

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

UM ESTUDO SOBRE OS PROCEDIMENTOS DE CALIBRAÇÃO
DE ALGUNS MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO DE VIAGENS

EDSON TADEU BEZ

Dissertação submetida à Universidade Federal de
Santa Catarina para obtenção do grau de Mestre
em Engenharia de Produção.

Orientadora: Prof^a Mirian Buss Gonçalves, Dr^a

FLORIANÓPOLIS/SC
JULHO - 2000

EDSON TADEU BEZ

**UM ESTUDO SOBRE OS PROCEDIMENTOS DE CALIBRAÇÃO DE
ALGUNS MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO DE VIAGENS**

Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina.

Prof. Ricardo Miranda Barcia, Ph.D.

Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

Banca examinadora:

Orientadora: _____

Prof^ª Mirian Buss Gonçalves, Dr^ª

Prof^ª Lourdes Maria Werle de Almeida, Dr^ª

Prof. João Carlos Souza, Dr.

Prof^ª Joana Benedita de Oliveira Quandt, Dr^ª

À meus pais pelo apoio incondicional.

Às minhas queridas Anita e Gabriela pelo incentivo, carinho e compreensão que me dedicaram, principalmente, nos períodos em que estive ausente para dedicação aos estudos.

AGRADECIMENTOS

À Deus pela chance de viver.

À Prof^ª Liene Campos (Tia Lili) pelo grande auxílio.

À toda minha família, que sempre acreditou em mim.

À minha excelente orientadora Mírian Buss Gonçalves pelos ensinamentos e apoio constante durante a realização deste trabalho.

Ao Grupo de Transportes, cujos seminários enriqueceram meus conhecimentos.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	008
LISTA DE GRÁFICOS	010
LISTA DE TABELAS	012
RESUMO	014
ABSTRACT	015
1 INTRODUÇÃO	016
2 MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO DE VIAGENS	020
2.1 Introdução	020
2.2 Modelos Gravitacionais	023
2.2.1 Conceção	023
2.2.2 Dedução	027
2.3 Modelos de Oportunidades Intervenientes	033
2.3.1 Conceção	033
2.3.2 Dedução	034
2.4 Modelos Gravitacionais – de Oportunidades	038
2.4.1 Conceção	038
2.4.2 Dedução	041
3 MEDIDAS DE AJUSTE	048
3.1 Introdução	048
3.2 Estatística Máxima Verossimilhança	049
3.2.1 Aplicação ao modelo gravitacional	050
3.2.2 Aplicação ao modelo gravitacional – de oportunidades	056

3.3	Soma Média dos Erros Quadrados	056
3.4	Estatística Phi-Normalizada	057
3.5	Outras Estatísticas	058
3.5.1	Índice de Dissimilaridade.....	058
3.5.2	Erro Médio Absoluto Normalizado.....	059
3.5.3	Root Mean Square Error.....	059
3.5.4	Erro Quiquadrado.....	060
4	MÉTODOS NUMÉRICOS UTILIZADOS NA CALIBRAÇÃO	062
4.1	Introdução	062
4.2	Método das Secantes	063
4.3	Busca de Fibonacci	066
4.4	Método do Gradiente	072
4.5	Método do Gradiente com Perturbações Aleatórias	073
4.6	Método de Furness	077
5	TESTES NUMÉRICOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS	079
5.1	Descrição do conjunto de dados	079
5.2	Programas implementados	082
5.3	Resultados obtidos e análise	086
5.3.1	Modelo Gravitacional Entrópico.....	086
5.3.1.1	Duplamente Restrito.....	086
5.3.1.2	Simplesmente Restrito com Restrição de Origem.....	096
5.3.1.3	Simplesmente Restrito com Restrição de Origem, considerando a atratividade.....	105
5.3.2	Modelo Gravitacional – de Oportunidades.....	114
5.3.2.1	Duplamente Restrito.....	114
5.3.2.2	Simplesmente Restrito com Restrição de Origem.....	124

5.3.2.3 Simplesmente Restrito com Restrição de Origem, considerando a atratividade.....	133
6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....	144
6.1 Conclusões.....	144
6.2 Sugestões.....	146
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	147
BIBLIOGRAFIAS CONSULTADAS.....	150

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -	Matriz de viagens	020
Figura 2 -	Fluxograma do Método das Secantes.....	065
Figura 3 -	Evolução do Método de Fibonacci para $N=6$	067
Figura 4 -	Fluxograma do Método da Busca de Fibonacci.....	071
Figura 5 -	Fluxograma Método do Gradiente com Perturbações Aleatórias.....	076
Figura 6 -	Fluxograma do Método de Furness.....	078
Figura 7 -	Matriz de Viagens Observadas.....	080
Figura 8 -	Matriz de Distribuição Espacial (tempo de viagem).....	081
Figura 9 -	Matriz de Oportunidades Intervenientes.....	081
Figura 10 -	Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Máxima Verossimilhança).....	091
Figura 11 -	Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Phi-normalizada).....	092
Figura 12 -	Matriz de Origem-Destino Estimada (critério soma média dos erros quadrados).....	093
Figura 13 -	Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Máxima Verossimilhança).....	100
Figura 14 -	Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Phi-normalizada).....	101
Figura 15 -	Matriz de Origem-Destino Estimada (critério soma média dos erros quadrados).....	102
Figura 16 -	Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Máxima Verossimilhança).....	109

Figura 17 -	Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Phi-normalizada).....	110
Figura 18 -	Matriz de Origem-Destino Estimada (critério soma média dos erros quadrados).....	111
Figura 19 -	Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Máxima Verossimilhança).....	119
Figura 20 -	Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Phi-normalizada).....	120
Figura 21 -	Matriz de Origem-Destino Estimada (critério soma média dos erros quadrados).....	121
Figura 22 -	Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Máxima Verossimilhança).....	128
Figura 23 -	Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Phi-normalizada).....	129
Figura 24 -	Matriz de Origem-Destino Estimada (critério soma média dos erros quadrados).....	130
Figura 25 -	Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Máxima Verossimilhança).....	137
Figura 26 -	Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Phi-normalizada).....	138
Figura 27 -	Matriz de Origem-Destino Estimada (critério soma média dos erros quadrados).....	139

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 -	Critério da máxima verossimilhança.....	087
Gráfico 2 -	Critério da estatística Phi-normalizada.....	088
Gráfico 3 -	Critério da soma média dos erros quadrados.....	089
Gráfico 4 -	Distribuição de frequências (Modelo Gravitacional Duplamente Restrito)	093
Gráfico 5 -	Critério da máxima verossimilhança.....	096
Gráfico 6 -	Critério da estatística Phi-normalizada.....	097
Gráfico 7 -	Critério da soma média dos erros quadrados.....	098
Gráfico 8 -	Distribuição de frequências (Modelo Gravitacional Simplesmente Restrito c/ restrição de origem).....	102
Gráfico 9 -	Critério da máxima verossimilhança.....	105
Gráfico 10 -	Critério da estatística Phi-normalizada.....	106
Gráfico 11 -	Critério da soma média dos erros quadrados.....	107
Gráfico 12 -	Distribuição de frequências (Modelo Gravitacional Simplesmente Restrito c/ restrição de origem, considerando a atratividade)	111
Gráfico 13 -	Critério da máxima verossimilhança.....	115
Gráfico 14 -	Critério da estatística Phi-normalizada.....	116
Gráfico 15 -	Critério da soma média dos erros quadrados.....	117
Gráfico 16 -	Distribuição de frequências (Modelo Gravitacional – de Oportunidades Duplamente Restrito)	121
Gráfico 17 -	Critério da máxima verossimilhança.....	124

Gráfico 18 -	Critério da estatística Phi-normalizada.....	125
Gráfico 19 -	Critério da soma média dos erros quadrados.....	126
Gráfico 20 -	Distribuição de frequências (Modelo Gravitacional – de Oportunidades Simplesmente Restrito c/ restrição de origem)	130
Gráfico 21 -	Critério da máxima verossimilhança.....	133
Gráfico 22 -	Critério da estatística Phi-normalizada.....	134
Gráfico 23 -	Critério da soma média dos erros quadrados.....	135
Gráfico 24 -	Distribuição de frequências (Modelo Grav. – de Oport. Simp. Restrito c/ restrição de origem, cons. a atratividade).....	139

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -	Parâmetro de impedância \mathbf{b}	090
Tabela 2 -	Fatores de Balanceamento $A_i^{'s}$ e $B_j^{'s}$	090
Tabela 3 -	Fatores de Balanceamento $A_i^{'s}$ e $B_j^{'s}$	091
Tabela 4 -	Fatores de Balanceamento $A_i^{'s}$ e $B_j^{'s}$	092
Tabela 5 -	Valores obtidos nas estatísticas.....	094
Tabela 6 -	Parâmetro de impedância \mathbf{b}	099
Tabela 7 -	Fatores de Balanceamento $A_i^{'s}$	099
Tabela 8 -	Fatores de Balanceamento $A_i^{'s}$	100
Tabela 9 -	Fatores de Balanceamento $A_i^{'s}$	101
Tabela 10 -	Valores obtidos nas estatísticas.....	103
Tabela 11 -	Parâmetro de impedância \mathbf{b}	108
Tabela 12 -	Fatores de Balanceamento $A_i^{'s}$	108
Tabela 13 -	Fatores de Balanceamento $A_i^{'s}$	109
Tabela 14 -	Fatores de Balanceamento $A_i^{'s}$	110
Tabela 15 -	Valores obtidos nas estatísticas.....	112
Tabela 16 -	Parâmetro de impedância \mathbf{b} e \mathbf{I}	118
Tabela 17 -	Fatores de Balanceamento $A_i^{'s}$ e $B_j^{'s}$	118
Tabela 18 -	Fatores de Balanceamento $A_i^{'s}$ e $B_j^{'s}$	119
Tabela 19 -	Fatores de Balanceamento $A_i^{'s}$ e $B_j^{'s}$	120
Tabela 20 -	Valores obtidos nas estatísticas.....	122
Tabela 21 -	Parâmetro de impedância \mathbf{b} e \mathbf{I}	127

Tabela 22 -	Fatores de Balanceamento $A_i^{i's}$	127
Tabela 23 -	Fatores de Balanceamento $A_i^{i's}$	128
Tabela 24 -	Fatores de Balanceamento $A_i^{i's}$	129
Tabela 25 -	Valores obtidos nas estatísticas.....	131
Tabela 26 -	Parâmetro de impedância b e I	136
Tabela 27 -	Fatores de Balanceamento $A_i^{i's}$	136
Tabela 28 -	Fatores de Balanceamento $A_i^{i's}$	137
Tabela 29 -	Fatores de Balanceamento $A_i^{i's}$	138
Tabela 30 -	Valores obtidos nas estatísticas.....	140
Tabela 31 -	Tabela geral dos valores obtidos nas estatísticas para os casos do modelo gravitacional entrópico.....	142
Tabela 32 -	Tabela geral dos valores obtidos nas estatísticas para os casos do modelo gravitacional – de oportunidades.....	143

RESUMO

O objetivo deste estudo é apresentar algumas medidas de ajuste usadas como critérios de calibração de modelos de distribuição de viagens. Estes critérios são aplicados à modelos gravitacionais entrópicos e gravitacionais – de oportunidades. Métodos numéricos distintos são aplicados, de acordo com o critério de calibração e o comportamento da função determinada pelo modelo. Todos os testes numéricos realizados apresentam-se seguidos de uma avaliação criteriosa sobre cada um dos modelos estudados. Medidas estatísticas apropriadas são utilizadas na avaliação dos modelos de distribuição de viagens, verificando-se o desempenho de cada um deles na aplicação dos diferentes critérios estudados. Sugere-se o critério da máxima verossimilhança como a melhor alternativa para a calibração dos modelos.

ABSTRACT

The purpose of this research is to introduce some adjustment measures used as calibration criteria of trip distribution models. These criteria are applied to the gravitational entropy and gravitational – opportunities models. Distinct numerical methods are applied according to the calibration criterion and the behavior of a function determined by the model. All the numerical tests are carried out considering a discerning evaluation about each one of the studied models. Appropriate statistical measures are applied during the evaluation of the trip distribution models to observe the performance of each one of the models when different studied criteria are applied. As a better alternative to calibrate the models it is suggested the maximum likelihood criterion.

1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas um número considerável de pesquisas estão sendo realizadas a fim de estudar um dos maiores problemas no processo de planejamento de transportes. Este está relacionado à estimativa do número de viagens entre zonas de tráfego, inseridas numa determinada área de estudo.

Alguns modelos matemáticos, ao longo dos anos, têm sido desenvolvidos e aperfeiçoados, com o intuito de uma melhoria no que se refere a precisão destas estimativas de viagens. Entre eles, podemos citar o modelo gravitacional (WILSON,1967); o modelo de oportunidades intervenientes formulado por Schneider *apud* GONÇALVES (1992); e o modelo gravitacional – de oportunidades (GONÇALVES,1992).

Estes modelos apresentam parâmetros que precisam ser determinados, de modo que as estimativas fornecidas pelos mesmos sejam as que melhor se ajustem aos dados observados. A este processo de determinação dos parâmetros, visando o melhor ajustamento, denomina-se calibração.

No processo de calibração, deve-se definir que medida será utilizada para avaliar o ajuste das estimativas aos dados, bem como, estabelecer procedimentos computacionais que permitam determinar os parâmetros do modelo.

Dos critérios de calibração, o mais usado baseia-se no princípio estatístico da máxima verossimilhança (EVANS, 1971; GONÇALVES, 1992; YUN, SEN, 1994). Outras estatísticas também são utilizadas, como: soma média dos erros quadrados

(DIPLOCK, OPENSHAW, 1996), Phi-Normalizada (SMITH, HUTCHINSON, 1981), entre outras.

Neste contexto é que foi elaborada a presente pesquisa para aplicar estes critérios e verificar a sua influência nas estimativas apresentadas pelos modelos.

Foram então estabelecidos os seguintes objetivos:

- a) analisar modelos de distribuição de viagens;
- b) selecionar aqueles apropriados para o estudo;
- c) estudar as medidas de ajuste;
- d) determinar quais medidas de ajuste serão usadas como critério de calibração dos modelos de distribuição de viagens;
- e) selecionar as estatísticas a serem utilizadas para avaliar os diferentes critérios de calibração, nos modelos de distribuição de viagens deste estudo;
- f) estudar métodos numéricos de otimização a serem empregados na identificação dos parâmetros dos modelos em estudo, implementando-os computacionalmente;
- g) analisar o comportamento das estatísticas utilizadas para avaliar o desempenho dos modelos.

Para a realização da pesquisa foram analisados modelos de distribuição de viagens.

Em função dos objetivos propostos tornou-se necessário um estudo sobre os critérios de calibração aplicados aos modelos de distribuição de viagens e dos métodos numéricos que seriam utilizados na calibração.

Através da implementação de programas computacionais dos métodos numéricos necessários a este estudo, foi possível determinar os fatores de balanceamento e os parâmetros de impedância que ajustam as matrizes de origem e destino de acordo com os critérios estabelecidos. Na implementação destes programas foi utilizado o software MATLAB.

Este trabalho está organizado em sete capítulos.

No primeiro capítulo são apresentados os fundamentos, objetivos e metodologia empregada.

O segundo capítulo enfoca uma revisão dos modelos de distribuição de viagens e apresenta os modelos estudados que são: modelo gravitacional, modelo de oportunidades intervenientes, e o modelo gravitacional – de oportunidades, mostrando sua dedução matemática.

O capítulo três, diz respeito as medidas de ajuste que serão utilizadas como critérios de calibração, bem como aquelas que serão usadas na avaliação do comportamento destes critérios.

No capítulo quarto aborda-se os métodos numéricos utilizados na calibração dos modelos. São apresentados os métodos de Furness, para determinação dos fatores de balanceamento, das Secantes e Busca de Fibonacci, para determinação do parâmetro de impedância do modelo gravitacional e o método do Gradiente com Perturbações Aleatórias para determinação dos parâmetros de impedância do modelo gravitacional – de oportunidades.

Em seguida, no capítulo cinco, são apresentados os resultados obtidos e uma análise comparativa dos mesmos, através das estatísticas descritas no capítulo três, para os modelos gravitacional e gravitacional – de oportunidades, por intermédio da implementação de programas computacionais.

Após este capítulo são descritas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

Finalmente, são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas neste estudo.

2 MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO DE VIAGENS

2.1 Introdução

Um modelo nada mais é do que uma representação simplificada da realidade, ou, segundo NOVAES (1982) “é a representação de um sistema ou de um de seus componentes. Tal representação pode ser realizada através de vários tipos de linguagens: matemática, lógica, gráfica, física (modelo reduzido) etc.”

Os modelos de distribuição de viagens tem como objetivo, determinar os elementos T_{ij}^s da matriz apresentada pela Figura 1 (*) onde os O_i^s representam o número de viagens geradas nas zonas de origem e os D_j^s o número de viagens atraídas pelas zonas de destino.

		zonas de destino			
		D			
zonas de origem	O	1	• • •	n	O _i 's
	1	—	• • •	T _{1,n}	O ₁
	•	•		•	•
	•	•		•	•
	•	•		•	•
n	T _{n,1}	• • •	—	O _n	
	D _j 's	D ₁	• • •	D _n	T

FIGURA 1 – Matriz de viagens

(*) os T_{ij}^s representam o número de viagens entre um par de origem-destino ij.

Nos modelos de distribuição de viagens mais usados, em geral, são conhecidos os O_i^s e/ou os D_j^s .

Durante décadas, vários modelos matemáticos foram desenvolvidos para distribuição de viagens. Estes procedimentos podem ser enquadrados em dois grupos:

- a) modelos de fatores de crescimento;
- b) modelos sintéticos.

Os modelos de fatores de crescimento baseiam-se na suposição de que o padrão atual de viagem pode ser projetado no futuro, usando-se valores previstos da taxa zonal de crescimento (BRUTON, 1979).

São modelos aplicados aos movimentos interzonais atuais, devendo estes fatores serem conhecidos. Os mais conhecidos são:

- a) fator de crescimento uniforme;
- b) fator médio de crescimento;
- c) Detroit;
- d) Fratar.

Esses modelos podem ser representados pela seguinte expressão:

$$T_{i-j} = t_{i-j} \cdot E$$

onde,

T_{i-j} = número de viagens futuras da zona i para a zona j ;

t_{i-j} = número de viagens existentes da zona i para a zona j ;

E = fator de crescimento.

Destes quatro podemos destacar o modelo de Fratar, por ser o mais popular entre os citados. Apresenta como premissa básica, que a distribuição de viagens futuras, a partir de uma zona, é proporcional a distribuição de viagens atuais, alterada pelos fatores de crescimento das zonas consideradas (HUTCHINSON, 1979).

Por sua vez, os Modelos Sintéticos, segundo BRUTON (1979), baseiam-se nas seguintes proposições:

- “1. Antes que os padrões de viagens futuras possam ser previstos deve-se entender os fatos que causam os movimentos;
2. as relações causais que fornecem os padrões de movimento podem ser melhor entendidas se elas forem consideradas semelhantes a certas leis de comportamento físico.”

Calculados nessas proposições destacam-se o modelo gravitacional, o modelo de oportunidades intervenientes, o modelo de competição de oportunidades, o modelo do campo eletrostático e mais recentemente o modelo gravitacional – de oportunidades intervenientes.

A seguir apresentaremos o modelo gravitacional, o modelo de oportunidades intervenientes e o modelo gravitacional – de oportunidades, que podem ser considerados os modelos sintéticos mais importantes.

2.2 Modelos Gravitacionais

2.2.1 Concepção

“O modelo gravitacional é uma expressão derivada heurísticamente para sintetizar intercâmbios de viagens” (HUTCHINSON, 1979). Tem sua origem na Lei da Gravitação Universal, sugerida por Isaac Newton, em 1686, enunciada da seguinte maneira:

“Duas partículas materiais se atraem com uma força diretamente proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas, estando a força dirigida segundo a reta que as une.” Matematicamente, pode ser representada pela equação:

$$F_{ij} = \delta \frac{m_i m_j}{d_{ij}^2}, \quad (2.1)$$

onde δ é uma constante.

Conforme GONÇALVES (1992), a concepção deste modelo teve seu início em estudos realizados por Carey, em 1858, Ravenstein, em 1885 e Lill em 1889, na quantificação de fluxos migratórios e na explicação de padrões de interação do comércio varejista. Já em 1920, Pallin utilizou o modelo para determinação de fluxos de viagens inter-cidades.

Em 1926, Reilly desenvolveu um modelo gravitacional na tentativa de analisar os padrões de interação das áreas de comércio varejista associadas a diferentes cidades.

Casey em 1955, adaptou o modelo gravitacional apresentado por Reilly e fez a primeira aplicação real do modelo, analisando o fluxo de compras do comércio varejista entre várias cidades.

Várias pesquisas posteriores, foram realizadas após o trabalho de Casey, no entanto deve-se destacar o trabalho desenvolvido por Voorhees, mostrando que, embora o princípio da Lei Gravitacional pudesse ser aplicado na distribuição de viagens, a medida de atratividade de uma zona e o expoente do fator distância variam com o propósito da viagem (BRUTON, 1979).

O modelo gravitacional em suas primeiras formulações, tal como:

$$T_{ij} = k \frac{O_i D_j}{d_{ij}^2} \quad (2.2)$$

onde, k é uma constante e d_{ij} é uma medida de separação espacial entre i e j , possuía uma deficiência óbvia apresentada na equação (2.2), que pode ser explicada da seguinte maneira: no caso de duplicarmos O_i e D_j , conseqüentemente o número de viagens entre estas zonas é quadruplicado, quando seria esperado que fosse duplicado.

Com o intuito de eliminar esta deficiência são introduzidas as restrições a seguir:

$$\sum_j T_{ij} = O_i \quad (2.3)$$

e

$$\sum_i T_{ij} = D_j. \quad (2.4)$$

As restrições das equações (2.3) e (2.4) especificam que a soma das linhas e colunas da matriz de viagens é igual ao total de viagens geradas e atraídas em cada zona, respectivamente, e são chamadas equações de consistência de fluxos.

Estas restrições são satisfeitas com a introdução de constantes A_i e B_j , denominadas fatores de balanceamento, associados com as zonas de geração e atração de viagens, respectivamente.

Os modelos gravitacionais que incorporam estas duas restrições são denominados de duplamente restritos, ao passo que o modelo que incorpora uma única restrição é chamado de simplesmente restrito.

WILSON (1967) desenvolveu um enfoque para a construção do modelo gravitacional, baseado no princípio da maximização da entropia da teoria de informação, e introduziu uma terceira restrição ao modelo, dada por:

$$\sum_i \sum_j T_{ij} c_{ij} = C \quad (2.5)$$

onde, c_{ij} é o custo generalizado de viagem da zona i à zona j e C é o custo total do sistema.

A medida do custo generalizado é uma função linear de elementos como: tempo associado à viagem; distância e o tempo de viagem excedente (tempo gasto em espera e caminhada para um determinado meio de transporte). De acordo com o meio de transporte utilizado outros elementos podem ser considerados na estimativa do custo generalizado, tais como: custo de estacionamento no destino da viagem, valor que o viajante associa ao tempo, entre outros (BRUTON, 1979).

O modelo gravitacional entrópico duplamente restrito, apresentado por Wilson, levando em conta as três restrições, foi apresentado da seguinte forma:

$$T_{ij} = A_i B_j O_i D_j f(c_{ij}) \quad (2.6)$$

onde,

$$A_i = [\sum_j B_j D_j f(c_{ij})]^{-1} \quad (2.7)$$

e

$$B_j = [\sum_i A_i O_i f(c_{ij})]^{-1}. \quad (2.8)$$

No modelo de Wilson, a expressão $f(c_{ij})$ foi introduzida, tendo em vista que d_{ij} apresentada em modelos anteriores, passou a ser interpretada como uma medida geral de impedância entre as zonas, podendo ser medida através do tempo de viagem, distância real, custo generalizado, ou outro fator.

As variações de f mais comumente usadas são:

a) função exponencial negativa

$$f(c_{ij}) = e^{(-b \cdot c_{ij})} \quad (2.9)$$

b) função potência

$$f(c_{ij}) = c_{ij}^{-d} = e^{(-d \ln c_{ij})} . \quad (2.10)$$

A seguir apresentaremos a dedução do modelo gravitacional entrópico de Wilson utilizado nesta pesquisa.

2.2.2 Dedução

Para melhor compreensão da dedução deste modelo, devemos inicialmente, explicitar o que vem a ser os estados de um sistema.

No caso presente, o sistema refere-se ao problema de distribuição de viagens e, segundo WILSON (1967), seus estados podem ser descritos em três níveis.

Uma descrição detalhada e completa do sistema, ou seja, quando especificamos quais viajantes se deslocam de cada uma das zonas de origem para cada uma das zonas de destino, temos o microestado do sistema.

Uma descrição bem definida, no entanto, não tão detalhada como a anterior, ou seja, quando determinamos o número de pessoas que se deslocam entre cada par de zonas origem-destino, temos o mesoestado do sistema.

Quando temos uma definição mais geral do sistema, ou seja, quando o que temos são as informações prévias do sistema como o número de viagens originadas em

cada zona, o número de viagens destinadas a cada zona, temos o macroestado do sistema.

Se no intervalo de tempo considerado tem-se um total de T viagens na área de estudo, pode-se observar que cada microestado representa uma distribuição particular das T viagens entre as células (i, j) da matriz de viagens $[T_{ij}]$. Um microestado genérico será denominado uma distribuição particular (ALMEIDA, 1999).

De posse da descrição dos estados do sistema, podemos partir para a dedução do modelo.

WILSON(1967, 1970), na dedução de seu modelo, adotou como premissa básica, que “a probabilidade de ocorrência de uma matriz de viagens $[T_{ij}]$ é proporcional ao número de distribuições particulares (ou microestados) que lhe dão origem. Com isso, deve-se levar em conta que todas as distribuições particulares são igualmente prováveis.” (GONÇALVES,1992)

O número de distribuições particulares que dão origem a matriz T é obtida da seguinte maneira:

Seja $T = \sum_i O_i = \sum_j D_j$ o número total de viagens, no intervalo de tempo considerado.

Selecionam-se T_{11} viagens de T . O número de maneiras como isso pode ser feito é $C_{T_{11}}^T$ (combinação de T elementos tomados T_{11} a T_{11}). Faz-se esta análise até que todas as viagens sejam selecionadas. Assim, o número de distribuições particulares que dão origem a matriz T é dado por:

$$W(T) = C_{T_{11}}^T \cdot C_{T_{12}}^{T-T_{11}} \cdot C_{T_{13}}^{T-T_{11}-T_{12}} \cdot \dots \cdot C_{T_{nn}}^{T-T_{11}-T_{12}-\dots-T_{n(n-1)}}$$

ou seja,

$$W[T_{ij}] = \frac{T!}{\prod_{i,j} T_{ij}!} . \quad (2.11)$$

Como pretendemos encontrar a mais provável matriz de viagens que satisfaz as restrições (2.3), (2.4) e (2.5), devemos maximizar a equação (2.11), como segue:

$$\max W[T_{ij}] = \frac{T!}{\prod_{i,j} T_{ij}!} \quad (2.11.1)$$

sujeito as restrições (2.3), (2.4), (2.5) e $T_{ij} \geq 0$.

Por conveniência maximiza-se a função $\ln W[T_{ij}]$, onde \ln é o logaritmo neperiano, que sendo uma função monótona crescente, tem o mesmo máximo da função 2.11.1.

Assim, resolve-se o problema:

$$\max \ln W[T_{ij}] = \max \ln \frac{T!}{\prod_{i,j} T_{ij}!} \quad (2.11.2)$$

sujeito as restrições (2.3), (2.4) e (2.5) e $T_{ij} \geq 0$.

Usando a fórmula da aproximação de Stirling, *apud* FELLER (1976),

$$\ln N! = N \ln N - N$$

para estimar os termos fatoriais, a expressão (2.11.2) pode ser escrita como:

$$\ln \frac{T!}{\prod_{ij} T_{ij}!} = \ln T! - \sum_{ij} (\ln T_{ij}!) \cong T \ln T - T - \sum_{ij} (T_{ij} \ln T_{ij} - T_{ij}). \quad (2.12)$$

Usando o método dos multiplicadores de Lagrange, *apud* SHENK (1984), na resolução do problema, tem-se:

$$\begin{aligned} L = & T \ln T - T - \sum_{ij} (T_{ij} \ln T_{ij} - T_{ij}) + \sum_i \mathbf{I}_i (O_i - \sum_j T_{ij}) + \\ & + \sum_j \mathbf{m}_j (D_j - \sum_i T_{ij}) + \mathbf{b} (c - \sum_i T_{ij} c_{ij}) \end{aligned} \quad (2.13)$$

e as condições necessárias para a existência de extremos locais são dadas por

$$\frac{\partial L}{\partial T_{ij}} = 0 \quad (2.13.1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{I}_i} = 0 \quad (2.13.2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{m}_j} = 0 \quad (2.13.3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{b}} = 0. \quad (2.13.4)$$

Pelo fato da função objetivo (2.12) ser côncava a solução do problema pode ser obtida via maximização irrestrita da função lagrangeana L . Assim, calculando as derivadas parciais de (2.13.1), temos:

$$\frac{\partial L}{\partial T_{ij}} = 0 - (T_{ij} \cdot \frac{1}{T_{ij}} + \ln T_{ij} - 1) - \mathbf{l}_i - \mathbf{m}_j - \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}_{ij} \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial L}{\partial T_{ij}} = -\ln T_{ij} - \mathbf{l}_i - \mathbf{m}_j - \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}_{ij}. \quad (2.15)$$

Igualando (2.15) a zero,

$$-\ln T_{ij} - \mathbf{l}_i - \mathbf{m}_j - \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}_{ij} = 0$$

$$\ln T_{ij} = -\mathbf{l}_i - \mathbf{m}_j - \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}_{ij}$$

ou,

$$T_{ij} = e^{(-I_i - m_j - b \cdot c_{ij})} . \quad (2.16)$$

As derivadas parciais de (2.13.2), (2.13.3) e (2.13.4), igualadas a zero, expressam, exatamente, as restrições (2.3), (2.4) e (2.5).

