

VALONE DE ARAÚJO GOMES

**METODOLOGIA DE ANÁLISES DO
COMPORTAMENTO DAS SOLUÇÕES DO FLUXO
DE POTÊNCIA ÓTIMO SOB CARGA VARIÁVEL**

**FLORIANÓPOLIS
2000**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA**

**Metodologias de Análises do Comportamento das
Soluções do Fluxo de Potência Ótimo sob Carga Variável**

Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica

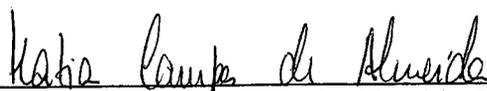
VALONE DE ARAÚJO GOMES

Florianópolis, Setembro de 2000

Metodologias de Análise do Comportamento das Soluções do Fluxo de Potência Ótimo Sob Carga Variável

Valone de Araújo Gomes

‘Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de **Mestre em Engenharia Elétrica**,
Área de Concentração em *Sistemas de Potência*,
e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina’



Prof.^a Katia Campos de Almeida, Ph.D
Orientadora

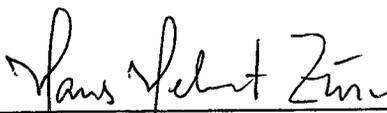


Prof. Aguinaldo Silveira e Silva, Ph.D
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

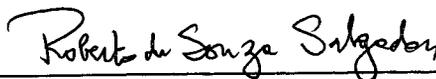
Banca Examinadora:



Prof.^a Katia Campos de Almeida, Ph.D
Presidente



Prof. Hans Helmut Zürn, Ph.D



Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph.D

*Aos meus pais que com amor e muita dedicação
fizeram da vida uma luta constante
na educação de seus filhos.*

À Nancy Ribeiro pelo amor e compreensão.

À minha irmã Aloana e meus irmãos Valério,

Vinícius e Vitor - pelo incentivo.

AGREDECIMENTOS

Em especial à minha orientadora, Katia Campos de Alemeida, pelo trabalho de orientação e, principalmente, pela amizade e incentivo dispensado durante todo esse trabalho.

Ao corpo docente do Curso de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da UFSC que, direta ou indiretamente, proporcionaram-me o conhecimento necessário para a conclusão deste trabalho.

Aos professores Salgado e Hans pela amizade e apoio demonstrado enquanto estive na UFSC.

Aos amigos Carlos Brasil, Otacílio Netto, Luiz Masselli, Francisco Scavone, Renato Mota e Paulo Rosado pelo companheirismo e incentivo nas horas difíceis.

Aos amigos Luciano Barboza e Ricardo Carvalho pela amizade, conselhos e dicas de programação.

A todos os funcionários da UFSC em especial Wilson, Marcos, Ana Paula e Daniel pelo auxílio dispensado.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Resumo da Dissertação submetida à UFSC como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Metodologias de Análises do Comportamento das Soluções do Fluxo de Potência Ótimo sob Carga Variável

VALONE DE ARAÚJO GOMES

Setembro/2000

Orientadora: Katia Campos de Almeida

Area de Concentração: Sistema de Potências

Palavras-chave: Fluxo de Potência Ótimo, Método da Continuação, Método dos Pontos Interiores e Ponto de Máximo Carregamento.

Número de Páginas: 111

Esta dissertação apresenta uma metodologia de acompanhamento das soluções do problema do Fluxo de Potência Ótimo (*FPO*), sob aumento de demanda ativa e reativa, até a vizinhança do ponto de máximo carregamento. Para tanto, o problema *FPO* é parametrizado e utiliza-se o método *Preditor - Corretor da Continuação* para o acompanhamento das trajetórias das soluções criadas pela variação do parâmetro do modelo. Este método é constituído por duas etapas. Na etapa de predição faz-se uma estimativa da solução do problema *FPO* para um aumento de demanda. Na etapa de correção utiliza-se o método *Primal-Dual dos Pontos Interiores* para obter a solução do problema *FPO* definido na nova condição

de carregamento. Duas versões do algoritmo foram implementadas, cada uma adotando uma estratégia diferente na etapa de correção: *Parametrização Local* e *Corretor Ortogonal*.

O problema *FPO* é modelado considerando como variáveis de decisão as magnitudes e os ângulos das tensões das barras do sistema, as potências ativas geradas e os taps de transformadores de tensão. As restrições de igualdade incluem as equações de balanço de potência ativa em todas as barras do sistema e as equações de balanço de potência reativa das barras de carga. Entre as restrições de desigualdade estão os limites máximos e mínimos das magnitudes das tensões, das potências ativas geradas e dos taps de transformadores. Além disso, são incluídas também restrições funcionais representando os limites de geração de potência reativa e do fluxo de corrente nas linhas.

São apresentados testes em diferentes sistemas de geração-transmissão.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

Methodologies of Analysis of Optimal Power Flow Solutions Behavior Under Variable Load Conditions

VALONE DE ARAÚJO GOMES

September/2000

Advisor: Katia Campos de Almeida

Area of Concentration: Power Systems

Keywords: Optimal Power Flow, Continuation Method, Interior Points and Point of Maximum Loadability.

Number of Pages: 111

This work presents a methodology to calculate a sequence of Optimal Power Flow (OPF) solutions, defined for the increase of active and reactive loads, up to the neighborhood of the point of maximum loadability. For this, the OPF problem is parameterized and a Predictor - Corrector scheme of the Continuation Method is applied to track the optimal solutions generated by parameter variation. The proposed algorithm has two main steps. In the predictor step, the system load is increased and an estimate OPF is calculated for the new load level. In the corrector step, the solution of the OPF problem at the new load condition is calculated via a Primal - Dual Interior Point method. Two versions of the

algorithm are implemented, each with a different strategy in the corrector step: local parameterization and orthogonal corrector.

The decision variables of the OPF are the bus voltage magnitudes and angles, active power generations and transformer tap settings. The equality constraints comprise the power balance equations. The set of inequality constraints is composed of limits on the decision variables and functional constraints which represent the limits on the reactive power generations and on the square of the line currents.

Results are presented for different test systems.

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1	Aspectos Gerais	1
1.2	A Dissertação	3
2.	OS PROBLEMAS DE FLUXO DE CARGA E DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO	5
2.1	Introdução.....	5
2.2	O Problema do Fluxo de Carga	6
2.2.1	Abordagem Estática	6
2.2.2	Formulação Básica	7
2.2.3	O Problema do Máximo Carregamento e do Colapso de Tensão.....	9
2.2.4	Curva P-V.....	9
2.3	O Problema do Fluxo de Potência Ótimo.....	11
2.4	Formulação Matemática do <i>FPO</i>	11
2.5	Revisão Bibliográfica	14
2.6	Fluxo de Potência Ótimo Parametrizado.....	18
2.7	Motivação do Trabalho.....	20
3.	FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO PARAMETRIZADO	22
3.1	Introdução.....	22
3.2	Formulação Matemática Modificada de um <i>FPO</i> Parametrizado	22
3.2.1	Condições de Otimalidade do <i>FPO</i> Parametrizado.....	24

3.3	Análise de Sensibilidade	25
3.3.1	Sensibilidade da Função Objetivo com Relação às Cargas Ativa e Reativa	26
3.3.2	Sensibilidade da Função Objetivo com Relação aos Limites.....	28
3.4	Continuidade da Função Homotopia.....	29
3.5	Análise dos Pontos Críticos das Trajetórias de um <i>FPO</i>	33
3.5.1	Tipos de Pontos Críticos.....	34
3.6	Conclusão	36
4.	MÉTODO DE RESOLUÇÃO DO PROBLEMA PARAMETRIZADO.....	37
4.1	Introdução.....	37
4.2	Método da Continuação	38
4.2.1	Preditor	39
4.2.1.1	Escolha do Parâmetro da Continuação	40
4.2.1.2	Cálculo do Ponto Predito.....	40
4.2.1.3	Escolha de η	42
4.2.2	Corretor	42
4.2.2.1	Corretor Parametrizado Localmente.....	43
4.2.2.2	Corretor Ortogonal	46
4.2.2.3	Observação Sobre o Tamanho do Passo do Vetor Tangente t^k	49
5.	RESULTADOS NUMÉRICOS	51
5.1	Introdução.....	51

5.2	Comparativo Entre as Versões PARAMLOCAL e ORTOGONAL	52
5.2.1	Condicionamento	54
5.2.2	Valores Finais de Carregamento.....	56
5.3	Análises do Comportamento das Soluções Ótimas.....	56
5.3.1	Resultados Gráficos e Análises das Tensões (V).....	57
5.3.2	Resultados Gráficos e Análises das Potências Reativas Geradas (Q_g).....	59
5.3.3	Resultados Gráficos e Análises das Potências Ativas Geradas (P_g)	61
5.3.4	Conclusão	63
5.4	Performance do Algoritmo com a Implementação dos Limites de Fluxo de Corrente e Tapes.....	64
6.	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS.....	73
6.1	Aspectos Gerais.....	73
6.2	Resultados Principais	74
6.3	Sugestões para Futuros Trabalhos.....	75
	BIBLIOGRAFIA	76
	APÊNDICE A. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO FPO PARAMETRIZADO	84
A.1	Introdução.....	84
A.2	Formulação Completa do <i>FPO Parametrizado</i>	86
A.3	O Problema do <i>FPO Parametrizado</i> Modificado	87
A.4	A Função Lagrangeana.....	89

A.5	Condições Necessárias de Primeira Ordem.....	90
APÊNDICE B. DADOS DOS SISTEMAS TESTADOS.....		93
B.1	Introdução.....	93
B.2	Sistema 5 Barras.....	93
B.3	IEEE 14 Barras.....	94
B.4	IEEE 30 Barras.....	95
B.5	IEEE 118 Barras.....	97
APÊNDICE C. RESULTADOS NUMÉRICOS.....		107
C.1	Introdução.....	107
C.2	IEEE 14 Barras - <i>Caso 1</i>	107
C.3	IEEE 14 Barras - <i>Caso 2</i>	109

LISTA DE FIGURAS

2.1	Curva P - V	10
4.1	Esquema Gráfico Preditor - Corretor.....	38
4.2	Esquema Gráfico do Corretor - Ortogonal	47
5.1	Condicionamento x Carregamento (%) - Sistema 5 Barras.....	55
5.2	V x Carregamento (%) - Barras PV's	57
5.3	V x Carregamento (%) - Barras PQ's	58
5.4	π_V x Carregamento (%).....	59
5.5	Q_g x Carregamento (%).....	60
5.6	π_{Q_g} x Carregamento (%).....	60
5.7	P_g x Carregamento (%).....	61
5.8	Sistema 5 Barras	62
5.9	π_{P_g} x Carregamento (%).....	63
5.10	V, P_g e Q_g x Carregamento (%).....	64
5.11	I_{km^2} e I_{mk^2} x Carregamento (%) - Limites de Correntes Inativos.....	66
5.12	V x Carregamento(%) - Limites de Correntes Inativos	66
5.13	λ_{Q_g} e λ_{P_g} x Carregamento (%) - Limites de Correntes Inativos	68
5.14	Q_g, e P_g x Carregamento (%) - Limites de Correntes Inativos	69
5.15	V x Carregamento(%) - Limite de Corrente Ativo	70
5.16	Q_g, e P_g x Carregamento (%) - Limite de Corrente Ativo	71
5.17	I_{km^2} e I_{mk^2} x Carregamento (%) - Limite de Corrente Ativo.....	72

LISTA DE TABELAS

3.1	Tipos de Pontos Críticos	35
5.1	Número de iterações do método da continuação e tolerâncias	53
5.2	Condicionamento das matrizes W_{sist} e $W_{completa}$	55
5.3	Valores Finais de Carregamento (%)	56

CAPÍTULO 1

Introdução

1.1 Aspectos Gerais

Dentro das novas condições em que se encontra a grande maioria dos sistemas elétricos, entre eles o brasileiro, destacam-se dois fenômenos de grande importância na operação dos mesmos, são eles:

- Aumento progressivo da demanda a ser atendida.
- Processo de Privatização e adoção de políticas de livre acesso à transmissão de energia, levando à adoção de critérios baseados em aspectos econômicos tais como minimização do custo de geração, maximização do benefício, etc.

Apesar de não serem correlatos, esses dois fatores aumentam ainda mais a necessidade de algoritmos capazes de analisar as implicações de uma operação visando a otimização de um critério de desempenho em condições de carregamento elevado.

Torna-se imperativo conhecer, com a maior precisão possível, quão seguro é um ponto de operação obtido de forma a minimizar custos. Segurança esta medida em termos da distância entre este ponto de operação e a uma situação de funcionamento em regime

permanente indesejável, onde pequenas variações na demanda do sistema ocasionam grandes alterações do estado do sistema.

Vários estudos vêm sendo realizados com o intuito de determinar com precisão a máxima carga que um sistema de potência pode suportar (ou ainda, o máximo carregamento de um sistema) quando em regime permanente. Muitos destes estudos são baseados nas equações do fluxo de carga (SODRÉ, 1996), (CAÑIZARES e SOUZA, 1995) e (AJJARAPU, LAU e BATTULA, 1994). Entretanto, vem sendo cada vez mais reconhecida a necessidade de se determinar o máximo carregamento de um sistema considerando também os limites operacionais e dos equipamentos presentes no mesmo. (IRISARRI *et al.*, 1996) e (BARBOZA, 1997). Diante desta constatação, este trabalho visa estudar o comportamento de um sistema de potência no limite de máximo carregamento tal como definido pelas equações do fluxo de carga e por um conjunto de restrições de desigualdade representando os limites presentes na operação. Além disso, tendo em vista o crescente uso de critérios econômicos para a determinação de um ponto de operação em regime permanente, este trabalho analisa o problema do máximo carregamento considerando também este tipo de despacho de geração. Ou seja, este trabalho visa analisar o comportamento de um sistema no limite de máximo carregamento tal como “visto” por um problema de *Fluxo de Potência Ótimo (FPO)* que possui, como critério de otimização, o custo de geração de potência ativa.

O método da continuação tem-se mostrado uma ferramenta útil para o estudo do comportamento de sistemas operando na vizinhança do limite de máximo carregamento (AJJARAPU e LEE, 1998). Por causa de seu bom desempenho, este método é adotado neste trabalho para acompanhar a trajetória formada pelas soluções do problema *FPO* até o limite de máximo carregamento. A metodologia empregada se baseia no esquema preditor-corretor. A etapa de predição é responsável pelo cálculo de uma nova estimativa para o ponto de

operação ótimo de um sistema quando ocorre um incremento na demanda do mesmo. A etapa de correção busca então a partir da estimativa obtida pelo preditor, calcular o ponto ótimo de operação para o novo carregamento. Esta etapa, portanto, se traduz na resolução de um problema *FPO* para uma nova situação de carregamento. Neste trabalho, utiliza-se o método Primal-Dual de Pontos Interiores (GRANVILLE, MELLO e MELO, 1995) para a resolução deste problema *FPO*.

1.2 A Dissertação

O presente trabalho está distribuído nos capítulos e apêndices apresentados a seguir.

No Capítulo 2, em primeiro lugar discute-se o problema do *Fluxo de Carga (FC)*, apresentando sua formulação matemática bem como o conceito de máximo carregamento. Em segundo lugar, apresenta-se o problema do *FPO* e sua importância nos *Centros de Operações de Sistemas*. Por fim, uma breve revisão bibliográfica sobre *FPO* é feita fornecendo a motivação do trabalho.

O Capítulo 3 primeiramente descreve o *Fluxo de Potência Ótimo Parametrizado*, apresentando os conceitos presentes na parametrização e sua formulação matemática. Posteriormente, apresenta a base teórica necessária para o desenvolvimento do método de “acompanhamento” da trajetória das soluções do *FPO*. Para tanto, é definida a *Função Homotopia* e são discutidas as condições necessárias para a sua continuidade. Por fim, são definidos os tipos de *pontos críticos* da função homotopia, nos quais os algoritmos de acompanhamento da trajetória de soluções encontram dificuldades para convergir.

No Capítulo 4, apresenta-se o método de resolução do *Problema Parametrizado*. Como ferramenta base no acompanhamento da trajetória das soluções ótimas, aborda-se o *Método*

da *Continuação (Preditor - Corretor)*. Duas versões desse método são apresentadas: *Preditor - Corretor Parametrizado Localmente* e *Preditor - Corretor Ortogonal*.

No Capítulo 5, apresentam-se os resultados numéricos do algoritmo nas suas versões *Preditor - Corretor Parametrizado Localmente* e *Preditor - Corretor Ortogonal*. Compara-se a performance computacional de ambas as versões e analisa-se o comportamento do algoritmo, considerando-se os limites de correntes nas linhas no conjunto de restrições.

O Capítulo 6 apresenta as conclusões do trabalho e algumas sugestões para futuros estudos.

No Apêndice A, formula-se matematicamente o problema do *FPO Parametrizado* completo, descrevendo a função *Lagrangeana* correspondente ao problema de otimização e as condições de otimalidade de primeira ordem - condições de Karush-Kuhn-Tucker (*KKT*).

No Apêndice B, apresentam-se as características físicas e operacionais dos sistemas utilizados como testes.

Por fim, no Apêndice C, apresentam-se alguns resultados finais do algoritmo.

CAPÍTULO 2

Os Problemas de Fluxo de Carga e de Fluxo de Potência Ótimo

2.1 Introdução

A operação de sistemas de potência deve ser realizada respeitando-se normas de atendimento ao consumidor relativas à tensão nominal, frequência e, além disso, satisfazendo os limites operacionais impostos aos circuitos e equipamentos da rede elétrica. Para a condição de regime do sistema, isto se traduz em verificar se a demanda está sendo atendida a um tensão dentro dos limites impostos pelas normas e se os equipamentos e circuitos do sistema são operados dentro de sua capacidade.

Algoritmos de Fluxo de Carga são ferramentas imprescindíveis dentro de Centros de Operação de Sistemas para a verificação dos quesitos relacionados anteriormente, pois utilizando como dados de entrada os parâmetros da rede, tensões e limites de geração e demandas ativa e reativa a serem supridas, fornecem o estado de operação do sistema, ou seja, as magnitudes das tensões nas barras de carga e os ângulos das tensões nas barras de

todo o sistema. Em conjunto com tais algoritmos, têm sido sempre utilizadas ferramentas que auxiliem numa operação econômica dos sistemas elétricos.

A crescente necessidade de uma operação eficiente - por exemplo, a um custo mínimo ou sob mínimas perdas de transmissão - tornou necessária a adoção de ferramentas capazes de definir estratégias ótimas de operação, sob um critério pré-definido, dos sistemas elétricos. Inicialmente, tais ferramentas eram baseadas em modelos simplificados do sistema elétrico considerando, por exemplo, apenas os custos de geração e a capacidade dos geradores. Com o desenvolvimento dos métodos numéricos de otimização e da indústria de informática, tais ferramentas tornaram-se mais sofisticadas, chegando ao que hoje se conhece como programas de Fluxo de Potência Ótimo.

Este capítulo apresenta o problema de Fluxo de Carga e Fluxo de Potência Ótimo e discute os novos desafios impostos pelo aumento da demanda na operação em regime permanente.

2.2 O Problema do Fluxo de Carga

2.2.1 Abordagem Estática

Devido à sua natureza dinâmica, o sistema elétrico deveria ser tratado com técnicas analíticas e computacionais que levassem em consideração esta característica. Como, em geral, os sistemas de geração e transmissão operam em regime dinâmico lento, métodos numéricos estáticos são usados para se obter o *estado* desses sistemas operando em regime permanente, num determinado instante.

Para o fluxo de carga (FC) em estudo, adotar-se-á um sistema com n barras, n_g barras de geração e n_c barras de carga, tomando-se uma barra de geração como referência angular e como barra de folga, com o intuito de gerar potência para suprir as perdas de transmissão. Tem-se ainda, como dados de entrada: as potências ativas e reativas demandadas nas n_c barras de cargas, as potências ativas geradas nos $n_g - 1$ geradores e as magnitudes das tensões nas n_g barras de geração. Ao resolver o FC obtêm-se as magnitudes das tensões de todas as barras do sistema e as potências ativas e reativas nos geradores e compensadores síncronos.

2.2.2 Formulação Básica

O problema do FC pode ser formulado através de equações e inequações algébricas não lineares que correspondem, respectivamente, às leis de *Kirchhoff* e a um conjunto de restrições operacionais da rede elétrica e de seus componentes. Na forma mais básica do problema tem-se o seguinte conjunto de equações

$$\mathbf{P}g_i - \mathbf{P}d_i - \mathbf{P}_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}) = 0, \quad i = 1, \dots, n - 1 \quad (2.1a)$$

$$\mathbf{Q}g_i - \mathbf{Q}d_i - \mathbf{Q}_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}) = 0, \quad i = 1, \dots, n_c \quad (2.1b)$$

onde:

$\mathbf{P}g_i$ e $\mathbf{P}d_i$ representam as potências ativas gerada e consumida na barra i ;

$\mathbf{Q}g_i$ e $\mathbf{Q}d_i$ representam as potências reativas gerada e consumida na barra i ;

\mathbf{V} e $\boldsymbol{\delta}$ os vetores das magnitudes e ângulos das tensões nas n barras.

As equações que designam $P_i(\mathbf{V}, \delta)$ e $Q_i(\mathbf{V}, \delta)$ podem ser expressas por:

$$P_i(\mathbf{V}, \delta) = V_i \sum_{j=1}^n V_j [\mathbf{G}_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + \mathbf{B}_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)] \quad (2.2a)$$

$$Q_i(\mathbf{V}, \delta) = V_i \sum_{j=1}^n V_j [\mathbf{G}_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - \mathbf{B}_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)] \quad (2.2b)$$

sendo \mathbf{G}_{ij} e \mathbf{B}_{ij} , respectivamente, a parte real e imaginária do elemento \mathbf{Y}_{ij} da matriz Admitância de Barra, \mathbf{Y} .

Em (2.1a), as equações de balanço de potência ativa se referem a todas as barras do sistema exceto a barra de folga, enquanto que, em (2.1b), as equações se referem apenas às barras de carga do sistema. Devido à necessidade de se manter as tensões nos valores especificados para as barras de geração i , os valores de Q_{gi} são calculados de forma que os balanços de reativos e seus limites sejam satisfeitos.

A solução do sistema de equações (2.1a) e (2.1b) pode ser encontrada utilizando-se o método de *Newton-Raphson*. O ponto chave do processo consiste em determinar, para cada iteração k , o vetor de correção $[[\Delta \mathbf{V}^k]^T, [\Delta \delta^k]^T]^T$ que atualizará os valores de \mathbf{V} e δ , o que significa resolver o sistema linear:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{V}^k \\ \Delta \delta^k \end{bmatrix} = -[\mathbf{J}_{fc}]^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{P}g_i - \mathbf{P}d_i - P_i(\mathbf{V}^k, \delta^k) \\ \mathbf{Q}g_i - \mathbf{Q}d_i - Q_i(\mathbf{V}^k, \delta^k) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

onde \mathbf{J}_{fc} é o *Jacobiano* do *FC*, expresso por:

$$[\mathbf{J}_{fc}] = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \mathbf{P}(\mathbf{V}, \delta)}{\partial \delta} \right|_k & \left. \frac{\partial \mathbf{P}(\mathbf{V}, \delta)}{\partial \mathbf{V}} \right|_k \\ \left. \frac{\partial \mathbf{Q}(\mathbf{V}, \delta)}{\partial \delta} \right|_k & \left. \frac{\partial \mathbf{Q}(\mathbf{V}, \delta)}{\partial \mathbf{V}} \right|_k \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

A aplicação do método de *Newton Raphson* depende da possibilidade de se fazer uma aproximação linear do sistema de equações (2.1a) e (2.1b) em torno do ponto (\mathbf{V}, δ) , ou seja,

J_{fc} deve ser não singular. Este requisito não é satisfeito no ponto de *máximo carregamento*, como será abordado adiante.

2.2.3 O Problema do Máximo Carregamento e do Colapso de Tensão

Os estudos do máximo carregamento iniciaram-se no começo da década de 70 com os trabalhos de Thomas e colaboradores (THOMAS, BARNARD e MEISEL, 1971), Galiana (GALIANA, 1975) e Venikov (VENIKOV *et al.*, 1975). Em 1980, Barbier (BARBIER e BARRET, 1980) apresenta o primeiro estudo sobre o colapso de tensão.

Devido aos inúmeros casos reais abordados em várias partes do mundo (SODRÉ, 1996), o problema de colapso de tensão, é atualmente tema de diversos estudos. Uma compilação desses trabalhos é apresentada em (AJJARAPU e LEE, 1998).

Os vários estudos do problema de *máximo carregamento* sob o ponto de vista estático, podem ser divididos em dois grupos principais. No primeiro grupo encontram-se aqueles baseados nas equações do FC e no segundo grupo se encontram os trabalhos que formulam o problema de máximo carregamento como um problema de otimização e empregam algoritmos de otimização na resolução deste problema (AJJARAPU e LEE, 1998).

2.2.4 Curva P-V

O comportamento da tensão nas barras de carga de um sistema elétrico de potência pode ser determinado através de sucessivas soluções do FC para diferentes níveis de demanda. Este comportamento é descrito pela *Curva P-V*, representada na Figura 2.1, que está dividida, basicamente, em três regiões:

1. *Região Estável*: parte superior da curva que se caracteriza por apresentar uma

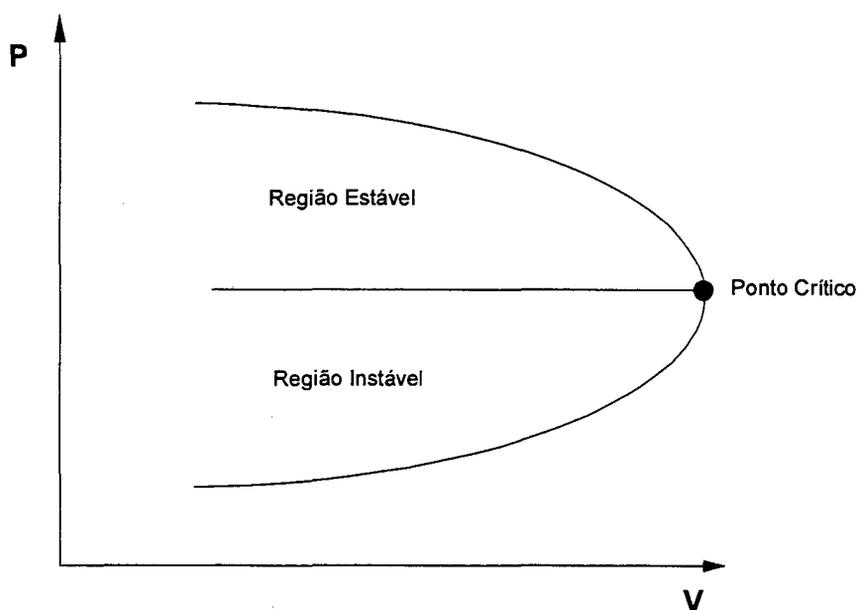


Figura 2.1. Curva P - V

diminuição na magnitude da tensão para um aumento de demanda na barra em estudo, conseqüentemente implicando em um aumento na magnitude da tensão da barra para uma diminuição na demanda.

2. *Região Instável*: parte inferior da curva, que tem como característica um comportamento inverso ao da *Região Estável*. Ou seja, um aumento de carga na barra causa um aumento na magnitude da tensão. Gerando, conseqüentemente, uma diminuição na magnitude da tensão para um decréscimo de carga, fazendo com que o sistema não encontre um ponto de equilíbrio. Embora, teoricamente, seja possível operar o sistema nessa região, na prática torna-se inviável, uma vez que, para produzir a potência necessária com uma reduzida magnitude de tensão necessitar-se-ia de elevadas magnitudes de corrente.
3. *Ponto Crítico*: denominado também de *Ponto de Bifurcação Estática* (CAÑIZARES e SOUZA, 1995), representado na Figura 2.1 como o extremo da curva. Conforme Cañizares (CAÑIZARES e SOUZA, 1995), na vizinhança deste ponto a solução mais próxima ao ponto de operação estável é o seu correspondente ponto de operação instável. A medida que

o sistema é carregado esses pontos se aproximam até haver uma única solução. Neste ponto, um autovalor real de J_{fc} se torna zero, o que significa que essa matriz é mal-condicionada na vizinhança do mesmo (AJJARAPU e CHRISTY, 1992).

