dificuldades em efetuar corretamente o registro em (língua natural) daquilo que estão falando. Ao se tratar de registros matemáticos, as dificuldades são menores. Trabalham com eficiência o registro na forma proporcional. Salienta-se também que muitos alunos distraem-se por qualquer motivo e que as conversas paralelas também se fazem muito frequente.

Numa avaliação preliminar, pode-se dizer que o trabalho foi desenvolvido de forma eficiente e que as atividades são interessantes e proporcionaram, de certa forma, uma nova perspectiva para o estudo de porcentagem, enquanto proporção. Os registros de representação utilizados permitem que os alunos percebam a marcante presença da proporção. Há que se dizer também que nem todos os alunos conseguem desenvolver com eficiência todas as atividades que envolvem proporção e por consequência as que envolvem porcentagem.

Acreditamos que o pós-teste nos apontará com maior clareza os erros e acertos no desenvolvimento das atividades e isso nos possibilitará avaliar com maior clareza e profundidade a eficácia de nossa pesquisa. Até o momento, parece-nos que os objetivos foram alcançados e que não há dúvidas de que é necessário propor aos alunos atividades que utilizam diferentes registros de representação. O trânsito entre os diferentes registros de representação possibilita que os alunos tenham mais clareza de detalhes pertinentes ao objeto em estudo e isso permite a compreensão do sentido do

que se está desenvolvendo. Com certeza, esse é um trabalho que exige do professor dedicação, preparação e muito estudo.

No que se refere à aprendizagem, podemos afirmar que os alunos não se esquecerão das atividades que foram desenvolvidas, assim como sempre que se depararem com situações que envolvem porcentagem, terão em mente o sentido da proporção e isso lhes possibilitará, resolver com mais eficiência tais situações.

5.2 - CONSIDERAÇÕES EM RELAÇÃO AO DESENVOLVIMENTO DA SEQÜÊNCIA DIDÁTICA

O desenvolvimento da Seqüência Didática permitiu-nos perceber que tanto os professores quanto os alunos não estão habituados a utilizar a metodologia desenvolvida nessa pesquisa e tampouco a utilização de diferentes registros de representação semiótica, isto porque são metodologias e/ou teorias novas, originárias da França nos anos 80 e pouco difundidas no Brasil.

Os alunos não possuem o hábito de registrar (em língua natural) os procedimentos matemáticos utilizados e isso de certa maneira dificulta o trabalho de pesquisa, principalmente quando o pesquisador não atua em loco, que não foi o caso desta pesquisa. O fato de atuar enquanto professor-pesquisador, permitiu-nos acompanhar o desenvolvimento das atividades, o que facilitou na identificação das dificuldades dos alunos e na elaboração de estratégias que pudessem auxiliar no processo de superação. Referimo-nos ao processo de superação das dificuldades, porque percebemos que muitos alunos, embora tenham trabalhado de forma sistemática os principais conceitos que envolvem a multiplicação e divisão, inclusive com números racionais, se confundem com o valor posicional dos números. Esse é um indicativo da necessidade de se trabalhar de forma mais eficiente esses conceitos. Talvez a utilização da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval possa contribuir na superação dessa problemática.

Acreditamos que a metodologia de relatórios dirigidos e orientados pelo professor, não só de matemática, mas de todas as áreas do conhecimento deva ser uma constante na vida dos estudantes.

A utilização de recursos como material instrucional, recursos tecnológicos e outros, tornam-se importantes na medida em que servem de apoio ou como material intermediário para que ocorra o processo de aprendizagem e não como fim em si mesmo.

Ao trabalharmos com diferentes registros de representação semiótica tem-se um grande aliado no processo ensino/aprendizagem, uma vez que constantemente o aluno está sendo desafiado a refletir sobre o registro efetuado, o que propicia o desenvolvimento intelectual, perceptivo e estimula os órgãos dos sentidos. Na

perspectiva da melhoria da qualidade de ensino, esse é um exercício que todos os professores devem fazer.

Como o foco de nossa pesquisa contempla o sentido e o significado operatório, não enfatizamos a aplicação da porcentagem na resolução de situação extra-matemática, o que não significa o abandono, apenas optamos por esse enfoque porque o trabalho com aplicações requer todo um estudo mais aprofundado sobre compreensão de textos, o que exige um tempo maior de pesquisa. Esse pode ser um tema de pesquisa para um futuro doutorado.

Capítulo VI

OS RESULTADOS

6.1 - PÓS-TESTE

O Pós-Teste tem por objetivo verificar a eficácia ou não do trabalho desenvolvido, isto é, através dele podemos avaliar a validade ou não de nossa pesquisa. O Pós-Teste foi aplicado no dia 21 de novembro do corrente ano, aos 35 (trinta e cinco) alunos da 6ª série "01" do Ensino Fundamental, da Escola de Educação Básica Professora Júlia Miranda de Souza, Navegantes, Santa Catarina.

Inicialmente, orientou-se os alunos de que as atividades de avaliação deveriam ser desenvolvidas individualmente e que cada aluno deveria efetuar os registros das respostas de forma mais clara possível. Em seguida, distribuiu-se as atividades para cada aluno e fez-se a leitura. Esclarecidas as dúvidas, os alunos deram início ao desenvolvimento das atividades.

É importante registrar, que decorridos 35 minutos, alguns alunos haviam respondido todas as atividades. A maioria dos alunos demorou entre 40 a 50 minutos para desenvolver todas as atividades. Apenas três alunos demoraram uma hora.

O pós-teste é constituído de três atividades. A **atividade 01** é composta de cinco questões e tem por objetivo verificar se o sujeito reconhece e converte diferentes registros de representação, além de perceber a proporção presente em cada registro de representação semiótica dado (geométrico, tabela, fração, gráfico e decimal). A **atividade 02** é constituída de quatro questões, onde é dada a taxa percentual e a quantidade de referência. Essas questões têm por objetivo verificar se o sujeito estabelece o sentido e atribui um significado operatório eficaz na resolução das atividades propostas, além de reconhecer a porcentagem enquanto proporção. A **atividade 03** é composta de três problemas com variações de enunciados, isto é, a incógnita recai sobre uma das quantidades (quantidade de referência, taxa percentual ou

quantidade de transformação). Com essas questões, é possível verificar se o sujeito estabelece o sentido e atribui um significado operatório eficaz na resolução de situações problemas, isto é, na aplicação de porcentagem.

A sistemática de apresentação do Pós-Teste obedecerá a seguinte seqüência:

- apresentação da constituição da atividade com seus respectivos objetivos;
- apresentação da questão;
- análise a priori;
- apresentação dos resultados da questão através de tabela;
- ao final de cada atividade apresentar-se-á a análise qualitativa da atividade proposta;
- apresentação das considerações em relação ao Pós-Teste.

6.1.1 - Análise dos resultados do pós-teste

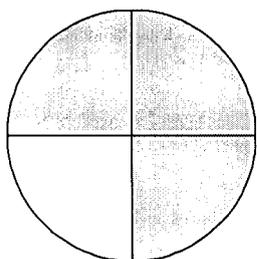
ATIVIDADE 01

A primeira atividade é constituída de 05 (cinco) questões, com as quais é possível verificar se o sujeito reconhece e converte diferentes registros de representação semiótica ao tratar de porcentagem. Também é possível verificar se o aluno percebe a proporção presente em cada registro de representação semiótica dado.

No processo de conversão, é possível que muitos alunos reconheçam a proporção e utilizarem a estratégia escalar e o procedimento do tipo função.

1 - Analise os registros de representação a seguir. Indique a proporção, a taxa percentual que estão representadas e explique como você encontrou a taxa percentual.

a)



Proporção

Taxa percentual

Explicação

.....

.....

Análise a priori.

A questão "a" se constitui num registro de representação semiótica geométrico na qual os alunos necessitarão fazer a conversão do registro de representação dado para o registro numérico proporcional e percentual. No pré-teste aplicou-se uma questão utilizando-se o registro de representação geométrico para ser convertido para percentual e os alunos converteram com eficiência. No desenvolvimento da seqüência didática também trabalhou-se com esse tipo de registro de representação onde os alunos conseguiram convertê-lo com certa facilidade. Esse quadro nos leva a crer que a maioria dos alunos consigam perceber a proporção existente entre o número de partes hachuradas e o número de partes em branco, assim como identificarão a taxa percentual.

	Acertos		Erros		Não responderam	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Proporção	26	74	09	26	0	0
Taxa percentual	25	71	09	26	01	3

b) Quantidade (parte)	Universo (todo)	
1	10	Proporção.....
2	20	Taxa percentual
25	100	Explicação
50	200

Análise a priori.

A questão "b" se constitui num registro de representação na forma de tabela e o sujeito tem que reconhecer esse registro e em seguida efetuar a conversão para o registro de representação numérico proporcional e percentual. No desenvolvimento da seqüência didática trabalhou-se com esse tipo de registro de representação e os alunos demonstraram reconhecer a proporção e efetuar a conversão para porcentagem. Diante disso, acredita-se que a maioria dos alunos perceberão a proporção e identificarão a

taxa percentual, através da observação da relação entre os dados que constituem a tabela.

	Acertos		Erros		Não responderam	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Proporção	29	83	04	11	02	6
Taxa percentual	30	86	04	11	01	3

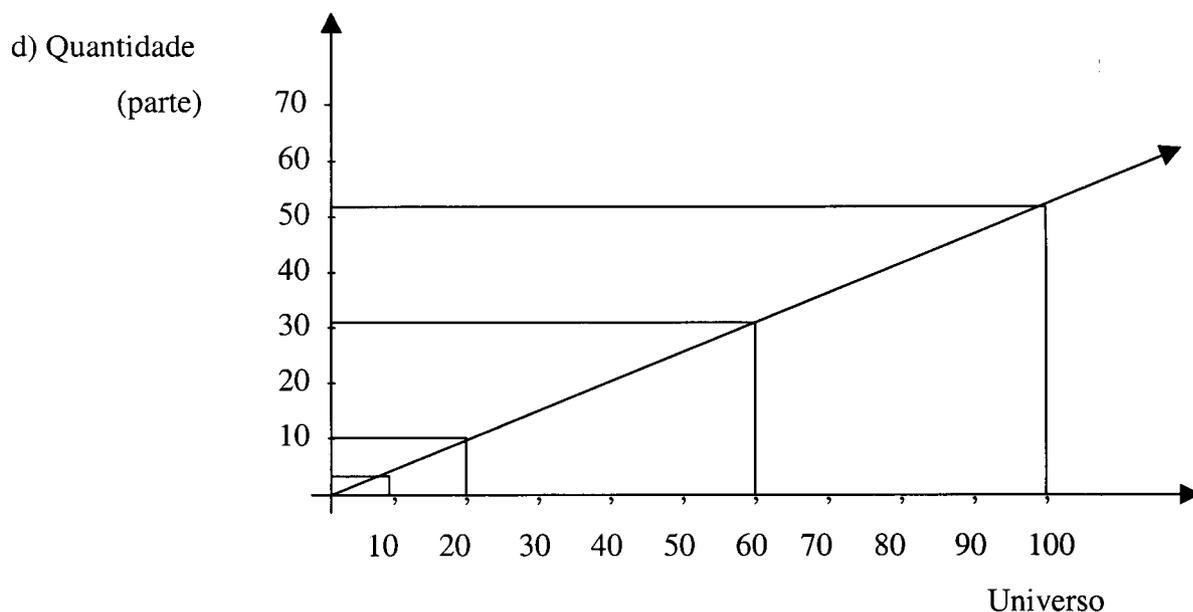
- c) 110 Proporção
- 100 Taxa percentual

Explicação.....

Análise a priori.

Na questão "c" o sujeito precisa reconhecer o registro de representação numérico fracionário dado e em seguida efetuar a conversão para o registro de representação proporcional e percentual. Embora o fato da quantidade de transformação seja superior a centena, acredita-se que a maioria dos alunos perceberão a proporção e identificarão a taxa percentual, através da observação da relação entre o numerador e o denominador da fração.

	Acertos		Erros		Não responderam	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Proporção	33	94	01	3	01	3
Taxa percentual	26	74	08	23	01	3



(todo)

Proporção Taxa percentual

Explicação

Análise a priori.

A questão "d" se constitui num registro de representação na forma de gráfico e o sujeito precisa reconhecer o registro efetuado para então converter do registro dado para o registro de representação numérico proporcional e percentual. Acredita-se que a maioria dos alunos perceberão a proporção e identificarão a taxa percentual, através da observação da relação entre os dados que constituem o universo e a quantidade de transformação. No entanto, possivelmente os alunos não conseguem identificar a função $f(x) = 0,5x$, mesmo porque ao desenvolver a seqüência didática não chamamos a atenção para a representação na forma de função.

	Acertos		Erros		Não responderam	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Proporção	33	94	02	6	0	0
Taxa percentual	32	91	01	3	02	6

e) 1,75 Proporção Taxa percentual

Explicação

Análise a priori.

Aqui o sujeito precisa reconhecer o registro de representação numérico decimal dado e em seguida efetuar a conversão para o registro de representação proporcional e percentual. Acredita-se que a maioria dos alunos perceberão a proporção e identificarão a taxa percentual, através da observação da relação entre os dados que constituem a tabela.

	Acertos		Erros		Não responderam	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Proporção	27	77	06	17	02	06
Taxa percentual	31	88	03	9	01	3

ANÁLISE QUALITATIVA DA ATIVIDADE 01

Vejamos algumas explicações dadas pelos alunos ao indicar a proporção e a taxa percentual a partir do registro de representação semiótica dado.

Em relação a identificação da taxa percentual a partir do registro de representação semiótica geométrico, os alunos explicam:

- "Dividindo as 4 partes por 100, depois somando 3 partes preenchidas" (aluno 10);
- "Fiz a tabela e multipliquei por 5" Tabela:

3	4
15	20
75	100 (aluno 3);
- "4 quadrados pintados significam 100% 3 quadrados pintados significam 75%" (aluno 6);
- "3 x de 25 = 75 e 4 x de 25 = 100" (aluno 18);
- O desenho está dividido em 4 partes, e cada parte é 25%, então, 25 vezes 3 é igual a 75" (aluno 35).

Essas explicações deixam claro que os alunos identificaram o círculo todo como sendo 100% e através da proporção chegaram aos 75% referentes a parte achurrada. Outro fator que merece atenção diz respeito à utilização do procedimento matemático adotado para encontrar o resultado. Muitos alunos explicaram o resultado através da utilização da proporção, outros utilizaram a estratégia escalar por adição

sucessiva, outros através da estratégia escalar multiplicativa, assim como o procedimento do tipo função utilizando-se da tabela.

Embora o índice de acertos do pós-teste tenha superado o índice de acertos no pré-teste, esperávamos que este índice fosse maior. Talvez a reconfiguração seja um dos fatores que tenham interferido no resultado da questão.

Ao se tratar do registro de representação semiótica por tabela, algumas explicações merecem atenção, veja:

- "Pela proporção, na tabela tem $25 \rightarrow 100$, então é 25%" (aluno 2);
- "Olhando a tabela" (aluno 8);
- "Fazendo uma proporção e uma porcentagem" (aluno 12);
- "Fui multiplicando de 5 em 5" (aluno 16);
- "Olhei a quantidade e o universo" (aluno 18);
- "A proporção é de 1 —5 e a taxa porcentual é de 25%"(aluno30).

Nessa atividade, é possível perceber que os alunos observaram na tabela o percentual correspondente, outros procuraram identificar a proporção, já houveram os que viram na tabela a proporção. Implicitamente aparecem as estratégias escalar pela multiplicação, o que indica a compreensão da porcentagem enquanto proporção.

Os resultados obtidos confirmam a expectativa pontuada, quando efetuamos a análise a priori.

