Universidade Federal de Santa Catarina Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Controle Força-Posição de Robôs Manipuladores: Modelagem, Projeto de Controladores e Resultados Experimentais

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos requisitos para a obtenção do grau de **Mestre em Engenharia Elétrica**

Francisco Javier Triveño Vargas

:

Florianópolis, março de 2000

Controle Força-Posição de Robôs Manipuladores: Modelagem, Projeto de Controladores e Resultados Experimentais

Francisco Javier Triveño Vargas

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de concentração Controle, Automação e Informática Industrial, e aprovada em sua forma final pelo programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Prof. Edson Roberto De Pieri, Dr. Orientador

Prof. Ildemar Cassana Decker, D.Sc.

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora Prof. Edson R. De Pieri, Dr. $\mathbf{\Phi}$ rientador Prof. Eugênio de Bona Castelan, Dr. Co-orientador Werner Kraus Junior, Ph.D. Prof. Prof Júlio E. Normey Rico, Dr. Prof. Raul Guenther, D.Sc.

A Deus, pelo dom da vida, que é a fonte da sabedoria.

· ;

 \dot{A} que uma nova razão para viver me deu, \dot{A} que como homem me consagrou, \dot{A} que a vida me deu.

A meu pai Francisco, pela sua nobreza, a meus irmaõs Milton, Renzo, Corina, Alex e Rocio, por constituírem juntos a melhor familia.

.

and the second second

Agradecimentos

Quero agradecer a Deus por meus pais, Francisco e Rosa, que junto a meus irmãos Milton, Renzo, Corina, Alex e Rocio, ainda longe, deram-me seu amor, carinho, comprensão, integridade, fortaleza e todo seu apoio para realizar este trabalho.

A minha Madeleine e minha Amanda, por serem o que eu sempre quis e por permitirem minha realização como homem.

A meus orientadores, os professores Edson e Eugênio, pela confiança e por todos os conhecimentos transmitidos, profissional e pessoalmente.

Aos professores, Jean Marie, Guillerme, Antonio, Alexandre, Raul, Marcelo e Julio, por todo o aprendido nas suas aulas.

A Rene, Grover, Cesar e Lupe por seu apoio nos momentos difíceis que traçaram o deste começo de etapa.

A meus companheiros Marco, Alexandre, Andre, Karen, Michelle, Fabio, Cinthia por, sua amizade.

A Alejandro, Carlos, Otacilio e Leandro por seu apoio técnico nesta dissertação.

A minha universidade, aos professores, Franz, Lucio, Alberto, Hans e Egbert, por seu apoio para a realização do mestrado.

Ao Professor Lauro por sua ajuda na revisão lingüística deste trabalho, a Jaime, Vanda e Iracema, pelo apoio e comprensão .

Ao Marcos e Wilson, pela sua ajuda constante e sincera.

À UFSC e à CAPES, pelo suporte material e financeiro.

8. S

Finalmente agradeço a todos os que com sua sinceridade formaram parte deste trabalho.

Resumo da dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Controle de Força-Posição de Robôs Manipuladores: Modelagem, Projeto de Controladores e Resultados Experimentais

Francisco Javier Triveño Vargas

Março/2000

Orientador: Edson R. de Pieri, Dr.

s. .

Área de Concentração: Controle, Automação e Informática Industrial Palavras-chave: Controladores 2DOF, Estrutura Variável, Modos Deslizantes Número de páginas: 100

Os objetivos deste trabalho são o estudo da modelagem de De Luca e Manes, que inclui restrições cinemáticas e dinâmicas para tarefas nas quais o robô tem contato com o meio e o estudo de controladores avançados, como o controle de Dois Graus de Liberdade (2DOF, INV+2DOF) e o controle a Estrutura Variável com modos deslizantes (EV). Foram abordados o controle de posição simplesmente e o controle híbrido de força-posição, ambos baseados nesta nova modelagem. Os controladores estudados foram aplicados tanto em nível de simulação como de implementação. Dos resultados de controle de posição, verifica-se que o desempenho dos controladores é similar, mas na presença de incertezas e perturbações os controladores 2DOF e INV+2DOF apresentam erro nulo em regime permanente, característica não presente no controle a EV. As simulações no controle híbrido de força mostram um melhor desempenho do controle a EV sobre estratégias como o PD, I ou 2DOF na presença de incertezas na modelagem. Abstract of dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

Force-Position Control of Manipulators Robots: Modeling, Controller's Project and Experimental Results

Francisco Javier Triveño Vargas

March/2000

Advisor: Edson R. de Pieri, Dr.

 ~ 1

. i

en ^let

Area of Concentration: Control, Automation and Industrial Informatic Keywords: 2DOF Controllers, Variable Structure, Sliding Modes. Number of Pages: 100

The objectives of this work are: to study the modeling of De Luca and Manes, which include restrictions kinematics and dynamics for robot's task in contact with environment and to estudy advanced controllers like the control of Two Degrees of Freedom (2DOF, INV+2DOF) and the Variable Structure Control with sliding modes (EV). It was considered the motion control simply and the hybrid control of force-position, both based on this new modeling. The controllers were applied on simulation as well practical implementation. The results on motion control show that the behavior of the both controllers similar, but in the presence of incertezas and disturbances, control 2DOF and INV+2DOF guarantees zero steady state error. This caracteristic was not verified to EV control. The simulations to hybrid force control with E.V. show an improved behavior when compared with controllers as PD, I or 2DOF. Resumén de la tesis presentada a la UFSC como parte de los requisitos necesarios

Control de Fuerza-Posición de Robots Manipuladores: Proyecto de Controladores y Resultados Experimentales

Francisco Javier Triveño Vargas

Marzo/2000

Orientador: Edson R. De Pieri, Dr.

Area de concentración: Control y Automatización Industrial Palabras claves: Controladores 2DOF, Estructura Variable, Modos deslizantes Número de paginas: 100

Los objetivos de este trabajo son: el estudio del modelamiento de De Luca y Manes, que incluye restricciones cinemáticas y dinámicas para tareas en las cuales el robot tiene contacto con el medio y el estudo de controladores avanzados como el control de Dos Grados de Libertad (2DOF, INV+2DOF), e el control a Estructura Variáble con modos deslizantes (EV). Fueron considerados el control de posición simplemente y el control híbrido de fuerza-posición, ambos basados en este nuevo modelamiento. Los controladores estudiados fueron aplicados tanto a nivel de simulación como de implementación. De los resultados del control de posición fué verificado que el comportamiento de los tres controladores es similar, pero en la presencia de incertezas y perturbaciones, el control 2DOF y INV+2DOF garantizan error nulo en regimen permanente, caraterisitica que no esta presente en el control a EV. Las simulaciones para control híbrido de fuerza muestran un mejor comportamiento del control a EV sobre controladores PD e I ou 2DOF en la presencia de incertezas en el modelado.

Sumário

2 **V**₁

x.

1	Introdução						
	1.1	Defini	ção	1			
	1.2	O Robô Industrial					
	1.3	blema de Controle	3				
		1.3.1	Controle de Posição	3			
		1.3.2	Controle de Força	4			
	1.4	Conte	údo e Organização da Dissertação	8			
2	Modelagem do Robô e o Meio						
	2.1	Aprese	entação do Problema	9			
	2.2	Model	agem Cinemática e Dinâmica	10			
		2.2.1	Cinemática do Manipulador	10			
		2.2.2	Modelagem Cinemática do Meio	12			
		2.2.3	Modelo Dinâmico do Sistema Manipulador-Meio	14			
	2.3	Conclu	usões	19			
3	Algoritmos de Controle 20						
	3.1	Contro	ole a Estrutura Variável	20			
		3.1.1	Definições	22			
		3.1.2	Projeto da Superfície de Deslizamento	24			
		3.1.3	Projeto do Controlador	25			
		3.1.4	Robustez do Controle a Estrutura Variável	28			
		3.1.5	Chattering	29			
	3.2	Contro	ole de Dois Graus de Liberdade (2DOF)	32			
		3.2.1	Definições e Propriedades	34			

3.2.2 Objetivos de Malha

		3.2.2	Objetivos de Malha	35	
		3.2.3	Objetivos de Resposta	38	
		3.2.4	Projeto Via Controle Ótimo com Erro Nulo e Robusto	38	
	3.3	Contro	ele Baseado na Dinâmica Inversa	41	
	3.4	Conclu	lsões	42	
4	Con	trole d	le Posição de Robôs Rígidos	44	
	4.1	Modela	agem Matemática	45	
		4.1.1	Modelo Linear por Aproximações	45	
		4.1.2	Modelo Linear Baseado na Dinâmica Inversa	47	
	4.2	Diagra	ma Geral de Controle	47	
	4.3	3 Controle do Robô SCARA de Quatro Juntas: Simulações		48	
		4.3.1	Projeto do Controlador a EV com Modos Deslizantes \ldots .	48	
		4.3.2	Projeto do Controlador 2DOF com o Modelo Linear Aproximado	49	
		4.3.3	Projeto do controlador 2DOF com o Modelo Linear Baseado na		
			Dinâmica Inversa	51	
		4.3.4	Resultados das Simulações	52	
	4.4	Controle Robô SCARA de 4 juntas: Resultados Experimentais		56	
	4.5	Conclu	1sões	63	
5	Controle Híbrido de Robôs Rígidos				
	5.1	Descri	ção das Equações de Estado	65	
	5.2	Estrat	égias de Controle	67	
		5.2.1	Controle Integral (I) e Proporcional Derivativo (PD)	68	
		5.2.2	Controle a Estrutura Variável	69	
		5.2.3	Controle 2DOF	70	
	5.3	Definição de Tarefas			
	5.4	4 Resultados das Simulações		71	
		5.4.1	Controles Proporcional-Derivativo (PD) e Integral (I)	72	
		5.4.2	Projeto de Controle a Estrutura Variável	75	
		5.4.3	Projeto de Controle 2DOF	77	
	5.5	Conclu	1sões	78	

6	o Conclusões e Perspectivas						
	6.1	Conclusões	80				
	6.2	Perspectivas	82				
A	A Robô SCARA de 4 Juntas						
	A.1	Descrição geral do robô	83				
	A.2	Modelagem dinâmica	84				
	A.3	Valores dos parâmetros	86				
в	Cont	roladores 2DOF Digitais	87				
\mathbf{C}	Prog	ramas ,	89				
	C.1	Módulo StateCtrl.Mod	89				

•

.

Capítulo 1

- -

Introdução

Mais importante que escolher um caminho, é caminhar com sabedoria (Autor desconhecido)

1.1 Definição

Na sua definição atual a Robótica é a *ciência que estuda a conexão inteligente da percepção com a ação*. Seu caráter interdisciplinar com outras ciências é ilustrado na figura 1.1.

A robótica industrial é definida como a disciplina que estuda o projeto, controle e aplicações dos robôs na indústria [57].

1.2 O Robô Industrial

Os robôs industriais têm ganho muita popularidade por serem componentes essenciais na automatização industrial. Redução de custos, incremento na produtividade, crescimento da qualidade e principalmente eficiência na realização de tarefas perigosas e repetitivas são algumas de suas qualidades.

O robô industrial é uma máquina com características importantes de versatilidade e flexibilidade, cujo conceito mais importante é: Um rôbo industrial é um manipulador reprogramável e multifuncional, projetado para mover matérias, peças, ferramentas ou dispositivos especializados através de movimentos variáveis, programados para a

1. Introdução



Figura 1.1: Robótica, uma Ciência Interdisciplinar

execução de um conjunto de tarefas. Esta definição foi dada pelo Robot Institute of America em 1980 [1, 57, 67].

A estrutura mecânica do robô manipulador ilustrado, na figura 1.2, consta dos seguintes componentes:

- Uma sequência de corpos rígidos (elos) conectados por meio de articulações (juntas), que podem ser de rotação ou translação; o número de graus de liberdade, é dado pelo número de juntas; o manipulador é caracterizado pelos elos que garantem mobilidade e o efetuador final, que permite o desenvolvimento das tarefas requeridas pelo robô.
- Os atuadores permitem o movimento do manipulador; os atuadores mais comumente empregados são elétricos, hidráulicos e ocasionalmente pneumáticos.
- Os sensores permitem medições de deslocamento e de velocidade do manipulador, podendo também realizar medições em relação à interação do manipulador com o meio.
- O sistema de controle permite o controle e supervisão dos movimentos (posição), assim como sua interação com o meio (força).



Figura 1.2: Robô Manipulador Puma

1.3 O Problema de Controle

Do ponto de vista do controle, as aplicações dos rôbos manipuladores na automação industrial podem ser consideradas de duas formas: aquelas nas quais as tarefas são desenvolvidas sem a iteração do efetuador final com o meio (*controle de posição*), incluindo tarefas como a movimentação de materiais, pintura e soldagem, entre outras; e aquelas nas quais há interação do efetuador final com o meio (*controle de força*), como, por exemplo, esmerilhamento, corte, polimento, rebarba, cinzelagem, montagem, mandrilagem, fresagem, exploração submarina e espacial, cirurgia assistida por robôs, manutenção de linhas elétricas de alta tensão. Essas são algumas das tarefas que além do controle de posição necessitam também do controle de força [1, 8, 63, 64, 33, 67, 18, 3, 48, 6, 4].

1.3.1 Controle de Posição

Para o controle de posição de robôs manipuladores pode-se estar interessado em mover o robô de uma posição a outra ou efetuar um seguimento de trajetórias.

As tarefas que requerem controle de posição podem ser subdivididas em dois grupos: no primeiro grupo, normalmente deseja-se movimentar o manipulador de uma posição a outra, sem que isto requeira uma grande precisão da trajetória realizada pelo manipulador. As estratégias de controle empregadas são conhecidas como ponto a ponto ou regulação [1, 14, 57, 67, 40, 5].

No segundo grupo, agrupam-se as tarefas que exigem um seguimento de trajetória preciso (posição, velocidade e eventualmente aceleração). O objetivo de controle neste caso é eliminar assintoticamente o erro de seguimento, não obstante incertezas e perturbações presentes.

Inicialmente, foram empregados controladores clássicos tipo PD e PID para o controle de trajetória de rôbos, por apresentarem simplicidade no seu projeto [50, 30, 67]. Tais controladores não são capazes de garantir desempenhos de resposta adequada, apresentando erros de seguimento nas trajetórias, na presença de perturbações e ruídos, bem como devido às incertezas na modelagem e próprias do sistema. Em vista disso, controladores mais elaborados (lineares e não lineares) têm sido propostos como forma de suprir as deficiências dos controladores clássicos. Controladores PD com compensação da gravidade, controle baseado na dinâmica inversa, controladores na estrutura de Dois Graus de Liberdade (2DOF)¹, controladores robustos, de Estrutura Variável (EV) [62, 64, 8, 31, 20, 33, 27], controladores adaptativos, controladores fuzzy e controladores baseados em redes neurais vêm sendo empregados [63, 38, 11, 51, 72, 30, 67, 40, 5].

1.3.2 Controle de Força

Uma das primeiras publicações em controle de força foi feita por Whitney [69] em 1977, na qual faz a análise e o estudo do controle explícito de força, baseado em modelos muito simples e considerando movimentos finos.

O esquema de controle proposto pelo autor está mostrado na figura 1.3.



Figura 1.3: Controle Explícito de Força

¹ de Two Degree of Freedom

Quatro anos depois, Raibert e Craig [50], baseados nas publicações de Mason [44], que considera as restrições naturais e artificias na realização de tarefas, publicam seu trabalho sobre o controle híbrido de força e posição nos robôs manipuladores. Uma das principais características desse trabalho foi a escolha das direções de controle para a força e posição através das matrizes de seleção, fazendo os dois controles complementares, sendo os algoritmos PI e PID as estratégias de controle utilizadas. O esquema de controle proposto está ilustrado na figura 1.4.



Figura 1.4: Controle Híbrido de Força e Posição

Posteriormente, o controle de *impedância* foi proposto por Hogan [34], no qual a principal idéia é que o manipulador, para efeitos de controle, não pode mais ser tratado como um sistema isolado do meio senão acoplado a ele. Esta estratégia baseia-se na consideração da *impedância* do manipulador e sua regulação assim como na *admitância* do meio, definidas para a posição e a velocidade [77]. O controle de rigidez, que pode ser ativo ou passivo, assim como o controle de amortecimento, são casos particulares do trabalho de Hogan [70, 57, 77]. Em 1987, Whitney [70] publica um resumo histórico dos avanços obtidos no controle de força no período de aproximadamente uma década.

Em 1988, Anderson e Spong [2] propõem o controle híbrido de impedância, como uma combinação do controle de *impedância* [34, 77] e o controle híbrido de posição e força [50]. A figura 1.5 ilustra o diagrama de blocos correspondente a esta estratégia.

Em 1990, é publicado o trabalho de Duffy [21] onde são feitas algumas observações na teoria de controle híbrido baseado nos complementos ortogonais. Assim em 1993 visando resolver o controle simultâneo de posição e força, Chiaverini e Sciavicco [55]

1. Introdução



Figura 1.5: Controle Híbrido de Impedância

publicam um trabalho denominado controle paralelo. Este controle considera as características geométricas e dinâmicas do meio em todas as fases do projeto, combinando os controles de impedância e admitância. O diagrama de controle paralelo é ilustrado na figura 1.6.



Figura 1.6: Controle Paralelo de Força e Posição

A partir destes trabalhos, a compreensão do problema do movimento do robô submetido a restrições foi substancialmente melhorada pela consideração de aplicações em superfícies rígidas ou superfícies que apresentam algum tipo de dinâmica (elasticidade).

Nas aplicações nas quais a superfície de contato é rígida, o deslocamento do efe-

1. Introdução

ي چ ک

tuador final na direção normal à superficie é nulo. McClamroch e Wang em 1988 [42] estabeleceram uma base teórica para o estudo dos casos onde existem restrições geométricas na interação do robô e o meio: modelaram matematicamente a dinâmica do robô sujeito a essas restrições e propuseram leis híbridas baseadas no torque computado para garantir condições de estabilidade. Yoshikawa [75] apresentou uma formulação semelhante à de McClamroch e Wang, com a diferença de ter sido desenvolvida no espaço da tarefa.

Em muitas outras tarefas, o contato já não é rígido, mas possui pelo menos alguma flexibilidade (própria do sensor), ou alguma dinâmica de primeira ou segunda ordem [22, 23, 12, 76]. Por esse motivo muitos autores representaram o ambiente de contato como uma mola linear, admitindo pequenas deformações [24, 65].

Também foram realizados vários estudos de estabilidade envolvendo controladores do tipo PD, PI e I para o controle de força em ambientes de contato rígido e apresentando alguma flexibilidade, tanto teórica como experimentalmente [71, 24, 65, 25]; um destes trabalhos foi publicado por Kazerooni [37], que faz análise de estabilidade entre o robô e o meio para superfícies de contato rígido. Um estudo completo, envolvendo a parte experimental sobre a estabilidade no controle de força para controladores clássicos, foi feito por Volpe [65].

Baseado em todas as pesquisas descritas, em 1994 De Luca e Manes [18] redefiniram o controle híbrido a fim de considerar tarefas mais complexas, considerando as restrições geométricas (cinemáticas) e dinâmicas ao mesmo tempo. Foi feito uma modelagem para o robô manipulador e outra para o meio; a técnica de controle empregada foi o torque computado. Baseados nesta nova modelagem, Amaral, De Pieri e Guenther [4], considerando apenas restrições geométricas, propõem um controlador robusto do tipo estrutura variável para compensar incertezas no modelo e perturbações externas. Neste último trabalho, está baseada a presente dissertação.

Na publicação de Zeng e Hemami [77], um resumo do estado atual do controle de força é feito considerando técnicas clássicas e avançadas de controle. Levando-se em conta esta divisão entre as técnicas clássicas e avançadas, nesta dissertação são utilizadas as últimas, tanto para posição como para força.

Na atualidade, as estratégias de controle empregadas para controle híbrido utilizam os controles clássicos PD, PID, e controle avançado como o controle a Estrutura Variável [77], apresentando boa rejeição a perturbações e boa resposta frente a incertezas [13, 35, 56, 59, 41, 15].

A técnica de 2DOF [72, 67], considerada como um método de controle avançado pelas suas caraterísticas, foi aplicada com bons resultados no controle de posição, e no presente trabalho é feita a extensão para o controle hibrido de força-posição, e, junto com o controle a Estrutura Variável e o controle baseado na dinâmica inversa, são estudados seus desempenhos.

1.4 Conteúdo e Organização da Dissertação

Na presente dissertação, pretende-se abordar o problema do controle de forçaposição de robôs manipuladores rígidos, empregando a modelagem de De Luca e Manes. Nesta modelagem a componente dinâmica do meio é considerada nula [3, 4]. Como estratégias de controle são considerados o controle 2DOF, e o controle a Estrutura Variável com modos deslizantes.

No capítulo 2, é apresentada a modelagem cinemática e dinâmica de acordo com a proposta apresentada em [18, 3, 4] para robôs rígidos que interagem com o meio e é definido um sistema de equações que facilita a determinação de leis híbridas de controle.

No capítulo 3, os algoritmos de controle a Estrutura Varíavel com modos deslizantes e 2DOF são apresentados, junto com as caraterísticas de cada um deles.

No capítulo 4, apresentam-se os resultados das simulações e a implementação prática de cada um dos algoritmos estudados para o controle de posição, assim como o desempenho de cada um deles.

No capítulo 5, são apresentados os resultados inicias das simulações feitas para o controle híbrido de força e posição, empregando a modelagem de De Luca e Manes para os diferentes algoritmos de controle estudados e também são analisados seus desempenhos.

Finalmente, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões do trabalho, assim como as sugestões para futuros trabalhos.

аналанан аларын алар Аларын аларын

Capítulo 2

Modelagem do Robô e o Meio

Para a análise de estratégias de controle em robôs manipuladores, é necessário o conhecimento preciso de cada um dos componentes de sua estrutura mecânica. Por isto deve-se obter modelos matemáticos suficientemente bons, com complexidade possível de ser tratada nas príncipais aplicações.

Assim, o presente capítulo apresenta tanto a modelagem cinemática como dinâmica para robôs manipuladores rígidos que interagem com o meio, submetidos a restrições cinemáticas e dinâmicas. A abordagem utilizada é aquela apresentada por De Luca e Manes [18] que considera as duas restrições; além disso, é determinado um sistema de equações que facilita o projeto de leis de controle híbridas.

2.1 Apresentação do Problema

O desenvolvimento das tarefas onde o manipulador interage com o meio, pode ou não implicar na troca de energia. Se o meio impõe restrições puramente cinemáticas (ou geométricas) sobre o movimento do efetuador final, somente um balanço estático de forças e torques acontece durante o contato (supondo que não existe atrito). Este tipo de considerações no modelamento implica a não transferência de energia [75, 42], onde um vetor impõe restrições ao movimento do efetuador final.

De outra forma, a troca de energia entre o robô e o meio é comumente tratada considerando um modelo de impedância linear para a interação dinâmica [34, 22, 12, 66].

Como uma oposição às interações *completamente estática* ou *completamente dinâmica*, pode-se encontrar casos nos quais o robô, além de estar sujeito a restrições

X. C. 1

cinemáticas, também é submetido a forças dinâmicas no efetuador final; forças não compensadas por uma reação nas quais existe troca de energia com o meio.

Como conseqüência das restrições dinâmicas, a modelagem clássica, para a obtenção de estratégias em controle híbrido, precisa ser redefinida para incluir estas restrições no ambiente de trabalho.

De Luca e Manes [18] propõem um modelo que inclui ambos os tipos de restrições. Este trabalho utiliza essa formulação.

2.2 Modelagem Cinemática e Dinâmica

Para descrever completamente a interação do robô com o meio, representado por restrições cinemáticas e dinâmicas, é necessário, além das coordenadas de junta q, que caracterizam o robô, um outro conjunto de coordenadas complementar. Este último caracteriza o meio, determina o tipo de contato e ainda permite descrever a posição do efetuador final x nos dois lados do contato.