2.3 O Problema do Fluxo de Potência Ótimo

O *Despacho Econômico* (DE) clássico foi o precursor do *Fluxo de Potência Ótimo* (FPO). O DE tem como finalidade alocar a geração total requerida entre as unidades geradoras de tal forma que a demanda total seja atendida, os limites nas capacidades de geração das máquinas sejam respeitados e o custo total da geração seja minimizado. Entre os anos 20 e 30, alguns métodos estavam em uso com o intuito de dividir economicamente a carga total entre as unidades geradoras, dentre eles destacavam-se:

- i) *Método de Carga Base*, adotava-se o critério de eficiência para carregar as unidades até sua máxima capacidade;
- ii) *Método do Melhor Ponto de Carga*, as unidades eram sucessivamente carregadas até sua melhor condição de temperatura, seguindo-se, também, o critério de eficiência;
- iii) *Critério do Custo Incremental Igual (CCII)*, considerado o precursor do FPO. Ambos são problemas de otimização, embora o CCII considere apenas geração de potência ativa e represente todo o sistema por apenas uma restrição de igualdade: a equação do balanço de potência.

A formulação matemática incorporando ao mesmo problema a minimização de um critério de qualidade - custo de operação, perda de transmissão, etc. - e a solução das equações do fluxo de carga foi proposto em 1962 por Carpentier (CARPENTIER, 1962).

2.4 Formulação Matemática do FPO

O problema de Fluxo de Potência Ótimo (*FPO*) consiste em determinar o valor das variáveis de operação estáticas de um sistema de geração-transmissão de potência elétrica minimizando uma dada função objetivo e satisfazendo um conjunto de restrições operacionais (WU, DEBS e MARSTEN, 1994).

Matematicamente pode-se expressar o problema da seguinte forma:

$$\begin{array}{ll} \text{Min} & C(\mathbf{x}) \\ \text{Sujeito a} & \mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0 \\ & \mathbf{h}^{\min} \leq \mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{h}^{\max} \end{array} \quad (2.5)$$

Onde:

- \mathbf{x} : Conjunto das variáveis de otimização, $x \in R^{nv}$;
- $C(\mathbf{x})$: Função Objetivo;
- $\mathbf{g}(\mathbf{x})$: Equações do fluxo de potência;
- $\mathbf{h}(\mathbf{x})$: Restrições operacionais do sistema;
- \mathbf{h}^{\min} e \mathbf{h}^{\max} : Limites mínimos e máximos, respectivamente, das restrições operacionais.

Em um *FPO*, as *funções objetivo* comumente utilizadas são:

- Otimização do custo de potência ativa;
- Minimização das perdas de potência ativa ou reativa;
- Minimização do número de comutações;
- Maximização de transferência de MW;
- Minimização do tempo para correções de violações;
- Maximização da demanda sendo atendida;
- Minimização do corte de carga.

O vetor das variáveis \mathbf{x} está dividido em:

1. *Variáveis de Controle* (\mathbf{u}), tais como:

- a) Potências ativas geradas;

- b) Magnitude da tensão ou potência reativa fornecida por geradores ou compensadores síncronos;
- c) Tap de transformadores com comutação sob carga.
- d) Ângulo de defasagem de transformadores defasadores

2. *Variáveis Dependentes* (y), dentre as quais se encontram:

- a) Ângulo da tensão nas barras do sistema;
- b) Magnitude da tensão nas barras de carga do sistema;

As equações dos resíduos de potência ativa e reativa são representadas pelo vetor $g(x)$.

As restrições operacionais, $h(x)$, dentre outras, podem ser:

- Fluxo de potência ou corrente nas linhas;
- Potências reativas geradas;
- Reservas de potência ativa e reativa;
- Limites nas variáveis.

As aplicações do FPO, dentro do Centros de Operações de Sistemas (COS), são exemplificadas por Salgado (SALGADO, 1995) como:

1. **Planejamento da Operação**, que visa basicamente:

- a) Redução do Custo;
- b) Aumento da Transferência de Potência;
- c) Construção de Modelos de Operação;
- d) Redução dos Fluxos de Potência Reativa e Perdas de Potência Ativa.

2. **Operação em Tempo Real**, usado como um instrumento de decisão.

Da mesma forma que é feito do problema do fluxo de carga, o problema FPO pode ser decomposto nos subproblemas ativo e reativo. Originalmente, as variáveis de decisão do subproblema ativo eram os ângulos das tensões nas barras, as potências ativas geradas

e os ângulos de transformadores defasadores; sendo as magnitudes das tensões, os tapes de transformadores e as gerações de potência reativa considerados variáveis de decisão do subproblema reativo. Posteriormente, entretanto, verificou-se que uma melhor convergência dos algoritmos pode ser obtida caso algumas variáveis de um subproblema são consideradas também no outro (CARPENTIER, COTTO e NIEDERLANDER, 1983).

Devido ao seu potencial de utilização, o *FPO* tem sido objeto de um grande número de estudos, a maioria dos quais voltados para o desenvolvimento de métodos numéricos para sua resolução. Alguns destes estudos são resumidos a seguir.

2.5 Revisão Bibliográfica

Desde a formulação inicial do problema por Carpentier (CARPENTIER, 1962), várias técnicas computacionais surgiram com o intuito de prover soluções mais robustas ao *FPO*. De acordo com o método de otimização utilizado, tais técnicas podem ser classificadas da seguinte forma (WU *et al.*, 1994):

1. Técnicas baseadas no *Método do Gradiente*

As primeiras técnicas baseadas nos métodos do *gradiente reduzido e projetado* foram propostas no início dos anos 70, após a publicação, em 1968, do trabalho realizado por Dommel e Tinney (DOMMEL e TINNEY, 1968).

Apesar do seu rigor matemático, estes métodos têm como características indesejáveis a convergência lenta e “zig-zags” próximos ao ponto ótimo. Apesar destas características, algumas técnicas de resolução do *FPO* ainda são baseadas nesses métodos. A maioria dos algoritmos propostos adotam o método do gradiente dentro de um esquema de otimização seqüencial do *FPO* ativo e reativo seguido por um *fluxo de carga*.

Salgado (SALGADO, BRAMELLER e AITCHISON, 1990) lança mão dessa

metodologia para resolver um problema de *FPO* desacoplado, que tem em seu subproblema reativo uma função objetivo que visa minimizar o desvio de geração reativa.

Uma aplicação mais recente do *método do gradiente* foi feita por Carpentier (CARPENTIER, 1993). Neste trabalho, o método é utilizado na resolução do subproblema reativo de um *FPO* desacoplado.

2. Técnicas de *Programação Quadrática*

Surgiram na década de 60, mas tiveram seu grande impulso em 1984 após divulgação do trabalho de Sun (SUN *et al.*, 1984), que propôs a aplicação do *método de Newton* na resolução direta das condições de *KKT*. Este trabalho combinou uma avançada técnica de esparsidade ao uso de funções de penalidade para representar os limites de algumas variáveis do problema *FPO*. Isto possibilitou a resolução do problema em tempos computacionais muito inferiores aos que eram obtidos pelos métodos anteriores.

Yu C. Wu (WU *et al.*, 1994) descreve como principal atrativo para esses métodos a estrutura de esparsidade especial do sistema, que não é afetada pela função penalidade. Desta forma, o problema pode ser dividido nos subproblemas ativo e reativo sem que a estrutura de armazenamento seja alterada.

Após o trabalho de Sun e colaboradores, várias implementações de algoritmos de *FPO* foram baseadas na resolução direta das condições de *KKT* pelo método de Newton (HUNEAULT e GALIANA, 1990). Apesar do progresso obtido, foram relatados casos onde o mau condicionamento da matriz presente no sistema linear formado pelo método de Newton impedia a convergência do algoritmo. Diante disso, foram propostas metodologias para sanar este problema. Monticelli (MONTICELLI e LIU, 1992) propôs a adoção de fatores de penalidade adaptativos para garantir o bom condicionamento da *Hessiana* durante o processo de fatoração. Hong (HONG, 1992) e Crisan (CRISAN e

MOHTADI, 1992), também propuseram estratégias de fatoração da *Hessiana* com intuito de evitar o mau condicionamento e aperfeiçoar o tempo de CPU.

3. Técnicas de *Programação Quadrática Sucessiva (PQS)*.

Os algoritmos de resolução do *FPO* baseados em *PQS* surgiram na década de 80 após o trabalho de Burchett (BURCHETT, HAPP e VIERATH, 1984).

O trabalho de Burchett propõe uma maneira diferente de resolver as condições de Karush-Kuhn-Tucker (*KKT*). Ao invés de se resolver diretamente o sistema de equações, resolve-se um problema de otimização quadrático com restrições lineares equivalente. O método é composto de dois “laços”, o *laço externo*, que lineariza o sistema de *KKT* e monta o subproblema quadrático que será minimizado no *laço interno*. Uma vez encontrada a solução do *laço interno*, todas as variáveis são atualizadas e as equações de *KKT* não lineares são verificadas. Se o resíduo encontrado for maior que uma tolerância especificada, novas linearizações serão necessárias e o programa retorna ao *laço interno*.

Outros trabalhos foram propostos. Nanda (NANDA, KHOTARI e SRIVASTAVA, 1989) utiliza-se do *método de programação quadrática de Fletcher* para resolver um *FPO* linearizado e desacoplado. Chang (CHANG, MARKS e KATO, 1990) separou o problema de *FPO* em dois subproblemas. A inovação desse trabalho está na utilização de um *FPO* baseado em *Programação Linear (PL)* para uma reprogramação de geração e tratamento de infactibilidades mais rápidos, junto com uma estratégia de *PQS* para minimizar perdas de transmissão, em caso de não violação de limites.

4. Técnicas de *Programação Linear Sucessiva (PLS)*

PLS foi desenvolvida a partir dos inúmeros programas computacionais implementados para a resolução do problema *FPO* linearizado (isto é, considerando apenas as equações de balanço de potência ativa e o modelo linear da rede elétrica) (HUNEALTE e

GALIANA, 1990). Esta metodologia tem sido muito utilizada na resolução do problema *FPO*. O pacote desenvolvido é baseado no desacoplamento do *FPO* e na resolução dos subproblemas ativo e reativo através do algoritmo de programação linear dual desenvolvido anteriormente pelos pesquisadores (STOTT, MARINHO e ALSAÇ, 1979) e (STOTT e MARINHO, 1979). Um outro pacote computacional foi desenvolvido pela ESCA Corporation (BERTRAM, KENDALL e DANGELMAIER, 1990). Os resultados obtidos pelos dois pacotes apresentam uma elevada eficiência computacional.

5. Técnicas de Otimização Paramétrica

Os primeiros trabalhos nesta linha surgiram na década de 80 e, desde então, inúmeras variações foram propostas, utilizando, tanto o modelo linear, como o modelo não linear da rede elétrica. Estes trabalhos são discutidos adiante com maiores detalhes.

6. Técnicas de *Pontos Interiores*

Estão entre as técnicas que apresentam, hoje, maior eficiência. O grande impulso aplicado a essas técnicas foi dado em 1984 por Karmarkar (KARMARKAR, 1984), que conseguiu incorporar, de maneira relativamente fácil, as restrições de desigualdades ao algoritmo de solução.

A base do método consiste em:

- a) Converter as restrições de desigualdades em igualdades através do uso de variáveis de folga;
- b) Incorporar as restrições à *função objetivo* através de barreiras logarítmicas;
- c) Usar multiplicadores de Lagrange para incorporar as igualdades à função objetivo, transformando o problema em uma otimização irrestrita;
- d) Usar o *Método de Newton* para resolver as condições de primeira ordem para os pontos estacionários do problema irrestrito.

As principais variantes do método dos pontos interiores são:

✓ Primal-Dual, que será abordado com maior ênfase no Capítulo 4 e

✓ Preditor-Corretor (MEHROTRA, 1992).

A aplicação do *Método dos Pontos Interiores* ao problema de *FPO* apareceram no início da década de 90 com o trabalho de Granville (GRANVILLE, 1994), que utiliza a versão Primal-Dual na resolução do problema *FPO* reativo, e o de Wu e colaboradores (WU *et al.*, 1994), que aplicaram as versões *Primal - Dual* e *Preditor - Corretor* ao *FPO* completo. Desde então têm aparecido inúmeras aplicações desta metodologia (MOMOH, EL-HAWARY e ADAPA, 1999).

O Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade de Sta. Catarina (UFSC) vem desenvolvendo vários trabalhos utilizando métodos dos *Pontos Interiores* em diferentes formulações do *FPO*. Dentre as aplicações podem ser citados o trabalho de Barboza (BARBOZA, 1997), que utiliza as versões *Primal - Dual* e *Preditor - Corretor* na solução do problema de máximo carregamento; o trabalho de Castronuovo (CASTRANUOVO, 1997) que implementa o algoritmo para resolução de *FPO* em ambientes de programação *paralela e vetorial*; o trabalho de Carvalho (CARVALHO, 1999) que aplica o método de *Pontos Interiores* na resolução de um problema de *FPO Multiobjeto*; o de Encinas (ENCINAS, 1999) que utiliza o *Método de Newton* na resolução do problema de *mínimo corte de carga*.

Dentre as diversas variantes do método, abordar-se-á nesse trabalho o *Primal Dual de Pontos Interiores* que se baseia na construção de uma *Função Lagrangeana* expandida somente com restrições de igualdade. De posse dessa função, aplicam-se as condições de estacionaridade, mais conhecidas como condições de Karush-Kuhn-Tucker.

Vê-se que a evolução das estratégias de resolução do *FPO* nas últimas décadas foi constante. O aparecimento de algoritmos de *FPO* cada vez mais rápidos e robustos

tem tornado possível sua adoção em Centros de Operações, onde são cada vez mais imprescindíveis.

2.6 Fluxo de Potência Ótimo Parametrizado

Algoritmos para a resolução do *Fluxo de Potência Ótimo Parametrizado* tiveram seu grande impulso no começo da década de 80, quando foi verificada a necessidade de se desenvolver ferramentas capazes de monitorar o comportamento dos pontos ótimos (segundo um critério pré-definido) de operação dos sistemas de potência para variações em seus parâmetros.

O primeiro trabalho a discutir a influência de parâmetros do sistema elétrico em um *FPO* foi proposto por Dillon em 1981 (DILLON, 1981). Nele, Dillon aborda a sensibilidade das soluções de um *FPO* perante variações no parâmetro carga.

Em 1982, Aoki e Satoh (AOKI e SATOH, 1982) apresentam o primeiro trabalho, no qual representam as soluções ótimas de problemas de *FPO* em termos do parâmetro de penalidade associado às perdas de transmissão.

Logo em seguida, em 1983, Carpentier e colaboradores (CARPENTIER *et al.*, 1983) apresentaram alguns resultados de um DE com representação da rede elétrica através do modelo linear usando programação quadrática paramétrica. Também em 1983, Blanchon e colaboradores (BLANCHON, DODU e MERLIN, 1983) apresentaram uma técnica, semelhante à usada por Carpentier, para encontrar o ponto de colapso de tensão em um problema de despacho de potência reativa.

Outros trabalhos foram apresentados com o mesmo intuito de representar soluções ótimas de um DE em função do parâmetro de carga, incluindo-se restrições de segurança

(INNORTA, MARANNINO e GRANELLI, 1987), (INNORTA e MARANNINO, 1985) e (FAHMIDEH-VOJDANI e GALIANA, 1983).

As aplicações de metodologia paramétrica de otimização ao módulo não linear do *FPO* tiveram início com o trabalho de Ponrajah (PONRAJAH e GALIANA, 1987). Este trabalho resolve o problema de despacho econômico, considerando as equações de balanço de potência e as perdas de transmissão, adotando uma parametrização inicial dos limites das variáveis do problema e um método da *Continuação* baseado na estratégia de reinicialização da *função Homotopia*. Posteriormente, um método paramétrico foi aplicado na resolução do *FPO* em conjunto com a estratégia de linearizações sucessivas (HUNEULT e GALIANA, 1990). Neste trabalho, cada problema linear formulado é parametrizado nos limites e na carga, e a solução do problema parametrizado é obtida via método da *Continuação*.

Almeida e colaboradores (ALMEIDA, GALIANA e SOARES, 1993) apresentaram, em 1993, uma generalização e extensão dos trabalhos em *FPO* parametrizados realizados até então. Uma variação do método da continuação baseada no método de Newton foi utilizado na solução do *FPO* parametrizado, no qual foram consideradas as equações não lineares do *Fluxo de Carga*, limites nas variáveis do *FPO* e de transmissão de potência e uma *função objetivo* arbitrária. Com isso, permitiu-se um acompanhamento da trajetória das soluções ótimas perante variações nos parâmetros do sistema. Este acompanhamento possibilitou o estudo de pontos críticos dentro do *FPO*, onde existe a possibilidade de falha de algoritmos usados na solução do problema (ALMEIDA e GALIANA, 1996). Recentemente foram publicados resultados de aplicações da metodologia desenvolvida por Almeida a sistema de grande porte (LIMA *et al.*, 1999). Paralelamente, foi também proposto o uso do método da continuação para a análise do comportamento das soluções do *FPO* na vizinhança do limite

de máximo carregamento (ALMEIDA e SALGADO, 2000). Os resultados apresentados indicam a robustez da metodologia e seu potencial em *Centros de Operações*.

2.7 Motivação do Trabalho

O trabalho desenvolvido é uma complementação do estudo apresentado em (ALMEIDA e SALGADO, 2000). Apresenta aqui uma metodologia que traça a curva de soluções do problema *FPO*, desde o ponto corrente de operação até o ponto de máxima demanda. Para tanto, é utilizado um modelo de *FPO Parametrizado* nas cargas ativas e reativas. A curva de soluções ótimas é obtida através de uma combinação do *Método da Continuação (Preditor - Corretor)* com a versão *Primal - Dual* do *Método dos Pontos Interiores*.

Outro objetivo do trabalho é determinar a influência dos limites operacionais do sistema, na vizinhança do ponto de *máximo carregamento*. Além dos limites operacionais de tensão, ângulo de tensão nas barras, potência ativa e reativa gerada e tapes de transformadores, comumente incluídos nos trabalhos publicados, implementam-se neste estudo os limites de fluxo de corrente nas linhas de transmissão. Isto permite uma análise bem mais realista dos pontos de operação do sistema.

CAPÍTULO 3

Fluxo de Potência Ótimo Parametrizado

3.1 Introdução

O presente capítulo tem como objetivo apresentar o conceito do Fluxo de Potência Ótimo Parametrizado. A formulação de Pontos Interiores será apresentada com objetivo de prover a base necessária para a solução do algoritmo proposto nesse trabalho.

Como item imprescindível na formulação de problemas parametrizados, apresentar-se-á o conceito da *Função Homotopia* e sua continuidade, bem como sua importância no acompanhamento da solução de um *FPO*.

Com base na análise das condições de otimalidades parametrizadas serão abordados os principais tipos de *Pontos Críticos* das trajetórias ótimas.

3.2 Formulação Matemática Modificada de um FPO Parametrizado

De forma genérica, um parâmetro de um problema matemático é uma quantidade que, a princípio não pode ser controlada. Diferentes parâmetros podem ser encontrados no problema *FPO*. Entre eles podemos citar: a carga do sistema, limites operacionais, parâmetros da rede ou ainda coeficientes de custo. Pode ser de grande interesse acompanhar

o ponto de operação ótimo de um sistema sob variações em um de seus parâmetros. Por exemplo, variações na carga a ser atendida, ou variações nos limites operacionais. Para tanto, é necessário explicitar o parâmetro no modelo do *FPO*.

Escrevendo o sistema (2.5) em função de um único parâmetro ε , tem-se o problema $P(\varepsilon)$:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & C(\mathbf{x}) \\ \text{Sujeito a} \quad & \mathbf{g}_i(\mathbf{x}, \varepsilon) = 0, \quad i = 1, \dots, m \\ & \mathbf{h}_j^{\min} \leq \mathbf{h}_j(\mathbf{x}, \varepsilon) \leq \mathbf{h}_j^{\max} \quad j = 1, \dots, p \end{aligned} \quad (3.1)$$

Nesta abordagem \mathbf{x} inclui as magnitudes e ângulos das tensões, geração de potência ativa e taps variáveis de transformadores de tensão. A função objetivo $C(\mathbf{x})$ representa o custo de geração de potência ativa. As restrições de igualdade $\mathbf{g}_i(\mathbf{x})$ são equações do balanço de potência ativa para todas as barras do sistema e as equações do balanço de potência reativa nas barras de carga. Por fim, as restrições $\mathbf{h}_j(\mathbf{x}, \varepsilon)$ compreendem os limites nas variáveis, restrições funcionais representando os limites nas gerações de potência reativa e limites de corrente nas linhas.

A parametrização se faz nas equações do balanço de potência ativa e reativa, tornando os valores de cargas ativas e reativas funções lineares do parâmetro ε , aqui denominado de *Parâmetro de Carga*. Maiores detalhes dessa parametrização, bem como, a resolução do problema se encontra no Apêndice A.

Neste trabalho, adota-se um método de *pontos interiores* na resolução de $P(\varepsilon)$. Portanto, (3.1) é transformado em um problema com restrições de igualdade associando-se variáveis de folga,

$$\mathbf{r}_u \geq 0 \quad (3.2)$$

$$\mathbf{s}_u \geq 0 \quad (3.3)$$

às restrições de desigualdade.

Através de uma função barreira logarítmica, associada à função objetivo, assegura-se a *não negatividade* dessas variáveis. De forma matricial, o problema modificado, $P_{\text{mod}}(\varepsilon)$, se escreve:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & C(\mathbf{x}) - \mu \left(\sum_{j=1}^p \ln(\mathbf{r}_{u_j}) + \sum_j \ln(\mathbf{s}_{u_j}) \right) \\ \text{Sujeito a} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon) = 0 \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon) - \mathbf{r}_u - \mathbf{h}^{\min} = 0 \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon) + \mathbf{s}_u - \mathbf{h}^{\max} = 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde $\mu > 0$ é o parâmetro barreira e \mathbf{r}_u e \mathbf{s}_u variáveis de folga associadas aos limites inferiores e superiores, respectivamente.

3.2.1 Condições de Otimalidade do FPO Parametrizado

O *Lagrangeano* do problema modificado, (3.4), pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathbf{x}, \mathbf{r}_u, \mathbf{s}_u, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\pi}_r, \boldsymbol{\pi}_s, \varepsilon) = & C(\mathbf{x}) - \mu \left[\sum_j^p \ln(\mathbf{r}_{u_j}) + \sum_j \ln(\mathbf{s}_{u_j}) \right] \\ & - \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon) \\ & - \boldsymbol{\pi}_r^T [\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon) - \mathbf{r}_u - \mathbf{h}^{\min}] \\ & - \boldsymbol{\pi}_s^T [\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon) + \mathbf{s}_u - \mathbf{h}^{\max}] \end{aligned} \quad (3.5)$$

sendo $\boldsymbol{\lambda}$, $\boldsymbol{\pi}_r$ e $\boldsymbol{\pi}_s$ os vetores dos multiplicadores de *Lagrange* associados às restrições de (3.4).

Para $r_u \geq 0$ e $s_u \geq 0$, as condições necessárias de primeira ordem para solução ótima do problema (3.4) podem ser escritas, de forma matricial, como:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial C(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} - [\mathbb{J}(\mathbf{x}, \varepsilon)]^T \boldsymbol{\lambda} - \left[\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} \right]^T (\boldsymbol{\pi}_r + \boldsymbol{\pi}_s) = 0 \quad (3.6a)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = -\mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon) = 0 \quad (3.6b)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{r}_u} = \mu \mathbf{R}_u^{-1} - \boldsymbol{\pi}_r = 0 \rightarrow \mu - \mathbf{R}_u \boldsymbol{\pi}_r = 0 \quad (3.6c)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{s}_u} = \mu \mathbf{S}_u^{-1} + \boldsymbol{\pi}_s = 0 \rightarrow \mu + \mathbf{S}_u \boldsymbol{\pi}_s = 0 \quad (3.6d)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \boldsymbol{\pi}_r} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon) - \mathbf{r}_u - \mathbf{h}^{\min} = 0 \quad (3.6e)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \boldsymbol{\pi}_s} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon) + \mathbf{s}_u - \mathbf{h}^{\max} = 0 \quad (3.6f)$$

$$\forall \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\pi}_r \geq 0 \text{ e } \boldsymbol{\pi}_s \leq 0 \quad (3.6g)$$

onde: $\mathbb{J}(x, \varepsilon)$ é o jacobiano da função $g(x, \varepsilon)$ e \mathbf{R}_u e \mathbf{S}_u são matrizes diagonais formadas pelos respectivos elementos de \mathbf{r}_u e \mathbf{s}_u .

3.3 Análise de Sensibilidade

O cálculo das soluções ótimas de um sistema por si só não fornece todas as informações necessárias para uma análise criteriosa das suas condições de operação. A sensibilidade da função objetivo em relação às variações da demanda ativa ou reativa, ou ainda, em relação às variações nos limites operacionais são informações de grande valia quando se trata de transações de transmissão ou expansões de sistemas.

O *FPO Parametrizado* tem como uma de suas principais características, a capacidade de fornecer a sensibilidade da solução ótima com relação à variação de demanda ou de limites operacionais, sem grandes esforços computacionais adicionais. Dentre os vários trabalhos,

onde essa característica é estudada, citam-se: (BARBOZA, 1997), (AJJARAPU *et al.*, 1994) e (ALMEIDA, 1994).

3.3.1 Sensibilidade da Função Objetivo com Relação às Cargas Ativa e Reativa

Denominar-se-á de $CIPB_i$ (Custo Incremental de Potência Ativa da Barra i) e $CIQB_i$ (Custo Incremental de Potência Reativa da Barra i), respectivamente, às sensibilidades da FO com relação à carga ativa e reativa na barra i . Do problema $P_{\text{mod}}(\varepsilon)$, tem-se, utilizando-se a notação do Apêndice A:

$$CIPB_i = \frac{\partial C(\mathbf{x})}{\partial Pd_i} = \left[\frac{\partial C(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right]^T \times \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial Pd_i} \quad (3.7)$$

e

$$CIQB_i = \frac{\partial C(\mathbf{x})}{\partial Qd_i} = \left[\frac{\partial C(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right]^T \times \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial Qd_i} \quad (3.8)$$

Da equação (3.6a) temos que:

$$\frac{\partial C(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = [-\mathbb{J}(\mathbf{x}, \varepsilon)]^T \lambda + \left[\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} \right]^T (\pi_r + \pi_s) \quad (3.9)$$

Substituindo (3.9) em (3.7) e (3.8) tem-se:

$$\frac{\partial C(\mathbf{x})}{\partial Pd_i} = \left[-\mathbb{J}(\mathbf{x}, \varepsilon) \times \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial Pd_i} \right]^T \lambda + \left[\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} \times \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial Pd_i} \right]^T (\pi_r + \pi_s)$$

e

$$\frac{\partial C(\mathbf{x})}{\partial Qd_i} = \left[-\mathbb{J}(\mathbf{x}, \varepsilon) \times \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial Qd_i} \right]^T \lambda + \left[\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} \times \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial Qd_i} \right]^T (\pi_r + \pi_s)$$

De acordo com a formulação adotada, para todas as barras, tem-se

$$\left[\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} \times \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial P d_i} \right] = \mathbf{0}$$

e, para as barras de carga,

$$\left[\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} \times \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial Q d_i} \right] = \mathbf{0}.$$

Portanto, para todas as barras

$$\frac{\partial C(\mathbf{x})}{\partial P d_i} = \left[-\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial P d_i} \right] \lambda$$

e, para as barras de carga

$$\frac{\partial C(\mathbf{x})}{\partial Q d_i} = \left[-\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial Q d_i} \right] \lambda.$$

Do Apêndice A, tem-se

$$\frac{\partial C(\mathbf{x})}{\partial P d_i} = -\frac{\partial [\mathbf{P}g - \mathbf{P}d - \mathbf{P}(\mathbf{V}, \delta, \mathbf{a})]}{\partial P d_i} = 1.$$

Analogamente,

$$\frac{\partial C(\mathbf{x})}{\partial Q d_i} = -\frac{\partial [\mathbf{Q}g - \mathbf{Q}d - \mathbf{Q}(\mathbf{V}, \delta, \mathbf{a})]}{\partial Q d_i} = 1.$$

Com α e β sendo os vetores dos multiplicadores de *Lagrange* associados às restrições de igualdade de potências ativas e reativas, respectivamente, tem-se, portanto

$$CIPB_i = \alpha_i \tag{3.10}$$

e

$$CIQB_i = \beta_i$$

Deve-se observar que $CIQB_i$, tal como indicado na equação anterior, é válido apenas para as barras de carga devido à modelagem adotada. Numa barra PV, a geração de potência reativa foi expressa em função da demanda e da injeção de potência reativa. Os limites de geração de potência reativa são, portanto, restrições funcionais. O $CIQB_i$ associado a uma barra de geração é obtido derivando-se uma restrição de desigualdade funcional em relação à Qd_i . Esta derivação é semelhante para todas as restrições que possuem variáveis de folga de $P_{\text{mod}}(\varepsilon)$ e será abordada a seguir.