Agora, substituímos (2.16) em (2.3) e (2.4) para obtermos I_i e m_j , assim,

$$e^{(-I_i)} = O_i \left[\sum_j e^{(-m_j - b \cdot c_{ij})} \right]^{-1} \quad (2.17)$$

$$e^{(-m_j)} = D_j \left[\sum_i e^{(-I_i - b \cdot c_{ij})} \right]^{-1} . \quad (2.18)$$

Para obtenção de uma expressão mais familiar, escrevemos:

$$A_i = \frac{e^{-I_i}}{O_i} \Rightarrow e^{-I_i} = A_i \cdot O_i \quad (2.19)$$

$$B_j = \frac{e^{-m_j}}{D_j} \Rightarrow e^{-m_j} = B_j \cdot D_j \quad (2.20)$$

e então, a expressão (2.16), pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$T_{ij} = A_i B_j O_i D_j e^{-b \cdot c_{ij}} . \quad (2.21)$$

Introduzindo T_{ij} da equação (2.21) nas equações (2.3) e (2.4), obtemos:

$$A_i = \left[\sum_j B_j D_j e^{-b \cdot c_{ij}} \right]^{-1} \quad (2.22)$$

e

$$B_j = \left[\sum_i A_i O_i e^{-b \cdot c_{ij}} \right]^{-1} \quad (2.23)$$

onde, A_i e B_j são os fatores de balanceamento do modelo (2.21).

2.3 Modelos de Oportunidades Intervenientes

2.3.1 Concepção

No modelo gravitacional a distribuição de viagens é explicitada em função da distância entre as zonas, enquanto que o modelo de oportunidades intervenientes leva em conta que a distribuição de viagens é consequência das oportunidades existentes na zona de destino, confrontadas com as oportunidades mais acessíveis.

STOUFFER (1940) apresentava a premissa básica do modelo de oportunidades intervenientes e afirmava que o número de viagens a partir de uma zona i (origem) para uma zona j (destino) é diretamente proporcional ao número de oportunidades existentes na zona j e inversamente proporcional ao número de oportunidades intervenientes entre i e j .

SCHNEIDER *apud* PYERS (1965), no final dos anos 50, propôs algumas modificações usando a premissa básica de Stouffer, criando um modelo de oportunidades intervenientes para distribuição de viagens, aplicando-o com sucesso no Chigado Area Transportation Study (CATS) e em outros estudos desenvolvidos na época *apud* FINNEY (1972).

Schneider utilizou a teoria das probabilidades na dedução de seu modelo como veremos a seguir.

2.3.2 Dedução

De início deve-se considerar uma zona de origem i e em seguida vamos ordenar todos os destinos possíveis em ordem crescente de distância, a partir de i . Este passo inicial, se deve ao fato de Schneider adotar como premissa básica que as viagens devem se manter tão curtas quanto possível, só aumentando seu comprimento no caso de não ocorrer aceitabilidade de um destino numa distância menor.

Em seguida consideramos um par (i, j) de zonas de origem-destino, onde desejamos determinar a probabilidade de uma viagem iniciar em uma zona i e terminar numa determinada zona j .

Suponhamos que existam m zonas entre i e j , em ordem crescente de distância a partir de i , denotadas por $1, 2, 3, \dots, k, \dots, m$.

Dado λ como sendo a probabilidade de uma oportunidade qualquer ser aceita caso seja considerada e V , como o número de oportunidades de uma determinada zona,

têm-se que $p(k)$, probabilidade de um viajante encontrar um destino aceitável em k , será dado por:

$$p(k) = \mathbf{I} \cdot V_k \quad p/ k = 1, 2, \dots, m .$$

Consideremos agora, $q(k)$ como a probabilidade de um viajante ultrapassar a zona k ; isto é igual a probabilidade de 1 não ser aceita, 2 não ser aceita, em tão pouco a k 'ésima zona ser aceita. Desta forma, têm-se que:

$$q_k = q_{k-1}(1 - \mathbf{I} \cdot V_k) \quad (2.24)$$

ou,

$$-\mathbf{I} \cdot V_k = \frac{q_k - q_{k-1}}{q_{k-1}} . \quad (2.25)$$

Agora, se tomarmos U_k , como o número de oportunidades acumuladas entre i e k , inclusive, teremos:

$$U_k = \sum_{l=1}^k V_l \quad e \quad V_k = U_k - U_{k-1}$$

Reescrevendo (2.25), temos:

$$\frac{q_k - q_{k-1}}{q_{k-1}} = -\mathbf{I} \cdot (U_k - U_{k-1}). \quad (2.26)$$

Sob a hipótese de variação contínua, a equação (2.26), pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$-\mathbf{I} \cdot dU = \frac{dq}{q}. \quad (2.27)$$

Integrando (2.27), temos:

$$\ln q = -\mathbf{I}U + cte$$

ou

$$q = K \cdot e^{-\mathbf{I}U} \quad (2.28)$$

onde K , é uma constante e q , é a probabilidade de um viajante ultrapassar U oportunidades a partir de i .

Através da equação (2.28), podemos determinar $p[j/i]$ a probabilidade de uma viagem terminar em j , dado que começou em i , ou seja,

$$p[j/i] = p(m) - p(j) = p(U_m) - p(U_m - V_j)$$

onde,

U_m = quantidade total de oportunidades entre as zonas i e j ;

$p(m)$ = probabilidade de um viajante ultrapassar a zona m ;

$p(j)$ = probabilidade de um viajante ultrapassar a zona j ;

$p(U_m)$ = probabilidade de um viajante ultrapassar as U_m oportunidades acumuladas a partir de i , até a zona m , inclusive;

$p(U_m - V_j)$ = probabilidade de um viajante ultrapassar as $U_m - V_j$ oportunidades acumuladas a partir de i , até a zona m , inclusive;

Nesse momento, introduziremos a notação W_{ij} como o número de oportunidades entre as zonas i e j , assim, podemos dizer que,

$$U_m = W_{ij} .$$

Assim, através da equação (2.28), temos que,

$$p[j/i] = K_i \cdot e^{-1W_{ij}} - K_i \cdot e^{-1(W_{ij} + V_j)}$$

$$p[j/i] = K_i \cdot e^{-1W_{ij}} (1 - e^{-1V_j}) . \quad (2.29)$$

De posse de $p[j/i]$, podemos determinar T_{ij} , ou seja, o número de viagens com origem em i e destino em j , que pode ser obtido através do produto entre o número total de viagens com origem em i pela probabilidade de uma viagem terminar em j , dado que começou em i , ou seja,

$$T_{ij} = O_i \cdot K_i \cdot e^{-IW_{ij}} (1 - e^{-IV_j}) \quad (2.30)$$

onde,

K_i = fator de balanceamento que garante que uma determinada viagem com origem na zona i , termine em alguma das zonas j , assim,

$$\sum_{j=1}^n K_i \cdot e^{-IW_{ij}} (1 - e^{-IV_j}) = 1 \quad p / i = 1, 2, 3, \dots, n .$$

2.4 Modelos Gravitacionais – de Oportunidades

2.4.1 Concepção

A concepção do modelo gravitacional – de oportunidades pode ser explicada através de uma análise comparativa entre o modelo gravitacional e o modelo de oportunidades intervenientes.

No modelo gravitacional, a impedância entre as zonas é caracterizada pela separação espacial entre elas. Embora esta, não necessita ser caracterizada tão somente pela distância entre as zonas, mas também pelo tempo de viagem ou custo de transportes, não leva em consideração as oportunidades intervenientes entre o par (i, j) de origem-destino.

No modelo de oportunidades intervenientes, a impedância entre as zonas é caracterizada pelas oportunidades intervenientes. Neste caso, a separação espacial entre as zonas não é levada explicitamente em consideração.

Muitas vezes observa-se que o deslocamento de um indivíduo, dá-se tanto em função da separação espacial, quanto das oportunidades intervenientes. Deste modo, os efeitos de impedância levados em conta nestes modelos podem ser considerados complementares.

Partindo deste conceito, surgiu então, a idéia da união desses dois modelos, de tal modo, que se pudesse fornecer um princípio básico mais consistente para o processo de distribuição de viagens em muitas situações.

Vários esforços foram realizados de modo a integrar esses modelos. Entre eles, podemos citar inicialmente um modelo gravitacional que utiliza oportunidades intervenientes como uma medida de custo, o qual foi apresentado por WILSON (1970).

BAXTER, EWING (1979) modificaram a definição de distância do modelo gravitacional, de forma a admitir efeitos de oportunidades intervenientes, conseguindo assim, melhorias nos resultados obtidos pelo modelo.

WILLS (1986), desenvolveu um modelo gravitacional – de oportunidades mais geral e flexível, onde ambos os modelos, gravitacional e de oportunidades intervenientes, são obtidos como casos particulares.

O autor considerou a necessidade das várias zonas de destino serem ordenadas em forma decrescente de acessibilidade a partir de cada zona de origem. Para superar essa dificuldade, definiu transformações entre matrizes e matrizes de viagens ordenadas, que permitiram que as restrições de soma ao longo das linhas e colunas fossem aplicadas. Desta forma, seu modelo tornou-se bastante complexo, dificultando assim, sua difusão.

GONÇALVES (1992) desenvolveu um novo modelo gravitacional – de oportunidades, que é objeto desta pesquisa.

O referido modelo utiliza, para sua dedução, as seguintes premissas básicas:

Assume-se que o número de viagens entre cada par de zonas origem-destino, em um dado intervalo de tempo é:

- a) proporcional à propensão da zona de origem gerar viagens;
- b) proporcional à atratividade da zona de destino;
- c) inversamente proporcional a uma medida de impedância associada com a distância entre as zonas;
- d) inversamente proporcional a uma medida de impedância associada ao número de oportunidades que se interpõem entre as zonas consideradas.

2.4.2 Dedução

Inicialmente, devemos considerar uma área com I zonas de origem e J zonas de destino.

Denotamos por i as zonas de origem, com $i=1,2,\dots,I$, e por j as zonas de destino, com $j=1,2,\dots,J$.

Definimos $P(i, j)$ a probabilidade de uma viagem unitária qualquer com origem em i , e destino em j , como sendo:

$$P(i, j) = P(i) \cdot P(j | i) \quad (2.31)$$

onde,

$P(j | i)$ = a probabilidade de uma viagem terminar em j , dado que começou em i ;

$P(i)$ = a probabilidade de uma viagem começar em i .

Seja,

O_i = número de viagens originadas em i ;

D_j = número de viagens atraídas por j ;

$T = \sum O_i = \sum D_j$ = número total de viagens na área em estudo, num intervalo de tempo considerado. Então,

$$P(i) = \frac{O_i}{T}. \quad (2.32)$$

A seguinte notação é introduzida para determinar $P(j|i)$:

Seja V_j , o número de oportunidades no destino j ; e $L_{ij} = \{l: 1 \leq l \leq J \text{ e } l \text{ é uma zona interveniente entre } i \text{ e } j\}$.

Assim, o número de oportunidades entre i e j (W_{ij}) é dado por

$$W_{ij} = \sum_{l \in L_{ij}} V_l$$

Usando o modelo de oportunidades de Schneider, temos:

$$P(j|i) = K_i e^{-IW_{ij}} (1 - e^{-IV_j}) \quad (2.33)$$

onde, K_i é um fator de balanceamento (garantia que uma viagem qualquer que se origina em i termine em alguma zona j).

Substituindo, (2.32) e (2.33) em (2.31), temos que:

$$P(i, j) = \frac{O_i K_i}{T} \cdot e^{-IW_{ij}} (1 - e^{-IV_j}). \quad (2.34)$$

Sendo T_{ij} , o número de viagens que serão alocadas em cada célula (i, j) da matriz de viagem $T(T=[T_{ij}])$, T_{ij} vai depender:

- a) da probabilidade, a priori, de ocorrência de uma distribuição particular qualquer (T_{ij}) ;
- b) do número de distribuições particulares que dão origem à matriz de viagens T .

A probabilidade de T_{ij} viagens serem alocadas na célula (i, j) é dada por $[P(i, j)]^{T_{ij}}$ e a probabilidade, a priori, de ocorrência de uma distribuição particular (T_{ij}) é dada por:

$$P(T_{ij}) = \prod_{i,j} [P(i, j)]^{T_{ij}}. \quad (2.35)$$

Substituindo (2.34) em (2.35), temos:

$$P(T_{ij}) = \prod_{i,j} \left[\frac{O_i K_i}{T} \cdot e^{-I W_{ij}} (1 - e^{-I V_j}) \right]^{T_{ij}}. \quad (2.36)$$

O número de distribuições particulares que dão origem a matriz T , apresentado na seção (2.2.2), é expresso por:

$$W(T) = \frac{T!}{\prod_{i,j} T_{ij}!} \quad (2.37)$$

De posse das equações (2.36) e (2.37), define-se a probabilidade $P(T)$ de ocorrência de uma matriz de viagens T .

Como esta probabilidade é dada pela soma das probabilidades de ocorrência de todas as distribuições particulares que dão origem a matriz T , temos:

$$P(T) = \frac{T!}{\prod_{i,j} T_{ij}!} \prod_{i,j} \left[\frac{O_i K_i}{T} \cdot e^{-I w_{ij}} (1 - e^{-I v_j}) \right]^{T_{ij}}. \quad (2.38)$$

A matriz de viagem mais provável de ocorrer é determinada a partir da resolução do seguinte problema de otimização:

$$\text{Max } P = P(T) \quad (2.39)$$

$$\text{s.a. } \sum_j T_{ij} = O_i, \quad i = 1, 2, \dots, I \quad (2.40)$$

$$\sum_i T_{ij} = D_j, \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (2.41)$$

$$\sum_{i,j} T_{ij} \cdot c_{ij} = C \quad (2.42)$$

onde, C é o custo total de viagens no sistema.

Usando a aproximação de Stirling para $\ln T!$ e $\ln T_{ij}!$, vamos, por conveniência, maximizar $\ln P$, ao invés de P :

$$\ln P = T \ln T - T - \sum_{i,j} (T_{ij} \ln T_{ij} - T_{ij}) + \sum_{i,j} T_{ij} \ln \left(\frac{O_i K_i}{T} \cdot e^{-I w_{ij}} (1 - e^{-I v_j}) \right). \quad (2.43)$$

Introduzindo os multiplicadores de Lagrange correspondentes às restrições (2.40) a (2.42), a solução do problema pode ser obtida via maximização irrestrita da função Lagrangeana M , dada por:

$$M = \ln(P) + \sum_i [\mathbf{d}_i (O_i - \sum_j T_{ij})] + \sum_j [\mathbf{m}_j (D_j - \sum_i T_{ij})] + \mathbf{b} (C - \sum_{i,j} (C - \sum_{i,j} T_{ij} c_{ij})). \quad (2.44)$$

Derivando (2.44), obtemos:

$$T_{ij} = \frac{O_i K_i}{T} e^{-1W_{ij}} (1 - e^{-1V_j}) e^{-d_i - m_j - bc_{ij}} \quad (2.45)$$

substituindo o valor de T_{ij} da equação (2.45), nas restrições (2.40) e (2.41), temos:

$$\frac{K_i e^{-d_i}}{T} \sum_j e^{-1W_{ij}} (1 - e^{-1V_j}) e^{-m_j - bc_{ij}} = 1 \quad (2.46)$$

e

$$(1 - e^{-1V_j}) e^{-m_j} \sum_i \frac{O_i K_i}{T} \cdot e^{-1W_{ij}} e^{-d_i - bc_{ij}} = D_j . \quad (2.47)$$

Agora, fazendo as transformações,

$$A_i = \frac{K_i e^{-d_i}}{T}$$

e

$$D_j B_j = (1 - e^{-IV_j}) e^{-m_j}$$

e substituindo nas equações (2.45), (2.46) e (2.47), obtemos,

$$T_{ij} = A_i O_i B_j D_j e^{-IW_{ij}} e^{-bc_{ij}} \quad (2.48)$$

onde,

$$A_i = \left(\sum_j B_j D_j e^{-IW_{ij}} e^{-bc_{ij}} \right)^{-1} \quad (2.49)$$

e

$$B_j = \left(\sum_i A_i O_i e^{-IW_{ij}} e^{-bc_{ij}} \right)^{-1}. \quad (2.50)$$

GONÇALVES (1992) teceu alguns comentários sobre o modelo apresentado, tais como:

- a) ao introduzir o fator de balanceamento B_j , fazendo $D_j B_j = (1 - e^{-IV_j}) e^{-m_j}$, entende-se que o fator $(1 - e^{-IV_j})$, que expressa explicitamente que T_{ij} é proporcional ao

- número de oportunidades da zona j , pode ser substituído por uma medida do número de viagens atraídas pela zona j ;
- b) os fatores de balanceamento K_i , $i=1,2,\dots,l$ do modelo de oportunidades intervenientes, foram inseridos nos fatores de balanceamento A_i , $i=1,2,\dots,n$;
- c) neste modelo, os parâmetros A_i , B_j e β podem ser interpretados de maneira análoga a interpretação feita para o caso do modelo gravitacional convencional. Ou seja, os A_i e B_j garantem as equações de consistência de fluxos e o parâmetro β é o parâmetro de impedância associado à distância ou custo generalizado de transporte;
- d) O parâmetro I também pode ser interpretado como um parâmetro de impedância que está associado às oportunidades intervenientes.

Aplicações deste modelo podem ser vistos em:

GONÇALVES (1992) que aplicou o modelo para estimar fluxos intermunicipais de passageiros por transporte público, numa região formada por oitenta e dois municípios do Estado de Santa Catarina.

ALMEIDA (1999) que apresentou uma aplicação do modelo gravitacional – de oportunidades para estimar fluxos de passageiros por motivo escola, na cidade de Londrina-Paraná.

A seguir são apresentadas as medidas de ajuste usadas para estimar os parâmetros dos modelos (critério de calibração), bem como as que serão utilizadas na avaliação dos critérios.

3 MEDIDAS DE AJUSTE

3.1 Introdução

Neste capítulo são apresentadas as principais medidas de ajuste usadas no processo de distribuição de viagens. Ênfase especial é dado ao princípio estatístico da máxima verossimilhança, pois constitui o critério de calibração mais utilizado. (EVANS, 1971; GONÇALVES, 1992; YUN, SEN, 1994)

No capítulo anterior apresentamos os modelos de distribuição de viagens cujos parâmetros devem ser determinados.

A determinação do conjunto de parâmetros de modo que as estimativas fornecidas pelo modelo sejam as que melhor se ajustem aos dados observados, é um processo denominado calibração.

Segundo GONÇALVES, CURSI (1997), o processo de calibração, consiste em duas etapas:

- “1) deve-se definir um critério de calibração, isto é, deve-se definir que medida será utilizada para avaliar o ajuste das estimativas aos dados;
- 2) devem ser estabelecidos procedimentos computacionais que permitam determinar os parâmetros do modelo de forma a obter o melhor ajuste.”

Antes, de apresentarmos as medidas de ajuste que serão utilizadas, torna-se necessário introduzir algumas noções. São elas:

T_{ij} = número de viagens estimado por célula

T_{ij}^* = número de viagens observado por célula

\bar{T}^* = número médio de viagens observados por célula, dado por:

$$\bar{T}^* = \frac{\sum T_{ij}^*}{n.de\ células}$$

T^* = número total de viagens observadas, onde,

$$T^* = \sum T_{ij}^*$$

T = número total de viagens estimadas.

$ncel$ = número de células da matriz com fluxo estimado.

3.2 Estatística Máxima Verossimilhança

É, importante, para melhor compreensão desta medida de ajuste, apresentar, inicialmente, o que vem a ser uma “estimativa de máxima verossimilhança”.

SPIEGEL (1977) salientou que o emprego da técnica conhecida como estimativa de máxima verossimilhança é a maneira de se obter uma melhor estimativa pontual.

Para esclarecer e discutir este conceito, consideramos que uma população tenha função de densidade contendo um parâmetro populacional (\mathbf{q}), que deva ser estimado por intermédio de uma estatística. Desta forma, pode-se denotar a função densidade por $f(x, \mathbf{q})$. Admitindo que n observações independentes, X_1, X_2, \dots, X_n ocorram, a função densidade conjunta para estas observações pode ser expressa pela seguinte equação:

$$L = f(x_1, \mathbf{q}) f(x_2, \mathbf{q}) \cdots f(x_n, \mathbf{q}) \quad (3.1)$$

a qual é denominada de verossimilhança.

A máxima verossimilhança pode ser obtida derivando L em relação a \mathbf{q} , e igualando a zero. Para isto, é conveniente primeiro tomar logaritmos e então derivar.

Obtendo-se assim a equação (3.2), que possibilita obter \mathbf{q} em termos de x_k .

$$\frac{1}{f(x_1, \mathbf{q})} \frac{\partial f(x_1, \mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} + \cdots + \frac{1}{f(x_n, \mathbf{q})} \frac{\partial f(x_n, \mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} = 0. \quad (3.2)$$

O método pode ser aplicado em casos que estejam envolvidos dois ou mais parâmetros. Para isto, basta obter as derivadas parciais em relação a cada parâmetro e em seguida igualá-las a zero.

3.2.1 Aplicação ao modelo gravitacional

Na estimação dos parâmetros do modelo gravitacional, aplicando o princípio da máxima verossimilhança, deve-se pressupor que os dados disponíveis, seguem uma distribuição de probabilidades conhecida.

EVANS (1971) assumiu uma distribuição multinomial.

Considera-se a existência de $T^* = \sum_{ij} T_{ij}^*$ e que as T_{ij}^* possuem distribuições

multinomiais independentes.

Escreve-se o modelo de forma probabilística,

$$p_{ij} = A_i B_j O_i D_j e^{-b \cdot c_{ij}} \quad (3.3)$$

onde $\sum_i O_i = \sum_j D_j = 1$ e p_{ij} é a proporção de viagens que tem início em i e término em j , determinada por:

$$p_{ij} = \frac{T_{ij}}{T} \quad (3.4)$$

A função de máxima verossimilhança para a amostra observada é expressa por:

$$L = \prod_{ij} (p_{ij})^{T_{ij}^*} = \prod_{ij} [A_i B_j O_i D_j e^{-b \cdot c_{ij}}]^{T_{ij}^*} \quad (3.5)$$

Aplicando \ln em L , temos

$$\ln L = \sum_{ij} T_{ij}^* (\ln A_i + \ln B_j + \ln O_i + \ln D_j - b c_{ij}) \quad (3.6)$$

Para encontrar os estimadores de máxima verossimilhança dos A_i 's, B_j 's e b , maximiza-se $\ln L$, sujeito à seguinte restrição:

$$\sum_{ij} A_i B_j O_i D_j e^{-b \cdot c_{ij}} = 1 \quad (3.7)$$

Para fazer isto, introduzimos o multiplicador de Lagrange \mathbf{g} e maximiza-se

$$F = \sum_{ij} T_{ij}^* (\ln A_i + \ln B_j + \ln O_i + \ln D_j - \mathbf{b}c_{ij}) - \mathbf{g} (\sum_{ij} A_i B_j O_i D_j e^{-\mathbf{b}c_{ij}} - 1). \quad (3.8)$$

Calculando as derivadas parciais de F em relação à A_i , B_j , \mathbf{b} e \mathbf{g} , teremos,

$$\frac{\partial F}{\partial A_i} = \sum_j T_{ij}^* \frac{1}{A_i} - \mathbf{g} \sum_j B_j O_i D_j e^{-\mathbf{b}c_{ij}} \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial F}{\partial B_j} = \sum_i T_{ij}^* \frac{1}{B_j} - \mathbf{g} \sum_i A_i O_i D_j e^{-\mathbf{b}c_{ij}} \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \mathbf{b}} = -\sum_{ij} T_{ij}^* c_{ij} - \mathbf{g} \sum_{ij} A_i B_j O_i D_j (-c_{ij}) e^{-\mathbf{b}c_{ij}} \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \mathbf{g}} = \sum_{ij} A_i B_j O_i D_j e^{-\mathbf{b}c_{ij}} - 1. \quad (3.12)$$

Igualando as derivadas parciais a zero, obtemos,

$$\frac{1}{A_i} \sum_j T_{ij}^* = \mathbf{g} \sum_j B_j O_i D_j e^{-\mathbf{b}c_{ij}} \quad (3.13)$$

$$\frac{1}{B_j} \sum_i T_{ij}^* = \mathbf{g} \sum_i A_i O_i D_j e^{-b \cdot c_{ij}} \quad (3.14)$$

$$\sum_{ij} T_{ij}^* c_{ij} = \mathbf{g} \sum_{ij} A_i B_j O_i D_j c_{ij} e^{-b \cdot c_{ij}} \quad (3.15)$$

$$\sum_{ij} A_i B_j O_i D_j e^{-b \cdot c_{ij}} = 1. \quad (3.16)$$

Rescrevendo (3.13), temos:

$$\sum_j T_{ij}^* = \mathbf{g} \sum_j A_i B_j O_i D_j e^{-b \cdot c_{ij}}. \quad (3.17)$$

Adicionando (3.17) sobre todos os i 's, vem

$$\sum_{ij} T_{ij}^* = \mathbf{g} \sum_{ij} A_i B_j O_i D_j e^{-b \cdot c_{ij}}. \quad (3.18)$$

substituindo (3.16) em (3.18), temos

$$\sum_{ij} T_{ij}^* = \mathbf{g} \cdot 1 \quad (3.19)$$

assim,

$$T^* = \mathbf{g}. \quad (3.20)$$

Aplicando (3.20) em (3.17), teremos,

$$\sum_j T_{ij}^* = T^* \sum_j A_i B_j O_i D_j e^{-\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}_{ij}}$$

ou

$$\frac{\sum_j T_{ij}^*}{T^*} = \sum_j A_i B_j O_i D_j e^{-\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}_{ij}}$$

ou

$$O_i = \sum_j A_i B_j O_i D_j e^{-\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}_{ij}}$$

ou

$$A_i = [\sum_j B_j D_j e^{-\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}_{ij}}]^{-1}. \quad (3.21)$$

Analogamente, se rescrevermos (3.14), da forma,

$$\sum_i T_{ij}^* = \mathbf{g} \sum_i A_i B_j O_i D_j e^{-\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}_{ij}} \quad (3.22)$$

e aplicando (3.20) em (3.22), teremos:

$$B_j = [\sum_i A_i O_i e^{-b \cdot c_{ij}}]^{-1}. \quad (3.23)$$

Aplicando (3.20) em (3.15), vem,

$$\sum_{ij} T_{ij}^* c_{ij} = T^* \sum_{ij} A_i B_j O_i D_j c_{ij} e^{-b \cdot c_{ij}}$$

ou

$$\sum_{ij} \frac{T_{ij}^*}{T^*} c_{ij} = \sum_{ij} A_i B_j O_i D_j c_{ij} e^{-b \cdot c_{ij}}. \quad (3.24)$$

Determinamos,

$$p_{ij}^* = \frac{T_{ij}^*}{T^*} \quad (3.25)$$

onde, p_{ij}^* é a proporção de viagens observadas de i para j .

Aplicando (3.3) e (3.25) em (3.24), temos,

$$\sum_{ij} p_{ij}^* c_{ij} = \sum_{ij} p_{ij} c_{ij}. \quad (3.26)$$

As equações (3.21), (3.23) e (3.26) foram obtidas por EVANS (1971) para a calibração dos fatores de balanceamento e do parâmetro de impedância para o modelo gravitacional.

3.2.2 Aplicação ao modelo gravitacional – de oportunidades

No caso do modelo gravitacional – de oportunidades temos a presença de dois fatores de impedância, b e I , que precisam ser determinados.

GONÇALVES (1992), aplicou o princípio estatístico da máxima verossimilhança para obtenção das estimativas de máxima verossimilhança dos parâmetros b, I, A_i e B_j , e obteve as seguintes equações:

$$A_i = \left[\sum_j B_j D_j e^{-(b \cdot c_{ij} + I w_{ij})} \right]^{-1} \quad (3.27)$$

$$B_j = \left[\sum_i A_i O_i e^{-(b \cdot c_{ij} + I w_{ij})} \right]^{-1} \quad (3.28)$$

$$\sum_{ij} T_{ij}^* c_{ij} = \sum_{ij} T_{ij} c_{ij} \quad (3.29)$$

$$\sum_{ij} T_{ij}^* w_{ij} = \sum_{ij} T_{ij} w_{ij} \quad (3.30)$$

3.3 Soma Média dos Erros Quadrados

A estatística “Mean sum of squares error”, ou seja, soma média dos erros quadrados foi apresentada por DIPLOCK, OPENSHAW (1996) num estudo sobre o uso de algoritmos genéticos para calibração de modelos de distribuição de viagens.

A equação que representa esta estatística é dada pela seguinte expressão:

$$f(error) = \sum_{ij} \frac{(T_{ij}^* - T_{ij})^2}{ncel}. \quad (3.31)$$

No presente estudo, a expressão (3.31) é aplicada tanto ao modelo gravitacional, quanto ao modelo gravitacional – de oportunidades. Entretanto, neste estudo, não são utilizados algoritmos genéticos na determinação dos fatores de impedância, mas sim alguns dos métodos numéricos que serão apresentados no capítulo seguinte.

Quanto menor for o valor determinado por $f(error)$, melhor é o ajuste entre as matrizes de viagens observada e estimada

3.4 Estatística Phi-Normalizada

A próxima estatística a ser citada, é a estatística Phi-Normalizada apresentada por SMITH, HUTCHINSON (1981) na calibração de modelos de distribuição de viagens.

A expressão que representa esta estatística, é dada por:

$$f = \sum_{ij} \frac{T_{ij}^*}{T^*} \ln \left(\frac{T_{ij}^*}{T_{ij}} \right). \quad (3.32)$$

A estatística Phi-Normalizada, baseia-se na Teoria de Informação e assume valor igual a zero, quando as matrizes de viagens observada e estimada coincidem.

Quanto menor for o valor de f , melhor é o ajuste entre as matrizes de viagens observada e estimada.

3.5 Outras Estatísticas

3.5.1 Índice de Dissimilaridade

A estatística Índice de dissimilaridade (ID) é expressa através da seguinte equação:

$$ID = \frac{50}{T^*} \sum_{ij} |T_{ij}^* - T_{ij}|. \quad (3.33)$$

O valor do índice de dissimilaridade tem uma variação entre 0 e 100. Considera-se que as matrizes de viagens tem um melhor ajuste, quando o valor de ID for pequeno, conseqüentemente, quanto maior seu valor, pior será o ajuste ou proximidade, entre as matrizes de viagens observada e estimada.

3.5.2 Erro Médio Absoluto Normalizado

A estatística Erro Médio Absoluto Normalizado (EMAN), é definida por:

$$EMAN = \sum_{ij} \left| \frac{T_{ij}^* - T_{ij}}{\bar{T}^*} \right|. \quad (3.34)$$

A comparação entre diferentes matrizes de viagens é realizada de acordo com o valor obtido através da equação do EMAN, ou seja, quanto menor o valor obtido, melhor o ajuste ou proximidade entre as matrizes de viagens observada e estimada.

