

**Universidade Federal de Santa Catarina
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
Área de Engenharia e Ciências Térmicas**

**UMA NOVA METODOLOGIA DE SOLUÇÃO PARA
SISTEMAS DE MANCAIS RADIAIS EM
CARREGAMENTO DINÂMICO INCLUINDO ATRITO
SÓLIDO E DESGASTE**

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

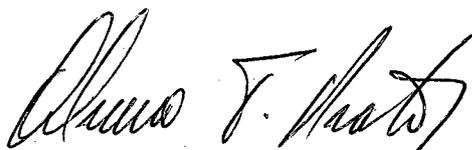
Hilbert James Wisbeck

Florianópolis, 18 de Dezembro de 2000.

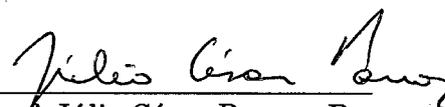
**Uma Nova Metodologia de Solução para Sistemas de
Mancais Radiais em Carregamento Dinâmico
Incluindo Atrito Sólido e Desgaste**

Hilbert James Wisbeck

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da
Universidade Federal de Santa Catarina, como requisito para a obtenção do título
de Mestre em Engenharia Mecânica.

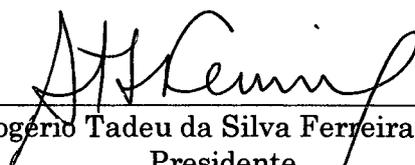


Prof. Alvaro Toubes Prata, Ph. D.
Orientador



Prof. Júlio César Passos, Dr.
Coordenador

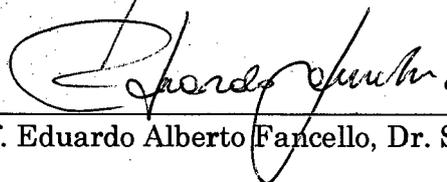
Banca Examinadora:



Prof. Rogério Tadeu da Silva Ferreira, Ph. D.
Presidente



Prof. Antônio Fábio Carvalho da Silva, Dr. Eng.



Prof. Eduardo Alberto Fancello, Dr. Sc.



Eng.º Adilson Luiz Manke, M. Eng.

Resumo

Este trabalho discorre sobre o modelamento de mancais radiais acoplados sujeitos a carregamento dinâmico, bem como sobre sua metodologia de solução, incluindo atrito sólido e desgaste. O modelo considera o acoplamento entre dois mancais radiais de um mesmo eixo, levando em conta os deslocamentos e desalinhamentos radiais. Uma metodologia de volumes finitos é utilizada para a solução da equação de Reynolds que governa o problema de lubrificação.

O desgaste e o contato direto entre as superfícies do eixo e dos mancais são tratados com o uso das leis de Archard e de Coulomb para desgaste e atrito sólido, respectivamente. O volume desgastado é removido da vizinhança do ponto de contato sólido de uma forma automática. Isto permite um cálculo preciso das geometrias do eixo e do mancal após contato e desgaste.

As equações da dinâmica, do contato direto, e de Reynolds, são resolvidas em um único sistema linear de equações. O método de solução é direto, mas são necessárias iterações para contemplar a cavitação do filme de óleo e as não-linearidades das equações. O sistema linear é resolvido utilizando-se o método de eliminação de Gauss, e para otimizar o processo de solução, considera-se a esparsividade do sistema.

Um programa computacional com base na formulação deste trabalho foi desenvolvido e testado utilizando-se informações da literatura. São obtidos resultados para os mancais principal e secundário de um pequeno compressor alternativo utilizado em refrigeração doméstica. A pressão do gás no topo do pistão do compressor foi artificialmente aumentada para forçar o contato sólido. Foi então observado que uma nova geometria para eixo e mancais foi gerada pelo desgaste e que o contato sólido foi eliminado.

Informações como a órbita dos mancais, o consumo de potência por atritos sólido e viscoso, a vazão lateral de óleo, a espessura mínima de filme de óleo e o desgaste podem ser consistentemente obtidas pelo programa computacional que mostrou-se robusto e eficiente.

Abstract

The present work deals with a new solution methodology for bearing systems subjected to dynamic load, which include solid friction and wear predictions. The model considers the dynamic coupling between the two bearings of a single shaft allowing radial displacements and misalignments. For the integration of the Reynolds equation that governs the lubrication problem use is made of a finite volume methodology.

Direct contact between shaft and bearing surfaces and wear are handled via Coulomb's and Archard's laws for solid friction and wear, respectively. The wearing volume is removed from the region surrounding the solid contact location in an automatic way, incorporated into the solution algorithm. That allows a precise prediction of shaft and bearing geometries after contact and wear.

The equations governing the lubrication problem, the shaft dynamics and the contact are all solved coupled in a single linear system of algebraic equations. Solution of the algebraic equation is direct, with iteration being performed due to the non-linearities associated with oil film cavitation and shaft location. The linear system is solved using the Gauss elimination method considering system sparsity to improve the solution process.

A computer code was developed and tested using information available in the literature. Results were obtained for the main and secondary bearings of a small reciprocating compressor employed in domestic refrigerators. The gas pressure on the top of the compressor piston was artificially increased to force the solid contact. It was then observed that a new geometry for shaft and bearing was formed because of wearing, and solid contact was eliminated.

General information as journal orbit, power consumption by solid and viscous friction, oil lateral leakage, minimum film thickness and wear, can be consistently obtained from the computer code that has proved to be robust and efficient.

Aos meus pais,
Ulysses Wisbeck (*in memoriam*) e
Lourdette Facchini Wisbeck

À Dani

Agradecimentos

A todos os brasileiros, que por intermédio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico - CNPq, financiaram meus estudos e tornaram possível este trabalho;

Ao Professor Alvaro Toubes Prata, pelo empenho e competência na tarefa de orientação;

Aos Engenheiros Adilson Luiz Manke e Fabian Fagotti, pelas preciosas contribuições dadas a este trabalho;

À EMBRACO – Empresa Brasileira de Compressores S.A., pelas informações disponibilizadas;

Aos professores Rogério Tadeu da Silva Ferreira, Antônio Fábio Carvalho da Silva e Eduardo Alberto Fancello, pela boa-vontade em comporem a Banca Examinadora;

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica - POSMEC, pelos conhecimentos transmitidos;

A todos que, de alguma forma, tenham contribuído para a realização deste trabalho.

Sumário

Resumo	ii
Abstract	iv
Sumário	ix
Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xiv
Lista de Símbolos	xv
Capítulo 1	
INTRODUÇÃO	1
1.1 Descrição do Problema	1
1.2 Revisão Bibliográfica.....	5
1.3 Objetivos do Trabalho	8
Capítulo 2	
FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	10
2.1 Caracterização Geométrica	10
2.2 Cinemática do Eixo	11
2.3 Dinâmica do Eixo	13
2.3.1 Carregamento Externo.....	14
2.3.2 Esforços Hidrodinâmicos	15
2.3.3 Reação da Parede e Atrito Sólido	15
2.4 Equação de Reynolds.....	19
2.4.1 Condições de Contorno	20
2.5 Cálculo do Desgaste	21
2.6 Carregamento de um Compressor Alternativo.....	25

2.6.1 Força de inércia do segmento excêntrico.....	28
2.6.2 Força de inércia do contrapeso.....	29
2.6.3 Força da biela sobre o eixo excêntrico.....	29
2.6.4 Força exercida pelo rotor.....	32
2.7 Parâmetros Operacionais.....	33
2.7.1 Espessura mínima do filme de óleo.....	33
2.7.2 Potência consumida por atrito.....	34
2.7.3 Vazão lateral de óleo.....	36
Capítulo 3	
METODOLOGIA DE SOLUÇÃO	38
3.1 Discretização da Equação de Reynolds.....	38
3.2 Discretização das Equações da Dinâmica.....	41
3.3 Detecção do Contato Sólido.....	42
3.4 Sistema de Equações Lineares.....	45
3.5 Obtenção dos Parâmetros Operacionais.....	48
3.6 Obtenção da Geometria de Desgaste.....	49
3.7 Procedimento de Solução.....	50
3.8 Detalhes da Metodologia.....	55
Capítulo 4	
RESULTADOS	58
4.1 Carregamento Estático.....	58
4.2 Desalinhamento.....	61
4.3 Carregamento Dinâmico.....	66
4.4 Refino de Malha e de Incremento de Tempo.....	72
4.5 Resultados Característicos.....	77
4.6 Atrito Sólido.....	79
4.7 Desgaste.....	85
Capítulo 5	
CONCLUSÕES	90
Referências Bibliográficas	93
Apêndice A	
EQUAÇÃO DE REYNOLDS	97
Apêndice B	
EQUAÇÃO DA ESPESSURA LOCAL DO FILME DE ÓLEO	102

Lista de Figuras

Figura 1.1	Representação de um mancal.	2
Figura 1.2	Efeitos de filme espremido e cunha.	3
Figura 2.1	Geometria do problema.	11
Figura 2.2	Ângulo de giro do eixo.	12
Figura 2.3	Definição da posição do eixo pelas excentricidades extremas.	12
Figura 2.4	Forças de contato entre eixo e mancal.	16
Figura 2.5	Sobreposição das peças para determinar a geometria do desgaste.	24
Figura 2.6	Representação do mecanismo do compressor alternativo utilizado neste trabalho.	26
Figura 2.7	Geometria e forças consideradas no carregamento dos mancais de um compressor alternativo.	27
Figura 2.8	Forças transmitidas para o eixo pela biela.	30
Figura 2.9	Força de atração entre rotor e estator.	32
Figura 3.1	Domínio discretizado de solução da pressão.	39
Figura 3.2	Procedimento utilizado para o tratamento da fronteira de cavitação.	52
Figura 3.3	Fluxograma da metodologia de solução.	54
Figura 3.4	Esquema de interpolação bilinear.	56
Figura 4.1	Configuração para os testes de carregamento estático.	59
Figura 4.2	Configuração utilizada nas simulações para o desalinhamento.	62
Figura 4.3	Resultado de capacidade de carga para o eixo desalinhado com $\varepsilon = 0,4$	62
Figura 4.4	Resultado de capacidade de carga e de ângulo de carga para o eixo desalinhado com $\varepsilon = 0,5$	63

Figura 4.5	Resultado de capacidade de carga e de ângulo de carga para o eixo desalinhado com $\varepsilon = 0,8$	63
Figura 4.6	Resultado de momento (componentes x e y) para o eixo desalinhado com $\varepsilon = 0,4$	64
Figura 4.7	Resultado de momento (componentes x e y) para o eixo desalinhado com $\varepsilon = 0,5$	65
Figura 4.8	Resultado de momento (componentes x e y) para o eixo desalinhado com $\varepsilon = 0,8$	65
Figura 4.9	Carregamento utilizado na comparação de resultados com os apresentados por Campbell <i>et al.</i> [4].	67
Figura 4.10	Comparação da trajetória com os resultados apresentados por Campbell <i>et al.</i> [4].	68
Figura 4.11	Comparação de resultados para a espessura mínima do filme de óleo com os dados apresentados por Hirani <i>et al.</i> [8].	69
Figura 4.12	Carregamento utilizado na comparação com os resultados obtidos por Jones [12].	70
Figura 4.13	Comparação da trajetória com os resultados apresentados por Jones [12].	71
Figura 4.14	Evolução da pressão na câmara de compressão para pressão de descarga igual a 1,6 MPa.	73
Figura 4.15	Carregamento do compressor referente à pressão de descarga igual a 1,6 MPa.	74
Figura 4.16	Comparação de trajetórias obtidas para alguns valores de malha.	75
Figura 4.17	Trajétórias obtidas para alguns valores incremento de ângulo de manivela.	76
Figura 4.18	Trajétória para uma situação típica de funcionamento do compressor.	78
Figura 4.19	Potência consumida por atrito para uma situação típica de funcionamento do compressor.	78
Figura 4.20	Vazão lateral de óleo para uma situação típica de funcionamento do compressor.	79

Figura 4.21 Evolução da pressão na câmara de compressão para pressão de descarga igual a 3,2 MPa.	80
Figura 4.22 Carregamento do compressor referente à pressão de descarga igual a 3,2 MPa.	80
Figura 4.23 Trajetórias obtidas para alguns valores coeficiente de atrito sólido.	82
Figura 4.24 Potência consumida para alguns valores coeficiente de atrito sólido. ...	83
Figura 4.25 Trajetórias obtidas para alguns valores do parâmetro do contato $f(R_a)/c_1$	84
Figura 4.26 Potência consumida para alguns valores do parâmetro do contato $f(R_a)/c_1$	84
Figura 4.27 Comparação entre as evoluções de volume desgastado para dois fatores de extrapolação.	86
Figura 4.28 Comparação para a trajetória antes e após o desgaste.	87
Figura 4.29 Geometria das regiões desgastadas após finalizado o processo de desgaste.	88
Figura 4.30 Comparação para a potência consumida antes e após o desgaste.	88
Figura 4.31 Comparação para a vazão lateral de óleo antes e após o desgaste.	89
Figura A.1 Geometria considerada na dedução da equação de Reynolds.	97
Figura B.1 Parâmetros necessários à determinação da espessura local do filme de óleo.	102
Figura B.2 Relação entre a excentricidade em uma posição qualquer e as excentricidades nos extremos dos mancais.	105

Lista de Tabelas

Tabela 4.1	Resultados comparativos para situação de carregamento estático.....	60
Tabela 4.2	Dados do mancal utilizado na comparação de resultados com os apresentados por Campbell <i>et al.</i> [4].	66
Tabela 4.3	Carregamento utilizado na comparação de resultados com os apresentados por Campbell <i>et al.</i> [4].	67
Tabela 4.4	Comparação para o valor de espessura mínima de filme de óleo com os valores apresentados por Campbell <i>et al.</i> [4].	68
Tabela 4.5	Dados do mancal do trabalho de Jones [12].	70
Tabela 4.6	Carregamento utilizado na comparação com os resultados apresentados por Jones [12].....	71
Tabela 4.7	Dados do compressor utilizados para as simulações.	72
Tabela 4.8	Carregamento do compressor referente à pressão de descarga igual a 1,6 MPa.....	74
Tabela 4.9	Comparação de resultados para alguns valores de malha.	75
Tabela 4.10	Resultados para alguns valores de incremento de ângulo de manivela.....	77
Tabela 4.11	Carregamento do compressor referente à pressão de descarga igual a 3,2 MPa.....	81

Lista de Símbolos

A_p, A_e, A_w, A_n, A_s	coeficientes usados no método de volumes finitos
Af_x, Af_y, Am_x, Am_y	coeficientes das equações da dinâmica
B	indução magnética
c	folga radial dos mancais
c_{rot}	folga radial entre rotor e estator do compressor alternativo
D_{rot}	diâmetro do rotor no compressor alternativo
e_{1x}	componente x da excentricidade na extremidade anterior do mancal principal
e_{1y}	componente y da excentricidade na extremidade anterior do mancal principal
e_{2x}	componente x da excentricidade na extremidade posterior do mancal secundário
e_{2y}	componente y da excentricidade na extremidade posterior do mancal secundário
e	excentricidade; excentricidade do segmento excêntrico do eixo no compressor alternativo
e_{cp}	excentricidade do contrapeso do eixo no compressor alternativo
f	fator de saturação
F	força
F_h	força hidrodinâmica
F_c	força de contato direto
F_a	força de atrito sólido

F_e	força de inércia do segmento excêntrico do eixo no compressor alternativo
F_{bse}	força da biela sobre o eixo no compressor alternativo
F_{cp}	força de inércia do contrapeso no compressor alternativo
F_{rot}	força magnética radial do rotor no compressor alternativo
$F_{gás}$	força exercida pelo gás em compressão no compressor alternativo
F_{ip}	força de inércia do pistão no compressor alternativo
F_{ipse}	força de inércia do pistão agindo sobre o eixo no compressor alternativo
g	distância entre mancais principal e secundário
h	espessura local do filme de óleo
k_c	fator de cárter no cálculo da força magnético do rotor no compressor alternativo
l_{biela}	comprimento da biela no compressor alternativo
l_{rot}	comprimento do rotor no compressor alternativo
M^0	momento em relação à origem dos eixos coordenados
M_h^0	momento hidrodinâmico em relação à origem
m_{desb}	massa desbalanceada do eixo no compressor alternativo
m_e	massa desbalanceada do segmento excêntrico no compressor alternativo
m_{bucha}	massa da bucha no compressor alternativo
$m_{biela\ CM-e}$	massa da biela relativa ao segmento do centro de massa da biela até o eixo excêntrico no compressor alternativo
m_{cp}	massa do contrapeso no compressor alternativo
m_p	massa do pistão no compressor alternativo
m_{pino}	massa do pino que une o pistão à biela no compressor alternativo
$m_{biela\ CM-p}$	massa da biela relativa ao segmento do centro de massa da biela até o pistão no compressor alternativo
N	força de reação normal durante o contato direto
$offset$	desalinhamento entre mancais e cilindro no compressor alternativo
p	pressão no filme de óleo

p_0	valor de pressão prescrito nas extremidades laterais dos mancais, pressão de cavitação
p_{cam}	pressão na câmara de compressão do compressor alternativo
p_{suc}	pressão de sucção agindo na base do pistão e nas laterais dos mancais no compressor alternativo
R	raio dos mancais
R_a	rugosidade das superfícies do eixo e dos mancais
r_p	raio do pistão do compressor alternativo
$Sux_1, Sux_2, Svy_1, Svy_2, SS$	coeficientes do sistema linear
Sf_x, Sf_y, Sm_x, Sm_y	termos fonte nas equações da dinâmica
t	tempo
U_1	velocidade tangencial na direção X da superfície 1 na equação de Reynolds
U_2	velocidade tangencial na direção X da superfície 2 na equação de Reynolds
u	velocidade na direção X na dedução da equação de Reynolds
V_1	velocidade tangencial na direção Y da superfície 1 na equação de Reynolds
V_2	velocidade tangencial na direção Y da superfície 2 na equação de Reynolds
v	velocidade na direção Y na dedução da equação de Reynolds
W	largura dos mancais
W_i	carga externa qualquer (i -ésima força)
w_0	velocidade normal da superfície 1 na equação de Reynolds
w_h	velocidade normal da superfície 2 na equação de Reynolds
X	coordenada genérica da equação de Reynolds; termo fonte
x	eixo coordenado
Y	coordenada genérica da equação de Reynolds
y	eixo coordenado
y_p	posição do pistão
Z	coordenada genérica da equação de Reynolds
z	eixo coordenado na direção axial, posição axial
z_i	posição axial de aplicação da i -ésima força externa
z_c	posição axial de ocorrência do contato direto
z_e	posição axial do segmento excêntrico no compressor alternativo
z_{cp}	posição axial do contrapeso no compressor alternativo

z_{rot} posição axial média do rotor no compressor alternativo

Símbolos Gregos

γ	ângulo de inclinação da biela
δ	variação
Δ	variação
Δh	variação da espessura de filme em relação à posição de concentricidade
ε	excentricidade adimensional
$\varepsilon_{máx}$	excentricidade máxima admitida
η	fator de interpolação na direção axial
θ	posição angular sobre os mancais
θ_c	ângulo de ocorrência do contato
μ	viscosidade
μ_f	coeficiente de atrito sólido
ξ	posição axial adimensional
τ	ângulo de giro do eixo ou ângulo de manivela
ϕ	ângulo de posição do eixo
ω	frequência angular do eixo

Índices Inferiores

e, w, n, s	faces do volume de controle
x	componente x
y	componente y
1, 2	mancais principal e secundário ou superfície do mancal e eixo

Operadores

$\bar{\nabla}$	gradiente
∇^2	Laplaciano
\cdot	derivada em relação ao tempo ou em relação ao ângulo de giro
$\cdot\cdot$	derivada segunda em relação ao tempo

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

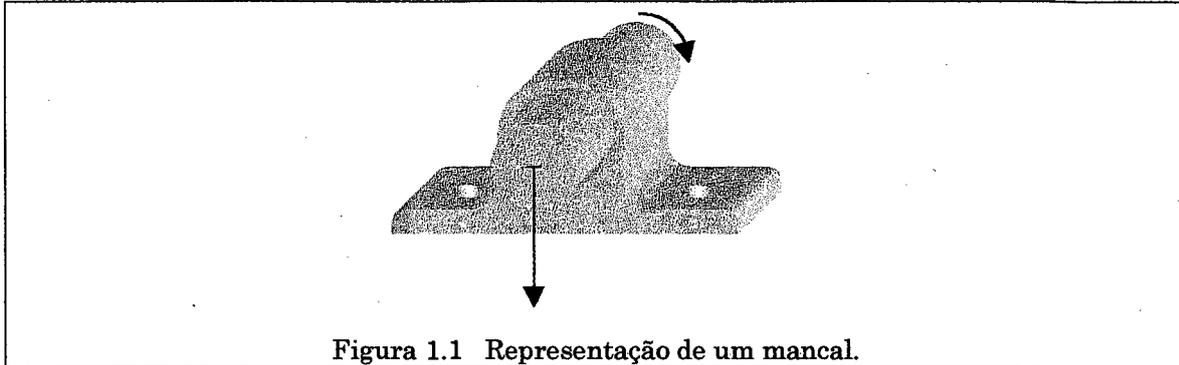
Grande parte dos elementos de máquinas propostos pela engenharia incluem partes móveis em sua construção. De uma forma geral, é difícil eliminar o movimento relativo entre componentes e o deslizamento de suas faces uma sobre a outra. O atrito elevado proveniente de duas peças deslizantes sob carga é, por muitas vezes, indesejável, dificultando a utilização do elemento ou, até mesmo, impossibilitando uma determinada forma construtiva.

A humanidade vem, durante muito tempo, utilizando como artifício para diminuir o atrito entre as partes móveis, o emprego de um lubrificante. A lubrificação tem sido assim objeto de estudo intenso pela engenharia, devido à sua vasta aplicação. Uma das aplicações mais importantes é o uso da lubrificação em componentes girantes, tais como manivelas, extremidades de bielas e eixos. Nestas aplicações faz-se uso, de mancais radiais para sustentar os componentes, aproveitando-se dos benefícios da lubrificação.

1.1 Descrição do Problema

O mancal radial é um elemento de máquina que tem como função sustentar um eixo girante sob carregamento radial. Um furo é inserido em uma peça sob a qual se deseja sustentar o eixo. Nesse furo, monta-se o eixo com uma determinada folga que permite sua livre rotação. A folga, de dimensão muito inferior ao diâmetro do eixo, é alimentada continuamente por um fluido lubrificante. A presença do fluido

cumpra a principal função do mancal que é impedir que as superfícies do eixo e do furo entrem em contato direto, aumentando a durabilidade dos componentes e diminuindo substancialmente o consumo de energia por atrito e o nível de ruído.



Ao furo executado na peça, em conjunto com a parte do eixo no interior do furo, é dado o nome de mancal radial. Neste trabalho, a palavra mancal será utilizada para designar tanto o conjunto quanto somente o furo onde se aloja o eixo. A Figura 1.1 apresenta o desenho típico de um mancal radial.

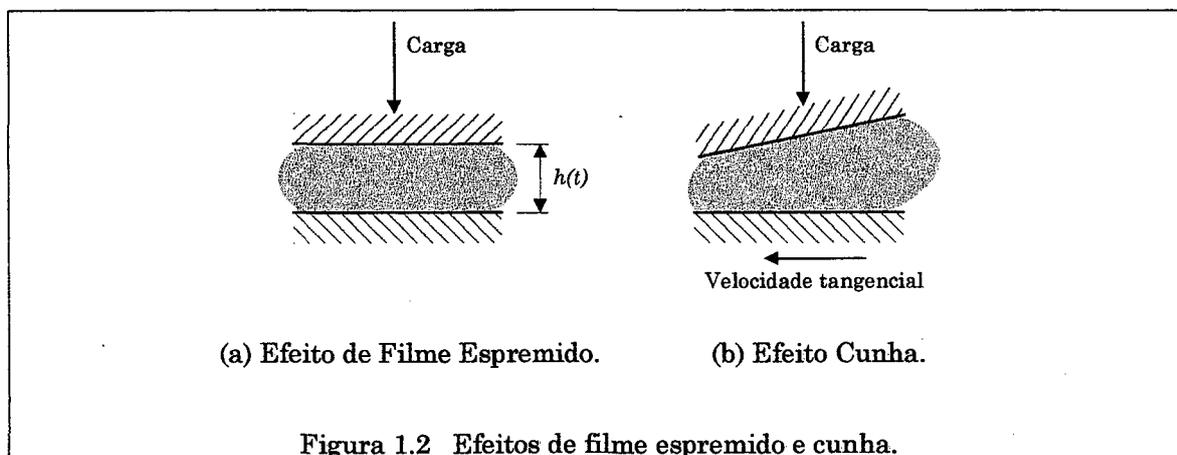
De uma maneira geral, o fluido lubrificante pode ser um líquido ou um gás. Em virtude do tipo de aplicação de interesse para a presente dissertação, será considerado que óleo é o fluido lubrificante e que a lubrificação em pauta é da forma hidrodinâmica.

O funcionamento de um mancal baseado nos efeitos da lubrificação hidrodinâmica provenientes do óleo lubrificante está associado a dois efeitos que compõem a capacidade do óleo suportar carga: efeito de *filme espremido* e efeito *cunha*. O primeiro refere-se à condição em que duas superfícies sólidas, separadas por um filme de óleo, são forçadas a se aproximar, como indica a Figura 1.2 (a). Como o óleo não se move junto às superfícies, à medida que este escoa para as laterais, as camadas desse fluido sofrem movimento cisalhante e sua viscosidade se opõe a esse movimento. Esse fato resulta na elevação da pressão no filme de óleo que será responsável pela sustentação das cargas que forçam a aproximação das superfícies. O segundo efeito, dito efeito *cunha*, acontece quando duas superfícies não perfeitamente paralelas e separadas por um filme de óleo possuem movimento tangencial relativo, como na Figura 1.2 (b). O óleo é então carregado pelas superfícies em direção a uma cunha convergente. Devido à diminuição da secção transversal, surge

uma oposição ao escoamento do óleo pela cunha, elevando a pressão no mesmo e causando o efeito de sustentação de carga.

Em aplicações típicas, o eixo está sujeito ao chamado *carregamento dinâmico*, ou seja, as forças atuantes sobre o eixo, durante a operação do sistema, variam em amplitude e direção de aplicação. Todas as máquinas alternativas que utilizam mancais radiais possuem exemplos de mancais sob carregamento dinâmico. Motores de combustão interna, máquinas-ferramenta e compressores alternativos são exemplos de aplicações que empregam mancais sob a ação de carregamento dinâmico.

Em um mancal radial sob carregamento dinâmico, tanto o efeito de filme espremido quanto o efeito cunha estão presentes. O carregamento dinâmico faz com que o eixo se movimente de um lado para outro no interior do mancal, pondo em ação o efeito de filme espremido. Além disso, eixo e mancal não permanecem concêntricos e, como o eixo está girando, o óleo é forçada a escoar através de uma cunha convergente, possibilitando o aparecimento do efeito cunha.



A equação da lubrificação hidrodinâmica, ou equação de Reynolds, contempla o efeito cunha e o efeito de filme espremido. De uma forma geral, a equação de Reynolds fornece o campo de pressão entre duas superfícies não paralelas, separadas por um filme de óleo, movimentando-se uma em relação à outra tanto na direção normal como tangencial. O modelo do mancal consiste de equações de equilíbrio de força e momento entre a sustentação hidrodinâmica e o carregamento externo. As forças de sustentação hidrodinâmica são obtidas pela integração do campo de pressão fornecido pela equação de Reynolds, enquanto que o carregamento externo é usualmente conhecido e depende do tipo de aplicação à qual o mancal é submetido.

É necessário incluir no modelo da lubrificação de mancais a incapacidade da maioria dos óleos lubrificantes de suportar pressões negativas. A esta propriedade é associado o efeito denominado de *cavitação*. Quando o filme de óleo é submetido a uma folga divergente, seria necessário que o óleo se expandisse para preencher completamente a folga, o que não acontece. Uma complexa interação entre óleo lubrificante, vapor de óleo e gás ambiente (ar, por exemplo) ocorre na *região de cavitação* e o óleo passa a escoar em estrias. Os “vazios” resultantes são preenchidos por vapor de óleo (cavitação de vapor) e gás ambiente (cavitação gasosa). Ao início da região de cavitação, onde o filme passa a escoar em estrias, é dado o nome de *fronteira de cavitação* e, o término dessa região, onde o filme retoma sua condição normal, recebe o nome de *fronteira de recuperação*. Em virtude da baixa pressão de vapor do óleo, a cavitação gasosa é mais comum e é a forma de cavitação considerada no presente trabalho.

Devido às exigência construtivas de certas máquinas e à maneira como as forças são dispostas sobre o eixo, é necessário que se utilize dois ou mais mancais para realizar a sustentação. De fato, na maioria dos casos, é muito difícil aplicar carga sobre um eixo exatamente na posição do mancal, a menos que as cargas sejam aplicadas sobre o mancal e não sobre o eixo (por exemplo, em uma biela). De uma forma geral, então, as forças aplicadas longe do mancal causam momentos, que podem ser neutralizados pelo uso de um mancal suficientemente longo ou pelo uso de mais de um mancal. A segunda alternativa é mais racional e será adotada aqui, posto que boa parte do comprimento de um mancal muito longo não é capaz de suportar momentos.

Em um mancal radial, o cisalhamento contínuo do filme de óleo provoca um consumo de energia que se dissipa, basicamente, em forma de calor. É desejável, portanto, dimensionar o mancal de forma a causar um mínimo consumo de energia. Diminuindo-se a viscosidade do óleo, por exemplo, é possível diminuir o atrito viscoso; no entanto, essa prática causa uma menor rigidez do filme de óleo, diminuindo sua capacidade de sustentação de carga. Em consequência, eixo e mancal passam a se aproximar mais e, em uma situação limite, podem se chocar diretamente. De fato, as superfícies do eixo e mancal não são perfeitas e admite-se que o contato entre as peças ocorre quando suas asperezas passam a se interferir. Embora

o contato direto entre as partes seja indesejável, é interessante conhecer os efeitos desse contato no desempenho do mancal. Durante o contato, além da sustentação hidrodinâmica e do carregamento externo, surgem a força normal entre as superfícies e a força cisalhante de atrito sólido, relacionadas pela Lei de Coulomb. Assim, durante o contato direto, o modelamento do mancal radial passa a contemplar todos esses esforços: hidrodinâmicos, externos e de contato.

Relacionado ao atrito sólido entre eixo e mancal, está o desgaste prematuro destes componentes. Desta forma, modelando-se atrito sólido e desgaste, é possível prever se este processo de desgaste promove o colapso dos componentes ou, como se deseja, um “amaciamento” das superfícies. Nesse último caso, depois de um período inicial de funcionamento sob atrito sólido e, conseqüentemente, alterada progressivamente a geometria pelo desgaste, o mancal passaria a funcionar sem o contato sólido. Finalmente, poder-se-ia dimensionar um mancal que consumisse pouca energia (com baixa rigidez de filme) sem a preocupação com o contato direto entre as partes.

O volume de material removido pelo desgaste pode ser determinado pela Lei de Archard, que relaciona este volume com os parâmetros relevantes do contato direto, como propriedades da superfície e condições de carregamento. É sabido que são de difícil modelamento os fenômenos de atrito e desgaste. As Leis de Coulomb e de Archard são modelos algébricos que não levam em conta muitos aspectos do fenômeno, tais como: encruamento, geração de calor, oxidação e micro-fusão. Ainda, estas leis são fundamentadas no contato seco entre as superfícies, sem a presença de óleo nos interstícios das asperezas das superfícies. Entretanto, tais aspectos podem, a priori, ser incluídos no modelo, empregando-se coeficientes de correção nas Leis de Coulomb e Archard.

1.2 Revisão Bibliográfica

A solução de problemas de mancais radiais tem sido objeto de estudo de muitos pesquisadores. Tais estudos objetivam o aperfeiçoamento do desempenho de mancais radiais em fatores como atrito, nível de ruído, vibração, consumo de óleo, desgaste de componentes e outros. A seguir, são revisados os trabalhos publicados

sobre comportamento de mancais radiais mais relevantes para a presente dissertação.

A teoria da lubrificação aplicada a componentes mecânicos, como mancais radiais e axiais e junções esféricas, pode ser encontrada, por exemplo, em Cameron [3] e Pinkus [20]. Nesses livros, são apresentados modelos de mancais radiais curtos, longos e finitos, todos baseados na solução da equação de Reynolds. Os modelos de mancal curto e mancal longo valem-se de simplificações na equação de Reynolds, admitindo que o mancal possui comprimentos infinitamente curto e longo, respectivamente, em relação ao diâmetro. Essas considerações permitem desenvolver soluções analíticas para a capacidade do mancal de suportar carga. Porém, tais modelos somente são consistentes para uma relação entre comprimento e diâmetro inferior a um quarto ($1/4$) nos mancais curtos e superior a quatro (4) nos mancais longos. Restrições desse tipo excluem uma grande faixa de geometria de mancais utilizados nos equipamentos. O modelo para mancal finito presta-se a preencher essa lacuna e permite a solução de mancais com qualquer relação entre comprimento e diâmetro. A dificuldade na utilização do modelo para mancal finito, está na não existência de solução analítica, sendo necessário recorrer a métodos numéricos.

Muitos trabalhos têm sido realizados com o propósito de verificar a validade dos modelos propostos para mancais radiais. Dentre eles, pode-se citar os trabalhos de Buckholz e Hwang [1] e de Prata e Ferreira [22], os quais fazem comparações entre soluções de mancais finitos e aproximação de mancais curtos.

Em sua publicação, Hirani *et al.* [8] apresentam um método de solução aproximada para mancais finitos sob carregamento dinâmico. A solução do campo de pressão no lubrificante é estimada pela média harmônica das soluções para mancais curto e longo. O acoplamento das equações da dinâmica com a solução do campo de pressão é realizada pelo método de Newton-Raphson. Outros trabalhos intensificam os esforços sobre os efeitos de cavitação do filme de óleo. Jakobsson e Floberg [11] e Olsson [19] formularam condições de contorno para as fronteiras de cavitação e de recuperação do filme de óleo, baseando-se na conservação da massa. Utilizando as condições de contorno propostas por Jakobsson, Floberg e Olsson, o trabalho de Elrod [6] apresenta uma formulação capaz de prever as fronteiras de cavitação e

de recuperação. Os trabalhos de Vijayaraghavan e Keith Jr. [29] - [30] apresentam algoritmos baseados no esquema de Elrod para o tratamento da região de cavitação.

Os efeitos do desalinhamento do eixo no interior do mancal foram estudados, entre outros, por Pinkus e Bupara [21], Vijayaraghavan e Keith Jr. [31] e Manke *et al.* [17]. Sob carga estática, esses trabalhos analisam os efeitos do grau de desalinhamento entre eixo e mancal para vários parâmetros operacionais de mancais.

O trabalho de Campbell *et al.* [4] fez uma revisão dos métodos destinados a prever o comportamento de mancais radiais sob carregamento de máquinas alternativas. Experimentos em uma máquina que simula o carregamento de um motor diesel sobre os mancais das bielas foram realizados na Glacier Metal Co. Ltd. Campbell cita alguns trabalhos, como os de Horsnell e McCallion [9] - [10] e de Lloyd *et al.* [13] - [14], que apresentam soluções de mancais finitos pela resolução da equação de Reynolds por diferenças finitas, reproduzindo numericamente os experimentos realizados na Glacier. Os modelos numéricos admitem que eixo e mancal sempre estão perfeitamente alinhados.

Dentre outras, as publicações de Stachowiak e Batchelor [26] e de Rabinowicz [23] apresentam os fundamentos do contato entre superfícies sólidas. O aspecto aleatório da distribuição de asperezas em uma superfície é abordado, sendo representado por parâmetros estatísticos. O modelo do contato entre superfícies sólidas baseia-se no fato de que as superfícies se tocam apenas em uma parcela da área aparente de contato. Essa parcela, relativa ao toque das asperezas mais proeminentes, é chamada de área real de contato, que é então função da carga e das propriedades das superfícies. De uma forma geral, as leis que regem os fenômenos são bastante simples. Todavia, os modelos algébricos apresentados ocultam a verdadeira complexidade dos fenômenos relativos ao contato entre sólidos.

