

**Estudo da Variabilidade de
Núcleos Ativos de Galáxias
no Contexto de Modelos Poissonianos**

Lande Vieira da Silva Júnior

Dissertação

Submetida ao Curso de Pós-Graduação em Física

da

Universidade Federal de Santa Catarina

para obtenção de grau de

MESTRE EM FÍSICA

Florianópolis, 26 de Maio de 2000.

Estudo da Variabilidade de Núcleos Ativos de Galáxias no Contexto de Modelos Poissonianos

Lande Vieira da Silva Júnior

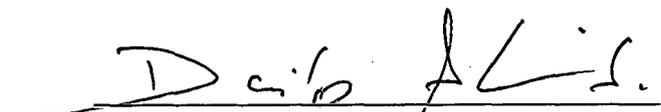
Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de

MESTRE EM FÍSICA

especialidade Astrofísica e aprovada em sua forma final pelo Curso de Pós-Graduação



Prof. Dr. Roberto Cid Fernandes Jr.
(Orientador)

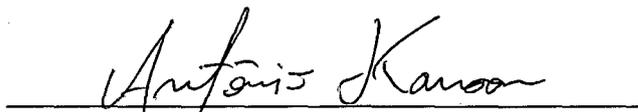


Prof. Dr. Danilo de Paiva Almeida
(Coordenador)

Banca Examinadora



Prof. Dr. Laerte Sodré Jr. – USP-SP



Prof. Dr. Antônio N. Kanaan Neto – UFSC-SC



Prof. Dr. Roberto Cid Fernandes Jr. – UFSC-SC

RESUMO

Neste trabalho se estuda a variabilidade de Núcleos Ativos de Galáxias no contexto de modelos poissonianos, os quais descrevem as variações observadas como sendo devidas à superposição randômica de “pulsos” independentes. Incluiu-se também uma componente não variável na luminosidade total do sistema, para dar conta dos efeitos das estrelas da galáxia hospedeira sobre a variabilidade observada. Estes modelos têm a vantagem de abranger um leque de teorias físicas para a variabilidade de AGNs (de supernovas a instabilidades em discos de acrecimento), e ao mesmo tempo proporcionar um ambiente matemático que permite elaborar diagnósticos importantes para os parâmetros fundamentais do processo: taxa (ν), duração (τ), energia (E) e contribuição do “background” (f_{bg}). Assim, diagnósticos poissonianos podem ser de grande valia para testar diferentes teorias.

Uma das maneiras de se estudar a variabilidade de AGNs é empregando ferramentas estatísticas. Para isso é desenvolvida uma teoria que prevê os quatro primeiros momentos de uma distribuição: a média, variância, a “skewness” e a “kurtosis”. A fim de testar as previsões foram realizadas simulações de Monte Carlo. Através delas foram obtidas informações sobre quais seriam os valores ideais para parâmetros não físicos, como o intervalo entre as observações e a duração total da curva de luz, para que o modelo desenvolvido seja adequadamente comparado com curvas de luz observadas. Vários efeitos de amostragem são discutidos.

Posteriormente aplicou-se a teoria desenvolvida aos 42 quasares observados por Giveon *et al.* (1999) por um período de sete anos. Essa amostra foi escolhida por ser uma das melhores existentes. A análise dos dados permitiu calcular faixas de valores para os parâmetros poissonianos, o que é feito pela primeira vez para tantos objetos individuais. Verificou-se que esses parâmetros cobrem uma grande faixa, em parte devido a dificuldades em limitá-los melhor, e em parte devido a diferenças intrínsecas dos parâmetros de objeto a objeto. Concluiu-se também que os quasares desta amostra variam mais em comprimentos de onda menores, o que está de acordo com outras observações de AGNs. Dentro do contexto de modelos poissonianos, esta propriedade só pode ser entendida se for postulada a existência de uma componente de “background” que é mais vermelha do que a componente variável oriunda dos pulsos.

Por fim, se analisa dados recentes para a galáxia Seyfert 1 NGC 5548. com o objetivo de testar a sugestão de que padrões de variabilidade se repetem na curva de luz desta galáxia.

ABSTRACT

In this work, the variability properties of Active Galactic Nuclei are inquired into the framework of Poissonian models which describe the variations as being due to a random superposition of independent "pulses". A non-variable component was also included in the total luminosity of the system to cope with the effects of starlight coming from the host galaxy on the observed variability. These models have the advantage to cover a wide range of physical theories for AGN variability (from supernovas to accretion disk instabilities) and also to yield a mathematical environment which allows to elaborate important diagnostics for the fundamental parameters of the process: the rate (ν), lifetime (τ), energy (E) and the background contribution (f_{bg}). This way, Poissonian diagnostics may be of great value in testing different theories. One of the wises of studying AGN variability is bringing to bear statistical methods: In this sense it is raised a theory which predicts the first four moments of a distribution: the average, the variance, the skewness and the kurtosis. In order to test the predictions, Monte Carlo simulations were performed. Through them, information were obtained about what would be the ideal values for non-physical parameters like the interval between observations and the total extent of the light curve so that the developed model could be adequately compared with the observed light curves. Several sampling effects were also discussed. After that, the developed theory were applied to the quasars of the Palomar-Green catalog, observed by Giveon *et al.* (1999) for a period of seven years long. This sample was chosen because it is one of the best that has ever been. The data analysis permitted to calculate a range of values for the Poissonian parameters, what is done for the first time for so many single objects. It was noticed that the parameters cover a wide range: one of the reasons is due to difficulties in limiting them better and the other is due to intrinsic differences in the parameters from object to object. It was also concluded that the quasars of this sample vary more for lesser wavelenghts, what is in plenty of agreement with other observations of AGN. Inside the framework of Poissonian models, this property can only be understood if postulated the existence of a background component, redder than the variable one coming from the pulses. In the end, recent data from the Seyfert 1 galaxy NGC 5548 are analysed in order to test the suggestion that variability patterns repeat themselves in the lightcurve of this galaxy.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço ao meu orientador professor Roberto Cid Fernandes Jr. pelos conhecimentos que me foram transmitidos. Sem seu apoio com certeza esse trabalho não existiria. Agradeço também aos professores Antônio Kanaan, Raymundo Baptista, Sergio Michelin, Frederico Cruz, Nilton Branco e ao professor Laerte Sodré por ter vindo de São Paulo para fazer parte da banca examinadora desta dissertação. Muito obrigado à CAPES pela bolsa que proporcionou este trabalho. Obrigado também ao Pronex pelo apoio financeiro. Cientificamente falando, sem o árduo trabalho da turma de Giveon *et al.* esta dissertação não teria tido graça. Muito agradecido fico também à Áurea Garcia por ter escrito uma dissertação de mestrado que ajudou muito. Um obrigado especial para Sonia e Telma da secretaria da PG, vocês sempre fizeram o melhor!

Muito obrigado também aos meus colegas Humberto, China, João, Thales, Reiner, Jorge, Marcos e Luciano pelo apoio e pela amizade.

Ao meu amigo Eduardo, além da amizade agradeço por ter dado o “empurrão” inicial para que eu estudasse física.

Ao Marcelo, meu muito obrigado pela amizade e pelas inúmeras horas “perdidas” (desde os meus dezessete anos) em longas discussões a respeito de incontáveis e variados temas, à Márcia obrigado pela paciência de ter ouvido tantas vezes os mesmos assuntos!

Zé, Cláudia e Rodrigo, muito obrigado pela “super-doooper” amizade e carinho dispensados a mim e a minha família durante as estadas em POA e sempre.

Aos meus amigos Geraldo, Maria de Lourdes, Guilherme, Gustavo e Gabriela, muito obrigado pela amizade e pelo carinho.

Para a Rita, meu muito obrigado por ter passado um feriado dando uma mão aqui em Fpólis e também pelos bolos, doces, tortas, chocolates, balas, bombons...

A todos que de alguma maneira contribuíram não só para essa dissertação mas para um aprendizado muito maior, my hat's off to you, Betty, Zé Carlos, Rio Novello, Tracy Prentice, Brad Lee...

A meus amigos mais antigos, que de alguma maneira ou de outra estão sempre presentes, Serginho e Elisa, Francisco e Laura e respectivos pais.

Ao Marco e à Gleci pelo carinho e pela amizade, pelos almoços e jantares (e também pelos lanches fora de hora) proporcionados durante minhas estadas em Pelotas. Um agradecimento especial ao Marco pelas muitas vezes que desmontei seu microcomputador!

Ao Otávio e à Cláudia, muito obrigado pela amizade e pelo gabinete do meu computador, sem ele podem ter certeza de que este trabalho demoraria muito mais!

Agradeço, (almost at last, but not at all, at least) aos meus colegas da Associação Catariense de Ai-Ki-Do pela amizade e pela oportunidade que tive ao conhecer essa arte e filosofia de vida que estará sempre comigo. Vocês fizeram essa estada em Santa Catarina valer a pena!

Finalmente, de um modo muitíssimo especial, a meus pais e a toda minha família em Pelotas, à minha esposa Bárbara pelo companheirismo e pela paciência dispensada durante esses dois anos, e ao meu filho, Victor, por estar me ensinando o que eu já sabia, mas havia esquecido!

Conteúdo

1	Introdução	7
1.1	Núcleos Ativos de Galáxias	7
1.2	Tipos de AGNs	8
1.2.1	Galáxias Seyfert	8
1.2.2	Quasares	9
1.2.3	Um Breve Passeio Por Outros Tipos de AGN's	9
1.2.4	Modelos Unificados	10
1.3	Variabilidade	11
1.3.1	Variabilidade x Luminosidade	11
1.3.2	Variabilidade x Redshift	12
1.3.3	Variabilidade x Comprimento de Onda	12
1.3.4	Variabilidade e Mapeamento por Reverberação	12
1.3.5	Uma Breve Revisão de Alguns Artigos Sobre Variabilidade	12
1.4	Teorias Para a Variabilidade de AGNs	19
1.4.1	Modelo do Disco de Acréscimo	19
1.4.2	Modelo do Starburst	20
1.4.3	Microlensing	20
1.5	O Presente Trabalho	21
2	Formalismo: Momentos de Curvas de Luz Poissonianas	23
2.1	Introdução	23
2.2	Generalidades e Definições	24
2.2.1	Momentos de Uma Distribuição	24
2.2.2	Distribuição de Poisson	25
2.3	Previsões Teóricas para os Momentos	26
2.3.1	Média	26
2.3.2	Variância	27
2.3.3	Coefficiente de Variação, Tempo de Vida e Número de Eventos Vivos	29
2.3.4	Skewness	30
2.3.5	Kurtosis	30
2.3.6	Generalização para pulsos diferentes	31
2.4	Cálculos para pulsos simples	31
2.5	Efeitos de uma Componente Não Variável	33
2.6	Resumo dos resultados teóricos e discussão de sua aplicabilidade	33

3	Simulações	37
3.1	Unidades e Parâmetros	37
3.2	Curvas de Luz	38
3.2.1	Curvas de Luz Individuais	38
3.2.2	Estatística das Estatísticas	44
3.3	Conclusão	52
4	Aplicação de Diagnósticos Poissonianos às Observações	53
4.1	Introdução e Objetivos	53
4.2	Descrição dos Dados	54
4.2.1	Conversão para Luminosidades	55
4.2.2	Correção K	57
4.2.3	Extinção	58
4.2.4	Conversão de magnitude para fluxo	59
4.2.5	Conversão de Fluxo para Luminosidade	59
4.3	Índices de Variabilidade	60
4.3.1	Incertezas nos Índices de Variabilidade devidas a erros Fotométricos	60
4.3.2	Resultados	62
4.3.3	Efeitos de amostragem sobre γ e κ	70
4.3.4	Variabilidade \times luminosidade	70
4.3.5	$\delta \times \gamma \times \kappa$	71
4.3.6	Comparação dos resultados em B e R	71
4.4	Interpretação Poissoniana dos Resultados	76
4.4.1	Escala de tempo	76
4.4.2	Limite Superior Para o Background	79
4.4.3	Estimativa dos Parâmetros Poissonianos	79
4.5	Conclusão	81
5	Padrões Recorrentes na Curva de Luz de NGC 5548	85
5.1	Introdução	85
5.2	A Curva de Luz Óptica de NGC 5548	85
5.3	Identificação dos Padrões	86
5.3.1	Pulso 90	86
5.3.2	Pulso 92	86
5.4	Identificação Estatística dos Padrões	86
5.5	Resultados e Conclusões	88
6	Conclusões	93
A	Cálculos da Skewness e Kurtosis	97
A.1	Skewness	97
A.2	Kurtosis	100
A.3	Função Geradora de Momentos	104

Capítulo 1

Introdução

1.1 Núcleos Ativos de Galáxias

Núcleos Ativos de Galáxias (AGNs) emitem uma grande e variável quantidade de energia em uma ampla faixa do espectro eletromagnético, desde ondas de rádio até raios- γ . A emissão tem origem em um volume pequeno ($< 1pc^3$) e variações na luminosidade em escalas de tempo que cobrem uma faixa desde horas até anos são bastante comuns. A combinação de alta luminosidade e curtas escalas de tempo indica que a energia dos AGNs é produzida por um mecanismo mais eficiente, em termos de energia liberada por unidade de massa, do que processos estelares conhecidos (Fabian 1979). O paradigma mais aceito para explicar o fenômeno da atividade consiste de um buraco negro supermassivo envolto por um disco de acreção (Rees 1984). Durante o processo de acreção, parte da energia potencial gravitacional liberada é convertida em energia térmica devido à viscosidade do disco, e finalmente transformada em fótons. Os detalhes deste processo, porém, ainda não são bem compreendidos, embora seja certo que ondas de choque, fotoionização, campos magnéticos, efeitos relativísticos e outros processos físicos estejam envolvidos (ver Krolik 1998).

A fim de compreender o que está por trás das emissões de um AGN, esforços observacionais foram feitos nos últimos 20–30 anos no sentido de obter uma visão “pancromática” desse fenômeno. Hoje em dia, dispõe-se de dados cobrindo todos comprimentos de onda acessíveis tanto da terra quanto do espaço. Além disso, várias campanhas internacionais foram realizadas para estudar o comportamento temporal de AGNs. Os resultados revelam uma fenomenologia bastante variada e complexa (Peterson 1997), que não é explicada de maneira clara pelo modelo padrão, nem por teorias alternativas. A principal dificuldade em determinar o mecanismo gerador de energia em AGNs é que a fonte central é muito compacta, e não pode ser resolvida espacialmente mesmo nos objetos mais próximos. Esta dificuldade nos força a buscar maneiras indiretas de inferir as propriedades da fonte central por meio de observações que integram sobre regiões relativamente extensas dos AGNs. Esta dissertação se enquadra nesta filosofia de trabalho: essencialmente, buscamos caracterizar as propriedades da fonte central por meio da variabilidade por ela gerada.

Nesse capítulo é feita uma introdução ao fenômeno de núcleos ativos, comentando-se os tipos mais conhecidos, como galáxias Seyferts e quasares, com ênfase na variabilidade óptica de AGNs. Na seção 1.5 é apresentado um resumo de como está organizado este trabalho e

a motivação para realizá-lo.

1.2 Tipos de AGNs

Galáxias que contêm um núcleo ativo são minoria dentre as galáxias conhecidas. Porém, é provável que a maioria das galáxias tenham passado por uma fase ativa durante sua evolução. Uma indicação neste sentido é que quasares só são encontrados a altos redshift (z), e portanto o que vemos deles corresponde a uma fase do passado em sua evolução. É provável que as galáxias normais que vemos a baixo z sejam descendentes desta época.

As duas maiores subclasses de AGNs conhecidos são os Quasares e as galáxias Seyfert.

1.2.1 Galáxias Seyfert

São galáxias que possuem um núcleo de baixa luminosidade ($M_B > -21,5 + 5\log h_0$), frequentemente de brilho variável. Carl Seyfert em 1943 observou que essas galáxias tinham um núcleo brilhante e uma análise espectroscópica revelou características não usuais nas linhas de emissão. Observadas por um telescópio suficientemente potente as galáxias tipo Seyfert têm o aspecto de uma espiral normal com uma estrela colocada em seu centro, sendo que o núcleo tem aproximadamente a mesma luminosidade das estrelas que formam o resto da galáxia ($\sim 10^{10} L_\odot$). Hoje essas galáxias são identificadas espectroscopicamente. Através desse método nota-se a existência de fortes linhas de alta ionização. A maioria, senão todas Seyferts, ocorrem em galáxias espirais. Embora alguns pesquisadores baseados na aparência do espectro óptico subdividam essas galáxias em vários tipos, duas classes são comumente aceitas:

1. **Seyfert 1:** são as que possuem dois conjuntos de linhas de emissão superpostos. Um desses conjuntos está relacionado a nuvens formadas por um gás ionizado de baixa densidade (densidade eletrônica $n_e \sim 10^3$ até 10^6 cm^{-3}) com larguras de linha correspondendo a velocidades da ordem de centenas de quilômetros por segundo nessa região. Essa região formadora de linhas estreitas é conhecida como “Narrow Line Region” (NLR, região de linhas estreitas), e se estende por algumas centenas de pc . O segundo conjunto é composto por linhas largas que são emitidas em uma região que possui nuvens gasosas de alta densidade eletrônica ($n_e \sim 10^9 \text{ cm}^{-3}$ ou mais). Apenas transições permitidas, como as linhas de Balmer do Hidrogênio, são largas. A largura dessas linhas sugere que as nuvens se movem com velocidades entre 1000 e 10000 km s^{-1} . Essa região formadora de linhas largas é chamada de “Broad Line Region” (BLR, região de linhas largas), e seu tamanho ($< 1pc$) é bem menor do que o da NLR, e não pode ser resolvido observacionalmente. Outra propriedade importante das Seyferts 1 é que elas são altamente variáveis no óptico, ultra-violeta e raios X. Como exemplos de Seyfert 1 temos NGC 5548, NGC 4151, NGC 3783 e NGC 1566.
2. **Seyfert 2:** são as que só apresentam linhas estreitas. Nessas, o contínuo do núcleo ativo é fraco e isso torna difícil de distingui-lo do contínuo estelar. Elas não variam no óptico mas variam em rádio e raios-X. Como exemplos de Seyfert 2 temos NGC 1068, NGC 5506 e NGC 1667.

A densidade do gás nas nuvens tanto da NLR como da BLR é conhecida através da análise das linhas de emissão (Osterbrock 1989). Quando a densidade do meio é baixa o processo radiativo é tão eficiente que todas excitações colisionais levam a desexcitação radiativa, o que forma linhas proibidas no espectro, como por exemplo $[\text{OIII}]\lambda 5007 \text{ \AA}$. Se a densidade do meio é alta a desexcitação radiativa é inibida devido a desexcitação colisional, e apenas linhas permitidas são formadas.

1.2.2 Quasares

Esses objetos constituem a mais luminosa e distante subclasse dos AGNs. O nome quasar vem de “quasi-stellar radio source” mas apenas uma pequena minoria deles (5 – 10%) apresenta a intensa emissão em rádio que originalmente definiu a classe. Nesse trabalho não se fará distinção entre eles e QSOs (quasi-stellar objects) que não apresentam a forte emissão em rádio no contínuo. Os quasares começaram a ser descobertos no final dos anos 50. Parecendo-se com uma estrela normal de magnitude 16, o quasar 3C48 foi a primeira fonte de ondas de rádio observada. Embora quasares, como Seyferts, também sejam núcleos de galáxias, a luminosidade típica emitida pelo núcleo é maior do que a das estrelas componentes de sua galáxia por um fator de ~ 100 , e apenas recentemente foi possível identificar a galáxia hospedeira do núcleo ativo.

Um grande passo na compreensão desses objetos foi a descoberta de que as linhas de emissão no espectro óptico do quasar 3C 273 (=PG 1226) são as linhas da série de Balmer para o Hidrogênio e do $\text{MgII } \lambda 2798 \text{ \AA}$ em um redshift $z = 0,158$ (Schmidt 1963). Os quasares apresentam características como cores bastante azuis, variabilidade, linhas largas de emissão e altos redshifts (existem quasares catalogados em $z \sim 5$). Devido a essa última característica é muito difícil distinguir o núcleo ativo da galáxia hospedeira através de observações. Alguns quasares (e.g. 3C273) apresentam jatos-rádio e ópticos. O espectro dos quasares parece-se muito com o das Seyferts 1 exceto pelo fato de que suas linhas estreitas são geralmente fracas em relação a suas linhas largas. Quasares também variam, mas menos intensamente do que Seyferts 1.

1.2.3 Um Breve Passeio Por Outros Tipos de AGN's

LINERs

LINER significa “low ionization nuclear emission-line region”. Essas galáxias foram identificadas por Heckman em 1980. Espectroscopicamente estas galáxias parecem-se com as galáxias Seyfert de tipo 2. A diferença é que as liners apresentam linhas de baixa ionização mais pronunciadas, como $[\text{OI}]\lambda 6300 \text{ \AA}$ e $[\text{NII}] \lambda\lambda 6548, 6583 \text{ \AA}$, relativamente fortes. Aproximadamente metade das galáxias espirais são do tipo LINER (Ho *et al.* 1994). O mecanismo de ionização do gás segue um tema polêmico, com alguns autores argumentando em favor de ondas de choque e outros em favor de fotoionização.

Rádio Galáxias

Em galáxias elípticas gigantes comumente são identificadas fortes emissões em rádio. Dois tipos de rádio galáxias têm espectro óptico do tipo que corresponde a AGNs: as galáxias de

linhas largas (BLRGs, broad line radio galaxies) e as de linhas estreitas (NLRGs, narrow line radio galaxies), que são os análogos em radio-loud das Seyfert de tipo 1 e 2 respectivamente. O fato de que Radio Galáxias ocorrem preferencialmente em elípticas não é bem entendido.

Narrow Line X-Ray Galaxies

Algumas das fontes identificadas nas primeiras observações em raios-X foram galáxias do tipo Seyfert ou parecidas. Essas galáxias possuem as mesmas linhas de emissão de alta excitação que as Seyferts originais mas baixa luminosidade relativa (Ward *et al.* 1978). Essas galáxias, às vezes chamadas de NLXGs (narrow line X-ray galaxies), são Seyferts cujo espectro óptico é bastante vermelho e extinto pela poeira da galáxia.

Blazares e OVV's

AGNs conhecidos como OVV's (Optically Violent Variables) exibem variações da ordem de 0,1 magnitudes no espectro visível em escalas de tempo tão curtas como um dia e bem maiores (> 1 mag) em intervalos maiores. Além de terem alta variação no fluxo luminoso, essas galáxias apresentam uma boa parte de sua luz emitida de forma polarizada e variável tanto em magnitude como em ângulo de posição. Os objetos BL Lac Objects (ou Blazares) têm propriedades parecidas com os OVV's. Eles porém não possuem linhas fortes de emissão ou absorção em seu espectro. Fracas linhas de absorção e emissão nebular são detectados em altas relações sinal-ruído. Ambos tipos estão entre os 5–10% dos AGNs que são fortes emissores em rádio (radio-loud). A forte distinção empírica entre objetos radio-loud e radio-quiet ainda não foi explicada.

1.2.4 Modelos Unificados

A fim de simplificar o problema de nomenclatura e classificação de AGNs, foi proposto um modelo que unifica todos os tipos apresentados anteriormente em um só (Lawrence & Elvis 1982). A classificação dos AGNs passa assim a depender da posição do observador em relação à galáxia. Nesse modelo unificado a fonte de contínuo e a região responsável pela formação de linhas largas estão envoltas por um toróide opaco de poeira, enquanto que a região responsável pela produção de linhas estreitas está fora do domínio desse toróide. Assim as propriedades observadas (variabilidade, linhas largas, etc.) dependem do ângulo de visada em relação ao conjunto núcleo-toróide. Uma grande evidência a favor desse modelo foi a detecção de linhas largas emitidas em luz polarizada por algumas galáxias Seyfert 2 (Antonucci & Miller 1985; Miller & Goodrich 1990; Miller, Goodrich & Mathews 1991). Outro ponto a favor do modelo foi a detecção de cones de material ionizado em grande escala (Pogge 1988a,b, 1989; Tadhunter & Tsvetanov 1989; Wilson 1992). Desse modo as linhas largas podem ser detectadas na luz polarizada graças à reflexão sofrida nos cones de ionização. Como esta região refletora varre centenas de anos luz, qualquer variabilidade do núcleo não chega a ser percebida em Seyferts 2, explicando assim porque apenas Seyferts 1 variam.

Porém existem algumas evidências que não são compatíveis com o modelo unificado. Um problema está relacionado com a reflexão que produz a luz polarizada. Se é visto o

contínuo emitido pela fonte central, as linhas largas deveriam ser vistas sem a necessidade de polarímetros (Cid Fernandes & Terlevich 1995). Outro problema com esse modelo é o da existência de mudanças na atividade de algumas AGNs. Alguns núcleos têm câmbios transitórios em suas linhas de emissão: Às vezes parecem ser galáxias Seyfert tipo 2 e outras, tipo 1 (Aretxaga & Terlevich 1994). Ainda que nem todos núcleos ativos possam ser explicados pelo modelo unificado, esse nos faz compreender que a emissão desses objetos é anisotrópica.

1.3 Variabilidade

Uma das características mais marcantes de um núcleo ativo é o fato de que a emissão de energia é variável no tempo, fenômeno conhecido como variabilidade. As variações são caóticas e aparentemente sem indicação de períodos. Essa propriedade, comum aos núcleos ativos de tipo I (Seyferts 1 e quasares), tem sido observada desde ondas de rádio até raios γ , nas linhas de emissão e no contínuo. O estudo da variabilidade é essencial para se compreender a física das regiões centrais de um AGN, limitar modelos físicos e, por exemplo, inferir se os eventos responsáveis pelas emissões são independentes (fontes múltiplas como no modelo do Starburst) ou se são devidos a uma única fonte coerente (como em algumas versões do modelo do disco de acréscimo).

Em curvas de luz de galáxias Seyfert (e.g. NGC 4151) é possível notar duas componentes variáveis: uma rápida, de escala de tempo de algumas semanas e uma lenta com uma escala de tempo de poucos anos (Aretxaga & Terlevich 1994). Essa caracterização é, entretanto, a descrição visual de um comportamento temporal que deve ser muito mais complexo. Dada a escassez de curvas de luz de boa qualidade para objetos individuais, muitos estudos de variabilidade se baseiam em resultados obtidos para amostras numerosas de AGNs, e na análise de como a variabilidade se relaciona com quantidades como a luminosidade e o redshift. Algumas destas dependências são revistas a seguir.

1.3.1 Variabilidade x Luminosidade

A anticorrelação de variabilidade e luminosidade é encontrada por diversos autores como Pica & Smith (1983), Hook *et al.* (1994), Cristiani *et al.* (1996) e Cid Fernandes *et al.* (1996). Outros não encontram correlação alguma entre esses dois parâmetros (Trevese *et al.* 1989; Netzer *et al.* 1996). A anticorrelação condiz com modelo poissonianos simples se a inclinação logarítmica para a relação variabilidade e luminosidade for consistente com o valor esperado de -0,5. Embora a existência da anticorrelação seja aceita pela grande maioria dos autores, existe grande controvérsia quanto à compatibilidade com modelos poissonianos. Vários autores (Hook *et al.* 1994; Cristiani *et al.* 1996; Giveon *et al.* 1999) encontram uma relação entre variabilidade e luminosidade mais fraca que a predita por tais modelos, enquanto outros trabalhos (Cid Fernandes *et al.* 1996; Aretxaga *et al.* 1997) argumentam que modelos poissonianos são compatíveis com os dados. Garcia *et al.* (1999) só encontram a compatibilidade entre o modelo poissoniano e os dados se feita uma correção $var \times \lambda$

1.3.2 Variabilidade x Redshift

A correlação entre esses dois parâmetros é citada por Cristiani *et al.* (1990, 1996) e Hook *et al.* (1994) entre outros. Já Pica & Smith (1983) apontam uma anticorrelação entre os parâmetros. Outros não encontram dependência alguma da variabilidade com o redshift (Netzer *et al.* 1983; Trevese *et al.* 1989). Se na amostra em estudo existir uma anticorrelação entre magnitude absoluta e redshift (objetos de maior redshift são os mais luminosos) uma correlação entre variabilidade e redshift pode apenas estar refletindo a anticorrelação da variabilidade com a luminosidade. Esse fato é comum em amostras limitadas por fluxo, e complica bastante a análise das correlações.

1.3.3 Variabilidade x Comprimento de Onda

É sabido que a amplitude das variações cresce à medida que o comprimento de onda decresce (Edelson *et al.* 1990; Paltani & Courvoisier 1994). Este efeito afeta estudos baseados em observações em uma única banda fotométrica, como a maioria dos trabalhos citados acima (e.g., Hook *et al.* 1994; Cristiani *et al.* 1996), já que a luz que provém de um objeto muito distante (alto z), quando observada, tem seu comprimento de onda aumentado em relação ao que tinha em seu referencial original de emissão. Assim, quasares com z maior são observados em λ 's menores. Isto pode induzir uma correlação entre variabilidade e z como a que se encontra em alguns estudos. Este efeito também complica a análise das correlações com luminosidade e redshift, como discutido por Cid Fernandes *et al.* (1996), Aretxaga *et al.* (1997) e Garcia *et al.* (1999).

1.3.4 Variabilidade e Mapeamento por Reverberação

Nos últimos 10 anos a variabilidade tem sido muito utilizada para estudar a geometria e a dinâmica da BLR em Seyferts 1. É importante saber qual a estrutura física dessa região pois ela pode conter informações sobre a origem do gás que a compõe. Através de uma técnica conhecida como "Mapeamento por Reverberação" é possível obter tais informações. Quando ocorre um evento na fonte central a emissão do contínuo leva um certo tempo para chegar até as nuvens que formam a BLR e ser reprocessada em linhas de emissão. Um observador situado longe da fonte central não está situado a uma mesma distância dessas nuvens e nota que diferentes partes da BLR respondem em diferentes tempos à emissão da fonte central. Através da observação do retardo temporal das linhas de emissão em relação à emissão do contínuo é que se faz o mapeamento da BLR (Peterson 1993). Estes estudos, porém, não dizem nada quanto às *causas* da variabilidade do contínuo, que ocorre na fonte central. Eles se limitam a estudar os *efeitos* destas variações sobre as linhas de emissão.

1.3.5 Uma Breve Revisão de Alguns Artigos Sobre Variabilidade

Nessa seção comenta-se em mais detalhe alguns trabalhos importantes sobre variabilidade revisados acima.

“Variabilidade Óptica, Luminosidade Absoluta e o Diagrama de Hubble Para QSOs” (Pica & Smith 1983)

Esse estudo utilizou placas fotográficas que continham dados nas bandas B e P. Os dados em P foram posteriormente convertidos para B. Em um período de 13 anos temos uma média de aproximadamente 45 observações para 130 objetos da amostra, dos quais 87 eram QSO's “radio-loud” (onde 7 foram identificados como BL Lacertae), 31 eram quasares “radio-quiet” e 12 eram galáxias tipo N ou Seyfert. Para cada objeto foram utilizadas duas técnicas estatísticas: *a*) a primeira, chamada de Teste do χ^2 , dá a probabilidade de que um objeto apresente variabilidade óptica e é utilizada para detectar fontes cujas variações estão abaixo do nível de detecção visual mas que se tornam evidentes através de efeitos acumulativos sobre longos períodos de tempo; *b*) a segunda, denominada estatística Q , é indicada para detectar fontes variáveis com mudanças grandes mas raras em sua emissão. Para minimizar o efeito de seleção provocado pela variabilidade é também usada uma estatística que emprega o fluxo máximo, mínimo e médio.

Nesse trabalho é encontrada uma leve tendência dos objetos exibirem maiores variações se estiverem em redshifts menores. Isso é imediatamente explicado como sendo devido a problemas de amostragem (a amostra possui mais objetos em baixos redshifts), devido ao fato de que objetos a altos redshifts são menos brilhantes e conseqüentemente mais difíceis de serem observados e estudados e, finalmente, porque os efeitos relativísticos se fazem notar mais para objetos que estão mais distantes, o efeito de dilatação do tempo [$\Delta t(\text{no quasar}) = \Delta t(\text{na Terra})/(1+z)$] aumenta a escala de tempo da variabilidade e faz com ela se torne mais difícil de detectar. No referencial do observador o objeto tem que ser monitorado de acordo com o redshift, ou seja, quanto maior for z maior deve ser o tempo de observação desse objeto para que haja detecção de algum tipo de variabilidade.

Os dois principais resultados de Pica & Smith são que (1) os OVV's e blazares (i.e., as rádio-fontes) tendem a variar mais que os objetos radio-quiet, e (2) que a variabilidade está anticorrelacionada com a luminosidade, i.e., os mais luminosos variam menos. Estes autores são os primeiros a discutir como esta relação pode ser interpretada em termos de modelos poissonianos, por eles chamados de “árvore de natal”, e como, apesar da consistência qualitativa, a dependência da amplitude das variações com L é mais fraca do que a esperada em tais modelos.

Variabilidade de Longa Duração de uma Amostra Completa de Quasares (Cristiani *et al.* 1990)

Uma amostra completa do campo da Selected Area 94 foi investigada através de 15 placas fotográficas na banda B por sete anos. Em cada placa foram medidas as magnitudes da amostra de 90 quasares selecionados ópticamente e da amostra de controle que consistia em aproximadamente 1900 objetos (estrelas). As placas foram agrupadas em sete épocas. As magnitudes de época de cada objeto foram tomadas como sendo as medianas da distribuição de medidas nas placas de mesma época. O índice de variabilidade foi calculado como

$$\Lambda = \frac{\sum_{i=1}^7 \omega_i |m_{ki} - \mu_k|}{\sum_{i=1}^7 \omega_i}$$

onde m_{ki} corresponde à magnitude do objeto k na época i , ω_i é o número de placas existentes na época i e μ_k é a mediana da magnitude de época do objeto k . A qualidade das placas é assumida como sendo a mesma garantindo assim que os pesos ω_i estão corretos. A conservação das estrelas na análise é interessante pois permite ver que os quasares apresentam uma variação maior. Foi verificado que o número de quasares variáveis depende de dois fatores: do número de placas, devido a eficácia do survey, e do aumento do tempo de observação, devido a propriedades intrínsecas dos quasares. Para investigar a variação da magnitude em função do tempo é utilizada uma maneira similar a do cálculo da função de estrutura (um procedimento matemático que permite estimar o tempo de vida de um pulso), utiliza-se

$$\Delta m_{kij} = |m_{ki} - m_{kj}|,$$

para cada objeto k e todas possíveis combinações de i e j . Foram estudadas e encontradas as seguintes correlações entre quatro variáveis:

1. Magnitude absoluta \times redshit: A amostra possui uma forte anticorrelação entre esses parâmetros, como todas amostras limitadas por fluxo (i.e., por magnitude aparente). Isso significa que a amostra não cobre uniformemente o plano luminosidade-redshift. Se a variabilidade está correlacionada com qualquer desses parâmetros não se pode afirmar com segurança qual a sua real dependência.
2. Variabilidade \times magnitude aparente: Não foi encontrada correlação entre esses parâmetros.
3. Variabilidade \times magnitude absoluta: esses parâmetros estão anticorrelacionados, em acordo com os resultados de Pica & Smith (1983).
4. Variabilidade \times redshift: existe uma anticorrelação de $-0,45$ entre eles.

Nesse artigo é mostrado que em média a variação da magnitude aumenta em escalas de tempo de pelo menos quatro anos no referencial do quasar, o que indica que as escalas de tempo das variações são maiores do que a duração das curvas de luz. Observações que cubram um intervalo de tempo de *pelo menos 20 anos* são sugeridas para que sejam obtidas amostras que contenham melhores informações sobre variabilidade.

A Variabilidade de Quasares Seleccionados Opticamente (Hook *et al.* 1994)

Esse artigo estudou a variabilidade de 290 quasares seleccionados opticamente próximo ao pólo sul galáctico, produzindo a chamada amostra SGP (South Galactic Pole). Os dados foram coletados para a banda B_j com placas fotográficas correspondendo a sete épocas ao longo de 16 anos. É talvez a amostra mais volumosa e completa que existe no que tange à extensão da magnitude ($-29 < M_B < -22$) e do redshift ($0.3 < z < 4.1$) observados.

A fim de estudar a variabilidade observada, Hook *et al.* utilizam estatísticas robustas, que se valem do desvio absoluto médio, $|\overline{m} - \overline{\overline{m}}|$ onde m é a magnitude aparente. Esse procedimento é justificado pelo fato de que os erros fotométricos da amostra são grandes, da ordem de 0.1 mag, comparável com a amplitude das variações dos objetos menos variáveis. A utilização dessas estatísticas também evita dar muito peso a pontos que estejam muito afastados da média em relação aos demais. O índice de variabilidade utilizado foi

$$\sigma_v = \frac{1}{N_{obs} - 1} \sum_{i=1}^{N_{obs}} |m_i - \bar{m}| \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (1.1)$$

Este índice é equivalente ao desvio padrão tradicional no caso da distribuição de medidas m_i ser Gaussiana.

Como resultados tiveram que a variabilidade estava anticorrelacionada com a luminosidade (quasares mais luminosos variam menos) e levemente correlacionada com o redshift. A fim de obter informações sobre como a amplitude das variações depende da escala de tempo, Hook *et al.* utilizam uma análise da “função de estrutura” do ensemble de objetos (ver abaixo). Este tipo de análise é útil para determinar a escala de tempo típica das variações. Os autores contudo encontram variabilidade em todas escalas de tempo amostradas (Δt de até ~ 6 anos no referencial do quasar).

Hook *et al.* também discutem modelos poissonianos, e concluem que a relação entre σ_v e M_B é mais fraca do que $\sigma_v \propto L_B^{-1/2}$, o que os leva a descartar tais modelos. Esta conclusão é contestada por Cid Fernandes *et al.* (1996, trabalho revisado abaixo).

A Variabilidade Óptica de Quasares (Cristiani *et al.* 1996)

Este trabalho estuda uma amostra que contém 180 quasares opticamente selecionados da Selected Area 94. Posteriormente esses dados são unidos aos de Hook *et al.* (1994) e aos de Trevese *et al.* (1994) resultando em uma amostra contendo 486 objetos. Os dados foram coletados através de placas fotográficas em 21 ocasiões durante um período de 10 anos e se valeram da banda B. Como os erros de medida são grandes (~ 0.1 mag), esse trabalho também utilizou estatísticas robustas. Como o número de pontos para cada objeto é muito pequeno não foi possível calcular a variabilidade para cada quasar em função da escala de tempo individualmente e foi feito uso da função de estrutura (SF) do ensemble. Assim os objetos foram tratados como sendo representantes da classe dos quasares e a função de estrutura foi computada da seguinte forma

$$SF(\Delta t) = \overline{[m(t) - m(t + \Delta t)]^2} \quad (1.2)$$

sendo $m(t)$ a magnitude no tempo t e onde a média é sobre a amostra. Dessa maneira foi obtida a SF para cada uma das amostras citadas anteriormente e depois uma SF para as três amostras, além de um estudo da SF para sub-amostras em diferentes faixas de luminosidade e redshift. Foi verificado que a variabilidade está anticorrelacionada com a luminosidade e que está correlacionada com o redshift, confirmando os resultados de Hook *et al.* (1994), porém com mais detalhe e para um número maior de objetos. A escala de tempo da variabilidade foi estimada em 2,4 anos. Um aspecto importante deste trabalho é que ele utiliza índices de variabilidade baseados na SF . Cristiani *et al.* também concluem que modelos poissonianos simples não são compatíveis com a relação entre variabilidade e luminosidade.