3.5.3 Root Mean Square Error

A estatística Root Mean Square Error (RMSE), é definida através da seguinte equação:

$$RMSE = \left[\sum_{ij} \frac{(T_{ij}^* - T_{ij})^2}{ncel} \right]^{1/2}. \quad (3.35)$$

Esta estatística representa uma medida baseada na distância euclidiana e é muito sensível a grandes erros absolutos (WILSON, 1976).

3.5.4 Erro Quiquadrado

O Erro Quiquadrado (χ^2), é dado pela seguinte equação:

$$\chi^2 = \sum_{ij} \frac{(T_{ij}^* - T_{ij})^2}{T_{ij}} . \quad (3.36)$$

Os testes realizados com essa medida produzem valores de Quiquadrado extremamente altos (WILSON, 1976).

Sua análise comparativa é feita da mesma forma que as estatísticas apresentadas anteriormente, ou seja, quanto maior o valor obtido, pior será o ajuste entre as matrizes de viagens observada e estimada.

Como dito anteriormente, o critério de calibração mais usado para estimar os parâmetros dos modelos de distribuição de viagens é a máxima verossimilhança. No entanto, outras estatísticas podem ser utilizadas.

Neste trabalho, além da máxima verossimilhança, usaremos a soma média dos erros quadrados (DIPLOCK, OPENSHAW, 1996) e a Phi-normalizada (SMITH, HUTCHINSON, 1981), para estimar os parâmetros do modelo gravitacional e do modelo gravitacional – de oportunidades. As demais estatísticas juntamente com a Phi-

normalizada e a soma média dos erros quadrados, serão aplicadas na avaliação do desempenho dos critérios em estudo.

No capítulo seguinte, são apresentados alguns métodos numéricos usados na determinação dos parâmetros dos modelos de distribuição de viagens.

4 MÉTODOS NUMÉRICOS UTILIZADOS NA CALIBRAÇÃO

4.1 Introdução

Os métodos numéricos são utilizados na calibração de modelos de distribuição de viagens, para determinação dos parâmetros envolvidos, de modo a obter um melhor ajuste entre os dados observados e estimados. Vários são os métodos existentes para determinação desses parâmetros, entretanto consideramos conveniente para utilização neste trabalho, os seguintes métodos:

- a) Método das secantes;
- b) Busca de Fibonacci;
- c) Método do gradiente com perturbações aleatórias;
- d) Método de Furness.

Neste estudo, é utilizado para determinação do fator de impedância b do modelo gravitacional, o método das secantes, aplicado ao Critério da Máxima Verossimilhança, ao passo que a Busca de Fibonacci será aplicada aos critérios da Soma Média dos Erros Quadrados e da Estatística Phi-Normalizada.

Na determinação dos fatores de impedância b e I do modelo gravitacional – de oportunidades o método do Gradiente com Perturbações Aleatórias será aplicado aos três critérios.

O ajuste dos fatores de balanceamento A_i e B_j tanto no modelo gravitacional, quanto no modelo gravitacional – de oportunidades é feito através do método de Furness.

A seguir, descrevemos os métodos utilizados.

4.2 Método das Secantes

O método das Secantes (HYMAN, 1969), consiste em determinar o valor de \mathbf{b} , tal que a igualdade entre o custo médio do modelo e o custo médio observado seja satisfeita.

O processo segue os seguintes passos:

Passo 1:

Considere $m = 1$ e estime o valor inicial de \mathbf{b} por

$$\mathbf{b}(1) = \frac{3}{2} \cdot \bar{c} \quad (4.1)$$

onde,

\bar{c} = custo médio de viagem observado.

Passo 2:

Considere $m = m + 1$. Com o valor estimado $\mathbf{b}(m - 1)$ calcule a nova matriz de viagens e obtenha o custo médio de viagem do modelo $c(m)$. Se $c(m) \cong \bar{c}$, vá ao *Passo 4* e aceite $\mathbf{b}(m - 1)$ como o valor ideal deste parâmetro. Caso contrário, vá ao *Passo 3*.

Passo 3:

Se $m = 2$, estime um novo valor para \mathbf{b} , por:

$$\mathbf{b}(2) = \frac{c(1)}{\bar{c}} \cdot \mathbf{b}(1) \quad (4.2)$$

ou,

Se $m > 2$, estime um novo valor para \mathbf{b} , por:

$$\mathbf{b}(m+1) = \frac{(\bar{c} - c(m-1)) \cdot \mathbf{b}(m) - (\bar{c} - c(m)) \cdot \mathbf{b}(m-1)}{c(m) - c(m-1)} \quad (4.3)$$

retorne ao *Passo 2*.

Passo 4:

FIM

O fluxograma deste método é apresentado na Figura 2.

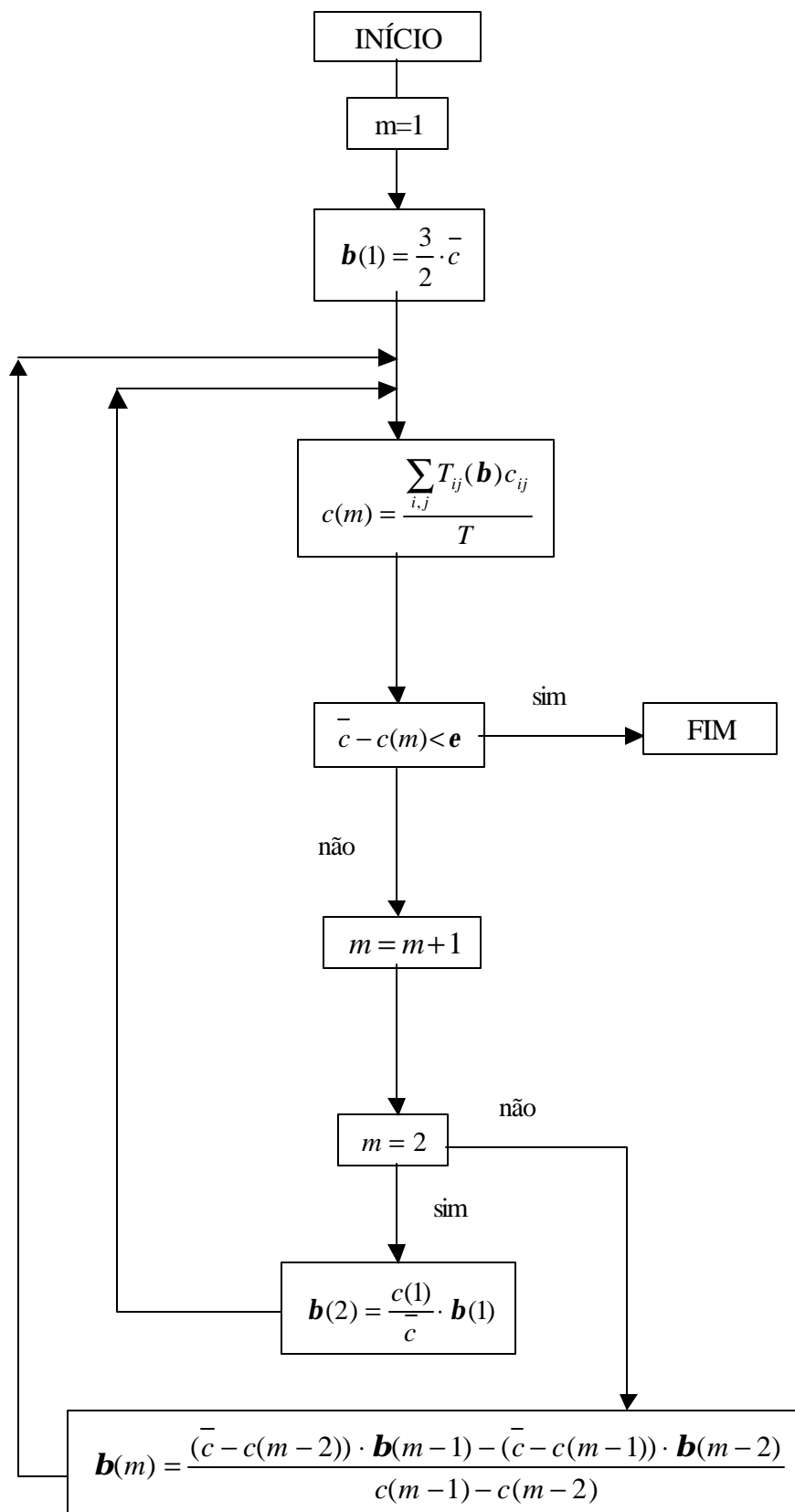


FIGURA 2 – Fluxograma do Método das Secantes

4.3 Busca de Fibonacci

KIEFER (1953) utilizou a seqüência de números de Fibonacci, dada pela série $F_N = F_{N-1} + F_{N-2}$, onde $F_0 = F_1 = 1$, na elaboração de uma estratégia para otimização de funções convexas, chamada de Busca de Fibonacci (NOVAES, 1978).

Segundo NOVAES (1978), sendo I_k o intervalo de incerteza após k iterações e I_0 o comprimento do intervalo inicial, esta estratégia é dada por:

$$I_k = \left(\frac{F_{N-k}}{F_N} \right) \cdot I_0 \quad (4.4)$$

onde N é um número inteiro escolhido a priori, $k = 1, 2, \dots, N-1$ e F_N é o número de Fibonacci.

O processo de localização dos pontos que determinam o intervalo de incerteza é o seguinte:

Inicialmente, determina-se dois pontos iniciais x_1 e x_2 , simetricamente a intervalos $I_1 = (F_{N-1}/F_N) \cdot I_0$ das extremidades. Em seguida, analisa-se os valores obtidos para $f(x_1)$ e $f(x_2)$ comparando-os. Escolhe-se então, o intervalo I_1 apropriado e continua-se o processo, localizando os pontos a distâncias simétricas iguais a $I_2 = (F_{N-2}/F_N) \cdot I_0$ dos extremos, e assim sucessivamente.

Para esclarecer melhor este processo utilizamos o exemplo apresentado por NOVAES (1978).

O autor, na busca do intervalo de incerteza onde localiza-se o ponto de máximo da Figura 3, utilizou o processo de Fibonacci para o caso em que $N = 6$. Os números de Fibonacci para este valor de N , são: 1,1,2,3,5,8,13.

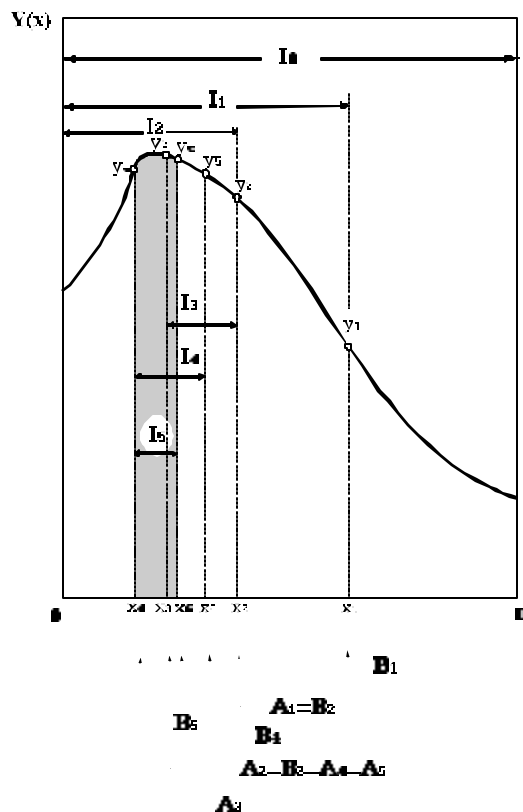


FIGURA 3 – Evolução do Método de Fibonacci para $N=6$

FONTE: NOVAES, 1978.

Os primeiros pontos x_1 e x_2 são localizados a distâncias iguais a $(F_5/F_6) \cdot I_0$, dos extremos do intervalo I_0 , dado por:

$$x_1 = x_{B_1} = \frac{F_5}{F_6} I_0 = \frac{8}{13} I_0 = 0,615 I_0$$

$$x_2 = x_{A_1} = I_0 - \frac{F_5}{F_6} I_0 = \frac{5}{13} I_0 = 0,385 I_0 .$$

Calcula-se os valores de $f(x_1)$ e $f(x_2)$ e faz-se a seguinte verificação:

Se $f(x_1) > f(x_2)$ escolhe-se o intervalo a direita de A_1 . Caso, $f(x_1) < f(x_2)$ faz-se a opção pelo o intervalo a esquerda de B_1 . Neste caso específico, como o problema é encontrar o ponto de máximo da função, escolhe-se o intervalo a esquerda de B_1 , onde o comprimento de I_1 é dado por:

$$I_1 = \frac{8}{13} I_0 = 0,615 I_0 .$$

NOVAES (1978) demonstrou que basta determinar a posição e o valor de $f(x)$ para o ponto A_2 , pois B_2 coincide com A_1 , assim,

$$x_3 = x_{A_2} = I_1 - \frac{F_4}{F_6} I_0 = \frac{3}{13} I_0 = 0,231 I_0 .$$

Calcula-se o valor de $f(x_3)$ e verifica-se que $f(x_3) > f(x_2)$, assim, escolhe-se o intervalo a esquerda de B_2 , e o comprimento de I_2 é dado por:

$$I_2 = \frac{F_4}{F_6} I_0 = \frac{5}{13} I_0 = 0,385 I_0 .$$

Determina-se então A_3 e mais uma vez, B_3 coincide com A_2 . Assim, determina-se a posição A_3 por:

$$x_4 = x_{A_3} = I_2 - \frac{F_3}{F_6} I_0 = \frac{2}{13} I_0 = 0,154 I_0 .$$

Examinando os valores de $f(x)$, observa-se que $f(x_3) > f(x_4)$. Assim, escolhe-se o intervalo I_3 a direita de A_3 . O intervalo I_3 formado pelo segmento $A_3 B_2$, é dado por:

$$I_3 = \frac{F_3}{F_6} I_0 = \frac{3}{13} I_0 = 0,231 I_0 .$$

O novo intervalo I_4 tem seu comprimento dado por:

$$I_4 = \frac{F_2}{F_6} I_0 = \frac{2}{13} I_0 = 0,154 I_0 .$$

O ponto A_4 coincide com B_3 . Calcula-se então, o ponto B_4 por:

$$x_5 = x_{B_4} = x_4 + I_4 = \frac{2}{13} I_0 + \frac{2}{13} I_0 = \frac{4}{13} I_0 = 0,307 I_0 .$$

Calcula-se $f(x_5)$ e verifica-se que $f(x_3) > f(x_5)$, reduzindo o intervalo de busca ao segmento A_3B_4 de comprimento I_4 . Determina-se então, o valor de I_5 através da expressão:

$$I_5 = \frac{F_1}{F_6} I_0 = \frac{1}{13} I_0 = 0,077 I_0 .$$

A posição A_5 coincide com A_2 e a posição de B_5 é dada por:

$$x_6 = x_{B_5} = x_4 + I_5 = \frac{2}{13} I_0 + \frac{1}{13} I_0 = \frac{3}{13} I_0 = 0,231 I_0 .$$

Como $f(x_3) > f(x_6)$ o intervalo final restringe-se a região hachurada da Figura 3.

O valor de N para uma precisão pré-estabelecida é escolhido tal que:

$$\frac{1}{F_N} \leq \epsilon$$

onde F_N é o número de Fibonacci.

O procedimento para obtenção do ponto de mínimo de uma função é determinado de maneira análoga a apresentada nesse exemplo.

O fluxograma deste método para minimização de funções convexas é apresentado na Figura 4.

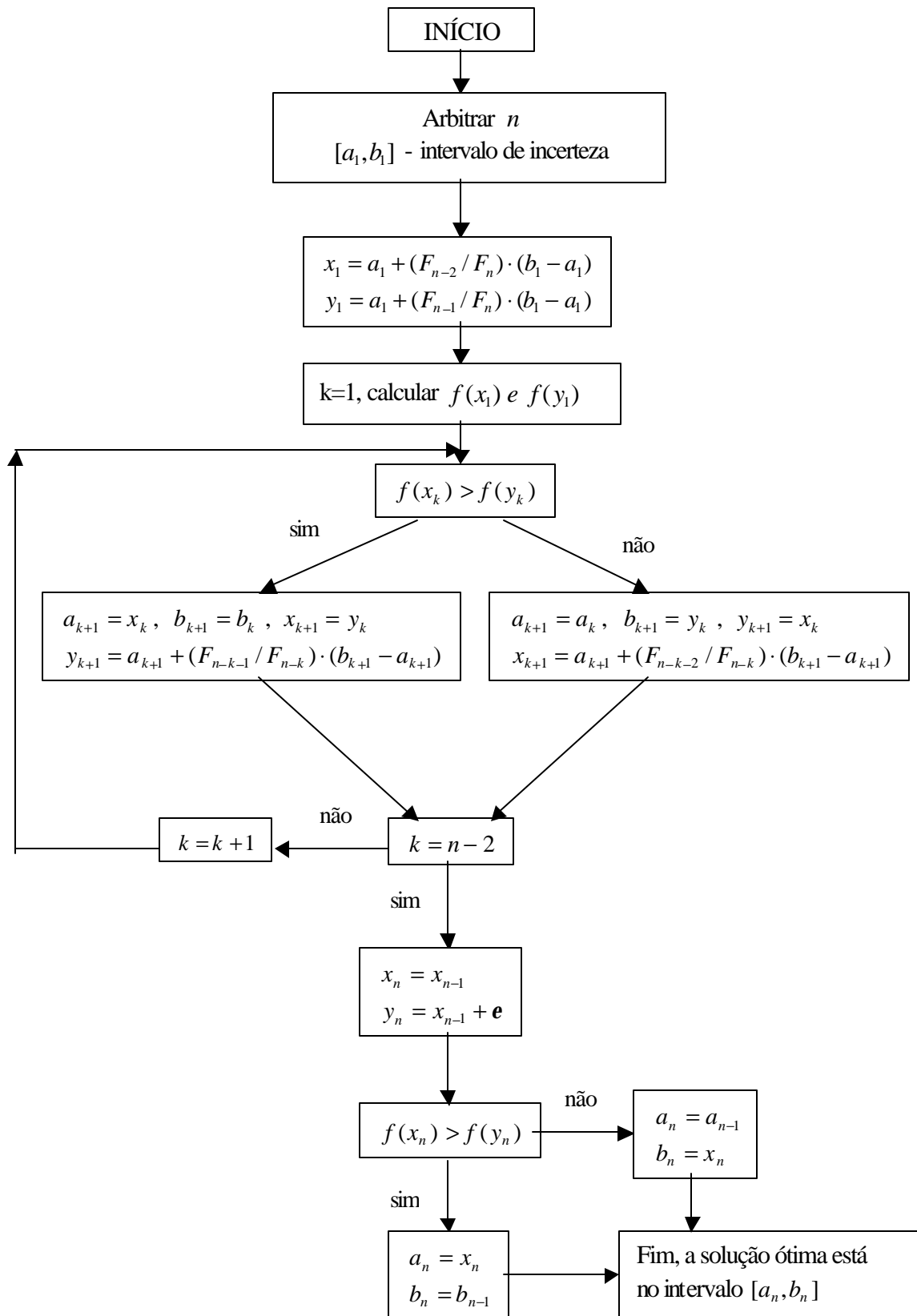


FIGURA 4 – Fluxograma do Método da Busca de Fibonacci

4.4 Método do Gradiente

A busca do ponto de mínimo de uma função através do método do gradiente é feita da seguinte maneira:

Primeiramente escolhe-se um ponto inicial x_0 , o qual pode ser determinado mediante informações prévias, onde o mínimo global desejado deve se encontrar. Em seguida determina-se uma seqüência de pontos $\{x_n\}_{n \geq 1}$, através da relação de recorrência,

$$x_{n+1} = Q(x_n) \quad (4.5)$$

onde,

$$Q(x) = x - \mathbf{m} \cdot \nabla F(x), \text{ com } \mathbf{m} > 0 \quad (4.6)$$

e $\nabla F(x)$ é o gradiente de F .

No processo de minimização cada ponto da seqüência $\{x_n\}_{n \geq 1}$, é aplicado a função. Em geral, o processo iterativo termina quando a diferença entre os valores obtidos, em dois pontos sucessivos, para a função que se deseja minimizar, for menor que uma tolerância preestabelecida. O valor tido como mínimo da função, normalmente será dado pelo último valor calculado pela relação de recorrência.

4.5 Método do Gradiente com Perturbações Aleatórias

O método do gradiente, exposto anteriormente, apresenta problemas no caso da função a ser minimizada ser não convexa, pois a seqüência pode convergir para um mínimo local e não para um mínimo global, ou seja, não verifica a condição que $F(x_n) \rightarrow \min F$.

Para que problemas como este não aconteçam, são adicionadas perturbações aleatórias adequadas à relação de recorrência apresentada no método do gradiente, com o intuito de garantir a convergência independentemente do ponto inicial que for tomado (POGU, CURSI, 1994).

Ou seja,

$$x_{n+1} = Q(x_n) + P_n \quad (4.7)$$

onde, P_n é uma perturbação aleatória que decresce de forma lenta de modo a evitar a convergência para um mínimo local.

A implementação deste método pode ser feita seguindo os passos do seguinte algoritmo (GONÇALVES, CURSI, 1997; GONÇALVES, CURSI, 1999):

Inicialmente geramos uma seqüência $\{x_n\}_{n \geq 1}$, de modo que,

$$x_{n+1} = Q(x_n) + P_n, \quad \forall n \geq 0 \quad (4.8)$$

tal que,

$$Q(x) = x - \mathbf{m} \nabla F(x). \quad (4.9)$$

Em seguida, escolhe-se um número inteiro positivo NR , e no passo n , x_{n+1} é obtido através de

$$x_{n+1} = \text{Arg} \min\{F(Q(x_n) + P_n^r); 0 \leq r \leq NR\} \quad (4.10)$$

onde,

$P_n^0 = 0$ e $P_n^1, P_n^2, \dots, P_n^{NR}$ são NR valores aleatórios de P_n .

Para cada $r, 1 \leq r \leq NR$, o vetor P_n^r é dado por $P_n^r = \mathbf{I}_n Z_n^r$, sendo $(\mathbf{I}_n)_{n \geq 1}$ uma seqüência de números reais convergindo para zero, gerada pela expressão:

$$\mathbf{I}_n = a \sqrt{\frac{c}{\log(n+d)}} \quad (4.11)$$

em que, a , c e d são constantes positivas, e (Z_n^r) é um vetor gerado através da distribuição gaussiana padronizada N -dimensional $N(0, Id)$, onde Id é uma matriz identidade.

Em geral, o processo termina quando a diferença entre os valores da função em dois pontos sucessivos for menor que um determinado ϵ ou atingir um número determinado de iterações.

O fluxograma deste método é apresentado na Figura 5.

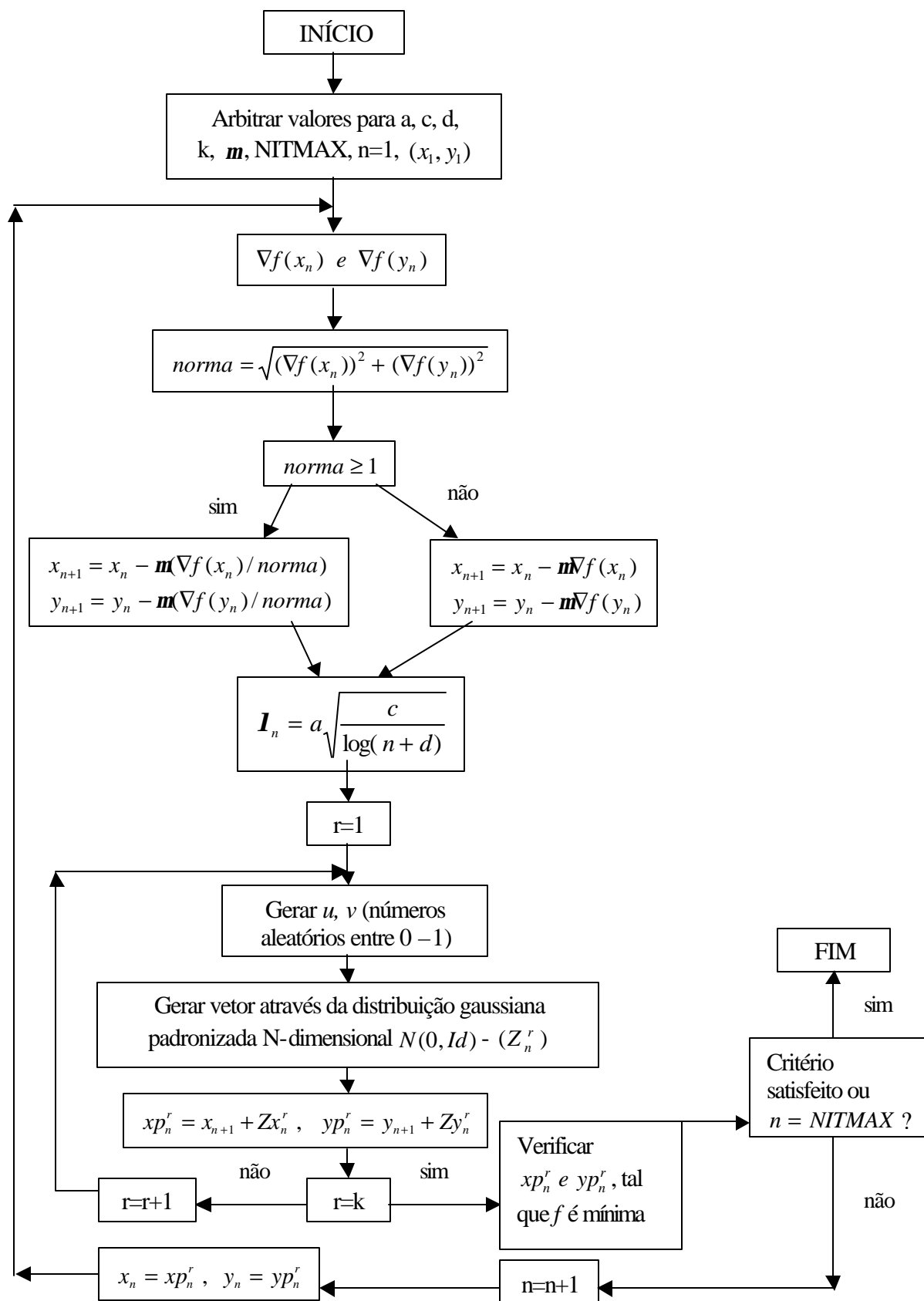


FIGURA 5 – Fluxograma Método do Gradiente com Perturbações Aleatórias

4.6 Método de Furness

O método de FURNESS é um processo iterativo, usualmente empregado nos modelos de distribuição de viagens no cálculo dos fatores de balanceamento e consiste no seguinte processo:

Inicialmente, arbitra-se o valor I para todos os A_i^s e em seguida determina-se os valores dos B_j^s correspondentes, usando a equação (2.23). Em seguida, calcula-se os novos valores dos A_i^s , através da equação (2.22) e por sua vez, de posse desses novos valores, determina-se os B_j^s correspondentes.

Este processo se repete, até o momento em que se verifique que os valores não sofrem modificações, ou seja, haja um equilíbrio.

Este é um processo simples de ser implementado. Cabe salientar que o mesmo, pode adotar inicialmente o valor I para os B_j^s .

O fluxograma deste método é apresentado na Figura 6.

No capítulo seguinte, apresentamos os testes numéricos e a análise dos resultados obtidos através de implementação computacional.

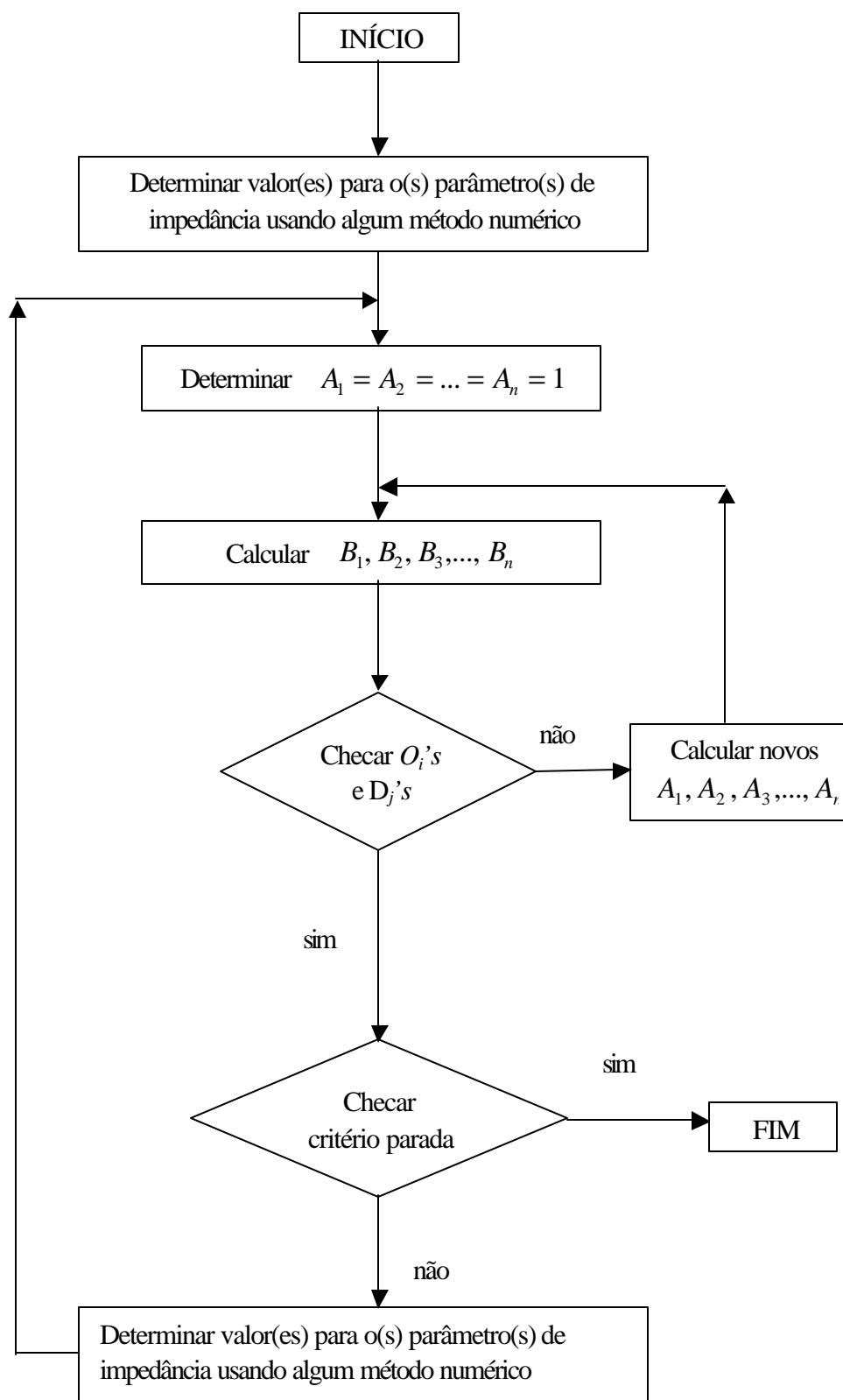


Figura 6 – Fluxograma do Método de Furness

5 TESTES NUMÉRICOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo apresentamos o conjunto de dados e as medidas de distância e de oportunidades intervenientes utilizados neste estudo. Os resultados obtidos através da implementação computacional dos métodos numéricos descritos no capítulo anterior, aplicados aos modelos de distribuição de viagens apresentados no capítulo 2, também estão presentes, seguidos de análise sobre o desempenho dos critérios aplicados a cada um dos modelos escolhidos para este estudo.