O vetor de coordenadas s, associadas ao meio, será composto pelas componentes cinemáticas s_K , associadas ao contato e/ou movimento do meio, e as componentes dinâmicas s_D associadas às energias cinética e potencial do meio. Robôs sujeitos simplesmente a restrições cinemáticas $s = s_K$ [3, 4], ou restrições puramente dinâmicas $s = s_D$ [66], são casos especias desta modelagem.

2.2.1 Cinemática do Manipulador

Seja um robô manipulador de n+1 elos correspondentes a n juntas de translação ou rotação, constituído por uma cadeia cinemática aberta de corpos rígidos, parametrizado pelo vetor ($q \in \mathcal{R}^n$) das variáveis de junta, ilustrado na figura 2.1.

O conjunto de todas as configurações possíveis C(q) é conhecido como espaço de juntas [1, 14, 57].

Seja também o vetor x = (p, o), de dimensão 6, onde p descreve a posição do efetuador final no espaço cartesiano \mathcal{R}^3 . Sua orientação $o = (\varphi, \vartheta, \psi)$ é dada por uma representação mínima, a dos ângulos de *Euler* por exemplo [14, 57, 4]. Então a



Figura 2.1: Posição e Orientação do Efetuador Final

cinemática do efetuador final em função das variáveis de junta é expressa por:

$$x = k(q) \tag{2.1}$$

onde k(q) é um vetor de funções não lineares, que mapeia o espaço das juntas no espaço cartesiano, cuja derivada, com relação ao tempo, é:

$$\dot{x} = \frac{\partial k(q)}{\partial q} \dot{q} = J_a(q) \dot{q}$$
(2.2)

onde $J_a(q)$ é a matriz conhecida como Jacobiano Analítico. O vetor velocidade $v = [\dot{p} \ \omega]$, composto pela velocidade linear \dot{p} e pela velocidade angular ω , está relacionado com \dot{x} , através de:

$$v = G(x)\dot{x} \tag{2.3}$$

onde a matriz G(x) é definida como:

$$G(x) = \begin{bmatrix} I_{3\times3} & 0\\ 0 & \hat{G}(\varphi, \vartheta, \psi) \end{bmatrix}$$
(2.4)

onde $\hat{G}(\varphi, \vartheta, \psi)$ é uma matriz de funções de dimensão (3×3) , que expressa o mapeamento entre a derivada do vetor de orientação $\frac{do}{dt}$ e a velocidade angular ω [18, 57, 3, 4]. Definindo

: 3

140

$$J(q) = G(k(q))J_a(q) \tag{2.5}$$

o vetor de velocidades generalizadas pode ser escrito em função da velocidade \dot{q} das juntas como sendo:

$$v = \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \omega \end{bmatrix} = J(q)\dot{q}$$
(2.6)

onde J(q) é o conhecido Jacobiano Geométrico ou jacobiano básico do manipulador.

Existem configurações dentro do campo de ação do manipulador em que o Jacobiano é singular. Ao longo desta dissertação, supõe-se que o Jacobiano seja de posto completo (não-singular), o que é conseguido, planejando o movimento do manipulador de tal forma que seja possível evitar as configurações singulares [18, 57, 3, 4].

2.2.2 Modelagem Cinemática do Meio

Considere-se o meio como um sistema mecânico de $d \leq 6$ graus de liberdade, tal que pode ser descrito por um modelo dinâmico de segunda ordem, em termos do conjunto de variáveis de configuração $s_D \in \mathcal{R}^d$. Quando o efetuador final do robô tem um vínculo total com o meio, então o conjunto de posições deste depende simplesmente de s_D ; mas este conjunto de variáveis pode não ser suficiente para descrever algumas tarefas nas quais se tem contato entre o robô e o meio. Então, há a necessidade de k variáveis cinemáticas que sejam somadas às d variáveis já definidas, para descrever completamente o movimento do efetuador final visto do meio [18, 3].

Com a adição destas variáveis puramente cinemáticas, identificadas por $s_K \in \mathcal{R}^k$, são definidas as direções em que é permitido o movimento, seja este caraterizado por alguma dinâmica imposta pelo meio (relacionada aos d graus de liberdade do meio), ou não (descrito pelas k variáveis cinemáticas), além de ficarem evidentes as direções em que o movimento é impedido.

A união destes vetores é $s = (s_K, s_D) \in \mathcal{R}^e$ com $e = k + d \leq 6$, compõe um conjunto de parâmetros suficientes para descrever uma ampla variedade de tarefas, para as quais tem-se contato com o meio.

Considerando que o efetuador final está totalmente vinculado ao meio, isto é, que possui dinâmica em todas as direções e sentidos de rotação, então, d = e = 6(k = 0). E,

num contato que não possua dinâmica em qualquer direção, permitirá livre movimento ao efetuador final, em k = e < 6 direções, e lhe impõe 6 - k restrições, visto que o meio está submetido somente a restrições cinemáticas, isto é, d = 0. Este é o caso considerado neste trabalho.

Destas definições, a posição do efetuador final, vista do lado do meio pode também ser expressa como:

$$x = \Gamma(s) \tag{2.7}$$

onde $\Gamma(s)$ é um vetor de funções não lineares que relaciona s com x. Derivando a equação (2.7) com relação ao tempo:

$$\dot{x} = \frac{\partial \Gamma(s)}{\partial s} \dot{s} \tag{2.8}$$

Da mesma forma que a posição do efetuador final é obtida da equação (2.7), também é obtida da equação (2.1) do lado do robô. Decorre que a seguinte igualdade tem que ser satisfeita:

$$x = k(q) = \Gamma(s) \implies k(q) - \Gamma(s) = 0$$
 (2.9)

Além disso, substituindo a equação (2.8) na equação (2.3), é obtido o vetor das velocidades generalizadas v em função da derivada de s:

$$v = \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \omega \end{bmatrix} = \Upsilon(s)\dot{s} \tag{2.10}$$

onde

$$\Upsilon(s) = G(\Gamma(s)) \frac{\partial \Gamma(s)}{\partial s}$$
(2.11)

desempenha um papel semelhante ao Jacobiano do manipulador e também é considerado de posto completo.

Ordenando as colunas de $\Upsilon(s)$, é possível escrever a equação (2.10) como função das contribuções das variáveis cinemáticas e dinâmicas na formação do vetor de velocidades v:

$$v = \Upsilon_K(s)\dot{s}_K + \Upsilon_D(s)\dot{s}_D = J(q)\dot{q}$$
(2.12)

Se para contatos cinemáticos não há troca de energia entre o robô e o meio, então,

 $e^{-1} e_{\mathbf{x}} = e^{-1} e_{\mathbf{x}}$

as forças generalizadas de reação não realizam trabalho nas direções admissíveis de movimento no contato, tal que:

$$v^T F_R = \left[\begin{array}{cc} \dot{p}^T & \omega^T \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} f_R \\ m_R \end{array} \right] = 0 \tag{2.13}$$

onde $f_R \stackrel{\text{o}}{=} m_R$ são respectivamente as forças e os torques de reação no efetuador final sobre o meio. As forças de reação generalizadas podem ser expressas como:

$$F_R = Y_R(s)\lambda_R \tag{2.14}$$

onde $\lambda_R \in \mathcal{R}^{6-e}$ parametriza as forças de reação numa tarefa dada, da mesma forma que *s* parametriza as velocidades admissíveis. Da condição de reciprocidade (ortogonalidade), definida pela equação (2.13), obtém-se a seguinte igualdade:

$$\Upsilon^T(s)Y_R(s) = 0 \tag{2.15}$$

que também reflete a condição de não-transferência de energia em contatos cinématicos [18, 3, 4].

2.2.3 Modelo Dinâmico do Sistema Manipulador-Meio

O modelo dinâmico do sistema manipulador-meio é obtido através da formulação de Lagrange, empregando o conjunto de coordenadas generalizadas (componente dinâmica) s_D para o meio e as coordenadas de junta q para o robô.

As energias *cinética*, *potencial* e o *Lagrangiano* do manipulador são definidas respectivamente por:

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q}$$
$$\mathcal{U} = \mathcal{U}(q)$$
$$\mathcal{L}(q, \dot{q}) = \mathcal{T} - \mathcal{U}$$
(2.16)

As energias cinética e potencial do meio, assim como o Lagrangiano correspondentes

2. Modelagem do Robô e o Meio

ao meio, são dados por:

$$\mathcal{T}_{E} = \frac{1}{2} \dot{s}_{D}^{T} M_{E}(s_{D}) \dot{s}_{D}$$
$$\mathcal{U}_{E} = \mathcal{U}_{D}(s_{D})$$
$$\mathcal{L}_{E}(s_{D}, \dot{s}_{D}) = \mathcal{T}_{E} - \mathcal{U}_{E}$$
(2.17)

A condição de contato robô-meio requer que a posição do efetuador final, dada em função dos dois conjuntos de parâmetros, coincida, ou seja, $x = k(q) = \Gamma(s)$, melhor expresso como a equação (2.9).

Somando os Lagrangianos do manipulador e o meio, na presença das restrições, obtém-se o seguinte *Lagrangiano Composto*:

$$\mathcal{L}_C = \mathcal{L}(q, \dot{q}) + \mathcal{L}_E(s_D, \dot{s}_D) + \gamma^T [\Gamma(s) - k(q)]$$
(2.18)

onde $\gamma \in \mathcal{R}^6$ é o vetor de multiplicadores de Lagrange.

Considerando que as forças de interação são internas ao sistema robô-meio, elas não aparecerão explicitamente no modelo. Portanto, somente as forças/torques τ fornecidos pelos motores, e as forças de atrito $-D\dot{q}$ e $D_E\dot{s}_D$ serão incluídas como forças não conservativas [18, 3]. Então, aplicando a Equação de Lagrange, resulta em:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}}\right)^{T} - \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q}\right)^{T} + \left(\frac{\partial k}{\partial q}\right)^{T} \gamma = \tau - D\dot{q}$$
(2.19)

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}_E}{\partial \dot{s}_D}\right)^T - \left(\frac{\partial \mathcal{L}_E}{\partial s_D}\right)^T - \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial s_D}\right)^T \gamma = -D_E \dot{s}_D \tag{2.20}$$

$$-(\frac{\partial\Gamma}{\partial s_k})^T\gamma = 0 \tag{2.21}$$

$$\left(\frac{\partial \mathcal{L}_C}{\partial \gamma}\right)^T = \Gamma(s) - k(q) = 0 \tag{2.22}$$

Usando argumentos de trabalho virtual¹, o multiplicador γ pode ser interpretado como uma força generalizada, realizando trabalho sobre x, entregando potência sobre \dot{x} . Então uma força $F = G^{-T}\dot{\gamma}$ entrega potência a v.

Usando este resultado, o terceiro termo de (2.19) pode ser expresso em função de

¹Relação das forças generalizadas aplicadas sobre o efetuador final e as forças aplicadas nas juntas [57].

F como:

$$\left(\frac{\partial k}{\partial q}\right)^T \gamma = J_a^T(q)\gamma = J^T(q)G^{-T}\gamma = J^T(q)F$$
(2.23)

Considerando as equações (2.10) e (2.12), dois outros resultados importantes são obtidos. De (2.10), escreve-se:

$$G^{-1}v = \left(\frac{\partial\Gamma(s)}{\partial s}\right)\dot{s} \tag{2.24}$$

na qual se realizam operações algébricas, que, multiplicadas por γ , transformam-se em:

$$v^{T}G^{-T}\gamma = \dot{s}^{T}\left(\frac{\partial\Gamma(s)}{\partial s}\right)^{T}\gamma$$
(2.25)

Substituindo o valor de v da equação (2.12) e a relação $F = G^{-T}\gamma$ na equação (2.25), resulta:

$$[\Upsilon_K(s)\dot{s}_K + \Upsilon_D(s)\dot{s}_D]^T F = [\dot{s}_K^T (\frac{\partial\Gamma(s)}{\partial s_K})^T + \dot{s}_D^T (\frac{\partial\Gamma(s)}{\partial s_D})^T]\gamma$$
(2.26)

Da equação (2.26), são obtidas as seguintes relações:

$$\dot{s}_{K}^{T}\Upsilon_{K}^{T}(s)F = \dot{s}_{K}^{T}(\frac{\partial\Gamma(s)}{\partial s_{K}})^{T}\gamma$$
(2.27)

$$\dot{s}_D^T \Upsilon_D^T(s) F = \dot{s}_D^T (\frac{\partial \Gamma(s)}{\partial s_D})^T \gamma$$
(2.28)

Empregando (2.21) em (2.27), conclui-se que:

$$\Upsilon_k^T(s)F = 0 \tag{2.29}$$

De (2.28), tem-se:

$$\left(\frac{\partial\Gamma(s)}{\partial s_D}\right)^T = \Upsilon_D^T(s)F \tag{2.30}$$

A força total resultante da soma das componentes ativas F_A e de reação F_R é dada por:

$$F = F_R + F_A = Y_R(s)\lambda_R + Y_A\lambda_A \tag{2.31}$$

Pela definição das forças de reação na equação (2.15)

$$[\Upsilon_K \quad \Upsilon_D]^T Y_R = 0 \tag{2.32}$$

e na (2.29)

$$\Upsilon_K^T[Y_R \ Y_A] = 0 \tag{2.33}$$

a potência transferida no contato é simplesmente função dos termos dinâmicos, isto é,

$$v^T F = \dot{s}_D^T \Upsilon_D^T Y_A(s) \lambda_A \tag{2.34}$$

Com estes resultados, o modelo dinâmico é escrito como n equações diferencias de segunda ordem relativas ao robô mais d equações diferencias de segunda ordem referentes ao meio, juntamente com as equações (2.12) e (2.29), que estabelecem, respectivamente, a não-realização de trabalho das forças de contato F ao longo das direções cinemáticas e o acoplamento entre os dois subsistemas, então as equações dinâmicas são [18, 3]:

$$M(q)\ddot{q} + n(q,\dot{q}) = \tau - J^{T}(q)F$$
(2.35)

$$M_E(s_D)\ddot{s}_D + n_E(s_D, \dot{s}_D) = \Upsilon_D^T F$$
(2.36)

onde

1 2 .

$$n(q, \dot{q}) = C + \left(\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial q}\right)^T + D\dot{q}$$
(2.37)

$$n_E(q,\dot{q}) = C_E + \left(\frac{\partial \mathcal{U}_E}{\partial s_D}\right)^T + D_E \dot{s}_D$$
(2.38)

sendo $\left(\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial q}\right)^T$ e $\left(\frac{\partial \mathcal{U}_E}{\partial s_D}\right)^T$ as componentes correspondentes à gravidade, C e C_E os termos de Coriolis e centrífugos [18, 3].

Para propósitos de controle, uma forma mais apropriada destas equações é detalhada. Derivando-se a equação (2.12), obtém-se:

$$\Upsilon_K(s)\ddot{s}_K + \dot{\Upsilon}_K(s,\dot{s})\dot{s}_K + \Upsilon_D(s)\ddot{s}_D + \dot{\Upsilon}_D(s,\dot{s})\dot{s}_D = J(q)\ddot{q} + \dot{J}(q,\dot{q})\dot{q}$$
(2.39)

Resolvendo as equações (2.35) e (2.36), para \ddot{q} e \ddot{s}_D e substituindo-as em (2.39)

tem-se:

$$\Upsilon_K \ddot{s}_K + \dot{\Upsilon}_K \dot{s}_k + \Upsilon_D \ddot{s}_D + \dot{\Upsilon}_D \dot{s}_D$$

= $JM^{-1}\tau - JM^{-1}J^T F - JM^{-1}n + \dot{J}\dot{q}$ (2.40)

Substituindo o valor da força total (2.31), na equação (2.40), pode-se definir:

$$m(q, \dot{q}, s_K, \dot{s}_K) = -\dot{\Upsilon}_K \dot{s}_K - \dot{\Upsilon}_D \dot{s}_D + \dot{J}\dot{q} + \Upsilon_D M_E^{-1} n_E - J M^{-1} n$$
(2.41)

e a expressão

$$Q(q,s) = \left[\begin{array}{cc} (\Upsilon_D M_E^{-1} \Upsilon_D^T + J M^{-1} J^T) Y_A & J M^{-1} J^T Y_R & \Upsilon_K \end{array} \right]$$
(2.42)

pode ser escrita na forma:

$$Q(q,s) \begin{bmatrix} \lambda_A \\ \lambda_R \\ \ddot{s}_K \end{bmatrix} = m(q,\dot{q},s,\dot{s}) + J(q)M^{-1}\tau$$
(2.43)

onde a força não aparece mais explicitamente e o controle pode ser facilmente obtido.

Se a tarefa a ser executada pode ser especificada por $[\lambda_{A,des} \ \lambda_{R,des} \ \ddot{s}_{K,des}]$, os torques de entrada que atenderão essa especificação são obtidos diretamente da expressão (2.43) como:

$$\tau_d = (JM^{-1})^* \left(\begin{array}{c} Q \begin{bmatrix} \lambda_{A,des} \\ \lambda_{R,des} \\ \vdots \\ \vdots \\ K,des \end{array} \right] - m \right)$$
(2.44)

onde $(JM^{-1})^*$ é qualquer inversa generalizada à direita de (JM^{-1}) , que pode ser por exemplo MJ^{**} , sendo J^{**} a pseudo-inversa de J. Com o controle dado pela equação (2.44), obtém-se o seguinte sistema em malha fechada:

$$\begin{bmatrix} \lambda_A \\ \lambda_R \\ \ddot{s}_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{A,des} \\ \lambda_{R,des} \\ \ddot{s}_{K,des} \end{bmatrix}$$
(2.45)

É evidente que a equação de controle obtida corresponde à malha externa do controle baseado na dinâmica inversa, para cancelar completamente as não-linearidades, o que somente é uma realidade quando os parâmetros do manipulador são totalmente conhecidos.

As equações correspondentes ao robô (2.35)e ao meio (2.36), junto com as equações (2.44) e (2.45), são empregadas para a determinação dos algoritmos de controle de força e posição.

2.3 Conclusões

Neste capítulo foi apresentado o modelo matemático de De Luca e Manes, para robôs submetidos tanto a restrições cinemáticas quanto dinâmicas. Alem disso, foi detalhado um sistema de equações que facilita a determinação de leis híbridas de controle.

Pode-se observar que esta nova modelagem é um caso geral para os dois tipos de restrições, podendo deles ser derivado o modelo clássico do robô para controle de força e posição assim como o modelo no qual somente são consideradas as componentes dinâmicas.

Em algumas tarefas desenvolvidas pelo robô, pôde-se evidenciar a dificuldade na obtenção das componentes da equação dinâmica correspondentes ao meio.

Capítulo 3

na star Na star

Algoritmos de Controle

Um controlador é dito *robusto* se pode garantir determinadas características de desempenho e estabilidade para um sistema na presença de incertezas nos parâmetros do modelo ou na presença de perturbações ou ruídos externos.

Neste capítulo, é feita a descrição de três estratégias avançadas de controle robusto que serão empregadas para o controle de robôs manipuladores, utilizando a formulação de De Luca e Manes [18, 3, 4]: o controle a Estrutura Variável por modos deslizantes, o controle na estrutura de Dois Graus de Liberdade aplicado sobre um modelo simplificado do sistema e aplicado conjuntamente com o controle de dinâmica inversa.

3.1 Controle a Estrutura Variável

Sistemas de controle são denominados de Estrutura Variável quando a sua estrutura pode ser intencionalmente alterada de acordo com alguma condição. O desenvolvimento da teoria de controle a Estrutura Variável, com *modos deslizantes* foi proposto e elaborado no início da década de 50 na antiga União Soviética [33]. Na década seguinte foram publicados os trabalhos de Filippov [26] e nos anos 70 novos desenvolvimentos e aplicações foram feitos por Utkin [62].

Na área de robótica um dos primeiros trabalhos utilizando o controle a Estrutura Variável foi desenvolvido por *Young* [74] em 1978. Este trabalho foi modificado por Morgan [43] em 1985; também Slotine e Sastry [52] empregaram este controle no seguimento de trajetórias de robôs em 1983. Um trabalho na mesma linha foi publicado por Bailey e Arapostathis [8] quatro anos mais tarde. Em 1988 foi publicado o trabalho de DeCarlo, Zak e Matthews [19], onde foi feito um resumo do estado da arte do controle a Estrutura Variável para sistemas *multivariáveis*.

Os trabalhos feitos na área de robótica com controle a Estrutura Variável visavam principalmente ao controle de posição [74, 52, 8]. Um dos primeiros trabalhos considerando as restrições devidas à interação do manipulador com o meio foi publicado por Chun, Leung e Zhou [9] em 1991, baseado no erro de posição e a integral do erro de força para a determinação da estratégia de controle. Em 1993, Gau e Hung [33, 27] publicaram um resumo do controle a Estrutura Variável para sistemas lineares e não lineares, assim como uma nova estratégia de controle de posição para robôs manipuladores. Em 1997 Amaral [3, 4] fez um estudo do controle a Estrutura Variável empregando a modelagem de De Luca e Manes para controle híbrido. Em 1999 Mendes [40] aplicou o controle a Estrutura Variável no controle de força para a montagem de peças flexíveis.

Na atualidade o controle a Estrutura Variável vem sendo empregado com êxito em estratégias híbridas de controle adaptativo, controle ótimo e como observadores de estado em controle de força e posição. Conjuntamente com o controle a Estrutura Variável, vem sendo empregadas técnicas de controle inteligente, como os controladores nebulosos e de redes neurais [11, 59, 15, 13, 28, 6, 40, 49].

A estratégia de controle a Estrutura Variável apresenta duas grandes vantagens para aplicações em robótica:

- não é necessário o conhecimento preciso do modelo do sistema;
- o comportamento do sistema é insensível a perturbações externas limitadas que satisfazem certas condições assim como a variações de parâmetros e incertezas presentes no sistema.

O objetivo deste tipo de controle é conseguir a redução da ordem das equações diferenciais que descrevem o sistema, dividindo o projeto em duas etapas:

1. A escolha da superfície de deslizamento.

2. A determinação da lei de controle chaveada.

A CARACTER STATE

3.1.1 Definições

O controle a Estrutura Variável utiliza leis chaveadas de controle extremamente rápidas, capazes de dirigir a trajetória do sistema no espaço de estados para hipersuperfícies definidas em projeto, conhecidas como *superfícies de deslizamento*, que, uma vez atingidas, devem confinar a trajetória do sistema, que desliza sobre ela até o equilíbrio. Neste caso, o comportamento do sistema entra em regime de deslizamento ou *modo deslizante*. Estas superfícies são funções escalares do vetor de estados que determinam o modo como o chaveamento da lei de controle deve ser executado.

Modelo do Sistema

A equação não-linear geral dos sistemas a serem controlados com a estratégia de estrutura variável é representada por:

$$\dot{x} = f(x, u, t), \quad x \in \mathcal{R}^n, \quad u \in \mathcal{R}^m$$
(3.1)

Os sistemas não-lineares representados em (3.1), serão considerados dentro uma classe especial desta equação, na qual o vetor de estado x é não-linear e a lei de controle u é afim ou linear no controle (robôs manipuladores possuem esta propriedade):

$$\dot{x}(t) = f(x,t) + B(x,t)u(x,t)$$
(3.2)

onde $x(t) \in \mathcal{R}^n$, $u \in \mathcal{R}^m$, $f(x,t) \in \mathcal{R}^n$ e $B(x,t) \in \mathcal{R}^{n \times m}$, sendo que as *i* componentes de f(x,t) e B(x,t) são contínuas com suas derivadas limitadas e contínuas com respeito ao vetor de estado x.

A equação de estado (3.2) é sujeita a uma lei de controle descontínua do tipo:

$$u_{i} = \begin{cases} u_{i}^{+}(x,t) & \text{quando } \sigma_{i}(x,t) > 0\\ u_{i}^{-}(x,t) & \text{quando } \sigma_{i}(x,t) < 0 \end{cases} \qquad i = 1, 2 \dots m$$
(3.3)

onde $\sigma_i(x,t) = 0$ é a *enésima* superfície de deslizamento, associada com a superfície de dimensão m da forma:

$$\sigma(x,t) = [\sigma_1(x,t), \dots, \sigma_m(x,t)]^T = 0$$
(3.4)

a da anti-

Assim, $\sigma(x,t) = 0$ é determinada pela interseção das *m* superfícies de deslizamento de $\sigma_i(x,t) = 0$. Estas superfícies de deslizamento são projetadas de modo que a resposta do sistema restrito a $\sigma(x,t) = 0$ tenha um comportamento desejado, incluindo particularmente a estabilidade ou seguimento de uma trajetória [27, 47, 40].