3.3.2 Sensibilidade da Função Objetivo com Relação aos Limites

A sensibilidade da FO com relação aos limites mínimos é dada por:

$$\frac{\partial C(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{h}^{\min}} = \left[\frac{\partial C(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right]^T \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{h}^{\min}} \quad (3.11)$$

Substituindo (3.9) em (3.11) tem-se:

$$\frac{\partial C(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{h}_i^{\min}} = \left[\mathbb{J}(\mathbf{x}, \varepsilon) \times \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{h}_i^{\min}} \right]^T \boldsymbol{\lambda} + \left[\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} \times \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{h}^{\min}} \right]^T (\boldsymbol{\pi}_r + \boldsymbol{\pi}_s)$$

ou

$$\frac{\partial C(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{h}_i^{\min}} = \left[-\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{h}_i^{\min}} \right]^T \boldsymbol{\lambda} + \left[\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{h}^{\min}} \right]^T (\boldsymbol{\pi}_r + \boldsymbol{\pi}_s)$$

Derivando (3.6e) com relação a \mathbf{h}_i^{\min} obtém-se:

$$\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{h}^{\min}} = \mathbf{I} + \frac{\partial \mathbf{r}_u}{\partial \mathbf{h}^{\min}}$$

com \mathbf{I} igual a matriz identidade. Desta forma,

$$\frac{\partial C(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{h}_i^{\min}} = \left[\mathbf{I} + \frac{\partial \mathbf{r}_u}{\partial \mathbf{h}_i^{\min}} \right] (\pi_r + \pi_s)$$

como π_{s_i} associado ao limite inferior tende a zero, temos portanto

$$\frac{\partial C(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{h}_i^{\min}} = \left[\mathbf{I} + \frac{\partial \mathbf{r}_u}{\partial \mathbf{h}_i^{\min}} \right] \pi_{r_i}.$$

Usando o mesmo procedimento para calcular a sensibilidade da *FO* com relação aos limites máximos, tem-se

$$\frac{\partial C(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{h}_i^{\max}} = \left[\mathbf{I} - \frac{\partial \mathbf{s}_u}{\partial \mathbf{h}_i^{\max}} \right] \pi_{s_i}. \quad (3.12)$$

3.4 Continuidade da Função Homotopia

Deve-se notar que tanto o problema (3.4) como as condições de otimalidade de primeira ordem, (3.6a) - (3.6g), são dependentes do parâmetro ε . Para diferentes valores de ε são definidos diferentes problemas de *FPO* e, por conseguinte, novas condições de otimalidade. Desta forma, a solução das condições necessárias de primeira ordem é também função do parâmetro ε . Ao se variar ε define-se, portanto, uma trajetória de soluções das condições (3.6a) - (3.6g).

Seja

$$\mathbf{z} = \left[(\mathbf{x})^T, (\mathbf{r}_u)^T, (\mathbf{s}_u)^T, (\boldsymbol{\lambda})^T, (\boldsymbol{\pi}_r)^T, (\boldsymbol{\pi}_s)^T \right]^T$$

a solução das condições necessárias de primeira ordem de (3.4). Podemos portanto dizer que $z(\varepsilon)$ é o ponto que satisfaz as condições necessárias de otimalidades para um ε qualquer.

Seja $\rho(z, \varepsilon)$ a função vetorial definida pelas equações (3.6a)-(3.6f). O ponto $z(\varepsilon)$, portanto, resolve o sistema $\rho(z, \varepsilon)$ para $r_u \geq 0, s_u \geq 0, \pi_r \leq 0, \pi_s \geq 0$ e $\forall \lambda$. Esta função conecta os pontos solução de (3.4) definidos para diferentes valores de ε . Pode ser considerada, portanto, uma *função homotopia* associada ao problema FPO (GUDDAT, GUERRA-VAZQUEZ e JONGEN, 1990).

É de grande importância definirmos os intervalos de variação de ε para os quais $z(\varepsilon)$ varia de forma contínua, o que significa uma mudança contínua no ponto ótimo de operação de um sistema para uma variação em ε . Tal comportamento se verifica nos intervalos de variação de ε para os quais a função homotopia é contínua. As condições necessárias para a continuidade de $\rho(z, \varepsilon)$ são derivadas a seguir.

O principal objetivo deste trabalho é o “acompanhamento” da trajetória das soluções definida pela *Função Homotopia* - $\rho(z, \varepsilon) : \mathbb{R}^{q+1} \rightarrow \mathbb{R}^q$, sendo q a dimensão do vetor z . A cada variação do parâmetro ε , um novo problema de FPO e um novo conjunto de condições de otimalidades são definidos. Sendo, $z(\varepsilon)$ o ponto que satisfaz as condições de otimalidade para um ε qualquer, pretende-se determinar as condições que garantam que, para uma pequena variação em ε , ocorra também uma variação pequena em z . Isto significa que em todo o intervalo de variação de ε , a função $\rho(z, \varepsilon)$ deve ser contínua e diferenciável e que sua solução deva satisfazer as condições suficientes de segunda ordem. As condições necessárias para a continuidade de $\rho(z, \varepsilon)$ são dadas pelo Teorema da Função Implícita.

Teorema 1- Teorema da Função Implícita (GARCIA e ZANGWILL, 1981) assegura que o conjunto de soluções (z, ε) para o sistema $\rho(z, \varepsilon) = 0$,

$$\rho' = \{(z, \varepsilon) \mid \rho(z, \varepsilon) = 0\}$$

é constituído apenas por trajetórias continuamente diferenciáveis.

O Jacobiano de $\rho(\mathbf{z}, \varepsilon)$ é dado por:

$$\mathbf{W}(\mathbf{z}, \varepsilon) = \begin{bmatrix} \mathbf{F} & 0 & 0 & -[\mathbf{J}(\mathbf{x}, \varepsilon)]^T & -\frac{\partial[\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)]^T}{\partial \mathbf{x}} & -\frac{\partial[\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)]^T}{\partial \mathbf{x}} & 0 \\ 0 & -\Pi_r & 0 & 0 & -R_u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Pi_s & 0 & 0 & S_u & 0 \\ -\mathbf{J}(\mathbf{x}, \varepsilon) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial[\mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon)]}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial[\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)]}{\partial \mathbf{x}} & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial[\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)]}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial[\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)]}{\partial \mathbf{x}} & 0 & I & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial[\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)]}{\partial \varepsilon} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

onde \mathbf{F} é a derivada de segunda ordem de \mathcal{L} - equação (3.5) - em relação a \mathbf{x} . Π_r e Π_s são matrizes diagonais formadas pelos elementos de π_r e π_s , respectivamente.

Definindo

$$\mathbf{W}_z(\mathbf{z}, \varepsilon) = \begin{bmatrix} \mathbf{F} & 0 & 0 & -[\mathbf{J}(\mathbf{x}, \varepsilon)]^T & -\frac{\partial[\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)]^T}{\partial \mathbf{x}} & -\frac{\partial[\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)]^T}{\partial \mathbf{x}} \\ 0 & -\Pi_r & 0 & 0 & -R_u & 0 \\ 0 & 0 & \Pi_s & 0 & 0 & S_u \\ -\mathbf{J}(\mathbf{x}, \varepsilon) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial[\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)]}{\partial \mathbf{x}} & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial[\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)]}{\partial \mathbf{x}} & & I & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

e

$$\mathbf{W}_\varepsilon(\mathbf{z}, \varepsilon) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\partial[\mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon)]}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial[\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)]}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial[\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)]}{\partial \varepsilon} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

pode-se escrever (3.13) como:

$$\mathbf{W}(\mathbf{z}, \varepsilon) = [\mathbf{W}_z(\mathbf{z}, \varepsilon) \mid \mathbf{W}_\varepsilon(\mathbf{z}, \varepsilon)] \quad (3.16)$$

Para um ponto $(z^o, \varepsilon^o) \in \rho'$, $\rho(z^o, \varepsilon^o) = 0$, se ρ é diferenciável, pode-se fazer uma aproximação linear desta função na vizinhança de (z^o, ε^o) :

$$\rho(z, \varepsilon) \approx \rho(z^o, \varepsilon^o) + [\mathbf{W}_z(z^o, \varepsilon^o) \mid \mathbf{W}_\varepsilon(z^o, \varepsilon^o)] \begin{bmatrix} z - z^o \\ \varepsilon - \varepsilon^o \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Quer-se estudar pontos (z, ε) pertencentes a ρ' e próximos a (z^o, ε^o) . Por definição, $\rho(z, \varepsilon) = 0$, então de (3.17) tem-se que

$$\mathbf{W}_z(z^o, \varepsilon^o) [z - z^o] + \mathbf{W}_\varepsilon(z^o, \varepsilon^o) [\varepsilon - \varepsilon^o] = 0 \quad (3.18)$$

Supondo $\mathbf{W}_z(z^o, \varepsilon^o)$ inversível, um ponto (z, ε) em ρ' na vizinhança de (z^o, ε^o) deve satisfazer a equação:

$$[z - z^o] = -[\mathbf{W}_z(z^o, \varepsilon^o)]^{-1} \mathbf{W}_\varepsilon(z^o, \varepsilon^o) [\varepsilon - \varepsilon^o] \quad (3.19)$$

O sistema (3.19) tem como solução uma reta, pois possui $(q + 1)$ variáveis e q equações. Logo, se $\mathbf{W}_z(z^o, \varepsilon^o)$ é inversível, as soluções (z, ε) em ρ' , próximas a (z^o, ε^o) , pertencem a uma reta que passa por (z^o, ε^o) . Conclui-se que, se em todo o intervalo de variação de ε , $\mathbf{W}_z(z, \varepsilon)$ é inversível, então todos os pontos que satisfazem (3.6a) - (3.6f) estão num caminho único e continuamente diferenciável que passa por (z^o, ε^o) .

O Teorema da Função Implícita, portanto, garante que, para os intervalos de variação de ε onde $\mathbf{W}_z(z, \varepsilon)$ é inversível, a solução do FPO varia de forma contínua com o parâmetro do problema. Deve-se notar entretanto, que a continuidade de $z(\varepsilon)$ pode ser garantida apenas para alguns intervalos de variação de ε . Isso é de certa forma esperado, uma vez que não se pode variar aleatoriamente algum parâmetro de um sistema físico e obter sempre um comportamento “contínuo” do mesmo. Isto leva ao estudo das situações onde há uma ruptura

da continuidade da resposta de um sistema (ou ainda, para o FPO, dos pontos onde $z(\varepsilon)$ deixa de ser contínua). Estas situações são discutidas a seguir.

3.5 Análise dos Pontos Críticos das Trajetórias de um FPO

Um ponto solução do problema FPO, $z(\varepsilon)$, é considerado *Não Crítico* se apresentar uma pequena variação para um incremento em ε . De maneira oposta, um ponto-solução *Crítico* é aquele que apresenta uma mudança abrupta para uma pequena variação de ε .

Seja z° uma solução ótima do FPO em ε° e seja $\mathcal{N}(\varepsilon^\circ)$ a vizinhança de ε° . Se, para todo $\varepsilon \in \mathcal{N}(\varepsilon^\circ)$, $z(\varepsilon)$ se encontra em uma curva contínua e diferenciável que passa por $(z^\circ, \varepsilon^\circ)$, então, uma pequena alteração em ε implicará uma pequena alteração em z . Com isso, conclui-se que z é um *Ponto-Solução não Crítico*.

Para caracterizar um ponto crítico de $z(\cdot)$, seja

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} & 0 & 0 \\ 0 & -\Pi_r & 0 \\ 0 & 0 & \Pi_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J}_{rs} = \begin{bmatrix} -[\mathbb{J}(\mathbf{x}, \varepsilon)]^T & -\frac{\partial[\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)]^T}{\partial \mathbf{x}} & -\frac{\partial[\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)]^T}{\partial \mathbf{x}} \\ 0 & -R_u & 0 \\ 0 & 0 & S_u \end{bmatrix}$$

e

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} -\mathbb{J}(\mathbf{x}, \varepsilon) & 0 & 0 \\ \frac{\partial[\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)]}{\partial \mathbf{x}} & -I & 0 \\ \frac{\partial[\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)]}{\partial \mathbf{x}} & I & \end{bmatrix}$$

Isto posto, o sistema (3.13) pode ser escrito, de forma compacta, como:

$$\mathbf{W}(z, \varepsilon) = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{J}_{rs} \\ \mathbf{J} & 0 \end{bmatrix}$$

podendo, ainda, escrever:

$$\mathbf{J}_{rs} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -R_u & 0 \\ 0 & 0 & S_u \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -\mathbb{J}(x, \varepsilon) & 0 & 0 \\ \frac{\partial[\mathbf{h}(x, \varepsilon)]}{\partial x} & -I & 0 \\ \frac{\partial[\mathbf{h}(x, \varepsilon)]}{\partial x} & & I \end{bmatrix}^T = \mathbf{C}\mathbf{J}^T(\mathbf{x}, \varepsilon)$$

Conforme o *Teorema da Função Implícita*, a “trajetória” da solução só será continuamente diferenciável se e somente se $\mathbf{W}_z(\mathbf{z}^\circ, \varepsilon^\circ)$ for inversível. Esta última condição é satisfeita se (GUDDAT *et al.*, 1990):

1. \mathbf{x}° for um *ponto regular* do conjunto factível, permitindo assim, que as condições de otimalidade (3.6a)-(3.6g) possam ser usadas para caracterizar a solução ótima.
2. A projeção de $\mathbf{H}(\mathbf{z}, \varepsilon)$ no espaço nulo de $\mathbf{J}(\mathbf{x}, \varepsilon)$ é não singular para todo ε em $\mathcal{N}(\varepsilon^\circ)$.
3. \mathbf{C} é não singular.

Deve-se observar que, devido à presença da função barreira logarítmica, \mathbf{C} é não singular para qualquer valor de ε . Portanto, \mathbf{z} é um ponto não crítico sempre que as condições (1) e (2) forem satisfeitas.

A importância de (1) e (2) não está restrita somente ao acompanhamento da solução do *FPO* para variações em ε . Essas duas condições também, indicam a robustez de $\mathbf{z}(\varepsilon)$ para pequenas variações em ε .

3.5.1 Tipos de Pontos Críticos

A violação de uma das condições descritas acima, em um ponto $(\mathbf{z}^\circ, \varepsilon^\circ)$, define um *Ponto de Solução Crítico*. Desta forma, fica inviabilizada a solução para o *FPO* para $\varepsilon > \varepsilon^\circ$ e $\varepsilon \in \mathcal{N}(\varepsilon^\circ)$.

Tipo	Violação	Conseqüência
I	Violação de (1): A medida que ϵ se aproxima de ϵ^o , J passa a ter posto incompleto.	$W(x, \epsilon)$ se torna singular quando ϵ se aproxima de ϵ^o . Conseqüentemente, um dos multiplicadores de Lagrange tende a infinito. O conjunto factível se torna vazio localmente após o ponto crítico, caracterizando a perda de factibilidade local. Na vizinhança desse ponto, as trajetórias ótimas $z(\epsilon)$ podem ser aproximadas por parábolas.
II	Violação de (2): A medida que ϵ se aproxima de ϵ^o , a projeção da matriz Hessiana, no espaço nulo de J apresenta um autovalor tendendo a zero.	$W(x, \epsilon)$ se torna singular a medida que ϵ se aproxima de ϵ^o . Na vizinhança desse ponto, as trajetórias ótimas $z(\epsilon)$ podem ser aproximadas por parábolas.

Tabela 3.1. Tipos de Pontos Críticos

Para a formulação modificada do *FPO*, dois pontos críticos são definidos: *Ponto Crítico do Tipo I* e *Ponto Crítico do Tipo II*, apresentados de maneira resumida na Tabela 3.1, que além de descrever os pontos críticos, mostra as conseqüências de sua ocorrência (JONGEN, JONKER e TWILT, 1986).

Por estarem relacionados com a perda da factibilidade local do *FPO*, apenas os *Pontos Críticos do Tipo I* serão estudados neste trabalho. Estes pontos críticos são de especial importância se ϵ representa a demanda do sistema pois indicam situações onde esta demanda não pode ser atendida. Um ponto crítico do Tipo I, portanto, indica o limite máximo de carregamento do sistema como visto pelo *FPO*. Este limite é uma variação do limite de máximo carregamento definido pelas equações do fluxo de carga, pois no *FPO*, os limites operacionais são considerados e as magnitudes das tensões ou a potências ativas geradas pelas barras *PV* não são usualmente pré-fixadas. Portanto, o comportamento das variáveis dos problemas de *FC* e *FPO* é semelhante na vizinhança dos limites de máximo carregamento definidos para os dois problemas, ou seja, apresentam uma grande variação para um incremento no parâmetro carga. Dito de outra forma, um *FC* com um ponto de operação nas proximidades de uma singularidade do *Jacobiano*, apresenta trajetórias das

soluções semelhantes às do *FPO* com ε próximos ao ponto crítico. Trajetórias essas que podem ser aproximadas por parábolas.

Uma das motivações desse trabalho é a determinação de índices que indiquem o limite de factibilidade do *FPO*, caracterizado por *Pontos Críticos do Tipo I*.

3.6 Conclusão

A representação explícita dos parâmetros do *FPO* permite o estudo do comportamento de sua solução para uma variação nestes parâmetros. Neste trabalho, o interesse se volta para o estudo do *FPO* para variações no parâmetro carga devido à importância de se estudar o comportamento de sistemas sendo operados de forma ótima nas vizinhanças do limite máximo de carregamento dos mesmos. Neste estudo foi utilizado o problema *FPO* modificado descrito em (3.4). A solução ótima deste problema é acompanhada para valores crescentes de ε até que se atinja o limite máximo de carregamento do sistema em estudo. O acompanhamento das trajetórias da solução ótima é feito através do método da continuação, utilizando o esquema preditor corretor. Este algoritmo é descrito em detalhes no próximo capítulo.

CAPÍTULO 4

Método de Resolução do Problema Parametrizado

4.1 Introdução

O principal objetivo deste trabalho é traçar a trajetória da solução ótima de um *FPO* na vizinhança de um ponto de máximo carregamento (*Ponto Crítico Tipo I*). Para tanto, o presente trabalho utiliza-se do *Método da Continuação* como ferramenta chave para o acompanhamento das soluções das condições de *KKT*, partindo de um caso base até o ponto de máximo carregamento. Tal método foi usado por mostrar-se robusto na vizinhança deste limite (AJJARAPU e CHRISTY, 1992).

O método empregado aqui se divide em duas etapas: a *etapa de predição*, na qual se faz uma estimativa para a solução das condições de *KKT* após um incremento em ε , e a *etapa de correção* que, a partir da estimativa obtida anteriormente, encontra a solução do problema $P_{\text{mod}}(\varepsilon)$ para o novo valor de ε .

A versão *Primal-Dual* do *Método dos Pontos Interiores* é utilizada na *etapa de correção* das estimativas previamente determinadas na etapa de *Predição*.

Dois versões do método são utilizadas: *Preditor - Corretor Parametrizado Localmente* e *Preditor Corretor Ortogonal*

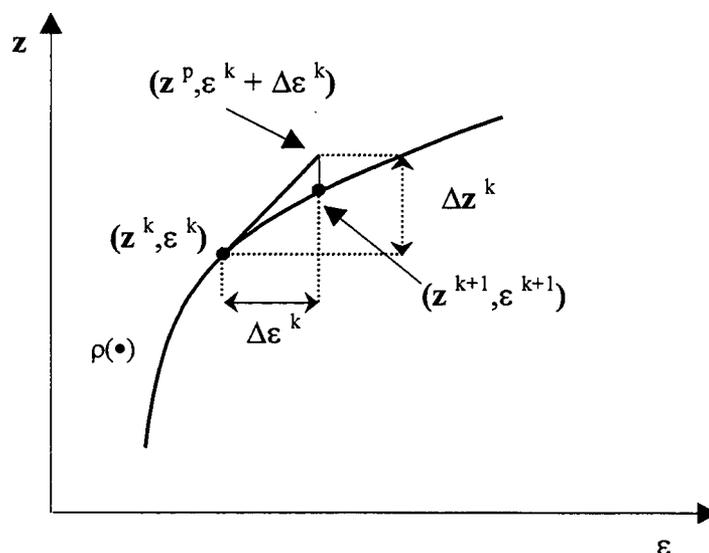


Figura 4.1. Esquema Gráfico Preditor - Corretor

4.2 Método da Continuação

O princípio básico desse método consiste em empregar um esquema “*preditor-corretor*” para mapear um caminho de soluções de um *FPO*, aqui reformulado com a inclusão do *parâmetro de carga*, ε - *FPO* parametrizado.

Conforme Figura 4.1, o método parte de uma solução conhecida, $\rho(z^k, \varepsilon^k)$, e usa uma predição tangencial, para estimar uma solução subsequente, $\rho(z^P, \varepsilon^P)$, solução essa, com valor do parâmetro de carga diferente.

Seja $\rho(z, \varepsilon)$ o sistema que representa as condições necessárias de primeira ordem (3.6a) - (3.6f). Esse sistema é uma generalização das equações de um *fluxo de carga parametrizado* que é usado para traçar as soluções de carga até o máximo carregamento. $\rho(z, \varepsilon)$ constitui a *Função Homotopia* que conecta os vários problemas do *FPO* definidos pela variação de $\varepsilon = 0$ (*caso base*) até $\varepsilon = \varepsilon^{\max}$ (limite de máximo carregamento do sistema).

A proposta deste trabalho baseia-se no acompanhamento de $\rho(\mathbf{z}, \varepsilon)$ levando-se em consideração o cumprimento das equações (3.2) - (3.3) e (3.6g), em um intervalo de variação de ε onde $\mathbf{z}(\varepsilon)$ é um ponto não crítico.

4.2.1 Preditor

Aplicando-se o incremento $\Delta\varepsilon^k$ a ε^k , pode-se prever a solução de $\rho(\mathbf{z}, \varepsilon^k + \Delta\varepsilon^k)$ através de um passo, de tamanho apropriado, na direção do vetor tangente de $\rho(\cdot)$. Essa direção é obtida através da expansão em *Série de Taylor*, até o termo de primeira ordem, de $\rho(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k)$.

Sendo assim, tem-se:

$$\rho(\mathbf{z}^p, \varepsilon^p) = \rho(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k) + \left[\frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{z}}(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k), \frac{\partial \rho}{\partial \varepsilon}(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k) \right] \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{z}^k \\ \Delta \varepsilon^k \end{bmatrix} = 0$$

Como o problema parte de uma solução convergida, ou seja, $\rho(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k)$ satisfaz as condições de otimalidade de primeira ordem, tem-se $\rho(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k) = 0$, o que implica:

$$\left[\frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{z}}(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k), \frac{\partial \rho}{\partial \varepsilon}(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k) \right] \cdot \mathbf{t}^k = 0 \quad (4.1)$$

onde o vetor tangente \mathbf{t}^k é dado por:

$$\mathbf{t}^k = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{z}^k \\ \Delta \varepsilon^k \end{bmatrix}$$

o que em outras palavras significa a direção de incremento do vetor

$$\mathbf{y}^k = \left[(\mathbf{z}^k)^T, \varepsilon^k \right]^T$$

Como o número de equações em (4.1) é menor que o número de incógnitas, deve-se especificar uma das variáveis para tornar possível a solução do sistema. O que implica em:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{z}}(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k), \frac{\partial \rho}{\partial \varepsilon}(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k) \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix} \cdot \mathbf{t}^k = \begin{bmatrix} 0 \\ \pm \eta \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

onde \mathbf{u}_i é um vetor linha, dimensionado apropriadamente, com todos elementos iguais a zero, exceto o i -ésimo que é igual a 1. A i -ésima componente de \mathbf{u}_i será o *parâmetro da continuação* na etapa de correção. A escolha apropriada do índice i , que será abordada posteriormente, impõe uma norma ao vetor tangente \mathbf{t}^k diferente de zero. Este artifício garantirá uma não-singularidade da matriz existente em (4.2) na vizinhança e no próprio *ponto crítico* (SEYDEL, 1988) e (AJJARAPU e CHRISTY, 1992).

4.2.1.1 Escolha do Parâmetro da Continuação

Para a escolha do *parâmetro da continuação*, u_i , adotou-se nesse trabalho o mesmo artifício usado por Ajjarapu (AJJARAPU e CHRISTY, 1992) e Sodré (SODRÉ, ALMEIDA e SALGADO, 1998). Ou seja, a sele o   feita com base na análise dos componentes do vetor tangente, calculado anteriormente em (4.2). A variável y_i a ser escolhida será aquela com maior varia o percentual e a posi o (i) dessa variável pode ser determinada como:

$$i = \max \left\{ \left| \frac{\Delta \mathbf{z}_j}{\mathbf{z}_j} \right|, \left| \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon} \right|, \quad j = 1, \dots, n \right\} \quad (4.3)$$

4.2.1.2 C culo do Ponto Predito

Uma vez que a soluço do sistema deve atender (3.2) - (3.3) e (3.6g), fatores de passo serão empregados a \mathbf{t}^k . Como há no sistema variáveis *primais* e *duais*, serão adotados fatores

de passo diferenciados para tais variáveis. Ou seja α_p será o fator de passo para as variáveis primais e α_d será o fator de passo para as duais. Para o cálculo desses fatores adota-se a metodologia empregada por Granville (GRANVILLE, 1994). Tendo-se portando:

$$\alpha_p = \min \left[\min_{\Delta r_i < 0} \frac{r_{u_i}}{|\Delta r_i|}, \min_{\Delta s_i < 0} \frac{s_{u_i}}{|\Delta s_i|}, 1 \right] \quad (4.4)$$

e

$$\alpha_d = \min \left[\min_{\Delta \pi_{r_i} < 0} \frac{\pi_{r_i}}{|\Delta \pi_{r_i}|}, \min_{\Delta \pi_{s_i} > 0} \frac{\pi_{s_i}}{|\Delta \pi_{s_i}|}, 1 \right] \quad (4.5)$$

Após a resolução de (4.2) e do cálculo dos fatores de passos, o *ponto predito*, $\rho(\mathbf{z}^p, \varepsilon^p)$, com

$$\varepsilon^p = \varepsilon^k + \Delta \varepsilon^k$$

é calculado por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}^p \\ \mathbf{r}^p \\ \mathbf{s}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^k \\ \mathbf{r}^k \\ \mathbf{s}^k \end{bmatrix} + \sigma \alpha_p \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}^k \\ \Delta \mathbf{r}^k \\ \Delta \mathbf{s}^k \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

e

$$\begin{bmatrix} \lambda^p \\ \pi_r^p \\ \pi_s^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda^k \\ \pi_r^k \\ \pi_s^k \end{bmatrix} + \sigma \alpha_d \begin{bmatrix} \Delta \lambda^k \\ \Delta \pi_r^k \\ \Delta \pi_s^k \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

com σ sendo um fator que garante $r > 0, s > 0, \pi_r < 0$ e $\pi_s > 0$. Neste trabalho foi usado $\sigma = 0,9995$.