A Relação entre Variabilidade, Luminosidade e Redshift para QSOs (Cid Fernandes *et al.* 1996)

Determinar a maneira pela qual a amplitude das variações depende da luminosidade da fonte e do redshift é importante para colocar limites em modelos para AGNs. Para isso é

utilizada a mesma amostra (SGP) estudada por Hook *et al.* (1994). A relação entre variabilidade e λ , segundo os autores, induz uma relação entre variabilidade e redshift que é citada como elemento fundamental quando se quer relacionar propriedades de variabilidade de objetos próximos (e portanto menos luminosos) com o mesmo para objetos distantes (mais luminosos). Nesse trabalho a variabilidade é considerada como sendo função de L (luminosidade) e z , e utilizam-se ajustes paramétricos sobre os dados para verificar possíveis correlações. As principais metas do artigo são: 1) Determinar se, para QSOs, os dados são consistentes com a dependência da variabilidade com o comprimento de onda conforme acontece com objetos próximos (Edelson *et al.* 1990); 2) testar modelos poissonianos para variabilidade de QSOs, onde em sua versão mais simples é prevista uma relação tipo “ $1/\sqrt{N}$ ” entre $\sigma(L)/\bar{L}$ e \bar{L} , onde σ é o desvio padrão da curva de luz e \bar{L} é a luminosidade média—note que este trabalho utiliza luminosidades, e não magnitudes como os anteriores. Modelos poissonianos mais gerais também são investigados pela primeira vez (ver também Cid Fernandes 1995), tema que voltará a ser discutido nesta dissertação.

Como a variabilidade está correlacionada a escalas de tempo de $\sim 2-3$ anos (e.g. Cristiani *et al.* 1996), a dilatação do tempo pode levar a uma diminuição de $\sigma(L)/\bar{L}$ de acordo com o redshift z . Para evitar esse “bias” é utilizado o índice

$$u = \frac{[L(t_j) - L(t_i)]^{1/2}}{\bar{L}}$$

onde t_i e t_j são épocas separadas por mais de três anos. A grandeza $v = \sigma(L)/\bar{L}$ também foi utilizada no estudo, embora possa estar afetada pelo bias acima. Para comparar as propriedades de variabilidade entre objetos próximos e distantes e quantificar essa relação foi usada a lei de potência

$$v_\lambda \propto \lambda^{-b}$$

onde b foi estimado para objetos próximos a partir de dados publicados anteriormente. Por exemplo, de Edelson *et al.* (1990) conclui-se que as variações são 40–60% maiores em 1450Å do que em 2885Å, o que leva a um efeito significativo se esta relação se estende até o óptico, onde os quasares da SGP foram monitorados. Esse trabalho confirmou a anticorrelação de variabilidade com luminosidade e encontrou uma correlação da variabilidade com redshift para a amostra em questão. Esta segunda relação parece consistente com a anticorrelação entre variabilidade e λ observada em AGNs próximos, indicando que ela é também seguida por AGNs distantes. Embora de maneira não definitiva também foi verificado que o comportamento da amostra é compatível com o de um modelo poissoniano simples, e os autores estimam que a energia contida nos eventos individuais é da ordem de 10^{51} erg na banda B para os QSOs na SGP. O trabalho também chama atenção para diversos efeitos que introduzem grandes incertezas nos índices de variabilidade e dificultam a utilização de tais dados para testar modelos.

Monitoramento Óptico de Quasares – I, Variabilidade (Garcia *et al.* 1999)

Este trabalho estuda uma amostra de 50 objetos observados por um período de três anos. Os dados foram coletados através de fotometria diferencial CCD, na banda B, e os erros

fotométricos ficam reduzidos a menos de $\sim 0,05$ mag. Esse fato permite a detecção de graus baixos de variabilidade que não podiam ser observados em trabalhos anteriores por utilizarem placas fotográficas. Todos quasares da amostra tem redshifts maiores do que 0,15 (isso faz com que a contribuição da luminosidade da galáxia hospedeira seja minimizada) e magnitudes aparentes na banda V menores do que 16,5 (isso assegura que os erros fotométricos de medida sejam insignificantes). Em magnitudes absolutas a amostra cobre uma faixa de $\sim -28 < M_V < -23$, enquanto que a extensão da mesma para z é de $\sim 0,15 < z < 1.9$. O número de pontos na curva de luz de cada objeto varia entre $5 < n_e < 16$ (n_e é o número de épocas), onde pontos que ficam próximos por uma distância de 5 dias ou menos são tomados como um só. O tempo médio coberto pelas observações é de 2,7 anos (referencial do observador) o que equivale a 1,7 anos (referencial do quasar) em média na amostra. O desvio rms utilizado para investigar a variabilidade é o mesmo usado por Hook *et al.* (1994) porém com luminosidades tomando o lugar de magnitudes. O índice estatístico empregado no estudo é a variabilidade relativa $\delta = \sigma(L)/\bar{L}$ (análogo ao v de Cid Fernandes *et al.* 1996). As conclusões obtidas foram de que a luminosidade está anticorrelacionada com a luminosidade e com o redshift, e que isso está de acordo quantitativo com um modelo poissoniano simples. Esta conclusão se baseia em uma correção pelo efeito de λ discutido acima, que afeta fortemente a variabilidade nesta amostra (assim como em outras).

Propriedades da Variabilidade Óptica de Longa Duração dos Quasares Palomar-Green (Giveon *et al.* 1999)

Este trabalho apresenta os resultados de uma campanha de monitoramento de 42 quasares do catálogo Palomar-Green. Os objetos foram observados por sete anos (de março de 1991 até março de 1998) nas bandas B e R através de fotometria diferencial CCD levando a incertezas da ordem de $\sim 0,01$ mag para R e de $\sim 0,02$ mag para B. As magnitudes absolutas da amostra estão compreendidas entre $-27 < M_{B,R} < -21$ e os redshifts entre $0,05 < z < 0,4$. Com um intervalo típico entre observações de ~ 39 dias, essa amostra é uma das melhores existentes para quasares. Além das observações no óptico, um monitoramento espectro-fotométrico de 28 objetos dessa amostra também foi feito. Enfim, a amostra de Giveon *et al.* ainda fornece informações importantes como a razão de fluxo rádio (5GHz)-óptico (banda B), potência em rádio (5GHz), largura de $H\beta$ (FWHM), largura equivalente do $[OIII] \lambda 5007\text{\AA}$, entre outros que estão listados na tabela 2 desse artigo. A motivação principal para esse estudo foi a de limitar o mecanismo central dos quasares usando dados de variabilidade, embora apenas as características da amostra sejam discutidas no trabalho.

Para analisar a amplitude da variabilidade, vários índices estatísticos foram empregados, como por exemplo o desvio padrão, a variação máxima pico a pico, a média, a mediana e a diferença líquida da curva de luz ($\delta = \text{median}(\Delta m_+) - \text{median}(|\Delta m_-|)$). Outro estimador da variabilidade também utilizado é o gradiente de variabilidade, definido como sendo a mudança de magnitude por unidade de tempo. Para verificar a escala de tempo, uma análise do espectro de potência e uma análise de autocorrelação foram realizadas. Por fim, foi feita uma análise de correlação entre os índices encontrados e entre outros parâmetros conhecidos da amostra. Alguns dos resultados são os que seguem.

1. Correlações da amplitude de variabilidade: está fracamente anticorrelacionada com a luminosidade no óptico. A mesma tendência também existe em relação à potência em

rádio (5GHz). Não foi encontrada nenhuma correlação com o redshift. A amplitude de variabilidade está anticorrelacionada com a diferença líquida, o que significa que objetos que exibem maior variação são assimétricos em suas variações, em média os objetos sobem mais do que descem. Uma forte correlação da amplitude de variabilidade foi com a largura equivalente de $H\beta$. Algumas outras correlações em níveis mais baixos de confiança também foram encontradas (ver tabela 4 do referido artigo).

2. Correlações da escala de tempo da variabilidade: a função de auto-correlação da escala de tempo no referencial do quasar está correlacionada com a luminosidade mas não com o redshift. Uma fraca anticorrelação existe para a mesma função de autocorrelação, porém na banda B, com o índice espectral de raios-X (α_x).
3. Correlações do gradiente de variabilidade: a mediana e a média dos gradientes no referencial do quasar estão anticorrelacionadas com a variabilidade.
4. Correlações para variabilidade de cor: foi verificado se havia correlações entre as propriedades das variações de cor $B - R$ e os outros parâmetros. Todos parâmetros utilizados para estimar a amplitude de variabilidade de cor mostraram anticorrelações significativas com a luminosidade óptica, e também com a potência em rádio.

Uma importante conclusão desse trabalho foi a de que, como todas correlações estudadas apresentam uma grande dispersão, nenhum dos parâmetros examinados é plenamente confiável como preditor das propriedades de variabilidade mesmo na preseça de erros fotométricos pequenos.

Status atual

Esta breve revisão mostra a existência de concordâncias e controvérsias sobre as propriedades da variabilidade de quasares. As discordâncias podem ser devidas ao fato de que as amostras estudadas apresentavam características diferentes (diferentes faixas de M e z , objetos radio-loud e/ou radio-quiet, etc.) e às diferentes metodologias de análise empregadas, entre outros fatores (ver discussão em Hook *et al.* 1994). Apesar disto, é razoavelmente seguro afirmar que:

1. a variabilidade é menor em objetos mais luminosos;
2. a dispersão ao redor da relação acima é grande e provavelmente parcialmente devida a propriedades intrínsecas dos quasares, indicando que outras quantidades (além de L e z) estão envolvidas na caracterização da variabilidade;
3. a variabilidade cresce para menores λ 's;
4. objetos emissores em rádio variam mais do que os radio-quiet.

Estas são propriedades que modelos para a variabilidade devem explicar. A polêmica sobre se modelos poissonianos se aplicam ou não, como discutiremos neste trabalho, é ilusória, pois parte de um pressuposto muito limitante e provavelmente falso: de que as condições físicas em todos quasares são idênticas.

1.4 Teorias Para a Variabilidade de AGNs

A pergunta fundamental sobre núcleos ativos é: qual o mecanismo responsável pela liberação de enormes quantidades de energia em um volume tão pequeno? Dos modelos físicos criados para explicar esse fenômeno, alguns, como os que consideram estrelas supermassivas colapsadas (Hoyle & Fowles 1963) e cúmulos de remanescentes estelares (Arons, Kulsrud e Ostriker 1975), já foram abandonados. Modelos mais atuais são descritos brevemente a seguir.

1.4.1 Modelo do Disco de Acréscimo

Um disco de acréscimo, constituído de gás quente, ao redor de um buraco negro supermassivo é o mecanismo responsável pela grande emissão de energia nesse modelo. Uma estimativa para a massa do buraco negro central de um quasar com luminosidade $\sim 10^{46} \text{erg s}^{-1}$ é de $\sim 10^8 M_{\odot}$. Para um disco de acréscimo que orbita um buraco negro com essa massa a radiação térmica dele emergente se dá primariamente na faixa do ultra-violeta ao ultra-violeta extremo (Peterson 1997), e é geralmente identificada com o chamado Big Blue Bump (BBB) observado em Seyferts 1 e quasares (Malkan & Sargent 1982).

Embora a física de discos de acréscimo seja razoavelmente bem entendida, não existe consenso quanto ao processo que dá origem às flutuações de brilho em discos de AGNs. As flutuações certamente são reflexo de instabilidades que acontecem no disco, mas poucos trabalhos elaboram esta questão além deste nível qualitativo. Duas possibilidades gerais são que: (1) As instabilidades ocorrem na forma de “explosões” ou “flares” que ocorrem ao longo do disco. Um modelo nesta linha é o de Haardt *et al.* (1994) que diz que estes eventos são associados com “bolhas” que emergem da superfície do disco e liberam energia magnética nele estocada, produzindo flares qualitativamente similares aos observados na coroa solar. A energia liberada nestes flashes sai na forma de raios X, mas é em parte reprocessada pelo disco, e pode causar a variabilidade óptica observada. Este modelo, assim como outros baseados em flares de natureza distinta, é poissoniano por natureza. (2) Outros modelos produzem a variabilidade por processos auto-regulados, como os que levam às erupções observadas em novas-anãs (Mineshige & Shields 1990). Esta classe de modelos, apesar de sua natureza estocástica (aperiódica) não é Poissoniana, pois a ocorrência de um evento altera dramaticamente o estado do sistema, impedindo-o de produzir variabilidade por um certo tempo, até que o ciclo se repita. O disco responde de maneira coerente às instabilidades.

Kawaguchi *et al.* (1998) testam a consistência de um modelo onde o disco de acréscimo é dividido em células e o fluxo de matéria pode sofrer avalanches esporádicas. Eles comparam simulações com a curva de luz do quasar 0957+561 através da análise da função de estrutura. A análise mostrou que a inclinação logarítmica das simulações baseadas no modelo (0,41–0,49) e do quasar (0,37) estão bastante próximas. Segundo os autores, o desconhecimento da estrutura detalhada do disco de acréscimo, que depende de vários fatores como a intensidade do campo magnético e a taxa de acréscimo da matéria, a não compreensão da natureza da viscosidade e da função das instabilidades térmicas dificultam uma comparação detalhada do modelo com as observações. Na verdade, apesar de interessante, o artigo de Kawaguchi *et al.* (1998) simplesmente não explica como suas simulações de avalanches foram convertidas para luminosidades. Certamente existem vários parâmetros escondidos neste modelo, que

deveriam ser justificados fisicamente.

É justo dizer que, embora o modelo do buraco negro seja o mais razoável para explicar o fenômeno dos AGNs, não existe, presentemente, um paradigma para a natureza da variabilidade no contexto deste modelo.

1.4.2 Modelo do Starburst

O modelo do Starburst (Terlevich *et al.* 1992; Aretxaga & Terlevich 1994; Aretxaga *et al.* 1997) parte do pressuposto de que existe um aglomerado estelar jovem de alta massa e metalicidade no núcleo de AGNs. Supernovas que explodem nesse aglomerado dão origem a ondas de choque que colidem com o gás do meio, aquecendo-o a altas temperaturas e depois resfriando-o por meio da emissão de fótons. Durante o resfriamento, portanto, os remanescentes tornam-se altamente radiativos, e, devido às altas densidades, não se expandem muito, produzindo os chamados “restos compactos de supernova” (cSNR). A característica mais atraente desse modelo é sem dúvida sua simplicidade, e o suporte empírico de que alguns restos compactos observados se parecem muito (espectroscopicamente) com galáxias Seyfert (Filippenko 1989).

Esse modelo, proposto para explicar as propriedades de AGNs radio-quiet, é essencialmente poissoniano pois as variações provêm de fontes independentes. Nele, a taxa de supernovas e a luminosidade das estrelas ficam relacionadas por

$$\nu_{SN} \sim 2 \times 10^{11} L_B^{min}$$

supernovas por ano, sendo L_B^{min} a luminosidade mínima em unidades solares (Aretxaga & Terlevich 1994). A taxa de supernovas estimada para Seyferts 1 como NGC 4151 e NGC 5548 está ao redor de 1 a cada 3 ou 4 anos. Já para quasares, tem-se $\nu_{SN} \sim 300$ por ano para uma magnitude absoluta de ~ -28 (Aretxaga *et al.* 1997). “*A supernova a day keeps the blackhole away*” (Terlevich R.). Esse valor leva a um certo descrédito para com o modelo, mas não existe um motivo físico que proíba tais taxas.

A modelagem da variabilidade óptica de AGNs neste modelo foi realizada por Aretxaga & Terlevich (1994) e Aretxaga *et al.* (1997). Estes trabalhos encontram que o modelo reproduz bem a forma e amplitude das curvas de luz de Seyferts, além de explicar quantitativamente de maneira razoável a anticorrelação da variabilidade com luminosidade e a forma da função de estrutura dos objetos observados na SGP.

Um problema com esse modelo é o de que ele não explica a rápida variabilidade em raios-X detectada em núcleos Seyfert (Cid Fernandes *et al.* 1996), nem a emissão rádio em objetos do tipo radio-loud (Heckman 1991). Uma revisão das vantagens e desvantagens deste modelo pode ser encontrada em Cid Fernandes (1997).

1.4.3 Microlensing

Esse modelo diz que a variabilidade não provém do objeto, mas de fora dele: ela seria causada por objetos compactos (e.g. anãs marrons) passando na frente de nossa linha de visada em relação ao AGN. Para uma escala de tempo de variabilidade de ~ 2 anos e para uma velocidade transversal de 600 km s^{-1} , o raio de Einstein é de $\sim 8 \times 10^{-4} \text{ pc}$, o que

corresponde a um objeto com a massa de Júpiter (Hawkins, 1996). É difícil provar que a variabilidade de um quasar não seja dominada por “microlensing” pois as propriedades das lentes, tais como densidade espacial e raio de Einstein, são parâmetros livres (Ulrich *et al.* 1997). Para AGNs próximos como galáxias Seyfert, porém, o modelo não se aplica pois implicaria uma densidade absurda de objetos compactos no universo local.

1.5 O Presente Trabalho

Esta dissertação explora o modelo poissoniano para a variabilidade de AGNs. A motivação para tanto pode ser justificada pelos seguintes pontos.

1. **Generalidade e simplicidade** - A principal motivação para investigar este modelo em mais detalhe é que ele pode ser formulado seguindo preceitos puramente matemáticos, sem qualquer alusão aos mecanismos físicos responsáveis pelas variações de brilho. Ao mesmo tempo, porém, ele pode ser diretamente associado a *vários* cenários para a variabilidade de AGNs, como instabilidades em um disco de acrecimento, supernovas ou disrupção de estrelas por buracos-negros super-massivos. Assim, a aplicação de diagnósticos poissonianos a curvas de luz observadas permite em princípio estimar valores para grandezas fundamentais, como a taxa de eventos ν , a energia E e o tempo de vida τ dos eventos individuais, estimativas que possibilitam *testar* diferentes teorias sobre a física por trás da variabilidade de AGNs.
2. **Elo entre Seyferts e Quasares** - Sob a óptica Poissoniana, a diferença entre Seyferts (menos luminosas e mais variáveis) e quasares é simplesmente devida ao fato de que a luminosidade cresce (linearmente) com a taxa de eventos: Quasares seriam portanto Seyferts “gordas”. O modelo poissoniano permite assim estudar o elo entre a variabilidade de Seyferts e quasares, tradicionalmente estudadas de maneira desvinculada, em detrimento do objetivo maior de desvendar a origem das variações.
3. **Compatibilidade com as observações** - Obviamente, o fato de que estudos anteriores (Cid Fernandes *et al.* 1996; Aretxaga *et al.* 1997; Garcia *et al.* 1999) sustentam a compatibilidade de modelos poissonianos com as observações serve de motivação para aprofundar estudos nesta linha.
4. **Futuras aplicações** - Outra motivação é a de que com a continuidade, aprimoramento e ampliação de campanhas de monitoramento de AGNs, prevê-se que em alguns anos as bases de dados serão suficientemente boas para permitir testes mais detalhados das teorias para variabilidade, o que demandará ferramentas de análise mais elaboradas, tais como as desenvolvidas neste trabalho.
5. **Aplicação a dados disponíveis** - Por fim, algumas das bases de dados disponíveis já permitem a aplicação de diagnósticos poissonianos, e um primeiro estudo neste sentido será desenvolvido nesta dissertação.

O presente trabalho se divide em 3 partes. Na primeira parte se desenvolve uma formulação poissoniana para a variabilidade de AGNs em geral. Nessa parte (Capítulo 2)

são expostos alguns conceitos básicos, apresentadas as equações fundamentais do modelo e derivadas as previsões teóricas para os quatro primeiros momentos de curvas de luz formadas pela superposição poissoniana de eventos independentes. No Capítulo 3 são feitas várias simulações envolvendo diferentes formas de pulsos individuais. Os momentos das curvas simuladas são comparados com os previstos teoricamente, com o objetivo de testar a teoria e investigar que tipo de monitoramento (número de pontos, intervalo entre observações, duração, qualidade fotométrica) é necessário para testar adequadamente o modelo.

Na segunda parte se analisa as curvas de luz obtidas por Giveon *et al.* (1999) para 42 quasares. No Capítulo 4 os dados são tratados e analisados visando a aplicação do formalismo poissoniano desenvolvido na primeira parte. Estimativas da taxa de eventos, de sua energia e tempo de vida são apresentadas. Também se discute as implicações da anticorrelação entre variabilidade e comprimento de onda para modelos poissonianos e os efeitos da presença de uma componente não variável.

Finalmente, na terceira parte (Capítulo 5) realiza-se um breve estudo complementar ao de Cid Fernandes *et al.* (1997), os quais sugerem a existência de um padrão recorrente de variabilidade na curva de luz de NGC 5548. Este padrão, segundo os autores, pode ser identificado como o evento individual em modelos poissonianos, eventos que não podem ser isolados em curvas de luz de quasares devido à alta superposição que ocorre em AGNs mais luminosos. O estudo aqui apresentado usa uma curva de luz atualizada para NGC 5548 (obtida pelo consórcio internacional "AGN Watch"), cuja duração é praticamente o dobro daquela utilizada pelos autores acima.

Capítulo 2

Formalismo: Momentos de Curvas de Luz Poissonianas

2.1 Introdução

Neste trabalho, o termo “modelo poissoniano” é empregado em um sentido amplo, caracterizando qualquer sistema físico no qual as variações temporais são devidas a superposição de *pulsos* independentes que ocorrem a uma taxa média cujas datas de nascimento estão randomicamente distribuídas conforme uma distribuição de Poisson. Tais modelos também são conhecidos como “modelo de eventos discretos”, de “sub-unidades”, “shot-noise” ou “árvore de Natal”. Esses modelos proporcionam uma ferramenta de trabalho útil na análise de curvas de luz de AGNs.

Em um modelo poissoniano geral, a luminosidade observada (em qualquer banda espectral) de um AGN é dada pela soma de duas componentes básicas: A componente variável e outra constante. Para simplificar a apresentação, ignorar-se-á momentaneamente os efeitos da componente constante, cujos efeitos serão investigados na seção 2.5. Assim, a luminosidade em um certo instante t é o somatório das luminosidades individuais de todos pulsos que nasceram em $t_i < t$, e que ainda estão vivos no momento da observação:

$$L(t) = \sum_{i=1}^N l(t - t_i) \quad (2.1)$$

sendo N o número total de eventos vivos, t_i a data de nascimento de um pulso i (e portanto $t - t_i$ é sua idade) e $l(t)$ a evolução temporal da luminosidade de cada pulso. Os eventos acontecem a uma taxa que denotaremos por ν e contém, cada um, uma energia E

$$E = \int l(t) dt \quad (2.2)$$

A interpretação física destas quantidades depende da teoria específica dentro da qual se trabalha, e será discutida mais tarde. Nas seções que seguem calculamos os momentos da curva de luz, ou seja, os momentos da distribuição $L(t)$.

2.2 Generalidades e Definições

2.2.1 Momentos de Uma Distribuição

A maneira mais trivial de caracterizar uma distribuição de valores é por meio de seus momentos. Os momentos mais usados são os de ordem 1 e 2: a média e a variância. Para uma distribuição contínua $f(x)$ de valores x , estes são definidos da seguinte maneira:

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \quad (2.3)$$

é a **média** (ou primeiro momento) da distribuição de probabilidade $f(x)$. Tecnicamente, o segundo momento de $f(x)$ é definido por

$$\overline{x^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x)^2 f(x) dx. \quad (2.4)$$

É mais útil, porém, caracterizar o segundo momento pela **variância**

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 f(x) dx = \overline{x^2} - \bar{x}^2, \quad (2.5)$$

que é simplesmente o quadrado do desvio padrão da distribuição. σ^2 , sempre maior do que zero, é uma medida da dispersão dos valores de x ao redor da média, ou seja, uma medida da largura da distribuição $f(x)$. Uma medida adimensional da largura da distribuição é dada pelo **coeficiente de variação** (ou “rms relativo”), definido por

$$\delta = \frac{\sigma(x)}{\bar{x}}.$$

Esta será a medida utilizada mais adiante, em lugar da variância.

Momentos de maior ordem, apesar de potencialmente úteis, são raramente utilizados. Com os momentos de ordem 3 e 4

$$\overline{x^3} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^3 f(x) dx \quad (2.6)$$

$$\overline{x^4} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^4 f(x) dx \quad (2.7)$$

podemos definir dois outros coeficientes: A **skewness**, ou “coeficiente de assimetria”,

$$\gamma = \frac{1}{\sigma^3} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^3 f(x) dx \quad (2.8)$$

e a **kurtosis**, ou “coeficiente de achatamento”, definida por

$$\kappa = \frac{1}{\sigma^4} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^4 f(x) dx. \quad (2.9)$$

A normalização por σ nas definições de γ e κ torna estes coeficientes convenientemente adimensionais.

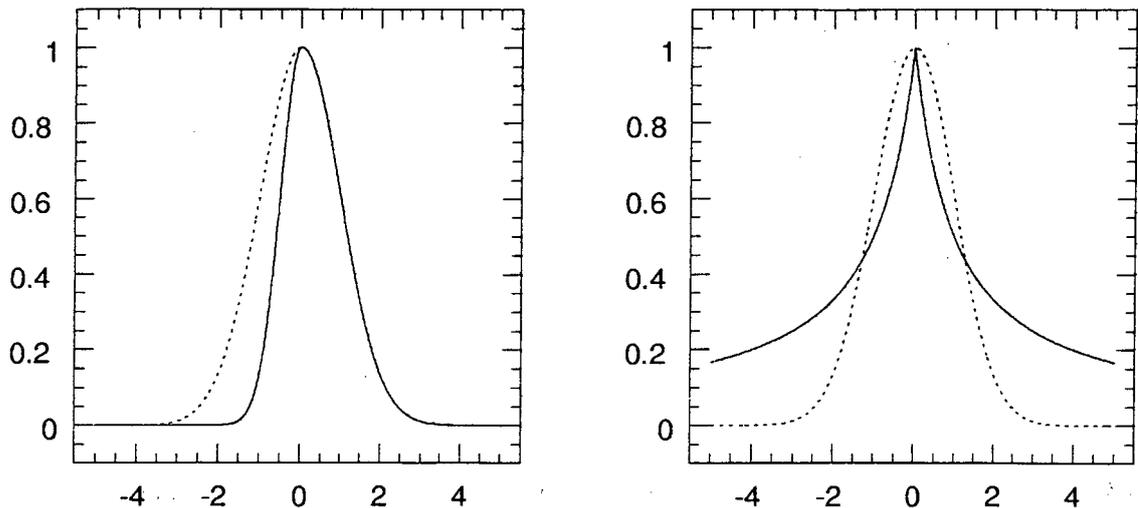


Figura 2.1: Ilustração dos conceitos de skewness (γ) e kurtosis (κ). A Figura da esquerda mostra uma distribuição levemente distorcida para a direita ($\gamma > 0$), enquanto a figura da direita mostra uma distribuição bastante pontiaguda ($\kappa > 3$). Em ambos gráficos a linha tracejada mostra uma Gaussiana ($\gamma = 0$ e $\kappa = 3$).

A skewness é uma medida da assimetria de uma distribuição. Valores $\gamma > 0$ indicam uma tendência de x ser predominantemente maior do que a média \bar{x} . Note que nem sempre o fato desse índice ser zero significa que a distribuição $f(x)$ é simétrica. Já a kurtosis mede o grau de achatamento, ou “o quanto pontiaguda” é a distribuição. Para uma Gaussiana $\kappa = 3$.

Vale notar que a aplicação destas estatísticas a curvas de luz ignora completamente informação temporal contida nos dados, encarando cada medida como uma amostragem de uma função de distribuição. Em outras palavras, os momentos da curva de luz seriam os mesmos se as datas das observações fossem embaralhadas. Para utilizar o tempo das medidas é necessária uma análise da função de estrutura (Cid Fernandes 1995, Aretxaga *et al.* 1997).

2.2.2 Distribuição de Poisson

Matematicamente, uma distribuição de Poisson é o caso limite de uma distribuição binomial. A distribuição binomial é aquela resultante do número de vezes que um evento \mathcal{A} acontece em \mathcal{N} tentativas *independentes* em um experimento aleatório. Dois eventos são independentes entre si desde que a probabilidade de que um deles aconteça não seja alterada pelo acontecimento do outro. Se $\mathcal{N} \rightarrow \infty$ e, a probabilidade de ocorrência de cada evento, $\mathcal{P} \rightarrow 0$, temos uma distribuição de Poisson. Desse modo, quando \mathcal{N} for grande e \mathcal{P} pequeno para uma única tentativa, é conveniente a utilização de estatísticas Poissonianas. O número de intervalos fixos de tempo que se observa “ n ” partículas α por intervalo, a distribuição de bombas em uma área alvo e o número de passas em um bolo são exemplos de distribuições

poissonianas.

A distribuição de Poisson tem a seguinte distribuição de probabilidade:

$$f(N) = \frac{\bar{x}^N}{N!} e^{-\bar{x}}$$

No presente trabalho as quantidades que se distribuem segundo esta distribuição são as datas de nascimento dos eventos, os t_i . Para uma curva de luz de duração T , e uma taxa de ν eventos por unidade de tempo, espera-se ter $\bar{x} = \nu T$ novos eventos. Este é apenas o *valor esperado* para N . A equação acima descreve a probabilidade de que N eventos ocorram neste intervalo. Esta expressão não será utilizada de maneira explícita nos desenvolvimentos a seguir. Apenas seus momentos (\bar{N} , $\overline{N^2}$, ...) serão utilizados. (É importante que se note que a luminosidade L não segue uma função de Poisson em modelos poissonianos).

2.3 Previsões Teóricas para os Momentos

Utilizando estas definições pode-se calcular os momentos da curva de luz, i.e., dos valores $L(t)$ medidos (Cid Fernandes 1995). Os valores previstos são os que seguem.

2.3.1 Média

O valor teórico esperado para a média da luminosidade da curva de luz é:

$$\bar{L} = \int \dots \int L_{tot}(t) p(t_1, \dots, t_N, N) dt_1 \dots dt_N dN \quad (2.10)$$

onde as integrais são sobre $t_1 \dots t_N$ e N , e

$$p(t_1, \dots, t_N, N) dt_1 \dots dt_N dN$$

é a probabilidade de termos um número N de eventos na curva de luz, o “primeiro” entre t_1 e $t_1 + dt_1$, outro entre t_2 e $t_2 + dt_2$, e assim por diante.

A *independência* dos eventos implica que

$$p(t_1, \dots, t_N, N) = p(t_1) \dots p(t_N) p(N)$$

Supondo uma curva de luz entre $t = -T$ e $+T$, e como os tempos de ocorrência dos eventos estão distribuídos aleatoriamente ao longo da curva de luz temos que

$$p(t_i) dt_i = \frac{dt_i}{2T}$$

onde $2T$ é a duração total da curva de luz.

Com estas considerações, podemos desenvolver a expressão para a luminosidade média:

$$\begin{aligned}
\bar{L} &= \int \dots \int \sum_{i=1}^N l(t - t_i) p(t_1, \dots, t_N, N) dt_1 \dots dt_N \dots dN \\
&= \int \sum_{i=1}^N \underbrace{\int_{-T}^T p(t_1) dt_1}_{=1} \dots \int \int_{-T}^T l(t - t_i) \underbrace{p(t_i) dt_i}_{=1/2T} \dots \underbrace{\int_{-T}^T p(t_N) dt_N}_{=1} \int p(N) dN \\
&= \frac{1}{2T} \int \sum_{i=1}^N \int \int_{-T}^T l(t - t_i) dt_i p(N) dN
\end{aligned}$$

Supondo que o tempo total da curva de luz é muito maior do que o tempo de duração de um evento, a integral de $l(t - t_i)$ sobre t_i é a energia total E gerada por um único evento. Desse modo, temos que

$$\begin{aligned}
\bar{L} &= \frac{E}{2T} \int \sum_{i=1}^N p(N) d(N) \\
&= \frac{E}{2T} \int N p(N) dN \\
&= E \frac{\bar{N}}{2T}
\end{aligned}$$

O termo $\bar{N}/2T$ é simplesmente a taxa de eventos na curva de luz, ν . A expressão final para a luminosidade média é portanto

$$\bar{L} = \nu E \quad (2.11)$$

2.3.2 Variância

Para calcular a variância de $L(t)$,

$$\sigma^2 = \overline{L^2} - \bar{L}^2 \quad (2.12)$$

temos apenas que calcular o segundo momento, $\overline{L^2}$, pois o termo \bar{L} já foi obtido. Sendo $L(t) = \sum l(t - t_i)$, o segundo momento é expresso por

$$\overline{L^2} = \int \dots \int \left(\sum_{i=1}^N l_i \right) \left(\sum_{j=1}^N l_j \right) p(t_1, \dots, t_N, N) dt_1 \dots dt_N \dots dN$$

onde

$$\begin{aligned}
l_i &\equiv l(t - t_i) \\
l_j &\equiv l(t - t_j)
\end{aligned}$$

Temos dois casos a analisar para o produto dos somatórios: (1) Quando os dois índices são iguais ($i = j$):

$$\overline{\sum_{i=1}^N l_i \sum_{j=1}^N l_j} = \overline{\sum_{i=1}^N l_i^2}$$

então

$$\overline{\sum_{i=1}^N l_i^2} = \int \dots \int \sum_{i=1}^N l_i^2 p(t_1, \dots, t_N, N) dt_1 \dots dt_N \dots dN.$$

Seguindo as mesmas considerações anteriores

$$\begin{aligned} \overline{\sum_{i=1}^N l_i^2} &= \frac{1}{2T} \int \sum_{i=1}^N \int_{-T}^T l_i^2 dt_i p(N) dN \\ &= \xi_2 \frac{1}{2T} \int \sum_{i=1}^N p(N) dN \\ &= \xi_2 \frac{1}{2T} \int N p(N) dN \\ &= \xi_2 \frac{\overline{N}}{2T} \end{aligned}$$

de modo que

$$\overline{\sum_{i=1}^N l_i^2} = \xi_2 \nu \quad (2.13)$$

onde

$$\xi_2 = \int l(t)^2 dt.$$

(2) Quando $i \neq j$:

$$\begin{aligned} \overline{\sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N l_i l_j} &= \int \dots \int \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N l_i l_j p(t_1, \dots, t_N, N) dt_1 \dots dt_N dN \\ &= \frac{1}{(2T)^2} \int \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \int_{-T}^T l_i dt_i \int_{-T}^T l_j dt_j p(N) dN \\ &= E^2 \frac{1}{(2T)^2} \int \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N p(N) dN \\ &= E^2 \frac{1}{(2T)^2} \int N(N-1) p(N) dN \\ &= E^2 \frac{1}{(2T)^2} (\overline{N^2} - \overline{N}) \end{aligned}$$

Neste momento, faz-se uso da hipótese de que os N eventos estão distribuídos Poissonicamente ao longo da curva de luz. Como para uma distribuição de Poisson a variância do número de eventos é igual à média deste mesmo número, $\overline{N^2} - \overline{N}^2 = \overline{N}$ (ver apêndice A.3, equação A.24), tem-se que

$$\overline{\sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N l_i l_j} = E^2 \frac{\overline{N^2}}{(2T)^2} = E^2 \nu^2 \quad (2.14)$$

Somando os resultados para os dois casos $i = j$ e $i \neq j$ (equações 2.13 e 2.14) tem-se o resultado final para o termo $\overline{L^2}$:

$$\overline{L^2} = \xi_2 \nu + E^2 \nu^2. \quad (2.15)$$

que, voltando à definição da variância, nos leva a

$$\sigma^2 = (\xi_2 \nu + E^2 \nu^2) - (E \nu)^2 = \xi_2 \nu \quad (2.16)$$

2.3.3 Coeficiente de Variação, Tempo de Vida e Número de Eventos Vivos

Antes de prosseguir com a derivação dos momentos teóricos, é conveniente a apresentação de outras duas definições associadas às quantidades já discutidas.

A amplitude das variações é mais adequadamente descrita pelo coeficiente de variação $\delta(L)$ (utilizado por Garcia *et al.* 1999, por exemplo) do que por $\sigma(L)$ diretamente. Com os resultados acima tem-se que

$$\delta = \frac{\sigma(L)}{\overline{L}} = \frac{(\xi_2 \nu)^{1/2}}{\nu E} \quad (2.17)$$

Esta expressão pode ser escrita de forma mais elegante utilizando a definição do **tempo efetivo de vida** de um pulso, τ , introduzida por Cid Fernandes (1995):

$$\tau = \frac{E^2}{\int l(t)^2 dt} \quad (2.18)$$

que em nossa notação implica $\xi_2 = E^2/\tau$. Assim, δ fica

$$\delta = \frac{1}{(\nu \tau)^{1/2}} \quad (2.19)$$

Nesta expressão, pode-se identificar o termo $\nu \tau$ com o **número médio de eventos vivos** em um dado instante qualquer. Como ocorrem em média ν eventos por unidade de tempo, e cada um deles vive efetivamente por um intervalo τ , em média $\mathcal{N} = \nu \tau$ pulsos coexistem na curva de luz. \mathcal{N} é portanto uma grandeza que caracteriza o grau de superposição dos eventos na curva de luz, sendo pequeno para situações nas quais poucos eventos se sobrepõem (ν e/ou τ pequeno) e vice-versa. Com esta definição de \mathcal{N} a expressão para o coeficiente de variação se transforma em

$$\delta = \frac{1}{\mathcal{N}^{1/2}} \quad (2.20)$$

que mostra de maneira clara a lei de “inverso da raiz quadrada do número de eventos” característica de processos poissonianos. Note que que embora esta lei tenha sido empregada em vários artigos em que a possível natureza Poissoniana da variabilidade de AGNs é investigada (e.g., Hook *et al.* 1994), esta definição rigorosa de \mathcal{N} não foi empregada anteriormente.

2.3.4 Skewness

Os resultados até aqui apresentados são essencialmente os mesmos já derivados por Cid Fernandes (1995). Os cálculos a seguir foram desenvolvidos originalmente nesta dissertação.

O valor esperado para a skewness pode ser calculado generalizando o formalismo acima para o terceiro momento. A skewness de $L(t)$ é definida por

$$\gamma = \frac{1}{\sigma^3} \overline{(L - \bar{L})^3}$$

que, desenvolvendo, se abre em

$$\gamma = \frac{1}{\sigma^3} (\overline{L^3} - 3\bar{L}\overline{L^2} + 2\bar{L}^3) \quad (2.21)$$

O único termo que não é conhecido na equação 2.21 é $\overline{L^3}$. Os cálculos feitos para chegar-se a esse coeficiente (bem mais trabalhosos do que os para os dois primeiros momentos) estão no apêndice A.1. Seu valor final é:

$$\overline{L^3} = \xi_3 \nu + 3\xi_2 \mathbb{E} \nu^2 + \mathbb{E}^3 \nu^3 \quad (2.22)$$

onde

$$\xi_3 \equiv \int l(t)^3 dt .$$

Levando os termos de 2.15 , 2.18 e 2.22 na equação 2.21 encontra-se o valor previsto para a skewness:

$$\gamma = \phi_\gamma \frac{1}{(\nu \tau)^{1/2}} \quad (2.23)$$

onde ϕ_γ é um fator que está relacionado com a forma dos pulsos individuais e é igual a

$$\phi_\gamma = \frac{\tau^2}{\mathbb{E}^3} \xi_3 . \quad (2.24)$$

2.3.5 Kurtosis

A kurtosis da distribuição $L(t)$

$$\kappa = \frac{1}{\sigma^4} \overline{(L - \bar{L})^4}$$

se desenvolve em

$$\kappa = \frac{1}{\sigma^4} (\overline{L^4} - 4\overline{L^3}\overline{L} + 6\overline{L^2}\overline{L}^2 - 3\overline{L}^4) \quad (2.25)$$

onde o único termo desconhecido é $\overline{L^4}$. Os cálculos que levaram ao valor desse termo estão no apêndice A.2. O termo vale:

$$\overline{L^4} = \xi_4 \nu + E^4 \nu^4 + 3\xi_2^2 \nu^2 + 6E^2 \xi_2 \nu^3 + 4\xi_3 E \nu^2 \quad (2.26)$$

onde

$$\xi_4 = \int l(t)^4 dt.$$

Utilizando-se os termos 2.15, 2.18, 2.22 e 2.26 na equação 2.25, obtemos a forma teórica final para a expressão da kurtosis:

$$\kappa = \phi_k \frac{1}{(\nu \tau)} + 3 \quad (2.27)$$

sendo que

$$\phi_k = \frac{\tau^3}{E^4} \xi_4$$

também é um fator de forma relacionado ao pulso individual.