O conjunto de funções $\sigma_i(x,t) = 0$ no espaço de estados, define uma hipersuperfície para a qual a trajetória do sistema deve ser conduzida. Se num instante t_0 , o estado do sistema se encontra acima da superfície $\sigma(x,t) = 0$, a lei de controle $u^+(x,t)$ o conduz ao encontro de $\sigma(x,t) = 0$. Ao passar pela superfície, o controle é chaveado para $u^-(x,t)$, que traz novamente o sistema de volta a $\sigma(x,t) = 0$.

Superfícies de deslizamento

Superfícies da forma (3.4) não lineares podem ser empregadas, mas o projeto destas é bastante complexo. Além disso as superfícies lineares são mais utilizadas pois respondem de forma adequada a uma grande quantidade de sistemas.

Definição 3.1 : A função $\sigma(x,t)$ linear é descrita na forma:

$$\sigma(x,t) = Cx(t) = 0 \tag{3.5}$$

onde C é uma matriz de dimensão $\mathcal{R}^{m \times n}$ com coeficentes reais.

Modos deslizantes

Um aspecto muito importante na estratégia a Estrutura Variável é garantir a existência do *modo deslizante* [64, 33, 27].

Definição 3.2 : O modo deslizante existe se na vizinhança da superfície de deslizamento $\sigma(x,t) = 0$, o vetor velocidade da trajetória de estados \dot{x} está sempre direcionado sobre a superfície de deslizamento.

Considerando a definição 3.2, se o modo deslizante existe sobre $\sigma(x,t) = 0$, então $\sigma(x,t)$, é chamada superficie de deslizamento.

No caso de hipersuperfícies, isto é, m > 1, o modo deslizante deverá existir na interseção das superfícies $\sigma_i = 0$, conforme está ilustrado na figura 3.1, para m = 2.

· *,



Figura 3.1: Superfícies de deslizamento

3.1.2 Projeto da Superfície de Deslizamento

Em [62] e diversos outros autores propõe-se o método de controle equivalente¹, para obter o comportamento do sistema quando este estiver em modo deslizante ou restrito a $\sigma(x,t) = 0$.

Suponha-se que, no instante t_0 , o estado inicial do sistema descrito em (3.2) intercepta a superfície $\sigma(x,t) = 0$, e que o modo deslizante existe para $t \ge t_0$. A existência do modo deslizante implica que:

$$\sigma(x,t) = 0; \Rightarrow \dot{\sigma}(x,t) = 0 \quad \forall \ t \ge t_0 \tag{3.6}$$

Empregando a regra da cadeia e derivando-se $\sigma(x, t) = 0$, obtém-se:

$$\dot{\sigma}(x,t) = \frac{\partial \sigma(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial \sigma(x,t)}{\partial x}\dot{x}$$
(3.7)

Substituindo a equação de estados (3.2) em (3.7), obtem-se:

$$\dot{\sigma}(x,t) = \frac{\partial \sigma(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial \sigma(x,t)}{\partial x} [f(x,t) + B(x,t)u(x,t)] = 0$$
(3.8)

¹ Técnica formal usada para determinar as equações ideais de modo deslizante [62].
3. Algoritmos de Controle

 $\begin{array}{c} G_{1}(\sigma) & = - \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$

Assumindo que o produto $\frac{\partial \sigma(x,t)}{\partial x}B(x,t)$ é não singular, e portanto possui inversa, pode-se isolar o termo u(x,t) como:

$$u_{eq}(x,t) = -\left[\frac{\partial\sigma(x,t)}{\partial x}B(x,t)\right]^{-1}\left[\frac{\partial\sigma(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial\sigma(x,t)}{\partial x}f(x,t)\right]$$
(3.9)

A equação (3.9) é conhecida como lei de controle equivalente [62]: representa a entrada que, ao excitar o sistema, conduz à trajectória de estados do sistema x ao longo de $\sigma(x, t) = 0$.

3.1.3 Projeto do Controlador

Na subseção 3.1.2, correspondente à escolha da superficie de deslizamento, foi considerado que esta já havia sido atingida pela trajetória de estados do sistema, e que o controle equivalente expresso pela equação (3.9) é a parcela de controle responsável em guiar a dinâmica restrita ao longo do deslizamento. É necessário, pois, determinar uma parcela de controle, u_N , que leve o sistema ao encontro da superficie $\sigma(x,t) = 0$ para que o deslizamento ocorra, tal que

$$u = u_{eq} + u_N \tag{3.10}$$

O termo $u_N(t)$ pode ser determinado através da aplicação do método direto de Lyapunov [64, 19, 47, 40], de forma a definir-se a seguinte função de Lyapunov em termos da superfície de deslizamento:

$$V(\sigma, t) = \sigma^T W \sigma \tag{3.11}$$

onde W é uma matriz simétrica definida positiva. Portanto se a função $V(\sigma, t)$, é uma forma quadrática, ela é positiva para $\sigma \neq 0$. Sua derivada em função do tempo é:

$$\dot{V}(\sigma,t) = \dot{\sigma}^T W \sigma + \sigma^T W \dot{\sigma} = 2\sigma^T W \dot{\sigma}$$
(3.12)

Substituindo a derivada de σ , dada pela equação (3.8) em (3.12), obtém-se:

$$\dot{V}(\sigma,t) = 2\sigma^T W[\frac{\partial\sigma}{\partial x} + \frac{\partial\sigma}{\partial t}[f(x,t) + B(x,t)u(x,t)]]$$
(3.13)

Pode-se agora empregar o teorema de Lyapunov para a estabilidade global de sistemas não lineares, bastante conhecido na literatura [8, 51, 58].

Teorema 3.1 : Se um sistema dinâmico $\dot{x} = f(x, u, t)$, com uma função escalar do vetor de estados V(x), cuja derivada de primeira ordem seja contínua, e que obedeça às seguintes condições para qualquer valor de x:

- V(x) é definida positiva
- $\dot{V}(x)$ é definida negativa
- $V(x) \to \infty$ quando $||x|| \to \infty$

então a origem é um ponto de equilíbrio globalmente assintoticamente estável [54].

A aplicação do teorema 3.1, nas equações (3.11) e (3.13), se faz no sentido de que a superficíe de deslizamento é assintoticamente estável e alcançável a partir de qualquer condição inicial no espaço de estados, se $\dot{V}(x,t) \leq 0$.

Essa é, de fato, a situação esperada para garantir o deslizamento, visto que o comportamento dinâmico do sistema após alcançada a superfície está garantido através da equação (3.9). É necessário, portanto, garantir que a derivada temporal de $V(\sigma, t)$ expressa em (3.13) seja definida negativa.

$$\dot{V}(\sigma,t) = 2\sigma^T W[\frac{\partial\sigma}{\partial t} + \frac{\partial\sigma}{\partial x}[f(x,t) + B(x,t)[u_{eq}(x,t) + u_N(x,t)]]]$$
(3.14)

Substituindo (3.9) em (3.14), tem-se:

$$\dot{V}(x,t) = 2\sigma^T W \frac{\partial \sigma}{\partial x} B(x,t) u_N(x,t)$$
 (3.15)

Sendo que o termo $\frac{\partial \sigma(x,t)}{\partial x}B(x,t)$ foi assumido não singular, pode-se definir:

$$u_N = \left[\frac{\partial\sigma}{\partial x}B(x,t)\right]^{-1}u_N^*(x,t) \tag{3.16}$$

Ainda para simplificar, pode-se escolher W = I, já que a restrição em W é ser definida positiva, e sua ponderação pode ser compensada na lei de controle. Então, a equação (3.15) toma a forma:

$$\dot{V}(\sigma,t) = 2\sigma^T u_N^* \tag{3.17}$$

Para que esta função seja definida negativa, e, pelo teorema 3.1, se garanta a estabilidade assintótica da superfície de deslizamento, pode-se definir algumas estruturas de controle [47]:

• *Relés com ganhos constantes:* A lei de controle é dada por:

$$u_N^*(x,t) = \alpha \ sgn(\sigma) \tag{3.18}$$

onde α é uma matriz diagonal de dimensão $\mathcal{R}^{m \times m}$. Se α é escolhido de forma a ser diagonalmente dominante, como elementos diagonais negativos, $\dot{V}(\sigma, t)$ é definida negativa, pois $\sigma^T sgn(\sigma) = |\sigma| > 0$.

• Relés com ganhos estado-dependentes: Cada uma das entradas é escolhida como:

$$u_{N_i}(x,t) = \alpha_{ii}(x,t)sgn(\sigma) \quad \alpha < 0 \tag{3.19}$$

Com a condição de estabilidade dada pela equação (3.17), uma escolha adequada de $\alpha_{ii}(x,t)$ pode ser feita, escolhendo-se $\beta_i < 0$, $\gamma_i > 0$ e um número natural K tais que:

$$\alpha_{ii}(x,t) = \beta_i(\sigma_i^{2K}(x,t) + \gamma_i) \tag{3.20}$$

Outra lei de controle definida em [27, 4], empregada nesta dissertação é detalhada. Para isso precisa-se da definição da lei de alcançe:

A lei de alcance

•

Proposta por [33], ela é dada pela seguinte equação:

$$\dot{\sigma} = -Ksgn(\sigma) - H\sigma \tag{3.21}$$

onde K, H são matrizes diagonais com elementos positivos e σ e $\dot{\sigma}$ correspondem à superfície de deslizamento e sua derivada respectivamente.

Igualando as equações (3.21) e (3.8), obtém-se:

$$\frac{\partial\sigma}{\partial t} + \frac{\partial\sigma}{\partial x} [f(x,t) + B(x,t)u(x,t)] = -Qsgn(\sigma) - H\sigma$$
(3.22)

A lei de controle u(x, t) é definida como:

$$u(x,t) = -\left[\frac{\partial\sigma}{\partial x}B(x,t)\right]^{-1} \left(\frac{\partial\sigma}{\partial t} + \frac{\partial\sigma}{\partial x}f(x,t) + Q \, sgn(\sigma) + H\sigma \right)$$
(3.23)

A equação (3.23) é similar à equação de controle equivalente, mas esta não precisa do controle adicional u_N para atingir a superfície de deslizamento, alem disso é importante observar que esta lei de controle corresponde à metologia apresentada por Gau e Wei mas não é a lei empregada por eles para o controle de posição [27].

3.1.4 Robustez do Controle a Estrutura Variável

A presença de incertezas (variação de parâmetros) e perturbações no sistema a ser controlado é bastante comum. Frente a estas mudanças presentes na dinâmica do sistema, sem dúvida alguma o controle a Estrutura Variável torna sua aplicação bastante atrativa.

A demonstração da robustez nos controladores a Estrutura Variável pode ser feita, considerando a teoria de Lyapunov, da mesma forma que no caso nominal. Se são consideradas incertezas e perturbações no sistema, a equação (3.2) é modificada para:

$$\dot{x}(t) = [f(x,t) + \Delta f(x,t,\xi)] + [B(x,t) + \Delta B(x,t,\xi)]u(t) + d(x,t,\xi)$$
(3.24)

onde ξ é o vetor de parâmetros incertos, $\Delta f(x,t)$ e $\Delta B(x,t)$ são variações no modelo, tais como variações paramétricas, erros de modelagem e dinâmicas não modeladas, e o termo $d(x,t,\xi)$ corresponde à perturbação externa na entrada de controle.

Para a análise da robustez, duas hipóteses são necessárias [33, 27]:

 tanto as variações paramétricas quanto as perturbações externas têm que satisfazer condições de matching da forma:

$$\Delta f(x,t,\xi) = B(x,t)\Delta \tilde{f}(x,t,\xi)$$

$$\Delta B(x,t,\xi) = B(x,t)\Delta \tilde{B}(x,t,\xi)$$

$$d(x,t,\xi) = B(x,t)\Delta \tilde{d}(x,t,\xi)$$
(3.25)

para algum $\Delta \tilde{f}(x,t,\xi), \ \Delta \tilde{B}(x,t,\xi) \in \Delta \tilde{d}(x,t,\xi).$

£, *

4

Se esta hipótese é satisfeita, todas as incertezas podem ser agrupadas num único vetor $\zeta(x, t, \xi, d, u)$, de forma que a equação (3.24) adquire a seguinte forma:

$$\dot{x}(t) = f(x,t) + B(x,t)u(t) + B(x,t)\zeta(x,t,\xi,d,u)$$
(3.26)

• assumir conhecida uma função contínua $\kappa(x, t)$ que limite o valor máximo das incertezas, ou seja:

$$\|\zeta(x,t,\xi,d,u)\| \le \kappa(x,t) \tag{3.27}$$

Em função destas duas hipóteses, a estabilidade da superfície de deslizamento é demonstrada em [47, 40], mostrando a robustez do controlador a Estrutura Variável em relação a incertezas e perturbações.

3.1.5 Chattering

No desenvolvimento de sistemas a Estrutura Variável, o controle tem que ser chaveado de um valor a outro infinitamente rápido. Nos sistemas práticos, alcançar este chaveamento não é possível devido, principalmente, à limitação física da velocidade de resposta dos atuadores, tais como *atraso, zona morta, histerese etc.* [27, 33].

Limitações físicas indesejáveis impossibilitam que uma lei de chaveamento extremamente rápida seja executada, e que o modo deslizante não seja alcançado idealmente. Desta forma ocorre uma oscilação na trajetória de estados do sistema em torno da superfície de deslizamento, quando esta alcança o regime permanente. Estas oscilações podem servir como fonte para excitar dinâmicas de alta freqüência não modeladas que podem levar à instabilidade do sistema. A figura 3.2 ilustra uma comparação entre o modo deslizante ideal e o modo deslizante com *chattering*.

Para minimizar os efeítos deste problema prático, várias propostas têm sido feitas, das quais a mais utilizada envolve o conceito de *camada limite* (Boundary Layer), que considera não somente o deslizamento ocorrendo na superfície, mas ao longo de uma vizinhança em torno da superfície como é mostrado na figura 3.3.

O que se deseja obter, através da aplicação da camada limite, é um chaveamento mais suave, frente ao chaveamento extremamente rápido. Com este objetivo, alguns métodos para a redução deste efeito são apresentados.

٤,



Figura 3.2: Modo deslizante: (a) Ideal (b) Com chattering



Figura 3.3: Camada Limite

Controle ideal por relé

As funções sgn das equações (3.19), (3.20) e (3.23) têm a forma:

$$sgn(\sigma) = \begin{cases} +1 & quando \quad \sigma > 0\\ -1 & quando \quad \sigma < 0 \end{cases}$$
(3.28)

Este controle é ideal no sentido que o chaveamento é instantâneo em $\sigma(x,t) = 0$, o que é ilustrado na figura 3.4(a). Deste controle as seguintes afirmações podem ser feitas:

- o modo deslizante ideal existe sobre a linha $\sigma(x,t) = 0$, então não existe *chattering*, isto porque o controle chaveia infinitamente sobre a superfície de deslizamento (não é, pois, implementável na prática);
- idealmente o erro em regime permanente é nulo.

Controle ideal por saturação

Empregando a função saturação nas equações (3.19), (3.20) e (3.23), obtém-se:

$$sat(\sigma) = \begin{cases} +1 \quad quando \quad \sigma > \epsilon \\ \frac{\sigma}{\epsilon} \quad quando \quad | \sigma | \le \epsilon \\ -1 \quad quando \quad \sigma < -\epsilon \end{cases}$$
(3.29)

onde ϵ corresponde à camada limite, como é mostrado na figura 3.4(b). Também se podem fazer as seguintes afirmações:

- o modo deslizante não existe porque a trajetória não é forçada a permanecer sobre a superfície $\sigma(x, t) = 0$;
- não tem presença de *chattering*, porque um controle continuo é empregado dentro a camada limite;
- na ausência de perturbações, o erro em regime permanente é nulo; Com a presença de perturbações ele é robusto mas não garante erro nulo em regime permanente.

Deste análise pode-se observar que um chaveamento mais suave é obtido empregando-se a função *sat* o que faz possível a implementação prática ainda que



Figura 3.4: Funções de Chaveamento

o erro não seja nulo em regime permanente na presença de perturbações e dinâmicas não modeladas. Ao longo deste trabalho é empregada esta função.

3.2 Controle de Dois Graus de Liberdade (2DOF)

Um dos primeiros trabalhos na área de robótica, empregando controladores na estrutura de Dois Graus de Liberdade (2DOF), foi o trabalho publicado por Umeno e Yoichi [63], para o controle robusto de velocidade de motores DC; posteriormente em 1998 Tadeo, Vega e Holohan [61] empregam técnicas de otimização para a síntese do controlador 2DOF. Em 1999, Bisso [67] aplicou o controlador 2DOF proposto por Wolovich em 1995 [72] no controle de posição de robôs rígidos e flexíveis.

Assim como em [67], nesta dissertação o projeto dos controladores 2DOF é feito, empregando o índice de minimização LQR^2 para a alocação ótima de pólos e a obtenção de erro nulo de seguimento; além disso, é feita a extensão para o controle híbrido de força e posição, empregando o modelo desenvolvido em [4].

A estrutura 2DOF utilizada para projeto, mostrada na figura 3.5, permite sintetizar o controlador, considerando independentemente objetivos de malha e resposta [72, 61, 67].

Para determinar a estratégia de controle 2DOF, são feitas as seguintes considerações:

 $^{^{2}\,}de$ Linear Quadratic Regulator



Figura 3.5: Controlador de Dois Graus de Liberdade

• a função de transferência racional e estritamente própria, que representa o comportamento dinâmico do sistema, é:

$$G(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{c(s)}{a(s)}$$
(3.30)

sendo $a(s) \in c(s)$ polinômios coprimos (realização controlável e observável). O grau do polinômio $a(s) \notin n$ e o grau do polinômio $c(s) \notin$ estritamente menor que n.

$$grau[c(s)] < n = grau[a(s)]; \tag{3.31}$$

 a ordem do compensador é determinada pela ordem do polinômio k(s); para evitar problemas de amplificação de ruído de alta freqüência e saturação da entrada do sistema supõe-se que:

$$grau[q(s), -h(s)] \le grau[k(s)]; \tag{3.32}$$

• perturbações externas com propriedades conhecidas que atuam sobre o sistema podem ser representadas como um sinal d(t), adicionado à saída do mesmo, assim como o ruído $\eta(t)$ que afeta a saída;

3.2.1 Definições e Propriedades

Os pólos de malha fechada da figura 3.5 são dados pelas raízes da equação característica:

$$\delta(s) = a(s)k(s) + c(s)h(s) = 0$$
(3.33)

Das equações (3.31) e (3.32), o grau do polinômio caraterístico, $\delta(s)$ é:

$$grau[\delta(s)] = grau[a(s)k(s)] = n + grau[k(s)]$$
(3.34)

A escolha dos polinômios h(s), q(s), k(s) deve garantir, além da estabilidade nominal em malha fechada, um comportamento temporal adequado, e certas propriedades de robustez, rejeição de perturbações e atenuação de ruído para o esquema de controle da figura 3.5. Para fins de análise e projeto são utilizadas as seguintes funções de transferência [72, 67].

• Função de transferência de resposta de saída:

$$T(s) = \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{c(s)q(s)}{\delta(s)}$$

$$(3.35)$$

• Função de transferência de *sensibilidade*:

$$S(s) = \frac{y(s)}{d(s)} = \frac{a(s)k(s)}{\delta(s)}$$
(3.36)

• Função de transferência complementar de sensibilidade:

$$C(s) = \frac{y(s)}{\eta(s)} = \frac{c(s)h(s)}{\delta(s)}$$

$$(3.37)$$

• Função de transferência de resposta da entrada de controle:

$$\frac{u(s)}{r(s)} = \frac{a(s)q(s)}{\delta(s)}$$
(3.38)

3. Algoritmos de Controle

• Função de transferência de resposta do erro:

$$\frac{e(s)}{r(s)} = \frac{a(s)k(s) + c(s)[h(s) - q(s)]}{\delta(s)}$$
(3.39)

que mostra o efeito da referência sobre o erro, é tambem do interesse, obter erro nulo em regime permanente. Seja e(t) = r(t) - y(t) então:

$$e_{ss} = \lim_{t \to \infty} e(t) = 0 \tag{3.40}$$

O ganho de malha L(s) é definido como o produto das funções de transferência de G(s) por H(s), ou seja:

$$L(s) = \frac{c(s)h(s)}{a(s)k(s)} = G(s)H(s) = \frac{\text{zeros malha aberta}}{\text{pólos malha aberta}}$$
(3.41)

3.2.2 Objetivos de Malha

Os objetivos de malha mais importantes são a estabilidade robusta (manter os pólos em malha fechada no semiplano estável $\mathcal{R}e(s) < 0$, apesar das incertezas presentes no modelo nominal do sistema G(s)), rejeição de perturbações e a atenuação de ruído.

As incertezas no sistema podem ser produzidas pelas variações paramétricas nas variáveis do modelo do sistema, não-linearidades (histerese, atrito, etc.) e dinâmicas não-modeladas.

Estabilidade robusta em relação a variações paramétricas

Para obter estabilidade robusta, os polinômios $h(s) \in k(s)$ devem ser escolhidos para assegurar estabilidade nominal de malha fechada, tal que as raizes de $\delta(s)$ estejam no semiplano esquerdo $\mathcal{R}e(s) < 0$.

As margems de estabilidade robusta são determinadas pelas margens de ganho (GM), de fase (ΦM) e a partir da função de sensibilidade S(s) [72, 67], sendo as duas primeiras definidas para sistemas estávéis em malha fechada caracterizados por uma função de ganho de malha L(s) estável; e a função de sensibilidade como uma função de L(s):

$$S(s) = \frac{1}{1 + G(s)H(s)} = \frac{1}{1 + L(s)} = \frac{a(s)k(s)}{\delta(s)}$$
(3.42)

3. Algoritmos de Controle

Um limite do valor máximo da magnitude da função $|S(j\omega)|$ pode ser usado como medida da estabilidade robusta para sistemas instáveis em malha aberta, para os quais GM e ΦM não são bem definidos. Para garantir um projeto nominal estável com $GM \ge 2$ e $\Phi M \ge 30^{\circ}$, que são valores nominais aceitáveis de margem de ganho e fase, utiliza-se:

$$\bar{S} \ge 2 \approx 6 \ dB \quad ou \quad \bar{S}^{-1} \ge 0.5$$
 (3.43)

onde \bar{S} é definida por [72, 67]:

$$\|S\|_{\infty} = \bar{S} = max_{\omega}|S(j\omega)| \tag{3.44}$$

A condição (3.43) pode ser usada para substituir os requerimentos de GM e ΦM em qualquer tipo de sistema [72, 67].

Estabilidade robusta em relação a dinâmicas não modeladas

Uma incerteza muito importante considerada no projeto é aquela devida às dinâmicas não-modeladas em altas freqüências.

Considera-se que a função de transferência G(s) é uma boa aproximação do processo real $\tilde{G}(s)$ para baixas e médias freqüências. Para as altas freqüências as dinâmicas nãomodeladas causam uma diferença na resposta freqüencial entre o modelo aproximado e o modelo real. A seleção dos polinômios h(s) e k(s) deve também garantir estabilidade robusta com respeito a estas dinâmicas [72, 67].

Em [72, 67] são definidas as funções de transferência real do sistema $\tilde{G}(s)$, a função de transferência de ganho de malha em altas freqüências $\tilde{L}(j\omega)$ e uma função de ponderação da incerteza $W_c(s)$ para caracterizar as dinâmicas não-modeladas.

$$\tilde{L}(j\omega) = \tilde{G}(j\omega)H(j\omega) = L(j\omega)[1 + \Delta(j\omega)W_c(j\omega)]$$
(3.45)

Da análise feita em [72, 67] pode-se concluir que:

S. 15

$$|L(j\omega)| < |W_c(j\omega)|^{-1} \ll 1$$
 (3.46)

garante estabilidade robusta com respeito às dinâmicas não modeladas.