5.1 Descrição do conjunto de dados

O conjunto de dados utilizado neste trabalho, foi coletado pela Pesquisadora Lourdes Maria Werle de Almeida, e utilizado no desenvolvimento de uma aplicação prática da metodologia apresentada em sua tese de doutorado: “Desenvolvimento de uma metodologia para análise locacional de sistemas educacionais usando modelos de interação espacial e indicadores de acessibilidade.”

ALMEIDA (1999), construiu sua matriz observada de distribuição de viagens dos estudantes às escolas, através de um formulário distribuído entre 29 escolas, distribuídas em 12 zonas, no qual o estudante deveria escrever o número correspondente a zona em que ele era residente. Estas zonas foram determinadas, com base em dados fornecidos pelo Instituto de Planejamento Urbano de Londrina (IPPUL).

A matriz de separação espacial entre cada par de zona (i, j) foi determinada através do tempo que o estudante levava para se deslocar de sua residência até a escola, incluindo o tempo de espera e de caminhada, utilizando ônibus como meio de transporte. Este meio de transporte foi escolhido por ALMEIDA (1999), por se tratar do único meio de transporte coletivo existente na cidade e também por ser utilizado pela maioria dos estudantes entrevistados.

A matriz de oportunidades intervenientes foi obtida através da utilização de um conjunto de escolas intervenientes, juntamente com um vetor de oportunidades (ALMEIDA, 1999).

A seguir, apresentamos as matrizes de viagens observadas, separação espacial (tempo de viagem entre as zonas) e de oportunidades intervenientes.

												O_i	
$T_{ij}^* =$	2008	1	181	125	1500	1	259	1	1	1	1	1	4080
	30	386	263	3	179	35	73	1	1	1	1	1	974
	10	3	1319	4	201	1	174	1	1	1	1	1	1717
	20	3	86	740	737	10	90	1	1	1	0	0	1689
	5	0	174	20	1556	8	540	84	1	0	0	0	2388
	5	0	20	4	136	160	135	1	1	1	1	1	465
	2	1	18	2	275	1	998	1	1	1	0	0	1300
	1	2	58	271	877	1	396	231	0	10	0	0	1847
	15	5	13	151	195	1	63	0	716	0	0	8	1167
	0	0	5	3	99	1	56	423	241	145	0	0	973
	0	0	11	3	285	1	329	98	104	0	173	8	1012
	0	0	6	3	265	160	183	0	91	0	0	382	1090
D_j	2096	401	2154	1329	6305	380	3296	842	1159	161	177	402	

FIGURA 7 - Matriz de Viagens Observadas

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} 20 & 60 & 60 & 55 & 30 & 55 & 60 & 60 & 50 & 60 & 65 & 65 \\ 60 & 15 & 50 & 55 & 25 & 60 & 60 & 60 & 50 & 60 & 65 & 65 \\ 60 & 50 & 20 & 50 & 30 & 30 & 55 & 60 & 55 & 60 & 65 & 65 \\ 55 & 55 & 50 & 15 & 20 & 45 & 40 & 60 & 55 & 50 & 60 & 60 \\ 30 & 25 & 30 & 20 & 15 & 25 & 25 & 30 & 25 & 25 & 25 & 25 \\ 55 & 60 & 30 & 45 & 25 & 20 & 40 & 60 & 60 & 60 & 60 & 60 \\ 60 & 60 & 55 & 40 & 25 & 40 & 20 & 55 & 55 & 50 & 50 & 55 \\ 60 & 60 & 60 & 60 & 30 & 60 & 55 & 20 & 60 & 30 & 55 & 55 \\ 50 & 50 & 55 & 55 & 25 & 60 & 55 & 60 & 20 & 50 & 60 & 60 \\ 60 & 60 & 60 & 50 & 25 & 60 & 50 & 30 & 50 & 20 & 50 & 50 \\ 65 & 65 & 65 & 60 & 25 & 60 & 50 & 55 & 60 & 50 & 18 & 25 \\ 65 & 65 & 65 & 60 & 25 & 60 & 55 & 55 & 60 & 50 & 25 & 20 \end{bmatrix}$$

FIGURA 8 - Matriz de Distribuição Espacial (tempo de viagem)

$$W_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 34 & 27 & 19 & 0 & 25 & 18 & 34 & 24 & 47 & 49 & 43 \\ 39 & 0 & 18 & 23 & 0 & 40 & 18 & 40 & 25 & 47 & 49 & 43 \\ 39 & 23 & 0 & 23 & 0 & 23 & 23 & 47 & 43 & 47 & 49 & 43 \\ 39 & 38 & 27 & 0 & 0 & 34 & 11 & 40 & 40 & 38 & 50 & 40 \\ 38 & 29 & 20 & 18 & 0 & 34 & 11 & 40 & 34 & 33 & 35 & 34 \\ 39 & 35 & 11 & 34 & 0 & 0 & 11 & 43 & 43 & 40 & 51 & 43 \\ 39 & 35 & 29 & 29 & 0 & 34 & 0 & 40 & 40 & 33 & 40 & 40 \\ 39 & 35 & 27 & 34 & 0 & 42 & 11 & 0 & 43 & 18 & 23 & 33 \\ 18 & 18 & 27 & 34 & 0 & 46 & 11 & 46 & 0 & 19 & 50 & 46 \\ 41 & 36 & 34 & 29 & 0 & 46 & 11 & 19 & 36 & 0 & 38 & 36 \\ 40 & 36 & 34 & 29 & 0 & 36 & 11 & 32 & 36 & 29 & 0 & 18 \\ 40 & 36 & 34 & 29 & 0 & 36 & 11 & 32 & 36 & 29 & 20 & 0 \end{bmatrix}$$

FIGURA 9 - Matriz de Oportunidades Intervenientes

5.2 Programas implementados

No desenvolvimento deste trabalho foi necessário a criação de vários programas computacionais, que propiciassem subsídios necessários para a realização de uma análise mais apurada sobre o comportamento dos critérios de calibração nos modelos de distribuição de viagens estudados.

Todos os programas desenvolvidos para este trabalho foram implementados com o auxílio do software MATLAB para Windows versão 5.1.0.421.

No modelo gravitacional entrópico, analisamos os seguintes casos:

a) Modelo gravitacional entrópico duplamente restrito:

$$T_{ij} = A_i B_j O_i D_j e^{-b \cdot c_{ij}}$$

$$A_i = [\sum_j B_j D_j e^{-b \cdot c_{ij}}]^{-1}$$

$$B_j = [\sum_i A_i O_i e^{-b \cdot c_{ij}}]^{-1}$$

b) Modelo gravitacional entrópico simplesmente restrito com restrição de origem:

$$T_{ij} = A_i O_i e^{-b \cdot c_{ij}}$$

$$A_i = [\sum_j e^{-b \cdot c_{ij}}]^{-1}$$

c) Modelo gravitacional entrópico simplesmente restrito com restrição de origem, considerando a atratividade:

$$T_{ij} = A_i O_i D_j e^{-b \cdot c_{ij}}$$

$$A_i = \left[\sum_j D_j e^{-b \cdot c_{ij}} \right]^{-1}$$

Para os três casos foram desenvolvidos programas para plotagem das funções utilizadas na calibração, com o parâmetro beta variando entre 0 e 1, com o intuito de verificar o comportamento das mesmas. Implementamos também, o método das secantes para o critério da máxima verossimilhança e o método da Busca de Fibonacci para os critérios da estatística Phi-Normalizada e soma média dos erros quadrados. Também foram desenvolvidos programas para calcular todas as demais medidas de ajuste descritas no capítulo 3, as quais são utilizadas na análise comparativa entre os diversos critérios e modelos. Finalmente, outro programa foi desenvolvido para plotagem das distribuições de frequência das matrizes de viagens estimadas e observadas.

No modelo gravitacional – de oportunidades, analisamos os seguintes casos:

a) Modelo gravitacional – de oportunidades duplamente restrito:

$$T_{ij} = A_i B_j O_i D_j e^{-b \cdot c_{ij}} e^{-I w_{ij}}$$

$$A_i = \left[\sum_j B_j D_j e^{-b \cdot c_{ij}} e^{-I w_{ij}} \right]^{-1}$$

$$B_j = [\sum_i A_i O_i e^{-b \cdot c_{ij}} e^{-I w_{ij}}]^{-1}$$

b) Modelo gravitacional – de oportunidades simplesmente restrito com restrição de origem:

$$T_{ij} = A_i O_i e^{-b \cdot c_{ij}} e^{-I w_{ij}}$$

$$A_i = [\sum_j e^{-b \cdot c_{ij}} e^{-I w_{ij}}]^{-1}$$

c) Modelo gravitacional – de oportunidades simplesmente restrito com restrição de origem, considerando a atratividade:

$$T_{ij} = A_i O_i D_j e^{-b \cdot c_{ij}} e^{-I w_{ij}}$$

$$A_i = [\sum_j D_j e^{-b \cdot c_{ij}} e^{-I w_{ij}}]^{-1}$$

Da mesma forma, para os três casos foram desenvolvidos programas para plotagem das funções utilizadas. Variamos os parâmetros beta, entre 0 e 2, e lambda, entre 0 e 1, com o intuito de verificar o comportamento das mesmas, para que pudéssemos optar por um método numérico viável que possibilitasse determinar o mínimo global destas funções. Devido a não convexidade das funções a serem analisadas o método numérico escolhido, e implementado, foi o gradiente com perturbações aleatórias, apresentado no capítulo quatro, o qual foi aplicado aos

critérios em estudo. Para os resultados obtidos através destas implementações foram utilizados os mesmos programas desenvolvidos para o modelo gravitacional, na avaliação do comportamento dos critérios de calibração estudados, através das medidas de ajuste apresentadas no capítulo três, das estimativas obtidas, e na plotagem das distribuições de frequência das matrizes de viagens estimadas e observadas.

5.3 Resultados obtidos e análise

Os resultados obtidos para o custo médio e do número médio de oportunidades intervenientes observados foram:

- ✓ Custo Médio Observado(CMO) = 28.65784408
- ✓ Número Médio de Oportunidades Intervenientes Observado(WMO) = 5.87119024

5.3.1 Modelo Gravitacional Entrópico

5.3.1.1 Duplamente Restrito

Nos Gráficos 1,2 e 3 são apresentados as funções plotadas utilizando os critérios estudados. No Gráfico 1 a função é representada pela seguinte expressão:

$$F(\mathbf{b}) = c - \bar{c}$$

onde, c = custo médio estimado e \bar{c} = custo médio observado, dados por:

$$c = \frac{1}{T} \sum_{ij} T_{ij}(\mathbf{b}) c_{ij}$$

$$\bar{c} = \frac{1}{T} \sum_{ij} T_{ij}^* c_{ij} .$$

As funções que representam os Gráficos 2 e 3 foram apresentadas nos itens 3.3 e 3.4, do capítulo 3. A Tabela 1 apresenta os valores obtidos para o parâmetro \mathbf{b} e as Tabelas 2,3 e 4 apresentam os valores dos fatores de balanceamento A_i e B_j . As Figuras 10, 11 e 12 representam os valores obtidos para as matrizes de Origem-Destino estimadas. Também são apresentadas, no Gráfico 4, as distribuições de frequência de comprimento de viagens.

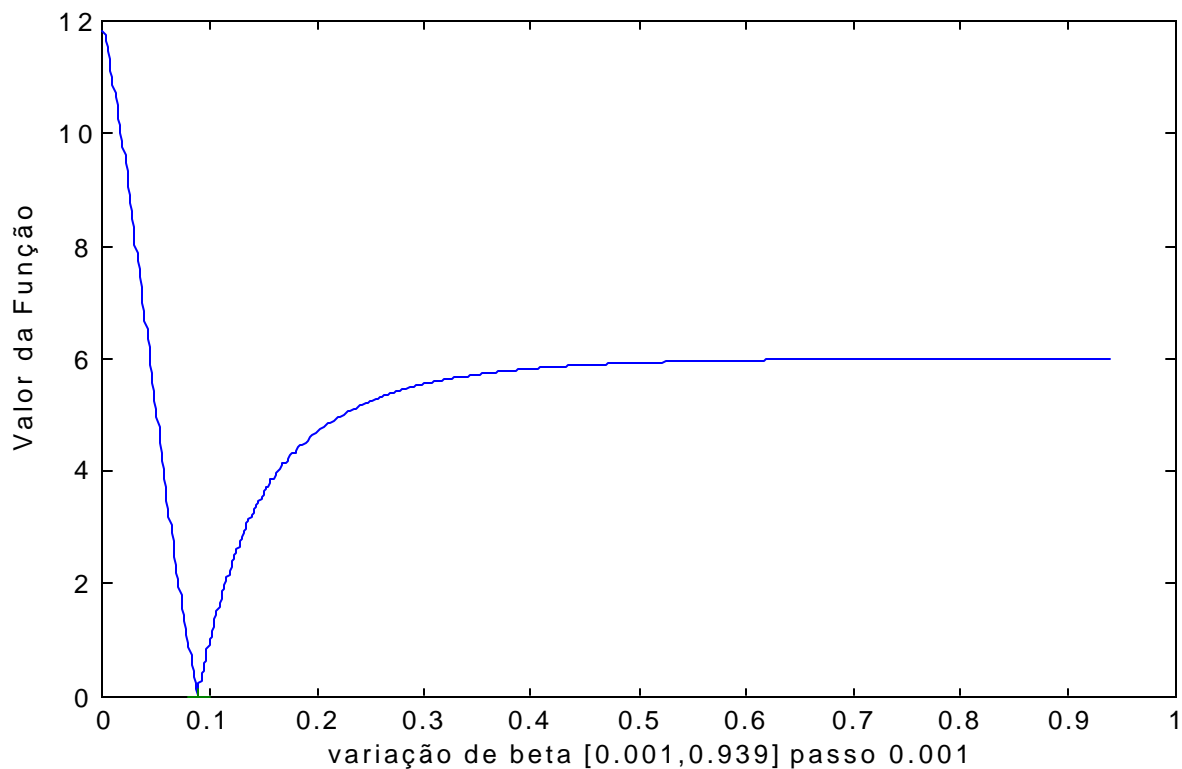


GRÁFICO 1 – Critério da máxima verossimilhança

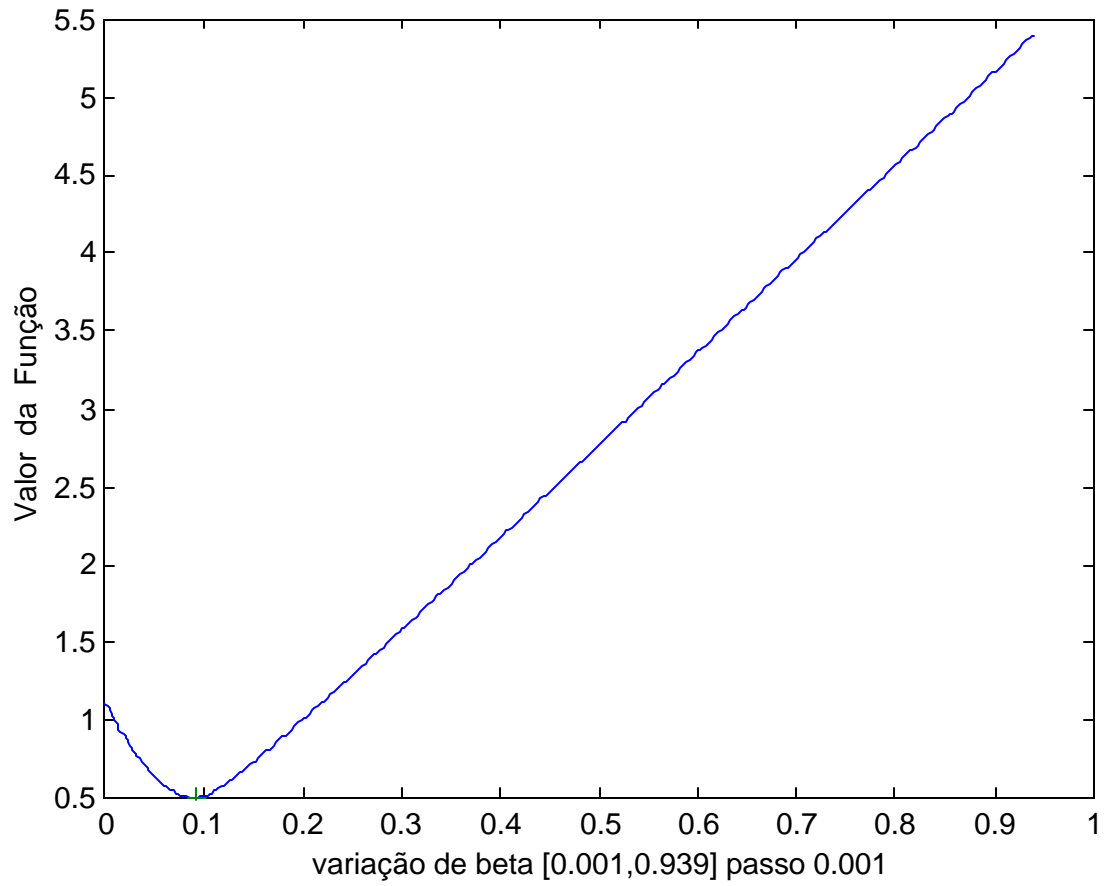


GRÁFICO 2 – Critério da estatística Phi-normalizada

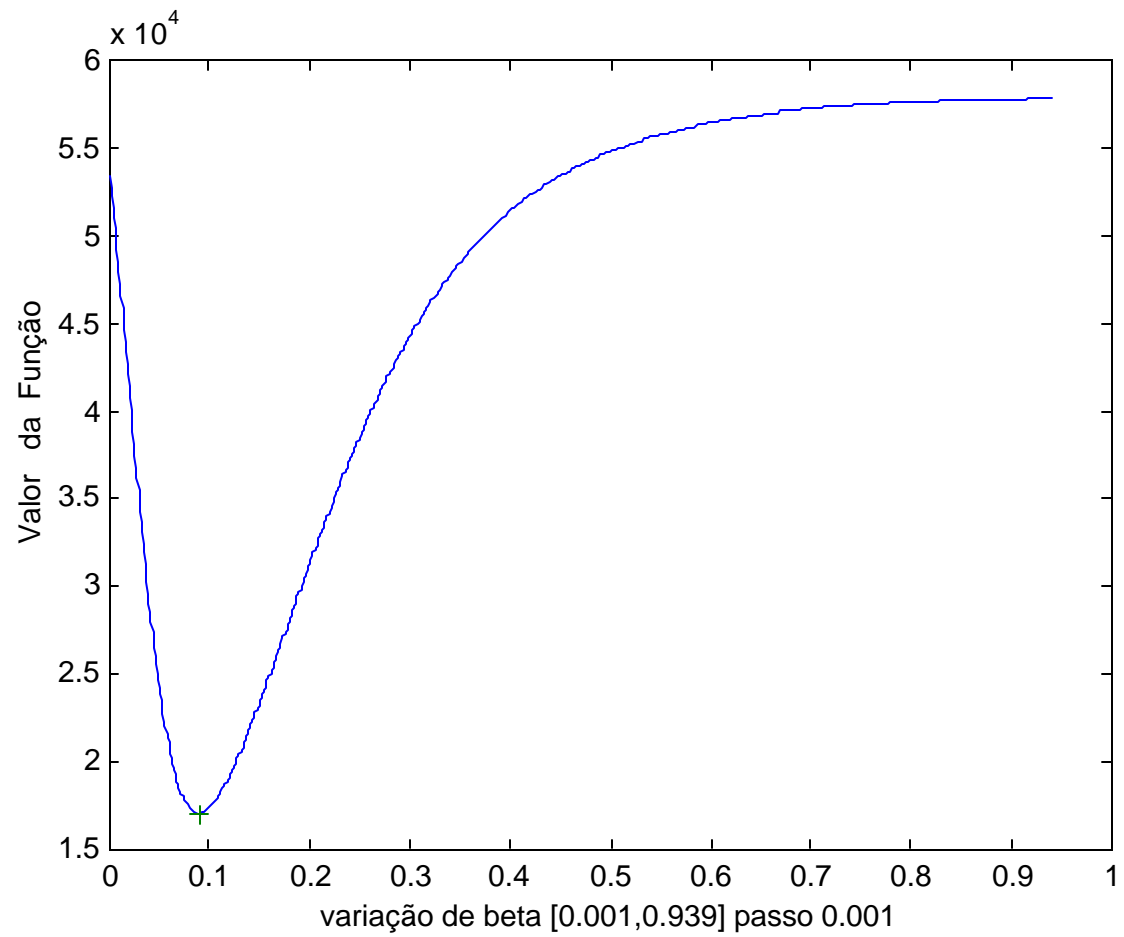


GRÁFICO 3 – Critério da soma média dos erros quadrados

TABELA 1 – Parâmetro de impedância b

<i>Critério</i>	<i>Valor de b</i>
Máxima Verossimilhança	0.088993
Estatística Phi-Normalizada	0.092179
Soma Média dos Erros Quadrados	0.089256

TABELA 2 - Fatores de Balanceamento A_i^s e B_j^s

<i>Critério da Máxima Verossimilhança</i>	
A_i	B_j
1.704820	0.000762
1.577680	0.001646
0.828078	0.002263
0.722774	0.001595
0.328845	0.000439
0.902338	0.002462
0.530983	0.002546
2.020747	0.001120
1.177885	0.002007
1.669001	0.001333
1.778978	0.001305
1.854385	0.001393

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 1876 & 22 & 163 & 110 & 1336 & 49 & 280 & 31 & 189 & 7 & 5 & 12 \\ 11 & 267 & 88 & 24 & 460 & 7 & 62 & 7 & 42 & 2 & 1 & 3 \\ 11 & 11 & 1169 & 36 & 273 & 93 & 89 & 6 & 25 & 1 & 1 & 2 \\ 15 & 6 & 70 & 681 & 571 & 21 & 291 & 6 & 21 & 3 & 1 & 3 \\ 87 & 56 & 265 & 281 & 573 & 79 & 713 & 51 & 197 & 18 & 20 & 48 \\ 5 & 1 & 142 & 16 & 126 & 66 & 100 & 3 & 5 & 0 & 0 & 1 \\ 5 & 2 & 25 & 42 & 207 & 18 & 977 & 5 & 12 & 2 & 2 & 3 \\ 29 & 12 & 87 & 38 & 715 & 17 & 235 & 594 & 42 & 56 & 6 & 16 \\ 26 & 11 & 50 & 22 & 412 & 6 & 86 & 6 & 539 & 3 & 2 & 4 \\ 12 & 5 & 38 & 40 & 487 & 7 & 159 & 106 & 44 & 59 & 5 & 11 \\ 9 & 4 & 27 & 18 & 539 & 8 & 177 & 13 & 20 & 5 & 84 & 108 \\ 10 & 4 & 30 & 21 & 606 & 9 & 127 & 14 & 23 & 5 & 50 & 191 \end{bmatrix}$$

FIGURA 10 – Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Máxima Verossimilhança)

TABELA 3 - Fatores de Balanceamento A_i^s e B_j^s

<i>Critério da Est. Phi-normalizada</i>	
A_i	B_j
1.893032	0.000741
1.720337	0.001641
0.867580	0.002360
0.764286	0.001631
0.344429	0.000438
0.963209	0.002590
0.546693	0.002692
2.239371	0.001104
1.262915	0.002068
1.840089	0.001338
1.951248	0.001298
2.033531	0.001392

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 1899 & 20 & 156 & 105 & 1346 & 48 & 272 & 28 & 184 & 7 & 4 & 11 \\ 10 & 277 & 85 & 23 & 463 & 7 & 59 & 6 & 40 & 1 & 1 & 2 \\ 10 & 10 & 1199 & 32 & 260 & 92 & 83 & 5 & 22 & 1 & 1 & 2 \\ 13 & 5 & 66 & 702 & 565 & 20 & 287 & 5 & 19 & 3 & 1 & 3 \\ 80 & 54 & 263 & 282 & 571 & 81 & 729 & 48 & 197 & 18 & 19 & 46 \\ 4 & 1 & 143 & 15 & 124 & 70 & 100 & 2 & 4 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 23 & 39 & 196 & 18 & 998 & 4 & 11 & 2 & 2 & 2 \\ 25 & 11 & 83 & 36 & 721 & 16 & 231 & 608 & 39 & 56 & 6 & 15 \\ 23 & 10 & 47 & 20 & 407 & 6 & 82 & 5 & 559 & 3 & 1 & 4 \\ 11 & 5 & 36 & 39 & 495 & 6 & 158 & 105 & 43 & 61 & 4 & 10 \\ 8 & 3 & 25 & 17 & 545 & 8 & 173 & 13 & 20 & 4 & 86 & 110 \\ 9 & 4 & 28 & 19 & 612 & 8 & 124 & 13 & 21 & 5 & 51 & 196 \end{bmatrix}$$

FIGURA 11 – Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Phi-normalizada)

TABELA 4 - Fatores de Balanceamento A_i^s e B_j^s

<i>Critério Soma Média dos Erros Quadrados</i>	
A_i	B_j
1.832890	0.000714
1.693709	0.001544
0.886094	0.002131
0.773972	0.001499
0.351855	0.000412
0.967022	0.002319
0.567366	0.002399
2.172236	0.001050
1.262790	0.001888
1.793377	0.001251
1.910752	0.001224
1.991718	0.001307

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 1878 & 22 & 162 & 110 & 1336 & 49 & 279 & 31 & 189 & 7 & 5 & 12 \\ 12 & 268 & 87 & 24 & 461 & 7 & 62 & 7 & 42 & 2 & 1 & 3 \\ 11 & 11 & 1172 & 35 & 272 & 92 & 89 & 6 & 25 & 1 & 1 & 2 \\ 14 & 6 & 69 & 683 & 570 & 21 & 291 & 5 & 21 & 3 & 1 & 3 \\ 86 & 56 & 265 & 281 & 573 & 80 & 714 & 51 & 197 & 18 & 20 & 47 \\ 5 & 1 & 142 & 16 & 126 & 67 & 100 & 2 & 5 & 0 & 0 & 1 \\ 5 & 2 & 25 & 41 & 206 & 18 & 979 & 5 & 12 & 2 & 2 & 3 \\ 28 & 12 & 87 & 38 & 717 & 17 & 234 & 595 & 41 & 56 & 6 & 16 \\ 25 & 11 & 50 & 22 & 411 & 6 & 86 & 6 & 541 & 3 & 2 & 4 \\ 12 & 5 & 38 & 40 & 487 & 7 & 159 & 106 & 44 & 59 & 4 & 11 \\ 9 & 4 & 27 & 18 & 540 & 8 & 176 & 13 & 20 & 4 & 84 & 109 \\ 10 & 4 & 30 & 20 & 606 & 9 & 127 & 14 & 22 & 5 & 51 & 191 \end{bmatrix}$$

FIGURA 12 – Matriz de Origem-Destino Estimada (critério soma média dos erros quadrados)

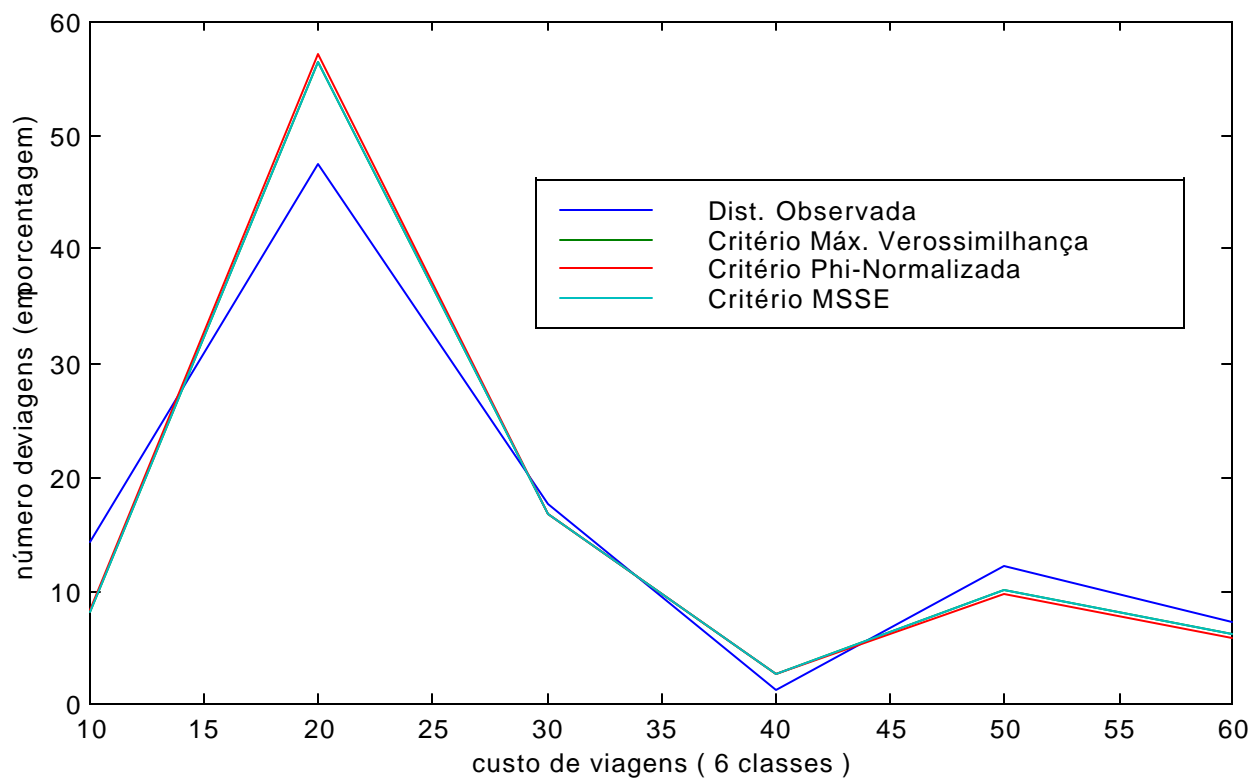


GRÁFICO 4 - Distribuição de frequências (Modelo Gravitacional Duplamente Restrito)

Na Tabela 5 são apresentados os resultados obtidos nas medidas de ajuste e os custos médios estimados obtidos pelos diferentes critérios aplicados à este modelo.