2.3.6 Generalização para pulsos diferentes

Nos cálculos feitos para os momentos considerou-se que a evolução da luminosidade de cada pulso individual é descrita por uma função $l(t)$ que depende apenas do tempo. Fisicamente, porém, os pulsos podem ter outros parâmetros intrínsecos além da data de nascimento. Cada pulso pode ocorrer sob condições físicas (como tamanho, densidade, temperatura, etc.) diferentes, o que implicaria uma faixa de valores para a energia, tempos de vida, fatores de forma, etc. É importante salientar que se l fosse dependente de outros parâmetros os resultados teriam sido os mesmos, com a única diferença sendo a de que os valores de E seriam médias sobre a distribuição destes parâmetros indefinidos, e analogamente para as outras quantidades (Cid Fernandes 1995). Este fato garante que as expressões aqui apresentadas retêm seu significado mesmo neste caso mais geral.

2.4 Cálculos para pulsos simples

Para ilustrar os resultados acima e também para uso nas seções posteriores, nesta seção é mostrado como os tempos de vida e fatores de forma dependem do perfil $l(t)$ dos pulsos. Quatro perfis diferentes de pulsos serão utilizados. São eles:

1. pulso quadrado

$$l(t) = \begin{cases} l_0 = E/T & \text{se } 0 < t < T \\ 0 & \text{se } t < 0 \text{ ou } t > T \end{cases}$$

2. pulso exponencial

$$l(t) = \begin{cases} l_0 e^{-t/T} = (E/T) e^{-t/T} & \text{se } t > 0 \\ 0 & \text{se } t < 0 \end{cases}$$

3. pulso triangular

$$l(t) = \begin{cases} l_0(1 - \frac{t}{T}) = \frac{2E}{T}(1 - \frac{t}{T}) & \text{se } 0 < t < T \\ 0 & \text{se } t < 0 \text{ ou } t > T \end{cases}$$

4. pulso parabólico

$$l(t) = \begin{cases} l_0(1 - 4\frac{t^2}{T^2}) = \frac{3E}{4T}(1 - 4\frac{t^2}{T^2}) & \text{se } -T/2 < t < T/2 \\ 0 & \text{se } t < -T/2 \text{ ou } t > T/2 \end{cases}$$

Os valores de ϕ_γ , ϕ_κ e τ encontrados para estas formas dos pulsos são:

1. pulsos quadrados

$$\begin{cases} \phi_\gamma = 1 \\ \phi_\kappa = 1 \\ \tau = T \end{cases}$$

2. pulsos exponenciais

$$\begin{cases} \phi_\gamma = \frac{4}{3} \\ \phi_\kappa = 2 \\ \tau = 2T \end{cases}$$

3. pulsos triangulares

$$\begin{cases} \phi_\gamma = \frac{9}{8} \\ \phi_\kappa = \frac{27}{20} \\ \tau = \frac{3}{4}T \end{cases}$$

4. pulsos parabólicos

$$\begin{cases} \phi_\gamma = \frac{15}{14} \\ \phi_\kappa = \frac{25}{21} \\ \tau = \frac{5}{6}T \end{cases}$$

O comportamento da variabilidade relativa (δ) de acordo com a luminosidade média para o modelo apresentado, já considerando-se o efeito de uma componente constante (seção 2.5), pode ser visto na figura 2.2. O terceiro e quarto momento contra a variabilidade relativa estão no gráfico 2.3.

2.5 Efeitos de uma Componente Não Variável

As expressões derivadas na seção anterior desprezaram os efeitos da existência de uma componente constante, $L_{bg} \geq 0$. No caso mais geral em que tal componente não é desprezada, a luminosidade total é dada por

$$L(t) = L_{var}(t) + L_{bg} \quad (2.28)$$

onde L_{var} denota a componente variável, que até aqui fora chamada de $L(t)$. Na prática, o “background” L_{bg} afeta apenas a luminosidade média, que passa a ser

$$\bar{L} = \nu E + L_{bg} \quad (2.29)$$

Todas estatísticas que dependem apenas de variações, como σ , γ e κ , não são afetadas por L_{bg} . O coeficiente de variação, contudo, por levar a luminosidade média no denominador, fica menor com a inclusão de L_{bg} :

$$\delta = \frac{\sigma}{\bar{L}} = \frac{\sigma}{\nu E + L_{bg}} \quad (2.30)$$

definindo-se

$$f_{var} \equiv \frac{\overline{L_{var}}}{\bar{L}} = \frac{\nu E}{\bar{L}} \quad (2.31)$$

e

$$f_{bg} \equiv \frac{L_{bg}}{\bar{L}} \quad (2.32)$$

como as frações da luminosidade média que provêm da componente variável e do “background”, respectivamente, δ pode ser escrito como

$$\delta = \frac{\sigma}{\overline{L_{var}}/f_{var}} = f_{var} \frac{\sigma(L_{var})}{\overline{L_{var}}} = \frac{f_{var}}{\mathcal{N}^{1/2}} = \frac{1 - f_{bg}}{\mathcal{N}^{1/2}} \quad (2.33)$$

onde se vê claramente como o background tem o efeito de diluir a variabilidade observada. Vale mencionar que poucos estudos da variabilidade de quasares levam em conta este efeito, que, como será visto mais adiante, tem consequências importantes para a interpretação dos dados observados. Na prática, f_{bg} deve ser considerado como outro parâmetro fundamental de modelos poissonianos para AGNs.

2.6 Resumo dos resultados teóricos e discussão de sua aplicabilidade

Um modelo poissoniano geral para AGNs é descrito em termos de 4 parâmetros fundamentais:

1. a taxa de eventos, ν ;

2. a energia de cada evento; E
3. o tempo de vida de cada evento; τ ;
4. a contribuição relativa da componente não variável; $f_{bg} = L_{bg}/\bar{L}$.

Para estimar estes parâmetros a partir de dados observacionais precisa-se portanto de pelo menos quatro “informações” sobre a curva de luz. A luminosidade média \bar{L} é uma destas informações. Ela se relaciona com os parâmetros da seguinte forma:

$$\bar{L} = \nu E + L_{bg} \quad (2.34)$$

O coeficiente de variação provê outra informação útil, pois está relacionado com os parâmetros da seguinte forma:

$$\delta = \frac{(1 - f_{bg})}{\mathcal{N}^{1/2}} = \frac{(1 - f_{bg})}{(\nu\tau)^{1/2}} \quad (2.35)$$

Uma estimativa do tempo de vida τ pode ser obtida via função de estrutura, agregando uma terceira informação relevante ao nosso sistema de 4 incógnitas.

Os momentos de ordem 3 e 4, cujos valores teóricos foram aqui apresentados, poderiam em princípio fornecer mais informações relevantes. Eles porém carregam fatores de forma (ϕ_γ e ϕ_κ) que dependem da função $l(t)$, a qual não procuraremos estimar, por introduzir demasiados graus de liberdade. Além disso, conforme exposto no capítulo seguinte, estimativas precisas da skewness e kurtosis requerem curvas de luz muito mais longas e precisas do que as atualmente disponíveis, o que dificulta ainda mais sua aplicação. Na prática, se está limitado a um sistema de 4 variáveis com 3 equações. Este sistema pode ser complementado com uma desigualdade trivial, porém útil. Esta é baseada no fato de que, obviamente, o background tem que ser maior ou igual a zero, e menor ou igual à menor luminosidade em uma curva de luz:

$$0 \leq L_{bg} \leq L_{min} \quad (2.36)$$

que se traduz em um limite superior para f_{bg}

$$f_{bg} \leq \frac{L_{min}}{\bar{L}} \quad (2.37)$$

Se o background pudesse ser ignorado, o sistema estaria fechado, com 3 vínculos observacionais (\bar{L} , δ e τ) e 3 variáveis (ν , E e τ). Isto porém não é possível, como é provado no capítulo 4.

Vale a pena enfatizar que a maioria das discussões sobre modelos poissonianos para AGNs (Hook *et al.* 1994, por exemplo) parte do pressuposto de que todos parâmetros, com exceção da taxa ν , são iguais para todos AGNs! Apenas desta maneira a previsão “ $\delta \propto \mathcal{N}^{-1/2}$ ” tem o significado global ensejado por tais estudos. Esta é uma hipótese muito forte, pois indiretamente implica que as condições físicas sejam as mesmas em todos objetos. Neste trabalho não será imposta esta condição. Esta abordagem corresponde ao que Cid Fernandes *et al.* (1996) chamam de “*Modelo Poissoniano Generalizado*”.

Antes de aprofundar-se a discussão de como aplicar o modelo aos dados, é importante verificar a consistência dos resultados com simulações numéricas, o que é feito a seguir.

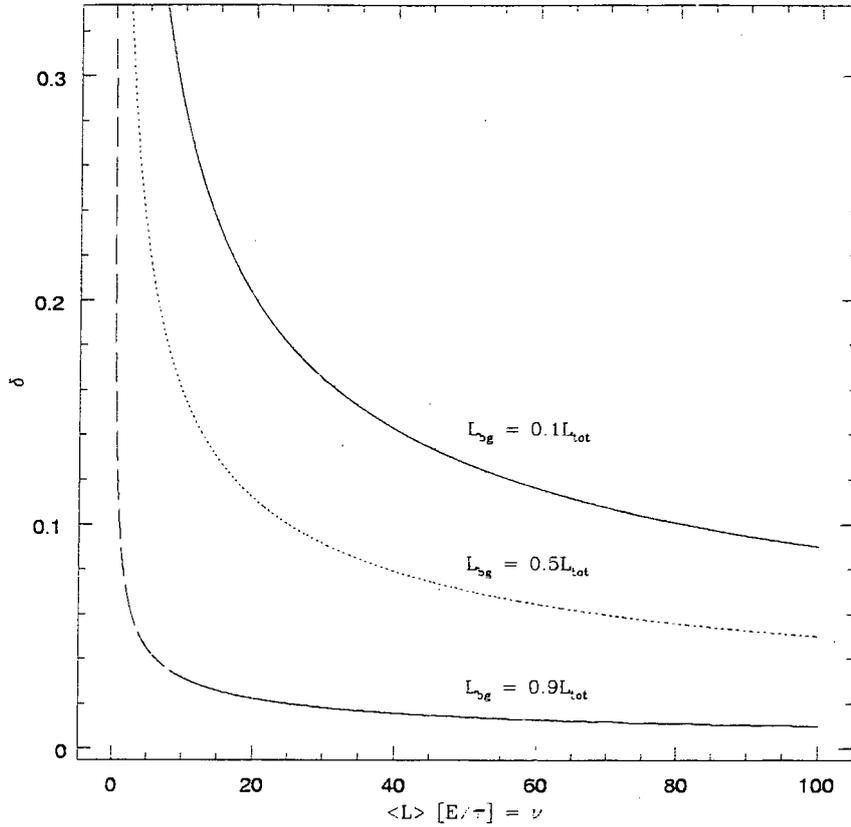


Figura 2.2: Essa figura mostra o comportamento do coeficiente de variação δ em relação a \bar{L} . Para uma mesma curva nota-se claramente que quanto maior for a luminosidade média, maior é a taxa e menor é a variabilidade. As três curvas ocupam lugares distintos no gráfico devido ao “background” que dilui a variabilidade observada. Como se está em unidades de E e τ , apenas termo $(1 - f_{bg})$ da equação 2.35 atua como um fator de proporcionalidade entre δ e \bar{L} . A curva representada por uma linha cheia possui 10% de sua luminosidade total em um dado instante devido ao “background”, a pontilhada 50% e a tracejada 90%.

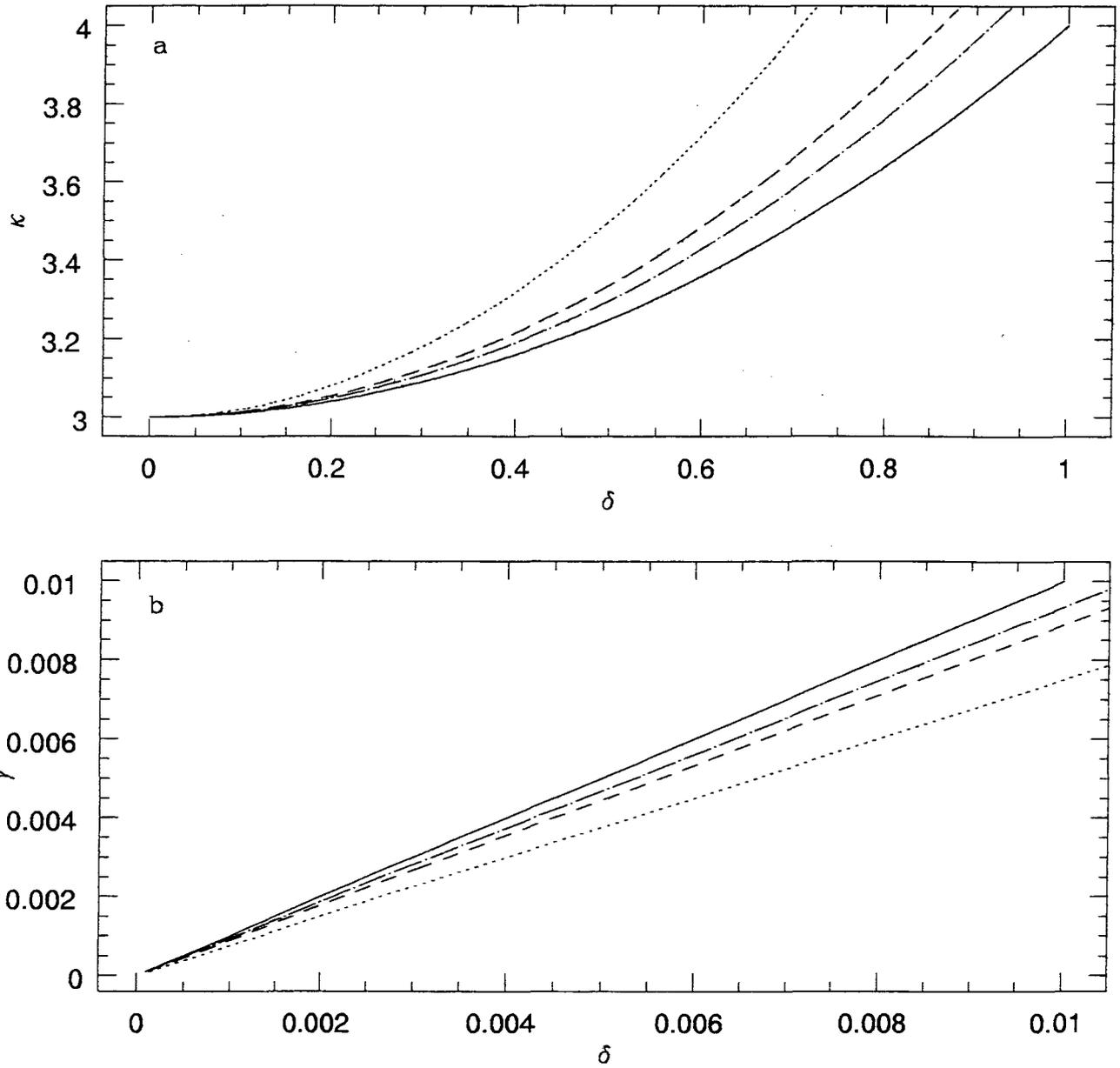


Figura 2.3: a) Para o painel superior, tem-se o comportamento da kurtosis κ em relação a δ . Para quatro tipos diferentes de pulsos teóricos, tem-se quatro diferentes curvas, devido ao fator de forma. A linha cheia representa o pulso quadrado, a de traços e pontos intercalados o parabólico, a tracejada o triangular e a pontilhada o exponencial. b) De acordo com a previsão teórica a única diferença entre a skewness γ e a variabilidade relativa δ é o fator de forma. Desse modo, seguindo a mesma convenção, esse painel apresenta 4 retas de diferentes inclinações.

Capítulo 3

Simulações

A fim de testar as previsões teóricas e de aferir a viabilidade do uso da skewness e da kurtosis como índices de variabilidade de AGNs, realizou-se uma bateria de simulações de curvas de luz seguindo os preceitos poissonianos. As simulações também servem o importante propósito de testar como a amostragem discreta e finita do processo poissoniano que produz a curva de luz influencia as estatísticas medidas. Isto é importante a fim de que se tenha uma idéia de quais tipos de observações são necessárias para testar adequadamente o modelo poissoniano e garantir o uso correto dos diagnósticos que ele proporciona.

3.1 Unidades e Parâmetros

Nesse capítulo serão utilizados E e τ como unidades de energia e tempo, o que é bastante conveniente pois torna a luminosidade média, a taxa de eventos e o número médio de eventos vivos numericamente idênticos. Isto, claro, desconsiderando a presença de um background. Ou seja,

$$\bar{L} = E\nu = \nu$$

e

$$\mathcal{N} = \nu\tau = \nu = \bar{L}$$

para

$$E = \tau = 1 \quad \text{e} \quad L_{bg} = 0$$

Isso torna mais fácil a interpretação dos resultados. Por exemplo, para $\nu < 1$ a curva de luz é composta por eventos isolados ($\mathcal{N} < 1$; figura 3.1 e 3.2) com raras superposições. Além disso, parâmetros extrínsecos como a duração da curva de luz, \mathcal{D}_{CC} , passam a ter significados mais interessantes nestas unidades: $\mathcal{D}_{CC} =$ número de “vidas” de pulso monitoradas, e analogamente para o intervalo Δt_{obs} entre as observações: $\Delta t_{obs}^{-1} \sim$ o número de vezes que cada pulso individual é observado na curva de luz total.

As simulações apresentadas a seguir têm apenas um parâmetro de significado físico: a taxa de eventos ν , uma vez que $E = \tau = 1$ e $L_{bg} = 0$ por conveniência. Outros dois parâmetros

“técnicos” ou “observacionais”, contudo, têm de ser fornecidos para as simulações : O número de observações, N_{obs} , e a duração da curva de luz, \mathcal{D}_{CC} , ou, equivalentemente, o intervalo entre cada observação, $\Delta t_{obs} = \mathcal{D}_{CC}/(N_{obs} - 1)$. Embora estes parâmetros técnicos sejam irrelevantes para a teoria, eles são relevantes para testar efeitos de amostragem sobre as estatísticas teóricas elaboradas no capítulo anterior. Outra informação necessária para as simulações é o perfil dos pulsos, ou seja, a função $l(t)$. Os quatro perfis de pulsos apresentados na seção 2.4 foram utilizados nas simulações.

3.2 Curvas de Luz

A fim de testar o modelo que foi desenvolvido no capítulo 2 realizaram-se simulações de três maneiras distintas.

3.2.1 Curvas de Luz Individuais

A primeira bateria de simulações gerou curvas de luz individuais para os pulsos escolhidos utilizando várias combinações de ν e Δt_{obs} , sempre em unidades de $E = \tau = 1$. O objetivo dessas simulações foi o de compreender como a curva de luz se comporta segundo variações nesses parâmetros. Assim, conforme mostra a figura 3.1, quando $\nu \ll 1$, é extremamente difícil haver superposição de pulsos, e a curva de luz resultante é composta por poucos e isolados eventos. Nas mesma figura e na figura 3.2 fica claro o efeito de se ter $\Delta t_{obs} \ll \tau$: na figura 3.1 onde $\Delta t_{obs} = 0,05$ se enxerga a forma de um único pulso. Já na figura 3.2 embora Δt_{obs} seja menor do que o tempo de vida efetivo de um pulso, não se consegue distinguir a forma original do pulso. Para taxas maiores como, por exemplo, $\nu = 10$ (figura 3.3 e 3.4) ocorrem muitas superposições entre os pulsos e também se perde a informação sobre sua forma primária. Nessas últimas duas figuras, conforme se podia prever, o aumento do intervalo de observação de 0,05 para 0,5 termina com a suavidade da curva de luz gerada por pulsos parabólicos. Na figura 3.5 mostra-se a evolução de uma curva de luz gerada por perfis exponenciais. A figura possui cinco painéis que de baixo para cima apresentam as taxas de 0,1, 1, 10, 100 e 1000 pulsos por τ . É importante notar que à medida que a taxa aumenta o histograma das distribuições tende a uma curva gaussiana. Quando as taxas são baixas (0,1 e 1) a distribuição apresenta uma assimetria em relação a média (ver figura 2.1). Quando a taxa é grande, a assimetria praticamente não existe. Esse fato é explicado pelo Teorema do Limite Central (e.g. Kreyszig 1970). Segundo esse teorema, um número grande de amostras para uma variável com uma distribuição qualquer, leva a uma distribuição praticamente normal (gaussiana). As previsões do capítulo anterior são consistentes com este efeito. Embora não se tenha calculado a forma da distribuição das luminosidades, o fato de que seus momentos de ordem 3 e 4 tendem assintoticamente a valores gaussianos ($\gamma = 0$ e $\kappa = 3$) a medida que ν cresce indica que L de fato tende a um regime gaussiano.

Pulsos individuais, ou seja, isolados na curva de luz, não são observados em quasares, o que indica uma alta taxa de eventos e correspondentemente uma superposição de pulsos. Já em Seyferts 1 de baixa luminosidade, Aretxaga & Terlevich (1994) e Cid Fernandes *et al.* (1997) sugerem que os pulsos individuais podem ser identificados visualmente, embora com alguma superposição (ver Capítulo 6).

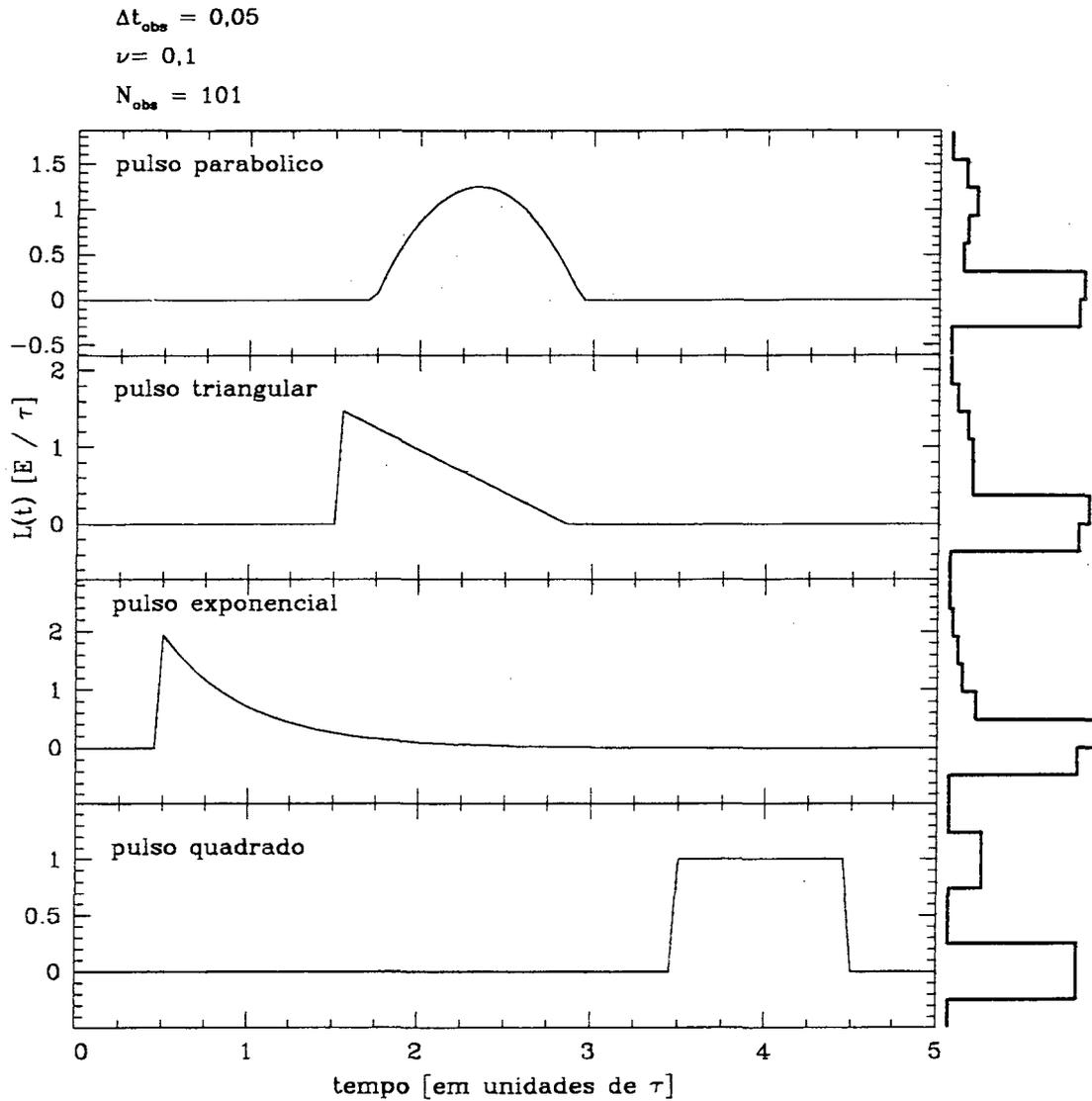


Figura 3.1: Quando $\nu \ll 1$ as superposições entre os pulsos são raras e, se $\Delta t_{obs} \ll \tau$ é possível identificar a forma de um pulso. Os histogramas à direita mostram que uma distribuição desse tipo é bastante assimétrica em relação à média.

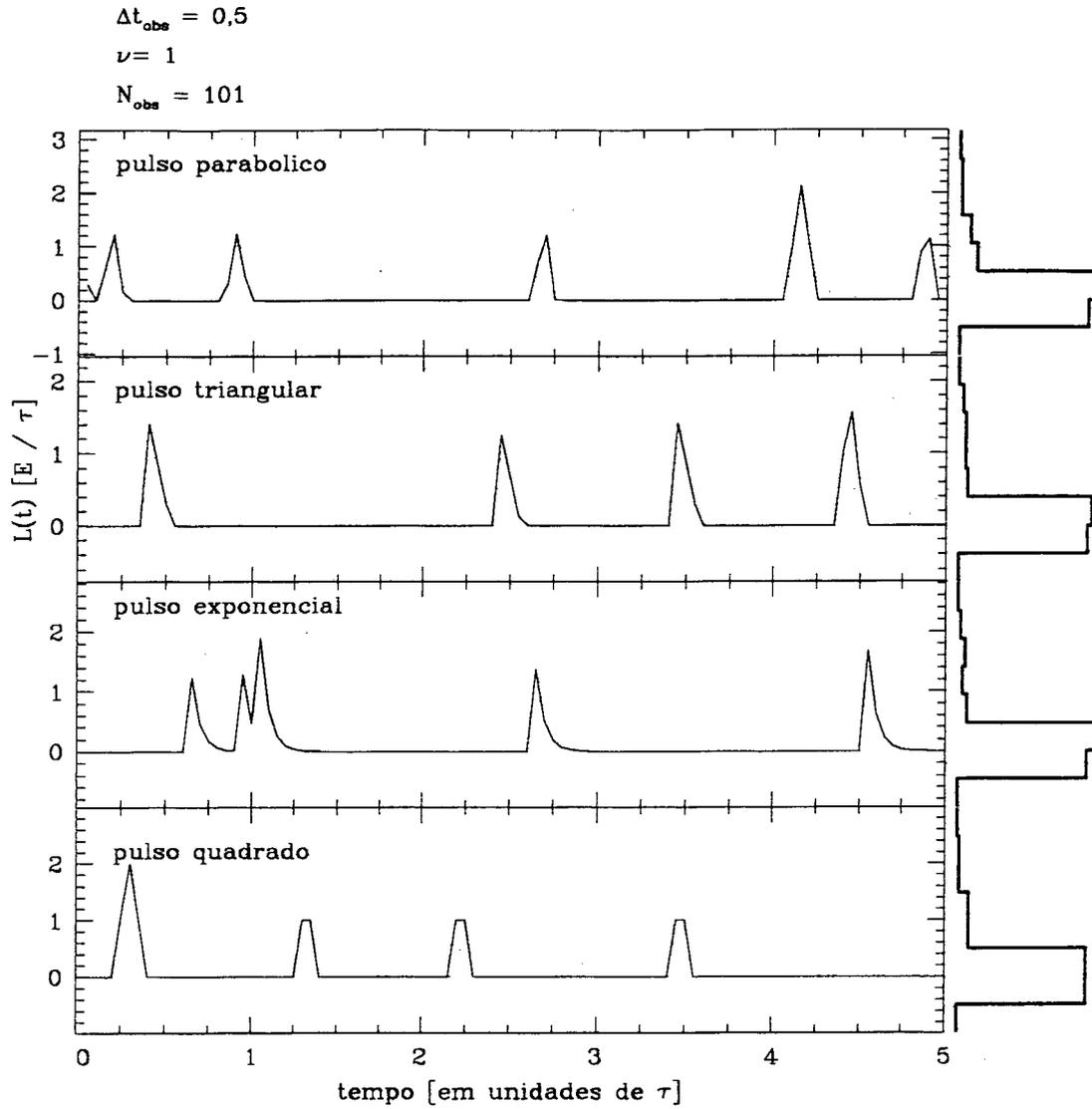


Figura 3.2: Um aumento no intervalo de observação Δt_{obs} já não permite mais a identificação da forma do pulso. Os histogramas mantêm a mesma condição de assimetria da figura anterior devido à baixa taxa de eventos.

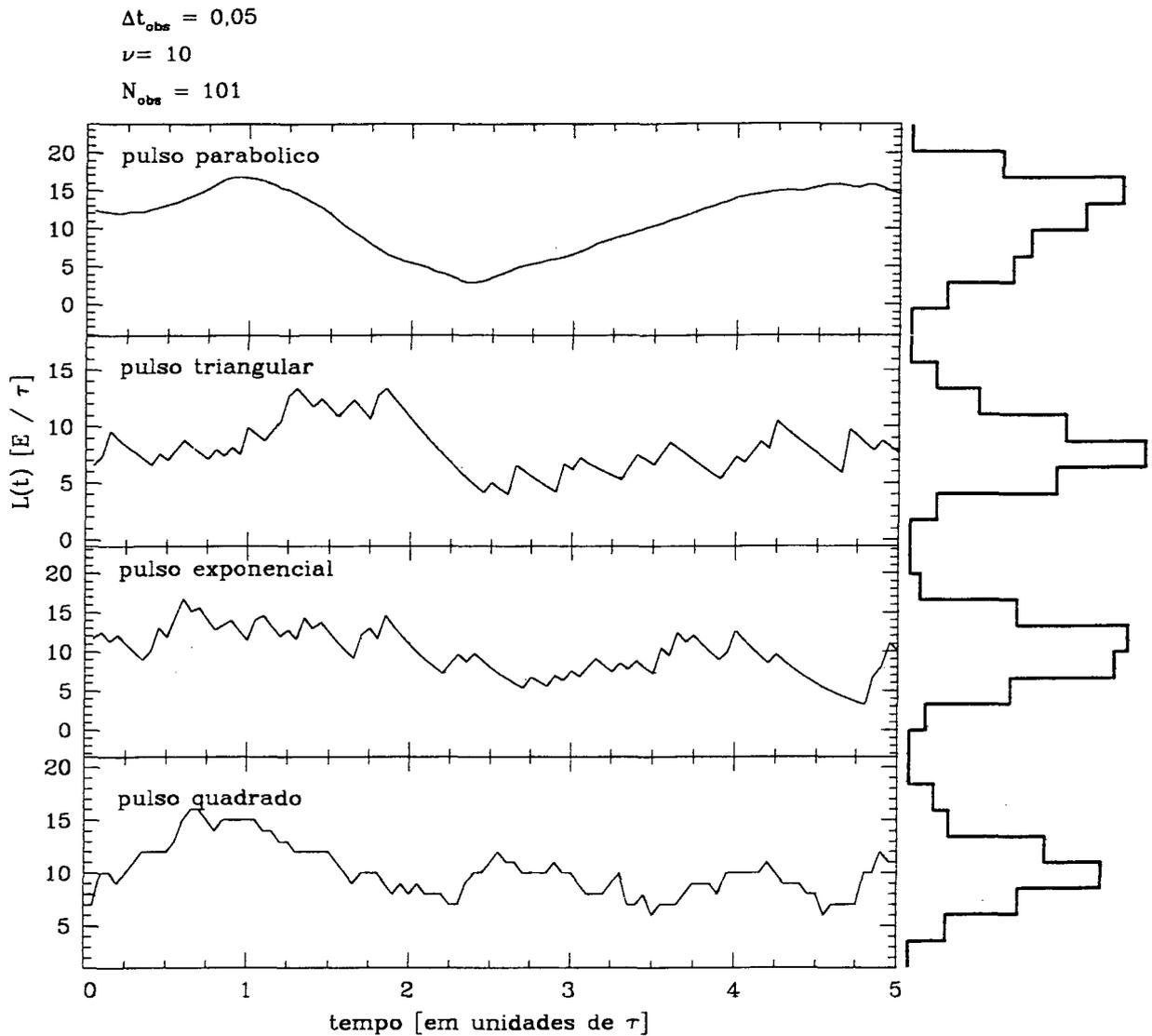


Figura 3.3: Quando a taxa aumenta, perde-se informação sobre a forma individual do pulso mesmo para $\Delta t_{obs} \ll \tau$, devido à superposição dos eventos. Neste exemplo, a cada instante existem em média 10 pulsos superpostos. Vale a pena notar o comportamento suave da curva de luz gerada por pulsos parabólicos em relação às demais. Os histogramas começam a ficar mais equilibrados em relação à média para taxas altas.

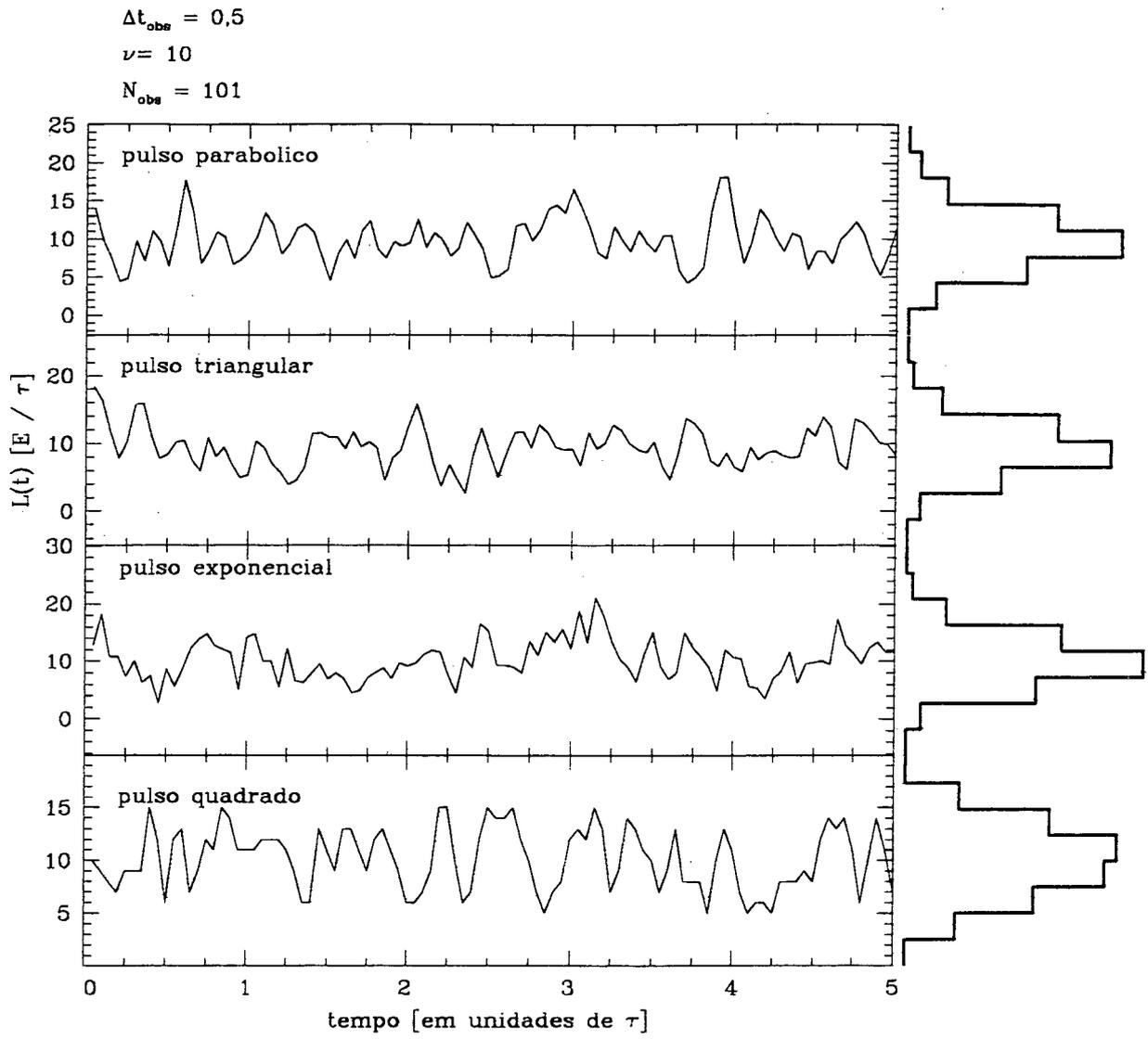


Figura 3.4: Devido ao aumento de Δt_{obs} as curvas de luz se tornam menos suaves em relação à figura anterior.

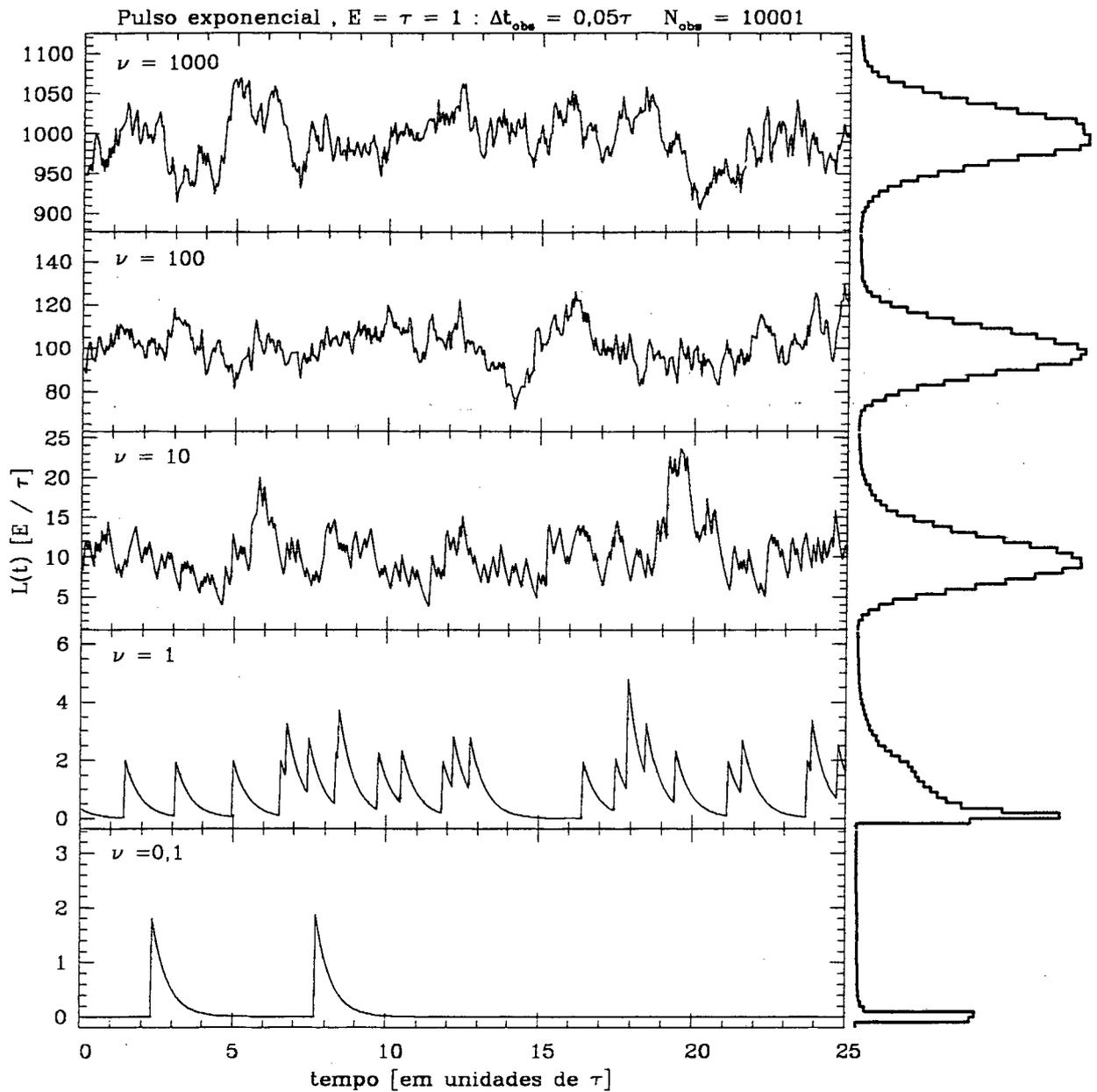


Figura 3.5: Aqui são mostradas curvas luz para pulsos exponenciais à medida que se aumenta a taxa de eventos ν . As distribuições de $L(t)$ estão nos histogramas à direita. Note que elas são bastante assimétricas para $\nu = 0,1$ e 1 , passando a uma situação de simetria a partir de $\nu = 10$. As curvas de luz foram amostradas em intervalos de $\Delta t_{obs} = 0,05\tau$, o que permite a identificação de pulsos individuais e ajuda a manter a assimetria observada em baixas taxas.