المراجع والمحافظ

Rejeição da perturbação e atenuação do ruído

A função de sensibilidade S(s) e a complementar C(s) representam o efeito da perturbação d(s) e do ruído $\eta(s)$ sobre a saída y(s), respectivamente. Um dos requerimentos de malha é minimizar o efeito destes sinais na saída, o que significa minimizar $S(s) \in C(s)$.

Em [72, 67], são definidas as funcões de transferência $W_s(s)$ e $W_{\eta}(s)$ como as funções de ponderação da perturbação e ruído respectivamente, sendo obtidas as seguintes condições:

$$|L(j\omega)| > |W_s(j\omega)| \gg 1 \tag{3.47}$$

que garante a rejeição da perturbação, e

$$|L(j\omega)| < |W_{\eta}(j\omega)| \ll 1 \tag{3.48}$$

que garante a atenuação de ruído.

Desempenho robusto de malha

O diagrama de Bode da figura 3.6 caracteriza um ganho de malha nominal que satisfaz as condições de rejeição da perturbação (3.47), estabilidade robusta ante dinâmicas não modeladas (3.46) e atenuação do ruído (3.48):



Figura 3.6: Diagrama de Bode de |L(jw)| para um Desempenho de Malha Robusta

3. Algoritmos de Controle

Se a distância entre $|W_s(j\omega)|$ e $|W_c(j\omega)|^{-1}$ da figura 3.6 é pequena, pode ser impossível atingir todos os objetivos de malha. Neste caso, é necessário satisfazer os requerimentos mais importantes e uma série de compromissos no projeto deverão ser considerados.

3.2.3 Objetivos de Resposta

Os objetivos de resposta são a regulação de saída que é determinada pelos pólos de malha fechada do sistema, que correspondem às raízes do polinômio $\delta(s)$ e o seguimento da referência em regime transitório e em regime permanente.

As propriedades desejáveis da saída implicam geralmente não somente uma resposta transitória comportada, como uma boa regulação da saída, se não também um erro mínimo [72, 67], definido como:

$$e(s) = \frac{a(s)k(s) + c(s)[h(s) - q(s)]m_r(s)}{\delta(s)p_r(s)}$$
(3.49)

onde o objetivo de resposta desejado é obter erro nulo em regime permanente $e_{ss} = 0$ com a condição dada pela equação (3.40).

A partir da equação (3.40), pode-se mostrar que o $e_{ss} = 0$ pode ser obtido se:

$$a(s)k(s) = \bar{m}_e(s)p_r(s) \tag{3.50}$$

$$h(s) - q(s) = \hat{h}(s)p_r(s)$$
 (3.51)

para algum $\bar{m}_e(s)$ e $\hat{h}(s)$. A condição (3.50) é conhecida como o princípio do modelo interno [10, 72]. A equação (3.51) impõe restrições na escolha de q(s), levadas em consideração no procedimento de projeto apresentado a seguir.

3.2.4 Projeto Via Controle Ótimo com Erro Nulo e Robusto

Seja a seguinte função de transferência de resposta de saída desejada:

$$T(s) = \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{\alpha c(s)}{\hat{\delta}(s)} = \frac{\alpha c(s)\hat{q}(s)}{\hat{\delta}(s)\hat{q}(s)}$$
(3.52)

39

onde α é um escalar arbitrário e $\hat{\delta}(s)$ é um polinômio arbitrário estável e mônico com $grau[\hat{\delta}(s)] = grau[a(s)] = n$. As raízes de $\hat{\delta}(s)$ são os pólos desejados em malha fechada.

A determinação dos polinômios $\hat{\delta}(s)$, e $\hat{q}(s)$, pode ser feita a partir de diferentes critérios. A utilização do índice LQR, como descrito em [72], permite tratar os compromisos de resposta e malha em relação à referência, além de obter erro nulo robusto $e_{ss} = 0$. Do ponto de vista temporal, a minimização do índice

$$J_{LQR} = \int_0^\infty [\rho(y(t) - r(t))^2 + u(t)^2] dt$$
(3.53)

permite ponderar o erro de seguimento e(t) e o sinal de controle u(t). Variando o valor de ρ , pode-se atingir a condição $u(t) \leq |M|$, assim como obter um comportamento em regime transitório e permanente aceitável [10, 72, 67, 68]. Diferentes escolhas de $\hat{\delta}(s)$ permitem obter diferentes comportamentos de malha, para uma mesma resposta entrada-saída.

Fatorização espectral

-44

Seja a função de transferência racional, mínima e estritamente própria, definida como:

$$G(s) = \frac{c(s)}{a(s)} = \frac{c_m s^m + \dots c_1 s + c_o}{s^n + \dots a_1 s + a_o}$$
(3.54)

Então, para qualquer fator real de ponderação $\rho>0,$ o polinômio

$$\Delta(s) = a(s)a(-s) + \rho c(s)c(-s) \tag{3.55}$$

tem os coeficientes dos termos com potência ímpar igual a zero. Logo, se λ_j é uma raiz da equação (3.55), $-\lambda_j$ também é uma raiz desta equação.

Feitas as considerações anteriores, verifica-se que $\Delta(s)$ pode ser escrito como:

$$\Delta(s) = [\Delta(s)]^+ [\Delta(s)]^- \tag{3.56}$$

onde as n raízes de $[\Delta(s)]^+$ pertencem ao semiplano complexo esquerdo e as n raízes de $[\Delta(s)]^-$ pertencem ao semiplano direito, visto que as raízes de $\Delta(s)$ são simétricas com respeito ao eixo imaginário.

Sejam $\delta^{F^*}(s)$ os pólos ótimos LQR de malha fechada do sistema (3.52) dados pelas

n raízes estáveis da fatorização espectral (3.56) [72, 67, 68], então:

$$\delta^{F^*} = |\Delta(s)|^+ = 0 \tag{3.57}$$

Da mesma forma, uma outra fatorização espectral pode ser usada para determinar os pólos ótimos de $\hat{q} = 0$. Estes pólos são dados por n - 1 raízes estáveis de $\delta^{H^*}(s)$, definidos a partir de:

- av (Frig

$$\Delta(s) = a(s)a(-s) + \sigma c(s)c(-s) = [\bar{\Delta}(s)]^+ [\bar{\Delta}(s)]^- = \delta^{H^*}(s)\delta^{H^*}(-s)$$
(3.58)

sendo σ um outro fator de ponderação. Os requerimentos de malha e resposta são obtidos pela variação destes dos dois fatores de ponderação, $\rho \in \sigma$.

Algoritmo LQR

Seja o sinal de referência r(t) do sistema dado pela transformada de Laplace:

$$r(s) = \mathcal{L}[r(t)] = \frac{m_r(s)}{p_r(s)}$$
(3.59)

onde todos os $r = grau[p_r(s)]$ pólos de $p_r(s)$ estão sobre o eixo $j\omega$.

O algoritmo robusto com alocação ótima de pólos é dado pelas seguintes etapas [72, 67]:

1. Define-se $\bar{a}(s)$ como o mínimo denominador comum de $a(s) \in p_r(s)$, tal que

$$\bar{a}(s) = a(s)\bar{p}_r(s) = \tilde{a}(s)p_r(s) \tag{3.60}$$

com os graus

$$\bar{n} = grau[\bar{a}(s)] \ge n \quad e \qquad \bar{r} = grau[\bar{p}_r(s)] \le r \tag{3.61}$$

os menores possíveis.

2. Assumindo que $c(s) \in \bar{a}(s)$ são coprimos, então é resolvida a fatorização espectral

estendida:

$$\bar{a}(s)\bar{a}(-s) + \rho c(s)c(-s) = \bar{\delta}^{F^*}(s)\bar{\delta}^{F^*}(-s)$$
(3.62)

Variando o fator de ponderação ρ , são obtidos os $\bar{n} = n + \bar{r}$ pólos desejados de malha fechada $\bar{\delta}^{F^*}(s)$.

Uma outra forma de definir $\bar{\delta}^{F^*}(s)$ é fazendo

$$\bar{\delta}^{F^*}(s) = \delta^{F^*}(s)\delta_r(s) \tag{3.63}$$

tal que $\delta^{F^*}(s)$ é determinado pela fatorização espectral (3.57) e $\delta_r(s)$ é qualquer polinômio estável de ordem \bar{r} .

3. Se o polinômio mônico $\hat{q}(s)$ é definido pelas n-1 raízes de δ^{H^*} , determinadas por (3.58), então a equação

$$a(s)\bar{p}_{r}(s)\bar{k}(s) + c(s)h(s) = \bar{\delta}^{F^{*}}\hat{q}(s)$$
(3.64)

tem uma solução única dada pelo polinômio mônico $\bar{k}(s)$ de ordem n-1 e o polinômio h(s) de ordem $\bar{n}-1$.

4. Uma vez determinado o polinômio h(s), a equação Diofantina

$$\hat{q}(s)\bar{q}(s) + p_r(s)\hat{h}(s) = h(s)$$
(3.65)

pode ser resolvida para os polinômios $\bar{q}(s) \in \hat{h}(s)$ de ordens $\bar{r} \in \bar{r} - r - 1$.

5. Os polinômios

$$h(s), \quad k(s) = \bar{p}_r(s)\bar{k}(s) \quad e \quad q(s) = \hat{q}(s)\bar{q}(s)$$
 (3.66)

representam o controlador 2DOF da figura 3.5 com $e_{ss}=0.$

3.3 Controle Baseado na Dinâmica Inversa

O controle baseado na dinâmica inversa (INV) (controle por torque computado) é uma classe especial de linearização por realimentação de sistemas não-lineares, que ganharam popularidade com as publicações de Hunt e Gilbert em 1984 e 1985 respectivamente [38].

Uma grande quantidade de trabalhos foram publicados na década de 80 e na década de 90 na área de robótica, empregando esta técnica de controle [37, 71, 38, 57]. No começo este controlador, foi empregado no controle estritamente de posição, posteriormente foi empregado também em controle híbrido [9, 18]. A estratégia de controle baseada na dinâmica inversa é dividida, por sua vez, em duas, o controle de *malha interna*, que corresponde à compensação das não-linearidades, e o controle de *malha externa*.

O diagrama de blocos correspondente a esta estratégia é mostrado na figura 3.7, onde se pode observar que a malha interna corresponde à compensação não-linear e a externa ao controle de malha externa.



Figura 3.7: Diagrama de blocos do Controle Baseado na Dinâmica Inversa

Na malha externa da figura 3.7, será empregado o controlador 2DOF, tanto para o controle de posição quanto para o controle de força-posição.

3.4 Conclusões

Neste capítulo, foram apresentadas duas estratégias avançadas de controle: o controle não-linear a Estrutura Variável com modos deslizantes, e o controle linear de Dois Graus de Liberdade (2DOF).

Para o controle a Estrutura Variável foram determinadas as equações para a determinação das superfícies de deslizamento lineares, assim como duas leis de controle

3. Algoritmos de Controle

chaveadas. Foi feita, tambem, a análise da estabilidade em função das superfícies, da mesma forma foi analizada sua robustez frente a incertezas e perturbações. Finalmente foi analizado o problema de *chattering* presente nesta estratégia.

Da mesma forma, para o controle 2DOF, foi analisada sua estabilidade, garantida principalmente pela alocação dos pólos no semiplano esquerdo do plano complexo (assintoticamente estável)³ e foram analisados os objetivos de malha e resposta para garantir robustez frente a incertezas e perturbações (de características conhecidas). Foi detalhado o projeto do controlador através do LQR para garantir erro nulo em regime permanente.

Finalmente, como uma extensão do controle 2DOF, foi estudado o controle baseado na dinâmica inversa (INV), como composto por uma parte não linear e outra linear, deixando especificado que o controle da malha externa que será empregado nos seguintes capítulos corresponderá ao controle 2DOF também.

³Critério de estabilidade em sistemas lineares

Capítulo 4

۰۴ ...⁵..

Controle de Posição de Robôs Rígidos

O objetivo deste capítulo é empregar as técnicas de controle a Estrutura Variável (EV), o controle de Dois Graus de Liberdade (2DOF) e o controle baseado na Dinâmica Inversa (empregando na malha externa o controlador 2DOF) (INV+2DOF) estudados no capitulo 3 no controle de posição de robôs manipuladores.

O controle a EV, aplica-se diretamente a sistemas não-lineares, conforme foi visto no capítulo 3 e o projeto baseia-se em duas etapas: o projeto das superfícies de deslizamento e a escolha das leis de controle chaveadas. A metodologia apresentada aplica-se diretamente ao modelo do robô.

Para o projeto dos controladores 2DOF, precisa-se de um modelo linear do robô. Neste trabalho, são obtidos dois modelos lineares. O primeiro é obtido considerando algumas hipóteses e aproximações sobre o modelo não-linear do robô e o segundo é obtido através da compensação das não-linearidades na malha interna correspondente ao controle baseado na dinâmica inversa [67, 68].

Os dois modelos lineares são determinados considerando nula a interação do efetuador final com o meio na equação (2.35) e com a componente dinâmica nula na equação (2.36) da modelagem de De Luca e Manes.

Os três controladores são aplicados sobre o modelo não-linear e acoplado do robô quando este não está submetido a restrições. São feitas simulações e aplicações práticas no robô SCARA. Nas simulações e experimentações práticas são estudados os desempenhos, considerando os esforços de controle e os erros de seguimento para cada uma das três estratégias.

4.1 Modelagem Matemática

A dinâmica do robô manipulador de n juntas que não interage com o meio é dada pela equação (2.35) tal que os valores de atrito D e força F são considerados nulos. Nesta equação pode-se somar o termo correspondente a perturbações externas e dinâmicas não modeladas τ_d [1], obtendo-se:

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) + \tau_d = \tau$$
(4.1)

onde cada um dos termos são conhecidos exceto τ_d .

Para cada junta, a equação (4.1) é expressa da seguinte maneira:

$$\sum_{j=1}^{n} m_{ij}(q) \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} h_{ijk}(q) \dot{q}_k \dot{q}_j + g_i(q) + \tau_{d_i} = \tau_i \text{ para } i = 1 \dots n$$
(4.2)

onde m_{ij} é a componente (i, j) da matriz M(q), os termos g_i , τ_{d_i} e τ_i são os elementos i de cada um dos vetores na equação (4.1) e $h_{i,j,k}$ são os símbolos de Christoffel [38, 57].

4.1.1 Modelo Linear por Aproximações

te estas en estas en estas entes

As hipóteses e simplificações descritas a seguir [57] permitem obter um dos modelos lineares e desacoplados que são utilizados para o projeto dos controladores 2DOF.

Os coeficientes m_{ij} , h_{ijk} e g_i são dependentes das variáveis de junta q(t). Nas juntas de revolução, as variáveis q(t) aparecem como argumentos das funções trigonométricas sin(.) e cos(.); nas de translação têm valores máximos e mínimos de deslocamento [1, 38]. Em vista disso, estes coeficientes possuem valores máximos dados por:

$$m_{ij}(q) \le \bar{m}_{ij}; \quad h_{ijk}(q) \le h_{ijk} \quad e \quad g_i(q) \le \bar{g}_i$$

$$(4.3)$$

Substituíndo estes valores máximos na equação (4.2), obtém-se as seguintes n

equações:

$$\sum_{j=1}^{n} \bar{m}_{ij} \ddot{q}_{j} + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \bar{h}_{ijk} \dot{q}_{k} \dot{q}_{j} + \bar{g}_{i} + \tau_{d_{i}} = \tau_{i} \qquad i = 1 \dots n$$
(4.4)

Para desacoplar essas equações, é necessário expressar a equação correspondente à junta *i*, somente em função da variável q_i e suas derivadas. Isto pode ser obtido limitando ou eliminando as variáveis q_j $(j \neq i)$ junto com suas derivadas [57, 67].

Hipótese 4.1 São considerados robôs manipuladores que têm os coeficientes h_{iii} iguais a zero (isto é, o termo \dot{q}_i^2 da equação não existe) [38, 57].

Muitos robôs apresentam a característica da hipótese 4.1, como, por exemplo, o manipulador planar de duas juntas de revolução, manipulador cilíndrico de três juntas, manipulador SCARA, manipulador Stanford, manipulador PUMA 560 [38, 67].

Hipótese 4.2 Considera-se que, quando a junta i está sendo posicionada, as outras juntas já estão na sua posição desejada. Isto é, se a posição desejada da junta j $(j \neq i)$ é a posição fixa q_{d_i} , então:

$$\dot{q}_j = 0 \; ; \; \ddot{q}_j = 0 \; j = 1, \dots, n(j \neq i)$$
 (4.5)

Substituindo $\dot{q}_j = \ddot{q}_j = 0$ na equação (4.4) e considerando a hipótese 4.1, além de aproximar o valor máximo da gravidade a uma função linear de q_i , então:

$$\bar{m}_{ii}\ddot{q}_i + \bar{g}_i q_i + \tau_{d_i} = \tau_i \qquad i = 1, \dots, n$$
(4.6)

Aplicando a transformada de Laplace em (4.6), obtém-se:

$$q_i(s) = \frac{1}{\bar{m}_{ii}s^2 + \bar{g}_i}\tau_i(s) - \frac{1}{\bar{m}_{ii}s^2 + \bar{g}_i}\tau_{d_i} \quad i = 1, \dots n$$
(4.7)

É importante observar que a utilização do termo \bar{g}_i em (4.6) e (4.7) permite considerar o termo gravitacional e, portanto, compensar seu efeito pelo controlador [67].

4.1.2 Modelo Linear Baseado na Dinâmica Inversa

A lei de controle baseada na dinâmica inversa é expressa pela seguinte equação [38, 57]:

$$\tau = \hat{M}(q)u^* + \hat{C}(q, \dot{q}) + \hat{G}(q)$$
(4.8)

onde \hat{M} , \hat{C} , \hat{G} são estimações de M, C e G respectivamente, e u^* corresponde à lei de controle de malha externa. Essas estimações são utilizadas para a compensação das não-linearidades dos robôs manipuladores e correspondem à lei de controle da malha interna. Existem várias maneiras de se estimar \hat{M} , \hat{C} , e \hat{G} [46, 57], podendo-se calcular utilizando valores médios, máximos, técnicas de controle adaptativo, redes neurais etc. Neste trabalho, supõe-se que, para efeito de cálculo de controle linearizante, esses parâmetros são conhecidos e iguais a M, C e G.

Sendo q(t), $\dot{q}(t)$ os valores de posição e velocidade nas juntas, pode-se substituir o torque de controle da equação (4.8) em (4.1). Fazendo a simplificação, obtém-se a seguinte expressão para cada junta:

$$\ddot{q}_i + \bar{\tau}_{d_i} = u_i^* \tag{4.9}$$

onde $\bar{\tau}_{d_i}$ é a componente *i* de $M^{-1}(q)\tau_{d_i}$.

т.

Aplicando a transformada de Laplace à equação (4.9), obtém-se:

$$q_i(s) = \frac{1}{s^2} u_i^*(s) + \frac{1}{s^2} \bar{\tau}_{d_i}(s) \qquad i = 1 \dots n$$
(4.10)

As equações lineares e desacopladas (4.7), (4.10) para cada junta são empregadas no desenvolvimento dos controladores 2DOF, para o controle de posição de robôs, junto com o controle a Estrutura Variável e analisados seus desempenhos.

4.2 Diagrama Geral de Controle

O controle de cada uma das juntas do robô SCARA é feito com cada uma das estratégias apresentadas no capítulo 3. Para o projeto dos controladores 2DOF são utilizadas as equações lineares (4.7) e (4.10). O controlador 2DOF correspondente à segunda equação linear é empregado na malha externa do controle INV+2DOF.

Os três controladores obtidos são aplicados sobre o modelo não-linear e acoplado do robô SCARA e são estudados seus desempenhos. O diagrama geral de controle é ilustrado na figura 4.1:



Figura 4.1: Diagrama Geral de Controle

4.3 Controle do Robô SCARA de Quatro Juntas: Simulações

O projeto de cada um dos controladores é desenvolvido considerando a modelagem dinâmica do robô SCARA detalhada no apêndice A, com incertezas (tipo variação de parâmetros) no efetuador final da forma [39], e considerando os parâmetros dados no apêndice A.3.

Cada um dos controladores é aplicado nas mesmas condições sobre o modelo nãolinear e acoplado do robô, para serem estudados seus desempenhos.

4.3.1 Projeto do Controlador a EV com Modos Deslizantes

Pela definição 3.1.1, as superfícies de deslizamento comumente empregadas em robótica para o controle individual das juntas são da seguinte forma:

$$\sigma_i = k_{pi}\tilde{q}_i + k_{di}\tilde{q}_i \qquad i:1,\dots,n \tag{4.11}$$

onde k_{pi} e k_{di} são os ganhos das superfícies, e

$$\tilde{q}_i = q_i - q_{d_i}, \quad e \quad \tilde{q}_i = \dot{q}_i - \dot{q}_{d_i}$$
(4.12)

são os erros de posição e velocidade em cada uma das juntas.

Para o controle de posição é empregada a lei correspondente à equação (3.18):

$$u_{N_i}^*(x,t) = -\alpha_{ii} \, sign(\sigma_i) \tag{4.13}$$

O problema de *chattering* é solucionado empregando a camada limite, pelo que a função *sign* é trocada pela função *sat*:

$$u_{N_i}^*(x,t) = -\alpha_{ii} \ sat(\sigma_i) \tag{4.14}$$

Deve-se observar que na equação (4.14) a constante α_{ii} não é dependente dos parâmetros do modelo dinâmico do robô, além disso, é importante ressaltar que na implementação deste controlador, *o controle equivalente* encontra-se implícito na lei de controle.

Os ganhos determinados por tentativa e erro, para as superfícies e para a lei de controle na simulação são:

$$\begin{bmatrix} k_{pi} \\ k_{di} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & 25 & 10 & 10 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \alpha_{ii} = \begin{bmatrix} 60 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 40 \end{bmatrix}$$
(4.15)

Os valores para a camada limite são:

$$\epsilon = \left[\begin{array}{cccc} 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.8 \end{array} \right] \tag{4.16}$$

4.3.2 Projeto do Controlador 2DOF com o Modelo Linear Aproximado

O modelo dinâmico do robô SCARA de quatro juntas dado pelas equações $(A.3), (A.4), (A.6) \in (A.5)$, apresentado no apêndice A, permite obter os valores máximos de cada uma das componentes, considerando as hipóteses (4.1) e (4.2). Isto permite obter o modelo linear para cada junta (4.7). Tomando os valores máximos dos termos $m_{ij} \in h_{ijk}$ (estes últimos contidos em $c_i(q, \dot{q}) \in (A.5)$) obtém-se:

U.

$$m_{11}(q) \leq aux_{1} + 2aux_{2} = \overline{m}_{11}$$

$$m_{12}(q) \leq aux_{3} + aux_{2} = \overline{m}_{12}$$

$$c_{1}(q, \dot{q}) \leq 2aux_{2}\dot{q}_{1}\dot{q}_{2} + aux_{2}\dot{q}_{2}^{2} = \overline{c}_{1}$$

$$c_{2}(q, \dot{q}) \leq aux_{2}\dot{q}_{1}^{2} = \overline{c}_{2}$$

$$(4.17)$$

Deve-se notar que na junta de translação os termos são constantes ou nulos, portanto iguais a séus valores máximos.

A tabela 4.1 apresenta os numeradores e denominadores das funções de transferência do modelo linear aproximado de cada junta, segundo os valores dos parâmetros da seção A.3 (para este cálculo considerou-se o valor da incerteza ξ no efetuador final zero).

