

**ANDRÉ ARTHUR PERLEBERG LERM**

**ANÁLISE DE BIFURCAÇÕES LOCAIS  
EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE  
POTÊNCIA**

**FLORIANÓPOLIS  
2000**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA**  
**ELÉTRICA**

**ANÁLISE DE BIFURCAÇÕES LOCAIS**  
**EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE**  
**POTÊNCIA**

Tese submetida à  
Universidade Federal de Santa Catarina  
como parte dos requisitos para a  
obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica

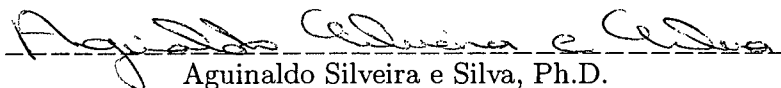
**ANDRÉ ARTHUR PERLEBERG LERM**

Florianópolis, Junho de 2000.

# ANÁLISE DE BIFURCAÇÕES LOCAIS EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

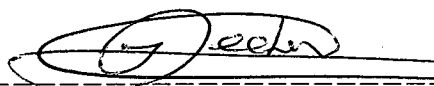
André Arthur Perleberg Lerm

Esta Tese foi julgada adequada para a obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica, *Área de Concentração em Sistemas de Energia*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.



Aginaldo Silveira e Silva, Ph.D.

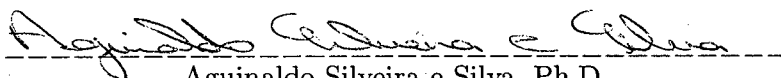
Orientador



Ildemar Cassana Decker, D.Sc.

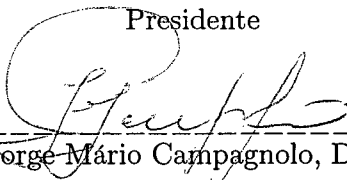
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:




Aginaldo Silveira e Silva, Ph.D.

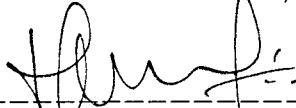
Presidente



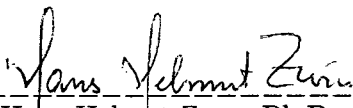
Jorge Mário Campagnolo, D.Sc.



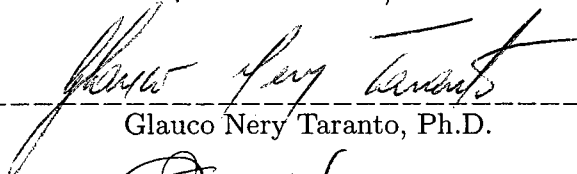
Ildemar Cassana Decker, D.Sc.



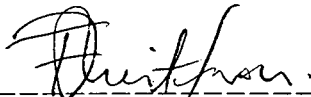
Edson Roberto de Pieri, Dr.



Hans Helmut Zürn, Ph.D.



Glauco Nery Taranto, Ph.D.



Francisco Damasceno Freitas, Dr.

À minha esposa Hilda Rosane e aos meus  
filhos Rafael Andréas e Beatriz, pelo amor, dedicação  
e compreensão durante as longas horas de ausência  
na elaboração deste trabalho.

À Deus, única fonte de Vida,  
sem O qual nada seria.

# Agradecimentos

Ao Professor Aguinaldo Silveira e Silva, pela orientação e auxílio destinados no transcorrer de todo o Curso de Doutorado.

Ao Professor Cláudio Cañizares, pela acolhida na University of Waterloo.

A todos os Professores do Curso de Engenharia Elétrica da UFSC, especialmente: Professores Hans, Ildemar e Kátia.

À UCPel e ao CEFET-RS, pelo apoio à realização desta Tese.

À CAPES e FAPERGS, pelo apoio financeiro.

A todos que, de uma forma ou outra, contribuíram para que este trabalho fosse realizado.

Resumo da Tese apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

# **ANÁLISE DE BIFURCAÇÕES LOCAIS EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA**

**André Arthur Perleberg Lerm**

Junho/2000

Orientador: Aguinaldo Silveira e Silva

Área de Concentração: Sistemas de Energia

Palavras-Chave: Teoria de bifurcações, modelagem de limitadores

Número de páginas: 107

Este trabalho apresenta uma metodologia para a determinação de diagramas de bifurcação em sistemas elétricos de potência reais. Esta metodologia prevê a determinação dos pontos de equilíbrio de um sistema elétrico a partir do seu conjunto de equações algébrico-diferencial, em que os valores de referência dos Reguladores Automáticos de Tensão e outros controladores sejam mantidos constantes ao longo de toda a análise efetuada. Este procedimento permite que as curvas potência/tensão obtidas sejam equivalentes aos diagramas de bifurcação da teoria de bifurcações, tornando a análise coerente com esta. A proposição de análise de sistemas reais, por outro lado, fundamenta-se no uso de uma modelagem realista dos componentes que possuem uma participação decisiva no processo de instabilidade de um sistema, tais como reguladores de tensão, limitadores de sobrecorrente de campo, limitadores de subcorrente de campo e compensadores de corrente reativa. A metodologia proposta é utilizada na simulação de dois sistemas elétricos. O primeiro, refere-se a um sistema hipotético de 3 barras, útil para a compreensão de alguns fenômenos relacionados ao processo de instabilidade de um sistema elétrico. O segundo sistema refere-se ao sistema sul-sudeste brasileiro reduzido, com a representação de 213 barras e 20 geradores. Os geradores deste sistema possuem representação detalhada de Reguladores Automáticos de Tensão, Estabilizadores de Sistemas de Potência, limitadores de tensão e de corrente de campo, bem como limites de corrente de armadura. Os resultados obtidos e apresentados através de diversas figuras demonstram a importância da modelagem proposta no processo de identificação de margens de estabilidade realistas para um sistema elétrico.

Abstract of Thesis presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor in Electrical Engineering.

# LOCAL BIFURCATION ANALYSIS OF POWER SYSTEMS

**André Arthur Perleberg Lerm**

June/2000

Advisor: Aguinaldo Silveira e Silva

Area of Concentration: Energy Systems

Keywords: Bifurcation theory, hard-limits, soft-limits

Number of Pages: 107

This work presents a methodology to determine bifurcation diagrams of real power systems. This methodology performs the computation of the equilibrium points of the power system directly from its differential-algebraic equation system (DAE), in which the set-points of Automatic Voltage Regulators and other controllers are fixed for each diagram. This procedure allows the well-known PV curves to be equal to the bifurcation diagrams of bifurcation theory. The study of real power systems, on the other hand, is based on the use of a realistic modeling of the most important components on the instability process of a system, like voltage regulators, overexcitation limiters, underexcitation limiters and reactive power compensators. The proposed methodology is used to simulate two different systems. One of these is a hypothetical system with 3 busbars, which shows up several phenomena related to the instability process of a power system. The other system is the reduced Southern Brazil system, which comprehends 213 busbars and 20 generators. These generators have a complete representation of Automatic Voltage Regulators, Power System Stabilizers, hard-limits on the field voltage, overexcitation limiters, underexcitation limiters and armature limits. The results obtained for both systems demonstrate the importance of the proposed methodology on the determination of realistic stability margins for real systems.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	O problema da estabilidade em sistemas elétricos de potência . . . . .	1
1.2	A teoria de bifurcações em sistemas elétricos . . . . .	4
1.3	A motivação do trabalho . . . . .	4
1.4	Descrição do trabalho . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Análise de Bifurcações em Sistemas Elétricos de Potência</b>	<b>7</b>
2.1	Introdução . . . . .	7
2.2	A modelagem de um sistema elétrico como um sistema de equações algébrico-diferencial . . . . .	7
2.3	A inclusão de limites em um sistema EAD . . . . .	11
2.3.1	Classificação dos limites . . . . .	12
2.3.2	A formulação de um SEP com a inclusão de limites . . . . .	14
2.4	Pontos de equilíbrio . . . . .	15
2.5	Estabilidade dos pontos de equilíbrio . . . . .	17
2.6	Estabilidade de Lyapunov e estabilidade estrutural . . . . .	19
2.7	Bifurcações . . . . .	21
2.7.1	Bifurcações locais . . . . .	21
2.7.2	Bifurcações globais . . . . .	28
2.7.3	Influência das bifurcações globais na estabilidade do sistema . . . . .	29
2.8	Estrutura do espaço de parâmetros . . . . .	30
2.9	Conclusões . . . . .	31
<b>3</b>	<b>Metodologia Proposta Para a Análise de Bifurcações em Sistemas Elétricos</b>	<b>33</b>



3.1	Introdução . . . . .	33
3.2	O processo de determinação de diagramas de bifurcações locais em sistemas de potência . . . . .	33
3.2.1	Justificativa para a proposição do trabalho . . . . .	34
3.2.2	A metodologia proposta . . . . .	40
3.3	A modelagem realista de elementos dinâmicos . . . . .	40
3.3.1	Os limites no processo de linearização . . . . .	41
3.3.2	A modelagem de RATs . . . . .	49
3.4	Aspectos da implementação computacional . . . . .	58
3.4.1	O modelo dinâmico utilizado . . . . .	58
3.4.2	Implementação computacional . . . . .	59
3.4.3	Esforço computacional . . . . .	60
3.5	Conclusões . . . . .	61
<b>4</b>	<b>Resultados Numéricos</b>	<b>62</b>
4.1	Introdução . . . . .	62
4.2	Sistema teste de 3 barras . . . . .	63
4.2.1	Caso sem limites . . . . .	64
4.2.2	Caso com limites . . . . .	66
4.3	Sistema real de 213 barras . . . . .	68
4.3.1	Análise de bifurcações . . . . .	69
4.3.2	Análise da influência da modelagem de CCR e saturação de geradores nos diagramas de bifurcação . . . . .	73
4.3.3	A região de estabilidade como função das bifurcações . . . . .	75
4.4	Desempenho computacional . . . . .	76
4.4.1	Esforço computacional . . . . .	76
4.4.2	Validação dos resultados . . . . .	77
4.5	Conclusões . . . . .	79
<b>5</b>	<b>Conclusões</b>	<b>81</b>
5.1	Sugestões para futuros trabalhos . . . . .	84

<b>A</b>	<b>Modelos dinâmicos implementados</b>	<b>85</b>
A.1	Modelos de reguladores automáticos de tensão (RAT)	85
A.1.1	Modelo RAT1 (DC1, IEEE)	85
A.1.2	Modelo RAT2 (ST1, IEEE)	86
A.1.3	Modelo RAT3	86
A.1.4	Modelo RAT4	86
A.1.5	Modelo RAT5	87
A.1.6	Modelo RAT6	87
A.1.7	Modelo RAT7	87
A.1.8	Modelo RAT8	88
A.1.9	Modelo RAT9	88
A.1.10	Modelo RAT10	89
A.1.11	Modelo RAT11	89
A.1.12	Modelo RAT12	90
A.2	Modelo de sobreexcitação de campo (OEXL)	90
A.2.1	Modelo OEX1	90
A.3	Modelo de subexcitação de campo (UEL)	91
A.3.1	Modelo UEL1	91
A.4	Modelo de limitador de armadura (ARML)	91
A.4.1	Modelo ARM1	91
A.5	Modelos de estabilizadores de sistemas de potência (ESP)	92
A.5.1	Modelo ESP1	92
A.5.2	Modelo ESP2	92
A.5.3	Modelo ESP3	92
A.5.4	Modelo ESP4	93
A.5.5	Modelo ESP5	93
A.5.6	Modelo ESP6	94
A.5.7	Modelo ESP7	94
A.5.8	Modelo ESP8	95
A.6	Modelos de compensadores de corrente reativa	95
A.6.1	Modelo CCR1	95
A.6.2	Modelo CCR2	96

A.7	Modelos de carga . . . . .	96
A.7.1	Modelo CAR1 (modelo estático polinomial) . . . . .	96
A.7.2	Modelo CAR2 (modelo dinâmico agregado) . . . . .	96
A.8	Saturação de geradores . . . . .	97
A.8.1	Modelo CSG1 . . . . .	97
A.8.2	Modelo CSG2 . . . . .	97
<b>B</b>	<b>Artigos escritos</b>	<b>98</b>

# Lista de Figuras

2-1	Limitadores: a) externo e b) interno. . . . .	12
2-2	Bifurcações elementares: a) sela-nó; b) Hopf supercrítica; c) transcritical; d) pitchfork supercrítica. . . . .	23
2-3	Ações de limite: a) sem perda imediata de estabilidade e b) com perda imediata de estabilidade. . . . .	26
2-4	Diagrama de bifurcação hipotético, com as bifurcações de Hopf instável (BHI) e estável (BHE), sela-nó (BSN), period doubling (BPD) e cyclic fold (BCF). Os ramos estacionários referem-se à variedade obtida com os pontos de equilíbrio do sistema ( $\phi(x) = 0$ ). . . . .	30
3-1	Sistemas de controle de excitação: a) convencional; b) com controle secundário de tensão (simplificado). . . . .	36
3-2	Diversas características P-V de operação de um sistema elétrico hipotético, considerando-se operações com (curva X-X') e sem (curvas Y-Y') ajustes nos sinais de referência. . . . .	37
3-3	Detalhamento do efeito de ajuste manual dos sinais de referência na curva P-V de um sistema. . . . .	38
3-4	Curvas PV para o sistema teste New England. . . . .	39
3-5	Relação entre as variáveis $w$ e $v$ para a função limitadora genérica $w = \chi(v)$ . . . . .	43
3-6	Função periódica que contém a função $w = \chi(v)$ . . . . .	43
3-7	Função periódica resultante $w = \chi(v)$ e sua derivada, obtidas com a decomposição por série de Fourier. . . . .	45
3-8	Função periódica resultante $w = \chi(v)$ e sua derivada, obtidas com a decomposição por série de potências. . . . .	46

3-9	Característica de $w$ e $w = \chi(v)$ através de uma função hiperbólica. . . . .	46
3-10	RAT com entrada de sinais de controle e limites de tensão de campo $E_{fd}$ . . . . .	49
3-11	Limitador de tensão de campo com limites fixos. . . . .	50
3-12	Limitador de tensão de campo com limites dependentes de $V_t$ . . . . .	50
3-13	Diagrama completo de OEXL. . . . .	52
3-14	Efeito do OEXL na corrente de campo $I_{fd}$ . . . . .	53
3-15	Limitador de sobreexcitação de campo. . . . .	53
3-16	Limitador de subcorrente de campo. . . . .	55
3-17	Limitador volt/hertz ( $V/Hz$ ). . . . .	56
3-18	Limitador de armadura. . . . .	57
3-19	Compensador de corrente reativa. . . . .	57
4-1	Sistema exemplo de 3 barras. . . . .	63
4-2	Diagrama de bifurcação para o sistema teste 3 barras sem limites. . . . .	64
4-3	Projeção do diagrama de bifurcação para o sistema teste 3 barras sem limites. . . . .	65
4-4	Diagrama de bifurcação para o sistema teste 3 barras com limites de $E_{fd}$ . . . . .	66
4-5	Diagrama de bifurcação para o sistema teste 3 barras com limites ( $V_3$ ). . . . .	67
4-6	Projeção do diagrama de bifurcação para o sistema teste 3 barras com limites. . . . .	68
4-7	Diagrama de bifurcação para o sistema sul brasileiro (caso 1). . . . .	71
4-8	Diagrama de bifurcação para o sistema sul brasileiro (caso 1). . . . .	72
4-9	Diagrama de bifurcação para o sistema sul brasileiro (caso 2). . . . .	73
4-10	Diagrama de bifurcação para o sistema sul brasileiro (caso 3). . . . .	74
4-11	Projeção do diagrama de bifurcação para o sistema sul brasileiro (caso 3). . . . .	75
4-12	Efeito do compensador de corrente reativa em $V_t$ . . . . .	76
4-13	Efeito da saturação em $Q_g$ . . . . .	77
4-14	Região de estabilidade para o sistema sul brasileiro. . . . .	78
A-1	Modelo RAT1. . . . .	85
A-2	Modelo RAT2. . . . .	86
A-3	Modelo RAT3. . . . .	86
A-4	Modelo RAT4. . . . .	86

A-5 Modelo RAT5. . . . .	87
A-6 Modelo RAT6. . . . .	87
A-7 Modelo RAT7. . . . .	87
A-8 Modelo RAT8. . . . .	88
A-9 Modelo RAT9. . . . .	88
A-10 Modelo RAT10. . . . .	89
A-11 Modelo RAT11. . . . .	89
A-12 Modelo RAT12. . . . .	90
A-13 Modelo OEX1. . . . .	90
A-14 Modelo UEL1. . . . .	91
A-15 Modelo ARM1. . . . .	91
A-16 Modelo ESP1. . . . .	92
A-17 Modelo ESP2. . . . .	92
A-18 Modelo ESP3. . . . .	92
A-19 Modelo ESP4. . . . .	93
A-20 Modelo ESP5. . . . .	93
A-21 Modelo ESP6. . . . .	94
A-22 Modelo ESP7. . . . .	94
A-23 Modelo ESP8. . . . .	95
A-24 Modelo CCR1. . . . .	95
A-25 Modelo CCR2. . . . .	96

# Lista de Tabelas

3.1	Coeficientes para a decomposição por série de Fourier. . . . .	44
3.2	Coeficientes para a decomposição por série de potências. . . . .	45
4.1	Dados p.u. para o sistema exemplo de 3 barras. . . . .	63

# Abreviaturas

AC - Corrente Alternada

ANAREDE - Programa desenvolvido pelo CEPEL para a análise estática de redes

ANATEM - Programa desenvolvido pelo CEPEL para a análise de estabilidade transitória

ARML - Limitador de corrente de armadura

AUTO - Programa para análise de bifurcações

C - Linguagem de programação

CAG - Controle Automático de Geração

CC - Corrente Contínua

CCR - Compensador de Corrente Reativa

CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica

CPU - Unidade de Processamento Central

DSTOOL- Programa para análise de bifurcações

EAD - Sistema de Equações Algébrico-Diferencial

EISPACK - Pacote de rotinas computacionais para análise de sistemas lineares

ESP - Estabilizador de Sistema de Potência

FACTS - Sistemas de transmissão AC flexíveis (*Flexible AC Transmission Systems*)

HP - Bifurcação de Hopf

LTC - Transformador chaveado sob carga (*Load Tap Changer*)

LU - Método de decomposição numérica de matrizes

NF - Bifurcação Nó-Foco

RAT - Regulador Automático de Tensão

RAV - Regulador Automático de Velocidade

SEP - Sistema Elétrico de Potência



SI - Bifurcação de Singularidade Induzida

SN - Bifurcação Sela-Nó

OEXL - Limitador de sobreexcitação de campo (*Overexcitation Limiter*)

UEL - Limitador de subexcitação de campo (*Underexcitation Limiter*)

V/Hz - Limitador V/Hz

ZIP - Modelo estático de carga

# Nomenclatura

$f$ : Campo vetorial

$g, \bar{h}, \bar{v}$ : Vetores de funções

$\phi$  e  $\psi$ : Funções de campos vetoriais

$x$ : Vetor de variáveis dinâmicas

$y$ : Vetor de variáveis algébricas

$\mu$ : Vetor de parâmetros de bifurcação

$p$ : Vetor de parâmetros de controle

$z$ : Vetor de variáveis algébricas de atuação

$\omega$ : Vetor de variáveis de chaveamento

$\lambda$ : Notação usada para autovalor

$\mathfrak{R}$ : Conjunto dos números naturais

$\mathfrak{R}^n$ : Espaço dos vetores reais de dimensão  $n \times 1$

$\mathfrak{R}^{m \times n}$ : Espaço das matrizes reais de dimensão  $m \times n$

$n$ : número de variáveis de estado

$m$ : número de variáveis algébricas

$l$ : número de parâmetros de bifurcação

$k$ : número de parâmetros de controle

$n_z$ : número de variáveis algébricas de atuação

$n_\omega$ : número de variáveis de chaveamento

$A$ : Matriz de estados

$\sigma$ : Conjunto espectral de  $A$

$E$ : Autoespaço

$W$ : Variedade

$E_{fd}$ : Tensão de campo, em p.u.

$I_{fd}$ : Corrente de campo, em p.u.  
 $EQ$ : Tensão proporcional à corrente de campo, em p.u.  
 $V_{ref}$ : Tensão de referência, em p.u.  
 $P$ : Potência ativa, em p.u.  
 $Q$ : Potência reativa, em p.u.  
 $V_{arml}$ : Sinal oriundo do ARML, em p.u.  
 $V_{esp}$ : Sinal oriundo do ESP, em p.u.  
 $V_{ccr}$ : Sinal oriundo do CCR, em p.u.  
 $V_{sad}$ : Sinal adicional de tensão, em p.u.  
 $V_{oexl}$ : Sinal oriundo do OEXL, em p.u.  
 $V_{uel}$ : Sinal oriundo do UEL, em p.u.  
 $\partial$ : Operador de derivada parcial  
 $\Delta$ : Indica variação incremental de uma grandeza  
 $\dot{x}$ : Indica a derivada temporal de  $x$   
 $D_x f$ : Indica a derivada de  $f$  em relação a  $x$   
 $\frac{\partial f}{\partial x} \triangleq D_x f$   
 $M^T$ : Indica a transposta da matriz ou vetor

# Capítulo 1

## Introdução

Este trabalho apresenta uma metodologia para a determinação de diagramas de bifurcação em sistemas elétricos de potência reais. Esta metodologia prevê a determinação dos pontos de equilíbrio de um sistema elétrico a partir do seu conjunto de equações algébrico-diferencial, em que os valores de referência dos reguladores automáticos de tensão e outros controladores sejam mantidos constantes ao longo de toda a análise efetuada. Este procedimento permite que as curvas PV obtidas sejam equivalentes aos diagramas de bifurcação da teoria de bifurcações, tornando a análise coerente com esta. A proposição de análise de sistemas reais, por outro lado, fundamenta-se no uso de uma modelagem realista dos componentes que possuem uma participação decisiva no processo de instabilidade de um sistema, tais como reguladores de tensão, limitadores de sobrecorrente de campo, limitadores de subcorrente de campo e compensadores de corrente reativa.

As seções a seguir situam o estudo da teoria de bifurcações em sistemas elétricos, bem como apresentam a justificativa para a apresentação desta tese.

### 1.1 O problema da estabilidade em sistemas elétricos de potência

Nos primórdios dos sistemas de potência interconectados, a forma mais comum de instabilidade entre os geradores foi a perda de sincronismo, monotônica, nos primeiros segundos após a ocorrência de uma falta, devido ao fraco torque de sincronização. Este

tipo de instabilidade é causado essencialmente pela natureza não-linear do comportamento dinâmico dos geradores interconectados, sendo que o seu estudo exige a solução no tempo das equações diferenciais não-lineares do sistema. Neste período, devido à inexistência de facilidades computacionais como as atuais, a solução dos problemas envolvia a integração numérica passo-a-passo das equações diferenciais. Tais procedimentos foram os precursores das atuais técnicas de simulação no tempo, as quais permitem a análise da estabilidade transitória (estabilidade a grandes perturbações) de um sistema elétrico [1] [2].

Os Reguladores Automáticos de Tensão (RATs), operando através dos sistemas de excitação dos geradores, possuem o efeito de aumentar os torques de sincronização entre os geradores interconectados. Entretanto, estes possuem o efeito secundário de redução dos torques de amortecimento e tornam o sistema mais suscetível a problemas de instabilidade oscilatória [1] [2]. Este tipo de instabilidade é essencialmente um fenômeno linear. Enquanto a sua análise pode ser efetuada através de programas de estabilidade transitória (sistema não-linear), o uso de técnicas especiais para análise de sistemas lineares, aplicadas a sistemas com modelos linearizados, fornece maiores informações a respeito da natureza de cada instabilidade e nos controles que podem ser utilizados para eliminar a instabilidade. Estes métodos foram introduzidos com sucesso nos anos 60 e utilizados extensivamente em projetos de Estabilizadores de Sistemas de Potência (ESPs). Em virtude do modelo linearizado utilizado, este tipo de análise é estritamente correto apenas para pequenas variações em torno do ponto de equilíbrio inicial. Esta técnica é denominada análise de estabilidade dinâmica (estabilidade a pequenas perturbações) e baseia-se no estudo dos autovalores do sistema, linearizado em torno de um ponto de operação [1] [2].

Inicialmente, problemas de estabilidade dinâmica foram associados com oscilações afetando tanto uma máquina isolada quanto um pequeno grupo de máquinas conectadas relativamente próximas entre si. Posteriormente, oscilações de baixa frequência passaram a ser observadas na prática, envolvendo diversos geradores. Em casos extremos, oscilações de baixa frequência envolvem todos os geradores interconectados [2]. Os estudos típicos de estabilidade dinâmica envolvem a localização de controladores e posicionamento de pólos, úteis para a redução das oscilações citadas. Nestes estudos, o objetivo principal é o aumento do torque de amortecimento do sistema a partir de

condições de operação típicas, tais como níveis de carregamento do sistema, em termos de demanda das cargas, e despacho de geração. Para tanto, a análise modal é efetuada a partir de condições iniciais obtidas por estudos de fluxo de potência. Apesar dos estudos de fluxo de potência fornecerem informações aproximadas a respeito do modo de operação do sistema, a sua utilização é justificada pelo fato de que usualmente os estudos dinâmicos não estão preocupados na determinação da distância de um ponto de operação ao ponto de instabilidade. Assim, considera-se que o ajuste dos controladores seja eficaz para pontos de operação próximos aos estudados.

Até a década de 1970, o enfoque dos estudos de estabilidade baseava-se nos problemas relacionados às variáveis angulares dos geradores (ângulo interno e velocidade). Assim, a maior preocupação referia-se à instalação e ajuste de ESPs. A partir dos anos 70, no entanto, os sistemas passaram a experimentar problemas relacionados à instabilidade de tensão. A estabilidade de tensão está associada com a habilidade de um sistema elétrico em manter tensões aceitáveis nas barras do sistema em condições normais e após a ocorrência de distúrbios. Como causas fundamentais da instabilidade de tensão pode-se citar o constante incremento da demanda e a falta de investimentos necessários à expansão do setor elétrico. O relatório da Cigré [3] aponta a tendência mundial de operação dos sistemas próximos às suas capacidades máximas, exigindo um controle bem elaborado, aliado a técnicas modernas, tais como controle descentralizado, controle ótimo, entre outros.

Os estudos iniciais da instabilidade de tensão referiam-se à análise do sistema do ponto de vista do máximo carregamento admissível em regime permanente, associado ao colapso de tensão (instabilidade monotônica). Estes estudos foram baseados nas informações obtidas através do fluxo de potência, dada a simplicidade desta técnica. Reconhecendo-se a natureza dinâmica do processo [3], os estudos começaram a ser realizados com as informações dinâmicas dos sistemas. Assim, as ferramentas de estabilidade transitória e dinâmica permitiram o estudo da instabilidade oscilatória, em adição à monotônica.

## 1.2 A teoria de bifurcações em sistemas elétricos

O estudo de instabilidades, principalmente a de tensão, inspirou a análise do problema através da teoria de bifurcações de sistemas não-lineares [4]. As instabilidades, monotônica ou oscilatória, são detectadas por esta teoria através das bifurcações sela-nó e de Hopf, respectivamente. Tipicamente, as bifurcações associadas com os diferentes problemas de estabilidade (angular ou de tensão) são bifurcações locais, as quais podem ser estudadas através dos autovalores do sistema algébrico-diferencial que descreve um sistema elétrico, linearizado em torno de um ponto de operação. Estes pontos de equilíbrio são usualmente obtidos através da análise de fluxo de potência, devido à simplicidade de sua formulação, obtendo-se um conjunto de pontos de operação em função de variações de certos parâmetros do sistema (em geral, a demanda de uma ou mais barras de carga). Estes pontos são então utilizados para criar as conhecidas curvas potência/tensão, ou curvas PV, onde várias regiões de estabilidade são identificadas, baseadas nos resultados dos autovalores do sistema. Apesar do fato de que em alguns casos particulares as curvas PV sejam equivalentes aos diagramas de bifurcação, na maioria dos casos práticos esta associação não é válida [5]. Os autores em [5] e [6] mostram que existem outros parâmetros independentes implícitos que devem ser levados em conta para qualificar as regiões de estabilidade nas curvas PV obtidas através de um fluxo de potência convencional. Como exemplo, assume-se que um gerador possui uma tensão terminal constante no modelo de fluxo de potência. Entretanto, se o correspondente RAT é modelado apropriadamente, o valor da tensão de referência deste controlador deve ser alterado em cada ponto da curva PV para compensar a variação de tensão terminal e manter esta em um valor constante. Assim, neste caso, o problema requer uma análise de bifurcações multi-paramétrica.

## 1.3 A motivação do trabalho

O exposto na seção anterior elimina a aparente equivalência entre a análise de estabilidade dinâmica e a análise de bifurcações locais baseadas em pontos de equilíbrio obtidos a partir de estudos de fluxo de potência convencional. Este fato é explorado na edição especial do IEEE sobre fenômenos não-lineares em sistemas de potência [7]. Naquela edição, os trabalhos [8] e [9] apresentam a teoria de bifurcações de sistemas

não-lineares aplicada a sistemas de potência com resultados numéricos de modelos simplificados de sistemas de potência. Tais modelos permitem a redução do sistema algébrico-diferencial a um sistema puramente diferencial, o que permite a aplicação da teoria de bifurcações de forma irrestrita. Por outro lado, os artigos [10] e [11] assumem, erroneamente, que as equações de equilíbrio sejam as equações do fluxo de potência convencional. Evitando contradições, o trabalho [6] apresenta os resultados em forma de curvas PV, evitando o uso do termo diagrama de bifurcação para estas.

Em qualquer situação, no entanto, todos os artigos que abordam a teoria de bifurcações em sistemas de potência, o fazem aplicando a teoria a sistemas hipotéticos, de ordem reduzida, sem contemplar a modelagem de elementos importantes no processo de instabilidade de um sistema. Elementos tais como limitadores de corrente de campo (OEXL), compensação de corrente reativa de RATs e ação do operador nos limites de corrente de armadura de geradores possuem importância vital no desempenho do sistema, tanto na determinação dos pontos de equilíbrio, como no comportamento dinâmico do mesmo.

A motivação do presente trabalho baseia-se no exposto e pode ser resumida em dois aspectos. O primeiro aspecto refere-se à necessidade de determinar os pontos de equilíbrio do sistema diretamente a partir do conjunto de equações algébrico-diferencial, em que os valores de referência dos RATs e outros controladores sejam mantidos constantes ao longo de toda a análise efetuada. Tal procedimento permite que as curvas PV obtidas sejam equivalentes aos diagramas de bifurcações da teoria de bifurcações, tornando a análise coerente com esta. O segundo aspecto baseia-se na necessidade de uma modelagem realista dos componentes que possuem uma participação decisiva no processo de instabilidade de um sistema. A modelagem realista de tais componentes permite a simulação de um sistema real, sem as inconvenientes simplificações normalmente efetuadas.

## 1.4 Descrição do trabalho

O trabalho é apresentado de acordo com o que segue.

O capítulo 2 apresenta a teoria de bifurcações de sistemas não-lineares aplicada a sistemas elétricos de potência. Através da revisão bibliográfica dos principais trabalhos



nesta área, apresenta-se a modelagem do sistema elétrico, bem como os processos de determinação dos pontos de equilíbrio normalmente utilizados pela literatura. A seguir, são apresentadas as bifurcações locais, objeto de estudo específico deste trabalho, bem como as bifurcações globais e sua influência na estabilidade do sistema.

O capítulo 3 contempla a proposta deste trabalho. Neste, apresenta-se a modelagem proposta para o sistema elétrico, com especial atenção à determinação dos pontos de equilíbrio do sistema algébrico-diferencial que descreve um sistema de potência. Também descreve-se neste capítulo a modelagem realista de elementos dinâmicos usualmente desconsiderados em teoria de bifurcações, tais como limitadores de tensão de campo, limitadores de sobreexcitação de campo (OEXL), limitadores de sub-excitação (UEL), limites de corrente de armadura e compensação de corrente reativa em RATs. Embora estes modelos de limitadores sejam discutidos pelo presente trabalho, não pretende-se efetuar uma análise comparativa de desempenho dos mesmos.

No capítulo 4 são apresentados os resultados numéricos obtidos através da simulação de dois sistemas elétricos. O primeiro refere-se a um sistema hipotético de 3 barras, útil para a compreensão de alguns fenômenos relacionados ao processo de instabilidade de um sistema elétrico. O segundo sistema refere-se ao sistema Sul brasileiro reduzido, com a representação de 213 barras e 20 geradores. Os geradores deste sistema possuem representação detalhada de RATs, ESPs, limitadores de tensão e corrente de campo, bem como limites de corrente de armadura. Os resultados obtidos e apresentados através de diversas figuras demonstram a importância da modelagem proposta no processo de identificação de margens de estabilidade realistas para um sistema elétrico.

O capítulo 5 apresenta as conclusões deste trabalho, bem como sugestões para futuros trabalhos nesta área.

Em apêndice estão descritos os diversos modelos dinâmicos implementados e utilizados nas simulações dos sistemas indicados.

# Capítulo 2

## Análise de Bifurcações em Sistemas Elétricos de Potência

### 2.1 Introdução

Neste capítulo será apresentada a teoria relacionada à análise de bifurcações de um sistema elétrico de potência. Será discutida a influência da modelagem de limites na representação de um sistema elétrico de potência (SEP) através de um sistema de equações algébrico-diferencial (EAD). São abordados ainda os tópicos relacionados à determinação dos pontos de equilíbrio, à análise de estabilidade dos mesmos, além de uma distinção entre as estabilidades segundo Lyapunov e a estrutural. Após, são apresentadas as bifurcações mais importantes relacionadas a um SEP, entre locais e globais, e a sua influência na análise de um sistema através de sua estrutura espaço-parâmetro.