3.2.2 Estatística das Estatísticas

As primeiras simulações mostraram de maneira bastante clara o comportamento das curvas de luz obtidas de acordo com os parâmetros considerados. Porém, para testar o comportamento dos índices estatísticos derivados das simulações (\bar{L} , δ , γ e κ), curvas individuais não são uma boa escolha por representar apenas uma realização dentre tantas outras possíveis para os parâmetros selecionados. Assim, realizaram-se mais duas baterias de simulações a fim de se obter as “estatísticas das estatísticas” das curvas de luz.

Comportamento dos índices em função de ν

Na segunda bateria de simulações consideraram-se como parâmetros de entrada a forma do pulso, a distância entre as observações Δt_{obs} e o número de observações N_{obs} . Para cada conjunto pré-estabelecido de valores para os parâmetros fez-se a taxa ν assumir 20 valores entre (e inclusive) 0,1 e 1000 por τ e para cada uma das taxas, 100 curvas de luz foram simuladas. Isso possibilitou estatísticas individuais para cada uma das 100 curvas por taxa e também uma “estatística” das estatísticas para cada taxa. Em cada simulação, obviamente, são variadas as datas de nascimento dos pulsos e o número total de pulsos na curva de luz, esta última quantidade se distribuindo segundo uma distribuição Poissoniana.

Assim, tomando-se o valor médio dos estimadores das 100 realizações para cada ν chega-se mais próximo do valor ideal para os índices, pois as previsões do capítulo 2 são na verdade valores esperados para os índices de variabilidade. As “barras de erro” poderiam ter sido feitas utilizando-se o desvio padrão das estatísticas globais para cada índice, mas se optou por empregar os percentis de 16 e 84%. Esta escolha foi feita porque em alguns casos, principalmente para baixas taxas ($\nu < 1$), as barras de erro convencionais “transbordam” para valores não físicos ($\delta < 0$, por exemplo), devido a assimetria na distribuição dos índices. Isto não ocorre com os percentis. Os valores 16 e 84% foram escolhidos para que entre 68% dos pontos estejam contidos dentro da barra de erro, como em uma distribuição Gaussiana. Vale lembrar que as “barras de erro” aqui não têm nada a ver com erros fotométricos; elas simplesmente representam a distribuição dos índices medidos nas simulações para diferentes realizações do mesmo processo.

Quanto aos parâmetros de entrada, para Δt_{obs} foram escolhidos os valores 0,5, 1, 2, 5 e 100τ e, para N_{obs} foram usados 11, 51, 101 e 1001 “observações” ao longo da curva de luz. Esse tipo de simulação foi feita para verificar o comportamento das previsões teóricas e simulações em função da taxa e do número de observações. Vale lembrar que as previsões para os momentos de 2 a 4 são, nas unidades deste capítulo, as seguintes: $\delta = \nu^{-1/2} = \bar{L}^{-1/2}$, $\gamma = \phi_\gamma \bar{L}^{-1/2}$, e $\kappa = \phi_\kappa \bar{L}^{-1}$.

A figura 3.6 mostra para $\Delta t_{obs} = 0,5\tau$ o comportamento dos momentos obtidos através das simulações em relação aos previstos teoricamente. As linhas coloridas unem as extremidades de barras de erro correspondentes aos percentis de 16 e 84% da dispersão dos momentos, os pontos são os valores encontrados para eles nas 100 realizações para cada taxa e as linhas tracejadas são as previsões teóricas. Nesse painel tem-se três colunas para três valores diferentes de N_{obs} : 11, 101 e 1001. Quanto menor o número de observações, menor é a duração da curva de luz, $\mathcal{D}_{LC} = \Delta t_{obs}(N_{obs} - 1)$, e os momentos simulados apresentam um espalhamento bastante grande em relação às previsões teóricas do capítulo 2 embora, mesmo

para $N_{obs} = 11$, quando $\nu > 10$ os valores simulados para δ tendem a 0, o que está de acordo com a previsão teórica. A skewness e a kurtosis, por serem momentos de ordem mais elevada, são mais sensíveis a “biases” de amostragem e não apresentam boa convergência para os valores previstos para N_{obs} pequeno. Para $N_{obs} = 101$, ainda existe grande dispersão para a skewness ou a kurtosis, mas para o coeficiente de variação δ , nota-se uma concordância um pouco maior já para menores taxas. Enfim, para $N_{obs} = 1001$ tem-se a mais longa das três curvas de luz e nota-se que a teoria e as simulações estão bem mais próximas principalmente a partir de $\nu = 1$.

Quando $\Delta t_{obs} \ll 1$ (figura 3.6) o bias de amostragem é bastante grande e faz com que a variabilidade medida seja sempre subestimada. Na figura 3.7 o intervalo entre as observações é igual a τ , o que evita o bias de amostragem pois um mesmo pulso não será observado mais do que uma vez. A concordância entre teoria e simulações já é bastante boa em apenas 11 observações para o coeficiente de variabilidade δ a partir de $\nu = 10$ ou um pouco antes. Nesse regime porém, para γ e κ a dispersão de valores ao redor da previsão ainda é bem significativa. Quando $N_{obs} = 101$, ainda existe uma dispersão bastante grande para γ e κ embora com um “pouco” de sorte se possa obter uma curva de luz de acordo com a previsão. Para o coeficiente de variação, a concordância é excelente. Se o número de observações é igual a 1001, teoria e simulações chegam a um grau elevado de compatibilidade.

Quando $\Delta t_{obs} = 5\tau$ (figura 3.8) as curvas de luz passam a ter uma duração maior em relação ao número de observações do que os dois casos anteriores. Não existe porém, diferença significativa em relação ao caso anterior entre a concordância dos valores esperados com os simulados. Isto porque em ambos casos cada observação efetivamente amostra instantes independentes da curva de luz.

Outra coisa que se vê nestas figuras é que para altas taxas a skewness e a kurtosis são muito próximas dos valores esperados para uma distribuição normal. Como já comentado, isto está de acordo com a teoria. Porém, as simulações dão uma idéia quantitativa de quão difícil é detectar desvios do regime Gaussiano. Mesmo para N_{obs} grande, a dispersão dos valores medidos nas simulações ao redor do valor esperado é tal que valores $\gamma < 0$ e $\kappa < 3$ ocorrem muito frequentemente, muito embora sejam incompatíveis com a teoria.

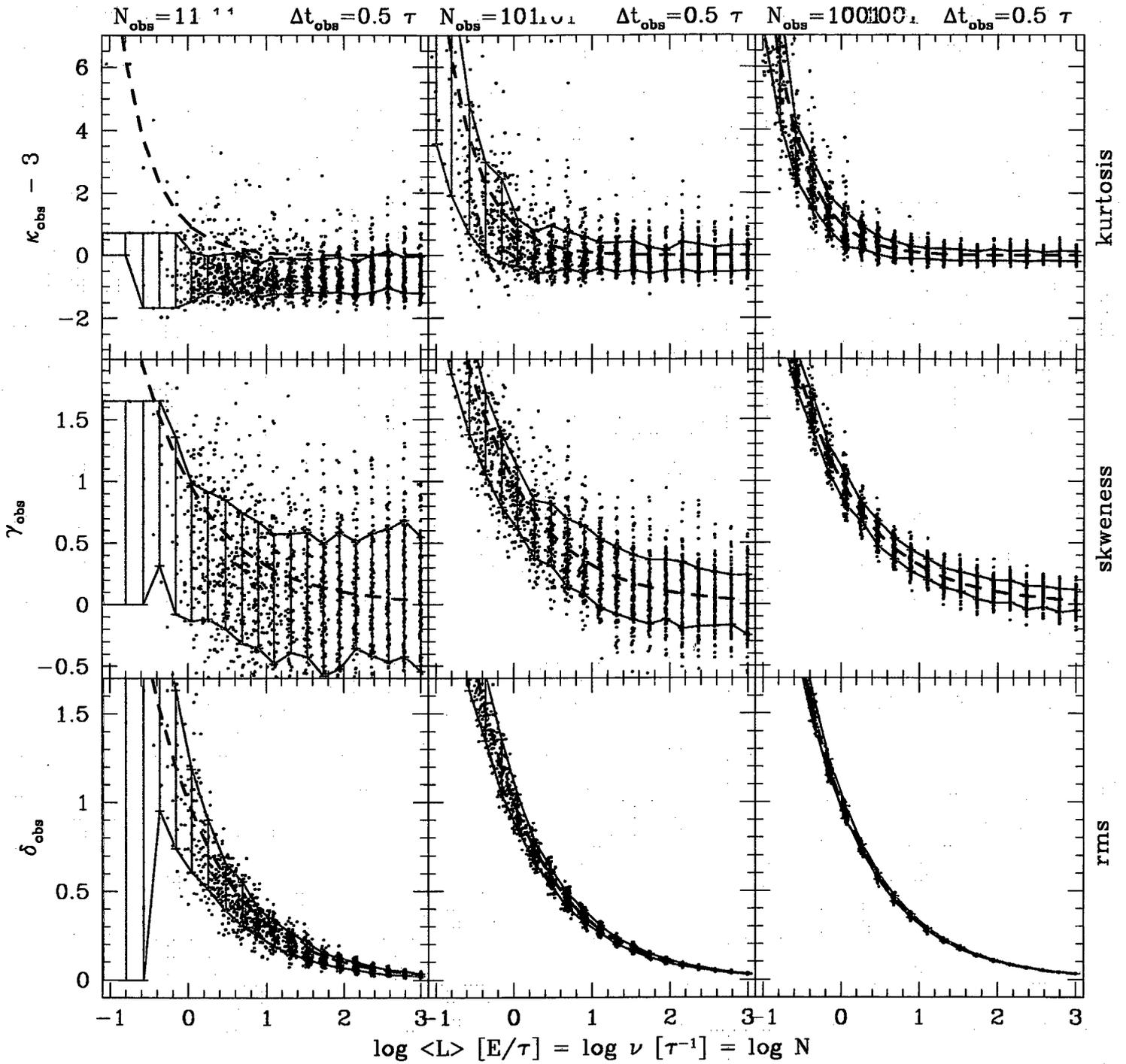


Figura 3.6: Esta figura apresenta a dispersão dos momentos δ , γ e κ ao redor das previsões teóricas para diferentes números de observações em curvas de luz simuladas. As simulações são para pulsos quadrados com $E = 1$ e $\tau = 1$. Nesse caso, $\Delta t_{\text{obs}} = 0,5\tau$, ainda existe o bias de amostragem.

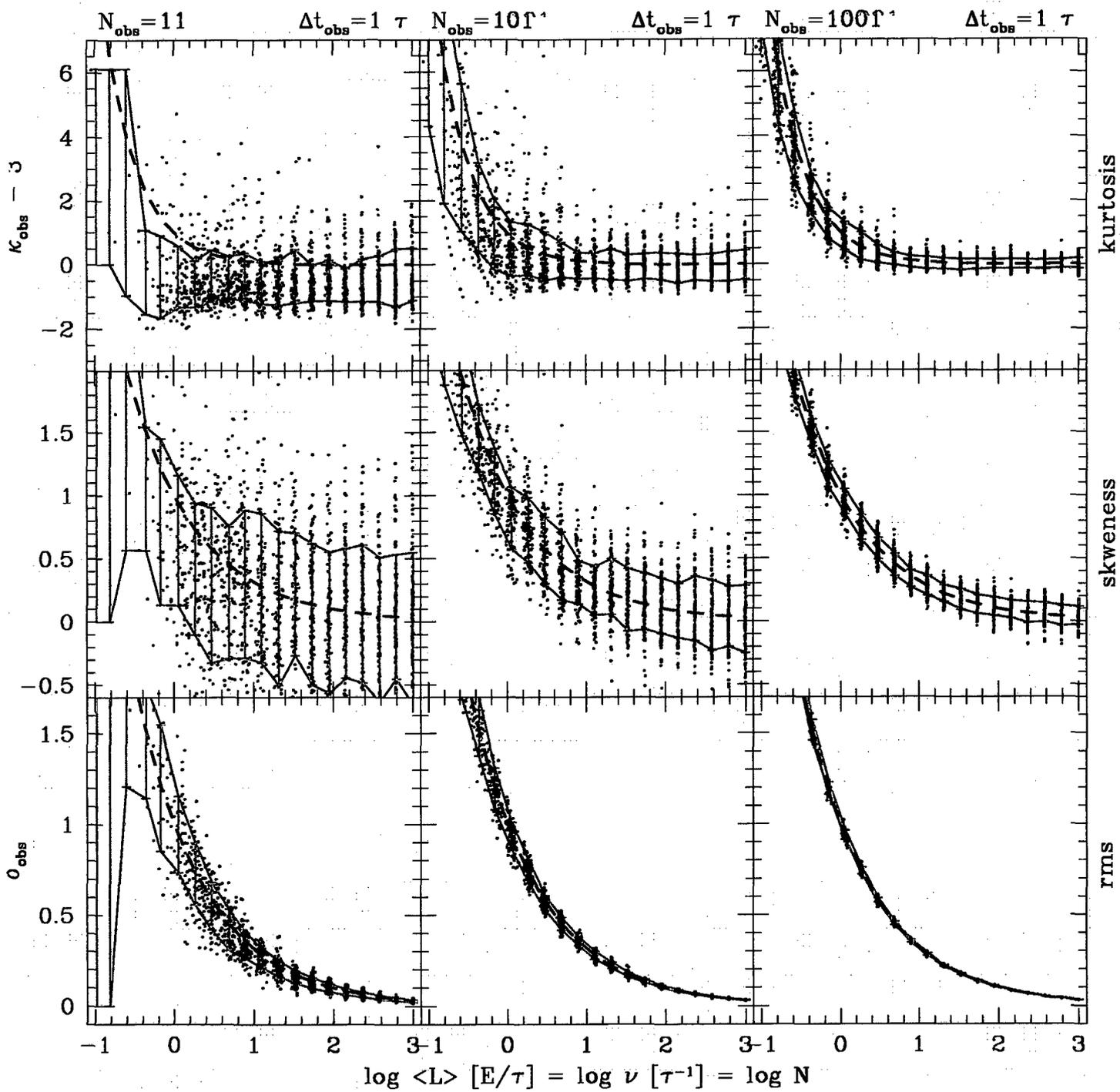


Figura 3.7: O mesmo da figura anterior, mas agora $\Delta t_{obs} = \tau$, evitando o bias de amostragem.

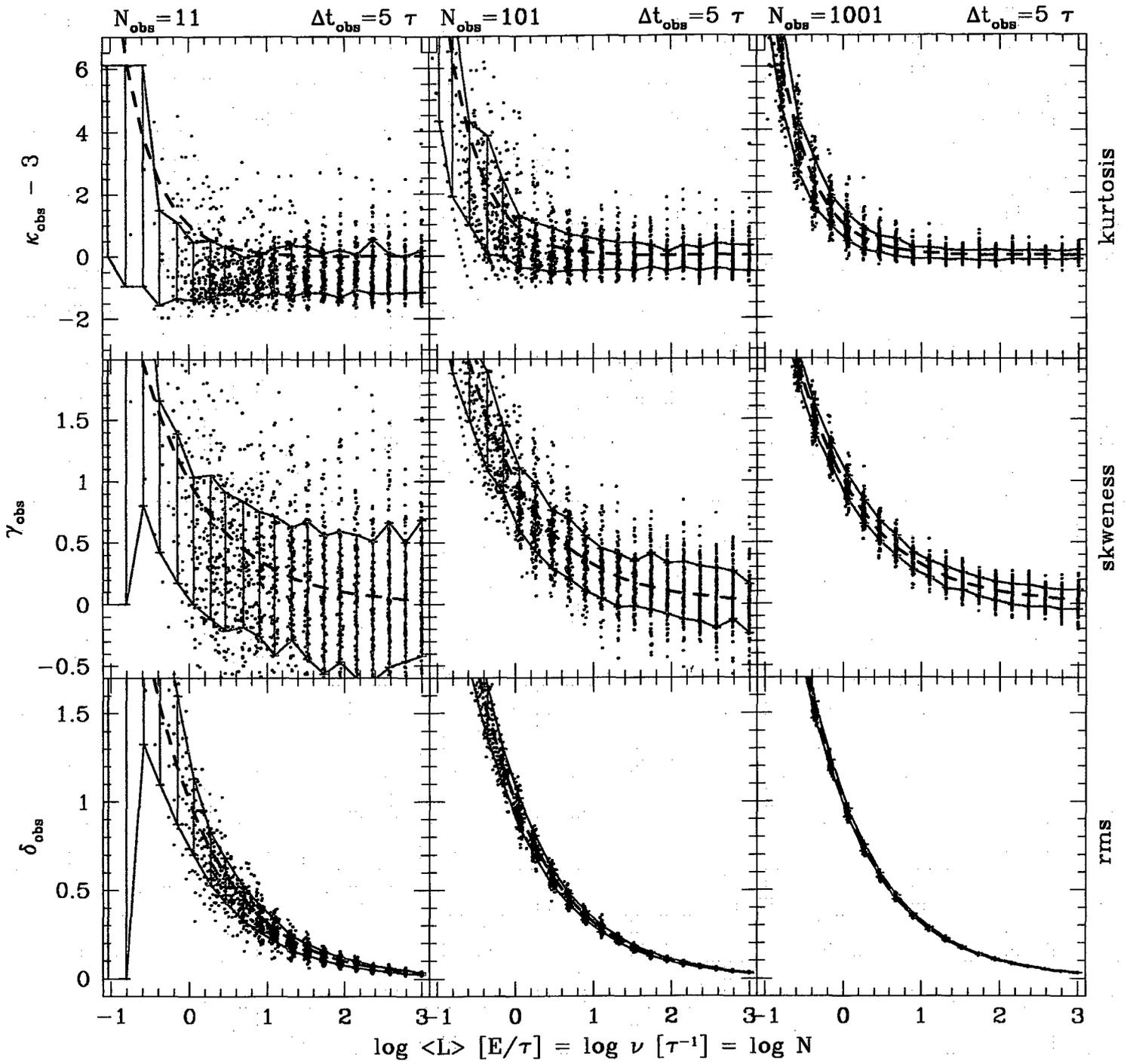


Figura 3.8: O mesmo das figuras anteriores porém para $\Delta t_{obs} = 5\tau$.

Comportamento dos índices em função da Duração da curva de luz $\mathcal{D}_{\mathcal{L}C}$: Bias de Amostragem

A maior dificuldade na utilização de momentos de curvas de luz advém de efeitos de **amostragem**. Claro que para obter índices mais precisos quanto mais dados melhor, mas mesmo 1000 observações de um quasar espaçadas por um dia pouco diriam sobre sua variabilidade se esta se manifesta em escala de tempo de anos... Qualitativamente espera-se que poucas observações e/ou curvas de luz amostradas muito rapidamente ($\Delta t_{obs} \ll \tau$) e ou muito curtas ($\mathcal{D}_{\mathcal{L}C} < \tau$) produzam uma **subestimação sistemática** dos índices de variabilidade.

Para investigar esse efeito foi realizada uma terceira bateria de simulações variando os parâmetros de amostragem N_{obs} , e Δt_{obs} , mantendo fixos os parâmetros físicos ν , E e τ , estes dois últimos sendo tomados como unidades. Fez-se Δt_{obs} assumir 61 valores entre (e inclusive) $0,0001$ e 100τ . Para cada intervalo de observação foram geradas 1000 curvas de luz e estatísticas dos estimadores foram feitas conforme já explicado. Isto foi feito para $N_{obs} = 11, 101$ e 1001 , e taxas de $10, 30$ e 100 por τ .

Estas simulações mostraram que a característica da curva de luz que mais afeta os índices é sua **duração**. Na figura 3.9 estão ilustrados os resultados obtidos para $\nu = 30\tau^{-1}$. As curvas centrais indicam a mediana sobre 1000 simulações e as curvas superiores e inferiores marcam os percentis de 16% e 84% respectivamente, fazendo com que 68% dos pontos estejam entre elas. Vê-se que os índices δ , γ e κ são sistematicamente subestimados para curvas de luz com duração $\mathcal{D}_{\mathcal{L}C} < 10\tau$. Somente para $\mathcal{D}_{\mathcal{L}C} \geq 10\tau$ a diferença entre simulação e teoria cai para menos de 10%. Esta conclusão é praticamente independente da taxa de eventos, como se pode ver na figura 3.10, que é igual a anterior mas para $\nu = 100$. Também verificamos que o perfil do pulso tem pouca influência sobre este resultado. Em ambas figuras, observa-se também que o principal papel de N_{obs} é o de definir a dispersão dos índices observados, mais observações resultando em valores mais concentrados ao redor do esperado. Como antecipado, porém, não adianta ter muitas medidas se elas cobrem um espaço de tempo pequeno comparado com a vida dos pulsos.

O motivo pelo qual a teoria parece “perder validade” para $\mathcal{D}_{\mathcal{L}C}$ pequena é que as derivações do capítulo 2 implicitamente assumiram que a curva de luz é infinita. Desta maneira, os momentos calculados continham uma infinidade de pontos, o que também implica que a maior parte desta infinidade de pontos está separada por mais do que 1τ . Deste modo, cada medida é independente da anterior, pois a curva de luz “perde sua memória” a cada intervalo de τ . Assim, as previsões teóricas na verdade se aplicam a medidas independentes de L . Isto fica mais claro quando se analisa a função de estrutura teórica (Aretxaga *et al.* 1997), onde se vê que a equação $\delta = \sigma/\bar{L} = (\nu\tau)^{-1/2}$ na verdade só se aplica quando medidas separadas por mais que τ são utilizadas no cálculo do rms da curva de luz. Esta característica explica os resultados das simulações.

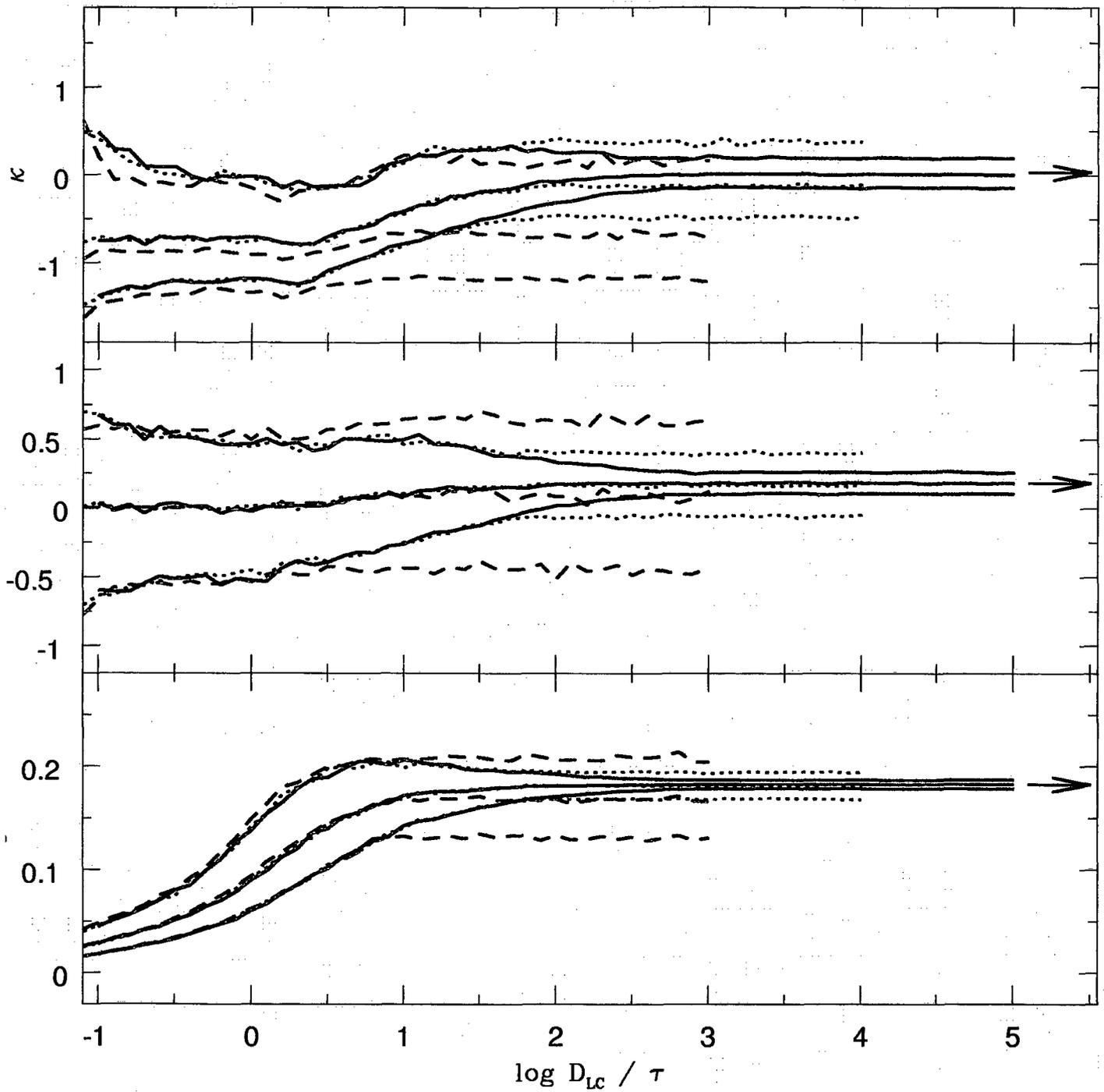


Figura 3.9: Nessa figura tem-se a variabilidade relativa (δ), a skewness (γ) e a kurtosis (κ) para simulações feitas em função da duração da curva de luz em unidades de τ . As linhas vermelhas indicam $N_{obs} = 11$, as verdes $N_{obs} = 101$ e as azuis $N_{obs} = 1001$. As curvas centrais indicam a mediana sobre 1000 simulações. Para essas simulações foram utilizados pulsos quadrados a uma taxa de 30 eventos por τ . As previsões teóricas, dadas pelas equações do capítulo 2, estão indicadas pelas setas à direita.

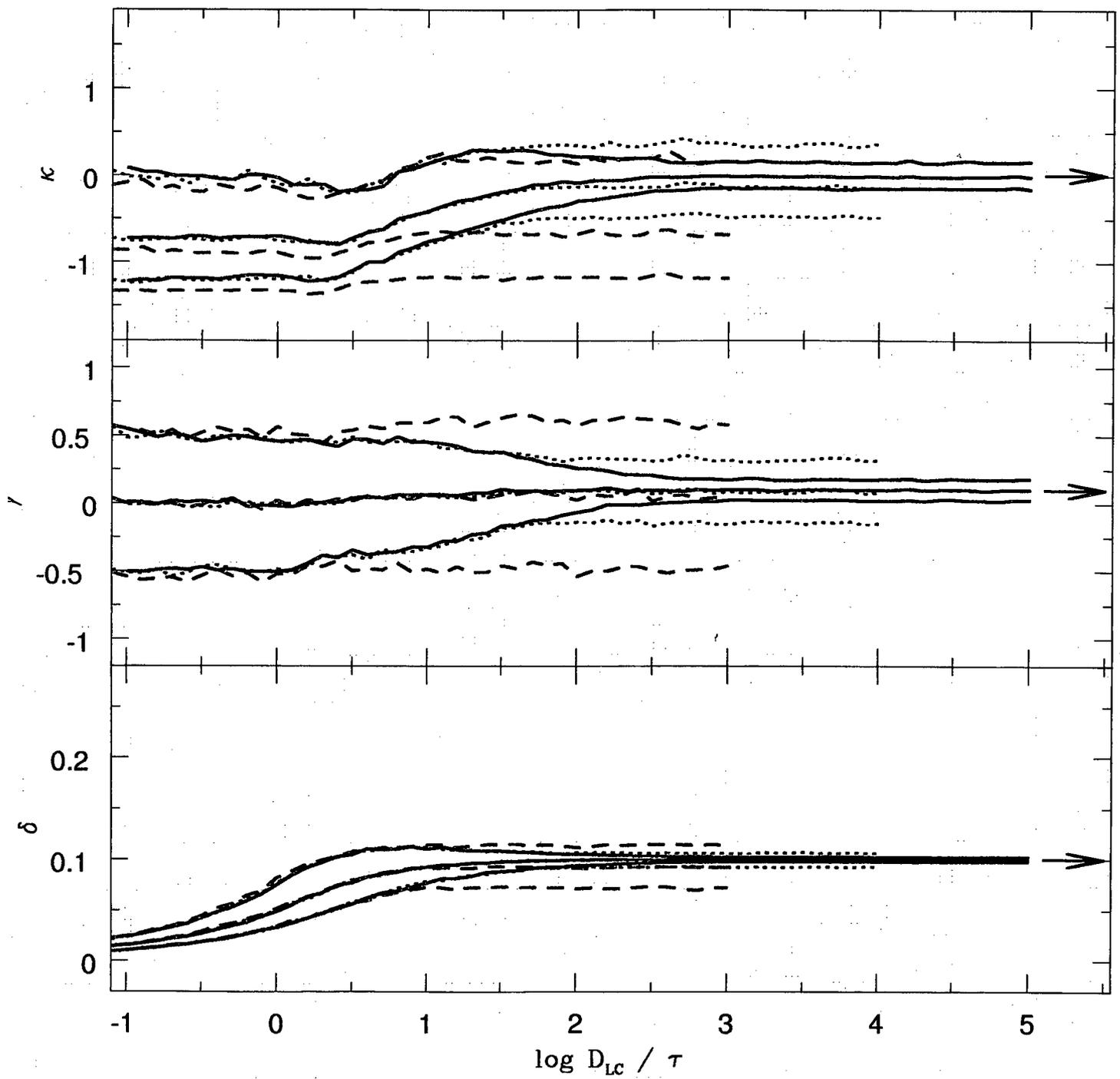


Figura 3.10: Como a figura anterior, mas para $\nu = 100\tau^{-1}$.

3.3 Conclusão

As conclusões obtidas através das diferentes simulações são:

1. O número de observações é importante para se obter uma boa estimativa dos índices de variabilidade.
2. A duração da curva de luz é porém o “parâmetro observacional” mais importante. Deve-se sempre buscar curvas de luz tão longas quanto possível. Entre escolher uma curva de luz curta e com muitos pontos ou uma mais longa com menos pontos, escolhe-se a segunda, claro, se o objetivo é obter estimativas confiáveis para δ , γ e κ .
3. Para altas taxas é difícil medir γ e κ com um grau de precisão necessário para utilizar os diagnósticos poissonianos contidos nestes índices.

A conclusão de que o que se precisa é de *curvas de luz longas com respeito a τ* concorda com o que Cristiani *et al.* (1990) encontraram ao analisar quasares da Selected Area 94, utilizando dados verdadeiros e uma metodologia diferente da que foi empregada aqui. Esse bias de amostragem é particularmente crítico para quasares a altos redshifts devido a dilatação temporal, $\Delta t_{rest-frame} = \Delta t_{obs} / (1 + z)$, que torna curta no quasar uma curva de luz longa na Terra. Assim, índices de variabilidade para amostras com $\mathcal{D}_{CC} \leq 10\tau$ necessitam ser corrigidos, e as simulações aqui apresentadas poderiam ser utilizadas para este fim. Considerando-se que τ é da ordem de dois anos para AGNs, são necessários cerca de 20 anos de observações no referencial do objeto para que se possa testar de maneira definitiva o modelo poissoniano.

Capítulo 4

Aplicação de Diagnósticos Poissonianos às Observações

4.1 Introdução e Objetivos

Nesse capítulo aplica-se a teoria desenvolvida no capítulo 2 aos dados obtidos por Giveon *et al.* (1999) (doravante G99) para 42 quasares próximos, opticamente selecionados, nas bandas B e R. Esta é uma das melhores bases de dados para a variabilidade óptica de quasares disponíveis, pelo menos no que diz respeito à qualidade da fotometria e a ao número de observações. G99 já discutiu em detalhe as propriedades gerais dessa amostra. Resumidamente, os resultados encontrados foram os seguintes:

1. As curvas de luz em B e R são muito parecidas (variam “em fase”).
2. A maior parte dos objetos estudados varia mais em B do que em R.
3. Os objetos ficam mais azuis quando aumentam de brilho.
4. Existe pouca dependência da variabilidade com a luminosidade ou com o redshift. A anticorrelação entre variabilidade e luminosidade encontrada por outros autores é muito mais fraca nesta amostra.
5. As propriedades da variabilidade se correlacionam muito pouco com outras características dos objetos, como potência em rádio, índice espectral, etc. A correlação mais significativa encontrada é que a largura equivalente de $H\beta$ parece ser menor nos objetos que variam menos. Mesmo assim, G99 encontra uma grande dispersão ao redor desta e outras correlações, apesar dos erros fotométricos praticamente desprezíveis.

Os primeiros 3 resultados acima são consistentes com o que se sabe de outros estudos (ver capítulo 1). O quarto resultado ilustra a polêmica sobre a relação variabilidade-luminosidade também discutida no capítulo 1.

O objetivo da análise apresentada a seguir é aplicar os diagnósticos poissonianos estudados nos capítulos anteriores às observações de G99, visando estimar os 4 parâmetros fundamentais explicados na secção 2.6. A estimativa destes parâmetros (energia, escala de

tempo e taxa dos pulsos, mais a contribuição de um “background”), ainda que aproximada, é importante para testar a viabilidade de modelos físicos que têm uma natureza Poissoniana. Na falta de uma teoria estabelecida que explique bem a origem da variabilidade, este tipo de estudo se torna particularmente importante.

4.2 Descrição dos Dados

G99 apresentou os resultados de um programa de monitoramento de 42 quasares do catálogo Palomar-Green (Schmidt & Green, 1983). Os objetos foram observados nas bandas B e R no telescópio de 1m do Observatório Wise em Israel, entre 1991 e 1998. As observações utilizaram a técnica de fotometria CCD diferencial, atingindo uma precisão fotométrica de 0.015 mag na banda B e 0.014 mag na band R. O intervalo médio entre duas observações consecutivas de um quasar foi de 70 dias, embora boa parte dos objetos tenha observações quase mensais (figura 4.1). Essa campanha de monitoramento é uma das mais extensas já realizadas utilizando fotometria CCD.

Os objetos selecionados são todos quasares próximos, $z < 0.371$, com um z mediano de 0.16. As magnitudes absolutas (médias) na banda B estão entre $M_B = -26.3$ (correspondendo a PG1226, que é mais conhecido como a rádio-fonte 3C 273) e $M_B = -22.2$. Alguns dos objetos podem ser considerados como galáxias Seyfert ($M_B > -23$) brilhantes. 7 dos 42 objetos são radio loud. Mais detalhes sobre esta amostra podem ser encontrados no artigo de G99.

Vantagens e desvantagens da amostra

A maior vantagem, sem dúvida, é o pequeno erro fotométrico, $\sim 0,015$ mag, bem melhor do que o erro de 0,1 a 0,2 mag que se obtém com placas fotográficas. Embora o espaçamento típico entre as observações seja muito bom (figura 4.1), a duração total da curva de luz ainda é pequena (~ 7 anos) se comparada com campanhas fotográficas anteriores e está um pouco distante da duração necessária para que haja concordância entre a teoria e as “observações” simuladas, conforme previsto no capítulo 3. A quantidade de pontos observados na curva de luz é muito superior a de quaisquer trabalhos anteriores tanto para a banda B como para a banda R. A alta latitude galáctica dos objetos (figura 4.2) garante que a extinção não é significativa, embora tenha sido levada em conta neste trabalho.

Os baixos redshifts da amostra têm um aspecto negativo, que é o de restringir a amostra a objetos próximos e pouco luminosos para padrões de quasares, e um positivo que é o de tornar o tempo no referencial de repouso praticamente igual ao tempo no referencial do quasar. Amostras como a de Hook *et al.* (1994) são mais completas em termos de diversidade (magnitudes, redshift) do que as de G99 porém têm um baixíssimo número de pontos na curva de luz e um erro fotométrico grande. Outra grande vantagem do redshift baixo é que os efeitos da relação variabilidade- λ (capítulo 2, Garcia *et al.* 1999) são minimizados.

A amostra de G99 fornece ainda informações importantes como, por exemplo, razão entre o fluxo rádio e o óptico, potência em rádio, larguras e larguras equivalentes de linhas como H_β e [OIII], índice espectral para raios-X entre outros. Isto é interessante porque a maior parte dos estudos até agora só buscaram relacionar a variabilidade à luminosidade e ao redshift,

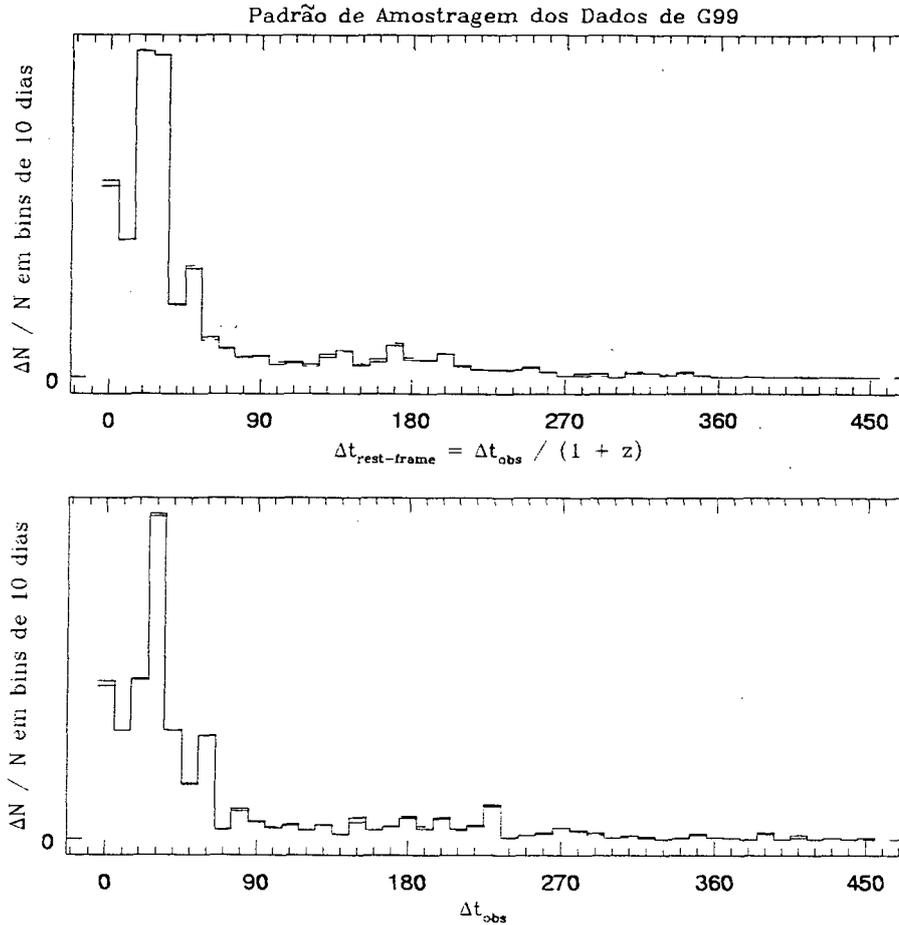


Figura 4.1: Distribuição dos espaçamentos entre observações (em dias) adjacentes para as curvas de luz de G99, tanto no referencial do observador (painel de baixo) como no dos quasares (painel de cima). A linha tracejada é para a banda B e a cheia para R. Vê-se que Δt_{obs} é tipicamente 30–40 dias, embora intervalos bem maiores também ocorram.

mas nada garante que estas sejam as duas únicas propriedades relevantes para a variabilidade. Na verdade, as diferenças entre diferentes estudos da correlação entre variabilidade, L e z podem ser talvez devidas ao fato de que outras variáveis não consideradas influenciam a variabilidade.