Elo	numerador $c_i(s)$	denominador $a_i(s)$
1	0.2360786988	s^2
2	1.1888599071	s^2
3	0.2857142851	$s^2 + 9.81$
4	10	s^2

Tabela 4.1: Numerador e Denominador do Modelo Aproximado

Os parâmetros de ponderação $\rho \in \sigma$ usados para alocar os pólos ótimos de cada uma das juntas correspondentes a este modelo são apresentados na tabela 4.2; da mesma forma que os ganhos do controle a estrutura variável, esses foram obtidos por análise de tentativa e erro.

Elo	ρ	σ
1	10^{11}	10^{4}
2	10^{11}	10^{4}
3	10^{13}	10^{4}
4	10^{11}	10^{4}

Tabela 4.2: Fatores de Ponderação

Os polinômios do controlador obtido são apresentados na tabela 4.3, cujos valores correspondêm ao formato *long* do *Matlab*. Esses polinômios não foram modificados nem para efeitos de simulação nem para implementação prática.

$ \begin{array}{l} h_1 = 0.01624584169978E6s^2 + 0.36783268869138E6s + 1.08645915435720E6 \\ q_1 = 0.01624484169978E6s^2 + 0.37203993329779E6s + 1.08645915435720E6 \\ k_1 = s^2 + 87.64929135078147s \end{array} \\ \begin{array}{l} h_2 = 0.00969911513681E6s^2 + 0.38378991340766E6s + 2.43809342225258E6 \\ q_2 = 0.00969811513681E6s^2 + 0.39099953897383E6s + 2.43809342225258E6 \\ k_2 = s^2 + 152.056638253214s \end{array} \\ \begin{array}{l} h_3 = 0.00675359953811E7s^2 + 0.33644272405053E7s + 1.00991711505125E7 \\ q_3 = 0.00675349953811E7s^2 + 0.33779600101384E7s + 1.00991711505125E7 \\ k_3 = s^2 + 196.474417384094s \end{array} \\ \begin{array}{l} h_4 = 0.00496528916801E6s^2 + 0.41257701441674E6s + 7.07106781186547E6 \\ q_4 = 0.00496428916801E6s^2 + 0.42723264641318E6s + 7.07106781186547E6 \\ k_4 = s^2 + 315.920533299412s \end{array} $	r	
$ \begin{array}{l} \text{Elo 1} & q_1 = 0.01624484169978E6s^2 + 0.37203993329779E6s + 1.08645915435720E6} \\ & k_1 = s^2 + 87.64929135078147s \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} h_2 = 0.00969911513681E6s^2 + 0.38378991340766E6s + 2.43809342225258E6 \\ & q_2 \coloneqq 0.00969811513681E6s^2 + 0.39099953897383E6s + 2.43809342225258E6 \\ & k_2 = s^2 + 152.056638253214s \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} h_3 = 0.00675359953811E7s^2 + 0.33644272405053E7s + 1.00991711505125E7 \\ & q_3 = 0.00675349953811E7s^2 + 0.33779600101384E7s + 1.00991711505125E7 \\ & k_3 = s^2 + 196.474417384094s \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} h_4 = 0.00496528916801E6s^2 + 0.41257701441674E6s + 7.07106781186547E6 \\ & q_4 = 0.00496428916801E6s^2 + 0.42723264641318E6s + 7.07106781186547E6 \\ & k_4 = s^2 + 315.920533299412s \\ \end{array} $		$h_1 = 0.01624584169978E6s^2 + 0.36783268869138E6s + 1.08645915435720E6$
$ \begin{array}{l lllllllllllllllllllllllllllllllllll$	Elo 1	$q_1 = 0.01624484169978E6s^2 + 0.37203993329779E6s + 1.08645915435720E6$
$ \begin{array}{l} {\rm Elo}\ 2 & h_2 = 0.00969911513681 E6s^2 + 0.38378991340766 E6s + 2.43809342225258 E6 \\ q_2 \coloneqq 0.00969811513681 E6s^2 + 0.39099953897383 E6s + 2.43809342225258 E6 \\ h_2 = s^2 + 152.056638253214s \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} {\rm Elo}\ 3 & h_3 = 0.00675359953811 E7s^2 + 0.33644272405053 E7s + 1.00991711505125 E7 \\ q_3 = 0.00675349953811 E7s^2 + 0.33779600101384 E7s + 1.00991711505125 E7 \\ h_3 = s^2 + 196.474417384094s \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} {\rm Elo}\ 4 & h_4 = 0.00496528916801 E6s^2 + 0.41257701441674 E6s + 7.07106781186547 E6 \\ q_4 = 0.00496428916801 E6s^2 + 0.42723264641318 E6s + 7.07106781186547 E6 \\ \end{array} \\ \end{array} $		$k_1 = s^2 + 87.64929135078147s$
$ \begin{array}{l} \mbox{Elo 2} & q_2 \coloneqq 0.00969811513681E6s^2 + 0.39099953897383E6s + 2.43809342225258E6 \\ & k_2 = s^2 + 152.056638253214s \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} \mbox{Elo 3} & h_3 = 0.00675359953811E7s^2 + 0.33644272405053E7s + 1.00991711505125E7 \\ & q_3 = 0.00675349953811E7s^2 + 0.33779600101384E7s + 1.00991711505125E7 \\ & k_3 = s^2 + 196.474417384094s \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} \mbox{Elo 4} & h_4 = 0.00496528916801E6s^2 + 0.41257701441674E6s + 7.07106781186547E6 \\ & q_4 = 0.00496428916801E6s^2 + 0.42723264641318E6s + 7.07106781186547E6 \\ & k_4 = s^2 + 315.920533299412s \\ \end{array} $		$h_2 = 0.00969911513681E6s^2 + 0.38378991340766E6s + 2.43809342225258E6$
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	Elo 2 .	$q_2 \coloneqq 0.00969811513681E6s^2 + 0.39099953897383E6s + 2.43809342225258E6$
$ \begin{array}{l} {\rm Elo}\ 3 & \displaystyle \frac{h_3 = 0.00675359953811 E7 s^2 + 0.33644272405053 E7 s + 1.00991711505125 E7}{q_3 = 0.00675349953811 E7 s^2 + 0.33779600101384 E7 s + 1.00991711505125 E7} \\ & \displaystyle \frac{h_3 = s^2 + 196.474417384094 s}{k_3 = s^2 + 196.474417384094 s} \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} {\rm Elo}\ 4 & \displaystyle \frac{h_4 = 0.00496528916801 E6 s^2 + 0.41257701441674 E6 s + 7.07106781186547 E6}{k_4 = s^2 + 315.920533299412 s} \end{array} \\ \end{array} $		$k_2 = s^2 + 152.056638253214s$
Elo 3 $q_3 = 0.00675349953811E7s^2 + 0.33779600101384E7s + 1.00991711505125E7$ $k_3 = s^2 + 196.474417384094s$ Elo 4 $h_4 = 0.00496528916801E6s^2 + 0.41257701441674E6s + 7.07106781186547E6$ $q_4 = 0.00496428916801E6s^2 + 0.42723264641318E6s + 7.07106781186547E6$ $k_4 = s^2 + 315.920533299412s$	-	$h_3 = 0.00675359953811E7s^2 + 0.33644272405053E7s + 1.00991711505125E7$
$ \begin{array}{c c} k_3 = s^2 + 196.474417384094s \\ \hline \\ h_4 = 0.00496528916801 E6s^2 + 0.41257701441674 E6s + 7.07106781186547 E6 \\ \hline \\ q_4 = 0.00496428916801 E6s^2 + 0.42723264641318 E6s + 7.07106781186547 E6 \\ \hline \\ h_4 = s^2 + 315.920533299412s \\ \end{array} $	Elo 3	$q_3 = 0.00675349953811E7s^2 + 0.33779600101384E7s + 1.00991711505125E7$
Elo 4 $ \begin{array}{l} h_4 = 0.00496528916801 E6s^2 + 0.41257701441674 E6s + 7.07106781186547 E6 \\ q_4 = 0.00496428916801 E6s^2 + 0.42723264641318 E6s + 7.07106781186547 E6 \\ k_4 = s^2 + 315.920533299412s \end{array} $		$k_3 = s^2 + 196.474417384094s$
Elo 4 $q_4 = 0.00496428916801E6s^2 + 0.42723264641318E6s + 7.07106781186547E6$ $k_4 = s^2 + 315.920533299412s$		$h_4 = 0.00496528916801E6s^2 + 0.41257701441674E6s + 7.07106781186547E6$
$k_4 = s^2 + 315.920533299412s$	Elo 4	$q_4 = 0.00496428916801E6s^2 + 0.42723264641318E6s + 7.07106781186547E6$
		$k_4 = s^2 + 315.920533299412s$
		$\kappa_4 = s + 313.92033299412s$

Tabela 4.3: Polinômios do Controlador 2DOF, Modelo Aproximado

4.3.3 Projeto do controlador 2DOF com o Modelo Linear Baseado na Dinâmica Inversa

Efetuando à compensação das não-linearidades correspondentes ao modelo dinâmico do robô dado no apêndice A, é obtido o segundo modelo linear correspondente à equação (4.10).

A tabela 4.4 apresenta o numerador e denominador das funções de transferência do segundo modelo linear de cada junta:

Elo	numerador $c_i(s)$	denominador $a_i(s)$
1	1	s^2
2	1	s^2
3	1	s^2
4	1	s^2

Tabela 4.4: Numerador e Denominador do Modelo Baseado na Dinâmica Inversa

Os parâmetros de ponderação ρ e σ , usados para alocar os pólos ótimos de cada uma das juntas correspondentes ao segundo modelo linear, são os mesmos da tabela 4.2.

Os polinômios do segundo controlador obtido são apresentados na tabela 4.5, da mesma forma que no primeiro controlador, tambem não foi feito nenhum tratamento numérico para implementação prática.

c	
	$h_1 = 0.01024667015122E6s^2 + 0.38186974481138E6s + 2.23606797749979E6$
Elo 1	$q_1 = 0.01024567015122E6s^2 + 0.38867559443415E6s + 2.23606797749979E6$
	$k_1 = s^2 + 143.329481623458s$
	$h_2 = 0.01024667015122E6s^2 + 0.38186974481138E6s + 2.23606797749979E6$
Elo 2	$q_2 = 0.01024567015122E6s^2 + 0.38867559443415E6s + 2.23606797749979E6$
	$k_2 = s^2 + 143.329481623458s$
	$h_3 = 0.00451644754318E7s^2 + 0.34669607359574E7s + 2.23606797749978E7$
Elo 3	$q_3 = 0.00451634754318E7s^2 + 0.34816316575658E7s + 2.23606797749978E7$
	$k_3 = s^2 + 300.630921336279s$
	$h_4 = 0.01024667015122E6s^2 + 0.38186974481138E6s + 2.23606797749979E6$
Elo 4	$q_4 = 0.01024567015122E6s^2 + 0.38867559443415E6s + 2.23606797749979E6$
	$k_4 = s^2 + 143.329481623458s$

Tabela 4.5: Polinômios do controlador 2DOF, modelo baseado na dinâmica inversa

4.3.4 Resultados das Simulações

A dinâmica não-linear e acoplada do robô SCARA foi simulada com as equações do apêndice A e os valores nominais dos parâmetros dados em A.3. As características da simulação para cada uma das estratégias estudadas é a seguinte:

- A trajetória a ser seguida pelo robô entre t = 0 s e t = 2 s é uma trajetória parabólica [38, 57], sendo as condições iniciais q_i = [0 0 0 0]^T rad e as posições finais q_f = [0.5 1.0 0.1 0.4]^T rad.
- A trajetória alcança o regime permanente em t = 2 s.
- O valor da incerteza ξ , no efetuador final, é modificado para seu valor máximo em $t = 4 \ s$.
- Uma perturbação do tipo degrau de 5 Nm é aplicada em t = 6 s.
- As velocidades inciais são nulas.

Os resultados dos esforços de controle e erros de seguimento das quatro juntas, correspondentes às três estratégias de controle, são apresentados nas figuras 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7.

As magnitudes do esforço de controle quando se considera a incerteza assim como as perturbações externas são mostradas nas figuras 4.2, 4.4 e 4.6. Para as duas primeiras



Figura 4.2: Controle a EV - Torques de Controle Juntas 1, 2, 3 e 4





juntas o esforço de controle nas três estratégias é igual ao modelo na presença da incerteza, mas quando as perturbações são aplicadas, a magnitude é maior.

Também pode-se observar, na figura 4.3, que os erros de seguimento correspondentes às quatro juntas do robô não garantem erro nulo em regime permanente quando aplicadas as perturbações. Isso deve-se à utilização da camada limite no controle a EV para evitar a presença de *chattering* no controle [33, 27].



Figura 4.4: Controle 2DOF - Torques de Controle Juntas 1, 2, 3 e 4

A magnitude do esforço de controle na terceira junta nas três estratégias de controle é maior na presença de incertezas e perturbações; na junta quatro a magnitude é maior somente quando é aplicada a perturbação.

Pode-se ver que os esforços de controle para as três estratégias não apresentam diferença significativa, conforme é constatado nas figuras 4.2, 4.4 e 4.6.

Nas figuras 4.5 e 4.7, correspondente às estratégias 2DOF e INV+2DOF, é importante destacar que os erros de seguimento em regime permanente ainda frente a presença de incertezas e perturbações são de valor nulo.

Finalmente pode-se observar que o erro de seguimento, nas duas primeras juntas, é menor para o controle INV+2DOF.



Figura 4.5: Controle 2DOF - Erros de Seguimento Juntas 1, 2, 3 e 4



Figura 4.6: Controle INV+2DOF - Torques de Controle Juntas 1, 2, 3 e 4

е



Figura 4.7: Controle INV+2DOF - Erros de Seguimento Juntas 1, 2, 3 e 4

4.4 Controle Robô SCARA de 4 juntas: Resultados Experimentais

Os controladores a EV, 2DOF e INV+2DOF projetados na seção 4.3 foram implementados, para controlar a posição das juntas do robô SCARA, utilizando a linguagem *XOberon* [73].

Os ganhos correspondentes ao controlador a estrutura variável com modos deslizantes, implementado são:

$$\begin{bmatrix} k_{pi} \\ k_{vi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & 25 & 10 & 10 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
(4.18)
$$\alpha_{ii} = \begin{bmatrix} 60 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$
(4.19)

reg (m

Estes valores de ganhos foram determinados em função de atingir o mais rapido possível a superfície de deslizamento, assim como de se obter um seguimento da referência sem sobressinal durante a execução do movimento.

Os valores da camada limite empregados na implementação foram:

$$\epsilon = \left[\begin{array}{cccc} 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.8 \end{array} \right] \tag{4.20}$$

Pode-se observar que estes valores são diferentes daqueles empregados na simulação pelo fato de que na simulação não é considerada a dinâmica dos atuadores.

A implementação dos controladores 2DOF foi obtida, digitalizando os polinômios encontrados nas tabelas 4.3 e 4.5 através do método de aproximação trapezoidal [10, 67] dado no apêndice B. O período de amostragem empregado foi de $T = 0.001 \ s$. É importante mencionar que não foi feito nenhuma análise numérica de erro na implementação prática do controlador. Os dados foram enviados automaticamente do MATLAB para o XOBERON.

	$h_1 = 0.65720118635667E5z^2 - 1.29964560679951E5z + 0.64248787880901E5$
Elo 1	$q_1 = 0.65724533124880E5z^2 - 1.29956560679951E5z + 0.64236373391688E5$
	$k_1 = 4.17529858270156z^2 - 8.000000000000z + 3.82470141729844$
	$h_2 = 3.95664784674819E4z^2 - 7.75880449076441E4z + 3.80313188138512E4$
Elo 2	$q_2 = 3.95768977186142E4z^2 - 7.75800449076441E4z + 3.80128995627189E4$
	$k_2 = 4.39294883476819z^2 - 8.0000000000000z + 3.60705116523181$
	$h_3 = 2.76882935176546E5z^2 - 5.40267764706470E5z + 2.63425226214525E5$
Elo 3	$q_3 = 2.76906000715813E5z^2 - 5.40259764706470E5z + 2.63394160675259E5$
	$k_3 = 4.39294883476819z^2 - 8.0000000000000z + 3.60705116523181$
	$h_4 = 2.06933817686823E4z^2 - 3.97081712084501E4z + 1.90430737110153E4$
Elo 4	$q_4 = 2.07186930326752E4z^2 - 3.97001712084501E4z + 1.90097624470224E4$
	$k_4 = 4.63184106659882z^2 - 8.000000000000z + 3.36815893340118$

Tabela 4.6: Polinômios Digitais do Controlador 2DOF - Modelo Aproximado

Os polinômios dos controladores 2DOF correspondentes aos dois modelos lineares são apresentados nas tabelas 4.6 e 4.7. As seguintes considerações foram feitas para a movimentação do robô:

 No controle a EV, são movimentadas as 4 juntas do robô, e, no controle 2DOF e INV+2DOF somente são movimentadas as duas primeiras, isso pelo fato de não ter conseguido implementar estes controles nas outras duas juntas, pelo problema

	$h_1 = 4.17526561624985E4z^2 - 8.19688890738414E4z4.02251771832529E4$
Elo 1	$q_1 = 4.17622678617440E4z^2 - 8.19608890738414E4z4.02075654840074E4$
	$k_1 = 4.28665896324692z^2 - 8.0000000000000023.71334103675308$
	$h_2 = 4.17526561624985E4z^2 - 8.19688890738414E4z4.02251771832529E4$
Elo 1	$q_2 = 4.17622678617440E4z^2 - 8.19608890738414E4z4.02075654840074E4$
	$k_2 = 4.28665896324692z^2 - 8.0000000000000023.71334103675308$
	$h_3 = 1.87614183878690E5z^2 - 3.61271082094450E5z1.73746340934001E5$
Elo 3	$g_3 = 1.87639525721907E5z^2 - 3.61263082094450E5z1.73712999091644E5$
	$k_3 = 4.60126184267256z^2 - 8.000000000000000z3.39873815732744$
	$h_4 = 4.17526561624985E4z^2 - 8.19688890738414E4z4.02251771832529E4$
Elo 4	$q_4 = 4.17622678617440E4z^2 - 8.19608890738414E4z4.02075654840074E4$
	$k_4 = 4.28665896324692z^2 - 8.00000000000000023.71334103675308$

Tabela 4.7: Polinômios Digitais do controlador 2DOF - Modelo Baseado na D. INV

do acoplamento que apresentam.

- Nos dois e quatro primeiros segundos, as juntas seguem uma trajetória parabólica [38, 57], as condições iniciais e finais para as quatro juntas são $q_i = [0 - 1.8 \ 0.16 \ 0.0]^T$ rad e $q_f = [-2 \ 0 \ 0.38 \ 1.5]^T$ rad.
- O robô alcança regime permanente em t = 2, 4 s.
- As velocidades iniciais são nulas.

Os resultados da implementação correspondentes aos torques de controle e aos erros de seguimento para o controlador a estrutura variável, são apresentados nas figuras 4.8, 4.9, 4.10 e 4.11; da mesma forma, o resultado do controlador 2DOF e o controlador INV+2DOF são ilustrados nas figuras 4.12, 4.13, 4.14 e 4.15:

Observando as figuras 4.8, 4.12 e 4.14, correspondentes aos torques de controle das três estratégias implementadas, pode-se verificar que a magnitude do controle na primeira junta para o controle a EV é menor que o controle INV+2DOF e da mesma magnitude que o controle 2DOF; a magnitude de controle correspondente à segunda junta, no controle a EV, é menor que nas outras duas estratégias.

Da mesma forma, analisando as figuras 4.9, 4.13 e 4.15, correspondentes ao erro de seguimento das duas primeiras juntas do robô para as três estratégias de controle, pode-se observar que na primera junta a magnitude do erro no controle a EV em regime transitorio é menor que nas outras duas e o erro correspondente ao regime permanente 4. Controle de Posição de Robôs Rígidos



Figura 4.8: Controle a EV - Torque de Controle Juntas 1 e 2



Figura 4.9: Controle a EV - Erros de Seguimento Juntas 1 e 2



Figura 4.11: Controle a EV - Erros de Seguimento Juntas 3 e 4
não é nulo. Isso pelo uso da camada limite assim como por algumas dinâmicas, como o atrito não terem sido considerados na modelagem.



Figura 4.12: Controle 2DOF - Torques de Controle Juntas 1 e 2

Na figura 4.12 da primeira junta, observa-se que, ainda que a magnitude do erro em regime transitório maior, o erro em regime permanente do controlador 2DOF garante erro nulo; isso não acontece com o controle INV+2DOF para a primeira junta na figura 4.14, pelo fato de que a compensação dinâmica nem sempre ser exata.

Do erro da segunda junta nas figuras 4.9, 4.13 e 4.15, pode-se observar que a magnitude dos erros é da mesma ordem em regime transitório, e verifica-se novamente que em regime permanente o controle a EV não garante erro nulo, característica presente nos controles 2DOF e INV+2DOF.

Nas figuras 4.10 e 4.11, correspondentes aos torques e aos erros das juntas três e quatro do robô para o controle a EV, pode-se verificar também as mesmas caraterísticas verificadas para as duas primeiras.



Figura 4.13: Controle 2DOF - Erros de Seguimento Juntas 1 e 2



Figura 4.14: Controle INV+2DOF - Torques de Controle Juntas 1 e 2



Figura 4.15: Controle INV+2DOF - Erros de Seguimento Juntas 1 e 2

4.5 Conclusões

Neste capítulo, foram apresentados os resultados de simulação assim como da implementação prática das três estratégias de controle robusto aplicadas ao controle de posição em robôs rígidos: os controladores a Estrutura Variável com *modos deslizantes*, 2DOF com modelo linearizado e 2DOF com modelo baseado na dinâmica inversa (INV+2DOF).

Para as duas últimas estratégias, dois modelos lineares do robô SCARA foram utilizados para a obtenção dos dois controladores; para a alocação de polos foi minimizado o índice LQR.

As três estratégias de controle robusto foram simuladas e posteriormente implementadas em linguagem *XOberon* num robô SCARA de quatro graus de liberdade. Nas simulações e na implementação, verificou-se um desempenho muito similar nas três estratégias, tanto do ponto de vista da magnitude do controle quanto do ponto de vista das caraterísticas relativas ao erro em regime transitório e regime permanente, tambem foi observado um melhor comportamento do controlador 2DOF com compensação

w. And

Sanger C

não-linear sobre o controlador 2DOF com modelo aproximado.

Observou-se também que os controles 2DOF e INV+2DOF garantem erro nulo em regime permanente, característica que não é garantida no controle a EV com camada limite. Além disto é importante mencionar, que na simulação e na implementação o projeto do controlador à Estrutura Variável é muito mais simples pelo fato de ser uma estratégia não-linear que não precisa de transformação ou da simplificação do modelo não-linear e acoplado do robô.

Capítulo 5

Controle Híbrido de Robôs Rígidos

Neste capítulo é estudado o controle híbrido, empregando a modelagem de De Luca e Manes desenvolvida no capítulo 2. É considerado o caso particular no qual a componente dinâmica do meio s_D é nula, ou seja, somente restrições geométricas são consideradas. São determinadas as equações de estado para a análise e síntese dos controladores e é definida uma tarefa.

O projeto dos controladores é feito, considerando nulo o valor das incertezas no efetuador final. Em seguida, a robustez do controlador é analisada, considerando variações nos parâmetros do modelo dinâmico. As estratégias clássicas Integral (I) e Proporcional-Derivativo (PD) assim como as estratégias avançadas EV e 2DOF são estudadas e posteriormente aplicadas sobre o modelo de De Luca e Manes para um robô interagindo com meio cinemático.

Para a definição das tarefas e a simulação, são consideradas as duas primeiras juntas do robô SCARA.

5.1 Descrição das Equações de Estado

Definidas as equações cinemáticas do robô (2.1), (2.6) e do meio (2.7), (2.12), (2.14), assim como o conjunto de equações (2.39),(2.40), (2.41), (2.42), (2.43), (2.44) e (2.45) para o controle, adotou-se o valor nulo para a componente dinâmica s_D em todas as equações, obtendo dessa forma a modelagem para a interação com ambientes descritos por restrições geométricas. Com esta consideração e com as equações dinâmicas (2.32), (2.35), (2.36), define-se o seguinte sistema de equações de estado do robô submetido a restrições cinemáticas [18, 3, 4].