Diversos trabalhos têm investigado o atrito sólido entre eixo e mancal. Uma contribuição recente é o trabalho de Sun e Jing Xu [27], que apresentam uma formulação que considera os efeitos do atrito sólido, com a transição entre atrito estático e deslizamento, sobre o torque e a rotação na partida de um eixo em um mancal sem lubrificação hidrodinâmica. Um problema semelhante é tratado por Zhou e Rogers [32], onde é proposto um modelo que descreve o contato sólido em conjunto com o efeito de filme espremido na interação entre tubo e suporte de um

trocador de calor. Del Din e Kassfeldt [5] apresentam resultados experimentais de desgaste em mancais radiais. Os experimentos foram encaminhados variando-se o tipo de óleo, a temperatura de trabalho e a rotação do eixo. Ainda, apresentam-se resultados para situações de contaminação do óleo por partículas sólidas. Em outro tipo de abordagem, o trabalho de Ren e Si C. Lee [24] apresenta um modelo tridimensional para contato em superfícies rugosas. São apresentados resultados demonstrando o efeito da rugosidade sobre o contato entre duas esferas de superfícies rugosas. Para superfícies com rugosidade baixa, a deformação e a distribuição da pressão de contato são semelhantes aos resultados do modelo de Hertz. Contudo, para rugosidades maiores, percebe-se que as pressões atingem picos muito elevados devido à concentração da carga nas asperezas proeminentes. Cabe lembrar que a pressão de contato é um importante parâmetro no modelamento do desgaste e sua correta estimativa é determinante para a validade do modelo. Num estudo semelhante, Tian e Bhushan [28] exploram, dentre outros aspectos, a resposta da área real de contato em função da carga aplicada entre duas superfícies. Nestes dois últimos trabalhos, o objetivo é buscar modelos que possam representar satisfatoriamente os fenômenos que regem o contato entre superfícies. Procura-se aí um elevado grau de refinamento dos modelos. No presente trabalho, os modelos adotados para simular o contato sólido são sabidamente simplificados e o procedimento apresentado deve ser observado como uma primeira abordagem do contato em mancais radiais.

1.3 Objetivos do Trabalho

O objetivo principal do presente trabalho é apresentar uma nova metodologia de solução de mancais radiais acoplados para um eixo passível de inclinação sob carregamento dinâmico. Isso compreende uma nova forma de compor as equações governantes e também nova maneira de resolvê-las. As equações escritas respeitando-se um sistema cartesiano fixo, embora contrastando com a maioria dos atuais métodos empregados, torna o processo de dedução de equações mais claro e objetivo. A solução das equações passa a ser promovida por método direto, devido à robustez numérica dos algoritmos disponíveis, ao contrário dos métodos segregados propostos recentemente (ver por exemplo Fernandes [7] e Manke [16]).

A principal vantagem desta nova formulação é a possibilidade de se resolver vários mancais acoplados, sem grandes dificuldades adicionais de implementação em relação à solução de um único mancal finito. O trabalho apresenta a metodologia para solução de dois mancais acoplados, sendo facilmente adaptada para solução de vários mancais.

Para constatar se eventuais contatos diretos entre os componentes são realmente nocivos a ponto de inibir algumas construções, são incluídos efeitos de atrito e desgaste. Embora atrito e desgaste sejam fenômenos de grande complexidade, espera-se, com a utilização de modelos simples, obter indícios do comportamento da mancalização sob condição de contato direto.

Capítulo 2

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O modelo de mancais radiais sob carregamento dinâmico consiste, de uma forma geral, em se realizar balanços de força e de momento sobre o eixo da mancalização a cada instante de tempo. Com tais balanços determina-se a trajetória do eixo no interior dos mancais, e, em conjunto com a distribuição de pressão no filme de óleo, calcula-se a potência consumida por atrito viscoso, a vazão de óleo necessária à perfeita alimentação dos mancais e a espessura mínima do filme de óleo, obtida diretamente da observação da trajetória. No caso de contato direto entre eixo e mancais, deseja-se também determinar o consumo de energia por atrito sólido e a progressão do desgaste dos componentes.

2.1 Caracterização Geométrica

A geometria de um mancal radial é representada por seu comprimento W , raio R e folga radial c entre eixo e mancal. A folga radial é definida como a distância entre as paredes do eixo e do mancal quando estes estão perfeitamente alinhados e concêntricos. Ainda, como em problemas práticos, a folga radial é muito menor do que o raio, não se faz distinção entre o raio do eixo e o raio do mancal.

No modelo de dois mancais, deve-se definir os parâmetros W , R e c para cada mancal. Os mancais são denominados *principal* e *secundário* e seus parâmetros recebem os índices 1 e 2, respectivamente. Além disto, é necessário estabelecer a distância entre os dois mancais, aqui denominada de g .

Um sistema cartesiano de coordenadas é escolhido, com origem centrada na extremidade anterior do mancal principal. Neste sistema, serão representadas a trajetória do eixo e as cargas que agem sobre o mesmo. Ainda, é introduzido o parâmetro θ que define a posição angular sobre os mancais. A Figura 2.1 apresenta o sistema de coordenadas e a geometria considerada no modelo de mancais acoplados.

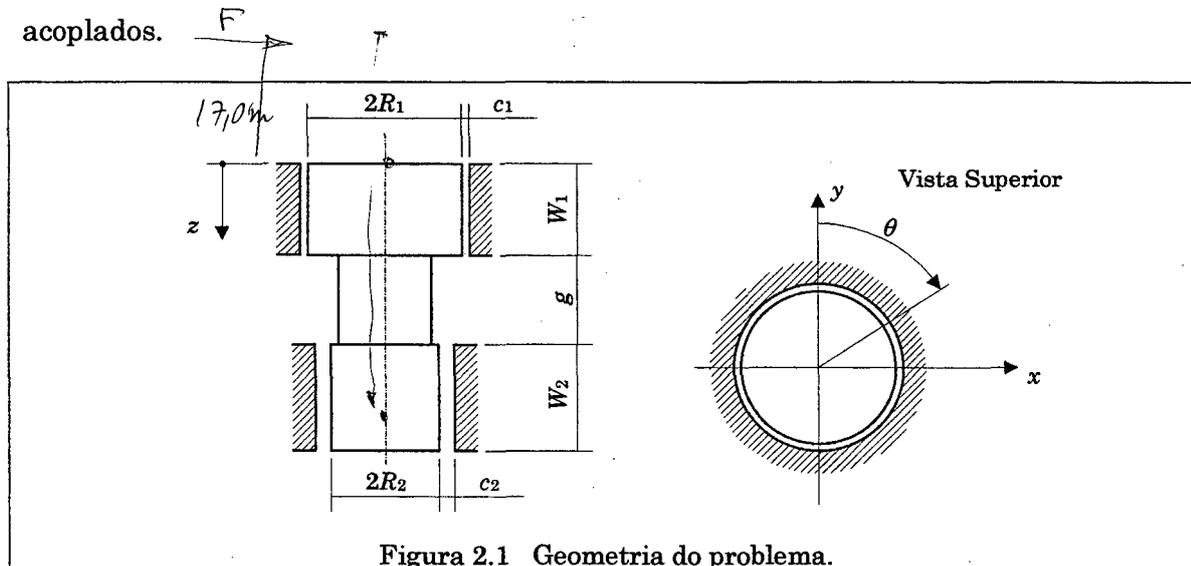


Figura 2.1 Geometria do problema.

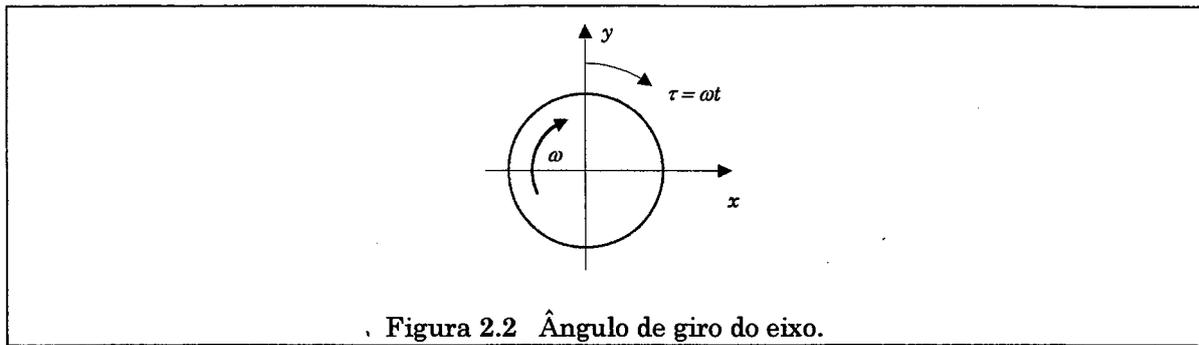
A maneira como a geometria do problema é definida permite que sejam escolhidas dimensões independentes para cada mancal, com a intenção de tornar a formulação a mais genérica possível.

2.2 Cinemática do Eixo

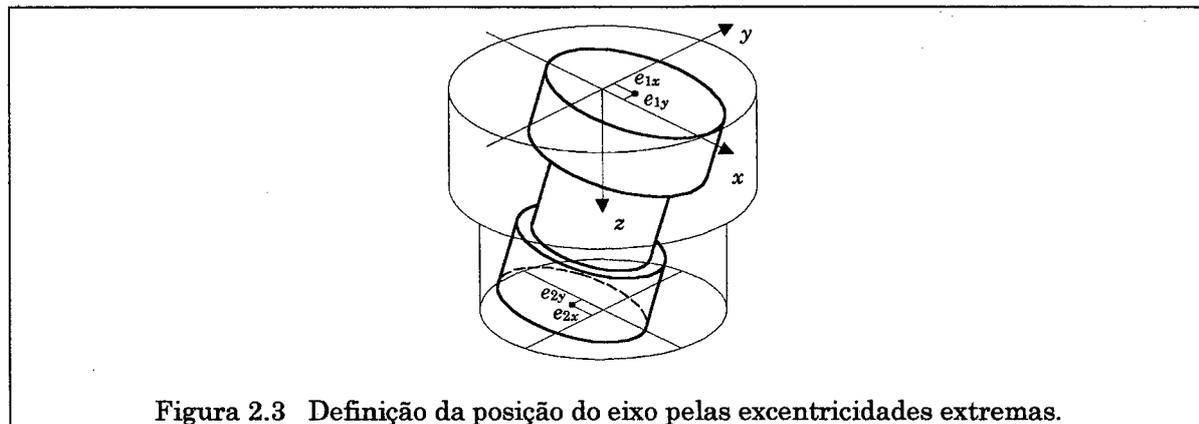
O principal movimento do eixo é, evidentemente, o de giro. Assume-se que o eixo gira em uma dada frequência angular ω constante. Assim, pode-se relacionar linearmente o tempo t com o *ângulo de giro* do eixo τ , conforme

$$\tau = \omega t \quad (2.1)$$

O ângulo de giro τ é apresentado na Figura 2.2. Note-se que é adotado o sentido horário de rotação do eixo.



Além do movimento de giro, há também movimentos transversais do eixo. Não é o movimento de giro do eixo o interesse principal. Os movimentos transversais do eixo é que determinam o desempenho do mancal. Desta forma, o eixo apresenta quatro graus de liberdade: pode transladar e rotacionar nos planos xz e yz apresentados na Figura 2.3. Assim, o movimento do eixo é caracterizado por quatro excentricidades, duas em cada uma de suas extremidades; e_{1x} e e_{1y} são excentricidades na extremidade anterior do mancal principal, e e_{2x} e e_{2y} são excentricidades na extremidade posterior do mancal secundário.



É conveniente adimensionalizar tais excentricidades e, para isso, definem-se excentricidades adimensionais dadas por:

$$\varepsilon_{1x} = e_{1x} / c_1 \tag{2.2}$$

$$\varepsilon_{1y} = e_{1y} / c_1 \tag{2.3}$$

$$\varepsilon_{2x} = e_{2x} / c_1 \quad (2.4)$$

$$\varepsilon_{2y} = e_{2y} / c_1 \quad (2.5)$$

Note-se que todas as excentricidades foram adimensionalizadas por c_1 . Assim, as excentricidades adimensionais no mancal principal atingem um valor máximo igual à unidade, enquanto que no mancal secundário este valor máximo depende da relação entre c_1 e c_2 .

As velocidades associadas a cada uma das excentricidades não têm como base o tempo, e sim o ângulo de giro, como discutido anteriormente. Assim, as velocidades adotadas para descrever o movimento do eixo são dadas por:

$$\dot{\varepsilon}_{1x} = \frac{\partial \varepsilon_{1x}}{\partial \tau} \quad (2.6)$$

$$\dot{\varepsilon}_{1y} = \frac{\partial \varepsilon_{1y}}{\partial \tau} \quad (2.7)$$

$$\dot{\varepsilon}_{2x} = \frac{\partial \varepsilon_{2x}}{\partial \tau} \quad (2.8)$$

$$\dot{\varepsilon}_{2y} = \frac{\partial \varepsilon_{2y}}{\partial \tau} \quad (2.9)$$

2.3 Dinâmica do Eixo

Para se determinar o comportamento dinâmico do eixo é necessário estabelecer quais forças estão agindo sobre o eixo e então realizar um balanço de forças e de momentos.

Basicamente, três tipos de cargas atuam sobre um eixo sustentado por mancais: as cargas externas provenientes de esforços aos quais o eixo está sendo solicitado, as forças de sustentação hidrodinâmicas que provêm do filme de óleo e a

força inercial do próprio eixo. Esta última será desprezada na presente análise, visto que em situações reais, com o sistema em regime periódico, a combinação das demais cargas é muito maior que o esforço provocado pela massa do eixo. Um quarto tipo de força agindo sobre o eixo é incluído na presente análise: a força de contato sólido durante o contato direto entre as superfícies do eixo e do mancal. Respeitado o sistema de coordenadas adotado, devem ser satisfeitos os seguintes balanços de forças e momentos sobre o eixo,

$$\sum F_x = F_{h_x} + \sum_i W_{i_x} = 0 \quad (2.10)$$

$$\sum F_y = F_{h_y} + \sum_i W_{i_y} = 0 \quad (2.11)$$

$$\sum M_x^0 = M_{h_x}^0 + \sum_i W_{i_y} z_i = 0 \quad (2.12)$$

$$\sum M_y^0 = M_{h_y}^0 + \sum_i W_{i_x} z_i = 0 \quad (2.13)$$

onde F_{h_x} e F_{h_y} são as componentes nas direções x e y da força de sustentação hidrodinâmica; $M_{h_x}^0$ e $M_{h_y}^0$ são as componentes nas direções x e y do momento devido aos esforços hidrodinâmicos em relação à origem do sistema coordenado; W_{i_x} e W_{i_y} são as componentes nas direções x e y da i -ésima carga externa atuante sobre o eixo; e z_i é a posição axial de aplicação da i -ésima carga externa sobre o eixo.

2.3.1 Carregamento Externo

As forças externas são comumente chamadas de *carregamento*. Durante todo o ciclo de operação do eixo, o carregamento é conhecido e está associado ao dispositivo no qual o eixo está operando. Adiante, serão dadas as relações para o cálculo do carregamento em um compressor alternativo.

2.3.2 Esforços Hidrodinâmicos

Diferentemente do carregamento externo, as forças hidrodinâmicas não são conhecidas. Tais forças e os momentos associados a elas devem ser determinados pela integração do campo de pressão fornecido pela solução da equação de Reynolds. Assim, uma vez de posse do campo de pressão, pode-se determinar as componentes da força hidrodinâmica conforme a integração a seguir,

$$F_{h_x} = - \left[\int_0^{W_1} \int_0^{2\pi} p(\theta, z) \sin \theta R_1 d\theta dz + \int_{W_1+g}^{W_1+g+W_2} \int_0^{2\pi} p(\theta, z) \sin \theta R_2 d\theta dz \right] \quad (2.14)$$

$$F_{h_y} = - \left[\int_0^{W_1} \int_0^{2\pi} p(\theta, z) \cos \theta R_1 d\theta dz + \int_{W_1+g}^{W_1+g+W_2} \int_0^{2\pi} p(\theta, z) \cos \theta R_2 d\theta dz \right] \quad (2.15)$$

e ainda, as componentes dos momentos associados a tais forças por

$$M_{h_x}^0 = - \left[\int_0^{W_1} \int_0^{2\pi} z p(\theta, z) \cos \theta R_1 d\theta dz + \int_{W_1+g}^{W_1+g+W_2} \int_0^{2\pi} z p(\theta, z) \cos \theta R_2 d\theta dz \right] \quad (2.16)$$

$$M_{h_y}^0 = - \left[\int_0^{W_1} \int_0^{2\pi} z p(\theta, z) \sin \theta R_1 d\theta dz + \int_{W_1+g}^{W_1+g+W_2} \int_0^{2\pi} z p(\theta, z) \sin \theta R_2 d\theta dz \right] \quad (2.17)$$

onde $p(\theta, z)$ é a pressão no filme de óleo, função das posições circunferencial θ e axial z .

2.3.3 Reação da Parede e Atrito Sólido

Como discutido anteriormente, durante um eventual contato entre eixo e mancal, surge uma força normal de sustentação promovida pela parede do mancal e uma força de atrito a ela associada. Essas duas forças são aplicadas exatamente no ponto de contato e sua combinação é chamada de força de contato. Como essas forças devem ser incluídas nas equações de equilíbrio, primeiramente deve-se transportá-las para o centro do eixo. Imediatamente, este transporte tem que ser compensado pela inclusão do torque relativo à força de atrito. Este torque deve ser computado na avaliação da potência consumida por atrito nos mancais.

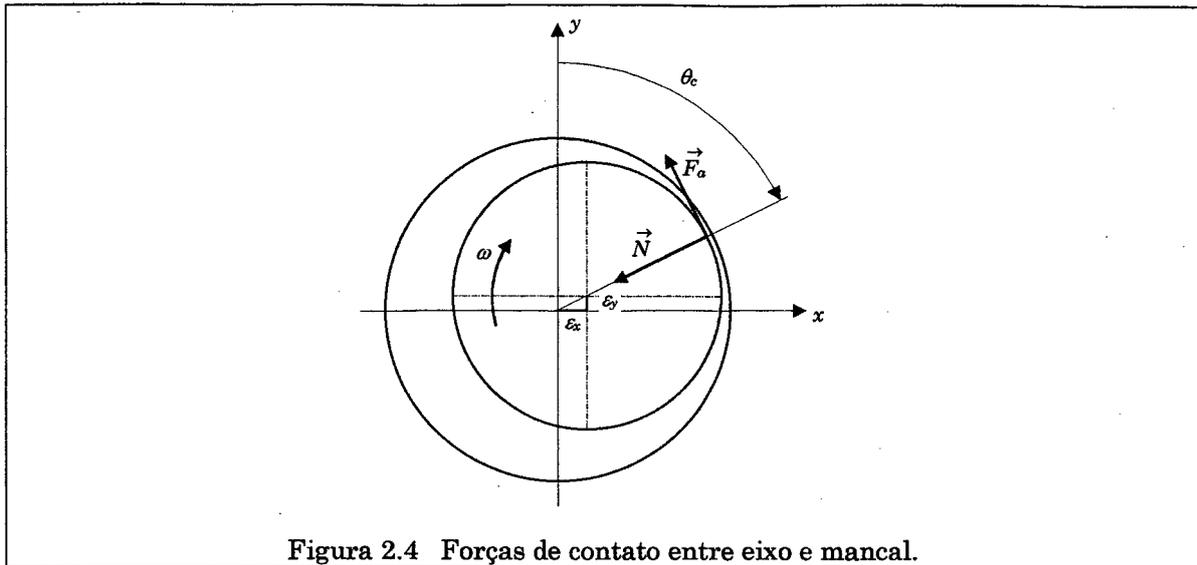


Figura 2.4 Forças de contato entre eixo e mancal.

Devido à rugosidade da parede, é admitido que o contato ocorre para um valor de excentricidade inferior à unidade, pois a interferência das asperezas protuberantes já configura o contato direto. Considere-se o contato ocorrendo em uma posição axial qualquer do mancal conforme apresentado na Figura 2.4. A contribuição das forças de contato sobre o balanço global de forças tem suas componentes escritas como

$$F_{c_x} = F_{a_x} + N_x \quad (2.18)$$

$$F_{c_y} = F_{a_y} + N_y \quad (2.19)$$

onde F_{ax} e F_{ay} são as componentes da força de atrito e N_x e N_y são as componentes da força normal.

Se N é a magnitude da força normal e F_a a magnitude da força de atrito, pode-se rescrever as equações 2.18 e 2.19 como:

$$F_{c_x} = -F_a \cos \theta_c - N \sin \theta_c \quad (2.20)$$

$$F_{c_y} = +F_a \sin \theta_c - N \cos \theta_c \quad (2.21)$$

onde θ_c é ângulo de ocorrência do contato.

De acordo com a lei de Coulomb pode-se relacionar força normal e força de atrito entre duas superfícies sólidas segundo

$$F_a = \mu_f N \quad (2.22)$$

onde μ_f é o coeficiente de fricção entre as superfícies.

Substituindo-se a equação 2.22 nas equações 2.20 e 2.21, obtêm-se as componentes da força de contato em função da magnitude da força normal conforme

$$F_{c_x} = [-\mu_f \cos \theta_c - \text{sen } \theta_c] N \quad (2.23)$$

$$F_{c_y} = [+ \mu_f \text{sen } \theta_c - \cos \theta_c] N \quad (2.24)$$

Embora a princípio somente seja possível o contato nas extremidades dos mancais, é admitido aqui que possa ocorrer o contato em um ponto qualquer no mancal principal e em um ponto qualquer no mancal secundário. Isto porque deseja-se incluir o desgaste no modelo e, com a alteração da geometria, não se pode afirmar em qual posição axial ocorrerá o contato. Finalmente, constatado o contato, as equações de equilíbrio são corrigidas segundo

$$\sum F_x = F_{h_x} + \sum_i W_{i_x} + \sum_j (F_{c_x})_j = 0 \quad (2.25)$$

$$\sum F_y = F_{h_y} + \sum_i W_{i_y} + \sum_j (F_{c_y})_j = 0 \quad (2.26)$$

$$\sum M_x^0 = M_{h_x}^0 + \sum_i W_{i_y} z_i + \sum_j (F_{c_y} z_c)_j = 0 \quad (2.27)$$

$$\sum M_y^0 = M_{h_y}^0 + \sum_i W_{i_x} z_i + \sum_j (F_{c_x} z_c)_j = 0 \quad (2.28)$$

onde os somatórios em j representam os esforços de contato e z_c é a posição axial em que ocorre o contato. Os somatórios anteriores compreendem três situações possí-

veis: contato somente no primeiro mancal, e j vale 1; contato somente no segundo mancal, e j vale 2; contato simultâneo nos dois mancais, e $j = 1, 2$.

A condição essencial que deve ser respeitada durante o contato sólido é que em algum ponto do mancal a espessura do filme de óleo seja igual a um valor finito que para superfícies perfeitamente lisas é zero. Para contemplar a rugosidade das superfícies admite-se que o contato ocorra para uma espessura de filme igual a um valor que é função das rugosidades das superfícies. Conforme apresentado por Rabinowicz [23], pode-se estabelecer uma relação entre a carga aplicada sobre duas superfícies e a área real de contato. Esta, por sua vez, relaciona-se com a espessura média de separação entre as duas superfícies, sendo que tais relações contemplam as deformações elásticas e plásticas das rugosidades. Desta forma, poder-se-ia estabelecer uma relação entre força de contato e espessura mínima de filme que seria a condição essencial a ser respeitada durante o contato. Ainda, conforme apresentado por Cameron [3], a deformação da própria linha média da superfície poderia ser incluída em conjunto com os efeitos de alta pressão sobre a viscosidade do óleo, estabelecendo-se assim uma teoria elastohidrodinâmica. Zhou e Rogers [32] utilizaram uma formulação de filme espremido que considera os efeitos de deformação das superfícies na análise da interação entre o tubo e o suporte de um trocador de calor. Entretanto, somente os efeitos de deformação da linha média são considerados, enquanto que os efeitos na rugosidade são simplificados adotando-se que ocorre o contato em um valor constante de separação entre as superfícies.

No presente trabalho adotar-se-á que o contato ocorre sempre que a espessura mínima do filme de óleo atinge um valor crítico constante, da ordem das rugosidades das superfícies, conforme:

$$h(\theta_c, z_c) = f(R_a) \quad (2.29)$$

onde θ_c e z_c são, respectivamente, as posições circunferencial e axial do ponto de contato, $h(\theta_c, z_c)$ é a espessura do filme de óleo no ponto de contato e R_a é a rugosidade das superfícies do eixo e do mancal. Substituindo-se, na equação 2.29, a espessura de filme de óleo por sua expressão dada no Apêndice B, resulta

$$c_1 \left[\frac{c}{c_1} - (\varepsilon_{1x}(1 - \eta_c) + \varepsilon_{2x}\eta_c) \operatorname{sen} \theta_c - (\varepsilon_{1y}(1 - \eta_c) + \varepsilon_{2y}\eta_c) \operatorname{cos} \theta_c \right] + \quad (2.30)$$

$$+ dh_e + dh_m = f(R_a)$$

A metodologia discutida no capítulo seguinte, detecta o contato direto monitorando a espessura mínima do filme de óleo que, quando atinge o valor crítico dado na equação 2.29, revela o contato. A equação 2.30 é a equação que, então, deve ser obedecida durante o contato sólido.

2.4 Equação de Reynolds

No Apêndice A é deduzida a equação de Reynolds a partir das equações da conservação da massa e da quantidade de movimento, chegando-se à expressão:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial Y} \right) = 6\mu \left[(U_2 - U_1) \frac{\partial h}{\partial X} + (V_2 - V_1) \frac{\partial h}{\partial Y} + 2(w_h - w_0) \right] \quad (2.31)$$

cuja nomenclatura é apresentada também no Apêndice A. As grandezas X e Y da equação 2.31 não devem ser confundidas com as coordenadas x e y adotadas como sistema de referência na geometria dos mancais. Orientando-se a equação 2.31 com a geometria dos mancais, associa-se X com a direção circunferencial θ e Y com a direção axial z . Desta forma, desconsiderando-se a curvatura da geometria, pois a folga radial é muito menor que o raio do mancal, faz-se:

$$X = \theta R \quad (2.32)$$

onde R assume os valores de R_1 ou R_2 , dependendo do mancal em questão. Naturalmente, para a direção axial tem-se

$$Y = z \quad (2.33)$$

e, adimensionalizando-se a direção axial como

$$\xi = z / R_1 \quad (2.34)$$

determina-se

$$Y = \xi R_1 \quad (2.35)$$

Note-se que a adimensionalização de z é feita em relação a R_1 .

Para ambos os mancais, tem-se as seguintes condições

$$V_2 = U_1 = V_1 = w_0 = 0 \quad (2.36)$$

pois o eixo não possui movimento axial e os mancais não têm movimento algum. A velocidade restante U_2 assume o valor ωR_1 para o mancal principal e ωR_2 para o mancal secundário. Finalmente, aplicando-se todas estas condições à equação 2.31 e substituindo a viscosidade μ pelos valores μ_1 e μ_2 para os mancais principal e secundário, chega-se a

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) = 6\mu_1 R_1^2 \left[\omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 2w_h \right] \quad (2.37)$$

$$\left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) = 6\mu_2 R_1^2 \left[\omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 2w_h \right] \quad (2.38)$$

sendo que a equação 2.37 aplica-se ao mancal principal, enquanto que a equação 2.38 é válida para o mancal secundário.

2.4.1 Condições de Contorno

Para a determinação do campo de pressão pela solução da equação de Reynolds, existem três tipos de condição de contorno a serem respeitadas. Tais condições são exploradas a seguir.

(i) a continuidade do campo de pressão na extremidade circunferencial do domínio,

$$p|_{\theta=0} = p|_{\theta=2\pi} \quad (2.39)$$

(ii) prescrição da pressão nas extremidades laterais de cada mancal,

$$p|_{z=0} = p|_{z=W_1} = p_0 \quad (2.40)$$

para a equação 2.37, e

$$p|_{z=W_1+g} = p|_{z=W_1+g+W_2} = p_0 \quad (2.41)$$

para a equação 2.38, onde p_0 é a pressão externa prescrita nas extremidades dos mancais.

(iii) cavitação do filme de óleo. Esta condição refere-se à incapacidade do óleo escoar continuamente sob pressões inferiores à pressão externa nas extremidades dos mancais, como discutido no capítulo anterior. Desta forma, a pressão na folga não pode ser inferior à pressão externa p_0 . A condição de Reynolds prescreve a pressão e o gradiente de pressão na fronteira de cavitação, conforme,

$$p|_{cav} = p_0, \quad \left. \frac{\partial p}{\partial \theta} \right|_{cav} = 0 \quad (2.42)$$

A condição de contorno relativa à cavitação necessita um tratamento especial pois não se conhece de antemão a posição em que o óleo cavita. No capítulo seguinte é apresentado o procedimento que considera a cavitação do filme de óleo e, automaticamente, determina a fronteira de cavitação.

2.5 Cálculo do Desgaste

Existem vários tipos de desgaste. Cada tipo tem sua própria lei governante, sendo que, para uma mesma situação, dois ou mais tipos de desgaste podem agir simultaneamente. Adicionalmente, um tipo pode interferir sobre o comportamento de outro. Segundo Rabinowicz [23] o desgaste pode ser classificado nos tipos: *por abrasão, por corrosão, por fadiga das superfícies e por adesão*.

O desgaste por abrasão ocorre quando uma superfícies rugosa de elevada dureza ou que ao menos contenha partículas duras, desliza sobre uma outra superfícies menos dura, o que acaba por riscar esta segunda superfícies. O material que provém de tais riscos formam as partículas de desgaste.

O desgaste por corrosão ocorre quando o deslizamento entre duas superfícies se dá em um ambiente corrosivo, que ataca as superfícies, desgastando-as.

O desgaste por fadiga é aquele caracterizado pela alternância entre deslizamento e rolamento de uma superfícies sobre outra. Os vários ciclos de carga e descarga sobre as rugosidades das superfícies fazem com que apareçam trincas, que fragilizam as superfícies, fazendo com que partículas sejam facilmente arrancadas delas.

Finalmente, o desgaste por adesão se dá de forma que partículas de uma superfície são sacadas e aderem à outra superfície que desliza sobre a primeira. Estas partículas podem então aderir novamente à primeira superfície e depois se desprender, se transformando em material desgastado. Percorrendo um caminho mais curto, as partículas, depois de aderir na segunda superfícies, podem se desprender e se transformar em partículas de desgaste. O desgaste por adesão é o tipo mais comum de desgaste e ocorre sempre que duas superfícies deslizam uma sobre a outra sob a ação de uma carga que as pressionam. Os outros tipos de desgaste dependem de condições especiais. No caso do desgaste por corrosão, é basicamente governado pelas interações químicas entre as superfícies e o meio, ou no caso de desgaste por fadiga, exige ciclos de carga e descarga. Da mesma forma, o desgaste por abrasão exige que partículas duras de uma superfícies risquem a outra superfície, o que nem sempre é observado.

Rabinowicz [23] destaca o desgaste por adesão como sendo o mais comum e importante tipo de desgaste, apresentando dados que apontam o desgaste por adesão como responsável por 45% de todos os mecanismos de desgaste, tendo o desgaste por abrasão uma parcela também bastante representativa (36%). Os demais tem uma importância menor. Assim, neste trabalho utiliza-se de uma teoria que contempla tanto o desgaste por adesão como por abrasão, sendo ambos regidos por uma mesma relação.

O volume desgastado das superfícies durante o contato sólido depende basicamente das condições de carregamento e das propriedades das superfícies em contato. Ainda, no caso do contato ocorrer sob lubrificação, a interação entre óleo e superfícies também governa o problema. Neste trabalho, a Lei de Archard, apresentada por Rabinowicz [23] e também por Stachowiak e Batchelor [26], é utilizada para determinar a quantidade de material a ser retirada da região do contato. A Lei de Archard é uma expressão algébrica que relaciona o volume desgastado com a área

real de contato e a distância de deslizamento de uma superfície sobre a outra, de acordo com a seguinte relação:

$$V_d = k_d A_r s \quad (2.43)$$

onde V_d é o volume desgastado, k_d é a constante de desgaste, A_r é a área real de contato e s é a distância de deslizamento.

Archard ainda formulou uma relação entre a área real de contato e a carga normal sobre as superfícies. Admitindo que a rugosidade das superfícies é composta pela sobreposição de esferas de diâmetros em vários níveis de hierarquia, Archard mostra que quando se assumem vários níveis hierárquicos de esferas, a relação entre a área real de contato e a força normal tende a ser linear, tendo como fator de proporcionalidade a dureza do material. Assim, pode-se escrever:

$$V_d = \frac{k_d N s}{H} \quad (2.44)$$

onde H é a dureza do material. Rabinowicz [23], ao apresentar a Lei de Archard, discute o significado físico da constante de desgaste k_d . Em uma primeira análise, tal constante representaria a probabilidade de uma junção em contato se transformar em partícula de desgaste. Entretanto, Rabinowicz argumenta que um fator de forma (1/3 para junções esféricas) deve ser ainda incluído para que k_d realmente represente a dita probabilidade. Por ser esta a forma mais comum, a Lei de Archard continua a ser escrita como na equação 2.44, mesmo sabendo-se que k_d perde seu significado físico.

No problema de mancais, emprega-se a equação 2.44 para calcular o volume desgastado durante um intervalo de tempo equivalente a um incremento de ângulo de manivela igual a $\Delta\tau$. Esta consideração incide sobre a distância de deslizamento s e, portanto, o volume desgastado pode ser escrito como,

$$V_d = \frac{k_d N R \Delta\tau}{H} \quad (2.45)$$

onde R assume os valores de R_1 e R_2 , para os mancais principal e secundário, respectivamente. Desta forma, conhecendo-se a força normal N durante o contato, pode-se calcular o volume de material desgastado.

Deve-se agora determinar como distribuir o desgaste na região de contato. Como a geometria considerada com o desgaste pode ser qualquer, é muito difícil estabelecer qualquer relação capaz de se prever a distribuição do desgaste na região de contato. Assim sendo, o procedimento adotado neste trabalho consiste em se sobrepor as superfícies na região de contato, conforme apresentado na Figura 2.5. Desta forma, ajusta-se a profundidade de sobreposição até que o volume sobreposto seja igual àquele previamente calculado pela equação 2.45, de acordo com:

$$\int (\Delta dh) dA = V_d \quad (2.46)$$

onde Δdh representa a profundidade desgastada. A profundidade de desgaste pode ser escrita em termos da rugosidade, R_a , e da folga radial, $h(\theta, \xi, \varepsilon^d)$, conforme a equação a seguir,

$$\Delta dh(\theta, \xi, \varepsilon^d) = f(R_a) - h(\theta, \xi, \varepsilon^d) \quad (2.47)$$

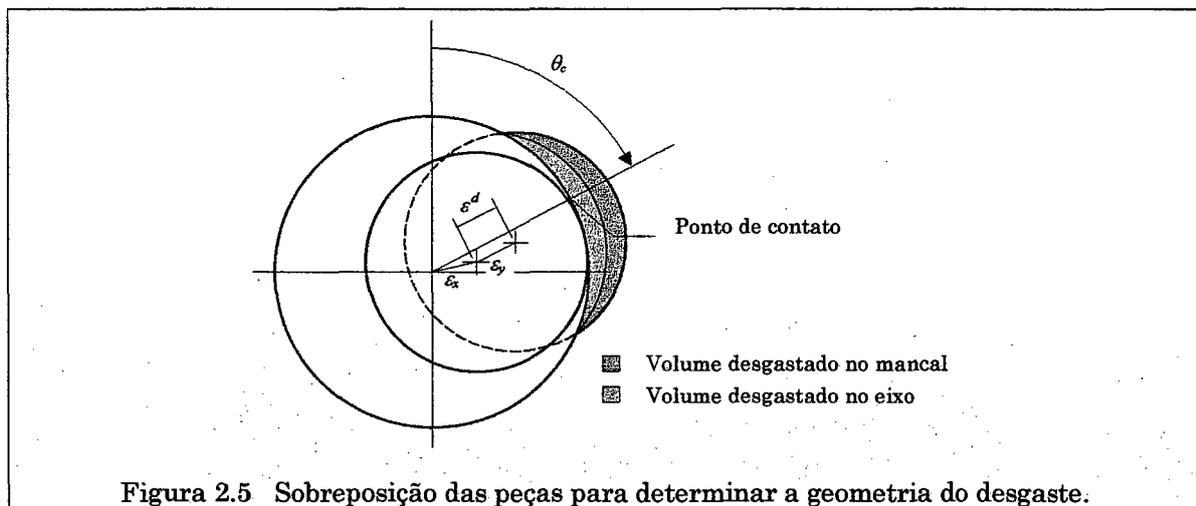


Figura 2.5 Sobreposição das peças para determinar a geometria do desgaste.