4.2.1 Conversão para Luminosidades

As curvas de luz de G99 foram obtidas a partir do seu “site” na internet, ondes estes autores disponibilizaram os dados para a comunidade. As curvas de luz originais estão em magnitudes aparentes nas bandas B e R. A análise da variabilidade realizada em seu trabalho é feita em termos de magnitudes (aparentes ou absolutas), como aliás em praticamente todos trabalhos de variabilidade. Porém teorias para variabilidade são feitas em termos de luminosidade

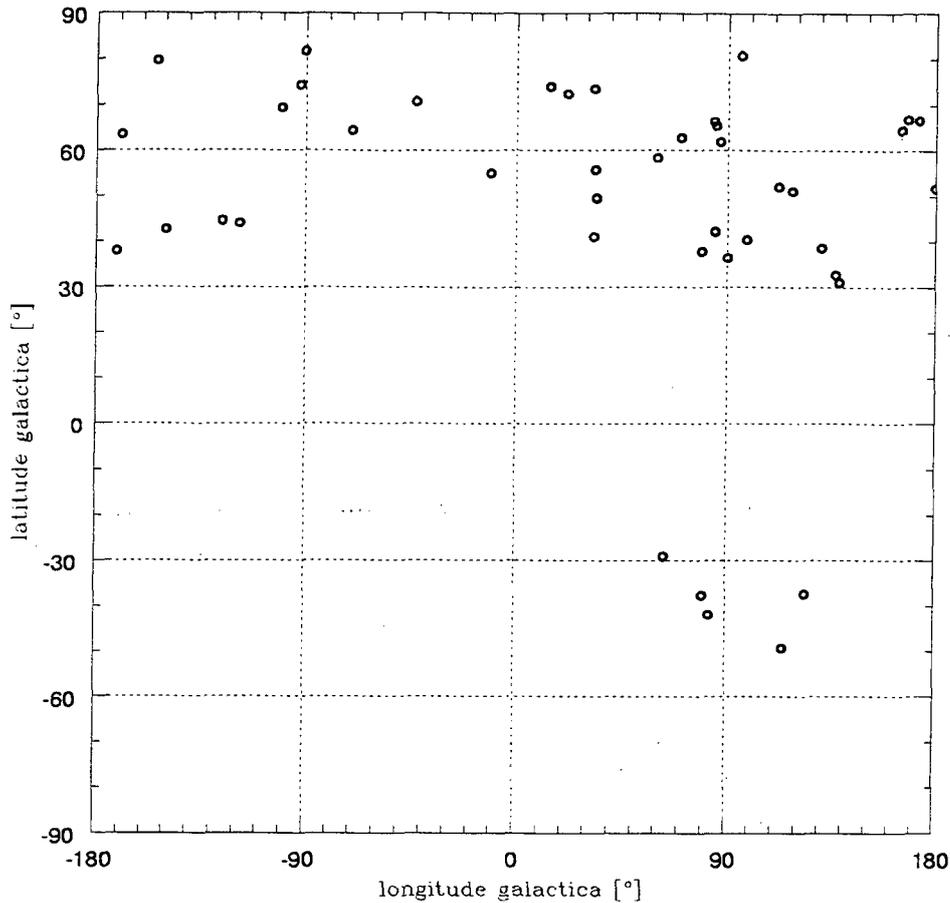


Figura 4.2: Distribuição no céu (em coordenadas galácticas) dos quasares. As altas latitudes implicam em baixa extinção por poeira na Via Láctea.

(capítulos 2 e 3). Essa distinção pode parecer sem significado mas não é. A relação entre magnitude absoluta (M) e luminosidade (L) é dada por

$$\begin{aligned}
 M &= -2,5 \log L + cte \\
 dM &= -2,5 d(\log L) \\
 &= -2,5 d(\ln L) \log(e) \\
 &= -2,5 \log(e) \frac{dL}{L} \\
 dM &= -1,09 \frac{dL}{L}
 \end{aligned}$$

Em primeira aproximação, portanto, a variabilidade medida em magnitudes é proporcional à variabilidade relativa. Para variações grandes, porém esta proporcionalidade se quebra, como demonstrado por Cid Fernandes (1995). No caso de quasares, a análise em magnitudes

ou luminosidades é equivalente, pois as amplitudes de variação são relativamente pequenas. A equivalência entre o desvio padrão em magnitudes $\sigma(m)$ e o coeficiente de variação $\delta(L) = \sigma(L)/\bar{L}$ é ilustrada na figura 4.3. A Figura também mostra que outros dois índices de variabilidade, o desvio absoluto médio relativo à luminosidade média e a variação pico a pico, também relativa à média, são proporcionais ao coeficiente de variação.

A fim de converter as curvas de luz de G99 de magnitudes aparentes para luminosidades são necessários os seguintes passos:

1. correção K ,
2. correção por extinção,
3. conversão de magnitude para fluxo,
4. cálculo da distância e conversão de fluxo para luminosidade.

4.2.2 Correção K

Como o redshift desloca o espectro dos quasares para o vermelho, as medidas em B na verdade correspondem a λ 's mais azuis: $\lambda = \lambda_B/(1+z)$, e analogamente para R. Para ter todas as magnitudes na banda B (e R) no referencial do quasar é necessário fazer a correção K , que é definida como:

$$m_{intr} = m_{obs} - K(z)$$

Em geral $K > 0$ pois a distribuição espectral de energia da maioria dos quasares cresce para comprimentos de onda menores. A correção K tem dois termos:

$$K(z) = K_1 + K_2$$

onde

$$K_1 = 2,5 \log(1+z)$$

e

$$K_2 = 2,5(\alpha - 2) \log(1+z)$$

onde α é o índice espectral. O termo K_1 é devido ao efeito de "estritamento" do filtro utilizado para as observações no referencial do observador ou seja um intervalo $\delta\lambda_0$ no referencial do objeto equivale a $\delta\lambda_0(1+z)$ no referencial do observador. O termo K_2 é devido à convolução do espectro com a resposta do filtro no referencial do observador. Para tal é necessário assumir uma distribuição espectral de energia tipo lei de potência $F_\nu \propto \nu^{-\alpha}$ se for utilizada a frequência (tal qual G99) ou o comprimento de onda, $F_\lambda \propto \lambda^{\alpha-2}$. A forma final para a correção K é:

$$K(z) = 2,5(\alpha - 1) \log(1+z)$$

Se $\alpha \sim 1$ a correção desaparece. Para $\alpha < 1$ ela é negativa, ou seja tais objetos são mais azuis do que parecem (o efeito Doppler traz a parte mais brilhante do espectro para a banda observada). Se $\alpha > 1$ o objeto é “vermelho” e a magnitude aparente observada é maior que a magnitude aparente intrínseca.

O índice espectral para cada quasar foi calculado a partir da mediana da cor (B-R) observada, tal qual G99:

$$\alpha_{B-R} = \frac{\text{med}(B - R) - (B_0 - R_0)}{2.2 \log \frac{\lambda_R}{\lambda_B}}$$

onde B_0 e R_0 são as constantes de ponto zero do sistema de magnitudes Johnson–Cousins, $\lambda_B = 4400 \text{ \AA}$ e $\lambda_R = 6400 \text{ \AA}$ são os comprimentos de onda centrais nas bandas B e R.

No cálculo da cor mediana foi considerado como um par de pontos aqueles que estão separados nas curvas em B e R por no máximo 1/4 de dia. Se um ponto não tem correspondente nesse intervalo ele fica fora do cálculo. Se o ponto possui mais de um vizinho no espaço citado ele se relaciona com todos eles e entra nos cálculos mais de uma vez. Esse procedimento é muito superior ao procedimento adotado em trabalhos anteriores onde o mesmo valor de α é utilizado para todos os quasares da amostra, ou seja é assumido que eles tem o mesmo espectro. Isso causa erros na correção K que se propagam para o cálculo das luminosidades comprometendo os resultados.

Embora o procedimento acima tenha sido seguido por G99, este não fornece os índices espectrais, de modo que se teve que refazer esta análise. Conforme as tabelas 4.1, alguns quasares possuem valores “estranhos” para α , considerando que em média $\alpha = 0.3$ para quasares (Francis 1996). A fim de verificar se esses valores têm algo a ver com o intervalo de 1/4 de dia utilizado, foram empregados outros espaçamentos. Os valores se conservaram, e parecem ser reais. Isto não é motivo de preocupação, pois a correção K é pequena devido aos pequenos z 's.

4.2.3 Extinção

Um outro problema a ser considerado é o de que parte da luz emitida por um objeto é absorvida por partículas (poeira) que estão em nossa galáxia. O diâmetro dessas partículas é tal que retém mais a parte azul do espectro do que a parte vermelha. Isso causa um avermelhamento do corpo em questão. A extinção depende da linha de visada do observador em relação ao objeto. Uma justificativa para deixá-la de fora de trabalhos anteriores é a de que ela era menor do que o erro fotométrico. Estes, porém, são bastante pequenos nos dados de G99 e por isso se considerou importante não desprezar o termo relativo à extinção nesse trabalho. Esse termo deve ser adicionado à magnitude observada. Dessa forma a magnitude aparente intrínseca fica:

$$m_{int} = m_{obs} - K + A$$

onde A representa o termo da extinção.

A extinção na banda B para cada um dos quasares de G99 foi obtida no catálogo de dados da NASA (NED), os valores encontrados são bastante pequenos devido à alta latitude galáctica dos objetos. A conversão dos valores em B para R foi feita segundo Cardelli *et al.*

Objeto	α_{B-R}	Objeto	α_{B-R}
PG 0026	0,405	PG 1322	0,037
PG 0052	-1,644	PG 1351	0,446
PG 0804	0,093	PG 1354	-0,051
PG 0838	3,88	PG 1402	-0,366
PG 0844	0,939	PG 1404	1,087
PG 0923	-0,090	PG 1411	0,478
PG 0953	-0,310	PG 1415	0,806
PG 1001	-0,245	PG 1426	0,911
PG 1012	-1,855	PG 1427	-0,130
PG 1048	2,434	PG 1444	0,561
PG 1100	-0,199	PG 1512	-0,256
PG 1114	0,382	PG 1519	0,637
PG 1115	0,775	PG 1545	-0,379
PG 1121	0,296	PG 1613	0,149
PG 1151	-0,176	PG 1617	-0,581
PG 1202	-0,249	PG 1626	0,385
PG 1211	0,070	PG 1700	0,694
PG 1226	-0,416	PG 1704	0,545
PG 1229	0,751	PG 2130	-0,158
PG 1307	0,020	PG 2233	-1,271
PG 1309	0,291	PG 2251	0,228

Tabela 4.1: Índices espectrais usados na correção K.

(1989) utilizando-se um parâmetro de extinção $R_V = 3,1$ (valor típico para nossa galáxia), o que dá $A_R = 0,5617A_B$.

4.2.4 Conversão de magnitude para fluxo

Usou-se

$$m_\nu = -2.5 \log f_\nu / f_{\nu,0}$$

onde $f_{\nu,0}$ é o fluxo de ponto zero da banda ν , sendo igual a 4.26×10^6 mJy para a banda B e 3.08×10^6 mJy para R. Os fluxos f_ν foram posteriormente convertidos para f_λ .

4.2.5 Conversão de Fluxo para Luminosidade

O fluxo medido se relaciona com a luminosidade através de

$$f = \frac{L}{4\pi d_L^2}$$

onde d_L é chamado de distância de luminosidade que é função do redshift

$$d_L = d(1 + z)$$

sendo d a distância própria. A determinação da distância própria depende do parâmetro de desaceleração adotado (q_0) e principalmente da constante de Hubble (H_0). Nesse trabalho utiliza-se $q_0 = 0,2$ e $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, ou seja, os mesmos valores usados por G99. A distância própria é

$$d = \frac{cz}{H_0} \left[1 + \frac{z(1 - q_0)}{(2q_0z + 1)^{0,5} + zq_0} \right]$$

e chega-se a seguinte forma para a luminosidade em λ :

$$L_\lambda = 4\pi d_L^2 f_\lambda (1 + z)$$

Os valores obtidos aqui para a magnitude absoluta resultante destas conversões são idênticos aos de G99. Usar-se-á L_λ em unidades de $L_\odot \text{ \AA}^{-1}$. Os valores em B dão $\lambda L_\lambda \approx 10^{44} - 10^{46}$, que são típicos de quasares. Os erros fotométricos fornecidos por G99 também foram convertidos para luminosidades.

4.3 Índices de Variabilidade

O grau de variabilidade de um AGN pode ser quantificado de diversas formas a partir de curvas de luz observadas. O desvio padrão $\sigma(L)$, o coeficiente de variação (ou “desvio padrão relativo”) $\delta = \sigma(L)/\bar{L}$, a média (ou mediana) do desvio absoluto $|L - \bar{L}|$ com respeito à média (ou à mediana), e a variação pico a pico ($L_{max} - L_{min}$), são algumas possíveis formas para índices de variabilidade. As diferenças entre eles são essencialmente fatores de escala. Isto é ilustrado na figura 4.3, onde estão as relações entre a variabilidade relativa δ e outros índices.

Os índices baseados em estatísticas “robustas” são frequentemente usados em estudos de variabilidade de quasares (eg Hook *et al.* 1994, Cristiani *et al.* 1996). Tais índices minimizam os efeitos de medidas espúrias que ocorrem em fotometria fotográfica. No caso de G99 isso não é necessário dada a excelente qualidade da fotometria CCD.

Como em modelos poissonianos a variabilidade relativa (coeficiente de variação) δ está relacionado a propriedades fundamentais como a taxa e a vida média dos eventos, esta será medida de variabilidade usada doravante. Além de δ , calcular-se-á a skewness (γ) e a kurtosis (κ) para as curvas de luz de G99, visando utilizar os cálculos teóricos feitos para estes momentos.

4.3.1 Incertezas nos Índices de Variabilidade devidas a erros Fotométricos

A luminosidade medida de um objeto em um dado instante é igual à luminosidade intrínseca, $L_0(t)$, mais um termo $\epsilon(t)$ relativo ao erro fotométrico. A presença de erros fotométricos afeta o cálculo das estatísticas de uma curva de luz. Nesta seção calcula-se os efeitos médios destes

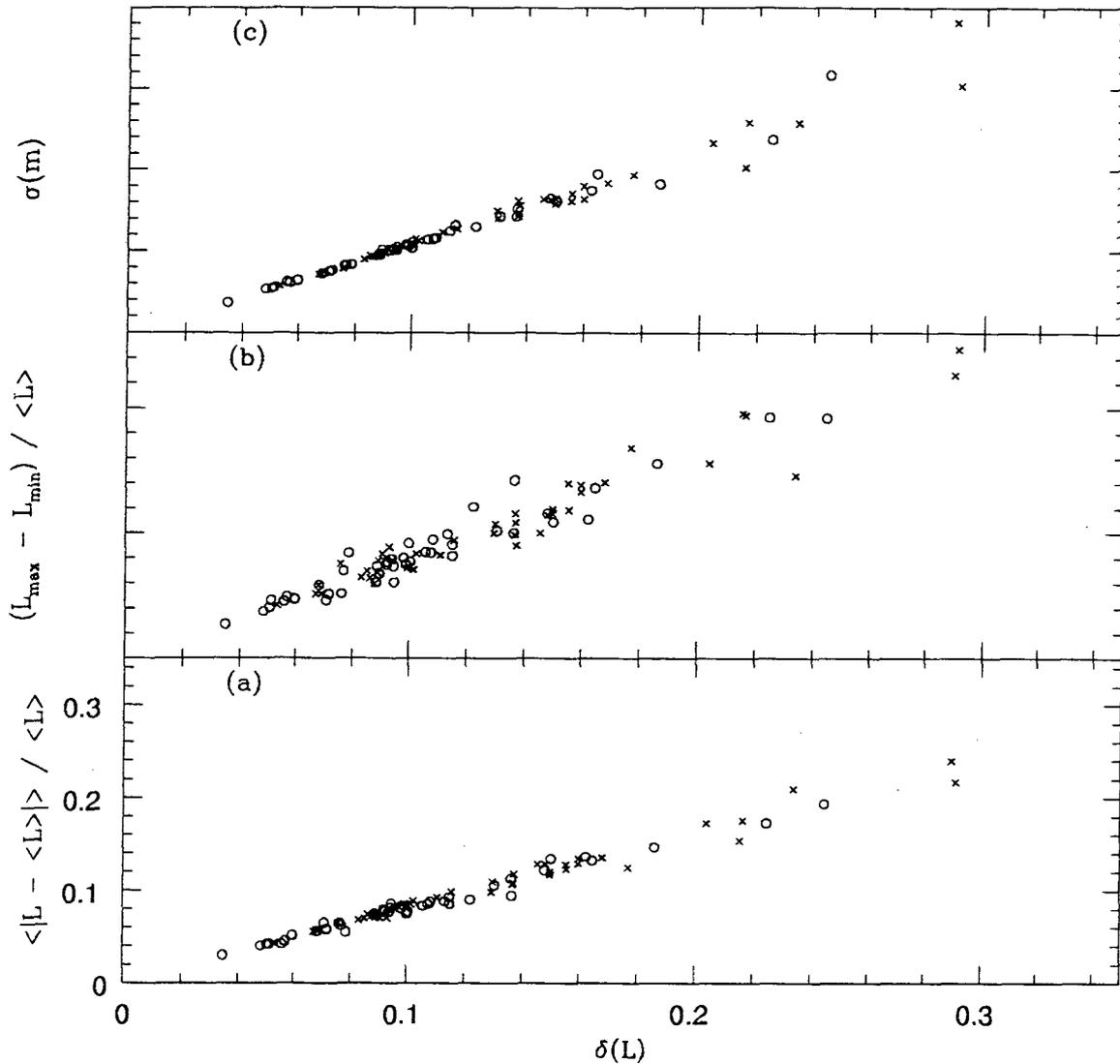


Figura 4.3: Nos gráficos mostram-se alguns indicadores de variabilidade como $\frac{|L - \bar{L}|}{\bar{L}}$, $\frac{(L_{\max} - L_{\min})}{\bar{L}}$, $\sigma(m)$ plotados contra $\delta(L)$, que é o índice utilizado nesse trabalho. Note que eles exibem todos a mesma tendência. No gráfico (c) note a excelente concordância do desvio padrão em magnitudes aparentes $\sigma(m)$ e da variabilidade relativa $\delta(L)$ para baixas variabilidades. Os pequenos círculos no gráfico correspondem a estatísticas para a Banda R e o outro símbolo representa a Banda B.

erros sobre as estatísticas da curva de luz, a fim de que sejam obtidos estimadores corrigidos para estas quantidades. As previsões teóricas para os estimadores tomam a seguinte forma quando levados em conta os erros fotométricos:

1. média

$$\bar{L} = \bar{L}_0 + \bar{\epsilon}$$

2. variância

$$\sigma^2 = \sigma(L_0)^2 + \sigma(\epsilon)^2 \left(\frac{N-1}{N} \right)$$

3. skewness

$$\gamma = \gamma(L_0) \left(\frac{\sigma(L_0)}{\sigma(L)} \right)^3 + \gamma(\epsilon) \left(\frac{\sigma(\epsilon)}{\sigma(L)} \right)^3$$

4. kurtosis

$$\kappa = \kappa(L_0) \left(\frac{\sigma(L_0)}{\sigma(L)} \right)^4 + \kappa(\epsilon) \left(\frac{\sigma(\epsilon)}{\sigma(L)} \right)^4 + 6 \left(\frac{\sigma(\epsilon)}{\sigma(L)} \right)^2 \left(\frac{\sigma(L_0)}{\sigma(L)} \right)^2$$

Assumindo erros gaussianos, tem-se $\bar{\epsilon} = \gamma(\epsilon) = 0$ e $\kappa(\epsilon) = 3$. Assim, basta saber a variância do erro para obter, pelas equações acima, estimativas dos índices que corrigem (em um sentido estatístico) os efeitos dos erros fotométricos.

Para avaliar a incerteza (barra de erro) nos índices corrigidos, foram realizadas simulações de Monte Carlo, de acordo com o seguinte procedimento: (1) cada curva de luz dos quasares de G99 foi perturbada adicionando-se a cada luminosidade $L(t)$ observada uma variável randômica gaussiana com desvio padrão igual ao erro fotométrico associado àquela medida, $\epsilon_L(t)$. (2) As estatísticas das curvas de luz perturbadas foram computadas e os efeitos dos erros fotométricos foram removidos segundo a receita acima. (3) Os dois primeiros passos foram repetidos 10000 vezes para cada quasar. (4) As estatísticas dos índices perturbados foram calculadas. (5) O desvio padrão de cada índice (\bar{L}), δ , $\gamma(L)$ e $\kappa(L)$ sobre as curvas de luz simuladas/perturbadas foi tomado como sendo a estimativa da incerteza sobre o valor medido.

Esse procedimento assume que a curva de luz medida é a verdadeira, e estima as incertezas sobre outras possíveis realizações dos erros fotométricos. É importante enfatizar que os erros discutidos aqui são inteiramente devidos às incertezas experimentais nas medidas astronômicas. Estas estimativas feitas aqui nada tem a ver com efeitos de amostragem.

4.3.2 Resultados

As tabelas 4.2, 4.3, 4.4 e 4.5 listam respectivamente as estatísticas obtidas para a variabilidade nas bandas R e B.

Para visualizar as informações nelas contidas mostram-se várias figuras. Nas figuras 4.4 e 4.5 pode-se verificar o comportamento dos índices de variabilidade δ , γ e κ em função de N_{obs} e do erro fotométrico relativo nas bandas B e R respectivamente. Esta figura visa verificar se algumas dessas duas quantidades observacionais afeta sistematicamente os índices de

Objeto	\bar{L}	$\sigma(\bar{L})$	δ	$\sigma(\delta)$
PG 0026	$7,477 \times 10^7$	$1,445 \times 10^5$	$1,366 \times 10^{-1}$	$1,838 \times 10^{-3}$
PG 0052	$5,106 \times 10^7$	$1,371 \times 10^5$	$1,646 \times 10^{-1}$	$2,223 \times 10^{-3}$
PG 0804	$7,079 \times 10^7$	$7,659 \times 10^4$	$1,363 \times 10^{-1}$	$9,832 \times 10^{-4}$
PG 0838	$4,909 \times 10^7$	$1,742 \times 10^5$	$9,787 \times 10^{-2}$	$4,297 \times 10^{-3}$
PG 0844	$2,136 \times 10^7$	$4,009 \times 10^4$	$9,225 \times 10^{-2}$	$2,113 \times 10^{-3}$
PG 0923	$7,549 \times 10^7$	$2,029 \times 10^5$	$1,056 \times 10^{-1}$	$1,739 \times 10^{-3}$
PG 0953	$1,184 \times 10^8$	$2,264 \times 10^5$	$1,076 \times 10^{-1}$	$1,814 \times 10^{-3}$
PG 1001	$2,292 \times 10^7$	$7,998 \times 10^4$	$1,861 \times 10^{-1}$	$2,667 \times 10^{-3}$
PG 1012	$4,333 \times 10^7$	$1,647 \times 10^5$	$9,871 \times 10^{-2}$	$4,523 \times 10^{-3}$
PG 1048	$3,104 \times 10^7$	$1,381 \times 10^5$	$1,480 \times 10^{-1}$	$3,828 \times 10^{-3}$
PG 1100	$1,473 \times 10^8$	$4,123 \times 10^5$	$5,129 \times 10^{-2}$	$1,853 \times 10^{-3}$
PG 1114	$4,881 \times 10^7$	$1,146 \times 10^5$	$1,151 \times 10^{-1}$	$2,197 \times 10^{-3}$
PG 1115	$3,592 \times 10^7$	$1,533 \times 10^5$	$1,084 \times 10^{-1}$	$4,310 \times 10^{-3}$
PG 1121	$6,567 \times 10^7$	$1,404 \times 10^5$	$1,002 \times 10^{-1}$	$1,919 \times 10^{-3}$
PG 1151	$3,976 \times 10^7$	$1,179 \times 10^5$	$9,988 \times 10^{-2}$	$3,178 \times 10^{-3}$
PG 1202	$2,991 \times 10^7$	$3,570 \times 10^4$	$2,249 \times 10^{-1}$	$2,638 \times 10^{-3}$
PG 1211	$5,158 \times 10^7$	$6,998 \times 10^4$	$1,151 \times 10^{-1}$	$1,322 \times 10^{-3}$
PG 1226	$5,517 \times 10^8$	$1,104 \times 10^6$	$8,945 \times 10^{-2}$	$1,245 \times 10^{-3}$
PG 1229	$1,290 \times 10^7$	$5,405 \times 10^4$	$1,501 \times 10^{-1}$	$4,457 \times 10^{-3}$
PG 1307	$5,319 \times 10^7$	$1,389 \times 10^5$	$8,829 \times 10^{-2}$	$2,491 \times 10^{-3}$
PG 1309	$9,436 \times 10^7$	$3,138 \times 10^5$	$5,060 \times 10^{-2}$	$2,289 \times 10^{-3}$
PG 1322	$4,325 \times 10^7$	$9,798 \times 10^4$	$4,840 \times 10^{-2}$	$2,167 \times 10^{-3}$
PG 1351	$4,706 \times 10^7$	$1,262 \times 10^5$	$8,860 \times 10^{-2}$	$1,808 \times 10^{-3}$
PG 1354	$4,136 \times 10^7$	$1,353 \times 10^5$	$9,438 \times 10^{-2}$	$4,128 \times 10^{-3}$
PG 1402	$4,956 \times 10^7$	$1,423 \times 10^5$	$7,611 \times 10^{-2}$	$2,125 \times 10^{-3}$
PG 1404	$1,546 \times 10^7$	$5,861 \times 10^4$	$7,164 \times 10^{-2}$	$3,201 \times 10^{-3}$
PG 1411	$3,612 \times 10^7$	$7,428 \times 10^4$	$6,812 \times 10^{-2}$	$2,013 \times 10^{-3}$
PG 1415	$2,219 \times 10^7$	$1,091 \times 10^5$	$5,698 \times 10^{-2}$	$3,785 \times 10^{-3}$
PG 1426	$2,375 \times 10^7$	$6,835 \times 10^4$	$1,135 \times 10^{-1}$	$4,425 \times 10^{-3}$
PG 1427	$3,197 \times 10^7$	$1,401 \times 10^5$	$1,623 \times 10^{-1}$	$4,184 \times 10^{-3}$
PG 1444	$4,036 \times 10^7$	$1,409 \times 10^5$	$7,849 \times 10^{-2}$	$3,061 \times 10^{-3}$
PG 1512	$1,178 \times 10^8$	$2,672 \times 10^5$	$9,358 \times 10^{-2}$	$2,960 \times 10^{-3}$
PG 1519	$2,706 \times 10^7$	$5,862 \times 10^4$	$5,965 \times 10^{-2}$	$2,804 \times 10^{-3}$
PG 1545	$8,128 \times 10^7$	$1,314 \times 10^5$	$1,222 \times 10^{-1}$	$2,398 \times 10^{-3}$
PG 1613	$7,639 \times 10^7$	$1,540 \times 10^5$	$9,192 \times 10^{-2}$	$2,636 \times 10^{-3}$
PG 1617	$2,450 \times 10^7$	$5,064 \times 10^4$	$1,305 \times 10^{-1}$	$2,039 \times 10^{-3}$
PG 1626	$3,584 \times 10^7$	$6,062 \times 10^4$	$2,448 \times 10^{-1}$	$2,108 \times 10^{-3}$
PG 1700	$3,357 \times 10^8$	$6,262 \times 10^5$	$7,071 \times 10^{-2}$	$2,682 \times 10^{-3}$
PG 1704	$3,935 \times 10^8$	$8,263 \times 10^5$	$9,466 \times 10^{-2}$	$1,582 \times 10^{-3}$
PG 2130	$2,077 \times 10^7$	$3,664 \times 10^4$	$7,676 \times 10^{-2}$	$1,900 \times 10^{-3}$
PG 2233	$5,710 \times 10^7$	$1,307 \times 10^5$	$5,593 \times 10^{-2}$	$3,387 \times 10^{-3}$
PG 2251	$1,998 \times 10^8$	$2,195 \times 10^5$	$3,481 \times 10^{-2}$	$1,991 \times 10^{-3}$

Tabela 4.2: **Banda R**– luminosidade média (em $L_{\odot}/\text{\AA}$), coeficiente de variação e σ 's correspondentes às barras de erro (colunas 2, 3, 4, 5).

Objeto	γ	$\sigma(\gamma)$	κ	$\sigma(\kappa)$	$\sigma(\epsilon)/L$
PG 0026	$1,499 \times 10^{-1}$	$7,808 \times 10^{-2}$	4,209	$1,451 \times 10^{-1}$	$1,593 \times 10^{-2}$
PG 0052	$-7,101 \times 10^{-1}$	$4,956 \times 10^{-2}$	2,707	$8,337 \times 10^{-2}$	$2,345 \times 10^{-2}$
PG 0804	$7,865 \times 10^{-1}$	$1,863 \times 10^{-2}$	2,524	$3,655 \times 10^{-2}$	$9,058 \times 10^{-3}$
PG 0838	$-2,295 \times 10^{-1}$	$1,524 \times 10^{-1}$	2,332	$2,480 \times 10^{-1}$	$2,339 \times 10^{-2}$
PG 0844	$8,072 \times 10^{-2}$	$8,493 \times 10^{-2}$	2,290	$1,680 \times 10^{-1}$	$1,709 \times 10^{-2}$
PG 0923	$3,054 \times 10^{-1}$	$5,974 \times 10^{-2}$	2,610	$8,769 \times 10^{-2}$	$8,884 \times 10^{-3}$
PG 0953	$5,170 \times 10^{-1}$	$5,794 \times 10^{-2}$	2,591	$1,064 \times 10^{-1}$	$1,355 \times 10^{-2}$
PG 1001	$14,66 \times 10^{-1}$	$5,983 \times 10^{-2}$	4,643	$2,309 \times 10^{-1}$	$1,579 \times 10^{-2}$
PG 1012	$1,769 \times 10^{-1}$	$1,389 \times 10^{-1}$	2,233	$2,240 \times 10^{-1}$	$2,015 \times 10^{-2}$
PG 1048	$-7,110 \times 10^{-2}$	$8,532 \times 10^{-2}$	2,135	$1,169 \times 10^{-1}$	$2,476 \times 10^{-2}$
PG 1100	$-2,028 \times 10^{-1}$	$1,205 \times 10^{-1}$	2,614	$2,235 \times 10^{-1}$	$1,271 \times 10^{-2}$
PG 1114	$-6,884 \times 10^{-1}$	$7,593 \times 10^{-2}$	3,089	$1,070 \times 10^{-1}$	$1,067 \times 10^{-2}$
PG 1115	$5,033 \times 10^{-1}$	$1,625 \times 10^{-1}$	3,121	$3,252 \times 10^{-1}$	$2,036 \times 10^{-2}$
PG 1121	$-2,982 \times 10^{-1}$	$7,277 \times 10^{-2}$	2,408	$8,219 \times 10^{-2}$	$1,213 \times 10^{-2}$
PG 1151	$10,58 \times 10^{-1}$	$1,297 \times 10^{-1}$	4,578	$4,495 \times 10^{-1}$	$1,585 \times 10^{-2}$
PG 1202	$8,072 \times 10^{-1}$	$4,357 \times 10^{-2}$	3,310	$8,319 \times 10^{-2}$	$1,579 \times 10^{-2}$
PG 1211	$-5,880 \times 10^{-1}$	$3,265 \times 10^{-2}$	2,354	$4,447 \times 10^{-2}$	$6,688 \times 10^{-3}$
PG 1226	$-8,567 \times 10^{-1}$	$4,329 \times 10^{-2}$	2,846	$9,024 \times 10^{-2}$	$9,127 \times 10^{-3}$
PG 1229	$3,083 \times 10^{-1}$	$8,447 \times 10^{-2}$	1,893	$1,639 \times 10^{-1}$	$2,753 \times 10^{-2}$
PG 1307	$-1,309 \times 10^{-1}$	$8,162 \times 10^{-2}$	1,893	$9,658 \times 10^{-2}$	$1,300 \times 10^{-2}$
PG 1309	$-1,229 \times 10^{-1}$	$1,623 \times 10^{-1}$	2,345	$2,483 \times 10^{-1}$	$1,260 \times 10^{-2}$
PG 1322	$-9,749 \times 10^{-2}$	$1,509 \times 10^{-1}$	2,198	$2,189 \times 10^{-1}$	$1,065 \times 10^{-2}$
PG 1351	$1,945 \times 10^{-1}$	$6,996 \times 10^{-2}$	2,349	$1,213 \times 10^{-1}$	$9,199 \times 10^{-3}$
PG 1354	$5,581 \times 10^{-1}$	$1,430 \times 10^{-1}$	2,447	$3,093 \times 10^{-1}$	$1,982 \times 10^{-2}$
PG 1402	$1,415 \times 10^{-1}$	$7,301 \times 10^{-2}$	1,922	$9,452 \times 10^{-2}$	$1,134 \times 10^{-2}$
PG 1404	$3,851 \times 10^{-1}$	$1,553 \times 10^{-1}$	2,384	$2,400 \times 10^{-1}$	$1,746 \times 10^{-2}$
PG 1411	$7,478 \times 10^{-1}$	$1,127 \times 10^{-1}$	2,984	$2,672 \times 10^{-1}$	$1,082 \times 10^{-2}$
PG 1415	$1,106 \times 10^{-1}$	$2,703 \times 10^{-1}$	2,919	$4,730 \times 10^{-1}$	$2,140 \times 10^{-2}$
PG 1426	$4,923 \times 10^{-2}$	$1,656 \times 10^{-1}$	2,777	$2,692 \times 10^{-1}$	$1,662 \times 10^{-2}$
PG 1427	$3,102 \times 10^{-1}$	$5,734 \times 10^{-2}$	2,026	$8,503 \times 10^{-2}$	$2,155 \times 10^{-2}$
PG 1444	$8,654 \times 10^{-1}$	$2,245 \times 10^{-1}$	5,559	$7,603 \times 10^{-1}$	$1,409 \times 10^{-2}$
PG 1512	$-7,341 \times 10^{-2}$	$9,626 \times 10^{-2}$	2,480	$1,621 \times 10^{-1}$	$1,624 \times 10^{-2}$
PG 1519	$3,655 \times 10^{-2}$	$1,524 \times 10^{-1}$	1,981	$2,614 \times 10^{-1}$	$1,497 \times 10^{-2}$
PG 1545	$7,175 \times 10^{-1}$	$1,035 \times 10^{-1}$	3,973	$3,444 \times 10^{-1}$	$1,390 \times 10^{-2}$
PG 1613	$-2,161 \times 10^{-1}$	$9,819 \times 10^{-2}$	2,111	$2,120 \times 10^{-1}$	$2,067 \times 10^{-2}$
PG 1617	$6,652 \times 10^{-2}$	$5,710 \times 10^{-2}$	2,352	$8,995 \times 10^{-2}$	$1,540 \times 10^{-2}$
PG 1626	$-7,336 \times 10^{-1}$	$3,327 \times 10^{-2}$	2,906	$5,346 \times 10^{-2}$	$1,268 \times 10^{-2}$
PG 1700	$3,208 \times 10^{-1}$	$1,396 \times 10^{-1}$	1,628	$4,547 \times 10^{-1}$	$1,488 \times 10^{-2}$
PG 1704	$-3,888 \times 10^{-1}$	$4,546 \times 10^{-2}$	1,712	$4,779 \times 10^{-2}$	$1,209 \times 10^{-2}$
PG 2130	$1,622 \times 10^{-1}$	$9,513 \times 10^{-2}$	2,581	$1,787 \times 10^{-1}$	$1,561 \times 10^{-2}$
PG 2233	$-6,544 \times 10^{-1}$	$1,996 \times 10^{-1}$	3,004	$4,698 \times 10^{-1}$	$1,525 \times 10^{-2}$
PG 2251	$1,568 \times 10^{-1}$	$2,062 \times 10^{-1}$	2,132	$3,604 \times 10^{-1}$	$1,250 \times 10^{-2}$

Tabela 4.3: Banda R-skewness, kurtosis e σ 's correspondentes às barras de erro (colunas 2, 3, 4, 5); rms relativo do erro (coluna 6).

Objeto	L	$\sigma(L)$	δ	$\sigma(\delta)$
PG 0026	$6,464 \times 10^7$	$1,402 \times 10^5$	$1,770 \times 10^{-1}$	$2,150 \times 10^{-3}$
PG 0052	$9,407 \times 10^7$	$2,009 \times 10^5$	$2,166 \times 10^{-1}$	$2,312 \times 10^{-3}$
PG 0804	$6,789 \times 10^7$	$1,468 \times 10^5$	$1,597 \times 10^{-1}$	$1,044 \times 10^{-3}$
PG 0838	$1,167 \times 10^7$	$4,910 \times 10^4$	$1,456 \times 10^{-1}$	$3,934 \times 10^{-3}$
PG 0844	$1,507 \times 10^7$	$3,615 \times 10^4$	$9,397 \times 10^{-2}$	$2,285 \times 10^{-3}$
PG 0923	$7,790 \times 10^7$	$2,660 \times 10^5$	$1,556 \times 10^{-1}$	$3,251 \times 10^{-3}$
PG 0953	$1,327 \times 10^8$	$2,392 \times 10^5$	$1,369 \times 10^{-1}$	$2,267 \times 10^{-3}$
PG 1001	$2,474 \times 10^7$	$1,304 \times 10^5$	$2,156 \times 10^{-1}$	$3,690 \times 10^{-3}$
PG 1012	$8,565 \times 10^7$	$2,301 \times 10^5$	$9,911 \times 10^{-2}$	$3,385 \times 10^{-3}$
PG 1048	$1,240 \times 10^7$	$6,965 \times 10^4$	$2,341 \times 10^{-1}$	$4,732 \times 10^{-3}$
PG 1100	$1,587 \times 10^8$	$3,163 \times 10^5$	$8,516 \times 10^{-2}$	$2,292 \times 10^{-3}$
PG 1114	$4,150 \times 10^7$	$1,293 \times 10^5$	$1,369 \times 10^{-1}$	$2,080 \times 10^{-3}$
PG 1115	$2,709 \times 10^7$	$8,832 \times 10^4$	$1,498 \times 10^{-1}$	$3,172 \times 10^{-3}$
PG 1121	$5,842 \times 10^7$	$8,461 \times 10^4$	$1,295 \times 10^{-1}$	$2,667 \times 10^{-3}$
PG 1151	$4,253 \times 10^7$	$1,856 \times 10^5$	$1,370 \times 10^{-1}$	$4,237 \times 10^{-3}$
PG 1202	$3,351 \times 10^7$	$1,191 \times 10^5$	$2,911 \times 10^{-1}$	$4,567 \times 10^{-3}$
PG 1211	$4,935 \times 10^7$	$1,019 \times 10^5$	$1,373 \times 10^{-1}$	$1,551 \times 10^{-3}$
PG 1226	$6,366 \times 10^8$	$8,894 \times 10^5$	$1,015 \times 10^{-1}$	$1,245 \times 10^{-3}$
PG 1229	$9,830 \times 10^6$	$3,397 \times 10^4$	$1,482 \times 10^{-1}$	$4,014 \times 10^{-3}$
PG 1307	$5,269 \times 10^7$	$1,606 \times 10^5$	$1,299 \times 10^{-1}$	$3,134 \times 10^{-3}$
PG 1309	$8,354 \times 10^7$	$2,249 \times 10^5$	$8,309 \times 10^{-2}$	$2,782 \times 10^{-3}$
PG 1322	$4,266 \times 10^7$	$1,132 \times 10^5$	$6,891 \times 10^{-2}$	$3,612 \times 10^{-3}$
PG 1351	$3,953 \times 10^7$	$7,641 \times 10^4$	$9,992 \times 10^{-2}$	$1,679 \times 10^{-3}$
PG 1354	$4,265 \times 10^7$	$2,832 \times 10^5$	$1,553 \times 10^{-1}$	$6,535 \times 10^{-3}$
PG 1402	$5,666 \times 10^7$	$2,798 \times 10^5$	$8,623 \times 10^{-2}$	$4,269 \times 10^{-3}$
PG 1404	$1,023 \times 10^7$	$3,002 \times 10^4$	$8,777 \times 10^{-2}$	$3,149 \times 10^{-3}$
PG 1411	$3,009 \times 10^7$	$5,326 \times 10^4$	$9,295 \times 10^{-2}$	$1,887 \times 10^{-3}$
PG 1415	$1,634 \times 10^7$	$6,831 \times 10^4$	$6,707 \times 10^{-2}$	$3,566 \times 10^{-3}$
PG 1426	$1,670 \times 10^7$	$3,669 \times 10^4$	$1,597 \times 10^{-1}$	$5,570 \times 10^{-3}$
PG 1427	$3,378 \times 10^7$	$1,599 \times 10^5$	$2,041 \times 10^{-1}$	$7,706 \times 10^{-3}$
PG 1444	$3,223 \times 10^7$	$1,316 \times 10^5$	$6,798 \times 10^{-2}$	$4,417 \times 10^{-3}$
PG 1512	$1,289 \times 10^8$	$5,603 \times 10^5$	$1,109 \times 10^{-1}$	$3,798 \times 10^{-3}$
PG 1519	$2,140 \times 10^7$	$8,257 \times 10^4$	$8,897 \times 10^{-2}$	$4,886 \times 10^{-3}$
PG 1545	$9,318 \times 10^7$	$3,257 \times 10^5$	$1,498 \times 10^{-1}$	$3,335 \times 10^{-3}$
PG 1613	$7,195 \times 10^7$	$1,814 \times 10^5$	$1,024 \times 10^{-1}$	$1,666 \times 10^{-3}$
PG 1617	$3,056 \times 10^7$	$1,067 \times 10^5$	$1,681 \times 10^{-1}$	$2,565 \times 10^{-3}$
PG 1626	$3,083 \times 10^7$	$6,977 \times 10^4$	$2,897 \times 10^{-1}$	$2,575 \times 10^{-3}$
PG 1700	$2,577 \times 10^8$	$7,141 \times 10^5$	$7,562 \times 10^{-2}$	$4,141 \times 10^{-3}$
PG 1704	$3,210 \times 10^8$	$8,626 \times 10^5$	$1,157 \times 10^{-1}$	$2,240 \times 10^{-3}$
PG 2130	$2,200 \times 10^7$	$2,382 \times 10^4$	$9,044 \times 10^{-2}$	$1,762 \times 10^{-3}$
PG 2233	$9,189 \times 10^7$	$3,332 \times 10^5$	$8,890 \times 10^{-2}$	$4,134 \times 10^{-3}$
PG 2251	$1,824 \times 10^8$	$5,084 \times 10^5$	$5,319 \times 10^{-2}$	$2,663 \times 10^{-3}$

Tabela 4.4: Banda B—luminosidade média (em $L_{\odot}/\text{\AA}$), coeficiente de variação e σ 's relativos às barras de erro.