Tratando-se de registro de representação fracionário, as respostas dos alunos apontam:

- "Pela proporção" apresentando a tabela:
$$\begin{array}{r|l} 110 & 100 \\ 550 & 500 \end{array}$$
 (aluno 2);
- "Cheguei a essa taxa porque o denominador é 100" (aluno 9);
- "A proporção é uma fração aí você coloca o de cima 110 com 100" (aluno 12);
- "Olhando a fração"(aluno 22);
- "A fração já tem o denominador cem" (aluno 25);
- "A taxa está escrita na forma de fração"(aluno 35).

É interessante observar que alguns alunos passaram para outro registro de representação semiótica, a exemplo do decimal, para então perceber a porcentagem. Outros conseguiram identificar a porcentagem observando a própria fração de denominador 100. Por outro lado há que se registrar que alguns alunos efetuaram uma

subtração, dizendo "Se 110 é igual a 100 sobra 10%" (aluno 6). Nesse caso o aluno não concebe uma taxa percentual superior a 100.

As repostas dadas pelos alunos indicam a compreensão da porcentagem enquanto fração, razão e proporção, além de confirmar as expectativas quando da análise a priori. Essas são algumas idéias importantes para a compreensão da porcentagem.

O registro de representação gráfica nos mostra algumas explicações que merecem ser destacadas, veja:

- "Consultei o gráfico e ele me orientou"(aluno 1);
- "Pela proporção cheguei a $50/100 = 50\%$ " (aluno2);
- "Olhando a proporção"

5	—	10
10	—	20
30	—	60
50	—	100 (aluno 7);
- "Olhando no gráfico aparece a proporção 5 para 10, 10 para 20, 30 para 60, 50 para 100."(aluno 8);
- "Olhando o gráfico eu vi que 50 está para 100" (aluno9);
- "Conferindo que parte equívale a 100"(aluno 10);
- "Chegando de 50 o gráfico leva ao cem por isso é 50%"(aluno 13);
- "A taxa está escrita na forma de gráfico"(aluno 35).

As explicações dadas pelos alunos indicam a utilização da proporção, da tabela (que envolve a compreensão de proporção), além do que indica a compreensão e interpretação correta das informações fornecidas pelo gráfico. Nenhum aluno mencionou a função $f(x) = 0,5x$, o que havíamos previsto na análise a priori.

Para explicar a conversão do registro de representação numérico (1,75) para o registro de representação na forma percentual, os alunos estabeleceram as seguintes relações:

- "Pela proporção porque 1,75 é 175%"(aluno 2);
- "Se decimal é 1,75, então por cento é 175"(aluno7);
- "Simplifique $75 \frac{\quad}{100}$ e deu $4 \frac{\quad}{7}$. 1,75 é em número decimal transformando em porcentagem tiramos a vírgula e ficou 175%"(aluno 9);
- "Eu cheguei a esse resultado fazendo a proporção"(aluno 16);

- "Se à uma vírgula após o 1 é porque ele é inteiro e se 1 inteiro representa 100% o 75 representa 75%"(aluno 26).

A explicação dada pelo aluno 26 indica a compreensão de número decimal, no que se refere ao valor posicional e o significado tanto da parte inteira, quanto da centesimal. As respostas indicam a compreensão da porcentagem a partir do registro de representação decimal, mesmo que esse número seja um número misto, isto é, contém uma parte inteira e uma decimal e/ou centesimal. Isto valida a análise a priori que efetuamos.

Observando os dados das tabelas e as explicações dadas pelos alunos, é possível perceber que a grande maioria dos alunos reconhecem e convertem diferentes registros de representação semiótica, indicando que a análise a priori que efetuamos está correta. No entanto, há que se dizer que alguns alunos ainda possuem dificuldades em reconhecer e converter diferentes registros de representação semiótica, principalmente quando a taxa percentual é superior a 100 e com registro de representação na forma fracionária.

Também é possível perceber que a grande maioria dos alunos identificam a proporção presente nos registros de representação semiótica. Isso é relevante, na medida em que indica a compreensão da porcentagem enquanto proporção.

ATIVIDADE 02

A atividade "2" é constituída de quatro questões, nas quais o aluno deve calcular o valor correspondente às taxas percentuais dadas. Com essas questões, é possível verificar se o aluno estabelece o sentido da porcentagem e atribui um significado operatório capaz de resolver de forma adequada a questão proposta. Além disso, é possível verificar se o aluno aplica a propriedade fundamental da proporção na resolução das questões propostas. Aqui também pode-se verificar se o aluno entende a porcentagem e o milésimo enquanto proporção.

2- Calcule o valor correspondente às taxas percentuais dadas:

- a) 20% de 30 pessoas, são pessoas. Explique como você chegou a esse resultado.....

Análise a priori.

Embora a incógnita dessas questões recaia sobre a quantidade de transformação, há que se levar em consideração o fator de congruência semântica, uma vez que os enunciados apresentem além das informações matemáticas (taxa percentual, número de pessoas, valor monetário, número de votos), outras informações pertinentes a cada questão e isso pode gerar algumas dificuldades no momento de resolução das atividades propostas. As explicações dadas através do registro em língua natural, de *como chegou ao resultado*, facilitará que percebamos se o sujeito estabelece o *sentido* da questão proposta.

É importante salientar que a relação por mil, questão "d", não foi trabalhada no desenvolvimento da seqüência didática, no entanto, acreditamos que a maioria dos alunos utilizarão a propriedade fundamental da proporção seguida pela regra de três e conseguirão resolver de forma eficiente todos os exercícios propostos.

	Acertos		Erros		Não responderam	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Quant. de transf.	30	86	04	11	01	3

b) 110% de R\$ 250,00, são R\$ Explique como você chegou a esse resultado.....

	Acertos		Erros		Não responderam	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Quant. de transf.	25	71	08	23	02	6

c) 13% de 2000 votos, são votos. Explique como você chegou a esse resultado.....

	Acertos		Erros		Não responderam	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Quant. de transf.	28	80	05	14	02	6

d) 5% o (5 por mil) de uma população de 13000 pessoas, são pessoas.

Explique como você chegou a esse resultado.....

	Acertos		Erros		Não responderam	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Quant. de transf.	27	77	06	17	02	6

ANÁLISE QUALITATIVA DA ATIVIDADE 02

Observando os dados das tabelas é possível perceber o elevado índice de acertos. Isso indica que os alunos estabelecem o sentido e atribuíram o significado operatório da forma eficaz. Ao analisar o procedimento matemático utilizado na atribuição do significado operatório, evidencia-se a aplicação da propriedade fundamental da proporção, seguido do procedimento pela regra de três. Há alunos que se utilizam do procedimento escalar pela relação de adição sucessiva ou pela multiplicação. Há também os que utilizam o procedimento funcional e também o procedimento do tipo cálculo. Tais procedimentos podem ser verificados através das explicações dadas pelos alunos:

- "usando a propriedade da proporção com a regra de 3"(aluno 1);
- "pela regra de três e a propriedade da proporção"(aluno 2);
- "eu fiz a proporção, simplifiquei e deu o resultado"(aluno 4);
- "fazendo a propriedade da proporção"(aluno 7);
- "pela regra de três"(aluno 8);
- "fazendo a propriedade da proporção e a regra de três"(aluno 9);
- "formando uma fração e simplificando"(aluno 10);
- "eu só multipliquei 20 por 30 e deu 600 então dividi 600 por 100 e deu 6"(aluno 21). "Multiplicando o 20 por 30 pessoas e dividindo o resultado da multiplicação por 100"(aluno23).

Aqui vale a pena retomar o que o aluno 10 escreveu "Formando uma fração e simplificando". Isso indica a compreensão da porcentagem enquanto fração, tem clareza do significado da equivalência fracionária.

Ao analisar os procedimentos utilizados pelos alunos na atribuição do significado operatório, verifica-se que a maioria dos alunos utilizou a propriedade fundamental da proporção, seguida pela regra de três.

O aluno 21, assim como os demais, indicou a proporção de que 20% indica que 20 está para 100 assim como "x" está para 30, seguindo o procedimento pela regra de três. A explicação dada pelo aluno indica a utilização do algoritmo aritmético, na resolução da questão.

Nas questões "b" e "c", os alunos utilizaram os mesmos procedimentos da questão "a" e as explicações não são diferentes. É interessante observar que esse mesmo procedimento foi utilizado na questão "d" (5% o de uma população de 13000 pessoas).

Do ponto de vista da congruência semântica, os enunciados das questões são referencialmente equivalentes entre si, uma vez que apresentam a mesma ordem de apresentação dos dados que os constituem, embora não possuam a mesma "significação" (uma vez que são de quantidades e grandezas diferentes) porque "... não se originam do mesmo domínio de descrição ou do mesmo ponto de vista", o que não significa que os entes matemáticos presentes no enunciado sejam congruentes (DUVAL, 1998 p. 7).

Os resultados permitem verificar a pertinência da análise a priori efetuada uma vez que os elementos nela indicados se fazem presente nas respostas dadas pelos alunos ao resolver as questões propostas. No entanto, não havíamos contado com a possibilidade de alguns alunos utilizarem o procedimento do tipo cálculo. A média de 78,5% de acertos indica a eficiência de nosso instrumento de pesquisa e que os resultados superaram as expectativas.

A tabela a seguir nos permitirá visualizar os fatores de congruência semântica.

FATORES DE CONGRUÊNCIA SEMÂNTICA

Questão	Taxa	Quant. de ref.	Quant. de transf.	Característica	% de acertos
A	20%	30	Incógnita	<ul style="list-style-type: none"> - o valor absoluto da taxa percentual é menor que a quantidade de referência; - taxa percentual menor que a centena; - a natureza da quantidade de referência é discreta; 	86
B	110%	250,00	Incógnita	<ul style="list-style-type: none"> - o valor absoluto da taxa percentual é menor que a quantidade de referência; - taxa percentual maior que a centena; - a natureza da quantidade de referência é contínua; 	71
C	13%	2000	Incógnita	<ul style="list-style-type: none"> - o valor absoluto da taxa percentual é menor que a quantidade de referência; - taxa percentual menor que a centena; - a natureza da quantidade de referência é discreta; 	80
D	5%	13000	Incógnita	<ul style="list-style-type: none"> - o valor absoluto da taxa milesimal é menor que a quantidade de referência; - taxa milesimal menor que o milhar; - a natureza da quantidade de referência é discreta 	77

ATIVIDADE 03

A atividade 03 é constituída de três questões problemas. Com estas questões é possível verificar se o aluno estabelece o sentido e atribui um significado operatório eficaz na resolução de situações problemas de porcentagem. A partir desses problemas pode-se analisar o fator de congruência semântica entre os enunciados dos problemas. É bom lembrar que a aplicação não é o foco de nossa pesquisa, no entanto vale a pena verificar se o trabalho desenvolvido até aqui permite os alunos alçar vôo e resolver determinadas situações problemas que envolvem porcentagem.

3 - Resolva os problemas:

- a) Numa eleição onde 3500 pessoas votaram, um candidato obteve 60% dos votos. Qual é o número de votos que esse candidato obteve?

Cálculo..... Explique como você chegou a esse resultado.

Análise a priori:

Como a incógnita desta questão recai sobre a quantidade de transformação, possivelmente os alunos utilizarão a propriedade fundamental da proporção seguida pela regra der três, obtendo de forma eficiente o resultado da questão. O fator de congruência semântica, a respeito dos dados matemáticos (número de pessoas e taxas percentuais) e demais informações (eleição, pessoas que votaram e votos obtidos pelo candidato) poderão interferir no processo de compreensão do texto.

	Acertos		Erros		Não responderam	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Quant. de transf.	26	74	08	23	01	3

- b) Numa eleição onde 3500 pessoas votaram, um certo candidato obteve 1000 votos. Qual a taxa percentual de votos desse candidato?

Cálculo..... Explique como você chegou a esse resultado.

Análise a priori:

A incógnita desta questão recai sobre a taxa percentual, possivelmente os alunos utilizarão a propriedade fundamental da proporção seguida pela regra der três, no entanto poderão encontrar dificuldades no processo de divisão em função dos zeros que constituem os números. Também, é possível que os alunos não se atentem para o fato de que a taxa percentual pode ser um número decimal. O fator de congruência semântica, a exemplo dos dados matemáticos (número de pessoas e número de votos) e demais informações (eleição, pessoas que votaram e votos obtidos pelo candidato) poderão interferir no processo de compreensão do texto, alterando os resultados.

	Acertos		Erros		Não responderam	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Taxa percentual	03	9	28	80	04	11

- c) Numa eleição onde um certo número de pessoas votaram, um candidato obteve 15% do total de votos, isso corresponde a 4500 votos. Qual é o número total de votos nessa eleição?

Cálculo..... Explique como você chegou a esse resultado.

Análise a priori:

A pergunta a ser respondida exige que o sujeito perceba que a incógnita recai sobre a quantidade de referência. Possivelmente os alunos utilizarão a propriedade fundamental da proporção seguida pela regra der três, no entanto poderão encontrar dificuldades no processo de divisão. O fator de congruência semântica: número de pessoas; taxa percentual; e número de votos; além das informações extra-matemática: eleição; pessoas que votaram; e votos obtidos pelo candidato; poderão interferir no processo de compreensão do texto, alterando os resultados.

	Acertos		Erros		Não responderam	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Quant. de referência	11	31	22	63	02	6

ANÁLISE QUALITATIVA DA ATIVIDADE 03

Observando os dados, é possível perceber que os alunos possuem dificuldades em resolver problemas de porcentagem, quando há variação de enunciado. Quando o enunciado do problema fornece a taxa percentual e a quantidade inicial, a grande maioria dos alunos conseguiu responder ao questionamento sem grandes dificuldades. Quando o problema fornece a quantidade inicial e a quantidade de transformação e a incógnita recai na taxa percentual, a grande maioria dos alunos não soube calcular corretamente. Além disso, muitos alunos fazem confusão entre a quantidade de transformação e a taxa percentual, isto é, dificilmente os alunos representam corretamente a taxa percentual. Muitos registram apenas o valor absoluto, não registrando o símbolo da porcentagem (%). Quando o problema fornece a taxa percentual e a quantidade de transformação, o índice de acertos foi maior que o segundo caso, mas ficou muito além de quando a incógnita do problema recai sobre a quantidade de transformação. Embora esses problemas tivessem sido detectados, quando da realização do pré-teste, no momento em que fizemos a análise a priori não fizemos a pontuação. Portanto, temos clareza que há necessidade de fazer um estudo mais aprofundado a fim de propor alternativas de superação de tais dificuldades.

As explicações fornecidas pelos alunos, ao resolverem o primeiro problema, indicam a utilização da propriedade fundamental da proporção seguida pela regra de três, o que havíamos pontuado na análise a priori e o índice de acertos de 74% revela que os alunos conseguem resolver situações problemas de porcentagem quando a incógnita recai sobre a quantidade de transformação, de forma mais eficiente do que quando a incógnita reside sobre a quantidade inicial (referência), ou sobre a taxa percentual. Nos problemas que trabalhados, quando a incógnita recai sobre a taxa percentual, o índice de acertos foi de apenas 9% e quando a incógnita recai sobre a quantidade de referência, este índice foi de 31%.

Em relação ao problema "b", muitos alunos compararam 3500 e 1000, por analogia responderam que a taxa percentual corresponde a 35%. Esse resultado foi dado por 28 alunos, o que corresponde a 80% dos alunos. Ao analisar as explicações dadas pelos alunos, verificou-se que muitos deles aplicaram corretamente a propriedade fundamental da proporção, no entanto se perderam no processo de resolução da divisão de 100 000 por 3 500. Diante disso, davam 35 como sendo o resultado. Nesse sentido, havíamos previsto na análise a priori que os alunos apresentariam dificuldades na divisão em função do número de zeros que constituíam os números, no entanto não previmos que os alunos pudessem fazer analogia entre os dados e inferir a resposta 35%.