Igualando as equações (2.6) e (2.12) e derivando-as, obtém-se:

$$\Upsilon_k(s_k)\ddot{s}_k + \dot{\Upsilon}_k(s_k, \dot{s}_k)\dot{s}_k = J(q)\ddot{q} + \dot{J}(q, \dot{q})\dot{q}$$
(5.1)

Resolvendo a equação (2.35) para \ddot{q} e substituindo seu valor na equação (5.1), é obtido:

$$\Upsilon_k \ddot{s}_k + \dot{\Upsilon}_k \dot{s}_k = JM^{-1} - \tau - JM^{-1}J^T F - JM^{-1}n + \dot{J}\dot{q}$$
(5.2)

Pode-se também somar o termo correspondente ás perturbações externas τ_d na equação (2.35) e obter-se:

$$n = C(q, \dot{q})\dot{q} + F(\dot{q}) + g(q) + \tau_d$$
(5.3)

$$m(q, \dot{q}, s_k, \dot{s}_k) = -\dot{\Upsilon}_k \dot{s}_k + \dot{J}\dot{q} - JM^{-1}n$$
(5.4)

$$Q(q, s_k) = \begin{bmatrix} JM^{-1}J^T Y_r & \Upsilon_k \end{bmatrix}$$
(5.5)

onde Q é uma matriz quadrada de dimensão $n \times n$. Determina-se então o seguinte sistema de equações de estado:

$$\begin{bmatrix} \lambda_r \\ \ddot{s}_k \end{bmatrix} = Q^{-1}(m + JM^{-1}\tau)$$
(5.6)

igualando

$$Q^{-1} = \hat{Q} = \begin{bmatrix} \hat{Q}_{sup} \\ \hat{Q}_{inf} \end{bmatrix}$$
(5.7)

Para a modelagem, utilizamos as seguintes simplificações na equação (5.6):

- a variável \ddot{s}_k é igualada a zero e é substituida a variável λ_r na equação (2.14), para que F seja determinado;
- da mesma forma, a variável λ_r é igualada a zero, e a variável \ddot{s}_K é substituida na equação (2.14); pode-se, então encontrar outra expressão para F.

Feitas as simplificações, o seguinte sistema em variáveis de estado para a síntese dos

14. N

controladores é obtido [18, 3, 4]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{1} \\ \dot{x}_{2} \\ \dot{x}_{3} \\ \dot{x}_{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1} \\ x_{2} \\ x_{3} \\ x_{4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \\ 0 \\ cJ^{T}M^{-1} \end{bmatrix} [\tau] + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}(J^{T}F - n) \\ 0 \\ \hat{Q}_{inf}m \end{bmatrix}$$
(5.8)

onde $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [q \ \dot{q} \ s_k \ \dot{s}_k].$

5.2 Estratégias de Controle

Uma expressão para a lei de controle pode ser obtida, reescrevendo a equação (5.6) da seguinte forma:

$$Q(q, s_k) \begin{bmatrix} \lambda_r \\ \ddot{s}_k \end{bmatrix} = m(q, \dot{q}, s_k, \dot{s}_k) + J(q)M^{-1}\tau$$
(5.9)

onde se observa que a equação facilita a obtenção de leis de controle híbridas para força e posição em função das variáveis λ_r e \ddot{s}_k . O diagrama correspondente a esta modelagem de controle é ilustrado na figura 5.1, cuja principal característica, em relação ao controle híbrido clássico publicado por Raibert e Craig [50], é a ausência das matrizes de seleção:



Figura 5.1: Controle Hibrido - Modelagem de De Luca e Manes

A tarefa a ser definida pode ser especificada por $[\lambda_{r,ref} \quad \ddot{s}_{k,ref}]$, tal que os torques

de entrada que atenderão a esta especificação, são obtidos diretamente de (5.9), como:

$$\tau_d = (JM^{-1})^* \left(\begin{array}{c} Q \begin{bmatrix} \lambda_{r,ref} \\ \vdots_{k,ref} \end{array} \right] - m \right)$$
(5.10)

onde $(JM^{-1})^*$ é qualquer inversa generalizada à direita de (JM^{-1}) , que pode ser, por exemplo, MJ^{**} , sendo J^{**} a pseudo-inversa de J. Com o controle dado pela equação (5.10), obtém-se o seguinte sistema em malha fechada:

$$\begin{bmatrix} \lambda_r \\ \ddot{s}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{r,ref} \\ \ddot{s}_{k,ref} \end{bmatrix} = u^*$$
(5.11)

Evidentemente, a lei de controle (5.10), obtida da dinâmica inversa, cancela completamente as não-linearidades quando os parâmetros do modelo dinâmico são totalmente conhecidos. Quando este modelo dinâmico apresenta incertezas, necessita-se de estratégias mais robustas para compensá-las. Por isso deve-se utilizar, conjuntamente com a dinâmica inversa, leis de controle robustas. A exemplo do que foi feito no caso de controle de posição, vamos a utilizar o controle a EV e o controle 2DOF.

Além das leis de controle robusto, para propositos de comparação, vamos utilizar os controladores clássicos $I \in PD$.

5.2.1 Controle Integral (I) e Proporcional Derivativo (PD)

Em função dos valores desejados dos parâmetros de controle $\lambda_{r,d}$, $\ddot{s}_{k,d}$, $\dot{s}_{k,d}$, $s_{k,d}$, $s_{k,d}$, assim como dos valores reais λ_r , \ddot{s}_k , \dot{s}_k , s_k , os controladores clássicos Integral (I) para força e Proporcional-Derivativo (PD) para posição podem ser definidos para os valores de $\lambda_{r,ref}$ e $\ddot{s}_{k,ref}$ da equação de malha fechada (5.11), como:

$$\lambda_{r,ref} = \lambda_{r,d} - K_i \int_0^t \tilde{\lambda}_r dt \tag{5.12}$$

$$\ddot{s}_{k,ref} = \ddot{s}_{k,d} - K_v \ \dot{\tilde{s}}_k - K_p \ \tilde{s}_k \tag{5.13}$$

onde λ_r , \tilde{s}_k , \tilde{s}_k são os erros de força, posição e velocidade, e K_i , K_p , K_v são os ganhos integral, proporcional e derivativo [4].

5.2.2 Controle a Estrutura Variável

Observando os termos da equação (3.2), que representa sistemas não-lineares, e a equação (5.9), que representa a interação do robô e do meio, as seguintes equivalências são evidenciadas:

$$\begin{aligned}
x(t) &= \begin{bmatrix} \int_0^t \lambda_r \, dt \\ \dot{s}_k \end{bmatrix} \quad \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \lambda_r \\ \ddot{s}_k \end{bmatrix} \\
f(x,t) &= Q^{-1}m \quad B(x,t) = Q^{-1}JM^{-1}
\end{aligned} \tag{5.14}$$

Podem-se definir, então, as seguintes superfícies de deslizamento para a força e para a posição:

$$\sigma(x,t) = \begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_0^t (\lambda_r - \lambda_{r,d}) \, dt \\ (\dot{s}_k - \dot{s}_{k,d}) + c_k (s_k - s_{k,d}) \end{bmatrix}$$
(5.15)

juntamente com suas derivadas em função do tempo e do estado, sabendo que $(\frac{\partial\sigma}{\partial x}=I)$:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \begin{bmatrix} -\lambda_{r,d} \\ -\ddot{s}_{k,d} + c_k(\dot{s}_k - \dot{s}_{k,d}) \end{bmatrix}$$
(5.16)

Feitas estas considerações, a lei de controle (5.10) adquíere a seguinte forma:

$$\tau_d = -MJ^{-1} \left(Qu^* + m \right)$$
(5.17)

onde

$$u^* = \left(\begin{array}{c} \frac{\partial\sigma}{\partial t} + K \ sign(\sigma) + H \ \sigma\end{array}\right)$$
(5.18)

Os dois últimos termos do lado direito da equação (5.18) correspondem à condição de alcance dada no capitulo 3 com valores de K > 0 e H > 0; o primeiro termo corresponde à metodologia de controle junto com a condição apresentada em [27, 3, 4].

5.2.3 Controle 2DOF

Aplicando a transformada de Laplace na equação de malha fechada (5.11), obtémse:

$$\begin{bmatrix} \lambda_r(s) \\ s_k(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1^*(s) \\ \frac{1}{s^2}u_2^*(s) \end{bmatrix}$$
(5.19)

Nestas duas transformadas de Laplace, é aplicado o algoritmo LQR do capítulo 3 para a determinação dos controladores 2DOF, tanto para força quanto a posição.

5.3 Definição de Tarefas

• A tarefa a ser executada pelo robô SCARA consiste em que o efetuador final do robô seja movimentado num arco de circunferência; para isso e para propósitos de simulação, são consideradas simplemente as duas primeiras juntas. Desta maneira, pode-se considerar como sendo um robô planar conforme ilustrado na figura 5.2:



Figura 5.2: Tarefa numa Semicircunferência

Em função das coordenadas cartesianas, a posição e a velocidade no efetuador final, desconsiderando-se as incertezas do modelo, são:

$$r = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_o \pm r \sin(s_K) \\ y_o \pm r \cos(s_K) \end{bmatrix} = \Gamma(s_K)$$
(5.20)

$$v = r(\dot{s}_K)^2 \begin{bmatrix} r \cos(s_K) \\ r \sin(s_K) \end{bmatrix} = r(\dot{s}_K^2) \Upsilon_K$$
(5.21)

onde a derivada do vetor Υ_K também é definida.

A força de reação, definida pela equação (2.14) para restrições cinemáticas, pode ser parametrizada como $F_r = Y_r \lambda_r$, onde a matriz Y_r deve ser arbitrada, satisfazendo a condição de ortogonalidade, isto é, $\Upsilon_k^T Y_r = 0$, de forma que:

$$\left[r \cos(s_K) \ r \sin(s_K) \right] \left[\begin{array}{c} Y_{r_{11}} \\ Y_{r_{21}} \end{array} \right] = 0$$
(5.22)

Para que a igualdade (5.22) seja cumprida, o valor de Y_r deve ser igual a $[sin(s_K) - cos(s_K)]^T$, pelo que a força de reação é finalmente expressa como:

$$F_r = Y_r \lambda_r = \begin{bmatrix} \sin(s_K) \\ -\cos(s_K) \end{bmatrix} \lambda_r$$
(5.23)

5.4 Resultados das Simulações

As simulações efetuadas correspondem à tarefa descrita na seção anterior; as equações dinâmicas do robô, assim como o jacobiano geométrico, correspondem às duas primeiras juntas do manipulador SCARA estão no apêndice A. A incerteza ξ do efetuador final e as perturbações externas τ_d são consideradas nulas.

Os valores dos parâmetros do robô SCARA, correspondentes às duas primeiras juntas, são apresentados na tabela A.1 do apêndice A:

Além disso, as seguintes considerações são feitas:

- Na tarefa ilustrada na figura 5.2, o efetuador final se move ao longo de um arco de circunferência. A posição e a força desejadas seguem trajetórias modeladas por polinômios de quinta ordem. O valor da força é incrementado de 0 a 5 N. Estas trajetórias são ilustradas na figura 5.3.
- As simulações são feitas para o modelo nominal bem como para o modelo com incertezas, de forma que \hat{M} , $\hat{G} \in \hat{C}$ são os termos do modelo dinâmico que contém



Figura 5.3: Trajetórias Desejadas de Posição e Força

as incertezas, que são definidas como:

$$\hat{M} = 0.5(M_H + M_L)
\hat{G} = 0.5(G_H + G_L)$$

$$\hat{C} = 0.5(C_H + C_L)$$
(5.24)

onde H e L referem-se, respectivamente, aos valores absolutos máximo e mínimo das componentes do modelo dinâmico.

 A simulação das três estratégias de controle é feita para modelo dinâmico nominal e com incertezas, e aplicada sobre o modelo robô-meio de De Luca e Manes representado pelo sistema de equações de estado (5.8).

5.4.1 Controles Proporcional-Derivativo (PD) e Integral (I)

Os ganhos correspondentes ao controle PD e I das leis de controle (5.13) são:

$$K_p = 100$$

$$K_v = 10$$

$$K_i = 10$$
(5.25)

Os resultados obtidos para o caso nominal são ilustrados na figuras 5.4, e para o modelo com incertezas na figura 5.5:



Figura 5.4: Controle PD e I - Torques e Erros (Modelo Nominal)

Pode-se observar nas figuras 5.4 e 5.5, correspondentes ao torque de controle de posição e força para os modelos nominal e com incertezas, que, na presença de incertezas, a magnitude do esforço de controle de força é maior, que no caso nominal, não acontecendo o mesmo com a posição cuja magnitude não varia.

A magnitude do erro de posição para o modelo nominal e com incertezas é praticamente a mesma; no caso do erro de força para os dois modelos ilustrados nas figuras 5.4 e 5.5, pode-se verificar que no modelo com incertezas a magnitude do erro aumenta, mas a proporção do aumento não é significativa.

Destes resultados obtidos pode ver-se a aplicabilidade do controle integral em força, assim como é visto que o erro de seguimento da trajetória de força é muito pequeno.



Figura 5.5: Controle PD e I - Torques e Erros (Modelo com Incertezas)

5.4.2 Projeto de Controle a Estrutura Variável

Os parâmetros das superfíces da equação (5.15) e da lei de controle (5.18) são dados por:

$$k_{d,1} = 55$$
 $k_{d,2} = 50$ $h_{d,1} = 10$ $h_{d,2} = 10$ $c_k = 10$ (5.26)

As camadas limite para eliminar o *chattering* no controle de posição e força são $[\epsilon_r \ \epsilon_K]^T = [0.12 \ 0.01]$ respectivamente. Os resultados de simulação para o modelo nominal são mostrados na figura 5.6, e para o modelo com incertezas na figura 5.7:



Figura 5.6: Controle a EV - Torques e Erros (Modelo Nominal)

No controle a EV, também pode-se observar nas figuras 5.6 e 5.7, correspondentes aos torques de controle de força e posição, que a magnitude é igual às estratégias clássicas; também o esforço de controle de força é maior para o modelo com incertezas.

Nas correspondentes ao erro de posição, pode-se observar que a magnitude deste é



Figura 5.7: Controle a EV - Torques e Erros (Modelo com Incertezas)

nula, como no caso do PD, quando as mesmas incertezas são consideradas.

As figuras que ilustram o erro de força, pode-se observar que os erros são nulos.

5.4.3 Projeto de Controle 2DOF

Os controladores 2DOF foram projetados, considerando a lei de controle (5.19), de acordo com o algoritmo LQR.

Os valores dos fatores de ponderação empregados são apresentados na tabela 5.1:

$\frac{Controle}{Fatores}$	força	posição	
ρ	10^{4}	1011	
σ	0.0	104	

Tabela 5.1: Fatores de Ponderação

Com estes fatores de ponderação são obtidos os coeficientes apresentados na tabela 5.2 para os controladores 2DOF, empregando o modelo de De Luca e Manes para força e posição.

posição	$ \begin{aligned} h_1 &= 0.02140 E6s^2 + 1.14140 E6s + 7.01110 E6 \\ q_1 &= 0.02140 E6s^2 + 1.15140 E6s + 7.01110 E6 \\ k_1 &= s^2 + 207.07110s \end{aligned} $
força	$h_2 = 100$ $q_2 = 100$ $k_2 = s$

Tabela 5.2: Polinômios do Controlador 2DOF para Posição e Força

Os resultados para o modelo nominal são ilustrados na figura 5.8 e para o modelo com incertezas na figura 5.9.

Pode-se observar, nas figuras 5.8 e 5.9, que a magnitude do esforço de controle de posição é igual às outras duas estrategias, mas para a força a magnitude é maior, e aumenta mais ainda com a presença de incertezas no modelo.

Das figuras correspondentes aos erros de posição pode-se concluir que a magnitude do erro é maior que nas outras duas estratégias.

As figuras que ilustram o erro de força, pode-se observar que a magnitude é muito maior que as outras duas, isso principalmente pelo fato de ter uma função de transferência unitaria na modelagem. a da ser a ser Ser a ser



Figura 5.8: Controle 2DOF - Torques e Erros (Modelo Nominal)

5.5 Conclusões

Neste capítulo, foram aplicados controles clássicos: controle PD e I, e controles avançados: controle a Estrutura Variável e 2DOF para o controle de força e posição de manipuladores, utilizando o modelo de De Luca e Manes para restrições cinemáticas.

Foi evidenciado o melhor desempenho do controle a Estrutura Variável em posição, e um desempenho muito similar em força junto com o controle Integral. O desempenho do controle a Estrutura Variável foi melhor na presença de incertezas paramétricas.

Em relação ao controle 2DOF, este apresenta pior desempenho no caso que estamos analisando para o erro em regime transitório. Entretanto, em regime permanente, o erro apresentado é nulo.





Capítulo 6

. . .

Conclusões e Perspectivas

6.1 Conclusões

Foi visto que o robô manipulador está submetido a restrições tanto cinemáticas quanto dinâmicas, na execução de diferentes tipos de tarefas. Por isso, um primeiro objetivo deste trabalho foi o estudo da modelagem de De Luca e Manes [18], que inclui ambos os tipos de restrições, além de permitir a obtenção de expressões para leis híbridas ou de força e posição isoladamente.

Outro objetivo foi o estudo dos desempenhos de controladores avançados, como o controle a Estrutura Variável, o controle na estrutura de Dois Graus de Liberdade empregando esta nova modelagem.

Com estes objetivos, no capítulo 2, foi tratada a modelagem de De Luca e Manes para o problema de interação entre o robô e o meio. Este modelo facilita a definição das tarefas de controle de força e, no caso de não existir a interação, o modelo descreve a movimentação do robô sem restrições, ou seja, na forma de um problema de controle de posição.

No capítulo 3, foram estudados os controladores avançados a Estrutura Variável e na estrutura de Dois Graus de Liberdade com suas características de robustez frente a incertezas e perturbações externas, assim como suas condições de estabilidade.

A partir da modelagem de De Luca e Manes, no capítulo 4, foi estudado o controle de posição, empregando as técnicas vistas de modo a poder-se concluir:

• No controle a Estrutura Variável, a definição das superfícies de controle assim

como das leis de controle chaveadas é feita diretamente em cima do modelo nãolinear e acoplado do robô. Por outro lado, na estratégia 2DOF, precisa-se de um modelo linear do robô. Foram obtidos dois modelos lineares: o primeiro foi obtido, considerando algumas hipéteses e aproximações no modelo não linear do robô; e o segundo foi obtido, eliminando as não-linearidades através do controle Baseado na Dinâmica Inversa.

- O projeto dos controladores 2DOF foi feito, utilizando os dois modelos lineares obtidos; os coeficientes dos polinômios foram obtidos, empregando o algoritmo LQR [72]. Estes dois controladores 2DOF e INV+2DOF, juntamente com o controle a Estrutura Variável, foram aplicados sobre o modelo não-linear e acoplado do robô SCARA de quatro juntas.
- Foi visto, através de simulações e da implementação prática no robô SCARA, que as três estratégias implementadas apresentam desempenhos similares frente às incertezas. O comportamento é diferente na presença de perturbações externas, isso porque o controle 2DOF e o controle INV+2DOF garantem erro nulo em regime permanente, característica que não está presente no controle a Estrutura Variável, principalmente pelo uso da camada limite e das dinâmicas não modeladas [27].

No caso de controle de força foram consideradas restrições de tipo cinemáticas (geométricas) [3, 4], do qual as seguintes conclusões são tiradas:

- Alem das técnicas avançadas também foram empregadas técnicas clássicas, como o controle PD e o controle I para propósitos de comparação.
- Foi definida uma tarefa para sua execução e um sistema de equações de estado que representa a interação do robô com o meio na modelagem de De Luca e Manes.
- O projeto dos controladores foi feito, eliminando as não-linearidades do sistema para posteriormente serem aplicados sobre as equações de estado determinadas.
- Das simulações feitas, ficou evidente que o melhor desempenho no controle de posição corresponde ao controle a Estrutura Variável ainda com a presença de

incertezas, mas não garante erro nulo en regime permanente, característica que novamente foi verificada no controle 2DOF.

• No controle de força as estratégias a Estrutura Variável e integral apresentaram desempenhos similares. Estas características não se repetem com o controle 2DOF porque tanto a magnitude dos erros de posição como de força são maiores do que as magnitudes das outras duas; além disso, o erro de força é maior, isso devido a que a transformada de Laplace obtida é unitaria na equação de malha fechada, o que mostra que estratégias mais simples apresentam um melhor desempenho. O erro em regime permanente novamente foi nulo.

6.2 Perspectivas

As seguintes perspectivas de trabalhos futuros podem ser sinalizadas:

- a pesquisa pode ser aprofundada, com a implementação no robô SCARA do controle híbrido com a modelagem de De Luca e Manes para o controle de força junto com a análise de erro que não foi considerado neste trabalho;
- a inclusão da componente dinâmica permitiria considerar tarefas mais complexas e abriria novas possibilidades para testes e análises de controle força-posição;
- o projeto do controlador 2DOF também pode ser aprofundado, considerando outras técnicas de projeto;
- uma extensão à análise dos controladores robustos para considerar incertezas no meio e no planejamento das tarefas;
- finalmente pode ser feito o estudo de estratégias adaptativas e inteligentes para considerar o problema do controle de força para tarefas com restrições cinemáticas e dinâmicas para o sistema sujeito a incertezas no manipulador e no meio.



Apêndice A

Robô SCARA de 4 Juntas

A.1 Descrição geral do robô

A figura A.1 apresenta o robô manipulador SCARA¹ de quatro juntas do Laboratorio de Robótica da Universidade Federal de Santa Catarina.



Figura A.1: Robô SCARA de 4 juntas

Pode-se observar que as duas primeiras juntas são de rotação girando em torno de eixos verticais sobre um plano horizontal. A terceira junta é de translação e realiza

¹Selective Compliant Articulated Robot for Assembly

. .

movimentos verticais. A última junta, realiza movimentos de rotação sobre o eixo vertical da terceira junta, e é acoplada a esta. Sua arquitectura aberta, permite a implementação de algoritmos de controle de posição e força em linguagem XOberon [29, 73].

O análise do sistema de coordenadas, assim como a modelagem cinemática baseada em [53, 29, 73], para este tipo de manipuladores pode ser encontrada em [67], para a representação da posição e orientação do efetuador final com respeito ao sistema de coordenadas da base do robô.

A.2 Modelagem dinâmica

A equação dinâmica deste manipulador:

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q}) + G(q) + \tau_d = \tau \tag{A.1}$$

Definindo para cada uma das componentes da equação dinâmica:

$$aux_{1} = I_{1} + I_{2} + I_{a} + (m_{2} + m_{a})l_{1}^{2} + m_{2}l_{c_{2}}^{2} + m_{a}l_{2}^{2} + m_{1}l_{c_{1}}^{2}$$

$$aux_{2} = m_{2}l_{1}l_{c_{2}} + m_{a}l_{2}l_{1}$$

$$aux_{3} = I_{2} + I_{a} + m_{2}l_{c_{2}}^{2} + m_{a}l_{2}^{2}$$

$$m_{a} = m_{3} + m_{4} + m_{c}$$

$$I_{a} = I_{3} + I_{4} + I_{c}$$
(A.2)

onde l_1 e l_2 representam os comprimentos dos elos 1 e 2, m_i (i = 1..4) a massa de cada elo, l_{c_1} e l_{c_2} as distâncias do centro de gravidade dos elos 1 e 2, I_i (i = 1..4) a inércia de cada elo. Com uma carga $m_c = \xi$, $I_c = 0.1\xi \ \xi \in [0,1]$ no efetuador final tal que ξ corresponde a uma incerteza do tipo [39].