### 2.2 A modelagem de um sistema elétrico como um sistema de equações algébrico-diferencial

Um sistema elétrico de potência pode ser descrito por um conjunto de equações algébrico-diferencial (EAD) tal como

$$\dot{x} = f(x, y, \mu, p) \tag{2.1}$$

$$0 = g(x, y, \mu, p) \quad (2.2)$$

onde  $x \in \mathbb{R}^n$  é um vetor de variáveis de estado,  $y \in \mathbb{R}^m$  é um vetor de variáveis algébricas,  $\mu \in \mathbb{R}^l$  é um vetor de parâmetros de variação lenta que estão tipicamente associados à variação do nível de carga do sistema, sobre os quais os operadores não possuem controle direto,  $p \in \mathbb{R}^k$  é um vetor que representa os ajustes de controle alterados direta ou indiretamente pelos operadores,  $f : \mathbb{R}^{n+m+l+k} \rightarrow \mathbb{R}^n$  é um campo vetorial e  $g : \mathbb{R}^{n+m+l+k} \rightarrow \mathbb{R}^m$  é um vetor de funções, sendo que  $f$  e  $g$  são suaves ( $C^q, q \geq 1$ ).

A representação de um sistema elétrico através de um sistema algébrico-diferencial<sup>1</sup>, como descrito por 2.1-2.2, justifica-se pela significativa diferença existente entre as dinâmicas dos diversos elementos conectados ao sistema. Em 2.1 encontram-se as equações diferenciais dos elementos dinâmicos conectados à rede elétrica, tais como geradores e seus controladores, cargas dinâmicas, entre outros. As variáveis de estado  $x$  associadas a estes elementos possuem uma dinâmica lenta, se comparada com a resposta rápida de elementos tais como linhas de transmissão, o que os tornam distintos em termos de tempo de resposta. A rigor, a equação 2.2 é uma aproximação de  $\varepsilon \dot{y} = g(x, y, \mu, p)$ , em que  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Assim, as variáveis algébricas  $y$  podem ser consideradas instantâneas, assumindo-se que possuam uma dinâmica rápida que satisfaça, em qualquer hipótese, as restrições  $g = 0$ . Por outro lado, a descrição dinâmica real dos elementos rápidos é de difícil tarefa, o que justifica o uso de formulações simplificadas. Desta forma, em 2.2 estão incluídas as equações de conexão dos elementos dinâmicos à rede e as equações da rede elétrica, através das formulações de injeções de corrente ou de potência. Tais formulações são comentadas no decorrer desta seção.

A classificação da dinâmica dos elementos e a conseqüente representação destes por variáveis de estado ou algébricas, porém, não é única e depende da janela de tempo utilizada para a análise do sistema. É usual a classificação de problemas de estabilidade em diferentes escalas de tempo [2] [12], as quais são fundamentais para a definição de quais elementos devem ter o seu comportamento dinâmico explicitamente representado na análise do problema.

Com a adoção de uma escala de longo termo, por exemplo, em que os tempos

---

<sup>1</sup>Também denominado de sistema descritor ou sistema singular em teoria de controle.

envolvidos são da ordem de dezenas de minutos, as dinâmicas de todos os elementos conhecidos, tais como geradores e LTCs, podem ser desprezadas e o problema pode ser reduzido ao estudo de fluxo de potência convencional.

Para a análise de médio termo, envolvendo dezenas de segundos a alguns minutos, a dinâmica de alguns elementos deve ser considerada na formulação do problema. O principal objetivo é a análise das oscilações de potência de sincronização entre as máquinas e o efeito de alguns fenômenos de dinâmica lenta, incluindo a possibilidade de grandes excursões de tensão e frequência. Como exemplo de elemento cuja dinâmica deve ser incorporada à análise pode-se citar os transformadores com chaveamento sob carga, os quais possuem uma ação discreta no domínio tempo. Outros elementos com dinâmica sensivelmente mais rápida que a dos LTCs, ainda não são incorporados nas equações diferenciais (geradores e seus RATs, compensadores estáticos, entre outros). O comportamento destes é simplificado através dos seus modelos estáticos, incluídos nas equações 2.2. Deve-se destacar que na análise de médio termo torna-se impossível a detecção de instabilidade oscilatória de tensão [12] [13]. Este fato pode ser explicado pela supressão do equacionamento dos geradores e seus reguladores nas equações diferenciais do sistema.

A análise transitória considera que a dinâmica de geradores, RATs, RAVs e elos CC seja considerada nas equações diferenciais, além dos elementos dinâmicos já considerados na análise de médio termo. Ao contrário da análise de médio termo, a transitória é capaz de identificar tanto a instabilidade monotônica como a oscilatória<sup>2</sup> por incluir a modelagem dinâmica dos geradores e seus reguladores de tensão.

As equações algébricas podem ser determinadas a partir da formulação envolvendo o balanço de correntes ou de potências em barras. Considerando-se que o sistema seja composto por  $ned$  elementos dinâmicos que utilizem variáveis de conexão às variáveis algébricas (característica de equipamentos como geradores e motores de indução),  $nbg$  barras de geração e  $nb$  barras, e que o conjunto das variáveis algébricas  $y$  seja particionado de acordo com  $y = [ y_1 \ y_2 ]^T$ , as formulações indicadas possuem as seguintes características:

1. Balanço de correntes [14]. Nesta formulação  $y_1$  representa as injeções de corrente

---

<sup>2</sup>As instabilidades monotônica e oscilatória serão tratadas nas seções seguintes como bifurcações de sela-nó e de Hopf, respectivamente.

$I_{d_i}$  e  $I_{q_i}$  ( $i = 1, \dots, ned$ ) dos geradores e motores de indução e  $y_2$  representa as tensões  $V_{re_i}$  e  $V_{im_i}$  ( $i = 1, \dots, nb$ ) das barras do sistema. O conjunto de  $y_1$  consiste de  $2ned$  variáveis e  $y_2$  de  $2nb$  variáveis, totalizando  $2(ned + nb)$  variáveis algébricas.

2. Balanço de potências [15]. As variáveis  $y_1$  consistem de  $I_{d_i}$  e  $I_{q_i}$  ( $i = 1, \dots, ned$ ),  $P_i$  e  $Q_i$  ( $i = 1, \dots, nb$ ),  $V_i$  ( $i = 1, \dots, nbg$ ) e  $\theta_1$  correspondendo à barra de folga, e  $y_2$  é o conjunto das variáveis do fluxo de potência convencional, com  $V_i$  ( $i = nbg + 1, \dots, nb$ ) e  $\theta_i$  ( $i = 2, \dots, nb$ ). O conjunto de  $y_1$  consiste, desta forma, de  $2ned + 2nb + nbg + 1$  variáveis e  $y_2$  de  $2nb - nbg - 1$  variáveis, totalizando  $2ned + 4nb$  variáveis,  $2nb$  a mais do que no método citado anteriormente. Este arranjo permite que no processo de linearização de 2.1-2.2 a matriz Jacobiana resultante contenha explicitamente a submatriz correspondente à matriz Jacobiana do fluxo de potência convencional, relativamente às variáveis  $y_2$ .

As metodologias indicadas podem ser adaptadas com o objetivo de redução do número total de variáveis algébricas. A primeira adaptação, válida para ambas formulações, prevê a eliminação das variáveis de conexão  $I_{d_i}$  e  $I_{q_i}$ , através de uma modificação das equações diferenciais dos geradores e motores de indução. Para a formulação por balanço de potências, pode-se eliminar as variáveis  $P_i$  e  $Q_i$ , o que exige que as injeções de potência sejam totalizadas em cada barra, com a inevitável perda da representação explícita da matriz Jacobiana do fluxo de potência. Com estas adaptações ambas formulações tornam-se equivalentes do ponto de vista do número de variáveis algébricas utilizado.

Define-se a variedade  $\mathcal{V}$  como o espaço de estado para o sistema dinâmico definido por 2.1-2.2 que induz um campo vetorial em  $\mathcal{V}$ . Em um ponto  $(x, y) \in \mathcal{V}$  tem-se  $\dot{x} = f(x, y, \mu, p)$ . Se  $\det[\partial g / \partial y] \neq 0$ , então  $\dot{y}$  é unicamente definida por

$$\dot{y} = - \left[ \frac{\partial g}{\partial y} \right]^{-1} \frac{\partial g}{\partial x} \dot{x}$$

Por outro lado, se  $\partial g / \partial y$  é singular em um ponto  $(x, y) \in \mathcal{V}$  então o campo vetorial não é bem definido neste ponto. Tipicamente estes pontos singulares pertencem a

subvariedades de  $\mathcal{V}$  de codimensão<sup>3</sup> 1.

**Definição 1** *Suponha  $\mathcal{V}$  uma variedade regular para todo  $\mu$  próximo de  $\mu^*$  e que  $\det[\partial g/\partial y] \neq 0$  no ponto  $\mu = \mu^*$ ,  $(x, y) = (x^*, y^*) \in \mathcal{V}$ . Então  $(x^*, y^*, \mu^*, p^*)$  é dito causal. Em caso contrário, o ponto é não causal.*

Se o ponto  $(x^*, y^*, \mu^*, p^*)$  é causal, então o Teorema da Função Implícita [16] [17] [18] garante que existe uma função  $\psi(x, \mu, p)$  definida na vizinhança de  $\psi(x^*, \mu^*, p^*)$ , com  $y^* = \psi(x^*, \mu^*, p^*)$  e que satisfaz  $g(x, \psi(x, \mu, p), \mu, p) = 0$ . Por consequência, próximo do ponto de equilíbrio  $(x^*, y^*, \mu^*, p^*)$  as trajetórias do sistema 2.1-2.2 são localmente definidas pela equação diferencial ordinária

$$\dot{x} = \phi(x, \mu, p) := f(x, \psi(x, \mu, p), \mu, p) \quad (2.3)$$

Assim, o Teorema da Função Implícita garante uma redução local desde que a matriz Jacobiana  $D_y g$  seja não singular. Tal procedimento elimina as variáveis algébricas  $y$  de 2.1 de tal forma que o sistema algébrico-diferencial seja reduzido a um sistema diferencial ordinário. Por outro lado, a obtenção explícita da função  $\psi$  é de difícil tarefa computacional, apesar do atual estágio de desenvolvimento da computação simbólica/numérica<sup>4</sup> [19]. Tal problema justifica-se em virtude da elevada ordem e das não-linearidades observadas em sistemas elétricos reais<sup>5</sup>. Exceções podem ser feitas a sistemas de ordem reduzida [20], em que o esforço computacional exigido é aceitável. Apesar do exposto, as seções a seguir mantêm a terminologia adotada por 2.3, objetivando preservar a coerência com a teoria de sistemas não-lineares.

## 2.3 A inclusão de limites em um sistema EAD

O sistema algébrico-diferencial representado por 2.1-2.2 é suave, apesar das não-linearidades intrínsecas de sistemas de potência reais. Este comportamento suave é comprometido quando estão presentes limites<sup>6</sup> tais como limites por atuação, limites de campo de geradores, chaveamento de relés, entre outros.

<sup>3</sup>A codimensão de uma subvariedade  $k$ -dimensional de uma variedade  $m$ -dimensional é  $m - k$ .

<sup>4</sup>Dentre as linguagens disponíveis pode-se citar Macsyma, Maple e Mathematica.

<sup>5</sup>Apesar desta dificuldade, o uso de computação simbólica tem sido promissor em estudos de fluxo de potência e simulação no tempo.

<sup>6</sup>Em sistemas de controle, o termo "saturação" refere-se ao efeito de limites.

### 2.3.1 Classificação dos limites

Embora os limites possam ser encontrados em diversos dispositivos em sistemas de potência reais, os mesmos podem ser agrupados em três tipos [21]: *limite externo*, onde não existe uma limitação da variável de estado associada mas, sim, um limite rígido imposto em um trecho interno de circuito; *limite interno*, em que um limite rígido bloqueia diretamente a variável de estado associada e *limite por chaveamento*, onde a ação de limites, envolvendo um ou ambos limites indicados anteriormente, leva a alterações estruturais no sistema estudado. Estes limites são detalhados a seguir.

#### Limites externos (por atuação [21] ou *windup*, *IEEE*)

Os limites externos são limites rígidos que surgem em certos elementos funcionais tais como controles de erro. Estes limites não afetam diretamente as variáveis de estado associadas, embora atuem indiretamente na dinâmica de todo o sistema analisado. O nome dado a este limite (*windup*) baseia-se no fato de que, enquanto a saída  $w$  do limitador encontra-se em um dos valores de limite, a sua entrada  $v$  pode ultrapassar este valor, conforme o diagrama indicado na Figura 2-1a). Assim, a variável  $w$  não pode sair de um valor limite até que a entrada  $v$  esteja entre os limites indicados.

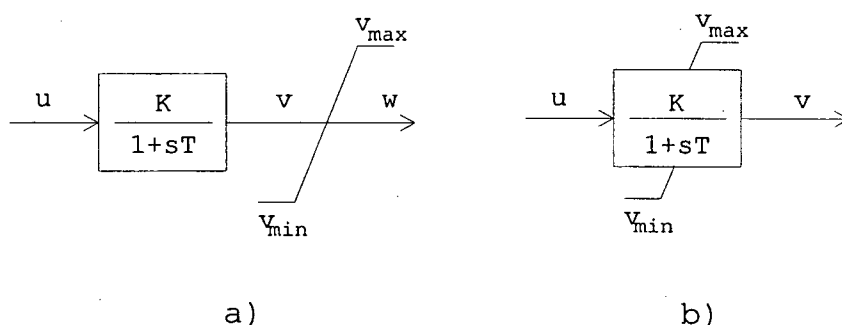


Figura 2-1: Limitadores: a) externo e b) interno.

A equação diferencial única que descreve a variável de estado na presença do limite externo é dada por

$$\frac{dv}{dt} = \vartheta(u, v) = \frac{1}{T}(Ku - v)$$

sendo que a função limitadora é descrita por

$$w = \begin{cases} v_{min} & \text{se } v \leq v_{min} \\ v & \text{se } v_{min} < v < v_{max} \\ v_{max} & \text{se } v \geq v_{max} \end{cases}$$

Deve-se destacar que não existe alteração na ordem do sistema quando um limite externo é alcançado, uma vez que este limite não atua diretamente sobre a variável de estado.

### Limites internos (de estado [21] ou *nonwindup*, *IEEE*)

A Figura 2-1b) representa um limite interno aplicado a um bloco de controle. Na ocorrência de limite a variável de estado  $v$  encontra-se limitada, sendo que esta sairá de sua limitação assim que a entrada  $u$  troque de sinal, o que pode ser verificado através de

$$\frac{dv}{dt} = \begin{cases} \vartheta(u, v) = \frac{1}{T}(Ku - v) & , \begin{cases} \text{se } v = v_{min} \text{ e } \vartheta > 0, \text{ ou} \\ \text{se } v_{min} < v < v_{max}, \text{ ou} \\ \text{se } v = v_{max} \text{ e } \vartheta < 0 \end{cases} \\ 0 & , \begin{cases} \text{se } v = v_{min} \text{ e } \vartheta < 0, \text{ ou} \\ \text{se } v = v_{max} \text{ e } \vartheta > 0 \end{cases} \end{cases}$$

Ao contrário do limite externo, o interno atua no sentido de alterar a ordem do sistema quando este é ativo. Esta alteração provoca uma súbita modificação na estrutura do sistema, com uma conseqüente alteração no comportamento dinâmico do mesmo.

### Limites de relés ou de chaveamento [21]

O alcance de limite por ação de relés não afeta diretamente as variáveis de estado. No entanto, esta limitação inicia uma alteração estrutural programada que, por sua vez, altera o sistema na sua representação parâmetro e/ou espaço-estado. Estas ações de chaveamento são iniciadas por mecanismos de releamento e limitadores de proteção, os quais monitoram certas variáveis do sistema e, dependendo da lógica pré-programada, assumem ações quando certos eventos são verificados.

Os relés podem ser incluídos na análise através da modelagem de seus mecanismos lógicos internos por equações de estado dinâmicas. Entretanto, como estes são



dispositivos de chaveamento por natureza, a descrição funcional dos mesmos deve incluir descontinuidades. Estas descontinuidades de chaveamento podem ser modeladas através da inclusão de variáveis de estado dependentes na forma  $\omega_i$ , de acordo com

$$\omega_i := \bar{\nu}_i(x, y, \mu, p) := \begin{cases} 0 & \text{se } \nu_i(x, y, \mu, p) < 0 \\ 1 & \text{se } \nu_i(x, y, \mu, p) \geq 0 \end{cases}$$

### 2.3.2 A formulação de um SEP com a inclusão de limites

A inclusão de limites na representação de um sistema elétrico originalmente descrito por 2.1-2.2 leva ao sistema[21]

$$\dot{x} = f(x, y, z, \omega, \mu, p) \quad (2.4)$$

$$0 = g(x, y, z, \omega, \mu, p) \quad (2.5)$$

$$z = \bar{h}(x, y, \mu, p) \quad (2.6)$$

$$\omega = \bar{\nu}(x, y, \mu, p) \quad (2.7)$$

$$x_{\min_i} \leq x_i \leq x_{\max_i}, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.8)$$

onde  $x, y, \mu$  e  $p$  mantêm a conotação original de 2.1-2.2,  $z \in \mathfrak{R}^{n_z}$  é um vetor de variáveis algébricas de atuação (dependentes), correspondendo às variáveis de saída dos limites externos,  $\omega \in \mathfrak{R}^{n_\omega}$  é um vetor de variáveis de chaveamento (dependentes), relativamente às variáveis internas presentes na modelagem de relés,  $f : \mathfrak{R}^{n+m+n_z+n_\omega+l+k} \rightarrow \mathfrak{R}^n$  é um campo vetorial,  $g : \mathfrak{R}^{n+m+n_z+n_\omega+l+k} \rightarrow \mathfrak{R}^m$ ,  $\bar{h} : \mathfrak{R}^{n+m+l+k} \rightarrow \mathfrak{R}^{n_z}$  e  $\bar{\nu} : \mathfrak{R}^{n+m+l+k} \rightarrow \mathfrak{R}^{n_\omega}$  são vetores de funções,  $f$  e  $g$  são suaves ( $C^q, q \geq 1$ ), sendo  $\bar{h}$  e  $\bar{\nu}$  definidos por

$$\bar{h}_i(x, y, \mu, p) := \begin{cases} z_{\min_i} & , \quad h_i(x, y, \mu, p) \leq z_{\min_i} \\ h_i(x, y, \mu, p) & , \quad z_{\min_i} < h_i(x, y, \mu, p) < z_{\max_i} \\ z_{\max_i} & , \quad h_i(x, y, \mu, p) \geq z_{\max_i} \end{cases} \quad (2.9)$$

$$\bar{\nu}_i(x, y, \mu, p) := \begin{cases} 0 & , \nu_i(x, y, \mu, p) < 0 \\ 1 & , \nu_i(x, y, \mu, p) \geq 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

onde  $h : \mathfrak{R}^{n+m+l+k} \rightarrow \mathfrak{R}^{n_z}$  e  $\nu : \mathfrak{R}^{n+m+l+k} \rightarrow \mathfrak{R}^{n_\omega}$  são vetores de funções, sendo que  $h$  e  $\nu$  são suaves ( $C^q, q \geq 1$ ).

A influência dos limitadores externos pode ser verificada diretamente através de 2.9. O efeito de limitação das variáveis de estado introduzido pelos limitadores internos, por sua vez, pode ser melhor avaliado através do uso de

$$\dot{x}_i = \xi f_i(x, y, z, \omega, \mu, p)$$

onde  $x_i$  é a variável de estado passível de ação de limitador interno, em que  $\xi$  é dado por

$$\xi = \begin{cases} 1, & \begin{cases} \text{se } x_{\min_i} < x_i < x_{\max_i}, \text{ ou} \\ \text{se } x_i = x_{\min_i} \text{ e } f_i > 0, \text{ ou} \\ \text{se } x_i = x_{\max_i} \text{ e } f_i < 0 \end{cases} \\ 0, & \begin{cases} \text{se } x_i = x_{\min_i} \text{ e } f_i < 0, \text{ ou} \\ \text{se } x_i = x_{\max_i} \text{ e } f_i > 0 \end{cases} \end{cases}$$

Por outro lado, o sistema 2.4-2.10 pode ser reescrito, sem perda de generalidade, como

$$\dot{x} = \bar{f}(x, y, \mu, p) \quad (2.11)$$

$$0 = \bar{g}(x, y, \mu, p) \quad (2.12)$$

onde o campo vetorial  $\bar{f}$  e o vetor de funções  $\bar{g}$  incluem implicitamente as variáveis de atuação  $z$ , as variáveis de chaveamento  $\omega$  e as relações de limites internos indicados por 2.8.

Com o objetivo de obter-se uma nomenclatura clara e simplificada, salvo comentários em contrário, adotar-se-á a representação de um sistema EAD no restante deste trabalho através de 2.1-2.2. Assim, esta forma única de representação inclui a modelagem dos eventuais limitadores existentes nos sistemas estudados, como indicados na presente seção.

## 2.4 Pontos de equilíbrio

Um ponto de equilíbrio de 2.1-2.2 é um ponto  $(x^*, y^*, \mu^*, p^*)$  que satisfaz  $0 = f(x, y, \mu, p)$  e  $0 = g(x, y, \mu, p)$ . Seja  $\mathcal{F}$  o conjunto de pontos que satisfazem a relação

$0 = f(x, y, \mu, p)$  tal que

$$\mathcal{F} = \{(x, y, \mu, p) \in \mathfrak{R}^{n+m+l+k} \mid 0 = f(x, y, \mu, p)\}$$

Este conjunto forma uma variedade regular de dimensão  $n + l + k$  resultando em

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} & \frac{\partial f}{\partial \mu} & \frac{\partial f}{\partial p} \end{bmatrix} = n \quad \text{em} \quad \mathcal{F}$$

De forma similar, o conjunto

$$\mathcal{G} = \{(x, y, \mu, p) \in \mathfrak{R}^{n+m+l+k} \mid 0 = g(x, y, \mu, p)\}$$

forma uma variedade regular de dimensão  $m + l + k$  resultando em

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} & \frac{\partial g}{\partial \mu} & \frac{\partial g}{\partial p} \end{bmatrix} = m \quad \text{em} \quad \mathcal{G}$$

Os pontos de equilíbrio do sistema são os pontos que estão contidos na intersecção destas variedades. Considera-se que esta intersecção seja transversal, ou seja, forme uma variedade regular  $l + k$ -dimensional de  $\mathfrak{R}^{n+m+l+k}$ .

A determinação prática dos pontos de equilíbrio merece um destaque em virtude de sua importância. Para sistemas algébrico-diferenciais, o procedimento típico adotado prevê a determinação dos pontos de equilíbrio através das informações obtidas por um estudo de fluxo de potência. Como decorrência do Teorema da Função Implícita, para cada conjunto de variáveis algébricas que satisfaçam  $0 = g(x, y, \mu, p)$  existe um conjunto de variáveis diferenciais que conduzem a  $0 = f(x, y, \mu, p)$ , observando-se que as eventuais relações implícitas de limitadores 2.6-2.8 estejam incluídas na análise, sem a ocorrência de violação de limites [22] [23] [24] [25] [26]. O uso do fluxo de potência justifica-se pela simplicidade de sua formulação, sendo válido para quaisquer pontos de operação desejados para o sistema. Por outro lado, a determinação de diagramas de bifurcação tendo por base os resultados do fluxo de potência convencional é um procedimento errôneo. Esta incompatibilidade deve-se às considerações simplificadoras presentes no fluxo de potência, sendo abordada em maiores detalhes no Capítulo 3.

Para sistemas de ordem reduzida, representados através de um sistema puramente

diferencial como 2.3, os pontos de equilíbrio podem ser obtidos diretamente através de  $0 = \phi(x, \mu, p)$ .

A variedade formada pelos pontos de equilíbrio do sistema 2.1-2.2 é suave desde que o mesmo não possua limitadores. A ativação de um limite implica em alteração na estrutura dinâmica do sistema. Mesmo que o trabalho [21] mencione este efeito apenas para os limitadores internos e por ação de relés, no próximo capítulo será provada a sua extensão para os limitadores externos na representação espaço-parâmetro. A modificação na estrutura dinâmica decorre da alteração da ordem do sistema, originando novas variedades, as quais podem ser entendidas como sub-variedades suaves envolvidas pela variedade original, chamadas de estratos em [21]. A dinâmica geral envolve transições entre estes estratos e estas transições são, em geral, não suaves. Por outro lado, quando os limites são ativados não existe alteração nos pontos de equilíbrio que unem estas sub-variedades. Assim, as transições entre sub-variedades dão-se através de pontos de equilíbrio comuns a estas, não existindo descontinuidades na variedade dos pontos de equilíbrio do sistema geral [21].

## 2.5 Estabilidade dos pontos de equilíbrio

Se o ponto de equilíbrio é causal, então 2.3 define o fluxo próximo a ele, sendo que as noções clássicas de estabilidade de campos vetoriais são aplicadas.

**Teorema 2** (*Teorema de Hartman-Grobman*): *Considere que o sistema 2.3 possua um ponto de equilíbrio na origem,  $\phi(0) = 0$ , e com  $A := D_x\phi(0)$ . Se  $A$  não possui autovalores no eixo imaginário, então existe um mapa contínuo com uma inversa contínua  $h$  definida em alguma vizinhança  $U$  da origem em  $\mathbb{R}^n$  formando trajetórias locais do fluxo definido por 2.3 para as trajetórias do fluxo linear  $e^{At}x$ . O mapeamento preserva o sentido do tempo e pode ser arbitrado para preservar a parametrização no tempo.*

Os pontos de equilíbrio para os quais  $A$  não possua autovalores no eixo imaginário são chamados hiperbólicos. O teorema garante que a estabilidade de pontos de equilíbrio hiperbólicos pode ser determinada a partir da linearização do campo vetorial. Para sistemas lineares com pontos de equilíbrio hiperbólicos pode-se definir os autoespaços  $E^e$  e  $E^i$  correspondendo aos autovalores com partes real negativa e positiva,

respectivamente, sendo que o comportamento do sistema pode ser caracterizado completamente em termos do movimento nestes subespaços. Para um sistema não-linear com um ponto de equilíbrio hiperbólico existem correspondentes variedades (locais) estáveis e instáveis  $W^e$  e  $W^i$  de mesma dimensão e tangentes aos autoespaços  $E^e$  e  $E^i$  no ponto de equilíbrio. Deve-se destacar que "pequenas" perturbações da função  $\phi$  em 2.3 não alteram as dimensões de  $E^e$  e  $E^i$  ou  $W^e$  e  $W^i$  [18].

Por outro lado, o comportamento de 2.3 próximo a um ponto de equilíbrio não-hiperbólico não é completamente caracterizado pela sua linearização. Visando determinar a estabilidade de tais pontos de operação, alguns métodos de redução de ordem são apresentados na literatura, baseando-se na alternativa de Fredholm, redução de Lyapunov-Schmidt e variedade central [16]. Destes, o Teorema da Variedade Central é o mais difundido na literatura, sendo destacado a seguir.

**Teorema 3** (*Teorema da Variedade Central*): *Considere 2.3 com  $\phi$  sendo uma função  $C^q$ , com um ponto de equilíbrio na origem,  $\phi(0) = 0$ , e com  $A := D_x\phi(0)$ . Seja o espectro de  $A$  dividido em três conjuntos  $\sigma_e$ ,  $\sigma_c$  e  $\sigma_i$ , com*

$$\operatorname{Re}\{\lambda\} \begin{cases} < 0 & \text{se } \lambda \in \sigma_e \\ = 0 & \text{se } \lambda \in \sigma_c \\ > 0 & \text{se } \lambda \in \sigma_i \end{cases}$$

*Sejam  $E^e$ ,  $E^c$  e  $E^i$  os autoespaços de  $\sigma_e$ ,  $\sigma_c$  e  $\sigma_i$ , respectivamente. Então existem variedades de topologia  $C^q$  estáveis e instáveis  $W^e$  e  $W^i$  tangentes aos  $E^e$  e  $E^i$ , respectivamente, em  $x = 0$  e uma variedade central  $W^c$  de topologia  $C^{q-1}$  tangente a  $E^c$  em  $x = 0$ . As variedades  $W^e$ ,  $W^c$  e  $W^i$  são todas invariantes em relação ao fluxo de 2.3. As variedades estáveis e instáveis são únicas mas a variedade central pode não ser.*

O Teorema da Variedade Central decompõe o fluxo local em três partes: um fluxo na variedade estável (trajetórias convergem à origem), um fluxo na variedade instável (trajetórias divergem da origem) e um fluxo na variedade central (cujas trajetórias devem ser determinadas). Um ponto de equilíbrio é estável se e somente se  $W^i$  é ausente e o fluxo em  $W^c$  possui um ponto de equilíbrio estável na origem. Mesmo que a variedade central possa não ser única, os fluxos em todas as possíveis variedades centrais são topologicamente equivalentes. Nas aplicações freqüentes, a ordem da variedade

central é de 1 ou 2, o que proporciona uma útil redução.

Os detalhes do processo de determinação da estabilidade de pontos de equilíbrio não-hiperbólicos não são fornecidos pelo presente trabalho, uma vez que este preocupa-se basicamente com a detecção de diagramas de bifurcação do sistema EAD que descreve um sistema elétrico de potência.

## 2.6 Estabilidade de Lyapunov e estabilidade estrutural

Considera-se, inicialmente, que o sistema  $m$ -dimensional de equações diferenciais dado por 2.1-2.2 possua um ponto de equilíbrio  $x^e = (x^*, \psi(x^*, \mu^*, p^*), \mu^*, p^*)$  caracterizado por  $\phi(x^*, \mu^*, p^*) = 0$ .

O ponto de equilíbrio  $x^e$  é dito estável se qualquer solução próxima permanece próxima para todo o tempo futuro. Se a configuração do equilíbrio é representada pelo ponto  $x^e$  no espaço de variáveis  $x_i$ , torna-se claro que a perturbação pode ser representada por um ponto  $x$  na vizinhança de  $x^e$ . O ponto  $x^e$  é estável no sentido de Lyapunov se, para qualquer vizinhança  $U$  de  $x^e$  neste espaço de fase, existe uma pequena vizinhança  $U_1$  de  $x^e$  contida em  $U$ , tal que cada solução partindo em  $U_1$  permanece em  $U$  para todo  $t > 0$ . Se todas as soluções tendem ao equilíbrio com  $t$  tendendo ao infinito, então  $x^e$  é dito ser assintoticamente estável. Por outro lado, se existir uma perturbação local que mova o sistema para outro ponto que não o de equilíbrio original, então  $x_i$  é chamado um ponto de equilíbrio instável.

De forma semelhante ao fato de que a estabilidade de um ponto de equilíbrio pode ser investigada através da perturbação das condições iniciais, a "robustez" do diagrama de fase pode ser avaliada através da perturbação do campo vetorial, obtida por uma perturbação das equações diferenciais. Um sistema é dito estruturalmente estável se, para uma perturbação suficientemente pequena das equações que o definem, o fluxo resultante é topologicamente equivalente ao do inicial.

O estudo qualitativo de uma equação diferencial consiste na descrição geométrica de seu espaço de órbitas. É, então, natural perguntar-se quando é que dois espaços de órbitas têm a mesma descrição; isso corresponde a estabelecer uma relação de equivalência entre equações diferenciais. Uma relação de equivalência que exprime a estrutura

geométrica das órbitas é a equivalência topológica.

Considere-se que o campo vetorial  $\phi(x, \mu, p)$  seja identificado em um ponto de um dado espaço de funções. Seja  $\varphi(x, \mu, p)$  um outro campo vetorial do mesmo espaço em uma vizinhança de raio  $\varepsilon$  de  $\phi(x, \mu, p)$  com

$$|\phi(x, \mu, p) - \varphi(x, \mu, p)| < \varepsilon$$

para todo  $x$ . Isto é,  $\phi(x, \mu, p)$  e  $\varphi(x, \mu, p)$  são  $\varepsilon$ -próximos na topologia  $C^0$ . O Jacobiano  $J_\phi(x, \mu, p)$  de  $\phi(x, \mu, p)$  vale

$$J_\phi(x, \mu, p) = \begin{bmatrix} J_{11} & \cdots & J_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ J_{n1} & \cdots & J_{nn} \end{bmatrix}$$

e pode ser considerado um campo vetorial em outro espaço de função, de tal forma que a sua vizinhança pode ser determinada.

O campo vetorial  $\varphi(x, \mu, p)$  é uma perturbação de tamanho  $\varepsilon$  de  $\phi(x, \mu, p)$  na topologia  $C^1$  se ele pertencer à vizinhança  $C^0$  de raio  $\varepsilon$  de  $\phi(x, \mu, p)$  e seu Jacobiano  $J_\varphi(x, \mu, p)$  pertencer à vizinhança  $C^0$  de raio  $\varepsilon$  de  $J_\phi(x, \mu, p)$ . Desta forma, campos vetoriais com topologia  $C^r$  compreendem perturbações em que todas as derivadas de ordem  $r$  permanecem com raio  $\varepsilon$ .

O resultante campo vetorial  $\varphi(x, \mu, p)$  perturbado deve ser comparado com o campo vetorial original  $\phi(x, \mu, p)$  com o objetivo de avaliar se ambos são equivalentes. Dois campos vetoriais  $\phi(x, \mu, p)$  e  $\varphi(x, \mu, p)$  são considerados equivalentes se existir uma função contínua inversível que transforme o diagrama de fase de  $\phi(x, \mu, p)$  no diagrama de fase de  $\varphi(x, \mu, p)$ .