É interessante observar que ao desenvolver os cálculos do problema "c", muitos alunos questionavam o resultado que encontravam (675), dizendo "esse resultado é menor que 4500 e foram mais de 4500 pessoas que votaram". Repensavam e retomavam o cálculo e através da mudança na ordem das grandezas, no tratamento proporcional, e através da aplicação da propriedade fundamental da proporção seguida da estratégia pela regra de três obtinham o resultado. A fala e a retomada do significado operatório comprova o que já dissemos anteriormente, a compreensão do sentido permite que o aluno compare o resultado, avaliando-o, e isso permite validar ou não o resultado obtido.

Outro aspecto que julgamos importante no desenvolvimento de tais atividades é o fato da aplicação da propriedade fundamental da proporção, no entanto, o problema reside na identificação da incógnita e sua relação com as demais quantidades.

Em relação à incógnita, pode-se agrupar os três problemas na tabela a seguir:

Problema	Posição da incógnita		
	Quant. de referência	Taxa percentual	Quant. de transform.
A	Apresenta	Apresenta	Incógnita
B	Apresenta	Incógnita	Apresenta
C	Incógnita	Apresenta	Apresenta

Ao atribuir o significado operatório para resolver um problema, há que se identificar as grandezas que compõem o problema e a incógnita, isto é, estabelecer o

sentido. No caso do problema "a", há que saber o significado de 60%, a partir daí, aplicando a propriedade fundamental da proporção, obtém-se o resultado do problema.

Problema "a"

Numa eleição onde 3500 pessoas votaram, um candidato obteve 60% dos votos. Qual é o número de votos que esse candidato obteve?

Grandezas:

- taxa percentual = 60%
- quantidade de referência = 3500 pessoas
- quantidade de transformação é a incógnita

ESQUEMA:

Pela propriedade fundamental da proporção, temos:

Valor absoluto da taxa	Quantidades
60	100
x	3500

Utilizando a estratégia pela regra de três tem-se:

$$100 \cdot x = 60 \cdot 3500$$

$$100x = 210000$$

$$x = 210000 : 100$$

$$x = 2100$$

Isto quer dizer que o candidato obteve 2100 votos.

Em relação ao problema "b", além da identificação das grandezas presentes no enunciado, há que se ter em mente que a taxa percentual é um valor relativo e, portanto, dever ser representada com seu símbolo (%). Além disso, o aluno precisa saber que ao se tratar de porcentagem, a taxa percentual padrão, sobre a qual são avaliadas as demais taxas percentuais, e a centena, ou seja, 100%, que compreende o universo.

Problema "b"

Numa eleição onde 3500 pessoas votaram, um certo candidato obteve 1000 votos. Qual a taxa percentual de votos desse candidato?

Grandezas:

- Quantidade de referência = 3500 pessoas
- Quantidade de transformação = 1000
- Taxa percentual é a incógnita

ESQUEMA

Pela propriedade fundamental da proporção tem-se:

Quantidades	Taxa percentual
3500	100%
1000	x%

Pela estratégia da regra de três, tem-se:

$$3500 \cdot x = 100 \cdot 1000$$

$$3500x = 100000$$

$$x = 100000 : 3500$$

$$x = 28,5714285714 \dots \%$$

O resultado encontrado é uma dízima periódica e indica que o candidato obteve aproximadamente 28,5714% dos votos.

O problema "c" exige que o sujeito perceba que a taxa percentual corresponde à quantidade de transformação dada e que a quantidade de referência (incógnita) corresponde ao universo, ou seja, 100%.

Problema "c"

Numa eleição onde um certo número de pessoas votaram, um candidato obteve 15% do total de votos, isso corresponde a 4500 votos. Qual é o número total de votos nessa eleição?

Grandezas:

- Quantidade de transformação = 4500
- Taxa percentual = 15%
- Quantidade de referência é a incógnita

ESQUEMA

Pela propriedade fundamental da proporção tem-se:

Taxa percentual	Quantidades
15% \longrightarrow	4500
100% \longrightarrow	x

Pela estratégia da regra de três tem-se:

$$15 \cdot x = 4500 \cdot 100$$

$$15x = 450000$$

$$x = 450000 : 15$$

$$x = 30000$$

Isso indica que o número total de votos dessa eleição é de 30000.

É importante salientar que os erros cometidos por muitos alunos ao resolver o problema "c", não se deu na atribuição do significado operatório, mas sim na resolução da operação de divisão ($450000 : 15 = 30000$). Muitos alunos responderam 3000, alguns disseram que o resultado era 300 e houve quem disse que o resultado era 30. Dos que acertaram, muitos haviam encontrado 675 e ao analisar a resposta perceberam que havia alguma coisa que não se encaixava, retomavam os cálculos, mudando a posição da incógnita no tratamento proporcional. Encontravam o novo resultado: 30000.

O problema da não compreensão do significado da divisão é outro elemento que os professores de matemática precisam trabalhar de forma sistemática com os alunos, a fim de que esses melhorem seu desempenho.

WERNER (1998), ao trabalhar "Os problemas de porcentagem: uma aplicação dos problemas de conversão proporção-quantidade. Existe uma grande variedade de problemas de porcentagem, mas suas diferenças não se situam ao nível das operações

necessárias à sua resolução. Em outros termos, pode-se dizer que as diferenças são semânticas e não matemáticas."⁴⁹ (WERNER, 1998 p. 198).

Observando a tabela anterior, percebe-se que a diferença fundamental entre os enunciados dos problemas está na incógnita, isto é, na identificação de qual a grandeza que se constitui na incógnita. E analisando os enunciados dos problemas, percebe-se a presença de quatro tipos de dados:

A - relativos à situação extra-matemática: eleição, votos, candidato. Estão presentes no enunciado do problema.

B - relativos ao sentido dos números: número de votos, número de votantes, taxa percentual. Os números quantificam as grandezas e são utilizados no tratamento matemático. Neste caso, temos planos distintos:

- o procedimento matemático adotado (escalar, funcional, regra de três), com seus respectivos tratamentos;
- a natureza da grandeza (discreta e/ou contínua);
- os valores das quantidades (relativo e/ou absoluto)

Nos enunciados que apresentamos, aparecem o valor absoluto (número de votos e número de votantes) e o valor relativo (taxa percentual). Como a taxa percentual, por se tratar de um valor relativo, pode se tratar de uma grandeza de natureza discreta ou de natureza contínua, tem-se pelo menos dois fatores de congruência semântica.

O fator da congruência semântica pode ou não ser um obstáculo, dependendo no nível de maturidade psicológica e/ou do domínio cognitivo que o sujeito possui. O número de votos e o número de votantes são grandezas de natureza discreta, enquanto que a taxa percentual pode ser de natureza contínua. A natureza da grandeza também pode apresentar o fator de congruência semântica, isto porque existem grandezas que são de natureza discreta (pessoas, votos e outros), grandezas de natureza contínua (água, ar, solo e outros) e ainda grandezas que tanto podem ser de natureza discreta ou contínua (números relativos, taxa percentual e outros).

⁴⁹ Les problèmes de pourcentage: une application des problèmes de conversion proportion-quantité (...) Il existe une grande variété de problèmes de pourcentage, mais leurs différences ne se situent pas au niveau des opérations nécessaires à leur résolution. En d'autres termes, on pourrait dire que les différences sont sémantiques et non pas mathématiques.

C - relativos às relações entre os dados numéricos e as grandezas que compõem o enunciado do problema.

D - relativos às relações entre as informações presentes no enunciado. Nesta relação tem a ver com a ordem das frases, o lugar da incógnita.

A distinção entre esses quatro tipos de dados que constituem o enunciado do problema é fundamental na passagem do texto matemático (enunciado do problema em língua natural) para o tratamento aritmético. É nessa passagem que se evidencia o caráter de congruência ou não-congruência e muitas vezes necessita-se de uma representação intermediária (entre o enunciado do problema e o tratamento matemático) para melhor compreender o sentido e atribuir o significado operatório. Para DUVAL (1998), "Do ponto de vista da constituição objetiva do saber, a substituição que permite desenvolver cálculo e demonstração funciona pela relação de referência. Mas do ponto de vista da apropriação subjetiva de um saber matemático funciona pela abordagem da relação do sentido associativo interno: tudo depende disso que nós chamamos de congruência ou não congruência semântica das expressões a substituir."⁵⁰ (DUVAL, 1998 p. 8).

Quando o sujeito consegue resolver de forma adequada o problema, através da aplicação de um tratamento matemático também adequado, significa que compreendeu a situação proposta. É o indicativo de que o sujeito estabeleceu o *sentido* e consegue responder adequadamente ao questionamento feito.

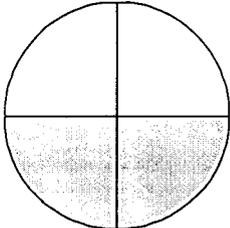
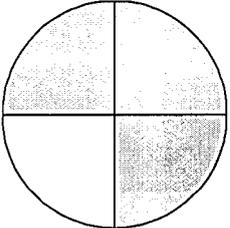
⁵⁰ "... du point de vue de la constitution objective du savoir, la substitution que permet de développer calcul et démonstration fonctionne par rapport à la référence. *Mais du point de vue de l'appropriation subjective d'un savoir mathématique la substitution fonctionne d'abord par rapport au sens associatif interne*: tout dépend alors de ce que nous appellerons la congruence ou la non congruence sémantiques des expressions à substituer.

6.2 - AVALIANDO OS RESULTADOS

A análise e avaliação dos resultados terá como base a comparação entre os dados coletados no Pré-Teste com os dados obtidos no Pós-Teste. Como as questões não são as mesmas, procuraremos agrupá-las de acordo com os objetivos de cada questão e/ou atividade. A comparação entre os dados permitirá uma análise mais efetiva, a fim de validar ou não o resultado de nossa pesquisa.

6.2.1 - Utilizando diferentes registros de representação

TABELA 01

Pré-teste		Pós-teste	
Questão	6ª Série	Questão	6ª Série
6/8	0%	110/100	74%
5/10	32%	Gráfico	91%
0,3	15%	Tabela	86%
0,25	23%	1,75	88%
	62%		71%

Os dados apresentados na tabela indica que os alunos da 6ª série "01", após a intervenção didática melhoraram significativamente sua performance, ultrapassando até mesmo os resultados apresentados pelos alunos do 1º ano do Ensino Médio, quando da aplicação do Pré-teste.

O bom desempenho dos alunos vem confirmar a eficácia da Sequência Didática, bem como do trabalho desenvolvido com os alunos durante o processo de intervenção didática. Outro fator que merece atenção é o fato de ter sido trabalhada a porcentagem a partir da compreensão da proporção.

6.2.2 - Estabelecendo sentido e atribuindo significado operatório

TABELA 02

Pré -teste		Pós-teste	
Questão	6ª Série	Questão	6ª Série
15% de 300	32%	20% de 30 pessoas	86%
		110% de R\$ 250,00	71%
		13% de 2000 votos	80%
		5% de 13000 pessoas	77%

No que se refere Ao estabelecimento do sentido e do significado operatório, os dados presentes na tabela indicam a evolução no desempenho dos alunos atores no processo de desenvolvimento da Sequência Didática (alunos da 6ª série "01" do Ensino Fundamental). Essa evolução foi significativa uma vez que a performance superou o desempenho dos alunos do 1º ano do Ensino Médio, quando da aplicação do Pré-Teste.

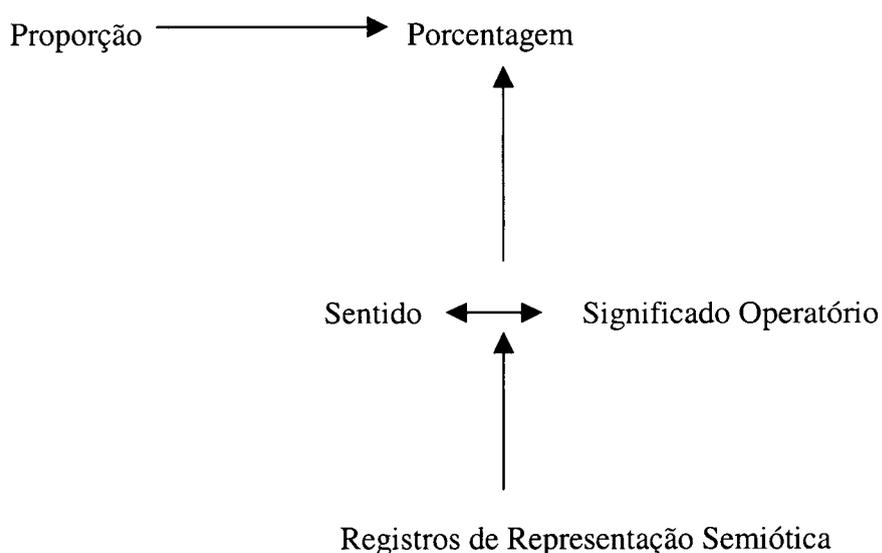
Essa melhora significativa no desempenho dos alunos de 6ª série consolidou-se a partir da utilização de diferentes registros de representação semiótica e da conversão entre esses diferentes registros de representação, reforçada pela compreensão do significado da proporção. Outro fator que contribuiu significativamente na atribuição do significado operatório, foi a compreensão da propriedade fundamental da proporção, aliada a utilização da regra de três. O fator decisivo nesse processo do compreensão do sentido e na atribuição do significado operatório reside na identificação das grandezas que constituem a situação proposta e na aplicação da propriedade fundamental da proporção.

Graças ao estabelecimento do sentido e entendendo a porcentagem enquanto proporção, 77% dos alunos de 6ª série do Ensino Fundamental resolveram corretamente a questão, 5% de uma população de 13000 pessoas, são pessoas. Aqui está outra prova da eficácia do trabalho desenvolvido.

O sentido permite que o sujeito compreenda as dimensões matemáticas e não-matemáticas envolvidas no enunciado da questão. Como a identificação, classificação e compreensão dos elementos (a natureza das grandezas, as quantidades representadas, o universo de amostragem, o contexto em que se dá a situação, os tempos verbais, a

incógnita e outros fatores que podem interferir no desenvolvimento da questão proposta) disponibilizados pelo enunciado. A compreensão desses elementos permite que o sujeito avalie o resultado matemático obtido através da aplicação do significado operatório. O sentido congrega o significado operatório, ao mesmo tempo em que no significado operatório encontram-se os tratamentos e procedimentos matemáticos adotados na resolução do problema. Tanto o sentido, quanto o significado operatório devem ser desenvolvidos a partir da utilização de diferentes registros de representação semiótica, com seus respectivos tratamentos e conversões, elementos indispensáveis para que os alunos possam conceituar o objeto em estudo.

O esquema a seguir, sintetiza o que estamos dizendo:



6.2.3 - Aplicação da porcentagem na resolução de problemas

TABELA 03

Pré-Teste		Pós-teste	
Questão	6ª Série	Questão	6ª Série
Sobre o valor de uma calça de R\$ 40,00, tem-se um desconto de 15%. Qual é o desconto? Quanto se pagará pela calça?	0%	Numa eleição onde 3500 pessoas votaram, um candidato obteve 60% dos votos. Qual é o número de votos que esse candidato obteve?	74%

Embora o índice de acertos dos alunos de 6ª série do Ensino Fundamental tenham superado em muito o desempenho dos alunos do 1º ano do Ensino Médio, a questão que se coloca aqui nos remete a uma reflexão mais aprofundada da Congruência Semântica. Como este não é o foco de nossa pesquisa, neste momento, sugere-se que sejam desenvolvidas pesquisas nessa área, uma vez que as informações que obtivemos dão conta da existência de apenas um trabalho que trata de discutir analisar os problemas de porcentagem com acento na Congruência Semântica.

Não estamos, com isso, justificando o fraco desempenho dos alunos de 7ª série do Ensino Fundamental e do 1º ano do Ensino Médio, nem afirmando que o trabalho que desenvolvemos dá conta de fazer com que os alunos superem as dificuldades e/ou obstáculos em relação à compreensão de textos e resolução de problemas, até porque este não é o centro de nossa pesquisa.