4.2.1.3 Escolha de η

A escolha do valor de η é baseada em um processo heurístico, dependendo do tipo de variável escolhida como *parâmetro da continuação* (AJJARAPU e CHRISTY, 1992). Isso se dá devido às grandezas bastante distintas das variáveis em estudo. Por exemplo, os valores de λ , π_r e π_s assumem magnitudes próximas ou superiores a $|10^3|$, bastante diferentes dos valores de x .

O sinal é dado de acordo com a variação de u_i . Sendo $+\eta$ se a variação for positiva e $-\eta$ se a variação for negativa.

4.2.2 Corretor

A etapa de correção consiste em resolver o sistema de equações

$$\rho(\mathbf{z}, \varepsilon) = 0 \quad (4.8)$$

para $r \geq 0$, $s \geq 0$, $\pi_r \leq 0$ e $\pi_s \geq 0$ a partir de $(\mathbf{z}^p, \varepsilon^p)$, pois apesar da solução predita respeitar as condições de não negatividade, $r > 0$ e $s > 0$, as restrições de igualdades impostas pelas condições de otimalidade não são satisfeitas.

Resolver (4.8) respeitando as restrições de desigualdade em r , s , π_r e π_s é equivalente à resolução do problema de otimização $P_{\text{mod}}(\varepsilon + \Delta\varepsilon)$.

Como (\mathbf{z}^p) é um ponto interior ao conjunto factível de $P_{\text{mod}}(\varepsilon + \Delta\varepsilon)$ e foi obtido com base nas informações da própria função homotopia, é portanto, um excelente ponto de partida para se utilizar do algoritmo *Primal-Dual de Pontos Interiores*. Este algoritmo utiliza de diferentes valores do *parâmetro barreira* μ para resolver as condições de otimalidade do problema $P_{\text{mod}}(\varepsilon + \Delta\varepsilon)$. Inicialmente, arbitra-se um valor suficientemente elevado para

μ , para garantir a não negatividade das variáveis de folga. Nas iterações subsequentes μ é reduzido de acordo com o *gap de dualidade* do problema. Adota-se nesse trabalho o mesmo procedimento de redução utilizado por Granville (GRANVILLE, 1994) e Barboza (BARBOZA, 1997). Ou seja,

$$\mu = \frac{\mathbf{r}^T \cdot \boldsymbol{\pi}_r - \mathbf{s}^T \cdot \boldsymbol{\pi}_s}{2 \cdot nv \cdot \beta} \quad (4.9)$$

com $\beta > 1$ especificado pelo usuário e nv o número de variáveis de decisão que possuem limites mais o número de restrições operacionais.

É na etapa de *correção* que o trabalho proposto diferencia os dois algoritmos empregados: *Preditor - Corretor Parametrizado Localmente* e *Preditor - Corretor Ortogonal*. Estes dois algoritmos são discutidos a seguir.

4.2.2.1 Corretor Parametrizado Localmente

O algoritmo *Preditor - Corretor Parametrizado Localmente*, utiliza, nessa etapa do processo, de uma parametrização baseada nos trabalhos de Seydel (SEYDEL, 1988) e Ajjarapu (AJJARAPU e CHRISTY, 1992). De acordo com essa parametrização, adiciona-se ao sistema (4.8) uma nova restrição que especifica o valor da i -ésima componente de \mathbf{y} igual ao valor predito. A nova restrição é portanto

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{y}_i^p$$

ou ainda

$$\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{y} - \mathbf{y}_i^p = 0$$

Deve-se observar que y_i pode ser qualquer componente do vetor \mathbf{x} das variáveis de folga, r_u e s_u , dos multiplicadores de *Lagrange*, λ , π_r e π_s , ou o próprio parâmetro de carga ε . Desta forma, o novo sistema de equações a ser resolvido é:

$$\begin{bmatrix} \rho(\mathbf{y}) \\ \mathbf{u}_i \mathbf{y} - \mathbf{y}_i^p \end{bmatrix} = 0 \quad (4.10)$$

onde o índice i é o mesmo da etapa de predição.

Partindo-se do ponto predito $(\mathbf{z}^p, \varepsilon^p)$ o sistema de equações (4.10) é resolvido iterativamente pelo o *método de Newton*. Tomando uma aproximação linear de (4.10) temos:

$$\begin{bmatrix} \rho(\mathbf{y}) \\ \mathbf{u}_i \mathbf{y} - \mathbf{y}_i^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho(\mathbf{y}^p) \\ \mathbf{u}_i \mathbf{y}^p - \mathbf{y}_i^p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{y}}(\mathbf{y}^p) \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix} \Delta \mathbf{y} = 0$$

o que implica:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{y}}(\mathbf{y}^p) \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix} \Delta \mathbf{y} = - \begin{bmatrix} \rho(\mathbf{y}^p) \\ \mathbf{u}_i \mathbf{y}^p - \mathbf{y}_i^p \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

em (4.11)

$$\rho(\mathbf{y}^p) \neq 0$$

já que \mathbf{y}^p é uma aproximação da solução e

$$\mathbf{u}_i \mathbf{y}^p - \mathbf{y}_i^p = \mathbf{y}_i^p - \mathbf{y}_i^p = 0$$

Portanto, o incremento, $\Delta \mathbf{y}$, em \mathbf{y} é obtido resolvendo-se o sistema:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{y}}(\mathbf{y}^p) \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix} \Delta \mathbf{y} = - \begin{bmatrix} \rho(\mathbf{y}^p) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Representando as componentes do vetor \mathbf{y} em (4.12), tem-se o sistema linear a ser resolvido em cada iteração do *método de Newton*:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}_z & \mathbf{W}_\varepsilon \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{r}_u \\ \Delta \mathbf{s}_u \\ \Delta \lambda \\ \Delta \pi_r \\ \Delta \pi_s \\ \Delta \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{x}} \\ -(\mu \mathbf{R}_u^{-1} - \pi_r) \\ -(\mu \mathbf{S}_u^{-1} + \pi_s) \\ g(\mathbf{x}, \varepsilon) \\ -[\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon) - \mathbf{r}_u - \mathbf{h}^{\min}] \\ -[\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon) + \mathbf{s}_u - \mathbf{h}^{\max}] \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

com $\mathbf{W}_\varepsilon(\mathbf{z}, \varepsilon)$ e $\mathbf{W}_\varepsilon(\mathbf{z}, \varepsilon)$ dados pelas equações (3.14) e (3.15) respectivamente.

A solução de (4.13) de forma iterativa, garante que, na convergência, $\rho(\cdot) = 0$. Entretanto, esta função é formada apenas por um subconjunto das condições de otimalidade de $P_{\text{mod}}(\varepsilon)$. Na formação de $\rho(\cdot)$ não foram consideradas as condições de desigualdade presentes em *KKT*, equação (3.6g). Para que o ponto corrigido satisfaça esta última condição mais uma vez lança-se mão dos fatores de passo α_p e α_d para garantir que a solução de (4.10) satisfaça (3.2) - (3.3) e (3.6g). Esses fatores, são calculados através dos procedimentos adotados em (4.4) e (4.5). Ou seja,

$$\alpha_p = \min \left[\min_{\Delta r_i < 0} \frac{\mathbf{r}_{u_i}}{|\Delta \mathbf{r}_i|}, \min_{\Delta s_i < 0} \frac{\mathbf{s}_{u_i}}{|\Delta \mathbf{s}_i|}, 1 \right]$$

e

$$\alpha_d = \min \left[\min_{\Delta \pi_{r_i} < 0} \frac{\pi_{r_i}}{|\Delta \pi_{r_i}|}, \min_{\Delta \pi_{s_j} > 0} \frac{\pi_{s_i}}{|\Delta \pi_{s_i}|}, 1 \right]$$

Desta forma, a nova aproximação para a solução ótima do problema, é dada por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}^{k+1} \\ \mathbf{r}^{k+1} \\ \mathbf{s}^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^k \\ \mathbf{r}^k \\ \mathbf{s}^k \end{bmatrix} + \sigma \alpha_p \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}^k \\ \Delta \mathbf{r}^k \\ \Delta \mathbf{s}^k \end{bmatrix}$$

e

$$\begin{bmatrix} \lambda^{k+1} \\ \pi_r^{k+1} \\ \pi_s^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda^k \\ \pi_r^k \\ \pi_s^k \end{bmatrix} + \sigma \alpha_d \begin{bmatrix} \Delta \lambda^k \\ \Delta \pi_r^k \\ \Delta \pi_s^k \end{bmatrix}$$

tendo σ o mesmo valor, 0,9995, adotado na *etapa da predição*. Durante todo o trabalho esse valor foi mantido constante, seja na predição ou nas iterações de correção.

O último passo dentro de cada iteração da etapa de correção é o cálculo do novo parâmetro barreira μ de acordo com a expressão (4.9).

A *solução ótima* do problema será encontrada quando os critérios de convergência forem satisfeitos. Os critérios adotados foram os mesmo usados por Granville (GRANVILLE, 1994), que são baseados:

- i) no valor absoluto do *parâmetro barreira*
- ii) na norma infinita do gradiente da *função Lagrangeana* - o lado direito do sistema de equações (4.13) que, na convergência, tende a zero.

Portanto, analiticamente, considerar-se-á o sistema convergido quando

$$|\mu| \leq \text{tolerância de } \mu$$

e

$$\|\Delta \rho\|_{\text{inf}} \leq \text{tolerância do gradiente}$$

onde *tolerância de μ* e *tolerância do gradiente* são valores estabelecidos pelo usuário.

4.2.2.2 Corretor Ortogonal

Para a implementação dessa variante do *método Preditor - Corretor*, toma-se como base teórica o trabalho de Iba (IBA *et al.*, 1991).

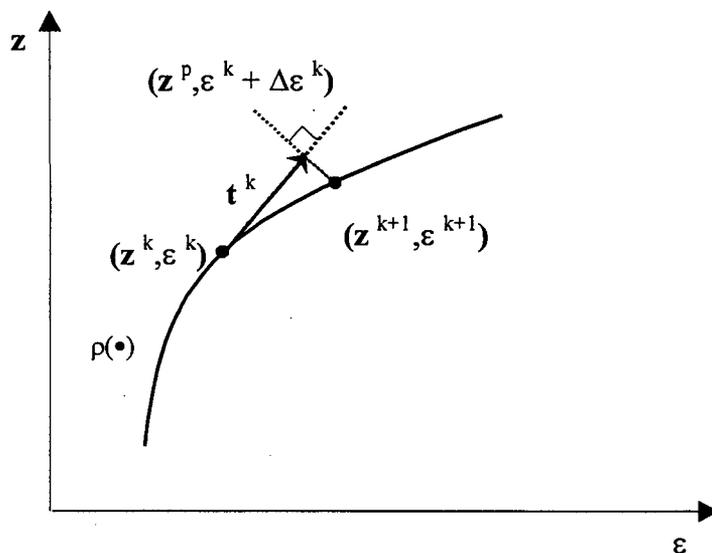


Figura 4.2. Esquema Gráfico do Corretor - Ortogonal

Na etapa de correção é possível se especificar qualquer direção da trajetória das aproximações, desde o ponto predito até a curva de soluções ótimas. No entanto, a análise geométrica do problema, Figura 4.2, nos revela que é razoável supor que a busca da solução ótima deve ser feita numa direção ortogonal ao vetor tangente, t^k , de predição. Matematicamente, isto significa que deve-se definir um hiperplano ortogonal ao vetor tangente t^k , que passe pelo ponto predito, $\rho(z^p, \varepsilon + \Delta\varepsilon^k)$, conseqüentemente, interceptando a curva de soluções ótimas $\rho(\cdot)$.

Uma vez que o vetor tangente da predição, t^k , é conhecido, a equação adicional pode ser expressa em termos de um produto escalar, onde as componentes do vetor perpendicular ao vetor t^k correspondem aos incrementos nas variáveis do problema. Isto permite que esses incrementos tenham um certo grau de liberdade para variarem na direção selecionada. A figura 4.2 indica este procedimento. Por esta figura tem-se que o vetor de incremento, Δy , a

ser dado a y^p , deve ser ortogonal a t^k . Então

$$\sum_{i=1}^{q+1} t_i^k \Delta y_i = 0 \quad (4.14)$$

Desta forma, adiciona-se ao sistema linear, a ser resolvido pelo corretor, a equação:

$$(t^k)^T \Delta y = 0$$

Portanto, o sistema (4.12) passa a ser escrito, para esse caso, como:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \rho}{\partial y}(y^p) \\ (t^k)^T \end{bmatrix} \Delta y = - \begin{bmatrix} \rho(y^p) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Verifica-se portanto que, ao contrário da *correção parametrizada localmente*, essa estratégia elimina a necessidade de se especificar o valor de um componente de y .

Logo, o sistema (4.15) pode ser escrito como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}_z & \mathbf{W}_\varepsilon \\ t_z^k & t_\varepsilon^k \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta r_u \\ \Delta s_u \\ \Delta \lambda \\ \Delta \pi_r \\ \Delta \pi_s \\ \Delta \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} \\ -(\mu \mathbf{R}_u^{-1} - \pi_r) \\ -(\mu \mathbf{S}_u^{-1} + \pi_s) \\ g(x, \varepsilon) \\ -[\mathbf{h}(x, \varepsilon) - r_u - \mathbf{h}^{\min}] \\ -[\mathbf{h}(x, \varepsilon) + s_u - \mathbf{h}^{\max}] \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

sendo, $\mathbf{W}_z(z, \varepsilon)$ e $\mathbf{W}_\varepsilon(z, \varepsilon)$ dados, respectivamente, pelas equações (3.14) e (3.15);

t_z^k formado pelas componentes do vetor tangente t^k , referentes às variáveis z , calculadas na etapa da predição - equação (4.2) e

t_ε^k igual à componente do vetor tangente t^k , referente ao parâmetro ε , também calculada na etapa da predição - equação (4.2).

De forma análoga ao que foi discutido no *Corretor Parametrizado Localmente*, na formação de $\rho(\cdot)$ não foram consideradas as condições de desigualdades presentes nas condições de *KKT* - (3.2) - (3.3) e (3.6g)- garantindo portanto, na convergência, apenas $\rho(\cdot) = 0$. Sendo assim, mais uma vez é necessário o cálculo de fatores de passos primais e duais, α_p e α_d , que são multiplicados às componentes de Δy . Estes fatores são calculados conforme equações (4.4) e (4.5)

Consequentemente, ter-se-á

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}^{k+1} \\ \mathbf{r}^{k+1} \\ \mathbf{s}^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^k \\ \mathbf{r}^k \\ \mathbf{s}^k \end{bmatrix} + \sigma \alpha_p \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}^k \\ \Delta \mathbf{r}^k \\ \Delta \mathbf{s}^k \end{bmatrix}$$

e

$$\begin{bmatrix} \lambda^{k+1} \\ \pi_r^{k+1} \\ \pi_s^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda^k \\ \pi_r^k \\ \pi_s^k \end{bmatrix} + \sigma \alpha_d \begin{bmatrix} \Delta \lambda^k \\ \Delta \pi_r^k \\ \Delta \pi_s^k \end{bmatrix}$$

como a nova aproximação para a solução do problema ótimo.

A última etapa do algoritmo corresponde ao cálculo do novo valor de μ , calculado conforme equação (4.9).

O critério de convergência adotado é o mesmo do *Corretor Parametrizado Localmente*, ou seja, a solução para o *FPO* no novo nível de carga é alcançada quando o valor do parâmetro barreira e da norma infinita do vetor formado pelos erros nas condições de otimalidade (3.6a) - (3.6f) forem menores do que tolerâncias pré-especificadas.

4.2.2.3 Observação Sobre o Tamanho do Passo do Vetor Tangente t^k

Para que se evite um passo de tamanho inapropriado na direção do vetor tangente, t^k , Iba (IBA *et al.*, 1991) enfatiza a necessidade de utilizar, na etapa de predição, valores de

incrementos $\Delta\varepsilon^k$ e Δz^k normalizados que satisfaçam as equações:

$$\Delta\varepsilon^2 + \sum_i \Delta z_i^2 = K \quad (4.17)$$

ou

$$\sum_i \Delta z_i^2 = K \quad (4.18)$$

O fator K deve ser determinado manualmente de acordo com o tamanho e a estrutura do sistema, e deve permanecer constante durante todo o processo.

Embora a performance do método dependa do valor adotado ao fator K , que deve ser determinado com base em um julgamento de engenharia, o presente trabalho não o utiliza, ficando o ponto predito baseado no cálculo de (4.6) e (4.7).

CAPÍTULO 5

Resultados Numéricos

5.1 Introdução

Neste capítulo apresentam-se os resultados numéricos dos estudos realizados com o algoritmo nas versões *Preditor - Corretor Parametrizado Localmente* e *Preditor - Corretor Ortogonal*, ambos abordados no Capítulo 4.

Dentre os vários aspectos que podem ser enfocados pelo algoritmo, aborda-se com maior ênfase o acompanhamento das trajetórias ótimas e a comparação entre o desempenho apresentado pelas duas versões implementadas.

São feitas, também, análises do comportamento de diversas variáveis durante toda a trajetória ótima, bem como, na vizinhança do *ponto crítico*. Para tanto serão traçados gráficos dessas variáveis versus o carragemto, este último representado como percentual do *caso base*.

Por fim, analisa-se o comportamento do sistema mediante a inclusão dos limites de fluxo de corrente nas linhas de transmissão.

O algoritmo foi implementado em linguagem *MATLAB - Versão 5.3* e os sistemas testados foram: 5 barras (ALMEIDA, 1994), IEEE 14 barras, IEEE 30 barras e IEEE 118

barras (Apêndice C). Com o intuito de facilitar a nomenclatura usada neste trabalho, serão denominados PARAMLOCAL, para a versão *Preditor - Corretor Parametrizado Localmente* e ORTOGONAL para o *Preditor - Corretor Ortogonal*.

5.2 Comparativo Entre as Versões PARAMLOCAL e ORTOGONAL

Nesta seção apresenta-se uma análise comparativa do desempenho computacional obtido por cada versão do algoritmo.

O problema do *FPO* resolvido nessa etapa, considera as seguintes restrições operacionais: *tensão, potência ativa gerada e potência reativa gerada*. Os valores de *Tapes* foram fixados em 1, exceto o sistema IEEE 30 Barras que apresenta alguns tapes com valores diferentes de 1 (Apêndice C).

Para cada sistema utilizaram-se, em ambas as versões, os mesmos valores de parâmetros que influenciam na convergência do *FPO*. Estes parâmetros são: *Tolerância* (tolerância para convergência do *método de Newton*), μ (parâmetro barreira para o caso base), μ_{cont} (parâmetro barreira para a etapa de correção), β e τ (fatores de passo usados para a definição dos incrementos de carga na parametrização - Apêndice A). Foi utilizada, ainda, uma única subrotina que calcula o *caso base* para as duas versões, garantindo que o *Método da Continuação* “partirá” do mesmo ponto inicial. Permite-se, com isso, uma análise mais efetiva da performance alcançada pelas duas versões do algoritmo em estudo, ao se “traçar” a curva de soluções ótimas até o ponto de *máximo carregamento*.

A Tabela 5.1 apresenta o número de iterações que cada sistema levou para alcançar o *ponto de máxima demanda* e os valores adotados para os parâmetros descritos acima. As iterações, aqui indicadas, representam apenas o número de predições do método da continuação. Foram observados valores muito diferentes para o número de iterações

da etapa de correção. No caso da versão PARAMLOCAL, o número de iterações do corretor se mantém constante enquanto o parâmetro da continuação é o mesmo. Quando ocorre mudança no parâmetro da continuação observa-se uma alteração no número de iterações do corretor. No caso da versão ORTOGONAL, observou-se que nas primeiras predições, o incremento de carga é bem maior do que o observado na versão PARAMLOCAL, conseqüentemente, levando a um número maior de iterações na etapa de correção. Nas proximidades do *ponto crítico*, as duas versões apresentam números de iterações da etapa de correção semelhantes.

SISTEMA	PARAMLOCAL	ORTOGONAL	Tolerância	μ	μ_{cont}	β	$\tau(\%)$
5 Barras	19	9	$1 * 10^{-6}$	1	1	10	0.5
IEEE 14 Barras	55	14	$1 * 10^{-6}$	1	$1 * 10^{-3}$	10	0.75
IEEE 30 Barras	41	3	$1 * 10^{-6}$	1	$1 * 10^{-3}$	10	0.5
IEEE 118 Barras	164	95	$1 * 10^{-5}$	10	1	10	0.75

Tabela 5.1. Número de iterações do método da continuação e tolerâncias

Conclui-se, portanto, que a versão ORTOGONAL do algoritmo alcança o ponto crítico do sistema em um número bem menor de iterações que a versão PARAMLOCAL.

Um outro aspecto observado foi a importância da metodologia empregada na escolha do *parâmetro da continuação* - Equação (4.3). Tendo como conseqüência direta o número de iterações e, em alguns casos, implicando na não-convergência do algoritmo. Nas duas versões implementadas, adotaram-se dois métodos:

- *Método 1*: Na escolha do *parâmetro da continuação* - Equação (4.3) - levam-se em consideração todas as variáveis do vetor t^k .
- *Método 2*: Apenas as variáveis de controle são consideradas na determinação do *parâmetro da continuação*.

Em ambos os casos, o valor de η , para cada iteração, é dado pelo valor predito da variável correspondente ao *parâmetro da continuação* (AJJARAPU e CHRISTY, 1992).

O *Método 1* não apresentou resultados satisfatórios, uma vez que, os valores de π_r e/ou π_s , assumem valores bastante díspares e elevados, próximo ao ponto crítico, tornando difícil determinar um valor ótimo para η .

Já os resultados obtidos com o *Método 2* foram bem mais satisfatórios. Com essa metodologia os valores determinados para η comportaram-se bem quanto à convergência do algoritmo na etapa de correção. Porém, em alguns casos, a variação abrupta de algumas variáveis, já no início do *Método da Continuação*, fizeram com que o *parâmetro da continuação*, conforme (4.3), fosse o mesmo durante quase todo o processo iterativo, tornando o algoritmo lento até o ponto de máxima demanda.

5.2.1 Condicionamento

A seguir apresentam-se os condicionamentos obtidos para as matrizes W_{sist} e $W_{completa}$ nas versões PARAMLOCAL E ORTOGONAL, sendo W_{sist} igual a matriz W_z das equações (4.13) e (4.16). Já a matriz $W_{completa}$ é do próprio sistema de equações (4.13) e (4.16).

Os valores de condicionamento, aqui apresentados, foram obtidos através da função RCOND do *Matlab* que é baseada no *estimador de condição recíproca* da biblioteca LINPAK. Essa função apresenta como resultado final um valor entre 0 e 1. A matriz será bem condicionada quão mais próximo de 1 for esse resultado e será considerada mal condicionada quando esse valor estiver próximo de 0.

A Figura 5.1 mostra o condicionamento das matrizes W_{sist} e $W_{completa}$ do sistema 5 Barras, durante todo o processo iterativo. Observa-se que, para ambas as versões, o

condicionamento de W_{sist} e $W_{completa}$ é da mesma ordem de grandeza nas primeiras iterações, ou seja, $10e^{-7}$. No entanto, W_{sist} alcança valores próximos a zero bem antes que a matriz $W_{completa}$. Apesar da Figura 5.1 apresentar, graficamente, condicionamentos parecidos para ambas versões, próximo ao *ponto de máxima demanda*, esses valores são, entretanto, bastante díspares. Isto pode ser verificado em todos os sistemas, como mostra a Tabela 5.2, que apresenta os valores de condicionamento, no ponto de *máximo carregamento*, obtidos em cada versão do algoritmo.

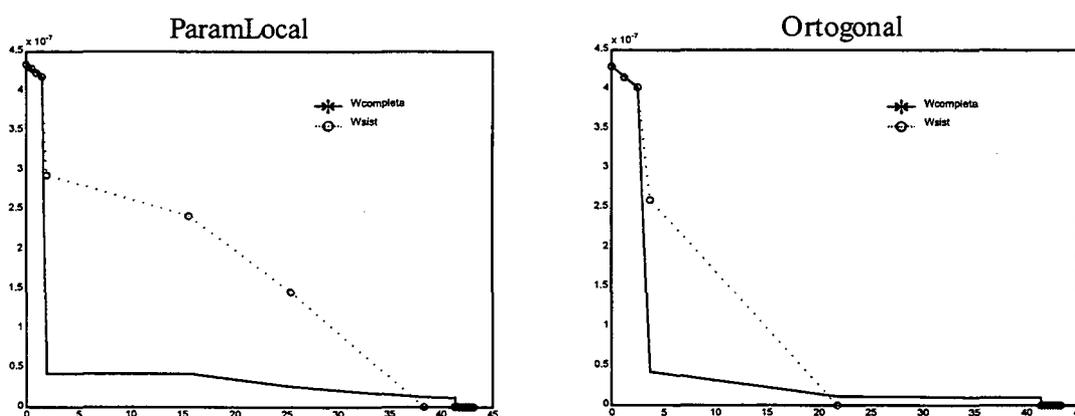


Figura 5.1. Condicionamento x Carregamento (%) - Sistema 5 Barras

Sistema	PARAMLOCAL		ORTOGONAL	
	W_{sist}	$W_{completa}$	W_{sist}	$W_{completa}$
5 Barras	$7.26 * 10^{-30}$	$2.31 * 10^{-19}$	$6.99 * 10^{-27}$	$1.45 * 10^{-17}$
IEEE 14 Barras	$3.77 * 10^{-16}$	$3.78 * 10^{-13}$	$2.26 * 10^{-15}$	$2.39 * 10^{-12}$
IEEE 30 Barras	$6.05 * 10^{-16}$	$5.96 * 10^{-15}$	$1.32 * 10^{-17}$	$1.39 * 10^{-14}$
IEEE 118 Barras	$3.27 * 10^{-28}$	$8.99 * 10^{-20}$	$3.94 * 10^{-21}$	$4.19 * 10^{-16}$

Tabela 5.2. Condicionamento das matrizes W_{sist} e $W_{completa}$

Com base nestes resultados, conclui-se que a matriz $W_{completa}$ é sempre melhor condicionada que a matriz W_{sist} , seja qual for a versão utilizada. Isso era esperado, uma vez que, um dos objetivos do *método da continuação* é melhorar o condicionamento do sistema de equações próximo ao *ponto crítico* (AJJARAPU e CHRISTY, 1992).

Outro resultado importante a ser concluído é o condicionamento apresentado pelas duas versões. Observa-se que, no ponto de *máximo carregamento*, a versão ORTOGONAL apresenta uma matriz $W_{completa}$ melhor condicionada que a versão PARAMLOCAL.

5.2.2 Valores Finais de Carregamento

A Tabela 5.3 apresenta os valores finais de carregamento aos quais cada versão do algoritmo alcançou. Estes resultados representam o acréscimo de carga, em percentual, a que cada sistema foi submetido, tendo como base as cargas do *caso base*. Observa-se que independentemente da versão adotada, o valor final do carregamento é praticamente o mesmo para cada sistema.

Sistemas	PARAMLOCAL	ORTOGONAL
5 Barras	43.18697	43.18697
IEEE 14 Barras	16.66459	16.66470
IEEE 30 Barras	11.27678	11.27685
IEEE 118 Barras	2.763455	2.760864

Tabela 5.3. Valores Finais de Carregamento (%)

5.3 Análises do Comportamento das Soluções Ótimas

Nesta seção analisa-se o comportamento da trajetória de soluções ótimas de algumas variáveis dos quatro sistemas em estudo (5 Barras, IEEE 14 Barras, IEEE 30 Barras e IEEE 118 Barras). Para esta análise escolheu-se a versão PARAMLOCAL do algoritmo por apresentar um número maior de iterações, o que permite uma melhor visualização gráfica das curvas a serem analisadas. Curvas essas, obtidas com os mesmos parâmetros utilizados

na seção 5.2 e apresentadas nas Figuras 5.2 - 5.9. Cada um dessas figuras é composta pelas trajetórias ótimas dos quatro sistemas.