A matriz de inercia da equação dinâmica é dada então pelas seguintes componentes

[53, 29, 73]:

$$M = \begin{bmatrix} aux_1 + 2 \ aux_2 \cos(q_2) & aux_3 + aux_2 \cos(q_2) & 0 & I_4 \\ aux_3 + aux_2 \cos(q_2) & aux_3 & 0 & I_4 \\ 0 & 0 & m_a & 0 \\ I_4 & I_4 & 0 & I_4 \end{bmatrix} \ddot{q}_i$$
(A.3)

A matriz de força Centripeta e coriolis:

$$C = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(A.4)

As componentes do vetor de coriolis e gravidade são dados por:

$$c_{1}(q, \dot{q}) = 2 \ aux_{2} \ \sin(q_{2}) \ \dot{q_{1}} \ \dot{q_{2}} + aux_{2} \ \sin(q_{2}) \ \dot{q_{2}}^{2}$$

$$c_{2}(q, \dot{q}) = aux_{2} \ \dot{q_{1}}^{2} \ \sin(q_{2})$$

$$g_{3} = m_{a}g$$
(A.5)

e a matriz de gravidade por:

$$G = \begin{bmatrix} 0\\0\\g_3\\0 \end{bmatrix}$$
(A.6)

Na equação dinâmica $\tau = \tau_i$ e $\tau_d = \tau_{d_i}$ com (i = 1..4), correpondem a os torques aplicados aos motores para controlar a posição das juntas e o vetor de perturbações externas.

Neste modelo pode-se observar que as duas primeras juntas correspondem a um robô manipulador de dois graus de liberdade simplesmente. Sil

A.3 Valores dos parâmetros

Elo	inércia	massa	comprimento	centro de massa
	$I_i (Kgm^2)$	$m_i~(Kg)$	$l_i(m)$	$l_{c_i}(m)$
1	0,23	11,4	0,25	0,118
2	0,16	19,5	0,25 -	0,116
3	0,1	2	<u> </u>	-
4	0,1	$1,\!5$	0	0

Na tabela A.1 são apresentados os valores dos parâmetros do robô.

Tabela A.1: Parâmetros do robô SCARA

Estes dados foram obtidos de [67] e correspondem a um grupo dos dados proporcionados pelo fabricante. Outros, no entanto, foram determinados a partir de experimentos ou foram estimados. Os valores que possuem mais incertezas são os valores das inércias e das massas.

Um aprofundamento da parte mecânica e de programação deste robô pode ser encontrada em [29, 73].

Finalmente, é importante também mencionar, que neste modelo não são considerados os termos corresondentes ao atrito, como é feito em [39].

Apêndice B

Controladores 2DOF Digitais

Os controladores projetados no capítulo 4 para o controle de posição do robô SCA-RA são analógicos e para implementá-los no sistema controlado por computador é necessário encontrar seu equivalente digital, além do equivalente analógico do controlador ilustrado na figura 3.5.

Por isso ilustra-se na figura B.1 o equivalente à estrutura tradicional 2DOF da figura 3.5. Nesta nova estrutura o controlador está formado por dois blocos com funções de transferência próprias motivo pelo qual foi utilizado para fazer as simulações e a implementação prática. A figura B.2 apresenta o equivalente digital deste controlador onde as funções de transferência analógicas foram transformadas em digitais usando a aproximação trapezoidal descrita em [10, 67].

Assim, por exemplo, seja a $FT\,\frac{h(s)}{k(s)}$ de ordem 2 do controlador 2DOF analógico da figura B.1

$$\frac{h(s)}{k(s)} = \frac{h_1 s^2 + h_2 s + h_3}{k_1 s^2 + k_2 s + k_3} \tag{B.1}$$

Usando a aproximação trapezoidal obtém-se a FT em z

$$\frac{h(z)}{k(z)} = \underbrace{\overbrace{(4h_1 + 2Th_2 + T^2h_3)}^{h_{1d}} + \overbrace{(-8h_1 + 2T^2h_3)}^{h_{2d}} z^{-1} + \overbrace{(4h_1 - 2Th_2 + T^2h_3)}^{h_{3d}} z^{-2}}_{(4k_1 + 2Tk_2 + T^2k_3) + (-8k_1 + 2T^2k_3)z^{-1} + (4k_1 - 2Tk_2 + T^2k_3)z^{-2}}$$
(B.2)

O mesmo pode ser feito para a $FT \frac{q(s)}{k(s)}$.

O sinal de controle u(k) pode ser obtido usando equações a diferenças. Da figura B.2 têm-se as seguintes relações r(k)q(z) = w(k)k(z), y(k)h(z) = x(k)k(z) e u(k) =



Figura B:1: Controlador 2DOF analogico (equivalente)



Figura B.2: Controlador 2DOF digital

w(k) - x(k). Usando B.2 estas relações ficam determinadas por

$$w(k) = \frac{1}{k_{1d}} [q_{1d}r(k) + q_{2d}r(k-1) + q_{3d}r(k-2) - k_{2d}w(k-1) - k_{3d}w(k-2)]$$

$$x(k) = \frac{1}{k_{1d}} [h_{1d}y(k) + h_{2d}y(k-1) + h_{3d}y(k-2) - k_{2d}x(k-1) - k_{3d}x(k-2)]$$

$$u(k) = w(k) - x(k)$$
(B.3)

Como os controladores das tabelas 4.6, 4.7 projetados para controlar o robô SCARA são de ordem 2, então pode-se encontrar seu equivalente digital usando as relações (B.2) e (B.3).



Apêndice C

Programas

Todos os programas de supervisão e controle do robô SCARA são feitos na linguagem de programação em tempo real *XOberon*. Estes programas estão divididos em módulos nos quais são definidos variáveis e procedimentos.

Este apêndice é destinado a apresentar os principais procedimentos do módulo que permite implementar os diferentes algoritmos de controle de posição (EV, 2DOF e INV+2DOF) para controlar as juntas 1, 2, 3 e 4 do robô SCARA.

Maiores informações técnicas sobre a linguagem de programação em tempo real *XOberon* pode ser encontrada em [73].

C.1 Módulo StateCtrl.Mod

Neste módulo são implementados e modificados os diferentes algoritmos de controle. Nos procedimentos *Init2DOF* e *InitTCOMP* são inicializados os ganhos digitales dos controladores 2DOF e INV+2DOF respectivamente. No procedimento *Algo2DOF* é implementado o algoritmo do controlador 2DOF. No *AlgoTCOMP* é implementado o controlador INV+2DOF.

Estes dois procedimentos junto com o controle a Estrutura Variável Algo, são chamados desde o procedimento *Controller* do módulo *Main3.Mod* da mesma forma que em [67]. C. Programas

```
PROCEDURE Init2DOF*(q : GD.Vector4; force0, force1, force2, force3 : REAL ):
BOOLEAN;
VAR
j : LONGINT;
BEGIN
XOK.NotInterruptible;
FOR j := 0 TO 3 DO
    r1[j] := q[0]; r2[j] := q[1]; r3[j] := q[2]; r4[j] := q[3];
    y1[j] := q[0]; y2[j] := q[1]; y3[j] :=q[2] ; y4[j]:=q[3];
    x1[j] := 0.0; x2[j] := 0.0; x3[j] := 0.0; x4[j] := 0.0;
    w1[j] := 0.0; w2[j] := 0.0; w3[j] := 0.0; w4[j] := 0.0;
END;
(*Ganhos da junta 1*)
h1[0]:= 0.65720118635667E5; h1[1]:= -1.29964560679951E5;
h1[2]:= 0.64248787880901E5; h1[3]:= 0.000
q1[0]:= 0.65724533124880E5; q1[1]:= -1.29956560679951E5;
q1[2]:= 0.64236373391688E5; q1[3]:= 0.000
k1[0]:= 4.17529858270156; k1[1]:= -8.0;
k1[2]:= 3.82470141729844
                           k1[3]:=0.000
h10 := h1[0] ; h11 := h1[1]; k12:=k1[2]; k13:=k1[3];
```

```
(*Ganhos da junta 2*)
h2[0]:= 3.95664784674819E4; h2[1]:= -7.75880449076441E4;
h2[2]:= 3.80313188138512E4; h3[3]:= 0.000
q2[0]:= 3.95768977186142E4; q2[1]:= -7.75800449076441E4;
q2[2]:= 3.80128995627189E4; q2[3]:= 0.000
k2[0]:= 4.30411327650643; k2[1]:= -8.0;
k2[2]:= 3.69588672349357; k2[3]:= 0.000
h20 := h2[0] ; h21 := h2[1]; k22:=k2[2]; k23:=k2[3];
(*Ganhos da junta 3*)
h3[0] := 2.76882935176546E5; h3[1] :=-5.40267764706470E5;
h3[2] := 2.63425226214525E5; h3[3] :=0.00;
q3[0] := 2.76906000715813E5; q3[1] := -5.40267764706470E5;
q3[2] := 2.63394160675259E5; q3[3] := 0.0;
k3[0] := 4.39294883476819; k3[1] := -8.0;
k3[2] := 3.60705116523181; k3[3] := 0.0;
h30:=h3[0]; h31:=h3[1]; k32:=k3[2]; k33:=k3[3];
```

```
(*Ganhos da junta 4*)
h4[0] := 2.06933817686823E4 ; h4[1] :=-3.97081712084501E4;
h4[2] := 1.90430737110153E4; h4[3] := 0.00000;
q4[0] := 2.07186930326752E4; q4[1] := -3.97001712084501E4;
q4[2] := 1.90097624470224E4; q4[3] := 0.0E4;
k4[0] := 4.63184106659882; k4[1] := -8.000000;
k4[2] := 3.36815893340118; k4[3] := 0.0;
h40 :=h4[0]; h41:=h4[1]; k42:=k4[2] ; k43:=k4[3];
FOR j := 0 TO 1 DO
    forceOfiltrado[j] := force0;
    force1filtrado[j] := force1;
    force2filtrado[j] := force2;
    force3filtrado[j] := force3;
END;
XOK.Interruptible;
RETURN TRUE;
END Init2DOF;
```

C. Programas

```
PROCEDURE InitTCOMP*(q:GD.Vector4; force0, force1, force2, force3: REAL):
BOOLEAN;
  VAR
 j : LONGINT;
BEGIN
XOK.NotInterruptible;
FOR j := 0 TO 3 DO
    r1[j] := q[0];
                    r2[j] := q[1]; r3[j]:=q[2] ; r4 [j]:=q[3];
    y1[j] := q[0]; y2[j] := q[1]; y3[j]:=q[2]; y4[j]:=q[3];
    x1[j] := 0.0; x2[j] := 0.0; x3[j] := 0.0; x4[j] := 0.0;
    w1[j] := 0.0; w2[j] := 0.0; w3[j] := 0.0; w4[j] := 0.0;
END;
(* Ganhos da junta 1*)
h1[0] := 4.17526561624985E4; h1[1] := -8.19688890738414E4;
h1[2] := 4.02251771832529E4; h1[3] := 0.000000;
q1[0] := 4.17622678617440E4; q1[1] := -8.19608890738414E4;
q1[2] := 4.02075654840074E4; q1[3] := 0.0;
\label{eq:k1[0]:= 4.28665896324692 ; k1[1] := -8.00000000;
k1[2] := 3.71334103675308;
                              k1[3] := 0.0;
h10 := h1[0] ; h11 := h1[1]; k12 :=k1[2]; k13:=k1[3];
```

C. Programas

·***

```
(****Ganhos da junta 2****)
h2[0] := 4.17526561624985E4; h2[1] := -8.19688890738414E4;
h2[2] := 4.02251771832529E4; h2[3] := 0.0000000;
q2[0] := 4.17622678617440E4; q2[1] := -8.19608890738414E4;
q2[2] := 4.02075654840074E4; q2[3] := 0.0;
k2[0] := 4.28665896324692;
                             k2[1] := -8.00000;
                            k2[3] := 0.0;
k2[2] := 3.71334103675308;
h20 := h2[0] ; h21 := h2[1]; k22:=k2[2]; k23:=k2[3];
(*Ganhos da junta 3*)
h3[0] := 1.87614183878690E5; h3[1] := -3.61271082094450E5;
h3[2] := 1.73746340934860E5; h3[3] := 0.00000000000000;
      q3[0] := 1.87639525721907E5; q3[1] := -3.61263082094450E5;
q3[2] := 1.73712999091644E5; q3[3] := 0.0000000;
k3[0] := 4.60126184267256; k3[1]:= -8.000;
k3[2] := 3.39873815732744; k3[3] := 0.0000;
h30 :=h3[0]; h31:=h3[1]; k32 :=k3[2] ; k33:=k3[3];
```

ay har a second

. . .

```
(*Ganhos da junta 4*)
h4[0] := 4.17526561624985E4 ; h4[1] := -8.19688890738414E4;
h4[2] := 4.02251771832529E4; h4[3] := 0.0;
q4[0] := 4.17622678617440E4; q4[1] := -8.19608890738414E4;
q4[2] := 4.02075654840074E4; q4[3] := 0.0000000;
      57. <sup>1</sup>
k4[0] := 4.28665896324692; k4[1] := -8.000000000;
k4[2] := 3.71334103675308; k4[3] := 0.000;
h40 :=h4[0]; h41:=h4[1]; k42:=k4[2] ; k43:=k4[3];
FOR j := 0 TO 1 DO
     forceOfiltrado[j] := force0;
     force1filtrado[j] := force1;
     force2filtrado[j] := force2;
     force3filtrado[j] := force3;
END;
      XOK.Interruptible;
RETURN TRUE;
END InitTCOMP;
```

```
(*Algoritmo a Estrutura Variável com modos deslizantes*)
PROCEDURE (c: StateCtrl) Algo*( istpos, sollpos, istspeed, sollspeed:
REAL; i : LONGINT): REAL;
VAR
  p : StateCtrlPara;
  forceout,
   epsilon1, epsilon2, epsilon3, epsilon4,
   s1, s2, s3, s4,
  g1, g2, g3, g4,
   c1, c2, c3, c4 : REAL;
 BEGIN
(* Ganhos das superficies *)
c1:= 20.0; c2:=25.0; c3:= 10.0; c4:= 10.0;
(* Valores de Gravidade *)
g1:= 0 ; g2:= 0; g3:= 3.5; g4:=0;
(* Epsilon para Eliminar Chatering *)
epsilon1:= 0.5;
epsilon2:= 0.5;
epsilon3:= 0.5;
epsilon4:= 0.8;
IF i = 0 THEN
s1:= (c1 * (istpos - sollpos) ) + (istspeed - sollspeed);
    forceout:= g1 - 60 * MathMen.signum(epsilon1, s1);
        RETURN forceout
```
```
PROCEDURE (c : StateCtrl) Algo2DOF*(istpos, sollpos, istspeed, sollspeed :
REAL; i :LONGINT): REAL;
VAR
                                              p = StateCtrl.para;
forceout : REAL;
BEGIN
IF i = 0 THEN
               r1[3]:= r1[2]; r1[2]:= r1[1]; r1[1]:= r1[0]; r1[0]:= sollpos;
               y1[3]:= y1[2]; y1[2]:= y1[1]; y1[1]:= y1[0]; y1[0]:= istpos;
               w1[3]:= w1[2]; w1[2]:= w1[1]; w1[1]:= w1[0];
               x1[3]:= x1[2]; x1[2]:= x1[1]; x1[1]:= x1[0];
w1[0] := (q1[0]*r1[0] + q1[1]*r1[1] + q1[2]*r1[2] + q1[3]*r1[3] - k1[1]*w1[1] - (1-1)*w1[1] + q1[2]*r1[2] + q1[3]*r1[3] - (1-1)*w1[1] + (1-1
                                                                                                                                                                           k1[2]*w1[2] - k1[3]*w1[3] ) / k1[0];
 x1[0] := (h1[0]*y1[0] + h1[1]*y1[1] + h1[2]*y1[2] + h1[3]*y1[3] - k1[1]*x1[1] - h1[2]*y1[2] + h1[3]*y1[3] - h1[1]*x1[1] - h1[1
                                                                                                                                                                            k1[2]*x1[2] - k1[3]*x1[3] ) / k1[0];
               forceout := SHORT(w1[0] - x1[0]);
               RETURN forceout
ELSIF i=1 THEN
               r2[3]:= r2[2]; r2[2]:= r2[1]; r2[1]:= r2[0]; r2[0]:= sollpos;
               y2[3]:= y2[2]; y2[2]:= y2[1]; y2[1]:= y2[0]; y2[0]:= istpos;
               w2[3] := w2[2]; w2[2] := w2[1]; w2[1] := w2[0];
               x2[3] := x2[2]; x2[2] := x2[1]; x2[1] := x2[0];
 w2[0] := (q2[0] * r2[0] + q2[1] * r2[1] + q2[2] * r2[2] + q2[3] * r2[3] - k2[1] * w2[1] - k2[1] * w2[1] + q2[2] * r2[2] + q2[3] * r2[3] - k2[1] * w2[1] + q2[3] * r2[3] + q2[3] * r2[3] - k2[1] * w2[1] + q2[3] * r2[3] * r2
                                                                                                                                                           k2[2]*w2[2] - k2[3]*w2[3] ) / k2[0];
 x^{2}[0] := (h^{2}[0] * y^{2}[0] + h^{2}[1] * y^{2}[1] + h^{2}[2] * y^{2}[2] + h^{2}[3] * y^{2}[3] - k^{2}[1] * x^{2}[1] - k^{2}[1] * x^{2}[1] + h^{2}[2] * y^{2}[2] + h^{2}[3] * y^{2}[3] - k^{2}[1] * x^{2}[1] + h^{2}[3] * y^{2}[3] + h^{2}[3] + h^{2}[3] * y^{2}[3] + h^{2}[3] + h^{2}[3
                                                                                                                                                                            k2[2]*x2[2] - k2[3]*x2[3] ) / k2[0];
        forceout := SHORT(w2[0] - x2[0]);
        RETURN forceout
```

```
ELSIF i=2 THEN
             r3[3]:= r3[2]; r3[2]:= r3[1]; r3[1]:= r3[0]; r3[0]:= sollpos;
             y3[3]:= y3[2]; y3[2]:= y3[1]; y3[1]:= y3[0]; y3[0]:= istpos;
             w3[3]:= w3[2]; w3[2]:= w3[1]; w3[1]:= w3[0];
             x3[3]:= x3[2]; x3[2]:= x3[1]; x3[1]:= x3[0];
w_3[0] := (q_3[0] * r_3[0] + q_3[1] * r_3[1] + q_3[2] * r_3[2] + q_3[3] * r_3[3] - k_3[1] * w_3[1] - k_3[1] * w_3[1] + q_3[2] * r_3[2] + q_3[3] * r_3[3] - k_3[1] * w_3[1] - k_3[1] * w_3[1] + q_3[2] * r_3[2] + q_3[3] * r_3[3] - k_3[1] * w_3[1] + q_3[2] * r_3[2] + q_3[3] * r_3[3] - k_3[1] * w_3[1] + q_3[2] * r_3[2] + q_3[3] * r_3[3] - k_3[1] * w_3[1] + q_3[2] * r_3[2] + q_3[3] * r_3[3] + k_3[1] * w_3[1] + q_3[2] * r_3[2] + q_3[3] * r_3[3] + k_3[1] * w_3[1] + q_3[2] * r_3[2] + q_3[3] * r_3[3] + k_3[1] * w_3[1] + q_3[2] * r_3[2] + q_3[3] * r_3[3] + k_3[1] * w_3[1] + q_3[2] * r_3[2] + q_3[3] * r_3[3] + k_3[1] * w_3[1] + q_3[2] * r_3[2] + q_3[3] * r_3[3] + k_3[1] + k_3[1] + q_3[2] * r_3[2] + q_3[3] * r_3[3] + k_3[1] + k_3[1] + k_3[1] + k_3[2] +
                                                                                                                                                    k3[2]*w3[2] - k3[3]*w3[3] ) / k3[0];
x3[0] := (h3[0]*y3[0] + h3[1]*y3[1] + h3[2]*y3[2] + h3[3]*y3[3] - k3[1]*x3[1] - k3[1
                                                                                                                                                    k3[2]*x3[2] - k3[3]*x3[3] ) / k3[0];
             forceout := SHORT(w3[0] - x3[0]);
             RETURN forceout
ELSE
            r4[3]:= r4[2]; r4[2]:= r4[1]; r4[1]:= r4[0]; r4[0]:= sollpos;
             y4[3]:= y4[2]; y4[2]:= y4[1]; y4[1]:= y4[0]; y4[0]:= istpos;
             w4[3]:= w4[2]; w4[2]:= w4[1]; w4[1]:= w4[0];
             x4[3]:= x4[2]; x4[2]:= x4[1]; x4[1]:= x4[0];
w4[0]:=(q4[0]*r4[0] + q4[1]*r4[1] + q4[2]*r4[2] + q4[3]*r4[3] - k4[1]*w4[1]-
                                                                                                                                       k4[2]*w4[2] - k4[3]*w4[3] ) / k4[0];
x4[0] := (h4[0] * y4[0] + h4[1] * y4[1] + h4[2] * y4[2] + h4[3] * y4[3] - k4[1] * x4[1] - k4[1] * y4[1] + h4[2] * y4[2] + h4[3] * y4[3] - k4[1] * y4[1] + h4[3] * y4[3] + h4[3] * y4[3] - k4[1] * y4[1] + h4[3] * y4[3] + h4[3] + h4[3] * y4[3] + h4[3] + h4
                                                                                                                                                    k4[2]*x4[2] - k4[3]*x4[3] ) / k4[0];
      forceout := SHORT(w4[0] - x4[0]);
      RETURN forceout
      END;
END Algo2DOF;
```

```
.
PROCEDURE (c: StateCtrl) AlgoTCOMP*( istpos, sollpos, istspeed, sollspeed:
REAL; i : LONGINT):REAL;
VAR
   p: StateCtrl.Para;
   forceout, torque:REAL;
   g, cor, m1, m2, m3, m4 : GD.Vector4;
   aux1, aux2, aux3, iner4: REAL;
BEGIN
(*Constantes*)
   aux1:= 5.00; aux2:= 2.00; aux3:= 2.00; iner4:= 0.1;
(*Gravidade*)
   g[0]:= 0.0; g[1]:= 0.0; g[2] := 0.0; g[3] := 0.0;
 (*Matriz de Inercia*)
      m1[0]:= aux1+2*aux2; m1[1]:= aux3 + aux2; m1[2]:= 0; m1[3]:=iner4;
      m2[0]:= m1[0]; m2[1]:=aux3; m2[2]:= 0.0; m2[3]:=iner4;
m3[0]:= 0.0; m3[1]:= 0.0; m3[2]:= 4.5; m3[3]:=0.0;
m4[0]:= iner4; m4[1]:= iner4; m4[2]:= 0.0; m4[3]:= iner4;
(*Matriz de Coriolis*)
      cor[0] := 2*aux2+aux2; cor[1] := aux2;
      cor[2]:= 0.0;
                       cor[3] := 0.0;
```

```
(**Controle 2dof**)
        IF i = 0 THEN
                       r1[3]:= r1[2]; r1[2]:= r1[1]; r1[1]:= r1[0]; r1[0]:= sollpos;
                       y1[3]:= y1[2]; y1[2]:= y1[1]; y1[1]:= y1[0]; y1[0]:= istpos;
                        w1[3]:= w1[2]; w1[2]:= w1[1]; w1[1]:= w1[0];
                         x1[3]:= x1[2]; x1[2]:= x1[1]; x1[1]:= x1[0];
w1[0] := (q1[0] * r1[0] + q1[1] * r1[1] + q1[2] * r1[2] + q1[3] * r1[3] - k1[1] * w1[1] - k1[1] * w1[1] - k1[1] * w1[1] + q1[2] * r1[2] + q1[3] * r1[3] - k1[1] * w1[1] + q1[2] * r1[2] + q1[3] * r1[3] + k1[1] * w1[1] + q1[2] * r1[2] + q1[3] * r1[3] + k1[1] * w1[1] + q1[2] * r1[2] + q1[3] * r1[3] + k1[1] * w1[1] + q1[2] * r1[2] + q1[3] * r1[3] + k1[1] * w1[1] + q1[2] * r1[2] + q1[3] * r1[3] + k1[1] * w1[1] + q1[2] * r1[3] * r1[3] + k1[1] * w1[1] + q1[2] * r1[3] * r1[3] + k1[1] * w1[1] + q1[2] * r1[3] * w1[1] + q1[2] * r1[3] * w1[3] + k1[1] * w1[1] + q1[2] * r1[3] * w1[3] + k1[1] * w1[1] + q1[2] * r1[3] * w1[3] + k1[1] * w1[1] + q1[2] * r1[3] * w1[3] + k1[1] * w1[1] + q1[2] * r1[3] * w1[3] + k1[1] * w1[1] + q1[2] * r1[3] * w1[3] + k1[1] * w1[1] + q1[2] * r1[3] * w1[3] + k1[1] * w1[1] + q1[2] * w1[3] * w1[3] + k1[1] * w1[3] + k1[1] * w1[3] * w1[3] + k1[1] * w1[3] * w1[3] + k1[1] * w1[3] * w1[3] * w1[3] + k1[2] * w1[3] * w1[3] * w1[3] + k1[2] * w1[3] * w1[3] * w1[3] + k1[2] * w1[3] * w1
                                                                                                                                                                               k1[2]*w1[2] - k1[3]*w1[3] ) / k1[0];
x1[0] := (h1[0]*y1[0] + h1[1]*y1[1] + h1[2]*y1[2] + h1[3]*y1[3] - k1[1]*x1[1] - h1[3]*y1[3] - k1[1]*x1[1] - h1[3]*y1[3] - h1[3
                                                                                                                                                                              k1[2]*x1[2] - k1[3]*x1[3] ) / k1[0];
               torque:= SHORT(w1[0] - x1[0]);
                forceout := SHORT((m1[0]*torque)+cor[0]+g[0]);
               RETURN forceout
               ELSIF i = 1 THEN
                       r2[3]:= r2[2]; r2[2]:= r2[1]; r2[1]:= r2[0]; r2[0]:= sollpos;
                       y2[3]:= y2[2]; y2[2]:= y2[1]; y2[1]:= y2[0]; y2[0]:= istpos;
                       w2[3]:= w2[2]; w2[2]:= w2[1]; w2[1]:= w2[0];
                       x2[3]:= x2[2]; x2[2]:= x2[1]; x2[1]:= x2[0];
w^{2}[0] := (q^{2}[0] * r^{2}[0] + q^{2}[1] * r^{2}[1] + q^{2}[2] * r^{2}[2] + q^{2}[3] * r^{2}[3] - k^{2}[1] * w^{2}[1] + q^{2}[2] * r^{2}[2] + q^{2}[3] * r^{2}[3] - k^{2}[1] * w^{2}[1] + q^{2}[2] * r^{2}[2] + q^{2}[3] * r^{2}[3] - k^{2}[1] * w^{2}[1] + q^{2}[2] * r^{2}[2] + q^{2}[3] * r^{2}[3] - k^{2}[1] * w^{2}[1] + q^{2}[2] * r^{2}[2] + q^{2}[3] * r^{2}[3] - k^{2}[1] * w^{2}[1] + q^{2}[2] * r^{2}[2] + q^{2}[3] * r^{2}[3] - k^{2}[1] * w^{2}[1] + q^{2}[3] * r^{2}[3] + q^{2}[3] + q^{2}[3] * r^{2}[3] + q^{2}[3] + q^{2}[3
                                                                                                                                                              k2[2]*w2[2] - k2[3]*w2[3] ) / k2[0];
x2[0] := (h2[0]*y2[0] + h2[1]*y2[1] + h2[2]*y2[2] + h2[3]*y2[3] - k2[1]*x2[1] - h2[3]*y2[3] - k2[1]*x2[1] - h2[3]*y2[3] - k2[1]*x2[1] - h2[3]*y2[3] - h2[3
                                                                                                                                                                              k2[2]*x2[2] - k2[3]*x2[3] ) / k2[0];
torque:= SHORT(w2[0] - x2[0]);
forceout:= SHORT((m2[1]*torque)+cor[1]+g[1]);
RETURN forceout
```

```
ELSIF i = 2 THEN
          r3[3] := r3[2];
                                                                                                                                            r3[2]:= r3[1]; r3[1]:= r3[0]; r3[0]:= sollpos;
        y3[3]:= y3[2]; y3[2]:= y3[1]; y3[1]:= y3[0]; y3[0]:= istpos;
        w3[3]:= w3[2]; w3[2]:= w3[1]; w3[1]:= w3[0];
         x3[3]:= x3[2]; x3[2]:= x3[1]; x3[1]:= x3[0];
  w3[0] := (q3[0]*r3[0] + q3[1]*r3[1] + q3[2]*r3[2] + q3[3]*r3[3] - k3[1]*w3[1] - k3[1
                                                                                                                                                                 k3[2]*w3[2] - k3[3]*w3[3] ) / k3[0];
  x_3[0] := (h_3[0] * y_3[0] + h_3[1] * y_3[1] + h_3[2] * y_3[2] + h_3[3] * y_3[3] - k_3[1] * x_3[1] - k_3[1] * y_3[1] + h_3[2] * y_3[2] + h_3[3] * y_3[3] - k_3[1] * y_3[1] + h_3[2] * y_3[2] + h_3[3] * y_3[3] - k_3[1] * y_3[1] + h_3[2] * y_3[2] + h_3[3] * y_3[3] - k_3[1] * y_3[1] + h_3[2] * y_3[2] + h_3[3] * y_3[3] + h_3[1] * y_3[1] + h_3[2] * y_3[2] + h_3[3] * y_3[3] + h_3[1] * y_3[1] + h_3[2] * y_3[2] + h_3[3] * y_3[3] + h_3[1] * y_3[1] + h_3[2] * y_3[2] + h_3[3] * y_3[3] + h_3[1] * y_3[1] + h_3[2] * y_3[2] + h_3[3] * y_3[3] + h_3[1] * y_3[1] + h_3[2] * y_3[2] + h_3[3] * y_3[3] + h_3[1] * y_3[1] + h_3[2] * y_3[2] + h_3[3] * y_3[3] + h_3[1] * y_3[1] + h_3[2] * y_3[2] + h_3[3] * y_3[3] + h_3[1] * y_3[1] + h_3[2] * y_3[2] + h_3[3] * y_3[3] + h_3[2] * y_3[2] + h_3[2] + h_3[2] * h_3[2] + h_3[2] + h_3[2] * h_3[2] + h_3[2] +
                                                                                                                                                                                k3[2] * x3[2] - k3[3] * x3[3] ) / k3[0];
        torque := SHORT(w3[0] - x3[0]);
         forceout:= SHORT((m3[2]*torque)+cor[2]+g[2]);
         RETURN forceout
         ELSE
                r4[3]:= r4[2]; r4[2]:= r4[1]; r4[1]:= r4[0]; r4[0]:= sollpos;
                y4[3]:= y4[2]; y4[2]:= y4[1]; y4[1]:= y4[0]; y4[0]:= istpos;
                w4[3]:= w4[2]; w4[2]:= w4[1]; w4[1]:= w4[0];
                 x4[3]:= x4[2]; x4[2]:= x4[1]; x4[1]:= x4[0];
 w4[0] := (q4[0]*r4[0] + q4[1]*r4[1] + q4[2]*r4[2] + q4[3]*r4[3] - k4[1]*w4[1] - a4[1]*w4[1] + q4[2]*r4[2] + q4[3]*r4[3] - a4[1]*w4[1] + a4[1
                                                                                                                                                               k4[2]*w4[2] - k4[3]*w4[3] ) / k4[0];
 x4[0] := (h4[0] * y4[0] + h4[1] * y4[1] + h4[2] * y4[2] + h4[3] * y4[3] - k4[1] * x4[1] - h4[3] * y4[3] - k4[1] * x4[1] - h4[3] * y4[3] + h4[3] * y4[3] + h4[3] * y4[3] + h4[3] * y4[3] - h4[3] * y4[3] + h4[3] * y4[3] + h4[3] * y4[3] - h4[3] * y4[3] + h4[3] + h4[3] * y4[3] + h4[3] * y4
                                                                                                                                                                               k4[2]*x4[2] - k4[3]*x4[3] ) / k4[0];
                                                     . . .
               torque:= SHORT(w4[0]-x4[0]);
               forceout:= SHORT((m4[3]*torque)+cor[3]+g[3]);
               RETURN forceout
       END;
END AlgoTCOMP;
```