O alto índice de acertos na questão proposta aos alunos de 6ª série "01" do Ensino Fundamental deve-se ao fato de que este problema é congruente com algumas das atividades desenvolvidas em sala de aula, durante o desenvolvimento da Sequências Didática e mesmo com os exercícios propostos na atividade 02 do Pós-Teste, onde solicitávamos que os alunos encontrassem a quantidade de transformação de um universo, dada a taxa percentual.

Comparando os enunciados dos problemas, pode-se verificar que ambos fornecem a quantidade de referência e a taxa percentual e, que em ambos os casos, a incógnita recai sobre a quantidade de transformação. Tratam de assuntos diferentes e o problema aplicado no Pré-Teste ainda coloca com uma segunda incógnita a quantidade total, resultante da subtração entre quantidade de referência e a quantidade de transformação. Esses elementos interferem substancialmente no processo de compreensão do texto.

TABELA 04

Pré-Teste		Pós-Teste	
Questão	6ª Série	Questão	6ª Série
17% corresponde a 51 de uma certa Quantia. Qual é essa Quantia?	0%	Numa eleição onde um certo número de pessoas votaram, um candidato obteve 15% do total de votos, isso corresponde a 4500 votos. Qual é o número total de votos nessa eleição?	31%

Os dois enunciados dos problemas colocam a incógnita sobre a quantidade inicial, fornecem a taxa percentual e a quantidade de transformação, mas, tratam de situações distintas. O problema apresentado no Pré-Teste é genérico, uma vez que se trata de uma situação em aberto. Já o problema apresentado no Pós-Teste, apresenta a grandeza, que é de natureza discreta (n° de votos). Embora esses elementos interferem na compreensão do texto, não justifica o baixo índice de acertos apresentado pelos alunos do 1º ano do Ensino Médio.

Ao analisarmos o resultado apresentado pelos alunos da 6ª série do Ensino Fundamental, no Pós-Teste, verifica-se uma evolução significativa em relação ao Pré-Teste, mas isso não indica que esses alunos dão conta de resolver adequadamente problemas similares, até porque, como já dissemos, ao se tratar de enunciado de problemas, existem uma série de variáveis redacionais e de conteúdo matemático que devem ser levadas em consideração. Esse resultado pode ser considerado satisfatório, tendo em vista que o trabalho desenvolvido até aqui pautou-se no entendimento do sentido e na atribuição do significado operatório, utilizando-se para isso de diferentes registros de representação semiótica e a conversão entre esses diferentes registros de representação, aliados a compreensão da porcentagem enquanto proporção.

TABELA 05

Pré-Teste		Pós-Teste	
Questão	6ª Série	Questão	6ª Série
200g de café corresponde a que porcentagem de 1 kg de café?	0%	Numa eleição onde 3500 pessoas votaram, um certo candidato obteve 1000 votos. Qual a taxa percentual de votos desse candidato?	9%

Os enunciados dos problemas apresentam semelhança na apresentação dos dados, no que se refere ao fornecimento das quantidades de referência, quantidades de transformação e na incógnita, que recai sobre a taxa percentual. No entanto, apresentam uma série de diferenças, a começar pelo assunto que abordam: um trata do peso de café, enquanto que o outro trata de eleições.

Em relação ao enunciado apresentado no Pré-Teste, os alunos nem sempre conseguem estabelecer relação entre as das quantidades representadas e é o estabelecimento da relação entre as quantidades que facilita o processo de resolução do problema. Se por um lado, o que justifica o baixo índice de acertos dos alunos, do 1º ano do Ensino Médio e de que nenhum dos alunos de 7ª série do Ensino Fundamental é o fator da não congruência semântica, por outro, remete aos professores a responsabilidade de proporcionar condições para que os sujeitos utilizem uma representação intermediária que facilite a passagem do enunciado para o tratamento matemático.

O índice de 9% de acertos dos alunos de 6ª série do Ensino Fundamental, não é um índice desejável para tal grau de escolaridade, mas suficiente diante da abordagem dada à Sequência Didática, isto é, o foco do trabalho não reside na compreensão de textos.

Diante da escolha do tema de pesquisa, dos objetivos traçados, da hipótese levantada, da escolha do referencial teórico, da metodologia utilizada, os encaminhamentos e procedimentos efetuados, avaliamos que os resultados apresentados pelo Pós-Teste, superaram nossas expectativas. Sugerimos que outras pessoas desenvolvam essas atividades, para que possamos analisar com mais clareza e eficiência os erros e acertos que cometemos, pois somente dessa forma poderemos crescer

enquanto profissionais, cidadãos e seres humanos. Nossa luta deve ter como bandeira a melhoria da qualidade de ensino e isso exige que novas pessoas sejam desafiadas e/ou se desafiem a procurar alternativas que contribuam de forma harmônica com o desenvolvimento da humanidade. Certamente, um trabalho efetivo sob a luz da compreensão de textos e resolução de problemas, principalmente em relação aos casos de não congruência, contribuirá nesse processo.

6.3 - CONSIDERAÇÃO EM RELAÇÃO AOS RESULTADOS

O entendimento da porcentagem enquanto proporção, permite a familiarização com o objeto de estudo. A utilização, a conversão e o tratamento com diferentes registros de representação semiótica permite a compreensão do sentido e a atribuição do significado operatório. A utilização de diferentes registros de representação semiótica, com seus respectivos tratamentos e conversões, permitem percorrer caminhos diferentes e atribuir de significados operatórios também diferentes, mas a eficácia do significado operatório está intimamente ligado ao entendimento da proporção, assim como a compreensão do sentido.

A atribuição de um significado operatório só é possível a partir da compreensão do que significa a taxa percentual num dado universo. Permitindo avaliar a relação parte-todo no universo onde se encontrou o resultado, de outra maneira pode-se dizer que sentido permite responder corretamente ao questionamento, mas o resultado matemático da questão é obtido a partir do tratamento matemático adotado. Esse tratamento configura-se no significado operatório.

Os resultados dados pelos alunos nas questões da primeira atividade demonstram que os alunos convertem diferentes registros de representação, reconhecendo a porcentagem enquanto proporção e identificam a proporção ao tratar os diferentes registros de representação semiótica.

Em relação à segunda atividade, a aplicação da propriedade fundamental da proporção ficou bem acentuada, assim como a utilização do procedimento pela regra de três. Mesmo os alunos que utilizaram o procedimento escalar por adição sucessiva ou pela multiplicação, ou ainda o recurso como tabela, evidenciaram a compreensão da proporção. Isso é significativo, na medida em que esta compreensão pode auxiliar na resolução de uma série de atividades não só na matemática, mas também em outras áreas do conhecimento, a exemplo da química, da física e da biologia.

Percebeu-se que a dificuldade maior residiu na resolução dos problemas(atividade 03). Atividade esta que se constitui de três problemas com variações de enunciado. O primeiro problema apresenta a taxa percentual e a quantidade de referência, a incógnita recai sobre a quantidade de transformação. Nesse problema, não houve grandes dificuldades. Os alunos tiveram dificuldades em

encontrar a taxa percentual solicitada no segundo problema. Este problema fornece a quantidade de referência e a quantidade de transformação. No terceiro problema os alunos também encontraram dificuldades, embora menores em relação ao segundo problema. Aqui evidencia-se a dificuldade dos alunos em resolver problemas não congruentes, o que exige a utilização de uma representação intermediária entre o texto (enunciado do problema) e o tratamento matemático.

Em relação à resolução de problemas, como já dissemos, há que se desenvolver um trabalho sistemático sobre compreensão de textos e resolução de problemas, o que demanda esforços e pesquisas mais aprimoradas. Nesse momento optamos por trabalhar o sentido e o significado operatório aliados à utilização de diferentes registros de representação semiótica. A resolução de problemas poderá ser um tema a ser estudado num possível doutoramento.

Por outro lado, muitos alunos ainda necessitam compreender o significado da divisão, uma vez que muitos utilizam um procedimento matemático correto na resolução da atividade proposta, mas se perdem na resolução das operações fundamentais necessárias, principalmente no tocante a multiplicação e divisão de números racionais. Isso também requer um estudo mais aprofundado, o que poderá ser um trabalho de pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

Nos caminhos trilhados durante o desenvolvimento desta dissertação, fomos analisando, pontuando resultados, fazendo algumas considerações e conclusões, no entanto, se faz mister discorrer sobre aspectos fundamentais relativos à pesquisa desenvolvida, uma vez que podem contribuir para a Educação Matemática e em especial no aprimoramento da compreensão do processo ensino/aprendizagem do conceito de porcentagem. Cabe no entanto ressaltar, que as reflexões teórico-prática estão marcadas pela troca constante da experiência professor-aluno, atores no desenvolvimento das atividades. A interação e a troca constante entre professor-aluno-atividade, proporcionaram momentos de (re)descoberta de determinadas ferramentas matemáticas, essenciais à compreensão do conceito de porcentagem, fundindo-se, muitas vezes, os papéis desempenhados por esses atores. Esta é a marca de um processo educativo vivo, dinâmico e permeado pelas mais diferentes formas de pensar e agir.

Sinteticamente, podemos dizer que a maioria dos livros didáticos analisados apresentam a porcentagem como um conteúdo pronto, acabado e sem significado uma vez que abordam situações estanques, como se porcentagem não fosse algo dinâmico vivo e fazendo parte do cotidiano de todos os cidadãos. Na maioria das vezes, o *sentido* é explorado tacitamente, o que não propicia a análise e discussão do significado do que se está fazendo. Em contrapartida, a ênfase reside no processo de resolução matemática da questão proposta, isto é, no *significado operatório*, normalmente com procedimento pela "regra de três". Utilizam alguns registros de representação semiótica, mais especificamente os *registros de representação semiótica numérico* e algumas vezes o *registro de representação semiótica geométrico*, sem levar em consideração o processo de conversão entre os registros de representação efetuados. Atribuem tratamentos que nem sempre são suficientemente esclarecedores e capazes de abarcar a totalidade das grandezas que envolvem o estudo de porcentagem.

Em relação à resolução de problemas, o foco das atenções recai sobre os dados numéricos disponibilizados no texto, esquecendo-se que existem outras informações importantes, a exemplo dos dados relativos: à situação extra-matemática; o sentido dos números; à relação entre os dados numéricos e as grandezas; às relações entre as

informações presentes no enunciado do problema. Essas informações são fundamentais ao processo de compreensão e resolução matemática do problema proposto.

As aplicações e abordagens dadas ao estudo da porcentagem estão centrados nas transações comerciais, como se a porcentagem fosse meramente ferramenta matemática ligada a questões de economia. Na maioria das vezes não se aborda a porcentagem na perspectiva de instrumento capaz de auxiliar na interpretação da realidade, isto é, não é tratada enquanto objeto matemático, não estabelecendo relação entre o sentido e o significado operatório e as aplicações, tornando-se difícil a compreensão do conceito. Essa metodologia impede que se perceba a gama de conhecimentos possíveis de serem obtidos no tocante a aplicação da porcentagem enquanto proporção.

O enfoque dado pelos livros didáticos à porcentagem assemelha-se muito com aquele atribuído pelos professores e efetuados pelos alunos. Também é evidente nas conversas, no questionário/entrevista realizado com os professores de matemática e reflete no pré-teste realizado com os alunos do ensino Fundamental e Médio. Há portanto, uma cumplicidade entre o que é apresentado pelos livros didáticos, a abordagem feita pelos professores e os conhecimentos que os alunos possuem. Essa realidade é reflexo de um modelo educacional que privilegia a utilização do livro didático como mola propulsora do processo, em detrimento de um trabalho que vise elucidar a dinâmica do processo educativo, não só da Matemática.

Esse panorama permite-nos dizer que a forma como a porcentagem vem sendo trabalhada não possibilita a que os alunos se apropriem do conceito de porcentagem, prova disso é o baixo desempenho dos alunos ao resolver as questões propostas no pré-teste, onde apenas 15% dos alunos de 6ª série estabelecem relação porcentagem-centena. Já ao solicitar que os alunos calculassem a quantidade de transformação, ou a quantidade inicial ou a taxa percentual, a média de acertos ainda é menor, o que indica de que os alunos não compreendem o sentido e por consequência não atribuem o significado operatório eficientemente.

O quadro a seguir traz a síntese dos dados coletados no pré-teste.

Incógnita	6ª série
Quantidade de transformação	32%
Quantidade inicial	0%
Taxa percentual	0%
Quantidade Total (i - t)	0%
% média (série)	8

Ao solicitar que os alunos fizessem a representação de 25% de uma barra de chocolate, apenas 29% dos alunos de 6ª série representaram na forma fracionária e geométrica; 15% fizeram corretamente a conversão de 0,3 para percentual; não converteram $\frac{6}{8}$ na forma percentual e não reconhecem 0,5 como sendo "metade de uma mesada". Esses são indicativos da falta de conhecimentos da existência de outros registros de representação semiótica, de seus respectivos tratamentos e conversões.

Levando-se em consideração a problemática na qual se insere o Ensino da Matemática, o referencial teórico adotado, a metodologia da pesquisa utilizada, a hipótese e objetivos elencados para o desenvolvimento da presente pesquisa, não nos restam dúvidas de que o conceito de porcentagem deve abarcar o **sentido**, o **significado operatório** e as **aplicações** e esses aspectos devem ser trabalhados sob o **ponto de vista do ensino**, utilizando-se de diferentes registros de representação semiótica, a fim de que os alunos possam se apropriar do conceito de porcentagem enquanto proporção e aplicá-lo nas situações propostas no âmbito escolar e fora dele. É no processo de aquisição do conceito que os registros de representação semiótica tornam-se fundamentais, porque, segundo DUVAL (1993), as representações semióticas, através das representações mentais e das representações computacionais, realizam indissociavelmente, as funções de cognição (tratamento, conversão e representação) e isso exige a mobilização de uma gama considerável de diferentes registros de representação semiótica, de acordo com DUVAL (1993), pelo menos *dois*. Nossa pesquisa evidencia a eficácia do trabalho desenvolvido, prova disso são os dados obtidos quando da verificação da aprendizagem, a qual denominamos de Pós-Teste.

Resumidamente, a tabela a seguir indica o índice dos resultados obtidos.

SITUAÇÃO	PERCENTUAL MÉDIO DE ACERTOS
Reconhecendo porcentagem em diferentes registro de representação semiótica.	82
Calculado a quantidade de transformação.	78,5
Resolvendo problemas.	38

As atividades desenvolvidas quando da intervenção didática apontam que:

- A utilização dos quadrados quadriculados e dos cubos, nas cores vermelho e azul, despertaram a curiosidade, o que motivou o desenvolvimento das atividades propostas e permitiu a percepção da proporção na distribuição das peças no decorrer das atividades. No momento em que os alunos percebiam a existência da proporção, abandonavam o material concreto e efetuavam os registros automaticamente. Há que se dizer que a utilização de material instrucional por si só, não garante que ao aluno, a compreensão do que está efetuando, daí a necessidade da utilização de diferentes registros de representação semiótica. No caso da atividade 01, os alunos utilizaram o registro de representação numérico e posteriormente elaboraram uma tabela e quando a soma das peças vermelhas e azuis atingiu a centena, evidenciou-se a porcentagem, ou seja, 40% são peças vermelhas e 60% azuis. Como os alunos já conheciam o símbolo da porcentagem, a representação desses percentuais ocorreu através do registro de representação na forma percentual. A partir dos registros de representação já efetuados, estabeleceu-se relação com o registro de representação na forma de fração, decimal, proporcional, geométrico e gráfico. Essas constatações indicam a congruência entre o material concreto e a representação matemática.
- Através da utilização de diferentes registros de representação semiótica, trabalhado-se o tratamento e a conversão, possibilitou, aos alunos, a compreensão do **sentido** e a atribuição do **significado operatório**. É na

elaboração das atividades e durante a intervenção didática que entra em ação o papel do professor-pesquisador, enquanto mediador no processo saber-aprender, de forma a proporcionar as condições necessárias para que os alunos possam se apropriar do conhecimento. No desenvolvimento das atividades, o professor precisa estar atento à forma como os alunos agem sobre a questão e auxiliá-los, se for o caso, reforçando questões essenciais à compreensão daquilo que devem resolver. Falamos disso, porque durante o desenvolvimento da seqüência didática, os alunos necessitavam constantemente de auxílio para conseguir estabelecer as conversões, principalmente quando envolve operações com números decimais e mais especificamente na operação de divisão.