As magnitudes das variáveis em estudo no ponto inicial, ou seja, no *caso base*, estão representadas nas figuras pelo carregamento igual a zero (0%).

5.3.1 Resultados Gráficos e Análises das Tensões (V).

As Figura 5.2 e 5.3 apresentam o comportamento das tensões das barras PV's e PQ's, repectivamente, para cada sistema, sob um aumento de demanda.

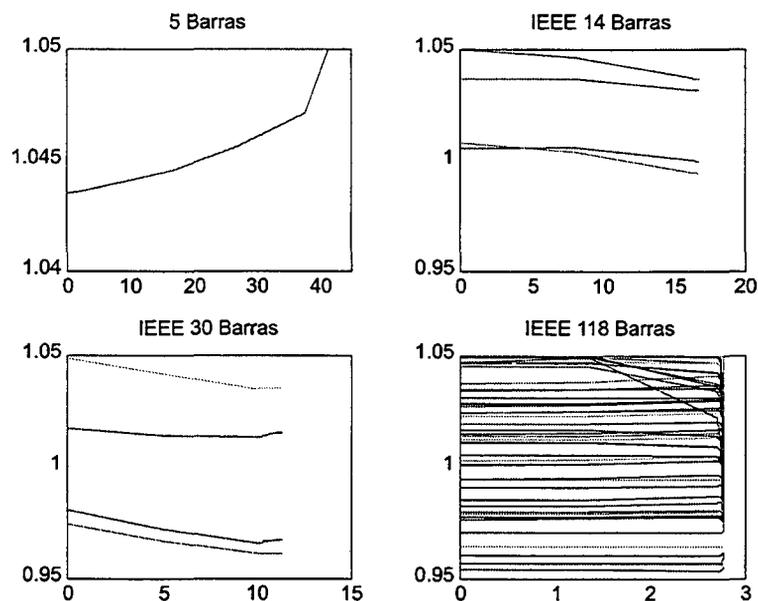


Figura 5.2. V x Carregamento (%) - Barras PV's

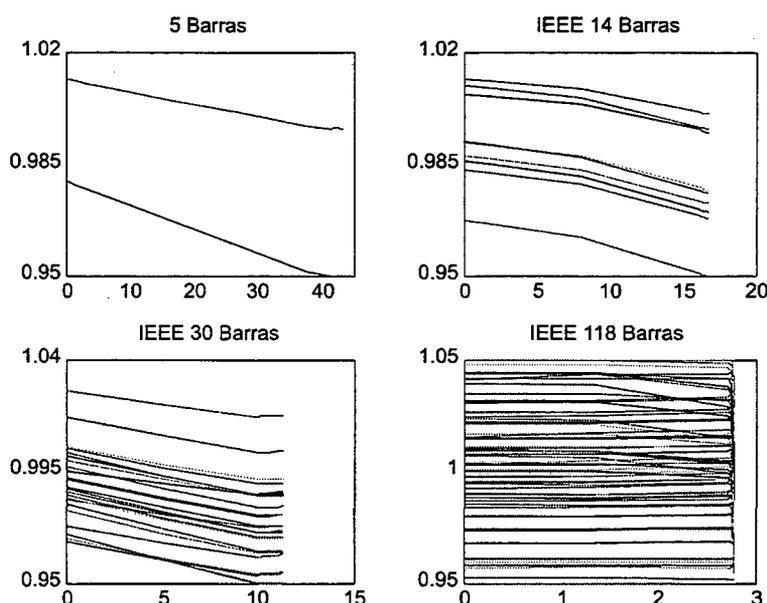


Figura 5.3. V x Carregamento (%) - Barras PQ's

Observa-se que a grande maioria das barras apresentou decréscimo de tensão em relação aos valores obtidos no *caso base*, sendo as barras PQ's as que sofreram maiores quedas. As poucas barras que apresentaram acréscimo de tensão, com o aumento da demanda, foram barras PV's. Como exemplo tem-se a barra 3 do sistema 5 Barras, que no *caso base* era 1,0435 (pu) e no *ponto crítico* alcançou seu limite máximo de 1.0500 (pu). Pode-se também observar que ocorrem incrementos de algumas tensões para um aumento de demanda. Isso pode ser explicado pela ativação de algum limite de tensão (exemplo, sistema IEEE 30 Barras).

Diferentemente do que se observa no *Método da Continuação* para o *FC*, não se consegue traçar o outro lado da curva - Figura 2.1 - devido às características próprias do problema do *FPO* e ao valor incremental, cada vez menor, atribuído a ϵ nas proximidades do *ponto crítico*. Isto é uma consequência direta da natureza do *ponto crítico* Tipo I, que define o *máximo carregamento*.

A Figura 5.4 apresenta o comportamento dos multiplicadores de *Lagrange* associados às tensões de cada barra dos sistemas. Observa-se os valores elevados desses multiplicadores no *ponto de máximo carregamento*.

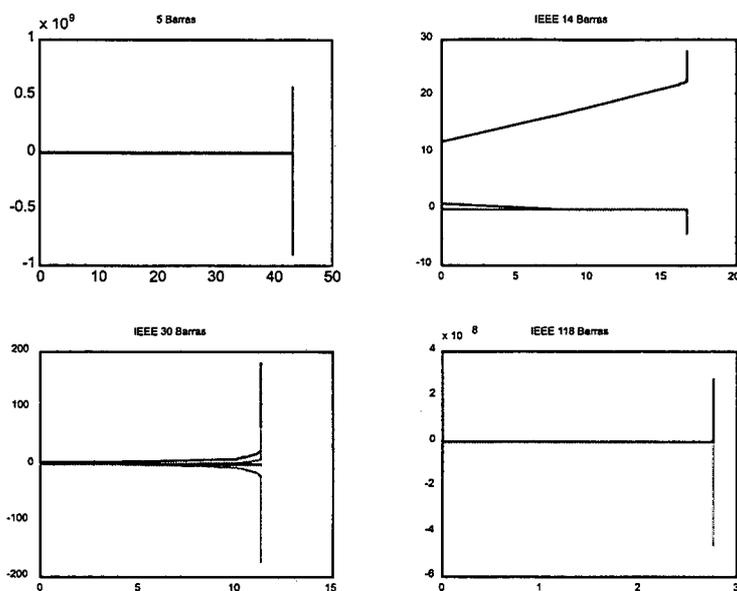


Figura 5.4. $\pi_V \times$ Carregamento (%)

Comparando as Figuras 5.2 e 5.3 com 5.4, comprova-se que todos os sistemas apresentaram, no *ponto crítico*, tensões no seus limites mínimos e máximos.

5.3.2 Resultados Gráficos e Análises das Potências Reativas Geradas (Q_g)

O comportamento das potências reativas geradas nas barras PV's de cada sistema está representado na Figura 5.5.

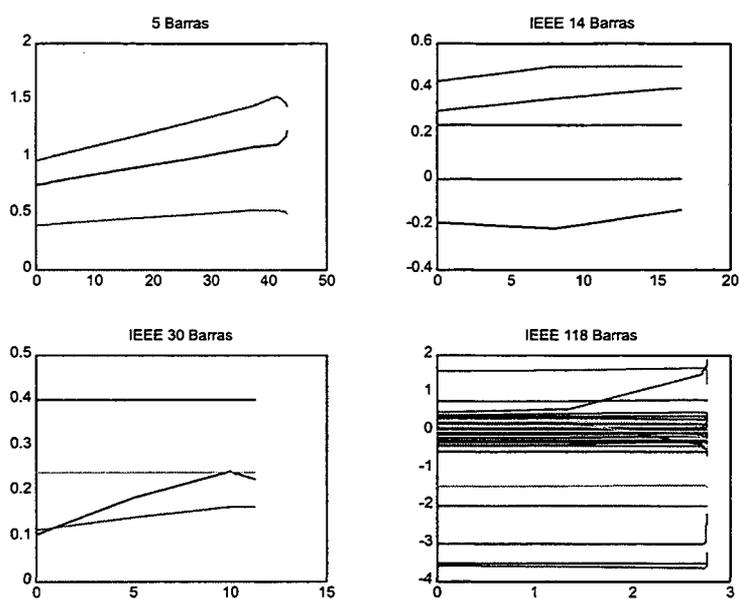


Figura 5.5. Q_g x Carregamento (%)

Já a Figura 5.6 representa os multiplicadores de *Lagrange* associados aos limites de potência reativa de cada sistema.

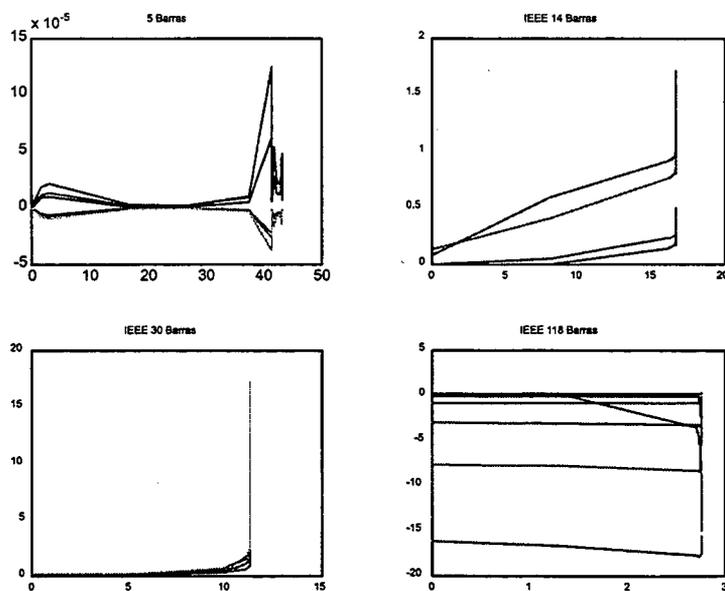


Figura 5.6. π_{Q_g} x Carregamento (%)

Os valores apresentados para o Sistema 5 Barras estão próximo de zero, uma vez que, nenhuma potência reativa atingiu seu limite mínimo ou máximo. Já os sistemas IEEE 14 e 30 Barras tiveram potências reativas atingindo seus limites máximos. O sistema IEEE 118 Barras apresentou, desde o *caso base*, potências reativas geradas em seus limites mínimos, por isso a razão de se ter multiplicadores de *Lagrange* elevados com o carregamento igual a 0%.

5.3.3 Resultados Gráficos e Análises das Potências Ativas Geradas (P_g)

O comportamento das gerações de potência ativa sob aumento de carga demandada em cada sistema é apresentado na Figura 5.7.

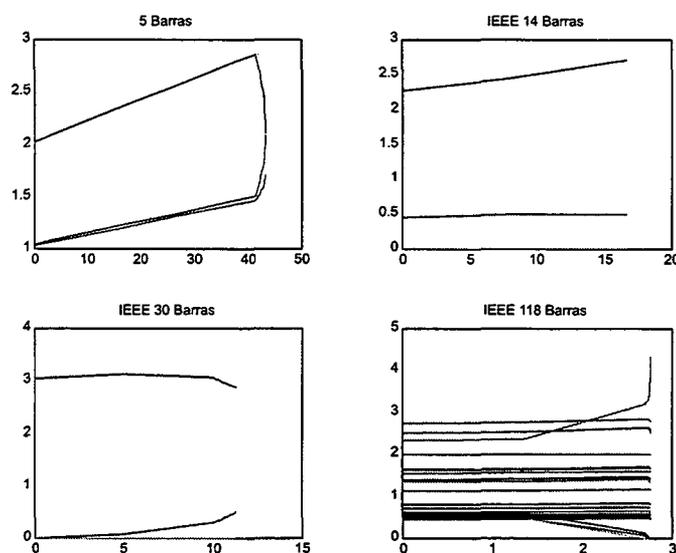


Figura 5.7. P_g x Carregamento (%)

Observa-se que há, em quase todo o processo iterativo, uma aumento gradual de potência ativa com o intuito de suprir o aumento de demanda imposta às barras dos sistemas.

Percebe-se, porém, uma variação brusca de potência ativa em algumas barras de geração (ex: Sistema 5 Barras e IEEE 118 Barras) nas proximidades do *ponto de máxima demanda*. Escolheu-se, portanto, o sistema 5 Barras - Figura 5.8 - para explicar tais variações. Os valores das variáveis apresentados na Figura 5.8 representam o sistema no ponto de *máximo carregamento*.

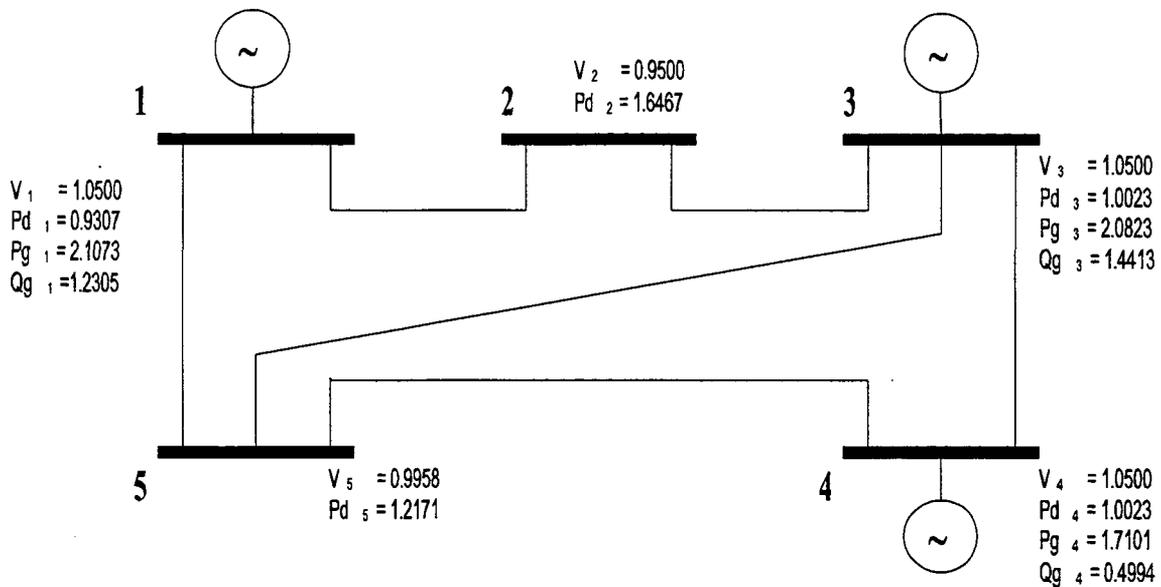


Figura 5.8. Sistema 5 Barras

A demanda de potência ativa foi suprida durante quase todo o processo iterativo pelo gerador da barra 1, o mais barato (Apêndice C). Nas proximidades do *ponto crítico* a tensão da barra 2 (barra com a maior demanda ativa) atinge seu limite mínimo (Figura 5.3). Como a tensão da barra 1 (adjacente à barra 2) encontra-se, desde o *caso base*, no seu limite máximo, isto limita a corrente que passa na linha que une a barra 1 à 2 e, conseqüentemente, a potência que chega na barra 2 vinda do gerador 1. Desta forma, a função de suprir a potência ativa passa a ser do gerador 3, pois a tensão na barra 4 já está no limite máximo desde o caso base. Percebe-se, também, um pequeno aumento no gerador da barra 4 (Figura 5.7).

Os multiplicadores de *Lagrange* associados aos limites de potência ativa gerada estão representados na Figura 5.9.

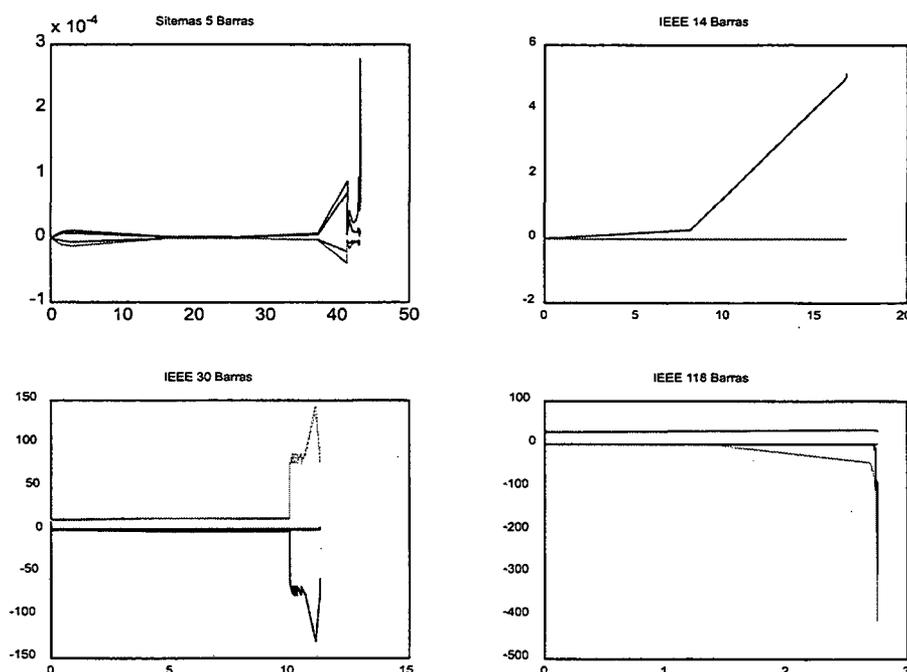


Figura 5.9. π_{Pg} x Carregamento (%)

Observa-se que apenas o Sistema 5 Barras não teve limites de Pg atingidos. Por outro lado, é interessante observar que, para o sistema IEEE 30 Barras e IEEE 118 Barras alguns, alguns geradores atingiram o limite mínimo de potência ativa sob um aumento de demanda. Este comportamento é consequência direta de ser ter atingido alguns dos limites impostos às magnitudes das tensões das barras destes sistemas.

5.3.4 Conclusão

Com base no que foi exposto nessa seção, conclui-se que o comportamento de um sistema operando sob critérios de mínimo custo, na vizinhança do *máximo carregamento*, difere bastante do encontrado através de simulações utilizando métodos baseados nas

equações do *Fluxo de Carga*. Um exemplo desse comportamento pode ser observado na Figura 5.10, que apresenta a trajetória de V , P_g e Q_g versus *Carregamento (%)* na barras 3 do Sistema 5 Barras e barra 105 do IEEE 118 Barras.

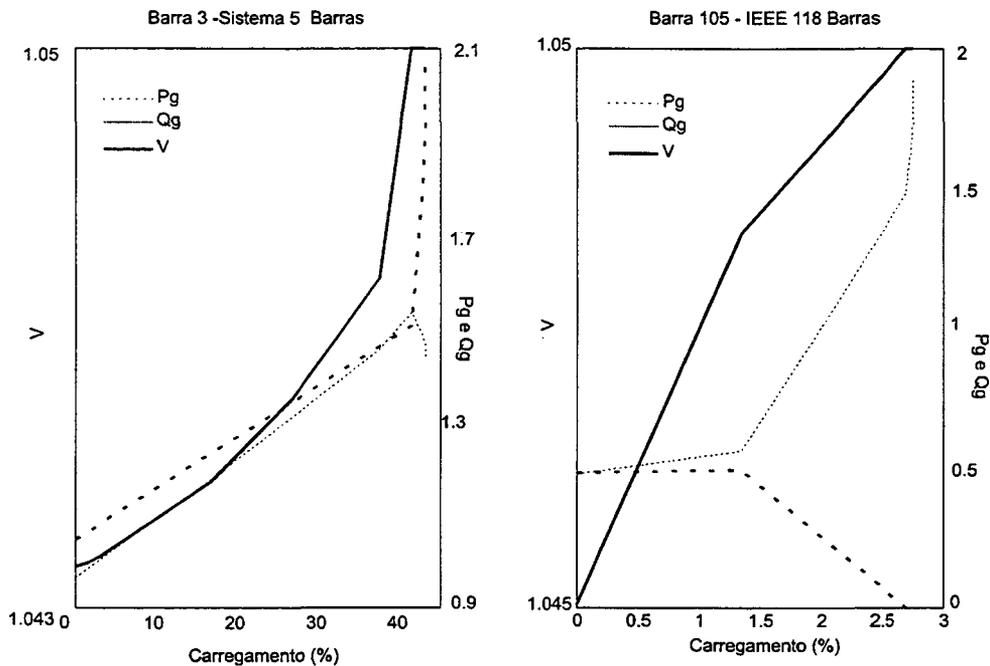


Figura 5.10. V, P_g e Q_g x Carregamento (%)

Observa-se que na barra 3 do sistema 5 Barras, há uma queda considerável de potência reativa e um aumento de potência ativa a partir do momento em que a tensão na barra atinge seu limite máximo. Entretanto, para o sistema IEEE 118 Barras, há um acréscimo de potência reativa e um decréscimo de potência ativa quando a tensão na barra atinge o limite máximo.

5.4 Performance do Algoritmo com a Implementação dos Limites de Fluxo de Corrente e Tapes

Nesta seção aborda-se o comportamento dos sistemas quando são considerados limites de Fluxo de Corrente e Tapes variáveis. Vale lembrar que esses limites não foram considerados nos resultados abordados nas seções anteriores.

O sistema escolhido para essa abordagem foi o IEEE 14 Barras com a versão ORTOGONAL do algoritmo.

No primeiro estudo, aqui denominado de CASO 1, foram considerados valores bastantes elevados para os limites de corrente, o suficiente para não estarem ativos no ponto de máximo carregamento. As linhas monitoradas foram: 1, 7 e 16 (Apêndice C). A Figura 5.12 apresenta o comportamento das tensões desse sistema sob aumento de demanda até o ponto de máximo carregamento, com os limites de correntes inativos. Os valores dos multiplicadores de Lagrange associados aos limites de fluxo de corrente no ponto de *máximo carregamento* comprovam a inexistência de limites ativos

$$\begin{aligned} \pi_{I_{km}}(1) &= -0.8600 * 10e^{-10} & \pi_{I_{mk}}(1) &= -0.8598 * 10^{-10} \\ \pi_{I_{km}}(7) &= -0.8031 * 10^{-10} & \pi_{I_{mk}}(7) &= -0.8029 * 10^{-10} \\ \pi_{I_{km}}(16) &= -0.7944 * 10^{-10} & \pi_{I_{mk}}(16) &= -0.7944 * 10^{-10} \end{aligned}$$

Como os valores acima possuem todos a mesma magnitude e são praticamente nulos, de (3.12), conclui-se que a “sensibilidade” do sistema com relação aos limites de fluxo de corrente é nula.

As trajetórias dos *fluxos de correntes* estão apresentadas na Figura 5.11. Apesar de graficamente esses valores serem similares, numericamente eles apresentam uma pequena diferença. Pode-se observar que o valor de corrente na linha 16 está próximo de zero (Apêndice C).

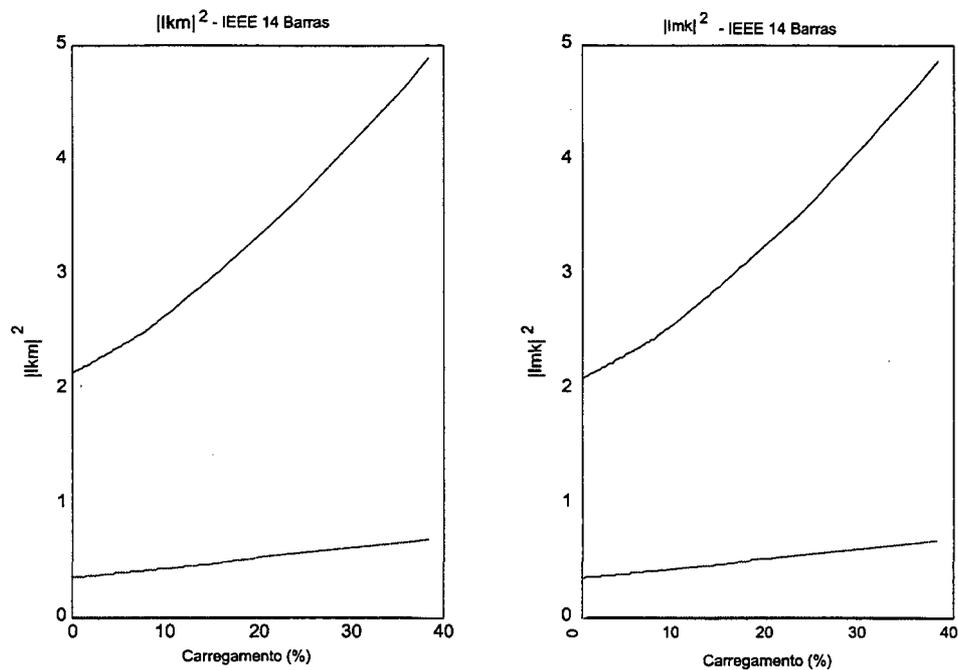


Figura 5.11. I_{km}^2 e I_{mk}^2 x Carregamento (%) - Limites de Correntes Inativos

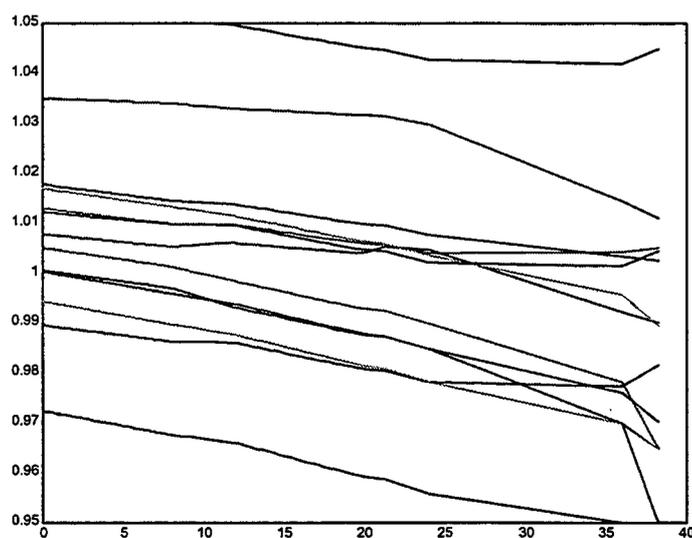


Figura 5.12. V x Carregamento(%) - Limites de Correntes Inativos

Apesar dos valores finais do fluxo de corrente não terem atingidos seus limites máximos, o limite de potência ativa na *barra 2* foi atingido. Os valores dos multiplicadores de

Lagrange, π_{Pg} , associados aos limites máximos de potência ativa nas *barra 1* e *2*, no *ponto crítico* são:

$$\pi_{Pg}(1) = 3,11 \times 10e^{-9}$$

$$\pi_{Pg}(2) = 181,70$$

Os valores de custos incrementais (*CIPB*), dados por (3.10), para as *barra (1 e 2)* são:

$$\alpha_1 = 62.4977$$

$$\alpha_2 = 232.1655,$$

em outras palavras, significa que a geração na *barra 2* é bem mais cara que na *barra 1*.

A Figura 5.13 indica o comportamento de *CIPB* e *CIQB* obtido em condições normais de carregamento. Pode-se observar que os valores de *CIPB* são sempre maiores do que os de *CIQB* e que ambos aumentam com a demanda. Este comportamento é consequência do critério de otimização depender diretamente da potência ativa e indiretamente da potência reativa. Sendo assim, a sensibilidade de $C(\mathbf{x})$ em relação a Pd é maior do que sua sensibilidade em relação a Qd .