TABELA 5 – Valores obtidos nas estatísticas

<i>Estatística</i>	<i>Critério máxima verossimilhança</i>	<i>Critério da estatística Phi-normalizada</i>	<i>Critério soma média dos erros quadrados</i>
<i>Índice de dissimilaridade</i>	25.395	25.001	25.361
<i>Erro médio absoluto normalizado</i>	73.137	72.004	73.040
<i>Mean Sum Square Error</i>	17022.2	17048.9	17022.0
<i>Root Mean Square Error</i>	130.469	130.571	130.468
<i>Quiquadrado</i>	14531.4	15056.5	14571.3
<i>Phi-normalizada</i>	0.505	0.503	0.504
<i>CME</i>	28.65784408	28.35177903	28.63194086

A aplicação dos critérios ao modelo gravitacional duplamente restrito, apresentaram resultados, para as estatísticas, muito próximos uns dos outros, como podemos verificar na descrição que segue:

A estatística do índice de dissimilaridade, variou entre 25.001 à 25.395, a estatística Phi-normalizada, apresentou uma variação entre 0.503 à 0.505. Nas demais estatísticas a variação continuou se mostrando muito pequena.

Comparando os resultados obtidos através dos diferentes critérios, e visualizando a Tabela 5, percebemos, que as estatísticas do índice de dissimilaridade, do erro médio absoluto normalizado e da Phi-normalizada, apresentaram melhores valores no critério da estatística Phi-normalizada, ao passo que a estatística Mean Sum Square error e root mean square error apresentaram melhores valores para o critério da

soma média dos erros quadrados. Já o critério da máxima verossimilhança obteve na estatística Quiquadrado um valor melhor que o determinado pelos outros critérios. Entretanto como a proximidade entre os valores obtidos pelas estatísticas se mostrou muito pequena, ficou difícil determinar qual deles apresentou um melhor resultado para este caso.

Um fator determinante nesta avaliação, que nos possibilitou determinar qual dos critérios se comportou de forma mais adequada que os outros, parte da análise dos valores obtidos no custo médio estimado (CME). O mesmo, obtido pela calibração do modelo gravitacional duplamente restrito através do critério da máxima verossimilhança, apresentou um valor igual ao custo médio observado, considerando oito casas decimais, ao passo que na aplicação dos outros critérios, este valor não se mostrou tão significativo.

As distribuições de frequências que representam as viagens observadas e estimadas, demonstram, analisando o Gráfico 4, que tanto os picos, quanto sua posição na distribuição de frequência das viagens observadas, são reproduzidas de maneira satisfatória pelas distribuições de frequência das viagens estimadas.

Baseado nestas informações podemos dizer, que o critério da máxima verossimilhança é o mais indicado para aplicação neste modelo, pois além de apresentar bons resultados, sua implementação computacional é mais simples.

Este caso, não apresentou em sua implementação computacional, problemas de convergência ou outras dificuldades numéricas.

5.3.1.2 Simplesmente Restrito com Restrição de Origem

Os Gráficos 5,6 e 7 apresentam as funções plotadas utilizando os critérios estudados. As funções que representam estes gráficos foram citadas no item 5.3.1.1. A Tabela 6 apresenta os valores obtidos para o parâmetro \mathbf{b} e as Tabelas 7,8 e 9 apresentam os valores do fator de balanceamento A_j . As Figuras 13, 14 e 15 representam os valores obtidos para as matrizes de Origem-Destino estimadas. Também são apresentadas, no Gráfico 8, as distribuições de frequência de comprimento de viagens.

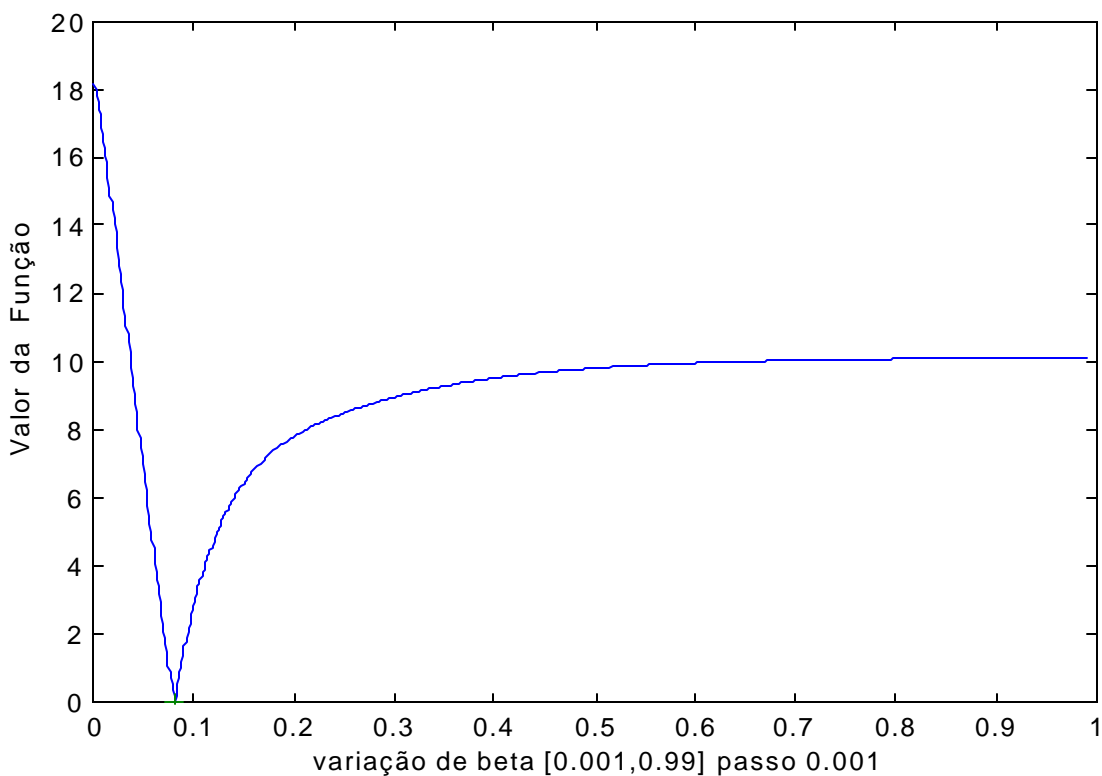


GRÁFICO 5 – Critério da máxima verossimilhança

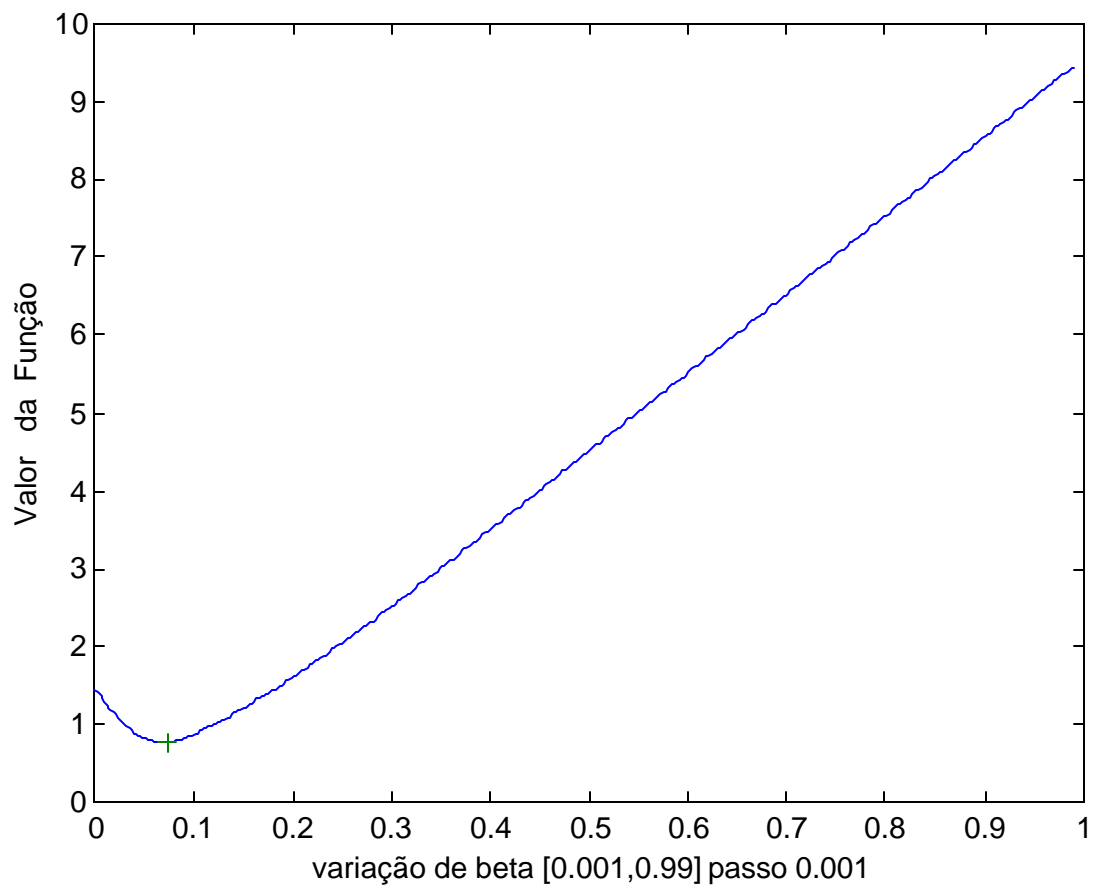


GRÁFICO 6 – Critério da estatística Phi-normalizada

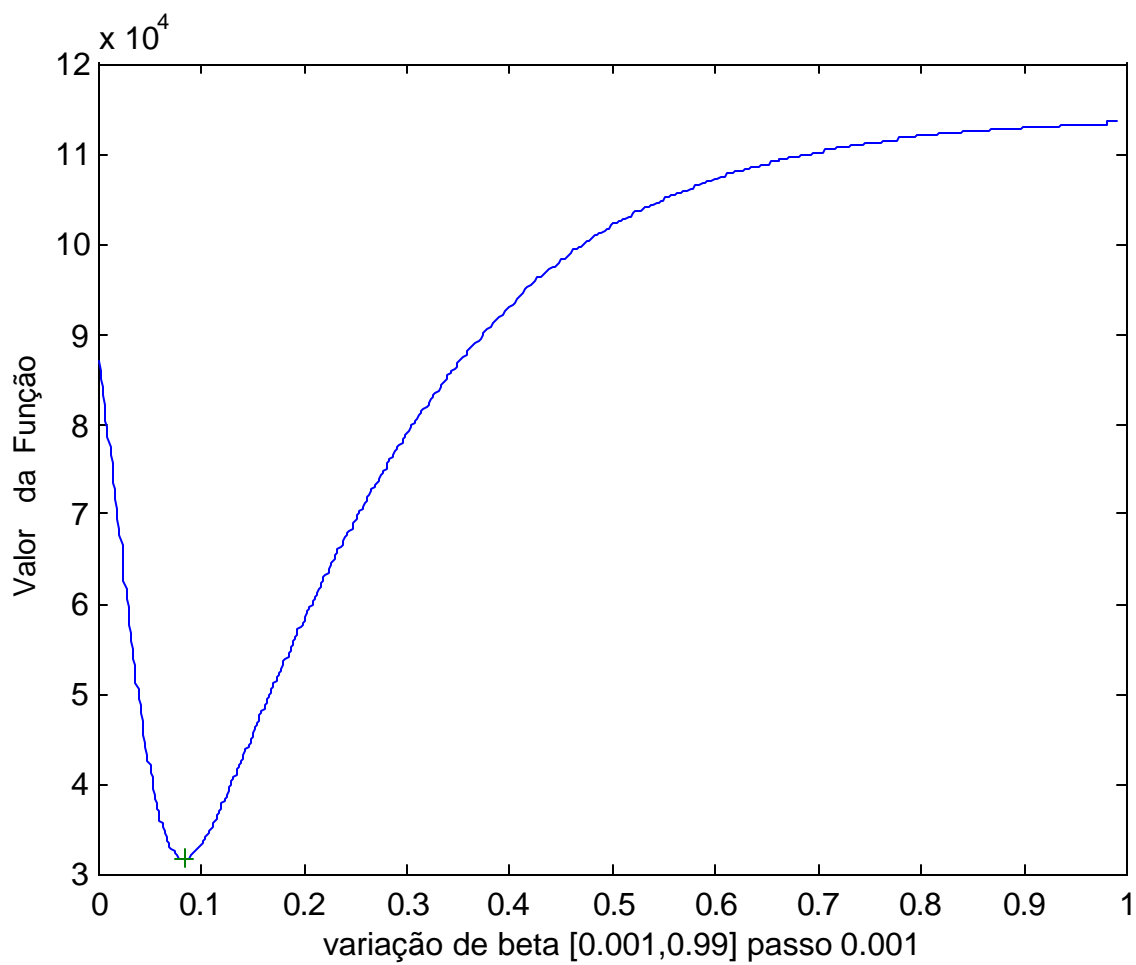


GRÁFICO 7 – Critério da soma média dos erros quadrados

TABELA 6 – Parâmetro de impedância b

<i>Critério</i>	<i>Valor de b</i>
Máxima Verossimilhança	0.080878
Estatística Phi-Normalizada	0.075278
Soma Média dos Erros Quadrados	0.083500

TABELA 7 - Fatores de Balanceamento A_i^s

<i>Critério da Máxima Verossimilhança</i>
A_i
2.651057
1.901297
2. 139038
1. 526845
0. 592498
1. 840215
1. 972129
2. 187519
2. 223276
1. 858301
1. 712546
1. 840734

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 2146 & 84 & 84 & 127 & 956 & 127 & 84 & 84 & 190 & 84 & 57 & 57 \\ 14 & 551 & 32 & 22 & 246 & 14 & 14 & 14 & 32 & 15 & 10 & 10 \\ 29 & 64 & 729 & 64 & 324 & 325 & 43 & 29 & 43 & 29 & 19 & 19 \\ 30 & 30 & 45 & 767 & 512 & 68 & 102 & 20 & 30 & 45 & 20 & 20 \\ 125 & 187 & 125 & 281 & 421 & 187 & 188 & 125 & 187 & 187 & 187 & 188 \\ 10 & 7 & 75 & 22 & 113 & 170 & 34 & 7 & 6 & 7 & 7 & 7 \\ 20 & 20 & 30 & 101 & 339 & 101 & 509 & 30 & 30 & 45 & 45 & 30 \\ 32 & 32 & 32 & 31 & 357 & 31 & 47 & 802 & 32 & 357 & 47 & 47 \\ 46 & 46 & 30 & 30 & 344 & 20 & 30 & 20 & 515 & 46 & 20 & 20 \\ 14 & 14 & 14 & 31 & 239 & 14 & 32 & 160 & 32 & 359 & 32 & 32 \\ 9 & 9 & 9 & 14 & 229 & 14 & 30 & 20 & 14 & 30 & 404 & 230 \\ 10 & 10 & 10 & 16 & 266 & 16 & 24 & 23 & 16 & 35 & 266 & 398 \end{bmatrix}$$

FIGURA 13 – Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Máxima Verossimilhança)

TABELA 8 - Fatores de Balanceamento A_i^s

<i>Critério Phi-normalizada</i>
A_i
2.217000
1.646059
1.795575
1.324279
0.519538
1.554736
1.654106
1.837439
1.868425
1.566505
1.470382
1.570432

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 2007 & 99 & 99 & 144 & 945 & 144 & 99 & 99 & 209 & 99 & 68 & 68 \\ 18 & 518 & 37 & 25 & 244 & 18 & 18 & 18 & 37 & 17 & 12 & 12 \\ 34 & 71 & 684 & 72 & 322 & 322 & 49 & 34 & 49 & 34 & 23 & 23 \\ 36 & 36 & 52 & 723 & 496 & 76 & 110 & 24 & 36 & 52 & 24 & 24 \\ 129 & 189 & 130 & 275 & 401 & 189 & 189 & 130 & 189 & 189 & 189 & 189 \\ 11 & 8 & 76 & 24 & 110 & 160 & 36 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 23 & 24 & 34 & 106 & 328 & 106 & 477 & 34 & 34 & 50 & 50 & 34 \\ 37 & 37 & 37 & 37 & 355 & 37 & 54 & 753 & 37 & 355 & 54 & 54 \\ 50 & 50 & 34 & 35 & 332 & 24 & 35 & 24 & 484 & 51 & 24 & 24 \\ 17 & 17 & 17 & 36 & 232 & 17 & 35 & 159 & 35 & 338 & 35 & 35 \\ 11 & 11 & 11 & 16 & 227 & 16 & 34 & 24 & 16 & 35 & 384 & 227 \\ 13 & 13 & 13 & 19 & 260 & 19 & 27 & 27 & 19 & 40 & 260 & 380 \end{bmatrix}$$

FIGURA 14 – Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Phi-normalizada)

TABELA 9 - Fatores de Balanceamento A_i^s

	<i>Critério Soma Média</i>
	<i>Erros Quadrados</i>
	A_i
2.876152	
2.029233	
2.318067	
1.628800	
0.630115	
1.988707	
2.138085	
2.369692	
2.407171	
2.010184	
1.836492	
1.979985	

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 2209 & 78 & 78 & 119 & 959 & 119 & 78 & 78 & 180 & 78 & 52 & 52 \\ 13 & 565 & 31 & 20 & 245 & 13 & 13 & 13 & 30 & 13 & 9 & 9 \\ 27 & 61 & 749 & 61 & 325 & 325 & 40 & 27 & 40 & 27 & 18 & 17 \\ 28 & 28 & 42 & 786 & 518 & 64 & 97 & 19 & 28 & 42 & 18 & 19 \\ 123 & 186 & 123 & 283 & 430 & 186 & 186 & 123 & 187 & 187 & 187 & 187 \\ 9 & 6 & 76 & 22 & 115 & 174 & 33 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \\ 19 & 19 & 28 & 98 & 345 & 98 & 523 & 28 & 28 & 43 & 43 & 28 \\ 29 & 29 & 29 & 29 & 358 & 29 & 44 & 824 & 29 & 358 & 45 & 44 \\ 43 & 43 & 28 & 29 & 348 & 19 & 28 & 19 & 529 & 43 & 19 & 19 \\ 13 & 13 & 13 & 30 & 243 & 13 & 30 & 160 & 30 & 368 & 30 & 30 \\ 8 & 8 & 8 & 12 & 231 & 12 & 29 & 19 & 12 & 29 & 414 & 230 \\ 10 & 9 & 10 & 14 & 268 & 14 & 22 & 22 & 14 & 33 & 268 & 406 \end{bmatrix}$$

FIGURA 15 – Matriz de Origem-Destino Estimada (critério soma média dos erros quadrados)

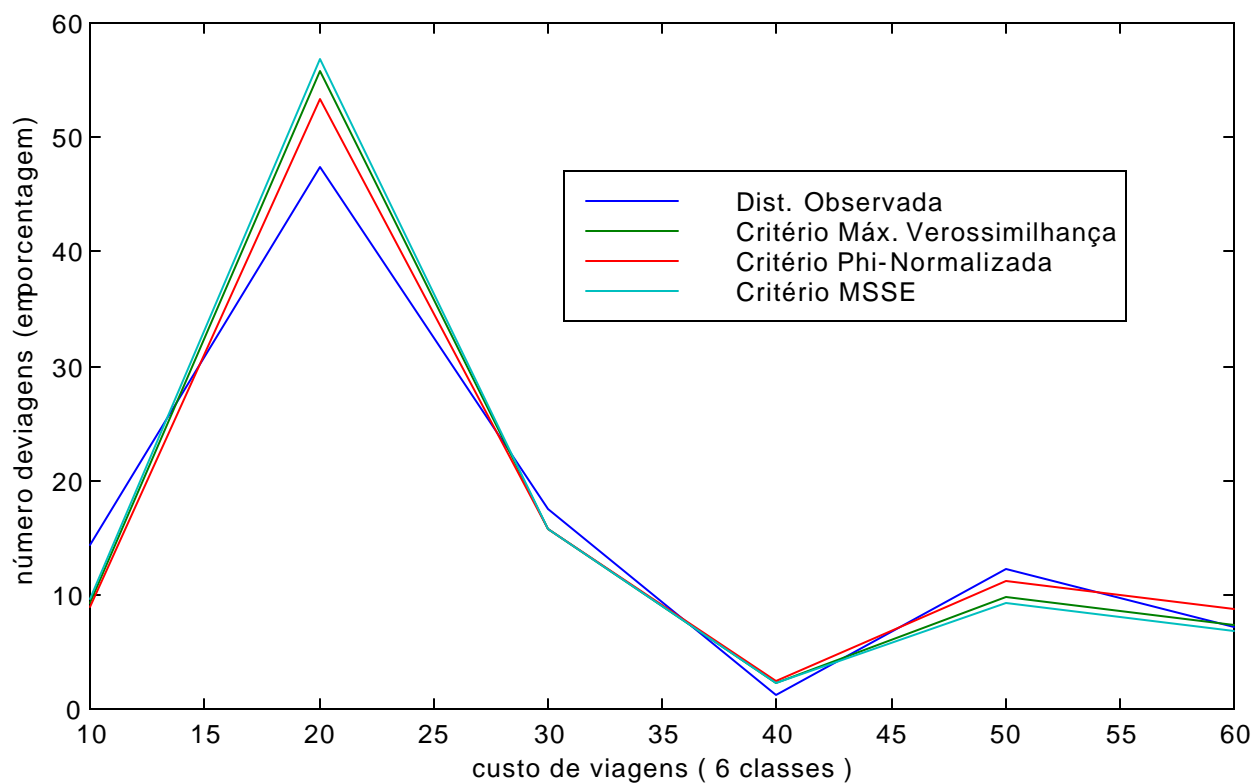


GRÁFICO 8 - Distribuição de frequências (Modelo Gravitacional Simplesmente Restrito c/ restrição de origem)

Na Tabela 10 são apresentados os resultados obtidos nas medidas de ajuste e os custos médios estimados obtidos pelos diferentes critérios aplicados à este modelo.

TABELA 10 - Valores obtidos nas estatísticas

<i>Estatística</i>	<i>Critério máxima verossimilhança</i>	<i>Critério da estatística Phi-normalizada</i>	<i>Critério soma média dos erros quadrados</i>
<i>Índice de dissimilaridade</i>	38.323	38.678	38.260
<i>Erro médio absoluto normalizado</i>	110.370	111.395	110.191
<i>Mean Sum Square Error</i>	31817.3	32279.2	31768.9
<i>Root Mean Square Error</i>	178.374	179.664	178.238
<i>Quiquadrado</i>	28432.8	26412.6	29643.4
<i>Phi-normalizada</i>	0.768	0.749	0.780
<i>CME</i>	28.65784408	29.68533126	28.20930933

Das estatísticas verificadas, algumas apresentaram valores próximos, como foi o caso do índice de dissimilaridade que variou entre 38.260 à 38.678. Outras estatísticas também tiveram uma pequena variação, exceto a estatística Phi-normalizada cujo os valores variaram entre 0.749 à 0.780.

O índice de dissimilaridade, o Erro médio absoluto normalizado, a mean sum square error e root mean square error apresentaram melhores valores para o critério da soma média dos erros quadrados, ao passo que a estatística Quiquadrado e Phi-normalizada foram melhores para o critério da estatística Phi-normalizada.

O critério da estatística Phi-normalizada, apresentou um valor para a estatística Phi-normalizada de 0.749, contra 0.768 e 0.780, para os critérios da máxima verossimilhança e da soma média dos erros quadrados, respectivamente. Porém seu

custo médio estimado, ficou em 29.68533126, ou seja, aquém do custo médio observado de 28. 65784408.

Analisando as distribuições de frequências, apresentadas na Tabela 10, verificamos, que tanto os picos, quanto a posição na distribuição de frequência das viagens observadas, são reproduzidas satisfatoriamente pelas distribuições de frequências estimadas. Percebemos, graficamente, uma melhor representação da distribuição de frequência na aplicação do critério da estatística Phi-Normalizada.

Apesar do critério da estatística Phi-normalizada obter bons resultados, como mostra a Tabela 10 e Gráfico 8, consideramos que na aplicação do critério da máxima verossimilhança, obtivemos um melhor desempenho do modelo, onde o fator predominante para esta escolha levou em conta o valor obtido para o custo médio estimado.

Na implementação computacional deste caso não ocorreram problemas de convergência ou outras dificuldades numéricas.

5.3.1.3 Simplesmente Restrito com Restrição de Origem, considerando a atratividade

Os Gráficos 9, 10 e 11 apresentam as funções plotadas utilizando os critérios estudados. As funções que representam estes gráficos foram citadas no item 5.3.1.1. A Tabela 11 apresenta os valores obtidos para o parâmetro \mathbf{b} e as Tabelas 12, 13 e 14 apresentam os valores do fator de balanceamento A_i . As Figuras 16, 17 e 18 representam os valores obtidos para as matrizes de Origem-Destino estimadas. Também são apresentadas, no Gráfico 12, as distribuições de frequência de comprimento de viagens.