- A *porcentagem é uma proporção* e como tal, a utilização da propriedade fundamental da proporção, possibilita a atribuição do *significado operatório* e através do procedimento da *regra de três*, os alunos encontravam o resultado da questão proposta. Neste momento é importante registrar que muitas vezes os alunos apresentam dificuldades em estabelecer as relações entre as grandezas, esse é um indicativo que o aluno não conseguiu compreender a questão, isto é, não entendeu o sentido. É comum os alunos operarem matematicamente com os números disponibilizados, sem levar em consideração o contexto da questão no universo dado. Algumas vezes o resultado encontrado até pode coincidir com a resultado da questão, mas não significa que a resposta dada esteja correta. Aqui reside a importância de que a resposta da questão proposta seja efetuada no registro em língua natural, porque este permite a retomada e uma análise mais clara do questionamento feito. De outra maneira podemos dizer que o sujeito estabelece o *sentido* da porcentagem quando consegue fazer a passagem pelo registro de representação semiótica em língua natural.
- Para que o aluno obtenha êxito na aprendizagem se faz necessário, o domínio de cada registro da representação e o entendimento de que cada registro de representação é parcial em relação ao objeto matemático. A partir do domínio e entendimento de cada registro de representação,

estabelecer as relações entre eles e quanto mais naturalmente ocorrer a conversão intra e extra-registro de representação, mais fácil será a compreensão do objeto matemático em estudo. No desenvolvimento da seqüência didática podemos observar que alguns alunos não conseguiam estabelecer a conversão entre um registro de representação decimal e percentual, o que exigiu a retomada, pelo professor, de algumas ferramentas indispensáveis à compreensão da porcentagem, a exemplo do valor posicional dos números decimais.

Em relação aos registros de representação utilizados, podemos afirmar que:

- Os registros de representação *numérico* são fundamentais à compreensão do *sentido* da porcentagem, uma vez que exige o estabelecimento das relações entre as grandezas que constituem a porcentagem. O estabelecimento dessas relações possibilita a identificação da proporção, reconhecendo a porcentagem enquanto proporção. O tratamento da porcentagem enquanto proporção também é fundamental na atribuição do *significado operatório*. Muitas vezes os alunos possuem dificuldades em articular esses registros porque não conseguem estabelecer as relações entre as grandezas, principalmente quando a incógnita recai sobre a taxa percentual ou sobre a quantidade de referência.

Essa constatação ratifica a posição de DUVAL (1993), ao afirmar que um registro de representação é sempre parcial em relação ao objeto de estudo, o que nos remete a coordenação entre vários registros de representação semiótica para um mesmo objeto de estudo. No caso dos registros de representação numérico, há que se passar de um registro para outro, isto é, efetuar as devidas conversões (percentual-fracionário-decimal-proporcional). Como já dissemos, nem sempre essas conversões (intra-registro) são tão simples para os alunos efetuarem, porque cada um possui suas especificidades de constituição e formação, embora possuam algumas semelhanças a exemplo do valor posicional e da base dez. Aí entra a ação do professor, no sentido de clarear alguns elementos a fim de que o sujeito consiga transitar tranqüilamente pelos diferentes registros. Sugere-se que o pesquisador represente o percentual através de

uma fração de denominador 100 (o que facilita a percepção entre da equivalência), em seguida efetue a simplificação da fração para então encontrar a razão, que poderá ser um número decimal e com o auxílio de um "quadro valor de lugar" registrar e efetuar a leitura da razão encontrada. Em cada registro de representação numérico efetuado, enfatizar a proporção e a equivalência que existe entre as grandezas. O quadro a seguir indica o índice de acertos obtidos pelos alunos, em cada registro de representação semiótica numérico trabalhado.

Registro de Representação Semiótica Numérico	Percentual de acertos
Fracionário	74
Proporcional	84,4 (média)
Decimal	88
Percentual	82 (média)

- O registro de representação de uma porcentagem em *língua natural*, é importante porque exige do sujeito a percepção do valor relativo da porcentagem, através do valor posicional e isso permite que o sujeito estabeleça a relação proporção-porcentagem, além do que, mobiliza as estruturas mentais na perspectiva de compreender o significado do que está registrando. É a através da utilização do registro de representação em língua natural, que se pode verificar se o sujeito se apropriou do conceito do objeto em estudo, isto é, se o sujeito efetivamente compreende o que está fazendo. Sugere-se que o professor instigue os alunos a explicarem o que significa essa porcentagem, o que indicará a compreensão do sentido. A partir daí, solicitar que os alunos respondam o que significa essa mesma taxa percentual em universos distintos. Esse é um exercício que desafia e estimula o desenvolvimento do raciocínio e os alunos sentem prazer em fazer.
- O registro de representação *geométrico* é pertinente à compreensão da porcentagem uma vez que mobiliza o tratamento de reconfiguração e possui regras específicas de formação, que são diferentes das regras de formação dos registros de representação numérico. Esse registro de representação

semiótica, o índice de acertos passou de 62% para 71%. Foi o registro que obteve a menor variação percentual de acertos, apenas 9%. A representação geométrica, assim com o a representação gráfica e a tabela, também pode ser uma representação intermediária. Em função da reconfiguração, os alunos possuem maior facilidade em converter uma representação geométrica para fração e porcentagem do que o inverso. Nesse momento é que entra em ação o papel do professor-pesquisador, facilitando e reversibilidade. Inicialmente, sugere-se que o professor retome a conversão do registro geométrico passando pelo fracionário e, se for o caso, a equivalência das frações, chegando ao denominador 100, o que facilitará a percepção da porcentagem.

- O registro de representação em forma de *tabela* permite que o sujeito verifique a quantidade de transformação referente a cada quantidade de referência, o que facilita a compreensão da proporção. O índice de 86% acertos indica que a utilização desse facilita os alunos compreenderem o significado da taxa percentual dada. A utilização do registro de representação por tabela facilita na compreensão e construção do registro de representação gráfica, ao mesmo tempo em que pode servir como registro intermediário.
- No registro de representação em forma de *gráfico*, os alunos obtiveram um índice de acertos de 91%, isso indica que a representação semiótica através de gráfico se constitui num registro importante. Os alunos possuem dificuldades em construí-lo adequadamente quando não possuem clareza na utilização de escala, isto é, a colocação dos valores nem sempre são feitas de forma proporcional. A ação do professor é fundamental no sentido de orientar os alunos quanto a posição dos números na reta numérica e a utilização de escala a fim de que o gráfico com números elevados seja reduzido sem perder a essência. Novamente é a proporção que possibilita perceber a equivalência que entre os gráficos. É aconselhável que o professor utilize o registro de representação na forma de tabela, para posteriormente converter para o registro gráfico.

É a articulação entre os diferentes registros de representação semiótica que possibilita ao aluno a compreensão do sentido e a atribuição do significado operatório. Para isso é imprescindível o tratamento e a conversão entre os diferentes registros de representação semiótica. Há que se registrar que a utilização de diferentes registros de representação semiótica auxilia na compreensão do sentido e na atribuição do significado operatório, no entanto é insuficiente na aplicação em situações problemas. Como já afirmamos anteriormente, em relação a aplicação da porcentagem, há necessidade de se fazer um estudo mais aprofundado no que se refere a compreensão de textos, enfocando-se a congruência semântica dos enunciados.

- O que contribuiu substancialmente a boa performance dos alunos no Pós-Teste, foi o trabalho desenvolvido na aplicação da seqüência didática, mais especificamente o trabalho desenvolvido a partir da utilização de diferentes registros de representação semiótica aliados seus respectivos tratamentos e conversões, levando-se em consideração o sentido e o significado operatório, além da ênfase que se atribuiu à propriedade fundamental da proporção, aliada ao procedimento pela regra de três. Essa contribuição foi decisiva na resolução de situações que envolvem o cálculo de porcentagem, a exemplo da atividade 02 do Pós-Teste.

De maneira geral, os alunos desenvolveram eficientemente as atividades propostas, o que indica a eficácia da utilização de diferentes registros de representação semiótica em nosso trabalho de pesquisa, validando assim, a hipótese levantada. No entanto, há que se trabalhar de forma mais sistemática a resolução de problemas.

Em hipótese alguma queremos dizer que esse trabalho está pronto e serve como modelo, porque cada sujeito reage de forma diferente a um mesmo estímulo, pois a educação é processo e como tal, há que se buscar, constantemente, novas perspectivas. Este trabalho serviu enquanto instrumento para o desenvolvimento de um processo e não como fim em si mesmo. Nessa perspectiva, a presente dissertação deve servir de parâmetro para o desenvolvimento de outras atividades, em outras turmas, séries e em outras Unidades Escolares.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALVES, Linaldo José Malveira. **Matemática Fácil**. 6ª série. 7ª Ed. São Paulo. Ática. 1994. p. 154-6.
- AMUNDSON, Harlen E. **Porcentagem**. In: REIS, Ismael. **Fundamentos da Matemática**. Moderna, 6ª série, 1ª edição. 1996.
- ARTIGUE, Michèle. **Ingénierie Didactique**. In: Recherches en Didactique des Mathematiques, Paris, Université paris, v.9, n.º3, p.281-308, 1988.
- BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática**, 6ª série, 2ª Ed. Moderna p. 105-7.
- BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem Matemática**. FURB. Blumenau - SC.
- BRITO, Eugênio Oscar de. **Dicionário de Matemática - Enciclopédia globo para cursos fundamental e médio**. Porto Alegre - RS, Globo, c1969.
- CARRAHER, Terezinha Nunes, SCHLIEMANN, Analucia Dias e CARRAHER, David William. **Proporcionalidade na educação Científica e Matemática: II: Uma análise de tarefas piagetianas**. 519 ndfc/IBECC. UFPE, 1985.
- CARRAHER, Terezinha Nunes, SCHLIEMANN, Analucia Dias, CARRAHER, David William e RUIZ, Edvirges R. Liberado. **Proporcionalidade na educação Científica e Matemática: I: Quantidades Medidas por Razões**. 518 ndfc/IBECC. UFPE, 1985.
- CENTURIÓN, Marília. **Números e Operações. Conteúdo e Metodologia da Matemática**. Série Didática - Classes de Magistério. Editora Scipione, São Paulo - SP 1994,
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **A História da Matemática: Questões Historiográficas e políticas e Reflexos na educação matemática**. In: **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e perspectivas**. BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org). Editora UNESP, São Paulo - SP, 1999. (Seminários e Debates).
- DAMM, Regina Flemming. **Compreensão e resolução de problemas aditivos**. UFSC. Mimeo, s/d
- DAMM, Regina Flemming. **Registros de representação**. Educação Matemática - Uma Introdução. Educ. p.135 - 53. São Paulo, 1999.
- DAMM Werner Leonardo. **Comprehension d'un enonce de probleme le choix de la donnee de reference**. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. 4(1991) (p.197-225) - IREM de Strasbourg.

- DAMM Werner Leonardo. **Les problemes de pourcentage: une application des problèmes de conversion proportin-quantité.** Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. 6(1998) (p.197-212) - IREM de Strasbourg.
- DOUADY, Régine. **Evolução da Relação com o saber em Matemática na Escola Primária: uma crônica sobre o cálculo Mental.** Revista Em Aberto. Brasília, ano14, nº 62, abril/junho/94, p. 32-6.
- DOUADY, Régine. **L'Ingénierie Didactique.** Cahier de DIDIREM. Nº 19 jan/93. IREM Université – Paris – VII
- DUHALDE, María Elena & CUBERES, María Teresa Gonzáles. **Encontros Iniciais com Matemática. Contribuições à Educação Infantil.** Artmed, p. 130-46.
- DUVAL, Raymond. **Encartes Semânticos e Coerência Matemática: Introdução aos problemas de congruência.** Annales de Didactique et Sciences Cognitives, 1 (1998) (p. 7-25) IREM de Strasbourg.
- DUVAL, Raymond. **Registros de Representação Semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento.** Anais de didática e de ciências cognitivas. 5 (1993) (p. 37-65) – IREM de Strassbourg. Tradução preliminar de Cátia Maria Nehring.
- DUVAL, Raymond. **Quel cognitif Retenir en Didactique des Mathématiques.** Vol. 16, Nº3, pp.349-382. 1996.
- DUVAL, Raymond. **Registres de Representation Sémiotique et Fonctionnements Cognitif de la Pensée.** Annales de didactique et Sciences Cognitives, vol.5. IREM-ULP, Strasbourg, 1993, p. 37-65
- DUVAL, Raymond. **Sémiosis et Pensée Humaine. Registres Semiótiques et Apprentissages Intellectuels.** Exploration Recherches en Sciences de L'éducation Peter Lang S.A. 1995.
- ELLIOTT, John. **Recolocando a Pesquisa-Ação em seu lugar original e próprio.** In: **Cartografias do Trabalho Docente.** GERALDI, Corinta M. G., FIORENTINI, Dario, Pereira, Elisabete M. de A. (ORGS.). Professor(a)-Pesquisador(a). Mercado das letras. Campinas, SP, 1998 (Coleção Leituras no Brasil). P. 137 - 152.
- FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa.** 11ª Edição. Editora Civilização Brasileira S. A. sd. - RJ.
- FILHO, José Aires de Castro e CARRAHER, David Willian. **A porcentagem no contexto escolar.** Anais do II CIBEM p. 217
- GERALDI, Corinta M. G., FIORENTINI, Dario, Pereira, Elisabete M. de A. (ORGS.). **Cartografias do Trabalho Docente.** Professor(a)- Pesquisador(a). Mercado das letras. Campinas, SP, 1998 (Coleção Leituras no Brasil).

- GERALDI, Corinta M. G.. FIORENTINI, Dario. Pereira, Elisabete M. de A. (ORGS.). **Cartografias do Trabalho Docente**. Professor(a)- Pesquisador(a). Mercado das letras. Campinas, SP, 1998 (Coleção Leituras no Brasil). P.137 - 274.
- HAHN, Corinne. **La relation mathématiques/realite dans un enseignement en alternance: le cas du pourcentage dans une formation à la vente**. These de Doctorat Spécialité: Didactique des Mathématiques. Université Paris VII UF de didactique des disciplines.
- IEZZI, Gélon. DOLCE, Osvaldo. MACHADO, Antônio. **Matemática e realidade**. 6^a série. 2^a ed. São Paulo. Atual. 1991. p. 161-4.
- INMENES, Luís Márcio. LELLIS, Marcelo. **Matemática**. 6^a série. 1^a ed. São Paulo. Scipione. 1998. P.219-30 ;
- JAKUBOVIC, José . LELLIS, Marcelo. **Matemática na medida certa**. 6^a série. 2^a ed. São Paulo. Scipione. 1995. p. 176-8.
- LIBRMAN, Mnhúcia P., NAZARETH, Helenalda R. de S., GOTTLIEB, Franca C. e AVERBUCH, Anna. **Fazendo e Compreendendo Matemática** 6^a Série, Solução Editora e Planejamento Educacional LTDA, São Paulo, SP.
- MACHADO, Nilson José. **Matemática e Realidade**. 4^a Edição. São Paulo - SP, Cortez Editora. 1997.
- MAIA, Lícia de Souza Leitão. **Representação e Formação: um estudo sobre o Ensino da Porcentagem**. Trabalho apresentado na 22^a Reunião Anual da ANPED, Caxambu, set. 1999, no GT 19, Educação Matemática.
- MAURICE, Jean-Jacques. **Problèmes multiplicatifs: L'expérience de l'enseignant, l'action effective de l'élève**. Recherches en Didactique des Mathematiques, Vol. 16, n° 03, pp. 323-348, 1996.
- MICOTTI, Maria Cecília de Oliveira. **O Ensino e as Propostas pedagógicas. In: Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e perspectivas**. BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org). Editora UNESP, São Paulo - SP, 1999. (Seminários e Debates).
- NEHRING, Cátia Maria. **A Multiplicação e seus registros de representação nas séries iniciais**. Ijuí – RS, Ed. UNIJUÍ, 1997 (Coleção Trabalhos Acadêmico – Científicos. Dissertação de Mestrado).
- NETTO, Scipione di Pierro. **Matemática e Conceitos Históricos**. 6^a série. São Paulo. Scipione. 1991. P. 156-9.
- REIS, Rosa Maria Maia Mazo. **Produção de significado para dez por cento**. Anais do VI ENEM, VOL. 2, sbem, UNISINOS, São Leopoldo RS, 21 a 24 de julho de 1998, p.443-5.