Deve-se observar que a espessura de filme h presente na equação 2.47 não é a espessura de filme no instante de tempo em que ocorre o contato, mas sim uma espessura de filme que se obtém ao penetrar o eixo sobre a superfície dos mancais, conforme indicado na Figura 2.5. Desta forma, para se resolver a equação 2.46 é

necessário estabelecer quanto o eixo penetra em direção aos mancais. Isto é feito a partir da posição do eixo no instante de tempo em que ocorreu o contato, obtendo-se h presente na equação 2.47 com um avanço radial de ε^d na direção do ponto de contato, conforme:

$$\varepsilon_{1x}^d = \varepsilon_{1x} + \varepsilon^d \operatorname{sen} \theta_c \quad (2.48)$$

$$\varepsilon_{2x}^d = \varepsilon_{2x} + \varepsilon^d \operatorname{sen} \theta_c \quad (2.49)$$

$$\varepsilon_{1y}^d = \varepsilon_{1y} + \varepsilon^d \cos \theta_c \quad (2.50)$$

$$\varepsilon_{2y}^d = \varepsilon_{2y} + \varepsilon^d \cos \theta_c \quad (2.51)$$

Na seqüência, fazendo-se uso da equação B.18, e inserindo-se as equações 2.48 a 2.51 na equação 2.47 e esta, por sua vez, na equação 2.46, tem-se:

$$\int \left\{ f(R_a) - c_1 \left[c/c_1 - \left((\varepsilon_{1x} + \varepsilon^d \operatorname{sen} \theta_c)(1 - \eta) + (\varepsilon_{2x} + \varepsilon^d \operatorname{sen} \theta_c) \eta \right) \operatorname{sen} \theta + \right. \right. \quad (2.52) \\ \left. \left. - \left((\varepsilon_{1y} + \varepsilon^d \cos \theta_c)(1 - \eta) + (\varepsilon_{2y} + \varepsilon^d \cos \theta_c) \eta \right) \cos \theta \right] + dh_e + dh_m \right\} dA = V_d$$

onde a única incógnita é a penetração radial ε^d . Entretanto, a própria área sobre a qual é realizada a integração também não é conhecida a princípio. Então, a regra que deve ser respeitada é de que a integral na equação 2.52 deve ser realizada somente onde a função integrando for positiva. Isto de fato corresponde a integrar a parcela sobreposta de eixo e mancais, pois se a função integrando referida é negativa, é porque não houve sobreposição das peças e aquele ponto não deve ser computado. No capítulo seguinte é apresentada a maneira de se resolver a equação 2.52.

2.6 Carregamento de um Compressor Alternativo

O compressor alternativo consiste de um mecanismo biela/manivela que impulsiona um pistão responsável pela compressão de um gás refrigerante. A mani-

vela é caracterizada pelo *eixo excêntrico*, que é montado solidário à árvore de acionamento de um motor elétrico. A câmara de compressão (cilindro), na qual trabalha o pistão, e os mancais de sustentação do eixo excêntrico são configurados em um único bloco. Uma bomba centrífuga de deslocamento fornece o óleo lubrificante aos mancais do eixo e também à folga entre pistão e cilindro. O óleo é conduzido da bomba até os componentes lubrificados por um sistema de ranhuras presente no eixo.

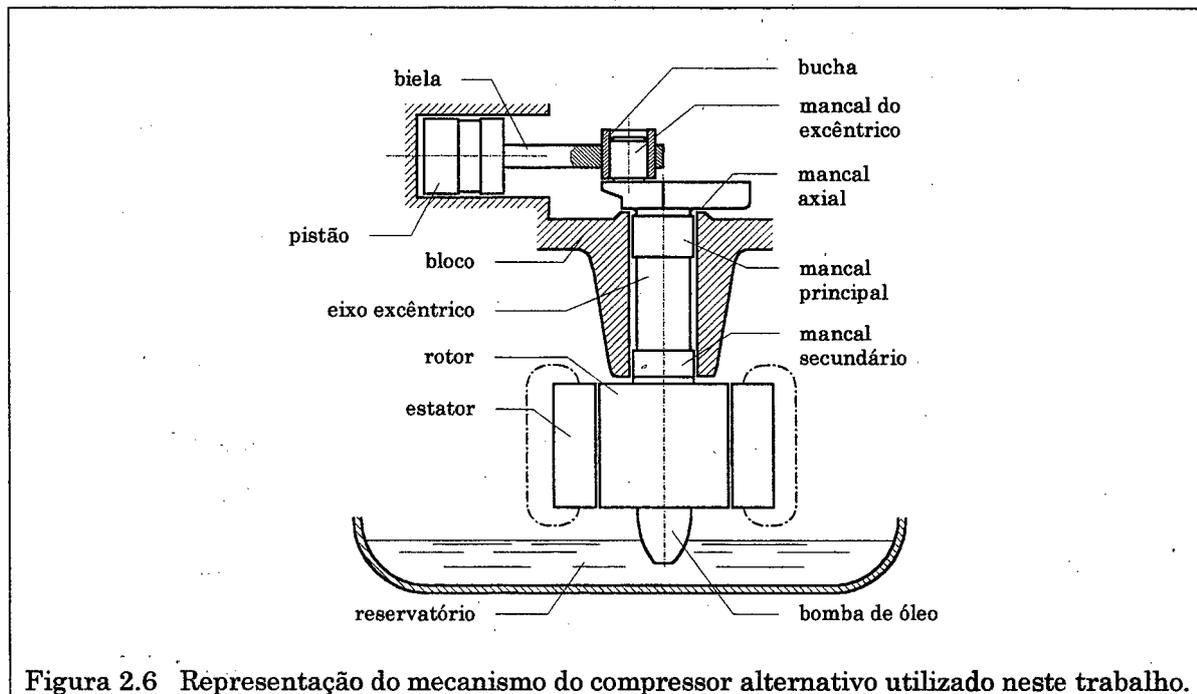


Figura 2.6 Representação do mecanismo do compressor alternativo utilizado neste trabalho.

O eixo excêntrico possui quatro mancais: dois mancais radiais, localizados no bloco, que realizam a sustentação do eixo; um mancal axial, também no bloco responsável pela sustentação de cargas na direção axial e um mancal radial na união entre manivela e biela. A Figura 2.6 apresenta o mecanismo do compressor.

Deseja-se determinar o carregamento sobre os dois mancais radiais que sustentam o eixo excêntrico. A Figura 2.7 apresenta o sistema de coordenadas utilizado neste trabalho aplicado ao eixo excêntrico do compressor e também as forças atuantes no eixo. Salienta-se que não são consideradas forças na direção axial (provenientes de efeitos magnéticos no motor, desalinhamentos e peso do conjunto eixo/rotor), visto que o interesse concentra-se no comportamento radial dos mancais principal e secundário. A inércia do próprio eixo é desconsiderada, como discutido

anteriormente. Entretanto, ressalta-se que é levada em consideração a inércia dos componentes desbalanceados do eixo, como a massa do contrapeso e a massa relativa ao segmento excêntrico do eixo.

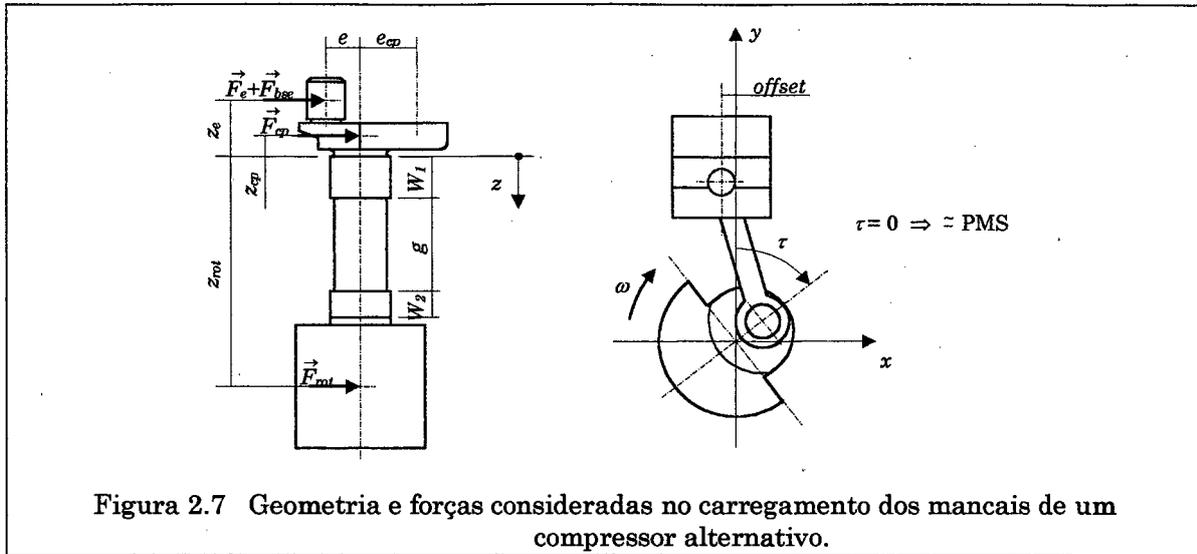


Figura 2.7 Geometria e forças consideradas no carregamento dos mancais de um compressor alternativo.

As componentes x e y dos carregamentos externos de força e de momento são dadas por:

$$\sum_i W_{ix} = F_{e_x} + F_{bse_x} + F_{cp_x} + F_{rot_x} \quad (2.53)$$

$$\sum_i W_{iy} = F_{e_y} + F_{bse_y} + F_{cp_y} + F_{rot_y} \quad (2.54)$$

$$\sum_i W_{ix} z_i = (F_{e_y} + F_{bse_y}) z_e + F_{cp_y} z_{cp} + F_{rot_y} z_{rot} \quad (2.55)$$

$$\sum_i W_{iy} z_i = (F_{e_x} + F_{bse_x}) z_e + F_{cp_x} z_{cp} + F_{rot_x} z_{rot} \quad (2.56)$$

onde:

F_{e_x} e F_{e_y} - componentes nas direções x e y , respectivamente, da força de inércia do segmento excêntrico do eixo;

F_{bse_x} e F_{bse_y} - componentes nas direções x e y , respectivamente, da força da biela sobre o excêntrico;

F_{cp_x} e F_{cp_y} - componentes nas direções x e y , respectivamente, da força de inércia do contrapeso;

F_{rot_x} e F_{rot_y} - componentes nas direções x e y , respectivamente, da força magnética radial do rotor;

z_e - posição axial do segmento excêntrico;

z_{cp} - posição axial do contrapeso;

z_{rot} - posição axial do rotor.

Na seqüência, são apresentadas as expressões para o cálculo dessas forças.

2.6.1 Força de inércia do segmento excêntrico

Devido à forma construtiva do eixo excêntrico, existem massas desbalanceadas relacionadas ao movimento de giro do eixo, gerando esforços centrífugos. Desta forma, a massa desbalanceada gera uma força radial sobre o eixo, dada pela expressão para forças centrífugas conforme

$$|\vec{F}_e| = m_{desb} \omega^2 e \quad (2.57)$$

onde \vec{F}_e é a força de inércia do segmento excêntrico, m_{desb} é a massa desbalanceada do excêntrico, ω é a freqüência de rotação do eixo e e é a excentricidade do segmento excêntrico (raio equivalente).

A massa desbalanceada m_{desb} é avaliada segundo,

$$m_{desb} = m_e + m_{bucha} + m_{biela_{CM-e}} \quad (2.58)$$

onde m_e é a massa desbalanceada do segmento excêntrico propriamente dito, m_{bucha} é a massa da bucha e $m_{biela_{CM-e}}$ é a massa da biela relativa ao segmento do centro de massa da biela até o eixo excêntrico.

Em equipamentos alternativos, um procedimento bastante difundido para evitar uma análise dinâmica da biela é o de adicionar ao componente ligado à biela a porção de massa da biela relativa ao segmento do centro de massa da biela até o componente. Esse procedimento foi apresentado por Mabie e Ocvirk [15] e foi aqui empregado.

Pode-se escrever as componentes da força centrífuga do segmento excêntrico como:

$$F_{e_x} = (m_e + m_{buchsa} + m_{biela_{CM-e}})\omega^2 e \sin \tau \quad (2.59)$$

$$F_{e_y} = (m_e + m_{buchsa} + m_{biela_{CM-e}})\omega^2 e \cos \tau \quad (2.60)$$

2.6.2 Força de inércia do contrapeso

A força do contrapeso trata-se também de uma força centrífuga, tendo a mesma forma básica da força de inércia do segmento excêntrico calculada na Seção 2.6.1. Cuidado especial deve ser tomado quanto à direção dessa força pois o contrapeso está posicionado diametralmente oposto ao ângulo de giro τ . Desta forma, obtém-se as componentes da força de inércia do contrapeso conforme

$$F_{cp_x} = m_{cp}\omega^2 e_{cp} \sin(\tau + \pi) \quad (2.61)$$

$$F_{cp_y} = m_{cp}\omega^2 e_{cp} \cos(\tau + \pi) \quad (2.62)$$

onde m_{cp} é a massa desbalanceada do contrapeso e e_{cp} é a excentricidade do contrapeso (raio equivalente).

2.6.3 Força da biela sobre o eixo excêntrico

A biela transmite para o eixo a força de inércia do pistão e a força que o gás proporciona quando sob compressão ou sucção. Desta forma pode-se escrever,

$$\vec{F}_{bse} = \vec{F}_{gás} + \vec{F}_{ipse} \quad (2.63)$$

onde \vec{F}_{bse} é a força da biela sobre o eixo excêntrico, $\vec{F}_{gás}$ é a força decorrente do gás sob pressão e \vec{F}_{ipse} é a força de inércia do pistão agindo sobre o eixo.

Para se determinar a amplitude e a direção destas forças é necessário considerar o esquema apresentado na Figura 2.8.

l_{biela} é o comprimento da biela e *offset* é o desalinhamento entre mancais e câmara de compressão.

A força de inércia do pistão é dada por

$$F_{ip} = (m_p + m_{pino} + m_{biela_{CM-p}}) \ddot{y}_p \quad (2.68)$$

onde m_p é a massa do pistão, m_{pino} é a massa do pino que une o pistão à biela, $m_{biela_{CM-p}}$ é a massa da biela relativa ao segmento do centro de massa da biela até o pistão e \ddot{y}_p é a aceleração do pistão.

A posição do pistão é dada pela seguinte relação geométrica

$$y_p = e \cos \tau + l_{biela} \cos \gamma \quad (2.69)$$

Derivando-se a equação 2.69 duas vezes obtém-se a aceleração do pistão

$$\ddot{y}_p = -e\omega^2 \cos \tau - l_{biela} (\dot{\gamma}^2 \cos \gamma + \ddot{\gamma} \sin \gamma) \quad (2.70)$$

As derivadas temporais $\dot{\gamma}$ e $\ddot{\gamma}$ são obtidas derivando-se implicitamente a equação 2.66. Desta forma, tem-se

$$\dot{\gamma} = \frac{e\omega \cos \tau}{l_{biela} \cos \gamma} \quad (2.71)$$

$$\ddot{\gamma} = \frac{l_{biela} \dot{\gamma}^2 \sin \gamma - e\omega^2 \sin \tau}{l_{biela} \cos \gamma} \quad (2.72)$$

Na seqüência, escreve-se a força de inércia do pistão sobre o eixo como

$$F_{ipse_x} = +F_{ip} \tan \gamma \quad (2.73)$$

$$F_{ipse_y} = -F_{ip} \quad (2.74)$$

Finalmente, pode-se escrever a força transmitida pela biela para o eixo segundo

$$F_{bse_x} = F_{gds_x} + F_{ipse_x} \quad (2.75)$$

$$F_{bse_y} = F_{gds_y} + F_{ipse_y} \quad (2.76)$$

2.6.4 Força exercida pelo rotor

Devido aos movimentos transversais do eixo no interior dos mancais, surge uma excentricidade entre o rotor e o estator. Desta forma, os dois componentes não ficam perfeitamente concêntricos durante o ciclo da manivela. Isto gera uma força de atração entre rotor e estator que é transmitida ao eixo excêntrico. Segundo Schuiskey [25] a força de atração atua na direção da menor distância entre rotor e estator, sendo a amplitude dada por

$$|\vec{F}_{rot}| = \frac{\pi}{2} D_{rot} l_{rot} [1 + (k_c - 1)^2] \varepsilon f (B/7020)^2 \quad [kgf] \quad (2.77)$$

onde D_{rot} é o diâmetro do rotor [cm], l_{rot} é o comprimento do rotor [cm], k_c é o fator de cárter, ε é a relação de excentricidade, f é o fator de saturação e B é a indução magnética [gauss].

A relação de excentricidade do rotor ε é a relação entre a excentricidade (deslocamento físico) e a folga radial entre rotor e estator c_{rot} . A Figura 2.9 apresenta a força de atração magnética sobre o rotor.

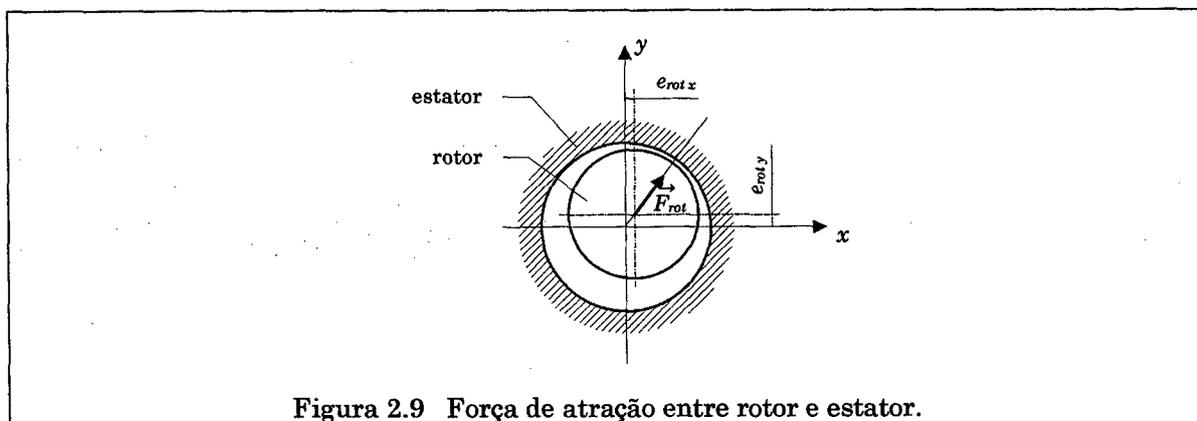


Figura 2.9 Força de atração entre rotor e estator.

Com base na equação 2.77 e na Figura 2.9, é possível se obter as componentes da força do rotor, em função das excentricidades segundo

$$F_{rot\ x} = \frac{\pi}{2} D_{rot} l_{rot} \left[1 + (k_c - 1)^2 \right] \left(\frac{c_1 \varepsilon_{rot\ x}}{c_{rot}} \right) f(B/7020)^2 \quad [kgf] \quad (2.78)$$

$$F_{rot\ y} = \frac{\pi}{2} D_{rot} l_{rot} \left[1 + (k_c - 1)^2 \right] \left(\frac{c_1 \varepsilon_{rot\ y}}{c_{rot}} \right) f(B/7020)^2 \quad [kgf] \quad (2.79)$$

sendo que $\varepsilon_{rot\ x}$ e $\varepsilon_{rot\ y}$ são as componentes da excentricidade adimensional do eixo avaliadas na posição axial média do rotor, z_{rot} . Note-se que a configuração genérica é a situação em que o rotor está inclinado no interior do estator, e assim a excentricidade é função da posição axial ao longo do rotor. A excentricidade na posição média do rotor é então utilizada para se obter a força magnética.

2.7 Parâmetros Operacionais

Três importantes resultados que o modelamento de mancais deve fornecer são a espessura mínima do filme de óleo, a potência consumida por atrito e a vazão lateral de óleo. O valor da espessura mínima do filme de óleo sugere, no caso de não ocorrer contato sólido, o grau de segurança da mancalização, podendo ser utilizado como parâmetro para classificar a rigidez do mancal. A potência consumida por atrito, evidentemente, é de muito interesse visto que fornece a parcela de energia gasta pelo equipamento em seus mancais. Por fim, o valor integral da vazão nas laterais dos mancais, que é igual ao consumo de óleo pelos mancais, informa como deve ser executada a alimentação do óleo para que não ocorram sub-alimentações.

2.7.1 Espessura mínima do filme de óleo

A espessura mínima do filme de óleo é um parâmetro fornecido imediatamente pela observação da trajetória do eixo, que é a solução primária em um problema de mancais. Este parâmetro é determinado para cada instante de tempo, procedendo-se a varredura do domínio de solução em busca do menor valor de espessura de filme. Ao final do ciclo, verifica-se em que tempo o valor obtido foi o menor.

2.7.2 Potência consumida por atrito

As perdas por atrito são compostas pelo atrito viscoso e pelo atrito sólido. O atrito viscoso é calculado com base na tensão cisalhante na superfície do mancal (Cameron [3]), que é dada pela relação

$$\tau_{cis} = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial Z} \right|_{Z=h} \quad (2.80)$$

onde u é a velocidade do fluido na direção circunferencial, Z é a coordenada na direção da espessura do filme de óleo (não deve ser confundida com a coordenada axial z) e μ toma os valores μ_1 ou μ_2 , de acordo com o mancal em questão. Tomando-se a expressão para u no Apêndice A (equação A.11) e, adaptando-a à geometria dos mancais, tem-se

$$u = \frac{1}{\mu R} \frac{\partial p}{\partial \theta} \frac{(Z^2 - Zh)}{2} + \omega R \left(1 - \frac{Z}{h}\right) \quad (2.81)$$

onde R assume os valores R_1 ou R_2 , tal como μ . Derivando-se a equação 2.81 em relação a Z , tem-se

$$\frac{\partial u}{\partial Z} = \frac{1}{\mu R} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left(Z - \frac{h}{2}\right) - \frac{\omega R}{h} \quad (2.82)$$

Avaliando-se a equação 2.82 em $Z = h$, obtém-se \times

$$\left. \frac{\partial u}{\partial Z} \right|_{Z=h} = \frac{1}{\mu R} \frac{\partial p}{\partial \theta} \frac{h}{2} - \frac{\omega R}{h} \quad (2.83)$$

Inserindo-se a equação 2.83 na equação 2.80 pode-se avaliar a tensão cisalhante como

$$\tau_{cis} = \frac{1}{R} \frac{\partial p}{\partial \theta} \frac{h}{2} - \frac{\mu \omega R}{h} \quad (2.84)$$

A potência relativa ao atrito viscoso é definida como a velocidade periférica do eixo multiplicada pela integral da tensão cisalhante sobre a área do mancal, ou seja

$$P_{1v} = \omega R_1 \int_0^{2\pi} \int_0^{W_1} \left(-\frac{1}{R_1} \frac{\partial p}{\partial \theta} \frac{h}{2} + \frac{\mu_1 \omega R_1}{h} \right) R_1^2 d\xi d\theta \quad (2.85)$$

$$P_{2v} = \omega R_2 \int_0^{2\pi} \int_{W_1+g}^{W_1+g+W_2} \left(-\frac{1}{R_2} \frac{\partial p}{\partial \theta} \frac{h}{2} + \frac{\mu_2 \omega R_2}{h} \right) R_1 R_2 d\xi d\theta \quad (2.86)$$

onde P_{1v} e P_{2v} são os valores de potência consumida por atrito viscoso no primeiro e no segundo mancal, respectivamente. Note-se que introduziu-se uma inversão de sinal, pois como tratam-se de perdas, por definição são valores negativos. Assim, a inversão de sinal é proposital para torná-los positivos.

A segunda parcela das perdas por atrito diz respeito ao atrito sólido, quando existir o contato direto entre as peças. Neste caso, a formulação proposta fornece o valor da força de atrito sólido que, multiplicado pela velocidade periférica do eixo, possibilita o cálculo de potência consumida por atrito sólido, conforme

$$P_{1a} = \omega R_1 F_{1a} \quad (2.87)$$

$$P_{2a} = \omega R_2 F_{2a} \quad (2.88)$$

onde P_{1a} e P_{2a} são os valores de potência consumida por atrito sólido nos mancais principal e secundário, respectivamente, enquanto que F_{1a} e F_{2a} são os valores de força de atrito sólido. Finalmente, substituindo-se as forças de atrito pela relação de Coulomb, que introduz a força normal, os valores globais de potência consumida nos mancais são dados pela soma das parcelas de atrito viscoso e sólido,

$$P_1 = \omega R_1 \left[\mu_f N_1 + \int_0^{2\pi} \int_0^{W_1} \left(\frac{\mu_1 \omega R_1}{h} - \frac{h}{2R_1} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) R_1^2 d\xi d\theta \right] \quad (2.89)$$

$$P_2 = \omega R_2 \left[\mu_f N_2 + \int_0^{2\pi} \int_{W_1+g}^{W_1+g+W_2} \left(\frac{\mu_2 \omega R_2}{h} - \frac{h}{2R_2} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) R_1 R_2 d\xi d\theta \right] \quad (2.90)$$

onde P_1 e P_2 são os valores totais de potência consumida nos mancais principal e secundário, respectivamente.

2.7.3 Vazão lateral de óleo

O cálculo da vazão lateral de óleo exige a integração da velocidade axial nas extremidades dos mancais. A velocidade axial v , em função da coordenada na direção da espessura do filme Z , é dada no Apêndice A (equação A.12). Com a introdução da geometria dos mancais, a expressão para v assume a seguinte forma

$$v = \frac{1}{\mu R_1} \frac{\partial p}{\partial \xi} \frac{(Z^2 - Zh)}{2} \quad (2.91)$$

Note-se que a presença de R_1 na equação 2.91 é devida ao parâmetro adimensional ξ e, assim, tal expressão é válida para ambos os mancais.

A vazão por unidade de comprimento circunferencial é dada pela expressão

$$q = \int_0^h v dZ \quad (2.92)$$

Substituindo-se a equação 2.91 na equação 2.92, obtém-se o valor da vazão específica

$$q = -\frac{h^3}{12\mu R_1} \frac{\partial p}{\partial \xi} \quad (2.93)$$

Para se determinar a vazão lateral dos mancais deve-se integrar a vazão específica ao longo de cada extremidade. Assim, a vazão lateral para cada mancal é dada por

$$Q_1 = \int_0^{2\pi} \left(\frac{h^3}{12\mu_1 R_1} \frac{\partial p}{\partial \xi} \Big|_{z=0} - \frac{h^3}{12\mu_1 R_1} \frac{\partial p}{\partial \xi} \Big|_{z=W_1} \right) R_1 d\theta \quad (2.94)$$

$$Q_2 = \int_0^{2\pi} \left(\frac{h^3}{12\mu_2 R_1} \frac{\partial p}{\partial \xi} \Big|_{z=(W_1+g)} - \frac{h^3}{12\mu_2 R_1} \frac{\partial p}{\partial \xi} \Big|_{z=(W_1+g+W_2)} \right) R_2 d\theta \quad (2.95)$$

onde Q_1 e Q_2 são as vazões laterais dos mancais principal e secundário, respectivamente, sendo que já estão computadas as duas extremidades de cada mancal. Note-se que as alterações nos sinais são realizadas para tornar as parcelas de vazão todas positivas.

Capítulo 3

METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

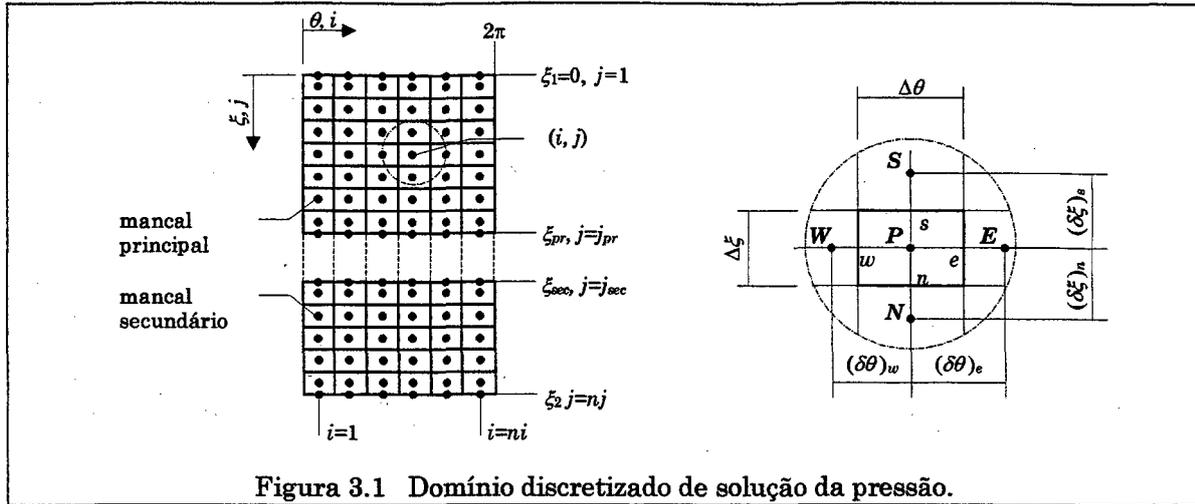
A solução do problema de mancais radiais acoplados consiste em se resolver as equações da dinâmica 2.10 a 2.13 para cada instante de tempo, resultando na trajetória do eixo no interior dos mancais. Juntamente com as equações da dinâmica, é necessário resolver a equação de Reynolds para os dois mancais 2.37 e 2.38, visto que a equação de Reynolds fornece o campo de pressão necessário ao cálculo das forças de sustentação hidrodinâmica dadas pelas equações 2.14 a 2.17.

A distribuição de pressão é obtida pelo método dos volumes finitos. Desta forma, a equação de Reynolds transforma-se em um conjunto de equações algébricas, que basicamente relaciona a pressão de um determinado ponto nodal com as pressões dos pontos vizinhos.

O objetivo do desenvolvimento seguinte é construir um sistema linear, incluindo as equações da dinâmica e as equações algébricas provenientes da aplicação do método de volumes finitos à equação de Reynolds, tendo como incógnitas a pressão em cada ponto nodal e as quatro velocidades que caracterizam o deslocamento do eixo. Desta forma, resolve-se tal sistema para cada instante de tempo, o que torna possível descrever a trajetória do eixo.

3.1 Discretização da Equação de Reynolds

Deve-se levar em conta o domínio discretizado de solução e um volume de controle genérico pertencente ao domínio, conforme apresentado na Figura 3.1.



Tendo-se em vista o volume de controle genérico delimitado pelas faces *n-s-e-w*, integra-se a equação de Reynolds neste volume, escrita para os mancais principal e secundário, equações 2.37 e 2.38,

$$\iint_{s w}^{n e} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) d\theta d\xi + \iint_{s w}^{n e} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) d\theta d\xi = \iint_{s w}^{n e} 6\mu_1 R_1^2 \left(\omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 2w_h \right) d\theta d\xi \quad (3.1)$$

$$\iint_{s w}^{n e} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) d\theta d\xi + \iint_{s w}^{n e} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) d\theta d\xi = \iint_{s w}^{n e} 6\mu_2 R_1^2 \left(\omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 2w_h \right) d\theta d\xi \quad (3.2)$$

Assim, procedendo-se a integração, surge

$$\left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) \Big|_w^e \Delta\xi + \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) \Big|_s^n \Delta\theta = 6\mu_1 R_1^2 \left(\omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 2w_h \right) \Delta\theta \Delta\xi \quad (3.3)$$

$$\left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) \Big|_w^e \Delta\xi + \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) \Big|_s^n \Delta\theta = 6\mu_2 R_1^2 \left(\omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 2w_h \right) \Delta\theta \Delta\xi \quad (3.4)$$

Aproximando-se os gradientes de pressão por diferenças centrais tem-se,

$$\frac{\partial p}{\partial \theta} \Big|_e = \frac{p_E - p_P}{(\delta\theta)_e}; \quad \frac{\partial p}{\partial \theta} \Big|_w = \frac{p_P - p_W}{(\delta\theta)_w}$$

$$\frac{\partial p}{\partial \xi} \Big|_n = \frac{p_N - p_P}{(\delta\xi)_n}; \quad \frac{\partial p}{\partial \xi} \Big|_s = \frac{p_P - p_S}{(\delta\xi)_s}$$

resultando então,

$$A_P P_P + A_e P_E + A_w P_W + A_n P_N + A_s P_S = X \quad (3.5)$$

onde

$$\begin{cases} A_e = \frac{h_e^3 \Delta \xi_e}{(\delta \theta)_e}; & A_w = \frac{h_w^3 \Delta \xi}{(\delta \theta)_w} \text{ para o mancal principal} \\ A_e = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \frac{h_e^3 \Delta \xi}{(\delta \theta)_e}; & A_w = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \frac{h_w^3 \Delta \xi}{(\delta \theta)_w} \text{ para o mancal secundário} \\ A_n = \frac{h_n^3 \Delta \theta}{(\delta \xi)_n}; & A_s = \frac{h_s^3 \Delta \theta}{(\delta \xi)_s} \\ A_P = -(A_e + A_w + A_n + A_s) \\ X = 6\mu R_1^2 \left(\omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 2w_h \right) \Delta \theta \Delta \xi \end{cases}$$

sendo que a viscosidade μ assume os valores de μ_1 ou μ_2 , dependendo do mancal em questão.

Para se completar a formulação, deve-se explicitar a velocidade do eixo no termo fonte X . O Apêndice B apresenta as equações para a altura local do filme de óleo h , sua variação com a posição angular $\partial h / \partial \theta$ e a variação temporal da altura w_h , em função das posições e velocidades no início do mancal principal e no final do mancal secundário. Desta forma, pode-se rescrever o termo fonte X conforme

$$\begin{aligned} X = 6\mu R_1^2 \omega c_1 \Delta \theta \Delta \xi \{ & -[\varepsilon_{1x}(1-\eta) + \varepsilon_{2x}\eta] \cos \theta + [\varepsilon_{1y}(1-\eta) + \varepsilon_{2y}\eta] \sin \theta + \\ & -2\dot{\varepsilon}_{1x}(1-\eta) \sin \theta - 2\dot{\varepsilon}_{2x}\eta \sin \theta - 2\dot{\varepsilon}_{1y}(1-\eta) \cos \theta - 2\dot{\varepsilon}_{2y}\eta \cos \theta + \\ & + 1/c_1 \partial(dh_e + dh_m) / \partial \theta \} \end{aligned} \quad (3.6)$$

onde $\eta = (\xi - \xi_1) / (\xi_2 - \xi_1)$ e c_1 é a folga radial entre eixo e mancal principal. Finalmente, pode-se escrever a equação algébrica na sua forma final, explicitando-se as incógnitas (campo de pressão e velocidades),

$$A_P P_P + A_e P_E + A_w P_W + A_n P_N + A_s P_S + Sux_1 \dot{\varepsilon}_{1x} + Sux_2 \dot{\varepsilon}_{2x} + Svy_1 \dot{\varepsilon}_{1y} + Svy_2 \dot{\varepsilon}_{2y} = SS \quad (3.7)$$

onde:

$$\begin{cases}
 A_e = \frac{h_e^3 \Delta \xi}{(\delta \theta)_e}; & A_w = \frac{h_w^3 \Delta \xi}{(\delta \theta)_w} \text{ para o mancal principal} \\
 A_e = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \frac{h_e^3 \Delta \xi}{(\delta \theta)_e}; & A_w = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \frac{h_w^3 \Delta \xi}{(\delta \theta)_w} \text{ para o mancal secundário}
 \end{cases}$$

$$A_n = \frac{h_n^3 \Delta \theta}{(\delta \xi)_n}; \quad A_s = \frac{h_s^3 \Delta \theta}{(\delta \xi)_s}$$

$$A_p = -(A_e + A_w + A_n + A_s)$$

$$Sux_1 = 12\mu R_1^2 \omega c_1 \Delta \theta \Delta \xi (1 - \eta) \sin \theta$$

$$Sux_2 = 12\mu R_1^2 \omega c_1 \Delta \theta \Delta \xi (\eta) \sin \theta$$

$$Svy_1 = 12\mu R_1^2 \omega c_1 \Delta \theta \Delta \xi (1 - \eta) \cos \theta$$

$$Svy_2 = 12\mu R_1^2 \omega c_1 \Delta \theta \Delta \xi (\eta) \cos \theta$$

$$SS = 6\mu R_1^2 \omega c_1 \Delta \theta \Delta \xi \left\{ -[\varepsilon_{1x}(1 - \eta) + \varepsilon_{2x}\eta] \cos \theta + [\varepsilon_{1y}(1 - \eta) + \varepsilon_{2y}\eta] \sin \theta + \right.$$

$$\left. + 1/c_1 \partial(dh_e + dh_m)/\partial \theta \right\}$$

$$\eta = \frac{\xi - \xi_1}{\xi_2 - \xi_1}$$

lembrando-se, novamente, que μ assume os valores das viscosidades do primeiro ou do segundo mancal, μ_1 ou μ_2 .