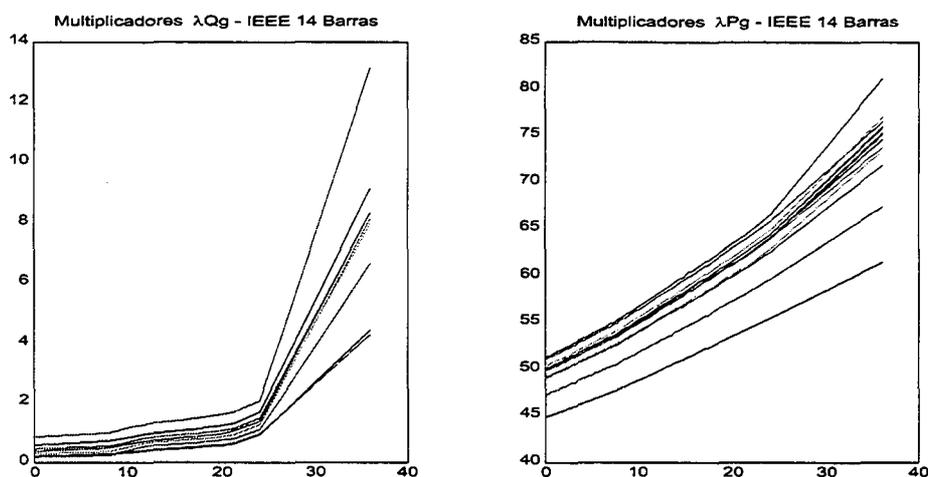


Figura 5.13. λ_{Qg} e λ_{Pg} x Carregamento (%) - Limites de Correntes Inativos

Outra variável de controle que teve seus limites máximos atingidos foi a potência reativa. Os limites foram atingidos nas *barra* 2, 3, 6 e 8, ficando portanto somente a *barra* 1 sem alcançar seu limite máximo. Os valores dos multiplicadores de Lagrange associados são:

$$\pi_{Qg}(1) = 1.0200 * 10^{-9}$$

$$\pi_{Qg}(2) = 0.3561 * 10^3$$

$$\pi_{Qg}(3) = 0.5742 * 10^3$$

$$\pi_{Qg}(6) = 1.5365 * 10^3$$

$$\pi_{Qg}(8) = 1.2440 * 10^3$$

O comportamento de Pg e Qg está representado na Figura 5.14.

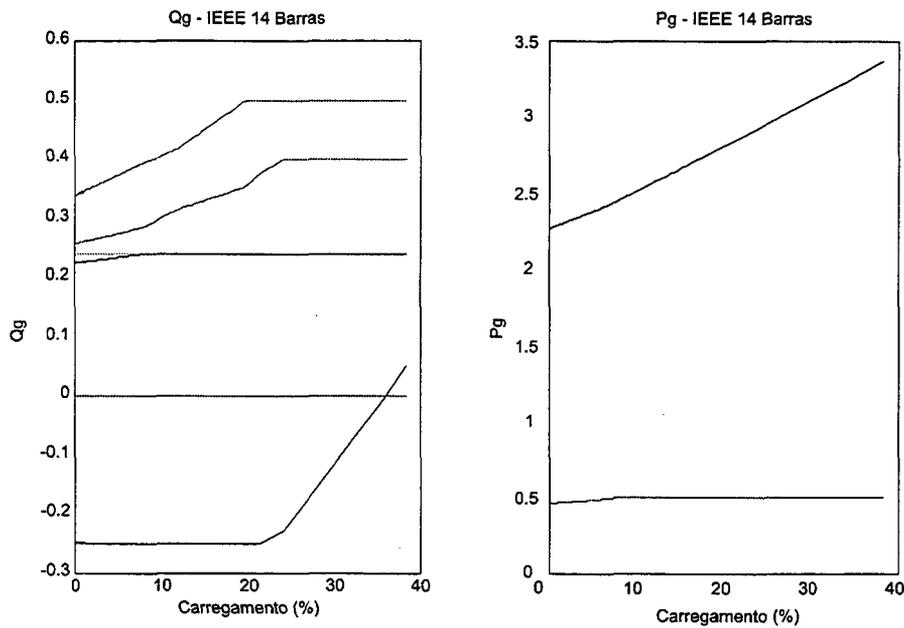


Figura 5.14. Qg, e Pg x Carregamento (%) - Limites de Correntes Inativos

Observa-se que essas características são parecidas com as apresentadas nas Figuras 5.5 e 5.7.

Neste caso o limite de *máximo carregamento* foi atingido quando a tensão da barra 10 foi fixada no seu limite mínimo. Isto significa que o sistema não pode suprir um incremento de demanda nesta barra a partir do momento em que sua tensão é fixada no limite mínimo.

No segundo caso estudado, CASO 2, fixou-se o limite máximo do fluxo de corrente na linha 1 menor que o valor alcançado no estudo anterior (Apêndice C). Esses valores foram:

$$|I_{km}(1)_{Caso\ 1}|^2 = 4.8842 \quad |I_{km}(1)_{Caso\ 2}|^2 = |2|^2 = 4$$

O valor adotado para $|Imk(1)|^2$ também foi $|2|^2 = 4$.

A Figura 5.15 apresenta os valores de tensão alcançados nessa nova abordagem.

O primeiro valor a ser discutido será o *Carregamento*. Percebe-se claramente que, com essa nova abordagem, o algoritmo atingiu um *máximo carregamento* (28.81%) menor do que

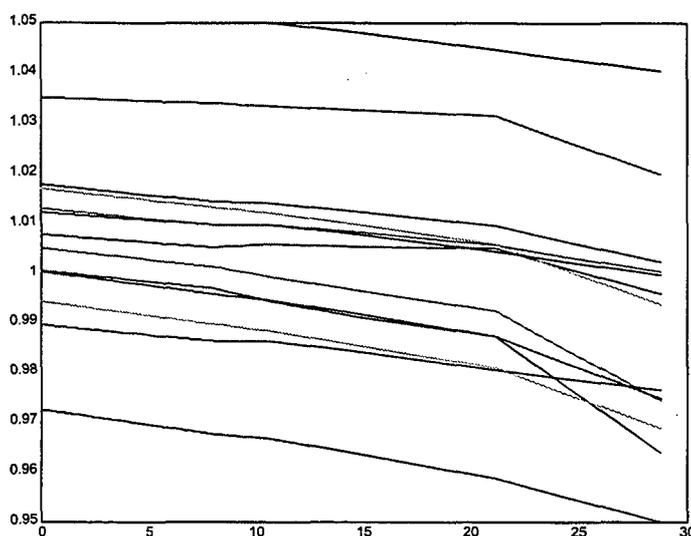


Figura 5.15. $V \times \text{Carregamento}(\%)$ - Limite de Corrente Ativo

o atingido no caso anterior (38.24%). Isso era esperado, uma vez que, o sistema apresenta uma restrição bem significativa quanto à transferência de corrente nas linhas de transmissão.

Os valores dos multiplicadores de Lagrange associados à essa restrição, no ponto crítico, foram:

$$\begin{aligned} \pi_{I_{km}}(1) &= -1.7089 * 10^7 & \pi_{I_{mk}}(1) &= -0.1128 * 10^{-6} \\ \pi_{I_{km}}(7) &= -0.0004 * 10^{-6} & \pi_{I_{mk}}(7) &= -0.0004 * 10^{-6} \\ \pi_{I_{km}}(16) &= -0.0009 * 10^{-6} & \pi_{I_{mk}}(16) &= -0.0009 * 10^{-6} \end{aligned}$$

confirmando que apenas o fluxo de corrente I_{km} na linha 1 foi alcançado. Analisando os valores dos multiplicadores de Lagrange, na última iteração do método da *Continuação*, tem-se o de maior valor aquele associado ao limite máximo de tensão na *barra* 1 ($2.2198 * 10^8$). Vale lembrar que a linha 1, na qual está sendo aplicada uma forte restrição de fluxo de corrente, tem como *barra* de origem a 1 e como destino a 2.

As trajetórias ótimas da potência ativa (P_g) e da potência reativa (Q_g) estão apresentadas na Figura 5.16.

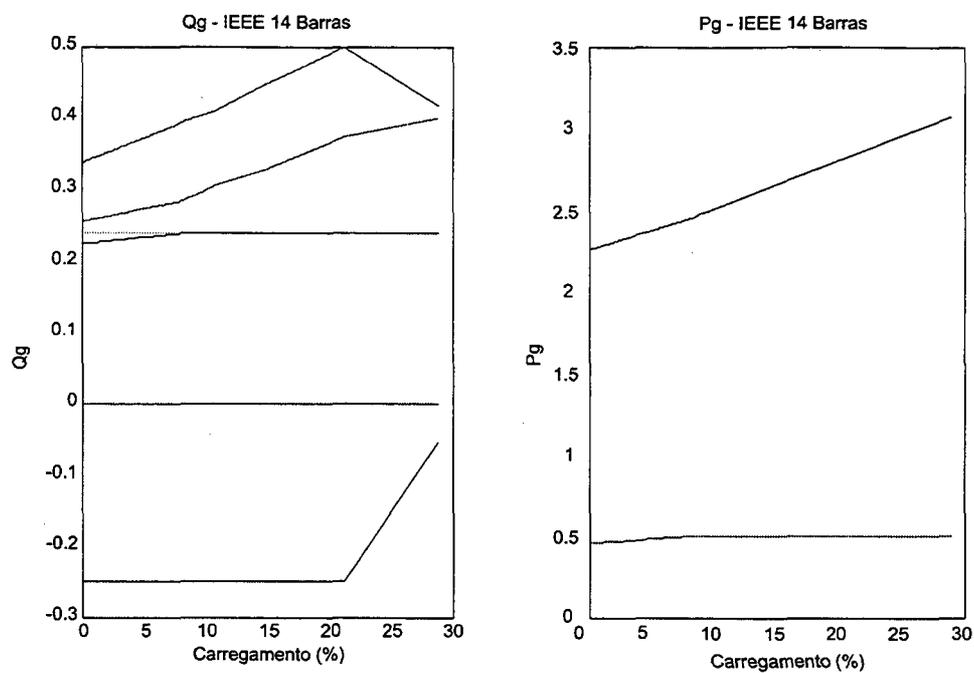


Figura 5.16. Q_g , e P_g x Carregamento (%) - Limite de Corrente Ativo

O comportamento dos fluxos de corrente está apresentado na Figura 5.17.

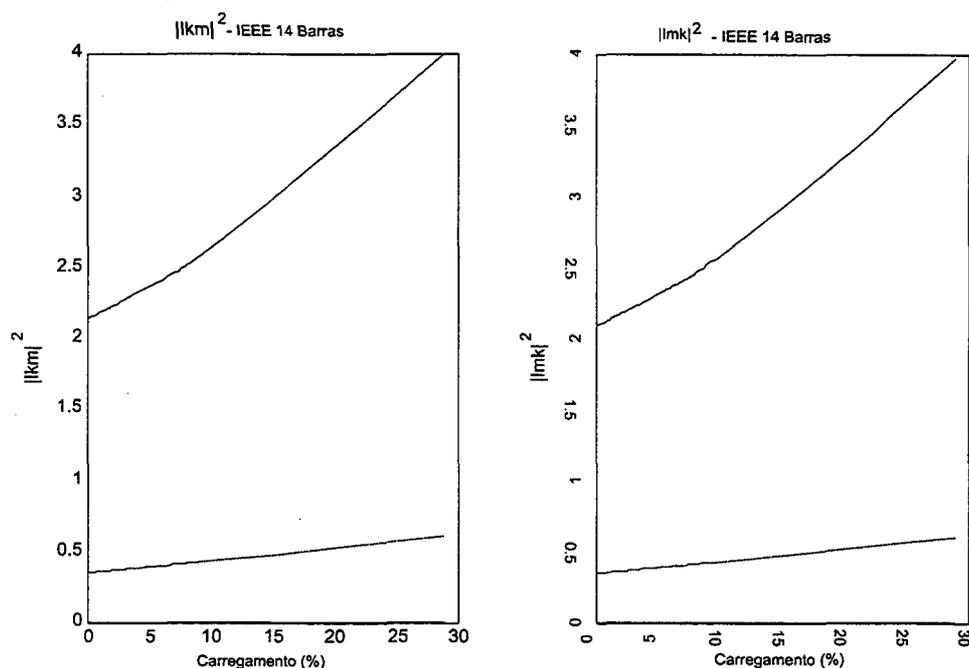


Figura 5.17. I_{km}^2 e I_{mk}^2 x Carregamento (%) - Limite de Corrente Ativo

Observa-se que apenas o fluxo I_{km} da linha 1 atingiu seu limite máximo. Isso é explicado pelo fato da barra 1 ter o gerador mais barato do sistema. Como o segundo gerador está situado na barra 2, o limite de I_{mk} não foi atingido.

O carregamento máximo foi determinado pela ativação do limite máximo de fluxo de corrente da barra 1 para a barra 2.

CAPÍTULO 6

Conclusões e Sugestões Para Futuros Trabalhos

6.1 Aspectos Gerais

Esta pesquisa apresenta uma metodologia de acompanhamento das soluções ótimas do *FPO* sob aumento de demanda ativa e reativa até a vizinhança do ponto de *máximo carregamento*, indicados por *pontos críticos* do Tipo I - Tabela 3.1. Para traçar a característica das trajetórias ótimas, nas regiões onde a condição de regularidade é satisfeita, utiliza-se o método *Preditor-Corretor da Continuação*. A cada incremento de carga aplicado ao sistema, um novo *FPO* é definido e resolvido pelo método *Primal - Dual dos Pontos Interiores*.

Quanto à parametrização de carga adotada, o algoritmo apresenta duas versões: *PARAMLOCAL*, que utiliza um esquema de parametrização local e *ORTOGONAL*, que adota uma parametrização ortogonal na etapa de correção.

O *FPO* implementado possui como variáveis de decisão as magnitudes e os ângulos das tensões das barras, as potências ativas geradas e os tapes de transformadores de tensão. As restrições de igualdade incluem as equações de balanço de potência ativa em todas as barras do sistema e as equações de balanço de potência reativa das barras de carga. Entre as

restrições de desigualdade estão os limites máximos e mínimos das magnitudes das tensões, as potências ativas geradas e os tapes de transformadores. Além disso, são incluídas também restrições funcionais representando os limites de geração de potência reativa e o quadrado do fluxo de corrente nas linhas. O algoritmo fornece também os valores de custos incrementais, ativos e reativos, das barras do sistema.

6.2 Resultados Principais

O algoritmo, nas suas duas versões, foi testado em quatro diferentes sistemas: Sistema de 5 Barras, IEEE 14 Barras, IEEE 30 Barras e IEEE 118 Barras. Para cada sistema foram adotados os mesmos valores para os parâmetros utilizados tanto na versão PARAMLOCAL quanto na versão ORTOGONAL, tendo alcançado convergência satisfatória em todos os testes.

As principais conclusões obtidas nesse trabalho foram:

- i) O algoritmo na sua versão ORTOGONAL, apresentou um número de iterações da etapa de predição menor que o da versão PARAMLOCAL.
- ii) As versões PARAMLOCAL e ORTOGONAL alcançaram valores de *carregamento máximo* praticamente idênticos.
- iii) Conforme indicado na Tabela 5.2, as parametrizações adotadas melhoraram o condicionamento da matriz do sistema linear do método de *Newton*. Observa-se também, que a parametrização ORTOGONAL levou a matriz $W_{completa}$ a apresentar, em todos os casos, um condicionamento melhor que a versão PARAMLOCAL.
- iv) O algoritmo permite uma boa visualização do comportamento das variáveis do *FPO*, para situações de aumento de demanda. Das trajetórias traçadas pode-se observar que:
 - a) Sob condições de aumento de demanda, o comportamento das variáveis do *FPO* pode diferir bastante do observado para as variáveis do *Fluxo de Carga*.

- b) Os multiplicadores de *Lagrange* tendem a $\pm \infty$ na vizinhança do *ponto crítico*, indicando uma sensibilidade “infinita” da função custo aos limites atingidos. Isto significa a aproximação da infactibilidade do problema.
- c) A ativação de alguns limites (principalmente de magnitudes de tensão) podem levar a mudanças abruptas das trajetórias das variáveis do sistema.
- v) Os limites do fluxo de corrente reduzem bastante a capacidade de carregamento do sistema.

6.3 Sugestões para Futuros Trabalhos

Com o intuito de dar continuidade à pesquisa realizada nesse trabalho, são feitas as seguintes sugestões para futuros estudos:

- i) Realização de estudos considerando limites de fluxo de corrente nos sistemas IEEE 30 Barras e IEEE 118 Barras.
- ii) Implementação de outras *Funções Objetivo* no *FPO*.
- iii) Testes com sistemas reais de geração-transmissão.
- iv) Análise de sensibilidade da *função objetivo* em relação aos limites impostos ao problema.
- v) Testes adicionais considerando diferentes limites operacionais e diferentes situações de aumento de demanda: por exemplo, aumento maior de demanda reativa em relação à demanda ativa, aumento de demanda apenas em algumas barras escolhidas.
- vi) Estender a metodologia adotada para o acompanhamento das trajetórias no *ponto crítico*, permitindo identificar se o máximo carregamento local é também o máximo global.

BIBLIOGRAFIA

- AJJARAPU, V.; CHRISTY, C.: *The Continuation Power Flow: A Tool for Steady State Voltage Stability Analysis*; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems; volume 7(1); (1992), 416–423.
- AJJARAPU, V.; LAU, P.; BATTULA, S.: *An Optimal Reactive Power Planning Strategy Against Voltage Collapse*; IEEE Transactions on Power Systems; volume 9(2); (1994), 906–917.
- AJJARAPU, V.; LEE, B.: *Bibliography on Voltage Stability*; IEEE Transactions on Power Systems; volume 13(1); (1998), 115–125.
- ALMEIDA, K.; GALIANA, F.: *Critical Cases in the Optimal Power Flow*; IEEE Transactions on Power Systems; volume 11(3); (1996), 1509–1516.
- ALMEIDA, K.; GALIANA, F.; SOARES, S.: *A General Parametric Optimal Power Flow*; Proceedings of the Power Industry Computer Application Conference, Phoenix - USA; 66–73.
- ALMEIDA, K.; SALGADO, R.: *Optimal Power Flow Solutions Under Variable Load Conditions*; Aceito na IEEE Transactions on Power Systems. Paper PEC 09 PRS.
- ALMEIDA, K. C.: *A General Parametric Optimal Power Flow*; Tese (Ph.D. em Engenharia Elétrica); McGill University - Montreal - Canada (1994).

AOKI, K.; SATOH, T.: *Economic Dispatch with Network Security Constraints Using Parametric Quadratic Programming*; IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems; volume 101(12); (1982), 4548–4556.

BARBIER, C.; BARRET, J.: *Analysis of the Phenomena of Voltage Collapse on a Transmission System*; Revue Générale de l'Electricité; volume 89; (1980), 672–690.

BARBOZA, L.: *Análise Do Maximo Carregamento de Sistemas de Potência Via Métodos de Pontos Interiores*; Dissertação (Mestre em Engenharia Elétrica); Universidade Federal de Santa Catarina; Florianópolis - SC. Brasil (1997).

BERTRAM, T.; KENDALL, D.; DANGELMAIER, L.: *An Integrated Package for Real-Time Security Enhancement*; IEEE Transactions on Power Systems; volume 5(2); (1990), 592–600.

BLANCHON, G.; DODU, J.; MERLIN, A.: *Developing a New Tool for Real Time Control in Order to Coordinate the Regulation of Reactive Power and Voltage Schedule in Large Scale EHV Power Systems*; Proceedings of Symposium of CIGRÉ, Florence - Italy; (Paper 209-01).

BURCHETT, R.; HAPP, H.; VIERATH, D.: *Quadratically Convergent Optimal Power Flow*; IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems; volume 103(11); (1984), 3267–3275.

CAÑIZARES, C.; SOUZA, C.: *Comparison of Performance Indices for Detection of Proximity to Voltage Collapse*; IEEE/PES Summer Meeting - Portland, OR; 23–27.

CARPENTIER, J.: *Contribution a l'Étude du Dispatching Économique*; Bulletin de la

Société Française des Électriciens; volume 3(8); (1962), 431–447.

CARPENTIER, J.: *Extended Security Constrained Optimal Power Flow*; Proceedings of the 11th Power Systems Computation Conference, Avignon, France; 1265–1277.

CARPENTIER, J.; COTTO, G.; NIEDERLANDER, P.: *New Concepts for Automatic Generation Control in Electric Power Systems Using Parametric Quadratic Programming*; Proceedings of the FAC Symposium on Real Time Digital Control Applications, Guadalajara - Mexico; 595–600.

CARVALHO, R. O.: *Fluxo de Potência Ótimo: Algoritmos de Pontos Interiores, Abordagem Multi-Objetivo e Aplicação de Transformações Ortogonais*; Tese (Dr. em Engenharia Elétrica); Universidade Federal de Santa Catarina (1999).

CASTRANUOVO, E.: *Solução de Fluxo de Potência Ótimo Via Método de Pontos Interiores, Com Aplicação de Computação de Alto Desempenho*; Dissertação (Mestre em Engenharia Elétrica); Universidade Federal de Santa Catarina (1997).

CHANG, S.; MARKS, G.; KATO, K.: *Optimal Real Time Voltage Control*; IEEE Transaction on Power Systems; volume 5; (1990), 750–756.

CRISAN, O.; MOHTADI, M.: *Efficient Identification of Binding Inequality Constraints in the Optimal Power Flow Newton Approach*; IEEE Proceedings - C; volume 139; (1992), 365–370.

DILLON, T.: *Rescheduling, Constrained Participation Factors and Parameter Sensitivity in the Optimal Power Flow Problem*; IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems; volume 100(5); (1981), 2628–2634.

- DOMMEL, H.; TINNEY, W.: *Optimal Power Flow Solutions*; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems; volume 87; (1968), 1866–1878.
- ENCINAS, F. S.: *Análise de Soluções Das Equações Da Rede Elétrica Sob Condições Críticas de Carregamento*; Dissertação (Mestre em Engenharia Elétrica); Universidade Federal de Santa Catarina (1999).
- FAHMIDEH-VOJDANI, A.; GALIANA, F.: *The Continuation Method and Its Application in System Planning and Operation*; Proceedings of CIGRÉ, Florence - Italy; volume 102(Paper 102-04).
- GALIANA, F.: *Power - Voltage Limitations Imposed by the Network Structure of a Power System*; Anais do Power Systems Computation Conference; 356–363.
- GARCIA, C.; ZANGWILL, W.: *Pathways to Solutions Fixed Points and Equilibria*; Prentice Hall.
- GRANVILLE, S.: *Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Methods*; IEEE Transactions on Power Systems; volume 9(1); (1994), 136–142.
- GRANVILLE, S.; MELLO, S.; MELO, A.: *Application of Interior Point Methods to Power Flow Unsolvability*; IEEE/PES Summer Meeting, Paper 95 SM 599-1 PWRs, Portland, Oregon.
- GUDDAT, J.; GUERRA-VAZQUEZ, F.; JONGEN, H.: *Parametric Optimization: Singularities Pathfollowing and Jumps*; John Wiley and Sons.
- HONG, Y.: *Enhanced Newton Optimal Power Flow Approach: Experiences in Taiwan Power System*; IEEE Proceedings - C; volume 139; (1992), 205–210.

HUNEULT, M.; GALIANA, F.: *An Investigation of the Solution to the Optimal Power Flow Problem Incorporating Continuation Methods*; IEEE Transactions on Power System; volume 5(1); (1990), 103–110.

IBA, K.; *et al.*: *Calculation of Critical Loading Condition with Nose Curve using Homotopy Continuation Method*; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems; volume 6(2); (1991), 582–591.

INNORTA, M.; MARANNINO, P.: *Advance Dispatch Procedures for the Centralized Control of Real Power*; Proceedings of the Power Industry Computer Applications Conference; 188–194.

INNORTA, M.; MARANNINO, P.; GRANELLI, G.: *Security Constrained Dynamic Dispatch of Real Power Industry for Thermal Groups*; Proceedings of the Power Industry Computer Applications Conference; 407–413.

IRISARRI, G. D.; *et al.*: *Maximum Loadability of Power Systems Using Interior Point Non-Linear Optimization Method*; in: IEEE/PES Winter Meeting Paper 96 WM 207-1 PWRS; Baltimore - EUA (1996).

JONGEN, H.; JONKER, P.; TWILT, F.: *One-Parameter Families of Optimization Problems: Equality Constraints*; Journal of Optimization Theory and Applications; volume 48; (1986), 141–161.

KARMARKAR, N.: *A New Polynomial Time Algorithm for Linear Programming*; Proc. 16th Annual ACM Symposium on Theory of Computing, Washington DC.

LIMA, F.; *et al.*: *Optimal Power Flow Based on a General Nonlinear Parametric*

Approach; Anais do 13th Power System Computation Conference, Norway; (1999).

MEHROTRA, S.: *On the Implementation of a Primal-Dual Interior Point Method*; SIAM Journal on Optimization; volume 2; (1992), 575–601.

MOMOH, J. A.; EL-HAWARY, M. E.; ADAPA, R.: *A Review of Selected Optimal Power Flow Literature to 1993. Part I: Nonlinear and Quadratic Programming Approaches. Part II: Newton, Linear Programming and Interior Point Methods.*; IEEE Transactions on Power Systems; volume 14(1); (1999), 96–111.

MONTICELLI, A.; LIU, W.: *Adaptive Movement Penalty Method for the Newton Optimal Power Flow*; IEEE Transactions on Power Systems; volume 7(1); (1992), 334–342.

NANDA, J.; KHOTARI, D.; SRIVASTAVA, S.: *New Optimal Power Dispatch Algorithm Using Fletcher's Quadratic Programming Method*; IEEE Proceedings - C; volume 136; (1989), 153–161.

PONRAJAH, R.; GALIANA, F.: *The Minimum Cost Optimal Power Flow Problem Solved Via The Restart Homotopy Continuation Method*; IEEE Transactions on Power Systems; volume 4(1); (1987), 1470–1483.

SALGADO, R.: *Otimização Estática Aplicada a Sistemas de Potência* (1995); notas de aula do curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.

SALGADO, R.; BRAMELLER, A.; AITCHISON, P.: *Optimal Power Flow Solutions Using the Gradient Projection Method*; IEEE Proceedings - C; volume 137; (1990), 424–435.

SEYDEL, R.: *Practical Bifurcation and Stability Analysis-From Equilibrium to Chaos*; Springer-Verlag (1988).

SODRÉ, E.: *Avaliação Estática Da Estabilidade de Tensão Usando Método Da Continuação*; Dissertação (Mestre em Engenharia Elétrica); Universidade Federal de Santa Catarina (1996).

SODRÉ, E.; ALMEIDA, K.; SALGADO, R.: *Avaliação Estática da Estabilidade de Tensão Via Método da Continuação*; XIV SNPTEE Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica. Belém - PA. Brazil.

STOTT, B.; MARINHO, J.: *Linear Programming for Power Power-System Network Security Applications*; IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems; volume PAS-89(3); (1979), 837–848.

STOTT, B.; MARINHO, J.; ALSAÇ, O.: *Review of Linear Programming Applied to Power System Rescheduling*; IEEE PICA Conference Proceedings, Cleveland; 142–154.

SUN, D.; *et al.*: *Optimal Power Flow Solutions by Newton Approach*; IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems; volume 103; (1984), 2864–2880.

THOMAS, R.; BARNARD, R.; MEISEL, J.: *The Generation of Quasi Steady-State Load-Flow Trajectories and Multiple Singular Points Solutions*; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems; volume 90(5); (1971), 1967–1973.

VENIKOV, V.; *et al.*: *Estimation of Electric Power System Steady-State Stability in Load Flow Calculation*; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems; volume 94(3); (1975), 1034–1041.

WU, Y.; DEBS, A.; MARSTEN, R.: *A Direct Nonlinear Predictor-Corrector Primal-Dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flows*; IEEE Transactions on Power Systems; volume 9(2); (1994), 876–883.

APÊNDICE A

Formulação Matemática do FPO Parametrizado

A.1. Introdução

Os aspectos gerais do *Fluxo de Potência Ótimo Parametrizado* foram abordados no Capítulo 3. O presente apêndice tem como objetivo apresentar uma formulação completa do problema.

O problema foi descrito em (3.1) de uma forma geral como sendo:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & C(\mathbf{x}) \\ \text{Sujeito a} \quad & \mathbf{g}_i(\mathbf{x}, \varepsilon) = 0, \quad i = 1, \dots, m \\ & \mathbf{h}_j^{\min} \leq \mathbf{h}_j(\mathbf{x}, \varepsilon) \leq \mathbf{h}_j^{\max} \quad j = 1, \dots, p \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

onde,

$\mathbf{g}_i(\mathbf{x}, \varepsilon) = 0$ é o conjunto de restrições de igualdade. Este conjunto de equações está representado aqui pelos balanços parametrizados de potência ativa, em todas as barras do sistema, e de potência reativa nas barras PQ e $\mathbf{h}_j(\mathbf{x}, \varepsilon)$ é conjunto de restrições de desigualdade, sendo os limites mínimos e máximos dados por \mathbf{h}_j^{\min} e \mathbf{h}_j^{\max} , respectivamente.