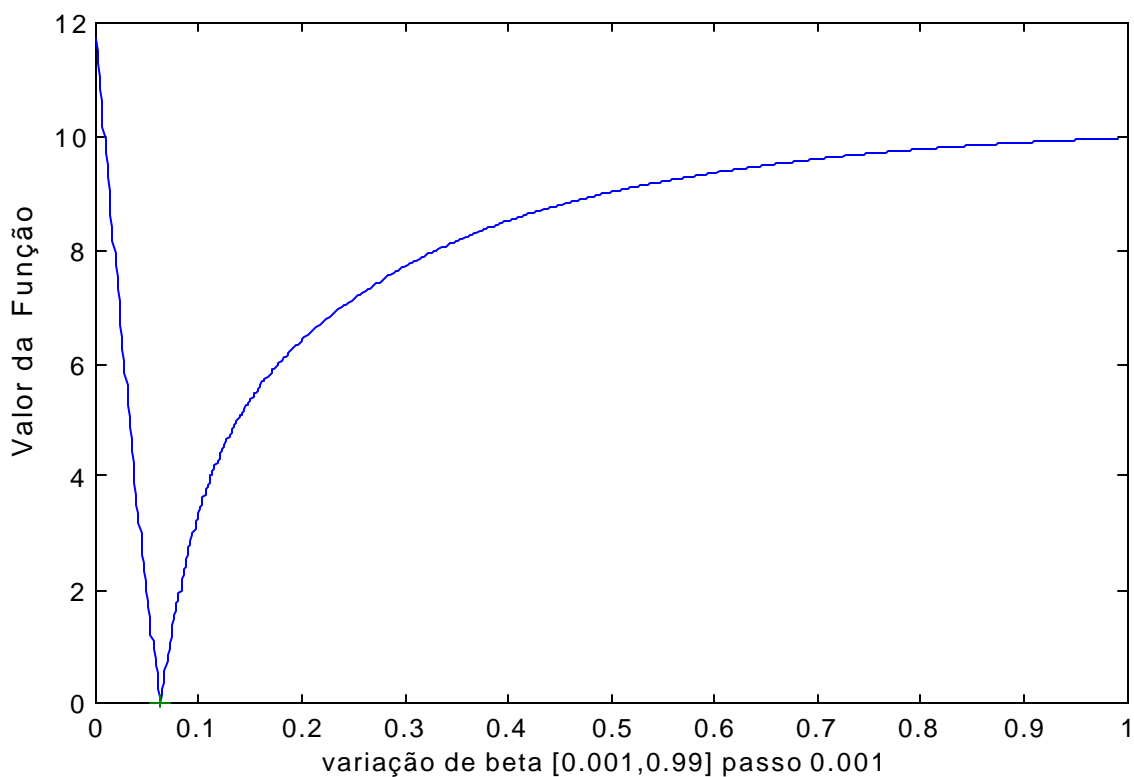


GRÁFICO 9 – Critério da máxima verossimilhança

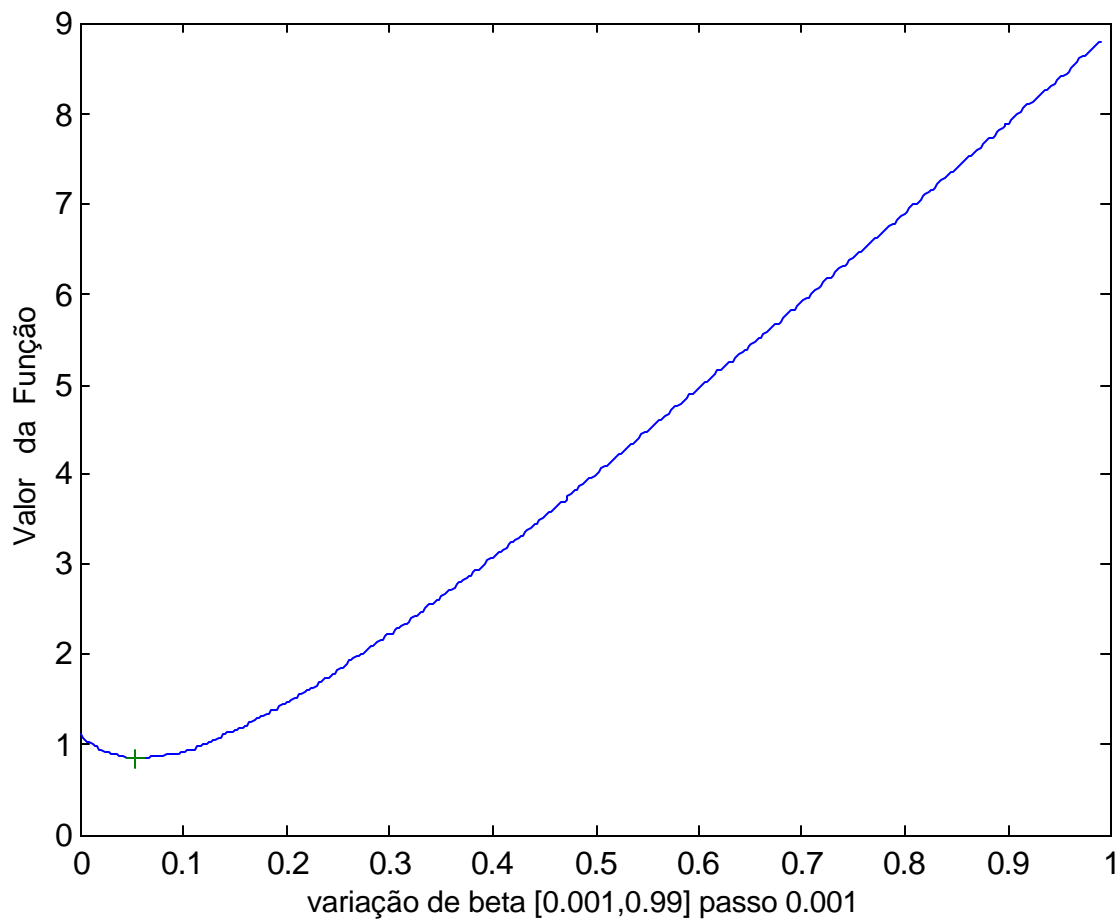


GRÁFICO 10 – Critério da estatística Phi-normalizada

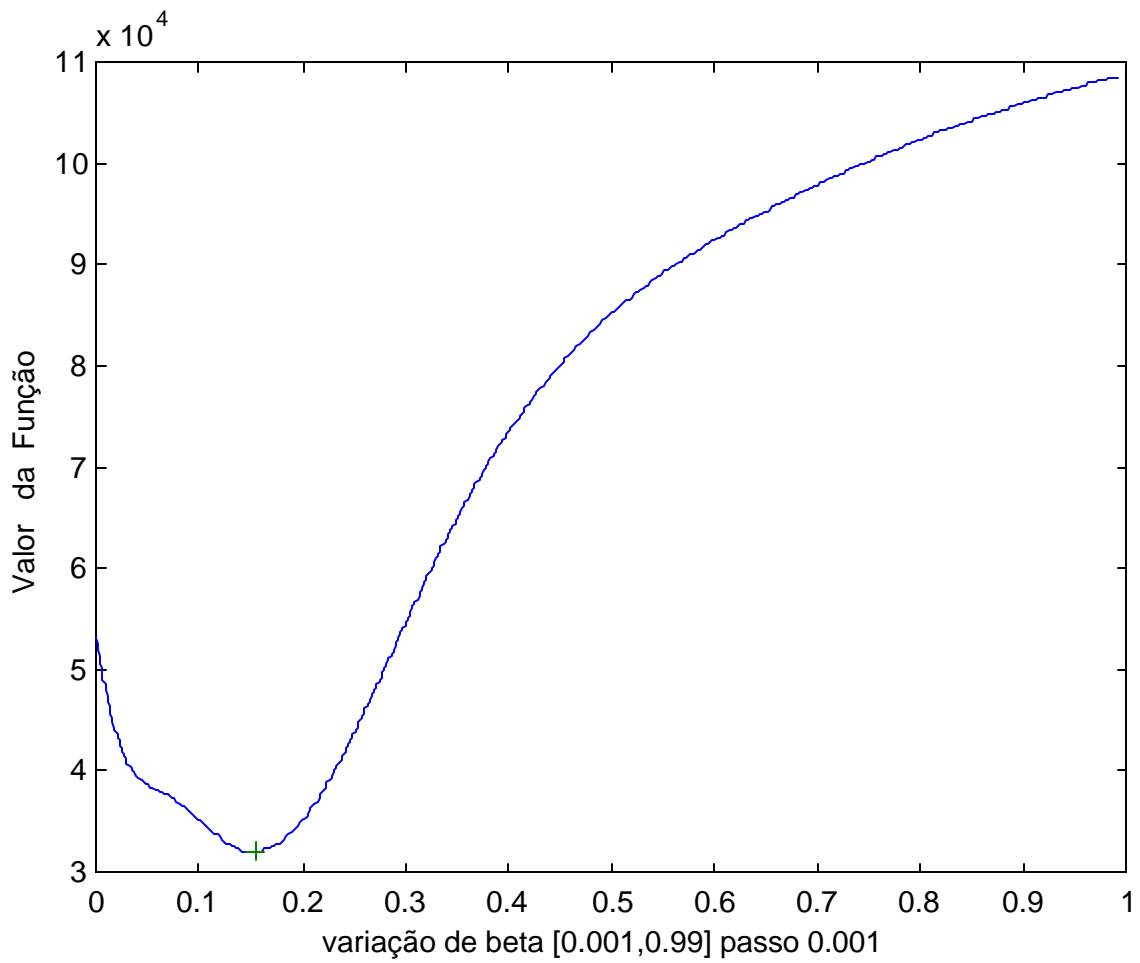


GRÁFICO 11 – Critério da soma média dos erros quadrados

TABELA 11 – Parâmetro de impedância b

<i>Critério</i>	<i>Valor de b</i>
Máxima Verossimilhança	0.062954
Estatística Phi-Normalizada	0.053535
Soma Média dos Erros Quadrados	0.153572

TABELA 12 - Fatores de Balanceamento A_i 's

<i>Critério da Máxima Verossimilhança</i>
A_i
0.000549
0.000552
0.000521
0.000351
0.000206
0.000450
0.000385
0.000661
0.000499
0.000535
0.000566
0.000575

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 1335 & 21 & 110 & 93 & 2140 & 27 & 169 & 43 & 112 & 8 & 7 & 15 \\ 26 & 84 & 50 & 22 & 703 & 5 & 40 & 10 & 27 & 2 & 1 & 4 \\ 43 & 15 & 548 & 51 & 854 & 51 & 93 & 17 & 33 & 3 & 3 & 6 \\ 39 & 8 & 55 & 307 & 1064 & 13 & 158 & 11 & 22 & 4 & 2 & 6 \\ 157 & 41 & 161 & 186 & 1210 & 39 & 337 & 63 & 119 & 16 & 18 & 41 \\ 14 & 2 & 68 & 16 & 273 & 23 & 56 & 4 & 5 & 1 & 1 & 2 \\ 24 & 5 & 34 & 54 & 655 & 15 & 469 & 13 & 18 & 3 & 4 & 6 \\ 59 & 11 & 60 & 37 & 1166 & 11 & 126 & 292 & 33 & 30 & 7 & 15 \\ 53 & 10 & 39 & 24 & 761 & 5 & 60 & 11 & 192 & 4 & 3 & 5 \\ 25 & 5 & 26 & 30 & 680 & 4 & 74 & 66 & 26 & 24 & 4 & 9 \\ 20 & 4 & 21 & 17 & 749 & 5 & 81 & 15 & 15 & 4 & 33 & 48 \\ 22 & 4 & 23 & 19 & 820 & 5 & 65 & 16 & 17 & 4 & 23 & 72 \end{bmatrix}$$

FIGURA 16 – Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Máxima Verossimilhança)

TABELA 13 - Fatores de Balanceamento A_i^s

<i>Critério Phi-normalizada</i>
A_i
0.000408
0.000412
0.000388
0.000278
0.000170
0.000337
0.000298
0.000477
0.000375
0.000397
0.000422
0.000430

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 1198 & 27 & 145 & 117 & 2109 & 33 & 221 & 56 & 133 & 11 & 9 & 21 \\ 34 & 72 & 60 & 28 & 665 & 6 & 53 & 14 & 32 & 3 & 2 & 5 \\ 56 & 18 & 492 & 61 & 843 & 51 & 116 & 23 & 41 & 4 & 4 & 8 \\ 52 & 10 & 70 & 280 & 1018 & 16 & 182 & 16 & 29 & 5 & 3 & 8 \\ 171 & 43 & 176 & 185 & 1149 & 40 & 352 & 69 & 124 & 17 & 19 & 43 \\ 17 & 3 & 68 & 19 & 260 & 20 & 61 & 5 & 7 & 1 & 1 & 3 \\ 33 & 6 & 44 & 61 & 642 & 17 & 439 & 17 & 24 & 4 & 5 & 8 \\ 74 & 14 & 77 & 47 & 1117 & 13 & 153 & 255 & 41 & 29 & 8 & 19 \\ 63 & 12 & 50 & 30 & 725 & 7 & 76 & 15 & 174 & 5 & 3 & 7 \\ 33 & 6 & 33 & 35 & 639 & 6 & 88 & 65 & 31 & 21 & 5 & 11 \\ 28 & 5 & 28 & 23 & 707 & 6 & 97 & 19 & 20 & 5 & 29 & 45 \\ 30 & 6 & 31 & 25 & 775 & 7 & 81 & 21 & 22 & 5 & 22 & 65 \end{bmatrix}$$

FIGURA 17 – Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Phi-normalizada)

TABELA 14 - Fatores de Balanceamento A_i^s

<i>Critério Soma Média</i>	
<i>Erros Quadrados</i>	
A_i	
0.006184	
0.005611	
0.005929	
0.002301	
0.001148	
0.005437	
0.003407	
0.009510	
0.005202	
0.006454	
0.006341	
0.006268	

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 2452 & 1 & 5 & 7 & 1588 & 2 & 8 & 2 & 14 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 219 & 5 & 2 & 741 & 0 & 2 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1016 & 6 & 641 & 39 & 7 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 516 & 1136 & 2 & 28 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 57 & 24 & 59 & 169 & 1727 & 23 & 194 & 23 & 68 & 9 & 11 & 24 \\ 1 & 0 & 55 & 3 & 343 & 45 & 18 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 13 & 601 & 4 & 677 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 4 & 2 & 1105 & 1 & 12 & 685 & 2 & 28 & 1 & 2 \\ 6 & 1 & 3 & 2 & 823 & 0 & 4 & 1 & 326 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 4 & 852 & 0 & 10 & 53 & 3 & 47 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 870 & 0 & 10 & 1 & 1 & 0 & 72 & 55 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 927 & 0 & 5 & 1 & 1 & 0 & 26 & 127 \end{bmatrix}$$

FIGURA 18 – Matriz de Origem-Destino Estimada (critério soma média dos erros quadrados)

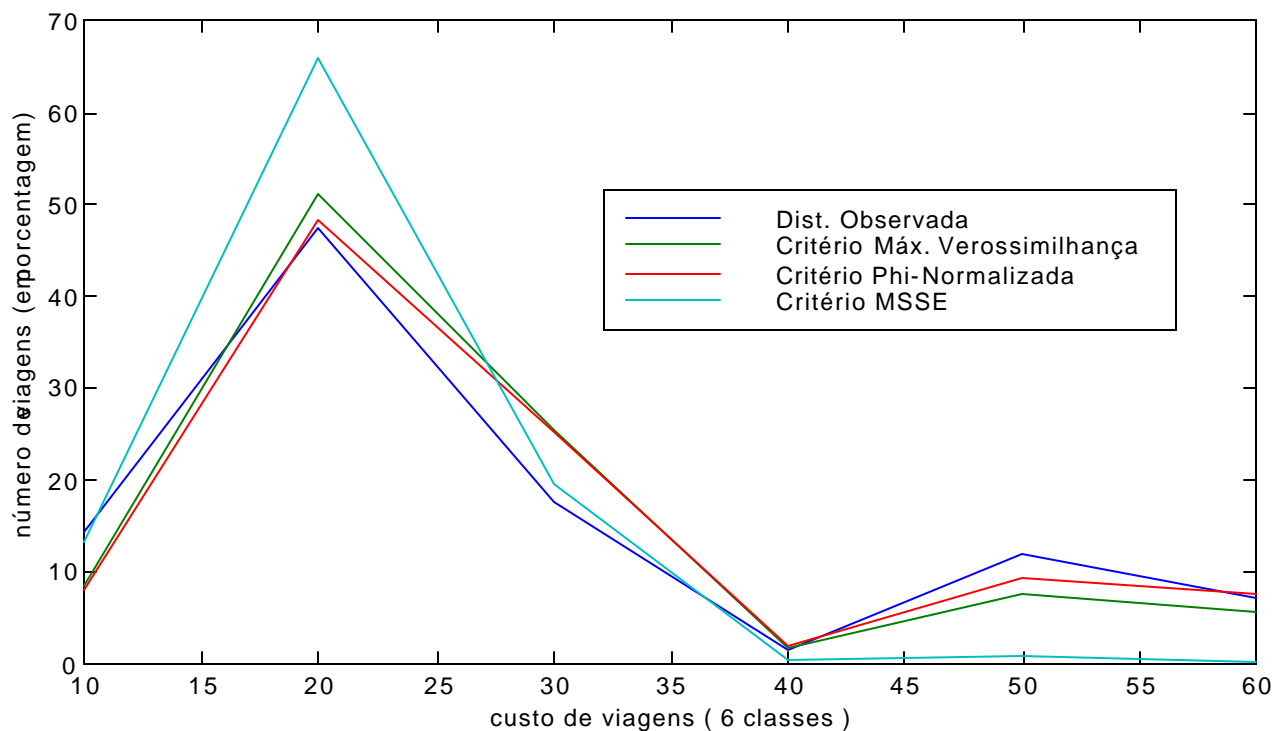


GRÁFICO 12 - Distribuição de frequências (Modelo Gravitacional Simplesment e Restrito c/ restrição de origem, considerando a atratividade)

Na Tabela 15 são apresentados os resultados obtidos nas medidas de ajuste e os custos médios estimados obtidos pelos diferentes critérios aplicados à este modelo.

TABELA 15 - Valores obtidos nas estatísticas

<i>Estatística</i>	<i>Critério máxima verossimilhança</i>	<i>Critério da estatística Phi-normalizada</i>	<i>Critério soma média dos erros quadrados</i>
<i>Índice de dissimilaridade</i>	38.301	38.523	34.819
<i>Erro médio absoluto normalizado</i>	110.309	110.946	100.281
<i>Mean Sum Square Error</i>	38004.2	38470.1	32039.7
<i>Root Mean Square Error</i>	194.946	196.137	178.996
<i>Quiquadrado</i>	28182.9	26773.0	276994.3
<i>Phi-normalizada</i>	0.852	0.847	1.174
<i>CME</i>	28.65784409	29.95209163	23.18950822

No modelo gravitacional simplesmente restrito com restrição de origem, considerando a atratividade, as estatísticas: índice de dissimilaridade, erro médio absoluto normalizado, mean sum square error e root mean square error, apresentaram valores bem melhores para o critério da soma média dos erros quadrados, quando comparado aos outros dois critérios. Entretanto, nas estatísticas Quiquadrado e Phi-normalizada, o mesmo critério se comportou de maneira absurda, obtendo valores discrepantes para uma análise, como podemos verificar na Tabela 15.

O custo médio estimado, obtido pela calibração através do critério da soma média dos erros quadrados ficou em 23.18950822, mostrando-se muito aquém do valor determinado para o custo médio observado.

Estes fatos, somados a representação gráfica da distribuição de frequência estimada, representada pelo Gráfico 12, demonstram um ajuste ruim no uso deste critério, neste caso.

Os outros critérios estudados, apesar dos picos determinados pelas distribuições de frequências estimadas não representarem de maneira satisfatória a distribuição de frequência observada, apresentaram melhores resultados.

Como visto no caso anterior, mais uma vez, optamos pelo critério da máxima verossimilhança, levando em consideração o valor obtido para o custo médio estimado por este critério.

Novamente, não houve dificuldades numéricas na implementação computacional.

5.3.2 Modelo Gravitacional – de Oportunidades

5.3.2.1 Duplamente Restrito

Nos Gráficos 13, 14 e 15 são apresentadas as funções plotadas utilizando os critérios estudados. No Gráfico 13 a função é representada pela seguinte expressão:

$$F(\mathbf{b}, \mathbf{I}) = \left(\bar{c} - \sum_{ij} \frac{T_{ij}(\mathbf{b}, \mathbf{I})}{T} \cdot c_{ij} \right)^2 + \left(\bar{w} - \sum_{ij} \frac{T_{ij}(\mathbf{b}, \mathbf{I})}{T} \cdot w_{ij} \right)^2$$

onde, \bar{w} = número médio de oportunidades observado e \bar{c} = custo médio observado, dados por:

$$\bar{c} = \frac{\sum_{ij} T_{ij}^* c_{ij}}{T^*}$$

$$\bar{w} = \frac{\sum_{ij} T_{ij}^* w_{ij}}{T^*}$$

As funções que representam os Gráficos 14 e 15 foram apresentadas nos itens 3.3 e 3.4, do capítulo 3. A Tabela 16 apresenta os valores obtidos para os parâmetros \mathbf{b} e \mathbf{I} e as Tabelas 17, 18 e 19 apresentam os valores dos fatores de balanceamento A_i e B_j . As Figuras 19, 20 e 21 representam os valores obtidos para as matrizes de Origem-

Destino estimadas. Também são apresentadas, no Gráfico 16, as distribuições de frequência de comprimento de viagens.

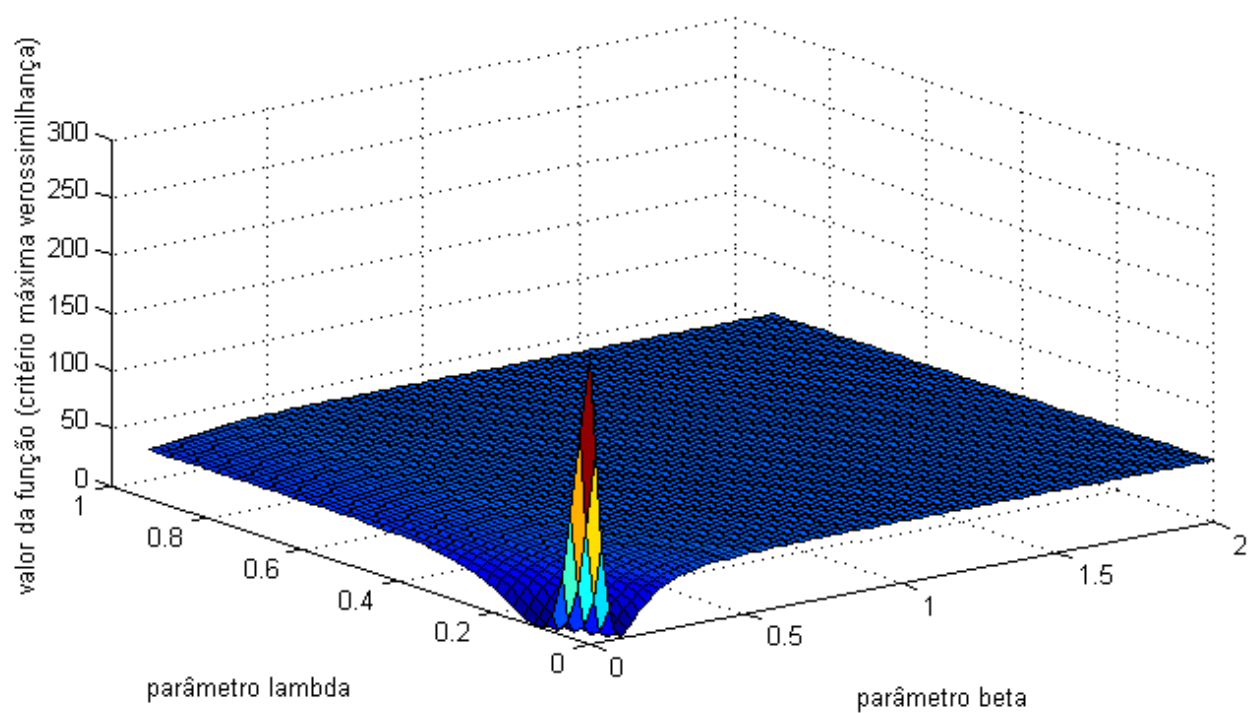


GRÁFICO 13 – Critério da máxima verossimilhança

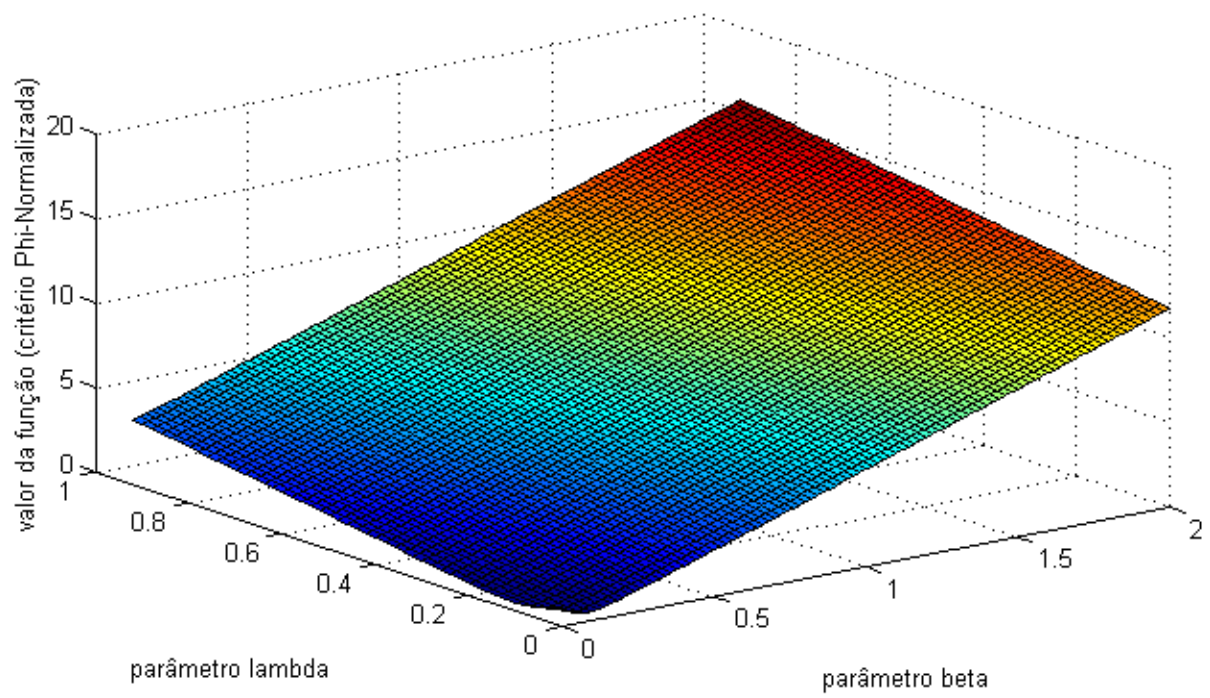


GRÁFICO 14 – Critério da estatística Phi-normalizada

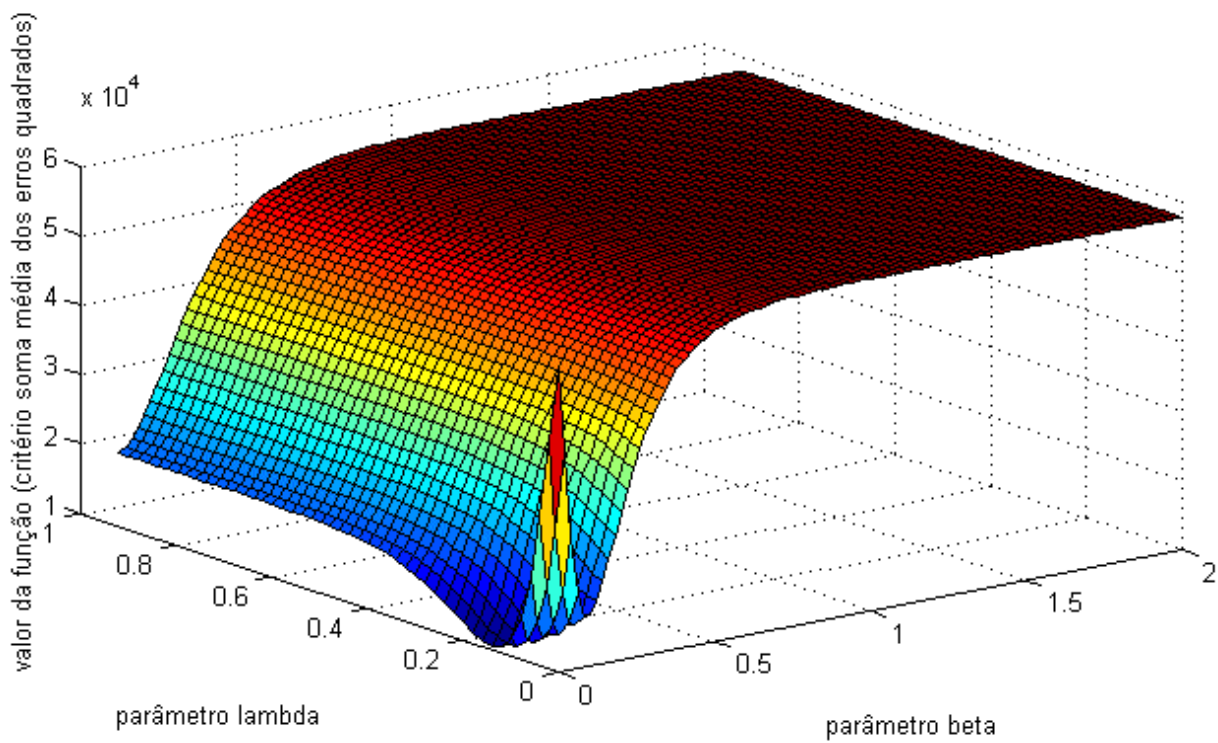


GRÁFICO 15 – Critério da soma média dos erros quadrados

TABELA 16 – Parâmetro de impedância b e l

<i>Critério</i>	<i>Valor de b</i>	<i>Valor de l</i>
Máxima Verossimilhança	0.023016	0.083164
Estatística Phi-Normalizada	0.019084	0.088112
Soma Média dos Erros Quadrados	0.012936	0.127244

TABELA 17 - Fatores de Balanceamento A_i^s e B_j^s

<i>Critério da Máxima Verossimilhança</i>	
<i>A_i</i>	<i>B_j</i>
1.011245	0.000353
1.230167	0.000788
0.746455	0.000654
0.881361	0.000516
0.973446	0.000091
0.844105	0.001428
0.840973	0.000362
1.221640	0.000560
0.729666	0.001047
1.482125	0.000682
1.473226	0.000727
1.344119	0.000753

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 1930 & 19 & 155 & 165 & 1198 & 79 & 278 & 29 & 215 & 2 & 2 & 8 \\ 9 & 268 & 120 & 33 & 390 & 6 & 81 & 5 & 58 & 1 & 1 & 2 \\ 9 & 19 & 1141 & 41 & 372 & 52 & 64 & 3 & 12 & 1 & 1 & 2 \\ 12 & 6 & 70 & 724 & 544 & 17 & 284 & 7 & 18 & 2 & 1 & 4 \\ 37 & 37 & 312 & 226 & 952 & 42 & 627 & 20 & 94 & 9 & 9 & 23 \\ 3 & 2 & 111 & 6 & 128 & 134 & 75 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \\ 8 & 5 & 39 & 27 & 356 & 14 & 825 & 5 & 13 & 2 & 2 & 4 \\ 16 & 10 & 85 & 23 & 655 & 9 & 305 & 672 & 19 & 28 & 12 & 13 \\ 45 & 19 & 36 & 10 & 277 & 3 & 115 & 2 & 653 & 6 & 0 & 1 \\ 9 & 6 & 30 & 28 & 470 & 4 & 219 & 70 & 28 & 100 & 2 & 7 \\ 9 & 5 & 28 & 23 & 486 & 10 & 225 & 14 & 23 & 5 & 127 & 57 \\ 9 & 5 & 27 & 23 & 477 & 10 & 198 & 14 & 22 & 5 & 20 & 280 \end{bmatrix}$$

FIGURA 19 – Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Máxima Verossimilhança)

TABELA 18 - Fatores de Balanceamento A_i^s e B_j^s

<i>Critério da Est. Phi-normalizada</i>	
A_i	B_j
0.985394	0.000335
1.216792	0.000751
0.743918	0.000606
0.896609	0.000480
1.037956	0.000083
0.842140	0.001364
0.865636	0.000321
1.190439	0.000534
0.711129	0.001001
1.477105	0.000646
1.463242	0.000692
1.322608	0.000719

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 1931 & 19 & 155 & 168 & 1190 & 81 & 278 & 29 & 217 & 2 & 2 & 8 \\ 9 & 267 & 122 & 35 & 386 & 6 & 82 & 5 & 58 & 1 & 1 & 2 \\ 9 & 20 & 1139 & 41 & 378 & 49 & 62 & 3 & 12 & 1 & 1 & 2 \\ 12 & 6 & 71 & 727 & 541 & 17 & 284 & 6 & 18 & 2 & 1 & 4 \\ 35 & 36 & 313 & 221 & 977 & 39 & 619 & 19 & 89 & 9 & 9 & 22 \\ 3 & 2 & 109 & 7 & 127 & 139 & 73 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 8 & 5 & 40 & 26 & 366 & 14 & 815 & 5 & 14 & 2 & 2 & 3 \\ 16 & 10 & 85 & 22 & 651 & 9 & 310 & 676 & 18 & 26 & 12 & 12 \\ 46 & 20 & 35 & 9 & 270 & 2 & 117 & 2 & 658 & 7 & 0 & 1 \\ 9 & 6 & 30 & 27 & 468 & 4 & 223 & 68 & 27 & 102 & 2 & 7 \\ 9 & 5 & 28 & 23 & 482 & 10 & 230 & 14 & 23 & 5 & 129 & 54 \\ 9 & 5 & 27 & 23 & 469 & 10 & 203 & 14 & 22 & 4 & 18 & 286 \end{bmatrix}$$

FIGURA 20 – Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Phi-normalizada)

TABELA 19 - Fatores de Balanceamento A_i^s e B_j^s

<i>Critério Soma Média dos Erros Quadrados</i>	
A_i	B_j
1.070804	0.000288
1.260217	0.000831
0.570455	0.000820
0.865723	0.000556
1.334775	0.000067
0.693983	0.002223
0.803052	0.000347
1.218417	0.000522
0.549681	0.001431
1.663161	0.000652
1.635182	0.000666
1.386066	0.000733

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 2044 & 9 & 114 & 141 & 1270 & 75 & 233 & 12 & 179 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 337 & 115 & 24 & 381 & 3 & 65 & 2 & 44 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 9 & 1337 & 20 & 285 & 30 & 29 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 44 & 890 & 484 & 9 & 246 & 2 & 7 & 1 & 0 & 1 \\ 10 & 19 & 300 & 184 & 1125 & 26 & 651 & 6 & 51 & 4 & 3 & 9 \\ 1 & 1 & 95 & 2 & 100 & 210 & 55 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 23 & 11 & 324 & 7 & 922 & 1 & 6 & 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 59 & 11 & 654 & 4 & 312 & 764 & 7 & 16 & 7 & 5 \\ 21 & 11 & 18 & 3 & 199 & 1 & 89 & 0 & 822 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 17 & 16 & 502 & 2 & 239 & 43 & 14 & 131 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 17 & 14 & 512 & 7 & 245 & 6 & 13 & 2 & 155 & 36 \\ 2 & 2 & 15 & 13 & 469 & 6 & 210 & 5 & 12 & 2 & 11 & 345 \end{bmatrix}$$

FIGURA 21 – Matriz de Origem-Destino Estimada (critério soma média dos erros quadrados)

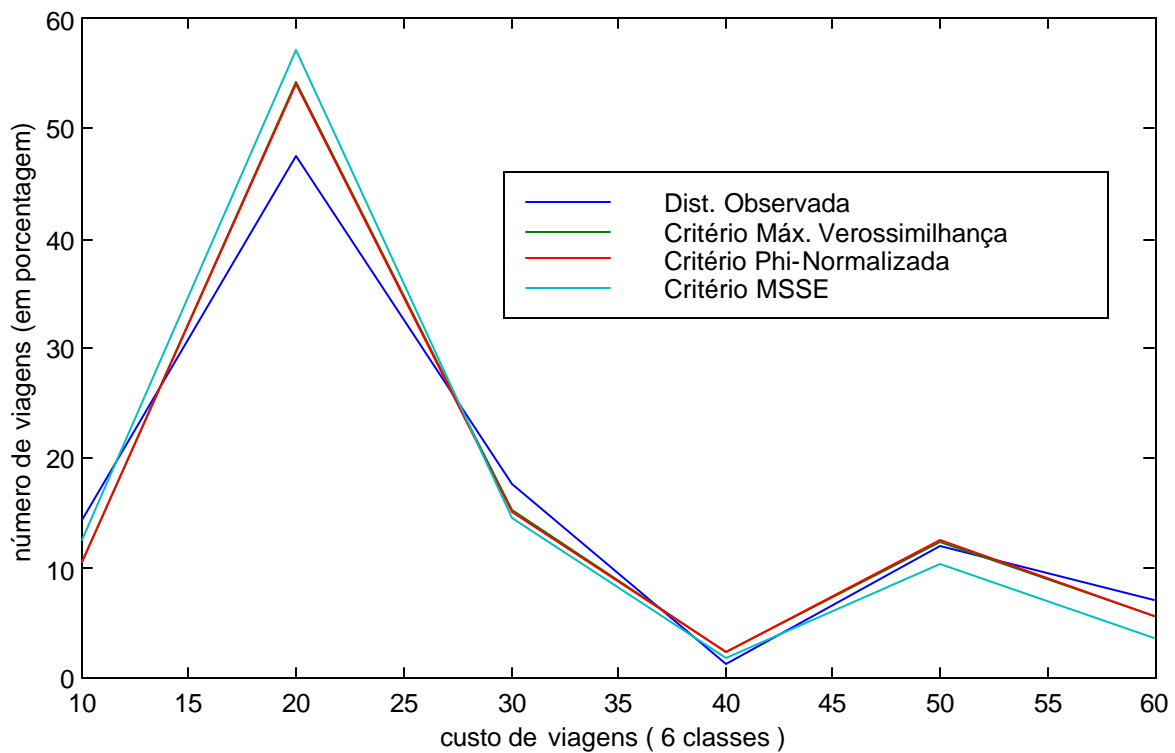


GRÁFICO 16 - Distribuição de frequências (Modelo Gravitacional - de Oportunidades Duplamente Restrito)

Na Tabela 20 são apresentados os resultados obtidos nas medidas de ajuste e os custos médios e números médios de oportunidades estimados obtidos pelos diferentes critérios aplicados à este modelo.