3.2 Discretização das Equações da Dinâmica

Como o campo de pressão fornecido pela equação de Reynolds é discreto, a integração do campo de pressão para se obter as forças hidrodinâmicas deve tornar-se também discreta, ou seja, um somatório. Assim, fazendo-se uso das equações 2.14 a 2.17 e introduzindo-se a posição axial adimensional ξ , tem-se

$$F_{hx} = - \left[\sum_{j=2}^{j_{pr}-1} \sum_{i=1}^{ni} p_{i,j} \sin \theta_i R_1^2 \Delta \theta \Delta \xi + \sum_{j=j_{sec}+1}^{nj-1} \sum_{i=1}^{ni} p_{i,j} \sin \theta_i R_2 R_1 \Delta \theta \Delta \xi \right] \quad (3.8)$$

$$F_{hy} = - \left[\sum_{j=2}^{j_{pr}-1} \sum_{i=1}^{ni} p_{i,j} \cos \theta_i R_1^2 \Delta \theta \Delta \xi + \sum_{j=j_{sec}+1}^{nj-1} \sum_{i=1}^{ni} p_{i,j} \cos \theta_i R_2 R_1 \Delta \theta \Delta \xi \right] \quad (3.9)$$

$$M_{hx}^0 = - \left[\sum_{j=2}^{j_{pr}-1} \sum_{i=1}^{ni} p_{i,j} \cos \theta_i \xi_j R_1^3 \Delta \theta \Delta \xi + \sum_{j=j_{sec}+1}^{nj-1} \sum_{i=1}^{ni} p_{i,j} \cos \theta_i \xi_j R_2 R_1^2 \Delta \theta \Delta \xi \right] \quad (3.10)$$

$$M_{h_y}^0 = - \left[\sum_{j=2}^{j_{pr}-1} \sum_{i=1}^{n_i} p_{i,j} \sin \theta_i \xi_j R_1^3 \Delta \theta \Delta \xi + \sum_{j=j_{sec}+1}^{n_j-1} \sum_{i=1}^{n_i} p_{i,j} \sin \theta_i \xi_j R_2 R_1^2 \Delta \theta \Delta \xi \right] \quad (3.11)$$

onde $p_{i,j}$, θ_i e ξ_j são a pressão, o ângulo θ e a posição axial adimensional, respectivamente, avaliados no centro do volume de controle i,j .

3.3 Detecção do Contato Sólido

O procedimento primário realizado para se detectar o contato sólido consiste em monitorar a espessura mínima do filme de óleo para todos os pontos dos mancais. Isto se faz necessário pois, com a inclusão dos efeitos de desgaste, a geometria dos mancais passa a ser complexa e, nenhuma predição pode ser feita a respeito do ponto em que ocorrerá o contato. Desta forma, procede-se a varredura dos mancais em busca de pontos em que a espessura de filme atingiu o valor crítico.

A varredura da espessura mínima de filme de óleo é realizada sobre uma malha diferente daquela utilizada para a solução de Reynolds. De uma forma geral, a equação de Reynolds é bem resolvida, para carga dinâmica, com malhas da ordem de 30 pontos nodais na direção θ . Isto significa que um volume de controle compreende uma extensão de 12° nesta direção. Entretanto, é muito insatisfatório monitorar a espessura de filme de óleo a cada 12° para a verificação do contato, pois a órbita do eixo se dá em pequenos deslocamentos de até frações de micrometros e, uma extensa região no intervalo de 12° ficaria desprovida de avaliação do contato. Uma análise semelhante poderia ser feita para a direção ξ , onde também a verificação da espessura do filme ficaria prejudicada. Desta forma, utiliza-se uma malha, nos moldes daquela da solução da equação de Reynolds, entretanto muito mais refinada, para avaliar os valores de espessura mínima do filme de óleo. Os valores de profundidade de desgaste serão armazenados para esta malha mais refinada.

O contato é detectado para um determinado instante de cálculo avaliando-se a espessura mínima do filme de óleo para cada ponto da malha fina e tomando-se o menor de todos os valores. Se o valor mínimo for menor ou igual ao parâmetro de contato, ou seja,

$$h(\theta, \xi) \leq f(R_a) \quad (3.12)$$

então está configurado o contato no ponto θ, ξ .

Constatado o contato, deve-se satisfazer a condição de que a espessura de filme no ponto de contato seja igual ao parâmetro de contato, conforme dado pela equação 2.30 que é repetida aqui por conveniência:

$$c_1 \left[\frac{c}{c_1} - (\varepsilon_{1x}(1-\eta_c) + \varepsilon_{2x}\eta_c) \sin \theta_c - (\varepsilon_{1y}(1-\eta_c) + \varepsilon_{2y}\eta_c) \cos \theta_c \right] + dh_e + dh_m = f(R_a) \quad (3.13)$$

A equação 3.13 é a equação de restrição de contato, sendo que a espessura de filme está escrita em função das excentricidades nas extremidades dos mancais. Para a equação 3.13 ter funcionalidade, deve-se explicitar as excentricidades em função das velocidades, uma vez que são estas as variáveis dependentes a serem obtidas na solução do problema (ver equação 3.7). De acordo com a definição das velocidades dadas pelas equações 2.6 a 2.9, é possível, para um intervalo de tempo referente a $\Delta\tau$, escrever as excentricidades em função das velocidades,

$$\varepsilon_{1x}^{\tau+\Delta\tau} = \varepsilon_{1x}^{\tau} + \dot{\varepsilon}_{1x}^{\tau+\Delta\tau} \Delta\tau \quad (3.14)$$

$$\varepsilon_{2x}^{\tau+\Delta\tau} = \varepsilon_{2x}^{\tau} + \dot{\varepsilon}_{2x}^{\tau+\Delta\tau} \Delta\tau \quad (3.15)$$

$$\varepsilon_{1y}^{\tau+\Delta\tau} = \varepsilon_{1y}^{\tau} + \dot{\varepsilon}_{1y}^{\tau+\Delta\tau} \Delta\tau \quad (3.16)$$

$$\varepsilon_{2y}^{\tau+\Delta\tau} = \varepsilon_{2y}^{\tau} + \dot{\varepsilon}_{2y}^{\tau+\Delta\tau} \Delta\tau \quad (3.17)$$

onde o super-índice $\tau+\Delta\tau$ corresponde ao tempo corrente; o super-índice τ corresponde ao tempo anterior e $\Delta\tau$ é o incremento de ângulo de manivela, correspondente ao intervalo de tempo entre os dois instantes. Por facilidade, o super-índice $\tau+\Delta\tau$ é omitido e o super-índice τ é substituído por 0. Portanto, pode-se rescrever a equação 3.13 em função das velocidades, como,

$$\begin{aligned}
& [(1 - \eta_c)\Delta\tau \sin \theta_c] \dot{\varepsilon}_{1x} + [\eta_c \Delta\tau \sin \theta_c] \dot{\varepsilon}_{2x} + \\
& + [(1 - \eta_c)\Delta\tau \cos \theta_c] \dot{\varepsilon}_{1y} + [\eta_c \Delta\tau \cos \theta_c] \dot{\varepsilon}_{2y} = [c + dh_e + dh_m - f(R_a)] \frac{1}{c_1} + \quad (3.18) \\
& + [\varepsilon_{1x}^0 (1 - \eta_c) + \varepsilon_{2x}^0 \eta_c] \sin \theta_c + [\varepsilon_{1y}^0 (1 - \eta_c) + \varepsilon_{2y}^0 \eta_c] \cos \theta_c
\end{aligned}$$

ou, por simplicidade,

$$Ac\dot{\varepsilon}_{1x} + Ac\dot{\varepsilon}_{2x} + Ac\dot{\varepsilon}_{1y} + Ac\dot{\varepsilon}_{2y} = Sc \quad (3.19)$$

onde Ac e Sc representam genericamente os coeficientes da equação 3.18. Note-se que a equação 3.19 relaciona linearmente as velocidades nas extremidades dos mancais. Esta equação é inserida no sistema linear de equações durante o contato sólido. Ainda, durante o contato sólido, as equações da dinâmica 2.10 a 2.13 devem ser substituídas no sistema linear pelas equações 2.25 a 2.28 que contemplam as forças de contato. Tal prática insere a força normal N como incógnita do sistema. Note-se que no caso de haver contato simultâneo nos dois mancais deve-se inserir uma equação do tipo da equação 3.19 para cada mancal.

O próximo passo é verificar quando o contato cessa. Fica impossibilitada qualquer tentativa de verificar a separação entre eixo e mancais analisando-se a espessura mínima do filme de óleo, pois a inclusão da equação 3.19 no sistema linear de equações a ser resolvido fixa a espessura mínima no valor de $f(R_a)$. Observando-se o processo físico, o eixo descolar-se-á do mancal (a espessura mínima do filme passa a ser maior que $f(R_a)$) no instante em que as forças hidrodinâmicas forem capazes de sustentar o eixo sem o auxílio das forças de contato. Para o eixo ser mantido junto ao mancal nesse instante é necessário realizar uma força sobre o eixo em direção à parede do mancal, ou seja, uma força normal negativa. Isto revela o mecanismo que deve ser adotado para verificar o instante de separação. Como se está mantendo o eixo junto ao mancal através da equação 3.19, no instante de separação obter-se-á uma força normal negativa. Neste momento, as equações da dinâmica devem ser substituídas por aquelas que não contemplam as forças de contato, ou seja, equações 2.10 a 2.13. Ainda, a equação 3.19 de restrição do contato deve ser removida do sistema linear. Desta forma, tem-se novamente uma situação de lubrificação hidrodinâmica pura.

Como admite-se que podem ocorrer dois contatos sólidos simultâneos, um em cada mancal, o procedimento descrito acima deve ser realizado em duplicata, monitorando-se o contato e sua interrupção e realizando-se as devidas substituições de equações no sistema linear para ambos os mancais.

3.4 Sistema de Equações Lineares

Os procedimentos até aqui adotados têm o intuito de construir um sistema de equações lineares que possui como incógnitas o campo de pressão (note-se que existem $ni(nj - 4)$ pressões incógnitas) e as velocidades nos extremos dos mancais (4 incógnitas). Desta forma, cria-se um sistema linear de $ni(nj - 4) + 4$ incógnitas. As equações algébricas no formato da equação 3.7, em conjunto com as equações da dinâmica 2.10 a 2.13 representam o conjunto de equações requeridas para a solução do problema. A equação 3.7 já está preparada de forma a explicitar todas as incógnitas e coeficientes do sistema linear. Entretanto, as equações da dinâmica ainda necessitam ser preparadas, explicitando-se as pressões incógnitas e seus respectivos coeficientes. Assim sendo, rescrevendo-se as equações da dinâmica e valendo-se das equações 3.8 a 3.11, obtém-se:

$$\sum_{\substack{j=2 \\ j \neq j_{pr}, j_{sec}}}^{nj-1} \sum_{i=1}^{ni} A_{f_{x_{i,j}}} p_{i,j} = S f_x \quad (3.20)$$

$$\sum_{\substack{j=2 \\ j \neq j_{pr}, j_{sec}}}^{nj-1} \sum_{i=1}^{ni} A_{f_{y_{i,j}}} p_{i,j} = S f_y \quad (3.21)$$

$$\sum_{\substack{j=2 \\ j \neq j_{pr}, j_{sec}}}^{nj-1} \sum_{i=1}^{ni} A_{m_{x_{i,j}}} p_{i,j} = S m_x \quad (3.22)$$

$$\sum_{\substack{j=2 \\ j \neq j_{pr}, j_{sec}}}^{nj-1} \sum_{i=1}^{ni} A_{m_{y_{i,j}}} p_{i,j} = S m_y \quad (3.23)$$

3.5 Obtenção dos Parâmetros Operacionais

As equações 2.89 e 2.90 fornecem os valores de potência consumida para os mancais principal e secundário, enquanto os valores de vazão são obtidos pelas equações 2.94 e 2.95. Tais equações fornecem valores instantâneos, e os resultados dependem do campo de pressão e da espessura do filme de óleo no instante de cálculo.

A potência instantânea consumida é dada por uma integração sobre a superfície do mancal e, como o campo de pressão obtido na solução da equação de Reynolds é discreto, torna-se necessário converter a integração em um somatório. Assim, a potência instantânea consumida é dada, para os mancais principal e secundário, por

$$P_1 = \omega R_1 \left[\mu_f N_1 + \sum_{j=2}^{j_{pr}-1} \sum_{i=1}^{ni} \left(\frac{\mu \omega R_1}{h_{i,j}} + \frac{h_{i,j}}{2R_1} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) R_1^2 \Delta \theta \Delta \xi \right] \quad (3.26)$$

$$P_2 = \omega R_2 \left[\mu_f N_2 + \sum_{j=j_{sec}+1}^{nj-1} \sum_{i=1}^{ni} \left(\frac{\mu_2 \omega R_2}{h_{i,j}} + \frac{h}{2R_2} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) R_1 R_2 \Delta \theta \Delta \xi \right] \quad (3.27)$$

onde o gradiente de pressão é aproximado por:

$$\frac{\partial p}{\partial \theta} = \begin{cases} \frac{p_{i,j} - p_{i-1,j}}{\Delta \theta}, & \text{se } i \geq 2 \\ \frac{p_{i,j} - p_{ni,j}}{\Delta \theta}, & \text{se } i = 1 \end{cases} \quad (3.28)$$

Para se calcular a vazão lateral de óleo, um procedimento semelhante é utilizado, ou seja, a integração é convertida em um somatório para se valer do campo de pressão discretizado obtido da solução da equação de Reynolds. Assim, tomando-se as equações 2.94 e 2.95 que fornecem a vazão lateral de óleo, pode-se rescrevê-las como:

$$Q_1 = \sum_{i=1}^{ni} \left[\frac{h_{i,1}^3}{12\mu R_1} \frac{p_{i,2} - p_{i,1}}{\Delta \xi / 2} - \frac{h_{i,j_{pr}}^3}{12\mu R_1} \frac{p_{i,j_{pr}} - p_{i,j_{pr}-1}}{\Delta \xi / 2} \right] R_1 \Delta \theta \quad (3.29)$$

$$Q_2 = \sum_{i=1}^{ni} \left[\frac{h_{i,jsec}^3}{12\mu R_1} \frac{P_{i,jsec+1} - P_{i,jsec}}{\Delta\xi/2} - \frac{h_{i,nj}^3}{12\mu R_1} \frac{P_{i,nj} - P_{i,nj-1}}{\Delta\xi/2} \right] R_2 \Delta\theta \quad (3.30)$$

3.6 Obtenção da Geometria de Desgaste

Para se obter a geometria resultante do desgaste, é necessário resolver a equação 2.52 para a incógnita ε^d . Esta equação iguala o volume fornecido pela relação de Archard com o volume resultante da integração da região sobreposta entre eixo e mancal. Vários métodos de determinação de raízes de equações podem ser utilizados, tais como Newton-Raphson ou mesmo substituição linear. De fato, esses métodos demonstram uma convergência bastante rápida. Entretanto, deseje-se um método que garanta a solução com total segurança, e os métodos citados dependem das características das equações e de um conveniente valor inicial para a raiz procurada. Desta forma, utilizar-se-á o método da bisseção, que sabidamente tem convergência lenta, mas que garante a convergência com toda a certeza. Uma investigação futura mais detalhada pode verificar a possibilidade de uso de métodos de melhor convergência, como o de Newton-Raphson, por exemplo.

O método da bisseção consiste em se prescrever um intervalo no qual a raiz da equação deve estar contida. Então, sucessivas divisões deste intervalo em duas partes vão restringindo a região na qual pode estar a raiz, até quando a região seja satisfatoriamente pequena e que a raiz esteja contida nela.

Inicialmente, é necessário reorganizar os termos da equação 2.52 de forma a ter a função resíduo da qual deseja-se a raiz, ou seja,

$$R(\varepsilon^d) = \int \left\{ f(R_a) - c_1 \left[c/c_1 - ((\varepsilon_{1x} + \varepsilon^d \sin \theta_c)(1 - \eta) + (\varepsilon_{2x} + \varepsilon^d \sin \theta_c)\eta) \sin \theta + \right. \right. \quad (3.31) \\ \left. \left. - ((\varepsilon_{1y} + \varepsilon^d \cos \theta_c)(1 - \eta) + (\varepsilon_{2y} + \varepsilon^d \cos \theta_c)\eta) \cos \theta \right] + dh_e + dh_m \right\} dA - V_d$$

A avaliação da integral é realizada sobre a malha refinada utilizada na detecção do contato sólido (ver seção 3.3). Assim, tem-se:

$$R(\varepsilon^d) = \sum_{i=?}^? \sum_{j=?}^? \left\{ f(R_a) - c_1 \left[c/c_1 - ((\varepsilon_{1x} + \varepsilon^d \sin \theta_c)(1 - \eta) + (\varepsilon_{2x} + \varepsilon^d \sin \theta_c)\eta) \sin \theta_i + \right. \right. \quad (3.32) \\ \left. \left. - ((\varepsilon_{1y} + \varepsilon^d \cos \theta_c)(1 - \eta) + (\varepsilon_{2y} + \varepsilon^d \cos \theta_c)\eta) \cos \theta_i \right] + dh_{e_{i,j}} + dh_{m_{i,j}} \right\} \Delta\theta_d \Delta\xi_d - V_d$$

onde $\Delta\theta_i$ e $\Delta\xi_i$ são os incrementos na malha refinada. Note-se que os limites de integração não são conhecidos e foram representados pelo sinal “?”. De fato, deve-se avaliar a espessura de filme em cada ponto antes de somar o termo na equação 3.32. Se a espessura de filme for menor que o valor crítico $f(R_a)$, então a parcela é somada, caso contrário, não.

Para o início do processo, avalia-se a equação 3.32 em dois valores de ε^d , ou seja, em ε_a^d e em ε_b^d , que correspondem aos limites do intervalo inicial. Admitindo-se continuidade da função R , se houver uma raiz neste intervalo e se esta raiz for única, então a função R apresenta sinais trocados quando avaliada em ε_a^d e ε_b^d . Inicia-se então um processo iterativo avaliando-se a função R em ε_{aux}^d , no meio do intervalo $[\varepsilon_a^d, \varepsilon_b^d]$. Se $R(\varepsilon_{aux}^d)$ tiver o mesmo sinal que $R(\varepsilon_a^d)$, então a raiz está no intervalo $[\varepsilon_{aux}^d, \varepsilon_b^d]$. Caso contrário, a raiz está no intervalo $[\varepsilon_a^d, \varepsilon_{aux}^d]$. Assim, renomeia-se o intervalo resultante novamente de $[\varepsilon_a^d, \varepsilon_b^d]$ e reinicia-se o processo iterativo. Este processo se repete até que se obtenha um erro E satisfatoriamente pequeno, que é dado pela relação

$$E = \frac{R(\varepsilon_{aux}^d)}{V_d} \quad (3.33)$$

Uma vez determinada a raiz da equação 3.32, o valor de ε^d obtido é utilizado para avaliar a espessura de filme h . Nos pontos em que a espessura é menor que o valor crítico $f(R_a)$, as funções dh_e e dh_m são incrementadas no valor de $(f(R_a) - h)/2$, que corresponde à metade da profundidade desgastada para cada peça.

3.7 Procedimento de Solução

O sistema linear 3.24 é capaz de determinar a distribuição de pressão na folga em conjunto com as velocidades nos extremos dos mancais em um dado instante de tempo. Entretanto, a própria posição do eixo, função da velocidade, aparece nos coeficientes do sistema linear. Este fato conduz à necessidade de um processo iterativo para resolver essas não-linearidades.

As equações 3.14 a 3.17 relacionam as velocidades com as excentricidades em um dado instante, desde que seja conhecida a excentricidade no tempo anterior. Por simplicidade de notação, substitui-se as equações 3.14 a 3.17 por:

$$[\varepsilon]^{r+\Delta\tau} = [\varepsilon]^r + [\dot{\varepsilon}]^{r+\Delta\tau} \Delta\tau \quad (3.34)$$

onde $[\varepsilon]^{r+\Delta\tau}$ é a posição do eixo no tempo corrente, $[\varepsilon]^r$ é a posição do eixo no tempo anterior e $[\dot{\varepsilon}]^{r+\Delta\tau}$ é a velocidade do eixo no tempo corrente.

O procedimento consiste em se resolver o sistema linear, determinando-se a velocidade. Com a equação 3.34 determina-se a posição do eixo. Então, corrigem-se os coeficientes do sistema linear de acordo com a posição do eixo encontrada e resolve-se novamente o sistema linear. Isto se repete até que a posição encontrada não sofra mais alteração significativa. Trata-se portanto de uma formulação implícita, pois o sistema converge com posição e velocidade avaliadas no tempo corrente de cálculo.

A condição de contorno referente à cavitação exige um procedimento especial. Uma vez resolvido o sistema linear, verifica-se a solução do campo de pressão. Parte do campo tem sua pressão abaixo da pressão prescrita nas laterais do mancal p_0 , admitida aqui como a pressão dita de cavitação. Desta forma, dada uma pressão abaixo da pressão de cavitação, esta é igualada à pressão de cavitação, multiplicada pelo seu coeficiente e passada para o vetor independente do sistema. Este procedimento não é realizado na equação da própria pressão em questão, conforme ilustrado na Figura 3.2. Na seqüência, resolve-se novamente o sistema de equações e verificam-se novamente as pressões. O processo é então repetido até que o campo de pressão não sofra mais alterações significativas. Este procedimento garante que as condições de contorno de Reynolds para a fronteira de cavitação sejam satisfeitas.

O procedimento adotado para contemplar o fenômeno de cavitação é equivalente a se resolver o sistema linear da pressão por um método segregado em que se visita ponto a ponto do domínio. Se a pressão calculada em um dado ponto for inferior à pressão de cavitação, tal pressão é feita igual à pressão de cavitação perante seus vizinhos. Mas quando o dado ponto for visitado novamente, a pressão é calculada novamente e pode ou não ser inferior à pressão de cavitação.

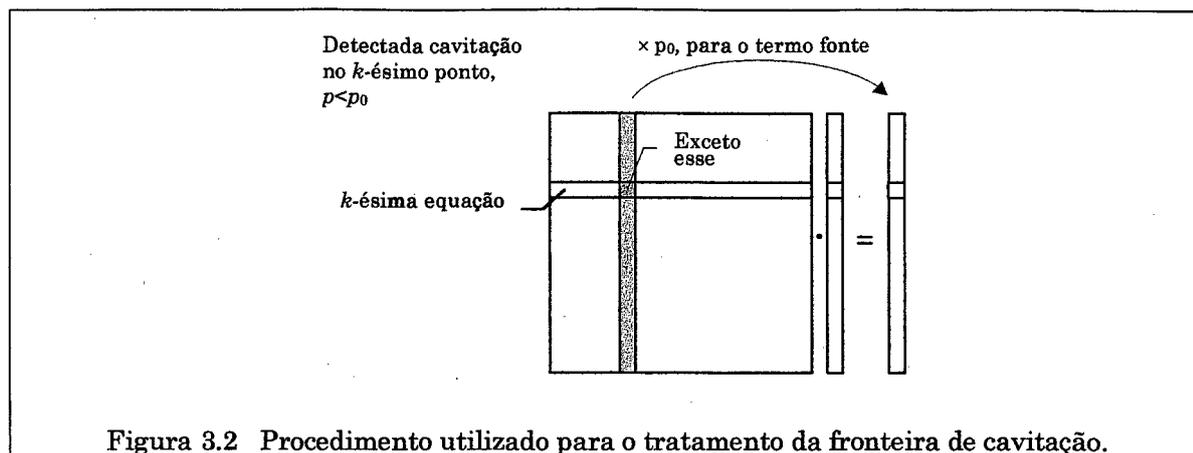


Figura 3.2 Procedimento utilizado para o tratamento da fronteira de cavitação.

O procedimento completo para a solução dos mancais é apresentado a seguir.

1. Inicia-se o processo com o ângulo de manivela $\tau = 0$ e arbitra-se a posição inicial do eixo $[\varepsilon]^r = [\varepsilon]^{inic}$;
2. Avança-se o ângulo de manivela $\tau = \tau + \Delta\tau$;
3. Resolve-se o sistema linear segundo o algoritmo de Gauss, determinando-se o campo de pressão e as velocidades $[\dot{\varepsilon}]$;
4. Compara-se o campo de pressão com a pressão de cavitação. Se a pressão em um dado ponto for inferior à pressão de cavitação, é então igualada à pressão de cavitação e passada ao termo independente do sistema perante às demais pressões.
5. Retorna-se ao item 4 até a convergência da pressão;
6. Atualiza-se a posição segundo $[\varepsilon]^{r+\Delta\tau} = [\varepsilon]^r + [\dot{\varepsilon}]^{r+\Delta\tau} \Delta\tau$;
7. Verifica-se a ocorrência do contato, procedendo-se a varredura do domínio em busca de espessuras de filme inferiores ao valor crítico. Se isto ocorrer, corrige-se o sistema linear incluindo-se as incógnitas e as equações referentes ao contato;
8. Verifica-se, no caso de contato, se a magnitude da força normal é negativa. Se é negativa, corrige-se o sistema linear de forma a retirar os efeitos de contato;
9. Retorna-se ao item 3 até a convergência da posição do eixo $[\varepsilon^{r+\Delta\tau}]$;
10. Calculam-se os parâmetros operacionais e o desgaste, quando cabível;

11. Retorna-se ao item 2 até que a trajetória do ciclo de carga estabilize-se igual à trajetória do ciclo anterior.

O procedimento de solução é implementado computacionalmente conforme o fluxograma apresentado na Figura 3.3.

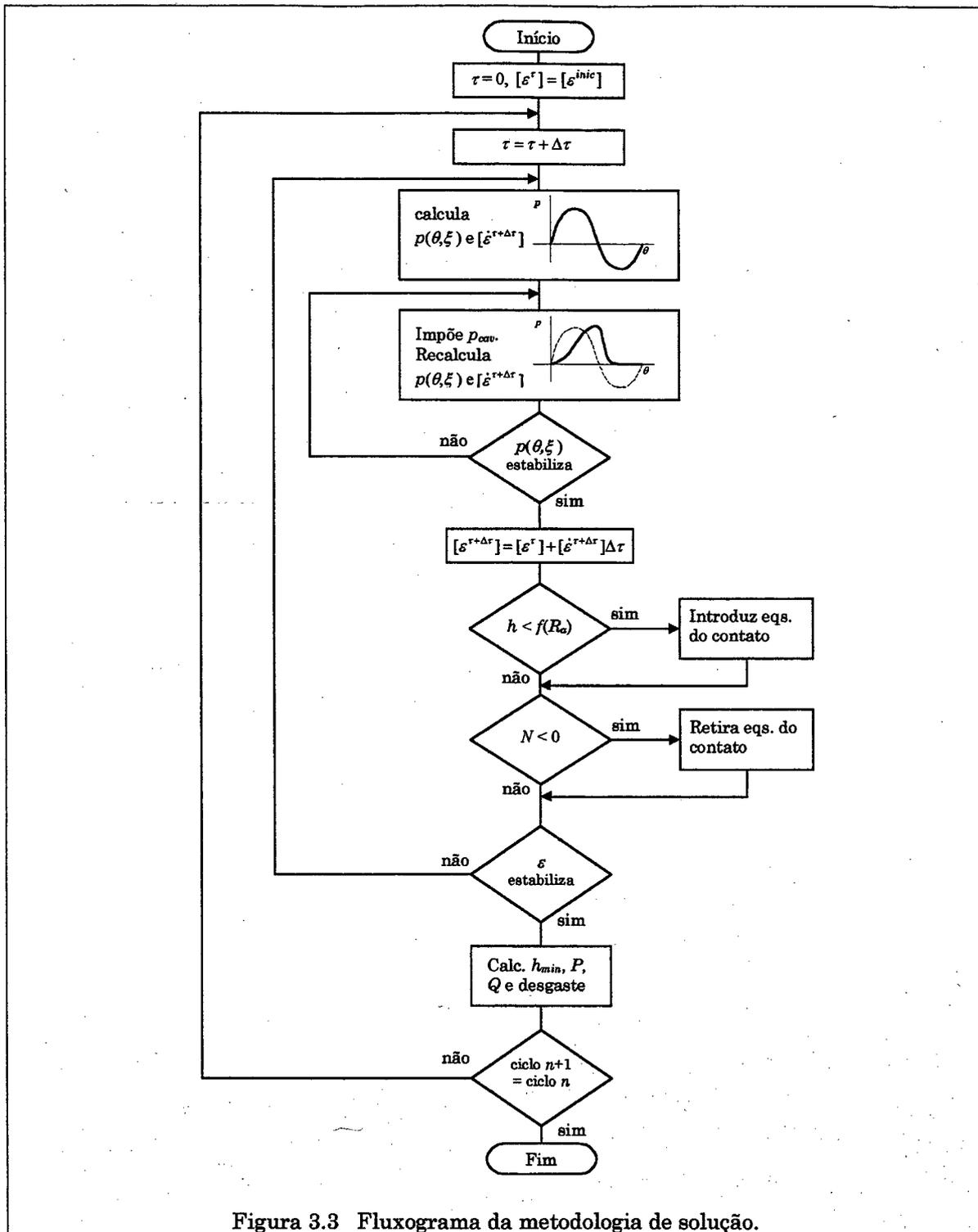


Figura 3.3 Fluxograma da metodologia de solução.

3.8 Detalhes da Metodologia

Diversos critérios de convergência foram adotados durante o processo iterativo. Nos casos dos processos iterativos para a cavitação, para a atualização da excentricidade e para a verificação da convergência entre um ciclo de carga e outro, adota-se que o erro relativo entre uma iteração e outra deve ser inferior a uma determinada tolerância. Desta forma, considera-se convergido o campo de pressão, se o maior dos erros avaliados em uma varredura do domínio for inferior à tolerância. Da mesma forma, a excentricidade é considerada convergida se todas as quatro excentricidades nas extremidades dos mancais tiverem erros inferiores à tolerância prescrita. Assim, o critério de convergência é o seguinte:

$$\left| \frac{x_k - x_{k-1}}{x_k} \right| \leq tol \quad (3.35)$$

onde x representa a variável em avaliação, k é a k -ésima iteração e tol é a tolerância admitida. Neste trabalho, utiliza-se um valor de tolerância igual a $tol=0,01\%$ da unidade.

Nas situações de contato sólido, torna-se mais difícil a convergência das excentricidades. Desta forma, fatores de sub-relaxação são utilizados para tornar mais suave o processo de convergência. As expressões para avaliação das excentricidades são dadas pelas equações 3.14 a 3.17 que, de uma maneira genérica, podem ser escritas como

$$\varepsilon^{r+\Delta r} = \varepsilon^r + \dot{\varepsilon}^{r+\Delta r} \Delta \tau \quad (3.36)$$

Assim, empregando-se a sub-relaxação durante o contato sólido, a mesma variável é recalculada como

$$\varepsilon^{r+\Delta r} = (\varepsilon^r + \dot{\varepsilon}^{r+\Delta r} \Delta \tau) k_r + (\varepsilon^{r+\Delta r}) (1 - k_r) \quad (3.37)$$

onde k_r é o coeficiente de relaxação, adotado como igual a 0,7 neste trabalho. Para a situação sem contato sólido não existem problemas de convergência e não é utilizada sub-relaxação.

Conforme explorado anteriormente, duas malhas são utilizadas neste trabalho: uma mais grosseira para a solução da equação de Reynolds, e outra mais refinada para o armazenamento do desgaste. Assim, ao calcular a espessura de filme h para a determinação dos coeficientes da equação de Reynolds, torna-se necessário transportar as informações de profundidade de desgaste, contidas na malha refinada, para a malha mais grosseira. Para tornar a formulação bastante genérica, as malhas não têm um acoplamento perfeito entre si. Portanto, procedem-se interpolações bilineares para transpor os dados.

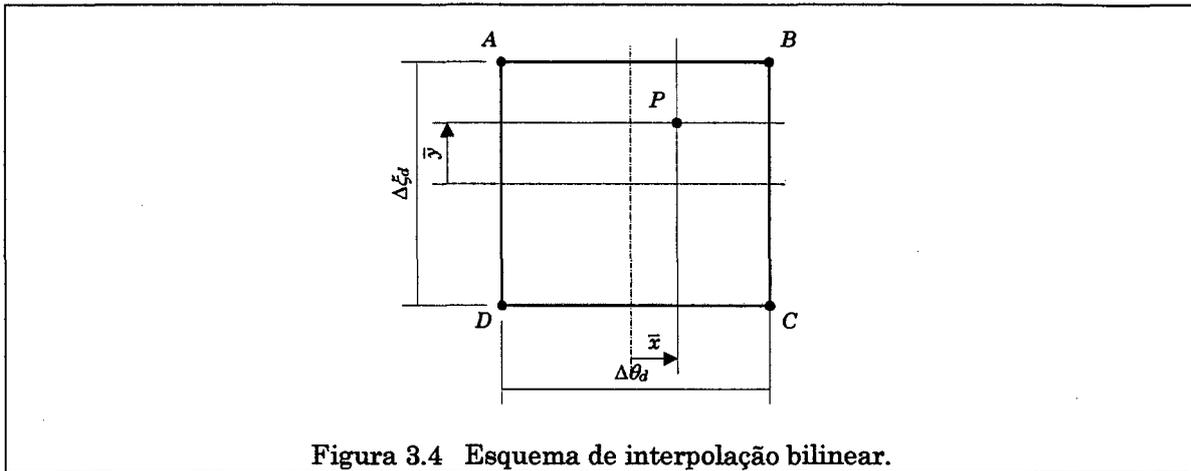


Figura 3.4 Esquema de interpolação bilinear.

Considere-se um quadrante formado por quatro pontos vizinhos ($ABCD$) na malha do desgaste (refinada) e um ponto P da malha da equação de Reynolds (grosseira) contido neste quadrante, conforme apresentado na Figura 3.4. Assim, uma função f qualquer, contida na malha refinada, pode ser avaliada no ponto P da malha grosseira como:

$$f(P) = \frac{1}{4} [(1-s)(1+t)f(A) + (1+s)(1+t)f(B) + (1-s)(1-t)f(C) + (1+s)(1-t)f(D)] \quad (3.38)$$

onde $s = 2\bar{x}/\Delta\theta_d$ e $t = 2\bar{y}/\Delta\xi_d$, sendo que \bar{x} e \bar{y} são coordenadas em relação ao centro do quadrante.

A avaliação de derivadas, baseada nas informações da malha do desgaste, também é necessária, como no caso de $\partial(dh_e + dh_m)/\partial\theta$ que aparece na equação 3.6.