A parametrização utilizada nesse trabalho é dado por:

$$\mathbf{P}d_i = \mathbf{P}d_i^0 + \varepsilon \cdot \Delta \mathbf{P}d_i \quad (\text{A.2})$$

e

$$Qd_i = Qd_i^{\circ} + \varepsilon \cdot \Delta Qd_i \quad (\text{A.3})$$

sendo Pd_i e Qd_i , respectivamente, a potência ativa e reativa demandada na barra i e

$$\Delta Pd_i = \tau \cdot Pd_i^{\circ}$$

$$\Delta Qd_i = \tau \cdot Qd_i^{\circ}$$

onde τ um fator de passo adotado empiricamente para cada sistema. Os vetores de incremento ΔPd_i e ΔQd_i fornecem a direção do aumento da demanda.

Os resíduos de potência ativa e reativa são dados, respectivamente por:

$$\Delta P_i = Pg_i - (Pd_i^{\circ} + \varepsilon \cdot \Delta Pd_i) - P(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}, \mathbf{a}) \quad (\text{A.4})$$

e

$$\Delta Q_i = Qg_i - (Qd_i^{\circ} + \varepsilon \cdot \Delta Qd_i) - Q_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}, \mathbf{a}) \quad (\text{A.5})$$

A injeção de potência reativa nas barras PV é dada por:

$$Qg_i = (Qd_i^{\circ} + \varepsilon \cdot \Delta Qd_i) + Q_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}, \mathbf{a}) \quad (\text{A.6})$$

A.2. Formulação Completa do *FPO Parametrizado*

O problema (A.1) pode ser escrito em sua forma completa como:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & C = \mathbf{A}c_i^T (\mathbf{P}g_i)^2 + \mathbf{B}c_i^T (\mathbf{P}g_i) & i = 1, \dots, nb \\
 \text{Sujeito a:} \quad & \mathbf{P}g_i - (\mathbf{P}d_i^o + \varepsilon \cdot \Delta \mathbf{P}d_i) - \mathbf{P}_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}, \mathbf{a}) = 0 & i = 1, \dots, nb \\
 & \mathbf{Q}g_i - (\mathbf{Q}d_i^o + \varepsilon \cdot \Delta \mathbf{Q}d_i) - \mathbf{Q}_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}, \mathbf{a}) = 0 & i = 1, \dots, npq \\
 & \mathbf{P}g_i^{\min} \leq \mathbf{P}g_i \leq \mathbf{P}g_i^{\max} & i = 1, \dots, npv \\
 & \mathbf{V}_i^{\min} \leq \mathbf{V}_i \leq \mathbf{V}_i^{\max} & i = 1, \dots, nb \\
 & \mathbf{a}_i^{\min} \leq \mathbf{a}_i \leq \mathbf{a}_i^{\max} & i = 1, \dots, ntrafo \\
 & \mathbf{Q}g_i^{\min} \leq (\mathbf{Q}d_i^o + \varepsilon \cdot \Delta \mathbf{Q}d_i) + \mathbf{Q}_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}, \mathbf{a}) \leq \mathbf{Q}g_i^{\max} & i = 1, \dots, npv \\
 & |\mathbf{I}_{km}|_i^2 \leq (\mathbf{I}_{km}^{\max})_i^2 & i = 1, \dots, nli \\
 & |\mathbf{I}_{mk}|_i^2 \leq (\mathbf{I}_{mk}^{\max})_i^2 & i = 1, \dots, nli
 \end{aligned} \tag{A.7}$$

onde:

$\mathbf{A}c_i$ é coeficiente quadrático da função custo de geração do gerador i

$\mathbf{B}c_i$ é coeficiente linear da função custo de geração do gerador i

nb é número de barras do sistema

npv é número de barras PV

npq é número de barras PQ

$ntrafo$ é número de Trafos LTC

nli é número de linhas com limites de fluxo de corrente

\mathbf{I}_{km} é o fluxo de corrente da barra k para barra m

\mathbf{I}_{mk} é o fluxo de corrente da barra m para barra k

Deve-se observar que os limites de corrente nas linhas são expressos em termos do quadrado do módulo da corrente. Isto é feito para facilitar o cálculo das derivadas presentes nas condições de *KKT* e no *Jacobiano*.

A.3. O Problema do FPO Parametrizado Modificado

A versão Primal - Dual do Método dos Pontos Interiores é utilizada para transformar o problema (A.7) em um problema de otimização com restrições de igualdade apenas. Para tanto, utilizando-se do que foi discutido na seção 2 tem-se o problema (A.7) modificado, dado por:

$$\text{Min} \quad C - \mu \left[\begin{array}{l} \sum_{i=1}^{npv} \ln(rp_i) + \sum_{i=1}^{npv} \ln(sp_i) + \sum_{i=1}^{nb} \ln(rv_i) + \sum_{i=1}^{nb} \ln(sv_i) + \\ \sum_{i=1}^{ntrafo} \ln(ra_i) + \sum_{i=1}^{ntrafo} \ln(sa_i) + \sum_{i=1}^{npv} \ln(rq_i) + \sum_{i=1}^{npv} \ln(sq_i) + \\ \sum_{i=1}^{nli} \ln(s_{Ikm_i}) + \sum_{i=1}^{nli} \ln(s_{Imk_i}) \end{array} \right]$$

$$\text{Sujeito a: } P g_i - (P d_i^o + \varepsilon \cdot \Delta P d_i) - P_i(V, \delta, a) = 0$$

$$Q g_i - (Q d_i^o + \varepsilon \cdot \Delta Q d_i) - Q_i(V, \delta, a) = 0$$

$$P g_i - r p_i - P g_i^{\min} = 0$$

$$P g_i + s p_i - P g_i^{\max} = 0$$

$$V_i - r v_i - V_i^{\min} = 0$$

$$V_i + s v_i - V_i^{\max} = 0$$

$$a_i - r a_i - a_i^{\min} = 0$$

$$a_i + s a_i - a_i^{\max} = 0$$

$$(Q d_i^o + \varepsilon \cdot \Delta Q d_i) + Q_i(V, \delta, a) - r q_i - Q_i^{\min} = 0$$

$$(Q d_i^o + \varepsilon \cdot \Delta Q d_i) + Q_i(V, \delta, a) + s q_i - Q_i^{\max} = 0$$

$$|I_{km}|_i^2 + s_{Ikm_i} - (I_{km}^{\max})_i^2 = 0$$

$$|I_{mk}|_i^2 + s_{Imk_i} - (I_{mk}^{\max})_i^2 = 0$$

(A.8)

onde

sp_i e rp_i são as variáveis de folga associadas, respectivamente aos limites máximo e mínimos de Pg_i ;

sv_i e rv_i são as variáveis de folga associadas, respectivamente aos limites máximo e mínimos de V_i ;

sq_i e rq_i são as variáveis de folga associadas, respectivamente aos limites máximo e mínimos de Qg_i ;

sa_i e ra_i são as variáveis de folga associadas, respectivamente aos limites máximo e mínimos de a_i ;

$s_{I_{km_i}}$ é a variável de folga associada ao limite máximo de I_{km_i} ;

$s_{I_{mk_i}}$ é variável de folga associada ao limite máximo de I_{mk_i} e

μ é o parâmetro barreira.

A.4. A Função Lagrangeana

A função Langrangeana para o problema (A.8) é dada por:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & C - \mu \left[\sum_{i=1}^{npv} \ln(rp_i) + \sum_{i=1}^{npv} \ln(sp_i) + \sum_{i=1}^{nb} \ln(rv_i) + \sum_{i=1}^{nb} \ln(sv_i) + \right. \\
& + \sum_{i=1}^{ntrafo} \ln(ra_i) + \sum_{i=1}^{ntrafo} \ln(sa_i) + \sum_{i=1}^{npv} \ln(rq_i) + \sum_{i=1}^{npv} \ln(sq_i) + \\
& \left. + \sum_{i=1}^{nli} \ln(s_{Ikm_i}) + \sum_{i=1}^{nli} \ln(s_{Imk_i}) \right] + \\
& - \sum_{i=1}^{nb} \alpha [Pg_i - (Pd_i^o + \varepsilon \cdot \Delta Pd_i) - P_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}, \mathbf{a})] + \\
& - \sum_{i=1}^{npq} \beta [Qg_i - (Qd_i^o + \varepsilon \cdot \Delta Qd_i) - Q_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}, \mathbf{a})] + \\
& - \sum_{i=1}^{npv} \pi p_{r_i} [Pg_i - rp_i - Pg_i^{\min}] - \pi p_{s_i} \sum_{i=1}^{npv} [Pg_i + sp_i - Pg_i^{\max}] + \\
& - \sum_{i=1}^{nb} \pi v_{r_i} [V_i - rv_i - V_i^{\min}] - \pi v_{s_i} \sum_{i=1}^{nb} [V_i + sp_i - V_i^{\max}] + \tag{A.9} \\
& - \sum_{i=1}^{ntrafo} \pi a_{r_i} [a_i - ra_i - a_i^{\min}] - \pi a_{s_i} \sum_{i=1}^{ntrafo} [a_i + sa_i - a_i^{\max}] + \\
& - \sum_{i=1}^{npv} \pi q_{r_i} [Qg_i - rq_i - Qg_i^{\min}] - \pi q_{s_i} \sum_{i=1}^{npv} [Qg_i + sq_i - Qg_i^{\min}] + \\
& - \sum_{i=1}^{nli} \pi I_{km_{s_i}} \left[|I_{km}|_i^2 + s_{Ikm_i} - (I_{km_i}^{\max})^2 \right] + \\
& - \sum_{i=1}^{nli} \pi I_{mk_{s_i}} \left[|I_{mk}|_i^2 + s_{Imk_i} - (I_{mk_i}^{\max})^2 \right]
\end{aligned}$$

onde,

α é o multiplicador de Lagrange associado ao resíduo de potência ativa nas barras do sistema;

β é o multiplicador de Lagrange associado ao resíduo de potência reativa nas barras PQ do sistema;

πp_{r_i} e πp_{s_i} são os multiplicadores de Lagrange associados, respectivamente, aos limites mínimos e máximos de P_{g_i} ;

πv_{r_i} e πv_{s_i} são os multiplicadores de Lagrange associados, respectivamente, aos limites mínimos e máximos de V_i ;

πa_{r_i} e πa_{s_i} são os multiplicadores de Lagrange associados, respectivamente, aos limites mínimos e máximos de a_i ;

πq_{r_i} e πq_{s_i} são os multiplicadores de Lagrange associados, respectivamente, aos limites mínimos e máximos de Q_{g_i} ;

πIkm_{r_i} e πImk_{s_i} são os multiplicadores de Lagrange associados, respectivamente, aos limites máximos de $(Ikm_i)^2$ e $(Imk_i)^2$.

A.5. Condições Necessárias de Primeira Ordem

As condições de otimalidades de primeira ordem aplicadas à função *Lagrangeana* (A.9), são dadas por:

i) Com relação às variáveis de controle

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P g_k} = 2A c_k P g_k + B c_k - \alpha - \pi p_{r_k} - \pi p_{s_k} = 0 \quad (\text{A.10})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial V_k} &= \sum_{i=1}^{nb} \alpha_i \left(\frac{\partial P_i(\bar{x})}{\partial V_k} \right) + \sum_{i=1}^{npq} \beta_i \left(\frac{\partial Q_i(\bar{x})}{\partial V_k} \right) - \sum_{i=1}^{nb} \pi v_{r_i} - \sum_{i=1}^{nb} \pi v_{s_i} + \\ &- \sum_{i=1}^{npv} \pi q_{r_i} \left(\frac{\partial Q_i(\bar{x})}{\partial V_k} \right) - \sum_{i=1}^{npv} \pi q_{s_i} \left(\frac{\partial Q_i(\bar{x})}{\partial V_k} \right) + \\ &- \sum_{i=1}^{nli} \pi I k m_{s_s} \left(\frac{\partial |I_{km}|_i^2}{\partial V_k} \right) - \sum_{i=1}^{nli} \pi I m k_{s_s} \left(\frac{\partial |I_{mk}|_i^2}{\partial V_k} \right) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \delta_k} &= \sum_{i=1}^{nb} \alpha_i \left(\frac{\partial P_i(\bar{x})}{\partial \delta_k} \right) + \sum_{i=1}^{npq} \beta_i \left(\frac{\partial Q_i(\bar{x})}{\partial \delta_k} \right) + \\ &- \sum_{i=1}^{npv} \pi q_{r_i} \left(\frac{\partial Q_i(\bar{x})}{\partial \delta_k} \right) - \sum_{i=1}^{npv} \pi q_{s_i} \left(\frac{\partial Q_i(\bar{x})}{\partial \delta_k} \right) + \\ &- \sum_{i=1}^{nli} \pi I k m_{s_s} \left(\frac{\partial |I_{km}|_i^2}{\partial \delta_k} \right) - \sum_{i=1}^{nli} \pi I m k_{s_s} \left(\frac{\partial |I_{mk}|_i^2}{\partial \delta_k} \right) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a_k} &= \sum_{i=1}^{nb} \alpha_i \left(\frac{\partial P_i(\bar{x})}{\partial a_k} \right) + \sum_{i=1}^{npq} \beta_i \left(\frac{\partial Q_i(\bar{x})}{\partial a_k} \right) - \sum_{i=1}^{ntrafo} \pi a_{r_i} - \sum_{i=1}^{ntrafo} \pi a_{s_i} \\ &- \sum_{i=1}^{npv} \pi q_{r_i} \left(\frac{\partial Q_i(\bar{x})}{\partial a_k} \right) - \sum_{i=1}^{npv} \pi q_{s_i} \left(\frac{\partial Q_i(\bar{x})}{\partial a_k} \right) + \\ &- \sum_{i=1}^{nli} \pi I k m_{s_s} \left(\frac{\partial |I_{km}|_i^2}{\partial a_k} \right) - \sum_{i=1}^{nli} \pi I m k_{s_s} \left(\frac{\partial |I_{mk}|_i^2}{\partial a_k} \right) = 0 \end{aligned}$$

ii) Com relação às demais variáveis

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \alpha_k} &= Pg_k - Pd_k - P_k(\bar{x}) = 0 & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial s_{I_{mk}k}} &= \mu + s_{I_{mk}k} \pi_{I_{mk}s_k} = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \beta_k} &= Qg_k - Qd_k - Q_k(\bar{x}) = 0 & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \pi_{r_k}} &= Pg_k - rp_k - Pg_k^{\min} = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r_{p_k}} &= \mu - rp_k \pi_{r_k} = 0 & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \pi_{s_k}} &= Pg_k + sp_k - Pg_k^{\max} = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial s_{p_k}} &= \mu + sp_k \pi_{s_k} = 0 & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \pi_{v_{r_k}}} &= V_k - rv_k - V_k^{\min} = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r_{v_k}} &= \mu - rv_k \pi_{v_{r_k}} = 0 & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \pi_{v_{s_k}}} &= V_k + sv_k - V_k^{\max} = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial s_{v_k}} &= \mu + sv_k \pi_{v_{s_k}} = 0 & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \pi_{a_{r_k}}} &= a_k - ra_k - a_k^{\min} = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r_{a_k}} &= \mu - ra_k \pi_{a_{r_k}} = 0 & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \pi_{a_{s_k}}} &= a_k + sa_k - a_k^{\max} = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial s_{a_k}} &= \mu + sa_k \pi_{a_{s_k}} = 0 & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \pi_{q_{r_k}}} &= Qg_k - rq_k - Qg_k^{\min} = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r_{q_k}} &= \mu - rq_k \pi_{q_{r_k}} = 0 & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \pi_{q_{s_k}}} &= Qg_k + sq_k - Qg_k^{\max} = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial s_{q_k}} &= \mu + sq_k \pi_{q_{s_k}} = 0 & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \pi_{I_{km}s_i}} &= |I_{km}(\bar{x})|^2 + s_{ikm_i} - (I_{km}^{\max})^2 = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial s_{I_{km}k}} &= \mu + s_{I_{km}k} \pi_{I_{km}s_k} = 0 & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \pi_{I_{mk}s_i}} &= |I_{mk}(\bar{x})|^2 + s_{imk_i} - (I_{mk}^{\max})^2 = 0
\end{aligned}
\tag{A.11}$$

O ponto estacionário da função Lagrangeana (A.9) é dado pela solução das equações (A.10) e (A.11) igualando-as a zero. Consequentemente, tem-se o ponto estacionário do problema de otimização dado pelas equações do sistema (A.8).

O método de solução empregado nesse trabalho foi o *método de Newton*.

APÊNDICE B

Dados dos Sistemas Testados

B.1. Introdução

Este apêndice apresenta as características físicas e operacionais dos sistemas utilizados como testes (Sistema 5 Barras, IEEE 14 Barras, IEEE 30 Barras e IEEE 118 Barras). Todos os valores estão em por unidade (pu) em uma base de 100MVA.

B.2. Sistema 5 Barras

Dados de Barra

Dados de Barra					
Barra	Tipo	Pd	Qd	V ^{min}	V ^{max}
1	0	0,6500	0,3000	0,9500	1,0500
2	2	1,1500	0,6000	0,9500	1,0500
3	1	0,7000	0,4000	0,9500	1,0500
4	1	0,7000	0,3000	0,9500	1,0500
5	2	0,8500	0,4000	0,9500	1,0500

Dados de Geração

Dados de Geração						
Barra	Ac	Bc	Pg ^{min}	Pg ^{max}	Qg ^{min}	Qg ^{max}
1	0,005	0,0100	0,0000	3,7000	-1,0500	2,0500
3	0,01	0,0200	0,0000	2,1600	-1,0000	2,0000
4	0,01	0,0050	0,0000	2,0000	-1,0000	1,0000

Dados de Linha

Dados de Linha						
Linha	De	Para	r	x	b	a
1	2	1	0,0420	0,1680	0,0300	1,0000
2	3	2	0,0310	0,1260	0,0200	1,0000
3	5	3	0,0530	0,2100	0,0150	1,0000
4	4	3	0,0840	0,3360	0,0120	1,0000
5	5	4	0,0630	0,2520	0,0110	1,0000
6	1	5	0,0310	0,1260	0,0100	1,0000

B.3. IEEE 14 Barras

Dados de Barra

Dados de Barra					
Barra	Tipo	Pd	Qd	V ^{min}	V ^{max}
1	0	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
2	1	0,2170	0,1270	0,9500	1,0500
3	1	0,9420	0,1900	0,9500	1,0500
4	2	0,4780	-0,0390	0,9500	1,0500
5	2	0,0760	0,0160	0,9500	1,0500
6	1	0,1120	0,0750	0,9500	1,0500
7	2	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
8	1	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
9	2	0,2950	0,1660	0,9500	1,0500
10	2	0,0900	0,0580	0,9500	1,0500
11	2	0,0350	0,0180	0,9500	1,0500
12	2	0,0610	0,0160	0,9500	1,0500
13	2	0,1350	0,0580	0,9500	1,0500
14	2	0,1490	0,0500	0,9500	1,0500

Dados de Geração

Dados de Geração						
Barra	Ac	Bc	Pg ^{min}	Pg ^{max}	Qg ^{min}	Qg ^{max}
1	0.0008	0.0860	0.0000	5.0000	-0.2500	5.0000
2	0.0040	0.1050	0.0000	0.5000	-0.4000	0.5000
3	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.4000
6	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0500	0.2400
8	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0500	0.2400

Dados de Linha

Dados de Linha									
Linha	De	Para	r	x	b/2	a ^{min}	a ^{max}	I ^{km}	I ^{mk}
1	1	2	0,0194	0,0592	0,0264	1,0000	1,0000	2,0000	2,0000
2	1	5	0,0540	0,2230	0,0246	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000
3	2	3	0,0470	0,1980	0,0219	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000
4	2	4	0,0581	0,1763	0,0187	0,9000	1,1000	0,0000	0,0000
5	2	5	0,0570	0,1739	0,0170	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000
6	3	4	0,0670	0,1710	0,0173	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000
7	5	4	0,0134	0,0421	0,0064	1,0000	1,0000	3,0000	3,0000
8	4	7	0,0000	0,2091	0,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000
9	4	9	0,0000	0,5562	0,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000
10	5	6	0,0000	0,2520	0,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000
11	6	11	0,0950	0,1989	0,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000
12	6	12	0,1229	0,2558	0,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000
13	6	13	0,0662	0,1303	0,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000
14	7	8	0,0000	0,1762	0,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000
15	7	9	0,0000	0,1100	0,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000
16	9	10	0,0318	0,0845	0,0000	0,9000	1,1000	2,0000	2,0000
17	9	14	0,1271	0,2704	0,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000
18	10	11	0,0820	0,1921	0,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000
19	12	13	0,2209	0,1999	0,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000
20	13	14	0,1709	0,3480	0,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000

B.4. IEEE 30 Barras

Dados de Barra

Dados de Barras					
Barra	Tipo	Pd	Qd	V _{min}	V _{max}
1	0	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
2	1	0,2170	0,1270	0,9500	1,0500
3	2	0,0240	0,0120	0,9500	1,0500
4	2	0,0760	0,0160	0,9500	1,0500
5	1	0,9420	0,1900	0,9500	1,0500
6	2	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
7	2	0,2280	0,1090	0,9500	1,0500
8	1	0,3000	0,3000	0,9500	1,0500
9	2	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
10	2	0,0580	0,0200	0,9500	1,0500
11	1	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
12	2	0,1120	0,0750	0,9500	1,0500
13	1	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
14	2	0,0620	0,0160	0,9500	1,0500
15	2	0,0820	0,0250	0,9500	1,0500
16	2	0,0350	0,0180	0,9500	1,0500
17	2	0,0900	0,0580	0,9500	1,0500
18	2	0,0320	0,0090	0,9500	1,0500
19	2	0,0950	0,0340	0,9500	1,0500
20	2	0,0220	0,0070	0,9500	1,0500
21	2	0,1750	0,1120	0,9500	1,0500
22	2	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
23	2	0,0320	0,0160	0,9500	1,0500
24	2	0,0870	0,0670	0,9500	1,0500
25	2	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
26	2	0,0350	0,0230	0,9500	1,0500
27	2	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
28	2	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
29	2	0,0240	0,0090	0,9500	1,0500
30	2	0,1060	0,0190	0,9500	1,0500

Dados de Geração

Dados de Geração						
Barra	Ac	Bc	P _g ^{min}	P _g ^{max}	Q _g ^{min}	Q _g ^{max}
1	0,0002	0,0800	0,0000	5,0000	-3,0000	5,0000
2	0,0001	0,1000	0,0000	0,5000	-0,4000	0,5000
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,4000	0,4000
8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,1000	0,4000
11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0600	0,2400
13	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0600	0,2400

Dados de Linha

Dados de Linha						
Linha	De	Para	r	x	b	a
1	1	2	0,0192	0,0575	0,0264	1,0000
2	1	3	0,0452	0,1852	0,0204	1,0000
3	2	4	0,0570	0,1737	0,0184	1,0000
4	3	4	0,0132	0,0379	0,0042	1,0000
5	2	5	0,0472	0,1983	0,0209	1,0000
6	2	6	0,0581	0,1763	0,0187	1,0000
7	4	6	0,0119	0,0414	0,0045	1,0000
8	5	7	0,0460	0,1160	0,0102	1,0000
9	6	7	0,0267	0,0820	0,0085	1,0000
10	6	8	0,0120	0,0420	0,0045	1,0000
11	6	9	0,0000	0,2080	0,0000	1,0780
12	6	10	0,0000	0,5560	0,0000	1,0690
13	9	11	0,0000	0,2080	0,0000	1,0000
14	9	10	0,0000	0,1100	0,0000	1,0000
15	4	12	0,0000	0,2560	0,0000	1,0324
16	12	13	0,0000	0,1400	0,0000	1,0000
17	12	14	0,1231	0,2559	0,0000	1,0000
18	12	15	0,0662	0,1304	0,0000	1,0000
19	12	16	0,0945	0,1987	0,0000	1,0000
20	14	15	0,2210	0,1997	0,0000	1,0000
21	16	17	0,0824	0,1932	0,0000	1,0000
22	15	18	0,1070	0,2185	0,0000	1,0000
23	18	19	0,0639	0,1292	0,0000	1,0000
24	19	20	0,0340	0,0680	0,0000	1,0000
25	10	20	0,0936	0,2090	0,0000	1,0000
26	10	17	0,0324	0,0845	0,0000	1,0000
27	10	21	0,0348	0,0749	0,0000	1,0000
28	10	22	0,0727	0,1499	0,0000	1,0000
29	21	22	0,0116	0,0236	0,0000	1,0000
30	15	23	0,1000	0,2020	0,0000	1,0000
31	22	24	0,1150	0,1790	0,0000	1,0000
32	23	24	0,1320	0,2700	0,0000	1,0000
33	24	25	0,1885	0,3292	0,0000	1,0000
34	25	26	0,2544	0,3800	0,0000	1,0000
35	25	27	0,1093	0,2087	0,0000	1,0000
36	28	27	0,0000	0,3960	0,0000	1,0685
37	27	29	0,2198	0,4153	0,0000	1,0000
38	27	30	0,3202	0,6027	0,0000	1,0000
39	29	30	0,2399	0,4533	0,0000	1,0000
40	8	28	0,6360	0,2000	0,0214	1,0000
41	6	28	0,0169	0,0599	0,0065	1,0000

B.5. IEEE 118 Barras

Dados de Barras

Datos de Barra					
Barra	Tipo	Pd	Qd	V _{min}	V _{max}
1	1	0,5100	0,2700	0,9500	1,0500
2	2	0,2000	0,0900	0,9500	1,0500
3	2	0,3900	0,1000	0,9500	1,0500
4	1	0,3900	0,1200	0,9500	1,0500
5	2	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
6	1	0,5200	0,2200	0,9500	1,0500
7	2	0,1900	0,0200	0,9500	1,0500
8	1	0,2800	0,0000	0,9500	1,0500
9	2	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
10	1	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
11	2	0,7000	0,2300	0,9500	1,0500
12	1	0,4700	0,1000	0,9500	1,0500
13	2	0,3400	0,1600	0,9500	1,0500
14	2	0,1400	0,0100	0,9500	1,0500
15	1	0,9000	0,3000	0,9500	1,0500
16	2	0,2500	0,1000	0,9500	1,0500
17	2	0,1100	0,0300	0,9500	1,0500
18	1	0,6000	0,3400	0,9500	1,0500
19	1	0,4500	0,2500	0,9500	1,0500
20	2	0,1800	0,0300	0,9500	1,0500
21	2	0,1400	0,0800	0,9500	1,0500
22	2	0,1000	0,0500	0,9500	1,0500
23	2	0,0700	0,0300	0,9500	1,0500
24	1	0,1300	0,0000	0,9500	1,0500
25	1	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
26	1	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
27	1	0,7100	0,1300	0,9500	1,0500
28	2	0,1700	0,0700	0,9500	1,0500
29	2	0,2400	0,0400	0,9500	1,0500
30	2	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
31	1	0,3600	0,2700	0,9500	1,0500
32	1	0,5900	0,2300	0,9500	1,0500
33	2	0,2300	0,0900	0,9500	1,0500
34	1	0,5900	0,2600	0,9500	1,0500
35	2	0,3300	0,0900	0,9500	1,0500
36	1	0,3100	0,1700	0,9500	1,0500
37	2	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
38	2	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
39	2	0,2700	0,1100	0,9500	1,0500
40	1	0,6600	0,2300	0,9500	1,0500
41	2	0,3700	0,1000	0,9500	1,0500
42	1	0,9600	0,2300	0,9500	1,0500
43	2	0,1800	0,0700	0,9500	1,0500
44	2	0,1600	0,0800	0,9500	1,0500