TABELA 20 – Valores obtidos nas estatísticas

<i>Estatística</i>	<i>Critério máxima verossimilhança</i>	<i>Critério da estatística Phi-normalizada</i>	<i>Critério soma média dos erros quadrados</i>
<i>Índice de dissimilaridade</i>	22.431	22.319	19.638
<i>Erro médio absoluto normalizado</i>	64.603	64.279	56.557
<i>Mean Sum Square Error</i>	12037.5	11888.2	10898.6
<i>Root Mean Square Error</i>	109.715	109.033	104.396
<i>Quiquadrado</i>	16015.5	16361.7	33300.1
<i>Phi-normalizada</i>	0.467	0.467	0.502
<i>CME</i>	28.65801673	28.66887990	26.87463797
<i>WME</i>	5.87064338	5.83087228	4.17475843

Os resultados da Tabela 20, demonstram um certo equilíbrio na aplicação dos critérios da máxima verossimilhança e da estatística Phi-normalizada ao modelo gravitacional – de oportunidades duplamente restrito.

O índice de dissimilaridade, erro médio absoluto normalizado, mean sum square error e root mean square error, apresentaram valores melhores na calibração do modelo através do critério da estatística da soma média dos erros quadrados, ao passo que a estatística Quiquadrado foi melhor para o critério da máxima verossimilhança. Estes resultados apresentam diferenças significativas.

Verificamos no Gráfico 16, que as distribuições de frequências estimadas, na aplicação dos critérios da máxima verossimilhança e Phi-normalizada se sobrepõem, confirmando nossa afirmação inicial de equilíbrio. O mesmo, não acontece na aplicação do critério da soma média dos erros quadrados.

Mediante estes fatos, analisamos os custos médios e número médios de oportunidades estimados, e observamos um equilíbrio nos critérios da máxima verossimilhança e Phi-normalizada. Contudo, apesar dos resultados apresentados na Tabela 20 terem sido, em sua maioria, melhores para o critério da estatística Phi-normalizada, o critério da máxima verossimilhança é mais indicado neste caso, em virtude de dificuldades numéricas apresentadas na implementação computacional do critério da estatística Phi-normalizada. Esta dificuldade foi ocasionada pela obtenção de um valor negativo para o parâmetro \mathbf{b} , solucionado através de mudanças na programação.

5.3.2.2 Simplesmente Restrito com Restrição de Origem

Os Gráficos 17, 18 e 19 apresentam as funções plotadas utilizando os critérios estudados. As funções que representam estes gráficos foram citadas no item 5.3.2.1. A Tabela 21 apresenta os valores obtidos para os parâmetros \mathbf{b} e \mathbf{I} e as Tabelas 22, 23 e 24 apresentam os valores do fator de balanceamento A_i . As Figuras 22, 23 e 24 representam os valores obtidos para as matrizes de Origem-Destino estimadas. Também são apresentadas, no Gráfico 20, as distribuições de frequência de comprimento de viagens.

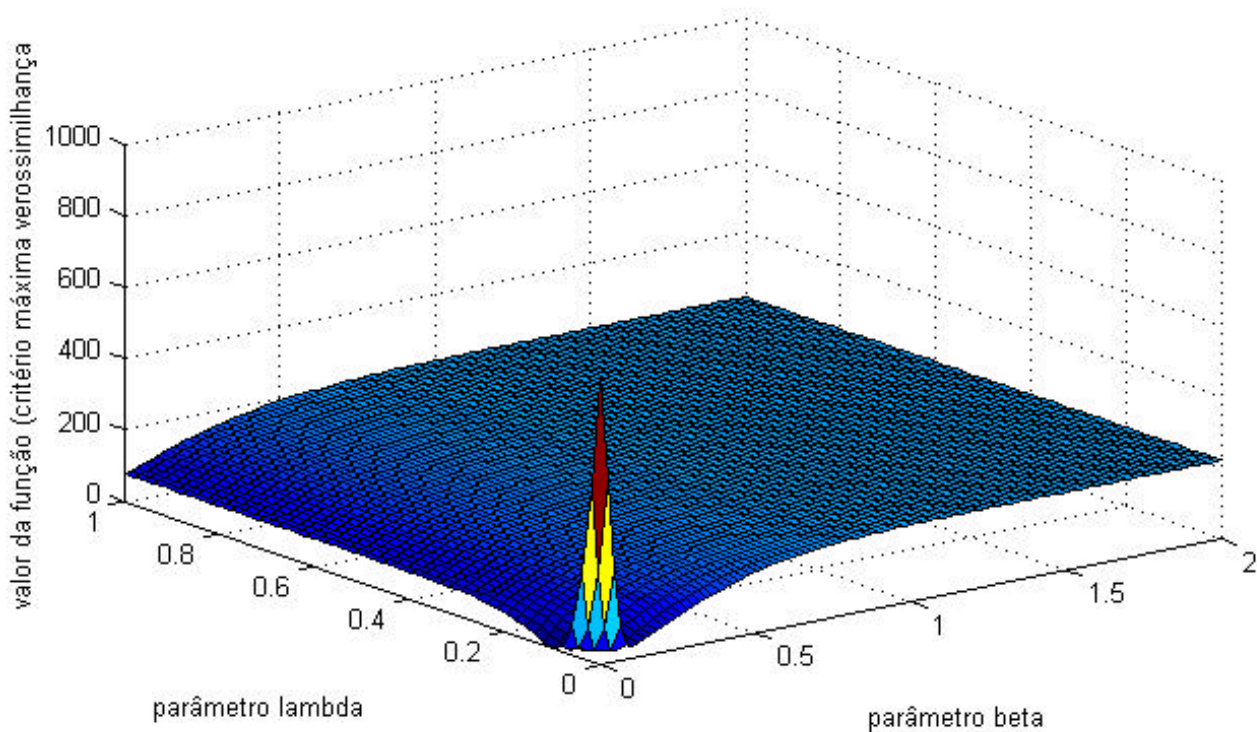


GRÁFICO 17 – Critério da máxima verossimilhança

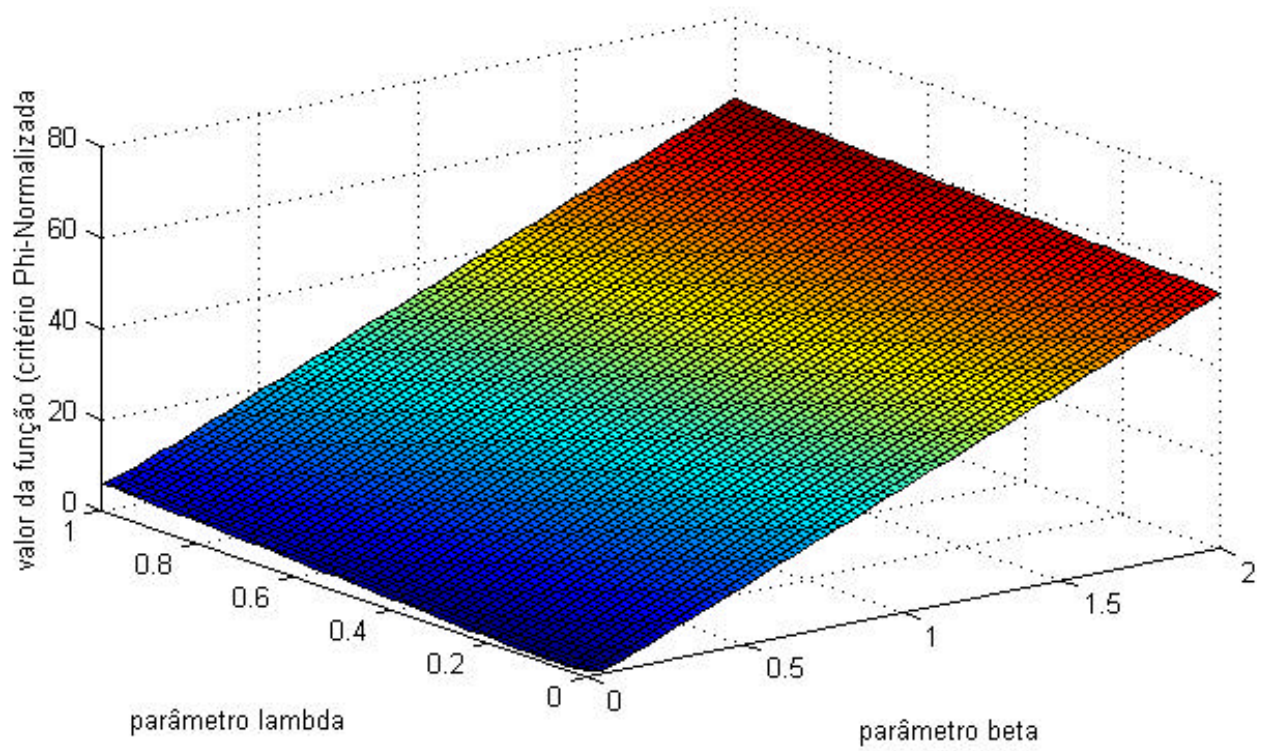


GRÁFICO 18 – Critério da estatística Phi-normalizada

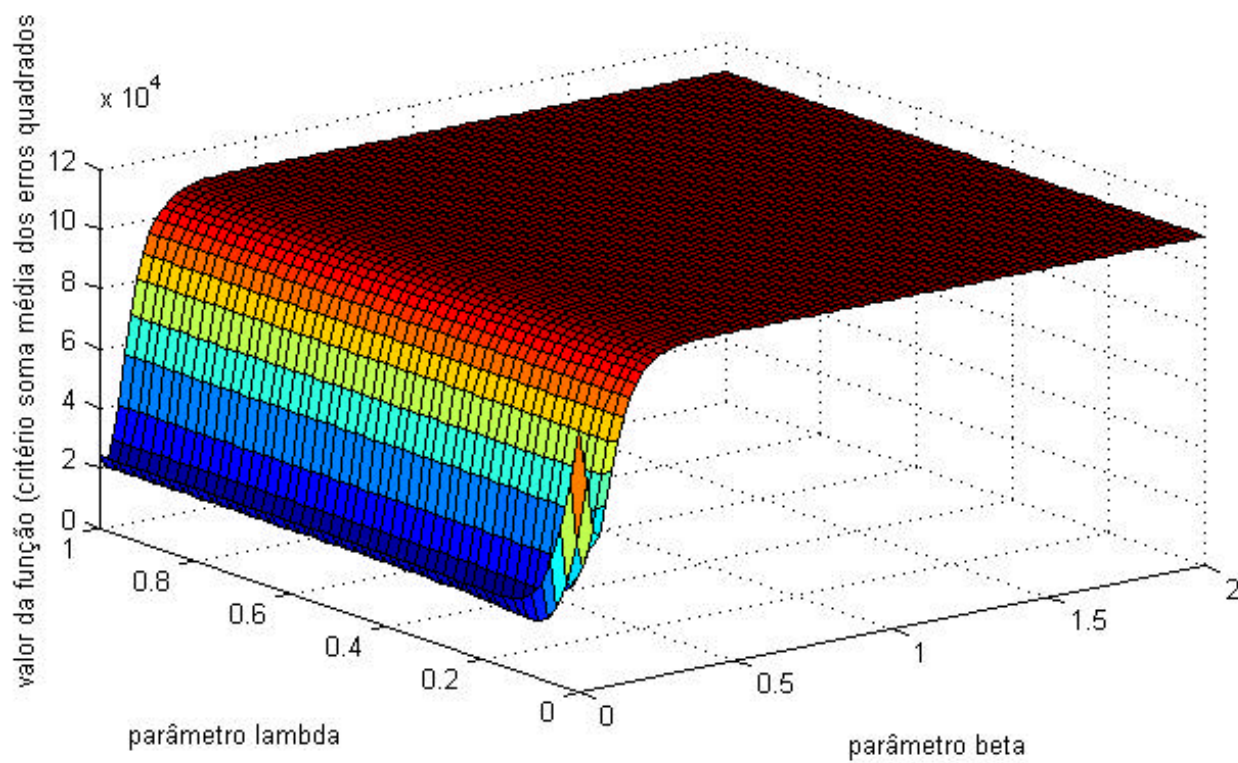


GRÁFICO 19 – Critério da soma média dos erros quadrados

TABELA 21 – Parâmetro de impedância b e l

<i>Critério</i>	<i>Valor de b</i>	<i>Valor de l</i>
Máxima Verossimilhança	0.000097	0.099471
Estatística Phi-Normalizada	0.000082	0.099400
Soma Média dos Erros Quadrados	0.009609	0.102423

TABELA 22 - Fatores de Balanceamento A_i^s

	<i>Critério da Máxima Verossimilhança</i>
	A_i
0.377155	
0.384591	
0.404286	
0.390564	
0.525649	
0.355350	
0.434106	
0.355302	
0.338950	
0.370138	
0.359296	
0.363262	

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 1536 & 52 & 104 & 231 & 1534 & 127 & 256 & 52 & 141 & 14 & 12 & 21 \\ 8 & 374 & 62 & 38 & 374 & 7 & 62 & 7 & 31 & 3 & 3 & 5 \\ 14 & 70 & 693 & 70 & 692 & 70 & 70 & 7 & 10 & 6 & 5 & 10 \\ 14 & 15 & 45 & 659 & 658 & 22 & 220 & 12 & 12 & 15 & 5 & 12 \\ 29 & 70 & 171 & 209 & 1253 & 42 & 419 & 23 & 43 & 47 & 39 & 43 \\ 4 & 5 & 55 & 6 & 165 & 165 & 55 & 2 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 12 & 17 & 31 & 31 & 563 & 19 & 563 & 10 & 11 & 21 & 11 & 11 \\ 14 & 20 & 44 & 22 & 654 & 10 & 219 & 655 & 9 & 109 & 66 & 25 \\ 66 & 66 & 27 & 13 & 394 & 4 & 132 & 4 & 365 & 59 & 3 & 4 \\ 6 & 10 & 12 & 20 & 359 & 4 & 120 & 54 & 10 & 360 & 8 & 10 \\ 7 & 10 & 12 & 20 & 363 & 10 & 121 & 15 & 10 & 20 & 363 & 61 \\ 8 & 11 & 13 & 22 & 395 & 11 & 132 & 16 & 11 & 22 & 54 & 395 \end{bmatrix}$$

FIGURA 22 – Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Máxima Verossimilhança)

TABELA 23 - Fatores de Balanceamento A_i 's

<i>Critério da Est.</i>	
<i>Phi-normalizada</i>	
A_i	
0.376808	
0.384278	
0.403959	
0.390296	
0.525128	
0.355084	
0.433792	
0.354979	
0.338643	
0.369836	
0.358989	
0.362946	

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 1535 & 52 & 104 & 232 & 1533 & 128 & 256 & 52 & 141 & 14 & 12 & 21 \\ 8 & 374 & 62 & 38 & 374 & 7 & 62 & 7 & 31 & 3 & 3 & 5 \\ 14 & 70 & 693 & 70 & 692 & 70 & 70 & 6 & 10 & 7 & 5 & 10 \\ 14 & 15 & 45 & 659 & 658 & 22 & 220 & 12 & 12 & 15 & 5 & 12 \\ 29 & 70 & 171 & 209 & 1252 & 43 & 419 & 23 & 43 & 47 & 39 & 43 \\ 3 & 5 & 55 & 6 & 165 & 165 & 56 & 2 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 12 & 17 & 31 & 31 & 563 & 19 & 563 & 10 & 11 & 21 & 11 & 11 \\ 14 & 20 & 45 & 22 & 654 & 10 & 219 & 655 & 9 & 109 & 66 & 24 \\ 66 & 66 & 27 & 13 & 394 & 4 & 132 & 4 & 394 & 60 & 3 & 4 \\ 6 & 10 & 12 & 20 & 359 & 4 & 120 & 54 & 10 & 360 & 8 & 10 \\ 7 & 10 & 12 & 20 & 363 & 10 & 121 & 15 & 10 & 20 & 363 & 61 \\ 7 & 11 & 13 & 22 & 395 & 11 & 132 & 17 & 11 & 22 & 54 & 395 \end{bmatrix}$$

FIGURA 23 – Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Phi-normalizada)

TABELA 24 - Fatores de Balanceamento A_i^s

	<i>Critério Soma Média</i>
	<i>Erros Quadrados</i>
	A_i
0.517909	
0.503437	
0.538871	
0.490722	
0.650585	
0.464128	
0.560428	
0.487000	
0.462860	
0.490374	
0.475692	
0.486918	

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 1744 & 36 & 75 & 178 & 1584 & 96 & 188 & 36 & 112 & 10 & 7 & 14 \\ 5 & 424 & 48 & 27 & 386 & 5 & 44 & 5 & 23 & 2 & 2 & 3 \\ 10 & 54 & 763 & 54 & 694 & 66 & 52 & 4 & 7 & 4 & 3 & 6 \\ 9 & 10 & 32 & 717 & 684 & 17 & 183 & 8 & 8 & 10 & 3 & 8 \\ 24 & 63 & 150 & 203 & 1345 & 37 & 396 & 19 & 37 & 42 & 34 & 38 \\ 2 & 3 & 53 & 4 & 170 & 179 & 48 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 8 & 11 & 22 & 26 & 573 & 15 & 601 & 7 & 7 & 15 & 8 & 7 \\ 9 & 14 & 32 & 16 & 674 & 7 & 172 & 742 & 6 & 107 & 50 & 18 \\ 53 & 53 & 20 & 10 & 424 & 3 & 103 & 3 & 445 & 48 & 2 & 3 \\ 4 & 7 & 8 & 15 & 375 & 2 & 96 & 51 & 8 & 394 & 6 & 7 \\ 4 & 6 & 8 & 14 & 378 & 7 & 97 & 11 & 7 & 15 & 405 & 60 \\ 5 & 7 & 9 & 15 & 418 & 7 & 101 & 12 & 7 & 17 & 54 & 438 \end{bmatrix}$$

FIGURA 24 – Matriz de Origem-Destino Estimada (critério soma média dos erros quadrados)

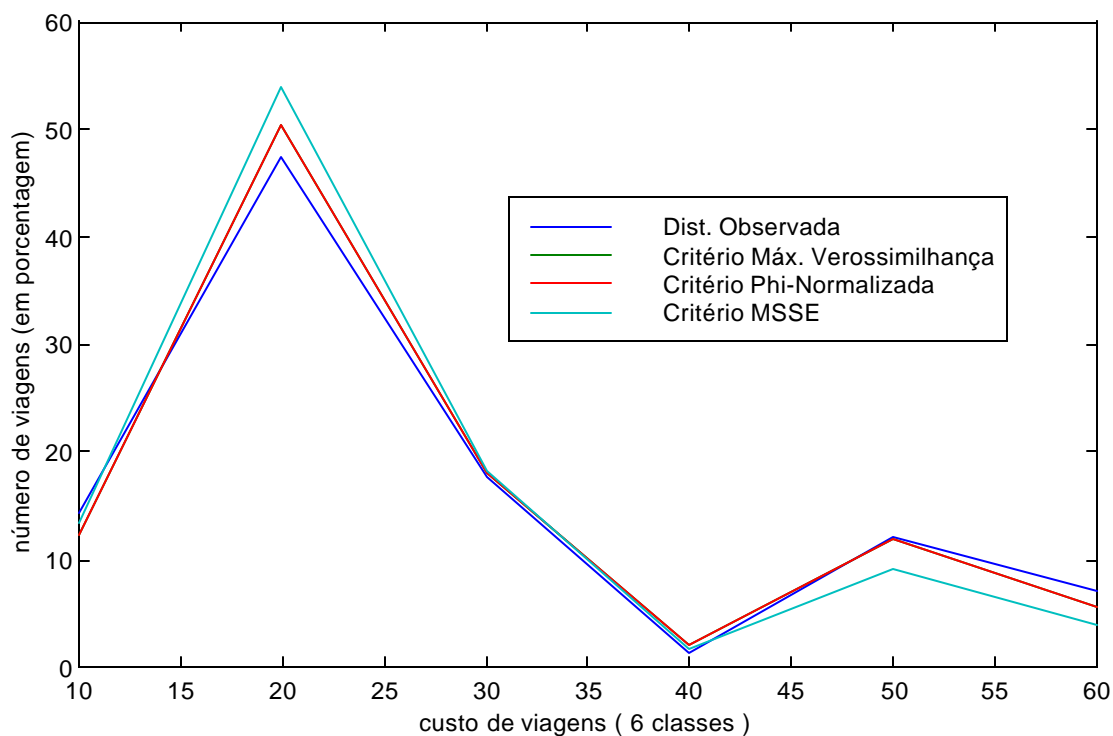


GRÁFICO 20 – Distribuição de frequências (Modelo Gravitacional - de Oportunidades Simplesmente Restrito c/ restrição de origem)

Na Tabela 25 são apresentados os resultados obtidos nas medidas de ajuste e os custos médios e números médios de oportunidades estimados obtidos pelos diferentes critérios aplicados à este modelo.

TABELA 25 – Valores obtidos nas estatísticas

<i>Estatística</i>	<i>Critério máxima verossimilhança</i>	<i>Critério da estatística Phi-normalizada</i>	<i>Critério soma média dos erros quadrados</i>
<i>Índice de dissimilaridade</i>	27.576	27.586	26.517
<i>Erro médio absoluto normalizado</i>	79.421	79.448	76.370
<i>Mean Sum Square Error</i>	17206.1	17216.4	15959.9
<i>Root Mean Square Error</i>	131.172	131.211	126.332
<i>Quiquadrado</i>	23130.1	23089.1	30129.4
<i>Phi-normalizada</i>	0.583	0.583	0.607
CME	28.58854096	28.59915709	26.90431145
WME	5.97326947	5.98341968	4.68888340

No caso do modelo gravitacional – de oportunidades simplesmente restrito com restrição de origem, os valores obtidos pela calibração do modelo através do critério da máxima verossimilhança e da estatística Phi-normalizada apresentaram diferenças significativas em relação ao critério da soma média dos erros quadrados.

Nas quatro primeiras estatísticas da Tabela 25 os valores obtidos na aplicação do critério da soma média dos erros quadrados foi melhor, ao passo que a estatística Quiquadrado foi melhor para o critério da estatística Phi-normalizada.

O custo médio estimado e o número médio estimado obtido através do critério da máxima verossimilhança, representam melhor o custo médio e o número médio de oportunidades intervenientes observado.

A implementação computacional, apresentou alguns problemas no que se refere ao valor obtido para o parâmetro de impedância b . Nos critérios da máxima verossimilhança e soma média dos erros quadrados deparamos com valor negativo para este parâmetro, havendo a necessidade de ajustar o programa implementado de modo a considerar somente os valores positivos.

No cômputo geral, o desempenho do modelo foi melhor com a aplicação do critério da máxima verossimilhança.

5.3.2.3 Simplesmente Restrito com Restrição de Origem, considerando a atratividade

Os Gráficos 21, 22 e 23 apresentam as funções plotadas utilizando os critérios estudados. As funções que representam estes gráficos foram citadas no item 5.3.2.1. A Tabela 26 apresenta os valores obtidos para os parâmetros \mathbf{b} e \mathbf{l} e as Tabelas 27, 28 e 29 apresentam os valores do fator de balanceamento A_i . As Figuras 25, 26 e 27 representam os valores obtidos para as matrizes de Origem-Destino estimadas. Também são apresentadas, no Gráfico 24, as distribuições de frequência de comprimento de viagens.