Assim, a derivada de uma função f armazenada na malha de desgaste em relação a θ , pode ser avaliada em um ponto P no interior do quadrante da Figura 3.4, como:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial \theta} \right|_P = \frac{1}{2\Delta\theta_d} [(f(B) - f(A))(1+t) + (f(C) - f(D))(1-t)] \quad (3.39)$$

A função de desgaste para o eixo dh_e merece uma atenção especial, visto que um determinado ponto desgastado no eixo deve girar junto com ele. Desta forma, a função de desgaste no eixo sempre recebe um fator de correção para a sua posição circunferencial. Portanto, enquanto a função de desgaste é avaliada no mancal para um ângulo θ , a função correspondente no eixo é avaliada na posição $(\theta - \tau)$.

Capítulo 4

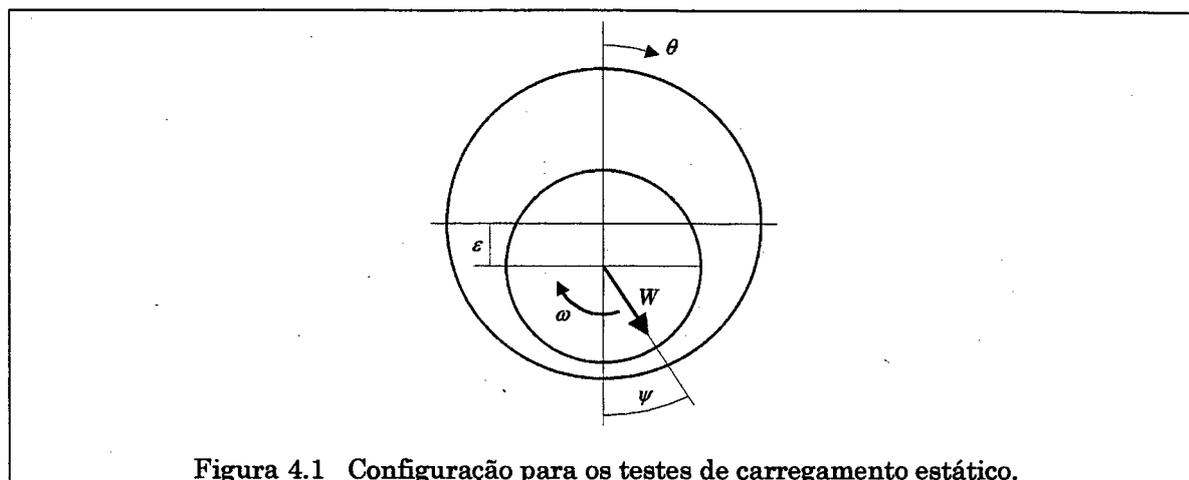
RESULTADOS

Um código computacional foi desenvolvido com base na formulação apresentada nos capítulos anteriores. Para verificar a consistência da metodologia e da própria implementação do código, foram realizados testes comparando resultados obtidos utilizando-se o código computacional, com dados fornecidos na literatura. Uma vez verificada a consistência da formulação proposta, são apresentados resultados envolvendo todas as capacidades do programa computacional.

4.1 Carregamento Estático

Para verificar a consistência da solução da equação de Reynolds, um primeiro teste a ser realizado é a simulação de um eixo sob carregamento estático e perfeitamente alinhado com o mancal. Nestes testes, apenas o primeiro mancal é simulado, considerando-se que o ponto de aplicação da carga é exatamente na metade do mancal. Para que o segundo mancal não seja incluído, é informado ao programa computacional um comprimento do segundo mancal muito pequeno se comparado com o do primeiro mancal. Desta forma, nenhum ponto nodal é atribuído ao segundo mancal, o que simplesmente o anula. Ainda, o problema não é resolvido completamente, ou seja, na formulação proposta o carregamento é prescrito e se determina a posição do eixo. Entretanto, as simulações apresentadas a seguir correspondem a uma situação onde a excentricidade é conhecida e os coeficientes da equação de Reynolds podem ser determinados a priori. A solução numérica se limita

a calcular o campo de pressão e a sua integração fornece a capacidade de carga do mancal. A Figura 4.1 apresenta a configuração utilizada nesta etapa dos testes.



Pinkus [20] e Cameron [3] apresentam vários resultados para mancais finitos sob carregamento estático e as mesmas configurações apresentadas por eles foram utilizadas nas simulações a serem exploradas aqui. Uma única ressalva é feita em relação à condição utilizada para a fronteira de reformação. No presente trabalho, a fronteira de reformação não é considerada e se impõe uma condição de continuidade da pressão entre $\theta=0$ e $\theta=2\pi$. Entretanto, para reproduzir exatamente as condições que Cameron e Pinkus utilizaram, é realizada uma segunda bateria de simulações, desta vez fixando o valor da pressão em $\theta=0$ e em $\theta=2\pi$ igual à pressão nas laterais do mancal.

Foram fixados três valores de relação entre comprimento e diâmetro L/D e, para cada uma, três excentricidades foram exploradas totalizando nove simulações distintas. Como um novo conjunto de simulações foi realizado, devido à condição de contorno na fronteira de reformação, chega-se ao valor de dezoito simulações.

A malha utilizada nestas simulações são de 95 pontos na direção circunferencial e de $(40 + 4)$ pontos na direção axial, onde os quatro pontos excedentes correspondem aos pontos de pressão prescrita nas extremidades laterais dos dois mancais. Este valor de malha foi escolhido de forma a coincidir com aquele adotado no trabalho de Vijayaraghavan *et al.* [31] que é tratado na seção seguinte, pois tanto Cameron como Pinkus não informam os valores de malha utilizados. Desta forma, o procedimento adotado fica padronizado.

A Tabela 4.1 apresenta resultados comparativos para a capacidade de carga \bar{W} , a vazão lateral adimensional \bar{Q} , a perda por fricção adimensional $(R/c)f$ e o ângulo de carga ψ , sendo que:

$$\bar{W} = \frac{W}{\mu\omega RL} \left(\frac{c}{R} \right)^2 \tag{4.1}$$

$$\bar{Q} = \frac{Q}{\omega c RL} \tag{4.2}$$

$$(R/c)f = (R/c) \frac{F}{W} \tag{4.3}$$

Tabela 4.1 Resultados comparativos para situação de carregamento estático.

L/D	ε	Capacidade de carga adimensional \bar{W}				Vazão lateral adimensional \bar{Q}			
		Pinkus	Cameron	$p _{\theta=0} = p _{\theta=2\pi}$	$p _{\theta=0} = \text{prescrit.}$	Pinkus	Cameron	$p _{\theta=0} = p _{\theta=2\pi}$	$p _{\theta=0} = \text{prescrit.}$
1	0,4	1,22	1,21	1,23	1,23	0,304	0,315	0,337	0,307
	0,6	2,65	2,63	2,63	2,64	0,469	0,470	0,508	0,455
	0,8	7,10	7,14	7,12	7,14	0,620	0,619	0,682	0,601
1/2	0,4	0,406	0,409	0,406	0,407	0,375	0,377	0,372	0,364
	0,6	0,995	0,998	0,997	0,999	0,560	0,563	0,559	0,546
	0,8	3,46	3,45	3,47	3,47	0,750	0,753	0,748	0,729
1/4	0,4	0,112	0,112	0,112	0,112	0,391	0,395	0,383	0,381
	0,6	0,298	0,298	0,296	0,296	0,550	0,592	0,574	0,571
	0,8	1,20	1,22	1,21	1,21	0,780	0,788	0,766	0,762

L/D	ε	Perda por fricção adimensional $(R/c)f$				Ângulo de atuação da carga ψ (°)			
		Pinkus	Cameron	$p _{\theta=0} = p _{\theta=2\pi}$	$p _{\theta=0} = \text{prescrit.}$	Pinkus	Cameron	$p _{\theta=0} = p _{\theta=2\pi}$	$p _{\theta=0} = \text{prescrit.}$
1	0,4	5,80	6,13	5,76	5,77	62	63,1	65,3	62,7
	0,6	3,21	3,36	3,11	3,10	50	50,6	52,2	50,7
	0,8	1,71	1,74	1,56	1,56	36	36,2	37,1	36,6
1/2	0,4	17,1	17,3	17,4	17,4	62	61,5	62,5	62,0
	0,6	8,08	8,10	8,21	8,19	48	48,1	48,5	48,3
	0,8	3,25	3,24	3,21	3,21	33	33,3	33,2	33,2
1/4	0,4	61,4	61,4	63,0	63,0	61	60,9	61,5	61,4
	0,6	26,7	26,8	27,7	27,7	47	46,7	47,1	47,0
	0,8	8,93	8,85	9,20	9,20	31	31,0	31,4	31,4

Note-se a boa concordância dos resultados do presente trabalho com os apresentados por Cameron e por Pinkus. Quanto aos resultados obtidos com a condição de contorno para a fronteira de reformação, apenas o ângulo de carga sofre alterações sensíveis, embora não chegue a comprometer a qualidade dos resultados. Esta diferença se deve ao fato de que, quando se deixa de prescrever a pressão em $\theta=0$, o campo de pressão sofre uma leve distorção em direção à região de cavitação.

A integração do campo de pressão ainda fornece os momentos de carga. Como trata-se de uma situação de eixo alinhado, tais momentos obtidos são nulos, ou mais precisamente, da ordem de 10^{-15} que, acredita-se, tratam-se apenas de resíduos numéricos.

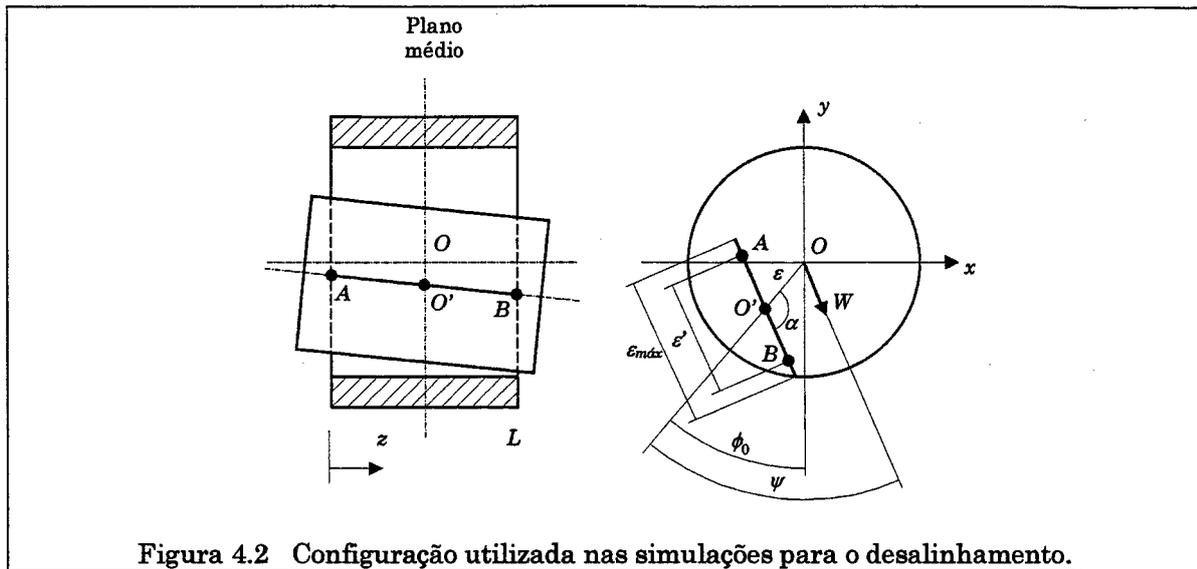
4.2 Desalinhamento

Como a metodologia do atual trabalho admite que o eixo possa se inclinar, deve-se realizar a validação da parte do código que vislumbra o desalinhamento. Para esta situação, fixa-se o eixo em uma posição inclinada em relação ao mancal e, a exemplo das simulações para o carregamento estático, integra-se o campo de pressão fornecido pela solução da equação de Reynolds e calcula-se a carga e o momento que aquela configuração é capaz de suportar. Nestas simulações, novamente, o segundo mancal não é inserido conforme procedimento descrito na seção anterior. A malha utilizada para o mancal é de $95 \times (40+4)$ pontos, que é a malha empregada por Vijayaraghavan *et al.* [31] nos seus testes. Ainda, todas as simulações desta etapa foram realizadas empregando-se a condição de pressão prescrita na reformação do filme de óleo.

Na análise de desalinhamento é comum utilizar os parâmetros apresentados na Figura 4.2 para determinar a posição do eixo. Os parâmetros ε e ϕ_0 definem o vetor excentricidade do eixo no plano médio axial do mancal e ε' é a magnitude da projeção da linha de centros completa do eixo sobre o plano médio axial, conforme:

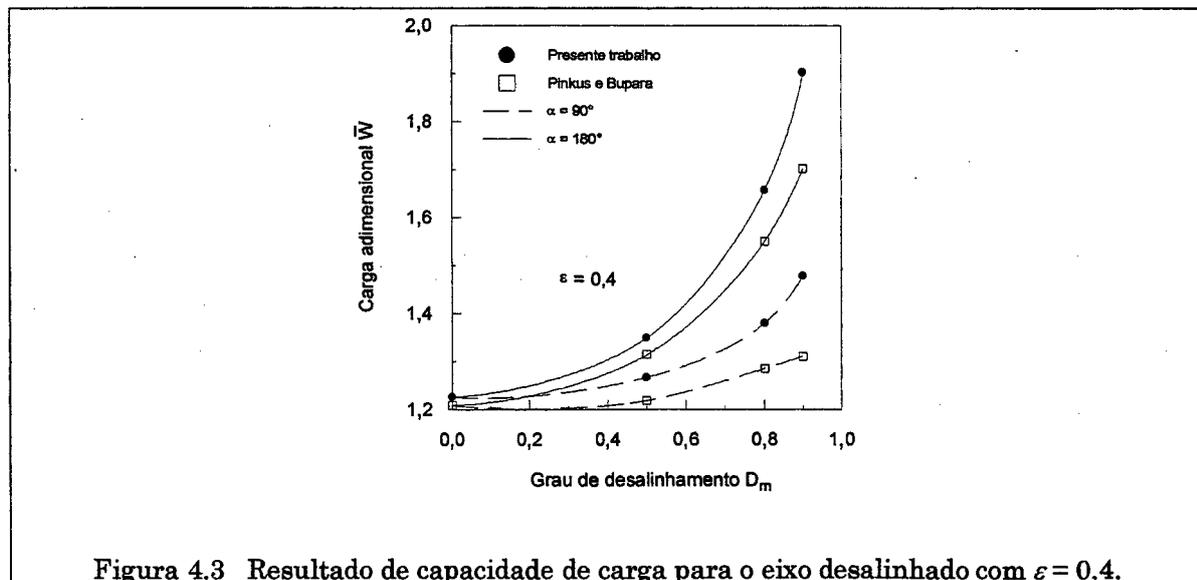
$$\varepsilon' = D_m \varepsilon'_{m\acute{a}x} \quad (4.4)$$

onde D_m é o grau de desalinhamento e $\varepsilon'_{m\acute{a}x}$ é o valor máximo possível de ε' , para o qual ocorre contato entre eixo e mancal.



As simulações realizadas nessa etapa são feitas para um valor fixo de $\phi_0 = 0^\circ$. O ângulo α assume valores de 90° e de 180° e ε recebe os valores de 0,4, 0,5 e 0,8. Por fim, o grau de desalinhamento recebe vários valores, sendo que este conjunto de combinações permite comparar os resultados obtidos com aqueles apresentados por Vijayaraghavan *et al.* [31] e por Pinkus e Bupara [21].

As Figuras 4.3, 4.4 e 4.5 apresentam os resultados para capacidade de carga e ângulo de carga para ε igual a 0,4, 0,5 e 0,8, respectivamente.



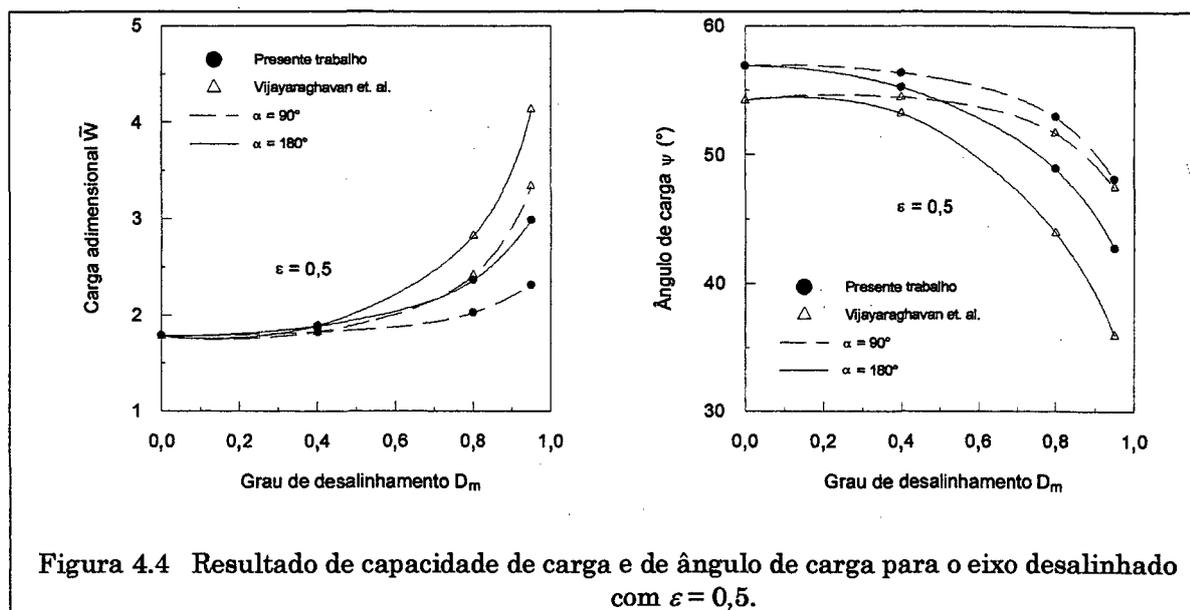


Figura 4.4 Resultado de capacidade de carga e de ângulo de carga para o eixo desalinhado com $\varepsilon = 0,5$.

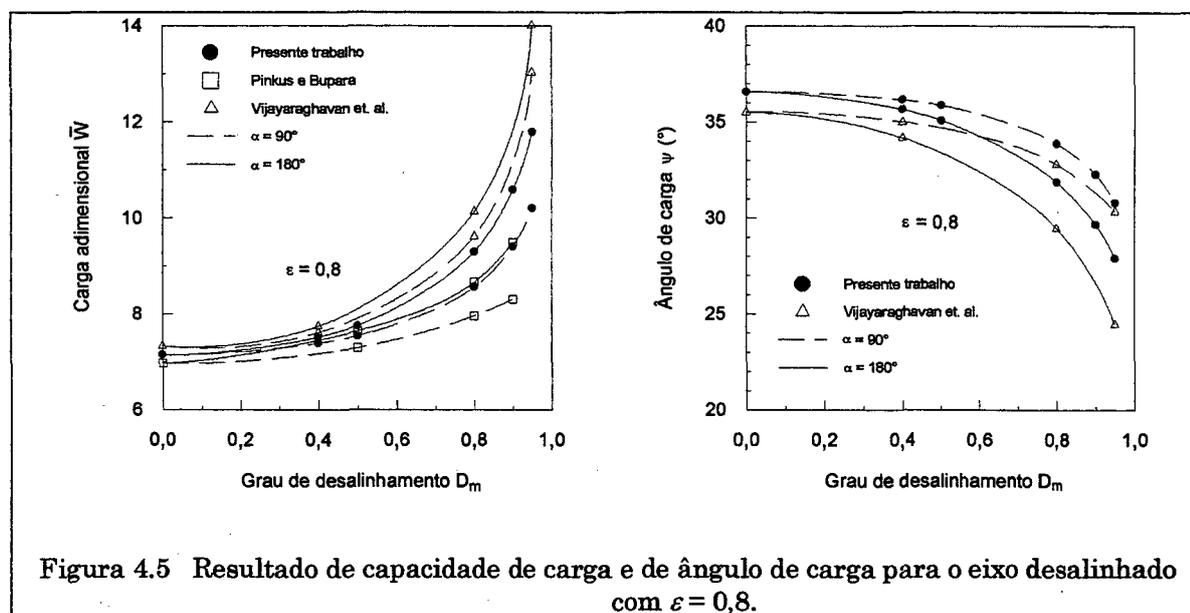


Figura 4.5 Resultado de capacidade de carga e de ângulo de carga para o eixo desalinhado com $\varepsilon = 0,8$.

Os resultados para capacidade de carga e ângulo de carga para a situação de desalinhamento demonstram boa concordância. Note-se que alguma diferença nos resultados é causada pelos detalhes de formulação, como condições de contorno ou método de solução. Vijayaraghavan *et al.* consideraram uma ranhura de alimentação de óleo de dimensões finitas, enquanto que o presente trabalho considera uma ranhura de dimensão infinitesimal. Ainda, Pinkus e Bupera fizeram uso do método de diferenças finitas para a solução da equação de Reynolds, o que difere, mesmo que pouco, do método de volumes finitos utilizado neste trabalho.

O resultado mais importante quando se trata de desalinhamento em mancais, sem dúvida, é a capacidade de sustentar momentos aplicados. As Figuras 4.6, 4.7 e 4.8 apresentam os resultados para o momento com ε igual a 0,4, 0,5 e 0,8, respectivamente. Os resultados de momento são adimensionalizados, sendo que o momento adimensional é definido como

$$\bar{M} = \frac{M}{\mu\omega RL^2} \left(\frac{c}{R} \right)^2 \quad (4.5)$$

Para refletir os resultados da literatura, os momentos têm como referência a metade do mancal.

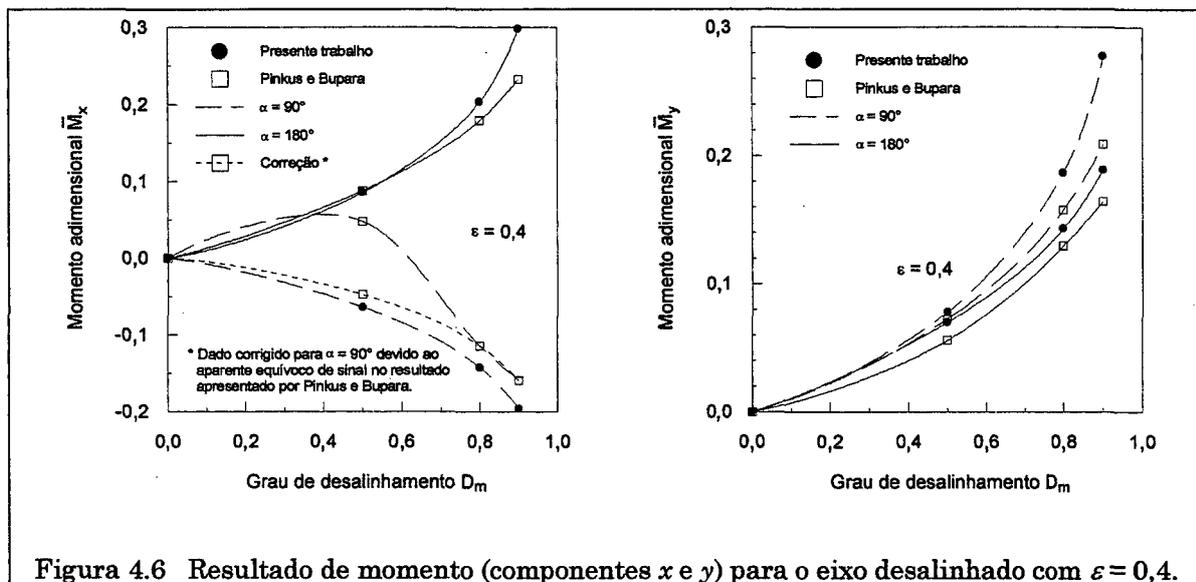


Figura 4.6 Resultado de momento (componentes x e y) para o eixo desalinhado com $\varepsilon = 0,4$.

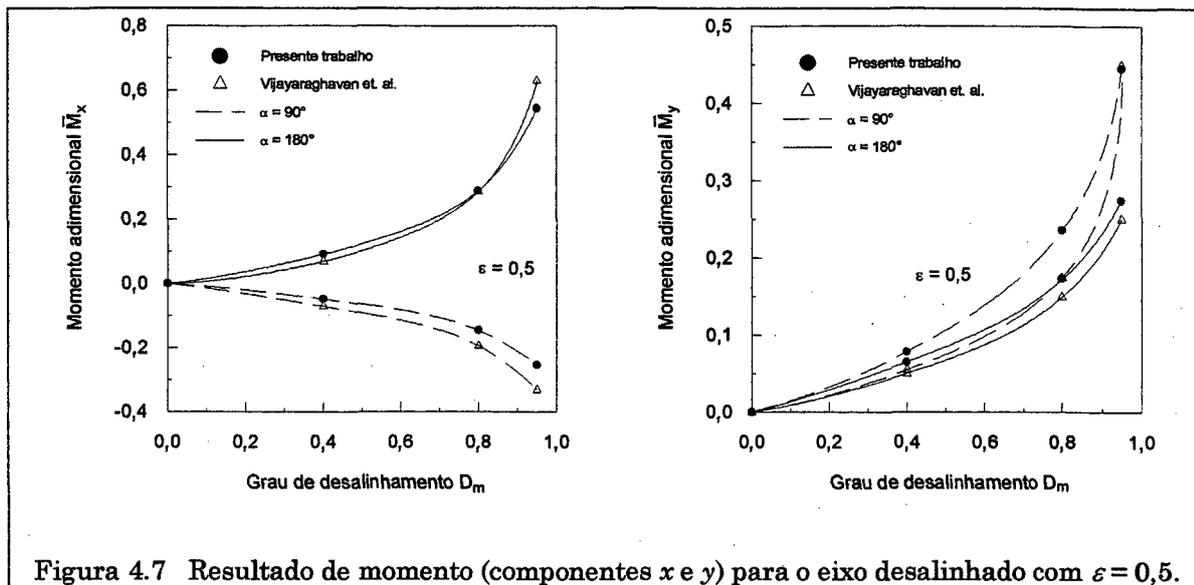


Figura 4.7 Resultado de momento (componentes x e y) para o eixo desalinhado com $\epsilon = 0,5$.

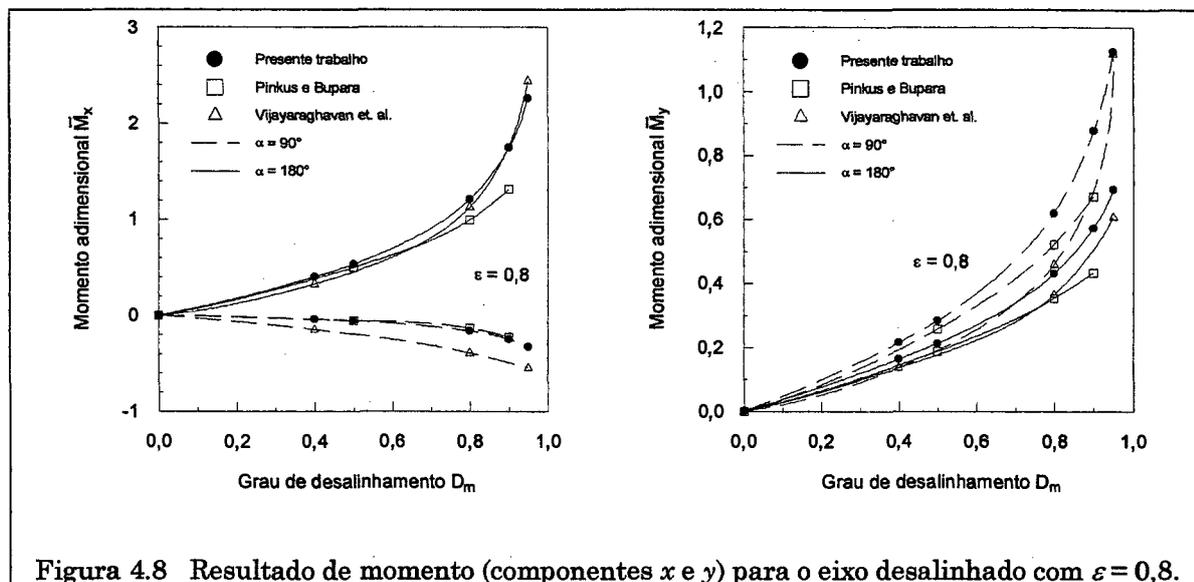


Figura 4.8 Resultado de momento (componentes x e y) para o eixo desalinhado com $\epsilon = 0,8$.

Novamente, observa-se boa concordância entre os resultados obtidos aqui e aqueles apresentados na literatura. O resultado de momento (componente x) para $\epsilon = 0,4$ e $\alpha = 90^\circ$ apresentado por Pinkus e Bupara, especificamente para o valor de desalinhamento $D_m=0,5$, contém um aparente equívoco; entende-se que o valor, apresentado positivo, na realidade é negativo, como se constata na Figura 4.6.

4.3 Carregamento Dinâmico

Até o presente momento, os testes foram realizados sob carregamento estático e numa configuração que preserva a posição. Nesta seção, além de se prescrever o carregamento para se determinar a posição, o carregamento empregado é dinâmico. Daqui por diante, a formulação original é utilizada, ou seja, nenhuma pressão é prescrita na região de reformação do filme e apenas uma condição de continuidade é adotada.

Um trabalho bastante completo que apresenta uma extensa revisão de trabalhos que vislumbram o comportamento de mancais sobre carregamento dinâmico é apresentado por Campbell *et al.* [4]. Esse trabalho cita os resultados obtidos por Horsnell [9] e por Lloyd [13], comparando-os com resultados de outros autores e também com resultados experimentais. O foco do trabalho trata dos resultados obtidos para o mancal na junção da biela com o virabrequim de um motor diesel 6 VEB-X Mk III (Ruston e Hornsby). Além dos resultados de vários autores, Campbell também apresenta resultados experimentais obtidos diretamente do motor em funcionamento, bem como aqueles obtidos em uma máquina de simulação dinâmica na Glacier Metal Co. Ltd. Os dados do mancal são apresentados na Tabela 4.2 e, o carregamento sobre o mancal, apresentado por Campbell, é mostrado na Figura 4.9 e na Tabela 4.3. Como o mancal do problema apresenta uma ranhura central de alimentação de óleo, na verdade tratam-se, então, de dois mancais. Assim sendo, neste problema os dois mancais são simulados.

Tabela 4.2 Dados do mancal utilizado na comparação de resultados com os apresentados por Campbell *et al.* [4].

Largura (total)	5,0 in	127 mm
Largura da ranhura central de alimentação	0,5 in	12,7 mm
Largura de cada pista	2,25 in	57,15 mm
Diâmetro	8,0 in	203,2 mm
Folga radial	0,00325 in	82,55 μm
Rotação	600 rpm	600 rpm
Viscosidade estimada	$2,17 \cdot 10^{-6}$ lbf·s/in ²	$1,496 \cdot 10^{-2}$ Pa·s

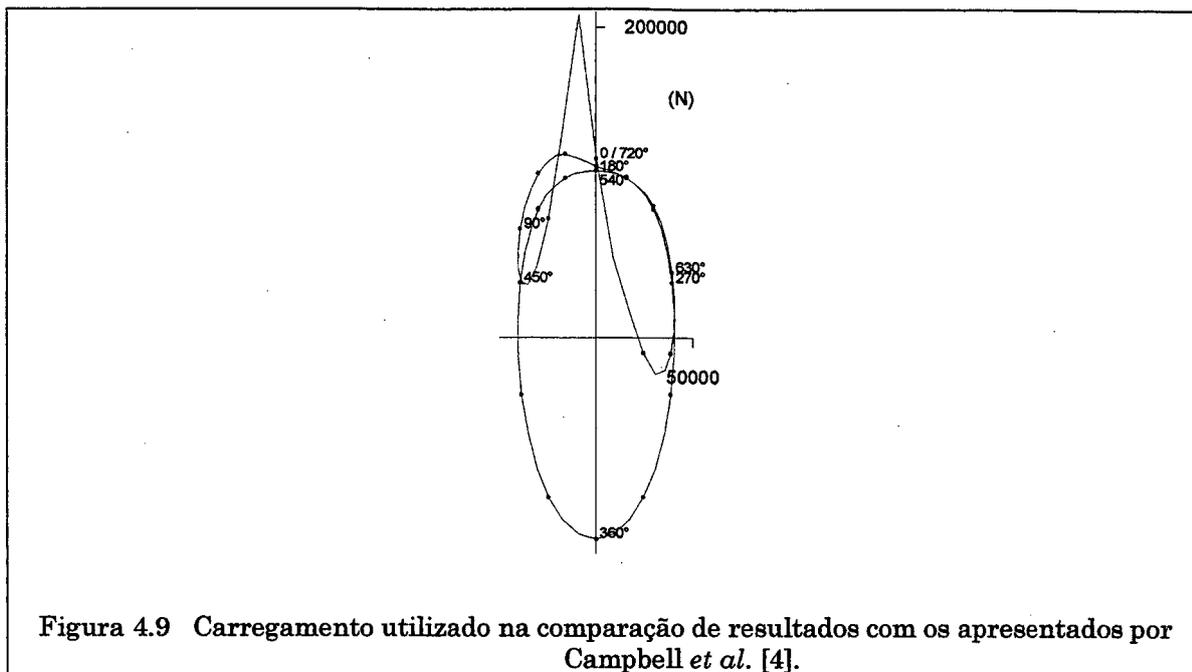
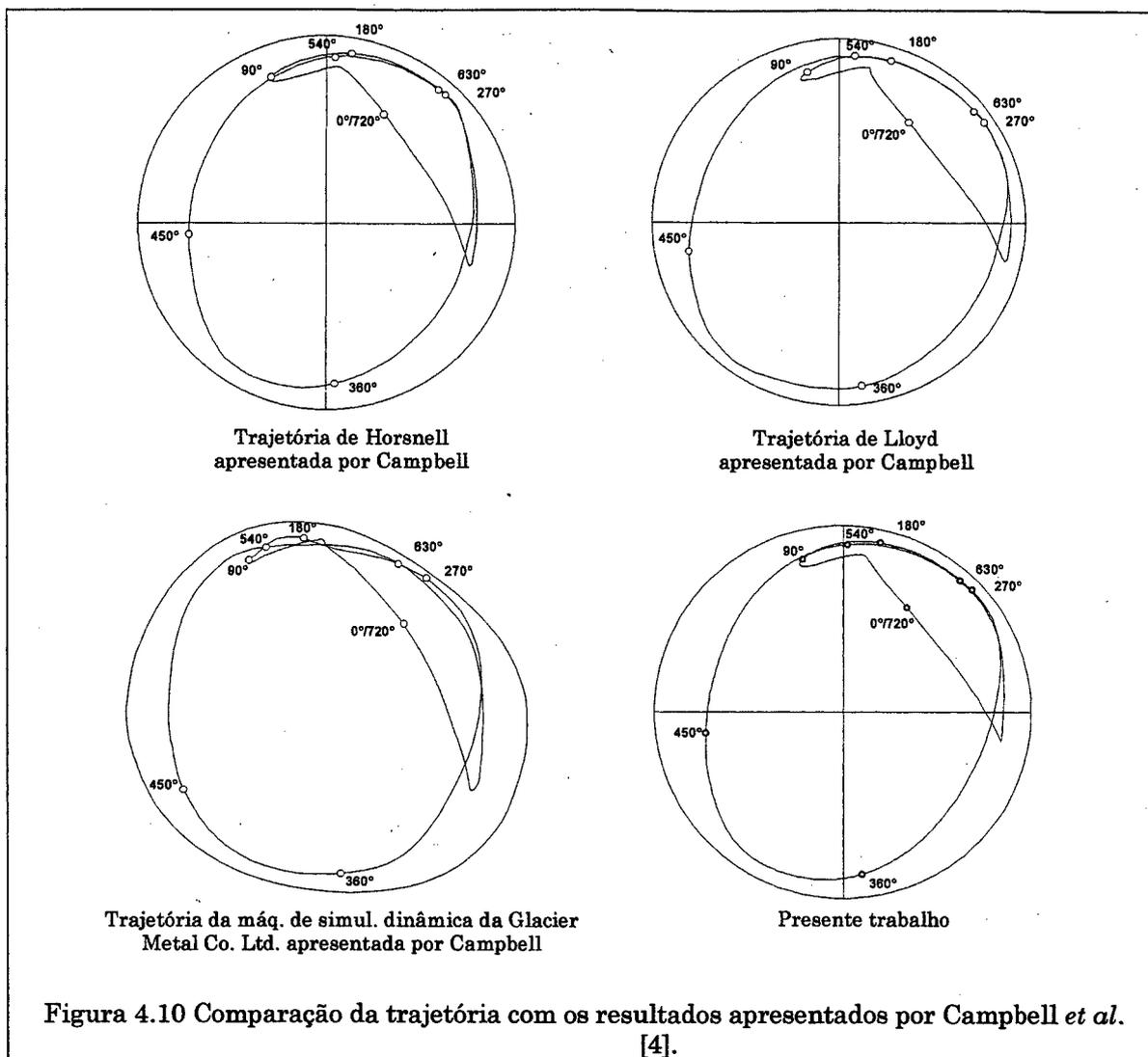


Figura 4.9 Carregamento utilizado na comparação de resultados com os apresentados por Campbell *et al.* [4].