Um sistema é estruturalmente estável se campos vetoriais suficientemente próximos possuem diagramas de fase equivalentes. Desta forma, enquanto que a estabilidade no sentido de Lyapunov está relacionada com a "robustez" de um ponto de equilíbrio no espaço de fase, após perturbações nas condições iniciais, a estabilidade estrutural estabelece a "robustez" de um ponto singular no espaço dos campos vetoriais. Em outras palavras, a estabilidade estrutural não está relacionada com a estabilidade de um ponto de equilíbrio[6].

## 2.7 Bifurcações

O termo bifurcação<sup>7</sup> descreve a cisão das soluções do ponto de equilíbrio em uma família de equações diferenciais como 2.3.

**Definição 4** (*Valor de Bifurcação*): O valor  $\mu_0$  para o qual o fluxo  $\phi(\mu)$  não é estruturalmente estável próximo a um ponto de equilíbrio  $(x_0^*, \mu_0^*, p_0^*)$  de  $\phi(\mu_0)$  é o valor de bifurcação de  $\mu$ . O par  $\mu_0$  e  $\phi(\mu_0)$  é chamado de ponto de bifurcação.

As bifurcações podem ser estudadas em termos de sua codimensão. A codimensão está relacionada com o número de parâmetros para os quais deseja-se avaliar o comportamento do sistema. A seguir são apresentadas as bifurcações de codimensão 1 mais importantes, entre locais e globais.

### 2.7.1 Bifurcações locais

As bifurcações locais podem ser analisadas pelo estudo do campo vetorial na vizinhança de um ponto de equilíbrio ou de uma órbita fechada. Como ferramenta básica de análise das mesmas, indica-se o monitoramento dos autovalores da matriz de estados  $A$  do sistema.

Para sistemas algébrico-diferenciais descritos por 2.1-2.2 a matriz de estados<sup>8</sup> conceitualmente é definida como  $A = D_x f - D_y f (D_y g)^{-1} D_x g$ , desde que  $D_y g$  seja não singular. Em termos práticos, no entanto, a matriz de estados pode ser obtida através do processo de eliminação de Gauss [14]. Para uma modelagem através de um sistema puramente diferencial como 2.3 a obtenção da matriz de estados é dada por  $A = D_x \phi$ .

O procedimento de linearização em torno de um ponto de equilíbrio, no entanto, não é aplicável a pontos em que a operação encontra a ativação de um limite. Isto justifica-se pelo fato de que as funções que descrevem o modelo dinâmico perdem a diferenciabilidade nestes pontos de transição. Maiores detalhes sobre esta dificuldade serão abordados no próximo capítulo.

Para um sistema suave sem restrições algébricas, a perda de estabilidade corresponde a um dos seguintes casos [16]: autovalor nulo (singularidade de  $A$ ), levando a

<sup>7</sup>A palavra *Abzweigung* (bifurcação) foi utilizada por C. Jacobi em 1834, sendo que a palavra francesa *bifurcation* foi introduzida por H. Poincaré em 1885.

<sup>8</sup>Nesta situação, a matriz de estados também é denominada de matriz Jacobiana reduzida do sistema.



uma bifurcação genérica de sela-nó, ou autovalores puramente imaginários, relacionados à bifurcação genérica de Hopf. Quando restrições algébricas são acrescentadas, formando um sistema algébrico-diferencial como 2.1-2.2, existe uma nova possibilidade de instabilidade, caracterizando a bifurcação de singularidade induzida, em que a matriz  $D_y g$  é singular [21] [27].

Para sistemas não suaves, sujeitos à ação de limites, a instabilidade pode ocorrer através da bifurcação nó-foco e das bifurcações induzidas por limite, além das citadas anteriormente.

O presente trabalho indica, além destas, as bifurcações transcritical, útil ao entendimento da ação de limites na estabilidade de um sistema elétrico, e pitchfork, embora esta seja aparentemente de pouca importância em estudos de sistemas elétricos de potência.

### Bifurcação sela-nó

Este tipo de bifurcação ocorre em um valor de bifurcação onde  $A$  é singular (de acordo com o Teorema da Função Implícita necessariamente o sistema deve possuir  $\det(D_y g) \neq 0$ ). Esta bifurcação origina-se pela aproximação de um ponto de equilíbrio instável (sela) com um ponto de equilíbrio estável (nó). Na Figura 2-2a) a linha sólida indica os pontos de equilíbrio estáveis e a tracejada, os instáveis. A colisão dos dois pontos de equilíbrio resulta no desaparecimento do ponto de equilíbrio estável [16] [17] [18]. Esta bifurcação é considerada estática uma vez que a estrutura dos pontos de equilíbrio do sistema sofre alteração no ponto de bifurcação (não existe equilíbrio em um dos dois lados da superfície de bifurcação sela-nó). Logo, a bifurcação sela-nó pode ser detectada pelo monitoramento da variedade dos pontos de equilíbrio formado em função de variações no parâmetro de bifurcação  $\mu$ .

As principais causas ligadas ao surgimento da bifurcação sela-nó podem ser resumidas no esgotamento das fontes de potência reativa do sistema e no alcance da máxima capacidade de transferência de potência através da rede, sendo elevado o número de trabalhos relativos à análise deste tipo de bifurcação [28] [29] [30] [31] [32] [33] [34] [35] [36] [37] [38].

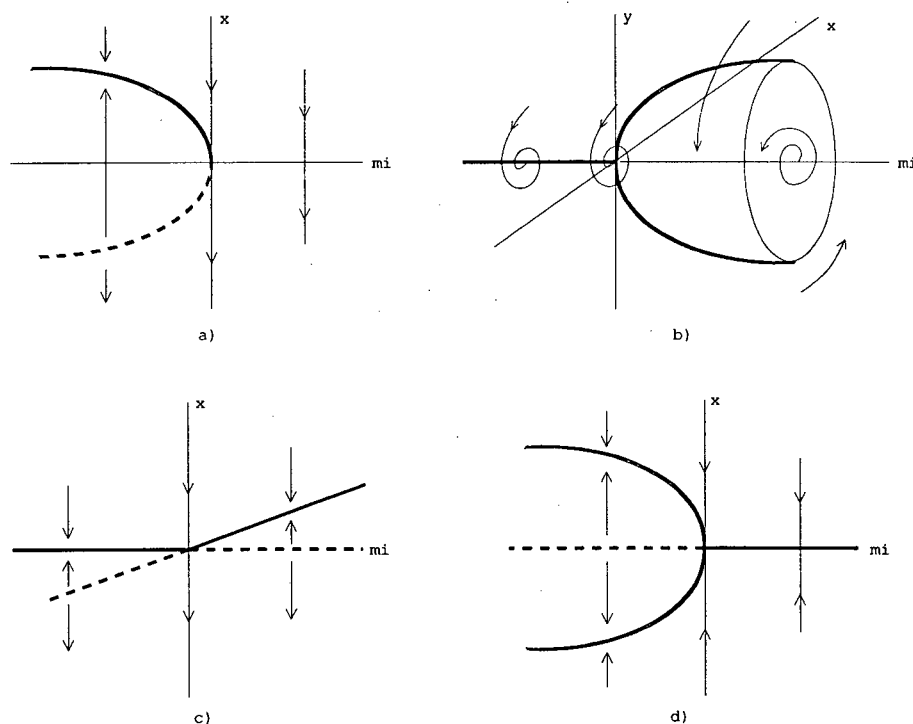


Figura 2-2: Bifurcações elementares: a) sela-nó; b) Hopf supercrítica; c) transcritical; d) pitchfork supercrítica.

### Bifurcação de Hopf

A bifurcação de Hopf ocorre quando o sistema possui um ponto de equilíbrio não-hiperbólico com um par de autovalores puramente imaginários e todos os demais autovalores com parte real não nula. As seguintes condições de transversalidade devem ser observadas:

- a matriz de estados  $A$ , determinada para um ponto de equilíbrio  $(x^*, y^*, \mu^*, p^*)$ , possui um único par de autovalores puramente imaginários  $\lambda$  e  $\bar{\lambda}$  em  $\mu^*$ ;
- os autovalores puramente imaginários  $\lambda$  e  $\bar{\lambda}$  devem cruzar o eixo imaginário com velocidade não nula, isto é, no ponto de cruzamento,  $\partial \text{Re}(\lambda)/\partial \mu \neq 0$ .

A bifurcação de Hopf pode ser estável (supercrítica) ou instável (subcrítica). A bifurcação de Hopf subcrítica produz um ciclo limite instável com uma pequena região de atração em torno do ponto de equilíbrio estável sendo que uma pequena órbita subcrítica poderá causar perda da viabilidade das trajetórias limitadas se for única

no sistema [21]. De forma geral, uma bifurcação de Hopf subcrítica conduz o sistema à instabilidade catastrófica através da passagem por bifurcações globais. Por outro lado, uma bifurcação de Hopf supercrítica (representada na Figura 2-2b)) produz um ciclo limite estável e não causa a perda da viabilidade das trajetórias limitadas, a menos que as órbitas destas oscilações sustentadas tornem-se suficientemente grandes para causar avarias nos equipamentos e, desta forma, o operador ou os esquemas de proteção retirem de operação algum equipamento. A ação de retirada de equipamentos como medida de proteção dos mesmos pode levar a um efeito cascata em que o sistema atinja outras bifurcações devido à alteração da topologia do sistema.

### **Bifurcação de singularidade induzida**

Esta bifurcação ocorre quando um ponto de equilíbrio intercepta uma superfície de impasse [27]. Nesta situação o módulo e o ângulo das tensões das barras do sistema não são mais dependentes dos ângulos internos dos geradores. Este fenômeno pode ser entendido como um desacoplamento entre as variáveis algébricas e diferenciais do sistema 2.1-2.2. Assim, o sistema não pode ser definido sobre o ponto de cruzamento da superfície de impasse, mesmo que haja pontos de equilíbrio em ambos os lados da mesma. Na vizinhança do ponto singular, o determinante de  $D_y g$  tende a zero e, em consequência, os autovalores da matriz de estados  $A$  tendem a valores muito elevados. Como resultado desta condição um dos autovalores tende para o infinito quando o sistema se aproxima da superfície de impasse, ao passo que do lado oposto desta superfície existe outro autovalor tendendo ao infinito, mas em direção oposta. Na ocorrência da bifurcação de singularidade induzida os métodos de simulação numérica falham pela perda de causalidade do sistema [21] [39].

Muito embora esta bifurcação possa ser detectada em diversos sistemas algébrico-diferenciais, inclusive na representação de sistemas reais, não existem indícios de que a mesma possa ocorrer na operação real de tais sistemas. A causa básica de sua detecção está relacionada com a inclusão das restrições algébricas, as quais são aproximações do comportamento real de um sistema elétrico, conforme indicado anteriormente. Assim, esta bifurcação está associada com o modelo utilizado na representação de um sistema elétrico, não sendo passível de ocorrer na operação real do mesmo. Esta idéia pode ser comprovada em simulações, quando modelos dinâmicos de carga são introduzidos

com o objetivo de transformar algumas restrições algébricas em equações diferenciais, eliminando a singularidade [40].

### Bifurcação nó-foco

É uma bifurcação na estrutura topológica do sistema onde um simples par de raízes complexas torna-se em um par de raízes reais em um valor de bifurcação  $\mu^*$ , ou vice-versa. A bifurcação nó-foco pode ser estável se a parte real dos autovalores é negativa e instável se for positiva.

Uma bifurcação nó-foco instável em  $\mu^* = \mu_2^*$  para um sistema que previamente experimentou uma pequena órbita estável devido à bifurcação de Hopf em  $\mu^* = \mu_1^* < \mu_2^*$  causa perda da região de viabilidade das trajetórias se esta foi a única bifurcação ocorrida no sistema. Uma bifurcação nó-foco instável em  $\mu^* = \mu_2^*$  para um sistema que previamente experimentou uma bifurcação de Hopf instável em  $\mu_1^* < \mu_2^*$  deve experimentar a perda da região de viabilidade das trajetórias em  $\mu_1^*$  quando a bifurcação de Hopf instável possui uma órbita suficientemente pequena.

A bifurcação nó-foco estável resulta na manutenção da região de viabilidade das trajetórias antes e após a bifurcação, pois o sistema é igualmente estável antes e depois da bifurcação. Em geral, a bifurcação nó-foco estável é originada por uma ação de limites, em que o número de variáveis de estado livres é alterado, acarretando em modificação na ordem do sistema [26] [41].

### Bifurcação transcritical

Na bifurcação transcritical genérica dois pontos de equilíbrio aproximam-se, colidem, e então se separam com uma troca de estabilidade. O nome desta bifurcação é originado por esta troca de estabilidade, o que pode ser verificado através da Figura 2-2c), onde as linhas contínua e tracejada indicam os pontos de equilíbrio estáveis e instáveis, respectivamente. No ponto de bifurcação o sistema possui um autovalor nulo. Na bifurcação transcritical o sistema possui pontos de equilíbrio após a sua ocorrência, diferentemente da bifurcação sela-nó.

Esta bifurcação foi utilizada em [42] para abordar o problema da troca imediata de instabilidade quando limites de potência reativa de geradores são encontrados. Tal fenômeno pode ser melhor compreendido com o auxílio da Figura 2-3, transcrita de [42].

A Figura 2-3a) indica os diagramas de bifurcação de um sistema hipotético sem e com limitação de potência reativa. A interseção de ambos diagramas indica o ponto em que ocorre a ação do limite. Neste ponto não existe alteração na estabilidade do sistema, havendo apenas uma redução na margem de estabilidade (encurtamento da distância do ponto de operação ao ponto de máximo carregamento do sistema). Dependendo da maneira como o sistema com limitação é afetado, pode-se ter o comportamento da Figura 2-3b). Agora, com a atuação do limite, o sistema passa a atuar na região inferior de seu novo diagrama de bifurcação, nitidamente instável. Assim, ocorre uma troca instantânea na estabilidade do sistema, caracterizada por um salto de um dos autovalores do semi-plano esquerdo para o direito. Com o objetivo de forçar a passagem deste autovalor pela origem, condição básica da bifurcação transcritical, o trabalho [42] introduz no sistema representado por 2.3 o parâmetro  $\gamma$  de tal forma que  $\dot{x} = \phi(x, \mu, p, \gamma)$  com  $\gamma \in [0, 1]$ . Este parâmetro  $\gamma$  constrói uma homotopia que interliga os sistemas sem e com limitação, mantendo o ponto de equilíbrio na bifurcação. O incremento gradual de  $\gamma$  de 0 a 1 possui o efeito de aplicação gradual do limite de potência reativa ao sistema e permite a explanação do efeito de instabilidade instantânea através da bifurcação transcritical.

Aspectos práticos de determinação dos pontos de bifurcação transcritical podem ser encontrados em [17] e [40].

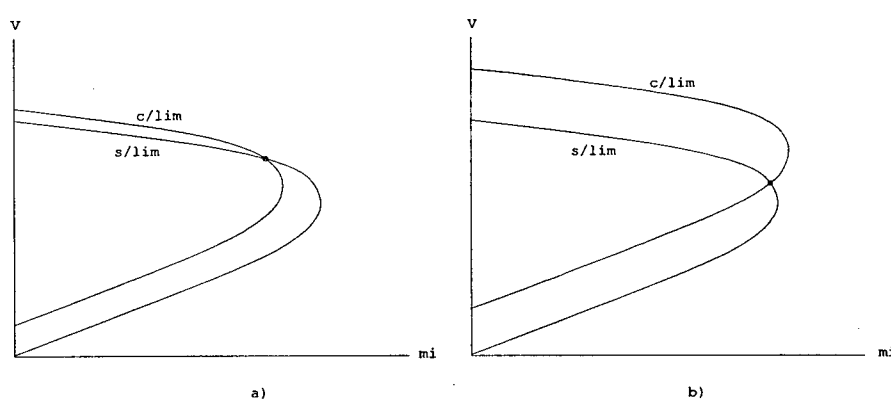


Figura 2-3: Ações de limite: a) sem perda imediata de estabilidade e b) com perda imediata de estabilidade.

## Bifurcação pitchfork

Esta bifurcação ocorre em sistemas que possuam simetria, devendo ser invariantes sob transformações do tipo  $x \rightarrow -x$  [16] [18]. Em uma dimensão um sistema é simétrico ou equivariante com respeito à simetria  $x \rightarrow -x$  se  $f_\mu(-x) = -f_\mu(x)$ . A Figura 2-2d) indica a bifurcação pitchfork supercrítica, sendo o seu nome justificado pelo aspecto de seu diagrama. No ponto de bifurcação, a estabilidade dos pontos de equilíbrio é alterada e o par de pontos de equilíbrio desaparece (ou surge), devido à simetria existente.

Considerando-se a necessidade de ocorrência de simetria e a ausência de trabalhos na literatura que abordem esta bifurcação, é pouco provável que a bifurcação pitchfork tenha aplicação prática em sistemas de potência reais.

## Bifurcações induzidas por limite

Para sistemas não suaves, sujeitos à ação de limitadores, surgem novas bifurcações locais, diretamente relacionadas com a atuação de um dos três tipos de limites. Segundo a referência [21], estas bifurcações podem ser resumidas em

- Bifurcação estática induzida por limite;
- Bifurcação dinâmica induzida por limite.

Na bifurcação estática induzida por limite, a estrutura dos pontos de equilíbrio sofre alterações de forma semelhante à bifurcação sela-nó. Para a bifurcação sela-nó, quando o sistema atinge o ponto de bifurcação, o equilíbrio estável encontra um instável, com os dois anulando-se mutuamente no ponto de bifurcação, fazendo com que o limite do sistema seja alcançado tangencialmente ("nariz" do diagrama de bifurcação). Na bifurcação estática induzida por limite, no entanto, o lugar de equilíbrio encontra a bifurcação transversalmente.

A bifurcação dinâmica induzida por limite é uma coleção de bifurcações locais, em que as propriedades dinâmicas locais dos pontos de equilíbrio são alteradas. Esta é uma família de novos fenômenos dinâmicos que levam à perda da estabilidade a pequenos sinais, ao passo que a estrutura dos pontos de equilíbrio é preservada neste ponto de bifurcação. Basicamente, o encontro de um limite força uma alteração na matriz Jacobiana e nos autovalores do sistema, levando este a ser instável a pequenos

sinais. Este fenômeno é muito rico, podendo englobar desde divergência monotônica (e provavelmente o colapso) a oscilações sustentadas.

O trabalho [21] amplia a classificação das bifurcações induzidas por limite, diferenciando-as através do tipo de limite que as ocasiona. Assim, uma nova classificação prevê *bifurcação estática induzida por limite de atuação* e *bifurcação dinâmica induzida por limite de atuação*, para a ação de limites externos (de atuação) e *bifurcação estática induzida por limite de estado* e *bifurcação dinâmica induzida por limite de estado*, para a ação de limites internos (de estado). Considerando a similaridade entre as citadas bifurcações do ponto de vista de seus efeitos, o presente trabalho apenas utiliza os termos *bifurcação estática induzida por limite* e *bifurcação dinâmica induzida por limite*, englobando com estes as possíveis bifurcações ocasionadas por ação de limites.

A *bifurcação estática induzida por limite* possui o mesmo aspecto que a bifurcação transcritical, apresentada em [42].

## 2.7.2 Bifurcações globais

As bifurcações globais podem ocorrer como consequência direta de bifurcações locais, especialmente a de Hopf. Neste contexto, a existência de ciclos limite contribui para esta transição através da formação de órbitas homoclínicas (de período infinito). As bifurcações globais ocorrem quando acontece o desaparecimento da condição de transversalidade que existe entre uma variedade estável e uma variedade instável de órbitas periódicas e de equilíbrio [16] [27]. A análise das bifurcações globais exige um ferramental matemático mais complexo do que o utilizado no estudo das bifurcações locais. Destacam-se a seguir algumas bifurcações globais.

### Bifurcação *Cyclic Fold*

Ocorre quando um ciclo limite instável e um ciclo limite estável coexistentes colidem para um determinado valor de parâmetro do sistema. Após a colisão, cada trajetória segue uma vizinhança próxima. Esta bifurcação recebe este nome por ser similar à bifurcação sela-nó (a qual também é chamada de *fold*) do ponto de equilíbrio.

### Bifurcação *Blue Sky*

Surge quando há uma colisão de um ciclo limite com um ponto de sela. Para o parâmetro de bifurcação  $\mu^*$  o ponto de sela colide com o ciclo limite dando origem a uma órbita homoclínica. Após a passagem de  $\mu^*$  o ciclo limite desaparece.

### Bifurcação *Period Doubling*

Na existência de uma bifurcação supercrítica de Hopf a estabilidade da órbita periódica pode ser de curta duração. Quando esta estabilidade é perdida, outra órbita periódica estável pode ocorrer, com o dobro do período da que a sucedeu. Se este padrão de acontecimentos repetir-se no decorrer do tempo caracteriza-se a bifurcação *period doubling*. A ocorrência da bifurcação *period doubling* em cascata pode produzir um atrator estanho e normalmente é precursora do caos. Também é conhecida como bifurcação *flip* ou subharmônica [43].

### Bifurcação 1:1

Ocorre quando dois pares de autovalores complexos transformam-se em dois autovalores complexos iguais.

### Caos

O termo caos encontra-se associado com uma grande sensibilidade do sistema às condições iniciais, bem como a ocorrência de órbitas periódicas e densas. Normalmente este tipo de bifurcação ocorre como decorrência da bifurcação *period doubling*.

## 2.7.3 Influência das bifurcações globais na estabilidade do sistema

As bifurcações globais atuam, em geral, no sentido de diminuição do domínio de estabilidade de um ponto de operação do sistema. A Figura 2-4 indica de forma qualitativa um possível diagrama de bifurcações de um sistema elétrico (transcrito de [44]). Embora os pontos de equilíbrio indicados no ramo estático estável sejam estáveis a pequenas perturbações, o aparecimento das bifurcações globais pode nitidamente reduzir



a região de atração dos pontos de equilíbrio quando se efetua o estudo da estabilidade transitória (angular ou de tensão). Considerando-se que, em geral, as bifurcações globais ocorrem como continuidade à bifurcação de Hopf, a região de atração dos pontos de equilíbrio próximos ao Hopf é menor do que para pontos próximos das demais bifurcações locais.

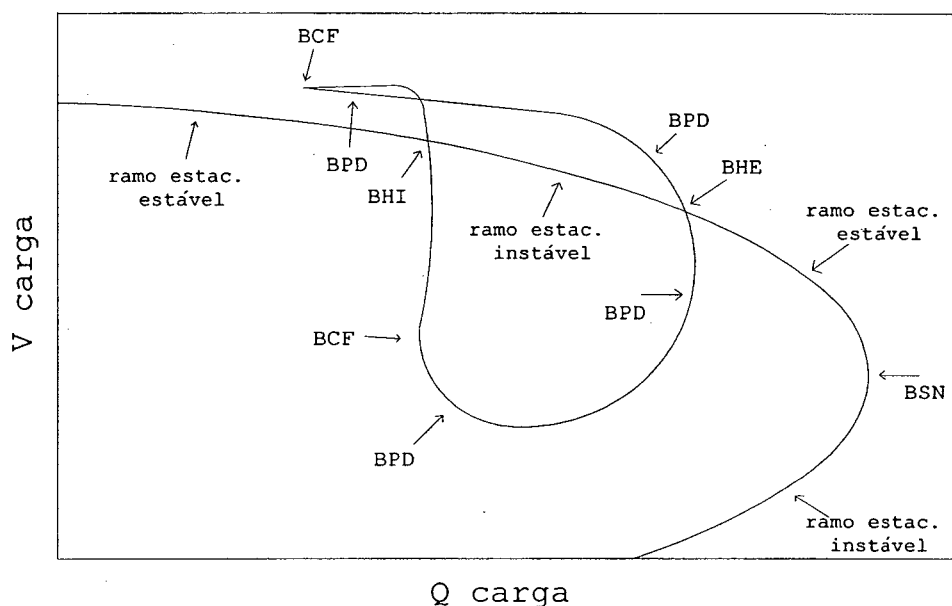


Figura 2-4: Diagrama de bifurcação hipotético, com as bifurcações de Hopf instável (BHI) e estável (BHE), sela-nó (BSN), period doubling (BPD) e cyclic fold (BCF). Os ramos estacionários referem-se à variedade obtida com os pontos de equilíbrio do sistema ( $\phi(x) = 0$ ).

## 2.8 Estrutura do espaço de parâmetros

O espaço de parâmetros pode ser dividido no conjunto dos parâmetros do sistema (os quais não se alteram durante a operação) e no conjunto dos parâmetros de operação (os quais podem se alterar durante a operação). Quando estes parâmetros se alteram, o espaço de parâmetros associado com cada valor de parâmetro sofre modificações, ao passo que a estrutura do espaço de estados permanece topologicamente equivalente, a menos que o sistema encontre certas fronteiras no espaço de estados, chamadas de fronteiras de bifurcação. As superfícies de bifurcação no espaço de parâmetros dividem-no em regiões abertas conexas denominadas de regiões de tipos [21] (*typal regions*), dentro

das quais a estrutura do espaço de estados permanece idêntica. Estas regiões incluem propriedades estáticas, como a estrutura de equilíbrio, propriedades dinâmicas locais, como a estabilidade dos pontos de equilíbrio, e propriedades dinâmicas globais, como a composição da fronteira da estabilidade. Assim, o conhecimento das propriedades das regiões de tipos pode prover uma completa visão da operação de um sistema em estudos de segurança. Apesar desta teoria ser amplamente difundida na literatura, com diversas análises efetuadas em sistemas hipotéticos de ordem reduzida, a necessidade de determinação das bifurcações globais é uma barreira prática para a sua aplicação a sistemas de potência reais (de elevada dimensão). Esta limitação restringe a análise do sistema a um conceito mais prático e simples do espaço de parâmetros, associado à idéia de região viável [21] (*feasibility region*).

A fronteira da região viável consiste de pontos de operação que sofrem alteração na estrutura dos autovalores, ou seja, correspondem a pontos de bifurcações locais. Esta região identifica uma região de operação segura no espaço-parâmetro dentro da qual a operação pode ser deslocada livremente (através de contínuas alterações paramétricas) sem uma iminente perda da estabilidade a pequenos sinais. Por outro lado, deve-se destacar que o tamanho da região de atração (grosseiramente, da região de estabilidade transitória) diminui a zero assim que a fronteira da região viável é alcançada. Desta forma, a proximidade da fronteira da região viável pode indicar problemas emergentes de instabilidade transitória. Assim, enquanto que a operação do sistema deve permanecer dentro da região viável para a manutenção da estabilidade a pequenos sinais, torna-se igualmente desejado que o sistema opere em regiões mais interiores, longe da fronteira, evitando problemas de instabilidade transitória.

## 2.9 Conclusões

Este capítulo apresentou a teoria relacionada à análise de bifurcações de um sistema elétrico de potência. A modelagem de um SEP através de um sistema EAD foi apresentada sem e com a representação de limites, sendo estes classificados em internos, externos e de chaveamento. A completa caracterização do problema envolveu os tópicos relacionados à determinação dos pontos de equilíbrio, à análise de estabilidade dos mesmos, além de uma distinção entre as estabilidades segundo Lyapunov e a es-

trutural. Após, foram apresentadas as bifurcações mais importantes relacionadas a um SEP, entre locais e globais. Dentre as locais destacam-se as bifurcações sela-nó, de Hopf, transcritical e induzidas por limite, das quais estas duas últimas relacionam-se diretamente à ação de limites.

Apresentou-se, ainda, a estrutura do espaço de parâmetros com a definição de regiões de tipos (*typal regions*) e viáveis (*feasibility region*). As regiões típicas são regiões abertas conexas no espaço-parâmetro delimitadas pelas superfícies de bifurcação, dentro das quais a estrutura do espaço de estados permanece idêntica. A fronteira da região viável, por outro lado, consiste de pontos de operação que sofrem alteração na estrutura dos autovalores, ou seja, correspondem a pontos de bifurcações locais. Esta região identifica uma região de operação segura no espaço-parâmetro dentro da qual a operação pode ser deslocada livremente (através de contínuas alterações paramétricas) sem uma iminente perda da estabilidade a pequenos sinais.

## Capítulo 3

# Metodologia Proposta Para a Análise de Bifurcações em Sistemas Elétricos

### 3.1 Introdução

Este capítulo apresenta uma metodologia de determinação dos diagramas de bifurcação de um SEP real, a partir de sua representação EAD. Esta metodologia considera que as variáveis de controle do sistema, tais como valores de referência dos RATs e outros controladores, sejam mantidas constantes ao longo de toda a análise efetuada.

Tendo em vista a necessidade de representação detalhada dos elementos de um SEP real, este capítulo também apresenta a modelagem de elementos limitadores e compensador de corrente reativa de RATs, usualmente não considerados em estudos de bifurcações.

### 3.2 O processo de determinação de diagramas de bifurcações locais em sistemas de potência

O estudo de bifurcações locais, conforme exposto no capítulo 2, baseia-se nas características locais de um sistema, as quais são relacionadas com as propriedades dos pontos de equilíbrio. Tais características são monitoradas através dos autovalores da

matriz de estados do sistema, sendo válidas para pequenas perturbações nas grandezas envolvidas. O diagrama de bifurcações, por sua vez, é composto pelos pontos de equilíbrio obtidos a partir da variação do parâmetro de bifurcação  $\mu$  do sistema, com a indicação dos pontos em que ocorrem as bifurcações do mesmo.

### 3.2.1 Justificativa para a proposição do trabalho

A justificativa para a apresentação do presente trabalho baseia-se no processo usualmente utilizado pelas atuais metodologias para a determinação dos diagramas de bifurcações locais de um sistema elétrico de potência real.

Caso um sistema elétrico seja representado por um sistema de equações puramente diferenciais como 2.3, os pontos de equilíbrio que irão formar o diagrama de bifurcações locais podem ser computados diretamente a partir de  $0 = \phi(x, \mu, p)$ . A resolução deste sistema é realizada através de métodos numéricos, tais como Newton-Raphson e método da continuação. A análise de bifurcações locais pode ser efetuada diretamente através da linearização do sistema 2.3. As bifurcações globais, por sua vez, podem ser analisadas através de pacotes computacionais especificamente desenvolvidos para este fim, tais como AUTO e DSTOOL [44]. A limitação do uso desta representação, no entanto, reside na ordem do sistema estudado. Esta metodologia é aplicada a sistemas de, no máximo, 4 barras [8] [9] [42] [45] [46], o que torna inviável a análise de sistemas reais por este intermédio.

Por outro lado, a representação de sistemas elétricos através de um sistema de equações algébrico-diferencial como 2.1-2.2 requer uma atenção especial no que se refere à determinação dos diagramas de bifurcação. Em diversos trabalhos encontrados na literatura torna-se evidente a confusão de idéias em torno deste assunto. Os artigos [10] e [11], por exemplo, assumem erroneamente que as equações de equilíbrio sejam as equações do fluxo de potência convencional. Apesar do fato de que em alguns casos particulares as curvas PV sejam equivalentes aos diagramas de bifurcação, na maioria dos casos práticos esta associação não é válida. Os autores em [5] mostram que existem outros parâmetros independentes implícitos que devem ser levados em conta para qualificar as regiões de estabilidade nas curvas PV obtidas através de um fluxo de potência convencional.

Os pontos de equilíbrio de 2.1-2.2 são obtidos através da solução do sistema formado

por  $0 = f(x, y, \mu, p)$  e  $0 = g(x, y, \mu, p)$  (Seção 2.4). Grande parte dos trabalhos que tratam de bifurcações locais de sistemas de potência reais, no entanto, utilizam as informações obtidas através de um estudo de fluxo de potência convencional. Apesar do uso do fluxo de potência convencional ser justificado pelos trabalhos que o utilizam pela simplicidade de sua formulação, a determinação de diagramas de bifurcação por este intermédio é um procedimento errôneo. Tal incompatibilidade deve-se às considerações simplificadoras presentes no fluxo de potência, as quais são discutidas a seguir.

Em primeiro lugar, deve-se destacar que o sistema de equações utilizado pelo fluxo de potência convencional pode ser entendido como sendo um subespaço do sistema 2.1-2.2. Assim, no processo de linearização de 2.1-2.2 a matriz Jacobiana resultante contém explicitamente a submatriz correspondente à matriz Jacobiana do fluxo de potência convencional  $J_{FP}^1$ , relativamente às variáveis  $y_2$ , de acordo com

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_{41} & J_{42} \\ & J_{43} & J_{FP} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y_1 \\ \Delta y_2 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

o que faz com que o comportamento estático dos geradores, cargas dinâmicas, entre outros, não seja incluído na análise do fluxo de potência convencional.

O segundo aspecto a ser destacado reside nas considerações efetuadas para a simplificação do problema de fluxo de potência convencional, as quais estão relacionadas com os modos de operação e controle utilizados nos sistemas de potência. A Figura 3-1a) indica de forma simplificada o modo de controle adotado em grande parte dos reguladores de tensão. Neste, a lei de controle depende do sinal de referência  $V_{ref}$  oriundo de um ajuste manual, ocasionando uma tensão terminal controlada dependente do nível de carregamento do sistema. Outra possibilidade prevê o uso do controle secundário de tensão (CST), indicado na Figura 3-1b), onde o sinal de referência  $V_{ref}$  é determinado a partir da tensão  $V_p$  da barra piloto. A lei de controle, neste caso, baseia-se na manutenção da tensão da barra piloto em um valor previamente estabelecido, independentemente do nível de carregamento do sistema. Embora o uso do controle secundário de tensão seja relativamente novo e restrito em sistemas elétricos

---

<sup>1</sup>Esta relação é direta caso seja adotada a formulação por injeção de potências (seção 2.2), e indireta com a formulação por injeção de correntes.