Objeto	γ	$\sigma(\gamma)$	κ	$\sigma(\kappa)$	$\sigma(\epsilon)/\bar{L}$
PG 0026	$4,104 \times 10^{-1}$	$5,763 \times 10^{-2}$	3,786	$9,581 \times 10^{-2}$	$1,830 \times 10^{-2}$
PG 0052	$-3,882 \times 10^{-1}$	$3,595 \times 10^{-2}$	2,486	$5,654 \times 10^{-2}$	$2,407 \times 10^{-2}$
PG 0804	$10,12 \times 10^{-1}$	$2,098 \times 10^{-2}$	3,290	$5,612 \times 10^{-2}$	$9,923 \times 10^{-3}$
PG 0838	$-2,808 \times 10^{-1}$	$7,509 \times 10^{-2}$	1,907	$1,038 \times 10^{-1}$	$2,155 \times 10^{-2}$
PG 0844	$-8,013 \times 10^{-2}$	$8,458 \times 10^{-2}$	2,196	$1,390 \times 10^{-1}$	$1,955 \times 10^{-2}$
PG 0923	$1,843 \times 10^{-1}$	$8,248 \times 10^{-2}$	2,471	$1,152 \times 10^{-1}$	$1,490 \times 10^{-2}$
PG 0953	$7,519 \times 10^{-1}$	$5,971 \times 10^{-2}$	2,875	$1,672 \times 10^{-1}$	$1,455 \times 10^{-2}$
PG 1001	$19,70 \times 10^{-1}$	$6,961 \times 10^{-2}$	6,887	$2,914 \times 10^{-1}$	$2,521 \times 10^{-2}$
PG 1012	$5,285 \times 10^{-2}$	$9,699 \times 10^{-2}$	2,049	$1,326 \times 10^{-1}$	$1,568 \times 10^{-2}$
PG 1048	$1,971 \times 10^{-1}$	$4,466 \times 10^{-2}$	1,571	$4,824 \times 10^{-2}$	$2,727 \times 10^{-2}$
PG 1100	$-2,243 \times 10^{-1}$	$9,363 \times 10^{-2}$	2,447	$1,449 \times 10^{-1}$	$1,690 \times 10^{-2}$
PG 1114	$-9,270 \times 10^{-1}$	$6,201 \times 10^{-2}$	2,922	$1,181 \times 10^{-1}$	$1,270 \times 10^{-2}$
PG 1115	$7,160 \times 10^{-1}$	$7,965 \times 10^{-2}$	2,931	$1,512 \times 10^{-1}$	$1,769 \times 10^{-2}$
PG 1121	$-6,741 \times 10^{-1}$	$6,899 \times 10^{-2}$	2,798	$1,299 \times 10^{-1}$	$1,327 \times 10^{-2}$
PG 1151	$4,266 \times 10^{-1}$	$1,253 \times 10^{-1}$	2,682	$2,667 \times 10^{-1}$	$2,128 \times 10^{-2}$
PG 1202	$9,603 \times 10^{-1}$	$5,024 \times 10^{-2}$	3,640	$1,120 \times 10^{-1}$	$2,364 \times 10^{-2}$
PG 1211	$-4,053 \times 10^{-1}$	$2,697 \times 10^{-2}$	1,880	$3,515 \times 10^{-2}$	$7,233 \times 10^{-3}$
PG 1226	$-5,903 \times 10^{-1}$	$3,570 \times 10^{-2}$	2,255	$4,957 \times 10^{-2}$	$9,422 \times 10^{-3}$
PG 1229	$7,174 \times 10^{-2}$	$9,322 \times 10^{-2}$	2,017	$1,599 \times 10^{-1}$	$2,565 \times 10^{-2}$
PG 1307	$1,830 \times 10^{-1}$	$7,236 \times 10^{-2}$	2,340	$1,275 \times 10^{-1}$	$1,984 \times 10^{-2}$
PG 1309	$1,246 \times 10^{-1}$	$1,303 \times 10^{-1}$	2,384	$2,214 \times 10^{-1}$	$1,301 \times 10^{-2}$
PG 1322	$-8,550 \times 10^{-2}$	$1,711 \times 10^{-1}$	2,188	$2,664 \times 10^{-1}$	$1,582 \times 10^{-2}$
PG 1351	$3,393 \times 10^{-1}$	$4,838 \times 10^{-2}$	2,138	$6,267 \times 10^{-2}$	$9,762 \times 10^{-3}$
PG 1354	$8,732 \times 10^{-1}$	$1,773 \times 10^{-1}$	3,383	$3,653 \times 10^{-1}$	$3,146 \times 10^{-2}$
PG 1402	$3,771 \times 10^{-1}$	$1,279 \times 10^{-1}$	2,012	$2,145 \times 10^{-1}$	$2,350 \times 10^{-2}$
PG 1404	$2,228 \times 10^{-3}$	$1,171 \times 10^{-1}$	2,081	$1,267 \times 10^{-1}$	$1,657 \times 10^{-2}$
PG 1411	$7,744 \times 10^{-1}$	$8,420 \times 10^{-2}$	3,796	$1,814 \times 10^{-1}$	$9,528 \times 10^{-3}$
PG 1415	$4,915 \times 10^{-1}$	$1,820 \times 10^{-1}$	2,498	$2,800 \times 10^{-1}$	$1,901 \times 10^{-2}$
PG 1426	$-1,493 \times 10^{-1}$	$1,468 \times 10^{-1}$	2,416	$2,990 \times 10^{-1}$	$1,686 \times 10^{-2}$
PG 1427	$-1,099 \times 10^{-1}$	$1,223 \times 10^{-1}$	2,103	$2,224 \times 10^{-1}$	$2,697 \times 10^{-2}$
PG 1444	$3,632 \times 10^{-1}$	$2,317 \times 10^{-1}$	2,634	$5,600 \times 10^{-1}$	$2,061 \times 10^{-2}$
PG 1512	$-1,536 \times 10^{-1}$	$9,680 \times 10^{-2}$	2,228	$1,573 \times 10^{-1}$	$2,254 \times 10^{-2}$
PG 1519	$2,198 \times 10^{-1}$	$2,451 \times 10^{-1}$	2,791	$4,221 \times 10^{-1}$	$2,047 \times 10^{-2}$
PG 1545	$7,357 \times 10^{-2}$	$7,206 \times 10^{-2}$	2,529	$7,487 \times 10^{-2}$	$1,756 \times 10^{-2}$
PG 1613	$-7,050 \times 10^{-2}$	$4,968 \times 10^{-2}$	1,978	$8,189 \times 10^{-2}$	$1,343 \times 10^{-2}$
PG 1617	$2,439 \times 10^{-1}$	$5,655 \times 10^{-2}$	2,476	$1,048 \times 10^{-1}$	$1,905 \times 10^{-2}$
PG 1626	$-5,434 \times 10^{-1}$	$3,152 \times 10^{-2}$	2,625	$4,800 \times 10^{-2}$	$1,422 \times 10^{-2}$
PG 1700	$8,359 \times 10^{-1}$	$3,201 \times 10^{-1}$	3,426	$14,52 \times 10^{-1}$	$1,838 \times 10^{-2}$
PG 1704	$2,628 \times 10^{-3}$	$7,126 \times 10^{-2}$	2,207	$1,196 \times 10^{-1}$	$1,663 \times 10^{-2}$
PG 2130	$4,280 \times 10^{-1}$	$8,593 \times 10^{-2}$	3,106	$1,589 \times 10^{-1}$	$1,385 \times 10^{-2}$
PG 2233	$-4,525 \times 10^{-1}$	$1,418 \times 10^{-1}$	2,251	$2,579 \times 10^{-1}$	$2,263 \times 10^{-2}$
PG 2251	$-2,511 \times 10^{-1}$	$1,620 \times 10^{-1}$	2,318	$2,677 \times 10^{-1}$	$1,548 \times 10^{-2}$

Tabela 4.5: Banda B- skewness, kurtosis e σ 's correspondendo as barras de erro (colunas 2, 3, 4, 5); rms relativo do erro (coluna 6).

variabilidade aqui calculados. Não se observa nenhuma dependência de δ , γ ou κ em função de N_{obs} ou do erro. O que se percebe é que as barras de erro nestes índices são maiores quanto menos pontos se tem e quanto maior for o erro fotométrico, o que era de se esperar. Vê-se também que estas incertezas são em geral pequenas, devido à qualidade dos dados.

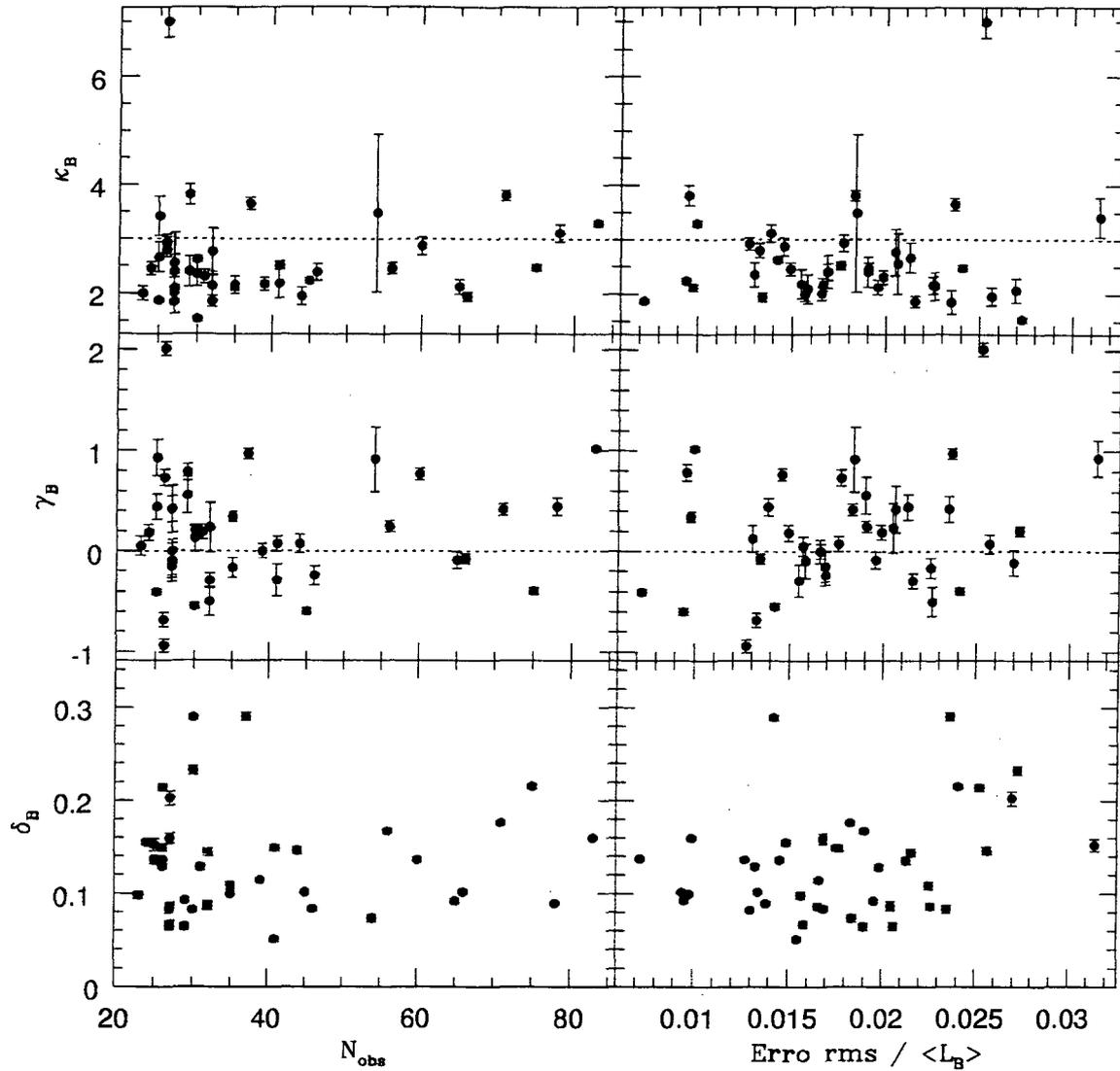


Figura 4.4: Esse gráfico investiga a existência ou não de correlações (para a banda B) de δ , γ e κ com N_{obs} e $\sigma_{(\epsilon)}/\bar{L}$. As linhas tracejadas representam os menores valores possíveis segundo a previsão teórica. Não é possível notar nenhuma tendência significativa nele, o que indica que os valores dos índices não são afetados de maneira sistemática pelo número de observações nem pelo erro fotométrico nas curvas de luz. Note que a skewness e a kurtosis para muitos quasares ocupam valores proibidos segundo a teoria.

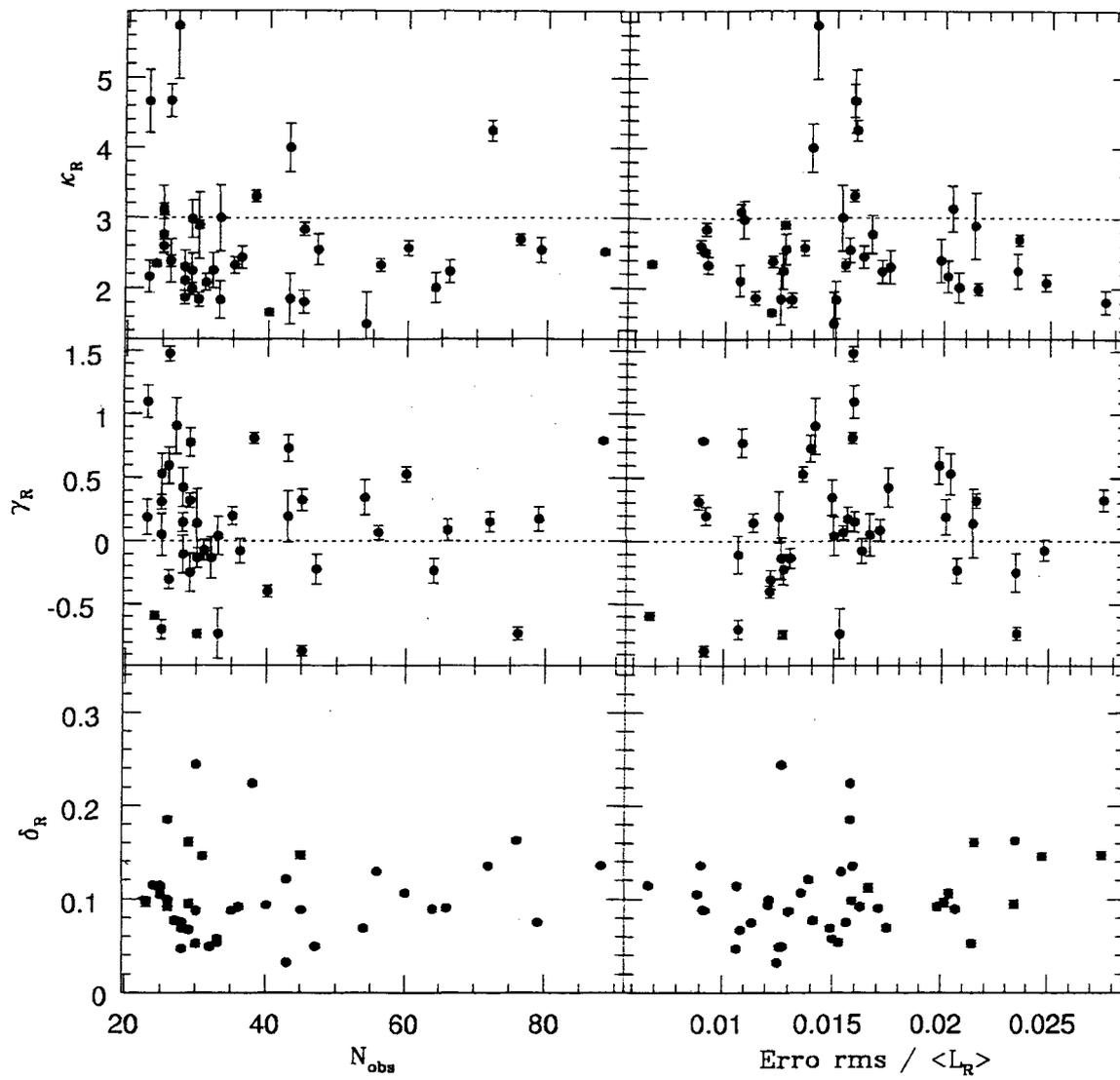


Figura 4.5: O mesmo que 4.4, porém para a banda R.

4.3.3 Efeitos de amostragem sobre γ e κ

É interessante notar que existem valores de γ e κ que ocupam uma “zona proibida”, abaixo da linha horizontal em amarelo. O motivo pelo qual chamamos estas zonas de proibidas é que, segundo os cálculos do capítulo 2, modelos poissonianos não podem explicar valores negativos para γ , nem κ abaixo de 3. À primeira vista, portanto, modelos poissonianos parecem ser incompatíveis com os dados. Contudo, esse fato pode ser explicado segundo as conclusões obtidas no capítulo 3, que demanda curvas de luz maiores em relação a τ , o tempo efetivo de vida de um pulso. As simulações realizadas no capítulo 3 mostram que na prática $\gamma < 0$ e $\kappa < 3$ ocorrem muito frequentemente, apesar da previsão teórica não permitir isto. Como já discutido, isto acontece devido a efeitos de amostragem.

Embora as curvas de luz de G99 sejam, talvez, as melhores já obtidas, elas cobrem apenas uma faixa de sete anos e ainda estão fora do domínio previsto nesse trabalho para que haja concordância entre teoria e simulações, se considerarmos que os pulsos vivem cerca de 1 a 3 anos (Cid Fernandes *et al.* 1996) e tal concordância só ocorreria para curvas de luz com ~ 10 a 30 anos de duração. Conclui-se portanto que os efeitos de amostragem na amostra de G99 são suficientemente grandes para, infelizmente, impedir o uso da skewness e kurtosis como índices úteis da variabilidade.

4.3.4 Variabilidade \times luminosidade

As figuras 4.6 e 4.7 apresentam os índices δ , γ e κ plotados contra o logaritmo da luminosidade média em B e R respectivamente. Os resultados para γ e κ são mais adiante. Nesta seção nos concentraremos na relação entre δ e \bar{L} .

Conforme G99 já havia concluído, seus dados não mostram uma boa correlação entre variabilidade e luminosidade, o que pode ser visto claramente nas figuras. O fato de que os objetos não seguem uma lei de tipo $\delta \propto \bar{L}^{-0.5}$, mostra que se as suas curvas de luz são Poissonianas, como estamos assumindo neste trabalho, então os parâmetros são diferentes para cada quasar. Para ver isto, vamos construir uma relação entre δ e \bar{L} combinando as equações (2.29) e (2.30):

$$\bar{L} = \nu E + L_{bg} = \nu E + f_{bg} \bar{L} \quad (4.1)$$

$$\bar{L} = \frac{\nu E}{1 - f_{bg}}$$

$$\nu = \frac{(1 - f_{bg}) \bar{L}}{E}$$

$$\delta = (1 - f_{bg})(\nu \tau)^{-1/2} = (1 - f_{bg}) \left(\frac{(1 - f_{bg}) \bar{L}}{E} \right)^{-1/2} \tau^{-1/2} \quad (4.2)$$

$$= \left(\frac{(1 - f_{bg}) E}{\tau} \right)^{1/2} \times \bar{L}^{-1/2} \quad (4.3)$$

Nesta última forma, vê-se que a relação $\delta \propto \bar{L}^{-0.5}$, característica de modelos poissonianos, é na verdade controlada por um fator de proporcionalidade que contém a energia e escala de tempo dos pulsos, além do fator devido ao background (que “dilui” a variabilidade). Portanto, apenas se este coeficiente envolvendo estes 3 parâmetros fosse idêntico para todos quasares esperar-se-ia que todos quasares seguissem uma mesma relação variabilidade luminosidade. Se admitirmos que este parâmetros podem ser diferentes para cada quasar então esta relação simples deixa de ser válida. Neste caso, cada objeto pode ser visto como membro de uma família de curvas do tipo $\delta \propto \bar{L}^{-0.5}$, mas com diferente coeficiente de proporcionalidade.

No painel inferior das figuras 4.6 e 4.7 as curvas representam linhas teóricas ocupadas por 3 destas famílias de modelos com mesmo valor para $(1 - f_{bg})E/\tau$, mas diferentes taxas. Apenas desta maneira é possível reconciliar modelos poissonianos com estas observações. Esta é uma importante conclusão deste trabalho, que será discutida em mais detalhe logo adiante.

Não é claro porque esta amostra não apresenta a anticorrelação entre δ e \bar{L} encontrada em outros trabalhos (e.g. Hook *et al.* 1994, Cristiani *et al.* 1996, Garcia *et al.* 1999). É fato, contudo, que a pequena faixa de luminosidades varrida pelo estudo de G99 dificulta o estudo desta correlação, ao contrário dos demais trabalhos, que cobrem um intervalo muito maior em luminosidade.

4.3.5 $\delta \times \gamma \times \kappa$

Nas figuras 4.8 e 4.9, os momentos estatísticos γ e κ estão plotados contra o coeficiente de variação δ . O comportamento esperado seria o previsto pela figura 2.3 do capítulo 2. Esse fato porém não acontece. Uma explicação pode vir do fato discutido anteriormente de os quasares não serem idênticos em relação a seus valores de E , τ e f_{bg} . Porém nem E nem τ afetam a relação entre δ , γ e κ , que mantém seus comportamentos para diferentes valores destes parâmetros. Uma maneira de se ter a relação $\delta \propto \gamma$ com diferentes coeficientes de proporcionalidade é ter variações no fator f_{bg} de quasar para quasar. Este fator, que mede a fração da luz que provém de um background, afeta o coeficiente de variação, mas não afeta γ nem κ (ver seção 2.5).

Outra maneira, obviamente, é ter diferentes fatores de forma para cada quasar. De fato, uma das motivações originais para esta análise era estimar os fatores de forma ϕ_γ e ϕ_κ para os quasares de G99. Isto, porém não foi possível devido aos efeitos de amostragem já discutidos.

4.3.6 Comparação dos resultados em B e R

Na figura 4.10, quatro painéis apresentam as correlações entre os índices nas bandas B e R. Com excessão da kurtosis, que apresenta grande dispersão, todos índices em B são proporcionais aos índices em R.

No gráfico acima à direita ($\delta_B \times \delta_R$) nota-se que as variações em B são maiores do que em R, em acordo com o comportamento geral de AGNs, que tendem a variar mais para menores comprimentos de onda. É interessante notar que esta propriedade tem uma importante consequência para modelos poissonianos. Se lembrarmos que nestes modelos

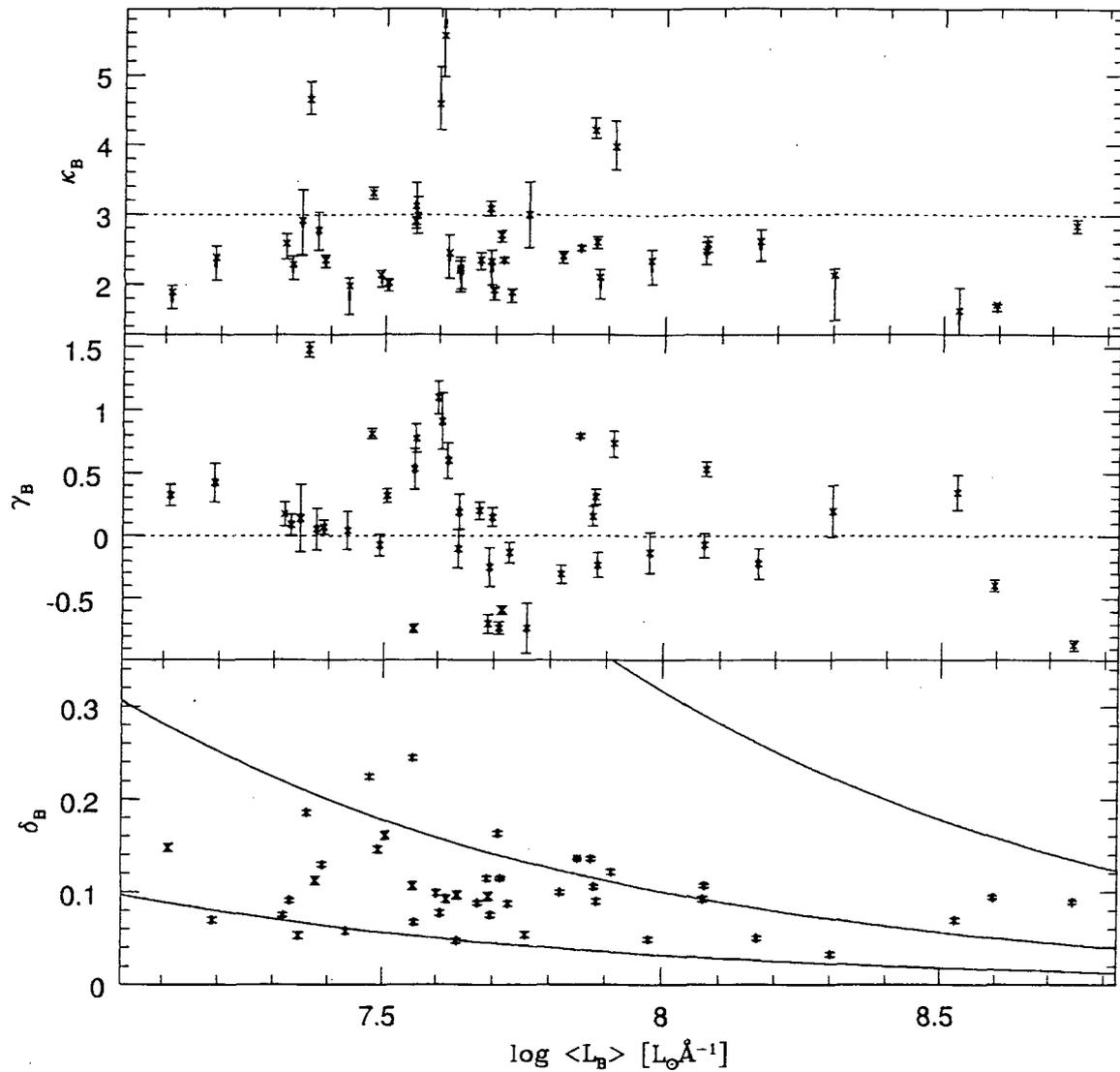


Figura 4.6: Aqui mostra-se correlações de δ_B , γ_B e κ_B com o logaritmo de \bar{L}_B . Não se encontram as correlações (ou anticorrelações) desejadas. As curvas no painel inferior são previsões teóricas de onde deveriam estar quasares com determinado valor de $(1 - f_{bg})E/\tau$, variando este coeficiente de proporcionalidade na relação $\delta \propto \bar{L}^{-0.5}$ por um fator de 10 entre a curva inferior e a superior. Os quasares parecem ter uma grande diversidade de valores para este coeficiente.

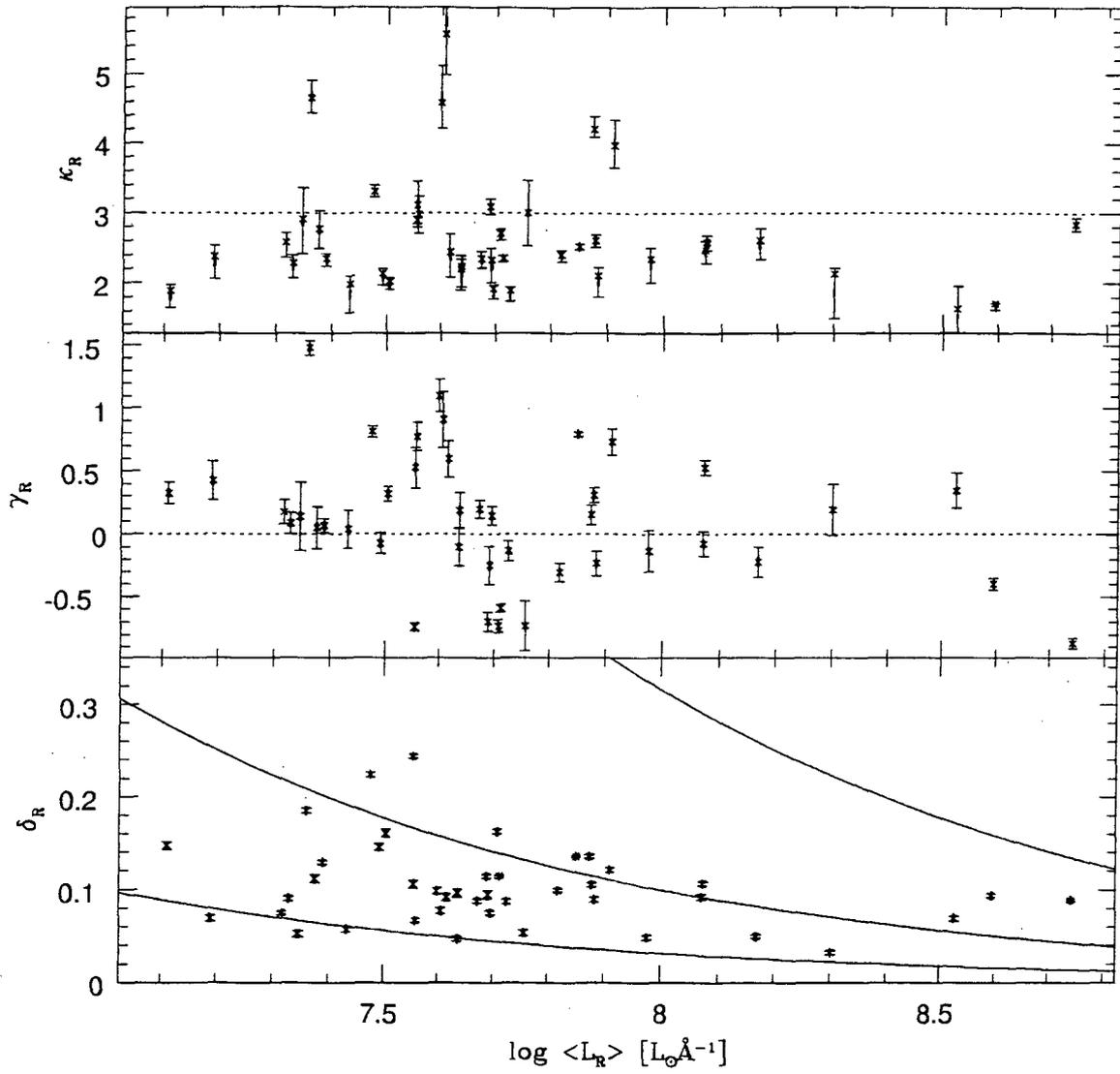


Figura 4.7: O mesmo que 4.6, porém para a banda R.

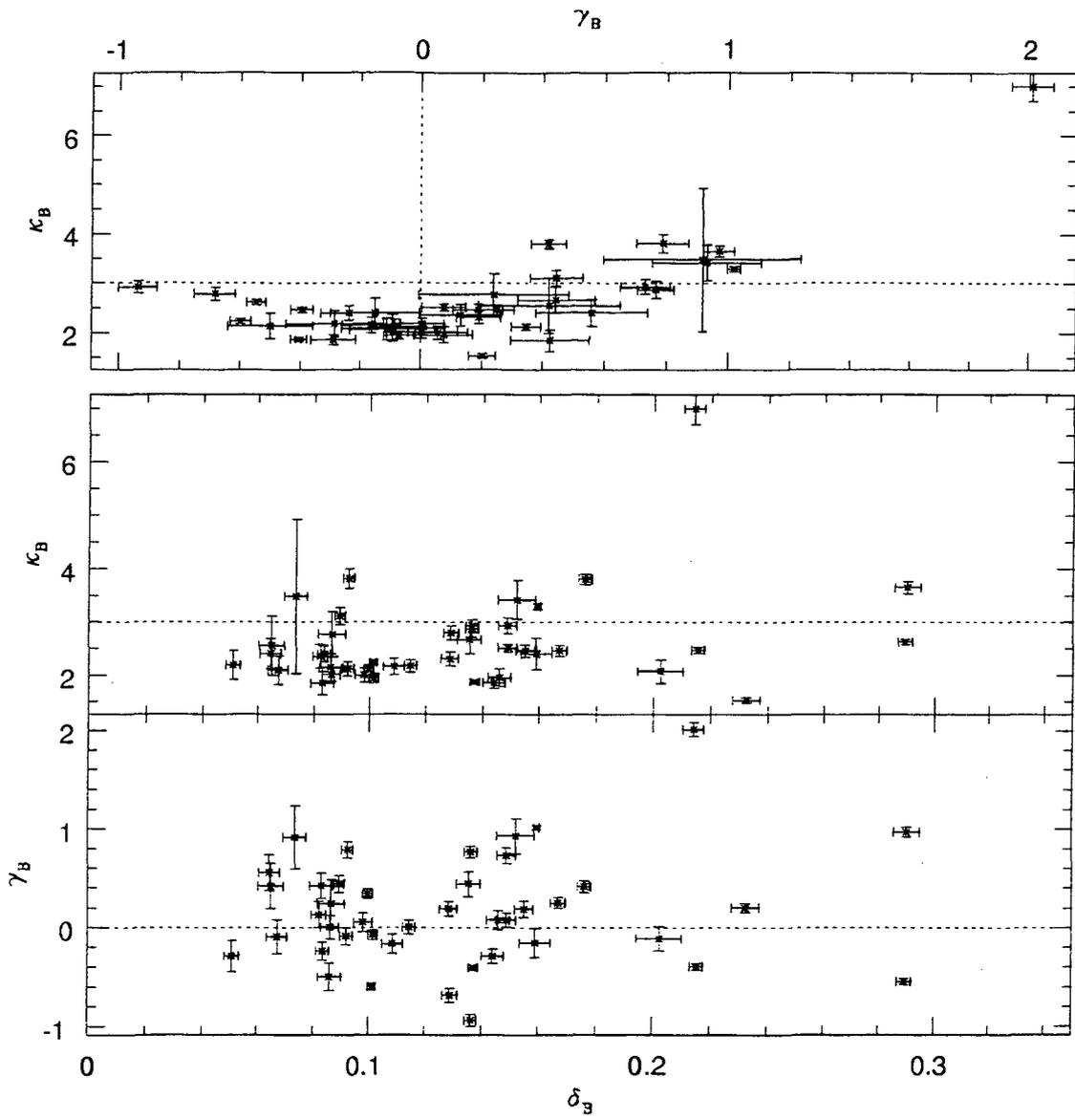


Figura 4.8: Correlações de γ_B e κ_B com δ_B , e de γ_B com κ_B .

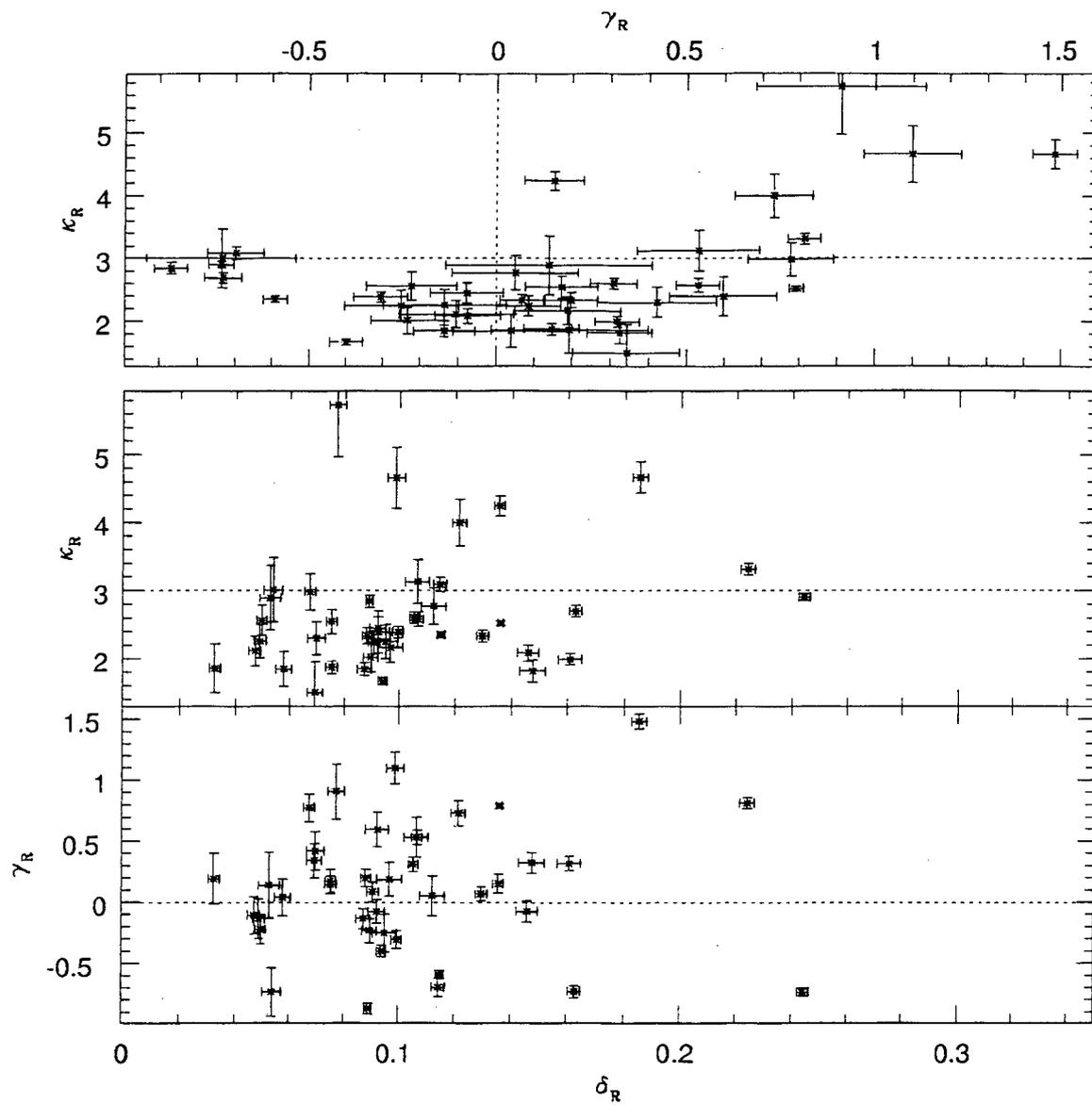


Figura 4.9: O mesmo que 4.8, porém para a banda R.

$$\delta = \frac{1 - f_{bg}}{\mathcal{N}^{1/2}}$$

o fato de que δ varia com λ somente pode ser explicado se o termo f_{bg} também variar com λ , e no sentido oposto. Isto porque o número de eventos vivos não pode ser uma função de λ , pelo menos para bandas tão próximas quanto B e R. Portanto a anticorrelação entre δ e λ só pode ser devida a existência de um background, e esta componente deve ter um espectro “vermelho”, para que δ aumente para menores λ 's. Este é um resultado óbvio, porém não havia sido considerado antes. De fato, são poucos trabalhos sobre variabilidade de quasares que sequer cogitam sobre os possíveis efeitos do background (duas exceções são Cid Fernandes *et al.* 1996 e Garcia *et al.* 1999).