Tabela 4.3 Carregamento utilizado na comparação de resultados com os apresentados por Campbell *et al.* [4].

τ (°)	Força (N)		τ (°)	Força (N)		τ (°)	Força (N)		τ (°)	Força (N)	
	x	y		x	y		x	y		x	y
0	0	115342	180	0	110449	360	0	-130377	540	0	107514
10	-8785	207910	190	5316	108136	370	-8785	-127308	550	5316	107024
20	-17108	135004	200	10587	106312	380	-17108	-118189	560	10587	105556
30	-24541	76598	210	15760	102843	390	-24541	-103599	570	15760	102843
40	-30746	46484	220	20764	98439	400	-30746	-84383	580	20764	98439
50	-35497	34345	230	25511	91900	410	-35497	-61741	590	25511	93012
60	-38673	35150	240	29892	82648	420	-38673	-37023	600	29892	84917
70	-40279	44527	250	33758	70237	430	-40279	-11721	610	33758	73262
80	-40403	55514	260	36938	54357	440	-40403	12700	620	36938	59250
90	-39224	69971	270	39224	35016	450	-39224	35016	630	39224	41813
100	-36938	83760	280	40403	12700	460	-36938	54357	640	40403	23269
110	-33758	95815	290	40279	-11721	470	-33758	70237	650	40279	4088
120	-29892	105512	300	38673	-37023	480	-29892	82648	660	38673	-10400
130	-25511	112407	310	35497	-61741	490	-25511	91900	670	35497	-21445
140	-20764	117389	320	30746	-84383	500	-20764	98439	680	30746	-23874
150	-15760	118367	330	24541	-103599	510	-15760	102843	690	24541	-10271
160	-10587	115876	340	17108	-118189	520	-10587	105556	700	17108	17143
170	-5316	113652	350	8785	-127308	530	-5316	107024	710	8785	51777

A Figura 4.10 apresenta a comparação entre as trajetórias obtidas com a presente metodologia e aquelas apresentadas por Campbell. Note-se que os resultados numéricos refletem bem o dado experimental e que o presente trabalho apresenta boa concordância com os resultados de Horsnell e de Lloyd.

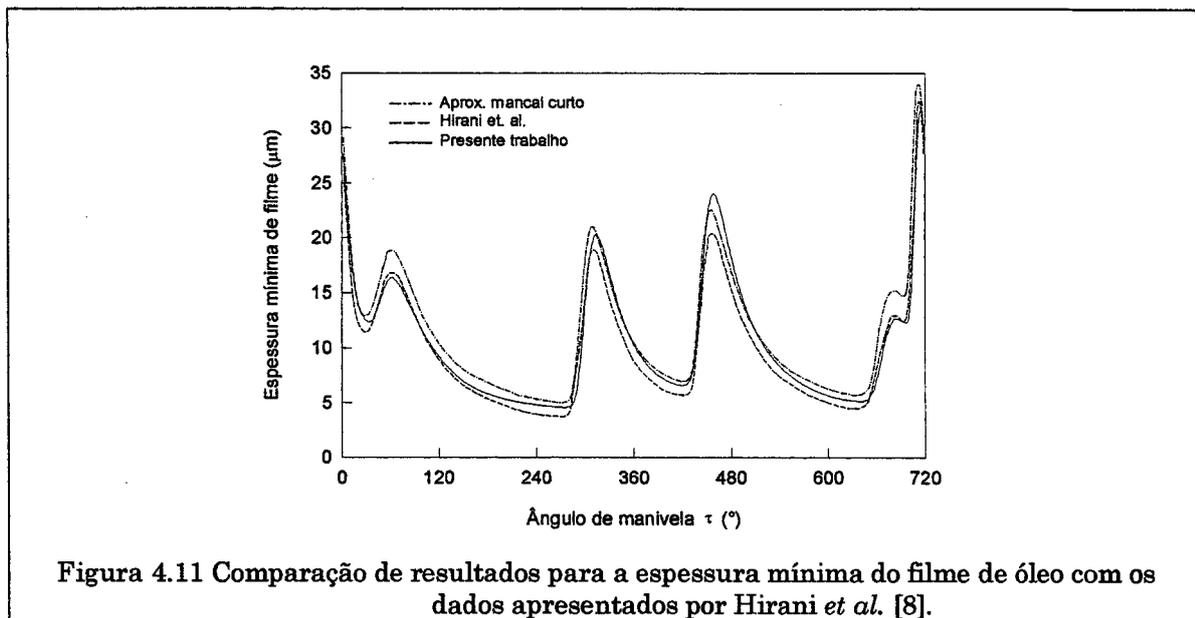


Na Tabela 4.4 são apresentados resultados para a espessura mínima do filme de óleo observada durante o ciclo de carga. Novamente, pode-se verificar a consistência dos resultados obtidos com este trabalho.

Tabela 4.4 Comparação para o valor de espessura mínima de filme de óleo com os valores apresentados por Campbell *et al.* [4].

	h_{min}/c	h_{min} (μm)	Ângulo de manivela de h_{min} ($^\circ$)
Glacier Metal Co. Ltd: motor 6VEB-X Mk III	-	2,79	240
Glacier Metal Co. Ltd: máq. de simul. dinâmica	-	3,30	270
Horsnell	0,066	5,33	273
Lloyd	0,054	4,57	289
Presente Trabalho	0,056	4,58	274

Hirani *et al.* [8] apresentaram um método de solução de mancais finitos baseado na combinação das soluções para mancais curto e longo. Para verificar a validade do seu esquema, utilizaram as mesmas condições apresentadas no trabalho de Campbell para o mancal do motor diesel. Desta forma, pode-se comparar os resultados apresentados por Hirani *et al.* com os obtidos pelo presente trabalho. A Figura 4.11 mostra o resultado para a espessura mínima do filme de óleo e pode-se verificar a concordância entre os resultados obtidos com as diferentes metodologias.



O artigo de Jones [12] também apresenta dados para a simulação de mancais sob carregamento dinâmico que podem ser utilizados para comparação com o presente trabalho. Jones faz uma investigação da influência do tipo de alimentação de óleo sobre o desempenho de mancais e também considera efeitos de sub alimentação do lubrificante. Para comparação com a presente formulação, utiliza-se um resultado de Jones que considera filme cheio e sem presença de alimentadores (ranhuras, furos), que é a configuração que melhor se enquadra com a presente formulação. Neste caso, é simulado apenas o mancal principal, de acordo com procedimento já descrito.

Os dados do mancal utilizados por Jones são apresentados na Tabela 4.5, enquanto que os dados de carregamento constam da Figura 4.12 e da Tabela 4.6. Tais dados correspondem à configuração de um mancal intermediário de um motor a gasolina de 4 cilindros e com cilindrada de 1800 cm³. Há dúvidas quanto ao valor de

folga diametral utilizada por Jones. Em simulações adotando-se este valor, obtém-se uma trajetória muito dilatada se comparada àquela apresentada por Jones. Desta forma, como é possível a ocorrência de uma confusão entre valores de folga diametral e radial, o valor apresentado por Jones sofre uma correção como apresentado na Tabela 4.5. Com esta alteração o resultado para a trajetória passa a ser coerente.

Tabela 4.5 Dados do mancal do trabalho de Jones [12].

Diâmetro	2,126 in	54 mm
Comprimento	0,728 in	18,5 mm
Folga diametral	* 0,0011 in	* 0,028 mm
Rotação	4000 rpm	4000 rpm
Viscosidade	7 cP	7 mPa·s
* Um aparente erro tipográfico foi detectado no trabalho de Jones e os valores aqui apresentados foram corrigidos. Os valores originais constantes no trabalho de Jones eram de 0,0022 in e 0,056 mm. Sem esta correção os resultados tornam-se muito discrepantes.		

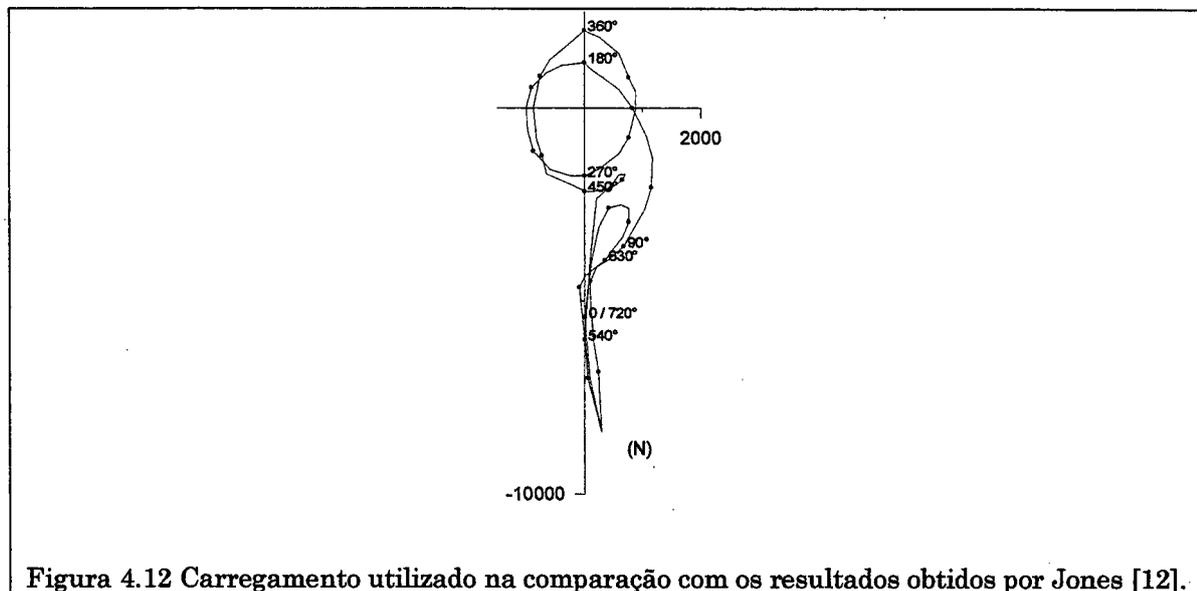
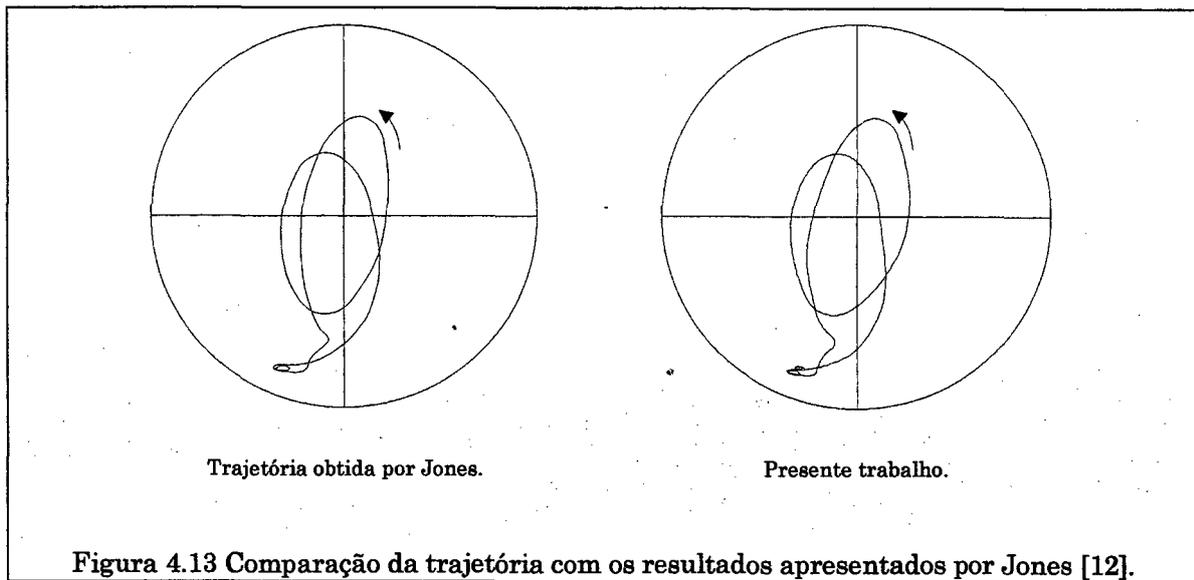


Figura 4.12 Carregamento utilizado na comparação com os resultados obtidos por Jones [12].

Tabela 4.6 Carregamento utilizado na comparação com os resultados apresentados por Jones [12].

τ (°)	Força (N)										
	x	y		x	y		x	y		x	y
0	0	-5412	180	0	1176	360	0	2000	540	0	-6000
10	88	-7000	190	-382	1118	370	-235	1706	550	88	-7000
20	294	-8412	200	-647	912	380	-588	1265	560	294	-8412
30	235	-6824	210	-912	529	390	-765	824	570	59	-7000
40	147	-6000	220	-1000	0	400	-882	0	580	0	-6000
50	88	-4765	230	-971	-559	410	-824	-824	590	-59	-5000
60	100	-4471	240	-882	-1118	420	-735	-1235	600	-88	-4647
70	206	-4118	250	-588	-1588	430	-647	-1706	610	0	-4353
80	429	-3912	260	-235	-1765	440	-206	-2000	620	176	-4147
90	676	-3588	270	0	-1765	450	0	-2147	630	353	-3941
100	812	-3194	280	235	-1588	460	118	-2147	640	500	-3647
110	1029	-2647	290	588	-1176	470	441	-2100	650	647	-3353
120	1147	-2059	300	765	-765	480	647	-1853	660	765	-2941
130	1176	-1294	310	882	0	490	706	-1735	670	765	-2588
140	1071	-765	320	882	412	500	588	-1735	680	629	-2500
150	824	0	330	765	794	510	471	-2000	690	412	-2588
160	588	471	340	588	1412	520	206	-2353	700	235	-3118
170	118	1000	350	235	1853	530	88	-4000	710	118	-4000

Na Figura 4.13 é apresentada a comparação entre a trajetória calculada por Jones e a obtida pelo presente trabalho (com a correção do valor da folga diametral). Percebe-se a boa concordância dos resultados.



4.4 Refino de Malha e de Incremento de Tempo

Até o presente momento, todas as simulações realizadas tiveram o intuito de validar a teoria hidrodinâmica utilizada na formulação. Em nenhum momento foi adotado o carregamento do compressor alternativo de interesse para o presente trabalho e as malhas utilizadas nas simulações buscavam refletir os valores citados pelos autores, cujos resultados foram utilizados para as comparações.

O refino de malha necessário para resolver a equações de Reynolds com aceitável precisão depende, evidentemente, das condições impostas ao mancal. Assim, nesta seção, apresenta-se um estudo de refino de malha utilizando-se geometria e carregamento típicos de um compressor hermético alternativo de uso doméstico. Além disso, outro parâmetro que merece atenção é o valor do incremento de tempo (ou incremento de ângulo de manivela), visto que este tem impacto direto sobre a dinâmica do sistema. Desta forma, um estudo do refino deste parâmetro também é apresentado.

Os dados do compressor utilizado em todas as simulações daqui por diante, são apresentados na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 Dados do compressor utilizados para as simulações.

Mancal principal	R_1	9,5 mm
	W_1	14,0 mm
	c_1	10 μm
	μ_1	2,2825 mPa·s
Mancal secundário	R_2	9,5 mm
	W_2	7,5 mm
	c_2	10 μm
	μ_2	2,2825 mPa·s
Rotação do eixo	ω	368,6 rad/s (3520 rpm)
Geometria	g	32,3 mm
	e	10,0 mm
	e_{cp}	16,0 mm
	z_e	-18,1 mm
	z_{cp}	-5,78 mm
	<i>offset</i>	-2,0 mm
	l_{biela}	45,44 mm
	r_p	12,0 mm
Massas	m_e	24,94 g
	m_{cp}	71,74 g
	m_{bucha}	16,68 g
	$m_{biela\ CM-e}$	16,35 g
	$m_p + m_{pino}$	42,40 g
	$m_{biela\ CM-p}$	10,08 g

O carregamento do compressor, além da geometria e massa de componentes, depende fortemente das condições de compressão do gás refrigerante. A Figura 4.14 apresenta uma situação típica para a evolução da pressão na câmara de compressão ao longo do ciclo de funcionamento, calculada segundo um modelo termodinâmico, com pressão de descarga igual a 1,6 MPa e pressão de sucção igual a 0,2 MPa. Tomando-se esta evolução de pressão, aliada aos dados do compressor, pode-se calcular o carregamento segundo a formulação descrita na seção 2.6, sendo que não são incluídos os efeitos das forças magnéticas do rotor. Na Figura 4.15 e na Tabela 4.8 são apresentados os valores das forças e dos momentos ao longo do ciclo do compressor. Note-se que se tratam de diagramas polares da força e do momento aplicados sobre o eixo do compressor que devem ser sustentados pelos esforços hidrodinâmicos dos mancais. Os momentos apresentados têm referência na origem do sistema coordenado da formulação, conforme indicado na Figura 2.7. Salienta-se que nas condições apresentadas não ocorre o contato metálico entre as partes.

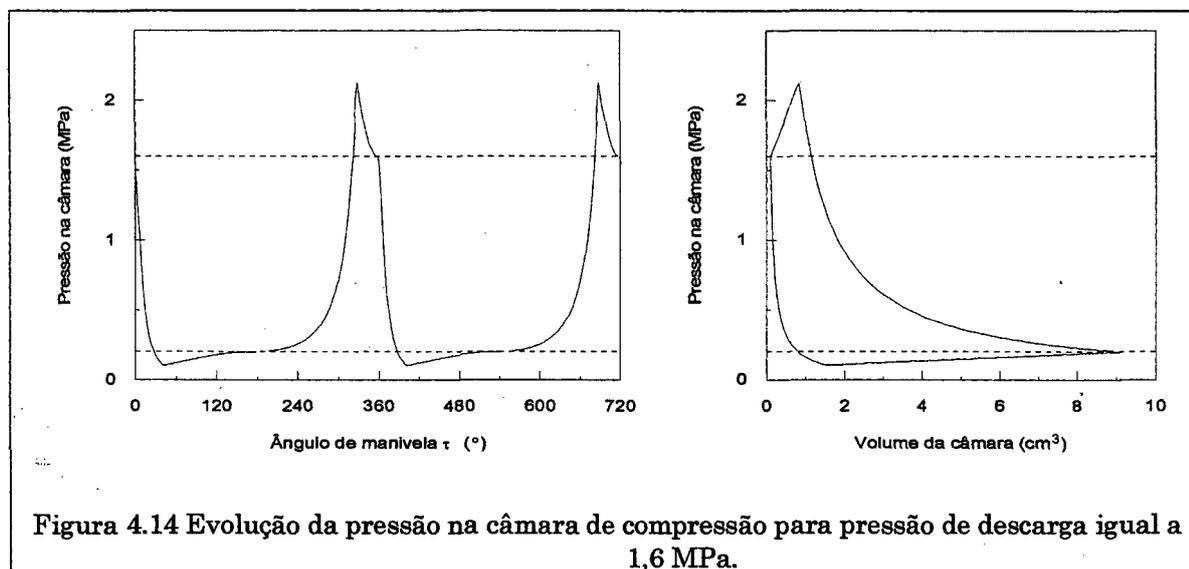


Figura 4.14 Evolução da pressão na câmara de compressão para pressão de descarga igual a 1,6 MPa.

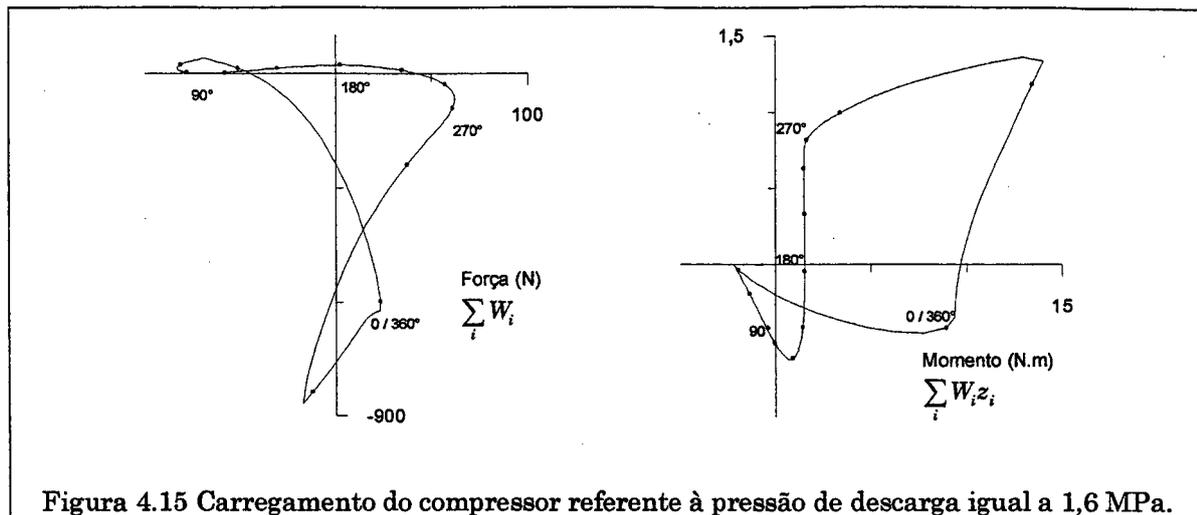


Figura 4.15 Carregamento do compressor referente à pressão de descarga igual a 1,6 MPa.

Tabela 4.8 Carregamento do compressor referente à pressão de descarga igual a 1,6 MPa.

τ (°)	Força (N)		τ (°)	Força (N)		τ (°)	Momento (N.m)		τ (°)	Momento (N.m)	
	x	y		x	y		x	y		x	y
0	23,0	-598,4	180	2,5	21,6	0	8,91	-0,42	180	1,53	-0,04
10	-0,9	-227,0	190	13,7	20,2	10	2,22	-0,32	190	1,53	0,09
20	-29,4	-47,7	200	24,6	15,7	20	-0,94	-0,13	200	1,52	0,21
30	-51,3	14,6	210	34,7	8,4	30	-1,93	-0,03	210	1,51	0,33
40	-68,1	38,7	220	43,7	-1,6	40	-2,17	0,00	220	1,50	0,45
50	-76,7	31,1	230	51,2	-13,9	50	-1,80	-0,08	230	1,49	0,55
60	-81,5	22,0	240	56,9	-28,5	60	-1,36	-0,19	240	1,48	0,63
70	-82,9	13,7	250	60,7	-45,5	70	-0,90	-0,31	250	1,48	0,71
80	-81,5	6,9	260	62,2	-65,6	80	-0,46	-0,42	260	1,52	0,77
90	-77,8	2,2	270	61,0	-90,4	90	-0,04	-0,51	270	1,64	0,82
100	-72,4	0,0	280	56,8	-122,9	100	0,33	-0,58	280	1,89	0,86
110	-65,7	0,0	290	49,0	-169,1	110	0,66	-0,62	290	2,40	0,92
120	-58,0	2,1	300	37,0	-240,2	120	0,92	-0,61	300	3,39	1,00
130	-49,5	5,5	310	20,3	-359,0	130	1,14	-0,58	310	5,26	1,11
140	-40,3	9,7	320	-1,1	-577,4	140	1,30	-0,51	320	8,98	1,26
150	-30,3	13,9	330	-12,3	-836,0	150	1,41	-0,41	330	13,47	1,18
160	-19,8	17,6	340	6,4	-712,7	160	1,49	-0,30	340	11,09	0,54
170	-8,8	20,3	350	16,7	-641,1	170	1,53	-0,17	350	9,71	0,03

A seguir será explorado o estudo de refino de malha e de incremento de tempo. As simulações são desenvolvidas primeiramente fixando-se o valor do incremento de tempo e variando-se a malha. Escolhe-se então a malha mais conveniente e, então, varia-se o incremento de tempo para sua correta escolha.

A Figura 4.16 apresenta a comparação das trajetórias para alguns valores de malha (número de pontos nodais), enquanto que a Tabela 4.9 mostra a comparação para os demais parâmetros. Para a malha, o primeiro número se refere ao número

de pontos ao longo da circunferência enquanto que o segundo se refere à direção axial.

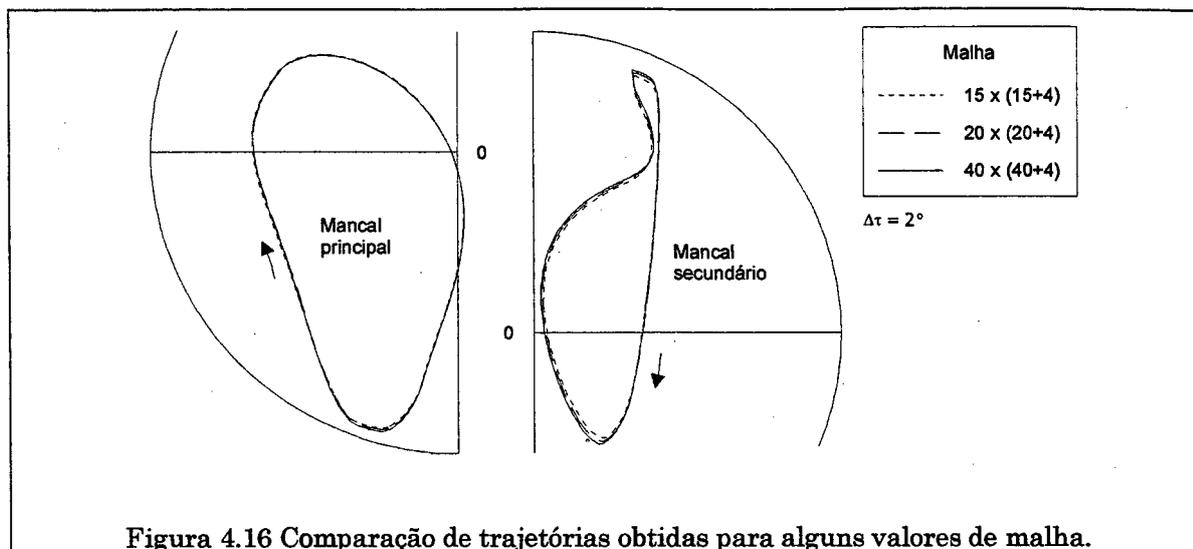


Figura 4.16 Comparação de trajetórias obtidas para alguns valores de malha.

Tabela 4.9 Comparação de resultados para alguns valores de malha.

Malha ¹	Mancal Principal			Mancal Secundário			Tempo CPU ³
	h_{min} (μm)	Potência (W)	Vazão (ℓ/h)	h_{min} (μm)	Potência (W)	Vazão (ℓ/h)	
15x(15+4)	0,4469 27%	2,8228 0,44%	0,7926 9,4%	0,8454 23%	1,4942 1,4%	0,5736 20%	7min 55s
20x(20+4)	0,4118 17%	2,8242 0,39%	0,8235 5,9%	0,7516 9,6%	1,5053 0,65%	0,6365 11%	36min 24s
30x(30+4)	0,3690 4,7%	2,8326 0,092%	0,8595 1,8%	0,7099 3,5%	1,5118 0,22%	0,6840 4,1%	4h 9min
40x(40+4)	0,3524 0% ²	2,8352 0% ²	0,8750 0% ²	0,6856 0% ²	1,5151 0% ²	0,7136 0% ²	15h 48min

¹ Incremento utilizado para o ângulo de manivela $\Delta\tau = 2,0^\circ$.
² Valor de base utilizado no cálculo dos erros relativos.
³ Estação de trabalho Silicon Graphics R10000.

Primeiramente, note-se que a trajetória do eixo é bastante insensível à variação da malha, bem como os valores de potência média consumida, que apresentam erros, para a mais grosseira das malhas, não superiores a 2,0%. Entretanto, os valores de vazão lateral e de espessura mínima do filme de óleo apresentam grande sensibilidade. Note-se ainda que os resultados para o segundo mancal são mais afetados pela variação da malha. Isto se deve ao fato de que o segundo mancal recebe menos pontos nodais na direção axial, pois seu comprimento é menor que o do

mancal principal e o programa computacional distribui os pontos uniformemente de acordo com o comprimento.

Verificando-se os tempos computacionais requeridos para cada simulação, para a malha de $20 \times (20+4)$ pontos nodais são necessários em torno de 36 minutos de execução. Para a malha imediatamente mais refinada ($30 \times (30+4)$) os tempos sobem para 4 horas, enquanto que para a malha mais grosseira ($15 \times (15+4)$) apenas 7 minutos são necessários. Um tempo de 4 horas de execução é demasiado, enquanto que para a malha mais grosseira os erros relativos tornam-se muito grandes. Assim, escolhe-se a malha de $20 \times (20+4)$ pontos nodais para prosseguir com as simulações.

O refino do incremento de tempo será agora destacado. Para o mesmo compressor, cujos dados estão presentes na Tabela 4.7, e para o mesmo carregamento apresentado na Figura 4.15 e na Tabela 4.8, são realizadas simulações variando-se o valor do intervalo tempo; três valores de incremento no ângulo de manivela são utilizados: 1, 2 e 3 graus. A malha empregada é de $20 \times (20+4)$ pontos nodais. A Figura 4.17 mostra a comparação das trajetórias obtidas para os três valores de incremento de ângulo de manivela, enquanto que na Tabela 4.10 apresenta-se os resultados para os demais parâmetros.

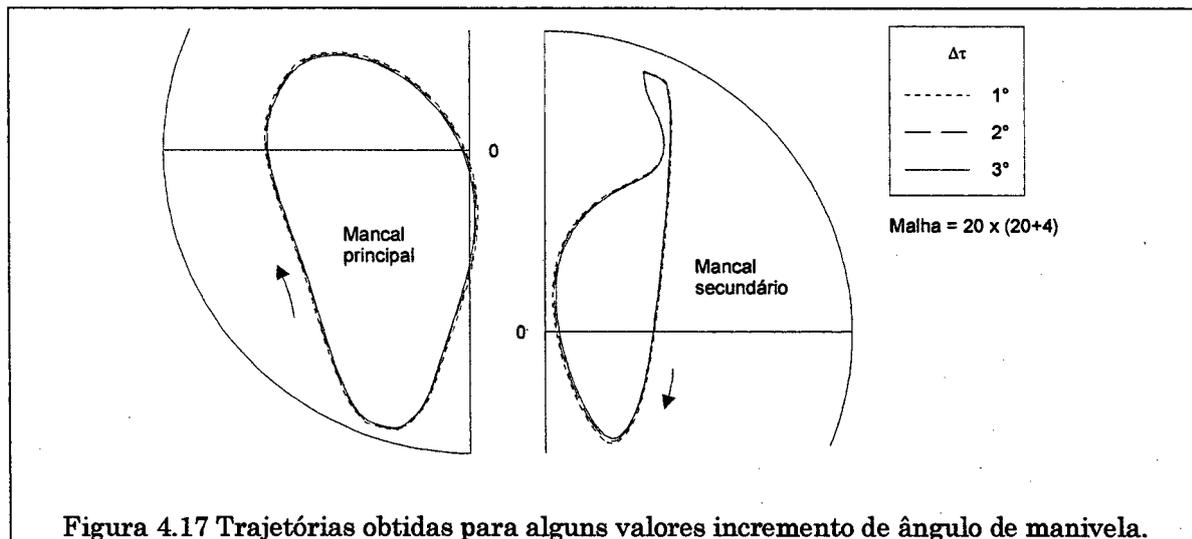


Figura 4.17 Trajetórias obtidas para alguns valores incremento de ângulo de manivela.

Tabela 4.10 Resultados para alguns valores de incremento de ângulo de manivela.

$\Delta\tau$ (°) ¹	Mancal Principal			Mancal Secundário			Tempo CPU ³
	h_{min} (μm)	Potência (W)	Vazão (ℓ/h)	h_{min} (μm)	Potência (W)	Vazão (ℓ/h)	
1,0	0,3795 0% ²	2,8339 0% ²	0,8278 0% ²	0,7354 0% ²	1,5082 0% ²	0,6392 0% ²	55min 33s
2,0	0,4118 8,5%	2,8242 0,34%	0,8235 0,52%	0,7516 2,2%	1,5053 0,19%	0,6365 0,42%	36min 24s
3,0	0,4434 17%	2,8153 0,7%	0,8192 1,0%	0,7672 4,3%	1,5026 0,37%	0,6338 0,84%	24min 57s

¹ Malha 20x20.
² Valor de base utilizado no cálculo dos erros relativos.
³ Estação de trabalho Silicon Graphics R10000.

Verifica-se que a trajetória é pouco afetada pela alteração do incremento no ângulo de manivela. Os valores de potência consumida e vazão lateral de óleo também demonstram-se insensíveis à variação do incremento do ângulo de manivela. Entretanto, a espessura mínima do filme de óleo apresenta grande dependência com o valor de $\Delta\tau$ adotado. Deve-se lembrar que a variação absoluta da espessura mínima do filme de óleo é muito pequena, da ordem de $0,05 \mu\text{m}$. Mas, como o valor da própria espessura é muito pequeno, uma variação no seu valor representa um grande erro relativo.

Visando aliar a precisão dos resultados com o tempo computacional requerido, determina-se utilizar um incremento de ângulo de manivela igual a 2 graus, que não compromete os resultados e tem tempo de CPU aceitável. Desta forma, para as simulações dos mancais do compressor utilizar-se-á a malha de $20 \times (20+4)$ pontos nodais com incremento do ângulo de manivela igual a 2 graus. Em aplicações que exigem maior precisão nos resultados, poder-se-ia utilizar malha e incremento de tempo mais refinados.

4.5 Resultados Característicos

Nesta seção são apresentados os resultados fornecidos pelo programa computacional para uma situação típica de funcionamento de um compressor alternativo, com os parâmetros já apresentados na Tabela 4.7 e submetidos ao carregamento da Figura 4.15. Tratam-se de resultados obtidos com as simulações realizadas para o estudo de malha e de refino de tempo, apresentado na seção anterior. Na

Figura 4.18 são apresentadas as trajetórias obtidas para os mancais principal e secundário.

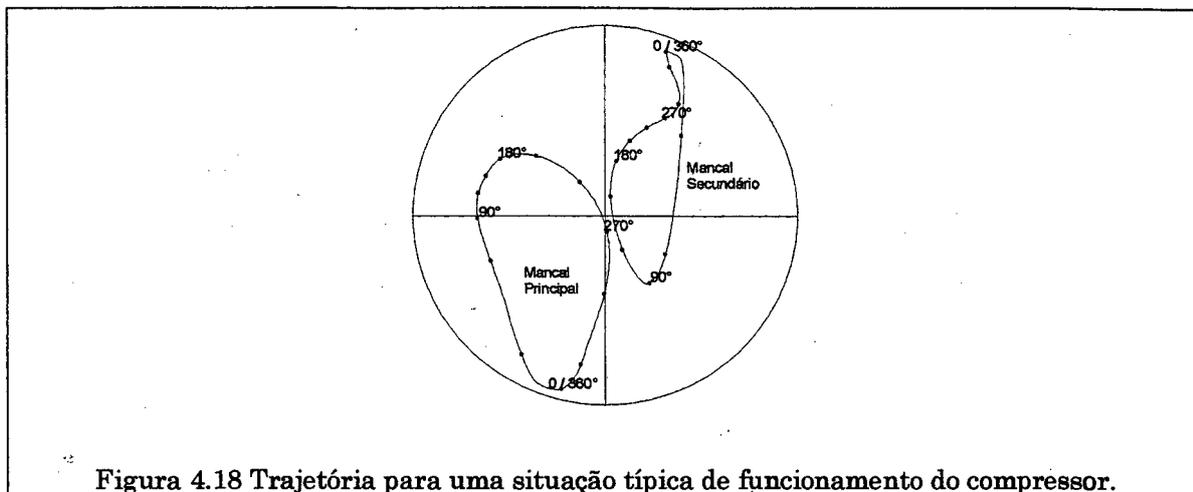


Figura 4.18 Trajetória para uma situação típica de funcionamento do compressor.