[47] [48] [49] [50] [51] [52] [53], a filosofia de controle com sinal de erro nulo vem sendo utilizada de forma mais abrangente em reguladores de velocidade através do controle automático de geração (CAG) [2]. O CAG altera os sinais de referência dos reguladores de velocidade, objetivando a eliminação do erro de controle de área, o qual pondera os erros de frequência e de potência programada de intercâmbio entre áreas. Apesar do CAG ser bastante difundido em sistemas reais, a sua ação encontra-se limitada a apenas alguns dos geradores mais importantes. Os modos de controle acima citados devem ser destacados a fim de que a formulação utilizada pelo fluxo de potência seja devidamente contextualizada.

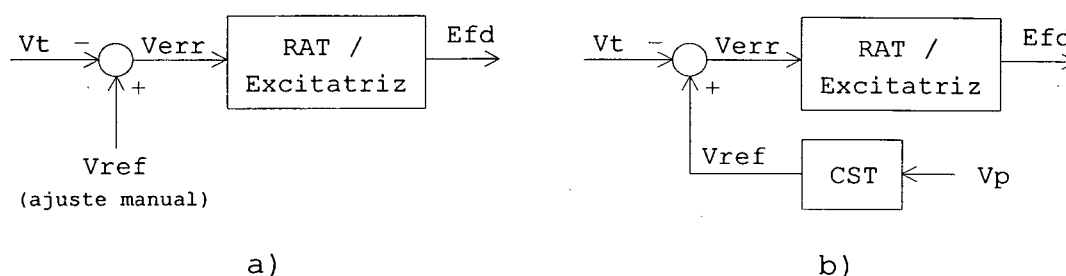


Figura 3-1: Sistemas de controle de excitação: a) convencional; b) com controle secundário de tensão (simplificado).

Caso não sejam adotadas considerações simplificadoras do problema do fluxo de potência, o equacionamento completo de  $J_{FP}$ , em que apenas um ângulo de tensão terminal de barra é considerado constante, permite a obtenção de infinitas soluções, muitas das quais inviáveis do ponto de vista operacional do sistema. As simplificações adotadas consideram, neste sentido, que algumas grandezas sejam mantidas constantes na análise do problema. Para as barras de geração, por exemplo, o módulo da tensão e a potência ativa gerada são consideradas constantes (conseqüentemente estas variáveis não são computadas no cálculo da matriz Jacobiana do fluxo de potência). Do ponto de vista de controle de tensão, este procedimento corresponde ao uso de controle secundário de tensão, apesar do uso restrito deste em sistemas reais. Em termos práticos, a manutenção destas grandezas com os valores estipulados exige um ajuste dos sinais de referência dos reguladores de tensão e de velocidade dos geradores, o qual pode ser efetuado através do operador do sistema. Assim, caso ocorra alguma alteração nas condições de operação do sistema, tal como nos valores de demanda das cargas, as ten-

sões e as potências ativas geradas não serão mantidas nos valores anteriores à referida variação, por menor que seja a alteração do sistema (a menos de uma intervenção do operador). Desta forma, como as variáveis que são consideradas constantes não são computadas na matriz Jacobiana do fluxo de potência, existe uma diferença nítida entre esta matriz e aquela oriunda da análise de bifurcações, de acordo com 3.1, em que todas as variáveis algébricas são incluídas.

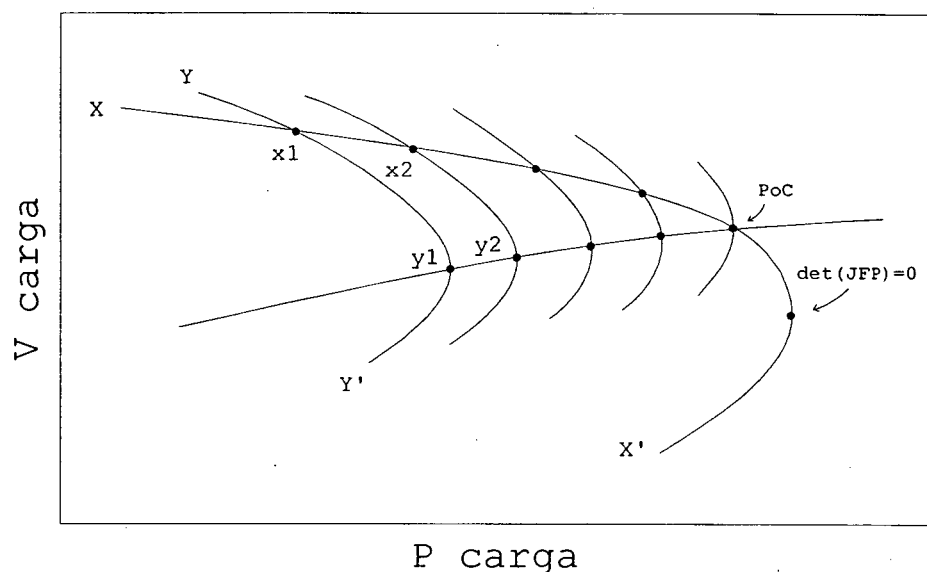


Figura 3-2: Diversas características P-V de operação de um sistema elétrico hipotético, considerando-se operações com (curva X-X') e sem (curvas Y-Y') ajustes nos sinais de referência.

A Figura 3-2 indica de forma qualitativa o que foi exposto acima. Nesta figura, a curva X-X' indica as soluções obtidas pelo fluxo de potência convencional na análise de um sistema hipotético. Assim, para cada ponto de operação em X-X' supõe-se que sejam efetuados os necessários ajustes a fim de que algumas grandezas sejam mantidas constantes, tais como a tensão terminal e a potência ativa despachada de geradores. Caso o sistema seja levado a operar no ponto 'x1', supondo que ocorra uma variação na demanda do sistema, este somente continuará operando sobre a característica X-X' se os sinais de referência do sistema forem devidamente ajustados. Com sinais de referência fixos a nova característica do sistema será a da curva Y-Y'. Para a curva Y-Y', o ponto 'y1' representa o ponto em que ocorre o colapso de tensão (bifurcação sela-nó). Deve-se perceber que caso os sinais de referência sejam devidamente ajustados, o aparente ponto de colapso corresponde àquele indicado pelo "nariz" da curva X-



$X'$ , dada a singularidade da matriz Jacobiana do fluxo de potência ( $\det(J_{FP}) = 0$ ). Entretanto, efetuando-se a análise através dos pontos de equilíbrio do sistema algébrico-diferencial, o ponto de colapso corresponde ao ponto 'PoC', anterior ao ponto em que ocorre a singularidade de  $J_{FP}$ . A justificativa para este fenômeno baseia-se no fato anteriormente citado, ou seja, de que na matriz Jacobiana do fluxo de potência algumas variáveis não são consideradas (por serem arbitradas como constantes), o que não acontece com a matriz Jacobiana do sistema 3.1, em que todas as variáveis são computadas.

O efeito dos ajustes manuais dos sinais de referência encontra-se indicado na Figura 3-3, a qual detalha a passagem entre as diversas curvas Y-Y' e a característica X-X' do sistema (considerada, neste caso, como única). Nesta figura, as linhas verticais (como a que encontra-se conectada ao ponto 'x2') indicam de forma simplificada o efeito dos ajustes manuais dos sinais do sistema.

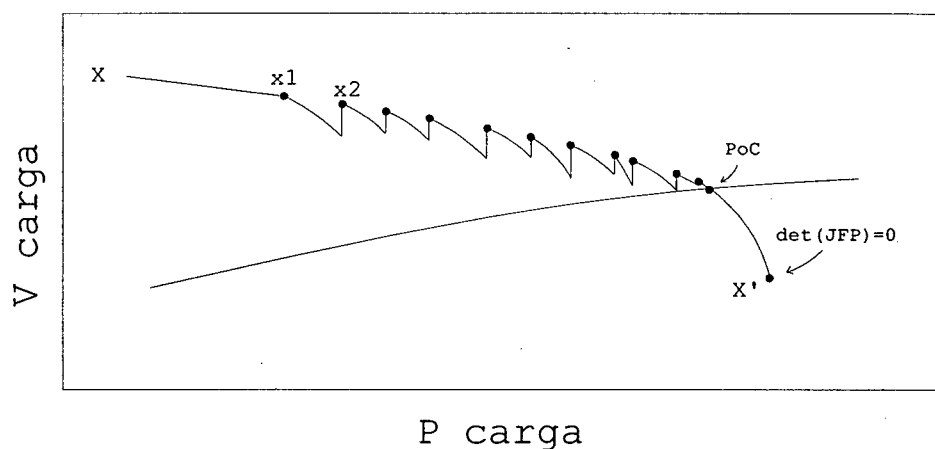


Figura 3-3: Detalhamento do efeito de ajuste manual dos sinais de referência na curva P-V de um sistema.

Os conceitos utilizados nesta seção podem ser melhor visualizados através da Figura 3-4, a qual indica alguns resultados numéricos obtidos para o sistema teste New England [54]. Este sistema é composto por 39 barras e 10 geradores. As cargas são representadas através do modelo estático com potência constante, sendo que o gerador 39 corresponde à barra de referência. O parâmetro de bifurcação  $\mu$  é utilizado para modelar variações de demanda de potência em todas as barras de carga, de acordo com  $P_c = P_{co}(1 + \mu)$  e  $Q_c = Q_{co}(1 + \mu)$ , onde  $P_{co}$  e  $Q_{co}$  correspondem aos valores iniciais das cargas. Com

o objetivo de se obter resultados mais interessantes, os limites originais de tensão de campo  $E_{fd}$  são reduzidos em 25%. Os pontos de equilíbrio contidos na Figura 3-4 foram obtidos a partir dos resultados do fluxo de potência convencional, ou seja, correspondem à metodologia de variação de valores de referência de RATs e RAVs. Este fluxo de potência possui a representação detalhada dos limites de potência reativa baseados na tensão de campo  $E_{fd}$  [22] [26].

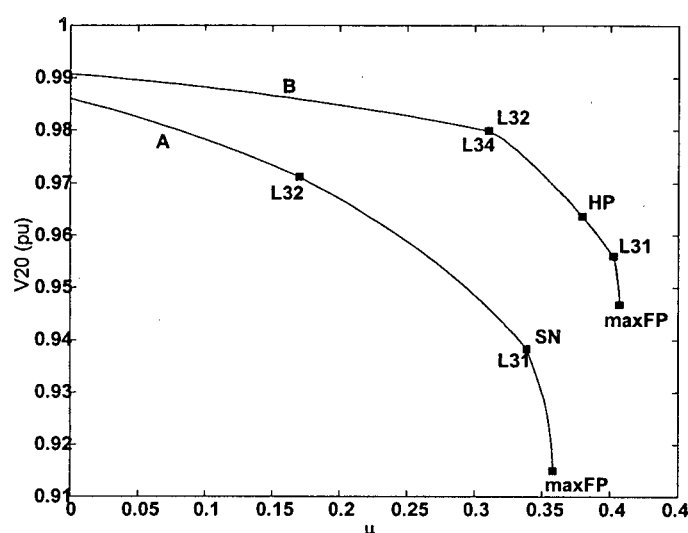


Figura 3-4: Curvas PV para o sistema teste New England.

A curva A da Figura 3-4 corresponde ao sistema com os dados propostos. Nesta simulação, o gerador 34 encontra-se limitado para o carregamento inicial ( $\mu = 0$ ), enquanto os geradores 32 e 31 alcançam os seus limites nos pontos L32 ( $\mu = 0.1695$ ) e L31 ( $\mu = 0.3372$ ), respectivamente. Nestes pontos ocorre a bifurcação induzida por limite com a transformação de um par complexo conjugado de autovalores em um autovalor real (de forma similar à bifurcação nó-foco). A instabilidade ocorre para  $\mu = 0.3382$  através da bifurcação sela-nó. Deve ser salientado que o máximo carregamento para o fluxo de potência convencional (ponto 'maxFP') ocorre para  $\mu = 0.3580$ , nitidamente após o sistema tornar-se instável.

A curva B corresponde à inclusão de compensação de potência reativa de 103.9, 103.1 e 73.3 MVar nas barras 31, 32 e 34, respectivamente. Esta compensação corresponde a 50% da potência reativa gerada nestas barras para o caso base ( $\mu = 0$ ). Com esta compensação, os geradores 34, 32 e 31 alcançam os seus limites em  $\mu = 0.3146$ ,

0.3075 e 0.4023, respectivamente (pontos L34, L32 e L31). Como no caso anterior, nestes pontos ocorrem bifurcações induzidas por limite. A instabilidade ocorre neste caso para  $\mu = 0.3793$ , através da bifurcação de Hopf (ponto 'HP') e não existe detecção da bifurcação sela-nó.

Os dois casos estudados e resumidos na Figura 3-4 demonstram os resultados típicos obtidos através de estudos que utilizam condições iniciais a partir do fluxo de potência convencional, o qual é o procedimento padrão em estudos de estabilidade dinâmica efetuados pela indústria do setor. Deve-se enfatizar que, em ambos casos, o ponto de máximo carregamento do sistema via fluxo de potência convencional (ponto 'maxFP') não corresponde à bifurcação sela-nó do sistema algébrico-diferencial que descreve o sistema.

Alguns dos aspectos levantados são comentados nos artigos [55] [56] [57] [58], além das discussões contidas em [15] e [28].

Deve-se salientar a coerência de alguns trabalhos, tais como [6] e [15], os quais apresentam os resultados de um sistema algébrico-diferencial em forma de curvas PV, evitando o uso do termo diagrama de bifurcação para estas.

### 3.2.2 A metodologia proposta

O presente trabalho propõe a identificação dos diagramas de bifurcações locais de um sistema algébrico-diferencial como 2.1-2.2, com a determinação dos pontos de equilíbrio diretamente a partir do sistema formado por  $0 = f(x, y, \mu, p)$  e  $0 = g(x, y, \mu, p)$  (Seção 2.4). Os pontos de equilíbrio obtidos com esta metodologia são coerentes com os modos de operação e de controle usualmente utilizados em sistemas elétricos reais, os quais consideram sinais de erro de reguladores de tensão e de velocidade não nulos em regime permanente.

A janela de tempo adotada para os modelos é a transitória, o que permite uma validação dos resultados obtidos com programas de análise de estabilidade transitória.

## 3.3 A modelagem realista de elementos dinâmicos

Um aspecto decisivo para a obtenção de resultados confiáveis na análise de sistemas elétricos reais refere-se aos modelos utilizados de elementos dinâmicos e seus respectivos

controladores. As simplificações adotadas em grande parte dos trabalhos que abordam o problema de bifurcações em sistemas elétricos podem trazer consigo resultados não realistas. O presente trabalho destaca como elementos fundamentais em uma simulação realista os limites e a compensação de corrente reativa encontrados em RATs, bem como a saturação de geradores. Dentre os limites associados a RATs, encontram-se os limites de tensão de campo  $E_{fd}$ , de sobreexcitação de campo (OEXL), de subexcitação de campo (UEL), de corrente de armadura e  $V/Hz$ .

A presente seção aborda de forma qualitativa o princípio de alguns elementos limitadores e compensação de corrente reativa encontrados em RATs, bem como as suas implicações no processo de determinação de diagramas de bifurcações locais em sistemas elétricos de potência. Em apêndice encontra-se uma descrição de todos os elementos dinâmicos implementados e utilizados no decorrer das simulações. Os modelos implementados baseiam-se na modelagem do sistema sul brasileiro reduzido, usualmente empregada em programas de estabilidade transitória. Os modelos de representação dos demais elementos, tais como geradores, encontram-se amplamente difundidos na literatura [1] [2] [59], razão pela qual não serão abordados por este trabalho.

### 3.3.1 Os limites no processo de linearização

A correta modelagem dos limites no processo de linearização de um sistema dinâmico é um elemento fundamental para a obtenção de resultados realistas na análise de bifurcações locais. Apresenta-se a seguir a definição de limite ativo, usada extensivamente no decorrer deste trabalho.

**Definição 5** (*Limite ativo*): *Um limite, interno ou externo, é ativo quando, em decorrência de uma alteração no parâmetro de bifurcação  $\mu$ , o comportamento do sistema conduz a variável limitada a permanecer no valor anterior à alteração de  $\mu$  no novo ponto de equilíbrio estabelecido.*

A inclusão de limites na abordagem de bifurcações locais apresenta dois importantes paradoxos.

O primeiro ponto a ser observado refere-se à diferenciabilidade das funções que descrevem os limites. Embora o alcance de limites não produza descontinuidades nos

diagramas de bifurcação (Seção 2.3), a diferenciabilidade das funções que descrevem os limites é questionável na região em torno do ponto onde estes tornam-se ativos.

O segundo paradoxo origina-se na aparente equivalência entre os limites interno e externo. O trabalho [21] prova que a região de atração dos pontos de equilíbrio é afetada pelo tipo de limitador envolvido, sendo que esta reduz-se com a utilização de limites internos. Por outro lado, demonstra-se a seguir que no processo de linearização de um sistema EAD ambos limitadores são equivalentes.

Ambos paradoxos são formalizados nas subseções a seguir.

### A modelagem de uma função limitadora genérica

A metodologia convencional de tratamento de limites baseia-se no "chaveamento" de equações. Nesta metodologia, quando um limite torna-se ativo, o sistema EAD que descreve um sistema elétrico é devidamente alterado através da eliminação das equações diferenciais associadas às eventuais variáveis limitadas [42]. O "chaveamento" de equações ocasiona uma descontinuidade na trajetória dos autovalores do sistema, fato diretamente associado às bifurcações nó-foco e induzida por limite (Seção 2.7.1). A decorrente descontinuidade na trajetória dos autovalores traz consigo um esforço adicional quando os mesmos são monitorados em estudos de estabilidade dinâmica, bem como uma descontinuidade em índices de estabilidade baseados na teoria de perturbações de sistemas lineares [60]. Com o objetivo de eliminar tais problemas, o trabalho [26] apresenta as formas de representação analítica de uma função limitadora baseadas no uso de séries de Fourier e de potências.

A Figura 3-5 apresenta uma função limitadora genérica  $\chi$ , tal que  $w = \chi(v)$ , onde  $v$  e  $w$  são as variáveis de entrada e saída da função, respectivamente, com a identificação dos limites máximo  $A$  e mínimo  $B$ . No processo de linearização do sistema EAD torna-se necessário quantificar o elemento diferencial de  $w$ , dado por

$$dw = \frac{\partial w}{\partial v} dv$$

em que a característica  $\partial w / \partial v$  assume um papel decisivo no desempenho dinâmico do sistema. Assim, na hipótese de que o limitador seja ativo ( $v \leq B$  ou  $v \geq A$ ), tem-se um desacoplamento entre as variáveis de entrada  $v$  e de saída  $w$ , levando a  $\partial w / \partial v = 0$

ou  $dw = 0$ . Caso o limitador não seja ativo ( $B < v < A$ ) existe uma dependência direta entre as variáveis de saída e de entrada, implicando em  $\partial w / \partial v = 1$  ou  $dw = dv$ .

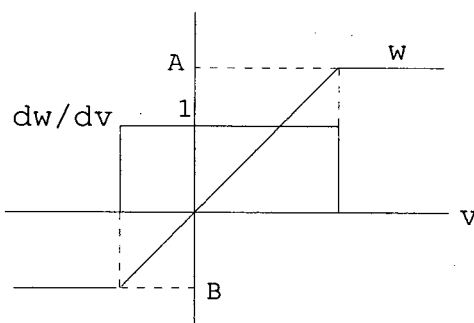


Figura 3-5: Relação entre as variáveis  $w$  e  $v$  para a função limitadora genérica  $w = \chi(v)$ .

Para a função limitadora genérica apresentada na Figura 3-5, observa-se que a sua característica  $\partial w / \partial v$  pode assumir os valores 0.0 ou 1.0, não havendo uma transição suave entre os mesmos. A transição instantânea entre estes valores ocasiona uma alteração brusca no desempenho dinâmico do sistema, conforme descrito anteriormente. As formas de representação analítica de uma função limitadora, apresentadas a seguir, propiciam uma transição suave entre os valores 0.0 e 1.0 da sua característica  $\partial w / \partial v$ .

**Decomposição por série de Fourier** A característica  $\partial w / \partial v$  pode ser considerada como uma parte de uma função periódica com período  $L$ , de acordo com a Figura 3-6.

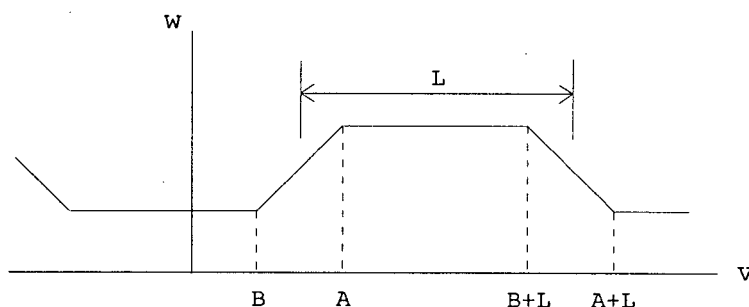


Figura 3-6: Função periódica que contém a função  $w = \chi(v)$ .

Por este procedimento, a função  $w = \chi(v)$  e sua derivada valem

$$w = \chi(v) = a_0 + \sum_{q=1}^{\infty} \left( a_q \cos \frac{q\pi v}{L} + b_q \sin \frac{q\pi v}{L} \right)$$

$$\frac{dw}{dv} = \frac{\pi}{L} \sum_{q=1}^{\infty} q \left( -a_q \sin \frac{q\pi v}{L} + b_q \cos \frac{q\pi v}{L} \right)$$

onde  $a_q$  e  $b_q$  são coeficientes da Série de Fourier.

Na modelagem de limites através de séries torna-se conveniente o uso de limites padrão  $A = 1.0$  e  $B = -1.0$ . Para limites diferentes de  $+1.0$  e  $-1.0$  uma correção pode ser efetuada através de deslocamento de eixos e uso de um fator de escala apropriado. A variável  $v$  adaptada para estes novos limites vale

$$v' = \left( v - \frac{A+B}{2} \right) \frac{2}{A-B} fc$$

onde  $fc$  é um fator de correção descrito a seguir.

Para os limites padrão e com um período  $L = 2.1$ , os coeficientes da série de Fourier são indicados na Tabela 3.1. A partir das propriedades da função periódica indicada obtêm-se apenas parâmetros ímpares não nulos.

$a_0$	0.0	$a_q$	0.0	$b_1$	0.8487181
$b_3$	-0.0921955	$b_5$	0.0316906	$b_7$	-0.0150423
$b_9$	0.008215	$b_{11}$	-0.0047842	$b_{13}$	0.0028369
$b_{15}$	-0.0016412	$b_{17}$	$8.6804679e - 4$	$b_{19}$	$-3.5138384e - 4$

Tabela 3.1: Coeficientes para a decomposição por série de Fourier.

Para os coeficientes indicados na Tabela 3.1 as funções  $w$  e  $\partial w/\partial v$  são plotadas na Figura 3-7. Deve-se observar que a função  $\partial w/\partial v$  possui valor nulo em  $v_a = 1.050$  e a função  $w$  alcança o valor unitário em  $v_b = 1.018156$ . Assim, a função  $\partial w/\partial v$  pode ser facilmente determinada através da troca do valor de  $v$  por  $v.fc$ , onde  $fc = v_a/v_b$  é o fator de correção igual a 1.031276.

**Decomposição por série de potências** Esta formulação considera que  $w$  e sua derivada sejam representadas por

$$w = \chi(v) = \sum_{q=0}^{\infty} b_q v^q$$

$$\frac{dw}{dv} = \sum_{q=1}^{\infty} q b_q v^{q-1}$$

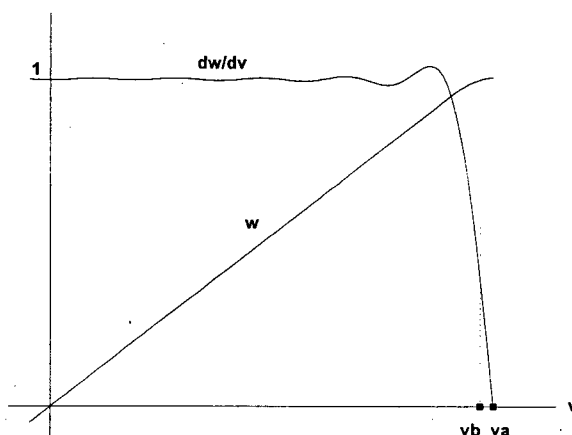


Figura 3-7: Função periódica resultante  $w = \chi(v)$  e sua derivada, obtidas com a decomposição por série de Fourier.

Os melhores resultados obtidos baseiam-se nos coeficientes indicados na Tabela 3.2, válidos para limites padrão  $+1.0$  e  $-1.0$ . Os desempenhos da função  $w$  e de sua derivada são indicados na Figura 3-8. A função  $\partial w/\partial v$  possui valor nulo em  $v_a = 1.060813$  e  $w$  alcança o valor unitário em  $v_b = 0.999938$ . Para estes valores o fator de correção  $fc$  vale  $1.060879$ . Com valores dos limites diferentes de  $-1.0$  e  $+1.0$  torna-se necessário o uso de deslocamento de eixos de forma similar ao indicado na decomposição por série de Fourier.

$b_1$	0.9998771	$b_3$	0.0058884	$b_5$	-0.1093301
$b_7$	0.8920822	$b_9$	-3.7799816	$b_{11}$	8.9175949
$b_{13}$	-11.764183	$b_{15}$	8.0884857	$b_{17}$	-2.2503772

Tabela 3.2: Coeficientes para a decomposição por série de potências.

**Tangente hiperbólica** O uso da função tangente hiperbólica para a modelagem de limites é justificado pela sua simplicidade [61]. Com a utilização de deslocamento de eixos e um fator de escala apropriado, as expressões para as funções  $w$  e  $\partial w/\partial v$  são dadas por

$$w = \chi(v) = \frac{A+B}{2} + \frac{A-B}{2} \tanh \left[ \frac{2}{A-B} \left( v - \frac{A+B}{2} \right) \right]$$



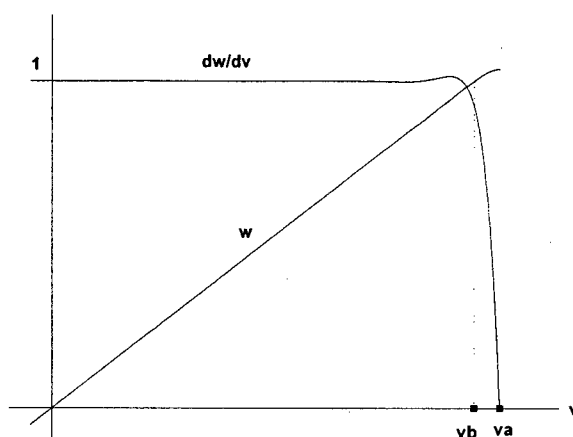


Figura 3-8: Função periódica resultante  $w = \chi(v)$  e sua derivada, obtidas com a decomposição por série de potências.

$$\frac{dw}{dv} = \operatorname{sech}^2 \left[ \frac{2}{A-B} \left( v - \frac{A+B}{2} \right) \right]$$

e são indicadas na Figura 3-9. Através desta figura pode-se observar a difícil tarefa de representação das funções idealizadas (Figura 3-5) através do uso da tangente hiperbólica. Esta forma de representação conduz a resultados não realistas [26].

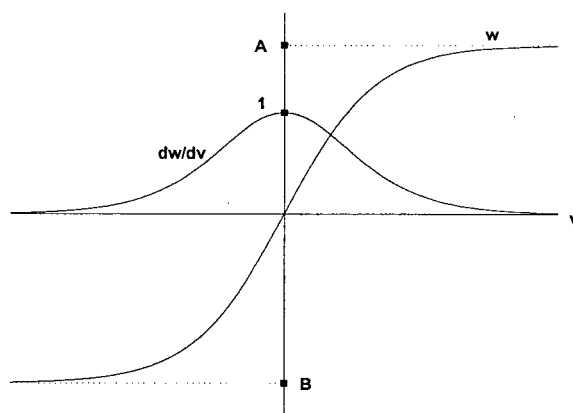


Figura 3-9: Característica de  $w$  e  $w = \chi(v)$  através de uma função hiperbólica.

**Metodologia alternativa** As formas de representação analítica dos limites propiciam uma transição suave entre os valores 0.0 e 1.0, relativamente ao termo  $\partial w / \partial v$ . O presente trabalho apresenta uma metodologia alternativa para o tratamento de limites, em que o equacionamento original permanece inalterado na ocorrência de limites, com

a representação da derivada da função limitadora  $w = \chi(v)$  através de seus valores idealizados 0.0 e 1.0. Assim, para um limite ativo tem-se  $dw = 0.0$ . Em caso contrário, vale a relação  $dw = dv$ . Esta metodologia, ao mesmo tempo em que permite a manutenção da ordem  $n$  das variáveis diferenciais envolvidas no sistema EAD, modela de forma eficiente o comportamento dinâmico das variáveis em questão.

### Os limites internos e externos

Esta subseção objetiva verificar o comportamento das equações que descrevem os limitadores internos e externos no processo de linearização.

**Limite externo** Conforme indicado na Seção 2.3, a equação diferencial que descreve a variável de estado na presença do limite externo é dada por

$$\frac{dv}{dt} = \vartheta(u, v)$$

sendo que a função limitadora é descrita por

$$w = \begin{cases} v_{min} & \text{se } v \leq v_{min} \\ v & \text{se } v_{min} < v < v_{max} \\ v_{max} & \text{se } v \geq v_{max} \end{cases}$$

Baseado na Figura 2-1a), o limite externo não atua diretamente sobre a variável de estado  $v$ . Apesar de não ocorrer alteração na ordem  $n$  do sistema quando um limite externo é alcançado, pode-se relacionar as variáveis de entrada  $v$  e de saída  $w$  da função limitadora externa através de  $w = \chi(v)$ , como definido para a função limitadora genérica (Seção 3.3.1). Considerando-se que a conexão da variável de estado  $v$  com o sistema seja efetuada através da variável dependente  $w$ , o elemento diferencial  $dw = \frac{\partial w}{\partial v} dv$  assume um papel importante no processo de linearização. Assim, para um limite externo ativo tem-se  $dw = 0.0$ , o que ocasiona um desacoplamento entre a variável de estado  $v$  e a dinâmica remanescente do sistema.

Apesar da variável de estado não encontrar-se limitada quando o limitador externo é ativo, a eliminação da sua respectiva equação dinâmica é facultativa, considerando-se o referido desacoplamento entre as dinâmicas. No entanto, a aplicação de uma das

metodologias indicadas na Seção 3.3.1 para a representação de limites é direta e simula com propriedade a característica de manutenção da ordem  $n$  do sistema, com o devido desacoplamento entre as dinâmicas.

**Limite interno** A Figura 2-1b) representa um limite interno aplicado a um bloco de controle. A variável de estado  $v$  sairá de uma eventual limitação apenas quando ocorrer troca no sinal de entrada  $u$ , de acordo com

$$\frac{dv}{dt} = \begin{cases} \vartheta(u, v) & , \begin{cases} \text{se } v = v_{min} \text{ e } \vartheta > 0, \text{ ou} \\ \text{se } v_{min} < v < v_{max}, \text{ ou} \\ \text{se } v = v_{max} \text{ e } \vartheta < 0 \end{cases} \\ 0 & , \begin{cases} \text{se } v = v_{min} \text{ e } \vartheta < 0, \text{ ou} \\ \text{se } v = v_{max} \text{ e } \vartheta > 0 \end{cases} \end{cases}$$

Considerando-se que o limite interno esteja ativo, a variável de estado associada ao mesmo estará em um dos seus valores limite,  $v_{min}$  ou  $v_{max}$ , mantendo-se limitada apesar dos incrementos efetuados no parâmetro de bifurcação  $\mu$  do sistema. Apesar das não-linearidades presentes em sistemas elétricos de potência, inúmeras simulações conduzem à idéia de que, mantendo-se a evolução do parâmetro de bifurcação  $\mu$  (em geral, a demanda da carga em uma ou mais barras do sistema), não existe a possibilidade de um limite passar por períodos alternados de ativação e desativação. A dinâmica da variável de estado limitada deixa de existir, o que implica em alteração na ordem do sistema analisado. A alteração na ordem  $n$  do sistema pode ser simulada através do chaveamento de equações, em que a dinâmica da variável de estado limitada é excluída do sistema EAD. Por outro lado, a representação do limite interno através de um limite externo, como indicado na Seção 3.3.1, produz o mesmo efeito na dinâmica resultante. Neste caso, apesar da manutenção da ordem do sistema, não existe a influência da dinâmica da variável limitada (neste caso, mantida no equacionamento) no restante do sistema devido ao desacoplamento destas dinâmicas.

Através do exposto, prova-se que os limitadores externo e interno são equivalentes na análise modal, apesar de influenciarem de maneira distinta o comportamento do sistema quando grandes perturbações são verificadas [21].

### 3.3.2 A modelagem de RATs

A Figura 3-10 apresenta a estrutura básica de um RAT. Esta estrutura prevê os limites de tensão de campo  $E_{fd}$ , inerentes a um regulador de tensão [62], e a possibilidade de conexão do RAT a outros elementos controladores, tais como limitador de sobreexcitação de campo (OEXL), limitador de subexcitação de campo (UEL), limitador de corrente de armadura  $I_a$  e compensador de corrente reativa, reunidos no sinal de entrada  $V_{outros}$ . As características de atuação destes limitadores formam a conhecida curva de capacidade de um gerador [2]. Muito embora existam diversas configurações destes controladores, as seções a seguir apresentam modelos simplificados, mas representativos do desempenho real dos mesmos.