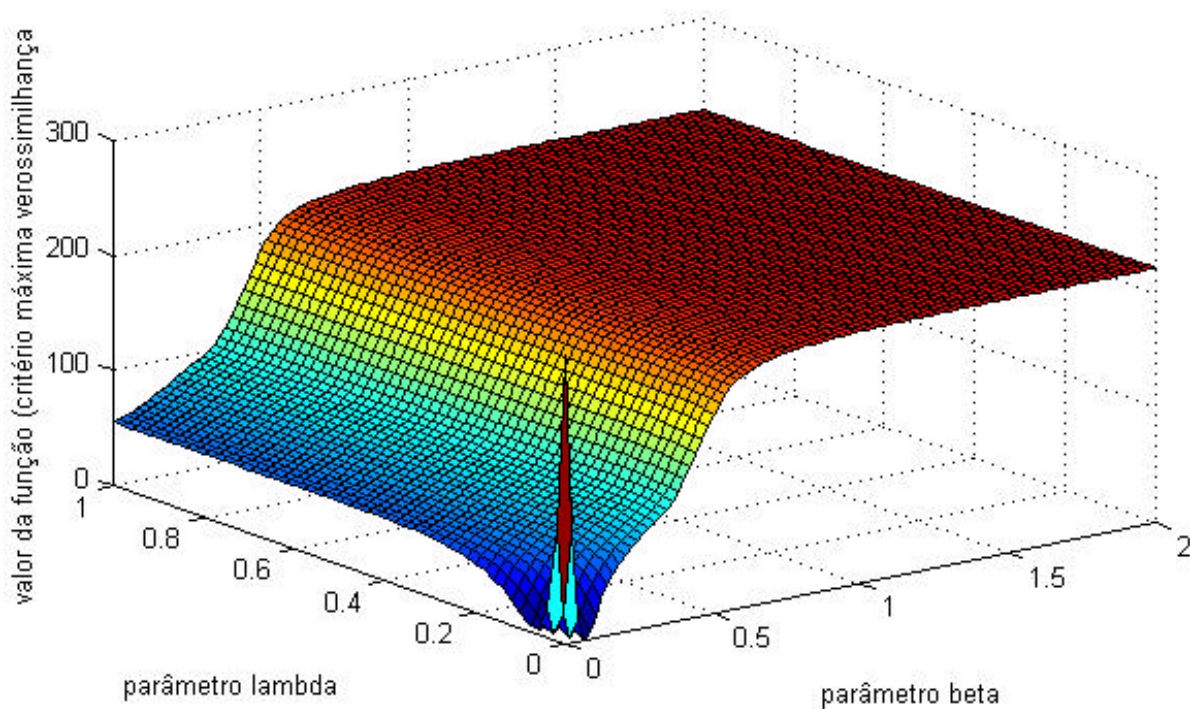


GRÁFICO 21 – Critério da máxima verossimilhança

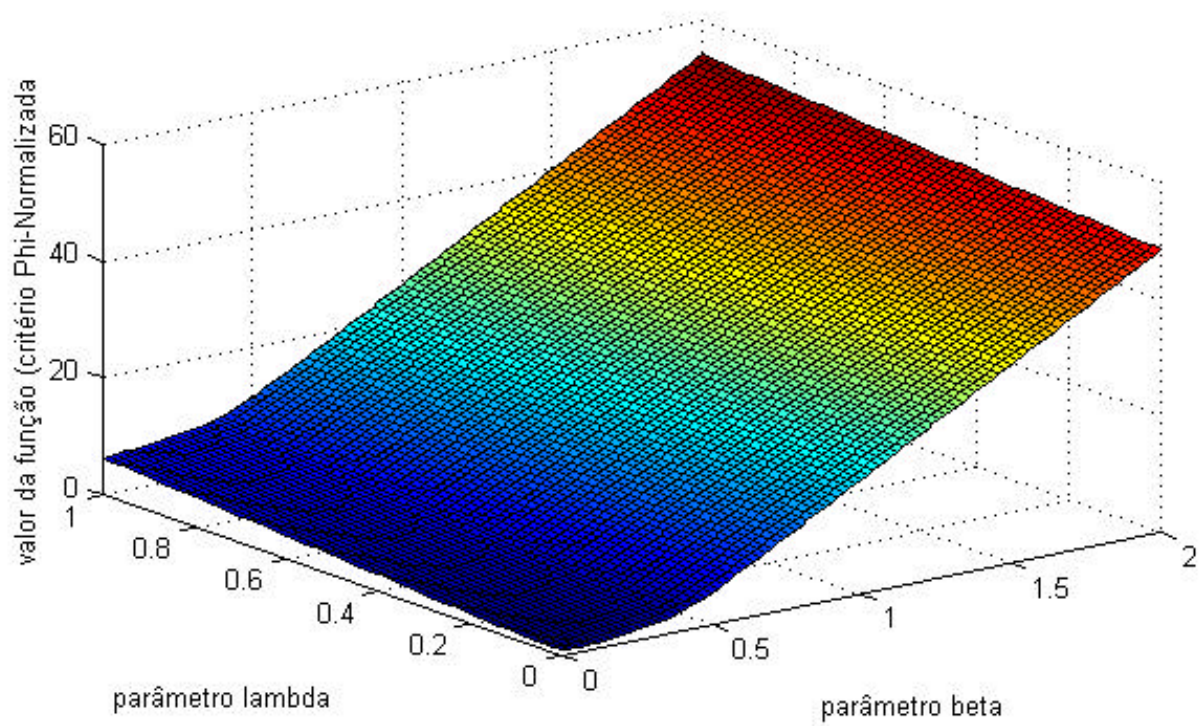


GRÁFICO 22 – Critério da estatística Phi-normalizada

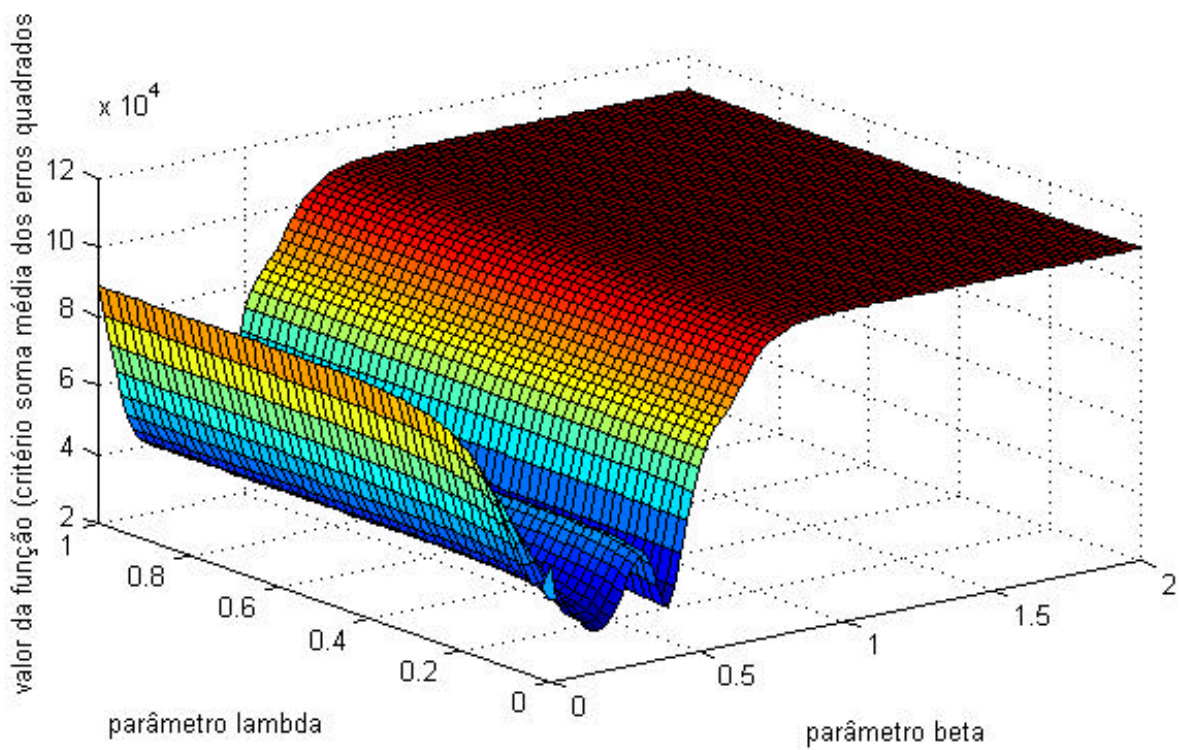


GRÁFICO 23 – Critério da soma média dos erros quadrados

TABELA 26 – Parâmetro de impedância b e l

<i>Critério</i>	<i>Valor de b</i>	<i>Valor de l</i>
Máxima Verossimilhança	0.054722	0.008312
Estatística Phi-Normalizada	0.051279	0.002589
Soma Média dos Erros Quadrados	0.137922	0.050748

TABELA 27 - Fatores de Balanceamento A_i^s

<i>Critério da Máxima Verossimilhança</i>	
A_i	
0.000439	
0.000448	
0.000423	
0.000299	
0.000192	
0.000371	
0.000321	
0.000523	
0.000404	
0.000438	
0.000459	
0.000466	

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 1258 & 20 & 116 & 100 & 2188 & 27 & 191 & 43 & 110 & 7 & 6 & 14 \\ 25 & 77 & 52 & 24 & 701 & 4 & 47 & 10 & 27 & 2 & 1 & 4 \\ 41 & 16 & 524 & 52 & 887 & 44 & 97 & 16 & 29 & 3 & 2 & 6 \\ 38 & 7 & 56 & 295 & 1067 & 12 & 170 & 11 & 21 & 4 & 2 & 6 \\ 136 & 37 & 162 & 176 & 1273 & 33 & 351 & 54 & 102 & 14 & 15 & 35 \\ 13 & 2 & 65 & 15 & 277 & 22 & 58 & 4 & 5 & 1 & 1 & 2 \\ 24 & 5 & 35 & 49 & 671 & 13 & 461 & 13 & 17 & 3 & 3 & 6 \\ 55 & 11 & 62 & 36 & 1180 & 10 & 144 & 272 & 29 & 26 & 7 & 15 \\ 55 & 11 & 40 & 23 & 759 & 5 & 70 & 10 & 183 & 4 & 2 & 5 \\ 24 & 5 & 26 & 29 & 684 & 4 & 83 & 59 & 24 & 23 & 4 & 8 \\ 20 & 4 & 21 & 18 & 747 & 5 & 91 & 15 & 15 & 4 & 31 & 41 \\ 22 & 4 & 24 & 20 & 816 & 5 & 76 & 16 & 16 & 4 & 19 & 68 \end{bmatrix}$$

FIGURA 25 – Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Máxima Verossimilhança)

TABELA 28 - Fatores de Balanceamento A_i^s

	<i>Critério da Est. Phi-normalizada</i>
	A_i
0.000384	
0.000390	
0.000367	
0.000267	
0.000167	
0.000321	
0.000284	
0.000448	
0.000355	
0.000376	
0.000399	
0.000406	

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 1179 & 26 & 145 & 118 & 2124 & 33 & 228 & 56 & 132 & 10 & 9 & 20 \\ 33 & 71 & 60 & 28 & 666 & 6 & 55 & 13 & 32 & 3 & 2 & 5 \\ 55 & 18 & 487 & 61 & 854 & 48 & 117 & 22 & 39 & 4 & 4 & 8 \\ 51 & 10 & 70 & 278 & 1019 & 16 & 186 & 16 & 28 & 5 & 3 & 7 \\ 164 & 41 & 176 & 182 & 1171 & 39 & 356 & 65 & 118 & 16 & 18 & 41 \\ 17 & 3 & 67 & 18 & 262 & 20 & 62 & 5 & 7 & 1 & 1 & 2 \\ 32 & 6 & 44 & 59 & 648 & 16 & 438 & 17 & 23 & 4 & 5 & 8 \\ 73 & 14 & 77 & 47 & 1122 & 13 & 158 & 250 & 40 & 27 & 8 & 18 \\ 64 & 12 & 50 & 30 & 725 & 6 & 79 & 14 & 172 & 5 & 3 & 7 \\ 32 & 6 & 33 & 35 & 642 & 6 & 90 & 63 & 30 & 21 & 5 & 10 \\ 27 & 5 & 28 & 23 & 708 & 6 & 100 & 19 & 20 & 5 & 28 & 43 \\ 30 & 6 & 31 & 25 & 775 & 7 & 84 & 20 & 22 & 5 & 21 & 64 \end{bmatrix}$$

FIGURA 26 – Matriz de Origem-Destino Estimada (critério Phi-normalizada)

TABELA 29 - Fatores de Balanceamento A_i^s

	<i>Critério Soma Média</i>
	<i>Erros Quadrados</i>
	A_i
0.004260	
0.003951	
0.004161	
0.001735	
0.001080	
0.003958	
0.002429	
0.006394	
0.003616	
0.004575	
0.004489	
0.004359	

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 2310 & 0 & 2 & 4 & 1750 & 1 & 6 & 1 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 195 & 4 & 1 & 772 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 976 & 3 & 719 & 13 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 493 & 1172 & 0 & 22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 12 & 8 & 32 & 87 & 2056 & 6 & 155 & 5 & 17 & 2 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 36 & 1 & 369 & 45 & 14 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 634 & 1 & 660 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 1189 & 0 & 11 & 631 & 0 & 12 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & 1 & 846 & 0 & 4 & 0 & 310 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 893 & 0 & 9 & 23 & 1 & 46 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 912 & 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 67 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 953 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 10 & 122 \end{bmatrix}$$

FIGURA 27 – Matriz de Origem-Destino Estimada (critério soma média dos erros quadrados)

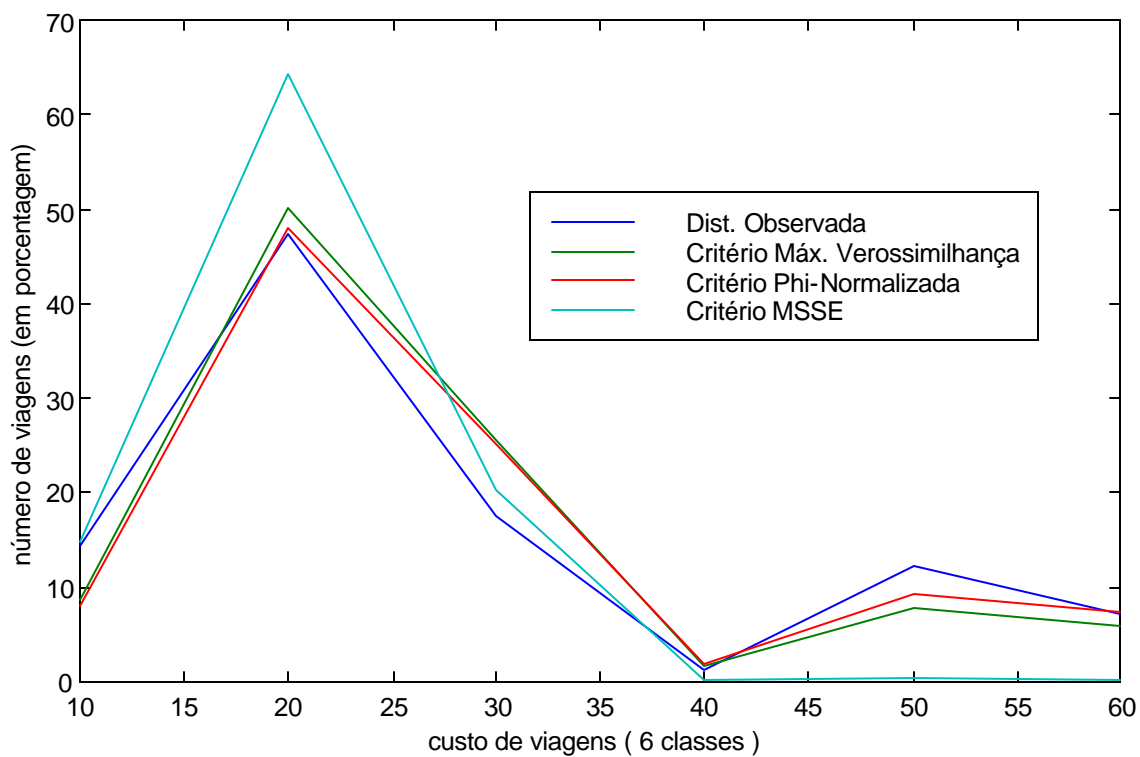


GRÁFICO 24 - Distribuição de frequências (Modelo Grav. - de Oport. Simp. Restrito c/ restrição de origem, cons. a atratividade)

Na Tabela 30 são apresentados os resultados obtidos nas medidas de ajuste e os custos médios e números médios de oportunidades estimados obtidos pelos diferentes critérios aplicados à este modelo.

TABELA 30 – Valores obtidos nas estatísticas

<i>Estatística</i>	<i>Critério máxima verossimilhança</i>	<i>Critério da estatística Phi-normalizada</i>	<i>Critério soma média dos erros quadrados</i>
<i>Índice de dissimilaridade</i>	38.287	38.476	36.542
<i>Erro médio absoluto normalizado</i>	110.268	110.811	105.241
<i>Mean Sum Square Error</i>	39601.4	38895.0	36457.8
<i>Root Mean Square Error</i>	199.001	197.218	190.939
<i>Quiquadrado</i>	29138.4	27123.2	822408.8
<i>Phi-normalizada</i>	0.861	0.850	1.380
CME	28.81305544	29.95492732	23.00635816
WME	5.43862986	6.60789697	0.55700924

Na Tabela 30, os valores obtidos pela calibração do modelo através do critério da soma média dos erros quadrados apresentaram diferenças significativas, em algumas estatísticas utilizadas na avaliação, em relação aos outros critérios analisados. Esta diferença refletiu sensivelmente no valor obtido para o custo médio e o número médio de oportunidades intervenientes estimados, através deste critério.

O índice de dissimilaridade, e o erro médio absoluto normalizado se mostraram melhores para o critério da máxima verossimilhança. Os valores das demais estatísticas foram melhores para o critério da estatística Phi-normalizada.

Os custos e números médios de oportunidades intervenientes estimados, neste dois critérios, não determinam uma boa representação dos custos e números médios de oportunidades intervenientes observado no sistema.

As distribuições de frequências estimadas, não demonstram uma boa reprodução, dos picos e posição das mesmas, com relação a distribuição de frequência observada.

Este caso apresentou problemas de convergência, sanados com a mudança do ponto inicial, e dificuldades numéricas relacionadas aos parâmetros ***b*** e ***l***, que apresentaram valores negativos, resolvidas de maneira análoga ao caso anterior.

De posse das análises descritas neste capítulo, verifica-se que os modelos duplamente restritos são os que melhor simulam a situação real em estudo. Destes modelos, observa-se que as medidas de ajuste utilizadas apresentam resultados significativamente melhores para o modelo gravitacional – de oportunidades quando comparados aos resultados obtidos para o modelo gravitacional entrópico.

As Tabelas 31 e 32 apresentam todos os valores obtidos nas estatísticas para os casos do modelo gravitacional entrópico e modelo gravitacional – de oportunidades, obtidos pelos diferentes critérios aplicados.

TABELA 31 – Tabela geral dos valores obtidos nas estatísticas para os casos do modelo gravitacional entrópico

Modelo Gravitacional Duplamente Restrito			
<i>Estatística</i>	<i>Critério máxima verossimilhança</i>	<i>Critério da estatística Phi-normalizada</i>	<i>Critério soma média dos erros quadrados</i>
<i>Índice de dissimilaridade</i>	25.395	25.001	25.361
<i>Erro médio absoluto normalizado</i>	73.137	72.004	73.040
<i>Mean Sum Square Error</i>	17022.2	17048.9	17022.0
<i>Root Mean Square Error</i>	130.469	130.571	130.468
<i>Quiquadrado</i>	14531.4	15056.5	14571.3
<i>Phi-normalizada</i>	0.505	0.503	0.504
<i>CME</i>	28.65784408	28.35177903	28.63194086
Modelo Gravitacional Simplesmente Restrito c/ restrição de origem			
<i>Estatística</i>	<i>Critério máxima verossimilhança</i>	<i>Critério da estatística Phi-normalizada</i>	<i>Critério soma média dos erros quadrados</i>
<i>Índice de dissimilaridade</i>	38.323	38.678	38.260
<i>Erro médio absoluto normalizado</i>	110.370	111.395	110.191
<i>Mean Sum Square Error</i>	31817.3	32279.2	31768.9
<i>Root Mean Square Error</i>	178.374	179.664	178.238
<i>Quiquadrado</i>	28432.8	26412.6	29643.4
<i>Phi-normalizada</i>	0.768	0.749	0.780
<i>CME</i>	28.65784408	29.68533126	28.20930933
Modelo Gravitacional Simplesmente Restrito c/ restrição de origem, considerando a atratividade			
<i>Estatística</i>	<i>Critério máxima verossimilhança</i>	<i>Critério da estatística Phi-normalizada</i>	<i>Critério soma média dos erros quadrados</i>
<i>Índice de dissimilaridade</i>	38.301	38.523	34.819
<i>Erro médio absoluto normalizado</i>	110.309	110.946	100.281
<i>Mean Sum Square Error</i>	38004.2	38470.1	32039.7
<i>Root Mean Square Error</i>	194.946	196.137	178.996
<i>Quiquadrado</i>	28182.9	26773.0	276994.3
<i>Phi-normalizada</i>	0.852	0.847	1.174
<i>CME</i>	28.65784409	29.95209163	23.18950822

TABELA 32 – Tabela geral dos valores obtidos nas estatísticas para os casos do modelo gravitacional – de oportunidades

Modelo Gravitacional - de Oportunidades Duplamente Restrito			
<i>Estatística</i>	<i>Critério máxima verossimilhança</i>	<i>Critério da estatística Phi-normalizada</i>	<i>Critério soma média dos erros quadrados</i>
<i>Índice de dissimilaridade</i>	22.431	22.319	19.638
<i>Erro médio absoluto normalizado</i>	64.603	64.279	56.557
<i>Mean Sum Square Error</i>	12037.5	11888.2	10898.6
<i>Root Mean Square Error</i>	109.715	109.033	104.396
<i>Quiquadrado</i>	16015.5	16361.7	33300.1
<i>Phi-normalizada</i>	0.467	0.467	0.502
<i>CME</i>	28.65801673	28.66887990	26.87463797
<i>WME</i>	5.87064338	5.83087228	4.17475843
Modelo Gravitacional - de Oportunidades Simplesmente Restrito c/ restrição de origem			
<i>Estatística</i>	<i>Critério máxima verossimilhança</i>	<i>Critério da estatística Phi-normalizada</i>	<i>Critério soma média dos erros quadrados</i>
<i>Índice de dissimilaridade</i>	27.576	27.586	26.517
<i>Erro médio absoluto normalizado</i>	79.421	79.448	76.370
<i>Mean Sum Square Error</i>	17206.1	17216.4	15959.9
<i>Root Mean Square Error</i>	131.172	131.211	126.332
<i>Quiquadrado</i>	23130.1	23089.1	30129.4
<i>Phi-normalizada</i>	0.583	0.583	0.607
<i>CME</i>	28.58854096	28.59915709	26.90431145
<i>WME</i>	5.97326947	5.98341968	4.68888340
Modelo Gravitacional - de Oportunidades Simplesmente Restrito c/ restrição de origem, considerando a atratividade			
<i>Estatística</i>	<i>Critério máxima verossimilhança</i>	<i>Critério da estatística Phi-normalizada</i>	<i>Critério soma média dos erros quadrados</i>
<i>Índice de dissimilaridade</i>	38.287	38.476	36.542
<i>Erro médio absoluto normalizado</i>	110.268	110.811	105.241
<i>Mean Sum Square Error</i>	39601.4	38895.0	36457.8
<i>Root Mean Square Error</i>	199.001	197.218	190.939
<i>Quiquadrado</i>	29138.4	27123.2	822408.8
<i>Phi-normalizada</i>	0.861	0.850	1.380
<i>CME</i>	28.81305544	29.95492732	23.00635816
<i>WME</i>	5.43862986	6.60789697	0.55700924

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

6.1 Conclusões

Neste trabalho apresentamos uma análise da aplicação de diferentes critérios de calibração em modelos de distribuição de viagens. Foram realizados testes em versões duplamente restritas, simplesmente restritas, com restrição de origem e simplesmente restritas, com restrição de origem considerando a atratividade, dos modelos gravitacional e gravitacional – de oportunidades.

Os resultados obtidos, foram satisfatórios para que pudéssemos realizar uma análise do desempenho sobre cada um dos casos estudados, de modo que viéssemos a evidenciar o que segue:

Dos critérios aplicados aos modelos gravitacionais entrópicos, percebemos em alguns casos um desempenho análogo dos modelos. Contudo, de modo geral, a aplicação do critério da máxima verossimilhança determinou um melhor desempenho dos modelos. Além disso, a implementação computacional não apresentou quaisquer problemas. Dessa forma, constatou-se empiricamente que este critério é o mais adequado para a calibração desses modelos.

Nos casos descritos para o modelo gravitacional – de oportunidades, mais uma vez, percebemos em alguns casos um desempenho análogo dos modelos. Entretanto, em virtude do critério da máxima verossimilhança não apresentar em nenhum dos

casos quaisquer problemas em sua implementação computacional, constatou-se empiricamente ser este critério o mais adequado para calibrar esses modelos.

Em nenhum dos modelos estudados, quando consideramos a atratividade no modelo simplesmente restrito com restrição de origem, obtivemos um bom ajuste entre as matrizes de viagens observadas e estimadas.

Em todos os testes realizados neste estudo, os modelos duplamente restritos apresentaram um desempenho bem superior aos casos simplesmente restritos, com restrição de origem, considerando ou não a atratividade.

Um fator importante observado, foi a adoção de seis estatísticas para avaliar os critérios. Se tivéssemos optado pelo uso de três ou quatro estatísticas, em alguns casos, a análise seria feita de forma diferente. A adoção de um número maior de estatísticas nos deu uma garantia maior em nossas decisões.

Numa análise geral percebemos que os modelos obtiveram um melhor desempenho com a aplicação do critério da máxima verossimilhança. Além disso, levando em conta sua facilidade de implementação computacional e confiabilidade nos ajustes obtidos, sugere-se este critério como a melhor alternativa para a calibração dos modelos estudados.

6.2 Sugestões

Considerando que nosso estudo foi aplicado à um único conjunto de dados, e com o intuito de tornar mais consistente as conclusões apresentadas e a busca de estatísticas mais eficientes, sugerimos:

A aplicação dos critérios estudados neste trabalho, à conjuntos de dados obtidos em áreas de estudo com características distintas, para verificar se o desempenho dos modelos são melhores com a aplicação do critério da máxima verossimilhança, em todos os casos.

O estudo mais abrangente de medidas de ajuste que possam ser utilizadas como critérios de calibração de modelos de distribuição de viagens, com o objetivo de determinar uma estatística mais eficaz na obtenção das estimativas de viagens.

O estudo de métodos numéricos robustos, capazes de diminuir os problemas de convergência apresentados nos modelos gravitacional – de oportunidades.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA, L. M. W. **Desenvolvimento de uma Metodologia para Análise Locacional de Sistemas Educacionais Usando Modelos de Interação Espacial e Indicadores de Acessibilidade.** Florianópolis, 1999. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina.
- BAXTER, M. J., EWING, G. O. Calibration of Production – Constrained Trip Distribution Models and The Effect of Intervening Opportunities. **Journal Regional Science**, v. 19, n. 3, p. 319-330, 1979.
- BRUTON, M. J. **Introdução ao Planejamento dos Transportes.** Rio de Janeiro: Interciência, 1979.
- DIPLOCK, G., OPENSHAW, S. Using Simple Genetic Algorithms to Calibrate Spatial Interaction Models. **Geographical Analysis**, v. 28, n. 3, p. 262-279, 1996.
- EVANS, A. W. The Calibration of Trip Distribution Models with Exponential or Similar Cost Functions. **Transportation Research**, v. 5, p. 15-38, 1971.
- FELLER, W. **Introdução à Teoria das Probabilidades e suas Aplicações** São Paulo: Edgard Blücher, 1976.
- FINNEY, N. D. **Trip Distribution Models: New Perspectives in Urban Transportation Research.** ed. A. J. Catanese, Lexington: Lexington Books, p. 63-146, 1972.

- GONÇALVES, M. B. **Desenvolvimento e Teste de um Novo Modelo Gravitacional – de Oportunidades de Distribuição de Viagens**. Florianópolis, 1992. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina.
- GONÇALVES, M. B., CURSI, J. E. S. Métodos Robustos para a Calibração de Modelos de Interação Espacial em Transportes. Associação Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes, 11., 1997. **Anais...** v. 2, 1997. p. 303-313.
- GONÇALVES, M. B., CURSI, J. E. S. Parameter Estimation in a Trip Distribution Model by Random Perturbation of a Descent Method. **Transportation Research**, 1999. Por aparecer.
- HUTCHINSON, B. G. **Princípios de Planejamento dos Sistemas de Transporte Urbano**. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1979.
- HYMAN, G. M. The Calibration of Trip Distribution Models. **Environment and Planning**, v. 1, p. 105-112, 1969.
- KIEFER, J. Sequential Minimax Search for a Maximum. **Proc. Am. Math. Soc.** v. 4, p. 502-506, 1953.
- NOVAES, A. G. **Métodos de Otimização: Aplicações aos Transportes**. São Paulo: Edgard Blücher, 1978.
- NOVAES, A. G. **Modelos em Planejamento Urbano, Regional e de Transportes**. São Paulo: Edgard Blücher, 1982.
- POGU, M., CURSI, J. E. S. Global Optimization by Random Perturbation of the Gradient Method with a Fixed Parameter. **Journal of Global Optimization**, v. 5, p.159-180, 1994.

- PYERS, C. E. Evaluation of the intervening opportunities trip distribution model. **Anual Meeting of the Highway Research Board**, 44., 1965, Washington.
- SHENK, A. **Cálculo e Geometria Analítica**. Tradução de Anna Amália F. Barroso. 3. ed. Rio de Janeiro: Editora Campus, 1984. v. 2.
- SMITH, D. P., HUTCHINSON, R. G. Goodness of Fit Statistics for Trip Distribution Models. **Transportation Research**, v. 15A, p. 295-303, 1981.
- SPIEGEL, M. R. **Probabilidade e estatística**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1977.
- STOUFFER, S. A. Intervening opportunities: a theory relating mobility and distance. **American Sociological Review**, v. 5, n. 6, p. 845-867, 1940.
- WILLS, M. J. A Flexible Gravity-Opportunities Model for Trip Distribution. **Transportation Research**, v. 20B, p. 89-111, 1986.
- WILSON, A. G. A. Statistical Theory of Spatial Distribution Models. **Transportation Research**, v. 1, p. 253-269, 1967.
- WILSON, A. G. **Entropy in Urban and Regional Modelling**. London: Pion, 1970.
- WILSON, A. G. Statistical Notes on the Evaluation of Calibrated Gravity Models. **Transportation Research**, v. 10, p. 343-345, 1976.
- YUN, S., SEN, A. Computation of Maximum Likelihood Estimates of Gravity Model Parameters. **Journal of Regional Science**, v. 34, n. 2, p. 199-216, 1994.

BIBLIOGRAFIAS CONSULTADAS

BAZARAA, M. S., SHETTY, C. M. **Non Linear Programming**. New York: John Wiley & Sons, 1979.

BEKMAN, O. R., COSTA NETO, P. L. **Análise Estatística da Decisão**. São Paulo: Edgard Blücher, 1980.

CORDEIRO, G. M. Introdução à Teoria de Verossimilhança. **Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística**, 10., Rio de Janeiro, 1992.

EVANS, A. W. Some Properties of Trip Distribution Methods. **Transportation Research**, v. 4, p. 18-36, 1970.

EVANS, S. P. Derivation and Analysis of Some Models for Combining Trip Distribution and Assignment. **Transportation Research**, v. 10, p. 37-57, 1976.

EVANS, S. P., KIRBY, H. R. A Three – Dimensional Furness Procedure for Calibrating Gravity Models. **Transportation Research**, v. 8, p. 105-122, 1974.

GONÇALVES, M. B., ULYSSÉA NETO, I. The Development of a new Gravity – Opportunity Model for Trip Distribution. **Environment and Planning**, v. 25, p. 817-826, 1993.

GRAY, R. H., SEN, A. Estimating Gravity Model Parameters: A Simplified Approach Based on the Odds Ratio. **Transportation Research**, v. 17B, p. 117-131, 1983.

HARVEY, G. Research Directions in Travel Demand Analysis. **Transportation Research**, v. 19A, p. 455-459, 1985.

- HOROWITZ, J. L. Travel and Location Behavior: State of the Art and Research Opportunities. **Transportation Research**, v. 19A, p. 441-453, 1985.
- HUMES, A. F. P. de C. et al. **Noções de Cálculo Numérico**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1984.
- KIRBY, H. R. Theoretical Requirements for Calibrating Gravity Models. **Transportation Research**, v. 8, p. 97-104, 1974.
- LIMA, M. L. P. **Utilização de Modelos Gravitacionais Entrópicos de Distribuição de Viagens, como uma Generalização do Problema dos Transportes da Programação Linear**. Florianópolis, 1993. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina.
- MEYER, P. L. **Probabilidade: Aplicações à Estatística**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1983.
- MILNE, W. E. **Cálculo Numérico**. São Paulo: Polígono, 1968.
- ORTÚZAR, J. D., WILLUMSEN, L.G. **Modelling Transport**. New York: John Wiley & Sons, 1994.
- PAS, E. I. State of the Art and Research Opportunities in Travel Demand: Another Perspective. **Transportation Research**, v. 19A, p. 460-464, 1985.
- SANTOS, M. P. S., BRAGA, M. G. C. Research Trends in Urban Transport Science: Some Empirical Evidence from Academic Research. **Transportation Research**, v. 22A, p. 57-70, 1988.
- SEN, A. Research Suggestions on Spatial Interaction Models. **Transportation Research**, v. 19A, p. 432-435, 1985.

SEN, A. Maximum Likelihood Estimation of Gravity Model Parameters. **Journal of Regional Science**, v. 19A, n. 3, p. 461-474, 1986.

SEN, A., MATUSZEWSKI, Z. Properties of Maximum Likelihood Estimates of Gravity Model Parameters. **Journal of Regional Science**, v. 31, p. 469-486, 1991.

WILLIAMS, T. A Comparison of Some Calibration Techniques for Doubly Constrained Models with an Exponential Cost Function. **Transportation Research**, v. 10, p. 91-104, 1976.