- SCHLIEMANN, Analúcia Dias & CARRAHER, David William. **Razões e proporções na vida diária e na escola**. In: Estudos em Psicologia da Educação Matemática. UFPE - Editora Universitária. 2ª Edição. Recife PE. 1997, p. 13 - 39.
- SECRETARIA DO ESTADO DA EDUCAÇÃO DE SANTA CATARINA. Proposta Curricular – **Uma contribuição para a escola pública do pré-escolar, 1º grau, 2º grau e educação de adultos**. Florianópolis, Santa Catarina, Imprensa Oficial. 1991.
- SILVA, Vilma. SILVA, Ozileide & AGUIAR, M.^a Cecília. **Uma experiência de ensino de fração articulada ao decimal e à porcentagem**. In: Educação Matemática em Revista. SBEM. Ano 7. Nº 8. Junho/2000, p. 16 - 23.
- UPINSKI, Araud-Aaron. **A Perversão Matemática**. Livraria Francisco Alves Editora. Rio de Janeiro, 1990. In: D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática no Brasil e no Mundo**. Mimeio, s/d.
- WIEBE, James H. **Manipulando Porcentagens**. Instituto Brasileiro de Educação, Ciência e Cultura, IBCEC/UNESCO, Comissão de São Paulo. NDFC - núcleo de Documentação sobre a Formação Científica. Publicado em: Mathematics Teacher, janeiro - 1986. (Tradução para fins didáticos).

ANEXO I

QUESTIONÁRIO/ENTREVISTA REALIZADO COM PROFESSORES

1 – Além da Escola de Educação básica Professora Júlia Miranda de Souza, você trabalha em outra rede de ensino ?

sim não

Qual ?

Particular Municipal Federal

2 – Qual sua carga horária de trabalho semanal ? horas.

3 – Você só leciona Matemática ? sim não

Que disciplina (s) ?

4 – Em que série (s) você leciona Matemática ?

5 – Há quanto tempo você leciona Matemática ?

6 – Qual a sua formação de:

a) Segundo Grau ?

b) Terceiro Grau ?

completo incompleto em curso

c) Você possui Pós Graduação ? sim não em curso

Em que área?.....

7 – Qual é a função (papal) do professor em sala de aula ?

8 – Você avalia que é importante trabalhar o conteúdo de porcentagem em sala de aula?

Por quê ?

9 – Você sente dificuldade em ensinar porcentagem ? sim não

Em que aspecto ?

10 – Em que momento da situação escolar você aborda porcentagem?

11- Você avalia que é importante estabelecer relação entre a porcentagem e as situações político-econômico-sociais do país e do mundo ?

() sim () não

Por quê?

12 - Você faz alguma relação entre a porcentagem e algum outro conteúdo matemático?

() sim () não

Qual(is) ?

Especifique o tipo de relação.

13 - Como você define porcentagem?

14 - Relate e exemplifique como você trabalha a porcentagem em sala de aula.

15 - Dois políticos A e B enfrentam-se num debate.

Político A: - Eu sou ótimo! Dos 440 Km de ruas de minha cidade, asfaltei 132 Km!

Político B: - Pois eu sou melhor! Na minha cidade, asfaltei 182Km dos 650 Km de ruas!!

a) Qual dos dois foi mais empreendedor?⁵¹

b) Que discussões e relações você procuraria abordar com seus alunos?

16 - O Jornal da Globo de 26/01/2000, noticiou que 88% do número de acidentes automobilísticos acontecem quando os homens estão dirigindo e 12% quando as mulheres estão no volante. Analise essa informação.

17 - Três lojas vendem a mesma marca de televisão. Na loja A, a televisão custa, à vista R\$ 515,00. Na loja B, a televisão custa R\$ 580,00, à vista a loja oferece um desconto de 10%. Já na loja C, a televisão custa R\$ 720,00 e à vista a loja oferece um desconto de 35%. Dê sua opinião em relação a esse problema.

Este espaço é para você fazer as observações que julgar necessário.

⁵¹ Este problema encontra-se no livro didático de INMENES, Luís Márcio & LELLIS, Marcelo. **Matemática**. 6ª série. 1ª ed. São Paulo. Scipione. 1998, p. 225.

ANEXO II

SEQÜÊNCIA DIDÁTICA

ATIVIDADE 01 - PERCEBENDO A PROPORÇÃO

Tarefa 1

De posse do material, cada equipe deve desenvolver as atividades que seguem:

- a) Colocar ao lado direito do quadrado que apresenta duas partes vermelhas e três azuis, o mesmo número de cubos representando os quadriculados do quadrado, observar e anotar as conclusões.
- b) Colocar ao lado direito do quadrado que apresenta quatro partes vermelhas e seis azuis, o mesmo número de cubos representando os quadriculados do quadrado, observar e anotar as conclusões.
- c) Colocar ao lado direito do quadrado que apresenta seis partes vermelhas e nove azuis, o mesmo número de cubos representando os quadriculados do quadrado, observar e anotar as conclusões.
- d) Colocar ao lado direito do quadrado que apresenta oito partes vermelhas e doze azuis, o mesmo número de cubos representando os quadriculados do quadrado, observar e anotar as conclusões.
- e) Colocar ao lado direito do quadrado que apresenta dez partes vermelhas e quinze azuis, o mesmo número de cubos representando os quadriculados do quadrado, observar e anotar as conclusões.

Tarefa 3

Construir os gráficos:

- do número de quadriculados vermelhos em relação ao total de quadriculados do quadrado;
- do número de quadriculados azuis em relação ao total de quadriculados do quadrado;
- do número de quadriculados vermelhos em relação ao número de quadriculados azuis;

Tarefa 4

Responder o questionamento:

Observando as atividades desenvolvidas até aqui, que conclusões pode-se chegar?

Anotá-las.

ATIVIDADE 02 - APLICANDO PROPORÇÃO.

Procedimento metodológico;

- solicitar que cada aluno responda os questionamentos a seguir:

Complete as frases observando a proporção do número de quadriculados e/ou cubos na atividade 01.

- Se fossem doze quadriculados e/ou cubos vermelhos, quantos seriam azuis?.....

Explique como você chegou a esse resultado.

- Se fossem 21 quadriculados e/ou cubos azuis, quantos seriam vermelhos?.....

Explique como você chegou a esse resultado.

- Se fosse um quadrado com 40 quadriculados e/ou cubos, quantos seriam vermelhos e quantos seriam azuis?.....

Explique como você chegou a esse resultado.

Num total de 100 quadriculados e/ou cubos, quantos seriam vermelhos?
..... E quantos seriam azuis?

Explique como você chegou a esse resultado.

- d) Em 150 quadriculados e/ou cubos, quantos seriam vermelhos?
..... E quantos seriam azuis?

Explique como você chegou a esse resultado.

ATIVIDADE 03 - IDENTIFICANDO A PORCENTAGEM ENQUANTO PROPORÇÃO

Procedimento metodológico:

- Solicitar que os alunos respondam aos questionamentos a seguir, a partir da resposta do questionamento "d" da atividade 2:

- a) Quantos quadriculados e/ou cubos são vermelhos?E
quantos são azuis?

- b) Podemos dizer que existe uma proporção entre o número de quadriculados e/ou cubos vermelhos e o número total de quadriculados do quadrado?
.....

Por quê?.....

Qual é essa proporção?.....

- c) Existe uma proporção entre o número de quadriculados azuis em relação ao total de quadriculados do quadrado?.....

Qual é essa proporção?.....

- d) Existe uma proporção entre o número de quadriculados vermelhos em relação ao número de quadriculados azuis?.....

Qual é essa proporção?.....

- e) Pode-se dizer que o número de quadradinhos vermelhos e o número de quadradinhos azuis, correspondem a uma porcentagem?

Por quê?

- f) O que é porcentagem?

- g) Procure no dicionário o que significa a palavra porcentagem?

Qual é o símbolo da porcentagem?

h) Represente o percentual de quadriculados vermelhos e o percentual de quadriculados azuis, utilizando o símbolo da porcentagem.

..... de quadradinhos vermelhos e de quadradinhos azuis.

O que significa 40%?

O que significa 60%?

Essas representações que você acabou de fazer denominam-se "**taxas percentuais**" ou "**porcentagem**". Esta forma de representar porcentagem é reconhecida e utilizada a nível de mundo.

i) Existem outras formas de representar esses percentuais? () sim () não

Quais?

ATIVIDADE 04 - RECONHECENDO E CONVERTENDO DIFERENTES REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Preencha o quadro a seguir, utilizando o registro de representação semiótica indicado:

Numérico	Numérico			Ling. natural	Geométrico	tabela	Gráfico
	Fracionário	Decimal	Proporcional				
2%			2 → 100				
	20/100						
		0,33		Trinta e três Por cento			
100%							
	125/100						

ATIVIDADE 05 - ENFOCANDO A PORCENTAGEM ENQUANTO PROPORÇÃO.

Procedimento metodológico:

1) Responder o que se pede.

Complete a frase:

Se 100% corresponde a 300, então 1% corresponde a e 10% corresponde a Então, 10% de 300 corresponde a

2) Observe a proporção entre a taxa percentual e a quantidade de transformação e continue a seqüência:

a) 100% → 600

1% →

5% →

20% →

25% →

50% →

75% →

125% →

Então 5% de 600 corresponde a, 20% de 600 corresponde a, 75% de 600 corresponde a e 125% de 600 corresponde a

b) 100/100 ou 100% → 500

1/100 ou 1% →

2/100 ou 2% →

10/100 ou 10% →

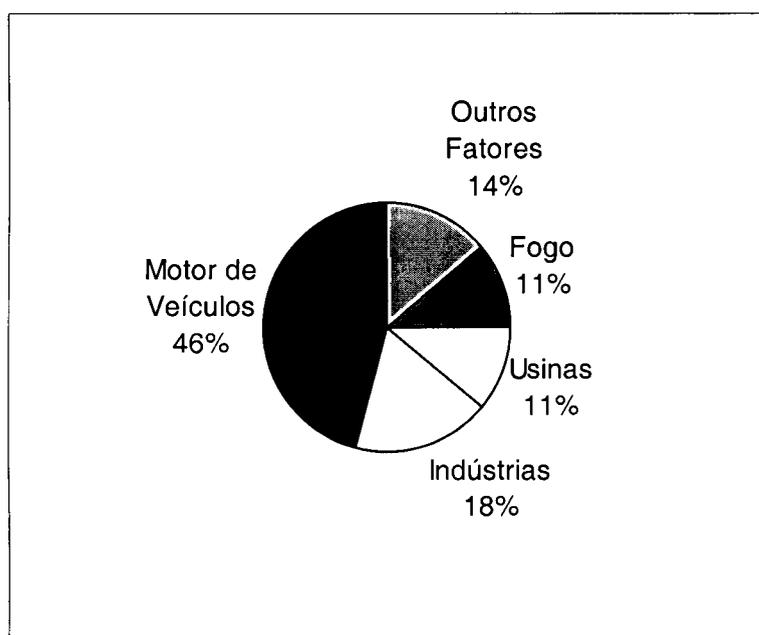
20/100 ou 20% →

150/100 ou 150% →

Então, 2% de 500 corresponde a , 20% de 500 corresponde a e 150% de 500 corresponde a

ATIVIDADE 06 - COMPREENDENDO A PORCENTAGEM A PARTIR DE GRÁFICO.

O gráfico a seguir mostra os fatores responsáveis pela poluição do ar em uma cidade com um grande parque industrial:



Tarefa 1

- Represente a taxa percentual da poluição do ar, causada pelos motores de veículos, utilizando o registro de representação geométrico.
- Represente a taxa percentual da poluição do ar causada, pelas indústrias, utilizando o registro de representação proporcional.
- Represente a taxa percentual da poluição do ar causada, pelas usinas, utilizando o registro de representação fracionário.

Represente a taxa percentual da poluição do ar causada pelo fogo, utilizando o registro de representação em língua natural.

- Que "outros fatores" podem contribuir com os 14% da poluição do ar?

Represente na forma decimal esse percentual.

Tarefa 2

Construir o gráfico o gráfico de coluna, a partir da taxa percentual da poluição.

Tarefa 3

Supondo que num pomar há 200 árvores frutíferas, complete as frases com as taxas percentuais ou as quantidades de árvores.

- a) 25% das árvores são laranjeiras, isto é, sãolaranjeiras.
- b) das árvores são mangueiras, isto é, são 100 mangueiras.
- c) 10% das árvores são ameixeiras, isto é, são ameixeiras.
- d) das árvores são jabuticabeiras, isto é, são 10 jabuticabeiras.
- e) As árvores restantes, ou seja, % das árvores, são pessegueiros. Portanto são os pessegueiros.

ATIVIDADE 07 - RECONHECENDO O SENTIDO E O SIGNIFICADO OPERATÓRIO NA PORCENTAGEM.

Determine:

- a) 20% de R\$ 80,00
- b) 8% de 400 peças
- c) 1% de 1000 animais
- d) 50% de 4500 votos
- e) 125% de 1925
- f) 38% de 25
- g) Se 1 kg de frutas custa R\$ 0,49, quanto pagarei por 5 kg de frutas?

ANEXO III

**RELATÓRIO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS PELOS
ALUNOS QUANDO DA APLICAÇÃO DA SEQÜÊNCIA DIDÁTICA**

ESCOLA DE EDUCAÇÃO BÁSICA PROFESSORA JÚLIA MIRANDA DE SOUZA

PROFESSOR: IDEMAR VIZOLLI

Navegantes, 6 de novembro de 2000

EQUIPE:

ENTENDENDO A PORCENTAGEM ENQUANTO PROPORÇÃO

As atividades 01 a 05 serão desenvolvidas com o auxílio de:

- quadrados em vermelho e azul, com 10cm de lado e quadriculados;
- cubos (peças de material dourado) de 1 cm de aresta, pintados de vermelho e azul;
- lamina transparente, quadrada com 10 cm de lado e quadriculada em 1 cm;
- dicionário;
- papel pardo.

Com essas atividades temos por objetivos:

- perceber:
- a existência da equivalência, ou seja, a proporção na distribuição do número de quadriculados em cada quadrado, o mesmo acontecendo com os quadrados e cubos pintados;
- que há uma razão entre o número de quadriculados (vermelhos e azuis) em relação ao total de quadriculados do quadrado, isto é, há uma proporção na subdivisão do quadrado e que essa proporção também ocorre em relação aos cubos;
- que a razão é o quociente entre duas quantidades e/ou grandezas;
- que a porcentagem é uma proporção avaliada em relação a centena;
- que é possível se (ob)ter taxas percentuais maiores, menores ou igual a centena;
- existem diferentes registros de representação semiótica para representar uma porcentagem.

ATIVIDADE 01 - percebendo a proporção

Material:

- Quadrados de 10 cm de lado, com quadriculados em vermelho e azul;
- Cubos em madeira, pintados de vermelho e azul;
- Lâmina transparente, quadriculada em 1 cm, com 10 cm de lado.

Procedimento metodológico:

- formar equipes de no máximo 4 (quatro) alunos;
- o professor deve distribuir o material quadrados quadriculados nas cores propostas, os cubos pintados e a lâmina transparente quadriculada.