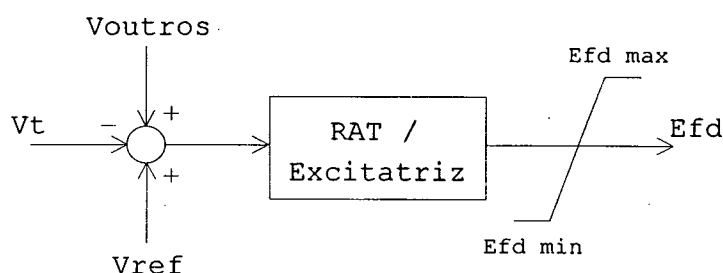


Figura 3-10: RAT com entrada de sinais de controle e limites de tensão de campo  $E_{fd}$ .

#### Limite de tensão de campo $E_{fd}$

Em geral, a limitação da tensão de campo dá-se através de um limitador externo, sendo que existem duas configurações típicas para o mesmo: limites fixos e limites dependentes da tensão.

**Limites fixos ( $L_{min}$ ,  $L_{max}$ )** Esta configuração encontra-se indicada na Figura 3-11, a qual indica a tensão hipotética  $V_x$  aplicada como entrada ao limitador externo, oriunda do trecho final do diagrama de blocos do RAT. O elemento diferencial da tensão de campo  $E_{fd}$ , útil no processo de obtenção da matriz Jacobiana do sistema vale

$$\Delta E_{fd} = \frac{\partial E_{fd}}{\partial V_x} \Delta V_x$$

onde o termo  $\frac{\partial E_{fd}}{\partial V_x}$  pode ser determinado através de um dos processos indicados na Seção 3.3.1. A modelagem de  $\Delta V_x$  deve ser efetuada de acordo com a dinâmica do RAT.

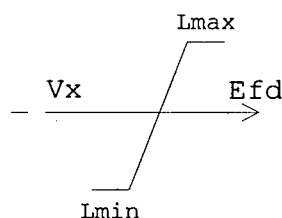


Figura 3-11: Limitador de tensão de campo com limites fixos.

**Limites dependentes da tensão terminal ( $L_{min} * V_t$ ,  $L_{max} * V_t$ )** A Figura 3-12a) indica os limites como função da tensão terminal  $V_t$ . Esta configuração original pode ser adaptada para a Figura 3-12b), própria para a identificação do elemento diferencial de  $E_{fd}$ . Considerando-se que  $E_{fd} = V_z * V_t$  e  $V_z = \chi(V_y)$ , tem-se

$$\Delta E_{fd} = V_z \Delta V_t + \frac{\partial V_z}{\partial V_y} V_t \Delta V_y$$

de onde se percebe que o termo  $V_z \Delta V_t$  não depende do efeito de limitação, sendo inexistente no caso com limites fixos. Esta diferença pode trazer consigo resultados distintos, caso seja efetuada um comparação de desempenho entre estas configurações de limites.

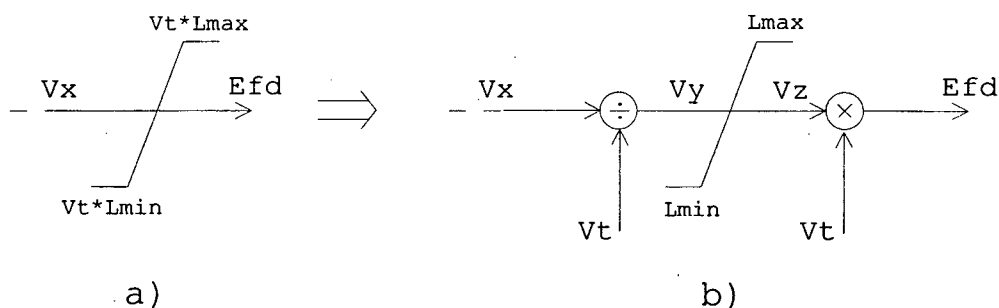


Figura 3-12: Limitador de tensão de campo com limites dependentes de  $V_t$ .

Apesar dos limites de tensão de campo serem os mais utilizados na modelagem da limitação de RATs, tanto em simulações dinâmicas como na análise de bifurcações, em

termos reais este tipo de limitador não representa adequadamente o efeito de limitação de RATs em sistemas sujeitos a pequenas perturbações. Em modelos reais, a limitação de  $E_{fd}$  encontra-se associada a grandes perturbações das variáveis envolvidas, ocorrendo apenas em um período transitório de tempo. Para a análise de pequenas perturbações em torno de um ponto de operação, as limitações possíveis de um RAT são devidas aos limitadores de corrente de campo (OEXL e UEL), indicados a seguir. Apesar desta distinção, deve-se salientar que, caso os limites de  $E_{fd}$  sejam devidamente adaptados com o objetivo de criar limitações equivalentes às dos limitadores de corrente de campo, os pontos de equilíbrio resultantes podem ser equivalentes. No entanto, mesmo que os pontos de equilíbrio sejam similares, nada pode ser afirmado a respeito do comportamento dinâmico do sistema em torno destes pontos, o que compromete os diagramas de bifurcação obtidos por este procedimento.

### Limite de sobreexcitação de campo (OEXL)

O limitador de sobreexcitação de campo objetiva proteger o gerador de sobreaquecimento devido a prolongadas sobrecorrentes de campo, sendo o elemento automático de limitação com atuação mais freqüente em sistemas reais, especialmente em condições operativas baseadas em pequenas variações nas grandezas envolvidas [63]. Este limitador é projetado de modo que o seu sinal de saída  $V_{oexl}$  atue no sentido de redução na tensão de campo  $E_{fd}$  e, por conseqüência, na potência reativa gerada e na própria corrente de campo  $I_{fd}$  controlada.

A Figura 3-13 apresenta um modelo típico de OEXL [2]. O projeto deste prevê uma atuação instantânea quando a corrente de campo atinge o valor de  $I_{fdLM1}$ , cujo valor típico é de 1.6 vezes a corrente de campo  $I_{fd}$  a plena carga. O valor reduzido de  $I_{fdLM2}$ , em torno de 5% superior a  $I_{fd}$  a plena carga, em conjunto com uma função rampa, possibilita uma ação de limitação com tempo de atraso dependente do nível de corrente de campo.

Quando  $I_{fd}$  excede o valor de  $I_{fdLM1}$ , o sinal de controle como entrada do ganho  $K_3$  atua no sentido de redução instantânea da excitação. Quando  $I_{fd}$  é inferior a  $I_{fdLM1}$ , a ação de limitação ocorre através do elemento integrador. Assim, a diferença  $I_{fdLM2} - I_{fd}$  e o valor de ganho  $K_2$  determinam o tempo de atraso. Assim que a corrente de campo alcança o ajuste  $I_{fdLM2}$  a chave  $CH$  é deslocada para a posição

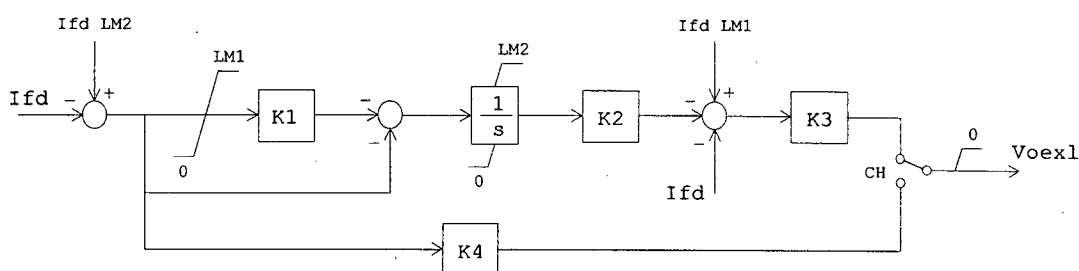


Figura 3-13: Diagrama completo de OEXL.

inferior. Este procedimento garante que a corrente de campo, na situação de um segundo distúrbio, não exceda o valor  $I_{fdLM2}$  por um período mínimo, assegurando o resfriamento da máquina. Quando a corrente é inferior a  $I_{fdLM2}$ , o sinal oriundo de  $K_1$  auxilia a reduzir rapidamente a saída do integrador a zero.

Embora existam diversas configurações possíveis para um OEXL, o diagrama indicado na Figura 3-13 apresenta as funções básicas que podem ser incorporadas neste limitador. Algumas destas funções, no entanto, são próprias para a análise transitória, podendo ser desconsideradas em uma análise a pequenas perturbações. Neste sentido, a modelagem das funções de atuação instantânea (provida quando  $I_{fd} > I_{fdLM1}$ ) e de atuação da chave  $CH$  é questionável no processo de obtenção de diagramas de bifurcação. Assim, o elemento básico a ser modelado na análise a pequenas perturbações é a ação de limitação com tempo de atraso dependente do nível de corrente de campo.

A limitação com tempo de atraso pode ser visualizada através da Figura 3-14, a qual indica o comportamento real da corrente de campo de um dos geradores do sistema real utilizado nas simulações do Capítulo 4. O transitório indicado, decorrente de um acréscimo de 2% no valor de demanda da carga em três barras, possui duas regiões distintas. A primeira refere-se ao tempo de acomodação do sistema em face ao distúrbio indicado e compreende aproximadamente 50 segundos. A segunda região inicia 70 segundos após o incremento de carga e envolve a atuação do OEXL. Deve-se destacar que o tempo de início da atuação do OEXL será tanto maior quanto menor for a perturbação do sistema.

A inclusão da característica do tempo de atraso do OEXL no processo de linearização do sistema, no entanto, é uma tarefa difícil, razão pela qual derivou-se o modelo simplificado da Figura 3-15. Neste, o tempo de atraso característico de um OEXL real

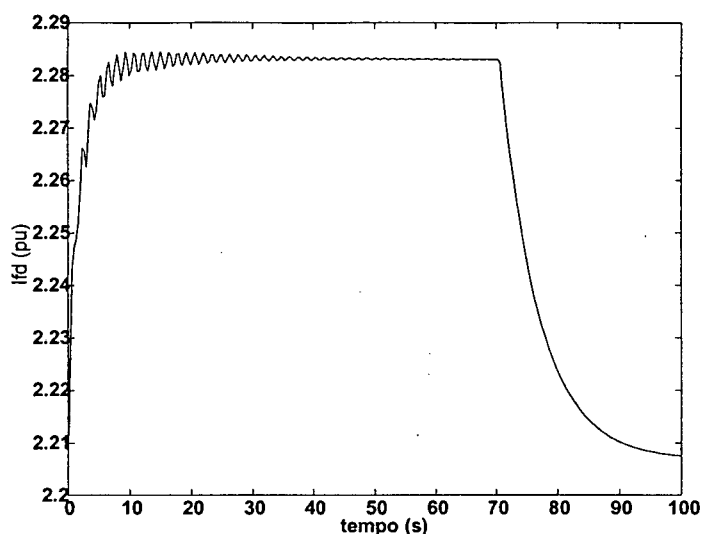


Figura 3-14: Efeito do OEXL na corrente de campo  $I_{fd}$ .

pode ser relativamente bem modelado através da escolha adequada da constante de tempo  $T$ .

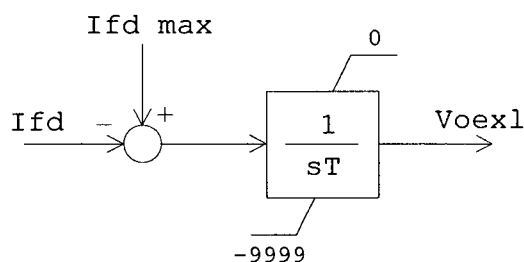


Figura 3-15: Limitador de sobreexcitação de campo.

Considerando-se a aplicação do sinal  $I_{fd\ max} - I_{fd}$  sobre o integrador, o OEXL atua no sentido de eliminar este sinal. Assim, em regime permanente tem-se um limitador ativo com  $I_{fd} = I_{fd\ max}$  e um sinal não nulo para  $V_{oexl}$ . Em se tratando de um limitador ativo, para pequenas perturbações nas variáveis envolvidas tem-se a devida alteração em  $V_{oexl}$ , necessária para a manutenção de  $I_{fd} = I_{fd\ max}$  em cada ponto de operação.

Para o modelo da Figura 3-15, com um OEXL ativo tem-se

$$\dot{V}_{oexl} = \frac{1}{T} (I_{fd\ max} - I_{fd})$$



cuja linearização conduz a

$$\Delta \dot{V}_{oexl} = -\frac{1}{T} \Delta I_{fd}$$

onde o termo  $\Delta I_{fd}$  deve ser computado de acordo com o modelo de gerador associado ao RAT.

Para a situação de limitador não-ativo ( $I_{fd} < I_{fd \max}$ ) tem-se a atuação do limitador interno sobre a variável de estado  $V_{oexl}$ . A eliminação da dinâmica deste sinal pode ser modelada através do chaveamento de equações. No entanto, este procedimento pode ser inconveniente em algumas análises numéricas, conforme indicado na Seção 3.3.1. A substituição do limitador interno por um externo evita o chaveamento de equações, uma vez que a dinâmica da variável  $V_{oexl}$  é mantida no equacionamento. Por outro lado, o integrador com dinâmica isolada do restante do sistema ocasiona um autovalor nulo, dada a localização de um pólo na origem do plano  $s$ . Uma solução possível para este problema refere-se à alteração do modelo dinâmico do OEXL, quando este não se encontra ativo, para um modelo de primeira ordem dado por  $K/(1 + sT)$ . Apesar de ocorrer uma alteração súbita no autovalor associado ao OEXL, não existe a alteração da ordem do sistema estudado.

Um ponto importante a ser destacado refere-se a uma eventual comparação de desempenho entre os limitadores de tensão de campo  $E_{fd}$  e OEXL. Enquanto que a limitação de  $E_{fd}$  ocorre através de um limite rígido, o que elimina a dinâmica do RAT, a ação limitadora de um OEXL ocorre através da atuação de uma dinâmica própria, o que não elimina a dinâmica do respectivo RAT. A decorrente diferença no comportamento dinâmico do sistema frente a estes dois modos de limitação não pode ser desconsiderada.

### Limite de subexcitação de campo (UEL)

Um limitador de subexcitação de campo é projetado de modo a prevenir problemas relacionados a sobreaquecimento do núcleo do estator e de instabilidade a pequenas perturbações [64] [2]. Em geral, o UEL possui como entradas os sinais oriundos da tensão terminal  $V_t$  e das potências ativa  $P_e$  e reativa  $Q_e$  fornecidas pelo gerador, conforme a Figura 3-16. O sinal oriundo da ponderação efetuada sobre estes sinais através dos ganhos  $K_1$ ,  $K_2$  e  $K_3$  serve como alimentação do integrador. Caso a potência reativa

seja inferior a um valor pré-estabelecido, o sinal de entrada do integrador é positivo, ocasionando a ação do UEL através de  $V_{uel}$ , na junção de soma na entrada do RAT. Para esta situação, o sinal positivo de  $V_{uel}$  produz um acréscimo na tensão de campo do gerador, permitindo um acréscimo em sua potência reativa fornecida. Caso  $Q_e$  seja superior ao valor mínimo de projeto da máquina, o sinal negativo de entrada do integrador conduz  $V_{uel}$  ao valor nulo, eliminando a ação do UEL.

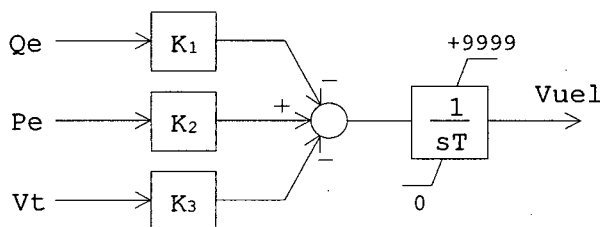


Figura 3-16: Limitador de subcorrente de campo.

Para um UEL ativo, em que  $V_{uel}$  é não nulo, as equações que descrevem este modelo valem

$$\dot{V}_{uel} = \frac{1}{T} (K_1 P_e - K_2 Q_e - K_3 V_t)$$

$$\Delta \dot{V}_{uel} = \frac{1}{T} (K_1 \Delta P_e - K_2 \Delta Q_e - K_3 \Delta V_t)$$

onde os termos  $\Delta P_e$  e  $\Delta Q_e$  dependem do modelo utilizado para o respectivo gerador.

As considerações efetuadas para o modelo de OEXL, relativamente ao problema oriundo do chaveamento de equações quando este encontra-se não-ativo, são igualmente válidas para este modelo de UEL.

Apesar do UEL ser encontrado em sistemas reais, a sua atuação encontra-se relacionada a condições especiais de operação [65]. Estas condições englobam usualmente níveis reduzidos de carregamento do sistema, fato que dificilmente poderá conduzir o sistema a experimentar problemas de instabilidade.

### Limite volt/hertz (V/Hz)

O limitador V/Hz objetiva proteger o gerador e seu transformador elevador de danos relacionados a um excessivo campo magnético originado de uma baixa frequência e/ou sobretensão. A Figura 3-17 apresenta uma configuração típica de limitador V/Hz.

O ajuste  $V_{zlm}$  normalmente possui um valor de 1.07 a 1.09 pu [2]. A excitação do gerador é reduzida através de  $V_z$  até que a relação  $V_t/f$  seja inferior a  $V_{zlm}$ .

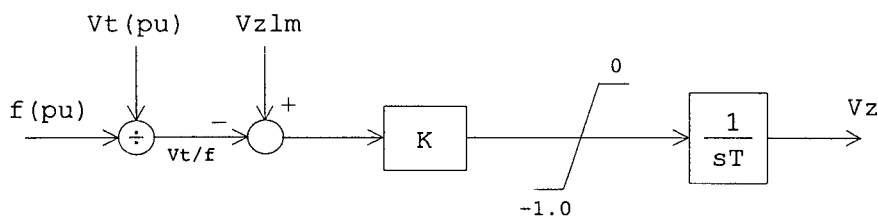


Figura 3-17: Limitador volt/hertz (V/Hz).

O limitador V/Hz encontra-se ativo quando  $V_t/f = V_{zlm}$ , situação em que o seu modelo é expresso por

$$\dot{V}_z = \frac{K}{T} \left( V_{zlm} - \frac{V_t}{f} \right)$$

cuja linearização vale

$$\Delta \dot{V}_z = \frac{K}{T \cdot f^2} (V_t \Delta f - f \Delta V_t)$$

As condições para o limitador V/Hz não-ativo são as mesmas dos limitadores indicados anteriormente, dada a presença do integrador. De forma similar ao UEL, a atuação deste limitador na análise a pequenas perturbações ocorre apenas em algumas situações específicas.

### Limite de corrente de armadura $I_a$ (ARML)

Um aspecto importante relacionado com a proteção de um gerador refere-se ao seu limite térmico de armadura, o qual depende diretamente do módulo da corrente de armadura  $I_a$ . Em geral, o esquema de proteção prevê o desligamento automático da unidade geradora caso o tempo de sobrecorrente ultrapasse um valor predeterminado. Antes do desligamento automático, no entanto, a operação anormal é indicada por um alarme, possibilitando uma redução na potência reativa gerada através de um ajuste no sinal de referência  $V_{ref}$  do RAT. Usualmente este procedimento é manual, com ocorrência não rara em sistemas reais. Apesar desta condição operativa ser caracterizada por uma dinâmica imprevisível, o diagrama indicado na Figura 3-18 é capaz de representar qualitativamente o efeito de ajuste do sinal  $V_{ref}$ . O sinal  $V_{arml}$  oriundo do

modelo proposto equivale ao sinal diferencial imposto pelo operador por ocasião do ajuste efetuado.

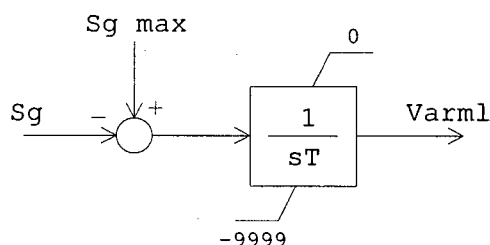


Figura 3-18: Limitador de armadura.

Para o limitador ativo tem-se

$$\dot{V}_{arm1} = \frac{1}{T} (S_{g \max} - S_g)$$

e

$$\Delta \dot{V}_{arm1} = -\frac{1}{T} \Delta S_g$$

onde o termo  $\Delta S_g$  deve ser computado de acordo com o modelo de gerador utilizado.

### Compensação de corrente reativa

O compensador de corrente reativa objetiva compensar uma eventual queda na tensão terminal do gerador a partir de acréscimos na potência reativa gerada por este. O diagrama indicado na Figura 3-19 representa uma das possibilidades reais deste compensador, onde a entrada  $Q_{e0}$  refere-se à potência reativa gerada em um ponto de operação específico.

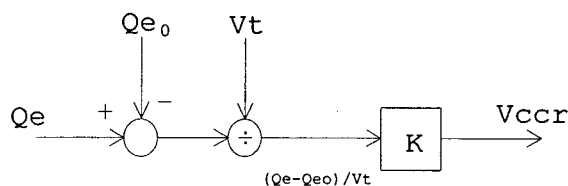


Figura 3-19: Compensador de corrente reativa.

Este compensador é modelado por

$$V_{ccr} = \frac{K}{V_t} (Q_e - Q_{e0})$$

e

$$\Delta V_{ccr} = \frac{K}{V_t^2} (V_t \Delta Q_e - (Q_e - Q_{e0}) \Delta V_t)$$

Considerando-se a inexistência de realimentação, este compensador apresenta um comportamento semelhante ao do controle secundário de tensão (Seção 3.2.1), diferindo deste por não permitir um erro nulo para a tensão terminal em regime permanente.

### 3.4 Aspectos da implementação computacional

Esta seção apresenta as características mais importantes relacionadas à implementação computacional da metodologia apresentada por este trabalho.

#### 3.4.1 O modelo dinâmico utilizado

O modelo dinâmico implementado utiliza a formulação por injeção de potências, conforme Seção 2.2. O modelo originalmente proposto em [15] é adaptado, excluindo-se as variáveis de conexão  $I_{d_i}$  e  $I_{q_i}$ , através de adaptação das equações diferenciais dos geradores e motores de indução. As variáveis  $P_i$  e  $Q_i$  são mantidas na formulação, com o objetivo de obter-se a representação explícita da matriz Jacobiana do fluxo de potência convencional. Apesar de não propiciar uma maior redução no número de variáveis envolvidas, este procedimento propicia uma eventual análise de comparação de desempenho entre as metodologias estáticas e dinâmicas em estudos de estabilidade de tensão.

A janela de tempo adotada para os modelos é a transitória. Esta modelagem permite a validação dos resultados com os programas computacionais de análise transitória, desde que haja uma compatibilidade entre os modelos representados. A validação dos resultados compreende os pontos de equilíbrio obtidos a partir de variações no parâmetro de bifurcação, além do comportamento dinâmico qualitativo do sistema frente a pequenas perturbações no sistema.

Considerando-se os aspectos genéricos do modelo adotado por este trabalho, o programa computacional desenvolvido é capaz de identificar, dentro da janela de tempo transitória, tanto os problemas de instabilidade angular como os de tensão.

### 3.4.2 Implementação computacional

Foi utilizada como base computacional o programa desenvolvido em [66]. Este programa encontra-se escrito em linguagem orientada a objeto (C++), sendo alterado para permitir a inclusão de novas funções necessárias ao presente trabalho.

A rotina responsável pela obtenção dos pontos de equilíbrio baseia-se no método de Newton-Raphson. Este método encontra-se bastante difundido na literatura, sendo de fácil implementação computacional. Com a inclusão de limites, no entanto, alguns procedimentos devem ser tomados no que se refere à melhoria das condições de convergência do método. Considerando-se a substituição de limitadores internos por externos (Seção 3.3.1), tem-se:

- Cálculo de resíduos: para as equações relativas a variáveis limitadas assume-se um resíduo nulo. Em caso contrário, o resíduo é determinado a partir da equação dinâmica que descreve a variável.
- Instabilidade numérica: a ação de limitadores pode conduzir a uma instabilidade numérica no processo de convergência de um ponto de equilíbrio. Uma solução para este problema é a manutenção do diferencial da função limitadora  $w = \chi(v)$  com valor nulo ( $dw = 0$ , Seção 3.3.1) por um número fixo de iterações após a função ter passado do estado ativo para o não-ativo. Esta instabilidade ocorre com relativa frequência quando OEXLs são envolvidos, sendo praticamente inexistente para a modelagem de ARMLs.
- Fator de amortecimento: o uso de um adequado fator de amortecimento, utilizado no processo de atualização das variáveis do sistema, torna-se fundamental no processo de convergência de um ponto de equilíbrio. Para sistemas de ordem reduzida aconselha-se o uso de um fator de amortecimento em torno de 1.0; para sistemas de ordem elevada pode-se ter  $0.8 \sim 1.0$  para carregamentos iniciais e distantes do ponto de sela-nó,  $0.6 \sim 0.7$  para pontos próximos do sela-nó e

0.4 ~ 0.5 para pontos em que alguns limitadores (tais como OEXL) encontram-se no limiar de sua atuação.

- Passo do parâmetro de bifurcação  $\mu$ : no processo de determinação dos pontos de equilíbrio de diagramas de bifurcação os melhores resultados obtidos referem-se ao uso do equilíbrio anterior como condição inicial. Assim, quanto menor for o passo utilizado no processo de evolução do parâmetro de bifurcação, maior será a facilidade de obtenção do ponto de equilíbrio desejado.

A inversão da matriz jacobiana do sistema baseia-se na decomposição LU desta matriz. Por sua vez, a obtenção da matriz de estados  $A$ , útil à determinação dos autovalores do sistema, utiliza-se da redução da matriz Jacobiana do sistema através da eliminação gaussiana [59] [67]. A determinação dos autovalores é efetuada através das conhecidas rotinas EISPACK, devidamente adaptadas para a linguagem C.

### 3.4.3 Esforço computacional

Tendo em vista o uso da decomposição LU da matriz jacobiana, o esforço computacional relativo a cada iteração do processo de convergência é proporcional a  $\frac{2}{3}n^3$ , onde  $n$  é a ordem do sistema a ser resolvido. Considerando-se que a metodologia usual de determinação de pontos de equilíbrio baseia-se no fluxo de potência convencional, torna-se necessário efetuar uma comparação do esforço computacional exigido por esta metodologia e a proposta pelo presente trabalho. Assim, o tempo computacional exigido na aplicação deste método a um sistema ADE é maior do que no sistema de equações representado no fluxo de potência convencional. Apesar do exposto e, de não contar com técnicas especiais de programação, visando reduzir o tempo computacional exigido, o processo de determinação dos diagramas de bifurcação através do sistema ADE demonstrou ser aceitável, com um tempo de CPU relativamente baixo, conforme os dados apresentados no Capítulo 4.

A redução do esforço computacional poderá ser contemplada em futuros trabalhos com a adoção de medidas como a exclusão dos elementos ESP no processo de identificação dos pontos de equilíbrio, uma vez que os seus sinais de saída são nulos em regime permanente, e a eliminação das variáveis  $P$  e  $Q$  da matriz Jacobiana do sistema.

### 3.5 Conclusões

Este capítulo apresentou inicialmente a metodologia de determinação dos diagramas de bifurcação diretamente a partir do sistema EAD que descreve um SEP. A metodologia proposta efetua a determinação dos pontos de equilíbrio do sistema, considerando que as variáveis de controle (valores de referência dos RATs e outros controladores) sejam mantidas constantes ao longo de toda a análise efetuada.

Dada a importância do efeito de limites no desempenho dinâmico de um sistema, foi apresentada a representação de uma função limitadora genérica através da decomposição por série de Fourier, série de potência, tangente hiperbólica e metodologia alternativa. Dentro do processo de linearização, por sua vez, demonstrou-se que os limites interno e externo são equivalentes, uma vez que ambos interrompem a conexão da dinâmica das variáveis associadas aos limites com a dinâmica do restante do sistema. Quanto aos elementos limitadores, o trabalho destacou os limites de tensão de campo  $E_{fd}$ , de sobreexcitação de campo (OEXL), de subexcitação de campo (UEL), V/Hz e de corrente de armadura  $I_a$ . Além destes elementos, foram discutidos aspectos relativos ao compensador de corrente reativa.

Também foram apresentados alguns aspectos da implementação computacional da modelagem utilizada, bem como algumas características do esforço computacional exigido por esta.



# Capítulo 4

## Resultados Numéricos

### 4.1 Introdução

Este capítulo apresenta os resultados numéricos obtidos através da aplicação da metodologia proposta no estudo de bifurcações de dois sistemas distintos. O primeiro refere-se a um sistema teste de 3 barras, o qual apresenta características presentes em sistemas reais. O segundo corresponde a um sistema real de 213 barras, representando uma rede equivalente do sistema sul brasileiro. As simulações baseiam-se em modelos reais de geradores, RATs e controladores associados, além de limitadores de tensão e corrente de campo.

A formulação utilizada nas simulações baseia-se em injeções de potência, com a representação das variáveis  $P$ ,  $Q$ ,  $V$  e  $\theta$  de cada barra e exclusão das variáveis de conexão  $I_d$  e  $I_q$  dos geradores e cargas dinâmicas (Seção 2.2).

Para os sistemas analisados, utilizou-se a modelagem dos limites através da metodologia alternativa (Seção 3.3.1), em que os termos  $\partial w / \partial v$  da função limitadora  $w = \chi(v)$  são considerados 0.0 ou 1.0. Apesar das demais metodologias apresentadas por este trabalho indicarem bons resultados em estudos de análise modal [26], a característica oscilatória dos termos  $\partial w / \partial v$  imposta por estes métodos não tornou viável o seu uso na técnica de determinação de pontos de equilíbrio do sistema EAD.

## 4.2 Sistema teste de 3 barras

A metodologia proposta por este trabalho é utilizada nesta seção para avaliar o efeito de variação de carga no sistema teste de 3 barras apresentado na Figura 4-1. Um dos geradores é considerado como barramento infinito, enquanto que o outro é modelado através de 5 equações diferenciais (modelo IV [59]), e um RAT simples, composto por um ganho  $K_{RAT}$  e uma constante de tempo  $T_{RAT}$ . As alterações na demanda da potência ativa da carga são assumidas pelo barramento infinito. Os dados para este sistema são indicados na Tabela 4.1.

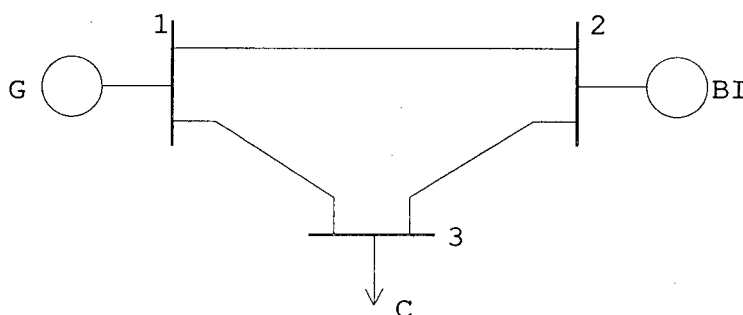


Figura 4-1: Sistema exemplo de 3 barras.

$H$	10.0 s	$\tau'_{do}$	8.5 s	$P_{co}$	0.8
$X_d$	0.9	$\tau''_{do}$	0.03 s	$Q_{co}$	0.6
$X_q$	0.8	$\tau''_{qo}$	0.9 s	$V_{t2}$	1.0
$X'_d$	0.12	$P_m$	1.0	$X_{1-2}$	0.2
$X''_d$	0.08	$K_{RAT}$	50.0	$X_{2-3}$	0.2
$X''_q$	0.08	$T_{RAT}$	0.5 s	$X_{1-3}$	0.2

Tabela 4.1: Dados p.u. para o sistema exemplo de 3 barras.

Apesar do reduzido tamanho deste sistema, os resultados qualitativos obtidos para o mesmo são extensíveis a sistemas de potência de grande porte. Em todas as simulações efetuadas a carga é modelada como estática com potência constante, com o parâmetro de bifurcação  $\mu$  representando as mudanças nas potências ativa e reativa da carga da barra 3 através de

$$P_c = P_{co}(1 + \mu)$$

e

$$Q_c = Q_{co}(1 + \mu)$$

onde  $P_{co}$  e  $Q_{co}$  são os valores iniciais indicados na Tabela 4.1. Neste caso, o valor de referência  $V_{ref}$  do RAT corresponde ao parâmetro de controle  $p$ .

Com o objetivo de avaliar a influência dos limites nos diagramas de bifurcação, os resultados são obtidos inicialmente para o caso sem limites em  $E_{fd}$ , e então comparados com o caso em que os limites são considerados. Em ambos os casos, o sinal de referência  $V_{ref}$  é ajustado em uma faixa relativamente adequada de valores, própria para a avaliação de seu efeito nas bifurcações do sistema.

#### 4.2.1 Caso sem limites

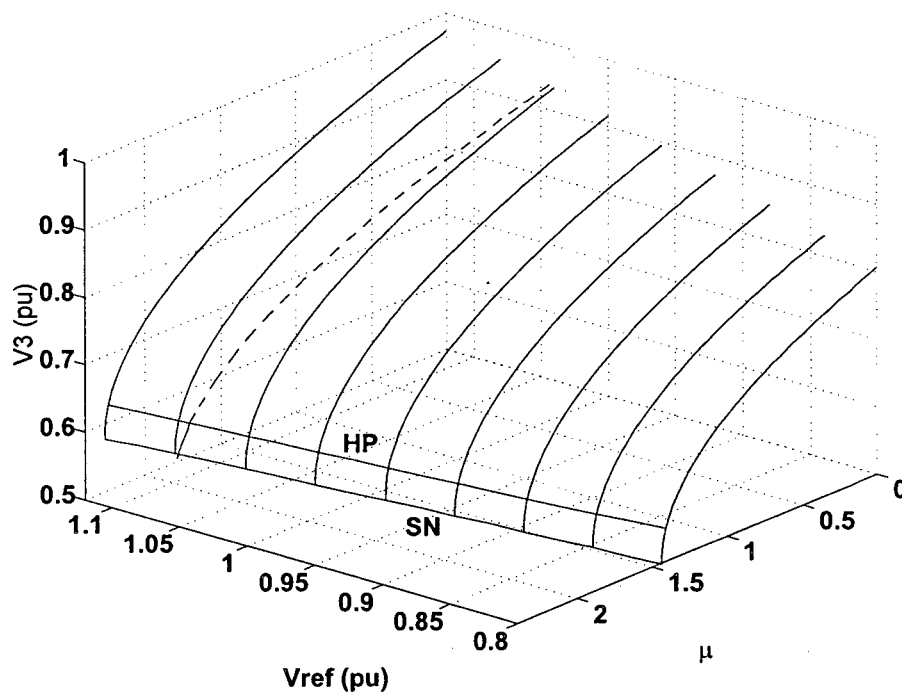


Figura 4-2: Diagrama de bifurcação para o sistema teste 3 barras sem limites.