4.4 Interpretação Poissoniana dos Resultados

Como vimos, para compatibilizar os dados de G99 com modelos poissonianos somos forçados a considerar que cada quasar possui valores próprios para os parâmetros fundamentais desses modelos. Ou seja, que existe uma diversidade nas propriedades básicas dos pulsos em quasares. Isto é razoável, visto que estes parâmetros devem estar associadas às condições físicas nos núcleos de quasares, as quais certamente variam de um objeto para outro, caso contrário eles seriam idênticos em todos aspectos (espectro, potência em rádio, largura das linhas, etc.).

Nesta seção vamos um passo além de estudos anteriores, e tentamos determinar os parâmetros individuais para cada quasar na amostra de G99. Estudos anteriores apenas estimaram tais propriedades para “ensembles” de objetos, não individualmente.

Para isso é necessário usar as quantidades medidas a fim de estimar a taxa (ν), energia (E) e o tempo de vida dos pulsos (τ), além da fração f_{bg} . Restringiremos nossa análise à banda B. Como vimos o terceiro e quarto momento das curvas de luz sofrem problemas de amostragem, e não podem ser usados. Deste modo, tem-se apenas duas quantidades medidas, $\overline{L_B}$ e δ_B , para estimar quatro parâmetros. Felizmente, existem mais informações disponíveis.

4.4.1 Escala de tempo

O tempo de vida τ pode ser obtido através de uma análise da “função de estrutura” (Simonetti *et al.* 1985, Hook *et al.* 1994, Cristiani *et al.* 1996). A função de estrutura (SF, doravante) é definida como:

$$SF(\Delta t) = \overline{[L(t + \Delta t) - L(t)]^2} \quad (4.4)$$

sobre toda curva de luz. Para uma distribuição Poissoniana de pulsos de mesma forma, a SF é proporcional à SF de um único pulso individual (Papoulis 1965, Cid Fernandes 1995). Isso implica que ela só possui estrutura para escalas de tempo menores do que a duração do pulso. Para valores de Δt maiores do que o tempo de vida de um evento a SF converge para duas vezes o valor da variância intrínseca da distribuição (eq. 2.16) porque variações desse

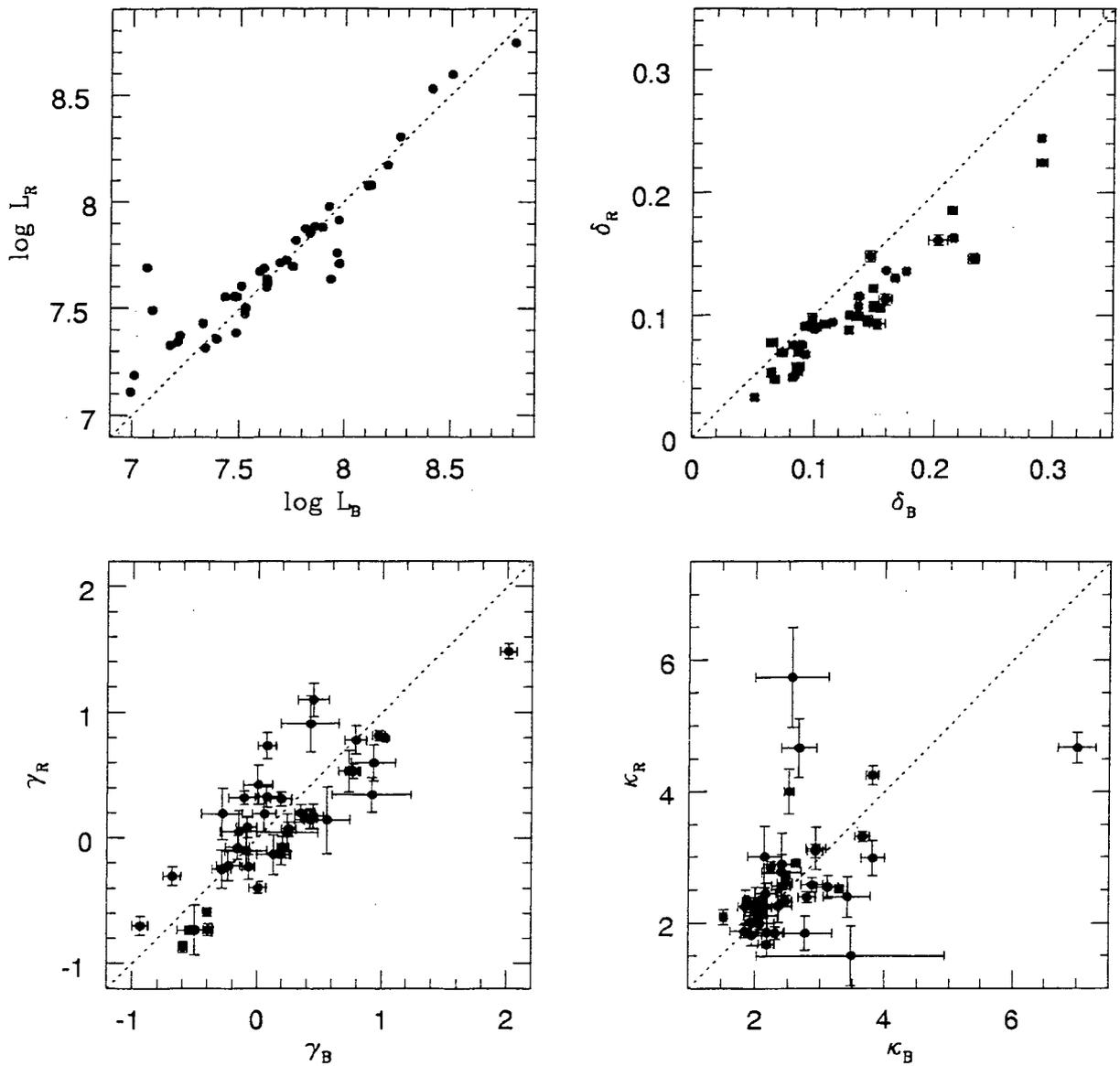


Figura 4.10: a) Correlação entre $\log \overline{L_R}$ e $\log \overline{L_B}$. b) $\delta_R \times \delta_B$. Nessa figura observa-se claramente uma maior variação em B do que em R. Isso pode ser devido a efeito de “background”, que é maior em R do que em B, conforme explicado no texto. c) Estão plotados γ_R contra γ_B . De um modo geral quando o skewness em B é positivo também é para R. d) Aqui tem-se κ_R contra κ_B . A maior parte dos pontos está confinada no intervalo de 0 até 3 tanto para B como para R, mas segundo a previsão teórica a kurtosis não pode assumir valores menores do que 3.

Objeto	τ	μ_B	Objeto	τ	μ_B
PG 0026	*	0,62	PG 1322	0,24	0,88
PG 0052	0,57	0,53	PG 1351	1,07	0,83
PG 0804	1,30	0,79	PG 1354	0,43	0,73
PG 0838	0,95	0,71	PG 1402	0,25	0,85
PG 0844	0,29	0,80	PG 1404	0,58	0,85
PG 0923	0,50	0,72	PG 1411	0,27	0,80
PG 0953	1,93	0,79	PG 1415	0,24	0,90
PG 1001	0,80	0,78	PG 1426	1,47	0,65
PG 1012	1,52	0,84	PG 1427	*	0,61
PG 1048	1,42	0,64	PG 1444	0,69	0,88
PG 1100	0,49	0,81	PG 1512	0,42	0,78
PG 1114	1,01	0,70	PG 1519	0,88	0,83
PG 1115	0,62	0,76	PG 1545	1,82	0,72
PG 1121	1,05	0,69	PG 1613	0,34	0,79
PG 1151	0,33	0,79	PG 1617	0,42	0,68
PG 1202	1,01	0,52	PG 1626	*	0,38
PG 1211	1,40	0,76	PG 1700	1,36	0,87
PG 1226	1,65	0,80	PG 1704	1,46	0,79
PG 1229	0,35	0,73	PG 2130	0,71	0,81
PG 1307	1,70	0,75	PG 2233	0,25	0,81
PG 1309	0,95	0,85	PG 2251	0,35	0,89

Tabela 4.6: Escala de tempo dos pulsos (em anos no referencial do quasar) e razão entre a luminosidade mínima e média na banda B. Quatro quasares foram eliminados da lista original por apresentarem problemas na determinação de τ (ver G99).

tipo correspondem a amostras independentes da distribuição $L_\lambda(t)$, quando a curva de luz não tem mais memória de seu passado.

Ao invés de calcularmos as SF para os quasares da amostra, usaremos os resultados de G99, que calculam o Δt para o qual a função de autocovariância cruza o valor 0, que chamaremos de τ_0 . A função de autocovariância é basicamente uma SF de cabeça para baixo: $SF(\Delta t) = 2[ACF(0) - ACF(\Delta t)]$, e portanto contém a mesma informação. Alguns experimentos mostraram que esta escala de tempo é aproximadamente igual ao tempo de vida dos pulsos, quase independente da forma destes, de modo que a identificaremos com τ .

G99 calcula τ_0 tanto para B como para R. Para ser compatível com a hipótese de que os pulsos duram o mesmo tempo em B e R tomar-se-á

$$\tau = \frac{\tau_0(B) + \tau_0(R)}{2}$$

como uma estimativa de τ . Os valores obtidos, todos eles corrigidos pelo fator relativístico $\Delta t_{rest-frame} = \Delta t_{Terra}/(1+z)$, estão listados na tabela 4.6. Eles variam entre 0,24 e 1,93 anos, sendo aproximadamente consistentes com as estimativas de Cid Fernandes *et al.* (1996), mas indicando uma grande diversidade de *tau*'s.

4.4.2 Limite Superior Para o Background

Mesmo com esta estimativa de τ , ainda temos 4 variáveis para serem estimadas com 3 medidas. Não existe presentemente maneira de fechar totalmente este sistema de equações. Outra das motivações originais para estudar momentos de maior ordem em modelos poissonianos era exatamente tentar fechar este sistema, mas, como discutido acima, isto não foi possível devido às grandes incertezas associadas a esses momentos. Porém, é possível usar o fato de que $0 \leq L_{bg,B} \leq L_{min,B}$ (eq. 2.36), onde $L_{min,B}$ é a luminosidade mínima observada na banda B) ou, equivalentemente,

$$0 < f_{bg,B} \leq \mu_B \equiv \frac{L_{min,B}}{L_B}$$

(eq. 2.37) para medir um limite superior para f_{bg} . Esta desigualdade não permite resolver o sistema de equações para as 4 variáveis, mas permite estipular limites inferiores e superiores para cada um dos parâmetros nos quais estamos interessados. Os valores de μ_B estão listados na tabela 4.6, e cobrem a faixa de 0,38 até 0,90.

4.4.3 Estimativa dos Parâmetros Poissonianos

De posse das medidas de τ , δ_B , $\overline{L_B}$ e μ_B , estimaremos limites para ν e E . O parâmetro fundamental τ fica fixo nesta análise (dado na tabela 4.6), enquanto os limites para $f_{bg,B}$ são entre 0 e μ_B .

É conveniente começar com estimativas para \mathcal{N} , que no fundo é o mesmo que estimar ν , pois $\mathcal{N} = \nu\tau$. Combinando $\delta = (1 - f_{bg})/\mathcal{N}^{1/2}$ e $0 < f_{bg,B} \leq \mu_B$, obtemos limites inferiores e superiores para \mathcal{N} :

$$\mathcal{N}_{min} \equiv \left(\frac{1 - \mu_B}{\delta_B}\right)^2 \leq \mathcal{N} \leq \left(\frac{1}{\delta_B}\right)^2 \equiv \mathcal{N}_{max} \quad (4.5)$$

Os valores obtidos para \mathcal{N}_{min} e \mathcal{N}_{max} para cada quasar estão listados na tabela 4.7, junto com os limites para a taxa:

$$\nu_{min} = \mathcal{N}_{min}/\tau \quad (4.6)$$

$$\nu_{max} = \mathcal{N}_{max}/\tau \quad (4.7)$$

As faixas de possíveis valores para \mathcal{N} e ν são bastante amplas, varrendo desde 1,0 até 353,5 pulsos “simultâneos” e taxas entre 1,2 e 1009,2 pulsos por ano.

Para estimar $E_{B,min}$ e $E_{B,max}$ será utilizada a eq. (4.3), que para $f_{bg} = 0$ e $f_{bg} = \mu_B$ fornece

$$E_{B,min} = \delta_B^2 \tau \overline{L_B} \quad (4.8)$$

$$E_{B,max} = \frac{\delta_B^2 \tau \overline{L_B}}{(1 - \mu_B)} \quad (4.9)$$

respectivamente. Os valores obtidos estão também na tabela 4.7, cobrindo o intervalo entre $2,145 \times 10^{45}$ e $6,579 \times 10^{48}$ erg/Å. Considerando as incertezas, estes valores são razoavelmente

compatíveis com os inferidos por Cid Fernandes *et al.* (1996) e Garcia *et al.* (1999) para ensembles de quasares. Vale notar que a cosmologia, a extinção e a correção K influenciam na estimativa da energia, mas não em \mathcal{N} , ν , τ e f_{bg} .

4.5 Conclusão

Neste capítulo apresentou-se uma primeira tentativa de aplicar a teoria de modelos poissonianos para a variabilidade de AGNs para a amostra de quasares observada por G99. Os principais resultados da análise aqui desenvolvida podem ser resumidos da seguinte maneira:

1. Os momentos de ordem 3 e 4 das curvas de luz observadas são bastante afetados por efeitos de amostragem (conforme previsto com as simulações do capítulo 3). Na prática, os diagnósticos desenvolvidos ainda não podem ser aplicados a estes dados, pois requerem curvas de luz mais longas.
2. A anticorrelação entre variabilidade e luminosidade identificada em outros estudos não aparece na amostra de G99. A comparação com a lei $\delta \propto \bar{L}^{-0.5}$ de modelos poissonianos simples implica que quasares apresentam uma diversidade nos valores da energia e tempo de vida dos pulsos, bem como da fração f_{bg} de sua luminosidade média que provém de um background.
3. Os quasares de G99 variam mais em B do que em R, confirmando que quanto menor λ maior a amplitude das variações. Demonstrou-se que este fato só pode ser reconciliado com modelos poissonianos se for considerado que existe uma componente de “background”, que é mais vermelha do que a componente variável, associada aos pulsos.
4. Estimativas aproximadas do tempo de vida dos pulsos foram feitas usando a análise da função de auto-covariância de G99. Os valores obtidos variam desde $\tau = 0,24$ até 1,93 anos.
5. Através do mínimo na curva de luz foram feitas estimativas para a contribuição máxima de um background não variável à luminosidade em B. Obteve-se que esta contribuição máxima está entre 50 e 90% da luminosidade média (em B).
6. Foram feitas estimativas dos parâmetros fundamentais de modelos poissonianos para cada quasar. Embora não seja possível estimar um valor preciso para a taxa de eventos nem para a energia (pois se tem um sistema de 4 variáveis, 3 equações e uma desigualdade), estes parâmetros podem ser limitados. Encontrou-se que ν está na faixa de 1,2 a 1009,2 pulsos por ano, e que a energia na banda B está entre $2,145 \times 10^{45}$ e $6,579 \times 10^{48}$ erg/Å. Também verificou-se que o número médio de eventos vivos em um dado instante cobre a faixa de 1,0 até 353,5 nos quasares observados por G99.

Os limites estipulados para os parâmetros fundamentais ainda são pouco restritivos, pois cobrem uma grande faixa de valores. Isto não quer dizer que qualquer modelo físico possa explicá-los. De fato, na ausência de um paradigma estabelecido para explicar a variabilidade de AGNs, por mais aproximadas que sejam, as estimativas aqui apresentadas podem ser consideradas um desafio aos teóricos do ramo.

Embora heterodoxo e polêmico, o modelo de starburst é o único modelo poissoniano que tem previsões suficientemente elaboradas para que possa ser testado com os números obtidos nesse capítulo. Em particular, é interessante verificar se as estimativas de energia acima são compatíveis com supernovas.

Na banda B, as energias mínimas derivadas de nossa análise chegam a atingir o valor de 1×10^{51} erg no caso de PG 1226 (= 3C 273), sendo maiores que 5×10^{50} para vários quasares. As energias máximas atingem valores bem maiores (por um fator de ~ 4).

Tais energias parecem demasiado altas se lembrarmos que a energia cinética liberada em cada SN é de 1×10^{51} erg, e que a maior parte desta energia deve ser radiada em raios-X devido às altas temperaturas das regiões que sofrem o choque. Portanto, parece ser difícil explicar que uma fração tão elevada do total seja radiada nos 1000 Å ao redor de 4400 Å. Esta é de fato a conclusão a que chegam Paltani *et al.* (1988) em seu estudo de 3C 273, o que os leva a descartar o modelo de starburst.

É porém importante notar que, embora não seja claro como extrair mais de 1×10^{51} erg de uma explosão de SN, nem como canalizar boa parte desta energia para o óptico, existem evidências de que isto acontece na natureza. Aretxaga *et al.* (1999), por exemplo, analisam a curva de luz da SN 1988Z, um resto compacto de SN estudado em várias faixas espectrais, e que se parece muito com AGNs. Eles concluem que nos 8.5 primeiros anos depois da explosão este objeto já radiou *pelo menos* 2×10^{51} erg. Este número pode chegar a 1×10^{52} erg, dependendo de como se fazem as correções bolométricas. Na banda B, esta SN “hiperenergética” já emitiu cerca de $1,5 \times 10^{50}$ erg. Portanto, ainda que as energias derivadas em nosso estudo pareçam altas do ponto de vista teórico, na prática supernovas parecem saber como produzi-las. Conclui-se portanto que as energias aqui estimadas são compatíveis com o modelo de starburst.

Objeto	\mathcal{N}_{min}	\mathcal{N}_{max}	ν_{min}	ν_{max}	$E_{B,min}$	$E_{B,max}$
PG 0026	4,6	31,9	*	*	*	*
PG 0052	4,7	21,3	8,3	37,4	3.059×10^{47}	6.508×10^{47}
PG 0804	1,7	39,2	1,3	30,2	2.737×10^{47}	1.303×10^{48}
PG 0838	4,0	47,2	4,2	49,7	2.858×10^{46}	9.854×10^{46}
PG 0844	4,5	113,2	15,6	390,5	4.692×10^{45}	2.346×10^{46}
PG 0923	3,2	41,3	6,5	82,6	1.147×10^{47}	4.095×10^{47}
PG 0953	2,4	53,4	1,2	27,6	5.836×10^{47}	2.779×10^{48}
PG 1001	1,0	21,5	1,3	26,9	1.119×10^{47}	5.085×10^{47}
PG 1012	2,6	101,8	1,7	67,0	1.555×10^{47}	9.718×10^{47}
PG 1048	2,4	18,2	1,7	12,9	1.173×10^{47}	3.259×10^{47}
PG 1100	5,0	137,9	10,2	281,4	6.857×10^{46}	3.609×10^{47}
PG 1114	4,8	53,4	4,8	52,8	9.552×10^{46}	3.184×10^{47}
PG 1115	2,6	44,6	4,1	71,9	4.583×10^{46}	1.909×10^{47}
PG 1121	5,7	59,6	5,5	56,8	1.251×10^{47}	4.035×10^{47}
PG 1151	2,3	53,3	7,1	161,5	3.203×10^{46}	1.525×10^{47}
PG 1202	2,7	11,8	2,7	11,7	3.487×10^{47}	7.265×10^{47}
PG 1211	3,1	53,0	2,2	37,9	1.584×10^{47}	6.598×10^{47}
PG 1226	3,9	97,1	2,4	58,8	1.316×10^{48}	6.579×10^{48}
PG 1229	3,3	45,5	9,5	130,1	9.188×10^{45}	3.403×10^{46}
PG 1307	3,7	59,3	2,2	34,9	1.838×10^{47}	7.351×10^{47}
PG 1309	3,3	144,8	3,4	152,5	6.662×10^{46}	4.441×10^{47}
PG 1322	3,0	210,6	12,6	877,5	5.911×10^{45}	4.926×10^{46}
PG 1351	2,9	100,2	2,7	93,6	5.135×10^{46}	3.020×10^{47}
PG 1354	3,0	41,5	7,0	96,4	5.378×10^{46}	1.992×10^{47}
PG 1402	3,0	134,5	12,1	538,0	1.281×10^{46}	8.538×10^{46}
PG 1404	2,9	129,8	5,0	223,8	5.558×10^{45}	3.705×10^{46}
PG 1411	4,6	115,7	17,1	428,7	8.535×10^{45}	4.267×10^{46}
PG 1415	2,2	222,3	9,3	926,3	2.145×10^{45}	2.145×10^{46}
PG 1426	4,8	39,2	3,3	26,7	7.613×10^{46}	2.175×10^{47}
PG 1427	3,7	24,0	*	*	*	*
PG 1444	3,1	216,4	4,5	313,6	1.250×10^{46}	1.041×10^{47}
PG 1512	3,9	81,3	9,4	193,6	8.096×10^{46}	3.680×10^{47}
PG 1519	3,7	126,3	4,1	143,6	1.813×10^{46}	1.066×10^{47}
PG 1545	3,5	44,6	1,9	24,5	4.627×10^{47}	1.653×10^{48}
PG 1613	4,2	95,4	12,4	280,5	3.119×10^{46}	1.485×10^{47}
PG 1617	3,6	35,4	8,6	84,3	4.410×10^{46}	1.378×10^{47}
PG 1626	4,6	11,9	*	*	*	*
PG 1700	3,0	174,9	2,2	128,6	2.437×10^{47}	1.874×10^{48}
PG 1704	3,3	74,7	2,3	51,2	7.628×10^{47}	3.632×10^{48}
PG 2130	4,4	122,3	6,2	172,2	1.553×10^{46}	8.176×10^{46}
PG 2233	4,6	126,5	18,3	506,1	2.208×10^{46}	1.162×10^{47}
PG 2251	4,3	353,5	12,2	1009,9	2.196×10^{46}	1.996×10^{47}

Tabela 4.7: Limites para os parâmetros poissonianos para cada quasar. ν está em unidades de pulsos por ano e E em erg/Å.

Capítulo 5

Padrões Recorrentes na Curva de Luz de NGC 5548

5.1 Introdução

Embora a variação óptica/UV apresentada por núcleos ativos seja bastante caótica, sem periodicidade, algumas regularidades foram notadas. Por exemplo, NGC 1566 exhibe emissões recorrentes entre períodos relativamente menos ativos (Alloin *et al.* 1986). Além disso Lyutyi e colaboradores sugeriram que a variação de um AGN pode ser descrita em termos de duas componentes básicas: uma rápida, com uma escala de tempo de semanas, e uma mais lenta com uma escala de tempo de alguns anos (Lyutyi 1972; Lyutyi & Oknyanskii 1987). Mais recentemente Cid Fernandes *et al.* (1997, doravante C97) verificaram certos padrões que se repetiam nas curvas de luz de NGC 4151 e 5548.

Se a variabilidade segue um padrão, como sugerem C97, é necessário saber o porquê. Padrões recorrentes encontram uma interpretação natural em modelos que atribuem as variações de luminosidade a processos físicos que produzem eventos estocásticos como os descritos por modelos poissonianos. Um modelo, em particular, que se encaixa nesse contexto é o modelo do Starburst, que atribui as variações como sendo devidas a supernovas (Terlevich *et al.* 1992, 1995; Aretxaga e Terlevich 1994). Atualmente acredita-se que a variabilidade é resultante de instabilidades em um disco de acrecimento situado ao redor de um buraco negro supermassivo. Mas, será que essas instabilidades podem causar tais padrões? A confirmação da existência de padrões é portanto de grande importância para o estudo da variabilidade.

Essa parte do presente trabalho analisa uma curva de luz mais recente de NGC 5548, com bem mais pontos em relação ao estudo de C97. O objetivo é verificar se as conclusões de C97 se mantêm válidas, i.e., se podemos identificar nos novos dados os padrões de variações propostos por esses autores.

5.2 A Curva de Luz Óptica de NGC 5548

NGC 5548 tem sido intensamente monitorada pelo “AGN Watch Consortium” desde 1989 (e.g. Korista *et al.*, 1995) gerando uma das melhores curvas de luz existentes para AGNs (figura 5.2). Os dados utilizados cobrem um intervalo total de 9,6 anos e consistem de 874

fluxos monocromáticos em 5100Å, posteriormente convertidos para luminosidades na banda B, seguindo o mesmo procedimento de C97. Esta curva de luz tem praticamente o dobro da duração que tinha quando foi analisada por C97. A curva de luz completa é apresentada na figura 5.2.

5.3 Identificação dos Padrões

Os pulsos utilizados por C97 foram mantidos nesse trabalho para fins de comparação. Ainda que as lacunas existentes na curva de luz e as barras de erro possam ter dificultado bastante a escolha dos pulsos individuais, uma rápida inspeção na curva de luz (figura 5.2) sugere a existência de alguns pulsos individuais se, por exemplo, olharmos para os máximos valores da luminosidade. Aqui utilizar-se-ão os pulsos originalmente chamados de “pulso 90” e “pulso 92”.

5.3.1 Pulso 90

O padrão denominado como pulso 90 foi definido como sendo o intervalo compreendido entre 1990,2 e 1992,2 (figura 5.1). Apresenta uma pequena emissão inicial (como um gatilho) que precede a grande emissão. Integrando o segmento correspondente a todo pulso descobre-se que ele possui uma energia de $0,73 \times 10^{51}$ ergs correspondendo à energia da parte variável mais a energia do “background”. Essa última pode ser estimada a partir do mínimo valor para luminosidade na curva de luz. Subtraindo-se essa componente a energia para o pulso passa a valer $0,51 \times 10^{51}$ ergs.

5.3.2 Pulso 92

O pulso 92 corresponde ao intervalo compreendido entre 1992,3 e 1993,7 (figura 5.1). Esse pulso também apresenta o gatilho inicial citado para o pulso 90, e a similaridade entre estas duas partes da curva de luz foi um dos motivos que levaram C97 a sugerir a existência de um padrão de variabilidade. A energia integrada para o pulso é de $0,49 \times 10^{51}$ ergs que, subtraindo-se a parte estimada para o background, fica igual a $0,33 \times 10^{51}$ ergs. Esse pulso, na análise feita por C97, foi considerado incompleto pois a curva de luz terminava antes que ele retornasse a um valor mínimo esperado. Na nova curva de luz é possível notar que um outro pulso surge antes do término do pulso 92. Essa superposição de pulsos parece se repetir até o final da curva de luz onde os valores de pico para a luminosidade são os maiores observados.

5.4 Identificação Estatística dos Padrões

A primeira verificação feita sobre a repetição de padrões foi através de uma inspeção visual cuidadosa da curva de luz e do pulso selecionado. Uma maneira prática para fazer isso é ter o pulso individual impresso em uma transparência e percorrê-lo por toda a curva de luz. Esse método porém é estritamente visual e portanto qualitativo.

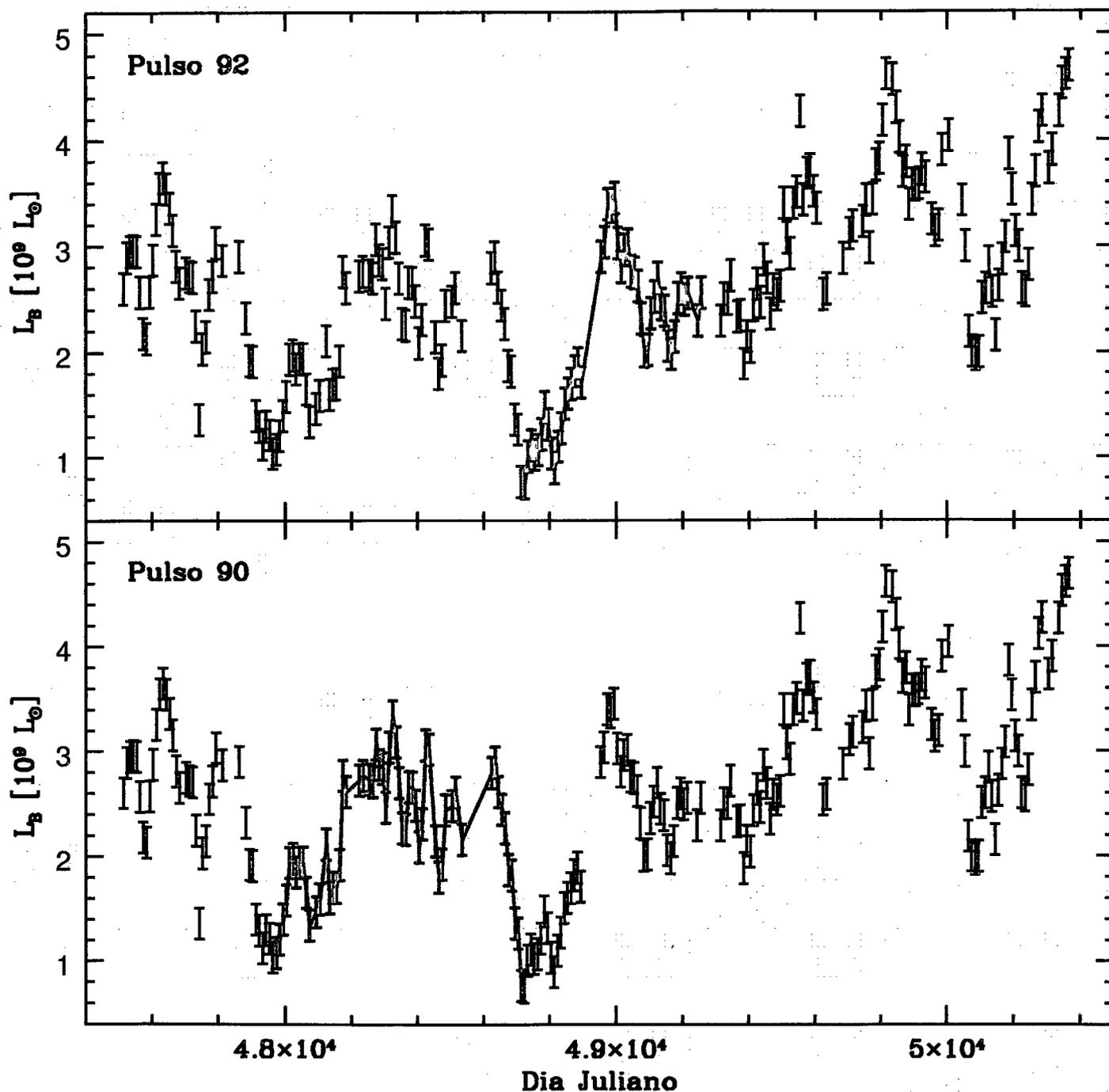


Figura 5.1: a) acima em vermelho: o pulso 92 começa no dia juliano 47980 (9 de abril de 1992) e termina no dia juliano 48720 (29 de setembro de 1993). b) abaixo em azul: o pulso 90 começa no dia juliano 48722 (15 de março de 1990) e termina no dia juliano 49260 (13 de março de 1992). Ambos pulsos possuem um “gatilho” inicial que precede a emissão mais forte.

A análise matemática é feita através do método de correlação cruzada. Esse é um processo que permite saber se os trechos da curva de luz escolhidos como pulsos individuais através de uma simples inspeção visual também se relacionam matematicamente. Isso é feito computacionalmente através de um programa que “recorta” o pulso selecionado da curva de luz e o desloca sobre ela verificando assim a existência possíveis correlações para vários valores do deslocamento no tempo. Para que essa análise seja feita e se possa comparar o pulso individual com a curva de luz alguns problemas técnicos precisam ser superados. Um desses problemas é o fato de que existem certas datas na curva de luz para as quais não existe nenhum valor associado à luminosidade. Esses vazios podem ser devidos a dias em que não foi possível fazer observações, más condições meteorológicas ou pelo fato de que a galáxia em estudo esteja passando muito próxima ao sol. Além disso, um outro problema é o de que os pontos não estão distribuídos uniformemente ao longo da curva de luz. A fim de evitar que trechos de curta duração, porém grande concentração de medidas dominem o coeficiente de correlação, utiliza-se o artifício de distribuir “bins” espaçados regularmente sobre a curva de luz. O tamanho dos bins depende da escala de tempo que se quer verificar a correlação. Para cada bin é calculado o valor médio das luminosidades nele contidas, obtendo-se assim uma curva de luz mais suave em escalas de tempo Δt_{bin} . O pulso também é “binado” e os valores médios encontrados são utilizados na correlação cruzada. A figura 5.2 mostra a curva de luz original e a mesma logo após o processo de “binagem”.

Este procedimento é idêntico ao utilizado por C97, e os mesmos programas foram utilizados, com pequenas adaptações para comportar os novos dados.

5.5 Resultados e Conclusões

Nas figuras 5.3 e 5.4 estão plotados os resultados da correlação cruzada dos pulsos 90 e 92 com toda a curva de luz de NGC 5548 para um tamanho de “bin” de 10 dias. Ambas correlações foram feitas utilizando-se o coeficiente de correlação não paramétrico de Spearman.

Basicamente, os novos dados não são indicativos da ocorrência de novos eventos como os pulsos 90 e 92 de C97. Isto pode ser visto tanto diretamente na curva de luz como pela largura dos picos na função de correlação cruzada para $t > 1994$. Embora a análise indique uma coincidência estatisticamente significativa por volta de 1994 e 1997, o “encaixe” dos pulsos 90 e 92 nestas novas observações é bem inferior ao obtido para os estes pulsos entre si, o que levou C97 a sugerir que eles se tratavam de padrões recorrentes de variabilidade.

Embora os novos resultados não sejam tão convincentes (de modo qualitativo e qualitativo), é possível que isto seja devido a superposição de 2 novos pulsos. A maior amplitude da curva de luz nos últimos dois anos é consistente com esta interpretação. Tal superposição complica bastante a identificação de padrões, e invalida a análise de correlação cruzada aqui utilizada. Os resultados, portanto, não são conclusivos. Apenas com a continuação das observações poderemos eventualmente testar de maneira mais definitiva a existência de padrões de variabilidade. Porém, ao olharmos as análises de correlação para os pulsos 90 e 92, notamos que fica claramente sugerida a existência de periodicidade na curva de luz de NGC 5548 (em torno de 700 dias). Esse resultado demanda fortemente a continuidade deste trabalho.

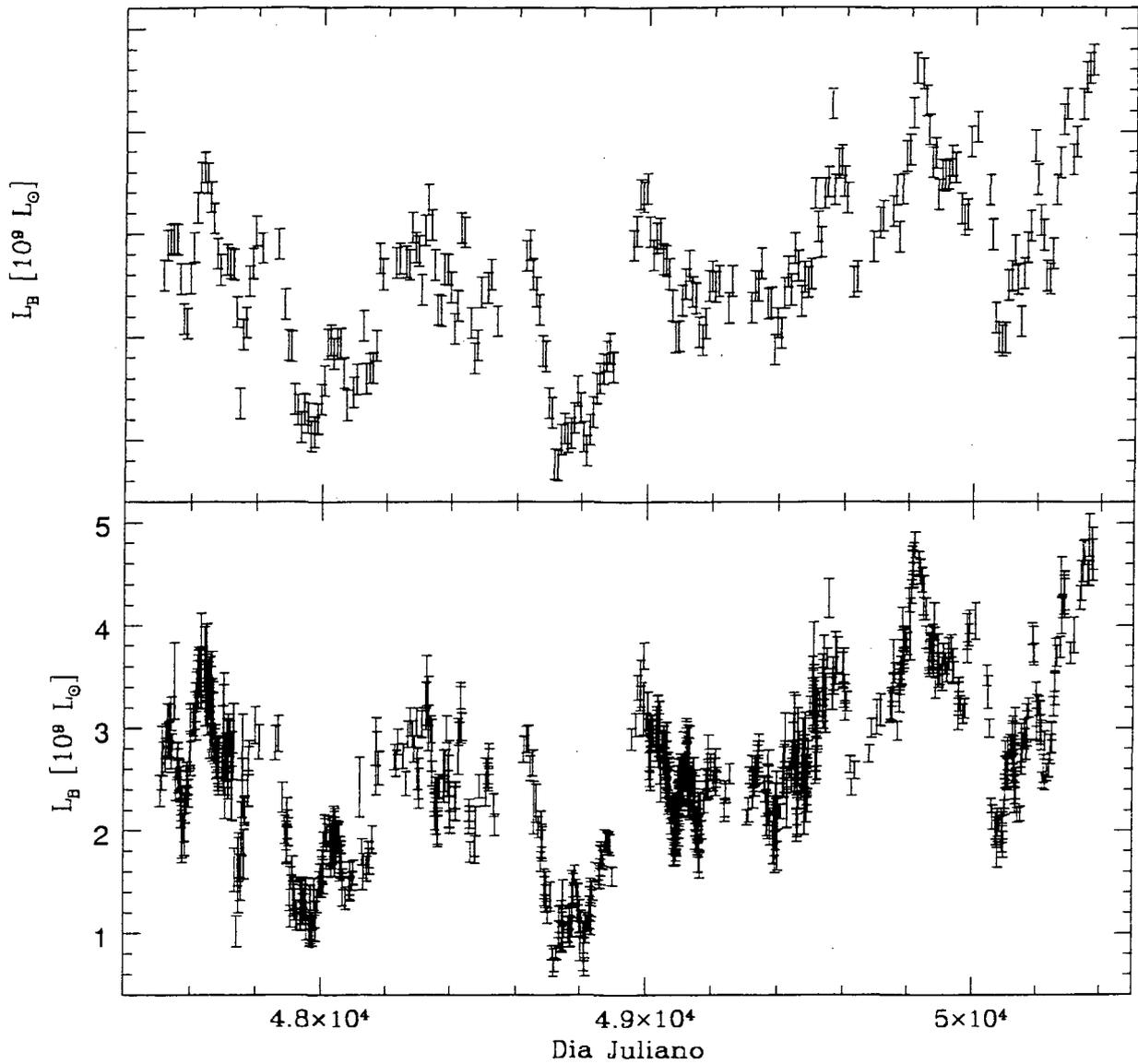


Figura 5.2: Para fins de comparação, a figura acima mostra a curva de luz “binada” (tamanho de cada “bin” de 10 dias). A curva binada fica suavizada mas mantém o mesmo aspecto visual que tinha antes do processo. Abaixo, a curva de luz original na banda B de NGC 5548, abrangendo o período de 1988,9 até 1998,6.