A Figura 4.19 mostra a potência consumida por atrito, enquanto que na Figura 4.20 é apresentada a vazão lateral de óleo. A nomenclatura “sistema” nas legendas das figuras refere-se ao resultado somado de ambos os mancais.

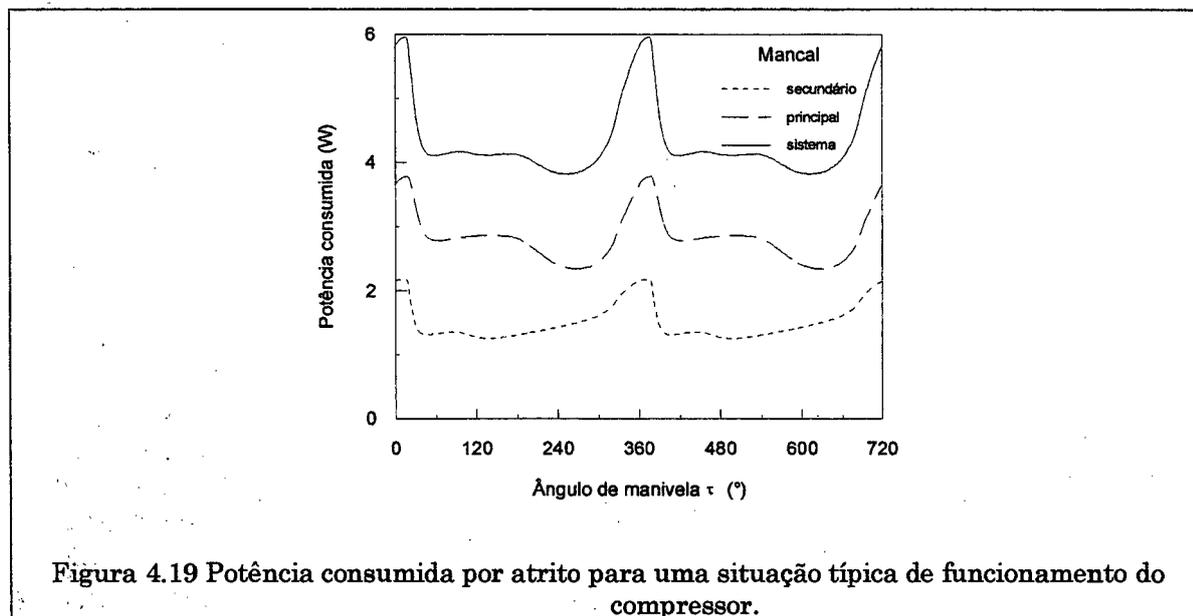
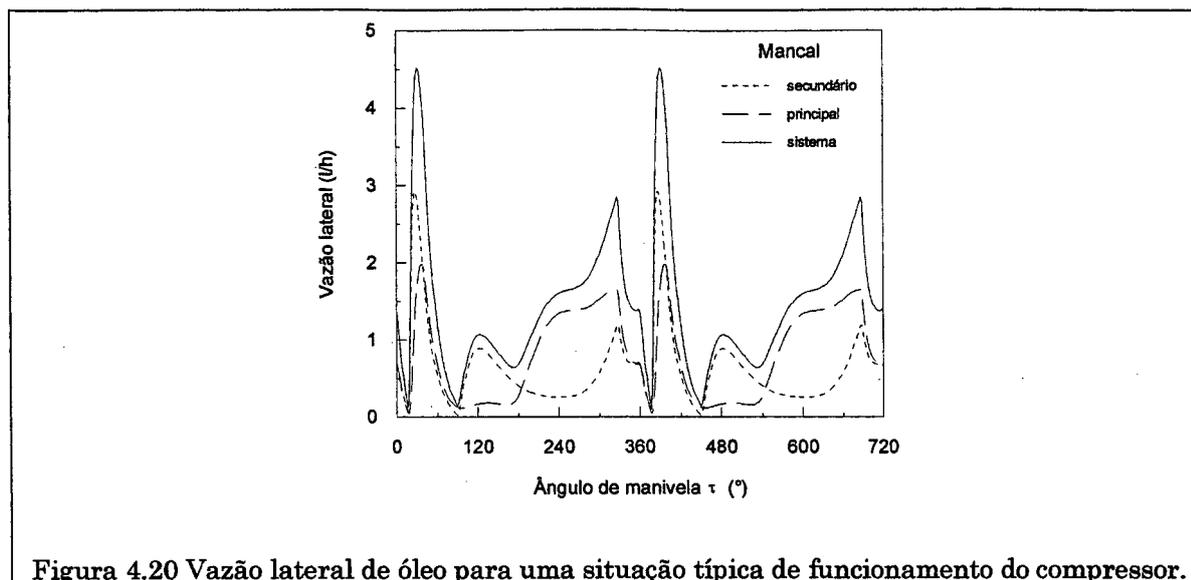


Figura 4.19 Potência consumida por atrito para uma situação típica de funcionamento do compressor.



4.6 Atrito Sólido

No caso apresentado para o estudo do refino de malha e de incremento de tempo, foi utilizado um carregamento incapaz de solicitar os mancais a ponto de romper o filme hidrodinâmico, o que causaria o contato direto das superfícies metálicas. Para mostrar os resultados de uma situação em que ocorre o contato sólido, é necessário introduzir-se um carregamento mais intenso, que force a condição de contato entre o eixo e a bucha do mancal. Para o mesmo compressor da Tabela 4.7, altera-se a condição de pressão na câmara, utilizando-se uma pressão de descarga igual a 3,2 MPa (e não mais 1,6 MPa), conforme a Figura 4.21. Essa distribuição de pressão resulta no carregamento apresentado na Figura 4.22 e na Tabela 4.11. Tal carregamento é capaz de gerar o contato direto conforme será verificado nos resultados a serem apresentados a seguir.

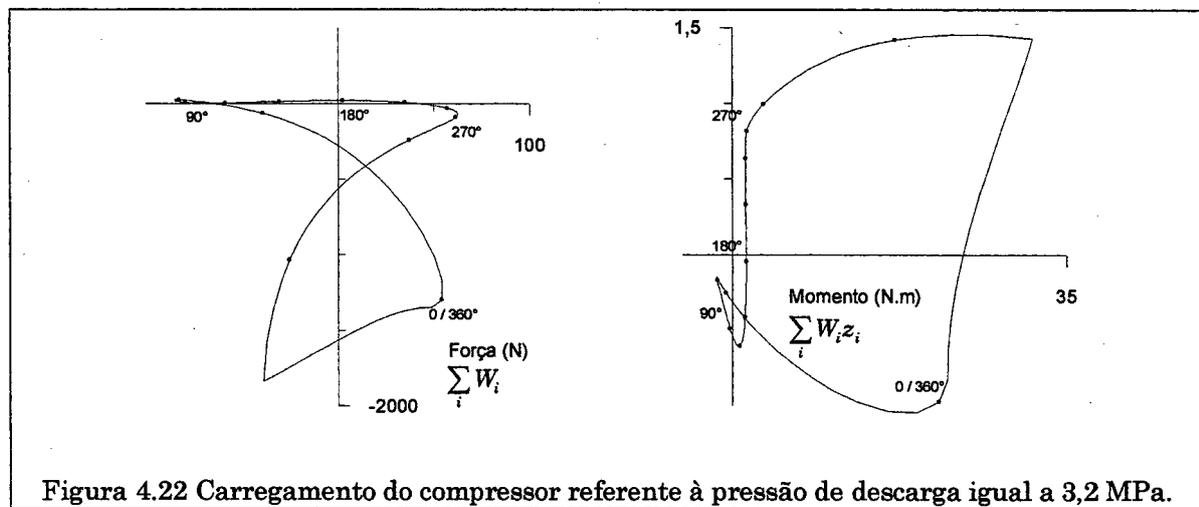
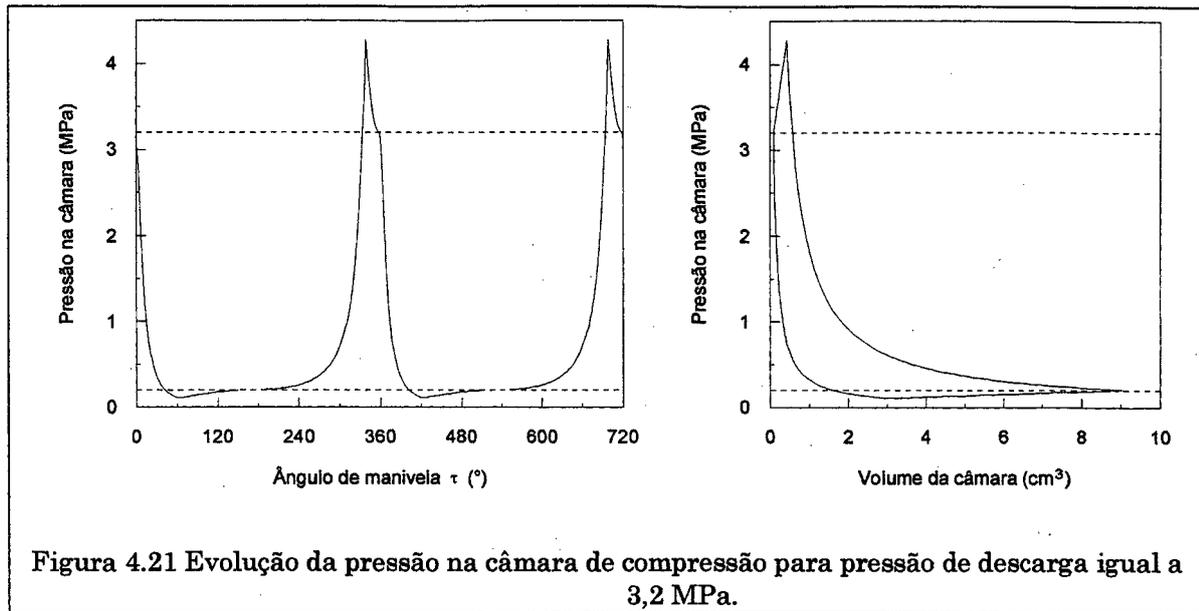


Tabela 4.11 Carregamento do compressor referente à pressão de descarga igual a 3,2 MPa.

τ (°)	Força (N)		τ (°)	Força (N)		τ (°)	Momento (N·m)		τ (°)	Momento (N·m)	
	x	y		x	y		x	y		x	y
0	53,7	-1297,1	180	2,5	21,6	0	21,55	-0,97	180	1,53	-0,04
10	26,0	-553,0	190	13,7	20,2	10	8,12	-0,80	190	1,53	0,09
20	-12,1	-191,5	200	24,6	15,7	20	1,66	-0,44	200	1,52	0,21
30	-39,2	-62,8	210	34,7	8,4	30	-0,53	-0,25	210	1,51	0,33
40	-59,0	-9,6	220	43,7	-1,6	40	-1,30	-0,17	220	1,50	0,45
50	-73,2	15,0	230	51,2	-13,9	50	-1,51	-0,15	230	1,49	0,55
60	-82,8	27,3	240	56,9	-28,5	60	-1,46	-0,17	240	1,48	0,63
70	-85,0	21,5	250	60,7	-45,5	70	-1,05	-0,27	250	1,48	0,71
80	-83,3	13,6	260	62,2	-65,6	80	-0,58	-0,39	260	1,52	0,77
90	-79,3	7,8	270	61,0	-90,4	90	-0,14	-0,49	270	1,64	0,82
100	-73,6	4,4	280	56,8	-122,9	100	0,25	-0,56	280	1,89	0,86
110	-66,6	3,4	290	49,0	-169,1	110	0,60	-0,60	290	2,40	0,92
120	-58,6	4,6	300	37,0	-240,2	120	0,88	-0,60	300	3,39	1,00
130	-49,9	7,2	310	20,3	-359,0	130	1,10	-0,57	310	5,26	1,11
140	-40,5	10,8	320	-1,1	-577,4	140	1,28	-0,50	320	8,98	1,26
150	-30,4	14,5	330	-25,3	-1033,0	150	1,40	-0,41	330	17,03	1,42
160	-19,8	17,8	340	-26,1	-1750,7	160	1,48	-0,30	340	29,88	1,13
170	-8,8	20,3	350	21,2	-1427,0	170	1,53	-0,17	350	23,94	-0,05

Dois importantes parâmetros devem ser prescritos nos casos de contato sólido: o coeficiente de atrito sólido μ_f e a espessura mínima do filme de óleo admitida para o contato $f(R_a)$. Para o coeficiente de atrito sólido foram utilizados os valores 0, 0,1 e 0,4. No trabalho de Sun e Jing Xu [27] utilizou-se um valor de 0,2 no coeficiente de atrito sólido para as superfícies de um mancal, sendo que trata-se de um trabalho sem lubrificação. Note-se que, embora este parâmetro seja de difícil avaliação, sobretudo na presença do óleo sobre as superfícies, espera-se que seja um valor na ordem de 0,1. O valor de 0 é utilizado para se verificar o contato somente com a ação da força normal, sendo que a força de atrito torna-se nula para este valor de coeficiente de atrito. Por outro lado, realiza-se simulações com o valor de 0,4 para tornar proeminente o efeito do atrito sólido, podendo-se observar melhor os efeitos, mesmo que de maneira exagerada. A Figura 4.23 apresenta as trajetórias obtidas para os diferentes valores de coeficiente de atrito, sendo fixado o valor do parâmetro de contato em $f(R_a)/c_1 = 0,02$.

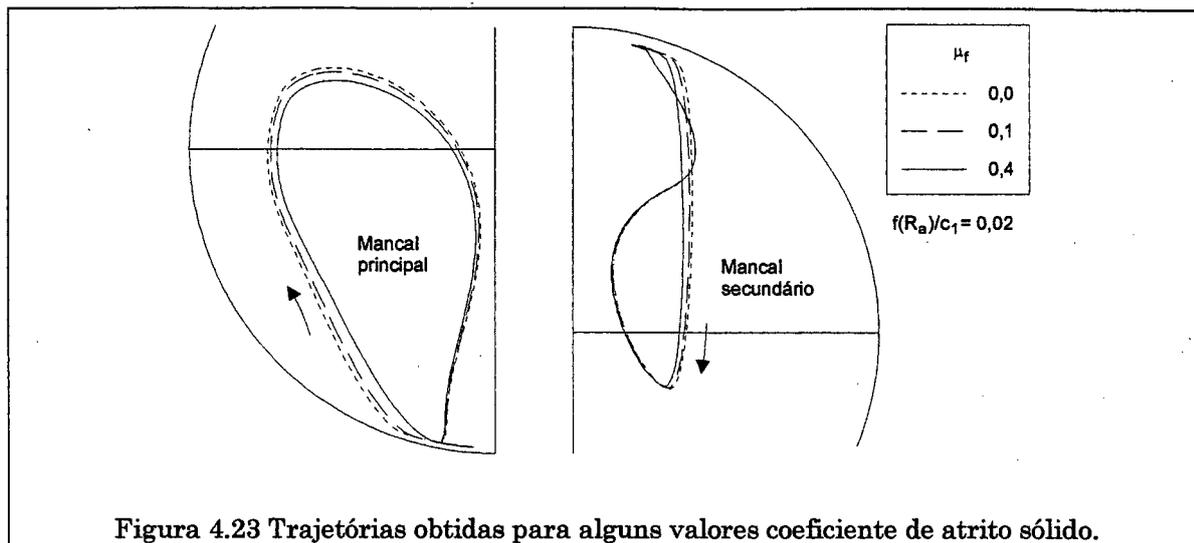


Figura 4.23 Trajetórias obtidas para alguns valores coeficiente de atrito sólido.

Lembrando-se que o eixo gira no sentido horário, note-se que no ponto de contato no mancal principal o eixo sofre uma força que o empurra para a direita, como se pode constatar na distorção da trajetória do mancal principal quando do aumento do valor do coeficiente de atrito sólido. No mancal secundário não houve contato e toda a alteração em sua trajetória é reflexo dos efeitos de contato no mancal principal.

Observando-se as trajetórias, verifica-se que não existem problemas aparentes de estabilidade do eixo devido à ocorrência do contato e, em todas as situações, o eixo encontra uma órbita estável. Entretanto, deve-se lembrar que para valores elevados de coeficientes de atrito, a hipótese de rotação constante pode ser violada caso o motor que impulsiona o eixo não suporte o torque adicional nos mancais devido ao atrito sólido. A Figura 4.24 mostra os resultados para a potência consumida no eixo pela combinação de atritos viscoso e sólido. Conforme observado na figura, um coeficiente de atrito igual a 0,1 aumenta em cem vezes a potência instantânea consumida por atrito, enquanto que para $\mu_f = 0,4$ esta potência é aumentada de trezentas vezes.

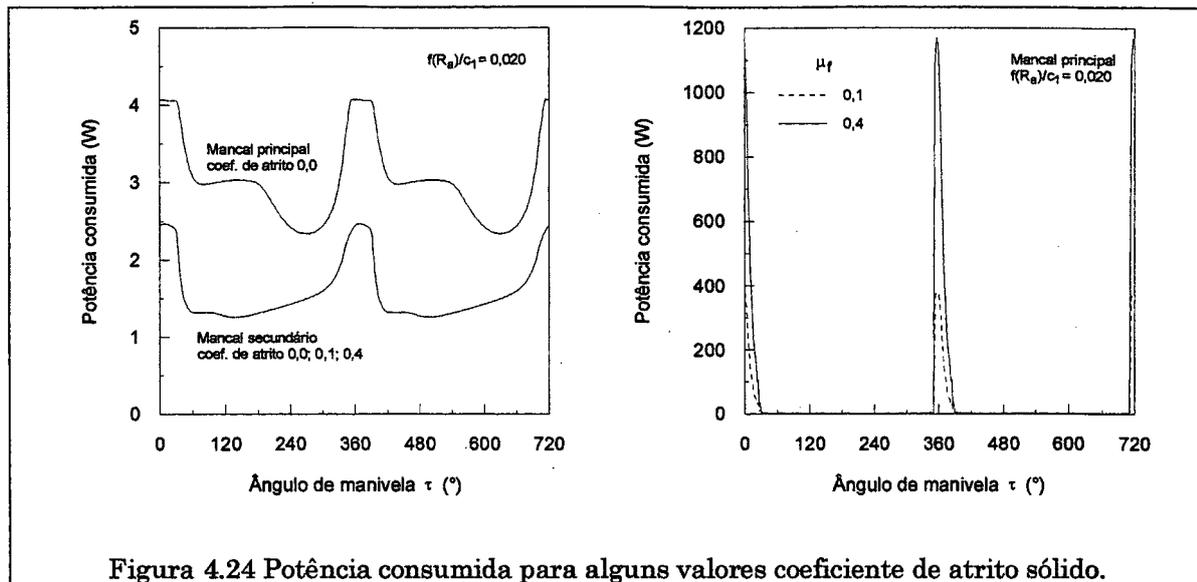
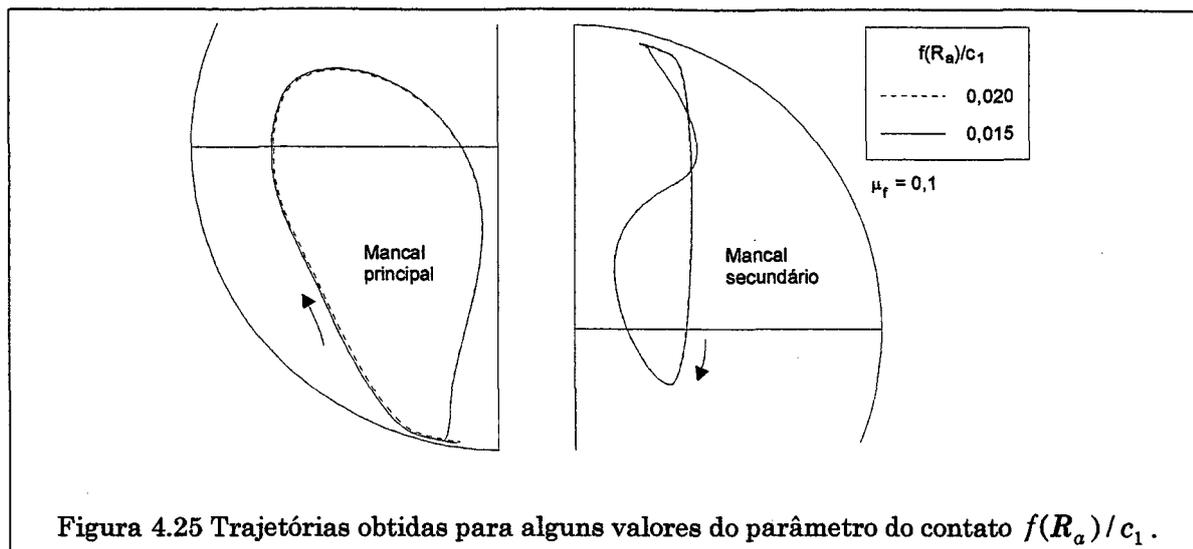


Figura 4.24 Potência consumida para alguns valores coeficiente de atrito sólido.

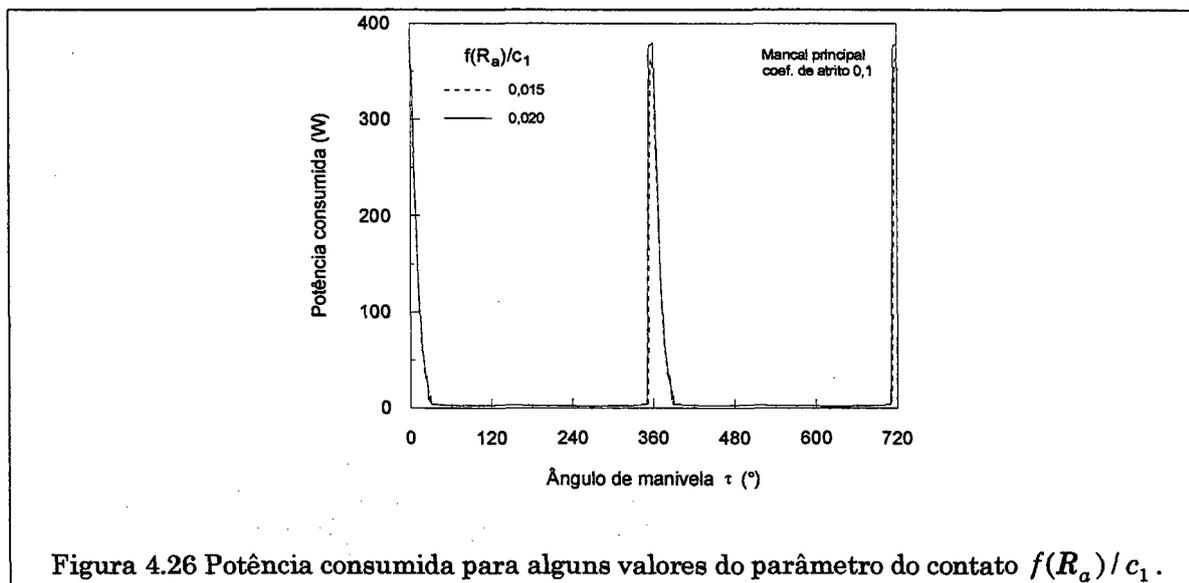
Para a situação de coeficiente de atrito sólido nulo, a potência consumida no primeiro mancal, que é onde ocorre o contato, é exclusivamente oriunda do atrito viscoso e possui valores da ordem de 3 W. Ao introduzir-se coeficientes de atrito sólido não nulos, tornam-se evidentes os picos de potência durante o intervalo de contato direto. Para o coeficiente igual a 0,4 obtém-se valores de potência instantânea da ordem de 1200 watts e, para o coeficiente igual a 0,1 o pico chega a 400 watts. Entretanto, o intervalo de contato direto é curto e, quando se calcula a potência média consumida pelos mancais, esses valores são bastante minimizados, ou seja, para coeficiente igual a 0,1 tem-se potência média de 22 watts e para coeficiente de atrito de 0,4 este valor é 62,3 watts. Note-se no entanto que ambos os valores são muito acima daqueles observados em situação de atrito viscoso puro, que consome 3 watts em média no mancal principal.

São discretas as alteração nos resultados de vazão lateral devido à variação do coeficiente de atrito sólido. Apenas uma pequena diferença durante o intervalo de contato é notada para o mancal principal, enquanto que para o mancal secundário as alterações são praticamente imperceptíveis.

A variação do parâmetro de contato $f(R_a)/c_1$ também deve ser verificada. Fixando-se o valor do coeficiente de atrito sólido em 0,1, realiza-se uma comparação para valores do parâmetro de contato iguais a 0,02 e 0,015. As trajetórias obtidas são apresentadas na Figura 4.25.



Note-se que a trajetória do mancal principal sofre um leve distorção junto à região de contato, pois é ali que o parâmetro de contato é capaz de influenciá-la. Para o parâmetro de contato menor (0,015), note-se que, como se esperava, a trajetória se aproxima mais da parede do mancal.



A maior preocupação quanto à escolha do valor do parâmetro de contato é a sua influência sobre a potência consumida. Para excentricidades muito próximas da unidade, o filme de óleo torna-se extremamente rígido e, desta forma, a trajetória torna-se muito insensível às variações na carga. Assim, qualquer incerteza na escolha do parâmetro de contato poderia causar um grande erro no cálculo da força

normal que se refletiria diretamente sobre a força de atrito e sobre a potência consumida. Mas, de acordo com a Figura 4.26, uma incerteza bastante significativa no parâmetro de contato (de 0,02 para 0,015) não compromete a qualidade do resultado para a potência consumida, conforme observado pela semelhança entre os picos de potência. Ainda, a hipótese de que o valor do parâmetro de contato é constante adquire consistência, visto que pequenas flutuações deste parâmetro durante o contato não devam acarretar danos aos resultados.

Para a variação do parâmetro de contato, a exemplo do caso da variação no coeficiente de atrito sólido, os resultados de vazão lateral de óleo sofrem insensíveis alterações.

4.7 Desgaste

Os resultados de desgaste referem-se à situação apresentada na seção anterior para um coeficiente de atrito sólido igual a 0,1. Em adição aos dados apresentados naquela seção, utiliza-se aqui uma constante de desgaste k_d igual a $1 \cdot 10^{-7}$ e dureza das superfícies H igual a 300 kgf/mm^2 (2,94 GPa).

Como as simulações para o desgaste são longas (várias horas), uma estratégia especial deve ser adotada para a alteração da geometria durante a progressão do desgaste de maneira a reduzir o tempo de simulação. O procedimento mais correto a ser adotado seria calcular a trajetória do eixo até sua estabilização, o que leva de 2 a 4 ciclos de simulação. Feito isso, simula-se um ciclo acionando-se a rotina do desgaste e calculando-se a geometria. Novamente, agora para a nova geometria, calcula-se a trajetória até a estabilização e assim por diante. Desta forma, para evoluir a geometria, gastar-se-ia de 3 a 5 ciclos de simulação para cada evolução. Entretanto, como a trajetória não muda muito, pois a geometria sofre pequenas alteração de cada vez, resolve-se intercalar um ciclo de desgaste com um ciclo de estabilização. Tal prática mostra-se eficiente para o reconhecimento da evolução do desgaste.

Outro aspecto importante na simulação de desgaste é a extrapolação dos resultados. No processo real, o volume desgastado em um ciclo de carga é muito pequeno e apenas torna-se significativo após milhares ou milhões de ciclos. Como é impraticável a simulação de tantos ciclos, pois cada ciclo toma algo em torno de 5

minutos de tempo de CPU, o volume desgastado obtido nos cálculos é multiplicado por um fator para extrapolar o resultado de um ciclo para vários ciclos de carga. Portanto, admite-se que exista um comportamento linear, ou seja, que o volume é retirado sempre na mesma quantidade para este determinado número de ciclos. A Figura 4.27 apresenta o resultado comparativo do volume para dois valores de extrapolação, 2000 e 4000 ciclos, ou seja, o volume calculado a cada intervalo de tempo é multiplicado por 2000 e 4000, respectivamente. Considerando-se a rotação de 3520 rpm, pode-se converter a escala de número de ciclos para tempo de funcionamento do compressor.

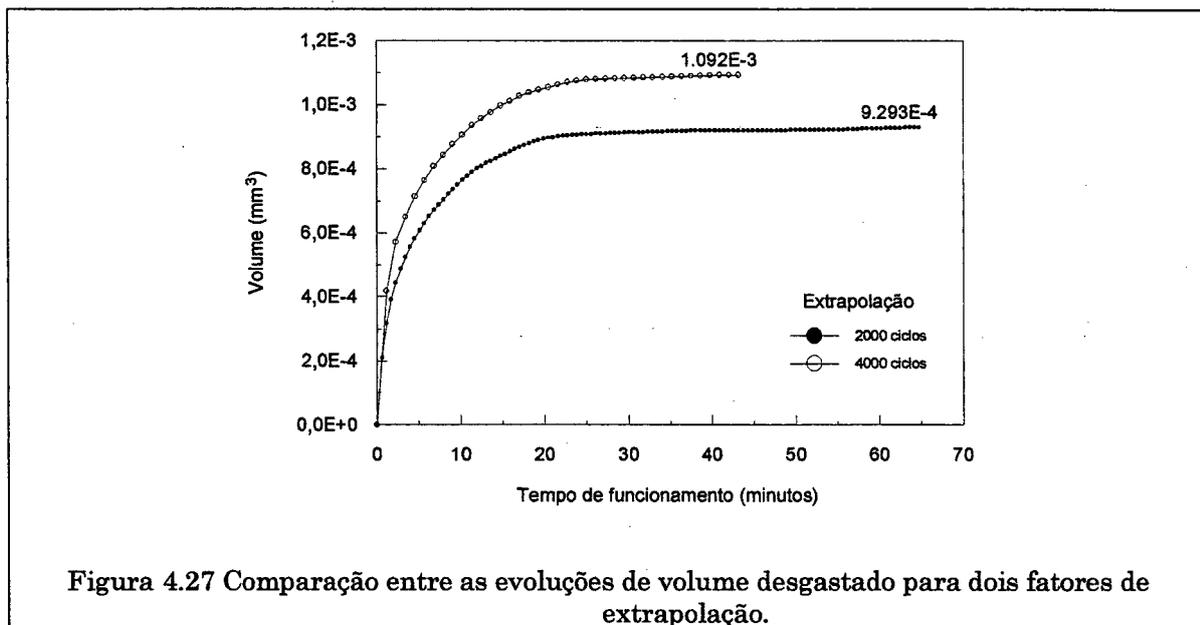


Figura 4.27 Comparação entre as evoluções de volume desgastado para dois fatores de extrapolação.

A primeira observação importante a ser extraída da Figura 4.27 é que o volume tende a se estabilizar, ou seja, depois de um determinado período, o contato direto deixa de existir e a geometria não é mais alterada. A tendência é assintótica e, portanto, torna-se imprecisa a previsão do instante em que a geometria pára de ser alterada. De fato, nas simulações realizadas, a geometria pára de sofrer alterações. Mas, isto só é possível devido ao fato de tratarem-se de simulações numéricas e pequenos distúrbios possibilitam a ultrapassagem da assíntota, interrompendo o processo. Ainda, o erro entre os volumes finais atingidos é da ordem de 17 %. No entanto, como o volume é proporcional a cada uma das dimensões da geometria desgastada, o erro em cada dimensão da geometria é da ordem da raiz cúbica do erro

no volume, ou seja, de 5 %. De qualquer forma, a alteração no valor de extrapolação não acarreta diferenças visíveis nos resultados de trajetória, de potência consumida e de vazão lateral de óleo depois de cessado o processo de desgaste. A Figura 4.28 apresenta a comparação entre as trajetórias obtidas antes e após o processo de desgaste, sendo que este e os resultados seguintes referem-se à utilização de um fator de extrapolação igual a 2000 ciclos.

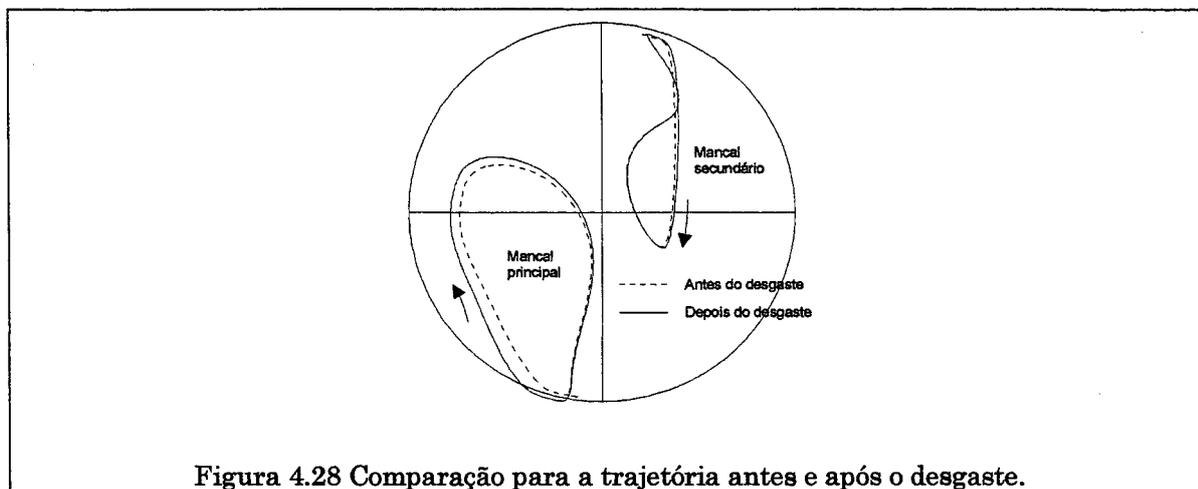


Figura 4.28 Comparação para a trajetória antes e após o desgaste.

Na trajetória antes do desgaste, assim que ocorre o contato entre o eixo e o mancal, verifica-se o deslocamento do mancal principal para a direita, como comentado anteriormente. Depois de finalizado o processo de desgaste é possível visualizar a passagem do eixo sobre a região desgastada sem perturbações. Note-se, ainda, que nesta situação a excentricidade ultrapassa o valor máximo possível, pois ocorreu o desgaste e a trajetória passa a transpor o círculo de excentricidades.

A geometria resultante do processo de desgaste sugere nitidamente o processo de polimento das superfícies. A Figura 4.29 apresenta as regiões desgastadas no eixo e no mancal na extremidade anterior do mancal principal, sendo que a posição angular denotada para o eixo é assinalada em $\tau=0^\circ$.

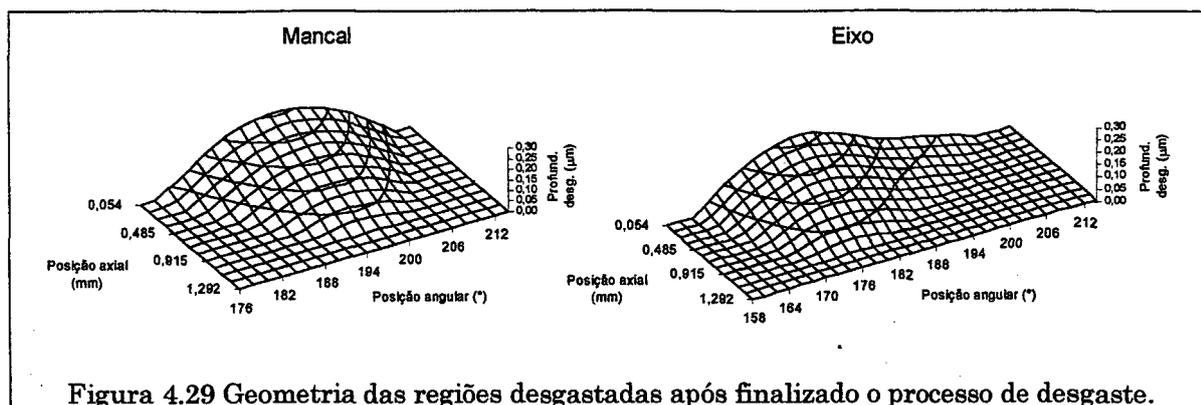


Figura 4.29 Geometria das regiões desgastadas após finalizado o processo de desgaste.