22

Observações

÷.,

. .

Também foram programados e modificados outros módulos para realizar tarefas que complementam os procedimentos anteriores.

Referências Bibliográficas

- [1] H. Asada e J. J. Slotine: *Robot Analysis and Control*, Willey Interscience Publication, 1986.
- R. Anderson e M. W. Spong: Dynamic Hybrid Impedance Control of Robotic Manipulators. IEEE journal of Robotics and Automation, Vol. 3, No. 5, pp. 549-556, 1988.
- [3] S. Amaral: Controle Simultâneo de Força e Posição de Robôs Manipuladores Usando a Técnica de Estrutura Variavel, Exame de Qualificação de Doutorado
 Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianopolis, 1997.
- [4] S. Amaral, E R. de Pieri e R. Guenther: Controle a Estrutura Variavel de Rôbos Manipuladores em Ambientes Cinemáticos, Proceedings of XII Brazilian Automatic Control Conference - XII CBA, Vol. III, pp. 1113-1118, Uberlândia, MG. Brazil, September 14-18, 1998.
- [5] S. Battistella: Controle de Força e Posição de Robôs Manipuladores Utilizando Redes Neurais Artificiais. Master Thesis, Laboratorio de Controle e Automação, Universidad Federal de Santa Catarina, abril 1999.
- [6] J. F. Broenink, M. Visser e M. L. J. Tiernego: Simulation of Sliding Mode Impedance Control for a 6 Dof Antrhoropomorphic Robot, Proceedings of the 12th. European Simulation Multiconference, pp. 16-19, June 1998.
- [7] G. M. Bone, M. A. Elbestawi, R. Lingakar e L. Liu: Force Control for Robotic Deburring, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 113, pp. 395-400, September 1991.

÷ 15

- [8] E. Bailey e A. Arapostathis: Simple Sliding Mode Control Sheme Applied to Robot Manipulators, International Journal of Control, Vol. 45, No. 4, pp. 1197-1209, 1987.
- [9] Chun-Yi Su, Tin-Pui Leung e Qi-Jie Zhou: Force/Motion Control of Constrained Robots Using Sliding Modes. IEEE Trans. Automatic Control, Vol. 37, No. 5, pp. 668-675, May 1992.
- [10] C. T. Chen: Analog and Digital Control Systems Design, Saunders College Publishing, USA, 1993.
- [11] C. P. Coleman e D. Godbole: A Comparison of Robustness: Fuzzy Logic, PID, and Sliding Mode Control, In proceedings of third IEEE conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE), Orlando, pp. 1654-1659, EUA, 1994.
- [12] S. Chiaverini, B. Siciliano e L. Villani: Force-Position Regulation of Compliant Robot Manipulators. IEEE Trans. Automatic Control, Vol. 39, No. 3, pp. 647-652, March 1994.
- [13] Chun-Yi Su, Yury Stepanenko e Tin-Pui Leung: Combined Adaptive and Variable Structures Control For Constrained Robots Automatica, Vol. 31, No. 3, pp. 483-488, 1995.
- [14] C. Canudas de Wit, B. Siciliano, e G. Bastin: Theory of Robot Control, Spring-Verlag London Limited, 1996.
- [15] C. S. Chen e W. L. Chen: Robust Adaptive Sliding-Mode control Using Fuzzy Modeling for an Inverted-Pendulum System, IEEE Trans. Industrial Electronics, Vol. 45, No. 2, pp. 297-305, April 1998.
- [16] Z. Doulgeri: Conditions for kinematic Stability of Position-Force Control of Robots. International Journal of Robotics Research, Vol. 18, No. 2, pp. 259-261, Feb. 1999.
- [17] Z. Doulgeri, N. Fahantidis, e A. Konstantinidis: On the Decopling of Posisiton and Force Controlers in Constrained Robotics Tasks, Journal of Robotics Systems pp. 323-340, 1998.

- [18] A. De Luca e C. Manes: Modeling of Robots in Contact with a Dynamic Enviroment. IEEE Trans. Robotics and Automation, Vol. 10, No. 4, pp. 542-548, August 1994.
- [19] R. A. DeCarlo, S. H. Zak e G. P. Matthews: Variable Structure Control of Nonlinear Multivariavel Systems - A Tutorial, Proceedings of the IEEE, Vol. 76, No. 3, March 1988.
- [20] R. A. DeCarlo, S. H. Zak e S. V. Drakunov: Variable Structure, Sliding-Mode Controller Desing, The Control Handbook, pp. 941-951 CRC Press, Inc., New York, USA, January 1996.
- [21] J. Duffy: The Fallacy of Modern Hybrid Control Theory that is Based on Ortogonal Complements of Twist and Wrench Spaces, Journal of Robotics Systems, Vol. 7, pp. 139-144, 1990.
- [22] S. D. Eppinger e W. P. Seering: On Dynamic Model for Robot Force Control, Proceedings fo the IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 29-34, 1986.
- [23] S. D. Eppinger e W.P. Seering : Understanding Bandwidth Limitations in Robot Force Control, IEEE Int. Conf. Robotics And Automation, pp. 904-909, April 1987.
- [24] S. D. Eppinger e W. P. Seering: Three Dynamic Problems in Robot Force Control, IEEE Trans. Robotics and Automation, Vol. 8, No. 6, December 1992.
- [25] G. Ferreti, G. Magnani e P. Rocco: On the Stability of Integral Force Control in Case of Constraints with Stiff Surfaces, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 117, pp. 547-553, December 1995.
- [26] A. F. Filippov: Differential Equations with Discontinuous System II. Am. Math Soc. Transl., Vol 42, pp. 199-231, 1964.
- [27] W. Gao e J. C. Hung: Variable Structure Control of Nonlinear Systems: A new Approach, IEEE Trans. Industrial Electronics, Vol. 40, No. 1, pp. 45-55, February 1993.

Referências Bibliográficas

- [28] D. M. Gorinevky, A. M. Formalsky e A. Yu. Schneider: Force Control of Robotic Systems, McGraw-Hill, New York, USA 1997.
- [29] J. Golin, L. Weihmann, e R. Guenther: Manual do Usuario do Robô Inter Technical Report, Laboratorio de Robótica, Universidade Federal de Santa Catarina, 1998.
- [30] A. R. Garcia Ramirez: Controle de Posição de Rôbos Manipuladores com Transmissões Flexiveis, Master Thesis, Laboratorio de Controle e Automação, Universidade Federal de Santa Catarina, março 1998.
- [31] L. Hsu e R. Costa: Adaptive Control with Sliding Modes: Theory and Applications, XI Congresso Brasileiro de Automatica, Minicursos, pp. 39-60, Setembro 1996, São Paulo Brasil.
- [32] J. W. Howze e S. P. Bhattacharya: Robust Tracking, Error Feeddback, and Two Degree of Freedom Controllers, IEEE Trans. Automatic Control, Vol. 42, No. 7, pp. 980-983, July 1997.
- [33] J. Y. Hung, W. Gao e J. C. Hung: Variable Structure Control: A Survey IEEE Trans. Industrial Electronics, Vol. 40, No. 1, February 1993.
- [34] N. Hogan: Impedance Control: An Approach to Manipulation Part I, II, III. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 107, pp. 1-24, March 1985.
- [35] K. P. Jankowski e H. A. Elmaraghy: Constraint Formulation for Invariant Hybrid Position/Force Control of Robots, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 118, pp. 290-299, June 1996.
- [36] O. Khatib: The Operacional Space Formulation in Robot Manipulator Control, Fifteenth International Symposium on Industrial Robots, pp. 165-172, Tokyo, Japan, 1985.
- [37] H. Kazerooni: Contact Instability of the Direct Drive Robot when Constrained by a Rigid Environment, IEEE Trans. Automatic Control, Vol. 35, No. 6, June 1990.
- [38] F. L. Lewis, C. T. Abdallah e D. Dawson: Control of Robot Manipulators, macmillam Publishing Company, 1993.

- [39] F. Lin e R. D. Brandt: An Optimal Control Approach to Robust Control of Robot Manipulators IEEE Trans. Robotics And Automation, Vol. 14, No. 1, pp. 69-77, February 1998.
- [40] M. F. Mendes: Controle de Força de Robôs Manipuladores Interagindo com Ambientes de Elasticidade Não Linear, Master Thesis, Laboratorio de Controle e Automação, Universidad Federal de Santa Catarina, fevereiro 1999.
- [41] Pan-Mook Lee e Jun-Ho Oh: Improvements on VSS-Type Self Tuning Control for a Tracking Controller IEEE Trans. Industrial Electronics, Vol. 45, No. 2, pp. 319-325, April 1998.
- [42] N. H. Mcclamroch e D. Wang: Feedback Stabilization and Tracking of Constrained Robots, IEEE Trans. Automatic Control, Vol. 33, No. 5, May 1988.
- [43] R. G. Morgan e U. Ozgunner: A Decentralized Variable Structure Control Algorithm for Robotic Manipulators. IEEE Journal Robotics Automation, Vol. RA-1, No. 1, pp. 57-65, 1985.
- [44] M. T. Mason Compliance and Force Control for Computer Controlled Manipulators. IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics, Vol. SMC-11, No. 6, pp. 418-432, June 1981.
- [45] O. da Mota Almeida, A. C. Rodriguez, C. B. Sheffer F. Javier T. Vargas, and Augusto R. Coelho: Avaliação Experimental da Hibridização de Estrategias de Controle Nebulosa e Preditiva em um Processo Não Linear de Luminosidade Proceedings of IV Brazilian Conference on Neural networks, pp. 001-006, July 20-22, ITA_{in}São Jose dos Campos, SP, Brazil, 1999.
- [46] T. Ozaki, T. Suzuki and Y. Uchikawa: Trajectory Control of Robotic Manipulators Using Neural Networks. IEEE Trans. Industrial Electronics, Vol. 38, No. 3, pp. 195-202, June 1991.
- [47] L. G. de Oliveira Lopes: Controle a Estrutura Variável Aplicado a um Atuador Hidráulico. Tesis Master, Florianópolis, Santa Catarina, julho 1997.

- [48] E. R. de Pieri e R. Guenther: A Simulação de Robôs em Contato com o Meio, WRI/97 Workshop on Intelligent Robotics, Brazilian Computer, SBC Society, Brasilia, August, pp. 195-206, 1997.
- [49] W. Yu, A. S. Poznyak and E. N. Sanchez: Neural Adaptive Control of Two Link Manipulator with Sliding Mode Compensation. Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Detroit Michigan, May 1999.
- [50] M. H. Raibert e J.J. Craig : Hybrid Position-Force Control of Manipulators. Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control, Vol. 102, pp. 126-133, June 1981.
- [51] P. Rocco: Stability of PID control for Industrial Robot Arms, IEEE Trans. Robotics And Automation, Vol. 12, No. 4, pp. 606-614, August 1996.
- [52] J.J. Slotine e S. S. Sastry: Tracking Control for Non-linear Systems Using Sliding Surfaces, with Application to Robot Manipulators. Int. Journal the Control, Vol. 38, No. 2, pp. 465-492, 1983.
- [53] Spong, M. W. e Widyasagar: Robot Dynamics and Control, Prentice Hall, Inc. New Jersey USA, 1989.
- [54] J. J. E. Slotine e W. Li: Applied Nonlinear Control, Prentice Hall, New Jersey USA, 1991.
- [55] S. C. e L. Sciavicco: The Parallel Approach to Force/Position Control of Robotic Manipulators. IEEE Trans. Robotics And Automation, Vol. 9, No. 4, pp. 361-373, August 1993.
- [56] B. Siciliano e L. Villani: A Passivity-based Approach to Force Regulation and Motion Control of Robot Manipulators, Automatical, Vol 32, No. 3, pp. 443-447, 1996.
- [57] L. Sciavicco e B. Siciliano: Modeling and Control of Robot Manipulators, McGraw HIll Series in Electrical and Computer Engineering, 1996.
- [58] V. Santibañez e R. Kelly: Strict Lyapunov Functions for Control fo Robot Manipulators, Automatica, Vol. 33, No. 4, pp. 675-682, 1997.

- [59] M. K. Sundareshan e C. Askew: Neural Network-asisted Variable Structure Control Scheme for Control of a Flexible Manipulator Arm, Automatica, Vol. 33, No. 9, pp. 1699-1710, 1997.
- [60] cle) C. C. de Souza Leal: Estabilidade no Controle de Forças em Robôs Manipuladores, Tesis Master, Universidad Federal de Santa Catarina, Florianopolis, Fevereiro de 1998.
- [61] F. Tadeo, P. Vega e A. Holohan: Independent Joint Control using Two-Degreesof-Freedom Control Strutures, Proceedings of IEEE International Conference on Control Applications, pp. 552-556, Trieste, Italy 1-4 September 1998.
- [62] V. I. Utkin: Variable Structure Systems with Sliding Modes, IEEE Trans. Automatic Control, Vol. Ac-22, No. 2, pp. 212-222, April 1977.
- [63] T. Umeno e Y. Hori: Robust Speed Control of DC. Servomotos Using Modern Two Degrees of Frededom Controller Design, IEEE Trans. Industrial Electronics, Vol. 38, No. 5, pp. 363-368, October 1991.
- [64] V.I. Utkin: Sliding Modes in Control Optimization, Springer-Verlag, New York, USA, 1992.
- [65] R. Volpe e P. Khosla: A Theoretical an Experimental Investigation of Explicit Force Control Strategies for Manipulators IEEE Trans. Automation Control, Vol. 38, No. 11, pp. 1634-1650, 1993.
- [66] M. Vukobratovic, R. Stojic e Y. Ekalo: Contribution to the Position-Force Control of Manipulation Robots Interacting with Dynamic Environment - A Generalization, Automatica, Vol. 34, No. 10, pp. 1219-1226, 1998.
- [67] C. J. Venturo Bisso: Controle de Posicão de Robos Manipuladores Rigidos y com Transmisoes Flexiveis Utilizando Controladores na Estrutura de Dois Graus de Liberdade, Master Thesis, Laboratorio de Controle e Automação, Universidade Federal de Santa Catarina, março 1999.
- [68] F. J. T. Vargas, E. R. de Pieri e E. Castelan: Controle de Posição de um Robô tipo SCARA Usando Controladores de Dois Graus de Liberdade. Artigo apresentado, Congreso Brasileiro de Automatica, Florianopolis, septembro, 2000.

- [69] D. E. Whitney : Force Feedback Control of Manipulator Fine Motions. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, pp. 91-97, June 1977.
- [70] D. E. Whitney: Historical Perspective and State of the Art in Robot Force Control. IEEE Int. Conf. Robotics Automation, March 1985.
- [71] J.R. Wen e S. Murphy: Stability Analysis of Position and Force Control. IEEE Trans. Automatic Control, Vol. 36, No. 3, pp. 365-371, March 1991.
- [72] W. A. Wolovich: Automatic Control Systems: Basic Analysis and Design, Sauders College Publishing, 1995.
- [73] L. Weihmann: Modulos de Operação do Robô Inter e Linguagem de Programação XOBERON. Master Thesis, Engenharia Mecânica, Universidad Federal de Santa Catarina, 1999.
- [74] K. K. D. Young: Controler Design of a Manipulator Using the Theory of Variable Structure Systems. IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics, Vol. 8, No. 2, pp. 101-109, 1978.
- [75] T. Yoshikawa: Dynamic Hybrid Position Force Control of Robot Manipulators-Description of Hand Contraints and Calculation of Joint Driving Force. IEEE journal of Robotics and Automation, R. A. - 3 (5), pp. 386-392, 1987.
- [76] Zhi-Wei Luo e M. Ito: Control Design of Robot for Compliant Manipulation. IEEE Trans. Robotics And Automation, Vol. 9, No. 3, pp. 286-296, June 1993.
- [77] G. Zeng e A. Hemami: An Overview of Robot Force Control, Proceedings Robotica Cambridge University Press, Vol. 15, pp. 473-482, United Kingdom, 1997.