Os resultados obtidos neste caso são indicados nas Figuras 4-2 e 4-3, onde a tensão na barra 3 ( $V_3$ ) encontra-se como função de  $V_{ref}$  e  $\mu$ . A Figura 4-3 é uma projeção em detalhe da Figura 4-2. Para cada valor de  $V_{ref}$  pode-se observar que o sistema possui quatro bifurcações básicas. Inicialmente, o sistema torna-se instável através da bifurcação de Hopf, como mostrado pela linha HP, seguida em ordem pelas bifurcações

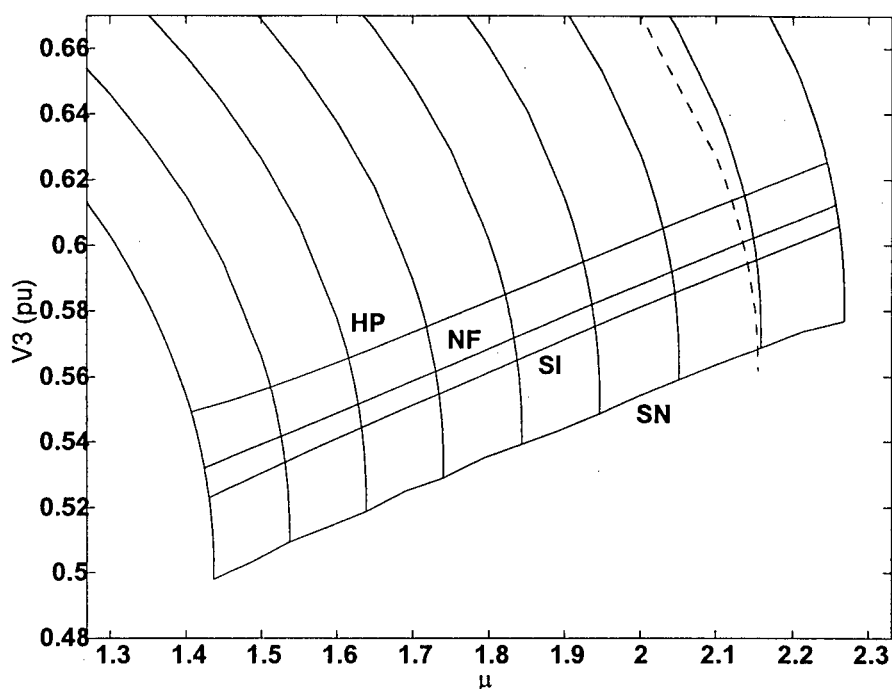


Figura 4-3: Projeção do diagrama de bifurcação para o sistema teste 3 barras sem limites.

nó-foco (NF), singularidade induzida (SI) e sela-nó (SN). A bifurcação de Hopf ocorre quando um par de autovalores complexo conjugado cruza o eixo imaginário do plano  $s$ , da esquerda para a direita. Na bifurcação nó-foco o par complexo de autovalores instável altera-se para dois autovalores no lado direito do plano complexo (nó-foco instável). Um dos autovalores positivos reais então move-se para o lado esquerdo através de uma bifurcação de singularidade induzida, de  $+\infty$  a  $-\infty$ , enquanto que o outro autovalor torna-se nulo através da bifurcação sela-nó. Esta bifurcação sela-nó corresponde ao ponto de máxima transferência de potência para este sistema EAD.

Para este caso, bem como para o caso com limites apresentado a seguir, a bifurcação de Hopf ocorre com uma frequência angular na faixa de 1.0 a 2.0 rad/s, estando relacionada à variável  $E'_q$  do gerador. Assim, esta bifurcação de Hopf encontra-se associada à instabilidade de tensão[66].

Nas Figuras 4-2 e 4-3 a linha tracejada representa as soluções obtidas através da análise do fluxo de potência convencional, a partir de variações em  $\mu$ . Esta linha, que representa basicamente a curva PV, é obtida com a consideração de uma tensão terminal fixa, exigindo um ajuste adequado em  $V_{ref}$  para cada ponto de operação.

Deve-se destacar que o fluxo de potência utilizado para a obtenção destes resultados modela adequadamente os limites de RATs [26], os quais serão considerados na seção a seguir.

#### 4.2.2 Caso com limites

Apesar dos diversos modelos de limitadores implementados neste trabalho, este caso avalia apenas o efeito de limites rígidos de  $\pm 3.0$  pu sobre a tensão de campo  $E_{fd}$ . A Figura 4-4 apresenta o desempenho de  $E_{fd}$  versus  $V_{ref}$  e  $\mu$  até a ocorrência da bifurcação sela-nó (SN). As demais bifurcações não são mostradas neste diagrama a fim de proporcionar uma clareza em sua representação. A Figura 4-5 mostra  $V_3$  como função dos parâmetros  $V_{ref}$  e  $\mu$ , além de algumas das outras bifurcações que ocorrem anteriormente à bifurcação sela-nó. O gerador não alcança a limitação por tensão de campo até que  $V_{ref}$  seja igual a 1.0172 (ponto 'b' das curvas). Assim, os diagramas de bifurcação são basicamente os mesmos do caso sem limites, até este valor de  $V_{ref}$ , com a bifurcação sela-nó ocorrendo em pontos na seção 'a'-'b'.

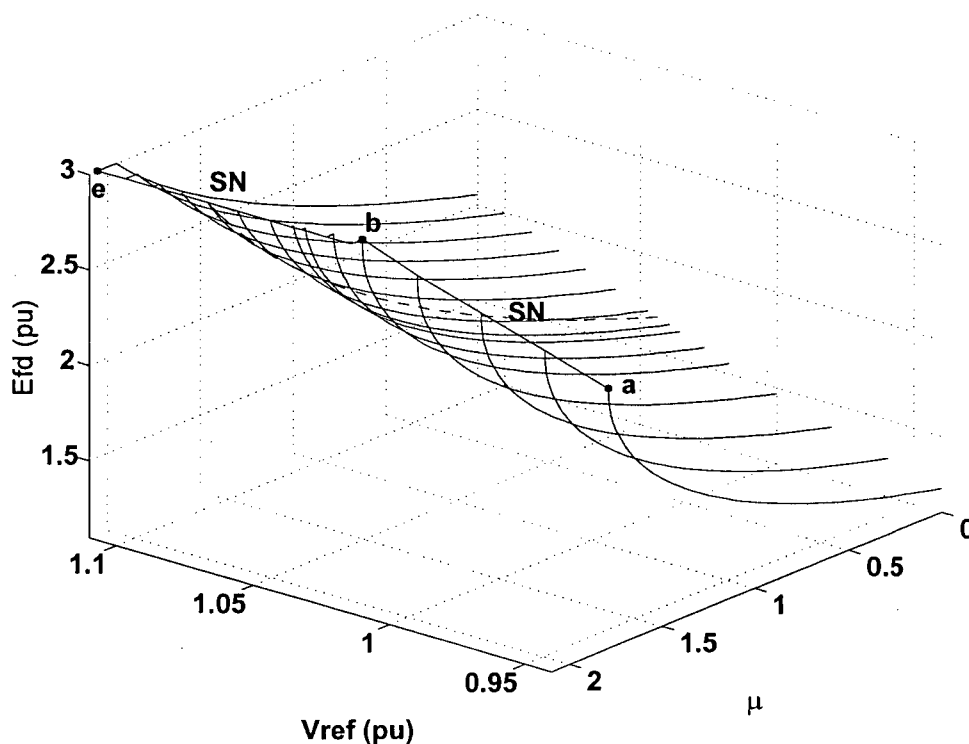


Figura 4-4: Diagrama de bifurcação para o sistema teste 3 barras com limites de  $E_{fd}$ .

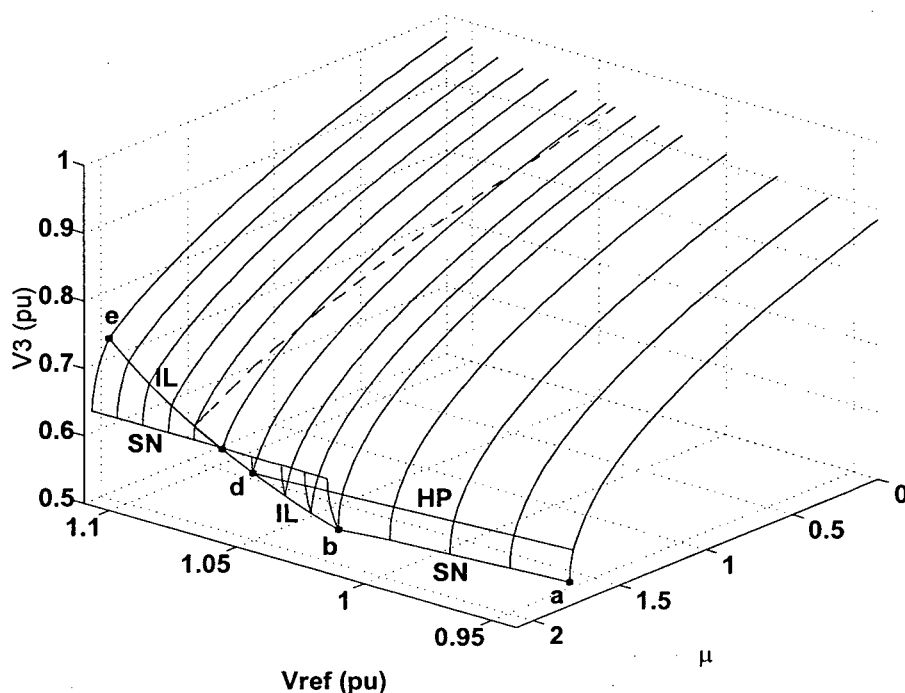


Figura 4-5: Diagrama de bifurcação para o sistema teste 3 barras com limites ( $V_3$ ).

O diagrama bi-dimensional da Figura 4-6 indica o efeito de diversos parâmetros e limites nas bifurcações do sistema. Nesta figura observa-se que, para  $1.0173 < V_{ref} < 1.0355$ , o sistema experimenta inicialmente a bifurcação de Hopf, seguida de uma nó-foco e, finalmente, uma bifurcação de singularidade induzida (SI1) como no caso sem limites. Entretanto, quando o gerador alcança seu limite de  $E_{fd}$  (ponto 'b'), ocorre uma alteração imediata na estabilidade e o sistema segue uma nova variedade estável (entre os pontos 'b' e 'SI2'), caracterizando uma bifurcação induzida por limite (IL). O ponto 'SI2' refere-se a uma segunda bifurcação de singularidade induzida.

Para valores de  $V_{ref}$  entre 1.0355 e 1.0392 o diagrama de bifurcação alcança inicialmente uma bifurcação de Hopf e então um nó-foco, seguido de uma bifurcação induzida por limite. Neste ponto, um dos dois autovalores reais positivos originados pelo nó-foco imediatamente se move para o lado esquerdo do plano complexo, enquanto que o outro autovalor positivo move-se em direção da origem do plano  $s$  na bifurcação sela-nó. Este fenômeno ocorre até  $V_{ref} = 1.0393$ , quando a variedade NF desaparece.

Para  $1.0393 < V_{ref} < 1.0471$  o sistema experimenta inicialmente uma bifurcação de Hopf e então uma bifurcação induzida por limite (linha 'c'-'d'). Esta bifurcação induzida por limite desfaz imediatamente o par complexo associado à bifurcação de

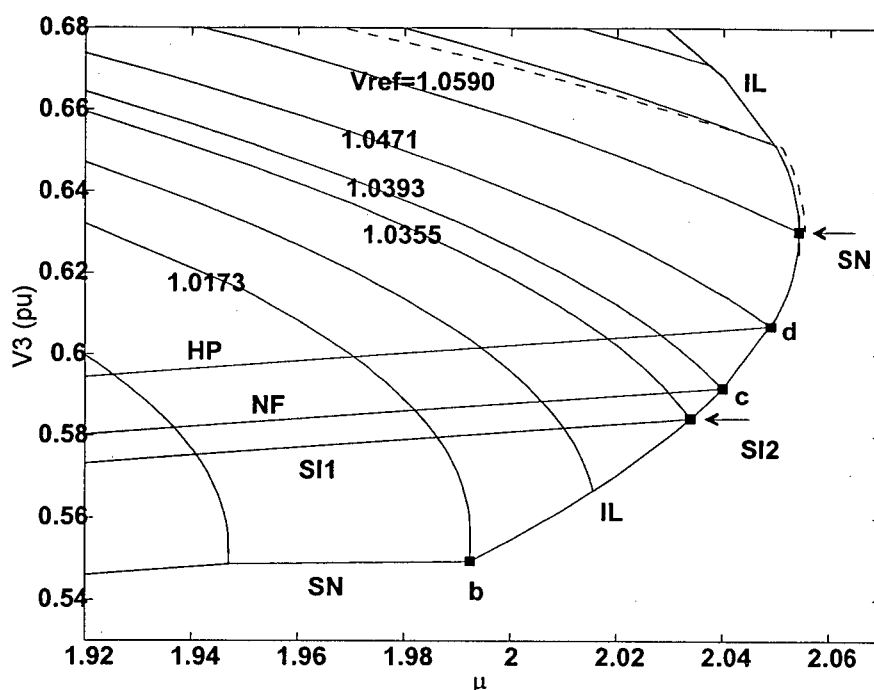


Figura 4-6: Projeção do diagrama de bifurcação para o sistema teste 3 barras com limites.

Hopf, originando dois novos autovalores, um positivo e outro negativo. O autovalor positivo torna-se nulo na bifurcação sela-nó. A variedade do Hopf desaparece em  $V_{ref} = 1.0471$ ; assim, para  $V_{ref} > 1.0471$  existe apenas a bifurcação induzida por limite e um ponto de sela-nó. Esta bifurcação induzida por limite força um autovalor negativo a tornar-se imediatamente positivo e, desta forma, o sistema torna-se imediatamente instável quando o gerador alcança seus limites.

Finalmente, para  $V_{ref} > 1.0590$ , o sistema experimenta uma bifurcação induzida por limite estável, semelhante a um nó-foco estável, antes do ponto de bifurcação sela-nó. Deve-se destacar que para  $V_{ref} < 1.0173$  existe a linha 'a'-'b' com pontos de bifurcação sela-nó; entretanto, para  $V_{ref} \geq 1.0173$  existe apenas um ponto de bifurcação sela-nó.

### 4.3 Sistema real de 213 barras

Na seção anterior utilizou-se a teoria de bifurcações para estudar a estabilidade de pontos de equilíbrio de um sistema de ordem reduzida, demonstrando a influência da modelagem de um RAT com sinais de referência  $V_{ref}$  constantes e os limites da tensão

de campo  $E_{fd}$  nos diagramas de bifurcação. Nesta seção, uma análise semelhante é aplicada para estudar as bifurcações do sistema sul brasileiro. Este sistema possui 213 barras e inclui 20 geradores equivalentes, enquanto que o restante do sistema brasileiro interligado é representado através de injeções equivalentes. Os geradores foram representados por modelos detalhados de saturação e das dinâmicas de ESP e RAT. Os modelos de RAT incluem os diversos limitadores associados a estes, tais como limites de  $E_{fd}$ , OEXL, UEL e V/Hz, além dos eventuais compensadores de corrente reativa. Com a inclusão de um modelo dinâmico de primeira ordem para cada barra de carga, o sistema possui um total de 397 variáveis de estado e 852 variáveis algébricas. Assim, a sua representação através do sistema ADE possui ordem  $n = 1249$ , enquanto que existem 397 autovalores a serem analisados em cada ponto de operação. Os modelos utilizados na representação detalhada deste sistema encontram-se em anexo e baseiam-se na modelagem efetivamente utilizada por programas de estabilidade transitória, tal como ANATEM<sup>1</sup>. A numeração das barras utilizada por este trabalho não necessariamente corresponde à identificação real utilizada pelas empresas do setor elétrico.

Apesar da implementação dos modelos dos limitadores de subexcitação de campo (UEL), a atuação deste não foi verificada nas simulações indicadas a seguir, dadas as condições de elevado carregamento adotadas para este sistema. De forma semelhante, em todas as simulações apresentadas a seguir não houve limitação pela tensão de campo. Isto é justificado pelo fato de que em sistemas reais, usualmente, a limitação de  $E_{fd}$  ocorre apenas para grandes perturbações em torno de um ponto de operação (Seção 3.3.2). Assim, em todas as simulações efetuadas neste sistema real, apenas verificou-se a atuação do limitador de sobreexcitação de campo (OEXL).

### 4.3.1 Análise de bifurcações

Com o objetivo de demonstrar a potencialidade da metodologia proposta para um sistema real, as cargas são modeladas através de 3 formas distintas. Em cada caso, o parâmetro de bifurcação  $\mu$  é utilizado novamente para modelar as variações de carga em 3 barras (denominadas #1182, #1225 e #1295), isto é,  $P_c = P_{co}(1 + \mu)$  e  $Q_c = Q_{co}(1 + \mu)$ , onde  $P_{co}$  e  $Q_{co}$  são os valores iniciais para as cargas. Estas car-

---

<sup>1</sup>Software de análise de estabilidade transitória desenvolvido pelo CEPEL.



gas representam a força motriz de levantes hidráulicos da agroindústria e possuem um importante papel na dinâmica do sistema. As demais cargas são mantidas constantes em todas as simulações. Nesta seção, todas as cargas do sistema são modeladas como cargas dinâmicas, de acordo com o modelo proposto em [68], em que

$$T_p \dot{x} = P_s(V) - xP_t(V)$$

$$P_t(V) = V^\alpha$$

$$P_s(V) = P_c V^a$$

e

$$T_q \dot{y} = Q_s(V) - yQ_t(V)$$

$$Q_t(V) = V^\beta$$

$$Q_s(V) = Q_c V^b$$

onde  $x$  e  $y$  são as variáveis de estado,  $P_s(V)$  e  $Q_s(V)$  são as componentes em regime permanente e  $P_t(V)$  e  $Q_t(V)$  representam as características transitórias das potências ativa e reativa, respectivamente. Em todos os casos o sinal de referência  $V_{ref}$  do gerador #1162 é variado em uma faixa relativamente ampla de valores para estudar o seu efeito nas bifurcações do sistema.

Nas figuras indicadas a seguir uma linha tracejada representa as soluções obtidas através do fluxo de potência convencional em decorrência de variações em  $\mu$ . Como no sistema anterior, este fluxo de potência modela adequadamente os limites dos RATs [26].

Deve-se salientar que para este sistema, em todos os casos analisados, a bifurcação de Hopf ocorre com uma frequência angular na faixa de 4.0 a 7.0 rad/s, estando relacionada às variáveis  $\omega$  e  $\delta$  (velocidade angular e ângulo do eixo do rotor) de alguns geradores. Assim, a instabilidade verificada neste sistema é de origem angular [66].

**Caso 1** ( $T_p = 25.0$  s,  $a = 0.0$ ,  $\alpha = 0.4$ ;  $T_q = 25.0$  s,  $b = 0.0$ ,  $\beta = 5.0$ )

Este modelo representa uma potência constante em regime permanente ( $a = b = 0.0$ ). Os resultados obtidos são apresentados nas Figuras 4-7 e 4-8. Nestas, a tensão

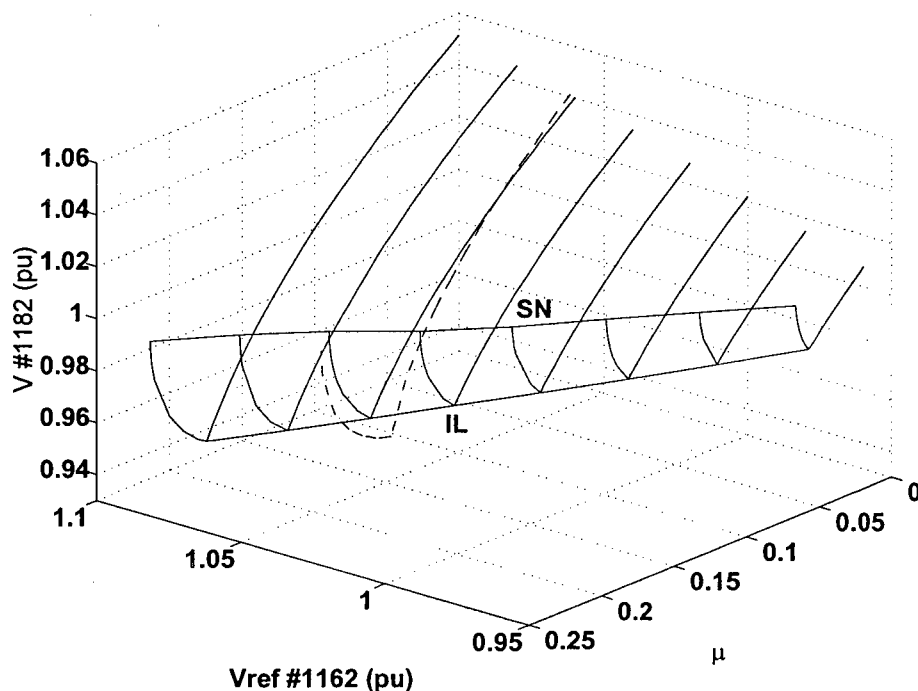


Figura 4-7: Diagrama de bifurcação para o sistema sul brasileiro (caso 1).

da barra #1182 e a tensão  $EQ$  (proporcional à corrente de campo  $I_{fd}$  [1]) do gerador #1158 são traçadas em função de  $V_{ref}$  do gerador #1162 e  $\mu$ , respectivamente. O sistema experimenta uma bifurcação induzida por limite instável (IL), anteriormente à bifurcação sela-nó (SN). Esta bifurcação ocorre quando o gerador #1158 alcança seu limite de corrente de campo, através da ação do respectivo OEXL.

**Caso 2** ( $T_p = 25.0$  s,  $a = 0.5$ ,  $\alpha = 0.4$ ;  $T_q = 25.0$  s,  $b = 0.5$ ,  $\beta = 5.0$ )

Em relação ao caso anterior, apenas os parâmetros  $a$  e  $b$  são alterados, fato que origina diferentes pontos de equilíbrio. Para este caso os resultados são indicados na Figura 4-9. Agora, o diagrama de bifurcação alcança inicialmente um nó-foco estável (NF), seguido da bifurcação sela-nó (SN). A bifurcação nó-foco está relacionada à atuação da máquina #1158 e é uma bifurcação estável, diferentemente do caso 1.

**Caso 3** ( $T_p = 25.0$  s,  $a = 0.5$ ,  $\alpha = 0.4$ ;  $T_q = 25.0$  s,  $b = 0.5$ ,  $\beta = 1.5$ )

Comparando-se este caso com o anterior, apenas o parâmetro  $\beta$  é alterado. Este procedimento permite que o sistema possua os mesmos pontos de equilíbrio, sem modificação das bifurcações nó-foco e sela-nó. Entretanto, o novo valor de  $\beta$  adiciona uma

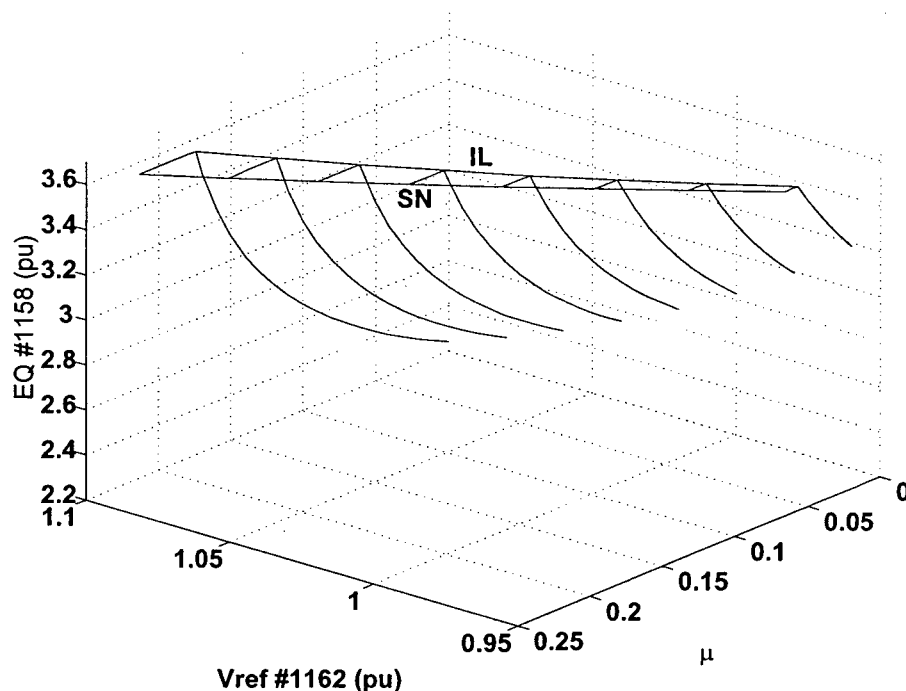


Figura 4-8: Diagrama de bifurcação para o sistema sul brasileiro (caso 1).

bifurcação de Hopf nos referidos diagramas, como indicado na Figura 4-10. Deve-se observar que existe um valor "ótimo" para  $V_{ref}$ , próximo de 0.99, o qual permite a maior margem de estabilidade para o sistema.

A Figura 4-11 efetua uma comparação de desempenho entre a metodologia proposta e a do fluxo de potência convencional, através de duas curvas contidas na Figura 4-10. Na Figura 4-11 a curva 1 (linha contínua) relaciona-se aos pontos de equilíbrio obtidos com valores fixos de  $V_{ref} = 1.06$ , enquanto que a curva 2 (linha tracejada) indica os resultados obtidos com o fluxo de potência convencional, onde os valores de referência  $V_{ref}$  dos RATs são alterados para a modelagem de tensões terminais constantes de geradores. Com a metodologia proposta, o máximo carregamento corresponde à bifurcação sela-nó (ponto 'SN1' na curva 1). Por outro lado, com a utilização do fluxo de potência convencional o máximo carregamento (ponto 'mxFP2' na curva 2) não se encontra relacionado à bifurcação sela-nó do sistema. Outra significativa diferença entre as metodologias refere-se à ocorrência da bifurcação de Hopf (pontos 'HP1' e 'HP2').

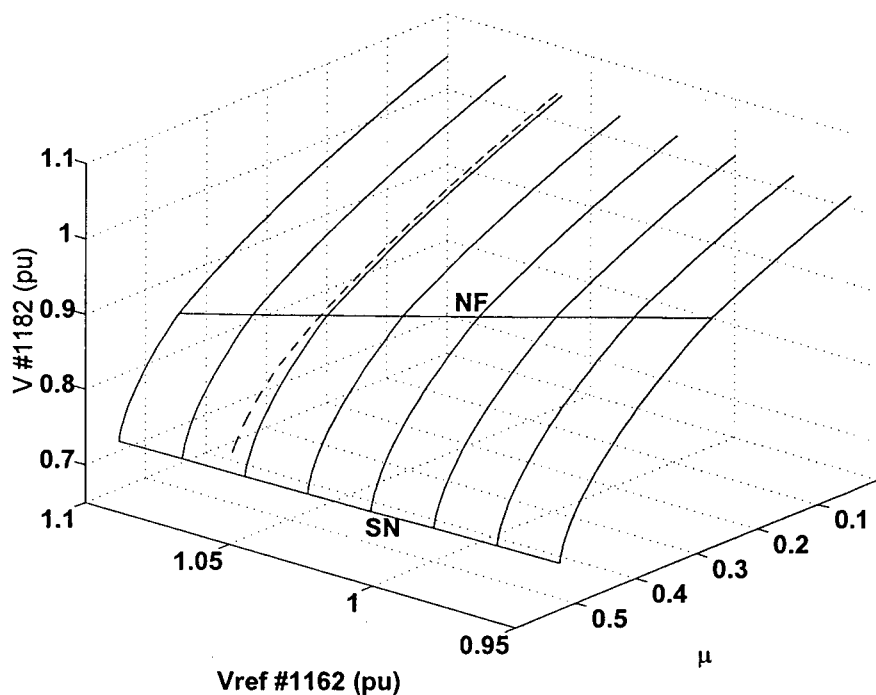


Figura 4-9: Diagrama de bifurcação para o sistema sul brasileiro (caso 2).

### 4.3.2 Análise da influência da modelagem de CCR e saturação de geradores nos diagramas de bifurcação

Embora o presente trabalho não objetive estudar a característica de desempenho de elementos, a influência do compensador de corrente reativa e da saturação de geradores nos diagramas de bifurcação merece ser destacada. A diferença entre a inclinação da tensão nas curvas 1 e 2 (Figura 4-11) até o ponto 'NF1' (quando o gerador #1158 alcança seus limites pela ação do OEXL) pode ser explicada pela utilização de um CCR nos RATs #1158 e #1175. Este dispositivo encontra-se ajustado para produzir um pequeno incremento na tensão terminal do respectivo gerador, em decorrência de aumentos na potência reativa gerada pela máquina. Este compensador não se encontra modelado no fluxo de potência convencional, razão pela qual a inclinação da curva 1 é maior do que a da curva 2 até o ponto 'NF1'. Quando o gerador #1158 alcança seu limite de  $I_{fd}$ , o comportamento da inclinação da curva 1 é alterado, evidenciando a queda em sua tensão terminal. O comportamento da tensão terminal do gerador #1158 encontra-se indicado na Figura 4-12, onde o ponto 'X' indica o alcance dos limites desta máquina por ação do OEXL. Esta figura também indica o comportamento do gerador

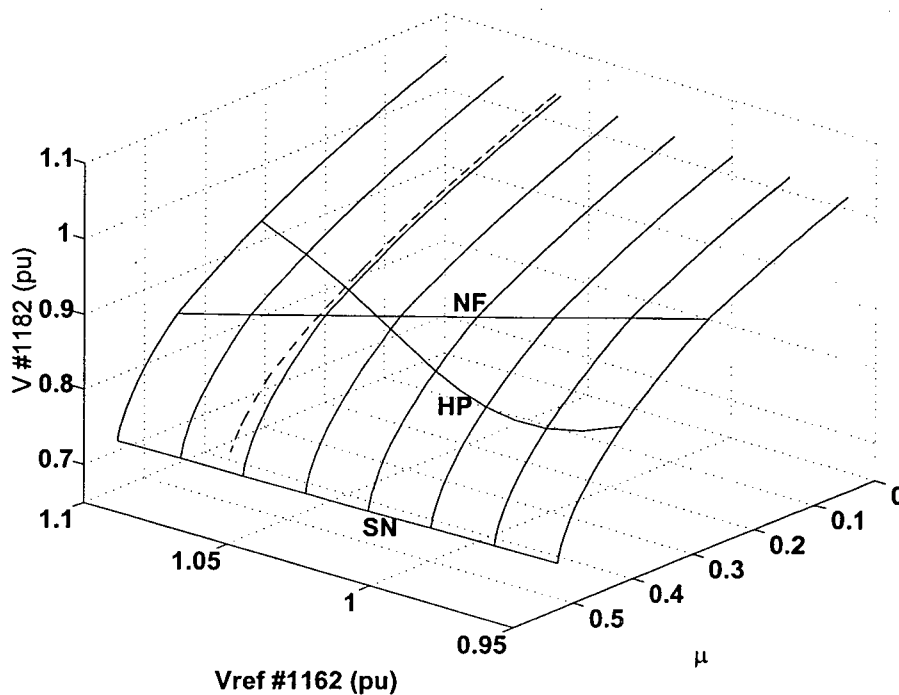


Figura 4-10: Diagrama de bifurcação para o sistema sul brasileiro (caso 3).

#1162, o qual não possui um CCR no circuito de seu regulador de tensão. Para esta máquina, a tensão terminal decorrente possui a inclinação indicada, típica de operação de RATs com sinal constante de  $V_{ref}$  e erro não nulo na sua lei de controle.