Tarefa 1

De posse do material, cada equipe deve desenvolver as atividades que seguem:

- a) Colocar ao lado direito do quadrado que apresenta duas partes vermelhas e três azuis, o mesmo número de cubos representando os quadriculados do quadrado, observar e anotar as conclusões.

Conclusões: Nós vemos dois quadrados vermelhos e três azuis, e os cubos tem a mesma quantidade de quadrado.

- b) Colocar ao lado direito do quadrado que apresenta quatro partes vermelhas e seis azuis, o mesmo número de cubos representando os quadriculados do quadrado, observar e anotar as conclusões.

Conclusões: Nós vemos seis quadrados vermelhos e nove azuis, e os cubos tem a mesma quantidade de quadrado.

c) Colocar ao lado direito do quadrado que apresenta seis partes vermelhas e nove azuis, o mesmo número de cubos representando os quadriculados do quadrado, observar e anotar as conclusões.

Conclusões: Não vemos seis quadrados vermelhos e nove azuis, e os cubos tem a mesma quantidade de quadrado.

d) Colocar ao lado direito do quadrado que apresenta oito partes vermelhas e doze azuis, o mesmo número de cubos representando os quadriculados do quadrado, observar e anotar as conclusões.

Conclusões: Não vemos oito quadrados vermelhos e doze azuis, e os cubos tem a mesma quantidade de quadrado.

e) Colocar ao lado direito do quadrado que apresenta dez partes vermelhas e quinze azuis, o mesmo número de cubos representando os quadriculados do quadrado, observar e anotar as conclusões.

Conclusões: Não vemos dez quadrados vermelhos e quinze azuis, e os cubos tem a mesma quantidade de quadrado.

Tarefa 3

Construir os gráficos:

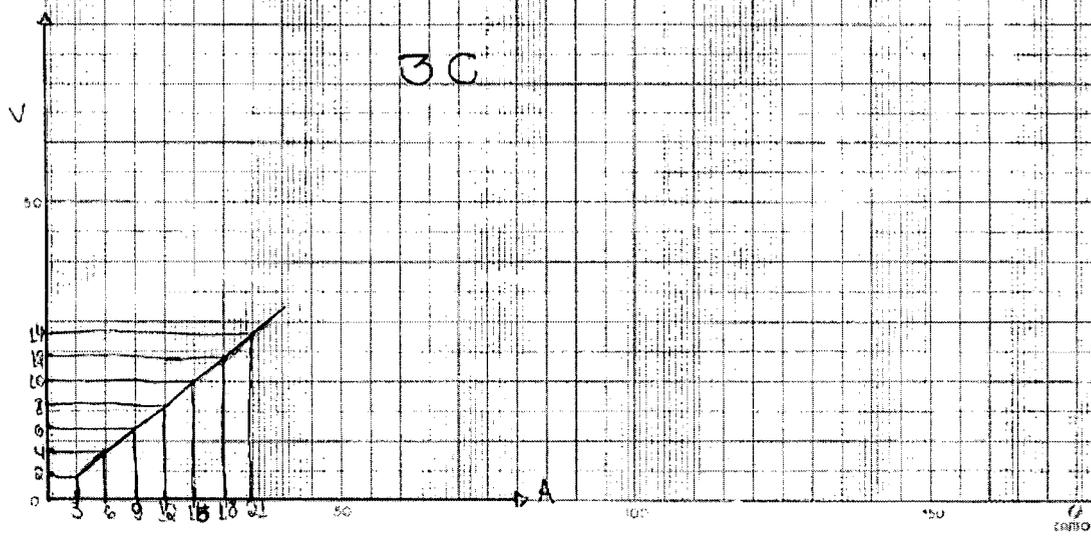
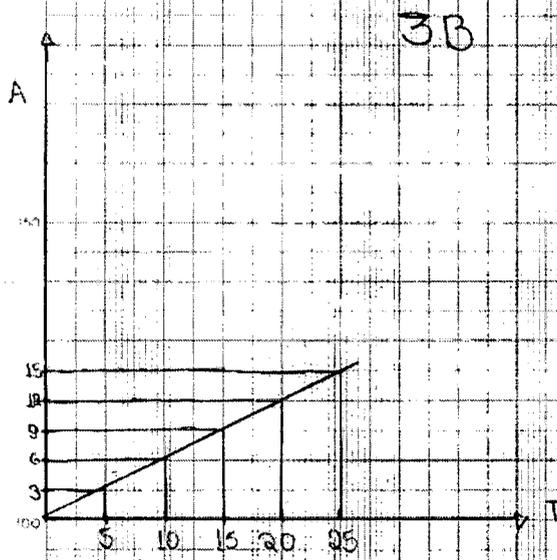
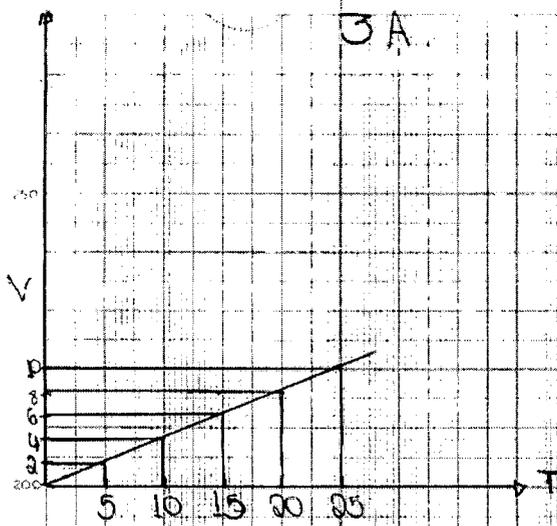
- a) do número de quadriculados vermelhos em relação ao total de quadriculados do quadrado;
- b) do número de quadriculados azuis em relação ao total de quadriculados do quadrado;
- c) do número de quadriculados vermelhos em relação ao número de quadriculados azuis;

Tarefa 4

Responder o questionamento:

Observando as atividades desenvolvidas até aqui, que conclusões pode-se chegar? Anotá-las.

Neste trabalho aprendemos a fazer
proporções, frações, razão e tudo que
a gente tinha algumas dúvidas



ESCOLA DE EDUCAÇÃO BÁSICA PROFESSORA JÚLIA MIRANDA DE SOUZA

PROFESSOR: IDEMAR VIZOLLI

Navegantes, 08 de novembro de 2000

EQUIPE:

ATIVIDADE 02 - utilizando a proporção.

Procedimento metodológico;

- responder os questionamentos a seguir:

Complete as frases observando a proporção do número de quadriculados e/ou cubos na atividade 01

a) Se fossem doze quadriculados e/ou cubos vermelhos, quantos seriam azuis? 18

Explique como você chegou a esse resultado.

Fiz e consultei a tabela.

b) Se fossem 21 quadriculados e/ou cubos azuis, quantos seriam vermelhos? 14

Explique como você chegou a esse resultado.

Fiz e consultei a tabela.

c) Se fosse um quadrado com 40 quadriculados e/ou cubos, quantos seriam vermelhos e quantos seriam azuis? V: 16 e A: 24

Explique como você chegou a esse resultado.

Fiz e consultei a tabela.

d) Num total de 100 quadriculados e/ou cubos, quantos seriam vermelhos? 40

E quantos seriam azuis? 60

Explique como você chegou a esse resultado.

Fiz e consultei a Tabela.

e) Em 150 quadriculados e/ou cubos, quantos seriam vermelhos? 60 E

quantos seriam azuis? 90

Explique como você chegou a esse resultado.

Fiz e consultei a tabela.

V	A	T
2	3	5
4	6	10
6	9	15
8	12	20
10	15	25
12	18	30
14	21	35
16	24	40
18	27	45
20	30	50

Cont.

V	A	T
22	33	55
24	36	60
26	39	65
28	42	70
30	45	75
32	48	80
34	51	85
36	54	90
38	57	95
40	60	100
42	63	105
44	66	110
46	69	115
48	72	120
50	75	125
52	78	130
54	81	135
56	84	140
58	87	145
60	90	150

ESCOLA DE EDUCAÇÃO BÁSICA PROFESSORA JÚLIA MIRANDA DE SOUZA

PROFESSOR: IDEMAR VIZOLLI

Navegantes, 08 de novembro de 2000

EQUIPE:

ATIVIDADE 03 - identificando a porcentagem como uma proporção

Procedimento metodológico:

- Solicitar que os alunos respondam aos questionamentos a seguir, a partir da resposta do questionamento "d" da atividade 2.

a) Quantos quadriculados e/ou cubos são vermelhos? 40 E quantos são azuis? 60

b) Podemos dizer que existe uma proporção entre o número de quadriculados e/ou cubos vermelhos e o número total de quadriculados do quadrado? Sim

Porquê? Certamente de 40 e de 60, e ficou 4 para 6, simplificamos e deu 2 para 3

Qual é essa proporção? A proporção é quando certamos 10

c) Existe uma proporção entre o número de quadriculados azuis em relação ao total de quadriculados do quadrado? Sim

Qual é essa proporção? 3 pra 5

d) Existe uma proporção entre o número de quadriculados vermelhos em relação ao número de quadriculados azuis? Sim

Qual é essa proporção? 2 pra 3

e) Pode-se dizer que o número de quadradinhos vermelhos e o número de quadradinhos azuis, correspondem a uma porcentagem? Sim

Porquê? De cada 100 quadrados 40 vermelhos e 60 azul, ou seja vermelho 40% e azul 60%.

f) O que é porcentagem? Uma quantidade que é avaliada por cem.

g) Procure no dicionário o que significa a palavra porcentagem?

Relação entre o valor dado e a centena.

h) Qual é o símbolo da porcentagem? %

i) Represente o percentual de quadriculados vermelhos e o percentual de quadriculados azuis, utilizando o símbolo da porcentagem.

40% de quadradinhos vermelhos e 60% de quadradinhos azuis.

O que significa 40%? De cada cem, 40 são vermelhos.

O que significa 60%? De cada cem, 60 são azuis.

Essas representações que você acabou de fazer denominam-se "taxas percentuais" ou "porcentagem". Esta forma de representar porcentagem é reconhecida e utilizada a nível de mundo.

j) Existem outras formas de representar esses percentuais? (X) sim () não

Quais? $\frac{40}{100}$ / 40%



= 60% ou $\frac{60}{100}$

ESCOLA DE EDUCAÇÃO BÁSICA PROFESSORA JÚLIA MIRANDA DE SOUZA
 PROFESSOR: IDEMAR VIZOLI

Navegantes, 10 de novembro de 2000

EQUIPE:

ATIVIDADE 04 - reconhecendo diferentes registros de representação semiótica e efetuar a conversão entre diferentes registros de representação.

Percentual	Fracionário	Decimal	proporcional	Ling. natural	Geométrico	Labela	Gráfico
2%	$\frac{2}{100} = \frac{1}{50}$	1% 50 0,02	$4 \rightarrow 200$ $2 \rightarrow 100$ $1 \rightarrow 50$	200s por centos		200s 100s 50s	
20%	$\frac{20}{100} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$	10% 5 = 0,2	$20 \rightarrow 100$ $10 \rightarrow 50$ $5 \rightarrow 25$	AVRTE por cento		200s 100s 50s	
33%	$\frac{33}{100}$	0,33	$33 \rightarrow 100$	Trinta e três por cento		300s 100s	
100%	$\frac{100}{100} = \frac{50}{50} = 1$	1	$100 \rightarrow 100$ $50 \rightarrow 50$ $1 \rightarrow 1$	Com cem por cento		200s 100s 50s	
125%	$\frac{125}{100} = \frac{25}{20} = \frac{5}{4}$	1,25	$125 \rightarrow 100$ $25 \rightarrow 20$ $5 \rightarrow 4$	Com cento e vinte e cinco por cento		200s 100s 50s	

ESCOLA DE EDUCAÇÃO BÁSICA PROFESSORA JÚLIA MIRANDA DE SOUZA

PROFESSOR: IDEMAR VIZOLLI

Navegantes, 10 de novembro de 2000

EQUIPE:

COMPREENDENDO PORCENTAGEM

Com esta atividade objetivamos perceber e compreender que a porcentagem é uma proporção, tendo então perspectiva de aplicar esses conhecimentos na resolução de outras atividades.

ATIVIDADE 05 - ENFOCANDO A PORCENTAGEM ENQUANTO PROPORÇÃO.

Com esta atividade tem-se por objetivo verificar se o aluno reconhece a porcentagem enquanto proporção.

Procedimento metodológico:

- Responder o que se pede.

1) Complete a frase:

Se 100% corresponde a 300, então 1% corresponde a 3 e 10% corresponde a 30. Então, 10% de 300 corresponde a 30.

2) Observe a proporção entre a taxa percentual e a quantidade de transformação e continue a seqüência:

a) 100%	→	600
1%	→	6
5%	→	30
20%	→	120
25%	→	150

50% → 300
75% → 450
125% → 750

Então 5% de 600 corresponde a 30, 20% de 600 corresponde a 120,
75% de 600 corresponde a 450 e 125% de 600 corresponde a 750.

b) 100/100 ou 100% → 500
1/100 ou 1% → 5
2/100 ou 2% → 10
10/100 ou 10% → 50
20/100 ou 20% → 100
150/100 ou 150% → 750

Então, 2% de 500 corresponde a 10, 20% de 500 corresponde a 100,
e 150% de 500 corresponde a 750.

ESCOLA DE EDUCAÇÃO BÁSICA PROFESSORA JÚLIA MIRANDA DE SOUZA

PROFESSOR: IDEMAR VIZOLLI

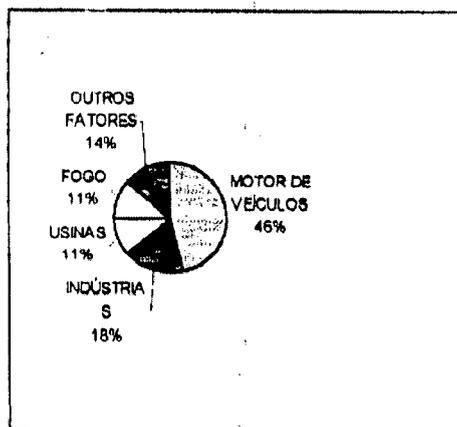
Navegantes, 13 de novembro de 2000

EQUIPE:

ATIVIDADE 06 - COMPREENDENDO A PORCENTAGEM A PARTIR DE GRÁFICO.

Com esta atividade objetiva-se compreender o significado de uma taxa percentual expressa a partir do gráfico.

O gráfico a seguir mostra os fatores responsáveis pela poluição do ar em uma cidade com um grande parque industrial:



Tarefa 1

- Represente a taxa percentual da poluição do ar, causada pelos motores de veículos, utilizando o registro de representação geométrico.
- Represente a taxa percentual da poluição do ar causada, pelas indústrias, utilizando o registro de representação proporcional.

c) Represente a taxa percentual da poluição do ar causada, pelas usinas, utilizando o registro de representação fracionário.

$$\frac{14}{100}$$

d) Represente a taxa percentual da poluição do ar causada pelo fogo, utilizando o registro de representação em língua natural. *onze por cento*

e) Que "outros fatores" podem contribuir com os 14% da poluição do ar?

Represente na forma decimal esse percentual.

$$\frac{14}{100} = \frac{7}{50}$$

Tarefa 2

Construir o gráfico o gráfico de coluna, a partir da taxa percentual da poluição.

Tarefa 3

Supondo que num pomar há 200 árvores frutíferas, complete as frases com as taxas percentuais ou as quantidades de árvores.