Como o desgaste cessa depois de um determinado período, o resultado que mais chama atenção é que a potência consumida passa a valores puramente viscosos, como se observa na Figura 4.30.

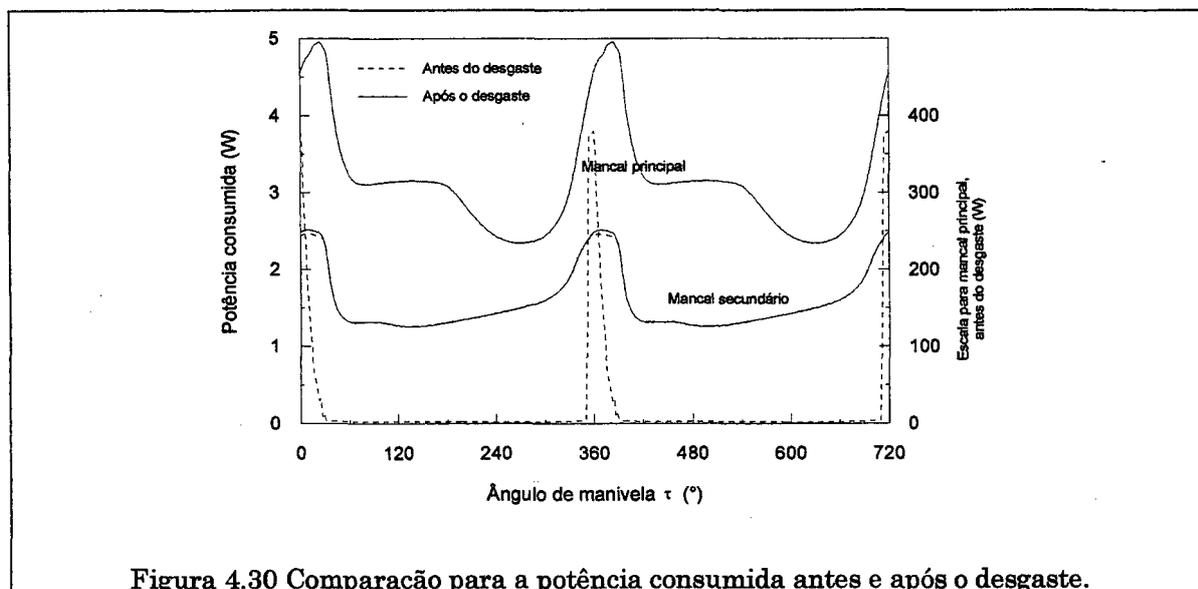
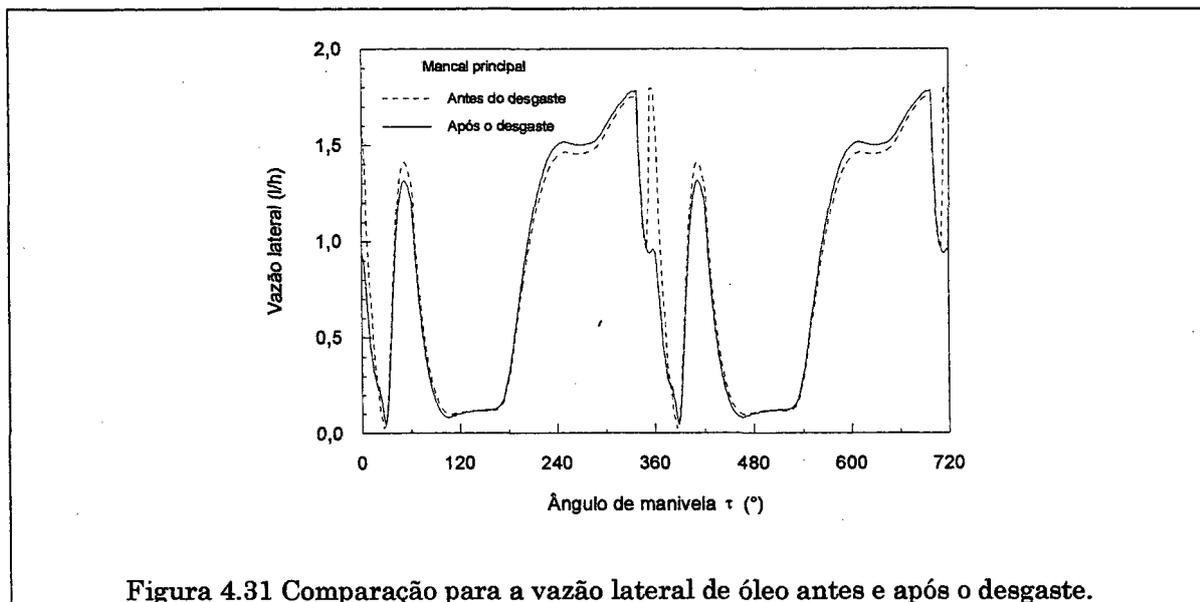


Figura 4.30 Comparação para a potência consumida antes e após o desgaste.

Para a situação indicada na Figura 4.30, a potência média consumida no primeiro mancal era de 22,0 W antes de iniciado o processo de desgaste. Depois do desgaste, este mesmo valor passa para 3,16 W. Desta forma, se o compressor for capaz de manter-se em funcionamento durante o processo de desgaste, sem o tombamento do motor por exemplo, ao final de tal processo a potência consumida será consideravelmente reduzida. Note-se que a alteração na potência consumida no segundo mancal é muito pequena, pois essa deve-se apenas à alteração na trajetória, e não ao cessamento do contato direto.

A vazão lateral de óleo sofre uma pequena alteração como pode ser observado na Figura 4.31. Evidentemente, esta alteração dá-se devido à distorção do campo de pressão durante o contato direto e à alteração de trajetória. Note-se que durante o contato direto (em 360°) é que ocorre uma alteração mais visível na vazão. Evidentemente, neste período o campo de pressão apresenta maior diferença, visto que as alterações de geometria influenciam principalmente no instante em que o eixo passa sobre a região desgastada. De qualquer forma, a vazão média durante o ciclo é praticamente insensível ao processo de desgaste.



Capítulo 5

CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta um modelo para um sistema de mancais que inclui efeitos de atrito sólido e de desgaste. São apresentados resultados utilizando-se o carregamento dinâmico de um compressor hermético alternativo sobre dois mancais radiais de sustentação do eixo excêntrico, o que acarreta desalinhamentos durante a trajetória do eixo.

As forças hidrodinâmicas provenientes do filme de óleo são calculadas utilizando-se o campo de pressão fornecido pela solução da Equação de Reynolds da lubrificação. Os efeitos do contato sólido entre as superfícies do eixo e do mancal são considerados pela inclusão das relações de Coulomb e de Archard no modelo.

Várias simplificações são utilizadas. Dentre elas, as mais importantes são, do ponto de vista hidrodinâmico:

- o óleo lubrificante é um fluido newtoniano de viscosidade e massa específica constantes;
- a cavitação do filme de óleo é considerada utilizando-se as condições de contorno de Reynolds. Entretanto, a fronteira de recuperação não recebe atenção especial.

Em relação ao contato direto, as simplificações são:

- os componentes são considerados rígidos e nenhum efeito elástico é incluído;

- é considerado que ocorre o contato sólido sempre que a espessura mínima de filme de óleo atinge um valor crítico; valor este da ordem da rugosidade das superfícies;
- o desgaste por adesão é tido como o principal tipo de desgaste durante o contato direto das peças.

As principais conclusões do trabalho em relação à metodologia numérica empregada são:

- resolver um problema de lubrificação com efeitos de contato sólido por método direto de solução parece ser a forma mais conveniente, pois elimina os problemas de acoplamento entre as equações;
- o modelamento em conjunto dos mancais, aliado à inclusão do desalinhamento do eixo, é imprescindível à formulação, visto que sem estas considerações fica comprometida a capacidade de predizer a dinâmica do sistema.

A metodologia empregada na presente dissertação para a simulação do comportamento dinâmico dos mancais principal e secundário em um compressor alternativo de pequeno porte para refrigeração doméstica permitiu que se chegasse a algumas conclusões:

- a trajetória do eixo sofre poucas alterações perante variações no valor do coeficiente de atrito sólido. Desta forma, os resultados sugerem que não devam existir problemas de estabilidade do eixo devido à ação do contato sólido;
- os valores de vazão são praticamente insensíveis à variação do coeficiente de atrito sólido, devido à pouca distorção da trajetória diante da alteração do coeficiente de atrito;
- o valor do coeficiente de atrito sólido utilizado tem reflexo imediato sobre os valores de potência consumida; as variações ocorrem notadamente nos valores de pico, com influência no valor médio de potência no mancal principal;
- no segundo mancal, onde não ocorreu contato sólido, os valores tanto de potência consumida como de vazão lateral não sofrem alterações significativas com modificações no coeficiente de atrito;

- os resultados de desgaste aparentam ser coerentes, visto que a geometria final do desgaste assemelha-se a um polimento das peças na extremidade do mancal principal;
- para as simulações realizadas, verifica-se uma tendência de cessamento do desgaste, indicando que o desgaste pode ser classificado como “estável”;
- embora o fator de extrapolação do desgaste tenha um influência razoável sobre o volume desgastado, tal influência inexistente sobre os resultados de trajetória, potência consumida e vazão lateral de óleo;
- a potência consumida por atrito, depois de cessado o processo de desgaste, passa a ser proveniente apenas de atrito viscoso, pois o contato sólido deixa de existir.

Melhorias no modelo que contemplem a elasticidade do eixo parecem ser importantes, visto que, para sustentar as solicitações do momento, é comum configurar os mancais com uma razoável distância entre eles, o que resulta em eixos longos e flexíveis. Assim, ao invés de se interpolar linearmente as excentricidades ao longo do eixo, poder-se-ia utilizar, em uma primeira abordagem, um modelo simples de viga para interpolar uma linha de deformação elástica entre os mancais.

Do ponto de vista da interação entre as superfícies sólidas, ao invés de se utilizar a função de restrição da espessura de filme de óleo apresentada aqui, a teoria elástica de Hertz poderia ser utilizada para governar os efeitos de superfície ou, ainda, inserir os efeitos de alta pressão sobre a viscosidade do óleo, configurando-se assim numa teoria elastohidrodinâmica.

Finalmente, todos os efeitos de superfície abordados neste trabalho são muito complexos e certamente uma abordagem experimental para comparação de resultados seria muito apreciável.

Referências Bibliográficas

- [1] Buckholz, R. H., Hwang, B., **The Accuracy of Short Bearing Theory for Newtonian Lubricants**, *Transactions ASME, Journal of Tribology*, v.108, p.73-79, 1986.
- [2] Cameron, A., **Basic Lubrication Theory**, 2 ed, *John Wiley & Sons Inc.*, New York, 1976.
- [3] Cameron, A., **The Principles of Lubrication**, *Longmans Green and Co. Ltd.*, London, 1966.
- [4] Campbell, J., Love, P. P., Martin, F. A., Rafique, S.O., **Bearings for Reciprocating Machinery: A Review of the Present State of Theoretical, Experimental and Service Knowledge**, *Proc. Inst. of Mech. Engrs.*, v.182 Pt 3A, p.51-74, 1967-68.
- [5] Del Din, M., Kassfeldt, E., **Wear Characteristics with Mixed Lubrication Conditions in a Full Scale Journal Bearing**, *Wear* 232, p.192-198, 1999.
- [6] Elrod, H. G., **A Cavitation Algorithm**, *Transactions ASME, Journal of Lubrication Technology*, v.103, p.350-354, 1981.
- [7] Fernandes, J. R. S., **Modelo Dinâmico da Lubrificação do Pistão em Compressores Alternativos**, *Dissertação de Mestrado, UFSC*, 1996.

- [8] Hirani, H., Athre, K., Biswas, S., **Rapid and Globally Convergent Method for Dynamically Loaded Journal Bearing Design**, *Proc. Inst. of Mech. Engrs.*, v.212 Pt J, p.207-213, 1998.
- [9] Horsnell, R., **Journal Bearing Performance**, *Ph.D. Thesis*, University of Nottingham, 1963.
- [10] Horsnell, R., McCallion, H., **Prediction of some Journal Bearing Characteristics under Static and Dynamic Loading**, *Proc. Lubrication and Wear Convention, Inst. of Mech. Engrs.*, 1963.
- [11] Jakobsson, B., Floberg, L., **The Finite Journal Bearing Considering Vaporization**, *Transactions of Chalmers University of Technology*, Guthenberg, Sweden, 1957.
- [12] Jones, G. J., **Crankshaft Bearings: Oil Film History**, *Proceedings of the 9th Leeds-Lyon Symposium of Tribology*, p.83-88, 1982.
- [13] Lloyd, T., **Dynamically Loaded Journal Bearings**, *Ph.D. Thesis*, University of Nottingham, 1966.
- [14] Lloyd, T., Horsnell, R., MaCallion, H., **An Investigation into the Performance of Dynamically Loaded Bearing: Theory**, *Symposium on Journal Bearings for Reciprocating and Turbo Machinery, Proc. Inst. of Mech. Engrs.*, v.181 Pt3B, 1966-67.
- [15] Mabie, H. H., Ocvirk F. W., **Dinâmica das Máquinas**, 2 ed., *Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.*, Rio de Janeiro, 1980.
- [16] Manke, A. L., **Uma Metodologia de Cálculo para a Simulação de Mancais Radiais Submetidos a Carregamento Dinâmico**, *Dissertação de Mestrado, UFSC*, 1991.
- [17] Manke, A. L., Prata, A. T., Ferreira, R. T. S., **Análise de Mancais Radiais Desalinhados Considerando Efeito de Cavitação**, *III CONBRAVA*, São Paulo, p.95-98, 1992.

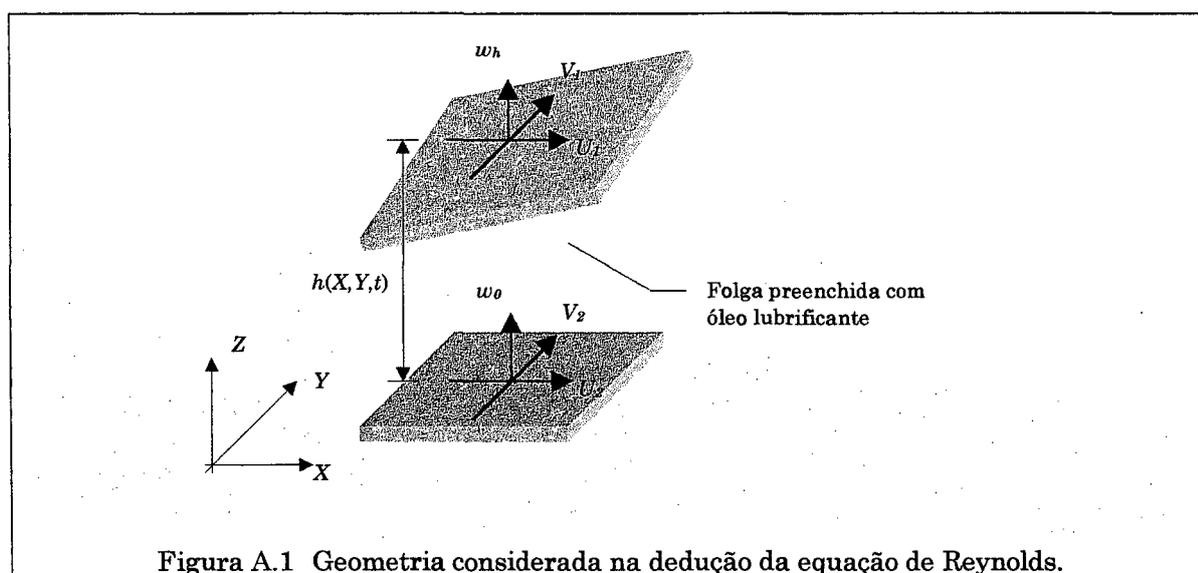
- [18] Molinari, A., Estrin, Y., Mercier, S., **Dependence of the Coefficient of Friction on the Sliding Conditions in the High Velocity Range**, *Transactions ASME, Journal of Tribology*, v.121, p.35-41, 1999.
- [19] Olsson, K. O., **Cavitation in Dynamically Loaded Bearings**, *Transactions of Chalmers University of Technology*, Guthenberg, Sweden, 1965.
- [20] Pinkus, O., **Theory of Hydrodynamic Lubrication**, *McGraw-Hill Book Company, Inc.*, New York, 1961.
- [21] Pinkus, O., Bupara, S. S., **Analysis of Misaligned Grooved Journal Bearings**, *Transactions ASME, Journal of Lubrication Technology*, v.101, p.503-509, 1979.
- [22] Prata, A. T., Ferreira, R. T. S., **The Accuracy of Short Bearing Theory in Presence of Cavitation**, *Transactions ASME, Journal of Tribology*, v.112, p.650-654, 1990.
- [23] Rabinowicz, E., **Friction and Wear of Materials**, 2.ed, *John Wiley & Sons, Inc.*, New York, 1995.
- [24] Ren, N., Lee, Si C., **Contact Simulation of Three-Dimensional Rough Surfaces Using Moving Grid Method**, *Transactions ASME, Journal of Tribology*, v.115, p597-601, 1993.
- [25] Schuisky, W., **Berechnung Elektrischer Maschinen**, Wien, 1960.
- [26] Stachowiak, G. W., Batchelor, A. W., **Engineering Tribology**, *Elsevier Science Publishers B.V.*, Amsterdam, 1993.
- [27] Sun., D. C., Xu, J., **A Study of the Starting Characteristics of an Unlubricated Journal Bearing**, *Transactions ASME, Journal of Tribology*, v.117, p.216-223, 1995.

- [28] Tian, X., Bhushan, B., **A Numerical Three-Dimensional Model for the Contact of Rough Surfaces by Variational Principle**, *Transactions ASME, Journal of Tribology*, v.118, p33-42, 1996.
- [29] Vijayaraghavan, D., Keith Jr., T. G., **An Efficient, Robust, and Time Accurate Numerical Scheme Applied to a Cavitation Algorithm**, *Transactions ASME, Journal of Tribology*, v.112, p.44-51, 1990.
- [30] Vijayaraghavan, D., Keith Jr., T. G., **Grid Transformation and Adaption Techniques Applied in the Analysis of Cavitated Journal Bearings**, *Transactions ASME, Journal of Tribology*, v.112, p.52-59, 1990.
- [31] Vijayaraghavan, D., Keith Jr., T. G., **Analysis of a Finite Grooved Misaligned Journal Bearing Considering Cavitation and Starvation Effects**, *Transactions ASME, Journal of Tribology*, v.112, p.60-67, 1990.
- [32] Zhou, T., Rogers, R. J., **Simulation of Two-Dimensional Squeeze Film and Solid Contact Forces Acting on a Heat Exchanger Tube**, *Journal of Sound and Vibration*, v.203(4), p.621-639, 1997.

Apêndice A

EQUAÇÃO DE REYNOLDS

A teoria da lubrificação faz algumas considerações a respeito do escoamento de um fluido entre duas superfícies muito próximas e, valendo-se das equações da conservação da massa e da quantidade de movimento, apresenta uma equação explícita para a pressão no dito fluido. Considera-se que o fluido utilizado é um óleo e os nomes fluido e óleo serão utilizados indistintamente.



A Figura A.1 apresenta a geometria considerada na dedução da equação de Reynolds. Consideram-se duas superfícies sólidas separadas por um filme de óleo e afastadas por uma distância muito pequena se comparada com as dimensões das

superfícies. A distância entre as superfícies é denominada de espessura de filme de óleo, h , e varia de uma posição para outra e também com o tempo, sendo uma função de X , Y e t . Admite-se que as superfícies podem ter movimento tangencial, determinado pelas velocidades U_1 , U_2 , V_1 e V_2 ; e movimento normal, referente às velocidades w_h e w_0 . O óleo que preenche a folga tem viscosidade μ e massa específica ρ .

São assumidas as seguintes hipóteses a respeito do óleo lubrificante na dedução da equação de Reynolds:

1. o efeito inercial do óleo é desprezado;
2. o óleo é um fluido newtoniano;
3. a massa específica ρ e viscosidade μ do óleo são assumidas constantes;
4. todo tipo de força de campo sobre o óleo é desprezada.

As hipóteses listadas anteriormente são bem realistas e amplamente empregadas para problemas de mancais radiais. Exceção é feita à hipótese de assumir a viscosidade do óleo constante. É sabido que a variação de temperatura de um ponto para outro do mancal afeta sensivelmente a viscosidade do óleo. Mesmo assim, esta é uma hipótese bem aceita na solução de mancais, como pode ser verificado no trabalho de Cameron [3], e será aqui adotada.

A equação da conservação da quantidade de movimento, ou equação de Navier-Stokes, sujeita às hipóteses anteriores, torna-se

$$\bar{\nabla} p = \mu \nabla^2 \bar{u} \quad (\text{A.1})$$

onde p é a pressão e \bar{u} é o vetor velocidade, com componentes u , v e w nas direções X , Y e Z , respectivamente.

Para a direção X , a equação de Navier-Stokes é escrita como

$$\frac{\partial p}{\partial X} = \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial Z^2} \right) \quad (\text{A.2})$$

Como a espessura h tem dimensão muito inferior às dimensões das superfícies nas direções X e Y , assume-se que:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial X^2} \approx \frac{\partial^2 u}{\partial Y^2} \ll \frac{\partial^2 u}{\partial Z^2} \quad (\text{A.3})$$

Na equação A.3, como os dois primeiros termos são muito menores que o terceiro, estes dois são desprezados na equação A.2, donde surge

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial X} = \frac{\partial^2 u}{\partial Z^2} \quad (\text{A.4})$$

Desprezando-se as variações de p na direção Z , conclui-se que o termo $\partial p / \partial X$ é constante ao longo de Z . Assim, integrando-se a equação A.4 duas vezes ao longo de Z resulta em

$$\frac{\partial u}{\partial Z} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial X} Z + C_1 \quad (\text{A.5})$$

$$u = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial X} \frac{Z^2}{2} + C_1 Z + C_2 \quad (\text{A.6})$$

As condições de contorno referentes ao não deslizamento do óleo junto às superfícies são representadas como:

$$Z = 0 \Rightarrow u = U_2 \quad (\text{A.7})$$

$$Z = h \Rightarrow u = U_1 \quad (\text{A.8})$$

Aplicando-se agora a condição de contorno A.7 na equação A.6, obtém-se

$$C_2 = U_2 \quad (\text{A.9})$$

Da mesma forma, aplicando-se a condição de contorno A.8 e a equação A.9 na equação A.6, obtém-se

$$C_1 = \frac{U_1 - U_2}{h} - \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial X} \frac{h}{2} \quad (\text{A.10})$$

Com as constantes de integração determinadas pelas equações A.9 e A.10 e substituídas na equação A.6, surge

$$u = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial X} \frac{(Z^2 - Zh)}{2} + (U_1 - U_2) \frac{Z}{h} + U_2 \quad (\text{A.11})$$

Partindo-se da equação de Navier-Stokes para a direção Y e seguindo-se o mesmo processo adotado para a direção X, pode-se escrever

$$v = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial Y} \frac{(Z^2 - Zh)}{2} + (V_1 - V_2) \frac{Z}{h} + V_2 \quad (\text{A.12})$$

Integrando-se a equação da conservação da massa ao longo da direção Z, e já admitindo massa específica ρ constante, tem-se

$$\int_0^h \frac{\partial u}{\partial X} dZ + \int_0^h \frac{\partial v}{\partial Y} dZ + \int_0^h \frac{\partial w}{\partial Z} dZ = 0 \quad (\text{A.13})$$

A última parcela da equação A.13 é avaliada simplesmente como

$$\int_0^h \frac{\partial w}{\partial Z} dZ = w_h - w_0 \quad (\text{A.14})$$

A primeira parcela da equação A.13, ou parcela em X, é avaliada segundo o desenvolvimento a seguir, onde $\partial u/\partial X$ é determinado a partir da equação A.11.

Assim,

$$\begin{aligned} \int_0^h \frac{\partial u}{\partial X} dZ &= \int_0^h \left[\frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial X^2} (Z^2 - Zh) - Z \frac{\partial h}{\partial X} \frac{\partial p}{\partial X} \right) - (U_1 - U_2) \frac{Z}{h^2} \frac{\partial h}{\partial X} \right] dZ \\ &= -\frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial X^2} \frac{h^3}{6} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial h}{\partial X} \frac{\partial p}{\partial X} \right) - \frac{(U_1 - U_2)}{2} \frac{\partial h}{\partial X} \\ &= -\frac{1}{12\mu} \frac{\partial}{\partial X} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial X} \right) - \frac{(U_1 - U_2)}{2} \frac{\partial h}{\partial X} \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

e, de forma similar, a parcela em Y recebe sua expressão como

$$\int_0^h \frac{\partial v}{\partial Y} dZ = -\frac{1}{12\mu} \frac{\partial}{\partial Y} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial Y} \right) - \frac{(V_1 - V_2)}{2} \frac{\partial h}{\partial Y} \quad (\text{A.16})$$

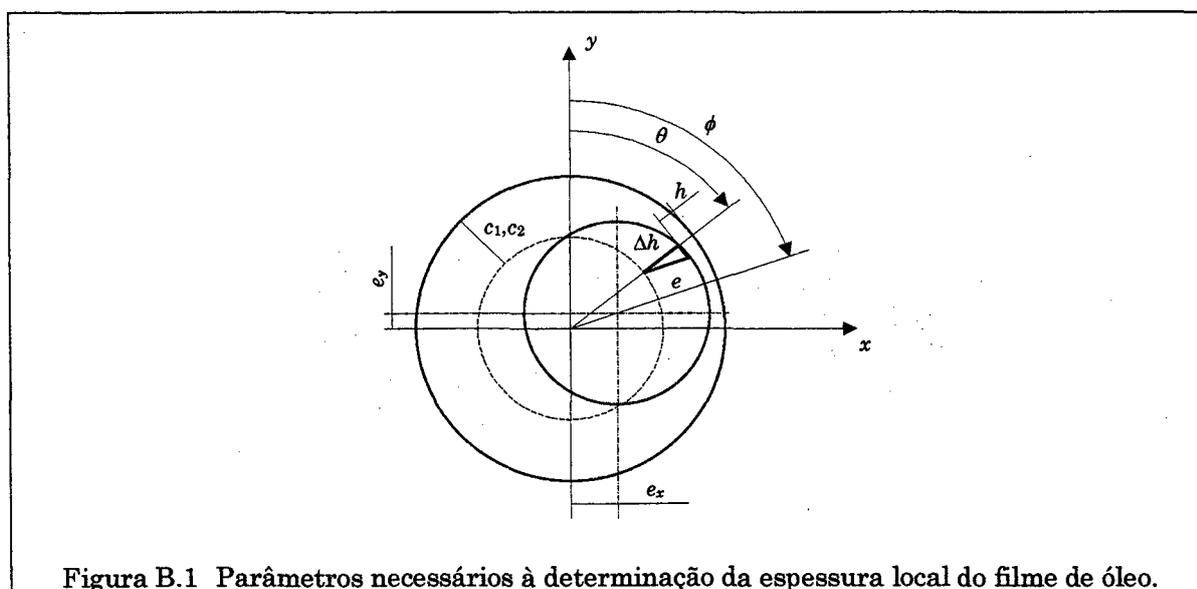
Finalmente, substituindo-se as equações A.14 a A.16 na equação A.13 e rearranjando-se os termos, chega-se à equação de Reynolds da lubrificação

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial Y} \right) = 6\mu \left[(U_2 - U_1) \frac{\partial h}{\partial X} + (V_2 - V_1) \frac{\partial h}{\partial Y} + 2(w_h - w_0) \right] \quad (\text{A.17})$$

Apêndice B

EQUAÇÃO DA ESPESSURA LOCAL DO FILME DE ÓLEO

A espessura do filme de óleo é função da posição do eixo no interior dos mancais – representada pelas excentricidades e_{1x} , e_{1y} , e_{2x} e e_{2y} – e do ponto do mancal em que se deseja conhecer a espessura (θ , ξ). Para uma posição axial ξ qualquer do eixo, é possível determinar a espessura do filme de óleo h em função da excentricidade e da posição angular θ .



De acordo com a Figura B.1, a espessura do filme na posição θ do mancal principal é dada pela expressão:

$$h = c_1 - \Delta h \quad (\text{B.1})$$

e, para o mancal secundário, é corrigida conforme

$$h = c_2 - \Delta h \quad (\text{B.2})$$

A variação da espessura Δh em relação à posição de concentricidade pode ser aproximada segundo

$$\Delta h = e \cos(\phi - \theta) \quad (\text{B.3})$$

onde e é a magnitude da excentricidade.

Utilizando-se as regras de trigonometria, a equação B.3 pode ser rescrita como

$$\Delta h = e(\cos \phi \cos \theta + \text{sen } \phi \text{ sen } \theta) \quad (\text{B.4})$$

Analisando-se a Figura B.1, pode-se verificar as seguintes relações:

$$\text{sen } \phi = \frac{e_x}{e} \quad (\text{B.5})$$

$$\cos \phi = \frac{e_y}{e} \quad (\text{B.6})$$

Substituindo-se as equações B.5 e B.6 na equação B.4, obtém-se

$$\Delta h = e_y \cos \theta + e_x \text{ sen } \theta \quad (\text{B.7})$$

Procedendo-se a substituição das excentricidades pelas excentricidades adimensionais, segue que

$$\Delta h = c_1 \varepsilon_y \cos \theta + c_1 \varepsilon_x \text{ sen } \theta \quad (\text{B.8})$$

Desta forma, pode-se substituir a equação B.8 nas equações B.1 e B.2 e determinar a equação para a espessura local de filme de óleo conforme:

$$h = c_1 \left(\frac{c}{c_1} - \varepsilon_x \sin \theta - \varepsilon_y \cos \theta \right) \quad (\text{B.9})$$

onde c assume os valores de c_1 e c_2 para os mancais principal e secundário, respectivamente.

A equação B.9 fornece o valor de h para uma geometria idealizada, sem desgaste. Para inserir o desgaste das peças, a equação B.9 deve ser corrigida conforme:

$$h = c_1 \left(\frac{c}{c_1} - \varepsilon_x \sin \theta - \varepsilon_y \cos \theta \right) + dh_e + dh_m \quad (\text{B.10})$$

onde dh_e e dh_m são as profundidades desgastadas no eixo e no mancal, respectivamente.

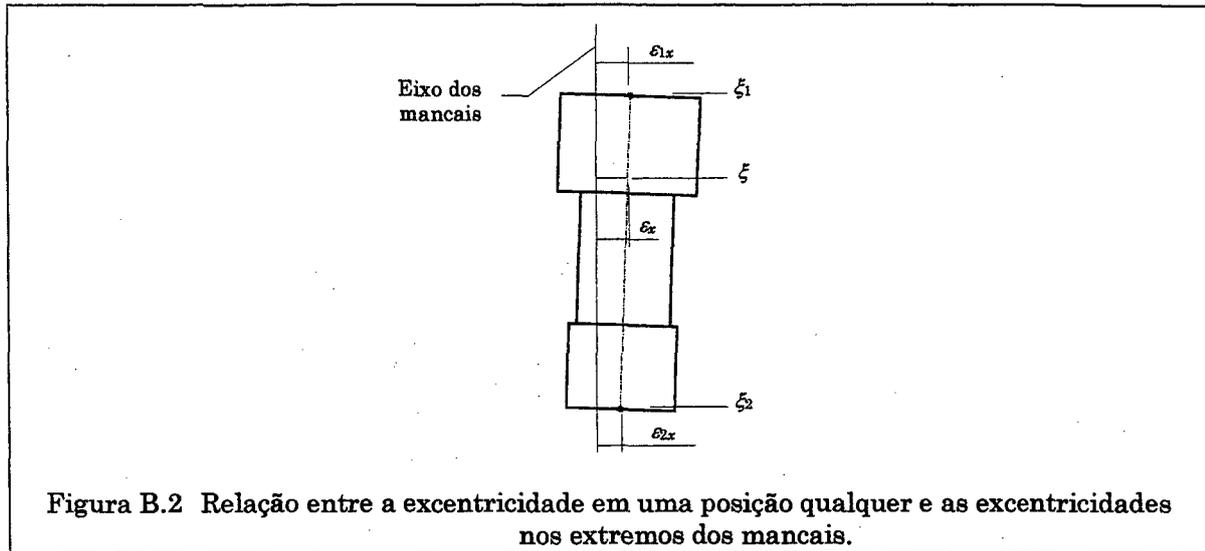
A variação da espessura de filme com a posição angular é escrita, tanto para o mancal principal como para o secundário, como

$$\frac{\partial h}{\partial \theta} = c_1 (-\varepsilon_x \cos \theta + \varepsilon_y \sin \theta) + \frac{\partial}{\partial \theta} (dh_e + dh_m) \quad (\text{B.11})$$

e a variação da espessura de filme com o tempo, recebe, tanto para o mancal principal como para o secundário, a seguinte expressão:

$$w_h = \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial \tau} \omega = -c_1 \omega (\dot{\varepsilon}_x \sin \theta + \dot{\varepsilon}_y \cos \theta) \quad (\text{B.12})$$

sendo que a variação temporal das profundidades desgastadas é desprezada.



Para se completar a equação, deve-se explicitar as excentricidades ε_x e ε_y e suas velocidades respectivas, $\dot{\varepsilon}_x$ e $\dot{\varepsilon}_y$, em função das excentricidades e velocidades nos extremos dos mancais. A tarefa consiste apenas em estabelecer uma interpolação linear entre as excentricidades extremas, visto que a linha média do eixo é uma reta, conforme apresenta a Figura B.2 para a componente x . Desta forma, a excentricidade na direção x pode ser escrita como

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{1x}(1 - \eta) + \varepsilon_{2x}\eta \quad (\text{B.13})$$

Da mesma forma, para a direção y tem-se

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{1y}(1 - \eta) + \varepsilon_{2y}\eta \quad (\text{B.14})$$

onde η é o fator de interpolação, naturalmente função da posição axial ξ onde se está calculando as excentricidades, que tem a seguinte expressão:

$$\eta = \frac{\xi - \xi_1}{\xi_2 - \xi_1} \quad (\text{B.15})$$

Pode-se determinar as velocidades derivando-se as equações B.12 e B.13.

Assim:

$$\dot{\varepsilon}_x = \dot{\varepsilon}_{1x}(1 - \eta) + \dot{\varepsilon}_{2x}\eta \quad (\text{B.16})$$

$$\dot{\varepsilon}_y = \dot{\varepsilon}_{1y}(1-\eta) + \dot{\varepsilon}_{2y}\eta \quad (\text{B.17})$$

As expressões para h , $\partial h/\partial\theta$ e w_h , equações B.10 a B.12, podem então ser escritas em função das excentricidades e velocidades extremas dos mancais, bastando substituir as expressões B.13 a B.17 naquelas equações, conforme:

$$h = c_1 \left[\frac{c}{c_1} - (\varepsilon_{1x}(1-\eta) + \varepsilon_{2x}\eta)\text{sen}\theta - (\varepsilon_{1y}(1-\eta) + \varepsilon_{2y}\eta)\text{cos}\theta \right] \quad (\text{B.18})$$

$$\frac{\partial h}{\partial\theta} = c_1 \left[-(\varepsilon_{1x}(1-\eta) + \varepsilon_{2x}\eta)\text{cos}\theta + (\varepsilon_{1y}(1-\eta) + \varepsilon_{2y}\eta)\text{sen}\theta \right] + \frac{\partial}{\partial\theta}(dh_e + dh_m) \quad (\text{B.19})$$

$$w_h = -c_1\omega \left[(\dot{\varepsilon}_{1x}(1-\eta) + \dot{\varepsilon}_{2x}\eta)\text{sen}\theta + (\dot{\varepsilon}_{1y}(1-\eta) + \dot{\varepsilon}_{2y}\eta)\text{cos}\theta \right] \quad (\text{B.20})$$