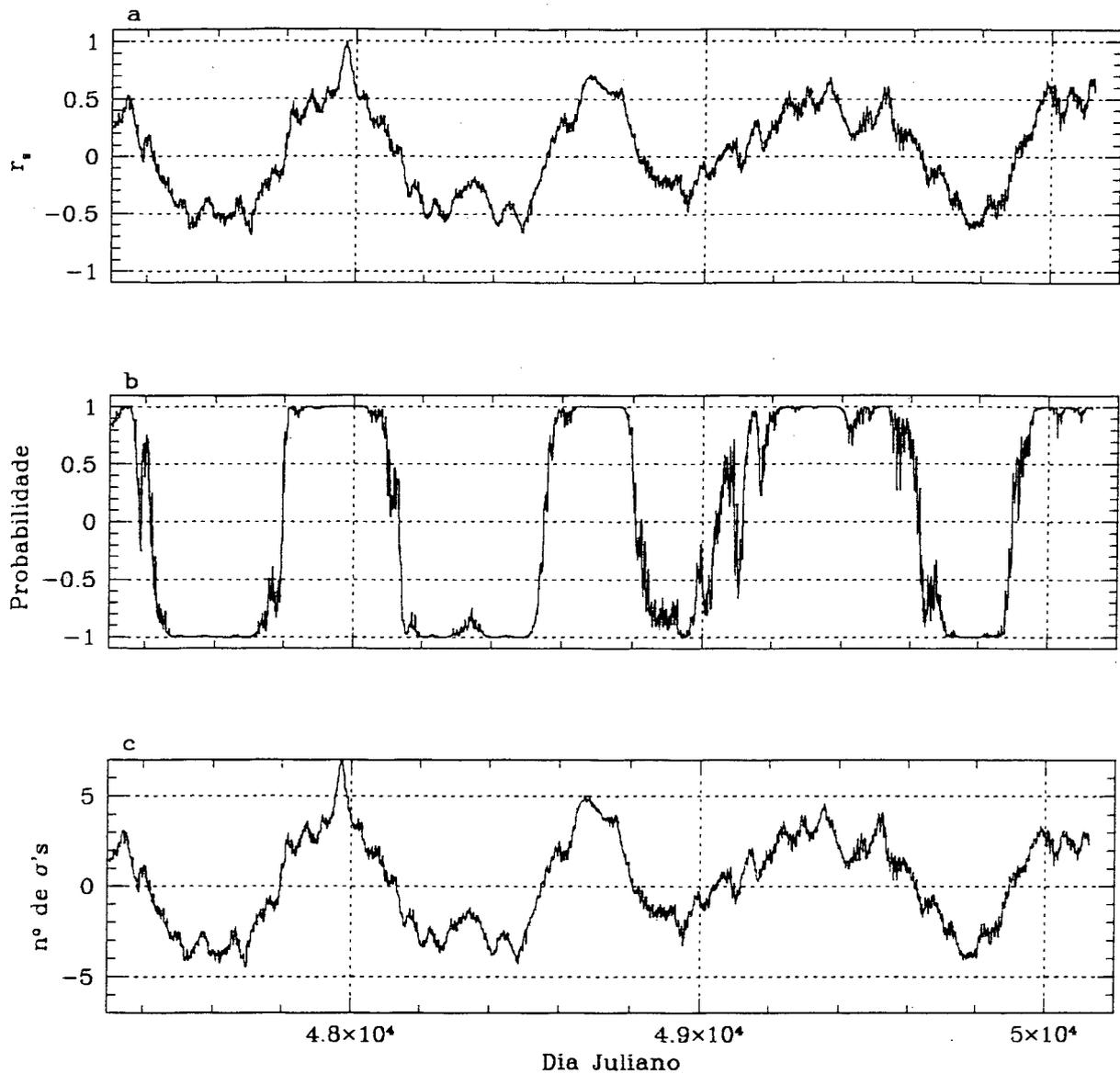


Figura 5.3: Correlação cruzada do pulso 90 com a curva de luz de NGC 5548. a) Coeficiente de correlação de Spearman. b) Nível de confiança da correlação. c) Número de “ σ ”s que indica o quanto a correlação foi não casual.

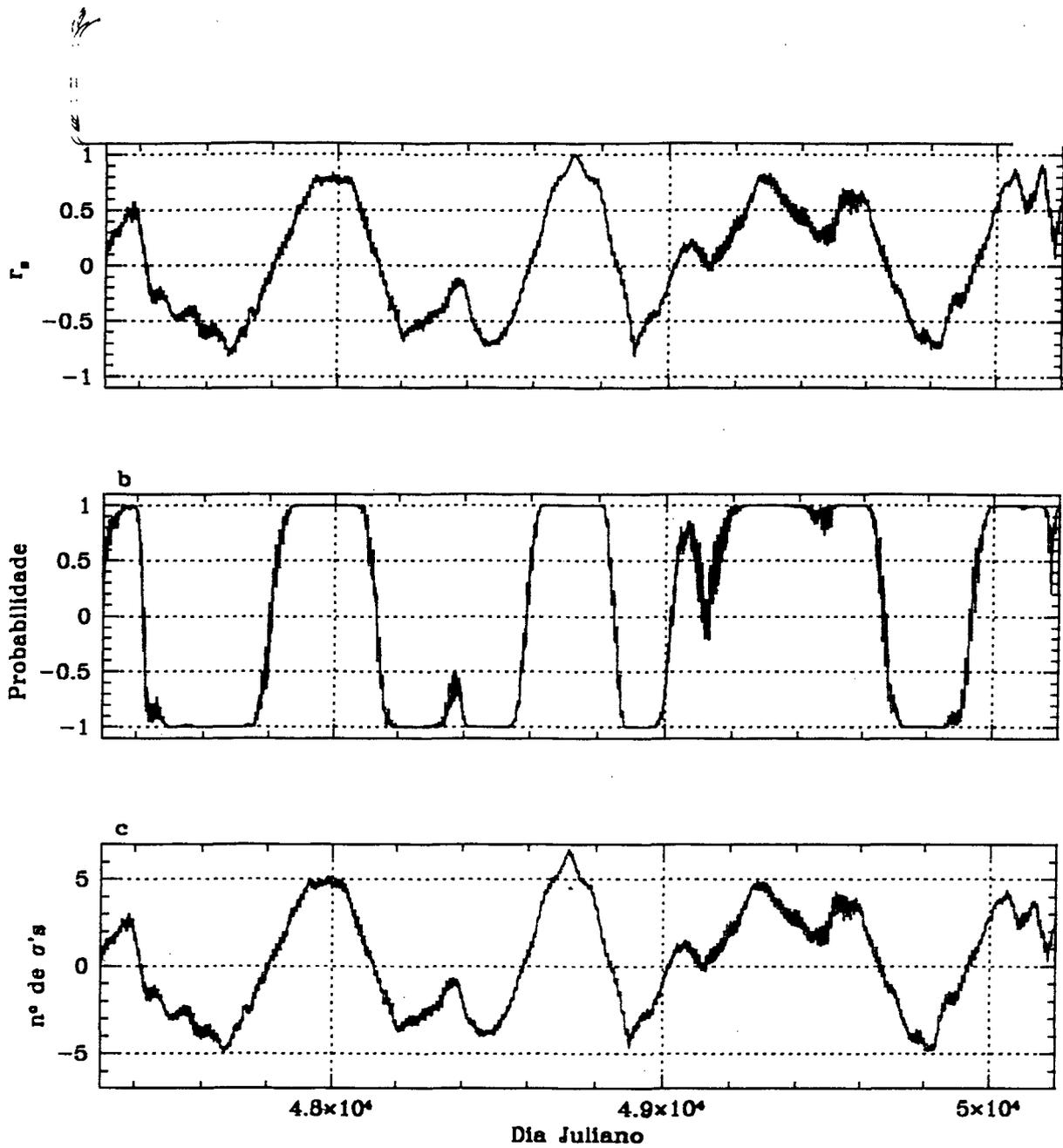


Figura 5.4: Correlação cruzada do pulso 92 com a curva de luz de NGC 5548. a) Coeficiente de correlação de Spearman. b) Nível de confiança da correlação. c) Número de " σ "s.

Capítulo 6

Conclusões

Nesta dissertação estudou-se a variabilidade de AGNs desde o ponto de vista de modelos poissonianos. Nestes modelos as variações observadas são atribuídas à superposição estocástica de eventos/pulsos independentes, que ocorrem a uma certa taxa ν e liberam uma energia E em um tempo τ . Além desta componente variável, considerou-se a possibilidade de que parte da luminosidade de AGNs provém de uma componente não variável, um “background”, que contribui com uma fração f_{bg} à luminosidade média do sistema.

Estes modelos têm a vantagem de abranger um leque de teorias físicas para a variabilidade de AGNs (de supernovas à instabilidades em discos de acreção), e ao mesmo tempo proporcionar um ambiente matemático que permite elaborar diagnósticos importantes para os parâmetros fundamentais do processo (ν , τ , E , f_{bg}). Dada a falta de um paradigma estabelecido para a origem física da variabilidade de AGNs, os diagnósticos poissonianos podem ser de grande valia para testar diferentes teorias.

- Previsões teóricas para os primeiros 4 momentos da curva de luz (média, coeficiente de variação, skewness e kurtosis) foram apresentadas. Os principais resultados deste estudo analítico são as expressões para \bar{L} , δ , γ e κ em termos de parâmetros fundamentais como a taxa, tempo de vida e energia dos eventos.

- A teoria foi testada por meio de simulações de Monte Carlo, realizadas com o duplo propósito de testar as equações obtidas analiticamente e verificar os efeitos de amostragem finita sobre os índices de variabilidade estudados. Deste estudo conclui-se que a compatibilidade entre teoria (que assume curvas de luz infinitas) e simulações requer que as curvas de luz sejam pelo menos 10 vezes mais longas do que o tempo de vida dos pulsos. O número de observações contribui na melhor definição dos índices, mas mesmo não elimina o “bias de amostragem” para curvas de luz curtas com respeito a τ , que induz a uma sub-estimação sistemática dos índices δ , γ e κ para $\mathcal{D}_{LC} < 10\tau$. As simulações também indicam que é muito difícil recuperar com precisão os valores previstos para a skewness e a kurtosis.

- Foi feita uma análise das curvas de luz de 42 quasares da amostra de G99. Foram computados os índices de variabilidade estudados na parte teórica, com a finalidade de usá-los como diagnóstico dos parâmetros fundamentais em modelos poissonianos. O estudo do terceiro e quarto momentos dessas curvas de luz mostrou que estes ainda não estão suficientemente bem definidos para a aplicação dos vínculos teóricos neles contidos, em acordo com os resultados das simulações.

Conclui-se também que os quasares de G99 variam mais em comprimentos de onda

menores, o que está de acordo com outras observações de AGNs. Dentro do contexto de modelos poissonianos, esta propriedade só pode ser entendida se se postular a existência de uma componente de “background” que é mais vermelha do que a componente variável oriunda dos pulsos.

A análise dos dados permitiu o cálculo de faixas de valores para os parâmetros poissonianos. Verificou-se que estes parâmetros cobrem uma grande faixa, em parte devido a dificuldades em limitá-los melhor, e em parte devido à diferenças intrínsecas dos parâmetros de objeto a objeto. (Ver 4.5 para mais detalhes sobre esta parte do trabalho.)

- Verificou-se por fim se os padrões de variabilidade sugeridos por Cid Fernandes *et al.* (1997) para a curva de luz de NGC 5548 se repetiram em observações posteriores às analisadas por esses autores. Embora o método estatístico utilizado indique a ocorrência de novas “coincidências”, os resultados não foram tão satisfatórios quanto o da primeira investigação, embora fique bastante clara a possível existência de uma periodicidade (figuras 5.3 e 5.4). Para explicar os novos dados é necessário admitir que ocorreu uma superposição de pulsos em NGC 5548 nos últimos anos. Apenas com a continuidade da curva de luz deste objeto será possível testar esta hipótese de maneira mais conclusiva.

Referências Bibliográficas

- Alloin D. Pelat., Phillips M.M., Folsbury R., Freeman K., 1986, ApJ 308,23
- Antonucci, R.R.J., Miller, J.S. 1985 ApJ, 297, 621
- Aretxaga, I., Cid Fernandes, R., Terlevich, R. 1997, MNRAS, 286, 271
- Aretxaga, I., Terlevich, R. 1994, MNRAS, 269, 462
- Aretxaga, I., Benetti, S., Terlevich, R., Fabian, A.C., Cappellaro, E., Turatto, M.& Della Valle, M. 1999 MNRAS, 309, 343-354
- Arons, J., Kulsrud, R.M., Ostriker, J.P. 1975, ApJ 198, 167
- Cardeli, J. A., Clayton, G. C., Mathis, J. S. 1989, ApJ, 345, 245
- Cid Fernandes, R. 1995, PhD Thesis, University of Cambridge
- Cid Fernandes, R., Terlevich, R. 1995, MNRAS v 272-2 p 423-431
- Cid Fernandes, R. 1997, Rev. Mex. Astron. Astrof., Conf. Series, 4, 210
- Cid Fernandes, R., Aretxaga, I. & Terlevich, R. 1996, MNRAS, 282, 1191
- Cid Fernandes, R., Terlevich, R. & Aretxaga I. 1997, MNRAS, 289, 318-326
- Cristiani, S., Vio, R., Andreani, P. 1990, AJ, 100, 56
- Cristiani, S., Trentini, S., La Franca, F., Aretxaga, I., Andreani, P. Vio, R., Gemmo, A. 1996, A&A, 306, 395
- Edelson, R. A., Krolik, J. H., Pike, G. F. 1990, ApJ, 359, 86
- Fabian, A. C. 1979, Proc. R. Soc. London, 366:449-59
- Fillipenko, A.V. 1989a, "Active Galactic Nuclei", Kluwer Publishers, p. 495
- Fillipenko, A.V. 1989b, AJ 97, 726
- Francis, P. 1996, PASA 13, 212
- Garcia, A., Sodré, L., Jablonski, F. J. & Terlevich, R. 1999, MNRAS, 309, 803
- Giveon, U., Maoz, D., Kaspi, S., Netzer, H., Smith, P. 1999, MNRAS, 306, 637
- Haardt, F., Maraschi, L., Ghisellini, G. 1994, ApJ, 432, L95
- Hawkins, M.R.S. 1996, MNRAS 278, 787-807
- Heckman, T.M., Armus, L., Miley, G.K. 1991, ApJ Supp 74, 833
- Ho, L., Filippenko, A.V., Sargent, W.L.W. 1994, "Multi-Wavelength Continuum Emission of AGN (Kluwer Academic Publishers: Dordrecht), p.275
- Hook, I. M., McMahon, R. G., Boyle, B. J., Irwin, M. J. 1994, MNRAS, 268, 305
- Hoyle, F., Fowler, W.A. 1963, MNRAS 165, 129
- Kawagushi, T., Mineshige, S., Umemura, M., Turner, E. L. 1998, ApJ, 504, 671
- Korista K., *et al.* 1995, ApJS 97, 285
- Kreyszig, E. 1970, "Introductory Mathematical Statistics", Ed. John Wiley & Sons, Inc.
- Krolik, J.H. 1998, ApJ 498 p L13
- Lawrence, A., Elvis, M. 1982 Apj 256, 410
- Lyutyi V.M. 1972, SvA, 16, 763
- Lyutyi V.M., Oknyanskii V.L., 1987, SvA 31, 245
- Malkan M.A., Sargent W.L.W. 1982, ApJ 254, 22
- Miller, J.S., Goodrich, R.W. 1990, ApJ 355, 456
- Miller, J.S., Goodrich, R.W., Mathews, W.G. 1991 ApJ, 378, 47
- Mineshige & Shields, G. 1990, ApJ, 351, 47

- Netzer, H., Sheffer, Y. 1983, MNRAS, 203, 935
- Netzer, H. *et al.* 1996, MNRAS, 279, 429
- Osterbrock, D.E. 1989 *Astrophysics of Gaseous Nebulae and AGNs* (University Science Books: Mill Valley)
- Paltani S., Courvoisier, T.J.L. 1994, A & A 291, 74
- Paltani, S., Courvoisier, T.J.-L., Walter, R. 1998, A&A, 340, 47
- Papoulis, A. 1965, "Probability, random variables, and stochastic process", (McGraw-Hill)
- Peterson, B. M. 1993, PASP, 105, 247
- Peterson, B.M. 1997, "An Introduction to Active Galactic Nuclei", Cambridge University Press
- Pica, A. J., Smith, A. G. 1983, ApJ, 272, 11
- Pogge, R.W. 1988a ApJ 328, 519
- Pogge, R.W. 1988b ApJ 332, 702
- Pogge, R.W. 1989 ApJ 345, 730
- Rees, M.J. 1984 , Annu. Rev. Astron. Astrophys., vol 22, p. 471
- Schmidt, M. 1963, Nature 197, 1040
- Schmidt, M., Green, R. E. 1983, ApJ 269, 352
- Simonetti, J. H., Cordes, J. M., Heeschen, D. S. 1985, ApJ, 296, 46
- Tadhunter, C., Tsvetanov, Z. 1989, Nature 341, 422
- Terlevich, R., Tenorio-Tagle, G., Franco, J., Melnick, J. 1992, MNRAS 255, 713
- Terlevich, R., Tenorio-Tagle, G., Rózycka M., Franco J., Melnick J. 1995, MNRAS 272, 198
- Trevese, D., Pitella, G., Kron, R.G., Koo, D.C., Bershad, M. 1989, AJ 98, 108
- Ulrich, M.H., Maraschi, L., Urry, C.M. 1997, Annu. Rev. Astron. Astrophys. 35, 445-502
- Ward, M., Wilson, A.S., Penston, M.V., Elvis, M., Maccacaro, T., Tritton, K.P. 1978, ApJ 223, 788
- Wilson, A.S. 1992 "Physics of Active Galactic Nuclei", Ed. Springer Verlag

Apêndice A

Cálculos da Skewness e Kurtosis

Aqui são apresentados em detalhe os cálculos que levaram a determinação dos índices $\overline{L^3}$ e $\overline{L^4}$, ambos necessários para obter-se a expressão final da skewness e da kurtosis.

A.1 Skewness

A skewness é definida por

$$\gamma = \frac{1}{\sigma^3} (\overline{L^3} - 3\overline{L} \overline{L^2} + 2\overline{L}^3) \quad (\text{A.1})$$

que se abre em

$$\gamma = \frac{1}{\sigma^3} (\overline{L^3} - 3\overline{L} \overline{L^2} + 2\overline{L}^3) \quad (\text{A.2})$$

onde já são conhecidos σ , \overline{L} e $\overline{L^2}$. Precisamos calcular o termo $\overline{L^3}$. Ele pode ser escrito como:

$$\overline{L^3} = \int \dots \int \left(\sum_{i=1}^N l_i \sum_{j=1}^N l_j \sum_{k=1}^N l_k \right) p(t_1, \dots, t_N, N) dt_1 \dots dt_N \dots dN \quad (\text{A.3})$$

onde

$$\begin{aligned} l_i &\equiv l(t - t_i) \\ l_j &\equiv l(t - t_j) \\ l_k &\equiv l(t - t_k) \end{aligned}$$

O somatório a ser feito em i , j e k admite as seguintes variações :

$$1) \sum_{i=j=k}^N \quad 2) \sum_{(i=j) \neq k}^N \quad 3) \sum_{(i=k) \neq j}^N \quad 4) \sum_{(k=j) \neq i}^N \quad 5) \sum_{i \neq j \neq k}^N$$

Caso 1:

$$\begin{aligned}
\overline{\sum_{i=1}^N l_i^3} &= \int \dots \int \sum_{i=1}^N l_i^3 p(t_1, \dots, t_N, N) dt_1 \dots dt_N \dots dN \\
\overline{\sum_{i=1}^N l_i^3} &= \int \dots \int \sum_{i=1}^N \underbrace{\int_{-T}^T p(t_1) dt_1}_{=1} \dots \underbrace{\int_{-T}^T p(t_N) dt_N}_{=1} \int \underbrace{l_i^3 p(t_i) dt_i}_{=1/2T} p(N) dN \\
\overline{\sum_{i=1}^N l_i^3} &= \frac{1}{2T} \int \sum_{i=1}^N \int_{-T}^T l_i^3 dt_i p(N) dN \\
&= \xi_3 \frac{1}{2T} \int \sum_{i=1}^N p(N) dN \\
&= \xi_3 \frac{1}{2T} \int N p(N) dN \\
&= \xi_3 \frac{1}{2T} \overline{N} \\
\overline{\sum_{i=1}^N l_i^3} &= \xi_3 \nu \tag{A.4}
\end{aligned}$$

Casos 2, 3 e 4:

$$\begin{aligned}
\overline{\sum_{i=1}^N \sum_{j=i}^N \sum_{k \neq i, j}^N l_i l_j l_k} &= \overline{\sum_{i=1}^N l_i^2 \sum_{k \neq i}^N l_k} \\
\overline{\sum_{i=1}^N l_i^2 \sum_{k \neq i}^N l_k} &= \int_{-T}^T \dots \int_{-T}^T \sum_{i=1}^N l_i^2 \sum_{k \neq i}^N l_k p(t_1, \dots, t_N, N) dt_1 \dots dt_N \dots dN \\
&= \int_{-T}^T \dots \int_{-T}^T \sum_{i=1}^N \sum_{k \neq i}^N \underbrace{l_i^2 p(t_i) dt_i}_{=1/2T} \underbrace{l_k p(t_k) dt_k}_{=1/2T} p(N) dN \\
\overline{\sum_{i=1}^N l_i^2 \sum_{k \neq i}^N l_k} &= \frac{1}{(2T)^2} \int \sum_{i=1}^N \sum_{k \neq i}^N \underbrace{\int_{-T}^T l_i^2 dt_i}_{=\xi_2} \underbrace{\int_{-T}^T l_k dt_k}_{=E} p(N) dN \\
&= E \xi_2 \frac{1}{(2T)^2} \int \sum_{i=1}^N \sum_{k \neq i}^N p(N) dN \\
&= E \xi_2 \frac{1}{(2T)^2} \int N(N-1) p(N) dN \\
&= E \xi_2 \frac{1}{(2T)^2} \int (N^2 - N) p(N) dN \\
&= E \xi_2 \frac{1}{(2T)^2} (\overline{N^2} - \overline{N})
\end{aligned}$$

mas $\overline{N^2} - \overline{N}^2 = \overline{N}$ (ver seção A.3) então

$$\overline{\sum_{i=1}^N l_i^2 \sum_{k \neq i}^N l_k} = E \xi_2 \frac{\overline{N}^2}{(2T)^2}$$

e finalmente

$$\overline{\sum_{i=1}^N l_i^2 \sum_{k \neq i}^N l_k} = E \xi_2 \nu^2 \quad (\text{A.5})$$

esse termo será multiplicado por 3 no final do cálculo.

Caso 5:

$$\overline{\sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \sum_{k \neq j, i}^N l_i l_j l_k} = \int \dots \int_{-T}^T \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \sum_{k \neq j, i}^N l_i l_j l_k p(t_1, \dots, t_N, N) dt_1 \dots dt_N \dots dN$$

$$\overline{\sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \sum_{k \neq j, i}^N l_i l_j l_k} = \int \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \sum_{k \neq j, i}^N \int_{-T}^T l_i p(t_i) dt_i \int_{-T}^T L_j p(t_j) dt_j \int_{-T}^T L_k p(t_k) dt_k p(N) dN$$

fazendo-se as mesmas considerações do caso anterior, chega-se em

$$\begin{aligned} \overline{\sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \sum_{k \neq j, i}^N l_i l_j l_k} &= E^3 \frac{1}{(2T)^3} \int \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \sum_{k \neq j, i}^N p(N) dN \\ &= \frac{E^3}{(2T)^3} \int N(N-1)(N-2) p(N) dN \\ &= \frac{E^3}{(2T)^3} \int (N^3 - 2N^2 - N^2 + 2N) p(N) dN \\ &= \frac{E^3}{(2T)^3} (\overline{N^3} - 3\overline{N^2} + 2\overline{N}) \end{aligned}$$

sabendo que $\overline{N} = \overline{N^2} - \overline{N}^2$ e que $\overline{N^3} = \overline{N} + 3\overline{N^2} + \overline{N}^3$ (ver seção A.3, equações A.23 e A.25), chega-se em

$$\begin{aligned} \overline{\sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \sum_{k \neq j, i}^N l_i l_j l_k} &= E^3 \frac{(\overline{N} + 3\overline{N^2} + \overline{N}^3 - 3\overline{N^2} + 2\overline{N})}{(2T)^3} \\ &= E^3 \frac{[\overline{N^3} - 3(\overline{N^2} - \overline{N}^2) + 3\overline{N}]}{(2T)^3} \\ &= E^3 \frac{(\overline{N^3} - 3\overline{N} + 3\overline{N})}{(2T)^3} \\ &= E^3 \frac{\overline{N^3}}{(2T)^3} \end{aligned}$$

finalmente

$$\overline{\sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \sum_{k \neq j, i}^N l_i l_j l_k} = E^3 \nu^3 \quad (\text{A.6})$$

Substituindo os resultados encontrados aqui (eq. A.4, A.5 e A.6) na equação 2.21 tem-se:

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{\sigma^3} [\xi_3 \nu + 3\xi_2 E \nu^2 + E^3 \nu^3 - 3E \nu (\xi_2 \nu + E^2 \nu^2) + 2E^3 \nu^3] \\ &= \frac{1}{\sigma^3} (\xi_3 \nu + 3\xi_3 E \nu^2 - 3\xi_2 E \nu^2 + E^3 \nu^3 - E^3 \nu^3) \end{aligned}$$

o resultado final é

$$\gamma = \frac{1}{\sigma^3} \xi_3 \nu \quad (\text{A.7})$$

Utilizando-se a definição de Cid Fernandes (1995), $\tau = E^2/\xi_2$, e substituindo-se o valor encontrado para a variância (equação 2.16) obtém-se:

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\xi_3}{\xi_2^{3/2} \nu^{1/2}} \\ &= \frac{\xi_3 \tau^{3/2} \tau^{1/2}}{E^3 \nu^{1/2} \tau^{1/2}} \end{aligned}$$

$$\gamma = \frac{\xi_3 \tau^2}{E^3} \frac{1}{(\nu \tau)^{1/2}} \quad (\text{A.8})$$

que é a equação final para a skewness, onde $\xi_3 \tau^2/E^3$ é o fator de forma ϕ_γ .

A.2 Kurtosis

É definida por

$$\kappa = \frac{\overline{(L - \bar{L})^4}}{\sigma^4} = \frac{1}{\sigma^4} (\overline{L^4} - 4\bar{L}^3 \bar{L} + 6\bar{L}^2 \bar{L}^2 - 3\bar{L}^4) \quad (\text{A.9})$$

Para o cálculo da kurtosis é necessário calcular o termo $\overline{L^4}$, que pode ser escrito como:

$$\overline{L^4} = \int \dots \int \left(\sum_{i=1}^N l_i \sum_{j=1}^N l_j \sum_{k=1}^N l_k \sum_{l=1}^N l_l \right) p(t_1, \dots, t_N, N) dt_1 \dots dt_N \dots dN \quad (\text{A.10})$$

onde

$$\begin{aligned}
l_i &\equiv l(t - t_i) \\
l_j &\equiv l(t - t_j) \\
l_k &\equiv l(t - t_k) \\
l_l &\equiv l(t - t_l)
\end{aligned}$$

O somatório a ser feito em i, j, k e l admite as seguintes variações :

$$1) \sum_{i=j=k=l}^N \quad 2) \sum_{(i=j) \neq (k=l)}^N \quad 3) \sum_{(i=j) \neq (k \neq l)}^N \quad 4) \sum_{(i=j=k) \neq l}^N \quad 5) \sum_{i \neq j \neq k \neq l}^N$$

Caso 1, todos iguais:

$$\overline{\sum_{i=1}^N l_i^4} = \int \int_{-\tau}^{\tau} \sum_{i=1}^N l_i^4 p(t_1, \dots, t_N, N) dt_1 \dots dt_N \dots dN$$

$$\begin{aligned}
\overline{\sum_{i=1}^N l_i^4} &= \int \sum_{i=1}^N \int_{-\tau}^{\tau} l_i^4 p(t_i) dt_i p(N) dN \\
&= \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} l_i^4 dt_i \int \sum_{i=1}^N p(N) dN \\
&= \xi_4 \frac{1}{2\tau} \int N p(N) dN \\
&= \xi_4 \frac{\overline{N}}{2\tau}
\end{aligned}$$

por fim,

$$\overline{\sum_{i=1}^N l_i^4} = \xi_4 \nu \tag{A.11}$$

Caso 2, $(i = j) \neq (k = l)$:

$$\begin{aligned}
\overline{\sum_{i=1}^N l_i^2 \sum_{j \neq i}^N l_j^2} &= \int \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \int_{-\tau}^{\tau} l_i^2 l_j^2 p(t_1, \dots, t_N, N) dt_1 \dots dt_N \dots dN \\
&= \int \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \int_{-\tau}^{\tau} l_i^2 p(t_i) dt_i \int_{-\tau}^{\tau} l_j^2 p(t_j) dt_j p(N) d(N) \\
&= \xi_2^2 \frac{1}{(2\tau)^2} \int \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N-1} p(N) dN \\
&= \xi_2^2 \frac{1}{(2\tau)^2} \int N(N-1) p(N) dN \\
&= \xi_2^2 \frac{1}{(2\tau)^2} (\overline{N^2} - \overline{N})
\end{aligned}$$

mas $\overline{N^2} - \overline{N}^2 = \overline{N}$, então

$$\overline{\sum_{i=1}^N l_i^2 \sum_{j \neq i}^N l_j^2} = \xi_2^2 \nu^2 \quad (\text{A.12})$$

Esse termo deve ser multiplicado por 3, que é o número de combinações possíveis entre i , j , k e l para esse caso.

Caso 3, $(i = j) \neq (k \neq l)$:

$$\begin{aligned} \overline{\sum_{i=1}^N l_i^2 \sum_{j \neq i, k}^N l_j \sum_{k \neq i, j}^N l_k} &= \int \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=1}^{N-2} \int_{-\tau}^{\tau} \int l_i^2 l_j l_k p(t_1, \dots, t_N, N) dt_1 \dots dt_N \dots dN \\ &= \int \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=1}^{N-2} \int_{-\tau}^{\tau} l_i^2 p(t_i) dt_i \int_{-\tau}^{\tau} l_j p(t_j) dt_j \int_{-\tau}^{\tau} l_k p(t_k) dt_k p(N) dN \\ &= E^2 \xi_2 \frac{1}{(2\tau)^3} \int \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=1}^{N-2} N(N-1)(N-2) p(N) dN \\ &= E^2 \xi_2 \frac{1}{(2\tau)^3} \int (N^3 - 3N^2 + 2N) p(N) dN \\ &= E^2 \xi_2 \frac{1}{(2\tau)^3} (\overline{N^3} - 3\overline{N^2} + 2\overline{N}) \\ &= E^2 \xi_2 \frac{\overline{N}^3}{(2\tau)^3} \end{aligned}$$

$$\overline{\sum_{i=1}^N l_i^2 \sum_{j \neq i, k}^N l_j \sum_{k \neq i, j}^N l_k} = E^2 \xi_2 \nu^3 \quad (\text{A.13})$$

Esse resultado deve ser multiplicado por 6.

Caso 4, $(i = j = k) \neq l$.

$$\begin{aligned} \overline{\sum_{i=1}^N l_i^3 \sum_{j \neq i}^N l_j} &= \int \int_{-\tau}^{\tau} \sum_{i=1}^N l_i^3 \sum_{j \neq i}^N l_j p(t_1, \dots, t_N, N) dt_1 \dots dt_N \dots dN \\ &= \int \sum_{i=1}^N l_i^3 \sum_{j \neq i}^N l_j \int_{-\tau}^{\tau} l_i^3 p(t_i) dt_i \int_{-\tau}^{\tau} l_j p(t_j) dt_j p(N) dN \\ &= \frac{1}{(2\tau)^2} \int \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N-1} \int_{-\tau}^{\tau} l_i^3 dt_i \int_{-\tau}^{\tau} l_j dt_j p(N) dN \\ &= E \xi_3 \frac{1}{(2\tau)^2} \int N(N-1) p(N) dN \\ &= E \xi_3 \frac{1}{(2\tau)^2} (\overline{N^2} - \overline{N}) \\ &= E \xi_3 \frac{\overline{N}^2}{(2\tau)^2} \end{aligned}$$

$$\overline{\sum_{i=1}^N l_i^3 \sum_{j \neq i}^N l_j} = E\xi_3 \nu^2 \quad (\text{A.14})$$

Esse termo deve ser multiplicado por 4.

Caso 5, todos índices diferentes entre si, $i \neq j \neq k \neq l$.

$$\begin{aligned} \overline{\sum_{i=1}^N l_i \sum_{j \neq i}^N l_j \sum_{k \neq i,j}^N l_k \sum_{l \neq i,j,k}^N l_l} &= \int \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=1}^{N-2} \sum_{l=1}^{N-3} \int_{-\tau}^{\tau} l_i l_j l_k l_l p(t_1, \dots, t_N, N) dt_1 \dots dt_N \dots dN \\ &= \int \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=1}^{N-2} \sum_{l=1}^{N-3} \int_{-\tau}^{\tau} l_i p(t_i) dt_i \int_{-\tau}^{\tau} l_j p(t_j) dt_j \int_{-\tau}^{\tau} l_k p(t_k) dt_k \int_{-\tau}^{\tau} l_l p(t_l) dt_l p(N) dN \\ &= \frac{1}{(2\tau)^4} \int \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=1}^{N-2} \sum_{l=1}^{N-3} \int_{-\tau}^{\tau} l_i dt_i \int_{-\tau}^{\tau} l_j dt_j \int_{-\tau}^{\tau} l_k dt_k \int_{-\tau}^{\tau} l_l dt_l p(N) dN \\ &= E^4 \frac{1}{(2\tau)^4} \int \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=1}^{N-2} \sum_{l=1}^{N-3} p(N) dN \\ &= E^4 \frac{1}{(2\tau)^4} \int N(N-1)(N-2)(N-3) p(N) d(N) \\ &= E^4 \frac{1}{(2\tau)^4} \int (N^4 - 6N^3 + 11N^2 - 6N) p(N) dN \\ &= E^4 \frac{1}{(2\tau)^4} (\overline{N^4} - 6\overline{N^3} + 11\overline{N^2} - 6\overline{N}) \end{aligned}$$

mas, substituindo-se o valor encontrado para $\overline{N^4}$ (equação A.26) em $\overline{N^4} - 6\overline{N^3} + 11\overline{N^2} - 6\overline{N}$, esse último termo reduz-se a $\overline{N^4}$, então

$$\overline{\sum_{i=1}^N l_i \sum_{j \neq i}^N l_j \sum_{k \neq i,j}^N l_k \sum_{l \neq i,j,k}^N l_l} = E^4 \frac{\overline{N^4}}{(2\tau)^4}$$

$$\overline{\sum_{i=1}^N l_i \sum_{j \neq i}^N l_j \sum_{k \neq i,j}^N l_k \sum_{l \neq i,j,k}^N l_l} = E^4 \nu^4 \quad (\text{A.15})$$

Note que nesses cálculos não foi introduzido nenhum tipo de erro

Substituindo-se os termos encontrados (equações A.11, A.12, A.13, A.14 e A.15) na expressão da kurtosis (eq. 2.25) obtém-se:

$$\begin{aligned} \kappa = \frac{1}{\sigma^4} [&(\xi_4 \nu + E^4 \nu^4 + 3\xi_2^2 \nu^2 + 6E^2 \xi_2 \nu^3 + 4\xi_3 E \nu^2) - 4(E\nu)(\xi_3 \nu + 3\xi_2 E \nu^2 + E^3 \nu^3) \\ &+ 6(\xi_2 \nu + E^2 \nu^2)(E^2 \nu^2) - 3E^4 \nu^4] \end{aligned}$$

substituindo-se o valor encontrado para σ^2 (equação 2.16), e fazendo-se as devidas simplificações

$$\kappa = \frac{1}{(\xi_2\nu)^2}\xi_4\nu + 3\xi_2^2\nu^2$$

Utilizando-se a definição de τ , e procedendo-se de modo semelhante ao utilizado para se obter a equação A.8 chega-se em

$$\kappa = \frac{\xi_4\tau^3}{E^4} \frac{1}{\nu\tau} + 3 \quad (\text{A.16})$$

onde $\xi_4\tau^3/E^4$ é o fator de forma ϕ_κ .

A.3 Função Geradora de Momentos

A função geradora de momentos é definida como:

$$G(t) = e^{-\mu} e^{\mu e^t} \quad (\text{A.17})$$

onde $\mu = E(X) = \bar{X}$ e X é uma variável discreta aleatória. Suas quatro primeiras derivadas em relação a t são:

$$G'(t) = \mu e^t G(t) \quad (\text{A.18})$$

$$G''(t) = \mu e^t [G(t) + G'(t)] \quad (\text{A.19})$$

$$G'''(t) = \mu e^t [G(t) + 2G'(t) + G''(t)] \quad (\text{A.20})$$

$$G''''(t) = \mu e^t [G(t) + 3G'(t) + 3G''(t) + G'''(t)] \quad (\text{A.21})$$

Por definição :

$$E(X^k) = G^{(k)}(0) \quad (\text{A.22})$$

e

$$G(0) = 1$$

onde k corresponde à ordem do momento para X e ao grau da derivada para G . Assim, quando $k = 1$ obtém-se a média de uma distribuição :

$$E(X) = G'(0)$$

O valor de $G'(0)$ é facilmente obtido através da equação A.18:

$$G'(0) = \mu e^0 G(0)$$

$$G'(0) = \mu = \bar{X}$$

Se $k = 2$

$$E(X^2) = (\bar{X}^2) = G''(0)$$

$$\begin{aligned}
G''(0) &= \mu e^0[G(0) + G'(0)] \\
&= \mu(1 + \mu) \\
&= \mu + \mu^2 \\
&= \bar{X} + \bar{X}^2
\end{aligned}$$

como $G''(0) = \bar{X}^2$

$$\bar{X}^2 = \bar{X} + \bar{X}^2 \quad (\text{A.23})$$

Sabe-se que a variância $\sigma^2 = \bar{X}^2 - \bar{X}^2$, então, de acordo com o que foi provado acima

$$\sigma^2 = \bar{X} \quad (\text{A.24})$$

Desse modo para saber-se qual o termo correspondente a \bar{X}^3 , é só calcular $G'''(0)$:

$$\begin{aligned}
G'''(0) &= \mu e^0[G(0) + 2G'(0) + G''(0)] \\
&= \mu(1 + 2\mu + \mu + \mu^2) \\
&= \mu + 2\mu^2 + \mu^2 + \mu^3 \\
&= \mu + 3\mu^2 + \mu^3
\end{aligned}$$

assim

$$\bar{X}^3 = \bar{X} + 3\bar{X}^2 + \bar{X}^3 \quad (\text{A.25})$$

Enfim, para o termo \bar{X}^4 precisa-se de $G''''(0)$:

$$\begin{aligned}
G''''(0) &= \bar{X} e^0[G(0) + 3G'(0) + 3G''(0) + G'''(0)] \\
&= \bar{X}[1 + 3\bar{X} + 3\bar{X}^2 + \bar{X}^3]
\end{aligned}$$

então

$$\bar{X}^4 = \bar{X} + 3\bar{X}^2 + 3\bar{X}\bar{X}^2 + \bar{X}\bar{X}^3 \quad (\text{A.26})$$

As equações A.23, A.25 e A.26 foram utilizadas para que se encontrassem as expressões finais para a skewness para a kurtosis.

Referências mais completas à função geradora de momentos podem ser obtidas em Kreyszig, 1970.