Continuação dos Dados de Barra IEEE 118

Dados de Barras - IEEE 118 - (continuação)					
Barra	Tipo	Pd	Qd	V _{min}	V _{max}
45	2	0,5300	0,2200	0,9500	1,0500
46	1	0,0900	0,1000	0,9500	1,0500
47	2	0,3400	0,0000	0,9500	1,0500
48	2	0,2000	0,1100	0,9500	1,0500
49	1	0,8700	0,3000	0,9500	1,0500
50	2	0,1700	0,0400	0,9500	1,0500
51	2	0,1700	0,0800	0,9500	1,0500
52	2	0,1800	0,0500	0,9500	1,0500
53	2	0,2300	0,1100	0,9500	1,0500
54	1	1,1300	0,3200	0,9500	1,0500
55	1	0,6300	0,2200	0,9500	1,0500
56	1	0,8400	0,1800	0,9500	1,0500
57	2	0,1200	0,0300	0,9500	1,0500
58	2	0,1200	0,0300	0,9500	1,0500
59	1	2,7700	1,1300	0,9500	1,0500
60	2	0,7800	0,0300	0,9500	1,0500
61	1	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
62	1	0,7700	0,1400	0,9500	1,0500
63	2	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
64	2	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
65	1	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
66	1	0,3900	0,1800	0,9500	1,0500
67	2	0,2800	0,0700	0,9500	1,0500
68	2	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
69	0	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
70	1	0,6600	0,2000	0,9500	1,0500
71	2	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
72	1	0,1200	0,0000	0,9500	1,0500
73	1	0,0600	0,0000	0,9500	1,0500
74	1	0,6800	0,2700	0,9500	1,0500
75	2	0,4700	0,1100	0,9500	1,0500
76	1	0,6800	0,3600	0,9500	1,0500
77	1	0,6100	0,2800	0,9500	1,0500
78	2	0,7100	0,2600	0,9500	1,0500
79	2	0,3900	0,3200	0,9500	1,0500
80	1	1,3000	0,2600	0,9500	1,0500
81	2	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
82	2	0,5400	0,2700	0,9500	1,0500
83	2	0,2000	0,1000	0,9500	1,0500
84	2	0,1100	0,0700	0,9500	1,0500
85	1	0,2400	0,1500	0,9500	1,0500
86	2	0,2100	0,1000	0,9500	1,0500
87	1	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
88	2	0,4800	0,1000	0,9500	1,0500
89	1	0,0000	0,0000	0,9500	1,0500
90	1	1,6300	0,4200	0,9500	1,0500

Continuação dos Dados de Barra IEEE 118

Dados de Barra - IEEE 118 - (continuação)					
Barra	Tipo	Pd	Qd	V _{min}	V _{max}
91	1	0,1000	0,0000	0,9500	1,0500
92	1	0,6500	0,1000	0,9500	1,0500
93	2	0,1200	0,0700	0,9500	1,0500
94	2	0,3000	0,1600	0,9500	1,0500
95	2	0,4200	0,3100	0,9500	1,0500
96	2	0,3800	0,1500	0,9500	1,0500
97	2	0,1500	0,0900	0,9500	1,0500
98	2	0,3400	0,0800	0,9500	1,0500
99	1	0,4200	0,0000	0,9500	1,0500
100	1	0,3700	0,1800	0,9500	1,0500
101	2	0,2200	0,1500	0,9500	1,0500
102	2	0,0500	0,0300	0,9500	1,0500
103	1	0,2300	0,1600	0,9500	1,0500
104	1	0,3800	0,2500	0,9500	1,0500
105	1	0,3100	0,2600	0,9500	1,0500
106	2	0,4300	0,1600	0,9500	1,0500
107	1	0,5000	0,1200	0,9500	1,0500
108	2	0,0200	0,0100	0,9500	1,0500
109	2	0,0800	0,0300	0,9500	1,0500
110	2	0,3900	0,3000	0,9500	1,0500
111	2	0,0000	0,2000	0,9500	1,0500
112	2	0,6800	0,1300	0,9500	1,0500
113	2	0,0600	0,0000	0,9500	1,0500
114	2	0,0800	0,0300	0,9500	1,0500
115	2	0,2200	0,0700	0,9500	1,0500
116	2	1,8400	0,0000	0,9500	1,0500
117	2	0,2000	0,0800	0,9500	1,0500
118	2	0,3300	0,1000	0,9500	1,0500

Dados de Geração

Dados de Geração						
Barra	Ac	Bc	P _g ^{min}	P _g ^{max}	Q _g ^{min}	Q _g ^{max}
1	0,0128	0,6073	0,7000	1,8000	-0,2300	1,1500
4	0,0079	0,4890	0,8000	2,1700	-0,4000	1,2000
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	0,0196	0,6960	0,4000	1,0800	-0,5000	0,5000
8	0,0068	0,7730	0,8000	2,1700	-3,5000	2,2000
10	0,0046	0,5019	0,4000	2,0000	-2,0000	3,4000
12	0,0193	0,8030	0,4000	1,0800	-0,1500	0,7500
15	0,0120	1,5130	0,3000	0,7200	-0,8000	0,4000
18	0,0120	1,5130	0,3000	0,7200	-0,6000	1,4000
19	0,0125	1,3670	0,4000	1,0800	-0,1500	0,7500
24	0,0120	1,5130	0,3000	0,7200	-0,4000	2,4000
25	0,0078	0,3940	0,8000	2,1700	-2,2400	3,0000
26	0,0070	0,6385	1,2000	3,2400	-4,0000	2,2500
27	0,0120	1,5130	0,3000	0,7200	-0,0800	0,4000
31	0,0120	1,5130	0,3000	0,7200	-0,1500	0,4000
32	0,0120	1,5130	0,3000	0,7200	-0,2000	0,6000
33	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
34	0,0125	1,3670	0,4000	1,0800	-0,4000	0,7500
35	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
36	0,0207	0,6750	0,4000	1,0800	-1,0000	1,0000
40	0,0120	1,5130	0,3000	0,7200	-0,5000	0,5000
41	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
42	0,0125	1,3670	0,4000	1,0800	-0,1500	0,7500
46	0,0120	1,5130	0,3000	0,7200	-0,0800	0,4000
47	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
48	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
49	0,0068	0,7730	0,8000	2,1700	-0,2400	1,2000
54	0,0120	1,5130	0,3000	0,7200	-0,0800	0,4000
55	0,0193	0,8030	0,4000	1,0800	-0,1500	0,7500
56	0,0120	1,5130	0,3000	0,7200	-0,0800	0,4000
57	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
59	0,0155	0,6780	0,4000	1,0800	-0,8500	2,0000
61	0,0155	0,6780	0,4000	1,0800	-1,6500	0,7500
62	0,0202	0,6360	0,4000	1,0800	-0,1500	0,7500
65	0,0104	0,4633	0,8000	2,1600	-3,0000	1,5000
66	0,0073	0,4213	1,2000	3,2400	-0,4500	2,0000
69	0,0040	0,5997	1,6000	4,3400	-2,0000	2,0000
70	0,0120	1,5130	0,3000	0,7200	-0,8000	0,4000
72	0,0120	1,5130	0,3000	0,7200	-0,0800	0,4000
73	0,0120	1,5130	0,3000	0,7200	-0,0800	0,4000
74	0,0193	0,8030	0,4000	1,0800	-0,1500	0,7500
76	0,0193	0,8030	0,4000	1,0800	-0,1500	0,7500
77	0,0120	1,5130	0,3000	0,7200	-0,4000	0,4000
80	0,0077	0,3149	1,2000	3,2500	-3,0000	2,2500
81	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
85	0,0155	0,6780	0,4000	1,0800	-0,1500	0,7500

Continuação dos Dados de Geração IEEE 118

Dados de Geração - IEEE 118 - (continuação)						
Barra	Ac	Bc	P_g^{\min}	P_g^{\max}	Q_g^{\min}	Q_g^{\max}
87	0,0193	0,8030	0,4000	1,0800	-0,4000	0,7500
89	0,0072	0,5813	1,2000	2,2500	-0,4500	2,2000
90	0,0079	0,4890	0,8000	2,1700	-2,0000	1,5000
91	0,0120	1,5130	0,3000	0,7200	-0,2400	1,2000
92	0,0125	1,3670	0,4000	1,0800	-0,1500	0,7500
99	0,0120	1,5130	0,3000	0,7200	-0,2000	0,4000
100	0,0046	0,2820	0,4000	4,0000	-0,4800	2,4000
101	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
102	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
103	0,0046	0,3682	0,0000	5,0000	-1,0000	2,4000
104	0,0125	1,3670	0,0000	2,0800	-0,1500	0,7500
105	0,0125	1,3670	0,0000	2,0800	-0,1500	2,5000
107	0,0155	0,6780	0,0000	2,0800	-0,1500	0,7500

Dados de Linha

Dados de Linha						
Linha	De	Para	r	x	b	a
1	118	76	0,0164	0,0544	0,0136	1,0000
2	118	75	0,0145	0,0481	0,0120	1,0000
3	117	12	0,0329	0,1400	0,0358	1,0000
4	116	68	0,0003	0,0040	0,1640	1,0000
5	115	114	0,0023	0,0104	0,0028	1,0000
6	115	27	0,0164	0,0741	0,0197	1,0000
7	114	32	0,0135	0,0612	0,0163	1,0000
8	113	32	0,0615	0,2030	0,0518	1,0000
9	113	17	0,0091	0,0301	0,0077	1,0000
10	112	110	0,0247	0,0640	0,0620	1,0000
11	111	110	0,0220	0,0755	0,0200	1,0000
12	110	109	0,0278	0,0762	0,0202	1,0000
13	110	103	0,0391	0,1813	0,0461	1,0000
14	109	108	0,0105	0,0288	0,0076	1,0000
15	108	105	0,0261	0,0703	0,0184	1,0000
16	107	106	0,0530	0,1830	0,0472	1,0000
17	107	105	0,0530	0,1830	0,0472	1,0000
18	106	105	0,0140	0,0547	0,0143	1,0000
19	106	100	0,0605	0,2290	0,0620	1,0000
20	105	104	0,0099	0,0378	0,0099	1,0000
21	105	103	0,0535	0,1625	0,0408	1,0000
22	104	103	0,0466	0,1584	0,0407	1,0000
23	104	100	0,0451	0,2040	0,0541	1,0000
24	103	100	0,0160	0,0525	0,0536	1,0000
25	102	101	0,0246	0,1120	0,0294	1,0000
26	102	92	0,0123	0,0559	0,0146	1,0000
27	101	100	0,0277	0,1262	0,0328	1,0000
28	100	99	0,0180	0,0813	0,0216	1,0000
29	100	98	0,0397	0,1790	0,0476	1,0000
30	100	94	0,0178	0,0580	0,0604	1,0000
31	100	92	0,0648	0,2950	0,0772	1,0000
32	99	80	0,0454	0,2060	0,0546	1,0000
33	98	80	0,0238	0,1080	0,0286	1,0000
34	97	96	0,0173	0,0885	0,0240	1,0000
35	97	80	0,0183	0,0934	0,0254	1,0000
36	96	95	0,0171	0,0547	0,0147	1,0000
37	96	94	0,0269	0,0869	0,0230	1,0000
38	96	82	0,0162	0,0530	0,0544	1,0000
39	96	80	0,0356	0,1820	0,0494	1,0000
40	95	94	0,0132	0,0434	0,0111	1,0000
41	94	93	0,0223	0,0732	0,0188	1,0000
42	94	92	0,0481	0,1580	0,0406	1,0000

Continuação dos Dados de Linha IEEE 118

Dados de Linha - IEEE 118 - (continuação)						
Linha	De	Para	r	x	b	a
43	93	92	0,0258	0,0848	0,0218	1,0000
44	92	91	0,0387	0,1272	0,0327	1,0000
45	92	89	0,0080	0,0383	0,0962	1,0000
46	91	90	0,0254	0,0836	0,0214	1,0000
47	90	89	0,0164	0,0652	0,1588	1,0000
48	89	88	0,0139	0,0712	0,0193	1,0000
49	89	85	0,0239	0,1730	0,0470	1,0000
50	88	85	0,0200	0,1020	0,0276	1,0000
51	86	87	0,0000	0,2074	0,0000	1,0000
52	86	85	0,0350	0,1230	0,0276	1,0000
53	85	84	0,0302	0,0641	0,0123	1,0000
54	85	83	0,0430	0,1480	0,0348	1,0000
55	84	83	0,0625	0,1320	0,0258	1,0000
56	83	82	0,0112	0,0366	0,0380	1,0000
57	82	77	0,0298	0,0853	0,0817	1,0000
58	81	80	0,0000	0,0370	0,0000	1,0000
59	81	68	0,0018	0,0202	0,8080	1,0000
60	80	79	0,0156	0,0704	0,0187	1,0000
61	80	77	0,0109	0,0332	0,0700	1,0000
62	79	78	0,0055	0,0244	0,0065	1,0000
63	78	77	0,0038	0,0124	0,0126	1,0000
64	77	76	0,0444	0,1480	0,0368	1,0000
65	77	75	0,0601	0,1999	0,0498	1,0000
66	77	69	0,0309	0,1010	0,1038	1,0000
67	75	74	0,0123	0,0406	0,0103	1,0000
68	75	70	0,0428	0,1410	0,0360	1,0000
69	75	69	0,0405	0,1220	0,1240	1,0000
70	74	70	0,0401	0,1323	0,0337	1,0000
71	73	71	0,0087	0,0454	0,0118	1,0000
72	72	71	0,0446	0,1800	0,0444	1,0000
73	72	24	0,0488	0,1960	0,0488	1,0000
74	71	70	0,0088	0,0355	0,0088	1,0000
75	70	69	0,0300	0,1270	0,1220	1,0000
76	70	24	0,1022	0,4115	0,1020	1,0000
77	69	68	0,0000	0,0370	0,0000	1,0000
78	69	49	0,0985	0,3240	0,0828	1,0000
79	69	47	0,0844	0,2778	0,0709	1,0000
80	68	65	0,0014	0,0160	0,6380	1,0000
81	67	66	0,0224	0,1015	0,0268	1,0000
82	67	62	0,0258	0,1170	0,0310	1,0000
83	65	66	0,0000	0,0370	0,0000	1,0000
84	66	62	0,0482	0,2180	0,0578	1,0000
85	66	49	0,0090	0,0460	0,0496	1,0000
86	65	64	0,0027	0,0302	0,3800	1,0000
87	65	38	0,0090	0,0986	1,0460	1,0000
88	64	63	0,0017	0,0200	0,2160	1,0000
89	64	61	0,0000	0,0268	0,0000	1,0000
90	63	59	0,0000	0,0386	0,0000	1,0000

Continuação dos Dados de Linha IEEE 118

Dados de Linha - IEEE 118 - (continuação)						
Linha	De	Para	r	x	b	a
91	62	61	0,0082	0,0376	0,0098	1,0000
92	62	60	0,0123	0,0561	0,0147	1,0000
93	61	60	0,0026	0,0135	0,0146	1,0000
94	61	59	0,0328	0,1500	0,0388	1,0000
95	60	59	0,0317	0,1450	0,0376	1,0000
96	59	56	0,0407	0,1224	0,1105	1,0000
97	59	55	0,0474	0,2158	0,0565	1,0000
98	59	54	0,0503	0,2293	0,0598	1,0000
99	58	56	0,0343	0,0966	0,0242	1,0000
100	58	51	0,0255	0,0719	0,0179	1,0000
101	57	56	0,0343	0,0966	0,0242	1,0000
102	57	50	0,0474	0,1340	0,0332	1,0000
103	56	55	0,0049	0,0151	0,0037	1,0000
104	56	54	0,0028	0,0096	0,0073	1,0000
105	55	54	0,0169	0,0707	0,0202	1,0000
106	54	53	0,0263	0,1220	0,0310	1,0000
107	54	49	0,0399	0,1451	0,1468	1,0000
108	53	52	0,0405	0,1635	0,0406	1,0000
109	52	51	0,0203	0,0588	0,0140	1,0000
110	51	49	0,0486	0,1370	0,0342	1,0000
111	50	49	0,0267	0,0752	0,0187	1,0000
112	49	48	0,0179	0,0505	0,0126	1,0000
113	49	47	0,0191	0,0625	0,0160	1,0000
114	49	45	0,0684	0,1860	0,0444	1,0000
115	49	42	0,0357	0,1615	0,1720	1,0000
116	48	46	0,0601	0,1890	0,0472	1,0000
117	47	46	0,0380	0,1270	0,0316	1,0000
118	46	45	0,0400	0,1356	0,0332	1,0000
119	45	44	0,0224	0,0901	0,0224	1,0000
120	44	43	0,0608	0,2454	0,0607	1,0000
121	43	34	0,0413	0,1681	0,0423	1,0000
122	42	41	0,0410	0,1350	0,0344	1,0000
123	42	40	0,0555	0,1830	0,0466	1,0000
124	41	40	0,0145	0,0487	0,0122	1,0000
125	40	39	0,0184	0,0605	0,0155	1,0000
126	40	37	0,0593	0,1680	0,0420	1,0000
127	39	37	0,0321	0,1060	0,0270	1,0000
128	38	37	0,0000	0,0375	0,0000	1,0000
129	38	30	0,0046	0,0540	0,4220	1,0000
130	37	35	0,0110	0,0497	0,0132	1,0000
131	37	34	0,0026	0,0094	0,0098	1,0000
132	37	33	0,0415	0,1420	0,0366	1,0000
133	36	35	0,0022	0,0102	0,0027	1,0000
134	36	34	0,0087	0,0268	0,0057	1,0000
135	34	19	0,0752	0,2470	0,0632	1,0000
136	33	15	0,0380	0,1244	0,0319	1,0000
137	32	31	0,0298	0,0985	0,0251	1,0000

Continuação dos Dados de Linha IEEE 118

Dados de Linha - IEEE 118 - (continuação)						
Linha	De	Para	r	x	b	a
138	32	27	0,0229	0,0755	0,0193	1,0000
139	32	23	0,0317	0,1153	0,1173	1,0000
140	31	29	0,0108	0,0331	0,0083	1,0000
141	31	17	0,0474	0,1563	0,0399	1,0000
142	30	26	0,0080	0,0860	0,9080	1,0000
143	30	17	0,0000	0,0388	0,9600	1,0000
144	30	8	0,0043	0,0504	0,5140	1,0000
145	29	28	0,0237	0,0943	0,0238	1,0000
146	28	27	0,0191	0,0855	0,0216	1,0000
147	27	25	0,0318	0,1630	0,1764	1,0000
148	26	25	0,0000	0,0382	0,0000	1,0000
149	25	23	0,0156	0,0800	0,0864	1,0000
150	24	23	0,0135	0,0492	0,0498	1,0000
151	23	22	0,0342	0,1590	0,0404	1,0000
152	22	21	0,0209	0,0970	0,0246	1,0000
153	21	20	0,0183	0,0849	0,0216	1,0000
154	20	19	0,0252	0,1170	0,0298	1,0000
155	19	18	0,0112	0,0493	0,0114	1,0000
156	19	15	0,0120	0,0394	0,0101	1,0000
157	18	17	0,0123	0,0505	0,0130	1,0000
158	17	16	0,0454	0,1801	0,0466	1,0000
159	17	15	0,0132	0,0437	0,0444	1,0000
160	16	12	0,0212	0,0834	0,0214	1,0000
161	15	14	0,0595	0,1950	0,0502	1,0000
162	15	13	0,0744	0,2444	0,0627	1,0000
163	14	12	0,0215	0,0707	0,0182	1,0000
164	13	11	0,0222	0,0731	0,0188	1,0000
165	12	11	0,0060	0,0196	0,0050	1,0000
166	12	7	0,0086	0,0340	0,0087	1,0000
167	12	3	0,0484	0,1600	0,0406	1,0000
168	12	2	0,0187	0,0616	0,0157	1,0000
169	11	5	0,0203	0,0682	0,0174	1,0000
170	11	4	0,0209	0,0688	0,0175	1,0000
171	10	9	0,0026	0,0322	1,2300	1,0000
172	9	8	0,0024	0,0305	1,1620	1,0000
173	8	5	0,0000	0,0267	0,0000	1,0000
174	7	6	0,0046	0,0208	0,0055	1,0000
175	6	5	0,0119	0,0540	0,0143	1,0000
176	5	4	0,0018	0,0080	0,0021	1,0000
177	5	3	0,0241	0,1080	0,0284	1,0000
178	3	1	0,0129	0,0424	0,0108	1,0000
179	2	1	0,0303	0,0999	0,0254	1,0000

APÊNDICE C

Resultados Numéricos

C.1. Introdução

Este apêndice apresenta os resultados abordados na seção 5.4. Todos os valores estão em por unidade (pu) em uma base de 100MVA.

C.2. IEEE 14 Barras - Caso 1

Dados de Barra - Caso 1 - Caso Base						
Barra	Tipo	V	δ	Pg	Qg	BIC
1	0	1.0500	0.0000	2.2639	-0.2500	44.8222
2	1	1.0351	-4.9203	0.4595	0.3388	47.2601
3	1	1.0078	-12.8246	0.0000	0.2568	51.0221
4	2	1.0130	-10.3040	0.0000	0.0000	49.8511
5	2	1.0177	-8.8355	0.0000	0.0000	49.0446
6	1	1.0169	-14.8993	0.0000	0.2400	49.1317
7	2	1.0122	-13.6602	0.0000	0.0000	49.8467
8	1	1.0500	-13.6597	0.0000	0.2254	49.8467
9	2	0.9896	-15.4671	0.0000	0.0000	49.8476
10	2	1.0005	-15.6839	0.0000	0.0000	50.0311
11	2	1.0050	-15.4378	0.0000	0.0000	49.7605
12	2	1.0003	-15.8417	0.0000	0.0000	50.0129
13	2	0.9944	-15.9037	0.0000	0.0000	50.2979
14	2	0.9725	-16.7870	0.0000	0.0000	51.2255

Dados de Linha - Caso 1 - Caso Base					
Linha	De	Para	a	$ l_{km} ^2$	$ l_{mk} ^2$
1	1	2	1	4.8842	4.8702
2	1	5	1		
3	2	3	1		
4	2	4	1.0146		
5	2	5	1		
6	3	4	1		
7	5	4	1	0.6998	0.6841
8	4	7	1		
9	4	9	1		
10	5	6	1		
11	6	11	1		
12	6	12	1		
13	6	13	1		
14	7	8	1		
15	7	9	1		
16	9	10	1.017	0.0057	0.0061
17	9	14	1		
18	10	11	1		
19	12	13	1		
20	13	14	1		

Dados de Barra - Caso 1 - Máximo Carregamento						
Bus	Tipo	V	δ	Pg	Qg	BIC
1	0	1,0500	0,0000	3,3686	0,0502	62,4977
2	1	1,0110	-7,3475	0,5000	0,5000	232,1655
3	1	0,9902	-18,5803	0,0000	0,4000	538,1920
4	2	1,0050	-14,6751	0,0000	0,0000	522,3349
5	2	1,0025	-12,5820	0,0000	0,0000	438,5677
6	1	0,9895	-21,2814	0,0000	0,2400	754,0493
7	2	1,0043	-19,4516	0,0000	0,0000	713,8507
8	1	1,0448	-19,4511	0,0000	0,2400	713,8294
9	2	0,9816	-22,0225	0,0000	0,0000	859,4396
10	2	0,9500	-22,4046	0,0000	0,0000	891,2508
11	2	0,9649	-22,0633	0,0000	0,0000	843,3648
12	2	0,9703	-22,6916	0,0000	0,0000	914,1746
13	2	0,9648	-22,8377	0,0000	0,0000	1047,1894
14	2	0,9500	-24,0921	0,0000	0,0000	1656,0333

Dados de Linha - Caso 1 - Máximo Carregamento					
Linha	De	Para	a	$ I_{km} ^2$	$ I_{mk} ^2$
1	1	2	1,0000	4,8842	4,8702
2	1	5	1,0000		
3	2	3	1,0000		
4	2	4	1,1000		
5	2	5	1,0000		
6	3	4	1,0000		
7	5	4	1,0000	0,6998	0,6841
8	4	7	1,0000		
9	4	9	1,0000		
10	5	6	1,0000		
11	6	11	1,0000		
12	6	12	1,0000		
13	6	13	1,0000		
14	7	8	1,0000		
15	7	9	1,0000		
16	9	10	0,9709	0,0057	0,0061
17	9	14	1,0000		
18	10	11	1,0000		
19	12	13	1,0000		
20	13	14	1,0000		

C.3. IEEE 14 Barras - Caso 2

Dados de Linha - Caso 2 - (Caso Base)					
Linha	De	Para	a	$ I_{km} ^2$	$ I_{mk} ^2$
1	1	2	1	2,1441	2,0956
2	1	5	1		
3	2	3	1		
4	2	4	1,0146		
5	2	5	1		
6	3	4	1		
7	5	4	1	0,3605	0,3566
8	4	7	1		
9	4	9	1		
10	5	6	1		
11	6	11	1		
12	6	12	1		
13	6	13	1		
14	7	8	1		
15	7	9	1		
16	9	10	1,017	0,0062	0,0060
17	9	14	1		
18	10	11	1		
19	12	13	1		
20	13	14	1		

Dados de Barra - Caso 2 - (Caso Base)						
Bus	Tipo	V	ang	Pg	Qg	BIC
1	0	1,0500	0,0000	2,2639	-0,2500	44,8222
2	1	1,0351	-4,9203	0,4595	0,3388	47,2601
3	1	1,0078	-12,8246	0,0000	0,2568	51,0221
4	2	1,0130	-10,3040	0,0000	0,0000	49,8511
5	2	1,0177	-8,8355	0,0000	0,0000	49,0446
6	1	1,0169	-14,8993	0,0000	0,2400	49,1317
7	2	1,0122	-13,6602	0,0000	0,0000	49,8467
8	1	1,0500	-13,6597	0,0000	0,2254	49,8467
9	2	0,9896	-15,4671	0,0000	0,0000	49,8476
10	2	1,0005	-15,6839	0,0000	0,0000	50,0311
11	2	1,0050	-15,4378	0,0000	0,0000	49,7605
12	2	1,0003	-15,8417	0,0000	0,0000	50,0129
13	2	0,9944	-15,9037	0,0000	0,0000	50,2979
14	2	0,9725	-16,7870	0,0000	0,0000	51,2255

Dados de Linha - Caso 2 - Máximo Carregamento						
Linha	De	Para	a	$ I_{km} ^2$	$ I_{mk} ^2$	
1	1	2	1,0000	4,0000	3,9689	
2	1	5	1,0000			
3	2	3	1,0000			
4	2	4	1,0509			
5	2	5	1,0000			
6	3	4	1,0000			
7	5	4	1,0000	0,6139	0,6040	
8	4	7	1,0000			
9	4	9	1,0000			
10	5	6	1,0000			
11	6	11	1,0000			
12	6	12	1,0000			
13	6	13	1,0000			
14	7	8	1,0000			
15	7	9	1,0000			
16	9	10	0,9918	0,0063	0,0064	
17	9	14	1,0000			
18	10	11	1,0000			
19	12	13	1,0000			
20	13	14	1,0000			

Dados de Barra - Caso 2 - Máximo Carregamento						
Bus	Tipo	V	δ	Pg	Qg	CIBP
1	0	1,0500	0,0000	3,0747	-0,0549	57,7952
2	1	1,0198	-6,6876	0,5000	0,4181	58973483,9203
3	1	0,9958	-17,2125	0,0000	0,4000	59920783,2489
4	2	1,0004	-13,6555	0,0000	0,0000	53251592,9890
5	2	1,0023	-11,6856	0,0000	0,0000	47737412,1122
6	1	0,9936	-19,7832	0,0000	0,2400	51580453,3341
7	2	0,9997	-18,1244	0,0000	0,0000	53962934,3771
8	1	1,0404	-18,1239	0,0000	0,2400	53962767,7129
9	2	0,9765	-20,5314	0,0000	0,0000	54657944,3689
10	2	0,9639	-20,8623	0,0000	0,0000	54843443,4294
11	2	0,9742	-20,5280	0,0000	0,0000	53595131,6413
12	2	0,9747	-21,0876	0,0000	0,0000	54009866,4145
13	2	0,9687	-21,2127	0,0000	0,0000	55460281,0375
14	2	0,9500	-22,4122	0,0000	0,0000	61940354,1093