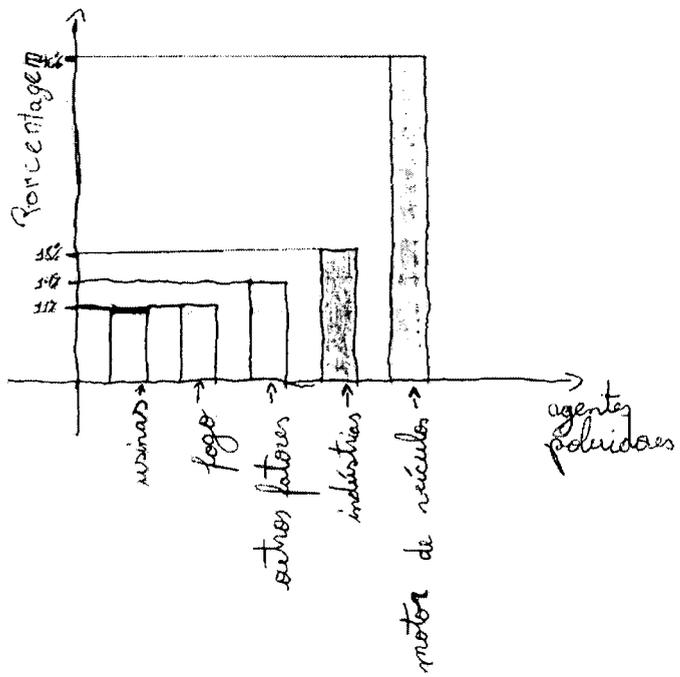
a) 25% das árvores são laranjeiras, isto é, são 50 laranjeiras.

b) 50% das árvores são mangueiras, isto é, são 100 mangueiras.

c) 10% das árvores são ameixeiras, isto é, são 20 ameixeiras.

d) 5% das árvores são jabuticabeiras, isto é, são 10 jabuticabeiras.

e) As árvores restantes, ou seja, 10% das árvores, são pessegueiros. Portanto são 20 os pessegueiros.



ESCOLA DE EDUCAÇÃO BÁSICA PROFESSORA JÚLIA MIRANDA DE SOUZA
PROFESSOR IDEMAR VIZOLEI

Navegantes, 13 de novembro de 2000
EQUIPE:

ATIVIDADE 07 - RECONHECENDO O SENTIDO E O SIGNIFICADO OPERATÓRIO NA PORCENTAGEM.

Com esta atividade, é possível articular sentido-significado operatório na porcentagem, uma vez que esses elementos permitem compreender alguns dados e estabelecer relação, o que indicará que estamos no caminho certo. Além disso é possível verificar a aplicação da proporção na resolução de atividades que envolvem porcentagem.

Determine.

- a) 20% de R\$ 80,00 R\$ 16,00
- b) 8% de 400 peças 32 peças
- c) 1% de 1000 animais 10 animais
- d) 50% de 4500 votos 2.250 votos
- e) 125% de 1925 2.406
- f) 38% de 25 9,5
- g) Se 1 kg de frutas custa R\$ 0,49, quanto pagarei por 5 kg de frutas? 2,45

$$\begin{array}{r} 38 \times 100 \\ 100 \times 25 \end{array}$$

$$100x = 38 \cdot 25$$

$$\begin{array}{r} 100x = 190 \\ \hline 100 \quad 190 \quad | \quad 100 \\ 100 \quad 1,09 \\ \hline 0900 \\ \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4. \\ 38 \\ \times 25 \\ \hline 190 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \times x \\ 1 \times 5 \\ 1x = 49,5 \\ 1x = 245 \\ \hline 245 \\ \hline 100 \end{array}$$

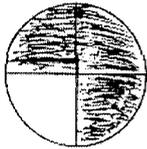
$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 5 \\ \hline 245 \end{array}$$

AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

No trabalho que desenvolvemos, vimos que a porcentagem "é a proporção de uma quantidade, de uma grandeza em relação a uma outra, avaliada sobre a centena". Vimos também a propriedade fundamental da proporção "o produto dos meios é igual ao produto dos extremos". Com base nessas informações resolva as atividades a seguir:

1 - Analise os registros de representação a seguir. Indique a proporção, a taxa percentual que estão representadas e explique como você encontrou a taxa percentual.

a)



Proporção $3 \rightarrow 4$
 Taxa percentual 75%
 Explicação: 6 que de 100% 75% está pintado.

b) Quantidade (parte) | Universo (todo)

$\times 5 \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 5 \\ 25 \\ 50 \end{array} \right.$

$\left. \begin{array}{l} 4 \\ 20 \\ 100 \\ 200 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \times 5 \\ \times 5 \\ \times 5 \\ \times 5 \end{array}$

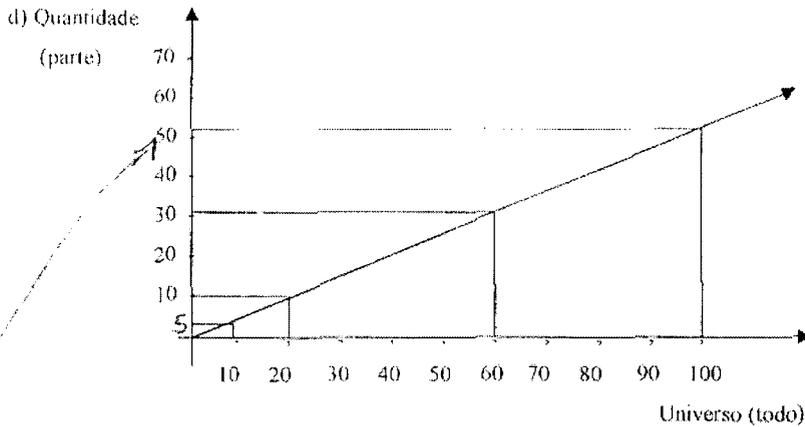
Proporção $1 \rightarrow 4$
 Taxa percentual 25%
 Explicação: a tabela está multiplicando por 2 e por 5 e nela dig. 25 de 100 ou seja 25% de 100.

i) $\frac{110}{100}$ Proporção $11 = 10$

Taxa percentual 110%

Explicação: Cheguei a essa taxa porque o denominador é com 100

$$\begin{array}{r} 110 - 100 \\ 11 - 10 \end{array}$$



Proporção 5 — 10 Taxa percentual 50%
 Explicação Olhando o gráfico eu vi que o 50 está para 100

e) 1,75 Proporção 7 — 4 Taxa percentual 125%
 Explicação Simplifiquei 75 por 100 e deu 7 por 4, 1,75 é em notação decimal transformando em fração temo a virgula e ficou 125%

2 - Calcule o valor correspondente às taxas percentuais dadas.

a) 20% de 30 pessoas, são 6 pessoas. Explique como você chegou a esse resultado. fazendo a propriedade da proporção e a regra de três

$$100x = 20 \cdot 30$$

b) 110% de R\$ 250,00, são R\$ 275,00 Explique como você chegou a esse resultado. fazendo a propriedade da proporção e a regra de três

$$x = \frac{600}{100}$$

$$x = 600$$

c) 13% de 2000 votos, são 260 votos Explique como você chegou a esse resultado. fazendo a propriedade da proporção e a regra de três

$$100x = 250 \cdot 10$$

$$100x = 27500$$

$$x = \frac{27500}{100}$$

$$x = 27500$$

$$\textcircled{c} \quad \begin{array}{l} 13 \times 100 \\ x \times 2000 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 100x = 2000 \cdot 13 \\ 100x = 26000 \\ x = \frac{26000}{100} \\ x = 260 \end{array}$$

d) 5% (5 por mil) de uma população de 13000 pessoas, são 650 pessoas.

Explique como você chegou a esse resultado. Fazendo a propriedade da proporção e a regra de três

$$\begin{array}{l} 5 \quad \times \quad 1.000 \\ x \quad \times \quad 13.000 \end{array}$$

3 - Resolva os problemas:

a) Numa eleição onde 3500 pessoas votaram, um candidato obteve 60% dos votos. Qual é o número de votos que esse candidato obteve?

$$\begin{array}{l} 1.000 \cdot x = 13.000 \cdot 5 \\ 1.000 \cdot x = 65.000 \\ x = \frac{65.000}{100} \end{array}$$

Cálculo

$$\begin{array}{l} 60 \quad \times \quad 100 \\ x \quad \times \quad 3.500 \\ 100 \cdot x = 3.500 \cdot 60 \\ 100 \cdot x = 210.000 \\ x = \frac{210.000}{100} \\ x = 2.100 \end{array}$$

Explique como você chegou a esse resultado.

Fazendo a propriedade da proporção e a regra de três

b) Numa eleição onde 3500 pessoas votaram, um certo candidato obteve 1000 votos. Qual a taxa percentual de votos desse candidato? 28%

Cálculo

Explique como você chegou a esse resultado.

Fazendo a conta da regra de três

c) Numa eleição onde um certo número de pessoas votaram, um candidato obteve 15% do total de votos, isso corresponde a 4500 votos. Qual é o número total de votos nessa eleição? 30.000 votos

Cálculo

Explique como você chegou a esse resultado.

$$\begin{array}{l} \textcircled{b} \quad 3.500 \quad \times \quad 100\% \\ 1.000 \quad \times \quad x \\ 3.500 \cdot x = 100 \cdot 1.000 \\ 3.500 \cdot x = 100.000 \\ x = \frac{100.000}{3.500} \\ x = 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{c} \quad 15 \cdot x = 100 \cdot 4.500 \\ 15 \cdot x = 450.000 \\ x = \frac{450.000}{15} \\ x = 30.000 \end{array}$$

Fazendo a conta da regra de três

ESCOLA DE EDUCAÇÃO BÁSICA PROFESSORA JÚLIA MIRANDA DE SOUZA

PROFESSOR: IDEMAR VIZOLLI

ALUNO(A):

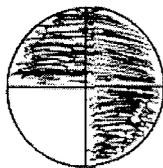
SÉRIE: 6... TURMA: 01...

AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

No trabalho que desenvolvemos, vimos que a porcentagem "é a proporção de uma quantidade, de uma grandeza em relação a uma outra, avaliada sobre a centena". Vimos também a propriedade fundamental da proporção "o produto dos meios é igual ao produto dos extremos". Com base nessas informações resolva as atividades a seguir:

1 - Analise os registros de representação a seguir. Indique a proporção, a taxa percentual que estão representadas e explique como você encontrou a taxa percentual.

a)



Proporção $75 \rightarrow 100$

Taxa percentual 75%

Explicação O desenho está dividido de em 4 partes, e cada parte tem 25% , então, 25 vezes

3. É igual a 75.

b) Quantidade (parte) | Universo (todo)

$\times 5 \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 5 \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} 4 \\ 20 \end{array} \right\} \times 5$
$\times 5 \left\{ \begin{array}{l} 5 \\ 25 \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} 100 \\ 200 \end{array} \right\} \times 5$
$\times 2 \left\{ \begin{array}{l} 25 \\ 50 \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} 200 \\ 400 \end{array} \right\} \times 2$

Proporção $25 \rightarrow 100$

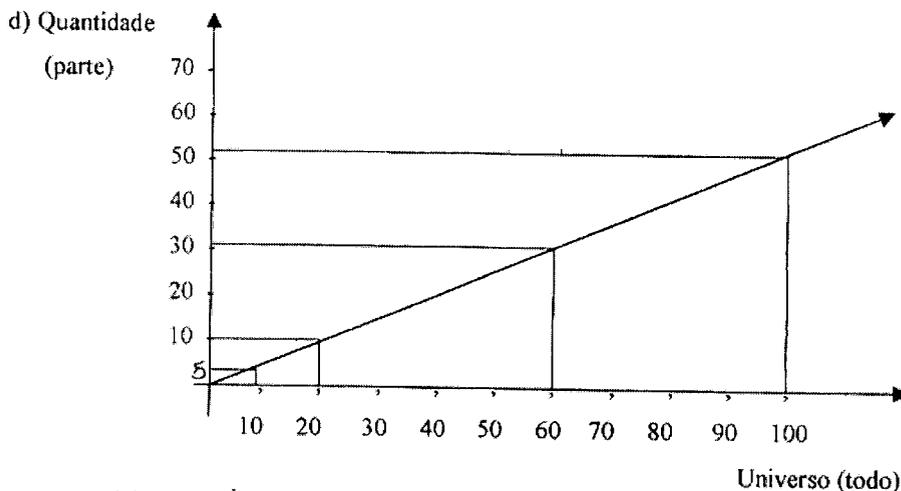
Taxa percentual 25%

Explicação A taxa é por 100, e está escrito 25 por 100.

f) $\frac{110}{100}$ Proporção $110 \rightarrow 100$

Taxa percentual 110%

Explicação A taxa está escrita na forma de fração.



Proporção $50 \rightarrow 100$ Taxa percentual 50%
 Explicação *A taxa está escrita na forma de gráfica.*

e) $17,5$ Proporção $17,5 \rightarrow 100$ Taxa percentual $17,5\%$
 Explicação *A taxa está na forma decimal.*

$$20 \rightarrow 100$$

$$x \rightarrow 30$$

~~$$\frac{20}{100} = \frac{x}{30}$$~~

$$100 \cdot x = 20 \cdot 30$$

$$100x = 600$$

$$x = \frac{600}{100}$$

~~$$\frac{10}{100} = \frac{x}{250}$$~~

$$100 \cdot x = 10 \cdot 250$$

$$100x = 2500$$

$$x = \frac{2500}{100}$$

~~$$\frac{13}{100} = \frac{x}{2000}$$~~

$$100 \cdot x = 13 \cdot 2000$$

$$100x = 26000$$

$$x = \frac{26000}{100}$$

$$x = 260$$

2 - Calcule o valor correspondente às taxas percentuais dadas:

a) 20% de 30 pessoas, são 6 pessoas. Explique como você chegou a esse resultado. *Eu fiz a conta da proporção.*

b) 110% de R\$ 250,00, são R\$ $2,75$. Explique como você chegou a esse resultado. *Eu fiz a conta da proporção.*

c) 13% de 2000 votos, são 260 votos. Explique como você chegou a esse resultado. *Eu fiz a conta da proporção.*

$$\begin{array}{r}
 \cancel{5} \rightarrow \cancel{1000} \\
 \cancel{x} \rightarrow \cancel{13000} \\
 1000 \cdot x = 13.000 \cdot 5 \\
 1000 x = 65000 \\
 x = \frac{65000}{1000} \\
 x = 65
 \end{array}$$

d) 5% (5 por mil) de uma população de 13000 pessoas, são 65 pessoas.
 Explique como você chegou a esse resultado. Eu fiz a conta da proporção.

3 - Resolva os problemas:

a) Numa eleição onde 3500 pessoas votaram, um candidato obteve 60% dos votos. Qual é o número de votos que esse candidato obteve? 2.100 votos.

Cálculo

$$\begin{array}{r}
 \cancel{60} \rightarrow \cancel{100} \\
 \cancel{x} \rightarrow \cancel{3500} \\
 100 \cdot x = 60 \cdot 3500 \\
 100x = 210.000 \\
 x = \frac{210.000}{100} \\
 x = 2.100
 \end{array}$$

Explique como você chegou a esse resultado.

Eu fiz a conta da proporção.

b) Numa eleição onde 3500 pessoas votaram, um certo candidato obteve 1000 votos. Qual a taxa percentual de votos desse candidato? 35%

Cálculo

$$\begin{array}{r}
 \cancel{3500} \rightarrow \cancel{100} \\
 \cancel{1000} \rightarrow \cancel{x} \\
 3500 \cdot x = 1000 \cdot 100 \\
 3500x = 100.000 \\
 x = \frac{100.000}{3500} \\
 x = 28,57
 \end{array}$$

Explique como você chegou a esse resultado.

Na conta em cima o resultado foi 1000 que lizo e que ele tinha e o 35 deixei ser a percentual.

c) Numa eleição onde um certo número de pessoas votaram, um candidato obteve 15% do total de votos, isso corresponde a 4500 votos. Qual é o número total de votos nessa eleição? 30.000 votos

Cálculo

$$\begin{array}{r}
 \cancel{15} \rightarrow \cancel{4500} \\
 \cancel{100} \rightarrow \cancel{x} \\
 15 \cdot x = 4500 \cdot 100 \\
 15x = 450.000 \\
 x = \frac{450.000}{15} \\
 x = 30.000
 \end{array}$$

Explique como você chegou a esse resultado.

Eu fiz a conta da proporção.