Outro elemento importante a ser destacado refere-se ao efeito da saturação de geradores nos seus limites de potência reativa. A Figura 4-13 apresenta o comportamento real de  $Q_g$  do gerador #1158 com saturação, além do caso hipotético em que esta saturação é desconsiderada. A fim de obter pontos de operação semelhantes nestas situações, os limites de  $I_{fd}$  para o caso sem saturação foram alterados de modo que as ações limitadoras ocorressem em pontos próximos de carregamento. A primeira observação refere-se ao valor de  $Q_g$  disponibilizado pelo gerador nos pontos de operação sem o efeito limitador. A potência reativa disponibilizada é maior para o caso sem a modelagem de saturação, o que concorda com a literatura que aborda este assunto [1] [2]. A segunda observação encontra-se no comportamento da potência reativa limitada, a qual possui um desempenho distinto para os dois casos. Para o gerador sem saturação ocorre a esperada redução gradual em  $Q_g$ , associada a uma igual redução em sua tensão terminal. Por outro lado, para a máquina com saturação existe um incremento sucessivo em  $Q_g$ , apesar desta estar limitada. Este comportamento justifica-se em virtude da

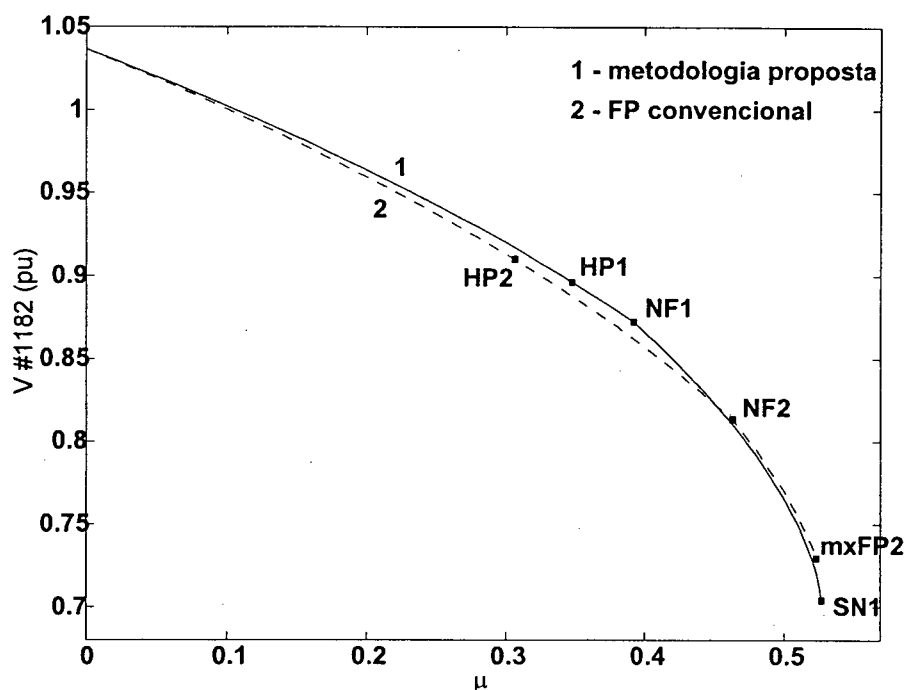


Figura 4-11: Projeção do diagrama de bifurcação para o sistema sul brasileiro (caso 3).

redução na tensão terminal do gerador limitado, fato que reduz o nível de saturação do gerador, disponibilizando uma maior potência reativa gerada.

### 4.3.3 A região de estabilidade como função das bifurcações

A Figura 4-14 apresenta o tamanho relativo da região de estabilidade do sistema Sul brasileiro na presença das bifurcações sela-nó (SN) e de Hopf (HP). Estas curvas foram obtidas a partir da simulação no domínio do tempo e indicam a maior variação de carga instantânea nas barras #1182, #1225 e #1295 (indicada no eixo vertical em pu) que o sistema pode suportar antes de tornar-se instável. Este teste fornece uma idéia correta do tamanho da região de estabilidade sem as aproximações exigidas por métodos baseados no uso de função energia [39] [8] [69] [70] [71] [72] [73] [74] [75] e objetiva comprovar numericamente os comentários efetuados na Seção 2.7.3.

Nesta seção todas as cargas são modeladas através de um modelo estático com  $P(50/50/0)$ ,  $Q(0/0/100)$  e  $P(60/40/0)$ ,  $Q(0/0/100)$ , para os casos com sela-nó e Hopf, respectivamente, onde os números entre parênteses indicam, em ordem, as parcelas percentuais de impedância, corrente e potência constantes para o conhecido modelo

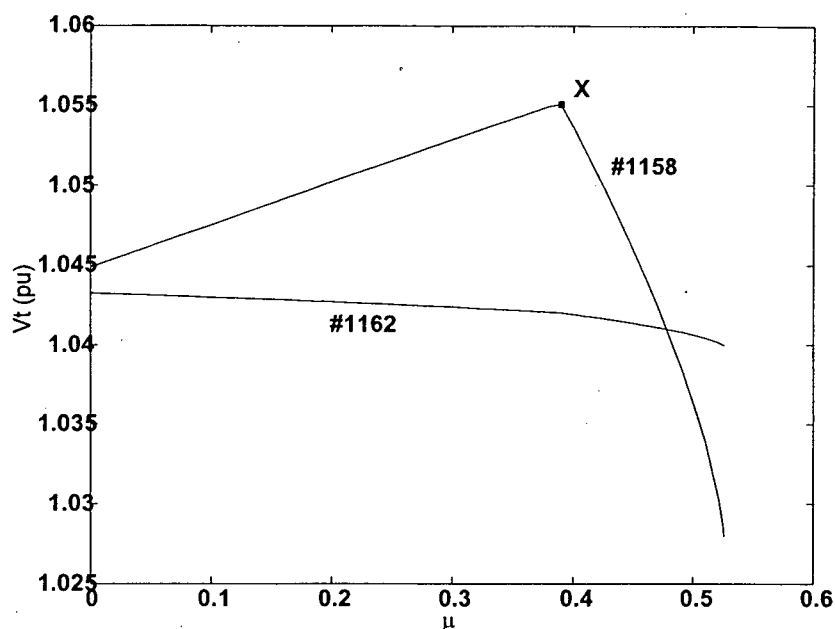


Figura 4-12: Efeito do compensador de corrente reativa em  $V_t$ .

estático ZIP. As bifurcações sela-nó e de Hopf ocorrem nos pontos 'b' e 'a' na Figura 4-14, respectivamente. Em ambos os casos a região de estabilidade diminui com o incremento em  $\mu$ , alcançando o valor nulo no ponto de bifurcação, ou anteriormente a este. Observa-se que a região de estabilidade sofre maior redução quando o sistema experimenta a bifurcação de Hopf, como decorrência de incrementos em  $\mu$ . Quando a curva HP torna-se nula (antes do ponto 'a') o sistema não suporta mais do que 0.1%, a qual foi a precisão adotada para a alteração nas cargas. Claramente a região de estabilidade é mais afetada pela bifurcação de Hopf do que pela bifurcação sela-nó.

## 4.4 Desempenho computacional

### 4.4.1 Esforço computacional

O tempo computacional exigido para a determinação dos pontos de equilíbrio depende de vários fatores, tais como o passo adotado para  $\mu$ , a proximidade da bifurcação sela-nó e das bifurcações associadas à limitação de geradores, o fator de amortecimento utilizado, além da precisão adotada.

Como um exemplo numérico pode-se citar o tempo computacional exigido para a

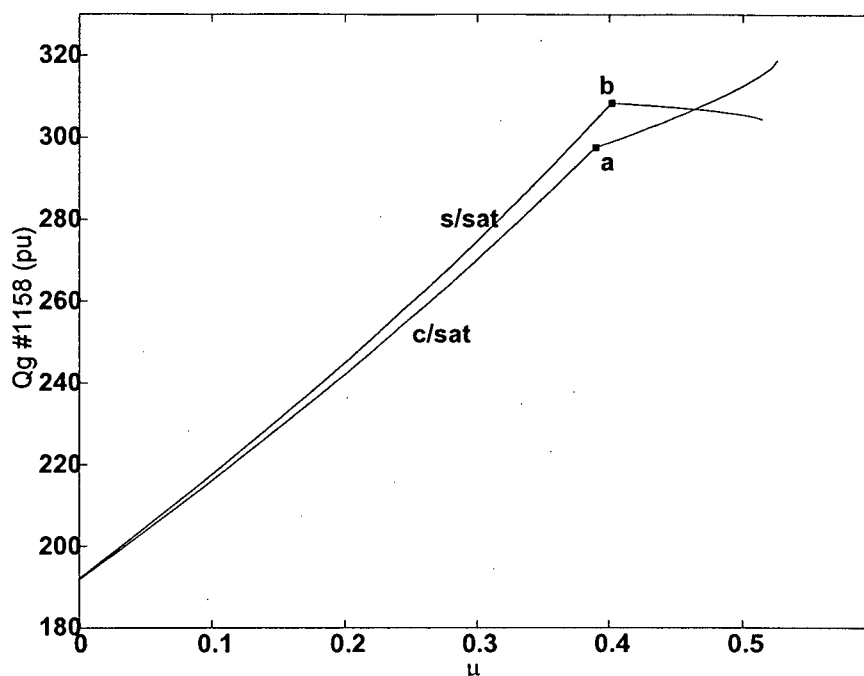


Figura 4-13: Efeito da saturação em  $Q_g$ .

simulação do sistema real indicado neste capítulo. Este sistema possui uma ordem  $n = 1249$ , incluindo o modelo dinâmico de primeira ordem para a demanda de todas as barras de carga. Em todas as simulações utilizou-se um microcomputador PENTIUM II, 300 MHz, 64 Mb RAM. Para a ordem indicada, o processo de decomposição LU da matriz Jacobiana do sistema exige aproximadamente 0.9 seg de tempo de CPU. Considerando-se a adoção de uma precisão de  $10^{-6}$  p.u. para o cômputo de resíduos de todas as grandezas envolvidas, o método de Newton-Raphson exige entre 6 e 40 iterações para pontos de operação próximos do valor inicial de  $\mu$  e da bifurcação selanó, respectivamente. Caso sejam adotados, em média, 30 pontos de equilíbrio para cada diagrama de bifurcação, tem-se que o tempo necessário para cada curva é de aproximadamente 15 min. Apesar de ser um tempo relativamente alto se comparado com o desempenho computacional exigido pelo fluxo de potência convencional, este valor não inviabiliza a análise de bifurcações de acordo com a metodologia proposta.

#### 4.4.2 Validação dos resultados

Tendo em vista a compatibilidade entre os modelos implementados na presente análise e os encontrados em programas de simulação transitória, os resultados obtidos



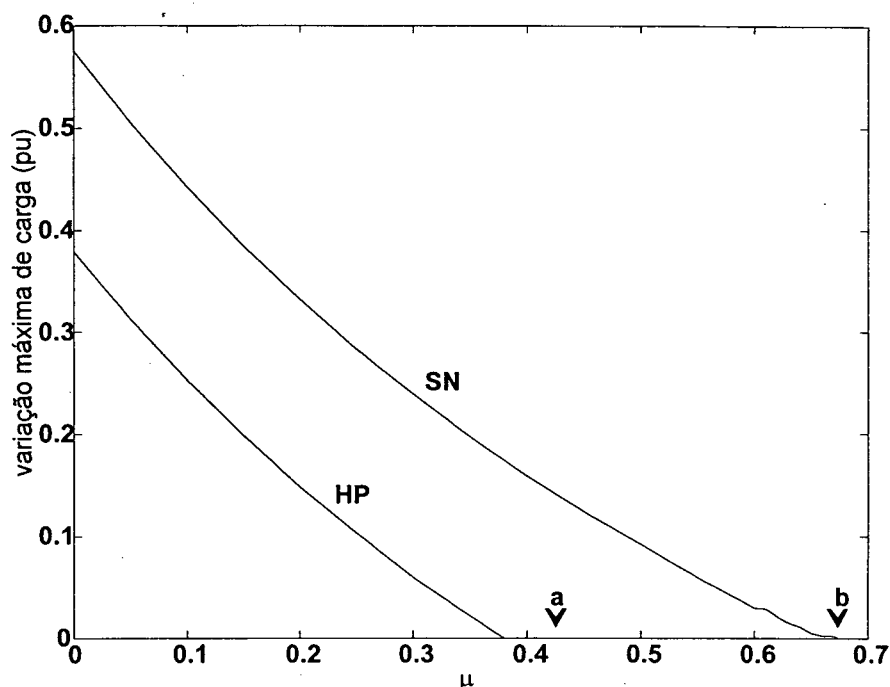


Figura 4-14: Região de estabilidade para o sistema sul brasileiro.

por estes meios podem ser comparados entre si. No entanto, alguns problemas de ordem prática nem sempre permitem uma pronta validação dos resultados por este intermédio.

A maior dificuldade encontrada refere-se à simulação de pontos de equilíbrio próximos à uma bifurcação que torne instável a operação do sistema. A maior limitação do ANATEM, por exemplo, reside no fato de que o seu caso base deve ser obtido a partir do software ANAREDE<sup>2</sup>, o qual não permite uma modelagem precisa de limites de potência reativa de geradores. Assim, o procedimento adotado consiste em partir com o caso base correspondente ao valor inicial de  $\mu$ , efetuando-se incrementos graduais do parâmetro de bifurcação até o ponto de operação desejado. No entanto, quanto mais próximo encontra-se do ponto de bifurcação, menor é o acréscimo máximo permitido para  $\mu$ , sem que o sistema perca a estabilidade. Pelo exposto, este procedimento exige um tempo de simulação muito elevado, tornando-o proibitivo em grande parte dos casos. Assim, os resultados foram validados, em sua maioria, para pontos de operação distantes das bifurcações instáveis.

<sup>2</sup>Software analisador de redes elétricas em regime permanente, desenvolvido pelo CEPEL.

Para os casos em que as cargas foram simuladas através do modelo dinâmico proposto em [68], dada a inexistência deste modelo no ANATEM, as mesmas foram representadas através do conhecido modelo ZIP, com parâmetros representativos do seu comportamento estático.

## 4.5 Conclusões

Este capítulo apresentou os resultados numéricos obtidos para um sistema teste de 3 barras e um sistema real de 213 barras. A representação destes sistemas contou com modelos reais de geradores, incluindo sua saturação, RATs, ESPs e limites de  $E_{fd}$ , de sobre e subexcitação de campo. Os resultados, agrupados em sua maior parte em forma de diagramas de bifurcação, demonstram a validade da metodologia proposta pelo trabalho para a determinação dos pontos de equilíbrio diretamente a partir de um sistema EAD.

Além dos diagramas de bifurcação, foram abordadas a influência do uso de compensador de corrente reativa e da representação da saturação de geradores em algumas grandezas envolvidas nas variedades do sistema.

Com relação à modelagem dos limites, os resultados demonstram a eficácia do seu tratamento através da metodologia alternativa, conforme a Seção 3.3.1. Nesta modelagem os termos  $\partial w / \partial v$  da função limitadora  $w = \chi(v)$  assumem os valores idealizados 0.0 ou 1.0, sem a característica oscilatória imposta pelos demais métodos indicados em [26], a qual conduz à divergência no processo de determinação dos pontos de equilíbrio.

A simulação do sistema real considerou como parâmetro de bifurcação a demanda de carga em 3 barras, representativas de um levante hidráulico. O uso deste parâmetro revelou a possibilidade de existência de bifurcações de origem local, ou seja, sem a influência do restante do sistema brasileiro, o qual foi tornado equivalente através de algumas barras de conexão. Assim, o uso de um modelo para o CAG e para o limitador V/Hz tornou-se desnecessário, uma vez que a inércia equivalente do restante do sistema é capaz de encarregar-se da manutenção da frequência. Apesar da implementação do modelo de limitador de subexcitação de campo (UEL), a atuação deste não foi verificada nas simulações, dadas as condições de elevado carregamento adotadas para este sistema. De forma semelhante, a representação de limites de  $E_{fd}$ , embora utilizada

nas simulações, demonstrou ser desnecessária na análise a pequenas perturbações.

Especificamente do ponto de vista da influência dos limitadores, a atuação destes encontra-se associada a diferentes bifurcações locais, tais como a nó-foco e as induzidas por limite, ambas podendo ser caracterizadas como estáveis ou instáveis. A determinação desta característica, no entanto, demonstrou ser potencialmente influenciada pela modelagem utilizada para a carga, apesar deste não ser o enfoque do presente trabalho.

# Capítulo 5

## Conclusões

Este trabalho apresentou uma metodologia para a determinação de diagramas de bifurcação de sistemas de potência, baseada na representação destes através de um sistema de equações algébrico-diferencial (EAD). A metodologia proposta efetua a determinação dos pontos de equilíbrio do sistema diretamente a partir do conjunto de equações algébrico-diferencial, em que os valores de referência dos RATs e outros controladores são mantidos constantes ao longo de toda a análise efetuada. Tal procedimento permite que as curvas PV obtidas sejam equivalentes aos diagramas de bifurcações da teoria de bifurcações, tornando a análise coerente com esta. Assim, a presente tese preenche uma lacuna existente na literatura, dado que os atuais trabalhos baseiam-se, ou na representação simplificada de um sistema de potência através de um conjunto de equações puramente diferencial com ordem reduzida, ou nas informações obtidas a partir da análise do fluxo de potência convencional.

A segunda maior contribuição deste trabalho refere-se à aplicação da metodologia proposta na análise de sistemas reais, incluindo a modelagem realista dos componentes que possuem uma participação decisiva no processo de instabilidade de um sistema. Esta modelagem realista permite a simulação de um sistema real, sem as inconvenientes simplificações normalmente efetuadas. Neste sentido, destaca-se entre outros a atuação de limitadores de corrente de campo (OEXL) e compensação de corrente reativa de RATs, os quais possuem importância vital no desempenho do sistema, tanto na determinação dos pontos de equilíbrio, como no comportamento dinâmico do mesmo.

O Capítulo 2 apresentou a teoria relacionada à análise de bifurcações de um sistema elétrico de potência. A modelagem de um SEP através de um sistema EAD foi

apresentada sem e com a representação de limites, sendo estes classificados em internos, externos e de chaveamento. A completa caracterização do problema envolveu os tópicos relacionados à determinação dos pontos de equilíbrio, à análise de estabilidade dos mesmos, além de uma distinção entre as estabilidades segundo Lyapunov e a estrutural. Após, foram apresentadas as bifurcações mais importantes relacionadas a um SEP, entre locais e globais. Dentre as locais destacam-se as bifurcações sela-nó, de Hopf, transcítica e induzidas por limite, das quais estas duas últimas relacionam-se diretamente à ação de limites.

Ainda no Capítulo 2 foi apresentada a estrutura do espaço de parâmetros com a definição de regiões de tipos (*typal regions*) e viáveis (*feasibility region*) [21]. As regiões típicas são regiões abertas conexas no espaço-parâmetro delimitadas pelas superfícies de bifurcação, dentro das quais a estrutura do espaço-estado permanece idêntica. A fronteira da região viável, por outro lado, consiste de pontos de operação que sofrem alteração na estrutura dos autovalores, ou seja, correspondem a pontos de bifurcações locais. Esta região identifica uma região de operação segura no espaço-parâmetro dentro da qual a operação pode ser deslocada livremente (através de contínuas alterações paramétricas) sem uma iminente perda da estabilidade a pequenos sinais.

O Capítulo 3 tratou de aspectos relacionados à metodologia proposta, em termos do processo de determinação dos diagramas de bifurcação, propriamente dito, e da modelagem realista de elementos dinâmicos. A justificativa para a proposição do trabalho baseou-se no fato de que a metodologia utilizada para a análise de bifurcações em sistemas reais, baseada na determinação de pontos de equilíbrio a partir do fluxo de potência convencional, em geral não produz resultados compatíveis com o modelo EAD deste sistema [5] [6]. Alia-se a este fato a impossibilidade de representação de sistemas de grande porte através de um sistema de equações puramente diferencial.

A modelagem realista de elementos dinâmicos envolveu a representação de uma função limitadora genérica através da decomposição por série de Fourier, série de potência, tangente hiperbólica e metodologia alternativa. Dentro do processo de linearização, por sua vez, demonstrou-se que os limites interno e externo são equivalentes, uma vez que ambos interrompem a conexão da dinâmica das variáveis associadas aos limites com a dinâmica do restante do sistema. Quanto aos elementos limitadores, o trabalho destacou os limites de tensão de campo  $E_{fd}$ , de sobreexcitação de campo (OEXL),

de subexcitação de campo (UEL), V/Hz e de corrente de armadura  $I_a$ . Além destes elementos, foram discutidos aspectos relativos ao compensador de corrente reativa.

Em termos dos aspectos da implementação computacional foram apresentados detalhes do modelo dinâmico utilizado, bem como algumas características do esforço computacional requerido por este.

No Capítulo 4 foram apresentados os resultados numéricos decorrentes da aplicação da metodologia proposta em um sistema teste de 3 barras e um sistema real de 213 barras. A representação do sistema real, em especial, contou com uma modelagem realista dos seus geradores, incluindo sua saturação, RATs, ESPs e limites de  $E_{fd}$ , de sobre e subexcitação de campo. Todos os modelos utilizados nas simulações encontram-se indicados em anexo. Os resultados, agrupados em sua maior parte em forma de diagramas de bifurcação, demonstram a validade da metodologia proposta pelo trabalho para a determinação dos pontos de equilíbrio diretamente a partir de um sistema EAD. Além dos diagramas de bifurcação, foram abordadas a influência do uso de compensador de corrente reativa e da representação da saturação de geradores em algumas grandezas envolvidas nas variedades do sistema.

Com relação à modelagem dos limites, os resultados demonstram a eficácia do seu tratamento através da metodologia alternativa (Seção 3.3.1). Nesta modelagem os termos  $\partial w/\partial v$  da função limitadora  $w = \chi(v)$  assumem os valores idealizados 0.0 ou 1.0, sem a característica oscilatória imposta pelos demais métodos indicados em [26].

Os resultados obtidos para o sistema real indicaram que na análise a pequenas perturbações as limitações ocorrem em sua maioria através do limitador de sobrecorrente (OEXL). Neste contexto, uma eventual limitação através da tensão de campo  $E_{fd}$ , deverá ocorrer apenas em simulações transitórias, em que grandes perturbações são impostas ao sistema. Embora a atuação do limitador de subexcitação de campo (UEL) não tenha sido detectada para as condições de carregamento utilizadas, a importância de sua modelagem não pode ser descartada para outras condições operativas.

Especificamente do ponto de vista da influência dos limitadores, verificou-se que a atuação destes encontra-se associada a diferentes bifurcações locais, tais como a nó-foco e as induzidas por limite, ambas podendo ser caracterizadas como estáveis ou instáveis. A determinação desta característica, no entanto, demonstrou ser potencialmente influenciada pela modelagem utilizada para a carga, apesar deste não ser o enfoque do

presente trabalho.

O tempo computacional verificado nas simulações, apesar de ser relativamente alto se comparado com o tempo exigido pelo fluxo de potência convencional, não inviabiliza a análise de bifurcações de acordo com a metodologia proposta.

## 5.1 Sugestões para futuros trabalhos

Como sugestões para futuros trabalhos baseados na metodologia proposta tem-se:

- melhoria do desempenho computacional. A redução do esforço computacional poderá ser contemplada através da adoção de medidas como a exclusão dos elementos ESP no processo de identificação dos pontos de equilíbrio, uma vez que os seus sinais de saída são nulos em regime permanente, e a eliminação das variáveis  $P$  e  $Q$  da matriz Jacobiana do sistema.
- implementação de outros elementos dinâmicos, tais como os CC e FACTS, os quais podem ser encontrados em outros sistemas reais que não o simulado.
- implementação do método da continuação no processo de determinação dos diagramas de bifurcação.
- estudo de estabilidade de pontos de equilíbrio não-hiperbólicos de sistemas algébrico-diferenciais, caracterizando a identificação da estabilidade da bifurcação de Hopf.
- comparação de desempenho entre os diversos limitadores indicados.

# Apêndice A

## Modelos dinâmicos implementados

Este apêndice apresenta os modelos implementados pelo trabalho, úteis na simulação de um sistema elétrico real. Os modelos de geradores, rede elétrica e transformadores são amplamente difundidos na literatura [1] [2] [59], razão pela qual não são indicados por este trabalho.

### A.1 Modelos de reguladores automáticos de tensão (RAT)

#### A.1.1 Modelo RAT1 (DC1, IEEE)

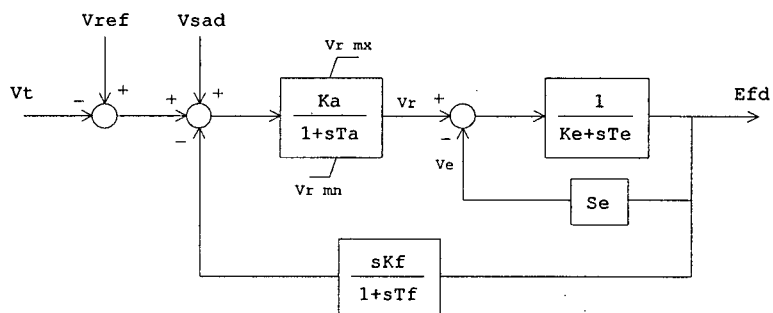


Figura A-1: Modelo RAT1.

Dados de entrada (Figura A-1):  $K_a$ ,  $T_a$ ,  $K_f$ ,  $T_f$ ,  $K_e$ ,  $T_e$ ,  $s_e 0.75m_x$ ,  $s_{emx}$ ,  $V_{r\ mn}$ ,  $V_{r\ mx}$ .



### A.1.2 Modelo RAT2 (ST1, IEEE)

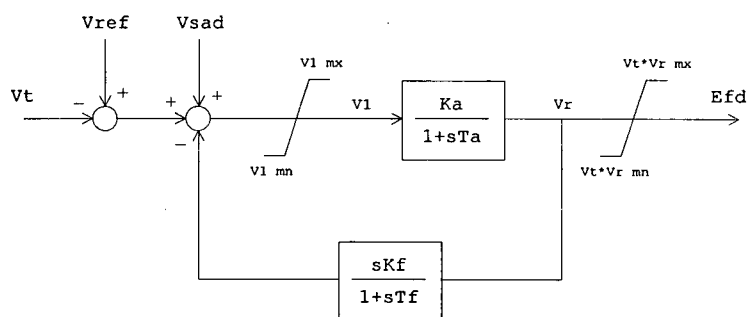


Figura A-2: Modelo RAT2.

Dados de entrada (Figura A-2):  $K_a$ ,  $T_a$ ,  $K_f$ ,  $T_f$ ,  $V_{1mn}$ ,  $V_{1mx}$ ,  $V_{r mn}$ ,  $V_{r mx}$ .

### A.1.3 Modelo RAT3

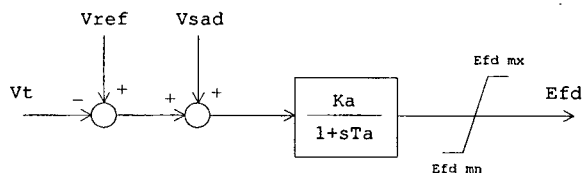


Figura A-3: Modelo RAT3.

Dados de entrada (Figura A-3):  $K_a$ ,  $T_a$ ,  $E_{fd mn}$ ,  $E_{fd mx}$ .

### A.1.4 Modelo RAT4

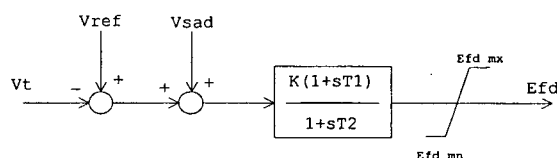


Figura A-4: Modelo RAT4.

Dados de entrada (Figura A-4):  $K$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $E_{fd mn}$ ,  $E_{fd mx}$ .

### A.1.5 Modelo RAT5

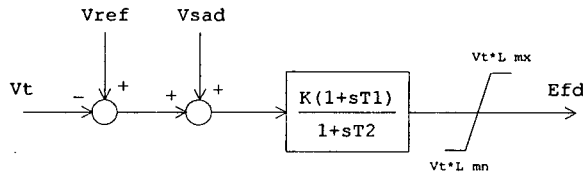


Figura A-5: Modelo RAT5.

Dados de entrada (Figura A-5):  $K, T_1, T_2, V_{a\ mn}, V_{a\ mx}$ .

### A.1.6 Modelo RAT6

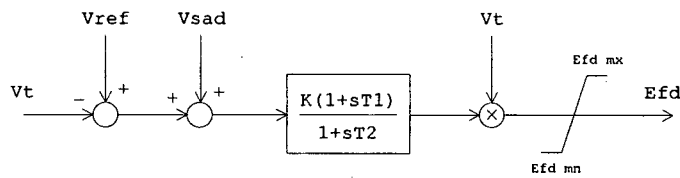


Figura A-6: Modelo RAT6.

Dados de entrada (Figura A-6):  $K, T_1, T_2, E_{fd\ mn}, E_{fd\ mx}$ .

### A.1.7 Modelo RAT7

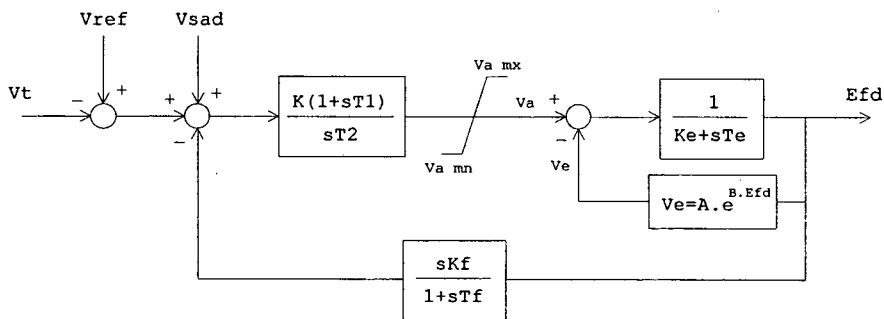


Figura A-7: Modelo RAT7.

Dados de entrada (Figura A-7):  $K, T_1, T_2, K_f, T_f, K_e, T_e, A, B, V_{a\ mn}, V_{a\ mx}$ .

### A.1.8 Modelo RAT8

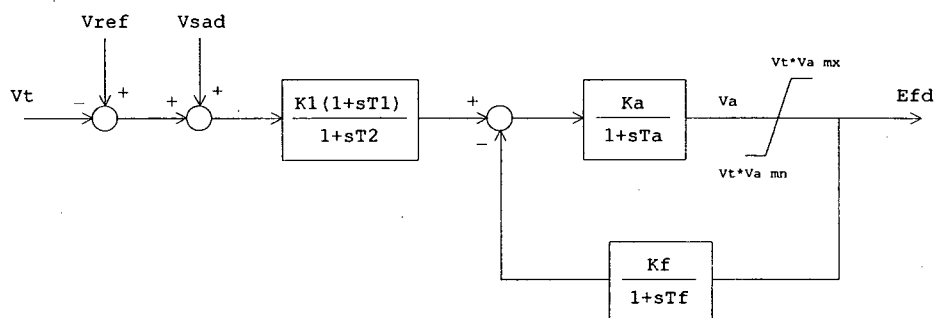


Figura A-8: Modelo RAT8.

Dados de entrada (Figura A-8):  $K, T_1, T_2, K_a, T_a, K_f, T_f, V_{a\ mn}, V_{a\ mx}$ .

### A.1.9 Modelo RAT9

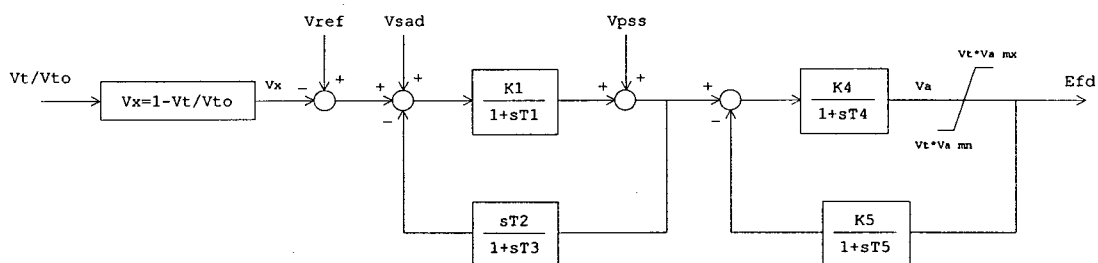


Figura A-9: Modelo RAT9.

Dados de entrada (Figura A-9):  $K_1, T_1, T_2, T_3, K_4, T_4, K_5, T_5, V_{t0}, V_{a\ mn}, V_{a\ mx}$ .

### A.1.10 Modelo RAT10

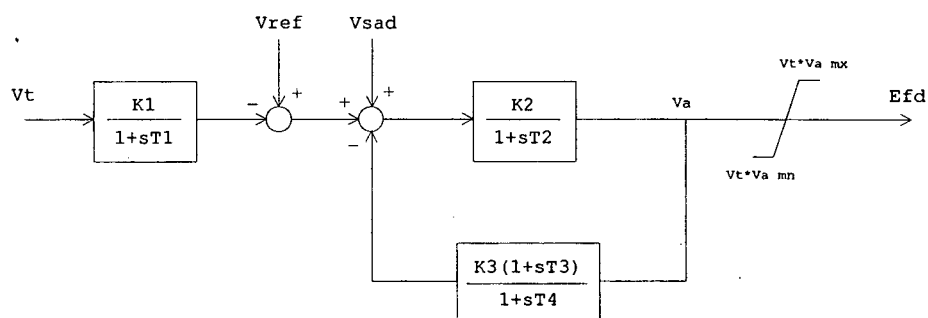


Figura A-10: Modelo RAT10.

Dados de entrada (Figura A-10):  $K_1, T_1, K_2, T_2, K_3, T_3, T_4, V_{amn}, V_{amx}$ .

### A.1.11 Modelo RAT11

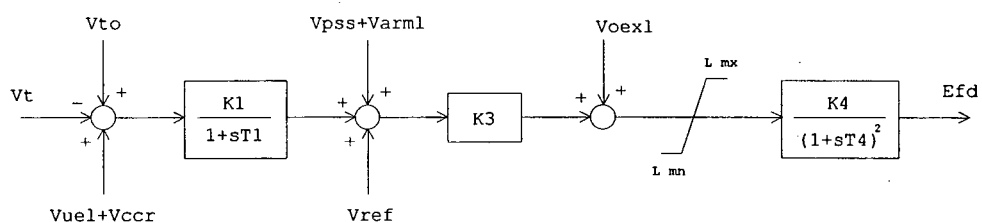


Figura A-11: Modelo RAT11.

Dados de entrada (Figura A-11):  $K_1, T_1, K_2, K_3, K_4, T_4, V_{t0}, Q_{e0}, V_{amn}, V_{amx}$ .



## A.3 Modelo de subexcitação de campo (UEL)

### A.3.1 Modelo UEL1

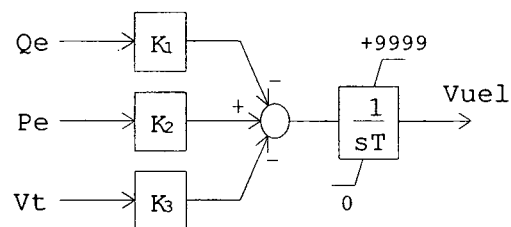


Figura A-14: Modelo UEL1.

Dados de entrada (Figura A-14):  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ ,  $T$ .

## A.4 Modelo de limitador de armadura (ARML)

### A.4.1 Modelo ARM1

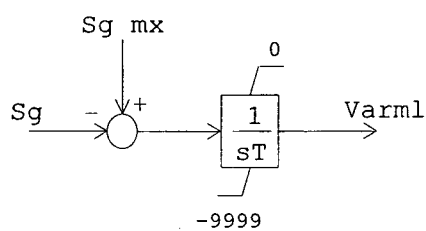


Figura A-15: Modelo ARM1.

Dados de entrada (Figura A-15):  $T$ ,  $S_{gmx}$ .

## A.5 Modelos de estabilizadores de sistemas de potência (ESP)

### A.5.1 Modelo ESP1

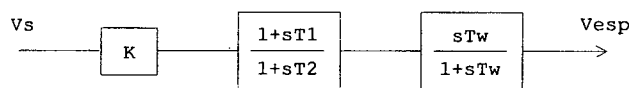


Figura A-16: Modelo ESP1.

Dados de entrada (Figura A-16):  $V_s$ ,  $K$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_w$ .

Obs.:  $V_s$  indica o sinal utilizado ( $V_t$ ,  $P_e$ ,  $P_a$ ,  $\omega$  ou  $\delta$ ), com a identificação da respectiva barra.

### A.5.2 Modelo ESP2

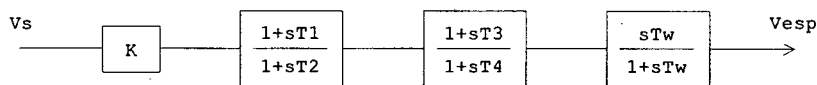


Figura A-17: Modelo ESP2.

Dados de entrada (Figura A-17):  $V_s$ ,  $K$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_4$ ,  $T_w$ .

Obs.:  $V_s$  indica o sinal utilizado ( $V_t$ ,  $P_e$ ,  $P_a$ ,  $\omega$  ou  $\delta$ ), com a identificação da respectiva barra.

### A.5.3 Modelo ESP3

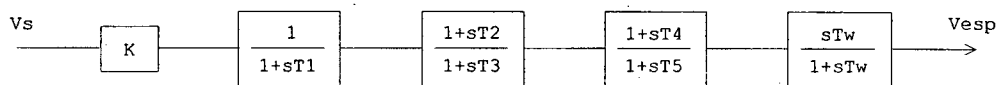


Figura A-18: Modelo ESP3.

Dados de entrada (Figura A-18):  $V_s$ ,  $K$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_4$ ,  $T_5$ ,  $T_w$ .

Obs.:  $V_s$  indica o sinal utilizado ( $V_t, P_e, P_a, \omega$  ou  $\delta$ ), com a identificação da respectiva barra.

#### A.5.4 Modelo ESP4

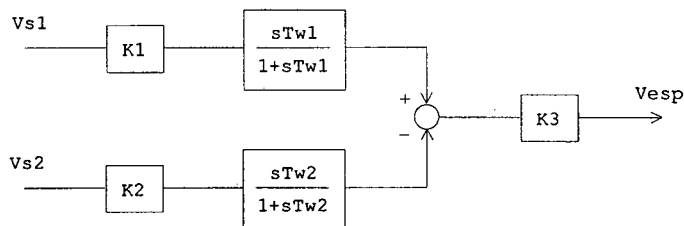


Figura A-19: Modelo ESP4.

Dados de entrada (Figura A-19):  $V_{s1}, V_{s2}, K_1, T_{w1}, K_2, T_{w2}, K_3$ .

Obs.:  $V_{s1}$  e  $V_{s2}$  indicam os sinais utilizados ( $V_t, P_e, P_a, \omega$  ou  $\delta$ ), com a identificação das respectivas barras.

#### A.5.5 Modelo ESP5

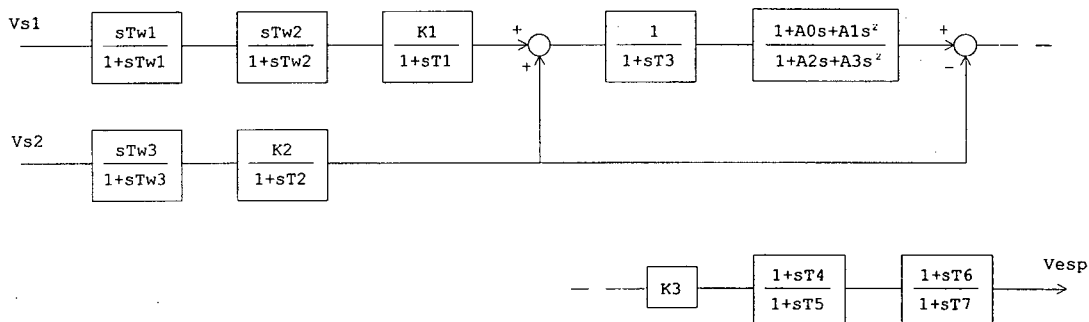


Figura A-20: Modelo ESP5.

Dados de entrada (Figura A-20):  $V_{s1}, V_{s2}, K_1, T_1, T_{w1}, T_{w2}, K_2, T_2, T_{w3}, T_3, A_0, A_1, A_2, A_3, K_3, T_4, T_5, T_6, T_7$ .

Obs.:  $V_{s1}$  e  $V_{s2}$  indicam os sinais utilizados ( $V_t, P_e, P_a, \omega$  ou  $\delta$ ), com a identificação das respectivas barras.



### A.5.6 Modelo ESP6

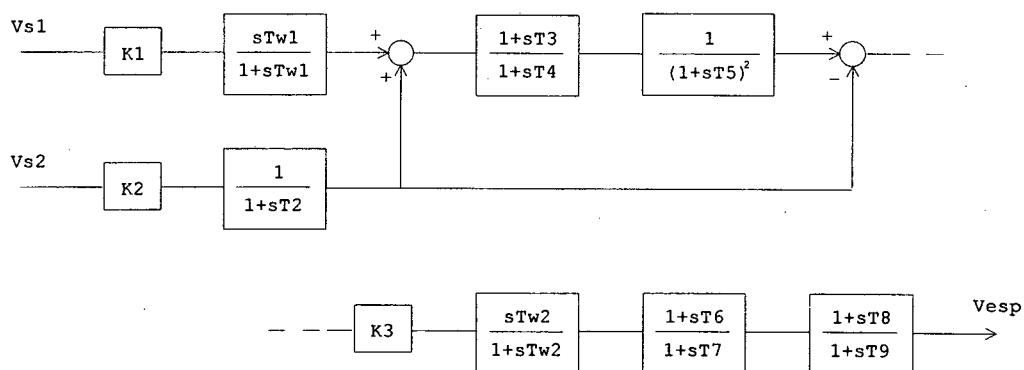


Figura A-21: Modelo ESP6.

Dados de entrada (Figura A-21):  $V_{s1}$ ,  $V_{s2}$ ,  $K_1$ ,  $T_{w1}$ ,  $K_2$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_4$ ,  $T_5$ ,  $n$ ,  $K_3$ ,  $T_{w2}$ ,  $T_6$ ,  $T_7$ ,  $T_8$ ,  $T_9$ .

Obs.:  $V_{s1}$  e  $V_{s2}$  indicam os sinais utilizados ( $V_t$ ,  $P_e$ ,  $P_a$ ,  $\omega$  ou  $\delta$ ), com a identificação das respectivas barras.

### A.5.7 Modelo ESP7

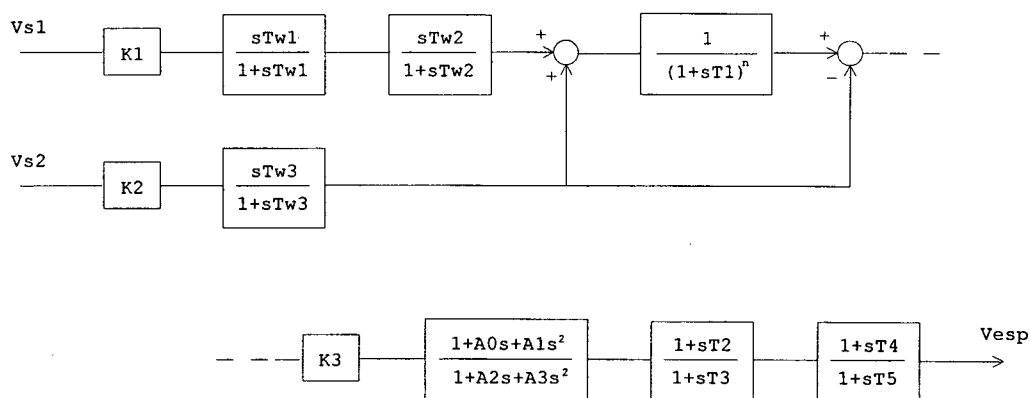


Figura A-22: Modelo ESP7.

Dados de entrada (Figura A-22):  $V_{s1}$ ,  $V_{s2}$ ,  $K_1$ ,  $T_{w1}$ ,  $T_{w2}$ ,  $K_2$ ,  $T_{w3}$ ,  $T_1$ ,  $n$ ,  $K_3$ ,  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_4$ ,  $T_5$ .

Obs.:  $V_{s1}$  e  $V_{s2}$  indicam os sinais utilizados ( $V_t$ ,  $P_e$ ,  $P_a$ ,  $\omega$  ou  $\delta$ ), com a identificação das respectivas barras.

## A.5.8 Modelo ESP8

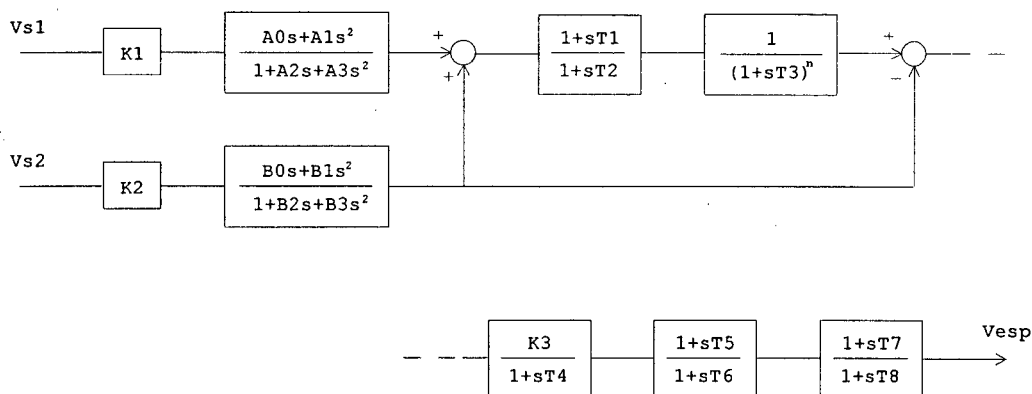


Figura A-23: Modelo ESP8.

Dados de entrada (Figura A-23):  $V_{s1}$ ,  $V_{s2}$ ,  $K_1$ ,  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $K_2$ ,  $B_0$ ,  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $n$ ,  $K_3$ ,  $T_4$ ,  $T_5$ ,  $T_6$ ,  $T_7$ ,  $T_8$ .

Obs.:  $V_{s1}$  e  $V_{s2}$  indicam os sinais utilizados ( $V_t$ ,  $P_e$ ,  $P_a$ ,  $\omega$  ou  $\delta$ ), com a identificação das respectivas barras.

## A.6 Modelos de compensadores de corrente reativa

### A.6.1 Modelo CCR1

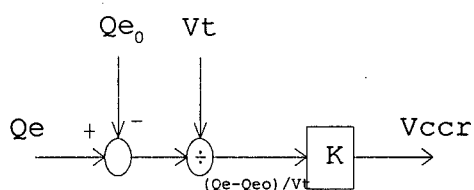


Figura A-24: Modelo CCR1.

Dados de entrada (Figura A-24):  $K$ ,  $Q_{e0}$ .

## A.6.2 Modelo CCR2

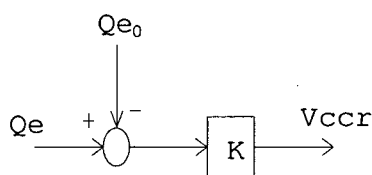


Figura A-25: Modelo CCR2.

Dados de entrada (Figura A-25):  $K$ ,  $Q_{e0}$ .

## A.7 Modelos de carga

### A.7.1 Modelo CAR1 (modelo estático polinomial)

Dados de entrada:  $a_p$ ,  $b_p$ ,  $c_p$ ,  $a_q$ ,  $b_q$ ,  $c_q$ .

Os parâmetros indicados satisfazem

$$P = P_0(a_p + b_p V + c_p V^2)$$

e

$$Q = Q_0(a_q + b_q V + c_q V^2)$$

### A.7.2 Modelo CAR2 (modelo dinâmico agregado)

Dados de entrada:  $T_p$ ,  $a$ ,  $\alpha$ ,  $T_q$ ,  $b$ ,  $\beta$ .

Os parâmetros seguem a nomenclatura utilizada em [68], satisfazendo

$$T_p \dot{x} = P_s(V) - x P_t(V)$$

$$P_t(V) = V^\alpha$$

$$P_s(V) = P_c V^a$$

e

$$T_q \dot{y} = Q_s(V) - y Q_t(V)$$

$$Q_s(V) = Q_c V^b$$

## A.8 Saturação de geradores

### A.8.1 Modelo CSG1

Dados de entrada:  $A_{sd}, B_{sd}, V_{ld}, A_{sq}, B_{sq}, V_{lq}$ .

Este modelo baseia-se na formulação com correção de parâmetros. Os parâmetros seguem a nomenclatura utilizada em [2].

### A.8.2 Modelo CSG2

Dados de entrada:  $A, B, V_l$ .

Este modelo utiliza a formulação adotada pelo programa Anatem. Os parâmetros indicados são utilizados na correção da tensão proporcional à corrente de campo  $EQ$ , de acordo com:

$$EQ = E'_q - (X_d - X'_d)I_d + Ae^{B(E'_q - V_l)} \quad (\text{geradores mod II a IV})$$

$$EQ = E''_q - (X_d - X''_d)I_d + Ae^{B(E'_q - V_l)} \quad (\text{gerador mod V})$$

# Apêndice B

## Artigos escritos

Este apêndice relaciona os artigos escritos pelo autor durante o seu doutoramento.

Publicações como autor principal:

- LERM, A. A. P.; SILVA, A. S. Análise Modal Aplicada à Estabilidade de Tensão com a Inclusão de Modelos Dinâmicos de Cargas. In: CONGRESO CHILENO DE INGENIERIA ELECTRICA (11.:1995:Punta Arenas, Chile). *Anais*. 1995. v. A, p. 92-97.
- LERM, A. A. P.; LEMOS, F. A. B.; SILVA, A. S. Inclusion and Evaluation of Generator Limits and Static Var Compensator Models in a Conventional Load Flow Program. In: NORTH AMERICAN POWER SYMPOSIUM (28.:Nov. 1996:,Boston EUA). *Anais*. 1996. p. 185-191.
- LERM, A. A. P.; LEMOS, F. A. B.; SILVA, A. S. Análise de Estabilidade de Tensão via Abordagens Estáticas e Dinâmicas. In: ENCONTRO LUSO-AFRO-BRASILEIRO DE PLANEJAMENTO E EXPLORAÇÃO DE REDES DE ENERGIA (3.:Out. 1996:Porto, Portugal). *Anais*. 1996. v. 1, comunicação n. 9.
- LERM, A. A. P.; LEMOS, F. A. B.; SILVA, A. S. Influence of Hard Limits in the Occurrence of Saddle-Node and Hopf Bifurcations in Voltage Stability Analysis. In: CONGRESO CHILENO DE INGENIERIA ELECTRICA (12.:1997:Temuco, Chile). *Anais*. 1997. v. 1, p. 88-93.

- LERM, A. A. P.; LEMOS, F. A. B.; SILVA, A. S. New Indexes for Voltage Stability Based on the Perturbation Theory of Linear Systems. In: NORTH AMERICAN POWER SYMPOSIUM (29.:Nov. 1997:Laramie, Wyoming, EUA). *Anais*. 1997. p. 582-587.
- LERM, A. A. P.; LEMOS, F. A. B.; SILVA, A. S.; IRVING, M. Voltage Stability Assessment with Inclusion of Hard Limits. *IEE Proceedings - Part C, Generation, Transmission and Distribution*, 1998.
- LERM, A. A. P.; CAÑIZARES, C. A.; LEMOS, F. A. B.; SILVA, A. S. Multi-parameter Bifurcation Analysis of Power Systems. In: NORTH AMERICAN POWER SYMPOSIUM (30.:Oct. 1998:Cleveland, EUA). *Anais*. 1998.

Publicações como co-autor:

- LEMOS, F. A. B.; LERM, A. A. P.; SILVA, A. S. Estabilidade de Tensão: Uma abordagem através da Teoria de Bifurcações. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA (11.:Set. 1995:São Paulo, SP). *Anais*. 1995. p. 1649-1654.
- LEMOS, F. A. B.; LERM, A. A. P.; SILVA, A. S.; IRVING, M. Behaviour of the Saddle-Node Bifurcation with New Models to Represent Hard Limits in a Power System Linearized Model. In: IMACS - WORLD CONGRESS ON SCIENTIFIC COMPUTATION, MODELING AND APPLIED MATHEMATICS (Aug. 1997:Berlin, Alemanha). *Anais*. 1997. p.147-152.
- LEMOS, F. A. B.; LERM, A. A. P.; SILVA, A. S. Avaliação da Influência da Modelagem de Limites de Potência Reativa para Determinação da Bifurcação Sela-Nó. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA (12.:Set. 1998:Uberlândia, MG). *Anais*. 1998. p. 1209-1213.

# Bibliografia

- [1] ANDERSON, P. M.; FOUAD, A. A. *Power System Control and Stability*. Iowa State University Press, 1979.
- [2] KUNDUR, P. *Power System Stability and Control*. McGraw-Hill, 1994.
- [3] CIGRÉ TASK FORCE. Modelling of Voltage Collapse Including Dynamic Phenomena. *Cigré Task Force 38.02.10*, Mar. 1993.
- [4] FINK, L. H. (editor) Bulk Power System Voltage Phenomena: Voltage Stability, Security and Control (3.:1994:Davos, Suíça). *Proceedings*. Davos, Suíça.
- [5] LESIEUTRE, B. C.; SAUER, P. W.; PAI, M. A. Why Power/Voltage Curves Are Not Necessarily Bifurcation Diagrams. In: NORTH AMERICAN POWER SYMPOSIUM (25.:Oct. 1993:Washington, EUA). *Anais*. 1993. p. 30-37.
- [6] PAI, M. A.; SAUER, P. W.; LESIEUTRE, B. C. Static and Dynamic Nonlinear Loads and Structural Stability in Power Systems. In: [7], p. 1562-1572.
- [7] Special Issue on Nonlinear Phenomena in Power Systems, *Proceedings of the IEEE*, v. 83, n. 11, Nov. 1995.
- [8] CHIANG, H.-D.; CHU, C.-C.; CAULEY, G. Direct Stability Analysis of Electric Power Systems Using Energy Functions: Theory, Applications, and Perspective. In: [7], p. 1497-1529.
- [9] VENKATASUBRAMANIAN, V.; SCHÄTTLER, H.; ZABORSZKY, J. Dynamics of Large Constrained Nonlinear Systems - A Taxonomy Theory. In: [7], p. 1530-1561.

- [10] KWATNY, H. G.; FISCHL, R. F.; NWANKPA, C. O. Local Bifurcation in Power Systems: Theory, Computation, and Application. In: [7], p. 1456-1483.
- [11] HISKENS, I. A. Analysis Tools for Power Systems - Contending with Nonlinearities. In: [7], p. 1573-1587.
- [12] VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C. D. Voltage Stability Analysis in Transient and Mid-Term Time Scales, *IEEE 95 WM 182-6 PWRS*, 1995.
- [13] VAN CUTSEM, T.; JACQUEMART, Y.; MARQUET, J.-N. et al. A Comprehensive Analysis of Mid-Term Voltage Stability. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 3, p. 1173-1182, Aug. 1995.
- [14] MARTINS, N. Efficient Eigenvalues and Frequency Response Methods Applied to Power System Small-Signal Stability Studies. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. PWRS-1, p. 217-226, Feb. 1986.
- [15] RAJAGOPALAN, C.; LESIEUTRE, B.; SAUER, P. W. et al. Dynamic Aspects of Voltage/Power Characteristics. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 7, p. 990-1000, Aug. 1992.
- [16] GUCKENHEIMER, J.; HOLMES, P. *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcation of Vector Fields*. New York: Springer, 1986.
- [17] SEYDEL, R. *From Equilibrium to Chaos - Practical Bifurcation and Stability Analysis*. North-Holland: Elsevier Science Publishers, 1988.
- [18] HALE, J.; KOÇAK, H. *Dynamics and Bifurcations*. New York: Springer-Verlag Inc., 1991.
- [19] NWANKPA, C.; KWATNY, H. G.; YU, X.-M. et al. Symbolic/Numeric Computation and Voltage Stability Analysis. In: POWER SYSTEMS COMPUTATION CONFERENCE (12.:1996:Dresden, Alemanha). *Anais*. 1996. p. 323-328.
- [20] MORENO, U. F. *Teoria de Bifurcações e do Caos Aplicados à Análise de Estabilidade de Tensão*. Florianópolis, 1997. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.



- [21] VENKATASUBRAMANIAN, V.; JIANG, X.; SCHÄTTLER, H. et al. Current Status of the Taxonomy Theory of Large Power System Dynamics - DAE System with Hard Limits. In: [4].
- [22] LERM, A. A. P.; LEMOS, F. A. B.; SILVA, A. S. Inclusion and Evaluation of Generator Limits and Static Var Compensator Models in a Conventional Load Flow Program. In: NORTH AMERICAN POWER SYMPOSIUM (28.:Nov. 1996.:Boston EUA). *Anais*. 1996. p. 185-191.
- [23] LERM, A. A. P.; LEMOS, F. A. B.; SILVA, A. S. Influence of Hard Limits in the Occurrence of Saddle-Node and Hopf Bifurcations in Voltage Stability Analysis. In: CONGRESO CHILENO DE INGENIERIA ELECTRICA (12.:1997:Temuco, Chile). *Anais*. 1997. v. 1, p. 88-93.
- [24] LEMOS, F. A. B.; LERM, A. A. P.; SILVA, A. S. et al. Behaviour of the Saddle-Node Bifurcation with New Models to Represent Hard Limits in a Power System Linearized Model. In: IMACS - WORLD CONGRESS ON SCIENTIFIC COMPUTATION, MODELING AND APPLIED MATHEMATICS (Aug. 1997:Berlin, Alemanha). *Anais*. 1997. p.147-152.
- [25] LEMOS, F. A. B.; LERM, A. A. P.; SILVA, A. S. Avaliação da Influência da Modelagem de Limites de Potência Reativa para Determinação da Bifurcação Sela-Nó. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA (12.:Set. 1998:Uberlândia, MG). *Anais*. 1998. p. 1209-1213.
- [26] LERM, A. A. P.; LEMOS, F. A. B.; SILVA, A. S. et al. Voltage Stability Assessment with Inclusion of Hard Limits. *IEE Proceedings - Part C, Generation, Transmission and Distribution*, 1998.
- [27] SCHLUETER, R. A.; KILANI, K. B.; AHN, U. Impact of Modeling Accuracy on Type, Kind, and Class of Stability Problems in a power system Model. In: [4].
- [28] CAÑIZARES, C. A.; ALVARADO, F. L.; DeMARCO, C. L. et al. Point of Collapse Methods Applied to AC/DC Power Systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 7, n. 2, May 1992.

- [29] CAÑIZARES, C. A.; ALVARADO, F. L. Point of Collapse and Continuation Methods for Large AC/DC Systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 8, n. 1, Feb. 1993.
- [30] CAÑIZARES, C. A. Conditions for Saddle-Node Bifurcations in AC/DC Power Systems. *Int. J. Electrical Power & Energy Systems*, v. 17, p. 61-68, 1995.
- [31] CAÑIZARES, C. A. On Bifurcations, Voltage Collapse and Load Modeling. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, p. 512-522, Feb. 1995.
- [32] DOBSON, I.; LU, L. Computing an Optimum Direction in Control Space to Avoid Saddle-node Bifurcation and Voltage Collapse in Electric Power Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 37, n. 10, Oct. 1992.
- [33] DOBSON, I. Observation on The Geometry of Saddle-node Bifurcation and Voltage Collapse in Electric Power System. *IEEE Transactions on Circuits & Systems - I*, v. 39, n. 3, p. 240-243, Mar. 1992.
- [34] KWATNY, H. G.; PASRIJA, A. K.; BAHAR, L. Y. Static Bifurcations in Electric Power Networks : Loss of Steady-State Stability and Voltage Collapse. *IEEE Transactions on Circuits & Systems*, v. CAS-33, p. 981-991, Oct. 1986.
- [35] LÖF, P. A.; HILL, D. J.; ANDERSSON, G. Voltage Stability Indices for Stressed Power Systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 8, p. 87-93, Feb. 1993.
- [36] MAKAROV, Y. V.; HISKENS, I. A. A Continuation Method Approach to Finding the Closest Saddle Node Bifurcation Point. In: [4].
- [37] SCHLUETER, R. A.; HU, I.; CHANG, J. C. et al. Methods for Determining Proximity to Voltage Collapse. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, p. 285-291, Feb. 1991.
- [38] SRIVASTAVA, K. N.; SRIVASTAVA, S. C.; KALRA, P. K. Prediction of Voltage Collapse in an Integrated AC-DC Network Using the Singular Value Decomposition Concept. *Electric Power Systems Reserch*, v. 28, p. 111-122, 1993.

- [39] HISKENS, I. A.; HILL, D. Energy Functions, Transient Stability and Voltage Behaviour in Power System with Nonlinear Loads. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 4, p. 1525-1533, Oct. 1989.
- [40] CAÑIZARES, C. A.; HRANILOVIC, S. Transcritical and Hopf Bifurcations in AC/DC Systems. In: [4].
- [41] LERM, A. A. P.; CAÑIZARES, C. A.; LEMOS, F. A. B. et al. Multi-parameter Bifurcation Analysis of Power Systems. In: NORTH AMERICAN POWER SYMPOSIUM (30.:Oct. 1998:Cleveland, EUA). *Anais*. 1998.
- [42] DOBSON, I.; LU, L. Voltage Collapse Precipitated by The Immediate Change in Stability When the Generator Reactive Power Limits are Encountered. *IEEE Transactions on Circuits & Systems - I*, v. 39, n. 9, p. 362-366, Sep. 1992.
- [43] RUELLE, D. *Elements of Differentiable Dynamics and Bifurcation Theory*. San Diego, CA: Academic Press Inc., 1989.
- [44] TAN, C.-W.; VARGHESE, M.; VARAIYA, P. et al. Bifurcation, Chaos, and Voltage Collapse in Power Systems. In: [7], p. 1484-1496.
- [45] VENKATASUBRAMANIAN, V.; SCHÄTTLER, H.; ZABORSZKY, J. Voltage Dynamics: Study of a Generator with Voltage Control, Transmission and Matched MW Load. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 37, p. 1717-1733, 1992.
- [46] VENKATASUBRAMANIAN, V.; JI, W. Hard-limit Induced Chaos in a Fundamental Power System Model. *Int. J. Electrical Power & Energy Systems*, v.18, p. 279-295, 1996.
- [47] ARCIDIACONO, V.; CORSI, S. A Real Time Voltage Stability Index for Bulk Power with Secondary Voltage Regulation. In: [4].
- [48] PROUVOT, C. L. Recent Developments and Researches at EdF for Improvement of Voltage Control. In: [4].
- [49] ILIC, M. D.; LIU, X.; LEUNG, G. et al. Improved Secondary and New Tertiary Voltage Control. *IEEE PES Winter Meeting*, New York, EUA, Feb. 1995.

- [50] VU, H.; PROUVOT, P.; LAUNAY, C. et al. An Improved Voltage Control on Large-Scale Power Systems. *IEEE PES Summer Meeting*, artigo 95 SM 524-9 PWRS, Portland, OR, EUA, Jul. 1995.
- [51] POPOVIC, D. S.; CALOVIC, M. S.; LEVI, V. A. Voltage Reactive Security Analysis in Power Systems with Automatic Secondary Voltage Control. *IEE Proceedings - Part C, Generation, Transmission and Distribution*, v. 141, n. 3, May 1994.
- [52] BERIZZI, A. ; SILVESTRI, A.; VOLPI, D. et al. Dynamic Interations Among Areas in Secondary Voltage Regulation. In: POWER SYSTEMS COMPUTATION CONFERENCE (12.:1996:Dresden, Alemanha). *Anais*. 1996. p. 303-308.
- [53] VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C. D. *Voltage Stability of Electric Power Systems*. Kluwer Academic Press, 1998.
- [54] EPRI. Frequency Domain Analysis of Low Frequency Oscillations in Large Electric Power Systems. *EPRI Interim Report EI-726*, 1978.
- [55] JOVANOVIC, S.; FOX, B. Dynamic Load Flow Including Generator Voltage Variation. *Int. J. Electrical Power & Energy Systems*, v. 16, n. 1, p. 5-9, Aug. 1994.
- [56] BOMPARD, E.; CARPANETO, E.; CHICCO, G. et al. A Dynamic Interpretation of the Load-Flow Jacobian Singularity for Voltage Stability Analysis. *Int. J. Electrical Power & Energy Systems*, v. 18, n. 6, p. 385-395, 1996.
- [57] LÖF, P. A.; ANDERSSON, G.; HILL, D. J. Voltage Dependent Reactive Power Limits for Voltage Stability Studies. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 1, p. 220-228, Feb. 1995.
- [58] O'KEEFE, R. J.; SCHULZ, R. P.; BHATT, N.B. Improved Representation of Generator and Load Dynamics in the Study of Voltage Limited Power System Operations. *IEEE 96 WM 282-4 PWRS*, 1996.
- [59] ARRILLAGA, J.; ARNOLD, C. P. *Computer Modelling of Electrical Power Systems*. John Wiley & Sons, 1983.
- [60] LERM, A. A. P.; LEMOS, F. A. B.; SILVA, A. S. New Indexes for Voltage Stability Based on the Perturbation Theory of Linear Systems. In: NORTH AMERICAN

- POWER SYMPOSIUM (29.:Nov. 1997:Laramie, Wyoming, EUA). *Anais*. 1997. p. 582-587.
- [61] SRIVASTAVA, K. N.; SRIVASTAVA, S. C. Application of Hopf Bifurcation Theory for Determining Critical Value of a Generator Control or Load Parameter. *Electric Power & Energy Systems*, v. 17, n. 5, p. 347-354, 1995.
- [62] IEEE COMMITTEE. Excitation System Models for Power System Stability Studies. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, p. 1863-1869, Nov. 1995.
- [63] IEEE TASK FORCE. Recommended Models for Overexcitation Limiting Devices. *IEEE PES Winter Meeting*, artigo 95 WM 049-7 EC, New York, EUA, Feb. 1995.
- [64] IEEE TASK FORCE. Underexcitation Limiter Models for Power System Stability Studies. *IEEE PES Winter Meeting*, artigo 95 WM 050-5 EC, New York, EUA, Feb. 1995.
- [65] OLIVEIRA, S. E. M.; SANTOS, M. G. Impact of Under-Excitation Limit Control on Power System Dynamic Performance. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-100, n.2, p. 494-509, Feb. 1981.
- [66] LERM, A. A. P. *Análise Modal Aplicada à Estabilidade de Tensão com a Inclusão de Modelos Dinâmicos de Carga*. Florianópolis, 1995. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [67] GOLUB, G. H.; VAN LOAN, C. F. *Matrix Computations*. London: Johns Hopkins Press Ltd., 1996.
- [68] XU, W.; MANSOUR, Y. Voltage Stability Using Generic Dynamic Load Models. *IEEE/PES Winter Meeting*, Columbus, OH, Jan. 1993.
- [69] DeMARCO, C. L.; OVERBYE, T. J. An Energy Based Security Measure for Assessing Vulnerability to Voltage Collapse. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 5, n. 2, p. 419-427, May 1990.

- [70] DeMARCO, C. L.; CAÑIZARES, C. A. A Vector Energy Function Approach for Security Analysis of AC/DC Systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 7, n. 3, p. 1001-1011, Aug. 1992.
- [71] OVERBYE, T. J.; DeMARCO, C. L. Voltage Security Enhancement Using Energy Based Sensitivities. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, p. 1196-1202, Aug. 1991.
- [72] OVERBYE, T. J.; DeMARCO, C. L. Improved Techniques for Power System Voltage Stability Assessment Using Energy Methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, n. 4, p. 1446-1452, Nov. 1991.
- [73] OVERBYE, T. J. Use of Energy Methods for On-Line Assessment of Power System Voltage Security. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 8, n. 2, p. 452-458, May 1993.
- [74] OVERBYE, T. J.; DOBSON, I.; DeMARCO, C. L. Q-V Curve Interpretations of Energy Measures for Voltage Security. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 1, p. 331-340, Feb. 1994.
- [75] PAI, M. A. *Energy Function Analysis for Power System Stability*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1989.